

**THÈSE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS 8**

**Discipline : Psychologie cognitive**

**Par**

**Calliste SCHEIBLING-SÈVE**

---

**DÉVELOPPER L'ESPRIT CRITIQUE  
PAR LA CATÉGORISATION MULTIPLE**

---

Présentée et soutenue publiquement le 16 décembre 2019,

Devant un jury composé de :

Édouard GENTAZ	Université de Genève	Rapporteur
André TRICOT	Université de Montpellier	Rapporteur
Évelyne CLÉMENT	Université de Cergy-Pontoise	Examinatrice
Valeria GIARDINO	Institut Jean Nicod, CNRS	Examinatrice
Elizabeth SPELKE	Harvard University	Examinatrice
Emmanuel SANDER	Université de Genève	Directeur de thèse
Elena PASQUINELLI	Fondation La main à la pâte	Co-encadrante



# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>10</b>
<b>Summary</b>	<b>11</b>
<b>Schéma synoptique</b>	<b>12</b>
<b>Introduction</b>	<b>14</b>
<b>PARTIE 1 : CADRE THÉORIQUE</b>	<b>22</b>
	<b>22</b>
<b>Chapitre 1 : Caractériser l'esprit critique</b>	<b>24</b>
	<b>24</b>
1.1 Le penseur critique	24
1.1.1 Approches normatives versus descriptives	24
1.1.2 Caractère spécifique ou général de l'esprit critique	28
1.2 Deux composantes associées à l'esprit critique	29
1.2.1 La métacognition	29
1.2.2 La flexibilité cognitive	31
1.3 Susciter le développement de l'esprit critique et évaluer ce développement	36
1.3.1 Des programmes pédagogiques pour développer l'esprit critique	36
1.3.2 Mesurer le développement de l'esprit critique	39
<b>Chapitre 2 : La catégorisation multiple comme mécanisme de changement de point de vue</b>	<b>44</b>
2.1 Au-delà de l'approche définitoire	44
2.1.1 Gradation, hiérarchie et diversité	44
2.1.2 Flou catégoriel	46
2.2 Catégorisation et abstraction	47
2.2.1 Catégoriser, c'est percevoir le même	47
2.2.2 Abstraction et glissements catégoriels	48
2.2.3 Abstraction et expertise	49
2.3 Catégorisation et transfert	51
2.3.1 Percevoir la structure profonde	51
2.3.2 Changement catégoriel	53

<b>Chapitre 3 : L'influence des connaissances naïves</b>	<b>56</b>
3.1 Préconceptions et connaissances naïves	56
3.1.1 Préconceptions et apprentissage	56
3.1.2 Évaluer la connaissance scolaire versus la connaissance naïve	58
3.2 Connaissances naïves liées au raisonnement proportionnel	60
3.2.1 Le raisonnement proportionnel : caractère précoce et biais associés	60
3.2.2 La multiplication comme addition répétée	61
3.2.3 La division comme partage	62
3.2.4 La fraction comme structure bipartite	63
3.2.5 La proportion comme conservation de l'écart	64
3.2.6 L'illusion de linéarité	65
3.3 Connaissances naïves liées au raisonnement causal	67
3.3.1 Le raisonnement causal : caractère précoce et biais associés	67
3.3.2 L'illusion de causalité : un biais perceptif	69
3.3.3 Cause directe	69
3.3.4 La non-perception du hasard	70
3.3.5 Circularité	71
3.3.6 Téléologisme	71
3.3.7 Essentialisme	74
3.4. Aller au-delà des conceptions initiales	74
3.4.1 Le changement conceptuel	74
3.4.2 Comparaison de stratégies correctes	76
3.4.3 Explicitations	76
3.4.3 Recodage sémantique	79
<b>Chapitre 4 : Contributions de la thèse</b>	<b>82</b>
4.1 Proposer une caractérisation opérationnelle de l'esprit critique en lien avec la résolution de problèmes en mathématiques et en sciences	82
4.2 Le mécanisme de catégorisation multiple comme levier pour favoriser la mobilisation de l'esprit critique.	83
4.3 Aller au-delà dichotomie entre connaissance « naïve » et « experte »	84
4.4 Modélisation d'une situation de recherche <i>evidence-based</i> en éducation	84
4.5 Contributions empiriques	86

## **PARTIE 2 : MÉTHODE EXPÉRIMENTALE** **88**

### **Chapitre 5 : Le dispositif expérimental Rai'Flex** **90**

5.1 Principes du dispositif d'apprentissage Rai'Flex	90
5.2 Les contraintes du cadre du dispositif d'apprentissage	101
5.2.1 Le programme scolaire	101
5.2.2 Différents types d'établissements scolaires	105
5.3 Objectifs pédagogiques	106
5.3.1 Objectifs pédagogiques pour la conceptualisation de la proportion	106
5.3.2 Objectifs de conceptualisation du raisonnement causal	108
5.4 Élaboration des pré et posttests	109
5.5 Mesurer le raisonnement proportionnel : les items	112
5.5.1 Compétence 1 : Distinguer les structures additives et multiplicatives	114
5.5.2 Compétence 2 : Résoudre des problèmes de distributivité	114
5.5.3 Compétence 3 : Résoudre des problèmes multiplicatifs	114
5.5.4 Compétence 4 : Décomposer et comparer des fractions	118
5.5.5 Compétence 5 : Résoudre des problèmes fractionnaires	122
5.5.6 Compétence 6 : Résoudre des problèmes de proportionnalité	122
5.6 Mesurer le raisonnement causal : compétences et items associés	127
5.6.1 Analyser une chaîne causale linéaire	128
5.6.2 Analyser une chaîne causale multiple	132
5.6.3 Identifier des corrélations fallacieuses parmi des situations de causalité directe, de coïncidence, de variable cachée et de cause inverse	132
5.6.4 Savoir tester une croyance en proposant un protocole d'observation	133
5.6.5 Identifier des explications causales	138
5.7 Hypothèses sur le développement du raisonnement proportionnel	139
5.8 Hypothèses sur le développement raisonnement causal	141

### **Chapitre 6 : Design expérimental** **144**

	<b>144</b>
6.1 Participants : Enseignants et élèves	144
6.2 Protocole	146
6.2.1 Passation des pré et posttests	146
6.2.2 Modalités des séances d'apprentissage	147
6.3 Codage des pré et posttests	150
6.3.1 Codage des items et scores associés	150
6.3.2 Double-codage	154
6.3.3 Calculs de scores	154

<b>PARTIE 3 : RÉSULTATS</b>	<b>156</b>
<b>Chapitre 7 : Analyses générales</b>	<b>158</b>
7.1 Analyses des Z-Scores selon la condition expérimentale	159
7.2 Analyses des Z-Scores selon la condition expérimentale et le niveau	161
7.3 Analyses des Z-Scores selon la condition expérimentale et le type d'établissement	164
7.4 Modélisation	168
7.5 Conclusion	170
<b>Chapitre 8 : Analyses du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal</b>	<b>172</b>
8.1 Le raisonnement proportionnel	172
8.1.1 Analyse des sous-scores du raisonnement proportionnel	172
8.1.2 Résultats par sous-scores selon le niveau et le type d'établissement	175
8.1.3 Conclusion	180
<b>8.2 Analyse des sous-scores du raisonnement causal</b>	<b>181</b>
8.2.1 Analyse des sous-scores du raisonnement causal	181
8.2.2 Résultats par sous-scores selon le niveau et le type d'établissement	183
8.2.3 Conclusion	185
<b>Chapitre 9 : Analyse des stratégies</b>	<b>187</b>
9,1 Raisonnement proportionnel	187
9.1.1 Congruences et stratégies	187
9.1.2 Problèmes congruents et incongruents : les stratégies expertes	189
9.1.3 Analyse des stratégies aux items TIMMS	191
9.1.4 Analyses d'une sélection d'items	197
9.2 Le raisonnement causal	206
9.2.1 Congruences et stratégies	206
9.2.2 Problèmes congruents et incongruents : les stratégies expertes	209
9.2.3 Analyse de l'item TIMMS	211
9.2.4 Analyse d'une sélection d'items	212
9.3 Conclusion	216

<b>PARTIE 4 : DISCUSSION ET CONCLUSION</b>	<b>222</b>
<b>Chapitre 10 : Apports empiriques</b>	<b>224</b>
10.1 Tester un dispositif pédagogique pour développer l'esprit critique dans le cadre des apprentissages scolaires	224
10.2 Construire un dispositif d'apprentissage fondé sur la catégorisation multiple	227
10.3 Développer des outils d'évaluation des connaissances naïves	230
10.4 Tester un dispositif d'apprentissage avec une exigence écologique	231
<b>Chapitre 11 : Apports théoriques</b>	<b>234</b>
11.1 Proposer un cadre opérationnel de l'esprit critique en lien avec la résolution de problèmes en mathématiques et en sciences	234
11.2 Le mécanisme de catégorisation multiple comme levier pour favoriser le développement de l'esprit critique.	235
11.3 Aller au-delà de la dichotomie entre connaissance « naïve » et « experte »	236
11.4 Modélisation d'une situation de recherche <i>evidence-based</i> en éducation	<b>238</b>
<b>Conclusion</b>	<b>240</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>244</b>



# Remerciement

Exercer son esprit critique, adopter différents points de vue, utiliser plusieurs stratégies... au cours de ma thèse, j'ai essayé d'encourager ces attitudes chez des centaines d'élèves, mais en réalité, j'aurai été mon premier cobaye. En démarrant ce doctorat, j'ai en effet pris le parti de changer de perspective, de catégories, en m'éloignant de la voie plus tracée que j'aurais pu choisir en sortant de HEC Paris. Aussi, depuis notre première rencontre avec Emmanuel Sander et Elena Pasquinelli en avril 2015, bien avant l'idée même de thèse, j'ai le sentiment d'avoir parcouru un immensément long chemin. Je tiens donc d'abord à remercier Emmanuel et Elena de m'avoir fait confiance, de m'avoir accompagnée dans ce changement de direction, et de m'avoir démontrée que travail pouvait rimer avec passion. Je remercie vivement Emmanuel pour son accompagnement constant au cours de ces trois années de thèse, la distance géographique n'ayant en rien été un obstacle à sa présence à mes côtés et à la qualité de nos échanges. Son exigence et sa bienveillance ont été de profonds moteurs. Et je lui suis extrêmement reconnaissante d'avoir nourri mon appétence à m'investir dans différents projets en m'en proposant de toujours plus passionnants, que ce soit durant la thèse ou maintenant à l'Université de Genève. Je suis heureuse que notre collaboration se poursuive. Je remercie Elena pour son enthousiasme, ses ressources livresques, les rencontres qu'elle a su créer et bien sûr, pour nos marches quasiment socratiques dans le 6<sup>e</sup> arrondissement de Paris durant lesquelles elle me faisait progresser sur le chemin de l'esprit critique et des démarches *evidence-based*.

J'adresse aussi mes remerciements à Édouard Gentaz et André Tricot qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je me réjouis de pouvoir compter sur leur exigence critique dans la revue de mes travaux. Je remercie en particulier André Tricot qui était déjà le rapporteur de mon mémoire du Cogmaster. Je remercie Évelyne Clément, qui outre son rôle d'examinatrice, a accompagné les différentes étapes de cette thèse au cours de nos séminaires de doctorants, ainsi que Valeria Giardino et Elisabeth Spelke qui me font l'honneur de constituer mon jury.

Merci également à Hippolyte Gros, Katarina Gvozdic, Lucas Raynal et Sébastien Puma, compagnons de recherche, pour leur sagacité rigoureuse et décontractée.

Durant ces trois années j'ai eu la chance de travailler dans un cadre idéal, celui de la Fondation La main à la pâte. Je remercie David Jasmin d'avoir permis ce dispositif, ce qui était une première pour la Fondation. Merci aussi à tous les membres de La main à la pâte qui m'ont toujours encouragée : Fatima, Katia, Sven, Anne, Laurence, Sabrina, Gabrielle, Frédéric, Nicolas, Alix-Maud, Brice, Nathalie, Sandrine, Myriam et Mathieu.

Enfin, cette thèse n'aurait pas pu se faire sans l'implication des acteurs de l'Éducation Nationale, inspecteurs, directeurs d'établissement, conseillers pédagogiques et bien sûr, enseignants. Merci à Mme Rondeau-Revelle, M. Audebert et Mme Lazon d'avoir permis ce dispositif. Merci en particulier à Arbya Eichi et Gauthier Lechevalier pour leur investissement et leur confiance. Merci à l'ensemble des professeurs des écoles qui se sont prêtés au jeu et aux contraintes d'une recherche-action : Amélie Maurri, Mathilde Gauthier, Sophie Ferry, Louis Seye, Sven Guyon, Thibault Landié, Élisabeth Nérant, Catherine Lozano, France Ratajczak, Émilie Gacia, Éric Spanu, Frédéric Gaston, Florine Darras, Mickaël Goasdoué, Emmanuel Pellerin, Pierre Moisan et Halim Namouchi. Ce fut une expérience formidable que d'être accueillie dans ces différents établissements, d'avoir pu faire classe à tous ces élèves, et d'avoir découvert différentes dynamiques pédagogiques. J'aurais également une pensée pour les élèves de milieux si divers mais partageant une même curiosité, et dont les réactions, les progressions, et les remarques tour à tour ingénieuses et touchantes ont été une source d'énergie et un rappel constant que cette recherche leur est avant tout destinée. Enfin, je remercie vivement trois précieux soutiens : Joanna Stierlin et Taous Matouk, qui m'ont aidé sur le terrain, ainsi que Laure Baudier pour la médiation des résultats.

Au-delà de ma thèse, j'ai eu l'opportunité de m'investir dans un autre projet d'application des sciences cognitives à la classe, le programme Arithmécole. Merci encore à Emmanuel de m'avoir proposé ce projet, à Jean-François Richard d'avoir éclairé les enjeux théoriques sous-jacents, et à Jérôme Bastong pour avoir formé, avec moi, un duo de formateurs mi-recherche, mi-terrain. Accompagner les enseignants Arithmécole à ses côtés durant 3 ans fut très enrichissant. Cette démarche de lier sciences cognitives et école a aussi pris forme au sein de l'association Scalp!. Je remercie Nawal Abboub, Lisa Jacquy et Lou Safra, avec qui nous avons essayé de créer des ponts pragmatiques entre labo et salles de classe.

Si ces trois années de thèse se sont aussi bien déroulées, c'est aussi grâce à ma famille. Merci à Mallory et à mes parents de m'avoir soutenue, écoutée — entre les digressions sur les catégories et les anecdotes des journées en classe, il leur a fallu de la patience ! — et comprise. Merci en particulier à Mallory d'avoir accepté d'être le cobaye d'expériences pour la classe, d'avoir porté des kilos de livrets et d'avoir supporté de vivre pendant un an entouré par ces mêmes livrets et fiches d'élèves. Merci à Lancelot d'avoir pallié les défaillances orthographiques de sa sœur grâce à ses compétences en matière de logiciels élaborés de correction — ce doit bien être la première thèse qui ait été corrigée par un dyslexique ! —. Merci à mes parents pour leur relecture du manuscrit, et encore davantage pour leur enthousiasme vis-à-vis de cette thèse inattendue, mais qui pourtant « coulait de source ».

## Résumé

Développer l'esprit critique s'affiche de plus en plus comme un enjeu majeur de l'école. Pourtant, le concept, lui, demeure flou, il n'est ni relié à des compétences spécifiques ni mesurables dans le contexte scolaire. Le premier objectif de cette thèse a consisté à caractériser l'esprit critique dans un but éducatif. Dans notre approche, il se définit comme la capacité à trier, à distinguer et évaluer les indices ou critères permettant l'élaboration d'une représentation adaptée d'un problème et à les appliquer de manière appropriée dans différents contextes. Nous avons mis à l'épreuve cette caractérisation au travers de deux raisonnements cruciaux, le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal. Le deuxième objectif était d'identifier un levier, la catégorisation multiple, pour développer l'esprit critique. La catégorisation multiple correspond à la capacité de percevoir le « même » entre différentes situations. Notre hypothèse générale était que s'exercer à catégoriser de différentes manières permet d'aller au-delà des limitations induites par les connaissances naïves, de saisir la structure du problème à résoudre, et donc de s'en faire une représentation critique. Pour la tester, nous avons mené une expérimentation en milieu écologique, avec 612 élèves de CM1 et de CM2 pendant une année scolaire. L'évaluation de ce dispositif a montré que le groupe expérimental était davantage en mesure que le groupe contrôle, de résoudre des problèmes incongruents avec des connaissances naïves, témoignant d'un succès à identifier les indices profonds de cette situation, à changer de points de vue sur une situation, et ainsi, à faire preuve d'esprit critique.

**Mots-clés** : esprit critique, catégorisation, connaissances naïves, *evidence-based* éducation

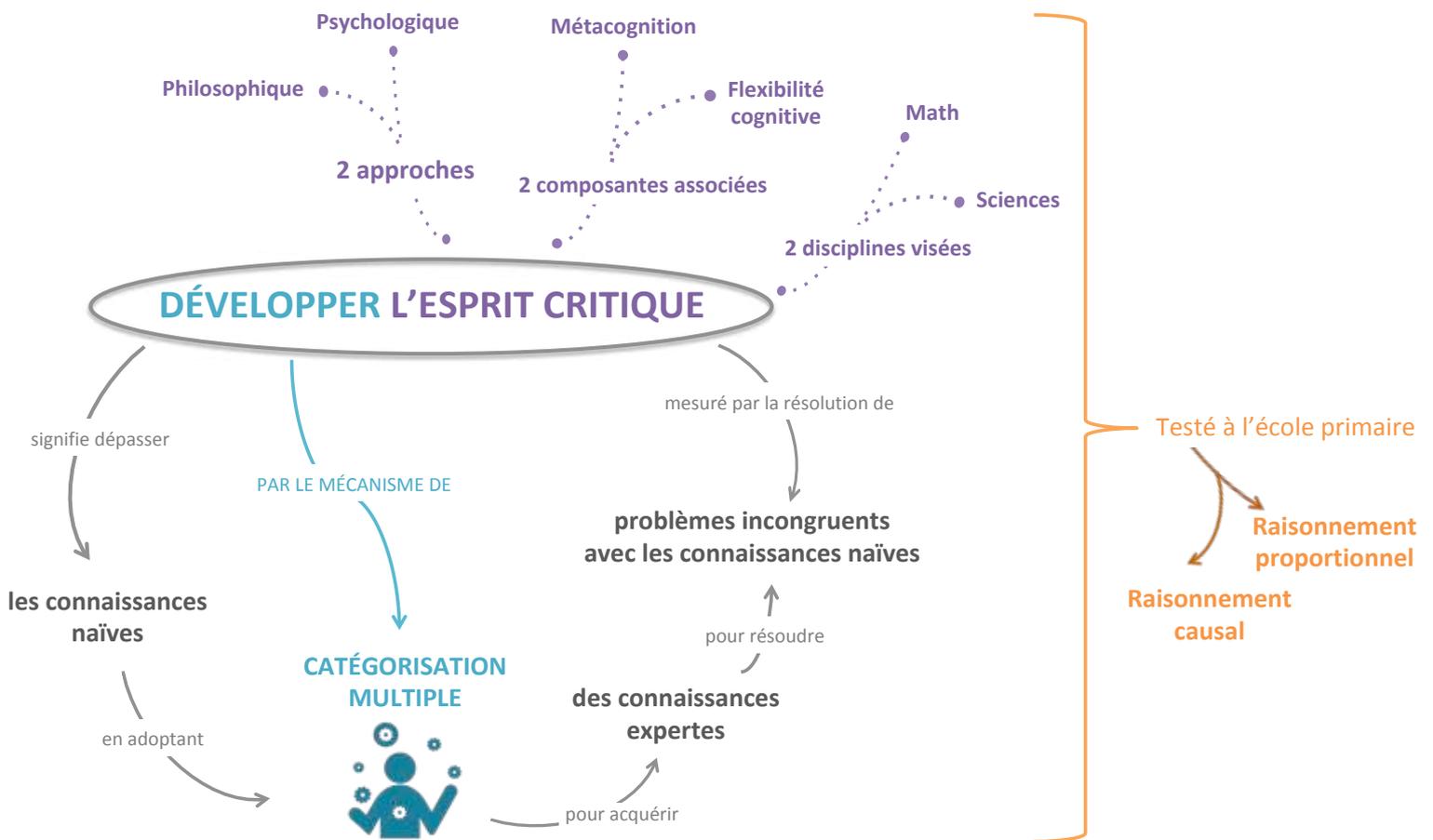
## Summary

Developing critical thinking is becoming a major educational issue. Yet the concept remains unclear, unrelated to specific skills and unmeasurable in the school context. The first objective of this thesis is to characterize and operationalize critical thinking for educational purposes. In our approach, critical thinking is defined as the ability to sort, distinguish, and evaluate cues or criteria for developing a proper problem representation and appropriately apply them in various contexts. We tested this characterization through two crucial reasoning: proportional reasoning and causal reasoning. Second, the goal was to identify a leverage – multiple categorization - to develop critical thinking. Multiple categorization is the ability to perceive the « same » among different situations. Our general hypothesis is that practicing categorization in various ways enables to not restrict oneself to one's naïve knowledge. It allows to grasp the structure of a problem to be solved, and thus to build a critical representation from it. In order to test this hypothesis, we conducted an experiment in an ecological environment, with 612 pupils of 4th & 5th grades during a school year. The evaluation of this design showed that the experimental group became better at solving incongruent problems with naïve knowledge, thus displaying an ability to identify the deep clues of a situation, to change points of view on a situation, and so, to be critical.

**Keywords:** critical thinking, categorization, evidence-based education, preconception

**Title:** Developing critical thinking through multiple categorization

# Schéma synoptique





## Introduction

« The information explosion is another reason why specific instruction in thinking needs to be provided. People now have an incredible wealth of information available, quite literally at their fingertips, via the Internet and other remote services with only a few minutes of search time on the computer. The problem has become knowing what to do with the deluge of data<sup>1</sup>. »

Halpern, 1998, p. 450

En 1998, le déluge des données soulevait déjà des enjeux éducatifs nouveaux. 20 ans plus tard, ce n'est plus en quelques minutes, mais en quelques secondes qu'un individu peut chercher une information, et c'est en quelques secondes qu'une information vient à lui directement, sans volonté personnelle, au gré du « scrolling<sup>2</sup> » de ses réseaux sociaux. La question n'est donc déjà plus de savoir discriminer entre des informations recherchées dans le cadre d'un but précis, mais l'enjeu est maintenant de savoir évaluer des informations venant directement à soi, de façon souvent désordonnée, voire chaotique. Dans un monde si riche et foisonnant, savoir naviguer entre différents niveaux d'analyse, savoir discriminer les indices de la qualité d'une information requiert certainement une attention particulière, et donc un effort pédagogique adéquat. Faire preuve d'esprit critique serait devenue une des compétences majeures du XXI<sup>e</sup> siècle (OCDE, 2018). En France, développer l'esprit critique des élèves est même devenu un objectif affiché du ministère de l'Éducation nationale au travers du parcours citoyen de l'élève (MEN-DGESCO, 2016). Il fait ainsi partie du Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation : « aider les élèves à développer leur esprit critique, à distinguer les savoirs des opinions ou des croyances, à savoir argumenter et à respecter la pensée des autres. », au sein de la première compétence « Faire partager les valeurs de la République » (MEN-DGESCO, 2013). L'esprit critique s'inscrit alors dans la formation des futurs citoyens et est principalement associé à un ensemble de compétences permettant de se protéger de la désinformation, des *fake news* et des théories complotistes.

---

<sup>1</sup> « L'explosion informationnelle est une des raisons pour laquelle une éducation à la pensée, spécifique, doit être proposée. Les gens disposent désormais d'une incroyable richesse d'informations, littéralement au bout des doigts, sur internet et autres, avec des recherches de seulement quelques minutes par ordinateur. Le problème est devenu de savoir quoi faire avec ce déluge de données. » (notre traduction)

<sup>2</sup> De l'anglais « scroll », faire défiler. On utilise maintenant ce terme en français, « scroller », pour qualifier l'action de faire défiler de haut en bas une page internet.

Toutefois, réduire l'esprit critique à une vigilance informationnelle ne semble pas recouvrir toute la richesse de ce concept, si difficile à caractériser. Comme nous le verrons, l'appareillage théorique derrière ce concept est large et ne fait pas consensus, offrant ainsi une palette de caractérisations. De même, sa place dans l'enseignement est débattue. Certains proposent un enseignement dédié, d'autres son immersion dans des disciplines scolaires (Ennis, 1989 ; Abrami et al., 2015). Il nous semble pertinent qu'il soit un objectif scolaire non indépendant des disciplines étudiées. Toute discipline scolaire peut en effet être travaillée avec l'objectif de développer l'esprit critique. Nous montrerons dans ce travail de thèse qu'il est possible de le faire dans deux disciplines majeures, que sont les mathématiques et les sciences. De nombreuses études ont en effet analysé le caractère crucial des compétences mathématiques et scientifiques, car prédictives de la réussite future des élèves (Ritchie & Bates, 2013 ; Siegler et al., 2012). Par exemple, il s'avère que la réussite en mathématiques à 7 ans permet pour partie de prédire le statut socio-économique (SSE) à 42 ans, même après avoir statistiquement contrôlé le niveau socio-économique à la naissance, le niveau de lecture, le quotient intellectuel, la motivation et les années d'études (Ritchie & Bates, 2013). D'autres études (Siegler et al., 2012) ont montré que la compréhension des fractions à l'école primaire prédit les compétences algébriques au collège, toujours après avoir contrôlé le milieu socio-économique, les capacités intellectuelles et les connaissances en arithmétique sur les nombres entiers. En effet, les raisonnements mathématiques et scientifiques seraient associés à des capacités cognitives générales liées au développement de l'abstraction. Mais le niveau en mathématiques et en sciences des élèves français préoccupe. Au niveau national, la Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance (DEPP) évalue le niveau des élèves français en fin d'école primaire et en fin de collège à travers le test Cycle des Évaluations Disciplinaires Réalisées sur Échantillon (CEDRE). Entre 2007 et 2018, le niveau des acquis des élèves en sciences expérimentales est resté stable à l'école primaire (DEPP, Note d'information n°19.33, 2019), mais a fortement chuté au collège (baisse de 12 points, DEPP, Note d'information n°19.32, 2019). En ce qui concerne les mathématiques, entre 2008 et 2014, la DEPP observe une stabilité (Note d'information n°18, 2015). Mais le pourcentage d'élèves en difficulté a augmenté (de 15 à 16,3%). La dernière comparaison à l'international réalisée par l'étude Trends in International Mathematics and Science Study (TIMMS) auprès d'élèves de CM1 a mis en évidence un niveau très faible en mathématiques et en sciences pour la France (DEPP, Note d'information n° 33, 2016). La France obtient le score moyen le plus faible des 26 pays de l'OCDE et est 34<sup>e</sup> sur l'ensemble des 48 pays. Avec un score de 488 points en mathématiques et de 487 points en sciences, la France est significativement en dessous de la moyenne internationale (500 points en mathématiques et en sciences), et de la moyenne européenne (527 points en mathématiques ; 525 points en sciences). Plus précisément, TIMMS caractérise le niveau des élèves à partir de scores de référence : les élèves doivent obtenir un score d'au moins 625 pour atteindre un niveau avancé ; en

dessous de 400, les élèves sont considérés comme ne maîtrisant pas les compétences élémentaires. 13 % des élèves français en mathématiques et 12 % en sciences sont dans ce cas. En Europe, ils sont en moyenne seulement 5 % en mathématiques et 7% en sciences. Les difficultés scolaires se poursuivent aussi au collège comme indiqué par l'étude PISA (DEPP, Note d'information n° 37, 2016). Il apparaît que les élèves français ont surtout des difficultés dans la compétence « formuler des situations de manière mathématique ». Mais un autre point important, qui ressort de l'étude PISA de 2013, est que parmi tous les pays de l'OCDE, la France est celui où la performance des élèves de 15 ans en culture scientifique est la plus fortement corrélée au statut économique, social et culturel des élèves. La différence de scores entre les élèves issus de milieux très défavorisés et favorisés est la plus grande des pays de l'OCDE (118 points vs 88 pour la moyenne OCDE). Améliorer les compétences des élèves en mathématiques est donc devenue depuis plusieurs années une priorité de l'Éducation nationale (Plan « Stratégies Math » en 2014, Villani & Torossian, 2018). C'est aussi pour cette raison que nous avons choisi de nous concentrer sur le développement de l'esprit critique au sein de ces deux disciplines.

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous visons donc à étudier les mécanismes cognitifs permettant de développer l'esprit critique en mathématiques et en sciences. Plus précisément, nous nous intéressons à deux raisonnements, le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal. Ces deux raisonnements existeraient dès la naissance bien que présentant des limites. Dans une approche modulaire de la cognition humaine (Spelke & Kinzler, 2007), on avance que dès la naissance, le bébé possède un certain nombre de connaissances précoces, des *core knowledge*<sup>3</sup>. Les connaissances précoces sur les objets inanimés (interactions mécaniques) et sur les agents (actions dirigées vers un but) seraient liées au raisonnement causal et celles sur le nombre au raisonnement proportionnel. Étant précoces, ces deux raisonnements se développent bien avant l'entrée à l'école et reposent ainsi sur des connaissances naïves (Lautrey, Rémi-Giraud, Sander, & Tiberghien, 2008), c'est-à-dire des connaissances issues de la vie quotidienne qui peuvent s'avérer limitantes dans certaines situations tout en permettant d'y faire face de manière efficiente dans de nombreux contextes. L'objectif de la thèse est de permettre aux élèves de faire un usage critique de ces deux raisonnements.

En effet, dans la vie quotidienne, il n'est pas rare de faire des erreurs de raisonnement causal et de raisonnement proportionnel, y compris dans le domaine de la recherche. Par exemple, des chercheurs de l'université de Pennsylvanie Medical Center ont suivi de jeunes enfants pour évaluer les risques de myopie. Ils ont trouvé que les enfants qui dormaient avec une veilleuse dès la

---

<sup>3</sup> *noyau de connaissances* (notre traduction)

naissance étaient par la suite cinq fois plus sujets à développer une myopie, avant l'âge de deux ans, que les enfants dormant sans veilleuse (Quinn, Shin, Maguire, & Stone, 1999). De ces résultats publiés dans la revue *Nature*, les chercheurs déduisent qu'ils seraient prudents que les jeunes enfants ne dorment avec des veilleuses afin de réduire leur risque de myopie. Pourtant, un an plus tard, d'autres chercheurs (Zadnik et al., 2000) ont publié une nouvelle étude, de nouveau dans *Nature*, montrant qu'il y avait en réalité une forte corrélation entre la myopie des parents et celles des enfants et qu'en outre, les parents myopes avaient davantage tendance que les parents non myopes à laisser une veilleuse dans la chambre de leurs enfants. La myopie des parents s'est donc révélée être une variable cachée, appelée aussi facteur de confusion. Ainsi, les veilleuses dans les chambres d'enfants et la myopie des enfants sont deux effets d'une même cause, la myopie des parents. Dans la première étude, la confusion entre corrélation et causalité amenait donc à conclure, à tort, que les veilleuses étaient responsables de la myopie des enfants. Cette confusion est très répandue et de nombreuses études ont également montré que les théories conspirationnistes tiendraient leur succès de la difficulté que nous avons de raisonner sur les relations causales (Vitriol & Marsh, 2018 ; Dagnall, Denovan, Drinkwater, Parker, & Clough, 2017 ; Douglas, Sutton, Callan, Dawtry, & Harvey, 2016). Par exemple, les personnes qui surestiment leur capacité à comprendre des phénomènes causaux complexes seraient davantage sujettes aux théories complotistes (Vitriol & Marsh, 2018). Ils commettent en réalité des erreurs de raisonnement classiques, tels que l'erreur de conjonction (Dagnall et al., 2017). La tendance à attribuer une agentivité et une intentionnalité là où elle n'existe pas prédit aussi le degré de croyance aux théories complotistes (Douglas et al., 2016). Ainsi, même si bien d'autres facteurs existent pour expliquer l'attrait pour les théories complotistes (Douglas et al., 2016), améliorer la compréhension des relations causales semble être un élément nécessaire pour améliorer la compréhension de relations présentes dans la vie quotidienne. Le raisonnement proportionnel est, de même, omniprésent, aussi bien dans le cadre scolaire, en mathématiques et en sciences (probabilités, taux, densité, vitesse) que dans les contextes quotidiens (réalisation d'une recette de cuisine, calculs de soldes pour effectuer des achats, conversion monétaire...). Comprendre la proportionnalité apparaît comme crucial et ne devrait pas se réduire au seul enseignement mathématique. Pourtant, « cette notion est présente [de manière implicite] dans toutes les disciplines enseignées au collège et les élèves français sont toujours en difficulté sur cette notion fondamentale en fin de scolarité obligatoire. » (Villani & Torossian, 2018, p.38). Dans le programme scolaire français, la proportionnalité fait partie des attendus de fin de cycle 3 (CM1-CM2-6<sup>e</sup>) parce qu'elle est essentielle pour l'apprentissage ultérieur de l'algèbre au cycle 4, mais sans être spécifiquement retravaillée dans les programmes hors celui des mathématiques. Mais le raisonnement proportionnel ne se résume pas aux mathématiques ou à la physique. En effet, il consiste à identifier le rapport entre deux éléments, comme c'est le cas de ce que l'on qualifie

classiquement d'analogie proportionnelle : par exemple, « les nageoires sont aux poissons, ce que les ailes sont aux oiseaux » ou encore « la vieillesse est à la vie ce que le soir est au jour ». Pour compléter une analogie proportionnelle, cela nécessite d'avoir identifié le rapport commun. L'analogie proportionnelle correspond ainsi à la conception fondatrice de l'analogie par Aristote (*Métaphysique*, Livre D) : en grec, il s'agit de « *ana logia* », soit « selon le rapport » que l'on peut traduire par « proportion ». L'analogie désigne donc « Quand la deuxième est à la première de la même manière que la troisième est à la quatrième » (Aristote, *Poétique*, Livre 21, 1457b17). Il s'agit d'une similitude ou d'une égalité de rapports entre des éléments distincts. Dans cette problématique, l'analogie de proportion fonctionne par l'identification d'une unité non générique. Ainsi la vieillesse et le soir n'ont rien à voir l'un avec l'autre, mais dans le cadre de l'analogie citée précédemment, ces deux termes tombent sous une certaine unité (la vieillesse comme soir de la vie). L'analogie proportionnelle s'énonce donc sous la forme d'une relation partagée :  $A : B :: C : D$  (« D est à C ce que B est à A »). Et plusieurs types de relation sont possibles (relation fonctionnelle, catégorielle, d'ordre, antinomique...).

Par rapport au raisonnement causal, le raisonnement proportionnel peut sembler avoir, à première vue, moins d'impact sur la vie quotidienne. Pourtant, nombre de personnes doivent l'utiliser quotidiennement. C'est par exemple le cas des infirmiers afin de faire des dosages de médicaments. Or, les erreurs de calculs des dosages représenteraient un tiers des causes d'erreurs de médication (Mackie & Bruce, 2016). Dans un test comprenant des items de type « Mme Rios se plaint de nausée. On lui prescrit du Compazine 2,5 mg trois fois par jour. L'approvisionnement en stock est de 5 mg/5 mL de sirop de Compazine. Combien de millilitres allez-vous administrer par dose? », 28% des étudiants infirmiers obtenaient un score inférieur à 80% (Mackie & Bruce, 2016). En outre, toutes les prises de décisions basées sur des statistiques reposent, entre autres, sur la compréhension de la proportion. La mauvaise compréhension de la notion de proportion impliquerait de nombreux biais comme la négligence des taux de base (Casscells, Schoenberger, & Graboyes, 1978), qui ont des répercussions dans la prise d'information et de décision, notamment dans la prise de risque. Par exemple, si des participants doivent juger quel énoncé est le plus risqué entre les deux suivants « 100 personnes meurent d'un cancer chaque jour » et « 36 500 personnes meurent d'un cancer chaque année », alors que la proportion est la même, le deuxième énoncé sera jugé plus risqué que le premier (Bonner & Newell, 2008). La compréhension de la proportion, de façon experte, a donc des répercussions dans la vie quotidienne dans des tâches simples ou complexes.

Notre objectif est ainsi d'identifier les processus impliqués dans le développement de l'esprit critique au sein du raisonnement causal et du raisonnement proportionnel. Nous allons tout d'abord analyser les différentes caractérisations de l'esprit critique (chapitre 1). La notion d'esprit critique est

discutée dans différents champs disciplinaires, notamment en philosophie et en psychologie, avec en commun un objectif éducatif de l'esprit critique. De nombreuses méthodes pour le développer et tests pour évaluer ces méthodes ont été développés, mais sans pour autant apporter des caractérisations opérationnelles de l'esprit critique.

Notre démarche est tout d'abord celle de trouver des indicateurs sous-jacents à l'esprit critique en mathématiques et en sciences, puis de mettre en avant un ressort potentiel, la catégorisation multiple (chapitre 2). Ce travail de thèse cherche en effet à évaluer la contribution du mécanisme de catégorisation mentale dans le développement de l'esprit critique appliqué en mathématiques et en sciences. La catégorisation consiste à associer une entité à une catégorie mentale préexistante chez un individu. La catégorie mentale se caractérise par une structure mentale qui n'est pas figée, mais mouvante, évoluant en fonction des expériences de l'individu (Hofstadter & Sander, 2013). La catégorisation consiste ainsi à donner un point de vue sur une situation. Elle permet de percevoir le « même », c'est-à-dire de détecter les points communs entre deux entités sans s'attacher aux spécificités d'une situation. Au gré des situations, il est possible d'assigner une entité à une multitude de catégories possibles : la catégorisation peut donc être multiple. Une campagne publicitaire de la RATP avait justement utilisé ce principe pour lutter contre les oublis d'affaires dans le métro parisien. Sur cette image (Figure 1), on voit ainsi qu'un même objet (par exemple, une peluche) peut appartenir à au moins trois catégories différentes selon le point de vue adopté : un doudou, un colis suspect, une heure de trafic perturbé. Il est d'ailleurs intéressant de noter que la catégorie « colis suspect » n'a pas toujours été lexicalisée, mais depuis la succession d'attentats, cette catégorie est maintenant mémorisée et comprise par tous. Une même entité peut donc appartenir à différentes catégories selon le point de vue adopté sur une situation.



Figure 1 – Affiche d’une campagne publicitaire de la RATP

Le mécanisme psychologique de catégorisation permet ainsi de changer de point de vue sur une situation. En cela, il nous semble être un outil fécond pour dépasser les connaissances naïves (chapitre 3). Ces dernières sont issues de la vie quotidienne, préexistent à l’apprentissage et persistent après ce dernier. Les connaissances naïves coexistent alors avec les connaissances expertes, car elles ont un certain domaine de validité dans la vie quotidienne. Aussi, les individus peuvent s’appuyer dessus dans de nombreuses situations quotidiennes (Lautrey et al., 2008). Mais les connaissances naïves sont limitantes quand il s’agit de raisonner de manière sophistiquée dans des contextes complexes, comme ceux du raisonnement causal et du raisonnement proportionnel. Cela a des impacts potentiels non seulement sur les performances scolaires, mais aussi sur les prises de décisions et la formation d’opinions correctes dans la vie quotidienne. Prenons un exemple léger, sans conséquence majeure : tout en se rafraîchissant au bord du lac de Genève, M. demande à C. si elle sait à quoi correspond le mot « grison » dans « viande de grison ». C. connaît très bien ce terme, car la « viande de grison » fait partie de sa catégorie *ad hoc*, la charcuterie incontournable d’une raclette, depuis son enfance. C. répond directement qu’elle ne s’était jamais posé la question, mais que ce doit être la viande d’un grison. M. demande alors à C. si elle a déjà vu cet animal et s’il ne ressemblerait pas à un bison... M. avoue ensuite qu’il avait la même connaissance naïve de la viande de grison avant que son père E. ne lui explique que « grison » est en fait le nom du canton suisse où cette viande est fabriquée. Pourquoi C. et M. ont-ils pensé que « grison » était un animal ?

Habituellement, on décrit la provenance animale des viandes : la viande de bœuf, de poulet... Cette connaissance, qu'on qualifiera de naïve, leur permet, dans de nombreux contextes, de comprendre leur environnement. Mais dans le même temps, cette connaissance naïve les a induits en erreur dans le cas de « la viande de grison ». Ainsi, les connaissances naïves ont un certain domaine de validité, et elles vont permettre à un individu d'appréhender son environnement. Mais ce domaine de validité est limité et elles peuvent hors de ce domaine conduire à des raisonnements inappropriés. Dans le cadre du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal, les connaissances naïves sont nombreuses. Notre hypothèse générale est que s'exercer à catégoriser de différentes manières permet de mieux saisir la structure du phénomène ou du problème à résoudre, et donc de ne pas se restreindre aux connaissances naïves.

Pour tester cette hypothèse, nous avons mené une expérimentation en situation écologique, c'est-à-dire en milieu scolaire, auprès de plus de 600 élèves de CM1-CM2. Les élèves du groupe expérimental ont fait partie d'un dispositif pédagogique, RaiFlex (Raisonnements Flexibles) que nous avons développé et testé, afin de développer leur esprit critique appliqué au raisonnement proportionnel et au raisonnement causal. Au travers de ce dispositif, nous participons à l'approche *evidence-based education*, la recherche en éducation fondée sur des données probantes et souhaitons amener une réflexion sur l'implémentation de ce type de recherche.

**PARTIE 1 :**  
**CADRE THÉORIQUE**



# Chapitre 1 :

## Caractériser l'esprit critique

Le concept d'esprit critique a été étudié par différents champs disciplinaires, et en particulier par la philosophie et la psychologie. Alors que certains courants philosophiques proposent des critères idéaux et normatifs, reposant sur la réflexivité, la plupart des travaux de psychologie cognitive se concentrent sur les compétences acquises en situation d'apprentissage, de prise de décision et de résolution de problèmes. Selon les approches, l'accent est alors mis soit sur une capacité à élaborer des représentations ou des stratégies soit sur une attitude réflexive. Nous examinerons tout d'abord les différentes acceptions de l'esprit critique tout en essayant de le situer par rapport à des notions qui entretiennent une certaine proximité, telles que la métacognition et la flexibilité cognitive. Puis, nous identifierons les échelles de mesure de l'esprit critique et les méthodes existantes visant à favoriser son développement.

### 1.1 Le penseur critique

#### 1.1.1 Approches normatives versus descriptives

Les acceptions de l'esprit critique sont nombreuses. Il se distingue toutefois deux tendances principales (Lai, 2011 ; Sternberg, 1986), l'une s'inscrivant dans un ancrage philosophique et l'autre dans un ancrage psychologique. Pour l'une comme pour l'autre, la dimension éducative paraît centrale : l'esprit critique est régulièrement étudié avec l'objectif d'être développé chez des apprenants.

Les approches philosophiques ont en commun de se concentrer sur l'identification du penseur critique idéal. Un des principaux critères est celui de l'exercice de la pensée réflexive. Dewey (1931) considère la pensée réflexive (« reflective thinking ») comme « an active, persistent and careful consideration of a belief or supposed form of knowledge in the light of the grounds which support it and the further conclusions to which it tends<sup>4</sup> » (p. 9). La pensée réflexive y apparaît conçue comme un processus actif, coûteux en temps, qui repose sur l'évaluation de la qualité de son propre raisonnement. Facione (2000) caractérise aussi l'esprit critique par sa dimension réflexive —

---

<sup>4</sup> « un examen actif, persistant et minutieux d'une croyance ou d'une forme supposée de connaissance à la lumière des motifs qui la sous-tendent et des conclusions ultérieures auxquelles elles tendent. » (notre traduction)

« judging in a reflective way what to do or what to believe <sup>5</sup> » (p. 80) – tout comme Paul (1990) – «The art of thinking about your thinking <sup>6</sup> » (p. 32) — ou encore Ennis (2016 ; voir aussi 1987, 1991, 2011, 2015) — «reasonable, reflective thinking that is focused on deciding what to believe or do <sup>7</sup>» (2016, p. 8). Un second critère porte sur la qualité du raisonnement : Glaser (1941) souligne la nécessité de connaître les méthodes de l'investigation et du raisonnement logiques. Et Lipman (1988) voit l'esprit critique comme la manifestation d'une pensée habile et responsable qui conduit au bon jugement, et repose aussi sur une observation prudente de la situation. Les caractéristiques du penseur critique idéal sont donc nombreuses. Ennis (1987, 2016) propose 18 capacités du penseur critique idéal :

- |  |  |
|--|--|
| 1. Se concentrer sur une question                                | 10. Proposer et évaluer des jugements de valeur                            |
| 2. Analyser les arguments  | 11. Définir les termes et évaluer les définitions                          |
| 3. Demander et répondre à des questions de clarification         | 12. Gérer l'équivoque de manière appropriée                                |
| 4. Comprendre et utiliser les graphiques et les mathématiques    | 13. Attribuer et évaluer des hypothèses non déclarées                      |
| 5. Évaluer la crédibilité d'une source                           | 14. Réfléchir en faisant des suppositions                                  |
| 6. Analyser et évaluer les retours d'observation                 | 15. Reconnaître les arguments fallacieux                                   |
| 7. Utiliser les connaissances existantes                         | 16. Connaître et vérifier la qualité de sa propre pensée ("métacognition") |
| 8. Déduire et évaluer des déductions                             | 17. Traiter les choses de manière ordonnée                                 |
| 9. Proposer et évaluer des inférences et des arguments inductifs | 18. Employer des stratégies rhétoriques                                    |

A ces capacités, s'ajoutent 12 dispositions, qui désignent les habitudes d'esprit et les attitudes contribuant à la pensée critique. En effet, il ne suffit pas de posséder les capacités du penseur critique pour en être un, car il faut aussi être disposé à les mettre en pratique, à utiliser spontanément l'esprit critique (Glaser, 1941 ; Ennis 1987). Le penseur critique idéal est disposé à :

- |   |   |
|---|---|
| 1. Proposer de clarifier la question ou la conclusion   | 7. Être attentif aux alternatives   |
| 2. Rechercher et proposer des raisons claires, et expliquer clairement leurs relations les unes avec les autres | 8. Être ouvert d'esprit.  |
| 3. Essayer d'être bien informé  | 9. Prendre position et changer de position lorsque les preuves sont suffisantes         |
| 4. Utiliser régulièrement des sources et des observations crédibles, et les mentionner                          | 10. Chercher autant de précision que requiert la situation                              |
| 5. Prendre en compte la situation au niveau global  | 11. Chercher la vérité et essayer de "bien faire les choses" dans la mesure du possible |
| 6. Garder à l'esprit le contexte initial  | 12. Employer les capacités de pensée critique et leurs dispositions                     |

Lorsqu'une approche philosophique de l'esprit critique est adoptée, les capacités et dispositions apparaissent donc très diverses, sans être liées à des mécanismes ou fonctions cognitives spécifiques. Il s'avère alors difficile d'anticiper à quels comportements spécifiques ils correspondent

<sup>5</sup> « jugement réflexif sur les manières de faire ou de croire » (notre traduction)

<sup>6</sup> « L'art de penser sa propre pensée » (notre traduction)

<sup>7</sup> « une pensée réflexive et raisonnable pour décider de ce qu'il faut croire ou faire » (notre traduction)

dans des situations écologiques. En tentant une synthèse, le panel de consensus Delphi, composé de 46 philosophes, dont Ennis, Facione et Paul, ainsi que de chercheurs en sciences sociales et des scientifiques, organisé par l'Association Philosophique Américaine (APA), s'est accordé sur cette caractérisation de l'esprit critique en 1990 :

« We understand critical thinking to be purposeful, self-regulatory judgment which results in interpretation, analysis, evaluation, and inference, as well as explanation of the evidential, conceptual, methodological, criteriological, or contextual considerations upon which that judgment is based. Critical thinking is essential as a tool of inquiry. As such, critical thinking is a liberating force in education and a powerful resource in one's personal and civic life. While not synonymous with good thinking, critical thinking is a pervasive and self-rectifying human phenomenon. The ideal critical thinker is habitually inquisitive, well-informed, trustful of reason, open-minded, flexible, fair-minded in evaluation, honest in facing personal biases, prudent in making judgments, willing to reconsider, clear about issues, orderly in complex matters, diligent in seeking relevant information, reasonable in the selection of criteria, focused in inquiry, and persistent in seeking results which are as precise as the subject and the circumstances of inquiry permit. Thus, educating good critical thinkers means working toward this ideal. It combines developing critical thinking skills with nurturing those dispositions which consistently yield useful insights and which are the basis of a rational and democratic society<sup>8</sup>. » (Facione, 1990, p. 2)

---

<sup>8</sup> « Nous comprenons la pensée critique comme étant un jugement volontaire, autorégulateur, qui se traduit par les capacités d'interprétation, d'analyse, d'évaluation et d'inférence, ainsi que par les capacités d'explication des considérations probantes, conceptuelles, méthodologiques, contextuelles ou des critères sur lesquelles ce jugement est fondé. La pensée critique est essentielle en tant qu'outil d'investigation. En tant que telle, la pensée critique est une force libératrice pour l'éducation et une ressource puissante dans la vie personnelle et civique. Bien qu'elle ne soit pas synonyme de bonne pensée, la pensée critique est un phénomène humain omniprésent et qui s'auto-rectifie. Le penseur critique idéal est habituellement curieux, bien informé, confiant dans la raison, ouvert d'esprit, flexible, impartial dans l'évaluation, honnête face aux préjugés personnels, prudent dans ses jugements, disposé à réexaminer, conscient des problèmes, méthodique pour traiter les questions complexes, diligent dans sa recherche d'informations pertinentes, raisonnable dans la sélection de critères, concentré sur la recherche, et persistant dans sa recherche de résultats aussi précisément que le sujet et les circonstances de la recherche le permettent. Ainsi, éduquer les bons penseurs signifie viser à atteindre cet idéal. Cela requiert le développement de compétences de pensée critique avec le développement de dispositions qui résultent systématiquement en la production d'informations utiles et constituent la base d'une société rationnelle et démocratique. » (notre traduction)

Un point commun des approches philosophiques décrites ici consiste à être normatif, tentant de définir un penseur critique idéal via des concepts larges, tels que le raisonnement, le jugement, la décision. De telles approches se prêtent assez difficilement à une opérationnalisation de l'esprit critique.

Les travaux en psychologie qui se sont orientés sur cette question adoptent une perspective qui contraste avec les approches philosophiques. Ces approches psychologiques sont descriptives, car elles consistent à établir les fonctions cognitives nécessaires à l'esprit critique. Sternberg conçoit l'esprit critique comme comprenant « the mental processes, strategies and representations people use to solve problems, make decisions and learn new concepts <sup>9</sup> » (1986, p.1). Il identifie trois compétences nécessaires à l'esprit critique : « metacomponents, performance components and knowledge-acquisition components <sup>10</sup> » (1986, p. 10-11). Les métacomposantes sont un processus de haut niveau qui comprend les compétences de définition et d'évaluation d'un problème. Les composantes de performance permettent d'exécuter les instructions des composantes méta et de lui donner un *feedback*. Enfin, les composantes d'acquisition de connaissances concernent les processus utilisés pour apprendre des concepts ou des procédures. Cette approche s'intéresse non pas à un penseur critique idéal, mais à la façon de penser des individus dans des conditions réelles (Sternberg, 1986). L'adjectif « critique » réfère à la capacité d'évaluer ou de juger avec l'objectif de produire un *feedback* utile et précis, qui sert à améliorer le processus de pensée (Halpern, 1998). En outre, le terme critique induit qu'il s'agit d'un comportement autonome – si un enseignant dicte à l'élève chaque étape à suivre, il ne s'agit pas d'esprit critique – et d'un comportement réfléchi – prendre la décision de lire un article scientifique ne correspond pas à une forme d'esprit critique, mais soupeser les faits mentionnés afin de décider de croire aux informations l'est – (Willingham, 2008). Willingham caractérise ainsi l'esprit critique comme la capacité de « seeing both sides of an issue, being open to new evidence that disconfirms your ideas, reasoning dispassionately, demanding that claims be backed by evidence, deducing and inferring conclusions from available facts, solving problems, and so forth <sup>11</sup> » (2008, p. 8).

Les psychologues tendent donc à caractériser l'esprit critique par une série de compétences (Lewis & Smith, 1993), qualifiées parfois de réductionnistes par les philosophes (Bailin, 2002 ;

---

<sup>9</sup> « les processus mentaux, les stratégies et représentations que les personnes utilisent pour résoudre des problèmes, prendre des décisions et apprendre de nouveaux concepts » (notre traduction)

<sup>10</sup> « métacomposantes, composantes de performance, composantes d'acquisition des connaissances » (notre traduction)

<sup>11</sup> « voir les deux facettes d'une question, être ouvert à de nouvelles preuves qui réfutent ses idées, raisonner sans passion, exiger que toutes affirmations soient étayées par des preuves, déduire et inférer des conclusions à partir de faits connus, résoudre des problèmes, etc. » (notre traduction)

Lai, 2011) : selon eux, l'esprit critique ne serait pas réductible à une somme de compétences (Van Gelder, 2005). Toutefois, on peut noter que les approches philosophiques et psychologiques s'accordent sur la nécessité d'esprit critique pour mener à bien les tâches suivantes :

- **analyser des arguments et des preuves** (Ennis, 1987 ; Facione, 1990 ; Halpern, 1998 ; Kuhn, 2015 ; Paul, 1992)
- **faire des inférences en utilisant un raisonnement inductif ou déductif** (Ennis, 1987 ; Facione, 1990 ; Glaser, 1941 ; Paul, 1992 ; Willingham, 2008)
- **évaluer et prendre des décisions** (Ennis, 1987 ; Facione, 1990 ; Halpern, 1998 ; Lipman, 1988)
- **résoudre des problèmes** (Ennis, 1987, Halpern, 1998 ; Sternberg, 1986 ; Willingham, 2008)

### 1.1.2 Caractère spécifique ou général de l'esprit critique

Une question qui reste controversée est celle du caractère transdomaine (*domain-general*) ou spécifique à chaque domaine (*domain specific*) de l'esprit critique : est-il possible de transférer cette supposée capacité générale, qu'est l'esprit critique, d'un domaine à un autre ? Glaser (1941) soulignait déjà la difficulté de savoir si les compétences associées à l'esprit critique correspondent à des traits génériques ou si elles sont dépendantes du contexte. Ces différents points de vue restent présents, sans d'ailleurs que la distinction entre approche philosophique et psychologique soit discriminante. Ainsi Lipman (1988), Halpern (2001) et Van Gelder (2005) soutiennent que l'esprit critique est général. Halpern (2001) le justifie par le succès mesuré expérimentalement des méthodes d'enseignement *stand-alone* (sans contenu disciplinaire). De ce fait, l'esprit critique serait transférable à des contextes nouveaux. Certains soutiennent au contraire que l'esprit critique est spécifique à une discipline (Perkins & Salomon, 1989 ; McPeck, 1990 ; Bailin, 2002 ; Willingham, 2008). Les compétences générales n'auraient que peu d'utilité (McPeck, 1990), car trop génériques (Bailin, 2002). Le transfert spontané de ces compétences à de nouveaux contextes est extrêmement rare (Willingham, 2008), et ainsi, ces compétences générales seraient non-enseignables (Tricot & Sweller, 2014). Ennis (1989) considère à la fois que penser de manière critique sans contenu n'est pas possible, mais qu'enseigner des principes de pensée critique sans contenu l'est. Il prend l'exemple des principes de la logique formelle qui s'appliquent à tout type de contenu. Ceci justifierait un enseignement "général" de la pensée critique, bien qu'Ennis considère dans le même temps l'importance de fournir des exemples concrets dans des domaines et sur des sujets différents pour favoriser le transfert et la généralisation.

Cette analyse de la littérature sur l'esprit critique met en lumière un difficile consensus afin de proposer une caractérisation de l'esprit critique. Les approches, aussi bien philosophiques que

psychologiques, identifient une multitude de compétences larges, dont la juxtaposition pourrait résulter en des conséquences opposées. Ainsi, le fait que l'esprit critique soit à la fois associé à une vigilance envers les informations erronées et un appel à plus d'ouverture d'esprit (Facione, 1990) illustre un tel paradoxe. En outre, les approches psychologiques semblent mettre en avant un ensemble de facteurs divers : l'effort descriptif se limite à identifier les obstacles (les biais) qui s'interposent sur la voie de la réponse "correcte" ou du choix considéré a priori comme optimal (Pasquinelli et al., 2019). Face à cet ensemble de facteurs, nous souhaitons identifier plus précisément deux fonctions cognitives de l'esprit critique, qui nous apparaissent déterminantes dans le développement de l'esprit critique : la métacognition et la flexibilité cognitive. En effet, ces deux fonctions cognitives recèlent des ressorts pour l'esprit critique : d'une part, la métacognition est reliée à une nécessaire prise de conscience et d'autre part, la flexibilité cognitive est associée à la capacité de changement de point de vue. Or prise de conscience sur sa propre pensée et changement de point de vue apparaissent être des compétences clés de l'esprit critique (Ennis, 2016 ; Willingham, 2008 ; Facione, 1990 ; Paul, 1990).

## **1.2 Deux composantes associées à l'esprit critique**

### **1.2.1 La métacognition**

Une conception répandue de la métacognition est qu'elle concerne l'ensemble des processus, pratiques, croyances et connaissances qui permettent à un individu de réguler ses activités cognitives (Cross & Paris, 1988 ; Martinez, 2006 ; Proust, 2012). Bien que la notion de métacognition paraisse apparentée à celle d'introspection et évoque le célèbre « Connais-toi toi-même » socratique, le terme même de métacognition a été introduit relativement récemment par Flavell (1976). La métacognition est alors conçue comme la capacité d'un individu à apprécier, évaluer et estimer la validité de sa propre pensée : « I am engaging in metacognition if I notice that I am having more trouble learning A than B ; if it strikes me that I should double-check C before accepting it as a fact <sup>12</sup> » (Flavell, 1976, p. 232). On voit ici la proximité avec l'acceptation de Paul (1990) de l'esprit critique comme penser sur sa propre pensée. Ainsi, selon Flavell (1979), puis Kuhn (1999), l'esprit critique est une des composantes de la métacognition. Kuhn (1999) définit les compétences métacognitives comme des capacités de second ordre permettant de connaître sa propre connaissance ou celle d'autrui. Elle distingue au sein de la métacognition trois types de métaconnaissances : les connaissances métacognitives, qui opèrent sur les connaissances

---

<sup>12</sup> « Je m'engage dans la métacognition si je remarque que j'ai plus de difficulté à apprendre A que B ; s'il me semble que je devrais revérifier C avant de l'accepter comme un fait. » (notre traduction)

déclaratives, les connaissances métastratégiques, qui concernent les connaissances procédurales, et les connaissances épistémiques qui portent sur le processus de production de la connaissance. Kuhn (1999) explique que ces trois types de métaconnaissances sont centraux pour l'esprit critique, car, par définition, il requiert d'être réflexif sur ses connaissances et de pouvoir les justifier face à autrui. À l'inverse, certains chercheurs (Van Gelder, 2005 ; Willingham, 2008) considèrent la métacognition comme une des composantes de l'esprit critique, puisqu'il est nécessaire de développer ses stratégies au moment opportun et de savoir se réguler soi-même (Facione, 1990) pour faire preuve d'esprit critique. De récents travaux (Goupil & Kouider, 2019) ont mis en évidence qu'une métacognition implicite, consistant à estimer sa confiance dans sa prise de décision, semblait déjà présente chez les très jeunes enfants. Dans cette expérience, des jouets étaient cachés devant des enfants âgés de 12 à 18 mois. Ils devaient ensuite selon un temps plus ou moins long indiquer la cachette du jouet. S'ils indiquaient la bonne cachette, une récompense leur était donnée avant vérification. Les enfants attendent davantage leur récompense quand ils ont effectué un choix correct qu'incorrect. Ils arrivent donc à estimer la confiance dans leur réponse. Très tôt, nous serions donc capables d'identifier notre confiance dans nos prises de décision de façon implicite. Et à l'âge scolaire, les différences entre enfants en termes de stratégies métacognitives sont corrélées avec le niveau scolaire (Sangster-Jokic & Whitebread, 2011). Sans prouver un lien de causalité, Efklides, Samara et Petropoulou (1999) ont montré que les élèves avec un faible niveau scolaire étaient aussi ceux qui avaient des difficultés à utiliser des stratégies métacognitives. Une corrélation existe donc entre le niveau de métacognition et le niveau académique en général (Kuyper, Van der Werf, & Lubbers, 2000) et le niveau en mathématiques (Desoete & Veenman, 2006 ; Stillman & Mevarech, 2010). Un rapport de l'Educative Endowment Foundation, considère l'impact de la métacognition dans les pratiques pédagogiques comme l'une des plus efficaces (faible coût, fort niveau de preuve et gains de 7 mois d'apprentissage en moyenne). Toutefois, de même que pour l'esprit critique, la question se pose du caractère *domain-specific* ou *domain-general* de ce type d'entraînement. Après analyse de la littérature, l'Educative Endowment Foundation conseille que l'entraînement soit spécifique au contenu : « There is little evidence of the benefit of teaching metacognitive approaches in « learning to learn » or « thinking skills » sessions. Pupils find it hard to transfer these generic tips to specific tasks. Self-regulated learning and metacognition have often been found to be context-dependent (...) <sup>13</sup> » (2018, p. 24).

---

<sup>13</sup> « Il y a peu de preuves du bénéfice d'enseigner des approches métacognitives dans les sessions « apprendre à apprendre » ou « à penser ». Les élèves ont du mal à transférer ces astuces génériques à des tâches spécifiques. On a souvent constaté que l'apprentissage et la métacognition autorégulés dépendent du contexte. » (notre traduction)

### 1.2.2 La flexibilité cognitive

Le deuxième processus cognitif que nous identifions comme un ressort de l'esprit critique est celui de la flexibilité cognitive. Paul (1990) affirmait qu'une composante essentielle de l'esprit critique est la capacité de « test the strengths and weaknesses of opposing points of view <sup>14</sup> » (p. 17), ce qu'il nomme pensée dialogique. Cette caractéristique semble aussi faire référence à celle de flexibilité. En effet, la flexibilité cognitive se caractérise par la capacité à s'adapter à des situations nouvelles (Miyake et al., 2000 ; Deak & Wiseheart, 2015). Elle implique la capacité de choisir, et même de basculer, parmi plusieurs représentations d'un objet ou d'une situation, en réponse à un changement pertinent de l'environnement (Jacques & Zelazo, 2005 ; Chevalier & Blaye, 2008 ; Cragg & Chevalier, 2012). Dans la tradition des approches neuropsychologiques de la flexibilité, celle-ci fait partie des fonctions exécutives, au même titre que l'inhibition et la mémoire de travail, c'est-à-dire des processus qui permettent de réguler sa pensée et ses actions en fonction des buts que l'on cherche à atteindre. La flexibilité se caractérise alors par le déplacement volontaire de l'attention d'une catégorie de stimuli à une autre, ou d'un processus cognitif à un autre (Miyake et al., 2000). Dans cette dernière perspective, elle se résume alors à la capacité de basculer son attention entre plusieurs tâches : capacité de *switching* ou indifféremment de *shifting*.

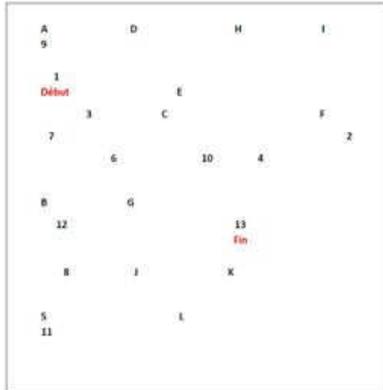
Cette flexibilité attentionnelle se développe en particulier en âge préscolaire. De nombreux tests (Figure 2) existent pour mesurer la flexibilité chez des enfants de moins de 10 ans : les tâches de changements de règles (*Dimensional Change Card Sorting Test*, Zelazo, 2006 ; *Three Dimensional Change Card Sorting Test*, Deak, 2003), les tâches d'inductions flexibles (Flexible Induction of Meaning-Animals/Objects, Deak & Narasimham, 2014), les tâches de classification d'objets (Smidts, Jacobs, & Anderson, 2004), les tâches de sélection flexible d'items (Jacques & Zelazo, 2005) , les tests d'attention (Chevalier & Blaye, 2008 ; *Shape School*, Espy, 1997). Toutefois, on observe un effet plafond dès l'âge de 5 ans pour certaines de ces tâches (Zelazo, 2006). Il existe moins de tests mesurant la flexibilité attentionnelle à l'âge adulte : le *Trail making Test* (Partington & Leiter, 1949) et le *Wisconsin Card Sorting* (Grant & Berg, 1948) apparaissent comme les plus répandus.

---

<sup>14</sup> « tester les forces et les faiblesses de points de vue opposés » (notre traduction)

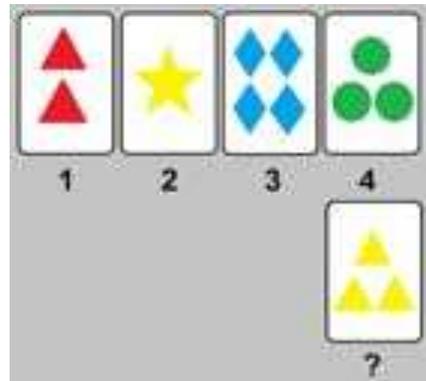
## Deux tests de flexibilité pour adultes

### Trail Making Test, Partington & Leiter, 1949



Dans une première condition, on demande aux participants de relier entre eux des chiffres par ordre croissant (1-2-3-4-5) le plus rapidement possible. Puis, dans une seconde condition, on leur demande d'alterner entre des chiffres et des lettres (1-A-2-B-3-C, etc.). On mesure le temps pour effectuer chacune de ces tâches (chiffres seuls vs chiffres et lettres). On calcule la différence entre les deux conditions, ce qui reflète le coût cognitif de la flexibilité mentale.

### Wisconsin Card Sorting Game Grant & Berg, 1948

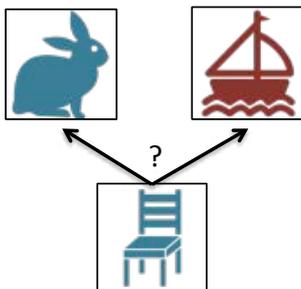


On présente au participant quatre cartes qui diffèrent en fonction du nombre, de la couleur et du type de formes. On demande au participant d'associer une à une 128 cartes avec l'une des quatre cartes de bases. L'examineur décide si les cartes doivent être classées en fonction du nombre, de la couleur ou du type de formes sans l'indiquer au participant. Il lui indique seulement si son association est correcte ou non. Au cours du test, il change de critères de classification, toujours sans l'indiquer au participant. L'examineur mesure le temps mis pour comprendre et prendre en compte les nouvelles règles ainsi que le nombre d'erreurs faites avant la compréhension de la nouvelle règle par le participant.

## Deux tests de flexibilité pour enfants

### Dimensional Change Card Sorting Test,

Zelazo, 2006



On présente à l'enfant deux cartes : un lapin bleu et un bateau rouge. On indique à l'enfant que l'on commence par jouer au jeu des couleurs : quand on retourne une nouvelle carte, si elle est rouge, on la met là (sur le bateau rouge), si elle est bleue, on la met ici (sur le lapin bleu). On joue à ce premier jeu. L'enfant y arrive. Puis on lui indique qu'on change de jeu, maintenant il va jouer au jeu de la forme : quand on retourne une nouvelle carte, si c'est un lapin, on la met là (sur le lapin bleu), si c'est un bateau, on la met ici (sur le bateau rouge). On mesure si l'enfant arrive à changer de règles (de la couleur à la forme).

### Shape School, Espy, 1997

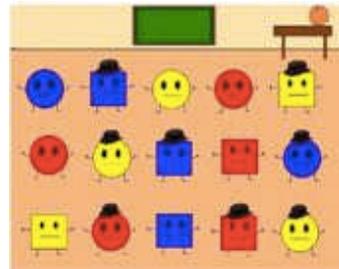


Image tirée de Lapan & Boseovski, 2017

On présente à l'enfant une image d'élèves de différentes couleurs et formes. Dans un premier temps, les enfants doivent nommer les élèves par leurs couleurs. Puis, on présente une deuxième image où certains élèves portent des chapeaux. Les enfants doivent switcher entre deux règles : nommer la couleur pour les élèves sans chapeaux et nommer la forme pour les élèves avec chapeaux. On mesure le nombre de réponses correctes.

Figure 2 – Exemples de test mesurant la flexibilité cognitive pour adultes et enfants

De nombreux modèles de flexibilité des adultes (Baddeley, Chincotta et Adlam, 2001 ; Emerson et Miyake, 2003) testent l'hypothèse selon laquelle pour basculer entre plusieurs tâches, il faut d'abord déterminer quelle tâche doit être exécutée, c'est-à-dire définir l'objectif de tâche correspondant. Une fois que l'objectif est défini, il devient possible de réorienter l'attention en inhibant les informations non pertinentes et en activant celles pertinentes pour sélectionner une réponse. Le paradigme de changement de tâches utilisé avec les adultes (Rogers & Monsell, 1995) demande aux participants d'alterner entre deux tâches ou plus. Toutefois, dans ce cadre expérimental, il s'agit davantage d'étudier les mécanismes de double tâche. Or le concept de flexibilité cognitive ne se limite pas à la capacité de basculer d'une tâche à une autre. Il est utilisé aussi pour décrire la capacité de passer d'un concept à un autre (Clément, 2009). Une façon d'appréhender cette flexibilité conceptuelle est d'étudier la notion duale, traditionnellement qualifiée de fixation mentale, qui met l'accent sur la difficulté à changer son point de vue sur une situation et de rester figé sur le premier point de vue adopté, qui est pourtant inadéquat pour la réalisation de la tâche (Clément, 2006). Ainsi, le problème de la bougie créée par Duncker (1945) met en évidence un effet de fixation, dite fonctionnelle : une bougie, une pochette d'allumettes et une boîte de punaises sont présentées aux participants. L'expérimentateur demande au sujet de fixer la chandelle au mur sur un tableau de liège sans que la cire ne tombe par terre. Dans la condition où la boîte de punaises est remplie de punaises, l'expérience montre que des participants adultes ne parviennent pas à utiliser spontanément la boîte comme support pour fixer une bougie au mur, contrairement à la condition où les punaises sont présentées à l'extérieur de la boîte. En effet, la boîte n'est pas vue comme un support, car sa fonction habituelle de contenant est d'autant plus saillante que la boîte est remplie de punaises. Il est difficile d'envisager les fonctions alternatives d'un objet lorsque sa fonction principale est rendue saillante. Les connaissances usuelles sur l'utilisation d'objets familiers peuvent donc induire un certain point de vue, faisant obstacle à la résolution du problème. Par contraste, la flexibilité conceptuelle réfère à cette capacité de prendre un point de vue différent de celui adopté en premier lieu, qui résulte de nos habitudes. Mais outre le poids de nos expériences, nos capacités langagières pourraient expliquer aussi pourquoi certains points de vue seraient plus ancrés que d'autres (Chevalier & Blaye, 2006). Par exemple, un couteau peut être associé à une fourchette, dès lors que l'un et l'autre sont envisagés comme éléments du concept *couvert*, mais également à un ciseau ou à une hache lorsque ces derniers sont considérés selon leur appartenance au concept *objet tranchant*. Évidemment, si un enfant ignore le concept de *couvert*, il n'aura pas la possibilité d'associer la fourchette et le couteau. Ainsi la réussite aux tâches de flexibilité catégorielle sémantique (associer les objets par sorte) dépend aussi du développement langagier (Chevalier & Blaye, 2006). La flexibilité dépend ainsi également des expériences vécues. Dans une expérience menée auprès d'enfants de 5 ans, 6 ans et 7 ans, German et Defeyter (2000)

ont adapté le problème de la bougie : les enfants devaient aider une peluche à attraper un jouet posé sur une étagère hors de leur portée. Ils avaient à leur disposition soit une caisse remplie d'objets, soit une caisse avec les mêmes objets posés autour. La première condition rend davantage saillante la fonction de contenant. Les enfants les plus âgés (6 et 7 ans) présentent alors les mêmes effets de fixation que ceux des adultes résolvant le problème de la bougie : ils mettent plus de temps à utiliser la caisse comme un support quand la fonction de contenant est saillante que dans celle où les objets sont répartis autour de la caisse. En revanche, les plus jeunes (5 ans) ne sont pas sensibles à ces effets de saillance. Ils sont aussi rapides à utiliser la caisse comme un support dans les deux conditions. Leur performance dans la résolution du problème quand la caisse est remplie d'objets est même supérieure à celle des enfants plus âgés. L'interprétation des auteurs est que les enfants les plus jeunes présenteraient une moindre fixation fonctionnelle du fait de moindres expériences induisant un usage conventionnel des objets, telle que la fonction de rangement d'objets pour la caisse.

Un autre exemple de résistance au changement de point de vue sur une situation est mis en avant dans un problème proposé par Posner (1973) : « Deux gares ferroviaires sont distantes de 50 miles. Un samedi, à 14h, deux trains partent chacun d'une des deux gares, à la rencontre l'un de l'autre. Au moment où les trains quittent les gares, un oiseau surgit des airs, se place devant le premier train, et vole en direction du second train. Quand il atteint le second train, il fait demi-tour et repart vers le premier train. L'oiseau continue ces allers-retours jusqu'à ce que les deux trains se rencontrent. Sachant que les deux trains roulent à 25 miles par heure et l'oiseau vole à 100 miles par heure, combien de miles l'oiseau aura-t-il parcourus jusqu'à ce que les trains se rencontrent ? ». Comme souligné par Novick & Hmelo (1994), à première vue, ce problème peut paraître complexe, et pourrait même nécessiter une mise en équation pour être résolu. En effet, la lecture de l'énoncé induit un certain point de vue sur le problème, celui des allers-retours de l'oiseau (Figure 3a). Or, un autre point de vue est envisageable : celui du trajet parcouru par les trains (Figure 3b). La procédure permettant une solution rapide devient alors évidente : puisque la distance entre les deux gares est de 50 miles et que les trains roulent à 25 miles/h, ils se rencontreront au bout d'une heure. Étant

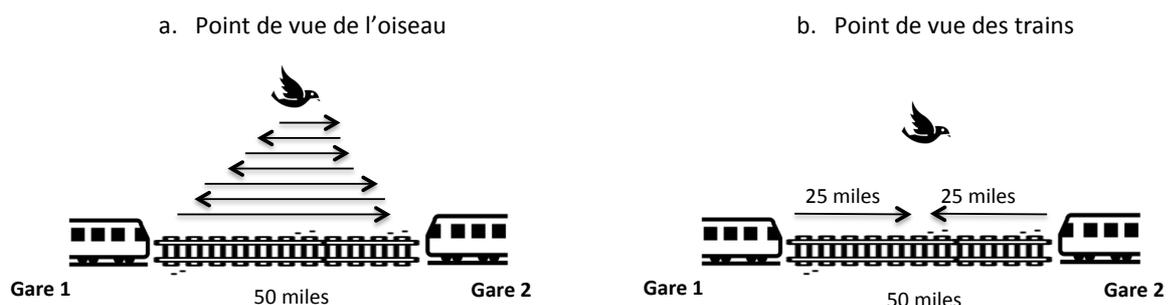


Figure 3 – Deux représentations (a et b) du problème des trains et de l'oiseau (Posner, 1973)

donné que l’oiseau vole à 100 miles par heure, il parcourra 100 miles. Dans cet exemple, être flexible, c’est être capable de passer du point de vue induit par l’énoncé (point de vue de l’oiseau) à celui du point de vue du trajet des trains. La flexibilité de procédures peut être introduite comme « knowing more than one type of procedure for solving a particular type of problem, and applying them adaptively to a range of situations <sup>15</sup> » (Rittle-Johnson, 2017, p. 1 ; voir aussi Schneider, Rittle-Johnson, & Star, 2011 ; Star & Newton, 2009). Selon cette perspective, la flexibilité peut être mesurée par la maîtrise d’un éventail de procédures ou stratégies (Rittle-Johnson & Star, 2007 ; Star & Seifert, 2006), la capacité à identifier la stratégie la plus efficace (Verschaffel, Luwel, Torbeyns, & Van Dooren, 2011) ou la capacité à identifier une nouvelle méthode liée à une stratégie enseignée (Begolli & Richland, 2016). La flexibilité s’oppose alors à la routine qui pourrait découler d’une « approche mécaniste » de la part de l’élève du fait de l’enseignement reçu (Treffers, 1987) : les élèves se voient imposer par l’enseignant une stratégie avec peu ou pas de solutions alternatives. Certains auteurs vont jusqu’à mentionner un effet de rigidification, qui serait la conséquence d’années de pratiques scolaires : cherchant à se conformer strictement au contrat didactique (Brousseau, 1995), les élèves se limiteraient à donner uniquement la stratégie attendue (Feltovich, Spiro, & Coulson, 1997 ; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, & Verschaffel, 2005). Dans cette perspective, la flexibilité est alors à la fois une compétence et une disposition qui doit être encouragée précocement : il n’est pas loisible d’attendre que les élèves maîtrisent certaines stratégies de façon automatique pour enseigner la flexibilité. Certains auteurs font alors de la flexibilité un objectif primordial de l’enseignement (Baroody, 2003 ; Verschaffel, Luwel, Torbeyns, & Van Dooren, 2009). De nouveau, son enseignement est vu soit comme *domain-specific*, soit comme *domain-general*. Une autre approche considère que la flexibilité est un trait endogène à l’individu et est donc considérée comme relativement indépendante des tâches effectuées (Friedman et al., 2008 ; Carlson, Moses, & Breton, 2002). En revanche, une approche alternative considère que la flexibilité est *domain-specific* (Luwel, Verschaffel, Onghena, & De Corte, 2003) : via l’acquisition de connaissances dans un domaine, la flexibilité d’un individu s’améliore dans ce domaine (Cartwright, Marschall, Dandy, & Isaac, 2010). Ainsi, tout comme pour l’esprit critique et la métacognition, le caractère spécifique ou général de la flexibilité fait débat.

La métacognition et la flexibilité cognitive sont donc deux fonctions cognitives dont les liens avec l’esprit critique sont importants. En effet, l’esprit critique nécessite des capacités métacognitives au travers *a minima* d’une certaine prise de conscience de son point de vue (Ennis,

---

<sup>15</sup> « la connaissance de plusieurs types de procédures pour résoudre un type particulier de problème et leur application de manière adaptative à un éventail de situations. » (notre traduction)

2016 ; Facione, 2000 ; Paul, 1990). Et la flexibilité cognitive correspond à cette capacité de changer de point de vue sur un problème, qui est au cœur de l'esprit critique (Willingham, 2008 ; Paul, 1990).

### **1.3 Susciter le développement de l'esprit critique et évaluer ce développement**

Certains défendent qu'un des enjeux principaux de l'éducation du XXI<sup>e</sup> siècle est celui de développer l'esprit critique (Halpern, 1998). Plusieurs programmes pédagogiques sont ainsi apparus afin de développer l'esprit critique en classe, ainsi que des tests pouvant le mesurer.

#### **1.3.1 Des programmes pédagogiques pour développer l'esprit critique**

Est-il possible d'enseigner l'esprit critique ? Une des premières interrogations pour la mise en place d'un enseignement de l'esprit critique est directement issue de la question du caractère *domain specific* ou *domain general* de l'esprit critique. Comme discuté en 1.1.2, selon le choix théorique opéré entre son caractère général ou spécifique, l'esprit critique peut être enseigné dans des cours dédiés, de façon générale, ou au travers de problèmes concrets attachés à un contenu disciplinaire. Ennis (1989) reconnaît l'existence de quatre formes d'enseignement de l'esprit critique. Tout d'abord, l'enseignement peut être général, c'est-à-dire qu'il repose sur l'instruction de principes généraux et abstraits. Deuxièmement, l'enseignement dit en immersion correspond à enseigner de façon implicite au travers de contenus disciplinaires à partir desquels l'élève développerait la capacité à penser dans cette discipline. Troisièmement, l'enseignement peut s'apparenter à un « processus d'infusion » par lequel l'élève est au contact de contenus de domaine riches, dont des principes généraux sont rendus explicites. Enfin, l'enseignement mixte correspond à un enseignement général et en immersion, ou général et d'infusion. Mais une difficulté à traiter la question de l'enseignement plutôt général ou spécifique de l'esprit critique réside dans la définition de "contenus de domaine" ou "spécifiques", car les domaines varient en taille et en typologie. La réponse à la question de la manière d'enseigner l'esprit critique en relation avec les contenus, et pour favoriser le transfert, ne peut être donc que recherchée empiriquement (Ennis, 2018).

De nombreux programmes pédagogiques ont été conçus afin de développer l'esprit critique en classe. La plupart (Marin & Halpern, 2011 ; Lehman & Nisbett, 1990) partent du principe qu'il existe un ensemble de compétences, définissant l'esprit critique, transversal à plusieurs disciplines. Ainsi, ils sont construits comme une progression indépendante qui s'ajoute au programme scolaire classique, sans être directement appliquée à aucune des disciplines scolaires. Ces programmes d'apprentissage, qui durent en moyenne 3 ans à raison d'une ou deux séances par semaine, constituent une discipline indépendante (enseignement « *stand-alone* »), se prêtant à un transfert au sein des différentes disciplines (Willingham, 2008). Certains de ses programmes utilisent

des problèmes abstraits (*Instrumental Enrichment Program*, Feuerstein & Jensen, 1980), des histoires à mystères (*Productive Thinking Program*, Covington, 1972), ou des discussions de groupe de problèmes quotidiens (*Cognitive Research Trust (CoRT) Program*, DeBono, 1985). Willingham (2008) souligne que les études qui mesurent les effets de ces programmes ont toutefois plusieurs limites méthodologiques : les étudiants sont évalués à la fin du programme, sans évaluation différée, ce qui ne permet donc pas de mesurer si les effets se maintiennent sur le long terme ; souvent il n’y a pas de groupe témoin, ou s’il existe, il est passif, ne menant pas une activité alternative, et ne permettant pas d’isoler l’effet « enthousiasme de l’enseignant pour une nouvelle méthode » ; il n’y a pas de mesure de transfert à des situations réelles ou à des situations différentes de celles utilisées dans le cadre de l’instruction ; et seulement une petite partie de ces études ont été soumises au processus scientifique de publication et de validation par les pairs (Willingham, 2008). Parmi elles, Halpern (1998) a proposé et testé un modèle explicite d’apprentissage de l’esprit critique qui se décline en quatre parties : (i) disposition ou attitude, (ii) instruction et pratique des capacités, (iii) activités dont la structure facilite le transfert selon le contexte, (iv) métacognition. Marin et Halpern (2011) ont évalué l’impact sur des étudiants à l’université d’une intervention conforme à ce modèle. Le groupe expérimental (28 étudiants) était composé de volontaires pour recevoir des leçons en dehors des enseignements scolaires. 6 leçons étaient dispensées sur une période de trois semaines. En outre, deux groupes contrôles ont été constitués : un groupe actif (18 étudiants) qui suivait une intervention implicite (enseignement d’un cours de psychologie cognitive avec des contenus communs, mais implicites) et un groupe passif (24 étudiants) sans intervention. Le protocole était le suivant : prétest, intervention ou seulement programme habituel, posttest. Le groupe expérimental (méthode explicite) et le groupe contrôle actif (méthode implicite) ont progressé entre le prétest et posttest contrairement au groupe passif. Et le groupe expérimental a davantage progressé que le groupe contrôle actif. Cette étude pilote a ensuite répliqué avec 6 leçons données dans le cadre des heures scolaires, deux fois par semaine pendant 6 semaines — 5 classes réparties au hasard entre la condition expérimentale (N = 40), contrôle active (N = 38) et contrôle passive (N=30). Toutes les classes ont passé le prétest et celles de la condition expérimentale et contrôle active ont passé un posttest (immédiat et différé). Les résultats montrent des gains de performance pour les étudiants du groupe explicite, mais pas pour ceux du groupe implicite. L’aspect explicite de la méthode d’apprentissage semble donc crucial pour favoriser le transfert. Toutefois, le posttest même différé reste dans le cadre du cours et *prime* certainement les étudiants. Or l’objectif d’enseigner l’esprit critique est qu’il soit transféré à la vie de tous les jours et ainsi « the ideal learning assessment would occur naturally in the course of one’s life<sup>16</sup> » (Halpern, 1998, p. 451). Évidemment, il est difficile

---

<sup>16</sup> « l’évaluation idéale des apprentissages se produirait naturellement au cours de la vie » (notre traduction)

d'évaluer une méthode sur cette base. C'est toutefois ce qu'ont essayé de faire Lehman et Nisbett (1990), comme reporté par Halpern (1998). Leur intervention concernait entre autres le raisonnement logique, causal et probabiliste. Puis, afin de mesurer le transfert à des situations de la vie réelle, ils ont appelé des étudiants ayant suivi leur cours au premier semestre de leur cursus universitaire, un semestre plus tard, puis trois ans et demi plus tard, en posant des questions au travers d'un questionnaire portant sur leur foyer. Les sujets ne savaient donc pas qu'ils étaient en train de passer un test d'esprit critique. Le transfert a été prouvé avec succès. De ce fait, Halpern (1998) conclut que le transfert est possible dès lors que l'enseignement permet une répétition de l'outil dans plusieurs contextes et un enseignement explicite des stratégies.

Abrami et al. (2015) ont mené une méta-analyse sur un ensemble de 341 interventions pour développer l'esprit critique. Étant donné l'absence de consensus autour du concept d'esprit critique, les auteurs se sont naturellement heurtés à la multitude visée des interventions. Ils ont choisi de recenser toutes les études dont l'objectif était de traiter une des compétences ou dispositions définies par l'American Philosophical Association (Facione, 1990) et dont la durée était d'au moins trois heures. Sont ainsi regroupées dans cette méta-analyse des interventions visant à améliorer les capacités philosophiques ou argumentatives, à discriminer entre faits et inférences, à résoudre des problèmes dans le cadre d'un cours interdisciplinaire algèbre/sciences, à utiliser des organisateurs graphiques, à mener des raisonnements d'investigation, à choisir des articles de journaux... Toutes les études recensées visent donc plus généralement à l'éducation de la pensée et du raisonnement scientifique. Une seconde difficulté tenait à la variété des dispositifs — contenu spécifique ou général, court ou long, enfants, adolescents ou adultes. Troisièmement, l'évaluation du dispositif est conduite à l'aide de tests standardisés mesurant spécifiquement l'esprit critique — comme le *Watson Glaser Critical Thinking Assessment*, le *Cornell Critical Thinking Test*, le *California Critical Thinking Test* — ou non standardisés, car créée par les enseignants ou les chercheurs, mais aussi par des tests non pensés pour évaluer l'esprit critique (les résultats scolaires par exemple). La quatrième difficulté provient de la nature souvent quasi expérimentale ou préexpérimentale des interventions. Elles sont testées dans des contextes « écologiques » et manquent de groupes contrôles ou n'effectuent pas de distribution aléatoire des sujets. En pratique, beaucoup des études recensées dans cette méta-analyse se limitent à comparer les résultats des prétests à ceux des posttests pour un même groupe de sujet, ce qui rend impossible de contrôler *a minima* les effets « test » et les effets « maître ». Les auteurs de la méta-analyse avaient décidé de sélectionner aussi ces études quasi expérimentales, car il considérait le résultat du prétest comme équivalent à celui d'un groupe de contrôle, ne prenant ainsi pas en compte un effet développemental. Ces considérations faites, les résultats de la méta-analyse sont que les compétences de l'esprit critique peuvent être développées

(avec une taille d'effet de 0,30 pour les compétences génériques et 0,57 pour les compétences spécifiques) à tout niveau (pas d'effet de la classe) et dans toutes les matières (pas d'effet de la discipline scolaire). Étonnamment, il en ressort aussi que la durée de l'intervention n'a pas d'influence sur la taille d'effet ( $Q$ -Between = 4,54,  $df = 3$ ,  $p=0,21$ ). Cette durée a été classée en quatre catégories (entre 1h et deux jours, de deux jours à moins d'un semestre, et plus d'un semestre). Chaque catégorie a un effet positif ( $p<0,05$ ) et une taille d'effet de 0,66 pour la catégorie inférieure à deux jours et entre 0,23 et 0,33 pour les trois autres catégories. Ainsi, quelle que soit la durée de l'intervention, elle a un impact sur l'esprit critique, mais on ne peut pas s'attendre à ce que plus l'intervention soit longue, plus elle ait d'effet. L'effet principal qui ressort de la méta-analyse est celui du mode d'instruction : les méthodes reposant sur le dialogue et sur des problèmes réalistes (résolution de problème et jeu de rôle) ont produit un effet plus important sur le groupe expérimental que lorsque la méthode reposait sur un travail autonome et individuel. Les études où les trois modalités sont combinées présentent effectivement des tailles d'effet significativement plus importantes que les trois prises individuellement. Un consensus existe donc sur la nécessité d'un entraînement explicite : pour être efficace, l'enseignement doit être explicite quant à ses objectifs et à ses méthodes, et être enraciné dans différentes disciplines afin de favoriser le transfert (Van Gelder, 2005 ; Willingham, 2008).

### 1.3.2 Mesurer le développement de l'esprit critique

Afin de mesurer le développement de l'esprit critique, les programmes pédagogiques ont soit construit leurs propres tests, soit se sont appuyés sur des tests standardisés existants. De nombreux tests de l'esprit critique existent en effet, développés et validés en particulier au Royaume-Uni et aux États-Unis (Ennis, Millman, & Tomko, 1985 ; El Hassan & Madhum, 2007). Nous dressons ici une liste non exhaustive de ces tests.

**Le Cornell Critical Thinking Test** (Ennis & Millman, 1971) concerne un très large public (du CM2 à la terminale) et mesure quatre compétences : induction, déduction, crédibilité des sources, et identification des sous-entendus. Les items correspondent à des textes écrits. Par exemple, le participant doit lire un texte expliquant qu'un groupe d'explorateur débarque sur une île déserte afin d'identifier ce qu'il est advenu d'un autre groupe d'explorateurs parti avant et dont on a perdu la trace. À chaque nouvelle information apportée dans le texte, le participant doit décider si elle va dans le sens « les explorateurs sont tous morts », « les explorateurs sont tous vivants », « ni l'un ni l'autre » en cochant l'une des quatre réponses. Par exemple, une des informations est que l'on retrouve leur campement recouvert de poussière. La réponse attendue est que cette information va dans le sens que « les explorateurs sont tous morts ».

**Le test d'Ennis-Weir** (Ennis & Weir, 1985) concerne des lycéens et des individus plus âgés et mesure les capacités argumentatives. Il commence avec une fausse lettre envoyée par un habitant d'une petite ville à un journal local argumentant pour l'interdiction de se garer entre 2h et 6h du matin. La lettre comprend 8 paragraphes qui correspondent à 8 arguments. Par exemple, « se garer toute la nuit, c'est comme avoir un garage dans la rue. Or, il est interdit de posséder un garage sur la voie publique. Il est donc évident que le stationnement pendant la nuit doit être interdit ». Le participant doit pour chaque argument dire s'il est correct ou non, justifier et contre-argumenter quand nécessaire. La réponse attendue pour l'argument mentionné ci-dessus est que l'analogie est infondée (et donc l'argument également), car l'usage et la propriété ne sont pas similaires.

**L'Illinois Critical Thinking Essay Test (Finken & Ennis, 1993)** est aussi à destination des étudiants universitaires et évalue les capacités argumentatives. Les participants doivent réaliser une dissertation sur un texte, par exemple « Faut-il interdire les clips vidéos violents ? ».

**Le test Halpern Critical Thinking Assessment** (HCTA, Halpern, 1998) conçu pour des étudiants universitaires et les adultes a cinq composantes : analyse, évaluation, inférence, déduction, raisonnement général. De nouveau, il s'agit de longs textes écrits à lire. Une des tâches consiste, par exemple, à choisir si des arguments en faveur d'une thèse sont des arguments forts ou faibles.

**Le test de Gelerstein, del Rio, Nussbaum, Chiuminatto et Lopez (2016)** est, à notre connaissance, le seul test concernant seulement les élèves d'école primaire (de 8 à 10 ans). L'objectif est de mesurer différents facteurs : interprétation, analyse logique, évaluation des arguments, inférences, capacité à expliquer son raisonnement. Les élèves lisent une bande dessinée : par exemple, deux personnages se demandent « Est-ce qu'on peut faire le tour du monde en 80 jours ? Comment pourrait-on savoir si c'est possible ? ». L'élève doit alors répondre en rédigeant sa réponse. Le test est long, comportant 42 items tout au long de la BD de 94 images.

**En France, il n'existe pas encore de test validé, mais la DEPP** travaille sur un test s'adressant aux élèves de la 5<sup>e</sup> à la 3<sup>e</sup> et mesurant les dispositions à l'esprit critique et cinq compétences — interprétation, analyse, évaluation, inférence, explication (Gauvrit, 2019). Pour mesurer les dispositions à l'esprit critique, les élèves doivent répondre sur une échelle à des items de type « Je reste objectif quoiqu'il arrive » ou « Je cherche la vérité avant tout ». Afin de mesurer les compétences, différents items ont été proposés. Le test est toujours en cours de construction et de validation. Voici quelques exemples d'items (Tableau 1).

<p><b>Interprétation :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cocher si des énoncés sont des faits ou des opinions. <i>Par exemple : « le professeur est sympa » ; « la montée du niveau des océans et des mers d'environ 1 mètre pour 2050 me semble une bonne nouvelle. L'écologie va enfin devenir une priorité ».</i></li> <li>- Lire un petit extrait d'article de journal et identifier l'idée principale parmi plusieurs réponses proposées.</li> <li>- Choisir dans un énoncé de problème ce qui est utile ou non pour répondre à la question posée.</li> </ul> <p><b>Analyse :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cocher l'argument analogue à l'argument présenté. <i>Par exemple, si l'argument est le suivant « Les marmottes sont peureuses : j'ai vu une marmotte l'été dernier qui est partie à toute vitesse quand elle m'a vu », l'élève doit cocher une autre généralité abusive.</i></li> </ul>	<p><b>Évaluation :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cocher si des énoncés présentés dans des dialogues sont des arguments.</li> <li>- Choisir des sources. <i>Par exemple, « Pour savoir si un champignon soigne ou non la douleur, on peut consulter une ressource sur internet, laquelle ? ». Les choix proposés sont « publicité, roman, encyclopédie en ligne, blog d'une personne passionnée par les champignons ».</i></li> </ul> <p><b>Inférence :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Effectuer un raisonnement probabiliste simple. <i>Par exemple, l'énoncé est le suivant « Il y a 3 chocolats blancs et 30 chocolats noirs dans une boîte. Carine prend 5 chocolats dans le paquet sans regarder. » L'élève doit dire si les énoncés suivants sont vrais ou faux « Carine peut avoir 5 chocolats noirs » , « Carine peut avoir 5 chocolats blancs », « Carine aura forcément 5 chocolats noirs ».</i></li> <li>- Répondre à des items de type matrice de Raven</li> </ul> <p><b>Explication :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Intervenir dans un faux chat. <i>Par exemple, des gens discutent de « est-ce que les poissons rouges peuvent vivre plus de deux ans ? ». Les élèves peuvent intervenir à certains moments en choisissant entre plusieurs réponses qui témoignent de leur esprit critique.</i></li> </ul>
--	--

**Tableau 1 – Exemples d'items du test de la DEPP**

Au travers de cette liste, on constate, d'une part, que les tests existants s'adressent principalement à des individus à partir du collège. D'autre part, les modalités des tests sont diverses et présentent toutes des avantages et des limites. Les questions à choix multiples permettent une automatisation des passations, mais empêchent, mécaniquement, de mesurer la manière de raisonner (Gagnon, 2011). Dans le même temps, les essais impliquent une cotation compliquée et favorisent les individus ayant de plus grandes aptitudes d'écriture (Gagnon, 2011). En outre, comme le soulignait Sternberg (1986) à propos du *Watson-Glaser Critical Thinking Appraisal* et du *Cornell Critical Thinking Test*, ces tests comprennent de longs textes écrits et, en conséquence, ce qu'ils mesurent n'est pas facilement distinguable de l'intelligence verbale, comme opérationnalisée dans les tests d'intelligence. Cette critique demeure pour les tests plus récents cités plus haut. Les tests standardisés offrent donc des perspectives limitées de mesure de l'esprit critique.

\*

Développer et mesurer l'esprit critique apparaît être difficile tant qu'une caractérisation permettant une opérationnalisation de l'esprit critique n'aura pas été proposée. En effet, les acceptions philosophiques de l'esprit critique sont peu spécifiques et cherchent à identifier les caractéristiques du penseur idéal, tandis que les approches psychologiques ne permettent pas de séparer nettement le concept d'esprit critique d'autres concepts, comme raison, réflexion, rationalité, décision. Les approches, aussi bien philosophiques que psychologiques, identifient ainsi une multitude de compétences larges, dont la juxtaposition pourrait résulter en des conséquences opposées. Ainsi, le fait que l'esprit critique soit à la fois associé à une vigilance envers les mauvaises informations et un appel à plus d'ouverture d'esprit (Facione, 1990) illustre un tel paradoxe. Changer systématiquement d'idée n'est pas plus désirable que ne jamais le faire. Dès lors, le caractère flou de ces capacités et dispositions pourrait conduire à rapprocher l'esprit critique de formes indésirables de relativisme (un doute systématique) et de paralysie de l'action (suspendre son jugement). Les acceptions existantes rendent parfois même difficile de tracer une limite claire entre l'esprit critique et les attitudes propres aux théories complotistes qui se caractérisent par une attitude relativiste et la construction de « mille-feuille argumentatif » sans fin (Bronner, 2013). Dès lors, les programmes pour développer l'esprit critique et les tests pour le mesurer s'appuient chacun sur des caractérisations différentes et ainsi, ne permettent pas d'être comparés (Abrami et al., 2015 ; Willingham, 2008).



## Chapitre 2 :

### La catégorisation multiple

### comme mécanisme de changement de point de vue

Au cours du chapitre 1, l'esprit critique est apparu difficile à conceptualiser et à tester. Nous souhaitons que les recherches sur les catégories mentales et la catégorisation puissent contribuer à celles portant sur l'esprit critique. En effet, la catégorisation multiple apparaît être un ressort fécond afin de développer abstraction, flexibilité et prise de recul, compétences caractérisant aussi l'esprit critique.

Une catégorie mentale est une structure mentale qui évolue au cours du temps, qui contient des informations sous forme organisée et qui permet d'y accéder. Par la suite, nous utiliserons le seul terme de *catégorie* pour désigner une *catégorie mentale*. Nous analyserons les différentes acceptions de la catégorie, puis aborderons la notion de catégorisation. La catégorisation consiste à associer une certaine entité à une catégorie mentale préexistante chez un individu (Chi, 2009 ; Hofstadter & Sander, 2013). Sa fonction est principalement inférentielle puisqu'assigner un élément à une catégorie conduit à en dériver des propriétés non observables. La catégorisation a donc un rôle clé dans le développement de l'abstraction et des apprentissages.

#### 2.1 Au-delà de l'approche définitoire

##### 2.1.1 Gradation, hiérarchie et diversité

Jusqu'au début des années 70, l'approche définitoire ou approche classique (Smith & Medin, 1981) de la catégorie prévalait. Depuis les premiers travaux en psychologie expérimentale sur les catégories (Hull, 1920 ; Smoke, 1932), on considérait qu'une catégorie était définie par un ensemble de propriétés. Un chien possède des propriétés différentes d'un chat, ce qui permet d'établir ces deux catégories. Chaque catégorie possède des propriétés qui sont nécessaires et suffisantes pour déterminer l'appartenance d'un membre à une catégorie. Catégoriser signifie alors classer, car la catégorie est définie par un ensemble de propriétés sans gradation (Sander, 2000) et ainsi une entité

est membre ou non-membre d'une catégorie (loi du tiers exclu). Chaque entité trouve sa place dans une catégorie préexistante et non ambiguë. Au sein de chaque catégorie, on trouve plusieurs exemplaires. Par exemple, tous les « chiens » appartiennent à la catégorie *chien*. Cette approche de la catégorisation comme mise en boîte permet à l'individu de reconnaître automatiquement des entités en les assignant à des catégories objectives et non dépendantes de l'individu (Hofstadter & Sander, 2013). L'uniformité des catégories a été remise en cause par de nombreux travaux. Wittgenstein (1953) souligne que l'existence de propriétés nécessaires et suffisantes n'est pas requise pour définir une catégorie. Par exemple, quelles seraient les propriétés pour la catégorie *jeu* ? Est-ce que la chasse fait partie de cette catégorie ? Rosch et Mervis (1975) ont aussi montré que contrairement à la vision classique, la structure d'une catégorie est hétérogène : ses membres peuvent être plus ou moins centraux ou marginaux. Par exemple, un « moineau » ou un « pigeon » est plus *oiseau* qu'un « manchot » ou une « autruche ». En effet, « moineau » est mentionné davantage que « pingouin » dans une tâche de production de mots pour la catégorie *oiseau* ; le temps de décision d'appartenance catégorielle est plus rapide pour un exemple typique (« moineau » pour la catégorie *oiseau*) que pour un exemple atypique (« manchot ») (Rips, Schoben, & Smoth, 1973). De même, on constate que les participants lisent plus vite des phrases nécessitant une résolution anaphorique lorsque la phrase initiale désigne un membre typique par rapport à un membre atypique : « L'oiseau est attiré par la mangeoire » est lu plus vite si la phrase qui le précède est « Le pigeon ère parfois autour de la maison » que si c'est « L'oie ère parfois autour de la maison » (Garrod & Sanford, 1977). Les catégories s'organisent ainsi autour d'une « moyenne » des propriétés des exemples rencontrés formant un prototype (Rosch, 1976). Certaines propriétés qui forment la catégorie sont toutefois plus importantes que d'autres. Par exemple, pour une *arme*, la propriété « faire mal » a une pondération plus importante que celle d'« être en métal ». Un nouvel élément est alors catégorisé en calculant la similitude entre l'objet et la liste des propriétés. Plus un objet possède les propriétés avec les plus grandes pondérations d'une catégorie, plus il sera catégorisé dans cette catégorie (Rosch, 1976). En outre, il existe des relations hiérarchiques entre les catégories. Elles constituent une taxonomie composée de catégories super-ordonnées et basiques (Murphy, 2004). Par exemple, les *animaux* forment une catégorie super-ordonnée et les *chiens* sont un niveau inférieur de cette catégorie. Cette hiérarchie est importante, car elle permet de faire des déductions : si un enfant apprend que tous les *animaux* respirent, il peut alors en déduire que tous les *chiens* respirent. La catégorisation permet ainsi de faire bénéficier à une situation des connaissances antérieures potentiellement pertinentes en adoptant un certain point de vue sur elle.

« If one can establish that an object is in a category, one is in a position to predict a lot about that object <sup>17</sup>. » (Anderson, 1991, p. 411).

Outre la gradation et la hiérarchie des catégories, les catégories sont de nature diverse. Certaines catégories sont dites naturelles (chien, arbre) et désignent des entités existantes indépendamment de l'activité humaine. En revanche, on désigne des catégories artéfactuelles lorsqu'elles désignent des entités produites par l'être humain (*vélo, vêtement*). A ces types de catégories s'ajoute d'autres catégories comme les catégories abstraites (*vérité, moralité*), les catégories de scènes (Tversky & Hemenway, 1984), les catégories d'événements (Morris et Murphy, 1990) et, comme nous allons le voir, les catégories *ad hoc* (Barsalou, 1983) ou non lexicalisées (Schank, 1999).

### 2.1.2 Flou catégoriel

Contrairement à ce que propose l'approche définitoire, l'appartenance d'une entité à une catégorie est ambiguë et les frontières des catégories ne sont pas strictes, mais floues. Ainsi, la loi du tiers exclu ne s'applique pas. Par exemple, est-ce que les « éviers » sont des *ustensiles de cuisine* ? Dans une tâche de catégorisation, 55% des participants incluaient les « éviers », mais excluaient les « éponges » de la catégorie *ustensiles de cuisine* (Hampton, 1979). Cette variabilité n'est pas seulement interindividuelle, mais est même individuelle, car une même personne peut changer de réponse selon les sessions (McCloskey & Glucksberg, 1978) : pour certaines questions de catégorisation comme « L'olive est-elle un fruit ? » ou « Un oreiller est-il un meuble ? », respectivement 22% et 30% des participants changent d'avis entre les deux sessions espacées d'un mois. Les catégories ne sont donc pas clairement délimitées. En outre, le choix catégoriel dépend du contexte (Barsalou, 1983) : selon le contexte, les propriétés activées d'une catégorie ne sont pas les mêmes. Ainsi, le « piano du salon » est un *meuble* dans le contexte d'un déménagement, mais un *instrument de musique* dans un concert, un *signe de raffinement* pour d'autres, etc. (Hofstadter & Sander, 2013). Ce caractère flou des catégories l'est encore davantage lorsqu'on parle de catégories *ad hoc* (Barsalou, 1983). Il s'agit de catégories créées pour les besoins d'une tâche. Par exemple, on peut créer les catégories suivantes : *éléments à emporter d'une maison en feu, cadeaux possibles pour l'anniversaire d'une adolescente urbaine*. Étant créées pour les besoins de la tâche, ces catégories ne seront pas forcément mémorisées. Mais par exemple, si pique-niquer devient une habitude, alors la catégorie peut perdre son statut *ad hoc* (Barsalou 1991). En outre, ce qu'il est intéressant de noter, c'est que ces catégories *ad hoc* permettent d'associer de nouveaux éléments de

---

<sup>17</sup> « Si l'on peut établir qu'un objet appartient à une catégorie, on est alors en position de pouvoir prédire beaucoup à propos de cet objet » (notre traduction)

catégories habituellement distinctes. Par exemple, « un collier et un CD de musique » sont jugés au départ comme appartenant à des catégories distinctes par les participants (Barsalou, 1983). Mais ils peuvent toutefois être associés comme membre de la catégorie commune *cadeaux possibles pour l'anniversaire d'une adolescente urbaine*. La construction de catégories *ad hoc* intervient également dans la compréhension des métaphores (Glucksberg & Keysar, 1990). Par exemple, comprendre la métaphore *mon travail est une prison* nécessite la création d'une catégorie *ad hoc* caractérisée essentiellement par la propriété lieu déplaisant dans lequel on est confiné contre sa volonté. Sans avoir créé cette catégorie, la métaphore n'est pas compréhensible.

## 2.2 Catégorisation et abstraction

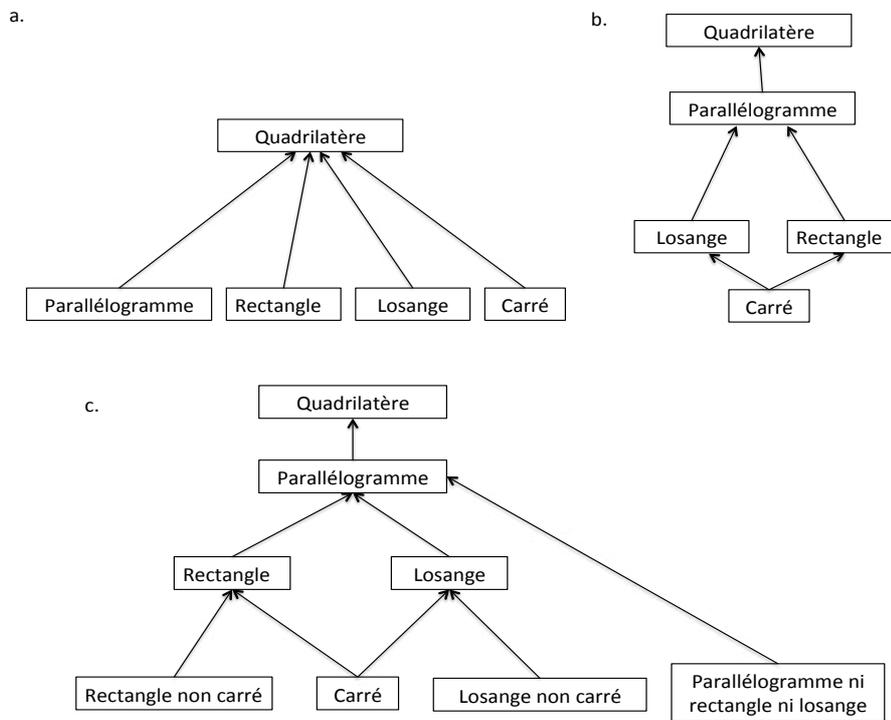
### 2.2.1 Catégoriser, c'est percevoir le même

Étant donné que les catégories ne sont pas exclusives et ont des frontières floues, une même entité peut être assignée à une multitude de catégories selon le contexte ou l'expérience de l'individu. Et dans le même temps, la catégorisation permet aussi d'assigner une multitude de situations à une même catégorie. La catégorisation correspond en effet à la perception du « même » entre différentes situations. Percevoir le même nécessite de détecter les points communs sans s'attacher aux spécificités d'une situation. C'est par exemple le cas à chaque fois que l'on dit « la prochaine fois, on ne m'y reprendra pas » ou « la même chose m'est arrivée ». Ces « mêmes » sous-entendent une situation analogue, faisant partie de la même catégorie (Hofstadter & Sander, 2013). C'est aussi le même processus lorsque nous catégorisons une situation quotidienne avec une expression. Par exemple, l'expression « avoir d'autres chats à fouetter » revêt une multitude de situations, bien loin de son sens littéral. Des situations diverses peuvent donc être assignées à une même catégorie. La catégorisation permet alors de traiter l'inconnu comme du connu (Spalding & Murphy, 1996). C'est aussi le cas quand on analyse les expressions idiomatiques. Il s'agit de catégories avec une étiquette lexicale complexe, par exemple, l'expression *avoir d'autres chats à fouetter*. La catégorisation fournit un certain point de vue sur une situation : il s'agit donc d'un point de vue intensionnel — les catégories sont des éclairages — et non d'un point de vue extensionnel — les catégories sont des boîtes (Sander & Richard, 2005). La catégorisation donne un point de vue et donc filtre ; elle ignore certaines propriétés d'une situation pour en rendre d'autres saillantes (Lakoff, 1987). La pertinence du point de vue dépend de la capacité à catégoriser au niveau d'abstraction requise pour la situation et de déclencher les inférences adéquates.

## 2.2.2 Abstraction et glissements catégoriels

Dans cette approche, l'abstraction repose sur la multiplicité des catégorisations applicables à une même situation et sur la capacité de glisser de l'une à l'autre. L'existence de différents niveaux d'abstraction pour une même entité favorise donc l'adaptation selon le contexte. Hofstadter (2001) souligne la notion de halo conceptuel. Une catégorie posséderait un noyau central avec différents rayons plus ou moins éloignés. Un exemplaire peut être plus ou moins éloigné de ce noyau et son appartenance peut être variable. Face à un élément nouveau, les frontières de la catégorie peuvent se trouver étendues. La construction de ces différents niveaux d'abstraction se fait par extension catégorielle (Hofstadter & Sander, 2013) qui signifie accueillir dans une catégorie de nouveaux éléments qui n'en faisaient pas encore partie. Par exemple, l'arrivée du bureau informatique a permis d'affiner la catégorie. Le *bureau* était auparavant une catégorie avec comme propriétés « entité encombrante, entité lourde, entité avec tiroirs... ». Ainsi, alors qu'avant le *bureau matériel* était confondu avec le *bureau comme espace de travail*, le *bureau informatique* a permis d'identifier les caractéristiques profondes du terme *bureau* et d'accéder à une catégorie plus abstraite (Hofstadter & Sander, 2013). Désormais, le terme *bureau* regroupe trois catégories : *bureau matériel*, *bureau informatique*, et *espace de travail*. Finalement, les propriétés d'« encombrement », de « poids », de « tiroirs »... qui semblaient nécessaires à la caractérisation de *bureau* se sont révélées contingentes. Grâce au *bureau informatique*, les propriétés profondes et superficielles du *bureau* ont pu être distinguées. Un niveau d'abstraction supplémentaire dans la catégorisation de *bureau* a donc permis d'atteindre l'essence du *bureau*, c'est-à-dire, un *espace de travail*.

Ce processus d'abstraction est en œuvre pour l'ensemble de nos concepts, et en particulier, dans le cadre des apprentissages scolaires. Par exemple, à l'école, les élèves apprennent les formes géométriques telles que *les quadrilatères*, *les parallélogrammes*, *les rectangles*, *les losanges* et *les carrés*. Et bien souvent, on demande aux enfants d'indiquer la forme d'une figure. Mais si cette figure est de ce type ■, que faut-il répondre ? C'est à la fois un « quadrilatère », un « parallélogramme », un « rectangle », un « losange », et un « carré ». Pourtant, on aura tendance à dire que c'est un « carré ». En effet, derrière l'étiquette verbale *parallélogramme*, on entend la catégorie *parallélogramme qui n'est ni rectangle ni losange*, de même derrière *losange*, il s'agit de *losange non carré* et derrière *rectangle*, c'est *rectangle non carré* qui est sous-entendu (Hofstadter & Sander, 2013). Ces catégories dont l'étiquette verbale semble tronquée demeurent implicites. Or, par exemple, elles sont nécessaires pour être capables de répondre à la tâche scolaire « Dessinez un parallélogramme, un rectangle, un losange et un carré ». Si l'élève dessine seulement un carré, sa réponse surprendra. Cet exemple illustre la difficulté de l'explicitation des attendus scolaires.



Figures 4 – Différentes organisations des catégories de quadrilatères d’après Hofstadter & Sander (pp. 290-291-292, 2013)

Pour beaucoup d’élèves, l’organisation des catégories de quadrilatères ne comprend que deux niveaux (Figure 4a) composés de cinq catégories. Or les principes mathématiques devraient conduire à une organisation en quatre niveaux de ces catégories (Figure 4b). Mais en réalité, à ces définitions mathématiques formelles, il faut aussi prendre en compte la manière dont ces formes sont interprétées dans divers contextes, dont le contexte scolaire. On aboutit alors à une organisation en quatre niveaux avec huit catégories (Figure 4.c). Dès lors, on comprend qu’un carré peut, dans un cas, être l’opposé d’un rectangle et, dans un autre, être un type de rectangle (Dupuch & Sander, 2007). La multiplication des niveaux d’abstraction rend alors possible de changer de point de vue lorsque que l’individu est en situation d’impasse. Par exemple, dans le problème de la bougie de Duncker (1945, voir chapitre 1), recatégoriser la boîte de contenant à support permet de trouver la solution au problème.

### 2.2.3 Abstraction et expertise

L’abstraction peut donc être perçue comme la prise de point de vue le plus général parmi un ensemble de points de vue possible. Une même situation ou entité peut être catégorisée selon différents niveaux. Cette structure en niveaux permet de catégoriser une même entité ou situation

de façons multiples et semble être un indicateur d'expertise. Dans l'exemple précédent des quadrilatères, être expert signifie disposer d'une organisation fine de huit catégories reliées entre elles et organisées selon quatre niveaux. L'expert peut glisser d'une catégorie à une autre selon les besoins de la tâche. Et face à une situation nouvelle, l'expert est capable de s'abstraire des traits de surface de la situation afin de mobiliser des connaissances, son répertoire de catégories. Par exemple, en physique, les novices catégorisent des problèmes selon les objets utilisés (des problèmes de poulie ou de plans inclinés), alors que les experts catégorisent les problèmes selon le principe physique à appliquer — la troisième loi de Newton par exemple — (Chi, Feltovich, & Glaser, 1981). Chi et Van Lehn (1991) ont montré également que les étudiants les plus performants sont ceux qui catégorisent les énoncés en fonction des principes de solution. Les novices, contrairement aux experts, construisent donc leurs catégories essentiellement sur la base d'informations superficielles, comme les objets spécifiques, les termes utilisés, la forme de la question (Schoenfeld & Herrmann, 1982). Être expert dans un domaine, c'est donc disposer d'une catégorisation fine et complexe, c'est-à-dire structurée selon un réseau d'inclusion de classes, permettant d'aboutir à des schémas abstraits incluant des stratégies de résolution (Dupuch & Sander, 2007). De très nombreuses études montrent alors que le niveau d'expertise est un prédicteur de performance. En effet, « lorsque les connaissances conceptuelles des participants sont contrôlées — ce qu'on nomme parfois le niveau d'expertise —, relativement à des domaines précis — le football, les échecs, les dinosaures —, il devient impossible de mettre en évidence un développement : ceux qui en savent plus font mieux que les autres, quels que soient les âges (Chi & Ceci, 1987 ; Yates & Chandler, 1991). » (Fayol & Monteil, 1994). Ces travaux ont mis en évidence les liens entre le niveau d'expertise et le niveau d'abstraction de la catégorisation. Mais une deuxième facette peut être prise en considération : l'expertise consisterait en la possibilité de varier les niveaux d'abstraction de la catégorisation (Sander, 2017). Être en mesure d'adopter une multiplicité de catégorisations permet de changer de point de vue selon les besoins de la tâche et de la situation. Par exemple, un physicien qui voit un verre tomber n'a pas besoin de catégoriser le verre comme un corps soumis à la loi de gravitation et sur lequel des forces s'exercent. Catégoriser le verre seulement comme *un objet fabriqué dans un matériel fragile* est suffisant pour agir de la façon adaptée, à savoir rattraper le verre. Ainsi, plus un individu diversifie son répertoire de catégorisations, plus il est capable d'adopter des perspectives différentes. Cela signifie à la fois être capable de regrouper ou de distinguer : les relations de super-ordination et de subordination reflètent des points de vue différents. Or, c'est en articulant différents points de vue sur une même situation que l'individu peut embrasser sa complexité. Et cette multiplicité de points de vue garantit notre adaptabilité. Par exemple, la « chaise » de la salle à manger peut, au gré des situations, être catégorisée comme *siège* lors d'un repas, comme *tabouret* pour changer une ampoule, comme *cale* pour éviter qu'une porte ne claque,

comme *cabane* pour un jeune enfant, comme *porte-vêtements* quand on pose sa veste sur son dossier... Une même « chaise » peut donc être catégorisée de façon multiple. Bien qu'une de ses catégories domine (*siège*), la « chaise » n'a finalement pas d'identité fixe. Selon le point de vue adopté sur une entité, son identité change.

## 2.3 Catégorisation et transfert

### 2.3.1 Percevoir la structure profonde

Les travaux sur la catégorisation opposent structure profonde et structure de surface d'une situation. Deux situations ont la même structure profonde si elles invoquent la même relation, même si elles sont superficiellement dissemblables (Gentner & Kurtz, 2006). Par exemple, la catégorie *pont* est vaste puisqu'une propriété principale est celle de relier deux choses, qui peuvent aussi bien être deux lieux, deux concepts... Une planche en bois sur un ruisseau a donc la même structure relationnelle qu'un pont dentaire. Ces deux éléments appartiennent à la même catégorie, ils relient deux emplacements, physiques ou symboliques, bien que leurs traits de surface ne soient pas les mêmes (bois, large pour l'un, métal, fin pour l'autre). Chacun appartient donc aussi à des catégories différentes basées sur leurs traits de surface (les catégories *objets en bois* ou *objets en métal*), par exemple. Les traits de surface sont facilement perceptibles alors que les traits profonds ne peuvent être perçus directement (Chi & Van Lehn, 2012). Le transfert est alors caractérisé comme la capacité de percevoir la structure profonde entre une nouvelle situation — dite cible — et une situation rencontrée préalablement — dite source—, alors que les caractéristiques de surface peuvent être différentes (Chi & Van Lehn, 2012). Un des objectifs de l'enseignement est justement de rendre les élèves capables de transférer des connaissances apprises dans une situation à une autre situation. Ils doivent donc reconnaître que deux situations, aux traits de surfaces différentes, appartiennent en réalité à une même catégorie. La distinction entre apprentissage et transfert est assez floue : pour considérer qu'un apprentissage a eu lieu, on attend à ce qu'il soit transféré de la situation initiale à une situation nouvelle. Salomon et Perkins (1989) expriment cette centralité du transfert comme objectif éducatif : « The data base students acquire in school ought to inform their thinking in other subjects and in life outside the school<sup>18</sup> » (p. 23). Et pourtant, on constate bien souvent qu'enseigner cette capacité à transférer est couronné d'échecs. Halpern (1998) applique ces considérations à l'esprit critique et explique que les étudiants devraient se voir enseigner des cours de transfert. On ne peut simplement espérer que des compétences apprises dans une situation particulière — et encore davantage lorsqu'il s'agit de compétences générales comme l'esprit critique — soient

---

<sup>18</sup> « La base de données que les élèves acquièrent à l'école doit éclairer leur réflexion sur d'autres matières et sur la vie en dehors de l'école. » (notre traduction)

appliquées spontanément dans d'autres situations. Toutefois, comme nous l'avons vu, le degré d'expertise conditionne la performance : mieux on connaît un certain domaine, plus on est capable de le penser de manière experte. Dès lors, les grands principes généraux, déconnectés d'un domaine d'application et de connaissances de domaine apparaissent difficilement utilisables par les élèves, puisqu'ils ne seront pas capables de les transférer. Pour transférer, il faut en effet avoir reconnu les similitudes entre deux situations. On distingue classiquement le transfert proche — transfert entre situations qui partagent des similitudes y compris de surface — et le transfert lointain — transfert entre situations qui partagent uniquement des traits profonds — (Barnett & Ceci, 2002).

Le paradigme le plus largement utilisé pour étudier la capacité de transfert entre deux problèmes isomorphes comprend deux phases : une phase d'apprentissage pendant laquelle les participants reçoivent le problème source, généralement avec plusieurs distracteurs ; une phase de transfert pendant laquelle les participants reçoivent le problème cible. Gick et Holyoak (1980) ont présenté à des participants le problème de radiation de Duncker (1945) : un médecin a un patient atteint d'une tumeur à l'estomac inopérable. Le médecin dispose de rayons capables de détruire la tumeur s'ils sont appliqués avec l'intensité requise. Mais à une telle intensité, ils détruiraient également des tissus sains et le patient mourrait. Les participants à l'étude doivent proposer des moyens d'utiliser ces rayons pour détruire la tumeur sans nuire aux tissus environnants. Si les participants n'arrivent pas à la bonne solution — envoyer des radiations d'intensité inférieure par des directions différentes en les faisant converger sur la tumeur —, celle-ci leur est révélée avant de passer au problème suivant : un grand général veut capturer une forteresse gardée par un cruel dictateur. Il sait qu'en lançant son armée entière, il peut gagner la forteresse en une seule attaque. Mais il sait aussi que chaque route vers la forteresse est minée, prête à éclater si le nombre d'hommes y marchant est élevé. Comment atteindre la forteresse ? Face à ce deuxième problème, seulement 30% des participants ont su trouver la solution. Pourtant, les participants avaient reçu la réponse au premier problème dont la structure est la même qu'au deuxième problème. Ce faible transfert montre la difficulté d'extraire des règles abstraites à partir de cas concrets, et en général la difficulté de se détacher du contenu sur lequel l'apprentissage a eu lieu.

Les difficultés du transfert résident dans la capacité à reconnaître la structure profonde commune aux situations (Ross, 1987). Lorsqu'une matière est enseignée dans plusieurs contextes, les étudiants sont davantage susceptibles d'abstraire les caractéristiques pertinentes des concepts et de développer une représentation flexible des connaissances (Bransford, Brown, & Cocking, 1999). Ainsi, on peut aider les participants lorsqu'on leur demande explicitement de proposer un schéma de convergence des problèmes (Gick & Holyoak, 1983). Ce résultat a été répliqué chez les enfants (Brown, Kane, & Echols, 1986), mais avec un aspect davantage métacognitif puisque la règle

proposée aux enfants était celle de trouver le point commun ou la structure dans plusieurs histoires. Joindre à l'instruction des approches métacognitives aide donc le transfert. Les approches métacognitives reposent sur l'idée de porter l'attention de l'apprenant sur les stratégies qu'il adopte pendant son apprentissage, ses progrès et sur les ressources qu'il mobilise (Bransford et al., 2000). Certaines approches métacognitives concluantes en termes de transfert correspondent à des situations d'« apprendre en enseignant » : les élèves acquièrent des connaissances dans le but de les transmettre à d'autres. Les élèves sont ainsi amenés à réfléchir à ce qui facilite l'apprentissage et à monitorer leurs stratégies (Brown, Palincsar, & Armbruster, 1984). Ce travail explicite permet aux élèves de réfléchir sur la structure profonde de la situation.

### 2.3.2 Changement catégoriel

Les difficultés de transfert peuvent s'expliquer par une *miscategorization*<sup>19</sup> (Chi, 2009), c'est-à-dire à une mauvaise catégorisation. En effet, face à un nouveau concept ou phénomène, l'apprenant, n'ayant pas de catégorie adéquate à disposition, l'assignera à un niveau supérieur de catégorie le plus proche (Chi, 2009). Par exemple, des enfants entre 4 et 7 ans aimant les dinosaures peuvent faire des inférences appropriées à propos de dinosaures inconnus, une fois qu'ils les ont catégorisés sur la base de traits de surface (Gobbo & Chi, 1986). Ainsi, attribuer un certain objet à une catégorie permet d'en inférer des propriétés qui seront correctes ou bien inappropriées si un objet est attribué à une catégorie inadéquate (Vosniadou, 2012). Mais cette limite entre approprié ou inapproprié peut s'avérer plus floue. En effet, les inférences se traduisent souvent, chez les jeunes enfants, par des approximations sémantiques. Par exemple, un enfant peut dire « déshabiller l'orange » au lieu d'éplucher (Hofstadter & Sander, 2013). L'inférence peut paraître incongrue pour un adulte, mais elle témoigne d'une capacité d'apprentissage de l'enfant. Face à la situation d'éplucher une orange, l'enfant s'appuie sur une catégorie préalablement construite, celle de déshabiller. C'est donc grâce à cette première catégorie qu'il donne du sens à cette situation nouvelle.

Chi (2009) souligne que peu de travaux ont porté sur les changements de catégorie latérale et non hiérarchique. Par exemple, un artefact est une catégorie latérale d'êtres vivants. Or, des erreurs de catégorisation entre catégories ontologiques peuvent induire de profondes méconceptions. Ces erreurs proviendraient du fait qu'un apprenant ne sait pas à quelle catégorie il doit assigner le concept ou parce qu'il n'a pas construit cette catégorie au préalable. Dès lors, pour comprendre la

---

<sup>19</sup> mécatégorisation (notre traduction)

notion, il doit opérer un changement catégoriel. Un tel changement catégoriel nécessite que l'apprenant soit conscient que le changement est nécessaire et que la catégorie correcte soit disponible. Par exemple, les « baleines » sont très souvent mal catégorisées par les enfants, qui les catégorisent comme des *poissons*. Ce changement de catégorie latérale est facile du moment que les enfants ont déjà construit la catégorie *mammifère* et qu'on leur explicite que les « baleines » appartiennent à la catégorie des *mammifères*. Mais ces changements catégoriels peuvent être plus difficiles s'il s'agit de mauvaise catégorisation entre *entité* et *processus* (Henderson, Langbeheim, & Chi, 2017). Un être humain est par exemple une entité qui possède des attributs comme la masse, la taille, le poids... En revanche, l'évolution biologique des êtres humains appartient à la catégorie processus. Les processus sont des événements qui se produisent dans le temps, et ont donc comme propriétés le temps. Lorsque les élèves rencontrent un concept avec lequel ils ne sont pas familiers, ils auront tendance à la catégoriser comme une entité. Par exemple, la chaleur est souvent décrite par les élèves comme une entité, *des particules chaudes*, et non comme un processus. Une telle mécatégorisation est difficile à dépasser. Si l'on présente aux élèves des informations contradictoires à leur catégorie, ils rejeteront ces informations (Chi, 2013). La limite vient alors d'une difficulté à changer de catégorie pour une catégorie latérale. Dépasser la mécatégorisation repose alors sur la capacité de recatégoriser. Or, cette recatégorisation est difficile, car les individus sont peu conscients que leurs erreurs peuvent être induites par une mauvaise catégorisation du fait de la fiabilité de leurs catégories dans la vie de tous les jours. Il est alors bénéfique pour l'élève d'être conscient que le changement est nécessaire et de disposer de la catégorie adéquate à la situation (Chi, 2009).

\*

La catégorisation multiple semble être au cœur de la capacité d'abstraction et de transfert : elle correspond à la capacité de percevoir le « même » entre différentes situations. Cela nécessite de détecter les points communs sans s'attacher aux spécificités d'une situation et d'adopter un point de vue abstrait. La multiplicité des catégorisations possibles pour une même entité permet de changer de point de vue selon les besoins de la tâche. Dès lors, l'abstraction et la capacité de transfert se manifestent par la propension des catégories à s'étendre pour assimiler la nouveauté. Le mécanisme de catégorisation multiple apparaît donc être général, et dans ce travail de thèse, nous souhaitons l'utiliser pour développer l'esprit critique. Grâce à la catégorisation multiple, les élèves pourraient dépasser leurs points de vue initiaux sur le raisonnement proportionnel et sur le raisonnement causal. Ces points de vue initiaux sont issus de leur vie quotidienne et fondent des connaissances naïves qui préexistent à l'enseignement scolaire.



## Chapitre 3 :

# L'influence des connaissances naïves

La recherche en psychologie cognitive, en psychologie du développement et en science de l'éducation a identifié depuis longtemps que les élèves ne sont pas des *tabula rasa* dénués de connaissances avant d'entrer dans la salle de classe. Ils ont au contraire construit antérieurement des concepts sur la base de leurs expériences quotidiennes (Carey, 2000 ; diSessa, Gillespie, & Esterly, 2004 ; Keil, 2011 ; Vosniadou, 1994). Que ce soit les préconceptions (Ausubel, 1968), les misconceptions (Clement, 1982), les théories naïves (Carey, 1985), les connaissances naïves (Fischbein, Stavy, & Ma-Naim, 1989), les modèles tacites (Fischbein, 1989), les raisonnements naïfs (Reiner, Slotka, Chi, & Resnick, 2000), les schèmes conceptuels (Thompson & Saldanha, 2003) ou des *knowledge in pieces*<sup>20</sup> (diSessa et al., 2004), ils ont en commun qu'une certaine notion est conceptualisée à partir de connaissances préalables et résulte en une conception restrictive par rapport à la notion (Lautrey et al., 2008). Les préconceptions ont donc un certain champ de validité qui justifie leur existence et leur persistance. Nous analyserons tout d'abord le rôle des préconceptions dans l'apprentissage, puis nous identifierons spécifiquement les connaissances naïves de deux raisonnements sur lesquels porte spécifiquement notre étude : le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal.

### 3.1 Préconceptions et connaissances naïves

#### 3.1.1 Préconceptions et apprentissage

Les préconceptions ont été historiquement analysées comme ayant un rôle d'entrave des apprentissages (Smith, diSessa, & Roschelle, 1994). Par exemple, en physique, les élèves ont la préconception suivante : une force est transmise d'un objet à un autre via le point de contact entre les deux, et elle disparaît avant que les objets ne s'arrêtent (Clement, 1982 ; McCloskey, 1983). Du fait de cette préconception, ils ont donc des difficultés à comprendre que les frottements sont eux-mêmes des forces et que si aucune force n'agit sur un objet, il persévère dans son état initial

---

<sup>20</sup> savoir en miettes (notre traduction)

(Première Loi de Newton). La théorie de l'évolution est aussi sujette à de nombreuses préconceptions : tous les membres d'une espèce évoluent ensemble et chaque individu produit une descendance plus adaptée à son environnement (Shtulman, 2006 ; Shtulman & Schulz, 2008). Cette préconception empêche de comprendre la théorie de la sélection naturelle. En mathématiques, les préconceptions peuvent également entraver l'apprentissage. Par exemple, la notion de soustraction est spontanément assimilée par les élèves à celle de la perte, du retrait (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nunez, 2000). Or, pour résoudre des problèmes de transformation où on ne perd rien (par exemple, « Pierre a des billes. Il en gagne 8 à la récréation. Maintenant, il en a 12. Combien avait-il de billes le matin ? »), les élèves échouent à utiliser la soustraction (Brissiaud & Sander, 2010).

L'enjeu est alors de savoir ce qu'il advient des préconceptions après apprentissage : sont-elles remplacées par la connaissance scientifique ? Coexistent-elles avec celle-ci ? En effet, l'apparition du vocabulaire "soustraction", par exemple, ne garantit pas que le concept ait été construit. L'illusion de la maîtrise de la notion repose alors sur l'usage de l'étiquette lexicale du concept scolaire (soustraire) et sur le fait que la connaissance naïve et le concept scientifique coïncident dans un certain nombre de cas, par exemple, dans un problème de perte pour la soustraction. De nombreux travaux ont en effet montré que les préconceptions sont résistantes à l'apprentissage (Dunbar, Fugelsang, & Stein, 2007 ; Inagaki & Hatano, 2008 ; Shtulman & Valcarcel, 2012 ; Tirosh & Graeber, 1991). Shtulman et Valcarcel (2012) ont testé la persistance des préconceptions à l'âge adulte. Ils proposaient des énoncés où connaissances scientifiques et connaissances naïves se superposent et des énoncés où connaissances scientifiques et connaissances naïves diffèrent. Les participants jugeaient de la véracité de ces derniers propos tels que « La Terre tourne autour du soleil » plus lentement que les propos cohérents avec les connaissances naïves, tels que « La lune tourne autour de la Terre ». Ces travaux suggèrent que même après instruction, les préconceptions coexistent avec les théories scientifiques. Dès lors, par la suite, nous préférons utiliser le terme de connaissances naïves plutôt que de préconceptions, cette dernière dénomination laissant penser qu'elles ne font que précéder les connaissances expertes. Or, les connaissances naïves précèdent les connaissances scientifiques, mais perdurent après leur apprentissage.

Toutefois, il semble réducteur de restreindre les connaissances naïves à un rôle d'entrave aux connaissances expertes. Tout d'abord, les connaissances naïves sont utiles puisqu'elles donnent sens à la notion, permettent d'appréhender le monde au travers de concepts connus. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, on peut envisager le développement des concepts par extension catégorielle. À partir d'un premier concept (*déshabiller*), les jeunes enfants construisent par exemple le concept *d'éplucher* (Hofstadter & Sander, 2013). Lorsqu'il s'agit des concepts scolaires, on

remarque le même processus, qui peut ainsi devenir un levier pour l'enseignant. Les connaissances naïves sont en effet un levier, car elles lui permettent d'identifier l'interprétation naïve de l'élève en situation d'apprentissage de la connaissance experte associée. Par exemple, afin de construire la notion de soustraction, il semble nécessaire que l'enseignant soit conscient que lorsqu'il dit « soustraire », l'élève comprend « perdre ». Il lui sera alors possible de s'appuyer sur cette connaissance naïve en faisant résoudre des problèmes de pertes où il y a compatibilité entre la connaissance naïve et la connaissance scolaire. Tout en s'appuyant sur ce type de problème, l'enseignant peut alors initier des activités de classes qui amèneront l'élève à recatégoriser un problème compatible avec la connaissance scolaire. Par exemple, le problème de perte suivant — « Maëlle a 6 crayons. Elle en donne 2 à son frère. Combien a-t-elle de crayons maintenant ? » — peut être recatégorisé selon les concepts de parties et de tout : le tout, « les 6 crayons » est composé de deux parties « les crayons donnés à son frère » et « les crayons que Maëlle garde ». Avec cette recatégorisation, l'élève est amené à trouver l'écart entre l'une des parties et le tout, et donc à accéder à la connaissance scolaire.

### 3.1.2 Évaluer la connaissance scolaire versus la connaissance naïve

Une fois les connaissances naïves définies, un des enjeux est de pouvoir mettre en place des évaluations dans le cadre scolaire qui permettront de les mesurer, et donc de déterminer si l'élève a une conception restreinte à, ou émancipé, de la connaissance naïve. Nous avons jusqu'ici distingué les connaissances naïves et les connaissances expertes. Dans un contexte éducatif, un objectif essentiel est de faire acquérir des connaissances expertes relatives au niveau scolaire attendu. Nous les désignerons par le terme de connaissances scolaires.

Afin d'évaluer la conceptualisation d'une notion, il convient de proposer des situations où la connaissance naïve ne coïncide pas avec la connaissance scolaire. Nous parlerons par la suite de situations incongruentes (Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012). Il s'agit de situations incompatibles avec la connaissance naïve (Shtulman & Valcarcel, 2012). Dans ce cas, la réussite à cette situation incongruente avec la connaissance naïve peut être interprétée comme un indicateur de conceptualisation satisfaisante. Par exemple, en mathématiques, si l'on veut évaluer la maîtrise de la soustraction comme écart et non comme perte, il faut proposer des problèmes incongruents avec la connaissance naïve de la perte. En début d'année de CE1, le taux de réussite à des problèmes congruents avec la connaissance naïve de perte, comme « Maëlle a 6 crayons. Elle en donne 2 à son frère. Combien a-t-elle de crayons maintenant ? » est de 85%. Ce problème compatible avec la connaissance naïve de la soustraction comme perte ne permet pas d'évaluer la connaissance scolaire

visée de la soustraction comme écart. La simple connaissance naïve de la soustraction comme perte permet de résoudre le problème : c'est pourquoi le taux de réussite est très élevé. Au contraire, le taux de réussite à un problème incongruent avec la connaissance naïve de perte, comme « Lilou a 5 billes. Elle en a 2 de plus que sa soeur. Combien sa soeur a-t-elle de billes ? », n'est que de 43% en début de CE1 (Stierlin, Scheibling-Sève, & Sander, 2019). Dans les deux types de problèmes, le calcul est de difficulté similaire ( $6 - 2$  et  $5 - 2$ ). Or, le taux de réussite du premier problème est deux fois plus élevé que celui du second. Une telle différence entre les taux de réussite témoigne de la non-maîtrise de la connaissance scolaire de la soustraction comme écart, et non d'une difficulté calculatoire. Dès lors, si l'on souhaite mesurer la maîtrise de la connaissance scolaire de la soustraction, il est utile de faire résoudre à l'élève un problème incompatible avec la connaissance naïve. La seule résolution de problèmes congruents avec la connaissance naïve ne peut donc être pleinement informative.

Pour évaluer le développement conceptuel d'une notion, il peut être intéressant de recourir à des problèmes isomorphes — ayant la même structure, mais un habillage différent — congruent ou incongruent avec la connaissance naïve. En modifiant le contexte sémantique d'un problème, on peut alors créer des situations plus ou moins difficiles pour l'élève, permettant ainsi d'évaluer leurs compétences. En effet, il existe de grandes différences de difficultés entre problèmes isomorphes selon leur caractère congruent ou non (Clément, 1996 ; Gros, Thibaut, & Sander, 2019 ; Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, *en révision*). Nous avons, par exemple, mis en avant que la variable d'un problème de distributivité pouvait induire une stratégie particulière (Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, *en révision*). Ces problèmes peuvent se résoudre soit par un développement ( $k \times a + k \times b + k \times c$ ), soit par une factorisation ( $k \times (a + b + c)$ ). Mais en fonction de la nature de la variable, le taux de factorisation ou de développement se modifie. Ainsi, un problème avec la variable prix, « Monsieur Balant est à la caisse d'un supermarché. Dans son panier, il met 6 pâtisseries de chaque sorte : des brioches à 2€ l'une, des cakes à 4€ l'un, des tartes à 7€ l'une. Combien va-t-il dépenser en tout ? », induit 6,3 fois plus de développement que de factorisation. En revanche, un problème avec la variable durée, « Chaque année, un directeur achète 2 ordinateurs, 4 imprimantes, 7 écrans. Il fait cela depuis 6 ans. Combien d'achats le directeur a-t-il faits en tout ? », induit seulement 2,6 fois plus de développement que de factorisation. Dans le cas du problème avec la variable durée, la sémantique rend cohérent de débiter par former le tout des objets (2 ordinateurs + 4 imprimantes + 7 écrans = 13 objets achetés par an), alors que dans le cas du problème de variable prix, former le tout des prix ( $2€ + 4€ + 7€ = 13€$  pour l'achat d'un objet par type) ne fait pas sens dans ce contexte. Ainsi, si l'objectif est d'évaluer la capacité des élèves à proposer la factorisation, raisonnement considéré comme plus complexe, il faut prendre en compte la congruence ou non du problème avec cette stratégie. Ainsi, réussir à factoriser dans un problème de variable prix témoigne d'une plus

grande capacité d'abstraction que de réussir à factoriser dans un problème de variable durée. La sémantique du problème qui induit la congruence ou non d'un problème avec les connaissances naïves est à prendre en compte afin d'évaluer finement le degré de conceptualisation.

Dès lors, il apparaît que les connaissances naïves peuvent permettre d'identifier des leviers pour l'apprentissage, car elles permettent de connaître précisément la représentation initiale de l'élève et d'identifier ses limites, ce qui est un préalable à la recatégorisation espérée. Afin de construire un enseignement pour développer l'esprit critique autour du raisonnement proportionnel et raisonnement causal, il est donc nécessaire d'identifier les connaissances naïves respectives associées à ces notions, afin d'anticiper la manière dont ce qui est enseigné est compris par l'élève.

### **3.2 Connaissances naïves liées au raisonnement proportionnel**

#### **3.2.1 Le raisonnement proportionnel : caractère précoce et biais associés**

Le raisonnement proportionnel a d'abord été abordé comme une compétence experte. Piaget et Inhelder (1951) faisaient l'hypothèse que les enfants échouaient à raisonner de manière proportionnelle jusqu'à l'âge de 11 ans. En effet, le raisonnement proportionnel implique la compréhension de la « relation entre les relations » et constitue une caractéristique des opérations formelles. Depuis, de nombreux travaux ont montré que les fondements cognitifs des mathématiques résident aussi dans des conceptions innées du nombre, de l'espace et du temps. La cognition numérique élémentaire est délimitée par le sens approximatif du nombre (Dehaene, 1997 ; Spelke & Kinzler, 2007). Ainsi, un sens du nombre serait présent chez le nourrisson, permettant d'évaluer d'une manière approximative la numérosité d'un ensemble de taille arbitraire. Des bébés âgés de quelques jours perçoivent ainsi le contraste entre deux nuages de points comme 4 et 12, mais ne différencient pas deux nuages de points comme 4 et 8. Il faut, en effet, attendre l'âge de 6 mois pour que les bébés discriminent le rapport de 1 à 2. La capacité d'estimation suit la loi de Weber : c'est le rapport, et non la différence, entre les deux quantités présentées qui permet de prédire s'ils seront distingués ou non (Izard & Dehaene, 2008). Dès la naissance, l'intuition d'une relation invariante commune entre deux variables est présente. Et l'extraction de cet invariant est intrinsèquement multiplicative (McCrink & Spelke, 2010) : la relation entre 4 et 8 est analogue à la relation entre 10 et 20, si on a l'étiquette mentale deux fois plus. Cette détection du rapport précoce est une première forme de raisonnement proportionnel, celui-ci pouvant être défini comme l'identification de relations multiplicatives entre les quantités rationnelles ( $a / b = c / d$ ). Dans l'expérience de McCrink et Spelke (2010), des enfants âgés de 5 à 7 ans se voient confier une tâche nécessitant une transformation scalaire (doublage, quadruplement ou augmentation de 2,5) de

grandes numérosités approximatives, présentées sous forme de tableaux d'objets. Dans toutes les conditions, ils ont réussi à se représenter le résultat de la transformation à des niveaux supérieurs au hasard. Il faut toutefois rappeler que cette détection spontanée de la proportion apparaît limitée. Avec d'autres paradigmes, Noelting (1980) a présenté à des enfants âgés de 6 à 16 ans deux proportions, chacune représentant un ensemble de verres de concentré de jus d'orange et un ensemble de verres d'eau. Les participants devaient choisir quelle proportion produirait une boisson à l'orange avec un certain niveau de concentration (par exemple, trois verres de jus d'orange dans un verre d'eau par rapport à un verre de jus d'orange dans trois verres d'eau). Les enfants de moins de 12 ans n'ont pas réussi à sélectionner le bon ensemble. Ainsi, le sens de la proportion, que l'on identifie dès la naissance, est limité et doit être affiné.

Le raisonnement proportionnel a donc un caractère précoce au sens où il commence à se développer avant l'entrée à l'école, au gré des expériences de la vie quotidienne. Ceci implique que ce raisonnement repose sur plusieurs connaissances naïves qui s'avèrent limitantes pour atteindre un raisonnement proportionnel expert. Nous allons présenter les connaissances naïves associées au raisonnement proportionnel et qui seront travaillées au cours du dispositif d'apprentissage testé.

### 3.2.2 La multiplication comme addition répétée

Une étape nécessaire dans la compréhension du rapport consiste à conceptualiser la multiplication comme l'opération réciproque de la division. Or une préconception s'y heurte, car la multiplication est intuitivement vue comme une addition répétée. Bell, Swan et Taylor (1981) ont rapporté que lorsque des élèves devant résoudre une série de problèmes multiplicatifs avec le même contenu, la stratégie choisie diffère selon les données numériques. Dans leur étude, les élèves âgés de 12 à 15 ans devaient résoudre le problème « Si un gallon d'essence coûte 1,20 £, combien coûte 0,22 gallon d'essence ? ». La réponse la plus fréquente était une division ( $1,20/0,22$ ). Mais quand le problème était « Si un gallon d'essence coûte 2 £, combien coûtent 5 gallons d'essence ? », tous les élèves proposaient la bonne solution (une multiplication :  $2 \times 5$ ). Fischbein (1989) a interprété ce résultat en termes de connaissance intuitive : la multiplication est intuitivement comprise comme une addition répétée. Avec une telle conception, multiplier par 0,22 revient à ajouter 0,22 fois, ce qui n'a intuitivement aucune signification. Ce modèle intuitif oblige à distinguer le multiplicande et le multiplicateur. Le multiplicande peut être n'importe quel nombre positif, alors que le multiplicateur doit être un nombre entier : il est possible de dire 3 fois 0,65 ( $0,65 + 0,65 + 0,65$ ), mais selon cette conception de la multiplication, cela n'a pas de sens de dire 0,65 fois 3. Les résultats d'expérimentations menées auprès d'adolescents brésiliens coutumiers du commerce de rue sans

n'avoir jamais été scolarisés, vont dans ce sens (Schliemann, Araujo, Cassundé, Macedo, & Nicéas, 1998). Une moitié d'entre eux devaient résoudre le problème « Combien coûtent 3 objets à 50 cruzeiros l'un ? » et l'autre moitié « Combien coûtent 50 objets à 3 cruzeiros l'un ? ». Les performances sont très différentes pour les deux groupes. Le premier groupe avait un taux de réussite élevé, de 75%, alors que le second a un taux de réussite nul. La métaphore de l'addition répétée permet d'interpréter aisément ces écarts de performance. Pour les collégiens anglais, les écarts tiennent à ce que « 0,22 fois 1,20 £ » est peu compatible avec la métaphore d'addition répétée, alors que « 5 fois 1,20 £ » en est une application immédiate. Concernant les adolescents faisant du commerce de rue, le premier problème se résout par l'addition «  $50 + 50 + 50$  », qui ne contient que trois termes et fait appel à des faits numériques connus ( $50 + 50 = 100$  ;  $100 + 50 = 150$ ). À l'inverse, le second groupe se lance dans une addition de 50 termes ( $3 + 3 + 3 \dots 3 + 3$ ), dont la quantité rend le contrôle impossible, car ces enfants ne maîtrisent pas la table de 3.

De manière plus fondamentale, l'addition répétée n'est pas simplement une stratégie de multiplication, mais une métaphore qui en contraint la compréhension. Elle conduit à penser que la multiplication rend toujours plus grand. Voici un exemple des problèmes ayant été testés par Fischbein, Deri, Nello, & Marino (1985) : « Avec un quintal de blé, on obtient 0,75 quintal de farine. Combien de farine obtient-on avec 15 quintaux de blé ? » et « 1 kg de détergent est utilisé pour faire 15 kg de savon. Combien de savons peuvent être faits avec 0,75 kg de détergent ? ». Ces problèmes se résolvent de la même façon, mais dans le premier problème le multiplicateur est un nombre entier et dans le second c'est un nombre décimal. Quelles que soient les classes testées, les problèmes avec un multiplicateur décimal, donc incompatibles avec le modèle de l'addition répétée, sont toujours moins bien réussis que les autres (pour les élèves de CM2, 27% vs 79%). Ainsi, la connaissance naïve de l'addition répétée entraîne une non-commutativité de la multiplication, ce qui impose que le multiplicateur soit un nombre entier et de par ce fait que le résultat soit plus grand que la valeur multipliée. Le point de vue de l'addition répétée « asymétrise » la multiplication.

### 3.2.3 La division comme partage

Une deuxième connaissance naïve concernant le raisonnement proportionnel porte sur la notion de rapport entre deux quantités. En effet, la division n'est pas spontanément identifiée comme le rapport entre deux quantités, mais seulement comme le partage d'une quantité par une autre. Diviser c'est alors répartir en un certain nombre de parts égales (Fischbein, 1989). La préconception de la division-partage impose que le diviseur soit un nombre entier, car un nombre de parts ne peut pas être décimal. Et il en résulte que diviser rend plus petit. La difficulté d'un problème de division est modifiée radicalement selon qu'il est ou non conforme à la connaissance naïve,

autrement dit selon que la sémantique du problème et les valeurs numériques qu'il contient sont ou non compatibles. Fischbein et al. (1985) ont montré auprès de collégiens que le problème « Avec 25 roses combien de bouquets de 5 roses puis-je faire ? » est bien mieux réussi que « Je partage 5 kg de cookies entre 15 amis, combien chacun recevra-t-il ? » (93% vs 28% de réussite). Les contraintes du partage inhibent la réponse correcte (5/15) à ce dernier énoncé. Tirosh et Graeber (1991) ont montré la persistance de cette préconception auprès de futurs enseignants. Pour les problèmes conformes avec la préconception du partage, le taux de réussite était de 94% contre 67% pour les non conformes. Par exemple, au problème « des colliers sont expédiés par boîtes de 13. Si 13 colliers pèsent 3 livres, combien pèse chaque collier ? », seulement 44% des futurs enseignants donnent le résultat 3/13, alors que les 56% restant proposent 13/3. La division-partage est donc restrictive, car elle exclut la division quotition, qui renvoie au rapport entre quantités de même unité. Dès lors, dans les problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle de type « 2 baguettes coûtent 3 €. Combien coûtent 6 baguettes ? », la stratégie privilégiée sera celle débutant par une division partage, c'est-à-dire le calcul du prix d'une baguette. Cette stratégie, dite de retour à l'unité, consiste à d'abord calculer la quantité unitaire (ici, 1 baguette coûte 1,50€) puis à multiplier la quantité unitaire par le nombre d'unités cherchées (1,50€ x 6 = 9 €). Or, une division-quotition pourrait aussi permettre de résoudre facilement le problème (6:2 = 3, j'achète 3 fois plus de baguettes, je vais donc payer 3 fois plus cher, 3 x 3 = 9 €).

### 3.2.4 La fraction comme structure bipartite

Si la division quotition est difficile, dès lors la fraction comme rapport entre deux quantités l'est aussi. Une des premières difficultés vient du fait que les élèves font l'analogie entre nombres naturels et nombres rationnels et vont donc appliquer les propriétés des nombres entiers aux fractions. On parle de *whole number bias*<sup>21</sup> (Ni & Zhou, 2005). De cette première conception intuitive découlent différentes difficultés. Ainsi, les élèves ont tendance à penser que les nombres rationnels ont un unique successeur et non pas une infinité de successeurs (Siegler & Lortie-Forgues, 2015 ; Vamvakoussi & Vosniadou, 2010). L'assimilation avec les nombres naturels entraîne aussi que les élèves ont tendance à penser que plus le numérateur, ou le dénominateur, ou les deux sont grands, plus la fraction est grande (Ni & Zhou, 2005). De même, par analogie avec les nombres entiers, ils font l'inférence que multiplier deux fractions rend nécessairement plus grand, et diviser deux fractions rend nécessairement plus petit (Siegler & Lortie-Forgues, 2015).

Une deuxième connaissance naïve revient à comprendre une fraction comme une structure bipartite (Bonato, Fabbri, Umilta, & Zorzi, 2007), liée à la division (a/b est a divisé par b). Cette

---

<sup>21</sup> *biais des nombres entiers* (notre traduction)

conception est renforcée par l'utilisation d'exemples pédagogiques qui alignent la forme  $a/b$  sur des exemples de part/tout comme par exemple, parts de pizza et pizza (DeWolf, Grounds, Bassok, & Holyoak, 2014). Les fractions sont donc le plus souvent utilisées avec des quantités discrètes et non continues. Le numérateur et le dénominateur sont de mêmes unités (parts de pizza). Dérivant de cette structure bipartite, la fraction est vue comme une division de 2 nombres et non comme un nombre (Sophian, 2007). Un enjeu de l'enseignement des fractions est donc de comprendre la fraction comme une magnitude. Un paradigme expérimental utilisé dans de nombreuses études consiste à demander aux participants de juger quelle fraction d'une paire est la plus grande. Certaines paires sont congruentes avec le biais des nombres entiers ( $6/8$  et  $7/9$ ) et d'autres sont incongruentes ( $2/9$  vs  $1/3$ ). Chez les enfants de CP et CM2 (Van Hoof, Lijnen, Verschaffel, & Van Dooren, 2013), on constate que les temps de réaction pour répondre à la tâche sont plus longs pour les paires incongruentes. DeWolf et Vosniadou (2015) ont aussi investigué ce sens de la magnitude chez les adultes. Or il s'avère que même les adultes n'arrivent pas systématiquement à percevoir la magnitude d'une fraction et vont avoir recours à des stratégies comme celles de regarder le dénominateur. En outre, on observe une différence de performance entre les problèmes impliquant des quantités continues et ceux impliquant des quantités discrètes. Chez des enfants de 3-4 ans, on observe déjà qu'ils réussissent davantage des tâches d'identification de fractions équivalentes lorsque les quantités sont continues — barres continues vs points discontinus, pizzas vs chocolats (Spinillo & Bryant, 1991 ; Singer-Freeman, & Goswami, 2001). Le caractère continu des quantités favoriserait donc la représentation de la fraction comme magnitude et non structure bipartite.

### 3.2.5 La proportion comme conservation de l'écart

Étant donné les précédentes connaissances naïves identifiées, la compréhension du rapport entre deux grandeurs est difficile à construire. Par conséquent, résoudre des problèmes de proportion semble impossible. On constate alors que les élèves peuvent substituer à la conservation du rapport, la conservation de l'écart. Ainsi, ils calculent la différence entre les deux valeurs (Ensemble 1 – Partie 1) et l'appliquent à l'Ensemble 2 pour calculer la valeur manquante (Partie 2). Noelling (1980) avait ainsi montré que des collégiens à qui on demande de comparer le goût (plus ou moins sucré) de deux limonades, en connaissant les dosages respectifs de sucre et de jus de citron qui entrent dans leurs compositions, ont tendance à comparer les différences et non les proportions entre le nombre de doses de jus de citron et le nombre de doses de sucre (il y a 9 cuillères de jus de plus qu'il y a de cuillères de sucre), plutôt que leurs rapports (il y a trois fois plus de cuillères de jus que de cuillères de sucre). Toutefois, le recours à la comparaison de l'écart semble diminuer drastiquement lorsque les variables ont une dimension comme dans le problème « Richard achète 3

bonbons pour 12 centimes. Susan achète 5 bonbons pour 20 centimes. Qui a acheté les bonbons les moins chers ? » (Karplus, Pulos, & Stage, 1983). Les auteurs concluent que la présence des dimensions inhibe la stratégie de comparaison des écarts.

### 3.2.6 L'illusion de linéarité

On observe que l'utilisation de la propriété de linéarité est utilisée de façon erronée très tôt. En effet, dès l'âge de 6 ans, les élèves résolvent des problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle, en particulier lorsqu'il est possible d'élaborer des stratégies d'addition répétée (Sophian & Wood, 1997; Van den Brink & Streefland, 1979). Par exemple, « Pour  $6 + 6 + 6 \text{ m}^2$ , il me faut  $0,75 + 0,75 + 0,75$  litre de peinture ». Kaput et West (1994) ont qualifié ce type de stratégie de raisonnement proportionnel informel. Un raisonnement erroné consisterait en un raisonnement additif tel que « Avec 15 litres de peinture, je peux couvrir  $120 \text{ m}^2$ , donc avec  $15 + 0,75$  litres je peux couvrir  $120 + 0,75 \text{ m}^2$  ». Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens et Verschaffel (2005) ont proposé des problèmes à énoncés verbaux de proportionnalité et des problèmes non proportionnels à des élèves allant du CE1 à la 4<sup>e</sup>. Tous les problèmes étaient structurés autour d'une valeur manquante, ce qui correspond au format avec lequel ils sont le plus familiers (Kaput & West, 1994). Le problème proportionnel était du type : « Dans la boutique, 4 paquets de crayons coûtent 8€. Le professeur veut acheter un paquet de crayons pour chaque élève. Il a besoin de 24 paquets. Combien doit-il payer ? ». Et un problème non proportionnel était du type : « La locomotive d'un train fait 12 m de long. Si 4 wagons sont accrochés à la locomotive, la longueur du train est de 52 m. Si 8 wagons sont accrochés à la locomotive, quelle est la longueur du train ? ». Réponse linéaire :  $2 \times 52 \text{ m} = 104 \text{ m}$  ; réponse correcte :  $12 \text{ m} + (8 \times 10 \text{ m}) = 92 \text{ m}$ . Les résultats montrent que du CE1 à la 6<sup>e</sup>, pour résoudre les problèmes non proportionnels, le nombre de réponses proportionnelles, soit incorrectes, augmente. Les élèves deviennent donc moins bons pour résoudre des problèmes non proportionnels au cours de leur scolarité. Pourquoi ? Une explication vient de l'expérience scolaire des élèves : à certains moments du programme de mathématiques, une attention importante est accordée à la proportionnalité (par exemple, calculer une valeur manquante, juger l'égalité de deux rapports, tracer des graphiques en ligne droite). L'accent est alors souvent mis sur l'exécution des procédures de façon correcte et les élèves l'appliquent systématiquement. Van Dooren et al. (2005) soutiennent que les élèves acquièrent au départ une sorte de savoir-faire de routine — défini par Hatano (2003) comme la capacité à résoudre des exercices rapidement et avec précision, mais sans beaucoup de compréhension — au lieu d'une expertise adaptative — capacité d'appliquer des procédures apprises de manière flexible.

Nous identifions donc 5 connaissances naïves susceptibles d'interférer avec l'élaboration de la notion de rapport. La préconception de l'addition répétée s'oppose à la notion de multiplication comme produit entre deux nombres. La préconception de la division partage ne permet pas de concevoir la division quotient comme rapport entre deux nombres. Dès lors, la fraction est, elle aussi, comprise spontanément comme structure bipartite et non comme magnitude. Étant donné que le concept de rapport est difficile à construire, la préconception de la proportionnalité consiste à conserver l'écart entre les grandeurs. Mais lorsque l'algorithme de la proportionnalité est enseigné (règle de 3, tableaux de proportionnalité), les élèves semblent victimes de l'illusion de linéarité et l'appliquent à tout type de problèmes. Ainsi, bien que longtemps perçu comme un incontournable, l'enseignement de la règle de 3 a été progressivement supprimé des programmes scolaires français. L'étude des programmes de l'école élémentaire montre une évolution d'un enseignement de la proportionnalité fondé sur la théorie des proportions à un enseignement fondé sur la linéarité (Hersant, 2005). Jusque dans les années 70, on enseignait les « problèmes de règle de 3 », les « rapports de proportions » ainsi que les quantités « directement ou inversement proportionnelles ». Le terme de « proportionnalité » apparaît seulement avec les « maths modernes » en 1970 et introduit les termes suivants : « coefficient de proportionnalité », « suites proportionnelles », « tableau de proportionnalité » et « fonctions linéaires ». Progressivement, les programmes se sont concentrés principalement sur les tableaux de proportionnalité. Or, tout comme la règle de 3 ne donnait pas de sens à la proportion, les tableaux de proportionnalité réduisent la proportionnalité à un contexte strictement arithmétique (Brousseau, 1997). Prenons un exemple de problème de 4<sup>e</sup> proportionnelle : « 6 baguettes coûtent 2 €. Combien coûtent 3 baguettes ? » Dans ce cas, la règle de trois ou le produit en croix nous dit de faire :  $(3 \times 2)/6 = 1$  €. Quelle est la signification mathématique pour multiplier 3 baguettes par 2 €, puis diviser par 6 baguettes ? À quelle quantité correspond le « 6 baguettes par euros » ? Le principe mathématique est en réalité de voir le rapport entre 3 et 6 : 3 baguettes, c'est la moitié de 6 baguettes, c'est  $3/6$  de 6 baguettes. Donc on doit payer la moitié de deux euros, soit  $3/6$  de 2 € :  $3/6 \times 2 = 1$  €. Ainsi, le calcul mathématique correspondant à un raisonnement mathématique expert n'est pas  $(3 \times 2)/6$ , mais  $(3/6) \times 2$ . Mathématiquement, c'est la même chose, mais la deuxième façon est conceptuellement pertinente. De même, lorsque l'on fait un tableau de proportion, on cherche le plus souvent le rapport entre 6 et 2 puisqu'il correspond à la recherche de la quantité unitaire. En se concentrant alors sur les nombres, on dit que 6, c'est trois fois plus que 2. Mais si on ajoute les unités, cela donne que 6 baguettes, c'est trois fois plus que 2 €. De nouveau, on s'éloigne de la compréhension des quantités et des relations qu'elles entretiennent. Trouver la proportion, c'est donc en réalité trouver le rapport d'une quantité à une autre, qui partage la même unité. Par conséquent, pour résoudre le problème, on peut tout simplement

donner le rapport entre les deux quantités de baguettes : 3 baguettes, c'est la moitié de 6 baguettes. Je vais donc payer la moitié de 2 €, soit 1 €.

### 3.3 Connaissances naïves liées au raisonnement causal

#### 3.3.1 Le raisonnement causal : caractère précoce et biais associés

Le raisonnement causal est aussi une capacité précoce. Dès les premiers jours de vie, il semblerait que l'enfant conduit des raisonnements causaux au travers de ces expériences avec l'environnement. Bien que Piaget (1929) considérait les enfants d'âge préscolaire comme « pré-causaux », de nombreux travaux ont depuis mis en évidence que les très jeunes enfants sont déjà sensibles et capables de proposer des relations causales (Gopnik, Kuhn, & Meltzoff, 2005). La raison de ce changement de pensée est tout d'abord un changement méthodologique : alors que Piaget pose des questions d'explications, les recherches ultérieures visent à mettre en situation de raisonnement causal. Elles suggèrent que l'appétit d'explications se trouve déjà chez les bébés qui sont fascinés par les relations causales entre les objets. Ils explorent les propriétés des objets dès l'âge de 6 mois ; à 6-7 mois, ils examinent un objet avec leurs cinq sens ; à un an, ils testent différentes actions possibles sur l'objet (le frapper ou le jeter) ; et à 18 mois, ils sont en mesure de mettre en place des tests et de catégoriser les objets en fonction de leur propriété (Gopnik et al., 2005). De nombreux travaux ont montré que, dans un contexte mécaniste, les très jeunes enfants (2 à 4 ans) pouvaient apprendre des relations causales (Gopnik, Sobel, Schulz, & Glymour, 2001 ; Lucas, Bridgers, Griffiths, & Gopnik, 2014). Dans ces expériences, une relation de causalité au travers d'une machine, appelée le « détecteur de *blicket* », est présentée aux enfants : certains objets, mais pas d'autres, allument la machine et lui font émettre de la musique (Figure 5). La tâche des enfants est de déterminer quels sont les *blickets* qui font marcher la machine. Les enfants de 2, 3 et 4 ans ont été exposés à divers modèles de covariation entre deux objets différents et l'activation de la machine. Et ils ont pris en compte cette information dans leurs jugements de causalité sur les objets concernés. Des résultats ultérieurs ont comparé les performances des enfants et celles des adultes dans l'apprentissage de relations causales, toujours au moyen des détecteurs de *blickets* (Lucas, Bridgers, Griffiths, & Gopnik, 2014).

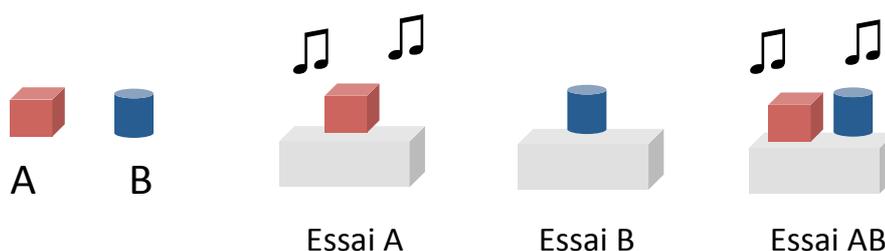


Figure 5 – Dispositif du blicket dans une tâche de conjonction (Lucas et al., 2014) (notre illustration)

Les auteurs ont constaté que dans le cas d'une relation de conjonction (Figure 5), les enfants apprennent et généralisent plus facilement que les adultes. Une explication serait que les enfants sont plus flexibles, car disposant de moins de connaissances, ils essaient davantage d'extraire des règles de leur environnement (Lucas, et al., 2014). Quel que soit l'âge, le raisonnement causal demeure un concept difficile à appréhender. Il est souvent réduit à la simple recherche de régularités (Hume, 1748) : la causalité correspond alors à l'occurrence régulière d'un effet qui suit sa cause. La causalité a, dans ces conditions, trois propriétés : la contiguïté dans le temps et dans l'espace ; l'antériorité dans le temps ; la conjonction constante — croyance en une relation entre deux phénomènes dès lors qu'ils surviennent toujours en même temps. Pour déterminer une relation causale, la priorité temporelle est donc très souvent prise comme critère (Lagnado & Sloman, 2006). On constate que dès l'âge de 4 ans, les enfants choisissent systématiquement l'événement antérieur comme cause (Bullock & Gelman, 1979) et l'ordre temporel continue d'avoir une importance principale, au moins jusqu'à l'âge de 6 à 7 ans (Burns & McCormack, 2009).

Mais la causalité est plus complexe qu'une simple corrélation temporelle (Barberousse, Kistler, & Ludwig, 2000). En effet, les causes ne sont pas invariablement suivies de leurs effets, la régularité ne suffit pas à la causalité et la causalité peut être redondante. Pour répondre à ces limites, Mackie (1980) propose le concept de condition INUS, qui permet d'affiner la notion de cause. Une cause serait une condition INUS, c'est-à-dire une partie non suffisante, mais non redondante d'une condition non nécessaire, mais suffisante. Rothman (1976) défend une conception comparable : une cause dite « composée suffisante » est constituée d'un ensemble de composants dont aucun n'est par lui-même suffisant, mais est suffisante quand l'ensemble des composants est présent. Un exemple est un court-circuit du fait de la proximité de matériaux inflammables et de l'absence de la venue des pompiers, ce qui va causer l'incendie d'une maison. Ces trois facteurs sont non nécessaires (d'autres causes auraient pu provoquer l'incendie), mais suffisants pour provoquer l'incendie. À lui seul, le court-circuit est non suffisant (puisque le court-circuit en soi n'aurait pas provoqué l'incendie), mais non redondant (car l'incendie ne se serait pas produit sans lui, toutes choses égales par ailleurs) d'une condition non nécessaire, mais suffisante pour la survenue de l'effet. Ainsi, le court-circuit est une condition INUS de l'incendie. Le concept de causalité s'avère donc être plus complexe qu'une simple recherche de régularité.



Figure 6 – Illusion de causalité, Michotte (1946) (notre illustration)

### 3.3.2 L'illusion de causalité : un biais perceptif

Une des difficultés à comprendre la causalité repose tout d'abord sur une illusion perceptive. Se fonder sur l'ordre temporel pour déterminer une relation causale est irréprouvable. Michotte (1946) avait mis en évidence une forme de perception illusoire de la causalité grâce au dispositif suivant : une balle noire et une balle blanche (Figure 6). Lorsque la balle noire s'approche de la blanche et que celle-ci part dans la même direction, la plupart des participants décrivent cette scène à l'aide d'une référence à la causalité : la balle noire a poussé la balle blanche. Cette perception de la causalité serait spontanée et non modifiable par des explications rationnelles (comme expliquer que le mouvement des balles est le fruit du hasard). Leslie & Keeble (1987) ont montré que cette illusion de causalité était déjà présente chez des bébés de 6 mois. Dès les premiers jours de vie, un bébé s'attend à ce qu'il y ait un contact physique entre une cause et son effet (Spelke, Kestenbaum, Simons, & Wein, 1995), et est en mesure de détecter une contingence entre deux événements extérieurs qui sont temporellement synchronisés.

Dépasser la préconception de la causalité comme corrélation est donc extrêmement complexe de par son caractère perceptif automatique. Or, une corrélation peut aussi bien révéler une relation causale, une variable cachée ou une coïncidence. Appréhender ces deux dernières possibilités est complexe.

### 3.3.3 Cause directe

De l'importance de la proximité temporelle entre deux événements pour déterminer une relation causale peut aussi découler la préférence pour les causes directes par rapport aux causes dites complexes. Les chaînes causales complexes sont donc difficiles à appréhender. Des études ont montré que raisonner sur un écosystème est complexe pour les élèves, car ils raisonnent localement sans prendre en compte l'étendue du système (Resnick, 1994). Plus précisément, ils raisonnent par rapport à l'individu et n'identifient pas l'effet global sur la population (Leach, Driver, Scott, & Wood-Robinson, 1996). Strommen (1995) a proposé à des élèves de CP de dessiner l'écosystème de la forêt : les élèves dessinent puis raisonnent, lors d'entretiens, principalement sur les animaux sans prendre en compte les végétaux et les insectes. Des recherches (Barman, Griffiths, & Okebukola, 1995) ont montré que même des étudiants du secondaire estimaient qu'un changement dans une population ne se répercuterait pas sur plusieurs voies du réseau alimentaire, et qu'un changement dans une population ne ferait qu'affecter l'autre population si les deux sont liées dans une relation prédateur-proie. Des élèves de lycée pensent, par exemple, qu'un changement dans la taille de la population du prédateur n'a pas d'influence sur cette population (Barman et Mayer, 1994). Palmer

(1997) a étudié la notion selon laquelle chaque espèce a un rôle à jouer dans le maintien de l'équilibre de la nature avec interdépendance, et a constaté que les jeunes de 12 et 16 ans appliquaient rarement le concept et de manière non systématique. Une conséquence de cette préférence pour les causes directes est également que les interactions ne sont pas prises en compte, tout comme la possibilité de variable cachée, appelée aussi facteur de confusion. La variable cachée produit une interférence entre les deux variables dont la relation causale est à expliquer. Un exemple de variable cachée a été décrit par Chen, Gilbert et Daling (1999) : on constate que les femmes qui fument pendant la grossesse ont moins de risque de donner naissance à un enfant porteur de trisomie 21. Si on déduit une relation causale de ces deux événements, alors on pourrait préconiser aux femmes de fumer, voire de commencer à le faire pendant leur grossesse. En réalité, il existe une variable cachée : l'âge. En effet, contrairement aux femmes plus âgées, les jeunes femmes enceintes continuent de fumer davantage durant leur grossesse. Or, les jeunes femmes sont également moins susceptibles de donner naissance à des enfants porteurs de trisomie 21. D'où l'apparente relation causale entre fumer et le moindre risque d'être enceinte d'un enfant porteur de trisomie 21.

### 3.3.4 La non-perception du hasard

Percevoir le hasard s'avère difficile. Les individus le nient aisément, utilisant la catégorie *Rien n'arrive par accident* (Dieguez, Wagner-Egger, & Gauvrit, 2015). En ayant construit cette catégorie, les individus interprètent toute corrélation comme relation causale. Gilovich, Vallone et Tversky (1985) avaient mis en évidence la non-perception du hasard au basket. Dans ce sport, on constate que le fait qu'un joueur semble avoir un don presque magique, « la main chaude », est facilement accepté par les joueurs, les entraîneurs et le public. Si un joueur marque d'affilée trois ou quatre paniers, la déduction immédiate est que ce joueur possède un don, « la main chaude », qui lui permet de marquer de nombreux paniers. Pourtant, quand on analyse les séquences de tirs, on constate que « la main chaude » n'existe pas : les séquences de tirs des joueurs ayant « la main chaude » ne sont pas différentes de séquences de tirs au hasard. On observe les mêmes résultats pour les corrélations illusoire entre la pleine lune et les admissions en hôpital psychiatrique, ou encore entre les jours de pluie et l'arthrose (Lilienfeld, Lynn, Ruscio, & Beyerstein, 2011). Le concept de hasard est en effet difficilement caractérisable et compréhensible pour les individus : « nothing is so alien to the human mind as the idea of randomness<sup>22</sup> » (Cohen, p. 42, 1960). Ils s'en construisent ainsi une représentation erronée. Par exemple, si un individu tire une suite de lancer de dés donnants 222222, il aura tendance à dire que c'est fortement du hasard, mais n'aura pas ce sentiment s'il obtient la suite 1364325. Pourtant, si le dé n'est pas pipé, les deux suites ont la même

---

<sup>22</sup> « rien n'est plus étranger à l'esprit humain que l'idée de hasard. » (notre traduction)

probabilité d'apparition. Or, la compréhension naïve du hasard fait dire qu'obtenir une suite de sept 2 est plus étonnant qu'obtenir un 1, puis un 3, etc. Falk & Konold (1997) ont montré que plus des suites de lettres ou de nombres montraient des régularités, plus les participants jugeaient la suite aléatoire par rapport à des suites avec peu de régularité. Plus la suite est simple, plus les participants la jugent comme le résultat du hasard.

### 3.3.5 Circularité

Les enfants montrent aussi des difficultés à distinguer explications circulaires et explications non circulaires. Les explications circulaires sont des explications qui réitèrent les informations déjà données (par exemple, les lièvres polaires ont une fourrure blanche parce que leur fourrure est blanche), alors que les explications non circulaires apportent des informations significatives (les lièvres polaires ont une fourrure blanche parce qu'elle les aide à se cacher dans la neige) (Baum, Danovitch, & Keil, 2008). Plus les enfants grandissent, plus ils préfèrent les explications non circulaires aux explications circulaires. Toutefois, on remarque souvent que le paradigme utilisé consiste à faire choisir entre les deux types d'explication pour une même paire d'exemples. Or, ce paradigme est peu écologique puisque dans la vie quotidienne, les enfants ne sont pas confrontés aux deux types d'explication simultanément. C'est face à un type d'explication qu'ils doivent déterminer si l'explication est pertinente. Pour répondre à cette limite méthodologique, Mills, Danovitch, Rowles et Campbell (2017) ont mené une étude auprès d'enfants américains (31 enfants de 6 ans, 27 enfants de 8 ans et 29 enfants de 10 ans). Les élèves devaient évaluer 12 explications (circulaires ou non circulaires) à propos d'animaux inconnus. Par exemple, « Pourquoi les pangolins grimpent-ils aux arbres ? ». Une réponse circulaire est « Les pangolins grimpent aux arbres, car il y a des arbres autour d'eux sur lesquels grimper. » Et une réponse non circulaire est « Les pangolins grimpent aux arbres parce qu'ils mangent les insectes qui vivent dans les arbres. Une seule question par paire était proposée (soit la question circulaire, soit la question non circulaire) était présentée aux enfants. Ils devaient noter la réponse proposée sur une échelle de 5 points. Comme dans les expériences précédentes, plus les enfants étaient âgés, plus leur moyenne aux explications non circulaires était supérieure à celles des explications circulaires. La capacité à distinguer les explications circulaires et non circulaires semble donc se développer au cours de l'enfance.

### 3.3.6 Téléologisme

Une autre connaissance naïve du raisonnement causal est d'interpréter tout événement comme ayant un but, une intention. Heider et Simmel (1944) ont identifié la spontanéité du raisonnement causal intentionnel. Dans un film composé d'un petit triangle, d'un grand triangle et

d'un petit cercle qui bougent autour et à l'intérieur d'un rectangle (Figure 7), les participants prêtent des traits de personnalité, des intentions et des émotions aux formes géométriques. En effet, les caractéristiques de contiguïté temporelle et proximité spatiale sont déterminantes dans l'explication causale. L'attribution de but à des formes géométriques a aussi été confirmée auprès d'enfants de 12 mois (Gergely, & Csibra, 2003). De nombreuses études ont toutefois montré que les inférences intentionnelles dépendent du contexte. Les individus n'adoptent pas la même forme de causalité pour les objets et pour les êtres vivants. Dès l'enfance, une différence se retrouve entre les entités vivantes (animaux et plantes), les entités non vivantes et les phénomènes biologiques (maladie...) (Inagaki & Hatano, 2008). Carey (1985) expliquait que les jeunes enfants raisonnent sur des phénomènes biologiques de façon animiste, en les personnifiant, car ils manquent de données spécifiques sur la biologie. Avant l'âge de 10 ans, les enfants donneraient ainsi des explications sur les phénomènes biologiques en se basant sur une causalité intentionnelle : les phénomènes biologiques sont expliqués par le contrôle intentionnel des êtres humains.

Or, des études ont montré depuis que les enfants dès 5 ans possèdent déjà une biologie naïve qui leur permet de faire des prédictions cohérentes sur les phénomènes biologiques (Inagaki & Hatano, 2008). En réalité, ils proposent des explications téléologiques. La téléologie est une façon d'interpréter n'importe quelle propriété d'une entité comme fonction des autres entités (Inagaki & Hatano, 2008). On parle ainsi de « *life teleology* ». Par exemple, les organes du corps humain existent pour permettre de vivre (Keil, 1992).

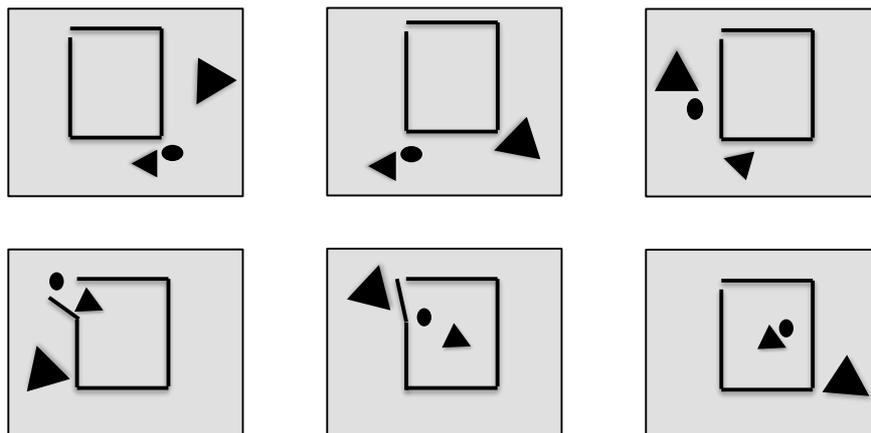


Figure 7 – Exemple de la tâche d'Heider & Simmel (1944) (notre illustration)

Les individus ont donc souvent tendance à proposer des explications téléologiques à la fois pour les agents (explication par leur objectif) et les artefacts (explication par leur fonction). Cela est d'autant plus fréquent chez les enfants (Kelemen, 1999a ; Kelemen, 2003) qui peuvent ainsi expliquer que « les lions existent pour aller au zoo » et que « les nuages existent pour pleuvoir ». Contrairement au résultat de Keil (1992), Kelemen (1999a) propose que les enfants étendent les explications téléologiques à tous les domaines. Keil (1992) avait en effet montré que les enfants avaient une préférence pour les explications téléologiques pour les êtres vivants par rapport aux entités non vivantes. Ainsi deux questions « Pourquoi les plantes sont-elles vertes ? » et « Pourquoi les émeraudes sont-elles vertes ? » avaient été posées à des enfants de maternelle et de 8 ans qui devaient choisir entre deux réponses : une téléologique — « They are green because it helps there be more of them.<sup>23</sup> » — ou une mécanique « They are green because tiny parts mix together to give them a green color<sup>24</sup> ». Les enfants préféraient l'explication téléologique pour la question sur les plantes et l'explication mécanique pour la question sur les émeraudes. D'après Kelemen (1999a), l'inférence téléologique des enfants pourrait être due à l'indice linguistique « aider » qui est habituellement utilisé avec des entités vivantes. L'auteur met ainsi en évidence que les enfants proposent des explications téléologiques pour tout : les explications téléologiques sont intuitives parce qu'elles sont forces d'explications intentionnelles, tout existe dans un but précis. Les enfants auraient cette vision téléologique de tous les éléments (artefacts, objets naturels vivants et non vivants) tant qu'ils n'ont pas développé une compréhension plus élaborée des processus naturels. Ainsi, à l'âge adulte, les individus n'utilisent plus d'explications téléologiques pour les entités non vivantes, mais les conservent pour les entités vivantes. Par exemple, une partie pointue sur un animal peut exister pour remplir une fonction de protection, mais une partie pointue sur une roche est le résultat sans but d'un processus physique, tel que l'érosion (Kelemen, 1999a). Kelemen (1999b) a ainsi demandé à des adultes et des enfants (CP, CE1, CM1) de choisir entre des explications téléologiques et des explications mécanistes pour répondre à des questions du type « Le cryptoclidus avait la peau lisse. Pourquoi avait-il une peau aussi lisse ? ». Les résultats montrent que les adultes rejettent les explications téléologiques pour les objets naturels non vivants et limitent leurs intuitions téléologiques à des explications fonctionnelles des propriétés biologiques. Au contraire, le schéma de réponse des enfants diffère de celui des adultes. Les enfants choisissent davantage les explications téléologiques. Toutefois, on note que la préférence téléologique par des élèves de CM1 pour les objets naturels non vivants était du niveau du hasard. Cela tend à montrer que, dès la classe de CM1, les élèves s'éloignent des explications téléologiques pour les entités non vivantes.

---

<sup>23</sup> « Elles sont vertes, car cela les aide à être elles-mêmes. » (notre traduction)

<sup>24</sup> « Elles sont vertes, car, ensemble, de minuscules parties leur donnent une couleur verte. » (notre traduction)

Cette préférence pour les explications téléologiques a aussi été interprétée comme ayant une incidence sur la compréhension de l'évolution (Ferrari & Chi, 1998). Si tout existe dans un but, alors il est difficile de comprendre la notion d'aléatoire. Or, le principe de sélection naturelle correspond à une variation aléatoire sélectionnée. De même, Wagner-Egger, Delouée, Gauvrit et Dieguez (2018) ont montré une corrélation entre téléologisme et créationnisme ( $r(727)=0,32$ ), mais aussi entre téléologisme et complotisme ( $r(727)=0,31$ ) et entre téléologisme et créationnisme ( $r(727)=0,32$ ). Ainsi, le téléologisme serait, à la fois, associé au créationnisme et au complotisme, à savoir la tendance à expliquer tout événement sociohistorique en termes de complots.

### 3.3.7 Essentialisme

Outre la préférence pour les explications téléologiques, on remarque aussi que les enfants de façon très précoce postulent que les êtres vivants ont une « essence ». L'essentialisme est une croyance intuitive qui postule que les membres d'une catégorie sont unis par une essence commune, une réalité profonde (Gelman, 2004). Il existe une qualité interne, présente chez tous les membres de l'espèce, qui explique en quoi elle se distingue des autres. Et cela va au-delà des caractéristiques superficielles : il y a quelque chose de causal à l'intérieur — une qualité ou une substance : sang, ADN, quelque chose d'inconnu — qui est responsable de l'identité de la catégorie et de ses caractéristiques. Cette essence a alors un pouvoir causal (Ahn et al., 2001). L'essentialisme est la vision selon laquelle certaines catégories possèdent une réalité sous-jacente. Bien que cette « vraie nature » ne puisse pas être observée directement, elle confère à l'objet son identité et est à l'origine des similarités que les membres de la catégorie partagent (Gelman, 2004). Une des limites de l'essentialisme porte de nouveau sur la théorie de l'évolution. En effet, les croyances essentialistes impliquent qu'il existe un fossé infranchissable entre deux espèces. Une baleine est une baleine et un humain est un humain, car leur essence est différente. Dès lors, il est difficile de comprendre la notion d'ascendance commune.

## 3.4. Aller au-delà des conceptions initiales

### 3.4.1 Le changement conceptuel

Les connaissances acquises en dehors de l'école, préalablement ou en parallèle, influencent donc considérablement la manière dont les enseignements scolaires sont appréhendés par l'élève. La question revient dès lors à savoir comment les dépasser ou en tout cas ne pas s'y restreindre. Posner, Strike, Hewson et Gertzog (1982) considèrent que l'enfant possède des connaissances organisées sous forme de théories, cohérentes et organisées. Ses théories sont alors modifiées lorsque le conflit cognitif s'opère entre les préconceptions et les connaissances scientifiques. Ce

conflit entraînerait une transformation définitive : les préconceptions disparaissent. Cette approche a été remise en cause du fait de la persistance des préconceptions malgré un apprentissage (diSessa et al., 2004 ; Vosniadou, 2009). Plusieurs approches ont alors été développées qui s'opposent sur le caractère cohérent ou fragmenté des connaissances chez les enfants. Vosniadou (2009) utilise ainsi la notion de cadres conceptuels : le changement conceptuel s'opère alors via des mécanismes additifs et d'enrichissement, car la nouvelle information est ajoutée au cadre conceptuel. Au contraire, diSessa et al. (2004) conteste le caractère structuré des connaissances naïves et propose le concept de *knowledge in pieces*, savoir constitué de primitives phénoménologiques : les primitives phénoménologiques paraissent évidentes, d'où leur caractère primitif, et sont le fruit de l'expérience, d'où la terminologie phénoménologique. Dans ce cadre, le changement conceptuel ne peut se faire sans l'instruction qui permet l'accumulation et la généralisation des primitives phénoménologiques au travers de contextes variés et la mise en correspondance avec des concepts formels. Selon Carey (1991), le changement conceptuel requiert de réassigner un concept dans une catégorie ontologique différente ou nécessite d'en créer une nouvelle. Par exemple, le concept de « Terre » passe de la catégorie *objet physique* à la catégorie *objet astronomique* (Vosniadou, Skopeliti, & Ikospentaki, 2005). Chi (2009) distingue toutefois trois sortes de changement conceptuel : la révision de croyances, la transformation du modèle mental et le changement catégoriel. Si la préconception est forte, cela signifie que la connaissance a été catégorisée de façon inadéquate. La conception correcte appartient en réalité à une catégorie latérale. Par exemple, la chaleur est conceptualisée comme une matière alors que c'est un processus. Le changement conceptuel exige donc un changement de catégorie latérale et repose dès lors sur la capacité de recatégoriser. Or, cette recatégorisation est difficile : du fait de la fiabilité de leurs catégories dans la vie de tous les jours, les individus sont peu conscients que leurs erreurs peuvent venir d'une mauvaise catégorisation. Il est alors bénéfique pour l'élève d'être conscient que le changement est nécessaire et de disposer de la catégorie adéquate à la situation (Chi, 2013).

Afin de dépasser permettre ce changement conceptuel, des méthodes issues de la recherche en psychologie cognitive et du développement et de la recherche en sciences de l'éducation ont été testées dans des milieux quasi écologiques. Nous présentons différents travaux qui s'appuient sur les trois ressorts suivants pour permettre le dépassement des conceptions initiales : la comparaison de stratégies, l'explicitation et le recodage sémantique.

### 3.4.2 Comparaison de stratégies correctes

Une façon de développer la flexibilité dans la résolution de problèmes consiste à demander aux étudiants de comparer plusieurs stratégies correctes pour résoudre un même problème (Rittle-Johnson & Star, 2007, 2011 ; Alfieri, Nokes-Malach, & Schunn, 2013). Comparer des solutions à un même problème est plus bénéfique que comparer des solutions de problèmes différents partageant la même structure mathématique (Rittle-Johnson & Star, 2007; Rittle-Johnson, Star, & Durkin, 2009 ; Rittle-Johnson & Star, 2011) : les élèves arrivent mieux à identifier la structure profonde du problème plutôt que les éléments de surface. En effet, des études sur l'apprentissage par analogie (Gentner, 1983 ; Hummel & Holyoak, 1997) expliquent que la comparaison d'une nouvelle solution à une solution familière permet aux étudiants d'identifier les similitudes (ou les différences) entre la solution connue et la nouvelle, et donc améliore leur capacité à utiliser plusieurs stratégies en algèbre (Rittle-Johnson & Star, 2009) et avec des problèmes verbaux (Begolli & Richland, 2016). Mais la manière de présenter les stratégies analogues est importante : Rittle-Johnson et Star (2007) ont montré que les élèves qui voyaient les différentes stratégies — pour résoudre des équations linéaires à plusieurs étapes — sur la même page, avec une présentation côte à côte, surpassaient les élèves qui voyaient les différentes stratégies sur différentes pages. Cependant, la comparaison de stratégies multiples semble avoir certaines limites : il reste de grandes difficultés à transférer une nouvelle stratégie apprise d'une situation à une autre (Gick & Holyoak, 1983; Novick, 1988; Hayes & Simon, 1977; Reed, Ernst, & Banerji, 1974). Une des limites de la méthode des comparaisons de stratégies en mathématiques pourrait être de ne pas prendre en compte les connaissances naïves des élèves (Vosniadou & Verschaffel, 2004) contrairement à une part importante des études menées en sciences (Brown & Clement, 1989 ; Chi, 2013 ; diSessa et al., 2004 ; Vosniadou, 2013).

### 3.4.3 Explicitations

Un deuxième ressort pour permettre un changement conceptuel est celui de l'explicitation. Au sein de l'explicitation, deux niveaux peuvent être distingués : l'explicitation par l'enseignant (guidage) et l'explicitation par l'élève (dimension métacognitive). De nombreux travaux ont montré que l'apprentissage ne peut se passer de guidage explicite de la part de l'enseignant. Ils ont vu le jour suite à l'engouement pour la démarche d'investigation dont l'objectif est d'enseigner les sciences par la découverte, concept opposé aux situations pédagogiques magistrales. L'hypothèse est qu'en mettant l'élève en situation de découverte, il réussirait à mieux à organiser ses connaissances et à les mémoriser (Bok, 2006) et serait davantage engagé et motivé. Mais ces méthodes basées sur la

découverte ont montré des limites, car fonctionnant seulement dans le cas idéal où l'élève identifie ce qu'il doit découvrir et apprendre (Tricot, 2017). Mais il est vrai qu'une des difficultés à évaluer l'investigation réside dans le fait que sa définition n'est pas claire (Klahr & Nigam, 2004). On peut définir les méthodes d'investigation comme des méthodes de découvertes sans assistance de la part de l'enseignant ou des méthodes de découvertes avec assistance et explicitation de la part de l'enseignant (Alfieri, Brooks, Aldrich, & Tenenbaum 2011). Alfieri et al. (2011) ont conduit une méta-analyse à partir de 164 études. Ils ont d'abord mis en évidence qu'une méthode reposant sur la découverte sans assistance n'a pas d'effets positifs sur les élèves. Les effets de l'apprentissage par découverte sans assistance ont été comparés aux effets d'une instruction explicite. Les résultats ont révélé que l'enseignement explicite a davantage d'effets positifs que l'enseignement par découverte sans assistance (taille d'effet de -0,38). Mais si l'on compare des méthodes de découverte « améliorée ou assistée » par rapport à tout autre type d'instruction (découverte explicite, sans aide...), les résultats sont favorables à une découverte « améliorée ou assistée » par rapport à d'autres formes d'instruction (taille d'effet de 0,30). Le rôle de l'explicitation par l'enseignant a été testé plus précisément dans une expérience de Chen et Klahr (1999). Le concept de contrôles des variables (afin de comparer deux conditions, il faut garder toutes les variables identiques sauf celle qu'on cherche à tester) a été enseigné à des élèves de CE1-CE2-CM1. Les élèves recevaient ou non un entraînement explicite du contrôle des variables. Dans la condition explicite, les expérimentateurs expliquaient la stratégie de contrôle des variables en plus de la phase d'exploration. Les élèves devaient répondre à des questions de type « lequel de ces facteurs détermine à quel point le ressort peut être étiré : la longueur, le diamètre du ressort, le diamètre du pneu, ou le poids ? ». Les expérimentateurs ont montré que les élèves dans la condition explicite maîtrisaient davantage le concept de contrôle des variables après l'intervention, mais aussi 7 mois plus tard, avec des contextes expérimentaux et expérimentateurs différents.

Ce type d'expérience a aussi été mené dans des écosystèmes. Grotzer et Basca (2003) ont proposé une méthode d'apprentissage composée de 6 activités spécifiques d'une heure pour développer la compréhension de l'écosystème pour des élèves de CE2 : deux activités pour analyser, modéliser avec des dominos et créer des réseaux alimentaires (versus chaînes alimentaires) ; deux activités d'observation — sur les vers de terre et sur des bûches de bois pourries — et deux activités de décomposition du pain sur plusieurs semaines. Trois classes ont été réparties selon trois conditions : la condition Activités Causales plus Discussion (CAD) dans laquelle les informations sur les écosystèmes ont été introduites par le biais d'activités axées sur la causalité et par une discussion explicite de la structure causale et des difficultés que rencontrent généralement les étudiants pour comprendre les structures causales dans les écosystèmes ; la condition Activités Causales uniquement (CAO), c'est-à-dire comme la condition précédente, mais sans discussion ; et enfin une

condition contrôle dans laquelle les élèves recevaient les mêmes informations sur les écosystèmes, mais sans activités. Les activités duraient 6h dans chaque condition. Seulement 10 élèves par classe ont passé le pré et le posttest qui se déroulaient sous la modalité d'un entretien à partir d'images d'écosystème (une mare et une forêt) pour d'abord demander aux élèves d'identifier les liens entre les différents éléments de l'écosystème, puis d'anticiper des changements si un des types d'arbres présents disparaissait. Malgré la très faible population participant aux tests, les auteurs notent que les élèves dans la condition CAD réussissent mieux au posttest que ceux de la condition contrôle, et aucune différence n'est trouvée entre la condition CAO et la condition contrôle. Ainsi l'importance de combiner activités et explicitations via la discussion semble être notable.

Le rôle de l'explicitation a aussi été testé dans la résolution de problème. Mais dans ce cas, l'explicitation était faite par les élèves eux-mêmes. Mellone, Verschaffel et Van Dooren (2014, 2017) ont demandé à des élèves de primaire de reformuler des problèmes « problématiques » — tel que « 450 soldats doivent voyager par bus. Chaque bus de l'armée peut contenir 36 soldats. Combien faut-il de bus ? » — individuellement (2014) ou en binôme (2017). L'hypothèse est que cette phase d'explicitation permet aux élèves de résoudre les items problématiques de façon plus réaliste, et en particulier lorsqu'ils sont en binômes. En réalité, les élèves personnalisent le problème en ajoutant des éléments non pertinents, comme par exemple « 450 soldats doivent être transportés dans un bus militaire où ils se rendront à une cérémonie. Les soldats doivent être répartis par 36 dans chaque autobus. Dans le bus, les soldats mangent une pizza à la tomate et les généraux discutent. Combien faut-il de bus ? ». Les résultats sont mitigés, mais dans certains types de problèmes, la reformulation permet d'augmenter de façon significative le taux de bonnes réponses. Cette absence de résultat net met peut-être en avant que la difficulté des élèves ne vient pas d'une difficulté à voir l'aspect réaliste du problème. La difficulté pourrait être celle de modéliser les relations entre les quantités décrites dans le problème. Vicente, Orrantia et Verschaffel (2007) proposent ainsi de distinguer deux reformulations possibles : une reformulation conceptuelle – qui explicite les relations sémantiques entre les éléments de l'énoncé –, et une reformulation de la situation – qui est enrichie avec davantage de contexte. Seule la version conceptuelle a un effet facilitateur. Les auteurs concluent que les informations situationnelles relèvent du *extraneous processing*, mise en œuvre à cause d'informations non pertinentes et qui consomment de la mémoire de travail. Au contraire, la version conceptuelle donne des informations pertinentes, car elle explicite les relations parties-tout de leurs énoncés. La difficulté ne vient donc pas d'un problème de compréhension de la situation qui serait facilitée par l'ajout d'information situationnelle, mais bien d'un problème conceptuel qui se trouve facilité uniquement lorsque les relations conceptuelles sont rendues explicites. Utiliser l'explicitation pourrait donc avoir un impact positif sur la résolution de problèmes par les élèves si elle ne se

résume pas à une explicitation de la situation ou d'une reformulation, mais lorsqu'il s'agit d'une explicitation des relations conceptuelles.

Enfin, un dernier niveau de l'explicitation correspond à un cadre davantage centré sur les stratégies métacognitives. Dans leur étude, Perels, Dignath et Schmitz (2009) ont testé un programme d'intervention de 9 séances basé sur les stratégies d'autorégulation combinées à l'apprentissage du cours diviseur/dividende auprès d'élèves de 6<sup>e</sup>. Le groupe expérimental recevait l'apprentissage du cours diviseur/dividende, ainsi que l'apprentissage de différentes stratégies d'autorégulation (attitude positive à l'égard des mathématiques, motivation, se fixer des objectifs, planification, gérer les distractions, concentration et gérer l'erreur) au cours d'une même session. Le groupe contrôle a reçu l'apprentissage du cours diviseur/dividende entrecoupé de trois séances portant sur les méthodes de résolution de problème. Le groupe expérimental a fortement progressé entre le pré et posttest (différence de 10% avec le groupe contrôle,  $t = 3,72$ ,  $p < 0,01$ ).

### 3.4.3 Recodage sémantique

Un troisième ressort des méthodes d'apprentissage, indépendant de la discipline enseignée, est celui du recodage sémantique. Gamo, Sander et Richard (2010) ont proposé une méthode d'apprentissage de stratégies de résolution de problème reposant sur le recodage sémantique. Le principe est d'amener l'élève à recoder la structure induite sémantiquement en une structure profonde et mathématique du problème. En recodant le problème, l'élève adopte un point de vue nouveau qui le conduit à élaborer une représentation plus abstraite du problème. Ce degré d'abstraction supplémentaire permet d'utiliser des stratégies de résolution alternatives. Dans l'étude de Gamo et al. (2010), des élèves de CM1-CM2 doivent résoudre des problèmes admettant deux stratégies de résolution différentes (procédure-complément et procédure-comparaison). Mais selon le contexte sémantique, une seule des deux stratégies est spontanément induite. Aussi, après un apprentissage d'une séance révélant la structure profonde entre problèmes isomorphes et en faisant travailler les élèves sur la comparaison de problèmes qui partagent une même structure profonde, tout en incarnant des structures induites différentes, on constate le transfert de la stratégie de résolution la moins intuitive à des problèmes isomorphes. Grâce au recodage sémantique, les élèves semblent avoir acquis un degré d'abstraction supplémentaire. Pour faire converger la structure induite vers la structure profonde, l'objectif est de créer, à partir de situations qui induisent un codage congruent avec la structure profonde et se prêtent en même temps à un dépassement de ce codage, les conditions de recodages sémantiques, qui constituent la dynamique de la conceptualisation. La comparaison entre situations, l'une qui induit spontanément un codage trop

spécifique pour constituer une conceptualisation satisfaisante, et l'autre qui entre dans la même catégorie selon la structure profonde, mais non selon la structure induite, peut favoriser la construction d'un codage commun, plus abstrait que le codage congruent initial, dans la mesure où il s'applique aux deux situations. Ce principe de recodage sémantique a aussi été utilisé dans le cadre de progression de résolution de problème du programme Arithmécole, programme d'arithmétique en CP et CE1. La soustraction a été introduite auprès des élèves via des problèmes de comparaison (par exemple, « Maria a 7 bonbons et Johan a 4 bonbons. Qui en a le plus ? »). De cette manière, les élèves apprenaient directement à adopter un point de vue « parties » ou un point de vue « tout » sur les énoncés, permettant ainsi un recodage des problèmes de perte (voir 3.1.1). Ainsi, on constate que les élèves ayant appris la soustraction au travers du programme Arithmécole modélisent mieux un problème de transformation — « À la récréation, Dimitri joue aux billes. Au début de la partie, il possède 37 billes. À la fin, il a 72 billes. Combien a-t-il gagné de billes ? » — par rapport au groupe contrôle (Fischer et al., 2019). Si la soustraction induit la perte, l'addition induit le gain, et ce type de problème induit donc une addition :  $37 + 72 = 109$ . On constate que les élèves Arithmécole proposent deux fois moins cette réponse incorrecte (5,08%) par rapport au groupe contrôle, 12,33%,  $\chi^2(1) = 80,45, p < 0,001$ , et proposent davantage de réponses inférieures à 72, ce qui est cohérent avec le sens de la soustraction, 68,96% vs 57,02%,  $\chi^2(1) = 71,79, p < 0,001$ , (Fischer et al., 2019).

De même, nous avons aussi testé le principe du recodage sémantique sur une période de 6 semaines et dans deux disciplines, mathématiques et sciences (Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, 2017, 2018). En mathématiques, le raisonnement étudié était celui de la distributivité (développement et factorisation) dans le cadre de problèmes à énoncés verbaux. Ce type de problèmes — inscrits dans les programmes français en CM1 et CM2 — présente l'intérêt méthodologique d'être résoluble par deux stratégies — développement ou factorisation —, dont la prévalence dépend du contexte sémantique impliqué dans les problèmes (Coquin-Viennot & Moreau, 2003 ; Lautrey et al., 2008 ; Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, *en révision*). L'objectif principal de cette méthode est de permettre aux élèves d'utiliser les deux stratégies de manière flexible, sans être dépendant du contexte sémantique. En sciences, le raisonnement étudié est celui du raisonnement d'investigation. L'objectif est que les élèves sachent proposer des protocoles en suivant les différentes étapes (observation, hypothèse, test, résultat, conclusion), sans être dépendant des traits superficiels du contexte d'apprentissage (volcan, digestion...). Afin de contrôler l'effet expérimentateur et l'effet de motivation de l'enseignant, les classes recevaient soit la méthode expérimentale en mathématiques et la méthode contrôle en sciences, soit l'inverse. 161 élèves ont participé à l'étude (M = 10 ans et 3 mois, ET = 6 mois, 88 garçons, 73 filles). Dans chaque école, deux classes du même niveau (CM1 ou CM2) ont été attribuées au hasard au groupe

expérimental Math ou au groupe expérimental Sciences. Dans l'une des écoles, trois classes ont également été attribuées à un groupe témoin passif, ne recevant pas d'apprentissage. Le recodage sémantique a été utilisé lors de sessions contextualisées associées à des outils décontextualisés (outil du point de vue en mathématiques et activités d'investigation abstraite en sciences). Alors qu'il n'y avait aucune différence significative entre les trois groupes au prétest, le groupe expérimental Math (N = 57) a considérablement amélioré sa capacité à proposer des stratégies pour résoudre des problèmes de transfert proche, dont les variables n'avaient pas été vues durant les séances d'apprentissage (+0,38 pts entre le pré et posttest) par rapport au groupe contrôle actif (N = 56, + 0,26 pts) et au groupe témoin passif (N = 48, +0,05 pts),  $F(2,158) = 21,22, p < 0,001$ . De même, le groupe expérimental Sciences propose davantage de protocoles corrects (+0,32 pts) que le groupe contrôle actif (+ 0,015 pts) et que le groupe contrôle passif (+ 0,020 pts),  $F(2,158) = 17,32, p < 0,001$ . La méthode d'apprentissage basée sur le recodage sémantique semble ainsi offrir des perspectives de développement conceptuel, dans deux contextes différents (mathématiques et sciences).

\*

Les connaissances naïves préexistent à l'apprentissage et persistent après ce dernier. Les connaissances naïves coexistent avec les connaissances expertes, car elles ont un certain domaine de validité dans la vie quotidienne. Aussi, les individus peuvent s'appuyer dessus dans de nombreuses situations quotidiennes. Mais les connaissances naïves sont limitantes quand il s'agit de raisonner hors de leur domaine de validité. Ainsi mener des raisonnements causaux et proportionnels sophistiqués s'avère difficile. Cela a des impacts potentiels non seulement sur les performances scolaires, mais aussi sur les prises de décisions et la formation d'opinions correctes dans la vie quotidienne. Contrairement à l'approche classique des connaissances naïves (3.1), nous proposons d'étudier les connaissances naïves non pas uniquement comme une entrave, mais aussi comme une opportunité pour développer des conceptions plus adéquates. En effet, les connaissances naïves peuvent apparaître comme étant un frein puisqu'elles correspondent à une conception limitée d'une notion. Pourtant, si elles sont préalablement identifiées, elles sont aussi l'opportunité de proposer des activités de reconceptualisation ciblées afin d'accéder à la connaissance scolaire. Nous avons relevé 5 connaissances naïves de la proportion (addition répétée, division partage, fraction bipartite, conservation de l'écart et illusion de linéarité) et 6 connaissances naïves de la causalité (illusion de causalité perceptive, cause directe, non-perception du hasard, circularité et téléologisme, essentialisme). Aussi, un des objectifs de l'enseignement est de rendre les élèves moins dépendants de leurs connaissances naïves. Cela signifierait que les élèves opèrent un changement conceptuel : ils dépassent l'appréhension spontanée des situations et adoptent des connaissances expertes.

## Chapitre 4 :

# Contributions de la thèse

L'objectif général de la thèse est d'étudier la contribution de la catégorisation multiple dans le développement de l'esprit critique, relativement à deux raisonnements : le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal. Nous présentons tout d'abord les contributions théoriques de la thèse, puis les contributions pédagogiques.

### 4.1 Proposer une caractérisation opérationnelle de l'esprit critique en lien avec la résolution de problèmes en mathématiques et en sciences

Tout d'abord, contrairement à la majorité des approches existantes de l'esprit critique (chapitre 1), nous choisissons d'en construire une caractérisation opérationnelle : « the proper definition of a concept is not in terms of properties but in terms of actual operations<sup>25</sup> » (Bridgman, 1927, p.37). Nous avons souhaité faire bénéficier le champ de l'esprit critique de travaux connexes qui portent sur la métacognition et la flexibilité cognitive. En effet, ces deux fonctions cognitives recèlent des ressorts pour l'esprit critique : d'une part, la métacognition est reliée à une nécessaire prise de conscience, et d'autre part, la flexibilité cognitive est associée à la capacité de changement de point de vue. Cela permet de caractériser de façon opérationnelle l'esprit critique afin de dégager des pistes pour l'éducation et l'évaluation. C'est pour cette raison que nous nous sommes proposé de donner une définition spécifique, quoique restreinte de l'esprit critique. Bien que cette approche puisse paraître réductrice, ce type de caractérisation nous permet d'avoir un domaine d'application suffisamment restreint pour étudier l'esprit critique en limitant les interférences avec d'autres fonctions. En cohérence avec sa racine étymologique, à savoir *krinein*, qui signifie « trier » ou « discriminer », l'acception retenue de la notion d'esprit critique est celle d'une capacité à trier et à distinguer les indices pertinents d'une situation complexe. Une situation complexe signifie que les indices superficiels, directement accessibles par nos connaissances quotidiennes, ne permettent pas de résoudre la situation, et qu'il faut donc distinguer les indices profonds. Cela requiert de la flexibilité conceptuelle (distinguer les indices) et des capacités métacognitives (retour réflexif sur les critères établis). L'esprit critique est donc une pratique qui consiste à mobiliser de façon volontaire

---

<sup>25</sup> « la définition adéquate d'un concept n'est pas en termes de propriétés, mais en termes d'opérations réelles. » (notre traduction)

un ensemble de compétences et d'outils, afin de résister à un traitement superficiel d'une situation. Il a pour ambition d'être indépendant du contexte, mais requiert en même temps des connaissances spécifiques. Nous pensons donc que l'esprit critique ne peut pas être enseigné comme une discipline autonome, qui serait indépendante du contexte, mais il doit être intégré à un enseignement disciplinaire.

#### **4.2 Le mécanisme de catégorisation multiple comme levier pour favoriser la mobilisation de l'esprit critique.**

Nous interrogeons le mécanisme de catégorisation multiple comme levier de l'esprit critique. La catégorisation semble être au cœur de la capacité d'abstraction. Nous proposons le terme de catégorisation multiple pour désigner cette capacité à catégoriser une même situation d'une multitude de façons, au gré du contexte et de l'objectif de l'individu. À notre connaissance, ce mécanisme n'a pas encore été lié au développement de l'esprit critique. Notre hypothèse est donc que la catégorisation multiple est un mécanisme général qui permet de développer l'esprit critique. Étant donné que nous sommes dans un contexte scolaire, nous ne pouvons pas mesurer le développement des raisonnements des élèves dans le cadre de la vie quotidienne. Mais nous choisissons de les mettre en situation problématique, au travers des tâches de résolution de problème. Résoudre des problèmes fait, en effet, partie des compétences de l'esprit critique sur lequel il y a consensus (Ennis, 1987 ; Halpern, 1988 ; Sternberg, 1986 ; Willingham, 2008). Pourtant, la majorité des tests de l'esprit critique correspondent principalement à donner son avis sur des énoncés (chapitre 1). Il nous semble donc important de placer les élèves dans une situation active de résolution de problème. Cela est tout d'abord plus réaliste par rapport aux situations de la vie de tous les jours où l'esprit critique est nécessaire. Par ailleurs, le cadre de la résolution de problèmes offre l'opportunité d'étudier plus spécifiquement les difficultés d'apprentissage. Zelazo, Carter, Reznick et Frye (1997) soulignent, par exemple, l'intérêt de la résolution de problèmes pour étudier les fonctions exécutives, en proposant de les observer dans chacune de ses quatre phases distinctes : construire un espace-problème, planifier ses stratégies, exécuter le plan, évaluer si la solution a été trouvée et réviser éventuellement l'une des phases précédentes de la résolution de problèmes. L'activité de résolution de problèmes est donc une activité complexe constituée d'autres activités complexes, telles que la catégorisation, la compréhension, la capacité de réaliser des inférences (Richard, 2004). Certaines tâches de résolution de problème pourraient donc être utilisées comme mesure de l'esprit critique puisqu'il nécessite des compétences de l'esprit critique précédemment citées : « Se concentrer sur une question, gérer l'équivoque de manière appropriée, déduire et évaluer des déductions, comprendre et utiliser les graphiques et les mathématiques élémentaires,

réfléchir en faisant des suppositions » (Ennis, 1987, 2016) et des changements de point de vue (Willingham, 2008).

#### **4.3 Aller au-delà dichotomie entre connaissance « naïve » et « experte »**

Les connaissances naïves ont principalement été considérées comme un obstacle aux connaissances scientifiques (Clement, 1982). Toutefois, d'autres approches ont mis en avant le caractère positif des connaissances naïves, comme voie d'entrée dans une notion. Nous souhaitons poursuivre ces approches en adoptant une démarche systématique. Pour chaque notion des raisonnements travaillés, nous avons identifié les connaissances naïves recensées dans la littérature. Puis, pour chacune de ces connaissances naïves, les élèves seront amenés à recatégoriser cette connaissance naïve pour atteindre la connaissance scolaire, c'est-à-dire la plus experte au vu de l'âge des élèves. Deuxièmement, nous souhaitons contribuer à formaliser un mode d'évaluation des connaissances. Nous avons vu qu'un moyen de les évaluer est d'utiliser les problèmes congruents ou incongruents. Ce type de tâches a déjà été construit pour des items de comparaison de nombres rationnels (Vamvakoussi et al., 2012), des problèmes multiplicatifs (Brissiaud & Sander, 2010), des phénomènes scientifiques (Shtulman et Valcarcel, 2012). Nous souhaitons poursuivre la construction de tels items. Comme nous l'avons déjà fait avec des problèmes verbaux de distributivité (Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, *en révision*), nous construirons des problèmes verbaux congruents et incongruents fractionnaires et de proportion en mathématiques. En sciences, nous proposerons des problèmes congruents et incongruents pour les chaînes causales et les corrélations fallacieuses. Grâce aux problèmes congruents et incongruents, nous souhaitons, en outre, montrer que la distinction dichotomique « acquis/non acquis » est simpliste, car il existe en réalité un continuum de conceptions possibles entre les connaissances « naïve » et « experte », qui dépend du caractère congruent ou non des situations d'évaluation avec les connaissances naïves.

#### **4.4 Modélisation d'une situation de recherche *evidence-based* en éducation**

Nous souhaitons aussi contribuer aux réflexions sur la méthodologie de l'*evidence-based education*. L'objectif de l'*evidence-based education* est de ne plus fonder des pratiques éducatives sur des croyances, mais sur des données probantes (*evidence*). En effet, la persistance de pratiques pédagogiques dont la validité n'est pas démontrée montre l'importance d'adopter une méthode expérimentale en éducation. Ainsi, les théories telles que les styles d'apprentissages (Howard-Jones, 2014 ; Sander, Gros, Gvozdic, & Scheibling-Sève, 2018) ont la vie dure, car les individus se basent sur leur ressenti sans essayer d'en prouver sa véracité. L'éducation fondée sur des données probantes

visé donc à : (i) décider des politiques et pratiques éducatives à partir des résultats de la recherche ; (ii) permettre à la recherche en éducation de fournir des résultats probants sur les activités éducatives ; (iii) privilégier des méthodologies répondant à cet objectif, notamment les démarches expérimentales (ou quasi expérimentales). Toutefois, il nous semble qu'une des limites à ces recherches *evidence-based* correspond au fait qu'elles répondent à la question « qu'est-ce qui marche ? » et non à la question « pourquoi et comment ça marche ? » (Munter, Cobb, & Shekell, 2016). Il est donc pertinent de concevoir une recherche *evidence-based* basée sur la recherche en psychologie cognitive, afin de déterminer les ressorts cognitifs de l'apprentissage visé. Cet objectif est nécessaire pour gagner en validité, car les seuls tests sans approche cognitive sont inévitablement limités (Gentaz, 2017 ; Pasquinelli, 2013). En outre, nous souhaitons dépasser l'opposition entre connaissances scolaires et connaissances générales. En effet, une des difficultés de dialogue entre psychologues des apprentissages et enseignants ou pédagogues proviendrait que les premiers s'intéressent aux connaissances générales et les seconds aux connaissances scolaires (Tricot & Sweller, 2016). Ainsi, en développant un dispositif basé sur des connaissances spécifiques, nous pensons pouvoir dépasser l'opposition mentionnée en développant et évaluant des connaissances à la fois générales et scolaires.

Enfin, la question qui demeure est celle de l'implémentation : comment passer d'un protocole réalisé en laboratoire à la salle de classe ? En effet, des résultats robustes lorsqu'ils sont testés dans les conditions du laboratoire peuvent ne pas être significatifs lorsqu'ils sont testés dans la salle de classe. Dans le cadre de l'apprentissage de la lecture, c'est le constat fait par Gentaz (2018) suite à l'absence de résultat d'une intervention à grande échelle (3650 élèves) et randomisé pour tester un dispositif d'apprentissage de la lecture. De même, en mathématiques, Dillon, Kannan, Dean, Spelke et Duflo (2017) font le même constat : ils ont conduit une étude de terrain à grande échelle durant deux ans chez 1540 élèves en dernière année d'école maternelle en Inde. Le programme pédagogique d'une durée de quatre mois était basé sur des décennies de recherche en sciences cognitives sur le développement inné du raisonnement numérique et spatial des enfants. L'hypothèse était que les élèves des groupes expérimentaux aient de meilleurs résultats en mathématiques 15 mois après l'intervention, soit après un an d'école primaire, que le groupe contrôle. Or, aucune différence significative n'a été observée entre les deux groupes. La préparation des enfants indiens à l'apprentissage des mathématiques formelles semble nécessiter davantage que l'amélioration des compétences numériques et spatiales. Cette étude montre que même si les résultats en laboratoire peuvent sembler prometteurs pour faire avancer les méthodes d'apprentissage, il est nécessaire de les tester dans des conditions écologiques (Dillon et al., 2017). Les expériences en laboratoire constituent certainement le cadre le plus rigoureux pour découvrir les

fondements cognitifs de l'apprentissage. Mais cela ne permet pas de tester s'ils prédisent les performances sur le long terme ni d'en déduire une méthode d'apprentissage efficace. Nous souhaitons donc mettre en place une expérimentation, en milieu écologique, afin de tester un dispositif pédagogique de développement de l'esprit critique à partir du ressort cognitif de catégorisation mentale.

#### **4.5 Contributions empiriques**

Ces quatre contributions théoriques sont opérationnalisées au travers d'un dispositif d'apprentissage dont l'objectif est de fonder sur le plan empirique les prédictions théoriques de la thèse et de fournir un dispositif écologique suffisant pour donner lieu à des applications en classe.

Notre première contribution pédagogique est ainsi de tester un dispositif pour développer l'esprit critique dans le cadre des apprentissages scolaires. Nous partons du postulat que l'esprit critique ne peut pas être enseigné comme une discipline autonome, indépendante du contexte, mais doit être étudié dans le cadre d'un enseignement disciplinaire. Nous identifions ainsi les caractéristiques de l'esprit critique au sein des programmes scolaires.

Notre deuxième contribution pédagogique correspond à la construction d'un dispositif d'apprentissage basé sur la catégorisation multiple dans les programmes scolaires. Comme nous l'avons vu au chapitre 4, l'objectif est de permettre aux élèves d'accéder à la conception scolaire, la plus experte en fonction de leur niveau, via un changement explicite de point de vue pour chaque notion abordée. Nous faisons l'hypothèse que ce mécanisme pour développer l'esprit critique est suffisamment général pour ne pas restreindre son application à un enseignement disciplinaire spécifique et nous le testons dans deux enseignements (raisonnement proportionnel et raisonnement causal).

Notre troisième contribution pédagogique est alors de proposer des outils d'évaluation des connaissances naïves. Ces outils, s'appuyant sur la congruence des problèmes, ne restreignent pas l'évaluation à un simple « acquis/non acquis », mais devraient permettre d'évaluer plus finement le degré de conceptualisation.

Enfin, nous souhaitons montrer qu'une expérimentation *evidence-based* peut être menée sur un temps long avec un dispositif restreint. Nous en identifierons les difficultés et les contraintes liées à sa mise en place.



**PARTIE 2 :**  
**MÉTHODE EXPÉRIMENTALE**



## Chapitre 5 :

### Le dispositif expérimental Rai'Flex

Le dispositif expérimental a pour objectif de développer l'esprit critique en s'inscrivant dans le programme scolaire de mathématiques et de sciences. L'élaboration de ce dispositif, dont sa mise en place et son évaluation en classe, a constitué le dispositif d'apprentissage Rai'Flex (Raisonnements Flexibles), dénomination qui sera adoptée dans la suite du texte. Nous détaillons dans un premier temps les principes sous-tendant le dispositif Rai'Flex, les contraintes du cadre dans lequel il est développé et ses objectifs pédagogiques. Afin d'évaluer l'impact du dispositif Rai'Flex sur la compréhension de la proportion et des relations causales, les élèves du groupe contrôle et du groupe expérimental ont passé un prétest en début d'année et un posttest en fin d'année (chapitre 6). Afin de constituer les tests, des items congruents et incongruents avec les connaissances naïves identifiées (voir chapitre 3) ont été construits, et des items des évaluations nationales et internationales (TIMMS, Accord nr. IEA-17-178) ont été intégrés. La structure des tests sera d'abord décrite, puis plus précisément chaque item et les hypothèses associées.

#### 5.1 Principes du dispositif d'apprentissage Rai'Flex

Le dispositif d'apprentissage Rai'Flex repose sur quatre principes qui seront détaillés par la suite :

- Identifier les connaissances naïves de la notion à développer
- Favoriser l'adoption de plusieurs points de vue sur une situation pour dépasser la connaissance naïve et développer la connaissance scolaire visée
- Diversifier les contextes d'apprentissage
- Expliciter et faire expliciter les points de vue auprès des élèves

**Le premier principe du dispositif Rai'Flex est celui d'identifier les connaissances naïves sous-jacentes aux notions concernées.** La revue de la littérature ayant trait aux connaissances naïves du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal a conduit à identifier un ensemble de connaissances naïves (Tableau 2), que nous postulons représenter celles présentes parmi les élèves participant au dispositif Rai'Flex.

<b>Connaissances naïves du raisonnement proportionnel</b>	
Addition répétée	Bell, Swan & Taylor (1981); Bell, Fischbein & Greer, 1984; Brissiaud & Sander, 2010 ; Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985 ; Fischbein, 1989 ; Schliemann, Araujo, Cassundé, Macedo & Nicéas, 1998
Division partage	Fischbein (1985, 1989) ; Tirosh & Graeber, 1991
Structure bipartite de la fraction	Bonato, Fabbri, Umilta & Zorzi, 2007 ; DeWolf, Grounds, Bassok & Holyoak, 2014 ; DeWolf & Vosniadou, 2015 ; Hurst & Cordes, 2018 ; Ni & Zhou, 2005 ; Siegler & Lortie-Forgues, 2015; Sophian, 2007 ; Vamvakoussi & Vosniadou, 2010 ; Van Hoof, Lijnen, Verschaffel & Van Dooren, 2013
Conservation de l'écart	Karplus, Pulos & Stage, 1983 ; Noelling, 1980
Illusion de linéarité	Kaput & West, 1994 ; Sophian & Wood, 1997 ; Van den Brink & Streefland, 1979 ; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2005
<b>Connaissances naïves du raisonnement causal</b>	
L'ordre temporel	Bechlivanidis & Lagnado, 2013 ; Leslie & Keeble, 1987 ; Michotte, 1946 ; Spelke, Kestenbaum, Simons & Wein, 1995 ; Barkun, 2003 ; Bechlivanidis & Lagnado, 2013 ; Heider & Simmel, 1944 ; Gergely, Csibra & Biró, 1995 ;
La cause directe	Resnick, 1994 ; Resnick & Wilensky, 1997 ; Strommen, 1995 ; Palmer, 1996
Le téléologisme	Bedoin & Vulliez, 2008, Carey, 1985 ; Heider & Simmel, 1994 ; Inagaki & Hatano, 2006 ; Keil, 1992; Kelemen, 1999a, 1999b, 2003
L'essentialisme	Gelman, 2004, 2013 ; Ahn, Kalish, Gelman, Medin, Luhmann, Atran, Coley & Shafto, 2001
La circularité	Baum, Danovitch & Keil, 2008; Mills, Danovitch, Rowles, & Campbell, 2017

**Tableau 2 – Les différentes connaissances naïves du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal**

Chaque séance d'apprentissage porte ainsi sur une connaissance scolaire et sa connaissance naïve associée. La connaissance scolaire correspond dans cette étude à la connaissance la plus experte attendue pour des élèves de CM1-CM2. L'objectif est de guider les élèves vers une prise de conscience de leur connaissance naïve et l'adoption de la connaissance scolaire. Les tableaux 3 et 4 identifient pour chacune des 12 séances portant sur le raisonnement proportionnel et des 12 séances portant sur le raisonnement causal, la connaissance naïve, la connaissance scolaire visée et les objectifs pédagogiques de la séance.

Séances	Principe 1 : Identifier les connaissances naïves		
	Connaissance naïve	Connaissance experte à construire	Objectifs
1 Du langage additif au langage multiplicatif	En plus = Fois plus	Fois plus comme rapport	- Comprendre l'équivalence entre de plus et de moins. - Savoir distinguer de plus et fois plus. - Savoir adopter 2 points de vue sur un problème
2 Le langage multiplicatif	Fois plus comme addition Fois moins comme soustraction réitérée	Fois plus/fois moins comme la recherche du rapport	- Passer de la vision « addition réitérée » ( $3 + 3 + 3 + 3$ ) à la notion de rapport : $4 \times 3$ . - Adopter les points de vue « fois plus » et « fois moins » - Comprendre que la multiplication et la division correspondent à la recherche d'un rapport
3 Les problèmes d'échange	Multiplier pour avoir plus et diviser pour avoir moins	Multiplier et diviser pour trouver un rapport entre 2 grandeurs	- Comprendre que la multiplication et la division correspondent à la recherche d'un rapport - Comprendre le rapport d'échange
4 La distributivité	Chaque = tous	Compréhension des quantifieurs. Distinguer structures additives et multiplicatives.	Voir par parties et faire un développement ou voir le tout et faire une factorisation
5 Fraction	La fraction comme structure bipartite (partiet/tout)	La fraction comme un nombre de quelque chose	- Comprendre la fraction comme un nombre - Identifier la fraction du tout et la fraction de chaque partie
6 Division partage et division mesure	Diviser pour partager	Diviser pour mesurer	Comprendre que la division n'est pas seulement une situation de partage mais aussi de mesure
7 Equivalence entre division et multiplier par une fraction	Multiplier pour avoir plus et diviser pour avoir moins et « $3/4$ , c'est 3 parts sur 4 parts au total »	Multiplier par une fraction ou diviser, c'est rechercher un rapport. $3/4$ , c'est 3 quarts, c'est $3 \times 1/4$ .	Multiplier par une fraction, c'est comme diviser
8 La proportion	La proportion comme écart à conserver	La proportion, comme rapport à conserver	Comprendre la proportion comme rapport entre deux quantités
9 La proportion	La proportion comme écart à conserver	La proportion, comme rapport à conserver	Utiliser 3 raisonnements différents (proportion, fraction, fois moins) pour arriver au même résultat
10 La proportionnalité - 3 stratégies	Retour à l'unité	Recherche du rapport	Utiliser 3 raisonnements différents (fois plus, fois moins, proportion) pour résoudre un problème de 4eme proportionnelle sans passer par le retour à l'unité.
11 La proportionnalité - 4 stratégies	Retour à l'unité	Recherche du rapport	Utiliser 4 raisonnements différents (fois plus, fois moins, proportion, unité) pour résoudre un problème de 4eme proportionnelle.
12 Bilan	En plus ; Chaque = tous ; Fraction comme structure bipartite ; Retour à l'unité	Fois plus et De plus ; Procéder par parties et tout ; Fraction comme nombre ; Recherche du rapport	

Tableau 3 – Principe 1 - Séances de mathématiques

Séances	Principe 1 : Identifier les connaissances naïves		
	Connaissance naïve	Connaissance experte à construire	Objectifs
1 Cause et effet : les machines de Rube Goldberg	Un événement est soit cause, soit effet.	Un même événement peut être cause ET effet.	Maîtriser les termes cause et effet Savoir qu'un effet peut devenir la cause d'un autre effet Comprendre la notion de chaîne causale (linéaire)
2 Causes multiples : Cherchons la panne	Cause directe : Une cause produit un effet.	Un même effet peut avoir différentes causes	Maîtriser les termes cause et effet Recherche des causes différentes pour un même effet
3 Cherchons la cause : Pourquoi est-on malade ?	Cause directe : Un effet suit une cause.	Un effet peut être cause d'un autre effet.	Savoir qu'une cause provoque un effet Savoir qu'un effet peut devenir la cause d'un autre effet Comprendre la notion de chaîne causale (linéaire)
4 Cherchons la cause unique : Pourquoi ça se propage ?	Cause directe : Il existe une seule cause.	Un ensemble de cause provoque un effet (causes nécessaires non suffisantes)	Comprendre qu'il faut la conjonction de plusieurs causes pour avoir un effet Comprendre qu'une cause peut être nécessaire mais non suffisante Comprendre la notion de chaîne causale multiple
5 & 6 Chercher le lien : pourquoi les océans s'acidifient ?	Corrélation : Lier deux effets entre eux	Effets multiples : Une cause et deux effets	Rechercher une cause pour expliquer un effet (acidification des océans ici) Formuler des hypothèses : 2 causes sont possibles Mettre en place un protocole Savoir qu'une cause peut provoquer deux effets différents
7 Chaîne causale multiple : Le monde marin	Coexistence	Interaction	Construire une chaîne multiple Anticiper les conséquences de la suppression d'un des maillons (une des causes) Dépasser les raccourcis pour reconstruire une chaîne causale
8 Réalité ou coïncidence : la grenouille météo	Corrélation : Si un événement précède un autre, il le cause.	Si un événement précède un autre, ça peut être une coïncidence	Appréhender la coïncidence : A arrive en même temps que B (hasard) Etablir un protocole scientifique d'observation
9 La cause cachée	Corrélation : Si un événement précède un autre, il le cause.	Plusieurs événements sont effets d'une même cause	Comprendre la notion de cause cachée
10 Défi : Est-ce une relation de cause à effet ?	Corrélation : Si un événement précède un autre, il le cause.	Cause à effet, coïncidence et variable cachée	Comprendre la notion de coïncidence et de cause cachée
11 Enquête : Qui a mangé la noisette ?	Cause directe ; Confirmer sa croyance	Ensemble des causes de possibles	Dépasser les causes directes et mener un protocole scientifique d'observation
12 Bilan			

Tableau 4 – Principe 1 - Séances de sciences

**Le second principe régissant le dispositif Rai'Flex est la recherche de l'adoption d'un nouveau point de vue qui soit en phase avec la connaissance scolaire y compris hors du domaine de validité de la connaissance naïve.** Il s'agit de permettre à l'élève de recatégoriser la situation : adopter un codage abstrait détaché des traits saillants et non profonds de la situation. Durant les séances d'apprentissage, les élèves sont incités à recatégoriser la situation via l'explicitation d'un changement de point de vue. Les élèves sont ainsi amenés à adopter plusieurs points de vue sur une même situation. Les tableaux 5 et 6 présentent pour chaque séance de mathématiques et de sciences les différents points de vue visés, accompagnés des phrases-clés associées, exprimées lors de la séance. Les fiches à destination des enseignants sont présentées en annexe D et E.

Par exemple, en ce qui concerne le raisonnement proportionnel, afin de maîtriser la différence entre structure additive et multiplicative, l'objectif est de dépasser la catégorie naïve *comparaison en plus* pour construire les catégories expertes *comparaison de plus* et *comparaison fois plus*. Les élèves sont ainsi amenés à utiliser les points de vue « de plus », « de moins », « fois plus », « fois moins ». Par exemple, « Jena a 15 billes et Mateo a 5 billes ». Si je prends le point de vue de Jena, je peux dire « J'ai 10 billes de plus que toi, Mateo ». Si je prends le point de vue de Mateo, je peux dire « J'ai 10 billes de moins que toi, Jena ». Les points de vue adoptés sont ensuite traduits en écriture en mathématiques :  $15 = 10 + 5$  et  $5 = 15 - 10$ . Ainsi, les élèves sont amenés à s'approprier le fait qu'il s'agit d'une structure additive, où l'addition et la soustraction sont des opérations réciproques. Nous faisons de même avec les points de vue « fois plus » et « fois moins », pour mettre en avant que la multiplication est l'opération réciproque de la division. En effet, les élèves n'opèrent pas la distinction entre les structures multiplicatives et additives, du fait des connaissances naïves de l'addition répétée pour la multiplication ou de la soustraction répétée pour la division.

Séances	Principe 2 : Recatégorisation	
	Points de vue à faire adopter	Phrases-clés de l'enseignant
1 Du langage additif au langage multiplicatif	Point de vue "de plus" vs point de vue "de moins"	- On prend le point de vue de... - Dire que X en a 3 de plus que Y, c'est comme dire que Y en a 3 de moins que X. - Il faut toujours chercher « par rapport à qui/quoi ? » (soit le comparant)
2 Le langage multiplicatif	Point de vue "fois plus" vs "fois moins"	- Dire que X a 3 fois plus que Y, c'est pareil que dire que Y a 3 fois moins que X. - Il faut toujours rechercher par rapport à qui / quoi ?
3 Les problèmes d'échange	Point de vue "fois plus" vs "fois moins"	1 voiture vaut Y figurines. J'ai 5 voitures, j'ai donc 5 fois 1 voiture, 5 x 1 voiture. Si j'ai 5 fois plus de voitures, j'ai aussi 5 fois plus de figurines, donc 5 x Y figurines.
4 La distributivité	Point de vue des parties vs du tout	Soit je prends le point de vue des parties, soit je prends le point de vue du tout.
5 Fraction	Point de vue de chaque partie vs point de vue du tout	La moitié de 2 bouteilles, c'est la moitié de chaque bouteille, soit 2 demi-bouteilles ou c'est la moitié des 2 bouteilles, soit une bouteille.
6 Division partage et division mesure	Point de vue "je mesure" vs point de vue "je partage"	Je mesure le nombre de fois qu'il y a « 2 dans 12 », c'est « 6 » je partage « 12 en 2 », c'est « 6 ».
7 Equivalence entre division et multiplier par une fraction	Point de vue "fois plus" Point de vue "fois moins" Point de vue "fraction"	Fois plus : $1 X = 3 Y$ , on a 6 Y, c'est 2 fois plus que 3 Y, donc on doit avoir 2 fois plus que 1X, c'est $2x1 = 2X$ . Fois moins : $3Y$ , c'est 2 fois moins que 6Y. Et 1X, c'est 2 fois moins que 2X. Fraction : $1 X = 3Y$ , alors $1/3 X = 1Y$ . Donc si on a 6Y, on a $6 x 1/3X = 6$ divisé par 3
8 La proportion	Point de vue "fois plus" Point de vue "proportion"	3 billes et 6 cartes. Combien de fois plus y a-t-il de cartes que de billes ? Il y a 2 fois plus de cartes que de billes. Quelle est la proportion de billes par rapport aux cartes ? C'est 3 billes sur 6 cartes, $3/6 = 1/2$ .
9 La proportion	Point de vue "proportion" Point de vue "fraction" Point de vue "fois moins"	3 billes et 6 cartes. - Proportion : C'est 3 billes sur 6 cartes, $3/6 = 1/2$ . - Fraction : $3 = ? x 6$ . 3 c'est la moitié de 6. Donc $3 = 1/2 x 6$ . - Foix moins : 3, c'est 2 fois moins que 6 cartes. Donc $6/2 = 3$ , c'est aussi $6x1/2 = 3$ .
10 La proportionnalité - 3 stratégies	Point de vue "fois plus" Point de vue "fois moins" Point de vue "proportion"	Si 2 pièces = 4€, alors 4 pièces = ? - Foix plus : 4 pièces, c'est 2 fois plus que 2 pièces, cela coûte 2 fois plus cher : $2x4 = 8€$ - Foix moins : 2 pièces, c'est 2 fois moins que 4 pièces, 4€, c'est donc 2 fois moins que ce que cela coûte : ? 2 = 4€, donc ? = 8€ - Proportion : 2 pièces, c'est la moitié de 4 pièces. Donc 4€, c'est la moitié de ce que je dois payer : $4 x 2 = 8€$
11 La proportionnalité - 4 stratégies	Point de vue "fois plus" Point de vue "fois moins" Point de vue "proportion" Point de vue "unité"	Si 2 pièces = 4€, alors 4 pièces = ? - Foix plus : 4 pièces, c'est 2 fois plus que 2 pièces, cela coûte 2 fois plus cher : $2x4 = 8€$ - Foix moins : 2 pièces, c'est 2 fois moins que 4 pièces, 4€, c'est donc 2 fois moins que ce que cela coûte : ? 2 = 4€, donc ? = 8€ - Proportion : 2 pièces, c'est la moitié de 4 pièces. Donc 4€, c'est la moitié de ce que je dois payer : $4 x 2 = 8€$ - Unité : 2 pièces coûtent 4€, donc une pièce coûte 2€. Si une pièce coûte 2€, alors 4 pièces coûtent 4 fois plus : $4 x 2 = 8€$ .
12 Bilan	Bilan des différents points de vue	

Tableau 5 – Principe 2 - Séances de mathématiques

Un exemple concernant le raisonnement causal consiste à dépasser la catégorie naïve *un événement est soit cause, soit effet* pour construire la catégorie experte *un même événement peut être à la fois cause et effet*. Les élèves sont amenés à adopter le point de vue de la cause ou celui de l'effet. Dans une chaîne causale linéaire,  $A \rightarrow B \rightarrow C$ , on peut adopter le point de vue « B est l'effet de A », mais aussi le point de vue « B est la cause de C. ». Selon le point de vue adopté, B est donc cause et effet. Ainsi, à la question « Pourquoi l'événement C a eu lieu ? », les élèves sont amenés à élaborer un raisonnement plus complexe que la simple cause directe « C'est à cause de l'événement B. » et proposer une chaîne causale indirecte « C'est indirectement à cause de A et directement à cause de B ».

Séances	Principe 2 : Recatégorisation	
	Points de vue à faire adopter	Phrases-clés de l'enseignant
1 Cause et effet : les machines de Rube Goldberg	Point de vue de la cause Point de vue de l'effet	La cause de X est Y. Y est l'effet de X. Mais Y devient aussi la cause de Z. Z est l'effet de Y.
2 Causes multiples : Cherchons la panne	Le point de vue de l'effet : l'effet est le même « La lampe ne s'allume pas » Le point de vue des causes : les causes sont diverses.	Plusieurs causes différentes peuvent avoir un même effet. Pour tester notre hypothèse, on a parfois besoin d'une autre lampe qui fonctionne, on l'appelle la lampe témoin.
3 Cherchons la cause : Pourquoi est-on malade ?	Prendre le point de vue des différents personnages. Par exemple, Mme C est malade à cause de M.C (point de vue effet), mais est la cause de la maladie de Mme D (point de vue de la cause).	La cause de X est Y. Y est l'effet de X. Mais Y devient aussi la cause de Z. Z est l'effet de Y.
4 Cherchons la cause unique : Pourquoi ça se propage ?	Les différentes causes Point de vue de l'enfant – la malédiction	Un phénomène ne s'explique pas par une cause unique, mais par un ensemble de causes : cause nécessaire mais non suffisante. Quand on ne connaît pas toutes les causes, on risque de parler de malédiction.
5 Chercher le lien : pourquoi les océans s'acidifient ? & 6	Point de vue de la cause : il y a une seule cause Point de vue des effets : les effets sont multiples, mais ont la même cause	Une même cause peut entraîner deux effets différents.
7 Chaîne causale multiple : Le monde marin	Point de vue de chaque élément de la chaîne : chaque élément est effet et cause  Point de vue de la chaîne globale : tous les éléments dépendent les uns des autres.  Point de vue de la cause initiale : on se place au début de la chaîne	- On cherche l'effet ou la conséquence de cette cause ou suppression de cause - Les éléments de la chaîne interagissent ensemble : si l'un disparaît, l'autre disparaît. Si la cause 1 entraîne l'effet 1, la suppression de l'effet 1 devient cause de la disparition de la cause 1.
8 Réalité ou coïncidence : la grenouille météo	Point de vue de la coïncidence	- Quand on observe 2 événements, on peut soit se dire qu'ils sont liés, soit se dire qu'ils sont indépendants. - Quand les 2 événements attendus arrivent en même temps, cela peut être une coïncidence. - On retient beaucoup mieux ce qui confirme notre croyance. (On appelle ça le biais de confirmation.)
9 La cause cachée	Point de vue de la cause cachée	Quand on observe 2 événements, on peut soit se dire que c'est une relation de cause et effet. L'événement A cause B. Mais en fait, A et B peuvent être des effets d'une même cause X. X cause A et B. A et B sont donc deux effets et il n'y a pas de lien de cause à effet entre eux deux.
10 Défi : Est-ce une relation de cause à effet ?	Point de vue de la coïncidence Point de vue de la cause cachée Point de vue de cause à effet	- Coïncidence : A et B arrivent en même temps mais n'ont pas de lien de cause à effet, ils coïncident. - Cause cachée : X est la cause de A et B. A et B sont deux effets. - Cause à effet : A est la cause de B. B est l'effet de A.
11 Enquête : Qui a mangé la noisette ?	Point de vue immédiat vs point de vue du système	Spontanément, on pense au coupable habituel, l'écureuil et cela nous rend aveugle aux autres indices et nous empêche de construire un protocole scientifique de test.
12 Bilan	Bilan des différents points de vue	

Tableau 6 – Principe 2 - Séances de sciences

**Le troisième principe du dispositif Rai'Flex est de diversifier les contextes d'apprentissage pour favoriser le transfert d'apprentissage.** Transférer un apprentissage réalisé dans un contexte à un autre contexte de façon spontanée est un objectif pour tout apprentissage, et témoigne de sa maîtrise : indépendamment des traits de surface, l'élève identifie la structure profonde d'une situation et se réfère à un concept appris dans un autre contexte. Comme d'autres (Gick & Holyoak, 1983 ; Salomon & Perkins, 1989 ; Bransford, et al., 2000), Halpern (2013) propose alors que pour favoriser un transfert, il est important de faire pratiquer un même raisonnement sur une variété de contenus. « The best way to promote the kind of transfer I am advocating is with the conscious and deliberate use of the skills that are learned in a wide variety of contexts <sup>26</sup>. » (p. 18, 2013). Au cours des séances d'apprentissage, l'analogie est explicitée : les élèves sont invités à remarquer qu'on utilise le même raisonnement dans un autre contexte. Ils doivent ainsi transférer un même raisonnement entre des problèmes isomorphes de transfert. Ce transfert prend deux formes (Tableaux 7 & 8). Tout d'abord, le contexte de certaines séances varie, mais le même raisonnement est attendu. Par exemple, lors des séances sur le raisonnement causal, les élèves ont établi des chaînes causales dans une situation mécaniste (la supposée moins encline aux biais téléologiques et essentialistes, voir chapitre 3), puis dans une situation biologique et enfin dans une situation de physique. La deuxième forme de transfert correspond à la résolution de problèmes isomorphes en début de séance. Leur résolution nécessite de transférer des raisonnements vus précédemment (délai de 1 à 3 séances). Les élèves ont dû résoudre 5 problèmes de mathématiques et 5 problèmes de sciences de transfert au début de 5 séances.

**Le quatrième principe consiste à expliciter et faire expliciter les catégories auprès des élèves.** Les méthodes explicites conduisent à davantage de performance que les méthodes implicites (voir chapitres 1 et 3). Ce principe est mis en œuvre de plusieurs manières. Tout d'abord, les points de vue à adopter sont lexicalisés (« point de vue fois plus », « point de vue de la cause » ; Tableaux 5 et 6) et donc explicitement introduits avec les élèves. Deuxièmement, l'objectif de transfert des mêmes raisonnements à des contextes différents au travers des séances est aussi explicité. Enfin, un travail d'explicitation par les élèves eux-mêmes est demandé à la fin de la séance. Cela rejoint un aspect davantage métacognitif (voir chapitre 1), car les élèves doivent expliciter leur propre connaissance. En mathématiques, les élèves doivent décrire individuellement « Qu'est-ce que j'ai appris ? » à la fin de chaque séance et travailler sur leur « journal de recherche » (voir des exemples

---

<sup>26</sup> « Le meilleur moyen de promouvoir le type de transfert que je préconise consiste à utiliser les compétences apprises de manière consciente et délibérée dans une variété de contextes. » (notre traduction)

de production d'élèves au sein des fiches à destination des enseignants en annexes D et E). Inspiré du « journal du nombre » (Sensevy, Forest, Quilio, & Morales, 2013), l'objectif du journal de recherche est de permettre aux élèves d'écrire des mathématiques à leur niveau. Des énoncés ouverts, tels que « 12 c'est 9 plus 3 :  $12 = 9 + 3$  ; 12 c'est aussi 2 fois plus que 6 :  $12 = 2 \times 6$  ... Observe et imite avec un autre nombre. » leur étaient proposés. En sciences, les élèves répondent à la question « Souvent, on dit que... » associée aux séances : l'objectif est de revenir sur une croyance qu'ont les élèves en réutilisant le point de vue adopté durant la séance. Cela permet de comparer explicitement la croyance initiale de l'élève et son nouveau point de vue sur la situation. Les tableaux 7 et 8 indiquent la diversification des contextes et les outils d'explicitation.

Séances	Principe 3 : Réaliser des exercices de transfert	Principe 4 : Explicitation
1 Du langage additif au langage multiplicatif		Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
2 Le langage multiplicatif		Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
3 Les problèmes d'échange		Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
4 La distributivité	Problème d'échange	Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
5 Fraction		Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
6 Division partage et division mesure	Problème de distributivité	Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
7 Equivalence entre division et multiplier par une fraction	Problème de fraction	Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
8 La proportion		Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
9 La proportion	Problème d'écriture fractionnaire	Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
10 La proportionnalité - 3 stratégies		Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
11 La proportionnalité - 4 stratégies	Problème de proportion	Qu'est-ce que j'ai appris ? + Journal de recherche
12 Bilan		Qu'est-ce que je vais retenir des séances Rai'Flex ?

Tableau 7 - Principes 3 & 4 - Séances de mathématiques

Séances	Principe 3 : Réaliser des exercices de transfert	Principe 4 : Explicitation
1 Cause et effet : les machines de Rube Goldberg		Souvent on dit que : "passer sous une échelle porte malheur".
2 Causes multiples : Cherchons la panne		
3 Cherchons la cause : Pourquoi est-on malade ?	Exercice : Identifier les étapes d'une machine de Rube Goldberg	Souvent on dit que : "siffler dans un théâtre porte malheur".
4 Cherchons la cause unique : Pourquoi ça se propage ?		Souvent on dit que : "c'est une malédiction."
5 & 6 Chercher le lien : pourquoi les océans s'acidifient ?		
7 Chaîne causale multiple : Le monde marin	Exercice : Identifier les causes nécessaires non suffisante avec contexte arbres/forêts	Souvent on dit que : "le déclin du plancton menace l'espèce humaine" ou "Les émissions de CO2 et la fin des sushis" (extraits de titre de journaux)
8 Réalité ou coïncidence : la grenouille météo	Exercice sur l'acidification : expliquer qu'une même cause entraîne 2 effets.	Souvent on dit que : "d'après mon horoscope" et Souvent on dit que "la danse de la pluie fait venir la pluie".
9 La cause cachée		Souvent on dit que : "pour se soigner d'un rhume, il faut prendre des médicaments."
10 Défi : Est-ce une relation de cause à effet ?	Exercice : Identifier une coïncidence	
11 Enquête : Qui a mangé la noisette ?	Exercice : Identifier une cause cachée	
12 Bilan		Qu'est-ce que je vais retenir des séances Rai'Flex ?

Tableau 8 - Principes 3 & 4 - Séances de sciences

## 5.2 Les contraintes du cadre du dispositif d'apprentissage

L'objectif est de tester le dispositif Rai'Flex dans un contexte écologique, sur le temps scolaire. Le dispositif doit donc s'insérer dans le programme scolaire et être mis en œuvre dans des établissements scolaires de tout type (de REP+ à favorisé).

### 5.2.1 Le programme scolaire

Le programme scolaire établit les compétences travaillées par cycle. Le cycle 3 est composé des CM1, CM2 et 6<sup>e</sup> depuis 2016. Une des compétences identifiées du socle commun est « développer les aptitudes au discernement et à la réflexion critique » (Programme du Cycle 3, Éduscol, 2018, p. 66). On observe que le terme « esprit critique » émaille les programmes de 2018 (Programme du cycle 3, Éduscol, 2018). Dès l'introduction générale, il est précisé que « l'éducation aux médias et à l'information [...] permet de familiariser les élèves avec une démarche de questionnement dans les différents champs du savoir. Ils sont conduits à développer le sens de l'observation, la curiosité, l'esprit critique et, de manière plus générale, l'autonomie de la pensée » (p. 3). Puis, dans plusieurs descriptifs des enseignements, l'esprit critique est mentionné :

- **Français** : « exercer une **vigilance critique** par rapport au langage écouté » (p. 11) ; « Adopter une **attitude critique** par rapport à son propos » (p. 12) ;
- **Sciences et Technologie** : « La diversité des démarches et des approches développe simultanément la curiosité, la créativité, la rigueur, **l'esprit critique**, l'habileté manuelle et expérimentale la mémorisation la collaboration pour mieux vivre ensemble et le goût d'apprendre. » (p.86) ; « les élèves exercent un **esprit critique** dans des choix lors de l'analyse et de la production d'objets techniques. » (p. 96) ;
- **Langues vivantes** : « Les contacts avec les écoles des pays ou des régions concernés, les ressources offertes par la messagerie électronique, l'exploitation de documents audiovisuels contribuent à découvrir des espaces de plus en plus larges et de plus en plus lointains et à développer le sens du relatif, **l'esprit critique**, l'altérité. » (p. 28) ;
- **Éducation musicale** : « ils découvrent peu à peu que le gout est une notion relative et, dépassant progressivement leur seule immédiate émotion, développent leur **esprit critique** en exprimant des avis personnels. » (p. 45) ; « Développer sa sensibilité son **esprit critique** et s'enrichir de la diversité des goûts personnels et des esthétiques. » (p. 47) ; « Définition collective de règles d'un jeu vocal : échanges et **débats critiques** sur le résultat en vue d'une nouvelle réalisation » (p. 49) ;
- **Arts plastiques** : « l'enseignement des arts plastiques s'appuie sur des situations favorisant l'initiative, l'autonomie et le **recul critique**. » (p. 38) ;

- **Enseignement moral et civique** : « La culture du jugement est une culture du discernement. Sur le plan éthique, le jugement s'exerce à partir d'une compréhension des enjeux et des éventuels conflits de valeurs ; sur le plan intellectuel, il s'agit de développer **l'esprit critique** des élèves, et en particulier de leur apprendre à s'informer de manière éclairée. » (p. 64) ; « Exercer une aptitude à la **réflexion critique** pour construire son jugement » (p. 71) ; « Exercer son jugement, construire **l'esprit critique** » (p. 72), compétence détaillée comme suit (Tableau 9) :

<b>Exercer son jugement, construire l'esprit critique</b>	
Connaissances et compétences associées	Objets d'enseignement
S'informer de manière rigoureuse Réfléchir à la confiance à accorder à une source, un émetteur d'informations Collecter l'information	Observer, lire, identifier des éléments d'informations sur des supports variés (images fixes ou animées, textes, documents sonores, accessibles en ligne et hors ligne) et s'interroger sur la confiance à accorder à des sources différentes  Le jugement critique : traitement de l'information et éducation aux médias
Distinguer ce qui relève de l'exposé des faits de ce qui relève de l'expression d'un point de vue.	Les règles de la discussion en groupe (écoute, respect du point de vue de l'autre, recherche d'un accord, etc.)
Prendre part à une discussion, un débat ou un dialogue : prendre la parole devant les autres, écouter autrui, formuler et apprendre à justifier un point de vue	La justification d'un choix personnel dans le cadre d'une argumentation  Approche de l'argumentation
Développer le discernement éthique	La distinction entre savoirs vérifiés et opinions personnelles Réflexion à partir de situations fictionnelles : identification des valeurs en tension et discussion réglée sur les choix

**Tableau 9 – Descriptif de la compétence « Exercer son jugement, construire l'esprit critique » en enseignement moral et civique du Programme du cycle 3, Éduscol, 2018**

L'esprit critique est donc bien un objectif des programmes de cycle 3. Il est mentionné dans les programmes de 6 matières sur 10, mais figure comme compétence détaillée seulement pour l'enseignement moral et civique. Il est ainsi absent des programmes des quatre matières suivantes : histoire et géographie, histoire de l'art, éducation physique et sportive et mathématiques. De façon étonnante, l'enseignement des mathématiques n'est donc pas envisagé comme nécessitant de développer attitude réflexive et vigilance critique. De même, en sciences et technologies, l'esprit critique est seulement mentionné parmi une longue liste d'objectifs en introduction du programme et proposé comme un objet d'enseignement uniquement pour le choix de matériaux.

En mathématiques, l'accent est mis sur la résolution de problème. Ainsi débute le programme du cycle 3 en mathématiques (Bulletin officiel n° 11, 2015) : « Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations. » Le programme est constitué de plusieurs domaines, dont Nombres et Calculs. Nous avons identifié les compétences attendues pour Nombres et Calculs qui traitent de la proportionnalité. Nous y détaillons aussi les compétences attendues pour les fractions, dont nous faisons l'hypothèse que sa compréhension est nécessaire pour comprendre la proportionnalité (Tableau 10).

<p><b>Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives (ex. : quatre tiers ; <math>4/3</math> ; <math>1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3</math> ; <math>1 + 1/3</math> ; <math>4 \times 1/3</math>)</li> <li>- Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (ex : faire le lien entre « la moitié de » et multiplier par <math>1/2</math>).</li> </ul>
<p><b>Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité.</li> </ul>
<p><b>Organisation et gestion de données :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.</li> <li>- Exploiter et communiquer des résultats de mesures.</li> <li>- Organiser des données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive, etc.) en vue de les traiter.</li> </ul>

Tableau 10 – Compétences du domaine Nombre et Calculs attendues au cycle 3, traitées dans le dispositif Rai'Flex

En mathématiques, des repères de progressivité du cycle 3 ont été proposés (Éduscol, 2018).

Pour les problèmes de proportionnalité, il s'agit des points suivants :

- CM1 : « Le recours aux propriétés de linéarité (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « Je dispose de briques de masses identiques. Si je connais la masse de 7 briques et celle de 3 briques alors je peux connaître la masse de 10 briques en faisant la somme des deux masses »). Dès la période 1, des situations de proportionnalité peuvent être proposées (recettes...). L'institutionnalisation des propriétés se fait progressivement à partir de la période 2 ;
- CM2 : « dès la période 1, le passage par l'unité vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent. À partir de la période 3, le symbole % est introduit dans des cas simples, en lien avec fractions d'une quantité (50% pour la moitié, 25% pour le quart ; 75% pour les trois quarts ; 10% pour le dixième). »

En sciences, l'accent est mis sur l'abstraction (Bulletin officiel n° 11, 2015): « Au cours du cycle 2, l'élève a exploré, observé, expérimenté, questionné le monde qui l'entoure. Au cycle 3, les notions déjà abordées sont revisitées pour progresser vers plus de généralisation et d'abstraction, en prenant toujours soin de partir du concret et des représentations de l'élève. La construction de savoirs et de compétences, par la mise en œuvre de démarches scientifiques et technologiques variées et la découverte de l'histoire des sciences et des technologies, introduit la distinction entre ce qui relève de la science et de la technologie et ce qui relève d'une opinion ou d'une croyance. La diversité des démarches et des approches (observation, manipulation, expérimentation, simulation, documentation...) développe simultanément la curiosité, la créativité, la rigueur, l'esprit critique, l'habileté manuelle et expérimentale, la mémorisation, la collaboration pour mieux vivre ensemble et le goût d'apprendre. »

Le programme scolaire en sciences est constitué de 4 thèmes, dont nous avons identifié les compétences travaillées dans le dispositif Rai'Flex dans le tableau 11.

<p><b>La planète Terre. Les êtres vivants dans leur environnement :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interactions des organismes vivants entre eux et avec leur environnement.</li> <li>- Écosystèmes (milieu de vie avec ses caractéristiques et son peuplement) ; conséquences de la modification d'un facteur physique ou biologique sur l'écosystème.</li> <li>- Identifier la nature des interactions entre les êtres vivants et leur importance dans le peuplement des milieux.</li> <li>- Identifier quelques impacts humains dans un environnement (aménagement, impact technologique...).</li> </ul>
<p><b>Matière, mouvement, énergie, information :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier quelques éléments d'une chaîne d'énergie domestique simple.</li> <li>- Relier les besoins des plantes vertes et leur place particulière dans les réseaux trophiques.</li> <li>- Identifier les matières échangées entre un être vivant et son milieu de vie.</li> </ul>
<p><b>Matériaux et objets techniques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L'objet technique est à aborder en termes de description, de fonctions, de constitution afin de répondre aux questions : à quoi cela sert-il ? De quoi est-ce constitué ? Comment cela fonctionne-t-il ?</li> <li>- L'investigation, l'expérimentation, l'observation du fonctionnement, la recherche de résolution de problème sont à pratiquer afin de solliciter l'analyse, la recherche, et la créativité des élèves pour répondre à un problème posé.</li> </ul>

Tableau 11 – Compétences attendues en sciences au cycle 3, traitées dans le dispositif Rai'Flex

Afin de répondre à notre objectif de tester dans un milieu écologique, le dispositif Rai'Flex s'inscrit donc dans les programmes définis par l'Éducation nationale. Il vise à développer des compétences générales définies dans le programme du cycle 3, tout en s'appuyant sur des contenus d'apprentissage conformes à ce dernier.

### 5.2.2 Différents types d'établissements scolaires

Le dispositif d'apprentissage doit être adapté à des élèves ayant des niveaux scolaires différents. En effet, outre l'hétérogénéité présente dans chaque classe, le dispositif est testé dans différents types d'établissement.

Le type d'établissement qui scolarise le plus d'enfants correspond au secteur public hors éducation prioritaire. Plus de 75% des élèves de primaire y sont scolarisés. Il s'agit d'écoles avec une population scolaire relativement mixte (Botton & Miletto, 2018). Mais deux autres types d'établissements avec moins de mixité sociale existent : l'enseignement prioritaire (existant depuis 1981) et l'enseignement privé (comme défini par la Loi Debré du 31 décembre 1959). Depuis la rentrée 2015, au sein de l'enseignement prioritaire, on distingue les Réseaux d'Éducation Prioritaire (REP) et les Réseaux d'Éducation Prioritaire renforcée (REP+). 74,1% des élèves REP+ sont enfants d'ouvriers ou d'inactifs (MENESR-DEPP, 2016) et 53,3% des mères ont un diplôme inférieur au brevet (Stéfanou, 2017). 54,9% des élèves d'éducation prioritaire (REP et REP+) se trouvent ainsi dans le

quart le plus pauvre de la population. En début de 6<sup>e</sup>, les élèves de REP+ maîtrisent moins bien la langue française, les mathématiques et la culture scientifique et technologique. Seuls 44% des élèves de REP+ maîtrisent le socle commun en mathématiques et en sciences, contre 73,1% pour les élèves hors éducation prioritaire (MEN-MESRI-DEPP, 2017). Les établissements REP+ sont toutefois peu nombreux et seulement 8% des élèves de primaire y sont scolarisés (DEPP, Note d'information n°18.02, 2018). Un autre type d'établissements, qui scolarisent 14,5% des élèves, correspond à l'enseignement privé (sous contrat ou hors contrat avec l'État) (DEPP, Note d'information n°17.25, 2017). Dans cette étude, nous nous intéressons aux établissements sous contrat. Les élèves scolarisés dans ce type d'établissement ont des parents issus de milieux sociaux aisés et diplômés (MEN-DEPP, panel d'élèves entrés au CP en 1997). Les élèves scolarisés dans le secteur privé diffèrent également du point de vue de leurs résultats aux tests cognitifs effectués au moment de leur entrée en CP. Mesurés sur une échelle allant de 0 à 100, les élèves scolarisés dans une classe de CP d'une école privée obtiennent un score global (toutes épreuves confondues) de 2 points en moyenne supérieur à celui des élèves du secteur public. Cette différence persiste encore à la fin du cycle 2, en particulier en français (MEN-DEPP, panel d'élèves entrés au CP en 1997).

### **5.3 Objectifs pédagogiques**

Le dispositif Rai'Flex vise à développer l'esprit critique des élèves dans le cadre de situations de mathématiques et de sciences, et dans un contexte écologique avec deux objectifs principaux : que dans un premier temps les élèves prennent conscience de leurs connaissances naïves, puis découvrent et mettent en place des stratégies expertes pour dépasser ces points de vue intuitifs portés sur une situation qui découlent des connaissances naïves. Ces objectifs seront mesurés au travers de la résolution de situations non conformes aux connaissances naïves, qui requièrent d'avoir développé une connaissance scolaire. Pour résoudre ces situations incongruentes avec les connaissances naïves, les élèves ne peuvent pas se reposer sur les traits saillants de la situation, mais auront besoin de savoir identifier les traits profonds. Les situations porteront sur deux types de raisonnement : le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal. Nous détaillons ci-après les objectifs pédagogiques du dispositif d'apprentissage pour chaque raisonnement.

#### **5.3.1 Objectifs pédagogiques pour la conceptualisation de la proportion**

Au chapitre 3, nous avons identifié les différentes connaissances naïves associées à la proportion. Nous avons ainsi identifié trois objectifs pédagogiques qui rendent nécessaire une conceptualisation non naïve de la proportion.

### **1) Comprendre la multiplication et la division comme rapport entre 2 grandeurs**

Du fait de la connaissance naïve de l'addition répétée pour la multiplication (voir chapitre 3), les élèves n'identifient pas les deux couples addition/soustraction et multiplication/division. La multiplication semble aller de pair avec l'addition et non avec la division. Ainsi, ils ne distinguent pas les structures additives et multiplicatives. Le premier niveau de conceptualisation est de savoir différencier les structures additives des structures multiplicatives dans des problèmes soit additifs (« J'ai 3 billes de plus que toi »), soit multiplicatifs (« J'ai 3 fois plus de billes que toi »), puis dans des problèmes à la fois additifs et multiplicatifs comme les problèmes de distributivité.

Ensuite, la connaissance naïve de la division partage (voir chapitre 3) ne permet pas aux élèves de comprendre le rapport entre deux quantités. Le deuxième niveau correspond à la capacité de résoudre des problèmes de division non restreints à la division partage.

### **2) Comprendre la fraction comme magnitude**

La compréhension du rapport comme nombre est aussi traitée au travers des fractions, et nécessite donc de dépasser la connaissance naïve des fractions comme structure bipartite (voir chapitre 3). L'objectif associé est alors de comprendre la fraction comme magnitude et non comme partie/tout au travers d'exercices de décomposition et comparaison de fractions, ainsi que de problèmes fractionnaires.

### **3) Comprendre la proportion comme rapport entre plusieurs grandeurs**

Contrairement aux autres types de connaissances naïves évoquées jusqu'à présent, la conservation de l'écart (voir chapitre 3) est une stratégie erronée. Les élèves semblent avoir l'intuition qu'une grandeur est à conserver entre les quantités, mais du fait de l'absence de compréhension du rapport, c'est la conservation de l'écart qui est appliquée. L'objectif est que les élèves comprennent la notion de proportion et parviennent à résoudre les problèmes de proportionnalité. Dans le contexte de l'expérimentation où les élèves débutent l'apprentissage de la proportionnalité, nous faisons l'hypothèse que l'illusion de linéarité (voir chapitre 3) ne sera pas vérifiée.

### 5.3.2 Objectifs de conceptualisation du raisonnement causal

Concernant la compréhension des relations causales, nous avons identifié trois objectifs.

#### 1) Identifier des corrélations fallacieuses

Les relations causales sont habituellement travaillées de façon implicite dans les programmes (Tableau 11). Or, nous pensons que ce raisonnement est crucial pour la compréhension des interactions dans la vie quotidienne. Par exemple, le principe de concomitance peut être mal compris et conduire à conclure que si l'apparition d'une maladie suit une vaccination, alors la vaccination en est la cause. Le manque de compréhension des relations causales pourrait aussi être impliqué dans les comportements complotistes (Vitriol & Marsh, 2018). Aussi, le premier objectif est que les élèves prennent conscience de l'illusion de causalité et parviennent à conceptualiser la notion de coïncidence et de variable cachée.

#### 2) Établir des chaînes causales complexes

Une seconde difficulté réside dans la connaissance naïve de la cause réduite à la cause directe. Pourtant si une cause (1) entraîne un effet (1), il peut lui aussi devenir cause (2) d'un effet (2). Dès lors, l'effet 2 a une cause directe (cause 2 = effet 1) et une cause indirecte (cause 1). La compréhension des chaînes complexes, et en particulier des écosystèmes (Resnick, 1994 ; Resnick & Wilensky, 1997) est difficilement possible sans ce changement de point de vue. Le deuxième objectif est donc que les élèves prennent conscience que certains phénomènes s'expliquent grâce à des chaînes causales complexes.

#### 3) Identifier des explications causales

Enfin, les explications causales sont influencées par de nombreuses connaissances naïves, essentialisme, téléologisme, circularité (Gelman, 2004 ; Kelemen, 1999 ; Baum et al., 2008). Le troisième objectif revient à permettre aux élèves d'identifier des explications causales non naïves, c'est-à-dire des explications mécanistes, indépendamment du contexte.

## 5.4 Élaboration des pré et posttests

Le pré et posttest sont composés d'items de mathématiques et de sciences (détaillés en 5.5 et 5.6). Ils visent à mesurer le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal des élèves. Les modalités de passation sont décrites en 6.2.1. Pour chaque raisonnement, on distingue plusieurs grandes compétences :

Le raisonnement proportionnel comprend :

- Distinguer les structures additives et multiplicatives
- Résoudre des problèmes de distributivité
- Résoudre des problèmes multiplicatifs
- Décomposer et comparer des fractions
- Résoudre des problèmes fractionnaires
- Résoudre des problèmes de proportion

Le raisonnement causal comprend :

- Analyser une chaîne causale linéaire
- Analyser une chaîne causale multiple
- Identifier des corrélations fallacieuses
- Savoir tester une croyance
- Identifier des explications causales

Les tableaux 12 et 13 présentent les différents items des tests en indiquant la compétence associée, leur caractère congruent ou incongruent avec les connaissances naïves et leur présence au pré et au posttest.

**En mathématiques**, le prétest diffère entre CM1 et CM2. Les élèves de CM1 débutant le cycle 3, ils n'ont pas encore abordé les notions suivantes en mathématiques : division non entière, fractions et proportionnalité. Les items dans ces deux domaines ont donc été réduits au minimum pour les élèves de CM1 afin de ne pas les mettre en situation d'échec tout en permettant de mesurer leur niveau initial. Le prétest comportait 17 items de mathématiques pour les élèves de CM1 et 23 items pour les élèves de CM2. **En sciences**, étant donné que il n'y a pas de prérequis pour résoudre les exercices, le prétest est identique entre CM1 et CM2 et contient 7 items.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	PreTest		Posttest		
					CM1	CM2	CM1	CM2	CM2
<b>Distinguer les structures additives et multiplicatives</b>	A1	Problème de comparaison - Foix plus (1)			v	x	v	v	
	A2	Problème de comparaison - Rapport (1)			v	x	v	v	
	A3	Problème de comparaison - De plus	C		v	v	v	v	
	A4	Problème de comparaison - Foix plus (2)			v	v	v	v	
	A5	Problème de comparaison - Rapport (2)			v	v	v	v	
	A6	Problème de comparaison - Différence	C		v	v	v	v	
	A7	Problème de comparaison - De Plus avec référent inconnu			v	v	v	v	
<b>Résoudre des problèmes de distributivité</b>	B1	Problème Variable Distance			x	v	v	v	
	B2	Problème variable Durée			x	x	v	v	
<b>Résoudre des problèmes multiplicatifs</b>	C1	Item Eduscol CE2 - Niveau 3 Problème multiplicatif	C		v	v	v	v	
	C2	Item Eduscol CE2 Problème multiplicatif			v	v	v	v	
	C3	Problème de partition	C		v	v	v	v	
	C4	Problème de quotient	C		v	v	v	v	
	C5	Problème de quotient			v	v	v	v	
	C6	Problème de division avec reste			x	v	v	v	
<b>Décomposer et comparer des fractions</b>	D1	Comparaison de fractions	C		x	v	v	v	
	D2	Comparaison de fractions			x	v	v	v	
	D3	TIMMS 2015 - Figures géométriques			v	v	v	v	
	D4	Fraction d'une figure géométrique TIMMS 2015 - M041065	C		v	v	x	x	
	D5	Eval Nat : du dessin à la fraction			x	x	v	v	
	D6	Eval Nat : Décomposition de fraction			x	x	v	v	
	D7	Plusieurs représentations numériques pour une fraction			x	x	v	v	
<b>Résoudre des problèmes fractionnaires</b>	E1	TIMMS 2011 : Problème d'addition de fraction			x	x	v	v	
	E2	Problème de décomposition de fractions			x	v	v	v	
	E3	Problème de décomposition de fractions			x	v	v	v	
	E4	Problème de multiplication de fraction			x	x	v	v	
	E5	Problème division fractionnaire version facile			v	v	v	v	
	E6	Problème de division fractionnaire version difficile			x	x	v	v	
	E7	Problème de division fractionnaire			x	x	v	v	
	E8	La moitié de			v	v	v	v	
	E9	La quart de			v	v	v	v	
<b>Résoudre des problèmes de proportion</b>	F1	Dessin - QCM	C		v	v	x	x	
	F2	4e proportionnelle	C		v	v	v	v	
	F3	4e proportionnelle			v	v	v	v	
	F4	Eval Nat : 4e proportionnelle	C		x	x	v	v	
	F5	TIMMS 2011 : Compléter une recette	C		x	x	v	v	
	F6	Problème de proportion			x	v	v	v	

Items des évaluations nationales ou internationales

Tableau 12 – Items du raisonnement proportionnel congruents et incongruents avec les connaissances naïves, présents au pré et/ou au post

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	PreTest		Posttest	
					CM1	CM2	CM1	CM2
Analyser une chaîne causale linéaire	1A	Construire une chaîne linéaire TIMMS 2015 - S041177	C		v	v	x	
	2A ou 3A ou 4A ou 5A	Identifier les changements dans une chaîne Linéaire	C		v	v	v	
				I				
Analyser une chaîne causale multiple	1B	Identifier les changements dans une chaîne multiple		I	x	v	v	
Identifier des corrélations fallacieuses	1C1	Cause et Effet - Situation	C					v
	2C1	Coincidence - Situation		I				v
	3C1	Variable Cachée - Situation		I	v	v		v
	4C1	Cause Inverse - Situation		I				v
	1C2	Cause et Effet - Graphique	C		x	x		v
	2C2	Coincidence - Graphique		I	x	x		v
	3C2	Variable Cachée - Graphique		I	x	x		v
	4C2	Cause Inverse - Graphique		I	x	x		v
Tester une croyance	1D	Proposer un protocole - 6 niveaux de protocole		I	x	x		v
Identifier des explications causales	1E1	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte physique		I	x	v		v
	1E2	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte mécanique	C		x	v		v
	1E3	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte évolutionnaire		I	x	v		v
	2E1	1 QCM mécane/téléologique/essentialiste - Contexte biologique animé		I	v	v		v
	2E2	1 QCM mécane/téléologique/essentialiste - Contexte physique		I	v	v		v
	2E3	1 QCM mécane/téléologique/essentialiste - Contexte biologique inanimé		I	v	v		v
	3E1ou 3E2	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte physique/biologique		I				
	3E3	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte mécanique	C			v	v	v

Items des évaluations nationales ou internationales

Tableau 13 – Items du raisonnement causal congruents et incongruents avec les connaissances naïves, présents au pré et/ou au post

**Le posttest est identique entre les élèves de CM1 et CM2** puisque toutes les notions du cycle 3 en mathématiques ont été vues par les élèves. En mathématiques, seuls les items pour lesquels le plafond avait été atteint au prétest ont été retirés : item D4 (TIMMS 2015 - M041065 : taux de réussite en CM2 : 91%) et item F1 (moyenne de 0,77 en CM2). Par rapport au prétest CM1, 19 items ont été ajoutés (respectivement, 14 items pour les CM2). Les items A1 et A2 qui n'étaient présents qu'au prétest CM1 ont été ajoutés au posttest des deux niveaux. Nous faisons, en effet, l'hypothèse qu'un niveau plafond serait atteint pour ces deux items dès le prétest CM1. Or, il n'a pas été atteint au prétest CM1 (59,6% de réussite pour A1 et 20,4% de réussite pour A2). C'est pourquoi nous les avons ajoutés au posttest. En sciences, seul l'item 1A (TIMMS 2015 - S051186), dont le plafond avait été atteint dès le prétest CM1, a été retiré (80% de réussite). 12 items ont été ajoutés au posttest. Cette combinaison d'éléments identiques et nouveaux permet de mesurer les progrès du prétest au posttest tout en augmentant le niveau de difficulté de l'évaluation lors du posttest.

### 5.5 Mesurer le raisonnement proportionnel : les items

Nous détaillons ci-après la construction des items et les hypothèses associées. Pour chaque item, nous faisons l'hypothèse que trois types de stratégies sont possibles : les stratégies expertes, les stratégies naïves et les heuristiques de résolution de problème. Les stratégies expertes correspondent à la stratégie la plus adéquate avec le concept mathématique en fonction des attendus scolaires du cycle 3. Les stratégies naïves peuvent être subdivisées en deux types : les stratégies naïves à domaine de validité limité, qui mènent à la bonne solution dans un contexte congruent avec la connaissance naïve, mais sans être en adéquation avec le concept expert ; et les stratégies naïves hors du domaine de validité, qui ne mènent à la bonne solution dans aucun contexte. Enfin, les heuristiques de résolution de problèmes correspondent à l'attendu anticipé par les élèves, au savoir-faire de routine (Hatano, 2003 ; Van Dooren et al., 2005) : effectuer un calcul à

Par exemple, pour le problème incongruent C2 « Un fermier range 12 œufs dans chaque boîte. Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 5. Combien a-t-il rangé d'œufs ? », les différentes stratégies sont :

- Stratégie experte : la multiplication  $12 \times 5 = 60$  œufs.
- Stratégie naïve à domaine de validité limitée: l'addition répétée  $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$  œufs
- Stratégie naïve hors du domaine de validité : la division  $12 : 5 = 2,4$  œufs
- Heuristique :  $12 + 5 = 17$  œufs ;  $12 - 5 = 7$  œufs

La stratégie naïve à domaine de validité limitée correspond à la connaissance naïve de l'addition répétée pour la multiplication (Fischbein, 1989).

La stratégie naïve hors du domaine de validité correspond à la connaissance naïve que les énoncés de contenant/contenu impliquent une division partage (Bassok, Chase & Marton, 1998).

partir des nombres donnés dans l'énoncé. En effet, quand il résout un problème, l'individu cherche des heuristiques, c'est-à-dire des règles empiriques, simples et rapides, mais dont la validité n'est pas assurée (Richard, 2004). Dans les tableaux 14 à 19, pour chaque énoncé du pré et posttest est présenté sa congruence avec les connaissances naïves et les différentes stratégies possibles. En annexe A, des photographies des différentes stratégies réalisées par les élèves ont été répertoriés selon les catégories choisies, pour l'ensemble des problèmes ouverts, comme dans la figure 8.

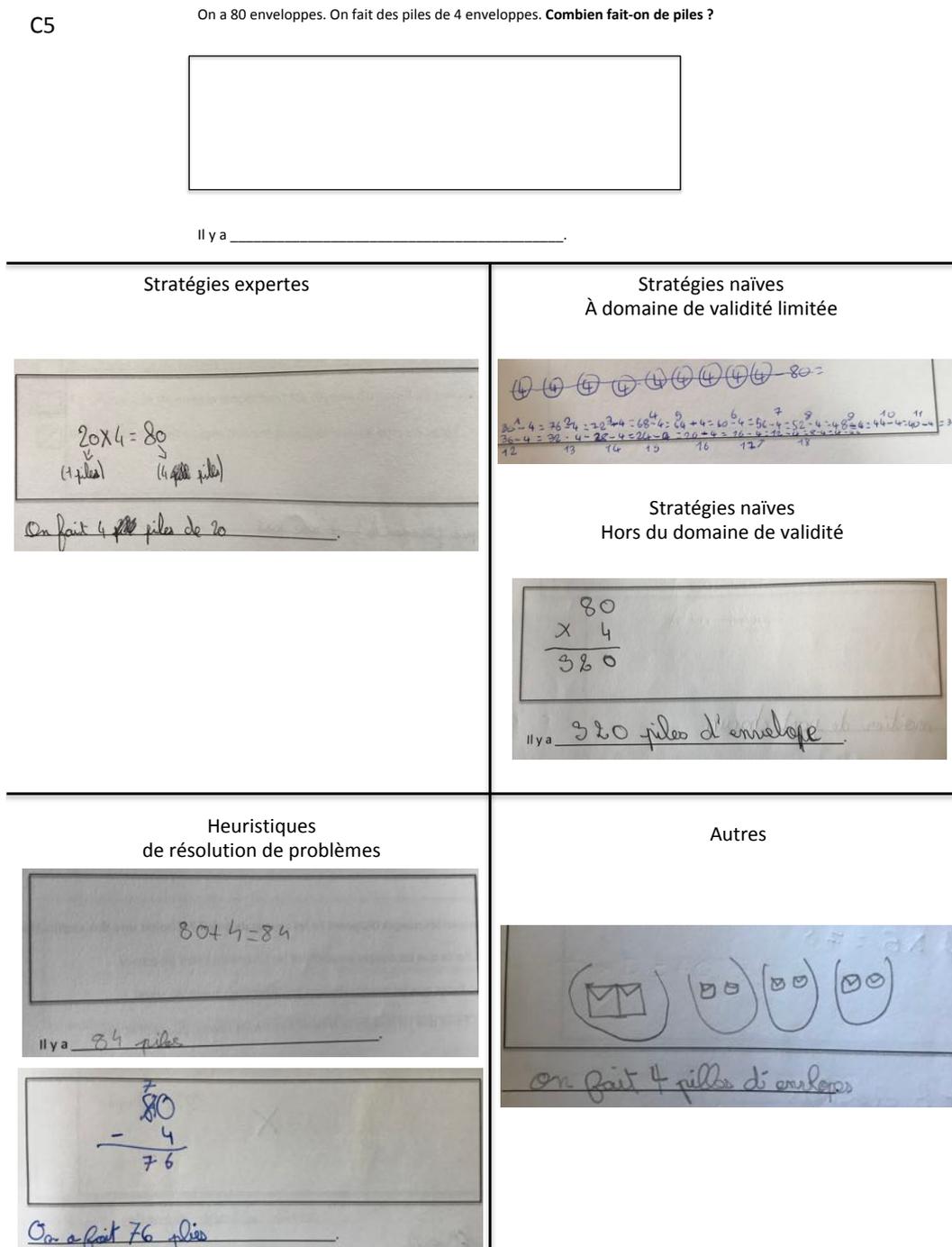


Figure 8 – Annexe A : différentes stratégies d'élèves au posttest pour le problème C5 selon les catégories de stratégies choisies

### 5.5.1 Compétence 1 : Distinguer les structures additives et multiplicatives (Tableau 14)

Distinguer les structures additives et multiplicatives reste un obstacle au cycle 3. Cette difficulté vient en partie de la connaissance naïve de l'addition répétée associée à la multiplication (voir chapitre 3). Dès lors, addition répétée et multiplication sont vues comme interchangeables. De même, la division est interchangeable avec la soustraction répétée. Les couples addition/soustraction et multiplication/division ne sont donc pas discernés par les élèves. Au contraire, ils associent l'addition avec la multiplication, ainsi que la soustraction avec la division. Le tableau 14 présente les 8 items correspondant au sous-score « Distinguer les structures additives et multiplicatives ». On distingue des items congruents avec la connaissance naïve que « de plus est équivalent à fois plus » pour lesquels l'addition ou la soustraction permet de trouver la solution et des problèmes incongruents avec la connaissance « de plus est équivalent à fois plus » qui nécessitent la compréhension du rapport.

### 5.5.2 Compétence 2 : Résoudre des problèmes de distributivité (Tableau 15)

Au prétest, chaque élève de CM2 devait résoudre un problème de distributivité parmi 4 problèmes isomorphes avec la consigne de proposer deux stratégies différentes. En fonction des variables choisies pour le facteur et les termes, la factorisation ou le développement sont favorisés (Scheibling-Sève, Pasquinelli & Sander, *en révision*). L'objectif du prétest était de déterminer quels problèmes isomorphes favorisent le plus la factorisation, raisonnement plus rare que le développement, parmi les 4 problèmes proposés. Dès lors, les problèmes les plus « factorisants » seraient choisis au posttest afin de limiter la difficulté pour le groupe contrôle. Au posttest, chaque élève doit résoudre les deux problèmes les plus factorisants (B1 et B2).

### 5.5.3 Compétence 3 : Résoudre des problèmes multiplicatifs (Tableau 16)

Nous avons proposé des problèmes congruents ou incongruents avec les connaissances naïves associées à la notion de rapport (Brissiaud & Sander, 2009). Deux versions de problèmes de multiplication de nombres entiers ont été passées par les élèves (C1 et C2) : une version congruente avec la connaissance naïve de la multiplication comme addition répétée et une version incongruente avec cette connaissance naïve. De même, deux items congruents ou non avec la connaissance naïve de la division partage ont été créés. Il s'agit d'items de division quotient. Pour l'item congruent C4, la simulation mentale du partage (addition répétée) est possible :  $15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 90$  enveloppes, soit 6 piles de 15 enveloppes. En revanche, l'item C5 est incongruent avec la simulation mentale du partage, car l'élève n'arrivera pas à calculer  $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 90$  enveloppes dans le temps imparti. Le taux de réussite devrait donc être supérieur à C4

par rapport à C5. Des travaux (Brissiaud & Sander, 2010) ont montré que le taux de réussite chez des élèves découvrant la multiplication et sans connaître la division (classe de CE1) est fortement supérieur pour la version congruente que pour la version incongruente. Les élèves de notre expérimentation étant en CM1 et CM2, l'effet devrait être atténué, mais présent en particulier en début d'année de CM1.

Enfin, deux items de division partage ont été proposés afin de tester la connaissance naïve de la division comme partage « juste et équitable ». L'item de division partage congruent (C3) « Il y a 8 parts de gâteaux et il y a 4 personnes. Combien de parts vont avoir chaque personne ? » peut se résoudre par simple addition répétée ou division. En revanche, l'item C6 est un problème de division partage avec reste : « 90 élèves doivent être transportés dans des cars de 40 personnes. Combien faut-il de cars ? ». Pour le résoudre, il faut comprendre quelle est l'unité du reste d'une division. Dans ce problème,  $90 : 40 = 2$  groupes de 40 personnes + 10 personnes.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
Distinguer les structures additives et multiplicatives	A1	Problème de comparaison - Foix plus (1)		I	Il y a 4 pommes sur la table et il y a 5 fois plus d'orange. Combien y a-t-il d'oranges ?	$4 + 5 = 9.$ Il y a 9 oranges.		$4 \times 5 = 20.$ Il y a 20 oranges.	Exemples : $5 - 4 = 1$ orange ; $5 : 4 = 1$ orange
	A2	Problème de comparaison - Rapport (1)		I	Le train de Maria a 3 wagons et celui de Lucas en a 15. Lequel en a le plus ? Combien de fois plus ?	$15 - 3 = 12.$ Lucas a 12 wagons de plus que Maria.		$15 : 3 = 5.$ Lucas a 5 fois plus que Maria.	Exemples : $15 + 3 = 18 ;$ $15 \times 3 = 45$
	A3	Problème de comparaison - De plus		C	Il y a 6 cookies et 18 serviettes sur la table. Mais il y a aussi des pommes et des bonbons. Il y a 3 pommes de plus que de cookies. 1) Combien y a-t-il de pommes ?		$6 + 3 = 9.$ Il y a 9 pommes.	$6 + 3 = 9.$ Il y a 9 pommes.	Exemples : $6 + 3 + 18 + 3 = 40$ pommes ; $18 - 6 = 12$ pommes ; $6 \times 18 = 108$ pommes
	A4	Problème de comparaison - Foix plus (2)		I	Il y a 6 cookies et 18 serviettes sur la table. Mais il y a aussi des pommes et des bonbons. Il y a 3 pommes de plus que de cookies. Il y a 3 fois plus de bonbons que de cookies . 2) Combien y a-t-il de bonbons ?	$6 + 3 = 9.$ Il y a 9 bonbons.	De plus correspond à fois plus	Distinguer de plus et fois plus	Opérations sur les nombres de l'énoncé Exemples : $18 - 3 = 15$ bonbons ; $6 \times (3+3) = 36$ bonbons
	A5	Problème de comparaison - Rapport (2)		I	Il y a 6 cookies et 18 serviettes sur la table. 3) Y a-t-il plus de cookies ou de serviettes ? Combien de fois plus ?	$18 - 6 = 12.$ Il y a 12 serviettes de plus que de cookies.		$18 : 6 = 3.$ Il y a 3 fois plus de serviettes que de cookies.	Exemples : $3 + 3 = 6 ; 6 + 6 = 12,$ 2 fois plus
	A6	Problème de comparaison - Différence		C	Amin a 11 billes. Julien a 22 billes. 1) Combien Julien a-t-il de billes de plus qu'Amin ?		$22 - 11 = 11.$ Julien a 11 billes de plus qu'Amin.	$22 - 11 = 11.$ Julien a 11 billes de plus qu'Amin.	Exemples : $22 + 7 = 29$ billes de plus ; $22 \times 7 = 154$ billes ; $22 + 7 + 11 = 40$ billes de plus
	A7	Problème de comparaison - De Plus avec référent inconnu		I	Julien a 22 billes. Il a 7 billes de plus que Léo. 2) Combien de billes a Léo ?	De plus, c'est faire une addition $7 + 22 = 29.$ Léo a 29 billes.		De plus indique une différence. $22 - 7 = 15.$ Léo a 15 billes.	Exemples : 22 billes ; $22 \times 7 = 154$ billes ; $22 + 7 + 11 = 40$ billes ; $22 : 7 = 3$ billes

Tableau 14 - Items du sous-score : Distinguer les structures additives et multiplicatives

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
Résoudre des problèmes de distributivité	B1	Problème Variable Distance		I	Une équipe de 4 athlètes a participé à un relais : chaque athlète a couru sur une boucle de 8km, puis sur une ligne droite de 2km et enfin sur une boucle de 3km. Combien l'équipe a-t-elle parcouru de km en tout ?	Absence de quantificateurs multiplicatifs $8 + 2 + 3 = 13$ km		Compréhension des quantificateurs multiplicatifs : développement ou factorisation $(8 + 2 + 3) \times 4 = 52$ km et $(4 \times 8) + (4 \times 2) + (4 \times 3) = 52$ km	Additionner ou multiplier l'ensemble des nombres de l'énoncé Exemples : $8 \times 2 \times 3 = 48$ k ; $8 + 2 + 3 + 4 = 17$ km
	B2	Problème variable Durée		I	Un directeur d'école fait une liste d'achats depuis 6 ans. Chaque année, ses achats sont de 2 ordinateurs, 4 imprimantes, 7 écrans. Combien d'achats le directeur a-t-il fait en tout ?	$2 + 4 + 7 = 13$ achats		$(2 + 4 + 7) \times 6 = 78$ achats et $(6 \times 2) + (6 \times 4) + (6 \times 7) = 78$ achats	Exemples : $2 \times 4 \times 7 = 58$ achats ; $2 + 4 + 7 + 6 = 19$ achats

Tableau 15 - Items du sous-score : Résoudre des problèmes de distributivité

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
Résoudre des problèmes multiplicatifs	C1	Item Eduscol CE2 - Niveau 3 Problème multiplicatif	C		Un fermier range 12 œufs dans chaque boîte. Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 5. Combien a-t-il rangé d'œufs ?	<b>Une relation de contenu/contenant entraîne une division</b> $12 : 5 \sim 2 \text{ boîtes}$	<b>Addition répétée</b> $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60 \text{ œufs}$	<b>Produit</b> $12 \times 5 = 60 \text{ œufs}$	Exemples : $12 + 5 = 17 \text{ œufs}$ ; $12 - 5 = 7 \text{ œufs}$
	C2	Item Eduscol CE2 Problème multiplicatif		I	Un vendeur range 6 chocolats dans chaque boîte. Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 13. Combien a-t-il rangé de chocolats ?	$13 : 6 \sim 2 \text{ boîtes}$	$6 + 6 + 6 \dots = 78 \text{ œufs}$	$13 \times 6 = 78 \text{ œufs}$	Exemples : $13 + 6 = 19 \text{ œufs}$ ; $13 - 6 = 7 \text{ œufs}$
	C3	Problème de partition	C		Il y a 8 parts de gâteaux et il y a 4 personnes. Combien de parts pourra avoir chaque personne ?	<b>Soustraction</b> $8 - 4 = 4 \text{ parts}$	<b>Partage</b> $8 - 4 = 4 \text{ et } 4 - 4 = 0$ ou $8 : 4 = 2$ . $2 \text{ parts par personne}$	<b>Division partition</b> $8 : 4 = 2$ . $2 \text{ parts par personne}$	<b>Opération sur les nombres de l'énoncé</b>  Exemple : $8 + 4 = 12 \text{ parts}$  Exemples : $90 - 15 = 75 \text{ piles}$ ; $90 + 15 = 105 \text{ piles}$  Exemples : $90 - 6 = 84 \text{ piles}$ ; $90 + 6 = 96 \text{ piles}$  Exemples : $90 + 40 = 130 \text{ cars}$ ; $90 - 40 = 50 \text{ cars}$
	C4	Problème de quotition	C		On a 90 enveloppes. On fait des piles de 15 enveloppes. Combien fait-on de piles ? <i>Autre couple de valeurs possibles (80, 20)</i>	<b>Recherche d'un tout puisque la taille de la part est donnée</b> $90 \times 15 = 1350 \text{ piles}$	<b>Addition répétée ou soustraction répétée</b> $15 + 15 \dots = 90$	<b>Division quotition</b> $90 : 15 = 6 \text{ tas}$	
	C5	Problème de quotition		I	Dans un paquet de 90 images, on fait des tas de 6 images. Combien cela fait-il de tas ? <i>Autre couple de valeurs possibles (80, 4)</i>	$90 \times 6 = 540 \text{ tas}$	$6 + 6 + 6 + 6 + \dots = 90$	$90 : 6 = 15 \text{ tas}$	
	C6	Problème de division avec reste		I	90 élèves doivent être transportés dans des cars de 40 places. Combien de cars sont-ils nécessaires pour transporter tous les élèves ?	<b>Division partage sans reste car tout doit être réparti</b> $40 \times 2 = 80 \text{ Il faut 2 cars}$	<b>Soustraction répétée</b> $90 - 40 - 40 = 80$	<b>Division partage avec reste</b> $90 : 40 = 2, 25 \text{ Il faut 3 cars.}$	

Items des évaluations nationales ou internationales

Tableau 16 - Items du sous-score : Résoudre des problèmes multiplicatifs

#### 5.5.4 Compétence 4 : Décomposer et comparer des fractions (Tableau 17)

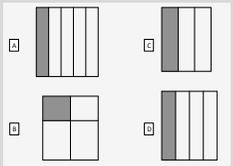
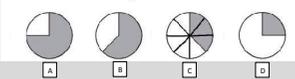
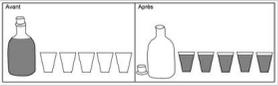
Nous avons tout d'abord utilisé deux items TIMMS (D3 et D4) et deux items de l'Éducation nationale (D5 et D6). Au prétest, les élèves de CM1 n'ont pas encore abordé la notion de fraction. Afin de ne pas les mettre en échec, les élèves n'ont passé que les deux items D3 et D4 tirés de TIMMS 2015. Les épreuves TIMMS se déroulent en milieu de CM1. Dans l'item D4 (M041065 - TIMMS 2015), les élèves doivent choisir, parmi quatre propositions, lequel des cercles a  $\frac{3}{8}$  de son aire qui est colorée. Au vu des quatre figures proposées, la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite suffit pour résoudre correctement le problème : seule la bonne figure (C) est découpée en parties, avec 8 parties totales et 3 parties coloriées. Les trois autres figures ne sont pas découpées en parties, et donc l'élève pour qui la connaissance de la fraction se résume à la connaissance naïve de parties d'un tout choisira mécaniquement la bonne figure. Ce problème nous semble donc être congruent avec la connaissance naïve de la fraction bipartite et son taux de réussite devrait donc être élevé. Pourtant, TIMMS indique que le taux de réussite est de 44% et le taux de réussite français est de 35%. Au prétest, nous avons choisi d'ajouter une question pour les CM2, afin de tester la conception experte de fraction comme rapport : « Lequel de ces cercles a  $\frac{2}{3}$  de son aire qui est coloriée ? ». Malgré le fait qu'après avoir résolu la question 1, il ne restera aux élèves que trois choix possibles, nous faisons l'hypothèse que le taux de réussite à la question 2 « Lequel de ces cercles a  $\frac{2}{3}$  de son aire qui est coloriée ? » sera bien inférieur à celui de la question 1.

Au contraire, l'item D3 (M041298 – TIMMS 2015) offre l'opportunité de mesurer si les élèves ont dépassé la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite. En effet, toutes les propositions sont découpées en partie et il ne faut pas s'appuyer sur ce trait superficiel pour trouver la bonne réponse. TIMMS indique que le taux de réussite pour les CM1 est de 77% au niveau international et de 72% pour la France. Nous faisons l'hypothèse que le taux de réussite à D3 sera inférieur à celui de D4, congruent avec la connaissance naïve de fraction bipartite.

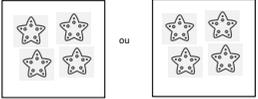
Afin de tester la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite, nous avons ainsi créé deux types d'items de comparaisons de fractions (D1 et D2, Tableau 16). D2 est un item classique de comparaison de fraction dans un contexte numérique. Mais l'assimilation des fractions avec les nombres naturels a pour conséquence que les élèves ont tendance à penser que plus le numérateur, ou le dénominateur, ou les deux sont grands, plus la fraction est grande (Ni & Zhou, 2005). Pour résoudre D2, davantage d'élèves devraient s'appuyer sur leur connaissance naïve de structure bipartite et donc sur la stratégie de comparaison des dénominateurs pour comparer les fractions (Wolf & Vosniadou, 2015) que pour résoudre D1. En effet, D1 offre un contexte

sémantique qui implique une vision davantage continue des quantités : la fraction est présentée comme fraction d'un tout ( $\frac{2}{5}$  d'un sac de farine par exemple). Or, le caractère continu des quantités favorise la représentation de la fraction comme magnitude (Spinillo & Bryant, 1991 ; Singer-Freeman & Goswami, 2001). Notre hypothèse est que le contexte sémantique met en avant la magnitude de la fraction. Le taux de réussite du contexte sémantique devrait être supérieur au contexte numérique.

Enfin, au posttest, nous avons construit l'item D7, afin de mesurer la capacité des élèves à choisir plusieurs représentations pour une même fraction. En effet, du fait du transfert des propriétés des nombres entiers aux fractions (Ni & Zhou, 2005), les élèves ont tendance à représenter une fraction sous une seule forme. Dans l'item D7, les élèves doivent cocher « tout ce qui correspond à la fraction deux tiers ». 5 propositions sont correctes et 5 sont incorrectes (en accord avec des connaissances naïves). Nous faisons l'hypothèse que les élèves expérimentaux choisiront davantage de représentations correctes et moins d'incorrectes que le groupe contrôle.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes	
Décomposer et comparer des fractions	D1	Comparaison de fractions - Congruent	C		Je remplis des petits sacs de farine à partir d'un grand sac de farine. A. Le sac vert pèse $\frac{4}{13}$ du grand sac. B. Le sac bleu pèse $\frac{8}{9}$ du grand sac. C. Le sac rouge pèse $\frac{3}{7}$ du grand sac. Quel sac est le plus lourd ? _____ Quel sac est le plus léger ? _____ Autre triplet possible : $\frac{3}{14}$ , $\frac{7}{8}$ , $\frac{2}{5}$	Utiliser les propriétés des nombres entiers	Comparaison des dénominateurs : $\frac{4}{13} > \frac{3}{7}$ Comparaison des numérateurs : $\frac{8}{9} > \frac{3}{7}$	Comparaison des rapports : $\frac{4}{13} < \frac{8}{9}$	Exemple : Comparaison inverse des numérateurs ( $\frac{8}{9} < \frac{3}{7}$ ) ou des dénominateurs ( $\frac{4}{13} < \frac{3}{7}$ )  Comparaison inverse des nombres entiers	
	D2	Comparaison de fractions - Incongruent		I	Voici trois fractions. A. La fraction : $\frac{7}{8}$ B. La fraction $\frac{3}{14}$ C. La fraction : $\frac{2}{5}$ Quelle fraction est la plus grande ? _____ Quelle fraction est la plus petite ? _____ Autre triplet possible : $\frac{8}{9}$ , $\frac{4}{13}$ , $\frac{3}{7}$		Comparaison des dénominateurs : $\frac{3}{14}$ et $\frac{2}{5}$ Comparaison des numérateurs : $\frac{7}{8}$ et $\frac{2}{5}$	Comparaison des rapports : $\frac{3}{14}$ et $\frac{7}{8}$	Exemple : Comparaison inverse des numérateurs ( $\frac{7}{8} < \frac{2}{5}$ ) ou des dénominateurs ( $\frac{3}{14} < \frac{2}{5}$ )	
	D3	TIMMS 2015 - Figures géométriques		I	On a colorié $\frac{1}{4}$ d'un rectangle. Quel est ce rectangle ? Entoure une des propositions : A, B, C, D. 	Structure bipartite (a et b ou a sur b parties non égales)	A : $\frac{1}{4}$ , c'est 1 partie coloriée et 4 parties ou B : $\frac{1}{4}$ , c'est 1 partie coloriée sur 4 parties	Partie d'un tout composé de parties égales	D : $\frac{1}{4}$ , c'est 1 partie coloriée sur 4 parties de même taille.	C ou plusieurs réponses
	D4	Fraction d'une figure géométrique TIMMS 2015 - M041065	C		Lequel de ces cercles a $\frac{3}{8}$ de son aire qui est colorié ? 	Structure bipartite	Comptage des 3 parties : réponse C	Fraction comme rapport de 2 nombres	Analyser le rapport partie coloriée/cercle : réponse C	D ou Plusieurs réponses entourées
					Question supplémentaire pour les CM2 : Lequel de ces cercles a $\frac{2}{3}$ de son aire qui est colorié ? _____	Structure bipartite	Par rapport à la réponse D, la réponse A a trois parties grisées. Donc la réponse A correspond à $\frac{2}{3}$ .		Analyser le rapport partie coloriée/cercle : réponse B	
	D5	Eval Nat : du dessin à la fraction		I	Observe les dessins puis complète la phrase en dessous par une fraction.  Chaque verre contient _____ du contenu de la bouteille.	Les fractions correspondent au contexte de partie et de tout où le tout est composé de la somme des parties	$\frac{5}{5}$ ou $\frac{1}{1}$	Fraction d'une unité	Chaque verre contient $\frac{1}{5}$ du contenu de la bouteille.	Compléter la phrase avec un nombre entier
D6	Eval Nat : Décomposition de fraction		I	Complète l'égalité en écrivant la fraction qui combien : $\frac{5}{4} = 1 + \frac{\quad}{\quad}$	Propriétés des nombres entiers et Structure bipartite	$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$	Une unité est une fraction de type a/a	$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$	Compléter l'égalité avec un nombre entier	Exemple : 4, 1

Coche tout ce qui correspond à deux tiers.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes	
Résoudre des problèmes fractionnaires	E1	TIMMS 2011 : Problème d'addition de fraction			Tom a mangé $1/2$ du gâteau. Et Jeanne a mangé $1/4$ du gâteau. A eux deux quelle fraction du gâteau ont-ils mangé ?	<b>Propriétés des nombres entiers et Structure bipartie</b>	$1/2 + 1/4 = 2/6$	<b>Fraction comme nombre</b> $1/2 = 2/4 ; 2/4 + 1/4 = 3/4$	<b>Réponse d'une fraction</b> $1/2 ; 1/4 ; 3/4$	
	E2	Problème de décomposition de fractions			Combien y a-t-il de quart d'heure dans 1 heure et quart ? Justifie ta réponse.	<b>Un nombre entier n'est pas une fraction</b>	<i>un quart</i>	<b>Une unité peut s'écrire sous forme fractionnaire</b> $1h = 4/4 ; 4/4 + 1/4 = 5/4$ Il y a 5 quarts.	<b>Réponse sous forme de minutes (conversion)</b> 75 minutes	
	E3	Problème de décomposition de fractions			Combien y a-t-il de quart d'heure dans $3/4$ d'heure ? Justifie ta réponse.	<b>Une fraction est non décomposable (a/b)</b>	$3/4$	<b>Une fraction peut s'écrire comme un nombre multiplié par une fraction (a x 1/b)</b> $3 \times 1/4 = 3/4 ; 1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4$ Il y a 3 quarts.	45 minutes	
	E4	Problème de multiplication de fraction			18 personnes mangent chacune un tiers de pizzas. Combien y a-t-il de pizzas ? <i>Autre couple de valeurs : (12, un tiers)</i>	<b>La multiplication est une addition répétée de nombre entier</b>	<i>Absence de réponse</i>	<b>La multiplication est un produit entre deux nombres (entiers et/ou fractionnaires)</b> $18 \times 1/3 = 18/3 = 6$ pizzas	$18 + 1/3$	
	E5	Problème division fractionnaire version facile			Il y a 4 parts de pizzas et il y a 8 personnes. Combien de parts pourra avoir chaque personne ?	<b>Le résultat d'une division est un nombre entier</b>	$8 : 4 = 2$ parts	<b>Le résultat d'une division peut être une fraction</b> $4/8 = 1/2$ part	<b>Addition des nombres de l'énoncé</b> $8 + 4 = 12$ parts	
	E6	Problème de division fractionnaire version difficile			18 personnes veulent se répartir 3 gâteaux. Quelle part de gâteau vont-ils avoir ? <i>Autre couple de valeurs : (12, 3)</i>	<b>Le résultat d'une division est un nombre entier</b>	$18 : 3 = 6$ parts	$3/18 = 1/6$ du gâteau	$18 + 3 = 21$ parts	
	E7	Problème de division fractionnaire			Au goûter, il y a 2 cakes : un avec des noix et un avec des raisins. Julia, Ylies et Mylan veulent se partager les cakes. Mais Julia est allergique au noix. Ils veulent tous les 3 manger le même nombre de parts. Comment peuvent-ils faire ?			$1/3$ d'un cake et $1/3$ de l'autre cake	<b>Fraction de chaque partie</b> $2/3$ c'est $2/3$ d'un cake ou $1/3$ d'un cake et $1/3$ de l'autre cake	<b>Réponse pragmatique</b> Enlever les noix, ne pas manger du cake
	E8	La moitié de			Entoure la moitié des étoiles. 			<b>Fraction d'un tout</b> 2 étoiles entourées sur 4	<b>Fraction d'un tout et fraction de chaque partie</b> 2 étoiles entourées sur 4 et la moitié de chaque étoile entourée	<b>Réponse aléatoire</b> 1 étoile ou 4 étoiles entourées
	E9	La quart de			Entoure le quart des bonnets. 			<b>Fraction d'un tout</b> 1 bonnet entouré sur 4	<b>Fraction d'un tout et fraction de chaque partie</b> 1 bonnet entouré sur 4 et $1/4$ de chaque bonnet entourée	<b>Réponse aléatoire</b> 2 bonnets ou 4 bonnets entourés

Items des évaluations nationales ou internationales

Tableau 18 - Items du sous-score : Résoudre des problèmes fractionnaires

### 5.5.5 Compétence 5 : Résoudre des problèmes fractionnaires (Tableau 18)

Au prétest, seuls les items E5, E8 et E9 étaient présents pour les élèves de CM1 et de CM2. L'objectif était de mesurer la compréhension de fractions usuelles (moitié et quart) dans des problèmes impliquant un contexte sémantique. Au posttest, 6 autres items ont été ajoutés.

Les problèmes E5 et E6 sont deux items de division partage avec résultat fractionnaire. Ils permettent de mesurer si les élèves ont dépassé la connaissance naïve de la division partage (Fischbein, 1989 ; Tirosh & Graeber, 1991). En effet, pour résoudre ce type de problème, il faut diviser un nombre par rapport à un nombre plus grand. L'item E4 est plus facile que l'item E6, car l'item E4 peut se résoudre par la simple reconnaissance de la relation de moitié entre les deux quantités (4 personnes et 8 parts).

Plusieurs problèmes visent à évaluer la conception naïve de la fraction comme structure bipartite :

- Problème E1 (M041299 – TIMMS 2011) : additionner les fractions  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{4}$  selon la conception bipartite de la fraction conduit à additionner respectivement les numérateurs et additionner les dénominateurs (soit  $\frac{2}{6}$ ). Le taux de réussite de TIMMS est de 23% au niveau international. Les données pour la France ne sont pas disponibles puisqu'elle n'avait pas participé à l'étude TIMMS en 2011.
- Problème E5 : réussir à multiplier un nombre entier par une fraction permet de mesurer si l'élève perçoit la fraction comme un nombre – et non comme deux nombres (Sophian, 2007), qui comme tout nombre entier peut être multiplié par un autre nombre.
- Problème E7 : dans la conception bipartite de la fraction, on ne peut pas regrouper les deux parts de cakes puisqu'ils ne sont pas du même cake : la réponse de l'élève sera alors  $\frac{1}{3}$  de chaque cake, alors même que l'énoncé indique qu'un des enfants est allergique à l'un des cakes.
- Problème E2 : pour réussir, l'élève doit décomposer une unité en fraction. 1 heure, c'est 4 quarts d'heure.
- Problème E3 : à l'inverse du problème E2, pour réussir l'élève doit décomposer une fraction en unité.  $\frac{3}{4}$  d'heure, c'est 3 fois  $\frac{1}{4}$  d'heure. L'unité est fractionnaire, c'est le quart d'heure.

### 5.5.6 Compétence 6 : Résoudre des problèmes de proportionnalité (Tableau 19)

Au prétest, nous avons introduit une tâche commune aux CM1 et CM2. Il s'agit d'un item inspiré de Noeltig (1980) mettant en jeu des concentrations de sirop et d'eau. Étant donné que les

élèves de CM1 n'ont appris ni les fractions, ni les divisions non entières, ni les proportions, l'objectif est seulement d'évaluer leur capacité à résoudre des représentations graphiques naïves de la proportion. Au prétest, seuls les élèves de CM2 ont passé deux problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle. En effet, comme pour les fractions, les élèves de CM1 n'avaient encore jamais abordé la notion. Des travaux (Karplus, 1981 ; Van Dooren et al., 2005) ayant montré que les élèves induisent une stratégie de proportionnalité par reconnaissance du schéma « valeur manquante » — si on me donne 3 nombres, alors je dois chercher le 4<sup>e</sup> par proportionnalité —, nous avons ajouté une 4<sup>e</sup> donnée superflue dans l'énoncé.

Afin d'évaluer la compréhension fine de la notion de proportion, nous avons créé une version congruente et une version incongruente avec la stratégie la plus classique, celle du retour à l'unité. Comme indiqué dans les programmes, pour résoudre un problème de proportionnalité, la stratégie de retour à l'unité correspond à une stratégie experte : elle consiste à calculer la quantité unitaire correspondant à la première partie de l'énoncé, puis de multiplier cette quantité unitaire par la quantité cherchée. Un énoncé tel que « 12 stylos coûtent 36 €. Les stylos sont tous identiques. Combien coûtent 4 stylos ? » est congruent avec la stratégie de retour à l'unité : on peut rechercher le prix unitaire du stylo ( $36/12 = 3$  €), puis multiplier par la quantité recherchée ( $\times 4$ ). En revanche, un énoncé tel que « 12 €, c'est le prix de 36 stylos. Les stylos sont tous identiques. Combien a-t-on de stylos pour 4 € ? » est non congruent avec la stratégie de retour à l'unité : on est tenté de chercher le prix unitaire du stylo ( $12/36$ ) qu'il faudrait alors diviser par 4 pour avoir le nombre de stylos. Or, l'élève a l'habitude de multiplier la quantité unitaire. Ainsi résoudre ce problème en calculant la quantité unitaire usuelle (ici, le prix d'un stylo) semble inenvisageable pour des élèves de primaire. En effet, pour résoudre le problème selon la procédure de retour à l'unité, c'est la quantité de stylos par euros ( $36/12 = 3$  stylos par euros) qui doit être multipliée par le prix recherché ( $\times 4$ ). Or, cette recherche de quantité ne correspond pas aux connaissances du monde de l'élève.

Ainsi les problèmes incongruents soulignent les limites de la stratégie de retour à l'unité, qui est efficace uniquement lorsque la quantité unitaire correspond à un codage congruent avec les structures mathématiques et les connaissances du monde. L'objectif consiste à rechercher un codage sémantique qui soit suffisamment général pour englober les deux problèmes : le codage le plus général consiste à considérer le rapport entre les deux quantités homogènes, mesurées dans la même unité (la seconde sur la première, soit  $12 \text{ €}/4 \text{ €}$  ou  $12 \text{ stylos}/4 \text{ stylos}$ ). L'élève sera formé à aborder ce type de problème avec un contexte non congruent en privilégiant la comparaison de quantités, et pour cela en choisissant d'abord des rapports qui sont des multiples (comme 12 et 4) : « 12 stylos coûtent 36 €. Les stylos sont tous identiques. Combien coûtent 4 stylos ? ». Dans cet énoncé, le rapport des quantités est rendu saillant afin de mettre en avant la stratégie de recherche du rapport.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes																
Résoudre des problèmes de proportion	F1	Dessin - QCM	C		<p>On veut faire une boisson avec de l'eau et du sirop de fraise: Voici les quantités d'eau et de sirop qu'on met dans chaque verre.</p> <p>Quel verre a la moins goût de fraise ? ____            Quel verre a le plus le goût de fraise ? ____            Quels sont les verres qui ont le même goût ? ____</p>	<p><b>Raisonnement sur des longueurs (et non sur des rapports)</b></p> <p>Le plus : D Même goût : C</p>	<p><b>Raisonnement sur une quantité (et non sur des rapports)</b></p> <p>Le moins : A Le plus : C Même goût : B et D</p>	<p><b>Raisonnement sur des rapports</b></p> <p>Le moins : A Le plus : C Même goût : B et D</p>	Réponse aléatoire																
	F2	4e proportionnelle	C		<p>16 stylos coûtent 48€. Les stylos sont tous identiques. Ils pèsent 20 grammes chacun. Combien coûtent 4 stylos ?            Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?</p>	<p>48-16 = 32, donc 4 + 32 = 36 stylos</p>	<p>48 : 16 = 4€/stylo ; 4x4 = 16€</p>	<p>Rapport : 16 : 4 = 4 ; 48 : 4 = 12€</p>	<p>Multiplication des nombres de l'énoncé - Utilisation de la donnée inutile</p> <p>4 x 20gr = 80</p>																
	F3	4e proportionnelle		I	<p>12 kg, c'est le poids de 36 chaises. Les chaises sont toutes identiques. Elles coûtent 20€ chacune. Combien a-t-on de chaises si le poids est de 4kg ?</p>	<p><b>Conservation de l'écart</b></p> <p>36-12 = 24, donc 4 + 24 = 28 chaises</p>	<p><b>Retour à l'unité</b></p> <p>36 : 12 = 3 chaises /kg ; 4 x 3 = 12 chaises ou 12:36 = 1/3 kg/chaise ; 4 x 1/(1/3) = 12 chaises</p>	<p><b>Conservation du rapport</b></p> <p>Rapport : 12 : 4 = 3 ; 36 : 3 = 12 chaises</p>	<p>Multiplication des nombres de l'énoncé - Utilisation de la donnée inutile</p> <p>4 x 20€ = 80</p>																
	F4	Eval Nat : 4e proportionnelle	C		<p>6 objets identiques coûtent 150€. Combien coûtent 9 de ces objets ? Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?</p>	<p>150 : 6 = 144, 9 + 144 = 153€</p>	<p>150 : 6 = 25€/objet ; 9 x 25 = 225€</p>	<p>3 objets = 75€ 9 objets = 75 x 3 = 225€</p>	<p>Multiplication des nombres de l'énoncé</p> <p>9 x 150€ = 1350€</p>																
	F5	TIMMS 2011 : Compléter une recette	C		<p>Avec les ingrédients ci-dessus, on peut faire une recette pour 6 personnes. Sam veut faire la recette pour seulement 3 personnes. Complète le tableau ci-dessous avec la quantité d'ingrédients.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Ingrédients</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Oeufs</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Farine</td> <td>8 cuillères à soupe</td> </tr> <tr> <td>Lait</td> <td>1 cuillère à soupe 2</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Ingrédients</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Oeufs</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Farine</td> <td>_____ cuillères à soupe</td> </tr> <tr> <td>Lait</td> <td>_____ cuillère à soupe</td> </tr> </tbody> </table>	Ingrédients		Oeufs	4	Farine	8 cuillères à soupe	Lait	1 cuillère à soupe 2	Ingrédients		Oeufs	2	Farine	_____ cuillères à soupe	Lait	_____ cuillère à soupe		<p><b>Partage</b></p> <p>8/4 = 2</p>	<p><b>Conservation du rapport</b></p> <p>8/4 = 2</p>	<p><b>Absence de changement</b></p> <p>8 cuillères à soupe</p>
	Ingrédients																								
Oeufs	4																								
Farine	8 cuillères à soupe																								
Lait	1 cuillère à soupe 2																								
Ingrédients																									
Oeufs	2																								
Farine	_____ cuillères à soupe																								
Lait	_____ cuillère à soupe																								
F6	Problème de proportion		I	<p>90 élèves doivent être transportés dans des cars de 40 places. Si les premiers cars sont tous remplis, quelle proportion du dernier car sera remplie ?</p>	<p><b>La proportion est un écart</b></p> <p>40 - 10 = 30 élèves</p>		<p><b>La proportion est un rapport</b></p> <p>10/40 = 1/4 du bus est rempli</p>	<p><b>Addition des nombres de l'énoncé</b></p> <p>90 + 40 = 130</p>																	

Items des évaluations nationales ou internationales

Tableau 19 - Items du sous-score : Décomposer et comparer des fractions



Nous aurions aussi souhaité ajouter un problème de l'évaluation d'entrée en 6<sup>e</sup> de 2017. Mais un seul item qualifié de problème de 4<sup>e</sup> proportionnelle était présent : « Dans un magasin, si j'achète 6 ballons, je paierai 12 €. Combien paierai-je si j'achète 3 ballons ? Cocher la bonne réponse : 4 €, 2 €, 3 €, 6 € ». Cet item ne nous a pas semblé pouvoir permettre de mesurer la capacité à résoudre de 4<sup>e</sup> proportionnelle à cause de plusieurs points :

- le terme « identique » est absent de l'énoncé. Pour résoudre ce problème, il faut donc faire l'inférence que les ballons sont tous identiques et donc ont le même prix.
- La question porte sur la moitié du nombre de ballons, ce qui est un rapport extrêmement quotidien. Le problème peut donc être résolu très facilement.
- Parmi les réponses proposées, celle correspondant à la conservation de l'écart ( $6 + 6 = 12$ , donc  $3 + 6 = 9$ ) n'y figure pas.

Nous avons donc choisi d'intégrer au posttest un problème de 4<sup>e</sup> proportionnelle des évaluations d'entrée en 6<sup>e</sup> de 2005 : « 6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ? ». Ce problème de 4<sup>e</sup> proportionnelle correspond au schéma classique de « valeur manquante » : 3 données présentes dans l'énoncé et 1 donnée à rechercher. Contrairement à la consigne de l'évaluation de l'Éducation nationale, les élèves devaient proposer deux stratégies. Ce problème est congruent avec la stratégie de recherche d'unité : un objet coûte 25 € ( $150 : 6 = 25$ ), donc 9 objets coûtent 225 €. En revanche, la stratégie de recherche du rapport est complexe ( $2/3$ ) et sera donc très peu utilisée par les élèves. Mais d'autres stratégies sont possibles :

- recherche du rapport connu de la moitié :  $9 = 6 + 3$  ; 9, c'est 6 et la moitié de 6. 9 objets coûtent  $150 + (150/2) = 225$  €.
- Recherche du rapport connu du tiers : La moitié de 6, c'est 3. Or, 3 c'est le tiers de 9. 3 objets coûtent 75 €.  $75 \text{ €} \times 3 = 225 \text{ €}$ .

La stratégie naïve incorrecte correspond à interpréter 150 € comme le prix unitaire et à donc trouver que le prix de 9 objets est de  $150 \times 9 = 1350$  €.

Au posttest, nous avons aussi ajouté l'item TIMMS 2011 (M031183), composé de deux questions. La première question est congruente avec la connaissance naïve de la division partage : « Pour 6 personnes, j'ai besoin de 4 cuillères à soupe de farine. De combien en ai-je besoin pour 3 personnes ? ». Mais la deuxième question est incongruente avec la conception de fraction comme structure bipartite : « Pour 6 personnes, j'ai besoin de  $1/2$  cuillère à soupe de lait. De combien en ai-je besoin pour 3 personnes ? ». La connaissance naïve conduit à diviser par 2 respectivement le numérateur et le dénominateur et a proposé  $0,5/1$  cuillère à soupe de lait. Au niveau international, seuls 23% des élèves ont répondu correctement aux deux questions. Les données ne sont pas disponibles pour la France qui n'a pas participé à l'étude TIMMS 2011.

## 5.6 Mesurer le raisonnement causal : compétences et items associés

Afin de mesurer le raisonnement causal, quatre compétences ont été identifiées comprenant chacune plusieurs items. Nous détaillons ci-après la construction des items et les hypothèses associées. Pour chaque item, nous faisons l'hypothèse que trois types de stratégies sont possibles : les stratégies expertes, les stratégies naïves et les heuristiques de résolution de problème. Les stratégies expertes correspondent aux connaissances scolaires. Les stratégies naïves correspondent aux connaissances naïves identifiées (à domaine de validité restreint ou hors domaine de validité). Enfin, la stratégie dite heuristique correspond à la stratégie de négation des relations causales (il n'y a pas de liens entre les variables). En annexe A, des photographies des différentes stratégies réalisées par les élèves ont été répertoriées selon les catégories choisies, pour l'ensemble des problèmes ouverts (voir figure 9 pour un exemple).

2A



Voici les différents animaux et algues qui vivent dans cette mer.



Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?

<p>Si je fais disparaître tous les phoques il n'y aura plus personne pour manger les gros poissons qui vont se profiter pour manger tous les petits poissons qui ont beaucoup plus manger les algues alors il y aura beaucoup plus d'algues</p> <p>Peux-tu faire un schéma ?</p>	<p>Ci le phoque disparaît tout les animal vont disparaître c'est une chaîne</p> <p>Peux-tu faire un schéma ?</p>
<p>Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?</p> <p>Les gros poissons cela va continuer comme sur le dessin sauf que la plus grosse bête sera les gros poissons</p>	<p>Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?</p> <p>On pourra plus manger de poisson</p>
<p>Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?</p> <p>Si je fais disparaître un phoque rien ne va changer car aucune espèce de ce dessin ne mange le phoque.</p> <p>Peux-tu faire un schéma ?</p>	<p>Si je fais disparaître toutes les algues, que va-t-il se passer ?</p> <p>Peut-être qu'ils vont mourir, ou qu'ils vont être <del>très</del> très en danger</p>

Figure 9 – Annexe A: différentes stratégies d'élèves au posttest pour le problème 2A selon les catégories de stratégies choisies

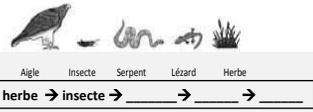
### 5.6.1 Analyser une chaîne causale linéaire (Tableau 20)

L'item 1A est issu de TIMMS 2015 (S041177). TIMMS le définit comme un item de niveau intermédiaire évaluant des compétences d'application sur les connaissances du vivant en mesurant la capacité à utiliser une liste d'êtres vivants dans un écosystème pour compléter une chaîne alimentaire. Le taux de réussite au niveau international est de 72%. Le taux de réussite en France est de 67%.

Les items 2A, 3A, 4A et 5A correspondent à une même situation de chaîne causale linéaire. Une chaîne causale linéaire était présentée aux élèves au moyen d'un dessin et explicitée à l'oral par l'expérimentatrice : le phoque mange les gros poissons qui mangent les petits poissons qui mangent les algues (voir Annexe C ). Chaque élève avait un contexte parmi les quatre possibles : un des quatre maillons de la chaîne alimentaire était supprimé. Et les élèves devaient écrire un texte et faire un schéma qui anticipe les changements qui en résultent dans la chaîne alimentaire. Dans une tâche similaire, concernant un item sur l'écosystème de la forêt, Strommen (1995) a montré que les élèves de CP raisonnent principalement sur les animaux sans prendre en compte les végétaux et les insectes. En outre, la connaissance naïve qu'une cause produit un seul effet permet d'établir un continuum de difficultés entre les différents contextes. Au pré et au posttest, les élèves ont dû anticiper les changements attendus dans une chaîne linéaire (par exemple, « Si le phoque disparaît que va-t-il se passer ? »). 4 contextes étaient possibles en fonction de la disparition d'un des 4 éléments de la chaîne (2A, 3A, 4A, 5A). **Notre hypothèse est qu'un continuum de difficultés existe entre les contextes en fonction de la présence répétée de la connaissance naïve qu'une cause produit un seul effet :**

- *Contexte algues* : La disparition du dernier élément (les algues) correspond à une situation strictement congruente avec la connaissance naïve qu'une cause produit un même effet. La disparition des algues entraîne la disparition successive des trois autres éléments au temps t.
- *Contexte petits poissons* : la disparition de l'avant-dernier élément (les petits poissons) implique deux changements congruents avec la connaissance naïve : disparition successive de plusieurs éléments (gros poissons et phoques) au temps t, et un changement incongruent : l'augmentation des algues au temps t.
- *Contexte gros poissons* : la disparition des gros poissons implique un changement congruent (le phoque disparaît) à l'instant t, et trois changements incongruents : augmentation des petits poissons et disparition des algues au temps t, et disparition des petits poissons au temps t+1.

- *Contexte phoque* : la disparition du premier élément (phoque) implique 4 changements incongruents : augmentation de certains éléments au temps  $t$  (les gros poissons et les algues), diminution des petits poissons à l'instant  $t$  et diminution des gros poissons au temps  $t+1$ .

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes				
	1A	Construire une chaîne linéaire TIMMS 2015 - S041177	C	<p>Ces êtres vivants vivent tous dans le désert. Arthur a commencé à dessiner une chaîne alimentaire en utilisant ces êtres vivants. Il a déjà placé l'herbe et les insectes car il sait que les insectes mangent l'herbe. Complète la chaîne alimentaire en écrivant les noms des 3 êtres vivants manquants.</p>  <p>Aigle Insecte Serpent Lézard Herbe</p> <p>herbe → insecte → → →</p>	<b>Non prise en compte des inclusions</b>	herbe --> insecte --> serpent	<b>Ordonner du plus gros au plus petit</b>	Herbe --> insecte --> lézard --> serpent --> aigle	<b>Inclusion</b>	herbe --> insecte --> lézard --> serpent --> aigle	<b>Aléatoire</b>	Exemple : herbe --> insecte --> aigle --> serpent lézard
<b>Analyser une chaîne causale linéaire</b>	2A	Identifier les changements dans une chaîne linéaire	C	<p>Dans la mer, le phoque mange les gros poissons. Les gros poissons mangent les petits poissons. Les petits poissons mangent les algues. Si je fais disparaître toutes les algues, que va-t-il se passer ?</p> 								Les petits poissons vont mourir, donc les gros poissons vont mourir, donc les phoques vont mourir.
	3A		I	<p>Dans la mer, le phoque mange les gros poissons. Les gros poissons mangent les petits poissons. Les petits poissons mangent les algues. Si je fais disparaître tout les petits poissons, que va-t-il se passer ?</p> 								Les algues vont se multiplier. Les gros poissons et les phoques vont mourir.
	4A		I	<p>Dans la mer, le phoque mange les gros poissons. Les gros poissons mangent les petits poissons. Les petits poissons mangent les algues. Si je fais disparaître tout les gros poissons, que va-t-il se passer ?</p> 	<b>Coexistence</b>	Pas de changement	<b>Un seul et même effet</b>	Tout disparaît.	<b>Interaction</b>	Les phoques vont mourir. Les petits poissons vont se multiplier. Les algues vont alors disparaître, et les petits poissons finiront par mourir.	<b>Donner un effet</b>	On ne pourra plus manger de poissons / de suhis. Le phoque sera énervé.
	5A		I	<p>Dans la mer, le phoque mange les gros poissons. Les gros poissons mangent les petits poissons. Les petits poissons mangent les algues. Si je fais disparaître le phoque, que va-t-il se passer ?</p> 								Les gros poissons vont se multiplier. Les petits poissons vont disparaître. Les algues vont se multiplier. Les gros poissons finiront par mourir.

## Items des évaluations nationales ou internationales

Tableau 20 - Items du sous-score : Analyser une chaîne causale linéaire

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes				
<b>Analyser une chaîne causale multiple</b>	1B	Identifier les changements dans une chaîne multiple	I	<p>Voici différents animaux et plantes. Si l'espèce des chenilles diminue, que va-t-il se passer pour les autres espèces ?</p> <p>Complète les ronds avec : Un + si le nombre augmente, Un - si le nombre diminue Un = s'il n'y a pas de changement</p> 	<b>Coexistence</b>	Pas de changement : = de partout	<b>Un seul et même effet</b>	Tout disparaît : - de partout	<b>Interaction</b>	Chaîne multiple correcte	<b>Réponse aléatoire</b>	= suivi d'un + ou -

Tableau 21 - Item du sous-score : Analyser une chaîne causale multiple



### 5.6.1 Analyser une chaîne causale multiple (Tableau 21)

Au posttest, les élèves devaient anticiper les changements dans une chaîne causale multiple après que le deuxième élément sur 8 ait disparu de la chaîne. 7 changements devaient donc être identifiés. Les élèves obtenaient un score entre 0 et 7. La stratégie experte correspond à l'identification des 7 changements. Si les élèves réussissaient seulement à identifier les changements dans la chaîne directe (élément 1 et élément 3), alors leur stratégie était considérée comme naïve. Enfin, si les élèves n'anticipaient aucun changement (absence de relation causale entre les éléments), leur stratégie était considérée comme une heuristique.

### 5.6.2 Identifier des corrélations fallacieuses parmi des situations de causalité directe, de coïncidence, de variable cachée et de cause inverse (Tableaux 22 et 23)

Nous avons évalué les élèves dans leur capacité à identifier des corrélations fallacieuses dans deux types d'items : une description d'une corrélation dans un journal avec plusieurs avis des lecteurs et un graphique avec plusieurs réponses possibles. La compréhension des graphiques est en effet une compétence demandée au cycle 3. Pour les deux types d'items, 4 situations étaient possibles :

- La corrélation correspond à une relation de cause à effet.
- La corrélation correspond à une coïncidence.
- La corrélation s'explique par une variable cachée.
- La corrélation s'explique par une inversion de la relation de cause à effet spontanément perçue.

Dans les situations de description de corrélation dans un journal, les élèves devaient commencer par répondre à une question ouverte, puis choisir un des avis des lecteurs (sur la page suivante). 3 choix étaient possibles : cause à effet, absence de relation causale, fausse corrélation. Pour les situations de graphique, les élèves devaient seulement cocher une des 4 réponses. Aux trois choix précédemment cités, un quatrième était ajouté : pour s'assurer de la bonne lecture du graphique, et comme il n'y avait pas de question ouverte, une proposition allant dans le sens contraire aux données était présentée. Au prétest, les élèves devaient seulement résoudre une des 4 descriptions de corrélation dans un journal. Au posttest, les élèves ont dû résoudre les 4 situations et les quatre graphiques.

#### 5.6.4 Savoir tester une croyance en proposant un protocole d'observation (Tableau 24)

Au posttest, un énoncé a été ajouté pour évaluer la capacité à établir un protocole pour tester une croyance. Une croyance était expliquée aux élèves : « Votre grand-tante pense que pour faire un bon lancer aux dés, il faut souffler dessus avant de les jeter. Comment pourrait-on savoir si elle a raison ? ». Cet item permet de mesurer la capacité des élèves à proposer un protocole d'observation. Les critères d'évaluation de cet item étaient la multiplication des observations et la présence d'un groupe contrôle.

Ainsi, différents niveaux de réponse sont possibles (du moins au plus complet) :

- ne pas tester : c'est faux/vrai, on ne peut pas savoir
- refaire le test mentionné : lancer le dé en soufflant
- effectuer un grand nombre d'observations : plusieurs tests en soufflant
- établir une expérience témoin : souffler et ne pas souffler sur un dé
- établir une expérience témoin de façon répétée : souffler et ne pas souffler sur un dé plusieurs fois
- établir un groupe contrôle : souffler sur un dé et ne pas souffler sur un autre dé
- établir un groupe et effectuer un grand nombre d'observations : souffler sur un dé et ne pas souffler sur un autre dé plusieurs fois

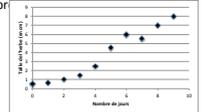
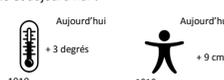
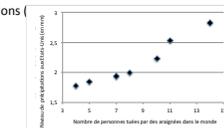
Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limitée	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
Identifier des corrélations fallacieuses	1C1	Cause et Effet	C	<p>Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille et le poids à la naissance. Lorsqu'ils naissent, les bébés mesurent 50 cm en moyenne. A la naissance, les petits bébés pèsent moins de 2,5kg. A la naissance, les grands bébés pèsent plus de 3,5kg.</p>  <p>Bébé de petite taille - de 2,5 kg      Bébé de grande taille + de 3,5 kg</p> <p>A ton avis, pourquoi certains bébés sont-ils plus lourds que d'autres ? 3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question. Es-tu d'accord avec eux ? Entoure ta réponse.</p> <p><input type="checkbox"/> M. B répond : Je pense que plus un bébé est grand à la naissance, plus il est lourd.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme V. répond : Je pense que plus un bébé est lourd, plus il est grand.</p> <p><input type="checkbox"/> M. T répond : Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la taille et le poids des bébés.</p> <p>Voici un graphique. On peut y lire la hauteur de l'herbe en fonction du nombre de jours.</p> 		<i>Je pense que plus un bébé est grand à la naissance, plus il est lourd.</i>	<i>Je pense que plus un bébé est grand à la naissance, plus il est lourd.</i>	<i>Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la taille et le poids des bébés.</i>
	1C2		C	<p><b>Que peut-on déduire de ce graphique ?</b></p> <p><input type="checkbox"/> Plus les jours passent, moins l'herbe pousse.</p> <p><input type="checkbox"/> Plus les jours passent, plus l'herbe pousse.</p> <p><input type="checkbox"/> Plus l'herbe pousse, plus les jours passent.</p> <p><input type="checkbox"/> Il n'y a pas de vrais liens entre l'herbe et les jours qui passent</p>		<i>Plus les jours passent, plus l'herbe pousse.</i>	<i>Plus les jours passent, plus l'herbe pousse.</i>	<i>Il n'y a pas de vrai lien entre l'herbe et les jours qui passent.</i>
Identifier des corrélations fallacieuses	2C	Coincidence	I	<p>Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille des enfants de 10 ans et le réchauffement climatique. La température en France a augmenté de 3 degrés entre 1910 et aujourd'hui. En France, la taille des enfants de 10 ans a augmenté de 9 cm entre 1910 et aujourd'hui.</p> <p>A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?</p>  <p>Aujourd'hui + 3 degrés      Aujourd'hui + 9 cm</p> <p>1910      1910</p> <p>3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question. Avec qui es-tu d'accord ? Coche une seule explication.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme C. répond : Je pense que plus la température augmente, plus les enfants grandissent.</p> <p><input type="checkbox"/> M. T répond : Je pense qu'il n'y a pas de lien entre la température et la taille des enfants.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme R. répond : Je pense que plus les enfants grandissent, plus la température augmente.</p> <p>Voici un graphique. On peut y lire le nombre de personnes tuées par des araignées dans le monde en fonction du niveau des précipitations.</p> 		<i>Fausse corrélation : Je pense que plus la température augmente, plus les enfants grandissent.</i>	<i>Coincidence : Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la température et la taille des enfants.</i>	<i>Coincidence : Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la température et la taille des enfants.</i>
	2C2		I	<p><b>Que peut-on déduire de ce graphique ?</b></p> <p><input type="checkbox"/> Plus il pleut aux Etats-Unis, plus on risque de mourir à cause des araignées.</p> <p><input type="checkbox"/> Moins il pleut aux Etats-Unis, plus on risque de mourir à cause des araignées.</p> <p><input type="checkbox"/> Plus des personnes se font tuer par des araignées, plus il pleut aux Etats-Unis.</p> <p><input type="checkbox"/> Il n'y a pas de vrais liens entre la pluie aux Etats-Unis et les morts par araignées.</p>		<i>Fausse corrélation : Plus il pleut aux Etats-Unis, plus on risque de mourir à cause des araignées.</i>	<i>Il n'y a pas de vrais liens entre la pluie aux Etats-Unis et les morts par araignées.</i>	<i>Il n'y a pas de vrais liens entre la pluie aux Etats-Unis et les morts par araignées.</i>

Tableau 22 - Items du sous-score : Identifier des corrélations fallacieuses (1)

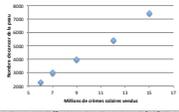
Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes	
Identifier des corrélations fallacieuses	3C1	Variable Cachée		<p>Un journal a fait une enquête sur le lien entre jouer à des jeux et être fatigué au réveil.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Des enfants de 8 ans dînent à 19h puis lisent un livre pendant 1h avant d'aller se coucher.</p> <p>Au réveil, ils ne sont pas fatigués.</p> <p>A ton avis pourquoi, certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?</p> <p>3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question. Es-tu d'accord avec eux ? Entoure ta réponse.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme D. répond : Je pense que plus on joue, plus on est fatigué au réveil.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme V. répond : Je pense que plus on fait une activité le soir, moins on dort et plus on est fatigué au réveil.</p> <p><input type="checkbox"/> M. T. répond : Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre jouer et être fatigué au réveil.</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Des enfants de 8 ans dînent à 19h puis jouent pendant 3h avant d'aller se coucher.</p> <p>Au réveil, ils sont fatigués.</p> </div> </div>			<p><i>Fausse corrélation : Je pense que plus on joue, plus on est fatigué au réveil.</i></p>	<p><i>Variable cachée : Je pense que plus on fait une activité le soir, moins on dort et plus on est fatigué au réveil.</i></p>	<p><i>Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre jouer et être fatigué au réveil.</i></p>
	3C2			<p>Voici un graphique. On peut y lire le nombre de personnes ayant un cancer de la peau en fonction des millions de crèmes solaires achetées.</p>  <p><b>Que peut-on déduire de ce graphique ?</b></p> <p><input type="checkbox"/> Plus on met de la crème solaire, plus on risque d'avoir un cancer de la peau.</p> <p><input type="checkbox"/> Plus on met de la crème solaire, moins on risque d'avoir un cancer de la peau.</p> <p><input type="checkbox"/> Il n'y a pas de vrais liens entre « avoir un cancer de la peau » et mettre de la crème solaire.</p> <p><input type="checkbox"/> Plus on met de la crème solaire, plus on va au soleil, et donc plus on risque d'avoir un cancer de la peau.</p>		<p><i>Fausse corrélation : plus on met de la crème solaire, plus on risque d'avoir un cancer de la peau.</i></p>	<p><i>Variable cachée : Plus on met de la crème solaire, plus on va au soleil, et donc plus on risque d'avoir un cancer de la peau.</i></p>	<p><i>Il n'y a pas de vrai lien entre avoir un cancer de la peau et mettre de la crème solaire.</i></p>	
	4C1			<p>Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille et être joueur de basket professionnel. En moyenne, les hommes mesurent 1m73 en France.</p> <p>Mais les joueurs de basket de l'équipe de France mesurent en moyenne 2m. Les joueurs de basket de l'équipe de France sont donc plus grands que les autres hommes français.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Taille : 1m73 Homme français</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Taille : 2m Joueur de basket</p> </div> </div> <p>A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils si grands ?</p> <p>3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question. Es-tu d'accord avec eux ? Entoure ta réponse.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme C. répond : Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la taille et le fait d'être joueur de basket.</p> <p><input type="checkbox"/> Mme T. répond : Je pense que plus on fait du basket, plus on devient grand, et donc il est plus facile d'être un bon joueur de basket.</p> <p><input type="checkbox"/> M. R. répond : Je pense que plus on est grand, mieux on peut faire du basket, et donc il est plus facile de devenir un joueur de basket.</p>		<p><i>Fausse corrélation : Je pense que plus on fait du basket et donc il est plus facile d'être un bon joueur de basket.</i></p>	<p><i>Cause inverse : Je pense que plus on est grand, mieux on peut faire du basket, et donc il est plus facile de devenir un bon joueur de basket.</i></p>	<p><i>Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la taille et le fait d'être joueur de basket.</i></p>	
	4C2			<p>Voici un graphique. On peut y lire le nombre de personnes qui meurent selon l'endroit.</p>  <p><b>Que peut-on déduire de ce graphique ?</b></p> <p><input type="checkbox"/> Il n'y a pas de vrais liens entre le décès de quelqu'un et l'endroit.</p> <p><input type="checkbox"/> On meurt le plus à l'hôpital, car c'est l'endroit le plus dangereux.</p> <p><input type="checkbox"/> On meurt le plus à l'hôpital, car c'est l'endroit où l'on tente de soigner les gens malades.</p> <p><input type="checkbox"/> Pour ne pas mourir, il faut éviter d'aller à l'hôpital.</p>		<p><i>Fausse corrélation : on meurt le plus à l'hôpital car c'est l'endroit le plus dangereux.</i></p>	<p><i>Cause inverse : On meurt le plus à l'hôpital car l'endroit où l'on tente de soigner les gens malades.</i></p>	<p><i>Il n'y a pas de vrai lien entre le décès de quelqu'un et l'endroit.</i></p>	

Tableau 23 - Items du sous-score : Identifier des corrélations fallacieuses (2)

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
Tester une croyance	1D	Proposer un protocole		I	<p>Vous grand-tante pense que pour faire un bon lancer aux dés, il faut souffler dessus avant de les jeter. Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?</p>	<p><b>2 événements temporellement liés sont cause à effet. Jugement sans test</b></p> <p><i>Si elle le fait, c'est que c'est vrai. / C'est faux</i></p>		<p><b>Coincidence : répétition des tests et tests contrôle</b></p> <p><i>Faire plusieurs essais en soufflant et sans souffler avec plusieurs dés.</i></p>	<p><b>Doute</b></p> <p><i>On ne peut pas savoir</i></p>

Tableau 24 - Items du sous-score : Tester une croyance

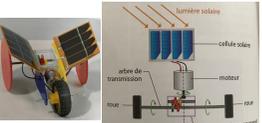
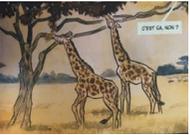
Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
	1E1	1 QCM Causes directe / indirecte / circulaire - Contexte physique		I	<p>Un village a été touché par une tempête. Le toit des vieilles maisons a été arraché.</p> <p>Pourquoi les toits ont-ils été arrachés ? Choisissez une des explications.</p>  <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 20%;"> <p>Les toits ont été arrachés car ils étaient vieux et ont été touchés par la tempête.</p> <input type="checkbox"/> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 20%;"> <p>Les toits ont été arrachés car les toits se sont envolés pendant la violente tempête.</p> <input type="checkbox"/> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 20%;"> <p>Les toits ont été arrachés car la tempête a été violente et a traversé le village.</p> <input type="checkbox"/> </div> </div>	<p><i>Cause directe : les toits ont été arrachés car ils étaient vieux et ont été touchés par la tempête.</i></p> <p><i>ou Cause circulaire : Les toits ont été arrachés car les toits se sont envolés pendant la violente tempête.</i></p>		<p><i>Les toits ont été arrachés car la tempête a été violente et a traversé le village.</i></p>	
Identifier des explications causales	1E2	1 QCM Causes directe / indirecte / circulaire - Contexte mécanique		C	<p>Voici une voiture solaire. Elle a 3 roues, des panneaux solaires et un moteur.</p> <p>Pourquoi la voiture peut-elle rouler ? Choisissez une des explications.</p>  <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p>La voiture avance car la lumière du soleil est captée par les panneaux solaires qui transforment la lumière en énergie, qui met le moteur en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.</p> <input type="checkbox"/> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p>La voiture avance car c'est une voiture solaire avec des panneaux solaires qui roule quand le moteur est en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.</p> <input type="checkbox"/> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p>La voiture roule car c'est une voiture solaire avec des panneaux solaires qui avance quand ses roues tournent. Plus les roues tournent vite, plus la voiture avance vite.</p> <input type="checkbox"/> </div> </div>	<p><b>Cause directe ou cause circulaire</b></p> <p><i>Cause directe : la voiture roule car c'est une voiture solaire avec des panneaux solaires qui roule quand le moteur est en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.</i></p> <p><i>ou Cause circulaire : La voiture roule car c'est une voiture solaire avec des panneaux solaires qui avance quand ses roues tournent. Plus les roues tournent vite, plus la voiture avance vite.</i></p>	<p><b>Congruence du contexte mécanique</b></p> <p><i>Cause indirecte : La voiture avance car la lumière du soleil est captée par les panneaux solaires qui transforment la lumière en énergie, qui met le moteur en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.</i></p>	<p><b>Cause indirecte</b></p> <p><i>Cause indirecte : La voiture avance car la lumière du soleil est captée par les panneaux solaires qui transforment la lumière en énergie, qui met le moteur en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.</i></p>	<p><b>Plusieurs réponses cochées</b></p>
	1E3	1 QCM Causes directe / indirecte / circulaire - Contexte évolutionnaire		I	<p>La girafe est un animal qui vit dans la savane. C'est un mammifère.</p> <p>Pourquoi les girafes ont-elles un long cou ? Choisissez une des explications.</p>  <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p>Les girafes ont des longs cous car leur cou mesure plus de 5m. C'est l'animal le plus grand de la savane qui a le plus de vertèbres.</p> <input type="checkbox"/> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p>Les girafes ont des longs cous pour pouvoir manger les feuilles au sommet des arbres. Leur cou s'allonge, comme ça elles survivent mieux.</p> <input type="checkbox"/> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p>Les girafes qui ont un cou plus long que les autres girafes peuvent davantage manger. Elles survivent donc mieux quand elles ont un grand cou.</p> <input type="checkbox"/> </div> </div>	<p><i>Cause directe : Les girafes ont des longs cous pour pouvoir manger les feuilles au sommet des arbres. Leur cou s'allonge comme ça elles survivent mieux.</i></p> <p><i>ou Cause circulaire : Les girafes ont des longs cous car leur cou mesure plus de 5m. C'est l'animal le plus grand de la savane qui a le plus de vertèbres.</i></p>		<p><i>Cause indirecte : les girafes qui ont un cou plus long que les autres girafes peuvent davantage manger. Elles survivent donc mieux quand elles ont un grand cou.</i></p>	

Tableau 25 - Items du sous-score : Identifier des explications causales (1)

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Enoncés	Connaissances naïves hors du domaine de validité	Connaissances naïves à domaine de validité limité	Connaissances scolaires ou expertes	Heuristiques de résolution de problèmes
	2E	1 QCM Causes mecaniste/ téléologique /essentialiste - Contexte biologique animé			Contexte biologique : Pourquoi les animaux meurent-ils ? Choisis une des explications. Nat : Parce que les animaux meurent quand leur corps ne fonctionne plus. Pat : Parce que les animaux sont mortels. Tim : Parce que les animaux doivent faire de la place sur Terre.		<i>Cause essentialiste : Parce que les animaux sont mortels. (Pat) ou Cause téléologique : Parce que les animaux doivent faire de la place sur Terre. (Tim)</i>	<i>Cause mécanique : Parce que les animaux meurent quand leur corps ne fonctionne plus (Nat)</i>	
		1 QCM Causes mecaniste/ téléologique /essentialiste - Contexte physique			Contexte physique : Pourquoi les nuages bloquent-ils les rayons du soleil ? Choisis une des explications. Pit : Parce que les nuages empêchent les rayons du soleil de passer. Tat : Parce que les nuages se trouvent entre les rayons du soleil et nous. Bob : Parce que les nuages doivent protéger des rayons du soleil.	<b>Cause essentialiste ou téléologique</b>	<i>Cause essentialiste : Parce que les nuages empêchent les rayons du soleil de passer. (Pit) ou Cause téléologique : Parce que les nuages doivent protéger des rayons du soleil. (Bob)</i>	<b>Cause mécanique</b>	<i>Cause mécanique : Parce que les nuages se trouvent entre les rayons du soleil et nous. (Tat)</i>
		1 QCM Causes mecaniste/ téléologique /essentialiste - Contexte biologique inanimé			Contexte vivant : Pourquoi les feuilles tombent-elles en automne ? Choisis une des explications. Kim : Parce que les feuilles doivent laisser l'arbre se préparer pour l'hiver. Bill : Parce que les feuilles meurent en automne. Rex : Parce que les feuilles ont un système qui ne fonctionne plus en automne.		<i>Cause essentialiste : Parce que les feuilles meurent en automne. (Bill) ou Cause téléologique : Parce que les feuilles doivent laisser l'arbre se préparer pour l'hiver (Kim)</i>		<i>Cause mécanique : Parce que les feuilles ont un système qui ne fonctionne plus en automne. (Rex)</i>
<b>Identifier des explications causales</b>	3E	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte physique			Version circulaire : Je me demande : Pourquoi neige-t-il ? Mon amie Léa me répond : Parce que les flocons tombent du ciel. Les flocons donnent de la neige. Que penses-tu de son explication ? Version non circulaire : Je me demande : Pourquoi pleut-il ? Mon amie Lisa me répond : Parce que les nuages sont formés de gouttelettes d'eau. En fonction de la température, elles tombent des nuages. . Que penses-tu de son explication ?				
		2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte biologique			Version circulaire : Je me demandais : Pourquoi les flamands roses sont-ils roses ? Mon ami Jules me répond : parce que la couleur de leur peau est rose. Et ils ont tous la même couleur. Que penses-tu de son explication ? Version non circulaire : Je me demandais : Pourquoi les renards polaires sont-ils blancs ? Mon amie Mateo me répond : Parce qu'ils vivent sur la banquise. Leurs prédateurs ont donc plus de mal à les chasser. Que penses-tu de son explication ?	<b>"Parce que" introduit une explication.</b>	<i>Score à l'explication circulaire &gt; score à l'explication non circulaire</i>	<b>Une explication n'est pas redondante.</b>	<i>Score à l'explication non circulaire &gt; score à l'explication circulaire</i>
		2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte mécanique		C	Version circulaire : Je me demandais : Pourquoi est-ce que les couteaux coupent ? Mon ami Leo me répond : Parce que les couteaux sont tranchants. Etre tranchant veut dire que c'est coupant. Que penses-tu de son explication ? Version non circulaire : Je me demandais : Pourquoi est-ce que les scies scient ? Mon ami Lucas me répond : Parce que les scies sont en acier. L'acier est un métal qu'on peut aiguiser facilement. Que penses-tu de son explication ?		<b>Congruence du contexte mécanique</b>	<i>Score à l'explication non circulaire &gt; score à l'explication circulaire</i>	

Plusieurs réponses cochées

Tableau 26 - Items du sous-score : Identifier des explications causales (2)

### 5.6.1 Identifier des explications causales (Tableaux 25 et 26)

Nous avons proposé aux élèves trois types d'items afin de mesurer leur capacité à identifier des explications causales en fonction des connaissances naïves relevées (voir chapitre 3) : les biais essentialistes et téléologiques ; la préférence pour les causes directes ; la non-détection de la circularité. Les modalités de passation étaient identiques pour chaque type d'item, à savoir des QCM. Au prétest et au posttest, les élèves devaient choisir une explication parmi trois choix (téléologique, essentialiste, mécaniste) dans trois contextes différents : biologique animé (animaux), biologique inanimé (plante) et physique (nuages). D'après les travaux de Kelemen (1999a, 1999b), les explications téléologiques devraient être préférées.

Au posttest, les élèves devaient choisir aussi une explication parmi trois choix (cause directe, cause complexe, cause circulaire) dans trois contextes différents : mécaniste (objet), évolutionnaire (girafe) et physique (tempête). D'après les travaux de Kelemen (1999a, 1999b), les causes complexes devraient être plus facilement identifiées dans le contexte mécanique que dans les deux autres contextes.

Au prétest et posttest, les élèves devaient évaluer une explication circulaire, puis une explication non circulaire d'un même contexte. Comme souligné par Mills et al. (2017), il semble artificiel de demander aux élèves de choisir laquelle de deux explications (circulaire et non circulaire) est la meilleure ou la plus utile, comme réalisé dans de nombreuses études. En effet, dans la vie de tous les jours, on reçoit rarement plusieurs explications à la fois. Au contraire, on reçoit une explication et il nous faut juger si l'explication est pertinente. L'objectif de l'apprentissage est donc que les élèves reconnaissent qu'une explication est non informative. Ainsi, nous avons choisi le protocole suivant pour ces items. L'explication circulaire se trouvait en début du test et l'explication non circulaire en fin de test. Les contextes étaient les suivants : biologique animé (animaux), mécaniste (objet), physique (pluie). Les élèves devaient cocher une échelle reprenant des visuels familiers des réseaux sociaux, afin de déterminer si l'explication était non pertinente, un peu pertinente, plutôt pertinente, totalement pertinente. Nous avons ensuite analysé la différence entre la réponse à l'explication non circulaire et celle à l'explication circulaire.

## 5.6 Hypothèses sur le développement du raisonnement proportionnel

Notre hypothèse générale est que les difficultés à comprendre la proportionnalité reposent sur la difficulté à comprendre la notion de rapport. Dès lors, les élèves du groupe expérimental auront acquis la connaissance scolaire du rapport par rapport au groupe contrôle. Ceci signifie que les élèves du groupe expérimental réussiront mieux les problèmes, en particulier les problèmes incongruents avec les connaissances naïves que les élèves du groupe contrôle.

Nos hypothèses sont les suivantes :

### **Pour le raisonnement proportionnel au global,**

- a. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- b. Au posttest, le groupe expérimental obtient un score supérieur au groupe contrôle.
- c. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement obtient un score supérieur au groupe contrôle associé.

### **Pour chaque compétence,**

- a. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- b. Au posttest, le groupe expérimental obtient un score supérieur au groupe contrôle pour chaque compétence.
- c. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement obtient un score supérieur au groupe contrôle associé pour chaque compétence.

**Pour chaque item,** nous détaillons les hypothèses dans le tableau suivant (Tableau 27).

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Hypothèses
<b>Distinguer structures additives et multiplicatives</b>	A1	Problème de comparaison - Fois plus (1)		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.
	A2	Problème de comparaison - Rapport (1)		I	
	A3	Problème de comparaison - De plus	C		
	A4	Problème de comparaison - Fois plus (2)		I	
	A5	Problème de comparaison - Rapport (2)		I	
	A6	Problème de comparaison - Différence	C		
	A7	Problème de comparaison - De Plus avec référent inconnu		I	
<b>Résoudre des problèmes de distributivité</b>	B1	Problème Variable Distance		I	Au posttest le taux de stratégies expertes (factorisation ou développement) sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.
	B2	Problème variable Durée		I	Au posttest le groupe expérimental aura un taux de double-stratégie (factorisation et développement) supérieur au groupe contrôlé, témoignant d'une capacité à adopter les deux points de vue du concept de distributivité.
<b>Résoudre des problèmes multiplicatifs</b>	C1	Item Eduscol CE2 - Niveau 3 Problème multiplicatif - Congruent	C		Au posttest, le groupe expérimental sera moins dépendant de la congruence ou non des problèmes de multiplication et de division qu'au groupe contrôlé.
	C2	Item Eduscol CE2 Problème multiplicatif - Incongruent		I	
	C3	Problème de partition	C		
	C4	Problème de quotient	C		
	C5	Problème de quotient		I	
	C6	Problème de division avec reste		I	
<b>Décomposer et comparer des fractions</b>	D1	Comparaison de fractions - Congruent	C		L'item de comparaisons dans un contexte sémantique devrait être mieux réussi que l'item de comparaisons dans un contexte numérique au pré-test et par les élèves contrôles au posttest
	D2	Comparaison de fractions - Incongruent		I	Au posttest, les élèves expérimentaux sont moins dépendants du contexte (sémantique ou numérique) que les élèves contrôlés.
	D3	TIMMS 2015 - Figures géométriques		I	Au prétest, l'item TIMMS D4 étant congruent avec la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite, le taux de réussite des élèves de CM1 avant apprentissage des fractions sera supérieur à celui obtenu par TIMMS.
	D4	Fraction d'une figure géométrique TIMMS 2015 - M041065	C	I	Au prétest, l'item TIMMS D4 étant congruent avec la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite, le taux de réussite des élèves de CM2 sera bien supérieur au taux de réussite à la question incongruente associée.
	D5	Eval Nat : du dessin à la fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental aura un taux de réussite supérieur à celui du groupe contrôlé.
	D6	Eval Nat : Décomposition de fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental aura un taux de réussite supérieur à celui du groupe contrôlé.
	D7	Plusieurs représentations numériques pour une fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental proposera davantage de représentations correctes de la fraction 2/3 que le groupe contrôlé.
<b>Résoudre des problèmes fractionnaires</b>	E1	TIMMS 2011 : Problème d'addition de fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental aura un taux de réussite au groupe contrôlé à l'item TIMMS 2011.
	E2	Problème de décomposition de fractions		I	Au posttest, le groupe expérimental proposera davantage de bonnes réponses et de justifications correctes que le groupe contrôlé.
	E3	Problème de décomposition de fractions		I	
	E4	Problème de multiplication de fraction		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.
	E5	Problème division fractionnaire version facile		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.
	E6	Problème de division fractionnaire version difficile		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.
	E7	Problème de division fractionnaire		I	Au posttest, le groupe expérimental proposera davantage de bonnes réponses que le groupe contrôlé.
	E8	La moitié de		I	Au posttest, le groupe expérimental adoptera davantage deux points de vue que le groupe contrôlé.
	E9	La quart de		I	
<b>Résoudre des problèmes de 4e proportionnelle</b>	F2	4eme proportionnelle - Congruent	C		Au posttest, le groupe expérimental parvient à proposer davantage de double-stratégies que le groupe contrôlé.
	F3	4eme proportionnelle - Incongruent		I	Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant de la congruence ou non du problème que le groupe contrôlé.
	F4	Eval Nat : 4eme proportionnelle - Congruent	C		Au posttest, l'illusion de linéarité n'est pas présente dans ce problème même s'il répond au schéma de recherche de la valeur manquante, pour aucun des groupes.
	F5	TIMMS 2011 : Compléter une recette	C	I	Au posttest, le taux de stratégies expertes à la question incongruente de l'item TIMMS M031183 sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.
	F6	Problème de proportion		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôlé.

Items des évaluations nationales ou internationales

## 5.7 Hypothèses sur le développement du raisonnement causal

Notre hypothèse générale est que les difficultés à comprendre la causalité reposent sur la difficulté à dépasser l'illusion de causalité. Dès lors, les élèves du groupe expérimental auront acquis une conception experte de causalité par rapport au groupe contrôle. Ceci signifie que les élèves du groupe expérimental réussiront mieux les problèmes, en particulier les problèmes incongruents avec les connaissances naïves que les élèves du groupe contrôle.

### **Pour le raisonnement causal au global,**

- d. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- e. Au posttest, le groupe expérimental obtient un score supérieur au groupe contrôle.
- f. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement obtient un score supérieur au groupe contrôle associé.

### **Pour chaque compétence,**

- d. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- e. Au posttest, le groupe expérimental obtient un score supérieur au groupe contrôle pour chaque compétence.
- f. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement obtient un score supérieur au groupe contrôle associé pour chaque compétence.

**Pour chaque item,** nous détaillons les hypothèses dans le tableau suivant (Tableau 28).

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Hypothèses
Analyser une chaîne causale linéaire	2A ou 3A ou 4A ou 5A	Identifier les changements dans une chaîne linéaire	C	I	Un continuum de difficultés existe entre les situations en fonction de la variété des changements (disparition ou disparition et augmentation) et des délais (t ou t et t+1). Au posttest, le groupe expérimental anticipe davantage les changements dans chaque contexte de chaîne linéaire (même les plus difficiles) que le groupe contrôle. Au posttest, le groupe expérimental sait davantage représenter sa réponse sous forme de schéma que le groupe contrôle.
		Schéma			
Analyser une chaîne causale multiple	1B	Identifier les 7 changements dans une chaîne multiple		I	Au posttest, le groupe expérimental anticipe davantage les changements que le groupe contrôle.
Identifier des corrélations fallacieuses	1C1	Cause et Effet - Situation	C		Au post-test, le groupe expérimental identifie davantage les corrélations fallacieuses :
	2C1	Coincidence - Situation		I	Les coïncidences
	3C1	Variable Cachée - Situation		I	Les variables cachées
	4C1	Cause Inverse - Situation		I	Les causes inverses
	1C2	Cause et Effet - Graphique	C		
	2C2	Coincidence - Graphique		I	Les coïncidences
	3C2	Variable Cachée - Graphique		I	Les variables cachées
	4C2	Cause Inverse - Graphique		I	Les causes inverses
Tester une croyance	1D	Proposer un protocole - 6 niveaux de protocole		I	Au posttest, le groupe expérimental propose moins d'heuristique et de stratégies naïve et plus de stratégies expertes (protocole avec groupe contrôle) que le groupe contrôle.
Identifier des explications causales	1E1	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte physique		I	
	1E2	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte mécanique	C		Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant du contexte que le groupe contrôle pour identifier la cause mécaniste.
	1E3	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte évolutionnaire		I	
	2E1	1 QCM mécaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique animé		I	
	2E2	1 QCM mécaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique inanimé		I	Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant du contexte que le groupe contrôle pour identifier la cause complexe.
	2E3	1 QCM mécaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique inanimé		I	
	3E1 ou 3E2 ou 3E3	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte physique	C	I	Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant du contexte que le groupe contrôle pour différencier explication circulaire et non circulaire.

Tableau 28 – Hypothèses par items du raisonnement causal



## Chapitre 6 :

### Design expérimental

L'expérimentation a eu lieu durant l'année 2017-2018. Elle a nécessité l'établissement d'une convention entre la Fondation La main à la pâte, le laboratoire Paragraphe et le Réseau d'Éducation Prioritaire renforcée, Evariste Galois, de Nanterre (Académie de Versailles). Un accord a aussi été conclu avec les inspecteurs académiques et pédagogiques régionaux de l'Académie de Créteil et le directeur de l'école primaire de l'École Alsacienne (Académie de Paris). Au total, l'expérimentation a mobilisé 28 enseignants et plus de 600 élèves. Nous détaillons tous d'abord les participants, le protocole et la méthodologie des analyses statistiques.

#### 6.1 Participants : Enseignants et élèves

Nous avons sélectionné trois terrains d'expérimentation : une circonscription de Joinville-Le-Pont, un Réseau d'Éducation Prioritaire renforcé de Nanterre, une école privée sous contrat de Paris. Dans ces trois terrains, les enseignants sont des fonctionnaires sélectionnés par un concours national. Le système éducatif français est en effet fortement centralisé, et les enseignants, disposant toutefois d'une liberté pédagogique, suivent le même programme scolaire défini par le ministère de l'Éducation nationale.

La circonscription de Joinville-Le-Pont correspond à une zone de banlieues résidentielles favorisées (Botton & Miletto, 2018), comportant des écoles avec une population scolaire relativement mixte. 4 classes expérimentales et 4 classes contrôles font partie de ce terrain. **Par la suite, nous désignerons ce type d'établissement comme formant le sous-groupe ordinaire.** 6 classes expérimentales (2 écoles) et 6 classes contrôles (2 écoles) faisaient partis du réseau REP+ de Nanterre. **Par la suite, nous désignerons ce type d'établissement comme formant le sous-groupe REP+.** Du fait de la spécificité des établissements privés sous-contrat, nous précisons qu'il s'agit de l'école privée sous-contrat laïque, l'École Alsacienne. La procédure de sélection des élèves est très stricte : dossier scolaire, préférence pour les fratries pour les inscriptions avant le CE1, examen d'entrée à partir du CM1. De fait de cette procédure de sélection et de sa localisation (6<sup>e</sup> arrondissement de Paris), les élèves de l'école primaire de l'École Alsacienne sont issus de classes sociales favorisées. 4 classes

expérimentales (2 CM1 et 2 CM2) et 4 classes contrôles (2 CM1 et 2 CM2) font partie de cette école.

**Par la suite, nous désignerons ce type d'établissement comme formant le sous-groupe favorisé.**

Test	Sous-groupe	Groupe expérimental			Groupe contrôle			Total
		CM1	CM2	Sous-Total	CM1	CM2	Sous-Total	
Prétest	Ordinaire	36	48	84	29	52	81	165
	REP+	61	42	103	46	66	112	215
	Privilégié	54	56	110	54	52	106	216
	<b>Total</b>	<b>151</b>	<b>146</b>	<b>297</b>	<b>129</b>	<b>170</b>	<b>299</b>	<b>596</b>
Posttest	Ordinaire	37	48	85	30	55	85	170
	REP+	57	43	100	47	68	115	215
	Privilégié	55	56	111	54	54	108	219
	<b>Total</b>	<b>149</b>	<b>147</b>	<b>296</b>	<b>131</b>	<b>177</b>	<b>308</b>	<b>604</b>
Pré & Posttest	Ordinaire	36	48	84	29	52	81	165
	REP+	57	40	97	44	66	110	207
	Privilégié	54	56	110	54	52	106	216
	<b>Total</b>	<b>147</b>	<b>144</b>	<b>291</b>	<b>127</b>	<b>170</b>	<b>297</b>	<b>588</b>
<b>Attrition</b>		3%	1%	2%	2%	0%	1%	1%

**Tableau 29 – Effectif des groupes et sous-groupes**

Le tableau 29 présente les distributions des élèves, ayant participé aux tests, dans les différents sous-groupes et selon le niveau (CM1 ou CM2). Au total, 588 élèves étaient présents à la fois au pré et au posttest. Le groupe expérimental était composé de 147 élèves de CM1 et 144 élèves de CM2 (53% de filles, âge moyen : 10,5 ans, ET = 0,65). Le groupe contrôle était composé de 127 élèves de CM1 et 170 élèves de CM2 (48% de filles, âge moyen : 10,6 ans, ET = 0,62). Les deux groupes sont homogènes.

Dans chacun des sous-groupes, le processus de sélection des enseignants a été similaire. En début d'année, plusieurs projets leur ont été présentés, dont Rai'Flex. Certains enseignants ont choisi de s'investir dans le projet Rai'Flex, tandis que d'autres ont choisi de s'investir dans d'autres projets aux thématiques variées (robotique, théâtre, sciences, orthographe, explicitation en mathématiques, sciences cognitives). L'objectif était ainsi de contrôler *a minima* l'effet « motivation » de l'enseignant (Willingham, 2008) : tous les enseignants formant les groupes contrôle et expérimental étaient motivés pour s'investir dans un projet disciplinaire facultatif, mais inclus dans les heures de classe.

**Dans le sous-groupe ordinaire**, le projet Rai'Flex a été présenté à deux écoles dépendantes d'un même collège. Un représentant du cycle 3 de chaque école est venu à la réunion d'information sur le projet. Après réflexion, les quatre enseignants d'une des deux écoles ont décidé de s'engager

dans le projet Rai'Flex, tandis que les deux enseignants de l'autre école se sont engagés dans un autre projet portant sur l'orthographe. **Dans le sous-groupe REP+**, l'ensemble des enseignants a reçu une formation sur l'explicitation, le raisonnement en mathématiques et en sciences par la coordinatrice de ce réseau. À la fin de cette formation, les enseignants devaient choisir, dans le cadre du dispositif REP+<sup>27</sup>, entre plusieurs options : le projet Rai'Flex, un projet d'analyse réflexive de pratiques professionnelles en mathématiques, un projet d'activités culturelles et un projet de robotique. Les 6 enseignants de deux écoles se sont engagés dans le projet Rai'Flex, tandis que les 6 enseignants de deux autres écoles se sont engagés dans les autres options. **Dans le sous-groupe favorisé**, les 8 enseignants de cycle 3 ont participé à une session de présentation du projet Rai'Flex. Ils pouvaient choisir de s'engager dans le projet Rai'Flex ou dans d'autres projets dont les thématiques étaient diverses (théâtre, sciences...). 4 enseignants ont choisi de s'engager dans le projet Rai'Flex.

Après inscription des enseignants au projet Rai'Flex, les enseignants expérimentaux ont participé, par terrain d'expérimentation, à une formation de 2h sur les connaissances naïves et la catégorisation multiple donnée par Emmanuel Sander et Calliste Scheibling-Sève (C.S.S).

## 6.2 Protocole

### 6.2.1 Passation des pré et posttests

Le groupe contrôle et le groupe expérimental ont passé un prétest au premier trimestre 2017 et un posttest mi-juin 2018. Le pré et posttest étaient composés d'items de mathématiques et de sciences, présentés de façon alternée dans un livret (voir exemples de livret, Annexe B). Afin de contrôler l'ordre d'apparition d'un maximum d'items, 4 livrets avaient été créés. Les livrets étaient distribués à chaque élève de telle sorte que les élèves à proximité n'avaient pas le même livret. Au pré et au posttest, les élèves étaient informés qu'ils faisaient partie d'une étude scientifique. Cela permettait de justifier les règles de passation (temps chronométré, livrets différents) et de les motiver malgré l'absence de notes par l'enseignant. Les élèves ne pouvaient pas poser de questions durant le test. Seule la lecture individuelle des items par l'expérimentateur était possible pour des élèves en difficulté de lecture. Chaque item devait être résolu en un temps limité (entre 2 et 3 mn selon la longueur de l'item). Une fois le temps écoulé, les élèves devaient passer à l'exercice suivant et ne

---

<sup>27</sup> Dans les écoles REP+, des dispositifs d'adaptation du temps de travail des enseignants sont mis en place. Ils visent à alléger les heures d'enseignement de chaque enseignant face aux élèves au profit du développement des autres dimensions du métier : la formation, le travail collectif avec les autres membres de la communauté éducative, l'organisation du suivi des élèves et les relations avec les parents. Décrets n° 2014-940/941/942 du 20-8-2014.

pouvaient pas revenir sur les exercices précédents. Les consignes pour chaque exercice étaient données à l'oral par l'expérimentateur (voir Annexe C).

**Le prétest** durait 50 mn pour les CM2 et 40 mn pour les CM1. Il a été administré par C.S.S auprès de toutes les classes. Il s'est étendu sur 6 semaines en débutant par les groupes REP+, puis les groupes ordinaires et enfin les groupes favorisés. Les posttests ont été passés sur une période de 3 semaines. En moyenne, l'écart entre le pré et le posttest était de 31 semaines (ET = 4,5 semaines). Les enseignants étaient présents lors des passations, mais ne conservaient pas de copies du prétest et n'étaient pas au courant que certains éléments du prétest seraient réutilisés au posttest.

**Le posttest** comportait deux parties de 45 mn chacune, administrées sur 2 jours distincts pour chaque classe, en présence des enseignants. Étant donc composées de deux parties et devant être passées sur une période plus courte (de mi-juin à fin juin), deux autres expérimentatrices ont été recrutées. Elles ont administré les posttests, après avoir reçu les consignes de passation, puis assisté à une passation de chaque partie du posttest réalisée par C.S.S, et réalisé une passation en la présence de C.S.S, afin d'assurer l'homogénéité des passations.

### 6.2.2 Modalités des séances d'apprentissage

Entre janvier et juin 2018, le groupe expérimental a participé à 24 séances d'apprentissage de 1h en mathématiques (raisonnement proportionnel) et d'1h en sciences (raisonnement causal) sur le temps scolaire. Les 12h de sciences et 12h de mathématiques du groupe expérimental ont donc fait partie des heures préalablement dédiées aux mathématiques et aux sciences par les enseignants. Le groupe contrôle a suivi le programme habituel en mathématiques et en sciences. En moyenne, l'ensemble des enseignants a déclaré faire 5h de mathématiques par semaine, dont 1h de résolution de problème, et 1h de sciences par semaine. Il n'y a pas de différence entre les deux groupes.

Les groupes expérimentaux se distinguent entre les sous-groupes ordinaire, REP+ et favorisé. Les séances du groupe ordinaire ont été intégralement réalisées par C.S.S en présence de l'enseignant de chaque classe. Pour les deux autres groupes, nous avons varié les conditions d'enseignement. Les séances de mathématiques et de sciences du groupe REP+ étaient réalisées à moitié par C.S.S et à moitié par les enseignants, accompagnés pour la préparation des séances par un conseiller pédagogique<sup>28</sup> (voir Tableau 30). Les séances de mathématiques du groupe favorisé étaient, de

---

<sup>28</sup> Seul un enseignant de REP+ (Tableau 30, classe CM1/CM2) n'a pas eu le temps de terminer les deux dernières séances de sciences. Aussi, seuls 17 élèves du prétest et 13 élèves du posttest étaient concernés. Ils ont donc été conservés dans les analyses.

même, réalisées à moitié par C.S.S et à moitié par les enseignants, mais les séances de sciences étaient réalisées par C.S.S <sup>29</sup> (Tableau 30).

Séances	Mathématiques	Groupe REP+						Groupe Favorisé			
		CM2A	CM2B	CM1A	CM1B	CM1	CM1/CM2	7e2	7e4	8e1	8e2
1	Du langage additif au langage multiplicatif	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
2	Le langage multiplicatif	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant
3	Les problèmes d'échange	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant
4	La distributivité	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant
5	Fraction	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
6	Division partage et division mesure	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant
7	Equivalence entre division et multiplier par une fraction	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	C.S.S	C.S.S	Enseignant	Enseignant
8	La proportion	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
9	La proportion	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
10	La proportionnalité - 3 stratégies	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
11	La proportionnalité - 4 stratégies	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant
12	Bilan	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
<i>Nombres de séances réalisées par l'expérimentatrice</i>		6	6	6	6	6	6	7	7	6	6

Séances	Sciences	Groupe REP+						Groupe Favorisé			
		CM2A	CM2B	CM1A	CM1B	CM1	CM1/CM2	7e2	7e4	8e1	8e2
1	Cause et effet : les machines de Rubegoldberg	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
2	Causes multiples : Cherchons la panne	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	C.S.S	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant
3	Cherchons la cause : Pourquoi est-on malade ?	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
4	Cherchons la cause unique : Pourquoi ça se propage ?	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
5 & 6	Chercher le lien : pourquoi les océans s'acidifient ?	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
7	Chaîne causale multiple : Le monde marin (1)	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
8	Réalité ou coïncidence : la grenouille météo	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	Enseignant	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
9	La cause cachée	C.S.S	C.S.S	Enseignant	C.S.S	C.S.S	Enseignant	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
10	Défi : Est-ce une relation de cause à effet ?	Enseignant	Enseignant	C.S.S	Enseignant	Enseignant	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
11	Enquête : Qui a mangé la noisette ?	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	X	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
12	Bilan - Puzzle des activités	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S	X	C.S.S	C.S.S	C.S.S	C.S.S
<i>Nombres de séances réalisées par l'expérimentatrice</i>		6	6	6	6	6	5	11	11	11	11

**Tableau 30 – Conditions d'enseignement des séances d'apprentissage**

Cette répartition avait l'avantage de correspondre aux modalités d'enseignement habituelles du groupe favorisé, puisque les enseignants de ce groupe ont l'habitude d'avoir des intervenants extérieurs ou des décroisements avec leurs collègues pour réaliser les sciences avec leurs élèves.

<sup>29</sup> Seule une séance a dû être réalisée par les enseignants pour des raisons d'emploi du temps entre toutes les classes Rai'Flex. Cette séance nécessitait en effet un matériel spécifique (un lot de lampes de poches). Or, ce lot de lampes de poches, fourni par l'expérimentatrice, était unique pour l'ensemble des classes Rai'Flex.

Pour chaque séance, l'enseignant recevait la fiche enseignant (voir Annexes D et E) et le matériel nécessaire (fiches élèves à distribuer, diaporama, matériel scientifique). La fiche enseignant débute par un encadré résumant les objectifs généraux de la séance : la connaissance naïve à dépasser et la connaissance scolaire à construire, les phrases-clés à dire aux élèves et les différents points de vue à faire adopter aux élèves. Puis la fiche enseignant décrit étape par étape les problèmes et les points de vigilances associés.

Nous avons favorisé des modalités pédagogiques classiques afin que la spécificité des séances ne porte que sur la catégorisation multiple et le retour réflexif, et non sur les modalités d'apprentissage. Aussi, **en mathématiques**, les élèves commençaient par un exercice sur l'ardoise afin de les engager dans la tâche. Puis, une fiche individuelle leur était distribuée comportant plusieurs exercices. Pour chaque exercice, un ou plusieurs points de vue à adopter étaient explicitement demandés aux élèves. La correction générale était réalisée après chaque problème traité. À la fin de la séance, les élèves devaient répondre individuellement à la phrase « Qu'est-ce que j'ai appris durant cette séance ? », puis les élèves volontaires lisaient leur réponse à l'ensemble de la classe. Enfin, lors d'un temps supplémentaire, les élèves pouvaient remplir « un journal de recherche » personnel, ou des énoncés ouverts tels que « 12, c'est 9 plus 3 :  $12 = 9 + 3$  ; 12, c'est aussi 2 fois plus que 6 :  $12 = 2 \times 6$ . Observe et imite avec un autre nombre. » leur étaient présentés.

**Déroulé des séances de mathématiques Rai'Flex :**

- 1- Engagement dans la séance avec un exercice sur ardoise individuel
- 2- Fiche individuelle d'exercices corrigés au fur et à mesure
- 3- Réponse individuelle à la question « Qu'est-ce que j'ai appris aujourd'hui ? »
- 4- Production libre dans le « Journal de Recherche »

**Déroulé des séances de sciences Rai'Flex :**

- 1- Engagement dans la séance avec une situation déclenchante
- 2- Mise en situation en groupe
- 3- Réalisation individuelle d'un schéma de conclusion suivie de sa correction
- 4- Réponse collective à une situation « Souvent on dit que ».

**En sciences**, les séances commençaient par une situation déclenchante, suivie d'une mise en situation en groupe. En effet, les enseignants ont davantage l'habitude de faire travailler les élèves en groupe dans cette matière. Bien que le travail de groupe soit complexe, les séances de sciences nécessitent souvent de nombreuses sous-tâches à réaliser et coordonner, ce qui peut justifier ce type de modalité d'enseignement (Tricot, 2017). Au cours de la séance, plusieurs points de vue à adopter étaient explicitement demandés aux élèves. Pour conclure la situation d'apprentissage, un schéma était individuellement proposé par les élèves et corrigé ensuite. À la fin de la séance, une situation « Souvent, on dit que » leur était proposée. L'objectif était de revenir sur une croyance courante dans la vie quotidienne en réutilisant le point de vue adopté durant la séance, permettant ainsi un transfert

entre « la classe et la maison ».

Afin de montrer la réalité des séances de classes, certaines séances ont pu être filmées. En annexe E, les informations pour accéder aux vidéos sont données.

### 6.3 Codage des pré et posttests

#### 6.3.1 Codage des items et scores associés

Pour les items du raisonnement proportionnel, la réponse exacte a été codée, ainsi que le type de stratégie pour les problèmes (experte, naïve, heuristique, absence de réponse, autre). Pour les problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle, le détail de chaque stratégie a aussi été codé (Tableau 31). Les erreurs de calcul n'ont pas été prises en compte. Chaque stratégie experte comptait pour 1 point (Tableau 32). Chaque question d'un item était codée sur un point. Pour les items de la compétence « Distinguer entre les structures additives et multiplicatives », les phrases-réponses ont aussi été codées. En effet, la stratégie était considérée comme experte si l'élève avait répondu une phrase-réponse correcte. Par exemple, au problème « Amin a 11 billes. Julien a 22 billes. Combien de billes de plus Julien a-t-il ? », si l'élève répondait seulement  $22-11 = 11$ , sa compréhension de la notion « de plus » n'était pas assurée. Certains élèves écrivaient par exemple que « Julien avait 11 fois plus de billes qu'Amin ». L'élève devait donc, en plus de la stratégie, écrire la phrase-réponse « Julien a 11 billes de plus qu'Amin » pour que sa stratégie soit considérée comme stratégie experte.

Stratégies correctes	
Fois moins	$\text{Ens1}/\text{Part1} = r$ donc $\text{Ens2}/r = \text{Part2}$
Fois plus	$\text{Ens1} \times r = \text{Part1}$ donc $\text{Part2} \times r = \text{Ens2}$
Retour à l'unité	$(\text{Ens2}/\text{Ens1}) \times \text{Part1}$
Rapport entre les ensembles	$\text{Ens1} \times r = \text{Ens2}$ donc $\text{Part1} \times r = \text{Part2}$
Relation additive	$\text{Part1} + \text{Part1} + \text{Part1} + \text{Part1} = \text{Ens1}$ donc $\text{Ens2} / 4 = \text{Part2}$
Proportion	$\text{Part1} = 1/r \times \text{Ens1}$ , donc $1/r \times \text{Ens2} = \text{Part2}$
Relation multiplicative (Triple)	$6/2 = 3$ donc 3 objets coûtent $150/2 = 75\text{€}$ . 9 objets, c'est le triple de 3objets. $75 \times 3 = 225\text{€}$
Retour à l'unité avec relation additive	$150/6 = 25\text{€}$ par objet ; 9 objets = $6 + 3$ ; $150 + 25 \times 3 = 225\text{€}$
Stratégies incorrectes	
Division des ensembles	$\text{Ens2}/\text{Ens1}$
Division d'un ensemble par une partie	$\text{Ens2}/\text{Part1}$
Division d'un ensemble par une partie de même unité	$\text{Ens1}/\text{Part1}$
Différence entre les ensembles	$\text{Ens2} - \text{Ens1}$
Différence entre un ensemble et une partie	$\text{Ens1} - \text{Part1}$
Addition répétée	$\text{Part1} + \text{Part1} + \text{Part1} \dots = \text{Ens1}$
Multiplication/Division entre des nombres de l'énoncé	Exemple : $\text{Ens1}/\text{Donnée inutile}$
Additions entre des nombres de l'énoncé	Exemple : $\text{Ens1} + \text{Part1}$
Autre soustraction avec des nombres de l'énoncé	Exemple : $\text{Ens1} - \text{Donnée inutile}$
Dessin	
Absence de stratégies	

Stratégies concernant uniquement le problème F4

Sous-Scores	Code	Type d'items	PreTest		Posttest		Score	
			CM1	CM2	CM1	CM2		
<b>Distinguer les structures additives et multiplicatives</b>	A1	Problème de comparaison - Foix plus (1)	v	x	v		1	
	A2	Problème de comparaison - Rapport (1)	v	x	v		1	
	A3	Problème de comparaison - De plus	v	v	v		1	
	A4	Problème de comparaison - Foix plus (2)	v	v	v		1	
	A5	Problème de comparaison - Rapport (2)	v	v	v		1	
	A6	Problème de comparaison - Différence	v	v	v		1	
	A7	Problème de comparaison - De Plus avec référent inconnu	v	v	v		1	
		<i>Score</i>	7	5	7			
<b>Résoudre des problèmes de distributivité</b>	B1	Problème Variable Distance	<i>Stratégie 1</i>	x		v		1
			<i>Stratégie 2</i>	x	v	v		1
	B2	Problème variable Durée	<i>Stratégie 1</i>	x		v		1
			<i>Stratégie 2</i>	x		v		1
			<i>Score</i>	0	2	4		
<b>Résoudre des problèmes multiplicatifs</b>	C1	Item Eduscol CE2 - Niveau 3 Problème multiplicatif Congruent	v	v	v		1	
	C2	Item Eduscol CE2 Problème multiplicatif Incongruent	v	v	v		1	
	C3	Problème de partition - Congruent	v	v	v		1	
	C4	Problème de quotient - Congruent	v	v	v		1	
	C5	Problème de quotient - Incongruent	v	v	v		1	
	C6	Problème de division avec reste	x	v	v		1	
		<i>Score</i>	5	6	6			
<b>Décomposer et comparer des fractions</b>	D1	Comparaison de fractions - Congruent	x	v	v		1	
	D2	Comparaison de fractions - Incongruent	x	v	v		1	
	D3	Fraction d'une figure géométrique TIMMS 2015 - M041065	<i>Question 1</i>	v	v	x		1
			<i>Question 2</i>	x	v	x		1
	D4	Fraction d'une figure géométrique TIMMS 2015 - M041065	v	v	v		1	
	D5	Eval Nat : du dessin à la fraction	x	x	v		1	
	D6	Eval Nat : Décomposition de fraction	x	x	v		1	
D7	Plusieurs représentations numériques pour une fraction	x	x	v		1		
		<i>Score</i>	2	5	6			
<b>Résoudre des problèmes fractionnaires</b>	E1	Problème d'addition de fraction TIMMS 2011 - M041299	x	x	v		1	
	E2	Problème de décomposition de fractions	x	x	v		1	
	E3	Problème de décomposition de fractions	x	x	v		1	
	E4	Problème de multiplication de fraction	x	x	v		1	
	E5	Problème division fractionnaire version facile	v	v	v		1	
	E6	Problème de division fractionnaire version difficile	x	x	v		1	
	E7	Problème de division fractionnaire	x	x	v		1	
	E8	La moitié de	v	v	v		1	
	E9	La quart de	v	v	v		1	
		<i>Score</i>	3	3	9			
<b>Résoudre des problèmes de proportion</b>	F1	Dessin - QCM 4eme proportionnelle - Congruent	v	x	x		1	
	F2	4eme proportionnelle - Incongruent	<i>Stratégie 1</i>	x	v	v		1
			<i>Stratégie 2</i>	x	v	v		1
	F3	4eme proportionnelle - Incongruent	<i>Stratégie 1</i>	x	v	v		1
			<i>Stratégie 2</i>	x	v	v		1
	F4	Eval Nat : 4eme proportionnelle - Congruent	<i>Stratégie 1</i>	x	v	v		1
			<i>Stratégie 2</i>	x	v	v		1
F5	Compléter une recette TIMMS 2011 - M031183	x	x	v		1		
F6	Problème de proportion	x	v	v		1		
		<i>Score</i>	1	8	8			
		<i>Score Total</i>	18	29	40			

Items des évaluations nationales et internationales

Tableau 32 – Items évaluant le raisonnement proportionnel présents au pré et au posttest et leur score

Pour les items du raisonnement causal, la grande majorité était des questions à choix multiples. Le choix a donc été codé, catégorisé selon les stratégies expertes/naïves/heuristiques et la réponse experte comptait pour 1 point (Tableau 33). Pour les items d'identification des corrélations fallacieuses nécessitant de rédiger une justification (1C1, 1C2, 1C3 et 1C4), 3 catégories de codage ont été appliquées : correcte, fausse corrélation, absence de lien, autre. La réponse écrite de l'item

Sous-Scores	Code	Type d'items	PreTest		Posttest		Score
			CM1	CM2	CM1	CM2	
Analyser une chaîne causale linéaire	1A	Construire une chaîne linéaire TIMMS 2015 - S041177					
		Elément 1	v	v	x	1	
		Elément 2	v	v	x	1	
			Elément 3	v	v	x	1
			Identifier les changements dans une chaîne				
	2A	Elément 1	v	v	v	1	
	ou	Elément 2	v	v	v	1	
	3A	Elément 3	v	v	v	1	
	ou	Elément 4	v	v	v	1	
	4A	Elément 1 - Schéma	v	v	v	1	
	ou	Elément 2 - Schéma	v	v	v	1	
	5A	Elément 3 - Schéma	v	v	v	1	
			Elément 4 - Schéma	v	v	v	1
		Score	11	11	8		
Analyser une chaîne causale multiple	1B	Identifier les 7 changements dans une chaîne multiple	x	v	v		
		Score	0	0	7		
Identifier des corrélations fallacieuses	1C1	Cause et Effet - Situation					
		Qcm			v	1	
		Justification			v	1	
	2C1	Coincidence - Situation					
		Qcm			v	1	
		Justification			v	1	
	3C1	Variable Cachée - Situation	v	v			
		Qcm			v	1	
		Justification			v	1	
	4C1	Cause Inverse - Situation					
		Qcm			v	1	
		Justification			v	1	
		Score	1	1	12		
Tester une croyance	1D	Proposer un protocole - 6 niveaux de protocole	x	x	v	6	
		Score	0	0	6		
Identifier des explications causales	1E1	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte physique	x	v	v	1	
	1E2	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte mécanique	x	v	v	1	
	1E3	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte évolutionnaire	x	v	v	1	
	2E1	1 QCM mecaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique animé	v	v	v	1	
	2E2	1 QCM mecaniste/téléologique/essentialiste - Contexte physique	v	v	v	1	
	2E3	1 QCM mecaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique inanimé	v	v	v	1	
	3E1	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte physique					
	3E2	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte mécanique	v	v	v	1	
	3E3	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte biologique					
			Score	4	4	7	
		Score Total	16	16	40		

Items des évaluations nationales et internationales

Tableau 33– Items évaluant le raisonnement causal présents au pré et au posttest et leur score

d'anticipation des changements dans une chaîne linéaire (2A, 3A, 4A, 5A) a été codée sur 4 : 1 point par changement correct anticipé. Le même codage a été effectué pour le schéma demandé pour ces items. L'item 1D « Tester une croyance » a été codé selon la grille suivante (Tableau 34).

Tester une croyance	1D	Score
<b>Ne pas tester :</b> C'est faux/vrai ; On ne peut pas savoir ; Hasard		0
<b>Refaire l'action mentionné :</b> lancer le dé en soufflant		1
<b>Effectuer un grand nombre d'observation :</b> plusieurs lancer de dé en soufflant		2
<b>Effectuer une expérience témoin :</b> test sans souffler et test en soufflant sur le dé		3
<b>Effectuer une expérience témoin reproduite plusieurs fois :</b> tests sans souffler et test en soufflant sur le dé plusieurs fois		4
<b>Etablir un groupe contrôle :</b> souffler puis lancer sur un dé et lancer un autre dé sans souffler		5
<b>Etablir un groupe contrôle et effectuer un grand nombre d'observation :</b> souffler sur puis lancer un dé et lancer un autre dé sans souffler plusieurs fois		6

Tableau 34– Les types de réponses pour l'item 1D Tester une croyance et le score associé

### 6.3.2 Double-codage

Pour examiner la fiabilité de codage par le premier codeur, un deuxième codeur, aveugle aux hypothèses, a recodé 25% des élèves sélectionnés aléatoirement parmi les 604 élèves ayant passé le posttest.

**En sciences**, pour les items du posttest nécessitant des réponses ouvertes, un deuxième codage a été effectué. Trois types d'items ont été recodés. Pour les items d'identification des corrélations fallacieuses (1C1, 1C2, 1C3 et 1C4), le kappa de Cohen est de 0,90. Pour les items d'anticipation des changements dans une chaîne linéaire (2A, 3A, 4A, 5A), le kappa est de 0,74 (pour la réponse écrite et pour le schéma). Pour l'item 1D « Tester une croyance », le kappa est de 0,74.

**En mathématiques**, les problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnalité ont été recodés, car seul ce type de problème pouvait être codé avec un grand nombre de stratégies : 7 stratégies correctes et 10 stratégies incorrectes. Étant donné que deux stratégies par problème étaient sollicitées, 8 combinaisons de deux stratégies ont aussi été répertoriées parmi les stratégies des élèves, outre les stratégies simples. Ainsi avec 26 stratégies répertoriées, le kappa de Cohen est de 0,73. Pour chaque type d'items recodés, le kappa de Cohen témoigne donc d'un accord fort (0,61 – 0,80) ou presque parfait (> 0,81) (Landis & Koch, 1977).

### 6.3.3 Calculs de scores

Plusieurs scores ont été dérivés du codage (Tableaux 32 et 33) :

- le score total du raisonnement proportionnel (sur 18 points pour les CM1 et 29 points pour les CM2 au prétest et sur 40 points au posttest).
- le score total du raisonnement causal (sur 16 points au prétest et sur 40 points au posttest)
- chaque sous-score associé à chaque compétence

Ensuite, afin de pouvoir comparer les prétests et posttests qui n'étaient donc pas sur les mêmes points, nous avons calculé trois Z-scores :

- un Z-score des items du raisonnement proportionnel (Z-score proportionnel)
- un Z-score des items du raisonnement causal (Z-score causal)
- un Z-score total à partir de la moyenne des items des raisonnements proportionnels et causaux (Z-score total).

Les Z-scores ont été calculés par élève au pré et au posttest, par rapport à la moyenne et à l'écart-type du groupe contrôle.



**PARTIE 3 :**  
**RÉSULTATS**



## Chapitre 7 :

### Analyses générales

Les élèves participant à l'expérimentation ont donc passé un prétest en début et un posttest en fin d'année, afin d'évaluer leur capacité de raisonner de façon critique sur les proportions et sur les relations causales. Notre hypothèse générale est la suivante : alors qu'au prétest, le groupe contrôle et le groupe expérimental obtiennent des résultats similaires, au posttest, le groupe expérimental a acquis un niveau supérieur à celui du groupe contrôle dans sa capacité à raisonner de façon critique sur les proportions et les causes, grâce au dispositif d'apprentissage basé sur la catégorisation multiple. Les résultats sont analysés à plusieurs niveaux, du plus général au plus spécifique. Tout d'abord, nous commençons par analyser les trois Z-scores — global, du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal — (chapitre 7). Notre hypothèse est que les élèves ayant suivi le dispositif RaiFlex obtiennent, au posttest, des scores supérieurs à ceux du groupe contrôle. Ensuite, nous analysons chaque sous-score du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal (chapitre 8) au posttest. Notre hypothèse est que pour chaque sous-score correspondant à des compétences précises, les élèves ayant suivi le dispositif RaiFlex obtiennent, au posttest, des scores supérieurs à ceux du groupe contrôle. Enfin, nous analysons les stratégies des élèves en distinguant le caractère congruent des problèmes au niveau global et pour des items spécifiques (chapitre 9). Notre hypothèse est que les élèves ayant suivi le dispositif RaiFlex réussissent davantage les problèmes incongruents, qui nécessitent de dépasser la connaissance naïve pour y répondre, que les élèves contrôles.

L'analyse des trois Z-scores est tout d'abord conduite avec comme seule variable indépendante la condition expérimentale (7.1). Puis, nous souhaitons détailler ces premiers résultats, afin d'établir s'ils se vérifient à des degrés d'analyse plus fins. D'une part, nous menons les analyses avec la condition expérimentale et le niveau (CM1 ou CM2) comme variables indépendantes (7.2). D'autre part, nous menons les analyses avec la condition expérimentale et le type d'établissement (REP+, ordinaire, favorisé), comme variables indépendantes (7.3). Enfin, nous modélisons les résultats avec des régressions linéaires (7.4).

## 7.1 Analyses des Z-Scores selon la condition expérimentale

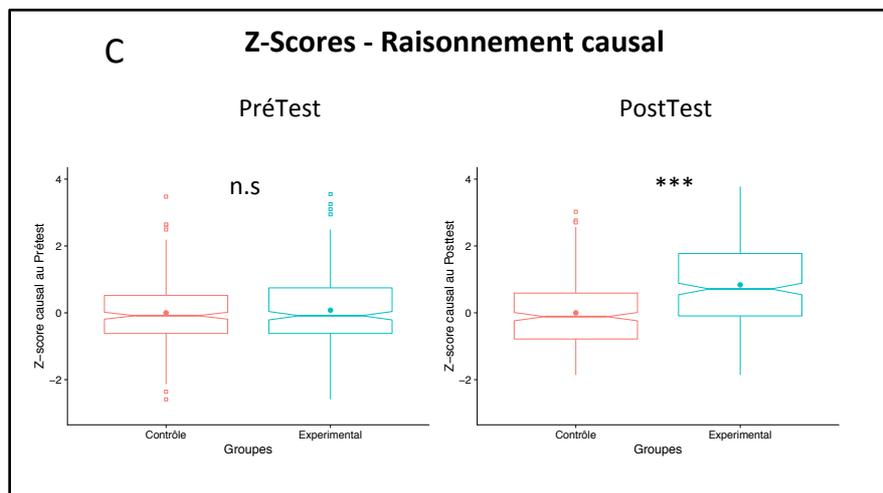
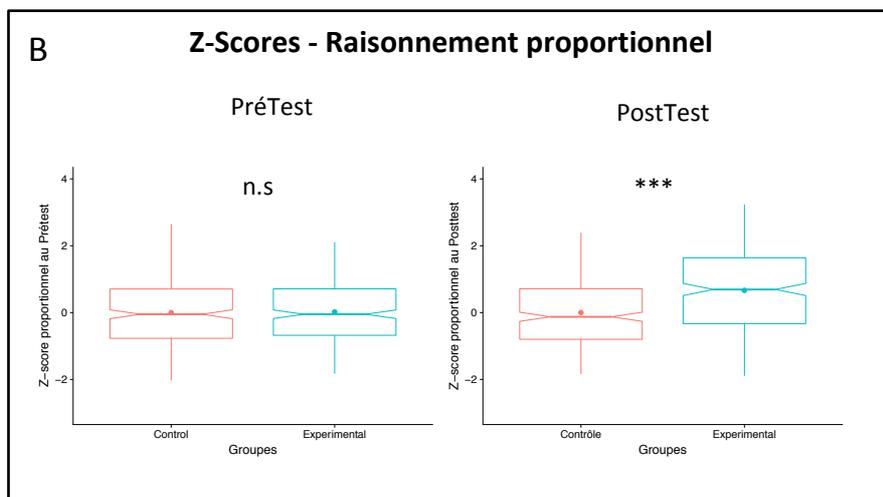
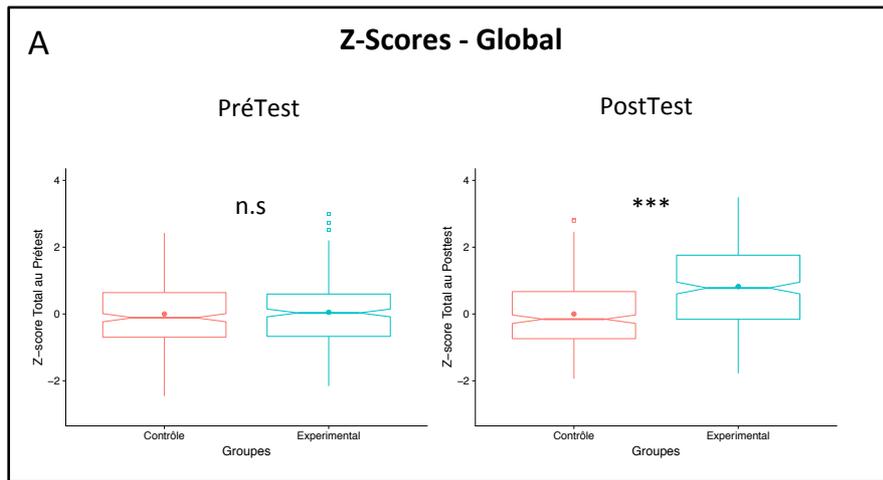
Trois Z-scores ont été construits : un Z-score au niveau global, un Z-score pour le raisonnement proportionnel et un Z-score pour le raisonnement causal (voir chapitre 6.3.3). Tout d’abord, nous souhaitons montrer que le groupe expérimental était comparable au groupe contrôle au prétest. Nous menons donc des analyses sur les trois Z-scores au prétest. On observe des Z-scores similaires entre le groupe expérimental et le groupe contrôle, aussi bien au niveau global, du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal (voir Tableau 35 et Figure 9). Nous avons mené une ANOVA à 1 facteur pour chaque Z-score (test de Bartlett concluant à l’homogénéité des variances). Les résultats du test (Tableau 35) permettent de conclure qu’au **prétest, il n’y a pas de différence significative entre les deux groupes pour chaque Z-score** ( $p > 0,30$  pour chaque).

Au posttest, le groupe expérimental obtient systématiquement un Z-score supérieur à celui du groupe contrôle à chaque niveau (global, proportionnel, causal). Étant donné qu’il n’y a pas homogénéité des variances (test de Bartlett ;  $p < 0,05$ ), nous avons mené pour chaque Z-score une ANOVA à 1 facteur avec une correction de Welch (Tableau 35 et Figure 9). **Les analyses statistiques concluent à des différences significatives entre le groupe expérimental et le groupe contrôle pour chaque Z-score au posttest.**

**Au prétest, le groupe expérimental et le groupe contrôle sont comparables que ce soit sur le plan de leur performance globale, dans le domaine du raisonnement proportionnel et dans celui du raisonnement causal. En revanche, au posttest, le groupe expérimental obtient systématiquement un Z-score supérieur à celui du groupe contrôle. Les élèves expérimentaux témoignent donc de meilleures performances pour raisonner sur les proportions et sur les causes par rapport aux élèves contrôles.**

	Z-Score Global				Z-Score Proportionnel				Z-Score Causal			
	PreTest		PostTest		PreTest		PostTest		PreTest		PostTest	
	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type
Groupe Experimental	5,25E-02	0,92	0,82	1,27	2,10E-02	0,90	0,66	1,24	0,08	1,02	0,84	1,26
Groupe Contrôle	3,23E-07	0,99	-2,92E-07	1,00	4,34E-04	1,00	-6,00E-08	1,00	4,87E-09	0,99	1,79E-07	1,00
ANOVA	F(1,594) = 0,45, $p = 0,51$ ns		F(1,602) = 78,19, $p < 2.2e-16$ ***		F(1,594) = 0,07 $p = 0,79$ ns		F(1,602) = 82,41, $p = 1,2E-12$ ***		F(1,594) = 0,91, $p = 0,34$ ns		F(1,602) = 82,41, $p < 2,2E-16$ ***	

Tableau 35 – Z-scores au pré et posttest selon la condition expérimentale



Figures 9– Moyenne avec intervalle de confiance présentant les Z-scores au pré et posttest selon la condition expérimentale au global (A), pour le raisonnement proportionnel (B) et pour le raisonnement causal (C).

## 7.2 Analyses des Z-Scores selon la condition expérimentale et le niveau

Dans un deuxième temps, nous analysons les résultats en distinguant la condition expérimentale et le niveau scolaire (CM1 ou CM2), afin d'établir si les résultats observés avec la condition expérimentale comme seule variable (7.1) se confirment à ce degré d'analyse plus fine distinguant les niveaux scolaires.

**Au prétest, on observe des Z-scores totaux, proportionnels et causaux similaires entre tous les groupes.** Étant donné l'absence d'homogénéité des variances (test de Bartlett ;  $p < 0,001$ ), nous avons mené une ANOVA à 4 facteurs avec une correction de Welch. L'analyse des variances montre une absence de différences significatives pour respectivement le Z-score global, le Z-score proportionnel et le Z-score causal entre les groupes CM1 expérimental et contrôle, ainsi qu'entre les groupes CM2 expérimental et contrôle (voir Tableau 36 et Figure 10). Étant donné que les élèves de CM1 ont un an de moins d'enseignement que les élèves de CM2, on s'attend à trouver que les élèves de CM1 ont des performances inférieures à celles des élèves CM2. On observe ainsi une différence significative pour le Z-score global et causal, respectivement,  $F(1,594) = 7,61, p = 0,006$  ;  $F(1,594) = 19,1, p = 1,46E-05$ . Mais on n'observe pas de différence au niveau du Z-score proportionnel,  $F(1,594) = 0,61, p = 0,43$ . En effet, contrairement aux items mesurant le raisonnement causal qui étaient identiques aux deux niveaux, les élèves de CM1 ont passé un test du raisonnement proportionnel sans les items portant sur les connaissances de fin de CM1 (fraction et proportionnalité). Le prétest concernant uniquement le raisonnement proportionnel n'est donc pas identique entre les élèves de CM1 et ceux de CM2. Les différences de niveaux ne sont donc pas mesurables en observant les Z-scores sur le test du raisonnement proportionnel global.

**Au posttest, les élèves de CM1 et de CM2 ont passé le même test. Chaque groupe expérimental obtient systématiquement un Z-score (global, proportionnel et causal) supérieur à son groupe contrôle correspondant.** Étant donné qu'il n'y a pas homogénéité des variances (test de Bartlett ;  $p < 0,001$ ), nous avons mené une ANOVA à 4 facteurs avec une correction de Welch pour chaque Z-score. L'analyse des variances montre une différence au sein des groupes, respectivement  $F(3,600) = 34,04, p < 2,2E-16$  ;  $F(3,600) = 28,97, p < 2,2E-16$  ;  $F(3,600) = 30,17, p < 2,2E-16$ . Les comparaisons 2 à 2 avec une correction de Bonferroni montrent que les différences au posttest sont significatives (voir Tableau 36 & 37 et Figure 10). Le groupe CM1 expérimental obtient de meilleures performances que le groupe CM1 contrôle pour chaque Z-score ( $p < 0,001$  pour chaque). Et le groupe CM2 expérimental est meilleur que le groupe CM2 contrôle ( $p < 0,001$  pour chaque). En outre, alors que le groupe CM1 contrôle obtient un Z-score significativement inférieur à celui du groupe CM2 contrôle pour les Z-scores global et proportionnel ( $p = 0,02$  et  $p < 0,001$ ) et similaire pour le Z-score

causal ( $p = 1,00$ ), le groupe CM1 expérimental obtient un Z-score significativement supérieur pour les Z-scores global et causal (respectivement,  $p = 0,01$  et  $p < 0,001$ ) et un Z-score qui ne diffère pas significativement pour le Z-score proportionnel ( $p = 0,75$ ) par rapport au groupe CM2 contrôle.

**Alors qu'au prétest le groupe CM1 expérimental (respectivement CM2 expérimental) obtient des performances similaires au groupe CM1 contrôle (respectivement CM2 contrôle), au posttest, les groupe CM1 expérimental obtient des performances supérieures au groupe CM1 contrôle, tout comme le groupe CM2 expérimental par rapport au groupe CM2 contrôle. En outre, le groupe CM1 expérimental obtient aussi une performance supérieure ou similaire par rapport au groupe CM2 contrôle, soit à des élèves ayant un an d'enseignement supplémentaire.**

	Z-Score Global				Z-Score Proportionnel				Z-Score Causal			
	PreTest		PostTest		PreTest		PostTest		PreTest		PostTest	
	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type
<b>CM1</b>												
Groupe Experimental	-0,10	0,92	0,54	1,14	-0,06	0,93	0,39	1,14	-0,13	1,01	0,61	1,15
Groupe Contrôle	-0,07	1,18	-0,22	0,94	0,02	1,23	-0,28	0,93	-0,18	1,05	-0,09	0,98
<b>CM2</b>												
Groupe Experimental	0,21	0,89	1,11	1,35	0,10	0,86	0,94	1,28	0,29	0,99	1,07	1,32
Groupe Contrôle	0,05	0,83	0,16	1,02	-0,01	0,78	0,21	1,00	0,13	0,93	0,07	1,01

**Tableau 36 – Z-scores au pré et posttest selon la condition expérimentale et le niveau**

Groupe*Niveau	Z-Score Global PréTest			Z-Score Proportionnel PréTest			Z-Score Causal PréTest		
	Contrôle - CM1	Contrôle - CM2	Experimental - CM1	Contrôle - CM1	Contrôle - CM2	Experimental - CM1	Contrôle - CM1	Contrôle - CM2	Experimental - CM1
Contrôle - CM2	1,00	-	-				<b>0,04</b>	-	-
Experimental - CM1	1,00	0,86	-	Absence de différence			1,00	0,12	-
Experimental CM2	0,09	0,77	<b>0,02</b>				<b>0,001</b>	0,96	<b>0,002</b>

Les p-valeurs en gras sont inférieures à 0,05.

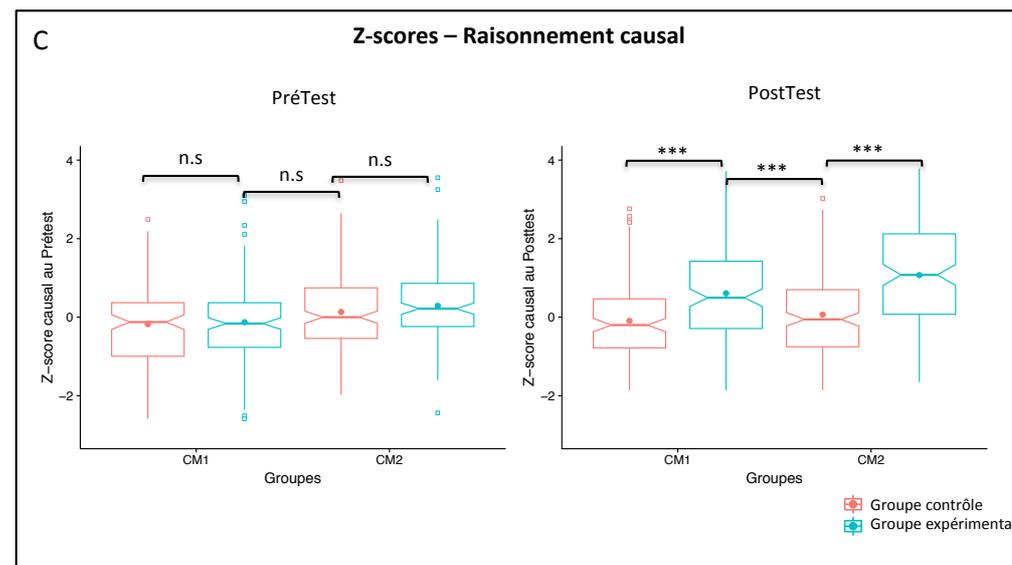
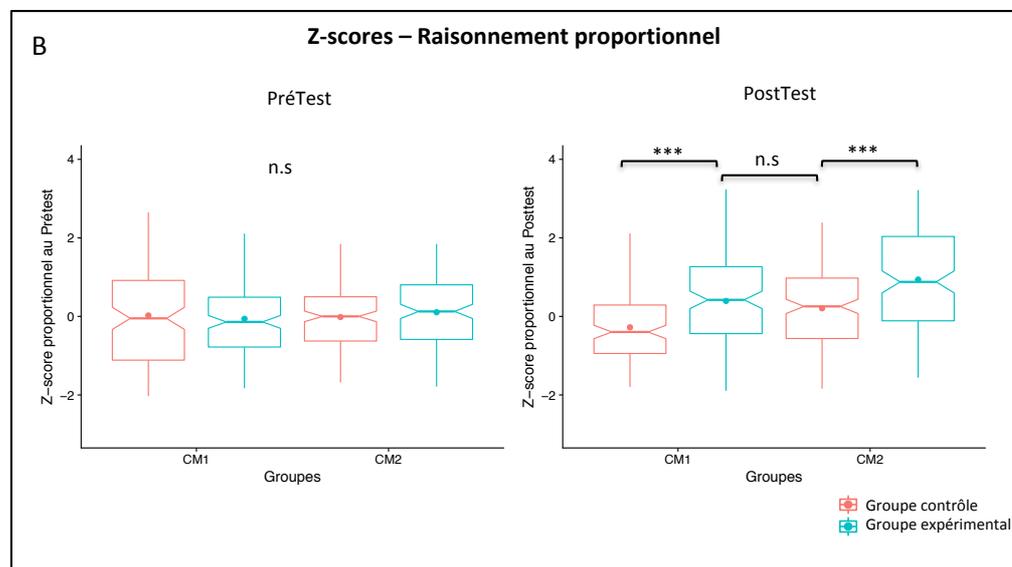
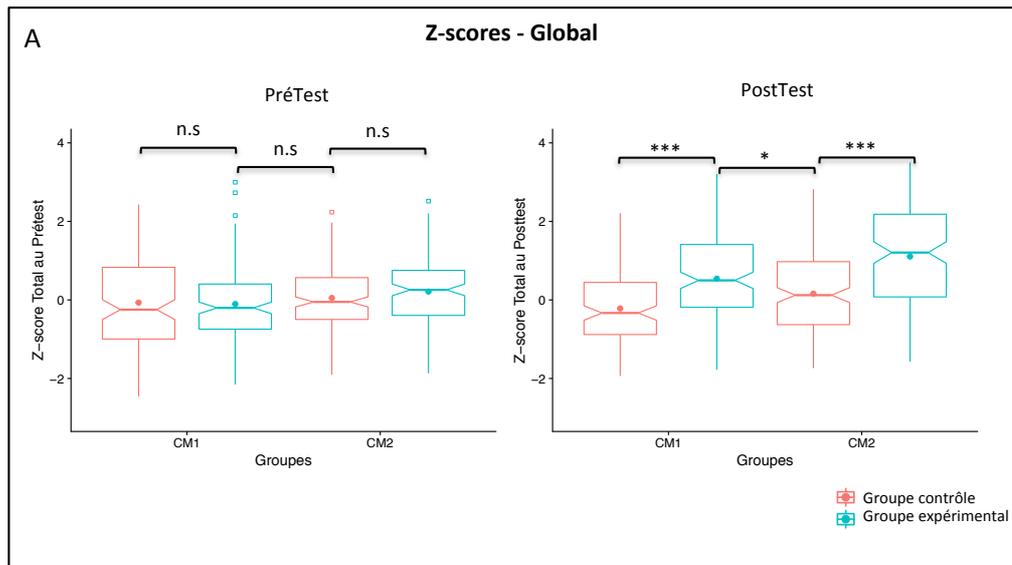
Les p-valeurs correspondant aux comparaisons des groupes de même type niveau sont en rouge.

Groupe*Niveau	Z-Score Global PostTest			Z-Score Proportionnel PostTest			Z-Score Causal PostTest		
	Contrôle - CM1	Contrôle - CM2	Experimental - CM1	Contrôle - CM1	Contrôle - CM2	Experimental - CM1	Contrôle - CM1	Contrôle - CM2	Experimental - CM1
Contrôle - CM2	<b>0,02</b>	-	-	<b>8,40E-04</b>	-	-	1,00	-	-
Experimental - CM1	1,40E-07	1,36E-02	-	2,50E-06	0,75	-	1,70E-06	1,10E-04	-
Experimental CM2	< 2E-16	8,20E-13	1,00E-04	< 2E-16	2,20E-08	1,30E-04	3,70E-16	3,50E-14	2,49E-03

Les p-valeurs en gras sont inférieures à 0,05.

Les p-valeurs correspondant aux comparaisons des groupes de même type niveau sont en rouge.

**Tableau 37 – Les p-valeurs des tests de Student des comparaisons 2 à 2 avec correction de Bonferroni**



Figures 10 – Moyenne avec intervalle de confiance présentant les Z-scores au pré et posttest selon la condition expérimentale et le niveau (CM1 ou CM2) au global (A), pour le raisonnement proportionnel (B) et pour le raisonnement causal (C).

### 7.3 Analyses des Z-Scores selon la condition expérimentale et le type d'établissement

Dans un troisième temps, nous analysons les résultats en distinguant la condition expérimentale et le type d'établissement —REP+, ordinaire, favorisé — afin d'établir si les résultats observés au 7.1 et au 7.2 se vérifient de nouveau à un niveau d'analyse plus fin.

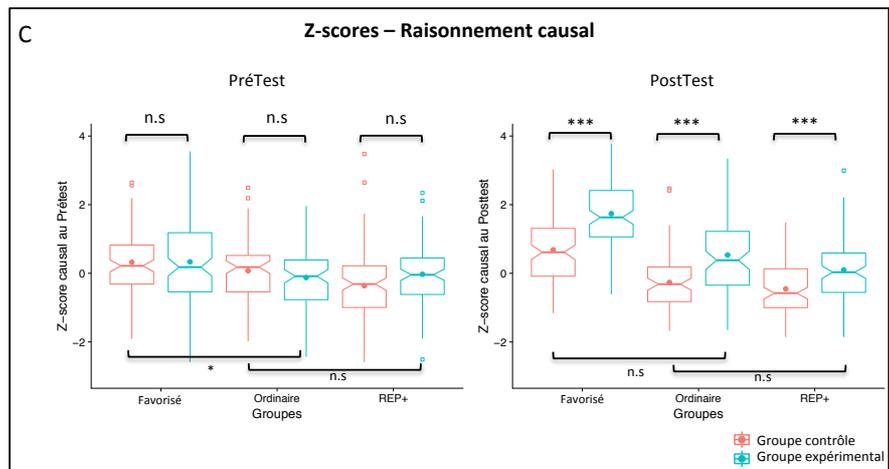
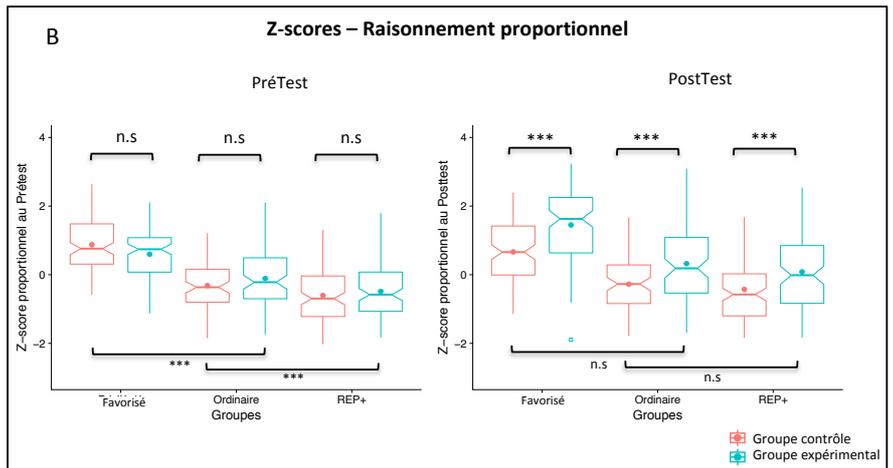
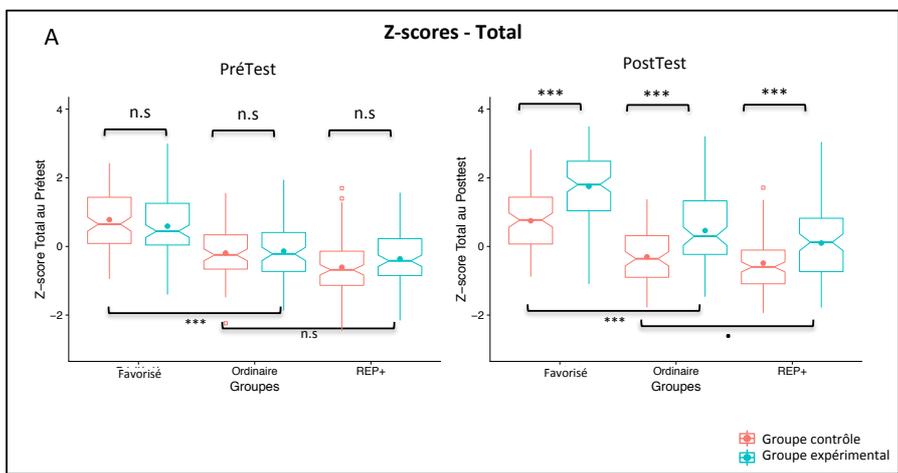
Au prétest, on observe des Z-scores similaires entre les groupes de chaque type d'établissement : le groupe expérimental favorisé (respectivement ordinaire et REP+) a un Z-score global, proportionnel et causal non différent du groupe contrôle favorisé (respectivement ordinaire et REP+). En revanche, on observe un effet du type d'établissement sur les performances (voir Tableaux 38 & 39 et Figure 11). Le test de Bartlett concluant à l'homogénéité des variances ( $p > 0,05$ ), nous avons mené une ANOVA à 6 facteurs. L'analyse des variances montre des différences significatives pour chaque Z-score, global, proportionnel et causal (respectivement  $F(5,590) = 50,63$ ,  $p < 2,2E-16$  ;  $F(5,590) = 68,50$ ,  $p < 2,2E-16$  ;  $F(5,590) = 8,24$ ,  $p = 1,55E-07$ ). Ensuite, nous avons mené des comparaisons 2 à 2 avec une correction de Bonferroni. Pour chaque Z-score et pour chaque type d'établissement, le groupe expérimental obtient un Z-score similaire au groupe contrôle correspondant (voir Tableaux 38 & 39 et Figure 8). **Au prétest, les groupes expérimentaux et contrôles sont donc aussi homogènes au niveau plus fin qu'est celui du type d'établissement.**

Ensuite, nous souhaitons analyser les différences entre types d'établissement au prétest. Le groupe favorisé a des résultats nettement supérieurs à ceux des deux autres groupes (voir Figure 11). Les différences entre le groupe ordinaire et le groupe REP+ sont moins claires : le groupe contrôle ordinaire a deux Z-scores (global et causal) sur trois significativement supérieurs au groupe contrôle REP+, tandis que le groupe expérimental ordinaire a seulement un Z-score (proportionnel) sur trois significativement supérieur au groupe expérimental REP+ (Tableaux 38 & 39).

**Au posttest, chaque groupe expérimental obtient un Z-score supérieur (total, proportionnel et causal) à son groupe contrôle correspondant (voir Tableaux 38 & 39 et Figure 11).** Étant donné qu'il n'y a pas d'homogénéité des variances (test de Bartlett ;  $p < 0,001$ ), nous avons mené une ANOVA à 6 facteurs avec une correction de Welch pour chaque Z-score. L'analyse des variances montre une différence au sein des différents groupes, respectivement  $F(5,598) = 82,53$ ,  $p < 2,2E-16$  ;  $F(5,598) = 54,05$ ,  $p < 2,2E-16$  ;  $F(5,598) = 86,07$ ,  $p < 2,2E-16$ . Les comparaisons 2 à 2 avec une correction de Bonferroni montrent que les différences au posttest sont significatives (voir Tableaux 38 et 39 et Figure 8). Le groupe favorisé expérimental est meilleur que le groupe favorisé contrôle pour chaque Z-score ( $p < 0,001$  pour chaque), et de même pour les groupes ordinaires et REP+ ( $p < 0,001$  pour chaque).

En outre, on constate que les écarts selon le type d'établissement au sein du groupe expérimental ne se sont pas réduits. En effet, chaque groupe expérimental a fortement progressé. Toutefois, les écarts selon le type d'établissement et selon la condition expérimentale se sont réduits. Tout d'abord, les écarts entre le groupe ordinaire expérimental et le groupe contrôle favorisé se sont réduits : le groupe expérimental ordinaire a désormais pour chaque Z-score des performances qui ne diffèrent pas significativement de celles du groupe contrôle favorisé ( $p > 0,20$ ). En revanche, le groupe contrôle ordinaire a toujours un écart significatif avec le groupe contrôle favorisé ( $p < 0,001$ ). De même, le groupe expérimental REP+ a réduit son écart avec le groupe contrôle ordinaire. Alors que ses Z-scores moyens étaient systématiquement inférieures (non significativement) à ceux du groupe contrôle ordinaire au prétest, ils sont systématiquement supérieurs au posttest, avec pour le Z-score global un seuil de significativité tendanciel ( $p = 0,06$ ). En revanche, le groupe contrôle REP+ conserve des Z-scores inférieurs à ceux du groupe contrôle ordinaire.

**Alors qu'au prétest chaque groupe expérimental par type d'établissement obtenait des performances similaires au groupe contrôle du même type d'établissement, au posttest, chaque groupe expérimental obtient des performances supérieures au groupe contrôle correspondant. En outre, les écarts entre type d'établissement se sont réduits : l'écart entre le groupe expérimental ordinaire et le groupe contrôle favorisé s'est réduit, alors que l'écart entre le groupe contrôle ordinaire et le groupe contrôle favorisé s'est maintenu, et on observe que l'écart s'est inversé entre le groupe expérimental REP+ et le groupe contrôle ordinaire sans observer de changement entre les groupes contrôles REP+ et ordinaire.**



Figures 11 – Moyenne avec intervalle de confiance présentant les Z-scores au pré et posttest selon la condition expérimentale et le type d'établissement au global (A), pour le raisonnement proportionnel (B) et pour le raisonnement causal (C).

	Z-Score Global				Z-Score Proportionnel				Z-Score Causal			
	PreTest		PostTest		PreTest		PostTest		PreTest		PostTest	
	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type	Moyenne	Ec.-Type
<b>Favorisé</b>												
Groupe Experimental	0,59	0,87	1,75	0,99	0,60	0,74	1,45	1,05	0,33	1,17	1,74	0,98
Groupe Contrôle	0,80	0,80	0,75	0,91	0,89	0,77	0,66	0,89	0,33	1,00	0,68	0,98
<b>Ordinaire</b>												
Groupe Experimental	-0,14	0,81	0,46	1,09	-0,11	0,83	0,32	1,06	-0,12	0,92	0,53	1,16
Groupe Contrôle	-0,19	0,78	-0,30	0,78	-0,32	0,71	-0,28	0,82	0,08	0,91	-0,27	1,01
<b>REP+</b>												
Groupe Experimental	-0,37	0,77	0,10	1,07	-0,49	0,75	0,08	1,13	-0,03	0,87	0,10	1,00
Groupe Contrôle	-0,61	0,79	-0,49	0,79	-0,61	0,75	-0,43	0,90	-0,37	0,95	-0,45	0,77

Tableau 38 – Z-scores au pré et posttest selon la condition expérimentale et le type d'établissement

Groupe*Type	PréTest				
	Contrôle - Favorisé	Contrôle - REP+	Contrôle - Ordinaire	Experimental - Favorisé	Experimental REP+
Z-Score Global	Contrôle - REP+	< 2e-16	-	-	-
	Contrôle - Ordinaire	<b>1,40E-14</b>	<b>0,01</b>	-	-
	Experimental - Favorisé	1,00	< 2E-16	<b>8,90E-10</b>	-
	Experimental REP+	< 2e-16	0,39	1,00	<b>6,50E-16</b>
	Experimental - Ordinaire	<b>2,80E-13</b>	<b>8,80E-04</b>	1,00	<b>1,20E-08</b>
Z-score proportionnel	Contrôle - REP+	< 2E-16	-	-	-
	Contrôle - Ordinaire	< 2E-16	0,14	-	-
	Experimental - Favorisé	0,12	< 2E-16	<b>1,10E-14</b>	-
	Experimental REP+	< 2E-16	1,00	1,00	< 2E-16
	Experimental - Ordinaire	< 2E-16	<b>0,00011</b>	1,00	<b>3,40E-09</b>
Z-score causal	Contrôle - REP+	<b>4,00E-06</b>	-	-	-
	Contrôle - Ordinaire	1,00	<b>0,03</b>	-	-
	Experimental - Favorisé	1,00	<b>2,10E-06</b>	1,00	-
	Experimental REP+	0,14	0,18	1,00	0,10
	Experimental - Ordinaire	<b>0,03</b>	1,00	1,00	<b>0,02</b>

Les p-valeurs en gras sont inférieures à 0,05.

Les p-valeurs correspondant aux comparaisons des groupes de même type d'établissement sont en rouge.

Groupe*Type	PostTest				
	Contrôle - Favorisé	Contrôle - REP+	Contrôle - Ordinaire	Experimental - Favorisé	Experimental REP+
Z-Score Global	Contrôle - REP+	< 2e-16	-	-	-
	Contrôle - Ordinaire	<b>1,10E-12</b>	1,00	-	-
	Experimental - Favorisé	<b>2,10E-13</b>	< 2E-16	< 2E-16	-
	Experimental REP+	<b>1,30E-05</b>	<b>1,00E-04</b>	0,063	< 2E-16
	Experimental - Ordinaire	0,56	<b>7,90E-11</b>	<b>2,80E-06</b>	< 2E-16
Z-score proportionnel	Contrôle - REP+	<b>7,40E-15</b>	-	-	-
	Contrôle - Ordinaire	<b>1,10E-09</b>	1,00	-	-
	Experimental - Favorisé	<b>6,80E-08</b>	< 2E-16	< 2E-16	-
	Experimental REP+	<b>2,90E-04</b>	<b>0,002</b>	0,20	< 2E-16
	Experimental - Ordinaire	0,24593	<b>1,70E-06</b>	<b>0,001</b>	<b>1,10E-13</b>
Z-score causal	Contrôle - REP+	< 2E-16	-	-	-
	Contrôle - Ordinaire	<b>2,30E-10</b>	1,00	-	-
	Experimental - Favorisé	<b>2,10E-14</b>	< 2E-16	< 2E-16	-
	Experimental REP+	<b>1,60E-04</b>	<b>3,80E-04</b>	0,15	< 2E-16
	Experimental - Ordinaire	1,00	<b>1,90E-11</b>	<b>1,00E-06</b>	<b>2,00E-16</b>

Les p-valeurs en gras sont inférieures à 0,05.

Les p-valeurs correspondant aux comparaisons des groupes de même type d'établissement sont en rouge.

Tableau 39 – Les p-valeurs des tests de Student des comparaisons 2 à 2 avec correction de Bonferroni

## 7.4 Modélisation

Nous analysons 4 prédicteurs des Z-scores au posttest : le Z-score au prétest, la condition expérimentale (groupe expérimental ou groupe contrôle), le type d'établissement (favorisé, ordinaire ou REP+) et le niveau scolaire (CM1 ou CM2). Seuls les élèves présents au pré et au posttest sont donc pris en compte (N = 588). Un modèle linéaire permet d'évaluer l'influence et l'impact de ces prédicteurs.

Nous avons vérifié la non-multicolinéarité des différentes variables indépendantes. Le modèle explique la variance des Z-scores au posttest (Tableau 40 A-B-C), significativement, Z-score global :  $F(5,582) = 183,96, p < 2,2E-16$  ; Z-score proportionnel :  $F(5,582) = 193,37, p < 2,2E-16$  ; Z-score causal :  $F(5,582) = 86,99 ; p < 2,2E-16$ , et grandement, respectivement, près de 61%, 62% et 42%. Tous les prédicteurs sont significatifs ( $p < 0,05$ ). Ce modèle de régression linéaire confirme l'influence fortement significative du groupe (expérimental ou contrôle). Nous avons représenté graphiquement les régressions linéaires avec seulement deux variables indépendantes, Z-score au prétest et condition expérimentale (Figure 12). Ces deux variables expliquent à elles seules entre 53 et 56% de la variance des Z-scores au posttest. Enfin, nous avons analysé l'appartenance au groupe expérimental ou contrôle comme seul prédicteur : il explique respectivement 11,35%, 7,8% et 11,9% de la variance des Z-scores global, proportionnel et causal aux posttests. Les tailles d'effet (coefficient de corrélations) sont comprises entre 0,28 et 0,34. Ils correspondent à des effets intermédiaires (Cohen, 1988), voire forts (Kraft, 2018). Nous avons aussi calculé la taille d'effet pour un plan pré-post-contrôle avec une taille d'échantillon inégale (Morris, 2008). Les tailles d'effet sont alors comprises entre 0,67 et 0,80, soit un effet intermédiaire jusqu'à fort ( $\geq 0,80$ ). *L'Educative Endowment Foundation* (2018) a établi une échelle reliant les tailles d'effets aux gains d'apprentissage. Ces gains d'apprentissage correspondent aux nombres de mois de progrès supplémentaires observés par les élèves ayant bénéficié d'une intervention par rapport aux élèves contrôles. D'après cette échelle, les tailles d'effets du cadre du dispositif Rai'Flex correspondent à des gains d'apprentissage entre 7 et 9 mois. Cela correspond au résultat observé : les CM1 expérimentaux obtiennent des résultats similaires aux CM2 contrôles, qui ont donc 9 mois d'enseignement (sans compter les vacances scolaires) de plus.

**Le dispositif Rai'Flex apparaît comme un prédicteur significatif des performances au posttest. Il a permis aux élèves de progresser davantage par rapport aux élèves contrôles. Les tailles d'effets sont d'intermédiaires à forts et correspondent à un gain d'apprentissage entre 7 et 9 mois.**

A

*Variable dépendante:*

	Z-score total Posttest
Z-score total Prétest	0,625** (0,039)
Groupe Expérimental	0,820*** (0,063)
Etablissement de type REP+	-0,679** (0,087)
Etablissement de type ordinaire	-0,668*** (0,086)
Niveau CM2	0,379*** (0,064)
Constante	0,214*** (0,073)
Observations	588
R <sup>2</sup>	0,612
R <sup>2</sup> ajusté	0,609
Erreur standard résiduelle	0,757
F	183,956***

Note : \* p<0,05; \*\* p<0,01 ; \*\*\* p<0,001

B

*Variable dépendante:*

	Z-score proportionnel Posttest
Z-score proportionnel Prétest	0,785*** (0,039)
Groupe Expérimental	0,701*** (0,060)
Etablissement de type REP+	-0,192** (0,086)
Etablissement de type ordinaire	-0,325*** (0,083)
Niveau CM2	0,494*** (0,060)
Constante	-0,132 (0,071)
Observations	588
R <sup>2</sup>	0,624
R <sup>2</sup> ajusté	0,621
Erreur standard résiduelle	0,719
F	193,367***

Note : \* p<0,05; \*\* p<0,01 ; \*\*\* p<0,001

C

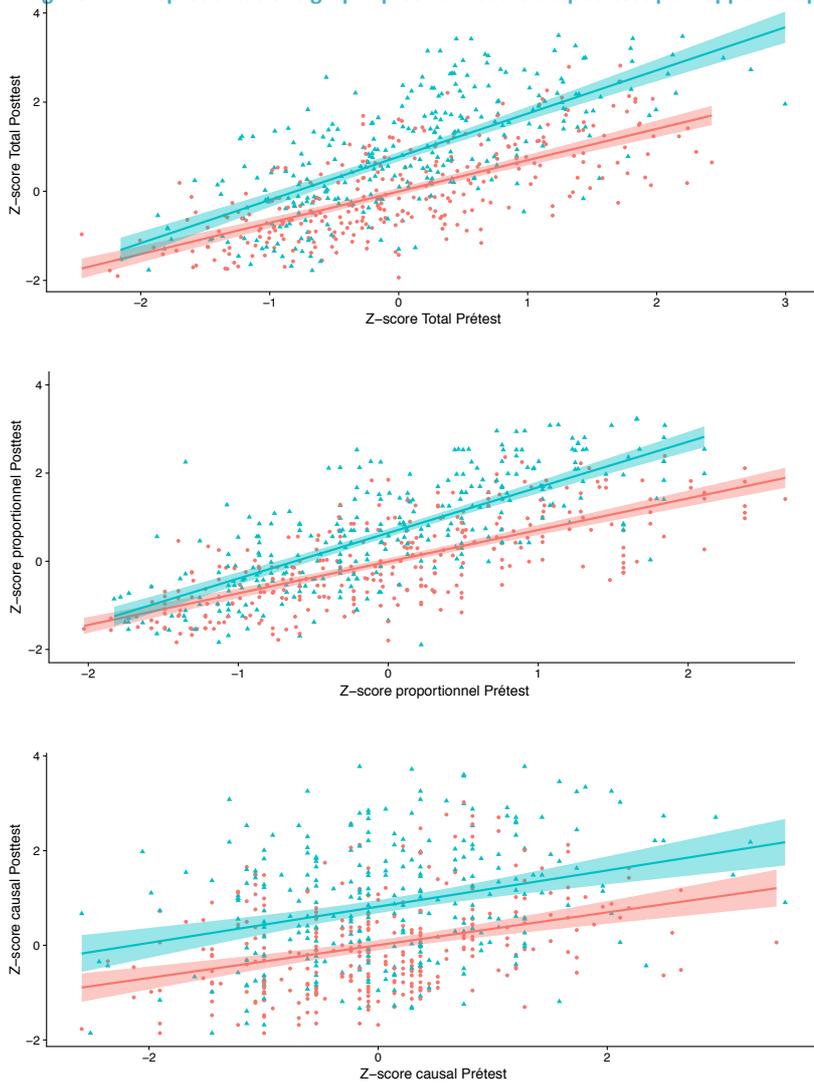
*Variable dépendante:*

	Z-score causal Posttest
Z-score causal Prétest	0,213** (0,039)
Groupe Expérimental	0,824** (0,076)
Etablissement de type REP+	-1,253** (0,092)
Etablissement de type ordinaire	-1,037*** (0,097)
Niveau CM2	0,295*** (0,078)
Constante	0,584*** (0,084)
Observations	588
R <sup>2</sup>	0,428
R <sup>2</sup> ajusté	0,423
Erreur standard résiduelle	0,919
F	86,987***

Note : \* p<0,05; \*\* p<0,01 ; \*\*\* p<0,001

Tableau 40– Modèles de régression avec 4 prédicteurs du Z-score global (A), du Z-score proportionnel (B) et du Z-score causal (C)

Figure 12 – Représentations graphiques du Z-score du posttest par rapport au prétest selon la condition expérimentale



Variable dépendante:	
Z-score Total Posttest	
Z-score Total Prétest	Z-score Global Posttest
Z-score Global Prétest	0,790*** (0,068)
Constante	-0,007 (0,048)
Observations	593
R <sup>2</sup>	0,536
R <sup>2</sup> ajusté	0,535
Erreur standard résiduelle	0,830
F	341,169***

Note : \* p<0,05; \*\* p<0,01; \*\*\* p<0,001

Variable dépendante:	
Z-score proportionnel Posttest	
Z-score proportionnel Prétest	0,859*** (0,034)
Groupe Expérimental	0,658*** (0,064)
Constante	-0,011 (0,045)
Observations	593
R <sup>2</sup>	0,565
R <sup>2</sup> ajusté	0,563
Erreur standard résiduelle	0,775
F	382,397***

Note : \* p<0,05; \*\* p<0,01; \*\*\* p<0,001

Variable dépendante:	
Z-score causal Posttest	
Z-score causal Prétest	0,859*** (0,033)
Groupe Expérimental	0,658*** (0,064)
Constante	-0,011 (0,045)
Observations	593
R <sup>2</sup>	0,565
R <sup>2</sup> ajusté	0,563
Erreur standard résiduelle	0,775
F	328,397***

Note : \* p<0,05; \*\* p<0,01; \*\*\* p<0,001

● Groupe contrôle  
▲ Groupe expérimental

## 7.5 Conclusion

**Nous avons trois hypothèses pour chaque raisonnement :**

- g. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- h. Au posttest, le groupe expérimental a un score supérieur au groupe contrôle.
- i. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement a un score supérieur au groupe contrôle associé.

**Les différentes analyses menées ont confirmé nos hypothèses.** Nous avons montré que les groupes contrôles et expérimentaux étaient homogènes au prétest.

Au posttest les groupes expérimentaux obtiennent des performances systématiquement supérieures à celles du groupe contrôle. Ce résultat se confirme pour chaque Z-score (global, proportionnel et

causal) et aussi bien à un niveau d'analyse large (la condition expérimentale) qu'à des niveaux d'analyses plus fins (selon la condition expérimentale et selon le niveau scolaire ou selon le type d'établissement).

**Le dispositif d'apprentissage fondé sur la catégorisation multiple a donc permis au groupe expérimental d'atteindre un niveau supérieur à celui du groupe contrôle. Ce résultat apparaît robuste puisqu'il est vérifié à différents niveaux d'analyses.**

Dans le cadre que nous avons développé, cette supériorité de performance s'apparente à la capacité de ne pas être restreint au point de vue spontané. Dans le domaine du raisonnement proportionnel, les élèves du groupe expérimental raisonnent davantage sur le sens, ne se contentent pas d'utiliser leurs connaissances naïves et savent résoudre des problèmes de plusieurs façons. Ils ont donc développé une attitude critique face à la résolution de problèmes proportionnels. De même, pour le raisonnement causal, les élèves expérimentaux ont développé une attitude critique : ils sont moins sujets aux illusions de causalités ; ils savent identifier les corrélations fallacieuses et savent analyser des chaînes causales. La catégorisation multiple est donc un mécanisme général puisqu'il a permis d'outiller les élèves dans le cadre de deux raisonnements différents et dans des milieux sociaux différents.

Au-delà de ces résultats favorables, on constate que le groupe CM1 expérimental atteint un niveau similaire (score total et score du raisonnement proportionnel) ou supérieur (score du raisonnement causal) au groupe CM2 contrôle. Le dispositif d'apprentissage semble donc avoir permis aux élèves de CM1 d'accélérer leur progression pour les deux raisonnements testés (proportionnel et causal). Enfin, même si les écarts entre les groupes expérimentaux par type d'établissement (favorisé > ordinaire  $\geq$  REP+) demeurent, les écarts croisés entre groupe expérimental et groupe contrôle par type d'établissement se sont réduits : le groupe ordinaire expérimental atteint le même niveau que le groupe contrôle favorisé et le groupe REP+ expérimental dépasse le groupe contrôle ordinaire. Ainsi, ce dispositif d'apprentissage semble aussi avoir conduit à une réduction des écarts entre types d'établissement.

## Chapitre 8 :

# Analyses du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal

Au chapitre 7, nous avons montré que le dispositif expérimental basé sur la catégorisation multiple avait permis aux élèves expérimentaux d'atteindre un niveau supérieur à celui des élèves contrôles au posttest pour les trois Z-scores, global, proportionnel et causal. Nous souhaitons maintenant analyser plus en détail les résultats pour le raisonnement proportionnel, puis celui du raisonnement causal. Dans ce chapitre, pour chaque raisonnement, nous faisons tout d'abord un récapitulatif des sous-scores au pré et posttest, puis analysons selon le niveau et le type d'établissement les sous-score.

### 8.1 Le raisonnement proportionnel

#### 8.1.1 Analyse des sous-scores du raisonnement proportionnel

Afin de mesurer la performance en termes de raisonnement proportionnel, 6 compétences ont été identifiées (chapitre 6). Pour chacune d'entre elles, les élèves ont dû résoudre plusieurs items, constituant ainsi un sous-score. Pour chaque sous-score du raisonnement proportionnel, les moyennes, médianes et écarts-types non standardisés ont été calculés pour le groupe contrôle et le groupe expérimental au pré et au posttest. L'objectif est d'analyser les différences entre les deux groupes respectivement au prétest et au posttest. Puisque nous souhaitons analyser les performances au prétest puis au posttest sans mesurer l'amélioration, nous n'avons pas calculé de Z-scores. Les analyses s'appuient donc sur les scores non standardisés.

Étant donné l'absence de normalité des données, des tests de Mann-Whitney-Wilcoxon ont été conduits (Tableau 41). Au prétest, aucune différence significative n'est observée entre les deux groupes pour quatre sous-scores. Pour le sous-score « Comparaison et décomposition de fraction », le groupe contrôle s'avère être significativement meilleur que le groupe expérimental au prétest (0,60 vs 0,51,  $p < 0,001$ ). Pour le sous-score « Résoudre des problèmes de proportion », nous avons distingué

les scores aux problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle, qui n'étaient passés que par les CM2 et le score à la situation graphique de proportion passée par l'ensemble des élèves. Alors qu'au score des problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle, il n'y a pas de différence entre les deux groupes ( $p = 0,78$ ), les élèves expérimentaux réussissent mieux la situation graphique de proportion ( $p = 0,02$ ). Toutefois, étant donné la moyenne très élevée atteinte dès le prétest (0,77 pour le groupe contrôle et 0,81 pour le groupe expérimental) — car cet item est congruent avec les connaissances naïves—, cet item n'avait pas été conservé au posttest.

Raisonnement proportionnel	Groupe contrôle				Groupe expérimental				Test de Mann-Whitney-Wilcoxon	
	N	Moyenne	Médiane	Ec.-Type	N	Moyenne	Médiane	Ec.-Type	U	p-valeur
<b>PostTest</b>										
Distinguer structures additives et multiplicatives	301	<b>0,58</b>	<b>0,57</b>	0,33	289	<b>0,72</b>	<b>0,86</b>	0,30	32272	< 0,001 ***
Résoudre des problèmes de distributivité	298	<b>0,31</b>	<b>0,25</b>	0,30	288	<b>0,53</b>	<b>0,50</b>	0,35	2791	< 0,001 ***
Résoudre des problèmes multiplicatifs	294	<b>0,54</b>	<b>0,50</b>	0,31	292	<b>0,63</b>	<b>0,67</b>	0,30	35596	< 0,001 ***
Décomposer et comparer des fractions	302	<b>0,54</b>	<b>0,48</b>	0,26	289	<b>0,57</b>	<b>0,22</b>	0,27	39626	0,053 .
Résoudre des problèmes fractionnaires	288	<b>0,10</b>	<b>0,00</b>	0,15	286	<b>0,23</b>	<b>0,50</b>	0,22	26568	< 0,001 ***
Résoudre des problèmes de proportion	294	<b>0,14</b>	<b>0,13</b>	0,15	292	<b>0,28</b>	<b>0,25</b>	0,27	30378	< 0,001 ***
<b>PréTest</b>										
Distinguer structures additives et multiplicatives	299	<b>0,48</b>	<b>0,43</b>	0,31	297	<b>0,50</b>	<b>0,57</b>	0,30	42722	0,42 ns
Résoudre des problèmes de distributivité *	170	<b>0,23</b>	<b>0,00</b>	0,29	146	<b>0,26</b>	<b>0,00</b>	0,28	11654	0,29 ns
Résoudre des problèmes multiplicatifs	299	<b>0,44</b>	<b>0,40</b>	0,30	297	<b>0,45</b>	<b>0,40</b>	0,30	1303900	0,32 ns
Décomposer et comparer des fractions	299	<b>0,60</b>	<b>0,67</b>	0,29	297	<b>0,51</b>	<b>0,67</b>	0,35	50750	< 0,01 **
Résoudre des problèmes fractionnaires	299	<b>0,52</b>	<b>0,60</b>	0,24	297	<b>0,52</b>	<b>0,54</b>	0,22	44986	0,76 ns
Résoudre des problèmes de proportion										
<i>Problèmes de 4<sup>e</sup>ème proportionnelle *</i>	170	<b>0,04</b>	<b>0,00</b>	0,10	146	<b>0,03</b>	<b>0,00</b>	0,09	12532	0,78 ns
<i>Situation graphique de proportion</i>	299	<b>0,77</b>	<b>1,00</b>	0,28	297	<b>0,81</b>	<b>1,00</b>	0,29	40076	0,02 *

\* Items passés par les élèves de CM2 uniquement

**Tableau 41 – Effectif, moyenne, médiane et écart-type pour chaque compétence au pré et au posttest selon la condition expérimentale et résultats des tests de Mann-Whitney-Wilcoxon**

Remarque Tableau 41 : Le prétest était constitué d'une seule session, et seuls certains items n'étaient passés que par les CM2. Au posttest, les différences d'effectif sont dues au fait que certains élèves étaient présents à seulement une des deux sessions du posttest et 5 élèves ont été absents pendant une partie d'une des sessions (rendez-vous chez le psychologue scolaire, rendez-vous médical, départ en vacances) et n'ont donc pas passé certains items.

Nous pouvons donc conclure qu'au prétest, les deux groupes sont homogènes : on constate une absence de différence pour 4 compétences avec une supériorité du groupe contrôle pour la compétence « décomposer et comparer des fractions » ( $p < 0,001$ ) et une supériorité du groupe expérimental pour la sous-compétence « résoudre une situation graphique de proportionnalité » ( $p = 0,02$ ).

Au posttest, le groupe expérimental obtient une moyenne significativement supérieure à celle du groupe contrôle ( $p < 0,001$ ) pour 5 compétences sur 6 (Tableau 41 & Figure 12). Seule la compétence « Comparaison et décomposition de fraction »<sup>1</sup> présente une différence en faveur du groupe expérimental dont le seuil de significativité est tendanciel (0,57 vs 0,45,  $p = 0,053$ ). Par rapport au prétest, où le groupe expérimental était significativement en dessous du groupe contrôle pour cette compétence, les élèves expérimentaux ont donc rattrapé leur retard.

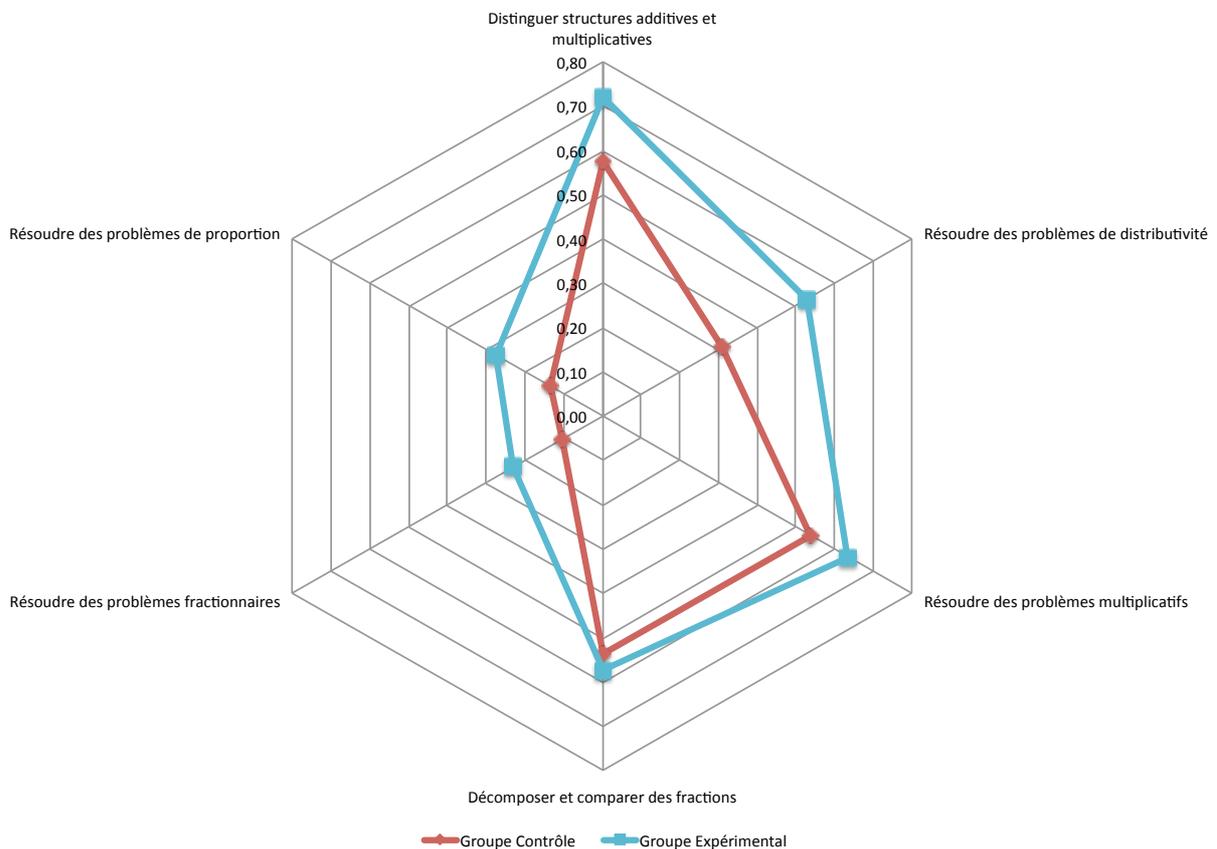


Figure 12 – Représentations des moyennes pour chaque compétence du raisonnement proportionnel selon la condition expérimentale au posttest

### 8.1.2 Résultats par sous-scores selon le niveau et le type d'établissement

Nous allons maintenant analyser chaque sous-score en distinguant le niveau (CM1 ou CM2) et le type d'établissement. Au prétest, les résultats entre les sous-groupes (selon le niveau ou le type d'établissement) sont similaires à l'exception de la compétence « Comparer et décomposer des fractions ». Pour cette tâche, les élèves de CM2 contrôles sont meilleurs que les élèves de CM2 expérimentaux ( $p = 0,006$ ) et le groupe favorisé contrôle est meilleur que le groupe favorisé expérimental ( $p = 0,008$ ). Il n'y a pas de différence entre chaque sous-groupe pour la sous-compétence « Situation graphique de proportionnalité » ( $p > 0,43$  pour chaque comparaison), contrairement au résultat selon la condition expérimentale (8.1),

Le tableau 42 indique les moyennes, écarts-types et la significativité des tests (Mann-Whitney Wilcoxon) pour chaque sous-score du posttest. Pour chaque comparaison, le groupe expérimental obtient un score supérieur au groupe contrôle, excepté pour la comparaison des groupes ordinaires à la compétence « Décomposer et comparer des fractions ». Au prétest, on observait déjà une supériorité du groupe contrôle par rapport au groupe expérimental pour cette compétence.

Sous-Scores	Sous-groupes	Groupes				Signif.
		Expérimental		Contrôle		
		Moyenne	Ec.-type	Moyenne	Ec.-type	
Distinguer les structures additives et multiplicatives	CM1	0,69	0,29	0,49	0,35	***
	CM2	0,75	0,30	0,65	0,48	***
	Favorisé	0,86	0,20	0,70	0,48	***
	Ordinaire	0,63	0,32	0,59	0,34	ns
	REP+	0,64	0,32	0,45	0,32	***
Résoudre des problèmes de distributivité	CM1	0,48	0,35	0,24	0,27	***
	CM2	0,58	0,35	0,36	0,31	***
	Favorisé	0,69	0,32	0,44	0,33	***
	Ordinaire	0,53	0,31	0,21	0,24	***
	REP+	0,34	0,33	0,24	0,26	0,05
Résoudre des problèmes multiplicatifs	CM1	0,61	0,30	0,49	0,30	***
	CM2	0,65	0,29	0,58	0,32	*
	Favorisé	0,79	0,20	0,73	0,22	*
	Ordinaire	0,62	0,28	0,41	0,30	***
	REP+	0,47	0,31	0,45	0,31	ns
Décomposer et comparer des fractions	CM1	0,51	0,26	0,47	0,23	ns
	CM2	0,63	0,27	0,59	0,26	0,05
	Favorisé	0,75	0,23	0,66	0,24	*
	Ordinaire	0,45	0,23	0,53	0,23	*
	REP+	0,47	0,24	0,42	0,24	.
Résoudre des problèmes fractionnaires	CM1	0,18	0,20	0,09	0,14	***
	CM2	0,28	0,24	0,11	0,16	***
	Favorisé	0,36	0,24	0,19	0,18	***
	Ordinaire	0,17	0,17	0,04	0,08	***
	REP+	0,12	0,15	0,06	0,11	*
Résoudre des problèmes proportionnels	CM1	0,20	0,21	0,09	0,118	***
	CM2	0,36	0,29	0,17	0,15	***
	Favorisé	0,28	0,27	0,21	0,15	***
	Ordinaire	0,21	0,22	0,08	0,12	***
	REP+	0,21	0,26	0,10	0,13	**

Différence significative
Différence au seuil < 0,1
Absence de différence significative
Différence significative en faveur du groupe contrôle

Tableau 42 – Moyennes, écarts-types et significativité des tests de Mann-Whitney Wilcoxon pour chaque sous-score du posttest selon la condition expérimentale, le niveau et le type d'établissement

Sous-groupes		Distinguer les structures additives et multiplicatives	Problèmes de distributivité	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de proportionnalité	Décomposer et comparer des fractions	Problèmes fractionnaires
<b>CM2 contrôle</b>							
<b>CM1 expérimental</b>	Moyenne	=	>	=	=	=	>
	<i>p</i>	0,67	0,01	1	1	0,17	<0,001
<b>CM1 contrôle</b>	Moyenne	<	<	<	<	<	=
	<i>p</i>	0,0013	0,004	0,04	<0,001	<0,001	1
<b>Ordinaire contrôle</b>							
<b>REP+ expérimental</b>	Moyenne	=	>	=	>	<	>
	<i>p</i>	1,00	1	1	0,012	0,005	<0,001
<b>REP+ contrôle</b>	Moyenne	<=	<	<	<	=	=
	<i>p</i>	0,05	1	0,04	<0,001	0,82	1
<b>Favorisé contrôle</b>							
<b>Ordinaire expérimental</b>	Moyenne	=	=	=	=	<	=
	<i>p</i>	1,00	0,7	0,06	1	<0,001	1
<b>Ordinaire contrôle</b>	Moyenne	=	<	<	<	<	<
	<i>p</i>	0,3	0,0003	<0,001	<0,001	0,003	<0,001

Comparaison des moyennes des sous-groupes par rapport au sous-groupe CM2 contrôle ou Ordinaire contrôle ou Privilégié contrôle.

Exemple : le sous-groupe CM1 expérimental obtient une moyenne similaire au sous-groupe CM2 contrôle pour la compétence Distinguer les structures additives et multiplicatives ( $p=0,67$ ), tandis que pour cette même compétence, le sous-groupe CM1 contrôle obtient une moyenne significativement inférieure ( $p=0,0013$ ) au sous-groupe CM2 contrôle.

	Groupe meilleur (ou similaire) au groupe visé alors que le groupe associé est similaire (ou moins bon)
	Groupe inférieur (ou similaire) au groupe visé alors que le groupe associé est similaire (ou meilleur)
	Pas de différence entre les deux groupes associés par rapport au groupe visé

**Tableau 43 – Comparaison des moyennes des sous-groupes par rapport à un sous-groupe de référence avec significativité**

Ensuite, nous avons analysé les différences entre le groupe CM1 expérimental et le groupe CM2 contrôle, ainsi qu'entre le type d'établissement (Tableau 43). Nous avons mené des tests de Kruskal Wallis avec correction de Bonferroni. On constate que le groupe CM1 expérimental obtient le même niveau ( $p > 0,1$ ) que le groupe CM2 contrôle pour les quatre compétences suivantes, alors que le groupe CM1 contrôle obtient des scores significativement inférieurs au groupe CM2 contrôle ( $p < 0,05$ ) : « Distinguer structures additives et multiplicatives », « Résoudre des problèmes multiplicatifs », « Résoudre des problèmes de proportionnalité » et « Comparer et décomposer des fractions ». Le groupe CM1 expérimental est meilleur ( $p > 0,01$ ) que le groupe CM2 contrôle pour les deux autres compétences portant sur les problèmes fractionnaires et problèmes de distributivité — alors que le groupe CM2 contrôle a un niveau similaire ou inférieur.

Quand on compare les résultats selon le type d'établissement, on constate que le groupe expérimental REP+ a des compétences supérieures au groupe contrôle ordinaire pour deux compétences — « Résoudre des problèmes de proportionnalité » et « Résoudre des problèmes fractionnaires » — alors que le groupe contrôle REP+ obtient respectivement un score significativement inférieur et similaire au groupe contrôle ordinaire. Pour la compétence « Distinguer les structures additives et multiplicatives », le groupe expérimental REP+ a le même niveau que le

groupe contrôle ordinaire alors que le groupe contrôle REP+ obtient un niveau significativement inférieur au groupe contrôle ordinaire.

Le groupe expérimental ordinaire a un niveau similaire au groupe contrôle favorisé pour quatre compétences alors que le niveau du groupe contrôle ordinaire est significativement inférieur à celui du groupe contrôle favorisé (Tableau 43). Les compétences concernées sont les suivantes : « Résoudre des problèmes de proportions », « Résoudre des problèmes multiplicatifs », « Résoudre des problèmes fractionnaires » et « Résoudre des problèmes de distributivité ». Pour les deux autres compétences, on ne remarque pas de différence entre les deux groupes ordinaires par rapport au groupe contrôle favorisé.

Cette analyse de chaque compétence par niveau et par type d'établissement permet de conclure que l'effet du dispositif Rai'Flex sur les performances des élèves se retrouve bien à ces différents degrés d'analyses. En détaillant par niveau, on constate que :

- Le groupe CM2 expérimental obtient des moyennes supérieures à celles du groupe CM2 contrôle pour les 6 compétences.
- Le groupe CM1 expérimental obtient des moyennes supérieures à celles du groupe CM1 contrôle pour les 5 compétences sur 6 (excepté « Comparer et décomposer des fractions »).

En détaillant par type d'établissement, on constate que :

- Le groupe expérimental favorisé obtient des moyennes significativement supérieures à celle du groupe contrôle favorisé pour les 6 compétences.
- Le groupe expérimental ordinaire obtient des moyennes supérieures à celle du groupe contrôle ordinaire pour 4 compétences sur 6 de façon significative ou au seuil 0,05 (excepté pour « Distinguer des structures additives et multiplicatives » ainsi que « Décomposer et comparer des fractions »).
- Le groupe expérimental REP+ obtient des moyennes supérieures à celle du groupe contrôle REP+ dans 5 compétences sur 6 de façon significative ou avec  $p \in ]0,05 ; 0,07[$  (excepté pour « Résoudre des problèmes multiplicatifs »).

Enfin, nous avons aussi mesuré les gains d'apprentissage par rapport au niveau suivant (CM2) et au type d'établissement ayant des résultats habituellement supérieurs. Les élèves de CM1 expérimentaux obtiennent le même score ou dépassent celui des élèves CM2 contrôles pour les 6 compétences. Leurs gains en termes de mois d'apprentissage se trouvent donc bien répartis pour toutes les compétences traitées. En ce qui concerne le type d'établissement, on constate que le groupe expérimental favorisé accroît son avance sur les autres groupes (contrôles ou expérimentaux). Le groupe expérimental REP+ rattrape ou dépasse le groupe contrôle ordinaire sur 5 compétences. En comparaison, le groupe contrôle REP+ obtient un score inférieur ou similaire pour ces 5 compétences. Pour la compétence « Décomposer et comparer des fractions », le groupe expérimental REP+ conserve son retard. Le groupe expérimental ordinaire rattrape le groupe expérimental favorisé sur 4 compétences, tandis que le groupe contrôle ordinaire conserve des scores inférieurs au groupe contrôle favorisé. L'écart est donc réduit entre le type d'établissement entre les élèves ayant suivi le dispositif expérimental et les élèves contrôles.

### 8.1.3 Conclusion

Nous avons trois hypothèses :

- j. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- k. Au posttest, le groupe expérimental a un score supérieur au groupe contrôle pour chaque compétence.
- l. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement a un score supérieur au groupe contrôle associé pour chaque compétence.

Au prétest, les différents groupes contrôles et expérimentaux ont obtenus des moyennes similaires. Seule une supériorité du groupe contrôle à la compétence « Décomposer et Comparer des fractions » est à noter. Au prétest, on constate des différences entre le type d'établissement : les groupes ordinaires et REP+ sont plus faibles que le groupe favorisé. **Nous avons donc confirmé nos hypothèses qu'au prétest, les groupes sont homogènes au global et pour chaque compétence (mais avec une légère supériorité du groupe contrôle pour une compétence).**

Au posttest, au global, les groupes expérimentaux obtiennent des moyennes supérieures aux groupes contrôles pour chacune des 6 compétences. **Nous confirmons donc notre hypothèse : au posttest, le groupe expérimental a un score supérieur au groupe contrôle.**

L'analyse selon les sous-groupes (CM1 ; CM2 ; REP+ ; ordinaire ; favorisé) montre que chaque sous-groupe expérimental est significativement meilleur que le sous-groupe contrôle associé pour au minimum les trois compétences suivantes : « Résoudre des problèmes de distributivité », « Résoudre des problèmes fractionnaires », « Résoudre des problèmes proportionnels ». **Notre hypothèse est donc partiellement vérifiée quant à la différence pour chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement.**

En outre, nous remarquons que le groupe CM1 expérimental a rattrapé les groupe CM2 contrôle, et les écarts entre le type d'établissement se sont réduits pour les élèves ayant suivis le dispositif Rai'Flex par rapport aux élèves contrôles. Quand il s'applique au raisonnement proportionnel, le dispositif d'apprentissage a donc permis au groupe expérimental de développer une maîtrise profonde de la notion de rapport, et ainsi de la proportionnalité. Les élèves résolvent les problèmes de mathématiques de façon critique : ils raisonnent sur le sens et savent résoudre un problème de plusieurs façons.

## 8.2 Analyse des sous-scores du raisonnement causal

Nous souhaitons maintenant analyser les résultats pour le raisonnement causal. Nous faisons tout d'abord un récapitulatif des scores au pré et posttest, puis analysons selon le niveau et le type d'établissement chaque sous-score.

### 8.2.1 Analyse des sous-scores du raisonnement causal

Afin de mesurer la performance en termes de raisonnement causal, 5 compétences ont été identifiées (chapitre 6). Pour chacune de ces compétences (Tableau 44), les élèves ont dû résoudre plusieurs items, constituant ainsi un sous-score. Pour chaque sous-score du raisonnement causal, les moyennes, médianes et écarts-types non standardisés ont été calculés pour le groupe contrôle et le groupe expérimental au pré et au posttest. L'objectif est d'analyser les différences entre les deux groupes respectivement au prétest et au posttest. Puisque nous souhaitons analyser les performances au prétest, puis au posttest, sans mesurer l'amélioration, nous n'avons pas calculé de Z-scores. Les analyses sont donc basées sur les scores non standardisés. Étant donné l'absence de normalité des données, des tests de Mann-Whitney-Wilcoxon ont été conduits (Tableau 44).

**Au prétest, aucune différence significative n'est observée entre les deux groupes pour chaque sous-score.**

**Au posttest, le groupe expérimental obtient une moyenne significativement supérieure à celle du groupe contrôle ( $p < 0,001$ ) pour 4 sous-scores sur 5 (Tableau 44 et Figure 13). Seul le sous-score « Explications causales » présente une absence de différence entre les deux groupes,  $p = 0,91$ . Nous détaillons au chapitre 10.1.4 ces résultats.**

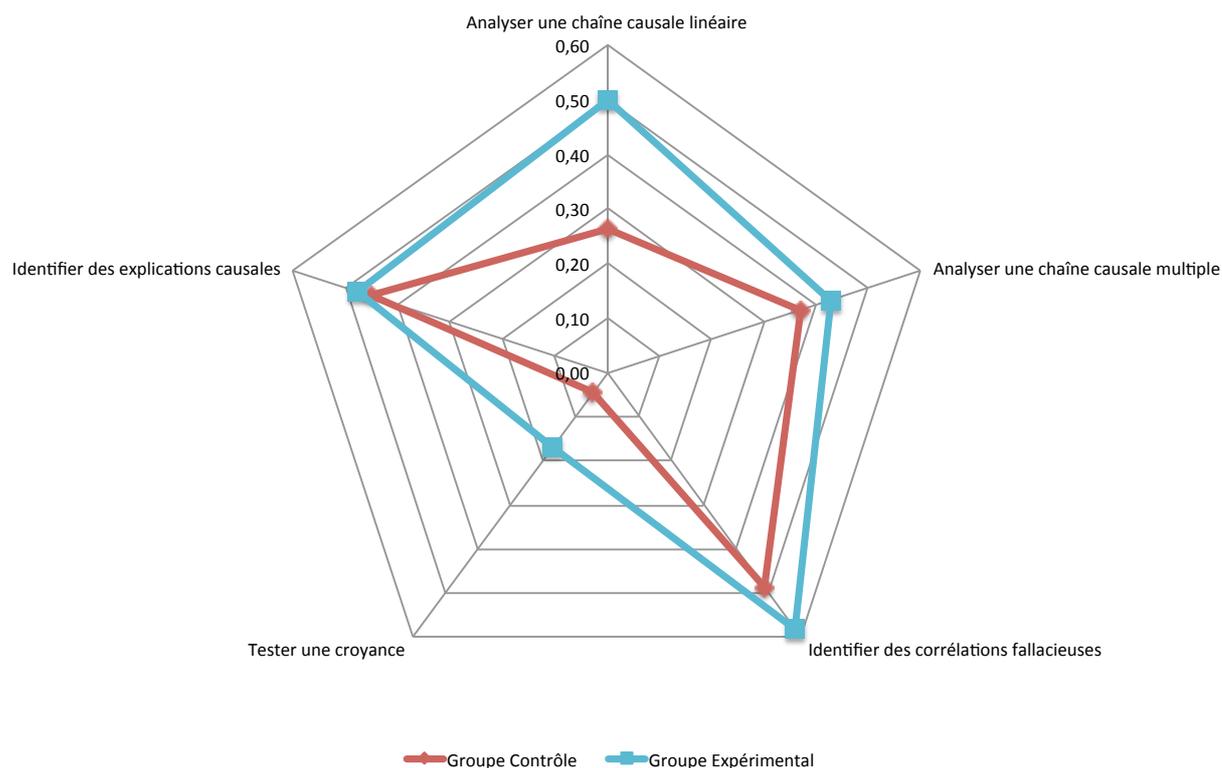


Figure 13 – Représentations des moyennes pour chaque compétence du raisonnement causal selon la condition expérimentale au posttest

Raisonnement Causal	Groupe contrôle				Groupe expérimental				Test de Mann-Whitney-Wilcoxon	
	N	Moyenne	Médiane	Ec.-Type	N	Moyenne	Médiane	Ec.-Type	U	p-valeur
<b>PostTest</b>										
Analyser une chaîne causale linéaire	295	0,26	0,17	0,29	288	0,53	0,50	0,36	24753	< 0,001 ***
Analyser une chaîne causale multiple	295	0,37	0,29	0,31	290	0,51	0,43	0,51	34483	< 0,001 ***
Identifier des corrélations fallacieuses	302	0,48	0,50	0,19	289	0,57	0,58	0,21	33601	< 0,001 ***
Tester une croyance	295	0,05	0,00	0,13	287	0,23	0,17	0,27	22422	< 0,001 ***
Identifier des explications causales	289	0,45	0,48	0,17	284	0,46	0,48	0,18	40814	0,909 ns
<b>PreTest</b>										
Analyser une chaîne causale linéaire										
<i>Construction de chaîne</i>	299	0,88	1,00	0,29	297	0,90	0,13	0,27	43640	0,55 ns
<i>Anticipation de changements</i>	299	0,14	0,00	0,18	297	0,16	1,00	0,19	41744	0,18 ns
Identifier des corrélations fallacieuses	299	0,41	0,00	0,49	297	0,44	0,00	0,50	43084	0,46 ns
Identifier des explications causales	299	0,51	0,63	0,27	297	0,49	0,63	0,27	46038	0,43 ns

Tableau 44 – Effectif, moyenne, médiane et écart-type pour chaque compétence au pré et au posttest selon la condition expérimentale et résultats des tests de Mann-Whitney-Wilcoxon

## 8.2.2 Résultats par sous-scores selon le niveau et le type d'établissement

Au prétest, les résultats entre les sous-groupes (selon le niveau ou le type d'établissement) sont similaires pour chaque compétence ( $p > 0,08$ ). Le tableau 45 indique les moyennes, écarts-types et la significativité des tests (Mann-Whitney Wilcoxon) pour chaque sous-score du posttest. Pour chaque comparaison, le groupe expérimental obtient un score supérieur au groupe contrôle, excepté pour la compétence « Identifier des explications causales ».

Sous-Scores	Sous-groupes	Groupes				Signif.
		Expérimental		Contrôle		
		Moyenne	Ec.-type	Moyenne	Ec.-type	
Analyser une chaîne causale linéaire	CM1	0,50	0,37	0,27	0,29	***
	CM2	0,56	0,36	0,26	0,28	***
	Favorisé	0,70	0,32	0,41	0,34	***
	Ordinaire	0,48	0,38	0,19	0,22	***
	REP+	0,38	0,32	0,18	0,21	***
Analyser une chaîne causale multiple	CM1	0,47	0,34	0,38	0,31	**
	CM2	0,54	0,64	0,36	0,31	**
	Favorisé	0,68	0,30	0,51	0,32	***
	Ordinaire	0,47	0,78	0,31	0,28	***
	REP+	0,34	0,30	0,28	0,27	***
Identifier des corrélations fallacieuses	CM1	0,54	0,20	0,46	0,19	***
	CM2	0,60	0,22	0,50	0,19	***
	Favorisé	0,66	0,21	0,59	0,19	***
	Ordinaire	0,55	0,19	0,47	0,17	***
	REP+	0,48	0,19	0,40	0,16	***
Tester une croyance	CM1	0,17	0,21	0,03	0,11	***
	CM2	0,28	0,31	0,05	0,14	***
	Favorisé	0,38	0,32	0,10	0,19	***
	Ordinaire	0,16	0,19	0,01	0,00	***
	REP+	0,11	0,14	0,02	0,07	***
Identifier des explications causales	CM1	0,43	0,18	0,43	0,18	ns
	CM2	0,49	0,17	0,47	0,17	ns
	Favorisé	0,51	0,16	0,48	0,14	n.s
	Ordinaire	0,44	0,17	0,44	0,19	n.s
	REP+	0,41	0,18	0,43	0,18	n.s

Différence significative	
Différence au seuil < 0,1	
Absence de différence significative	Favorisé

Tableau 45 – Moyennes, écarts-types et significativité des tests de Mann-Whitney Wilcoxon pour chaque sous-score du posttest selon la condition expérimentale, le niveau et le type d'établissement

Ensuite, nous avons analysé les différences entre les groupes CM1 et CM2 contrôles, ainsi qu'entre les types d'établissements (Tableau 46). Nous avons mené des tests de Kruskal Wallis avec correction de Bonferroni. On constate que les groupes CM1 et CM2 contrôles ont des résultats similaires par compétence ( $p > 0,4$ ), tandis que le groupe CM1 expérimental obtient un niveau

supérieur ( $p < 0,001$ ) au groupe CM2 contrôle pour les 2 compétences suivantes : « Anticiper des changements dans une chaîne linéaire » et « Tester une croyance ».

Sous-groupes		Chaînes Linéaires	Explications	Chaîne multiple	Tester une croyance	Identifier des corrélations fallacieuses
<b>CM2 contrôle</b>						
<b>CM1 expérimental</b>	Moyenne	>	=	=	>	=
	$p$	<0,001	0,157	0,19	<0,001	0,79
<b>CM1 contrôle</b>	Moyenne	=	=	=	=	=
	$p$	1	1	1	1	0,41
<b>Ordinaire contrôle</b>						
<b>REP+ expérimental</b>	Moyenne	>	=	=	>	=
	$p$	<0,001	1	1	<0,001	1
<b>REP+ contrôle</b>	Moyenne	=	=	=	=	=
	$p$	1	1	1	1	0,08
<b>Favorisé contrôle</b>						
<b>Ordinaire expérimental</b>	Moyenne	=	=	<	>	=
	$p$	1,00	0,6	0,289	0,0149	1
<b>Ordinaire contrôle</b>	Moyenne	<	=	<	<	<
	$p$	<0,001	1	<0,001	<0,001	<0,001

Comparaison des moyennes des sous-groupes par rapport au sous-groupe CM2 contrôle ou Ordinaire contrôle ou Privilégié contrôle.  
Exemple : le sous-groupe CM1 expérimental obtient une moyenne supérieure au sous-groupe CM2 contrôle pour la compétence "Anticiper des changements dans des chaînes linéaires ( $p < 0,001$ ), tandis que pour cette même compétence, le sous-groupe CM1 contrôle obtient une moyenne similaire ( $p = 1,00$ ) au sous-groupe CM2 contrôle.

	Groupe meilleur (ou similaire) au groupe visé alors que le groupe associé est similaire (ou moins bon)
	Groupe inférieur (ou similaire) au groupe visé alors que le groupe associé est similaire (ou meilleur)
	Pas de différence entre les deux groupes associés par rapport au groupe visé

**Tableau 46 – Comparaison des moyennes des sous-groupes par rapport à un sous-groupe de référence avec significativité, au posttest**

Quand on compare les résultats selon le type d'établissement, on constate une absence de différence entre les groupes contrôles REP+ et contrôles ordinaires ( $p > 0,08$ ). En revanche, le groupe expérimental REP+ a des compétences supérieures au groupe contrôle ordinaire pour les deux compétences suivantes : « Anticiper des changements dans une chaîne linéaire », « Tester une croyance » ( $p < 0,001$ ). De même, le groupe contrôle ordinaire a des scores inférieurs au groupe contrôle favorisé ( $p < 0,001$ ) pour chaque compétence, excepté pour « Identifier des explications causales » ( $p = 1,00$ ). En revanche, le groupe expérimental ordinaire a un niveau supérieur au groupe contrôle favorisé pour la compétence « Tester une croyance » et similaire pour deux compétences par rapport au groupe contrôle ordinaire (Tableau 46) : « Anticiper des changements dans une chaîne linéaire », « Identifier des corrélations fallacieuses ».

Cette analyse de chaque compétence par niveau et par type d'établissement nous permet de conclure que l'effet du dispositif Rai'Flex sur les performances des élèves se trouve confirmé à ces différents degrés d'analyses. Chaque sous-groupe expérimental obtient des moyennes significativement supérieures à celle du groupe contrôle associé pour 4 compétences sur 5. On note seulement une absence de différence entre les groupes pour la compétence « Identifier des explications causales ».

Enfin, nous avons aussi mesuré les gains d'apprentissage par rapport au niveau suivant (CM2) et au type d'établissement ayant des résultats habituellement supérieurs. Les CM1 expérimentaux obtiennent le même score ou dépassent celui des CM2 contrôles pour trois compétences par rapport aux CM1 contrôles. En ce qui concerne le type d'établissement, on constate que le groupe expérimental favorisé accroît son avance sur les autres groupes (contrôles ou expérimentaux). Mais le groupe expérimental REP+ dépasse le groupe contrôle ordinaire sur deux compétences par rapport au groupe contrôle REP+, tout comme le groupe expérimental ordinaire rattrape ou dépasse le groupe favorisé contrôle sur trois compétences. L'écart est donc réduit entre les types d'établissements entre les élèves ayant suivi le dispositif expérimental et les élèves contrôles.

### 8.2.3 Conclusion

Nous avons trois hypothèses :

- g. Au prétest, il n'y a pas de différences entre les groupes.
- h. Au posttest, le groupe expérimental a un score supérieur au groupe contrôle pour chaque compétence.
- i. Au posttest, chaque sous-groupe par niveau et par type d'établissement a un score supérieur au groupe contrôle associé pour chaque compétence.

Au prétest, les groupes expérimentaux et contrôles étaient comparables pour chaque sous-score.

**Nous avons donc confirmé nos hypothèses qu'au prétest, les groupes sont homogènes au global et pour chaque compétence.**

Au posttest, au global, les groupes expérimentaux obtiennent des moyennes supérieures aux groupes contrôles dans 4 compétences sur 5. **Nous confirmons donc partiellement notre hypothèse.**

L'analyse selon les sous-groupes (CM1 ; CM2 ; REP+ ; ordinaire ; favorisé) montrent que chaque sous-groupe expérimental est significativement meilleur que le sous-groupe contrôle associé

pour les 4 compétences (excepté « Identifier des explications causales »). **Notre hypothèse est donc partiellement vérifiée.**

En outre, les écarts entre niveaux et le type d'établissement se sont réduits pour les élèves ayant participé au dispositif Rai'Flex par rapport aux élèves contrôles pour au moins les deux compétences suivantes : « Analyser une chaîne causale linéaire » et « Tester une croyance ». Quand il s'applique au raisonnement causal, le dispositif d'apprentissage a donc permis au groupe expérimental de développer une maîtrise plus profonde de la notion de causalité. Les élèves Rai'Flex sont plus performants pour ne pas assimiler corrélation et relation causale, anticiper des changements dans une chaîne causale, adopter le point de vue de l'effet et de la cause sur une situation, et mettre en place un protocole pour identifier la véracité d'une croyance. On constate toutefois que la compétence « Identifier des explications causales » n'a pas connu d'évolution entre le pré et posttest, et ce, pour aucun des groupes (voir commentaire 10.2.2).

## Chapitre 9 :

### Analyse des stratégies

Une des contributions de la thèse est de dépasser la vision dichotomique de la conceptualisation comme acquis ou non acquis. Au chapitre 3, nous avons souligné le rôle des problèmes congruents et incongruents pour mesurer les connaissances naïves (Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, *en révision* ; Shtulman & Valcarcel, 2012 ; Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012). Au chapitre 6, nous avons en outre distingué différents types de stratégies pour résoudre des problèmes (stratégie experte, c'est-à-dire conforme à l'attendu scolaire du cycle 3 ; stratégie naïve à domaine de validité limitée; stratégie naïve hors du domaine de validité et heuristique de résolution de problème). Nous allons donc analyser les différentes stratégies proposées par les élèves en distinguant le caractère congruent ou non des problèmes, tout d'abord pour le raisonnement proportionnel, puis pour le raisonnement causal. Ensuite, nous étudierons plus en détail ces différentes stratégies pour les items TIMMS et comparerons les résultats du dispositif d'apprentissage aux normes internationales. Puis, nous étudierons ces stratégies pour certains items qui nous ont paru mériter d'être détaillés.

#### 9,1 Raisonnement proportionnel

##### 9.1.1 Congruences et stratégies

Nous avons analysé les différents types de stratégies effectuées par les élèves au posttest selon 6 catégories :

- Stratégie experte : l'élève a répondu avec au moins une stratégie experte, c'est-à-dire la plus experte attendue à son niveau scolaire.
- Stratégie naïve : l'élève a répondu avec une stratégie issue d'une connaissance naïve hors du domaine de validité ou à domaine de validité limitée.
- Heuristique : l'élève a utilisé une heuristique de résolution de problème, qui correspond par exemple à calculer avec tous les nombres de l'énoncé et obtenir ainsi un résultat non pertinent.
- Réponse sans stratégie : l'élève a seulement écrit une réponse correcte sans donner de stratégie.
- Absence de réponse : l'élève a laissé vide le cadre dédié au problème.

- Autre : la stratégie ne peut être classifiée dans les catégories ci-dessus.

Nous avons distingué les stratégies réalisées pour les problèmes congruents et celles pour les problèmes incongruents selon la condition expérimentale (Figure 14). Il y a 8 problèmes congruents et 26 problèmes incongruents. Tout d'abord, on observe que le taux de stratégie experte est significativement supérieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents pour chaque groupe (expérimental : 52,53% vs 42,39%,  $U = 10810000$ ,  $p < 2,2E-16$  et contrôle : 46,01% vs 29,08%,  $U = 12238000$ ,  $p < 2,2E-16$ ). Le taux de stratégie naïve pour chaque groupe est similaire entre les problèmes congruents et incongruents. On remarque la même tendance pour le taux de réponse sans stratégie. En revanche, le taux d'heuristique est inférieur pour les problèmes congruents par rapport aux incongruents (expérimental :  $U = 9655000$ ,  $p = 0,005$  et contrôle :  $U = 10299000$ ,  $p = 0,016$ ), tout comme l'utilisation d'une stratégie non flexible (expérimental :  $U = 9527100$ ,  $p = 7,58E-06$  et contrôle :  $U = 10080000$ ,  $p = 5,146E-09$ ), et l'absence de réponse (expérimental :  $U = 9442300$ ,  $p = 5,216E-07$  et contrôle :  $U = 9761000$ ,  $p = 1,256E-15$ ). **Les problèmes incongruents entraînent donc moins de stratégies expertes, autant de stratégies naïves et de réponses sans stratégies**, mais davantage des autres catégories, en particulier l'absence de réponse, par rapport aux problèmes congruents.

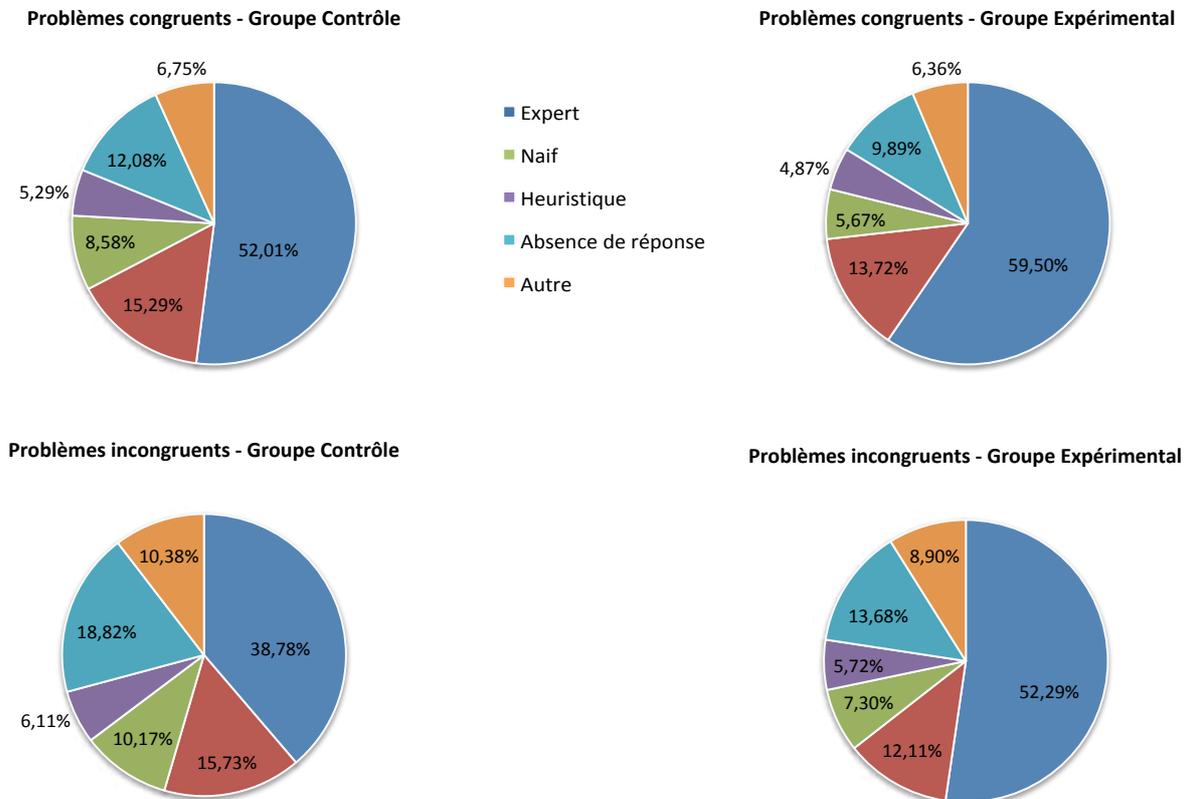


Figure 14 - Répartition des stratégies selon la congruence des problèmes et selon la condition expérimentale

En outre, l'effet du dispositif Rai'Flex se confirme en particulier sur les problèmes incongruents. **Les élèves expérimentaux proposent significativement plus de stratégies expertes,  $U = 25446000$ ,  $p < 2,2E-16$ , moins de stratégies naïves,  $U = 30413000$ ,  $p = 1,005E-10$ , moins d'heuristiques,  $U = 30194000$ ,  $p = 3,195E-10$ , et moins d'absence de réponse,  $U = 30859000$ ,  $p < 2,2E-16$ , par rapport aux élèves contrôles.** Pour les problèmes congruents, les écarts entre les deux groupes sont moins grands. On constate tout de même un taux significativement supérieur de stratégies expertes,  $U = 3271900$ ,  $p = 2,1E-06$ , et des taux significativement inférieurs d'heuristiques,  $U = 3601700$ ,  $p = 4,09E-05$ , et d'absence de stratégie,  $U = 3576900$ ,  $p = 0,01$ , pour le groupe expérimental.

**Distinguer le caractère congruent des problèmes nous apparaît pertinent. Les problèmes congruents avec les connaissances naïves induisent davantage de stratégies dites expertes que les problèmes incongruents. Dès lors, il nous paraît nécessaire de dépasser la dichotomie « stratégie naïve ou stratégie experte », en distinguant le type de problème, congruent ou incongruent avec les connaissances naïves. Résoudre avec une stratégie experte un problème congruent semble témoigner d'une moins grande conceptualisation que résoudre un problème incongruent avec une stratégie experte.**

### 9.1.2 Problèmes congruents et incongruents : les stratégies expertes

Après avoir analysé les stratégies selon la congruence des problèmes au global, nous allons détailler les taux de stratégies expertes par item. En mathématiques, sur les 35 items du posttest, le taux de stratégies expertes du groupe expérimental est significativement supérieur à celui du groupe contrôle pour 25 items (Tableau 47). Pour un item, le taux de significativité est tendanciel ( $p = 0,068$ ). Pour 9 items, la différence entre les taux de stratégie experte des deux groupes n'est pas significative.

Si l'on fait l'analyse en distinguant selon la congruence des items, on s'aperçoit que le taux de stratégies expertes du groupe expérimental est significativement supérieur à celui du groupe contrôle pour seulement 4 items congruents sur les 8 items congruents, et en revanche pour 21 sur les 27 items incongruents (et un 22<sup>e</sup> item incongruent dont la différence est tendancielle). C'est donc principalement sur les problèmes congruents qu'il n'y a pas de différence entre les deux groupes. Puisque ce sont des problèmes qui peuvent être résolus avec seulement les connaissances naïves, il n'y a pas besoin d'enseignement pour les résoudre, ce qui mécaniquement résulte en une différence de réussite plus faible.

On constate que pour les trois compétences « Résoudre des problèmes de distributivité », « Résoudre des problèmes fractionnaires », « Résoudre des problèmes proportionnels », le groupe

expérimental est significativement meilleur que le groupe contrôle sur l'ensemble des items. La compétence « Décomposer et comparer des fractions » n'a qu'un seul item significatif et un item dont la significativité est tendancielle. Au prétest, le groupe contrôle avait en effet une avance significative sur cette compétence (qui ne comportait que 3 items — D4, D5, D6) et qui a donc disparu au posttest.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Groupes				Signif.
					Expérimental		Contrôle		
Distinguer les structures additives et multiplicatives	A1	Problème de comparaison - Fois plus (1)			84%	0,37	65%	0,48	***
	A2	Problème de comparaison - Rapport (1)			69%	0,46	45%	0,50	***
	A3	Problème de comparaison - De plus	C		70%	0,46	65%	0,48	ns
	A4	Problème de comparaison - Fois plus (2)			85%	0,35	64%	0,48	***
	A5	Problème de comparaison - Rapport (2)			64%	0,48	40%	0,49	***
	A6	Problème de comparaison - Différence	C		64%	0,48	58%	0,49	ns
	A7	Problème de comparaison - De Plus avec référent inconnu				70%	0,46	65%	0,48
Résoudre des problèmes de distributivité	B1	Problème variable Distance			68%	0,47	43%	0,50	***
			1 ou 2 stratégies		32%	0,47	12%	0,32	***
	B2	Problème variable Durée			76%	0,43	56%	0,50	***
			1 ou 2 stratégies		35%	0,48	14%	0,35	***
Résoudre des problèmes multiplicatifs	C1	Item Eduscol CE2 - Niveau 3 Problème multiplicatif	C		75%	0,43	61%	0,49	***
	C2	Item Eduscol CE2 Problème multiplicatif Incongruent			80%	0,40	64%	0,48	***
	C3	Problème de partition	C		61%	0,49	52%	0,50	*
	C4	Problème de quotition	C		59%	0,49	56%	0,50	ns
	C5	Problème de quotition			65%	0,48	63%	0,48	ns
	C6	Problème de division avec reste			36%	0,48	24%	0,43	***
Décomposer et comparer des fractions	D1	Comparaison de fractions	C		37%	0,48	35%	0,48	ns
	D2	Comparaison de fractions			34%	0,48	30%	0,47	ns
	D4	Fraction d'une figure géométrique 2015 - M041065	TIMMS		83%	0,38	82%	0,38	ns
	D5	Eval Nat : du dessin à la fraction			69%	0,46	62%	0,49	.
	D6	Eval Nat : Décomposition de fraction			44%	0,50	44%	0,50	ns
	D7	Plusieurs représentations numériques pour une fraction - score sur 10			7,61	1,73	6,94	1,74	***
	Résoudre des problèmes fractionnaires	E1	TIMMS 2011 : Problème d'addition de fraction			14%	0,34	5%	0,22
E2		Problème de décomposition de fractions			27%	0,44	10%	0,30	***
E3		Problème de décomposition de fractions			28%	0,45	9%	0,28	***
E4		Problème de multiplication de fraction			46%	0,50	28%	0,45	***
E5		Problème division fractionnaire version facile			29%	0,45	15%	0,36	***
E6		Problème de division fractionnaire version difficile			20%	0,40	7%	0,25	***
E7		Problème de division fractionnaire			15%	0,35	4%	0,19	***
E8		La moitié de			15%	0,36	7%	0,26	**
E9		La quart de			10%	0,31	4%	0,20	**
Résoudre des problèmes proportionnels	F2	4eme proportionnelle		C	36%	0,48	20%	0,40	***
			1 ou 2 stratégies		11%	0,32	0%	0,06	***
	F3	4eme proportionnelle			33%	0,47	11%	0,31	***
			1 ou 2 stratégies		13%	0,34	0%	0,00	***
	F4	Eval Nat : 4eme proportionnelle		C	46%	0,50	36%	0,48	**
			1 ou 2 stratégies		9%	0,29	1%	0,08	***
F5	TIMMS 2011 : Compléter une recette - Question B			56%	0,50	39%	0,49	***	
F6	Problème de proportion			15%	0,36	1%	0,08	***	

Différence significative
Différence au seuil < 0,1
Absence de différence significative

Tableau 47 – Taux de stratégies expertes par item selon la condition expérimentale et significativité des tests Mann-Whitney Wilcoxon

### 9.1.3 Analyse des stratégies aux items TIMMS

Nous analysons ensuite les stratégies effectuées pour les items TIMMS. Le test international TIMMS évalue les compétences des élèves de CM1 en mathématiques tous les 4 ans dans le monde entier. La France a participé à cette étude en 2015. Nous avons ainsi sélectionné des items TIMMS portant sur le raisonnement proportionnel pour le pré et posttest. Les élèves ont résolu deux items TIMMS au prétest et trois items au posttest. Nous analysons ici les stratégies des élèves.

- **Représentation graphique des fractions**

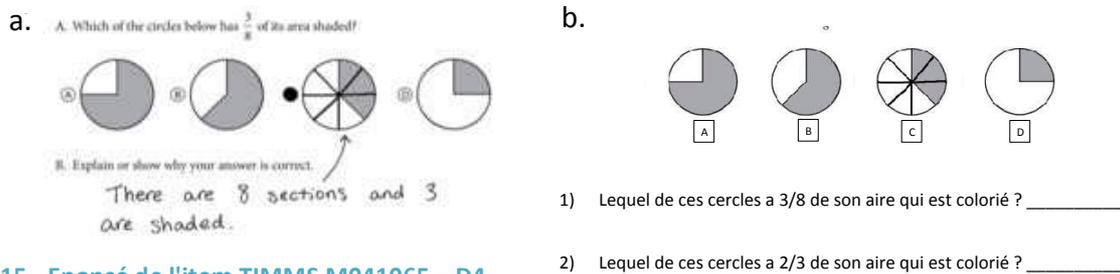
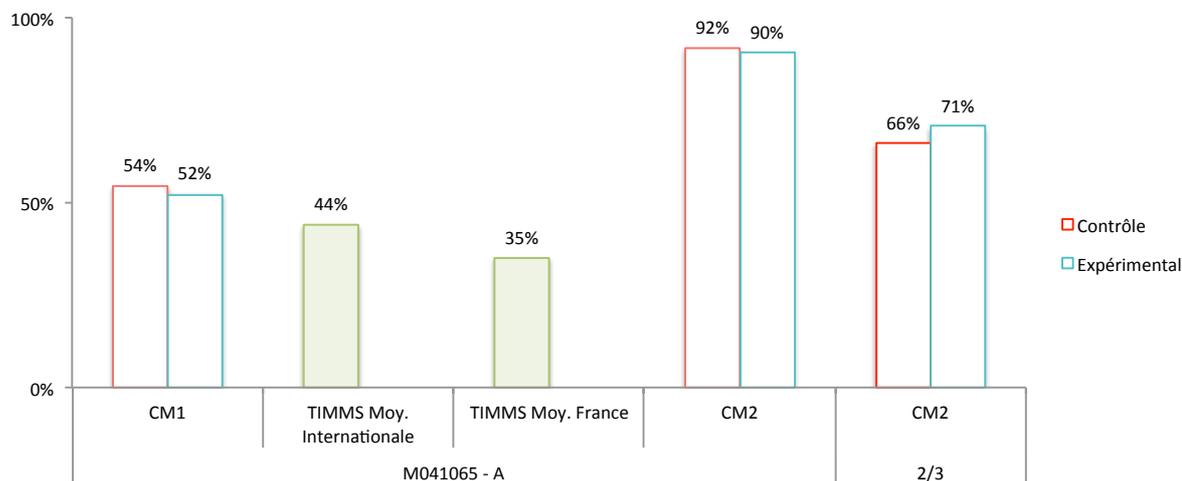


Figure 15 - Enoncé de l'item TIMMS M041065 – D4  
a. Version anglaise TIMMS b. Version Rai'Flex

Nous avons introduits au prétest deux items TIMMS 2015 liant représentation graphique de la fraction et représentation numérique : l'item D4 (M041065) et l'item D3 (M041298). Contrairement aux résultats annoncés par TIMMS, nous avons fait l'hypothèse que l'item D4 serait mieux réussi que l'item D3, du fait que parmi les propositions, la réponse correcte est la seule qui est congruente avec la connaissance naïve de la fraction bipartite (réponse C). Au contraire, dans l'item D3, plusieurs propositions incorrectes sont congruentes avec cette connaissance naïve (réponses A et C).

Dans le test TIMMS 2015, l'item D4 (M041065 – Figure 15) est classé comme un item de niveau avancé (le plus haut niveau testé) qui mesure le raisonnement sur les fractions. Les élèves doivent choisir parmi 4 propositions, lequel des cercles a  $\frac{3}{8}$  de son aire qui est colorée (première question), puis justifier leur réponse (deuxième question). Au vu des 4 figures proposées, la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite suffit pour résoudre correctement le problème : seule la figure C est découpée en parties, avec 8 parties totales et 3 parties colorées. Pourtant, TIMMS indique que le taux de réussite à la question A est de 44% au niveau international et de 35% pour la France. Le taux de réussite à la question B n'est que de 24% au niveau international et 15% pour la France. Nous pensons que la seule demande de justification présentée directement en dessous a pu limiter les réponses à la question A, les élèves n'ayant pas su justifier s'abstiennent de répondre. Au prétest de notre étude, les élèves de CM1 et CM2 n'ont dû répondre qu'à la question A — congruente avec la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite. En effet, afin



**Figure 16 - Taux de réussite à l'item D4 au prétest selon la condition expérimentale**

d'évaluer la connaissance experte de fraction comme rapport, demander d'explicitier son raisonnement comme proposé par TIMMS en question B, ne nous a pas paru judicieux. Au contraire, nous avons choisi d'ajouter une question incongruente avec la connaissance naïve de la fraction bipartite. Ainsi pour y répondre correctement, la connaissance scolaire de la fraction comme rapport doit être utilisée. Les CM2 ont donc dû répondre à la question suivante : « Lequel de ces cercles a  $\frac{2}{3}$  de son aire qui est coloriée ? ». Malgré le fait qu'après avoir résolu la première question, il ne restera aux élèves que trois choix possibles, nous faisons l'hypothèse que le taux de réussite à la deuxième question sera bien inférieur à celui de la question 1.

Comme nous en avons fait l'hypothèse, le taux de réussite à la question congruente avec la connaissance naïve de la structure bipartite est bien supérieur à celui de TIMMS (Figure 16) : 53% de réussite pour les CM1 avant apprentissage des fractions (54% pour le groupe expérimental et 52% pour le groupe contrôle). Le taux de réussite des CM1 est donc bien supérieur au 35% relevé par TIMMS par des CM1 ayant déjà appris les fractions.

Le taux de réussite pour les CM2 est de 91% (92% pour le groupe expérimental et 90% pour le groupe contrôle). Comme prévu, la question incongruente avec la connaissance naïve est significativement moins bien réussie,  $U = 38394$ ,  $p < 0,001$ , avec un taux de réussite de 68% (66% pour le groupe contrôle et 71% pour le groupe expérimental) — sachant que le taux de réussite par réponse au hasard est de 33%. Étant donné que les CM2 avaient atteint un niveau plafond au prétest et que les CM1 avaient déjà un niveau supérieur à celui donné par TIMMS, nous avons supprimé l'item D4 au posttest.

Contrairement à l'item D4, l'item D3 (M041298 – TIMMS 2015) permet de mesurer le degré d'expertise des élèves. Deux propositions sur les quatre (A et B) se conforment à la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite (Figure 17). TIMMS indique que le taux de réussite pour les

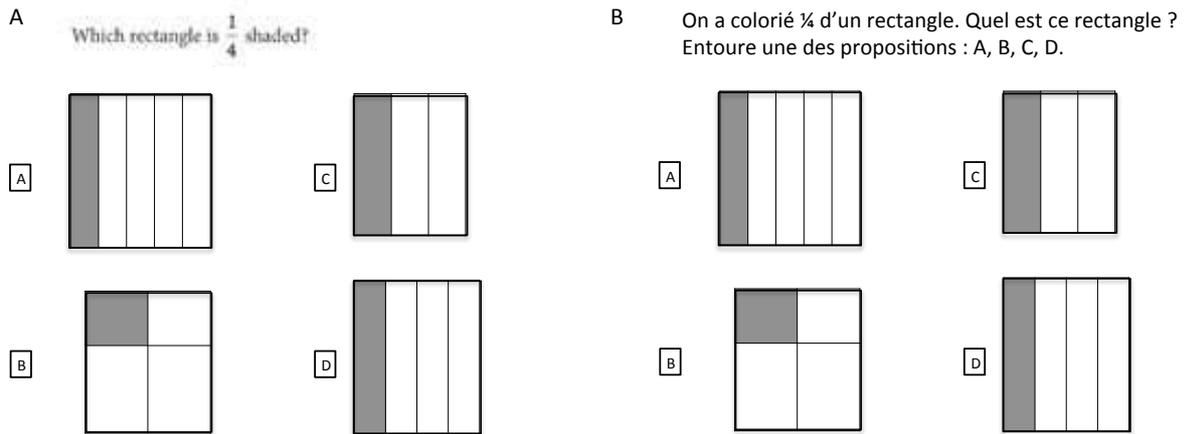


Figure 17 - Enoncé de l'item TIMMS M041298 – D3  
A- Version anglaise TIMMS B- Version Rai'Flex

CM1 est de 77% au niveau international et de 72% pour la France. Avant apprentissage des fractions, les CM1 obtiennent un taux de réussite de 38,57% et ils sont 35,71% à choisir l'une des Deux réponses naïves. Le taux de réussite est bien en deçà du taux relevé par TIMMS. Mais comme celui-ci est passé en milieu d'année, il s'effectue certainement après apprentissage des fractions. Le score de TIMMS est ainsi cohérent avec celui obtenu en fin d'année de CM1 (77%) et en début d'année de CM2 (76%). En revanche, conformément aux prédictions, le taux de réussite pour les CM1 à l'item D4, congruent, est significativement supérieur à celui de l'item D3, incongruent,  $U = 35526$ ,  $p < 0,001$ . (**Hypothèse vérifiée**).

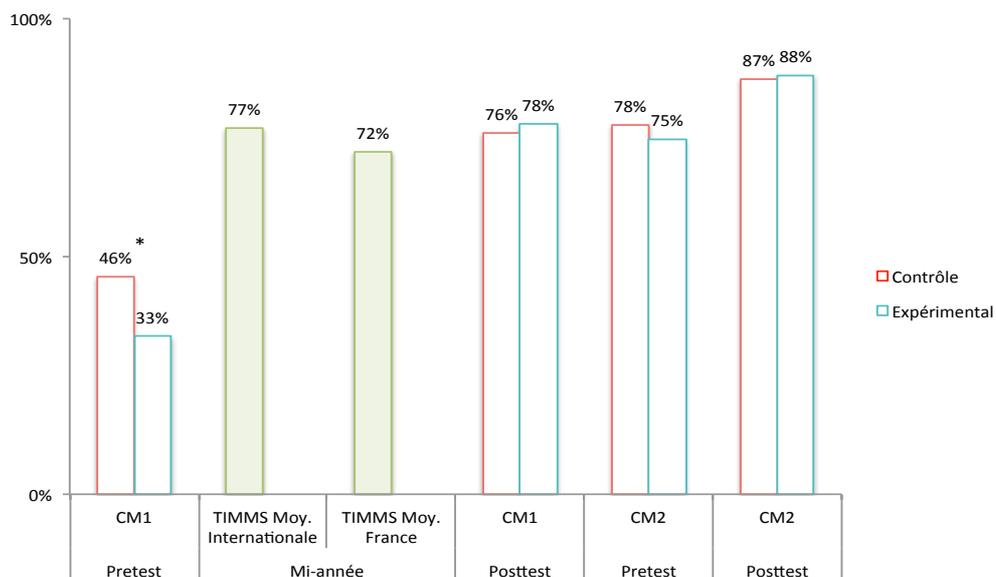


Figure 18 - Taux de réussite à l'item D3 à TIMMS et du début de CM1 à fin CM2

Les taux de réussite aux différentes épreuves sont récapitulés en figure 18. Au prétest, on constate une différence significative en termes de taux de réussite entre les CM1 contrôles et expérimentaux, 46% vs 33%,  $U = 10894$ ,  $p = 0,04$ , et une différence en termes de stratégies naïves choisies, 30% vs 40%,  $U = 8749,5$ ,  $p = 0,078$ . Ces différences disparaissent au posttest ( $p > 0,5$ ).

L'analyse de ces deux items met en avant la nécessité d'introduire des questions incongruentes avec les connaissances naïves afin de mettre en évidence un apprentissage effectif. Dans l'item D4, avant même l'apprentissage des fractions, on constate que les élèves de CM1 étaient capables de répondre à la question congruente (M041065-A). La demande de justification pourrait dès lors apparaître comme un frein pour évaluer cette connaissance, car il semblerait qu'elle limite le taux de réponse à l'exercice : les élèves ne sachant pas comment justifier leur réponse, renonce à répondre. Lors de tests nationaux CEDRE de 2013, il avait justement été observé que 50% des élèves ne répondent pas aux questions nécessitant une production (schéma ou explication) (DEPP, Note d'information n°28, 2014). Au contraire, une question incongruente permet de délimiter le niveau de maîtrise. Alors que nous avons justifié notre hypothèse sur l'impact de la congruence sur les taux de réussite, nous ne confirmons pas celle sur la différence de performance entre les deux groupes au posttest : nous constatons qu'au posttest l'item D3 atteint un niveau plafond (taux de réussite supérieur à 76%) et est ainsi aussi bien réussi par les deux groupes.

- Additionner des fractions

<p>A</p> <p>Tom ate <math>\frac{1}{2}</math> of a cake, and Jane ate <math>\frac{1}{4}</math> of the cake. How much of the cake did they eat altogether?</p> <p>Answer: _____</p>	<p>B</p> <p>Tom a mangé <math>\frac{1}{2}</math> du gâteau. Et Jeanne a mangé <math>\frac{1}{4}</math> du gâteau.</p> <p>A eux deux quelle fraction du gâteau ont-ils mangé ?</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
---	---

Figure 19 - Enoncé de l'item TIMMS 2011 M041299  
 A- Version anglaise TIMMS B- Version traduite en français pour Rai'Flex

L'item E1 (M041299 – TIMMS 2011, Figure 19) est destiné à mesurer la capacité à additionner des fractions. Additionner les fractions  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{4}$  selon la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite conduit à additionner respectivement les numérateurs et additionner les dénominateurs (soit  $\frac{2}{6}$ ). La connaissance scolaire conduit à additionner les deux rapports : la moitié + le quart, ce qui donne trois quarts.

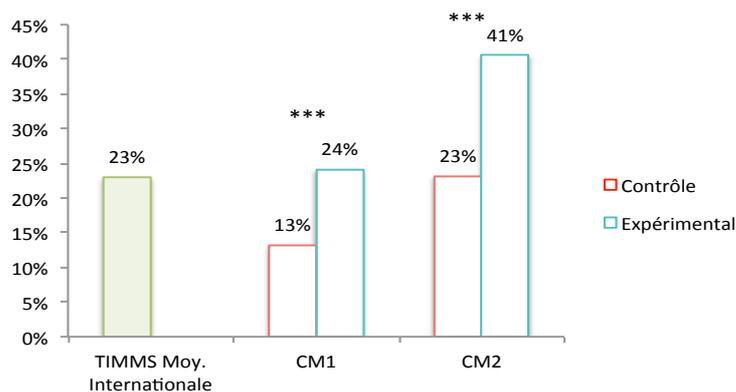


Figure 20- Taux de réussite à l'item D3 à TIMMS et au posttest

Au posttest, le groupe expérimental CM1 a un taux de réussite similaire à celui de TIMMS (24%). Ce taux n'est atteint par les élèves contrôles qu'en CM2 (23%), soit plus d'un an après les passations TIMMS, tandis que 41% des élèves de CM2 expérimentaux réussissent l'item (Figure 20). Les données TIMMS pour la France ne sont pas disponibles puisqu'elle n'avait pas participé à l'étude TIMMS en 2011. Mais on constate qu'en 2015, le niveau de la France était systématiquement inférieur à celui de la moyenne internationale.

Les taux de réussite sont significativement différents entre le groupe CM1 contrôle et expérimental (13% vs 24%,  $U = 8327,5$ ,  $p = 0,02$ ) et entre le groupe CM2 contrôle et expérimental, 23% vs 41%,  $U = 10212$ ,  $p < 0,001$ . Le groupe CM1 expérimental réussit aussi bien l'item que le groupe CM2 contrôle. Le taux de stratégies naïves est similaire entre les groupes contrôles et expérimentaux. Ils baissent de 25,5% en CM1 à 16,4% en CM2,  $U = 47228$ ,  $p = 0,007$ .

**Aussi, les résultats obtenus par le groupe expérimental sont particulièrement élevés — 1,8 fois supérieurs au groupe contrôle —, et comparables à la moyenne TIMMS internationale pour les élèves de CM1. Le dispositif d'apprentissage semble avoir davantage permis aux élèves de s'appuyer sur la magnitude des fractions. Dans la résolution de ce problème, les élèves Rai'Flex sont davantage capable d'additionner des rapports, et non les chiffres des numérateurs puis des dénominateurs, que les élèves contrôles. Notre hypothèse est confirmée.**

Compléter une recette de façon proportionnelle

A

Ingrédients	
Eggs	4
Flour	8 cups
Milk	$\frac{1}{2}$ cup

The above ingredients are used to make a recipe for 6 people. Sam wants to make this recipe for only 3 people.

Complete the table below to show what Sam needs to make the recipe for 3 people. The number of eggs he needs is shown.

Ingrédients	
Eggs	2
Flour	___ cups
Milk	___ cup

B

Ingrédients	
Oeufs	4
Farine	8 cuillères à soupe
Lait	1 cuillère à soupe 2

Avec les ingrédients ci-dessus, on peut faire une recette pour 6 personnes. Sam veut faire la recette pour seulement 3 personnes.

Complète le tableau ci-dessous avec la quantité d'ingrédients

Ingrédients	
Oeufs	2
Farine	_____ cuillères à soupe
Lait	_____ cuillère à soupe

Figure 19- Énoncé de l'item TIMMS 2011 M031183

Version anglaise TIMMS B- Version traduite en français pour Rai'Flex

A-

Ce problème (M031183) issu de TIMMS 2011 comporte 2 questions (Figure 19). La première question est congruente avec la connaissance naïve de la division partage : « Pour 6 personnes, j'ai besoin de 4 cuillères à soupe de farine. De combien en ai-je besoin pour 3 personnes ? ». Mais la deuxième question est incongruente avec la conception de fraction comme structure bipartite : « Pour 6 personnes, j'ai besoin de  $\frac{1}{2}$  cuillère à soupe de lait. De combien en ai-je besoin pour 3 personnes ? ». La connaissance naïve conduit à diviser par 2 respectivement le numérateur et le dénominateur et a proposé  $0,5/1$  cuillère à soupe de lait. Au niveau international, 23% des élèves ont obtenu le maximum de points (2 points) et 65% ont obtenu au moins un point (Figure 20). Les données ne sont pas disponibles pour la France qui n'a pas participé à l'étude TIMMS 2011. Le groupe CM1 contrôle présente des taux de réussite similaires à ceux de TIMMS (30% pour 2 points et 61% pour au moins 1 point) et le groupe CM1 expérimental obtient des taux de réussite significativement supérieurs (44% et 77%). TIMMS n'analyse pas spécifiquement la réponse à la question 2, incongruente avec la connaissance naïve de fraction comme structure bipartite. Pour cette question, le taux de stratégie experte atteint 46% pour les CM1 expérimentaux et 68% pour les CM2 expérimentaux (vs 31% et 47% ;  $U = 7883, p < 0,001$  et  $U = 9591,5, p < 0,001$ ) (**Hypothèse vérifiée**).

On constate en outre une différence en termes de stratégies naïves ( $0,5/1$  cuillère à soupe de lait). Seulement 0,7% des CM1 expérimentaux proposent une stratégie naïve contre 7,1% des CM1 contrôles,  $U = 9932,5, p = 0,005$ . Les CM2 expérimentaux sont, de même, 0,7% à proposer une stratégie naïve contre 2,4% pour les contrôles,  $p > 0,05$ .

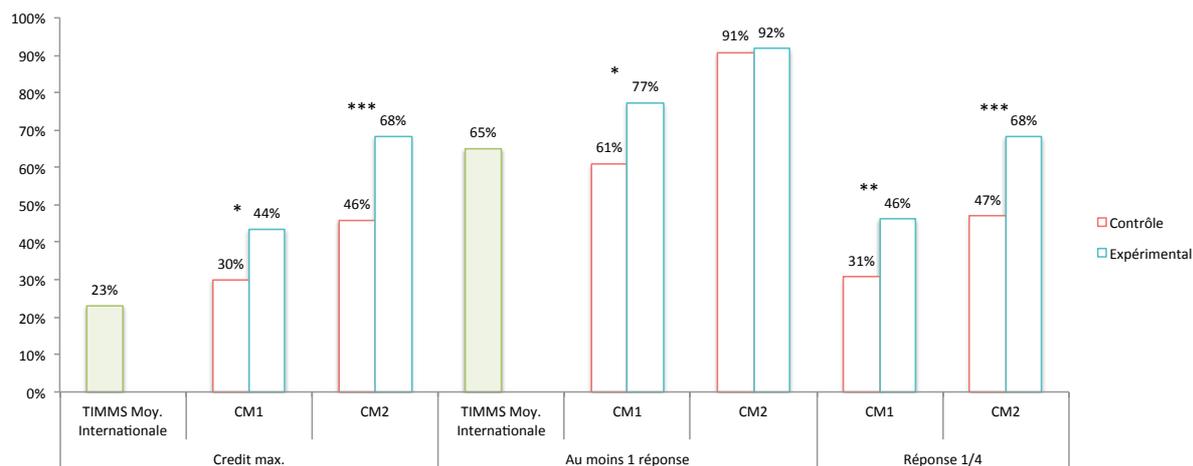


Figure 20 – Taux de réussite à l’item F5 à TIMMS et au posttest

L’analyse de cet item montre de nouveau l’intérêt d’introduire des questions congruentes et incongruentes avec les connaissances naïves. En effet, alors que TIMMS semble raisonner uniquement en termes de difficultés (question facile ou difficile) et ne donne pas le résultat spécifique pour la question incongruente, nous pensons qu’il est intéressant d’analyser cet item selon la congruence des questions avec les connaissances naïves. La différence de réussite entre les deux questions montre la difficulté des élèves à dépasser la division partage (partager un nombre inférieur à 1 semble impossible) et à concevoir les fractions comme magnitude. Au contraire, comme nous en avons fait l’hypothèse, les élèves expérimentaux réussissent davantage ces questions par rapport au groupe contrôle et à la moyenne internationale TIMMS.

L’analyse des différents items TIMMS permet de comparer les résultats des élèves expérimentaux à des standards internationaux. Le dispositif expérimental a permis aux élèves d’atteindre au minimum les moyennes internationales, dépassant le niveau habituel français, ce qui confirme les différences observées par rapport au groupe contrôle.

#### 9.1.4 Analyses d’une sélection d’items

Après l’analyse de ces items TIMMS, nous avons sélectionné deux connaissances naïves au cœur des objectifs du dispositif d’apprentissage pour en détailler les résultats item par item. Pour le raisonnement proportionnel, nous nous concentrons sur la connaissance naïve du retour à l’unité et celle de la fraction comme structure bipartite.

- **Connaissance naïve : le retour à l'unité**

Une connaissance naïve à domaine de validité limitée que nous avons identifiée au chapitre 3 est celle du retour à l'unité. Étant donné que la notion du rapport entre deux valeurs n'est pas comprise, les élèves vont choisir de passer par la recherche de la quantité unitaire — le « retour à l'unité ». Or, cette stratégie ne fonctionne que dans le cas où la quantité unitaire est congruente avec la vie quotidienne — le prix d'un ballon, le poids d'une chaise... —, et conduit à l'échec dans le cas d'une quantité unitaire incongruente avec les connaissances issues de la vie quotidienne — le nombre de ballons pour 1 €, le nombre de chaises pour 1kg, etc. Nous allons pour cela analyser en détail les réponses des élèves aux problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle.

- **Problèmes isomorphes congruents et incongruents, F2 et F3**

Étant donné que nombreux travaux (Kaput & West, 1994 ; Sophian & Wood, 1997 ; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, & Verschaffel, 2005) ont montré que les élèves peuvent induire une stratégie de proportionnalité par reconnaissance du schéma « valeur manquante » — si on me donne 3 valeurs, alors je dois chercher la 4<sup>e</sup> par proportionnalité —, nous avons ajouté une 4<sup>e</sup> donnée superflue dans l'énoncé. En outre, nous avons créé une version congruente (F2) et une version incongruente (F3) avec la stratégie de retour à l'unité.

Premièrement, **nous avons fait l'hypothèse que le taux de réussite aux problèmes incongruents est inférieur à celui du problème congruent.** Au prétest, les deux problèmes n'ont été passés que par les élèves de CM2. Le taux de réussite au problème congruent est de 8,2% (7,5% pour le groupe expérimental et 8,8% pour le groupe contrôle) versus 4,7% pour le problème incongruent (4,1% pour le groupe expérimental et 5,3% pour le groupe contrôle). Bien que les problèmes congruents soient deux fois plus réussis que les problèmes incongruents, les taux restent extrêmement faibles et la différence n'est pas significative,  $U = 51666$ ,  $p = 0,075$ . Au posttest, tous les élèves ont passé ces items. Le taux de réussite au problème congruent est de 28% versus 22% pour le problème incongruent,  $U = 182910$ ,  $p = 0,01$ . Si on inclut les bonnes réponses sans stratégies explicitées, le taux de réussite au problème congruent est de 35% versus 23% pour le problème incongruent,  $U = 192020$ ,  $p < 0,001$ . **Notre hypothèse se vérifie donc : les problèmes incongruents sont moins bien réussis que les problèmes congruents.**

Deuxièmement, **notre hypothèse était qu'au posttest, le groupe expérimental serait moins dépendant de la congruence ou non du problème que le groupe contrôle.** Au posttest, le taux de réussite des élèves expérimentaux est de 36% pour les problèmes congruents et 33% pour les

problèmes incongruents (respectivement 46% et 35% en incluant les bonnes réponses sans stratégies explicitées). La différence n'est pas significative,  $U = 43994$ ,  $p = 0,37$ . Au contraire, le taux de réussite des élèves contrôles est de 20% pour les problèmes congruents et de 11% pour les problèmes incongruents (respectivement 24% et 11% en incluant les bonnes réponses sans stratégies explicitées). La différence est significative,  $U = 47511$ ,  $p = 0,002$ . Les élèves expérimentaux ont des taux de réussite similaires aux problèmes congruents et incongruents, tandis que les élèves contrôles ont un taux de réussite deux fois plus faible pour le problème incongruent par rapport au problème congruent. **L'hypothèse est donc vérifiée.**

Enfin, **notre dernière hypothèse était que le groupe expérimental propose davantage de doubles stratégies que le groupe contrôle.** De fait, seuls les élèves expérimentaux parviennent à proposer deux stratégies pour résoudre un même problème (11% pour le problème congruent et 13% pour le problème incongruent). 1 seul élève du groupe contrôle a proposé deux stratégies correctes pour le problème congruent et aucun pour le problème incongruent,  $U = 151330$ ,  $p < 0,001$ . **L'hypothèse est donc vérifiée.**

○ **Problème congruent des évaluations d'entrée en 6<sup>e</sup> (2005) de l'Éducation nationale, F4**

Au posttest, nous avons ajouté un problème congruent supplémentaire (F4). Il s'agit d'un des problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle (« 6 objets identiques coûtent 150€. Combien coûtent 9 de ces objets ? ») des évaluations d'entrée en 6<sup>e</sup> de 2005 qui correspond au schéma classique de « valeur manquante » : trois données présentes dans l'énoncé et une donnée à rechercher. Contrairement à la consigne de l'évaluation de l'Éducation nationale, on demande aux élèves de proposer deux stratégies.

Concernant cet item, nous avons deux hypothèses. Tout d'abord, **notre hypothèse était que l'illusion de linéarité, présente dans ce type de problème avec trois données manquantes** (Van Dooren et al., 2005), **ne serait pas vérifiée.** En prenant en compte les réponses avec une ou deux stratégies correctes, le taux de réussite est de 46% pour le groupe expérimental versus 35% pour le groupe contrôle. Bien que ces taux soient supérieurs à ceux trouvés pour le problème congruent, ils demeurent relativement faibles et bien moindres que ceux obtenus par Van Dooren et al. (2005 ; taux de réussite pour des problèmes de proportionnalité dits difficiles de 63,7% pour les CM1 et 86,7% pour les CM2). **Notre hypothèse se vérifie donc.**

**Notre deuxième hypothèse est que le groupe expérimental parvient à proposer davantage de doubles stratégies que le groupe contrôle.** 9% des élèves expérimentaux réussissent à trouver deux stratégies pour résoudre le problème contre 0,67% des contrôles,  $U = 39527$ ,  $p < 0,001$ . **Notre hypothèse est donc vérifiée, toutefois avec des performances faibles.**

Les taux de réussite aux items congruents et incongruents avec la connaissance naïve du retour à l'unité montrent que les élèves préfèrent avoir recours à une stratégie sans compréhension du rapport qui est celle du retour à l'unité. Or, dans le cas des problèmes incongruents, ils se trouvent en échec, d'où le plus faible taux de réussite. Les élèves expérimentaux sont moins dépendants de la congruence ou non des problèmes, car ils raisonnent davantage sur les rapports. En outre, ils sont davantage capables de proposer deux stratégies. Par rapport au groupe contrôle, les élèves expérimentaux ont donc des capacités de résolution de problème plus développées.

- **Connaissance naïve : la fraction comme structure bipartite**

- **Items de comparaisons de fractions D1 & D2**

Les items D1 & D2 mesurent la capacité à comparer des fractions et à les ordonner. Étant donné que les contextes continus favorisent davantage la représentation de la fraction comme rapport en comparaison aux contextes discrets (Spinillo & Bryant, 1991 ; Singer-Freeman & Goswami, 2001), nous avons créé deux contextes : un contexte strictement numérique, dit incongruent (Exemple : Fraction 7/8), et un contexte sémantique, dit congruent (Exemple : le sac rouge pèse 7/8 du grand sac). **Notre hypothèse était que l'item de comparaison dans un contexte sémantique devait être mieux réussi que l'item de comparaison dans un contexte numérique au prétest et par les élèves contrôles au posttest. Au posttest, les élèves expérimentaux seraient moins dépendants du contexte que les élèves contrôles, car ils utiliseraient la connaissance scolaire de fraction comme rapport pour comparer dans tout type de contexte.**

Au prétest, les élèves de CM2 ont passé l'item de comparaisons de fraction, soit avec un contexte sémantique, soit avec un contexte numérique. Le taux de réussite au problème congruent est de 36,7% et le taux de réussite au problème incongruent est de 20,5%. La différence est significative,  $U = 10335$ ,  $p = 0,001$ . Au posttest, chaque élève a passé l'item dans les deux contextes (l'ordre et les nombres ont été contrebalancés). Le groupe contrôle obtient un taux de réussite de 34,76% à l'item congruent versus 30,13% à l'item incongruent,  $U = 43488$ ,  $p = 0,22$ ). Le groupe expérimental obtient des résultats très similaires dans les deux contextes, 36,8% à l'item congruent et 34,2% à l'item incongruent,  $U = 40555$ ,  $p = 0,52$ . Contrairement à notre hypothèse, on observe le même pattern pour le groupe contrôle et le groupe expérimental au posttest. **Nous n'avons donc validé qu'une partie de notre hypothèse. Au prétest, il semblerait qu'il y ait un effet de la congruence du contexte sur le taux de réussite : un contexte sémantique serait une aide à la représentation de la fraction comme magnitude.**

On remarque, en outre, que les stratégies des élèves changent entre le CM1 et le CM2 (Tableau 48). Les stratégies des élèves de CM1 se répartissent principalement et équitablement entre la stratégie experte, la stratégie du dénominateur (la fraction la plus grande est celle qui a le dénominateur le plus grand) et la stratégie du numérateur (la fraction la plus grande est celle qui a le numérateur le plus grand). Ceci correspond aux résultats de la littérature sur le biais du nombre entier (Ni & Zhou, 2005 ; De Wolf & Vosniadou, 2015). Mais dès le CM2, on constate que les stratégies expertes augmentent en comparaison des deux autres stratégies et que la stratégie de l'inverse du dénominateur (plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite) se développe. Cette dernière stratégie naïve dérive certainement de la propriété classiquement enseignée « Si des fractions ont le même numérateur, plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite ». Cette propriété ne souligne pas l'intérêt de comparer les rapports, et serait donc source de confusion chez les élèves.

Stratégies	Item Incongruent			Item Congruent		
	CM1	CM2	<i>p</i>	CM1	CM2	<i>p</i>
Experte	23%	40%	***	29%	42%	***
Naïves						
<i>Dénominateur</i>	32%	22%	***	29%	16%	***
<i>Numérateur</i>	28%	21%	.	29%	24%	<i>n.s</i>
<i>Inverse Dénominateur</i>	3%	10%	***	4%	8%	*
<i>Inverse Numérateur</i>	3%	3%	<i>n.s</i>	3%	1%	<i>n.s</i>
Absence de réponse	9%	3%	<i>n.s</i>	6%	7%	<i>n.s</i>
Heuristique	2%	1%	<i>n.s</i>	2%	2%	<i>n.s</i>

Tableau 48 – Répartition des stratégies de comparaisons de fractions selon le niveau et la congruence des problèmes, au posttest

○ **Items D7 : différentes écritures pour une fraction**

Étant donné le transfert des propriétés des nombres entiers aux fractions, les élèves ont la connaissance naïve qu'une fraction s'écrit d'une seule façon (Ni & Zhou, 2005). Dans cet item, nous posons donc la question suivante : « Comment peut-on écrire la fraction deux tiers ? ». 10 propositions (5 correctes et 5 incorrectes) peuvent être cochées.

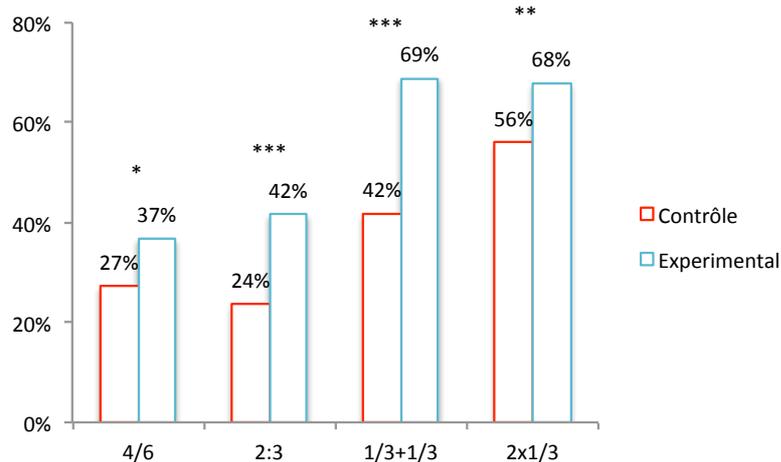


Figure 21 – Taux des représentations correctes de la fraction  $\frac{2}{3}$  cochée selon la condition expérimentale au posttest (item D7)

Notre hypothèse était que le groupe expérimental proposerait davantage de représentations correctes de la fraction  $\frac{2}{3}$  que le groupe contrôle. Nous avons calculé un score sur 10 avec la règle suivante : 1 point par bonne réponse cochée et 1 point par mauvaise réponse non cochée. Le groupe expérimental a un score moyen de 7,58 et le groupe contrôle a un score moyen de 6,96,  $t(602) = -4,61$ ,  $p = 4,98E-06$ . En moyenne, les élèves du groupe expérimental ont identifié 3,21 représentations correctes de la fraction deux tiers par rapport à 2,63 pour le groupe contrôle,  $t(602) = -6,393$ ,  $p = 3,318E-10$ . Le groupe expérimental a davantage coché chaque représentation correcte (Figure 21). Les tests de Student donnent des résultats significatifs. **Notre hypothèse est donc vérifiée.** Un autre résultat notable est que seulement 24% des élèves contrôles voient la fraction « deux tiers » comme la division de deux et trois (2:3), contre quasiment le double (42%) pour les élèves expérimentaux. Cela souligne une difficulté des élèves à comprendre le lien entre division et fraction.

○ **Item E2 : Un nombre entier n'est pas une fraction.**

La connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite entraîne que les élèves ne conçoivent pas la fraction comme un nombre, mais comme deux nombres l'un sur l'autre. Nous avons donc créé un exercice dans lequel l'élève doit décomposer une unité en fraction : 1 heure, c'est 4 quarts d'heure. À la question « Combien y a-t-il de quarts d'heure dans 1h et quart ? », la réponse consiste à écrire le chiffre 1 comme une fraction :  $\frac{4}{4}$  ou quatre quarts. **Notre hypothèse était que le groupe expérimental proposerait davantage de bonnes réponses et de justifications correctes que le groupe contrôle.** La bonne réponse à donner est donc « 5 » ou « 5 quarts ». Une justification est considérée comme correcte si elle est sous une de ces trois formes :

-  $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$  ou  $\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

- cinq quarts = quatre quarts + un quart

-  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

Le taux de bonne réponse est assez faible (31,1% pour le groupe contrôle et 45,1% pour le groupe expérimental,  $U = 37394$ ,  $p < 0,001$ ). En effet, 9% des élèves (contrôles et expérimentaux) donnent la réponse naïve « 5/4 » et 35% des élèves (contrôles et expérimentaux) donnent la réponse qualifiée d'heuristique, soit un nombre entier (comme 1, 4...). 18% des élèves contrôles et 11% des élèves expérimentaux ne donnent aucune réponse. En termes de justification, 26,7% des élèves expérimentaux donnent une justification correcte contre seulement 10,3% pour les élèves contrôles,  $W = 36325$ ,  $p < 0,001$ . **Notre hypothèse est vérifiée.**

Il est intéressant de noter que quelques items plus tôt, les élèves ont dû résoudre l'item D6 suivant issu des évaluations d'entrée en 6<sup>e</sup> de l'Éducation nationale : « Complète l'égalité en écrivant la fraction qui convient :  $5/4 = 1 + \dots / \dots$  ». Le taux de réussite à cet item ne diffère pas entre groupes contrôle et expérimental (44%), **invalidant l'hypothèse concernant cet item**. Compléter l'égalité correspond exactement à la justification attendue pour l'item E2. Pourtant le taux de justification à l'item E2 est bien inférieur, en particulier pour les élèves contrôles. 19% des élèves du groupe expérimental réussissent les deux items et 8% pour le groupe contrôle. 29% des élèves expérimentaux réussissant E2 n'ont pas réussi D6 (22 élèves sur 77), tandis que 19% des élèves contrôles réussissant E2 n'ont pas réussi D6 (6 élèves sur 31). Ainsi, pour le groupe contrôle, réussir à décomposer la fraction sous forme de calcul semble être quasiment nécessaire à la réussite de l'item E2. En revanche, davantage d'élèves expérimentaux réussissent E2 sans avoir réussi D6. Cela pourrait s'expliquer par une plus forte capacité de sémantisation des élèves expérimentaux qui passent par « le français » pour résoudre un problème de mathématiques « 1h et quart, c'est quatre quarts + un quart ».

○ **Item E3 : Une fraction est non décomposable (a/b)**

Le problème est le suivant « Combien y a-t-il de quarts d'heure dans  $\frac{3}{4}$  d'heure? ». **Notre hypothèse était que le groupe expérimental proposerait davantage de bonnes réponses et de justifications correctes que le groupe contrôle.** La bonne réponse correspond à écrire « 3 » ou « 3 quarts ». Une justification est considérée comme correcte si elle est sous une de ces trois formes :

- multiplication de fraction :  $3/4 = 3 \times 1/4$
- addition de fraction :  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3/4$
- langage écrit : trois quarts = un quart + un quart + un quart

Le taux de bonne réponse est faible (51,9% pour le groupe expérimental et 37,7% pour le groupe contrôle ;  $U = 37197$ ,  $p < 0,001$ ). En effet, 8% des élèves donnent la réponse qualifiée de naïve « 3/4 » et 18% des élèves donnent la réponse qualifiée d'heuristique, soit un nombre entier (comme 1, 2...). 22% des élèves contrôles et 13% des élèves expérimentaux ne donnent aucune réponse. En termes de

stratégies, 28,2% des élèves expérimentaux donnent une stratégie correcte contre seulement 8,6% pour les élèves contrôles,  $U = 34837, p < 0,001$ . **Notre hypothèse est vérifiée.**

○ **Items E7, E8 et E9 : Fraction d'un tout vs fraction de chaque partie**

L'item E7 est le suivant : « 3 enfants doivent se partager 2 cakes. Un des enfants, Julia, est allergique à des cakes. Ils veulent manger le même nombre de parts. Comment peuvent-ils faire ? Voici les deux cakes. Colorie la part de Julia. » Partager 2 cakes en 3 ne pose normalement pas de difficultés pour les élèves : chaque enfant aura  $1/3$  de chaque cake. Pour réussir l'item, il faut donc voir les deux cakes comme formant un seul tout. Julia aura  $1/3$  des deux cakes, ce qui peut correspondre à  $2/3$  d'un seul cake. 14,6% des élèves expérimentaux colorient la bonne fraction du cake contre 3,6% des élèves contrôles,  $U = 38574, p < 0,001$  (**Hypothèse vérifiée**). En réalité, seuls les élèves du groupe contrôle favorisé ont réussi à donner la bonne réponse (Figure 22), atteignant les taux de réussite des élèves expérimentaux REP+ et ordinaires. Le taux de réussite est donc fort dans le groupe expérimental favorisé (25% en moyenne, et 38% en particulier pour les CM2 favorisés). Ceci souligne la difficulté de passer du point de vue « fraction de chaque partie » à « fraction d'un tout constitué de ces parties ».

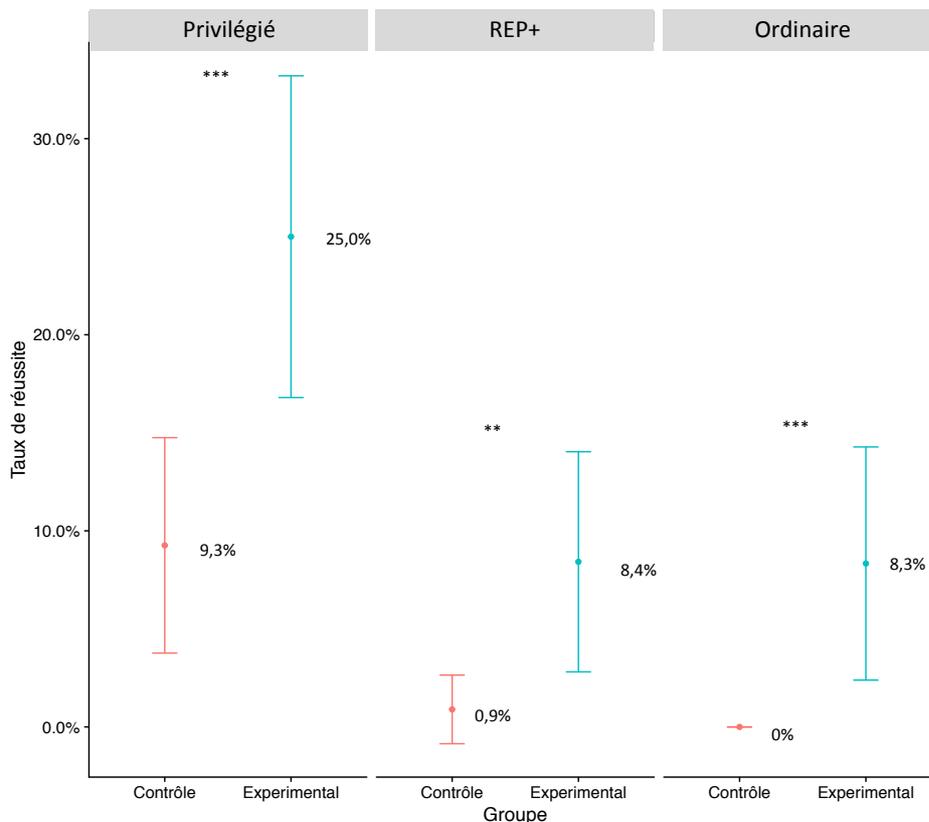


Figure 22 – Taux de stratégies expertes à l'item E7 selon la condition expérimentale et le type d'établissement

Cette difficulté de passer du point de vue « fraction de chaque partie » à « fraction d'un tout constitué de ces parties » se retrouve dans les deux items, E8 et E9, mais dans le sens inverse. Les élèves doivent entourer de deux façons différentes la moitié de 4 étoiles et le quart de 4 bonnets. Plus de la majorité des réponses correspond uniquement à « la fraction d'un tout constitué de parties » : 76% pour la moitié et 53% pour le quart. Seulement 8,5% des élèves adoptent le point de vue « fraction de chaque partie » pour le quart et la moitié. Ces deux items visaient à évaluer la capacité à adopter les deux points de vue. Pour l'item de la moitié des étoiles, seuls 7,3% des élèves contrôles adoptent les deux points de vue contre 15,2% pour les élèves expérimentaux,  $p < 0,01$ . Pour l'item du quart des bonnets, seuls 4,0% des élèves contrôles adoptent les deux points de vue contre 10,0% des élèves expérimentaux,  $p < 0,01$  (**Hypothèses vérifiées**).

**L'analyse des stratégies en fonction des items congruents et incongruents montre que le dispositif Rai'Flex a permis aux élèves de ne pas se restreindre aux connaissances naïves. Prendre en compte le caractère congruent ou non des problèmes avec les connaissances naïves est apparu pertinent pour évaluer la conceptualisation des élèves de façon non dichotomique. La résolution avec une stratégie experte d'un problème congruent est certainement un indicateur moindre d'une conceptualisation aboutie de la connaissance que la résolution d'un problème incongruent avec une stratégie experte. Les élèves ayant participé au dispositif Rai'Flex ont été outillés pour proposer des stratégies expertes à des problèmes incongruents avec leurs connaissances naïves. Cela signifie qu'ils ne sont plus restreints à résoudre des problèmes congruents, compatibles avec les connaissances naïves. Ils ont donc davantage acquis les connaissances scolaires attendues pour le raisonnement proportionnel. Nous allons maintenant voir si cette différence existe aussi pour le raisonnement causal.**

## 9.2 Le raisonnement causal

Pour les items évaluant le raisonnement causal, nous avons analysé les différents types de stratégies effectuées par les élèves au posttest. On distingue 6 catégories :

- Stratégie experte : l'élève a répondu avec la stratégie la plus experte attendue pour son niveau scolaire.
- Stratégie intermédiaire : l'élève a répondu plusieurs éléments constituant la stratégie experte, mais pas la totalité.
- Stratégie naïve : l'élève a répondu avec une stratégie naïve avec les connaissances naïves (hors du domaine de validité ou au domaine de validité restreinte).
- Heuristique : l'élève a utilisé une heuristique de résolution de problème, qui correspond par exemple à nier la pertinence de la question en répondant qu'il y a absence de lien causal quand on demande le lien.
- Absence de réponse : l'élève n'a rien répondu.
- Autre : la stratégie ne peut être classifiée dans les catégories ci-dessus.

Par construction, les 13 problèmes comportant uniquement un QCM ne disposaient pas d'une stratégie intermédiaire. Aussi, nous avons distingué les analyses entre les problèmes de QCM et les problèmes ouverts.

### 9.2.1 Congruences et stratégies

- Les 13 problèmes QCM

Nous avons comparé les stratégies réalisées pour les trois problèmes QCM congruents et celles pour les 10 problèmes QCM incongruents selon la condition expérimentale (Figure 23). Tout d'abord, on observe que le taux de stratégie experte est significativement supérieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents pour chaque groupe (expérimental : 73,59% vs 45,52%,  $W = 1066200$ ,  $p < 2,2E-16$  et contrôle : 67,95% vs 43,21%,  $U = 1101400$ ,  $p < 2,2E-16$ ). Les taux de stratégie naïve pour chaque groupe sont significativement inférieurs pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents (expérimental : 21,37% vs 47,01%,  $U = 619080$ ,  $p < 2,2E-16$  et contrôle : 24,78% vs 47,90%,  $U = 678780$ ,  $p < 2,2E-16$ ). De même, le taux d'heuristique est inférieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents (expérimental : 3,51% vs 5,90%,  $U = 812610$ ,  $p = 0,016$  et contrôle : 3,41% vs 6,26%,  $U = 857800$ ,  $p = 0,004$ ). Étant donné que les problèmes étaient des QCM, le taux d'absence de réponse est quasiment nul. **Les**

problèmes incongruents entraînent donc moins de stratégies expertes, mais plus de stratégies naïves et d'heuristique par rapport aux problèmes congruents.

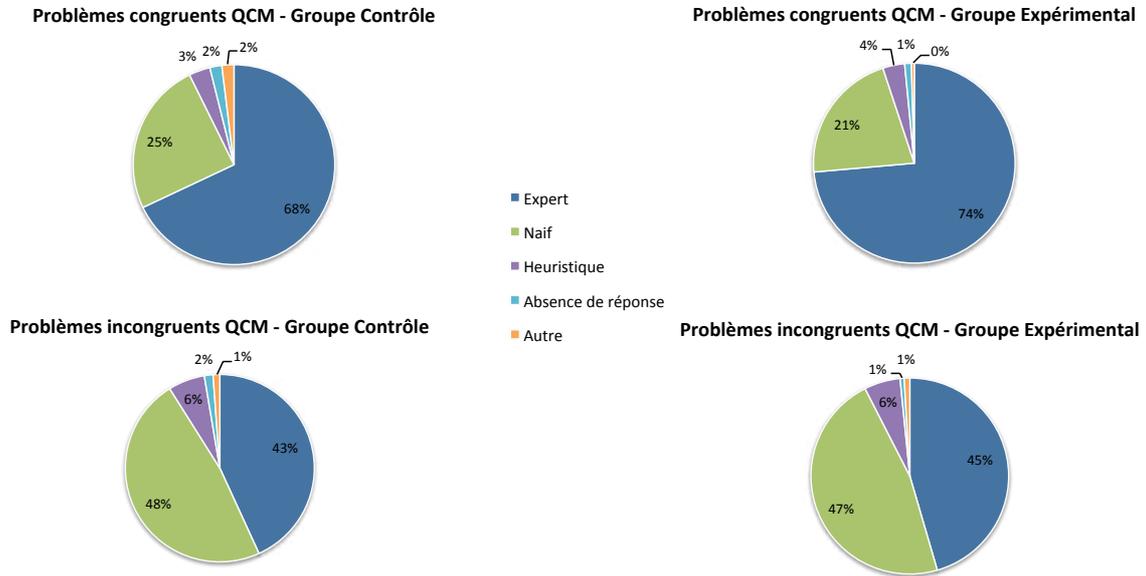


Figure 23 - Répartition des stratégies selon la congruence des problèmes QCM et selon la condition expérimentale

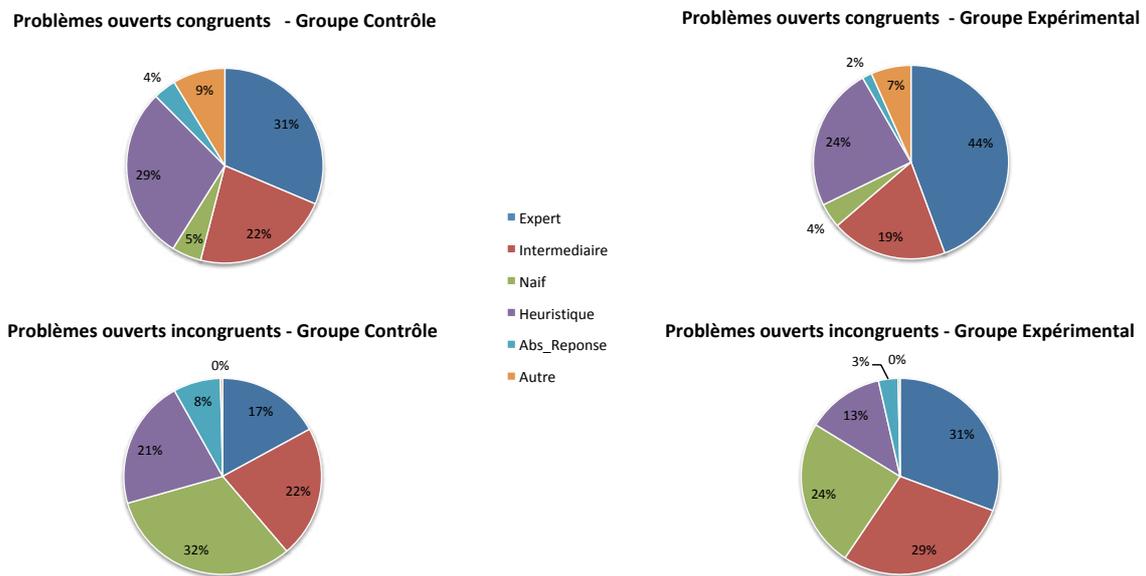


Figure 24 - Répartition des stratégies selon la congruence des problèmes ouverts et selon la condition expérimentale

**Deuxièmement, l'effet du dispositif Rai'Flex se confirme concernant le taux de stratégies expertes.** Pour les problèmes congruents, le taux de stratégie experte est significativement supérieur pour les élèves expérimentaux,  $U = 208300$ ,  $p = 0,024$ , mais similaire pour le taux de stratégie naïve et d'heuristique, respectivement,  $U = 228250$ ,  $p = 0,141$ ,  $U = 99501$ ,  $p = 0,591$ . Pour les problèmes incongruents, les élèves expérimentaux proposent significativement plus de stratégies expertes,  $U = 3253100$ ,  $p = 0,095$ , mais autant de stratégies naïves,  $U = 3359700$ ,  $p = 0,5218$  et autant d'heuristiques,  $U = 220520$ ,  $p = 0,922$ , que les élèves contrôles.

- **Les 10 problèmes ouverts**

Nous avons comparé les stratégies réalisées pour les deux problèmes ouverts congruents et celles pour les 8 problèmes ouverts incongruents selon la condition expérimentale (Figure 24). Tout d'abord, on observe que le taux de stratégie experte est significativement supérieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents pour chaque groupe — expérimental : 44,39% vs 30,69%,  $U = 466340$ ,  $p = 4,367E-08$  et contrôle : 31,41% vs 17,02%,  $U = 501010$ ,  $p = 4,592E-12$ . Le taux de stratégie intermédiaire est significativement inférieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents pour le groupe expérimental, 19,22% vs 28,72%,  $W = 371190$ ,  $p = 5,603E-05$ , mais similaire pour le groupe contrôle, 22,57% vs 21,78%,  $U = 441450$ ,  $p = 0,714$ . Le taux de stratégie naïve pour chaque groupe est significativement inférieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents — expérimental : 4,11% vs 24,40%,  $U = 326940$ ,  $p < 2,2E-16$  et contrôle : 4,87% vs 31,78%,  $U = 320090$ ,  $p < 2,2E-16$ . En revanche, le taux d'heuristique est supérieur pour les problèmes congruents par rapport aux problèmes incongruents — expérimental : 24,03% vs 12,68%,  $U = 456660$ ,  $p = 1,84E-09$  et contrôle : 28,76% vs 21,31%,  $U = 470620$ ,  $p = 0,0007$ . **Les problèmes ouverts incongruents entraînent donc moins de stratégies expertes, plus de stratégies naïves, et moins d'heuristiques que les problèmes ouverts congruents.**

**En outre, l'effet du dispositif Rai'Flex se confirme en particulier pour les problèmes incongruents.** Pour les problèmes congruents, le taux de stratégie experte est significativement supérieur,  $U = 85945$ ,  $p = 6,687E-05$ , mais similaire pour le taux de stratégie intermédiaire, naïve et d'heuristique, respectivement,  $U = 102060$ ,  $p = 0,221$  ;  $U = 99501$ ,  $p = 0,591$  ;  $U = 103440$ ,  $p = 0,110$ . Pour les problèmes incongruents, les élèves expérimentaux proposent significativement plus de stratégies expertes,  $U = 1570400$ ,  $p < 2,2E-16$ , plus de stratégies intermédiaires,  $U = 1692600$ ,  $p = 7,948E-07$ , moins de stratégies naïves,  $U = 1953100$ ,  $p = 3,986E-07$ , et moins d'heuristiques,  $U = 1975800$ ,  $p = 1,407E-12$  que les élèves contrôles.

L'analyse des problèmes QCM et ouverts confirment l'intérêt de distinguer le caractère congruent ou incongruent des problèmes, comme nous l'avons montré pour les problèmes du raisonnement proportionnel.

### 9.2.2 Problèmes congruents et incongruents : les stratégies expertes

Le tableau 48 présente les résultats pour chaque item au posttest. Sur les 19 items du posttest, le taux de réussite du groupe expérimental est significativement supérieur à celui du groupe contrôle pour 10 items. Pour les 9 autres items, il n'y a pas de différence significative entre les deux groupes.

**On constate que pour les trois compétences « Analyser une chaîne causale linéaire », « Analyser une chaîne causale multiple » et « Tester une croyance », le groupe expérimental est significativement meilleur que le groupe contrôle sur l'ensemble des items.** On constate que pour tous les items de la compétence « Identifier des explications causales », il n'y a pas de différence entre les deux groupes au posttest et nous n'avons pas observé non plus de changement entre le pré et le posttest. Cette compétence semble ne s'être pas développée au cours de l'année, ni pour le groupe expérimental, ni pour le groupe contrôle. L'ensemble des items, repris des travaux de Kelemen et al. (1999) et de Mills et al. (2017), évaluait les biais téléologiques, essentialistes et de circularité. Or ces biais sont forts et persistent même à l'âge adulte. Ils étaient certainement trop résistants pour être modifié au cours de séances, qui d'ailleurs ne traitaient pas de ces biais de façon explicite. En outre, la question du mode d'évaluation est peut-être à questionner : peut-on mesurer ces biais au travers de QCM très courts ? Dans l'analyse des stratégies selon la congruence des problèmes, nous avons vu que les QCMs offraient, nécessairement, des analyses moins fines. En tout cas, nous n'avons que partiellement répliqué les résultats de la littérature : seule la congruence du contexte mécanique par rapport aux autres contextes a été observée.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Problèmes		Groupes				Signif.	
			Congruent	Incongruent	Expérimental		Contrôle			
					Moyenne	Ec. type	Moyenne	Ec. type		
Analyser une chaîne causale linéaire	2A ou 3A ou 4A ou 5A	Identifier les changements dans une chaîne Linéaire	C	I	0,60	0,39	0,39	0,38	***	
		Schema	C	I	0,39	0,33	0,11	0,22	***	
Analyser une chaîne causale multiple	1B	Identifier les 7 changements dans une chaîne multiple		I	0,48	0,34	0,37	0,31	**	
Identifier des corrélations fallacieuses	1C1	Cause et Effet - Situation	Qcm		63%	0,49	56%	0,50	. p = 0,084	
			Justification	C	C	46%	0,50	36%	0,48	*
	2C1	Coincidence - Situation	Qcm		71%	0,43	61%	0,50	**	
			Justification		I	68%	0,47	61%	0,49	ns
	3C1	Variable Cachée - Situation	Qcm		54%	0,50	51%	0,50	ns	
			Justification		I	56%	0,50	41%	0,49	***
	4C1	Cause Inverse - Situation	Qcm		49%	0,50	40%	0,49	*	
			Justification		I	35%	0,47	24%	0,42	**
	1C2	Cause et Effet - Graphique		I	83%	0,38	78%	0,42	ns	
	2C2	Coincidence - Graphique		I	60%	0,49	51%	0,50	*	
	3C2	Variable Cachée - Graphique		I	41%	0,49	30%	0,46	**	
	4C2	Cause Inverse - Graphique			69%	0,47	63%	0,48	ns	
	Tester une croyance	1D	Proposer un protocole - 6 niveaux de protocole		I	0,23	0,27	0,05	0,13	***
	Identifier des explications causales	1E1	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte physique		I	56%	0,50	53%	0,50	ns
1E2		1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte mécanique	C		74%	0,44	70%	0,46	ns	
1E3		1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte évolutionnaire		I	18%	0,39	20%	0,40	ns	
2E1		1 QCM mecaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique animé		I	46%	0,50	51%	0,50	ns	
2E2		1 QCM mecaniste/téléologique/essentialiste - Contexte physique		I	50%	0,50	51%	0,50	ns	
2E3		1 QCM mecaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique inanimé		I	15%	0,36	14%	0,34	ns	
3E1 ou 3E2 ou 3E3		Echelles circulaire / non circulaire : si score ∈ [3;6] alors préférence pour explication non circulaire	C	I	3,55	1,36	3,53	1,35	ns	

Différence significative
Différence au seuil < 0,1
Absence de différence significative

Tableau 48 – Taux de stratégies expertes par item selon la condition expérimentale et significativité des tests Mann Whitney Wilcoxon, au posttest

Ensuite, nous choisissons de détailler les résultats de l'item TIMMS et les items permettant de mesurer le dépassement de connaissances naïves clés du dispositif d'apprentissage. Il s'agit de la connaissance naïve de l'illusion de causalité mesurée au travers de la capacité à anticiper des changements dans une

chaîne linéaire, celle d'identifier des corrélations fallacieuses et celle de tester une croyance basée sur la concomitance.

### 9.2.3 Analyse de l'item TIMMS

Le test international TIMMS évalue les compétences des élèves de CM1 en mathématiques et aussi en sciences. Peu d'items de ce test ne mesuraient que les compétences en raisonnement causal sans interaction avec un contenu disciplinaire. Nous avons donc pu sélectionner qu'un seul item TIMMS (S051186 ; Figure 25).

**A** The living things shown in the picture all live in the desert.



Alfie starts to draw a food chain using the living things shown above. He puts the grass and the insect into the food chain because he knows that insects eat grass seeds.

Complete the food chain by writing in the names of the three missing living things.

grass (with seeds) → insect → lizard → snake → hawk

**B** Ces êtres vivants vivent tous dans le désert.



Aigle    Insecte    Serpent    Léopard    Herbe

Arthur a commencé à dessiner une chaîne alimentaire en utilisant ces êtres vivants. Il a déjà placé l'herbe et les insectes car il sait que les insectes mangent l'herbe.

Complète la chaîne alimentaire en écrivant le noms des 3 êtres vivants manquants.

herbe → insecte → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_

Figure 25 - Enoncé de l'item TIMMS 2015 - S051186  
Version anglaise TIMMS B- Version traduite en français pour Rai'Flex

A-

Dans la classification de TIMMS, l'item S051186 est un item de niveau intermédiaire évaluant des compétences d'application sur les connaissances du vivant. À partir d'une liste d'éléments, les élèves doivent compléter une chaîne alimentaire. Le taux de réussite est de 72% à l'échelle internationale. En France, le taux de réussite est de 67%. Le taux de réussite le plus élevé est celui de la Corée (91%). Au prétest Rai'Flex, les CM1 ont obtenu un taux de réussite de 80% et les CM2 un taux de réussite de 91%. Le plafond ayant été atteint par les deux niveaux dès le prétest, l'item n'a pas été gardé au posttest. La différence de performance entre le prétest et les évaluations TIMMS provient certainement de l'explicitation de la convention qui veut qu'on indique la flèche dans le sens du flux de matière : lors de la passation Rai'Flex, il a été expliqué que « herbe → insecte signifie l'herbe est mangée par l'insecte ». Or, habituellement, les élèves utilisent la voie active : l'insecte mange l'herbe symbolisée sous la forme « insecte → herbe ». Étant donné que l'item TIMMS ne mentionne pas qu'il vise à mesurer la connaissance de la convention sur le flux de matière, nous avons donc fait le choix de l'expliquer aux élèves. Dès lors, après explicitation de la convention, l'item est congruent à la connaissance naïve que « le plus petit est mangé par le plus gros ». Il suffit d'ordonner les animaux par taille croissante pour répondre correctement.

Ce type d'item met en avant la difficulté d'évaluer une compétence sans interférer avec d'autres. Si l'on souhaite évaluer la connaissance de la convention sur le flux de matière, cet item peut apparaître pertinent. Mais si, comme c'est notre cas, nous souhaitons mesurer la capacité à établir des chaînes causales, cet item ne permet pas de le mesurer.

#### 9.2.4 Analyse d'une sélection d'items

- **Connaissance naïve : coexistence**

Au pré et au posttest, les élèves ont dû anticiper les changements attendus dans une chaîne linéaire (par exemple, « Si le phoque disparaît que va-t-il se passer ? »). Quatre contextes étaient possibles en fonction de la disparition d'un des quatre éléments de la chaîne (2A, 3A, 4A, 5A). **Notre hypothèse était qu'un continuum de difficultés existe entre les situations, en fonction de la présence répétée de la connaissance naïve qu'une cause produit un seul effet :**

- *Contexte algues* : La disparition du dernier élément (les algues) correspond à une situation strictement congruente avec la connaissance naïve qu'une cause produit un même effet. La disparition des algues entraîne la disparition successive des trois autres éléments au temps t.

- *Contexte petits poissons* : la disparition de l'avant-dernier élément (les petits poissons) implique deux changements congruents avec la connaissance naïve — disparition successive de plusieurs éléments (gros poissons et algues) au temps t —, et un changement incongruent — l'augmentation des algues au temps t.

- *Contexte gros poissons* : la disparition des gros poissons implique un changement congruent (le phoque disparaît) à l'instant t, et trois changements incongruents : augmentation des petits poissons et disparition des algues au temps t, et augmentation des petits poissons au temps t+1.

- *Contexte phoque* : la disparition du premier élément (phoque) implique 4 changements incongruents : augmentation de certains éléments au temps t (les gros poissons et les algues), diminution des petits poissons à l'instant t et diminution des gros poissons au temps t+1.

Au posttest, le nombre moyen de changements anticipés selon le contexte est de 1,21 pour le contexte algues, 1,05 pour le contexte petits poissons, 0,89 pour le contexte gros poissons et 0,96 pour le contexte phoque. Une analyse des variances indique des différences significatives,  $F(3,600) = 24,02, p < 0,001$ . Les comparaisons 2 à 2 avec correction de Bonferroni confirment que le contexte algue est le plus facile. Les contextes gros poissons et phoque sont significativement plus difficiles que les deux autres. **Notre hypothèse est partiellement vérifiée : les deux situations avec le plus de changements congruents sont plus faciles que les deux autres situations avec le plus de changements incongruents.**

Notre deuxième hypothèse était qu'au posttest, le groupe expérimental anticipe davantage les changements dans chaque contexte de chaîne linéaire que le groupe contrôle. Au posttest, on observe des différences entre le groupe expérimental et le groupe contrôle en termes d'anticipation des changements dans une chaîne linéaire (Figure 26). Pour la modalité de réponse sous forme écrite, les différences sont significatives pour tous les contextes (tendanciel pour le contexte petits poissons). Pour la réponse demandée sous forme de schéma, les différences sont encore plus grandes entre les deux groupes et significatives pour tous les contextes. Bien que réaliser des schémas figure dans les compétences du socle commun pour le cycle 3<sup>30</sup>, nous étions conscients que les élèves du groupe contrôle auraient peu travaillé cette compétence. C'est pourquoi nous avons distingué les analyses selon la modalité de la réponse.

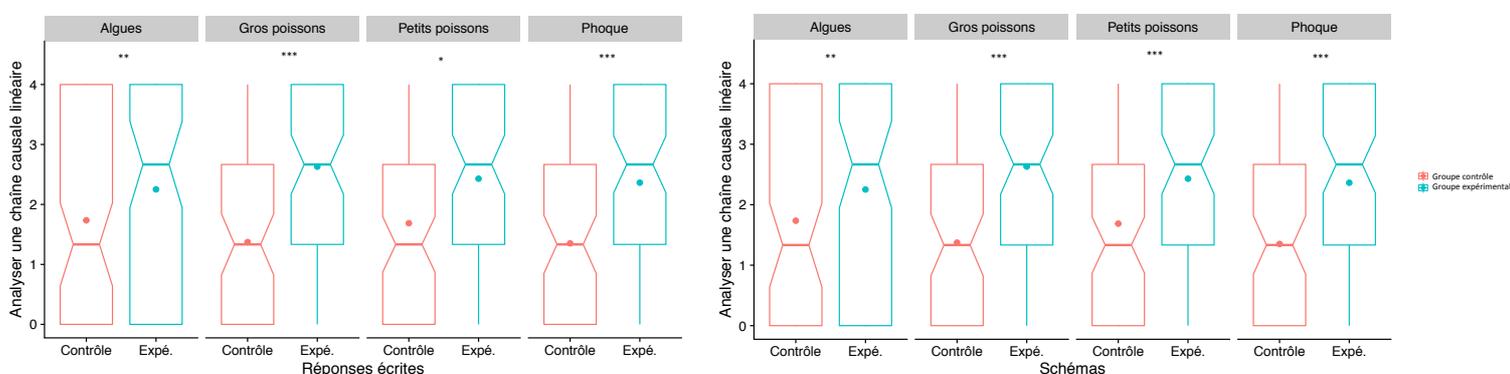


Figure 26 – Moyenne et intervalle de confiance des taux de réussite selon la modalité de réponse (écrit ou schéma) et selon les 4 contextes (2A, 3A, 4A, 5A) et la condition expérimentale

Pour chaque contexte, le groupe expérimental identifie davantage de changements. Une des difficultés des élèves résiderait dans la capacité à changer de point de vue — une cause peut avoir plusieurs effets, certains éléments augmentent, tandis que d'autres diminuent —, et à anticiper qu'un effet peut devenir une cause à un temps t+1. Le dispositif Rai'Flex a donc, dans une certaine mesure, permis de dépasser ces difficultés.

<sup>30</sup> Comme mentionné dans les composantes 1 et 3 du domaine 1 et dans les domaines 4 et 5 (Compétences du socle, Cycle 3, Éduscol, octobre 2016)

- **Connaissance naïve : la corrélation est une causalité**

Au posttest, les élèves ont dû répondre à 3 situations et 3 graphiques incongruents avec la connaissance naïve qu'« une corrélation équivaut à une causalité ». Après lecture d'une situation et après analyse d'un graphique, il s'agissait de trouver les relations suivantes : une coïncidence, une variable cachée et une cause inverse. Comme nous l'avons vu au 11.2.2, les élèves Rai'Flex réussissent davantage que les élèves contrôles à identifier la bonne relation parmi plusieurs choix (QCM) et à justifier leur choix (Justification) (Tableau 49). Mais nous souhaitons maintenant analyser le taux de réponses naïves, c'est-à-dire le taux de fausses corrélations choisies (Figure 27). Dans le cadre de la situation de cause inverse, 40% des élèves contrôles ont choisi « plus on fait du basket, plus on devient grand, et donc il est plus facile d'être un bon joueur de basket », contre 33% des élèves expérimentaux,  $U = 46704$ ,  $p = 0,06$ .

Sous-Scores	Code	Type d'items	Groupes				Signif.	
			Expérimental		Contrôle			
			Moyenne	Ec.-type	Moyenne	Ec.-type		
Identifier des corrélations fallacieuses	2C1	Coïncidence - Situation	Qcm	71%	0,43	61%	0,50	**
			Justification	68%	0,47	61%	0,49	ns
	3C1	Variable Cachée - Situation	Qcm	54%	0,50	51%	0,50	ns
			Justification	56%	0,50	41%	0,49	***
	4C1	Cause Inverse - Situation	Qcm	49%	0,50	40%	0,49	*
			Justification	35%	0,47	24%	0,42	**
	2C2	Coïncidence - Graphique		60%	0,49	51%	0,50	*
	3C2	Variable Cachée - Graphique		41%	0,49	30%	0,46	**
	4C2	Cause Inverse - Graphique		69%	0,47	63%	0,48	ns

Tableau 49 – Taux de causes expertes aux problèmes incongruents de corrélations selon la condition expérimentale

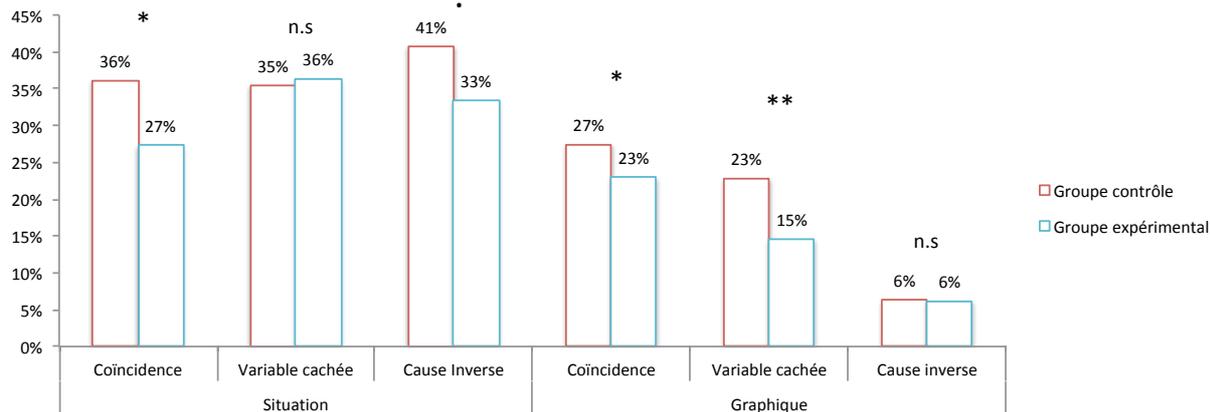


Figure 27 – Taux de fausses corrélations aux problèmes incongruents de corrélations selon la condition expérimentale

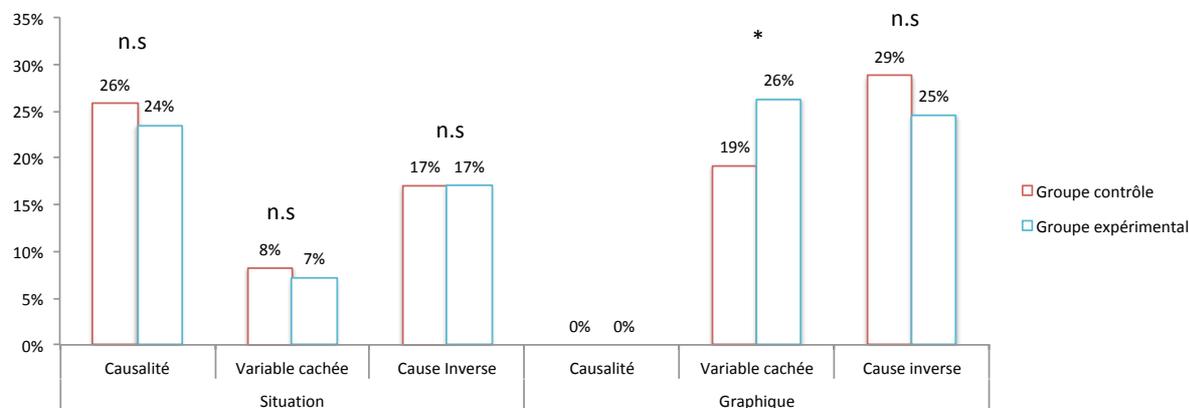


Figure 28 – Taux d’heuristiques aux problèmes de corrélation selon la condition expérimentale. Les problèmes de coïncidence ne sont pas présentés puisque le choix de l’heuristique est confondu avec la réponse experte.

Dans le cadre de la situation de coïncidence, 36% des élèves contrôles ont choisi « Plus la température augmente, plus les enfants grandissent » ou « Plus les enfants grandissent, plus la température augmente » contre 27% des élèves expérimentaux,  $U = 47460, p = 0,02$ ).

Dans le cadre de la situation de variable cachée, autant d’élèves contrôles ou expérimentaux ont choisi la fausse corrélation « Plus on joue, plus on est fatigué au réveil » par rapport à la vraie cause proposée qui était « Plus on fait une activité tard le soir, plus on se couche tard et plus on est fatigué au réveil ».

Pour les situations graphiques, quatre réponses étaient proposées. On constate que le choix de fausse corrélation est donc de l’ordre du hasard pour le graphique de la coïncidence (groupes expérimental et

contrôle) et pour le graphique de variable cachée (groupe contrôle seulement). Au contraire, pour le graphique de cause inverse, le taux de fausse corrélation est très faible. Le graphique montrait que par rapport au domicile ou la route, l'hôpital était le lieu avec le plus fort taux de décès. Les connaissances de la vie quotidienne ont dû fortement aider à ne pas choisir les fausses corrélations proposées (« On meurt le plus à l'hôpital, car c'est l'endroit le plus dangereux » ou « Pour ne pas mourir, il faut éviter d'aller à l'hôpital »). Pour le graphique de variable cachée, le groupe expérimental choisit moins que le groupe contrôle la fausse corrélation « Plus on met de la crème solaire, plus on risque d'avoir un cancer de la peau »,  $U = 47082$ ,  $p = 0,01$ . **Notre hypothèse est vérifiée.**

Enfin, nous analysons le taux d'heuristique (Figure 28) correspondant à nier l'existence de relation causale (« Il n'existe pas de vrai lien entre ... et .... »). Nous craignons qu'un effet non voulu du dispositif Rai'Flex soit celui de favoriser la posture du doute chez les élèves et ainsi de relativiser toute corrélation. L'analyse des taux d'heuristiques montre qu'il n'y a pas de différence entre le groupe contrôle et expérimental, excepté pour le graphique de variables cachées,  $U = 40364$ ,  $p = 0,03$ . Il semblerait donc que les élèves expérimentaux n'ont pas particulièrement développé une posture de doute systématique. Et au contraire, ils trouvent davantage la cause experte.

### 9.3 Conclusion

Au cours du chapitre 10, nous avons analysé les stratégies des élèves selon la congruence des problèmes. Nous avons récapitulé sous la forme de tableau nos hypothèses par item et les résultats obtenus (Tableaux 50 et 51). **37 hypothèses par items sur 47 ont été vérifiées.**

L'analyse des stratégies des élèves en fonction du caractère congruent ou incongruent des problèmes nous a permis de montrer que les élèves expérimentaux ont développé des connaissances expertes. Les problèmes incongruents avec les connaissances naïves présentent l'intérêt méthodologique de pouvoir mesurer les connaissances scolaires des élèves : pour résoudre un problème incongruent, l'élève doit utiliser une stratégie experte et non naïve. Les problèmes incongruents entraînent ainsi moins de stratégies expertes, davantage d'heuristique et d'absence de réponse que les problèmes congruents. Sur les 26 problèmes incongruents du raisonnement proportionnel, le groupe expérimental obtient un meilleur taux de stratégies expertes pour 22 problèmes par rapport au groupe contrôle. Sur les 16 problèmes incongruents du raisonnement causal, le groupe expérimental obtient de meilleures performances pour 10 problèmes par rapport au groupe contrôle. Pour les autres problèmes incongruents, il n'y a pas de différence entre les deux groupes. Ces résultats favorables montrent que le dispositif Rai'Flex a permis aux élèves d'adopter davantage de stratégies expertes. Face à un problème incongruent avec les connaissances naïves, ils ne sont pas restreints à un

point de vue naïf sur le problème, basé sur les traits superficiels du problème. Au contraire, ils adoptent un point de vue expert, basé sur des traits profonds, et utilisent des connaissances et compétences scolaires que l'école vise à leur faire maîtriser : comprendre la notion de rapport, proposer plusieurs stratégies pour résoudre un problème, comprendre la notion de coïncidence et de variable cachée, établir des chaînes causales complexes. Les élèves Rai'Flex ne se limitent donc pas à un point de vue spontané sur les situations qui les entourent, ils savent, au contraire, prendre du recul sur une situation afin d'en distinguer les indices superficiels des indices pertinents. Ils ont donc développé leur esprit critique, selon une des caractérisations possibles de ce concept.

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Hypothèses	Résultats
<b>Distinguer structures additives et multiplicatives</b>	A1	Problème de comparaison - Fois plus (1)		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
	A2	Problème de comparaison - Rapport (1)		I		V
	A3	Problème de comparaison - De plus	C			X
	A4	Problème de comparaison - Fois plus (2)		I		V
	A5	Problème de comparaison - Rapport (2)		I		V
	A6	Problème de comparaison - Différence	C			X
	A7	Problème de comparaison - De Plus avec référent inconnu		I		V
<b>Résoudre des problèmes de distributivité</b>	B1	Problème Variable Distance		I	Au posttest le taux de stratégies expertes (factorisation ou développement) sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
	B2	Problème variable Durée		I	Au posttest le groupe expérimental aura un taux de double-stratégie (factorisation et développement) supérieur au groupe contrôle, témoignant d'une capacité à adopter les deux points de vue du concept de distributivité.	V
<b>Résoudre des problèmes multiplicatifs</b>	C1	Item Eduscol CE2 - Niveau 3 Problème multiplicatif - Congruent	C			
	C2	Item Eduscol CE2 Problème multiplicatif - Incongruent		I	Au posttest, le groupe expérimental sera moins dépendant de la congruence ou non des problèmes de multiplication et de division qu'au groupe contrôle.	X
	C3	Problème de partition	C			
	C4	Problème de quotient	C			
	C5	Problème de quotient		I		
	C6	Problème de division avec reste		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
<b>Décomposer et comparer des fractions</b>	D1	Comparaison de fractions - Congruent	C		L'item de comparaisons dans un contexte sémantique devrait être mieux réussi que l'item de comparaisons dans un contexte numérique au pré-test et par les élèves contrôles au posttest	V
	D2	Comparaison de fractions - Incongruent		I	Au posttest, les élèves expérimentaux sont moins dépendants du contexte (sémantique ou numérique) que les élèves contrôles.	X
	D3	TIMMS 2015 - Figures géométriques		I	Au prétest, l'item TIMMS D4 étant congruent avec la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite, le taux de réussite des élèves de CM1 avant apprentissage des fractions sera supérieur à celui obtenu par TIMMS.	V
	D4	Fraction d'une figure géométrique TIMMS 2015 - M041065	C	I	Au prétest, l'item TIMMS D4 étant congruent avec la connaissance naïve de la fraction comme structure bipartite, le taux de réussite des élèves de CM2 sera bien supérieur au taux de réussite à la question incongruente associée.	V
	D5	Eval Nat : du dessin à la fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental aura un taux de réussite supérieur à celui du groupe contrôle.	V
	D6	Eval Nat : Décomposition de fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental aura un taux de réussite supérieur à celui du groupe contrôle.	X
	D7	Plusieurs représentations numériques pour une fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental proposera davantage de représentations correctes de la fraction 2/3 que le groupe contrôle.	V
<b>Résoudre des problèmes fractionnaires</b>	E1	TIMMS 2011 : Problème d'addition de fraction		I	Au posttest, le groupe expérimental aura un taux de réussite au groupe contrôle à l'item TIMMS 2011.	V
	E2	Problème de décomposition de fractions		I	Au posttest, le groupe expérimental proposera davantage de bonnes réponses et de justifications correctes que le groupe contrôle.	V
	E3	Problème de décomposition de fractions		I		
	E4	Problème de multiplication de fraction		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
	E5	Problème division fractionnaire version facile		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
	E6	Problème de division fractionnaire version difficile		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
	E7	Problème de division fractionnaire		I	Au posttest, le groupe expérimental proposera davantage de bonnes réponses que le groupe contrôle.	V
	E8	La moitié de		I		V
	E9	La quart de		I	Au posttest, le groupe expérimental adoptera davantage deux points de vue que le groupe contrôle.	V
<b>Résoudre des problèmes de 4e proportionnelle</b>	F2	4eme proportionnelle - Congruent	C		Au posttest, le groupe expérimental parvient à proposer davantage de double-stratégies que le groupe contrôle.	V
	F3	4eme proportionnelle - Incongruent		I	Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant de la congruence ou non du problème que le groupe contrôle.	V
	F4	Eval Nat : 4eme proportionnelle - Congruent	C		Au posttest, l'illusion de linéarité n'est pas présente dans ce problème même s'il répond au schéma de recherche de la valeur manquante, pour aucun des groupes.	V
	F5	TIMMS 2011 : Compléter une recette	C	I	Au posttest, le taux de stratégies expertes à la question incongruente de l'item TIMMS M031183 sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V
	F6	Problème de proportion		I	Au posttest, le taux de stratégies expertes sera supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle.	V

Tableau 50 – Récapitulatifs des résultats par hypothèses pour le raisonnement proportionnel

Sous-Scores	Code	Type d'items	Congruent	Incongruent	Hypothèses	Résultats
Analyser une chaîne causale linéaire	2A ou 3A ou 4A ou 5A	Identifier les changements dans une chaîne linéaire  Schéma	C		Un continuum de difficultés existe entre les situations en fonction de la variété des changements (disparition ou disparition et augmentation) et des délais (t ou t et t+1).	v
					Au posttest, le groupe expérimental anticipe davantage les changements dans chaque contexte de chaîne linéaire (même les plus difficiles) que le groupe contrôle.	v
					Au posttest, le groupe expérimental sait davantage représenter sa réponse sous forme de schéma que le groupe contrôle.	v
Analyser une chaîne causale multiple	1B	Identifier les 7 changements dans une chaîne multiple			Au posttest, le groupe expérimental anticipe davantage les changements que le groupe contrôle.	v
Identifier des corrélations fallacieuses	1C1	Cause et Effet - Situation	C		Au post-test, le groupe expérimental identifie davantage les corrélations fallacieuses :	
	2C1	Coincidence - Situation			Les coïncidences	v
	3C1	Variable Cachée - Situation			Les variables cachées	v
	4C1	Cause Inverse - Situation			Les causes inverses	v
	1C2	Cause et Effet - Graphique	C			
	2C2	Coincidence - Graphique			Les coïncidences	v
	3C2	Variable Cachée - Graphique			Les variables cachées	v
	4C2	Cause Inverse - Graphique			Les causes inverses	x
Tester une croyance	1D	Proposer un protocole - 6 niveaux de protocole			Au posttest, le groupe expérimental propose moins d'heuristique et de stratégies naïve et plus de stratégies expertes (protocole avec groupe contrôle) que le groupe contrôle.	v
Identifier des explications causales	1E1	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte physique				
	1E2	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte mécanique	C		Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant du contexte que le groupe contrôle pour identifier la cause mécaniste.	x
	1E3	1 QCM directe / indirecte / circulaire - Contexte évolutionnaire				
	2E1	1 QCM mécaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique animé				
	2E2	1 QCM mécaniste/téléologique/essentialiste - 1 QCM			Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant du contexte que le groupe contrôle pour identifier la cause complexe.	x
	2E3	mécaniste/téléologique/essentialiste - Contexte biologique inanimé				
	3E1 ou 3E2 ou 3E3	2 échelles circulaire / non-circulaire - Contexte physique	C		Au posttest, le groupe expérimental est moins dépendant du contexte que le groupe contrôle pour différencier explication circulaire et non circulaire.	x

Tableau 51 – Récapitulatifs des résultats par hypothèses pour le raisonnement causal





**PARTIE 4 :**  
**DISCUSSION ET CONCLUSION**



## Chapitre 10 :

### Apports empiriques

La contribution du travail de thèse présenté est à la fois empirique et théorique. En effet, notre hypothèse théorique originale est que la catégorisation multiple est un levier pour permettre le développement de l'esprit critique. Cette hypothèse a été opérationnalisée par le biais d'un dispositif d'apprentissage qui a été déployé en situation de classe, dans un contexte écologique. Dans cette dernière partie, nous présentons les apports empiriques puis théoriques de cette thèse en reprenant les contributions exposées au Chapitre 4.

#### **10.1 Tester un dispositif pédagogique pour développer l'esprit critique dans le cadre des apprentissages scolaires**

Notre premier apport empirique est de caractériser l'esprit critique dans le cadre des apprentissages scolaires. En effet, les travaux en psychologie de l'éducation ont souvent étudié les connaissances générales sans les lier aux connaissances scolaires (Tricot & Sweller, 2016). Dans le dispositif Rai'Flex, nous avons, au contraire, étudié l'esprit critique en lien avec le programme scolaire. Nos travaux s'inscrivent dans l'approche théorique selon laquelle l'esprit critique ne peut pas être enseigné comme une discipline autonome, indépendante du contexte, mais doit être étudié dans le cadre d'un enseignement disciplinaire (Bailin, 2002 ; McPeck, 1990 ; Perkins & Salomon, 1989 ; Tricot & Sweller, 2014 ; Willingham, 2008). Notre objectif a donc été de développer l'esprit critique des élèves dans le cadre de deux raisonnements scolaires spécifiques : le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal. Le test du dispositif Rai'Flex au travers d'un pré et posttest pour les élèves expérimentaux et contrôles a montré l'efficacité du dispositif quant au développement du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal. Les élèves Rai'Flex ont obtenu des gains d'apprentissage entre 7 et 9 mois par rapport aux élèves contrôles.

En ce qui concerne le raisonnement proportionnel, les élèves participant au dispositif Rai'Flex ont développé des capacités de résolution de problèmes et acquis une compréhension plus fine des

concepts de rapport et de proportion par rapport aux élèves contrôles. Face à un problème incongruent, ils se sont avérés en mesure de passer du point de vue spontané, qui impliquerait l'utilisation d'une connaissance naïve, à un ou plusieurs points de vue fondés sur les traits profonds de la situation. Dès lors, ils ont démontré une meilleure maîtrise des concepts de rapport et de proportion, et aussi la capacité à être flexible, c'est-à-dire, à adopter plusieurs points de vue sur un problème, qui les conduit à proposer plusieurs stratégies de résolution. En outre, lorsque l'on analyse le niveau des élèves Rai'Flex dans le cadre des évaluations internationales TIMMS, ils se situent, au minimum, au niveau de la moyenne internationale, contrairement au niveau français qui est habituellement en dessous.

Notre hypothèse était que les difficultés à développer le raisonnement proportionnel provenaient en grande partie des connaissances naïves du champ multiplicatif, faisant obstacle à la construction de la notion de rapport. Cette difficulté à envisager le rapport sous des formes linguistiques simples, comme « fois plus », n'est en général pas spécifiquement prise en compte dans l'enseignement. Pourtant, nos évaluations ont permis de révéler une réelle difficulté à distinguer structures additives et multiplicatives. En fin d'année, encore 13% des élèves contrôles répondent « il y a 9 oranges » au problème « Il y a 4 pommes sur la table et il y a 5 fois plus d'oranges. Combien y a-t-il d'oranges ? » contre seulement 4% pour les élèves expérimentaux. Cette confusion entre structures additives et multiplicatives se trouve encore plus fortement dans un problème de recherche de rapport « Le train de Maria a 3 wagons et celui de Lucas en a 15. Lequel en a le plus ? Combien de fois plus ? ». 26% des élèves contrôles répondent « 12 fois plus » ou « 12 de plus » contre seulement 7% des élèves expérimentaux. Distinguer structures additives et multiplicatives nous a donc semblé être une étape nécessaire pour développer le raisonnement proportionnel. Dans un deuxième temps, nous avons abordé les fractions comme nombre et non comme structure bipartite, mettant ainsi en avant la fraction comme magnitude ou ratio. Dès lors, les élèves Rai'Flex sont moins sujets au *number bias*, soit au transfert des propriétés des nombres entiers aux fractions (Ni & Zhou, 2005). Au posttest, ils réussissent ainsi à proposer plusieurs représentations d'une fraction — par exemple, en moyenne, 3,21 représentations correctes de la fraction deux-tiers (item D7), par rapport à 2,63 pour le groupe contrôle. Enfin, après cette étape portant l'accent sur la notion de ratio, les élèves Rai'Flex ont travaillé les problèmes de proportionnalité sans se restreindre à la stratégie de retour à l'unité, et en diversifiant les points de vue et les stratégies possibles.

Il a été aussi constaté que les élèves Rai'Flex réussissent davantage à résoudre aussi bien les problèmes congruents que les problèmes incongruents avec les connaissances naïves que les élèves contrôles. Or, les élèves se concentrent souvent sur les valeurs numériques d'un problème et non sur l'analyse sémantique de l'énoncé, ce qui aboutit à des réponses non pertinentes et irréalistes. Baruk (1985) avait ainsi montré que de nombreux élèves de primaire étaient capables de donner une

réponse au problème « sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres, quel est l'âge du capitaine ? ». Cette étude mettait en évidence la capacité des élèves à manifester une *suspension of sense-making*<sup>31</sup> (Verschaffel, Van Dooren, Greer, & Mukhopadhyay, 2010, p. 12) lors de la résolution de problème. En réussissant à résoudre des problèmes incongruents, les élèves Rai'Flex semblent avoir réussi à se représenter les problèmes en s'appuyant sur le sens et les traits profonds. En effet, le dispositif Rai'Flex favorise un travail sémantique qui met en avant les liens conceptuels entre les grandeurs présentes dans l'énoncé, qui sont ensuite formalisés arithmétiquement. En « mots-élèves », cela revient à dire qu'« on fait des mathématiques avec des mots, puis avec des nombres ». À cette première étape de resémantisation, s'ajoute le fait que l'on ne se contente pas d'un seul point de vue. On change de point de vue sur le problème afin de proposer plusieurs stratégies. Contrairement à ce qui est habituellement enseigné, il n'y a donc pas une seule façon de faire, mais plusieurs stratégies possibles entre lesquelles il est possible de choisir. Au posttest, 13% des élèves Rai'Flex proposent deux stratégies pour résoudre un problème de proportionnalité incongruent avec la stratégie de retour à l'unité, tandis qu'aucun élève contrôle n'y parvient. Pour un problème de distributivité, 35% des élèves Rai'Flex proposent deux stratégies, contre 14% des élèves contrôles. Les élèves résolvent donc les problèmes de mathématiques de façon critique : ils raisonnent sur le sens et savent résoudre un problème de plusieurs façons.

Pour le raisonnement causal, on constate de même que les élèves expérimentaux ont été outillés pour ne pas restreindre leur point de vue sur une situation à celle de l'illusion de causalité (toute corrélation est perçue comme causalité). Les catégories de situations causales ont été labellisées avec les élèves sous les noms suivants : situation de cause à effet, situation de coïncidence et situation de cause cachée. Ainsi, 71% des élèves Rai'Flex identifient qu'il n'y a pas de lien entre le réchauffement climatique et l'augmentation de la taille des moyennes des enfants contre 61% pour les élèves contrôles. Ils sont aussi davantage en mesure de proposer un protocole pour tester si une corrélation est une coïncidence. 19% des élèves expérimentaux parviennent à proposer un protocole avec au moins une expérience témoin, contre seulement 4% des contrôles. En outre, nous faisons l'hypothèse que la difficulté de percevoir les relations causales provenait du fait qu'un seul point de vue est spontanément adopté : celui de la cause ou celui de l'effet. Percevoir les deux points de vue simultanément est donc difficile. Au cours des séances Rai'Flex, les élèves ont dû adopter plusieurs points de vue sur différents types de chaînes causales — dans la chaîne «  $A \rightarrow B \rightarrow C$  », B est cause (de C) et effet (de A) —, et des catégories plus fines ont été explicitées aux élèves : cause première/initiale ou intermédiaire ou finale. Au posttest, 42% des élèves Rai'Flex identifient l'ensemble des

---

<sup>31</sup> *suspension du sens* (notre traduction)

changements possibles dans une chaîne causale linéaire contre 21% des élèves contrôles. Les élèves expérimentaux résolvent donc les situations causales de façon critique : ils savent qu'une corrélation n'est pas forcément une relation causale, savent anticiper des changements causaux, adopter le point de vue de l'effet et de la cause sur une situation, et ne s'arrêtent pas seulement aux causes directes.

## 10.2 Construire un dispositif d'apprentissage fondé sur la catégorisation multiple

Nous avons fait l'hypothèse que l'esprit critique peut être développé par la catégorisation multiple, un mécanisme cognitif général. C'est pourquoi nous avons fait appel à ce même mécanisme pour développer l'esprit critique d'élèves de fin de primaire dans le cadre de deux enseignements disciplinaires spécifiques, mais aussi au sein de deux niveaux différents (CM1 et CM2), et au sein de trois types d'établissements différents (REP+, ordinaire, favorisé). Le dispositif d'apprentissage fondé sur la catégorisation multiple reposait sur la notion de point de vue. Dans les deux disciplines, nous avons adopté la même démarche : changer de points de vue sur la situation afin de ne pas se limiter au point de vue initial. Dans certains cas, le point de vue initial pouvait être hors du domaine de validité de la connaissance scolaire et donc induire une stratégie erronée. Par exemple, il pouvait s'agir de la connaissance naïve qu'« une coïncidence est une causalité », ou de la connaissance naïve que « de plus, c'est fois plus ». Dans d'autres cas, le point de vue initial était à domaine de validité limitée, et induisait une stratégie correcte dans le champ de validité de la connaissance naïve et erronée en dehors. Par exemple, il pouvait s'agir de la connaissance naïve qu'« un événement est soit cause, soit effet », qui permet de prendre en compte le premier effet (B), mais s'avère limitante pour prendre en compte cet effet (B) comme la cause d'un autre effet ( $A \rightarrow B \rightarrow C$ ). De même, la connaissance naïve de « la multiplication comme addition répétée » est limitante pour résoudre un problème multiplicatif de type « 18 bouteilles de 2 kg, pèsent  $2 + 2 + 2 + \dots + 2$  ». Une fois les points de vue initiaux explicités, l'objectif était d'adopter plusieurs points de vue sur une même situation : B est l'effet de A, mais c'est aussi la cause de C, qui est elle-même l'effet indirect de A ; « si j'ai 3 billes de plus que toi », c'est pareil que dire « tu as 3 billes de moins que moi ». Les résultats du test du dispositif ont montré que pour chaque raisonnement, pour chaque niveau et pour chaque type d'établissement, le mécanisme de catégorisation multiple a permis aux élèves de ne plus être restreints aux connaissances naïves de ces deux raisonnements.

Les résultats positifs de l'évaluation du dispositif Rai'Flex renforcent notre thèse selon laquelle se concentrer sur certains principes de recatégorisation, exprimés auprès des élèves par le terme de « point de vue » est bénéfique.

**Pour développer le raisonnement proportionnel :**

- **lier stratégie de résolution et un point de vue sur le problème** : on verbalise le point de vue adopté sur un problème et la stratégie mathématique qui en découle.

*Exemple : dans le problème suivant « À la boulangerie, Juliette achète 3 croissants et paie 4 €. Si j'achète 9 croissants, combien vais-je payer ? », on explicite le point de vue « fois plus » : je veux acheter 9 croissants, c'est donc trois fois plus que Juliette. Si j'achète trois fois plus de croissants, je vais payer trois fois plus :  $3 \times 4 = 12$  €.*

- **proposer plusieurs stratégies de résolution** : du fait du changement de point de vue, les élèves découvrent qu'il y a plusieurs chemins possibles et on leur demande non pas de trouver LA solution, mais plusieurs solutions possibles. L'ensemble des solutions possibles n'est pas seulement le fruit de la mise en commun des différentes stratégies des élèves, comme cela est parfois fait, mais tous les élèves doivent proposer différentes stratégies.

*Exemple : dans le problème précédent, on pouvait adopter d'autres points de vue comme le point de vue « fois moins » — Juliette a acheté 3 fois moins de croissants que moi — ou le point de vue « proportion » — 3 croissants c'est le tiers de 9 croissants.*

- **verbaliser avant de produire des écritures mathématiques**

*Exemple :  $2/3$ , c'est « deux tiers » et non « deux sur trois ». De cette façon, on peut poser la question « dans deux tiers, il y a combien de tiers ? Il y en a deux, c'est donc un tiers + un tiers. »*

*Puis on fait l'analogie avec des unités entières : « quatre + quatre, c'est 2 fois quatre », donc « un tiers + un tiers, c'est 2 fois un tiers ». On arrive donc à l'égalité verbale suivante : deux tiers = un tiers + un tiers = deux fois un tiers que l'on peut formaliser arithmétiquement :  $2/3 = 1/3 + 1/3 = 2 \times 1/3$ .*

Ce type d'égalité est actuellement explicité dans les programmes de l'Éducation nationale, mais sans préciser la façon de l'exprimer auprès des élèves. Or, vu le faible taux de réponse des élèves contrôles à l'item D7 « Cocher toutes les fractions correspondant à  $2/3$  » par rapport aux élèves expérimentaux, il nous semble que la verbalisation proposée peut favoriser l'atteinte de l'objectif fixé.

**Pour développer le raisonnement causal :**

En ce qui concerne le raisonnement causal, nous avons repris deux hypothèses de la littérature. Les difficultés à développer le raisonnement causal proviennent en premier lieu de l'illusion perceptive de causalité (voir chapitre 3), qui est transférée à tout événement temporellement proche, et de la préférence pour les causes directes (voir chapitre 3). Les résultats positifs des évaluations du dispositif d'apprentissage semblent indiquer que les principes suivants sont utiles :

- **faire adopter les points de vue de la cause et de l'effet** : chaque élément d'une chaîne causale est catégorisé à la fois comme l'effet d'une cause, mais aussi cause de l'effet suivant.

*Exemple : dans une chaîne de Rube Goldberg à 3 éléments où la bille fait tomber le Kapla qui fait tomber la figurine, on fait adopter les deux points de vue suivants : le Kapla est l'effet du mouvement de la bille, mais le Kapla est aussi la cause de la chute de la figurine. Le Kapla est donc à la fois cause et effet.*

- **transférer un même point de vue dans des contextes différents** : afin de limiter l'attrait pour les traits de surface, l'adoption d'un même point de vue sur une situation est d'abord traité dans un contexte non biaisant (contexte mécanique), puis transféré à d'autres contextes (biologique et physique).

*Exemple : catégoriser un élément aussi bien comme cause et effet a d'abord été traité dans le contexte mécanique des chaînes de Rube Goldberg, puis dans un contexte biologique (le patient zéro), puis dans un contexte biologique et physique (l'acidification des océans).*

- **catégoriser les différentes situations possibles : cause à effet, coïncidence, cause cachée**

*Exemple : la croyance que la position de la grenouille dans un bocal prédit la météo est tout d'abord vue comme une situation de cause à effet. Après observation des données, la croyance est recatégorisée comme coïncidence.*

Le mécanisme de catégorisation multiple a ainsi été testé dans le cadre de raisonnements différents (raisonnement proportionnel et raisonnement causal) auprès d'élèves débutant ou ayant déjà appris les notions travaillées (CM1 ou CM2), et au sein de types d'établissements différents (REP+, ordinaire, favorisé). Les élèves de CM1 Rai'Flex ont rattrapé ou dépassé les élèves contrôles de CM2. Et les tailles d'effets associés aux modèles de régression linéaire pour les Z-scores avec la condition expérimentale comme seule variable indépendante soulignent des gains d'apprentissage de 7 à 9 mois pour les élèves Rai'Flex. En outre, pour chaque type d'établissement, le groupe Rai'Flex atteint au posttest un niveau supérieur à celui de son groupe contrôle associé, montrant ainsi que le travail de catégorisation multiple bénéficiait à tous les élèves. En outre, le groupe de type ordinaire a rattrapé le groupe contrôle privilégié et le groupe REP+ a rattrapé le groupe contrôle ordinaire sur plusieurs compétences. Pratiquer la catégorisation multiple a donc eu un effet positif sur l'ensemble des élèves, et semble avoir même contribué à réduire les écarts entre types d'établissement.

La catégorisation multiple apparaît donc comme un mécanisme favorisant l'abstraction et la flexibilité de raisonnement. Et à ce titre, elle permet le développement de l'esprit critique. Grâce à ce travail de catégorisation multiple, les élèves ne sont plus restreints à leurs connaissances naïves et ont été outillés pour développer des connaissances expertes et pour résoudre des problèmes faisant appel au raisonnement proportionnel et au raisonnement causal.

### 10.3 Développer des outils d'évaluation des connaissances naïves

Afin de tester le dispositif Rai'Flex, nous avons construit des tests. En effet, nous n'avons pas pu nous appuyer directement sur des items de tests habituels d'esprit critique. Comme cela a été discuté au chapitre 1, ces tests sont principalement construits pour les élèves de niveau collège jusqu'à l'âge adulte. Un seul test (Gelerstein et al., 2016) était construit pour les élèves de CE2 et CM1. Il repose toutefois principalement sur la lecture de texte et la rédaction de justification. Or, cela nous semblait apporter un facteur de contingence entre le niveau de français et l'esprit critique. En particulier en REP+, les élèves ont une maîtrise de la langue écrite faible (Gentaz, Sprenger-Charolles, Theurel, & Colé, 2013). Aussi, nous avons choisi de limiter le nombre d'items nécessitant un long temps de lecture. En outre, ces items sont issus de définitions assez larges de l'esprit critique, et essaient de mesurer des dispositions et attitudes. Ils ne sont donc pas centrés sur des connaissances spécifiques. Dès lors, nous nous sommes tournés vers des évaluations de mathématiques et de sciences. Plusieurs items ont ainsi été repris d'évaluations nationales ou internationales (TIMMS) et de travaux de recherche. Cela est particulièrement le cas pour le raisonnement proportionnel (8 items). Pour le raisonnement causal, les items d'évaluations nationales et internationales mesurant exclusivement ce raisonnement étaient beaucoup plus rares. En effet, la plupart des items mesurant le raisonnement causal évaluent aussi un contenu scientifique particulier. Cela s'avère être aussi le cas pour des items qui, à première vue, ne semblent pas mesurer de connaissances scientifiques particulières. Par exemple, l'énoncé de l'item S031325 TIMMS 2011 est le suivant : « La température du corps humain est d'environ 35°C. Manuel prend sa température un matin après son réveil. Sa température corporelle est de 30°C. Écrivez une chose qui aurait pu être la cause de sa température supérieure à la normale ». Seules les réponses expliquant qu'il est malade sont acceptées. Or, les élèves proposent aussi d'autres causes réalistes comme « sa couette était trop chaude ». Cet item ne mesure donc pas la capacité à raisonner sur les causes, mais mesure des connaissances du corps humain. Cet item illustre l'absence de distinction faite entre contenu scientifique et raisonnement scientifique. De ce fait, nous ne pouvions pas prendre autant d'items d'évaluations internationales que nous aurions souhaités. Concernant les évaluations nationales, nous étions confrontés à la difficulté supplémentaire que les résultats par item ne sont pas accessibles.

Nous avons donc construit des items afin d'évaluer le dispositif Rai'Flex. Ces items ont été développés après identification des différentes connaissances naïves associées aux deux raisonnements travaillés. De cette façon, les items construits permettent de mesurer l'adhésion ou

non à la connaissance naïve : les items pour lesquels la seule connaissance naïve permet de les résoudre sont dits congruents avec la connaissance naïve et ceux pour lesquels la connaissance naïve mène à une situation d'échec sont dits incongruents avec la connaissance avec naïve. Les problèmes du pré et posttests n'ayant pas été travaillés en classe, ils permettent de mesurer les capacités de transfert des élèves à des problèmes nouveaux. En outre, le délai entre la phase d'apprentissage et le posttest était assez long. Le posttest a eu lieu fin juin alors que les premières séances ont eu lieu en janvier et les dernières séances une semaine avant les posttests. Certaines connaissances ont donc été travaillées plusieurs mois avant l'évaluation. En mathématiques, c'est le cas de la distinction entre structures additives et multiplicatives, la résolution des problèmes de distributivité, la résolution des problèmes multiplicatifs. Seules les compétences sur la proportionnalité et les fractions ont été travaillées en mai-juin. Pour le raisonnement causal, analyser les changements dans une chaîne causale et dans une chaîne multiple correspondait aux premières séances. Les autres compétences ont été travaillées en mai-juin. On peut donc souligner une des caractéristiques originales du protocole suivi. Alors que bien souvent le prétest, puis la ou les séances d'apprentissage et le posttest se suivent sur généralement une même semaine dans le cadre d'expérimentations en milieu scolaire, le posttest Rai'Flex est donc, à certains égards, un posttest différé. Nous aurions toutefois souhaité faire un suivi longitudinal, comme dans l'étude de Dillon et al. (2017), avec au moins un posttest différé à la rentrée scolaire suivante. Les difficultés organisationnelles que cela implique ne nous ont pas permis de les mener.

#### **10.4 Tester un dispositif d'apprentissage avec une exigence écologique**

Nous souhaitons montrer qu'une expérimentation *evidence-based* peut être menée sur un temps long avec un dispositif restreint. Nous avons mené l'étude pendant une année scolaire avec environ 600 élèves, ce qui a représenté 92,5h de passation de pré et posttests et 336h de séances expérimentales. Un tel protocole *evidence-based* soulève la question du degré d'exigence dans le cadre de recherche-action par rapport aux recherches en laboratoire. Dans le cas de l'expérimentation Rai'Flex, la question de la randomisation s'est posée. Nous avons trouvé qu'elle se heurte à un principe de réalité difficile à ignorer : si un dispositif impose une méthode d'apprentissage à un enseignant, quel est l'effet sur le maître (et donc sur les élèves) ? Dans le cadre de l'école française où la liberté pédagogique est revendiquée, imposer une méthode semble impossible. Une solution serait de tester deux méthodes différentes et de randomiser parmi les enseignants volontaires. C'est ce que nous avons fait dans le cadre de précédents travaux (Scheibling-Sève, Pasquinelli, & Sander, *en préparation*). Trois groupes d'élèves avaient été constitués : un groupe recevait par l'expérimentatrice (C.S.S) la méthode expérimentale en mathématiques et la méthode contrôle en sciences, un groupe

recevait inversement la méthode expérimentale en sciences et la méthode contrôle en mathématiques par la même expérimentatrice, et un groupe contrôle passif ne recevait aucune intervention. Dès lors, les deux groupes actifs étaient à la fois contrôles et expérimentaux. L'effet classe, l'effet de la motivation des enseignants et l'effet de la présence d'un intervenant extérieur à la classe étaient donc contrôlés. Cette action-recherche avait été menée avec 11 classes de REP+, soit moins de 160 élèves. À échelle moyenne, ce dispositif semble donc possible.

Nos expérimentations ont donc montré que deux types d'action-recherche étaient possibles. Une action-recherche à échelle moyenne permet de contrôler les effets enseignants et intervenants. Mais pour mener une action-recherche à grande échelle, il est plus réaliste de s'inscrire dans le programme scolaire afin que le groupe contrôle suive le même contenu disciplinaire. Dans le cadre du dispositif Rai'Flex, nous avons considéré qu'étant donné que le contenu conceptuel (proportion et relations causales) était présent dans les programmes scolaires (voir chapitre 5.2.1), et que les séances expérimentales avaient lieu sur le temps scolaire, le groupe contrôle pouvait être un groupe passif, ne recevant pas d'intervention d'un expérimentateur extérieur. En outre, nous avons réduit l'effet motivation « enseignant » en nous assurant que tous les enseignants des groupes contrôles étaient investis dans des projets d'apprentissage supplémentaires. Nous avons aussi essayé de contrôler l'effet de la présence de l'expérimentateur en proposant plusieurs conditions : séances exclusivement réalisées par l'expérimentateur, séances réalisées à moitié par l'expérimentateur et par l'enseignant. Mais ces conditions ont cependant été croisées avec le type d'établissement (REP+, ordinaire, favorisé), ce qui limite fortement les comparaisons possibles. On observe toutefois qu'en mathématiques, les groupes ayant le plus fortement progressé sont les deux seuls groupes ayant eu de la co-animation<sup>32</sup>, soit le groupe favorisé (+0,76) et le groupe REP+ (+0,57). Mais, à l'inverse, en sciences, les groupes ayant le plus fortement progressé sont les deux seuls groupes ayant eu les séances intégralement réalisées par l'expérimentatrice, soit le groupe favorisé (+1,41) et le groupe ordinaire (+0,65). D'autres études seraient nécessaires pour démêler les interactions entre co-animation et disciplines enseignées.

---

<sup>32</sup> Nous employons le terme de co-animation pour désigner la condition où la moitié des séances étaient réalisées par l'enseignant et l'autre moitié par l'expérimentatrice. Durant les séances de l'expérimentatrice, l'enseignant était présent en classe, mais il n'y avait pas de co-animation au sein même des séances.



## Chapitre 11 :

### Apports théoriques

#### 11.1 Proposer un cadre opérationnel de l'esprit critique

##### en lien avec la résolution de problèmes en mathématiques et en sciences

Notre première contribution se situe, à notre avis, dans une démarche d'opérationnalisation de l'esprit critique. Bien que le développement de l'esprit critique soit depuis longtemps un objectif annoncé de l'enseignement, dont la promotion a connu encore un regain d'intérêt en France depuis 2015, cette notion reste relativement peu explicitée (voir chapitre 1.1). Un quasi-consensus semble se créer autour de concepts et d'objectifs généraux, tels qu'analyser des arguments, faire des inférences, évaluer et prendre des décisions, ou encore résoudre des problèmes. Toutefois, ce consensus apparent perd consistance dès lors que l'on se place sur le terrain des pratiques éducatives (Bailin et al., 1999). En effet, des concepts, tels qu'« analyser des arguments et des preuves » (Ennis, 1987 ; Facione, 1990 ; Halpern, 1998 ; Kuhn, 2015 ; Paul, 1992) ou encore « évaluer et prendre des décisions » (Ennis, 1987 ; Facione, 1990 ; Halpern, 1998 ; Lipman, 1988) semblent loin de l'opérationnalisation. Il s'avère que l'esprit critique est caractérisé par les approches classiques des philosophes et des psychologues comme un objectif idéal de l'éducation, et ainsi s'ensuit qu'aucune compétence concrète ne saurait être à la hauteur de ce concept. Cependant, il nous semble que cette absence d'opérationnalisation de l'esprit critique est justement à l'origine de cette difficulté à en faire un objectif éducatif effectif. Comme le souligne Abrami et al. (2015), l'absence d'une conception partagée et surtout opérationnalisable de l'esprit critique induit une insuffisance de données claires pour identifier les caractéristiques efficaces d'interventions éducatives.

Nous avons fait le choix de nous concentrer sur une compétence spécifique et opérationnalisable de l'esprit critique qui se manifeste par la capacité à résoudre des problèmes incongruents avec les connaissances naïves. Cette compétence peut sembler au premier abord exagérément restrictive. Toutefois, elle offre l'intérêt de rendre possible une approche de l'esprit critique comme compétence spécifique et dont la mise en évidence peut être opérationnalisée. En

effet, si l'esprit critique devait recouvrir l'ensemble des capacités et dispositions listées par Ennis (1987, voir chapitre 1.1), il perdrait d'une part sa spécificité en recouvrant des concepts aussi larges que raison, raisonnement ou rationalité et d'autre part, il serait très difficilement évaluable dans une perspective éducative. Nous avons donc caractérisé l'esprit critique comme la capacité à trier et à distinguer les indices pertinents d'une situation, à élaborer les critères pour évaluer la situation, et à les appliquer de manière pertinente. Mais dans le cas où la situation est congruente avec les connaissances naïves, ces connaissances naïves suffisent à elles seules pour résoudre la situation. Il n'y a donc pas besoin de trier et distinguer les indices pertinents de la situation puisque les traits de surface suffisent pour trouver la solution. L'esprit critique est donc nécessaire dans les situations incongruentes avec nos connaissances naïves : il faut alors savoir trier et distinguer les traits profonds des traits de surface de la situation, élaborer les critères pour évaluer la situation et les appliquer de façon pertinente.

## **11.2 Le mécanisme de catégorisation multiple comme levier pour favoriser le développement de l'esprit critique.**

Ce travail de thèse s'inscrit dans la perspective selon laquelle l'esprit critique est non spécifique à un domaine, mais, dans le même temps, ne peut être enseigné dans le cadre d'une méthode *stand-alone*, indépendante d'un contexte (Bailin, 2002 ; McPeck, 1990 ; Perkins & Salomon, 1989 ; Tricot & Sweller, 2014 ; Willingham, 2007). Des connaissances spécifiques à un domaine sont nécessaires pour développer l'esprit critique dans ce domaine, mais nous avançons que le mécanisme qui permet de le développer est général et non dépendant du contexte : il s'agit de la catégorisation multiple.

Un apport de cette thèse est donc de placer la catégorisation multiple au cœur du développement conceptuel. Les travaux sur le changement conceptuel ont jusqu'à présent mis peu en avant la portée du mécanisme de catégorisation multiple. Seule Chi (2012) en fait mention, mais les catégories semblent être perçues dans une approche définitoire. Or, la richesse de la catégorisation provient de son caractère flou et de sa sensibilité au contexte. La catégorisation multiple semble notamment être au cœur de la faculté d'abstraction (Hofstadter & Sander, 2013). Catégoriser à un certain niveau d'abstraction nécessite d'avoir détecté les points communs entre diverses situations, sans s'attacher à leurs spécificités. La catégorisation est un processus dynamique : après toute nouvelle catégorisation, la catégorie initiale se trouve transformée, ses frontières pouvant s'en trouver déplacées, démontrant ainsi un caractère flou.

À notre connaissance, ce mécanisme de catégorisation multiple n'avait pas encore été lié au développement de l'esprit critique. Pourtant, il apparaît en être un ressort fécond. Catégoriser de façon multiple signifie être capable de prendre plusieurs points de vue sur une même situation, jongler entre le regroupement et la distinction de critères de catégorisation. D'une part, catégoriser de façon multiple permet d'être flexible, puisque l'individu est alors en mesure de passer d'un point de vue à un autre. D'autre part, catégoriser de façon multiple favorise l'évolution des catégories et la prise de conscience de la multiplicité des points de vue pouvant être pris sur une même situation. Dès lors, la catégorisation multiple favorise le développement de l'esprit critique : être en mesure de se détacher du point de vue spontané et identifier des critères qui conduisent à changer de point de vue sur la situation. Nous avons montré le caractère général de ce mécanisme, qui a pu être utilisé aussi bien dans le raisonnement proportionnel et le raisonnement causal. Le dispositif d'apprentissage reposait sur la catégorisation multiple à la fois dans la recatégorisation de la connaissance naïve à la connaissance experte (scolaire) et dans l'utilisation de différents points de vue sur une même situation.

### **11.3 Aller au-delà de la dichotomie entre connaissance « naïve » et « experte »**

Un de nos apports porte sur le statut donné aux connaissances naïves. Tout d'abord, nous avons eu une démarche systématique d'identification des connaissances naïves pour chaque notion étudiée au sein du raisonnement proportionnel et du raisonnement causal. En effet, nous considérons qu'identifier les connaissances naïves constitue une étape préalable pour permettre aux élèves d'accéder aux connaissances scolaires. Pour enseigner les connaissances expertes aux élèves, prendre en compte leurs connaissances naïves nous apparaît indispensable. L'objectif est de les amener à dépasser le codage spontané, celui de la connaissance naïve, pour parvenir à un recodage plus conforme à la connaissance scolaire attendue. C'est en s'appuyant sur le codage spontané initial que l'on parvient à développer la connaissance scolaire.

En second lieu, nous avons identifié deux types de connaissances naïves, hors du domaine de validité ou à domaine de validité limité. Les connaissances hors du domaine de validité conduisent à des réponses erronées : l'élève s'appuie sur des traits de surface non pertinents pour aboutir à sa réponse. Cette distinction permet alors de caractériser des erreurs qui pouvaient paraître non informatives, ce qui donne la possibilité de chercher une remédiation adaptée. Le deuxième type de connaissances naïves correspond aux connaissances naïves au domaine de validité limité. Elles peuvent donc mener à des réponses correctes, tant que l'activité de l'élève reste circonscrite à l'intérieur du cadre du domaine de validité. Il est alors difficile d'évaluer si le raisonnement de l'élève est naïf ou conforme aux attentes scolaires. Le rôle des connaissances naïves au domaine de validité

limité paraît insuffisamment pris en compte dans les évaluations. En effet, les élèves sont majoritairement confrontés à des problèmes congruents avec leurs connaissances naïves. Or un des objectifs de l’enseignement est certainement de ne pas se limiter à ancrer des connaissances naïves, et, à l’inverse, de permettre aux élèves d’acquérir les concepts scolaires. Comme cela a été discuté au chapitre 3.1.2, afin d’évaluer la conceptualisation de la soustraction, la seule résolution d’un problème congruent avec la connaissance naïve est peu informative. En revanche, confronter les élèves à la résolution de problèmes incongruents l’est. Toutefois cette pratique est encore peu développée. Ainsi, dans les évaluations nationales de 2018 (Eval’Aide, 2018) co-construits avec la DEPP et le Conseil Scientifique de l’Éducation nationale, un seul problème soustractif, sur trois problèmes, est incongruent avec la connaissance naïve de la soustraction (recherche de reste) et les deux problèmes additifs sont congruents avec la connaissance naïve de l’addition (ajout de collections)<sup>33</sup>. Or, il est difficilement défendable que l’ambition de l’école puisse se restreindre aux seuls succès aux problèmes congruents avec les connaissances naïves. Ainsi, dans ce travail de thèse, les tests comprenaient des problèmes congruents et incongruents. Et nous avons montré que les élèves expérimentaux réussissaient davantage que les élèves contrôles l’ensemble des items, mais en particulier ceux incongruents. Réussir un énoncé incongruent témoigne d’une connaissance scolaire qui permet aussi la réussite aux problèmes congruents alors que la réciproque n’est pas vraie. La place des problèmes incongruents pourrait donc être davantage revue à la hausse au sein des évaluations-diagnostic des enseignants, ainsi que des évaluations nationales et internationales.

En troisième lieu, nous souhaitons aussi mettre en avant que dans ce cadre de congruence ou d’incongruence avec les connaissances naïves, la dichotomie entre stratégie naïve et stratégie experte se trouve interrogée. En effet, le type de stratégie est dépendant de la congruence ou non du problème. On peut ainsi définir une palette de stratégies avec deux extrémités, mais dont la hiérarchie interne est complexe à déterminer et nécessiterait des travaux supplémentaires. L’extrémité démontrant une conception naïve correspondrait à utiliser une stratégie naïve pour résoudre un problème congruent. De l’autre côté, l’extrémité témoignant d’une conception experte correspondrait à utiliser une stratégie experte pour résoudre un problème incongruent. Mais les cas des autres stratégies — stratégie naïve pour résoudre un problème incongruent, stratégie experte pour résoudre un problème congruent, heuristique pour résoudre un problème congruent ou incongruent — semblent difficiles à déterminer.

---

<sup>33</sup> « Pierre avait 10 billes. Il en gagne 4 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ? » / « Sophie joue au jeu de l’oie. Elle est sur la case 9. Elle doit reculer de 7 cases. Sur quelle case va-t-elle arriver ? » / « Il y avait 12 verres fragiles dans la cuisine. Il n’en reste plus que 8. Combien de verres ont été cassés ? » / « Léo a 24 € dans son porte-monnaie. Il a 8 € de plus que Lilou. Combien d’euros Lilou a-t-elle ? »

#### 11.4 Modélisation d'une situation de recherche *evidence-based* en éducation

Le mouvement de recherche *evidence-based* en éducation apparaît prometteur quant à la constitution de méthodes pédagogiques testées, permettant ainsi de ne pas fonder son expertise pédagogique majoritairement sur son ressenti ou sur des croyances. Nous pensons toutefois qu'il serait préjudiciable que ce mouvement ne soit pas accompagné de la mise en place d'une co-construction entre chercheurs et enseignants. Pour les chercheurs, cette co-construction est un gage de situations écologiques et d'études répondant à des besoins éducatifs réels. Pour les enseignants, la co-construction peut constituer un outil de formation professionnelle aussi bien initiale que continue (Gentaz, 2017). Elle contribuerait à préciser un cadre pour les enseignants qui élaborent et testent au quotidien des outils pédagogiques issus de leur pratique. Mais pour qu'une telle co-construction se réalise, il semble difficile de recourir principalement à des tests cognitifs déconnectés des apprentissages scolaires (par exemple, le test de Stroop ou les Matrices de Raven). Ces tests sont la plupart du temps non écologiques (passation souvent individuelle, hors du programme scolaire). Les enseignants ne peuvent pas faire passer ce type d'items à leurs élèves, qui, en outre, ne leur sont pas utiles pour les évaluer selon les critères exprimés dans le programme scolaire. Aussi, les recherches *evidence-based* se doivent de créer des évaluations permettant à la fois de mesurer des compétences scolaires et des processus cognitifs. Or les deux sont, de façon regrettable, souvent opposés (Tricot & Sweller, 2016).

Il nous semble qu'au travers des pré et posttests Rai'Flex, nous avons montré que des tests évaluant des compétences cognitives tout en répondant aux exigences du programme scolaire et aux contraintes écologiques étaient concevables. Ainsi, les recherches *evidence-based* ne sont pas réservées aux tests de pratiques pédagogiques, mais elles peuvent aussi permettre de comprendre les ressorts cognitifs sous-jacents à une pratique pédagogique « qui marche » et non pas seulement d'identifier « ce qui marche ».



## Conclusion

Développer l'esprit critique en mathématiques et en sciences par la catégorisation multiple était l'enjeu principal de ce travail de thèse. Nous espérons avoir montré dans un premier temps que l'opérationnalisation d'un concept aussi large que celui d'esprit critique est possible. C'est une condition nécessaire à l'objectif poursuivi. En effet, un tel concept court sinon le risque de ne jamais figurer réellement dans les objectifs d'enseignement, puisqu'il est difficilement caractérisable en termes de compétences objectivables. De fait, il deviendrait une sorte de coquille vide sans réalité dans la salle de classe. Cela étant, pour répondre à ce premier écueil, une solution pourrait être celle de délimiter l'enseignement de l'esprit critique à un périmètre facilement identifiable, celui d'internet et des *fakes news*. L'enseignement de l'esprit critique risque alors de tomber dans un deuxième écueil, celui d'être réduit à enseigner la vigilance sur internet. Certes, une mission première de l'école est de former des citoyens responsables, ce qui la conduit à chercher à s'adapter au fait que les élèves actuels sont des consommateurs quotidiens d'internet. Toutefois, l'approche qui conduirait à enseigner aux élèves à se méfier des informations, à choisir les bonnes sources, etc., comme seule activité de développement de l'esprit critique, s'avère réductrice. Un enjeu essentiel est en effet de permettre aux élèves de transférer dans la vie quotidienne des pratiques acquises en classe. Or, la difficulté à faire preuve d'esprit critique semble reposer sur des mécanismes plus profonds que faire simplement confiance à une mauvaise source. En d'autres termes, ne pas savoir quelle source choisir n'est pas la cause du manque d'esprit critique, mais la conséquence de la mise en œuvre de certains mécanismes cognitifs. Toutefois, même si l'on essaye de ne pas réduire l'esprit critique à une vigilance informationnelle, un troisième écueil serait alors d'apposer le label « esprit critique » sur toute notion scolaire : « critical thinking cannot be treated as just a kind of gloss on educational content made up to other « real » subjects <sup>34</sup> » (Van Gelder, 2005, p. 43).

Afin que l'enseignement de l'esprit critique ne soit ni une coquille vide ni une chasse aux *fake news*, ni un vernis pédagogique, la catégorisation multiple nous apparaît être un ressort particulièrement riche pour le développer dans des contextes spécifiques. Notre hypothèse était que s'exercer à catégoriser de différentes manières permet de mieux identifier la structure profonde du phénomène ou du problème à résoudre, et ainsi de s'en faire une représentation critique. Nous

---

<sup>34</sup> La pensée critique ne peut être traitée comme une sorte de vernis appliqué sur un contenu éducatif constitué d'autres matières « réelles ». (notre traduction)

l'avons testé en mathématiques et en sciences, démontrant de premiers résultats tangibles de l'effet de la catégorisation multiple sur le développement de l'esprit critique pour les deux raisonnements identifiés. Il serait alors intéressant de décliner notre dispositif dans d'autres disciplines. Cela signifierait mettre en place les trois composantes du dispositif : pour chaque notion, la connaissance naïve est tout d'abord identifiée, puis les élèves sont amenés à prendre conscience de celle-ci au travers d'un changement de point de vue, et à utiliser des critères experts pour arriver à une connaissance plus adéquate ; enfin, ils sont confrontés à d'autres contextes nécessitant de transférer cette connaissance. Par exemple, notre méthodologie pourrait s'appliquer à la compréhension de règles de grammaire. On constate que les élèves ont souvent une approche mécanique des règles grammaticales qui peut entraîner des erreurs. Une de leurs connaissances naïves est « après « les », je mets un s. » (Lubin, Lanoë, Pineau, & Rossi, 2012). Cette connaissance naïve a un domaine de validité limité puisqu'elle ne conduira à un bon accord grammatical que dans le cas où « les » est article défini suivi du nom, mais pas dans les cas où « les » est pronom. Or, l'approche prédominante de l'enseignement de la grammaire en France est définitionnelle, faisant appel tantôt à la sémantique, à la syntaxe ou à la morphologie (Petit, 2005). Il pourrait ainsi être intéressant de travailler la catégorisation multiple dans ce cadre : « les » appartient, à la fois, à deux catégories, *article* et *pronom*. Ce n'est pas « les » qui entraîne le « s », mais c'est un nom pluriel qui est précédé d'un article défini pluriel. Sans vouloir forcer l'analogie, il semblerait que le lien causal soit donc inverse : « les » n'est pas la cause du « s », mais « les » est l'effet du nom pluriel. Cet exemple illustre une piste envisageable pour poursuivre le dispositif autour de la catégorisation multiple dans d'autres disciplines. Cela nécessiterait d'identifier l'ensemble des connaissances naïves que l'enseignement actuel ne tente pas de dépasser, et ainsi les notions où il n'est pas demandé aux élèves d'exercer leur esprit critique. Une perspective de travaux futurs serait alors d'analyser l'ensemble des programmes scolaires à la lumière de la congruence ou non avec les connaissances naïves. Comme nous l'avons constaté au travers de ce travail de thèse, que ce soit pour l'addition et la soustraction (Lautrey et al., 2008 ; Fischer et al., 2018), la multiplication et la division (Lautrey et al., 2008), les fractions, la proportionnalité et les corrélations, l'enseignement en France débute majoritairement en s'appuyant et en renforçant les connaissances naïves. Néanmoins, nous pensons qu'une des ambitions principales de l'enseignement scolaire est d'orienter les élèves vers des conceptions qui ne se restreignent pas à leurs connaissances naïves.

Une question qui se pose alors est celle du lien entre expertise et esprit critique. En effet, si utiliser son esprit critique dans un domaine signifie être expert, alors un individu ne pourrait être critique que dans les domaines où il est expert. Dès lors, devrions-nous suspendre notre jugement dans tous domaines où nous ne sommes pas experts ? Adopter une position de doute systématique

était précisément une position à laquelle nous ne souhaitons pas que les élèves Rai'Flex aboutissent. Il semble alors nécessaire d'adopter un principe de réalité : un individu n'est pas en mesure de penser de façon experte dans tous les domaines. L'objectif est donc une amélioration des capacités de penser et leur application plus satisfaisante à des contextes d'intérêt personnel ou général (Pasquinelli et al., 2019). C'est pourquoi nous avons caractérisé l'esprit critique comme la capacité de trier, de distinguer et d'évaluer les indices ou critères permettant l'élaboration d'une représentation adaptée d'un phénomène ou d'un problème et de les transférer de manière appropriée dans différents contextes. La notion de transfert de compétences est en effet fondamentale. De futures recherches pourraient porter davantage sur cette question : est-ce qu'adopter des connaissances expertes dans un domaine, par le mécanisme de catégorisation multiple, permet d'accéder à une conception suffisamment abstraite pour être transférée à d'autres domaines ? Est-ce que la seule variation des contextes suffit à permettre ce transfert ? Il serait intéressant d'identifier si, outre la variation de contextes, la catégorisation multiple doit s'accompagner d'une nécessaire prise de conscience, à un niveau spécifique — telle connaissance a été recatégorisée — ou à un niveau plus abstrait — toute situation peut être catégorisée de façon multiple. Ceci permettrait d'éclaircir la voie pour permettre de possibles transferts entre la salle de classe et les situations de vie quotidienne mais qui nécessiterait, dans tous les cas, du temps et une pratique dédiée : « (...) like ballet, critical thinking is a highly contrived activity. Running is natural; night club dancing is less so; but ballet is something people can only do well with many years of painful, expensive, dedicated training<sup>35</sup> » (Van Gelder 1995, p. 42). Toutefois, si l'analogie avec le ballet met en avant la difficulté du développement de l'esprit critique, elle le restreint à un monde à part. Pourtant, l'enjeu, à la fois pédagogique et sociétal, est bien de permettre à tous d'utiliser l'esprit critique comme un outil – si ce n'est un rai'flex –, dans la vie quotidienne.

---

<sup>35</sup> (...) Comme le ballet, l'esprit critique est une activité hautement contraignante. Courir est naturel ; danser en boîte l'est beaucoup moins ; mais le ballet est quelque chose que les gens ne peuvent faire qu'après de nombreuses années d'entraînement douloureux, coûteux et dédié.



# Références bibliographiques

- Abrami, P. C., Bernard, R. M., Borokhovski, E., Waddington, D. I., Wade, C. A., & Persson, T. (2015). Strategies for Teaching Students to Think Critically: A Meta-Analysis. *Review of Educational Research, 85*(2), 275-314.
- Ahn, W., Kalish, C., Gelman, S. A., Medin, D. L., Luhmann, C., Atran, S., Coley, J.D. Shafto, P. (2001). Why essences are essential in the psychology of concepts. *Cognition, 82*(1), 59-69.
- Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology, 103*(1), 1-18.
- Alfieri, L., Nokes-Malach, T. J., & Schunn, C. D. (2013). Learning Through Case Comparisons: A Meta-Analytic Review: Educational Psychologist: Vol 48, No 2. *Educational Psychologist, 48*(2), 87-113.
- Anderson, J. R. (1991). The adaptative nature of human categorization. *Psychological Review, 98*, 409-429.
- Aristote, *Métaphysique*, Livre D.
- Aristote, *Poétique*, Livre 21
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart, & Winston.
- Baddeley, A., Chincotta, D., & Adlam, A. (2001). Working memory and the control of action: Evidence from task switching. *Journal of Educational Psychology, 130*(4), 641-657.
- Bailin, S. (2002). Critical Thinking and Science Education. *Science & Education, 11*(4), 361-375.
- Barberousse, A., Kistler, M., & Ludwig, P. (2000). *La philosophie des sciences au XXe siècle*. Flammarion, pp.353, 2000, Champs.
- Barman, C. R., & Mayer, D.A. (1994). An analysis of high school students' concepts & textbook presentations of food chains & food webs. *The American Biology Teacher, 56*(3): 160-163.
- Barman, C. R., Griffiths, A.K., & Okebukola, P.A.O. (1995). High school students' concepts regarding food chains and food webs: A multinational study. *International Journal of Science Education, 17*(6): 775-782.
- Barnett, S. M., & Ceci, S. J. (2002). When and where do we apply what we learn?: A taxonomy for far transfer. *Psychological Bulletin, 128*(4), 612-637.
- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. *The development of arithmetic concepts and skills: Constructive adaptive expertise, 1-33*.
- Barsalou, L. W. (1991). Deriving categories to achieve goals. In: *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory, vol. 27*. Academic Press.
- Barsalou, L. W. (1983). Ad hoc categories. *Memory & Cognition, 11*(3), 211-227.
- Baruk, S. (1985). The captain's age: On errors in mathematics. *L'âge du capitaine: De l'erreur en mathématiques*.

- Baum, L. A., Danovitch, J. H., & Keil, F. C. (2008). Children's sensitivity to circular explanations. *Journal of Experimental Child Psychology, 100*(2), 146-155.
- Begolli, K., & Richland, L. E. (2016). *Teaching Mathematics by Comparison: Analog Visibility as a Double-Edged Sword*.
- Bell, A., Swan, M., & Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational Studies in Mathematics, 12*(4), 399-420.
- Bok, D. (2006). *Our Underachieving Colleges: A Candid Look at How Much Students Learn and Why They Should Be Learning More*. Princeton University Press.
- Bonato, M., Fabbri, S., Umiltà, C., & Zorzi, M. (2007). The mental representation of numerical fractions: Real or integer? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 33*(6), 1410-1419.
- Bonner, C., & Newell, B. R. (2008). How to make a risk seem riskier: The ratio bias versus construal level theory. *Judgment and Decision Making, 3*(5), 6.
- Botton, H. & Miletto, V. (2018). *Rapport Education et Territoires*. CNESCO
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn* (Vol. 11). Washington, DC: National academy press.
- Bridgman, P. W., (1927). *The logic of modern physics* (Vol. 3). New York: Macmillan.
- Brink, J., & Streefland, L. (1979). Young children (6–8)-ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics, 10*(4), 403-420.
- Brissiaud, R., & Sander, E. (2010). Arithmetic word problem solving: A Situation Strategy First framework. *Developmental Science, 13*(1), 92-107.
- Bronner, G. (2013). *La démocratie des crédules*. Presses universitaires de France.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. P. (1995). Didactique des sciences et formation des professeurs. In C. Comiti, T. N. Anh, A. Bessot, & M.-P. C. & J.-C. Guillaud (Éd.), *Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants* (p. 19-34). Consulté sur <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00550874>
- Brown, A. L., Kane, M. J., & Echols, C. H. (1986). Young children's mental models determine analogical transfer across problems with a common goal structure. *Cognitive Development, 1*(2), 103-121
- Brown, D. E., & Clement, J. (1989). Overcoming misconceptions via analogical reasoning: Abstract transfer versus explanatory model construction. *Instructional science, 18*(4), 237-261.
- Brown, A. L., Palincsar, A. S., & Armbruster, B. B. (1984). Instructing comprehension-fostering activities in interactive learning situations. Reprinted in R. B. Ruddell, MR Ruddell, & H. Singer (Eds.), (1994). *Theoretical models and processes of reading, 757-787*.
- Bullock, M., & Gelman, R. (1979). Preschool Children's Assumptions about Cause and Effect: Temporal Ordering. *Child Development, 50*(1), 89-96.

- Burns, P., & McCormack, T. (2009). Temporal information and children's and adults' causal inferences. *Thinking & Reasoning*, 15(2), 167-196.
- Carey, S. (2000). The origin of concepts. *Journal of Cognition and Development*, 1, 37-41.
- Carey, S. (1991). Knowledge acquisition: Enrichment or conceptual change? In S. Carey & R. Gelman (Eds.), *The Jean Piaget Symposium series. The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition* (pp. 257-291). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Carey, S. (1985). *Conceptual change in childhood*. Cambridge, Mass : MIT Press.
- Carlson, S. M., Moses, L. J., & Breton, C. (2002). How specific is the relation between executive function and theory of mind? Contributions of inhibitory control and working memory. *Infant and Child Development*, 11(2), 73-92.
- Casscells, W., Schoenberger, A., & Graboys, T. B. (1978). Interpretation by physicians of clinical laboratory results. *The New England Journal of Medicine*, 299(18), 999-1001.
- Chen, C. L., Gilbert, T. J., & Daling, J. R. (1999). Maternal smoking and Down syndrome: the confounding effect of maternal age. *American journal of epidemiology*, 149(5), 442-446.
- Chen, Z., & Klahr, D. (1999). All Other Things Being Equal: Acquisition and Transfer of the Control of Variables Strategy. *Child Development*, 70(5), 1098-1120.
- Chevalier, N., & Blaye, A. (2008). Cognitive flexibility in preschoolers: the role of representation activation and maintenance. Consulté 8 juillet 2019, à l'adresse
- Chevalier, N., & Blaye, A. (2006). Le développement de la flexibilité cognitive chez l'enfant préscolaire: enjeux théoriques. *L'année psychologique*, 106(4), 569-608.
- Chi, M. T. H. (2013). *Two Kinds and Four Sub-Types of Misconceived Knowledge, Ways to Change It, and the Learning Outcomes*.
- Chi, M. T., & VanLehn, K. A. (2012). Seeing deep structure from the interactions of surface features. *Educational Psychologist*, 47(3), 177-188.
- Chi, M. T. (2009). Three types of conceptual change: Belief revision, mental model transformation, and categorical shift. In *International handbook of research on conceptual change* (pp. 89-110). Routledge.
- Chi, M. T. H., & VanLehn, K. A. (1991). The Content of Physics Self-Explanations. *Journal of the Learning Sciences*, 1(1), 69-105.
- Chi, M. T. H., & Ceci, S. J. (1987). Content Knowledge: Its Role, Representation, and Restructuring in Memory Development. In H. W. Reese (Éd.), *Advances in Child Development and Behavior* (Vol. 20, p. 91-142).
- Chi, M. T. H., Feltovich, P. J., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5(2), 121-152.
- Clément, É. (2009). *La résolution de problème: à la découverte de la flexibilité cognitive*. Armand Colin.

- Clément, E. (2006). Approche de la flexibilité cognitive dans la problématique de la résolution de problème. *L'Année Psychologique, 106*(3), 415-434.
- Clément, E. (1996). L'effet du contexte sémantique dans l'élaboration de la représentation du problème. *L'année psychologique, 96*(3), 409-442.
- Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. *Journal for Research in Mathematics Education, 13*(1), 16-30.
- Cohen, J. (1960). *Chance, skill, and luck: The psychology of guessing and gambling*. Baltimore, MD: Penguin Books.
- Coquin-Viennot, D., & Moreau, S. (2003). Highlighting the role of the episodic situation model in the solving of arithmetical problems. *European Journal of Psychology of Education, 18*(3), 267-279.
- Covington, M. (1972). *The productive thinking program: A course in learning to think*. Merrill.
- Cragg, L., & Chevalier, N. (2012). The processes underlying flexibility in childhood. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 65*(2), 209-232.
- Cross, D. R., & Paris, S. G. (1988). Developmental and instructional analyses of children's metacognition and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology, 80*(2), 131-142.
- Dagnall, N., Denovan, A., Drinkwater, K., Parker, A., & Clough, P. J. (2017). Urban Legends and Paranormal Beliefs: The Role of Reality Testing and Schizotypy. *Frontiers in Psychology, 8*.
- Deak, G. O. (2003). The development of cognitive flexibility and language abilities. *Advances in child development and behavior, 31*, 273-328.
- Deák, G. O., & Narasimham, G. (2014). Young children's flexible use of semantic cues to word meanings: Converging evidence of individual and age differences\*. *Journal of Child Language, 41*(3), 511-542.
- Deák, G. O., & Wiseheart, M. (2015). Cognitive flexibility in young children: General or task-specific capacity?. *Journal of experimental child psychology, 138*, 31-53.
- De Bono, E. (1985). The CoRT thinking program. *Thinking and learning skills, 1*, 363-378.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense*, Oxford: Oxford University Press.
- Finken, M., & Ennis, R. H. (1993). Illinois critical thinking essay test. Illinois critical thinking project.
- Desoete, A., & Veenman, M. (2006). Metacognition in mathematics: Critical issues on nature, theory, assessment and treatment. In *Metacognition in mathematics education* (p. 1-10). Consulté à l'adresse
- Dewey, J. (1931). Philosophy and Civilization. *Philosophy, 8*(31), 360-361.
- DeWolf, M., Grounds, M. A., Bassok, M., & Holyoak, K. J. (2014). Magnitude comparison with different types of rational numbers. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 40*(1), 71-82.
- DeWolf, M., & Vosniadou, S. (2015). The representation of fraction magnitudes and the whole number bias reconsidered. *Learning and Instruction, 37*, 39-49.

- Dieguez, S., Wagner-Egger, P., & Gauvrit, N. (2015). Nothing Happens by Accident, or Does It? A Low Prior for Randomness Does Not Explain Belief in Conspiracy Theories. *Psychological Science*, 26(11), 1762-1770.
- Dillon, M. R., Kannan, H., Dean, J. T., Spelke, E. S., & Duflo, E. (2017). Cognitive science in the field: A preschool intervention durably enhances intuitive but not formal mathematics. *Science*, 357(6346), 47-55.
- disessa, A. A., Gillespie, N. M., & Esterly, J. B. (2004). Coherence versus fragmentation in the development of the concept of force. *Cognitive science*, 28(6), 843-900.
- Douglas, K. M., Sutton, R. M., Callan, M. J., Dawtry, R. J., & Harvey, A. J. (2016). Someone is pulling the strings: Hypersensitive agency detection and belief in conspiracy theories. *Thinking & Reasoning*, 22(1), 57-77.
- Dunbar, K. N., Fugelsang, J. A., & Stein, C., (2007). Do Naïve Theories Ever Go Away? Using Brain and Behavior to Understand Changes in Concepts. In *Thinking with Data* (Taylor & Francis Group, p. 205-217).
- Duncker, K. (1945). On problem-solving. *Psychological Monographs*, 58(5), i-113.
- Dupuch, L., & Sander, E. (2007). Apport pour les apprentissages de l'explicitation des relations d'inclusion de classes. *L'Année psychologique*, 107(4), 565-596.
- Education Endowment Foundation. (2018). Impact. Additional months' progress. Consulté sur [https://educationendowmentfoundation.org.uk/public/files/Publications/Metacognition/EEF\\_Metacognition\\_and\\_self-regulated\\_learning.pdf](https://educationendowmentfoundation.org.uk/public/files/Publications/Metacognition/EEF_Metacognition_and_self-regulated_learning.pdf)
- Education Endowment Foundation. (2018). Guidance Report <https://educationendowmentfoundation.org.uk/evidence-summaries/about-the-toolkits/attainment/>
- Efklides, A., Samara, A., & Petropoulou, M. (1999). Feeling of difficulty: An aspect of monitoring that influences control. *European Journal of Psychology of Education*, 14(4), 461-476.
- Emerson, M. J., & Miyake, A. (2003). The role of inner speech in task switching: A dual-task investigation. *Journal of Memory and Language*, 48(1), 148-168.
- Ennis, R. H. (2018). Critical Thinking Across the Curriculum: A Vision. *Topoi*, 37(1), 165-184.
- Ennis, R. H. (2016, May). Definition: A three-dimensional analysis with bearing on key concepts. In *Proceedings of the Ontario Society for the Study of Argumentation Conference* (Vol. 11, p. 150). <https://scholar.uwindsor.ca/cgi/viewcontent.cgi?article=2292&context=ossaarchive>
- Ennis, R. H. (2015). Critical Thinking: A Streamlined Conception. In M. Davies & R. Barnett (Éd.), *The Palgrave Handbook of Critical Thinking in Higher Education* (p. 31-47).
- Ennis, R. (2011). Critical Thinking: Reflection and Perspective Part II. *Inquiry: Critical Thinking Across the Disciplines*, 26(2), 5-19.
- Ennis, R. (1991). Critical thinking: A streamlined conception. *Teaching philosophy*, 14(1), 5-24.

- Ennis, R. H. (1989). Critical thinking and subject specificity: Clarification and needed research. *Educational researcher*, 18(3), 4-10.
- Ennis, R. H. (1987). A taxonomy of critical thinking dispositions and abilities. In *Series of books in psychology. Teaching thinking skills: Theory and practice* (p. 9-26). New York, NY, US: W H Freeman/Times Books/ Henry Holt & Co.
- Ennis, R. H., Millman, J., & Tomko, T. N. (1985). *Cornell critical thinking tests level X & level Z: Manual*. Pacific Grove, CA: Midwest Publications.
- Ennis, R. H., & Weir, E. E. (1985). *The Ennis-Weir critical thinking essay test: An instrument for teaching and testing*. Midwest Publications.
- Ennis, R. H., & Millman, J. (1971). *Cornell. Critical Thinking Test, Urbana, Illinois: University of Illinois Critical Thinking Project*.
- Espy, K. A. (1997). The shape school: Assessing executive function in preschool children. *Developmental Psychology*, 13, 495-499.
- Epsy, K. A., Bull, R., Martin, J., & Stroup, W. (2006).
- Espy, K. A., & Cwik, M. F. (2004). The development of a trial making test in young children: the TRAILS-P. *The Clinical Neuropsychologist*, 18(3), 411-422.
- Facione, P. 1990. *The Delphi Report: Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction*. Millbrae: California Academic Press.
- Falk, R., & Konold, C. (1997). Making sense of randomness: Implicit encoding as a basis for judgment. *Psychological Review*, 104(2), 301-309.
- Fayol, M., & Monteil, J.-M. (1994). Stratégies d'apprentissage / apprentissage de stratégies. *Revue française de pédagogie*, 106(1), 91-110.
- Feltovich, P. J., Spiro, R. J., & Coulson, R. L. (1997). Issues of expert flexibility in contexts characterized by complexity and change. In P. J. Feltovich, K. M. Ford, & R. R. Hoffman (Eds.), *Expertise in context: Human and machine* (pp. 125-146). Cambridge, MA: AAAI/ MIT Press.
- Ferrari, M., & Chi, M. T. (1998). The nature of naive explanations of natural selection. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1231-1256.
- Feuerstein, R., & Jensen, M. R. (1980). Instrumental enrichment: Theoretical basis, goals, and instruments. In *The Educational Forum*, 44(4), 401-423.
- Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning, *For the Learning of Mathematics*, 9, 9-14
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for research in mathematics education*, 3-17.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3-17

- Fischer, J. P., Vilette, B., Joffredo-Lebrun, S., Morellato, M., Le Normand, C., Scheibling-Seve, C., & Richard, J. F. (2019). Should we continue to teach standard written algorithms for the arithmetical operations? The example of subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 105-121.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-235). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10), 906-911.
- Fong, G. T., Krantz, D. H., & Nisbett, R. E. (1986). The effects of statistical training on thinking about everyday problems. *Cognitive psychology*, 18(3), 253-292.
- France. Ministère de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (2016). Le parcours citoyen de l'élève. Circulaire n° 114. Bulletin officiel de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, 10 août.
- France. Ministère de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (2013). Le référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation. Bulletin officiel de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, 25 juillet.
- Friedman, N. P., Miyake, A., Young, S. E., DeFries, J. C., Corley, R. P., & Hewitt, J. K. (2008). Individual differences in executive functions are almost entirely genetic in origin. *Journal of experimental psychology: General*, 137(2), 201.
- Gagnon, M. (2011). Proposition d'une grille d'analyse des pratiques critiques d'élèves en situation de résolution de problèmes dits complexes. *Revue Recherches Qualitatives*, 30(2), 122-147.
- Gamo, S., Sander, E., & Richard, J. F. (2010). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. *Learning and Instruction*, 20(5), 400-410.
- Garrod, S., & Sanford, A. (1977). Interpreting anaphoric relations: The integration of semantic information while reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 16(1), 77-90.
- Gauvrit, N. [Ideas in science]. (2019, Janvier 29). Esprit critique : quelques outils de mesure. [YouTube]. Consulté sur <https://www.youtube.com/watch?v=fnYvu7DgyLY>
- Gelerstein, D., del Río, R., Nussbaum, M., Chiuminatto, P., & López, X. (2016). Designing and implementing a test for measuring critical thinking in primary school. *Thinking Skills and Creativity*, 20, 40-49.
- Gelder, T. van. (2005). Teaching Critical Thinking: Some Lessons From Cognitive Science. *College Teaching*, 53(1), 41-48.
- Gelman, S. A. (2004). Psychological essentialism in children. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(9), 404-409.
- Gentaz, E. (2018). Châtiments corporels et développement psychologique des enfants. Que disent les recherches scientifiques ? *A.N.A.E.*, 157, 667-670.

- Gentaz, E. (2017). École, neurosciences, neuro-éducation, neuropédagogie... Des neuro-illusions cognitives. *ANAE. Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*, 147, 107-109.
- Gentaz, E., Sprenger-Charolles, L., Theurel, A., & Colé, P. (2013). Reading comprehension in a large cohort of French first graders from low socio-economic status families: A 7-month longitudinal study. *PLoS one*, 8(11), e78608.
- Gentner, D., & Kurtz, K. J. (2006). Relations, objects, and the composition of analogies. *Cognitive science*, 30(4), 609-642.
- Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7(2), 155-170.
- Gergely, G., & Csibra, G. (2003). Teleological reasoning in infancy: The naïve theory of rational action. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(7), 287-292.
- German, T. P., & Defeyter, M. A. (2000). Immunity to functional fixedness in young children. *Psychonomic Bulletin & Review*, 7(4), 707-712.
- Gick, M. L., & Holyoak, K. J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive psychology*, 15(1), 1-38.
- Gick, M. L., & Holyoak, K. J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology*, 12(3), 306-355.
- Gilovich, T., Vallone, R., & Tversky, A. (1985). The hot hand in basketball: On the misperception of random sequences. *Cognitive psychology*, 17(3), 295-314.
- Glaser, E. M. (1941). *An experiment in the development of critical thinking* (No. 843). Teachers College, Columbia University.
- Glucksberg, S., & Keysar, B. (1990). Understanding metaphorical comparisons: beyond similarity. *Psychological Review*, 97, 3-18.
- Gobbo, C., & Chi, M. (1986). How knowledge is structured and used by expert and novice children. *Cognitive development*, 1(3), 221-237.
- Gopnik, A., Kuhl, P., & Meltzoff, A., (2005). *Comment pensent les bébés ?* Editions Le pommier.
- Gopnik, A., Sobel, D. M., Schulz, L. E., & Glymour, C. (2001). Causal learning mechanisms in very young children: Two-, three-, and four-year-olds infer causal relations from patterns of variation and covariation. *Developmental Psychology*, 37(5), 620-629.
- Goupil, L., & Kouider, S. (2019). Developing a Reflective Mind: From Core Metacognition to Explicit Self-Reflection. *Current Directions in Psychological Science*, 0963721419848672.
- Grant, D. A., & Berg, E. (1948). A behavioral analysis of degree of reinforcement and ease of shifting to new responses in a Weigl-type card-sorting problem. *Journal of experimental psychology*, 38(4), 404-411.
- Gros, H., Sander, E., & Thibaut, J. P. (2019). When masters of abstraction run into a concrete wall: Experts failing arithmetic word problems. *Psychonomic Bulletin & Review*, online first.
- Grotzer, T. A., & Basca, B. B. (2003). How does grasping the underlying causal structures of ecosystems impact students' understanding? *Journal of Biological Education*, 38(1), 16-29.

- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665-668.
- Halpern, D. F. (2013). *Thought and knowledge: An introduction to critical thinking*. Psychology Press.
- Halpern, D. F. (2010). Manual HCTA : Halpern Critical Thinking Assessment. *Schuhfried*.
- Halpern, D. F. (2001). Assessing the effectiveness of critical thinking instruction. *The Journal of General Education*, *50*(4), 270-286.
- Halpern, D. F. (1999). Teaching for Critical Thinking: Helping College Students Develop the Skills and Dispositions of a Critical Thinker. *New Directions for Teaching and Learning*, *1999*(80), 69-74.
- Halpern, D. F. (1998). Teaching critical thinking for transfer across domains: Disposition, skills, structure training, and metacognitive monitoring. *American Psychologist*, *53*(4), 449-455.
- Hampton, J. A. (1979). Polymorphous concepts in semantic memory. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, *18*, 441-461.
- Hassan, K. E., & Madhum, G. (2007). Validating the Watson Glaser Critical Thinking Appraisal. *Higher Education*, *54*(3), 361-383.
- Hatano, G. (2003). Foreword. In A.J. Baroody, & A. Dowker (Eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills* (pp. xi–xiii). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Heider, F., & Simmel, M. (1944). An Experimental Study of Apparent Behavior. *The American Journal of Psychology*, *57*(2), 243-259.
- Henderson, J. B., Langbeheim, E., & Chi, M. T. (2017). Addressing robust misconceptions through the ontological distinction between sequential and emergent processes. *Converging Perspectives on Conceptual Change: Mapping an Emerging Paradigm in the Learning Sciences*. New York, NY: Routledge.
- Hersant, M. (2005). La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui. *Repères IREM*, (59), 5-41.
- Hofstadter, D., & Sander, E. (2013). *Surfaces and essences: Analogy as the fuel and fire of thinking*. Basic Books.
- Hofstadter, D. R. (2001). Analogy as the core of cognition. *The analogical mind: Perspectives from cognitive science*, 499-538.
- Hoof, J. V., Lijnen, T., Verschaffel, L., & Dooren, W. V. (2013). Are secondary school students still hampered by the natural number bias? A reaction time study on fraction comparison tasks. *Research in Mathematics Education*, *15*(2), 154-164.
- Howard-Jones, P. A. (2014). Neuroscience and education: Myths and messages. *Nature Reviews Neuroscience*, *15*(12), 817-824.
- Hull, C. L. (1920). Quantitative aspects of evolution of concepts: An experimental study. *Psychological Monographs*, *28*(1), i-86.

- Hume, D. (1748). *Philosophical Essays Concerning Human Understanding*. A. Millar.
- Hummel, J. E., & Holyoak, K. J. (1997). Distributed representations of structure: A theory of analogical access and mapping. *Psychological Review*, *104*(3), 427-466.
- Inagaki, K., & Hatano, G. (2008). Conceptual change in naïve biology. *International handbook of research on conceptual change*, 240-262.
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, *106*(3), 1221-1247.
- Jacques, S., & Zelazo, P. D. (2005). On the possible roots of cognitive flexibility. In *The development of social cognition and communication* (p. 53-81). Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Kaput, J. J., & West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In *SUNY series, reform in mathematics education. The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (p. 235-287). Albany, NY, US: State University of New York Press.
- Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(3), 219-233.
- Keil, F. C. (1992). *Concepts, Kinds, and Cognitive Development*. MIT Press.
- Keil, F. C. (2011). Science Starts Early. *Science*, *331*(6020), 1022-1023.
- Kelemen, D. (2003). British and American children's preferences for teleo-functional explanations of the natural world. *Cognition*, *88*(2), 201-221.
- Kelemen, D. (1999a). The scope of teleological thinking in preschool children. *Cognition*, *70*(3), 241-272.
- Kelemen, D. (1999b). Why are rocks pointy? Children's preference for teleological explanations of the natural world. *Developmental Psychology*, *35*(6), 1440-1452.
- Klahr, D., & Nigam, M. (2004). The equivalence of learning paths in early science instruction: Effects of direct instruction and discovery learning. *Psychological science*, *15*(10), 661-667.
- Kraft, M. A. (2018). *Interpreting effect sizes of education interventions*. Brown University Working Paper. Downloaded Tuesday, April 16, 2019, from [https://scholar.harvard.edu/files/mkraft/files/kraft 2018 interpreting effect sizes.pdf](https://scholar.harvard.edu/files/mkraft/files/kraft%2018%20interpreting%20effect%20sizes.pdf)
- Kuhn, D. (2015). Thinking together and alone. *Educational researcher*, *44*(1), 46-53.
- Kuhn, D. (1999). A developmental model of critical thinking. *Educational researcher*, *28*(2), 16-46.
- Kuyper, H., Van der Werf, M. P. C., & Lubbers, M. J. (2000). Motivation, meta-cognition and self-regulation as predictors of long term educational attainment. *Educational Research and Evaluation*, *6*(3), 181-205.
- Lagnado, D. A., & Sloman, S. A. (2006). Time as a guide to cause. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *32*(3), 451.
- Lai, E. R. (2011). Critical thinking: A literature review. *Pearson's Research Reports*, *6*, 40-41.

- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. *AMC*, *10*(12), 720-733.
- Lakoff, G. (1987). *Women, fire and dangerous things. What categories reveal about the mind*. Chicago/London University of Chicago Press.
- Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). An application of hierarchical kappa-type statistics in the assessment of majority agreement among multiple observers. *Biometrics*, 363-374.
- Lanoë, C., Vidal, J., Lubin, A., Houdé, O., & Borst, G. (2016). Inhibitory control is needed to overcome written verb inflection errors: Evidence from a developmental negative priming study. *Cognitive Development*, *37*, 18-27.
- Lautrey, J., Rémi-Giraud, S., Sander, E., & Tiberghien, A. (2008). *Les connaissances naïves*. Consulté à l'adresse
- Leach, J., Driver, R., Scott, P., & Wood-Robinson, C. (1996). Children's ideas about ecology 2: Ideas found in children aged 5-16 about the cycling of matter. *International Journal of Science Education*, *18*(1), 19-34.
- Lehman, D. R., & Nisbett, R. E. (1990). A longitudinal study of the effects of undergraduate training on reasoning. *Developmental Psychology*, *26*(6), 952.
- Leslie, A. M., & Keeble, S. (1987). Do six-month-old infants perceive causality? *Cognition*, *25*(3), 265-288.
- Lewis, A., & Smith, D. (1993). Defining higher order thinking. *Theory Into Practice*, *32*(3), 131-137.
- Lilienfeld, S. O., Lynn, S. J., Ruscio, J., & Beyerstein, B. L. (2011). *50 great myths of popular psychology: Shattering widespread misconceptions about human behavior*. John Wiley & Sons.
- Lipman, M. (1988). Critical thinking—What can it be? *Educational Leadership*, *46*(1), 38–43.
- Lucas, C. G., Bridgers, S., Griffiths, T. L., & Gopnik, A. (2014). When children are better (or at least more open-minded) learners than adults: Developmental differences in learning the forms of causal relationships. *Cognition*, *131*(2), 284-299.
- Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P., & De Corte, E. (2003). Strategic aspects of numerosity judgment: The effect of task characteristics. *Experimental Psychology*, *50*(1), 63-75.
- Mackie, J. L. (1980). *Cement of the universe: A study of causation*. Oxford, UK: Clarendon.
- Mackie, J. E., & Bruce, C. D. (2016). Increasing nursing students' understanding and accuracy with medical dose calculations: A collaborative approach. *Nurse education today*, *40*, 146-153.
- Marin, L. M., & Halpern, D. F. (2011). Pedagogy for developing critical thinking in adolescents: Explicit instruction produces greatest gains. *Thinking Skills and Creativity*, *6*(1), 1-13.
- Martinez, M. E. (2006). What is Metacognition? *Phi Delta Kappan*, *87*(9), 696-699.
- McCloskey, M. (1983). Naive theories of motion. *Mental models*, 299-324.
- McCloskey, M. E., & Glucksberg, S. (1978). Natural categories: Well defined or fuzzy sets? *Memory & Cognition*, *6*(4), 462-472.
- McCrink, K., & Spelke, E. S. (2010). Core multiplication in childhood. *Cognition*, *116*(2), 204-216.

- McPeck, J. E. (1990). Critical Thinking and Subject Specificity: A Reply to Ennis. *Educational Researcher*, 19(4), 10-12.
- Mellone, M., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2014). Making sense of word problems: The effect of rewording and dyadic interaction. In *PME 38/PME-NA 36. Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 201-208). PME; Vancouver, Canada.
- Mellone, M., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2017). The effect of rewording and dyadic interaction on realistic reasoning in solving word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 46, 1-12.
- MEN-Direction de la prospective. (2019). Cedre 2007-2013-2018 – Sciences en fin de collège. *Note d'information n°19.33*  
Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2019/37/8/depp-ni-2019-19-33-cedre-sciences-college\\_1174378.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2019/37/8/depp-ni-2019-19-33-cedre-sciences-college_1174378.pdf)
- MEN-Direction de la prospective. (2019). Cedre 2007-2013-2018 – Sciences en fin d'école. *Note d'information n°19.32*.  
Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2019/37/8/depp-ni-2019-19-33-cedre-sciences-college\\_1174378.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2019/37/8/depp-ni-2019-19-33-cedre-sciences-college_1174378.pdf)
- MEN-Direction de la prospective. (2018). L'éducation prioritaire. Etats des lieux. *Note d'information n°18.02*. Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2018/68/4/depp-ni-2018-18-02-l-education-prioritaire-etat-des-lieux\\_896684.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2018/68/4/depp-ni-2018-18-02-l-education-prioritaire-etat-des-lieux_896684.pdf)
- MEN-Direction de la prospective. (2017). L'éducation prioritaire. Etats des lieux. *Note d'information n°17.25*. Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2018/68/4/depp-ni-2018-18-02-l-education-prioritaire-etat-des-lieux\\_896684.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2018/68/4/depp-ni-2018-18-02-l-education-prioritaire-etat-des-lieux_896684.pdf)
- MEN-Direction de la prospective. (2016). Les élèves de 15 ans en France selon PISA 2015 en culture scientifique. *Note d'information n°37*. Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2016/39/3/depp-ni-2016-37-PISA-2015-culture-scientifique\\_678393.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2016/39/3/depp-ni-2016-37-PISA-2015-culture-scientifique_678393.pdf)
- MEN-Direction de la prospective. (2016). TIMMS 2015 mathématiques et sciences. *Note d'information n°33*. Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2016/81/9/depp-ni-2016-33-TIMSS-2015-mathematiques-sciences-evaluation-internationale-eleves-CM1\\_672819.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2016/81/9/depp-ni-2016-33-TIMSS-2015-mathematiques-sciences-evaluation-internationale-eleves-CM1_672819.pdf)
- MEN-Direction de la prospective. (2015). CEDRE 2014 – Mathématiques en fin d'école primaire. *Note d'information n°18*.  
Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/2015/25/2/depp-ni-2015-18-cedre-2014-mathematiques-ecole\\_422252.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/2015/25/2/depp-ni-2015-18-cedre-2014-mathematiques-ecole_422252.pdf)
- Michotte, A. (1946). *The perception of causality, trans.* TR Miles and E. Miles. London: Methuen.
- Mills, C. M., Danovitch, J. H., Rowles, S. P., & Campbell, I. L. (2017). Children's success at detecting circular explanations and their interest in future learning. *Psychonomic Bulletin & Review*, 24(5), 1465-1477.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The Unity and Diversity of Executive Functions and Their Contributions to Complex "Frontal Lobe" Tasks: A Latent Variable Analysis. *Cognitive Psychology*, 41(1), 49-100.
- Morris, S. B. (2008). Estimating Effect Sizes From Pretest-Posttest-Control Group Designs. *Organizational Research Methods*, 11(2), 364-386.

- Morris, M. W., & Murphy, G. L. (1990). Converging operations on a basic level in event taxonomies. *Memory & Cognition*, 18(4), 407-418.
- Munter, C., Cobb, P., & Shekell, C. (2016). The Role of Program Theory in Evaluation Research: A Consideration of the What Works Clearinghouse Standards in the Case of Mathematics Education. *American Journal of Evaluation*, 37(1), 7-26.
- Murphy, G. (2004). *The Big Book of Concepts*. MIT Press.
- Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and Learning Fraction and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27-52.
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept Part I — Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11(2), 217-253.
- Novick, L. R., & Hmelo, C. E. (1994). Transferring symbolic representations across nonisomorphic problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 20(6), 1296-1231.
- Novick, L. R. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology: Learning, memory, and cognition*, 14(3), 510.
- OCDE (2018). Rapport Le futur de l'éducation et des compétences. Projet Éducation 2030. Consulté sur [https://www.oecd.org/education/2030-project/about/documents/French%20version%20-%20OECD%20Education%202030%20Position%20Paper\\_final%20\(07.06.2018\).pdf](https://www.oecd.org/education/2030-project/about/documents/French%20version%20-%20OECD%20Education%202030%20Position%20Paper_final%20(07.06.2018).pdf)
- Palmer, D. H. (1997). Students' application of the concept of interdependence to the issue of preservation of species: Observations on the ability to generalize. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 34(8), 837-850.
- Partington, J. E., & Leiter, R. G. (1949). Partington's Pathways Test. *Psychological Service Center Journal*.
- Pasquinelli, E., Bedel, A., Farina, M., Lejeune, N., & Casati, R. (2019). Définir et éduquer l'esprit critique. Projet EEC-Education à l'esprit critique (ANR-18-CE28-0018).
- Pasquinelli, E. (2013). Slippery slopes. Some considerations for favoring a good marriage between education and the science of the mind-brain-behavior, and forestalling the risks. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(3-4), 111-121.
- Paul, R. W. (1992). Critical thinking: What, why, and how? *New Directions for Community Colleges*, 1992(77), 3-24
- Paul, R. W. (1990). *Critical thinking*. Rohnert Park, CA: Sonoma State University.
- Petit, G. (2004). La représentation du verbe dans les manuels de français pour le primaire. A A. Vaguer, & B. Lavieu (dirs.), *Le verbe dans tous ses états*, 51-78.
- Perels, F., Dignath, C., & Schmitz, B. (2009). Is it possible to improve mathematical achievement by means of self-regulation strategies? Evaluation of an intervention in regular math classes. *European Journal of Psychology of Education*, 24(1), 17.
- Perkins, D. N., & Salomon, G. (1989). Are cognitive skills context-bound?. *Educational researcher*, 18(1), 16-25.

- Piaget, J. (1929). Les deux directions de la pensée scientifique. *Arch. des sciences physiques et naturelles*, 11, 145-162.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. France: Presses Universitaires de France.
- Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., & Gertzog, W. A. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education*, 66(2), 211-227.
- Posner, M. I. (1973). *Cognition: An introduction*.
- Proust, J. (2012). Metacognition and mindreading: one or two functions? In M. J. Beran, J. L. Brandl, J. Perner, & J. Proust (Eds.), *Foundations of Metacognition* (pp. 234–251). Oxford, UK: Oxford University Press.
- Quinn, G. E., Shin, C. H., Maguire, M. G., & Stone, R. A. (1999). Myopia and ambient lighting at night. *Nature*, 399(6732), 113-114.
- Reed, S. K., Ernst, G. W., & Banerji, R. (1974). The role of analogy in transfer between similar problem states. *Cognitive Psychology*, 6(3), 436-450.
- Reiner, M., Slotta, J. D., Chi, M. T. H., & Resnick, L. B. (2000). Naive Physics Reasoning: A Commitment to Substance-Based Conceptions. *Cognition and Instruction*, 18(1), 1-34
- Resnick, M. (1994) *Turtles, termites, and traffic jams: Explorations in massively parallel microworlds*. Cambridge, MA, USA: MIT Press.
- Richard, J. F. (2004). *Les activités mentales: de l'interprétation de l'information à l'action*. A. Colin.
- Rips, L. J., Shoben, E. J., & Smith, E. E. (1973). Semantic distance and the verification of semantic relations. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 12(1), 1-20.
- Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring Links From Childhood Mathematics and Reading Achievement to Adult Socioeconomic Status. *Psychological Science*, 24(7), 1301-1308.
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing Mathematics Knowledge. *Child Development Perspectives*, 11(3), 184-190.
- Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, 99(3), 561-574.
- Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2009). Compared with what? The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101(3), 529-544.
- Rittle-Johnson, B., Star, J. R., & Durkin, K. (2009). The importance of prior knowledge when comparing examples: Influences on conceptual and procedural knowledge of equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 836-852.
- Rogers, R. D., & Monsell, S. (1995). Costs of a predictable switch between simple cognitive tasks. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(2), 207-231.
- Rosch, E., & Mervis, C. B. (1975). Family resemblances: Studies in the internal structure of categories. *Cognitive psychology*, 7(4), 573-605.

- Rosch, E. (1976). Classifications d'objets du monde réel: Origines et représentations dans la cognition. *Bulletin de Psychologie*, Numéro spécial dirigé par S. Ehrlich et E. Tulving, (pp. 242-250).
- Ross, B. H. (1987). This is like that: The use of earlier problems and the separation of similarity effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13(4), 629-639.
- Rothman, K. J. (1976). Reviews and Commentary. Causes. *American Journal of Epidemiology*, 104(6), 587-592.
- Salomon, G., & Perkins, D. N. (1989). Rocky Roads to Transfer: Rethinking Mechanism of a Neglected Phenomenon. *Educational Psychologist*, 24(2), 113-142.
- Sander, E., Gros, H., Gvozdic, K., & Scheibling-Sève, C. (2018). *Les neurosciences en éducation*. France : Retz.
- Sander, E. (2017). Le développement conceptuel. Dans Miljkovitch, R. (dir.) *Psychologie du développement* (1<sup>e</sup> éd., p.107-116). France : Elsevier Masson.
- Sander, E. (2000). *L'analogie, du naïf au créatif : analogie et catégorisation*. France : Editions L'Harmattan.
- Sander, E., & Richard, J-F. (2005). Analogy and transfer: Encoding the problem at the right level of abstraction. *In Proceedings of the 27th Annual Conference of the Cognitive Science Society*. 22nd-24th July, Stresa, 925-930.
- Sangster Jokić, C., & Whitebread, D. (2011). The Role of Self-Regulatory and Metacognitive Competence in the Motor Performance Difficulties of Children with Developmental Coordination Disorder: A Theoretical and Empirical Review. *Educational Psychology Review*, 23(1), 75-98.
- Schank, R. C. (1999). *Dynamic Memory Revisited*. Cambridge: Cambridge University Press
- Scheibling-Sève, C., Pasquinelli, E., Sander, E. (en révision) Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. *Educational Studies in Mathematics*
- Scheibling-Sève, C., Sander, E., & Pasquinelli, E. (2017). Developing cognitive flexibility in solving arithmetic word problems. *In CogSci*.
- Schliemann, A. D., Araujo, C., Cassundé, M. A., Macedo, S., & Nicéas, L. (1998). Use of Multiplicative Commutativity by School Children and Street Sellers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(4), 422-435.
- Schneider, M., Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental Psychology*, 47(6), 1525-1538.
- Schoenfeld, A. H., & Herrmann, D. J. (1982). Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8(5), 484-494.
- Shtulman, A., & Valcarcel, J. (2012). Scientific knowledge suppresses but does not supplant earlier intuitions. *Cognition*, 124(2), 209-215.
- Shtulman, A., & Schulz, L. (2008). The Relation Between Essentialist Beliefs and Evolutionary Reasoning. *Cognitive Science*, 32(6), 1049-1062.

- Shtulman, A. (2006). Qualitative differences between naïve and scientific theories of evolution. *Cognitive Psychology*, *52*(2), 170-194.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M.I., Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, *23*(7), 691-697.
- Siegler, R. S., & Lortie-Forgues, H. (2015). Conceptual knowledge of fraction arithmetic. *Journal of Educational Psychology*, *107*(3), 909-918.
- Singer-Freeman, K. E., & Goswami, U. (2001). Does half a pizza equal half a box of chocolates?: Proportional matching in an analogy task. *Cognitive Development*, *16*(3), 811-829.
- Slater, A., Quinn, P. C., Brown, E., & Hayes, R. (1999). Intermodal perception at birth: Intersensory redundancy guides newborn infants' learning of arbitrary auditory– visual pairings. *Developmental Science*, *2*(3), 333-338.
- Smidts, D. P., Jacobs, R., & Anderson, V. (2004). The Object Classification Task for Children (OCTC): A measure of concept generation and mental flexibility in early childhood. *Developmental neuropsychology*, *26*(1), 385-401.
- Smith III, J. P., diSessa, A. A., & Roschelle, J. (1994). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *Journal of the Learning Sciences*, *3*(2), 115-163.
- Smith, E. E., & Medin, D. L. (1981). *Categories and concepts* (Vol. 9). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Smoke, K. L. (1932). An objective study of concept formation. *Psychological Monographs*, *42*(4), i-46.
- Sophian, C. (2007, July). Measuring spatial factors in comparative judgments about large numerosities. In *International Conference on Foundations of Augmented Cognition*, 157-165.
- Sophian, C., & Wood, A. (1997). Proportional reasoning in young children: The parts and the whole of it. *Journal of Educational Psychology*, *89*(2), 309-317.
- Spalding, T. L., & Murphy, G. L. (1996). Effects of background knowledge on category construction. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *22*(2), 525-538.
- Spelke, E. S., Kestenbaum, R., Simons, D. J., & Wein, D. (1995). Spatiotemporal continuity, smoothness of motion and object identity in infancy. *British Journal of Developmental Psychology*, *13*(2), 113-142.
- Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, *10*(1), 89-96.
- Spinillo, A. G., & Bryant, P. (1991). Children's Proportional Judgments: The Importance of "Half". *Child Development*, *62*(3), 427-440.
- Star, J. R., & Newton, K. J. (2009). The nature and development of experts' strategy flexibility for solving equations. *ZDM*, *41*(5), 557-567.
- Star, J. R., & Seifert, C. (2006). The development of flexibility in equation solving. *Contemporary Educational Psychology*, *31*(3), 280-300.
- Sternberg, R. J. (1986). *Critical Thinking: Its Nature, Measurement, and Improvement*.

- Stierlin, J., Scheibling-Sève, C, & Sander, E. (2019). (Mémoire). Le projet ACE : une nouvelle manière d'aborder les mathématiques à l'école primaire. Ecole Normale Supérieure. Paris
- Stillman, G., & Mevarech, Z. (2010). Metacognition research in mathematics education: From hot topic to mature field. *ZDM*, 42(2), 145-148.
- Strommen, E. (1995). Lions and tigers and bears, oh my! children's conceptions of forests and their inhabitants. *Journal of Research in Science Teaching*, 32(7), 683-698.
- Thompson, P. W., & Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. *Research companion to the principles and standards for school mathematics*, 95-113.
- Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1991). The influence of problem type and primitive models on preservice elementary teachers' about division. *School Science and Mathematics*, 91, 157-163.
- Treffers, A. (1987). Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobasproject. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Tricot, A. (2017). *L'innovation pédagogique*. France : Retz.
- Tricot, A., & Sweller, J. (2016). La cécité aux connaissances spécifiques. *Éducation et didactique*, 10(10-1), 9-26.
- Tricot, A., & Sweller, J. (2014). Domain-specific knowledge and why teaching generic skills does not work. *Educational psychology review*, 26(2), 265-283.
- Tversky, B., & Hemenway, K. (1984). Objects, parts, and categories. *Journal of experimental psychology: General*, 113(2), 169-193.
- Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 344-355.
- Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2010). How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students' understanding of rational numbers and their notation. *Cognition and instruction*, 28(2), 181-209.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23(1), 57-86.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2011). Analyzing and Developing Strategy Flexibility in Mathematics Education. In J. Elen, E. Stahl, R. Bromme, & G. Clarebout (Éd.), *Links Between Beliefs and Cognitive Flexibility: Lessons Learned* (p. 175-197).
- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 9-29.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335.

- Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2007). Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. *British Journal of Educational Psychology*, 77(4), 829-848.
- Villani, C., & Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Consulté sur [https://cache.media.education.gouv.fr/file/Fevrier/19/0/Rapport\\_Villani\\_Torossian\\_21\\_mesures\\_pour\\_enseignement\\_des\\_mathematiques\\_896190.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/Fevrier/19/0/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_896190.pdf)
- Vitriol, J. A., & Marsh, J. K. (2018). The illusion of explanatory depth and endorsement of conspiracy beliefs. *European Journal of Social Psychology*, 48(7), 955-969.
- Vosniadou, S. (1994). Capturing and modeling the process of conceptual change. *Learning and Instruction*, 4(1), 45-69.
- Vosniadou, S., Skopeliti, I., & Ikospentaki, K. (2005). Reconsidering the role of artifacts in reasoning: Children's understanding of the globe as a model of the earth. *Learning and instruction*, 15(4), 333-351.
- Vosniadou, S. (2009). *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.
- Vosniadou, S. (2012). Reframing the Classical Approach to Conceptual Change: Preconceptions, Misconceptions and Synthetic Models. In B. J. Fraser, K. Tobin, & C. J. McRobbie (Éd.), *Second International Handbook of Science Education* (p. 119-130).
- Vosniadou, S., & Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Learning and Instruction*, 14(5), 445-451.
- Wagner-Egger, P., Delouvé, S., Gauvrit, N., & Dieguez, S. (2018). Creationism and conspiracism share a common teleological bias. *Current Biology*, 28(16), 867-868.
- Willingham, D. T. (2008). Critical Thinking: Why Is It So Hard to Teach? *Arts Education Policy Review*, 109(4), 21-32.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. New York: Macmillan
- Yates, G. C. R., & Chandler, M. (1991). The Cognitive Psychology of Knowledge: Basic Research Findings and Educational Implications. *Australian Journal of Education*, 35(2), 131-153.
- Zadnik, K., Jones, L. A., Irvin, B. C., Kleinstein, R. N., Manny, R. E., Shin, J. A., & Mutti, D. O. (2000). Vision: Myopia and ambient night-time lighting. *Nature*, 404(6774), 143.
- Zelazo, P. D., Carter, A., Reznick, J. S., & Frye, D. (1997). Early Development of Executive Function: A Problem-Solving Framework. *Review of General Psychology*, 1(2), 198-226.
- Zelazo, P. D. (2006). The Dimensional Change Card Sort (DCCS): A method of assessing executive function in children. *Nature protocols*, 1(1), 297-301.

## **THÈSE**

**Calliste SCHEIBLING-SÈVE**

---

# **DEVELOPPER L'ESPRIT CRITIQUE PAR LA CATEGORISATION MULTIPLE**

---

## **ANNEXES**



# Table des matières

<b>Annexe A. Exemples de stratégies d'élèves au posttest</b>	<b>5</b>
<b>Annexe B. Exemples de livrets de passation</b>	<b>29</b>
<b>B.1 Exemple de livret du posttest Partie 1</b>	<b>29</b>
<b>B.2 Exemple de livret du posttest Partie 2</b>	<b>39</b>
<b>Annexe C. Consignes de passation des pré et posttests</b>	<b>45</b>
<b>C.1 Consignes de passation au prétest</b>	<b>45</b>
<b>C.2 Consignes de passation au posttest</b>	
<b>Annexe D. 12 Fiches de l'enseignant pour les séances de mathématiques</b>	<b>55</b>
	<b>55</b>
<b>Annexe E. 12 Fiches de l'enseignant pour les séances de sciences</b>	<b>133</b>
<b>Annexe E – Vidéos des séances Rai'Flex</b>	<b>208</b>



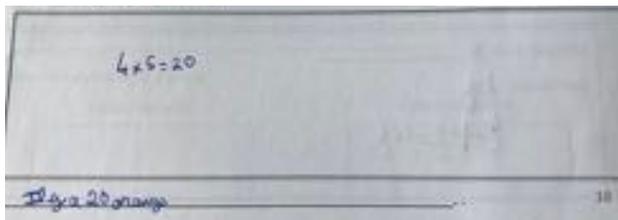
# Annexe A. Exemples de stratégies d'élèves au posttest

A1

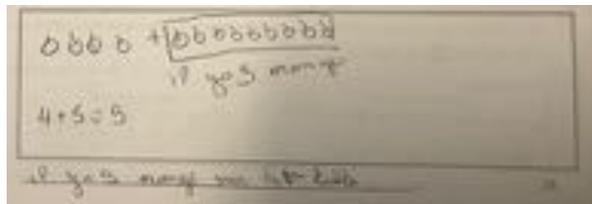
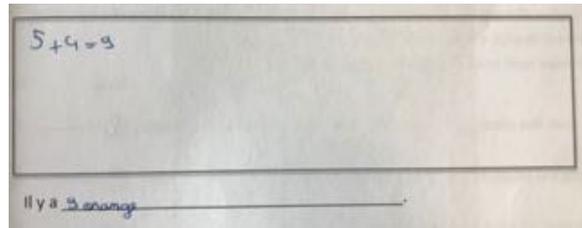
Il y a 4 pommes sur la table et il y a 5 fois plus d'orange.  
Combien y a-t-il d'oranges sur la table ?

Il y a \_\_\_\_\_.

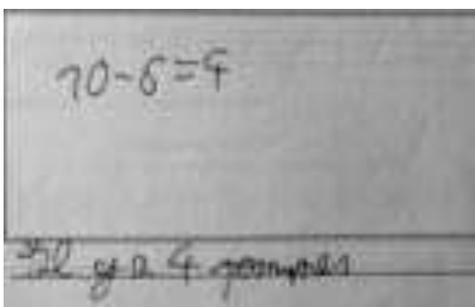
Stratégies expertes



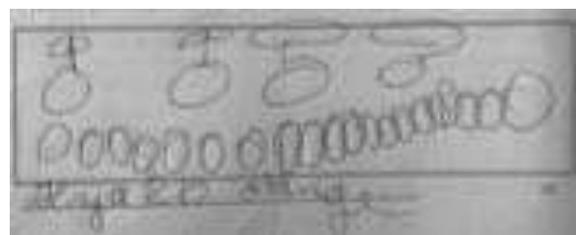
Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



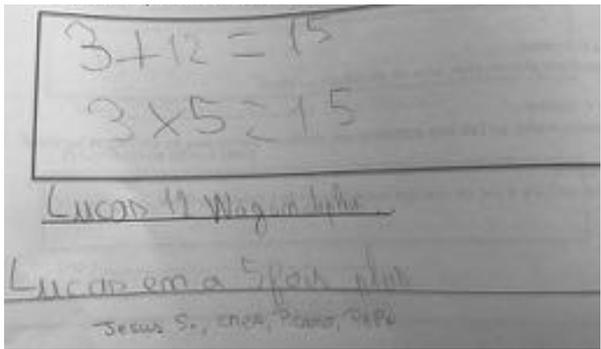
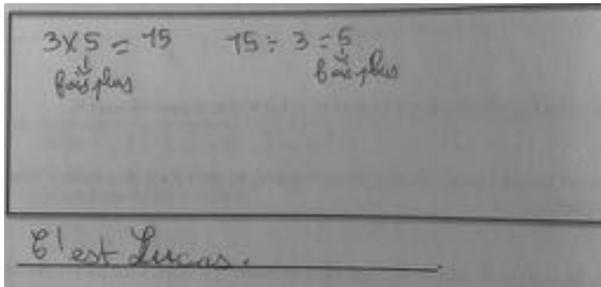
A2

Le train de Maria a 3 wagons et celui de Lucas a 15 wagons.  
Quel train est le plus grand ? Combien de fois plus grand ?

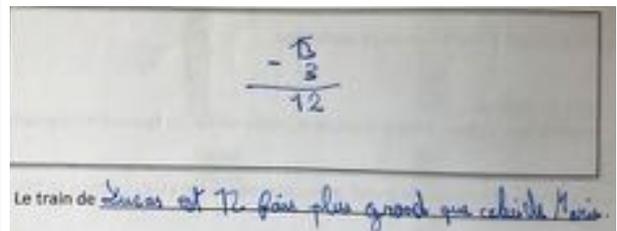


Le train de \_\_\_\_\_.

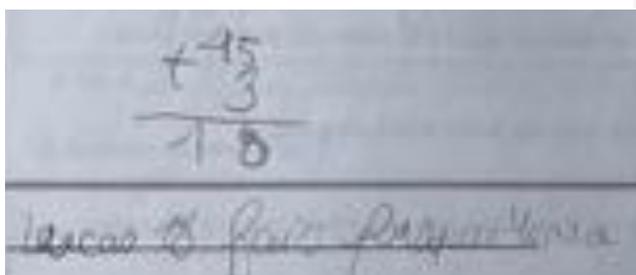
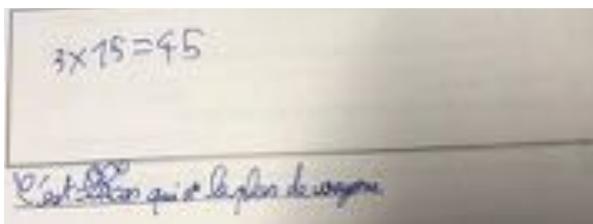
Stratégies expertes



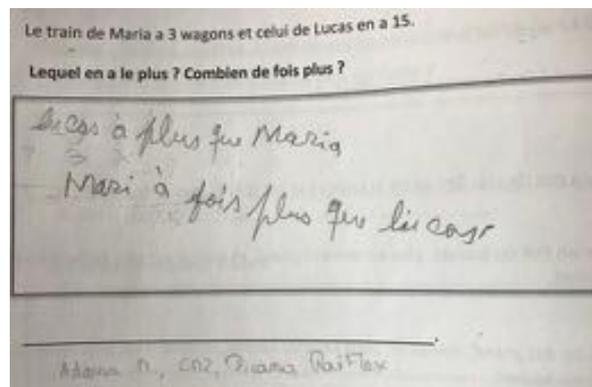
Stratégies naïves  
À domaine de validité limitée



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



A3  
A4  
A5

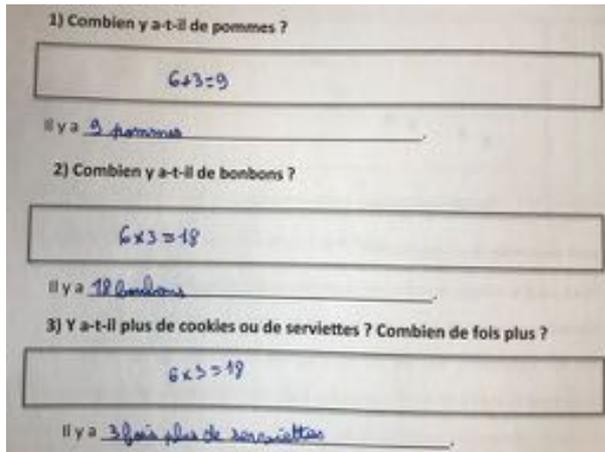
Il y a 6 cookies et 18 serviettes sur la table.  
Mais il y a aussi des pommes et des bonbons.  
Il y a 3 pommes de plus que de cookies. Il y a 3 fois plus de bonbons que de cookies .

1) Combien y a-t-il de pommes ?  
  
 Il y a \_\_\_\_\_.

2) Combien y a-t-il de bonbons ?  
  
 Il y a \_\_\_\_\_.

3) Y a-t-il plus de cookies ou de serviettes ? Combien de fois plus ?  
  
 Il y a \_\_\_\_\_.

Stratégies expertes



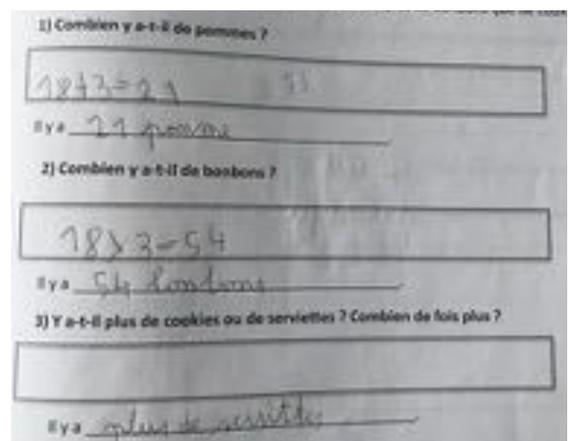
Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



A6  
A0

Quelles sont les unités de mesure de la température ?  
 Quelles sont les unités de mesure de la température ?

Unité : \_\_\_\_\_

Quelles sont les unités de mesure ?

Unité : \_\_\_\_\_

**Stratégies externes**

Quelles sont les unités de mesure de la température ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

Quelles sont les unités de mesure ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

**Stratégies internes  
 Fines de la formation de savoirs**

Quelles sont les unités de mesure de la température ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

Quelles sont les unités de mesure ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

**Méthodes  
 de résolution de problèmes**

Quelles sont les unités de mesure de la température ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

Quelles sont les unités de mesure ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

**Autres**

Quelles sont les unités de mesure de la température ?

$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Unité :  $^{\circ}\text{C}$

B2

Un directeur d'école fait une liste d'achats depuis 6 ans.  
Chaque année, ses achats sont de 2 ordinateurs, 4 imprimantes, 7 écrans.  
Combien d'achats le directeur a-t-il fait en tout ?

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

### Stratégies expertes

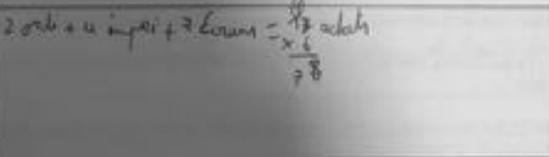
Un directeur d'école fait une liste d'achats depuis 6 ans.  
Chaque année, ses achats sont de 2 ordinateurs, 4 imprimantes, 7 écrans.  
Combien d'achats le directeur a-t-il fait en tout ?



2 ordi x 6 = 12 ordi  
4 impr x 6 = 24  
7 écrans x 6 = 42  
78

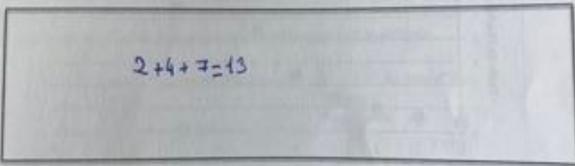
78 achats

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?



2 ordi + 4 impr + 7 écrans = 13 achats  
x 6  
78

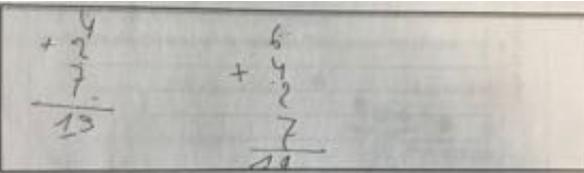
### Stratégies naïves hors du domaine de validité



$2 + 4 + 7 = 13$

Il fait 13 achats par an une année

### Heuristiques de résolution de problèmes



$$\begin{array}{r} + 2 \\ 7 \\ \hline 13 \end{array}$$

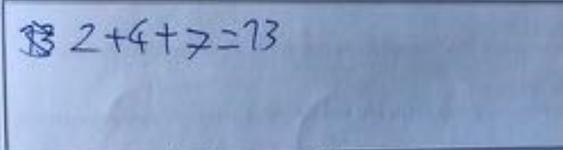
$$\begin{array}{r} + 6 \\ 4 \\ 7 \\ \hline 17 \end{array}$$

Le directeur a fait 13 d'achats.

Adame H., CM2, Picarno, Puy l'Evêque

### Autres

Combien d'achats le directeur a-t-il fait en tout ?



$2 + 4 + 7 = 13$

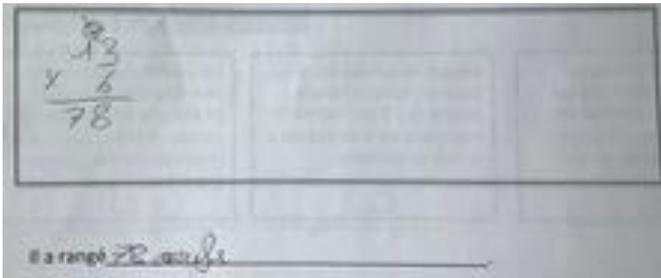
13 achats et 13 €

C2

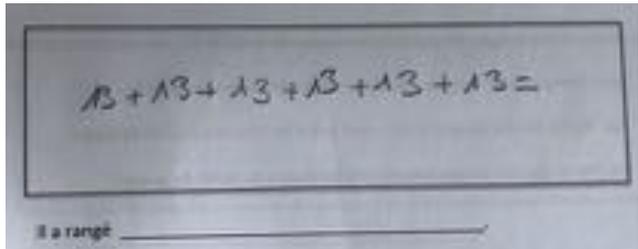
Un fermier range 6 œufs dans chaque boîte. Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 13. **Combien a-t-il rangé d'œufs?**

Il a rangé \_\_\_\_\_.

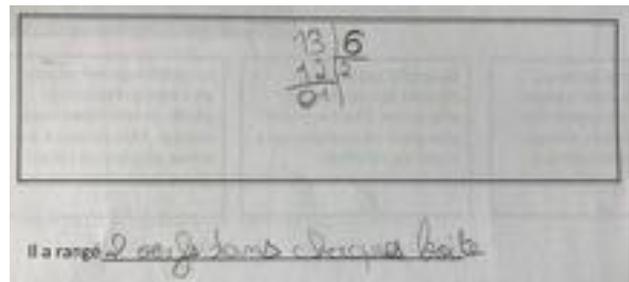
### Stratégies expertes



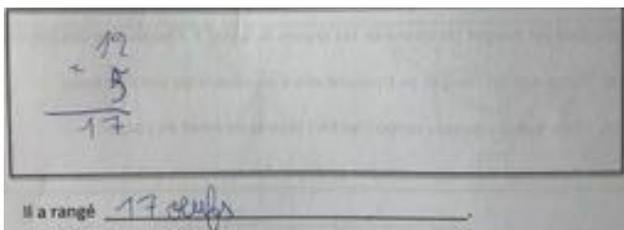
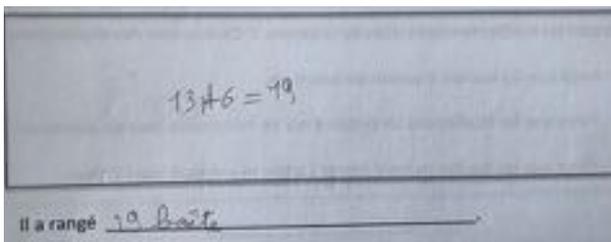
### Stratégies naïves A domaine de validité limité



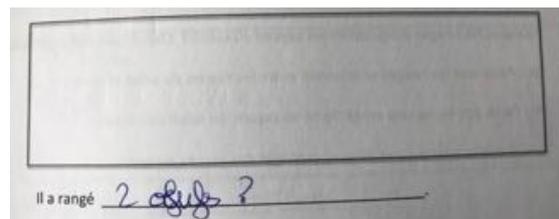
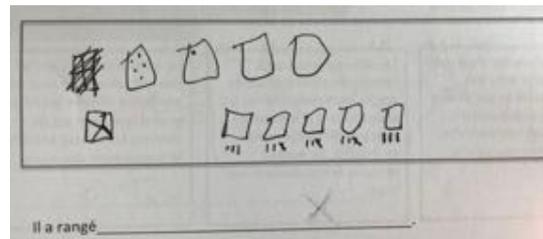
### Stratégies naïves hors du domaine de validité



### Heuristiques de résolution de problèmes



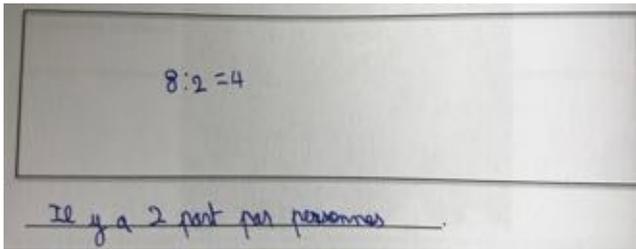
### Autres



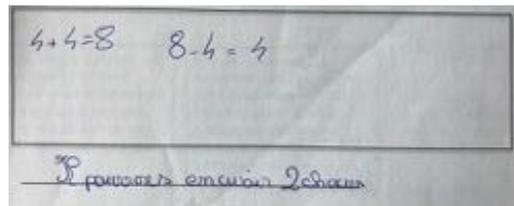
C3

Il y a 8 parts de gâteau et il y a 4 personnes.  
Combien de parts pourra avoir chaque personne ?

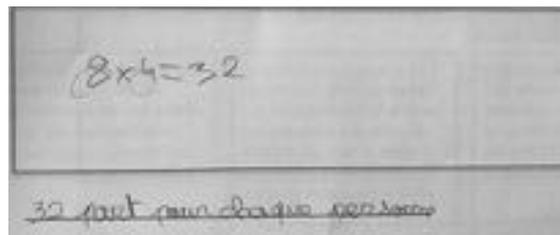
Stratégies expertes



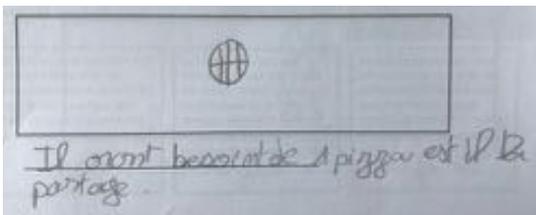
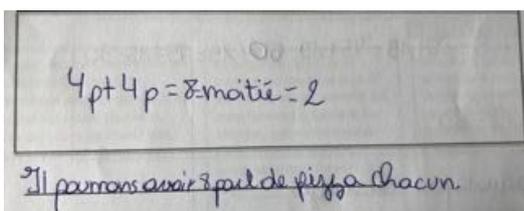
Stratégies naïves  
À domaine de validité limitée



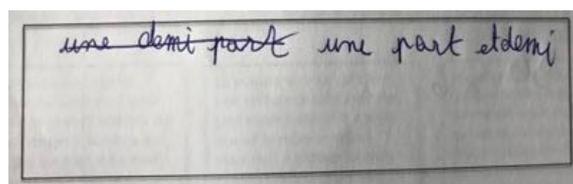
Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



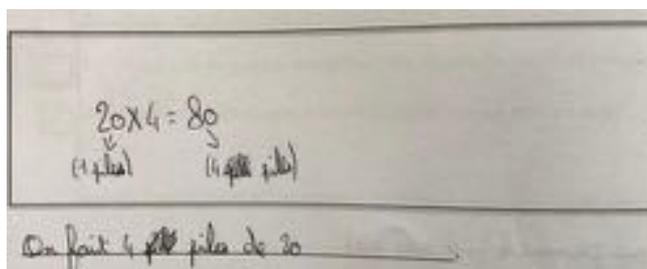
C5

On a 80 enveloppes. On fait des piles de 4 enveloppes. Combien fait-on de piles ?

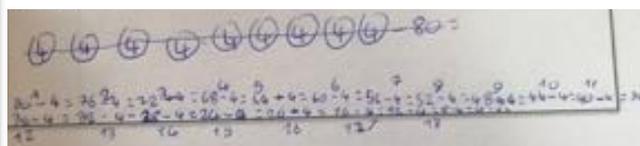


Il y a \_\_\_\_\_.

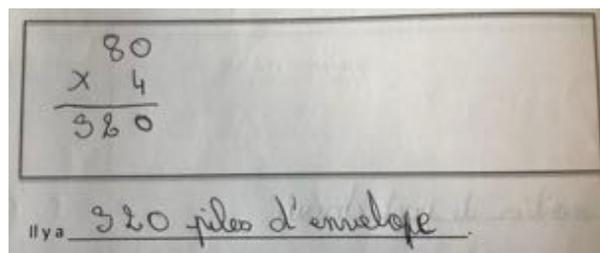
Stratégies expertes



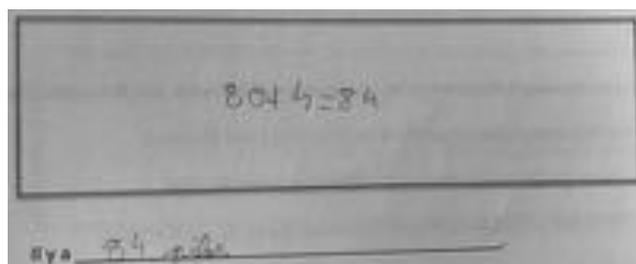
Stratégies naïves  
À domaine de validité limitée



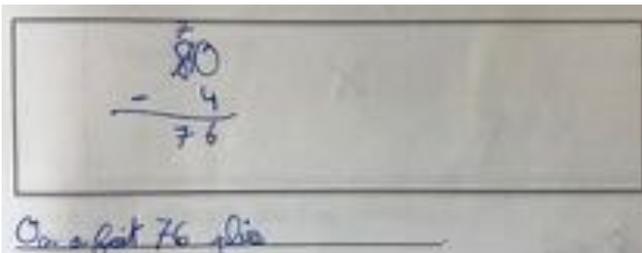
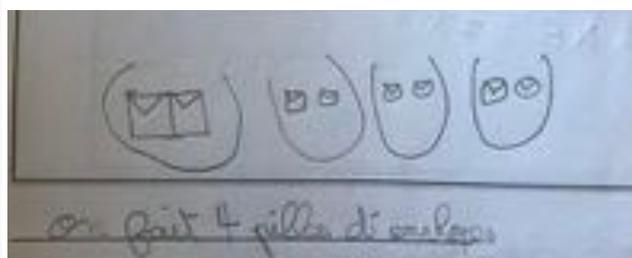
Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



C6  
F6

90 élèves doivent être transportés dans des cars de 40 places.

1) Combien de cars sont-ils nécessaires pour transporter tous les élèves ?

2) Si les premiers cars sont tous remplis, quelle proportion du dernier car sera remplie ?

1) \_\_\_\_\_.

2) \_\_\_\_\_.

Stratégies expertes

$$90 = 40 + 40 + 10$$

$$10 = \frac{1}{4} \times 40$$

1) Il faut 3 cars

2) La proportion est  $\frac{1}{4}$

$$\uparrow 40 \times 2 = 80 \quad \uparrow 10 + 10 = 90$$

1) 3 cars

2) 10 élèves =  $\frac{1}{4}$  d'un car

$\begin{array}{r} 90 \\ -40 \\ \hline 50 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -10 \\ \hline 0 \end{array}$
---	--

1) Il faut 3 cars

2) La proportion de places dans le dernier car est de  $\frac{10}{40}$

Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité

1) Il faut 9 cars.

2) 10 places seront occupées

$$\begin{array}{r} 90 \\ -40 \\ \hline 50 \end{array}$$

1) Il faut 3 cars

2) Le troisième aura 10 personnes.

Heuristiques  
de résolution de problèmes

1) Il en faut 3

2) La proportion est de 5.

$$90 \div 40 = 2,25$$

1) 2,25

2) 22,5

Autres

$$9 \times 4 = 36$$

1) Il y a 36 places

2) \_\_\_\_\_

2) Il y en aura dans le dernier.

E1

Tom a mangé  $\frac{1}{2}$  du gâteau. Et Jeanne a mangé  $\frac{1}{4}$  du gâteau.

A eux deux quelle fraction du gâteau ont-ils mangé ?

Stratégies expertes

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

A eux deux ils ont mangés  $\frac{3}{4}$  du gâteau.

Stratégies naïves  
hors du domaine de validité

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{6}$$

A eux deux ils ont mangé  $\frac{2}{6}$  du gâteau.

Heuristiques  
de résolution de problèmes

$$2 + 1 = \frac{3}{4}$$

A eux deux ils ont mangé  $\frac{3}{4}$  du gâteau.

$$4 + 1 = 5$$

Ils ont mangé  $\frac{5}{4}$  du gâteau.

Autres



E2

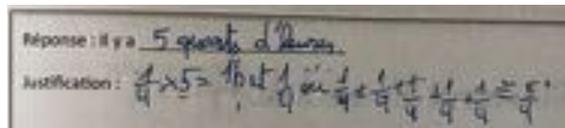
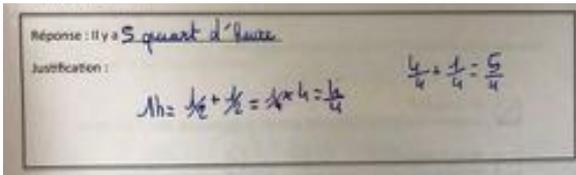
Combien y a-t-il de quart d'heure dans 1 heure et quart ?

Justifie ta réponse.

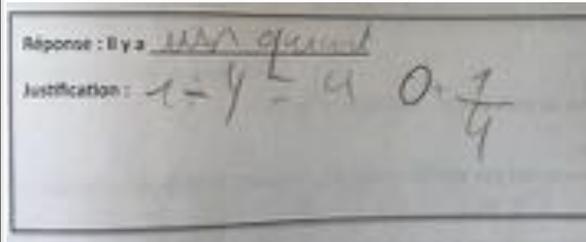
Réponse : Il y a \_\_\_\_\_

Justification :

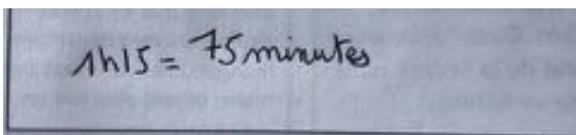
Stratégies expertes



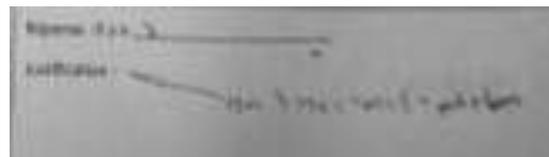
Stratégies naïves  
hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



E3

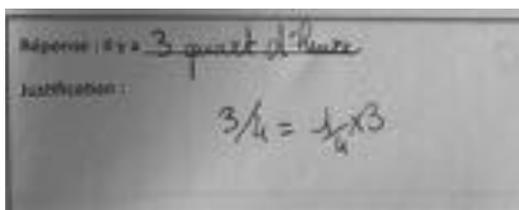
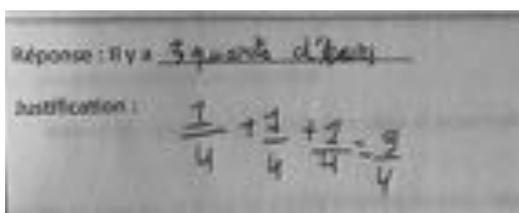
Combien y a-t-il de quart d'heure dans  $\frac{3}{4}$  d'heure ?

Justifie ta réponse.

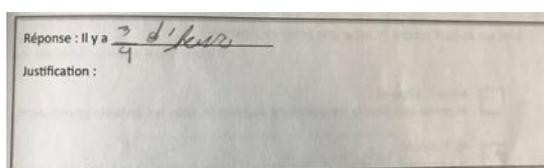
Réponse : Il y a \_\_\_\_\_

Justification :

Stratégies expertes



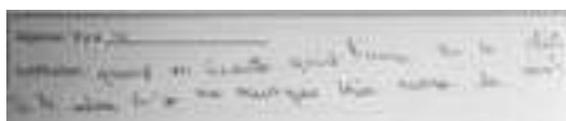
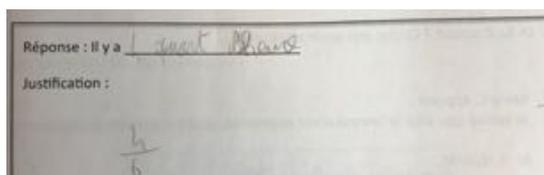
Stratégies naïves  
hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



E4

12 personnes mangent chacune un tiers de pizzas.

Combien y a-t-il de pizzas ?

Stratégies expertes

$12 \times \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 12 \div 3 = 4$   
il y a 4 pizzas

$12 \text{ parts} = \frac{12}{3} = 4 \text{ pizzas}$   
 $1 \text{ part} = \frac{1}{3} \text{ part pizza}$   
 $42 \text{ parts} = \frac{12}{3} = 4 \text{ pizzas}$

Stratégies naïves  
hors du domaine de validité

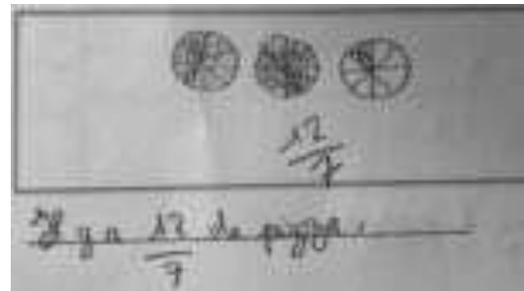
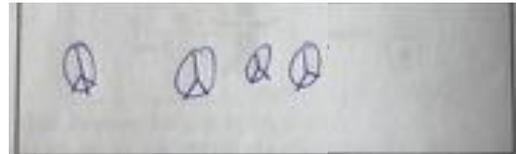
La connaissance naïve qu'une multiplication est une addition répétée de nombres entier implique une absence de réponse.

Heuristiques  
de résolution de problèmes

$12 \div 3 = 3$   
il y a 3 pizzas

$12 - 3 = 9$   
 $3 + 3 = 12$   
il y a 3 pizzas

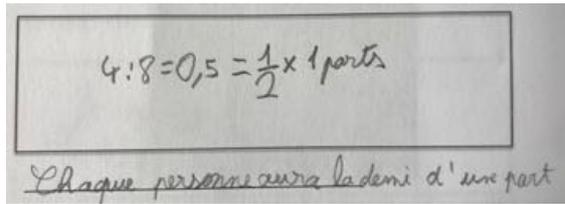
Autres



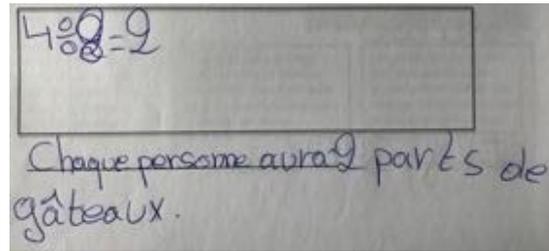
E5

Il y a 4 parts de pizza et il y a 8 personnes.  
Combien de parts de pizza pourra avoir chaque personne ?

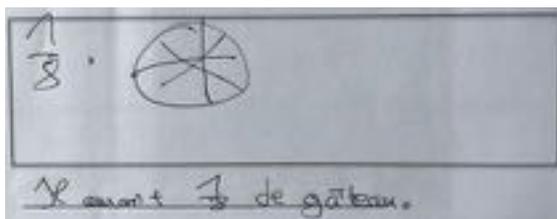
Stratégies expertes



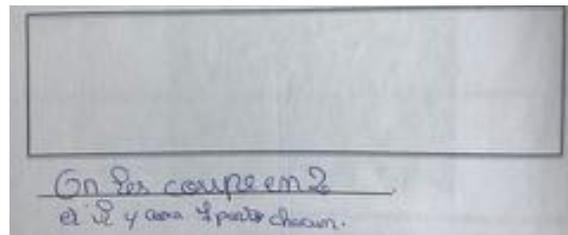
Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres

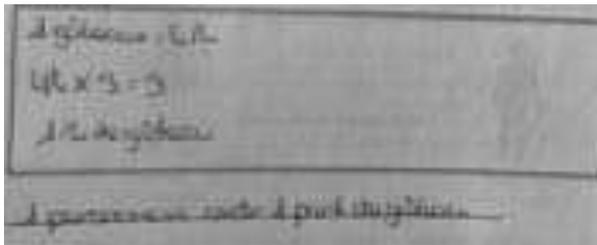


E6

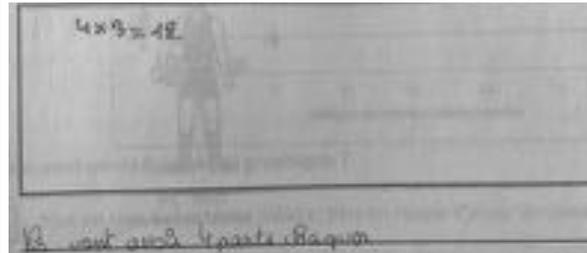
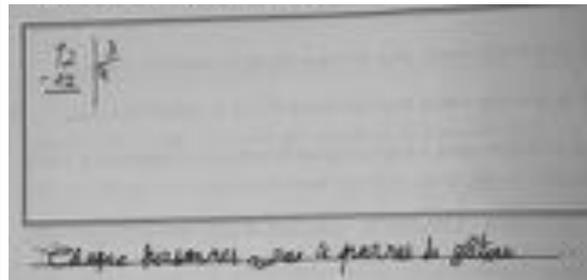
12 personnes veulent se répartir 3 gâteaux.

Quelle part de gâteau vont-ils avoir ?

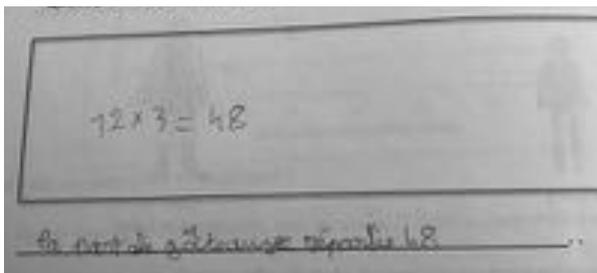
Stratégies expertes



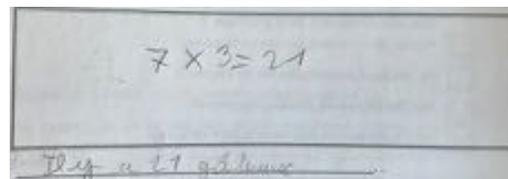
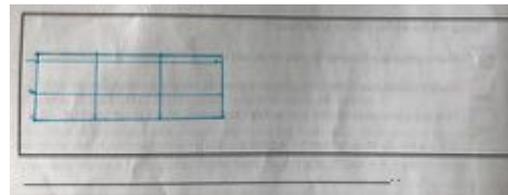
Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité



Heuristiques  
de résolution de problèmes



Autres



E7

Au goûter, il y a 2 cakes : un avec des noix et un avec des raisins.

Julia, Ylies et Mylan veulent se partager les cakes. Mais Julia est allergique au noix.

Ils veulent tous les 3 manger le même nombre de parts. Comment peuvent-ils faire ?

Colorie ce que Julia va manger.

Cake avec noix

Cake avec raisins

### Stratégies expertes

$$1c. = \frac{2}{3}$$
$$\frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{3}$$

*Ils vont chacun manger 2 parts.*

Colorie ce que Julia va manger.

Cake avec noix      Cake avec raisins

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{6}{6}$$

*Julia va manger  $\frac{2}{3}$  d'orange.*

Colorie ce que Julia va manger.

Cake avec noix      Cake avec raisins

### Stratégies naïves hors du domaine de validité

*On coupe les cakes en 3.*

$$3 \times 2 = 6$$

*Chaque enfant 2 parts.*

### Heuristiques de résolution de problèmes

*Julia retire la noix du cake.*

$$\frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

*Ils vont manger 2 demi parts.*

Colorie ce que Julia va manger.

Cake avec noix      Cake avec raisins

### Autres

$$10 \div 2 = 5$$

*Il faut couper les cakes en 5.*

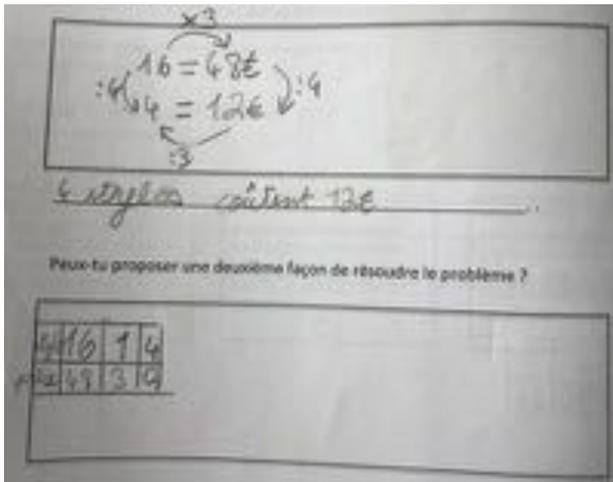
Colorie ce que Julia va manger.

F2

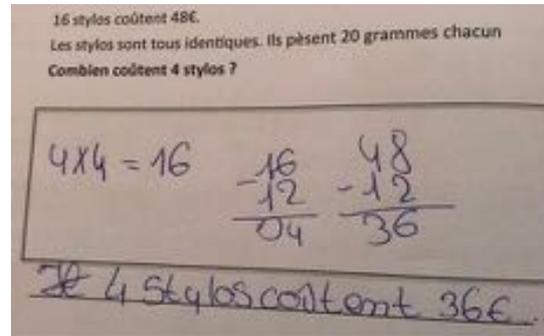
16 stylos coûtent 48€.  
 Les stylos sont tous identiques. Ils pèsent 20 grammes chacun  
**Combien coûtent 4 stylos ?**

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

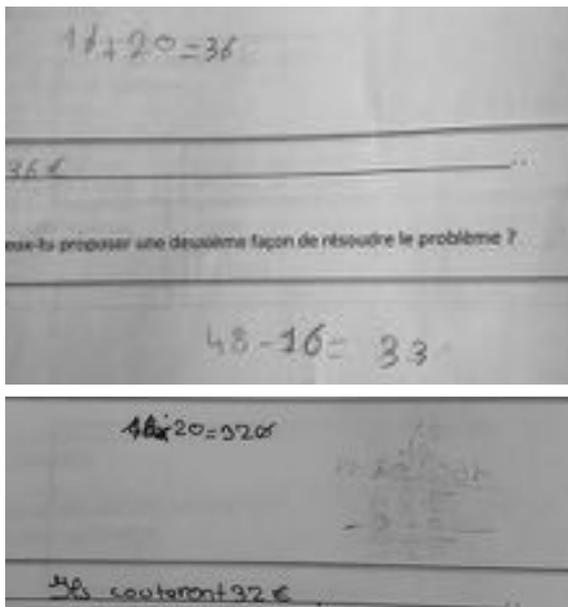
Stratégies expertes



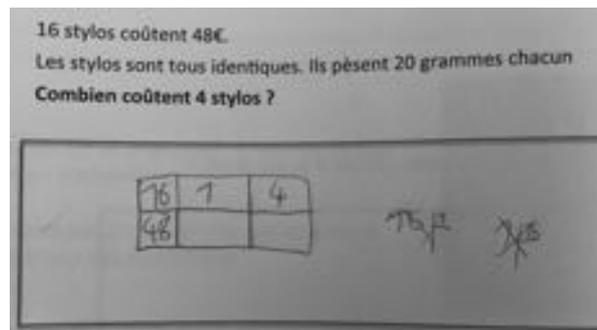
Stratégies naïves  
 hors du domaine de validité



Heuristiques  
 de résolution de problèmes



Autres



F4

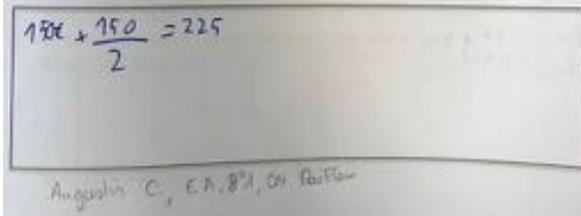
6 objets identiques coûtent 150€. Combien coûtent 9 de ces objets ?

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

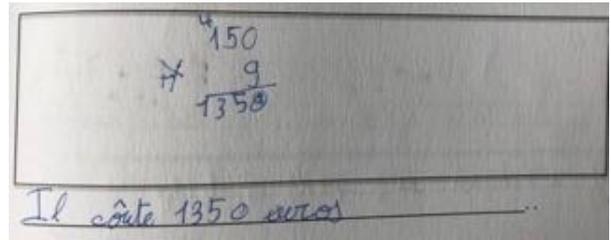
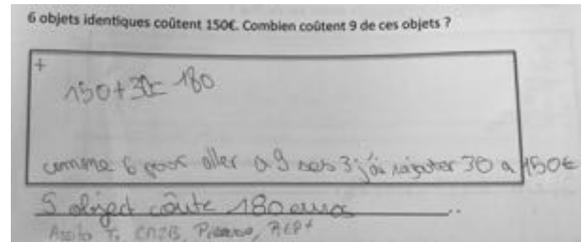
### Stratégies expertes



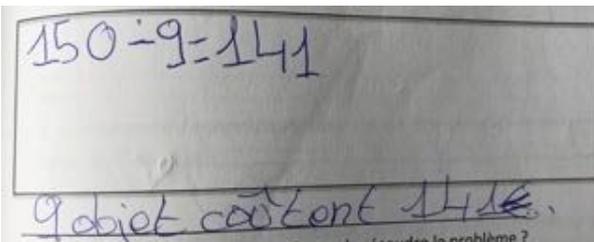
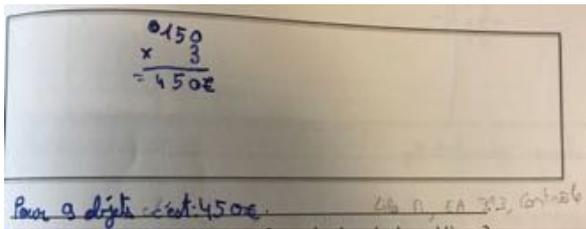
Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?



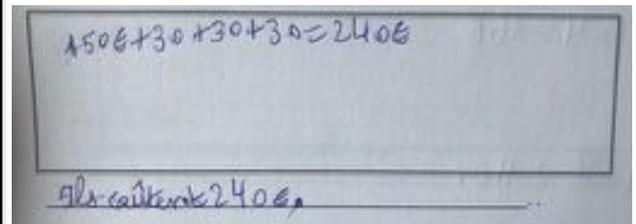
### Stratégies naïves hors du domaine de validité



### Heuristiques de résolution de problèmes



### Autres



2A



Voici les différents animaux et algues qui vivent dans cette mer.



Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?

Stratégies expertes

Si je fais disparaître tout les phoques il n'y aura plus personne pour manger les gros poissons qui sont en prof et puis manger les les petits poissons qui me personne plus manger les algues donc il y aura beaucoup plus d'algues  
Peux-tu faire un schéma ?

Stratégies naïves  
À domaine de validité limitée

Si le phoque disparaît tout les animal vont disparaître c'est une chaîne  
Peux-tu faire un schéma ?

Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité

Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?  
Les gros poissons cela va continuer comme sur le dessin sauf que la plus grosse bête sera le gros poisson

Si je fais disparaître un phoque rien ne va changer car aucune espèce de ce dessin ne mange le phoque  
Peux-tu faire un schéma ?

Autres

Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?  
On pourra plus manger de poisson

Si je fais disparaître toutes les algues, que va-t-il se passer ?  
Peut-être qu'ils vont mourir, ou qu'ils vont être ~~emmenés~~ emmenés.

Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille et le poids à la naissance.

Lorsqu'ils naissent, les bébés mesurent 50 cm en moyenne.

A la naissance, les bébés de petite taille pèsent moins de 2,5kg.

A la naissance, les bébés de grande taille pèsent plus de 3,5kg.



Bébé de petite taille  
- de 2,5 kg



Bébé de grande taille  
+ de 3,5 kg

A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?

Stratégies expertes

A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?  
*carce qu'il sont plus grand*

A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?  
*Plutôt grand plus tranquille nature tout à coup  
+ tu pèse lourd*

Stratégies naïves  
À domaine de validité limité

*La stratégie naïve de corrélation comme causalité est confondue avec la stratégie experte.*

Heuristiques  
de résolution de problèmes

A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?  
*Je ne pense pas qu'il y ait un lien entre le poids et la taille.* 15

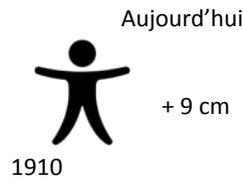
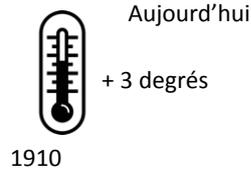
A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?  
*Il y a aucun lien*

Autres

A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?  
*carce que la maman et son trop manger, plus elle mange, plus le bébé est gros*

2C1

Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille des enfants de 10 ans et le réchauffement climatique.



La température en France a augmenté de 3 degrés entre 1910 et aujourd'hui.

En France, la taille des enfants de 10 ans a augmenté de 9 cm entre 1910 et aujourd'hui.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?

Stratégies expertes

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 Il y a 3 degrés de plus quand 1910 car on utilise plus depuis l'invention des voitures. Etais pour les enfants c'est peut-être parce qu'ils mangent plus de produits laitiers.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 Et puis parce qu'il n'y a pas de lien.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 Je pense que c'est peut-être parce qu'ils mangent plus de produits laitiers.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 La taille des enfants a augmenté car depuis 1910 les enfants mangent plus de produits laitiers.

Stratégies naïves  
 Hors du domaine de validité

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 C'est parce qu'il y a plus de soleil et plus de chaleur, ça les rend plus grands.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 C'est parce que les enfants mangent plus de produits laitiers et ils sont plus grands.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 Parce que plus ils sont plus ils sont plus grands.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 Car il fait plus chaud donc meilleur temps pour faire des sports et meilleur temps pour faire pousser des légumes et tout ça ça fait grandir.

Heuristiques  
 de résolution de problèmes

L'heuristique « il n'y est pas de lien » est confondue avec la stratégie experte.

Autres

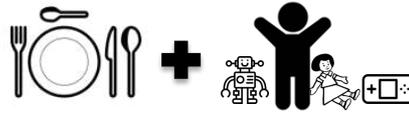
A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?  
 Parce qu'il y a plus d'enfants vivants.

3C1 Un journal a fait une enquête sur le lien entre jouer à des jeux et être fatigué au réveil.



Des enfants de 8 ans dînent à 19h puis lisent un livre pendant 1h avant d'aller se coucher.

Au réveil, ils ne sont pas fatigués.



Des enfants de 8 ans dînent à 19h puis jouent pendant 3h avant d'aller se coucher.

Au réveil, ils sont fatigués.

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?

Stratégies expertes

Parce que ils lisent un livre pendant 1h alors que d'autres jouent pendant 3h jusqu'à 22h donc ils dorment pas beaucoup.

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?  
Parce qu'il jouent 3 fois plus que d'autres.

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?  
Car les enfants qui lisent s'endorment à 20h et il mange à 19h et ce qui s'endort mange à 19h et s'endort s'endort à 20h de cause il dort à 22h.

Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?  
Parce-que ce qui lisent un livre sa repose le cerveau. Tandis - que ce qui joue sa travail le cerveau.

Heuristiques  
de résolution de problèmes

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?  
Il y a aucun lien.

Autres

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?  
Les enfants sont fatigués car il jouent beaucoup.

Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille et le fait d'être joueur de basket professionnel.

En moyenne, les hommes mesurent 1m75 en France.

Et les joueurs de basket de l'équipe de France mesurent en moyenne 2m.



Taille : 1m75  
Homme français



Taille : 2m  
Joueur de basket

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?

Stratégies expertes

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 Et moi aussi, plus on est grand, mieux on peut atteindre le panier, donc on est plus fort en basket et plus on a de chances de devenir joueur de basket.

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 Ils sont plus grands car les gens qui les embauche ont besoin de personnes grands.

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 car plus on est grand, plus on peut atteindre le panier et plus on a de chances de devenir joueur de basket.

Stratégies naïves  
Hors du domaine de validité

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 à force de jouer.

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 je pense que plus on joue en basket plus on grandit plus on a de chances de devenir joueur de basket.

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 parce qu'ils sont plus grands.

Heuristiques de résolution de problèmes

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 il est dépendant de la moyenne, mais il y a aussi la taille de la personne qui joue au basket et plus on est grand, plus on a de chances de devenir joueur de basket.

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 La taille est le facteur le plus important.

Autres

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 parce que les joueurs professionnels ne sont pas tous entièrement français.

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?  
 Les joueurs de basket sont plus grands que la moyenne car ils sont joueurs et jouent quand on est jeune on est plus grand. Narius D, Antoine, EA, CN2

1D

Votre grand-tante pense que pour faire un bon lancer aux dés, il faut souffler dessus avant de les jeter.

1) Qu'en penses-tu ? Coche ta réponse.

- Elle a raison.
- Elle a peut-être raison.
- Elle n'a pas raison.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?

---



---

### Stratégies expertes

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 On pourrait prendre 100 personnes. On en prendrait 50 pour qu'ils soufflent sur les dés avant de jouer et l'autre demi lancerait les dés sans souffler dessus et on comparerait les résultats.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 On souffle sur un dé et on le lance et quelqu'un qui ne sait pas qu'on n'a soufflé dessus et il le lance.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 Tu lance une fois sans souffler et tu regardes ensuite. Tu lance une fois en soufflant et tu regardes la différence entre les deux manières.

### Stratégies naïves

Hors du domaine de validité

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 Si ça lui porte chance si elle fait mieux pour elle.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 Ça va à la maison mon frère s'écriait toujours si j'ai un bon nombre, quand il souffle sur le dé.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 par ce que ~~je~~ je l'ai fait pleins de fois et ça me marche par.

### Heuristiques

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 On demande à une personne avisée qui a de l'intelligence.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 Parce que certaines personnes croient que ça se marche d'autres non.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 C'est peut-être un professionnel.

### Autres

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 Le souffle peut peut-être modifier l'angle des dés et donc peut-être que quand on les lance la modification de l'angle des dés donne des fois un meilleur score.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?  
 On essaye on fait un test et la deuxième fois on passe.

## Annexe B. Exemples de livrets de passation

### B.1 Exemple de livret du posttest Partie 1

Classe :

Ecole :

Prénom :

Nom :

Date de naissance :

Fille

Garçon

**LIVRET A1**

**P1**

Amin a 11 billes. Julien a 22 billes. Julien a 7 billes de plus que Léo.

1) Combien Julien a-t-il de billes de plus qu'Amin ?

Julien a \_\_\_\_\_.

2) Combien de billes a Léo ?

Léo a \_\_\_\_\_.

**S1** Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille et le poids à la naissance.

Lorsqu'ils naissent, les bébés mesurent 50 cm en moyenne.

A la naissance, les bébés de petite taille pèsent moins de 2,5kg.

A la naissance, les bébés de grande taille pèsent plus de 3,5kg.



Bébé de petite taille  
- de 2,5 kg



Bébé de grande taille  
+ de 3,5 kg

A ton avis, pourquoi certains bébés pèsent-ils plus lourds que d'autres ?

---

---

---

2

3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question.

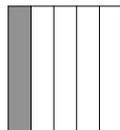
Avec qui es-tu d'accord ? Coche une seule explication.

- M. B répond :  
Je pense que plus un bébé est grand à la naissance, plus il est lourd.
- Mme V. répond :  
Je pense que plus un bébé est lourd, plus il est grand.
- M. T répond :  
Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la taille et le poids des bébés.

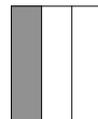
**P2**

On a colorié  $\frac{1}{4}$  d'un rectangle. Quel est ce rectangle ?  
Entoure une des propositions : A, B, C, D.

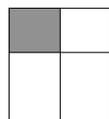
A



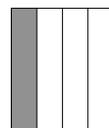
C



B



D



**P3**

Le train de Maria a 3 wagons et celui de Lucas en a 15.

Lequel en a le plus ? Combien de fois plus ?

\_\_\_\_\_.

**P4**

Je remplis des petits sacs de farine à partir d'un grand sac de farine.

A. Le sac vert pèse  $\frac{4}{13}$  du grand sac.

C. Le sac rouge pèse  $\frac{3}{7}$  du grand sac.

B. Le sac bleu pèse  $\frac{8}{9}$  du grand sac.

Quel sac est le plus lourd ? \_\_\_\_\_

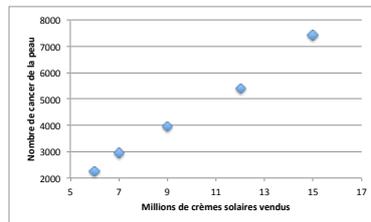
Quel sac est le plus léger ? \_\_\_\_\_

4

**S2**

Voici un graphique.

On peut y lire le nombre de personnes ayant un cancer de la peau en fonction des millions de crèmes solaires achetées.



Que peut-on déduire de ce graphique ?

- Plus on met de la crème solaire, plus on risque d'avoir un cancer de la peau.
- Plus on met de la crème solaire, moins on risque d'avoir un cancer de la peau.
- Il n'y a pas de vrais liens entre « avoir un cancer de la peau » et mettre de la crème solaire.
- Plus on met de la crème solaire, plus on va au soleil, et donc plus on risque d'avoir un cancer de la peau.

**P5** Tom a mangé  $\frac{1}{2}$  du gâteau. Et Jeanne a mangé  $\frac{1}{4}$  du gâteau.

A eux deux quelle fraction du gâteau ont-ils mangé ?

\_\_\_\_\_.

**P6**

Complète l'égalité en écrivant la fraction qui convient :

$$\frac{5}{4} = 1 + \underline{\quad}$$

5

**P7** Il y a 6 cookies et 18 serviettes sur la table.  
Mais il y a aussi des pommes et des bonbons.  
Il y a 3 pommes de plus que de cookies. Il y a 3 fois plus de bonbons que de cookies .

**1) Combien y a-t-il de pommes ?**

Il y a \_\_\_\_\_.

**2) Combien y a-t-il de bonbons ?**

Il y a \_\_\_\_\_.

**3) Y a-t-il plus de cookies ou de serviettes ? Combien de fois plus ?**

Il y a \_\_\_\_\_.

**S3** Un journal a fait une enquête sur le lien entre la taille et le fait d'être joueur de basket professionnel.

En moyenne, les hommes mesurent 1m75 en France.

Et les joueurs de basket de l'équipe de France mesurent en moyenne 2m.



Taille : 1m75  
Homme français



Taille : 2m  
Joueur de basket

A ton avis, pourquoi les joueurs de basket sont-ils plus grands que la moyenne ?

---

---

6

3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question.

Avec qui es-tu d'accord ? Coche une seule explication.

- Mme C. répond :  
Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre la taille et le fait d'être joueur de basket.
- Mme T. répond :  
Je pense que plus on fait du basket, plus on devient grand, et donc il est plus facile d'être un bon joueur de basket.
- M. R. répond :  
Je pense que plus on est grand, mieux on peut faire du basket, et donc il est plus facile de devenir un joueur de basket.

**P8** Une équipe de 4 athlètes a participé à un relais : chaque athlète a couru sur une boucle de 8km, puis sur une ligne droite de 2km et enfin sur une boucle de 3km.

**Combien l'équipe a-t-elle parcouru de km en tout ?**

\_\_\_\_\_.

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

7

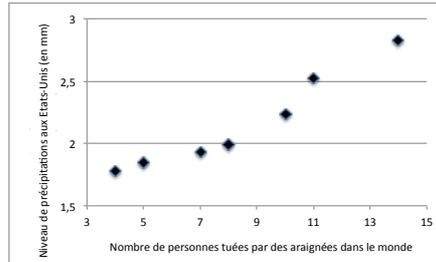
**P9** Coche tout ce qui correspond à la fraction deux tiers.

- $2 \div 3$      $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$      $\frac{2}{6}$      $2 + \frac{1}{3}$      $\frac{4}{3}$
- $\frac{2}{3}$      $\frac{3}{2}$      $\frac{4}{6}$      $2 \times \frac{1}{3}$      $\frac{2}{30}$

**S4**

Voici un graphique.

On peut y lire le nombre de personnes tuées par des araignées dans le monde en fonction du niveau des précipitations (pluie) aux Etats-Unis.



Que peut-on déduire de ce graphique ?

- Plus il pleut aux Etats-Unis, plus on risque de mourir à cause des araignées.
- Moins il pleut aux Etats-Unis, plus on risque de mourir à cause des araignées.
- Plus des personnes se font tuer par des araignées, plus il pleut aux Etats-Unis.
- Il n'y a pas de vrais liens entre la pluie aux Etats-Unis et les morts par araignées.

8

**P10**

Combien y a-t-il de quart d'heure dans 1 heure et quart ?

Justifie ta réponse.

Réponse : Il y a \_\_\_\_\_

Justification :

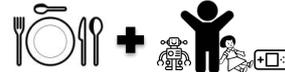
**S5**

Un journal a fait une enquête sur le lien entre jouer à des jeux et être fatigué au réveil.



Des enfants de 8 ans dînent à 19h puis lisent un livre pendant 1h avant d'aller se coucher.

Au réveil, ils ne sont pas fatigués.



Des enfants de 8 ans dînent à 19h puis jouent pendant 3h avant d'aller se coucher.

Au réveil, ils sont fatigués.

A ton avis, pourquoi certains enfants sont-ils plus fatigués que d'autres ?

---

---

---

9

**S6**

3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question.

Avec qui es-tu d'accord ? Coche une seule explication.

Mme D. répond :  
Je pense que plus on joue, plus on est fatigué au réveil.

Mme V. répond :  
Je pense que plus on fait une activité le soir, moins on dort et plus on est fatigué au réveil.

M. T répond :  
Je pense qu'il n'y a pas de vrai lien entre jouer et être fatigué au réveil.

**P12** 12 personnes mangent chacune un tiers de pizzas.

**Combien y a-t-il de pizzas ?**

.....

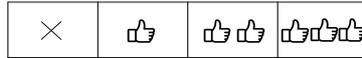
S7

Je me demande : Pourquoi est-ce que les couteaux coupent ?

Mon ami Leo me répond :

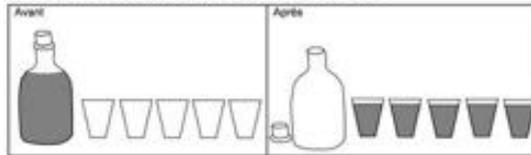
Parce que les couteaux sont tranchants. Etre tranchant veut dire que c'est coupant.

Que penses-tu de son explication ?



P13

Observe les dessins puis complète la phrase en dessous par une fraction.



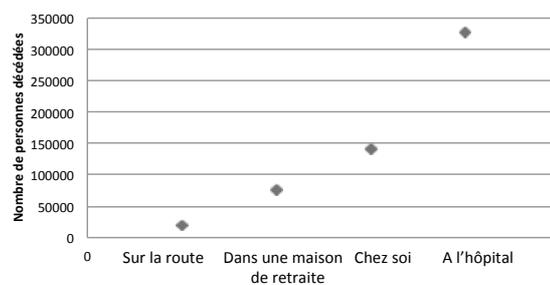
Chaque verre contient \_\_\_\_\_ du contenu de la bouteille.

11

S8

Voici un graphique.

On peut y lire le nombre de personnes qui meurent selon l'endroit.



Que peut-on déduire de ce graphique ?

- Il n'y a pas de vrais liens entre le décès de quelqu'un et l'endroit.
- On meurt le plus à l'hôpital, car c'est l'endroit le plus dangereux.
- On meurt le plus à l'hôpital, car c'est l'endroit où l'on tente de soigner les gens malades.
- Pour ne pas mourir, il faut éviter d'aller à l'hôpital.

P14

Voici trois fractions.

A. La fraction :  $7/8$

B. La fraction  $3/14$

C. La fraction :  $2/5$

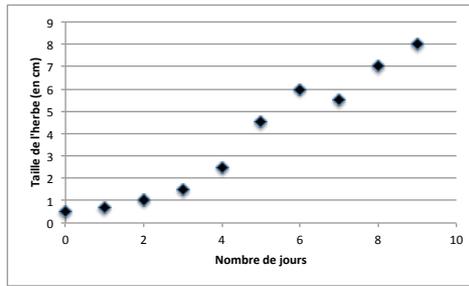
Quelle fraction est la plus grande ? \_\_\_\_\_

Quelle fraction est la plus petite ? \_\_\_\_\_

12

S10

Voici un graphique.  
On peut y lire la hauteur de l'herbe en fonction du nombre de jours.



Que peut-on déduire de ce graphique ?

- Plus les jours passent, moins l'herbe pousse.
- Plus les jours passent, plus l'herbe pousse.
- Plus l'herbe pousse, plus les jours passent.
- Il n'y a pas de vrais liens entre la pluie et l'herbe.

P17

Combien y a-t-il de quart d'heure dans  $\frac{1}{2}$  d'heure ?

Justifie ta réponse.

Réponse : Il y a \_\_\_\_\_

Justification :

25

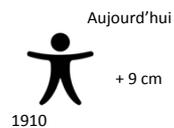
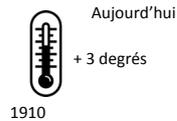
P15 Un directeur d'école fait une liste d'achats depuis 6 ans.

Chaque année, ses achats sont de 2 ordinateurs, 4 imprimantes, 7 écrans.

Combien d'achats le directeur a-t-il fait en tout ?

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

S9 Un journal a fait une enquête sur le lien entre  
la taille des enfants de 10 ans et le réchauffement climatique.



La température en France a augmenté de 3 degrés entre 1910 et aujourd'hui.

En France, la taille des enfants de 10 ans a augmenté de 9 cm entre 1910 et aujourd'hui.

A ton avis, pourquoi la taille des enfants a-t-elle augmenté entre 1910 et aujourd'hui ?

13

3 personnes qui ont lu le journal proposent une explication pour répondre à la question.

Avec qui es-tu d'accord ? Coche une seule explication.

Mme C. répond :  
Je pense que plus la température augmente, plus les enfants grandissent.

M. T répond :  
Je pense qu'il n'y a pas de lien entre la température et la taille des enfants.

Mme R. répond :  
Je pense que plus les enfants grandissent, plus la température augmente.

**P16**

Au goûter, il y a 2 cakes : un avec des noix et un avec des raisins.

Julia, Ylies et Mylan veulent se partager les cakes. Mais Julia est allergique au noix.

Ils veulent tous les 3 manger le même nombre de parts. Comment peuvent-ils faire ?

Colorie ce que Julia va manger.

Cake avec noix

Cake avec raisins

14

**S11** Je me demande : pourquoi est-ce que les scies scient ?

Mon ami Lucas me répond :

Parce que les scies sont en acier. L'acier est un métal qu'on peut aiguiser facilement.

Que penses-tu de son explication ?

×	👍	👍👍	👍👍👍
---	---	----	-----

**P18** 18 personnes veulent se répartir 3 gâteaux.

Quelle part de gâteau vont-ils avoir ?

**P19** Il y a 4 pommes sur la table et il y a 5 fois plus d'orange.

Combien y a-t-il d'oranges ?

16



## B.2 Exemple de livret du posttest Partie 2

Classe :

Ecole :

Prénom :

Nom :

Date de naissance :

Fille

Garçon

**LIVRET A2**

**Q1**

Un fermier range 6 œufs dans chaque boîte. Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 13. **Combien a-t-il rangé d'œufs ?**

Il a rangé \_\_\_\_\_.

**T1**

**Pourquoi les animaux meurent-ils ? Choisis une des explications.**

- Pat : Parce que les animaux sont mortels.
- Tim : Parce que les animaux doivent faire de la place sur Terre.
- Nat : Parce que les animaux meurent quand leur corps ne fonctionne plus.

**Q2** Il y a 8 parts de pizza et il y a 4 personnes.

**Combien de parts pourra avoir chaque personne ?**

\_\_\_\_\_.

**T2**

**Pourquoi les feuilles tombent-elles en automne ? Choisis une des explications.**

- Bill : Parce que les feuilles meurent en automne.
- Rex : Parce que les feuilles ont un système qui ne fonctionne plus en automne.
- Kim : Parce que les feuilles doivent laisser l'arbre se préparer pour l'hiver.

**Q3**

Dans un paquet de 90 images, on fait des tas de 15 images.

**Combien cela fait-il de tas ?**

\_\_\_\_\_.

**Q4**

90 élèves doivent être transportés dans des cars de 40 places.

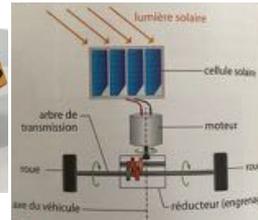
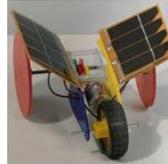
- 1) Combien de cars sont-ils nécessaires pour transporter tous les élèves ?
- 2) Si les premiers cars sont tous remplis, quelle proportion du dernier car sera remplie ?

1) \_\_\_\_\_.

2) \_\_\_\_\_.

**T3**

Voici une voiture solaire.  
Elle a 3 roues, des panneaux solaires et un moteur.



Pourquoi la voiture peut-elle rouler ?  
Choisis une des explications.

La voiture roule car c'est une voiture solaire avec des panneaux solaires qui avance quand ses roues tournent. Plus les roues tournent vite, plus la voiture avance vite.

La voiture avance car la lumière du soleil est captée par les panneaux solaires qui transforment la lumière en énergie, qui met le moteur en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.

La voiture avance car c'est une voiture solaire avec des panneaux solaires qui roule quand le moteur est en marche. Le moteur entraîne le mouvement des roues.

**Q5**

Ingrédients	
Oeufs	4
Farine	8 cuillères à soupe
Lait	$\frac{1}{2}$ cuillère à soupe

Avec les ingrédients ci-dessus, on peut faire une recette pour 6 personnes.  
Sam veut faire la recette pour seulement 3 personnes.

Complète le tableau ci-dessous avec la quantité d'ingrédients

Ingrédients	
Oeufs	2
Farine	_____ cuillères à soupe
Lait	_____ cuillère à soupe

**Q6**

Un vendeur range 12 chocolats dans chaque boîte.  
Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 5. Combien a-t-il rangé de chocolats ?

Il a rangé \_\_\_\_\_.

Q8

Il y a 4 parts de gâteaux et il y a 8 personnes.  
Combien de parts de pourra avoir chaque personne ?

\_\_\_\_\_.

T5

La girafe est un animal qui vit dans la savane.  
C'est un mammifère.

Pourquoi les girafes ont-elles un long cou ?  
Choisis une des explications.



Les girafes ont des longs cous pour pouvoir manger les feuilles au sommet des arbres. Leur cou s'allonge, comme ça elles survivent mieux.

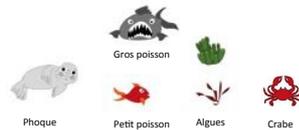
Les girafes qui ont un cou plus long que les autres girafes peuvent davantage manger. Elles survivent donc mieux quand elles ont un grand cou.

Les girafes ont des longs cous car leur cou mesure plus de 5m. C'est l'animal le plus grand de la savane qui a le plus de vertèbres.

T4



Voici les différents animaux et algues qui vivent dans cette mer.



Si je fais disparaître tous les phoques, que va-t-il se passer ?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Peux-tu faire un schéma ?

T7

Votre grand-tante pense que pour faire un bon lancer aux dés, il faut souffler dessus avant de les jeter.

1) Qu'en penses-tu ? Coche ta réponse.

- Elle a raison.  
 Elle a peut-être raison.  
 Elle n'a pas raison.

2) Comment pourrait-on savoir si elle a raison ?

---

---

---

---

T8

Un village a été touché par une tempête.  
Le toit des vieilles maisons a été arraché.

Pourquoi les toits ont-ils été arrachés ?  
Choisis une des explications.



Les toits ont été arrachés  
car les toits se sont envolés  
pendant la violente tempête.

Les toits ont été arrachés  
car la tempête a été violente  
et a traversé le village.

Les toits ont été arrachés  
car ils étaient vieux et ont  
été touchés par la tempête.

T6

Pourquoi les nuages bloquent-ils les rayons du soleil ? Choisis une des explications.

- Pit : Parce que les nuages empêchent les rayons du soleil de passer.  
 Bob : Parce que les nuages doivent protéger des rayons du soleil.  
 Tat : Parce que les nuages se trouvent entre les rayons du soleil et nous.

Q9

6 objets identiques coûtent 150€. Combien coûtent 9 de ces objets ?

Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

**Q10**

On a 80 enveloppes. On fait des piles de 4 enveloppes. **Combien fait-on de piles ?**

Il y a \_\_\_\_\_.

**Q11**

16 stylos coûtent 48€.

Les stylos sont tous identiques. Ils pèsent 20 grammes chacun

**Combien coûtent 4 stylos ?**

\_\_\_\_\_.

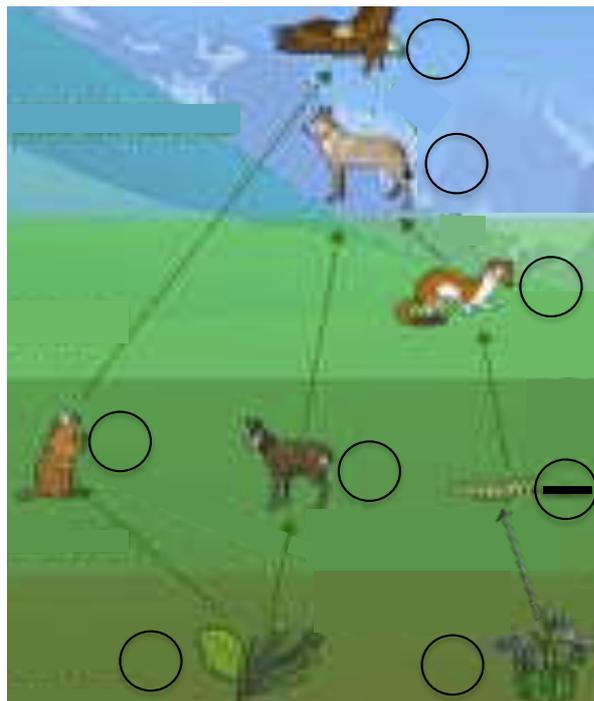
Peux-tu proposer une deuxième façon de résoudre le problème ?

**T9**

Voici différents animaux et plantes. Si l'espèce des chenilles diminue  $\ominus$ , que va-t-il se passer pour les autres espèces ?

Complète les ronds  $\bigcirc$  avec :

- Un + si le nombre augmente,
- Un - si le nombre diminue
- Un = s'il n'y a pas de changement



# Annexe C. Consignes de passation des pré et posttests

## C.1 Consignes de passation au prétest

### 1. Présentation aux élèves :

« Bonjour, Je m'appelle Calliste (écrit au tableau). Je fais des recherches sur le cerveau pour savoir comment les enfants apprennent. Le but est de trouver des façons plus facile d'apprendre pour les enfants. Et vous allez pouvoir m'aider pour y arriver. Je vais vous demander de faire des exercices en mathématiques et en sciences. Cela va durer 40 minutes environ. Avez-vous des questions ? »

### 2. Distribution des livrets aux élèves en alternant A, B, C, D.

Les élèves remplissent les différentes informations demandées sur le livret, puis on explique :

« Vous avez des livrets différents. A votre avis, pourquoi ? C'est parce que vous faites partie d'une expérience scientifique et on a besoin de tester des choses différentes. Mais l'avantage, c'est que ça ne sert à rien de regarder sur son voisin !

Attention, il y a quelque chose de très important : pour chaque exercice, vous allez avoir un certain temps, c'est moi qui vous dit quand vous commencez et quand c'est fini. Quand on dit que c'est terminé, il faut passer à l'autre exercice, même si c'est frustrant de ne pas pouvoir terminé. C'est les règles du jeu. Pourquoi, à votre avis ? Car comme vous faites partis d'une expérience scientifique à laquelle participe beaucoup de classes comme vous, il faut que tous les élèves de toutes les classes passent le même temps sur chaque exercice. Vous êtes prêts ? »

### 3. Lancement du chronomètre et début la passation :

« Vous pouvez ouvrir votre livret à la première page. »

---

#### 4.a Pré-test CM1 - Livrets A, B, C, D

Exercice 1 : Lecture de l'énoncé. « Donc, dans le verre A, on a mis tout ça d'eau en gris clair et ça de sirop en gris foncé – en montrant aux élèves. Vous devez indiquer la lettre du verre pour chaque question » **45 secondes**

« Maintenant, vous allez avoir parfois des problèmes à résoudre. Dans le cadre, vous allez devoir mettre vos calculs (*tracer le cadre au tableau en même temps*). Je m'intéresse à votre raisonnement, donc je préfère que vous mettiez le calcul même si vous ne trouvez pas le résultat plutôt que de mettre le résultat directement. Ensuite vous complétez la phrase réponse. »

P1 : Lire le problème. **2,5 min**

E1 : « Vous avez une question « Pourquoi » Choisissez une des explications proposées. » **45 secondes**

E2: « De nouveau, vous avez une question « Pourquoi » Choisissez une des explications proposées. » **45 secondes**

P3 : Lecture du problème. Précision que « Il, c'est qui ? C'est Julien, Julien a 7 billes de plus que Léo ». **Laissez 1 min.**

P4 – « Faîtes P4 » **1 min**

P5 – « Faîtes P5 » **1 min**

P6 – « Faîtes P6. Attention, dans la phrase « Quand il a fini, il compte ses boîte en trouve ... C'est le nombre de boîtes qu'on vous donne. » **1 min**

P8 – « Faîtes P8 » **1 min**

P10 – Lecture de l'énoncé « Il faut répondre aux 3 questions. » **3 min**

E4 « Vous avez une image. Voici différents animaux et algues qui vivent dans la mer. Vous avez le phoque, il mange un gros poisson, vous voyez le gros poisson dans sa bouche ? Et les gros poissons, ils mangent quoi ? Vous voyez ? Des petits poissons, on les voit dans sa bouche. Et les petits poissons, ils mangent quoi ? Ils mangent des algues.

Si des élèves demandent pour le crabe, réponse : le crabe, on ne sait pas.

Maintenant, si je fais disparaître une des espèces, regardez, c'est écrit sur votre feuille, vous n'avez pas la même situation, donc si je fais disparaître une des espèces, que va-t-il se passer ? Faîtes au moins 2 phrases pour m'expliquer et faîtes un schéma si possible. » **Laissez 3 min**

E5 : « Maintenant, vous devez « liker » l'explication. Si c'est très bien, 3 pouces, bien 2 pouces, moyen 1 pouce et pas bien du tout une croix. » **30 secondes.**

P11 : « Vous avez trois cercles. 3 huitième d'un des cercles est coloré. Lequel ? » **45 secondes.**

P12 – « Faîtes P12 » **1 min**

P13 – Lecture de l'énoncé. **45 secondes**

On va maintenant passer à E5. Vous devez lire les phrases, essayer de répondre à la question **en quelques mots**, puis cocher l'une des 3 propositions « Avec qui es-tu d'accord ? » sur la page d'à côté. Vous pouvez me demander de lire.

E5 : **Laissez 2 min.** Lire aux élèves qui le demandent. Au bout de 1 min, dire qu'il faut ABSOLUMENT cocher l'une des 3 propositions.

E5 : « De nouveau, vous devez « liker » l'explication. Si c'est très bien, 3 pouces, bien 2 pouces, moyen 1 pouce et pas bien du tout une croix. » **30 secondes.**

P15 : Lire la consigne. **1 min.**

E7: « De nouveau, vous avez une question « Pourquoi » Choisissez une des explications proposées. » **45 secondes**

E8 : Lecture de l'énoncé. **1,5 min.**

#### 4.b. Pré-test CM2 - Livrets A, B, C, D

Exercice 1 : Lecture de l'énoncé. « Donc, dans le verre A, on a mis tout ça d'eau en gris clair et ça de sirop en gris foncé – en montrant aux élèves. Vous devez indiquer la lettre du verre pour chaque question » **45 secondes**

#### Problèmes de mathématiques et de sciences

« Maintenant, vous allez avoir parfois des problèmes à résoudre. Dans le cadre, vous allez devoir mettre vos calculs (**tracer au tableau en même temps**). Je m'intéresse à votre raisonnement, donc je préfère que vous mettiez le calcul même si vous ne trouvez pas le résultat plutôt que de mettre le résultat directement. Ensuite vous complétez la phrase réponse. »

P1 : Lire le problème. **2,5 min**

E1 : « Vous avez une question « Pourquoi ». Choisissez une des explications proposées. »  
**45 secondes**

P2 – « Faites P2. Attention, dans la phrase « Quand il a fini, il compte ses boîtes en trouve ... C'est le nombre de boîtes qu'on vous donne. » **1 min**

E2: « De nouveau, vous avez une question « Pourquoi » Choisissez une des explications proposées. »  
**45 secondes**

P3 : Lecture du problème. Précision que « Il, c'est qui ? C'est Julien, Julien a 7 billes de plus que Léo ». **Laissez 1 min.**

P4 – « Faites P4 » **1 min**

P6 - Lecture. **1 min**

P7 - « Faites P7 » **1 min**

P8 – « Vous avez une carafe d'eau pleine. Après on la verse dans 5 verres. Chaque verre contient quelle fraction du contenu de la bouteille. Vous devez compléter la phrase avec une fraction. »  
**Laissez 1 min.**

P9 - Allez-y faites P9. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien.  
**Laissez 3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

P10 – « Faites P10. Attention, dans la phrase « Quand il a fini, il compte ses boîtes en trouve ... C'est le nombre de boîtes qu'on vous donne. » **1 min**

P11 - « Faites P11 » **1 min**

E3 : « Maintenant, vous devez « liker » l'explication. Si c'est très bien, 3 pouces, bien 2 pouces, moyen 1 pouce et pas bien du tout une croix. » **30 secondes.**

P12 - « Faîtes P12 » **1 min**

P13 – Lecture de l'énoncé « Il faut répondre aux 3 questions. » **3 min**

E5 : « De nouveau, vous avez une question « Pourquoi » Choisissez une des explications proposées. » **45 secondes**

P14 – « Allez-y, faîtes P14. Attention, ce sont des fractions,  $7/8 = \frac{7}{8}$  » écrit au tableau, **1 minute**

E6 – « Vous avez une image. Voici différents animaux et algues qui vivent dans la mer. Vous avez le phoque, il mange un gros poisson, vous voyez le gros poisson dans sa bouche ? Et les gros poissons, ils mangent quoi ? Vous voyez ? Des petits poissons, on les voit dans sa bouche. Et les petits poissons, ils mangent quoi ? Ils mangent des algues.

Si des élèves demandent pour le crabe, réponse : le crabe, on ne sait pas.

Maintenant, si je fais disparaître une des espèces, regardez, c'est écrit sur votre feuille, vous n'avez pas la même situation, donc si je fais disparaître une des espèces, que va-t-il se passer ? Faîtes au moins 2 phrases pour m'expliquer et faîtes un schéma si possible. » **Laissez 3 min**

P15 - Allez-y faîtes P15. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien. **3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

E7 : « De nouveau, vous devez « liker » l'explication. Si c'est très bien, 3 pouces, bien 2 pouces, moyen 1 pouce et pas bien du tout une croix. » **30 secondes.**

P18 – Lecture de l'énoncé. **45 secondes**

On va maintenant passer à E8. Vous devez lire les phrases, essayer de répondre à la question **en quelques mots**, puis cocher l'une des 3 propositions « Avec qui es-tu d'accord ? » sur la page de derrière. Vous pouvez me demander de lire.

E8 : **Laissez 2 min.** Lire aux élèves qui le demandent. Au bout de 1 min, dire qu'il faut ABSOLUMENT cocher l'une des 3 propositions.

P19 : Lire le problème. **2 min.**

P20 - Allez-y faîtes P20. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien. **3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

E9 : Lecture de l'énoncé. **1,5 min.**

## C.2 Consignes de passation au posttest

### Partie 1 du posttest - Livrets A1, B1, C1, D1

#### 1. Expliquez aux élèves que :

« - On va refaire un test comme en début d'année afin de voir vos progrès, tout ce que vous avez appris pendant l'année.

- Vous allez passé deux tests : un maintenant et un autre le....
- Vous avez des livrets différents. A votre avis, pourquoi ? C'est parce que vous faites partie d'une expérience scientifique et on a besoin de tester des choses différentes. Mais l'avantage, c'est que ça ne sert donc à rien de regarder sur son voisin !
- Comme en début d'année, il va falloir suivre le rythme : quand on dit que c'est terminé, il faut passer à l'autre exercice, même si c'est frustrant de ne pas pouvoir terminer. C'est les règles du jeu. Pourquoi, à votre avis ? Car comme vous faites partis d'une expérience scientifique à laquelle participe beaucoup de classes comme vous, il faut que tous les élèves de toutes les classes passent le même temps sur chaque exercice. »

#### 2. Distribuez les livrets aux élèves en alternant A, B, C, D. Les livrets sont différents. Cela limitera la copie sur le voisin.

**Faites remplir les différentes informations demandées sur le livret.**

**3. Expliquer :** « Vous allez avoir parfois des problèmes à résoudre. Dans le cadre, vous allez devoir mettre vos calculs. On s'intéresse à votre raisonnement, donc on préfère que vous mettiez le calcul même si vous ne trouvez pas le résultat plutôt que de mettre le résultat directement. Ensuite vous complétez la phrase réponse.»

**4. Puis lancez le chronomètre et commencez la passation :** « Vous pouvez ouvrir votre livret à la première page. »

---

P1 : Lire le problème. **Laissez 2,5min**

On va maintenant passer à S1. Vous avez plusieurs fois ce type d'exercice. Vous devez lire les phrases, essayer de répondre à la question **en quelques mots**, puis cocher l'une des 3 propositions « Avec qui es-tu d'accord ? » sur la page d'à côté. Vous pouvez me demander de lire.

S1 : **Laissez 2 min.** Lire aux élèves qui le demandent. Au bout de 1 min, dire qu'il faut ABSOLUMENT cocher l'une des 3 propositions.

P2 : Lire la consigne. **Laissez 30 sec.**

*On tourne la page.*

P3 : Lire le problème. **Laissez 1 min.**

P4 : Allez-y, faites P4. **Laissez 1 min.** Ecrire  $7/8 = \frac{7}{8}$

Maintenant, on passe à S2. Vous allez avoir plusieurs fois des graphiques. Lisez les phrases, regardez le graphique, puis choisissez une des propositions « Que peut-on déduire de ce graphique » ?

S2 : **Laissez 1min et 15 sec.** Lire aux élèves qui le demandent

P5 : Lire le problème. Préciser et écrire au tableau que  $\frac{1}{2}$  c'est la fraction  $1 / 2$  et pareil pour  $1 / 4$ .  
**Laissez 1 min.**

P6 : Lire la consigne. **Laissez 1 min**

*On tourne la page.*

P7 : Lire le problème. **Laissez 2,5 min.**

Au bout de 1,5 min, précisez qu'il faut faire les 3 questions.

S3 : Vous avez de nouveau une situation comme tout à l'heure. **Laissez 1,5 min.**

P8 : Allez-y faites P8. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien.  
**Laissez 3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

*On tourne la page.*

P9 : Lire l'exercice. **Laissez 1 min.** Comment peut-on écrire autrement deux tiers ?

S4 : Vous avez de nouveau un graphique. **Laissez 1,5 min**

P10 : « Lisez la question. Donner votre réponse et justifier là avec une écriture mathématique. »  
**Laissez 1,5 min.**

Les élèves vont demander s'ils peuvent faire un schéma : répondez que c'est mieux de justifier avec un calcul.

S5 : « Vous avez de nouveau une situation. Répondez à la question. Puis tournez la page pour choisir votre réponse. »

**Laissez 1,5 min.**

P12 : « Faites P12 ». **Laissez 1,5 min.**

S7 : « Maintenant, vous devez « liker » l'explication. Si c'est très bien, 3 pouces, bien 2 pouces, moyen 1 pouce et pas bien du tout une croix. »

**Laissez maximum 30 secondes.**

P13 : « Vous avez une carafe d'eau pleine. Après on la verse dans 5 verres. Chaque verre contient quelle fraction du contenu de la bouteille. Vous devez compléter la phrase avec une fraction. »

**Laissez 1 min.**

S8 : « De nouveau un graphique. » **Laissez 1min et 15 sec.**

P14 : « Faîtes P14. » **Laissez 1 min.**

P15 : « Faîtes P15. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien. »

**Laissez 3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

S9 : « Vous avez de nouveau une situation. Répondez à la question. Puis tournez la page pour choisir votre réponse. »

**Laissez 1,5 min.**

P16 : Lire le problème. **Laissez 2 min.**

S10 : « De nouveau un graphique. » **Laissez 1min et 15 sec**

P17 : « Lisez la question. Donner votre réponse et justifier là avec une écriture mathématique. »

**Laissez 1,5 min.**

Les élèves vont demander s'ils peuvent faire un schéma : répondez que c'est mieux de justifier avec un calcul.

S11 : « De nouveau, vous devez « liker » l'explication. Si c'est très bien, 3 pouces, bien 2 pouces, moyen 1 pouce et pas bien du tout une croix. »

**Laissez maximum 30 secondes.**

P18 : « Faîtes P18. » **Laissez 1,5 min.**

P19 : Lire le problème. **Laissez 1 min.**

## Partie 2 du posttest - Livrets A2, B2, C2, D2

### 1. Expliquez aux élèves que :

- « - On fait la deuxième partie du test.
- Il faut faire du mieux qu'on peut pour montrer ses progrès.
- Comme au premier test, il va falloir suivre le rythme : quand on dit que c'est terminé, il faut passer à l'autre exercice, même si c'est frustrant de ne pas pouvoir terminer. C'est les règles du jeu.
- Pour les problèmes de math, on écrit bien tous ses calculs car ce qui est important, c'est de montrer ses raisonnements. Ce n'est pas grave s'il y a des erreurs de calculs. »

### 2. Distribution des livrets aux élèves en alternant A,B, C, D. Les livrets sont différents. Cela limitera la copie sur le voisin.

On fait remplir les différentes informations demandées sur le livret.

Donner à l'enseignant le questionnaire.

### 3. Puis lancez le chronomètre et commencez la passation : « Vous pouvez ouvrir votre livret à la première page. »

---

Q1 – Lire le problème. Dire de mettre seulement les opérations. Ils n'ont pas besoin de terminer le calcul. **Laisser 1,5 min**

T1 – « Vous avez une question « Pourquoi » Choisissez une des explications proposées. » **45 sec**

Q2 – « Voici un problème. Allez-y. Attention, dans la phrase « Quand il a fini, il compte ses boîtes en trouve ... C'est le nombre de boîtes qu'on vous donne. » **Laissez 1 min**

Q3 – « Faîtes Q3». **Laissez 1 min**

T2 – « De nouveau choisissez une des explications. » **45 sec**

Q4 – « Faîtes Q4». **Laissez 1 min**

Q5 – Lire le problème. **Laissez 2 min**

T3 – « Voici un petit texte. Choisissez une des explications ». **Laissez 1 min**

Q6 – Lire le problème. **Laissez 2 min**

Q7 – « Allez-y. Attention, dans la phrase « Quand il a fini, il compte ses boîtes en trouve ... C'est le nombre de boîtes qu'on vous donne. » **1 min**

T4 - Lire la consigne **Laissez 1 min**

Q8 – Faîtes Q8. « Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien ».

**Laissez 3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

T5 – « Vous avez une image. Voici différents animaux et algues qui vivent dans la mer. Vous avez le phoque, il mange un gros poisson, vous voyez le gros poisson dans sa bouche ? Et les gros poissons, ils mangent quoi ? Vous voyez ? Des petits poissons, on les voit dans sa bouche. Et les petits poissons, ils mangent quoi ? Ils mangent des algues.

Si des élèves demandent pour le crabe, réponse : le crabe, on ne sait pas.

Maintenant, si je fais disparaître une des espèces, regardez, c'est écrit sur votre feuille, vous n'avez pas la même situation, donc si je fais disparaître une des espèces, que va-t-il se passer ? Faîtes au moins 2 phrases pour m'expliquer et faîtes un schéma si possible. » **Laissez 3 min**

Q9 – « Faîtes Q9 » **Laissez 1 min**

T6 – « De nouveau, une petite situation » **Laissez 1 min**

T7 – « De nouveau une question » **Laissez 45 sec**

Q10 – « Faîtes Q10. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien ».

**Laissez 3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

Q11 – « Faîtes Q11. » **Laissez 1 min**

Q12 – « Faîtes Q12. Si vous pouvez proposer 2 stratégies, c'est super, sinon une c'est déjà bien ».

**Laissez 3 min.**

Au bout de 2 min, les réinciter à proposer deux stratégies « Essayez de proposer 2 façons pour résoudre le problème. »

T8 – Lire l'énoncé. **Laissez 3 min**

T9 – « Voici différents animaux qui vivent à la montagne. Les flèches veulent dire « est mangé par ». Par exemple, l'herbe est mangée par la marmotte, qui est mangé par l'aigle. Si l'espèce de chenille diminue, que va-t-il se passer pour les autres espèces. » Puis lire la consigne « Complète les ronds avec : » **Laissez 2,5 min**

T10 – « Faîtes T10 ». **Laissez 1 min**



## **Annexe D. 12 Fiches de l'enseignant pour les séances de mathématiques**

**Séance 1 : Du langage additif au langage multiplicatif**

**Séance 2 : Le langage multiplicatif**

**Séance 3 : Les problèmes d'échange**

**Séance 4 : Distributivité**

**Séance 5 : Les fractions – La moitié de quoi ?**

**Séance 6 : Diviser pour partager, diviser pour mesurer**

**Séance 7 : Equivalence entre division et multiplier par une fraction**

**Séance 8 : La proportion (1)**

**Séance 9 : La proportion (2)**

**Séance 10 : 3 stratégies pour résoudre un problème de proportion**

**Séance 11 : Proportionnalité – 4 stratégies**

**Séance 12 : Bilan**

## Programme RAI'FLEX

# Séance 1 : Du langage additif au langage multiplicatif

**Durée : 1h**

### Focus théorique

Combien de plus ? Combien de fois plus ?

L'objectif de cette séance est de travailler le langage de comparaison des quantités. Les expressions telles que « combien de plus, combien de fois moins ? » ont une grande part d'implicite. Pour être comprises, il est nécessaire de faire des inférences, d'où leurs difficultés.

Une deuxième difficulté vient de la nature des informations données dans l'énoncé. Par exemple, dans la phrase, Léo a 3 billes de plus que Lara, on compare le nombre de billes de Léa à Lara. Lara est appelé le comparant. La question est alors : est-ce que le comparant est connu ou inconnu ?

- Énoncé 1 : Léo a 5 billes, il a 3 billes de plus que Lara. Combien de billes à Lara ?
- Énoncé 2 : Léo a 5 billes. Lara a 3 billes de plus que Léo. Combien de billes à Léo ?

L'énoncé 1 est plus compliqué que le 2 car le comparant est Lara pour qui on n'a pas d'informations (on sait seulement que Léo a 5 billes). Donc quand le comparant est inconnu, le problème est plus compliqué à résoudre.

# Du langage additif au langage multiplicatif

Durée : 1h

<b>Connaissance naïve :</b> « fois plus » n'est pas distinct de « en plus »	
<b>Connaissance à construire :</b> « fois plus » comme rapport	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> - Savoir distinguer « de plus », « de moins » et « fois plus ». - Savoir adopter 2 points de vue sur un problème.	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Point de vue « de plus » versus « de moins »	- On prend le point de vue de... - Dire que X en a 3 « de plus » que Y, c'est comme dire que Y en a 3 « de moins » que X.
Point de vue « de plus » versus « fois plus »	- Rai'Flex : Il faut toujours chercher « par rapport à qui/quoi ? » (soit le comparant)

La distinction « fois moins » et « fois plus » sera traitée dans la séance 2.

Le terme comparant n'est pas à utiliser en classe.

## Étape 1 : Quel point de vue ?

### Pourquoi cette étape ?

Créer de l'engagement (avec ardoise ou feuille blanche)  
Aborder la notion de point de vue

### Matériel :

Ardoise / Feuille blanche

Léo a 37 wagons. Et Lara a 26 wagons.

1) Quelle est la différence entre le nombre de wagons de Léo et celui de Lara ?

La différence entre 37 et 26 est de 11. Il y a 11 wagons de différence entre Léo et Lara.

2) Qui va dire : « J'ai 11 wagons de plus que toi. » ?

Si on prend le point de vue de Léo, on peut dire : Lara, j'ai 11 wagons de plus que toi.

3) Que va dire Lara ?

Si on prend le point de vue de Lara, on peut dire : Léo, j'ai 11 wagons de moins que toi.

## Étape 2 : Combien « de plus » ? Combien « de moins » ?

### Pourquoi cette étape ?

Distinction entre « de plus » et « de moins ».  
Travail sur l'implicite

### Matériel :

Fiche Élève

Prénom :

## 3 de plus et 3 fois plus

**Énoncé 1 : Lis le.**

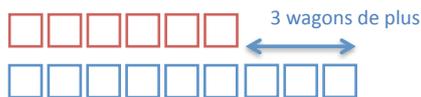
Puis complète l'énoncé pour le rendre très clair. Barre des mots si besoin et rajoute les mots utiles.

Le train rouge a 6 wagons, le train bleu en a 9 wagons.

Quel train en a le plus ? de wagons ? Combien en a-t-il de plus ? de wagons de plus que le petit train ?

Quel train en a le moins ? de wagons ? Combien en a-t-il de moins ? de wagons de moins que le grand train ?

1) Voici les 6 wagons du train rouge. Complète le schéma si tu le souhaites.



2.a) Quel train en a le plus ? Le train bleu

3.a) Quel train en a le moins ? le train rouge

2.b) Combien en a-t-il de plus ?  
Complète ci-dessous.

Point de vue du train bleu / de plus

$$9 = 6 + 3$$

Le train bleu a 3 wagons de  
plus que le train rouge.

3.b) Combien en a-t-il de moins ?  
Complète ci-dessous.

Point de vue du train rouge / de moins

$$6 = 9 - 3$$

Le train rouge a 3 wagons  
de moins que le train bleu.

C'est pareil que



Les nombres sont petits. Cela est volontaire car l'objectif est ici que les élèves naviguent entre différentes structures. Les élèves doivent porter leur attention sur les différents points de vue et non sur les nombres.

Pour les quelques élèves par classe qui maîtrisent déjà ces notions, on peut augmenter la taille des nombres avec passage à la dizaine (Ex : 566 et 583...)

Les élèves doivent acquérir le comportement suivant, qu'on nommera Rai'Flex: dès que l'on compare, on doit se demander par rapport à quoi/qui. *Combien en a-t-il « de plus » ? Par rapport à quoi/qui ?*

On indique à l'oral : Le train bleu a 9 wagons, il a donc 3 wagons « de plus » que le train rouge.

On peut écrire en math cette différence en adoptant 2 points de vue : « en plus » ou « en moins ». Soit on dit que le train bleu a 3 wagons de plus que le train rouge, soit que le train rouge a 3 wagons de moins que le train bleu. On ajoute la ligne « point de vue » au dessus des calculs.

On fait remarquer aux élèves qu'il y a écrit « C'est pareil que » sur la fiche. On peut adopter l'un ou l'autre des points de vue. On arrive à la même solution. On fait rajouter la double-flèche par les élèves.

On fait reformuler à l'oral ces 2 équivalences. Et on fait rajouter la double-flèche par les élèves.

Prénom :

**Énoncé 3 :**

Le train rouge a 8 wagons, il en a 3 de plus que le train bleu.

- 1) Quel train en a le plus ? Le train rouge.
- 2) Reformule le problème en prenant le point de vue du train bleu :

Le train rouge a 8 wagons. Le train bleu a 3 wagons de moins que le train rouge.



Phrase-Réponse Le train bleu a 5 wagons.

## Étape 2 : Combien « de fois plus » ?

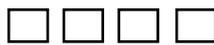
### Pourquoi cette étape ?

On aborde la notion « fois plus ».

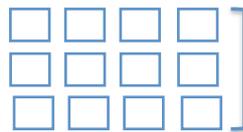
**Énoncé 4 :**

Il y a 4 gommes sur la table. Et il y a 3 fois plus de stylos. que de gommes.

- 1) Complète l'énoncé pour le rendre très clair.
- 2) Y a-t-il plus de stylos ou de gommes ? Il y a plus de stylos que de gommes.
- 3) Combien y a-t-il de stylos ?



Gommes



Stylos

3 fois 4, c'est 12.

3 fois plus que 4, c'est 12. En mathématiques, on peut écrire :  $3 \times 4 = 12$ .

Phrase-réponse Il y a 12 stylos. Il y a 3 fois plus de stylos que de gommes.

Après avoir reformulé un problème avec un comparant inconnu, les élèves résolvent directement un problème de ce type.

Pour résoudre le problème, il est plus facile de changer de point de vue, celui où le comparant est connu (train rouge).

Si nécessaire, on peut passer par l'étape « 2 fois plus » de stylos, qui étant utilisé dans le langage courant est maîtrisé des élèves.

On précise : Il y 3 fois plus de stylos par rapport à quoi ?

On fait le schéma et on dit « en mots » que 3 fois 4, c'est 12. Puis ensuite, on passe à l'écriture mathématique.

**Énoncé 5 :**

Il y a 4 chocolats sur la table. Il y a 2 paquets sur la table

Paquet 1 : il y a 6 biscuits de plus que de chocolats

Paquet 2 : il y a 3 fois plus de biscuits que de chocolats

1) Un élève de CP te demande le paquet avec le plus de biscuits. Quel paquet vas-tu lui donner ?

Je vais lui donner le paquet 2.

2) Pourquoi ? Calcule le nombre de biscuits dans chaque paquet.

Paquet 1 :  $4 + 6 = 10$  biscuits

Paquet 2 :  $3 \times 4 = 12$  biscuits

**Énoncé 6 :**

A la récréation, un enfant dit :

« On a 5 billes. On a 4 fois plus de jetons. que de billes.

Et on a 6 pièces de plus. que de billes.

Au total, on a plus de jetons que de pièces. »

1) Complète l'énoncé pour le rendre très clair.

2) Combien a-t-on de jetons ?

On a 20 jetons.

$$4 \times 5 = 20$$

3) Combien a-t-on de pièces ?

On a 11 billes.

$$5 + 6 = 11$$

**Étape 3 : Qu'est-ce que j'ai appris ?**

**Pourquoi cette étape ?**

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Une fois que les élèves ont répondu dans le cadre à « Qu'est-ce que j'ai appris dans cette séance ? », l'enseignant interroge quelques élèves et propose une conclusion à partir des réponses des élèves. Il n'y a pas de correction à prendre. Chaque élève a pu apprendre des choses différentes en fonction de son niveau. Les éléments clés sont :

- apprendre à adopter plusieurs points de vue : « de plus » et « de moins »
- apprendre que « de plus » est différent de « fois moins »
- apprendre qu'une addition à trou c'est pareil qu'une soustraction

On pose cette question 1) avant le calcul pour que les élèves estiment la situation

L'enseignant conclut que « 3 fois plus de biscuits c'est plus que 6 biscuits de plus ». Puis il demande : « Est-ce qu'on peut dire que « fois plus », c'est toujours plus que « de plus » ? » Puis il demande aux élèves de changer l'énoncé pour « avoir plus » avec « de plus » qu'avec « fois »

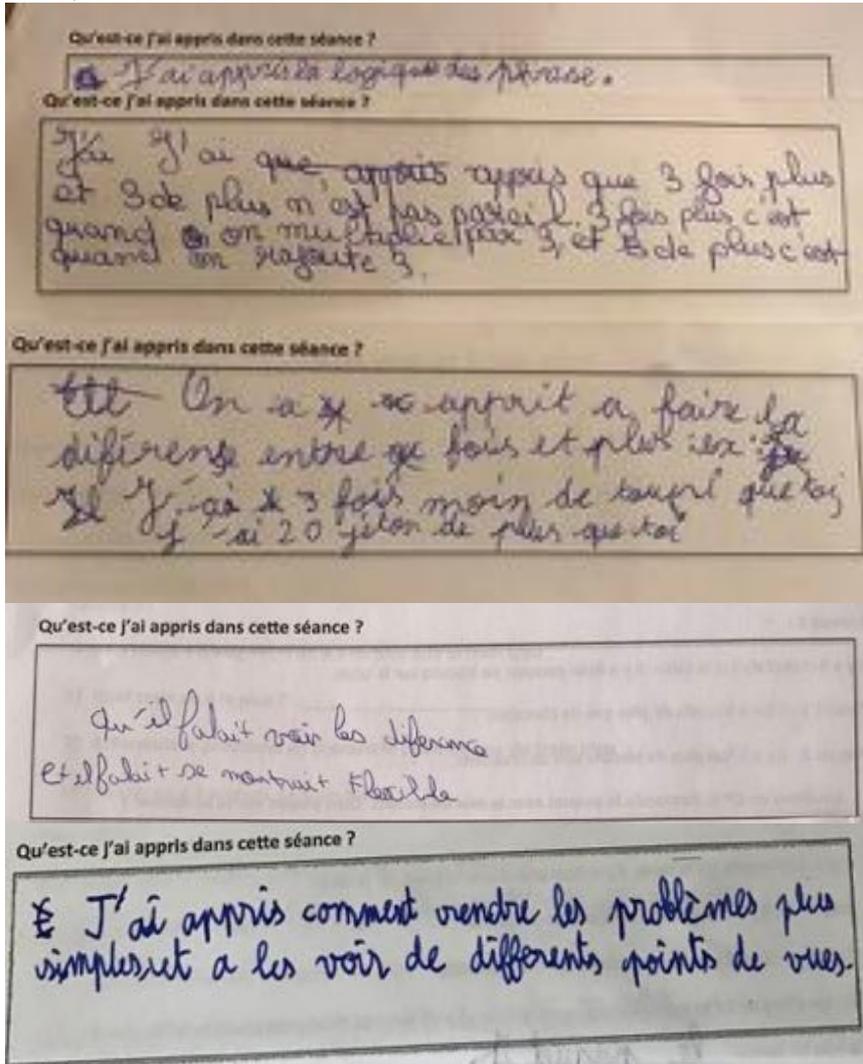
Identifier la comparaison est indispensable pour résoudre l'exercice.

Indiquez aux élèves de regarder la phrase « Au total ». On pourra faire les deux calculs : si la comparaison du nombre de pièces a été faite avec les billes ou si elle a été faite avec les jetons.

Cette phase de formalisation est importante. En la liant aux exercices, on évite ainsi de seulement mettre « une étiquette » mais bien un concept.

Au CM2, l'enseignant peut formaliser les différentes structures : on a vu des structures additives et des structures multiplicatives. Quand on cherchait la différence avec les mots « de plus » et « de moins », on faisait une addition à trou ou une soustraction, on parle alors de structures additives. En revanche, quand on cherchait le nombre total avec les mots « fois plus », on faisait une multiplication. On parle alors de structures multiplicatives.

Exemple



#### Étape 4 : Journal de recherche (3 mn)

##### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau ou la position de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner. Aucune correction n'est attendue. L'enseignant vérifie qu'il n'y ait rien de faux en l'indiquant à l'oral ou au crayon.

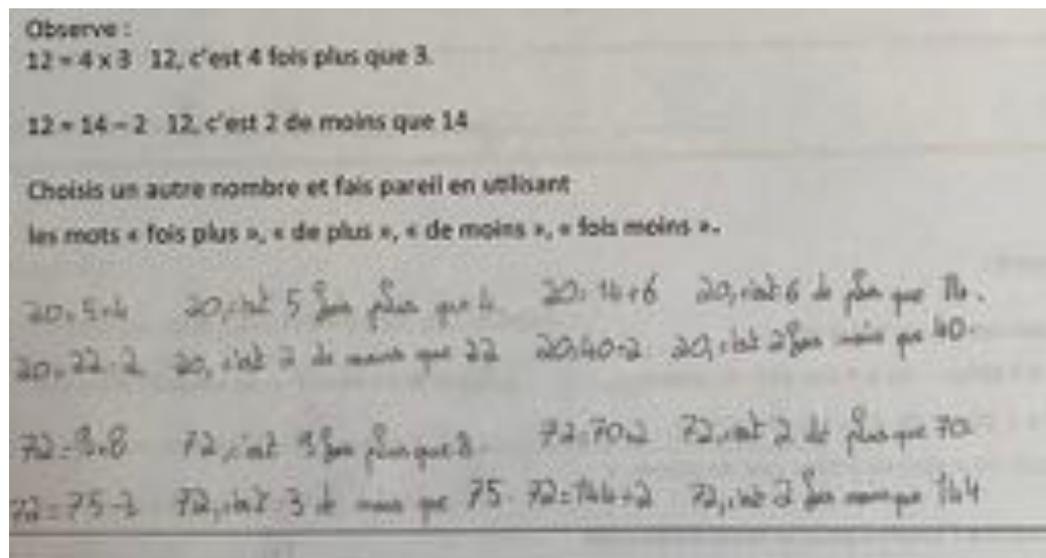
Cette étape peut être travaillée au retour de récréation afin de revenir au calme, tout en remobilisant les élèves.

##### Première proposition :

Choisis un nombre. Décompose-le en utilisant les mots « de plus », « de moins » et « fois plus », puis écris l'écriture mathématique.

12, c'est :

- 9 plus 3 :  $12 = 9 + 3$
- 2 fois plus que 6 :  $12 = 2 \times 6$
- 6 fois plus que 2 :  $12 = 6 \times 2$
- 3 fois plus que 4 :  $12 = 3 \times 4$
- 28 moins 16 :  $12 = 28 - 16$



##### Deuxième proposition :

J'ai \_\_\_ euros. Mariam en a \_\_\_ fois plus que moi. Et Lara a \_\_\_ de plus que moi. Complète ce problème en sachant que Lara doit avoir le plus d'euros.

## Programme RAI'FLEX

# Séance 2 : Le langage multiplicatif

***Durée : 1 séance***

### Focus théorique

Combien « de fois plus » ? Combien « de fois moins » ? L'objectif de cette séance est de travailler le langage du rapport entre quantités : « fois plus », « fois moins ».

L'enjeu de l'apprentissage est de ne pas renforcer la connaissance naïve que « multiplier c'est additionner » et celle que « diviser c'est partager ». Ces deux conceptions naïves sont en effet restrictives, car elles conduisent à penser que multiplier rend plus grand et que diviser rend plus petit. C'est pourquoi on constate que les collégiens ont beaucoup plus de difficultés à résoudre un problème de type « Je partage 5 kg de cookies entre 15 amis, combien chacun recevra-t-il ? » (28% de réussite) que celui de type « Avec 25 roses, combien de bouquets de 5 roses puis-je faire ? » (93% de réussite) (Fischbein, 1985).

Afin de ne pas renforcer ces connaissances naïves, et tout en les prenant pour appui, la multiplication et la division peuvent être abordées en même temps, afin de construire le concept unifié de « rapport ». On commencera par construire les notions de « fois moins » et « fois plus » dans cette séance avant de résoudre des problèmes d'échange dans la prochaine séance.



# Le langage multiplicatif

Durée : 1 séance

<b>Connaissance naïve : « fois plus » comme addition réitérée, « fois moins », comme soustraction réitérée</b>	
<b>Connaissance à construire : « fois plus »/« fois moins » comme rapport</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> Passer de la vision « addition réitérée » ( $3 + 3 + 3 + 3$ ) à la notion de rapport : $4 \times 3$ . Adopter les points de vue « fois plus » et « fois moins » Comprendre que la multiplication et la division correspondent à la recherche d'un rapport	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Point de vue de « fois plus » Point de vue de « fois moins »	- Dire que X a « 3 fois plus » que Y, c'est pareil que dire « que Y a 3 fois » moins que X. - Rai'Flex : toujours rechercher par rapport à qui/quoi ?

## Étape 1 : Trouver le rapport – Chercher le comparant

### Pourquoi cette étape ?

Comprendre que « fois plus ou fois moins, tout dépend du point de vue adopté. »

### Matériel :

Fiche Élève

### Problème de référence :

Lisa a 7 cubes rouges et 18 fleurs rouges.

Léo a 21 cubes bleus et 9 fleurs bleues.

On peut inscrire au tableau :  
Lisa a 7 cubes.  
Léo a 21 cubes.

Puis, on demande aux élèves quelles questions pourrait-on poser.

Les élèves vont proposer des structures additives : combien de cubes en tout ? Quelle est la différence ? Qui en a « le plus » ? ...

On répond à chaque question à l'oral et/ou au tableau. Et on dit qu'il y a une autre question possible : « Qui en a plus ? Combien « de fois plus » ? ».

La première question peut-être effectuée sur l'ardoise. Cela permet aux élèves d'être engagé rapidement dans l'exercice, et de trouver la première réponse. On insiste ensuite sur le fait que maintenant on va se concentrer sur notre raisonnement en complétant la fiche.

Le raisonnement à adopter est le suivant :  
On doit comparer 7 cubes à 21 cubes.  
Combien peut-on former de groupes de 7 cubes dans 21 cubes ? On fait le schéma. On peut avoir 3 groupes, on a donc 3 fois plus de cubes bleus que rouges.

Prénom :

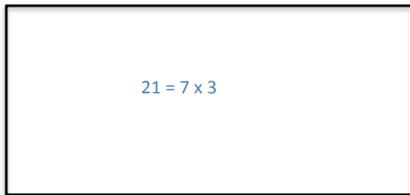
### 3 fois plus et 3 fois moins

Enoncé 1 :

Lisa a 7 cubes rouges et 24 fleurs rouges.  
Léo a 21 cubes bleus et 6 fleurs bleues.

1) Qui a le plus de cubes ? Combien de fois plus ?

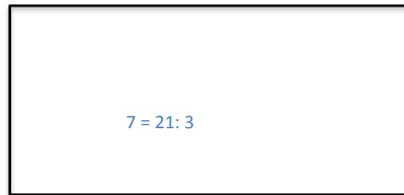
Point de vue de Léo / fois plus



Léo a 3 fois plus de cubes que Lisa.

2) Qui a le moins de cubes ? Combien de fois moins ?

Point de vue de Lisa / fois moins



Lisa a 3 fois moins de cubes que Léo.



3) Qui a le moins de fleurs ? Combien de fois moins ?

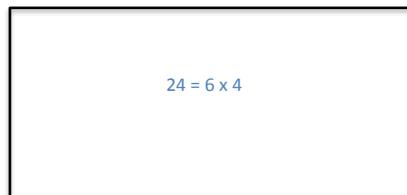
Point de vue de Léo / fois moins



Lisa a 4 fois moins de fleurs que Léo.

4) Qui a le plus de fleurs ? Combien de fois plus ?

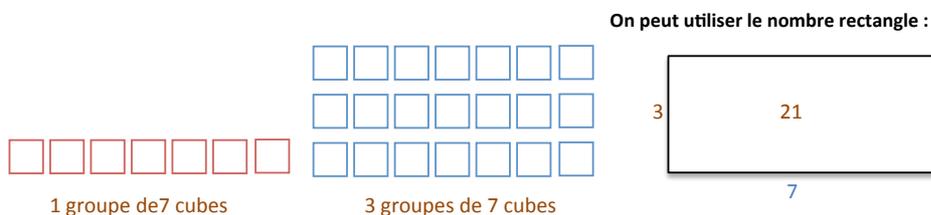
Point de vue de Lisa / fois plus



Léo a 4 fois plus de fleurs que Lisa.



Pour les élèves en difficulté, on pourra utiliser ce genre de représentations et de formulations :



3 groupes de 7 cubes, c'est 3 fois 7 cubes. En mathématiques, on écrit :  $3 \times 7 = 21$  cubes

Remarque : Quelle autre question pourrait-on aussi poser ?  
Lisa a plus de cubes ou de fleurs ? Combien « de fois plus » ?

Si on prend le point de vue de Léo, que va-t-il dire ? Il a 3 fois plus de cubes que Lisa. On part donc du nombre de cubes de Léo :  $21 = \ll 3 \text{ fois plus que } 7 \gg = 3 \times 7$

Si on prend le point de vue de Lisa, que va-t-elle dire ? Elle a 3 fois moins de cubes que Léo. On part donc du nombre de cubes de Lisa :  $7 = \ll 3 \text{ fois moins que } 21 \gg = 21 : 3$

On conclut qu'on peut prendre 2 points de vue : celui de Lisa ou de Léo, celui de fois plus ou de fois moins. On rajoute la flèche d'équivalence.

Le raisonnement à adopter est le suivant : On doit comparer 24 fleurs à 6 fleurs. Combien peut-on former de groupes de 6 fleurs dans 24 fleurs ? Si nécessaire, on fait le schéma. On peut avoir 4 groupes, on a donc 4 fois plus de cubes bleus que rouges.

Si on prend le point de vue de Léo, que va-t-il dire ? Il a 4 fois moins de cubes que Lisa. On part donc du nombre de cubes de Léo :  $6 = \ll 4 \text{ fois moins que } 24 \gg = 24 : 4$

Si on prend le point de vue de Lisa, que va-t-elle dire ? Elle a 4 fois plus de cubes que Léo. On part donc du nombre de cubes de Lisa :  $24 = \ll 4 \text{ fois plus que } 7 \gg = 4 \times 6$

## Étape 2 : Trouver la quantité – Chercher le comparant

### Pourquoi cette étape ?

On donne le rapport « 4 fois moins », et il faut retrouver la quantité.  
On confronte « fois moins » et « de moins ».

### Problème de référence :

Yanis a 28 cubes. Elsa en a 4 fois moins. Et Jérémie a 4 cubes de moins que Yanis.  
Qui en a le plus ? Combien Yanis a-t-il de cubes ? Combien Elsa a-t-elle de cubes ?

Prénom :

**Énoncé 2 :** Yanis a 28 cubes. Elsa en a 4 fois moins. Et Jérémie a 4 cubes de moins que Yanis.

1) Qui en a le plus ? Yanis.

2) Combien Jérémie a-t-il de cubes ?  
 $28 - 4 = 24$  cubes Jérémie a 24 cubes.

3) Combien Elsa a-t-elle de cubes ?  
Elsa a 4 fois moins de cubes de Yanis. Yanis a 4 fois plus de cubes qu'Elsa.

Point de vue d'Elsa / fois moins      Point de vue de Yanis / fois plus

? =  $28 : 4$   
7 =  $28 : 4$

Elsa a 7 cubes.

$28 = 4 \times ?$   
 $28 = 4 \times 7$

Elsa a 7 cubes.

C'est pareil que

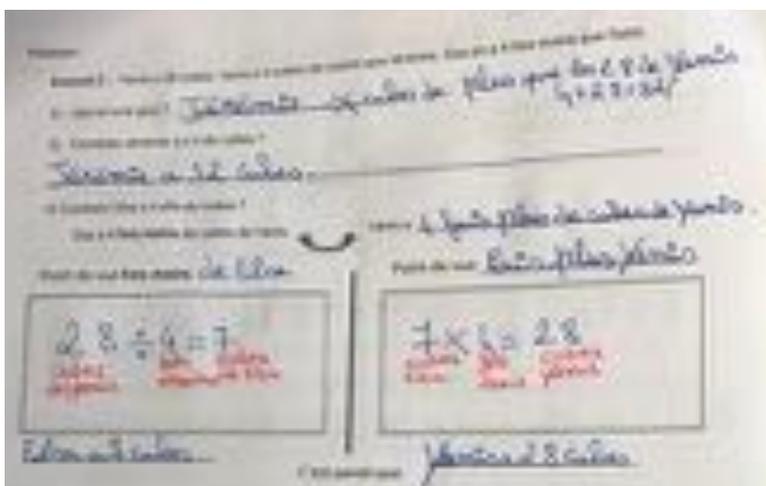
On réinvestit la notion de « de moins » vu en séance 1.

On fait reformuler la phrase en changeant de point de vue : on prend celui de Yanis / « fois plus », car ça va être plus facile pour calculer.

Yanis a 4 fois plus de cubes qu'Elsa : on part du nombre de cubes de Yanis :  $28 = 4 \times ?$

Elsa a 4 fois moins de cubes que Yanis : On part du nombre de cubes d'Elsa, c'est ce qu'on recherche, donc on l'écrit avec un point d'interrogation :  $? = 4$  fois moins que 28. Donc  $? = 28 : 4$ .

Dans les écritures mathématiques, on précise bien les unités.



### Étape 3 : « fois plus »/« fois moins »/« de moins »

#### Pourquoi cette étape ?

On donne les rapport « fois moins » et « fois plus », et il faut retrouver la quantité. Puis on compare « fois moins » et « de moins ».

#### Énoncé 3 :

Ryan possède une collection de 25 BD.  
Sa grande sœur Tanya en possède le triple.

1) Combien possède-t-elle de BD ?

Le triple veut dire 3 fois plus.  
Tanya possède 3 fois plus de BD que Ryan.  
 $3 \times 25 = 75$

Tanya possède 75 BD.

2) Son petit frère Léo en possède 5 fois moins que Tanya. Combien en possède-t-il ?

5 fois moins que le nombre de BD de Tanya  
5 fois moins que 75, c'est  $75 : 5$ .  $75 : 5 = 15$

Léo a 15 BD.

3) Pour avoir autant de BD que Tanya, combien Léo doit-il en acheter ?

$75 - 15 = 60$  BD. Léo doit acheter 60 BD, car Léo a 60 BD de moins que Tanya.

### Étape 4 :

#### Pourquoi cette étape ?

On donne le rapport « fois moins » ou « fois plus », et il faut retrouver la quantité. Certains raisonnements sans calculs sont nécessaires.

#### Énoncé 3 :

J'ai besoin d'un aquarium qui contient au moins 80L d'eau.  
Il y a 3 aquariums dans le magasin :

L'aquarium 1 contient 40L. L'aquarium 2 contient 3 fois plus que l'aquarium 1.

L'aquarium 3 contient 5 fois moins que l'aquarium 2.

L'aquarium 4 contient 3 fois moins que l'aquarium 2.

Quel aquarium puis-je prendre ?

Aquarium 1: 40L.

Aquarium 2 :

L'aquarium 2 contient 3 fois plus que l'aquarium 1. On peut écrire :

$$\text{Aquarium 2} = 3 \times \text{Aquarium 1} = 3 \times 40 = 120\text{L.}$$

Aquarium 3 :

L'aquarium 3 contient 5 fois moins que l'aquarium 2.

$$\text{Aquarium 3} = \text{Aquarium 2} : 5 = 120 : 5 = 24 < 80$$

Aquarium 4 :

L'aquarium 4 contient 3 fois moins que l'aquarium 2. L'aquarium 2 contient 3 fois plus que l'aquarium 4.

Or on sait que l'aquarium 2 contient aussi 3 fois plus que l'aquarium 1.

Donc l'aquarium 1 et 4 contiennent la même chose.

On vérifie :  $120 : 3 = 40$  L

Conclusion : je dois prendre l'aquarium 2.

Selon le niveau des élèves, on peut proposer le calcul  $120 : 5$ . Sinon, il est intéressant de faire estimer les élèves : 120 divisés par 5, est-ce que ça va être plus ou moins que 80 l ? Si c'était deux fois moins que 120, ce serait 60 l. Donc 5 fois moins, c'est encore plus petit que deux fois moins. Ça va donc être bien plus petit que les 80 l.

On focalise l'attention de la classe sur le fait qu'on peut dire que Léo a 5 fois moins de BD que Tanya ou que Léo a 60 BD de moins que Tanya.

Pour l'aquarium 4, on peut amener les élèves à vérifier que cela revient à la quantité de l'aquarium 1 (3 fois plus, 3 fois moins). De cette façon, on n'a pas besoin de calculer.

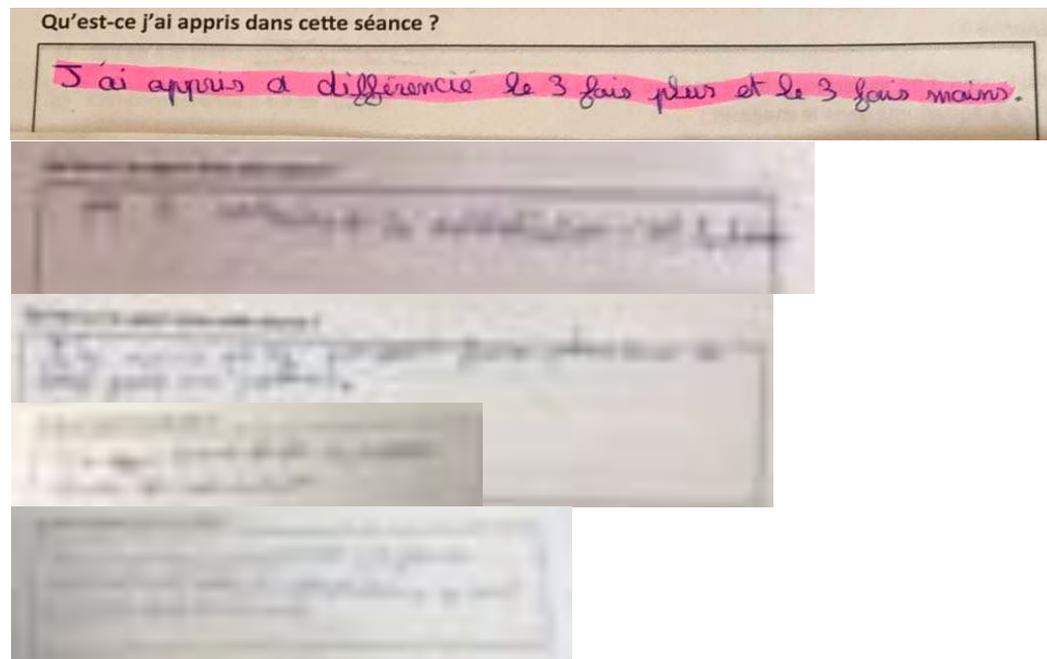
## Étape 6 : Qu'est-ce que j'ai appris aujourd'hui ?

### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Une fois que les élèves ont répondu dans le cadre à « Qu'est-ce que j'ai appris dans cette séance ? », l'enseignant interroge quelques élèves et propose une conclusion à partir des réponses des élèves. Il n'y a pas de correction à prendre. Chaque élève a pu apprendre des choses différentes en fonction de son niveau. Les éléments clés sont :

- apprendre à adopter le point de vue « fois plus » ou « fois moins »
- apprendre que « de moins » est différent de « fois moins »
- il faut toujours regarder le comparant : « fois moins / fois plus » par rapport à qui ?



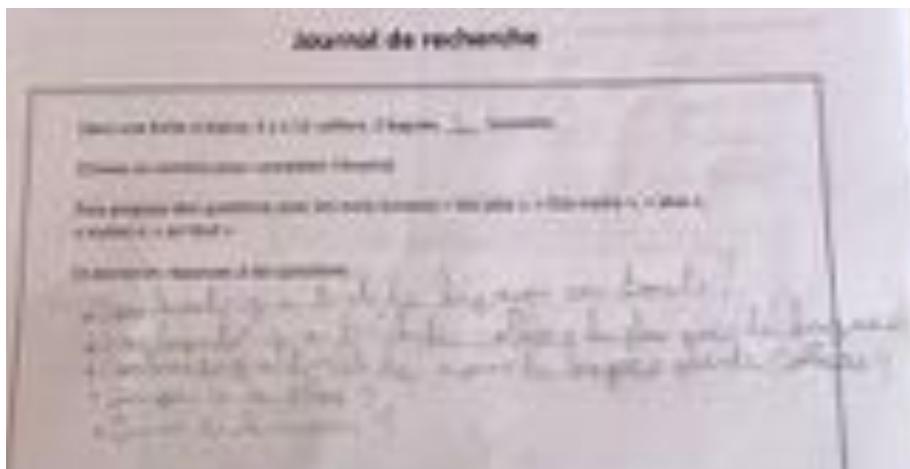
## Étape 6 : Journal de recherche

### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Énoncé : Dans une boîte à bijoux, il y a 12 colliers, 3 bagues, \_\_\_\_ bracelets.  
Choisis un nombre pour compléter l'énoncé. Propose des questions et les réponses.

Les élèves complètent l'énoncé. Ils peuvent poser des questions « Il y a plus de colliers ou de bagues ? Combien de fois plus ? Combien de plus ? », « Combien ai-je de bijoux au total ? »



## Programme RAI'FLEX

# Séance 3 : Les problèmes d'échange

***Durée : 1 séance***

### **Focus théorique**

L'objectif de cette séance est de poursuivre la construction de la notion de rapport au travers des problèmes d'échange : « J'échange X choses contre Y autres. »

De cette façon, la multiplication et la division sont étudiées de façon simultanée sans renforcer les connaissances naïves « multiplier pour avoir plus » et « diviser pour avoir moins ».



# Situation d'apprentissage : Les problèmes d'échange

Durée : 1 séance

<b>Connaissance naïve :</b> « multiplier pour avoir plus » et « diviser pour avoir moins »	
<b>Connaissance à construire :</b> multiplier/diviser pour trouver comme (un ?) rapport	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> Comprendre que la multiplication et la division correspondent à la recherche d'un rapport Comprendre le rapport d'échange	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Points de vue de « fois plus » et « fois moins »	Exemple : 1 voiture vaut Y figurines. J'ai 5 voitures, j'ai donc 5 fois 1 voiture, $5 \times 1$ voiture. Si j'ai 5 fois plus de voitures, j'ai aussi 5 fois plus de figurines, donc $5 \times Y$ figurines.
Points de vue de « en mots » et en « mathématiques »	3 fois plus que 6 billes, c'est $3 \times 6$ billes 4 fois moins que 8 billes, c'est $8 \text{ billes} : 4$

## Étape 1 : Des mots aux math

### Pourquoi cette étape ?

Effectuer la division et la multiplication dans des situations d'échange

### Matériel :

Fiche Élève

Cartes/billes si nécessaire pour les élèves

Prénom : \_\_\_\_\_

## J'échange... contre...

**Enoncé 1 : 1 carte s'échange contre 7 billes.**

1) Si j'échange 5 cartes contre des billes, combien vais-je recevoir de billes ?

**Traduis les phrases en écritures mathématiques**

1 carte s'échange contre 7 billes  $\longleftrightarrow$  \_\_\_\_\_

J'échange 5 cartes, donc j'ai \_\_\_\_\_ plus qu'une carte.  $\longleftrightarrow$  \_\_\_\_\_

Je vais donc avoir \_\_\_\_\_ fois plus que \_\_\_\_\_ billes.  $\longleftrightarrow$  \_\_\_\_\_

5 fois plus que 7 billes, c'est \_\_\_\_\_  $\longleftrightarrow$  \_\_\_\_\_

Donc contre \_\_\_\_\_ cartes, je vais recevoir \_\_\_\_\_ billes.

5 fois plus que 7 billes, c'est 35 billes. \_\_\_\_\_ fois moins que \_\_\_\_\_ billes, c'est \_\_\_\_\_ billes.

2) Si j'échange 21 billes contre des cartes, combien vais-je recevoir de cartes ?

Point de vue \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ fois plus que 7 billes donne \_\_\_\_\_ billes.

↓

Point de vue \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ fois \_\_\_\_\_ que \_\_\_\_\_ billes donne 7 billes.

On travaille sur les structures et non sur les nombres. Des problèmes avec des nombres plus importants seront effectués en étape 2 et à proposer par la suite par l'enseignant.

L'objectif est que les élèves arrivent à produire ce type d'équivalence :

1 carte = 7 billes  
 $5 \times 1 \text{ carte} = 5 \times 7 \text{ billes}$   
 5 cartes = 35 billes

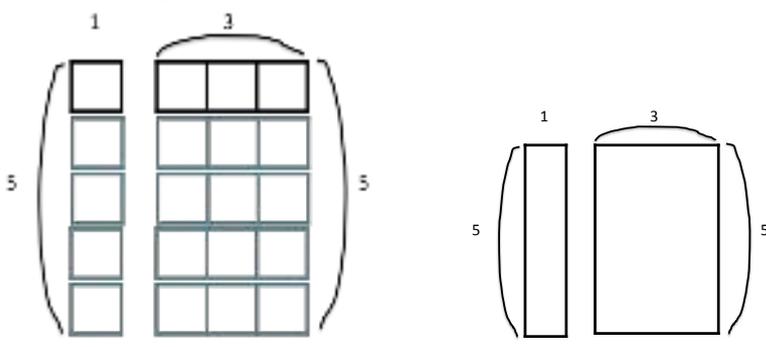
Pour y arriver on passe par les formulations « fois plus » : J'ai 5 cartes, donc j'ai 5 fois plus qu'une carte. Je vais donc avoir 5 fois plus que 7 billes. 5 fois plus que 7 billes, c'est  $5 \times 7$ , c'est 35 billes

Raisonnement :  
 J'ai 6 billes, 2 fois plus que 3 billes, ça donne 6 billes. J'ai donc 2 fois plus que 3 billes. Si j'ai 2 fois plus que 3 billes, j'ai donc 2 fois plus qu'une 1 carte, j'ai 2 cartes.

On complète à droite :  
 \_\_\_\_\_ =  $2 \times 3$  billes  
 puis à gauche :  
 $2 \times 1 \text{ carte} = 2 \times 3 \text{ billes}$

Les dessins peuvent ne pas être à l'échelle. L'objectif ici est uniquement de construire une représentation abstraite du problème.

Selon le niveau des élèves, on peut utiliser ce type de représentations : 1 carte s'échange contre 3 billes.



**Étape 2 : Diviser ou multiplier**

### Pourquoi cette étape ?

Même type de problème d'échange avec des nombres plus grands. Étape facultative si les élèves maîtrisent déjà le raisonnement (ou à faire à l'oral), afin d'aller jusqu'à l'étape 4.

#### Énoncé 2 :

1 carte s'échange contre 23 billes.

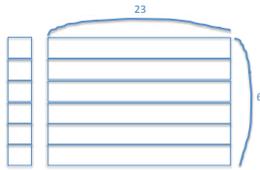
1) Si j'échange 6 cartes contre des billes, combien vais-je recevoir de billes ?

2) Si j'échange 92 billes contre des cartes, combien vais-je recevoir de cartes ?

1) 1 carte = 23 billes

$$\underline{6} \times \underline{1 \text{ carte}} = \underline{6} \times \underline{23 \text{ billes}}$$
$$6 \times 23 = 6 \times 20 + 6 \times 3 = 120 + 18 = 138$$

6 cartes = 138 billes



2)

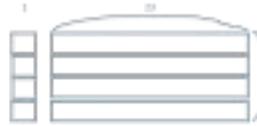
92, c'est combien de fois plus que 23 ?

2 fois plus que 23, c'est 46. 3 fois plus que 23, c'est 69, 4 fois plus que 23, c'est 92 !

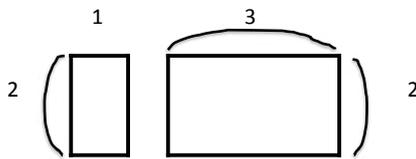
1 carte = 23 billes

4 = 4x23 billes

4 cartes = 92 billes



On pourra proposer aussi ce type de représentation plus abstraite de nombre rectangle.



### Étape 3 : Echanges et fractions

#### Pourquoi cette étape ?

Aborder la notion de demi et de quart.

#### Matériel :

Fiche Elève

Nombre rectangle si déjà utilisé en classe

#### Problème de référence :

À la kermesse de l'école, 1 gâteau vaut 8 jetons.

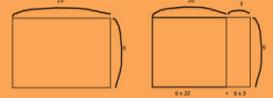
- 1) Si j'ai 4 jetons, combien du gâteau vais-je avoir ?
- 2) Si j'ai 2 jetons, combien du gâteau vais-je avoir ?

#### Raisonnement :

1) 6 cartes, « 6 fois plus qu' » une carte, donc je vais recevoir 6 fois plus que 23 billes : 6 x 23 billes. Et le 2) ?

#### Calcul :

1) On commence par dessiner 6 x 23, puis on décompose en rectangle connu : 6 x 20 + 6 x 3 par exemple. Et le 2) ?



**Énoncé 3 :**

**A la kermesse de l'école, 1 gâteau vaut 8 jetons.**

**1) Si j'ai 4 jetons, combien de gâteau vais-je avoir ?**

**2) Si j'ai 2 jetons, combien de gâteau vais-je avoir ?**

1)

1 gâteau = 8 jetons  
1 gâteau : 2 = 8 : 2 jetons  
 $\frac{1}{2}$  gâteau = 4 jetons

4 jetons, c'est 2 fois moins que 8 jetons.  
Donc j'ai 2 fois moins qu'un gâteau.  
Ca veut dire deux fois ma part correspond à 1 gâteau.

J'ai donc la moitié d'un gâteau.

2)

1 gâteau = 8 jetons  
1 gâteau : 4 = 8 : 4 jetons  
 $\frac{1}{4}$  gâteau = 2 jetons

2 jetons, c'est 4 fois moins que 8 jetons.  
Donc j'ai 4 fois moins que 1 gâteau.  
Ca veut dire que 4 fois ma part correspond à 1 gâteau.

J'ai donc un quart de gâteau.

#### Étape 4 : Qui a le plus d'argent ? Conversion

##### Pourquoi cette étape ?

On aborde une notion d'échange plus abstraite : une monnaie peut être convertie dans une autre monnaie.

##### Matériel :

1 billet par élève

Le défi est : Qui a le plus d'argent ?

Chaque groupe de 4 élèves reçoit une enveloppe avec un montant d'une certaine monnaie. Les monnaies sont inconnues.

Les élèves regardent le montant qu'ils ont dans leur enveloppe.

Billet 1 : 5 euros

Billet 2 : 56 448 dongs vietnamiens

Billet 3 : 20 réaux brésiliens

Billet 4 : 39 roupies russes



Les taux de change sont les suivants

1 euro = 78 roupies indiennes

1 euro = 4 réaux brésiliens

1 euro = 28 224 dongs vietnamiens

Autre idées de taux de change :

1 euro = 135 yens japonais

1 euro = 3490 pesos colombiens

1 euro = 1,25 dollars américains

1 euro = 8 yuans chinois

1 euro = 70 roubles russes

L'enseignant pose la question : Qui a le plus d'argent ?

Les élèves arrivent à l'idée qu'on ne sait pas combien vaut l'argent dans chaque enveloppe, car on ne peut pas comparer les différentes monnaies.

L'enseignant demande ce dont ils auraient besoin pour arriver à comparer. On arrive à l'idée de taux de change. Mais comment va-t-on faire ? Dans quelle monnaie va-t-on convertir ?

Les élèves vont choisir une monnaie de référence. Les groupes peuvent choisir une monnaie de référence différente. Mais il est plus facile de choisir l'euro bien sûr.

Billet 1 : 5 euros

Billet 2 : 56 448 dongs vietnamiens → 2 euros

Billet 3 : 16 réaux brésiliens → 5 euros

Billet 4 : 39 roupies indiennes → 50 centimes d'euro

Le raisonnement à suivre est toujours le même. Voici un exemple avec le réal :  
1€ = 4 Réal réaux  
20 réaux, c'est 5 fois plus que 4 réaux. On aura donc 5 fois plus qu'1 euro, soit 5 euros.

Défi : Qui a le plus d'argent ?

Voici plusieurs billets.

Sous chaque billet, écris le montant.

				
<u>5€</u>	<u>4 Réal</u>	<u>28 224 Dong</u>	<u>78 Roupie</u>	
↻	↻	↻	↻	
Notre monnaie de référence est <u>l'euro</u> .	<u>5€</u>	<u>5€</u>	<u>2€</u>	<u>50 cts</u>

<p>4 réal = 1 euro 5x4 réal = 5 x 1 euro 20 réal = 5 euro</p>	<p>78 roupie = 1 € 78 roupie : 2 = 1€ : 2 39 roupie = ½ € 39 roupie = 50 cts</p>
---	--

Qui a le plus d'argent ?

Réponse : \_\_\_\_\_

### Étape 5 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

#### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Quelques éléments :

- On peut adopter le point de vue « fois plus » ou « fois moins » dans des situations d'échange
- On peut traduire des phrases « en mots » et mathématiques et inversement
- On peut écrire en « mots » ou en mathématiques

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris à convertir

## Étape 6 : Journal de recherche

### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

**Journal de recherche**

Écris en phrases et en mathématiques, comme dans l'exemple.

<u>3 fois plus que 5 égal 15.</u> <u><math>3 \times 5 = 15</math></u>		<u>3 fois moins que 15 égal 5.</u> <u><math>15 : 3 = 5</math></u>
<u>2 fois plus que 2 égal 4.</u> <u><math>2 \times 2 = 4</math></u>		<u>2 fois moins que 4 égal 2.</u> <u><math>4 : 2 = 2</math></u>
<u>4 fois plus que 4 égal 16.</u> <u><math>4 \times 4 = 16</math></u>		<u>4 fois moins que 16 égal 4.</u> <u><math>16 : 4 = 4</math></u>
<u>3 fois plus que 6 égal 18.</u> <u><math>3 \times 6 = 18</math></u>		<u>3 fois moins que 18 égal 6.</u> <u><math>18 : 3 = 6</math></u>
<u>5 fois plus que 6 égal 30.</u> <u><math>5 \times 6 = 30</math></u>		<u>5 fois moins que 30 égal 6.</u> <u><math>30 : 5 = 6</math></u>

# Programme RAI'FLEX

## Séance 4 : Distributivité

**Durée : 1h**

### Focus théorique

Lors de cette séance, les élèves vont traiter de problèmes dits de « distributivité ». Il s'agit de problèmes de ce type :

- exemple de Prix : Monsieur Balant est à la caisse d'un supermarché. Il a acheté des articles. Pour chaque article, il en a mis 8 dans son panier : des brioches à 3€ l'une, des cakes à 2€ l'un, des tartes à 6€ l'une. Combien Monsieur Balant va-t-il dépenser en tout ?
- exemple de Durée : Un directeur d'école fait une liste d'achats depuis 8 ans. Chaque année, ses achats sont : 3 ordinateurs, 2 imprimantes, 6 scanners. Combien d'achats le directeur a-t-il fait en tout ?

Ils peuvent être résolus par 2 stratégies :

- stratégie de développement :  $8 \times 3 + 8 \times 2 + 8 \times 6$
- stratégie de factorisation :  $(3 + 2 + 6) \times 8$

La stratégie de développement est utilisée plus fréquemment par les élèves. Cette stratégie consiste en effet à effectuer des calculs pour chaque partie, puis de sommer les différents résultats. La stratégie de factorisation nécessite au contraire de commencer par sommer les différentes parties, qui forment un tout, avant de multiplier par le facteur. Réussir à résoudre ces problèmes en proposant les deux stratégies témoignent de la capacité de l'élève à adopter 2 points de vue sur un même problème.

Suite à l'expérimentation menée en 2015, nous avons pu identifier que les stratégies des élèves changent selon la variable du problème. Ainsi, il est plus facile de proposer deux stratégies pour un problème ayant comme variable effectif ou durée (voir exemple Durée). Au contraire, proposer la factorisation pour un problème ayant comme variable poids ou prix (voir exemple Prix) est difficile. Les élèves qui y parviennent sont ceux qui ont développé un concept abstrait de la notion de distributivité. Aussi, tout au long de cette séance, on essaiera de leur faire adopter les 2 points de vue sur chaque problème.

## Exercice à ramasser

Cet exercice est à ramasser et à remettre à Calliste. Laissez 5 mn aux élèves.

La correction est à faire directement après l'exercice.

Ce n'est pas proposé de cette manière-là dans les autres exercices : il faut uniformiser

Prénom :

Math – Séance 4

Classe :

Une carte s'échange contre 4 billes.

1) Léa veut échanger 8 cartes. Combien de billes aura-t-elle en échange ?

2) Damien a 16 billes. Il veut échanger ses 16 billes contre des cartes.  
Combien Damien aura-t-il de carte ?

# Situation d'apprentissage : Distributivité

Durée : 1h

**Connaissance naïve : procéder par parties**

**Connaissance à construire : effectuer un regroupement**

**Enjeux de l'apprentissage :**  
comprendre que l'on peut soit calculer pour chaque partie, soit regrouper les parties et calculer ensuite.

**Points de vue à faire adopter**

**Phrases-clés à dire**

**Points de vue des « parties »  
et du « tout »**

**Soit je prends le point de vue des  
« parties », soit je prends le point de vue  
du « tout ».**

## Étape 1 : Quelles parties ? Quel tout ?

**Pourquoi cette étape ?**

Comprendre que la somme des parties forme un tout. À faire à l'oral en s'assurant que chaque élève est son temps de penser ou alors sur l'ardoise

**Matériel :**

Ardoise

- 1) 1 chien + 1 chat + 1 hamster = 3 animaux
- 2) 1 croissant + 1 brioche + 1 pain au chocolat = Des viennoiseries
- 3) Lundi + Mardi + Mercredi + Jeudi + Vendredi + Samedi + Dimanche = 1 semaine
- 4) 1 t-shirt + 1 veste + 1 pantalon = 1 tenue

## Étape 2 : Point de vue du tout et point de vue des parties

**Pourquoi cette étape ?**

Adopter les deux points de vue : point de vue du « tout » ou des « parties »

L'objectif est de trouver des parties ou tout cohérents. Par exemple, pour la première égalité, on peut compléter par « hamster » et trouver le tout « animaux » ou « animaux de compagnie ». En revanche, si on complète par « vache », on trouvera seulement le tout « animaux ».

**Énoncé 2 :**

Un fleuriste veut faire 8 bouquets. Pour faire un bouquet, il a besoin de : 10 roses, 6 tulipes.  
Combien de fleurs le fleuriste a-t-il besoin en tout ?

Les élèves résolvent comme ils le souhaitent le problème.

**Point de vue** du tout

Pour un bouquet, combien a-t-il besoin de fleurs ?

$10 \text{ roses} + 6 \text{ tulipes} = 16 \text{ fleurs}$   
Il a besoin de 16 fleurs

Donc, pour 8 bouquets, combien a-t-il besoin de fleurs ?

$16 \times 8 \text{ bouquets} = 128 \text{ fleurs}$   
Il a besoin de 128 fleurs au total.

**Point de vue** des parties

Combien a-t-il besoin de roses pour 8 bouquets ?

$10 \times 8 \text{ bouquets} : 80 \text{ roses}$

Il a besoin de 80 roses

Combien a-t-il besoin de tulipes pour 8 bouquets ?

$6 \times 8 \text{ bouquets} = 48 \text{ tulipes}$

Il a besoin de 48 tulipes.

Au total, combien a-t-il besoin de fleurs ?

$80 \text{ roses} + 48 \text{ tulipes} + 128 \text{ fleurs}$

Il a besoin de 128 fleurs au total.



Les élèves commencent par résoudre le problème comme ils le souhaitent. Puis ils doivent adopter les deux points de vue en répondant aux questions.

On fait remarquer aux élèves qu'on arrive au même résultat. On peut adopter le point de vue du tout ou des parties, c'est deux stratégies différentes pour arriver au même résultat.

### Étape 3 : 2 points de vue et 2 stratégies

**Pourquoi cette étape ?**

Utiliser 2 stratégies pour résoudre un problème et les représenter graphiquement.

**Enoncé 3 :**

Pour Noël, Léo a acheté 4 boîtes de chocolats.  
 Dans **chaque** boîte, il y a 8 chocolats noirs, 6 chocolats blancs et 4 chocolats au lait.  
 Combien y a-t-il de chocolats au total ?

Point de vue du tout

$$8 + 6 + 4 = 18$$

choco noirs choco blancs choco au lait chocolats

$$18 \times 4 \text{ boîtes} = 72 \text{ chocolats}$$

Il y a 72 chocolats au total.

Point de vue des parties

$$8 \text{ choco noirs} \times 4 \text{ boîtes} = 32 \text{ choco noirs}$$

$$6 \text{ choco blancs} \times 4 \text{ boîtes} = 24 \text{ choco blancs}$$

$$4 \text{ choco au lait} \times 4 \text{ boîtes} = 16 \text{ choco au lait}$$

$$32 + 24 + 16 = 72 \text{ chocolats}$$

Il y a 72 chocolats au total.

C'est pareil que

On fait porter l'attention des élèves sur le mot « chaque » et réexpliquer réexpliquer la phrase.

On incite les élèves à écrire les unités, comme dans la correction.

On représente avec les nombres rectangles les deux stratégies. On constate que la somme des petits nombres rectangle revient bien au même grand nombre rectangle.

L'énoncé 4 est facultatif. Si les élèves ne connaissent pas encore la notion de m2, il n'est pas utile de le faire.

**Enoncé 4 :**

Vincent doit repeindre deux chambres : la surface à peindre de la première chambre est de 45m2 et la deuxième est de 30m2. Vincent utilise 500 grammes de peinture par m2.  
 Quelle quantité de peinture va-t-il utiliser ?

500 grammes de peinture par m2, ça veut dire que pour \_\_\_ m2, on utilise 500 grammes de peinture.

Point de vue du tout

$$\text{Chambre 1} + \text{Chambre 2} = \text{Tout}$$

$$45 + 30 = 75 \text{ m}^2$$

$$75 \times 500 = 37\,500 \text{ grammes}$$

Il va utiliser 37500 grammes de peinture.

Point de vue des parties

$$45 \times 500 = 22\,500 \text{ grammes pour la 1ere chambre}$$

$$30 \times 500 = 15\,000 \text{ grammes pour la 2eme chambre}$$

$$22\,500 + 15\,000 = 37\,500 \text{ grammes}$$

Il va utiliser 37 500 grammes de peinture.

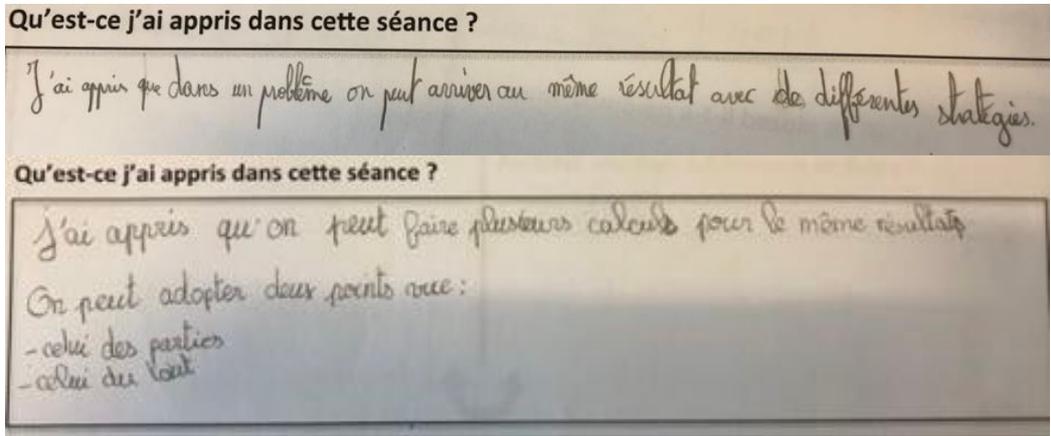
C'est pareil que

**Étape 4 : Qu'est-ce que j'ai appris ?**

**Pourquoi cette étape ?**  
 Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

- Quelques éléments : (corps plus gros sur 3 lignes)
- on peut regrouper des « parties » pour former un « tout » : la somme des « parties » forment un « tout »

- on peut adopter le point de vue des « parties » ou le point de vue du « tout »
- on peut résoudre un problème de plusieurs façons : **(corps plus petit sur 3 lignes)**
  - o soit en voyant chaque « partie »
  - o soit en faisant la somme des « parties », ce qui forme un « tout »



### Étape 5 : Journal de recherche

**Pourquoi cette étape ?**  
 Le journal de recherche permet à la fois d'évaluer ou d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Prénom :

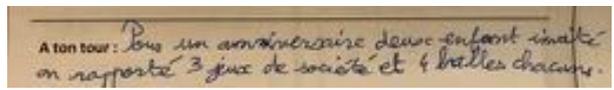
**Journal de recherche**

Voici un calcul :  $3 \times 2 + 4 \times 2 = 14$

L'énoncé pourrait être :  
 Pour Noël, un frère et une sœur reçoivent chacun 3 livres et 4 jeux vidéos. Au total, combien de cadeaux ont-ils reçu ?

---

**A ton tour :**



Un autre exemple de journal de recherche pour travailler seulement l'habileté calculatoire.

Prénom :

**Journal de recherche**

**Regarde :**

$2 + 3 + 4 = 9$ Donc $9 \times 5 = 45$	↻	$2 \times 5 = 10$ et $3 \times 5 = 15$ et $4 \times 5 = 20$ Donc $10 + 15 + 20 = 45$
$(2 + 3 + 4) \times 5 = 9 \times 5$ Donc $9 \times 5 = 45$	↻	$2 \times 5 + 3 \times 5 + 4 \times 5 = 10 + 15 + 20$ Donc $10 + 15 + 20 = 45$

---

**A ton tour :**

Les exemples de problèmes des élèves seront plus ou moins proches de l'énoncé proposé. Dans l'exemple de l'élève ci-contre, le contexte « Noël » a été remplacé par « anniversaire ». Les exemples les plus abstraits sont ceux qui proposeront un facteur autre que « des enfants » ou des personnes, comme des jours, des prix...

## Programme RAI'FLEX

### Séance 5 :

## Les fractions –

# La moitié de quoi ?

**Durée : 1 séance**

#### Focus théorique

La fraction est souvent vue comme une partie sur un tout, un sous-ensemble sur un ensemble... Les 2 valeurs de la fraction sont alors souvent 2 éléments séparés. Par exemple, la partie est « des parts de pizza » et le tout « une pizza ».

Dès lors, les erreurs les plus fréquentes sont les suivantes :

- entre 2 fractions, il ne peut y avoir qu'une fraction
- pour déterminer la fraction la plus grande/plus petite, on regarde seulement le dénominateur
- la fraction n'est pas vue comme un nombre, mais comme 2 nombres l'un sur l'autre

Dans cette séance, nous allons donc mettre l'accent sur le fait que :

- la fraction est un nombre. Et ainsi, on peut écrire que  $1/5 + 1/5 = 2 \times 1/5$
- c'est une fraction DE quelque chose. Quand on parle de «  $1/2$  », «  $1/3$  », on sous-entend que c'est «  $1/2$  de 1 ou  $1/3$  de 1 ». Mais si c'est «  $1/2$  de 3, c'est  $3/2$  » ou «  $1/3$  de 3, c'est 3 ».
- que par exemple,  $7/5$ , c'est 7 divisé en 5 (structure bipartite) mais on peut aussi dire que c'est 7 cinquième, c'est-à-dire  $7 \times 1/5$ .

# Les fractions

*Durée : 1 séance*

<b>Connaissance naïve : La fraction comme partie/tout</b>	
<b>Connaissance à construire : La fraction comme nombre de quelque chose</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> <b>Identifier la fraction comme un nombre et adopter les points de vue fraction du tout ou fraction de chaque partie.</b>	
<b>Points de vue à faire adopter</b>	<b>Phrases-clés à dire</b>
<b>Point de vue de chaque partie, du tout</b>	<b>La moitié de 2 bouteilles, c'est la moitié de chaque bouteille, soit 2 demi-bouteilles, ou la moitié des 2 bouteilles, soit une bouteille</b>
<b>Point de vue « en math », « en mots », en dessin</b>	

## Étape 1 : Equivalence de fractions

### **Pourquoi cette étape ?**

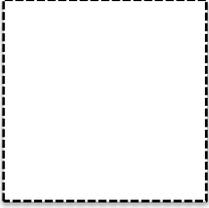
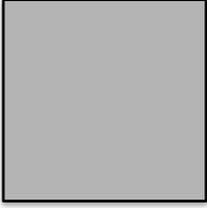
On établit des premières équivalences entre fraction. On écrit à la fois en mathématiques et en mot les fractions.

Prénom : \_\_\_\_\_

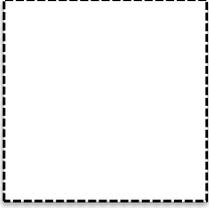
### La moitié de quoi ?

Énoncé 1 :  
Voici un carreau de chocolat noir. Colorie ce que j'ai pris.

**1) J'ai pris  $\frac{1}{2}$  d'un carreau.**

**2) J'ai pris  $\frac{1}{4}$  d'un carreau.**

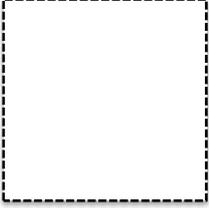
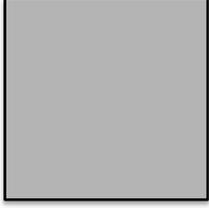



---

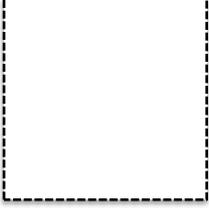
En Français : La moitié d'un carreau  
En math :  $\frac{1}{2} \times 1$  carreau

En Français : Le quart d'un carreau = la moitié de la moitié d'un carreau  
En math :  $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

**3) J'ai pris  $\frac{2}{4}$  d'un carreau.**

**4) J'ai pris  $\frac{2}{8}$  d'un carreau.**




---

En Français : Deux quarts d'un carreau = la moitié  
En math :  $\frac{2}{4} \times 1$  carreau =  $2 \times \frac{1}{4}$  d'un carreau =  $\frac{1}{4}$  d'un carreau +  $\frac{1}{4}$  d'un carreau =  $\frac{1}{2}$  carreau

En Français : Deux huitième d'un carreau = un quart  
En math :  $\frac{2}{8}$  d'un carreau =  $\frac{1}{8}$  d'un carreau +  $\frac{1}{8}$  d'un carreau =  $\frac{1}{4}$  d'un carreau

L'important est que le carré soit vierge. C'est aux élèves de trouver comment le découper en parts égales. Cela permettra de corriger les erreurs suivantes :

- on découpe en 4 parts inégales et on en choisit une pour  $\frac{1}{4}$
- on découpe en 5 parts égales et on en choisit une pour  $\frac{1}{4}$ .

On écrit à la fois en français et en math les fractions. On a ainsi 3 représentations d'une fraction : en dessin, en mot, en math.

On précise à chaque fois : « la fraction de quoi » ? Par exemple, c'est la moitié d'UN carreau, donc en math, on écrit :  $\frac{1}{2} \times 1$  carreau.

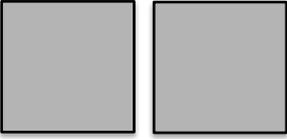
On écrit les différentes égalités en s'appuyant sur les mots « le quart + le quart, c'est la moitié », on peut donc écrire «  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  »

On écrit à la fois en français et en math, que la moitié d'un carreau + la moitié d'un carreau, c'est 2 moitiés de carreau, c'est comme un carreau.

## Étape 2 : Fraction de parties

**Pourquoi cette étape ?**  
On met en évidence l'importance de préciser « la fraction DE QUOI ».

**Énoncé 2 :** J'ai 2 carreaux de chocolat.  
J'ai mangé la moitié de chaque carreau.  
Une amie me dit : « c'est comme si tu avais mangé 1 carreau entier ».



A-t-elle raison ? \_\_\_\_\_

---

En Français : La moitié d'un carreau + la moitié d'un carreau = 2 moitiés de carreau = 1 carreau  
En math :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

### Etape 3 : Ecriture de fractions

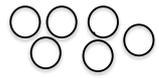
#### Pourquoi cette étape ?

Souvent, on colorie une partie d'une forme et on demande la fraction de la forme qui a été coloriée. Une des erreurs des élèves est alors de compter la partie coloriée comme numérateur et la partie non coloriée comme dénominateur. Dans cet exercice, la fraction de la forme demandée est représentée indépendamment de la forme, afin de ne pas renforcer la structure exclusivement bi-partite de la fraction.

Enoncé 3 : Complète avec une fraction.

 représente  $\frac{1}{4}$  de .

 représente  $\frac{1}{6}$  de .

 représente  $\frac{2}{6}$  ou  $\frac{1}{3}$  de .

 représente  $\frac{2}{10}$  ou  $\frac{1}{5}$  de .

On fait écrire les 2 fractions possibles : soit on compte chaque rond ou carré, soit on les compte 2 par 2. La question est alors, combien y a-t-il de paires dans les formes de droite ?

### Etape 4 : Fraction de chaque ou fraction du tout ?

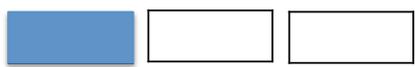
#### Pourquoi cette étape ?

On fait adopter deux points de vue sur un problème : fraction de chaque ou fraction du tout. Bien sûr, cela revient au même, en terme de calculs, mais la représentation diffère.

Enoncé 4 : J'ai 3 rubans. J'en ai utilisé un tiers. Colorie ce que j'ai utilisé.



1 ruban

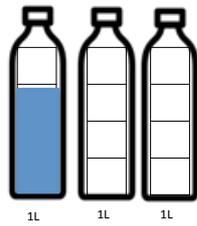


Un tiers de chaque ruban  
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{3}$

Un tiers des 3 rubans = 1 ruban  
 $\frac{1}{3} \times 3 \text{ rubans} = \frac{3}{3} = 1 \text{ ruban}$

C'est pareil que

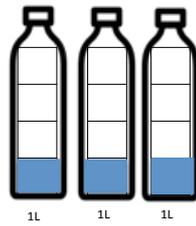
Enoncé 5 : J'ai 3 bouteilles. J'en ai bu le quart. Colorie ce que j'ai bu.



1L

1L

1L



1L

1L

1L

Un quart des 3 bouteilles  
=  $\frac{3}{4}$  d'une bouteille

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 1b$$

C'est pareil que

Un quart de chaque bouteille  
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

### Etape 5 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

#### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris que pour faire une fraction on pourrait la convertir en plusieurs fraction d'un nombre entier.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris qu'il y a plusieurs façons de faire des fractions

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

Que quand on demande par exemple  $\frac{1}{4}$  de trois bouteilles on peut prendre le quart de chaque bouteilles:  $\frac{3}{4}$  ou prendre le  $\frac{3}{4}$  d'une bouteille.

Journal de recherche

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris la Moitié et je me suis réconcilié avec les fractions

## Etape 6 : Journal de recherche

### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois de voir le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Observe :



J'ai colorié  $\frac{1}{2}$  du carré.

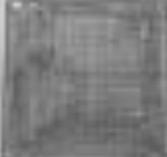
A ton tour !  
Colorie les carrés et donne la fraction du carré que tu as colorié :



J'ai colorié  $\frac{1}{8}$  du carré.



J'ai colorié  $\frac{1}{4}$  du carré.



J'ai colorié  $\frac{1}{9}$  du carré.



J'ai colorié  $\frac{2}{4}$  du carré.

# Programme RAI'FLEX

## Séance 6 : Diviser pour partager et Diviser pour mesurer

**Durée : 1 séance**

### Focus théorique

Dans cette séance, on souhaite dépasser la connaissance naïve/intuitive que « diviser c'est partager ». Cette connaissance ne permet pas de résoudre les problèmes de type division-mesure : « Une ligne mesure 12 cm. Combien de parties de 3 cm puis-je faire ? ».

Or **chaque problème de partage peut-être transformé en problème de mesure et inversement**. Par exemple, le problème de « division-partage » correspondant à « Une ligne mesure 12 cm. On la découpe en parties de 3 cm. Combien de parties puis-je faire ? » est le problème de division mesure suivant : « Une ligne mesure 12 cm. On la découpe en 4 parties. Quelle est la taille d'une partie ? »

**L'objectif de la séance est que les élèves proposent les deux problèmes (partage et mesure) à partir d'une même situation.**

Les problèmes de « division-mesure » sont plus difficiles pour les élèves puisqu'ils ne peuvent être résolus par la simulation mentale du partage : dans un problème de « division-mesure », on cherche combien de fois une quantité est comprise dans une plus grande quantité.

**Problème de « division-mesure »** : J'ai 10 € et un tee-shirt coûte 2 €. Combien puis-je en acheter ?  
→ Je mesure le nombre de fois que j'ai 2 € dans 10 €.

**Problème de « division-partage »** : J'ai 10 € et j'achète 5 tee-shirts. Combien coûte un tee-shirt ?  
→ Je partage les 10 € en les 5 tee-shirts.

### Exercice à ramasser

Cet exercice est à ramasser et à remettre à Calliste. Pour aider les élèves à adopter les 2 points de vue, on peut adopter les étapes suivantes :

- Étape 1 : les élèves résolvent en 4 mn le problème
- Étape 2 : on leur demande de changer de couleurs de stylos (de façon à savoir ce qu'ils ont fait sans aide) et on demande quels sont les 2 points de vue que l'on peut adopter : « Le tout, on regroupe tous les patients » ou « Les parties, on calcule pour chaque type de patient »
- Étape 3 : on fait la correction, soit avec une 3<sup>e</sup> couleur de stylo, soit après avoir ramassé les feuilles.

Prénom :	Classe :
Un médecin travaille pendant 5 jours. Chaque jour, il a soigné : 6 femmes avec une grippe, 4 hommes avec une angine, 2 enfants avec une angine.	
Combien de patients le médecin a-t-il soigné durant les 5 jours ?	
Propose 2 stratégies pour résoudre :	
Stratégie 1 :	
Stratégie 2 :	

**Stratégie « Tout » :**

$6 + 4 + 2 = 12$  patients en 1 jour,  $5 \times 12 = 60$  en patients en 5 jours

**Stratégie « Parties » (il y en a 2 ou 3 possibles) :**

Genre des patients :  $6 \times 5 = 30$  femmes,  $4 \times 5 = 20$  hommes,  $2 \times 5 = 10$  enfants ;  $30 + 20 + 10 = 60$  patients

Âge des patients :  $10 \times 5 = 50$  adultes,  $2 \times 5 = 10$  enfants ;  $50 + 10 = 60$  patients

Type de maladies :  $6 \times 5 = 30$  patients avec la grippe,  $6 \times 5 = 30$  patients avec une angine,  $30 + 30 = 60$  patients



# Situation d'apprentissage : Diviser pour partager et Diviser pour mesurer

Durée : 1 séance

Catégorie naïve : « Diviser pour partager »	
Catégorie à construire : « Diviser pour partager ou mesurer »	
Enjeux de l'apprentissage : Comprendre que la division n'est pas seulement une situation de partage mais aussi de mesure.	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Points de vue « je mesure »/ « je partage »	Je mesure le nombre de fois qu'il y a « 2 dans 12 », c'est « 6 » je partage « 12 en 2 », c'est « 6 ».

## Étape 1 : Découverte

**Pourquoi cette étape ?**  
Découvrir les 2 types de problème à partir d'une situation « concrète » (= les élèves peuvent mesurer eux-mêmes avec leur règle la ligne droite)

Avec leur règle, les élèves mesurent la ligne/segment. Elle mesure 12 cm.

Prénom : **Je partage et je mesure**

**Énoncé 1 :**

**Je partage** la ligne en 3 parties égales.  
Quelle est la taille en cm d'une partie ?

12 cm : 3 parties = 4 cm par partie

---

**Je mesure** chaque partie de la ligne. Elles mesurent 4 cm chacune.  
Combien y a-t-il de parties ?

12 cm : 4 cm = 3 parties

---

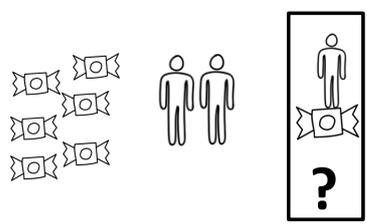
Remarque : en géométrie, on parlera d'un segment et non d'une ligne.

On inscrit le nombre AVEC l'unité.

## Étape 2 : Résolution des 2 types de problème

**Pourquoi cette étape ?**  
Les élèves doivent résoudre les 2 types de problèmes avec comme aide le support visuel.

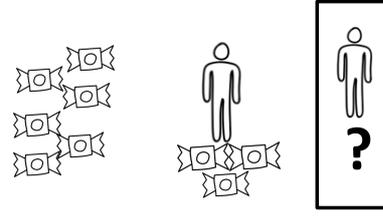
**Enoncé 2 :**



Il y a 6 bonbons. 2 personnes se les partagent.  
**Combien chacun en aura-t-il ?**

$6 b : 2 p = 3 \text{ bonbons par personne}$

Point de vue : Je partage



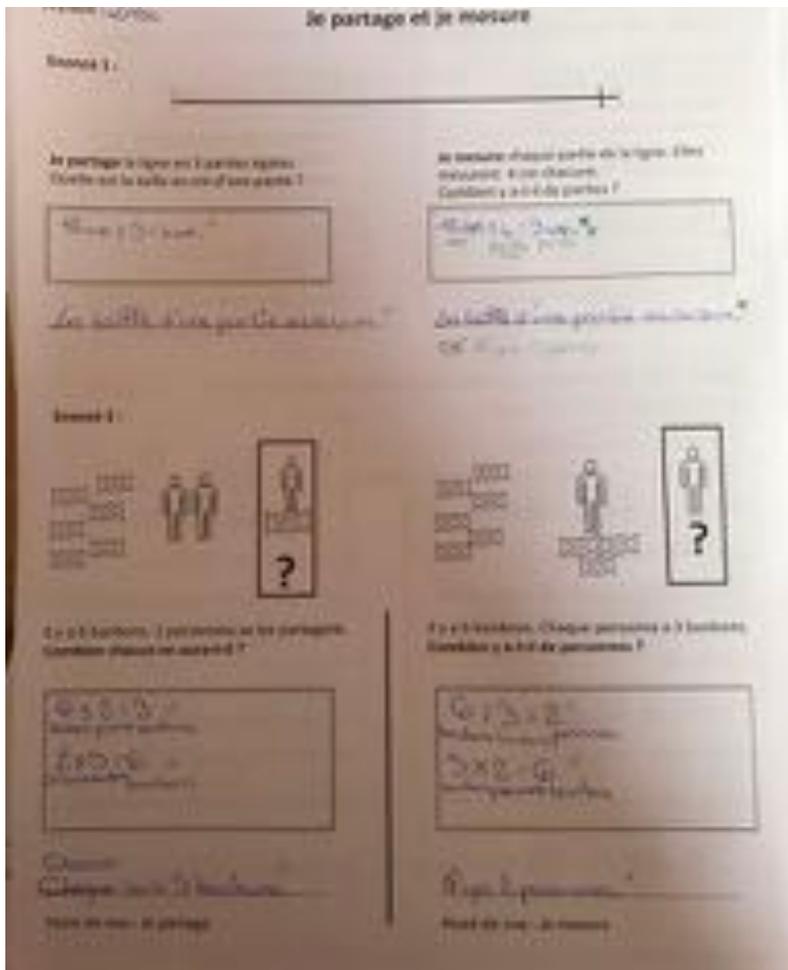
Il y a 6 bonbons. Chaque personne a 3 bonbons.  
**Combien y a-t-il de personnes ?**

$6 b : 3 \text{ bonbons par personne} = 2 \text{ personnes}$

Point de vue : Je mesure

On inscrit le nombre AVEC l'unité.

On souligne que dans le problème de gauche on a adopté le point de vue « Je partage », car on a partagé les bonbons entre les 2 personnes. Dans le problème de droite, on a adopté le point de vue « Je mesure », car on mesure le nombre de fois qu'il y a 3 bonbons dans 6 bonbons.



Comme sur la copie des élèves, on rajoute les multiplications correspondantes à la division. On demande aux élèves « qu'est le contraire de la division ? ».

### Étape 3 : Création des 2 problèmes

#### Pourquoi cette étape ?

Les élèves vont créer les deux types de problèmes. D'abord, ils doivent choisir les phrases et les questions, puis ils doivent choisir les phrases et créer la question.

**Énoncé 3 :** Voici la première phrase de l'énoncé : Il y a 8 cookies.  
Crée deux problèmes. Garde une phrase et une question.

<p><b>Il y a 8 cookies.</b> 4 personnes se les partagent. <del>Chaque personne a 2 cookies.</del> Combien chacun en aura-t-il ? <del>Combien y a-t-il de personnes ?</del> <del>Combien y a-t-il de cookies ?</del></p> <p><math>8 c : 4 p = 2 c \text{ par personne}</math></p> <p>Point de vue : Je <u>partage</u></p>	<p><b>Il y a 8 cookies.</b> <del>4 personnes se les partagent.</del> Chaque personne a 2 cookies. <del>Combien chacun en aura-t-il ?</del> Combien y a-t-il de personnes ? <del>Combien y a-t-il de cookies ?</del></p> <p><math>8 c : 2 c \text{ par personne} = 4 p</math></p> <p>Point de vue : Je <u>mesure</u></p>
--	---

**Énoncé 4 :** Voici les informations pour créer deux problèmes Je partage/Je mesure.

- J'ai dépensé 15 euros.
- Un paquet de raviolis coûte 3 euros.
- J'ai acheté 5 paquets de ravioli.

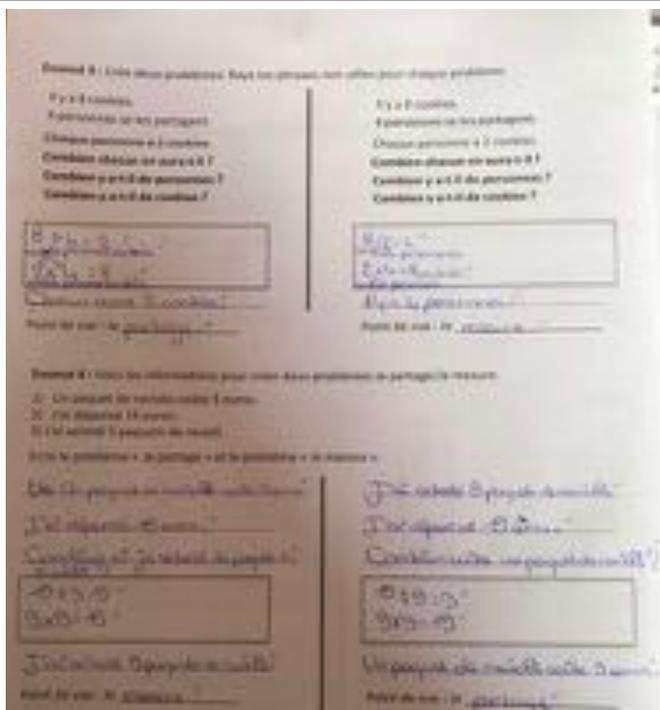
Ecris le problème « Je partage » et le problème « Je mesure ».

<p>1) J'ai dépensé 15 euros.</p> <p>3) J'ai acheté 5 paquets de raviolis</p> <p>Combien coûte un paquet ?</p> <p><math>15€ : 5 p = 3 € \text{ le paquet}</math></p> <p>Un paquet coûte 3€.</p> <p>Point de vue : Je <u>partage</u></p>	<p>1) J'ai dépensé 15 euros.</p> <p>2) Un paquet coûte 3€.</p> <p>Combien ai-je acheté de paquets ?</p> <p><math>15€ : 3€ = 5 \text{ paquets}</math></p> <p>5 paquets</p> <p>Point de vue : Je <u>mesure</u></p>
--	--

La phrase « Il y a 8 cookies » doit rester dans les deux problèmes. Il faut ensuite choisir une des deux phrases pour compléter l'énoncé et une des 3 questions.

On inscrit le nombre AVEC l'unité.

De même, à partir d'une situation on crée les deux problèmes « je mesure » et « je partage ».



#### Étape 4 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

##### Pourquoi cette étape ?

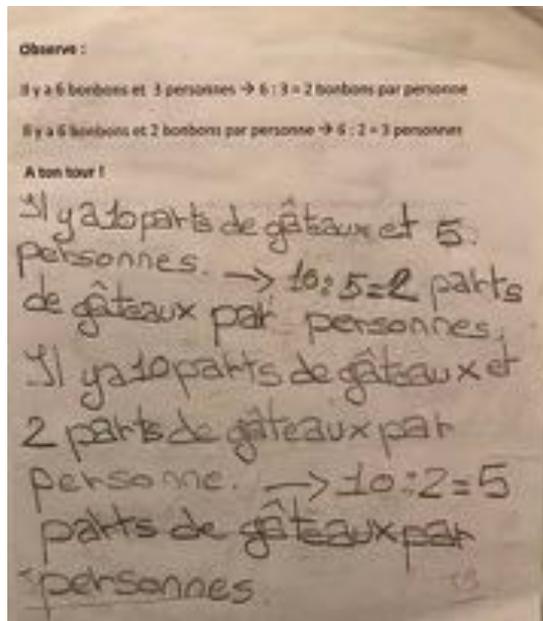
Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.



#### Étape 5 : Le journal de recherche

##### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.



## Programme RAI'FLEX

# Séance 7 : Équivalence entre division et multiplier par une fraction

***Durée : 1 séance***

### **Focus théorique**

L'objectif de cette séance est de comprendre l'équivalence entre « diviser » et « multiplier par une fraction simple ». En effet,  $3/2$  peut aussi bien être vu comme 3 divisé par 2 ou  $3 \times 1/2$ . Pour se faire, les élèves devront pouvoir adopter plusieurs points de vues : « fois plus », « fois moins », « fraction ».

# Exercice à ramasser

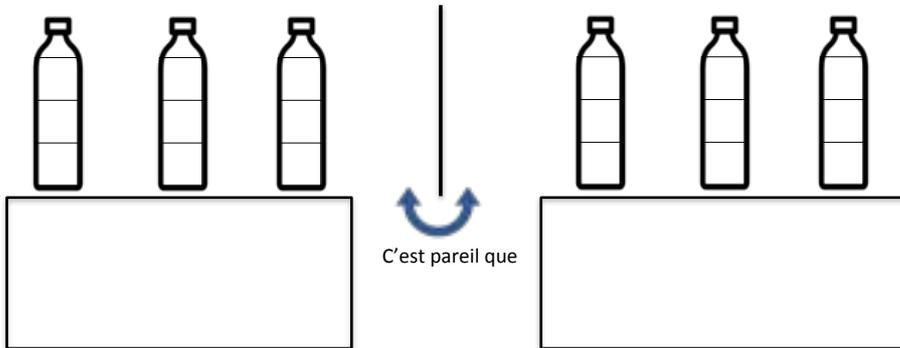
Exercice à remettre à Calliste. L'exercice permet de réinvestir directement ce qui a été vu dans la séance 5 - Fraction  
Les élèves doivent adopter :

- le point de vue « fraction du tout » : un tiers de 3 bouteilles,  $1/3 \times 3 = 3/3 = 1$  bouteille
- le point de vue « fraction de chaque » : un tiers de chaque bouteille,  $1/3 + 1/3 + 1/3 = 3$  tiers  
dans la séance 5, on parlait de **fraction de chaque « partie »** ou **fraction du « tout »**

Prénom :

Classe :

Exercice : J'ai 3 bouteilles. J'en ai bu le tiers. Colorie ce que j'ai bu.



Prénom :

Classe :

# Multiplier par une fraction ou diviser

*Durée : 1 séance*

**Connaissance naïve : «  $3/4$ , c'est 3 divisé par 4 »**

**Connaissance à construire : «  $\frac{3}{4}$ , c'est 3 quarts, c'est  $3 \times \frac{1}{4}$  »**

**Enjeux de l'apprentissage :  
multiplier par une fraction c'est comme diviser**

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Points de vue « fois plus », « fois moins », « fraction »	- « Fois plus » : $1 X = 3 Y$ , on a $6 Y$ , c'est 2 fois plus que $3 Y$ , donc on doit avoir 2 fois plus que $1X$ , c'est $2 \times 1 = 2X$ . - « Fois moins » : $3Y$ , c'est 2 fois moins que $6Y$ . Et $1X$ , c'est 2 fois moins que $2X$ . Fraction : $1 X = 3Y$ , alors $1/3 X = 1Y$ . Donc si on a $6Y$ , on a $6 \times 1/3X = 6$ divisé par 3.

## Étape 1 : Adopter 2 points de vue

### Pourquoi cette étape ?

On refait le lien avec la séance sur les fractions. Comme pour le ruban et les bouteilles, on peut voir de deux façons différentes les fractions.

Prénom :

### 3:2 c'est comme 3 x 1/4

**Énoncé 1 :** 4 enfants (A, B, C, D) vont se partager 3 pizzas de façon équitable.

1) Les 3 pizzas sont prêtes.

Quelle fraction de pizzas vas-tu donner à l'enfant A ?

Un quart + un quart + un quart = 3 quarts  
de la pizza 1 de la pizza 2 de la pizza 3 de pizza

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

2) L'enfant A doit partir. Mais seulement une seule pizza est sortie du four.

Quelle fraction de pizzas vas-tu donner à l'enfant A ?

Trois quarts d'une pizza

$$\frac{3}{4} \times 1 \text{ pizza} = \frac{3}{4}$$


Phrase réponse : \_\_\_\_\_.

## Étape 2 : Diviser et multiplier par une fraction

### Pourquoi cette étape ?

Comprendre que diviser peut donner une fraction et que multiplier par une fraction revient à diviser.

Voir les fractions comme un nombre.

**Énoncé 2 :** Nous sommes 4 amis et allons partir faire une randonnée.  
Avant de partir, nous allons nous répartir l'eau entre nous.

Nous avons pris 2L d'eau.  
Combien de litres chaque personne  
pourra-elle avoir ?

$$2 / 4 = \frac{1}{2} \text{ L Par personne}$$

Point de vue : Je divise

Chaque personne reçoit 1/2 litre.  
Combien de litres avons-nous pris ?

$$\frac{1}{2} \times 4 = 4/2 = 4 : 2 = 2 \text{ L au total}$$

Point de vue : Je multiplie par une fraction

Soit on donne à l'enfant A un quart de chaque pizza, soit on lui donne trois quarts d'une pizza. Dans les deux cas, l'enfant reçoit 3 parts de pizza.

Il est important que les élèves réussissent à écrire en mathématiques ces 2 points de vue, comme dans la correction.

Aides possibles :  
- On peut représenter les 2 l par un rectangle et les découper en 2, puis en 2.  
- On peut dire qu'il y a 2 filles et 2 garçons. Combien de litres va-t-on donner aux 2 garçons ? 1 l. Et combien à chaque garçon ? La moitié d'1 l.

Les élèves auront dû mal à comprendre qu'1/2 est un nombre. On peut commencer par faire la question « Combien de litres avons-nous pris ? » avec « Chaque personne reçoit 2 l ». La réponse est simple 4 x 2 l. Maintenant, ce n'est donc pas 2 l que chacun a reçu mais 1/2 l. C'est donc 4 x 1/2, on écrit cela 4/2, et encore 4 : 2, soit 2. Les élèves doivent écrire les 4 étapes.

### Étape 3 : Adopter 3 points de vue

#### Pourquoi cette étape ?

On peut utiliser 3 raisonnements différents pour arriver au même résultat : point de vue « fois plus », point de vue « fois moins », point de vue « fraction ».

**Enoncé 2 :** Il y a 12 enfants. On donne une pomme pour 2. Combien faut-il de pommes ?

Point de vue : Fois plus

$6 \times 2 = 12$   
Car  
1 pomme = 2 enfants  
 $6 \times 1 \text{ pommes} = 6 \times 2 \text{ enfants}$   
6 pommes = 12 enfants

Point de vue : Fois moins

$12 : 6 = 2$   
Car  
1 pomme = 2 enfants  
 $6 : 6 \text{ pommes} = 12 : 6 \text{ enfants}$   
6 pommes = 12 enfants

Point de vue : Fraction

1 pomme = 2 enfants  
 $\frac{1}{2}$  pomme = 1 enfant  
 $12 \times \frac{1}{2} = 12/2 = 12 : 2 = 6 \text{ pommes}$

Phrase réponse :

6 pommes

**Enoncé 3 :** Il y a 20 enfants. On donne une tarte pour 4 enfants. Combien faut-il de tartes ?

Point de vue : Fois plus

$5 \times 4 = 20$   
Car  
1 tarte = 4 enfants  
 $5 \times 1 \text{ tarte} = 5 \times 4 \text{ enfants}$   
5 tartes = 20 enfants

Point de vue : Fois moins

$20 : 5 = 4$   
Car  
1 tarte = 4 enfants  
 $5 : 5 \text{ tarte} = 20 : 5 \text{ enfants}$   
5 tartes = 20 enfants

Point de vue : Fraction

1 tarte = 4 enfants  
 $\frac{1}{4}$  de tarte = 1 enfant  
 $20 \times \frac{1}{4} = 20/4 = 20 : 4 = 5 \text{ pommes}$

Phrase réponse :

5 tartes

#### Point de vue « fois plus »

1 tarte = 4 enfants

Il y a 20 enfants, c'est 5 fois plus que 4 enfants. Donc il faut 5 fois plus de tarte, c'est  $5 \times 1 \text{ tarte} = 5 \times 1 = 5 \text{ tartes}$

#### Point de vue « fois moins »

$20/4 = 5$

Combien de groupes de 4 enfants peut-on faire parmi 20 enfants ? 4, c'est 5 fois moins que 20, c'est  $20/4 = 5$ .

#### Point de vue « fraction »

Une tarte pour 4 enfants, cela veut dire que chaque enfant va avoir  $\frac{1}{4}$  d'une tarte.

#### Point de vue

##### « Fois plus »

1 pomme = 2 enfants  
12 enfants, c'est 6 fois plus que 2. Il faut donc 6 fois plus de pommes.  $6 \times 2 = 12 \text{ pommes}$ .

#### Point de vue

##### « Fois moins »

2 enfants, c'est 6 fois moins que 12 enfants, c'est  $12/6 = 2$ . Il faut 6 pommes.

#### Point de vue

##### « Fraction »

Il faut une pomme pour 2 enfants. Cela signifie que chaque enfant obtiendra une demi-pomme,  $\frac{1}{2}$  pomme. On a 12 enfants, donc 12 fois plus qu'un enfant,  $12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ pommes}$ . On passe par les 4 étapes de calcul.

On a 20 enfants, donc on a  $20 \times \frac{1}{4} = 5$ .

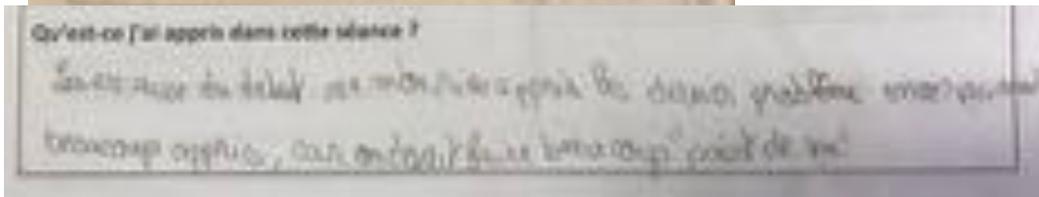
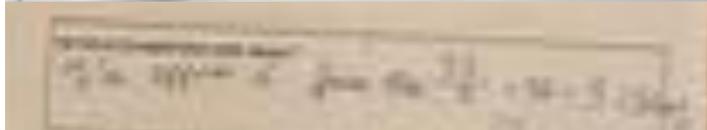
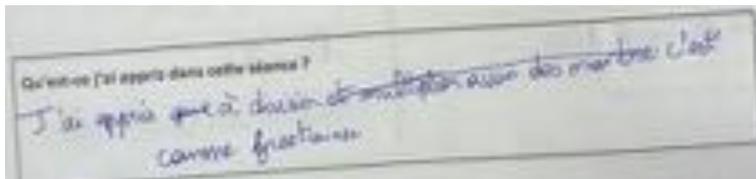
### Étape 3 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

#### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Selon les élèves, les objectifs d'apprentissage pouvaient être :

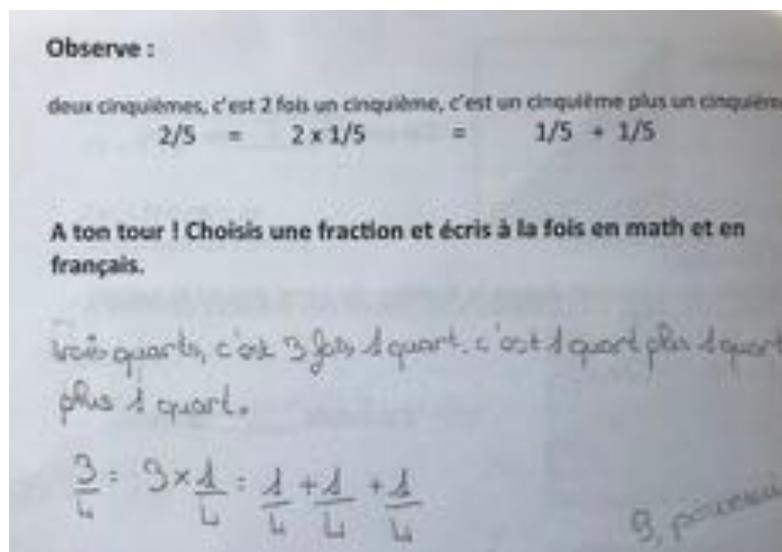
- une fraction est un nombre
- diviser, c'est comme multiplier par une fraction
- on peut adopter plusieurs points de vue sur un problème...



### Étape 4 : Journal de recherche

#### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.



## Programme RAI'FLEX

# Séance 8 : Proportion

**Durée : 1 séance**

### Focus théorique

L'objectif de cette séance est d'aborder la notion de « proportion ». La proportion est un rapport entre 2 quantités.

Par exemple, il y a 10 filles et 20 garçons.

- 1) La proportion de filles par rapport aux garçons est de  $10/20 = \frac{1}{2}$ . On fait le rapport entre les deux quantités. C'est la même chose que demander quelle est la fraction de filles par rapport aux garçons.
- 2) Pour expliciter le raisonnement proportionnel, on passera par les questions « fois plus » qui ont été travaillées jusqu'à présent : « Combien de fois plus y a-t-il de garçons que de filles ? Il y a 2 fois plus de garçons que de filles. C'est la même chose que dire que la proportion de fille est de la moitié. »

Souvent, on a tendance à dire « la proportion de X est de  $1/3$  » sans préciser la deuxième quantité. Or, la proportion étant le rapport entre deux quantités, on devrait dire « la proportion de X par rapport à Y est de  $1/3$  ». Dans l'exemple précédent, la proportion de filles par rapport à l'ensemble des élèves est de  $10/30 = 1/3$ .

## Exercice à ramasser

Exercice à remettre à Calliste. L'exercice permet de réinvestir directement ce qui a été vu dans la séance 7 - Équivalence entre Division et Multiplier par une fraction. Laissez 5 mn. On commence à corriger la question 1 et la question 2. On laisse de nouveau 3 mn pour la question 3, si les élèves ont besoin d'aide pour répondre à cette question. Ils écrivent leur réponse avec une autre couleur de stylo (différent de celui de la correction et de leur première phase de réponse).

Prénom :

Classe :

Traduire en mathématiques :

1) La moitié + la moitié = un entier

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

2) La moitié de la moitié = un quart

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

3) Deux quarts = deux fois un quart = un quart + un quart = un demi

$$\frac{2}{4} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

# Proportion

*Durée : 1 séance*

**Connaissance naïve : la proportion c'est la conservation d'un écart**

**Connaissance à construire : la proportion c'est la conservation d'un rapport**

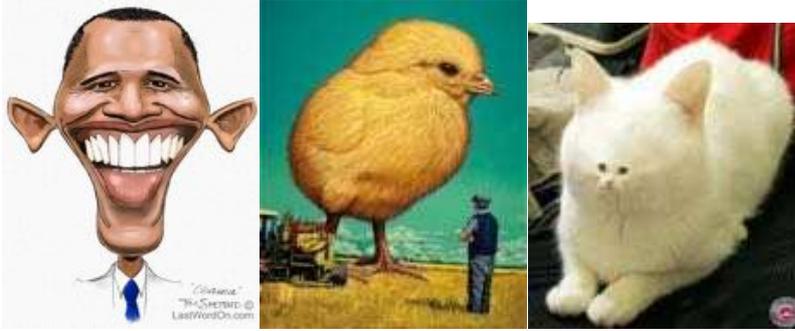
**Enjeux de l'apprentissage :  
comprendre la proportion comme rapport entre deux quantités**

<b>Points de vue à faire adopter</b>	<b>Phrases-clés à dire</b>
- Point de vue « fois plus »,  - Point de vue « proportion »	<b>3 billes et 6 cartes.</b> <b>Combien de fois plus y a-t-il de cartes que de billes ? Il y a 2 fois plus de cartes que de billes.</b> <b>Quelle est la proportion de billes par rapport aux cartes ? C'est 3 billes sur 6 cartes, <math>3/6 = \frac{1}{2}</math>.</b>

## Étape 1 : Découvrir le mot « proportion »

### Pourquoi cette étape ?

Découvrir la notion de proportion au travers d'exemples disproportionnés



On présente ces images aux élèves en demandant : « Pourquoi ces images sont-elles bizarres » ? On amènera les élèves à parler de « problème de taille »... « problème de proportion ». Dans ces images, la proportion n'est pas respectée. Pour chaque image, on explicitera les relations entre les deux grandeurs avec « fois plus »/ « fois moins » :

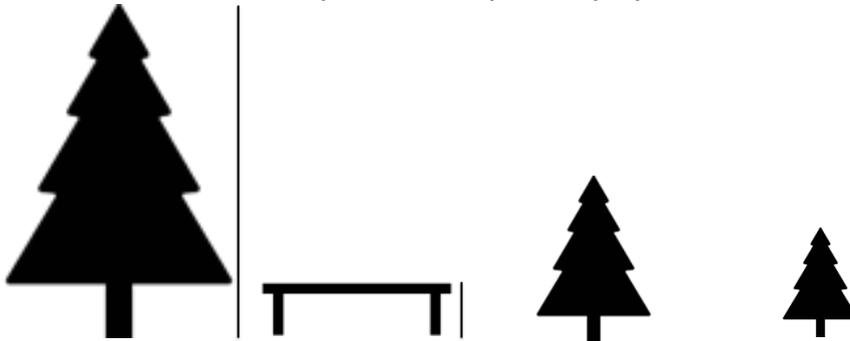
- Le poussin est combien de fois trop grand par rapport à l'homme ? L'homme devrait être combien de fois plus grand pour garder la bonne proportion ? Le poussin devrait être combien de fois moins grand...
- Le visage du chat est combien de fois trop petit par rapport à sa tête ? Le visage devrait être combien de fois plus grand... ?
- Les dents sont combien de fois trop grandes par rapport aux yeux ?...

## Étape 2 : Dessiner en respectant la proportion

### Pourquoi cette étape ?

Respecter la proportion

Dessine la table à côté de chaque arbre. Respecte la proportion.



Les élèves commencent par mesurer la taille de l'arbre 1 (6 cm), puis la table 1 (2 cm). Puis, on mesure l'arbre 2 (3 cm). La question est alors : L'arbre 2 est combien de fois plus petit que l'arbre 1 ? L'arbre 2 est 2 fois plus petit, donc la table doit être combien

de fois plus petite ? On doit conserver la même proportion, donc la table 2 doit être aussi 2 fois plus petite. On trace la table.  
Idem pour le 3.

## Étape 2 : Recherche de quantités connaissant la proportion

### Pourquoi cette étape ?

Trouver une quantité à partir d'une proportion donnée et inversement

Énoncé 2 : Dans un panier d'oranges, il y a 64 oranges.

- 1) La moitié des oranges sont pourries.  
Combien d'oranges sont pourries ?

La moitié des 64 oranges,  
c'est  $\frac{1}{2} \times 64 = 64:2 = 32$

32 oranges sont pourries

32 oranges sont pourries.  
Quelle est la proportion d'oranges pourries ?

$$\frac{32 \text{ oranges pourries}}{64 \text{ oranges au total}} = \frac{1}{2}$$

La proportion d'oranges pourries est de la moitié.

- 2) 1/8 des oranges sont pourries.  
Combien d'oranges sont pourries ?

Un huitième des 64 oranges,  
c'est  $\frac{1}{8} \times 64 = 64:8 = 8$

8 oranges sont pourries

8 oranges sont pourries.  
Quelle est la proportion d'oranges pourries ?

$$\frac{8 \text{ oranges pourries}}{64 \text{ oranges au total}} = \frac{1}{8}$$

La proportion d'oranges pourries est de un huitième.

## Étape 3 : Recherche de proportion connaissant la quantité

### Pourquoi cette étape ?

Trouver la proportion en connaissant la quantité

Problème : « Sur une année, j'ai 4 semaines de vacances en été, 1,5 semaine à Noël et 1,5 semaine en mars et 1 semaine en mai. Au total, cela fait 8 semaines.  
Quelle est la proportion de l'année où je suis en vacances ? »

8 semaines, ça correspond à 2 mois. Donc sur 12 mois, je suis en vacances pendant 2 mois. Cela fait 2 mois sur 12 mois.

Dans 12 mois, combien de fois ai-je des périodes de 2 mois ?  
Il y a 6 périodes de 2 mois :  $6 \times 2 \text{ mois} = 12 \text{ mois}$   
Donc 2 mois représente une des 6 périodes de l'année :  $\frac{1}{6}$   
Je suis en vacances durant  $\frac{1}{6}$  de l'année.

On commence par traduire en mathématiques les mots « la moitié des oranges », c'est  $\frac{1}{2}$  de 64 oranges. Puis on retravaille les équivalences entre fractions et division pour arriver au résultat 32.

On inverse le problème : cette fois, on connaît le nombre d'oranges pourries, on cherche la proportion.

On précise « par rapport à quoi » : on cherche la proportion d'oranges pourries par rapport aux oranges totales : il y a 32 oranges pourries sur 64 oranges au total, c'est donc 32 sur 64, on l'écrit en mathématiques  $\frac{32}{64}$ .

32 c'est la moitié de

On refait le même raisonnement avec  $\frac{1}{8}$ . On fait remarquer aux élèves : on vient de faire le raisonnement avec la moitié des oranges, maintenant ce n'est pas la moitié, mais seulement un huitième qui est pourrie.



Puis on demande aux élèves quelle proportion de l'année ils souhaiteraient être en vacances ! D'un coup, le concept de proportion paraît très clair !  
Exemple : « la moitié de l'année, c'est 1/2 », « je veux travailler que un mois par an », c'est donc 11 mois de vacances, c'est 11/12...

#### Étape 4 : Par rapport à quoi ?

##### Pourquoi cette étape ?

Comprendre la nécessité de préciser la proportion « par rapport à quoi »

Enoncé 4 : Il y a 10 filles dans la classe. Et il y a 20 garçons.

1) Combien y a-t-il de filles de moins que de garçons ?

IL y a 10 filles de moins que de garçons.

$$20 - 10 = 10$$

2) Combien de fois plus y a-t-il de garçons que de filles ?

Quelle est la proportion de filles par rapport aux garçons ?

$$2 \times 10 = 20$$

filles garçons

$$\frac{10 \text{ filles}}{20 \text{ garçons}} = \frac{1}{2}$$

Il y a 2 fois plus de garçons que de filles. Ou la proportion de filles par rapport aux garçons est de la moitié.

3) Combien de fois plus y a-t-il d'élèves que de filles ?

Quelle est la proportion de fille par rapport à l'ensemble des élèves ?

$$3 \times 10 = 30$$

filles élèves

$$\frac{10 \text{ filles}}{30 \text{ élèves}} = \frac{1}{3}$$

Il y a 3 fois plus d'élèves que de filles. Ou la proportion de filles par rapport aux élèves est d'un tiers

La question 1) réactive la différence « de plus/fois plus ». Si les élèves souhaitent écrire  $20/10 = 2$ . On précise bien que cette écriture mathématique correspond à « il y a 2 fois moins de filles que de garçons » et non à la différence.

On commence par résoudre la question déjà écrite. On réactive l'équivalence « fois plus/fois moins ». Il y a 2 fois moins de filles que de garçons, on peut aussi écrire  $20 : 2 = 10$ .

On demande quelle pourrait être la question équivalente. Et on calcule la proportion des 10 filles par rapport aux 20 garçons, c'est 10 sur 20.

On porte sur l'accent sur le « par rapport à ». Cette fois, il s'agit de l'ensemble des élèves, soit 30 élèves.

## Étape 5 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris qu'on pouvait calculer la potation.

## Étape 6 : Le journal de recherche

### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Observe :

2€ c'est 3 fois moins que 6€  
 $2€ = 6€ / 3$   
Donc  $2€ = 6€ / 3 = 1/3 \times 6$

2€, c'est 1/3 de 6€.  
 $2€ = 1/3 \times 6$

---

4€ c'est 2 fois moins que 8€  
 $4€ = 8€ / 2$   
Donc  $4€ = 8€ / 2 = 1/2 \times 8$

4€, c'est 1/2 de 8€  
 $4€ = 1/2 \times 8$

---

5€ c'est 4 fois moins que 20€  
 $5€ = 20€ / 4$   
Donc  $5€ = 20€ / 4 = 1/4 \times 20$

5€, c'est 1/4 de 20€  
 $5€ = 1/4 \times 20$

---

6€ c'est 5 fois moins que 30€  
que 30€ =  $30€ / 5 = 6€$   
Donc  $6€ = 30€ / 5 = 1/5 \times 30$

6€, c'est 1/5 de 30€  
 $6€ = 1/5 \times 30$

---

8€ c'est 3 fois moins que 24€  
 $8€ = 24€ / 3$   
Donc  $8€ = 24€ / 3 = 1/3 \times 24$

8€, c'est 1/3 de 24€  
 $8€ = 1/3 \times 24$

---

9€ c'est 3 fois moins que 27€  
 $9€ = 27€ / 3$   
Donc  $9€ = 27€ / 3 = 1/3 \times 27$

9€, c'est 1/3 de 27€  
 $9€ = 1/3 \times 27$

# Séance 9 : Proportion 2

**Durée : 1 séance**

### Focus théorique

L'objectif de cette séance est de faire le lien entre « proportion », « fraction » et « fois moins ».

Tout d'abord, chercher la fraction et la proportion revient au même.

Par exemple, 2 € représente quelle proportion ou quelle fraction de 8 € ? C'est  $\frac{1}{4}$  de 8€.

Cela revient à identifier un nombre qui est fraction d'un autre nombre :  $2 \text{ €} = \frac{1}{4} \times 8 \text{ €}$ .

Ensuite, on poursuivra l'équivalence de la question « Quelle est la proportion de ? » et « Combien de fois moins », travaillée dans la séance 8 – Proportion 1. Cette fois, on demandera explicitement aux élèves de proposer les différentes stratégies.

Par exemple, 2 €, c'est combien de fois moins que 8 € ? C'est 4 fois moins que 8 €. En mathématiques, on écrit alors  $8/4 = 2$ , c'est  $8 \times 1/4 = 2$ .

## Proportion 2

Durée : 1 séance

**Connaissance naïve :** la proportion c'est la conservation d'un écart

**Connaissance à construire :** la proportion c'est la conservation d'un rapport

**Enjeux de l'apprentissage :**  
utiliser 3 raisonnements différents (« proportion », « fraction », « fois moins ») pour arriver au même résultat

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue « proportion »	3 billes et 6 cartes. C'est 3 billes sur 6 cartes, $3/6 = \frac{1}{2}$ .
- Point de vue « fraction »	$3 = ? \times 6$ . 3 c'est la moitié de 6. Donc $3 = \frac{1}{2} \times 6$ .
- Point de vue « fois moins »	3, c'est 2 fois moins que 6 cartes. Donc $6/2 = 3$ , c'est aussi $6 \times \frac{1}{2} = 3$ .

### Étape 1 : « Proportion » et « fraction »

#### Pourquoi cette étape ?

Exercice libre pour se réapproprier l'équivalence « proportion/fraction ».



J'ai colorié \_\_\_\_\_ du dessin.

Ou

La proportion du dessin que j'ai coloriée est \_\_\_\_\_.

## Étape 2 : « Proportion » et « fois moins »

### Pourquoi cette étape ?

Exercice pour travailler l'équivalence des raisonnements « Proportion » et « Fois moins ».

- Enoncé 1 : 1) Observe.  
2) Ajoute les unités aux nombres : à quoi correspondent-ils ?  
3) Complète.

J'ai 2 pommes et 6 poires.

$$2 \times 3 = 6$$

pommes      poires

J'ai 3 fois moins de pommes que de poires.

$$\frac{\text{pommes}}{\text{poires}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

La proportion de pommes par rapport au poire est de 1/3.

J'ai \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_.

On fait ajouter les unités aux nombres présents dans les opérations. On parle bien de pommes et de poires !

Puis les élèves inventent un autre exemple analogue.

## Étape 3 : « Proportion », « fraction » et « fois moins »

### Pourquoi cette étape ?

On réinvestit les différents raisonnements dans un seul problème.

Tout d'abord, les élèves doivent se poser la question du montant d'argent dépensé. La question n'est pas écrite, car l'attention doit porter sur la proportion. On précise que le montant / le nombre (15 €) ne correspond pas à la recherche de la proportion : la proportion, c'est : Que représente 15 € par rapport à 30 € ? C'est : 15 € représente quelle fraction de 30 € ?

Enoncé 2 : J'ai 30€. J'ai acheté 5 livres à 3€ l'un.



- 1) Quelle est la proportion d'argent que j'ai dépensé ?

15€ sur les 30€ au total

$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

15€ c'est la moitié de 30€

$$15 = \frac{1}{2} \times 30 = \frac{30}{2}$$

15€ c'est 2 fois moins que 30€

$$30 = 2 \times 15$$

Ou

$$15 = \frac{30}{2} = 30 \times \frac{1}{2}$$

Point de vue : Proportion

Point de vue : Fraction

Point de vue : Fois moins

La proportion d'argent que j'ai dépensé par rapport à l'argent que j'avais est de la moitié.

- 2) Quelle est la proportion d'argent que je n'ai pas dépensé ?

La moitié.

On peut débiter par faire le schéma. Les élèves ont l'habitude de reconnaître des fractions à partir de schémas.

Point de vue « Proportion » d'un nombre :  
C'est 15 € sur 30 €. Comment écrit-on en math 15 € sur 30 € ? On écrit la fraction, qu'on simplifie ensuite.

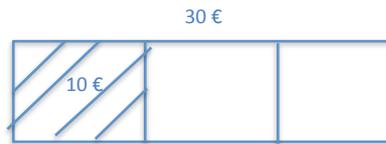
Point de vue « Fraction » d'un nombre :  
15€ c'est la moitié de 30€. Comment écrit-on en math « 15€, c'est la moitié de 30€ » ?

Point de vue « Fois moins » d'un nombre :  
15 €, c'est combien de fois moins que 30 € ? C'est 2 fois moins, c'est donc 30/2, on peut écrire que c'est 30 x 1/2.

L'énoncé 3 est un autre exercice du même type que le précédent. Les élèves peuvent donc le faire seul en réinvestissant ce qui a été fait précédemment.

Prénom :

Enoncé 3 : J'ai 30€. J'ai acheté 5 stylos à 2€ l'un.



1) Quelle est la proportion d'argent que j'ai dépensé ?

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Point de vue : Proportion

$$10 = \frac{1}{3} \times 30 = \frac{30}{3}$$

Point de vue : Fraction

$$30 = 3 \times 10$$

Ou

$$\frac{30}{3} = 10$$

Point de vue : Fois Plus/ Fois moins

La proportion d'argent que j'ai dépensé par rapport à l'argent que j'avais est d'un tiers.

2) Quelle est la proportion d'argent que je n'ai pas dépensé ?

$$\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

Point de vue : Proportion

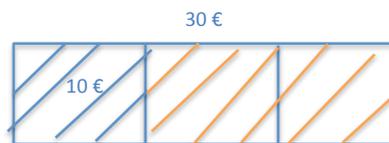
$$20 = \frac{2}{3} \times 30 = \frac{60}{3}$$

Point de vue : Fraction

$$30 = \frac{3}{2} \times 20$$

Point de vue : Fois moins

La proportion d'argent que j'ai dépensé par rapport à l'argent que j'avais est de la moitié.



#### Étape 4 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

##### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris à trouver la proportion en deux manières en "fraction" et en "fois moins".

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai pas vraiment appris <sup>grand chose</sup> mais ce que j'ai retenu le plus c'est qu'il peut y avoir plusieurs façons de trouver la réponse.

## Étape 5 : Journal de recherche

### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Observe !



J'ai colorié N du dessin.  
Ou  
La proportion du dessin que j'ai coloriée est de N.

A ton tour ! Colorie et donne la fraction et la proportion du dessin que tu as coloriée.



J'ai colorié 2/4 du dessin.  
Ou  
La proportion du dessin que j'ai coloriée est 1/2.



J'ai colorié 2/4 du dessin.  
Ou  
La proportion du dessin que j'ai coloriée est 1/2  
 $= \frac{1}{2}$



J'ai colorié 1/2 du dessin.  
Ou  
La proportion du dessin que j'ai coloriée est 1/2.



J'ai colorié 6/12 du dessin.  
Ou  
La proportion du dessin que j'ai coloriée est 1/2.



J'ai colorié 2/4 du dessin.  
Ou  
La proportion du dessin que j'ai coloriée est 1/2

# Programme RAI'FLEX

## Séance 10 : 3 stratégies pour résoudre un problème de proportion

**Durée : 1 séance**

### Focus théorique

L'objectif de cette séance est de découvrir les problèmes de type « 4<sup>e</sup> proportionnelle » qui doivent être résolus avec 3 stratégies :

« J'ai 4 bonbons pour 6 €. Combien coûte 8 bonbons ? »

- adopter le point de vue « Fois plus » : 8 bonbons, c'est 2 fois plus que 4 bonbons. Je vais donc payer 2 fois plus cher.
- adopter le point de vue « Fois moins » : 4 bonbons, c'est 2 fois moins que 8 bonbons. 6 €, c'est donc deux fois moins cher que ce que je dois payer pour 8 bonbons.
- adopter le point de vue « Proportion » : 4 bonbons, c'est  $\frac{1}{2}$  de 8 bonbons, donc 6 €, c'est la moitié de ce que je dois payer.

Habituellement, on propose aux élèves de passer par un « retour à l'unité ». Ici, ce serait « Combien coûte un bonbon ? » Et on multiplierait ensuite par 8. Dans ce problème-ci, cette procédure serait complexe, car le prix d'un bonbon est de  $\frac{6}{4}$  €. Or, voir le rapport entre 4 bonbons et 8 bonbons permet de répondre directement au problème. Notre objectif est donc de mettre en avant la recherche du rapport entre deux quantités. Et c'est pour cela qu'on commence les problèmes de 4<sup>e</sup> proportionnelle ne pouvant être résolus facilement avec la stratégie de retour à l'unité.



### 3 stratégies

Durée : 1 séance

<b>Connaissance naïve : retour à l'unité</b>	
<b>Connaissance à construire : recherche du rapport</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> - utiliser 3 raisonnements différents ( « Fois plus », « Fois moins », « Proportion ») - pour résoudre un problème de 4 <sup>e</sup> proportionnelle sans passer par le retour à l'unité.	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue « Fois plus »	Si 2 pièces = 4 €, alors 4 pièces = ? 4 pièces, c'est 2 fois plus que 2 pièces, cela coûte 2 fois plus cher : $2 \times 4 = 8$ €
- Point de vue « Fois moins »	2 pièces, c'est 2 fois moins que 4 pièces, 4 €, c'est donc 2 fois moins que ce que cela coûte : $? / 2 = 4$ €, donc $? = 8$ €
- Point de vue « Proportion »	2 pièces, c'est la moitié de 4 pièces. Donc 4 €, c'est la moitié de ce que je dois payer : $4 \times 2 = 8$ €

#### Étape 1 : Réinvestissement de la séance 9

On propose de résoudre sur l'ardoise l'énoncé suivant : « J'ai dépensé 10 € sur 40 € ». Quelles questions peut-on poser ? Après propositions des élèves, on propose la question suivante « Quelle est la proportion d'argent que j'ai dépensée ? ». Selon les réactions des élèves, on peut proposer de commencer par un schéma en précisant, c'est comme se demander « Quelle est la fraction d'argent que j'ai dépensée ? » On va donc représenter cette fraction. On débute le schéma en faisant un rectangle et en indiquant 40 €. Les élèves complètent en représentant les 10 € : ils colorient une part sur 4, 10 € c'est donc un quart de 40 €.

Puis, on écrit au tableau :  $10 \text{ €} = ? \times 40 \text{ €}$ . 10 € c'est quelle fraction de 40 € ? Les élèves complètent.

Et on poursuit le calcul :  $10 \text{ €} = \frac{1}{4} \times 40 \text{ €} = 40 \text{ €} / 4 = 10 \text{ €}$ .

On fait compléter le titre de la fiche  
Élève soit au début de la séance, soit à la fin, en faisant expliciter le raisonnement par les élèves.

## Étape 2 : « Proportion » et « fraction »

### Pourquoi cette étape ?

Résoudre un problème de 4<sup>e</sup> proportionnelle sans retour à l'unité

### Problème : J'ai 4 bonbons pour 6 €. Combien coûtent 8 bonbons ?

On commence par faire résoudre le problème sur l'ardoise. Tous les élèves trouvent ainsi la réponse. Puis on explique que maintenant, on va s'attacher à retrouver ce résultat de 3 façons différentes.

Dans le premier cadre, on écrit : «  $4b = 6€$  ». Les élèves doivent poursuivre.

Point de vue : Foix plus

$4B = 6€$   
 $\times 2$   
 $8B = 12€$   
 8 bonbons c'est 2 fois plus que 4B

Point de vue : Foix moins

$4B = 6€$   
 $\div 2$   
 $2B = 3€$   
 $\times 2$   
 $4B = 6€$   
 $\times 2$   
 $8B = 12€$   
 $\div 2$

Point de vue : Proportion

4B c'est la moitié de 8B  
 $4B = \frac{1}{2} \times 8B$

Phrase réponse : 8 bonbons coûtent 12€

On verbalise les raisonnements, comme expliqué dans le focus théorique.

Pour le point de vue « Proportion », il est important d'écrire à la fois en math et « en mots ».

Point de vue : Foix plus

2 x plus que 4 = 8  
 2 x plus que 6 = 12€

Point de vue : Foix moins

2 x moins que 8 = 4  
 2 x moins que 12 = 6

Point de vue : Proportion

la proportion est de  $\frac{1}{2}$   
 $4 = \frac{1}{2} \times 8$

Phrase réponse : 8 bonbons  
 8 bonbons coûtent 12€

Exemple de rédaction d'un élève, qui met bien en valeur les raisonnements.

### Problème : J'ai 4 bonbons pour 6 €. Combien ai-je de bonbons pour 12 € ?

On laisse les élèves résoudre la question. Normalement, c'est immédiat, puisqu'on vient de le calculer dans l'autre sens !

On refait une des stratégies au tableau :  $4b = 6€$

$$? = 12€$$

12 €, c'est 2 fois plus que 6 €, donc il faut 2 fois plus de bonbons :  $4 \times 2 = 8$  bonbons.

### Étape 3 : « Proportion » et « fois moins »

#### Pourquoi cette étape ?

Même type de problème que précédemment. Les élèves le résolvent seuls.

On verbalise les raisonnements :  
3 repas, c'est 4 fois moins que 12 repas.  
Donc il faut 4 fois moins que les 8 paquets.

Énoncé 2 : Pour 12 repas, il faut 8 paquets de pâtes.  
1) Combien faut-il de paquets de pâtes pour 3 repas ?

Point de vue : *Fois moins*

$$\begin{array}{l} 12r = 8p \\ \div 4 \left( \begin{array}{l} 3r = 2p \end{array} \right) \times 4 \\ 12r \text{ c'est 4 fois plus que } 3r \end{array}$$

Point de vue : *Fois plus*

$$\begin{array}{l} 12r = 8p \\ \times 4 \left( \begin{array}{l} 3r = 2p \end{array} \right) \times 4 \\ 3r \text{ c'est 4 fois moins que } 12r \end{array}$$

Point de vue : *Proportion*

$$\begin{array}{l} 3r = \frac{1}{4} \times 12r \\ 2p = \frac{1}{4} \times 8p \end{array}$$

Phrase réponse : Il faut 2 paquets

2) Avec 12 paquets, combien de repas puis-je faire ?

Point de vue :

$$\begin{array}{l} 12r = 8p \\ 3r = 2p \\ \times 6 \left( \begin{array}{l} 18r = 12p \end{array} \right) \\ 12r + 3r = 15r = 8p + 2p = 10p \end{array}$$

Point de vue :

$$\begin{array}{l} 12r = 8p \\ 12p = 8p + 4p \\ = 8p + \text{la moitié de } 8p \\ 12r + 6r = 18r \end{array}$$

Phrase réponse : Je peux faire 18 repas

On adopte plusieurs stratégies :

- 1) On reprend les résultats précédents : 12 paquets, c'est 8 + 2 + 2.
- 2) On décompose 12 comme 8 + la moitié de 8
- 3) On reprend le résultat « 3 repas = 2 paquets » et on adopte le point de vue « Fois plus »

#### Étape 4 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

##### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?  
J'ai révisé : la proportion, Sois +, Sois -.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?  
j'ai appris à se passer par un autre endroit si on ne trouve pas.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?  
J'ai appris que l'on pouvait avoir de différent point de vue mais avoir les mêmes résultats.

#### Étape 5 : Journal de recherche :

##### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Observé :

Je souhaite être en vacances 2 mois sur les 12 mois de l'année.  
La proportion où je souhaite être en vacances est de  $2/12 = 1/6$ .  
Je souhaite être en vacances un sixième ( $1/6$ ) de l'année.

À ton tour !  
Choisis la proportion de vacances sur l'année que tu souhaiterais avoir

- Je souhaite être en vacances 4 mois sur les 12 mois de l'année.  
La proportion où je souhaite être en vacances est de  $4/12 = 1/3$ .  
Je souhaite être en vacances un tiers de l'année.
- Je souhaite être en vacances 6 mois sur les 12 mois de l'année.  
La proportion où je souhaite être en vacances est de  $6/12 = 1/2$ .  
Je souhaite être en vacances un demi de l'année.
- Je souhaite être en vacances 8 mois sur les 12 mois de l'année.  
La proportion où je souhaite être en vacances est de  $8/12 = 2/3$ .  
Je souhaite être en vacances deux tiers de l'année.
- Je souhaite être en vacances 10 mois sur les 12 mois de l'année.  
La proportion où je souhaite être en vacances est de  $10/12 = 5/6$ .  
Je souhaite être en vacances cinq sixièmes de l'année.
- Je souhaite être en vacances 12 mois sur les 12 mois de l'année.  
La proportion où je souhaite être en vacances est de  $12/12 = 1$ .  
Je souhaite être en vacances l'année de l'année.

## Programme RAI'FLEX

# Séance 11 : Proportionnalité – 4 stratégies

**Durée : 1 séance**

### Focus théorique

L'objectif de cette séance est de découvrir les problèmes de type « 4<sup>e</sup> proportionnelle » qui doivent être résolus avec 4 stratégies :

« J'ai 3 bonbons pour 9€. Combien coûtent 6 bonbons ? »

- adopter le point de vue « fois plus » : 6 bonbons, c'est 2 fois plus que 3 bonbons. Je vais donc payer 2 fois plus cher.
- adopter le point de vue « fois moins » : 6 bonbons, c'est 2 fois moins que 8 bonbons. 9 €, c'est donc deux fois moins cher que ce que je dois payer pour 8 bonbons.
- adopter le point de vue « proportion » : 3 bonbons, c'est  $\frac{1}{2}$  de 6 bonbons, donc 9€, c'est la moitié de ce que je dois payer.
- adopter le point de vue « unité » : 1 bonbon, c'est 3 €. Donc pour 6 bonbons, je vais payer  $3 \times 3$  €.

En règle général, le point de vue « unité » ne pose pas de problèmes aux élèves. On le présente ici avec pour objectif de montrer que le point de vue « fois plus /fois moins » est plus rapide que le point de vue « unité », qui nécessite des calculs supplémentaires.

# Exercice à ramasser

Cet exercice est à ramasser et à remettre à Calliste.

Prénom :

Classe :

4 dés pèsent 60 grammes.

1) Combien pèsent 2 dés ?

2) Combien pèsent 6 dés ?

3) Combien ai-je pris de dés si le poids est de 180 grammes ?

Pour la correction, on explique :

- 1) 4 dés = 60 g, 2 dés, c'est 2 fois moins que 4 dés. Cela pèse 2 fois moins lourd :  $60/2 = 30$  g
- 2) 6 dés, c'est 4 dés + 2 dés
- 3) 4 dés = 60 g  
? = 180 g. Comment passe-t-on de 60 à 180 g ? On multiplie par 3. Si c'est 3 fois plus lourd, c'est qu'on a 3 fois plus de dés.  $3 \times 4 \text{ dés} = 12 \text{ dés}$ .

# Proportionnalité – 4 stratégies

Durée : 1 séance

<b>Connaissance naïve : retour à l'unité</b>	
<b>Connaissance à construire : recherche du rapport</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> - utiliser 4 raisonnements différents (« Fois plus », « Fois moins », « Proportion », « Unité ») pour résoudre un problème de 4 <sup>e</sup> proportionnelle.	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue « fois plus »	Si 2 pièces = 4 €, alors 4 pièces = ? 4 pièces, c'est 2 fois plus que 2 pièces, cela coûte 2 fois plus cher : $2 \times 4 = 8$ €
- Point de vue « fois moins »	2 pièces, c'est 2 fois moins que 4 pièces, 4 €, c'est donc 2 fois moins que ce que cela coûte : $? / 2 = 4$ €, donc $? = 8$ €
Point de vue « proportion »	2 pièces, c'est la moitié de 4 pièces. Donc 4 €, c'est la moitié de ce que je dois payer : $4 \times 2 = 8$ €
Point de vue « unité »	2 pièces coûtent 4 €, donc 1 pièce coûte 2 €. Si 1 pièce coûte 2 €, alors 4 pièces coûtent 4 fois plus : $4 \times 2 = 8$ €.

## Étape 1 : Stratégie de recherche du rapport

### Pourquoi cette étape ?

Trouver le rapport entre 2 quantités (600 g et 200 g) et appliquer ce rapport à différentes quantités (nombre entiers et fractions).

### Matériel :

Fiche Élève

Prénom :

**Si... alors**

Voici une recette de slime pour en faire 600 grammes.

1 tube de colle liquide

½ verre de lessive

12 cuillères à soupe d'eau

6 gouttes de colorants alimentaires

3 cuillères à café de paillettes

**Je souhaite en faire 200 grammes. Quelles quantités me faut-il ?**

\_\_\_\_\_ tube de colle liquide

\_\_\_\_\_ verre de lessive

\_\_\_\_\_ cuillères à soupe d'eau

\_\_\_\_\_ gouttes de colorants alimentaires

\_\_\_\_\_ cuillères à café de paillettes

Une fois que le rapport (3) est identifié, il faut donc diviser par 3 toutes les quantités. Le seul point difficile est celui de demi-verre de lessive. Comment fait-on pour diviser par trois la fraction ½ ?

On le fait écrire « en mots » : on a besoin d'un tiers du demi-verre de lessive.

C'est 1/3 de ½. En mathématiques, on l'écrit  $1/3 \times 1/2 = 1/6$ .

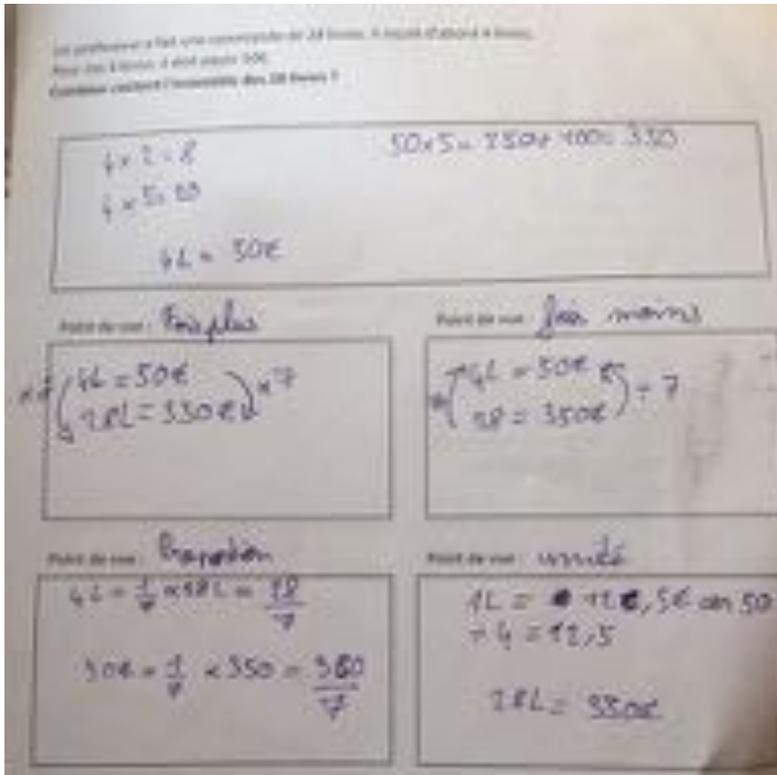
On fait le schéma du demi-verre de lessive qu'on divise en 3. On a donc 1/3 de un demi-verre. On complète l'autre demi-verre. Par rapport au verre entier, cela fait 1/6.

Pour les élèves qui ne savent pas par où commencer, on leur demande « Comment fait-on pour passer de 600 g à 200 g ? 200 g, c'est combien de fois moins que 600 g ? ».

## Étape 2 : Stratégie de recherche du rapport

### Pourquoi cette étape ?

Exercice classique de proportionnalité que les élèves doivent résoudre de 4 façons différentes



Pour les élèves qui ne savent pas par où commencer, on leur demande d'écrire par une égalité la phrase d'énoncé « Pour ces 4 livres, il doit payer 50 € » :

$$4 L = 50 \text{ €}$$
$$28 L = ?$$

### Stratégie 1 : Point de vue « Fois plus »

28 livres c'est 7 fois plus que 4 livres. Donc au total, il faut payer 7 fois plus que 50 € :  $7 \times 50 = 350 \text{ €}$

### Stratégie 2 : Point de vue « Fois moins »

4 livres, c'est 7 fois moins que 28 livres. Donc 50 €, c'est 7 fois moins que la commande totale. Donc la commande totale coûte 7 fois plus que 50 €.  $50 \times 7 = 350 \text{ €}$ .

### Stratégie 3 : Point de vue « Fraction » ou « Proportion »

4 livres, c'est  $\frac{1}{7}$  de 28 livres. Donc 50 €, c'est  $\frac{1}{7}$  de la commande totale. La commande totale coûte 7 fois plus que les 50 €, c'est  $50 \times 7 = 350 \text{ €}$ .

### Stratégie 4 : Point de vue « Unité »

$$4 \text{ livres} = 50 \text{ €}$$

$$1 \text{ livre} = 12,50 \text{ €}$$

28 livres, c'est 28 fois plus qu'un livre, c'est donc 28 fois plus cher :  $28 \times 12,50 \text{ €}$ .

### Étape 4 : Qu'est-ce que j'ai appris ?

### Pourquoi cette étape ?

Moment crucial pour l'appropriation. Les élèves prennent le temps de réfléchir à ce qu'ils ont appris durant la séance. C'est un temps individuel.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris à différencier la proportionnalité

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris à calculer de différentes manières.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai approfondi mon savoir en proportion.

Qu'est-ce j'ai appris dans cette séance ?

J'ai appris à mieux écrire en mathématique.

### Étape 5 : Journal de recherche

#### Pourquoi cette étape ?

Le journal de recherche permet à la fois d'apprécier le niveau de l'élève tout en lui donnant pleine liberté pour raisonner.

Observe :

Fai 2 pommes et 4 poires.  
 $1 \times 2 = 4$   
Fai 3 fois plus de poires que de pommes. La proportion de pommes par rapport au poire est de  $1/3$ .

A ton tour ! Choisis des objets, et écris en math et en français.

Fai 5 pastilles et 15 chocolats.  
 $1 \times 5 = 5$   
J'ai 5 fois plus de chocolats que de pastilles. La proportion de pastilles par rapport aux chocolats est de  $1/3$ .

Fai 2 bonbons et 10 sucettes.  
 $2 \times 5 = 10$   
J'ai 5 fois plus de sucettes que de bonbons. La proportion de bonbons par rapport aux sucettes est de  $1/5$ .

Fai 3 pastilles et 9 poires.  
 $3 \times 3 = 9$   
J'ai 3 fois plus de poires que de pastilles. La proportion de poires par rapport aux pastilles est de  $1/3$ .

Fai 4 pastilles et 12 chocolats.  
 $4 \times 3 = 12$   
J'ai 3 fois plus de chocolats que de pastilles. La proportion de pastilles par rapport aux chocolats est de  $1/3$ .

Fai 2 bonbons et 20 sucettes.  
 $2 \times 10 = 20$   
J'ai 10 fois plus de sucettes que de bonbons. La proportion de bonbons par rapport aux sucettes est de  $1/10$ .

## **Programme RAI'FLEX**

# **Séance 12 : Bilan**

*Durée : 1 séance*



Objetif :

Objetif - Marier les files

Apprendre à différencier le plus / de moins / les plus / les moins

Le 18 pétanque, les amis me disent :

Jean : « l'un a 3 de plus que toi »

$$J = M + 3$$

Léon : « 24 pétanques »

Marie : « l'un a 3 de moins que toi »

$$M = J - 3$$

Pauline : « 15 pétanques »

Yves : « l'un a 3 fois plus que toi »

$$Y = 3M$$

Yves : « 54 pétanques »

Élis : « l'un a 3 fois moins que toi »

$$E = M / 3$$

Élis : « 6 pétanques »

Apprendre à voir par partie de tout

Paul, Hélène, 2 frères et 1 sœur jouent à l'échec.

1 blanc de main, 8 pions blancs et 1 pion noir de chaque. Combien d'objets y a-t-il au total ?

$$5 \text{ ♖} + 4 \text{ ♗} + 2 \text{ ♚} = 11 \text{ objets blancs}$$

$$1 \text{ ♜} = 1 \text{ objet noir}$$

$$11 + 1 = 12 \text{ objets au total}$$

$$5 \text{ ♖} = 5 \text{ objets}$$

$$4 \text{ ♗} = 4 \text{ objets}$$

$$2 \text{ ♚} = 2 \text{ objets}$$

$$1 \text{ ♜} = 1 \text{ objet}$$

$$1 \text{ ♞} = 1 \text{ objet}$$

$$5 + 4 + 2 + 1 + 1 = 13 \text{ objets au total}$$

Apprendre à voir par partie de tout des fractions

Le quart et huitième de 2 carrés de chocolat. Prends plusieurs figures, colle au main et au fraction



de chocolat : un quart de 2 carrés

$$\frac{1}{4} \times 2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



de chocolat : deux quarts de 2 carrés

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} = 1 \frac{2}{4} = 1 \frac{1}{2}$$

Apprendre à résoudre les problèmes



La proportion de muffins au chocolat est de  $\frac{1}{2}$

La proportion de muffins à la vanille est de  $\frac{3}{8}$

Il y a 1 muffin à la vanille et 1 muffin au chocolat  
 et combien de plus y a-t-il de muffins au chocolat que de muffins à la vanille ?

$$2x \dots + 1 \quad \text{ou} \quad 1 + 2 = 6$$

Il y a 6 muffins au chocolat de plus que de muffins à la vanille

et combien de plus y a-t-il de muffins au chocolat que de muffins à la vanille ?

$$2x \dots + 2 \quad \text{ou} \quad 1 + 2 = 4$$

Il y a  $\frac{3}{8}$  de plus de muffins au chocolat que de muffins à la vanille  
 la proportion est de muffins à la vanille par rapport aux muffins au chocolat est de  $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

1 muffin à la vanille, c'est la moitié des muffins au chocolat

$$1 = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \quad 1 + 1 = 2$$

Apprendre à résoudre des problèmes E... plus

4 le rectangle, 12 les autres 1 rectangle et 12

1 rectangle 1 rectangle, le rectangle pour 4 €

$$\begin{cases} 3 \text{ rectangles } = 12 \text{ €} \\ 2 \text{ rectangles } = 8 \text{ €} \end{cases} \div 3$$

Tout ça, 3 fois moins de rectangles  
 je suis dans 1 rectangle 3 fois moins cher  
 $12 \div 3 = 4 \text{ €}$

Tout de ma : 12 € moins

$$\begin{cases} 3 \text{ rectangles } = 12 \text{ €} \\ 2 \text{ rectangles } = 8 \text{ €} \end{cases} \times 2$$

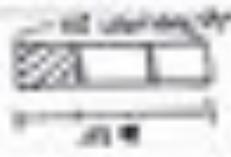
3 rectangles, c'est 3 fois plus que  
 2 rectangles, donc 12 €, c'est 3 fois  
 plus cher que ce que je dois payer.  
 $12 \div 3 = 4 \text{ €}$

Tout de ma : 12 € moins

$$\begin{cases} 1 \text{ rectangle } = 4 \text{ €} \\ 2 \text{ rectangles } = 8 \text{ €} \end{cases} \div 2$$

Si 1 rectangle, c'est 4 fois de 2  
 rectangles, je suis payé 8 fois  
 de 12 € :  $\frac{12}{2} = 6 \text{ €}$

$$\begin{aligned} 3 \text{ rectangles } &= 12 \text{ €} \\ 1 \text{ rectangle } &= \frac{12}{3} = 4 \text{ €} \\ \text{Donc 2 rectangles} &= 2 \times 4 \\ &= 8 \text{ €} \quad \text{ou} \quad \frac{12}{3} \\ &= 4 \text{ €} \end{aligned}$$



## **Annexe E. 12 Fiches de l'enseignant pour les séances de sciences**

**Séance 1 : Les machines de Rube Goldberg – Chaîne causale linéaire**

**Séance 2 : Causes multiples : cherchons la panne**

**Séance 3 : A cause de qui est-on malade ? Chaîne causale linéaire**

**Séance 4 : Cherchons la cause unique : pourquoi ça se propage ?**

**Séances 5 & 6 : Pourquoi les océans s'acidifient ? Cause à effets multiples**

**Séance 7 : Le monde marin**

**Séance 8 : Réalité ou coïncidence ?**

**Séance 9 : Quelle est la cause cachée ?**

**Séance 10 : Est-ce une relation de cause à effet ? Le défi.**

**Séance 11 : Qui a mangé la noisette ?**

**Séance 12 : Bilan**

**Programme RAI'FLEX**

**Séance 1 :**  
**Les machines de Rube Goldberg**  
**Chaîne causale linéaire**

***Durée : 1 séance***

# Les machines de Rube Goldberg

## Chaîne causale linéaire

**Connaissance naïve :** « un événement est soit cause, soit effet »

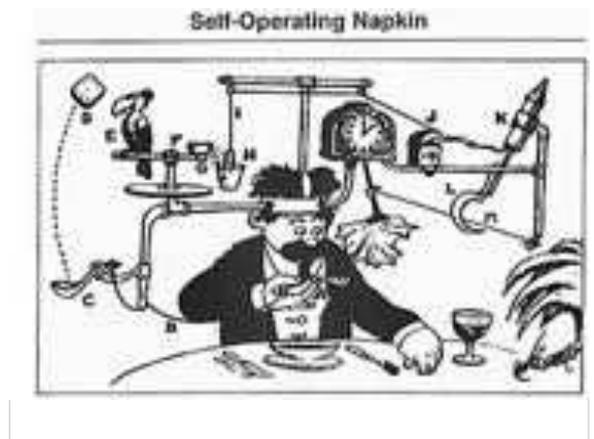
**Connaissance à construire :** « un événement est cause et effet »

**Enjeux de l'apprentissage :**

- maîtriser les termes « cause » et « effet »
- savoir qu'un effet peut devenir la cause d'un autre effet
- comprendre la notion de chaîne causale (linéaire)

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Point de vue de la cause</li> <li>- Point de vue de l'effet</li> <li>« Qui est-ce qui a causé Y ? Qu'est-ce qu'Y cause ? »</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La cause de X est Y. Y est l'effet de X</li> <li>- Mais Y devient aussi la cause de Z. Z est l'effet de Y</li> </ul>

**Rube Goldberg** (mort en 1970) était un dessinateur américain spécialisé dans le dessin de presse et la bande dessinée. Il a également été inventeur, sculpteur et était ingénieur de formation. Dans ses dessins, il a inventé des « machines » permettant de produire un effet généralement simple (par exemple, s'essuyer la bouche avec une serviette) moyennant un grand nombre d'étapes, enchainant des relations de cause à effet. Ci-contre, la « serviette de table auto-opérante »



### Étape 1 : Découvrir une machine de Rube Goldberg - 10 mn

#### Pourquoi cette étape ?

Découvrir une machine de Rube Goldberg, aborder les notions d'étapes, causes, effets.

#### Matériel :

Vidéo

Machine simple :

[https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=22&v=ICv5owYrW4w](https://www.youtube.com/watch?time_continue=22&v=ICv5owYrW4w)

Machine complexe :

[https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=25&v=sKaqUmOjtDY](https://www.youtube.com/watch?time_continue=25&v=sKaqUmOjtDY)

ou image ci-après

La machine étudiée est discutée. On demande :

- « Quel est son but final ? »  
Allumer une lampe pour l'image, faire sonner une cloche pour la vidéo de machine simple
- « Pour arriver à ce but, que se passe-t-il ? »

Le fait que la machine implique une succession d'événements émerge. On pourra les désigner sous le nom « **d'étapes** » de la machine.

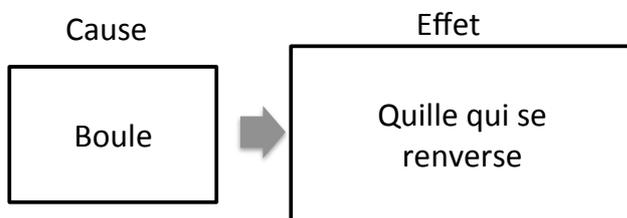
On s'arrête sur une étape de la machine et on demande de décrire : « La boule a heurté la quille qui est ensuite tombée ».

On demande alors :

- « Quelle est la cause de la chute de la quille ? Pourquoi la quille tombe-t-elle ? »
- « Quel est l'effet de l'arrivée de la bille ? Que se passe-t-il quand la boule heurte la quille ? »

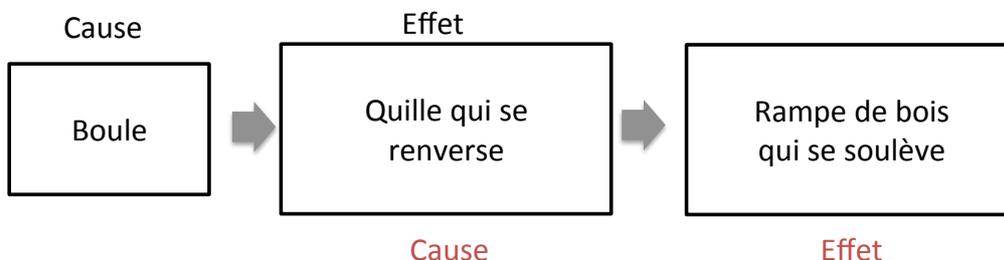
On demande aux élèves comment on pourrait schématiser. Ils font une proposition sur leur ardoise ou sur une feuille. On propose de faire :

Remarque : on peut commencer par montrer la machine complexe en identifiant seulement l'effet final (remplir des verres d'eau) puis montrer la machine simple qui ressemblera davantage à celles que peuvent construire les enfants et l'analyser comme suit.



Puis on demande : « Mais est-ce que la quille n'est pas la cause d'autre chose ? »

En tombant, la quille fait soulever la rampe en bois qui fait tomber la boule. On peut compléter le schéma et dire qu'un effet peut être une cause et provoquer un autre effet.





L'explication suivante peut éclairer la notion d'étape de la machine :

- A est le tintement de clochette.
- B entraîne A (ding) : 1 étape (insuffisant)
- C entraîne B qui entraîne A (ding) : 2 étapes
- D entraîne C qui entraîne B qui entraîne A (ding) : 3 étapes (idéal au cycle 3)

Certains élèves parviendront peut-être à inclure plus d'étapes, mais ce n'est pas nécessaire. L'essentiel est de bien savoir expliciter quels sont les causes et les effets, dans la machine.

**Défi :** Comment faire une machine qui fasse tomber le personnage/tinter la clochette avec au moins 2 ou 3 étapes ?

Chaque groupe d'élèves reçoit son matériel. On leur demande de poser le matériel au centre de la table et d'observer ce qu'ils ont à leur disposition. Ils doivent commencer à réfléchir à leur machine sans toucher au matériel, en discutant ensemble : « Quel est l'effet final de notre machine ? Comment on pourrait faire tomber le personnage ? »

Remarque :

Rapidement, les élèves commenceront à toucher le matériel pour se donner des idées. Il n'est pas nécessaire de les en empêcher. Le seul risque en manipulant le matériel trop tôt est que chacun se fasse sa propre idée de son côté. En leur demandant de commencer avant tout par discuter ensemble, ils doivent expliquer leur idée aux autres, les convaincre et construire ensemble.

### Étape 3 : Défi = Fabriquer la machine - 10 mn

#### Pourquoi cette étape ?

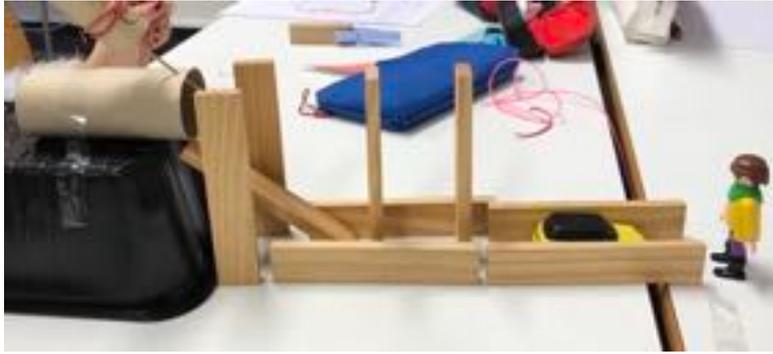
Produire de premières relations de cause à effet

Une fois que les 10 premières minutes se sont écoulées, on fait un point : « Vous avez commencé à concevoir votre machine. Vérifiez bien que vous devez avoir 2 ou 3 étapes pour faire tomber le personnage. Une fois que vous avez terminé la fabrication de votre machine, appelez-moi pour me faire une démonstration (et la prendre en photo !)

#### **Exemples de machine devant faire tomber le Playmobil avec au moins 3 ou 4 étapes**



*La voiture est la cause de la chute du Playmobil et est aussi l'effet de la chute des Kaplas.*



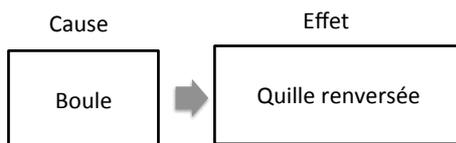
#### Étape 4 : Dessiner la machine - 10 mn

Dès que chaque groupe a terminé de construire sa machine, il peut passer à l'étape suivante :

##### Pourquoi cette étape ?

Schématiser sa machine et expliciter sur cette représentation au moins une relation de cause à effet

**Consigne** : produisez un dessin final de votre machine, puis écrivez le nombre d'étapes de votre machine et écrivez une relation de cause à effet de cette façon :



#### Étape 5 : Démonstration des machines - 5-10 min

Quelques groupes peuvent faire la démonstration de leur machine. Avant de « mettre en marche » la machine, les élèves des autres groupes disent le nombre d'étapes qu'il y a dans la machine, essaient de prévoir ce qui va se passer. Après la démonstration (voire après un 2<sup>e</sup> essai !), on analyse une étape de la machine.

On portera l'attention sur un élément qui est à la fois cause et effet : « La voiture, c'est une cause ou un effet ? ».

On fera formuler aux élèves « La voiture, c'est une cause, car elle fait tomber le personnage, mais c'est aussi un effet, car elle tombe à cause des Kaplas. »

En conclusion, on réinsiste sur le fait qu'on souhaitait se concentrer aujourd'hui sur les notions de causes et d'effet : une cause entraîne un effet, et cet effet peut-être lui même cause, en entraînant un autre effet.

**Étape 6 : « Souvent on dit que » - 10 mn**

**Pourquoi cette étape ?**

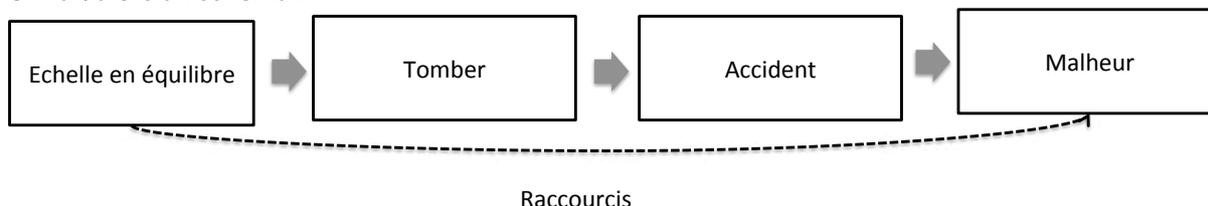
L'étape « Souvent on dit que » a pour but de revisiter une croyance grâce au raisonnement causal.

**On peut toutefois faire cette étape en début de la prochaine séance, pour remobiliser ce qui avait été vu lors de cette séance.**

« Comment pourrait-on expliquer l'expression suivante : Passer sous une échelle porte malheur. Quels pourraient être les malheurs ? »

Passer sous une échelle porte malheur, pourquoi ? Car une échelle est instable, elle est en équilibre, elle risque donc de tomber sur nous quand on passe dessous et alors de causer un accident. On aura donc connu un malheur, c'est à dire une mauvaise heure, un mauvais moment !

On fait alors un schéma :



Donc finalement, l'expression est un raccourci d'une chaîne de cause et effet qui peut se produire. Et résultat, on a généralisé à n'importe quel malheur. Comme a on perdu ces enchaînements, on est prêt à considérer n'importe quel malheur. Et non plus uniquement un malheur qui nous vient de la chute de l'échelle.

## **Programme RAI'FLEX**

# **Séance 2 : Causes multiples : Cherchons la panne**

***Durée : 1h***

## Causes multiples : Cherchons la panne

<b>Connaissance naïve : « une cause produit un effet »</b>	
<b>Connaissance à construire : un même effet peut avoir différentes causes</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> - maîtriser les termes « cause » et « effet » - recherche des causes différentes pour un même effet	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue de l'effet : l'effet est le même « La lampe ne s'allume pas »  - Point de vue des causes : les causes sont diverses	- Plusieurs causes différentes peuvent avoir un même effet  - Pour tester notre hypothèse, on a parfois besoin d'une autre lampe qui fonctionne, on l'appelle « lampe témoin »

On rappelle aux élèves qu'on travaille ensemble sur la notion de cause, sur le « à cause de quoi ? ». On a vu dans la dernière séance qu'« une cause provoque un effet », qui lui-même peut être cause et provoquer un autre effet. Aujourd'hui on va travailler sur « la recherche de cause ». On a un effet, la lampe ne marche pas, mais quelle est sa cause ?

### Étape 1 : Découvrir un circuit électrique (facultative si les élèves ont déjà travaillé cette notion)

#### Pourquoi cette étape ?

Étape préparatoire pour découvrir le circuit électrique

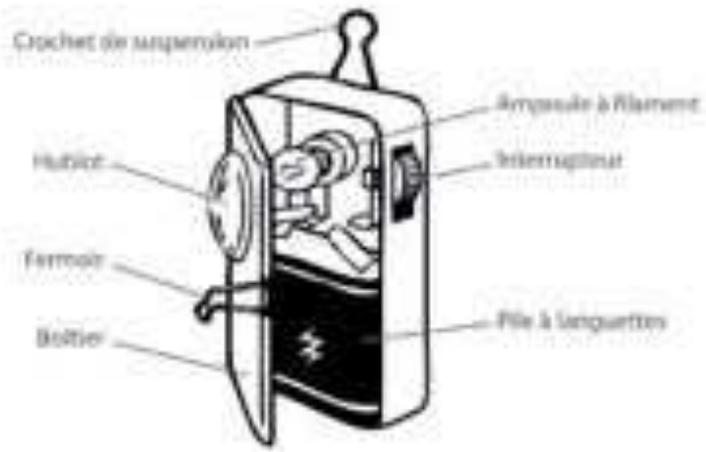
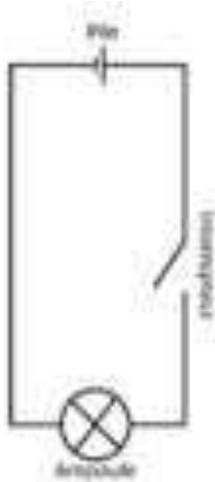
L'enseignant demande : « À votre avis, comment fonctionne une lampe de poche ? »  
Les élèves évoquent le fait qu'il y a une ampoule, une pile, éventuellement un interrupteur, et vont peut-être plus loin dans leur description du circuit électrique, qu'ils supposent être contenu à l'intérieur du boîtier.

**Option 1 :** L'enseignant demande aux élèves s'il est possible d'éclairer une ampoule avec seulement une pile. Certains élèves essaient. L'enseignant montre que c'est possible en mettant le culot de l'ampoule sur une languette de la pile et le plot de l'ampoule sur l'autre. On conclut que l'électricité passe par le métal. Si on veut avoir une ampoule loin de la pile, il faut relier l'ampoule et la pile avec des matériaux conducteurs d'électricité, comme le métal.

**Option 2 :** L'enseignant propose d'ouvrir les lampes pour réaliser un dessin du circuit. Après quelques minutes de travail individuel, où chaque élève produit son propre dessin, une mise en commun est organisée et un dessin de la lampe est réalisé collectivement au tableau. Les noms des différents composants de la lampe sont listés : pile plate à languettes, boîtier en métal ou en

plastique, ampoule (avec son culot, son bulbe, son filament... en fonction du niveau des élèves) et interrupteur.

En fonction du niveau de la classe et de ce qui a été fait au cours des séances en électricité, le dessin pourra être plus ou moins technique.



## Étape 2 : Rechercher une panne

### Pourquoi cette étape ?

Travailler sur les notions de cause et effet

Apprendre à isoler des variables pour déterminer la cause d'un effet observé

### Matériel :

1 lampe de poche « cassée » par groupe

Quelques lampes de poche qui fonctionnent comme « lampe témoin »

1 fiche Défi par groupe

### Préparation

L'enseignant glisse dans la lampe de poche de chaque groupe une « panne ».  
Numéroter les lampes de poche peut aider à identifier laquelle porte telle ou telle panne.

Pour une classe de 6 groupes de 4, on peut faire 3 pannes différentes, parmi les suivantes :

- pile usée
- pile à l'envers
- ampoule cassée
- ampoule dévissée
- interrupteur qui ne fait plus contact
- circuit interrompu par une languette tordue de la pile
- morceau de plastique collé sur la languette

2 ou 3 groupes pourront travailler sur la même panne : ceci enrichira les échanges. Un groupe peut aussi avoir 2 pannes à la fois, ce qui rendra la réflexion ultérieure intéressante.

**Objectif :** Travailler sur les notions de cause et d'effet, sur celle de conséquence.  
Apprendre à isoler des variables pour déterminer la cause d'un effet observé.

Les groupes d'élèves découvrent les lampes de poches en panne sur leur table et l'enseignant les met au défi de comprendre pourquoi l'ampoule ne s'allume pas : « Quelle est la cause ? »  
pourquoi ne pas utiliser la même présentation que pour la Phase 3 du Patient Zéro ?

On explique aux élèves qu'on va effectuer la recherche de la panne comme des scientifiques. On va passer par différentes étapes. Si les élèves connaissent déjà les étapes, on peut leur demander de les expliciter, sinon ils peuvent les trouver en regardant la feuille : on va commencer par observer l'effet, puis faire une hypothèse sur la cause, puis tester, puis conclure sur notre test.

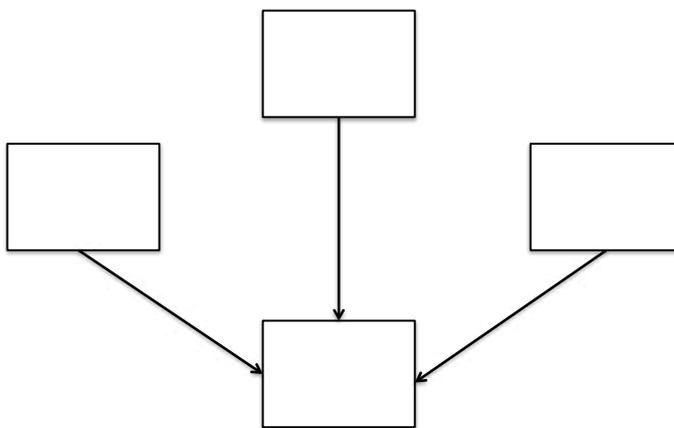
Les élèves remplissent leur fiche (une fiche par groupe ou en individuel). L'enseignant accompagne les groupes afin que chaque étape soit respectée. Les élèves peuvent avoir plusieurs hypothèses. Ils écrivent chaque hypothèse dans une case. Pour chacune, ils doivent proposer un test (écrit dans la case correspondante). Enfin, ils proposent une conclusion de leur test.

Pour réaliser le test, certains élèves auront besoin d'une lampe témoin, c'est-à-dire une lampe qui fonctionne et qui est identique à la lampe cassée. Par exemple, si leur hypothèse est : « La pile ne marche pas », ils doivent alors mettre cette pile dans la lampe témoin pour vérifier si la lampe témoin ne fonctionne vraiment pas.

Les pannes pile ou ampoule cassée sont intéressantes car elles nécessiteront l'utilisation d'une lampe témoin pour vérifier que le problème vient de la pile/ampoule et non de la lampe elle-même.



Après avoir effectué leurs tests, les élèves doivent dessiner un schéma pour expliquer pourquoi la lampe est cassée. Voici sa forme :



### Étape 3 : Mise en commun

#### Pourquoi cette étape ?

Comprendre qu'un même effet peut avoir différentes causes

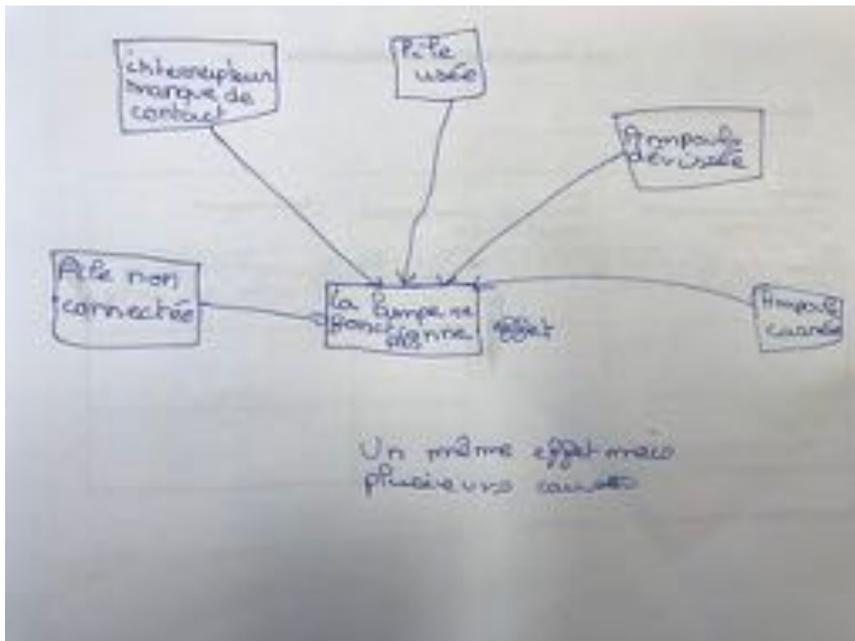
Puis  
une  
mis

e en commun est organisée. Chaque groupe d'élève peut expliquer sa démarche : « Nous avons fait l'hypothèse que..., puis nous avons testé..., et enfin nous avons conclu que... »

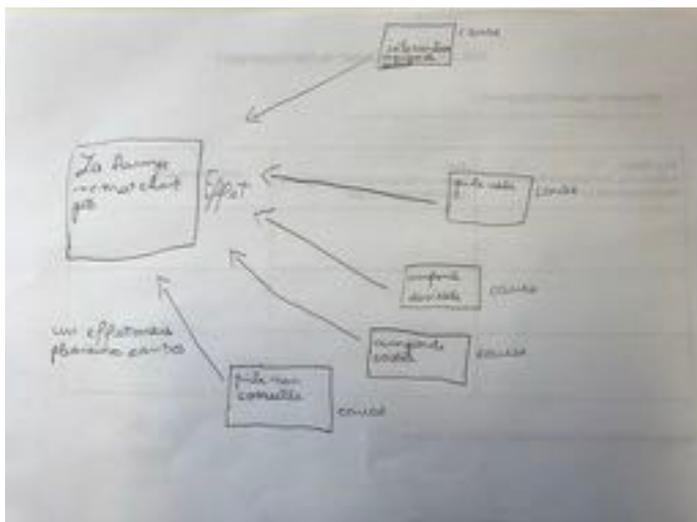
La panne avec la pile usagée est intéressante à bien travailler avec l'ensemble des élèves : le groupe a fait l'hypothèse que leur ampoule ne fonctionnait pas. Ils ont fait le test suivant : ils ont placé leur ampoule directement sur la pile. Rien ne s'est allumé. Que peuvent-ils conclure ? Les élèves devront envisager toutes les possibilités : soit la lampe ne fonctionne pas, soit la pile ne fonctionne pas, soit les deux ne fonctionnent pas. À partir de là, de quoi a-t-on besoin pour s'assurer que la lampe ne fonctionne pas ? Pour cela, le groupe d'élève a dû utiliser une lampe qui fonctionnait et changer un à un ses composants.

Les différentes causes (pannes) possibles sont listées. Toutes, respectivement, peuvent conduire au non-allumage de l'ampoule.

On fait le schéma avec plusieurs causes qui provoquent un même effet :



La classe discute donc du fait que plusieurs causes différentes (plusieurs pannes différentes) peuvent avoir un même effet : la lampe ne s'allume pas, dans tous les cas.



#### Étape 4 : « Souvent on dit que »

##### Pourquoi cette étape ?

L'étape « Souvent on dit que » a pour but de revisiter une croyance grâce au raisonnement causal. Elle peut être faite au début de la séance suivante.

On a vu que la lampe ne s'allume pas. Parfois, des gens disent : « La lampe ne s'allume pas, donc elle est cassée. ». Est-ce que cette phrase donne une explication. Qu'en pensez-vous ? »

On demande ensuite « et si j'écris : La lampe ne s'allume pas, car elle est cassée, qu'en pensez-vous ?

Est-ce que cette phrase donne une explication ? »

On écrit les deux phrases au tableau. Et on ajoute les schémas sous chaque phrase.

« La lampe ne s'allume pas, donc elle est cassée. »

Ne s'allume pas → Cassée

On peut dire aussi : « La lampe ne s'allume pas, car elle est cassée ».

Cassée → Ne s'allume pas

Ces deux explications ne sont pas bonnes, elles sont **circulaires**. On rajoute une flèche qui va de cassée à « Ne s'allume pas » pour la première phrase (idem pour la 2<sup>e</sup> phrase). Dire que la lampe ne s'allume pas ou que la lampe est cassée, c'est la même chose, c'est le même effet.

En fonction du niveau des élèves, on utilisera le terme de cause circulaire.

Lampe cassée → Lampe ne s'allume pas



Lampe ne s'allume pas → Lampe cassée



Quelle explication faudrait-il donner ? Il faut rechercher la cause initiale. Il faut faire comme on a fait avec notre schéma. On explique la cause qui donne l'effet « La lampe est cassée ou ne s'allume pas ».

Ampoule cassée → La lampe ne s'allume pas

Pile usagée → La lampe ne s'allume pas.

Aujourd'hui, on a vu pour la première fois la notion de « **cause circulaire** ».

**Programme RAI'FLEX**

**Séance 3 :**  
**À cause de qui est-on malade ?**  
**Chaîne causale linéaire**

***Durée : 1 séance***



## À cause de qui est-on malade ? Chaîne causale linéaire

<b>Connaissance naïve : un effet suit une cause</b> <b>Connaissance à construire : un effet peut être lui-même cause</b> <b>Enjeux de l'apprentissage :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- savoir qu'une cause provoque un effet</li><li>- savoir qu'un effet peut devenir la cause d'un autre effet</li><li>- comprendre la notion de chaîne causale (linéaire)</li></ul>	
Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Prendre le point de vue des différents personnages : par exemple, Mme C est malade à cause de M. C (point de vue effet), mais est la cause de la maladie de Mme D (point de vue de la cause).	<ul style="list-style-type: none"><li>- La cause de X est Y. Y est l'effet de X.</li><li>- Mais Y devient aussi la cause de Z. Z est l'effet de Y.</li></ul>

### Contexte :

Une maladie inquiétante est arrivée dans un village. Plusieurs personnes sont tombées malades, mais la cause initiale reste inconnue.

Vous êtes des experts qui vont devoir comprendre qui est à l'origine de cette maladie.

### Étape 1 : Établir la chaîne des rencontres - 10 mn

#### Pourquoi cette étape ?

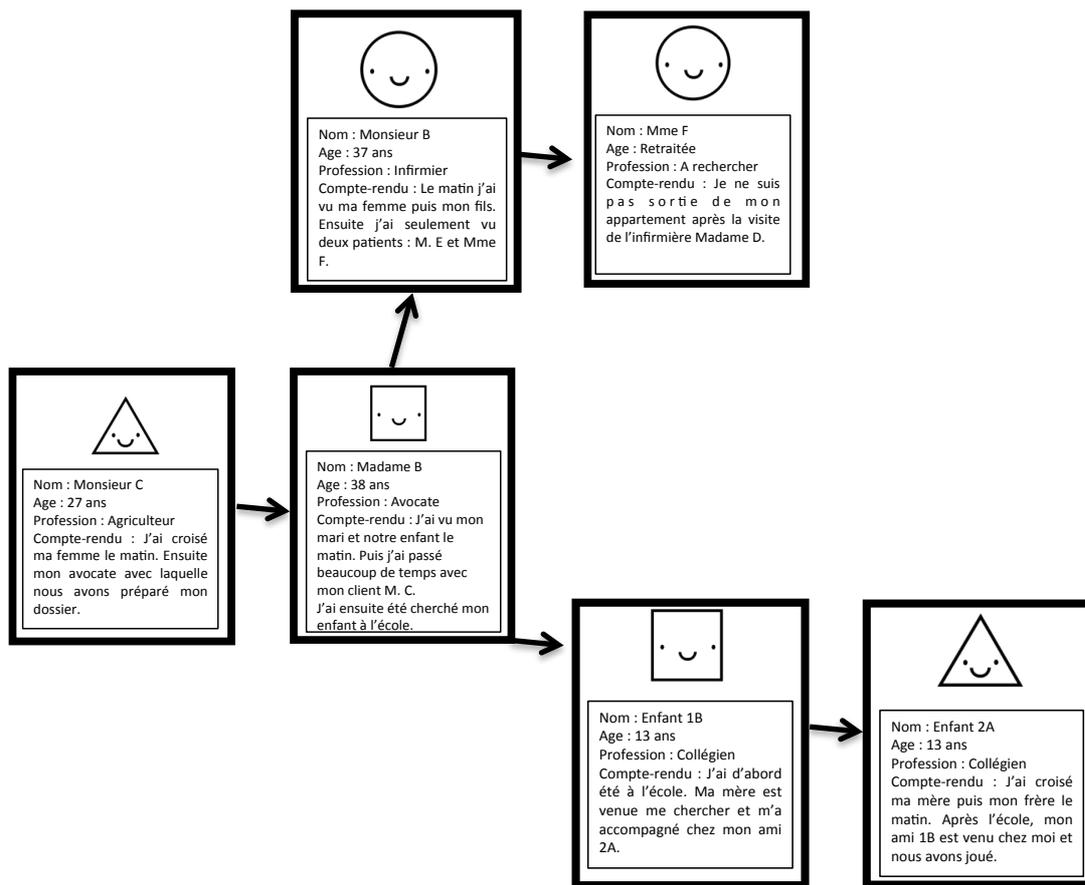
Établir une chaîne causale linéaire

#### Matériel :

6 cartes Personnages par groupe

### Phase 1 :

Vous êtes des enquêteurs et vous allez devoir découvrir pourquoi la maladie est arrivée dans le village. Vous allez pouvoir interroger les différents habitants du village. Placez les cartes dans l'ordre des rencontres.

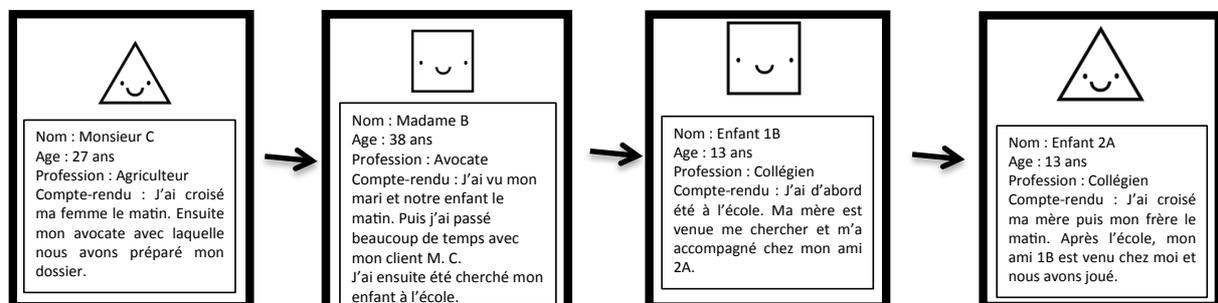


La contamination du « patient zéro » (cause) a entraîné une cascade de contaminations (conséquences). Il faut maintenant partir des contaminations finales et des connaissances de l'ordre des rencontres pour remonter jusqu'à la cause.

## Phase 2 : Rechercher le « patient zéro »

Vous allez maintenant savoir qui dans le village est malade ou n'est pas malade : les cartes avec un smiley rond ne sont pas malades, les autres sont malades ! À vous de trouver qui est à l'origine de la maladie.

*Petit indice* : tous les gens qui ont été en contact avec la premier malade sont malades.



### Phase 3 : Mise en commun

La procédure pour retrouver la cause initiale se fait ainsi :

- On élimine de la liste des suspects tous les individus en contact avec des individus sains, car tous les contacts du « patient zéro » sont forcément malades.
- On conclue que la contamination de Monsieur C est donc l'événement initial (la cause première).

On schématise notre découverte avec un schéma « cause → effet ».

Ce schéma permet de s'assurer que les notions de cause et d'effet sont bien maîtrisées et que les élèves savent passer d'une représentation schématique à une phrase mobilisant le bon connecteur logique (*car* ou *donc*). Il sert également à repérer qu'un phénomène est à la fois la cause du suivant et la conséquence du précédent.

### Étape 2 : Changer de point de vue

#### Pourquoi cette étape ?

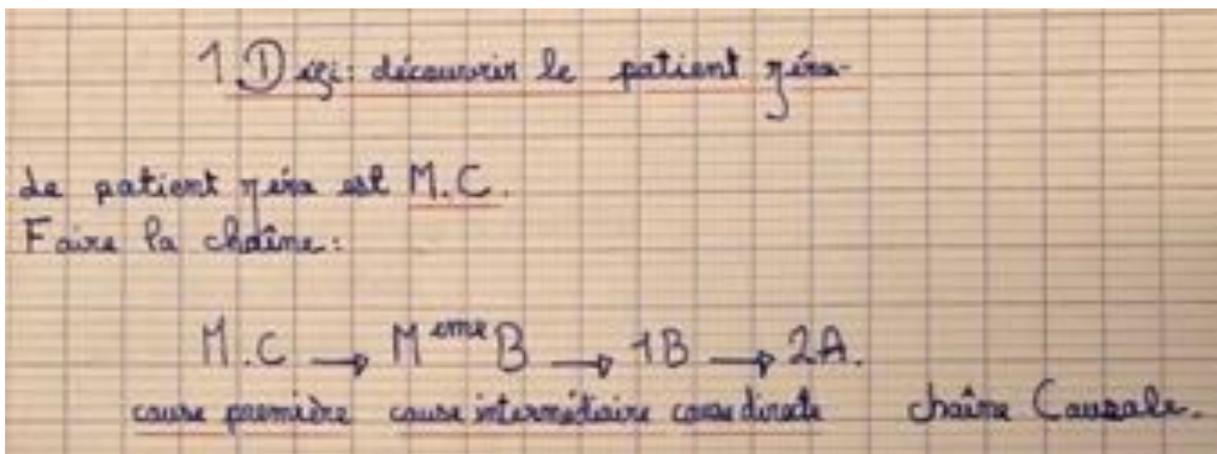
**Changer de point de vue et aborder les notions de cause initiale, cause intermédiaire, cause direct, d'effet et d'effet final.**

On demande aux élèves : « Si on prend le point de vue l'enfant 1B, à cause de qui est-il malade ? »

On voit que l'enfant 1B peut dire qu'elle est malade à cause de Madame B, car c'est la **cause directe** pour l'enfant 1B. Mais on peut aussi voir Madame B comme une **cause intermédiaire**, car elle est elle-même malade à cause de Monsieur C, qui est la **cause première ou initiale**.

On ajoute sur le schéma : « cause intermédiaire », « cause initiale ».

On remobilise ce qu'on a vu avec la machine de Rube Godlberg : un effet peut devenir la cause d'un autre effet. L'effet « être malade » peut être la cause de la contamination d'une autre personne.



### Étape 3 : « Souvent on dit que »

#### Pourquoi cette étape ?

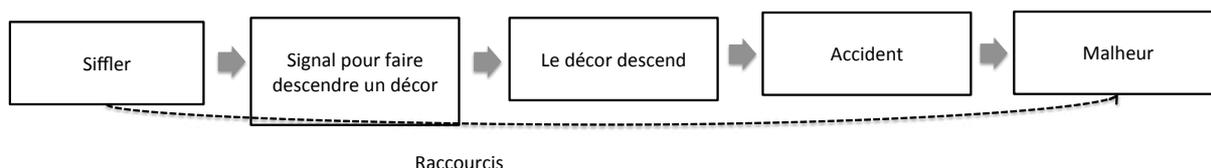
L'étape « Souvent on dit que » a pour but de revisiter une croyance grâce au

On recherche de nouveau une chaîne causale, mais cette fois du ressort du mécanique (ce qui est plus simple à retrouver pour les élèves). On va rechercher une chaîne causale à partir d'une expression.

« Les comédiens connaissent bien l'expression : siffler dans un théâtre porte malheur. À votre avis pourquoi ? »

*Petit indice* : autrefois c'était des anciens marins qui s'occupaient de faire descendre les décors. Comme sur un bateau, le signal qu'ils se donnaient était de siffler.

On peut donc retrouver la chaîne causale :



## 6 cartes par groupe



Nom : Monsieur C  
Age : 27 ans  
Profession : Agriculteur  
Compte-rendu : J'ai croisé ma femme le matin. Ensuite mon avocate avec laquelle nous avons préparé mon dossier.



Nom : Madame B  
Age : 38 ans  
Profession : Avocate  
Compte-rendu : J'ai vu mon mari et notre enfant le matin. Puis j'ai passé beaucoup de temps avec mon client M. C. J'ai ensuite été chercher mon enfant à l'école.



Nom : Monsieur B  
Age : 37 ans  
Profession : Infirmier  
Compte-rendu : Le matin j'ai vu ma femme puis mon fils. Ensuite j'ai seulement vu deux patients : M. E et Mme F.



Nom : Mme F  
Age : Retraitée  
Profession : A rechercher  
Compte-rendu : Je ne suis pas sortie de mon appartement après la visite de l'infirmière Madame D.



Nom : Enfant 1B  
Age : 13 ans  
Profession : Collégien  
Compte-rendu : J'ai d'abord été à l'école. Ma mère est venue me chercher et m'a accompagné chez mon ami 2A.



Nom : Enfant 2A  
Age : 13 ans  
Profession : Collégien  
Compte-rendu : J'ai croisé ma mère puis mon frère le matin. Après l'école, mon ami 1B est venu chez moi et nous avons joué.

## Programme RAI'FLEX

# Séance 4 : Cherchons la cause unique : Pourquoi ça se propage ?

*Durée : 1h*

## Cherchons la cause unique : Pourquoi ça se propage ?

**Connaissance naïve : il n'existe qu'une seule cause**

**Connaissance à construire : un ensemble de causes provoque un effet, « chaîne causale multiple »**

**Enjeux de l'apprentissage :**

- comprendre qu'il faut la conjonction de plusieurs causes pour avoir un effet
- comprendre qu'une cause peut être nécessaire mais non suffisante
- comprendre la notion de chaîne causale multiple

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
-Les différentes causes	- Un phénomène ne s'explique pas par une cause unique, mais par un ensemble de causes : cause nécessaire mais non suffisante
- Point de vue de l'enfant – la malédiction	- Quand on ne connaît pas toutes les causes, on risque de parler de malédiction

### Étape 1 : 2 villages différents - 5 mn

**Pourquoi cette étape ?**

**À partir d'une situation, les élèves proposent des explications.**

On rappelle aux élèves qu'on travaille sur les causes. Dans la séance précédente, on a vu comment une chaîne de contamination pouvait se créer. Aujourd'hui, on va poursuivre notre enquête.

**Contexte :** On a vu que Monsieur C avait contaminé plusieurs autres personnes. En fait, il s'est rendu dans 2 villages le même jour pour vendre ses produits. Dans un seul des 2 villages, l'épidémie s'est propagée. Pourtant, Monsieur C est venu dans les deux villages à peu près en même temps et il a interagité un seul client dans les cas. Dans l'un des villages, la maladie s'est propagée, dans l'autre non. Est-ce que c'est possible ? Pourquoi ? Qu'est-ce qui peut expliquer que la maladie se soit propagée que dans un seul village ?

**On note les réponses des élèves au tableau.**

## Étape 2 : Menez l'enquête

### Pourquoi cette étape ?

Après avoir proposé des explications, les élèves mènent l'enquête.

### Matériel :

Plan du village

Cartes à placer sur le plan du village

Comment pourrait-on faire pour savoir pourquoi un des villages est davantage contaminé ? Il faut récupérer des informations précises sur les villages. Pour cela, vous allez jouer le rôle des enquêteurs et tenter de comprendre, sur le terrain, la différence entre les deux villages, afin d'expliquer pourquoi l'épidémie ne s'est propagée que dans l'un d'entre eux alors que Monsieur C est passé dans les deux villages presque en même temps !

### Phase 1 : Menez l'enquête par binôme - 15 mn

**Organisation :** Par groupes de 4, 2 vont dans le village A et 2 dans le village B.

**Objectif :** Les enquêteurs cherchent à comprendre pourquoi ces deux villages présentent une évolution si différente de la maladie, alors que la cause initiale (le patient zéro) était présente dans les deux cas.



On peut soit laisser les élèves aller de lieu en lieu, soit rythmer le temps des découvertes : « Maintenant, vous pouvez aller dans l'école et regarder la carte ».

### Phase 2 : Compte-rendu par groupe - 10 mn

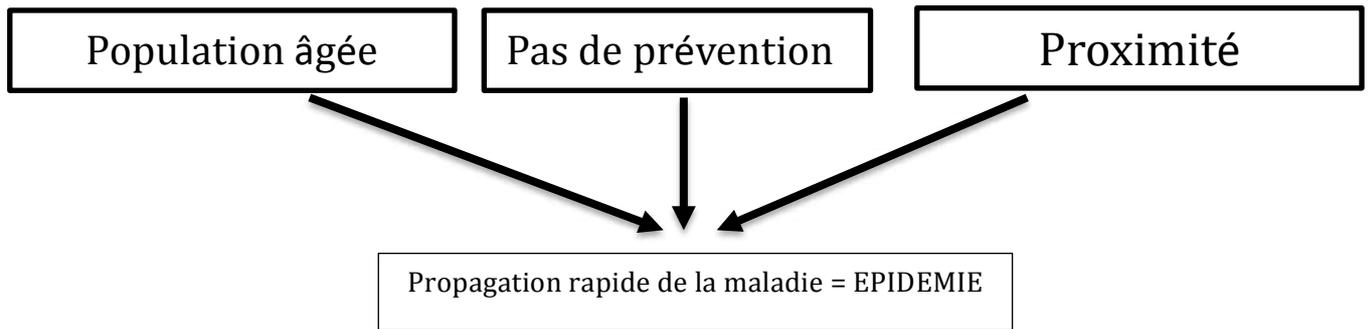
Les 2 binômes échangent pour découvrir les raisons de la propagation de la maladie dans un des 2 villages. Ils complètent la fiche enquêteur et se préparent à exposer à l'oral leurs découvertes.

L'enseignant passe dans les groupes pour les étayer si nécessaire et leur proposer la forme de résolution sous forme d'un schéma.

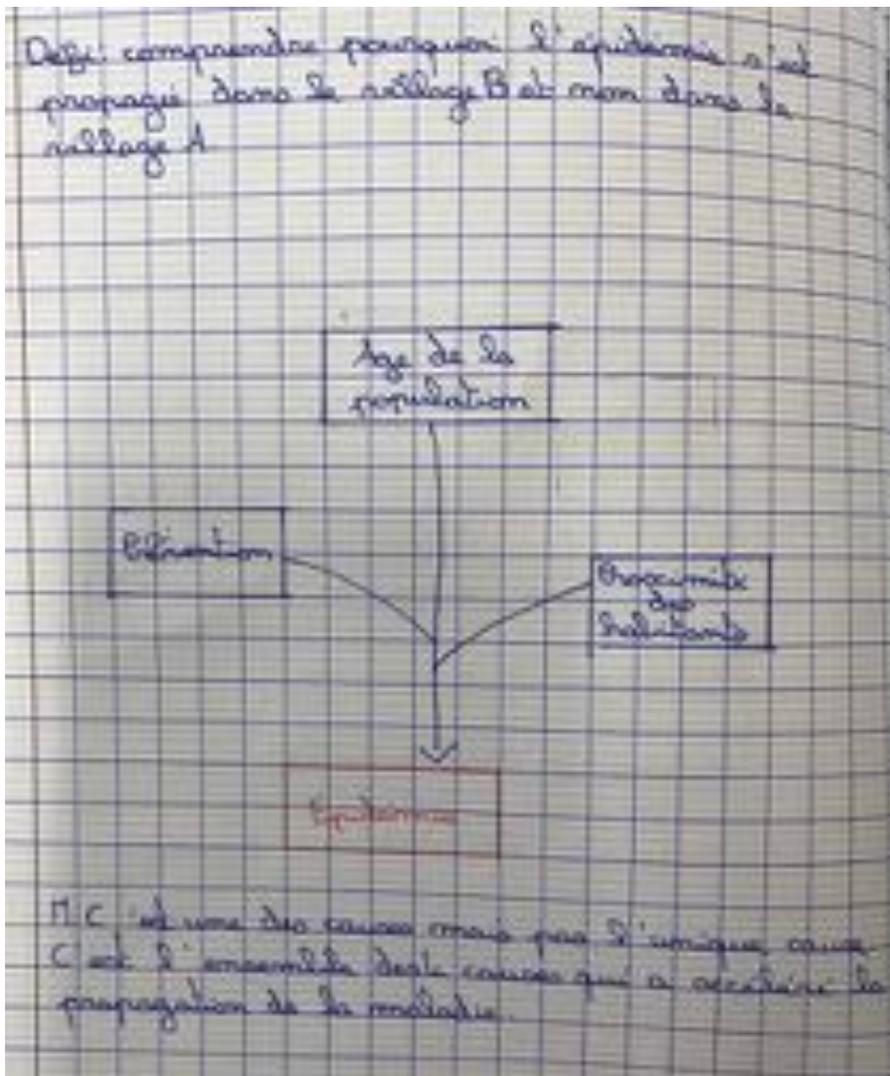
### Phase 3 : Temps de mise en commun en classe entière

L'objectif est rappelé : il s'agit de mettre en évidence les causes particulières qui ont mené à la propagation rapide dans un des 2 villages. « Nous cherchons à expliquer comment le même phénomène (présence du patient zéro dans le village) pouvait avoir abouti à 2 conséquences différentes (épidémie dans un village, pas d'épidémie dans l'autre). »

On propose de compléter ce schéma :



Alors, à la question « Pourquoi la maladie se propage-t-elle plus vite ? », on peut répondre qu'il n'y a pas une cause, mais des causes, qui, ensemble ont fait accélérer la maladie. Ces 3 causes sont le fait que la population est âgée, qu'il n'y avait pas de prévention et que les habitations sont très resserrées, ce qui facilite les échanges et contacts. La présence d'un individu contaminé est indispensable bien sûr, mais elle ne suffit pas : on dit qu'elle est *nécessaire* mais pas *suffisante*.



Comment a-t-on fait pour trouver ? On a fait une comparaison des 2 villages.

L'écllosion d'une épidémie est donc un phénomène complexe. Les phénomènes naturels s'expliquent souvent par un ensemble de causes et non pas par une cause unique.

### Étape 3 : « Souvent on dit que »

#### Pourquoi cette étape ?

L'étape « Souvent on dit que » a pour but de revisiter une croyance grâce au

On reprend le point de vue des enfants des fiches personnages.

Point de vue de l'enfant : un enfant a dit que c'était à cause de Monsieur C. Peut-on dire cela ?

On peut faire un sondage dans la classe pour savoir qui pense qu'on peut dire cette affirmation. On fait discuter les élèves pour arriver à la conclusion que Monsieur C est une des causes, mais c'est l'ensemble des 4 causes qui a permis à la maladie de se propager. Dans le village B, la maladie ne s'est pas transmise. Il n'y a donc pas de cause unique.



Point de vue de l'enfant : un enfant a parlé de malédiction. Pourquoi dit-il ça ?

Parfois, quand on ne connaît pas toutes les causes, on fait des raccourcis. Du point de vue de l'enfant, il n'y a pas d'explications de cette différence (il n'a pas identifié les 3 causes supplémentaires), donc il pense juste que c'est une question de malédiction.

### Conclusion

Si nous sommes tentés de rechercher des explications uniques et simplistes à des phénomènes complexes, la réalité est tout autre. Le plus souvent, un phénomène s'explique par un ensemble de causes qui se combinent pour le déclencher et il n'est pas toujours évident de s'en rendre compte.

## Fiches personnages et plan des villages

Il y a 5 fiches par village.

### 3- Ecole A

Vous arrivez devant l'école, alors que les enfants jouent bruyamment dans la cour de récréation. Vous percevez les mêmes affiches que vous avez observées plutôt vers la mairie. Une enseignante vient alors à votre rencontre.



« J'ai tous les élèves de tous les âges réunis dans une seule classe car ils ne sont pas nombreux ! Nous venons de terminer un projet sur les bons gestes à adopter pour éviter de tomber malade ! »

### 3- Ecole B

Vous arrivez devant l'école, alors que les enfants jouent bruyamment dans la cour de récréation. L'enseignante vient à votre rencontre.



« J'ai tous les élèves de tous les âges réunis dans une seule classe car ils ne sont pas nombreux ! Les enfants de ce village sont très dynamiques : ils aiment faire du sport, et nous terminons un projet nature sur la biodiversité. C'est vrai que j'ai eu beaucoup d'absents ces derniers jours. »

### 4- Cour d'école A

En repartant, vous passez par la cour de l'école. Un enfant vient vous voir.



« Je sais que le village B est un village maudit. Il y a toujours des choses bizarres qui s'y passent. C'est normal qu'il y ait beaucoup de malades là-bas. »

### 4- Cour d'école B

En repartant, vous passez par la cour de l'école. Un enfant vient vous voir.



« A cause de Monsieur C., mon village est malade. Je ne comprends pas pourquoi il est venu dans notre village. »

### 1- Entrée du village A

Lorsque vous arrivez au village, vous ne croisez pas grand monde dans les rues. Vous rencontrez un habitant.



« Le client de Monsieur C est venu chez moi car il était réparateur. Et ensuite, je suis tombée malade. »

### 1- Entrée du village B

Lorsque vous arrivez au village, vous ne croisez pas grand monde dans les rues. Vous rencontrez un habitant.



« J'étais au marché et j'ai été en contact avec un des clients de Monsieur C. Et puis, je suis tombé malade... »

### 2- Mairie du village A

Vous arrivez devant les escaliers de la mairie. Vous découvrez des affiches relatives aux bons comportements à adopter en cas de grippe. Il s'agit de photos et de dessins d'enfants. Vous rencontrez Madame la Maire.



« Nous sommes un petit village avec un petit centre et quelques fermes isolées. Les habitants sont plutôt de jeunes familles. Ils se voient de temps en temps, au cours de fêtes organisées. »

### 2- Mairie du village B

Vous arrivez devant les escaliers de la mairie. Vous découvrez des affiches relatives aux bons comportements à adopter en cas de grippe. Il s'agit de photos et de dessins d'enfants. Vous rencontrez Monsieur le Maire.



« Nous sommes un petit village, avec quelques fermes isolées mais un centre village assez animé ! Il y a le marché du mercredi, puis du samedi. Et puis on organise beaucoup de choses le week-end, grâce à nos nombreuses associations. La population est assez âgée. »

### 5- Cabinet médical A

Vous arrivez au cabinet médical. Il n'y a pas grand monde dans la salle d'attente.



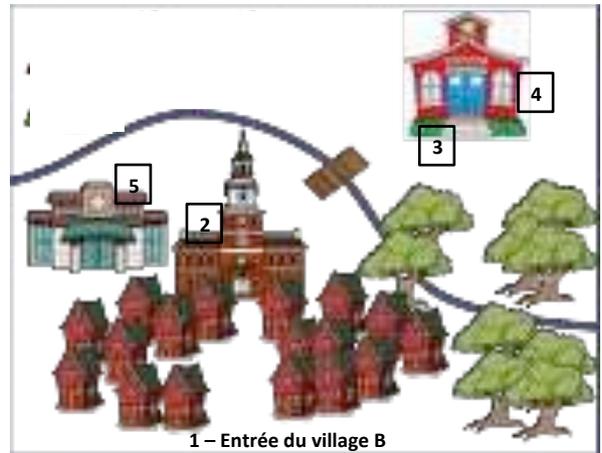
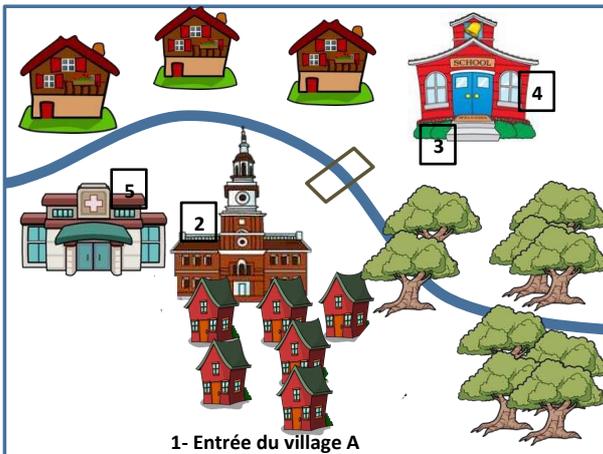
«La population est habituellement en bonne santé. J'ai été dans l'école dernièrement pour expliquer les bons gestes à adopter pour ne pas tomber malade. »

### 5 – Cabinet médical B

Vous arrivez au cabinet médical. Vous voyez de nombreuses personnes âgées dans la salle d'attente.



« La population est assez âgée. J'ai l'habitude de les voir dans mon cabinet ! J'avais traité beaucoup de gripes avant la venue de Monsieur C. »



**Programme RAI'FLEX**

**Séances 5 et 6 :  
Pourquoi les océans s'acidifient ?  
Causes à effets multiples**

***Durée : 2h***

# Pourquoi les océans s'acidifient ?

## Causes à effets multiples

**Connaissance naïve : lier 2 effets entre eux**  
**Connaissance à construire : une cause avec 2 effets**

**Enjeux de l'apprentissage :**

- rechercher une cause pour expliquer un effet (acidification des océans ici)
- formuler des hypothèses : 2 causes sont possibles
- mettre en place un protocole
- savoir qu'une cause peut provoquer deux effets différents

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue de la cause : il y a une seule cause	Une cause peut entraîner 2 effets différents
- Point de vue des effets : les effets sont multiples, mais ont la même cause	

**Remarque :** dans la séance sur les pannes de lampes de poche, on a étudié qu'un même effet pouvait correspondre à plusieurs causes de pannes.  
Ici, on étudie qu'une même cause peut avoir plusieurs effets.

### Étape 1 : CO<sub>2</sub>, Température et acidification des océans

**Matériel :**

Vidéoprojecteur

Film <https://www.youtube.com/watch?v=1IWT8T4sAJ0>

Graphique

On explique aux élèves que l'on travaille sur les causes, et qu'aujourd'hui on va s'intéresser à trouver la cause d'un phénomène qui a lieu dans les océans : l'acidification des océans. Que signifie acidification ? On retrouve le mot acide, c'est donc que les océans deviennent de plus en plus acide. On s'assure que les élèves maîtrisent le terme acide, on demande un exemple de fruit acide aux élèves.

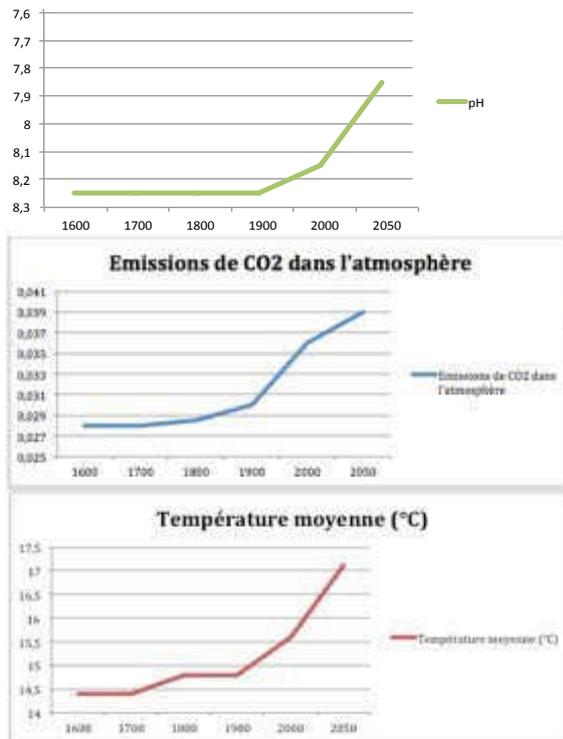
On peut présenter aux élèves le documentaire suivant de 1'40 à 2'10 :

<https://www.youtube.com/watch?v=1IWT8T4sAJ0>

On conclut que l'acidification des océans met en danger la vie dans les océans.

À partir du constat de l'acidification des océans, on va avoir comme défi de trouver la cause de cet effet. L'enseignant présente alors 3 graphiques successivement :

### Acidification des océans



- 1) Tout d'abord, celui de l'acidification des océans. On constate que l'acidité des océans a augmenté à partir de 1900 environ.
- 2) Puis, on présente celui de la température moyenne sur Terre (on précise la notion avec les élèves, on regarde la température moyenne actuellement...). De même, on s'aperçoit que la température a commencé à augmenter dans les années 1900.
- 3) On présente enfin le dernier graphique : les émissions de CO<sub>2</sub>. On demande aux élèves ce qu'est le CO<sub>2</sub> ou dioxyde de carbone. On leur apporte les informations suivantes : le CO<sub>2</sub> est un gaz, c'est un gaz naturel. Il n'est pas nocif. Quand nous inspirons, nous inspirons de l'oxygène, mais lorsqu'on expire, on expire du CO<sub>2</sub>. Le CO<sub>2</sub>, on le retrouve aussi dans les bulles de Coca par exemple.  
On constate que les émissions de CO<sub>2</sub> ont augmenté depuis 1900. On interroge les élèves : « Pourquoi elles auraient augmenté en 1900 ? Qu'est-ce qui rejette davantage de CO<sub>2</sub> ? » Si besoin, on explique aux élèves que les activités humaines, comme les usines, émettent du CO<sub>2</sub>. Or en 1900, c'est la révolution industrielle, les usines se développent et donc les émissions de CO<sub>2</sub> sont plus importantes.

Trace écrite possible :

L'acidification des océans signifie que les océans deviennent plus acide. Cette acidité met en danger la vie dans les océans.

Attention corps différent

On constate que l'acidité des océans augmente depuis 1900. Dans le même temps, la température moyenne sur Terre et les émissions de CO<sub>2</sub> ont aussi augmenté depuis les années 1900.

Défi : Qu'est-ce qui cause l'acidification des océans ?

## Étape 2 : Pourquoi les océans deviennent-ils plus acides ?

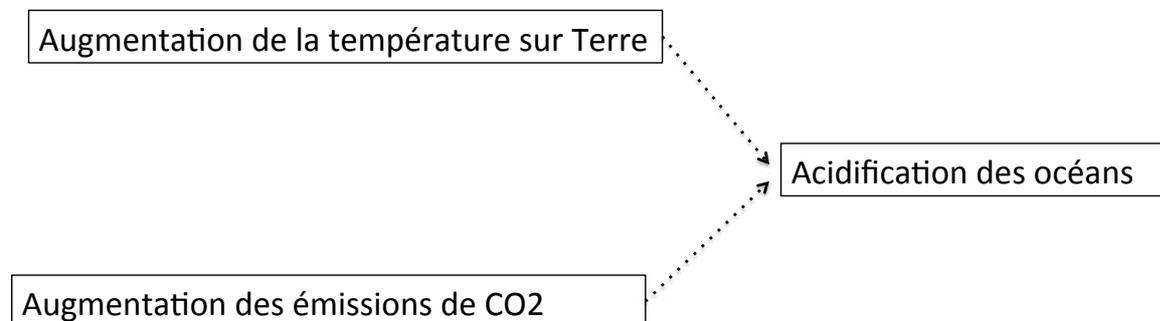
**Matériel** : documents

On rappelle aux élèves qu'on travaille sur les causes et effets. On cherche à expliquer l'effet suivant : l'acidification des océans. Quelle pourrait être la cause ?

Les élèves sont mis en groupe avec des documents à disposition et comme tâche de faire une hypothèse sur la cause.

On a donc 2 hypothèses possibles :

- l'augmentation des émissions de CO<sub>2</sub> cause l'acidification des océans
- l'augmentation de la température sur Terre cause l'acidification des océans



Les élèves ont tendance à dire que « c'est la pollution qui est responsable ». On leur demande alors ce qu'est la pollution, en leur demandant d'être plus précis, en s'intéressant aux émissions de CO<sub>2</sub> qui font partie de ce qu'on peut appeler généralement la pollution.

## Étape 3 : Mesurer l'acidité (étape facultative si les élèves connaissent déjà le pH-mètre)

**Matériel** : pH-mètre, eau, citron, gobelet

L'enseignant explique alors qu'on va devoir déterminer quelle est la cause. Mais pour cela, il va falloir mesurer l'acidité. Comment peut-on faire ? Sur un des documents, les élèves ont vu la notion de pH-mètre.

On introduit le pH-mètre. Les groupes mesurent d'abord le pH de l'eau. On trouve des valeurs autour

de 7. On conclut que le pH de l'eau est d'environ 7, et que l'eau est dit neutre.

Puis on demande : « Comment va-t-on savoir si l'eau devient plus acide ? Dans quel sens va aller le pH ? Est-ce qu'il va augmenter ou descendre ? » Les élèves arrivent à l'idée qu'il leur faut un liquide qu'ils savent être acide. On induit l'idée du citron. Les élèves mettent du jus de citron avec un peu d'eau et mesurent le pH. Il est descendu à environ 2. On conclut donc que plus c'est acide, plus le pH va diminuer.

#### Étape 4 : Mise en place du protocole

**Matériel :** documents

Par groupe et toujours avec l'aide de leurs documents, les élèves cherchent leur protocole pour tester une des 2 hypothèses.

Chaque élève doit écrire :

- 1- son hypothèse (entre les 2 possibles)
- 2- son protocole et le matériel nécessaire

##### **Protocole pour tester l'hypothèse des émissions de CO<sub>2</sub> :**

On met de l'eau dans un verre d'eau

On mesure le pH de l'eau

On souffle avec une paille dedans pour introduire du CO<sub>2</sub> dans l'eau

On mesure le pH de l'eau

##### **Protocole pour tester l'hypothèse de la température :**

On prend 2 verres d'eau : un verre d'eau chaude/tiède, un verre d'eau froide

On mesure le pH dans chaque verre

#### Étape 5 : Expérimentation (par groupe)

**Matériel :** pH-mètre, eau froide, eau chaude, paille, gobelet

Attention, à ne pas faire chauffer l'eau dans une bouilloire électrique dont le calcaire modifiera le pH. On pourrait alors arriver à la conclusion que plus l'eau est chaude, moins les océans sont acides 😊



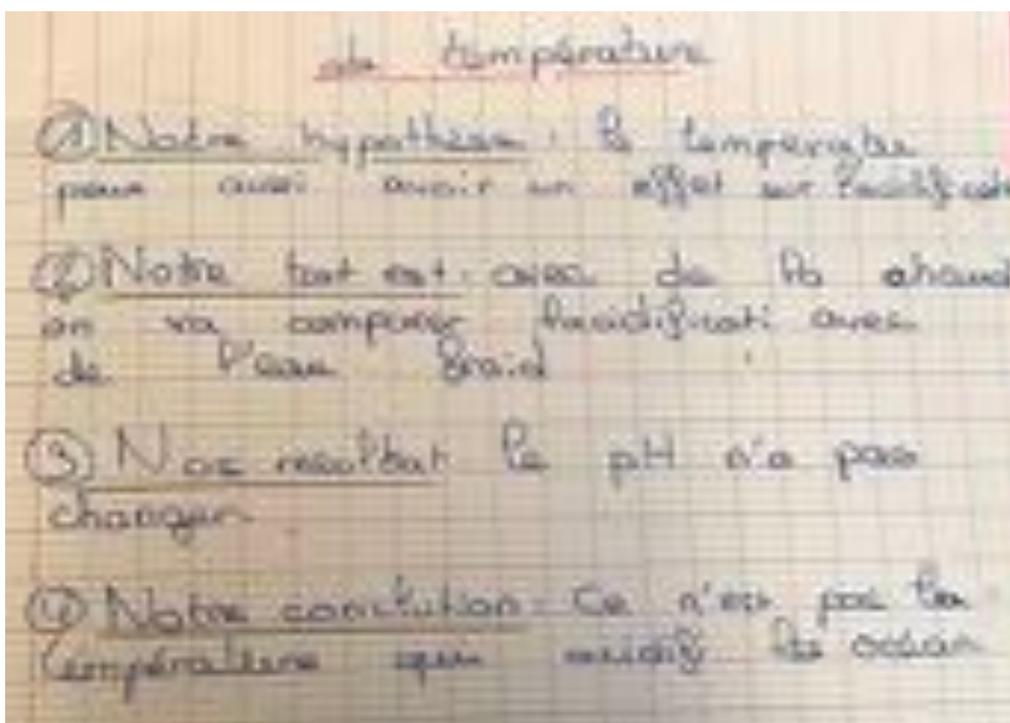
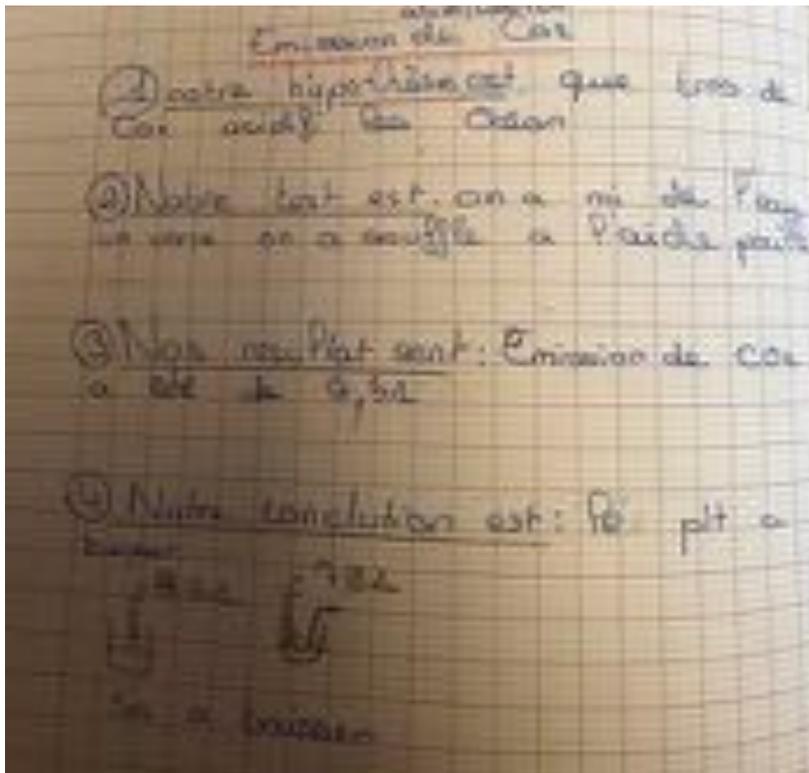
Les élèves réalisent leur expérience et complète leur feuille avec les étapes :

- 3- Écrire ses résultats. Exemple : Au début de l'expérience, le pH est 7,6. Après avoir soufflé dans la paille pendant 2-3 mn, le pH est descendu à 6,6.
- 4-

- 5- Conclusion. Exemple : Notre hypothèse est confirmée : l'augmentation des émissions de CO<sub>2</sub> cause l'acidification des océans.

Si leur hypothèse n'est pas confirmée, ils peuvent en faire une autre en passant par les 4 étapes.

Attention, après avoir testé l'hypothèse de l'augmentation de la température qui s'avère non vérifiée, les élèves peuvent avoir tendance à dire « c'est donc l'autre, les émissions de CO<sub>2</sub> ». Il faut bien leur rappeler qu'après avoir fait leur premier test, ils peuvent seulement dire que ce n'est pas l'augmentation de la température qui cause l'acidification des océans. Ils n'ont encore rien prouvé pour l'autre hypothèse.

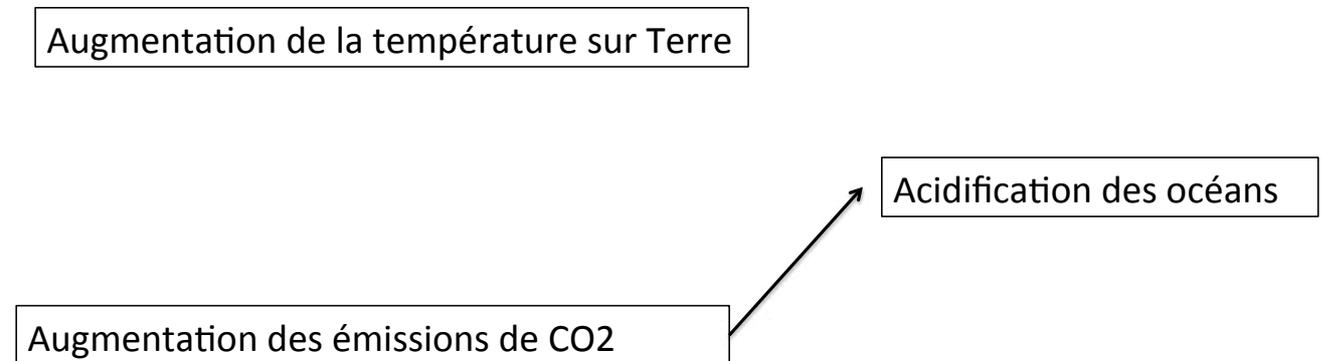


Remarque :  
 confusion  
 entre  
 conclusion  
 et résultat  
 sur cette  
 copie

### Étape 6 : Mise en commun

Les différents groupes donnent leurs résultats (les mesures de pH). On conclut collectivement : Le CO<sub>2</sub> présent dans l'atmosphère entraîne une acidification des océans.

On repart du schéma précédent en supprimant la flèche pointillée pour lier température et océans, et en mettant une flèche continue entre CO<sub>2</sub> et océans.



### Étape 7 : Et l'augmentation de la température sur Terre ?

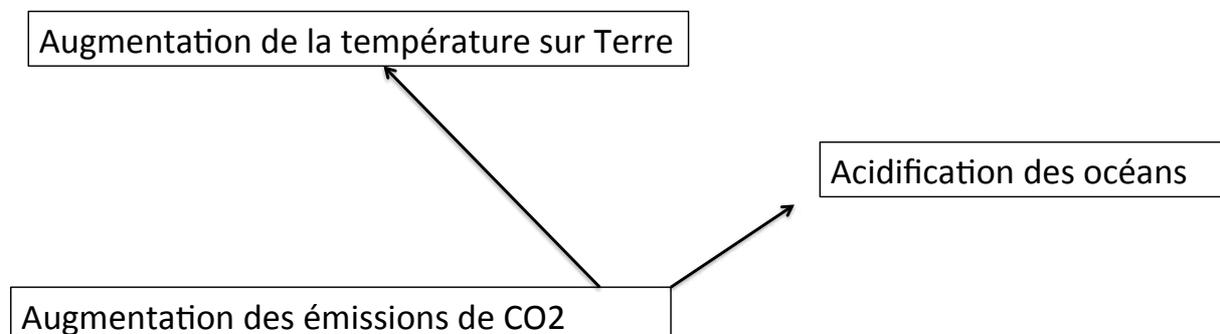
On demande aux élèves quels pourraient être les liens avec l'augmentation de la température sur Terre. Certains élèves proposent que c'est l'augmentation de la température sur Terre qui cause les émissions de CO<sub>2</sub>, par exemple.

On peut leur lire ou leur donner à lire le document suivant.

Si vous le souhaitez, vous pouvez passer plus de temps à expliquer l'effet de serre. Mais cela n'est pas nécessaire dans le cadre du projet Rai'Flex.  
De nombreuses ressources sont en ligne sur le site *Le Climat, ma planète et moi !* de La Main à la pâte.  
Cette vidéo de 4 mn peut aussi être utile :  
l-acidification-des-océans-aura-d-importantes-consequences-pour-la-biodiversite sur le site du Monde

On demande aux élèves de se prononcer le sens de la flèche à mettre sur le schéma. On conclut que c'est bien les émissions de CO<sub>2</sub> qui conduisent à l'augmentation de la température sur Terre.

Les élèves font le schéma et peuvent écrire : « L'augmentation des émissions de CO<sub>2</sub> est la cause de 2 effets : l'augmentation de la température sur Terre et l'acidification des océans ».



## Documents (voir ppt dans la dropbox)

### Les océans

Les océans recouvrent plus de 70% de la surface de la Terre, soit environ 361 millions de kilomètres carrés, et la profondeur moyenne de l'océan approche les 3 800 mètres. A lui seul, l'Océan Pacifique recouvre 1/3 de notre planète.

L'océan est une ressource majeure, non seulement pour la pêche et la régulation du climat, mais également pour l'air que nous respirons : les végétaux minuscules en suspension dans l'eau (le phytoplancton) fournissent environ 80% de l'oxygène de l'air, soit quatre fois plus que la végétation terrestre.

Des êtres minuscules (les bactéries, le plancton...) jusqu'aux grands cétacés (comme la baleine bleue qui peut mesurer jusqu'à 30 mètres de long), l'océan abrite un foisonnement d'êtres vivants, nichant dans des habitats eux aussi très variés : des récifs coralliens aux fosses océaniques.

Les scientifiques ont répertorié près de 230 000 espèces liées aux océans, mais ils pensent que le nombre des espèces marines serait de l'ordre d'un million : à ce jour, on considère que seul l'équivalent de 5% de la surface des océans a été étudiée. L'exploration des océans est donc un enjeu majeur pour la science, au même titre que celle de l'espace.



L'acidité des océans a augmenté de 30 % en 250 ans (baisse de pH de 8,2 à 8,1), soit depuis le début du développement industriel. Des simulations ont montré que, au rythme des émissions actuelles, l'acidité des eaux de surface de l'océan pourrait tripler d'ici la fin du siècle. Le pH moyen des eaux était de 8,2 durant la période préindustrielle, et maintenant il a chuté autour de 8,1.

Cette acidification des océans a des conséquences pour beaucoup d'animaux marins : les crustacés et les coraux notamment dont les coquilles ou les exosquelettes ont plus de difficultés à se former dans les eaux acides.

Le Monde.fr | 08.10.2014 à 02h02 • Mis à jour le 08.10.2014 à 14h49 |

Par Stéphane Foucart

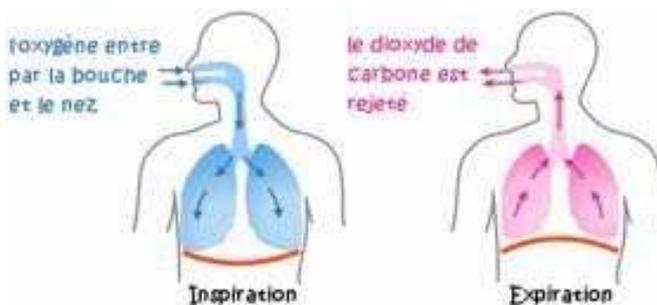
### Un effet de serre supplémentaire dû aux activités humaines

Les gaz à effet de serre sont naturellement présents dans l'atmosphère. Heureusement ! Car sans eux, la température moyenne sur la Terre serait de  $-18^{\circ}\text{C}$  ! Grâce à l'effet de serre naturel, il fait plus doux :  $+15^{\circ}\text{C}$  en moyenne.

Mais les activités humaines perturbent ce mécanisme naturel en rejetant de grandes quantités de gaz à effet de serre. Cela augmente la quantité de chaleur piégée et réchauffe davantage la planète.

A cause de cet effet de serre « artificiel », les scientifiques pensent que la Terre se réchauffera de  $3^{\circ}\text{C}$  d'ici 2015.

Le principal gaz à effet de serre produit par les activités humaines est le dioxyde de carbone, qu'on appelle aussi  $\text{CO}_2$ .



Si l'air entre et sort de nos poumons, il ne s'agit pas toujours du même air !

En effet, dans l'air que tu **inspires**, il y a de l'**oxygène**. C'est un gaz qui est nécessaire pour que le corps fonctionne bien.

L'air que tu **expirés** est le **dioxyde de carbone**. C'est ce que tu rejettes une fois que ton corps a utilisé ce dont il avait besoin dans l'air inspiré.

### 2. Notion de pH

Pour connaître l'acidité d'une solution, on mesure son pH.

• soit avec du papier pH

• soit avec un pH-mètre

## Programme RAI'FLEX

# Séance 7 : Le monde marin

*Durée : 1h*

## Le monde marin

<b>Connaissance naïve : coexistence</b> <b>Connaissance à construire : interaction</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> - <b>construire une chaîne multiple</b> - <b>anticiper les conséquences de la suppression d'un des maillons (une des causes)</b> - <b>dépasser les raccourcis pour reconstruire « une chaîne causale »</b>	
<b>Points de vue à faire adopter</b>	<b>Phrases-clés à dire</b>
- <b>Point de vue de chaque élément de la chaîne : chaque élément est effet et cause</b>	- <b>On cherche l'effet ou la conséquence de cette cause ou suppression de cause</b>
- <b>Point de vue de la chaîne globale : tous les éléments dépendent les uns des autres</b>	- <b>Les éléments de la chaîne interagissent ensemble : si l'un disparaît, l'autre disparaît. La suppression de l'effet devient cause de la disparition de la cause</b>
- <b>Point de vue de la cause initiale : on se place au début de la chaîne</b>	

### Remobilisation

On demande aux élèves de faire un schéma (sur l'ardoise) pour relier les 3 constats suivants : acidification des océans, émissions de CO<sup>2</sup>, augmentation de la température. Ils doivent ajouter les termes de causes et effets sur le schéma.

### Début de la séance

On a donc travaillé sur l'acidification des océans. Notre premier constat était que l'acidification pouvait avoir un impact sur le monde marin. Aujourd'hui, on va donc essayer de comprendre ce monde marin et de voir les impacts de l'acidification des océans.

À partir de cette image, proposez des êtres vivants qui vivent dans les océans ? Poissons, mollusques, algues, mammifères, crustacés...

Souligner le rôle du goéland : fait-il partie du monde marin ? Etant donné que c'est un oiseau, on aurait eu tendance à ne pas le mettre dans la catégorie « monde marin », mais pourtant ils mangent des poissons qui font bien partis du monde marin. Le goéland fait donc aussi partie du monde marin.

Est-ce que les êtres vivants dans les milieux océaniques interagissent les uns avec les autres ou est-ce qu'ils vivent juste les uns à côté des autres ? Avez-vous des exemples ?

Les élèves pourront évoquer, par exemple, que les êtres vivants peuvent avoir besoin de se manger les uns les autres, que certains se battent pour un territoire ou que certains en utilisent d'autres pour se cacher ou se protéger.

L'enseignant propose d'étudier plus en détail l'une des relations entre êtres vivants : celle qu'ils entretiennent pour se nourrir.

### Étape 1 : Construction d'un réseau alimentaire

#### Matériel :

Fiche Espèces (par élève ou binôme)

Fiche Réseau (par groupe)

Ardoise

Chaque groupe s'occupera de l'un des scénarios A, B, C ou D (un seul par groupe).

Pour le scénario qui leur a été assigné et à partir des informations disponibles sur les cartes (fiche Espèces), l'enseignant demande aux élèves de déterminer « qui est mangé par qui » et de le représenter sur la fiche Réseau, à l'aide d'une flèche.

Pour cela, ils disposeront la pointe de la flèche vers celui qui mange (conventionnellement, la pointe de la flèche indique le sens du flux de matière. Par exemple, « l'acarien mange des lichens » est représenté par : « lichens à acarien », autrement dit « les lichens sont mangés par l'acarien ». Visuellement, la flèche va « dans la bouche de celui qui mange ». Les groupes travaillent en autonomie.

#### Mise en commun

Pour chaque scénario, la classe met en commun ses réponses (le scénario est projeté sur le tableau et l'enseignant trace les flèches). Il apparaît que, dans chacune de ces situations, les relations que les êtres vivants entretiennent pour se nourrir sont représentées par de nombreuses flèches : c'est **un réseau**. Si l'on étudie une petite partie du réseau, elle ressemble parfois à une chaîne et l'on parle souvent de chaînes alimentaires ; mais la réalité est que tous les êtres vivants appartiennent à un réseau complexe de relations.

La notion **d'écosystème** est alors évoquée : c'est l'ensemble des êtres vivants d'un milieu donné (ici l'océan, dont on pourrait définir des sous-parties) qui constituent avec lui un système. Ils interagissent entre eux et avec le milieu. On observe qu'il y a des liens directs entre 2 espèces, mais aussi des liens indirects.

À partir de son scénario, chaque élève complète les phrases suivantes :

Le lien entre .... et ..... est direct.

Le lien entre .... et ..... est indirect.

**Conclusion** : Les êtres vivants dans les océans ne vivent pas les uns à côtés des autres en coexistant, mais interagissent ensemble. Ils forment un écosystème, où ils **dépendent** les uns des autres, notamment pour se nourrir.

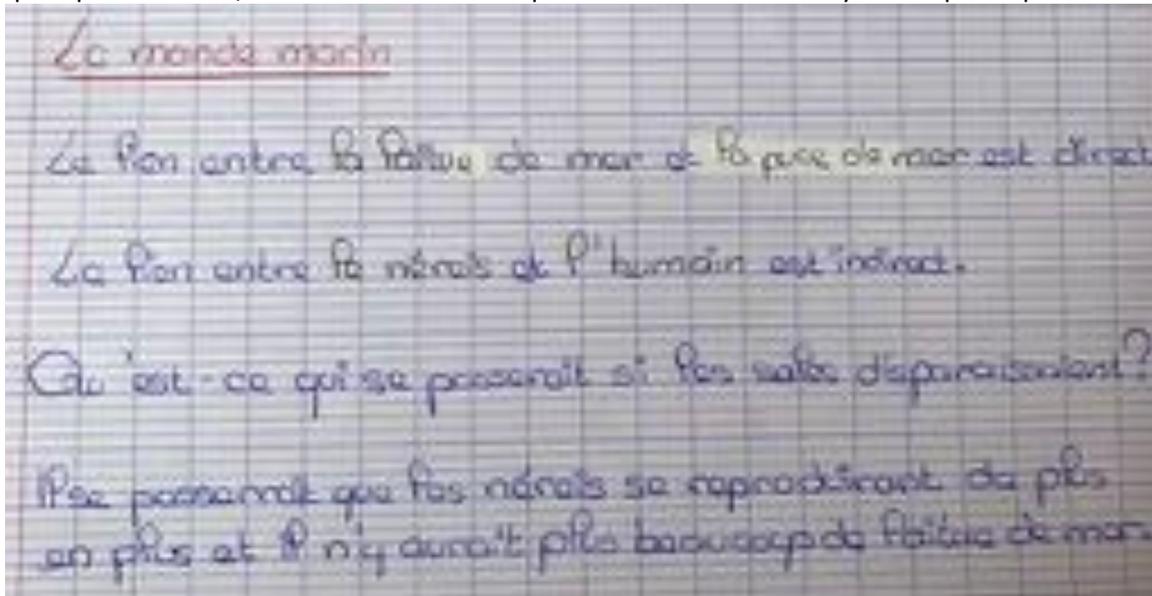
### Étape 2 : Un équilibre fragile

L'enseignant demande, collectivement, ce qui se produirait si l'espèce marquée d'une croix (dans chaque scénario) venait à disparaître. Par exemple : « Que se produirait-il si le goéland argenté disparaissait, dans le scénario A ? » Certaines espèces pourraient-elles risquer de proliférer, et d'autres de disparaître ?

L'enseignant modifie les flèches des scénarios au tableau. Et les élèves rédigent 2 phrases pour expliquer ce qui se passerait si une des espèces disparaissait.

Bien sûr, il s'agit là de modèles simplifiés, et les réflexions menées par la classe seront très caricaturales par rapport à ce qui se produirait réellement en cas de disparition des espèces mentionnées. Le cas de la laitue de mer pourra même être discutée, car d'autres facteurs (chimie et température de l'eau) provoquent même actuellement une invasion de laitue de mer sur les côtes bretonnes. Néanmoins, il est intéressant de faire réfléchir la classe sur de telles situations, même très schématiques, afin de bien leur faire comprendre cette idée d'équilibre des réseaux.

**Conclusion :** Les êtres vivants tissent un réseau qui est en équilibre. Si certains êtres vivants disparaissent, si d'autres sont introduits ou même s'il y a des changements dans le nombre de petits qu'ils peuvent faire, tout le réseau est déséquilibré et c'est tout l'écosystème qui est perturbé.



### Étape 3 : Quelle est la conséquence de l'acidification des océans ?

**Matériel :**

Fiche Ocean UNESCO par élève/binôme (Ocean en français ou en anglais ? je n'ai pas retrouvé la fiche)

Après avoir fait rappeler la conclusion de la séance précédente (les émissions de CO<sub>2</sub> entraînent une acidification des océans), l'enseignant demande quelles peuvent être les conséquences sur les organismes vivant dans l'eau. Les réponses couramment recueillies sont : empoisonnement/asphyxie au CO<sub>2</sub>, malformation, baisse de la reproduction, etc.

Les élèves ont à disposition le document de l'UNESCO. Leur tâche est de faire un schéma pour expliquer les conséquences de l'acidification des océans, en lien avec le scénario étudié (A,B,C,D). Ils repartent du schéma de la séance Acidification des océans : Émissions de CO<sub>2</sub> → Acidification des océans → Affaiblissement et diminution des mollusques et plancton →...

**Conclusion :** Quelle est la cause première ? Quel est l'effet final ?

Les activités humaines émettent du CO<sub>2</sub>, responsable de l'acidification des océans. De nombreuses espèces vivantes (en particulier, mais pas seulement, dans les océans), sont menacées.

#### Étape 4 : « Souvent on dit que »

**Matériel :**

Fiche Articles

Les élèves reçoivent le titre d'un article de journaux (*Atlantico* ou *Slate*).

Ils doivent dire si le titre est juste et expliquer pourquoi par un schéma.

Les titres sont extrêmement raccourcis, les élèves doivent faire le schéma des différentes étapes.

#### ***Slate* : « Le déclin du plancton menace l'espèce humaine »**

Plancton → Poissons... attention plancton l'étiquette Modification n'apparaît pas !

Mais est-ce vraiment le déclin du plancton qui menace l'espèce humaine ? Oui, c'est une cause intermédiaire, mais quelle est la cause première ? Qu'est-ce qu'on pourrait donner comme titre en remontant dans la chaîne causale ? L'acidification des océans menace l'espèce humaine, les émissions de CO<sub>2</sub> menacent l'espèce humaine, les activités humaines menacent l'espèce humaine, l'espèce humaine menace l'espèce humaine...

#### ***Atlantico* : « Émissions de CO<sub>2</sub> et la fin des sushis »**

Émissions de CO<sub>2</sub> → Acidification des océans → Plancton/mollusques → Poissons → Fin de la pêche → plus de sushis (attention plus signifie aussi +)

L'effet final est-il vraiment la fin des sushis ? Les sushis, c'est une des utilisations que l'on fait de la pêche. L'effet global c'est donc la fin de la pêche, et donc des difficultés pour se nourrir pour les humains. On peut rajouter → fin de la pêche → difficultés pour se nourrir...

Documents (voir Dropbox)  
Fiche Réseaux

Fiche Réseaux



L'océan, ma planète... et moi ! © Fondation La main à la pâte

Fiches Espèces (1/2)

**Fiche 15. Quelques espèces liées à l'océan : jeu complet**

**Quelques espèces liées à l'océan**

<p><b>1</b></p> <p><b>Des mouches</b> (voir exemple de mouche saline) <i>Phlebotomus albipalpis</i></p> <p>On la trouve principalement dans les zones arides ou désertes. Elle pique, et sa salive est responsable de la transmission de la leishmaniose. Elle est présente dans les zones littorales où elle pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>2</b></p> <p><b>Des staphyloques</b> (par exemple <i>Colwellia axillaris</i>)</p> <p>Ces petites bactéries sont nombreuses dans les environnements salés et se trouvent surtout dans les algues marines qui sont mangées par les humains. Elles sont présentes dans les zones littorales où elles piquent les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>3</b></p> <p><b>Un acarien</b> (espèce non déterminée)</p> <p>C'est un petit animal très fin, avec des pattes et des antennes. On le trouve dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>4</b></p> <p><b>Une araignée loup</b> (<i>Pardosa parisi</i>)</p> <p>Cette araignée d'habitude vivante dans les zones littorales, elle se trouve dans les zones littorales où elle pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>
<p><b>5</b></p> <p><b>Des lichens</b> (espèce non déterminée)</p> <p>Les lichens sont des organismes qui vivent dans les zones littorales où ils piquent les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>6</b></p> <p><b>Le guêpe de mer</b> (<i>Tullus salinus</i>)</p> <p>Cette guêpe de mer est présente dans les zones littorales où elle pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>7</b></p> <p><b>La limace de mer</b> (<i>Lima lima</i>)</p> <p>Cette limace de mer est présente dans les zones littorales où elle pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>8</b></p> <p><b>Un « mille-pattes »</b> (<i>Hydrachne salina</i>)</p> <p>C'est un mille-pattes qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>
<p><b>9</b></p> <p><b>Le Gravelot à collier</b> (<i>Charadrius collaris</i>)</p> <p>C'est un oiseau qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>10</b></p> <p><b>L'arénicole (ou ver de vase)</b> (<i>Arenicola marina</i>)</p> <p>C'est un ver qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>11</b></p> <p><b>Le néreïs (ou gravette)</b> (<i>Nereis diversicolor</i>)</p> <p>C'est un ver qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>12</b></p> <p><b>Le bigorneau (ou escargot de mer)</b> (<i>Cerastoderma edule</i>)</p> <p>C'est un escargot qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>
<p><b>13</b></p> <p><b>La moule</b> (<i>Mytilus edulis</i>)</p> <p>C'est une coquille qui vit dans les zones littorales où elle pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>14</b></p> <p><b>Le goéland argenté</b> (<i>Larus argentatus</i>)</p> <p>C'est un oiseau qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>15</b></p> <p><b>Le thersite</b> (<i>Callinectes pagurus</i>)</p> <p>C'est un crustacé qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>	<p><b>16</b></p> <p><b>Le homard</b> (<i>Homarus gammarus</i>)</p> <p>C'est un crustacé qui vit dans les zones littorales où il pique les animaux qui sont mangés par les humains.</p>

L'océan, ma planète... et moi ! © Fondation La main à la pâte



**Programme RAI'FLEX**

## **Séance 8 : Réalité ou Coïncidence ?**

***Durée : 1 séance***

## Exercice à ramasser :

Cet exercice est à ramasser et à remettre à Calliste. La correction peut être rédigée directement sur la feuille en vert. Pour la question 3, les élèves peuvent tracer un schéma s'ils le souhaitent. Au cours de l'exercice, demandez aux élèves si cela leur rappelle une des séances faites en classe. L'objectif est de les aider alors à se remémorer la séance 4 sur la propagation de l'épidémie.

Pendant la correction, on dessine le schéma comme sur la feuille ci-après.

Prénoms : Les Gonzalez - Classe : CH2A

Un chemin sépare deux forêts, la forêt ouest et la forêt est. L'arbre Y se trouve sur le chemin entre les deux forêts. Des botanistes ont découvert une maladie, qui se passe d'arbre en arbre. Les arbres avec un rond sont malades.

Forêt ouest : Pollution du sol : faible, Nombre d'espèces d'arbre : 2, Historique des maladies : aucune

Forêt est : Pollution du sol : forte, Nombre d'espèces d'arbre : 3, Historique des maladies : maladie syringa 17 à 1 an

Dans la forêt Est, un botaniste a constaté que les arbres étaient tombés malades. L'arbre 1 a été le premier à être tombé malade, puis le 2, le 3, le 4 et le 5.

Dans la forêt ouest, le botaniste a constaté que seul l'arbre A est tombé malade.

1) A cause de quel arbre, les autres sont-ils malades ? L'arbre A et Y

2) Pour l'arbre 4, à cause de quel arbre est-il malade ? Ajoute plusieurs points de vue.  
Il est malade à cause de l'arbre A ou à cause de l'arbre 3 et Y

3) Pourquoi y a-t-il plus d'arbres malades dans la forêt Est que dans la forêt Ouest ?

maladie syringa (Est) ← Y (X)

maladie syringa (Ouest) ← pollution

maladie syringa (Ouest) ← maladie syringa (Ouest)

# Réalité ou coïncidence ?

**Connaissance naïve : 2 évènements proches sont liés**

**Connaissance à construire : coïncidence**

**Enjeux de l'apprentissage :**

**comprendre la notion de coïncidence**

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
Point de vue de la coïncidence	<ul style="list-style-type: none"><li>- Quand on observe 2 évènements, on peut soit se dire qu'ils sont liés, soit se dire qu'ils sont indépendants</li><li>- Quand les 2 évènements attendus arrivent en même temps, cela peut être une coïncidence</li><li>- On retient beaucoup mieux ce qui confirme notre croyance (on appelle cela le biais de confirmation)</li></ul>

## Partie 1 : La grenouille météo

### Étape 1 : Découverte de la situation – Défi

Power point Coïncidence

**Objectifs :** Mettre en place un protocole pour établir la présence d'une corrélation

On présente aux élèves un moyen pour prédire la météo : la grenouille météo.

Cette coutume était très populaire en France : on plaçait une grenouille dans un bocal, rempli à moitié d'eau, avec une échelle. La grenouille est censée rester dans l'eau lorsque le temps est humide. Au contraire, lorsque l'animal monte sur l'échelle, cela signifie qu'il va faire beau.

**Optionnel :** L'enseignant lit à la classe un texte, extrait tiré des écrits d'un zoologue du XIX<sup>e</sup> siècle : Auguste Duméril, qui fut professeur au Muséum national d'histoire naturelle : « Les grenouilles des arbres, ou rainettes, annoncent la pluie par leur coassements, on peut se faire un hygromètre ou un baromètre vivant en mettant un de ces animaux dans un vase où l'on a soin de lui donner de l'eau et des insectes pour sa nourriture. On pourrait ainsi le conserver jusqu'à sept années consécutives. Muni dans leur prison de verre d'une petite échelle, leur ascension indique que le temps sera sec. »

### **Note scientifique et historique : Comment a pu naître la légende ?**

La « sagesse populaire » contient beaucoup de « légendes » concernant la capacité de certains animaux à prévoir le temps : celle de la grenouille dans le bocal en est une. Elle manifeste à la fois un besoin des hommes – celui de prévoir le temps pour le travail des champs – et une limite historique : l'absence d'instruments fiables permettant de mesurer la pression atmosphérique (qui, elle, est liée au bon et au mauvais temps).

Recourir à des grenouilles pour répondre à ce besoin est né d'un constat qu'on pouvait faire par ailleurs : les grenouilles tendent à grimper, haut sur les branches, pour attraper des insectes, or, les insectes volent plus bas quand l'air est humide et peuvent monter plus haut quand l'air est sec. Cela peut déterminer le comportement des grenouilles, mais ne se reproduirait pas dans un bocal où les grenouilles seraient nourries indépendamment de la présence naturelle d'insectes. On se trouve donc face à des observations mal interprétées, qui ont donné naissance à la légende des grenouilles « baromètres vivants ».

### **Défi : Découvrir si les grenouilles peuvent prédire le beau et le mauvais temps. Y a-t-il vraiment une relation entre le comportement des grenouilles et la météo ?**

On demande aux élèves comment on peut faire pour voir si cette relation existe. L'objectif est que les élèves proposent de faire l'expérience avec le protocole suivant : prendre une grenouille, la mettre dans le bocal avec l'échelle, noter sa position et la météo du jour.

### **Étape 2 : Analyser des données**

Fiche ÉLÈVE  
Power point

**Objectifs :** Lire un tableau de données et tracer un graphique pour rechercher l'existence d'une relation (corrélation) entre 2 phénomènes.

Après avoir écrit le protocole dans leur cahier, les élèves reçoivent la fiche avec les résultats : un scientifique a fait ce relevé pour eux ! « Un chercheur a observé des grenouilles dans un grand terrarium. Il a systématiquement mesuré le taux d'humidité dans l'air, et noté la hauteur (par rapport au sol) à laquelle les grenouilles étaient perchées. Traçons de nouveau un graphique pour représenter les données et chercher s'il existe une relation entre le comportement de la grenouille et l'humidité de l'air ! » L'humidité dans l'air, c'est le taux d'eau dans l'air. S'il est à 100%, c'est donc qu'il pleut !

Sur la fiche, les 5 premières données du tableau sont déjà représentées sur le graphique. Pour chacun des 5 points, on demande aux élèves de les montrer. Les élèves doivent ensuite ajouter les 5 dernières données.

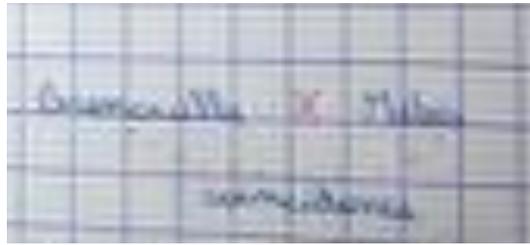
#### Tâches :

- Ajouter sur le graphique les points 6, 7, 8, 9 et 10.
- Entourer les points où il pleut en fonction du taux d'humidité : on dit qu'à 90 ou 100% d'humidité, il pleut.
- Est-ce que la grenouille prédit le temps ?

« Est-ce qu'on observe une tendance se dessiner ? Est-ce que – pour une humidité donnée – les grenouilles ont toujours le même comportement ? » La classe constate que non : lorsque l'humidité augmente, on ne peut pas dire que les grenouilles montent plus ou moins haut. Il n'y a pas de relation.

Trace écrite : Il n'y a pas de lien entre la météo et la position de la grenouille. C'est une coïncidence. Quand il y a coïncidence, cela signifie qu'il n'y pas de liens de causes à effets entre les deux événements (ici météo et grenouille).

On fait le schéma :



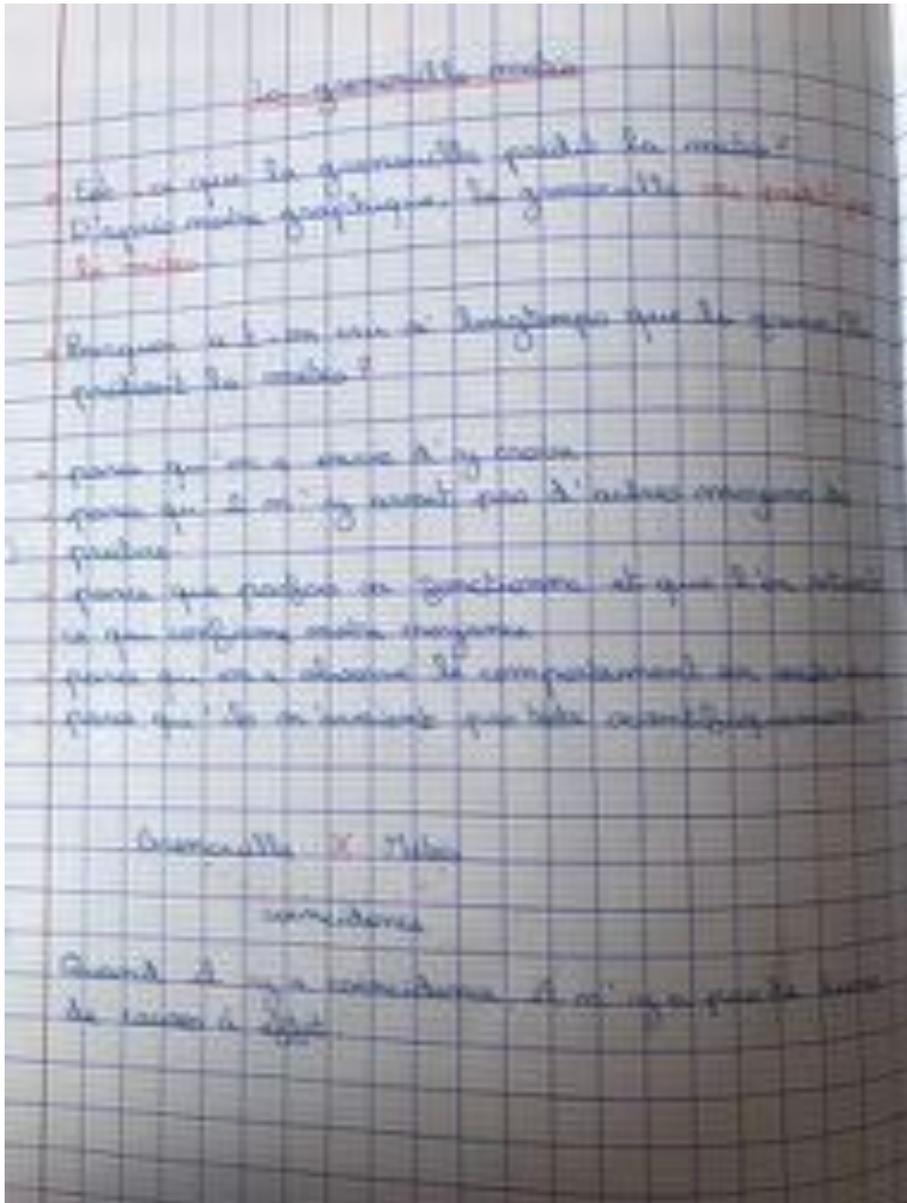
On pourra demander aux élèves de donner d'autres exemples de coïncidences. Ex : 2 élèves ont le même pull, mon stylo disparaît et un autre élève a le même le lendemain (coïncidence ou vol ??), 2 personnes se rencontrent à l'autre bout du monde...

### **Etape 3 : Envie de croire ?**

On demande aux élèves de réfléchir par 2 pendant 3-4 minutes à « Pourquoi a-t-on cru si longtemps que la grenouille prédisait la météo ? ». On note ensuite les différentes idées des élèves, qui les consignent eux aussi dans leur cahier. Les raisons sont peut-être les suivantes :

- « on a envie d'y croire » !
- on ne retient que les fois où la grenouille semble prédire : c'est ce qu'on appelle le biais de confirmation
- on a observé le comportement de la grenouille dans la marre et on l'a transposé au bocal
- on n'a pas fait d'expériences scientifiques pour prouver que c'était faux

La discussion afin d'établir les raisons pour lesquelles on adopte des croyances est très importante. L'objectif est de prendre conscience qu'on a tous tendance à croire, et d'être persuadé de nos croyances.



### Etape « Souvent on dit que »

On demande aux élèves comment faire pour savoir si les horoscopes donnent des informations fiables. L'objectif est de transférer à un thème où nos croyances sont encore fortes !

Le protocole proposé pourra être le suivant : noter les événements qui nous arrivent et ceux prédit par l'horoscope pendant un mois par exemple.

On pourra affiner le protocole en disant que la personne qui note ses événements personnels ne doit pas connaître ce qui est dit par l'horoscope, car lire l'horoscope pourrait influencer nos choix, décisions dans nos événements personnels...

## Programme RAI'FLEX

# Séance 9 : Quelle est la cause cachée ?

*Durée : 1 séance*

## Exercice à ramasser :

Cet exercice est à ramasser et à remettre à Calliste.

La correction peut être faite directement sur la feuille en vert.

La réponse attendue à « J'ai toussé et le four a explosé » est que c'est une coïncidence. Certains élèves penseront peut-être à une cause cachée : le four est cassé et s'y échappe de la fumée → je tousse et le four explose ! C'est une introduction parfaite à la séance 9.

Relie avec des flèches les étiquettes.

Complète avec les mots « Cause » et « Effet »

\_\_\_\_\_ : Acidification des océans

\_\_\_\_\_ : Augmentation des émissions de CO2

\_\_\_\_\_ : Augmentation de la température sur Terre

« J'ai toussé et le four a explosé ! Tousser fait exploser les fours. »  
Qu'en penses-tu ?

## Quelle est la cause cachée ?

<b>Connaissance naïve : 2 évènements proches sont cause et effet</b> <b>Connaissance à construire : 2 événements sont effets d'une même cause</b>	
<b>Enjeux de l'apprentissage :</b> <b>comprendre la notion de cause cachée</b>	
<b>Points de vue à faire adopter</b>	<b>Phrases-clés à dire</b>
<b>Point de vue de la cause cachée</b>	- Quand on observe 2 événements, on peut soit se dire que c'est une relation de cause et effet. L'événement A cause B - Mais en fait, A et B peuvent être des effets d'une même cause X. X cause A et B. A et B sont donc 2 effets et il n'y a pas de lien de cause à effet entre eux 2

### Partie 1 : Pieds et Dictée

#### Étape 1 : Analyse du graphique

**Matériel :**  
Graphique par élève  
Power Point

**Objectif :** Apprendre à lire un graphique de corrélation, interpréter la relation existant entre 2 variables.

On présente la situation : « Pensez-vous que la taille des pieds influence nos notes à la dictée ? Plus on a des grands pieds, plus on fait des fautes ou plus on a des grands pieds, moins on fait de fautes ? Qu'en pensez-vous ? »

Après récoltes des premières impressions, on exprime clairement nos hypothèses (pas de lien, grands pieds entraîne beaucoup/peu de fautes...) et on poursuit : « On va donc tester notre hypothèse. Pour cela, je vous donne un graphique réalisé par des chercheurs. À vous de l'analyser ».

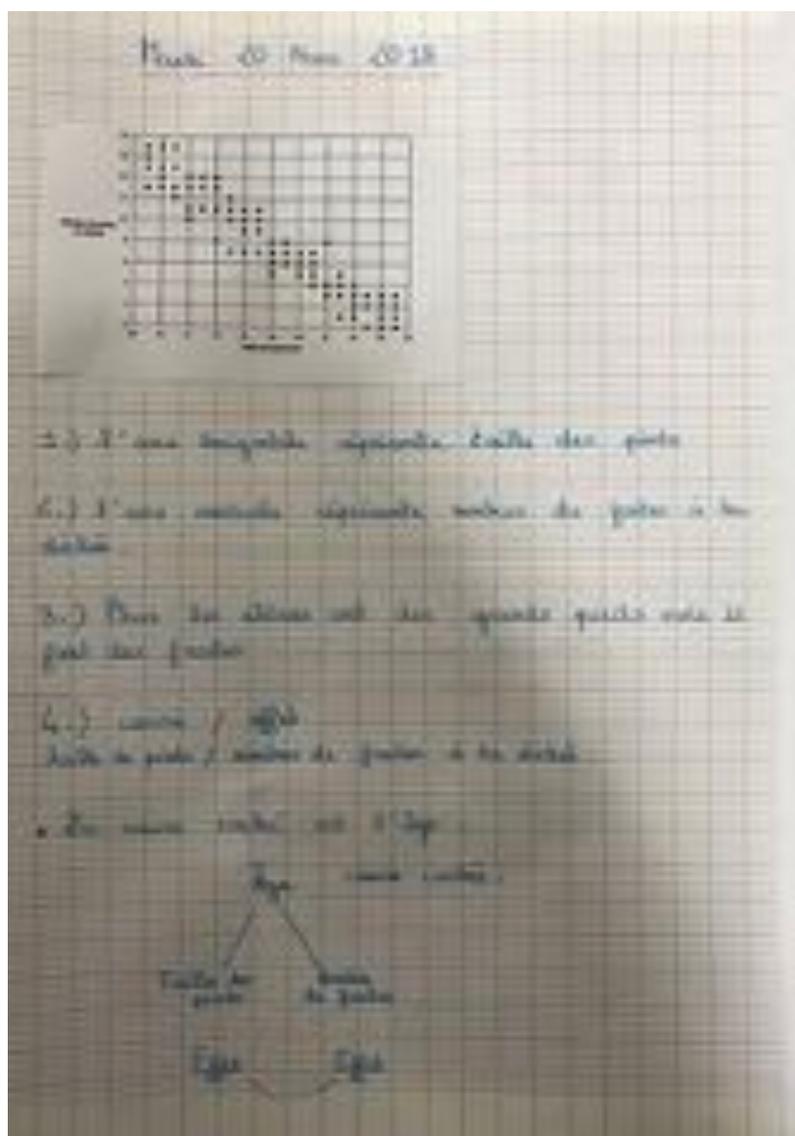
Par binôme, les élèves prennent connaissance du graphique Pieds et Dictée. Ils décrivent le graphique, identifient les 2 axes. On demande aux élèves d'entourer leur propre point sur le graphique en fonction de leur taille des pieds. Pour cela, les élèves mesurent (rapidement !) leur pied avec une règle, et identifient ensuite le point qui pourrait leur correspondre.

Puis, on commente les variables : « On s'intéresse ici à la façon dont évolue le nombre de fautes d'orthographe et de grammaire, en fonction de la taille des pieds des enfants ayant réalisé la dictée. » Il semble exister une relation particulière entre les 2 variables : le nombre de « fautes » diminue lorsque la taille des pieds augmente !

On demande aux élèves si on peut interpréter ce graphique avec les termes de causes et effets. On réalise ensuite le graphique cause/ effet : Taille des pieds → Nombre de fautes à la dictée.

**Tâches :** Répondre aux questions suivantes.

- 1) Que représente l'axe horizontal ?
- 2) Que représente l'axe vertical ?
- 3) Que peut-on dire à propos de la taille des pieds des élèves et du nombre de fautes qu'ils font à la dictée ?
- 4) Fais un schéma « cause/effet »

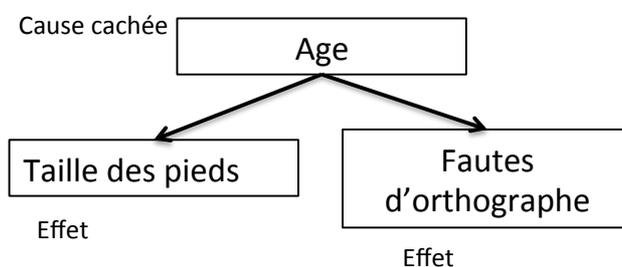


## Étape 2 : Y aurait-il une cause cachée ?

**Objectif :** Chercher une autre explication que celle de cause à effet, pour la relation entre taille des pieds et nombre de « fautes » à la dictée.

On demande ensuite aux élèves s'ils sont d'accord avec cette relation de cause à effet. Ils pourront soulever des contre-exemples : ils connaissent quelqu'un qui a des petits pieds et qui ne fait pas de fautes... ou ils font plus de fautes que leur soi-disant score d'après le graphique... La discussion doit permettre de faire émerger que l'âge est la cause cachée ! Qui a des pieds qui mesurent moins de 20 cm ? Ce sont de jeunes enfants. C'est donc l'âge qui permet d'expliquer le résultat du graphique : la taille des pieds et les compétences en dictée augmentent toutes les 2 avec l'âge. C'est donc le fait d'avoir une même cause (l'âge) qui explique que les 2 effets : taille des pieds et diminution des erreurs soient liées.

On réalise le graphique suivant. On explicite sur le schéma les termes de cause cachée et d'effet. On a bien une cause avec 2 effets.



2 ou plusieurs variables peuvent co-varier parce que l'une est la cause de l'autre ( $A \rightarrow B$  ou  $B \rightarrow A$ ), mais aussi en raison de la présence d'une « variable cachée » et invisible qui constitue la cause de la variation des 2 variables observées ( $C \rightarrow A$  et  $C \rightarrow B$ ). Dans certains cas, il n'est pas possible de déterminer pourquoi les 2 variables co-varient : ceci peut être par pur hasard, en raison d'une coïncidence temporelle (cf séance 8).

## Partie 2 : Rhume et médicaments

### Matériel :

Graphique par élève  
Power point

**Objectifs :** Transférer la notion de cause cachée à une autre situation.

Mettre en place un protocole pour découvrir une variable cachée

On propose aux élèves de passer à une deuxième situation, celle du rhume. Quand on a un rhume, on peut prendre des médicaments. A votre avis, est-ce utile de prendre des médicaments quand on a un rhume ?

On propose de regarder un tableau. Les élèves reçoivent chacun le tableau et répondent aux questions.

**Tâches :** Répondre aux questions suivantes.

1) Que constate-tu ?

- 2) D'après ce tableau, quel est le rôle des médicaments ? Fais une phrase et un schéma.
- 3) Comment pourrait-on être sûr du rôle des médicaments ?

À la question « Comment pourrait-on être sûr du rôle des médicaments », on souhaite faire émerger de la discussion l'idée de tester sur un autre patient à qui on ne donnerait pas de médicaments.

Les élèves rédigent le test : on observe en combien de temps guérissent 2 patients qui ont des rhumes. À un patient, on donne les médicaments, à l'autre, on ne lui donne pas de médicaments.

Puis on informe les élèves que les chercheurs ont réalisé ce test et donc on a les résultats ! Chaque élève reçoit le tableau (feuille retournée) et tout le monde découvre ensemble les résultats. Verdict : le patient sans médicament a guéri de la même façon qu'avec médicament !

On peut donc conclure que les médicaments ne permettent pas de guérir plus rapidement du rhume.

Les élèves peuvent avoir déjà identifié la cause cachée, à savoir qu'un rhume dure en moyenne 7 jours, indépendamment du traitement. Mais dans tout les cas, on leur distribue le petit texte suivant :

#### **Le rhume**

Le **rhume** est une infection très fréquente du nez et de la gorge, causée par un **virus**. Aussi appelé rhinite virale ou aiguë, il provoque un **mal de gorge**, des **éternuements**, une sensation de **nez bouché** et un **écoulement nasal**. Le rhume est causé le plus souvent par les rhinovirus, qui font partie de la famille des picornavirus, qui présentent plus de 100 sérotypes différents.

La durée des symptômes est de 7 jours.

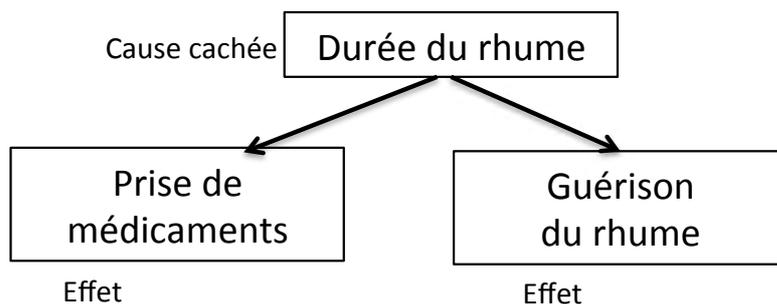
Dans la majorité des cas, le **rhume** disparaît tout seul. Aucun traitement ne permet de se débarrasser plus rapidement du virus. En fait, le traitement vise essentiellement à rendre le rhume moins pénible en soulageant les **symptômes** : mal de gorge, mal de tête, congestion nasale.

*Source : Passeportsante.net*

Après lecture du texte, on conclut donc que le rhume dure 7 jours et que les médicaments ne servent qu'à soulager les symptômes, mais pas à guérir.

C'est parce que la durée du rhume est de 7 jours qu'on prend des médicaments, car on souhaite améliorer notre état/soulager nos douleurs, et c'est parce que la durée du rhume est de 7 jours qu'on est guéri.

On trace le schéma :



**Conclusion :** Avec les 2 exemples Taille des pieds/Dictée, et Médicaments/Rhume, on a étudié des situations où il y avait une cause cachée. On avait tendance à croire que les 2 effets étaient reliés. On pensait alors que c'étaient des causes et des effets (cf voir ? les premiers schémas cause/effet tracés), mais en réalité, ils étaient seulement effet d'une même cause, d'une cause cachée.

## Programme RaiFlex

# Séance 10 : Est-ce une relation de cause à effet ? Le défi.

*Durée : 1 séance*

## Est-ce une relation de cause à effet ? Le défi.

**Connaissance naïve : 2 événements proches sont liés**  
**Connaissance à construire : cause cachée et coïncidence**

**Enjeux de l'apprentissage :**  
**comprendre la notion de coïncidence et de cause cachée**

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue de la coïncidence	- A et B arrivent en même temps mais n'ont pas de lien de cause à effet, ils coïncident
- Point de vue de la cause cachée	- X est la cause de A et B. A et B sont deux effets
- Point de vue de cause à effet	- A est la cause de B. B est l'effet de A

**Objectif :** Trouver la nature des relations entre 2 événements

### Étape 1 : Remobilisation de la dernière séance

Lors de la dernière séance, on avait vu qu'il pouvait exister des causes cachées. On pense parfois que 2 effets sont reliés entre eux, alors qu'ils ont en fait la même cause en commun.

Faites le schéma des 2 exemples étudiés à la dernière séance.

### Étape 2 : Défi

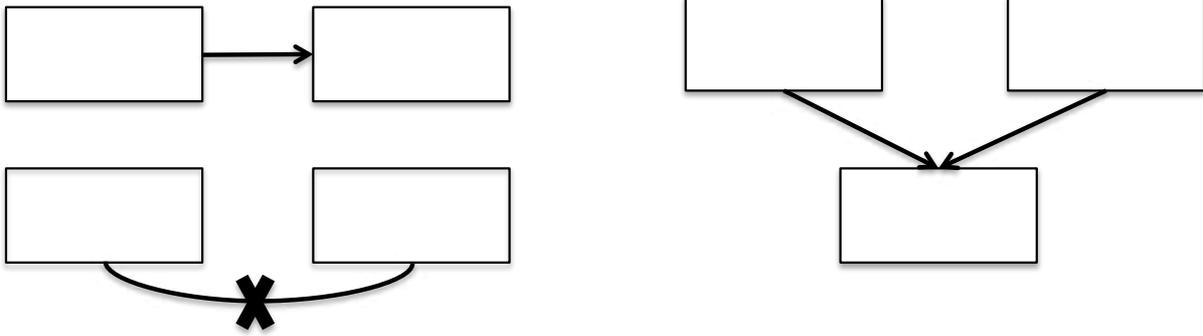
Chaque équipe reçoit une des 5 fiches.

On a démontré qu'il peut y avoir des causes cachées, on va maintenant s'intéresser à de nouveaux exemples. Vous allez devoir relever le défi suivant : sur une fiche, on vous propose 3 situations. Pour chaque situation, vous devez trouver la cause. Ensuite, vous passerez (pas clair) par équipe et gagnerez des points si vous trouvez les causes des autres équipes !

Chaque équipe reçoit une fiche.

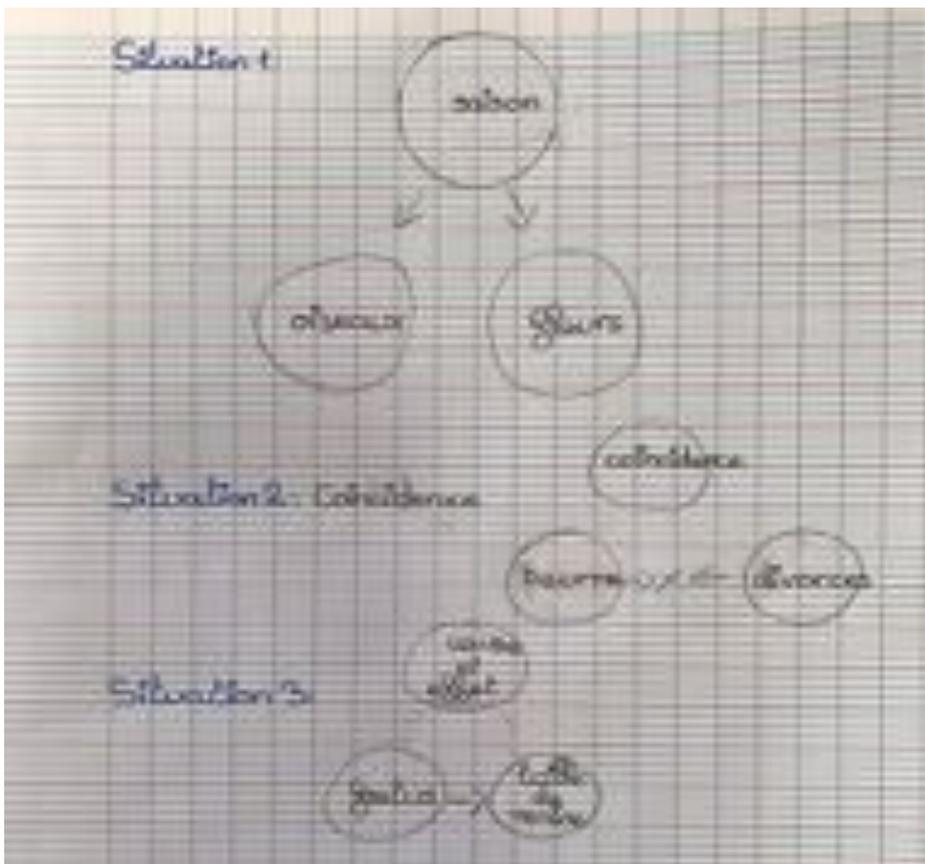
**Tâches :** 1) Trouver la cause pour chaque situation  
2) Faire le schéma pour chaque situation

Au fur et à mesure que les groupes avancent, on veillera à identifier avec eux la nature des relations, cause et effet, coïncidence, cause cachée. Et on écrira au tableau les différents types de schéma proposés :



Sur chaque feuille, il y a une situation cause → effet, une situation de coïncidence et une situation de cause cachée.

Chaque élève écrit pour chaque situation le schéma.



**Étape 3 :  
Challenge entre  
équipes**

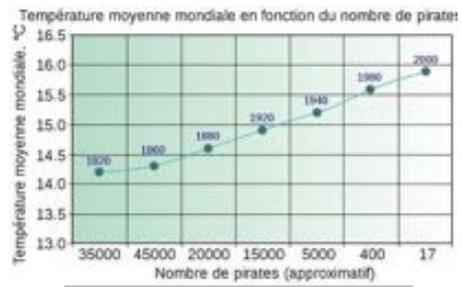
Chaque équipe passe au tableau pour lire chaque situation. Les autres équipes doivent identifier quelle est la nature de la relation décrite. Pour la relation de cause cachée, il faut bien sûr identifier quelle est la cause cachée. L'équipe qui a marqué le plus de points a gagné !

# Fiches

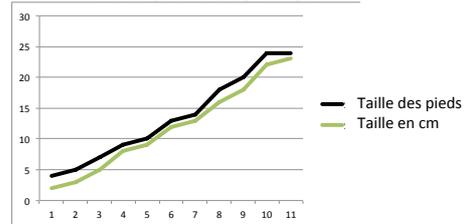
## Equipe 3

**Défi : Trouver un cas de cause cachée**

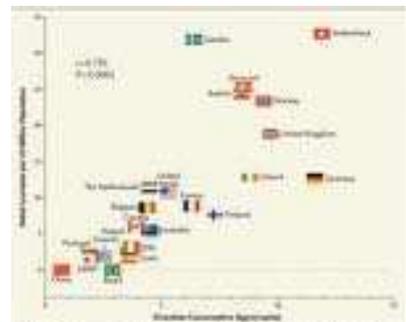
Situation 1 :  
Le nombre de pirates sur Terre a diminué en même temps que la température sur Terre a augmenté.  
Conclusion : La disparition des pirates cause le réchauffement climatique !



Situation 3 :  
La taille des pieds augmente en même temps que la taille d'un enfant.  
Conclusion : Grandir fait grandir des pieds !



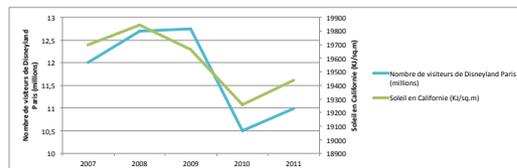
Situation 2 :  
La consommation de chocolat augmente en même temps que le nombre de prix nobel dans un pays.  
Conclusion : Manger du chocolat rend intelligent !



## Equipe 5

**Défi : Trouver un cas de cause cachée**

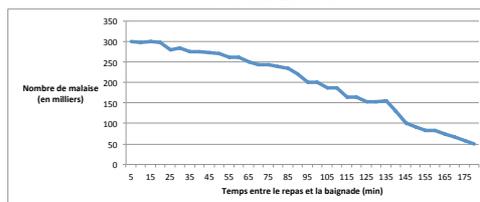
Situation 1 :  
L'ensoleillement en Californie évolue en même temps que le nombre de visiteurs à Disneyland Paris. Plus il fait soleil en Californie, plus les gens visitent le parc à Paris.  
Conclusion : Le soleil en Californie provoque la fréquentation de Disneyland Paris.



Situation 2 :  
La taille des plantes augmente en même temps que les jours passent.  
Conclusion : Plus le temps passe, plus les plantes poussent !



Situation 3 :  
Moins on attend pour se baigner après avoir mangé, plus on risque de faire un malaise.  
Conclusion : Nager avec le ventre plein cause des malaises.



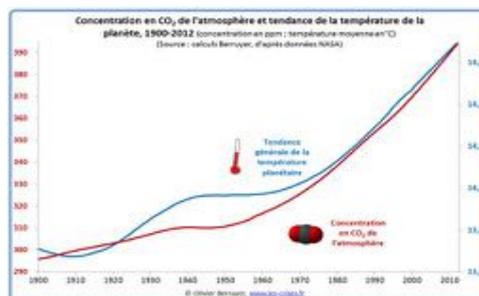
## Equipe 2

### Défi : Trouver un cas de cause cachée

Situation 1 :

La température terrestre augmente en même temps que le taux de CO<sub>2</sub>.

Conclusion : Le CO<sub>2</sub> cause le réchauffement climatique !



1850 1900 1950 1970 1990 2000

Situation 3 :

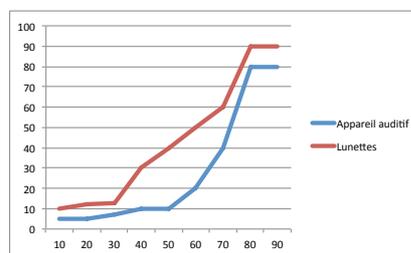
La taille des sous-vêtements a diminué en même temps que la température sur Terre a augmenté.

Conclusion : La taille des sous-vêtements cause le réchauffement climatique !

Situation 3 :

Le nombre de personnes ayant des lunettes augmente en même temps que le nombre de personnes ayant un appareil auditif.

Conclusion : Quand on ne voit pas bien, on n'entend pas bien !



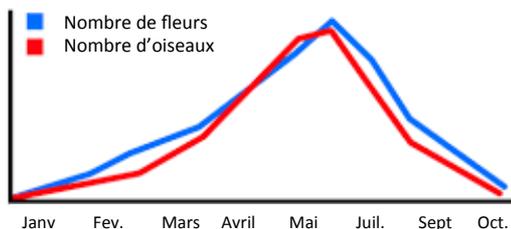
## Equipe 4

### Défi : Trouver un cas de cause cachée

Situation 1 :

Le nombre de fleurs sur les arbres augmentent en même temps que le nombre d'oiseaux.

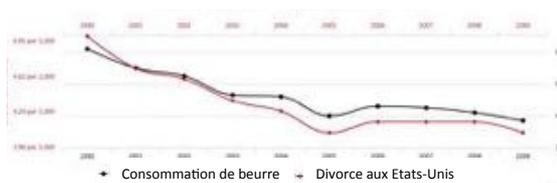
Conclusion : Les oiseaux font pousser les fleurs



Situation 2 :

Le nombre de divorces aux Etats-Unis a diminué en même temps que la consommation de beurre.

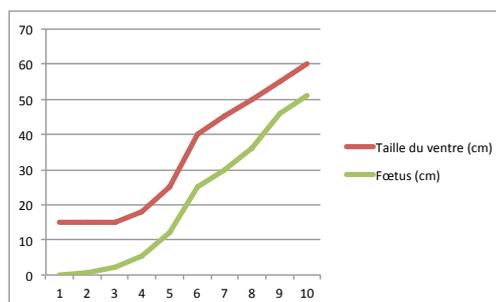
Conclusion : Moins on mange de beurre, moins on divorce !



Situation 3 :

Le ventre d'une femme enceinte augmente en même temps que le fœtus grandit.

Conclusion : La taille du fœtus fait gonfler le ventre !



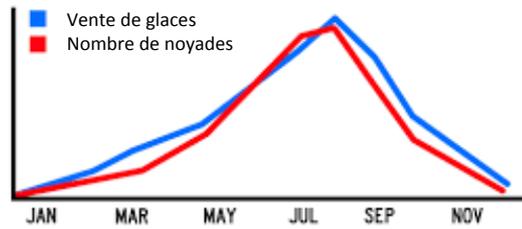
Equipe 1

Défi : Trouver un cas de cause cachée

Situation 1 :

Le nombre de noyades augmente et diminue en même temps que le nombre de glaces vendues sur les plages.

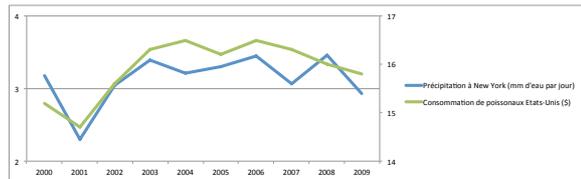
Conclusion : Manger des glaces augmente le risque de se noyer !



Situation 2 :

Les précipitations à New York augmentent et diminuent en même temps que la consommation de poissons aux Etats-Unis.

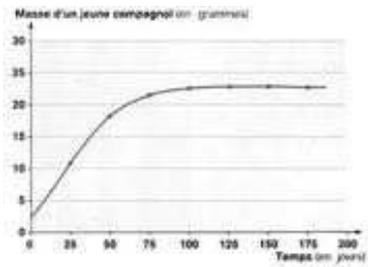
Conclusion : Plus il pleut, plus on mange du poisson !



Situation 3 :

La masse (poids) d'un jeune campagnol augmente en même temps que les jours passent.

Conclusion : Le temps qui passe fait prendre du poids à un jeune campagnol.



## Programme RAI'FLEX

# Séance 11 : Qui a mangé la noisette ?

*Durée : 1 séance*

## Exercice à ramasser :

**Cet exercice est à ramasser et à remettre à Calliste.**

Prénom :

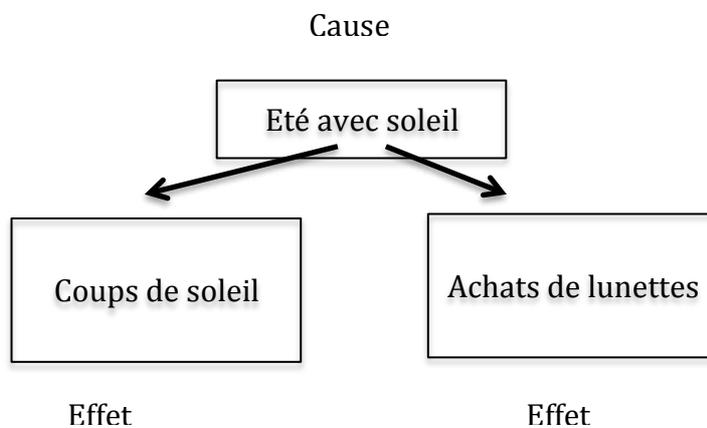
Classe :

On constate que plus les ventes de lunettes de soleil augmentent, plus le nombre de personnes ayant des coups de soleil augmente.

**Conclusion : les lunettes de soleil donnent des coups de soleil !**

Qu'en penses-tu ? Fais un schéma.

Les élèves doivent identifier la cause cachée. On fait la correction avec un schéma :



## Qui a mangé la noisette ?

### Partie 1

**Connaissance naïve : Une phrase circulaire est une explication**

**Connaissance à construire : Une phrase circulaire est une redondance, non testable**

### Partie 2

**Connaissance naïve : illusion de cause**

**Connaissance à construire : 2 événements liés temporellement n'ont pas forcément de liens causals (on peut aussi dire causaux)**

**Enjeux de l'apprentissage :**

- comprendre la notion de circularité
- dépasser les causes immédiates
- mener un protocole scientifique d'observation

Points de vue à faire adopter	Phrases-clés à dire
- Point de vue non circulaire	- Dans une explication circulaire, on redit la même chose, on peut donc faire un cercle, on revient au même point de départ
- Point de vue l'illusion de cause	- Spontanément, on pense au coupable habituel, l'écureuil, et cela nous rend aveugle aux autres indices et nous empêche de construire un protocole scientifique de test

## Partie 1 : Raisonnement circulaire ou non circulaire

### Étape 1 : Qu'est-il arrivé à la noisette ?

#### Matériel :

Power Point

Noisettes par groupe

Fiche élèves pour le groupe

On présente une noisette retrouvée dans une forêt. Elle est trouée. Pourquoi ? Qu'est-il arrivé à la noisette ? Les élèves proposent des hypothèses.

Les élèves forment des groupes de 4-5 élèves. Chaque groupe reçoit une noisette trouée et une fiche.

Ils doivent entourer les hypothèses possibles. Cette étape permet de distinguer les hypothèses, c'est-à-dire des explications causales testables, des propositions circulaires.

« La noisette est trouée parce qu'elle a une fente » est circulaire, car si on utilise un schéma, il s'agit d'expliquer un effet par un effet : avoir une fente → être trouée, mais on peut aussi dire : être trouée → avoir une fente. Il ne s'agit donc pas d'une relation de cause à effet. C'est seulement 2 façons de dire la même chose. On termine le cercle :

Avoir une fente → être trouée



## Étape 2 : Première hypothèse : La noisette est tombée

Matériel :  
Noisettes non trouées  
Cailloux  
Autres idées des élèves...

**On invite les élèves à tester une première hypothèse : la noisette est tombée. Les élèves doivent imaginer un test, penser à utiliser une noisette « contrôle », mesurer d'où ils font tomber la noisette...**

**Les résultats des expériences indiqueront que la cause ne peut pas être d'être tombée.**

Le mystère de la noisette	
Groupe : _____	
<b>1 ) Pourquoi la noisette est-elle trouée ? Entourez les hypothèses possibles.</b>	
La noisette est trouée parce qu'elle a une fente.	
La noisette est trouée parce qu'elle est tombée.	
La noisette est trouée parce qu'elle a été percée.	
La noisette est trouée parce qu'elle a été mangée par un animal.	
« La noisette est trouée parce qu'elle a une fente » est une explication _____.	
<div style="border: 1px solid black; height: 50px; width: 100%;"></div>	
Notre hypothèse : _____	
Notre test : _____	
_____	
_____	
Nos résultats : _____	
_____	
Notre conclusion : _____.	

## Partie 2 : Ne pas confirmer sa croyance

Chaque équipe demande les documents qu'ils veulent lire pour mener leur enquête.

Les élèves retournent leur fiche. On va maintenant tester la deuxième hypothèse : Quel animal a mangé la noisette ? Chaque équipe reçoit le premier document. Puis elle demandera les différents documents selon son raisonnement.

**Consigne : Vous devez découvrir pourquoi la noisette est trouée. Les gagnants seront ceux qui :**

- **ont trouvé le coupable avec le moins de documents possibles**
- **ont rédigé le protocole**
- **ont été les plus rapides.**

Afin d'être les premiers à gagner, il faut ne pas sauter directement sur le premier coupable : l'écureuil. Il faut rester neutre et demander le document « Planches de noisettes rongées ». Par un protocole d'observation, les élèves découvriront alors le coupable : un oiseau, la sittelle ! tu t'adresses aux profs ?

### 2) Qui a mangé la noisette ?

Entourez les documents que vous avez utilisés.

Document  : Les bienfaits des noisettes

Document  : Les écureuils, mangeurs des noisettes

Document  : Planches de noisettes rongées

Document  : Restes de noisettes rongées par un écureuil roux.

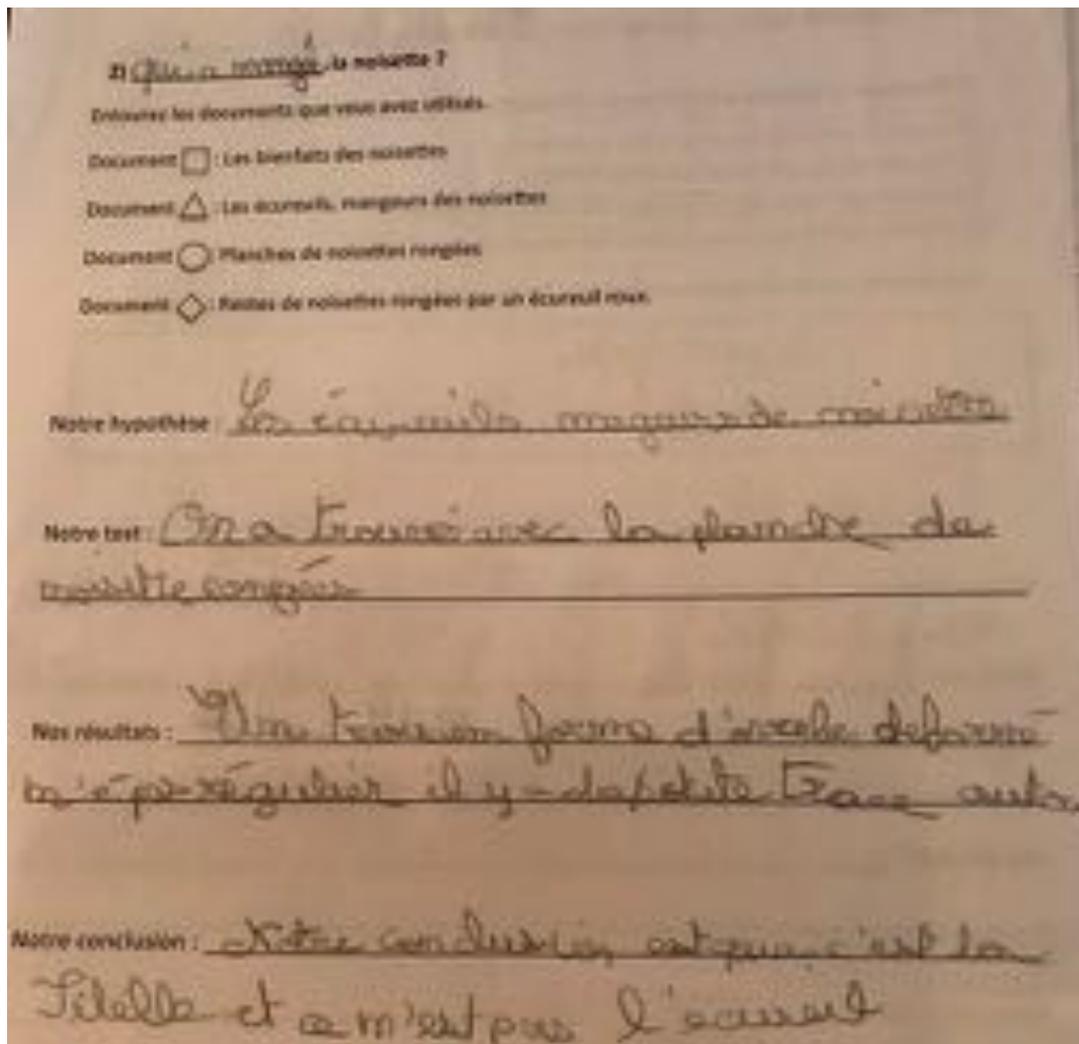
Notre hypothèse : \_\_\_\_\_

Notre test : \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Nos résultats : \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Notre conclusion : \_\_\_\_\_

On interroge les élèves sur l'attitude de chercheurs qu'ils ont adoptée : « Qui a essayé de confirmer sa croyance (l'écureuil) ? Qui a directement pensé à demander la planche ? Pourquoi certains voulaient les documents sur l'écureuil ? »



**Conclusion sur l'attitude à adopter :** il ne faut pas sauter directement sur le premier coupable ou le coupable habituel. Spontanément, on pense à l'écureuil. Et si on reste focaliser sur l'écureuil, cela nous rend aveugle à d'autres indices, et on ne parvient pas à construire un protocole scientifique. Pour construire son protocole scientifique, il ne faut pas chercher les documents qui confirment nos croyances.

## Documents

### 1) Réviser les caractéristiques principales des reptiles à partir d'observations



C'est bien, mais avez-vous remarqué la ressemblance ? Remontez la sur votre fiche reptiles.

Re :

Vous n'avez pas trouvé de caractéristiques communes ? Regardez :

- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des serpents
- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des tortoises
- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des lézards
- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des crocodiles

### 2) Les caractéristiques des reptiles

Les reptiles ont des formes très diverses (serpents, lézards, tortoises, crocodiles), mais les reptiles ont en commun : une peau épaisse et sèche, des yeux sans paupières, des pattes sans ongles, la respiration dans le sang et sans diaphragme, les ovules de tous les reptiles et les tortoises. Plus petites des caractéristiques des reptiles, il faut reconnaître les formes très diverses des reptiles.

C'est bien, mais avez-vous remarqué la ressemblance ? Remontez la sur votre fiche reptiles.

Re :

Vous n'avez pas trouvé de caractéristiques communes ? Regardez :

- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des serpents
- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des tortoises
- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des lézards
- vous reconnaîtrez aussi de nombreux  les Appareils des crocodiles

## Paléontologie des insectes végétaux

De nombreux groupes ont été regroupés dans trois sous-familles : les *Chalcididae*, les *Phaenocarpa* et les *Phaenocarpa*.

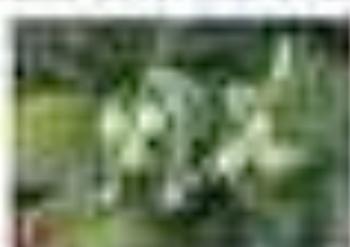
La plupart de la famille sont très petits (1-2 mm) et sont très communs dans les forêts tropicales. Ils sont très communs dans les forêts tropicales, et ont souvent une couleur très vive (bleu, rouge, vert). Ils sont très communs dans les forêts tropicales, et ont souvent une couleur très vive (bleu, rouge, vert). Ils sont très communs dans les forêts tropicales, et ont souvent une couleur très vive (bleu, rouge, vert).



## Revue de la semaine

La semaine est la fête de nos plantes les plus précieuses, car elles nous offrent d'une manière si variée et si intéressante leur produit. Elles nous offrent aussi leur beauté.

La semaine est aussi la fête de nos plantes les plus précieuses, car elles nous offrent d'une manière si variée et si intéressante leur produit. Elles nous offrent aussi leur beauté.



Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine

Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine

Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine

Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine



### Les plantes les plus précieuses de la semaine

Les plantes les plus précieuses de la semaine sont les plantes les plus précieuses de la semaine. Elles nous offrent d'une manière si variée et si intéressante leur produit. Elles nous offrent aussi leur beauté.

Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine

Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine

Les plantes les plus précieuses de la semaine



Les plantes les plus précieuses de la semaine

# Programme RAI'FLEX

## Séance 12 : Bilan

*Durée : 1 séance*

## Étape 1 : Retrouvez les liens

Les élèves sont mis en groupe. Ils reçoivent la colonne « phrases-clés » des deux fiches. Ils doivent retrouver le schéma et le défi correspondant qu'ils ont en étiquette. Après avoir retrouvé les bonnes associations, ils doivent compléter les phrases et les schémas.

## Étape 2 : Mise en commun

Chaque groupe explique une ligne des fiches : ils lisent le nom du défis, complètent la phrase réponse et décrivent le schéma associé.

Le corrigé est ensuite distribué individuellement.

## Étape finale : Que vais-je retenir ?

Chaque élève reçoit une fiche « Les séances Rai'Flex sont terminées. De quoi vas-tu te souvenir pour l'année prochaine ? ». Après y avoir répondu individuellement, les élèves volontaires lisent leur réponse, suivis d'une mise en commun.

Les séances Rai'Flex sont terminées. De quoi vas-tu te souvenir pour l'année prochaine ?  
Je vais me souvenir pour l'année prochaine que il ne faut pas croire tout ce qu'on dit mais suivre des tests (généralistes - Hémisphère - d'ondes sans ça plus)

Je vais me rappeler qu'il ne faut pas toujours confirmer ses croyances même si il on y croit vraiment car il y a souvent des causes cachées derrière.  
Je vais me rappeler qu'il ne faut pas abuser avec le CO2, car on ne sait pas quels seront les effets dramatiques qui peuvent se produire.

Sciences : J'ai appris les causes et effets, les causes cachées, les coïncidences, la cause de l'acidification des océans et c'était le CO2, comment refaire fonctionner une lampe torche.

En science, je vais essayer de me souvenir des causes cachées, cause à effet, coïncidence... etc ! En tout cas j'ai adoré !

