



N° d'ordre NNT : 2019LYSEC21

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée au sein de
l'École Centrale de Lyon

École Doctorale ED162
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité de doctorat : Mécanique

Soutenue publiquement le 18/07/2019, par :

Nicolas Ponthus

Contact sec glissant sous faible charge : de la topographie des surfaces à la dynamique des solides et de l'interface

Devant le jury composé de :

Chevallier Gaël, Professeur des Universités, FEMTO-ST, Univ. de Franche-Comté

Président

Bueno Marie-Ange, Professeure des Universités, LPMT, Univ. de Haute-Alsace

Rapporteure

Bouzerar Robert, Maître de conférence, LPMC, Univ. de Picardie

Rapporteur

Perret-Liaudet Joël, Maître de conférence, LTDS, ECL

Directeur de thèse

Scheibert Julien, Chargé de recherche CNRS, LTDS, ECL

Co-directeur de thèse

*“À quoi bon soulever des montagnes
lorsqu’il est si simple de passer par-dessus ?”*

Boris VIAN

Remerciements

Je souhaite remercier en premier lieu mes directeurs de thèse, qui m'ont suivi depuis mon stage de fin d'étude, déjà à propos de mon sujet de thèse. Savaient-ils qu'ils en prenaient pour 4 ans encore quand ils m'ont proposé de continuer en thèse ? Merci donc à Julien SCHEIBERT pour ses conseils et sa rigueur qui m'ont permis d'arriver quelque part et à Joël PERRET-LIAUDET pour m'avoir engagé sur la voie de la thèse et fait partager une partie de sa culture, sur le plan scientifique, mais aussi linguistique, historique... Merci à tous les deux pour vos conseils et pour votre exigence qui m'ont permis de mettre les idées en ordre quand le temps de rédiger est arrivé et tout au long de la thèse pour les présentations orales (je crois que j'ai fini par progresser, un peu).

Je remercie aussi les membres du Jury, Gaël CHEVALLIER d'avoir accepté d'en être le président, Marie-Ange BUENO et Robert BOUZERAR d'avoir rapporté ce travail. Merci pour votre bienveillance à l'égard de celui-ci et vos encouragements pour la suite.

Je remercie également Anders MALTHE-SØRENSEN, Jorgen TRØMBORG et Kjetil THØGERSEN qui m'ont encadré lors des trois mois que j'ai passé au sein de leur équipe à l'Université d'Oslo. Ils m'ont donné de nombreux conseils quand à la construction des modèles numériques et de nombreuses pistes pour les modèles analytiques. J'en profite pour remercier Jan, Daniel, Piyoosh, Anne et tous ceux du groupe PGP pour leur accueil pendant mon séjour en Norvège.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à toute l'équipe du LTDS. La recherche d'informations est chose aisée lorsqu'il est si facile de discuter et d'apprendre d'autres personnes. À ce titre je remercie plus particulièrement Davy DALMAS et Alain LE BOT. Merci à Matthieu GUIBERT, Thibaud DURAND, Serge ZARA et Didier ROUX sans qui la partie expérimentale de cette thèse n'existerait probablement pas. Merci enfin au personnel administratif, Sandrine BEC, Hélène SCHOCH et Sylvie NAVARRO, efficaces et disponibles.

Je tiens aussi à remercier ceux avec qui j'ai partagé mon quotidien tout au long de ces 4 ans. Chaïma ZOUABI, qui m'a beaucoup aidé au début, Paul et Thibaut C., toujours imaginatifs entre midi et deux, Jonas qui arrivait avec un nouveau débat tous les jours. Je remercie aussi tous ceux qui ont participé à faire de ces moments au laboratoire de bons moments : Julien B., Simon, Riad et encore actuellement, Thibaut D., Karl, Cristobal, Mariana, Amal, Youness, Adrien, Antoine... et mes copromos de la fanfare pour les cafés de 15h30 qui permettent de voir le soleil : Jérémy, Nathanael et Enora. Merci à mes amis, de Centrale et des scouts, avec qui j'ai grandi.

Je remercie ma famille : mes parents qui m'ont toujours encouragé et soutenu, ma sœur pour sa complicité et tous les autres pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui.

Enfin merci Camille, d'avoir gardé patience, merci d'être là.

Table des matières

Table des matières	vii
Liste des figures	xi
Liste des tableaux	xv
Introduction générale	1
1 État de l'art	5
1.1 Bruit de frottement	5
1.1.1 Instabilité de frottement	6
1.1.2 Bruit de rugosité	6
1.2 Mécanique du contact	8
1.2.1 Contact statique ou quasi-statique	8
1.2.2 Dynamique du contact	16
1.3 Mécanique des impacts	18
1.3.1 Modèle de choc infiniment court	18
1.3.2 Dynamique du modèle Bouncing-Ball	19
1.3.3 Coefficient de restitution et contact de durée finie	21
1.4 Contact rugueux sec faiblement chargé en glissement	23
1.4.1 Contexte de recherche au LTDS	23
1.4.2 Simulation numérique de la dynamique du contact glissant rugueux	23
1.4.3 Étude expérimentale, similarité avec le modèle Bouncing-Ball	24
1.5 Conclusion	25
2 Banc expérimental	27
2.1 Banc expérimental <i>Ra1</i>	27
2.1.1 Principe	27
2.1.2 Originalités et limites	28
2.2 Banc expérimental <i>Ra2</i>	29
2.2.1 Description du fonctionnement du banc <i>Ra2</i>	30
2.2.2 Chaîne de mesure	33
2.2.3 Traitement des signaux	35
2.2.4 Système en glissement	40
2.2.5 Protocole de mesure	44
2.2.6 Validation de la similitude entre <i>Ra1</i> et <i>Ra2</i>	45

2.3	Patin multi-voies	45
2.3.1	Principe	45
2.3.2	Patin 25 voies	47
2.3.3	Alimentation 25 voies	48
2.3.4	Acquisition	49
2.3.5	Traitement	50
2.4	Conclusion	50
3	Mouvement quasi-statique du patin	53
3.1	Résultats expérimentaux	54
3.1.1	Séparation entre les surfaces	54
3.1.2	Détermination indirecte du nombre de contacts	58
3.2	Filtrage géométrique et problème de premier point de contact	63
3.2.1	Modèle numérique de premier point de contact	63
3.2.2	Modèle analytique de premier point de contact	78
3.3	Comparaison entre expériences et modèles	86
3.3.1	Du problème de premier point de contact aux expériences	86
3.3.2	Comparaison des distributions	90
3.3.3	Comparaison des spectres	92
3.4	Conclusion	95
4	Mouvement dynamique du patin	99
4.1	Résultats expérimentaux	100
4.1.1	Déplacement vertical	101
4.1.2	Vitesse d'éjection	104
4.1.3	Mouvement horizontal	105
4.1.4	Histogramme de l'accélération	109
4.2	Modèle numérique à 1 degré de liberté	112
4.2.1	Principe	113
4.2.2	Modèle à un degré de liberté du glissement d'un patin rugueux	116
4.2.3	Résultats	117
4.3	Modèle numérique à 3 degrés de liberté	122
4.3.1	Principe	123
4.3.2	Application au problème du glissement d'un patin rugueux	124
4.3.3	Résultats	125
4.4	Description des rotations	130
4.4.1	Résultats expérimentaux	130
4.4.2	Modèle 3 ddl	132
4.5	Conclusion	135
5	Force de frottement	137
5.1	Résultats expérimentaux	138
5.1.1	Préliminaire	138
5.1.2	Résultat	140
5.2	Modèles analytiques et semi-analytiques	140
5.2.1	Modèle type Rate & State	140

5.2.2	Bilans énergétiques	142
5.2.3	Modèle d'impact et quantité de mouvement	146
5.3	Modèle numérique de force tangentielle	150
5.3.1	Description du modèle	151
5.3.2	Résultats des simulations	153
5.3.3	Effet des paramètres de l'excitation	156
5.4	Conclusion	158
6	Statistiques spatio-temporelles des contacts locaux	161
6.1	Résultats expérimentaux	161
6.1.1	Proportion du temps passé en vol	161
6.1.2	Nombre de points de contact et répartition	162
6.1.3	Longueur glissée de contact	166
6.2	Modèle multi-points	171
6.2.1	Principe	171
6.2.2	Résultats et comparaisons	172
6.3	Conclusion	179
	Conclusion et Perspectives	181
	Bibliographie	193
A	Article publié	194

Liste des figures

1.1	Coefficient de frottement de la loi de Coulomb	13
1.2	Influence du temps de repos et de la vitesse de glissement sur les coefficients de frottement statiques et cinétique	14
1.3	Évolution du coefficient de frottement lors de la mise en glissement	15
1.4	Influence de l'excitation d'un système bouncing-ball sur le régime de contact	20
2.1	Schéma explicatif de <i>Ra1</i>	28
2.2	Schéma et réalisation du banc expérimental <i>Ra2</i>	31
2.3	Écart-types de l'oscillation autour de la vitesse de consigne de la table de translation de <i>Ra2</i>	32
2.4	Zoom sur le stoppeur du banc <i>Ra2</i>	33
2.5	Chaîne d'acquisition du banc <i>Ra2</i>	34
2.6	Schéma explicatif de l'erreur d'interprétation sur les mesures verticales.	36
2.7	Illustration du défaut de forme de la piste en fonction de la position horizontale du patin	37
2.8	Déplacement vertical mesuré du patin	38
2.9	Vitesse verticale mesurée du patin	38
2.10	Accélération verticale mesurée du patin	39
2.11	Influence du niveau de seuillage de l'accélération	41
2.12	Photos des différents patins utilisés	42
2.13	Topographies de surface mesurées	43
2.14	Propriétés statistiques et spectrales des topographies	44
2.15	Comparaison entre le banc <i>Ra1</i> et le banc <i>Ra2</i> de la statistique de temps passé en vol	46
2.16	Schéma et réalisation du patin multi-voies	47
2.17	Photos du patin multi-voies	48
2.18	Schéma du pont diviseur de tension pour une voie du patin multi-voies	49
2.19	Exemple de tension mesurée pour une voie du patin multi-voies	50
3.1	Histogrammes des déplacements verticaux basse vitesse des patins	55
3.2	Densité spectrale de puissance fréquentielle du déplacement vertical du patin	58
3.3	Densité spectrale de puissance en nombre d'onde du déplacement vertical du patin	59
3.4	Exemple de vibration lors d'un brusque changement d'altitude	61
3.5	Exemple de premier contact entre deux bruits blancs gaussien	64
3.6	Densité spectrale de puissance type des surfaces fractales	65

3.7	Exemples de surfaces simulées	67
3.8	Évolution du paramètre de largeur de bande δ_z avec H pour différents b	69
3.9	Exemple de séparation au premier point de contact obtenue numériquement	70
3.10	Erreur relative sur les estimateurs statistiques des simulations numériques	71
3.11	Histogrammes de \tilde{d}_0 pour différents paramètres de simulation	72
3.12	Moments statistique de \tilde{d}_0 en fonction de N pour l'ensemble des résultats numériques	74
3.13	Coefficient d'asymétrie de \tilde{d}_0 en fonction de N	75
3.14	Exemple de densité spectrale de puissance de $\tilde{d}_0(\tilde{u})$	75
3.15	Densité spectrale de puissance de $\tilde{d}_0(\tilde{u})$	77
3.16	Paramètres fréquentiels de la séparation \tilde{d}_0 en fonction de ceux des surfaces en contact	77
3.17	Fonction de densité de probabilité du maximum d'un tirage	80
3.18	Moments statistiques du maximum d'un tirage de N valeurs obtenues pour différents modèles analytiques	83
3.19	Moments statistiques de \tilde{d}_0 en fonction de N , résultats numériques et analytiques	85
3.20	Schéma illustrant les différences de séparation moyenne en fonction de la forme des aspérités	85
3.21	Comparaison entre les méthodes analytiques et numériques pour les distributions de premier point de contact	86
3.22	Schéma du paramétrage des points de contact entre le patin et la surface	87
3.23	Histogrammes obtenus expérimentalement et numériquement et fonctions de densité de probabilité obtenues analytiquement, pour un nombre de points de contact égal à 3	91
3.24	Histogrammes obtenus expérimentalement et numériquement et fonctions de densité de probabilité obtenues analytiquement, pour un nombre variable de points de contact	93
3.25	Densité spectrale de puissance obtenue expérimentalement et numériquement pour un nombre de points de contact égal à 3	94
3.26	Densité spectrale de puissance obtenue expérimentalement et numériquement pour un nombre variable de points de contact	95
3.27	Paramètres spectraux expérimentaux du mouvement du centre de gravité des patin	96
4.1	Écart-type expérimental du déplacement vertical normalisé	102
4.2	Écart-type expérimental du déplacement total et en contact	103
4.3	Vitesse d'éjection du patin obtenue expérimentalement	105
4.4	Vitesse horizontale mesurée du patin	106
4.5	Écart-type expérimental de la vitesse horizontale	107
4.6	Écart-type expérimental de l'accélération horizontale	108
4.7	Histogrammes expérimentaux des accélérations verticales	111
4.8	Proportion de l'excitation pouvant entraîner un saut en fonction de V	112
4.9	Proportion de l'excitation pouvant entraîner un saut en fonction de $\tilde{V} = V\sqrt{\frac{\sigma_a}{g}}$	113

4.10	Schéma du modèle bouncing ball.	114
4.11	Exemple de vitesse verticale pour les essais de détermination du coefficient de restitution.	117
4.12	Écart-type normalisé du déplacement vertical obtenu avec le modèle à 1 ddl	118
4.13	Proportion du temps passé en vol obtenu avec le modèle à 1 ddl	119
4.14	Écart-type normalisé du déplacement vertical total et en contact obtenu avec le modèle à 1 ddl	121
4.15	Vitesses d'éjection obtenues avec le modèle à 1 ddl	121
4.16	Vitesse d'éjection normalisée obtenue avec le modèle à 1 ddl	122
4.17	Schéma du modèle à 3 degrés de liberté	123
4.18	Schéma du paramétrage des points de contact. Le patin est vu de dessous.	124
4.19	Écart-type normalisé du déplacement vertical obtenu avec le modèle à 3 ddl	126
4.20	Proportion du temps passé en vol obtenu avec le modèle à 3 ddl	127
4.21	Écart-type normalisé du déplacement vertical total et en contact obtenu avec le modèle à 3 ddl	129
4.22	Vitesses d'éjection obtenues avec le modèle 3 ddl	129
4.23	Vitesses d'éjection normalisées obtenues avec le modèle 3 ddl	130
4.24	Rotations du patin, obtenues avec une caméra rapide	131
4.25	Écart type expérimental de l'accélération angulaire autour de l'axe normal à la direction de glissement	132
4.26	Écart type de l'accélération angulaire, obtenu avec le modèle 3 ddl	133
4.27	Écart type expérimental du mouvement angulaire obtenu avec le modèle 3 ddl	134
5.1	Exemple de signal de force exercée sur le stoppeur à $V = 5mm/s$	139
5.2	Coefficient de frottement obtenu expérimentalement	141
5.3	Coefficient de frottement obtenu par l'équation 5.8 pour le modèle 1 ddl, pour les différents cas expérimentaux	144
5.4	Coefficient de frottement obtenu par l'équation 5.12 pour le modèle 1 ddl, pour les différents cas expérimentaux.	144
5.5	Coefficient de frottement obtenu par l'équation 5.13 pour le modèle 1 ddl, pour les différents cas expérimentaux	145
5.6	Schéma mettant en évidence l'effet d'ombrage lié à la pente de l'excitation et la vitesse d'impact de la bille	146
5.7	Description vectorielle des vitesses d'impact sur un plan incliné.	147
5.8	Histogramme numérique (bleu) et densité de probabilité analytique (rouge) de l'angle du profil exciteur lors des contacts	149
5.9	Coefficient de frottement obtenu par l'équation 5.27 pour le modèle 1 ddl pour les différents cas expérimentaux.	150
5.10	Schéma montrant le calcul des forces tangentielle et verticale en tenant compte des pentes (angle α).	151
5.11	Coefficient de frottement obtenu avec les modèles numériques	154
5.12	Coefficient de frottement en fonction de la vitesse adimensionnée obtenu avec les modèles numériques	155
5.13	Coefficient de frottement obtenu avec le modèle à 1 ddl	157

5.14	Ensemble des coefficients de frottement issu des simulations 1 ddl tracés en fonction de V/V_c	158
6.1	Proportion du temps passé en vol pour le patin multi-voies évaluée à partir des mesures électriques et vibratoires	162
6.2	Statistiques expérimentales du nombre de points simultanés de contact en fonction de la vitesse de glissement	164
6.3	Position moyenne du barycentre des contacts du patin multi-voies	165
6.4	Proportion du temps passé en contact pour chacune des aspérités du patin multi-voies	166
6.5	Altitude de chacune des aspérités du patin multi-voies en fonction de la proportion du temps passé en contact	167
6.6	Longueurs glissées moyennes en fonction de la vitesse de glissement obtenues avec le patin multi-voies	168
6.7	Histogramme des longueurs glissées de contact obtenues expérimentalement à deux vitesses différentes	169
6.8	Résultats de l'ajustement de l'équation 6.3 sur les histogrammes expérimentaux de longueur glissée	170
6.9	Statistiques du nombre de point de contacts simultanés en fonction de la vitesse pour les simulations numériques	173
6.10	Proportion du temps passé en contact pour chacune des aspérités pour le modèle numérique	174
6.11	Relation entre altitude des aspérités et temps passé en contact, résultats des simulations	176
6.12	Longueurs glissées moyennes en fonction de la vitesse de glissement, résultats des simulations	177
6.13	Histogrammes des longueurs glissées de contact obtenues numériquement à deux vitesses différentes	178
6.14	Résultats de l'ajustement de l'équation 6.3 sur les histogrammes numériques de longueur glissée	179

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques des surfaces utilisées	44
2.2	Hauteurs des différentes aspérités du patin multi-voies	48
3.1	Paramètres statistiques des déplacements verticaux basse vitesse expérimentaux	56
3.2	Pics fréquentiels observés dans les spectres de déplacements expérimentaux (Hz)	57
3.3	Nombre de points de contact estimé par la méthode de Greenwood et Williamson	60
3.4	Fréquences propres du contact observées et nombre de points de contact associés estimé	62
3.5	Paramètres spectraux des surfaces expérimentales et nombre de sous-parties indépendantes	91
6.1	Corrélation de Pearson et valeurs- p correspondante entre différentes valeurs expérimentales	167
6.2	Corrélation de Pearson et valeurs- p correspondante entre différentes valeurs obtenues numériquement.	175

Introduction générale

Dans l'industrie, les frottements sont au cœur de nombreuses problématiques tant sur le plan du confort que des pertes énergétiques [1]. Ils ont donc été largement étudiés et on peut identifier, entre autres, trois paramètres d'importance : la lubrification, les matériaux et la topographie des surfaces. Les influences du lubrifiant et des matériaux en contact ont été le sujet de nombreuses études, permettant de relier le frottement au cisaillement du fluide [2] et/ou des matériaux [3]. L'influence de la topographie a aussi été très étudiée, dans des cas où celle-ci est souhaitée (texturation) ou indésirable (rugosité, défaut de surface) et soumise à de fortes charges normales. En effet, dans bien des cas industriels, les efforts appliqués sur le contact glissant sont importants. Dans ces situations, il y a un grand nombre de micro-contacts, et le lien entre frottement et topographie est bien documenté. Ici nous nous intéresserons à l'influence de la topographie dans le cas moins étudié d'une faible charge normale.

On distingue d'abord le contact sec du contact lubrifié. Dans le cas du contact lubrifié, un fluide est placé entre les deux surfaces. En fonction de la viscosité du fluide, de la vitesse de glissement et de la charge appliquée, différents régimes de frottement apparaissent, permettant ou non de séparer les deux interfaces [4]. La courbe de Stribeck est le paradigme pour l'étude du contact lubrifié permettant d'identifier 3 régimes de frottement. On a ainsi un régime sec ou limite, pour simplifier à basse vitesse, où le fluide ne permet pas de séparer les surfaces et pour lequel le frottement est important. Il existe par ailleurs un régime hydrodynamique, pour simplifier à haute vitesse, où toute la charge est supportée par un film de lubrifiant. Dans ce cas, le frottement est essentiellement lié au cisaillement dans le fluide et donc aux propriétés de celui-ci. Et enfin, aux vitesses intermédiaires, il existe un régime mixte où les deux situations cohabitent. Dans cette étude nous nous intéressons au frottement sec.

La topographie a elle aussi une grande importance pour le contact frottant. Pour preuve, la recherche d'un régime de frottement le plus favorable possible passe par la texturation de surface [5], c'est à dire la modification de la topographie en vue d'une amélioration des performances tribologiques (modification du coefficient de frottement ou

résistance à l'usure). L'exemple le plus fréquent est la réalisation de micro-alvéoles dans la surface dans le but de créer des réserves de lubrifiant ou de piéger le troisième corps pour éviter des conditions d'usure sévères. L'influence de la topographie a aussi été étudiée dans le cas du contact rugueux, sec et élastique. B.N.J. Persson [6] développe ainsi une théorie permettant de relier directement le coefficient de frottement avec le spectre de la topographie.

Pour décrire le frottement sec, les lois dites de Coulomb sont souvent données en première approximation. Elles permettent de fournir une description des efforts de frottement grâce à deux coefficients de frottement, statique et cinétique, constants pour un couple de matériaux donné et caractérisant respectivement l'effort nécessaire pour mettre en glissement un solide et celui subit au cours du glissement à une vitesse constante donnée. Coulomb avait pourtant déjà identifié des évolutions de ces coefficients avec le temps et la vitesse de glissement. Par la suite des modèles plus complexes comme celui introduit par Rice et Ruina [7] dans un contexte géologique, ont permis de prendre en compte les observations d'une évolution du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement, mais aussi avec le temps de repos du contact. Ces modèles font intervenir une variable d'état, et sont regroupés sous la dénomination Rate&State. Ces lois, Coulomb et Rate&State, sont des modèles phénoménologiques et permettent de reproduire des observations expérimentales. Depuis Bowden&Tabor [8], pour la loi de Coulomb, et Dieterich [9], pour la loi Rate&State, l'interprétation physique de ces modèles est assez consensuelle. Ces interprétations reposent sur une vision statistique des micro-contacts entre les surfaces. Les grandeurs apparaissant dans ces interprétations n'ont de sens que parce que le nombre de contacts entre les deux surfaces est suffisamment grand pour qu'il soit possible de donner des grandeurs statistiques sur cette population de contacts [10].

En revanche lorsque le nombre de micro-contacts est faible (disons inférieur à la dizaine), beaucoup moins d'observations sont disponibles, et les lois correspondantes ont reçu peu d'attention. Ce cas apparaît par exemple lorsque la charge normale est faible et donc que la déformation des aspérités est petite devant leur taille. Dans ce cas, le faible nombre d'aspérités en contact entre les deux surfaces à un instant donné ne permet pas de profiter des approches statistiques sur la population de contact. Cependant, l'aspect non statistique du contact instantané n'exclut pas l'existence de grandeurs statistiques si ce contact glissant est étudié sur une période donnée. En effet, lors du glissement, on assiste à un renouvellement fréquent, distribué en temps et en espace, des aspérités en contact. Lorsque la vitesse de glissement entre les solides devient importante, des phénomènes d'impacts apparaissent entre les aspérités. Dans ce contexte, V.H. Dang [11] montre que le nombre d'impacts entre surfaces antagonistes est de l'ordre de 10000 par secondes. La réponse macroscopique de l'interface (bruit, frottement) dans ce type de situation est

intimement liée aux propriétés statistiques des impacts. Des études ont donc entrepris de caractériser ces réponses en fonction des paramètres du contact glissant tels que la rugosité, la vitesse d'entraînement ou l'aire de contact apparente [12, 13, 11]. En particulier, plusieurs travaux réalisés au LTDS, portant sur un patin rugueux glissant sous son propre poids sur une surface rugueuse, ont mis en évidence l'existence de deux régimes, en fonction de la vitesse de glissement [14]. À basse vitesse, pour avancer horizontalement, le patin adopte un mouvement quasi-statique vertical qui suit la topographie. Puis lorsque la vitesse augmente, ce mouvement vertical devient dynamique, engendrant un régime de sauts et de rebonds du patin. Pour décrire ce système, il a été proposé dans [14] de le modéliser par un système de type bouncing-ball (BB), assimilant le patin à une bille ponctuelle soumise à un champ de gravité et rebondissant sur un plan horizontal animé d'une vibration verticale. Ce modèle s'est montré pertinent pour représenter la dynamique du patin et il capture qualitativement bon nombre de propriétés statistiques du mouvement haute vitesse du patin. Toutefois, un grand nombre de questions se posent pour faire le lien entre l'expérience et ce modèle. Ma thèse vise à répondre à certaines d'entre elles.

La première porte sur les propriétés du mouvement du plan horizontal permettant de reproduire, dans le cadre du modèle BB, la vibration verticale induite par la topographie. Cela revient à établir le lien entre les propriétés statistiques et spectrales de la topographie et celles du mouvement quasi-statique du patin.

La seconde question porte sur la pertinence d'un modèle ponctuel pour représenter la dynamique mesurée du patin sachant qu'il est de taille finie, que l'aire apparente de contact est grande induisant plusieurs micro-contacts. Cela se décompose en deux problèmes. Premièrement, ramener le patin à une masse ponctuelle transforme un problème *a priori* tridimensionnel en un problème uni-dimensionnel. Cette réduction est-elle pertinente? Ne passe-t-on pas à côté d'une partie de la dynamique en réduisant ainsi le problème? Deuxièmement, si l'on représente le contact multi-aspérités par le contact entre une bille et un plan, comment faire le lien entre les deux? Comment prendre en compte la répartition spatio-temporelle des micro-impacts et son effet sur la dynamique du patin?

Enfin, dans le modèle bouncing-ball, aucune force tangentielle n'apparaît (représentation de rebonds verticaux). Un tel modèle est-il en mesure de fournir des informations sur la force de frottement subie par le patin rugueux? Si non, est-il possible de modifier le modèle bouncing-ball pour obtenir des indications sur la force de frottement?

Pour aborder ces questions, un nouveau banc d'essai a été mis en place afin d'étudier la dynamique du patin. Celui-ci est décrit dans le chapitre 2. Le mouvement macroscopique d'un patin rugueux en glissement sous son propre poids sur une surface rugueuse a pu alors être suivi par vibrométrie laser. Les propriétés du mouvement du centre de gravité du patin à basse vitesse sont l'objet du chapitre 3. Des modèles numériques et analytiques ont

été mis en place pour comprendre l'origine des caractéristiques statistiques et spectrales de ce mouvement basse vitesse à partir de celles des topographies en contact.

Le régime haute vitesse a lui aussi pu être étudié. La dynamique associée a pu être approchée par un modèle numérique de type BB dans lequel le mouvement basse vitesse du chapitre 3 sert de source excitatrice. Reproduire certains aspects de cette dynamique a nécessité d'introduire des degrés de liberté supplémentaires, en modélisant le patin par 3 billes liées rigidement entre elles. Cela permet de représenter les rotations du patin. Ce modèle permet de reproduire les mesures de façon satisfaisante. Ces études, expérimentales et numériques, sont présentées dans le chapitre 4.

Ensuite, au chapitre 5, nous nous intéressons à la force de frottement mesurée au cours des essais. Ces mesures montrent que la force de frottement change de régime quand la dynamique change de régime, montrant qu'il existe un lien fort entre force tangentielle et dynamique verticale. Différentes pistes de modélisation ont été explorées en vue de capturer le comportement de la force de frottement et de comprendre ce lien entre force tangentielle et dynamique verticale.

Si les grandeurs mesurées jusqu'à ce point sont bien définies en temps, elles restent macroscopiques en espace, intégrées sur la surface du patin. Dans le chapitre 6 nous présentons les résultats d'un second patin composé de 25 aspérités modèles et permettant une mesure originale multi-voies du contact de chacune d'entre elles. Ce patin doit permettre de tester les hypothèses sur les micro-contacts locaux qui interviennent dans les modélisations des chapitres précédents. Ces mesures d'impacts en régime de glissement stationnaire ont permis de mettre en évidence les caractéristiques statistiques du nombre de points de contact simultanés et des longueurs glissées par micro-impact.

Chapitre 1

État de l'art

Une des motivations initiales des travaux menés au Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS), et qui ont conduit à ce travail, est liée à des problèmes acoustiques. En effet une partie de l'énergie dissipée pendant le frottement est restituée sous forme de bruit. Celui-ci peut être de deux natures, lié dans certains cas à des instabilités mécaniques, dans d'autres aux impacts entre aspérités. C'est ce second problème qui a conduit à la présente étude. Nous nous intéresserons donc à ces bruits de frottement dans une première partie de l'état de l'art.

La compréhension du bruit de frottement passe nécessairement par la compréhension de la mécanique du contact. Dans une seconde partie, nous détaillerons donc les modèles de mécanique du contact. La compréhension du comportement en frottement entre deux surfaces passe par plusieurs étapes. Tout d'abord, une approche statique simple mono-contact doit être adoptée. Cette approche peut ensuite aller vers des descriptions plus complexes faisant intervenir un contact multi-aspérités et/ou en introduisant des charges dynamiques.

Dans la compréhension du bruit de rugosité, une notion clef est celle d'impact. Nous nous attarderons donc sur les modèles d'impact dans une troisième partie.

Enfin ce système de contact rugueux sec faiblement chargé a déjà été étudié au LTDS. Nous détaillerons dans une dernière partie deux études, la première orientée vers l'acoustique, la seconde vers le mouvement de corps rigide du patin.

1.1 Bruit de frottement

Deux surfaces qui frottent l'une sur l'autre, donnent généralement naissance à un bruit. Ce bruit peut-être souhaité (archet du violon sur la corde) ou indésirable (crissement de freins). On distingue principalement deux types de bruit de frottement : ceux liés à une

instabilité mécanique au sens de la dynamique non linéaire, et ceux liés aux excitations associées aux rugosités des surfaces en contact selon la classification proposée par A. Akay [15]. Pour un même système, les deux bruits peuvent apparaître selon les conditions de chargement et tribologiques. Cela est décrit par exemple par M. Yokoi et M. Nakai [12].

1.1.1 Instabilité de frottement

Les bruits de frottement dus à des instabilités au sens de la dynamique non linéaire, sont souvent caractérisés par une réponse spectrale à bande étroite et centrée sur quelques fréquences en particulier. Cette caractéristique résulte des mécanismes qui engendrent ces instabilités associées à des bifurcations de Hopf, de Neimark ou de type frottement.

La plus emblématique est celle associée au phénomène de stick-slip. Il s'agit, pour une interface de contact donnée, de l'apparition d'une alternance de phases de glissement (slip) et de phases de collage (stick). Ce régime a été étudié pour différentes lois de frottement (Nakano [16], Saha et al. [17], Dankowicz [18]) et dans différentes configurations de contact (Pascal [19]). Ces instabilités sont conditionnées par la loi de frottement, la masse et la raideur du système. En particulier, on peut montrer qu'une des conditions essentielles à l'apparition du stick-slip est la décroissance du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement. Les vibrations auto-entretenues qui apparaissent sont caractérisées par des cycles dont la fréquence gouverne le bruit résultant.

Le stick-slip est souvent étudié pour des systèmes à quelques degrés de liberté, permettant de faire émerger des critères stricts pour l'apparition d'instabilités [16]. Cependant, dans des situations où les conditions macroscopiques du glissement ne permettent pas l'émergence d'instabilités, des bruits caractéristiques d'instabilités de frottement peuvent néanmoins apparaître (Adams [20]). Des études plus poussées des conditions de collage à l'interface (Adams [20], Tromborg et al. [21]) montrent l'existence de stick-slip à des échelles mésoscopiques, sur une partie du contact.

1.1.2 Bruit de rugosité

Il existe un second type de bruit de frottement, caractérisé par un spectre large bande, sans fréquence dominante. Ces bruits sont liés à des événements aléatoires à l'interface. Par exemple dans le cas d'une brosse sur une surface rugueuse, chaque poil de la brosse va se mettre à glisser indépendamment des autres de manière stochastique. Cette excitation va entraîner une vibration des corps en présence et leurs rayonnements acoustiques. Entre deux surfaces rugueuses faiblement chargées, ce sont les chocs aléatoires entre aspérités qui vont entraîner la vibration et le rayonnement acoustique large bande. Yokoi et Nakai

se sont particulièrement intéressés à la compréhension de l'influence des paramètres de glissement sur ce bruit de rugosité dans le cas d'une poutre en appui sur un disque [12, 22]. En particulier, deux lois en puissance ont pu être obtenues expérimentalement en fonction de la vitesse de glissement V et de la rugosité arithmétique R_a pour le niveau de pression acoustique :

$$L_P(dB) \propto 20\log(R_a^m) \quad (1.1)$$

$$L_P(dB) \propto 20\log(V^n) \quad (1.2)$$

Yokoi et Nakai donnent $0.8 \leq m \leq 1.2$ et $0.6 \leq n \leq 1.1$ [22]. La loi empirique 1.1 a été confirmée sur le même type de système par Othman et al. [23, 13] mais avec un coefficient m sensiblement différent à savoir $0.25 \leq m \leq 0.65$. Ce contact a aussi été étudié pour des contacts rugueux plan/plan par Stoimenov et al. [24] et la relation 1.1 a encore une fois été vérifiée. C. Zouabi [14] trouve dans ses expériences que la relation 1.2 est vérifiée avec $0.6 \leq n \leq 0.68$. Ben Abdelounis et al [25] ont eux aussi étudié le frottement de deux surfaces planes et rugueuses en combinant les deux lois expérimentales précédentes. Les deux influences de la vitesse et de la rugosité sont indépendantes et on a :

$$L_P(dB) \propto 20\log(R_a^m V^n) \quad (1.3)$$

avec $0.7 \leq m \leq 0.96$ et $0.9 \leq n \leq 1.16$. Le Bot et al. [26] complète cette étude avec l'influence de l'aire apparente de contact S :

$$L_P(dB) \propto 20\log(R_a^m V^n S^{\lambda(S)}) \quad (1.4)$$

Dans sa thèse V.H.Dang [11] montre expérimentalement que λ peut varier de 0.4 à 6.5 en fonction des conditions de contact, montrant que l'influence de l'aire apparente de contact est complexe à appréhender. Il obtient par ailleurs numériquement et expérimentalement des coefficients n compris entre 0.58 et 0.75 et m compris entre 0.69 et 0.84. Outre la nouvelle validation expérimentale des relations entre bruit et propriétés du contact, cette thèse montre surtout numériquement qu'il existe un lien direct entre impacts et bruit de rugosité (*c.f.* section 1.4.2).

Pour conclure sur ce bruit de rugosité, on remarque que, si les lois expérimentales macroscopiques semblent faire consensus, les valeurs des coefficients expérimentaux à appliquer sont eux sujets à discussion, montrant des variations du simple au double. On est en droit d'espérer qu'une compréhension plus fine de la statistique des chocs entre aspérités permettra de mieux comprendre ces relations. En particulier, l'ambition

de Othman et al. [23] de mesurer la rugosité des surfaces par la mesure du bruit de rugosité ne pourra se faire sans une compréhension exhaustive des mécanismes mis en jeu. C'est plus précisément dans ce champ d'application que s'inscrit notre travail.

1.2 Mécanique du contact

Pour comprendre le bruit de rugosité, il est important en préliminaire de revenir sur le contact entre deux solides sans glissement, simplement sous l'effet d'une charge statique, normale à l'interface. On cherche alors à caractériser l'aire réelle de contact, le champ de contrainte et de déformation de l'interface, la séparation entre les interfaces, *etc.* Ce problème a d'abord été étudié par Hertz sur un système simple de deux solides non conformes et parfaitement lisses, avec un contact unique, en supposant que les matériaux ont un comportement élastique linéaire.

La complexité de ce problème est ensuite augmentée en introduisant la possibilité d'avoir plusieurs contacts élastiques entre deux surfaces conformes rugueuses (Greenwood et Williamson [27]), ou plusieurs contacts plastiques (Bowden et Tabor [8]), d'avoir de l'adhésion (dans la théorie JKR par exemple [28]), ou tout cela en même temps. Dans cette étude, où nous nous intéressons à des interfaces métalliques, raides, les effets adhésifs sont négligeables et ne seront pas étudiés. Nous présenterons donc ici uniquement les modèles de Hertz, de Greenwood et Williamson ainsi que celui de Bowden et Tabor. Ces deux derniers modèles permettent en particulier d'interpréter les propriétés du coefficient de frottement.

Pour comprendre le bruit de rugosité, caractérisé par des impacts, il faut sortir du cas purement statique. Dans une deuxième partie nous aborderons donc le contact normal soumis cette fois à une charge dynamique.

1.2.1 Contact statique ou quasi-statique

Dans cette section, nous partons du modèle simple de contact unique entre deux solides non conformes et parfaitement lisses pour aller vers l'étude de contacts entre surfaces plus complexes, notamment rugueuses.

1.2.1.1 Contact de Hertz

La théorie de Hertz (1888) est largement expliquée par K.L. Johnson dans [29], on ne reprend ici que les éléments principaux en développant ceux qui nous seront utiles par la suite.

a Problème général. On s'intéresse à deux solides Σ_1 et Σ_2 non-conformes, chacun décrit dans la zone du contact par une parabolöide elliptique. Lorsqu'on amène ces deux solides en contact, il existe pour chaque solide des axes principaux permettant sur une zone restreinte de décrire l'altitude des surfaces antagonistes $z_i(x_i, y_i)$ avec pour origine le premier contact. On a :

$$z_i = \frac{1}{2R_i^x}x_i^2 + \frac{1}{2R_i^y}y_i^2 \quad (1.5)$$

où R_i^x et R_i^y sont les rayons principaux de la parabolöide elliptique décrivant le solide Σ_i . En notant $h = z_1 - z_2$ la séparation initiale, il existe aussi un repère principal dans lequel on peut écrire :

$$h = \frac{1}{2R^x}x^2 + \frac{1}{2R^y}y^2 \quad (1.6)$$

La séparation initiale étant alors elle aussi décrite par une parabolöide elliptique de rayon principaux R^x et R^y . Pour deux surfaces non conformes, cette expression nous montre qu'en dehors du contact, les profils d'iso-séparation sont des ellipses. Dans ce cas, l'aire de contact est ellipsoïdale de demi rayon a et b et Hertz montre que le champ de pression est parabolique d'expression $p = p_0\sqrt{1 - (x/a)^2 - (y/b)^2}$. Le calcul d'élasticité permet ensuite d'obtenir les champs de déplacement et de contrainte ainsi que les valeurs des demi-diamètres a et b . Les calculs sont détaillés dans la partie suivante pour le cas du contact sphère-sphère et sphère-plan.

b Cas du contact sphère-sphère. Dans le cas où le contact est de symétrie cylindrique, c'est-à-dire lorsque les deux solides peuvent-être décrits localement comme des sphères, on peut se ramener au cas d'un contact sphère élastique/plan rigide en introduisant les grandeurs équivalentes suivantes :

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.8)$$

où R^* et E^* sont respectivement le rayon équivalent et le module d'Young équivalent associés à la sphère déformable.

L'aire de contact est alors celle d'un disque de rayon noté a . Le champ de pression dans l'aire de contact est parabolique et fourni par :

$$p = p_0\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad (1.9)$$

avec r la position radiale par rapport au centre du contact. Les équations du comporte-

ment élastique linéaire permettent de donner l'expression du rayon du contact a et du rapprochement maximal des solides ε en fonction de la pression surfacique maximale p_0 :

$$a = \frac{\pi p_0 R^*}{2E^*} \quad (1.10)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi a p_0}{2E^*} \quad (1.11)$$

En faisant l'intégrale de cette pression (Eq 1.9) sur l'aire de contact, on obtient l'expression de la charge normale P en fonction de p_0 :

$$P = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2, \quad (1.12)$$

ce qui permet finalement d'exprimer le rayon de contact, l'indentation des solides et la pression de contact en fonction de la charge appliquée :

$$a = \left(\frac{3PR^*}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.13)$$

$$\varepsilon = \left(\frac{9P^2}{16R^*E^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.14)$$

$$p_0 = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.15)$$

On peut remarquer la non-linéarité de la charge P vis à vis du rapprochement ε .

1.2.1.2 Modèle de Greenwood et Williamson

En 1966, Greenwood et Williamson proposent un modèle élastique de surfaces rugueuses [27]. Dans cet article, ils se ramènent au contact normal entre une surface rugueuse (de rugosité équivalente) et un plan parfaitement lisse séparés d'une distance d , mesurée entre le plan lisse et le plan rugueux moyen. Ils simplifient la topographie de la surface rugueuse en admettant qu'il s'agit de N sphères ayant chacune comme rayon de courbure le même rayon R . Ces sphères ont une répartition de hauteurs de leurs sommets dont on suppose la fonction de répartition $\phi(z)$. Le nombre de contacts à une séparation d est alors donné par :

$$n = N \int_d^\infty \phi(z) dz \quad (1.16)$$

En considérant que chaque micro-contact se comporte comme un contact de Hertz, la surface de contact pour chacun de ces micro-contacts est donnée en combinant les équations 1.13 et 1.14 pour chaque micro-contact par $A_i = \pi \frac{R^*}{E^{*1/3}} (z - d)$. On obtient alors pour

l'aire de contact réelle :

$$A_r = \pi N \frac{R^*}{E^{*1/3}} \int_d^\infty (z - d) \phi(z) dz, \quad (1.17)$$

La charge normale supportée par le contact est fournie par :

$$P = \frac{4}{3} N E^* \sqrt{\frac{R^*}{E^{*1/3}}} \int_d^\infty (z - d)^{\frac{3}{2}} \phi(z) dz. \quad (1.18)$$

Greenwood et Williamson montrent que pour des distributions de hauteurs $\phi(z)$ gaussiennes ou exponentielles (souvent rencontrées pour les surfaces rugueuses), P et A_r sont, respectivement, quasiment ou exactement proportionnelles. Cette approche est une approche statistique moyenne et continue reposant sur l'hypothèse d'un grand nombre d'aspérités. En général, les résultats montrent que l'aire réelle de contact est très inférieure à l'aire apparente.

1.2.1.3 Modèle de Bowden and Tabor

L'aire de contact réelle étant souvent très réduite par rapport à l'aire de contact apparente, la pression au niveau des aspérités en contact est très grande. Bowden et Tabor [8] font donc l'hypothèse que chaque aspérité a atteint son seuil plastique. En appelant σ_Y la contrainte plastique, la charge normale P s'écrit directement en fonction de l'aire de contact réelle A_r :

$$P = \sigma_Y A_r \quad (1.19)$$

L'aire de contact réelle est encore une fois proportionnelle à la charge normale appliquée. Avec des hypothèses très différentes de celles de Greenwood et Williamson, on obtient donc un résultat similaire, à savoir une relation linéaire entre P et A_r avec $A_r \ll A_{apparente}$

1.2.1.4 Lien avec le frottement

Il est attesté que le frottement sec était déjà étudié par Léonard de Vinci. Dès ces premières expériences, un résultat essentiel se dégage : la force de frottement est directement proportionnelle à la charge normale appliquée, pour un couple de surfaces dans des conditions de contact données. Cette proportionnalité entre force de frottement et force normale se traduit par un coefficient de frottement μ . Amontons (1699) montre expérimentalement que ce coefficient de frottement ne dépend pas de l'aire apparente de contact. Cela peut être justifié par l'un ou l'autre des modèles présentés précédemment.

Il convient donc de qualifier ce coefficient de frottement et les modèles sont alors variés. Le plus couramment utilisé car simple et relativement fiable est le modèle dit d'Amontons-

Coulomb. Ce modèle fait apparaître deux coefficients de frottement, le coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique. Dans des conditions de contact où les variations de vitesse sont importantes, les lois d'Amontons-Coulomb ne sont plus suffisantes. Nous présenterons alors un modèle plus complet introduit par Rice&Ruina (modèle à variable d'état ou modèle Rate&State).

a Propriétés du coefficient de frottement. Expérimentalement, Amontons en 1699 et Coulomb en 1780 [30], montrent que le coefficient de frottement décrit par Léonard de Vinci ne dépend ni de la charge appliquée ni de l'aire apparente de contact. Ces propriétés du coefficient de frottement peuvent être interprétées en considérant que la force tangentielle à vaincre pour faire glisser les deux solides l'un par rapport à l'autre est liée à la contrainte de glissement τ des jonctions adhésives créées à l'interface. Cette force s'exprime donc :

$$F_t = A_r \tau \quad (1.20)$$

Expérimentalement, il est montré que cette contrainte de glissement τ est constante pour un couple de matériaux donné et ne dépend pas de l'aire de contact ni de la charge normale appliquée au contact [3]. La force de frottement est donc proportionnelle à l'aire de contact réelle, ce qui est aussi montré expérimentalement [3, 31]. Par suite (section 1.2.1.2 et 1.2.1.3) la force de frottement est proportionnelle ou quasi-proportionnelle à la charge normale et indépendante de l'aire apparente de contact. Finalement, le coefficient de frottement μ est indépendant de l'aire apparente de contact et indépendant (ou quasiment indépendant) de la force normale.

b Lois de Amontons-Coulomb. Pour décrire le frottement sec, on établit généralement une loi faisant intervenir deux coefficients de frottement. Celle-ci est couramment appelée loi de Amontons-Coulomb en hommage aux travaux expérimentaux successifs de Amontons et de Coulomb [32].

Lorsque la vitesse relative des deux solides est nulle, la force tangentielle T doit atteindre une certaine proportion de la force normale N pour que les deux solides se mettent en mouvement relatif. Avant le glissement, on a donc :

$$T \leq \mu_s N. \quad (1.21)$$

Le coefficient μ_s est appelé coefficient de frottement statique. Lorsque les deux solides sont en mouvement relatif, la force de frottement F_t est alors égale à une certaine proportion de la force normale :

$$F_t = \mu_k N. \quad (1.22)$$

Le coefficient de μ_k est appelé coefficient de frottement cinétique et est *a priori* différent de μ_s . Généralement on constate que $\mu_s \geq \mu_k$. Ces deux coefficients sont donnés expérimentalement, pour un couple de matériaux. L'usage veut que, dans cette description, les coefficients de frottement statique et cinétique sont supposés indépendants de la vitesse de glissement et de l'aire apparente de contact. Un schéma représentant le comportement général du coefficient de frottement d'Amontons-Coulomb est tracé sur la figure 1.1.

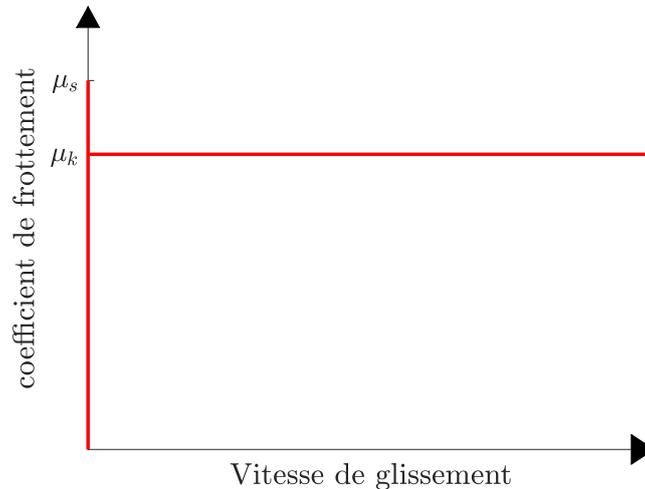


FIGURE 1.1 – Schéma représentant l'évolution du coefficient de frottement des lois d'Amontons-Coulomb avec la vitesse de glissement

c Loi de frottement à variable d'état. Cependant, considérer le coefficient de frottement comme une constante présente des limites. Coulomb [30] remarquait déjà une dépendance du coefficient par rapport à la vitesse de glissement et à l'histoire du contact. Ces influences ont été largement étudiées en particulier en géologie et plusieurs d'entre elles ont pu être décrites [33]. Premièrement, l'âge du contact influe sur le coefficient de frottement statique (figure 1.2.a). Plus le contact est vieux, plus le coefficient de frottement statique est important. Deuxièmement une influence de la vitesse de glissement (figure 1.2.c) sur le coefficient de frottement cinétique a été mise en évidence et de manière générale, plus la vitesse de glissement est élevée, plus le coefficient de frottement cinétique est faible. Enfin, on observe généralement un régime transitoire entre deux valeurs de coefficient de frottement cinétique lors d'un changement de vitesse (figure 1.2.d), formant un pic de frottement au moment du changement de vitesse.

En 1983, Rice et Ruina [34] proposent un modèle pour décrire ce comportement, connu en anglais sous le nom de “rate and state friction model”, dans lequel intervient

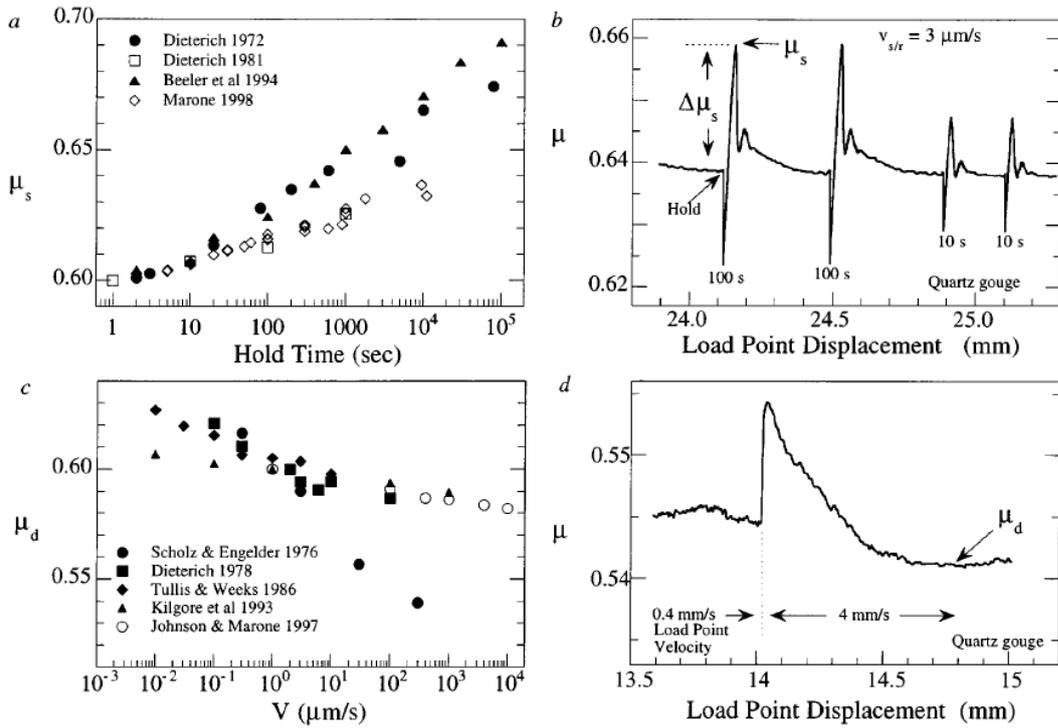


FIGURE 1.2 – Influences de paramètres du contact sur les coefficients de frottements statique et cinétique. (a) Influence du temps de repos du contact sur le coefficient de frottement statique. (b) Exemple d'expérience permettant la mesure du coefficient de frottement statique en fonction du temps de repos. (c) Évolution du coefficient de frottement cinétique avec la vitesse de glissement. (d) Exemple de transitoire du coefficient de frottement pour le passage d'une vitesse de glissement à une autre. *Source* : [33]

une variable d'état θ et la vitesse de glissement :

$$\begin{cases} \mu(V, \theta) = \mu_0 + \mathbf{a} \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + \mathbf{b} \ln\left(\frac{V_0\theta}{D_c}\right) \\ \dot{\theta} = 1 - \frac{V\theta}{D_c} \end{cases} \quad (1.23)$$

où μ_0 est le coefficient de frottement mesuré à V_0 . Plusieurs équations différentielles gouvernant la variable d'état ont été données par la suite en fonction du phénomène sous-jacent supposé prédominant [33]. Des modèles de plus en plus complexes faisant apparaître une variable d'état ont ensuite été développés tel que le modèle LuGre [35] ou le modèle de Thøgersen et al. [36].

Dans tous les cas, une longueur caractéristique D_c intervient dans ces modèles. En régime permanent en particulier, l'équation d'état s'écrit $\theta_{ss} = D_c/V_{ss}$. La variable d'état correspond alors au temps nécessaire pour parcourir cette longueur D_c . L'état du système

est donc relié à une grandeur géométrique caractéristique du glissement. Pour comprendre le sens de celle-ci, on s'intéresse en particulier à la phase de mise en glissement et donc aux expériences de Rabinowicz.

d Expériences de Rabinowicz. Les coefficients de frottement des lois d'Amontons-Coulomb sont souvent représentés en fonction de la vitesse de glissement (figure 1.1). Cette courbe présente une discontinuité à $V=0$, c'est à dire quand l'interface se met à glisser. L'idée d'étudier le moment de la mise en glissement est de comprendre les phénomènes en jeu à ce moment du glissement et comprendre quels sont les paramètres qui la pilotent. Pour cela, en 1951, Rabinowicz [37] met en place une expérience originale permettant d'obtenir un coefficient de frottement en fonction du glissement microscopique de l'interface, en l'absence de mouvement macroscopique des solides. Ces expériences permettent de montrer que le coefficient de frottement n'est pas discontinu mais diminue continûment en fonction de ce déplacement microscopique comme cela est présenté dans la figure 1.3. Rabinowicz met ainsi en évidence un glissement critique D_c au-delà duquel le glissement est cinétique. D_c se trouve correspondre à la taille moyenne des micro-contacts et Rabinowicz interprète donc D_c comme le glissement nécessaire pour renouveler les contacts entre les surfaces.

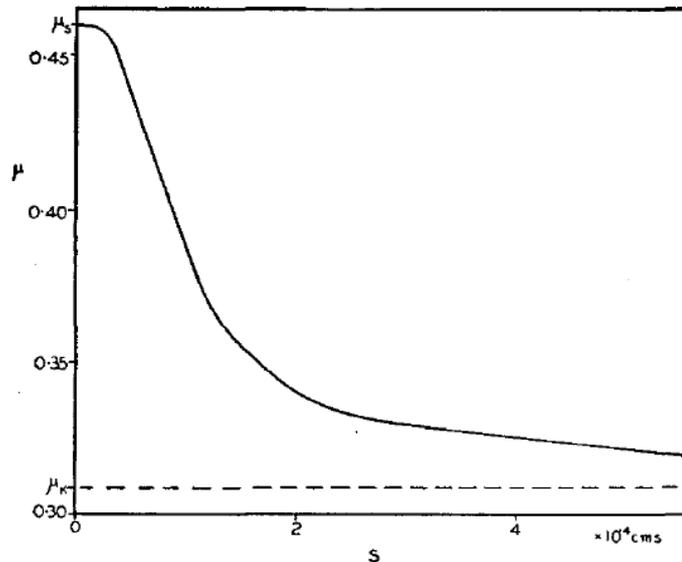


FIGURE 1.3 – Schéma représentant l'évolution du coefficient de frottement lors de la mise en glissement. *Source* : [37]

1.2.1.5 Contact statique de surfaces réelles

Les hypothèses formulées jusqu'ici pour décrire le contact normal entre deux surfaces sont sujettes à plusieurs limitations. Par exemple, l'assimilation des surfaces à un ensemble de sphères indépendantes les unes des autres est discutable et ce pour deux principales raisons.

D'une part les topographies mesurées montrent souvent un aspect fractal [38]. L'auto-similarité des surfaces pouvant même être mesurée jusqu'à l'échelle atomique [39]. Dans de telles conditions, définir le rayon de courbure moyen des aspérités devient une tâche ardue. Dans le cas de surfaces purement élastiques mais aussi viscoélastiques, l'influence de telles topographies est par exemple prise en compte par la théorie de Persson [6].

D'autre part les aspérités se situent les unes à côtés des autres et l'indentation d'une aspérité peut jouer sur l'altitude de ses voisines. Des modèles pour prendre en compte cette interaction ont aussi été développés par exemple par A. Vakis [40].

Les modèles de B.N.J. Persson et A. Vakis sont des modèles analytiques ou semi-analytiques permettant de rendre compte des surfaces complexes. Cependant la puissance grandissante des calculateurs permet aussi d'envisager le contact rugueux par des simulations numériques [41]. Cette modélisation pose néanmoins de nombreux problèmes concernant par exemple les méthodes numériques employées ou encore ce que doivent être les entrées du modèle pour représenter fidèlement une situation de contact, en particulier en présence d'adhésion [42].

1.2.2 Dynamique du contact

L'étude du bruit de rugosité a montré que les impacts entre aspérités en étaient l'origine. Ce contact entre surfaces ne peut être considéré comme statique et une étude dynamique doit être menée. Ainsi le contact peut être décrit comme une raideur, non linéaire, pour laquelle on peut calculer des modes propres. Nous décrivons ici deux exemples basés sur la théorie de Hertz et sur l'approche de Greenwood et Williamson.

1.2.2.1 Dynamique du contact de Hertz

Le contact de Hertz a été largement étudié en particulier pour sa non-linéarité [43, 44, 45, 46, 47]. Nous nous contenterons ici de déterminer la pulsation propre linéarisée de ce contact sous une charge normale statique mg associée à une excitation temporelle $mg\epsilon(t)$. Cette grandeur nous sera utile aux chapitres 3 et 4. L'équation 1.14 peut s'écrire :

$$P = \mathfrak{K}\epsilon^{\frac{3}{2}} \tag{1.24}$$

Le principe fondamental de la dynamique pour le contact chargé s'écrit alors :

$$m\ddot{\varepsilon} + \mathfrak{K}\varepsilon^{\frac{3}{2}} = mg(1 + \epsilon(t)) \quad (1.25)$$

L'écrasement statique associé à ce contact est :

$$\varepsilon_s = \left(\frac{mg}{\mathfrak{K}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (1.26)$$

On peut linéariser la force de contact autour de cette position, en faisant un développement limité au premier ordre :

$$P(\varepsilon_s + \varepsilon) = P(\varepsilon_s) + P'(\varepsilon_s)\varepsilon \quad (1.27)$$

$$P(\varepsilon_s + \varepsilon) = mg + \underbrace{\frac{3}{2}\mathfrak{K}\varepsilon_s^{\frac{1}{2}}}_{K} \varepsilon \quad (1.28)$$

Le PFD devient donc :

$$m\ddot{\varepsilon} + K\varepsilon = mg\epsilon(t) \quad (1.29)$$

On peut alors donner la pulsation propre du contact :

$$\Omega^2 = \frac{K}{m} = \frac{3\mathfrak{K}}{2m}\varepsilon_s^{\frac{1}{2}} \quad (1.30)$$

Cette pulsation propre est calculée à partir d'une raideur linéarisée autour de la position d'équilibre. Lorsque les oscillations autour de cette position deviennent importantes, il faut prendre en compte la non-linéarité pour calculer la fréquence propre. Ce calcul conduit à observer un comportement mollissant du contact : plus l'amplitude des oscillations est grande plus la fréquence d'oscillation est faible.

1.2.2.2 Dynamique d'un contact multi-aspérités

D.P. Hess et A. Soom ont décrit dans [48] la réponse normale d'un contact rugueux. Ils montrent que la raideur équivalente associée au contact de Greenwood et Williamson a un comportement mollissant, identiquement au contact de Hertz.

Dans [49], D.P. Hess et A. Soom étudient le mouvement vertical et angulaire d'un contact glissant rugueux avec glissement et sans perte de contact. Pour décrire le contact, ils utilisent l'approche de Greenwood et Williamson en introduisant un angle entre les plans moyens des deux surfaces. Ils montrent entre autre que l'aire de contact réelle et la force normale ne dépendent pas linéairement de la position verticale et angulaire. En revanche, ils montrent aussi que l'aire de contact réelle reste proportionnelle à la force

normale en dépit de l'introduction d'un angle entre les deux plans moyens.

1.3 Mécanique des impacts

Comme nous l'avons vu dans la section 1.1.2, ce sont les nombreux chocs entre micro-aspérités qui sont à l'origine physique du bruit de rugosité. Dans cette section nous nous attarderons dans un premier temps sur le modèle de choc introduit par Newton via un coefficient de restitution, puis nous ferons le lien avec des modèles de contact introduits sous forme de raideurs, linéaires ou non-linéaires.

1.3.1 Modèle de choc infiniment court

Lorsque l'on parle d'impact, la littérature fait souvent référence à une modélisation initialement introduite par Newton en terme de coefficient de restitution. Ce modèle suppose que le temps de choc est très court vis à vis de la dynamique d'ensemble du système. On trouve ce modèle dans une large communauté, pour décrire aussi bien l'impact d'un outil sur un autre [50] que pour simuler les milieux granulaires [51]. Cette modélisation est en effet extrêmement simple car elle permet de réunir dans un seul coefficient scalaire l'ensemble des phénomènes dissipatifs au moment de l'impact, liés à la déformation des objets ou à la propagation d'ondes à travers les corps impactés sans prendre en compte de loi de contact. Ce coefficient de restitution est défini en fonction des vitesses d'impact selon la normale au contact. Soient 2 solides Σ_1 et Σ_2 s'impactant en un point I , \vec{n}_{21} la normale au contact en ce point I . L'expression du coefficient de restitution e est donnée en fonction des vitesses dans le repère galiléen Rg par [52] :

$$\vec{n}_{21} \cdot \left[\vec{V}(I \in \Sigma_2/Rg) - \vec{V}(I \in \Sigma_1/Rg) \right]_{t^+} = -e \vec{n}_{21} \cdot \left[\vec{V}(I \in \Sigma_2/Rg) - \vec{V}(I \in \Sigma_1/Rg) \right]_{t^-} \quad (1.31)$$

où t^+ et t^- désignent respectivement les instants infiniment courts juste après et juste avant l'impact et e est compris entre 0 et 1. Dans le cas d'une percussion frontale de solides indéformables on peut écrire simplement :

$$e = \frac{(V_{\Sigma_2} - V_{\Sigma_1})_{t^+}}{(V_{\Sigma_1} - V_{\Sigma_2})_{t^-}} \quad (1.32)$$

Un coefficient de restitution égal à 1 correspond à un choc parfaitement élastique. La variation d'énergie cinétique totale du système entre le début et la fin du choc est nulle. À l'inverse, un coefficient de restitution égal à 0 correspond à un choc parfaitement plas-

tique. On montre aisément que la variation d'énergie cinétique pendant l'impact, ΔE_c , est donnée par [53] :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) (1 - e^2) (V_{\Sigma_2}^{t^-} - V_{\Sigma_1}^{t^-})^2 \quad (1.33)$$

Ce coefficient de restitution étant un paramètre global pour un nombre varié de phénomènes dissipatifs, il varie avec de nombreux paramètres de l'impact. On citera par exemple la forme des solides, leurs propriétés mécaniques, leurs masses, la vitesse d'impact, *etc.* Cependant il présente l'avantage d'être assez aisé à mesurer expérimentalement pour un couple de solides donné. Goldsmith [53] regroupe dans son ouvrage plusieurs tables de valeurs pour e dans des cas variés. On note généralement que le coefficient de restitution diminue quand la vitesse d'impact augmente.

1.3.2 Dynamique du modèle Bouncing-Ball

Le modèle dit Bouncing-Ball (BB), est un exemple de système dont le comportement est piloté par des impacts. Dans ce modèle, une bille rebondit sur un plan horizontal animé ou non d'un mouvement vertical, harmonique ou aléatoire. Ce modèle a été largement étudié comme paradigme des phénomènes non-linéaires. Il a été introduit en physique, pour l'étude des rayonnements cosmiques, par Fermi (1949) et Ulam (1961), et repris largement par la suite [54]. En étude des milieux granulaires, l'étude des caractéristiques de ce système BB permet de caractériser un écoulement [55]. En mécanique, le système BB est un modèle de compréhension pour des phénomènes variés. On peut citer les bruits des machines-outils [56] ou le comportement dynamique de pignons fous [57] et de manière générale tout système présentant des pertes de contact et des impacts courts. Le modèle Bouncing-Ball a été étudié numériquement [58] et analytiquement [56] et montre de très bons accords avec des systèmes expérimentaux [59].

Le plus fréquemment, ce modèle est étudié sous un certain nombre d'hypothèses et de conditions :

- le mouvement du plan est sinusoïdal,
- le mouvement du plan n'est pas perturbé par l'impact,
- l'amplitude du mouvement de la bille est grande devant celle du plan (hypothèse de Chirikov). Cette hypothèse permet de considérer le système comme Markovien c'est-à-dire que la vitesse de la bille après l'impact n ne dépend que de la vitesse du plan à l'impact n et de la vitesse de la bille après l'impact $n - 1$.

Ce système permet déjà de mettre en évidence des comportements intéressants, variés et observables expérimentalement. Ainsi, citons le cas de l'apparition de régimes de chaos

en fonction de l'excitation par le plan [60].

Dans le cas qui nous intéressera dans ce manuscrit, l'excitation est liée à la topographie et est donc aléatoire. Le modèle Bouncing-Ball a aussi été étudié en considérant un mouvement du plan aléatoire. Wood et Byrne [56] montrent alors un effet d'ombrage lié à la vitesse de la bille : lorsque le plan excitateur descend plus vite que la bille ne tombe, il ne peut être atteint par la bille. Prenant en compte cet effet ils obtiennent une expression non explicite de la distribution des vitesses d'éjection de la bille et montrent que la moyenne de ces vitesses converge vers une valeur qui ne dépend que de l'écart-type de la vitesse du plan excitateur et du coefficient de restitution. Chastaing et al. [59] montrent par ailleurs que dans ces conditions, il reste cependant une corrélation entre le mouvement de la bille et celui du plan : la vitesse du plan lors de l'impact est une fonction de la vitesse d'approche de la bille. Cet effet est particulièrement prononcé pour un mouvement sinusoïdal du plan mais reste vrai lorsque le mouvement de celui-ci est aléatoire.

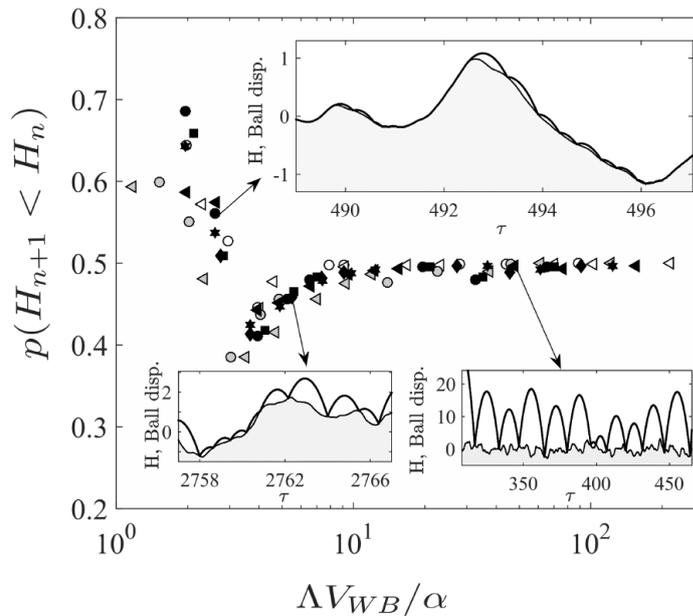


FIGURE 1.4 – Probabilité que l'altitude du plan lors de l'impact $n + 1$ soit inférieure à l'altitude lors de l'impact n en fonction de l'accélération réduite du plan Λ/α et de V_{WB} , la vitesse moyenne d'impact prédite par Wood et Byrne [56] *Source* : [58]

Lorsque l'on relâche l'hypothèse de Chirikov, c'est-à-dire lorsque l'amplitude du mouvement de la bille n'est plus nécessairement grande devant celle du mouvement du plan, des phénomènes de mémoire peuvent être mis en évidence. Zouabi et al. [58] mettent en évidence trois régimes pour un mouvement aléatoire corrélé du plan. Le premier lorsque l'accélération réduite du plan est importante, correspond au cas décrit précédemment. Lorsque la bille atteint à nouveau le plan après avoir perdu contact, l'altitude à laquelle

elle va toucher le plan est aléatoire et ne dépend pas de l'altitude à laquelle elle a touché le plan lors de l'impact précédent. Lorsque l'accélération réduite du plan est moins grande, la bille va avoir plus de chance d'impacter le plan à une altitude plus grande que celle de l'impact précédent. En effet il faut alors grimper les collines que forme la trajectoire du plan. En revanche lorsque l'accélération réduite du plan est faible, la bille aura plus de chance d'impacter le plan à une altitude inférieure à celle de l'impact précédent. En effet dans ces conditions, il n'y a quasiment plus d'impacts lors des phases ascendantes du plan, la bille reste collée au plan. Les sauts seront alors plus probables sur les phases descendantes du plan. Ces différents régimes peuvent être visualisés dans la figure 1.4.

De nombreuses adaptations de ce modèle Bouncing-Ball ont été faites pour rendre compte de situations différentes. Par exemple Wright et al.[61] et Dorbolo et al. [62] ont introduit un plus grand nombre de degrés de liberté. Cet ajout de degrés de liberté supplémentaires s'accompagne d'une augmentation du nombre de billes potentiellement en contact. Cela peut nous intéresser pour traiter le cas de surfaces rugueuses multi-contacts. Dorbolo et al. [62] étudient en particulier un trimère, c'est à dire trois billes liées rigidement entre elles et posées sur un plan animé d'un mouvement vertical. Ils obtiennent ainsi une carte des régimes chaotiques de la bille en fonction de l'accélération réduite du plan, faisant apparaître des modes de vibrations supplémentaires liés à la rotation du trimère, en plus de ceux liés à sa translation verticale.

1.3.3 Coefficient de restitution et contact de durée finie

L'un des principaux inconvénients des modèles de chocs via un coefficient de restitution réside dans le fait que le contact est *a priori* de durée nulle et masque donc tous les phénomènes mis en jeu pendant le contact. Par exemple si l'on considère une bille rebondissant sur un plan fixe, on prédit qu'elle effectuera un nombre infini de rebond en un temps fini avant de finalement rester en contact avec la table [63]. Si cela permet de analytiquement d'étudier le collage en passant à la limite, examiner le mouvement de la bille pendant les phase de collage devient impossible : lorsque la bille touche le plan, elle repart nécessairement à une vitesse non nulle. Plusieurs solution ont donc été proposées.

C. Zouabi [14] propose par exemple d'inclure dans son algorithme de calcul bouncing-ball, utilisant un coefficient de restitution, une condition de collage. Cette condition de collage consiste à considérer que si un vol est trop court, c'est-à-dire que la vitesse d'éjection est trop faible, il n'est pas représentatif et la bille reste collée à la table. La prochaine perte de contact apparaîtra lorsque l'accélération du plan atteindra à nouveau celle de la gravité. On garde de cette manière un coefficient de restitution. En revanche, on est amené à fixer de manière arbitraire un critère sur la représentativité des vols.

S'il est difficile de se détacher de l'utilisation d'un coefficient de restitution c'est qu'il est facile à obtenir expérimentalement et qu'il ne présume pas des mécanismes de dissipation. En revanche, dans certains cas, l'utilisation d'une loi de contact peut être préférée en particulier lorsque les durées d'impact ne sont plus négligeables devant les durées de vol. Faire le lien entre loi de contact et coefficient de restitution présente donc un intérêt. Dans ce cas un terme d'amortissement doit être utilisé pour représenter le choc inélastique. Cependant ce modèle d'amortissement est à définir. Son rapport avec le coefficient de restitution est lui aussi à définir.

Nagurka et al. [64], considèrent le contact comme une raideur linéaire associée à un amortissement visqueux (modèle de Kevin-Voigt) et analysent le comportement d'un tel contact rebondissant sur un plan massif. Dans de telles conditions, en analysant les vitesses pré- et post-impact de ce système, le taux d'amortissement est donné par :

$$\zeta = -\frac{\ln(e)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(e)^2}}. \quad (1.34)$$

Carbonelli et al. [65] ont utilisé cette relation et ont comparé les résultats du modèle pour les deux hypothèses (coefficient de restitution *vs* amortissement visqueux) pour un mouvement harmonique du plan exciteur. Ils montrent que l'équivalence entre les deux modèles n'est valable que lorsque la fréquence propre du contact est grande devant la fréquence d'excitation de la table, autrement dit pour un contact raide.

Le même type d'approche a été adopté pour des contacts présentant des raideurs non-linéaires. En effet le modèle de contact de Hertz par exemple donne des résultats satisfaisants en particulier dans le cas du contact sphère/plan et permet de représenter plus fidèlement la réalité qu'un modèle de raideur linéaire, au prix d'une intégration plus complexe. Dans la littérature, l'amortissement associé à ce modèle est souvent de la forme ([53, 63, 66, 67]) :

$$F_{diss} = \tilde{\zeta} \dot{x} |x|^\gamma \quad (1.35)$$

ou x est la déformation du contact, \dot{x} sa dérivée temporelle. Dans [53], la valeur $\gamma = 1/2$ est choisie, d'autres valeurs peuvent cependant être envisagées ([63, 67]). Il faut ensuite déterminer la valeur de $\tilde{\zeta}$. Goldsmith [53] et Lankarani [67] proposent de choisir cette valeur de manière à maintenir le coefficient de restitution constant. Ce choix résulte en une valeur non constante de $\tilde{\zeta}$, dépendant entre autres de la vitesse d'impact. L'amortissement devra donc être calculé avant chaque impact. À l'inverse, Falcon et al. [63] impose une valeur de $\tilde{\zeta}$ constante. Ils ajustent expérimentalement ce paramètre sur les impacts à grande vitesse. Ce modèle résulte en un coefficient de restitution qui diminue quand la vitesse d'impact diminue. Ils reportent par ailleurs un comportement identique expérimentalement.

1.4 Contact rugueux sec faiblement chargé en glissement

1.4.1 Contexte de recherche au LTDS

À la suite des études de Yokoi et Nakai [12, 22], Othman et al. [23, 13] et Ben Abdelounis [25, 68], V.H. Dang dans sa thèse [11] s'est intéressé au bruit de rugosité dans le but de le relier directement aux événements aux interfaces. Pour cela, il s'est placé dans les conditions d'apparition du bruit de rugosité, c'est-à-dire celles d'un contact rugueux sec faiblement chargé. Dans une première partie expérimentale, il a étudié les influences des paramètres du contact sur le niveau de pression acoustique qui ont mené à établir la loi expérimentale de l'équation 1.4. De la même manière que [68] et [24], il conclut que le bruit rayonné est équivalent à un bruit blanc filtré par les modes propres des corps en contact et que l'amortissement associé à ces corps a aussi une influence sur le bruit rayonné.

Pour confirmer ce lien entre modes propres des solides, impacts des aspérités et bruit rayonné, V.H. Dang met en place un modèle numérique (les logiciels Ra2D/Ra3D) spécialement dédié au calcul du contact rugueux dynamique en vue de l'étude du bruit rayonné. Ce sont les résultats de ces simulations que nous résumons dans la section 1.4.2.

À la suite de ces travaux, C. Zouabi [14] a mené une étude expérimentale qui se concentre sur les points d'intérêt soulevés par V.H. Dang. Par ailleurs, dans cette étude, un modèle numérique simplifié a été mis en place, permettant lui aussi de fournir des informations sur les points soulevés par V.H. Dang. Ces travaux sont présentés dans la section 1.4.3.

1.4.2 Simulation numérique de la dynamique du contact glissant rugueux

La complexité de l'étude numérique du bruit rayonné suite aux événements aux interfaces réside dans la différence entre deux échelles de discrétisation. Représenter les impacts entre aspérités nécessite un maillage très fin des surfaces tandis que le rayonnement acoustique dû à l'amplitude vibratoire des solides ne repose que sur quelques dizaines de modes des solides en contact. Autrement dit, le problème tribologique nécessite une grande discrétisation spatiale et temporelle tandis que le problème acoustique est beaucoup moins lourd. V.H. Dang [11] propose un schéma numérique basé sur la décomposition modale permettant de diviser par 10 le temps de calcul par rapport à un schéma éléments finis reposant sur la discrétisation des surfaces. Ce schéma permet à la fois d'obtenir les pro-

priétés de l’amplitude vibratoire et les propriétés des impacts locaux inaccessibles jusque là expérimentalement. Il est appelé *Ra3D*. Un modèle simplifié à deux dimensions est aussi mis en place, nommé *Ra2D* [69].

Ce modèle numérique permet de retrouver les influences de la rugosité et de la vitesse de glissement sur la pression acoustique données par l’équation 1.3. De plus, ces simulations numériques permettent de mettre en évidence le lien entre les chocs entre aspérités et le niveau vibratoire. En particulier, l’énergie transférée pendant un impact e_{choc} augmente en loi de puissance avec la rugosité et la vitesse de glissement, tandis que le nombre de chocs par seconde η diminue en loi de puissance avec la rugosité et la vitesse. V.H. Dang remarque pour ses simulations avec *Ra2D* que la puissance acoustique P_a est liée à la puissance échangée pendant les chocs tel que :

$$P_a \propto \sqrt{e_{choc}\eta} \quad (1.36)$$

Le lien entre les impacts et le bruit rayonné est donc directement établi pour cette étude numérique. Par ailleurs les simulations mettent en évidence des régimes de saut du patin : il existe des durées pendant lesquelles le patin n’a aucun contact avec la piste.

1.4.3 Étude expérimentale, similarité avec le modèle Bouncing-Ball

Le travail de V.H. Dang met directement en évidence l’importance du mécanisme d’impact pour comprendre les mécanismes du bruit de rugosité sans pouvoir le mettre directement en regard de mesures expérimentales. L’objet de la thèse de C. Zouabi [14] est donc d’étudier précisément les chocs entre les surfaces. Expérimentalement, il a été possible de déterminer, grâce à des mesures accélérométriques, les intensités de ces chocs et leur fréquence. C. Zouabi retrouve ainsi que l’énergie échangée pendant un choc est une fonction puissance de la rugosité et de la vitesse et que le nombre de chocs par seconde est une fonction puissance de l’inverse de la rugosité et de la vitesse. Ces remarques s’accompagnent d’une compréhension plus complète de la dynamique du patin permettant de remonter aussi aux distributions statistiques des temps de vol, des durées d’impact, des forces d’impact et à des grandeurs moyennées telles que le pourcentage du temps passé en vol et le nombre d’impacts par seconde. Notons que ces grandeurs ont été obtenues de manière intégrée sur la surface du patin : il est possible de repérer temporellement les impacts entre la surface et le patin sans pour autant pouvoir dire quel couple d’aspérités est en jeu.

Le travail de thèse de C. Zouabi, permet donc de retrouver expérimentalement les

grandeurs qui caractérisent la dynamique des impacts (durées de chocs, nombre de chocs par seconde, énergie dissipée par choc) et qui avaient été prédites par le modèle numérique de V.H. Dang. Cependant sur des surfaces présentant des tailles macroscopiques, sur des durées de quelques secondes, *Ra3D* peut s'avérer coûteux en terme de temps de calcul. C'est pourquoi C. Zouabi a développé un modèle simplifié du patin permettant de reproduire la dynamique d'impact du contact rugueux sec faiblement chargé. Ce modèle, de type Bouncing-Ball, permet en effet de faire apparaître un certain nombre de paramètres qualitativement identiques avec les mesures expérimentales, comme l'existence d'un régime de contact quasi-permanent et d'un régime de sauts. Les allures des courbes de pourcentage de temps passé en vol étant par exemple assez similaires. Cependant, l'intégration de l'effet des deux topographies "réelles" dans ces simulations n'a pas été faite et expériences et modèles ne sont pas quantitativement comparables.

1.5 Conclusion

La typologie des bruits de frottement a été réalisée par Akay [15]. Parmi ceux-ci les bruits de rugosité sont ceux qui interviennent sous faible charge lorsque, pendant le glissement relatif de deux surfaces, des milliers d'impacts par secondes entre aspérités antagonistes interviennent. Le caractère aléatoire des instants d'impact entraîne un bruit large bande. La caractérisation phénoménologique de ce bruit montre qu'il dépend de la rugosité, de la vitesse de glissement mais aussi, de manière plus complexe, de la taille du patin. Comme l'indique son nom, le bruit de rugosité est donc bien lié à la topographie.

Pour comprendre les mécanismes liés à ce bruit, il faut comprendre les caractéristiques statistiques des impacts et donc comprendre la dynamique de glissement du contact rugueux sec sous faible charge normale. Pour cela on s'intéresse à l'interaction entre surfaces rugueuses. D'une part, la mécanique du contact permet de modéliser le contact entre deux surfaces rugueuses et de donner des modèles de compréhension du frottement lorsque le nombre d'aspérités en contact est important. D'autre part, la mécanique des impacts permet de rendre compte du comportement dynamique de solides s'impactant en réduisant la complexité du contact à un simple coefficient scalaire. Ces deux approches ne sont néanmoins pas suffisantes en elles même pour décrire le système qui nous intéresse dans cette étude.

La modélisation complète du contact effectuée par V.H. Dang [69] permet une modélisation exhaustive, mais lourde, de la dynamique de glissement et du bruit de rugosité qui en résulte. C. Zouabi [14] propose d'étudier cette dynamique par l'intermédiaire d'un modèle simple de type Bouncing-Ball. Celui-ci doit permettre de reproduire la dynamique

d'impact du contact glissant rugueux sous faible charge. Dans le travail de thèse que nous présentons, nous avons décomposé le problème : recherche de l'excitation associée à la topographie puis modélisation de la dynamique grâce à un modèle Bouncing-Ball adapté.

Ce plan de travail nous amène à répondre aux perspectives laissées par le travail de C.Zouabi [14] :

- intégration d'une excitation prenant en compte l'effet des topographies, et d'une loi de contact plus réaliste dans le modèle Bouncing-Ball,
- existence et influence des rotations dans la dynamique du patin,
- étude de la répartition spatio-temporelle des micro-impacts.

Chapitre 2

Banc expérimental

La présente étude s'inscrit dans la continuation d'un travail expérimental mené au LTDS (Zouabi [14]) et visant à valider un ensemble de résultats des simulations numériques de V.H. Dang [11] (également au LTDS). En particulier, il s'agit de mieux comprendre l'existence de sauts d'un patin pendant le glissement, dus à la topographie des surfaces en regard. Le banc expérimental (banc *Ra1*) utilisé dans cette précédente étude a donc essentiellement été conçu afin de tester l'existence du contact entre une piste et un patin, tous deux rugueux, sous faible charge normale. Une série de résultats a pu être produite allant dans le même sens que les simulations numériques et démontrant l'existence d'un régime de sauts. Cependant, la configuration de ce banc expérimental présentait certaines limites que nous avons essayé de dépasser par la mise en place d'un nouveau banc expérimental (banc *Ra2*). Les résultats des bancs *Ra1* et *Ra2* ont été comparés entre eux dans le but de valider l'équivalence des deux configurations. Nous avons ainsi pu enrichir les résultats précédemment obtenus. La nouvelle configuration a aussi pu permettre d'envisager une mesure originale sur la répartition des contacts entre les deux surfaces, non seulement dans le temps, mais aussi dans l'espace. Au final, ces bancs expérimentaux sont des tribomètres linéaires ayant chacun leurs originalités, leurs avantages et leurs limites. Dans l'un et l'autre des deux bancs expérimentaux, il a été choisi de tester des couples de surfaces en regard (patin et pistes) ayant les mêmes propriétés topographiques.

2.1 Banc expérimental *Ra1*

2.1.1 Principe

Nous reprenons ici les éléments essentiels de la présentation du banc expérimental *Ra1* utilisé dans l'étude de C. Zouabi [14] ainsi que le schéma explicatif présenté dans

ce travail (Fig. 2.1). Dans ce dispositif expérimental, un patin rugueux glisse à vitesse constante sur une piste rugueuse. Les deux surfaces sont en acier inoxydable (316L) et de mêmes propriétés topographiques. Ce patin est poussé ou tiré par l'intermédiaire d'un mobile actionné par un moteur pas à pas et une vis à bille. Fixé sur ce mobile, un capteur de force permet d'obtenir la force tangentielle appliquée au mobile pendant l'essai. De cette mesure, la force tangentielle moyenne au cours de l'essai est déduite. Sur le patin, sont disposés deux accéléromètres, à l'avant et à l'arrière du patin. La moyenne des deux signaux obtenus permet d'obtenir l'accélération du centre de la surface supérieure du patin. Elle est considérée comme étant celle de son centre de gravité. La différence entre les deux signaux, permet d'obtenir l'accélération en rotation autour de l'axe horizontal perpendiculaire au glissement. Le patin est aussi placé dans un pont diviseur de tension pour mesurer la résistance de contact. Celle-ci a été principalement utilisée pour déterminer l'existence ou non d'un contact entre la surface et le patin à bien plus haute fréquence que celles accessibles par les accéléromètres (1MHz contre 50kHz pour les accéléromètres). Enfin un microphone est placé proche de la piste afin de relever la pression acoustique liée au glissement. Ce banc expérimental a permis d'étudier et de caractériser :

- les statistiques temporelles sur la présence de contact entre le patin et la surface, déduites des mesures électriques et des accéléromètres,
- l'accélération verticale du patin et l'effort normal au glissement grâce aux accéléromètres,
- l'effort tangentiel moyen grâce au capteur de force,
- la pression acoustique générée par le glissement grâce au microphone.

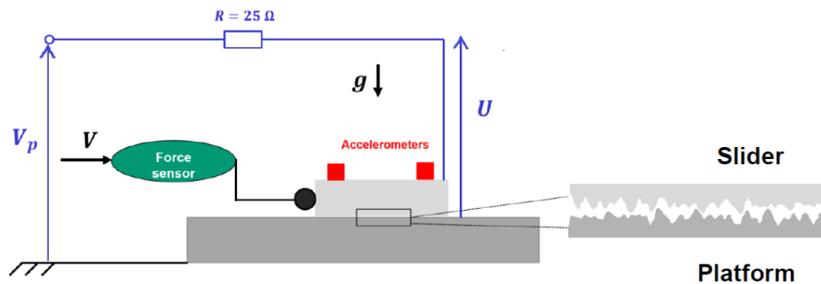


FIGURE 2.1 – Schéma explicatif de *Ra1*. Source : [14]

2.1.2 Originalités et limites

Les principales originalités de la mesure réalisée à l'aide du banc expérimental *Ra1* décrit précédemment sont :

- la double mesure haute fréquence, de la résistance de contact et de l'accélération, permettant de déduire les conditions de contact entre un patin et une piste ayant des surfaces rugueuses,
- aucun degré de liberté du patin n'est complètement bloqué : les rotations autour des axes horizontaux sont libres, les translations selon les axes vertical et transverse au glissement sont libres. Seules la rotation autour de l'axe vertical et la translation dans le sens du glissement sont limitées.

Cependant les principaux inconvénients de ce banc sont liés aux méthodes de mesure utilisées : les mesures électriques et accélérométriques nécessitent toutes deux la connexion de fils au patin. Le positionnement de ces fils requiert une très grande précaution afin de ne pas modifier la dynamique du patin. Aussi, la distance glissée importante de celui-ci (20cm) lors des expériences amène une certaine incertitude due à l'influence des fils. Une méthode optique, à l'aide d'un vibromètre laser par exemple, permettrait de remplacer les accéléromètres de manière non intrusive. Cependant le déplacement du patin et sa grande vitesse (jusqu'à $0,2m/s$) empêche d'envisager de telles méthodes dans cette configuration. Par ailleurs, la mesure d'accélération impose de faire des étapes d'intégration du signal mesuré pour accéder à la vitesse et au déplacement du patin. Si cela est théoriquement possible, les étapes d'intégration numérique peuvent s'avérer délicates en pratique.

Les accéléromètres permettent de donner l'intensité des chocs dans la direction normale au contact et leur répartition temporelle, permettant de conclure à l'importance des micro-impacts lors du glissement. Cependant, ce banc expérimental ne permet d'obtenir que des statistiques macroscopiques des conditions spatiales du contact, intégrées sur la surface du patin. Pour mieux comprendre le glissement, une vision plus locale de ces chocs entre aspérités paraît dès lors nécessaire. L'opacité des matériaux utilisés empêche l'utilisation de méthodes de visualisation *in situ* comme dans les expériences de [3] par exemple. De nouvelles méthodes doivent donc être mises en place pour accéder à la localisation spatiale des chocs entre les deux surfaces, tout en gardant les capacités de localisation temporelle. C'est dans ce cadre que nous avons envisagé la conception d'un nouveau banc expérimental dit banc *Ra2*.

2.2 Banc expérimental *Ra2*

Les nouveaux dispositifs expérimentaux mis en œuvre dans cette thèse visent à répondre à ces trois objectifs :

- mesure directe du déplacement vertical et de la vitesse verticale du patin lors du glissement

- mesure non intrusive de cette dynamique verticale
- accès aux conditions de contact, répartition spatiale et temporelle des contacts entre surfaces, en dépit de l’opacité des matériaux

Un nouveau banc expérimental (banc *Ra2*) et deux dispositifs expérimentaux (patin rugueux massif et patin modèle instrumenté) ont été créés, pour répondre à ce cahier des charges.

2.2.1 Description du fonctionnement du banc *Ra2*

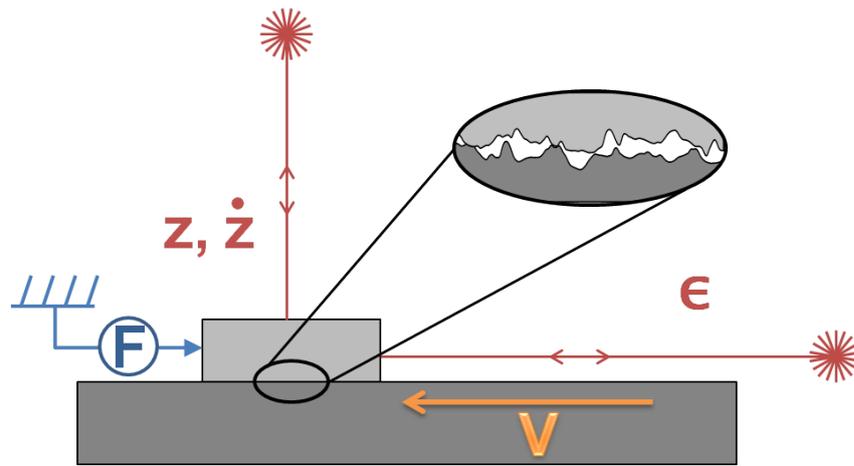
2.2.1.1 Principe

Sur ce banc expérimental, le patin est bloqué en translation horizontale par un stoppeur linéaire rectiligne. Il est simplement posé sur une piste qui se déplace à vitesse constante V grâce à un moteur pas-à-pas et par l’intermédiaire d’une vis à bille. Hormis la vibration induite par le frottement, le patin est ainsi fixe dans le repère du laboratoire. Cette disposition permet de placer un vibromètre laser à l’aplomb de son centre de gravité. Le stoppeur est relié à un portique rigide par l’intermédiaire d’un capteur de force. Enfin un second vibromètre laser est placé dans le plan horizontal pour mesurer la vitesse tangentielle au contact du patin. Le schéma du dispositif expérimental et la photo de la réalisation pratique sont présentés sur la figure 2.2. La description mécanique du banc, la chaîne d’acquisition, le traitement des données, et les systèmes patins/pistes étudiés sont présentés dans les paragraphes suivant.

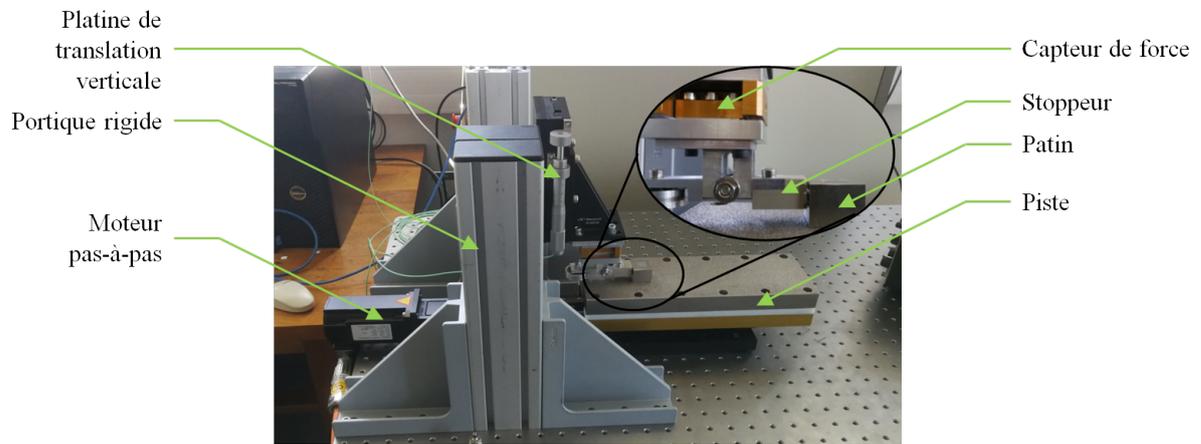
Entre les deux bancs expérimentaux *Ra1* et *Ra2*, la différence majeure est un changement de repère qui permet la mesure optique de la vitesse et du déplacement. En revanche, pour rester le moins intrusif possible, le nouveau dispositif *Ra2* ne permet pas la mesure électrique du contact.

2.2.1.2 Mouvement de la plaque

Le mouvement de la plaque est commandé par un moteur pas à pas Kollmorgen AKMTM asservi en vitesse. Le mouvement de rotation est transformé en un mouvement de translation par une vis à bille MISUMI[®] LX26. Afin de caractériser la régularité du mouvement de la plaque par rapport à la consigne, des mesures ont été effectuées avec un vibromètre laser. La vitesse moyenne de la plaque est bien respectée, avec moins de 2% d’erreur en moyenne relativement à la consigne. En revanche une oscillation autour de cette consigne est observée. L’écart-type absolu (dimensionné) de cette oscillation augmente avec la vitesse de glissement, mais décroît relativement à la vitesse de consigne. L’écart observé est de l’ordre de 3% à 100mm/s et monte jusqu’à 16% à 1mm/s (Fig. 2.3).



(a) Schéma du montage et données mesurées



(b) Photo du montage, réalisation pratique

FIGURE 2.2 – Banc expérimental *Ra2*, schéma de principe (a) et réalisation pratique (b).

D'après les résultats des travaux précédents, le patin a un comportement dynamique uniquement pour les vitesses supérieures à 10mm/s . L'erreur faible mesurée à haute vitesse est donc un avantage tandis que l'erreur importante à basse vitesse ne sera pas *a priori* pénalisante.

Dans ce travail, nous nous intéressons principalement à la position verticale du centre de gravité du patin, z_G , et à ses dérivées aussi bien par rapport à la position latérale du patin, x , et notées par un prime, qu'en fonction du temps t , notées par un point. Le passage de la dérivée temporelle à la dérivée longitudinale dépend directement de la vitesse instantanée de glissement $V(t)$ et de sa dérivée. En effet, notons t l'abscisse temporelle

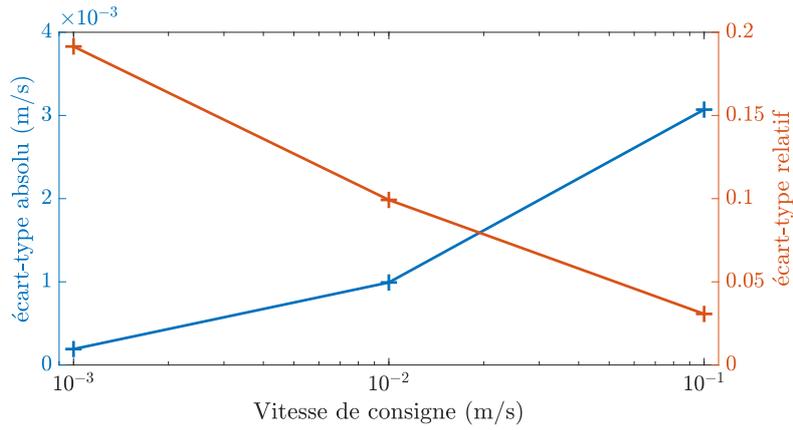


FIGURE 2.3 – Écart-types de l’oscillation autour de la vitesse de consigne de la table de translation de *Ra2*

telle que :

$$z_G(t) = z_G(x) \quad (2.1)$$

$$z_G(t) = z_G\left(\int_0^t V(t)dt\right) \quad (2.2)$$

on a donc

$$\ddot{z}_G(t) = \frac{dV}{dt} z'_G(x) + V^2 z''_G(x) \quad (2.3)$$

Si la vitesse V est constante l’accélération de l’excitation s’écrit :

$$\ddot{z}_G(t) = V^2 z''_G(x) \quad (2.4)$$

Dans la suite du manuscrit, c’est cette hypothèse que nous ferons, et la vitesse de glissement entre les deux solides sera considérée constante et égale à la vitesse de consigne V . Néanmoins, dans la section 4.1.3 nous nous assurerons que le terme $dV/dt \times z'_G$ est bien négligeable.

2.2.1.3 Stoppeur

Le patin est maintenu sensiblement fixe dans le repère du laboratoire grâce à un stoppeur. Afin que ce contact soit le mieux défini possible et le moins perturbatif possible, il est réalisé par l’intermédiaire d’un cylindre métallique plus court que le patin. En supposant que la rotation du patin autour de l’axe vertical est nulle, ce contact peut être assimilé à un contact rectiligne. Dans la réalité, le patin va venir heurter le cylindre avec un léger angle, on aura donc plutôt un contact ponctuel à une extrémité ou à l’autre du cylindre. La platine de translation verticale manuelle (figure 2.2(b)) permet grâce à

une vis micrométrique de placer l'altitude de ce contact. Dans [70], les auteurs montrent que cette grandeur, appelée bras de levier de la force motrice, a une grande influence sur la dynamique du patin. En particulier les auteurs montrent qu'une position de la force motrice au dessus du centre de gravité induit un couplage entre les moments d'inertie en rotation et la force de frottement. Placer la force motrice à mi-hauteur du patin permet de limiter cet effet de couplage et donc de limiter les rotations du patin. Dans [14], il avait déjà été choisi de placer le poussoir à mi-hauteur du patin de manière à limiter l'accélération en rotation autour de l'axe horizontal perpendiculaire au glissement. C'est donc ce positionnement que nous avons repris, la disposition est présentée figure 2.4.

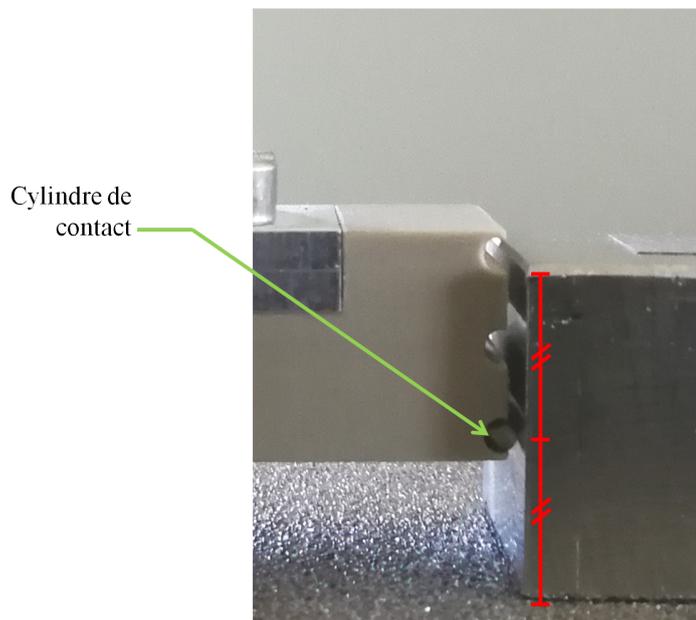


FIGURE 2.4 – Zoom sur le stoppeur du banc *Ra2*

2.2.2 Chaîne de mesure

On présente dans cette section les différents appareils constituant la chaîne de mesure présentée dans la figure 2.5.

2.2.2.1 Vibrométrie Laser

La mesure par vibrométrie Laser repose sur l'effet Doppler. Si un objet s'éloigne à une vitesse donnée, l'onde lumineuse réfléchie par l'objet subira un décalage de fréquence proportionnel à la vitesse. Ce déphasage permet d'avoir un accès direct à la vitesse de l'objet mesuré. Cette mesure est réalisée grâce à une cellule de Bragg. Pour avoir un accès direct au déplacement de l'objet, une mesure d'interférométrie entre le rayon émis et le

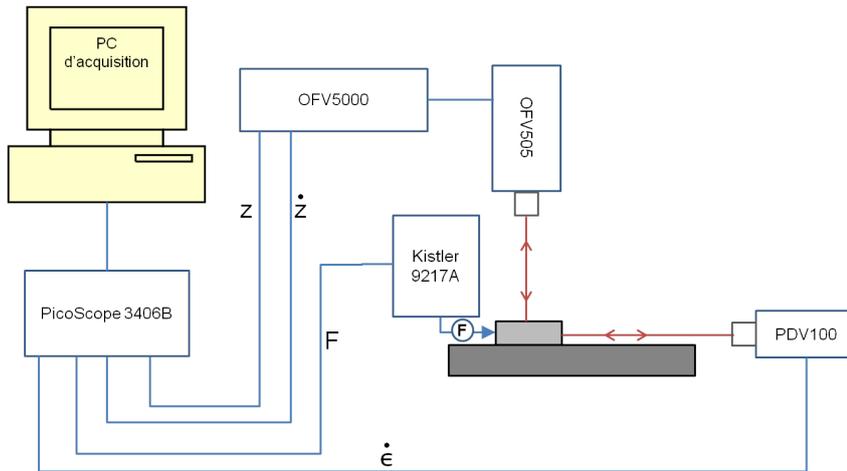


FIGURE 2.5 – Chaîne d'acquisition du banc *Ra2*.

rayon reçu peut aussi être effectuée en parallèle de la variation de fréquence. On compte alors les franges d'interférence à partir d'un point de départ donnant le déplacement avec une résolution de l'ordre de $2nm$ grâce à un capteur optique. Tous les vibromètres ne font pas cependant les deux mesures simultanément. Au laboratoire nous disposons de plusieurs vibromètres permettant la mesure de vitesse et d'un vibromètre permettant la mesure de déplacement.

2.2.2.2 Vibromètre laser horizontal

Horizontalement, on mesure la vitesse instantanée du patin à l'aide d'un vibromètre Polytech® PDV-100. Celui-ci permet de mesurer la vitesse sur une bande de fréquence allant de $0.5Hz$ à $20kHz$.

2.2.2.3 Vibromètre laser vertical

Verticalement on mesure à la fois le déplacement et la vitesse avec une tête laser Polytech® OFV-505 et une électronique OFV-5000. Les mesures de vitesse et de déplacement sont indépendantes et sont observées sur 2 voies séparées. La bande de fréquence de mesure va de $0Hz$ à $350kHz$. Ce matériel offre la possibilité de rajouter un filtre analogique passe bas à $100kHz$. Le décodeur de vitesse a une résolution et une précision qui dépendent de la fréquence, typiquement de l'ordre de $0.1 \pm 0.1\mu m/s/\sqrt{Hz}$. Le décodeur de déplacement a une résolution qui dépend du calibre et ici de l'ordre de quelques nanomètres. Le zéro du déplacement est pris comme la position du patin au début de l'essai. Il s'agit donc d'une mesure de déplacement relatif.

2.2.2.4 Capteur de force

La mesure de la force tangentielle exercée par le patin sur le support est donnée par un capteur de force piézoélectrique uni-axial de type KISTLER® 9217A, ayant une gamme de mesure de -500N à 500N. Sa sensibilité est de -105pC/N et sa bande passante est de 20kHz. Le signal passe par un amplificateur Bruël&Kjaer de type 5018 dont le filtre passe-bas est réglé à 60kHz. Sur des temps inférieurs à 2 minutes, la dérive de ce capteur est faible et permet une mesure statique de l'effort.

2.2.2.5 Oscilloscope

Tous les signaux sont enregistrés avec un oscilloscope électronique PicoScope® 3406B. Ces oscilloscopes permettent un échantillonnage haute fréquence afin d'éviter le repliement. La fréquence d'échantillonnage choisie dépend de la durée de l'essai et varie entre 100KHz et 1MHz. Dans tous les cas, il a été fait attention que cette fréquence soit toujours au moins deux fois supérieure à la bande passante du vibromètre vertical, celle ci étant la plus large des trois capteurs. Ces oscilloscopes ont 4 voies d'acquisition, et une profondeur de 8bits.

2.2.3 Traitement des signaux

2.2.3.1 Synchronisation des signaux

Le déclenchement de l'acquisition par l'oscilloscope se fait grâce à un créneau de tension délivré par l'électronique du moteur pendant toute la durée du mouvement. Cependant, dû à la variété des électroniques utilisées (OFV5000, PDV100 et KISTLER9217A), chacun des signaux issus des différents appareils n'arrive pas simultanément à l'oscilloscope. Pour évaluer ces écarts temporels, les deux vibromètres ont été pointés sur le capteur de force sur lequel on a fait tomber une bille. Le décalage a été qualifié par rapport à l'OFV5000 : il est négligeable pour le KISTLER 9217A ($40\mu s \pm 60\mu s$), mais important pour le PDV 100 ($1,25ms \pm 0.01ms$). Ces mesures ne dépendent pas des calibres sélectionnés. La voie correspondant à la vitesse horizontale sera donc recalée de 1,25ms par rapport aux autres signaux.

2.2.3.2 Interprétation du mouvement mesuré

Les mesures de déplacement vertical et de vitesse verticale se font avec un même vibromètre laser sur un point M sensiblement au centre de la surface supérieure du patin. Nous faisons l'approximation que le mouvement mesuré au point M est une bonne image

de celui du centre de gravité G du patin. On montre, dans la figure 2.6, un schéma mettant en évidence l'écart entre l'altitude du centre de gravité z_G et celle du point de mesure z_M sur un cas 2D. On peut écrire :

$$z_M = z_G + \frac{h}{2 \cos(\psi)} + \epsilon \tan(\psi), \quad (2.5)$$

avec ϵ la distance entre l'abscisse de G et celle de M , ψ l'angle entre l'horizontale et le patin et h l'épaisseur du patin. Si ψ est faible :

$$z_M = z_G + \frac{h}{2} + \epsilon\psi. \quad (2.6)$$

Le contact entre le patin et le stoppeur est uni-directionnelle, c'est-à-dire qu'il empêche le mouvement du patin seulement dans la direction des x négatifs. La grandeur ϵ est donc variable, et le patin est libre de ses rotations. En terme de vitesse et d'accélération, on obtient à partir de l'équation 2.6 les approximations :

$$\dot{z}_M = \dot{z}_G + \dot{\epsilon}\psi + \epsilon\dot{\psi} \quad (2.7)$$

$$\ddot{z}_M = \ddot{z}_G + \ddot{\epsilon}\psi + 2\dot{\epsilon}\dot{\psi} + \epsilon\ddot{\psi} \quad (2.8)$$

Dans un premier temps, on admettra que les termes liés à ϵ et ψ sont négligeables ce qui permet d'écrire $\dot{z}_G = \dot{z}_M$ et $\ddot{z}_G = \ddot{z}_M$. Cette approximation sera rediscutée dans les parties 4.1.3 et 4.4.

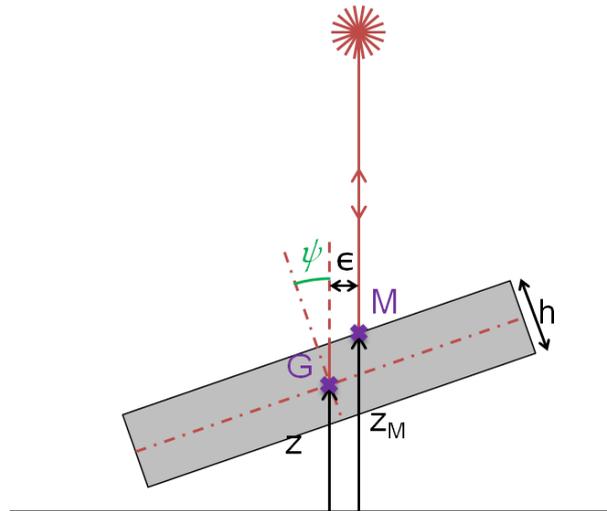


FIGURE 2.6 – Schéma explicatif de l'erreur d'interprétation sur les mesures verticales.

2.2.3.3 Traitement du signal de déplacement

Pour le traitement du déplacement z , on remarque que pour une même piste, une forme générale se dégage quel que soit l'essai. En exemple, on montre, sur la figure 2.7, le déplacement vertical du patin pour la piste de rugosité $R_q = 9\mu m$ et le patin de taille $25 \times 25 \times 10mm$ et ce pour les 20 essais à $1mm/s$. Le défaut de forme de la piste y est très visible. Celui-ci ne nous intéresse pas au delà de la taille du patin. Pour le retirer, on filtre le signal de déplacement vertical $z(x)$ avec un filtre passe-haut dont le nombre d'onde de coupure correspond à la taille L du patin : on garde les ondulations dont la longueur correspond au déplacement du patin de sa propre dimension et on retire les ondulations de plus grande longueur. Par ailleurs pour éliminer le bruit de mesure, on effectue un filtrage passe-bas à $20kHz$. Des exemples de signaux de déplacement filtrés sont présentés dans la figure 2.8.

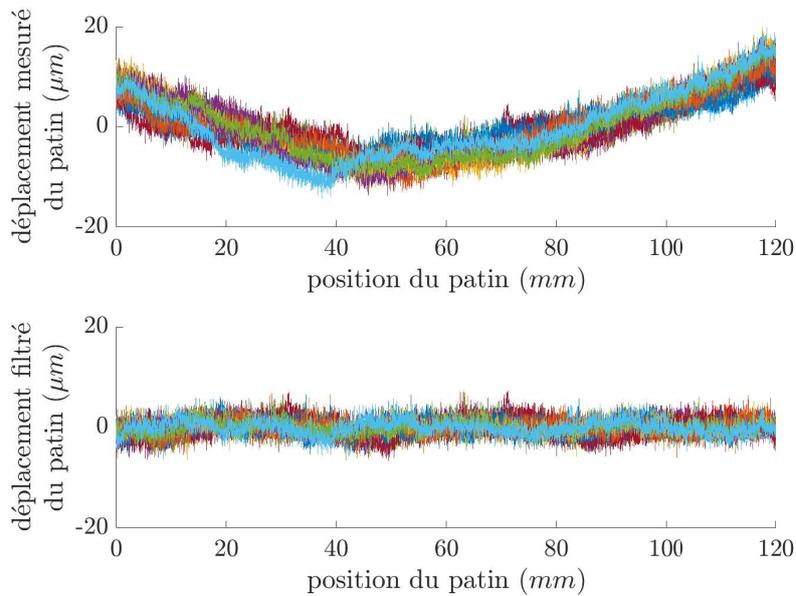


FIGURE 2.7 – Illustration du défaut de forme de la piste en fonction de la position horizontale du patin (x). Figure du haut : signal de déplacement vertical mesuré pour le patin de rugosité $R_q = 9\mu m$, de taille $25 \times 25 \times 10mm$ sur la piste de rugosité $R_q = 9\mu m$ à $1mm/s$ pour les 20 essais. Figure du bas : les mêmes signaux après filtrage. Seul 1 point sur 100 est représenté.

2.2.3.4 Traitement du signal de vitesse et discrimination des phases de contact

Le montage expérimental ne permet pas d'avoir un accès direct à l'accélération du centre de gravité du patin. Celle-ci est obtenue en dérivant le signal de vitesse mesuré par les vibromètres. Pour éliminer les artefacts dus au bruit de mesure, la vitesse est

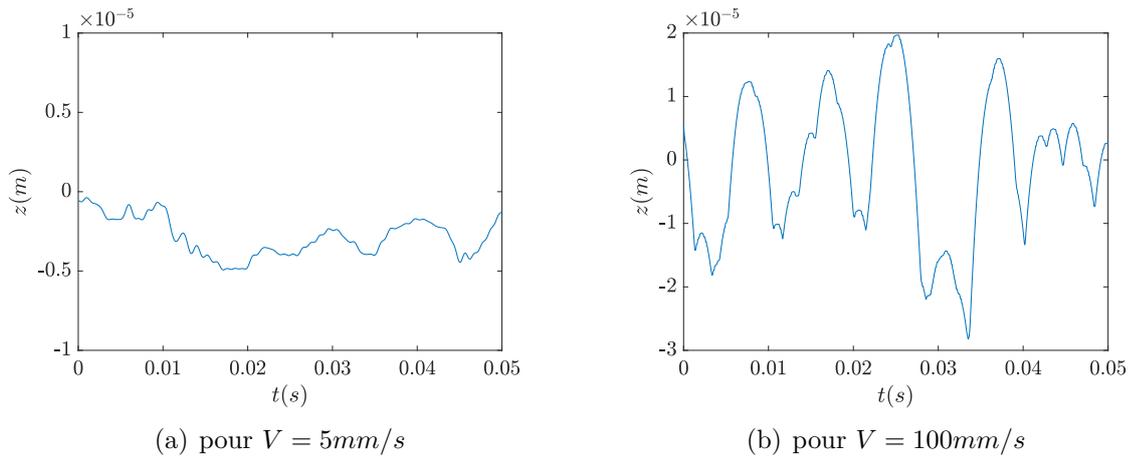


FIGURE 2.8 – Déplacement vertical mesuré du patin. Le signal est filtré avec un filtre passe-bande entre $\frac{V}{L}Hz$ et $20kHz$

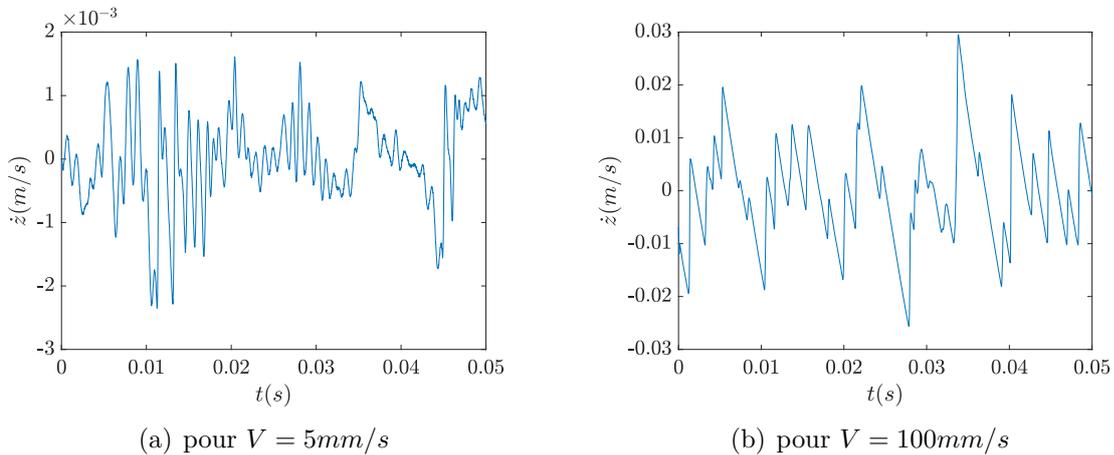


FIGURE 2.9 – Vitesse verticale mesurée du patin. Le signal est filtré à $20kHz$

préalablement filtrée avec un filtre passe-bas à $20kHz$. Un exemple de signaux filtrés est donné dans la figure 2.9 et correspond à des situations de contact quasi-permanent (figure 2.9(a)) et des situations de sauts (figure 2.9(b)). En dérivant, on obtient les signaux d'accélération, à nouveau filtrés avec un filtre passe-bas à $20kHz$. Ces signaux sont montrés en figure 2.10.

La discrimination des phases de contact et de saut se fait à partir de l'accélération du centre de gravité du patin : lorsque celle-ci est égale à la gravité, soit $g = -9,81m/s^2$, le patin est en chute libre, ce qui signifie qu'il ne touche pas la piste. Pour déterminer les phases de contact, il faut donc effectuer un seuillage sur l'accélération dont on doit choisir le niveau. Lorsque l'accélération est au dessus de ce niveau, le patin est considéré comme en contact, lorsqu'elle est en dessous, le patin est considéré comme en vol. Le choix de ce

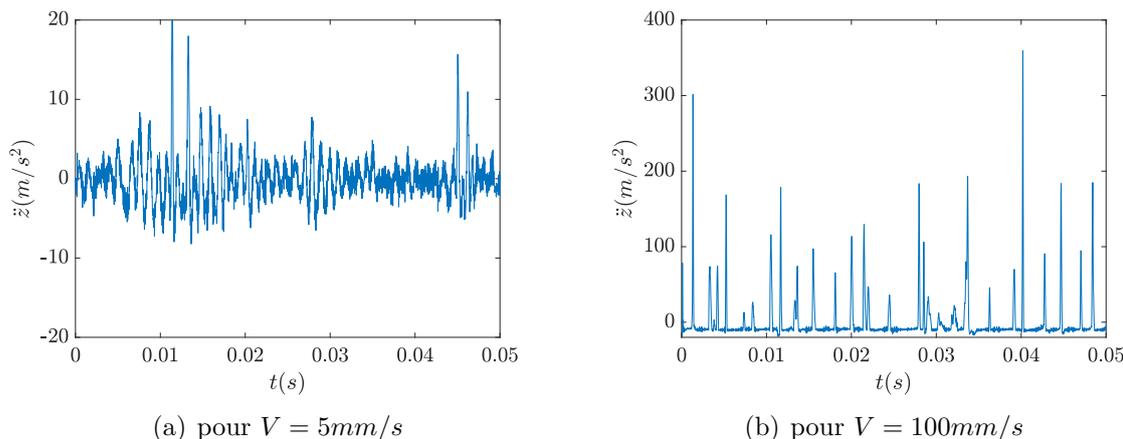


FIGURE 2.10 – Accélération verticale mesurée du patin. Le signal est filtré à 20kHz.

seuil est en compromis entre deux phénomènes :

- À haute vitesse, les phases de vol sont très marquées par des paliers horizontaux, centrés sur l'accélération de la gravité, mais des oscillations autour de cette valeur existent. Placer le seuil trop près de la valeur de g , impliquerait une surestimation du nombre de phases de contact.
- À l'inverse, à basse vitesse, placer le seuil trop loin de la gravité impliquerait cette fois une surestimation du nombre de phases de vol.

Pour illustrer ce problème, nous avons tracé dans la figure 2.11 des exemple de signaux basse et haute vitesse (5 et 100mm/s) avec différentes valeurs de seuillage : à 0.5g, 0.7g et 0.9g. Sur chacune des figures (à haute et à basse vitesse), dans le panneau en haut à gauche est tracée l'accélération avec les différents niveau de seuil. Dans le panneau en bas à gauche est tracée la vitesse verticale. Pour chaque seuillage, sont repérées dans ce graphique les vitesses en début de phases de vol pour chaque niveau de seuil. Sur le panneau de droite sont tracées deux statistiques issues de ces seuillages en fonction du niveau de seuillage. En bleu est tracée la vitesse d'éjection moyenne, c'est-à-dire la moyenne des ordonnées des points repérés sur le panneau en bas à gauche. En rouge est tracée la proportion du temps passé en vol, c'est-à-dire la durée totale que le signal d'accélération reste sous le niveau du seuil divisée par la durée de l'essai. Ces deux grandeurs sont normalisées par la valeur obtenue avec le seuillage à 0.7g.

À haute vitesse, sur la figure 2.11(b), on remarque que le seuil à 0.5g permet de bien discriminer les phases de vol. En revanche, à basse vitesse sur la figure 2.11(a), ce même seuil conduit à considérer des phases de saut qui n'en sont pas.

À basse vitesse sur la figure 2.11(a), on remarque que le seuil à 0.9g donne de bon résultats en ne donnant pas trop de phases de vol. En revanche, à haute vitesse sur la

figure 2.11(b), ce même seuil conduit à considérer des phases de contact qui n'en sont pas.

Finalement nous avons choisi de seuiller l'accélération à $0.7g$. Ce choix est un compromis, permettant d'utiliser le même seuil quelle que soit la vitesse de glissement. Par ailleurs, nous pouvons faire des remarques sur les valeurs statistiques obtenues : certaines sont plus sensibles que d'autres à la valeurs du seuil. La vitesse d'éjection est ainsi très sujette à variation en fonction du seuil car elle dépend beaucoup du nombre d'événements qui vont être mesurés (variations de l'ordre de 800% à haute vitesse, figure 2.11(b)). La proportion du temps passé en vol est elle beaucoup plus robuste car elle considère des événements dans leur durées (variations de l'ordre de 20% à haute vitesse, figure 2.11(b)). De manière générale, toutes les statistique qui concernent des événements –durée des sauts, durée des contacts, vitesse d'éjection, etc– seront fortement influencée par le nombre d'événements repérés, et donc par le niveau du seuil . À l'inverse, les statistiques des grandeurs qui sont le résultat d'une intégration sur l'ensemble des phases de contact ou de vol –proportion du temps passé en vol, écart-type du mouvement pendant les phases de contact– seront plus robustes.

2.2.4 Système en glissement

Les pistes et patins sont en acier inoxydable (316L), dont on donne les propriétés mécaniques génériques : le module d'Young $E = 210GPa$, le coefficient de poisson $\nu = 0.3$ et la masse volumique $\rho = 7800kg/m^3$. Afin d'étudier les effets de la masse et de la surface apparente de contact, 3 tailles de patin sont utilisées (dimensions selon $x \times y \times z$) :

- $25 \times 25 \times 10mm^3$, masse $54g$, surface "simple" (en abrégé M),
- $25 \times 25 \times 20mm^3$, masse $104g$, surface "simple" (en abrégé 2M),
- $35 \times 35 \times 10mm^3$, masse $104g$, surface "double" (en abrégé 2M2S).

Ce choix de patin mène à des pressions apparentes comprises entre 800 et $1600Pa$, pressions extrêmement faible, permettant *a priori* de satisfaire le critère de faible charge, contexte de cette étude. Cela devra être vérifié dans la suite en prenant en compte l'aire réelle de contact.

Pour étudier l'effet de la topographie, trois types de surfaces ayant des rugosités différentes ont été réalisées par électro-érosion. La mesure de la rugosité par le constructeur selon les normes ISO 12085 [71], ISO 4287 [72] et ISO 25178 [73] donne des valeurs de R_a de $4\mu m$, $10\mu m$ et $18\mu m$ (l'ensemble des configurations de patins est en photo figure 2.12). Cependant la norme différencie le défaut de forme, l'ondulation et la rugosité, qui sont toutes trois des variations par rapport à la forme nominale mais à des échelles différentes. La rugosité est celle qui s'intéresse à la plus petite échelle. Dans notre cas, cette différenciation prédéfinie entre les échelles ne semble pas pertinente. En effet ce qui caractérise

le contact entre le patin et la piste sont les aspérités présentes sur une aire égale à celle du patin et donc sur toutes les échelles inférieures à celles du patin. Des mesures de topographies supplémentaires ont donc dû être réalisées.

Ces mesures permettent par ailleurs de caractériser les surfaces en terme d'isotropie, de contenu spectral et de distribution des hauteurs, donnant une description plus complète de la surface que les valeurs scalaires usuellement utilisées (R_q , R_a , R_{sk} , S_{al} , S_{tr} ...). Pour effectuer ces mesures, un profilomètre tactile SOMICRONIC[®] SURFASCAN[®] a été utilisé. Le stylet a un rayon de courbure de $2\mu m$ et la résolution latérale de la mesure est

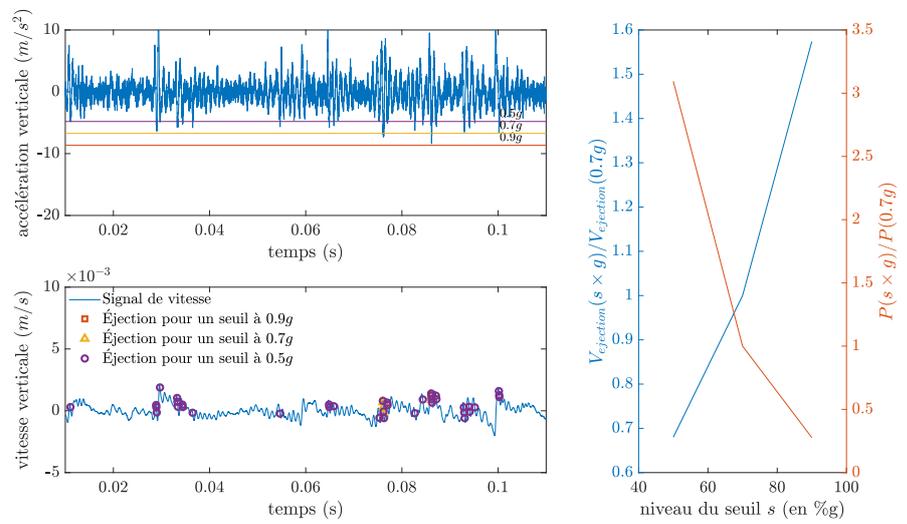
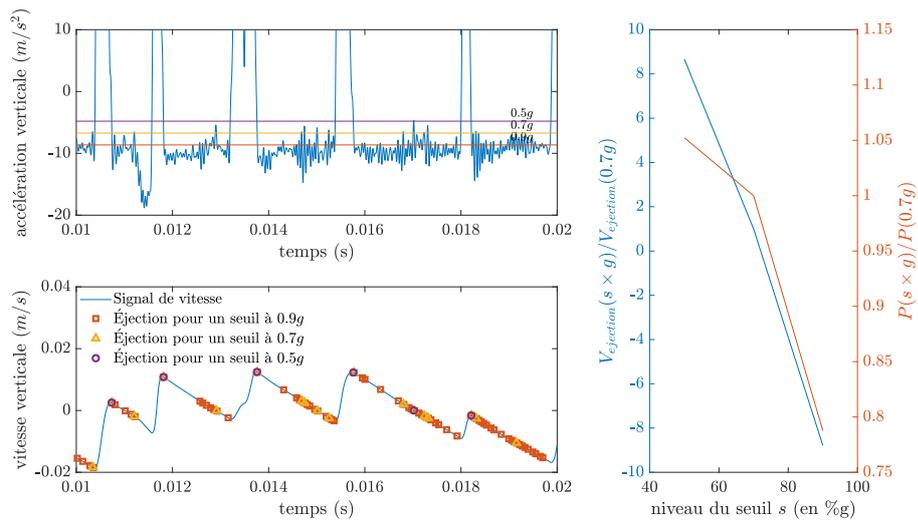
(a) pour $V = 5mm/s$ (b) pour $V = 100mm/s$

FIGURE 2.11 – Influence du niveau de seuillage de l'accélération

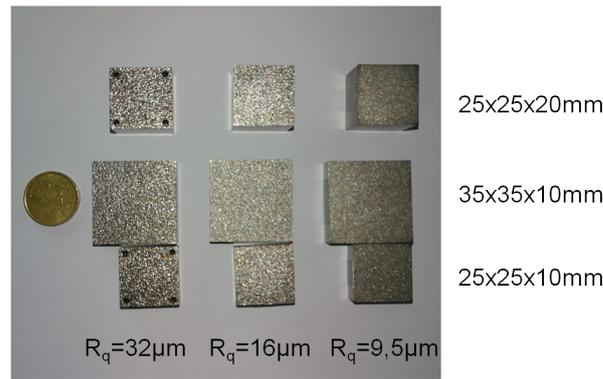


FIGURE 2.12 – Photos des différents patins utilisés

de 2 ou $4\mu m$ dans les deux directions. Les mesures ont été effectuées sur des surfaces de $5 \times 5mm$. Le plan moyen au sens des moindres carrés est retiré à la mesure et ce sont ces surfaces redressées que l'on caractérise. Des exemples de mesures topographiques sont représentées dans la figure 2.13. Les valeurs d'écart-type σ_s de ces surfaces sont obtenues : $9,5\mu m$, $16\mu m$ et $32\mu m$. Cette grandeur, sans notion de longueur de mesure, est nettement supérieure aux mesures de R_a annoncées par le fournisseur car elles prennent en compte une partie de l'ondulation et du défaut de forme. On s'y référera néanmoins par le terme de rugosité. Les distributions des hauteurs sont tracées dans la figure 2.14(a) pour les trois rugosités. Les valeurs des paramètres d'asymétrie (skewness) et d'aplatissement des distributions (kurtosis) sont données dans le tableau 2.1. On peut comparer ces valeurs à celles d'une Gaussienne égales respectivement à 0 et 3. Les différences sont cependant à relativiser, en effet les distributions semblent s'éloigner de la gaussienne essentiellement pour les vallées de la topographie qui sont les plus compliquées à atteindre avec le stylet du profilomètre entraînant un biais de mesure.

L'analyse de l'autocorrélation des surfaces permet de conclure quant à leur isotropie avec des S_{tr} supérieurs à 0.82. On définit la longueur de corrélation dans une direction donnée par la longueur à laquelle l'autocorrélation est égale à 20% de la valeur du pic. Le S_{tr} est le rapport des longueurs de corrélation dans les directions où elles sont maximales et minimales. Si la valeur est proche de 1, la surface est isotrope : dans toutes les directions les longueurs de corrélation sont similaires, une valeur proche de 0 étant caractéristique d'une surface très anisotrope, les longueurs de corrélation étant très différentes suivant la direction. Les surfaces utilisées peuvent donc être considérées comme isotrope. Les spectres des surfaces sont donc quasiment axisymétriques et on peut les tracer selon le nombre d'onde radial k_r . Ce calcul a été fait selon la méthode permettant d'obtenir la densité spectrale de puissance d'une surface isotrope décrite par Jacobs et al. [74]. Les spectres radiaux pour les trois surfaces sont tracés dans la figure 2.14(b).

Dans [38], les auteurs affirment que de nombreuses surfaces ont un comportement quasi auto-affine, c'est-à-dire qu'elles sont similaires, quelle que soit l'échelle d'observation. Nous adoptons alors la description donnée dans [38] avec un nombre d'onde de coupure k_l et un exposant de Hurst H . Ce modèle est représenté dans la figure 2.14(b). Avec cette méthode on obtient des valeurs pour l'exposant de Hurst qui sont supérieures à 1. Elles sont référencées dans le tableau 2.1 sous le nom H_{DSP} . Ces valeurs, trop grandes, ne permettent donc pas une interprétation en tant qu'indicateur de la dimension fractale des surfaces. Une autre méthode souvent utilisée pour la détermination de l'exposant de Hurst repose sur la fonction de corrélation de hauteurs (en fracture [75, 76] et en tribologie [77]). Par cette méthode, on obtient les valeurs notées H_h du tableau 2.1. Ces valeurs sont plus cohérentes avec la définition de surfaces fractales. Néanmoins, les valeurs obtenues avec l'une ou l'autre des méthodes doivent être prises avec précaution [78], l'effet d'échelle ne pouvant être observé que sur 2 à 3 décades.

Les caractéristiques d'écart-type, de fréquence de coupure et d'isotropie S_{tr} sont ré-

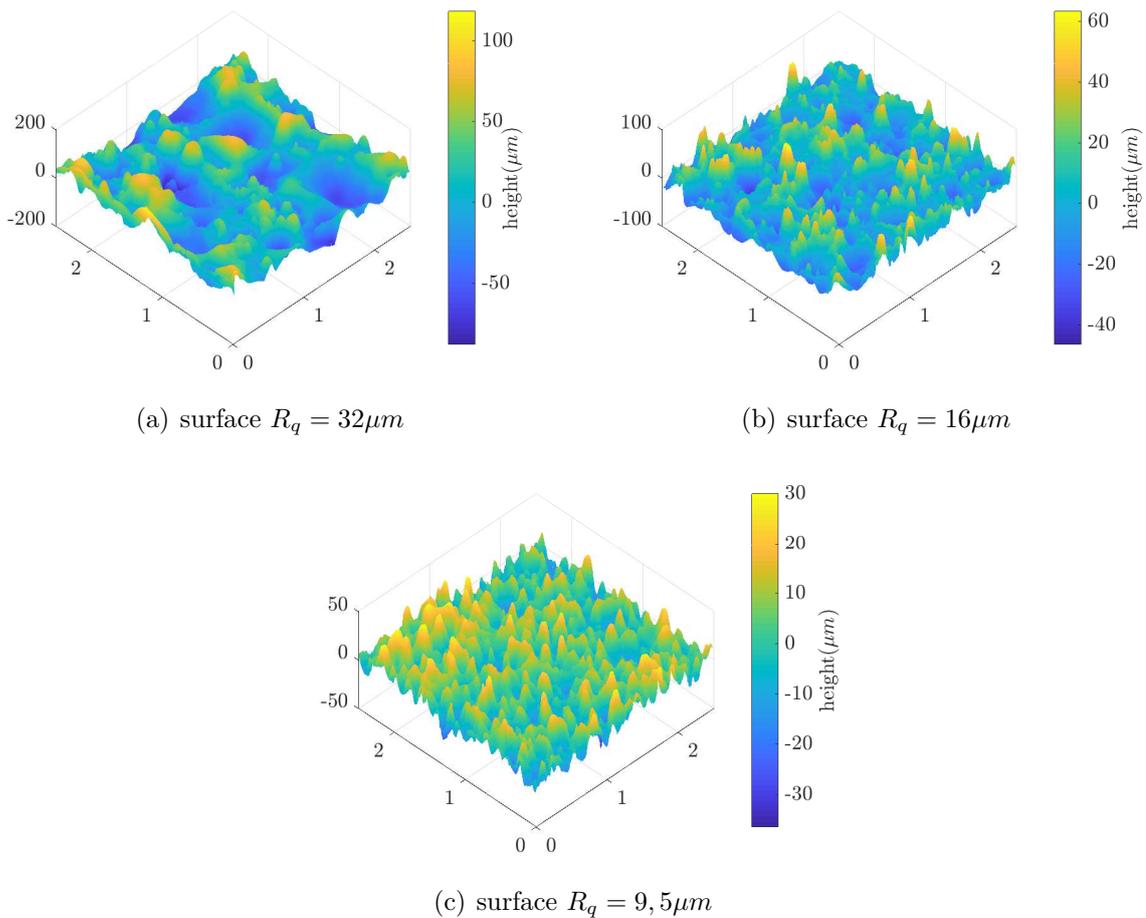


FIGURE 2.13 – Topographies de surface mesurées, échelles latérales en mm

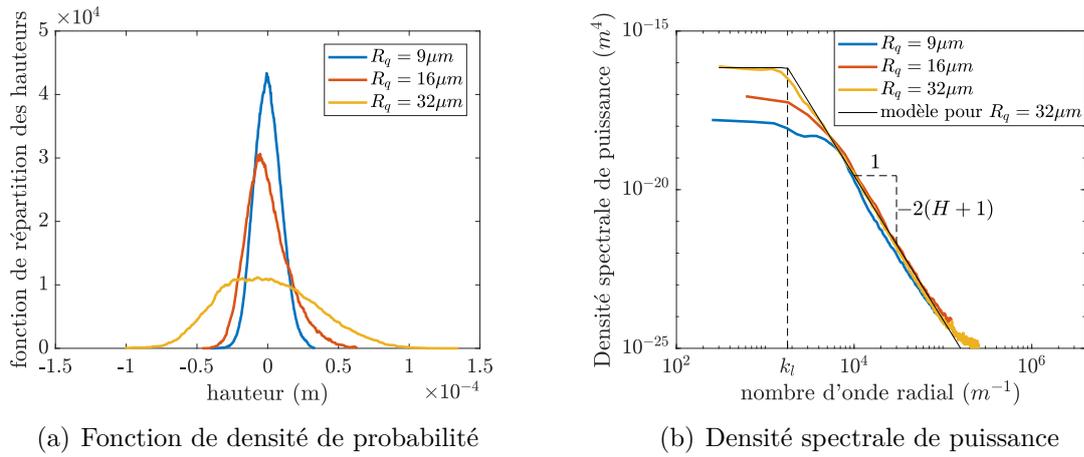


FIGURE 2.14 – Propriétés statistiques et spectrales des topographies

R_a	σ_s	Skewness	Kurtosis	h'_{rms}	R_{rms}	H_{DSP}	H_h	k_l	S_{tr}
$4\mu m$	$9.5\mu m$	0.12	2.93	0.24	$59\mu m$	1.13	0.88	$3730m^{-1}$	0.87
$10\mu m$	$16\mu m$	0.6	3.5	0.35	$42\mu m$	1.27	0.89	$3440m^{-1}$	0.83
$18\mu m$	$32\mu m$	0.25	2.68	0.39	$37\mu m$	1.33	0.93	$1460m^{-1}$	0.82

TABLE 2.1 – Caractéristiques des surfaces utilisées

sumées dans le tableau 2.1 pour les trois types de surfaces considérées. Les valeurs de pente rms h'_{rms} et rayon de courbure rms R_{rms} pour les différentes surfaces y sont aussi reportées. Ces valeurs ont été calculées à partir du spectre selon la méthode exposée dans [74]. Au cours du manuscrit, il pourra être fait référence à la courbure rms calculée comme l'inverse du rayon de courbure rms .

Dans la suite, il sera fait référence à la première topographie par $R_q = 9\mu m$, la seconde $R_q = 16\mu m$ et la dernière $R_q = 32\mu m$.

2.2.5 Protocole de mesure

Pour chaque campagne de mesure, on adopte le protocole suivant :

- Les surfaces sont lavées, successivement avec de l'heptane, de l'acétone puis de l'isopropanol à l'aide d'un chiffon.
- Les électroniques de mesure sont allumées au moins une heure avant les essais afin de limiter les dérives des mesures de déplacement et de force, associées à l'échauffement des appareils.
- Les essais sont réalisés en atmosphère ambiante. Chaque campagne est réalisée dans un laps de temps le plus court possible afin d'éviter les fluctuations majeures dans les conditions de température et d'humidité.

- Le patin est disposé initialement à la limite du contact avec le stoppeur de manière à ce que la force exercée par le patin sur le capteur soit nulle et que le contact entre les deux se fasse le plus tôt possible après le démarrage de la piste.
- La surface est mise en mouvement, à vitesse constante (comprise entre 1 et 100mm/s) sur une distance de 150mm. 5% au début et à la fin de l'essai ne sont pas pris en compte dans le traitement pour éviter les transitoires.
- Pour chaque patin et pour chaque vitesse, 20 essais sont réalisés.
- Les résultats sont traités avec MATLAB[®].

2.2.6 Validation de la similitude entre *Ra1* et *Ra2*

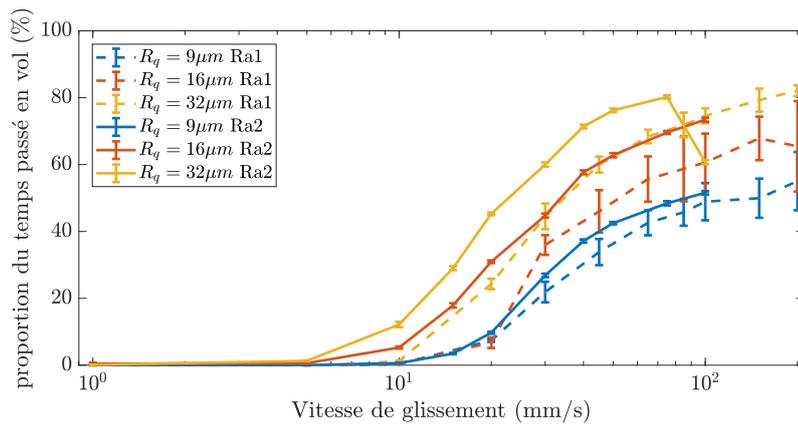
Pour valider la similitude des deux montages expérimentaux, on compare les résultats communs aux différentes expériences. Les deux dispositifs permettent d'avoir accès aux statistiques temporelles de contact et à la force de glissement. On comparera en particulier la fraction du temps passé en vol en fonction de la vitesse. Cette grandeur a été étudiée pour différents patins en faisant varier leur masse, leur rugosité et leur aire apparente. Les résultats montrant les différentes influences sont tracés dans la figure 2.15.

Les valeurs numériques ne sont pas systématiquement identiques, entre les bancs d'essai *Ra1* et *Ra2*. Cette écart peut s'expliquer par des différences dans le traitement des données (méthode de seuillage sur l'accélération) ou les conditions expérimentales (présence d'une raideur supplémentaire due aux fils pour *Ra1*). En revanche, l'influence des différents paramètres (masse, rugosité et aire apparente) sont très comparables. On obtient également le même comportement en fonction de la vitesse avec un régime basse vitesse où le contact est ininterrompu et un régime haute vitesse où la proportion du temps passé en vol augmente et atteint des valeurs importantes ($\simeq 70\%$).

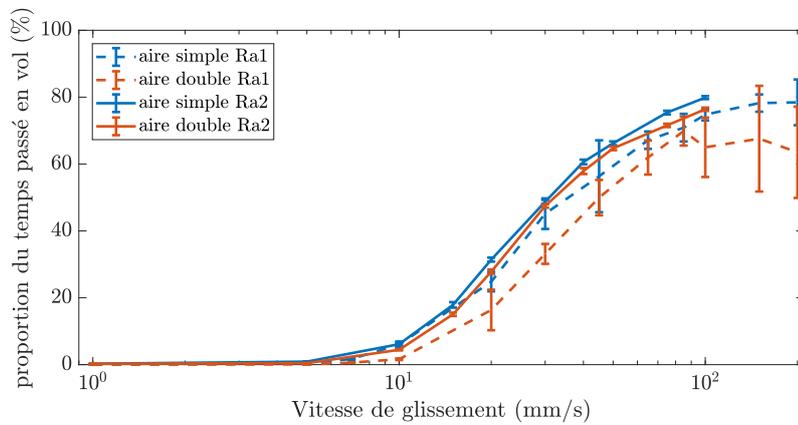
2.3 Patin multi-voies

2.3.1 Principe

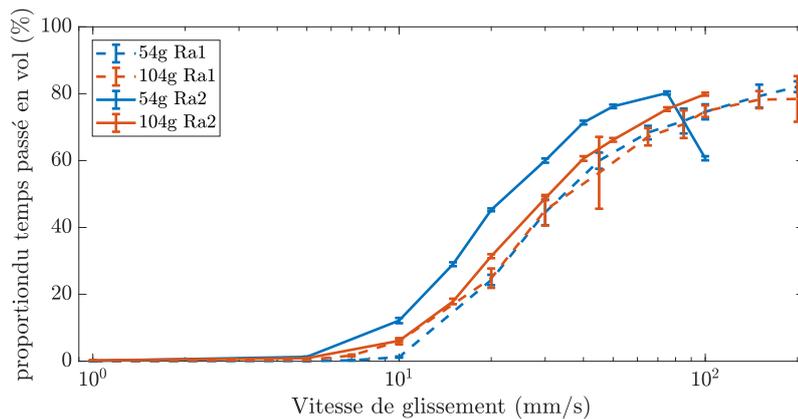
Pour accéder à la localisation spatiale des micro-impacts, on utilise le banc expérimental décrit précédemment en remplaçant les patins métalliques rugueux massifs par un patin instrumenté permettant de mesurer la résistance de contact entre 25 aspérités (5×5) isolées électriquement entre elles et la surface rugueuse de la piste. On mesure toujours les vibrations verticales et horizontales du patin avec les mêmes vibromètres laser ainsi que la force de frottement avec le même capteur piézoélectrique. Le schéma du montage expérimental et la photo de la réalisation sont présentés sur la figure 2.16. En raison de la



(a) Influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 10$



(b) Influence de l'aire apparente, $R_q = 32\mu\text{m}$, masse double



(c) Influence de la masse, $R_q = 32\mu\text{m}$, aire apparente simple

FIGURE 2.15 – Comparaison des résultats de proportion du temps passé en vol en fonction des différentes propriétés du patin : (a) rugosité, (b) aire apparente, (c) masse

nappe de fils entre le patin et l'alimentation 25 voies, la mesure n'est plus non-intrusive et un soin particulier doit être apporté pour limiter l'effet de cette nappe.

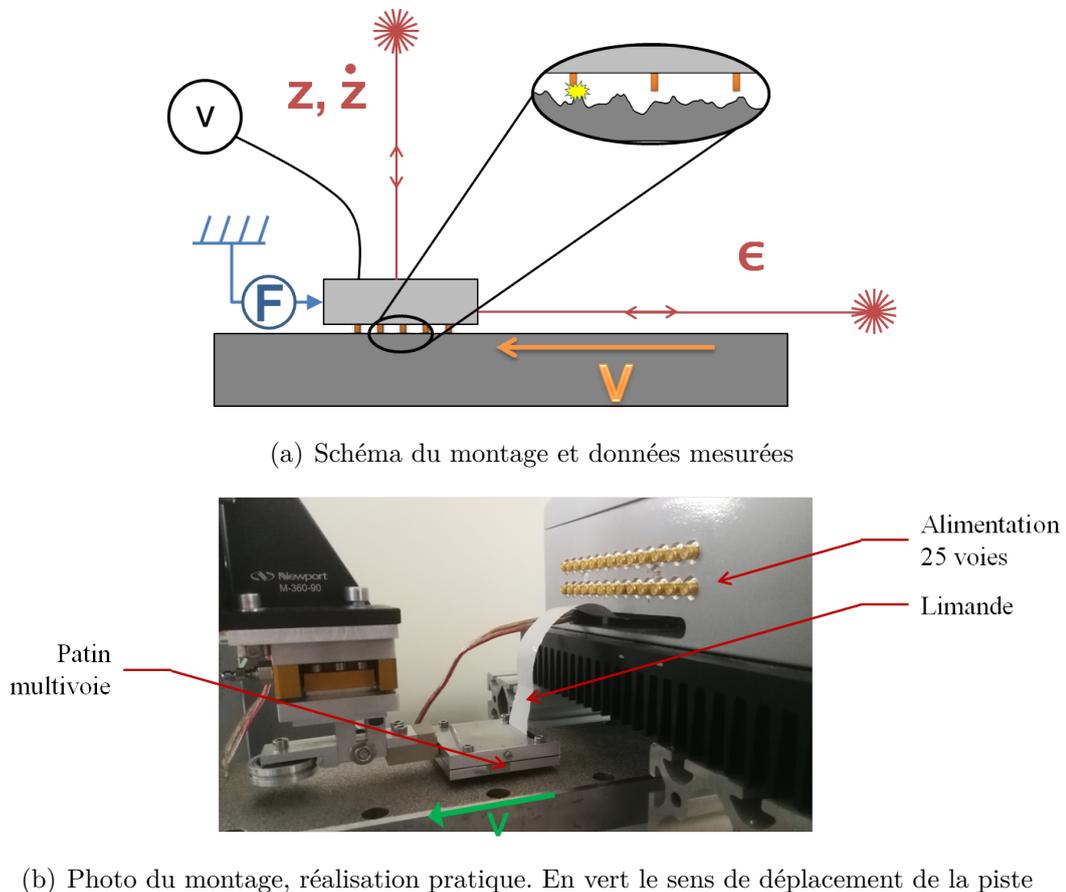


FIGURE 2.16 – Utilisation du patin multi-voies sur le banc Ra2. (a) schéma de principe, (b) réalisation pratique

2.3.2 Patin 25 voies

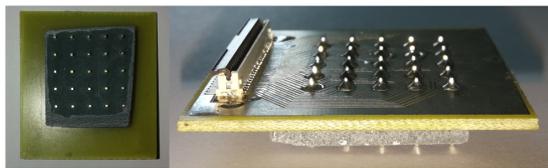
Le patin instrumenté est composé de deux parties. D'une part, une carte électronique sur laquelle les 25 aspérités sont soudées (figure 2.17(a)). Cette carte joue le double rôle (i) de support pour les aspérités modèles et (ii) de connexion de celles-ci à l'alimentation. D'autre part, un boîtier en aluminium, dont le seul but est d'augmenter la masse du patin et de la répartir de telle sorte que le centre de gravité du patin se trouve au niveau de l'aspérité centrale (figure 2.17(b)). Les aspérités sont faites avec des connectiques électroniques. Celles ci sont en laiton et ont une longueur initiale de 1cm. Pour rigidifier ces aspérités modèles, une résine a été coulée autour d'elles (cf figure 2.17(a), gauche). De plus, afin que les sommets des aspérités soient toutes dans un même plan, elles ont été

position du connecteur de la limande

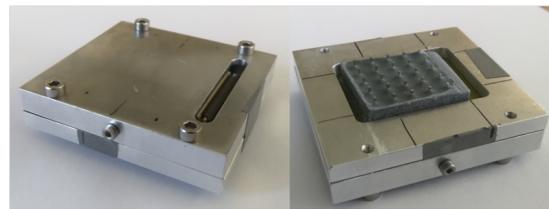
-15	26.4	-2.3	14.5	-21.0
5.8	-3.7	16.5	-3.3	4.7
19.5	7.0	18.9	-4.0	2.7
-7.9	14.3	24.2	-5.6	5.2
-11.7	-19.5	29.0	4.7	10.6

TABLE 2.2 – Hauteurs des différentes aspérités du patin multi-voies (μm) par rapport à un plan moyen (vue de dessous)

polies simultanément une fois soudées sur la carte. En mesurant les hauteurs des différentes aspérités à l'aide d'un interféromètre, on obtient les altitudes pour chacun des pics, présentées dans le tableau 2.2. Cette mesure sera refaite après chaque campagne expérimentale pour tester le niveau d'usure des aspérités. L'écart-type de ces hauteurs est de $14\mu m$. Même si cette valeur est difficilement interprétable vu le faible nombre d'aspérités (25), elle reste comparable aux valeurs de rugosité des surfaces électroérodées (table 2.1).



(a) Vues de dessous et de coté de la carte électronique du patin 25 voies



(b) Vues de dessous et dessus de la carte montée dans le boîtier

FIGURE 2.17 – Photos du patin multi-voies

2.3.3 Alimentation 25 voies

Afin de savoir s'il y a un contact électrique entre la piste et chacune des aspérités, on applique une tension entre le patin et la piste en montant chaque voie du patin dans un pont diviseur de tension dont un schéma est présenté figure 2.18 et en ramenant la piste à la masse. Celle-ci est isolée du reste du banc expérimental par une plaque de téflon afin d'éviter les problèmes de masse. On mesure la tension entre la résistance de mesure (25Ω) intégrée à l'électronique et le patin. Si celle-ci est nulle, cela signifie que la résistance de contact est nulle et qu'il y a contact électrique parfait. Si elle est égale au potentiel appliqué, cela signifie que la résistance de contact est grande voire infinie et que l'aspérité ne touche pas la surface. Si le principe est simple, le système d'alimentation

doit répondre à un cahier des charges drastique. En effet les temps de vie des micro-contacts à haute vitesse descendent en dessous de la milliseconde. Le temps de réaction à l'ouverture et à la fermeture du circuit doit donc être très faible devant la milliseconde. De telles alimentations avec 25 voies de mesures et des temps de fermeture de l'ordre de la milliseconde ne se trouvent pas dans le commerce. La nôtre a donc été développée au laboratoire par S. Zara. Celle-ci fonctionne entre 0 et environ 10V continus stabilisés. Un signal typique pour une voie de mesure est présenté sur la figure 2.19 en fonction du temps. On note que lorsque le signal est à l'état bas (contact), la tension est de quelques dixièmes de volt, soit une résistance de contact de l'ordre de 0.5Ω . Cette résistance peut-être due à plusieurs phénomènes, tel que la constriction des lignes de courant [79] ou la présence de corps non conducteurs à l'interface (impuretés, oxydation).

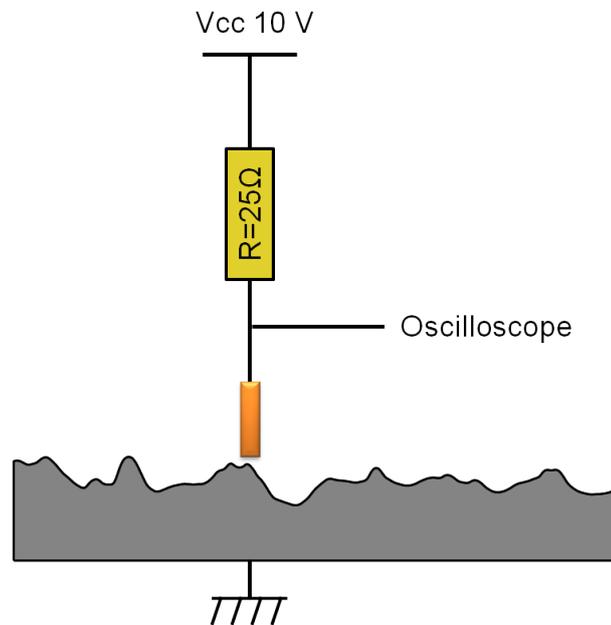


FIGURE 2.18 – Schéma du pont diviseur de tension pour une voie du patin multi-voies

2.3.4 Acquisition

Les 25 voies de tension ainsi que les mesures de déplacement, vitesses et force sont relevées grâce à 9 oscilloscopes Picoscope[®] 3406B, identiques à ceux décrits dans la section 2.2.2. Pour synchroniser l'ensemble de ces appareils, la première voie (voie A) de chacun des oscilloscopes est reliée à une même voie du patin multi-voies.

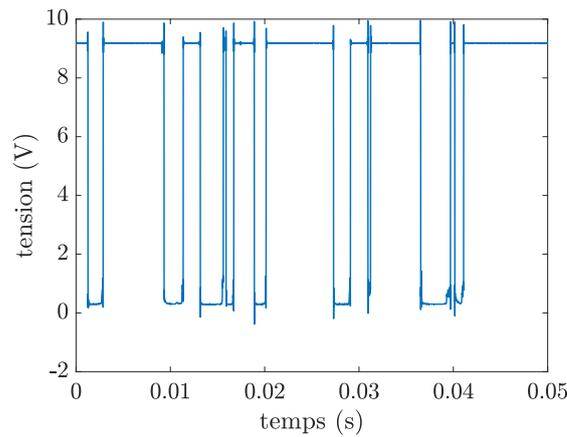


FIGURE 2.19 – Exemple de tension mesurée pour une voie du patin multi-voies à $V=50\text{mm/s}$

2.3.5 Traitement

Comme pour les expériences avec les patins massifs, on élimine 5% du temps du signal au début et 5% du temps à la fin pour éviter les transitoires. Pour recaler les oscilloscopes entre eux, on effectue l'inter-corrélation entre les différentes voies A dupliquées. Les fronts montants et descendants irréguliers permettent d'obtenir une intercorrélacion proche du dirac au temps correspondant au décalage temporel entre les deux signaux. La précision de cette resynchronisation est égale au temps d'échantillonnage. Les décalages sont de l'ordre de quelques dixièmes de millisecondes. Cette valeur est comparable aux délais dus aux électroniques (*cf* section 2.2.3).

Pour déterminer si les aspérités sont en contact ou non, un seuillage est effectué à la tension médiane, *i.e.* 5V, sur chacune des voies de mesure du patin. Les changements d'état (entre contact et non contact) étant très abruptes, le niveau de seuillage n'a que peu d'influence sur les durées de contact.

Les voies de force, vitesse et déplacement sont traitées de la même manière qu'avec les patins massifs (*cf* section 2.2.3).

2.4 Conclusion

Pour cette étude, un nouveau banc expérimental a été mis en place, *Ra2*. Sur ce banc expérimental, le patin est bloqué en translation horizontale par un stoppeur linéaire. Il est simplement posé sur une piste qui se déplace à vitesse constante V . Cette disposition a permis de mettre en œuvre des mesures directes et non intrusives du mouvement du patin par vibrométrie laser. Deux types d'expériences ont été réalisées. La première avec des

patins rugueux massifs a permis d'obtenir des informations sur le mouvement des patins dans des cas de contact rugueux-rugueux. La seconde expérience a été réalisée avec un patin présentant 25 aspérités modèles permettant la mesure de la résistance électrique de contact entre chacune d'entre elles et la surface de la piste.

Chapitre 3

Mouvement quasi-statique du patin

Dans le cas du glissement de surfaces rugueuses sèches sous faible charge où nous nous plaçons, les efforts normaux ne sont pas suffisants pour déformer significativement les aspérités en contact. À basse vitesse de glissement, le patin adopte un mouvement vertical en suivant la surface des aspérités de la piste. Lorsque la vitesse de glissement augmente, l'accélération associée à ce mouvement vertical peut-être amenée à dépasser celle de la gravité, entraînant des pertes de contact intermittentes entre le patin et la piste. Le mouvement du patin peut donc présenter deux régimes. Un régime basse vitesse où le contact entre la piste et le patin est ininterrompu, et un régime haute vitesse où les pertes de contact deviennent de plus en plus fréquentes à mesure que V augmente jusqu'à atteindre un régime d'impacts parfaitement établi.

C. Zouabi [14] introduit un modèle de type Bouncing-Ball qui, contrairement aux modèles Bouncing-Ball classiques, ne décrit pas seulement des régimes d'impact, mais aussi des phases de contact permanent entre la bille et le plan vibrant. Ce modèle permet de décrire la dynamique du patin et la transition entre les deux régimes basse et haute vitesse. Il nécessite toutefois d'introduire un mouvement exciteur $h(t)$ constituant le mouvement imposé par le plan inférieur, afin de simuler l'interaction entre les deux surfaces rugueuses. Ce mouvement vertical correspond à celui que l'on pourrait observer en condition quasi-statique, lorsque le patin ne perd jamais le contact avec la piste. Ce mouvement vertical s'écrit donc en fonction du déplacement longitudinal du patin, $z(x)$. Le mouvement du plan vibrant équivalent associé au modèle Bouncing-Ball se déduira par la suite $h(t) = z(tV)$. Il convient donc d'étudier ce déplacement $z(x)$ en détail afin de pouvoir décrire au mieux la dynamique du patin, étude qui n'avait pas été faite dans [14]. Ce déplacement est en relation directe avec la topographie des surfaces en contact puisqu'il découle du passage des aspérités du patin par dessus les aspérités de la surface antagoniste. Établir cette relation de manière explicite permettra de déterminer a

priori le mouvement du plan vibrant $h(t)$ nécessaire pour simuler n'importe quel couple de surfaces.

Dans un premier temps, dans la section 3.1, le déplacement $z(x)$ sera étudié de manière expérimentale. Ces résultats permettront d'établir l'existence d'un filtrage géométrique de la topographie. Ce filtrage peut être étudié en se ramenant au problème de la séparation interfaciale entre deux surfaces rugueuses en contact. Pour simplifier, on considérera un contact ponctuel unique : le premier point de contact entre les aspérités des surfaces antagonistes lorsqu'on les approche l'une de l'autre. Ce problème est étudié dans la section 3.2. Deux méthodes sont proposées pour résoudre ce problème. La première, numérique, donne des résultats complets (statistiques et spectraux) pour la description du déplacement vertical tandis que la seconde, analytique, permet de prédire uniquement les caractéristiques statistiques de la séparation. L'ensemble de ces résultats, expérimentaux, numériques et analytiques, seront confrontés les uns aux autres dans la section 3.3.

3.1 Résultats expérimentaux

Dans un premier temps, nous présentons les résultats des expériences réalisées avec les patins massifs pour des basses vitesses. L'existence de deux régimes, basse et haute vitesse, identifiée par [14], sera discutée plus avant dans le chapitre 4. Ici nous dirons que le régime basse vitesse est caractérisé par la constance des différents estimateurs statistiques du mouvement, vis-à-vis de la vitesse de glissement, indiquant que ce régime est quasi-statique. La vitesse critique de transition entre les deux régimes dépend principalement de la rugosité. Quantitativement elle est de l'ordre de 10mm/s . Cela pouvait déjà être observé sur la figure 2.15 pour la proportion de temps passé en vol.

3.1.1 Séparation entre les surfaces

La principale originalité du banc d'essai $Ra2$ par rapport à $Ra1$ est l'accès direct au déplacement vertical du patin. Les variations de ce déplacement mesuré à l'aplomb du centre de gravité correspondent à celles de l'altitude du centre de gravité du patin (moyennant les approximations détaillées dans la section 2.2.3) mais aussi à celles de la séparation entre les deux surfaces moyennes. On fait l'hypothèse que ce mouvement est l'excitation à l'origine du régime dynamique et revêt donc un intérêt particulier. Dans cette section, les distributions puis les spectres de ce déplacement sont décrits, en fonction des paramètres de masse, de taille et de rugosité des patins.

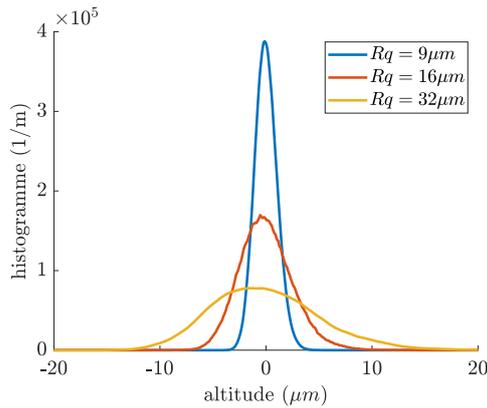
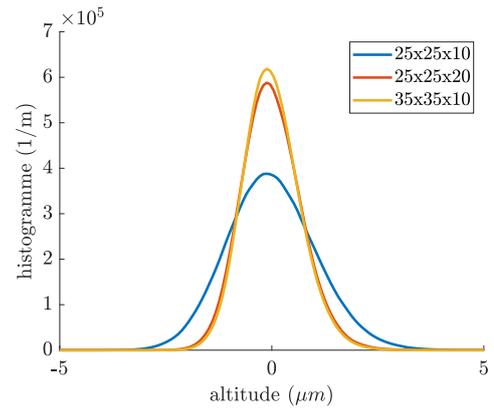
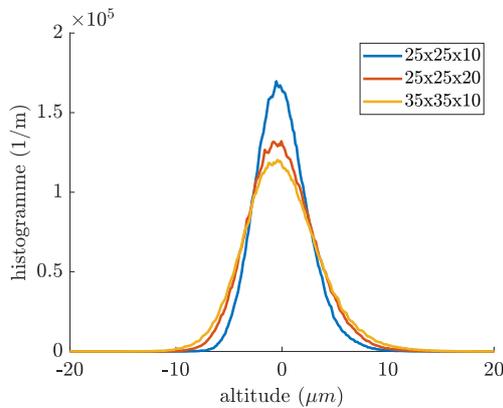
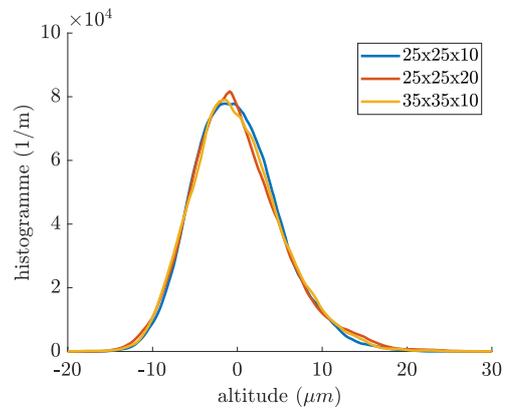
(a) histogrammes moyennés pour les essais avec le patin $25 \times 25 \times 10 \text{ mm}^3$ (b) histogrammes moyennés pour les essais avec $R_q = 9 \mu\text{m}$ (c) histogrammes moyennés pour les essais avec $R_q = 16 \mu\text{m}$ (d) histogrammes moyennés pour les essais avec $R_q = 32 \mu\text{m}$

FIGURE 3.1 – Histogrammes des déplacements verticaux basse vitesse. Pour chaque sous-figure, l'axe horizontal donne l'altitude en micromètres. Les histogrammes sont normalisés comme des pdf. Par souci de clarté les histogrammes ne sont pas représentés en barres.

3.1.1.1 Statistique du déplacement vertical

Dans la figure 3.1, sont présentés les histogrammes du déplacement vertical lors du mouvement quasi-statique. Ces fonctions de répartition ont été construites sur l'ensemble des essais réalisés avec un patin et sur toutes les basses vitesses (régime quasi-statique, 1 et 5 mm/s). Logiquement, l'amplitude du mouvement augmente avec la rugosité des surfaces en regard, ce qui se traduit par un élargissement de l'histogramme comme on peut le voir sur la figure 3.1(a). En superposant les différents histogrammes pour les différents patins, à rugosité constante, on observe des différences sans pouvoir donner de tendance systématique. Sur la figure 3.1(b) tracée pour $R_q = 9 \mu\text{m}$, les histogrammes pour les deux patins les plus massifs se superposent quasiment tandis que celui pour le patin le

moins massif est plus large. Sur la figure 3.1(c) tracée pour $R_q = 16\mu m$, les histogrammes sont d'autant plus larges que la masse ou la surface apparente du patin augmente avec des différences cependant moins marquées. Enfin sur la figure 3.1(d) tracée pour $R_q = 32\mu m$, les trois histogrammes pour chacune des formes de patin se superposent. À ce stade, l'influence des paramètres de taille et de masse du patin reste difficile à interpréter. Pour comparer quantitativement les distributions, on donne l'écart-type comme mesure de l'amplitude du mouvement vertical et le paramètre d'asymétrie dans le tableau 3.1. On remarque clairement deux choses sur ces mesures quantitatives :

- Le paramètre d'asymétrie est tout le temps positif ce qui implique que les distributions ont systématiquement une queue de distribution plus forte à droite qu'à gauche.
- L'écart-type du déplacement vertical σ_z est largement plus petit que celui des surfaces R_q prenant des valeurs de l'ordre de $\sigma_z \approx 15\%R_q$.

Les résultats d'écart-type pour le patin de rugosité $16\mu m$ sont difficilement interprétables. En effet, pour les deux autres rugosités, l'écart-type diminue quand l'aire apparente augmente (cette tendance est justifié dans la suite de ce chapitre) or ce n'est pas le cas pour le patin de $16\mu m$. Par ailleurs, on ne s'attend pas non plus à un effet de la masse menant à une augmentation de l'écart-type des distributions, dans des conditions quasi-statiques.

$R_q = 9\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
écart-type(μm)	1	0.7	0.66
asymétrie	0.21	0.32	0.31
$R_q = 16\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
écart-type(μm)	2.5	3.1	3.6
asymétrie	0.43	0.36	0.37
$R_q = 30\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
écart-type(μm)	5.1	5.6	5.4
asymétrie	0.45	0.64	0.49

TABLE 3.1 – Paramètres statistiques des déplacements verticaux basse vitesse expérimentaux

3.1.1.2 Densité spectrale du déplacement vertical

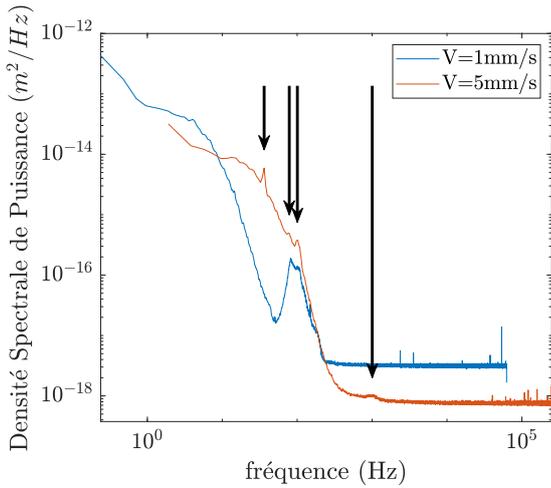
Les signaux de déplacements verticaux peuvent s'écrire soit en fonction du temps (directement $z(t)$) soit en fonction du déplacement du patin (en prenant l'abscisse $x = Vt$).

Les spectres peuvent alors être exprimés soit en fréquence soit en nombre d’onde. Ceux-ci sont respectivement représentés sur les figures 3.2 et 3.3. Cela nous permet de distinguer les phénomènes ayant une signature fréquentielle de ceux dépendant uniquement de la géométrie. La première remarque concerne néanmoins la présence d’un bruit de mesure, caractérisé par un spectre constant à hautes fréquences. L’étude des spectres devra donc se limiter aux fréquences inférieures à la dominance de ce bruit. Une fois cette remarque faite, on note deux choses concernant les spectres :

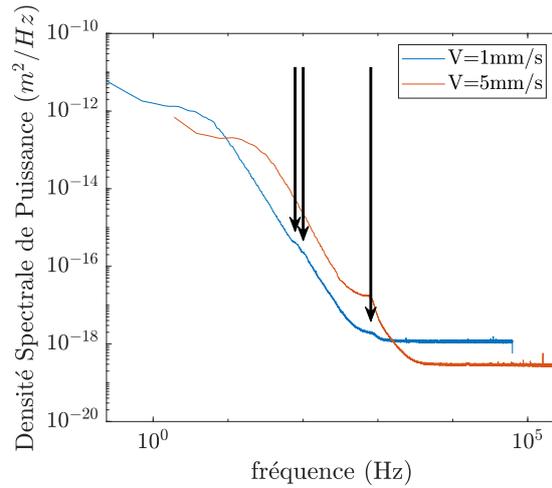
- Des pics sont présents dans les spectres et se recourent bien sur les spectres fréquentiels, d’une vitesse à l’autre. Les pics fréquentiels observés sont résumés dans le tableau 3.2. Ces fréquences sont sensiblement identiques quelles que soient les rugosités, ou les tailles de patin, sensiblement autour de $35Hz$, $80Hz$, $100Hz$, et $800Hz$. Ces fréquences peuvent donc être reliées à des pulsations propres du banc expérimental et/ou du système (raideur de contact par exemple). Ces fréquences ont été identifiées sur les spectres du mouvement des patins. Les pics les plus importants, à 80 et $100Hz$ ont pu être aussi obtenus à l’aide d’un accéléromètre placé sur la plaque massive, pendant des translations sans patin, confirmant l’hypothèse de modes du banc expérimental.
- La forme générale du spectre se superpose en nombre d’onde pour les différentes vitesses, le déplacement est donc bien essentiellement dépendant du déplacement du patin. Cette forme générale peut être décrite par un plateau suivi d’une décroissance en loi de puissance. Les spectres en nombres d’onde permettent d’obtenir la caractéristique spectrale du mouvement excitateur lié à la géométrie que nous cherchons à caractériser dans ce chapitre.

$R_q = 9\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
fréquences (Hz)	36/82/104/1000	36/78/101	36/78/100
$R_q = 16\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
fréquences (Hz)	79/890	747	740
$R_q = 30\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
fréquences (Hz)	82/955	78/818	82/810

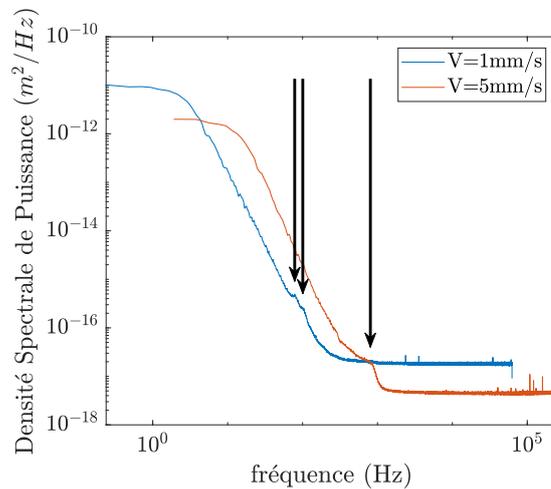
TABLE 3.2 – Pics fréquentiels observés dans les spectres de déplacements expérimentaux (Hz)



(a) Spectre du déplacement pour le patin $25 \times 25 \times 20 \text{mm}^3$, $R_q = 9 \mu\text{m}$



(b) Spectre du déplacement pour le patin $25 \times 25 \times 20 \text{mm}^3$, $R_q = 16 \mu\text{m}$

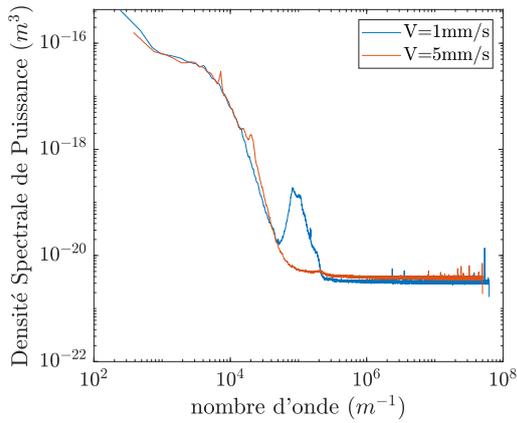


(c) Spectre du déplacement pour le patin $25 \times 25 \times 20 \text{mm}^3$, $R_q = 32 \mu\text{m}$

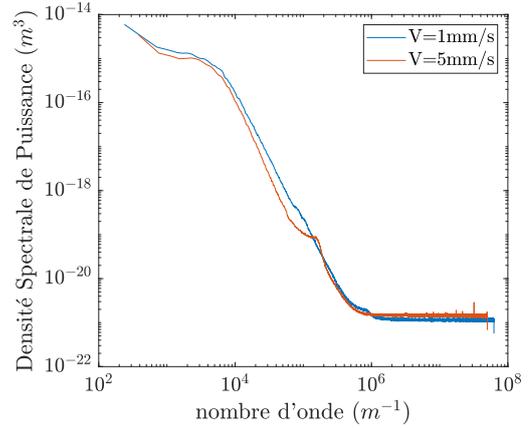
FIGURE 3.2 – Densité spectrale de puissance fréquentielle du déplacement vertical du patin, les flèches pointent les fréquences propres identifiées du banc expérimental et résumées dans le tableau 3.2

3.1.2 Détermination indirecte du nombre de contacts

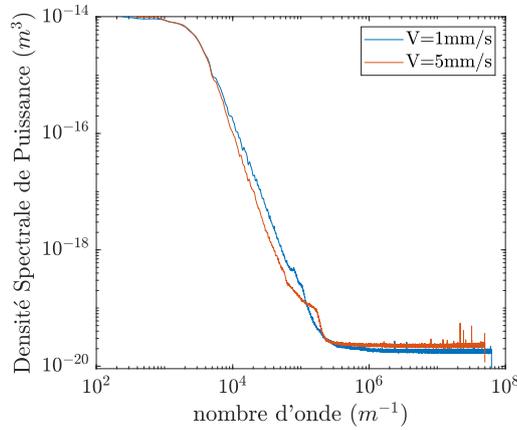
Le contact rugueux est souvent décrit par un grand nombre de micro-contacts. Dans notre cas, la faible charge normale en jeu nous engage à remettre en cause l'existence d'un grand nombre de micro-contacts. Cependant, les expériences faites ici ne permettent pas d'avoir un accès direct au nombre de contacts. Deux méthodes indirectes ont été utilisées pour obtenir une mesure approximative de ce nombre. La première, essentiellement analytique, repose sur la caractérisation des topographies et le poids du patin. Elle s'appuie sur



(a) Spectre du déplacement pour le patin $25 \times 25 \times 20 \text{mm}^3$, $R_q = 9 \mu\text{m}$



(b) Spectre du déplacement pour le patin $25 \times 25 \times 20 \text{mm}^3$, $R_q = 16 \mu\text{m}$



(c) Spectre du déplacement pour le patin $25 \times 25 \times 20 \text{mm}^3$, $R_q = 32 \mu\text{m}$

FIGURE 3.3 – Densité spectrale de puissance en nombre d'onde du déplacement vertical du patin

le calcul classique de Greenwood et Williamson [27]. La seconde repose sur l'observation d'oscillations propres du contact pendant les déplacements à faible vitesse. Ces oscillations propres sont reliées à la raideur de contact associée au nombre de contacts de Hertz [29].

3.1.2.1 Estimation basée sur le modèle de Greenwood-Williamson

Dans cette démarche, on s'appuie sur le modèle de contact de Greenwood et Williamson déjà présenté dans la section 1.2.1.2. Ce modèle permet d'estimer le nombre d'aspérités n en contact lorsque les plans moyens de deux surfaces rugueuses sont séparés d'une distance d , dont l'expression s'écrit en fonction de $p(z)$, la densité de probabilité des hauteurs des

aspérités, et le nombre d'aspérités sur la surface N , à savoir :

$$n = N \int_d^\infty p(z) dz \quad (3.1)$$

Pour représenter les surfaces utilisées, on suppose que la densité de probabilité $p(z)$ est gaussienne avec un écart-type donné par la mesure de σ_s (*cf.* tableau 2.1 résumant les propriétés des surfaces). La détermination du nombre N sera développée plus avant dans la suite (*cf.* section 3.2.1.7).

Par ailleurs, la charge appliquée à cette indentation d est donnée par :

$$P = \frac{4}{3} N E^* \sqrt{R^*} \int_d^\infty (z - d)^{\frac{3}{2}} p(z) dz \quad (3.2)$$

où E^* est le module d'Young équivalent et R^* le rayon équivalent des aspérités en contact. On considère que le rayon des aspérités peut être estimé par le rayon de courbure rms de la surface et donc $R^* = \frac{R_{rms}}{2}$ (R_{rms} est donné dans le tableau 2.1 pour chacune des trois topographies utilisées).

Pour chacune des rugosités et tailles de patin, on obtient des équations 3.1 et 3.2 la relation $n(P)$ et on en déduit alors une valeur pour le nombre de points de contact nécessaire pour supporter la charge $P = mg$. Ces résultats sont résumés dans le tableau 3.3. Les résultats pour l'ensemble des patins sont nettement plus petits que 1. Notre cas se situe donc dans un domaine où l'approche statistique continue de Greenwood et Williamson n'est plus valable. Cependant ce résultat tend à confirmer que l'indentation liée à la charge n'impose pas d'avoir un grand nombre de points de contact. Cela suggère donc que le nombre de points de contact est probablement de trois, le nombre minimum pour trouver une position d'équilibre isostatique du patin sur la surface.

Taille du patin \ Rugosité rms	$10 \times 25 \times 25mm$	$20 \times 25 \times 25mm$	$10 \times 35 \times 35mm$
$9\mu m$	0.20	0.37	0.39
$16\mu m$	0.06	0.12	0.12
$32\mu m$	0.04	0.07	0.07

TABLE 3.3 – Nombre de points de contact estimé par la méthode de Greenwood et Williamson

3.1.2.2 Raideur de contact

Dans les essais basse vitesse, lors de brusques changements de position verticale, une oscillation du mouvement vertical peut apparaître. On peut l'observer sur la figure 3.4

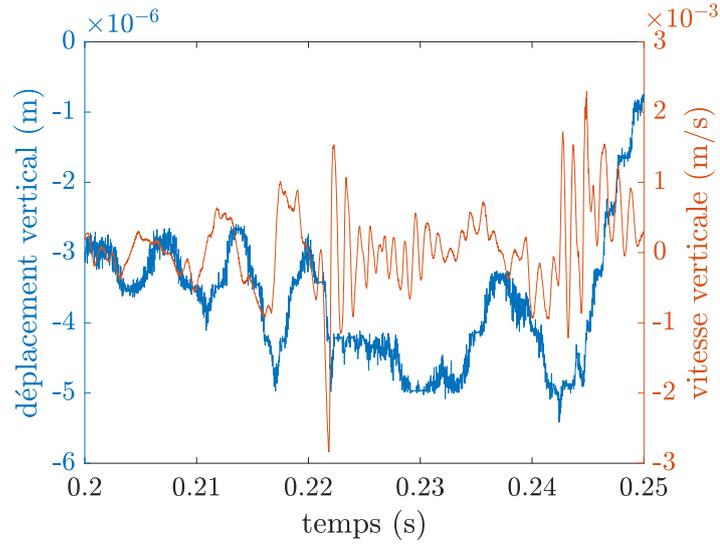


FIGURE 3.4 – Exemple de vibration lors d’un brusque changement d’altitude. Sur l’axe de gauche, en bleu, le signal de déplacement. Sur l’axe de droite, en rouge, le signal de vitesse.

aux temps $t = 0.22s$ et $t = 0.24s$. De forts changements dans le signal de déplacement, induisent des oscillations visibles dans le signal de vitesse. L’origine de cette oscillation peut-être associée à la raideur de contact. On suppose n micro-contacts de rayon R_{rms} , donné dans le tableau 2.1, supportant chacun $1/n$ du poids du patin et dont la déformation sous cette charge est purement élastique. En reprenant le calcul de Hertz présenté dans la section 1.2.1.1, l’expression de la charge en fonction de l’indentation ε de chaque contact est donnée par :

$$\frac{mg}{n} = \frac{4}{3}E^*\sqrt{R}\varepsilon^{\frac{3}{2}} \quad (3.3)$$

L’indentation à l’équilibre est donc :

$$\varepsilon_{eq} = \left(\frac{3}{4} \frac{mg}{n\sqrt{RE^*}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (3.4)$$

La raideur de chacun des contacts est alors donnée par :

$$K = 2E^*\sqrt{R}\varepsilon_{eq}^{1/2} \quad (3.5)$$

$$K = \sqrt[3]{\frac{6mgRE^{*2}}{n}} \quad (3.6)$$

Toujours en suivant le calcul décrit dans la section 1.2.1.1, la masse repose sur n contacts ayant cette raideur ce qui donne une fréquence propre pour le contact :

$$\begin{aligned}\Omega &= \sqrt{\frac{nK}{m}} \\ \Omega &= n^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{\frac{6gRE^{*2}}{m^2}}\end{aligned}\quad (3.7)$$

Les fréquences observées à basse vitesse, lors de changements brusques d'altitude, sont données dans le tableau 3.4. Ces fréquences ont été mesurées, pour chaque patin, sur une trentaine d'événements d'une dizaine d'oscillations du signal temporel de vitesse. Grâce à la relation 3.7, on obtient le nombre de contacts reporté dans ce même tableau.

$R_q = 9\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
fréquence (Hz)	1195	1131	1013
nombre de contact	3.45	5.65	4.06
$R_q = 16\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
fréquence (Hz)	920	826	800
nombre de contact	1.87	2.61	2.37
$R_q = 30\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
fréquence (Hz)	1063	929	914
nombre de contact	3.10	3.99	3.80

TABLE 3.4 – Fréquences propres du contact observées et nombre de points de contact associés estimé

Le nombre de contacts trouvé est maintenant de quelques unités. Cette méthode reste imprécise car la mesure des fréquences ne se base que sur quelques événements et la variation de Ω avec n est lente, une erreur faible dans la mesure de Ω entraîne donc une erreur importante sur n . Le nombre de contact obtenu ne peut guère être plus qu'une estimation de l'ordre de grandeur, mais une fois encore, celui-ci est cohérent avec un très faible nombre de contacts, de l'ordre de trois.

Ces estimations permettent aussi de calculer l'indentation ε_{eq} liée à la charge (équation 3.4) et la pression de contact p_0 (équation 1.15, correspondant à la pression surfacique maximale pour chaque contact de Hertz). Les indentations sont de l'ordre de $1 \times 10^{-8}m$ et la pression de contact de l'ordre de $200MPa$. Les indentations sont suffisamment faibles par rapport à la rugosité pour que l'hypothèse de quelques points de contact soit cohérente. En revanche, la pression de contact est relativement élevée vis-à-vis de la contrainte

plastique de l'acier 316L ($R_{p0,2} = 190MPa$). Il est alors très probable qu'il y ait de la plastification au cours des contacts.

3.2 Filtrage géométrique et problème de premier point de contact

Comme précisé dans la section 3.1.1.1, on note expérimentalement une différence entre l'amplitude de la rugosité et l'amplitude du mouvement vertical du patin, la seconde étant plus petite que la première. Plus généralement, on note ces différences en observant les distributions de ces deux processus. En effet lorsque les deux surfaces sont en contact, toute la topographie ne peut être parcourue, et seules les aspérités les plus hautes touchent la surface opposée, imposant une distance relative entre les deux surfaces. Cette distance peut être mesurée par la séparation entre les deux plans moyens des surfaces rugueuses, d . Le mouvement vertical du patin est alors donné par l'évolution de d , lorsque le patin explore successivement toutes les positions longitudinales du patin sur la piste.

Si la déformation des aspérités est faible devant la rugosité, ce qui est le cas ici (cf partie 3.1.2), la grandeur d dépend de la rotation du patin, qui est *a priori* en équilibre isostatique sur trois aspérités. Dans un premier temps, pour simplifier le problème, on ne considérera pas ces rotations. La séparation entre les deux surfaces est alors celle entre les deux plans moyens lorsqu'elles ne se touchent qu'en un point. Cette séparation au premier point de contact est notée d_0 et dépend de la position longitudinale du patin, repérée par rapport au début de la piste par la grandeur u . Elle est prise entre les altitudes moyennes des deux processus. Un schéma décrivant ce problème est présenté figure 3.5. Nous avons traité ce problème dans l'article [80], reproduit en annexe A. Nous le réexaminons dans cette section.

3.2.1 Modèle numérique de premier point de contact

3.2.1.1 Principe

Pour explorer les propriétés de la séparation au premier point de contact entre les surfaces pendant le glissement, des simulations numériques directes d'un patin rugueux carré glissant sur une piste rugueuse, et touchant celle-ci en un seul point pour chaque position successive du patin, ont été réalisées. Pour ce faire, les surfaces sont simulées numériquement. La séparation entre les deux surfaces est alors trouvée en recherchant le minimum du jeu entre les deux surfaces pour la position courante du patin.

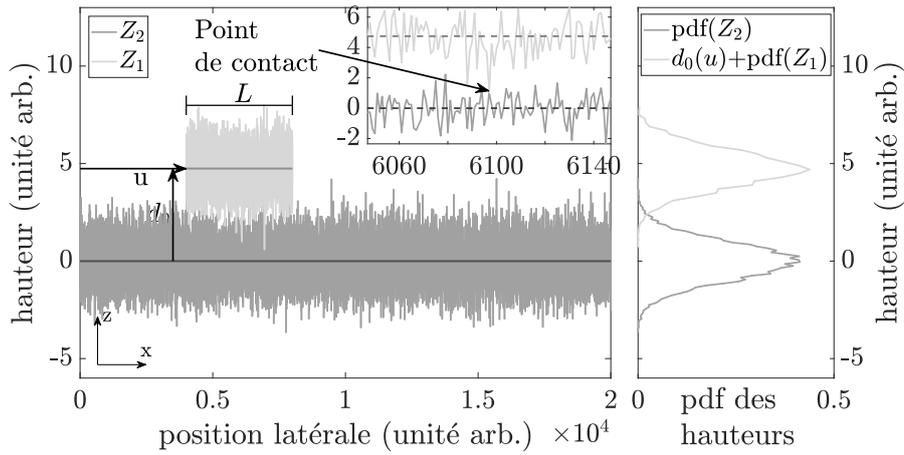


FIGURE 3.5 – Exemple de premier contact entre deux bruits blancs gaussiens 1D, Z_1 et Z_2 .

3.2.1.2 Génération des surfaces rugueuses

a Propriétés des surfaces simulées. Pour représenter le cas de surfaces réelles, des topographies avec une répartition gaussienne des hauteurs et un spectre auto-similaire ont été considérées. Cette modélisation de surfaces rugueuses est assez commune [38]. Les surfaces sont aussi considérées comme isotropes, leurs spectres peuvent alors être définis selon la direction spectrale radiale par $\mathcal{S}_{zz}(k_r)$, dont les propriétés sont définies sur la figure 3.6. Cette forme peut être décrite par quatre paramètres. \mathcal{S}_0 fixe le niveau du spectre. k_l et k_s sont les nombres d'onde de coupure basse et haute entre lesquels la surface est auto-similaire. Le paramètre $b = \frac{k_l}{k_s}$ est introduit pour caractériser l'étendue de cette partie du spectre. Enfin, α est la pente de la partie décroissante et est liée à l'exposant de Hurst H par la relation valable pour les objets tridimensionnels $\alpha = 2(H + 1)$ ([38],[81],[82]). H est aussi relié à la dimension fractale D_f de la surface par la relation $D_f = 3 - H$ [77]. Par ailleurs, les surfaces générées ayant une taille finie L , on introduit donc le nombre d'onde de coupure basse $k_L = \frac{2\pi}{L}$ pour lequel on a en pratique $\mathcal{S}_{zz}(k_r < k_L) = 0$. La densité spectrale est ainsi définie par parties :

$$\mathcal{S}_{zz}(k_r) = \begin{cases} 0 & \text{si } k_r < k_L \text{ ou } k_r \geq k_s \\ \mathcal{S}_0 & \text{si } k_L \leq k_r < k_l \\ \frac{\mathcal{S}_0 k_l^\alpha}{k_r^\alpha} & \text{si } k_l \leq k_r < k_s \end{cases} \quad (3.8)$$

La connaissance du spectre permet de calculer des grandeurs caractéristiques pour les surfaces générées, entre autres, la rugosité *rms* R_q , et le nombre d'onde central des

surfaces λ_0 peuvent être calculés par :

$$R_q^2 = M_0 \quad (3.9)$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M_0}{M_2}} \quad (3.10)$$

où les moments radiaux spectraux M_i sont définis pour les surfaces isotropes par [83] :

$$M_i = 2\pi \int_0^{+\infty} k_r^{i+1} \mathcal{S}_{zz}(k_r) dk_r. \quad (3.11)$$

Pour résumer, chaque surface simulée est caractérisée par un jeu de 5 paramètres : trois longueurs caractéristiques R_q , λ_0 et L , et deux descripteurs de la forme du spectre radial, b et α .

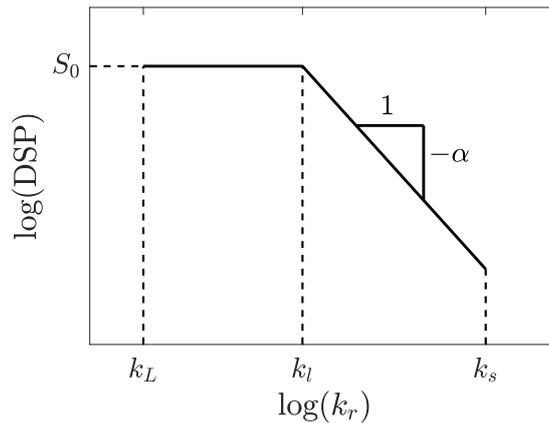


FIGURE 3.6 – Densité spectrale de puissance type des surfaces fractales

b Génération numérique de surfaces rugueuses. Les surfaces sont représentées numériquement par une matrice \mathbf{z} de taille $(2Q+1) \times (2R+1)$. La position sur la surface est identifiée par le vecteur $\mathbf{x}_{ij} = (x_i, y_j)$ où i varie de $-Q$ à Q et j de $-R$ à R tel que $x_i = i * \Delta x$ et $y_j = j * \Delta y$. La direction x est donnée comme la direction du glissement, z est dirigée verticalement vers le haut et y est telle que le repère (x, y, z) soit direct.

La surface est donc définie en chaque point discret par $\mathbf{z}(\mathbf{x}_{ij})$. La transformée de Fourier de \mathbf{z} est $A(\mathbf{k}_{qr}) \exp(i\phi(\mathbf{k}))$ où l'amplitude A et la phase ϕ sont des fonctions réelles. Le vecteur nombre d'onde est $\mathbf{k} = (k_{x_q} = \frac{q}{(2*Q+1)\Delta x}, k_{y_r} = \frac{r}{(2*R+1)\Delta x})$, q variant de $-Q$ à Q

et r de $-R$ à R . Pour que \mathbf{z} soit réelle on pose :

$$A(n, m) = A(-n, -m) \quad (3.12)$$

$$\phi(n, m) = -\phi(-n, -m) \quad (3.13)$$

Et on obtient la transformée de Fourier inverse :

$$\mathbf{z}(\mathbf{x}_{ij}) = \frac{1}{2Q+1} \frac{1}{2R+1} \sum_q \sum_r A(\mathbf{k}_{qr}) \cos(\phi(\mathbf{k}_{qr}) + \mathbf{k}_{qr} \cdot \mathbf{x}_{ij}) \quad (3.14)$$

L'amplitude $A(\mathbf{k}_{qr})$ se déduit de la densité spectrale de puissance continue désirée $\mathcal{S}_{zz}(\mathbf{k})$ par :

$$A(\mathbf{k}_{qr}) = \sqrt{\frac{(2Q+1)(2R+1)\mathcal{S}_{zz}(|\mathbf{k}_{qr}|)}{\Delta x \Delta y}} \quad (3.15)$$

La phase ϕ est tirée aléatoirement d'une distribution uniforme sur $[0, 2\pi[$ permettant d'obtenir une distribution gaussienne des hauteurs.

$d_0(u)$ est obtenu pour $u = m\Delta x$, $m \in \llbracket 0, \frac{4L}{\Delta x} \rrbracket$. Pour une surface \mathbf{z}_1 représentant le patin et une surface \mathbf{z}_2 représentant la piste, toutes deux tirées aléatoirement, on a finalement pour tout u :

$$d_0(u) = - \min_{(x_i, y_j)} (\mathbf{z}_1(x_i, y_j) - \mathbf{z}_2(x_i + u, y_j)) \quad (3.16)$$

3.2.1.3 Paramètres de simulation

La discrétisation des surfaces est choisie égale dans les deux directions latérales ($\Delta y = \Delta x$) et telle que $\frac{2\pi}{\Delta x} = 6k_s$. Cela permet que le sinus correspondant au plus haut nombre d'onde soit décrit par 12 points dans le domaine spatial (limite classique en acoustique).

À R_q fixé, les paramètres choisis pour définir la forme du spectre sont b et α . b varie de 0.05 à 1. Notons que $b = 1$ correspond au cas d'une densité spectrale de puissance rectangulaire tandis que $b = 0$ correspond à un surface purement fractale. α varie de 3 à 4, ce qui correspond à un exposant de Hurst variant de 0.5 à 1. On cherche aussi l'influence de la taille du patin en faisant varier L de 100 à 750. La taille de la piste est $L_1 \times L$. La plage de variation de L a été restreinte pour deux raisons :

- $k_l > k_L$ afin de conserver un bruit blanc aux basses fréquences.
- $L_1 = 5L$ et $L/\Delta x$ inférieur à 17000 pour que les simulations de matrices de topographies soient possibles avec nos ressources numériques.

Nos ressources numériques permettent d'effectuer des simulations pour n'importe quelle combinaison de paramètres α , b et L dans les plages de variation données ci-dessus. Un jeu de simulation supplémentaire avec $\alpha = 4$ et $b = 0.46$ a été réalisé permettant de faire

varier L de 3 à 1900. Pour ces simulations, afin de permettre à la méthode de converger statistiquement, la longueur relative de la piste par rapport à L a été amenée à varier. La longueur de la piste doit en effet rester suffisamment grande vis-à-vis de la longueur de corrélation. Ainsi la taille minimale utilisée reste égale à $L \times 5L$ pour $L = 1900$ et monte jusqu'à $L \times 90L$ pour $L = 3$.

Dans le but d'adimensionner le problème, les grandeurs longitudinales seront normalisées par λ_0 (équation 3.10) et les grandeurs verticales par $\sqrt{2}R_q$ (équation 3.9). Dans la suite, les grandeurs sans dimension suivantes pourront être utilisées :

$$\tilde{d}_0 = \frac{d_0}{\sqrt{2}R_q} \quad \text{la séparation au premier contact} \quad (3.17)$$

$$\tilde{L} = \frac{L}{\lambda_0} \quad \text{la longueur du patin} \quad (3.18)$$

$$\tilde{u} = \frac{u}{\lambda_0} \quad \text{le déplacement du patin} \quad (3.19)$$

$$\tilde{k} = \lambda_0 k \quad \text{les nombres d'onde} \quad (3.20)$$

3.2.1.4 Surfaces générées

Dans un premier temps, nous nous attacherons à caractériser les surfaces générées, résultats intermédiaires des simulations. Par construction, les surfaces générées ont exac-

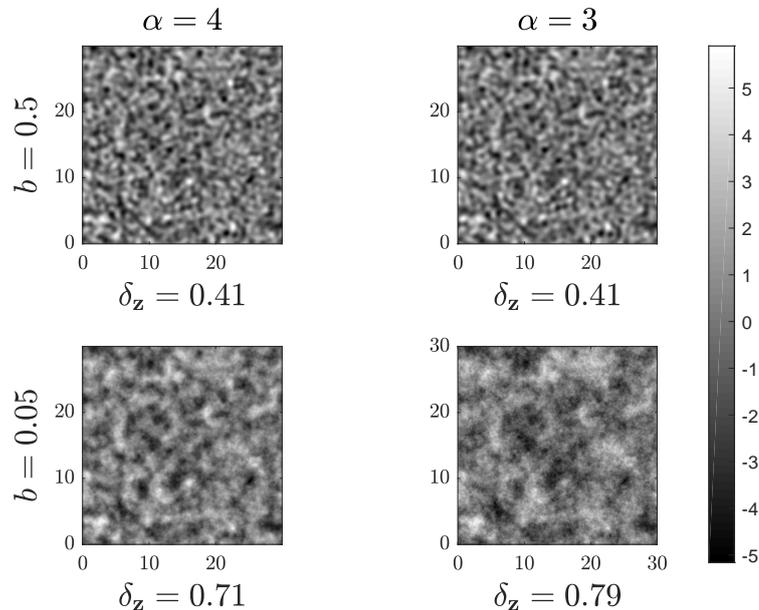


FIGURE 3.7 – Exemples de surfaces simulées, pour différentes valeurs de α et b . La taille latérale est donnée en unité de λ_0 . La taille verticale (niveau de gris) est donnée en unité de R_q

tement la densité spectrale de puissance souhaitée. Les distributions des hauteurs en revanche dépendent du tirage aléatoire de phase. Le coefficient de détermination minimum r^2 entre la répartition obtenue et une gaussienne est de 0.9983. Des exemples de surfaces pour les valeurs extrêmes de α et b (excepté $b = 1$) sont présentés sur la figure 3.7. On remarque que b a une grande influence sur la morphologie des surfaces : plus b est petit plus la surface a un contenu spectral riche avec un grand nombre de maxima locaux. L'influence de α est plus légère, elle est cependant visible sur la figure 3.7 pour $b = 0.05$: plus α est petit plus la surface est riche spectralement ce qui est cohérent avec le spectre imposé. Pour traduire quantitativement ces remarques qualitatives, on introduit le paramètre de largeur de bande δ . Ce paramètre est défini pour les processus 1D [84, 85, 86, 87, 88, 89] par

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{m_1^2}{m_0 m_2}}, \quad (3.21)$$

où les m_i sont les moments spectraux définis tels que :

$$m_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |k_r|^i \mathcal{S}(k) dk. \quad (3.22)$$

Notons qu'avec cette définition des moments spectraux, les moments d'ordre impair ne sont pas nuls. Nous généralisons cette définition aux surfaces en utilisant les moments spectraux radiaux définis par l'expression 3.11 :

$$\delta_{\mathbf{z}} = \sqrt{1 - \frac{M_1^2}{M_0 M_2}}. \quad (3.23)$$

L'évolution de ce paramètre $\delta_{\mathbf{z}}$ en fonction de b et α est présentée sur la figure 3.8. $\delta_{\mathbf{z}}$ croît et est d'autant plus proche de 1 que b et H sont petits. La topographie s'éloigne donc d'autant plus d'une forme purement sinusoidale que b et α sont petits, c'est à dire que la partie auto-affine du spectre prend de l'importance. Cela correspond à l'enrichissement spectral observé figure 3.7.

À noter, cependant, que les moments 1D et 2D ne sont pas directement équivalents. Pour une surface isotrope, Longuet-Higgins [83] montre les relations suivantes entre les moments spectraux radiaux (M_i) et les moments spectraux des profils (m_i) issus de cette surface :

$$M_0 = m_0 \quad (3.24)$$

$$M_2 = 2m_2 \quad (3.25)$$

Dans la suite, on se gardera donc de comparer directement les grandeurs 1D et 2D issues

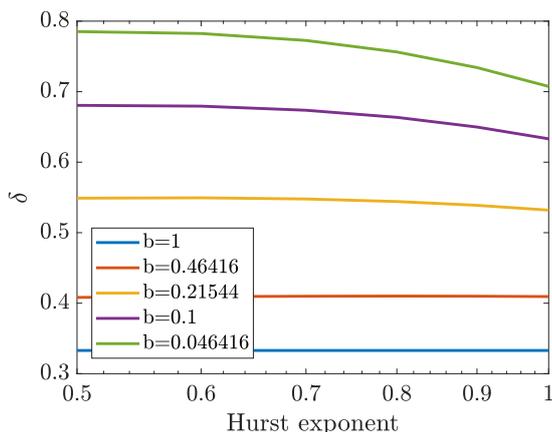


FIGURE 3.8 – Évolution du paramètre de largeur de bande δ_z avec H pour différents b

des calculs des moments.

3.2.1.5 Séparation au premier point de contact en fonction de la position

Dans la figure 3.9, une réalisation de séparation au premier point de contact en fonction du déplacement horizontal est représentée. Cette simulation a été faite pour une surface ayant pour paramètres de forme spectrale les valeurs $\alpha = 4$ et $b = 0.5$ et une taille de patin $\tilde{L} = 327$ ($L=750$). On peut d'ores et déjà noter deux choses qui seront discutées plus en détail dans la suite :

- la valeur moyenne de la séparation est supérieure à 0, zéro étant l'altitude du plan médian de la surface inférieure.
- il existe des points de rebroussement sur la partie basse du signal, ce que l'on n'observe pas sur la partie haute du signal (insert de la figure 3.9).

3.2.1.6 Convergence de la méthode

La méthode choisie pour obtenir les statistiques de la séparation au premier point de contact est une méthode de Monte-Carlo. Les valeurs statistiques sont données en réalisant un nombre suffisant d'essais. La qualité de l'estimation obtenue dépend du nombre m de tirages aléatoires indépendants et identiquement distribués. L'erreur standard SE commise dépend du moment statistique auquel on s'intéresse et de la forme de la distribution recherchée. Si celle-ci est gaussienne, [90] montre que l'erreur standard est estimée pour

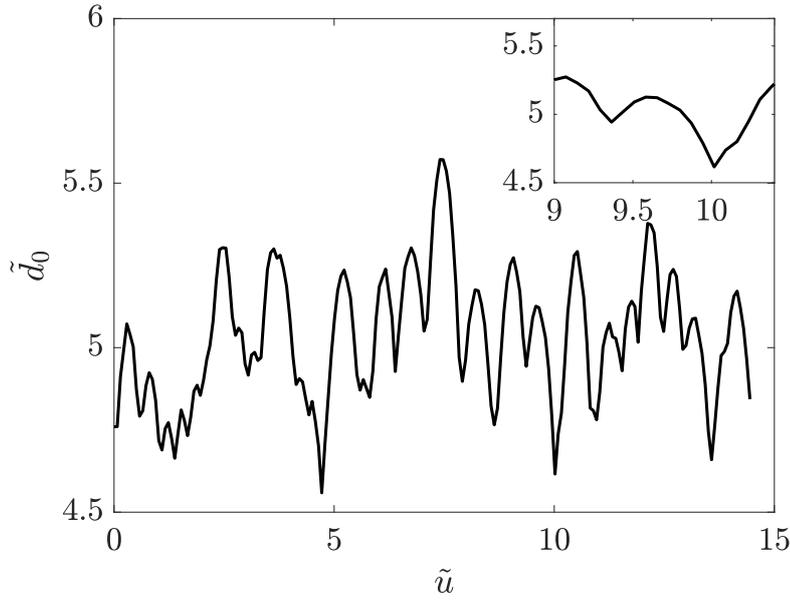


FIGURE 3.9 – Exemple de séparation au premier point de contact pour $\alpha = 4$, $b = 0.5$ et $\tilde{L} = 327$.

la moyenne, l'écart-type et le skewness (coefficient d'asymétrie), respectivement, par :

$$SE_M = \frac{s_X}{\sqrt{m}} \quad (3.26)$$

$$SE_\sigma = \frac{s_X}{\sqrt{2(m-1)}} \quad (3.27)$$

$$SE_{sk} = \sqrt{\frac{6m(m-1)}{(m-2)(m+1)(m+3)}} \quad (3.28)$$

où s_X est un estimateur de l'écart-type du processus étudié.

Ainsi, en considérant qu'il s'agit d'un nouveau tirage à chaque fois que le patin a avancé d'une longueur λ_0 , la convergence de la méthode dépend de la taille de la surface et, en notant n le nombre de tirages de surfaces, l'erreur commise sur la moyenne s'exprime en $O\left(\frac{1}{\sqrt{4\tilde{L}\sqrt{n}}}\right)$. On voit donc que la vitesse de convergence de la méthode ne dépend pas seulement du nombre de tirages mais aussi de la taille du patin. Afin de juger du nombre de tirages nécessaires pour obtenir des valeurs correctement estimées, on réalise un grand nombre de simulations pour une surface de faible taille. Pour un jeu de paramètres $b = 0.5$, $\alpha = 4$ et $\tilde{L} = 43$, nous présentons jusqu'à 100 tirages. Dans la figure 3.10, les évolutions des erreurs relatives avec le nombre de tirages de surfaces sont tracées pour la moyenne, l'écart-type et le coefficient d'asymétrie. Sur ces figures les expressions obtenues par [90] (Eq. 3.26, 3.27 et 3.28) sont aussi tracées, montrant qu'elles donnent

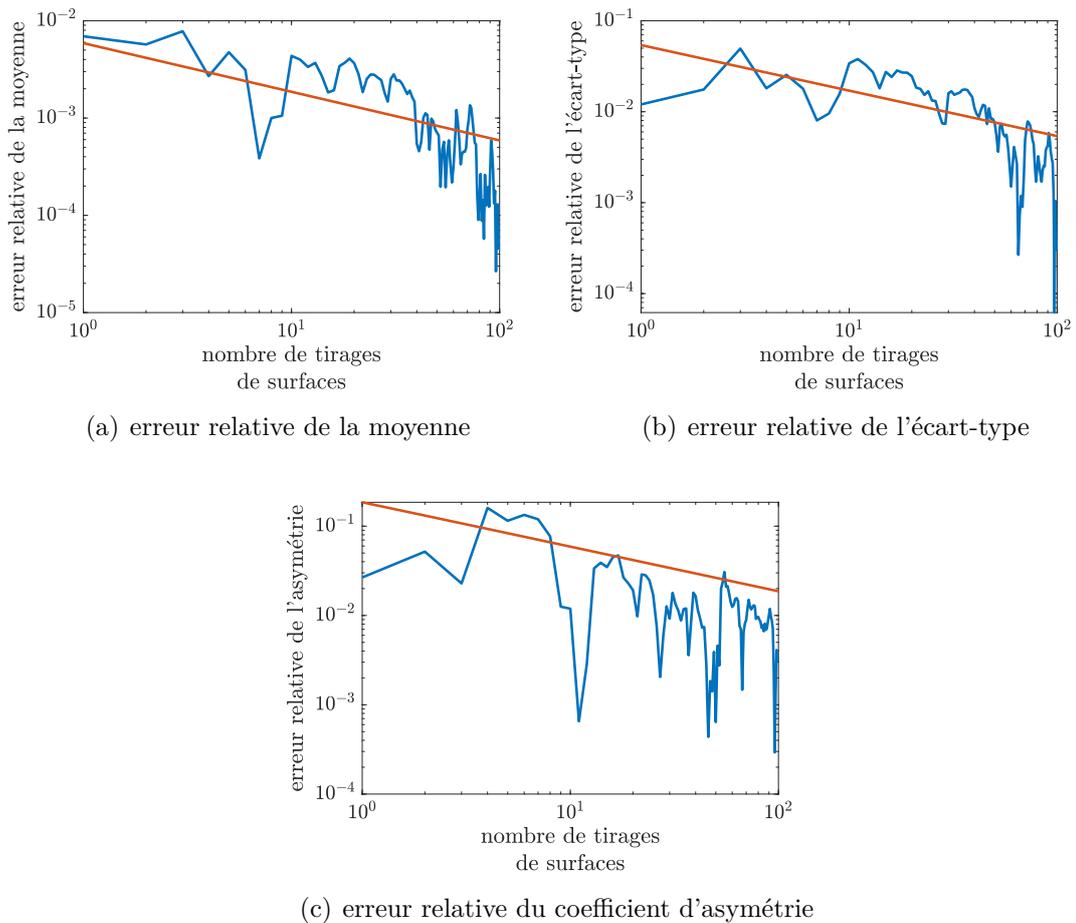
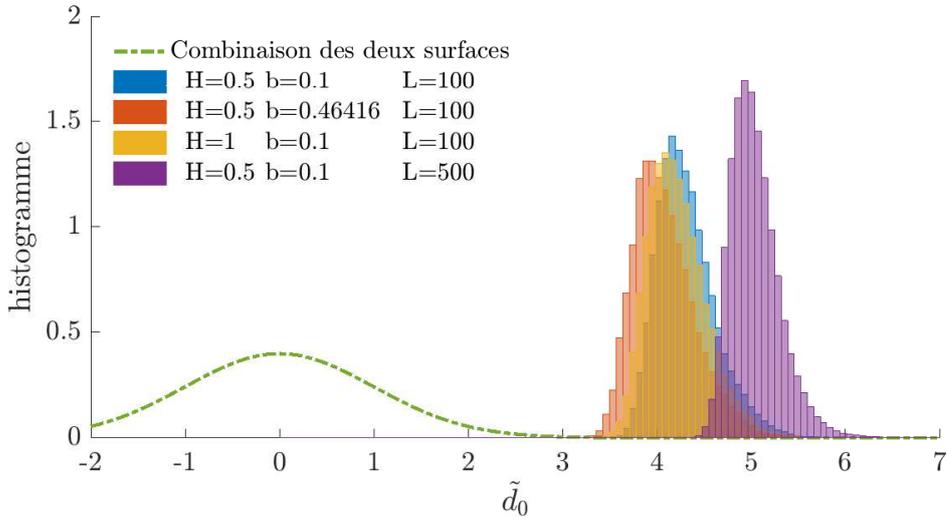


FIGURE 3.10 – En bleu, erreur relative commise sur les estimateurs statistiques des séparations au premier point de contact pour $b = 0.5$, $\alpha = 4$ et $\tilde{L} = 43$. En rouge, l'erreur relative donnée par les équations 3.26, 3.27 et 3.28

des résultats concordants, même si les distributions obtenues ne sont pas gaussiennes. Ainsi avec 15 tirages de surfaces, l'erreur relative est inférieure à 0.5% pour la moyenne, 3% pour l'écart-type et 5% pour le coefficient d'asymétrie. $\tilde{L} = 43$ étant l'une des plus faibles tailles, les valeurs des variations pour les surfaces de plus grandes tailles seront inférieures à ces valeurs. Ainsi, pour l'ensemble des surfaces, 15 simulations sont effectuées nous garantissant d'avoir les valeurs des moments statistiques correctement estimées pour chacune de ces expériences numériques.

3.2.1.7 Caractéristiques statistiques

Dans la figure 3.11, sont représentés les histogrammes sur les 15 simulations de la séparation au premier point de contact pour différents jeux de paramètres, ainsi que la densité de probabilité de la combinaison des deux surfaces (gaussienne de moyenne nulle


 FIGURE 3.11 – Histogrammes de \tilde{d}_0 pour différents paramètres de simulation

et d'écart-type normalisé 1). Ces distributions sont tracées pour la séparation normalisée $\tilde{d}_0 = d_0/\sqrt{2}R_q$. Comme déjà remarqué dans le paragraphe 3.2.1.5, la moyenne de la séparation au premier point de contact est positive. Sur l'ensemble des simulations on obtient la séparation moyenne normalisée $\langle \tilde{d}_0 \rangle = 4.67$. La séparation entre les surfaces est donc plusieurs fois supérieure à la rugosité *rms* de celles-ci. On remarque aussi que les distributions sont plus étroites que celles des topographies. En particulier, l'écart-type de la séparation au premier point de contact est plus faible que l'écart-type associé à la combinaison des deux surfaces (1 en grandeur normalisée) et même que celui d'une seule surface ($\sqrt{2}/2$ en grandeur normalisée). Plus précisément, on observe ici des écart-types normalisés de l'ordre de 0.42 sur l'ensemble des simulations. On observe aussi une dissymétrie des distributions, avec un coefficient d'asymétrie de l'ordre de 0.74. Les distributions des \tilde{d}_0 simulés sont donc qualitativement très différentes des distributions des hauteurs initiales des surfaces. On peut l'interpréter par le fait que lorsque deux surfaces se rapprochent, elles toucheront d'abord au niveau des aspérités les plus hautes. Ainsi, la séparation entre les deux surfaces est positive ($\langle \tilde{d}_0 \rangle > 0$). De même, si la surface supérieure glisse, elle rencontre probablement une autre aspérité haute de la surface inférieure, l'empêchant de tomber dans une vallée. L'amplitude de son mouvement sera donc inférieure à celle de la topographie ($\sigma_{\tilde{d}_0} < \sqrt{2}/2$). Ce scénario est la source de points de rebroussement sur \tilde{d}_0 : la totalité des sommets des aspérités est parcourue alors que les vallées ne le sont jamais. Cela explique aussi l'asymétrie de la distribution qui est positive ($sk_{\tilde{d}_0} > 0$). Ce processus constitue donc un filtrage géométrique de la topographie assez important. Comme le montre la figure 3.11, l'influence des différents paramètres de simulation sur la déviation par rapport à la gaussienne peut être donnée :

- Plus la taille de patin, L , est importante, plus la distribution s'éloigne d'une gaussienne
- Plus b est petit plus la distribution s'éloigne d'une gaussienne
- Plus H est petit plus la distribution s'éloigne d'une gaussienne

Dans la section 3.2.1.4, l'influence de b et α sur la forme de la surface a été discutée, concluant à des surfaces plus riches spectralement quand ces deux paramètres étaient plus petits. La surface présente donc plus de pics lorsque b et α sont petits, de même, plus la surface est grande plus elle comporte de pics. Ce nombre de pics s'avère donc être la grandeur pertinente pour décrire les résultats relatifs aux distributions. Pour exprimer le nombre N de pics de la surface, on peut suivre le même raisonnement que [89] et définir le nombre de pics en divisant la surface du patin par une aire de diamètre λ_0 . On obtient alors :

$$N \simeq \frac{4}{\pi}(L/\lambda_0)^2 \quad (3.29)$$

$$N \simeq \frac{4}{\pi}(\tilde{L})^2 \quad (3.30)$$

Pour quantifier les distributions de \tilde{d}_0 , on s'est intéressé à leurs trois premiers moments statistiques. Leurs évolutions en fonction de N sont décrites figure 3.12 pour l'ensemble des simulations. On montre également sur la figure 3.13 le coefficient d'asymétrie pour les simulations entre $L = 100$ et $L = 750$ afin de discerner une influence supplémentaire possible d'un des paramètres de simulation. Les paramètres sont respectivement représentés par la couleur, la taille et la forme des points. Chaque point correspond à la moyenne sur l'ensemble des 15 essais. On note que la dispersion verticale est indépendante de ces trois paramètres car couleurs, formes et tailles ne présentent pas de tendance. Le nombre de pics N permet donc bien de résumer les influences de α , b et L . La dispersion verticale résiduelle est *a priori* liée à la convergence de la méthode qui dépend du moment étudié.

La figure 3.12 montre que la moyenne augmente, que l'écart-type diminue et que le coefficient d'asymétrie augmente avec N . En effet, les effets du processus de filtrage géométrique expliqué précédemment seront d'autant plus forts que le nombre d'aspérités est grand. Par exemple, dans le cas théorique d'une pointe de stylet infiniment fine, l'ensemble de la topographie pourra être parcourue par la pointe et la fonction de densité de probabilité du mouvement de la pointe sera celle de la surface inférieure, avec une moyenne nulle et une amplitude relativement grande. À l'inverse, si on imagine deux surfaces infiniment grandes, elles comportent théoriquement des aspérités ayant une altitude infinie, le gap sera donc infini et lorsque la surface supérieure bougera, elle retrouvera une aspérité de hauteur infinie. La séparation entre les surfaces restera donc constante

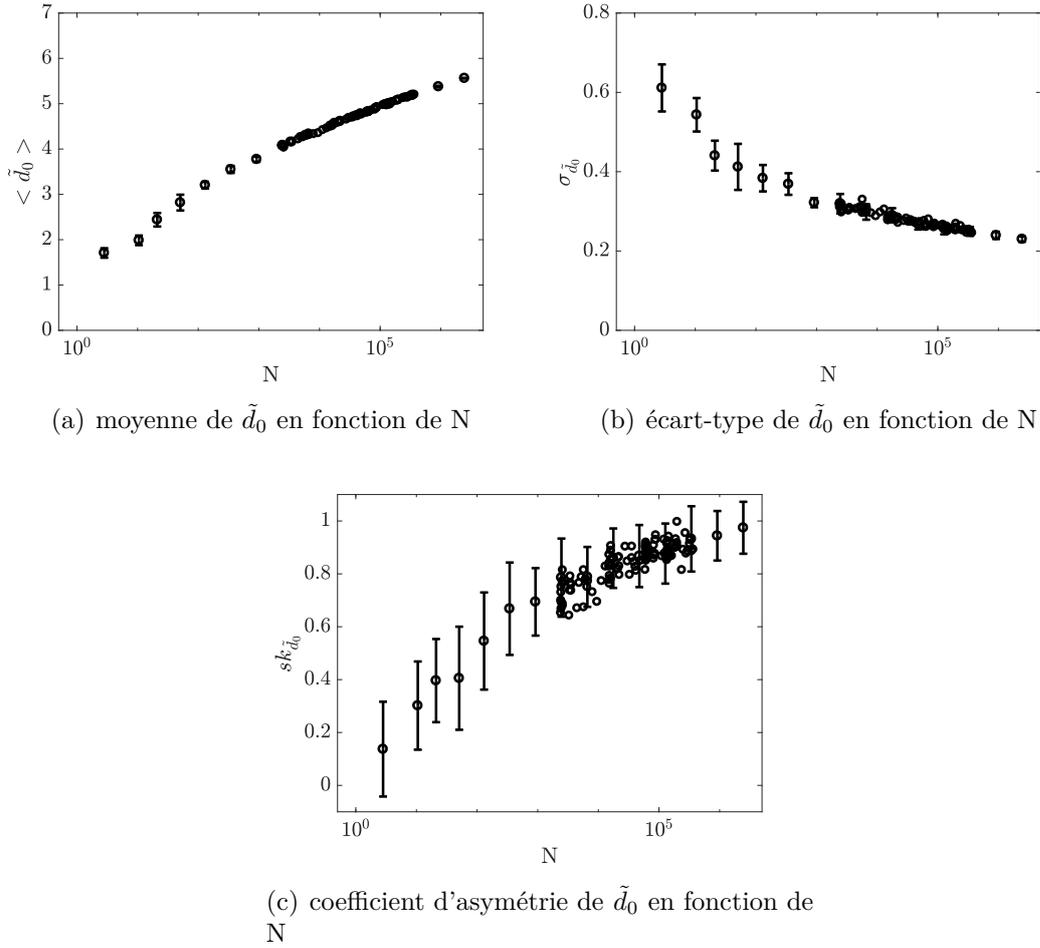


FIGURE 3.12 – Moments statistique de \tilde{d}_0 en fonction de N pour l'ensemble des résultats numériques. Les barres d'erreurs représentent l'écart-type sur 15 simulations pour les simulations avec une grande plage pour \tilde{L} . Par soucis de clarté, ces barres d'erreur ne sont pas présentées pour les autres.

et infinie. Soulignons toutefois que ces tendances en fonction de N sont très lentes, la moyenne par exemple n'augmente que d'un facteur 3 sur presque 6 décades en N .

3.2.1.8 Caractéristiques spectrales

On présente figure 3.14, un exemple de densité spectrale de puissance de la séparation $\mathcal{S}_{\tilde{d}_0\tilde{d}_0}$ pour le cas $\alpha = 4$, $b = 0.46$ et $\tilde{L} = 337$. Pour ces paramètres là, le nombre d'onde maximum des spectres des surfaces antagonistes est $\tilde{k}_s = 1.008$. Or on constate que le spectre $\mathcal{S}_{\tilde{d}_0\tilde{d}_0}$ se prolonge au-delà de ce nombre d'onde \tilde{k}_s et jusqu'au nombre d'onde de discrétisation. Il en va de même pour l'ensemble des spectres des séparations simulées. Le filtrage géométrique génère ainsi un élargissement spectral assez conséquent. Les points de rebroussement constatés dans le paragraphe 3.2.1.5 peuvent être à l'origine de cet

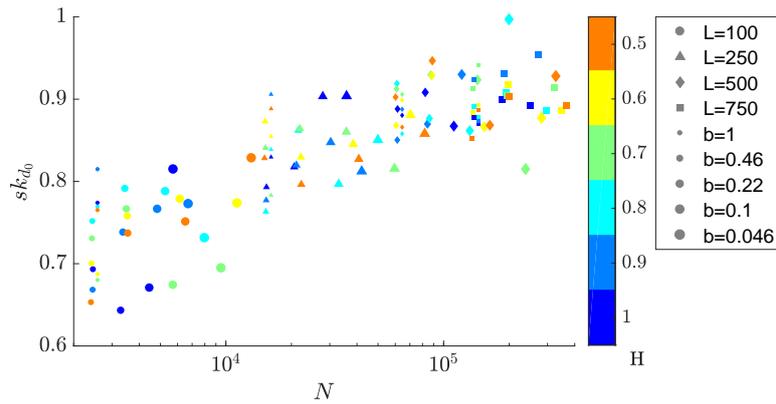


FIGURE 3.13 – Coefficient d’asymétrie de \tilde{d}_0 en fonction de N , indépendance vis-à-vis des paramètres de simulation

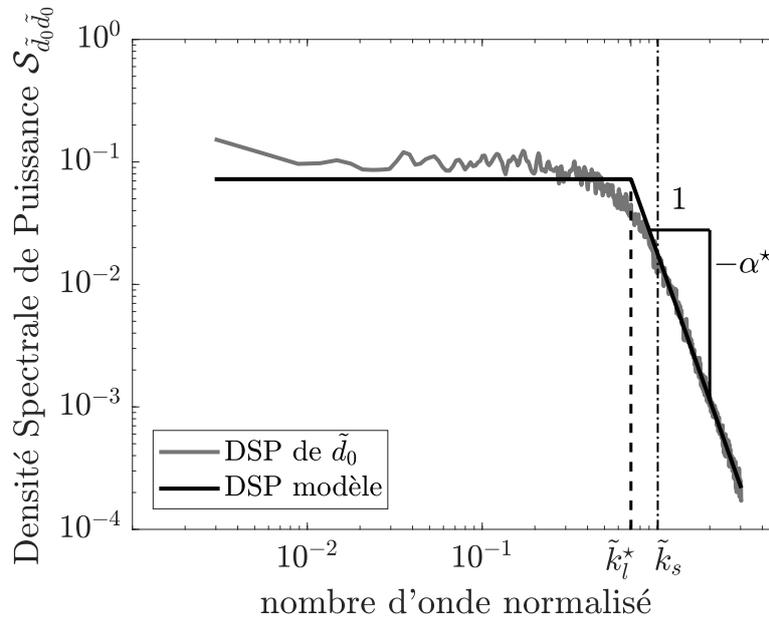


FIGURE 3.14 – Densité spectrale de puissance de $\tilde{d}_0(\tilde{u})$ pour $\alpha = 4$, $b = 0.46$ et $\tilde{L} = 337$ et modèle pour le spectre.

élargissement. En effet ces réponses ne sont pas \mathcal{C}^1 , ce qui implique un enrichissement aux hautes fréquences important. Cette signature peut être modélisée empiriquement par une loi puissance pour les nombres d’onde suffisamment hauts (voir la droite au-delà de \tilde{k}_s en représentation log-log sur la figure 3.14). Sur l’ensemble des spectres, la pente constatée est $\alpha^* \approx 4$. L’hypothèse selon laquelle cet élargissement spectral est lié aux points de rebroussement peut alors être quantitativement appuyée [91]. Soit la fonction $f(x) = |\sin(x)|$. Elle diffère de la fonction sinus essentiellement en ce qu’elle présente des points de rebroussement. La fonction sinus est représentée dans l’espace de Fourier par

un simple Dirac tandis que la série de Fourier de $f(x)$ est constituée d'un peigne de Dirac dont les coefficients c_n sont donnés par :

$$c_n = \frac{2}{1 - 4n^2} \quad (3.31)$$

La densité spectrale de puissance étant proportionnelle au carré de la transformée de Fourier d'un signal, on retrouve la décroissance asymptotique en puissance 4. Dans le but de donner un modèle pour l'ensemble du spectre, nous avons choisi de le représenter par un plateau et une pente. Il vient :

$$\mathcal{S}_{\tilde{d}_0 \tilde{d}_0}(\tilde{k}) = \begin{cases} \mathcal{S}_0^* & \text{si } \tilde{k} < \tilde{k}_l^* \\ \mathcal{S}_0^* \left(\frac{\tilde{k}_l^*}{\tilde{k}}\right)^4 & \text{si } \tilde{k} > \tilde{k}_l^* \end{cases} \quad (3.32)$$

Ce modèle de description est tracé sur la figure 3.14. On ajuste la valeur \tilde{k}_l^* en imposant le moment d'ordre 0 de la densité spectrale de puissance (qui est égal à la valeur *rms* du signal) égal à la valeur *rms* du signal simulé. Cela équivaut à imposer $\mathcal{S}_0^* = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{\sigma_{\tilde{d}_0}^2 + (\tilde{d}_0)^2}}{\tilde{k}_l^*}$. On cherche à déterminer une expression empirique de \tilde{k}_l^* en fonction des paramètres de simulation α , b et \tilde{L} . Nous obtenons :

$$\tilde{k}_l^* \approx f_1(b, \tilde{L}) = \left(\frac{5.18 * 10^{-5}}{b^{1.54}} + 0.0584 \right) \tilde{L}^{0.0892} \quad (3.33)$$

Sur la figure 3.15, on trace \tilde{k}_l^* en fonction de son expression approchée de l'équation 3.33. Les points sont proches de la 1^{ère}, montrant que cette expression prédit de manière satisfaisante la valeur de \tilde{k}_l^* obtenue dans les simulations.

L'ensemble des données, sur lesquelles nous travaillons, repose sur le type de spectre choisi pour faire les simulations (auto-affine) et donc des paramètres de forme b et α . Pour aller vers une généralisation des observations faites ici, on introduit les paramètres $\delta^* = \sqrt{1 - \frac{\tilde{m}_1^2}{\tilde{m}_0 \tilde{m}_2}}$ et $\tilde{\lambda}_0^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tilde{m}_0}{\tilde{m}_2}}$ avec $\tilde{m}_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{k}|^i \mathcal{S}_{\tilde{d}_0 \tilde{d}_0}(\tilde{k}) d\tilde{k}$. Ces paramètres donnent respectivement la largeur spectrale de \tilde{d}_0 et sa longueur d'onde centrale.

L'analyse de dépendance de $\tilde{\lambda}_0^*$ avec λ_0 , δ_z et \tilde{L} permet de donner une expression empirique de la longueur d'onde centrale de d_0 en fonction de δ et de \tilde{L} :

$$\tilde{\lambda}_0^* = f_2(\delta, \tilde{L}) = -0.178\delta + \frac{1.50}{\tilde{L}^{0.0685}} \quad (3.34)$$

Sur la figure 3.16(a), on trace $\tilde{\lambda}_0^*$ en fonction de son expression approchée de l'équation 3.34. On montre à la manière de la figure 3.15 que cette expression prédit de façon satis-

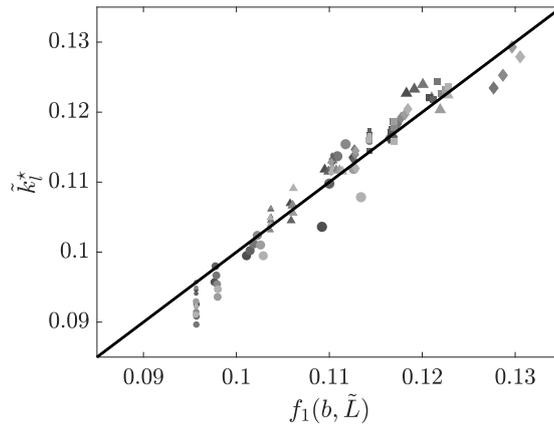
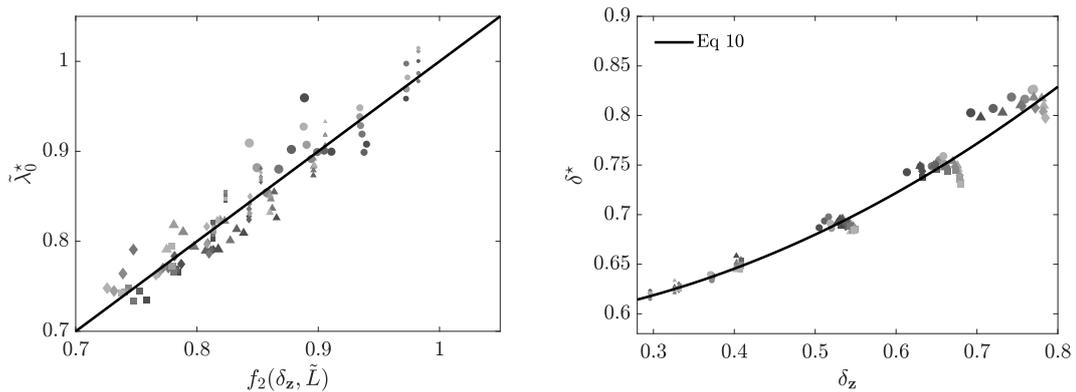


FIGURE 3.15 – \tilde{k}_l^* en fonction de son ajustement $f_1(b, \tilde{L})$ (3.33). Ligne pleine : 1^{ère} bissectrice. La taille des marqueurs augmente quand b diminue, les marqueurs sont d'autant plus foncés que α est grand et \bullet , \blacktriangle , \blacklozenge , \blacksquare donnent $L = 100, 250, 500$ et 750 respectivement.

faisante la valeur de $\tilde{\lambda}_0^*$ obtenue dans les simulations.



(a) $\tilde{\lambda}_0^*$ en fonction de l'ajustement f_2 (3.34). (b) δ^* en fonction de $\delta_{\mathbf{z}}$ et ajustement (3.35)
Ligne pleine : 1^{ère} bissectrice

FIGURE 3.16 – Paramètres fréquentiels de la séparation \tilde{d}_0 en fonction de ceux des surfaces en contact. La taille des marqueurs augmente quand b diminue, les marqueurs sont d'autant plus foncés que α est grand et \bullet , \blacktriangle , \blacklozenge , \blacksquare donnent $L = 100, 250, 500$ et 750 respectivement.

Sur la figure 3.16(b), l'évolution du paramètre de largeur de bande δ^* est tracé en fonction de celui de la surface $\delta_{\mathbf{z}}$. Il augmente avec ce dernier. Si on extrapole les résultats des simulations pour les petits $\delta_{\mathbf{z}}$, on constate que l'ordonnée à l'origine est positive. En effet même si deux sinus purs (de largeur de bande δ nulle) de même fréquence glissent l'un sur l'autre, la séparation au premier contact aura une forme en valeur absolue d'un sinus, en présentant donc des points de rebroussement et une largeur de bande non nulle. De

manière quantitative, la densité spectrale de puissance de la valeur absolue de sinus est, comme on l'a vu précédemment, un peigne de Dirac dont l'amplitude évolue en k^{-4} , ce qui fixe, en utilisant l'équation 3.21 une limite inférieure basse pour $\delta = \sqrt{1 - \frac{\zeta(3)^2}{\zeta(4)\zeta(2)}} \simeq 0.434$ où $\zeta(x)$ est la fonction de Riemann. Un ajustement de δ^* permet de donner son évolution avec $\delta_{\mathbf{z}}$:

$$\delta^* = f_3(\delta_{\mathbf{z}}) = 0.38\delta_{\mathbf{z}}^2 + 0.58 \quad (3.35)$$

L'ordonnée à l'origine n'est pas égale à celle calculée précédemment sur le cas simple 1D. Le cas de surfaces isotropes de largeur de bande nulle est plus complexe à appréhender et le processus résultant semble avoir une largeur de bande minimale environ égale à 0.58.

Sur la figure 3.16(b), la largeur de bande des séparations δ^* , ainsi que l'expression f_3 (équation 3.35) sont tracées en fonction de $\delta_{\mathbf{z}}$. On observe que 3.35 constitue une bonne approximation de δ^* .

3.2.2 Modèle analytique de premier point de contact

À cause de la grande taille des surfaces, la simulation numérique est coûteuse en temps de calcul et en mémoire vive, en particulier pour l'opération de transformée de Fourier inverse. Être capable de prédire les propriétés statistiques de la séparation au premier point de contact, directement à partir des propriétés topographiques des surfaces, revêt donc une grande importance. Pour cela, une méthode analytique a été développée, fondée sur la théorie des valeurs extrêmes. Elle permet d'accéder à la distribution de la séparation au premier point de contact à partir de la connaissance de la distribution des hauteurs et de quelques paramètres spectraux des surfaces en contact. En revanche, en raison de la forte non-linéarité de la mise en contact, aucune méthode analytique n'a pu être mise en place pour obtenir les données spectrales de la séparation au premier point de contact.

3.2.2.1 Principe

a Théorie des valeurs extrêmes. Dans l'équation 3.16 définissant d_0 , une opération de minimum apparaît. L'étude des opérations sur les extremums en statistiques a débuté dans les années 1930 mais n'a vraiment pris forme que dans les années 1980 [92] et l'étude des lois de probabilités liées aux événements extrêmes est regroupée sous le nom de Théorie des valeurs extrêmes (EVT). Par exemple, l'ensemble des catastrophes naturelles sont des événements extrêmes de phénomènes réguliers, et l'on sait assez certainement qu'il y aura toujours un événement plus important que les événements passés. Dimensionner ou calculer un risque en prenant comme référence le pire événement passé se révélera donc systématiquement faux. L'objectif de la théorie des valeurs extrêmes est de calculer

la probabilité d'un tel événement à partir d'un jeu d'observation incomplet. Ce champ de recherche à été beaucoup développé pour les études de fiabilité, la finance ou pour les risques en assurance [93],[92],[94],[95],[96]. Principalement, il s'agit de caractériser la convergence en distribution du maximum d'un processus aléatoire. Cette présentation suit celle de D. Sornette [96].

a.1 Maximum d'une suite d'événements discrets et indépendants. Soit n variables aléatoires identiquement distribuées X_i , dont la fonction de répartition et la densité de probabilité sont respectivement $\mathcal{P}(x)$ et $p(x) = \frac{d\mathcal{P}(x)}{dx}$. On définit la variable aléatoire $X_{max}(n) = \max(X_{i=1,\dots,n})$. Sa fonction de répartition $G(Y)$ définissant le fait que $X_{max} \leq Y$ est obtenue en écrivant que X_{max} est plus petit que Y si tous les X_i sont plus petits que Y . Les X_i étant supposés indépendants, on peut donc écrire :

$$G(Y) = [\mathcal{P}(Y)]^n \quad (3.36)$$

Par suite la densité de probabilité $g = \frac{dG(Y)}{dY}$ définissant la probabilité $X_{max} = Y$ est donnée par

$$g(Y) = np(Y) [\mathcal{P}(Y)]^{n-1} \quad (3.37)$$

Dans un large nombre de cas, quand n devient grand, les fonctions de répartition $G(Y)$ prennent trois formes différentes $H(x)$ selon le comportement de la queue de distribution de X :

- Toute variable ayant une queue de distribution qui décroît plus vite qu'une loi de puissance, par exemple une exponentielle, aura une distribution de ses événements extrêmes qui convergera vers une loi de Gumbel :

$$H(x) = \exp \left[- \exp \left(- \frac{x - m}{a} \right) \right]. \quad (3.38)$$

On précise que l'espérance est donnée par $m + a\gamma$ avec γ la constante d'Euler-Mascheroni et que son écart-type est donné par $\pi a / \sqrt{6}$

- Toute variable ayant une queue de distribution tombant en $X^{-1-\frac{1}{\zeta}}$ aura une loi d'événements extrêmes convergeant vers une distribution de Fréchet :

$$H(x) = \exp \left(- \frac{1}{[1 + \zeta(x - m)/a]^{1/\zeta}} \right) \quad (3.39)$$

- Toute variable avec une queue finie en x_F à droite et dont le comportement proche de ce point est proportionnel à $(x_F - x)^{\frac{1}{|\zeta|}} \times f(x)$ où f est une fonction variant lentement avec x aura une loi d'événements extrêmes qui convergera vers une dis-

tribution de Weibull :

$$H(x) = \exp \left[- \left(\frac{m + (a/|\zeta|) - x}{a} \right)^{1/|\zeta|} \right] \quad (3.40)$$

Les paramètres a et m de ces distributions peuvent être définis par rapport à \mathcal{P} . La convergence de $G(Y)$ avec n est toutefois très lente [97] et l'utilisation de l'équation 3.37 est recommandée [96] lorsque n est connu et fini.

Dans la figure 3.17, $g(x)$ est tracée pour quatre valeurs de n différentes, pour une distribution de départ $p(x)$ gaussienne d'écart-type 1 et centrée en 0. Quand n augmente, la moyenne augmente et la distribution devient plus étroite. Ce comportement est similaire à celui observé lors des simulations numériques : lorsque N augmente, la moyenne de \tilde{d}_0 augmente, et son écart-type diminue.

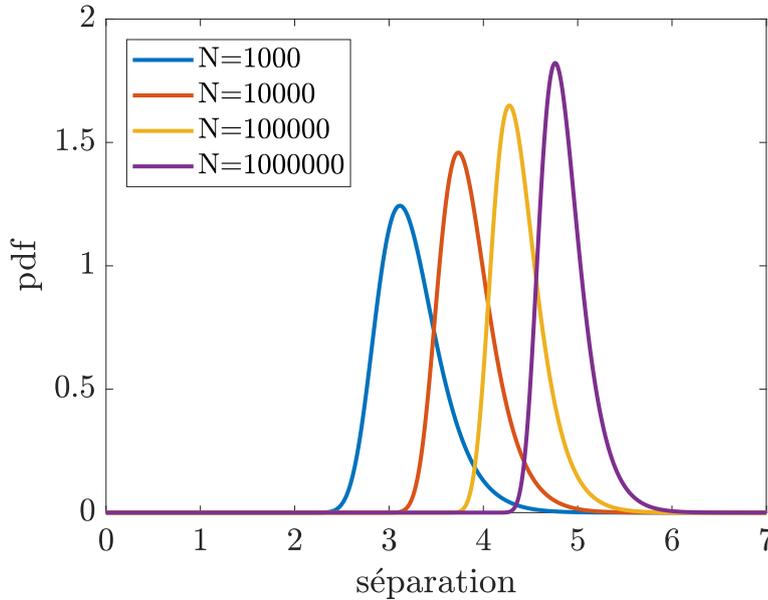


FIGURE 3.17 – Fonction de densité de probabilité du maximum d'un tirage (gaussien d'écart-type 1 et de moyenne nulle) de N valeurs

a.2 Limites et généralisation aux phénomènes continus. Le raisonnement présenté précédemment s'applique parfaitement pour une suite d'événements discrets indépendants dont la loi de probabilité est connue. La première limitation apparaît si l'on ne connaît pas le comportement de la queue de distribution. En effet celle-ci est donnée par des événements très rares et nécessiterait, pour la connaître précisément, un temps d'observation des phénomènes étudiés très long. Cette question est celle de l'étude statistique des phénomènes en jeu. La seconde limitation est l'application à des phénomènes continus.

Donner la loi de probabilité du pic le plus haut d'un signal sur un temps d'observation T impose de répondre à la question de ce qui remplace n dans la vision continue. Cette question a été traitée par [89], [84] et [87] et revue par [85]. Les auteurs définissent dans ces publications un nombre équivalent de cycles indépendants. Celui-ci peut être défini par rapport aux moments spectraux du processus aléatoire étudié et à λ_0 en particulier. Ainsi on peut définir $N = \frac{T}{\lambda_0}$ qui donne le nombre de pics sur une durée T . En admettant que l'extremum adopte une loi de Gumbel, Davenport [89] montre que l'évolution de la moyenne et de l'écart-type de $\eta = X_{max}/\sigma_X$ est donné par :

$$E[\eta] = \sqrt{2\ln(N)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2\ln(N)}} \quad (3.41)$$

$$\sigma_\eta = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{2\ln(N)}} \quad (3.42)$$

où $\gamma = 0.5772$ est la constante d'Euler. La loi de Gumbel n'ayant que deux paramètres (équation 3.38), la connaissance de sa moyenne et de son écart-type permet d'obtenir la distribution complète. Preumont [85] reprend ces équations en y apportant deux termes correctifs, κ_u et κ_α , dépendants de δ :

$$E[\eta] = \sqrt{2\ln(\kappa_u N)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2\ln(\kappa_\alpha N)}} \quad (3.43)$$

$$\sigma_\eta = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{2\ln(\kappa_\alpha N)}} \quad (3.44)$$

$$\kappa_u = \begin{cases} 1.5(1 - e^{-1.8\delta}) & \text{si } \delta < 0.5 \\ 0.95 & \text{si } \delta \geq 0.5 \end{cases} \quad (3.45)$$

$$\kappa_\alpha = \begin{cases} 7\delta & \text{si } \delta < 0.5 \\ 4.05 & \text{si } \delta \geq 0.5 \end{cases} \quad (3.46)$$

Pour obtenir ces résultats, Preumont fait un ajustement avec une distribution de Gumbel sur le résultat analytique de la distribution des maximums d'un oscillateur. Ce premier résultat est ensuite comparé aux résultats de simulations numériques pour des processus ayant des spectres plus complexes. Preumont [85] montre que cette dernière description donne de bons résultats tant que δ reste supérieur à 0.3.

Ces trois méthodes, analytique (Eq. 3.37), Davenport (Eq. 3.41 et 3.42) et Preumont (Eq. 3.43-3.46) permettent de trouver la distribution du maximum pour un processus gaussien dont le nombre de pics N a été estimé au préalable. Les deux premières méthodes ne nécessitent pas d'autres informations sur le spectre du processus d'entrée, la dernière

nécessite le paramètre de largeur de bande δ .

Dans la figure 3.18 sont tracés, en fonction de N , la moyenne et l'écart-type obtenus par le calcul complet de la fonction de densité de probabilité 3.37, l'expression de Davenport (équations 3.41 et 3.42) et celle de Preumont (équations 3.43-3.46) pour $\delta \geq 0.5$ (permettant d'avoir κ_u et κ_α constants). Pour ce choix de δ , les résultats de Davenport et Preumont sont très similaires en terme d'écart-type et de moyenne, à l'exception d'une petite différence pour la moyenne, pour les N faibles. En revanche, les résultats du modèle analytique diffèrent des deux précédents en valeur, même si les tendances sont très similaires. Tout d'abord en terme de moyenne, un écart existe entre la moyenne du modèle d'une part et les expressions d'autre part. Pour l'écart-type, le modèle diffère des expressions essentiellement pour $N \leq 10$. Les expressions donnent alors un écart-type divergent tandis que le modèle se rapproche de 1. Dans le cadre de la recherche du maximum d'une série d'événements discrets, la moyenne nulle et l'écart-type égal à 1 pour $N = 1$ sont attendus. En effet la distribution du maximum sur un tirage comprenant une valeur sera égal à la distribution du tirage. Si ce tirage est Gaussien, la valeur moyenne est nulle et l'écart-type normalisé est bien égal à 1.

Cependant sur un événement continu, $N = 1$ correspond à une ondulation du processus, le maximum sur cette ondulation sera alors en moyenne positif. Les expressions de Davenport et Preumont semblent alors mieux à même de décrire les phénomènes mis en jeu pour la moyenne du maximum. En revanche l'écart-type ne peut diverger vers l'infini et les expressions de Davenport et Preumont ne sont alors pas adaptées pour les N faibles.

Enfin, les modèles de Davenport et Preumont sont basés sur le cas limite d'une distribution de Gumbel. Celle-ci est déterminée par deux paramètres (*c.f.* équation 3.38) qui peuvent être déduits de la moyenne et de l'écart-type. La distribution complète peut donc être obtenue à partir de ceux-ci. Le coefficient d'asymétrie des distributions de Gumbel est constant et égal à $\frac{12\sqrt{6}\zeta(3)}{\pi^3} \approx 1.14$. Comme expliqué précédemment, pour N petit, la distribution des maximums sera proche de la distribution du phénomène sous-jacent, et évoluera continûment vers un des cas limites présentés ci-dessus. L'asymétrie sera donc amenée à évoluer avec N ce que ne permettent pas d'obtenir les modèles de Davenport et Preumont

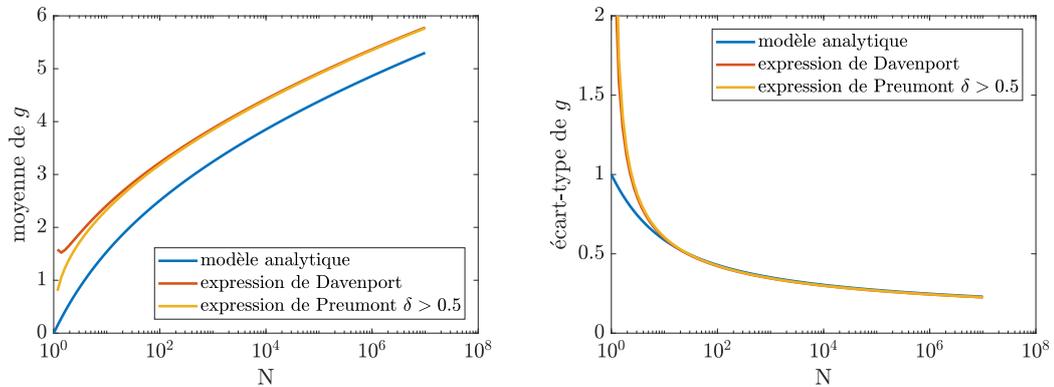
b Application au problème de premier point de contact. Considérons que l'on soit capable de représenter les surfaces rugueuses par N altitudes statistiquement indépendantes. Soit z_1 et z_2 deux réalisations de ces surfaces, dont les écarts-types sont respectivement notés σ_1 et σ_2 . Si la première représente le patin et la seconde les points de la piste placés en regard du patin au déplacement u , l'expression de $d_0(u)$ est alors donnée par l'équation 3.16. Or les distributions de z_1 et z_2 étant considérées dans notre

problème comme gaussiennes de moyennes nulles :

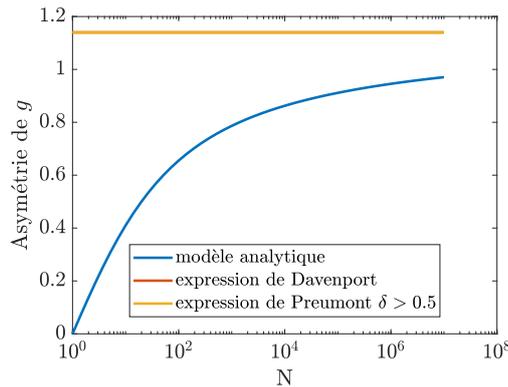
- la distribution de la différence est statistiquement équivalente à la distribution de la somme.
- l'opposé du minimum est statistiquement équivalent au maximum.

Il est donc possible de travailler sur la distribution de la somme des surfaces au déplacement u , nommée $z(u)$. Cette distribution est gaussienne et d'écart-type $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$. On a alors :

$$d_0(u) = \max z(u) \tag{3.47}$$



(a) moyenne du maximum, obtenu avec les différentes méthodes (b) écart-type du maximum, obtenu avec les différentes méthodes



(c) Asymétrie du maximum, obtenu avec les différentes méthodes

FIGURE 3.18 – Moments statistiques du maximum d'un tirage de N valeurs obtenues par le calcul complet de la fonction de densité de probabilité (équation 3.37), l'expression de Davenport (équations 3.41 et 3.42) et celle de Preumont (équations 3.43-3.46) pour $\delta \geq 0.5$, en fonction de N .

Soit \mathcal{P} la fonction de répartition de z et p la densité de probabilité associée. Pour le processus gaussien :

$$p(z) = \frac{1}{\sigma_{eq}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_{eq}^2}\right) \quad (3.48)$$

$$\mathcal{P}(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{z}{\sigma_{eq}\sqrt{2}}\right) \quad (3.49)$$

La distribution statistique de d_0 est donnée par l'équation 3.37 en utilisant les expressions de $p(z)$ et $\mathcal{P}(z)$ données ci-dessus. Pour obtenir la distribution du déplacement normalisé \tilde{d}_0 , il suffit de remplacer la loi de répartition $p(z)$ (Equation 3.49) par une loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$, qui est la distribution normalisée de la combinaison des deux surfaces.

3.2.2.2 Résultats et comparaison au modèle numérique

Les résultats sont tracés en terme de moyenne, d'écart-type et de coefficient d'asymétrie dans la figure 3.19. Sur les graphiques de moyenne et d'écart-type, les expressions de Preumont pour les valeurs extrêmes de δ utilisées dans les simulations sont aussi reportées. En terme de moyenne et d'écart-type, les expressions de Preumont capturent bien les résultats numériques et donnent donc une expression explicite pour prédire ces deux grandeurs. Le modèle analytique (EVT) capture, lui, bien les simulations numériques en terme d'écart-type et d'asymétrie. On observe par contre un décalage de moyenne entre le modèle analytique et les simulations numériques. Cela s'explique par le passage d'un modèle où les aspérités sont continues (les simulations) à la représentation de chaque aspérité par un point (Théorie des valeurs extrêmes). En effet sur la largeur d'une aspérité, suivant la forme de celle-ci, la séparation moyenne n'a pas la même valeur. La figure 3.20 montre schématiquement ce phénomène, pour deux aspérités ponctuelles, deux aspérités de forme sinusoïdale et deux aspérités triangulaires d'amplitude $2A$. Lorsque l'aspérité se déplace latéralement de sa propre largeur, l'amplitude des variations de la séparation au premier contact est égale à 0 dans le premier cas, $\frac{2A}{\pi}$ dans le deuxième cas et A dans le dernier cas. Pour les simulations effectuées ici, l'ajout d'une constante égale à $\frac{\sigma_{eq}}{2}$ à la moyenne de la distribution obtenue avec le modèle analytique, permet de rendre compte de cet écart. Ce facteur empirique dépend cependant de la forme de la surface. Des histogrammes de simulations numériques et des fonctions de densité de probabilité corrigées sont présentées pour deux N différents figure 3.21. Si la moyenne n'est pas exactement prédite, la forme de la distribution est en revanche très bien capturée par le modèle analytique.

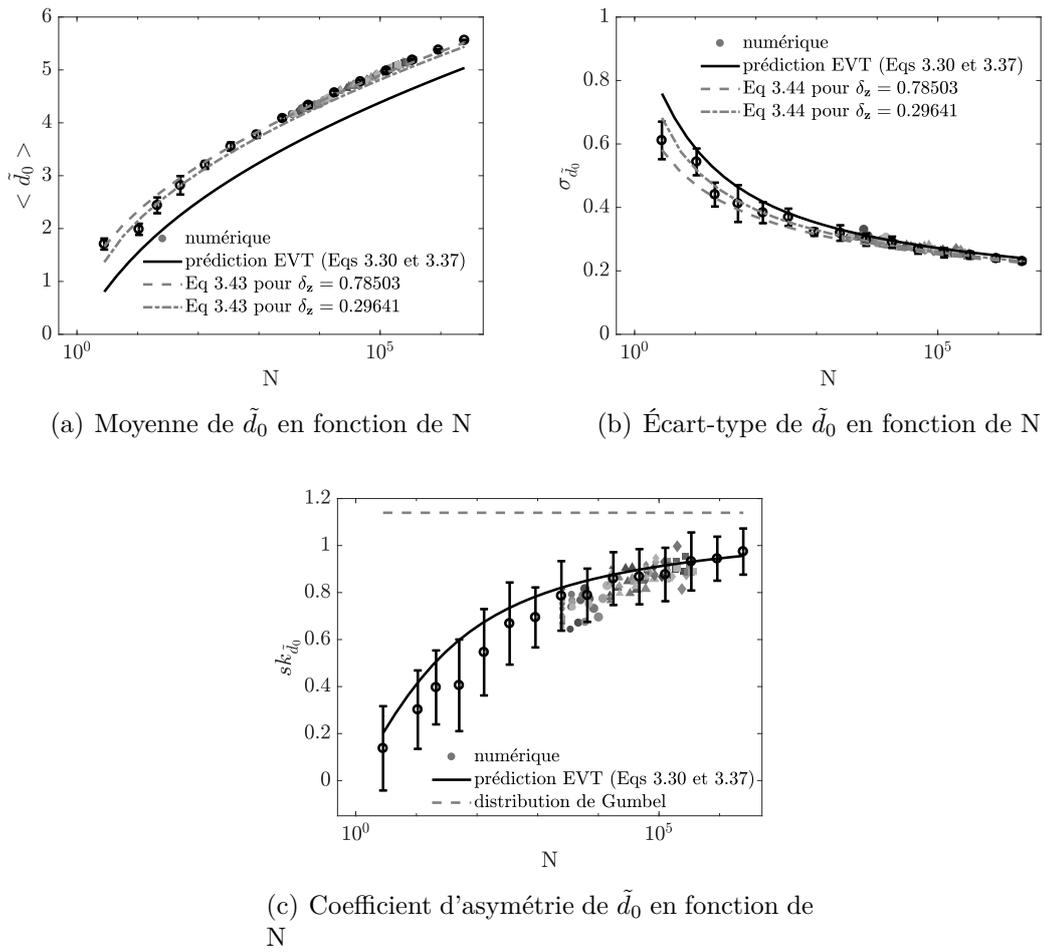


FIGURE 3.19 – Moments statistiques de \tilde{d}_0 en fonction de N , résultats numériques et analytiques (équation 3.37 et expression de Preumont (équations 3.43-3.46))

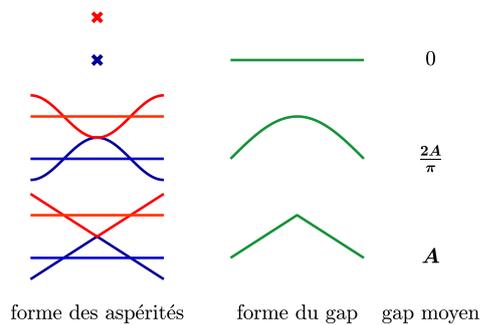


FIGURE 3.20 – Schéma illustrant les différences de séparation moyenne en fonction de la forme des aspérités

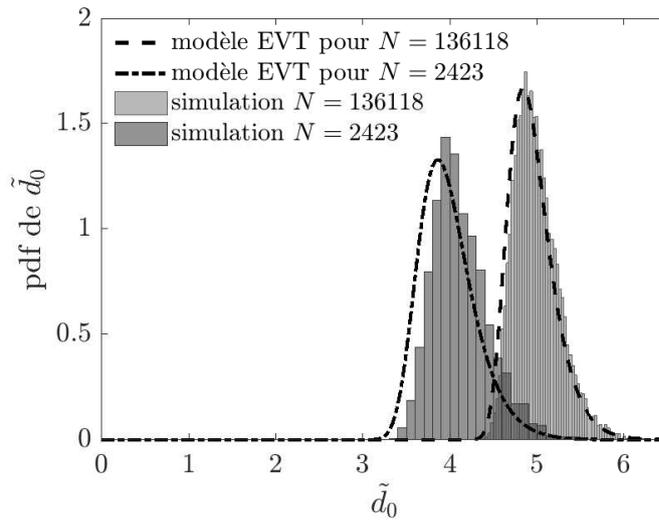


FIGURE 3.21 – Densité de probabilité obtenue analytiquement (résultat du modèle EVT) et histogrammes obtenus numériquement (pour $\alpha = 3.2$ et $b = 0.46$). La moyenne des distributions analytiques a été corrigée par l’ajout d’un décalage de $\frac{\sigma_{eq}}{2}$.

3.3 Comparaison entre expériences et modèles

Le but de cette section est de comparer les résultats expérimentaux aux différents modèles décrits dans la section précédente (section 3.2), où l’on s’est intéressé à des simulations numériques de premier point de contact en utilisant des topographies de surfaces modèles. Ici, de nouvelles simulations numériques sont effectuées, en simulant cette fois des topographies ayant les propriétés de celles utilisées expérimentalement afin de permettre une comparaison directe.

Cependant, il reste une étape à franchir pour relier les modèles présentés dans la section précédente et les expériences. En effet, les modèles présentés ne permettent de décrire que le premier point de contact tandis que le patin expérimental en présente au moins trois. Cette étape est décrite dans une première partie puis les résultats des expériences et des modèles sont confrontés.

3.3.1 Du problème de premier point de contact aux expériences

Pour relier la séparation au premier point de contact d_0 et le mouvement du centre de gravité du patin, on fera principalement trois hypothèses dans le but de simplifier le problème :

- La première concerne le nombre de points de contact entre la surface et le patin à un instant t . Cette donnée n’est pas directement accessible expérimentalement, et ce nombre doit être estimé (hypothèse n° 1).

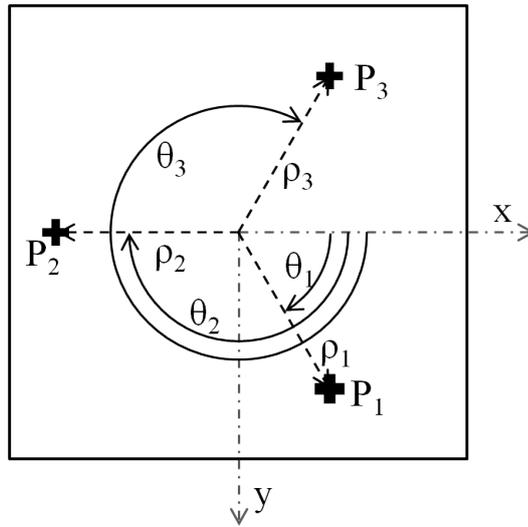


FIGURE 3.22 – Schéma du paramétrage des points de contact entre le patin et la surface, vu de dessous du patin

- La seconde concerne la symétrie de la répartition des points de contact autour du centre de gravité. Dans cette section nous aurons besoin de faire l’hypothèse que la distribution des points de contact au cours d’un essai est de symétrie centrale par rapport au centre de l’aire apparente de contact (hypothèse n° 2). En simplifiant, cela suggère que le patin est équilibré par rapport à ce point.
- La dernière concerne la forme de la distribution des hauteurs parcourues par chacun des points de contact (hypothèse n° 3).

Les deux premières hypothèses seront examinées plus particulièrement au chapitre 6. En première approche, dans la partie 3.1.2, le nombre de points de contact a été estimé à trois (hypothèse n° 1). Notons leurs coordonnées cylindriques ρ_i , θ_i et z_i , $i = 1, 2, 3$ dans le repère dont l’axe vertical passe par le centre de gravité du patin (*cf.* figure 3.22). Si l’on considère :

- que la variation d’altitude du centre de gravité, notée z_G , est équivalente à la variation d’altitude du centre de la surface inférieure du patin,
- et que les rotations ϕ et ψ du patin respectivement autour des axes x et y , sont faibles,

on peut écrire :

$$z_i = z_G + \phi \rho_i \sin(\theta_i) - \psi \rho_i \cos(\theta_i). \quad (3.50)$$

La résolution de ce système en z_G , ϕ et ψ permet d’obtenir :

$$z_G = \frac{\rho_1 \rho_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) z_3 + \rho_2 \rho_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) z_1 + \rho_3 \rho_1 \sin(\theta_3 - \theta_1) z_2}{\rho_1 \rho_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \rho_2 \rho_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) + \rho_3 \rho_1 \sin(\theta_3 - \theta_1)} \quad (3.51)$$

La distribution de la position des points de contact est centrée sur le centre de la surface inférieure du patin (hypothèse n° 2). Cela nécessite que $\forall i$, les ρ_i et θ_i sont statistiquement équivalents. Les $\rho_i \rho_j \sin(\theta_i - \theta_j)$ sont donc eux aussi statistiquement équivalents. En supposant en première approximation que ces variables sont indépendantes, z_G se comporte alors de la même manière que :

$$\tilde{z}_G = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}. \quad (3.52)$$

Pour la simulation numérique, cela signifie que l'on peut simuler l'altitude du centre de gravité du patin en prenant l'altitude du centre de gravité d'un triangle équilatéral dont les sommets glisseraient sur trois profils z_i ou, plus simplement, que l'on peut faire la moyenne point à point de ces trois profils. D'un point de vue analytique, en notant f_Z la pdf de z , on a :

$$f_{\tilde{Z}_G}(z) = f_{\frac{z_1+z_2+z_3}{3}}(z). \quad (3.53)$$

Par ailleurs on note que :

$$f_Z\left(\frac{z}{3}\right) = 3f_Z(z), \quad (3.54)$$

et donc :

$$f_{\tilde{Z}_G}\left(\frac{z}{3}\right) = 3f_{z_1+z_2+z_3}(z). \quad (3.55)$$

De plus, on sait que, pour X et Y deux variables aléatoires indépendantes, où \star dénote le produit de convolution :

$$f_{X+Y} = f_X \star f_Y. \quad (3.56)$$

Il vient :

$$f_{\tilde{Z}_G}\left(\frac{z}{3}\right) = 3f_{z_1} \star f_{z_2} \star f_{z_3}(z). \quad (3.57)$$

L'hypothèse n° 3 concerne la statistique du mouvement vertical de chacun de ces trois points de contact. En effet, analytiquement et numériquement, nous avons pu déterminer le comportement de l'écart au premier point de contact (mettons f_{z_1}). Nous ferons l'hypothèse que f_{z_2} et f_{z_3} , qui concernent les deux autres points de contact, sont identiques à f_{z_1} . Cela revient à négliger deux choses :

- l'effet d'ordre : si le patin touche séquentiellement au premier maximum puis au second et enfin au troisième, alors les distributions de f_{z_2} et f_{z_3} sont différentes de f_{z_1} . On supposera que les deuxième et troisième points de contact ont une distribution très similaire à celle du premier, ce qui peut se justifier par le fait que le nombre d'aspérités potentiellement en contact soit grand devant trois,
- la statique : pour que le patin tienne en équilibre, les points de contact doivent être distribués autour du centre de gravité : en admettant que le patin touche au

premier puis au deuxième et enfin au troisième maximum, il ne pourra rester dans cette position si ces trois points se trouvent sur une même demi surface. Dans ce cas le patin se retrouve en porte à faux et bascule.

Bien qu'imparfait, le choix de donner $f_{z_1} = f_{z_2} = f_{z_3}$, permet de ne pas imposer de deuxième et troisième points de contact de manière arbitraire et de simplifier grandement le modèle pour donner des relations simples. L'expression analytique de la distribution de l'altitude du centre de gravité du patin est alors immédiatement donnée par :

$$f_{\tilde{z}_G}(\frac{z}{3}) = 3g \star g \star g(z) \quad (3.58)$$

où g est la distribution de la séparation au premier point de contact donnée par l'une ou l'autre des méthodes : analytique (Eq. 3.37), Preumont (Eq. 3.43-3.46) ou numérique (Figure 3.11). De plus si l'on suppose que l'on connaît la transformée de Fourier, $\mathcal{F}[z_i]$, des z_i :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\tilde{z}_G] &= \mathcal{F}\left[\frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}\right] \\ \mathcal{F}[\tilde{z}_G] &= \frac{1}{3} (\mathcal{F}[z_1] + \mathcal{F}[z_2] + \mathcal{F}[z_3]) \end{aligned} \quad (3.59)$$

La phase ϕ_i des transformées de Fourier des signaux z_i est liée à l'aspect aléatoire du signal, elle n'est donc pas connue *a priori*. En revanche les résultats précédents nous donnent une indication sur l'amplitude A_{z_i} de la transformée de Fourier. On peut donc rechercher la densité spectrale de puissance du mouvement du centre de gravité z_G , à partir de l'équation 3.59, et en notant l_{exp} la longueur d'observation :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\tilde{z}_G \tilde{z}_G}(k) &= \frac{|\mathcal{F}[\tilde{z}_G](k)|^2}{l_{exp}} \\ &= \frac{1}{l_{exp}} \left| \frac{1}{3} (\mathcal{F}[z_1](k) + \mathcal{F}[z_2](k) + \mathcal{F}[z_3](k)) \right|^2 \\ &= \frac{1}{9l_{exp}} |A_{z_1}(k)e^{i\phi_1(k)} + A_{z_2}(k)e^{i\phi_2(k)} + A_{z_3}(k)e^{i\phi_3(k)}|^2 \end{aligned} \quad (3.60)$$

En faisant la même hypothèse que précédemment (hypothèse n° 3), c'est à dire, que les z_i sont statistiquement équivalents, les A_{z_i} sont égaux et :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\tilde{z}_G \tilde{z}_G}(k) &= \frac{1}{9l_{exp}} A_{z_i}^2(k) |e^{i\phi_1(k)} + e^{i\phi_2(k)} + e^{i\phi_3(k)}|^2 \\ \mathcal{S}_{\tilde{z}_G \tilde{z}_G}(k) &= \frac{1}{9} \mathcal{S}_{z_i z_i}(k) |e^{i\phi_1(k)} + e^{i\phi_2(k)} + e^{i\phi_3(k)}|^2 \end{aligned} \quad (3.61)$$

L'expression liée au phases peut être comprise comme une marche aléatoire dans le plan complexe au bout de trois pas. Chaque nombre complexe $e^{i\phi_i(k)}$ représente un pas de longueur unitaire dans une direction aléatoire donnée par $\phi_i(k)$. Si la répartition de la phase est uniforme sur $[0, 2\pi[$, la marche est isotrope et la distance séparant un marcheur au bout de n pas aléatoires de son origine (ce qui revient à calculer la norme $|\dots|$) est donnée par \sqrt{n} . On obtient donc pour trois pas :

$$\langle |e^{i\phi_1(k)} + e^{i\phi_2(k)} + e^{i\phi_3(k)}|^2 \rangle = 3 \quad (3.62)$$

et il vient :

$$\mathcal{S}_{z_G z_G}(k) = \frac{1}{3} \mathcal{S}_{z_i z_i}(k) \quad (3.63)$$

Le spectre du centre de gravité du patin est donc proportionnel au spectre de la séparation au premier point de contact. Cette équation simple 3.63 permet d'étendre, *a priori*, l'ensemble des relations 3.33, 3.34 et 3.35 de la section 3.2.1 (reliant les spectres des surfaces aux spectres des séparations au premier point de contact) pour relier directement les spectres des surfaces aux spectres des mouvements du centre de gravité du patin.

3.3.2 Comparaison des distributions

Comme dit au paragraphe 2.2.2.3, la mesure de déplacement vertical expérimental est relative et ne permet pas d'obtenir une hauteur absolue mais seulement ses fluctuations, la moyenne de ce signal ne signifie donc rien. Dans cette partie, les distributions seront donc toutes recentrées de telle manière que la moyenne soit nulle. Les histogrammes numériques sont donnés par l'histogramme de la moyenne de trois séparations au premier point de contact, chacune générée à partir de surfaces ayant les mêmes propriétés topographiques que les surfaces expérimentales comme exprimé dans l'équation 3.52. Les distributions analytiques sont directement données par les équations 3.37 et 3.58. Il faudra au préalable calculer la valeur N correspondant aux patins utilisés selon l'expression 3.30. Les valeurs de λ_0 pour le calcul de N sont résumées dans le tableau 3.5. On y donne également la valeur de l'étalement spectral δ . Ces valeurs sont calculées à partir des spectres expérimentaux tracés dans la figure 2.14(b).

Sur la figure 3.23, les distributions obtenues par les trois méthodes, normalisées par $\sigma_{eq} = \sqrt{2}R_q$, sont tracées pour chacune des surfaces expérimentales. Pour prendre en compte le nombre de points de contact (3), nous avons fait la moyenne de trois profils au premier point de contact pour la méthode numérique, et la convolution des trois distributions pour la méthode analytique comme détaillé dans la partie 3.3.1. Ces deux méthodes donnent assez logiquement des résultats concordants.

$R_q = 9\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
λ_0 (μm)	12.5	12.5	12.5
δ	0.64	0.64	0.64
N (10^4)	13	13	25
$R_q = 16\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
λ_0 (μm)	15.3	15.3	15.3
δ	0.70	0.70	0.70
N (10^4)	8.6	8.6	17
$R_q = 30\mu m$			
	$25 \times 25 \times 10$	$25 \times 25 \times 20$	$35 \times 35 \times 10$
λ_0 (μm)	26.8	26.8	26.8
δ	0.74	0.74	0.74
N (10^4)	2.8	2.8	5.5

TABLE 3.5 – Paramètres spectraux λ_0 et δ des surfaces expérimentales et nombre N de sous-parties indépendantes.

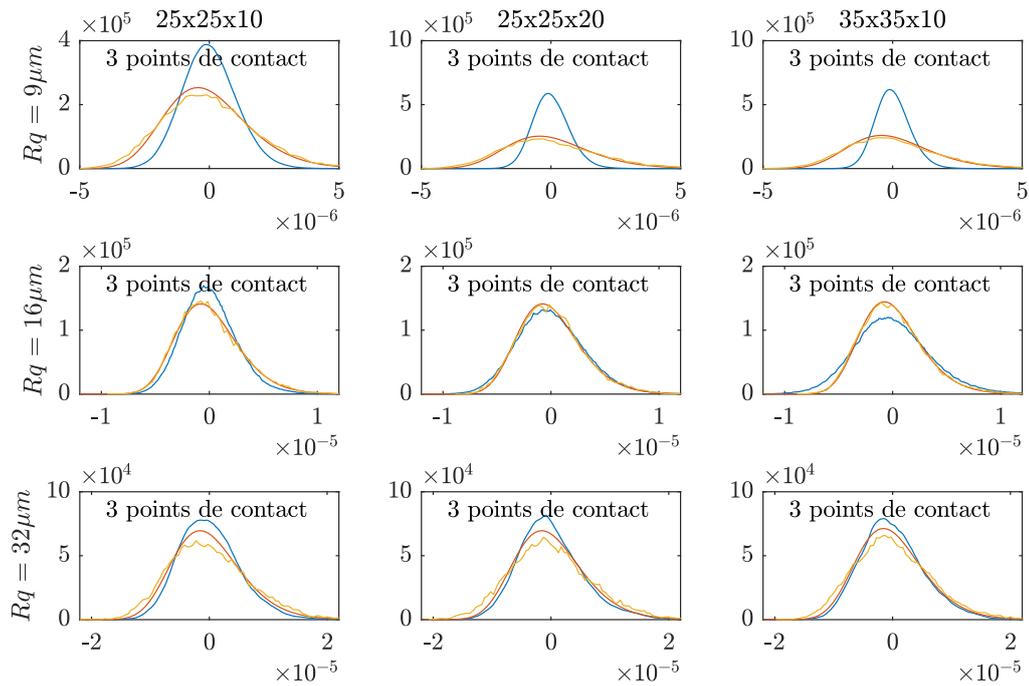


FIGURE 3.23 – Histogrammes obtenus expérimentalement et numériquement et fonctions de densité de probabilité obtenues analytiquement, pour les 9 patins utilisés dans les expériences. En bleu l'expérimental, en rouge l'analytique et en jaune le numérique. Par souci de clarté les histogrammes ne sont pas représentés en barres.

Les comparaisons avec les expériences montrent de bons résultats pour les surfaces $R_q = 16\mu m$ et $R_q = 30\mu m$, la forme globale des distributions est assez bien capturée et les valeurs d'écart-type et de coefficient d'asymétrie sont comparables. En revanche le résultat est moins bon pour les surfaces $R_q = 9\mu m$ et en particulier pour les patins ayant une masse importante ($m = 104g$). Ce résultat peut se comprendre comme une erreur dans l'estimation du nombre de points de contact. En effet pour cette faible rugosité, des poids plus importants peuvent entraîner la mise en contact de nouveaux points. Dans le tableau 3.4, où le nombre de points de contact était estimé à partir de la mesure de la raideur de contact, on obtenait des estimations du nombre de points de contact supérieures à trois.

L'estimation de la fonction de densité de probabilité peut alors se faire en reprenant le raisonnement présenté dans la section 3.3.1, en ne faisant plus la moyenne de l'équation 3.52 sur trois déplacements, mais sur n déplacements au premier point de contact. On obtient ainsi des résultats plus satisfaisants en augmentant le nombre de points de contact pour les cas $R_q = 9\mu m$, comme on peut le voir dans la figure 3.24. Le nombre de points de contact choisi est reporté sur chaque sous-figure. Il correspond au nombre de points de contact permettant de minimiser l'écart entre l'histogramme expérimental et les modèles (numériques et analytiques).

3.3.3 Comparaison des spectres

Les spectres des surfaces expérimentales ne peuvent être décrits comme les spectres utilisés pour les simulations numériques. En particulier, ils ne comportent pas de fréquence de coupure haute (*c.f.* figure 2.14(b)). Dès lors, on ne peut pas déterminer un paramètre b qui caractérise la largeur de plage de fréquence sur laquelle la surface est auto-affine. De même, on ne peut pas constater l'élargissement spectral dû aux points de rebroussement. L'ensemble de ces constats nous empêche de déterminer *a priori* la forme du spectre de z_G à partir des caractéristiques spectrales de la surface. En revanche, il est envisageable, à partir des profils au premier point de contact générés avec des surfaces similaires aux surfaces expérimentales, de vérifier que la méthode de passage décrite dans la section 3.3.1 est valide. Pour cela on a tracé sur la figure 3.25, le spectre expérimental moyen effectué sur 20 expériences (bleu), le spectre de la moyenne de trois déplacements au premier point de contact pour estimer le mouvement du centre de gravité (jaune) et le spectre obtenu en normalisant le spectre d'un déplacement comme dans l'équation 3.63 (rouge). Les spectres rouges et jaunes se superposent bien pour toutes les simulations. Cela est assez rassurant : la seule hypothèse faite pour passer d'un spectre à l'autre concernait la répartition de la phase de la transformée de Fourier des séparations au premier point de contact.

Pour la comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques,

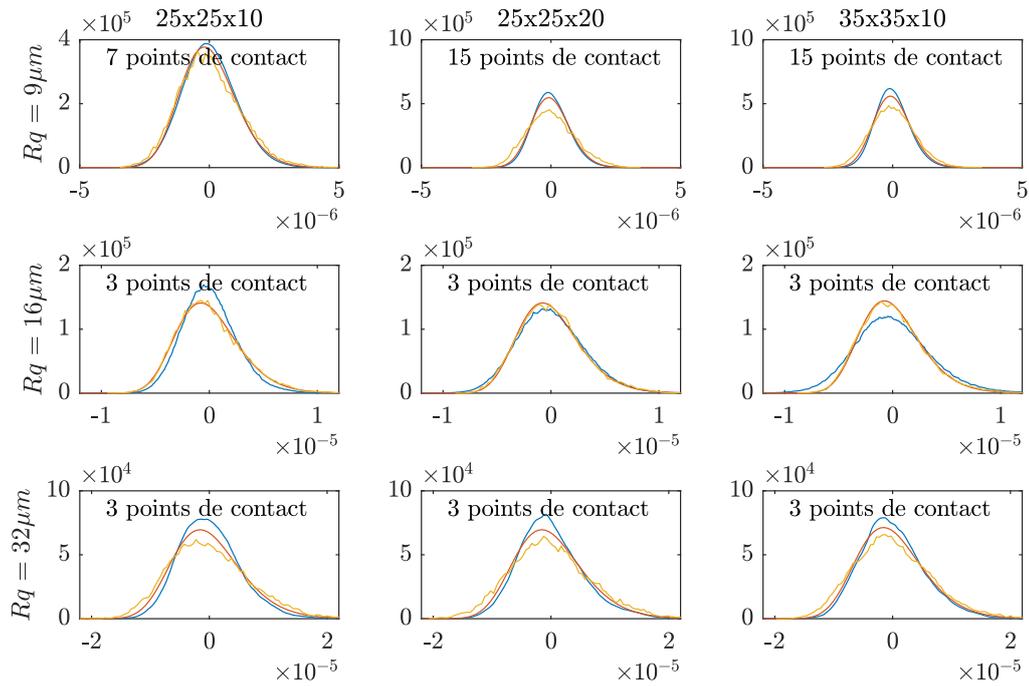


FIGURE 3.24 – Histogrammes obtenus expérimentalement et numériquement et fonctions de densité de probabilité obtenues analytiquement, pour les 9 patins utilisés lors des expériences en faisant varier le nombre de points de contact. En bleu l’expérimental, en rouge l’analytique et en jaune le numérique. Par souci de clarté les histogrammes ne sont pas représentés en barres.

comme pour les pdf (figure 3.23) les résultats sont plutôt concluants pour les deux rugosités les plus hautes, moins pour $R_q = 9\mu\text{m}$. En augmentant le nombre de points de contact pour les plus petites rugosités et les plus grandes forces normales, comme dans la section précédente (figure 3.24), on obtient les spectres de la figure 3.26, qui sont cette fois encore satisfaisants pour l’ensemble des patins utilisés, avec un nombre de points de contact égal à celui obtenu pour les distributions.

Dans le cas des surfaces réelles avec lesquelles nous travaillons, les spectres de topographie ont des valeurs non-nulles jusqu’à la fréquence de discrétisation. Les séparations générées à partir de ces surfaces ont eux aussi un contenu spectral qui s’étend jusqu’à la discrétisation. Cela peut poser problème pour le calcul des moments successifs de ces spectres. En effet, si le spectre est non nul jusqu’à la fréquence de discrétisation, rien ne permet de dire qu’il est borné et que la densité spectrale de puissance théorique du processus est nulle pour les fréquences supérieures. La valeur calculée des moments dépend donc de la fréquence de discrétisation ($f_{discret}$), ou de la fréquence de troncature (f_{sup}), borne supérieure des fréquences que l’on considère (par exemple, pour respecter le

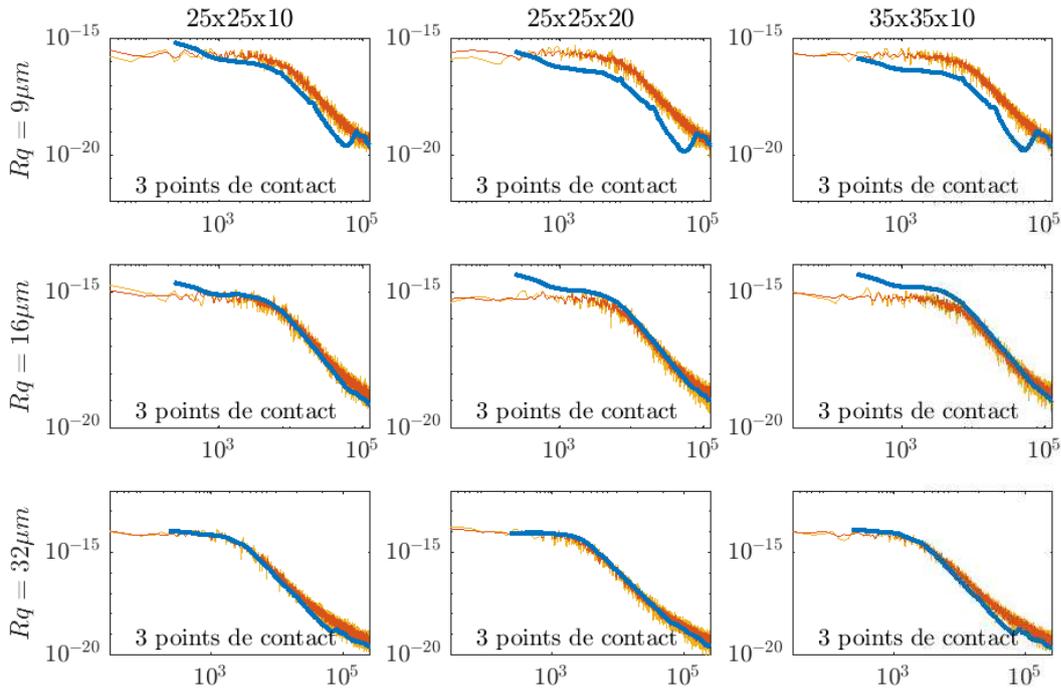


FIGURE 3.25 – Densité spectrale de puissance obtenue expérimentalement et numériquement, pour les 9 patins utilisés, en considérant 3 points de contact. Bleu : l’expérimental. Jaune : le résultat obtenu numériquement pour la moyenne de 3 déplacements au premier point de contact. Rouge : celui en suivant l’équation 3.63.

théorème de Shannon, il faut considérer $f_{sup} = 1/2f_{discret}$). L’erreur commise est fonction de deux paramètres : l’ordre du moment considéré (n) et la vitesse de décroissance du spectre pour les hautes fréquences. On suppose ici que les spectres décroissent avec une loi puissance β . Si $n \geq \beta - 1$, le moment d’ordre n théorique, c’est-à-dire calculé jusqu’à l’infini, est divergent. Toute valeur obtenue en tronquant le spectre sera donc fondamentalement fautive. L’erreur commise sur les moments d’ordre inférieure sera elle d’autant moins grande que l’ordre du moment sera faible et que la troncature sera lointaine, l’erreur commise s’exprimant en $\mathcal{O}(1/f_{sup}^{\beta-n-1})$.

Pour les surfaces générées numériquement dans la section 3.2.1, l’utilisation de spectres avec une fréquence limite haute avait permis de s’affranchir de ces questions. Les séparations au premier point de contact obtenues à partir de ces surfaces ayant *a priori* une pente asymptotique égale à quatre, le choix de travailler avec les moments d’ordre inférieurs ou égaux à deux avait permis de s’affranchir des difficultés mentionnées au paragraphe précédent.

Ici, les spectres des mouvements du centre de gravité ont une loi puissance pour les grands nombres d’onde avec un exposant supérieur à -4 (de l’ordre de $-3/ -3.5$). Les

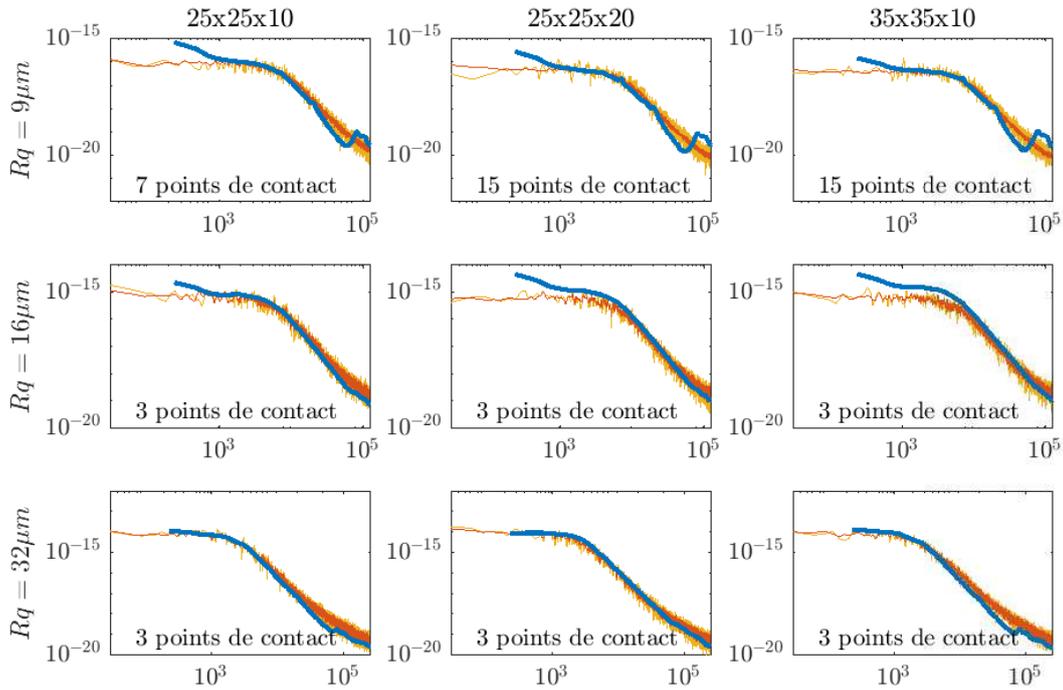


FIGURE 3.26 – Densité spectrale de puissance obtenue expérimentalement et numériquement, pour les 9 patins utilisés, en considérant n points de contact. Bleu : l’expérimental. Jaune : le résultat obtenu numériquement pour la moyenne de 3 déplacements au premier point de contact. Rouge : celui en suivant l’équation 3.63.

erreurs commises pour calculer le moment d’ordre deux sont donc importantes et le calcul des $\tilde{\lambda}_0^{d_0}$ et δ^* sur les spectres expérimentaux est très fortement dépendant de la fréquence maximale considérée. Ainsi pour δ^* , ces résultats peuvent varier de plus de 10%. Il est donc difficile de les estimer et de juger de la validité des expressions f_2 (équation 3.34) et f_3 (équation 3.35). Celles-ci sont donc à utiliser avec précaution pour les expériences. Néanmoins, comme on le voit sur la figure 3.27, δ^* est croissant avec δ_z et λ_0^* croît avec λ_0 (relation sous-jacente à la normalisation $\tilde{\lambda}_0^*$). Ces tendances sont en accord avec les simulations numériques effectuées en utilisant les spectres modèles de la section 3.2.1.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le mouvement quasi-statique d’un patin rugueux en glissement relatif par rapport à une piste rugueuse. Un filtrage géométrique lié à la dimension finie du glisseur et au contenu fréquentiel de sa topographie a été mis en évidence. La description de la séparation au premier point de contact permet de rendre compte des mécanismes liés à ce filtrage. Plusieurs méthodes en fonction des grandeurs

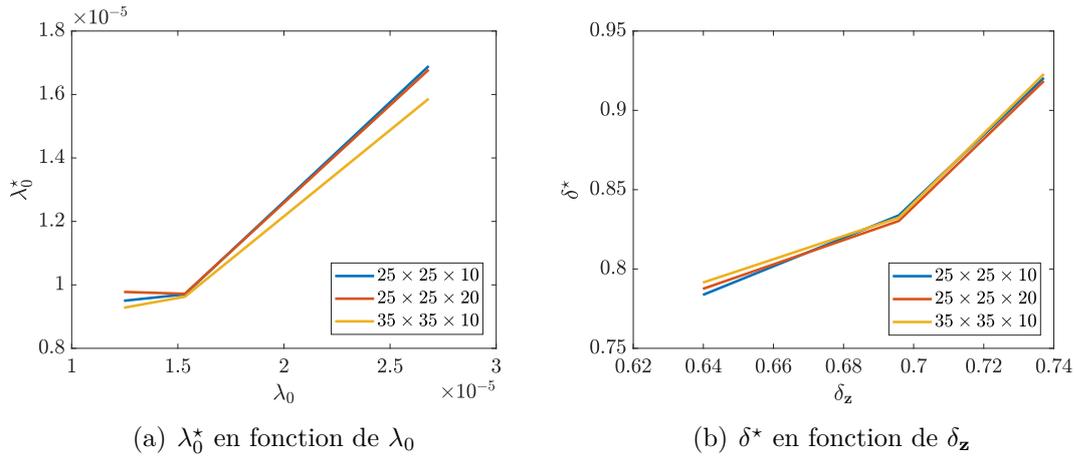


FIGURE 3.27 – Paramètres spectraux du mouvement simulé du centre de gravité des patins, obtenus avec les topographies expérimentales en fonction des paramètres spectraux de ces topographies (chaque point sur l’abscisse correspond à une topographie différente)

souhaitées peuvent être proposées afin de modéliser le filtrage géométrique.

Dans tous les cas, un ajustement sur le nombre de points de contact entre les surfaces est nécessaire pour modéliser fidèlement l’effet du filtrage géométrique et le déplacement vertical du patin à l’aide de la section 3.3.1. Ce dernier point permet de comparer les distributions et les spectres des signaux expérimentaux avec ceux obtenus numériquement et analytiquement, et ce de manière satisfaisante. Cependant, il faut garder en mémoire que l’analyse avec trois points de contact repose sur les hypothèses d’un corps indéformable en équilibre isostatique. L’équilibre hyperstatique lié à l’ajout de points de contact supplémentaires impose des déformations. Celles-ci ne sont à aucun moment prises en compte dans ce chapitre et pourront induire des erreurs lorsque le nombre de points de contact augmentera encore. Dans ce cas, les approches statistiques du type de celle de Greenwood et Williamson devront être privilégiées.

La démarche décrite dans ce chapitre permet de décrire différents phénomènes. Ainsi un lien peut être fait avec les études acoustiques liées au bruit de rugosité ([25, 26]) et détaillées dans la section 1.1.2. Ces études se placent dans des cas proches de ceux étudiés ici, contact rugueux sec et faiblement chargé, et donnent une expression expérimentale de la pression acoustique émise par le frottement en fonction des paramètres du glissement. Celle-ci y est exprimée sous la forme :

$$P_a \propto R_a^\alpha V^\beta S^{\lambda(S)/10} \quad (3.64)$$

où R_a est la rugosité arithmétique de la surface, V , la vitesse de glissement et S la surface apparente du contact, α , β et λ des coefficients déduits expérimentalement. Ce

bruit rayonné est lié au mouvement du patin. Si ce chapitre ne permet pas de discuter l'influence de la vitesse, on peut en revanche discuter des termes liés aux surfaces en tant que source excitatrice. Un paramètre plus pertinent que R_a pour caractériser l'amplitude de l'excitation serait par exemple l'écart-type du mouvement obtenu dans ce chapitre. Cette grandeur, certes proportionnelle à Rq , comprend aussi d'autres influences telles que celle de la surface apparente S ou du contenu spectral de la rugosité. *In fine*, l'influence de la rugosité, semble ne pas pouvoir être séparée de la surface apparente du contact et le seul paramètre R_a ne semble pas suffisant pour décrire l'influence de la rugosité. La démarche présentée ici permet de donner une description plus précise de la source topographique de ce bruit de rugosité.

Chapitre 4

Mouvement dynamique du patin

Dans le chapitre 3, le mouvement vertical quasi-statique du patin à basse vitesse a été décrit. Nous avons vu entre autres qu'il résultait d'un filtrage géométrique lié à la rugosité, à la taille et aux caractéristiques spectrales des topographies en contact. Ce mouvement est piloté par la position relative des surfaces. En introduisant une vitesse de parcours, il constitue la source excitatrice de la dynamique verticale du patin, pouvant conduire à des régimes de sauts. Dans ce chapitre, nous tâcherons de comprendre la transition du régime quasi-statique vers le régime de saut. En particulier, nous essaierons d'établir un critère permettant de discriminer le régime quasi-statique du régime dynamique. Nous essaierons par ailleurs de mettre en place un modèle le plus simple possible permettant de reprendre au mieux la dynamique observée du patin.

Expérimentalement, le passage du régime quasi-statique au régime de sauts a pu être observé par C. Zouabi [14] au moyen de mesures d'accélération du mouvement du patin. Elle observe ainsi une modification qualitative et significative des histogrammes de l'accélération verticale du patin. Nous complétons ces mesures par des mesures de déplacements et de vitesses. Ces résultats expérimentaux sont montrés dans une première section.

Dans [14], un modèle de type bouncing-ball avait été proposé pour représenter la dynamique verticale du patin. Ce modèle décrit une phénoménologie pertinente, en adéquation avec les observations expérimentales. Cependant l'estimation de l'excitation de ce modèle représentant l'interaction entre les surfaces avait été faite à partir des topographies uniquement. À la lumière des résultats du chapitre 3, nous reprenons dans la deuxième partie de ce chapitre un modèle simple de type bouncing-ball assorti d'une source excitatrice estimée à partir du filtrage géométrique décrit au chapitre 3 et plus à même de décrire l'interaction entre les surfaces.

Cependant, nous verrons que le seul degré de liberté vertical n'est pas suffisant pour expliciter totalement les observations expérimentales. C'est pourquoi il a été décidé de

complexifier le modèle en y ajoutant deux nouveaux degrés de liberté, que sont les rotations autour des axes horizontaux. Ces rotations n’avaient, par ailleurs, pas été explorées jusque là.

4.1 Résultats expérimentaux

L’une des observations les plus fortes issues des expériences concerne l’existence de deux régimes de frottement en fonction de la vitesse de glissement. La présence de ces deux régimes peut d’abord être mise en évidence de manière qualitative. Dans la section 2.2.3, sont présentés des exemples de mesures de déplacement, vitesse et accélération dans la direction normale au glissement, pour une basse et une haute vitesse de glissement. On remarque, qu’à basse vitesse, ces signaux ne présentent pas de motifs particuliers, tandis qu’à haute vitesse, ils sont marqués par la signature de vols libres : paraboles dans le déplacement, segments linéaires dans le signal de vitesse et plateaux dans le signal d’accélération. En seuillant l’accélération, on arrive assez directement à la statistique de proportion du temps passé en vol qui a été présentée pour comparer les deux bancs dans les figures 2.15. Cette statistique étant intégrée en temps (il s’agit d’une somme de durées), elle est assez robuste vis-à-vis du niveau du seuillage en accélération et au bruit lié à la dérivation (section 2.2.3.4). C’est principalement pour cette raison que cette grandeur a été utilisée pour comparer les deux bancs d’essai et pour montrer l’existence de deux régimes.

En plus de la proportion de temps passé hors contact, C. Zouabi présente dans [14] un certain nombre de caractéristiques du contact rugueux glissant obtenues avec le banc *Ra1*. Elle extrait ainsi le nombre d’impacts par seconde, les durées d’impact et de saut, les forces d’impact, les coefficients de frottement et le niveau de pression acoustique. Hormis le niveau de pression acoustique, l’ensemble de ces données est à nouveau accessible avec le banc d’essai *Ra2* et ce avec un assez bon accord.

Les résultats expérimentaux que nous présentons dans ce chapitre sont les mesures originales du banc *Ra2* (celles non-accessibles avec *Ra1*), à savoir les statistiques concernant le déplacement vertical du patin, les statistiques concernant la vitesse verticale du patin et celles concernant le mouvement horizontal du patin. Comme au chapitre 3, où ces mesures nous avaient permis d’identifier le mouvement quasi-statique du patin, elles devraient cette fois nous permettre d’avoir une vision plus complète du régime dynamique du patin. Enfin, par une nouvelle analyse de l’accélération du mouvement vertical du patin, nous essaierons d’interpréter la transition entre les deux régimes.

4.1.1 Déplacement vertical

Dans cette section nous nous intéressons à deux grandeurs en fonction de la vitesse de glissement. La première est l'écart-type du déplacement vertical complet du patin. La seconde est l'écart-type du déplacement vertical du patin mais uniquement aux instants où il est en contact avec la surface. Ces deux grandeurs sont normalisées par la rugosité équivalente $\sigma_{eq} = \sqrt{2}R_q$ définie au chapitre 3.

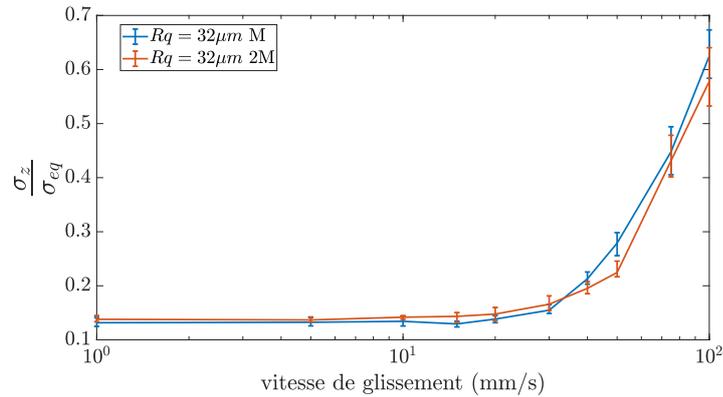
4.1.1.1 Écart-type du déplacement complet

Sur la figure 4.1, l'écart-type normalisé du déplacement vertical σ_z/σ_{eq} est tracé en fonction de la vitesse de glissement. Quels que soient les patins utilisés, cet écart-type garde une valeur sensiblement constante jusqu'à des vitesses comprises entre 20 et 30 mm/s. L'écart-type augmente ensuite significativement avec la vitesse de glissement. Ce comportement traduit la présence de deux régimes bien distincts.

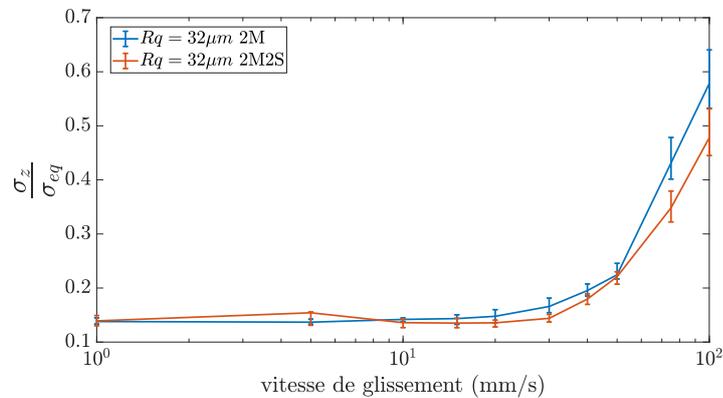
a Influence de la masse Sur la figure 4.1(a) sont tracés les écart-types normalisés du déplacement pour les patins de rugosité $R_q = 32\mu m$, et de masses M et 2M. Comme on peut le constater, la masse n'a aucune influence sur l'amplitude du mouvement.

b Influence de l'aire apparente de contact Sur la figure 4.1(b) sont tracés les écart-types normalisés du déplacement pour les patins de rugosité $R_q = 32\mu m$, de masse 2M et de surface S et 2S. L'amplitude du déplacement vertical diminue légèrement lorsque la surface augmente. Cette observation est à mettre en regard du résultat du chapitre 3, où une augmentation de la taille du patin (c'est-à-dire une augmentation du nombre d'aspérités N) menait à une diminution lente de l'amplitude de l'excitation.

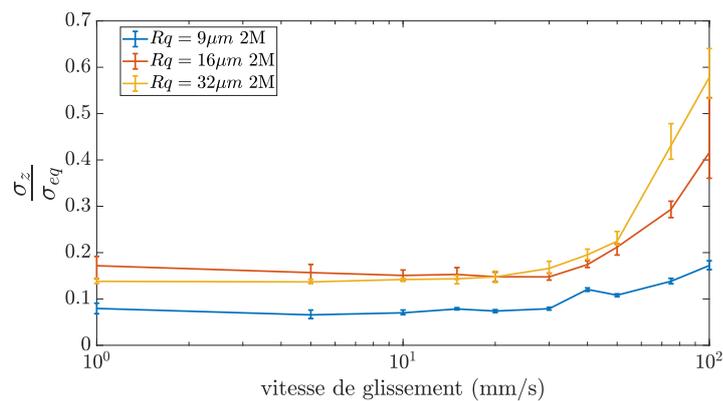
c Influence de la topographie Sur la figure 4.1(c) sont tracés les écart-types normalisés du déplacement en fonction de la vitesse de glissement pour les patins de masse simple ayant 3 rugosités différentes. On observe que plus la rugosité est importante plus l'écart-type de ce mouvement augmente. Il est en effet assez logique que lorsque la rugosité augmente, le patin ait une trajectoire d'amplitude plus importante. Néanmoins, ce résultat est vrai malgré la normalisation par σ_{eq} et ce sur toute la gamme de vitesse étudiée. La rugosité équivalente n'est donc possiblement pas le seul paramètre d'intérêt pour comprendre l'influence de la topographie. Nous avons déjà vu au chapitre 3, que l'amplitude du mouvement basse vitesse était aussi liée à la fréquence centrale des surfaces en contact et au nombre de points de contact. A minima, l'amplitude du mouvement haute vitesse devrait elle aussi dépendre de ces paramètres.



(a) Écart-type du déplacement normalisé, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g



(b) Écart-type du déplacement normalisé, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double



(c) Écart-type du déplacement normalisé, influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 20$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$

FIGURE 4.1 – Écart-type du déplacement normalisé, influence des différents paramètres

4.1.1.2 Écart-type du déplacement en contact

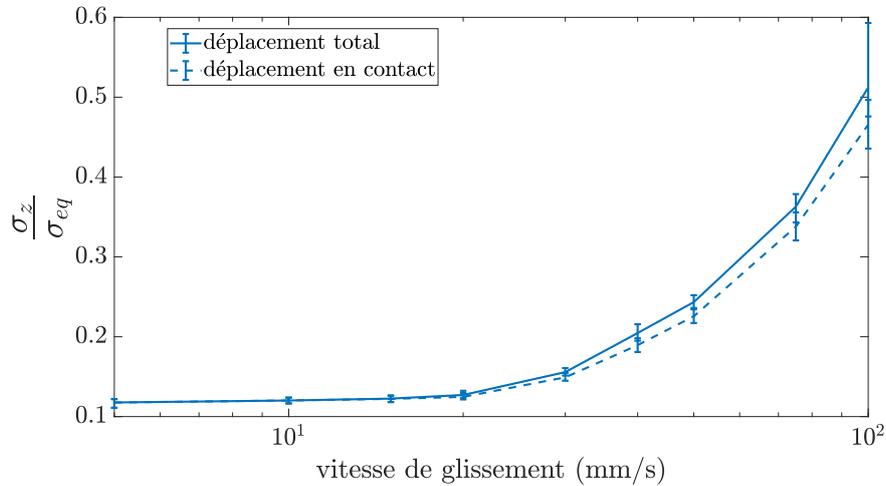


FIGURE 4.2 – Écart-type du déplacement total en ligne pleine et du déplacement en contact en pointillés, pour le patin $25 \times 25 \times 10$, rugosité $R_q = 16\mu\text{m}$

Sur la figure 4.2, l'écart-type normalisé du déplacement total (en trait plein) et l'écart-type normalisé du déplacement en contact (en pointillés) sont tracés en fonction de la vitesse de glissement. L'écart-type du déplacement en contact est obtenu en calculant l'écart-type de l'altitude du patin sur la durée d'un essai en ne prenant en compte que les phases de contact, discriminées par le seuillage sur l'accélération. Durant le régime basse vitesse, ces deux quantités sont égales. En effet à basse vitesse, le patin est en permanence en contact et le mouvement total est égal au mouvement en contact. À haute vitesse, ces deux valeurs s'écartent l'une de l'autre. L'écart-type du déplacement en contact augmente, à l'image du déplacement total mais reste en dessous de l'écart-type du déplacement total. Cette évolution de l'écart-type du déplacement en contact n'était pas attendue. En effet, le filtrage géométrique décrit au chapitre 3 ne change pas *a priori* avec la vitesse de glissement. Dès lors, dans une représentation de masse ponctuelle, l'écart-type du déplacement en contact devrait rester constant avec la vitesse de glissement. Comme ce n'est pas le cas, deux hypothèses peuvent être avancées. La première est que la topographie accessible par le patin est modifiée par la vitesse de glissement. Un tel filtrage existe, et a été mis en avant par [56]. Cependant il concerne les pentes des profils, interdisant l'accès aux pentes trop négatives. Or, pour un processus stochastique en régime stationnaire, le processus et sa dérivée sont statistiquement indépendants [98]. Dans le cas particulier de topographies, cela signifie que les pentes et les altitudes des topographies sont statistiquement indépendantes. Ce filtrage ne devrait donc pas affecter de manière importante la répartition des hauteurs accessibles et donc l'écart-type du mouvement en contact. La seconde hypothèse

est liée aux degrés de liberté laissés au patin. Expérimentalement, celui-ci est en effet libre non seulement de son mouvement vertical mais aussi des deux rotations autour des axes horizontaux. La représentation du patin comme une masse ponctuelle suppose donc que ces rotations sont quasiment nulles. Or comme on le voit sur la figure 2.6 pour un cas 2D, à cause des rotations, les variations d'altitude de contact diffèrent de celles de l'altitude du centre de gravité : si le patin touche sur un de ses cotés, à cause de ses rotations, le centre de gravité est au dessus du point de contact d'une valeur proche de $\psi L/2$. Si l'amplitude de ces rotations augmente avec la vitesse de glissement, l'amplitude du mouvement du centre de gravité pendant les phases de contact augmente elle aussi. Nous reviendrons sur l'interprétation de ces mesures à la lumière des résultats des modèles numériques mis en place dans la suite.

4.1.2 Vitesse d'éjection

La vitesse d'éjection est la vitesse verticale du centre de gravité du patin lorsqu'il perd tout contact avec la surface inférieure. La vitesse d'éjection est tracée sur la figure 4.3 en fonction de la vitesse de glissement. La mesure de cette grandeur est compliquée, car elle représente des valeurs instantanées dont la position temporelle et la quantité d'événements dépendent fortement du seuillage effectué (*cf.* section 2.2.3.4). À basse vitesse en particulier, les valeurs obtenues sont incohérentes et ne sont pas présentées ici. On peut cependant donner deux tendances : la vitesse d'éjection croît avec la vitesse de glissement et la vitesse d'éjection croît avec la rugosité des topographies. Ce comportement est cohérent : une amplitude d'excitation importante mène logiquement à une augmentation de l'amplitude des sauts et donc des vitesses d'impact. En effet, comme on l'a vu au chapitre 3, l'amplitude du déplacement vertical quasi-statique est proportionnel à la rugosité. De la même manière, plus la vitesse de glissement est importante, plus l'excitation est importante et plus les vitesses d'impact seront importantes. En effet, les dérivées temporelles de l'excitation sont reliées à la vitesse de glissement et aux dérivées de l'excitation verticale par les relations :

$$\dot{z}_G = V z'_G \quad (4.1)$$

$$\ddot{z}_G = V^2 z''_G \quad (4.2)$$

et croissent donc avec la vitesse de glissement menant à une excitation plus importante avec la vitesse de glissement.

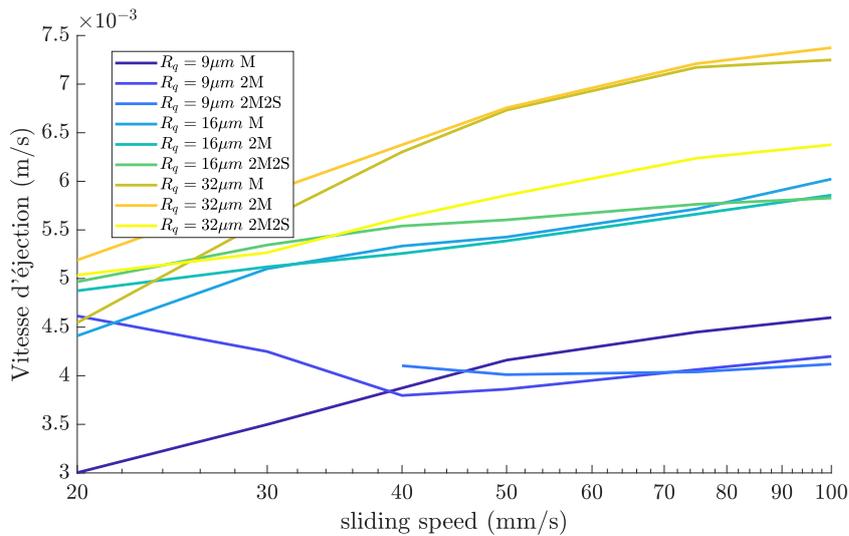


FIGURE 4.3 – Vitesse d'éjection du patin obtenue expérimentalement

4.1.3 Mouvement horizontal

La vitesse relative de glissement entre le patin et la piste peut subir des variations par rapport à la vitesse de consigne V de la piste. Dans cette section, nous la considérons donc variable, contrairement au reste du manuscrit où ces variations sont négligées. Deux sources peuvent être identifiées pour ces variations. La première est décrite dans la section 2.2.1.2 et concerne la vitesse effective de la piste par rapport à la vitesse de consigne (problèmes d'asservissement). En particulier, des oscillations autour de la vitesse de consigne sont observées. La seconde est liée au mode de guidage du patin, qui ne contraint la position du patin que dans un seul sens. On le bloque dans le sens du glissement de la piste mais rien ne l'empêche de perdre le contact avec le stoppeur. On peut alors imaginer que le patin soit repoussé violemment par le stoppeur, qu'il atterrisse un peu plus loin et suive alors le mouvement de la plaque jusqu'à revenir au contact du stoppeur. C'est ce mouvement que peut permettre d'identifier le vibromètre laser horizontal. Sur la figure 4.4, un exemple de vitesse horizontale mesurée $\dot{\epsilon}$ du patin est tracé pour deux vitesses de glissement différentes. L'amplitude des variations est environ 5 fois plus grande à 100mm/s qu'à 5mm/s . Sur la figure 2.9(b), à 100mm/s , on remarque des plateaux. Ceux-ci correspondent à des phases de vol du patin repérées dans le déplacement vertical du patin. Pendant une phase de saut repérée dans la dynamique verticale, on remarque de manière général plusieurs plateaux dans la vitesse horizontale. Ce couplage entre dynamique horizontale et dynamique verticale correspond à une trajectoire balistique. Lorsque le patin est éjecté et perd le contact avec la surface, une composante de vitesse horizontale lui est conférée, et il la garde tant qu'il ne rencontre pas d'obstacle

(le stoppeur derrière lui ou la surface sous lui). Ces plateaux sont donc à nouveau une signature du régime de sauts du patin.

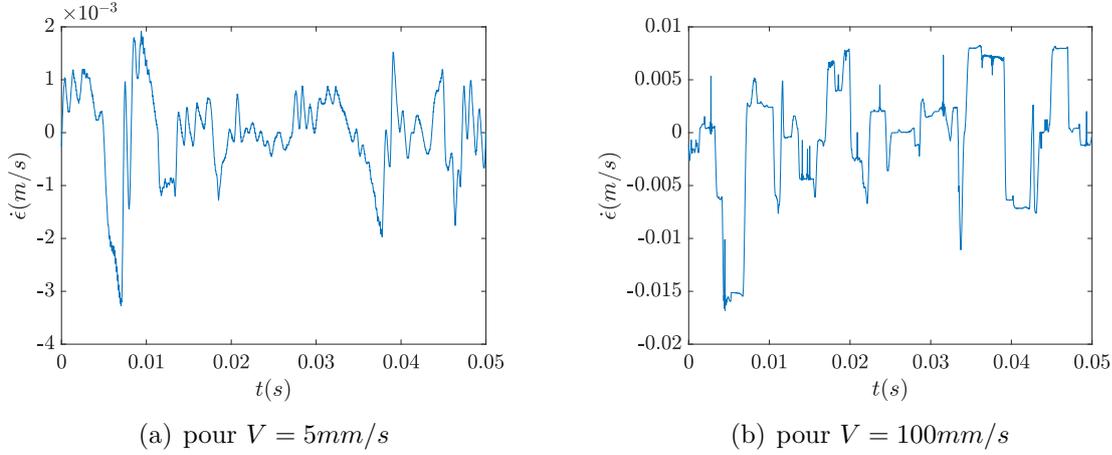


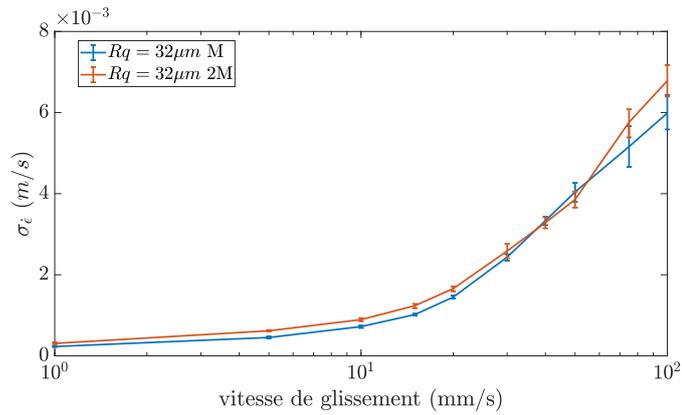
FIGURE 4.4 – Vitesse horizontale mesurée du patin, filtrée à 20kHz.

Au chapitre 2 des approximations ont été faites mettant en jeu le mouvement horizontal ϵ du patin par rapport au référentiel du laboratoire sur lesquelles on peut maintenant revenir :

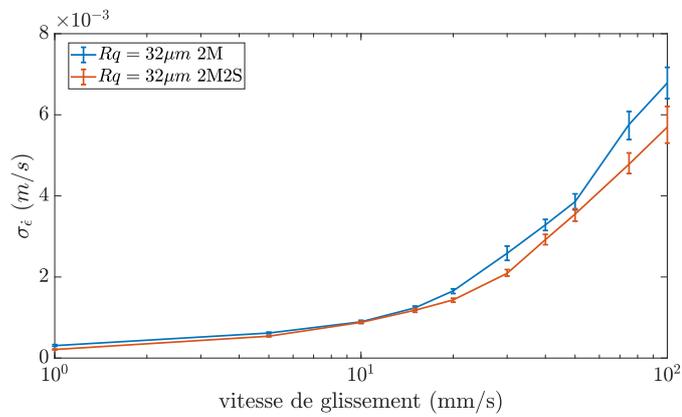
- Pour passer simplement des signaux temporels aux signaux en fonction de la position longitudinale du patin (equation 2.3 : $\ddot{z}_G(t) = \frac{dV}{dt} z'_G(x) + V^2 z''_G(x)$), le terme $\frac{dV}{dt} z'_G(x)$ a été négligé. Il correspond aux variations de la vitesse de glissement relatif entre le patin et la piste. $\frac{dV}{dt}$ est composé de $\ddot{\epsilon}$ plus d'un terme correspondant au défaut d'asservissement du moteur. Son poids relatif par rapport au terme $V^2 z''_G(x)$ doit être estimé.
- Pour assimiler le mouvement du point mesuré sur la surface supérieure du patin à celui du centre de gravité du patin. En notant z_M l'altitude du point mesuré, z celle du centre de gravité du patin et ψ sa rotation, on avait : Eq. 2.7 : $\dot{z}_M = \dot{z} + \dot{\epsilon}\psi + \epsilon\dot{\psi}$ et Eq.2.8 : $\ddot{z}_M = \ddot{z} + \ddot{\epsilon}\psi + 2\dot{\epsilon}\dot{\psi} + \epsilon\ddot{\psi}$. Les termes faisant intervenir ϵ , ψ et leurs dérivées avaient été négligés. Ces équations font directement intervenir $\dot{\epsilon}$ et $\ddot{\epsilon}$, mesurés ici.

Tout d'abord on s'intéresse à la valeur de $\dot{\epsilon}$. Sur la figure 4.5, l'écart-type de la vitesse horizontale $\sigma_{\dot{\epsilon}}$ est tracé en fonction de la vitesse de glissement V . L'amplitude de la variation de vitesse horizontale augmente avec la vitesse de glissement. Cette variation est de l'ordre de 10% de la vitesse de glissement. L'influence des différents paramètres des expériences est aussi mise en évidence. La masse et l'aire apparente du contact ont une influence réduite. La topographie a une influence plus marquée. En général, plus la vitesse de glissement est importante, plus l'écart-type de la vitesse horizontale est important.

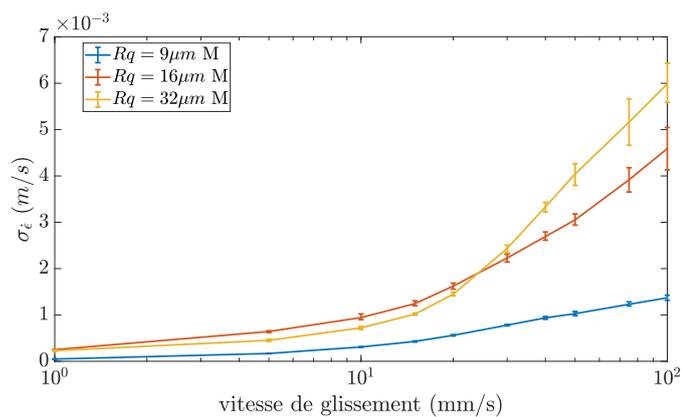
Dans la figure 4.6, on voit que l'écart-type de $\ddot{\epsilon}$ augmente avec la vitesse de glissement.



(a) Écart-type de la vitesse horizontale, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g

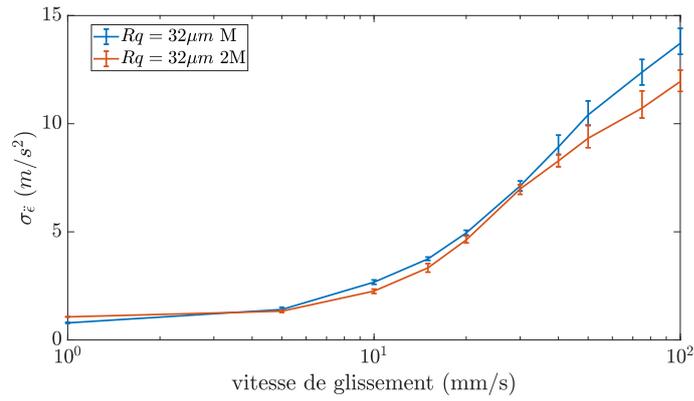


(b) Écart-type de la vitesse horizontale, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double

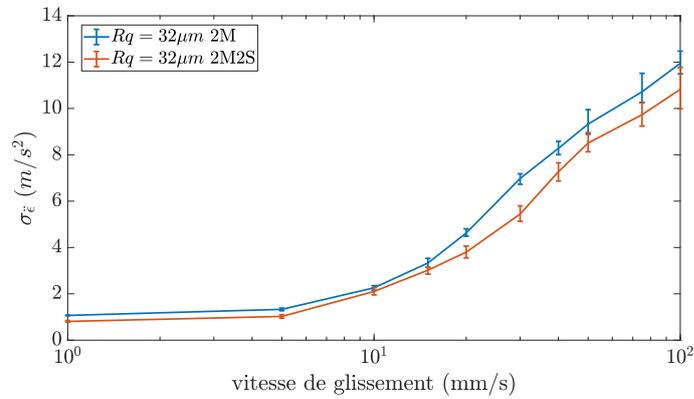


(c) Écart-type de la vitesse horizontale, influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 10$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$

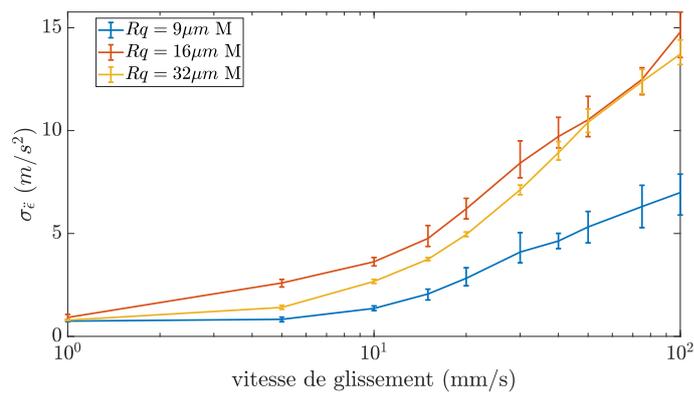
FIGURE 4.5 – Écart-type de la vitesse horizontale, influence des différents paramètres



(a) Écart-type de l'accélération horizontale, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g.



(b) Écart-type de l'accélération horizontale, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double.



(c) Écart-type de l'accélération horizontale, influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 10mm^3$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$.

FIGURE 4.6 – Écart-type de l'accélération horizontale, influence des différents paramètres.

De la même manière que pour l'écart-type de ϵ , la masse et l'aire apparente n'ont qu'une influence limitée. La topographie des surfaces a une influence, sans pouvoir définir de tendance générale.

On peut d'ores et déjà discuter de l'hypothèse liée à l'équation 2.3. Les différents termes intervenant dans cette équation sont liés à la vitesse de glissement (V et $\frac{dV}{dt}$) et au mouvement vertical du patin à basse vitesse $z(x)$. Dans le chapitre 3, les valeurs des excitations $z(x)$ sont discutées, expérimentalement et numériquement. On obtient ainsi des estimations pour les écart-types de $z'_G(x)$ et $z''_G(x)$ (respectivement 0.1 et $1 \times 10^5 m^{-1}$). À $5mm/s$, le terme $\frac{dV}{dt} z'_G(x)$ vaut donc $0.1m/s^2$ en écart-type et le terme $V^2 z''_G(x)$ vaut $2.5m/s^2$ en écart-type, le premier représentant donc 4% du second. À $100mm/s$, le terme $\frac{dV}{dt} z'_G(x)$ vaut $1.5m/s^2$, et le terme $V^2 z''_G(x)$ vaut $1000m/s^2$ en écart-type. Dans les deux cas, le premier terme est négligeable par rapport au second et l'approximation effectuée pour passer des données temporelles aux données positionnelles est valide, et sera considérée comme acquise dans la suite.

Les poids relatifs des termes des équations 2.7 et 2.8 sont liés à ϵ et $\ddot{\epsilon}$ mais aussi aux valeurs des vitesses et accélérations en rotation du patin $\dot{\psi}$ et $\ddot{\psi}$. On conclura donc sur cette approximation dans la section 4.4.

4.1.4 Histogramme de l'accélération

Sur la figure 2.10, un exemple de signal d'accélération en fonction du temps est donné. À basse vitesse le signal d'accélération ne semble pas montrer de motifs particuliers. En revanche à haute vitesse, il présente des plateaux au niveau de l'accélération de la gravité ($-9.8m/s^2$). À $100mm/s$ (figure 2.10(b)), ces plateaux constituent même l'essentiel du signal, entrecoupés de grands pics correspondant aux impacts entre la surface et le patin. À basse vitesse, on s'attend donc à une distribution symétrique des accélérations alors qu'à haute vitesse, cette distribution sera bornée à gauche par la gravité et s'étalera sur de grandes valeurs à droite. Pour confirmer ce scénario, on trace l'histogramme de l'accélération du patin, normalisée par la vitesse de glissement au carré \ddot{z}_G/V^2 . Cette grandeur revient à calculer la dérivée seconde de l'accélération verticale du patin par rapport à sa position longitudinale $d^2 z_G/dx^2$. Les histogrammes sont tracés en aire normalisée à 1. Ces distributions sont tracées pour les vitesses de glissement allant de $5mm/s$ à $100mm/s$ sur la figure 4.7, pour le patin de rugosité $9\mu m$ et de taille $25 \times 25 \times 20mm^3$. On représente aussi sur cette figure l'accélération de la pesanteur réduite g/V^2 (en rouge). Cette figure permet d'identifier trois régimes :

- À faible vitesse, la distribution de l'accélération est symétrique et centrée sur 0, et tant que la ligne de la pesanteur normalisée est suffisamment loin du centre de cette

distribution, celle-ci reste sensiblement identique. Ainsi, pour $V = 5, 10$ et 15mm/s (figures 4.7(a), 4.7(b), 4.7(c)), la distribution des accélération est sensiblement identique. Quelle que soit la vitesse de glissement, le patin suit la topographie et l'accélération verticale est donnée par la dérivée seconde du mouvement vertical résultant du filtrage géométrique.

- Lorsque la pesanteur arrive sur la queue de gauche de cette distribution d'accélération, le patin, en suivant le profil va subir des accélérations supérieures à celle de la gravité et donc décoller. Ces événements sont intermittents. Le patin suit la topographie, subit une accélération égale à celle de la gravité, décolle, et se pose à nouveau pour suivre la topographie, jusqu'au prochain dépassement du seuil g/V^2 . La distribution de l'accélération est alors égale à celle du filtrage géométrique tronquée au niveau de g/V^2 . Cette troncature est visible sur les histogrammes aux vitesses 20 et 30mm/s (figures 4.7(d), 4.7(e)).
- Enfin, à haute vitesse, le patin est dans un régime de saut, l'accélération du patin, lorsqu'il retourne en contact avec la surface, va essentiellement dépendre de la vitesse d'impact et des propriétés du contact (matériau et courbure des zones en contact). L'accélération verticale du patin diffère alors clairement de celle liée au filtrage géométrique et devient très piquée sur la valeur de la pesanteur comme on le voit aux vitesses 40, 50, 75 et 100mm/s (figures 4.7(f), 4.7(g), 4.7(h) et 4.7(i)).

Afin de mieux visualiser le passage d'une distribution des accélérations similaire à celle du filtrage géométrique vers une distribution liée aux impacts, on a tracé sur chacun des graphiques de la figure 4.7 la distribution des accélérations à 5mm/s , $h_{z'',V=5}$, normalisée de la manière suivante :

$$\tilde{h}_{z'',V=5} = \frac{1}{A(V)} h_{z'',V=5} \quad (4.3)$$

où

$$A(V) = \int_{g/V^2}^{+\infty} h_{z'',V=5}(z'') dz'' \quad (4.4)$$

avec $h_{z'',V=V}$, l'histogramme de l'accélération à la vitesse de glissement V . Cette distribution tracée en jaune sur la figure 4.7 se superpose à la bleue pour $V = 5, 10$ et 15mm/s , se superpose à la partie supérieure à g/V^2 pour $V = 20$ et 30mm/s et diffère complètement de la distribution en bleu pour $V \geq 40\text{mm/s}$.

Le coefficient $A(V)$ correspond à la proportion du mouvement issu du filtrage géométrique du chapitre 3 que le patin peut parcourir à une vitesse V sans décoller. Assez naturellement, on en vient à considérer la probabilité que z'' soit inférieure à g/V^2 , $\mathbb{P}(z'' < g/V^2) = 1 - A(V)$ pour les différents patins. Il s'agit alors de la proportion de l'accélération issue du filtrage qui dépasse le seuil g/V^2 et donc la proportion de l'excita-

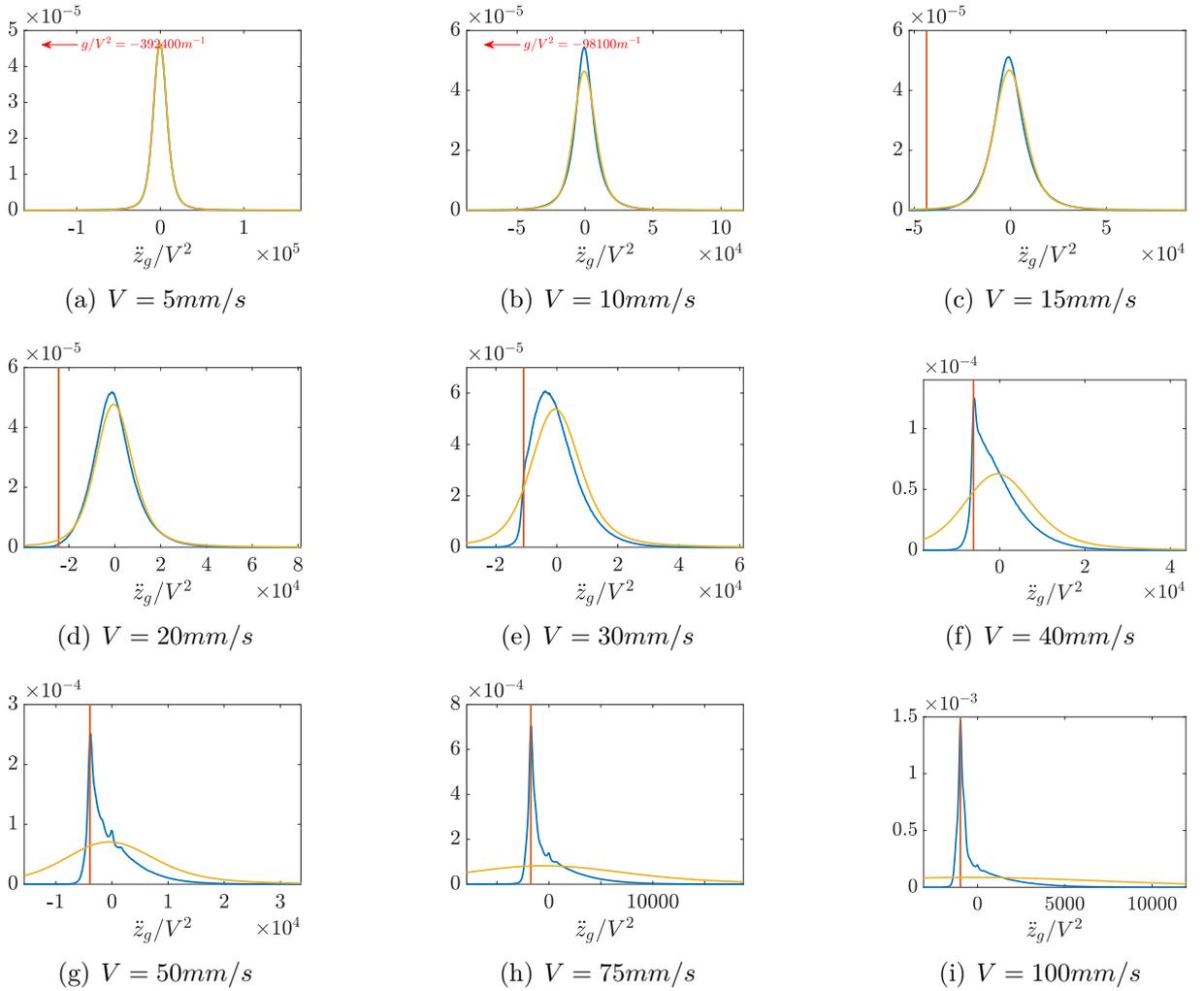


FIGURE 4.7 – Histogramme d’aire normalisée des accélérations pour le patin $Rq = 9\mu\text{m}$, de taille $25 \times 25 \times 20\text{mm}^3$. En bleu histogramme mesuré des accélérations normalisées par V^2 , en rouge l’accélération de la pesanteur normalisée par V^2 , en jaune l’accélération à 5mm/s normalisée (eq 4.3).

tion qui peut engendrer des sauts. L’accélération verticale à basse vitesse est de moyenne nulle, mais sa médiane est négative. À cause de cela, cette proportion dépasse légèrement 50% pour les hautes vitesses de glissement. $\mathbb{P}(z'' < g/V^2)$ est tracée sur la figure 4.8. Les tendances de $\mathbb{P}(z'' < g/V^2)$ sont similaires à celles de la proportion du temps passé en vol, donnant ainsi un estimateur *a priori* des régimes de contact.

En considérant l’écart-type de l’accélération liée au filtrage géométrique $V^2\sigma_a$ où σ_a est l’écart-type de $z_G''(x)$, et en la comparant à l’accélération de la pesanteur, on obtient une vitesse critique :

$$V_c = \sqrt{\frac{g}{\sigma_a}} \quad (4.5)$$

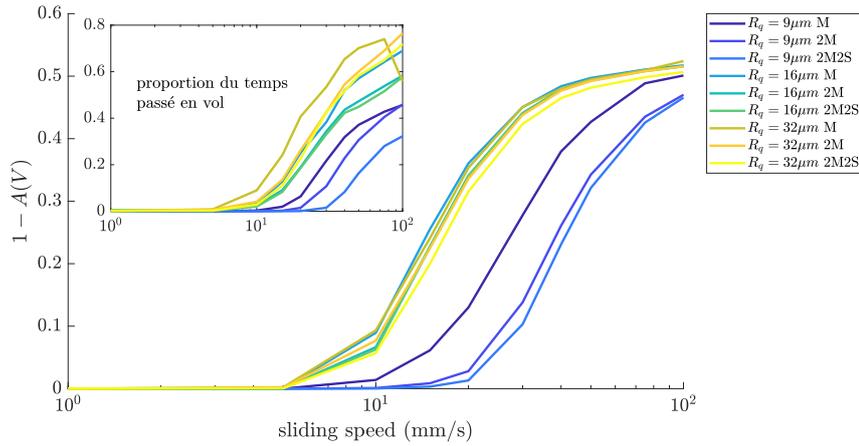


FIGURE 4.8 – $\mathbb{P}(z'' < g/V^2) = 1 - A(V)$ pour les différents patins testés expérimentalement. Dans l'insert, la proportion du temps passé en vol en fonction de la vitesse de glissement pour les différents patins.

Sur la figure 4.9, sont tracées les proportions de l'excitation pouvant entraîner des sauts ($1 - A(V)$) et les proportions du temps passé en vol en fonction de $\tilde{V} = V/V_c$. Le paramètre σ_a a été estimé à partir du mouvement vertical des différents patins à $V = 5 \text{ mm/s}$. Les courbes pour les différents patins testés expérimentalement se superposent, et le changement de régime intervient pour $\tilde{V} = 1$ montrant la pertinence du critère V_c pour déterminer la position de la transition. On remarque que la vitesse normalisée \tilde{V} est égale à la vitesse réduite Λ/α mise en avant dans [58] pour qualifier l'excitation du modèle bouncing-ball étudié et les différents régimes caractéristiques de la dynamique du système. Cette vitesse avait été introduite à partir du paramètre de Nayak de l'excitation α et de l'accélération réduite de la pesanteur Λ (figure 1.4).

4.2 Modèle numérique à 1 degré de liberté

Dans [14], le modèle Bouncing-Ball s'est montré être un bon candidat pour simuler la dynamique du patin. Dans ce modèle, une bille rebondit sous l'effet de la pesanteur sur un plan horizontal animé d'un mouvement vertical. Ce système est schématisé sur la figure 4.10. À la lumière des conclusions du chapitre 3, nous reprenons ici ce modèle à 1 degré de liberté en considérant maintenant le mouvement basse vitesse comme excitation du système.

La gestion du contact entre la bille et le plan présente 2 aspects, d'une part la gestion de l'inter-pénétrabilité et d'autre part, la gestion de ce qu'il se passe pendant le contact. Le premier problème peut-être géré par exemple à l'aide de conditions de Signorini associées à une pénalité (raideur mathématique), à une raideur physique ou encore à des

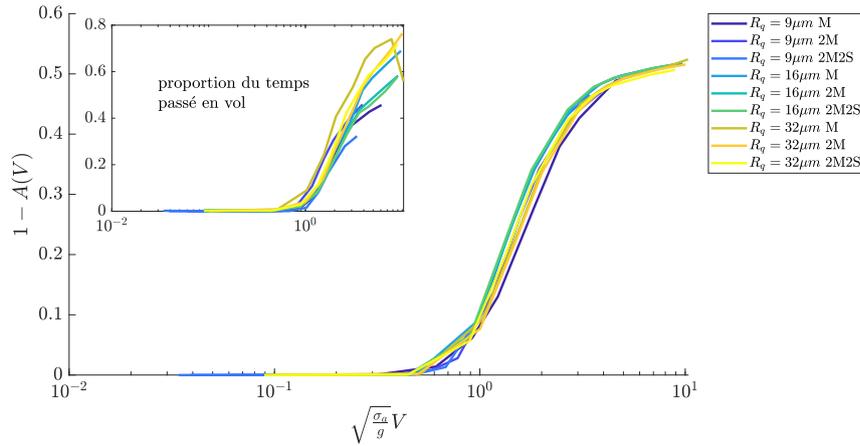


FIGURE 4.9 – $\mathbb{P}(z'' < g/V^2) = 1 - A(V)$ en fonction de la vitesse de glissement normalisée $\tilde{V} = V \sqrt{\frac{\sigma_a}{g}}$ pour les différents patins testés expérimentalement. Dans l’insert, la proportion du temps passé en vol en fonction de la vitesse de glissement normalisée \tilde{V} .

multiplicateurs de Lagrange. Dans cette première partie du problème, on gère l’interface entre les deux solides et les efforts qui peuvent s’y appliquer. Le second problème porte sur le comportement des solides, lorsqu’ils sont en contact : vont-ils se déformer localement, ou globalement ? Quelle dissipation énergétique va apparaître. Ce second problème, permet de décrire ce qu’il se passe pendant le contact. On peut retrouver ce comportement pendant le contact grâce à une loi de comportement du matériau, une loi de contact (reposant sur des modèles de déformation et de raideur des matériaux) ou encore par un coefficient de restitution (modélisant les impacts inélastique par un coefficient entre la vitesse d’impact et la vitesse d’éjection). Contrairement à [14] où un coefficient de restitution a été utilisé, il a été choisi ici d’utiliser une loi de contact de type Hertz [29]. Cette loi fait intervenir des grandeurs physiques qu’il faut ajuster pour représenter le système modélisé. Cependant elle permet d’obtenir des durées d’impacts entre la bille et le plan (ce qui n’est pas le cas du modèle d’impact), sans recalculer les champs de déformation dans le matériaux. L’inter-pénétrabilité est directement gérée par la raideur associée au contact.

4.2.1 Principe

Un schéma montrant le modèle bouncing ball à un degré de liberté est présenté figure 4.10. Il permet de fixer l’ensemble des grandeurs qui seront utilisées dans la suite. L’axe vertical est pris ascendant. L’accélération de la pesanteur est donc notée $-g \vec{z}$. On appelle h l’altitude du plan, z celle de la bille de rayon R^* . La variable $\varepsilon = h - z$ représente la distance entre la bille et le plan. Cette distance est positive si la bille indente le plan,

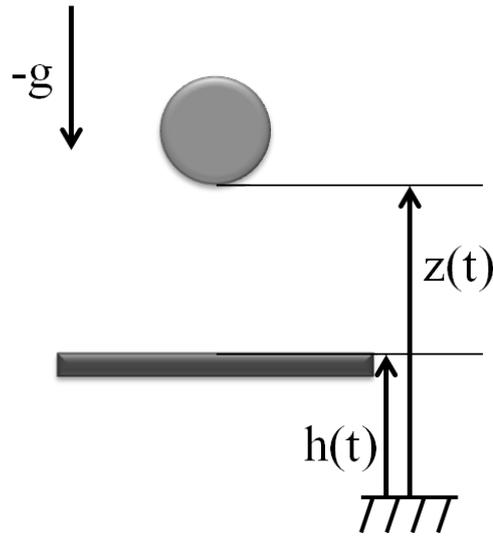


FIGURE 4.10 – Schéma du modèle bouncing ball.

négative si la bille est au-dessus du plan. La masse de la bille est notée m . Le plan et la bille ont le même module d'Young E et le même coefficient de Poisson ν . On définit le module d'élasticité équivalent : $E^* = E/[2(1 - \nu^2)]$. Comme décrit dans la section 1.2.1.1, l'interaction entre la bille et le plan peut être donnée par une force de Hertz dont on rappelle l'expression (équation 1.24) :

$$F_{Hertz} = \underbrace{\frac{4}{3}\sqrt{R^*E^*}}_{\mathfrak{K}} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon) \quad (4.6)$$

où \mathcal{H} est la fonction d'Heaviside, qui vaut 1 quand son argument est positif et qui vaut 0 lorsqu'il est négatif. L'indentation à l'équilibre s'écrit :

$$\varepsilon_{eq} = \left(\frac{mg}{\mathfrak{K}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.7)$$

où $\mathfrak{K} = \frac{4}{3}\sqrt{R^*E^*}$. On obtient la raideur linéarisée du contact autour de la position d'équilibre :

$$K = \frac{3}{2}\mathfrak{K}\varepsilon_{eq}^{\frac{1}{2}} \quad (4.8)$$

Afin de modéliser le contact inélastique, on rajoute une force d'amortissement pendant le contact qu'on écrit :

$$F_{amortissement} = c\dot{\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon) \quad (4.9)$$

où c est le coefficient d'amortissement. L'exposant q peut prendre sa valeur dans $\{0, 1, 2, 3\}$ tel que :

- $q = 0$ donne un amortissement purement visqueux qui ne dépend que de la vitesse.
- $q = 1$ donne un amortissement visqueux, proportionnel au rayon de contact (d'après la loi de Hertz, le rayon du contact $a \propto \varepsilon^{1/2}$).
- $q = 2$ donne un amortissement visqueux, proportionnel à l'indentation et à l'aire de contact.
- $q = 3$ donne un amortissement visqueux, proportionnel à la force de contact (d'après la loi de Hertz, $F_{Hertz} \propto \varepsilon^{3/2}$).

Le cas $q = 0$ pose problème. En effet, lorsque la bille perd contact avec le plan (ε légèrement supérieur à 0, $\dot{\varepsilon}$ est négatif), la force de Hertz est sensiblement nulle tandis que la force d'amortissement est elle clairement négative : le plan retient la bille ce qui s'apparenterait à de l'adhésion. Dans notre cas, où l'on suppose qu'il n'y a pas d'adhésion, choisir $q > 0$ permet d'avoir une force de contact ($F_{Hertz} + F_{amortissement}$) toujours positive. En effet, l'amortissement s'annule alors quand ε tend vers zero.

De nombreux modèles de type Bouncing-Ball dans la littérature (par exemple [14, 56, 62]) utilisent un coefficient de restitution e . Cette grandeur est en effet relativement facile à déterminer expérimentalement pour une bille sur un plan lisse, et bien documentée [53]. Nagurka et Huang [64] relie ce modèle à celui d'un modèle masse-ressort du contact et donnent la relation suivante entre le taux d'amortissement et le coefficient de restitution :

$$\zeta = -\frac{\ln(e)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(e)^2}}. \quad (4.10)$$

Le coefficient d'amortissement peut ensuite être déterminé en utilisant la relation :

$$c = 2\zeta\sqrt{Km} \quad (4.11)$$

Les limites de ces équivalences entre coefficients de restitution et amortissement ont été exposées dans la section 1.3.3.

Pour représenter un système physique, le modèle que nous proposons impose de déterminer le rayon équivalent de la bille, d'ajuster la valeur du coefficient de restitution pour calculer un amortissement et de poser une valeur pour q . Les choix faits sont exposés dans la partie suivante.

Pour l'intégration temporelle, nous avons choisi de coder un algorithme de type Verlet vitesse [99]. Cet algorithme ajoute à un algorithme d'Euler une correction de la vitesse au demi pas d'intégration. Le pas d'intégration choisi est $\Delta t = 10\mu s$. Les temps d'impact relevés expérimentalement étant de l'ordre de $0.5ms$, ceux-ci sont suffisamment résolus par environ 50 points.

4.2.2 Modèle à un degré de liberté du glissement d'un patin rugueux

Dans cette section, nous cherchons à fixer les paramètres d'entrée du modèle à un degré de liberté dans le but de modéliser la dynamique de glissement d'un patin rugueux. Il faut donc déterminer le rayon équivalent R^* , le coefficient de restitution e permettant de fixer l'amortissement, l'exposant q et l'excitation $h(t)$.

Dans le chapitre 3, nous avons observé que le mouvement vertical du centre de gravité du patin $z_G(x)$ pouvait être modélisé par la moyenne point à point de trois déplacements au premier point de contact. Dans le cas présent où le patin est assimilé à une masse ponctuelle, le mouvement vertical du centre de gravité du patin correspond alors directement au mouvement de la bille. C'est donc ce déplacement $z_G(x)$ qui sera utilisé pour construire le mouvement du plan horizontal $h(t)$. Afin de rendre compte de la vitesse de glissement V , on écrit :

$$h(t) = z_G(Vt) \quad (4.12)$$

Pour les surfaces de rugosité $16\mu m$ et $32\mu m$, ces moyennes sur 3 points de contact ont montré un bon accord avec les expériences. Pour les surfaces de rugosité $9\mu m$, nous avons vu dans le chapitre 3 qu'il fallait faire la moyenne de 5 et 12 déplacements au premier point de contact pour les patins respectivement de $54g$ et $104g$. Nous prendrons donc ces moyennes sur 5 et 12 déplacements pour modéliser ces surfaces.

Le rayon de courbure rms des surfaces R_{rms} a été obtenu au chapitre 2 et reporté dans le tableau 2.1. On peut alors calculer un rayon équivalent pour ramener le contact à un contact bille/plan (cf section 1.2.1.1) : $R^* = \frac{R_{rms}}{2}$.

Des expériences ont été faites pour permettre de trouver le coefficient de restitution : sous le vibromètre laser, le patin est lâché d'une certaine hauteur, le plus parallèlement possible à la piste. La vitesse verticale obtenue grâce au vibromètre laser permet d'observer des impacts comme on peut le voir sur la figure 4.11. Pour chaque événement on note la vitesse précédant l'impact U^- et la vitesse après l'impact U^+ permettant de déterminer un coefficient de restitution $e = -\frac{U^+}{U^-}$. Le coefficient de restitution moyen obtenu est égal à 0.45. Cette valeur est bien en-dessous de celles trouvées dans la littérature. En effet, pour le contact acier-acier, des valeurs de e allant de 0.7 [100] à 0.9 [53] sont utilisées. Ces coefficients de restitution ont toutefois été obtenus dans le cas d'impacts de sphères lisses sur des plans lisses. Dorbolo [62] obtient des coefficients de restitution de l'ordre de 0.4 pour un dimère (deux billes liées entre elles). Selon lui, cette diminution du coefficient de restitution est associée aux couples qui s'exercent sur chacune des extrémités du dimère, menant à une déformation de celui-ci, consommatrice d'énergie. Par ailleurs il précise

que pour le cas plus complexe d'un trimère (trois billes liées entre elles), le coefficient de restitution mesuré pouvait intégrer des frottements associés à un mouvement de plus en plus complexe du solide lors de l'impact menant à des valeurs encore plus basses. Dans notre cas de contact multi-aspérités, des valeurs de coefficient de restitution basses, ne sont donc pas surprenantes.

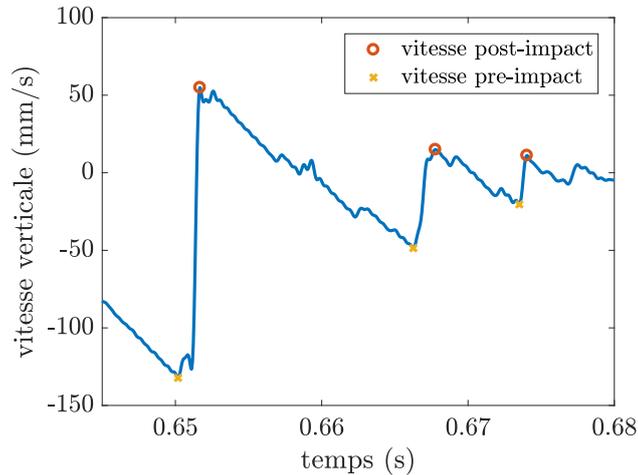


FIGURE 4.11 – Exemple de vitesse verticale pour les essais de détermination du coefficient de restitution.

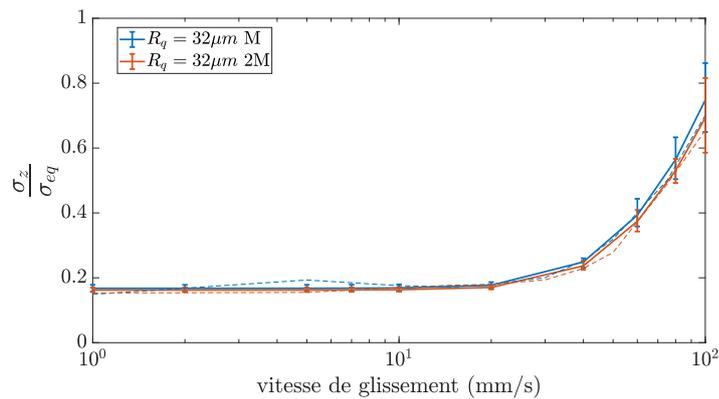
Enfin pour le choix de q , nous avons fait le même que [63], c'est-à-dire $q = 1$. Ce choix est justifié analytiquement [66, 101, 102] en ajoutant des effets visqueux au tenseur des contraintes. Dans [103], les auteurs identifient d'ailleurs le matériau comme source principale de la dissipation pour le cas du contact sphère-plan sans glissement et non-lubrifié.

4.2.3 Résultats

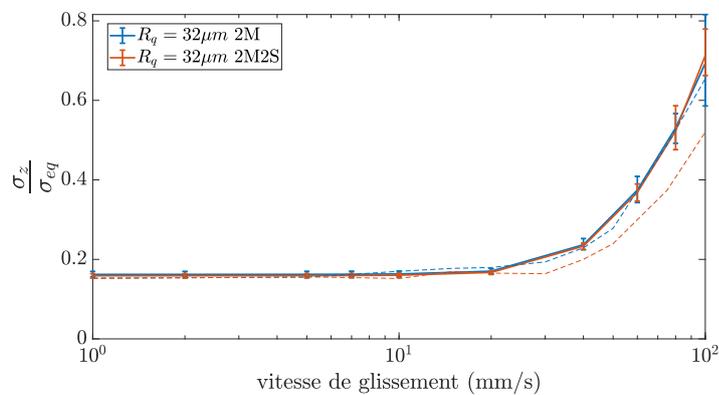
4.2.3.1 Déplacement vertical

a Écart-type du déplacement complet et proportion du temps passé en vol

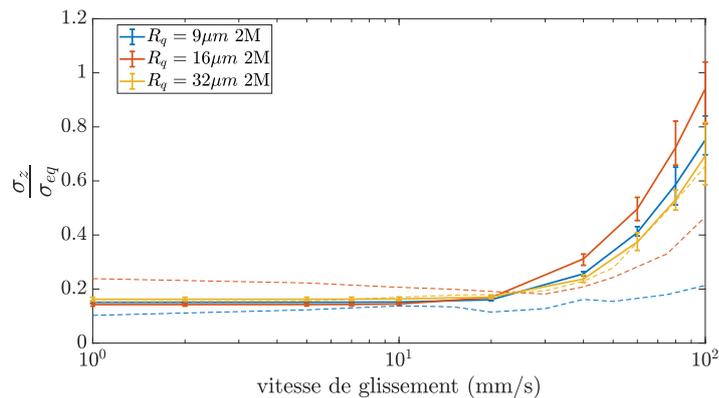
Sur la figure 4.12 sont comparés les écart-types normalisés du déplacement vertical obtenus numériquement avec le modèle 1 ddl (en trait plein) et expérimentalement (en pointillés). Les influences des différents paramètres des patins sont aussi mises en évidence. Les résultats numériques et expérimentaux sont globalement comparables, exceptés pour les patins de rugosité $16\mu m$. Sur la figure 4.12(c), on remarque que l'amplitude du mouvement pour ces patins est 2 fois supérieure pour le modèle numérique. À basse vitesse, l'amplitude du mouvement est correcte pour l'ensemble des patins. Ce résultat est assuré par l'étude du chapitre 3 et confirme l'intérêt d'évaluer le déplacement au premier point



(a) Écart-type normalisé du déplacement, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 0.054g, la ligne rouge correspond au patin de masse 0.104g

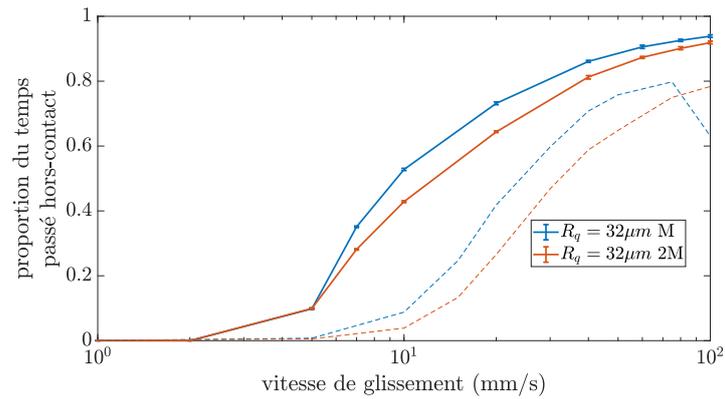


(b) Écart-type normalisé du déplacement, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double

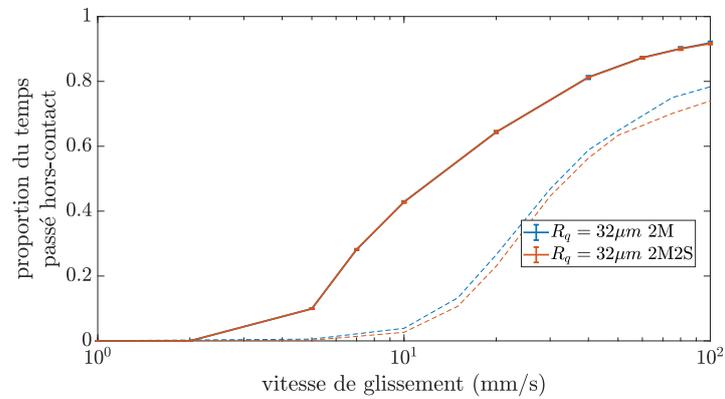


(c) Écart-type normalisé du déplacement, influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 20$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$

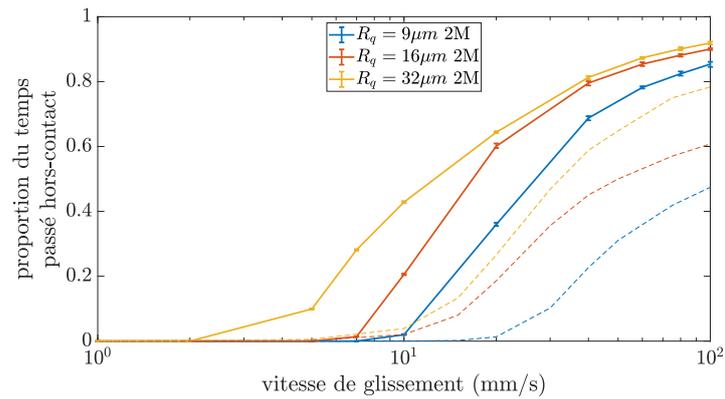
FIGURE 4.12 – Écart-type normalisé du déplacement, influence des différents paramètres et comparaison entre modèle 1 ddl (lignes pleines) et expériences (lignes pointillées). Pour les barres d'erreurs liées aux résultats expérimentaux, on peut se référer à la figure 4.1.



(a) Proportion du temps passé en vol, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g



(b) Proportion du temps passé en vol, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double



(c) Proportion du temps passé en vol, influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 20$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$

FIGURE 4.13 – Proportion du temps passé en vol, influence des différents paramètres et comparaison entre modèle 1 ddl (lignes pleines) et expériences (lignes pointillées). Pour les barres d'erreurs liées aux résultats expérimentaux, on peut se référer à la figure 2.15.

de contact. Comme on le voit dans la figure 4.13, la transition est bien prédite par le modèle numérique pour l'ensemble des patins.

Sur la figure 4.13, les influences des différents paramètres des patins (rugosité, aire apparente et masse) sur la proportion du temps passé en vol sont mises en évidence. En traits pleins sont tracés les résultats des simulations 1 ddl, en traits pointillés sont tracés les résultats des expériences. Les résultats numériques sur-estiment largement les mesures. Cependant certaines tendances observées expérimentalement sont reproduites par le modèle : les influences de la masse et de la rugosité sont bien capturées. En revanche ce modèle ne permet pas de distinguer l'influence de la taille du patin. La différence du filtrage géométrique liée à la taille du patin n'est pas suffisante pour induire une dynamique différente du modèle. On rappelle en effet, que l'évolution de l'amplitude du filtrage géométrique avec la taille du patin est très lente, de l'ordre de 3% d'écart pour les tailles de patin utilisées, selon l'équation 3.44.

Le modèle à 1 degré de liberté présenté ici, associé au signal issu du filtrage géométrique donne des résultats comparables aux expériences en termes d'amplitude du mouvement et de proportion du temps passé en vol. Ce modèle de Bouncing-Ball associé au filtrage géométrique semble donc à même de rendre compte de la phénoménologie de la dynamique verticale de glissement du contact rugueux.

b Écart-type du déplacement en contact Sur la figure 4.14, les prédictions du modèle pour l'écart-type du déplacement total et pour l'écart-type du mouvement seulement pendant les phases de contact sont tracées. Alors que l'écart-type total augmente à haute vitesse de glissement, le déplacement en contact reste constant quelle que soit la vitesse. Dans la section 4.1.1.2, deux hypothèses étaient évoquées pour expliquer l'augmentation de l'amplitude du mouvement en contact observée expérimentalement. La première attribuait cette augmentation à un effet de filtrage de l'excitation : certaines parties de l'excitation étant inaccessibles [56], certaines altitudes du profil seraient privilégiées. Cet effet était supposé être visible avec le modèle à un degré de liberté. Les résultats numériques de ce modèle, ne présentant pas de telles caractéristiques, disqualifient cette hypothèse. La seconde hypothèse faisait intervenir les rotations du patin. Pour la tester, il est donc nécessaire d'ajouter des degrés de liberté dans notre modèle, ce qui justifie la mise en place du modèle à 3 degrés de liberté.

4.2.3.2 Vitesse d'éjection

Sur la figure 4.15, sont tracées les vitesses d'éjection moyennes, c'est-à-dire la vitesse verticale moyenne à laquelle le système perd le contact avec la surface pour chaque patin

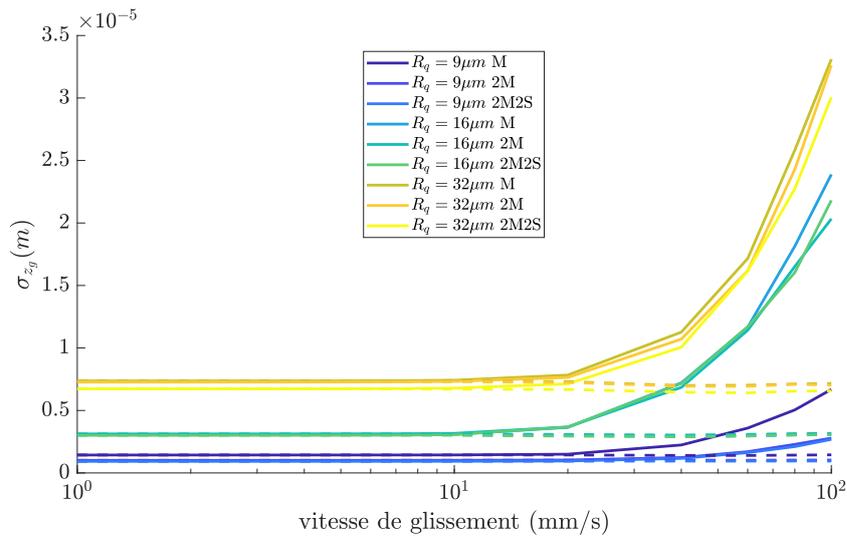


FIGURE 4.14 – Écart-type simulé du déplacement, en trait plein du mouvement complet, en pointillés du mouvement pendant les phases de contact pour les différents patins.

et en fonction de la vitesse de glissement. À très basse vitesse, cette vitesse moyenne est négative. Cette situation correspond au cas où la bille est en contact avec le plan puis celui-ci ayant une accélération plus grande que la gravité, la bille perd le contact tout en continuant à tomber.

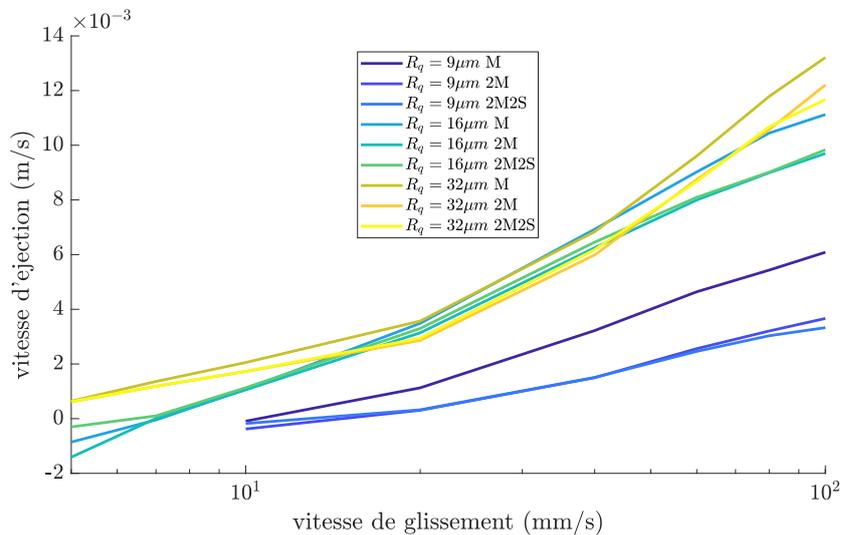


FIGURE 4.15 – Vitesse d'éjection moyenne lors des sauts, pour les différents patins simulés, en fonction de la vitesse de glissement.

Comme dans [56] et [58], il est intéressant de normaliser la vitesse d'éjection telle que $\tilde{V}_{\text{éjection}} = \frac{V_{\text{éjection}}}{V\sigma_w}$. σ_w est l'écart-type de la dérivée de $z_G(x)$ de telle manière que $V\sigma_w$ est l'écart-type de la dérivée de $h(t)$. $\tilde{V}_{\text{éjection}}$ est tracé dans la figure 4.16. Dans cette figure, la

moyenne négative aux basses vitesses est encore plus visible. Par ailleurs on note à haute vitesse que les vitesses d'éjection pour l'ensemble des patins convergent vers une même valeur. Ceci est cohérent avec les conclusions de Wood et Byrne [56] : quand l'hypothèse de Chirikov (section 1.3.2) est vérifiée, dans notre cas à haute vitesse de glissement, $\tilde{V}_{\text{éjection}}$ ne dépend plus que du coefficient de restitution.

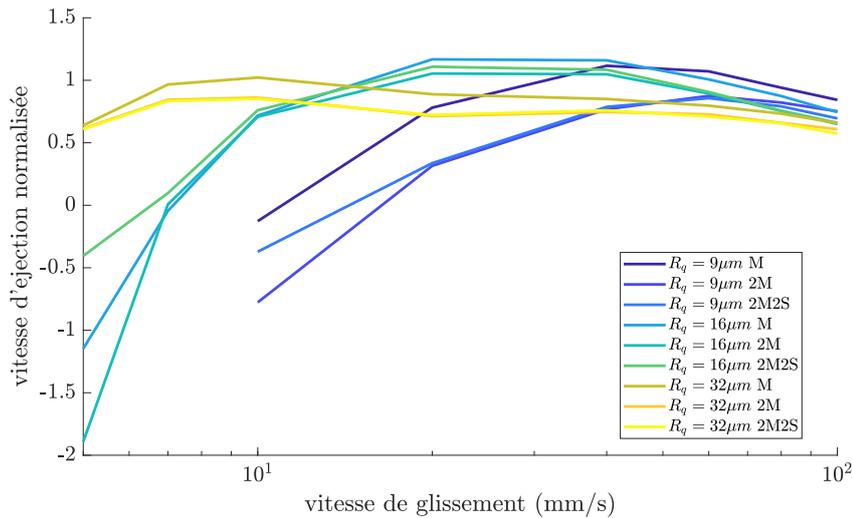


FIGURE 4.16 – Vitesse d'éjection moyenne normalisée $\tilde{V}_{\text{éjection}}$, pour les différents patins simulés, en fonction de la vitesse de glissement

4.3 Modèle numérique à 3 degrés de liberté

Le modèle à 1 degré de liberté ne donne pas de résultats pleinement satisfaisants. En particulier, les rotations du patin semblent jouer un rôle non négligeable dans les grandeurs observées expérimentalement. L'écart-type du mouvement en contact par exemple ne peut être expliqué sans les rotations et l'influence de la taille du patin sur le temps passé en vol est mal capturée par le modèle à 1 degré de liberté. Afin de prendre en compte les rotations du patin, un modèle à 3 degrés de liberté a été mis en place. Celui-ci est constitué de trois billes rebondissant sur 3 plans horizontaux animés chacun par un mouvement vertical statistiquement indépendant des autres mais dont les caractéristiques stochastiques sont identiques. Ce système est représenté sur la figure 4.17. Les 3 billes sont liées rigidement entre elles par un solide permettant de simuler les propriétés d'inertie du patin. Ce modèle permet de calculer la translation verticale du patin mais aussi ses deux rotations autour des axes horizontaux.

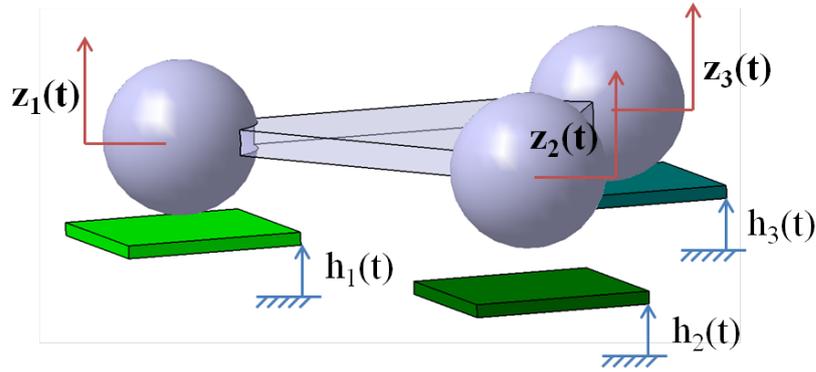


FIGURE 4.17 – Schéma du modèle à 3 degrés de liberté

4.3.1 Principe

Pour prendre en compte les rotations du patin, un modèle de type trimère a été développé, similaire à celui de Dorbolo [62]. Dans cet article, les auteurs étudient trois billes massives liées rigide-ment entre elles et rebondissant sur un plan animé d'un mouvement vertical sinusoïdal. Notre modèle diffère de celui de [62] de deux manières. Premièrement, les propriétés d'inertie du solide ne sont pas liées aux billes. Il s'agit d'un patin massif, rigide et indéformable donnant ses propriétés de masse au solide et comportant trois points de contact potentiel sur sa face inférieure. Deuxièmement, chacun de ces trois points de contact potentiel est excité par un plan horizontal animé d'un mouvement vertical $h_i(t)$ non-harmonique et indépendant des deux autres (*cf.* figure 4.17).

Contrairement au cas 1 ddl, il est plus délicat d'intégrer dans ce modèle 3 ddl un nombre de points de contact potentiel variable. On se limitera donc ici au cas où le nombre de contact est de trois.

De la même manière que dans la section 3.3.1, on note P_1 , P_2 et P_3 ces trois points de contact et chacun d'entre eux est repéré par ses coordonnées cylindriques dans le référentiel du patin (ρ_i, θ_i, z_i) comme présenté dans la figure 4.18. On appelle z_G l'altitude du centre de la surface inférieure du patin, ϕ la rotation du patin autour de l'axe \vec{x} et ψ la rotation du patin autour de l'axe \vec{y} . La position du patin peut-être décrite de manière équivalente par les 3 coordonnées généralisées z_i ou par les 3 coordonnées (z_G, ϕ, ψ) . En écrivant la valeur de z_i en fonction de (z_G, ϕ, ψ) , on peut écrire, pour des rotations du patin faibles, la matrice de transformation des coordonnées :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \sin(\theta_1) & -\rho_1 \cos(\theta_1) \\ 1 & \rho_2 \sin(\theta_2) & -\rho_2 \cos(\theta_2) \\ 1 & \rho_3 \sin(\theta_3) & -\rho_3 \cos(\theta_3) \end{bmatrix}}_{M_B} \begin{pmatrix} z_G \\ \phi \\ \psi \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

En reprenant les mêmes notations que dans 4.2.1, en les indiquant i pour chacun des trois contacts, le principe fondamental de la dynamique appliqué au patin s'écrit à tout instant :

$$\begin{cases} \ddot{z}_g = -g + \sum_{i=1}^3 \frac{\mathfrak{K}_i}{m} \varepsilon_i^{\frac{3}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon_i) + \sum_{i=1}^3 \frac{c_i}{m} \dot{\varepsilon}_i \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon_i) \\ \ddot{\phi} = \sum_{i=1}^3 \frac{\mathfrak{K}_i}{I} \varepsilon_i^{\frac{3}{2}} \rho_i \sin(\theta_i) \mathcal{H}(\varepsilon_i) + \sum_{i=1}^3 \frac{c_i}{I} \dot{\varepsilon}_i \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \rho_i \sin(\theta_i) \mathcal{H}(\varepsilon_i) \\ \ddot{\psi} = - \sum_{i=1}^3 \frac{\mathfrak{K}_i}{J} \varepsilon_i^{\frac{3}{2}} \rho_i \cos(\theta_i) \mathcal{H}(\varepsilon_i) - \sum_{i=1}^3 \frac{c_i}{J} \dot{\varepsilon}_i \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \rho_i \cos(\theta_i) \mathcal{H}(\varepsilon_i) \end{cases} \quad (4.14)$$

où I et J sont les moments d'inertie respectivement par rapport à l'axe \vec{x} et \vec{y} . L'intégration temporelle est faite là encore par un algorithme Verlet vitesse (*cf.* section 4.2.1).

Les coordonnées des points de contact (ρ_i, θ_i) sont a priori variables pour rendre compte de la localisation aléatoire des points de contact sur la surface du patin. Ce changement de position influe aussi sur la dynamique en modifiant entre autres le bras de levier dans les expressions des moments des équations 4.14.

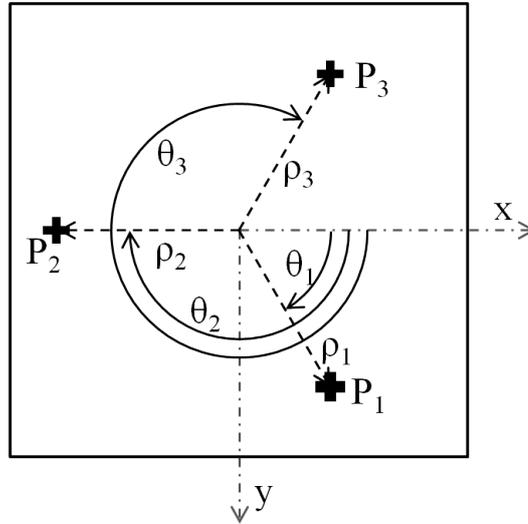


FIGURE 4.18 – Schéma du paramétrage des points de contact. Le patin est vu de dessous.

4.3.2 Application au problème du glissement d'un patin rugueux

Pour les valeurs de R^* (rayon équivalent des points de contact), e (coefficient de restitution) et q (exposant de la composante de déplacement dans l'amortissement), on prend les mêmes valeurs que celles utilisées pour le modèle 1 ddl (*cf.* section 4.2.2).

Pour représenter le patin, chacun des trois points est soumis à un mouvement vertical correspondant à un mouvement au premier point de contact. Pour simuler l'avance du patin à une vitesse V , le mouvement d'un plan i est décrit par :

$$h_i(t) = d_0(Vt) \quad (4.15)$$

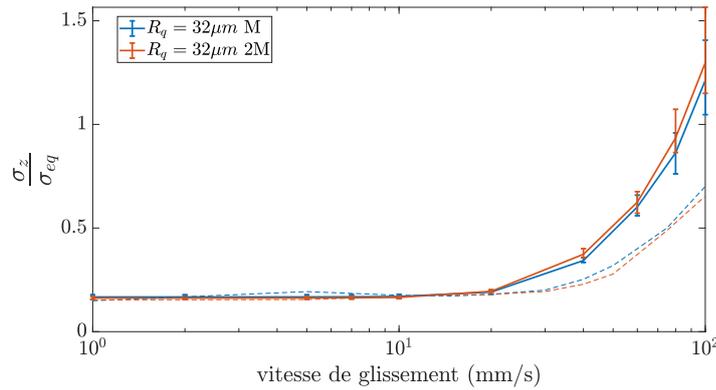
Pour chacun des trois points, une simulation de séparation au premier point de contact différente mais avec les mêmes propriétés de surface est utilisée. Encore une fois nous utilisons les simulations effectuées avec les propriétés topographiques des surfaces expérimentales.

La répartition des points de contact est aléatoire, la position des points de contact repérée par les (ρ_i, θ_i) devrait donc changer au cours d'une simulation. Il faudrait faire intervenir un tel changement de position aux instants où les aspérités en contact changent. Cependant l'implémentation de ce changement de coordonnées dans le modèle est compliquée, en grande partie à cause de la localisation temporelle du changement d'aspérité en contact. Il a donc été décidé de les maintenir constantes. Pour autant, les deux influences de la localisation des points de contact ne sont pas totalement ignorées dans ce modèle numérique. Le changement d'aspérité est déjà en partie inclus dans les signaux de séparation au premier contact comme on le voit dans la figure 3.9 où des points de rebroussement dans la partie basse du signal correspondent à un changement du couple d'aspérités en contact. Pour l'effet du bras de levier sur la dynamique nous ferons ici l'hypothèse que les contacts sont uniformément répartis sur l'ensemble de la surface. Par souci de simplicité, on représentera cette répartition par un cas moyen et fixe, où les contacts sont sur un cercle centré sur le centre du patin, et divisant l'aire du patin en deux (intérieur et extérieur du cercle) : pour un patin de côté L , on obtient $\rho_i = \frac{L}{\sqrt{2\pi}}$ et on prend $[\theta_1 = 0, \theta_2 = \frac{2\pi}{3}, \theta_3 = \frac{4\pi}{3}]$.

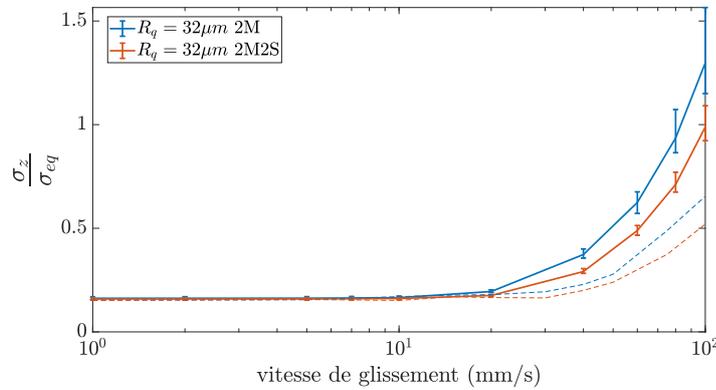
4.3.3 Résultats

4.3.3.1 Déplacement vertical

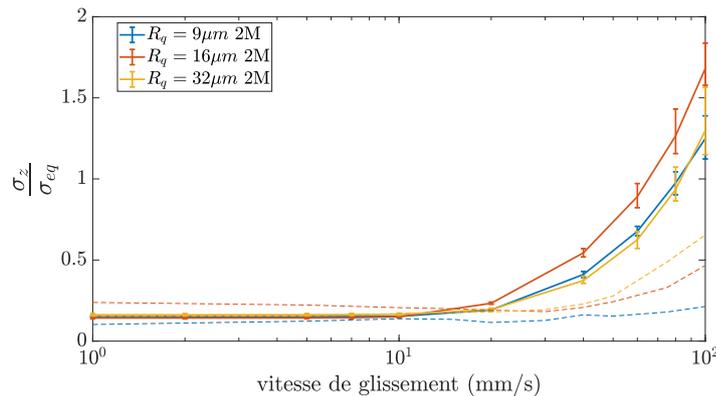
a Écart-type du déplacement total et proportion du temps passé en vol Sur la figure 4.19 sont comparés les écart-types normalisés du déplacement vertical obtenu numériquement avec le modèle 3 ddl (en trait plein) et expérimentalement (en pointillés). Les influences des différents paramètres des patins sont aussi mis en évidence. Les résultats de ce modèle sur-estiment ceux des expériences et ceux du modèle 1 ddl. Cette sur-estimation des amplitudes de mouvement peut-être imputée à la valeur d'amortissement choisie. Celle-ci se fonde en effet sur une valeur de coefficient de restitution mesurée dans des cas de chocs uniques, purement normaux. Ce cas est bien éloigné du cas réel où il y



(a) Écart-type normalisé du déplacement, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g

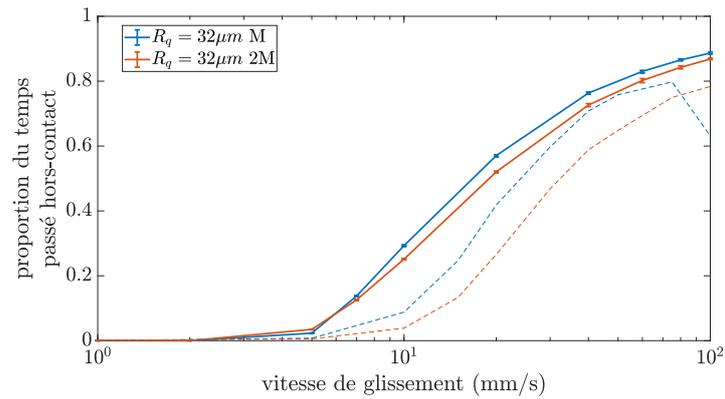


(b) Écart-type normalisé du déplacement, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double

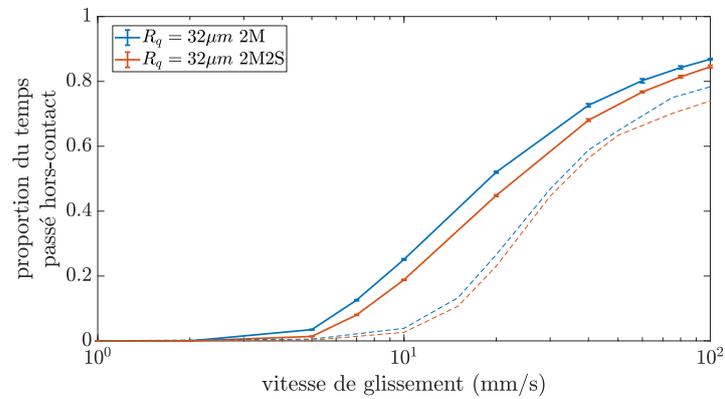


(c) Écart-type normalisé du déplacement, influence de la rugosité, patin $25 \times 25 \times 20$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$

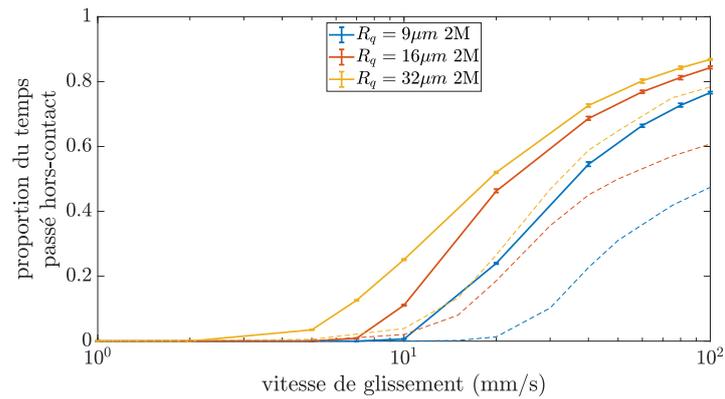
FIGURE 4.19 – Écart-type normalisé du déplacement total, influence des différents paramètres et comparaison entre modèle 3 ddl (lignes pleines) et expériences (lignes pointillées). Pour les barres d'erreurs liées aux résultats expérimentaux, on peut se référer à la figure 4.1.



(a) Proportion du temps passé en vol, influence de la masse, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g.



(b) Proportion du temps passé en vol, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 32\mu m$. La ligne bleue correspond au patin surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double.



(c) Proportion du temps passé en vol, influence de la masse, patin $25 \times 25 \times 20$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu m$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu m$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu m$.

FIGURE 4.20 – Proportion du temps passé en vol, influence des différents paramètres et comparaison entre modèle 3 ddl (lignes pleines) et expériences (lignes pointillées). Pour les barres d'erreurs liées aux résultats expérimentaux, on peut se référer à la figure 2.15.

a une vitesse tangentielle, responsable par exemple de frottement et donc de dissipation supplémentaire. De la même manière que pour le modèle 1 ddl, le résultat pour les patins de rugosité $16\mu m$ sont plus sur-estimés que les autres. Sur la figure 4.20 sont présentés les résultats de proportion du temps passé en vol en fonction de la vitesse de glissement et l'influence des différents paramètres du patin sur celle-ci. Comme pour le modèle 1 ddl, le modèle 3 ddl sur-estime la proportion du temps passé en vol par rapport aux résultats expérimentaux.

En revanche, l'influence de la taille du patin est bien mieux capturée avec ce modèle. Cela est d'autant plus visible sur la figure 4.20(b) qui présente l'influence de l'aire apparente de contact sur la proportion du temps passé en vol. En effet dans ce modèle, la proportion du temps passé en vol varie avec la taille du patin ce qui n'est pas le cas des résultats du modèle 1 ddl montrés dans la figure 4.13(b). L'ajout des degrés de liberté supplémentaires permet donc de mieux rendre compte des effets de taille observés expérimentalement. Dans un premier temps, ces effets de taille avait été attribué au filtrage géométrique. En comparant les résultats du modèle 3 ddl à ceux du modèle 1 ddl, nous pouvons maintenant dire qu'à haute vitesse, cette différence d'excitation n'est pas prédominante et que ce sont les effets de taille associés aux équations de moments (moments d'inerties et bras de levier) qui engendrent des différences de dynamique.

b Écart-type du déplacement en contact Dans la figure 4.21, l'écart-type du mouvement pendant les phases de contact (en pointillés) et l'écart-type du mouvement complet (en trait plein) sont tracés. Comme expérimentalement, l'écart-type du mouvement en contact évolue avec la vitesse de glissement ce qui n'était pas le cas du modèle 1 ddl (figure 4.14). L'ajout de degrés de liberté supplémentaires permet donc de rendre compte de cette augmentation montrant que celle-ci est bien liée aux rotations du patin.

4.3.3.2 Vitesse d'éjection

Le comportement de la vitesse d'éjection observé avec le modèle 3 ddl est globalement le même que celui observé avec le modèle 1 ddl. Les figures 4.22 et 4.23 sont en effet respectivement comparables aux figure 4.15 et 4.16. On remarque néanmoins deux différences. La première est liée à la différence d'excitation pour les patins de rugosité $9\mu m$. Les vitesses d'éjection sont bien en dessous pour le modèle 1 ddl, alors qu'elles sont globalement regroupées pour le modèle 3 ddl. Cette différence résulte assez logiquement de la prise en compte, ou non du nombre de points de contact estimé au chapitre 3. La seconde différence concerne la valeur des vitesses d'éjection. Dans le modèle 3 ddl, elles sont plus faibles qu'avec le modèle 1 ddl, atteignant $7mm/s$ contre $12mm/s$ pour le modèle

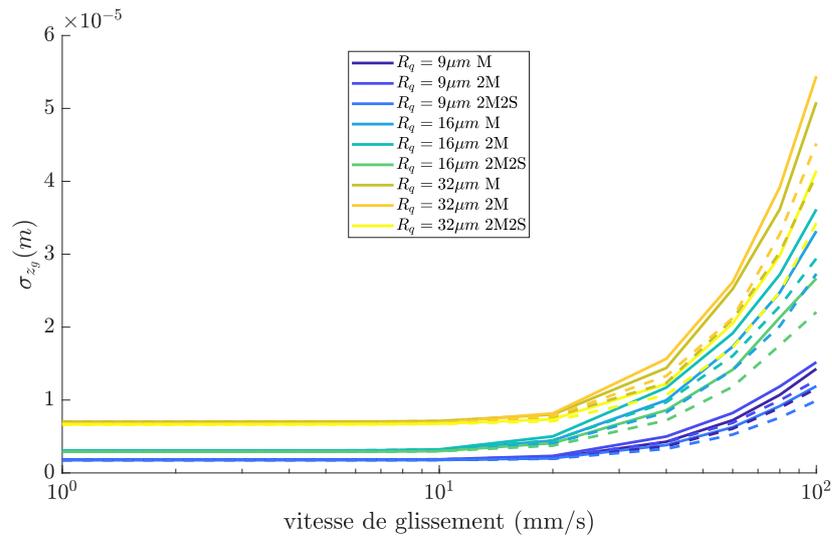


FIGURE 4.21 – Écart-type du déplacement, en trait plein du mouvement complet, en pointillés du mouvement pendant les phases de contact, pour les différents patins simulés, en fonction de la vitesse de glissement.

1 ddl, 0.4 contre 0.75 en vitesse normalisée. Cette valeur de 7mm/s est proche de celle observée expérimentalement. Une fois encore, $\tilde{V}_{ejection}$ converge vers une même valeur. Le résultat de Wood et Byrne [56] selon lequel la valeur moyenne de $\tilde{V}_{ejection}$ ne dépend que du coefficient de restitution, lorsque les hypothèses de Chirikov sont vérifiées, se confirme pour un modèle à 3 degrés de liberté.

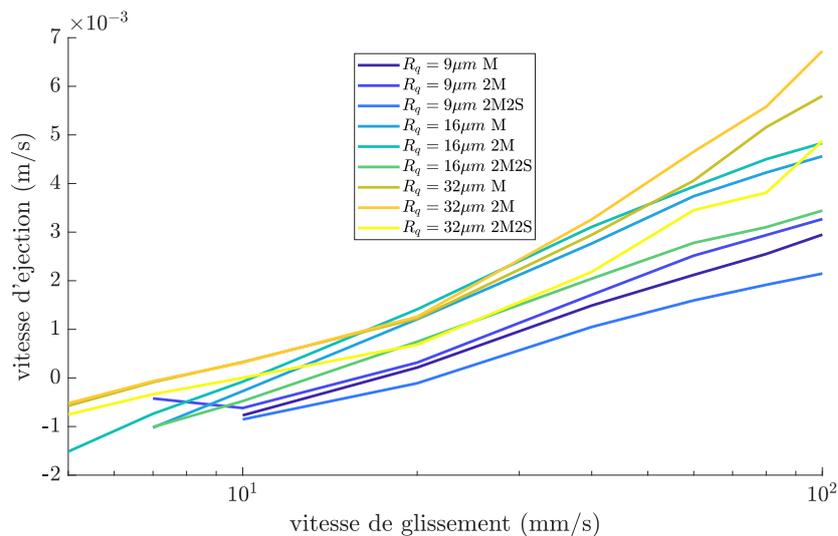


FIGURE 4.22 – Vitesse d'éjection pour les différents patins simulés en fonction de la vitesse de glissement.

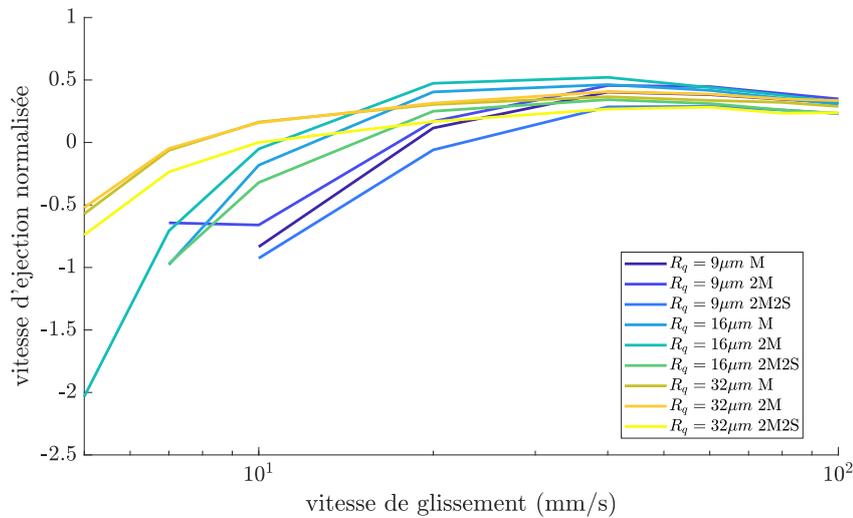


FIGURE 4.23 – Vitesse d’éjection normalisée pour les différents patins simulés en fonction de la vitesse de glissement.

4.4 Description des rotations

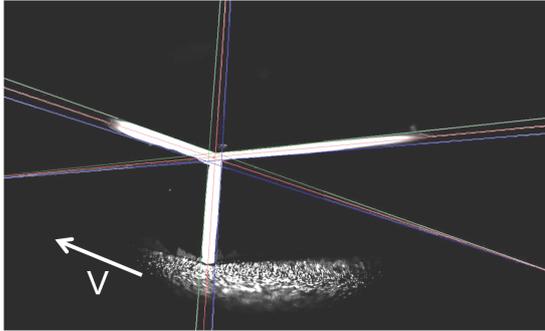
Une partie des limites rencontrées par le modèle 1 ddl dans la description du comportement du patin sont résolues par l’ajout de degrés de liberté supplémentaires. Les meilleurs résultats du modèle à 3 ddl invitent à mieux décrire et analyser les rotations. Dans cette section, je ré-analyse des résultats expérimentaux acquis antérieurement à ma thèse et les mets en regard des résultats du modèle 3 ddl. En effet, le dispositif expérimental *Ra2* ne prévoit pas de dispositif de mesure des rotations.

4.4.1 Résultats expérimentaux

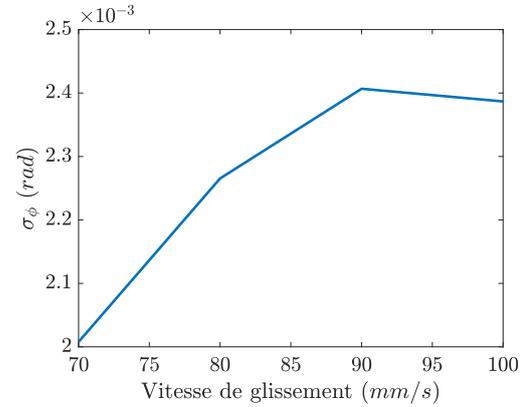
4.4.1.1 Amplitude de la rotation

Nous réexaminons ici des résultats obtenus au laboratoire par Arthur Couder [104]. Un suivi du patin avec une caméra rapide avait été effectuée et un algorithme de reconnaissance d’image avait permis de suivre les arêtes du patin, permettant de remonter ainsi aux angles de roulis et de tangage (figure 4.24(a)). Ces résultats permettent de donner une mesure expérimentale directe des amplitudes de rotation du patin pendant son mouvement. Ils sont présentés ici, à titre de point de comparaison pour les modèles. Les expériences ont été faites avec le patin de taille $25 \times 25 \times 10\text{mm}$ et de rugosité $16\mu\text{m}$. L’angle ϕ , autour de l’axe \vec{x} , a pu être suivi de manière fiable. L’écart-type de l’angle ϕ est tracé en fonction de la vitesse de glissement sur la figure 4.24(b). Globalement, cet écart-type augmente avec la vitesse de glissement et les valeurs obtenues sont de l’ordre

de $2 \cdot 10^{-3} \text{rad}$.



(a) Exemple de repérage des arêtes du patin obtenu par Arthur Couder, les angles sont mesurés par rapport à la position initiale



(b) Écart type du mouvement angulaire obtenu expérimentalement à partir d'une imagerie rapide du patin en glissement

FIGURE 4.24 – Repérage des arêtes du patin (a) effectué par [104] et écart-type de l'angle de l'arête de droite obtenu après ré-analyse des résultats

4.4.1.2 Amplitude de l'accélération en rotation

Sur le banc expérimental *Ra1*, deux accéléromètres ont été placés à l'avant et à l'arrière du patin. Les mesures de ces deux accéléromètres ont été exploitées dans [14] pour obtenir l'accélération du centre de la surface supérieure du patin (point M). En effet en considérant z_A et z_B l'altitude de chacun de ces deux accéléromètres, on a :

$$z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \quad (4.16)$$

$$\ddot{z}_M = \frac{\ddot{z}_A + \ddot{z}_B}{2} \quad (4.17)$$

Mais cette mesure donne également accès à l'accélération en rotation autour de l'axe perpendiculaire au glissement, $\ddot{\psi}$:

$$\sin(\psi) = \frac{z_A - z_B}{L} \quad (4.18)$$

$$\dot{\psi} \cos(\psi) = \frac{\dot{z}_A - \dot{z}_B}{L} \quad (4.19)$$

$$\ddot{\psi} \cos(\psi) + \dot{\psi}^2 \sin(\psi) = \frac{\ddot{z}_A - \ddot{z}_B}{L} \quad (4.20)$$

Pour ψ faible, justifié par les $2mrad$ obtenus à la section 4.4.1.1, on a $\sin(\psi) \approx \psi$ et $\cos(\psi) \approx 1$:

$$\ddot{\psi} = \frac{\ddot{z}_A - \ddot{z}_B}{L} \quad (4.21)$$

Les mesures avec 2 accéléromètres ont été effectuées pour les patins de rugosité $16\mu m$ de tailles $25 \times 25 \times 10mm$ et $25 \times 25 \times 20mm$. Les écart-types des accélérations en rotation $\ddot{\psi}$ pour ces deux patins sont tracés sur la figure 4.25. Cette grandeur croît avec la vitesse de glissement, aussi bien dans le régime quasi-statique que dans le régime dynamique, quoique plus rapidement dans le régime dynamique. À haute vitesse, on atteint des valeurs de l'ordre de $2000rad/s^2$ pour le patin de $25 \times 25 \times 20mm$, $3500rad/s^2$ pour le patin de $25 \times 25 \times 10mm$.

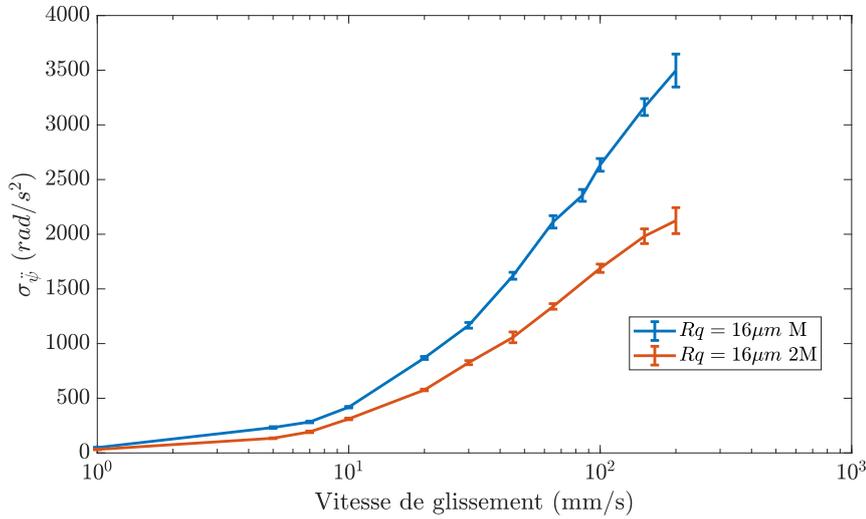


FIGURE 4.25 – Écart type de l'accélération angulaire autour de l'axe \vec{y} normal à la direction du glissement pour les patins $25 \times 25 \times 10mm$ et $25 \times 25 \times 20mm$, rugosité $16\mu m$ en fonction de la vitesse de glissement

4.4.2 Modèle 3 ddl

Nous cherchons maintenant à comparer les résultats des expériences de la section 4.4.1 à ceux du modèle à 3 degrés de liberté. Dans les simulations, la direction du glissement n'est pas prise en compte, les deux rotations du patin selon l'axe \vec{x} et l'axe \vec{y} sont équivalentes. On s'intéressera donc à l'angle ψ , l'angle ϕ se comportant exactement de la même façon. Sur la figure 4.26 l'écart-type de l'accélération angulaire du patin est tracé en fonction de la vitesse de glissement et ce pour l'ensemble des patins. Ce comportement est qualitativement similaire à celui observé expérimentalement (Figure 4.25). Comme pour les autres grandeurs, le modèle sur-estime les amplitudes de l'accélération angulaire.

Toutes choses égales par ailleurs, les patins de masse la plus faible ont des accélérations plus importantes que les patins de masse double. Entre les deux patins de masse double, celui d'aire apparente double subit les plus grandes accélérations. L'influence de la masse peut être traduite comme étant celle des moments d'inertie. Plus ceux-ci sont grand plus les accélérations sont faibles. En revanche la différence entre les patins d'aires apparentes différentes est à relier au bras de levier, plus important dans le cas d'un patin de surface double et générant donc des accélérations en rotation supérieures.

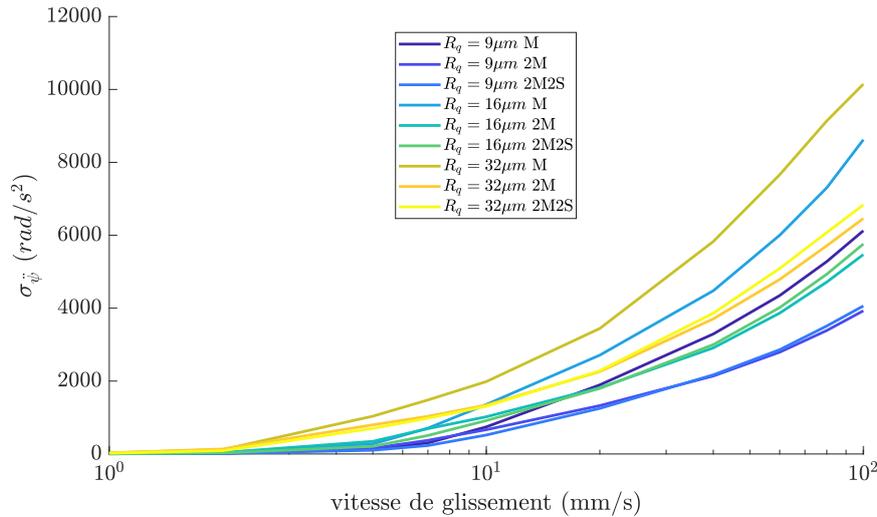


FIGURE 4.26 – Écart type de l'accélération angulaire, obtenu avec le modèle 3 ddl pour différents R_q , masses et aires apparentes.

Sur la figure 4.27, l'écart-type de l'angle du patin est tracé en fonction de la vitesse de glissement. Cet écart-type évolue de la même manière que l'écart-type du mouvement vertical (figure 4.1), avec une valeur stable pour les basses vitesses de glissement et une augmentation pour les hautes vitesses de glissement. Il atteint au maximum des valeurs de l'ordre de $10^{-2}rad$. En particulier, pour le patin $25 \times 25 \times 10mm$ et de rugosité $16\mu m$ qui a été utilisé en section 4.4.1.1, l'écart-type de l'angle obtenu numériquement monte jusqu'à $5mrad$. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles obtenues expérimentalement (figure 4.24(b)).

L'aire apparente du patin joue un rôle important dans l'amplitude des rotations. En effet, plus la surface du patin est grande, plus ses rotations seront limitées. Cette influence de l'aire apparente est observable sur l'ensemble de la plage de vitesses étudiée, aussi bien dans le régime quasi-statique que dans le régime dynamique (figure 4.27). En revanche, l'influence de la masse est visible, elle, exclusivement dans le régime dynamique :

- à basse vitesse (inférieure à $20mm/s$), les patins de masse simple et double (M et 2M) ont des rotations de même amplitude,

— à haute vitesse, l'amplitude des rotations augmente avec la masse.

On peut donc ici faire la différence entre l'influence de la taille du patin qui est de nature géométrique et celle de la masse qui n'intervient que dans les équations dynamiques.

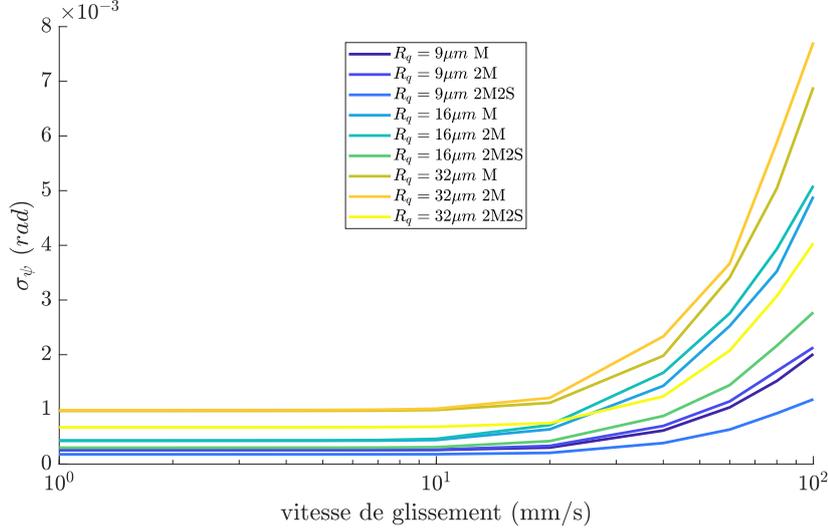


FIGURE 4.27 – Écart type du mouvement angulaire obtenu avec le modèle 3 ddl pour différents R_q , masses et aires apparentes

Au chapitre 2, l'expression de la différence entre l'altitude mesurée et celle du centre de gravité du patin était donnée en fonction de la position horizontale du patin ϵ et d'un angle avec l'horizontale, ψ . Cette différence était ensuite traduite en terme de vitesse (Eq. 2.7) et d'accélération (Eq. 2.8). L'objectif était de déterminer si les variations de l'altitude mesurée pouvaient bien être assimilées à celles du centre de gravité. Les simulations permettent d'obtenir un ordre de grandeur pour les valeurs de ψ , $\dot{\psi}$ et $\ddot{\psi}$. De plus, les comparaisons qui ont pu être faites avec les expériences ont montré que les valeurs obtenues numériquement étaient supérieures à celles observées expérimentalement. Dans la section 4.1.3, les ordres de grandeur des variations de ϵ sont donnés par les expériences. On estime par ailleurs la précision du placement du patin de l'ordre du mm : $\epsilon \approx 1 \cdot 10^{-3}m$. On peut donc écrire les ordres de grandeur pour les différents termes des expressions 2.7 et 2.8, donnés ici en écart-type pour les hautes vitesses de glissement :

$$\underbrace{\dot{z}_M}_{\simeq 1 \cdot 10^{-2}} = \dot{z} + \underbrace{\dot{\epsilon}\psi}_{\simeq 1 \cdot 10^{-5}} + \underbrace{\epsilon\dot{\psi}}_{\simeq 1 \cdot 10^{-3}} \quad (4.22)$$

$$\underbrace{\ddot{z}_M}_{\simeq 40} = \ddot{z} + \underbrace{\ddot{\epsilon}\psi}_{\simeq 1 \cdot 10^{-2}} + \underbrace{2\dot{\epsilon}\dot{\psi}}_{\simeq 1 \cdot 10^{-2}} + \underbrace{\epsilon\ddot{\psi}}_{\simeq 5} \quad (4.23)$$

Les termes liés aux rotations étant surestimés par la simulation numérique, les erreurs

dues au biais expérimental de placement horizontal sont donc au maximum de l'ordre de 10%, pour l'accélération verticale comme pour la vitesse verticale. Les hypothèses du chapitre 2 peuvent donc être considérées comme valides.

4.5 Conclusion

La mise en œuvre d'essais sur le banc *Ra2* a permis les mesures du déplacement vertical et des vitesses verticale et horizontale du patin. Qualitativement, les deux nouvelles mesures de déplacement vertical et de vitesse verticale montrent la signature de deux régimes de glissement distincts, que sont les régimes de contact quasi-permanent et de sauts. L'évolution avec la vitesse de glissement de l'écart-type du déplacement vertical du patin exclusivement pendant les phases de contact met en évidence l'existence de rotations non négligeables dans la mesure de la dynamique du patin. La mise en place de modèles numériques à 1 et à 3 degrés de liberté confirme cette interprétation des données expérimentales. En effet si le modèle 1 ddl permet de rendre compte de l'apparition de décollages puis de rebonds, le modèle 3 ddl permet lui de comprendre de manière plus précise les influences de la taille du patin. Le nouveau traitement de données expérimentales produites antérieurement au laboratoire et la confrontation de ces données à celles du modèle 3 ddl, confirme l'existence de rotations qui ne sont pas négligeables pour la compréhension du mouvement du patin.

Par ailleurs, l'examen des histogrammes des accélérations verticales du patin permet de comprendre la transition d'un régime quasi-statique de contact quasi-permanent vers un régime de sauts où les impacts du patin sur la surface sont quasiment tous suivis d'un nouveau saut. Dans un régime intermédiaire, les pertes de contact sont suivies de nouvelles phases d'exploration continue de la topographie. Nous avons ainsi pu donner l'expression de la vitesse critique V_c au delà de laquelle le patin est en régime dynamique. Cette vitesse s'exprime en fonction de l'accélération de la gravité et de la dérivée seconde de l'excitation, prise comme le mouvement basse vitesse du patin.

Finalement, au terme de ce chapitre nous sommes en mesure de dire qu'un modèle à 3 degrés de liberté, associé aux excitations calculées au chapitre 3, est en mesure de capturer en grande partie les éléments de la dynamique de glissement du patin rugueux sous faible charge. Sur le rôle du contact multi-aspérités nous avons fait de nombreuses hypothèses, en particulier sur la répartition spatiale des points de contact. Les expériences menées à l'aide du patin multi-voies, exposées au chapitre 6, permettront de tester la validité de ces hypothèses.

Chapitre 5

Force de frottement

L'un des résultats expérimentaux qui n'a pour l'instant pas été décrit est celui de la force de frottement. Comme il a été décrit dans la section 1.2.1.4, contact normal et force de frottement sont intimement liés. Or, aux chapitres 3 et 4, un changement de nature de ce contact normal avec la vitesse de glissement a été mis en évidence avec le passage d'un régime quasi-statique de contact permanent vers un régime dynamique de sauts. On s'attend donc à ce que ce changement de dynamique du contact normal ait des conséquences sur la force de frottement. Dans ce contexte, la proportion de temps de contact diminuant quand la vitesse augmente, on s'attendrait à voir la force de frottement diminuer avec la vitesse. En effet, lorsqu'il n'y a pas de contact entre les surfaces, la force de frottement est nulle. Cette diminution est d'ailleurs une des conclusions de [70]. Dans cette étude les auteurs étudient numériquement et expérimentalement l'influence d'un certain nombre de paramètres sur le coefficient de frottement d'un dimère (solide possédant deux degrés de liberté et deux points de contact potentiels). En particulier, ils montrent que plus l'amplitude des sauts du dimère est importante plus le coefficient de frottement est faible.

Or, dans les expériences réalisées ici, non seulement le coefficient de frottement ne diminue pas, mais il augmente avec la vitesse de glissement (figure 5.2). Notons que cette augmentation avait déjà été observée dans [14] mais pas interprétée. Afin de comprendre cette augmentation, plusieurs pistes ont été explorées.

Tout d'abord des réflexions analytiques et semi-analytiques ont été mises en place. Trois types d'approches ont été testés. La première approche exploite les lois phénoménologiques de frottement. En effet, dans le chapitre 6, un comportement particulier des longueurs glissées au cours de la vie d'un micro-contact individuel sera mis en évidence. Le modèle Rate&State faisant intervenir cette longueur glissée, nous avons essayé de l'inclure dans le modèle. La seconde approche est basée sur des calculs énergétiques. La force

de frottement est assimilée à l'énergie perdue au cours du mouvement par différents phénomènes dont deux sont explicités ici : l'énergie perdue par le contact et l'énergie perdue pour gravir les aspérités. Les résultats de ces deux approches semi-analytiques reposent sur les résultats du modèle numérique à 1 ddl (section 4.2). Enfin la dernière approche théorique testée est liée à la théorie des impacts. Cette théorie permettant de capturer les éléments principaux de la dynamique du patin, on peut donc espérer qu'elle puisse aussi capturer le frottement.

Une dernière piste, purement numérique et faisant intervenir explicitement la force instantanée de contact, a enfin été explorée. Celle-ci reprend le modèle numérique décrit dans le chapitre 4, en orientant la force de réaction de la surface non pas verticalement, mais selon la normale à la topographie excitatrice. La projection de cette force de réaction est assimilée à la force de frottement instantanée.

5.1 Résultats expérimentaux

5.1.1 Préliminaire

Expérimentalement, le patin vient au contact du stoppeur de manière plus ou moins continue. Dans le chapitre 4, sur la figure 4.4, des exemples de vitesse horizontale mesurée étaient donnés, mettant en évidence des plateaux. Ces plateaux étaient associés à des trajectoires balistiques et donc à une absence de contact avec le stoppeur, suivies d'impacts avec celui-ci. Cette dynamique associée au mouvement horizontal du patin amène deux remarques :

- la force instantanée sur le capteur n'est pas égale à la force de frottement. Des phases de frottement peuvent intervenir sans qu'il y ait contact avec le stoppeur.
- les chocs sur le stoppeur sont transmis au capteur de force voisin, et excitent la structure qui l'entoure. Cette réponse vibratoire est donc convoluée au signal mesuré de force instantanée.

En ce qui concerne le premier point, une approche globale sur le temps de l'essai peut être adoptée : l'ensemble de l'énergie dissipée par le système est apporté par le stoppeur. Si on considère que la seule source de dissipation est celle associée au frottement, alors la force moyenne exercée sur le stoppeur est égale à la force moyenne de frottement.

Pour ce qui concerne le second point, dans la figure 5.1, un exemple de force mesurée est donné en fonction du temps. Au vu du montage expérimental, cette force devrait être tout le temps positive, or on observe des passages négatifs qui correspondent à la réponse vibratoire. Pour obtenir le signal de force instantanée, il faut identifier la réponse impulsionnelle du montage expérimental pour pouvoir opérer une déconvolution. Des es-

sais au marteau de choc ont été réalisés dans cette optique sans pour autant donner de résultat satisfaisant. En effet les chocs étaient soit trop longs, soit non uniques empêchant d'obtenir une réponse impulsionnelle adéquate.

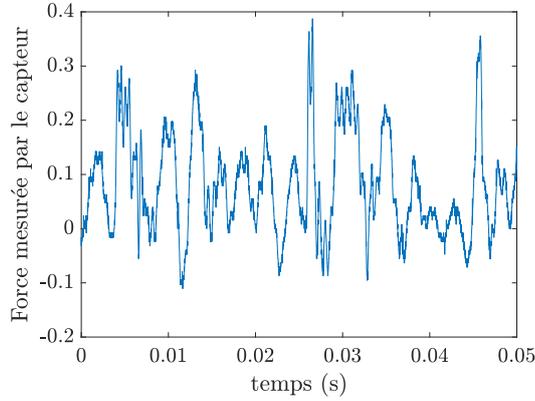


FIGURE 5.1 – Exemple de signal de force exercée sur le stoppeur à $V = 5\text{mm/s}$

On peut néanmoins s'intéresser à la moyenne de ce signal. En prenant un signal d'entrée $x(t)$ convolué à la réponse impulsionnelle $h(t)$ pour obtenir un signal de sortie $y(t)$, on peut calculer la moyenne temporelle, notée $\langle \dots \rangle$, de $y(t)$ en fonction de celle de $x(t)$:

$$\langle y(t) \rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \tau) h(\tau) d\tau \right\rangle \quad (5.1)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle x(t - \tau) h(\tau) \rangle d\tau$$

↓ seul $x(t)$ est aléatoire

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle x(t - \tau) \rangle h(\tau) d\tau$$

↓ $x(t)$ est stationnaire, $\langle x(t - \tau) \rangle$ constant

$$= \langle x(t) \rangle \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-i0\tau} d\tau}_{\mathcal{F}(h)[0]=FRF(0)}$$

$$\langle y(t) \rangle = \langle x(t) \rangle FRF(0) \quad (5.2)$$

où $FRF(\omega)$ est la fonction de réponse en fréquence à la pulsation ω du système, transformée de Fourier de $h(t)$. Les capteurs piézoélectriques ne permettent pas en pratique de mesurer un effort constant (présence de fuites de charges et donc de dérives). Cependant, aux échelles de temps qui nous intéressent, de l'ordre de quelques secondes ou dizaines de secondes, on peut considérer que le capteur est stable et donc que la moyenne du signal récupéré expérimentalement est bien proportionnelle à la moyenne de la force exercée sur le capteur. Ce sont ces résultats de valeurs moyennes que nous montrons ici.

5.1.2 Résultat

Le coefficient de frottement, c'est-à-dire la moyenne de la force de frottement sur le temps de l'essai, divisée par le poids du patin utilisé, est donné dans la figure 5.2 pour diverses conditions expérimentales. On peut conclure sur les différentes influences :

- Le coefficient de frottement ne dépend pas significativement de la masse, ce qui est conforme aux lois d'Amonton-Coulomb (section 1.2.1.4).
- L'influence de l'aire apparente est elle aussi sensiblement nulle : selon la rugosité à laquelle on s'intéresse, la courbe bleue (aire simple) de la figure 5.2(b) montrée pour la rugosité $16\mu m$ est au dessus ou au dessous de la courbe rouge (aire double).
- Enfin il existe un rôle de la rugosité : les surfaces de rugosités rms plus importantes, correspondent à un coefficient de frottement plus important (figure 5.2(c)). La question de quelle propriété de la topographie est responsable de ces variations n'est pas pour autant triviale. En effet sur les topographies expérimentales, lorsque la rugosité rms augmente, les pentes rms et les courbures rms augmentent elles aussi (*c.f.* tableau 2.1).

Par ailleurs, à basse vitesse, dans le régime quasi-statique, le coefficient de frottement est relativement stable, puis augmente avec la vitesse dans le régime dynamique de sauts.

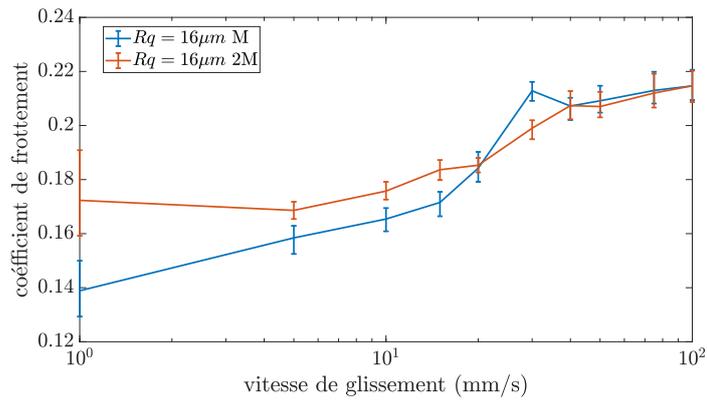
Ces observations sont globalement en accord avec les lois de frottement d'Amonton-Coulomb : la masse et l'aire apparente n'ont que peu d'influence. Qualitativement et quantitativement, mes résultats de coefficient de frottement sont par ailleurs similaires à ceux obtenus par C. Zouabi [14] sur le banc *Ra1*.

5.2 Modèles analytiques et semi-analytiques

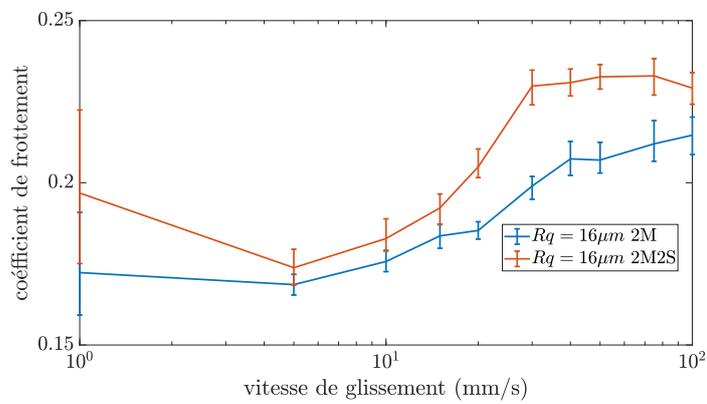
Afin d'interpréter les résultats expérimentaux de force de frottement, on se propose dans un premier temps d'utiliser les outils déjà existants. Ainsi trois approches sont adoptées. L'une utilise un modèle phénoménologique de frottement, le modèle Rate&State. La suivante utilise une approche énergétique à partir des résultats de la simulation 1 ddl. La dernière utilise la théorie des impacts et recherche la quantité de mouvement à apporter au patin afin de maintenir une vitesse de glissement constante.

5.2.1 Modèle type Rate & State

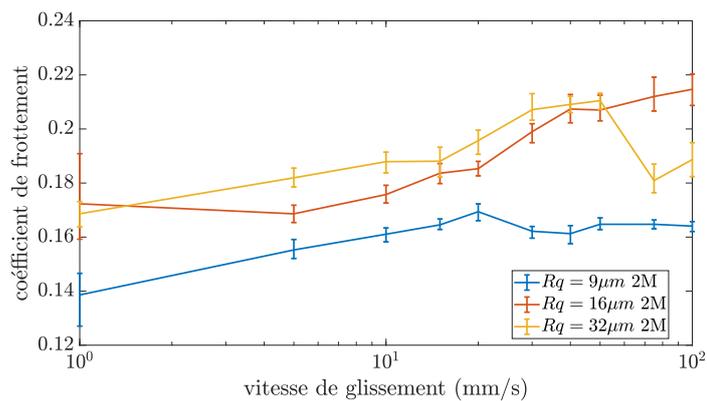
Au chapitre 6, des longueurs de glissement moyennes par micro-contact variant avec la vitesse de glissement seront décrites. En particulier, on observe un changement de nature de cette longueur glissée au moment de la transition entre le régime quasi-statique et le



(a) Coefficient de frottement, influence de la masse, patin $R_q = 16\mu\text{m}$. La ligne bleue correspond au patin de masse 54g, la ligne rouge correspond au patin de masse 104g.



(b) Coefficient de frottement, influence de l'aire apparente, patin $R_q = 16\mu\text{m}$. La ligne bleue correspond au patin de surface simple, la ligne rouge correspond au patin de surface double.



(c) Coefficient de frottement, influence de la masse, patin $25 \times 25 \times 20$, la ligne bleue correspond à la rugosité $R_q = 9\mu\text{m}$, la ligne rouge correspond à $R_q = 16\mu\text{m}$ et la ligne jaune à $R_q = 32\mu\text{m}$.

FIGURE 5.2 – Coefficient de frottement moyen obtenu expérimentalement en fonction de V , influence des différents paramètres.

régime dynamique. Or, cette grandeur apparaît dans les modèles de frottement de type Rate & State, décrits dans la section 1.2.1.4. Il paraît alors naturel d’essayer d’utiliser ces modèles pour tester le rôle de la longueur de glissement caractéristique dans l’évolution du coefficient de frottement. Dans le modèle Rate&State, le coefficient de frottement est donné par :

$$\begin{cases} \mu(V, \theta) = \mu_0 + \mathbf{a} \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + \mathbf{b} \ln\left(\frac{V_0 \theta}{D_c}\right) \\ \dot{\theta} = 1 - \frac{V \theta}{D_c} \end{cases} \quad (5.3)$$

où θ est une fonction d’état, qui est interprétée comme l’âge moyen des micro-contacts [9] et D_c une longueur caractéristique de glissement. Dans notre cas, à l’échelle du temps d’un essai, le glissement observé est dans un régime permanent. Cette hypothèse donne $\dot{\theta} = 0$ et finalement :

$$\mu(V, \theta) = \mu_0 + (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad (5.4)$$

Cette fonction croît ou décroît avec V selon que $\mathbf{a} > \mathbf{b}$ ou $\mathbf{a} < \mathbf{b}$. En ajustant les valeurs de \mathbf{a} et \mathbf{b} , on pourrait donc reproduire le comportement croissant du coefficient de frottement avec V , prédisant ainsi une évolution en logarithme du coefficient de frottement, compatible avec les expériences. Cependant, l’hypothèse de régime permanent fait disparaître l’influence de D_c . Pour rendre compte d’un changement de comportement du coefficient de frottement, il faudrait alors que les coefficients \mathbf{a} et \mathbf{b} changent eux aussi de comportement avec le régime de glissement. La détermination d’un tel comportement nécessiterait une étude dédiée.

5.2.2 Bilans énergétiques

La force de frottement est une force dissipative. On peut donc l’assimiler à de l’énergie apportée au système et perdue lors du glissement. On s’intéresse dans cette section à deux phénomènes. Le premier est lié aux contacts et à l’énergie dissipée pendant les phases de contact. Le second s’intéresse au mouvement macroscopique du patin.

5.2.2.1 Bilan énergétique 1

On considère dans cette partie une bille rebondissante sur un plan horizontal animé d’un mouvement aléatoire. Au chapitre 4, nous avons vu qu’un tel modèle permettait de rendre compte de la phénoménologie verticale du patin en glissement. Nous souhaitons maintenant voir si ces considérations purement verticales peuvent aussi donner des informations sur le comportement en frottement. Dans ce cadre là, on suppose que le travail de la force de frottement est égal à la perte d’énergie pendant le mouvement de la bille.

Pendant les phases de saut, aucune énergie n'est dissipée. Le travail de la force de frottement F sur une longueur L est donc égal à la somme des énergies dissipées $E_{i,diss}$ pendant les impacts i . Cette dissipation peut s'écrire :

$$E_{diss} = FL = \sum_{i=1}^{N_i} E_{i,diss} \quad (5.5)$$

On note $\langle E_{i,diss} \rangle$ la moyenne de l'énergie dissipée dans un choc. En divisant l'expression 5.5 par la durée T de l'essai, on obtient :

$$\frac{N_i}{T} \langle E_{i,diss} \rangle = \frac{FL}{T} \quad (5.6)$$

et donc avec V la vitesse de glissement, on obtient la force de frottement F et par suite le coefficient de frottement μ_{fr} :

$$F = \frac{1}{V} \frac{N_i}{T} \langle E_{i,diss} \rangle \quad (5.7)$$

$$\mu_{fr} = \frac{1}{mgV} \frac{N_i}{T} \langle E_{i,diss} \rangle \quad (5.8)$$

Par ailleurs, l'énergie dissipée pendant un choc peut être donnée par :

$$E_{i,diss} = \int_0^\tau f(t)v(t)dt \quad (5.9)$$

où f est la force de contact entre le plan et la bille, v leur vitesse relative et τ la durée du choc. Pour évaluer la force de frottement, on reprend le modèle à 1 degré de liberté (section 4.2). Le calcul d'énergie dissipée est effectué pour chaque phase de contact entre la bille et le plan et on compte le nombre de phases de contact. Le résultat en terme de coefficient de frottement est tracé dans la figure 5.3. Qualitativement, les résultats de cette méthode sont bons : le coefficient de frottement présente d'abord un plateau avant d'augmenter sensiblement comme le logarithme de la vitesse de glissement (les abscisses sont en échelle logarithmique). Quantitativement, les valeurs de coefficient de frottement obtenues à haute vitesse correspondent sensiblement à celles observées expérimentalement. En revanche, à basse vitesse, le coefficient de frottement est quasiment nul. En effet, le nombre de phases de contact est alors faible (quelques unités), et les vitesses relatives de la bille et du plan peu importantes, aussi, l'énergie dissipée pendant les quelques phases de contact est donc très faible. Cela ne correspond pas aux expériences.

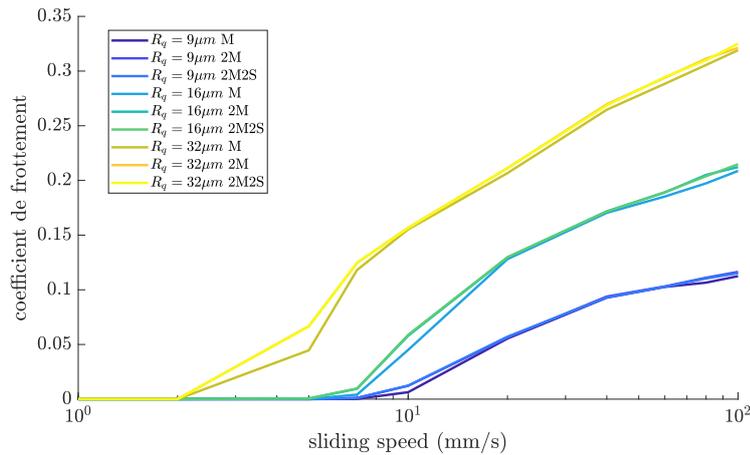


FIGURE 5.3 – Coefficient de frottement obtenu par l’équation 5.8 pour le modèle 1 ddl, pour les différents cas expérimentaux

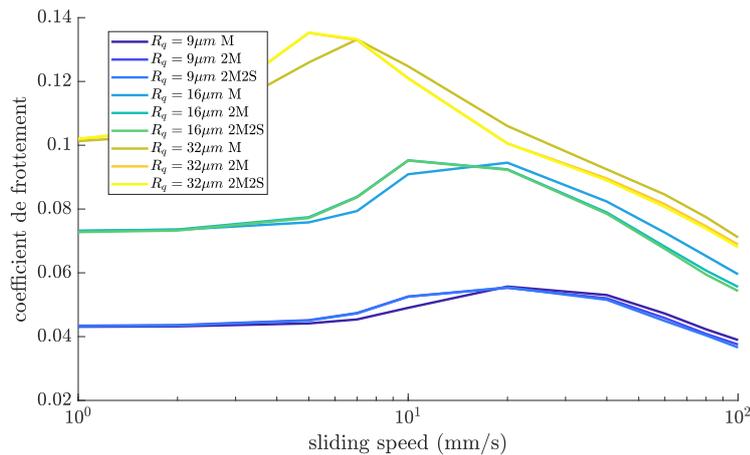


FIGURE 5.4 – Coefficient de frottement obtenu par l’équation 5.12 pour le modèle 1 ddl, pour les différents cas expérimentaux.

5.2.2.2 Bilan énergétique 2

Une seconde méthode énergétique consiste à considérer que l’énergie perdue est l’énergie potentielle de pesanteur dépensée pendant la durée de l’essai. En effet, pendant les phases ascendantes du mouvement du patin, la force de frottement travaille afin d’emmagasiner de l’énergie potentielle de pesanteur. En revanche pendant les phases descendantes, c’est le poids qui travaille. On écrit donc que le travail de la force de frottement sur la

longueur de l'essai FL est égal à l'énergie potentielle de pesanteur gagnée pendant l'essai :

$$FL = mg \sum \Delta z_g^+ \quad (5.10)$$

$$F = \frac{mg \sum \Delta z_g^+}{L} \quad (5.11)$$

$$\mu_{fr} = \frac{\sum \Delta z_g^+}{L}. \quad (5.12)$$

où $\sum \Delta z_g^+$ est la somme des différences d'altitude entre le haut et le bas de chaque phase ascendante de z_g . Le coefficient de frottement obtenu par cette méthode est tracé dans la figure 5.4. Cette méthode donne des coefficients de frottement positifs pour les basses vitesses de glissement et dont les valeurs sont cohérentes avec celles observées expérimentalement. En revanche, ce calcul ne permet pas de rendre compte du comportement croissant à haute vitesse du coefficient de frottement.

5.2.2.3 Conclusion sur les méthodes énergétiques

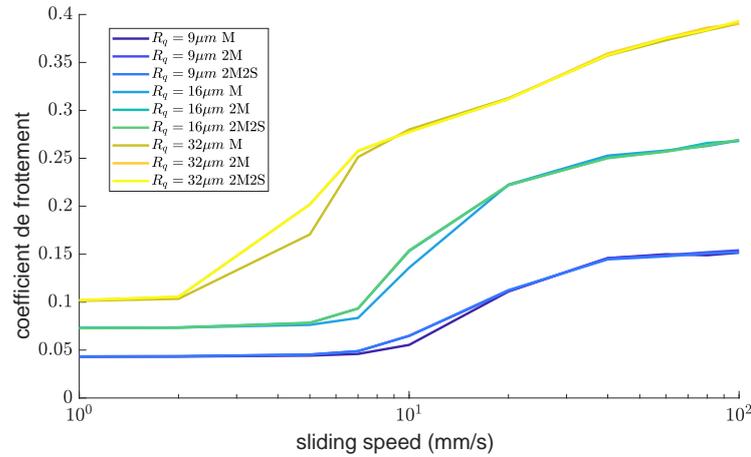


FIGURE 5.5 – Coefficient de frottement obtenu par l'équation 5.13 pour le modèle 1 ddl, pour les différents cas expérimentaux

Les deux méthodes énergétiques proposées permettent d'interpréter les valeurs de coefficient de frottement respectivement pour le régime haute et basse vitesse de glissement. La force de frottement peut également être interprétée comme la somme de ces deux contributions :

$$\mu_{fr} = \frac{\sum \Delta z_g^+}{L} + \frac{1}{mgV} \frac{N_i}{T} \langle E_{i,diss} \rangle \quad (5.13)$$

Ces résultats sont tracés sur la figure 5.5 pour le modèle numérique 1 ddl. Ces résultats sont qualitativement et quantitativement assez cohérents avec les résultats obtenus expé-

rimentalement. L'énergie associée au travail de la force de frottement peut donc être vue comme la somme de l'énergie dissipée pendant les phases de contact et l'énergie potentielle amenée au système. Cette approche est intégrée en temps et en espace et ne permet que d'évaluer la force de frottement moyenne. Dans la suite nous essayerons d'autres approches permettant de faire le lien entre cette force moyenne et les forces instantanées de contact.

5.2.3 Modèle d'impact et quantité de mouvement

Dans les modèles d'impact, la réaction du support est orientée selon la normale au contact. Dans les modèles à 1 et 3 degrés de liberté décrits au chapitre 4, cette orientation de l'effort n'a pas été prise en compte : les plans excitateurs ont un mouvement vertical, et sont horizontaux. L'idée de cette section est de prendre en compte les pentes de l'excitation. Effectivement, dans [50], un effet d'ombrage est mis en avant : plus la vitesse longitudinale de la bille augmente, moins elle pourra frapper les pentes négatives de l'excitation (*cf.* "shadow zone" dans la figure 5.6). L'intuition nous indique alors le comportement suivant : en orientant l'impact normalement au profil excitateur local, la probabilité d'avoir des forces opposées au mouvement augmentera et devrait donc résulter en une augmentation de la force de frottement. C'est cette hypothèse que nous allons tester.

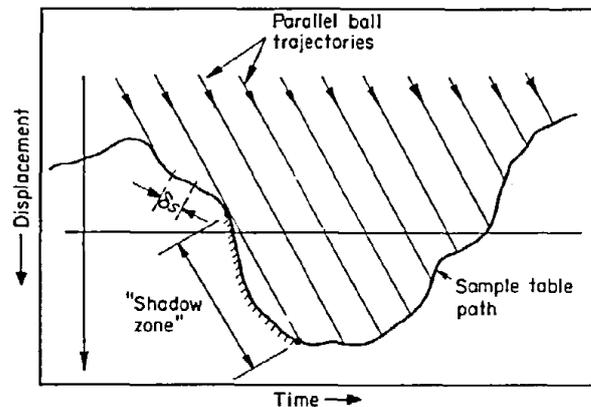


FIGURE 5.6 – Schéma mettant en évidence l'effet d'ombrage lié à la pente de l'excitation et la vitesse d'impact de la bille. *Source* : [56]

On s'intéresse donc à une bille impactant, à une vitesse \vec{V}_B , un plan ayant un angle α avec l'horizontale. Un calcul d'impact sans frottement permet d'obtenir la vitesse après l'impact. On cherche alors la quantité de mouvement horizontale nécessaire au maintien de la vitesse de glissement (vitesse horizontale \vec{V}). Cette approche est schématisée dans la figure 5.7. On considère le plan incliné fixe, la bille seule ayant un mouvement horizontal

et vertical. Soit la vitesse d'impact de la bille \vec{V}_B^- en bleu dont les composantes respectives selon \vec{x} et \vec{y} sont notées V et U^- . L'impact sans frottement, selon la normale au plan \vec{n} renvoie la bille avec une vitesse \vec{V}_B^+ dont la composante selon \vec{n} est identique à celle de \vec{V}_B^- , et dont la composante selon \vec{m} est donnée par un coefficient de restitution $-e$ par rapport à la composante d'arrivée $\mathcal{V} = \vec{V}_B^- \cdot \vec{n}$. Pour maintenir la vitesse constante égale à V selon \vec{x} , une composante de vitesse \vec{V}_A doit être ajoutée. La composante horizontale de cette dernière vitesse donne la quantité de mouvement horizontale nécessaire à maintenir une vitesse constante. Notons que la direction de \vec{V}_A n'a pas d'influence puisque nous ne nous intéressons qu'à sa projection horizontale. Elle est orientée ici afin de conserver le coefficient de restitution e .

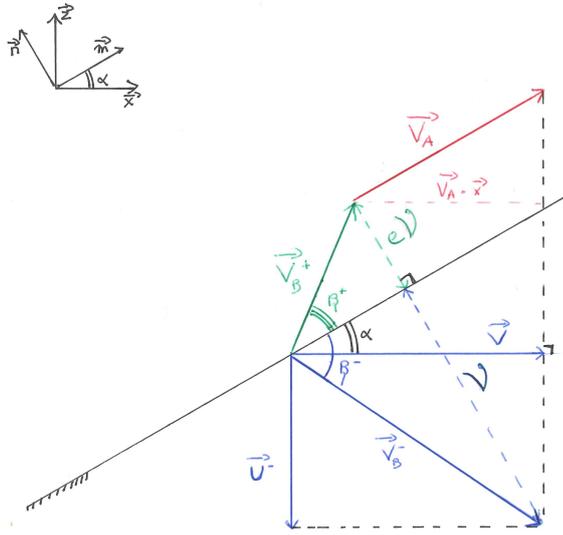


FIGURE 5.7 – Description vectorielle des vitesses d'impact sur un plan incliné.

Pour déterminer $\vec{V}_A \cdot \vec{x}$ en fonction de V , U^- et α , on écrit grâce au schéma 5.7 :

$$V \tan(\beta^- - \alpha) = U^- \implies \beta^- = \alpha + \arctan\left(\frac{U^-}{V}\right) \quad (5.14)$$

$$e = \frac{\tan(\beta^+)}{\tan(\beta^-)} \implies \beta^+ = \arctan(e \tan(\beta^-)) \quad (5.15)$$

$$\|V_B^+\| = \frac{e\mathcal{V}}{\sin(\beta^+)} \quad (5.16)$$

$$\mathcal{V} = \|V_B^-\| \tan(\beta^-) \quad (5.17)$$

$$\|V_B^-\| = \sqrt{V^2 + U^{-2}} \quad (5.18)$$

$$\vec{V}_A \cdot \vec{x} = \left[V - \|V_B^+\| \cos(\beta^+ + \alpha)\right] \quad (5.19)$$

En injectant 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 et 5.18 dans 5.19 :

$$\vec{V}_A \cdot \vec{x} = \left[V - e\sqrt{V^2 + U^{-2}} \tan\left(\alpha + \arctan\left(\frac{U^-}{V}\right)\right) \frac{\cos(\arctan(e \tan(\alpha + \arctan(\frac{U^-}{V}))) + \alpha)}{\sin(\arctan(e \tan(\alpha + \arctan(\frac{U^-}{V})))} \right] \quad (5.20)$$

Finalement on écrit que l'intégrale de la force de frottement moyenne F sur la durée de l'essai T est la somme de ces quantités de mouvement sur l'ensemble des impacts :

$$\sum_{i=1}^{N_i} m \vec{V}_A \cdot \vec{x} = FT \quad (5.21)$$

En faisant la moyenne :

$$\frac{N_i}{T} \langle m \vec{V}_A \cdot \vec{x} \rangle = F \quad (5.22)$$

Afin de déterminer cette moyenne, il faut connaître la probabilité des α en fonction de celle de V et U^- . A priori, $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Cependant, certaines zones sont inatteignables [56],[50] et on constate facilement graphiquement qu'il ne peut y avoir contact que si $\tan(\alpha) \geq \frac{U^-}{V}$ (figure 5.6). Ainsi, à $\frac{U^-}{V}$ donné, la probabilité de toucher dépend de la pente de l'excitation c'est-à-dire de sa dérivée. D'après [50], il faut pondérer la fonction de répartition des pentes de l'excitation telle que :

$$p\left(\alpha \mid \frac{U^-}{V}\right) = \begin{cases} N\left(\frac{U^-}{V}\right) \left(1 - \frac{V}{U^-} \tan(\alpha)\right) p(\alpha) & \text{si } \alpha \in [\arctan(\frac{U^-}{V}), \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.23)$$

Avec $N(\frac{U^-}{V})$ un facteur de normalisation tel que :

$$\int_{\arctan(\frac{U^-}{V})}^{\frac{\pi}{2}} N\left(\frac{U^-}{V}\right) \left(1 - \frac{V}{U^-} \tan(\alpha)\right) p(\alpha) d\alpha = 1 \quad (5.24)$$

On suppose que la répartition des pentes du profil $h' = \partial h / \partial x$ est gaussienne, de moyenne nulle et d'écart-type σ_w :

$$p_{H'}(h') = \frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(h')^2}{\sigma_w^2}} \quad \text{avec } h' \in \mathbb{R} \quad (5.25)$$

Or on a $\alpha = \arctan(h')$ qui est une relation bijective de \mathbb{R} vers $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. On peut donc écrire que $p(\alpha) = \frac{p_{H'}(h')}{\arctan'(h')}$ et donc :

$$p(\alpha) = \frac{1}{\sigma_w \cos(\alpha)^2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\tan(\alpha)^2}{\sigma_w^2}} \quad \text{avec } \alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad (5.26)$$

La distribution des pentes atteintes par la bille (équation 5.23) peut être vérifiée avec le modèle numérique 1 ddl (issu des simulations section 4.2). Dans les figures 5.8, en bleu sont tracées les distributions des angles à l'impact pour le modèle 1 ddl, en rouge sont tracées les distributions données par l'équation 5.23 en prenant la vitesse moyenne d'impact U^- obtenue dans les simulations numériques à 1 ddl. Sur la figure 5.8(a), dans une situation où tout le profil est parcouru, on remarque que les valeurs prises par α sont en réalité bien moins larges que $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, les angles du profil excitateur étant de l'ordre de $0.1rad$. Sur la figure 5.8(b), dans une situation où il y a des impacts, on remarque que la distribution des angles est tronquée à gauche. Finalement, on peut calculer la moyenne

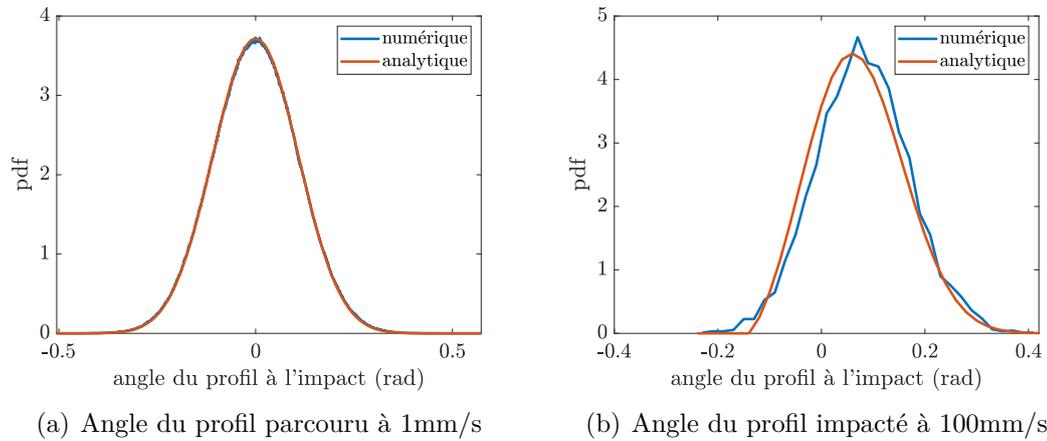


FIGURE 5.8 – Histogramme numérique (bleu) et densité de probabilité analytique (rouge) de l'angle du profil excitateur lors des contacts

de $\vec{V}_A \cdot \vec{x}$ en notant que $\langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)p(x)dx$:

$$F = \frac{N_i}{T} m \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{V}_A \cdot \vec{x} p\left(\alpha \left| \frac{U^-}{V} \right.\right) d\alpha \quad (5.27)$$

Le rapport $\frac{U^-}{V}$ peut être extrait des simulations numériques à 1 ddl (de la même manière que la vitesse d'éjection à la section 4.2.3.2). Le rapport $\frac{N_i}{T}$ est lui aussi extrait des simulations 1 ddl et a déjà été évalué dans les sections précédentes. Les valeurs de m et e sont celles utilisées pour la simulation numérique. Enfin la valeur de σ_w est celle des profils d'excitation utilisés. Sur la figure 5.9 sont tracés les coefficients de frottement obtenus grâce à l'équation 5.27 pour le modèle 1 ddl. À haute vitesse, ce coefficient de frottement est croissant avec la vitesse de glissement et les valeurs pour la patin de $Rq = 32\mu m$ sont cohérentes avec les expériences. En revanche, à basse vitesse, le coefficient de frottement prend des valeurs négatives, ce qui s'explique principalement par le fait que le modèle d'impact est inadapté pour décrire un régime de contact permanent qui prévaut à basse

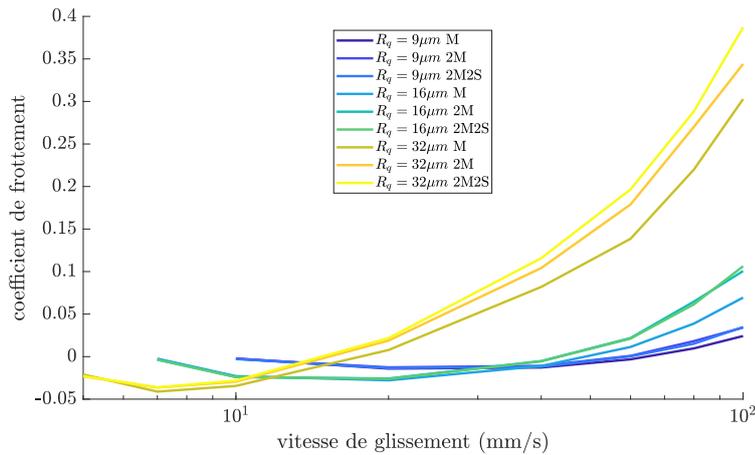


FIGURE 5.9 – Coefficient de frottement obtenu par l’équation 5.27 pour le modèle 1 ddl pour les différents cas expérimentaux.

vitesse. En effet, cette méthode tient compte de vitesses d’impact qui sont des événements extrêmement rares et ne sont pas représentatifs des contacts dans leur durée. Par ailleurs, les valeurs pour les rugosités 9 et $16\mu m$ sont assez éloignées des valeurs expérimentales, probablement pour les mêmes raisons.

5.3 Modèle numérique de force tangentielle

Les méthodes analytiques et semi-analytiques présentées dans la section précédente sont des pistes permettant d’interpréter la force de frottement. Le modèle Rate&State ne permet pas de donner, en l’état, d’interprétation physique, l’évolution du modèle avec la vitesse de glissement ne reposant plus que sur la détermination de constantes expérimentales. Les modèles énergétiques considérant pour l’un, l’énergie dissipée pendant les impacts, pour l’autre, l’énergie nécessaire à passer par dessus les aspérités, permettent de justifier respectivement les coefficients de frottement observés à haute et basse vitesse. Enfin un modèle d’impact considérant les pentes permet de trouver une force de frottement croissante avec la vitesse de glissement, mais les résultats sont cependant moins satisfaisants qu’espérés.

Toutefois, aucun de ces modèles ne permet de calculer une force de frottement instantanée, tangentielle au glissement, à partir des conditions de contact. À partir des modèles numériques à 1 et à 3 degrés de liberté décrit au chapitre 4, une nouvelle piste pour expliquer la force de frottement est proposée. Ce modèle fait apparaître explicitement à chaque instant une force tangentielle au glissement en intégrant les pentes du profil d’excitation directement comme paramètre d’entrée.

5.3.1 Description du modèle

Dans la suite on distingue deux choses, topographie excitatrice et excitation. D'une part, la topographie excitatrice dépend de la position longitudinale, elle est appelée $z_i(x)$ dans la section 3.3.1. D'autre part, l'excitation du modèle correspond à l'évolution temporelle de la hauteur du plan sous chaque bille $h_i(t)$ et est reliée à la topographie excitatrice par $h_i(t) = z_i(Vt)$.

On reprend ici les modèles numériques décrits dans les sections 4.2.1 et 4.3.1 en y ajoutant les pentes : la force de réaction de Hertz, \vec{F}_r , s'exerce dans la direction normale à la topographie excitatrice. La composante verticale \vec{F}_v est utilisée pour construire la dynamique verticale ; la composante horizontale, \vec{F}_t , est assimilée à la force de frottement comme représenté sur le schéma Fig. 5.10. On reprend aussi le modèle décrit plus tard dans la section 6.2 : il s'agit d'un modèle à 3 degrés de liberté du patin présentant un nombre quelconque de points de contact potentiel avec la surface. Le cas simulé utilise 25 points de contact potentiel. Nous avons donc un modèle à un degré de liberté (auquel on se réfère par "1 ddl" ou "1 point de contact"), et deux modèles à 3 degrés de liberté, 3 et 25 points de contact potentiel (auxquels on se réfère par leur nombre de points de contact potentiel).

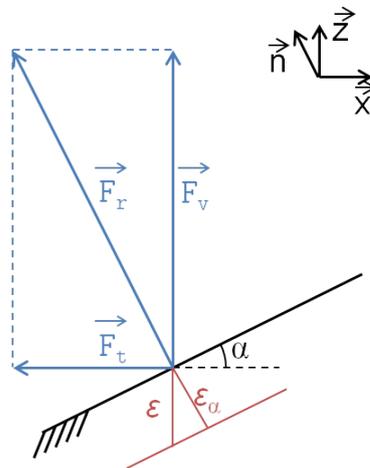


FIGURE 5.10 – Schéma montrant le calcul des forces tangentielle et verticale en tenant compte des pentes (angle α).

Soit α la pente de la topographie excitatrice à un instant donné. On considère ε_α l'indentation normale au plan à ce même instant, positive lorsqu'il y a contact. Pour calculer la force \vec{F}_r , qu'il s'agisse du modèle à 1, 3 ou 25 points de contact, on écrit pour

chaque point de contact potentiel (*cf.* équations 4.6, 4.9) :

$$\vec{F}_r = \mathfrak{K} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon_\alpha) \vec{n} + c \dot{\varepsilon}_\alpha \left(\frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon_\alpha) \vec{n} \quad (5.28)$$

$$\vec{F}_r = \mathfrak{K} (\varepsilon \cos(\alpha))^{\frac{3}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon \cos(\alpha)) \vec{n} + c \dot{\varepsilon} \cos(\alpha) \left(\frac{\varepsilon \cos(\alpha)}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \mathcal{H}(\varepsilon \cos(\alpha)) \vec{n} \quad (5.29)$$

où \mathcal{H} est la fonction d'Heaviside et \mathfrak{K} une constante dépendant des propriétés de matériau et de topographie (*cf.* section 1.2.1.1). Il suit que les composantes horizontales \vec{F}_t et verticales \vec{F}_v s'écrivent :

$$\vec{F}_t = \mathfrak{K} (\varepsilon \cos(\alpha))^{\frac{3}{2}} \sin(\alpha) \mathcal{H}(\varepsilon \cos(\alpha)) \vec{x} + c \dot{\varepsilon} \cos(\alpha) \left(\frac{\varepsilon \cos(\alpha)}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \sin(\alpha) \mathcal{H}(\varepsilon \cos(\alpha)) \vec{x} \quad (5.30)$$

$$\vec{F}_v = \mathfrak{K} (\varepsilon \cos(\alpha))^{\frac{3}{2}} \cos(\alpha) \mathcal{H}(\varepsilon \cos(\alpha)) \vec{z} + c \dot{\varepsilon} \cos(\alpha) \left(\frac{\varepsilon \cos(\alpha)}{\varepsilon_{eq}} \right)^{\frac{q}{2}} \cos(\alpha) \mathcal{H}(\varepsilon \cos(\alpha)) \vec{z} \quad (5.31)$$

La force tangentielle résultante est donnée par la somme des forces aux différents points en contact. Dans les expériences, les paramètres d'inertie, d'aire apparente et de topographie ont été variés. Ce modèle permet bien de prendre en compte ces trois influences :

- Les paramètres d'inertie apparaissent dans les équations de la dynamique
- L'aire apparente est présente de deux manières. Premièrement, les topographies excitatrices sont le résultat d'un filtrage géométrique dont un des paramètres principaux est l'aire apparente du contact. Deuxièmement dans les simulations à 3 degrés de liberté (3 et 25 points de contact potentiel), la position des contacts potentiels dépend de l'aire apparente.
- La topographie des surfaces intervient dans la construction des excitations.

En notant $\vec{F}_t = F_t \vec{x}$, le coefficient de frottement est calculé pour chaque simulation par :

$$\mu = \frac{\langle F_t \rangle}{mg}. \quad (5.32)$$

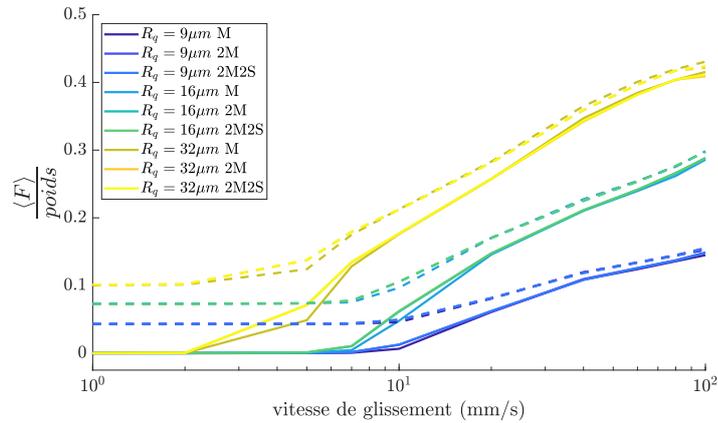
On reprend ici les paramètres de simulation donnés dans le chapitre 4 : les excitations sont générées à partir de surfaces simulées ayant les propriétés des surfaces expérimentales et on reprend les valeurs de q (exposant de la composante d'amortissement, 1/2), R^* (rayon équivalent du contact de Hertz, obtenu à partir du rayon de courbure des surfaces $R_{rms}/2$, reporté tableau 2.1) et e (coefficient de restitution, 0.4) utilisées précédemment.

5.3.2 Résultats des simulations

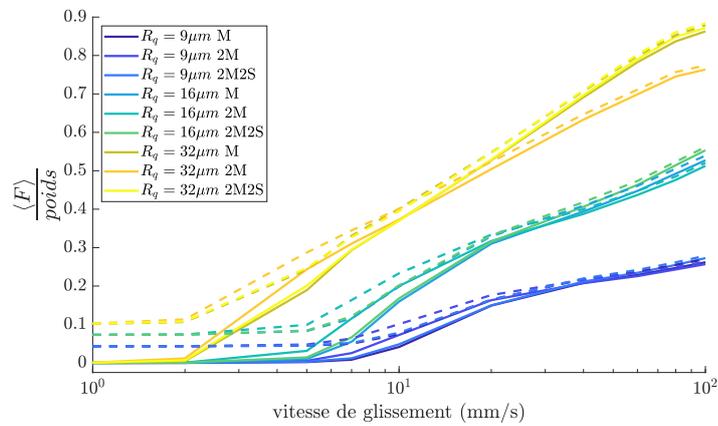
Dans la figure 5.11(a) sont tracées en trait plein les valeurs de coefficient de frottement obtenues numériquement avec le modèle à 1 degré de liberté. Ce modèle reproduit le comportement observé expérimentalement : indépendance du coefficient de frottement vis-à-vis des paramètres de masse et d'aire de contact apparente, et croissance du coefficient de frottement avec la rugosité des surfaces. Les valeurs obtenues pour les hautes vitesses de glissement sont de l'ordre de grandeur de celles obtenues expérimentalement. De même on obtient un coefficient de frottement qui augmente de manière quasi-logarithmique avec la vitesse de glissement dans le régime dynamique. En revanche, la valeur obtenue à faible vitesse de glissement est nulle alors qu'elle est strictement positive expérimentalement. Cette différence peut être interprétée de deux manières :

- La première consiste à remarquer que la valeur du coefficient de frottement obtenue numériquement tient compte de la possibilité d'avoir une force de frottement “négative” –dans le sens du mouvement– lorsque la pente suivie par le profil est négative alors que le capteur de force monté sur le stoppeur n'est sensible qu'aux forces s'opposant au mouvement et donne une valeur nulle le reste du temps. Le coefficient de frottement obtenu en considérant une force nulle, quand la force de frottement est négative ou nulle, est tracé en pointillés sur la figure 5.11. La prise en compte de cette considération donne des coefficients de frottement qui se comportent de manière similaire à ceux observés expérimentalement, nettement positifs à faible vitesse de glissement.
- La seconde concerne la nature du contact entre les surfaces. A haute vitesse, le patin ne fait qu'impacter la surface, on peut alors supposer que l'essentiel de l'effort est normal au contact : le modèle de pente est alors valide. À faible vitesse, le contact est ininterrompu pendant le glissement menant à l'ajout d'une composante tangentielle au contact, comme le labourage ou le frottement adhésif. Ce type de composantes n'est absolument pas pris en compte dans le modèle proposé ici.

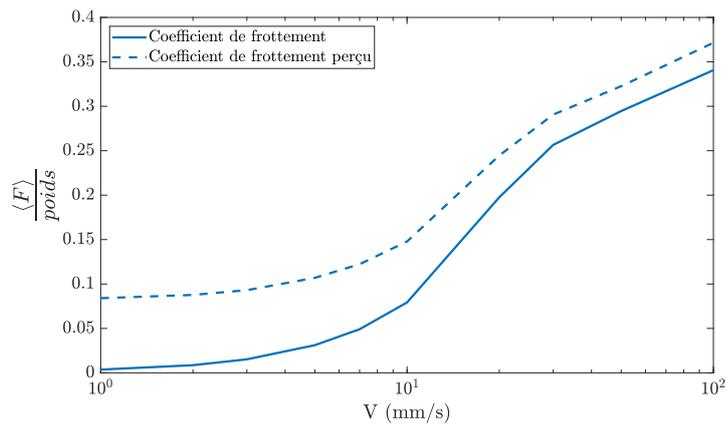
Dans la figure 5.11(b), sont tracés les coefficients de frottement pour le modèle numérique à 3 points de contact potentiel. De la même manière que pour le modèle numérique à 1 degré de liberté, le coefficient de frottement à faible vitesse est nul car il prend en compte les forces dans le sens du mouvement. En pointillés sont donc tracés les coefficients de frottement perçus, opposés au mouvement. Les valeurs de coefficients de frottement obtenues avec le modèle à 3 billes sont deux fois supérieures à celles obtenues avec le modèle 1 ddl. Hormis cette différence de valeur, les évolutions des deux modèles sont très similaires. Par ailleurs, dans ces deux modèles (1 et 3 points de contact), les vitesses auxquelles on observe un changement de comportement sont identiques. L'augmentation



(a) Coefficient de frottement, modèle à 1 degré de liberté



(b) Coefficient de frottement modèle 3 points de contact potentiel



(c) Coefficient de frottement modèle 25 points de contact potentiel

FIGURE 5.11 – Coefficient de frottement obtenu avec les modèles numériques. En lignes continues sont tracés les coefficients de frottement moyens totaux, en pointillés les coefficients de frottement perçus, obtenus en considérant $\frac{F_t + |F_t|}{2}$ au lieu de F_t .

nette du coefficient de frottement commence à 2mm/s pour la surface $R_q = 32\mu\text{m}$, entre 5 et 7mm/s pour la surface $R_q = 16\mu\text{m}$, et à 7mm/s pour la surface $R_q = 9\mu\text{m}$. L'influence des paramètres de masse et d'aire apparente sur cette transition est faible, montrant que celle-ci dépend essentiellement des paramètres de topographie. Pour rappel, dans la section 4.1.4, les distributions de la dérivée seconde du mouvement $z_g(x)$ du patin avaient été comparées au paramètre g/V^2 et, en considérant σ_a l'écart-type de la dérivée seconde de la topographie excitatrice, une vitesse critique avait été calculée :

$$V_c = \sqrt{\frac{g}{\sigma_a}} \quad (5.33)$$

où g est l'accélération de la pesanteur. Sur la figure 5.12 sont tracés les coefficients de frottement en fonction de V/V_c pour les modèles 1 ddl et 3 ddl à 3 points de contact. Le paramètre V_c semble approprié pour localiser la transition, celle-ci s'effectuant aux alentours de $V_c = 1$.

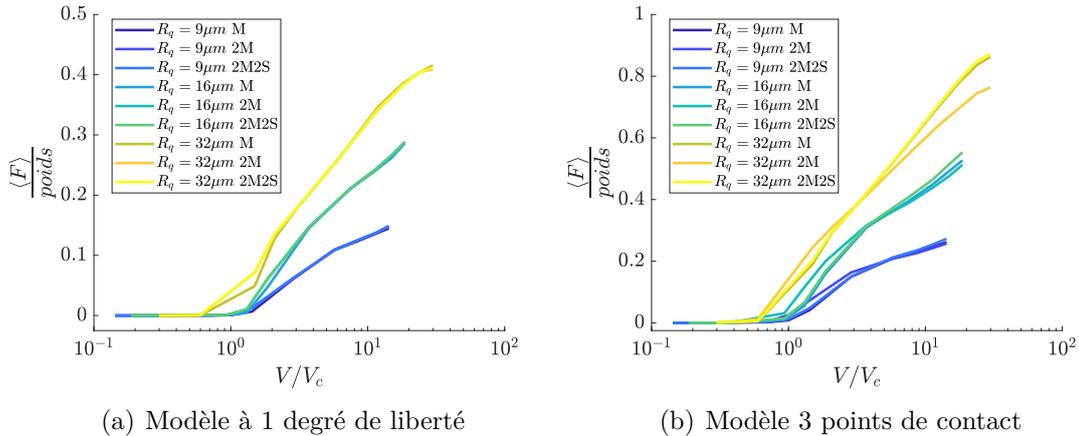


FIGURE 5.12 – Coefficient de frottement en fonction de la vitesse adimensionnée obtenu avec les modèles numériques

Pour le modèle à n contacts, sur la figure 5.11(c), le début de l'augmentation est plus difficile à identifier. L'augmentation du nombre de contacts semble mener à une transition plus douce qu'avec la modélisation à 3 billes. Cela peut être relié à la transition douce observée expérimentalement entre un plateau et une augmentation du coefficient de frottement avec la vitesse. En effet si l'augmentation du nombre de points de contact potentiel résulte en une transition plus douce, alors le passage de 25 aspérités modèles vers une surface continue devrait aussi résulter en une transition plus douce.

5.3.3 Effet des paramètres de l'excitation

Le modèle Bouncing-Ball donne les résultats les plus proches des expériences et sont les plus rapides à calculer. On utilise donc ce modèle pour étudier l'influence de la topographie. On cherche à déterminer si, dans ce modèle, le paramètre important est l'amplitude de l'excitation ou les pentes de l'excitation. Pour cela on réalise plusieurs simulations en modifiant les topographies excitatrices déjà utilisées évitant ainsi de nouvelles simulations de filtrage géométrique. Les topographies excitatrices sont caractérisées par un vecteur de position verticale z_i et un pas de discrétisation entre ces valeurs dx . On modifie ces grandeurs de la manière suivante :

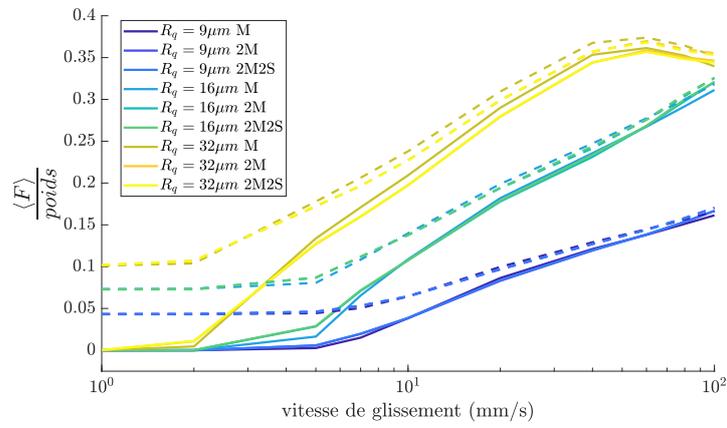
- la discrétisation horizontale dx et la topographie excitatrice z_i sont toutes deux divisées par deux. On a ainsi divisé la valeur rms de la topographie excitatrice par deux tandis que sa pente rms σ_w reste la même. La courbure rms σ_a est, elle, multipliée par deux.
- la discrétisation horizontale dx est multipliée par deux et la topographie excitatrice z_i est conservée. On a ainsi conservé la valeur rms de la topographie excitatrice tandis que sa pente rms σ_w est divisée par deux. La courbure rms σ_a est divisée par 4.

Sur les figures 5.13(a) et 5.13(b), sont tracés les résultats de simulation. En comparant ces figures à la figure 5.11(a), les influences de l'amplitude de la topographie excitatrice, de sa pente et de sa courbure peuvent être déduites. Lorsque l'amplitude de l'excitation est divisée par deux et que la pente est conservée, le coefficient de frottement n'est pas modifié. À l'inverse, lorsque la valeur de la pente rms est divisée par deux et que l'amplitude est conservée, les coefficients de frottement sont eux aussi divisés par deux. Dans les deux cas étudiés, la courbure a été modifiée. Cependant, comme les résultats des simulations sont différents de ceux de la simulation initiale dans un cas et pas dans l'autre, on en déduit que σ_a n'a pas d'influence sur la valeur du coefficient de frottement. Finalement, seul σ_w a une influence sur la valeur du coefficient de frottement.

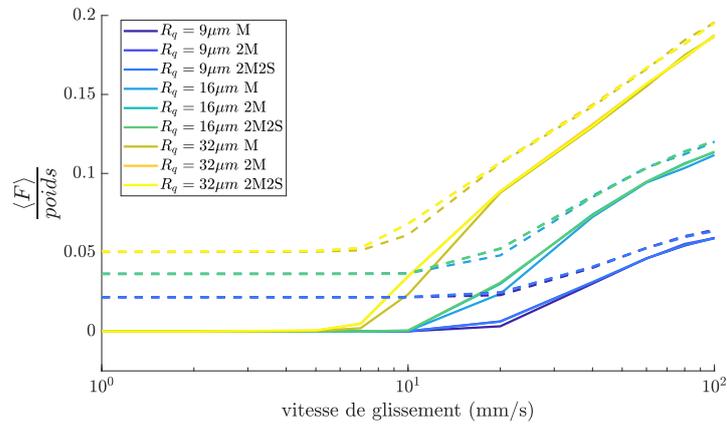
Ce résultat est cohérent avec le modèle de contact utilisé et ce de deux manières. Premièrement, la valeur maximale de la force pendant un choc dépend, outre les paramètres de masse et du matériau, de la vitesse d'impact [29]. Or la vitesse moyenne d'impact est elle-même pilotée par la pente rms de l'excitation [56]. Plus la pente rms est importante plus la vitesse moyenne d'impact augmente et plus la force maximale pendant le choc est importante. Finalement, la force tangentielle moyenne est d'autant plus importante que la pente rms est importante. Deuxièmement, la projection de la force sur l'axe horizontal est donnée par le sinus de l'angle du profil avec l'horizontale. L'angle moyen est d'autant plus grand que la pente rms est grande. À norme de la force de contact donnée, la projection

est donc d'autant plus grande que la pente rms est grande.

Pour conclure sur les influences des différentes propriétés de l'excitation sur le coefficient de frottement : l'amplitude rms n'a pas d'influence, la pente rms σ_w fixe le niveau du coefficient de frottement et la courbure rms σ_a fixe le début de l'augmentation du coefficient de frottement. Ces résultats sont tracés pour l'ensemble des simulations à 1 degré de liberté (excitation originale et modifiée) sur la figure 5.14, l'axe horizontal correspond à la vitesse adimensionnée V/V_c , l'axe vertical représente le coefficient de frottement divisé par la pente rms σ_w . Ces normalisations n'ont pas pu être confirmées par les expériences.



(a) Coefficient de frottement pour l'excitation de pente rms conservée et d'amplitude rms divisée par deux.



(b) Coefficient de frottement pour l'excitation de pente rms divisée par deux et d'amplitude rms conservée.

FIGURE 5.13 – Coefficient de frottement obtenu avec le modèle à 1 ddl en modifiant les excitations par rapport à la figure 5.11(a). En lignes continues sont tracés les coefficients de frottement moyens totaux, en pointillés les coefficients de frottement perçus par le capteur de force.

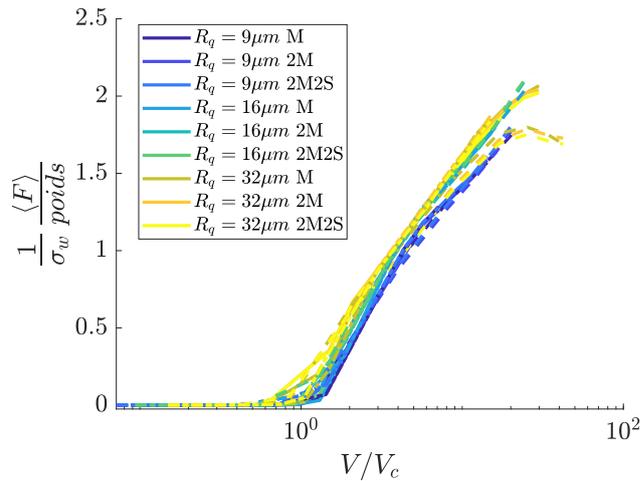


FIGURE 5.14 – Ensemble des coefficients de frottement issu des simulations 1 ddl tracés en fonction de V/V_c . En trait plein les simulations avec les excitations initiales, en pointillés les excitations σ_w , $2\sigma_a$ et $R_q/2$ et en trait mixte les excitations $\sigma_w/2$, $\sigma_a/4$ et R_q

5.4 Conclusion

Expérimentalement, on peut faire le constat que le coefficient de frottement moyen augmente avec la vitesse de glissement. On note l'influence de la rugosité des surfaces sur ce coefficient de frottement, celui-ci augmente quand la rugosité augmente. En revanche, et conformément aux modèles classiques de frottement (Amontons-Coulomb, Rate&State), le coefficient de frottement ne semble pas dépendre de la charge normale ou de la surface apparente de contact. Pour expliquer ces observations, nous avons proposé quatre modèles différents avec des résultats plus ou moins satisfaisants.

Le première modèle repose sur les lois Rate&State. Si leur comportement logarithmique permet de rendre compte de l'évolution du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement, la forme obtenue pour le coefficient de frottement ne permet pas de donner une interprétation physique à cette évolution.

Le second modèle proposé interprète la force de frottement comme associée à l'énergie apportée par la topographie et dissipée par le système. Cette énergie comprend deux composantes. La première dépend de la dissipation liée à la déformation des solides pendant le contact. Cette énergie, très faible à vitesse nulle, augmente avec la vitesse de glissement pendant le régime dynamique. La deuxième composante est liée au mouvement macroscopique du patin et à l'énergie qu'il faut lui fournir pour franchir les aspérités. Cette énergie potentielle accumulée pendant les phases ascendantes du patin n'est pas récupérée par la topographie pendant les phases descendantes. Elle a une valeur non nulle à vitesse faible puis diminue avec la vitesse de glissement. La somme de ces deux contributions permet

de retrouver le comportement observé expérimentalement, donnant une interprétation physique à la force de frottement.

Le troisième modèle proposé aborde le problème sous l'angle de la théorie des impacts, sur des plans inclinés représentant les pentes de la topographie excitatrice. En recherchant la quantité de mouvement nécessaire à maintenir une vitesse de glissement constante, on obtient une force de frottement. Si le comportement du coefficient de frottement obtenu par cette méthode est croissant avec la vitesse de glissement, il peut aussi prendre des valeurs négatives à basse vitesse. Ce comportement est assez peu satisfaisant. Cela peut être dû à une mauvaise représentation du régime basse vitesse par ce modèle. En effet, celui-ci ne prend pas en compte les phases où le patin reste en contact quasi-continu avec la surface inférieure.

Le dernier modèle proposé intègre les pentes de la topographie excitatrice dans les simulations numériques à un et trois degrés de liberté. Ce dernier modèle permet d'obtenir directement une force instantanée, tangentielle au glissement. Cette méthode fournit des résultats concordants avec les résultats expérimentaux.

La méthode énergétique et le modèle numérique intégrant les pentes de la topographie excitatrice fournissent des résultats en accord avec les expériences. Ces deux méthodes donnent cependant des interprétations assez éloignées pour l'origine de la force de frottement. L'une la relie à des pertes énergétiques nettes lors des phases de contact tandis que l'autre l'associe strictement à la topographie. La validité de l'un ou l'autre de ces modèles passe par la confrontation aux résultats expérimentaux de force de frottement. Cependant, ceux-ci ne peuvent être pour l'instant envisagés qu'en terme de moyennes sur l'ensemble de l'essai. Une connaissance de la force instantanée de frottement ainsi qu'une connaissance des intensités des pressions dans les micro-contacts permettraient une meilleure compréhension expérimentale des phénomènes en jeu et de confirmer ou non les modèles avancés.

Chapitre 6

Statistiques spatio-temporelles des contacts locaux

Aux chapitres précédents, nous avons fait des hypothèses fortes sur le nombre de points de contact entre les deux surfaces pour le cas de faible charge, supposant que celui-ci est exclusivement imposé par l'équilibre isostatique et donc égal à trois. Des expériences avec le patin multi-voies, avec ses 25 aspérités, décrites au chapitre 2 doivent permettre de valider cette hypothèse. Les expériences doivent également permettre de caractériser la répartition spatiale des contacts sur la surface du patin.

La patin multi-voies permet par ailleurs de suivre dans le temps l'évolution du contact entre chaque aspérité et la surface. Nous aurons ainsi directement accès à la longueur glissée des micro-contacts qui intervient dans les modèles de force de frottement comme le modèle Rate&State ou celui de Rabinowicz qui ont été détaillés dans la section 1.2.1.4.

Pour consolider ces résultats expérimentaux, notre modèle numérique à 3 billes (chapitre 4) a été étendu à un nombre quelconque d'aspérités.

6.1 Résultats expérimentaux

6.1.1 Proportion du temps passé en vol

Afin de vérifier que le patin multi-voies, constitué d'un nombre très réduit d'aspérités, se comporte de manière similaire aux patins massifs, on trace en rouge dans la figure 6.1 la proportion du temps passé en vol, mesuré avec le vibromètre vertical, en fonction de la vitesse de glissement. Le comportement est similaire, permettant de discriminer un régime basse vitesse et un régime haute vitesse. Les conditions de contact, apparemment plus sévères à en juger par le bruit produit lors des essais, ont conduit à limiter la plage

d'étude aux vitesses inférieures à 50mm/s.

Par ailleurs, le patin multi-voies permet de mesurer la présence d'un contact électrique entre chacune des aspérités et la surface. Cette mesure électrique permet, elle aussi, de donner une proportion du temps passé en vol. Celle-ci est aussi tracée sur la figure 6.1, en bleu. Elle est très inférieure à celle mesurée à l'aide du vibromètre laser. En effet le contact électrique ne se comporte pas comme le contact mécanique. Le contact électrique peut être établi alors que le contact mécanique, lui, n'existe pas encore, par exemple lorsque la tension de contact dépasse la tension de claquage de l'air entre les aspérités modèles et la surface rugueuse. Des arcs électriques sont d'ailleurs observables pendant les essais. La mesure du contact électrique donne donc des durées de contact supérieures à la durée du contact mécanique et donc une proportion du temps passé en vol inférieure.

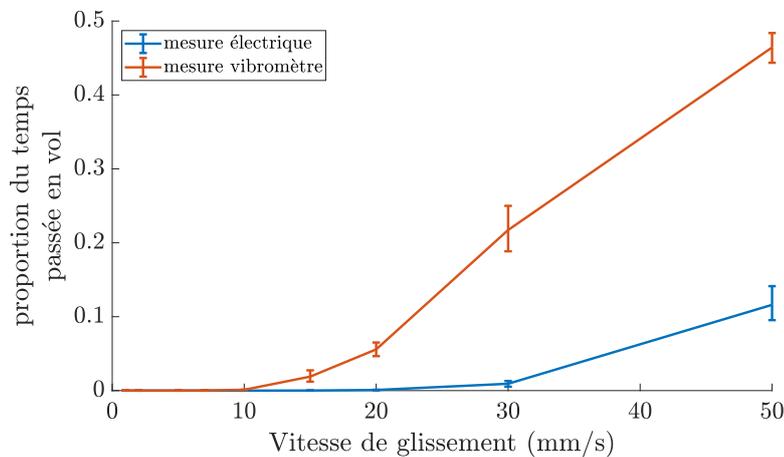


FIGURE 6.1 – Proportion du temps passé en vol pour le patin multi-voies évaluée à partir des mesures électriques et vibratoires

6.1.2 Nombre de points de contact et répartition

Une des principales hypothèses effectuées pour la mise en place des modèles (section 3.3.1, chapitres 4 et 5) concerne le nombre de points de contact simultanés d'une part, et leur répartition sur la surface d'autre part. Nous nous proposons dans cette section d'apporter une réponse à chacune de ces deux questions.

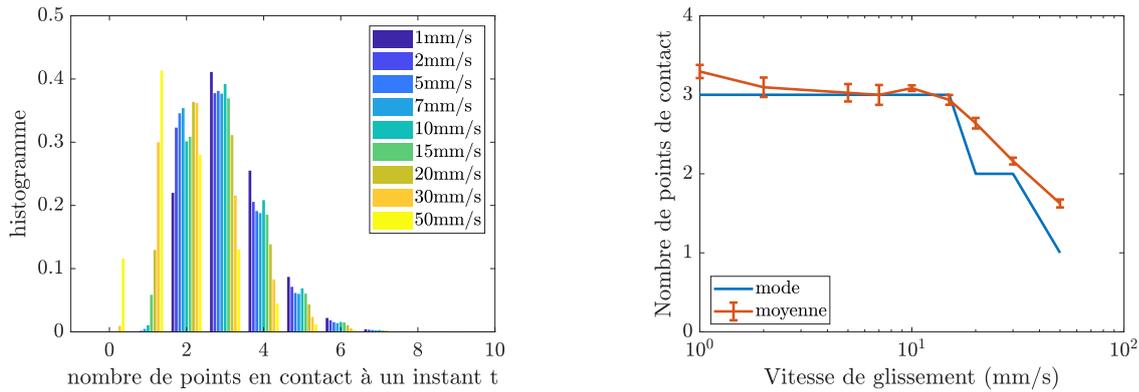
6.1.2.1 Nombre de points de contact

À tout instant, on peut compter le nombre de points en contact avec la surface opposée et tracer l'histogramme du nombre de points de contact à chaque pas de temps de mesure. Cet histogramme varie avec la vitesse de glissement. Sur la figure 6.2(a), ces histogrammes

sont tracés pour l'ensemble des vitesses étudiées, de la plus lente en bleu à la plus rapide en jaune. On note que les phases de vol sont prises en compte ce qui justifie qu'il existe des états de contact à zéro point de contact.

À basse vitesse, on remarque que le mode de ces distributions, c'est-à-dire le nombre de points de contact le plus probable, est de trois. Cependant on voit que ce nombre de points de contact peut également transitoirement atteindre huit, représentant alors une déviation relativement importante par rapport à l'équilibre isostatique. Dans les chapitres 3 et 4 le nombre d'aspérités en contact entre les surfaces à basse vitesse était estimé à quelques unités (≥ 3) sans avoir pour autant accès directement à cette quantité. Les expériences faites avec le patin multi-voies montrent que cette estimation est bonne dans le sens où trois aspérités en contact correspondent au nombre d'aspérités en contact le plus probable. Cependant, ce nombre de contacts est distribué et des conditions de contact plus sévères, par exemple une charge normale plus importante que celles testées ici, pourraient amener à un nombre de contact le plus probable supérieur à trois. En effet le patin multi-voies utilisé a une masse de 70g, ses 25 aspérités sont espacées longitudinalement, et ont un écart-type relativement important ($15\mu m$) sur une surface ayant une rugosité importante ($32\mu m$). On peut supposer qu'une masse plus importante du patin impose une déformation plus grande des aspérités et donc que de nouvelles aspérités rentrent en contact, qui plus est, pour des aspérités de plus faibles amplitudes et plus nombreuses que dans le cas du patin multi-voies. Au chapitre 3, nous nous intéressions au contact entre deux surfaces continues –présentant donc un grand nombre d'aspérités potentiellement impliquées dans un micro-contact– de rugosité $9\mu m$ sous une charge de 104g. On comprend alors qu'il ait fallu supposer un nombre de points de contact le plus probable égal à 15, pour le modéliser.

Lorsque la vitesse augmente, le mode du nombre de points de contact instantané se décale vers les petits nombres de contacts. À $50mm/s$ la proportion du temps passé en vol ne dépasse pas 50% (figure 6.1). Cependant lorsque cette proportion sera atteinte, on s'attendra à ce que le mode des points de contact atteigne zéro. Afin de représenter graphiquement ce décalage progressif, sur la figure 6.2(b), le mode et la moyenne du nombre de points de contact sont tracés en fonction de la vitesse. À basse vitesse, ces nombres sont constants, égaux à trois, puis entament une décroissance à partir de la vitesse de transition entre les deux régimes. Cette grandeur comporte donc elle aussi la signature de la transition entre les deux régimes de glissement (régime de contact continu et régime de sauts).



(a) histogrammes du nombre de points de contact simultanés. Les histogrammes discrets sont représentés pour chaque vitesse dans une couleur différente.

(b) mode et moyenne du nombre de points de contact simultanés en fonction de la vitesse

FIGURE 6.2 – Statistiques expérimentales du nombre de points simultanés de contact en fonction de la vitesse de glissement

6.1.2.2 Répartition spatiale des contacts

Dans la section 3.3.1, pour simplifier l'expression de l'altitude du centre de gravité du patin, une hypothèse est faite. On suppose ainsi que statistiquement, la distance de chacun des points de contact par rapport au centre de la surface est la même. Cette hypothèse permet de considérer qu'en moyenne, l'iso-barycentre des contacts à un instant t se superpose au centre de la surface de contact. On peut traduire cette hypothèse comme une contrainte sur la fonction de répartition d'apparition des contacts sur la surface. Il faut que celle-ci soit de symétrie centrale, centrée sur le centre de la surface. Pour valider cette hypothèse, on testera directement si la position moyenne de l'iso-barycentre des contacts simultanés se situe au centre du patin.

D'autre part, dans le modèle numérique à 3 degrés de liberté décrit au chapitre 4.3.2, la répartition des contacts est supposée uniforme sur la surface du patin : quelles que soient leurs positions, toutes les aspérités d'une surface ont les mêmes chances d'être en contact. Cette hypothèse a permis de donner une position fixe aux trois points de contact potentiel du modèle et de simplifier ainsi considérablement la simulation.

Les essais réalisés avec le patin 25 voies doivent permettre d'apporter des éléments de réponse sur la validité de ces deux hypothèses (position du centre et forme de la distribution des contacts sur la surface de contact).

Tout d'abord, pour justifier une répartition des points de contact centrée sur la surface de contact, on trace sur la figure 6.3, la moyenne des barycentres des contacts à un instant t pour les différentes vitesses. Bien que ce point reste fixe avec V , avec une position

sensiblement au centre de la surface, il existe un léger décalage de l'ordre du millimètre sur l'avant-gauche du patin. Il reste fixe quand la vitesse de glissement varie. Ce décalage peut avoir deux sources. La première serait liée à la dynamique du patin : la position d'équilibre est modifiée par le glissement introduisant une légère rotation [49] qui pourrait favoriser les contacts d'un côté du patin. Cependant un tel effet est aussi lié à la vitesse de glissement et présenterait probablement une transition aux mêmes vitesses que les grandeurs dépendantes de la dynamique. Or on ne repère pas de tels changements. La seconde source serait un biais expérimental lié à la position de la limande (connecteur électrique en nappe) permettant la mesure électrique du contact. Des essais en tournant le patin de 90° ont permis de confirmer l'existence d'une influence de cette limande, montrant à nouveau un décalage des contacts du côté de la limande. Ce décalage est cependant suffisamment faible pour que l'hypothèse de modélisation qui centre les points de contact potentiel autour du centre de la surface puisse être considérée.

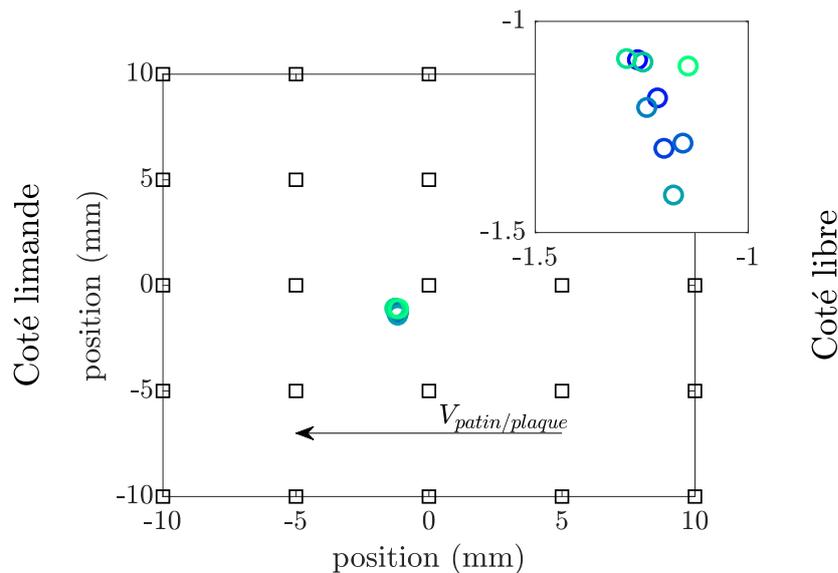


FIGURE 6.3 – Position moyenne du barycentre des contacts à un instant donné pour chaque vitesse de glissement, le point le plus clair représentant la vitesse la plus grande. Les \square positionnent les 25 aspérités modèles. Dans l'insert est présenté un zoom sur la position des barycentres. La limande de connexion est à gauche sur cette figure

En gardant à l'esprit ce biais expérimental, on s'intéresse à la proportion du temps que chacune des aspérités a passé en contact avec la surface, afin de qualifier la répartition des points de contact sur la surface. Sur la figure 6.4, le temps passé en contact, divisé par le temps total de l'essai, est visualisé pour chacune des aspérités. Celui-ci est tracé pour une vitesse de glissement égale à 1mm/s sur la figure 6.4(a). Pour les vitesses supérieures

on ne note pas de changement qualitatif particulier (figure 6.4(b)). Ce graphique amène à relativiser l'hypothèse de répartition uniforme des points de contact sur la surface puisque des écarts importants de cette proportion peuvent être remarqués entre les différentes aspérités, allant de 0 à 0.27, à 1mm/s . Le biais lié à la limande en est en partie responsable. On remarque en effet une plus grande probabilité de contact du côté où la limande est positionnée (ce qui reste vrai lorsque l'on tourne le patin). Cependant, ce résultat peut aussi être mis en regard de l'altitude de chacune des aspérités. Sur la figure 6.5, l'altitude de chacun des pics (sur une échelle de 0 à 1 donnant respectivement l'aspérité la plus basse et l'aspérité la plus haute) est tracée en fonction de la proportion du temps que chacun des pics a passé en contact. Cette courbe est globalement croissante montrant que l'altitude des aspérités a une influence sur la répartition des points de contact sur la surface. Le coefficient de corrélation de Pearson entre ces deux grandeurs est de 0.34, avec une valeur- p de 0.09 indiquant que ces valeurs sont possiblement corrélées.

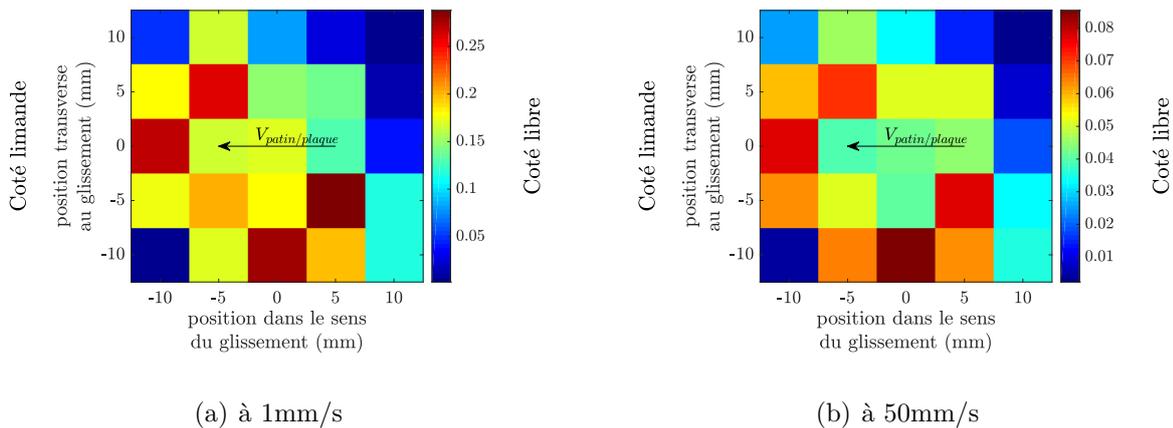


FIGURE 6.4 – Proportion du temps passé en contact pour chacune des aspérités du patin multi-voies

6.1.3 Longueur glissée de contact

Pour interpréter le frottement de surfaces rugueuses sèches, plusieurs modèles soulignent l'importance de la longueur glissée nécessaire au renouvellement des points de contact (Rabinowicz ou Rate&State (section 1.2.1.4)). En particulier, ces modèles permettent la compréhension des variations de coefficient de frottement entre régimes statique et cinétique.

On s'intéresse dans un premier temps à la longueur glissée de contacts individuels sur la surface. Pour calculer cette longueur, on intègre la vitesse instantanée de glissement du patin pendant les phases où il y a contact électrique. On suppose pour cela que

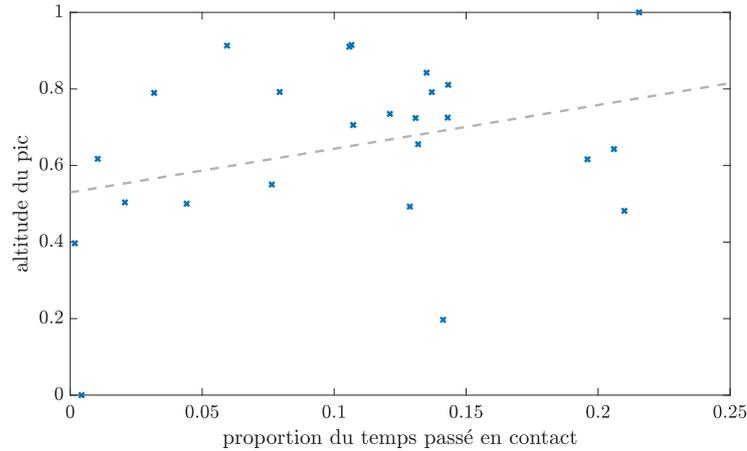


FIGURE 6.5 – Altitude de chacune des aspérités en fonction de la proportion du temps passée en contact. Les altitudes sont normalisées entre 0 (la plus basse) et 1 (la plus haute). La ligne en pointillés montre une régression linéaire sur les mesures.

le mouvement des aspérités les unes par rapport aux autres correspond au mouvement macroscopique du patin. La moyenne des longueurs glissées obtenue pour chacune des aspérités modèles est tracée sur la figure 6.6(a) en fonction de la vitesse. À basse vitesse, cette longueur est une fonction croissante puis décroissante de la vitesse de glissement, et devient constante après la transition vers le régime de saut.

On peut tester la corrélation entre la longueur glissée moyenne $\langle l_g \rangle$ d'un micro-contact avec soit sa hauteur h , soit la proportion du temps passé en contact, Π_c , pour chacun des micro-contacts, soit encore, le nombre de fois où chaque micro-contact rentrera en contact avec la piste, $n_{contact}$. Pour cela on calcule le coefficient de corrélation de Pearson et la valeur- p correspondante. La valeur- p permet de juger de la significativité d'une corrélation selon le critère communément admis [105] : $p < 0.05$ forte présomption contre le hasard, $p < 0.1$ faible présomption contre le hasard, $p > 0.1$ pas de présomption contre le hasard. Ces valeurs sont résumées dans le tableau croisé suivant :

corrélacion	$n_{contact}$	$\langle l_g \rangle$	Π_c	valeur- p	$n_{contact}$	$\langle l_g \rangle$	Π_c
h	0.41	-0.12	0.34	h	0.049	0.57	0.09
$n_{contact}$	/	0.38	0.97	$n_{contact}$	/	0.053	1.5×10^{-14}
$\langle l_g \rangle$	/	/	0.42	$\langle l_g \rangle$	/	/	0.042

TABLE 6.1 – Corrélation de Pearson et valeurs- p correspondante entre différentes valeurs expérimentales. Les cellules en vert marquent les corrélations significatives, en orange les corrélations possibles et en rouge celles qui sont peu probables selon leur valeur- p

Au final, on peut dire que la proportion du temps passé en contact pour une aspérité, est associée à la fois au fait que cette aspérité touche plus souvent la surface et que chacun

de ces contacts dure plus longtemps. On peut en effet écrire la proportion du temps en contact Π_c comme :

$$\Pi_c = \frac{\langle l_g \rangle n_{contact}}{L_{essai}} \quad (6.1)$$

Par ailleurs, le nombre de contacts est lui corrélé à la hauteur de chacune des aspérités alors que la longueur glissée ne l'est pas. Cela explique la plus faible corrélation entre la hauteur et Π_c obtenue à la section 6.1.2.2.

Dans un second temps on s'intéresse à une seconde longueur glissée qui est celle d'un état de contact. Elle caractérise la persistance d'un état de contact, c'est-à-dire la longueur sur laquelle les mêmes aspérités restent en contact. Si un des micro-contacts disparaît ou qu'un nouveau s'ajoute à l'état existant, il y a un changement d'état de contact. Cette longueur est tracée sur la figure 6.6(b). Cette longueur a la même évolution à basses vitesses que la longueur glissée de contact. À hautes vitesses elle augmente avec la vitesse de glissement. Les longueurs glissées d'état de contact sont environ 6 fois plus faibles que les longueurs glissées de contact. Ceci est attendu puisque pendant la durée de contact d'une aspérité, l'état de contact peut avoir changé plusieurs fois si d'autres aspérités sont rentrées en contact ou l'ont perdu.

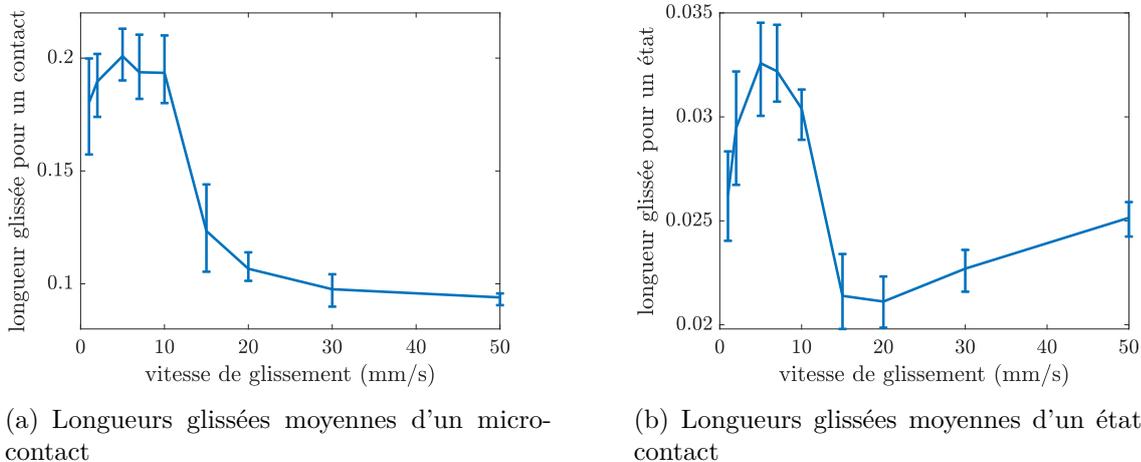


FIGURE 6.6 – Longueurs glissées moyennes en fonction de la vitesse de glissement obtenues avec le patin multi-voies

L'évolution de la longueur glissée d'un contact individuel peut être envisagée comme un changement dans la nature du contact. À basse vitesse, la longueur glissée de chaque aspérité est une fonction de la topographie [37], on appelle l_c cette longueur caractéristique, supposée indépendante de la vitesse de glissement. En ce sens, les résultats de longueurs glissées qui augmentent à très basses vitesses de glissement ne sont pas attendus. À hautes vitesses, la nature des contacts a changé, il s'agit d'impacts qui sont eux caractérisés par

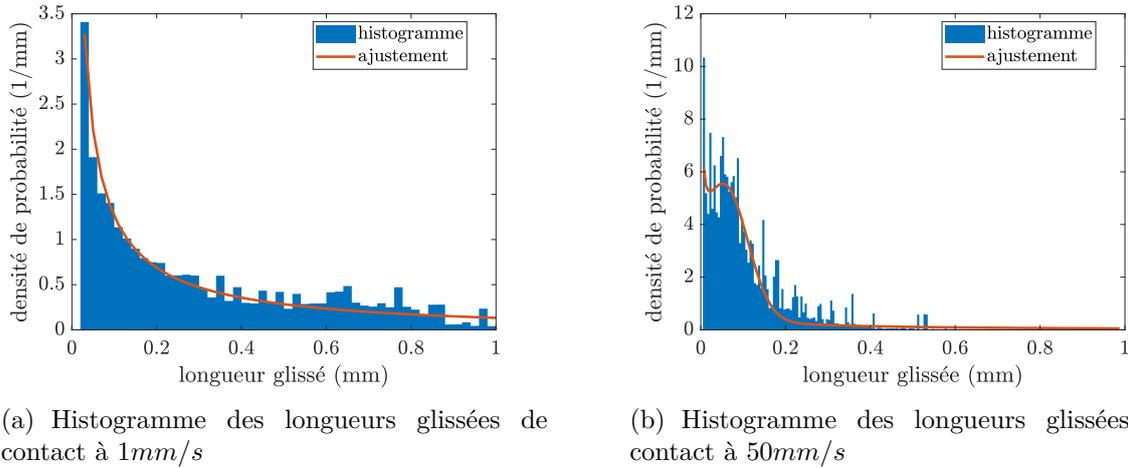


FIGURE 6.7 – Histogramme des longueurs glissées de contact obtenues expérimentalement à deux vitesses différentes. En rouge l’ajustement de l’équation 6.3 sur les histogrammes expérimentaux de longueur glissée

un temps. En modélisant ces contacts par des contacts de Hertz, ce temps caractéristique τ est lui même fonction de la vitesse d’impact v_i selon [63] : $\tau \propto v_i^{-\frac{1}{5}}$. D’après [56], nous avons vu que cette vitesse d’impact était proportionnelle à la vitesse de glissement et donc $\tau \propto V^{-\frac{1}{5}}$. La longueur équivalente à cette durée s’écrit $\tau V \propto V^{\frac{4}{5}}$, on appelle α la constante de proportionnalité. Soit p la proportion des contacts qui correspondent à un glissement, on a alors $(1 - p)$ la proportion de contacts qui correspondent à des impacts. Ces deux proportions sont fonction de la vitesse de glissement et la longueur glissée moyenne peut s’écrire :

$$\begin{aligned} \langle l_g \rangle &= p(V)l_c + (1 - p(V))\tau V \\ &= p(V)l_c + (1 - p(V))\alpha V^{\frac{4}{5}} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Pour appuyer ce modèle, on montre figure 6.7 les histogrammes des longueurs glissées d’un micro-contact pour deux vitesses de glissement. Sur la figure 6.7(a), l’histogramme peut être approximé par une loi de Weibull $p_{l_c}(l_g)$. Celle-ci caractérise généralement les processus de défaillance [96]. À partir d’une position initiale, quelle longueur va parcourir une aspérité avant de perdre le contact ? Sur la figure 6.7(b), on observe que la distribution des longueurs glissées devient bimodale. La distribution de Weibull $p_{l_c}(l_g)$ est toujours présente mais une seconde distribution s’ajoute centrée sur une valeur. Cette seconde distribution $p_{\tau V}(l_g)$ peut être assimilée aux durées liées aux impacts. L’expression de $p_{\tau V}(l_g)$ est *a priori* compliquée car elle dépend de la distribution des vitesses d’impact et donc aussi de la vitesse de glissement comme explicité par Wood et Byrn [56]. Finalement,

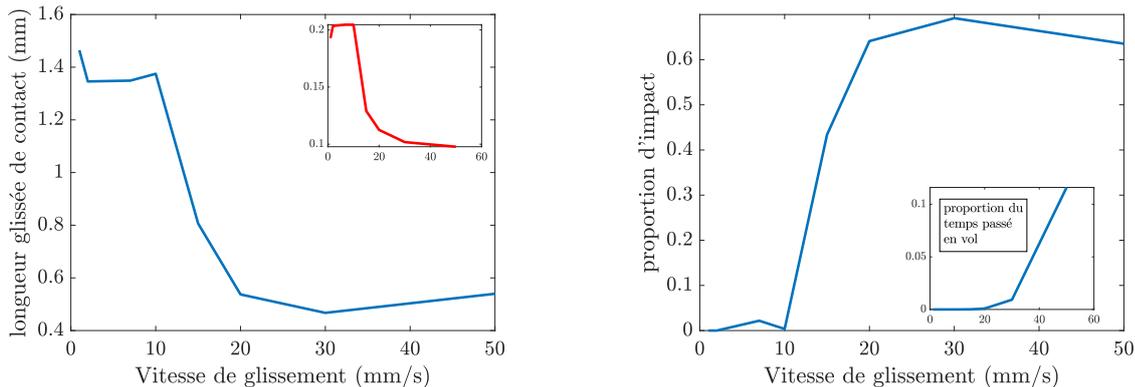
la forme de la distribution $p_{l_g}(l_g)$ pourrait donc s'exprimer comme :

$$p_{l_g}(l_g) = p(V)p_{l_c}(l_g) + (1 - p(V))p_{\tau V}(l_g) \quad (6.3)$$

Un ajustement sur les histogrammes en utilisant cette loi à été réalisé. Pour simplifier, on suppose la distribution liée aux durées d'impact $p_{\tau V}(l_g)$ gaussienne. Deux autres hypothèses ont été faites pour permettre à l'ajustement de converger :

- la proportion d'impact à 1 et 2mm/s est nulle. Pour ces deux vitesses on impose donc $p(V) = 1$
- la distribution de Weibull représentant un phénomène purement topographique [37], elle est considérée comme indépendante de la vitesse. Les paramètres de cette distribution, obtenus à 1 et 2mm/s , ne sont plus des paramètres de l'ajustement à haute vitesse.

Cet ajustement est représenté en rouge sur la figure 6.7. En utilisant les valeurs de cet ajustement, on obtient les valeurs de longueur glissée tracées sur la figure 6.8(a) selon la formule 6.2. Les valeurs sont supérieures à celles trouvées expérimentalement. En effet la longueur moyenne associée à la distribution de Weibull est grande car elle autorise en théorie de grandes valeurs de longueurs glissées ce que l'on observe pas expérimentalement. Néanmoins, on retrouve les caractéristiques importantes de l'évolution de l_g . La loi de Weibull, obtenue grâce à l'ajustement, a un paramètre de forme inférieur à 1 (environ 0.4). Cela signifie que les contacts ont un taux de défaillance décroissant. Ce taux de défaillance décroissant s'interprète comme la disparition immédiate des contacts les plus faibles et la



(a) Longueur glissée calculée à partir des paramètres de l'ajustement. Dans l'insert, pour rappel, la longueur glissée obtenue expérimentalement

(b) Proportion d'impacts parmi les contacts $1 - p(V)$. Dans l'insert la proportion du temps passé en vol obtenue par mesure électrique

FIGURE 6.8 – Résultats de l'ajustement de l'équation 6.3 sur les histogrammes expérimentaux de longueur glissée

survie des contacts les plus robustes. Enfin il est possible de tracer la proportion d'impacts parmi les contacts en fonction de la vitesse : $1 - p(V)$ (figure 6.8(b)). Dans l'insert de cette figure est tracée la proportion du temps passé en vol obtenue avec la mesure électrique. Pour ces deux grandeurs, $1 - p(V)$ et proportion du temps passé en vol, la dernière valeur nulle est obtenue pour 10mm/s . Ces deux résultats sont concordants : les vols apparaissent en même temps que les impacts (inférés à partir des histogrammes de la figure 6.7), ces deux grandeurs étant des signatures du régime dynamique.

6.2 Modèle multi-points

Les expériences menées grâce au patin multi-voies ont donné accès aux statistiques locales du contact. Elles autorisent, entre autres, un accès direct aux distributions des longueurs glissées des contacts. Ces distributions ont permis de faire un certain nombre d'hypothèses sur leurs origines. Par ailleurs, quelques informations ont pu être tirées des expériences quant à la distribution des contacts sur la surface apparente de contact. Cependant ces informations ont dû être relativisées en raison de la présence d'un biais expérimental lié à la présence d'une limande sur le patin.

Pour aller plus loin, on se propose d'établir un modèle numérique de ce patin multi-voies. Celui-ci permettra dans un premier temps de revenir sur les résultats de répartition spatiale des contacts sur la surface. Ils permettront aussi un accès aux longueurs glissées de contact, pour les comparer aux observations expérimentales.

6.2.1 Principe

Ce modèle est une extension du modèle à 3 points de contact décrit au chapitre 4. Le code écrit permet de faire des simulations pour un nombre quelconque de points de contact potentiel, dont on choisit la position par rapport au centre de gravité du solide en glissement, leur rayon de courbure et leur altitude. Ces points sont rigidement liés entre eux. La connaissance d'un angle de roulis, d'un angle de tangage et de l'altitude du centre de gravité du solide permet de retrouver l'altitude instantanée de chacun des points de contact potentiel. Chacun des points de contact se comporte comme un contact de Hertz sur un plan animé d'un mouvement vertical. Ce modèle reste donc un modèle à 3 degrés de liberté, la seule différence par rapport au modèle à 3 billes étant le nombre de points de contact potentiel.

En pratique, pour représenter le patin multi-voies, les aspérités modèles ont un rayon de courbure pris égal au rayon moyen des aspérités de la piste rugueuse, les sommets des aspérités du patin étant considérés comme des plans à l'échelle des aspérités de la surface

rugueuse. En effet, les aspérités modèles du patin multi-voies expérimental ont été polies et le rayon de courbure obtenu sur la taille de chaque aspérité est de 6mm contre une courbure *rms* de $37\mu\text{m}$ pour la surface. Les profils d'excitation sont générés en simulant le filtrage géométrique d'une calotte sphérique de grand rayon de courbure (6mm) et de taille finie ($0.5 \times 0.5\text{mm}^2$ représentant les aspérités modèles) sur une surface rugueuse ayant les propriétés spectrales de la surface de $32\mu\text{m}$ utilisée pour les expériences de la section 6.1. La position des aspérités modèles est donnée par une matrice de 5×5 points espacés de 5mm . Enfin, dans un premier temps, les aspérités sont toutes placées à la même altitude.

Pour les paramètres propres aux modèles, l'amortissement est calculé de la même manière que dans la section 4.2.1 et les valeurs $e = 0.45$ et $q = 1$ sont les mêmes que celles indiquées dans la section 4.2.2. Dans la simulation numérique étudiée ici, le seul paramètre variable est la vitesse de glissement, variée de 0.01mm/s à 500mm/s .

6.2.2 Résultats et comparaisons

6.2.2.1 Nombre de points de contact

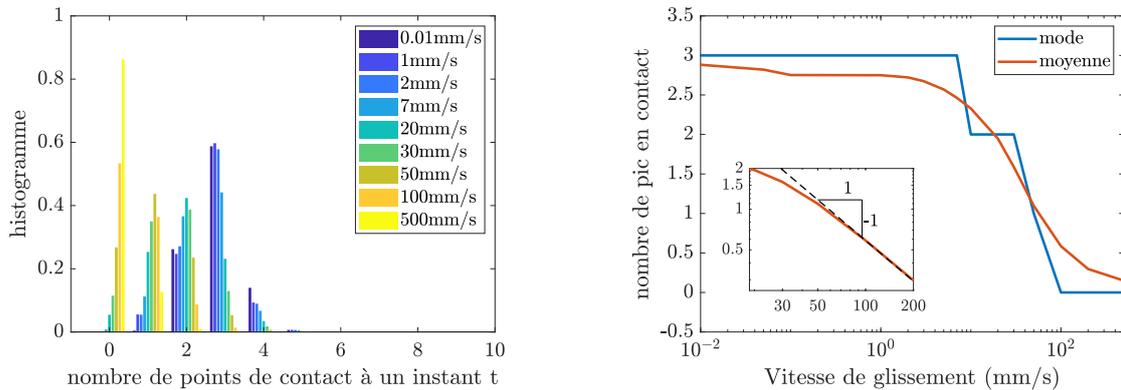
Le modèle numérique intègre 25 points de contact potentiel. Si chacun d'eux peut se déformer, le mouvement d'ensemble est un mouvement considéré de corps rigide et le nombre de points effectivement en contact peut varier en fonction de l'altitude de l'excitation placée en regard de chacun des points. On s'attend à ce que le cas le plus courant corresponde au cas de l'équilibre isostatique c'est-à-dire trois aspérités modèles en contact.

La distribution du nombre de points de contact à un instant t obtenue avec le modèle numérique est présentée dans la figure 6.9(a) en fonction de la vitesse de glissement. De la même manière qu'expérimentalement, on observe un décalage du mode de cette distribution vers 0 avec la vitesse de glissement, lorsque le patin passe plus de temps hors contact qu'en contact. Ce décalage est tracé sur la figure 6.9(b). La moyenne du nombre de points de contact diminue elle aussi avec la vitesse de glissement. Les simulations numériques ont permis de faire varier largement la vitesse de glissement, et il est alors possible d'observer la convergence vers 0 de la moyenne et du mode du nombre de contacts pour les grandes vitesses de glissement. En particulier, dans l'insert de la figure 6.9(b), on voit que la convergence de la moyenne peut être décrite par une loi en V^{-1} . On remarque par ailleurs qu'à basse vitesse, la moyenne est inférieure au mode alors qu'elle était supérieure expérimentalement (le mode étant dans les deux cas égal à 3). Cette tendance peut être associée à deux choses :

- une trop grande raideur du modèle de contact numérique. Alors que le contact

expérimental permet une déformation suffisante pour que d'autres aspérités modèles rentrent en contact, le contact numérique aura tendance à exercer des efforts important favorisant des régimes transitoires où seules deux (ou moins) aspérités modèles seront en contact.

- Le contact numérique correspond à un contact mécanique alors que le contact expérimental correspond à un contact électrique. Comme on l'a vu dans la section 6.1, le contact électrique peut exister sans qu'il y ait contact mécanique augmentant le nombre de contact mesuré.



(a) histogrammes du nombre de points de contact simultanés en fonction de la vitesse de glissement

(b) mode et moyenne du nombre de points de contact simultanés en fonction de la vitesse de glissement. Dans l'insert, zoom sur la moyenne en log-log pour les hautes vitesses de glissement.

FIGURE 6.9 – Statistiques du nombre de point de contacts simultanés en fonction de la vitesse pour les simulations numériques

6.2.2.2 Répartition spatiale des points de contact

Comme expérimentalement, on s'intéresse à la répartition spatiale des contacts entre les aspérités et la surface. Les simulations permettent de s'affranchir de la présence de fils (limande) et de fournir des éléments permettant d'analyser l'influence de la vitesse de glissement sur la répartition des points de contact. Sur la figure 6.10, cette répartition est donnée pour 1mm/s et 500mm/s . À 500mm/s , cette répartition est complètement déportée sur les coins du patin : les rotations du patin selon les deux axes \vec{x} et \vec{y} sont grandes et le patin impacte la surface avec des angles importants ne permettant qu'aux aspérités les plus extérieures du patin de toucher la surface. Ainsi certaines aspérités ne sont jamais en contact avec la surface opposée. À faible vitesse, la répartition est plus uniforme sur la surface, avec tout de même une probabilité plus importante pour les aspérités les plus extérieures. Cependant toutes les aspérités ont été à un moment ou à

un autre en contact avec la surface opposée et les proportions du temps en contact pour les aspérités qui touchent le moins et celles qui touchent le plus restent du même ordre de grandeur avec une moyenne de 0.11 et un écart-type de 0.02.

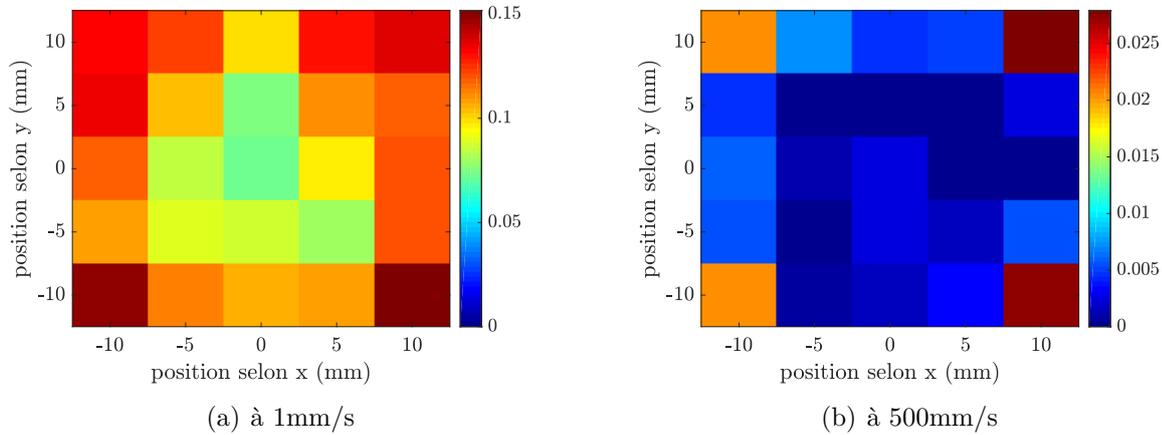


FIGURE 6.10 – Proportion du temps passé en contact pour chacune des aspérités pour le modèle numérique

Expérimentalement, une influence non négligeable de la hauteur des aspérités a été mise en avant. Afin de valider l'existence de celle-ci, deux nouvelles simulations ont été faites en faisant varier l'altitude des aspérités (jusqu'à maintenant elles étaient toutes placées à la même altitude). L'une en ajoutant la répartition des hauteurs observée expérimentalement, l'autre en ajoutant une hauteur aléatoire (tirée dans une distribution uniforme) aux 25 aspérités numériques avec un écart-type égal à celui des hauteurs expérimentales. On montre, sur le panneau de gauche de la figure 6.11, la proportion du temps passé en contact pour chacune des aspérités à 1mm/s et 100mm/s . Dans le panneau de droite, on montre la hauteur des aspérités en fonction de la proportion du temps passé en contact pour ces deux mêmes vitesses.

À basse vitesse, pour ces deux simulations, on remarque une dispersion plus importante des probabilités de contact par rapport aux simulations avec des aspérités de même altitude (*c.f.* figure 6.10(a)). Cette dispersion peut être associée à l'altitude des aspérités, d'ailleurs les courbes de hauteurs d'aspérités en fonction du temps passé en contact à basse vitesse sont globalement croissantes (figure 6.11). Pour la simulation avec les hauteurs observées expérimentalement, le coefficient de corrélation de Pearson entre ces deux grandeurs est de 0.90 avec une valeur- p de 7.3×10^{-10} . Pour la simulation avec les hauteurs aléatoires, le coefficient de corrélation de Pearson entre ces deux grandeurs est de 0.78 avec une valeur- p de 4.3×10^{-6} . Cela montre dans les deux cas une corrélation significative entre les deux valeurs. On peut aussi faire la même étude de corrélation entre

la proportion du temps passée en contact, Π_c , le nombre de contact $n_{contact}$, la hauteur h des aspérités et la longueur glissée pour chaque aspérité. Pour les simulations à $1mm/s$ avec les hauteurs d'aspérités aléatoires, on obtient les résultats du tableau suivant :

corrélation	$n_{contact}$	$\langle l_g \rangle$	Π_c	valeur-p	$n_{contact}$	$\langle l_g \rangle$	Π_c
h	0.81	0.66	0.78	h	1.1×10^{-6}	3.2×10^{-4}	4.3×10^{-6}
$n_{contact}$	/	0.55	0.95	$n_{contact}$	/	0.0047	7.8×10^{-13}
$\langle l_g \rangle$	/	/	0.70	$\langle l_g \rangle$	/	/	9.3×10^{-5}

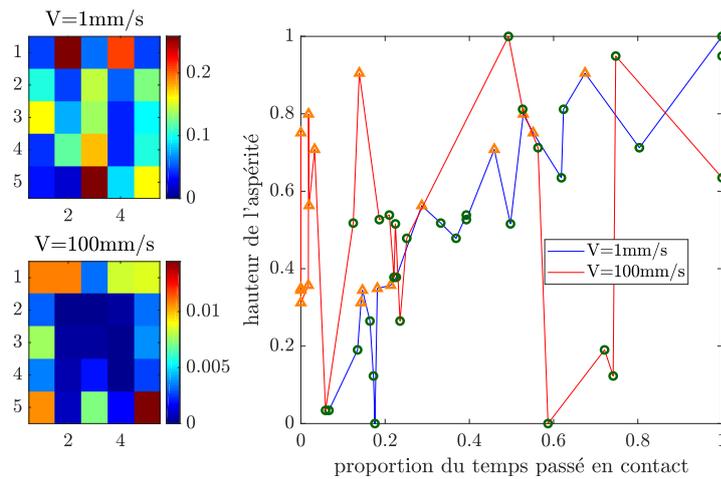
TABLE 6.2 – Corrélations de Pearson et valeurs- p correspondante entre différentes valeurs obtenues numériquement.

D'après ces résultats, l'ensemble de ces grandeurs sont corrélées de façon significative. Nous pouvons encore une fois attribuer les corrélations expérimentales moins bonnes entre les hauteurs et les autres grandeurs (tableau 6.1) au biais lié à la limande qui modifie la répartition des hauteurs en favorisant une inclinaison du patin.

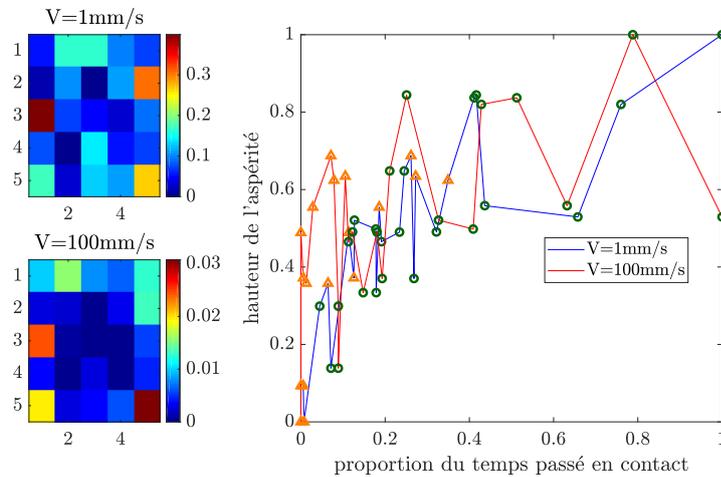
À haute vitesse, on remarque, de manière moins marquée que dans la figure 6.10(b), un poids plus important des contacts dans les coins et les bords du patin. Certaines aspérités du milieu du patin ne sont même jamais en contact. Sur les simulations avec les hauteurs d'aspérités expérimentales, des aspérités présentant des altitudes faibles sont parmi celles qui sont le plus souvent en contact. Ces aspérités se trouvent sur le bord du patin.

Expérimentalement, le régime dynamique arrive à des vitesses supérieures à celles prédites par les simulations. Considérons la vitesse la plus élevée pour laquelle le mode du nombre de points de contact est de 3, V_{trans} . Le modèle numérique donne $V_{trans} = 7mm/s$ (figure 6.9(b)), 2 fois plus basse que celle obtenue expérimentalement $V_{trans} = 15mm/s$ (figure 6.2(b)). L'influence de l'altitude des aspérités, visible essentiellement à basse vitesse (relativement au régime dynamique), a donc été dominante dans les expériences. Cette influence associée au biais lié à la limande de connexion n'a pas permis de discerner expérimentalement l'influence de la vitesse.

Ces conclusions sur l'influence de la vitesse de glissement sur la position des points de contact remet en cause une des hypothèses faites dans le modèle numérique à trois points de contact potentiel. En effet, afin de représenter la possibilité de contact sur l'ensemble de la surface, la position de ces contacts avait été fixée dans une position médiane. Cela équivaut à considérer que la répartition des contacts sur la surface est uniforme. Cette hypothèse semble vérifiée expérimentalement (figure 6.4) et numériquement à basse vitesse (figures 6.10(a), 6.11(a) et 6.11(b)). Pour les vitesses plus importantes, il semblerait qu'il soit plus juste de considérer que cette position évolue avec la vitesse et, qu'à partir d'une position médiane, s'écarte vers les bords de l'aire de contact apparente représentée.



(a) Hauteurs des aspérités expérimentales.



(b) Hauteurs des aspérités choisies aléatoirement.

FIGURE 6.11 – Panneau de gauche : proportion du temps passé en contact en fonction de la position sur le patin pour 1 et 100mm/s. Panneau de droite : hauteurs normalisées des aspérités (0 le plus bas, 1 le plus haut) en fonction de la proportion du temps passé en contact normalisée (1 pour la proportion maximale), pour 1mm/s (en bleu) et 100mm/s (en rouge). Les triangles signalent les 9 aspérités au centre du patin. Les cercles les 16 aspérités au bord du patin.

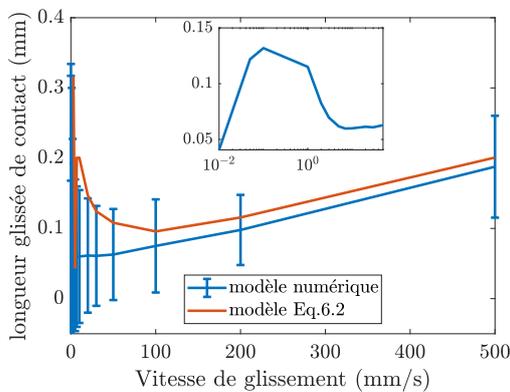
6.2.2.3 Longueurs glissées de contact

Pour les longueurs glissées, on reprend les simulations où les aspérités modèles sont toutes à la même hauteur.

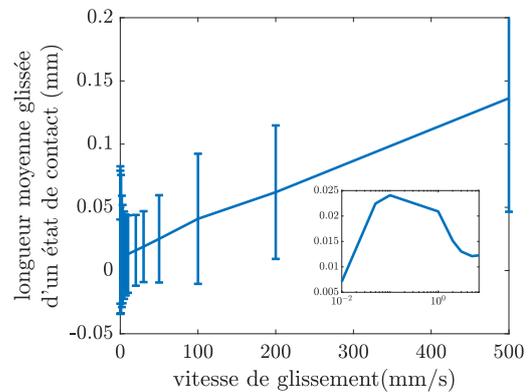
De la même manière qu'expérimentalement, pour la simulation numérique, on peut calculer la longueur glissée pour chacune des phases de contact de chacune des aspérités modèles. Sur la figure 6.12(a), la moyenne de cette longueur glissée est tracée en fonction de la vitesse de glissement. Les tendances obtenues en simulation sont similaires aux ten-

dances expérimentales (figure 6.6(a)) : à très basse vitesse, on remarque une augmentation de la longueur glissée, puis une diminution brutale, les valeurs sont quantitativement comparables. Par contre, à haute vitesse, on observe une augmentation lente de la longueur glissée de contact alors que la valeur mesurée était plutôt constante. Une autre différence : pour observer le comportement très basse vitesse, c'est-à-dire la première augmentation de la longueur glissée, il a fallu faire des simulations pour des vitesses cent fois inférieures aux vitesses expérimentales. L'observation d'une augmentation de la longueur glissée à haute vitesse dans les simulations peut alors aussi s'expliquer par la plage de vitesse étudiée : expérimentalement, celle-ci n'a pas permis d'observer l'augmentation à haute vitesse mais seulement le changement de régime (comme on peut le voir dans l'insert de la figure 6.12(a)).

De la même manière qu'expérimentalement, on peut définir la longueur glissée pour un état de contact. Celle-ci est tracée sur la figure 6.12(b). La longueur glissée d'un état de contact observe les mêmes variations avec la vitesse que la longueur glissée du contact individuel. À basse vitesse le rapport entre ces deux longueurs est, de la même manière qu'expérimentalement, de l'ordre d'un facteur 5 (la longueur glissée du contact individuel étant supérieure à la longueur glissée de l'état de contact). La longueur glissée de l'état de contact augmente en revanche plus fortement dans le régime haute vitesse pour atteindre une valeur quasiment égale à la longueur glissée des contact individuels à 500mm/s .



(a) Longueurs glissées moyennes d'un micro-contact.



(b) Longueurs glissées moyennes d'un état de contact.

FIGURE 6.12 – Longueurs glissées moyennes en fonction de la vitesse de glissement. Dans les inserts, zoom sur les basses vitesses.

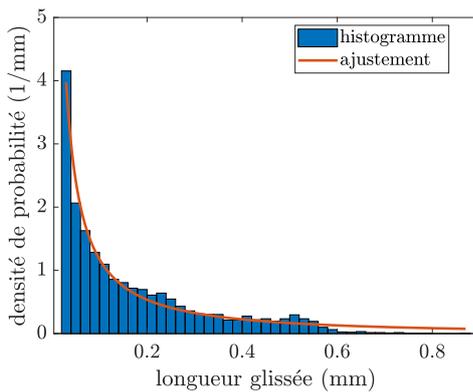
Le raisonnement appliqué sur les histogrammes de longueurs glissées des contacts individuels expérimentaux (*c.f.* section 6.1.3) peut être à nouveau appliqué ici. Avec les mêmes hypothèses ($p_{\tau V}(l_g)$ gaussienne, à basse vitesse $p(V) = 1$, $p_{l_c}(l_g)$ loi de Weibull indépendante de V), les histogrammes des longueurs glissées des contacts individuels

peuvent être approchées par l'expression 6.3 :

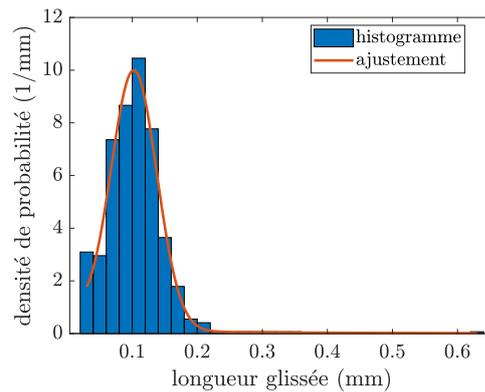
$$p_{l_g}(l_g) = p(V)p_{l_c}(l_g) + (1 - p(V))p_{\tau V}(l_g)$$

Sur la figure 6.13 sont tracés les histogrammes et les ajustements pour deux vitesses de glissement. Quatre résultats peuvent être tirés de cet ajustement :

- Tout d'abord, le paramètre de forme de la loi de Weibull est inférieur à 1 (environ 0.38) ce qui signifie, de la même manière qu'expérimentalement, que le processus sous-jacent a un taux de défaillance décroissant.
- La proportion d'impacts parmi les contacts $1 - p(V)$ peut être tracée en fonction de la vitesse (figure 6.14(a)) et peut être comparée à la proportion du temps passé en vol. Les deux courbes ont des tendances très proches, et atteignent des valeurs similaires.
- La position horizontale de la gaussienne $p_{\tau V}(l_g)$ peut être tracée en fonction de la vitesse de glissement. Elle correspond à la longueur glissée moyenne liée aux impacts, $\langle \tau V \rangle$. À l'aide de la théorie de Hertz, nous avons prédit une augmentation de cette grandeur en $V^{4/5}$ (Eq. 6.2). Sur la figure 6.14(b), $\langle \tau V \rangle$ est tracée en fonction de V et confirme cette prédiction.
- Enfin les paramètres obtenus pour la distribution $p_{l_g}(l_g)$ permettent de reconstruire la valeur moyenne $\langle l_g \rangle$ donnée par l'équation 6.2. Celle-ci est tracée en rouge sur la figure 6.12(a) et montre un assez bon accord avec les longueurs glissées issues du modèle numérique.



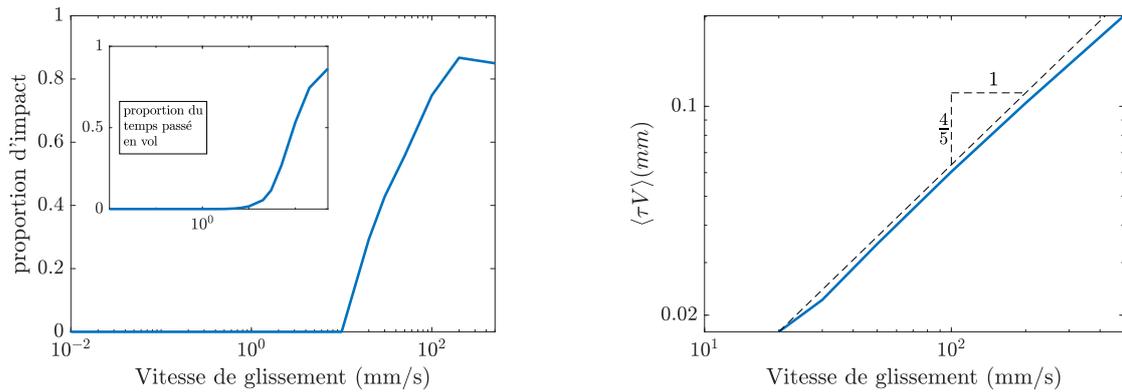
(a) Histogramme des longueurs glissées de contact à 3mm/s.



(b) Histogramme des longueurs glissées de contact à 200mm/s.

FIGURE 6.13 – Histogramme des longueurs glissées de contact obtenues numériquement à deux vitesses différentes. En rouge l'ajustement par l'équation 6.3.

Ce même raisonnement peut être appliqué à la longueur glissée d'un état de contact :



(a) Proportion d'impacts parmi les contacts, donnée par $1-p(V)$, calculée pour l'ajustement. Dans l'insert la proportion du temps passé en vol obtenue numériquement.

(b) Longueur glissée moyenne liée aux impacts, calculée par l'ajustement (moyenne de τV associée à la distribution $p_{\tau V}$)

FIGURE 6.14 – Résultats de l'ajustement de l'équation 6.3 sur les histogrammes numériques de longueur glissée

à basse vitesse le changement d'état est essentiellement lié à des considérations de topographie. Les changements d'états pouvant intervenir plusieurs fois pendant qu'une même aspérité est en contact, la longueur glissée est plus courte que la longueur caractéristique pour une aspérité. À haute vitesse, en revanche, le patin n'a très souvent qu'un point de contact avec la surface, lorsqu'une aspérité impacte la surface antagoniste. On a donc fréquemment des états de contact à 1 point de contact. Cela explique que la longueur glissée d'un état de contact rejoigne à haute vitesse la longueur glissée des contacts individuels (à 500mm/s sur les figures 6.12(a) et 6.12(b)).

6.3 Conclusion

Pour conclure cette partie, trois choses peuvent être mises en avant.

La première concerne les hypothèses qui ont été faites dans les chapitres précédents sur le nombre et la répartition des contacts entre les deux surfaces. Le patin modèle à 25 aspérités ainsi que les simulations ne permettent pas dans l'absolu de valider définitivement ces hypothèses car très éloignés du cas réel, celui de surfaces continues. Cependant certains résultats permettent de confirmer ou d'infirmer certaines hypothèses faites dans les sections 3.3.1, 4.2.2 et 4.3.2 :

- Dans le régime basse vitesse, le nombre de points de contact entre les deux surfaces est supposé égal à trois. Cette hypothèse est vérifiée, le nombre de point de contact le plus probable est effectivement égal à trois. La moyenne peut se trouver

légèrement au dessus ou en dessous de trois en fonction des conditions de contact (raideur du contact) et de la nature du contact (électrique ou mécanique).

- La répartition des contacts est supposée de symétrie centrale, centrée sur le centre de la surface du patin. Expérimentalement, la présence de la limande engendre une légère déviation de cette répartition. Pour le modèle numérique avec l'ensemble des aspérités modèles à la même hauteur, cette hypothèse est vérifiée.
- Les contacts sont supposés équi-répartis sur l'ensemble de la surface. Pour tester cette hypothèse, nous devons nous intéresser à deux échelles. À l'échelle des aspérités, les différences de hauteurs ont une influence importante sur la localisation des contacts, les aspérités les plus hautes ayant le plus de chance de former des contacts (*cf.* figures 6.5 et 6.11). Cette première échelle a été prise en compte par l'étude du chapitre 3. D'autre part, à une échelle où l'influence de l'altitude particulière de chaque aspérité n'est plus en jeu (figure 6.10), les contacts sont effectivement presque équi-répartis sur la surface, à basse vitesse. En revanche, à haute vitesse, seules les aspérités modèles les plus extérieures entrent en contact avec la surface. Cette déviation est due aux rotations du solide lors des sauts, rendant la répartition des contacts sur la surface fortement non uniforme. L'hypothèse de l'équi-répartition des contacts doit donc être prise avec précautions puisque d'un point de vue macroscopique la distribution est amenée à varier avec la vitesse de glissement, dans le régime dynamique.

La seconde conclusion concerne le principe même du raisonnement du chapitre 3. Dans celui-ci, on a en effet considéré que l'effet le plus important, dans le mouvement du patin à basse vitesse, était celui du filtrage géométrique, négligeant alors toute la mécanique liée à la déformation. Le modèle numérique –dans lequel aucune hypothèse n'a été faite sur la prédominance de la raideur du contact ou de la géométrie– tend, lui, à confirmer que la hauteur des aspérités joue un grand rôle dans le contact basse vitesse. De même, il confirme aussi que l'équilibre isostatique est la situation la plus courante, validant *a posteriori* l'approche solide indéformable du chapitre 3.

Enfin, le passage d'un régime de contact à un autre a, à nouveau, été mis en évidence au travers de deux nouvelles grandeurs, les longueurs glissées de contact et d'état. L'évolution de ces grandeurs avec la vitesse de glissement s'explique par un changement de nature du contact entre les régimes basse et haute vitesse. Deux longueurs glissées caractéristiques de contact ont été ainsi mises en évidence. La première serait liée à la topographie et reste constante avec la vitesse de glissement. La seconde serait liée aux temps d'impact et donc au régime dynamique, et dépend de la vitesse de glissement. Un modèle pour la distribution de chacune de ces deux longueurs a été proposé et une loi de mélange déduite.

Conclusion et Perspectives

Conclusion générale

Dans ce travail, je me suis fixé comme objectif de comprendre les mécanismes qui pilotent le régime dynamique de contacts rugueux secs faiblement chargés en glissement. Pour cela, j'ai étudié le cas d'un patin rugueux soumis à son propre poids, glissant sur une piste massive, rugueuse. Deux approches principales ont été utilisées. La première, expérimentale, repose sur l'observation du mouvement de patins rugueux en glissement sur la piste grâce à un nouveau banc d'essais. Pour ce faire, deux types de patin ont été conçus et utilisés. La seconde approche repose sur des simulations numériques de modèles mécaniques relativement simples mais pertinents au regard des phénomènes à décrire. Pour ces simulations, deux niveaux de modélisation ont été retenus. Le premier niveau s'attache à représenter l'interaction purement géométrique des topographies des deux surfaces antagonistes. Le second niveau repose sur des modèles de type Bouncing-Ball permettant de décrire la dynamique du contact. À ces deux principales approches, expérimentale et modélisation numérique, des approches analytiques et semi-analytiques ont été ajoutées et complètent mon travail en apportant des éléments de compréhension pertinents.

Comprendre la dynamique de glissement du contact rugueux sec faiblement chargé passe par la compréhension des interactions entre les topographies des deux solides en contact. En se basant sur les résultats obtenus et présentés dans ce manuscrit, nous pouvons maintenant proposer une description synthétique du comportement d'un tel système générique. Dans un premier temps, je me suis intéressé au contact quasi-statique, c'est-à-dire pour des faibles vitesses de glissement, au cours duquel le contact macroscopique est permanent. De manière générale, lorsque l'on met deux solides en contact, seule une petite fraction, de l'ordre de quelques pour cent, de l'aire apparente de contact est réellement en contact avec la surface opposée. Dans le cas particulier où la charge appliquée est très faible, on peut même affirmer que seules quelques aspérités sont en contact. Des calculs indirects (section 3.1.2) et des mesures électriques directes (section 6.1) montrent que ce

nombre d'aspérités est de l'ordre de trois, cas limite permettant d'assurer l'équilibre du patin. Lorsque le glisseur se met en glissement par rapport à la piste, un mouvement vertical du glisseur, normal au contact, apparaît. En effet, les efforts n'étant pas suffisants pour déformer les aspérités, le glisseur doit adopter un mouvement vertical pour franchir les aspérités. Ainsi, chaque contact entre deux aspérités va perdurer pour un certain déplacement des surfaces antagonistes avant qu'un autre couple d'aspérités ne prenne le relais (sections 6.1.3 et 6.2.2.3). Ce processus constitue un filtrage géométrique ayant des caractéristiques statistiques et spectrales que j'ai particulièrement étudié (section 3.2). La distribution des déplacements verticaux issue de ce filtrage géométrique est principalement fonction du rapport entre l'aire du patin et une aire liée à la longueur de corrélation des topographies en regard. Dans le cas de surfaces caractérisées par un spectre de topographie à bande étroite, ce rapport est assimilable au nombre d'aspérités sur la surface du patin. Le spectre du déplacement vertical qui résulte de ce filtrage géométrique est alors marqué par les changements d'aspérité, dont la signature (des points de rebroussement dans le domaine temporel) est visible à hautes fréquences.

Le déplacement vertical ainsi obtenu constitue alors l'excitation à l'origine d'un régime dynamique de sauts. En effet, lorsque la vitesse de glissement augmente, l'accélération associée au mouvement normal augmente. Puis, lorsque cette accélération excède celle de la pesanteur, des pertes de contact apparaissent (section 4.1.4). On observe alors une transition d'un régime quasi-statique vers un régime dynamique. Cette vitesse de transition peut directement être calculée à partir de l'excitation quasi-statique et de la charge normale (ici induite par la gravité). Dans un premier temps, les pertes de contact sont intermittentes, mais lorsque la vitesse de glissement continue d'augmenter, un régime essentiellement constitué de rebonds s'installe. Celui-ci peut alors être décrit par un système modèle de type Bouncing-Ball. Une extension de ce modèle m'a permis de prendre en compte les rotations du patin. Ces dernières ont un effet relativement négligeable à basse vitesse, mais deviennent importantes à haute vitesse (section 4.4), favorisant les contacts sur le pourtour de l'aire de contact apparente (section 6.2.2.2). Lié à ces pertes de contact et à ces rotations, le nombre instantané moyen d'aspérités en contact diminue drastiquement. Cette diminution peut-être associée d'une part au fait que la majorité du temps est passée hors contact et d'autre part au fait que les rotations favorisent des états de contact à une aspérité en contact. Finalement, la persistance du contact entre 2 aspérités antagonistes n'est plus pilotée par des considérations géométriques (topographie) mais par les temps d'impact, liés à la dynamique locale du contact entre aspérités (section 6.2.2.3).

Associés à cette description de la dynamique verticale du contact, plusieurs modèles de compréhension de la force de frottement ont été proposés, deux d'entre eux donnant des résultats concluants. Le premier, dans une approche statistique moyenne, associe le

travail de la force de frottement à la somme de l'énergie dissipée pour franchir les aspérités et de l'énergie dissipée pendant les impacts. Le second modèle, dans une approche instantanée, interprète la force de frottement comme la projection, sur l'axe de glissement, de la réaction de la piste pendant les phases de contact. Ces deux modèles permettent d'apporter des éléments de compréhension pour le frottement du système générique étudié. Cependant, des informations expérimentales plus précises sur la force de frottement s'avèrent nécessaires.

Perspectives

Le travail effectué durant cette thèse a permis de faire des avancées sur la compréhension des liens entre la topographie des surfaces et la dynamique verticale associée au glissement de contacts rugueux secs faiblement chargés. Certains aspects n'ont cependant pas pu être abordés ou complètement traités et mériteraient une étude plus approfondie. On peut par ailleurs envisager d'étendre ces résultats à des systèmes similaires.

Tout d'abord, le filtrage géométrique a été étudié dans le cas particulier du premier point de contact, en prenant en compte la totalité de la surface de contact. Pour prendre en compte la multiplicité des points de contact, les modèles du mouvement dynamique (section 4.2 et 4.3) utilisent plusieurs réalisations de ce filtrage géométrique au premier point de contact. Cela semble simpliste, et une étude plus précise pourrait être menée pour estimer les biais introduits par cette méthode. Nous pouvons proposer des alternatives crédibles pour ce calcul de l'excitation du patin. La première, immédiate, serait de faire le calcul statique complet en prenant en compte toute la surface pour chaque position du patin. Cette méthode implique cependant des calculs complexes. La seconde alternative consisterait à ne considérer qu'une partie de la surface apparente de contact pour calculer les excitations de chacun des points de contact. Par exemple, en supposant que l'on ait trois points de contact, il s'agirait de calculer le filtrage géométrique au premier point de contact sur un tiers de la surface apparente que l'on souhaite représenter. La troisième alternative serait de faire intervenir les statistiques d'ordre des hauteurs des aspérités (statistique du $k^{\text{ième}}$ maximum). Cela reviendrait à considérer que les k points de contact entre les deux surfaces correspondent aux k premiers maximums de la combinaison des deux surfaces (dans le cas où les rotations n'existent pas).

D'autre part dans notre étude expérimentale, la localisation spatio-temporelle des contacts locaux entre les surfaces ne repose que sur une mesure de contact électrique entre les surfaces. Ces résultats, en accord qualitativement, montrent une nette différence quantitative avec les résultats de contact mécanique mesuré avec le vibromètre laser.

La création d'un patin constitué de quelques aspérités modèles permettant de mesurer l'intensité des efforts entre les surfaces serait utile pour corroborer les résultats du contact électrique. Un tel patin instrumenté, par un ensemble de capteurs piezo-electriques au voisinage de la surface, permettrait par exemple d'avoir un accès direct aux pressions d'impact, et à leurs répartitions spatiales et dans les bandes de fréquences d'intérêt. Ces grandeurs caractérisant l'intensité des impacts sont cruciales dans la modélisation de la réponse acoustique [11]. Cela autoriserait aussi à faire plus sûrement le lien entre efforts locaux et force de frottement macroscopique. Il serait alors aussi possible de conclure sur les mécanismes qui pilotent la force de frottement.

Ce travail de thèse s'est concentré sur le lien entre la topographie et le régime dynamique du patin. Il s'inscrit en perspective sur le problème acoustique qu'engendre cet état vibratoire. Ce travail, avec celui de C. Zouabi [14], a permis en effet de caractériser et de modéliser le régime dynamique et nous savons que ce régime dynamique est à l'origine d'un bruit de rugosité [15], les mesures de pression acoustique montrant clairement un lien avec la dynamique [14, 11]. Il serait alors intéressant de modéliser cette relation, afin d'obtenir les statistiques du bruit à partir des caractéristiques dynamiques sans passer par les simulations complètes du contact rugueux, telles que faites avec le logiciel *Ra3D* [69] évoqué au chapitre 1. Ce travail compléterait l'étude, permettant de donner une interprétation physique aux lois expérimentales reliant la topographie et la vitesse de glissement au bruit de rugosité obtenues par [22, 23, 24].

Dans ce travail de thèse, le système étudié était soumis seulement à son propre poids. Ces conditions de chargement assurent un dispositif expérimental relativement simple et une détection relativement aisée des phases de saut. Bien entendu, l'analyse présentée dans ce cas est généralisable à des couples de surfaces soumis à des charges normales quelconques, sous-couvert qu'elles restent faibles. Nous pensons, par exemple, au contact entre un balai de moteur électrique et le rotor. En reprenant les résultats du chapitre 3 sur le filtrage géométrique, l'excitation ainsi obtenue pourra être ensuite utilisée dans des modèles dynamiques adaptés, tels ceux de [54, 106, 107], afin de prédire le régime de sauts de manière analogue à ce qui a été fait au chapitre 4. La vitesse de transition pourrait également être facilement déduite en comparant l'accélération de l'excitation à la charge appliquée comme dans la section 4.1.4.

Dans la communauté de recherche sur le frottement et la dynamique non-linéaire, les éléments de compréhension apporté par cette thèse pourront servir de base pour une large gamme de futurs travaux, fondamentaux ou appliqués, concernant le lien entre topographies de surfaces en glissement et vibrations induites.

Bibliographie

- [1] K. Holmberg, P. Andersson, and A. Erdemir. Global energy consumption due to friction in passenger cars. *Tribology International*, 47 :221–234, March 2012.
- [2] E. Bou-Chakra, J. Cayer-Barrioz, D. Mazuyer, F. Jarnias, and A. Bouffet. A non-Newtonian model based on Ree–Eyring theory and surface effect to predict friction in elastohydrodynamic lubrication. *Tribology International*, 43(9) :1674–1682, September 2010.
- [3] R. Sahli, G. Pallares, C. Ducottet, I. E. Ben Ali, S. Al Akhrass, M. Guibert, and J. Scheibert. Evolution of real contact area under shear and the value of static friction of soft materials. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(3) :471–476, January 2018.
- [4] J. Le Rouzic, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, M. Guibert, A. Rusanov, L. Douminge, F. Bretagnol, and D. Mazuyer. Friction-Induced Vibration by Stribeck’s Law : Application to Wiper Blade Squeal Noise. *Tribology Letters*, 49(3) :563–572, March 2013.
- [5] T. Ibatan, M. S. Uddin, and M. A. K. Chowdhury. Recent development on surface texturing in enhancing tribological performance of bearing sliders. *Surface and Coatings Technology*, 272 :102–120, June 2015.
- [6] B. N. J. Persson. Theory of rubber friction and contact mechanics. *The Journal of Chemical Physics*, 115(8) :3840–3861, August 2001.
- [7] A. Ruina. Slip instability and state variable friction laws. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 88(B12) :10359–10370, 1983.
- [8] F.P. Bowden and D Tabor. Mechanism of metallic friction. *Nature*, 150 :197–199, August 1942.
- [9] J. H. Dieterich. Modeling of rock friction : 1. Experimental results and constitutive equations. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 84(B5) :2161–2168, May 1979.

- [10] T. Baumberger and C. Caroli. Solid friction from stick–slip down to pinning and aging. *Advances in Physics*, 55(3-4) :279–348, May 2006.
- [11] V.H. Dang. *Dynamique des interfaces multicontact*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon, 2013.
- [12] M. Yokoi and M. Nakai. A Fundamental Study on Frictional Noise : 1st Report, The generating mechanism of rubbing noise and squeal noise. *Bulletin of JSME*, 22(173) :1665–1671, 1979.
- [13] M. O. Othman, A. H. Elkholy, and A. A. Seireg. Experimental investigation of frictional noise and surface-roughness characteristics. *Experimental Mechanics*, 30(4) :328–331, December 1990.
- [14] C. Zouabi. *Dynamique d'un contact glissant rugueux- rugueux sous faible charge : expériences et modélisation*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon, December 2016.
- [15] A. Akay. Acoustics of friction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4) :1525–1548, April 2002.
- [16] K. Nakano. Two dimensionless parameters controlling the occurrence of stick-slip motion in a 1-DOF system with Coulomb friction. *Tribology Letters*, 24(2) :91–98, November 2006.
- [17] A. Saha, M. Wiercigroch, K. Jankowski, P. Wahi, and A. Stefański. Investigation of two different friction models from the perspective of friction-induced vibrations. *Tribology International*, 90 :185–197, October 2015.
- [18] H. Dankowicz. On the Modeling of Dynamic Friction Phenomena. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 79(6) :399–409, June 1999.
- [19] M. Pascal. A new model of dry friction oscillator colliding with a rigid obstacle. *Nonlinear Dynamics*, 91(4) :2541–2550, March 2018.
- [20] G. G. Adams. Self-Excited Oscillations of Two Elastic Half-Spaces Sliding With a Constant Coefficient of Friction. *Journal of Applied Mechanics*, 62(4) :867–872, December 1995.
- [21] J. K. Trømborg, H. A. Sveinsson, K. Scheibert, J. Thøgersen, D. S. Amundsen, and A. Malthe-Sørensen. Slow slip and the transition from fast to slow fronts in the rupture of frictional interfaces. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, page 201321752, June 2014.

-
- [22] M. Yokoi and M. Nakai. A Fundamental Study on Frictional Noise : (5th Report, The influence of random surface roughness on frictional noise). *Bulletin of JSME*, 25(203) :827–833, 1982.
- [23] M. O. Othman and A. H. Elkholy. Surface-roughness measurement using dry friction noise. *Experimental Mechanics*, 30(3) :309–312, September 1990.
- [24] B. L. Stoimenov, S. Maruyama, K. Adachi, and K. Kato. The roughness effect on the frequency of frictional sound. *Tribology International*, 40(4) :659–664, April 2007.
- [25] H. Ben Abdelounis, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, and H. Zahouani. An experimental study on roughness noise of dry rough flat surfaces. *Wear*, 268 :335–345, January 2010.
- [26] A. Le Bot and E. Bou Chakra. Measurement of friction noise versus contact area of rough surfaces weakly loaded. *Tribology Letters*, 37(2) :273–281, February 2010.
- [27] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson. Contact of Nominally Flat Surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 295(1442) :300–319, December 1966.
- [28] E. Barthel. Adhesive elastic contacts : JKR and more. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 41(16) :163001, July 2008.
- [29] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, August 1987.
- [30] C.A. Coulomb. *Théorie des machines simples (Nouv. éd.) / , en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages*. Bachelier, 1821.
- [31] B. Weber, T. Suhina, T. Junge, L. Pastewka, A. M. Brouwer, and D. Bonn. Molecular probes reveal deviations from Amontons’ law in multi-asperity frictional contacts. *Nature Communications*, 9(1) :888, March 2018.
- [32] Elena Popova and Valentin L. Popov. The research works of Coulomb and Amontons and generalized laws of friction. *Friction*, 3(2) :183–190, June 2015.
- [33] C. Marone. Laboratory-Derived Friction Laws and Their Application to Seismic Faulting. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 26(1) :643–696, 1998.
- [34] J. R. Rice and A. L. Ruina. Stability of Steady Frictional Slipping. *Journal of Applied Mechanics*, 50(2) :343–349, June 1983.
- [35] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3) :419–425, March 1995.

- [36] Kjetil Thøgersen, Jørgen Kjoshagen Trømborg, Henrik Andersen Sveinsson, Anders Malthe-Sørenssen, and Julien Scheibert. History-dependent friction and slow slip from time-dependent microscopic junction laws studied in a statistical framework. *Physical Review E*, 89(5) :052401, May 2014.
- [37] E. Rabinowicz. The Nature of the Static and Kinetic Coefficients of Friction. *Journal of Applied Physics*, 22(11) :1373–1379, November 1951.
- [38] B. N. J. Persson, O. Albohr, U. Tartaglino, A. I. Volokitin, and E. Tosatti. On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(1) :R1, December 2004.
- [39] A. Gujrati, S. R. Khanal, L. Pastewka, and T. D. B. Jacobs. Combining TEM, AFM, and Profilometry for Quantitative Topography Characterization Across All Scales. *ACS Applied Materials & Interfaces*, 10(34) :29169–29178, August 2018.
- [40] A. I. Vakis. Asperity Interaction and Substrate Deformation in Statistical Summation Models of Contact Between Rough Surfaces. *Journal of Applied Mechanics*, 81(4) :041012–041012–10, October 2013.
- [41] M. H. Müser, W. B. Dapp, R. Bugnicourt, P. Sainsot, N. Lesaffre, T. A. Lubrecht, B. N. J. Persson, K. Harris, A. Bennett, K. Schulze, S. Rohde, P. Ifju, W. G. Sawyer, T. Angelini, H. Ashtari Esfahani, M. Kadkhodaei, S. Akbarzadeh, J. J. Wu, G. Vorlauffer, A. Vernes, S. Solhjoo, A. I. Vakis, R. L. Jackson, Y. Xu, J. Streater, A. Rostami, D. Dini, S. Medina, G. Carbone, F. Bottiglione, L. Afferrante, J. Monti, L. Pastewka, M. O. Robbins, and J. A. Greenwood. Meeting the Contact-Mechanics Challenge. *Tribology Letters*, 65(4) :118, August 2017.
- [42] A. I. Vakis, V. A. Yastrebov, J. Scheibert, L. Nicola, D. Dini, C. Minfray, A. Almqvist, M. Paggi, S. Lee, G. Limbert, J. F. Molinari, G. Anciaux, R. Aghababaei, S. Echeverri Restrepo, A. Papangelo, A. Cammarata, P. Nicolini, C. Putignano, G. Carbone, S. Stupkiewicz, J. Lengiewicz, G. Costagliola, F. Bosia, R. Guarino, N. M. Pugno, M. H. Müser, and M. Ciavarella. Modeling and simulation in tribology across scales : An overview. *Tribology International*, 125 :169–199, September 2018.
- [43] E. Rigaud and J. Perret-Liaudet. Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting Hertzian contact. Part 1 : harmonic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 265(2) :289–307, August 2003.
- [44] J. Perret-Liaudet and E. Rigaud. Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting Hertzian contact. Part 2 : random excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 265(2) :309–327, August 2003.

-
- [45] J. Perret-Liaudet and E. Rigaud. Response of an impacting Hertzian contact to an order-2 subharmonic excitation : Theory and experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 296(1) :319–333, September 2006.
- [46] J. Perret-Liaudet and E. Rigaud. Superharmonic Resonance of Order 2 for an Impacting Hertzian Contact Oscillator : Theory and Experiments. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2(2) :190–196, December 2006.
- [47] D. P. Hess and A. Soom. Normal Vibrations and Friction Under Harmonic Loads : Part I—Hertzian Contacts. *Journal of Tribology*, 113(1) :80–86, January 1991.
- [48] D. P. Hess and A. Soom. Normal Vibrations and Friction Under Harmonic Loads : Part II—Rough Planar Contacts. *Journal of Tribology*, 113(1) :87–92, January 1991.
- [49] D. P. Hess and A. Soom. Normal and Angular Motions at Rough Planar Contacts During Sliding With Friction. *Journal of Tribology*, 114(3) :567–578, July 1992.
- [50] C. Feng and K.F. Graff. Impact of a Spherical Tool against a Sonic Transmission Line. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 52(1B) :254–259, July 1972.
- [51] A. Valance and D. Bideau. Dynamics of a ball bouncing on a rough inclined line. *Physical Review E*, 57(2) :1886–1894, February 1998.
- [52] S. Pommier and Y. Berthaud. *Mécanique générale - Cours et exercices corrigés*. Dunod, Paris, February 2010.
- [53] W. Goldsmith. *Impact*. Dover Publications, November 2001.
- [54] E. D. Leonel and P. V. E. McClintock. A hybrid Fermi–Ulam-bouncer model. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 38(4) :823–839, January 2005.
- [55] Gerald H. Ristow, François-Xavier Rigidel, and Daniel Bideau. Different characteristics of the motion of a single particle on a bumpy inclined line. *Journal de Physique I*, 4(8) :1161–1172, August 1994.
- [56] L. A. Wood and K. P. Byrne. Analysis of a random repeated impact process. *Journal of Sound and Vibration*, 78(3) :329–345, October 1981.
- [57] Y. Kadmiri, E. Rigaud, J. Perret-Liaudet, and L. Vary. Experimental and numerical analysis of automotive gearbox rattle noise. *Journal of Sound and Vibration*, 331(13) :3144–3157, June 2012.
- [58] C. Zouabi, J. Scheibert, and J. Perret-Liaudet. Memory in random bouncing ball dynamics. *EPL (Europhysics Letters)*, 115(5) :50006, October 2016.
- [59] J.-Y. Chastaing, E. Bertin, and J.-C. Géminard. Dynamics of a bouncing ball. *American Journal of Physics*, 83(6) :518–524, May 2015.

- [60] P. Pierański, Z. Kowalik, and M. Franaszek. Jumping particle model. A study of the phase space of a non-linear dynamical system below its transition to chaos. *Journal de Physique*, 46(5) :681–686, May 1985.
- [61] H. S. Wright, M. R. Swift, and P. J. King. Stochastic dynamics of a rod bouncing upon a vibrating surface. *Physical Review E*, 74(6) :061309, December 2006.
- [62] S. Dorbolo, F. Ludewig, and N. Vandewalle. Bouncing trimer : a random self-propelled particle, chaos and periodical motions. *New Journal of Physics*, 11(3) :033016, March 2009.
- [63] E. Falcon, C. Laroche, S. Fauve, and C. Coste. Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 3(1) :45–57, May 1998.
- [64] M. Nagurka and S. Huang. A mass-spring-damper model of a bouncing ball. In *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, volume 1, pages 499–504 vol.1, June 2004.
- [65] A. Carbonelli, J. Perret-Liaudet, E. Rigaud, and M. S. Feki. Investigation of Restitution Coefficient and Spring-Damper Models for the Bouncing Ball Problem. *ASME Proceedings 8th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control*, pages 493–501, January 2011.
- [66] G. Kuwabara and K. Kono. Restitution Coefficient in a Collision between Two Spheres. *Japanese Journal of Applied Physics*, 26(8R) :1230, August 1987.
- [67] H. M. Lankarani and P. E. Nikravesh. A Contact Force Model With Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems. *Journal of Mechanical Design*, 112(3) :369–376, September 1990.
- [68] H. Ben Abdelounis. *Dynamique et vibroacoustique du contact rugueux : expérimentation et modélisation*. thesis, Ecully, Ecole centrale de Lyon, January 2010.
- [69] V.H. Dang, J. Perret-Liaudet, J. Scheibert, and A. Le Bot. Direct numerical simulation of the dynamics of sliding rough surfaces. *Computational Mechanics*, 52(5) :1169–1183, November 2013.
- [70] R. Wetter and V.L. Popov. The Influence of System Dynamics on the Frictional Resistance : Insights from a Discrete Model. *Tribology Letters*, 61(2) :15, February 2016.
- [71] ISO/TC 213. Spécification géométrique des produits (gps) – État de surface : Méthode du profil – paramètres liés aux motifs. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH, August 1996.

-
- [72] ISO/TC 213. Spécification géométrique des produits (gps) – État de surface : Méthode du profil – termes, définitions et paramètres d'état de surface. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH, April 1997.
- [73] ISO/TC 213. Geometrical product specifications (gps) – surface texture : Areal – part 2 : Terms, definitions and surface texture parameters. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH, April 1994.
- [74] T. D. B. Jacobs, T. Junge, and L. Pastewka. Quantitative characterization of surface topography using spectral analysis. *Surface Topography : Metrology and Properties*, 5(1) :013001, 2017.
- [75] F. Lechenault, G. Pallares, M. George, C. Rountree, E. Bouchaud, and M. Ciccotti. Effects of Finite Probe Size on Self-Affine Roughness Measurements. *Physical Review Letters*, 104(2) :025502, January 2010.
- [76] Davy Dalmas, Anne Lelarge, and Damien Vandembroucq. Crack Propagation through Phase-Separated Glasses : Effect of the Characteristic Size of Disorder. *Physical Review Letters*, 101(25) :255501, December 2008.
- [77] H. Zahouani, R. Vargiolu, and J. L. Loubet. Fractal models of surface topography and contact mechanics. *Mathematical and Computer Modelling*, 28(4) :517–534, August 1998.
- [78] M. Ciccotti and F. Mulargia. Pernicious effect of physical cutoffs in fractal analysis. *Physical Review E*, 65(3) :037201, February 2002.
- [79] R. Holm. *Electric Contacts : Theory and Application*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 4^{ième} edition, 1967.
- [80] N. Ponthus, J. Scheibert, K. Thøgersen, A. Malthe-Sørensen, and J. Perret-Liaudet. Statistics of the separation between sliding rigid rough surfaces : Simulations and extreme value theory approach. *Physical Review E*, 99(2) :023004, February 2019.
- [81] S. Plaszczynski. Generating long streams of $1/f^\alpha$ noise. *Fluctuation and Noise Letters*, 07(01) :R1–R13, March 2007.
- [82] G. Palasantzas. Roughness spectrum and surface width of self-affine fractal surfaces via the K-correlation model. *Physical Review B*, 48(19) :14472–14478, November 1993.
- [83] M.S. Longuet-Higgins. Statistical properties of an isotropic random surface. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 250(975) :157–174, October 1957.
- [84] E. H. Vanmarcke. On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes. *Journal of Applied Mechanics*, 42(1) :215–220, March 1975.

- [85] A. Preumont. On the peak factor of stationary Gaussian processes. *Journal of Sound and Vibration*, 100(1) :15–34, May 1985.
- [86] A. Preumont. *Random Vibration and Spectral Analysis/Vibrations aléatoires et analyse spectral*. Springer Science & Business Media, June 2013.
- [87] A. Der Kiureghian. Structural Response to Stationary Excitation. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 106(6) :1195–1213, 1980.
- [88] D. Benasciutti and R. Tovo. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. *International Journal of Fatigue*, 27(8) :867–877, August 2005.
- [89] A. G. Davenport. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 28(2) :187–196, June 1964.
- [90] B. Harding, C. Tremblay, and D. Cousineau. Standard errors : A review and evaluation of standard error estimators using Monte Carlo simulations. *The Quantitative Methods for Psychology*, 10(2) :107–123, September 2014.
- [91] E. L. Church and P. Z. Takacs. Effects of the nonvanishing tip size in mechanical profile measurements. In *Optical Testing and Metrology III : Recent Advances in Industrial Optical Inspection*, volume 1332, pages 504–515. International Society for Optics and Photonics, January 1991.
- [92] L. de Haan and A. Ferreira. *Extreme Value Theory*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer New York, 2006.
- [93] P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch. *Modelling Extremal Events*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [94] M. R. Leadbetter, G. Lindgren, and H. Rootzén. *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*. Springer Series in Statistics. Springer New York, 1983.
- [95] J. Galambos. Extreme Value Theory for Applications. *Extreme Value Theory and Applications*, pages 1–14, 1994.
- [96] D. Sornette. *Critical Phenomena in Natural Sciences*. Springer Series in Synergetics. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2006.
- [97] S. N. Majumdar and A. Pal. Extreme value statistics of correlated random variables. *arXiv :1406.6768 [cond-mat, stat]*, June 2014.
- [98] A. Le Bot. *Introduction aux vibrations aléatoires - Cours et exercices corrigés*. Dunod, January 2019.

-
- [99] W. C. Swope, H. C. Andersen, P. H. Berens, and K. R. Wilson. A computer simulation method for the calculation of equilibrium constants for the formation of physical clusters of molecules : Application to small water clusters. *The Journal of Chemical Physics*, 76(1) :637–649, January 1982.
- [100] T. Nihira, K. Manabe, C. Tadokoro, S. Ozaki, and K. Nakano. Complex Impedance Measurement Applied to Short-Time Contact Between Colliding Steel Surfaces. *Tribology Letters*, 57(3) :29, January 2015.
- [101] N. V. Brilliantov, F. Spahn, J. M. Hertzsch, and T. Pöschel. Model for collisions in granular gases. *Physical Review E*, 53(5) :5382–5392, May 1996.
- [102] J. M. Hertzsch, F. Spahn, and N. V. Brilliantov. On Low-Velocity Collisions of Viscoelastic Particles. *Journal de Physique II*, 5(11) :1725–1738, November 1995.
- [103] J. Sabot, P. Krempf, and C. Janolin. Non linear vibrations of a sphere-plane contact excited by a normal load. *Journal of Sound and Vibration*, 214(2) :359–375, July 1998.
- [104] A. Couder. Etude expérimentale de la dynamique vibratoire d’une interface rugueuse sèche, suivi optique par caméra rapide. Technical report, École Centrale de Lyon, 2015. non publié.
- [105] Larry Wasserman. *All of Statistics : A Concise Course in Statistical Inference*. Springer Texts in Statistics. Springer-Verlag, New York, 2004.
- [106] A. Bichri, M. Belhaq, and J. Perret-Liaudet. Effect of Electromagnetic Actuation on Contact Loss in a Hertzian Contact Oscillator. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 10(6) :064501–064501–6, November 2015.
- [107] O. F. de Alcantara Bonfim. Dynamical properties of an harmonic oscillator impacting a vibrating wall. *Physical Review E*, 79(5) :056212, May 2009.

Statistics of the separation between sliding rigid rough surfaces: Simulations and extreme value theory approach

Nicolas Ponthus,¹ Julien Scheibert,^{1,*} Kjetil Thøgersen,² Anders Malthe-Sørenssen,³ and Joël Perret-Liaudet¹

¹Univ Lyon, Ecole Centrale de Lyon, ENISE, ENTPE, CNRS, Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes LTDS UMR5513, F-69134, Ecully, France

²Physics of Geological Processes, The NJORD Centre, Department of Geosciences, University of Oslo, Norway

³Department of Physics, University of Oslo, 0316 Oslo, Norway



(Received 12 October 2018; published 19 February 2019)

When a rigid rough solid slides on a rigid rough surface, it experiences a random motion in the direction normal to the average contact plane. Here, through simulations of the separation at single-point contact between self-affine topographies, we characterize the statistical and spectral properties of this normal motion. In particular, its rms amplitude is much smaller than that of the equivalent roughness of the two topographies and depends on the ratio of the slider's lateral size over a characteristic wavelength of the topography. In addition, due to the nonlinearity of the sliding contact process, the normal motion's spectrum contains wavelengths smaller than the smallest wavelength present in the underlying topographies. We show that the statistical properties of the normal motion's amplitude are well captured by a simple analytic model based on the extreme value theory framework, extending its applicability to sliding-contact-related topics.

DOI: [10.1103/PhysRevE.99.023004](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.023004)

I. INTRODUCTION

The interfacial separation d between the surfaces of two solids brought close to one another is central to many interfacial processes. Those include attractive forces when the distance is small but finite (Van der Waals [1], electrostatic [2], Casimir forces [3]), repulsive elastic forces when the distance vanishes [4,5], heat transfer and noncontact friction [6], electric conductivity [7], and permeability [7,8]. The evaluation of d becomes difficult when the typical separation becomes of the order of the surface roughness, because the separation is now a random variable of the position along the interface. In this case, d often refers to the average separation between the mean planes of the two rough surfaces.

In the particular case when the two rough surfaces come into contact, most of the literature has treated their normal approach (see, e.g., Refs. [9,10]; also see [11] on the effect of shear loading). For elastic bodies under sufficient compressive pressure, a so-called multicontact is formed, made of myriad individual microcontacts where mainly the highest antagonist asperities are involved in the actual contact. This situation is typical of elastomer contacts [11]. The average separation between the two bodies is found to depend in particular on the ratio p/E^* of the applied pressure p to composite elastic modulus E^* and the spectral properties of the topography [5,12]. When p/E^* tends toward zero, i.e., when the pressure becomes very low compared to the material stiffness, and when the two surfaces are brought in contact through a pure normal translation, those two surfaces touch on only one point, which is the first to come into contact. Such single-point contact situations, which are the focus of the present study,

have previously been investigated in the context of the precise measurement of dispersion forces [13,14] or of the contact of metallic surfaces under light load [15]. In such cases the measurable quantity is the separation of the two mean planes for single-point contact, d_0 (see Fig. 1). Note that if the two solids are shifted one with respect to the other parallel to the contact plane, then the measured value of d_0 will likely vary, because the single-point contact will involve a different couple of antagonist asperities. Such a sensitivity to details of the measurement procedure is responsible for significant uncertainties in the evaluation of d_0 [13,14]. d_0 is also expected to vary as soon as the solids are slid one on another, because the point of contact will continuously change, and this is the phenomenon of interest in the following.

From now on, we will consider that, in such a weakly loaded, single-point contact situation, one body (the slider, with a finite-sized area) is set to slide on the other (the track, having a larger area). Due to the random nature of the antagonist topographies, the slider will experience a roughness-induced motion in the direction normal to the average contact plane (z displacement), $d_0(u)$, with u the tangential displacement (x displacement) of the slider, as shown on Fig. 1. In the following, $d_0(u)$ is referred to as the normal motion. If the sliding velocity was high enough, then the slider could lose contact with the track and enter a bouncing regime [15–18]. In the following, we only consider slow sliding, in which such inertia effects can be neglected. In those quasistatic conditions, the time dependence of the normal motion is irrelevant and the quantity of interest is $d_0(u)$. To characterize this quantity, we perform direct numerical simulations of the single-point contact between sliding rigid rough surfaces, as described in Sec. II.

From the illustration of Fig. 1, it is natural to interpret the single-point contact sliding process as a geometrical filtering

*julien.scheibert@ec-lyon.fr

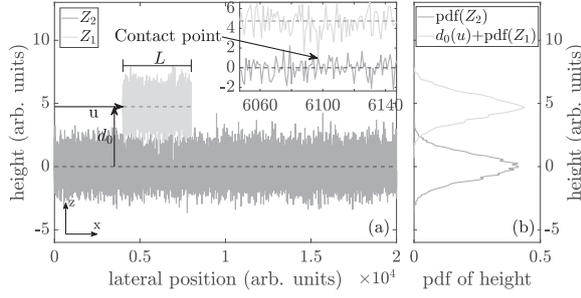


FIG. 1. (a) Illustration of single-point contact on the example of two 1D centered Gaussian white noises, Z_1 and Z_2 . The separation at single-point contact, d_0 , is measured between the mean heights of the two processes. (b) Probability density functions (pdf) of both processes.

in which the input signals are the two antagonist topographies, Z_1 and Z_2 , and the output signal is the roughness-induced normal motion, $d_0(u)$. In particular, one expects that the broader the probability density function of the topographies, the larger the average single-point contact separation. One also expects the spectral properties of $d_0(u)$ to be dependent on in-plane features of the topographies, like their spectral contents. This is why our simulations explore a variety of power spectrum densities (PSD) of the contacting topographies (Sec. II). In Sec. III, we characterize in detail the relationship between the properties of the topographies and that of the resulting normal motion $d_0(u)$.

The height of single-point contact being directly related to the altitude of the highest asperities of the antagonist surfaces, it is tempting to use the concepts of extreme value theory (EVT) [19–21] to estimate the statistical properties of d_0 . EVT has been extensively used in various fields [22], including rupture in disordered media [23], risk in finance or insurance [20], or catastrophic natural events (preface of Ref. [21]). EVT predicts the probability distribution of rare events and is used in Sec. IV to predict the distribution of the maximum height of the topographies and thus of d_0 . Those predictions are quantitatively compared to the simulation results and used to discuss the applicability of EVT to sliding-contact-related topics.

II. DIRECT SIMULATIONS: METHODS

A. Properties of the topographies

To characterize the properties of the separation at single-point contact between sliding surfaces, $d_0(u)$, we performed direct simulations of a rough square slider (surface $L \times L$) moving quasistatically along a rough track (surface $L_1 \times L$, $L_1 > 2L$) and touching it in a single point for each of the successive positions u of the slider. The two rotations of the slider around the in-plane axis are forbidden and its translation along the track is imposed. Its only free motion is that along the out-of-plane z axis. The slider and track have the same statistical roughness properties.

Two-dimensional (2D) Gaussian topographies, \mathbf{z} , with various spectral properties have been generated, from their 2D PSD. Assuming that the topographies are isotropic, they are

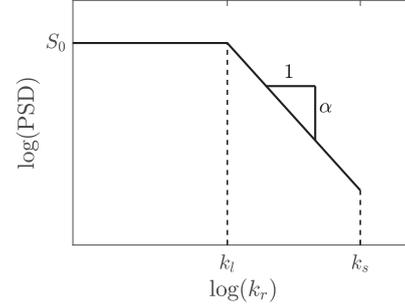


FIG. 2. Sketch of the radial profiles $S_{zz}(k_r)$ of the 2D PSDs considered for the antagonist topographies and definition of the corresponding parameters.

fully characterized by the radial profile of their PSD, $S_{zz}(k_r)$, with k_r the radial wave number. Knowledge of the PSD allows one to calculate a variety of useful estimators of the topographies' properties, among which its rms roughness, R_q , from

$$R_q^2 = M_0, \quad (1)$$

and its central wavelength, λ_0 , from

$$\lambda_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M_0}{M_2}}, \quad (2)$$

with the radial spectral moments M_i defined by [24] $M_i = 2\pi \int_0^{+\infty} k_r^{i+1} S_{zz}(k_r) dk_r$.

We used realistic PSDs corresponding to self-similar topographies such as the one shown on Fig. 2. Such PSD can be fully described using four parameters: S_0 sets the amplitude of the surface; k_l , the low cut-off wave number, and k_s , the high cut-off wave number, set the wave number range over which the topographies are self-similar; $-\alpha$ is the slope of the self-similar part and is linked to the fractal dimension. Indeed, α relates to the Hurst exponent H through [25–27]: $\alpha = 2(H + 1)$. Note that, for a slider of size L , the lowest accessible wave number is $k_L = \frac{2\pi}{L}$. With this choice of PSD profile, the three first radial spectral moments M_i can be calculated analytically (Appendix). Once injected in Eqs. (1) and (2), Appendix provides the explicit expressions of R_q and λ_0 .

In summary, a given simulation corresponds to a given set of five parameters: S_0 , k_l , k_s , α , and L . In practice, we will use the following equivalent set of five parameters with a more intuitive physical meaning: R_q , λ_0 , and L as three characteristic length scales and α and $b = \frac{k_l}{k_s}$ as two shape descriptors of the PSD radial profile.

B. Numerical topography generation

The surfaces are represented numerically by a $(2\Theta + 1) \times (2\Psi + 1)$ height matrix \mathbf{z} . The location along a surface is identified by the vector $\mathbf{x}_{ij} = (x_i, y_j)$ with i varying from $-\Theta$ to Θ and j from $-\Psi$ to Ψ such that $x_i = i\Delta x$ and $y_j = j\Delta y$. Thus $\mathbf{z}(\mathbf{x}_{ij})$ defines the altitude of the topography at each point. The Fourier transform of \mathbf{z} is $\mathcal{F}[\mathbf{z}](\mathbf{k}_{\theta\psi}) = A(\mathbf{k}_{\theta\psi}) \exp[i\phi(\mathbf{k}_{\theta\psi})]$ with A , the amplitude, and ϕ , the phase, two real functions. The wave vector is $\mathbf{k}_{\theta\psi} = (k_\theta = \frac{\theta}{(2\Theta+1)\Delta x}, k_\psi = \frac{\psi}{(2\Psi+1)\Delta y})$,

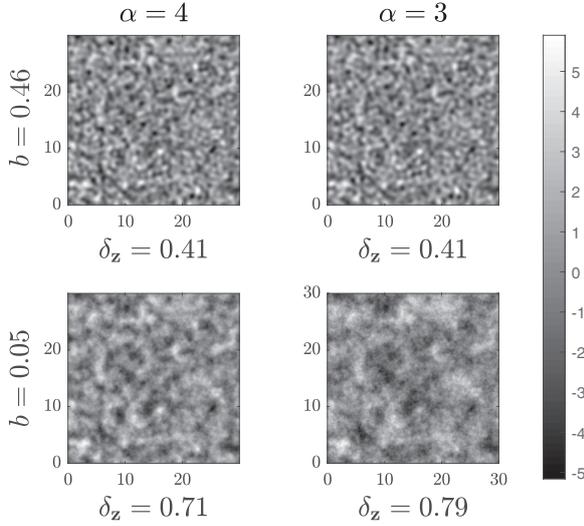


FIG. 3. Typical topographies generated for various values of α and b . In-plane size in units of λ_0 . Out-of-plane size (grayscale bar) in units of R_q .

with θ varying from $-\Theta$ to Θ and ψ from $-\Psi$ to Ψ . By setting:

$$A(n, m) = A(-n, -m), \quad (3)$$

$$\phi(n, m) = -\phi(-n, -m), \quad (4)$$

we ensure that \mathbf{z} is real and reads (after inverse Fourier transform of $A(\mathbf{k}_{\theta\psi}) \exp[i\phi(\mathbf{k}_{\theta\psi})]$):

$$\mathbf{z}(\mathbf{x}_{ij}) = \frac{1}{2\Theta + 1} \frac{1}{2\Psi + 1} \times \sum_{\theta} \sum_{\psi} A(\mathbf{k}_{\theta\psi}) \cos[\phi(\mathbf{k}_{\theta\psi}) + \mathbf{k}_{\theta\psi} \cdot \mathbf{x}_{ij}]. \quad (5)$$

The amplitude $A(\mathbf{k}_{\theta\psi})$ can be expressed as a function of the continuous PSD profile, $\mathcal{S}_{zz}(k_r)$, as:

$$A(\mathbf{k}_{\theta\psi}) = \sqrt{\frac{(2\Theta + 1)(2\Psi + 1)\mathcal{S}_{zz}(|\mathbf{k}_{\theta\psi}|)}{\Delta x \Delta y}}. \quad (6)$$

In order to produce numerical topographies obeying the PSDs described in Sec. II A, we use Eq. (5) in which we insert both Eq. (6) and phases ϕ randomly drawn from a uniform law over $[0, 2\pi[$, yielding a Gaussian distribution of heights.

Figure 3 represents four typical topographies obtained for various values of α and b , the lateral length of all panels corresponding to the same number of central wavelength, λ_0 . One can see that the smaller b and α , the richer the spectral contents of the topography, with b having the strongest effect. The spectral bandwidth can be quantified by a spreading

parameter $\delta_z = \sqrt{1 - \frac{M_1^2}{M_0 M_2}}$ inspired by Refs. [28–32]. δ_z can vary between 0 and 1, with δ_z being close to 0 for a narrow-band topography. Figure 4, which shows the evolution of δ as a function of α , for various b , confirms the trends illustrated in Fig. 3.

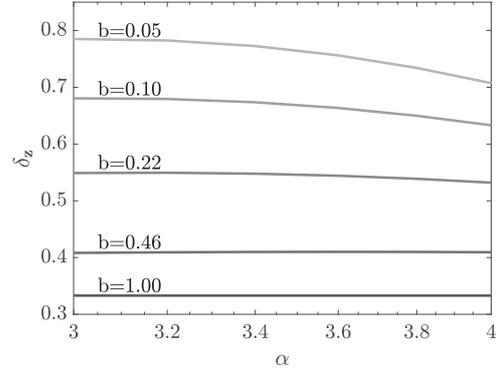


FIG. 4. Spectral bandwidth δ_z as a function of the shape descriptors of the PSD considered here (Fig. 2), α and b .

C. Simulation parameters

The in-plane discretization $\Delta x = \Delta y$ of the surface is chosen such that $\frac{2\pi}{2\Delta x} = 6k_s$. This ensures that the sinus corresponding to the largest wave number is well resolved, with 12 points per wavelength in the spatial domain. Sliding motion is simulated by moving the slider along x with respect to the track by one grid size at each step.

For each dimension of the topographies (out-of- and in-plane) a reference length is chosen. For the out-of-plane dimension, the rms roughness, R_q , is chosen, while for the in-plane dimension, we chose the central wavelength, λ_0 . Note that, in our case of normal approach of rigid bodies, the in- and out-of-plane dimensions are uncoupled. In particular, dilating only the in-plane dimension does not affect the value of the normal separation, while dilating only the out-of-plane dimension does not affect the index of the topography points that are involved in the single-contact. Simulations are thus defined by three dimensionless parameters: two for the PSD shape, b and α , and one for the slider size $\tilde{L} = L/\lambda_0$. The output quantity is thus the dimensionless separation at single-point contact, $d_0 = d_0/\sqrt{2}R_q$, as a function of the dimensionless sliding distance, $\tilde{u} = u/\lambda_0$. Note that, for the contact between two statistically identical topographies, each with an rms roughness R_q , as is the case in the present study, the normalizing quantity for d_0 , $\sqrt{2}R_q = R_q^*$, represents the equivalent rms roughness of the sum topography.

The value of b is varied from 0.05 to 1. Notice that $b = 1$ is the case of a rectangular-shaped radial PSD, while for $b = 0$ the topography would be purely self-similar. α is varied from 3 to 4, corresponding to a Hurst exponent varying from 0.5 to 1. To investigate the effect of the slider size, \tilde{L} is varied from 43 to 760. The track size is then $\tilde{L}_1 \times \tilde{L}$. Note that we have limited the range of variations of \tilde{L} to values such that (i) $k_L < k_l$ so that there is a white noise part in the PSD and (ii) $L_1 = 5L$ and $L/\Delta x$ is smaller than 17 000, to keep topography matrices computationally tractable. Our computational resources allowed simulation of topographies with any combination of parameters within the above-mentioned ranges. An additional set of simulations has been performed with $\alpha = 4$ and $b = 0.46$, which allowed us to vary \tilde{L} from

1.5 to 1389, and thus to explore more widely the effect of the slider size on the roughness-induced normal motion.

For each random draw of phases, a different topography is generated, with the specified PSD. For each set of parameters (α , b , and \bar{L}), several draws of topographies are performed in order to get converged statistical results for the separation at single-point contact, \tilde{d}_0 . Tests have shown that with 15 draws, the expected value of each of the three first statistical moments (mean, standard deviation, and skewness) of \tilde{d}_0 is measured to better than 5% accuracy.

Finally, let us define the parameter N , which will be useful in the following sections:

$$N = \frac{4}{\pi} \bar{L}^2. \quad (7)$$

N represents the number of circular patches of diameter λ_0 along the slider's surface. For a narrow band process, it is close to the number of asperities on the slider's surface. Here and in the following, the term asperity refers to any convex portion of the topography.

III. DIRECT SIMULATIONS: RESULTS

In Fig. 5, an example of simulated separation at single-point contact, $\tilde{d}_0(\tilde{u})$, is plotted. In Fig. 6, typical probability density functions (pdf) of \tilde{d}_0 are shown. One can notice that $\langle \tilde{d}_0 \rangle$, the mean value of \tilde{d}_0 , is larger than 0 by several R_q^* (typically 2 to 5, depending of the simulated topographies). Note that $d_0(u)$ (the distance between the two mean planes [see Fig. 1]) can be equal to 0 only if one topography would be the exact complementary of the other at position u . Also, the standard deviation of \tilde{d}_0 , $\sigma_{\tilde{d}_0}$, is always found smaller than 1. Finally, the skewness of the distribution, $sk_{\tilde{d}_0}$, is positive, due to the fatter right tail of the pdf, implying that, unlike the underlying topographies, the separation at single-point contact, d_0 , is not a Gaussian process.

More quantitatively, Fig. 7 shows the normalized mean value, standard deviation, and skewness, respectively $\langle \tilde{d}_0 \rangle$, $\sigma_{\tilde{d}_0}$, and $sk_{\tilde{d}_0}$, for all simulations parameters used, as a function of the slider area, represented by the number N . Figure 7 clearly shows that the statistical moments of the

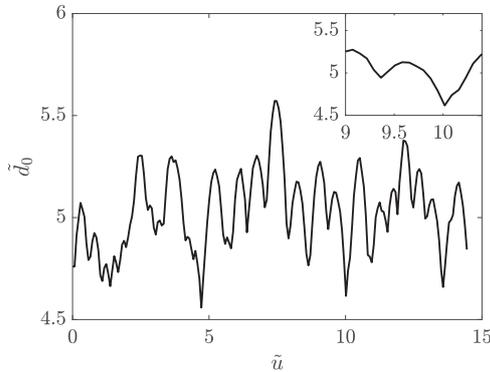


FIG. 5. Typical example of separation at single-point contact, $\tilde{d}_0(\tilde{u})$. $\alpha = 4$, $b = 0.46$, $\bar{L} = 327$. Inset: Zoom showing cusplike features.

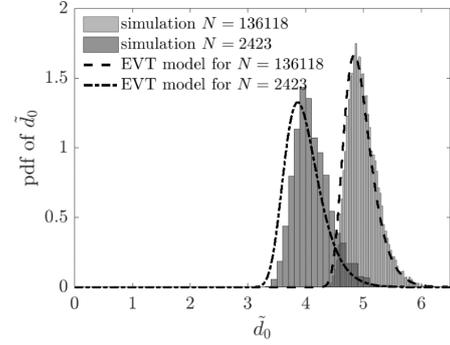


FIG. 6. Typical pdf of the separation at single-point contact for two different slider sizes, $\bar{L} = 327$ ($N = 136118$) and $\bar{L} = 44$ ($N = 2423$). $\alpha = 3.2$, $b = 0.46$. Dashed lines: EVT model discussed in Sec. IV.

dimensionless separation \tilde{d}_0 only depend on N . Both $\langle \tilde{d}_0 \rangle$ and $sk_{\tilde{d}_0}$ are increasing functions of N , whereas $\sigma_{\tilde{d}_0}$ is a decreasing function. Note that the N axis is logarithmic, indicating that the variations with N are relatively slow.

We now describe the spectral contents of the roughness-induced normal motion of the slider. They are described by the power spectrum density of $\tilde{d}_0(\tilde{u})$, $S_{\tilde{d}_0\tilde{d}_0}$ (see Fig. 8 for a typical example). We find that the resulting PSDs are of the self-affine type, with a white-noise part at low frequencies, and a power-law decay of exponent $-\alpha^*$ at high frequencies. The crossover wave number is denoted \tilde{k}_l^* .

As can be seen in Fig. 8, \tilde{d}_0 has nonvanishing spectral contents for wave numbers higher than \tilde{k}_s , the topographies' largest wave number. We measured the exponent $-\alpha^*$ of the power-law decay of the PSD, for wave numbers larger than \tilde{k}_s , and found that it is always roughly equal to -4 . Then, to estimate the value of \tilde{k}_l^* , we propose the following empirical model for the PSD (see black line in Fig. 8):

$$\begin{cases} S_0^* & \text{if } \tilde{k} < \tilde{k}_l^*, \\ S_0^* \left(\frac{\tilde{k}_l^*}{\tilde{k}}\right)^4 & \text{if } \tilde{k} > \tilde{k}_l^*. \end{cases} \quad (8)$$

We then fit the value \tilde{k}_l^* with the constraint that the moment of order 0 of the model PSD (which is the rms value of the signal) is equal to that of the simulated one, which amounts to impose that $S_0^* = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{\sigma_{\tilde{d}_0}^2 + \langle \tilde{d}_0 \rangle^2}}{\tilde{k}_l^*}$. Analysis of the dependence of \tilde{k}_l^* with the simulation parameters, α , b , and \bar{L} , for all the simulations performed, allowed us to find the following empirical expression:

$$\tilde{k}_l^* \approx f_1(b, \bar{L}) = \left(\frac{5.18 \times 10^{-5}}{b^{1.54}} + 0.0584 \right) \bar{L}^{0.0892}. \quad (9)$$

Figure 9 shows that Eq. (9) nicely predicts the value of \tilde{k}_l^* obtained from the simulations.

It is interesting to reformulate those results in terms of the central wavelength and the spectral bandwidth of the process \tilde{d}_0 , which are generic estimators of a PSD, also valid in particular for non-self-affine PSDs. They are defined as

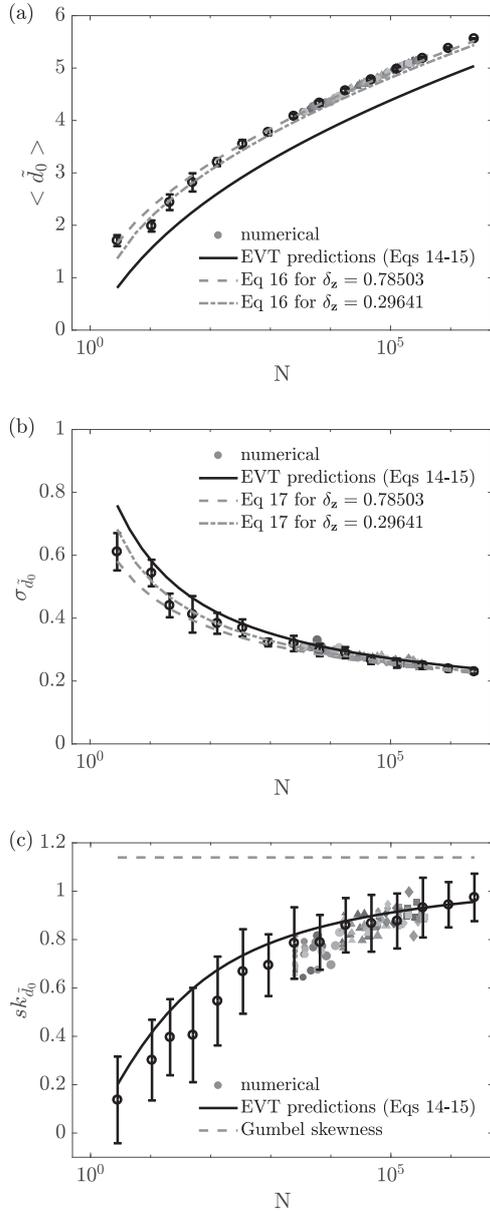


FIG. 7. (a) Mean value, (b) standard deviation, and (c) skewness of the pdfs of \tilde{d}_0 , for all simulations performed (circles). Error bars represent the standard deviation over 15 statistically identical simulations. For clarity, not all error bars are plotted. Lines: various models discussed in Sec. IV. The marker size increases when b decreases. Lighter gray denotes lower α . \bullet , \blacktriangle , \blacklozenge , \blacksquare denote $L = 100, 250, 500$, and 750 , respectively. The two values of δ_z used in Figs. 7(a) and 7(b) are the maximum and minimum values used in our simulations.

$\tilde{\lambda}_0^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tilde{m}_0}{\tilde{m}_2}}$ and $\delta^* = \sqrt{1 - \frac{\tilde{m}_1^2}{\tilde{m}_0\tilde{m}_2}}$, respectively, with moments $\tilde{m}_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{k}|^i \mathcal{S}_{\tilde{d}_0}(\tilde{k}) d\tilde{k}$. Note that with such a definition [28–32], odd moments do not vanish.

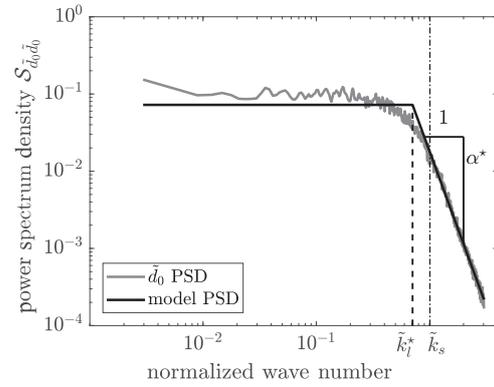


FIG. 8. Typical PSD of the separation at single-point contact and its empirical approximation [Eq. (8)]. $\alpha = 3.6$, $b = 0.1$, $\tilde{L} = 337$.

We investigated the relationship between the spectral parameters of \tilde{d}_0 and those of the contacting topographies and found the results shown in Fig. 10. First, δ^* is a function of δ_z only, through [Fig. 10(a)]:

$$\delta^* \approx 0.38\delta_z^2 + 0.58. \quad (10)$$

Second, $\tilde{\lambda}_0^*$ depends on both δ_z and \tilde{L} , through:

$$\tilde{\lambda}_0^* \approx f_2(\delta_z, \tilde{L}) = -0.178\delta_z + \frac{1.50}{\tilde{L}^{0.0685}}. \quad (11)$$

Figure 10(b) shows that this expression is a good approximation of $\tilde{\lambda}_0^*$, for all the simulations performed. Finding explanations for Eqs. (9), (10), and (11) would be the subject of an interesting future work.

IV. DISCUSSION

A. Single-point contact as a geometrical filtering

The shape observed for the probability density function of the interfacial separation (Fig. 6) can be understood as a geometrical filtering of the antagonist topographies. This

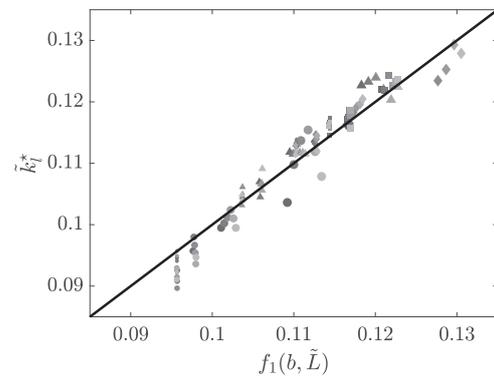


FIG. 9. Simulated $\tilde{\lambda}_l^*$ versus its approximated expression, $f_1(b, \tilde{L})$ [Eq. (9)]. Solid line: Equality line. The marker size increases when b decreases. Lighter gray denotes lower α . \bullet , \blacktriangle , \blacklozenge , \blacksquare denote $L = 100, 250, 500$, and 750 , respectively.

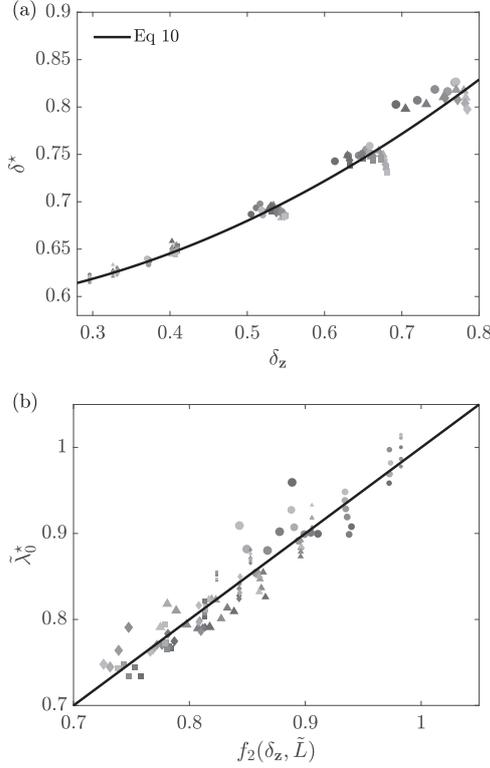


FIG. 10. Spectral parameters of the normal motion $\tilde{d}_0(\bar{u})$ as a function of those of the contacting surfaces. (a) δ_0^* vs. δ_z . (b) $\tilde{\lambda}_0^*$ vs. $f_2(\delta_z, \tilde{L})$ [Eq. (11)]. Solid line: Equality line. The marker size increases when b decreases. Lighter gray denotes lower α . \bullet , \blacktriangle , \blacklozenge , \blacksquare denote $L = 100, 250, 500$, and 750 , respectively.

filtering process is expected to strongly depend on the size of the slider. In the limit of a pointlike slider (L vanishes), it will be able to follow exactly the track's topography, so that its normal motion will be equal to that topography. In the case of a finite-sized slider, the slider will not be able to penetrate into the valleys of the track's topography but will mainly slide on the highest asperities. Hence, the slider is expected to successively explore the shape of different asperities: the ones with the smallest distance to the slider's topography. The switching between asperities in contact is expected to be abrupt because the slider will intantaneously stop following the shape of the previous asperity and start following the new one. This scenario is in perfect agreement with the typical normal motion shown in Fig. 5 (inset), in which one can identify cusplike features at the local minima (when the slider switches asperities) and smooth maxima (when the slider follows the summit of one asperity).

Those features of the normal motion are fully consistent with the observations made on the pdf and PSD of \tilde{d}_0 . The asymmetry between minima and maxima in the normal motion explains the fatter tail of the pdf for large altitudes, which are more probable than the small amplitudes (at the cusps), and thus explains why $sk_{\tilde{d}_0} > 0$ [Fig. 7(c)]. It is interesting to note that the PSD of a cusp-containing signal like $|\sin(x)|$

is a Dirac comb with amplitude decreasing asymptotically as $1/k^4$, i.e., with an exponent close to the measured $-\alpha^* \simeq -4$. We suggest that the presence of the cusps is the origin of the observed spectral enrichment (beyond k_s) of the roughness-induced normal motion. The observation that the standard deviation of d_0 is always smaller than that of the sum topography [Fig. 7(b)] is related to the fact that the slider cannot explore the lowest parts of the track's topography, due to its finite size. Finally, the nonvanishing values of the mean of \tilde{d}_0 are fully consistent with the fact that the slider only touches the highest asperities of the track [Fig. 7(a)].

As noted above, the slider's normal motion only differs from the track's topography if the slider has a nonvanishing size, which indicates that the geometrical filtering is intrinsically a finite-size effect. And indeed, the various statistical properties of the normalized normal motion's pdf only depend on N (Fig. 7). Larger sliders have a larger probability to touch a high asperity, so that $\langle \tilde{d}_0 \rangle$ is larger [Fig. 7(a)]. Similarly, larger sliders penetrate less into the tracks' valleys, so that $\sigma_{\tilde{d}_0}$ is smaller [Fig. 7(b)].

B. Extreme value theory approach

Due to the large number of points used to represent the topographies, the numerical simulations presented above are computationally expensive and require large random access memory for the reverse Fourier transform operation [for the largest simulations, we used 512Gb of RAM for 3h30 on Bi-Xeon E5-2640v3 (16 core 2.6 GHz)]. Thus being able to predict the statistical properties of the separation at single-point contact, d_0 , directly from the properties of the topographies is highly desirable. Remembering that the slider, due to its finite size, can only get into contact with the highest asperities of the track's topography, it is tempting to investigate how the framework of extreme value theory (EVT, see, e.g., [19–21]) can be applied to the present single-point contact problem.

We represent rough surfaces through N points which are independent realizations of a centered Gaussian process. Consider two antagonist such topographies, z_1 and z_2 , with identical rms roughness R_q , as sketched in Fig. 1. Their separation at single-point contact, d_0 , is given by $d_0 = -\min_{(x_i, y_j)} [z_1(x_i, y_j) - z_2(x_i, y_j)]$. z_1 and z_2 having symmetric distributions, (i) the distribution of their difference is then statistically equal to the distribution of their sum and (ii) the opposite of the minimum is statistically equivalent to the maximum. We can thus work on the sum of the two topographies, $z = z_1 + z_2$, which has a centered Gaussian distribution with a standard deviation equal to $R_q^* = \sqrt{2}R_q$, and examine $d_0 = \max(z)$.

Let \mathcal{P} be the cumulative density function (cdf) of z and p the associated probability density function (pdf). In our case:

$$p(z) = \frac{1}{R_q^* \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2R_q^{*2}}\right), \quad (12)$$

$$\mathcal{P}(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{z}{R_q^* \sqrt{2}}\right). \quad (13)$$

We will now follow the EVT approach described, e.g., in Ref. [19]. The probability that the altitude at one point of z

is smaller than a value Y is given by $\mathcal{P}(Y)$. The probability that all N altitudes of z are smaller than Y , meaning that Y is greater or equal to the highest point of z , is the cdf $G(Y) = \mathcal{P}(Y)^N$. Thus, the pdf corresponding to the fact that Y is the largest of the N altitudes, which is precisely the pdf of the sliders' height, reads:

$$g(Y) = G'(Y) = N\mathcal{P}(Y)\mathcal{P}(Y)^{N-1}. \quad (14)$$

Typical distributions g are shown in dashed lines on Fig. 6 for two values of N , which is analogous to two different sizes of the slider. It appears that those EVT-predicted distributions present similar qualitative features as the simulated distributions. In particular, the mean height of the slider also increases with N , while the standard deviation of the slider's height also decreases with N . As in simulations, g is not a symmetric distribution, but has a fatter tail for large values of Y (positive skewness), which is typical of extreme value statistics. As shown in Refs. [19,33], when N is increased, the distribution of the maximum of a variable tends toward the Fréchet, Gumbel, or Weibull distribution depending on the pdf of this variable. In particular, for a pdf with a right tail decaying faster than a power law, as is the case for Gaussian distributions, the pdf of the maximum will tend toward the Gumbel distribution. As a consequence, we expect the Gumbel distribution to be the limiting case of g for very large sliders ($N \gg 1$). Yet the convergence toward these limiting distributions is slow [34] and thus they will not be reached here.

C. Comparison between methods

Once the topography's pdf has been chosen to be Gaussian, the EVT prediction [Eq. (14)] only depends on the parameter N . So, quantitative comparison between the predictions of EVT and the numerical simulations only relies on a relevant choice of N . Remembering that in EVT, we represent the topographies as a collection of N discrete, statistically independent values, one looks for a number related to the number of asperities present on the simulated slider's surface. For a 1D process, this number can be given [29] by dividing the length of observation, L , by the central wavelength, λ_0 [Eq. (2)], so that $N = \frac{L}{\lambda_0}$. For the two-dimensional processes observed here, the same path of thought can be followed with areas of diameter λ_0 :

$$N = \frac{L^2}{\pi \frac{\lambda_0^2}{4}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{L}{\lambda_0} \right)^2 = \frac{4}{\pi} \tilde{L}^2, \quad (15)$$

which justifies the prefactor used in Eq. (7). Note that in Ref. [13], a correlation length is used instead of λ_0 to define N .

Using this choice of N in the EVT approach, we overplotted the analytical results of Eq. 14 on all panels of Fig. 7. This comparison shows a rather good quantitative agreement with our simulation results, confirming that the good match observed on Fig. 6 is actually true for all the explored simulation parameters. Yet, an offset exists on $\langle \tilde{d}_0 \rangle$ between the EVT prediction and the numerical results. We interpret this offset as a side effect of the approximation of a continuous topography by a set of discrete points: while the mean plane of a single, continuous asperity always lies below its summit, in the case of a pointlike asperity, the mean plane has the exact

same altitude as the summit itself. Hence, the mean planes of two continuous topographies in contact are always separated by a larger distance than those of two sets of discrete asperity summits. The exact offset between the two situations depends on both the amplitude and shape of the asperity. In our case, an empirical correction of $\frac{R_s^*}{2}$ seems to correctly capture our simulation data. Note that in Fig. 6, the analytical pdfs shown include this correction, while the solid line in Fig. 7(a) does not.

We emphasize that such an agreement is *a priori* nontrivial. First, the agreement quality significantly depends on the definition of N , suggesting that the arbitrary definition used [Eq. (15)] is adequate. Second, the prediction is based on the EVT framework, which considers topographies made of independent realizations of a Gaussian process. In contrast, the topographies used in the simulations incorporate a finite correlation length, due to the shape of the PSD used to generate them. We believe that this difference is the main reason for the slight discrepancies observed in Fig. 7 between simulations and EVT predictions. To improve the agreement, one would need to account for the deviations from EVT induced by a finite correlation length.

This is what Preumont attempted in Ref. [29], on the problem of finding the maximum value reached during a certain time window by a correlated 1D Gaussian signal. Assuming that the successive extrema of the signal form a Markovian process, he was able to find an exact, but intricate expression for the pdf of this maximum value. By fitting this pdf with a Gumbel distribution, he was able to identify semiempirical expressions of its mean value and standard deviation, as a function of N and the spectral bandwidth δ of the process:

$$\langle \tilde{d}_0 \rangle_{\text{Preumont}} = \sqrt{2 \ln \kappa_u N} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \ln \kappa_\alpha N}}, \quad (16)$$

$$\sigma_{\tilde{d}_0 \text{Preumont}} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{2 \ln \kappa_\alpha N}}, \quad (17)$$

$$\kappa_u = \begin{cases} 1.5(1 - e^{-1.8\delta}) & \text{if } \delta < 0.5 \\ 0.94 & \text{if } \delta \geq 0.5, \end{cases} \quad (18)$$

$$\kappa_\alpha = \begin{cases} 7\delta & \text{if } \delta < 0.5 \\ 4.05 & \text{if } \delta \geq 0.5, \end{cases} \quad (19)$$

with $\gamma = 0.5772$ being Euler's constant. Note that the skewness of the Gumbel distribution is equal to $\frac{12\sqrt{6}\zeta(3)}{\pi^3} \sim 1.14$ (ζ is Riemann's ζ function), independently of N [see Fig. 7(c)].

Those semiempirical expressions are overplotted on Fig. 7 using the value of δ_z for δ in Eqs. (18) and (19). Those expressions appear to provide an excellent agreement with our simulation data, in particular they capture the correct amplitude of $\langle \tilde{d}_0 \rangle$. Such an improvement of the agreement confirms that the discrepancies observed between EVT and simulations are mainly due to the finite correlation of the simulated topographies. Yet, here again, such a good agreement was not expected, since Eqs. (16)–(19) were obtained for 1D processes, while our simulations use correlated 2D processes (the topographies).

D. Relation to experiments

There are very few experimental works in the literature reporting measurements of the roughness-induced normal motion of macroscopic sliding solids. A notable exception can however be found in Refs. [35,36], where the authors monitor the normal acceleration of mild-steel slider-buttons of centimetric radius of curvature, during sliding on a rough mild steel disk. In particular, they report large wave-number tails of the normal displacement PSDs of the type k^{-4} , in close agreement with our numerical findings [see Eq. (8)].

An interesting comparison can also be made with the literature about stylus measurements of rough surfaces. All wavelengths of the topography that are smaller than the tip size will be filtered-out through a geometrical filtering process analogous to the one studied here, leading to erroneous topography measurements (see, e.g., Ref. [37]). Indeed, in Ref. [38], it is shown that while the amplitude of large wavelengths is accurately measured, that of small wavelengths is underestimated. Thus, the rms value of the measurement is smaller than that of the topography, consistently with our results of Fig. 7(b). They also show that the crossover wavelength separating both regimes scales as $R^{1/(2-H)}$, with R the curvature radius of a parabolic tip and H the Hurst exponent. This result indicates a size-dependence of the filtering process, which is analogous to the L (or N) dependence that we observed. In Ref. [39], the authors further showed that geometrical filtering induces cusps in stylus measurement, and that those cusps are responsible for a k^{-4} behavior of the large wave-number tail of the PSD. Again, this is fully consistent with our results [see Eq. (8)].

V. CONCLUSION

We addressed the question of the roughness-induced normal motion during sliding of two solids in the limit of vanishing normal load, i.e., when the contacting asperities do not deform. We considered the simplified case of the quasistatic evolution of the separation at single-point contact, when the slider has no rotational degree of freedom. Systematic numerical simulations assuming Gaussian self-affine topographies with various power spectrum densities, and sliders with various sizes have been performed. We found that the normal motion relates to the topographies through a geometrical filtering process which depends on the size of the slider. We also found that the resulting normal motion (i) has enriched spectral contents in the high-wave-number range, (ii) is non-Gaussian and (iii) has standard deviation much smaller than that of the sum topography. We provided empirical expressions relating the characteristics of the topography to that of the roughness-induced normal motion. We demonstrated that the distribution of the amplitude of the normal motion can be well predicted within the framework of extreme value theory (EVT) as soon as the number of points representing the topography of the slider is taken equal (to a prefactor close to 1) to the surface of the slider divided by the square of the central wavelength of the topography.

These results are relevant whenever rough surfaces are brought into light contact, that is, when there is no significant deformation of the bodies. They can be useful not only for sliding surfaces, but also to assess the variability of static measurements made on statistically equivalent contacts [13,14]. In particular, such a variability is expected to be much smaller than the characteristic amplitude of the sum of the two antagonist topographies. Our results are limited to single-point contacts, when the two solids are brought into contact through normal translation. In the case where a slider would be free to tilt, it would, under gravity, settle on three contact points to satisfy isostatic equilibrium. Accounting for such an effect is an interesting topic for a future work.

The fact that EVT nicely predicts the simulation results indicate that computationally expensive simulations like those described here may not be necessary in the future. Indeed, simple analytical formula [Eqs. (14)–(15)] or semiempirical expressions [Eqs. (16)–(19)] are sufficient to evaluate most of the relevant statistical descriptors of the roughness-induced normal motion. Our results thus further extend the already large range of applicability of EVT to rough contact situations.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by LABEX MANUTECH-SISE (ANR-10-LABX-0075) of Université de Lyon, within the program Investissements d’Avenir (Grant No. ANR-11-IDEX-0007) operated by the French National Research Agency (ANR). It received funding from the People Program (Marie Curie Actions) of the European Union’s Seventh Framework Program (Grant No. FP7/2007-2013) under Research Executive Agency Grant Agreement PCIG-GA-2011-303871. J.P.-L. is member of the Labex CeLyA of Université de Lyon, operated by the French National Research Agency (Grants No. ANR-10-LABX-0060 and No. ANR-11-IDEX-0007). K.T. acknowledges support from EarthFlows - A strategic research initiative by the Faculty of Mathematics and Natural Sciences at the University of Oslo.

APPENDIX: SURFACES PARAMETER

For surfaces described with radial power spectrum densities as shown in Fig. 2, the three first radial moments M_0 , M_1 , and M_2 have the following expressions:

$$M_0 = 2\pi \mathcal{S}_0 \left[\frac{k_L^2 - k_I^2}{2} - \frac{k_I^\alpha (k_s^{2-\alpha} - k_I^{2-\alpha})}{\alpha - 2} \right] \quad (\text{A1})$$

$$M_1 = \begin{cases} 2\pi \mathcal{S}_0 \left[\frac{k_L^3 - k_I^3}{3} - \frac{k_I^\alpha (k_s^{3-\alpha} - k_I^{3-\alpha})}{\alpha - 3} \right] & \text{if } \alpha \neq 3 \\ 2\pi \mathcal{S}_0 \left\{ \frac{k_L^3 - k_I^3}{3} + k_I^3 [\ln(k_s) - \ln(k_I)] \right\} & \text{if } \alpha = 3 \end{cases} \quad (\text{A2})$$

$$M_2 = \begin{cases} 2\pi \mathcal{S}_0 \left[\frac{k_L^4 - k_I^4}{4} - \frac{k_I^\alpha (k_s^{4-\alpha} - k_I^{4-\alpha})}{\alpha - 4} \right] & \text{if } \alpha \neq 4 \\ 2\pi \mathcal{S}_0 \left\{ \frac{k_L^4 - k_I^4}{4} + k_I^4 [\ln(k_s) - \ln(k_I)] \right\} & \text{if } \alpha = 4 \end{cases} \quad (\text{A3})$$

[1] H. Hamaker, *Physica* **4**, 1058 (1937).

[2] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999).

[3] H. B. G. Casimir, Proc. Kon. Ned. Akad. Wet. **51**, 793 (1948).

[4] K. L. Johnson, *Contact Mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987).

- [5] B. N. J. Persson, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 125502 (2007).
- [6] A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1291 (2007).
- [7] F. Plouraboué, P. Kurowski, J.-M. Boffa, J.-P. Hulin, and S. Roux, *J. Contam. Hydrol.* **46**, 295 (2000).
- [8] L. Talon, H. Auradou, and A. Hansen, *Phys. Rev. E* **82**, 046108 (2010).
- [9] A. I. Vakis, V. A. Yastrebov, J. Scheibert, L. Nicola, D. Dini, C. Minfray, A. Almqvist, M. Paggi, S. Lee, G. Limbert, J. F. Molinari, G. Anciaux, R. Aghababaei, S. E. Restrepo, A. Papangelo, A. Cammarata, P. Nicolini, C. Putignano, G. Carbone, S. Stupkiewicz, J. Lengiewicz, G. Costagliola, F. Bosia, R. Guarino, N. M. Pugno, M. H. Müser, and M. Ciavarella, *Tribol. Int.* **125**, 169 (2018).
- [10] M. H. Müser, W. B. Dapp, R. Bugnicourt, P. Sainsot, N. Lesaffre, T. A. Lubrecht, B. N. J. Persson, K. Harris, A. Bennett, K. Schulze, S. Rohde, P. Ifju, W. G. Sawyer, T. Angelini, H. Ashtari Esfahani, M. Kadkhodaei, S. Akbarzadeh, J.-J. Wu, G. Vorlaufer, A. Vernes, S. Solhjoo, A. I. Vakis, R. L. Jackson, Y. Xu, J. Streater, A. Rostami, D. Dini, S. Medina, G. Carbone, F. Bottiglione, L. Afferrante, J. Monti, L. Pastewka, M. O. Robbins, and J. A. Greenwood, *Tribol. Lett.* **65**, 118 (2017).
- [11] R. Sahli, G. Pallares, C. Ducottet, I. E. Ben Ali, S. Al Akhrass, M. Guibert, and J. Scheibert, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **115**, 471 (2018).
- [12] V. A. Yastrebov, G. Anciaux, and J.-F. Molinari, *J. Mech. Phys. Solids* **107**, 469 (2017).
- [13] P. J. van Zwol, V. B. Svetovoy, and G. Palasantzas, *Phys. Rev. B* **80**, 235401 (2009).
- [14] W. Broer, G. Palasantzas, J. Knoester, and V. B. Svetovoy, *Phys. Rev. B* **85**, 155410 (2012).
- [15] C. Zouabi, Dynamique d'un contact glissant rugueux-rugueux sous faible charge: expériences et modélisation, Ph.D. thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2016.
- [16] J. Slavič, M. D. Bryant, and M. Boltezar, *J. Sound Vib.* **306**, 732 (2007).
- [17] V. Dang, J. Perret-Liaudet, J. Scheibert, and A. Le Bot, *Comput. Mech.* **52**, 1169 (2013).
- [18] C. Zouabi, J. Scheibert, and J. Perret-Liaudet, *Europhys. Lett.* **115**, 50006 (2016).
- [19] D. Sornette, *Critical Phenomena in Natural Sciences*, Springer Series in Synergetics (Springer-Verlag, Berlin, 2006).
- [20] P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch, *Modelling Extremal Events* (Springer, Berlin, 1997).
- [21] L. de Haan and A. Ferreira, *Extreme Value Theory*, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering (Springer, New York, 2006).
- [22] J.-Y. Fortin and M. Clusel, *J. Phys. A: Math. Theor.* **48**, 183001 (2015).
- [23] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala, and S. Zapperi, *Adv. Phys.* **55**, 349 (2006).
- [24] M. S. Longuet-Higgins, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **250**, 157 (1957).
- [25] S. Plaszczynski, *Fluct. Noise Lett.* **7**, R1 (2007).
- [26] G. Palasantzas, *Phys. Rev. B* **48**, 14472 (1993).
- [27] B. N. J. Persson, O. Albohr, U. Tartaglino, A. I. Volokitin, and E. Tosatti, *J. Phys.: Condens. Matter* **17**, R1 (2004).
- [28] E. H. Vanmarcke, *J. Eng. Mech. Div.* **98**, 425 (1972).
- [29] A. Preumont, *J. Sound Vib.* **100**, 15 (1985).
- [30] A. Preumont, *Random Vibration and Spectral Analysis* (Springer Science & Business Media, New York, 1994).
- [31] A. Der Kiureghian, *J. Eng. Mech. Div.* **106**, 1195 (1980).
- [32] D. Benasciutti and R. Tovo, *Int. J. Fatigue* **27**, 867 (2005).
- [33] M. R. Leadbetter, G. Lindgren, and H. Rootzén, *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*, Springer Series in Statistics (Springer, New York, 1983).
- [34] S. N. Majumdar and A. Pal, [arXiv:1406.6768](https://arxiv.org/abs/1406.6768).
- [35] A. Soom and C. Kim, *J. Lubr. Technol.* **105**, 221 (1983).
- [36] A. Soom and C. Kim, *J. Lubr. Technol.* **105**, 514 (1983).
- [37] T. D. B. Jacobs, T. Junge, and L. Pastewka, *Surf. Topogr.: Metrol. Properties* **5**, 013001 (2017).
- [38] F. Lechenault, G. Pallares, M. George, C. Rountree, E. Bouchaud, and M. Ciccotti, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 025502 (2010).
- [39] E. L. Church and P. Z. Takacs, in *Proceedings of the SPIE 1332, Optical Testing and Metrology III: Recent Advances in Industrial Optical Inspection* (SPIE, 1991), pp. 504–515.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande des directeurs de thèse

Messieurs J. PERRET-LIAUDET et J. SCHEIBERT

et les rapports de

Mme M-A. BUENO
Professeur - ENSISA - LPMT - 11 avenue Alfred Werner - 68093 Mulhouse cedex

et de

M. R. BOUZERAR
Maître de Conférences - Université de Picardie Jules Verne - LPMC - UFR Sciences
33 rue Saint-Leu - 80039 Amiens

Monsieur PONTUS Nicolas

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 12 juillet 2019

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

M-A. GALLAND



Résumé

Cette thèse porte sur la dynamique, normale à l'interface, d'un contact sec en glissement stationnaire entre deux surfaces de topographies aléatoires, soumis à une faible charge normale. Dans ce contexte, le mouvement d'un patin sous son propre poids a été étudié expérimentalement. Des mesures par vibrométrie laser du déplacement et de la vitesse normale du patin ont confirmé que, lorsque la vitesse de glissement augmente, le patin transite entre un régime où le contact est permanent vers un régime dynamique où il subit décollements, chocs et rebonds.

À basse vitesse, le mouvement normal résulte d'un filtrage géométrique des topographies. Les caractéristiques statistiques et spectrales de ce mouvement ont pu être décrites. Les influences de la rugosité, de la longueur de corrélation, de la largeur de bande du spectre de rugosité et de l'aire apparente de contact ont été identifiées et analysées. Ces résultats ont pu être reproduits par des modèles numériques, mais aussi analytiques en adaptant la théorie des valeurs extrêmes. Des modèles de type Bouncing Ball, dont l'excitation est supposée donnée par le processus de filtrage géométrique, ont également été mis en place. Ils reproduisent une large gamme d'observations en régime dynamique, de la transition aux vibro-impacts.

Pour tester certaines hypothèses des modèles mis en place, un patin multi-voies original a été développé et a permis d'accéder à la localisation spatiale des micro-contacts transitoires entre surfaces antagonistes. On observe que les micro-contacts sont gouvernés par une longueur caractéristique à basse vitesse de glissement et par un temps caractéristique à haute vitesse. Les rotations du patin deviennent importantes à haute vitesse, modifiant la répartition des micro-contacts à la surface du patin.

Mots clefs : Tribologie ; Frottement ; Rugosité ; Micro-contact ; Vibro-impact ; Dynamique non-linéaire et stochastique ; Bouncing Ball.

Abstract

This PhD thesis addresses the issue of the dynamics, normal to the interface, of a dry steady-sliding contact between two random topographies under weak normal load. In this context, the motion of a slider under its own weight has been studied experimentally. Measurements, using a laser vibrometer, of the normal displacement and velocity of the slider confirm the existence of a transition, as the sliding speed increases, from a regime of permanent contact to a regime of lift-offs, shocks and rebounds.

At low speed, the normal motion is due to a geometrical filtering of the topographies, the statistical and spectral properties of which have been described. The roles of the roughness, including its spectral breadth and correlation length, and of the apparent contact area have been identified and analyzed. Those results have been reproduced not only using numerical models, but also using analytical ones based on the extreme value theory. Bouncing-Ball-like models, the excitation of which is assumed to be given by the geometrical filtering, have also been implemented and match with a broad range of experimental observations in dynamical regime, from the transition to vibro-impacts.

To test some of the hypothesis of the models, a new experimental multi-channel slider has been designed and has enabled access to the spatial localization of the transient micro-contacts between the antagonists surfaces. It has been shown that micro-contacts are governed by a characteristic length at low sliding speed and by a characteristic time at high speed. The rotational motion of the slider also increases with sliding speed, changing the micro-contact distribution along the surface of the slider.

Keyword : Tribology ; Friction ; Roughness ; Micro-contact ; Vibro-impact ; Nonlinear and stochastic Dynamics ; Bouncing Ball.