

**UNIVERSITÉ DE LIMOGES**  
**ÉCOLE DOCTORALE SIMME**  
**FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES**

Année : 2019

**Thèse**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LIMOGES**

**Discipline : Génie civil**

présentée et soutenue par

**Edem Yawo MANYO**

le 14 Février 2019

**Modélisation avancée du contact  
pneu-chaussée pour l'étude des dégradations  
des chaussées en surface**

**JURY :**

<b>Ferhat HAMMOUM</b>	Directeur de Recherche, IFSTTAR-Nantes	Rapporteur
<b>Vincent MAGNIER</b>	Maître de Conférences HDR, Polytech Lille	Rapporteur
<b>Thibaut CHAISE</b>	Maître de Conférence, INSA Lyon	Examineur
<b>Daniel NELIAS</b>	Professeur, INSA Lyon	Examineur
<b>Philippe REYNAUD</b>	Maître de Conférence, IUT du Limousin Site de Tulle	Co-directeur
<b>Christophe PETIT</b>	Professeur, Centre Universitaire de Génie Civil d'Égletons	Directeur



*« Le hasard n'est et ne peut être que la cause ignorée d'un effet connu »*

Voltaire

*Dédicace à mes parents, mon grand frère et ma femme*



## *Remerciements*

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Professeur Christophe Petit, qui a su par sa rigueur, son investissement et sa direction avisée, canaliser ce travail de thèse vers des résultats pertinents et innovants.

Je tiens ensuite à adresser mes plus vifs remerciements à mon co-directeur de thèse, Monsieur Philippe Reynaud, qui m'a soutenu tout au long de mon travail de manières psychologique, pédagogique et financière et à son encadrement exigeant dont cette thèse doit beaucoup. Grâce à ses soutiens, j'ai franchi des moments critiques de la thèse. Son investissement scientifique et sa performance dans le travail font de lui mon modèle au cours de ma thèse.

Je remercie également ici tous les autres membres de l'équipe d'encadrement notamment, Madame Fatima Allou (GC2D), Monsieur Benoit Picoux (GC2D), Monsieur Thibaut Chaise (LaMCoS) et Professeur Daniel Nélias (LaMCoS) qui, malgré leurs diversité de domaines de compétences ont apporté chacun une contribution personnelle pour l'accomplissement de mon travail qu'ils ont également suivi de près.

Je remercie une fois encore le Professeur Daniel Nélias qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Je tiens également à remercier Monsieur Ferhat Hammoum de l'IFSTTAR-Nantes et Vincent Magnier du Polytech Lille, d'avoir accepté cette lourde tâche de rapporter ce travail de thèse et pour leur contribution à son amélioration.

Je remercie Arnaud Duval du LaMCoS qui m'a permis sur l'accord du Professeur Daniel Nélias d'avoir accès au code numérique « isaac » sans lequel rien de tous mes travaux ne serait abouti. Je salut également sa disponibilité pour mes éventuelles questions sur des difficultés rencontrées lors de ma formation sur ce code.

J'adresse mes remerciements à Ismaelle Leandri et Rémi Tautou qui m'ont permis d'avoir un profil de pneu adéquat pour mes calculs grâce à leurs techniques de numérisation qui sont respectivement la méthode de projection des franges et la photogrammétrie. Je remercie également Jérôme Dopeux et Michael Métrope pour m'avoir prêté main forte au cours de chacune de mes réalisations expérimentales.

Je témoigne toute ma reconnaissance amicale à tous mes collègues du laboratoire GC2D ainsi que à tous les membres permanents dudit laboratoire, pour leur convivialité et de m'avoir accepté parmi eux pendant toutes ces années de thèses.

Mes sincères remerciements à mes parents, en particulier à ma mère pour son soutien inconditionnel, à mes frères et sœurs pour leurs pensées positives à mon égard et surtout à ma femme Julienne qui n'a cessé de me soutenir tout au long de ma thèse et toujours présente dans les moments difficiles de celle-ci.

# *Résumé*

L'apparition récente de nouveaux matériaux dans les structures de chaussée associée à une diminution de l'épaisseur des couches de surface et une augmentation du chargement des poids lourds et de leur fréquence de passage a entraîné de nouvelles pathologies de dégradation. Outre les problèmes d'orniérage bien connus, apparaissent désormais des fissures descendantes (top down cracking) ainsi que des problèmes de décohésion aux interfaces. Ces nouvelles pathologies entraînent des dépenses considérables sur l'ensemble du réseau (environ 15 milliards d'euros par an), particulièrement en zones urbanisées plus sujettes aux dégradations de surface et ne permettent pas d'estimer convenablement les durées de vie de la chaussée, le plus souvent surestimée dans les méthodes de dimensionnement actuelles.

Ce travail de doctorat propose une nouvelle approche du contact pneu-chaussée permettant de mieux appréhender les contraintes principales et résiduelles dans une structure de chaussée bitumineuse. A l'aide d'un outil numérique rapide de calcul basé sur une approche semi-analytique (« Semi-Analytical Methods » (SAM)), la géométrie précise du pneumatique est intégrée afin d'obtenir une répartition de pression de contact ainsi qu'un cisaillement surfacique réelle sur la chaussée. Dans un premier temps, un modèle de contact roulant tractif élastique est implémenté pour des cas théoriques simples et validé par des résultats analytiques et numériques de la littérature. Ensuite, ce modèle est étendu pour prendre en compte le comportement élasto-plastique des corps en contact. Ce dernier est comparé à un résultat numérique basé sur la méthode des éléments finis issu de la littérature. Les résultats, pour une application contact pneu-chaussée, montrent une répartition non homogène des contraintes dans la structure et principalement dans les premiers centimètres sous la surface avec des niveaux beaucoup plus importants que peuvent le prédire les modèles actuels qui utilisent une charge uniformément répartie. La pression de contact est comparée aux mesures effectuées par un système nommé TekScan et les champs mécaniques en sous couches sont comparés à ceux d'Alizé-LCPC dans le cas d'une structure simple. Les cisaillements surfaciques sont déterminés dans le cas du roulement tractif. Une application est effectuée sur la modélisation des dégradations des chaussées en surface. Dans un premier temps, des analyses sur le comportement de la chaussée en surface sont effectuées pour une couche de béton bitumineux semi grenu (BBSG) semi-infinie supposée élastique, homogène sous conditions d'accélération, de freinage et de virage. Pour des études sur le top down cracking, des déformations et directions principales sont déterminées et analysées. Ensuite, le modèle de contact élasto-plastique est appliqué sur une couche semi-infinie de grave bitume GB3. Des déformations et contraintes résiduelles générées dans la structure sont déterminées en vue d'une analyse sur les ornières d'instabilité. Une fois validés, ces résultats permettront d'estimer plus fidèlement la durée de vie résiduelle des chaussées mais également de comprendre et d'éviter les mécanismes de dégradation en surface ou proche de la surface.

**Mots clés :** Contact pneu-chaussée, Roulement tractif, Adhérence/Glissement, Contact élasto-plastique, Méthode Semi-Analytique, Chaussées souples, Top-down cracking, Orniérage.

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : État de l'art</b>	<b>4</b>
1.1 Structure d'une chaussée souple	5
1.2 Comportement mécanique des chaussées souple	6
1.2.1 Généralité	6
1.2.2 Analyses mécaniques de la structure chaussée	7
1.2.2.1 Analyse par la théorie élastique multicouche	7
1.2.2.2 Réponses visco-élastiques de la chaussée sous charges mobiles	8
1.2.2.3 Analyse en dynamique des chaussées	9
1.2.2.4 Contraintes du contact pneu-chaussée : effets sur les réponses mécaniques de la chaussée	10
1.3 Méthodes de dimensionnement des structures de chaussée	11
1.3.1 Contexte historique	11
1.3.2 Phénomènes de dégradation conventionnels	14
1.3.2.1 Fissuration par fatigue de bas vers le haut	14
1.3.2.2 Orniérage	16
1.3.2.2.1 Orniérage petit rayon	16
1.3.2.2.2 Ornières structurales	17
1.4 Orniérage et fissuration des couches de surface	19
1.4.1 Orniérage	19
1.4.2 Fissuration	21
1.5 Contact pneu-chaussée	23
1.5.1 Mesures expérimentales des contraintes du contact pneu-chaussée	23
1.5.2 Modélisation du contact roulant pneu-chaussée	26
1.6 Besoins en modélisation	28
1.7 Mécanique du contact	31
1.7.1 Généralités	31
1.7.2 Contact Hertzien	31
1.7.3 Contact roulant	34
1.7.3.1 Concepts de base	34
1.7.3.2 Théorie de Carter	36
1.7.3.3 Théorie complète de kalker	38
1.7.3.4 Contact Hertzien avec frottement	39
1.7.4 Généralités sur les modèles numériques de la mécanique du contact	40
1.7.4.1 Méthode des éléments finis	40
1.7.4.2 Différences finies et méthodes multigrilles	40
1.7.4.3 Méthode Semi-Analytique	41
1.7.4.3.1 Développement des techniques Semi-analytiques	41
1.7.4.3.2 Applications étendues de la méthode semi analytique	42
1.8 Conclusions	44

---

<b>Chapitre 2 : Modélisation numérique du contact roulant tractif élastique par la méthode semi-analytique</b> . . . . .	<b>45</b>
2.1 Introduction . . . . .	46
2.2 Formulation analytique du problème de contact . . . . .	47
2.2.1 Description du problème . . . . .	47
2.2.2 Formulation du contact . . . . .	49
2.2.3 Formulation analytique du glissement . . . . .	50
2.3 Discrétisation et mise en équations du problème de contact roulant . . . . .	51
2.3.1 Discrétisation . . . . .	51
2.3.2 Mise en équations du problème de contact roulant . . . . .	52
2.3.2.1 Contact normal . . . . .	52
2.3.2.2 Contact tangentiel . . . . .	54
2.3.3 Champs de contraintes en sous couche . . . . .	57
2.4 Résolution numérique du problème de contact . . . . .	58
2.4.1 Transformées de Fourier continues et discrètes . . . . .	59
2.4.2 Résolution du problème de contact . . . . .	63
2.4.2.1 Algorithme du gradient conjugué . . . . .	63
2.4.2.2 Résolution du contact normal . . . . .	64
2.4.2.3 Résolution du contact tangentiel . . . . .	66
2.5 Validation du modèle de contact roulant . . . . .	71
2.5.1 Solution analytique de Carter . . . . .	71
2.5.2 Solution numérique de Kalker (CONTACT) . . . . .	73
2.5.3 Matériaux élastiques dissimilaires . . . . .	74
2.6 Analyses paramétriques . . . . .	76
2.6.1 Étude en fonction de la constante de Dundurs . . . . .	76
2.6.2 Directions du cisaillement en fonction de l'effort tangentiel . . . . .	78
2.6.3 Contraintes en sous couches . . . . .	80
2.7 Conclusions . . . . .	82
<b>Chapitre 3 : Contact roulant tractif élasto-plastique</b> . . . . .	<b>83</b>
3.1 Introduction . . . . .	84
3.2 Formulation du contact roulant élasto-plastique . . . . .	86
3.2.1 Calcul des déplacements et contraintes . . . . .	88
3.2.1.1 Déplacements en surface . . . . .	90
3.2.1.2 Contraintes en sous couche . . . . .	91
3.2.1.3 Calcul des déplacements élastiques et résiduels en surface . . . . .	92
3.2.1.4 Contraintes résiduelles dans un espace semi-infini . . . . .	92
3.3 Résolution numérique . . . . .	95
3.3.1 Algorithme de résolution du contact roulant élasto-plastique . . . . .	95
3.3.2 Déformation plastique . . . . .	97
3.3.2.1 Algorithme du retour radial . . . . .	97
3.3.2.2 Lois d'érouissage . . . . .	100
3.4 Résultats et Validation du modèle . . . . .	101
3.4.1 Surface de contact et contraintes surfaciques . . . . .	101
3.4.2 Comparaison avec un modèle éléments finis . . . . .	103
3.4.3 Loi d'érouissage . . . . .	105

3.5	Études paramétriques . . . . .	106
3.5.1	Contraintes surfaciques . . . . .	106
3.5.1.1	Paramètres liés à l'effort tangentiel . . . . .	106
3.5.1.1.1	Effet du rapport $\beta$ . . . . .	106
3.5.1.1.2	Effet du coefficient de frottement $\mu$ . . . . .	108
3.5.1.2	Influence de la limite élastique . . . . .	109
3.5.2	Contraintes en sous couche . . . . .	111
3.5.2.1	Contraintes résiduelles . . . . .	111
3.5.2.2	Contraintes sous chargement . . . . .	113
3.5.3	Déformations plastiques . . . . .	115
3.5.3.1	Effet du rapport $\beta$ . . . . .	115
3.5.3.2	Effet du coefficient de frottement $\mu$ . . . . .	117
3.6	Conclusions . . . . .	118

## Chapitre 4 : Contact Pneu/Chaussée : Modélisation numérique par la méthode semi-analytique . . . . . 119

4.1	Introduction . . . . .	120
4.2	Description . . . . .	121
4.3	Caractérisation du pneu . . . . .	122
4.3.1	Modélisation des propriétés élastiques du pneu . . . . .	122
4.3.2	Géométrie du pneu . . . . .	126
4.3.2.1	Méthode de projection des franges (FPM) . . . . .	126
4.3.2.2	Photogrammétrie . . . . .	128
4.3.2.3	Reconstitution de surface . . . . .	130
4.4	Résultats et validation . . . . .	131
4.4.1	Contrainte normale et surface de contact . . . . .	131
4.4.1.1	Dispositif de mesure de la pression de contact . . . . .	131
4.4.1.2	Distribution de la pression de contact . . . . .	132
4.4.1.3	Surface de contact . . . . .	134
4.4.2	Effet du maillage . . . . .	136
4.4.3	Champs mécaniques en sous couche . . . . .	137
4.4.3.1	Effet des stries du pneu sur les contraintes en sous couche . . . . .	137
4.4.3.2	Modèle Alizé . . . . .	140
4.5	Contact roulant tractif pneu/chaussée . . . . .	144
4.5.1	Étude en condition d'accélération . . . . .	144
4.5.1.1	Effet du frottement sur le cisaillement surfacique . . . . .	146
4.5.1.2	Effet du frottement sur les contraintes en sous couche . . . . .	147
4.5.2	Cas du freinage . . . . .	149
4.5.3	Effet latéral : cas du virage . . . . .	149
4.6	Conclusions . . . . .	151

## Chapitre 5 : Vers la modélisation des dégradations des couches de surface de chaussée . . . . . 153

5.1	Introduction . . . . .	154
5.2	Étude du top-down cracking . . . . .	155
5.2.1	Brève description de la méthode d'analyse des fissures se propageant de bas en haut . . . . .	155

---

5.2.2	Roulement libre . . . . .	157
5.2.3	Roulement tractif . . . . .	158
5.2.3.1	Accélération . . . . .	158
5.2.3.2	Freinage . . . . .	160
5.2.3.3	Cas des virages et giratoires . . . . .	162
5.2.4	Profil de pneu lisse . . . . .	165
5.2.5	Conclusion partielle sur l'apport dans les méthodes de dimensionnement . . . . .	165
5.3	Étude de l'orniérage . . . . .	166
5.3.1	Essai de caractérisation du matériau bitumineux . . . . .	166
5.3.1.1	Réalisation de l'essai . . . . .	166
5.3.1.2	Identification des paramètres matériau . . . . .	168
5.3.2	Résultats et analyses . . . . .	170
5.3.2.1	Chargement normal . . . . .	170
5.3.2.2	Roulement tractif . . . . .	172
5.4	Conclusions . . . . .	174
	<b>Conclusions et perspectives . . . . .</b>	<b>176</b>
	<b>Annexes . . . . .</b>	<b>181</b>
	<b>Chapitre A : Coefficients d'influence . . . . .</b>	<b>182</b>
A.1	Contrainte élastiques dues à une pression uniforme . . . . .	183
A.2	Contrainte élastiques dues à un cisaillement uniforme . . . . .	183
A.2.1	Cisaillement uniforme suivant la direction longitudinale $x$ . . . . .	184
A.2.2	Cisaillement uniforme suivant la direction latérale $y$ . . . . .	184
A.3	Déplacements élastiques surfaciques . . . . .	185
A.4	Déplacement résiduel surfacique généré par un cuboïde de déformation plastique uniforme . . . . .	186
A.4.1	Déplacement résiduel normal (suivant $z$ ) . . . . .	187
A.4.2	Déplacement résiduel tangentiel (suivant $x$ ) . . . . .	188
	<b>Chapitre B : Théorème de réciprocité de Betti . . . . .</b>	<b>189</b>
	<b>Chapitre C : Instruments d'essai . . . . .</b>	<b>192</b>
C.1	Dispositif expérimental . . . . .	193
C.2	Montage et capteur . . . . .	193

# Table des figures

1.1	Structure d'une chaussée souple . . . . .	5
1.2	Déformations présentes dans les couches de la chaussée sous chargement . .	6
1.3	Dégradation des chaussées en surface (a) fissuration, (b) orniéage . . . . .	7
1.4	Bilan des forces extérieure à l'origine des ornières d'instabilité et des fissuration. (a) accélération/freinage, (b) virage . . . . .	20
1.5	Pression de contact pneu-chaussée en 3D mesurée pour une charge de 31 kN avec une pression de gonflage de 690 kPa (a), et l'empreinte du pneu associée (b) [25] . . . . .	24
1.6	Mesures des distributions de contrainte du contact pneu-chaussée avec le système de VRSPTA pour un déplacement lent (1.2 km/h) en roulement libre d'un pneu lisse de camion de type single. Les flèches indiquent la direction et le sens de roulement du pneu pendant la mesure [70] . . . . .	25
1.7	Description des corps roulant par la méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) [73] . . . . .	26
1.8	Simulation du contact pneu-chaussée par méthode éléments finis : (a) Pneu sous condition de chargement, (b) Pression de contact en condition statique. [77] . . . . .	27
1.9	Glissement et adhérence sur la zone de contact pneu-chaussée [78] . . . . .	28
1.10	Composante de la déformation dans l'enrobé bitumineux . . . . .	29
1.11	Direction des forces de cisaillement sur la chaussée : (a) sous pneu statique (Contact vertical) (b) sous pneu roulant (Contact roulant) [84] . . . . .	30
1.12	Modèle de pneu et surface de contact selon Tielking et al. [84] . . . . .	30
1.13	Représentation schématique d'un contact Hertzien de deux solides de révolution avec des paramètres théoriques [88] . . . . .	33
1.14	Mouvement de roulement pur (a) et de roulement glissant (b) d'une roue. .	34
1.15	(a) Accélération et (b) freinage d'une roue par application d'un couple $C$ . .	35
1.16	Distribution de la contrainte de cisaillement selon la théorie de Carter pour un contact roulant cylindre/plan . . . . .	37
2.1	Deux massifs de révolution en contact . . . . .	47
2.2	Torseur des efforts présents dans la surface de contact [136] . . . . .	50
2.3	Discrétisation de la surface de contact (a) grilles typiques (b) répartition de la pression. . . . .	52
2.4	Déplacement en surface d'un espace semi-infini homogène élastique sous chargement unitaire . . . . .	53
2.5	Distribution de la pression avec périodicité zero-padding . . . . .	61
2.6	Wrap-around et zero-padding de coefficients pairs . . . . .	62
2.7	Wrap-around et zero-padding de coefficients impairs . . . . .	62
2.8	Problème de contact roulant linéique . . . . .	71
2.9	Contrainte de cisaillement normalisée ( $q_x/P_h$ ) suivant $x$ à $y = 0$ pour différentes valeurs de l'effort tangentiel longitudinal. . . . .	72
2.10	Courbe de saturation et évolution de la zone de glissement pour un glissement relatif de corps rigide longitudinal . . . . .	72
2.11	Courbe de saturation pour $\xi_x \neq 0$ et $\xi_y = 0$ . . . . .	73
2.12	Problème de contact roulant entre deux sphères élastiques identiques . . .	73
2.13	(a) Cisaillement longitudinal normalisé $q_x/P_h$ dans les plans $y = 0$ et $y = 0,75a$ , (b) Contour de la répartition du cisaillement longitudinal normalisé $q_x/P_h$ sur la surface de contact. . . . .	74

2.14	Contact roulant entre matériaux dissimilaires présentant deux zones de glissement de signe contraire sur la surface de contact ainsi que l'évolution du cisaillement et de la vitesse de glissement [110] . . . . .	75
2.15	Distribution de cisaillement suivant $x$ normalisé $q_x/\mu P_h$ représenté dans le plan $y = 0$ pour le roulement entre deux cylindres dissimilaires . . . . .	76
2.16	Contact sphère/Plan . . . . .	77
2.17	Distribution du cisaillement normalisée $q_x/\mu P_h$ et la pression de contact normalisée $p/P_h$ dans le plan $y = 0$ . (a) $E_1 = E_2; \nu_1 = \nu_2$ (b) $E_1 > E_2; \nu_1 = \nu_2 = 0,5$ (c) $E_1 = E_2; \nu_1 > \nu_2$ (d) $E_1 = E_2; \nu_1 < \nu_2$ (e) $E_1 < E_2; \nu_1 < \nu_2$ (f) $E_1 > E_2; \nu_1 > \nu_2$ . . . . .	78
2.18	Répartition du cisaillement normalisé $q_\tau/P_h$ et sa direction selon l'effort tangentiel appliqué pour un contact sphérique. Le sens du roulement étant de la gauche vers la droite. (a) $F_x = 0,657\mu W, F_y = 0$ (b) $F_x = 0, F_y = 0,657\mu W$ (c) $F_x = F_y = 0,657\mu W$ . . . . .	79
2.19	Contour des contraintes de Von Mises normalisé $\sigma_{VM}/P_h$ en sous couche, dans le plan $y = 0$ pour différentes valeurs du coefficient de frottement $\mu$ avec une variation du rapport $\beta$ . Le sens du roulement étant de la gauche vers la droite. . . . .	81
3.1	Schématisation du contact roulant élasto-plastique entre un corps élastique et un corps élasto-plastique . . . . .	86
3.2	Superposition de solutions pour le calcul de la contrainte résiduelle selon la décomposition de Chiu. (a) Cuboïde de déformation plastique constante dans un espace infini, (b) une image du cuboïde dans l'espace infini, (c) espace semi-infini avec distribution de la contrainte de contact normale. . . . .	93
3.3	Algorithme de résolution du problème de contact roulant tractif élasto-plastique . . . . .	96
3.4	Représentation schématique du principe de résolution du problème de contact élasto-plastique . . . . .	97
3.5	Répartition du cisaillement surfacique équivalente normalisé $q_\tau/P_h$ et son orientation dans le cas du contact (a) élastique,(b) plastique. . . . .	102
3.6	Distribution du cisaillement normalisé $q_x/P_h$ et de la pression normalisée $\mu p/P_h$ dans le plan $y = 0$ pour le contact élastique et élasto-plastique . . . . .	103
3.7	Représentation de la pression de contact $\mu p$ et du cisaillement longitudinal $q_x$ dans le plan $y = 0$ d'une simulation SAM comparée avec des résultats FEM issues de [176]. (a) Solution élastique,(b) Solution plastique. . . . .	104
3.8	Distribution de la pression de contact normalisée $\mu p/P_h$ et du cisaillement surfacique longitudinal normalisé $q_x/P_h$ pour la loi d'écrouissage cinématique (Armstrong-Frederick) et isotrope (Swift). . . . .	105
3.9	Distribution de la pression de contact normalisée $\mu p/P_h$ et du cisaillement longitudinal $q_x/P_h$ dans le plan $y = 0$ pour différentes valeurs du rapport $\beta$ . (a) Solution plastique,(b) Solution élastique. . . . .	107
3.10	Distribution du cisaillement normalisé $q_x/\mu P_h$ et de la pression de contact normalisée $p/P_h$ dans le plan $y = 0$ (a) $F_x = 103.5N, \beta$ varie avec $\mu$ , (b) $\beta = 0.24, F_x$ varie avec $\mu$ . . . . .	109
3.11	Distribution du cisaillement normalisé $q_x/P_h$ et de la pression de contact normalisée $p/P_h$ . . . . .	110

3.12	Contour des contraintes résiduelles de von Mises ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan $y = 0$ pour $\mu = 0.5$ et différentes valeurs du rapport $\beta$ ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a) $\beta = 0, 3$ , (b) $\beta = 0, 5$ (c) $\beta = 0, 7$ , (d) $\beta = 0, 9$ . . . . .	112
3.13	Contour des contraintes résiduelles de von Mises normalisées ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan $y = 0$ pour $\beta = 0.24$ et avec différentes valeurs du coefficient de frottement $\mu$ ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a) $\mu = 0, 3$ , (b) $\mu = 0, 5$ (c) $\mu = 0, 7$ , (d) $\mu = 0, 9$ . . . . .	113
3.14	Contour des contraintes de von Mises normalisées ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan $y = 0$ pour $\mu = 0.5$ et avec différentes valeurs de $\beta$ ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a) $\beta = 0, 3$ , (b) $\beta = 0, 5$ (c) $\beta = 0, 7$ , (d) $\beta = 0, 9$ . . . . .	114
3.15	Contour des contraintes de von Mises normalisées ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan $y = 0$ pour $\beta = 0.24$ et avec différentes valeurs du coefficient de frottement $\mu$ ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a) $\mu = 0, 3$ , (b) $\mu = 0, 5$ , (c) $\mu = 0, 7$ , (d) $\mu = 0, 9$ . . . . .	115
3.16	Contour des déformations plastiques équivalente ( $p$ ) dans le plan $y = 0$ pour $\mu = 0.5$ et avec différentes valeurs de $\beta$ ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a) $\beta = 0, 3$ , (b) $\beta = 0, 5$ (c) $\beta = 0, 7$ , (d) $\beta = 0, 9$ . . . . .	116
3.17	Évolution de la déformation plastique maximale en fonction de $\beta$ . . . . .	116
3.18	Contour des déformation plastique équivalente ( $p$ ) dans le plan $y = 0$ pour $\beta = 0.24$ et avec différentes valeurs du coefficient de frottement $\mu$ ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a) $\mu = 0, 3$ , (b) $\mu = 0, 5$ , (c) $\mu = 0, 7$ , (d) $\mu = 0, 9$ . . . . .	117
4.1	Contact roulant pneu/chaussée . . . . .	121
4.2	Charge normale en fonction de la deflection pour différentes pressions de gonflage issu de Padula [182] . . . . .	123
4.3	Essai de compression sur Pneu . . . . .	124
4.4	Corrélation entre le modèle de force et les données expérimentales à différentes pressions de gonflage . . . . .	125
4.5	Corrélation entre les valeurs calculées et le modèle analytique . . . . .	126
4.6	Vue d'ensemble du dispositif pour la méthode de projection la projection de franges . . . . .	127
4.7	Procédure de calibrage de FMP . . . . .	128
4.8	Profil de pneu 5.2S10 numérisé par la méthode de projection de franges . . . . .	128
4.9	Photogrammétrie : prise de clichés . . . . .	129
4.10	Photogrammétrie : maillage et rendu après traitement de données . . . . .	130
4.11	Profil du pneu Michelin 22.5R285 après reconstitution de surface . . . . .	130
4.12	(a) Détail des dispositions des capteurs piézo-résistifs de Tirescan (Tekscan),(b) Matrice d'éléments sensibles formés par les capteurs piézo-résistifs. . . . .	132
4.13	Comparaison entre les mesures TekScan et des simulations SAM pour une pression de gonflage de $820\text{ kPa}$ : (a) TekScan à $20\text{ kN}$ ; (b) SAM à $20\text{ kN}$ ; (c) TekScan à $35\text{ kN}$ ; (d) SAM à $35\text{ kN}$ ; (e) TekScan à $50\text{ kN}$ ; (f) SAM à $50\text{ kN}$ . . . . .	133
4.14	Évolution de la contrainte verticale maximale en fonction de la force normale. Comparaison entre la mesure Tekscan et la simulation numérique . . . . .	134
4.15	Surface de contact mesurée (Tekscan) et numérique (SAM); (a) Tekscan à $35\text{ kN}$ , (b) SAM à $35\text{ kN}$ , (c) Tekscan à $50\text{ kN}$ (d) SAM à $50\text{ kN}$ . . . . .	135
4.16	Evolution de l'aire de contact en fonction de la pression de gonflage pour une charge normale de $50\text{ kN}$ . Comparaison entre la mesure Tekscan et le résultat de SAM . . . . .	135

4.17	Photo du pneu 5.2S10 . . . . .	136
4.18	Contrainte normale verticale pneu 5.2S10 (a) $0,50 \times 1,50 \text{ mm}$ , (b) $1,25 \times 2,50 \text{ mm}$ . . . . .	136
4.19	Profil de pneu lisse généré par la solution analytique de Reynaud et al. [192]	137
4.20	Contraintes verticales à différentes profondeurs pour (A) un profil de pneu réel et (B) un profil de pneu lisse. (a) En surface; (b) A 1 cm; (b) A 2 cm; (c) 5 cm . . . . .	139
4.21	Contour des contraintes de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) dans le plan $x = 0$ (a) Profil réel, (b) Profil lisse . . . . .	140
4.22	Chargement de référence selon Alizé-Lcpc [31] . . . . .	141
4.23	Distribution de la pression de contact pour un chargement de référence sur roue isolée. (a) Distribution selon Alizé; (b) Distribution selon le modèle actuel SAM . . . . .	141
4.24	Comparaison entre un calcul Alizé et une simulation de type Alizé effectuée par SAM. (a) Contraintes verticales à différentes profondeurs dans le plan $y = 0$ ; (b) Déformations verticales à différentes profondeurs dans le plan $y = 0$ ; . . . . .	142
4.25	Comparaison entre un calcul Alizé et une simulation SAM avec un profil de pneu réel. (a) Contraintes verticales à différentes profondeurs dans le plan $y = 0$ ; (b) Déformations verticales au centre du contact . . . . .	143
4.26	Cinématique du contact roulant tractif . . . . .	144
4.27	Distribution de la pression de contact (a) et du cisaillement surfacique (b) dans le cas d'une charge tangentielle longitudinale $F_x = 10 \text{ kN}$ ; (c) Vue projetée du cisaillement surfacique mettant en évidence la zone de glissement et d'adhérence. . . . .	145
4.28	Répartition du cisaillement surfacique longitudinal pour différentes valeurs du coefficient de frottement $\mu$ avec l'effort tangentiel longitudinal fixé à $F_x = 10 \text{ kN}$ . . . . .	147
4.29	Contraintes équivalentes de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) en fonction du coefficient de frottement en deux positions différentes de la surface de contact. (a) $x = 0$ et $y = 0$ ; (b) $x = -120 \text{ mm}$ et $y = 0$ . . . . .	148
4.30	Contraintes de cisaillement surfacique longitudinal pour une charge tangentielle longitudinale $F_x = -10 \text{ kN}$ et un coefficient de frottement $\mu = 0,7$ . (a) Vue en perspective; (b) Vue projetée. . . . .	149
4.31	Contraintes de cisaillement surfacique latéral pour une charge tangentielle latérale $F_y = -10 \text{ kN}$ et un coefficient de frottement $\mu = 0,7$ . (a) Vue en perspective; (b) Vue projetée. . . . .	150
4.32	Contraintes de cisaillement surfacique totale pour une application simultanée d'une charge tangentielle longitudinale $F_x = 15 \text{ kN}$ et latérale $F_y = 5 \text{ kN}$ et un coefficient de frottement $\mu = 0,7$ . (a) Vue en perspective; (b) Vue projetée. . . . .	151
5.1	(a) Essais de flexion deux points sur éprouvette d'enrobé bitumineux; (b) Droite de fatigue des enrobés bitumineux (courbe de Wöhler). . . . .	156
5.2	Déformation principale par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement libre . . . . .	158
5.3	Directions principales d'extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement libre ( $F_x = 0$ ; $F_y = 0$ ) . . . . .	158

5.4	Différents types de fissuration sur la chaussée. . . . .	159
5.5	Déformation principale par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition d'accélération, $F_x = 10$ kN ; $F_y = 0$ ). . . . .	159
5.6	Fissuration et arrachement de granulats en surface de chaussée . . . . .	160
5.7	Directions principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition d'accélération, $F_x = 10$ kN ; $F_y = 0$ ) . . . . .	160
5.8	Déformations principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition de freinage, $F_x = -10$ kN ; $F_y = 0$ ) . . . . .	161
5.9	Directions principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition de freinage, $F_x = -10$ kN ; $F_y = 0$ ) . . . . .	161
5.10	Déformation principale par extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue sur une portion courbe de chaussée (condition de roue libre en virage, $F_x = 0$ ; $F_y = 10$ kN) . . . . .	162
5.11	Directions principales d'extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue sur une portion courbe de chaussée (condition de roue libre en virage $F_x = 0$ ; $F_y = 10$ kN) . . . . .	163
5.12	Déformations principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue en virage (condition de roue motrice en virage, $F_x = 15$ kN ; $F_y = 5$ kN) . . . . .	163
5.13	Directions principales d'extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue en virage (condition de roue motrice en virage, $F_x = 15$ kN ; $F_y = 5$ kN) . . . . .	164
5.14	Fissuration de chaussée en giratoire . . . . .	164
5.15	Déformations principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un profil de pneu lisse (condition d'accélération ; $F_x = 10$ kN ; $F_y = 0$ . . . . .	165
5.16	Présentation de l'éprouvette . . . . .	167
5.17	Dispositif du montage de l'éprouvette instrumentée par deux capteurs de déplacement à courant de Foucault . . . . .	167
5.18	Descriptif de l'essai. (a) Direction du chargement ; (b) Historique du chargement . . . . .	168
5.19	Données expérimentales de l'essai de compression et modèles pour la caractérisation du matériau . . . . .	169
5.20	Courbe maitresse et isothermes de l'enrobé bitumineux à température de référence $T_{ref} = 11, 1^\circ C$ selon Q.T. Nguyen [197] . . . . .	169
5.21	Micro-déformation plastique verticale $\varepsilon_{eqv}^{pl}$ sous chargement normal, (a) à $y = 0$ , (b) à $x = 0$ . . . . .	171
5.22	Contraintes équivalentes résiduelles de Von Mises $\sigma_{VM}^{res}$ sous chargement statique, (a) à $y = 0$ , (b) à $x = -150$ mm . . . . .	172
5.23	Micro-déformation plastique verticale $\varepsilon_{eqv}^{pl}$ pour une force d'accélération $F_x = 10$ kN, (a) à $y = 0$ , (b) à $x = -120$ mm . . . . .	172
5.24	Contrainte principale maximale pour une force d'accélération $F_x = 10$ kN dans le plan longitudinal $y = 0$ . . . . .	173
5.25	Défaut d'interface, délaminage . . . . .	173
5.26	Contrainte équivalente résiduel de Von Mises $\sigma_{VM}^{res}$ pour une force d'accélération $F_x = 10$ kN, (a) à $y = 0$ , (b) à $x = -175$ mm . . . . .	174
C.1	Photo du dispositif expérimental . . . . .	193
C.2	Photo du montage de l'éprouvette instrumenté par des capteurs à courant de Foucault . . . . .	193
C.3	Fonctionnement du capteur à courant de Foucault . . . . .	194

# Liste des tableaux

2.1	Paramètres du contact . . . . .	76
3.1	Paramètres matériau de la loi d'écroutissage d'Armstrong-Frederick . . . . .	102
3.2	Paramètres de simulation du modèle EF de Wei et al. [176] . . . . .	104
3.3	Paramètres matériau de la loi d'écroutissage Swift . . . . .	105
4.1	Paramètres de simulation . . . . .	138
4.2	Données de la simulation pour une étude comparative avec Alizé . . . . .	141
4.3	Données de simulation du contact roulant pneu/chaussée . . . . .	144
5.1	Données de simulation pour l'étude du top-down cracking . . . . .	157
5.2	Propriétés élastiques . . . . .	170
5.3	Loi Swift . . . . .	170
5.4	Loi Armstrong-Frederick . . . . .	170

# Introduction générale

Sous l'action du trafic routier, des variations climatiques et du vieillissement des matériaux, les chaussées routières se dégradent. Durant leur durée de vie, cette dégradation s'opère selon différents mécanismes conduisant aux phénomènes de fissuration et d'orniérage. Pour analyser ces mécanismes, élaborer des solutions adéquates de maintenance mais aussi améliorer le dimensionnement, il est essentiel de bien connaître et comprendre la géométrie et le comportement du chargement mécanique. Ce dimensionnement reste un défi majeur dans la construction du réseau routier tant d'un point de vue budgétaire pour les collectivités que sécuritaire pour les usagers. De plus, avec les nouvelles technologies matériaux telles que les enrobés tièdes réalisés à  $120^{\circ}\text{C}$  et les enrobés à froid réalisés à  $80^{\circ}\text{C}$ , associées à une évolution du dimensionnement, les épaisseurs des couches de surfaces sont désormais faibles aussi bien pour les chaussées urbaines que les chaussées autoroutières et sollicitées fortement par l'augmentation des charges des poids lourds et leurs fréquences de passage.

La méthode Française de dimensionnement des chaussées neuves propose actuellement une méthode rationnelle incluant des mécanismes de dégradations à la base des structures. En revanche, avec l'évolution de la technologie, apparaissent de nouvelles pathologies de dégradations de surface tels que les ornières d'instabilité, la fissuration descendante appelée également « Top-Down Cracking » et le délaminage. Étant donné leurs complexités et la méconnaissance de leurs origines, ces dégradations nécessitent une modélisation avancée du chargement en considérant un meilleur réalisme du contact pneu-chaussée. Bien que performantes, les méthodes d'analyse et de modélisation du contact roulant pneu-chaussée actuelles ne donnent pas les distributions correctes des contraintes surfaciques issues de l'interaction entre un pneumatique et la chaussée. Il s'avère alors nécessaires de proposer une méthode beaucoup plus cohérente et robuste pour l'étude de ce contact afin d'obtenir une meilleure réponse dans les différentes couches de la structure. Pour cela, deux verrous scientifiques majeurs sont à lever : la modélisation en trois dimensions du contact pneu-chaussée et la prise en compte de la rotation des contraintes principales dans le comportement des matériaux bitumineux composant les premières couches sous la surface.

Le Top-Down Cracking et l'orniérage sont des phénomènes de dégradations de surface de chaussées complexes englobant alors trois spécialités différentes telles que le mécanique fondamentale, la mécanique des matériaux (notamment pour le comportement de la chaussée ainsi que celui du pneu) et la tribologie. Il est alors important de réaliser une analyse du comportement et des caractéristiques des enrobés bitumineux composant la structure de la chaussée (notamment des couches de surface), des phénomènes environnementaux (changement climatique) et de la charge des véhicules. De ce dernier

aspect, il est primordial de considérer non seulement le chargement normal mais aussi les chargements longitudinaux, les chargements latéraux présents dans les points singuliers (rond points, virages...) ainsi que les phases d'accélération et de freinage.

Pour arriver à cet objectif, le laboratoire GC2D<sup>1</sup> (Génie Civil Diagnostic, Durabilité), spécialisé dans le domaine des chaussées s'est rapproché du laboratoire LaMCoS<sup>2</sup> (Laboratoire de Mécanique des contacts et Structures) de Lyon pour ses compétences en mécanique du contact. Les travaux menés pour la préparation de cette thèse de doctorat ont montré la capacité de cette approche tribologique à modéliser réellement les dégradations des couches de surface de la chaussée. Ces travaux ont été subdivisés en quatre parties après une étude bibliographique dont le déroulement se présente comme suit :

- Développer un modèle de contact roulant robuste en partant de la théorie de Hertz pour une application d'une méthode Semi-Analytique (SAM) permettant de prédire les contraintes surfaciques sous différents types de chargement et de conditions de roulement en considérant divers comportements des corps en contact. Ce qui sera validé sur des cas académiques simples comme le contact entre une bille et un plan.
- Étudier l'interaction entre le pneu et la chaussée avec des profils plus ou moins réels de la chaussée et du pneu afin de mieux expliquer la distribution des contraintes surfaciques pour le contact Pneu/Chaussée. Il sera donc appliqué le modèle de contact et une validation par des mesures expérimentales.
- Analyser le comportement en fatigue de la chaussée plus particulièrement sur les couches de surface. Celles-ci porteront sur les réponses en surface et proche de la surface afin de mieux expliquer le top-down cracking.
- Analyser les déformations permanentes critiques de la chaussée qui tendent vers une modélisation des ornières d'instabilité. Ainsi, effectuer des essais sur le matériau bitumineux pour sa caractérisation afin de pouvoir caler les paramètres matériau des lois d'érouissage utilisées pour la description de l'orniéage.

---

1. Université de Limoges, GC2D, EA 3178, F-19300 Egletons, France

2. Univ. Lyon, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, LaMCoS, F-69621 Villeurbanne, France

# Chapitre 1 :

# État de l'art

## 1.1 Structure d'une chaussée souple

La chaussée est une structure complexe composée de plusieurs couches. Chacune de ces couches est réalisée à l'aide de différents matériaux hétérogènes (souvent des mélanges de granulats et de bitume assurant la cohésion). Ce système multicouche repose sur un massif de sol (figure 1.1). On peut distinguer les couches de forme (traitement du sol), une couche de base et les couches de surface (couche de liaison et roulement). La chaussée est dimensionnée pour supporter des sollicitations environnementales (notamment climatique) et mécanique.

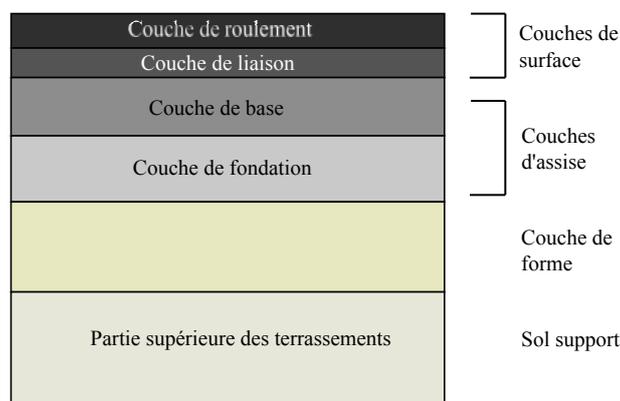


FIGURE 1.1 – Structure d'une chaussée souple

Le sol support sur lequel repose la couche de forme est fonction de la nature du terrain et sert de base à la structure. Selon le type de chaussée, il est nécessaire de traiter la couche de forme pour réaliser les propriétés exigées pour la résistance de la chaussée. Cette couche peut-être une couche de sol naturel prête pour recevoir les charges des couches supérieures. Elle est rendu compacte à la densité souhaitable, près de la teneur en eau optimale. Elle contribue au nivellement et assure la circulation des engins pendant les travaux. Elle permet également d'homogénéiser les caractéristiques du sol support, le protégeant ainsi contre le gel.

La couche d'assise est placée au-dessus de la couche de forme. Elle se compose parfois d'une couche de base et d'une couche de fondation qui sont souvent composées des matériaux granulaires tels que le sable, des pierres et des graviers concassés. Habituellement, les matériaux de ces couches incluent des conditions plus strictes que celle requises pour la couche de forme. Dans certains cas, pour augmenter les caractéristiques mécaniques des chaussées, elles peuvent être traitées avec du bitume ou du ciment. En général, elles apportent à la chaussée la résistance mécanique dont elle a besoin pour supporter les charges verticales générées par le trafic. Dans ce rôle, elles répartissent les charges sur la

couche de forme et le sol support pour pouvoir maintenir les déformations à ce niveau de la structure dans des limites admissibles.

La couche de surface est celle qui est en contact direct avec les charges du trafic. Elle est souvent subdivisée en couche de roulement (qui est la couche supérieure nommée Béton Bitumineux Semi-Grenu (BBSG), ou Béton Bitumineux Mince (BBM), ou Béton Bitumineux Très Mince (BBTM), ou Béton Bitumineux Drainant (BBD<sub>r</sub>)...) et une couche de liaison (inférieure et nommé Grave Bitume (GB)). Elle fournit des caractéristiques telles que le frottement, la lutte contre le bruit, la résistance à l'orniérage et le drainage. Elle doit assurer la sécurité et le confort des usagers, doit être imperméable à l'eau pour protéger les autres couches, notamment la couche de forme contre l'effet de l'affaissement par l'eau.

## 1.2 Comportement mécanique des chaussées souple

### 1.2.1 Généralité

Pour étudier les dégradations provoquées par le trafic et les conditions climatiques, il est alors nécessaire de connaître les sollicitations. D'un point de vue mécanique, au passage répété des charges, il existe des champs de contraintes générés dans chaque couche de la structure, ce qui implique par la suite des déformations (cf. figure 1.2) qui sont à l'origine des dégradations de types usure, rupture par fatigue et fluage.

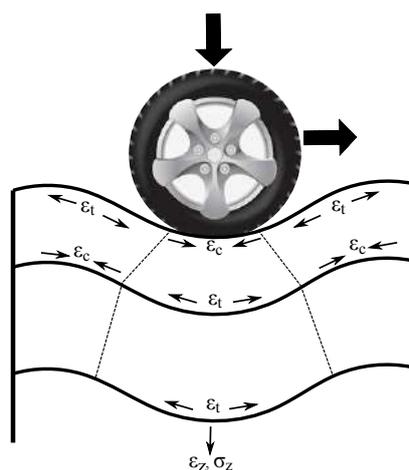


FIGURE 1.2 – Déformations présentes dans les couches de la chaussée sous chargement

La figure 1.2 montre des déformations dans les couches de la chaussée.  $\varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_c$  et  $\varepsilon_z$  représentent respectivement la déformation d'extension, la déformation de compression

et la déformation verticale.  $\sigma_z$  représente la contrainte verticale. Sur cette figure, on remarque que la surface de la chaussée est sollicitée en compression et en extension. Ces sollicitations sont représentées par des déformations proches de la surface ou en surface et qui sont à l'origine des dégradations des couches de surface comme le top-down cracking (traction pour un comportement thermo-visco-élastique) et de l'ornièrisme par fluage (compression pour un comportement thermo-visco-plastique) [1]. Ces dégradations (cf. figure 1.3), devenant de plus en plus fréquentes, constituent les principaux modes de dégradation de ces dernières décennies.



FIGURE 1.3 – Dégradation des chaussées en surface (a) fissuration, (b) ornièrisme

De manière plus générale, la fissuration est provoquée par la répétition des contraintes de traction et des extensions horizontales qui sont développées par l'action répétée de cycles charge et décharge à la base d'une couche. De la même manière, les ornières se développent par accumulation de déformations plastiques dues à la répétition des contraintes de compression et des déformations de compression verticales développées au cours de ces mêmes cycles charge et décharges. Les endommagements se produisent quand le nombre cumulé de cycles de chargement dépasse la capacité de résistance à la fatigue. Ainsi, ces phénomènes de dégradations sont traités de manières conventionnelles et sont ensuite pris en compte dans les méthodes de dimensionnement rationnelle.

## 1.2.2 Analyses mécaniques de la structure chaussée

### 1.2.2.1 Analyse par la théorie élastique multicouche

Il faut noter que la théorie élastique des multicouches est celle utilisée le plus souvent pour déterminer la réponse mécanique des chaussées due au passage de poids lourds depuis les années 1940 à cause de sa simplicité. Dans son livre, Huang [2] a mentionné les hypothèses majeures de la théorie élastique d'un multicouche qui sont décrites comme

suit :

- chaque couche est supposée homogène, isotrope, élastique linéaire ;
- les matériaux sont sans effet d'inertie ;
- la chaussée est soumise à une charge statique uniforme sur une surface circulaire ;
- le sol support est considéré comme une couche semi-infinie de module élastique constant ;
- la compatibilité entre contraintes et déformations à l'interface des couches est supposée parfaite.

Burmister [3] a développé une solution de forme simple pour deux couches, linéairement élastiques dans un problème d'espace semi-infini, qui a été plus tard étendue à un système de trois couches. Depuis lors, et avec les progrès de l'outil informatique, cette théorie a été étendue pour traiter les systèmes multicouche. Par conséquent, de nombreux outils numériques ont été développés, à savoir ALIZE [4], « BISAR, EVERSTRESS, ELSYM » [2]. Certains de ces outils numériques ont subi des modifications de la théorie élastique multicouche originale pour prendre en compte les modèles constitutifs de matériaux visco-élastiques ainsi que le chargement horizontal tels que ViscoRoute [5], CIRCLY [6], et l'ajustement des conditions de liaison à l'interface des couches (ALIZE 1.5, BISAR 3.0).

### 1.2.2.2 Réponses visco-élastiques de la chaussée sous charges mobiles

Il est bien connu que la réponse mécanique de la chaussée sous un chargement mobile dû au passage du véhicule dépend du temps, du taux de chargement, et de l'historique de chargement, en raison de la nature visco-élastique du matériau bitumineux. De nombreuses études depuis le début des années 1970 ont évalué les réponses visco-élastiques des revêtements des chaussées souples sous chargements mobiles utilisant différentes approches.

Les réponses de chaussées multicouches sous une charge mobile ponctuelle ont été étudiées par Chou et Larew [7] dans le cadre de la théorie visco-élastique linéaire. Elliot et Moavenzadeh [8] ont entrepris une étude semblable pour une charge circulaire utilisant une approche approximative. Huang [2] a résolu le problème en visco-élasticité à l'aide d'une méthode approximative et en supposant les séries de Dirichlet pour le module visco-élastique. L'influence de la charge mobile était alors supposée équivalente à celle d'une charge stationnaire, avec des changements d'amplitudes en fonction du temps.

Une approche basée sur les fonctions d'influence a été utilisée par Hardy et Cebon [9] et Papagiannakis et al. [10] pour étudier les réponses de chaussées sous une charge mobile à vitesse constante lorsqu'une réponse sous un chargement impulsif était connue à priori. Hopman [11] a développé un modèle dans un programme numérique multicouche visco-élastique (VEROAD) pour calculer les réponses mécaniques de la chaussée soumise à des charges circulaires en déplacement en utilisant le principe de correspondance. Dans son modèle, il a utilisé le modèle de BURGER pour décrire le comportement visco-élastique du matériau bitumineux. Chabot et al. [12] ont développé le logiciel ViscoRoute basé sur le modèle semi-analytique multicouche de Duhamel pour calculer les réponses de la chaussée sous une charge mobile avec une surface de contact rectangulaire ou elliptique. Le comportement visco-élastique du matériau bitumineux a été défini par le modèle de HUET-SAYEGH [13, 14]. Il est composé de deux ressorts pour le module élastique et de deux amortisseurs paraboliques pour la réaction différée.

Des modèles numériques utilisant la méthode des éléments finis (FEM) ou la méthode des éléments de frontière (BEM) ont été employés pour simuler les réponses mécaniques de chaussée sous chargement dynamique d'un poids lourds (PL). Pan et Atluri [15] ont couplé la BEM avec une approche FEM en modélisant un revêtement élastique en éléments finis et un semi-espace élasto-plastique sous-jacent utilisant les éléments de frontières. Shen et Kirkner [16] ont développé un modèle aux éléments finis à trois dimensions basé sur le système de coordonnées mobiles pour prévoir la déformation résiduelle de la chaussée soumise aux charges mobiles.

Bien que le modèle aux éléments finis peut être un outil d'analyse complexe et coûteux, il fournit la polyvalence et la flexibilité nécessaires. Pour simuler exactement le comportement des matériaux non linéaires, l'état complexe d'interface des couches, et la distribution non-uniforme du chargement du pneu. Comparées aux méthodes BEM et FEM, le principal avantage des méthodes analytiques et/ou semi-analytiques est le temps de calcul qui est relativement court. Cependant, dans ces dernières, des hypothèses telles que la linéarité et l'isotropie des matériaux, ainsi que le non-glissement à l'interface entre les couches sont faites afin de pouvoir résoudre le problème mécanique.

### **1.2.2.3 Analyse en dynamique des chaussées**

Dans la littérature, on note que les réponses dynamiques structurelles ou les amplifications dynamiques dépendent du rapport de la fréquence de chargement externe à la fréquence naturelle de la structure. La gamme de la fréquence naturelle est de 6 à 14 Hz pour les chaussées souples et de 20 à 58 Hz pour les chaussées rigides (Uddin et

Garza [17]; Darestani et al. [18]). Gillespie et al. [19] ont constaté que la fréquence de chargement des poids lourds était aux environs de 4.6 Hz à une vitesse de 58 km/h et de 6.5 Hz à 82 km/h. Ainsi, une analyse dynamique peut être nécessaire pour déterminer les réponses des chaussées.

Dans leurs travaux, Mamlouk et Davies [20] ont conclu que les déflexions dynamiques des essais FWD (Failling Weight Deflectometer) étaient plus grandes que les déflexions statiques dues aux amplifications locales dans la structure de chaussée. Lourens [21] a démontré que les contraintes et les déflexions dans la chaussée diffèrent sensiblement entre les charges statiques et dynamiques. Ces auteurs ont indiqué aussi que l'importance des contraintes dans la chaussée après le passage de la charge dépend de la vitesse de passage. Hardy et Cebon [9] ont constaté que les effets de la fréquence de chargement sur les déformations de chaussée sont relativement faibles comparées à l'effet de la vitesse de chargement. Zaghoul et White [22] ont étudié les réponses dynamiques des chaussées souples et ont trouvé des corrélations acceptables entre les résultats d'ABAQUS et les mesures in-situ à différentes vitesses. De même, tout récemment, Tautou et al. [23] ont développé un modèle aux éléments finis visco-élastique sous le logiciel CAST3M validé par des mesures expérimentales FWD in-situ. Ils ont ensuite conclu sur la réponse des géophones, lorsque la température s'éloigne de la référence, des différences sont notées entre le modèle visco-élastique et élastique à cause de la forte dépendance en température de la nature visco-élastique de la couche bitumineuse de la chaussée.

#### **1.2.2.4 Contraintes du contact pneu-chaussée : effets sur les réponses mécaniques de la chaussée**

La plupart des chercheurs ont analysé l'effet des distributions de la contrainte de contact pneumatique sur la réponse de la chaussée utilisant une approche élastique. Prozzi et Luo [24] ont constaté que les déformations d'extension dans la couche bitumineuse sous l'effet des contraintes réelles de contact étaient très différentes de celles sous des contraintes uniformes de contact, selon la combinaison de la charge et de la pression de gonflage du pneu. De Beer et al. [25] ont observé que les réponses des chaussées souples de revêtements minces étaient sensibles au profil et à la distribution de la charge verticale. Dans leurs travaux, Soon et al. [26] ont montré que les contraintes tangentielles du contact avec un pneumatique provoquent des contraintes de traction (donc des déformations par extension, cf. figure 1.2) localisées en dehors des bandes de roulement du pneu et leurs emplacements et amplitudes dépendent de l'épaisseur des couches de surface.

Dans la suite de ce chapitre, il sera montré après revue de la littérature qu'il existe

des différences importantes entre les réponses critiques de la chaussée quand les hypothèses des distributions des contraintes de contact changent. Les contraintes réelles de contact pneu-chaussée induisent de plus grandes ou plus petites réponses de la chaussée, comparées à la distribution uniforme conventionnelle de la contrainte, en fonction de la charge et de la pression de gonflage du pneu, de la rigidité du matériau, de l'épaisseur du revêtement, et du type de la réponse. Ces différences peuvent être exactement expliquées par l'utilisation d'une approche de modélisation qui peut simuler des distributions réalistes des contraintes de contact à l'interface pneu-chaussée et prévoir des réponses visco-élastiques de la chaussée sous un chargement mobile (incluant des effets tangentiels) des véhicules.

## 1.3 Méthodes de dimensionnement des structures de chaussée

### 1.3.1 Contexte historique

La conception d'une chaussée souple traite principalement des aspects structurels tels que la sélection des matériaux appropriés, les caractéristiques de la charge, et la détermination de l'épaisseur des couches. Depuis la fin des années 1950, les procédures de conception de chaussée ont évolué allant des méthodes empiriques aux méthodes mécaniste-empiriques qui incorporent les réponses et le comportement de base d'une chaussée. Cette évolution a été faite grâce à la caractérisation améliorée du trafic, des matériaux, des effets de climat, ainsi bien que l'amélioration des capacités de calcul.

#### Méthode Américaine

Un programme nommé Road Test a été lancé dans les années 1950 pour évaluer la représentation des chaussées sous les charges mobiles avec la grandeur et la fréquence de chargement connues [27]. Les résultats issus de ces essais ont été utilisés et analysés par AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials) pour développer une méthode empirique de dimensionnement. Ce qui a permis de constituer la méthode Américaine de dimensionnement qui a évolué vers une approche mécaniste-empirique. Le manuel pratique Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide (MEPDG) fut établi par AASHTO en 2008. Cette dernière approche permet à la méthode Américaine d'avoir un choix plus large du type de véhicule, du chargement par essieu, et de la pression des pneus, de prendre en compte les paramètres matériaux décrivant mieux la performance de la chaussée, de modéliser l'effet du climat et du vieillissement des matériaux et d'améliorer la fiabilité de prédiction de la performance de la chaussée.

## Méthode Européenne

En Europe, l'introduction de la méthode Shell de conception de chaussée par Claussen et al. [28] a fait évoluer l'approche empirique initiale vers l'approche mécaniste-empirique où les contraintes dans les structures de la chaussée sont corrélées avec le comportement mécanique des matériaux. Cette méthode de conception exige une analyse du niveau de charge, de traction et des débâtements, en vue de contrôler la fissuration par fatigue de bas en haut dans les mélanges bitumineux et la déformation permanente due à une contribution de la couche de forme ou du sol support. La fissuration thermique et la déformation permanente dans les mélanges bitumineux sont contrôlées indirectement, pendant la conception des mélanges bitumineux.

### o *Méthode Française :*

Dans les années 50, pratiquement toutes les chaussées françaises étaient des structures flexibles qui typiquement étaient conçues par une méthode empirique ou plus rarement aux conditions françaises, en adaptant la méthode de l'indice CBR (California Bearing Ratio), introduite au préalable dans la norme Américaine. Suite à l'évolution et aux changements, notamment dans l'augmentation du nombre et de la charge des poids lourds, des méthodes numériques ont été utilisées pour la résolution du problème multicouche élastique. Une analyse plus précise et une utilisation systématique de l'approche mécanique rationnelle avaient déjà été employées vers la fin des années 1950 avec des diagrammes des structures de trois couches pour la conception des chaussées.

Ainsi le logiciel Alizé [4], développé par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) en 1964 et employé pour examiner l'amplitude de quelques calculs de tensions dans les couches de base (en supposant une distribution uniforme de la contrainte surfacique) afin de vérifier les structures du catalogue en 1971, fait office de référence jusqu'à nos jours. Il a été alors utilisé systématiquement pour définir les structures dans le nouveau catalogue [29], édité en 1977. La méthode française combine les contributions de la mécanique rationnelle avec les éléments expérimentaux. Une approche basée sur la mécanique est utilisée pour définir le modèle de structure de la chaussée et pour calculer les tensions et les contraintes produites par une charge standard. Les résultats d'essais d'endommagement par fatigue en laboratoire sont alors utilisés pour évaluer la résistance à la fatigue de la structure.

Enfin, des connaissances dérivées de l'observation de la performance des chaussées (données des sections d'essais ou des expériences sur le manège de fatigue du LCPC, actuellement IFSTTAR) sont utilisées pour spécifier le critère pour la déformation

permanente de la plate-forme et des couches d'assises de la chaussée et pour ajuster les résultats de l'analyse mécanique. Zoa [30] a su décrire les paramètres pris en compte et les considérations faites dans la méthode Française de dimensionnement notamment le chargement. Le calcul est alors effectué avec un essieu standard de  $130\text{ kN}$  pour une répartition uniforme de  $0,662\text{ MPa}$  sur une roue isolée. La vérification du comportement en fatigue des matériaux par le modèle mécanique de Burmister [3] à la base de chaque couche est intégrés. Le calcul peut prendre en compte un dommage pour lequel ces dernières sont ramenées à une charge de référence pondérée par un coefficient d'agressivité [31].

○ *Méthode Anglaise :*

Comme la méthode Française, la méthode Anglaise a été basée sur une approche empirique avant d'évoluer au fil des années. Actuellement, les normes anglaises de conception des chaussées sont basées sur une approche faisant appel aux pratiques expérimentales et à la théorie des structures en prenant en compte l'effet des propriétés des matériaux. Le manuel de dimensionnement DMRB (Design Manual for Roads and Bridges) édité en 2006 par le Highway Agency's (HA) [32] est utilisé dans presque toutes les conceptions standards des chaussées de la norme Anglaise. Il s'agit d'un recueil des rapports de recherche effectuées par le Transport Research Laboratory. Ce dernier a contribué à l'évolution de la méthode de dimensionnement par la prise en compte des paramètres matériaux et le phénomène d'agressivité des pneus de plus en plus important. La conception traditionnelle des chaussées souples basée sur l'utilisation de l'indice de force CBR pour la couche de forme a été adopté par les anglais dans les années 1940. La méthode Anglaise de dimensionnement qui est décrite dans la version 2006 de DMRB est assez simple et prend en compte les chaussées souples, semi-rigides et rigides où des graphes préétablis permettent de retrouver des dimensions préconisées des couches en fonction du trafic et du type de matériaux pour chaque type de structure.

### **Méthode Sud-Africaine**

Les premières approches de dimensionnement des chaussées en Afrique du Sud connu sous le nom SAMDM (South Africa Mechanistic Design Method) sont apparus dans les années 1970. Ces approches sont purement mécaniques (y compris le comportement des matériaux et de la structure, la simulation du trafic, le taux de service désiré ...) [33]. Dans la méthode Sud-Africaine comme dans la méthode Française, le processus débute par le chargement et la caractérisation des matériaux, y compris l'épaisseur et les propriétés élastiques de chaque couche. L'analyse de la structure implique habituellement une analyse élastique et statique linéaire du système multicouche, ayant pour résultat la

réponse à la condition de charge exprimée en termes de contrainte et de déformation. Cette réponse de la chaussée sert ensuite d'entrée aux fonctions de transfert pour chaque type de matériau, rapportant ainsi l'état de contraction-extension au nombre de charges qui peuvent être supportées avant qu'un certain état terminal soit atteint [33].

En plus de fournir des critères pour le comportement prévisionnel du matériau et de la chaussée, des propriétés élastiques ont été suggérées pour différents matériaux de construction de routes en Afrique du Sud en 1978 [34]. Les critères de fatigue pour des couches minces d'enrobé sont demeurés les mêmes que ceux donnés en 1977 mais des fonctions de transfert étaient incluses pour les couches épaisses de base d'enrobé [34]. Le concept de l'écrasement dans des couches d'assise légèrement cimentées a été ensuite introduit, basé sur des observations sous l'essai accéléré par HVS (Heavy Vehicle Simulators). Le critère original de fatigue pour des couches cimentées a alors été remplacé par des critères de fatigue mieux adaptés [35].

Même si Achimatos et Porot [36] avaient remarqué en 2003 que dans la méthode Anglaise de dimensionnement des chaussées, le comportement en fatigue des couches liées n'est pas considéré comme le critère de fissuration par le bas mais plutôt de la fissuration de types "top-down", aucune de ces méthodes mécanique-empirique (AASHTO, Européenne, Sud-Africaine) de dimensionnement n'a jusqu'à présent pris en compte explicitement les « *fissures descendantes* » appelées communément « top-down cracking (TDC) ».

## 1.3.2 Phénomènes de dégradation conventionnels

Les principaux phénomènes de dégradation liés au trafic sont la fissuration par fatigue et l'orniérage. Dans les méthodes conventionnelles de dimensionnement des chaussées, ces dégradations sont souvent modélisées comme provenant du bas des couches.

### 1.3.2.1 Fissuration par fatigue de bas vers le haut

La fissuration par fatigue est provoquée par un passage répété des poids lourds dont les charges appliquées sont habituellement inférieures à la résistance des couches de chaussées. La fissuration par fatigue de bas vers le haut commence souvent au fond des couches bitumineuses, relativement minces (moins de 150 mm) ou au fond de chaque couche s'il y a des problèmes de liaison entre les couches.

La méthode Française de dimensionnement des couches de chaussée utilise généralement la loi d'endommagement par fatigue de Wöhler ou de Mazars qui introduit le calcul de la durée de vie en fatigue par l'équation (1.1) [29] où  $\varepsilon_t$  est supposé être la déformation

maximale par extension à la base de la couche bitumineuse. Cette équation donne la tenue en fatigue de l'ensemble d'une structure de la chaussée à une température moyenne de  $15^{\circ}C$  (température moyenne en France).

$$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{6(10^{\circ}C;25Hz)} \cdot \left( \frac{E_{(10^{\circ}C,10Hz)}}{E_{(15^{\circ}C,10Hz)}} \right)^{0,5} \cdot \left( \frac{N_f}{10^6} \right)^b \cdot k_r \cdot k_c \cdot k_s \quad (1.1)$$

$\varepsilon_{6(10^{\circ}C;25Hz)}$  : amplitude de la déformation par extension pouvant provoquer la rupture en fatigue par flexion au bout d'un million de cycles de chargement,

$E_{(10^{\circ}C,10Hz)}$  : module de Young du mélange bitumineux à  $10^{\circ}C$  et à  $10Hz$ ,

$E_{(15^{\circ}C,10Hz)}$  : module de Young du mélange bitumineux à  $15^{\circ}C$  et à  $10Hz$ ,

$N_f$  : nombre d'essieux standard équivalent,

$b$  : pente de la droite de fatigue du mélange bitumineux,

$k_r$  : coefficient ajustant la valeur de la déformation par extension admissible au risque de calcul retenu en fonction des facteurs de dispersion sur l'épaisseur (écart-type Sh) et sur les résultats des essais de fatigue (écart-type SN),

$k_c$  : coefficient de calage destiné à ajuster les résultats du modèle de calcul au comportement de la chaussée observé de même type,

$k_s$  : coefficient minorant tenant compte de l'effet d'hétérogénéités locales de portance d'une couche de faible rigidité supportant les couches liées.

AASHTO a proposé dans le manuel MEPDG une méthode déterminant le nombre de cycle de charges admissible pour la fissuration en fatigue utilisant l'équation (1.2) [37]. Cette méthode utilise la réponse initiale de la chaussée et ignore l'évolution des déformations au cours de l'endommagement. Cependant, l'erreur présentée est supposée acceptable dans le cadre d'une conception empirique.

$$N_f = 0,00432 \cdot k \cdot C \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_t} \right)^{3,9492} \cdot \left( \frac{1}{E} \right)^{1,281} \quad (1.2)$$

où  $N_f$  est le nombre de charges admissibles appliquées ;  $E$  est le module résilient de l'enrobé bitumineux,  $\varepsilon_t$  est la déformation par extension en bas de couche de chaussée ;

$C$  est un paramètre lié aux propriétés volumétriques du mélange bitumineux et  $k$  est un paramètre lié à l'épaisseur des couches.

Récemment, des modèles plus avancés de fatigue basés sur la théorie d'endommagement visco-élastique, le concept d'énergie dissipée, et la mécanique de la rupture visco-élastique ont été proposés [38–40]. Ces approches sont plus fondamentales et nécessitent des explications plus complexes que l'approche empirique ou mécanique-empirique de fatigue. Elles sont néanmoins appliquées pour prévoir la croissance d'endommagement par fatigue des mélanges bitumineux dans un plus large choix de chargement et de conditions environnementales et pour considérer les effets des propriétés et des caractéristiques de rupture visco-élastiques, telles que le vieillissement de liant et les effets curatifs.

### 1.3.2.2 Orniérage

Rappelons que l'orniérage est la déformation permanente se produisant dans les structures de chaussée. On distingue l'orniérage petit rayon qui ne se produit que dans les couches de surface (concerne que les mélanges bitumineux) et les ornières structurelles provenant de la couche de forme (orniérage grand rayon).

#### 1.3.2.2.1 Orniérage petit rayon

Les ornières à petit rayon se produisent dans les couches de surface de la chaussée sous sollicitations dues au trafic souvent à des températures élevées. D'ailleurs, selon Uzan [41], l'orniérage se produit souvent pendant un été très chaud pour une température d'environ  $47^{\circ}\text{C}$  sous les sollicitations du trafic. Les ornières de fluage sont observées par un déplacement longitudinal ou transversal de matériau bitumineux à volume constant ou une dilatation due aux contraintes normales générées par la charge normale et au cisaillement surfacique induit par des forces tangentielles.

Les modèles conventionnels d'orniérage primaire existant sont souvent dérivés d'une analyse statique sur les déformations élasto-plastiques et les contraintes issues des essais de compression uni-axiale ou tri-axiale répétées sur des enrobés bitumineux. Pour évaluer le taux d'orniérage pour les chaussées plus ou moins épaisses, Finn et al. [42] ont utilisé les résultats des essais AASHTO en fonction du nombre d'essieux simple équivalents (ESAL) et la contrainte de compression. Ainsi, pour des couches de surface ayant une épaisseur supérieure ou égale à 152 mm le taux d'orniérage par répétition d'essieu est donné par :

$$\log(R) = -1,173 + 0,717 \log d - 0,685(N_{18}) - 0,666 \log(\sigma_c) \quad (1.3)$$

et pour des couches de surface ayant une épaisseur inférieure à 152 mm il est donné par :

$$\log(R) = -5,617 + 4,343 \log d - 0,16(N_{18}) - 1,118 \log(\sigma_c) \quad (1.4)$$

où  $d$  étant la déflexion de la surface de la chaussée (en mm) sous une charge de  $40 kN$ ,  $N_{18}$  le nombre d'essieu simple de  $18 kN$ , et  $\sigma_c$  la contrainte de compression à l'interface de la couche d'enrobé bitumineux. Ce modèle a été amélioré par Chen et al. [43] afin de prendre en compte tous types d'épaisseurs. Aussi, une fonction de transfert a été proposée par AASHTO en 2002 par l'équation (1.5) [37].

$$\log\left(\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_r}\right) = -3,7498 + 0,4262 \log(N) + 2,02755 \log(T) \quad (1.5)$$

où  $\varepsilon_p$  est la déformation permanente cumulée,  $\varepsilon_r$  la déformation de résilience,  $N$  le nombre d'essieu acceptable pour  $\varepsilon_p$  et  $T$  la température de la chaussée.

Dans une étude menée par Monismith et al. [44], il est démontré que l'accumulation des déformations permanentes dans les couches d'enrobé bitumineux est très sensible à la résistance des couches au cisaillement et relativement insensible au changement de volume. Ainsi, les auteurs indiquent que l'orniérage dans les couches bitumineuses est essentiellement lié au flux de cisaillement plutôt qu'au tassement volumique. Deacon et al. [45] et Monismith et al. [46] vont ensuite assimiler l'orniérage dans les couches bitumineuses aux contraintes et déformations de cisaillement au lieu des déformations de compression comme montré par l'équation (1.6).

$$\gamma = a. \exp(b.\tau_s) \gamma^e . n^c \quad (1.6)$$

où  $\gamma$  est la déformation permanente de cisaillement (inélastique),  $\gamma^e$  la déformation élastique de cisaillement,  $\tau_s$  est la contrainte de cisaillement,  $n$  est le nombre d'essieux appliqués, et  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des coefficients déterminés expérimentalement.

### 1.3.2.2 Ornières structurelles

Ce type d'orniérage provient des couches inférieures et est essentiellement dû à une mauvaise conception structurelle. Il est provoqué par une déflexion longitudinale suivant le sens du roulement dû aux charges du trafic. La déformation verticale sur la surface de la couche de forme est souvent liée aux ornières structurelles dans le cas où la charge appliquée ne dépasse pas la capacité de cisaillement du sol. Asphalt Institute [47] a proposé en 1982 un modèle d'orniérage basé sur la déformation de la couche de forme (sol) avec

un seuil maximum de 12,5 mm d'ornièrre décrite par l'équation (1.7).

$$N = 1,365 \times 10^{-9} (\varepsilon_v)^{-4,477} \quad (1.7)$$

où  $N$  est le nombre de passage de la charge jusqu'à la rupture et  $\varepsilon_v$  est la déformation verticale maximale (donc de compression) sur la surface de la couche de forme.

Notons qu'il peut y avoir une rupture en cisaillement de la couche de forme si sa capacité à résister au cisaillement est dépassée sous les conditions de charges appliquées. Un coefficient de contrainte pour les couches de forme SSR (Subgrade Stress Ratio) a été utilisé par Thompson et Elliott [48] pour estimer le potentiel d'ornièrage d'une chaussée. Le coefficient SSR est défini par l'équation (1.8).

$$SSR = \sigma_{dev}/q_u \quad (1.8)$$

où  $\sigma_{dev}$  est la contrainte déviatorique à la surface de la couche de forme et  $q_u$  est la force de compression non confinée de la couche de base. Les limites potentielles du dommage de la couche de forme sont estimées à  $SSR = 0,5$ ;  $0,6$ ;  $[0,6 - 0,75]$ ; et  $> 0,75$  respectivement pour un coefficient faible, moyen, limité et élevé.

D'autre part, des ornières provenant des couches d'assise peuvent exister. En effet, une déformation permanente des couches de base et éventuellement de fondation peut apparaître due à une insuffisance de stabilité causée par les poids lourds ou des mauvaises conditions de drainage. Ce qui peut avoir comme conséquence la perte de forces de couplage entre les particules et ainsi de la portance. Ceci peut finalement avoir comme conséquence la déformation permanente avec une ornière ou une remontée de chaussée en surface [33].

La méthode Sud-Africaine SAMDM prends en compte ces déformations permanentes des couches d'assise à travers l'équation (1.9) [33] qui permet de calculer un facteur de sécurité afin d'évaluer le nombre de charges répétées pour la rupture. La déformation permanente est liée au rapport du travail de contrainte à la limite d'élasticité du matériau, considérant que l'effort de cisaillement élevé peut atteindre la couche de base pour des chaussées moins épaisses avec un chargement de trafic normal.

$$F = \frac{\sigma_3 \left[ K \left( \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) - 1 \right) \right] + 2KC \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right)}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (1.9)$$

$$N = 10^{2.60512F + 3.48009}$$

où  $F$  est le facteur de sécurité ;  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont respectivement les contraintes principales maximale et minimale soit selon leur convention de signe, les contraintes principales de compression et de traction ;  $K$  étant une constante dépendant de la condition d'humidité ;  $C$  est le coefficient de cohésion,  $\phi$  est l'angle de frottement interne ; et  $N$  est le nombre de charges acceptable à la rupture.

AASHTO a proposé dans le guide MEPDG un modèle selon l'équation (1.10) pour prédire les ornières provenant des couches de base. Dans ce modèle, les paramètres liés aux propriétés du matériau peuvent être estimés à partir de la teneur en eau et du module de résilience de la couche de base.

$$\delta(N) = \beta_1 \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_r} \right) \exp \left( \frac{\rho}{N} \right)^\beta \varepsilon_v h \quad (1.10)$$

où  $\delta(N)$  est la déformation permanente de la couche de base ou de fondation après  $N$  passage de la charge ;  $\varepsilon_0$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  sont les paramètres liés aux propriétés du matériau ;  $\varepsilon_r$  est la déformation de résilience imposée au laboratoire d'essai pour obtenir des propriétés matériau ;  $\varepsilon_v$  est la déformation de résilience moyenne verticale calculée à partir d'une réponse primaire du modèle ;  $h$  est la hauteur de la couche de base ; et  $\beta_1$  est le facteur de calibration.

## 1.4 Orniéragé et fissuration des couches de surface

Grâce à l'évolution des méthodes de dimensionnement, ces dégradations conventionnelles s'observent désormais plutôt rarement. Deux mécanismes de dégradations des chaussées ont néanmoins évolué ces dernières années : les ornières proches de la surface et la fissuration initiée en surface.

### 1.4.1 Orniéragé

Traditionnellement, l'orniéragé se produit à travers toutes les couches de la chaussée. Cependant, l'orniéragé principalement concentré sur la surface de la couche d'enrobé bitumineux devient de plus en plus présent ces dernières années. Brown et Cross [49] ont entrepris une étude complète des ornières sur plusieurs sections de chaussée et ont rapporté que la majorité des ornières se produisent dans les 7 à 10 cm de la surface. Ils ont attribué l'augmentation de l'orniéragé à la qualité des mélanges bitumineux utilisés dans les couches de surface et à une augmentation des pressions de gonflage des pneumatiques et du chargement des poids lourds.

Ces ornières sont prises en compte dans les méthodes de dimensionnement des chaussées existantes (cf. section 1.3.2.2.1) et ont toujours été traitées par les méthodes mécanique-empiriques. Les récentes études sur ces types d'ornières ont souvent été focalisées sur l'impact du pneu sur les champs mécaniques dans les couches d'enrobé bitumineux. D'ailleurs, afin d'expliquer au mieux les ornières proches de la surface de la chaussée, Myers et al. [50] ont étudié l'effet de la pression de contact générée par le contact du pneumatique sur la chaussée. Leurs études ont été poursuivies par Drakos et al. [51] par l'étude de l'effet du type de pneumatique sur le développement de ces ornières d'instabilité. Ces auteurs ont trouvé que ces dernières se produisent dans les cinquantes premiers millimètres. Pour traiter convenablement l'ornière d'instabilité pour la conception des mélanges bitumineux et la conception structurelle de la chaussée, il est donc nécessaire de comprendre les mécanismes qui induisent ce type d'orniérage dans la couche de surface et d'identifier des facteurs clés qui affectent ces mécanismes.

Il faut noter que les ornières d'instabilité ou écoulements plastiques sont plus évidentes dans les sections routières où le trafic est lent tel que les intersections qui représentent un désaccord en conditions de charges appliquées à la chaussée. Le freinage, l'accélération, le virage (figure 1.4), les arrêts et les déplacements lents aux intersections induisent les ornières d'instabilité. Ainsi, le déplacement des matériaux s'effectue en fonction de la direction des efforts du trafic. Un déplacement longitudinal est donc dû aux efforts d'accélération ou de freinage (figure 1.4(a)) et un déplacement transversal, souvent observé aux points singuliers (virage, rond point ...), sont dus aux efforts centrifuges (figure 1.4(b)).

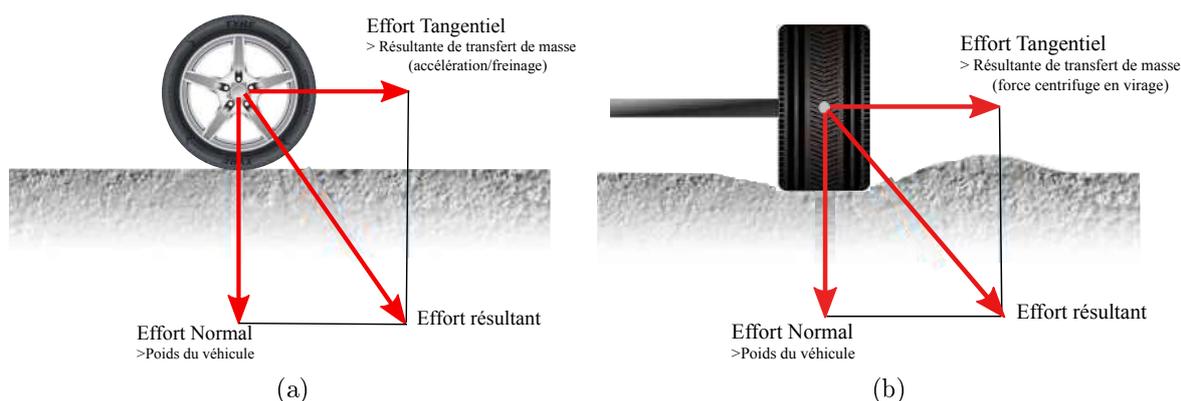


FIGURE 1.4 – Bilan des forces extérieures à l'origine des ornières d'instabilité et des fissuration. (a) accélération/freinage, (b) virage

## 1.4.2 Fissuration

Plusieurs chercheurs ont essayé d'expliquer la présence des fissures initiées en surface de la chaussée. De nombreuses études récentes ont montré que la fissuration par le haut ou proche de la surface est le mécanisme de fissuration principal des chaussées. La fissuration peut s'initier en surface de la chaussée et se propager vers le bas (fissuration descendante), ou initiée à une certaine distance en-dessous de la surface et se propager vers le haut ou vers le bas ou simultanément dans les deux directions. Ces fissures sont observées sur les chaussées après construction de façon prématurée. Elles peuvent être longitudinales ou transversales à proximité des secteurs de traces des pneumatiques ou dans ces dernières. La profondeur de la fissuration est généralement contenue dans la couche de roulement ou peut atteindre dans certains cas la couche de liaison mais ne se propagent pas vers les autres couches inférieures comme la couche de base.

Plusieurs facteurs ont été proposés comme causes du top-down cracking (TDC). Des facteurs liés à la charge (traction, cisaillement), des facteurs matériau (basses énergies de rupture, vieillissement), des facteurs de construction (la construction de joint longitudinale, ségrégation) et des facteurs causés par la température (contrainte thermique) sont suggérés [52]. Parmi ces facteurs, la contrainte de traction ou de cisaillement élevée, générant la traction par des pneus sur la surface de la chaussée ou en sous couche non loin de la surface, est le facteur le plus reconnue comme initiateur du mécanisme de fissuration en surface. La contrainte de traction et de cisaillement générée par une charge répétée déclenche le processus de dommage des matériaux, alors que la contrainte thermique pendant les cycles thermiques quotidiens, accélère l'évolution du dommage et le vieillissement (ceci dépendant de l'amplitude des cycles thermiques) de l'enrobé par réduction de son énergie de rupture et de sa résistance à la fatigue.

Le développement de la fissuration initiée en surface a été rapporté comme problème universel au cours de la dernière décennie. Hugo et Kennedy [53] ont observé l'initiation des fissures en surface des chaussées sous l'aire de pression du pneu du simulateur de poids lourds et ont noté que les fissures ont été provoquées par des efforts horizontaux induits à la surface de contact entre le pneu et la chaussée. Des contraintes radiales centripètes ont été citées comme induisant la tension en surface de la chaussée au bord d'une charge circulaire par des chercheurs Néerlandais [54]. Ces derniers ont également proposé un modèle basé sur l'énergie de distorsion pour expliquer au mieux le développement de la fissuration initiée en surface. Il a été également signalé que l'énergie de distorsion calculée est toujours plus critique en sous couche plutôt qu'en surface. Matsuno et Nishizawa [55] ont indiqué que les fissures longitudinales en surface sont dues aux grandes déformations

par extension et qui sont générées à proximité des bordures du pneu à des températures élevées. Ils ont expliqué que les déformations par extension sont souvent concentrées au voisinage d'une petite fissure induite à la surface de la chaussée. Le travail d'analyse s'est cependant limité à un chargement vertical circulaire uniforme traditionnel. Un autre travail analytique, conduit au Pays-Bas a suggéré qu'une tension significative peut être initiée sur la surface de la chaussée le long du bord d'un pneu chargé provoqué par des contraintes de contact pneu-chaussée [56]. Cependant, la véracité de cette observation est incertaine puisque les analyses ont été faites en utilisant des contraintes du contact pneu-chaussée pour un pneu de camion, avec les contraintes latérales qui ont été estimées à partir de la littérature sur un pneu de véhicule légers.

Une analyse de la cause de la fissuration descendante d'un point de vue micro mécanique a été menée par Wang et al. [57]. Les auteurs ont constaté que la contrainte de traction secondaire pourrait être induite par le chargement de cisaillement dû à la dilatation. Ils ont suggéré que la structure squelettique globale de particules et la concentration des mastics sont deux facteurs importants qui peuvent affecter les fissures descendantes. Wang et al. [58] ont constaté qu'en utilisant la méthode des éléments de frontière visco-élastique la contrainte résiduelle visco-élastique due à la charge peut être un autre mécanisme potentiel pour le top-down cracking. Les travaux de Yoo et Al-Qadi [59] et Al-Qadi et al. [60] ont montré que la déformation de cisaillement verticale au bord du pneu est plus critique que la déformation par extension en bas d'une couche bitumineuse pour une chaussée épaisse et peut être responsable du développement de fissures proches de la surface. Petit et al. [61] ont montré que l'endommagement par fatigue de type top-down cracking d'une structure de chaussée est amorcé par des déformations d'extension superficielles qui sont induites par des sollicitations tangentielles horizontales appliquées à la surface de la chaussée ( figure 1.4(a)).

Un modèle d'initiation de fissure a été développé par Lytton et al. [62] où il a constaté que le nombre de cycles de charge pour atteindre la rupture pourrait être prévu avec une bonne précision en prenant en considération la rigidité originale, l'état de contrainte exprimé en termes de contrainte principale moyenne, la contrainte octaédrique de cisaillement en bas de couche, le pourcentage de vide d'air et le mastic bitumineux dans le mélange. Un modèle de « déformation de Von Mises » a été proposé par Sousa et al. [63] pour considérer simultanément la déformation normale et de cisaillement. La résistance à la fatigue par l'essai de fatigue en flexion avec pilotage en déformation est ainsi calculé.

D'après des essais en laboratoire, Crow [54] soutient que seulement une combi-

raison d'une importante énergie dissipée en surface, des contraintes de cisaillement, des contraintes induites par la température et des contraintes résiduelles pourraient être à l'origine de la fissuration en surface de la chaussée. Dans un rapport d'essai IFSTTAR [64] rapporte le taux d'évolution du top-down cracking à des facteurs qui favorisent le vieillissement de l'enrobé bitumineux (hautes températures, taux de vides élevés et insuffisance de liant), à la fragilité du bitume, la contraction et la fatigue (basse température, amplitude de température quotidienne élevée).

Selon une étude récente de Roque et al. [65], la fissuration descendante pourrait être provoquée par une traction en surface induite par la flexion à partir du pneu dans des couches bitumineuses de faible ou de moyenne épaisseur, ou une traction proche de la surface induite par le cisaillement au bord du pneu dans les couches bitumineuses épaisses. Dans leur étude, un modèle d'endommagement visco-élastique continu et un modèle de mécanique de la rupture sont utilisés pour prédire respectivement l'initiation et la propagation des fissures.

## 1.5 Contact pneu-chaussée

Outre la structure et les matériaux, la performance et la durée de vie des chaussées en service sont énormément influencées par le chargement mécanique et thermique. Les principales charges mécaniques sont provoquées par les véhicules et transmises à la surface de la chaussée par les pneus. L'état de l'art effectué sur les dégradations des chaussées et plus précisément en surface (section 1.4) a montré clairement que les chaussées se dégradent sous l'effet combiné de la température et du chargement. Ce dernier joue un rôle très important dans le dimensionnement de la structure et plus précisément des couches de surface qui sont en contact direct avec le pneumatique des véhicules. Ainsi une conception durable des chaussées exige une connaissance profonde de leur comportement structurel sous le chargement roulant des pneumatiques. Des chercheurs se sont intéressés aux problématiques des contraintes du contact pneu-chaussée au travers d'études expérimentales et numériques. Ces travaux sont résumés dans cette partie.

### 1.5.1 Mesures expérimentales des contraintes du contact pneu-chaussée

Pour le contact pneu-chaussée, il est nécessaire d'avoir des informations sur la taille et la forme de la zone de contact et les contraintes générées par leur interaction. On remarque que dans de nombreux travaux, les chercheurs ont utilisé et continuent d'utiliser une surface de contact rectangulaire ou circulaire dans l'analyse de chargement pour le

calcul [2, 4, 5] en dépit d'une forme réelle plus complexe. Cette erreur de simplification de la représentation peut surestimer l'aire de contact et la localisation des contraintes sur chaque strie du pneu. D'ailleurs, de leurs mesures expérimentales avec le système SIM (Stress In Motion), De Beer et al. [25] ont montré que la surface de contact est loin d'être correcte lors d'une simplification uniforme rectangulaire ou circulaire d'autant plus que la contrainte n'est pas uniforme sur toutes les stries du pneu (figure 1.5).

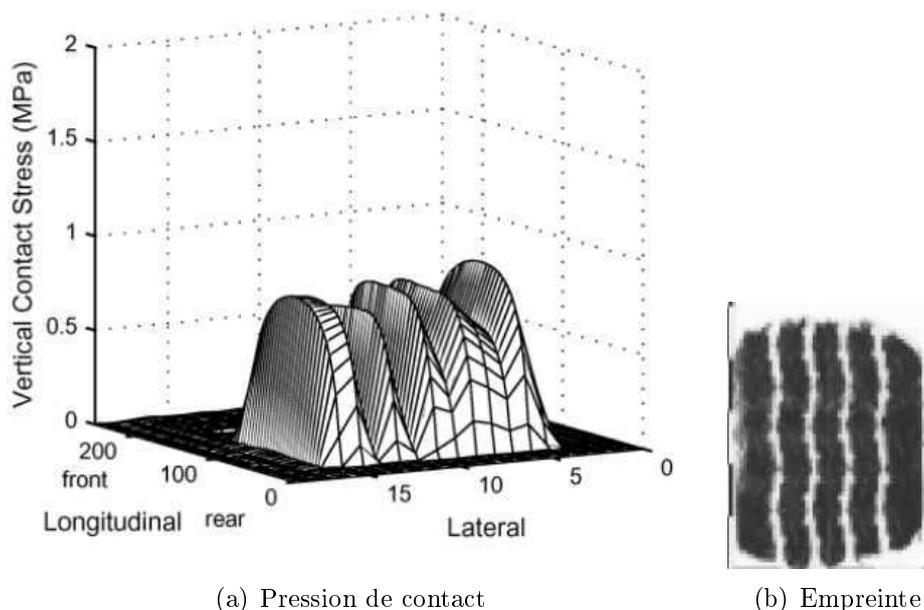


FIGURE 1.5 – Pression de contact pneu-chaussée en 3D mesurée pour une charge de 31 kN avec une pression de gonflage de 690 kPa (a), et l’empreinte du pneu associée (b) [25]

Il existe plusieurs systèmes de mesures des contraintes du contact pneu-chaussée où la précision dépend de l'interface de frottement entre le pneu et le capteur de mesure dans la zone de contact, la force de roulement appliquée, la vitesse de roulement ainsi que les caractéristiques de la surface de contact. Les premiers à avoir mesuré la distribution de la pression de contact pneu-chaussée sont Marshek et al. [66] en utilisant des films sensitifs. Ils ont montré que la distribution de la pression de contact n'est pas uniforme. En utilisant des jauges de déformation intégrées sur la chaussée avec des instruments bien adaptés, Ford et Yap [67] ont mesuré les contraintes de contact pour une vitesse de roulement faible et ont montré qu'à une charge constante, la variation de la pression de gonflage influence les contraintes dans la zone centrale de la surface de contact.

De Beer [68] a effectué sa première mesure des contraintes de contact pneu-chaussée par le VRSPTA (Vehicule-Road Surface Pressure Transducer Array) qui fut par la suite développé et nommé SIM [25]. Les données issues ont été utilisées par de nombreux chercheurs

notamment Wang et Al-Qadi [69] pour prédire les réponses mécaniques de la chaussée. Le VPSPTA est constitué principalement par des rangées de goupilles de jauges de déformation à trois axes fixées sur une plaque en acier, ainsi que d'autres goupilles de soutien supplémentaires non instrumentées qui sont quand à elles fixées autour et affleurant la surface de la chaussée [70]. Ce système est conçu pour prendre des mesures aux vitesses de roulement de  $1\text{ km/h}$  jusqu'à  $25\text{ km/h}$ , et des charges jusqu'à  $200\text{ kN}$  verticalement et à  $20\text{ kN}$  horizontalement. Quelques résultats obtenus à partir de ce système de mesures par De Beer et al. [70] sont présentés sur la figure 1.6. Différents chargements à une pression de gonflage donnée y sont représentés. Ces résultats montrent que la distribution de pression sur le contact est non uniforme ainsi que les cisaillements transversal et longitudinal.

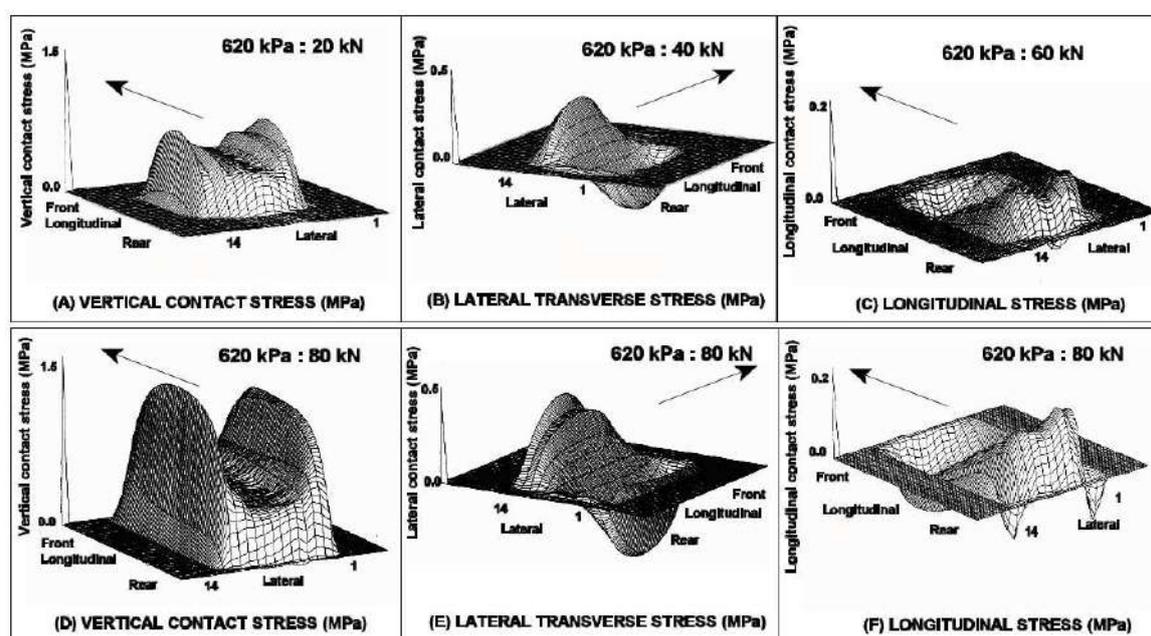


FIGURE 1.6 – Mesures des distributions de contrainte du contact pneu-chaussée avec le système de VRSPTA pour un déplacement lent ( $1.2\text{ km/h}$ ) en roulement libre d'un pneu lisse de camion de type single. Les flèches indiquent la direction et le sens de roulement du pneu pendant la mesure [70]

Douglas et al. [71] ont développé un dispositif de transducteurs en acier sur plusieurs rangées pour mesurer les contraintes de contact verticales et tangentielles dans le but d'évaluer les dégradations en surface. Ils ont constaté que les contraintes normales sont fortement non uniformes sous charges lourdes à faible pression de gonflage, et que les contraintes longitudinales à l'arrière de la zone de contact sont significativement élevées lorsque la pression de gonflage est plus faible.

### 1.5.2 Modélisation du contact roulant pneu-chaussée

Les études expérimentales étant limitées par les coûts et la complexité du matériel d'essai, les modélisations ont l'avantage de pouvoir facilement étudier la structure de la chaussée, la structure de pneu, la charge de pneu ainsi que la vitesse. La modélisation de l'interaction entre le pneu et la chaussée par l'intermédiaire de l'approche par la mécanique du contact, comme les propriétés des matériaux non linéaires, les phénomènes de transition du contact roulant, le comportement complexe du pneu, et le frottement à l'interface du pneu et de la chaussée représente un défi à relever pour cette étude. Face à la complexité du problème de contact pneu-chaussée et donc la difficulté de le résoudre avec une méthode purement analytique, des modèles numériques par la méthode des éléments finis (FEM) ont été développés.

Pour modéliser le contact roulant pneu-chaussée en régime stationnaire, Nackenhorst [72] puis ensuite Ziefle et Nackenhorst [73] ont utilisé la méthode des éléments finis (FEM) couplée à la méthode ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian). Cette dernière méthode consiste à décomposer un mouvement  $\phi$  en un pur déplacement de corps rigide que l'on peut noter  $\chi$  et en une superposition de déformation notée  $\hat{\phi}$ . Ceci peut être observé sur la figure 1.7. Ils ont jugé leur approche assez fiable comparée à l'approche analytique. Les premières approches éléments finis utilisées dans la résolution du problème du contact roulant en régime stationnaire ont été développées par Oden et Lin [74] et Padovan [75]. Leurs théories étaient basées sur des cinématiques planes. La méthode ALE a été tout récemment utilisée par Wollny et al. [76] pour modéliser le phénomène de l'interaction pneu-chaussée. Cette étude, beaucoup plus focalisée sur la réponse mécanique de la chaussée, a permis d'étudier le comportement de celle-ci sous un contact roulant en régime stationnaire avec la formulation ALE.

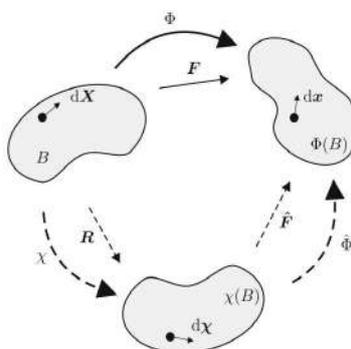


FIGURE 1.7 – Description des corps roulant par la méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) [73]

Un modèle éléments finis donnant des résultats appréciables a été simulé par Wang et al. [77]. Partant d'une modélisation éléments finis sous ABAQUS, ils ont étudié le contact afin de déterminer la distribution des contraintes surfaciques à l'interface pneu-chaussée. Le pneu et la chaussée sont tous deux modélisés en éléments finis. Un résultat de leur simulation est présenté sur la figure 1.8. Pour modéliser le roulement en régime permanent, ils ont fait également appel à la méthode ALE. Dans leurs travaux, ils ont mentionné que la non uniformité de la contrainte verticale diminue lorsque la charge appliquée augmente, alors que celle-ci augmente avec la pression de gonflage. Dans une comparaison entre une condition statique, en roulement libre et en freinage, Wang et al. [77] ont montré que les contraintes transversales en roulement libre sont plus faibles que celles en statique et que le freinage provoque une diminution de ces contraintes.

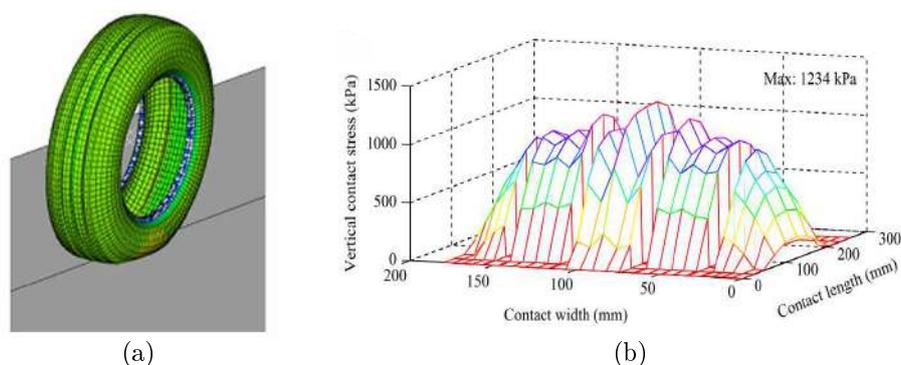


FIGURE 1.8 – Simulation du contact pneu-chaussée par méthode éléments finis : (a) Pneu sous condition de chargement, (b) Pression de contact en condition statique. [77]

### Surface de contact en condition d'accélération et de freinage

Dans un recueil de recherche sur les contact intitulé « *the contact Patch* », Wright et al. [78] ont expliqué qu'il existe simultanément deux différentes zones sur la surface de contact entre pneu et la chaussée en conditions d'accélération et de freinage dont l'une représente un glissement et l'autre une adhérence. Les vecteurs glissement sont dans le sens du roulement lorsqu'il s'agit du freinage et dans le sens contraire du roulement lorsqu'il s'agit d'une accélération. La zone de glissement se situe en arrière de la surface de contact et celle d'adhérence en avant comme illustré sur la figure 1.9. D'ailleurs, Schallamach [79] a déjà évoqué en 1956 cette décomposition de la surface de contact en deux zones dans une étude sur l'usure du pneumatique. Ceci est dû à une répartition non uniforme de la contrainte de cisaillement sur la surface de contact. Celle-ci évolue de façon croissante à l'entrée de la surface de contact jusqu'à atteindre la contrainte normale multipliée par le coefficient de frottement existant entre le pneu et la chaussée. Il est alors nécessaire

de connaître l'impact de ces différentes zones sur le comportement de la structure de chaussée car sa réponse mécanique devrait être remarquable en surface et dans les premiers centimètres.

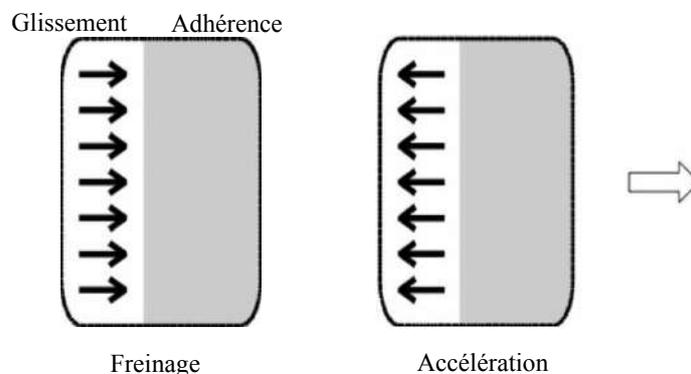


FIGURE 1.9 – Glissement et adhérence sur la zone de contact pneu-chaussée [78]

Bien que ces modèles numériques soient susceptibles de remplacer les méthodes expérimentales à cause de leur flexibilité concernant la structure, le matériau, la charge et la vitesse, ils sont basés sur la méthode éléments finis qui est d'autant plus onéreuse en temps de calcul que la finesse du maillage est élevée. S'agissant en plus de la modélisation de dégradation de la chaussée, une étude de l'interaction entre le pneu et la chaussée est indispensable. C'est pour cela qu'une étude approfondie de la mécanique des contacts est présentée dans le paragraphe suivant.

## 1.6 Besoins en modélisation

Nous avons décrit précédemment les techniques et les études au service de l'amélioration de la durée de vie des chaussées, en particulier la prédiction de la performance des fissures descendantes et des ornières d'instabilité qui sont les actuelles préoccupations des constructeurs de routes. Dans cette description, nous avons retenu que la chaussée, exposée aux conditions environnementales et climatiques, est une structure dont les matériaux sont sensibles à la température.

Ainsi, le premier besoin en mécanique des contacts est le développement d'un modèle décrivant la réalité du comportement des enrobés bitumineux, en tenant compte de ces variations. D'ailleurs, selon Bahuguna et al. [80] et Chehab [81], les enrobés bitumineux peuvent présenter à la fois un comportement élastique, plastique, visco-élastique et visco-

plastique (équation (1.11)). Ce qu'ils ont illustré par la figure 1.10.

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^{ve} + \varepsilon^{vp} \quad (1.11)$$

où  $\varepsilon$  est la déformation totale de l'enrobé,  $\varepsilon^e$ ,  $\varepsilon^p$ ,  $\varepsilon^{ve}$  et  $\varepsilon^{vp}$  représentent respectivement la partie élastique, plastique, visco-élastique et visco-plastique. Dans la modélisation de l'ornièrerie d'instabilité, il est donc nécessaire d'utiliser un modèle visco-plastique afin de mieux décrire le fluage du matériau. Dans un modèle numérique de l'ornièrage des chaussées, Bassem [82] a utilisé pour les couches de surface un modèle elasto-viscoplastique prenant en compte l'influence de la température. De même, un comportement visco-élastique serait nécessaire pour décrire au mieux le top-down cracking. Après une analyse sur le comportement visco-élastique des couches de surface de la chaussée avec prise en compte de l'effet de la température, Kim et al. [83] ont montré que la déformation par extension visco-élastique en surface de la chaussée avait un effet sur la performance en top-down cracking.

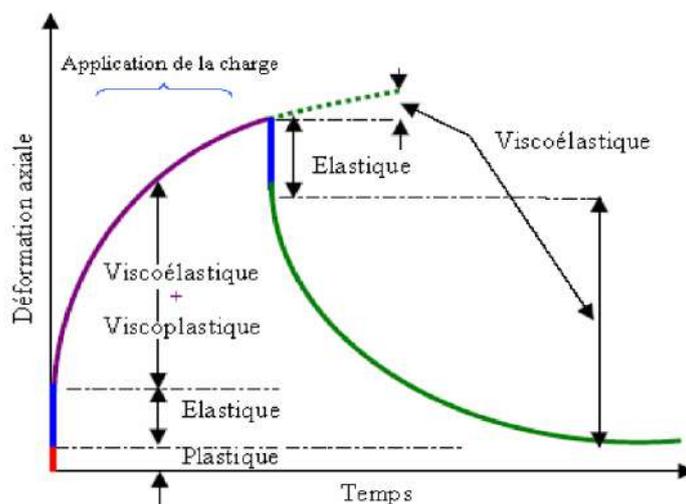


FIGURE 1.10 – Composante de la déformation dans l'enrobé bitumineux

Un second défi est la modélisation de façon robuste et précise du contact pneu-chaussée et en particulier la modélisation du contact roulant pneu chaussée. En effet, le roulement du pneumatique sur la chaussée peut générer des micro-glissements pouvant influencer les micro déformations en surface et dans la chaussée. D'ailleurs, déjà en 1987 Tielking et al. [84] s'étaient intéressés à l'effet des pressions de contact sur les déformations de la chaussée. Ils avaient remarqué avant leur étude, en se basant sur les travaux de Berger [85], que les directions des forces de cisaillement ne sont pas les mêmes pour un pneu chargé en statique que pour un pneu chargé en dynamique. Ils ont illustré ceci par des dessins que nous pouvons retrouver à la figure 1.11. Connaissant le travail de Berger sur

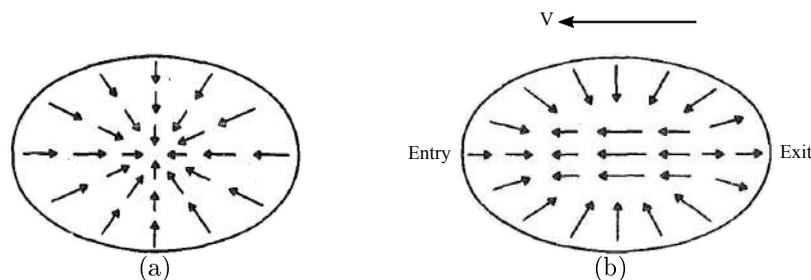


FIGURE 1.11 – Direction des forces de cisaillement sur la chaussée : (a) sous pneu statique (Contact vertical) (b) sous pneu roulant (Contact roulant) [84]

la modélisation du contact roulant et la modélisation du glissement relatif entre interface pneu/chaussée, Tielking a utilisé cette théorie dans un modèle éléments finis pour l'interaction pneu-chaussée avec un modèle de pneu lisse. Il a conclu d'après les résultats de calculs analytiques du programme numérique ILLIPAVE [48] que les hypothèses de pression de contact uniforme sont inappropriées pour la conception des chaussées. Il

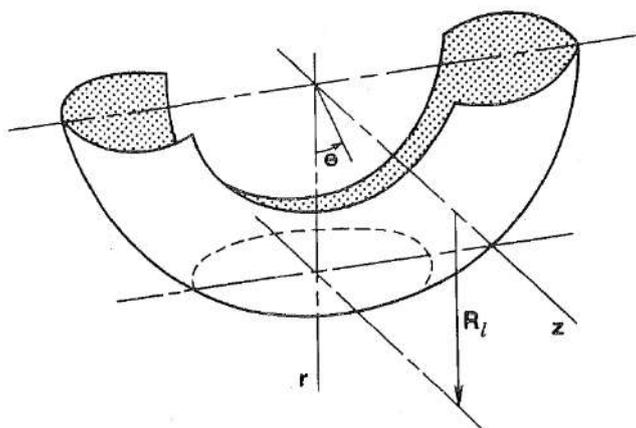


FIGURE 1.12 – Modèle de pneu et surface de contact selon Tielking et al. [84]

a poursuivit en notant que la rigidité du pneu (pour des poids lourds) est fonction de la pression de gonflage (raison pour laquelle il a fait ses calculs sous deux pressions de gonflage différentes) et provoque une pression de contact très élevée qui induit des déformations importantes à l'origine des fissures prématurées dans les chaussées souples. La surface de contact du modèle est elliptique et reste néanmoins un peu éloignée de la réalité pneu PL/chaussée (voir figure 1.12). Fort de ces conditions, il nous faut une modélisation complète du contact roulant pneu-chaussée avec prise en compte de tous les paramètres entrant en jeu tant du point de vue pneumatique que du point de vue chaussée.

## 1.7 Mécanique du contact

### 1.7.1 Généralités

Le problème du contact en général considère deux corps de surface arbitraire en contact sur une interface. Les surfaces des corps peuvent avoir des mouvements relatifs à l'interface l'un par rapport à l'autre pouvant faire apparaître un frottement. Les corps en contact peuvent avoir des propriétés élastiques ou inélastiques. Le type de contact peut également varier. Un contact non-conforme se produit quand les deux corps se rencontrent en un seul point (ou une ligne) avant l'application de la charge et la taille de l'aire de contact après chargement est très petite par rapport aux dimensions caractéristiques des corps. Le contact est conforme si les surfaces en contact sont conformes de sorte qu'elles peuvent générer à vide une large surface de contact. De ce point de vue, nous pouvons donc classer le contact pneu chaussée dans le cas d'un contact non-conforme.

La résolution d'un problème de contact implique une considération de la complexité des matériaux, de la géométrie et de la tribologie. Cependant, des simplifications peuvent être faites en fonction du problème. Par exemple, pour des matériaux quasi-identiques, des simplifications peuvent être opérées. Pour un problème de contact, la quasi-identité signifie que les matériaux des corps en contact vérifient la relation suivante :

$$\frac{1 - 2\nu_1}{G_1} = \frac{1 - 2\nu_2}{G_2} \quad (1.12)$$

où  $G_1$ ,  $G_2$  et  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  sont respectivement les modules de cisaillement et coefficients de Poisson des corps 1 et 2. Cette condition implique que les contraintes tangentielles causent un même déplacement normal et opposé sur les surfaces en contact. On retrouve le même effet pour la contrainte normale sur les déplacements tangentiels. Pour un problème de contact non-conforme avec des corps quasi-identiques, les solutions du contact normal sont alors indépendantes de celles du contact tangentiel. Le problème de contact peut donc être divisé en deux problèmes : normal et tangentiel.

### 1.7.2 Contact Hertzien

La mécanique des contacts a vu son développement dans les années 1882 par Heinrich Hertz [86] d'où le *Contact Hertzien*. Ses travaux décrivent le contact entre deux corps élastiques de géométries sphérique ou elliptique soumis à une charge statique ou à un déplacement. La théorie de Hertz est alors basée sur des hypothèses énumérées ainsi :

- \* les corps en contact sont homogène, isotrope, et linéairement élastique ;

- \* le problème est sans frottement, les deux corps sont supposés lisses ;
- \* les hypothèses des massifs élastiques semi-infinis sont admises.

Les hypothèses des massifs élastiques semi-infinis sont les plus importantes pour l'application de la théorie et sont vérifiées par deux conditions à savoir :

- \* les dimensions de la zone de contact sont assez petites comparées à celles des corps en contact. Les contraintes sont alors fortement concentrées dans la région proche de la zone de contact et ne sont pas influencées par les conditions limites à infini.
- \* Les rayons de courbure des corps en contact sont assez larges comparés aux dimensions de l'aire de contact, condition qui valide la précédente. Par conséquent, les angles générés par les surfaces en contact doivent rester assez faibles. Une approximation plane peut être alors faite pour la surface de contact où les niveaux de contrainte sont compatibles avec la théorie de l'élasticité.

Étant donné que ces hypothèses sont restrictives, elles ne sont appliquées qu'à des massifs semi-infinis et sont donc limitées pour des massifs de dimensions finies de même que si les corps sont de comportement inélastique. Pourtant, elles sont suffisantes et donnent des résultats satisfaisants et rapides pour de nombreuses applications industrielles même pour des systèmes complexes. Des solutions analytiques ont été ensuite développées dont celles de Johnson dans son livre intitulé *Contact Mechanics* [87]. Dans cet ouvrage, Johnson a rappelé les formulations de Hertz. Ces dernières sont énoncées pour un contact circulaire comme suit.

Deux corps sphériques 1 et 2 sont supposés en contact. La figure 1.13 illustre le problème. Le rayon de courbure équivalent  $R$  des deux corps est donnée par l'équation (1.13) :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.13)$$

où  $R_1$  et  $R_2$  sont respectivement le rayon de courbure du corps 1 et 2. On définit le module de Young équivalent  $E^*$  des deux corps à partir des paramètres élastiques  $(E_i, \nu_i)$ , ( $i = 1, 2$ ) des deux corps en contact par l'équation (1.14) :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.14)$$

En supposant l'application d'une charge  $F$  sur les deux corps en contact, le rayon  $a$  de l'aire de contact, le déplacement de corps rigide  $\delta_z$  et la pression maximale de Hertz  $P_{Hertz}$

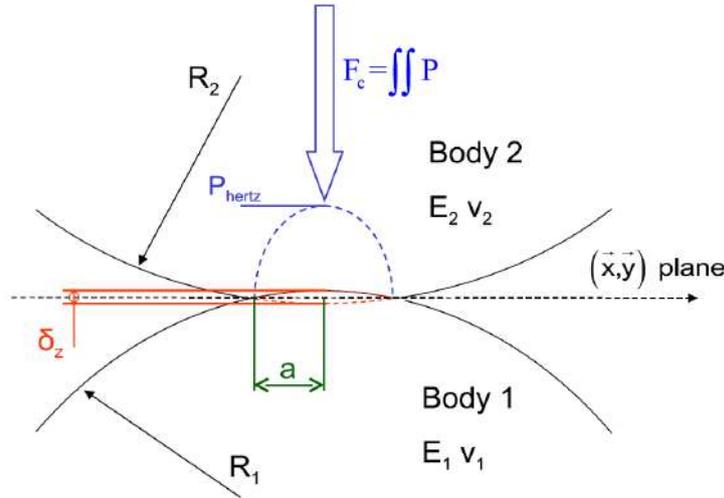


FIGURE 1.13 – Représentation schématique d'un contact Hertzien de deux solides de révolution avec des paramètres théoriques [88]

sont donnés respectivement par les équations (1.15) (1.16) (1.17) suivantes :

$$a = \left( \frac{3FR}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.15)$$

$$\delta_z = \frac{a^2}{R} = \left( \frac{9F^2}{16RE^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.16)$$

$$P_{hertz} = \frac{3F}{2\pi a^2} = \left( \frac{6FE^{*2}}{\pi^3 r^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.17)$$

La distribution de la pression sur la surface de contact est alors donnée analytiquement par l'équation (1.18) :

$$p(r) = P_{hertz} \sqrt{1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2} \quad |r = \sqrt{x^2 + y^2} \leq a \quad (1.18)$$

### Contact non-hertzien

Lorsque le contact est conforme comme décrit dans la section 1.7.1, on peut parler de géométrie non-hertzienne. De même, lorsque les corps sont ni élastiques linéaires, ni homogènes et ni isotropes, la théorie de Hertz ne peut plus s'appliquer. Cependant, la théorie des massifs semi-infinis reste toujours valable. Pour des problèmes dont les corps présentent des singularités sur leur géométrie comme des coins, des rugosités, ou des géométries asymétriques, ou s'ils ne sont pas homogènes, des approches mathématiques plus puissantes sont nécessaires. On peut citer par exemple Meijers [89] qui a utilisé

la méthode des intégrales de Gladwell [90] pour trouver des solutions à un problème de contact de corps revêtu par un revêtement d'épaisseur uniforme. On note également l'existence des solutions analytiques pour des corps parfaitement plastiques. Johnson [87] a proposé des solutions analytiques pour le contact et l'indentation des corps élasto-plastiques ainsi que pour des problèmes de contact roulant tractif élasto-plastique en deux dimensions.

### 1.7.3 Contact roulant

#### 1.7.3.1 Concepts de base

On peut distinguer deux formes de mouvement pour une roue en déplacement : un mouvement de « *glissement* » pour lequel tous les points de la roue ont la même vitesse que le centre de gravité de la roue et un mouvement de « *roulement pur* » qui est composé d'un mouvement de translation et d'une rotation des points autour de son centre de gravité avec une vitesse angulaire spécifique. En roulement pur, la vitesse angulaire  $\omega$  devrait être égale à  $v_0/r_0$  où  $v_0$  est la vitesse d'avance et  $r_0$  le rayon de la roue. Dans le roulement pur, au point de contact, la composante de vitesse due à la rotation équilibre celle du glissement. Le point de contact est ainsi fixe et sert de centre de rotation instantané. La figure 1.14(a) donne une illustration du roulement pur.

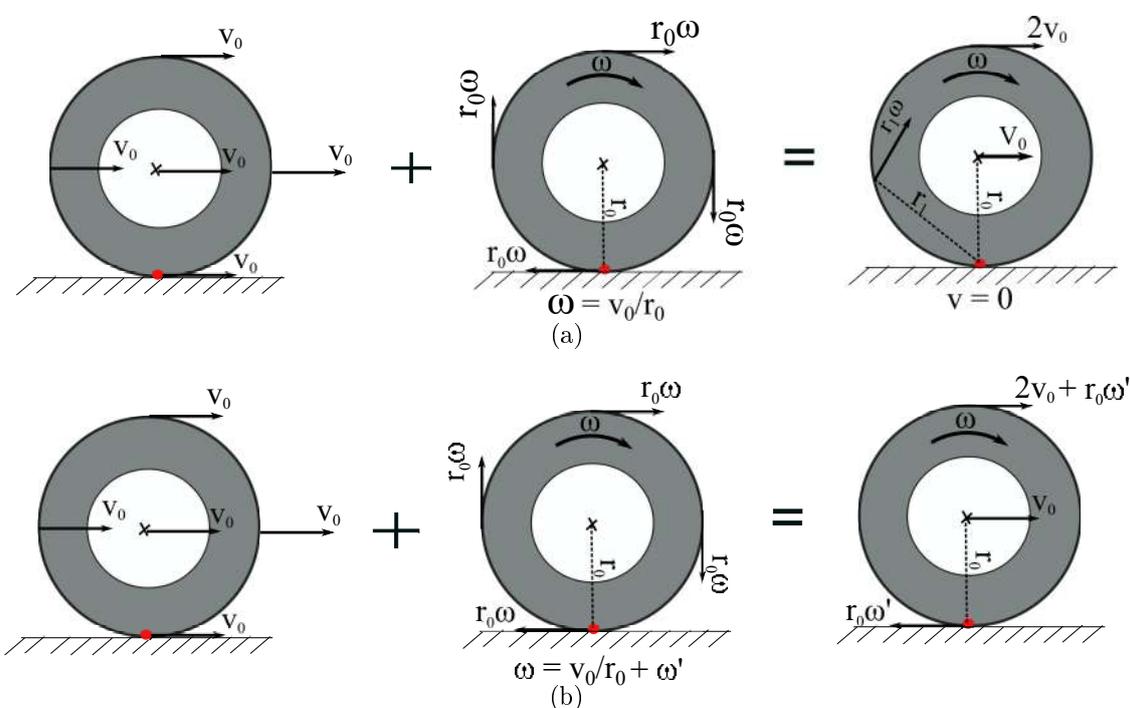


FIGURE 1.14 – Mouvement de roulement pur (a) et de roulement glissant (b) d'une roue.

Cependant, la roue peut ne pas être en rotation qu'avec la seule vitesse angulaire  $v_0/r_0$ . Il peut y avoir un dépassement de vitesse dû à l'inertie ou une diminution due à toutes formes de résistance au roulement. Si cette dernière est notée  $\omega'$  alors  $\omega = v_0/r_0 + \omega'$ . Dans ce cas, le point de contact n'est pas fixe mais un mouvement relatif existe entre les surfaces en contact. Il y a donc un roulement glissant. Ceci est illustré par la figure 1.14(b).

Selon cette définition, un frottement se produit quand il y a un mouvement relatif entre l'interface des deux corps en contact. Ainsi, dans le roulement pur, aucune vitesse relative n'existe à l'interface, aucun frottement n'apparaît. D'autre part, pour un roulement glissant, une vitesse différente de zéro au point de contact implique un mouvement relatif entre les points matériels en contact et donc une force de frottement. Notons que, contrairement au mouvement relatif global des corps en contact, cette force s'oppose au mouvement relatif à l'interface. En effet, cette force de frottement permet à la roue un changement de vitesse de roulement. Pour freiner ou accélérer cette roue en roulement, un couple doit être appliqué à cette dernière afin de produire respectivement une diminution ou une augmentation de vitesse. Par conséquent, un mouvement relatif se produit au contact et génère la force de frottement nécessaire dans la direction désirée afin de changer l'accélération ou le ralentissement de la roue. Une illustration de ce phénomène est présentée sur la figure 1.15.

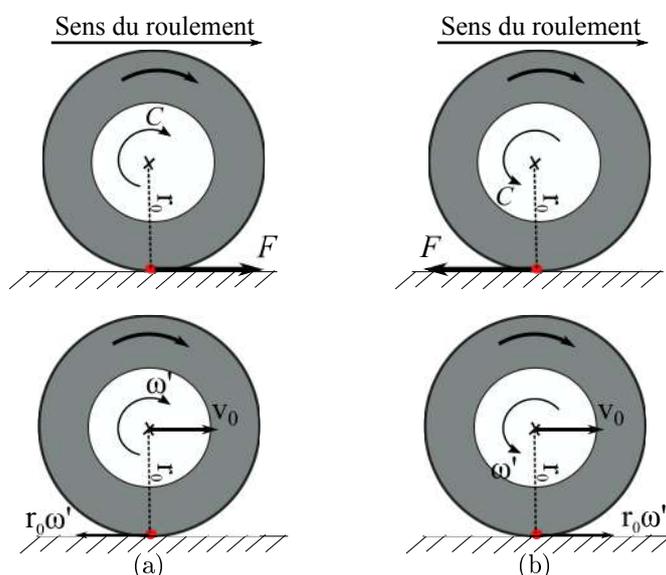


FIGURE 1.15 – (a) Accélération et (b) freinage d'une roue par application d'un couple  $C$ .

Généralement pour un corps rigide en roulement, le point en contact adhère instantanément à l'autre surface (roulement pur) ou glisse (roulement-glissant). En réalité, puisque

les solides en contact sont déformables, ils génèrent une surface de contact. Il existe sur cette surface des points qui subissent des déformations et peuvent influencer la vitesse relative de ces points mais les vitesses relatives dues au mouvement de corps rigides peuvent être compensées par la déformation élastique des corps. Ceci peut se produire sur une zone à l'intérieur de la surface de contact, appelée la zone d'adhérence, où les points correspondants sont collés les uns aux autres. Pour d'autres points dans la zone de contact mais à l'extérieur de la zone d'adhérence, les vitesses des corps rigides dépassent la contribution élastique et les points correspondants commencent à glisser l'un avec l'autre. Ce phénomène s'appelle le micro-glissement [87]. Kalker [91] a repris une définition de Carter [92] définissant ce phénomène et introduisant les glissements relatifs de corps rigide (ou pseudoglissements) longitudinal et latéral (« *creepages* ») et de pivotement (« *spin* »).

### 1.7.3.2 Théorie de Carter

Carter [92] fut le premier à développer une solution analytique pour le contact roulant (tractif) avec une application au contact roue-rail en 1926. Fromm [93] proposa en 1927 une théorie similaire à celle de Hertz pour l'analyse du glissement de disques élastiques roulants. Carter s'est intéressé particulièrement aux forces tractives et de freinage des roues des locomotives et a basé son travail sur des études de Reynolds sur les courroies.

Pour la résolution, Carter a ramené le problème à un contact cylindre sur plan [92]. Pour un cylindre roulant sur un plan en régime stationnaire, avec un taux de glissement donné, la pression de contact est estimée par la formulation de Hertz. Ainsi, la surface de contact s'étend sur une largeur de  $2a$  (selon Hertz). Carter a montré que lorsqu'il y a roulement entre deux corps en présence de frottement, il y a apparition de cisaillement à l'interface des surfaces en contact et on observe sur la surface de contact, une partie en adhérence et l'autre en glissement. Le cisaillement total en surface est donné par l'équation (1.19).

$$q_x = q'_x + q''_x, \quad (1.19)$$

où

$$q'_x = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad -a \leq x \leq a, \quad (1.20a)$$

$$q''_x = -\frac{(a-d)}{a} \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-d}{a-d}\right)^2} \quad -a+2d \leq x \leq a, \quad (1.20b)$$

$2d$  étant la largeur de la zone de glissement,  $\mu$  représentant le coefficient de frottement et  $p_0$  la pression maximale selon Hertz. Une représentation de la distribution du cisaillement est montrée à la figure 1.16. Afin de relier le glissement relatif longitudinal à la force

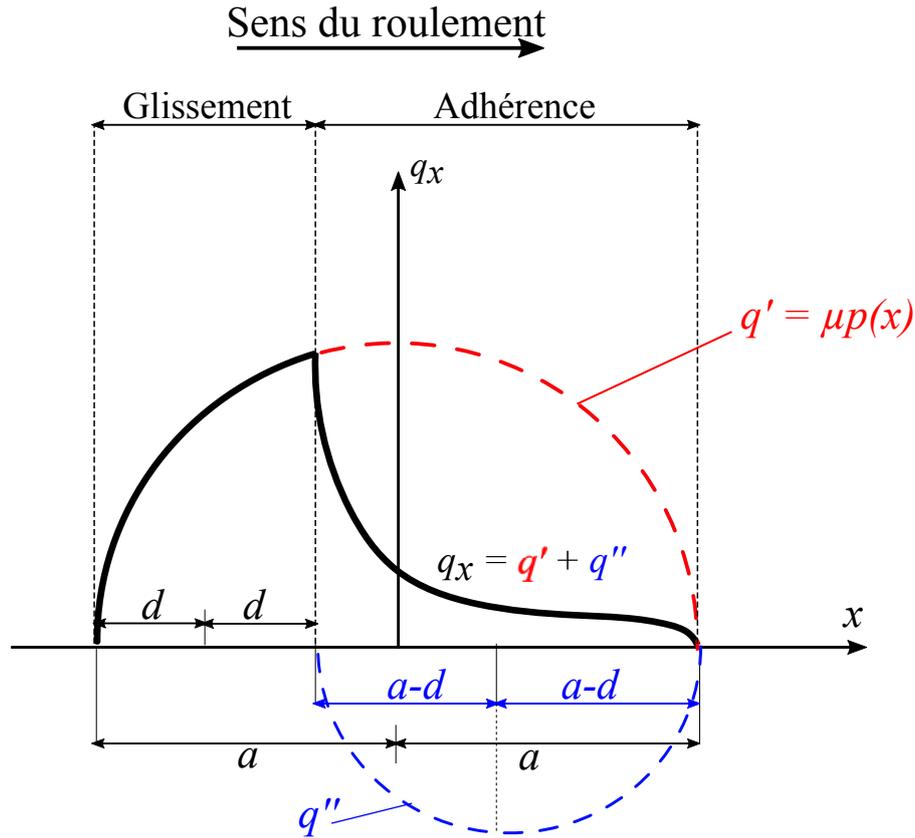


FIGURE 1.16 – Distribution de la contrainte de cisaillement selon la théorie de Carter pour un contact roulant cylindre/plan

de traction longitudinale, Carter a défini une relation entre  $d$  et cette dernière selon l'équation (1.21) sur la surface de contact :

$$d = a \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right) \quad (1.21)$$

où  $N$  est l'effort normal et  $Q$  est l'effort tangentiel total (ou effort tractif). Il définit alors le taux de glissement tangentiel selon la direction longitudinale  $\xi_x$  par :

$$\xi_x = -\frac{\mu a}{R} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right) \quad (1.22)$$

où  $R$  est le rayon de courbure du cylindre.

Ainsi, le problème d' « adhérence/glisement » fut résolu malgré une résolution unidimensionnelle. Elle a été améliorée plus tard par Haines et Ollerton [94] par la théorie des bandes pour une extension bidimensionnelle suivi de la théorie de Vermeulen et Johnson [95]. Les limites de ces deux dernières théories seront démontrées plus tard par

Kalker [91]. Après Carter et Fromm, Cattaneo [96] puis Midlin [97] se sont penchés sur le problème de glissement partiel mais pour un mouvement de type « *débattement* ». Leur solution analytique est également unidimensionnelle. Une surface de contact sphérique sur laquelle est appliquée un effort normal et tangentiel est considérée. Un anneau de micro glissement est alors observé autour d'une zone centrale d'adhérence.

### 1.7.3.3 Théorie complète de kalker

Les travaux de Kalker ont considérablement contribué à la résolution des problèmes de contact roulant. Bien que son application soit restreinte au départ au contact roue sur rail, on peut l'étendre à d'autres applications. Initiée par la théorie linéaire [91], elle a subi des améliorations jusqu'à la théorie complète [98]. Cette dernière théorie considère toutes les combinaisons possibles des glissements tangentiels et de pivotements pour deux solides de révolution élastiques quelconques en contact. La théorie complète de Kalker est basée sur le principe de l'énergie complémentaire maximale. Cette théorie s'appelle parfois la théorie variationnelle de Kalker parce qu'utilisant une approche variationnelle, le problème de contact roulant est formulé sous sa forme faible et la solution trouvée remplit les conditions de l'hypothèse de l'espace semi-infini élastique et des conditions limites du contact roulant en surface.

La théorie de Kalker est basée sur les hypothèses suivantes :

- les matériaux sont homogènes, élastiques linéaires
- les massifs semi-infinis
- la loi de frottement est celle de Coulomb

La théorie de Kalker est mise en application dans un code numérique appelé CONTACT [99]. Dans ce code de calcul, la surface de contact potentielle est une donnée d'entrée. Cette surface est alors discrétisée par des éléments rectangulaires de même taille. La pression et le cisaillement de contact sur chaque élément sont constants.

Le problème de contact normal est résolu en premier en utilisant un algorithme appelé NORM. Les équations de Boussinesq-Cerruti pour les espaces élastiques semi-infinis sont utilisés pour relier les déformations surfaciques aux pressions de contact. Pour trouver la surface de contact de la zone potentielle du contact, un processus itératif est opéré dans l'algorithme NORM. Cet algorithme est habituellement la partie numérique la plus exigeante du code CONTACT en cas de contacts non-hertziens.

Après l'obtention de la distribution de pression sur la surface de contact, la contrainte de cisaillement sur chaque élément est calculée en utilisant l'algorithme TANG. Des équations linéaires de glissement dans la zone d'adhérence et des équations non linéaires de contraintes de cisaillement dans la zone de glissement sont résolues par TANG. Les équations non linéaires exigent alors un « solveur » non linéaire tel que la méthode itérative de Newton-Raphson.

Pour des matériaux non quasi-identiques en contact, les problèmes normaux et tangentiels de contact sont couplés et ne peuvent pas être traités indépendamment. Dans ce cas, Kalker a développé un algorithme appelé KOMBI utilisé dans CONTACT. KOMBI est une modification de l'approche de Panagiotopoulos [98], où le problème normal est alors résolu en supposant un contact sans frottement. La partie tangentielle est résolue considérant l'effet normal précédemment calculé. Le contact normal est de nouveau résolu considérant l'effet de la solution tangentielle. Ce processus est répété jusqu'à convergence de la solution. Kalker avait mentionné que l'algorithme KOMBI ne converge pas toujours [98].

Le schéma itératif utilisé pour trouver la surface de contact dans NORM et la solution du système d'équations non linéaires avec TANG, font du code CONTACT un code numériquement exigeant. Par conséquent, il est rarement utilisé dans une simulation en dynamique. CONTACT est habituellement employé comme référence pour évaluer d'autres modèles rapides et efficaces dans le cas des contacts non conformes.

#### 1.7.3.4 Contact Hertzien avec frottement

Dans leurs travaux Al-Bender et De Moerlooze [100] ont mentionné qu'avant que n'importe quel pré-roulement soit initié, un champ de cisaillement existe sur la surface de contact dû au chargement normal de celui-ci. La valeur initiale du champ de cisaillement nécessaire pour résoudre le problème de pré-roulement, peut être calculée en considérant un contact axi-symétrique hertzien entre une sphère et une surface plane. En supposant un chargement normal de la sphère avec prise en compte du frottement entre celle-ci et sa surface de contact, le champ de cisaillement résultant  $q_{xy}$  est donné par Hills et al. [101] selon l'équation (1.23).

$$\frac{q_{xy}(r)}{\mu p_0} = \sqrt{1-r^2} - rH(r_s - r) \int_r^{r_s} \frac{\Psi(t, r_s)}{t^2 \sqrt{1-t^2}} dt \quad (1.23)$$

où  $0 < r < 1$  est la coordonnée radiale adimensionnelle (la surface de contact se situe dans le plan  $(x, y)$ ),  $r = \sqrt{x^2 + y^2}/a$ ,  $a$  étant le rayon de la surface de contact donné par eq.(1.15),  $r_s$  est le rayon adimensionnel de la zone d'adhérence,  $\mu$  est le coefficient de

frottement local,  $p_0$  est la pression maximale selon eq. (1.17),

$$H(p) = \begin{cases} 1, & \text{if } p \geq 0, \\ 0, & \text{if } p < 0. \end{cases} \quad (1.24)$$

est la fonction de Heaviside, et  $\Psi(t, r_s)$  est donnée par des formulations intégrales (cf. [100]). Une fois en roulement total, ce champ de cisaillement (équation (1.23)) sert de valeur initiale au roulement pour calculer le cisaillement.

## 1.7.4 Généralités sur les modèles numériques de la mécanique du contact

### 1.7.4.1 Méthode des éléments finis

Cette méthode est la plus étudiée de la mécanique numérique et la plus utilisée. De nos jours, il existe de nombreux logiciels commerciaux avec interfaces graphiques simples rendant leur utilisation plus aisée. Avec la méthode des éléments finis, il y a la possibilité de prendre en compte simultanément plusieurs phénomènes physiques notamment dynamique, thermique, mais aussi la plasticité, la viscosité... Plusieurs chercheurs ont utilisé la méthode FEM pour résoudre le problème de contact. Avec cette méthode, une bonne *convivialité* des résultats est garantie, par contre, la finesse du maillage dans les zones singulières du contact cause de sérieux problèmes et le temps de calcul est parfois très lourd par rapport aux attentes. Une alternative à cette méthode est la méthode des éléments frontières (« Boundary Element Method » (BEM)) où seules les surfaces des massifs sont maillées.

Elle est largement utilisée pour la résolution des problèmes de tribologie. Parmi les premiers à utiliser la méthode FEM pour la résolution du problème de contact, Oden et Martins [102] ont développé des modèles pour l'étude des phénomènes de frottement dynamique, Oden et Lin [74] ont étudié le contact roulant pour un cylindre viscoélastique sur un plan rigide, et Padovan [75] avait également développé un modèle pour un contact roulant en phase de transition et stationnaire des structures visco-élastiques non linéaires. Récemment, Blanco-Lorenzo et al. [103, 104] ont développé un modèle éléments finis du contact roulant entre deux matériaux élastiques pour valider une extension du code numérique de Kalker pour des contacts conformes.

### 1.7.4.2 Différences finies et méthodes multigrilles

Terzopoulos et al. [105] ont utilisé les différences finies pour étudier le contact entre deux corps purement élastiques. Ils ont été les premiers à utiliser cette approche pour

la mécanique du contact. Après l'avoir appliqué au contact élastique, ils l'ont appliqué au problème plastique et à la fissuration fragile [106]. Mais il est difficile de modéliser les géométries complexes par les différences finies. En effet, les schémas de ces dernières ne sont pas assez souples puisqu'ils imposent l'utilisation d'une grille régulière. Il est donc aussi difficile de gérer les conditions limites de façons correctes. Des alternatives aux différences finies sont les méthodes multigrilles utilisées par Lubrecht et Ioannides [107]. Cependant, des développements sont nécessaires pour la prise en compte de la plasticité et autres complexités physiques.

### 1.7.4.3 Méthode Semi-Analytique

De la méthode des éléments frontières, des solutions analytiques peuvent être dérivées afin de permettre le développement d'une méthode dite Semi-Analytique. Lorsque des solutions analytiques sont difficiles à trouver pour des problèmes complexes, il est possible de discrétiser le problème en une somme de solutions basiques pour lesquelles des solutions analytiques sont bien connues. Il s'agit du principe de base de la méthode semi-analytique (« Semi-Analytical Methods » (SAM)).

#### 1.7.4.3.1 Développement des techniques Semi-analytiques

Les premiers modèles semi analytiques sont proposés par Bentall et Johnson [108] ainsi que Paul et Hashemi [109] afin d'étudier les problèmes de contact sous chargement statique. Une première formalisation de cette méthode a été proposée par Kalker [98] (cf. 1.7.3.3) en utilisant un algorithme de Newton-Raphson. Pour étudier un problème de contact roulant bidimensionnel, Nowell et Hill [110] ont également utilisé une méthode similaire. D'autres techniques numériques ont été également proposées. On peut citer par exemple Jaeger [111] qui a utilisé l'algorithme de Gauss-Seidel. Ces algorithmes sont souvent moins rapides en terme de temps de calcul.

Des techniques plus rapides ont été proposées et sont désormais largement utilisées. Après les techniques multigrilles utilisées par Brandt [112], les techniques de Transformé de Fourier Rapide (« Fast Fourier Transforms » (FFT)) ont été tout récemment utilisées [113–115]. Ces techniques sont bien adaptées aux méthodes Semi-Analytiques. L'utilisation de la FFT permet un gain énorme de temps de calcul comparé aux méthodes directes de calcul mais exigent une extension de la dimension du domaine de calcul de 8 fois dans chaque direction. Liu et al. [116] proposent la DC-FFT (Discret Convolution FFT), qui permet de diviser ce problème par deux dans chaque direction de calcul. Les techniques de « zero-padding » et de « wrap-around » appliquées aux solutions analytiques ont réduit considérablement les erreurs de calcul durant la transformation

FFT. Actuellement, le couplage de ces méthodes avec des algorithmes puissants tels que la méthode des gradients conjugués (« Conjugate Gradient Method » (CGM)) [115] a permis l'utilisation de mailles de taille très fines dans la zone de contact.

Afin de prendre en compte la plasticité, des solutions semi-analytiques tridimensionnelles ont été considérées ces dernières années. La technique de FFT bidimensionnel est appliquée en chaque profondeur des corps en contact. Des détails sur ce point peuvent être retrouvées dans les travaux de Jacq et al. [117]. Pour accélérer les calculs, Zhou et al. [118] ont proposé comme alternative la technique de FFT en trois dimensions (3D-FFT) qui permet une diminution considérable des temps de calcul afin d'éviter les calculs plan avec la 2D-FFT.

Les modèles semi-analytiques utilisent généralement des éléments cubiques de dimensions constantes car l'utilisation de la technique FFT exige un maillage régulier. Pour des problèmes tridimensionnels, il existe d'autres méthodes notamment la technique vectorielle de Galerkin [119–121].

#### 1.7.4.3.2 Applications étendues de la méthode semi analytique

La méthode semi analytique a été développée en premier pour résoudre des problèmes de contact des corps élastiques de formes complexes. Dans cette perspectives, les travaux de Bentall et Johnson [108] ainsi que de Kalker [98] pour des applications au contact roue sur rail ont été développés. Des modèles ont été ensuite développés pour des problèmes de revêtement d'épaisseur constante en élasticité [122–125] et en thermo-élasticité [126, 127]. Le développement et l'extension de SAM sont liés à la connaissance de solutions analytiques nécessaires à la discrétisation du problème en plusieurs problèmes simples connus.

Pour prendre en compte la plasticité dans SAM, Jacq et al. [117] ont implémenté les solutions analytiques de Chiu [128, 129] sur les contraintes résiduelles générées par un cuboïde de déformation uniforme dans un massif semi-infini. Ceci a permis ensuite de résoudre des problèmes de contact élasto-plastiques.

Le problème de contact élasto-plastique par un modèle SAM est ainsi appliqué à l'étude de plusieurs phénomènes physiques. On peut noter le développement d'une interaction entre le comportement plastique et l'échauffement par frottement par Boucly et al. [130]. A cet effet, le calcul plastique a été amélioré par l'algorithme de « return mapping » défini par Simo et Taylor [131]. Une application au cas de contact glissant a été effectuée par Chen et al. [132] pour étudier l'effet de début d'adoucissement et de fusion thermique.

Antaluca et al. [133, 134] ont appliqué un chargement tangentiel dans le cas du contact en glissement total pour étudier l'influence sur une surface rugueuse et de même étudier le cas d'une charge roulante sur un semi espace élasto-plastique. Une étude a été effectuée pour le même modèle de charge roulante afin de vérifier l'influence du rapport d'ellipticité des surfaces en contact, partant des contacts circulaires aux contacts presque cylindriques [135].

Au delà de la simplification du régime de glissement total, Gallego et al. [136] ont proposé un modèle de contact pour les corps élastiques dans les conditions d'adhérence/glissement. Ce modèle a été appliqué à la prédiction de l'usure des surfaces de fretting [137] et dans une condition de glissement partiel [138]. Le modèle est capable de prendre en compte chacun des trois modes de fretting [139] et a été couplé avec la simulation FEM des pieds d'aubes pour étudier l'usure par fretting à l'interface aube/disque [140]. Ce modèle a été appliqué également au cas des matériaux élastiques multicouches [141]. Le modèle prend en compte le couplage entre le problème normal et tangentiel résolu alternativement selon le processus de Panagiotopoulos. Des solutions analytiques prenant en compte la plasticité pour le problème tangentiel ont été déterminées par Fulleringer et al. [142] et appliquées aux modèles de fretting et d'usure des corps élasto-plastiques [143].

La plupart des travaux récents ont permis de coupler les modèles semi analytiques de contact sec avec les contacts lubrifiés. La transition de l'usure douce à sévère des contacts lubrifiés, toujours avec l'effet de la plasticité, a été étudiée par Bosman et Shipper [144]. Le couplage entre les modèles de lubrification élastohydrodynamique (« elasto-hydrodynamic lubrication » (EHL)) et les modèles de contact élasto-plastique pour arriver aux modèles PEHL a été traité par Ren et al. [145].

Actuellement un effort considérable est déployé pour la considération de l'effet des inclusions ou des inhomogénéités dans les corps en contact. Le modèle peut être appliqué au problème de contact des massifs contenant des défauts ou des revêtements irréguliers. Le cas du problème d'indentation sur des massifs élastiques contenant des inhomogénéités est traité par Leroux et al. [146]. Le problème de roulement prenant en compte un effet tangentiel avec un massif visco-élastique contenant des inclusions sphériques et/ou ellipsoïdes a été résolu par Koumi et al. [147, 148]. Amuzuga et al. [149] ont également étudié le cas du couplage entre problème plastique et inhomogénéité. L'indentation élasto-plastique sur des massifs multicouches ont été étudié par Chen et al.[150] et utilise la méthode des inclusions.

Les cas de roulement ont été également abordé par Nélias et al. [151] puis Vincent et al. [152] pour traiter des problèmes d'endommagement par fatigue mais ces derniers ne prennent pas en compte les effets tangentiels en condition de traction. Chen et Wang [153, 154] ont pris en compte l'effet tangentiel dans un contact sphérique, tout d'abord pour effectuer une analyse thermo-mécanique des corps elasto-plastiques et ensuite pour une analyse entre des matériaux élastiques dissimilaires en utilisant la méthode SAM. Un modèle semi-analytique est récemment développé par Wang et al. [155] pour l'étude du roulement tractif stationnaire d'un cylindre élastique sur une surface plane en présence d'aspérités.

## 1.8 Conclusions

Il est généralement admis que les chaussées se dégradent sous l'action du trafic lourd, du climat et du vieillissement des enrobés constituant les couches de surface des chaussées souples. Mais il apparait comme détaillé dans ce chapitre, des phénomènes de dégradations devenus de plus en plus récurrents et provenant des sources mécaniques telles que les arrachements des granulats aux points singuliers (rond point, virage, ...), les top-down cracking et les ornières d'instabilité.

S'agissant des dégradations initiées en surface, l'objectif principal de ce travail est alors d'étudier de façon plus précise le contact Pneu-Chaussée, donc les contraintes surfaciques issues de l'interaction entre le Pneu et la Chaussée et leurs impacts sur la réponse d'une chaussée souple et plus précisément dans les premiers centimètres. Ainsi, il est alors détaillé dans ce chapitre, les bases de la mécanique du contact et les travaux qui ont été effectués dans son champ d'application. La mécanique du contact utilisant un modèle semi-analytique est alors utilisé dans ce travail de thèse afin de pouvoir rechercher le comportement de la structure chaussée soumise à une charge roulante tractif.

# Chapitre 2 :

## Modélisation numérique du contact roulant tractif élastique par la méthode semi-analytique

## 2.1 Introduction

Les véhicules poids lourds sont soumis généralement à une accélération, un freinage, et un virage avec des forces de contact extrêmement élevées agissant sur le contact entre le pneu et la chaussée. Vu le comportement complexe de ces forces, une étude forcément interdisciplinaire (matériau, tribologie, physique) est nécessaire pour la compréhension du modèle et l'optimisation du mécanisme de contact et le problème dynamique. Le mécanisme de contact roulant tractif est alors étudié.

Comme mentionné dans le chapitre précédent, Carter [92] fut le premier à étudier réellement le contact roulant tractif en cherchant une solution analytique du problème en 2D. Fromm [93] a développé ensuite un modèle analytique en 2D. Haine et Ollerton [94] ont étendu leurs théories pour une étude tridimensionnelle en développant la théorie des bandes. Kalker [91] fut le premier à étudier tous les contours et simplifications possibles du contact roulant tractif. Il a étudié successivement la théorie linéaire, la théorie des bandes, la théorie empirique, la théorie simplifiée et enfin la théorie du contact roulant en trois dimensions qui est qualifiée de théorie exacte [98]. Son application était effectuée sur le contact roue/rail.

L'objectif de ce chapitre est de reprendre la théorie exacte de Kalker [98] dans un modèle semi analytique robuste en vue de son extension pour d'autres applications plus complexes. Tout récemment, des modèles numériques basés sur la théorie exacte de Kalker utilisant la méthode des éléments finis ont été développés. On peut noter parmi ceux-ci, les travaux de Blanco-Lorenzo et al. [103, 104] qui ont développé un modèle éléments finis du contact roulant entre matériaux élastiques pour valider une extension du code numérique de Kalker pour des contacts conformes. Ici, le modèle semi analytique est choisi pour sa capacité à résoudre les problèmes de contact complexes ainsi que sa capacité à réduire considérablement les temps de calcul.

Dans ce chapitre et dans les autres qui suivent, la méthode semi analytique utilisée est celle en développement au LaMCoS (Laboratoire de Mécanique de Contact et des Structures) depuis les premiers travaux par Jacq [117] pour l'étude du contact élasto-plastique. Dans l'historique de son développement, les travaux de Jacq ont été étendus par Boucly et al. [156] pour une prise en compte de l'effet thermique dans le calcul élasto-plastique. Cette méthode semi-analytique a été étendue après pour la prise en compte d'un mouvement de débattement par Gallego et Nélías [138] afin d'étudier le phénomène de fretting sous ces différents modes. La méthode a ensuite été appliquée à de nombreux problèmes à savoir, le contact roulant élasto-plastique sans prise en compte de l'effet

tractif par Nélias et al. [157], le problème d'impact sur un matériau élasto-plastique par Chaise et al. [158], et tout récemment la prise en compte de l'hétérogénéité dans un massif viscoélastique par Koumi et al. [147] puis dans un massif élasto-plastique par Amuzuga et al. [149].

## 2.2 Formulation analytique du problème de contact

### 2.2.1 Description du problème

Considérons deux massifs élastiques de révolution définis par leurs surfaces non déformées dans un repère orthonormal  $(O, x, y, z)$  (voir figure 2.1). Supposant que l'axe de chacun de ces deux corps soit inclus dans la ligne centrale d'un axe rigide, les corps se rejoignent en leurs axes, de sorte qu'une surface de contact apparaisse entre eux. La surface de contact génère des efforts normaux et tangentiels ainsi que des moments autour de chaque axe de révolution. Lors du roulement des corps l'un sur l'autre, le frottement et le glissement se produisent entre eux, de sorte à générer des efforts tangentiels. Ces efforts tangentiels et normaux sont accompagnés d'un champ élastique de déplacements, de déformations et de contraintes dans les corps. Il est nécessaire de trouver ce champ élastique, et en particulier le champ élastique à la surface de contact des corps où les phénomènes de contact sont apparus. Ces phénomènes sont la force totale que les corps exercent l'un sur l'autre, et l'état de mouvement de corps rigides dans les massifs.

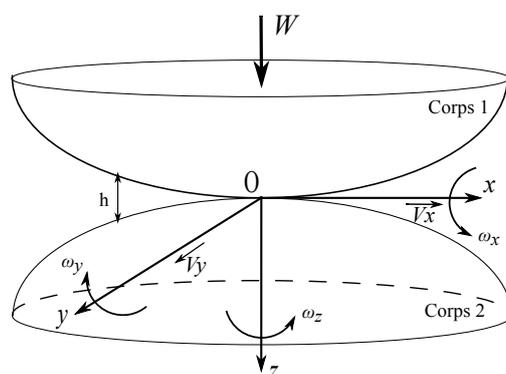


FIGURE 2.1 – Deux massifs de révolution en contact

Dans ce problème, nous définissons au préalable la formation du contact. En effet, le problème de contact roulant est généralement subdivisé en deux sous problèmes : le *problème normal* (qui sera désigné par la suite « *contact normal* ») qui fournit des informations concernant la taille de la surface de contact et le champ de déplacement élastique et le *problème tangentiel* (qui sera désigné par la suite « *contact tangentiel* »). Selon Kalker [98], la formation de contact est supposée produire les phénomènes de

frottement. La théorie continue du roulement doit donc inclure la formation du contact. La forme la plus simple du problème normal néglige l'effet du frottement. Naturellement, la formation du problème de contact en présence du frottement est plus délicate et donc doit être traitée avec beaucoup plus d'attention. Un exemple analytique [101] de ce problème est donné dans le chapitre précédent.

Les principes de base du frottement peuvent être retrouvés dans les notes de Léonard de Vinci datant du 15<sup>me</sup> siècle mais la théorie sur le frottement a été développée réellement par Coulomb dans les années 1785. Il est généralement admis que la loi de Coulomb appliquée localement est fautive, mais les alternatives proposées pour y remédier sont souvent compliquées à implémenter numériquement. D'ailleurs, une analyse sur la courbe de saturation en utilisant une extension récente du code CONTACT [99] de Kalker prenant en compte un modèle de frottement dynamique montre que la différence entre ce dernier et la loi de Coulomb n'est visible que lorsqu'on arrive à saturation (en glissement total). Nous allons donc, ici, utiliser quelques variantes de la théorie de Coulomb pour décrire le frottement entre les massifs en contact.

Sur la figure 2.1 sont mentionnés les paramètres qui définissent les mouvements permanents relatifs entre les deux massifs en contact tels que les vitesses linéaires  $V_x$  et  $V_y$  respectivement suivant les axes  $x$  et  $y$  appelées les vitesses de glissement,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  appelées les vitesses angulaires de roulement et  $\omega_z$  la vitesse de pivotement. A partir de ces vitesses, différents types de mouvement sont possibles.

Pour définir ces mouvements, Kalker [98] évoque deux rapports, le premier est défini entre les vitesses relatives des particules de la zone de contact et le second entre les vitesses relatives de ces particules par rapport à la zone de contact. Une définition similaire et beaucoup plus générale est donnée dans le chapitre précédent. Kalker [98] évoque deux mouvements :

- \* *rolling motion* : lorsque la vitesse relative de toutes les particules de la zone de contact est beaucoup plus faible que la vitesse de ces particules par rapport à la zone de contact, il s'agit d'un mouvement de type roulement ;
- \* *shift* : lorsque la vitesse relative de quelques particules de la zone de contact est du même ordre de grandeur que la vitesse de ces particules par rapport à la zone de contact, il s'agit d'un mouvement de type débattement.

Pendant le « rolling motion », lorsque les déplacements élastiques (soit le champ de déplacement élastique) sur la surface de contact entre les deux corps sont indépendants du

temps le roulement est dit stationnaire (« steady state rolling »). Pour un véhicule roulant sur une route, ce type de roulement est traduit par un *mouvement uniformément varié* (accélération et freinage) du véhicule. Notre problème de contact sera donc résolu dans ce cadre en supposant le pivotement nul autour de l'axe  $z$ .

## 2.2.2 Formulation du contact

Dans le repère cartésien  $(O, x, y, z)$ , les massifs de la figure 2.1 sont soumis à un effort normal  $W$ . Le contact étant non-conforme, le plan  $xy$  séparant les deux massifs en contact est celui tangent au premier point (ou ligne) en contact. En définissant les surfaces des corps en contact par :

$$z_1 = f_1(x, y), \quad z_2 = f_2(x, y), \quad (2.1)$$

alors la séparation des corps est définie par :

$$h_i(x, y) = f_1(x, y) - f_2(x, y). \quad (2.2)$$

Comme hypothèse de simplification, les pentes  $f_1$  et  $f_2$  sont supposées assez faibles afin d'approcher les surfaces par le plan  $xy$ . En se plaçant dans l'hypothèse des petites déformations et pour des déplacements élastiques  $u_i$  ( $i = x, y, z$ ), la déformation élastique  $\varepsilon$  en élasticité linéaire est :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.3)$$

où  $u_{i,j}$  est le gradient de déplacement ( $i, j = x, y, z$  et  $_{,j} = \partial/\partial x_j$ ).

Comme observé sur la figure 2.2, l'effort normal  $W$  appliqué est transmis au contact par des contraintes normales surfaciques  $p(x, y)$  dans la zone de contact  $\Gamma_C$  formée. Comme noté sur la figure 2.1,  $h$  dénote la distance initiale entre les corps. Elle représente au cours de l'application de la charge, la distance entre les surfaces non déformées et est fonction de  $x$  et  $y$ . On définit par  $e$  (fonction de  $x$  et  $y$ ) la distance entre les surfaces déformées. Il vient alors :

$$e(x, y) = h(x, y) + u_z - \delta \quad (2.4)$$

où  $u_z$  est le déplacement normal élastique entre les deux surfaces ( $u_z = u_{z1} + u_{z2}$ ), et  $\delta$  représente le rapprochement solide ( $\delta = \delta_1 + \delta_2$ ). Lorsque les corps ne s'attirent pas (effet magnétique par exemple), le processus d'établir et de défaire le contact se produit comme suit. Au moment où les deux corps se rapprochent, leurs surfaces sont libres de toutes tractions. Lorsqu'ils sont en contact, une force de contact résistive de compression est créée. Quand le contact commence à disparaître, cette force de contact diminue et disparaît quand le contact est supprimé. On peut en déduire la condition de formation de

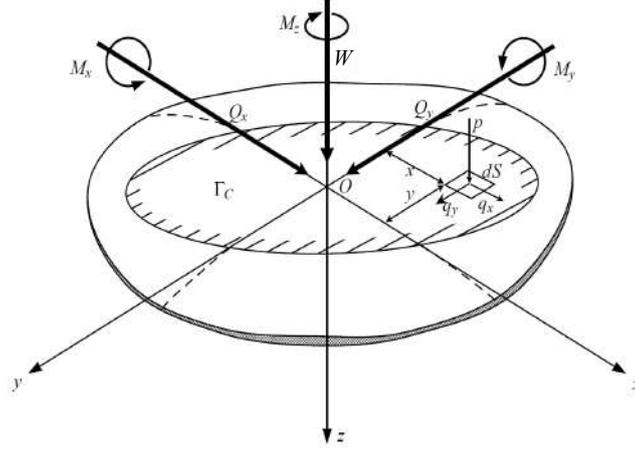


FIGURE 2.2 – Torseur des efforts présents dans la surface de contact [136]

contact :

$$e(x, y) = 0; p(x, y) > 0 \quad \text{dans la zone de contact} \quad (2.5a)$$

$$e(x, y) > 0; p(x, y) = 0 \quad \text{à l'extérieur de la zone de contact} \quad (2.5b)$$

Ces équations et conditions résumant la formation du contact et le profil de distribution de la pression de contact seront traduits numériquement et résolus par le contact normal.

### 2.2.3 Formulation analytique du glissement

On suppose maintenant que les deux corps sont en roulement l'un par rapport à l'autre. D'après les définitions précédentes, il y a apparition de frottement et de glissement à l'interface des deux corps. Pour résoudre le contact tangentiel, il est alors nécessaire de définir ce glissement. On désignera alors par  $s$  le vecteur glissement relatif entre les deux corps de composantes  $(s_x, s_y)$ . La notation  $(\dot{\cdot}) = \frac{d}{dt}$  désigne l'opérateur dérivée par rapport au temps. Si nous supposons un point  $P_\tau$  appartenant au corps  $\tau$  ( $\tau = 1, 2$ ) en contact, sa position est définie par  $X'_{\tau i}$  ( $i = x, y, z$ ) à un instant  $t'$  et  $u'_{\tau i}$  le déplacement élastique des surfaces. La variation de chaque terme sera supposée linéaire lorsque le système passera d'un instant  $t'$  à  $t$ . Entre ces deux instants, les points en contact vont subir un débattement et seront à la position  $X_{\tau i}$  et le déplacement élastique en cette nouvelle position sera  $u_{\tau i}$ . En se basant sur le concept et les outils mathématiques utilisés par Kalker [98], le glissement relatif est donné par :

$$\dot{s}_i = (\dot{X}_{1i} - \dot{X}_{2i}) + \frac{1}{2}(\dot{X}_{1i} - \dot{X}_{2i})(u_{1i,j} + u_{2i,j}) + \frac{1}{2}(\dot{X}_{1i} + \dot{X}_{2i})(u_{1i,j} - u_{2i,j}) + \partial(u_{1i} - u_{2i})/\partial t. \quad (2.6)$$

En supposant  $|du/dx| \ll 1$ , la seconde quantité de l'équation (2.6) est négligée et le glissement devient alors, dans l'hypothèse de petites déformations :

$$s_i = (\dot{X}_{1i} - \dot{X}_{2i}) + \frac{1}{2}(\dot{X}_{1i} + \dot{X}_{2i})(u_{1i,j} - u_{2i,j}) + \partial(u_{1i} - u_{2i})/\partial t. \quad (2.7)$$

En posant  $u = u_1 - u_2$  la différence des vitesses,  $v = -\frac{1}{2}(\dot{X}_1 + \dot{X}_2)$  la vitesse de roulement et  $w = \dot{X}_1 - \dot{X}_2$  le glissement de corps rigide, la forme analytique du glissement est donnée par :

$$\dot{s}_i = w_i - v_j u_{i,j} + \partial u_i / \partial t. \quad (2.8)$$

Cette équation permet de définir le phénomène transitoire. En roulement stationnaire, on suppose que les déplacements élastiques sont indépendants du temps de sorte que la troisième quantité de l'équation (2.8) disparaisse. Cette dernière s'écrit alors :

$$\dot{s}_i = w_i - v_j u_{i,j}. \quad (2.9)$$

Si on note par  $V$  la norme de la vitesse de roulement, on peut définir le taux de glissement ou glissement relatif de corps rigide par :

$$W_r = w/V = (\dot{X}_1 - \dot{X}_2)/V. \quad (2.10)$$

Prenant le cas d'une roue de rayon  $R$  roulant sur une chaussée avec une vitesse d'avance  $\vartheta$  et une vitesse angulaire  $\omega$ , le glissement relatif de corps rigide est donné par :

$$W_r = \frac{\omega R - \vartheta}{\omega R}. \quad (2.11)$$

## 2.3 Discrétisation et mise en équations du problème de contact roulant

### 2.3.1 Discrétisation

La résolution numérique du problème nécessite une discrétisation des massifs en contact. Dans ce travail, la discrétisation du chargement est effectuée sur des surfaces rectangulaires de taille constante, cette dernière étant plus précise. Gallego avait mentionné ceci [136] après avoir défini les singularités que peut présenter les autres discrétisations (ponctuelle et triangulaire) sur les solutions. Comme le montre la figure 2.3(a), la surface de contact est discrétisée en une grille de points de taille  $N_p = N_x \times N_y$ . La distance entre chaque point est notée  $\Delta x$  dans la direction  $x$  et  $\Delta y$  dans la direction  $y$ . Un pas

de grille constant nous permet d'utiliser la technique FFT pour le calcul des produits de convolution. Les grilles en traits continus représentent celles des résultats. Les champs de pressions ( $p$  sur la figure 2.2) et de cisaillements ( $q_x, q_y$  sur la figure 2.2) sont uniformément répartis sur les grilles en pointillé donc sur des zones rectangulaires autour de chaque point de calcul (figure 2.3). Ces zones sont représentées par une surface définie

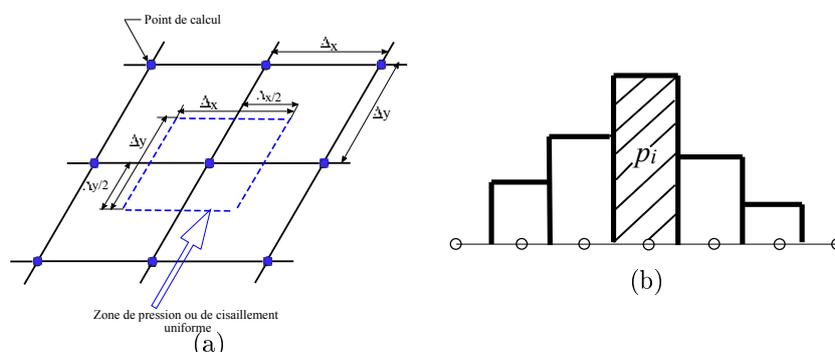


FIGURE 2.3 – Discretisation de la surface de contact (a) grilles typiques (b) répartition de la pression.

par  $dS$  comme représenté sur la figure 2.2 ( $dS = \Delta x \times \Delta y$ ). En profondeur suivant l'axe  $z$ , les massifs sont discretisés par un pas  $\Delta z$  pour le calcul des champs mécaniques en sous couche. Comme pour les pas en surface, le pas  $\Delta z$  suivant  $z$  en profondeur doit être également constant en vue de l'utilisation de la technique FFT. Dans la suite de ce chapitre,  $(i, j, k)$  seront notées comme les coordonnées  $(x, y, z)$  des points du massif.

## 2.3.2 Mise en équations du problème de contact roulant

### 2.3.2.1 Contact normal

Résoudre numériquement le problème de contact normal entre deux massifs élastiques revient à résoudre simultanément un système d'équations et d'inéquations déduits de la section 2.2.2. Notons que le problème peut être piloté en effort comme en déplacement. Pour le pilotage en effort, une force  $W$  est imposée (figure 2.1). Pour celui en déplacement, un rapprochement de corps rigide  $\delta$  doit être imposé. Il va de soit que pour le pilotage en effort, on connaît au préalable l'effort normal qui nous permettra de déterminer la zone réelle de contact et la distribution de la pression sur celle-ci. Ces équations et inéquations

se résumant ainsi :

$$h(i, j) + u_z(i, j) - \delta = 0, \quad (i, j) \in \Gamma_c \quad (2.12a)$$

$$p(i, j) > 0, \quad (i, j) \in \Gamma_c \quad (2.12b)$$

$$h(i, j) + u_z(i, j) - \delta > 0, \quad (i, j) \notin \Gamma_c \quad (2.12c)$$

$$p(i, j) = 0, \quad (i, j) \notin \Gamma_c \quad (2.12d)$$

$$\sum_{\Gamma_C} p(i, j) \cdot S = W \quad (2.12e)$$

où  $u_z(x, y)$  est le déplacement normal élastique total des deux corps au point  $(x, y)$  de la surface de contact ( $u_z(x, y) = u_{z1}(x, y) + u_{z2}(x, y)$ ). Dans ce système, deux variables sont inconnues à savoir :  $u_z(x, y)$  et  $p(x, y)$ . Ainsi, afin de réduire le nombre d'inconnues, il est alors nécessaire de trouver une relation entre les champs de pression  $p(x, y)$  et le déplacement normal  $u_z(x, y)$ . Ainsi, si nous considérons une charge unitaire  $P$  appliquée au centre du repère sur un espace élastique homogène semi-infini, le résultat en déplacement normal élastique en un point  $\bar{M}$  à une distance  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  du point d'application de la charge (figure 2.4) selon Love [159] est donné par :

$$\bar{u}_z(r) = \frac{(1 - \nu) P}{2\pi G} \frac{1}{r} \quad (2.13)$$

où  $G$  et  $\nu$  sont respectivement le module de cisaillement et le coefficient de Poisson de l'espace semi-infini. Ainsi, entre deux massifs homogène élastiques où il y a un champ de

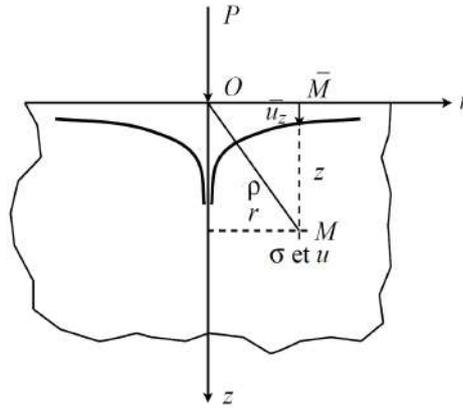


FIGURE 2.4 – Déplacement en surface d'un espace semi-infini homogène élastique sous chargement unitaire

pression, le déplacement normal de l'équation (2.13) devient :

$$\bar{u}_z(x, y) = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}}. \quad (2.14)$$

Dans l'équation (2.14),  $E$  représente le module de Young.  $\xi$  et  $\eta$  sont des variables d'intégration. Lorsqu'il ne s'agit pas d'une géométrie de Hertz, il n'existe pas de solutions analytiques pour  $p$  et  $u_z$ . C'est pour cela que la résolution numérique fait appel aux solutions développées par Love [159] dans le cas d'une pression constante sur une zone rectangulaire en utilisant les équations de Boussinesq-Cerruti. Pour une résolution numérique, la forme discrétisée de l'équation (2.14) peut s'écrire :

$$u_z(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} K_z(i-l, j-m)p(l, m). \quad (2.15)$$

La méthode semi-analytique (SAM) nous permettra de résoudre numériquement ces équations en utilisant la discrétisation de la figure 2.3. Comme décrit au chapitre précédent, nous utiliserons plusieurs techniques numériques nécessaires pour la résolution du problème par SAM, notamment le gradient conjugué (CGM) et la DC-FFT afin d'avoir une efficacité et une bonne précision des résultats.

### 2.3.2.2 Contact tangentiel

La résolution du contact tangentiel permet d'obtenir des cisaillements en surface lorsque les deux corps sont en roulement tractif l'un par rapport à l'autre. Interviennent alors les déplacements tangentiels en surface  $u_\alpha$  ( $\alpha = x, y$ ) ainsi que le glissement. On notera respectivement par  $\xi_x$ ,  $\xi_y$  et  $\varphi$  le glissement relatif de corps rigide (ou pseudo-glissement) suivant  $x$  (longitudinal) puis  $y$  (latéral) (appelé « creepages » par les anglo-saxons) et de pivotement autour de  $z$  (appelé « spin » par les anglo-saxons). En supposant que le roulement est stationnaire et que le mouvement s'effectue suivant l'axe  $x$ , les composantes du glissement de l'équation (2.9) sont alors :

$$s_x/V_x = \xi_x - \varphi y - \partial u_x / \partial x \quad (2.16a)$$

$$s_y/V_x = \xi_y + \varphi x - \partial u_y / \partial x \quad (2.16b)$$

ou

$$-\frac{\partial u_x}{\partial x} = s_x/V_x - \xi_x + \varphi y \quad (2.17a)$$

$$-\frac{\partial u_y}{\partial x} = s_y/V_x - \xi_y - \varphi x \quad (2.17b)$$

Une solution générale des équations (2.17a) (2.17b) est donnée par Al-Bender et De Moerlooze [100] lorsque le glissement  $(s_x, s_y)$  est connu. Mais généralement, ce dernier est inconnu. Pour la résolution, on suppose alors que toute la zone de contact est en adhérence (i.e. sans glissement préalable pour une facilité d'implémentation numérique).

Ainsi, en posant le vecteur glissement  $(s_x, s_y) \equiv 0$  et en opérant l'intégration des équations (2.17a) (2.17b) les solutions de ces dernières sont :

$$u_x(x, y) = \xi_x x - \varphi y x + f(y) \quad (2.18a)$$

$$u_y(x, y) = \xi_y x + \frac{1}{2} \varphi x^2 + g(y) \quad (2.18b)$$

où  $f$  et  $g$  sont des fonctions arbitraires. Ces solutions sont définies sur la zone de contact et sont nulles à l'extérieur de celle-ci. Le pseudo-glissement de pivotement (spin) n'est pas considéré, ce qui mènera dans la suite de ce document à poser  $\varphi = 0$ . Seuls les pseudo-glissements longitudinal  $\xi_x$  et latéral  $\xi_y$  sont retenus.

Puisque les déplacements élastiques ne sont pas les seuls inconnus du problème, pour déterminer les contraintes de cisaillement à la surface et distinguer clairement la zone de glissement et d'adhérence, lorsque le glissement est connu, on applique alors la loi de Coulomb qui est résumée par les équations (2.19a) et (2.19b).

$$\|q_\alpha\| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \leq \mu p; \quad \|s_\alpha\| = 0 \quad \text{dans la zone d'adhérence} \quad (2.19a)$$

$$\|q_\alpha\| = -\frac{\mu p s_\alpha}{\|s_\alpha\|}; \quad \|s_\alpha\| \neq 0 \quad \text{dans la zone de glissement} \quad (2.19b)$$

$\alpha$  désigne  $x$  ou  $y$ .  $q_x$  et  $q_y$  sont respectivement les contraintes de cisaillement longitudinales et latérales,  $\mu$  étant le coefficient de frottement de Coulomb.

Ainsi, la résolution du problème tangentiel (implémentation numérique) revient à résoudre simultanément les équations suivantes :

$$u_x(i, j) = \xi_x x(i) + f(j) \quad (i, j) \in \Gamma_{st} \quad (2.20a)$$

$$u_y(i, j) = \xi_y x(i) + g(j) \quad (i, j) \in \Gamma_{st} \quad (2.20b)$$

$$\|q_\alpha(i, j)\| \leq \mu p(i, j) \quad (i, j) \in \Gamma_{st} \quad (2.20c)$$

$$\|q_\alpha(i, j)\| = -\frac{\mu p(i, j) s_\alpha(i, j)}{\|s_\alpha(i, j)\|} \quad (i, j) \in \Gamma_{sl} \quad (2.20d)$$

$$\sum_{\Gamma_c} q_x(i, j) S = Q_x; \quad \sum_{\Gamma_c} q_y(i, j) S = Q_y \quad (2.20e)$$

$$\Gamma_{st} \cup \Gamma_{sl} \equiv \Gamma_c \quad (2.20f)$$

où  $\Gamma_{st}$  et  $\Gamma_{sl}$  dénotent respectivement la zone d'adhérence et de glissement,  $q_\alpha(q_x, q_y)$  est le cisaillement en surface,  $Q_x$  et  $Q_y$  respectivement les efforts longitudinaux et latéraux représentés sur la figure 2.2.

Lorsque les corps en contact ne sont pas quasi-identiques, un couplage est nécessaire entre le problème normal et tangentiel. Dans ce cas, la relation de l'équation (1.12) n'est plus valable. Le degré de couplage est introduit par le paramètre  $\gamma$  de Dundurs [160].

$$\gamma = \frac{1}{2} \left[ \frac{(1 - 2\nu_1)/G_1 - (1 - 2\nu_2)/G_2}{(1 - \nu_1)/G_1 + (1 - \nu_2)/G_2} \right]. \quad (2.21)$$

où  $(G_1, G_2)$  et  $(\nu_1, \nu_2)$  sont respectivement les modules de cisaillement et les coefficients de Poisson des corps 1 et 2.  $\gamma$  est encore appelé le paramètre de différence. Lorsque ce dernier est nul, les deux corps sont quasi-identiques et on retrouve l'équation (1.12). Lorsque  $\gamma$  est non nul, une résolution alternée du contact normal et tangentiel est opérée selon le processus de Panagiotopoulos [161] comme suit :

1. Le contact normal est résolu sans prise en compte des effets de cisaillement sur la surface de contact. La zone de contact ainsi que la distribution de pression sont déterminés.
2. Le contact tangentiel est ensuite résolu en considérant les résultats du problème normal telles la pression et la zone de contact. Les cisaillements surfaciques  $q_x$  et  $q_y$ , les zones d'adhérence  $\Gamma_{st}$  et de glissement  $\Gamma_{sl}$  ainsi que les glissements  $s_x$  et  $s_y$  sont déterminés.
3. Si les cisaillements surfaciques  $q_x$  et  $q_y$  sont non nuls, le contact normal est résolu en prenant en compte ces derniers.

Ce processus itératif de résolution normal-tangentiel est répété jusqu'à convergence. Ceci est pris en compte par Kalker [98] dans son code CONTACT par le module KOMBI. Parfois, pour plus de précision sur les résultats, ce processus est pris en compte également dans la résolution du contact entre matériaux quasi-identiques. Dans ce cas de couplage, on suppose qu'il y a une contribution des cisaillements sur le déplacement élastique normal et de même une contribution des pressions de contact sur les déplacements élastiques tangentiels. Ainsi la forme générale des déplacements élastiques en surface en utilisant les

équations de Boussinesq-Cerruti est donnée par :

$$u_x(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} p(k, l) K_x^p(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_x(k, l) K_x^{q_x}(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_y(k, l) K_x^{q_y}(i-l, j-m) \quad (2.22a)$$

$$u_y(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} p(k, l) K_y^p(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_x(k, l) K_y^{q_x}(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_y(k, l) K_y^{q_y}(i-l, j-m) \quad (2.22b)$$

$$u_z(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} p(k, l) K_z^p(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_x(k, l) K_z^{q_x}(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_y(k, l) K_z^{q_y}(i-l, j-m) \quad (2.22c)$$

La contribution de la pression  $p$  sur les déplacements élastiques tangentiels  $u_x$  et  $u_y$  est nulle et celle des cisaillements  $q_x$  et  $q_y$  sur le déplacement élastique normal  $u_z$  est nulle lorsque le problème normal et tangentiel sont découplés. Ainsi, les équations (2.22a) (2.22b) et (2.22c) sont réduites comme suit :

$$u_x(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_x(k, l) K_x^{q_x}(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_y(k, l) K_x^{q_y}(i-l, j-m) \quad (2.23a)$$

$$u_y(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_x(k, l) K_y^{q_x}(i-l, j-m) + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_y(k, l) K_y^{q_y}(i-l, j-m) \quad (2.23b)$$

$$u_z(i, j) = \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} p(k, l) K_z^p(i-l, j-m) \quad (2.23c)$$

### 2.3.3 Champs de contraintes en sous couche

Lorsque les champs de contraintes surfaciques sont connus (pression et cisaillement), tout en gardant les hypothèses de petites déformations et des massifs semi-infinis, on peut retrouver par les équations de Love [159] les contraintes à la surface du massif inférieur (corps 2) ou en volume de ce dernier (soit au point  $M(x, y, z)$  de la figure 2.4 à une distance  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  du centre de la zone d'application de la pression et des cisaillements).

Ce champs de contrainte élastique est donné par l'équation (2.24).

$$\begin{aligned}
 \sigma_{IJ}(i, j, k) = & \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} p(k, l) C_z^p(i-l, j-m, k, \nu_2) \\
 & + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_x(k, l) C_z^{q_x}(i-l, j-m, k, \nu_2) \\
 & + \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} q_y(k, l) C_z^{q_y}(i-l, j-m, k, \nu_2)
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

où  $I, J$  désignent  $x, y$  ou  $z$  et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

## 2.4 Résolution numérique du problème de contact

Une analyse détaillée sur les méthodes numériques de résolution des problèmes de contact par approche semi-analytique telles les méthodes discrètes et ensembles actifs, les méthodes itératives et ensembles actifs et les méthodes sans ensemble actif peut-être retrouvée dans la thèse de Gallego [136]. Allwood [162] a montré par ailleurs que pour les problèmes dont le nombre de points de discrétisation est supérieur à 2000 points, la méthode multigrille avec gradient conjugué est beaucoup plus efficace. Pour la résolution, il sera alors adopté la méthode du gradient conjugué utilisé par Polonsky et Keer [115] ainsi que d'autres techniques d'accélération. En effet, les produits de convolution introduits par les équations de Love (équations (2.22a) (2.22b) (2.22c) et (2.24)) impliquent de lourdes opérations. Ce nombre d'opérations évolue en  $O(N^2)$  pour un problème 2D et en  $O(N^3)$  pour un problème 3D. Les techniques d'accélération sont alors nécessaires. Par exemple, Brandt et Lubrecht [112] ont utilisé la méthode « *multi-level-multi-summation* ». Nous adopterons la DC-FFT (Discret Convolution Fast Fourier Transform) basée sur les transformés de Fourier rapide perfectionnées par Liu et al [116]. Cette dernière est beaucoup plus simple et utilisée.

Pour simplification dans la suite, les coordonnées  $(i, j, k)$  seront placées en indice des variables (par exemple  $p(i, j) = p_{ij}$ ).

### 2.4.1 Transformées de Fourier continues et discrètes

Soit un système linéaire et stable ayant pour réponse impulsionnelle  $h(t)$  alors si  $e(t)$  est appliqué en entrée la convolution linéaire en sortie  $s(t)$  est égale à  $e * h$ .

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(u)h(t-u)du = (e * h)(t) \quad (2.25)$$

Cette opération est aussi appelée filtrage linéaire. Particulièrement dans notre problème de contact,  $s(t)$  représente la réponse en déplacement définie par les équations de Love. Rappelons la formulation du déplacement élastique normal donnée à l'équation (2.14) pour une distribution de pression.

$$\bar{u}_z(x, y) = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(\xi, \eta)d\xi d\eta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}}. \quad (2.26)$$

Dans cette relation, on suppose que seul le déplacement est inconnu. Sachant que la transformée de Fourier d'un produit de convolution continue est égale au produit des transformées de Fourier,

$$\tilde{s}(\omega) = \tilde{e}(\omega).\tilde{h}(\omega) \quad (2.27)$$

avec  $\tilde{e}$  et  $\tilde{h}$  les transformées de Fourier des fonctions  $e$  et  $h$ . Une transformée de Fourier inverse permet alors d'avoir  $s(t)$ .

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{s}(\omega) \exp(i\omega t)dt \quad (2.28)$$

Étant donné que le problème de contact est résolu dans un domaine fini et discret, il est nécessaire d'utiliser une définition discrète de la convolution. En effet, dans le problème de contact dont le domaine de calcul est discret et limite, les expressions explicites de  $\tilde{e}$  ou de l'équation (2.28) ne sont pas possibles à obtenir donc il sera difficile d'utiliser ce théorème de convolution continue décrit précédemment. En se basant sur des définitions discrètes de la transformée de Fourier existantes, on désigne par  $e_r$  et  $h_r$ , un échantillon discret de  $N$  valeurs de  $e(t)$  et  $h(t)$  sur une zone de taille  $L_0$ . La transformée discrète de Fourier est définie par,

$$\hat{h}_n = \sum_{r=0}^{N-1} h_r \exp(-2\pi irn/N), \quad n = 0, \dots, N - 1. \quad (2.29)$$

L'inverse de cette transformée est définie alors par,

$$h_m = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \hat{h}_r \exp(2\pi i r m / N), \quad m = 0, \dots, N - 1. \quad (2.30)$$

Ainsi, on peut définir la convolution discrète dite *convolution cyclique* par :

$$s_m = \sum_{r=0}^{N-1} e_r h_{m-r+NH(r-m)} = \mathbf{x} \otimes \mathbf{h}, \quad m = 0, \dots, N - 1. \quad (2.31)$$

où

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \geq 0, \\ 0, & \text{if } x < 0. \end{cases} \quad (2.32)$$

est la fonction Heaviside.  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{h}$  sont des matrices commutatives avec exactement les mêmes termes  $m \in [0, N - 1]$ . Cette convolution est circulaire parce qu'elle se fait implicitement sur une longueur infinie en tenant compte d'une périodicité de longueur  $L_0$  des deux échantillons à convoluer. Il faut noter que la fonction Heaviside est active lorsque  $m - r < 0$  afin d'éviter un indice négatif pour  $h$  et permet d'avoir à la place  $m - r + N$ . La sommation est donc circulaire avec introduction d'une périodicité de l'échantillon. Ainsi, en appliquant une transformée de Fourier discrète à l'équation (2.31), il existe comme dans le cas continu, un *théorème de convolution discrète* appliqué ensuite pour obtenir la relation suivante :

$$\hat{s}_n = \hat{e}_n \hat{h}_n, \quad n = 0, \dots, N - 1. \quad (2.33)$$

Les deux théorèmes de convolution des équations (2.27) et (2.33) semblent être les mêmes. Cependant, une différence devrait être clairement identifiée pour la résolution des problèmes de contact d'une façon correcte. D'abord, toutes les variables de l'équation (2.27) sont des fonctions continues dans un domaine infini. En revanche dans l'équation (2.33), elles sont des séries discrètes dans un domaine fini. La transformée de Fourier continue est appliquée à l'équation (2.27), tandis qu'à l'équation (2.33), il est appliqué la transformée de Fourier discrète ou FFT. En conclusion, dans les problèmes de contact,  $e$  correspond au coefficient d'influence dont la réponse est différente de la réponse d'impulsion l'unité,  $h$  (de l'équation (2.27)). Clairement, le théorème de convolution continu devrait être accompagné de la transformée de Fourier (FT) et/ou de son inverse pour évaluer la convolution linéaire, et le théorème de convolution discrète par la FFT et/ou son inverse pour évaluer la convolution cyclique. Cette dernière procédure est nommée la méthode de convolution discrète et la transformée de Fourier rapide (« Discret Convolution and Fast Fourier Transform » DC-FFT).

Il faut noter que la transformée de Fourier rapide (FFT) est un algorithme qui exige des problèmes de taille  $N$  à la puissance 2. La DC-FFT permet alors d'effectuer la transformée de Fourier (FT) en  $O(N \log N)$  au lieu de  $O(N^2)$ . L'algorithme a été développé par Cooley et Tukey [163]. Le plus utilisé dans la méthode semi-analytique est celui développé par Singleton [164] qui est basé sur les travaux de Cooley et Tukey [163] mais pouvant traiter des cas  $N$  non puissance de 2. De même, la transformée de Fourier rapide inverse (IFFT) permet d'effectuer la transformée de Fourier inverse (IFT) en  $O(N \log N)$  au lieu de  $O(N^2)$ . Clairement, on voit l'avantage d'utiliser le théorème de convolution pour effectuer une convolution dans le domaine fréquentiel avec  $O(N)$  opérations au lieu de l'effectuer en  $O(N^2)$  dans le domaine initial (spatial ou temporel). Ceci est très avantageux pour un problème dont  $N$  est très important car au final il aurait fallu  $O(N + 3N \log N)$  opérations au lieu de  $O(N^2)$ .

Il faut toutefois faire attention lorsqu'on utilise le théorème de convolution discrète pour la résolution des problèmes de contact. En effet, la non périodicité des coefficients d'influence et de la pression de contact introduit une erreur dans la résolution. On assiste alors à un phénomène de recouvrement. Ce dernier est brièvement décrit par Gallego [136] par une illustration avec une convolution entre un échantillon de pression  $p$  et de coefficient de d'influence  $K$ . Pour résoudre ce problème de recouvrement, Liu et al. [116] ont préconisé une utilisation de la technique de « zero-padding » [165] sur les champs de pression et la technique du « wrap-around » sur les coefficients d'influence. Ces deux techniques font partie de la méthode DC-FFT.

Le *zero-padding* consiste à ajouter des zéros à la pression de contact tout en augmentant la zone de calcul de deux fois la zone de contact (où la pression doit être calculée). Ceci est illustré sur la figure 2.5 pour un échantillons de pression. Elle est appliquée en premier. Ensuite, tout en manipulant les coefficients d'influence, le *wrap-around* est néces-

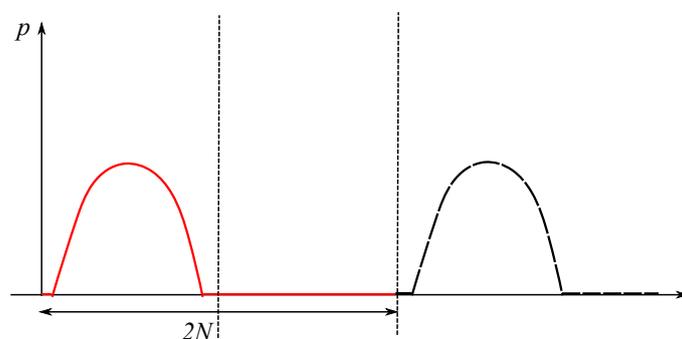


FIGURE 2.5 – Distribution de la pression avec périodicité zero-padding

saire. Fondamentalement, ces coefficients sont calculés à partir de 0 à  $N - 1$ , le coefficient

d'indice  $N$  est mis à 0 (zero-padding), puis les coefficients  $N + 1$  à  $2N - 1$  sont obtenus à partir du coefficient 0 à  $N - 1$  disposé dans l'ordre inverse (cf. figure 2.6) pour les coefficients pairs. Ceux-ci sont généralement les coefficients d'influence correspondant au déplacement dû à la pression de contact et parfois en signe opposé s'ils sont représentés par une fonction impaire (cf. figure 2.7). Ces coefficients sont généralement les coefficients d'influence correspondant au déplacement dû aux cisaillements.

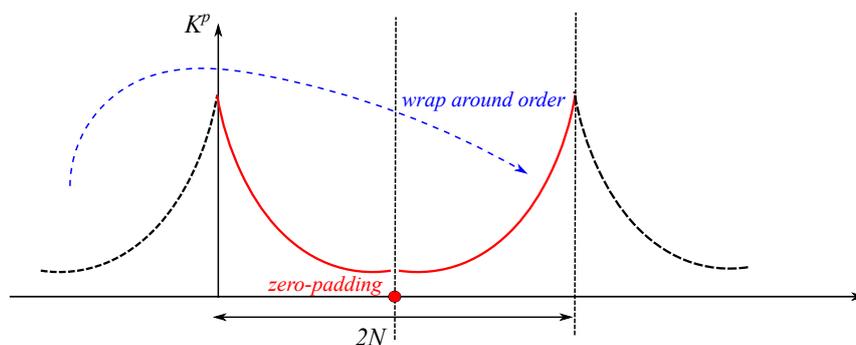


FIGURE 2.6 – Wrap-around et zero-padding de coefficients pairs

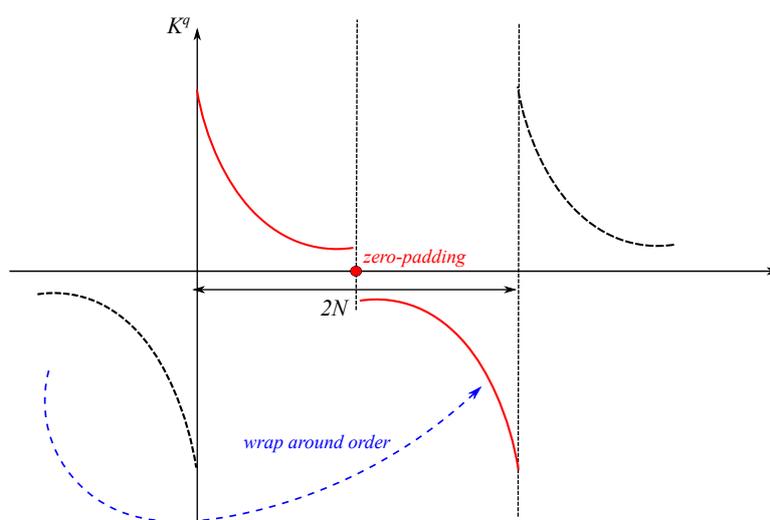


FIGURE 2.7 – Wrap-around et zero-padding de coefficients impairs

## La méthode DC-FFT

Un aperçu général de la méthode DC-FFT proposée par Liu [116] implique les étapes suivantes.

1. déterminer les coefficients d'influence,  $\{K_m\}_N$  ;
2. étendre ces coefficients d'influence dans un domaine étendu avec zero-padding et wrap-around order,  $\{K_m\}_{2N}$  ;

3. appliquer la FFT pour obtenir  $\{\hat{K}_n\}_{2N}$  ;
4. entrer les pressions,  $\{p_m\}_N$  ;
5. étendre les pressions sur le domaine étendu avec zero-padding,  $p_m = p_m, m \in [0, N - 1], p_m = 0, m \in [N, 2N - 1]$  ;
6. appliquer la FFT pour obtenir  $\{\hat{p}_n\}_{2N}$  ;
7. effectuer le produit terme à terme dans le domaine fréquentiel,  $\{\hat{v}_n\}_{2N}$  ;
8. appliquer l'IFFT pour obtenir  $\{u_m\}_{2N}$  ;
9. garder les termes  $\{u_m\}_{2N}, m \in [0, N - 1]$ .

## 2.4.2 Résolution du problème de contact

Nous avons vu dans la section 2.3.2 que la formulation des problèmes de contact normal (eqs. (2.12a) à (2.12e)) et tangentiel (eqs. (2.20a) à (2.20f)) introduisent des équations et inéquations à prendre en compte simultanément dans la résolution numérique. Après application de la DC-FFT, on se retrouve avec des équations linéaires où les coefficients d'influence sont des matrices réelles symétriques. Ainsi, ces équations linéaires peuvent être résolues par la méthode du gradient conjugué (CGM).

### 2.4.2.1 Algorithme du gradient conjugué

Cet algorithme est proposé pour résoudre les systèmes linéaires sous la forme :

$$\mathbf{A}x = \mathbf{b} \tag{2.34}$$

Non seulement il faut résoudre ces équations linéaires apparaissant dans la formulation du problème de contact mais aussi sous contraintes (celles ci sont traduit par les inégalités). Bien que la méthode du gradient conjugué a été développé pour résoudre les problèmes sans contrainte, Hestenes [166] a prouvé qu'elle est bien adaptée pour la résolution des problèmes d'optimisation sous contrainte. Cette méthode sera alors utilisée largement dans la résolution des problèmes qui seront évoqués par la suite. Sous forme algorithmique, l'une des formes générales du gradient conjugué est présentée comme suit :

Choix d'une valeur initiale  $x_0$  ;

Initialisation des variables :  $r_0 \leftarrow Ax_0, p_0 \leftarrow -r_0, k \leftarrow 0$  ;

**While**  $r_k \neq 0$

$$\alpha_k \leftarrow \frac{r_k^T r}{p_k^T A p_k}; \quad (2.35a)$$

$$x_{k+1} \leftarrow x_{k+1} + \alpha_k p_k; \quad (2.35b)$$

$$r_{k+1} \leftarrow r_{k+1} + \alpha_k A p_k; \quad (2.35c)$$

$$\beta_{k+1} \leftarrow \frac{r_{k+1}^T r_{k+1}}{r_k^T r_k}; \quad (2.35d)$$

$$p_{k+1} \leftarrow -r_{k+1} + \beta_{k+1} p_k; \quad (2.35e)$$

$$k \leftarrow k + 1; \quad (2.35f)$$

**end while**

Les avantages de l'utilisation de cette méthode sont la faible consommation de ressource mémoire lorsqu'il s'agit des systèmes à grands nombres d'équations et les directions de recherche (directions conjuguées) optimisées permettant une bonne convergence et un gain en temps considérable. En effet, pour obtenir  $k$  conjugué à  $k-1$ , on exprime  $k$  sous la forme d'une combinaison linéaire des directions du gradient à l'étape  $k$  et à l'étape  $k-1$ . Il n'est alors pas nécessaire de conserver les directions de l'étape  $k-1$ . Cette méthode et la DC-FFT seront donc appliquées à la résolution du problème de contact.

#### 2.4.2.2 Résolution du contact normal

On reprend ici l'algorithme développé par Polonsky et Keer [115]. Ils ont établi une démarche basée sur la méthode CGM pour résoudre le problème de contact élastique entre des matériaux présentant des aspérités sur leur surface. Gallego [136] a repris en détails leur démarche en appliquant les étapes de la formulation variationnelle du problème. Cette formulation est basée sur la minimisation de l'énergie dissipée.

$$\min \left( \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{A}_z^p \mathbf{p} + \mathbf{h}^T \mathbf{p} + c_\tau - \sum \lambda_{ij} p_{ij} \right) \Leftrightarrow \mathbf{A}_z^p \mathbf{p} + \mathbf{h}^T - \lambda = 0, \quad (2.36a)$$

$$p_{ij} > 0, \lambda_{ij} = 0, \quad (2.36b)$$

$$p_{ij} = 0, \lambda_{ij} \geq 0. \quad (2.36c)$$

où  $\mathbf{A}_z^p$  est la matrice des coefficients d'influence et  $\lambda_{ij}$  les multiplicateurs de Lagrange. Ainsi en suivant les descriptions de Gallego [136], il est énuméré ci-dessous les étapes de cet algorithme de résolution du problème de contact normal.

Étape 1: initialisation de  $\mathbf{p}$  qui doit vérifier l'équilibre en effort et/ou moment si nécessaire. Toute la zone potentielle de contact est supposée en contact :  $\lambda_{ij} = 0$ . La variable  $\zeta$  est initialisée à 0;

Étape 2: la DC-FFT est appliquée au calcul de  $\bar{\mathbf{u}}_z$ . Si le calcul est à effort imposé,  $\delta$  est approché ;

Étape 3: l'écart entre les deux corps sur la zone courante de contact  $\Gamma'_c$  est calculé :

$$\mathbf{g}_{ij} = \bar{u}_{zij} + h_{ij}, \quad (i, j) \in \Gamma'_c \quad (2.37)$$

Il s'agit du résidu du système linéaire à résoudre ;

Étape 4: la direction de descente  $\mathbf{d}$  est alors calculée dans le cadre du gradient conjugué, à partir du résidu et de la direction de descente précédente (étapes (2.35e) et (2.35f) du gradient conjugué),

$$d_{ij} \leftarrow -\mathbf{g}_{ij} + \zeta \frac{G}{G_{old}} d_{ij}, \quad (i, j) \in \Gamma'_c, \quad (2.38a)$$

$$d_{ij} \leftarrow 0, (i, j) \notin \Gamma'_c, \quad (2.38b)$$

$$\text{avec } G = \sum_{(i,j) \in \Gamma'_c} \mathbf{g}_{ij}^2. \quad (2.38c)$$

Ensuite  $G$  est stocké dans  $G_{old}$  et  $\zeta$  est réinitialisé à 1 ;

Étape 5: la DC-FFT est appliquée à la direction de descente,

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}_z^p \mathbf{d}. \quad (2.39)$$

Puis, le pas de descente est calculé (étape (2.35b) du gradient conjugué)

$$\alpha = \frac{\sum_{(i,j) \in \Gamma'_c} \mathbf{g}_{ij}^2}{\sum_{(i,j) \in \Gamma'_c} d_{ij} r_{ij}}; \quad (2.40)$$

Étape 6: les pressions sont remises à jour (étape (2.35c) du gradient conjugué),

$$p_{ij} \leftarrow p_{ij} + \alpha d_{ij} (i, j) \in \Gamma'_c; \quad (2.41)$$

Étape 7: les conditions de complémentarité sont forcées,

$$\begin{aligned} \text{si } p_{ij} < 0, \quad (i, j) \in \Gamma'_c, \\ \text{alors } p_{ij} \longleftarrow 0, \quad \Gamma'_c \longleftarrow \Gamma'_c / (i, j), \end{aligned} \quad (2.42a)$$

$$\begin{aligned} \text{si } g_{ij} = \lambda_{ij} < 0, \quad (i, j) \notin \Gamma'_c, \\ \text{alors } p_{ij} \longleftarrow -\alpha g_{ij}, \quad \zeta \longleftarrow 0, \quad \Gamma'_c \longleftarrow \Gamma'_c \cup (i, j); \end{aligned} \quad (2.42b)$$

Étape 8: l'équilibre est forcé (eq. (2.12e)), puis le critère de convergence suivant est testé,

$$\epsilon = \frac{\sum_{(i,j) \in \Gamma_p} p_{ij} - p_{old}}{\sum_{(i,j) \in \Gamma_p} p_{ij}}. \quad (2.43)$$

Enfin, les pressions sont mémorisées,  $p_{old} \longleftarrow p$ .

$\zeta$  est une variable permettant la ré-initialisation du gradient conjugué. Celle-ci se fait lorsque  $\zeta \longleftarrow 0$ . Elle se déroule avant l'étape 7 lors de la vérification des conditions de complémentarité. A ce moment, si un seul point  $(i, j)$  non défini en contact a une valeur de  $h_{ij}$  négative, alors il passe dans la zone potentiel de contact  $\Gamma_p$  et le gradient est réinitialisé à l'itération suivante.  $\Gamma'_c$  étant définie comme la zone courante de contact, on suppose que lorsque le critère de convergence (eq. (2.43)) est atteint,  $\Gamma'_c \equiv \Gamma_c$ . La zone de contact est alors connue ainsi que la distribution de la pression de contact.

### 2.4.2.3 Résolution du contact tangentiel

Il s'agit ici du contact roulant tractif. Dans la résolution du problème tangentiel, la théorie complète de Kalker [98] sera utilisée sans la formulation variationnelle de cette dernière. La formulation variationnelle a été utilisé par Gallego [136] pour le problème tangentiel en cas de mouvement de débattement pour un glissement partiel et total. Dans cette résolution, la formulation détaillée à la section 2.3.2.2 est utilisée. Dans ce cas, la DC-FFT est appliquée aux équations (2.22a) et (2.22b).

Ainsi dans le cas d'un couplage entre le problème normal et tangentiel, en combinant

les équations (2.20a) - (2.20b) et de (2.22a) - (2.22b), on obtient le système suivant :

$$\begin{bmatrix} K_x^p & K_x^{q_x} & K_x^{q_y} \\ K_y^p & K_y^{q_x} & K_y^{q_y} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_{ij} \\ q_{xij} \\ q_{yij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x x_i + f_j \\ \xi_y x_i + g_j \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

ou plus simplement pour le cas d'un problème découplé,

$$\mathbf{A}^q \mathbf{q} = \mathbf{W} \quad (2.45)$$

en plus des relations (2.20c) - (2.20f). \* représente un produit de convolution,  $\mathbf{A}^q$  est la matrice des coefficients d'influence. Les résultats du problème normal présentés dans la section précédente, notamment la zone de contact  $\Gamma_c$ , seront utilisés. La pression de contact  $\mathbf{p}$  peut être utilisée dans le cas d'un couplage entre problèmes. Etant donné que nous appliquons la DC-FFT au produit de convolution et que les coefficients d'influence forment une matrice symétrique, le système (2.44) devient un système linéaire qui peut être résolu par le gradient conjugué. Ainsi, la démarche basée sur l'algorithme de gradient conjugué décrite par Wang et al. [155] pour un pilotage en effort est utilisée. Les étapes de cet algorithme sont énumérées ci-après.

Étape 1: initialisation des cisaillements  $q_x$  et  $q_y$  à 0 ainsi que les directions conjuguées  $t_x$  et  $t_y$  à 0. La variable résiduelle est initialisée à  $r = 1$ . Les pseudo-glissements  $\xi_x$  et  $\xi_y$  sont initialisés selon les equations (2.58a) - (2.61b) ;

Étape 2: la zone d'adhérence est déterminée.

$$\text{si } \sqrt{q_{xij}^2 + q_{yij}^2} < \mu p_{ij}, \quad (i, j) \in \Gamma_{st}, \quad (2.46)$$

Puis les fonctions arbitraires sont calculées

$$\begin{bmatrix} f_j \\ g_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x^p & K_x^{q_x} & K_x^{q_y} \\ K_y^p & K_y^{q_x} & K_y^{q_y} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_{ij} \\ q_{xij} \\ q_{yij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \xi_x x_i \\ \xi_y x_i \end{bmatrix}; \quad (2.47)$$

Étape 3: le vecteur résidu du système est calculé

$$\begin{bmatrix} r_{xij} \\ r_{yij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x^p & K_x^{q_x} & K_x^{q_y} \\ K_y^p & K_y^{q_x} & K_y^{q_y} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_{ij} \\ q_{xij} \\ q_{yij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \xi_x x_i + f_j \\ \xi_y x_i + g_j \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Étape 4: le calcul de la somme des carrés des vecteurs résidus dans la zone d'adhérence est effectué,

$$r \leftarrow \sum_{(i,j) \in \Gamma_{st}} [(r_{xij})^2 + (r_{yij})^2]; \quad (2.49)$$

Étape 5: les directions conjuguées sont alors calculées dans la zone d'adhérence et glissement (étape (2.35e) et (2.35f) du gradient conjugué). On les actualise en utilisant les directions de descente de l'itération précédente,

$$\text{si } \frac{r}{r_{old}} < 1, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{t}_x \\ \mathbf{t}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_x \\ \mathbf{r}_y \end{bmatrix} + \frac{r}{r_{old}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{t}_x \\ \mathbf{t}_y \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

sinon, on passe à l'itération suivante ;

Étape 6: la DC-FFT est appliquée aux directions conjuguées, puis le pas de descente est calculé (étape (2.35b) du gradient conjugué)

$$\tau = \frac{\sum_{(i,j) \in \Gamma_{st}} [(r_{xij})^2 + (r_{yij})^2]}{\sum_{(i,j) \in \Gamma_{st}} [t_{xij}r_{xij} + t_{yij}r_{yij}]}; \quad (2.51)$$

Étape 7: les cisaillements sont mis à jour (étape (2.35c) du gradient conjugué)

$$\mathbf{q}_x \leftarrow \mathbf{q}_x - \tau \cdot \mathbf{t}_x \quad (2.52a)$$

$$\mathbf{q}_y \leftarrow \mathbf{q}_y - \tau \cdot \mathbf{t}_y \quad (2.52b)$$

Étape 8: les conditions de complémentarité sur les cisaillements sont forcées

$$\text{si } \sqrt{q_{xij}^2 + q_{yij}^2} > \mu p_{ij} \quad \text{alors } (i, j) \in \Gamma_{sl}, \quad (2.53)$$

les cisaillements sont alors modifiés

$$q_{xij} \leftarrow \frac{\mu p_{ij}}{\sqrt{q_{xij}^2 + q_{yij}^2}} q_{xij} \quad (2.54a)$$

$$q_{yij} \leftarrow \frac{\mu p_{ij}}{\sqrt{q_{xij}^2 + q_{yij}^2}} q_{yij} \quad (2.54b)$$

Étape 9: le calcul d'erreur sur les variations du cisaillement dans la zone de contact est appliqué

$$\epsilon = \frac{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} \sqrt{(q_{xij} - q_{xoldij})^2 + (q_{yij} - q_{yoldij})^2}}{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} \sqrt{q_{xij}^2 + q_{yij}^2}}. \quad (2.55)$$

Avec  $\epsilon$  fixé à  $\epsilon_{eps}$ ,

si  $\epsilon < \epsilon_{eps}$  passage à l'étape suivante ; sinon, retour à l'étape 2 : réinitialisation du gradient conjugué.

Les cisaillements sont mémorisés,  $\mathbf{q}_{old} \leftarrow \mathbf{q}$ .

Étape 10: L'équilibre en force est vérifié par l'équation (2.20e).

$$Q'_x = \sum_{\Gamma_c} q_x(i, j)S; \quad Q'_y = \sum_{\Gamma_c} q_y(i, j)S. \quad (2.56)$$

Les itérations sont stoppées si  $|Q_x - Q'_x| + |Q_y - Q'_y| < \epsilon$ .  $\epsilon$  est l'erreur sur les forces.

Étape 11: une mise à jour est effectuée sur les glissements relatifs de corps rigide et on retourne à l'étape 1.

$$\xi_x \leftarrow \xi_x Q_x / Q'_x \quad (2.57a)$$

$$\xi_y \leftarrow \xi_y Q_y / Q'_y \quad (2.57b)$$

Les valeurs initiales des pseudo-glissements sont données par les solutions analytiques qu'on peut retrouver dans le livre de Johnson [87].

Lorsque seul l'effort tangentiel longitudinal  $Q_x$  ou latéral  $Q_y$  est appliqué, on a pour un contact linéique (cylindrique),

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_x = -\frac{\mu a}{R} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q_x}{\mu W} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{array} \right. \quad (2.58a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_y = -\left( \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right) \mu P_H \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q_y}{\mu W} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{array} \right. \quad (2.58b)$$

et pour un contact sphérique,

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_x = -\frac{3\mu P(4-3\nu)}{16Ga^2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q_x}{\mu W} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{array} \right. \quad (2.59a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_y = -\frac{3\mu P(4-\nu)}{16Ga^2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q_y}{\mu W} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{array} \right. \quad (2.59b)$$

avec  $a = \left( \frac{4PR}{\pi E^*} \right)^{1/2}$  pour un contact lineique et  $a = \left( \frac{3PR}{4E^*} \right)^{1/3}$  pour un contact sphérique.  $G_1$  et  $G_2$  sont respectivement le module de cisaillement des corps 1 et 2,  $G$  étant leur module équivalent.  $R$  est le rayon équivalent des deux corps.  $P_H$  est la pression maximale selon Hertz.

Pour le contact sphérique, lorsque les efforts  $Q_x$  et  $Q_y$  sont appliqués simultanément, ces glissements relatifs de corps rigides sont donnés par Kalker [98],

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_x = -\frac{3\mu P(4-3\nu)Q_x}{16Ga^2Q} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q}{\mu W} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{array} \right. \quad (2.60a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_y = -\frac{3\mu P(4-\nu)Q_y}{16Ga^2Q} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q}{\mu W} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{array} \right. \quad (2.60b)$$

où  $Q = \|(Q_x, Q_y)\|$

Dans le cas d'un contact linéique, lorsque  $Q_x$  et  $Q_y$  sont appliqués simultanément, avec les formules analytiques de Heinrich et Desoyer [167], les glissements relatifs de corps rigides deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_x^* = \theta \cdot \xi_x \end{array} \right. \quad (2.61a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_y^* = \theta \cdot \xi_y \end{array} \right. \quad (2.61b)$$

$\xi_x$  et  $\xi_y$  étant donnés par les équations (2.58a) et (2.58b),

$$\theta = \frac{(1-\nu_1)/G_1 + (1-\nu_2)/G_2}{1/G_1 + 1/G_2} \cdot \frac{R}{\mu a} \quad (2.62)$$

## 2.5 Validation du modèle de contact roulant

### 2.5.1 Solution analytique de Carter

Une première validation est faite en comparant les résultats numériques de SAM aux solutions analytiques selon la théorie de Carter dont la formule analytique du cisaillement (eqs. (1.20a) et (1.20b)) est donnée comme suit.

$$q_x = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad -a \leq x \leq -a + 2d, \quad (2.63a)$$

$$q_x = \mu p_0 \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \frac{(a-d)}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-d}{a-d}\right)^2} \right] \quad -a + 2d \leq x \leq a, \quad (2.63b)$$

Il s'agit d'un contact linéique. Cette simulation par SAM est effectuée par un contact entre un cylindre infini et un plan de mêmes propriétés élastiques. Le problème est illustré sur la figure 2.8.

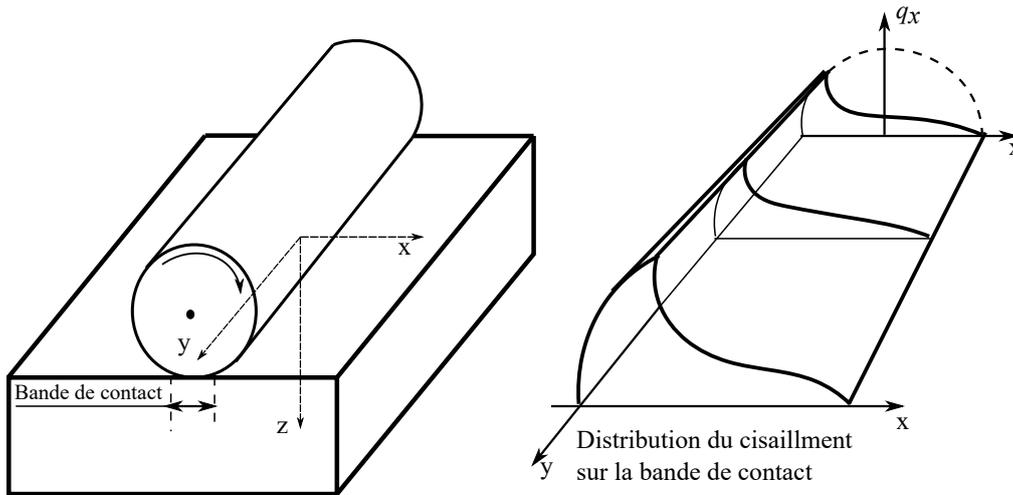


FIGURE 2.8 – Problème de contact roulant linéique

La figure 2.9 présente le cisaillement  $q_x$  suivant l'axe  $x$  à différentes valeurs de la force longitudinale  $F_x$  appliquée et une comparaison entre la solution analytique de Carter [92] et la simulation SAM. On trouve une bonne corrélation entre ces deux résultats.

On remarque que la zone de glissement évolue en fonction de la force de contact. Elles évoluent également en fonction des glissements relatifs de corps rigides, d'où la relation analytique (1.22) établie par Carter afin de tracer la courbe de saturation ou « creep curve » qui permet d'observer cette évolution de la zone de glissement jusqu'au

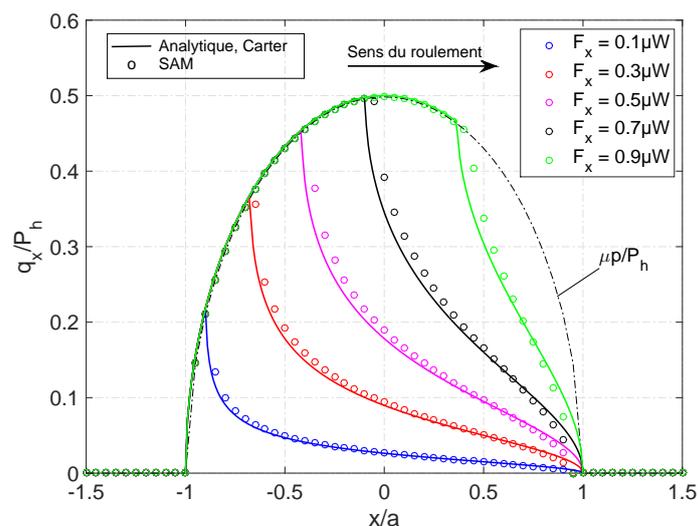


FIGURE 2.9 – Contrainte de cisaillement normalisée ( $q_x/P_h$ ) suivant  $x$  à  $y = 0$  pour différentes valeurs de l’effort tangentiel longitudinal.

glissement total. Le phénomène est illustré par la figure 2.10 pour le cas où seul le glissement relatif de corps rigide longitudinal  $\xi_x$  est considéré. Lorsque le glissement relatif

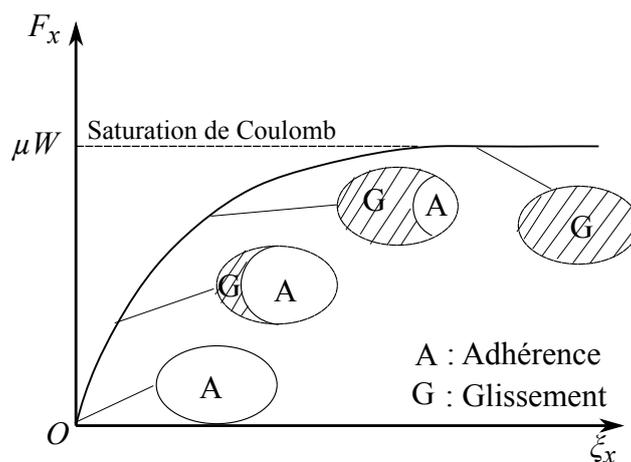


FIGURE 2.10 – Courbe de saturation et évolution de la zone de glissement pour un glissement relatif de corps rigide longitudinal

de corps rigide augmente avec l’effort tangentiel, la zone de glissement évolue et augmente de taille. Avec cette courbe, on peut toutefois retrouver la vitesse de déplacement pour un effort tangentiel donné. La figure 2.11 montre donc la courbe de saturation selon la relation analytique (1.22) de Carter et une simulation avec SAM. On trouve une bonne corrélation entre les deux résultats de la figure 2.9 et 2.11, ce qui permet une validation de la méthode numérique semi-analytique actuelle.

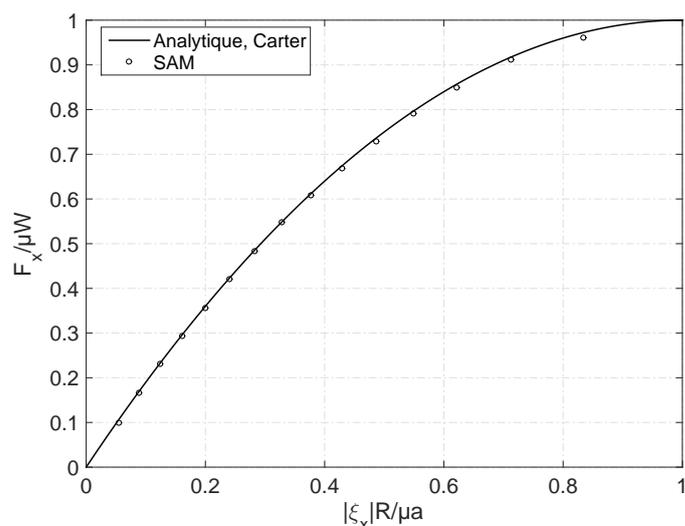


FIGURE 2.11 – Courbe de saturation pour  $\xi_x \neq 0$  et  $\xi_y = 0$

### 2.5.2 Solution numérique de Kalker (CONTACT)

Kalker a été le premier à développer la théorie complète du contact roulant. Il a implémenté sa théorie dans le code de calcul appelé CONTACT. Pour valider notre modèle, on a choisi un exemple de Kalker illustré dans son ouvrage « Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling contact » ([98], Fig. 5.22, p. 226). Deux sphères identiques de rayon  $R = 337,5$  mm de mêmes propriétés élastiques sont pressées l'une contre l'autre et soumises ensuite à un mouvement de roulement l'une par rapport à l'autre. Seul le cas du régime stationnaire est considéré. Une illustration du problème est présentée sur la figure 2.12. L'effort normal appliqué  $W$  vaut  $0,4705$  N et l'effort tangentiel  $F_x$  (suivant

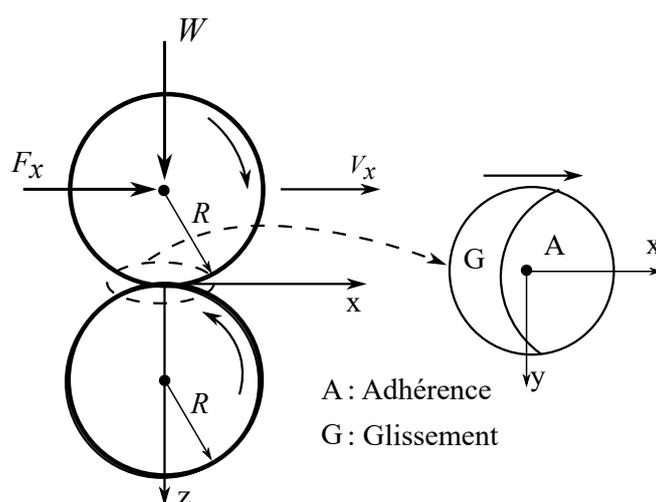


FIGURE 2.12 – Problème de contact roulant entre deux sphères élastiques identiques

$x$ ) est  $0,657\mu W$  où le coefficient de frottement  $\mu = 0,4013$ . Le module de cisaillement

$G_1 = G_2 = G = 1 \text{ MPa}$  et le coefficient de Poisson  $\nu_1 = \nu_2 = 0,28$ . Selon la charge normale appliquée, la pression maximale de Hertz est estimée à  $0,01834 \text{ MPa}$  et le rayon de la surface de contact est  $a = 3.5 \text{ mm}$ .

La figure 2.13(a) présente la distribution du cisaillement suivant  $x$  dans le plan  $y = 0$  et  $y = 0,75a$ . Une bonne corrélation est observée entre les résultats de CONTACT et SAM, ce qui valide une fois encore notre modèle. La figure 2.13(b) montre la surface de contact et le contour du cisaillement suivant  $x$ . On peut ainsi distinguer la zone de glissement à l'arrière du contact et celle d'adhérence à l'avant du contact.

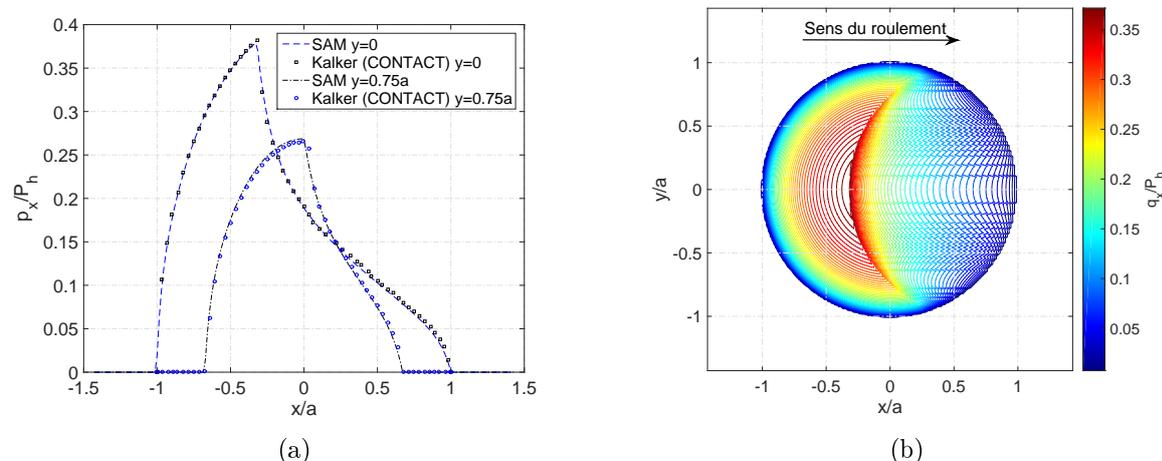


FIGURE 2.13 – (a) Cisaillement longitudinal normalisé  $q_x/P_h$  dans les plans  $y = 0$  et  $y = 0,75a$ , (b) Contour de la répartition du cisaillement longitudinal normalisé  $q_x/P_h$  sur la surface de contact.

### 2.5.3 Matériaux élastiques dissimilaires

Il s'agit du cas où les deux matériaux en contact ne sont pas quasi-identiques. Pour ce dernier cas, on a précédemment mentionné que le processus de résolution entre le problème normal et tangentiel est alterné. Ceci peut avoir sur certains cas, une influence sur la distribution de la contrainte de cisaillement surfacique et on peut arriver à distinguer sur la surface de contact deux zones de glissement. Bentall et Johnson [108] sont les premiers à approfondir le contact roulant entre deux matériaux élastiques dissimilaires. Leurs analyses portaient sur des cas de roulement libre, de glissement total et de roulement. Nowell et Hill [110] ont repris le problème avec une analyse complète sur les différentes zones de glissement qui peuvent apparaître sur la zone de contact avec différents états de roulement. Ils mentionnent dans leurs travaux que pour un roulement tractif entre les matériaux dissimilaires, il peut y avoir deux zones de glissement de signes

opposés, pour un contact linéique comme illustré sur la figure 2.14 (De  $-1$  à  $b_1$  glissement ; de  $b_1$  à  $b_2$  adhérence et de  $b_2$  à  $1$  glissement). De même, en fonction de la valeur et du signe du paramètre de Dundurs [160]  $\gamma$  (cf. eq. (2.21)), il peut y avoir deux zones de glissement de mêmes signes. Leur analyse est aussi faite en fonction du coefficient de

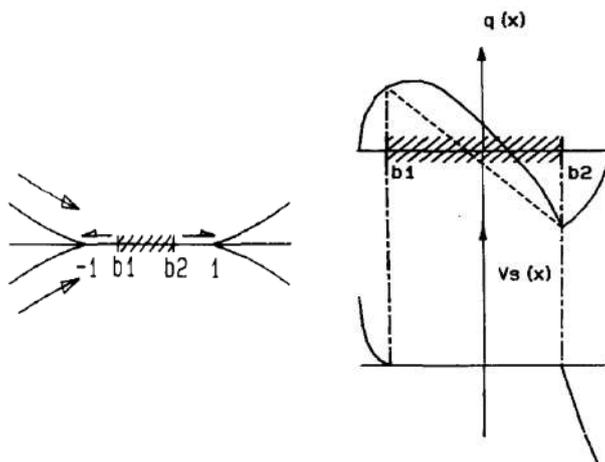


FIGURE 2.14 – Contact roulant entre matériaux dissimilaires présentant deux zones de glissement de signe contraire sur la surface de contact ainsi que l'évolution du cisaillement et de la vitesse de glissement [110]

frottement et de la constante de Dundurs. Le degré de couplage du problème normal et tangentiel dépend d'ailleurs de ce paramètre  $\gamma$  (cf. 2.3.2.2).

Dans cette section, nous allons reprendre un exemple de Nowell et Hill [110] pour un roulement en régime stationnaire afin d'avoir une nouvelle validation du modèle actuel. Cet exemple prend en compte le roulement entre deux cylindres en présence de frottement avec seul le cylindre supérieur soumis au couple. Les paramètres du problème sont donnés par  $\gamma/\mu = -2,88$  et  $F_x/\mu W = \beta = 0,83$ . Le cylindre supérieur est en « Acier » et celui inférieur en « Aluminium ». La figure 2.15 montre le cisaillement longitudinal  $q_x$  dans le plan  $y = 0$ . Les résultats du modèle actuel sont en accord avec ceux de Nowell et Hill [110]. Ceci permet de conclure sur la précision et la validation de notre modèle SAM.

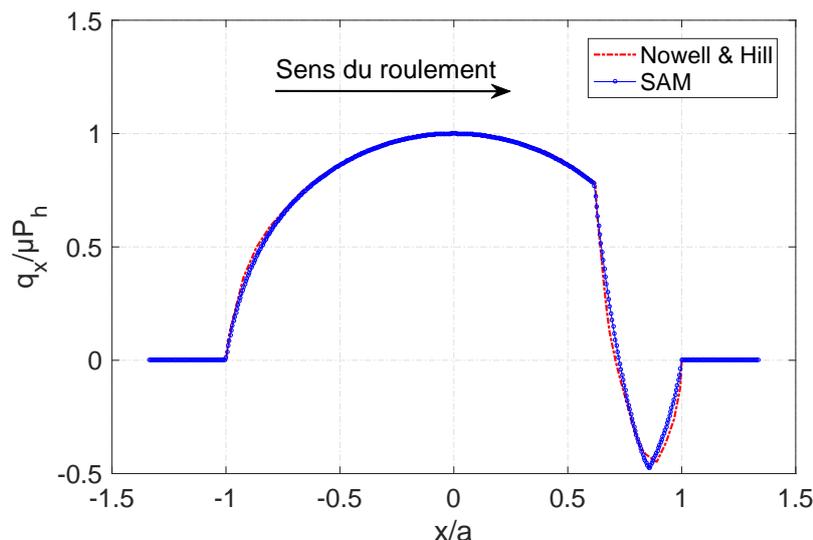


FIGURE 2.15 – Distribution de cisaillement suivant  $x$  normalisé  $q_x/\mu P_h$  représenté dans le plan  $y = 0$  pour le roulement entre deux cylindres dissimilaires

## 2.6 Analyses paramétriques

### 2.6.1 Étude en fonction de la constante de Dundurs

Une explication simple du découplage entre le problème normal et tangentiel selon le paramètre de Dundurs réside dans le fait que lorsque les deux corps en contact ont les mêmes propriétés élastiques ( $E_1 = E_2$  et  $\nu_1 = \nu_2$ ) ou lorsque ces derniers sont incompressibles ( $\nu_1 = \nu_2 = 0,5$ ), la constante  $\gamma$  vaut 0. Une étude du contact roulant tractif en régime stationnaire est alors faite avec les paramètres résumés dans le tableau 2.1 afin d'observer l'effet de la valeur du paramètre  $\gamma$  sur la distribution du cisaillement à l'interface du contact. Il s'agit d'un contact sphérique entre une sphère de

Sphère			Plan			$\gamma$
$E_1$ (MPa)	$\nu_1$	$G_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$\nu_2$	$G_2$ (MPa)	
210000	0,3	80769,23	210000	0,3	80769,23	0
210000	0,5	70000	8600	0,5	2866,666	0
210000	0,5	70000	210000	0	105000	-0,28571
210000	0	105000	210000	0,5	70000	0,28571
210000	0	105000	$1,00 \cdot 10^{10}$	0,5	33333333	0,49999
$1,00 \cdot 10^{10}$	0,5	33333333	210000	0	105000	-0,49999

Tableau 2.1 – Paramètres du contact

rayon  $R = 4.7625$  mm et un plan (figure 2.16). L'effort normal est fixé à  $W = 50$  N et l'effort tangentiel longitudinal  $F_x = 0,5\mu W$  avec le coefficient de frottement  $\mu = 0,7$ .

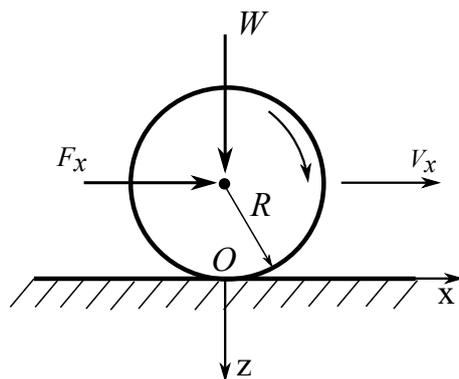


FIGURE 2.16 – Contact sphère/Plan

La figure 2.17 montre la distribution du cisaillement normalisé  $q_x/\mu P_h$  comparée à la pression de contact normalisée  $p/P_h$  pour différentes valeurs de la constante de Dundurs. On remarque bien évidemment que les cas de figures 2.17(a) et 2.17(b) rejoignent le cas du résultat présenté à la section 2.5.2. Pour ces deux cas, la constante  $\gamma$  est nulle. En respectant la loi de Coulomb, on remarque que pour les figures 2.17(c) à 2.17(f) on a une zone de glissement à l'avant du contact soit de même signe que la zone de glissement à l'arrière du contact (cf. fig. 2.17(d) et 2.17(e)), soit de signe contraire à celle à l'arrière du contact (cf. fig. 2.17(c) et 2.17(f)). Ceci peut-être remarqué sur le signe de la constante  $\gamma$ .

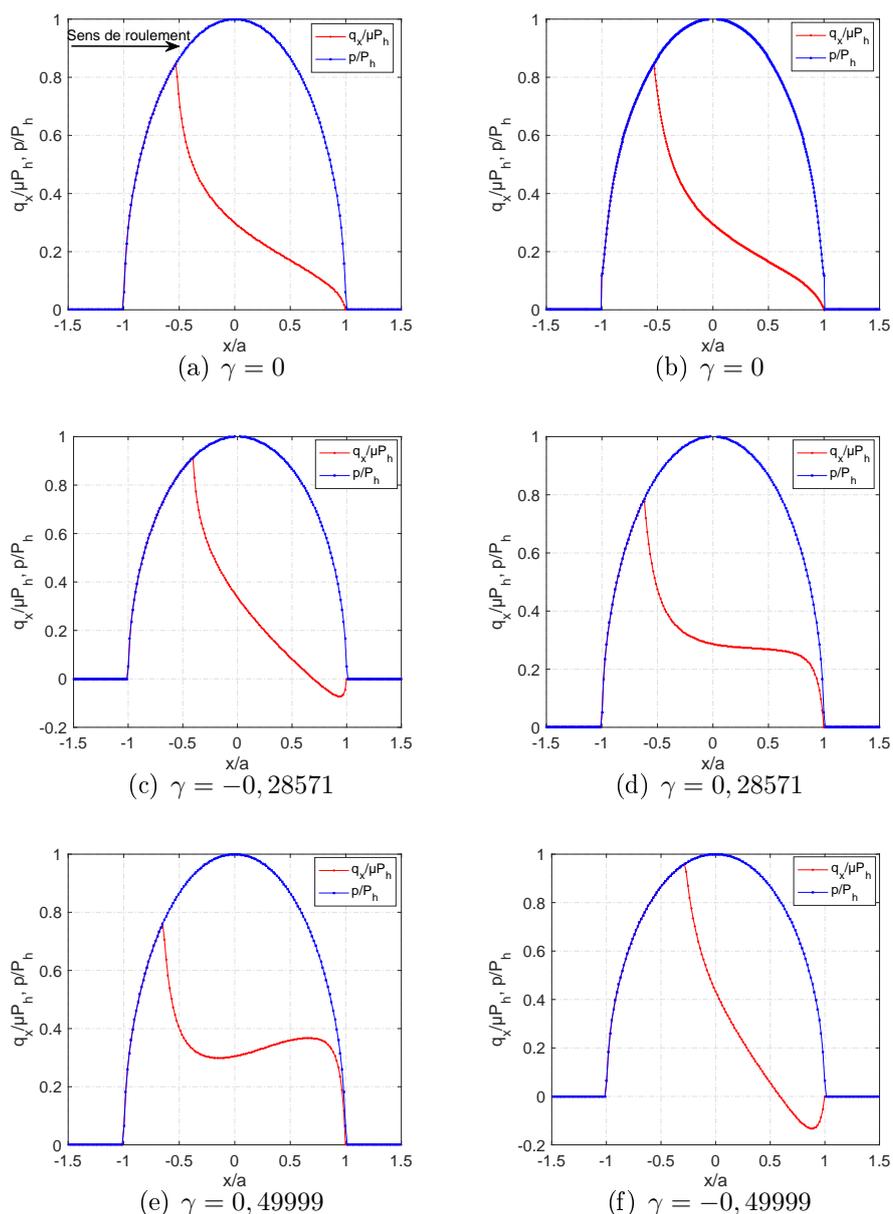


FIGURE 2.17 – Distribution du cisaillement normalisée  $q_x/\mu P_h$  et la pression de contact normalisée  $p/P_h$  dans le plan  $y = 0$ . (a)  $E_1 = E_2$ ;  $\nu_1 = \nu_2$  (b)  $E_1 > E_2$ ;  $\nu_1 = \nu_2 = 0,5$  (c)  $E_1 = E_2$ ;  $\nu_1 > \nu_2$  (d)  $E_1 = E_2$ ;  $\nu_1 < \nu_2$  (e)  $E_1 < E_2$ ;  $\nu_1 < \nu_2$  (f)  $E_1 > E_2$ ;  $\nu_1 > \nu_2$ .

## 2.6.2 Directions du cisaillement en fonction de l'effort tangentiel

En reprenant le problème de Kalker de la section 2.5.2, une analyse est effectuée sur la distribution du cisaillement équivalent  $q_\tau$  à la surface et sa direction en fonction de l'effort tangentiel appliqué. Le régime stationnaire du problème de roulement tractif est conservé. Le pas de maillage est fixé à  $300 \mu\text{m}$  pour une contrainte d'affichage. La figure 2.18 montre la répartition du cisaillement et sa direction. Le sens du roulement allant de la gauche

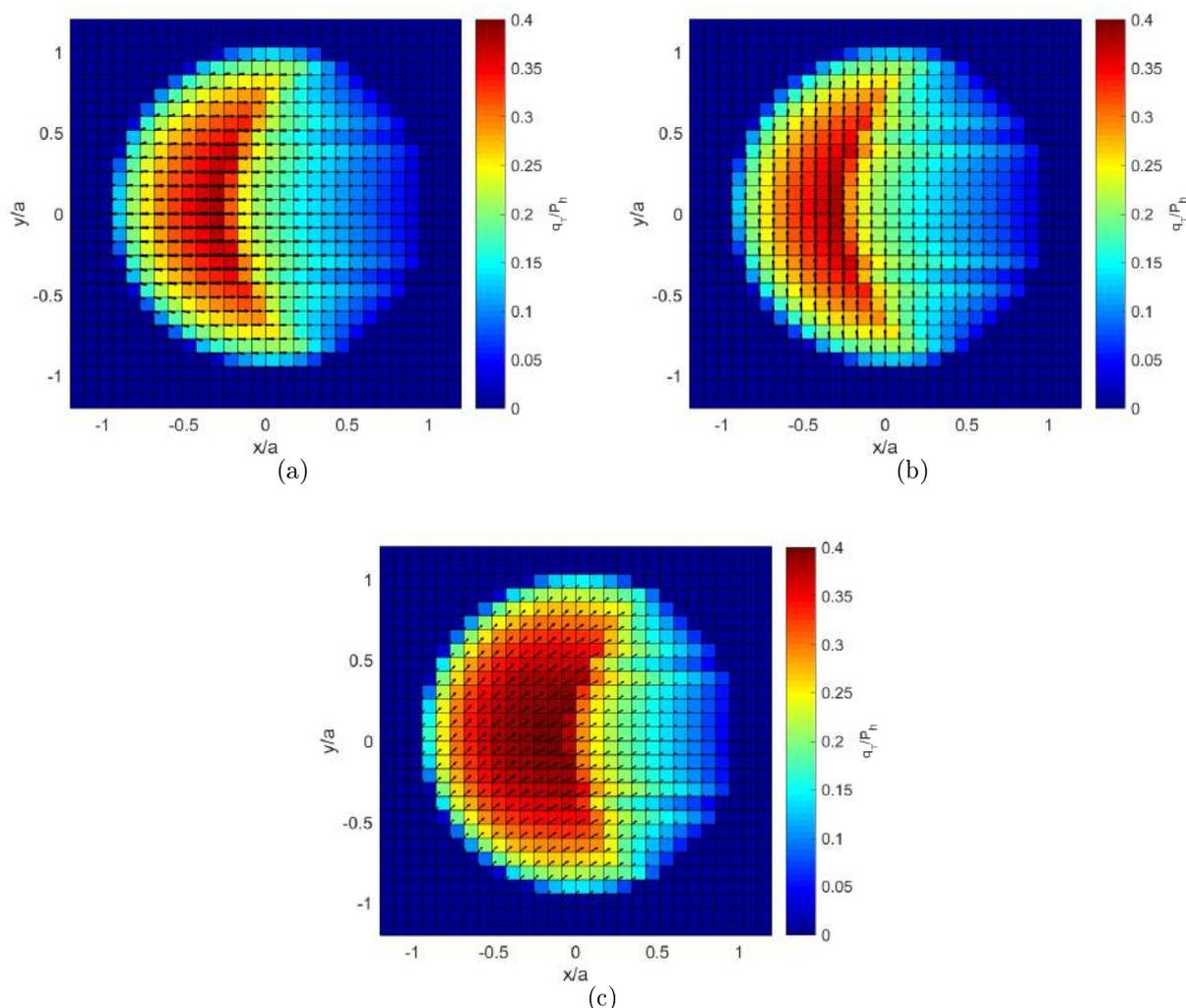


FIGURE 2.18 – Répartition du cisaillement normalisé  $q_\tau/P_h$  et sa direction selon l'effort tangentiel appliqué pour un contact sphérique. Le sens du roulement étant de la gauche vers la droite. (a)  $F_x = 0,657\mu W$ ,  $F_y = 0$  (b)  $F_x = 0$ ,  $F_y = 0,657\mu W$  (c)  $F_x = F_y = 0,657\mu W$ .

vers la droite, on remarque que lorsque seul l'effort tangentiel longitudinal est appliqué (figure 2.18(a)), la direction du cisaillement est parallèle au sens du roulement et perpendiculaire à ce dernier lorsque seul l'effort tangentiel latéral est appliqué (figure 2.18(b)). Lorsque les efforts tangentiels longitudinaux et latéraux sont appliqués (figure 2.18(c)) simultanément, la direction du roulement devient oblique au sens du roulement. Dans ce cas, on observe une augmentation de la valeur du cisaillement par rapport au deux premiers cas ainsi qu'une augmentation de la zone de glissement, due à l'effet combiné des efforts tangentiels sur celui-ci. Dans les trois cas de figure, on peut remarquer que le sens du cisaillement est toujours dirigé dans le sens de l'application des efforts tangentiels. Selon l'équation (2.20d) les vitesses de glissement seront donc de sens opposés dans la

zone de glissement à l'arrière du contact.

### 2.6.3 Contraintes en sous couches

On suppose maintenant un contact sphère sur plan avec des matériaux quasi-identiques ( $\gamma = 0$ ). La figure 2.19 montre les contours des contraintes de Von Mises  $\sigma_{VM}/P_h = \sqrt{J_2}/P_h$  ( $J_2 = \frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}$  :  $\mathbf{S}$  étant le second invariant du tenseur des contraintes avec  $\mathbf{S}$  la partie déviatorique du tenseur des contraintes) en sous couche dans le plan  $y = 0$  en fonction du coefficient de frottement  $\mu$  et du rapport  $\beta$  ( $F_x/\mu W = \beta$ ). La variation de ce rapport permet de varier implicitement l'effort tangentiel longitudinal  $F_x$ . On peut remarquer que pour un coefficient de frottement faible (0.3), la contrainte maximale se localise aux environs de  $z = 0.5a$  et lorsque le coefficient de frottement est élevé, notamment  $\mu = 0,7$  et  $\mu = 1$ , la valeur maximale est plus proche de la surface ou presque en surface. Aussi, la contrainte est maximale pour des coefficients plus élevés que pour un coefficient faible.

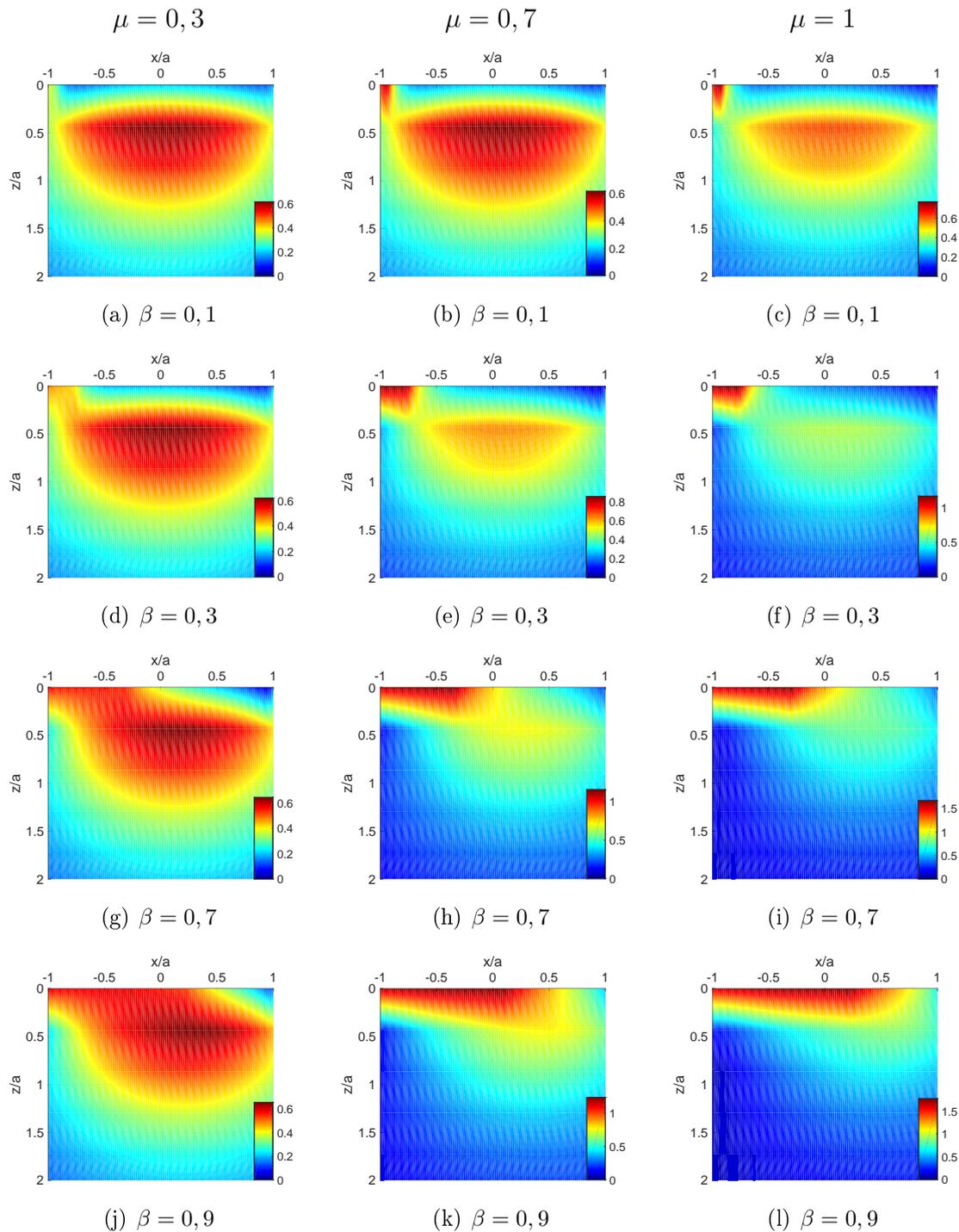


FIGURE 2.19 – Contour des contraintes de Von Mises normalisé  $\sigma_{VM}/P_h$  en sous couche, dans le plan  $y = 0$  pour différentes valeurs du coefficient de frottement  $\mu$  avec une variation du rapport  $\beta$ . Le sens du roulement étant de la gauche vers la droite.

## 2.7 Conclusions

Un modèle de contact roulant tractif élastique implémenté dans un code semi analytique est présenté dans ce chapitre. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux de la littérature notamment les solutions analytiques de Carter [92] et les résultats numériques de Kalker [98] pour un contact roulant tractif entre deux massifs élastiques similaires. Il a été validé également par les solutions de Nowell et Hills [110] pour deux massifs élastiques dissimilaires en contact roulant avec seul le massif supérieur soumis au couple. Ensuite, des analyses ont été effectuées et peuvent être résumées selon les points suivants,

- présence d'une zone de glissement et d'adhérence sur la surface de contact qui évoluent en fonction des paramètres du contact. En effet, lorsque l'effort tangentiel appliqué varie, les zones de glissement et d'adhérence varient avec. Une augmentation de l'effort tangentiel implique une augmentation de la zone de glissement au détriment de la zone d'adhérence. Ce qui respecte le phénomène décrit par la courbe de saturation qui représente l'évolution de l'effort tangentiel en fonction du pseudo-glissement (glissement relatif de corps rigide).
- pour le contact roulant entre deux massifs élastiques dissimilaires, le cisaillement surfacique varie en fonction de la constante de Dundurs qui définit le degré de couplage entre le problème normale et tangentiel.
- Les contraintes en sous couche sont influencées par l'effort tangentiel appliqué et le coefficient de frottement  $\mu$ . Elles sont maximales et plus proches de la surface lorsque l'effort tangentiel augmente ainsi que  $\mu$ .

Ce chapitre sert d'ébauche pour le chapitre suivant. En effet, le modèle basé sur la théorie de Kalker présenté ici est étendu dans le chapitre suivant pour prendre en compte le comportement élasto-plastique des massifs en contact.

# Chapitre 3 :

## Contact roulant tractif élasto-plastique

## 3.1 Introduction

Le contact élasto-plastique en général et en particulier le contact roulant tractif élasto-plastique, entre deux corps est un problème fondamental en mécanique du contact. Étant donné que ce problème a un vaste champ d'applications notamment en transport ferroviaire (contact roue/rail), en transport routier (contact pneu/chaussée), ainsi que dans bien d'autres applications, il est nécessaire de faire une étude approfondie et précise du problème afin de développer un outil numérique permettant de prendre en compte le phénomène pour des cas académiques et industriels.

Compte tenu du comportement complexe de la chaussée décrit au chapitre 1, pour modéliser les ornières d'instabilité par le problème de contact roulant tractif, il est primordial de décrire la chaussée par un modèle thermo-viscoplastique. Ainsi, un premier pas vers cette approche consiste à modéliser le contact roulant élasto-plastique. La plasticité est l'un des mécanismes prépondérant de la dissipation du travail de frottement à l'interface du contact, alors que le frottement est l'un des paramètres nécessaire pour assurer la sécurité des véhicules [168]. Cependant la présence de ce dernier a également des impacts importants sur la réponse mécanique de la chaussée tant pour un comportement élastique que plastique. Ainsi, les contraintes surfaciques du contact roulant et la répétition des déformations plastiques provoquent l'initiation du phénomène de fatigue du contact. Le contact roulant élasto-plastique a donc fait l'objet d'études analytiques et numériques depuis plusieurs décennies.

Merwin et Johnson [169] ont déterminé la déformation plastique dans un contact roulant. Leur modèle a été amélioré par Hearle et Johnson [170] puis Bower et Johnson [171] pour estimer les déformations plastiques en sous couche et l'écoulement plastique en surface pour des mouvements de roulement et de débattement. Jiang et Sehitoglu [172] ont développé une solution analytique pour l'analyse des contraintes élasto-plastiques en contact roulant. Ils ont utilisé un contact linéique. Leur modèle plastique est basé sur une approche de deux surfaces de charge utilisant un écrouissage cinématique. Un modèle de contact roulant élasto-plastique en trois dimensions a été développé par Jiang et al. [173] introduisant les phénomènes de « shakedown élastique » et « plastique ». Le premier définit la limite élastique à partir de laquelle apparaît la déformation plastique et le second définit la limite au delà de laquelle le passage de la charge ne provoque plus de déformation plastique. Dans leur modèle, la distribution de la contrainte surfacique normale est supposée Hertzienne et la contrainte surfacique tangentielle est supposée proportionnelle à la pression de Hertz, ce qui signifie qu'il n'y a pas de prise en compte de glissement partiel (pas de conditions d'adhérence/glissement sur la surface de contact).

Ce même modèle élasto-plastique a été utilisé par Xu et Jiang [174] en prenant en compte le phénomène du glissement partiel avec un contact linéique et en utilisant les formules analytiques de Carter [92] pour le cisaillement surfacique.

Dans un modèle 3D éléments finis utilisant un modèle de plasticité cyclique, Wen et al. [175] ont utilisé les résultats de CONTACT (la surface de contact, la pression de contact, le cisaillement surfacique) en élasticité afin d'étudier les contraintes résiduelles en surface comme en profondeur en fonction du nombre de passages et du glissement de corps rigides. Tout récemment, Wei et al. [176] ont développé un modèle éléments finis pour étudier le contact roulant élasto-plastique avec une loi d'écrouissage linéaire allant du phénomène transitoire jusqu'au roulement stationnaire. Dans leurs travaux, ils ont fait une étude comparative avec les résultats élastiques du code CONTACT et bien d'autres résultats analytiques issus de la littérature. Ils ont également étudié le phénomène de glissement-adhérence en roulement élasto-plastique.

Le contact roulant élasto-plastique a été étudié par Nélias et al. [151] afin de quantifier la performance des roulements en acier avec des surfaces indentées. Dans leurs travaux, ils ont montré l'effet du coefficient de frottement sur la distribution de la pression de contact et sur la surface de contact. Ils ont utilisé les lois d'écrouissage isotropes de Voce, Swift et Swift modifié pour une comparaison avec des résultats expérimentaux et pour une étude approfondie. Par la méthode semi-analytique, Nélias et al. [157] ont étudié le contact roulant elliptique élasto-plastique avec différents rapports d'ellipticité. Dans leur modèle, ils ont étudié également l'empreinte résiduelle après passage de la charge en utilisant un écrouissage isotrope. Une étude similaire est effectuée plus tard par Chaise et Nélias [177] avec un contact sphérique en utilisant un écrouissage isotrope et cinématique pour étudier et comparer le phénomène du « shakedown plastique » [173] pour les deux lois d'écrouissage isotrope et cinématique utilisées. Leur modèle est semi-analytique.

Il existe plusieurs algorithmes de plasticité pour le calcul des déformations plastiques équivalentes. Un algorithme universel a été établi par Fotiu et Nemat-Nasser [178] pour l'intégration des équations constitutives élasto-plastiques incluant les lois d'écrouissage isotrope et cinématique. Leur algorithme est stable et précis pour des larges pas de temps.

Dans ce chapitre, le modèle élasto-plastique appliqué au contact roulant tractif est basé sur celui développé par Jacq et al. [117]. Ce modèle a été amélioré par Boucly et al. [130] par intégration de l'algorithme universel de Fotiu et Nemat [178] pour les équations constitutives élasto-plastiques permettant le calcul du champ de déformation plastiques. Le modèle de Jacq et al. [117] est un modèle semi-analytique dans lequel est

étudié le phénomène de charge-décharge ou le déplacement de la charge tout en analysant la pression maximale et l'influence de la limite élastique sur la pression maximale. Ces deux derniers étant proportionnels entre eux par un rapport de 3 environ.

## 3.2 Formulation du contact roulant élasto-plastique

Le problème de contact décrit au chapitre précédent est repris ici avec le corps inférieur supposé élasto-plastique et le corps supérieur élastique. Les dimensions des corps en contact sont supposées suffisamment grandes devant la taille de la surface de contact. Une illustration du problème est proposée sur la figure 3.1. S'agissant d'un contact élasto-

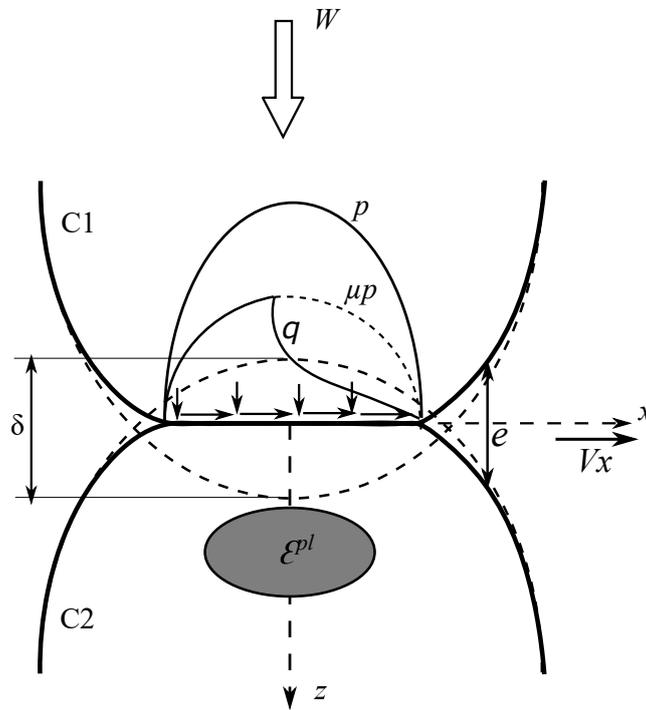


FIGURE 3.1 – Schématisation du contact roulant élasto-plastique entre un corps élastique et un corps élasto-plastique

plastique, les algorithmes détaillés au chapitre précédent ne sont pas suffisants pour la résolution, car les déplacements en surface sont dûs non seulement aux efforts normaux et tangentiels mais aussi aux déformations plastiques en sous couche. Ceci est justifié par trois points essentiels, à savoir :

1. l'apparition d'une déformation plastique en sous couche sous l'effet du chargement,
2. une déformation permanente de la surface après décharge nécessitant une mise à jour de la surface de contact avant un nouveau chargement (conséquence directe du point précédent),

3. la pression de contact est modifiée en forme de répartition et en valeur maximale.  
Ce dernier point dépend également du précédent.

L'hypothèse des petites déformations est utilisée afin de limiter la zone d'analyse plastique juste au volume où existe un écoulement plastique avec une superposition des déformations résiduelles et élastiques. Dans [117] et [157], il est relevé qu'étant donné que la plasticité est un phénomène irréversible, la relation entre la pression de contact et la déformation plastique nécessite une description incrémentale. La formulation du problème de contact roulant élasto-plastique nécessite alors une formulation incrémentale. Ainsi, en désignant par C1 (élastique ou élasto-plastique) et par C2 (élasto-plastique) les corps en contact (cf. fig. 3.1), la formulation du contact élasto-plastique est résumée selon les points suivants :

- état initial : on définit la charge normale appliquée  $W$ , la distribution de la pression  $p(x, y)$ , la séparation initiale des corps  $h(x, y)$ , la déformation plastique initial  $\varepsilon^{pl}$  et l'état d'érouissage.
- conservation de la charge : l'équilibre de charge est vérifié sur la zone de contact  $\Gamma_c$ .

$$W + \delta W = \int_{\Gamma_c} [p(x, y) + \delta p(x, y)] d\Gamma_c. \quad (3.1)$$

- déformée des deux corps en contact :

$$e(x, y) + de(x, y) = h(x, y) + \delta + [u_z^p(x, y) + \delta u_z^p(x, y)]^{(C1+C2)} + u_z^{res}(x, y) + \delta u_z^{res}(x, y) \quad (3.2)$$

avec  $\delta$  le déplacement de corps rigides,  $u_z^p(x, y)$  le déplacement normal en surface dû à la pression de contact,  $u_z^{res}(x, y)$  le déplacement normal résiduel en surface dû à la déformation plastique  $\varepsilon^{pl}$  et  $\delta u_z^{res}(x, y)$  celui dû à l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon^{pl}$ .

- modèle de plasticité :

$$\delta\varepsilon^{pl} = f(p + \delta p, p, \text{modèle d'érouissage}) \quad (3.3)$$

- calcul des contraintes :

$$\sigma = \sigma^p(p) + \sigma^{res}(\varepsilon^{pl}), \quad (3.4)$$

$$\delta\sigma = \delta\sigma^p(\delta p) + \delta\sigma^{res}(\delta\varepsilon^{pl}).$$

- conditions de contact :

$$e(x, y) + \delta e(x, y) \geq 0 \quad \text{et} \quad p(x, y) + \delta p(x, y) \geq 0 \quad (3.5)$$

$$\text{contact : } e(x, y) + \delta e(x, y) = 0 \quad \text{et} \quad p(x, y) + \delta p(x, y) > 0 \quad (3.6)$$

$$\text{séparation : } e(x, y) + \delta e(x, y) > 0 \quad \text{et} \quad p(x, y) + \delta p(x, y) = 0 \quad (3.7)$$

Au cours du roulement modélisé par le problème tangentiel, les déplacements élastiques tangentiels en surface  $u_x^{qx}(x, y)$  et  $u_y^{qy}(x, y)$  dus aux cisaillements  $q_x$  et  $q_y$  viennent s'ajouter aux composantes tangentielles du déplacement résiduel  $u_x^{res}(x, y)$  et  $u_y^{res}(x, y)$  dus à la déformation plastique  $\varepsilon^{pl}$ .

La précédente formulation est utilisée pour le cas de deux corps élasto-plastiques. Le changement est alors observé au niveau de l'équation (3.2). En effet, dans l'algorithme de résolution, après l'incrément de déformation plastique, la géométrie des corps en contact est mise à jour avant un nouveau chargement ou avant une nouvelle itération. Ainsi, dans le cas où les deux corps sont élasto-plastiques, quand les géométries initiales des deux corps sont mis à jour, il y a prise en compte des changements dans ces deux corps simultanément puisque  $e(x, y)$  décrit la séparation des corps. Au début de chaque incrément, les contraintes surfaciques sont calculées et appliquées sur les deux surfaces en contact. Le déplacement résiduel calculé à la fin de l'incrément est alors ajouté à la géométrie initiale. De manière basique, lorsque l'un des corps est élastique, le déplacement résiduel est ajouté à la géométrie initiale comme décrit par l'équation (3.2). Lorsque les deux corps sont élasto-plastiques (donc décrits par la même loi d'écrouissage) l'équation (3.2) devient alors,

$$e(x, y) + de(x, y) = h(x, y) + \delta + [u_z^p(x, y) + \delta u_z^p(x, y)]^{(C1+C2)} + 2 [u_z^{res}(x, y) + \delta u_z^{res}(x, y)] \quad (3.8)$$

Le coefficient 2 multiplicatif signifie que les déplacements résiduels des corps 1 et 2 sont les mêmes puisque ces derniers sont supposés identiques.

Le problème élastique étant résolu au chapitre précédent, les déplacements élastiques dus aux contraintes surfaciques sont supposés connus. La difficulté du problème élasto-plastique réside alors dans la détermination des déplacements résiduels. Ainsi pour calculer ces déplacements résiduels, Jacq et al. [117] ont appliqué le « *théorème de réciprocité de Betti* ». Ce théorème est détaillé au chapitre B de l'annexe.

### 3.2.1 Calcul des déplacements et contraintes

La forme générale du théorème de réciprocité [117] est énoncée comme suit. Si on suppose par  $\Omega$  un volume soumis à différentes charges sur sa surface  $\Gamma$ , il existe un premier

état  $(u, \varepsilon, \sigma, f_i)$  comportant une déformation initiale  $\varepsilon^0$  et un second état  $(u^*, \varepsilon^*, \sigma^*, f_i^*)$  pour un moment indéterminé. Ainsi, le théorème de réciprocité de Betti appliqué à ces deux états s'écrit,

$$-\int_{\Gamma} u_i^* \sigma_j n_{ij} d\Gamma + \int_{\Omega} f_i u_i^* d\Omega = -\int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \varepsilon_{ij}^0 \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (3.9)$$

$f_i$  étant une force volumique.

Le théorème de Betti est appliqué au problème de contact roulant élasto-plastique. Il s'agit d'un roulement tractif en présence de frottement  $\mu$ . La loi de Coulomb utilisée dans le problème élastique est ramenée au problème élasto-plastique. On suppose que le premier état  $(u, \varepsilon, \sigma, f_i)$  défini précédemment dans le théorème de réciprocité correspond à un espace semi-infini du cas élastique chargé sur une partie  $\Gamma_C$  de sa surface totale  $\Gamma$  par des contraintes de contact normales  $p(x, y)$  et tangentielles  $\tau(x, y)$ ,  $\varepsilon^0$  étant la déformation initiale. Sur la surface, les conditions limites considérées sont :

- les forces volumiques sont nulles ( $f_i = 0$ ) puis,

$$\begin{cases} \sigma_{ij} n_j = -p(x, y), & (x, y) \in \Gamma_C, \\ \sigma_{ij} n_j = 0, & (x, y) \notin \Gamma_C, \end{cases} \quad (3.10a)$$

$$(3.10b)$$

- la loi de Coulomb est appliquée localement,

$$\begin{cases} \tau(x, y) = -\mu p(x, y) \frac{s_t(x, y)}{\|s_t(x, y)\|}, & (x, y) \in \Gamma_{sl}, \\ \tau(x, y) < \mu p(x, y), & (x, y) \in \Gamma_{st}. \end{cases} \quad (3.11a)$$

$$(3.11b)$$

où  $\Gamma_{sl}$  et  $\Gamma_{st}$  sont respectivement les zones de glissement et d'adhérence sur la surface de contact  $\Gamma_C$  ( $\Gamma_C = \Gamma_{sl} \cup \Gamma_{st}$ ),  $s_t(x, y) = (s_x, s_y)$  le vecteur glissement surfacique. Le théorème (3.9) devient alors,

$$\int_{\Gamma_C} u_n^* p d\Gamma + \mu \int_{\Gamma_{sl}} u_t^* p d\Gamma + \int_{\Gamma_{st}} u_t^* \tau d\Gamma = -\int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \varepsilon_{ij}^0 \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (3.12)$$

avec  $u_n^*$  le déplacement dû à la pression de contact, et  $u_t^*$  le déplacement dû au cisaillement dans la zone de glissement et d'adhérence.

Dans le problème élasto-plastique, la déformation initiale est la déformation plastique  $\varepsilon^{pl}$ . La zone plastique est incompressible (la trace  $tr(\varepsilon^{pl}) = 0$ ). Ainsi, l'équation (3.13)

devient,

$$\int_{\Gamma_C} u_n^* p d\Gamma + \mu \int_{\Gamma_{sl}} u_t^* p d\Gamma + \int_{\Gamma_{st}} u_t^* \tau d\Gamma = - \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - 2\mu_l \int_{\Omega} \varepsilon_{ij}^{pl} \varepsilon_{ij}^* d\Omega \quad (3.13)$$

avec  $\mu_l$  la constante de Lamé.

### 3.2.1.1 Déplacements en surface

Cette section présente le calcul du déplacement normal. Les déplacements tangentiels sont obtenus par le même processus.

On considère maintenant que l'état  $(u^*, \varepsilon^*, \sigma^*, f_i^*)$  correspond à une application d'une charge unitaire dans la direction verticale sur une surface élémentaire en un point A de la zone de contact. En un point M de la surface, la pression est donnée par  $p^*(M) = \delta(M-A)$ , où  $\delta$  est la fonction de Dirac.

Avec les conditions limites (3.10a)- (3.11b), on a :

$$- \int_{\Gamma} u_i \sigma_{ij}^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega = \int_{\Gamma} u_i p^* d\Gamma = u_z(A) \quad (3.14)$$

où  $u_z$  désigne le déplacement normal suivant l'axe  $z$ . L'équation (3.9) de réciprocité devient alors :

$$\begin{aligned} u_z(A) = & \int_{\Gamma_C} u_{zn}^*(M, A) p(M) d\Gamma + \mu \int_{\Gamma_{sl}} u_{zt}^*(M, A) p(M) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_{st}} u_{zt}^*(M, A) \tau(M) d\Gamma + 2\mu_l \int_{\Omega_p} \varepsilon_{ij}^{pl}(M) \varepsilon_{ij}^*(M, A) d\Omega, \end{aligned} \quad (3.15a)$$

où  $\Omega_p$  est le volume plastique (l'intégrale s'annule donc en tous les points n'appartenant pas à ce volume). Le point M indique le point de calcul ou d'intégration dans les termes avec l'exposant \* et A le point d'application de la charge unitaire. L'indice  $z$  indique le sens de ce dernier et les indices  $i$  et  $j$  indiquent les composantes.  $u_{zt}^*$  désigne alors le déplacement normal dû au cisaillement surfacique.

Par conséquent, on a :

$$u_z(A) = u^e(A) + u^{res}(A) \quad (3.16)$$

où  $u^e$  et  $u^{res}$  sont respectivement les déplacements élastiques et résiduels.

On note alors que le déplacement normal peut-être exprimé en fonction de la pression

de contact, des contraintes tangentielles ainsi que des déformations plastiques en volume.

### 3.2.1.2 Contraintes en sous couche

Comme pour les déplacements en surface, le théorème de Betti est appliqué à la détermination des contraintes en sous couche. Supposons maintenant que l'état  $(u^*, \varepsilon^*, \sigma^*, f_i^*)$  de l'équation (3.9) correspond à l'application d'une charge unitaire en un point quelconque B du volume. Pour distinguer cet état de celui utilisé dans le calcul du déplacement, il sera noté  $(u^{**}, \varepsilon^{**}, \sigma^{**}, f_k^{**})$ . En un autre point M du volume, la force volumique vaut  $f_k^{**}(M) = \delta(M - B)$  dans la direction  $k$ .

Comme conditions limites, les contraintes surfaciques sont nulles ( $p^{**} = 0, \tau^{**} = 0$ ). On obtient alors,

$$-\int_{\Gamma} u_i \cdot \sigma_{ij}^{**} \cdot n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^{**} \cdot u_i d\Omega = \int_{\Gamma} u_k \cdot f_k^{**} d\Gamma = u_k(B), \quad (3.17)$$

l'équation (3.9) devient alors :

$$\begin{aligned} u_k(B) = & \int_{\Gamma_C} u_{zn}^{**}(M, B) p(M) d\Gamma + \mu \int_{\Gamma_{sl}} u_{zt}^{**}(M, B) p(M) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_{st}} u_{zt}^{**}(M, B) \tau(M) d\Gamma + 2\mu_l \int_{\Omega_p} \varepsilon_{ij}^{pl}(M) \varepsilon_{ij}^*(M, B) d\Omega. \end{aligned} \quad (3.18a)$$

Par conséquent, on peut écrire :

$$u_k(B) = u_k^e(B) + u_k^{res}(B) \quad (3.19)$$

La loi de Hooke est ensuite utilisée pour déterminer les expressions des contraintes,

$$\sigma_{ij}(B) = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl}(B) - \varepsilon_{kl}^{res}(B)) = C_{ijkl} \left( \frac{1}{2}(u_{k,l}(B) + u_{k,l}(B)) - \varepsilon_{kl}^{res}(B) \right) \quad (3.20)$$

ou

$$\sigma_{ij}(B) = C_{ijkl} \left[ \frac{1}{2}(u_{k,l}^e(B) + u_{k,l}^e(B)) + \left( \frac{1}{2}(u_{k,l}^{res}(B) + u_{k,l}^{res}(B)) - \varepsilon_{kl}^{res}(B) \right) \right] \quad (3.21)$$

Ainsi, en additionnant les contributions des contraintes élastiques et résiduelles on obtient les composantes du tenseur des contraintes comme suit :

$$\sigma_{ij}(B) = \sigma_{ij}^e(B) + \sigma_{ij}^{res}(B). \quad (3.22)$$

### 3.2.1.3 Calcul des déplacements élastiques et résiduels en surface

#### Déplacement élastique

Comme dans le chapitre précédent, les déplacements élastiques sont donnés par les potentiels de Love [159] pour une distribution de pression sur une surface élémentaire rectangulaire. Ainsi, une discrétisation de la surface de contact en  $N_s$  éléments rectangulaires où sont réparties des pressions uniformes  $p$  mène à l'équation du déplacement élastique est donnée par :

$$u_z^e(A) = \sum_{n=1}^{N_s} p(n)D^p(n) \quad (3.23)$$

où  $D^p$  sont les coefficients d'influence. De même, on peut calculer les déplacements tangentiels dus aux cisaillements. Comme dans la résolution du problème élastique évoquée au chapitre précédent, la DC-FFT est appliquée à l'équation (3.23).

#### Déplacements résiduels

Pour calculer la composante normale du déplacement résiduel en surface, il est nécessaire de faire une mise à jour de  $h(x, y)$  de l'équation (3.2). Ainsi, le volume plastique  $\Omega_p$  est discrétisé en  $N_v$  cuboïdes notés  $\Omega_c$ . De l'équation (3.15a) on peut écrire l'expression du déplacement résiduel normal  $u_z^r$  généré par les  $N_v$  cuboïdes,

$$u_z^{res}(A) = 2\mu_l \sum_{n=1}^{N_v} \int_{\Omega_c} \varepsilon_{ij}^{pl}(n) \varepsilon_{zij}^*(M, A) d\Omega. \quad (3.24)$$

En supposant que les déformations plastiques sont constantes dans chaque cuboïde, on peut écrire que :

$$u_z^{res}(A) = 2\mu_l \sum_{n=1}^{N_v} \varepsilon_{ij}^{pl}(n) \int_{\Omega_c} \varepsilon_{zij}^*(M, A) d\Omega = \sum_{n=1}^{N_v} \varepsilon_{ij}^{pl}(n) D_{zij}^r(n) \quad (3.25)$$

avec

$$D_{zij}^r = \mu_l \int \int \int_{\Omega_c} (u_{zi,j}^* + u_{zj,i}^*) dx dy dz. \quad (3.26)$$

Le calcul des fonctions  $D_{zij}^r$  est détaillé en annexe A.4. De même, on calcule les composantes tangentielles du déplacement résiduel en surface.

### 3.2.1.4 Contraintes résiduelles dans un espace semi-infini

Les contraintes élastiques en sous couche sont calculées à partir des potentiels de Love [159] pour des contraintes surfaciques connues. La difficulté dans le problème élasto-plastique réside dans le calcul des contraintes résiduelles qui est une étape de

l'algorithme consommant beaucoup de temps. Son efficacité est donc cruciale pour la rapidité de la méthode. De plus, les contraintes résiduelles étant à l'origine de la différence entre une solution élastique et le résultat effectif d'une simulation élasto-plastique, leur précision est également fondamentale. Ainsi, pour accélérer le calcul numérique, une technique de transformée rapide de Fourier 3D (3DFFT) sera utilisé par Zhou et al. [118] et sera reprise par Chaise [88]. Les détails de cette méthode peuvent être retrouvés dans [88].

Dans ses travaux sur la théorie continue de plasticité et de dislocation, Mura [179] a précisé qu'en présence de déformations initiales, un corps fini avec une surface sans traction peut être traité comme un corps infiniment étendu, si des contraintes normales et de cisaillements égales et opposées sont appliquées en surface, compensant celles correspondant à la solution spatiale. Par conséquent, Chiu [129] propose une décomposition du domaine semi-infini en présence d'un cuboïde. En effet, il considère une zone cuboïdale de déformation plastique constante dans un espace semi-infini qui se décompose en trois domaines. Ainsi, la contrainte résiduelle est calculée à partir de la superposition de trois solutions comme illustré sur la figure 3.2. La solution (a) correspond à la solution dans

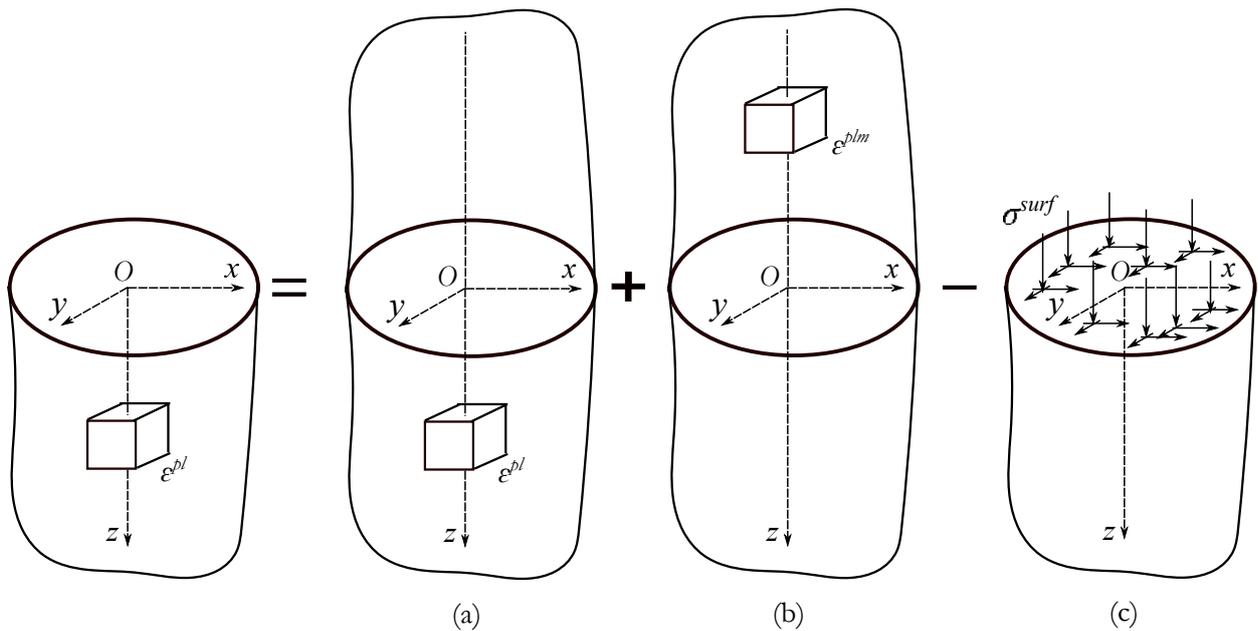


FIGURE 3.2 – Superposition de solutions pour le calcul de la contrainte résiduelle selon la décomposition de Chiu. (a) Cuboïde de déformation plastique constante dans un espace infini, (b) une image du cuboïde dans l'espace infini, (c) espace semi-infini avec distribution de la contrainte de contact normale.

un espace infini en présence de cuboïde de déformation plastique constante. La solution (b) correspond à la solution dans l'espace infini en présence de l'image du cuboïde de

déformation plastique constante tel que :

$$\varepsilon^{pl} = \varepsilon^{plm}, \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{xz}^{pl} = -\varepsilon_{xz}^{plm} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yz}^{pl} = -\varepsilon_{yz}^{plm}. \quad (3.27)$$

La superposition des deux solutions (a) et (b) laisse le plan médian sans contraintes tangentielles. Enfin, la solution (c) correspond au semi-espace sur lequel est appliquée une contrainte normale obtenue sur le plan médian des deux solutions (a) et (b) qui est le double de chaque solution prise séparément. On obtient à la fin la solution du semi-espace en présence du cuboïde de déformations plastiques constantes dont la surface est sans contrainte. En notant par  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  la location du cuboïde, la contrainte résiduelle en un point  $M(x, y, z)$  de l'espace semi-infini est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{res}(x, y, z) = & B_{ijkl}(x - x_0, y - y_0, z - z_0)\varepsilon_{kl}^{pl}(x_0, y_0, z_0) \\ & + B_{ijkl}(x - x_0, y - y_0, z + z_0)\varepsilon_{kl}^{plm}(x_0, y_0, -z_0) \\ & - F_{ij}(x - x_0, y - y_0, z)\sigma^{surf}(x_0, y_0, 0), \end{aligned} \quad (3.28)$$

avec,

$$\begin{aligned} \sigma^{surf}(x_0, y_0, 0) = & - B_{ijkl}(x - x_0, y - y_0, z - z_0)\varepsilon_{kl}^{pl}(x_0, y_0, z_0) \\ & - B_{ijkl}(x - x_0, y - y_0, z + z_0)\varepsilon_{kl}^{plm}(x_0, y_0, -z_0). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Le calcul des coefficients du tenseur  $B$  et  $F$  est détaillé par Jacq et al. [117]. Dans la résolution numérique du problème, la DC-FFT est utilisée à chaque profondeur de déformation plastique et la FFT n'est effectuée qu'en deux dimensions (2DFFT). Ainsi, l'effet tri-dimensionnel est calculé en trois sous problèmes avant de faire une somme des contraintes résiduelles ce qui permet un gain de temps considérable par rapport au 2DFFT. Cette méthode a été proposé par Zhou et al. [118] et est appelée la 3DFFT. Elle est utilisée pour calculer les contraintes dans un espace infini générées par un cuboïde ou son image afin d'augmenter la vitesse de calcul. Cette technique 3DFFT a été reprise, implémentée dans le code semi-analytique actuel et validée par Chaise [88]. La méthode de superposition ou décomposition de Chiu pour retrouver le champ élastique en semi-espace est souvent qualifiée de méthode indirecte.

Une formulation directe est utilisée par Liu et Wang [121]. Cette formulation utilise les solutions de semi-espace de Mindlin et Cheng [180] ou des solutions beaucoup plus générales reportées par Yu et Sanday [119] pour des semi-espaces communs. Liu et Wang [121] ont détaillé l'ensemble des formules pour les coefficients d'influence en terme de dérivés de quatre intégrales clés et sont utilisées pour exprimer les champs élastiques causés par des distributions arbitraires des « eigenstrains » en semi-espace. Étant donnée que le

semi-espace est maillé en plusieurs cuboïdes de mêmes tailles, le champ élastique total est obtenu par implémentation des algorithmes basés sur la FFT. En effet, les produits de convolution sont calculés en utilisant la DC-FFT et les produits combinés de convolution et de corrélation sont calculés par combinant la convolution discrète avec la corrélation discrète et la FFT (DC-DCR-FFT) [121].

## 3.3 Résolution numérique

### 3.3.1 Algorithme de résolution du contact roulant élasto-plastique

La figure 3.3 présente l'algorithme général de résolution du problème de contact roulant élasto-plastique. A partir d'un état initial et des propriétés des corps en contact, des contraintes résiduelles initiales sont prises en compte. Le problème normal et tangentiel élastique sont ensuite résolus en utilisant la technique FFT et la CGM selon les algorithmes décrits au chapitre précédent. Pour le problème tangentiel, il y a également une prise en compte des pseudoglislements longitudinaux  $\xi_x$  et latéraux  $\xi_y$ . Si le problème normal et le problème tangentiel sont couplés (constante de Dundurs  $\gamma \neq 0$ ), comme décrit au chapitre précédent, le processus de Panagiotopoulos [161] est utilisé. Une résolution alternée entre le problème normal et le problème tangentiel est effectuée jusqu'à la convergence. Après évaluation du champ de contraintes élastiques, un modèle de plasticité est utilisé pour calculer l'incrément de déformation plastique  $\delta\varepsilon^{pl}$  permettant ainsi de calculer la contrainte résiduelle  $\sigma^{res}$ . Dans cette boucle, l'algorithme de *return mapping* (retour radial) est utilisé. Ce dernier est détaillé dans [88] et sera repris brièvement dans la section suivante de ce chapitre. Une vérification est ensuite effectuée sur la boucle de plasticité. Au cours de cette vérification, le nouveau déplacement résiduel  $u_f^{res}$  calculé est comparé au dernier  $u_i^{res}$  qui a été trouvé à l'étape précédente. Si la convergence n'est pas atteinte, une relaxation est effectuée sur le déplacement résiduel ( $u^{res}$ ), une mise à jour de la géométrie des corps en contact est faite pour résoudre à nouveaux les problèmes normaux et tangentiels. Ce processus se répète jusqu'à ce que la convergence sur les déplacements résiduels soit atteinte. Ensuite, les paramètres de l'état initial modifiés définissent une autre condition initiale si le chargement n'est pas terminé. Sinon, le processus complet est interrompu pour l'analyse des résultats. Dans le processus de passage à l'état initial, le chargement normal est incrémenté suffisamment jusqu'au maximum avant l'application de la charge tangentielle.

Afin de mieux appréhender cet algorithme numérique, considérons une sphère élastique ou rigide pressée contre un espace semi-infini élasto-plastique. Le cycle de l'algorithme

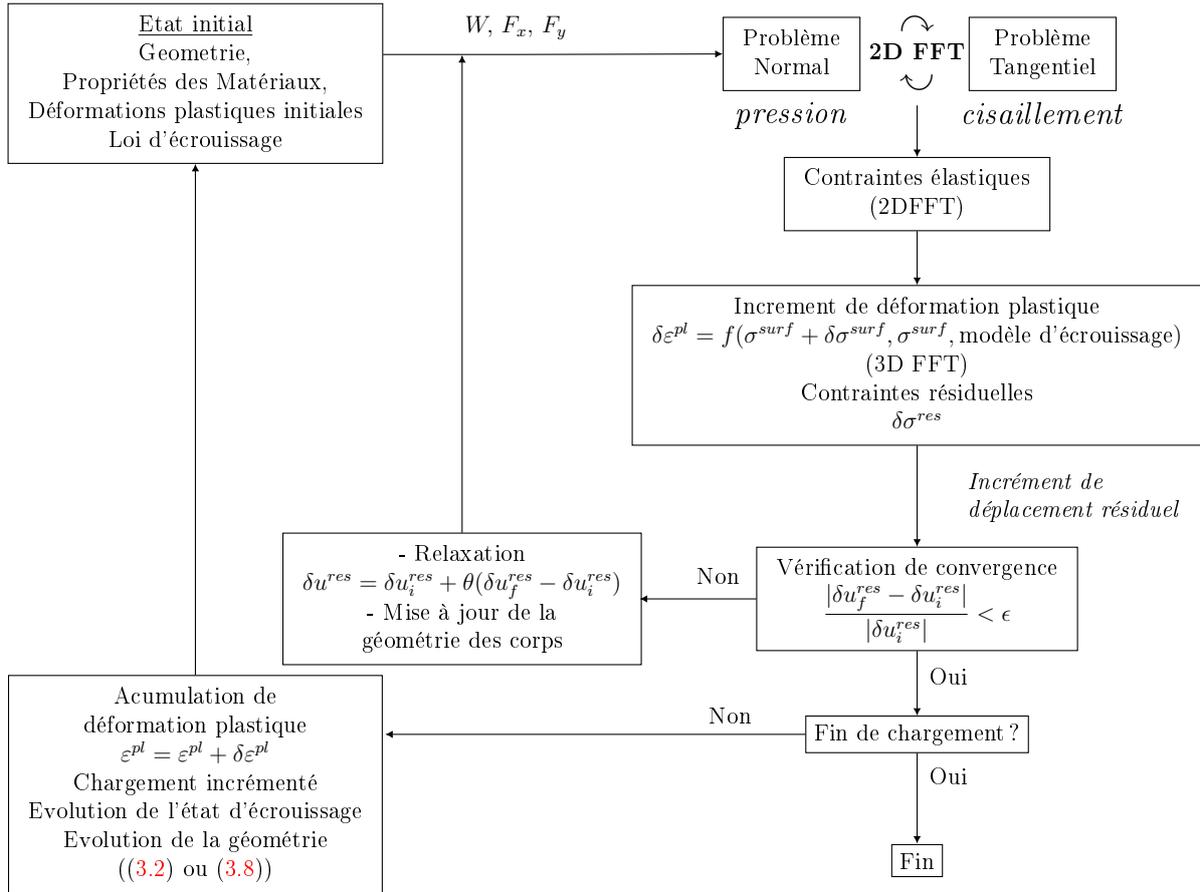


FIGURE 3.3 – Algorithme de résolution du problème de contact roulant tractif élasto-plastique

de résolution du problème de contact élasto-plastique est schématisé sur la figure 3.4. Seul le cas du contact normal est schématisé. Sur ce schéma, on remarque que la partie plastique nécessite la définition d'un modèle de plasticité afin de calculer le champ de déformation plastique qui permettra ensuite la détermination des déplacements résiduels et des contraintes résiduelles. Dans ce modèle de plasticité, il est donc primordial de définir une loi d'écoulement plastique et un état d'érouissage. Il intervient alors l'utilisation de l'algorithme de *return mapping* (retour radial). En effet, s'agissant de résoudre des équations constitutives, ce dernier fournit un schéma d'intégration efficace et robuste.

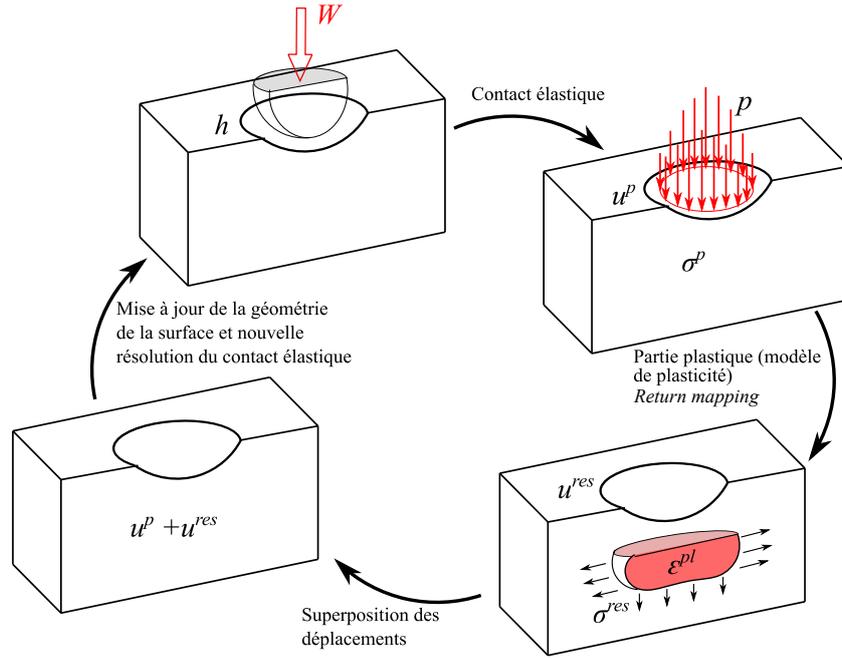


FIGURE 3.4 – Représentation schématique du principe de résolution du problème de contact élasto-plastique

### 3.3.2 Déformation plastique

#### 3.3.2.1 Algorithme du retour radial

Comme mentionné dans l'introduction de ce chapitre, le calcul de la déformation plastique dans ce modèle semi-analytique est introduit par Boucly et al. [130] qui utilisent l'algorithme universel de *return mapping* (retour radial) de Fotiu et Nemat-Nasser [178]. Cet algorithme a été proposé pour la première fois par Simo et Taylor [131]. Le modèle étendu de Fotiu et Nemat-Nasser permet un calcul précis et stable sans condition préalable. Le modèle de Boucly [130] ne prend en compte que l'écouissage isotrope, il a été étendu par Chaise [88] pour prendre en compte un écouissage cinématique et mixte. Celui-ci est repris ici brièvement.

Afin de présenter une forme générale de l'algorithme, nous allons supposer que le corps élasto-plastique a un état d'écouissage mixte. La variable cinématique est notée par  $\mathbf{X}$  et celle isotrope par  $R$ . Le corps plastique étant soumis à une contrainte totale  $\boldsymbol{\sigma}$ , le critère de plasticité est celui de von Mises dont la surface de charge est définie par l'équation (3.30).

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}, R) = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - R \quad (3.30)$$

avec  $J_2(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}}$  la contrainte équivalente de von Mises.  $\mathbf{S}$  est la partie déviato-

rique du tenseur  $\boldsymbol{\sigma}$ .

Notons par  $\dot{p}$  le taux de déformation plastique et par  $p$  la déformation plastique cumulée. Ils sont définis respectivement par

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}} \quad (3.31)$$

$$\text{et } p = \int_0^t \dot{p} dt \quad (3.32)$$

Les relations de Khun-Tucker sont utilisées pour décrire les conditions de charge-décharge,

$$\begin{cases} f \leq 0, \\ \dot{p} \geq 0, \\ f\dot{p} = 0 \end{cases} \quad (3.33a)$$

On suppose que la variable d'écouissage isotrope ne dépend que de la déformation plastique cumulée donc il n'y a pas de dépendance en taux de déformation plastique  $\dot{p}$  ni en température. La variable d'écouissage cinématique est définie par

$$\dot{\mathbf{X}} = H(p)\dot{p}\Theta \quad (3.34)$$

où  $\Theta$  est le tenseur des contraintes normalisé.

$$\Theta = \frac{3 \text{dev}(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}{2J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}. \quad (3.35)$$

$\text{dev}$  désigne le déviateur. En posant  $\phi = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})$  et  $\phi = \text{dev}(\boldsymbol{\varphi})$ , la contrainte équivalente de von Mises étant notée  $\sigma_{VM}$ , l'eq. (3.35) devient,

$$\Theta = \frac{3\phi}{2\sigma_{VM}}, \quad \Theta : \Theta = \frac{3}{2} \quad (3.36)$$

Partant d'un état initial de chargement, l'incrément de déformation plastique total au chargement suivant est premièrement supposé purement élastique. Dans le cas de la méthode semi-analytique, le problème est piloté en contrainte et le prédicteur élastique  $\phi^{(1)}$  est directement calculé. Ainsi, les conditions initiales de l'algorithme du retour radial

sont données selon l'équation (3.37a).

$$\begin{aligned}
 \sigma_{VM}^{(1)} &= \sqrt{\frac{3}{2}\phi^{(1)} : \phi^{(1)}} \\
 \Theta^{(1)} &= \frac{3\phi^{(1)}}{2\sigma_{VM}^{(1)}} \\
 p^{(1)} &= p \\
 \varepsilon^{pl(1)} &= \varepsilon^{pl} \\
 R^{(1)} &= R \\
 H^{(1)} &= H \\
 \mathbf{X}^{(1)} &= \mathbf{X}
 \end{aligned} \tag{3.37a}$$

La fonction de charge est recalculée à chaque étape  $n$  du retour radial :

$$f^{(n)} = \sigma_{VM}^{(n)} - R^{(n)} \tag{3.38}$$

Ensuite le multiplicateur plastique est calculé. Dans notre cas ce dernier n'est autre que l'incrément de déformation plastique.

$$\Delta p^{(n)} = \frac{f^n}{3G + R_{,p}^{(n)} + \frac{3}{2}H^{(n)}} \tag{3.39}$$

avec  $G$  le module de cisaillement élastique du corps plastique. Une mise à jour des contraintes équivalentes, des variables d'érouissage et des déformations est alors effectuée :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{VM}^{(n+1)} &= \sigma_{VM}^{(n)} - \left(3G + \frac{3}{2}H^{(n)}\right) \Delta p^{(n)} \\
 \phi^{(n+1)} &= \phi^{(n)} - \frac{2}{3} \left(3G + \frac{3}{2}H^{(n)}\right) \Delta p^{(n)} \Theta^{(n)} \\
 p^{(n+1)} &= p^{(n)} + \Delta p^{(n)} \\
 \varepsilon^{pl(n+1)} &= \varepsilon^{pl(n)} + \Delta p^{(n)} \Theta^{(n)} \\
 R^{(n+1)} &= R(p^{(n+1)}) \\
 H^{(n+1)} &= H(p^{(n+1)}) \\
 \mathbf{X}^{(n+1)} &= \mathbf{X}^{(n)} + H^{(n)} \Delta p^{(n)} \Theta^{(n)}
 \end{aligned} \tag{3.40a}$$

Après cette étape, on passe à la vérification de la convergence du problème.

$$|f^{(n+1)}| = |\sigma_{VM}^{(n+1)} - R^{(n+1)}| < \epsilon_{rr} \tag{3.41}$$

La tolérance  $\epsilon_{rr}$  est généralement fixée à  $10^{-6}$ . Lorsque celle-ci n'est pas atteinte, il est nécessaire de retourner à l'équation (3.39) pour calculer à nouveau le multiplicateur plastique. Par contre, les valeurs finales des contraintes équivalentes, des déformations plastiques ainsi que des variables d'érouissage calculées à l'équation (3.40a) sont conservées pour la suite des calculs dans l'algorithme général de la résolution du problème de contact roulant tractif présenté à la figure 3.3.

Dans cet algorithme il faut noter que les lois décrivant les variables d'érouissage isotrope et cinématique doivent être connues. Ainsi nous allons décrire de façon brève quelques lois actuellement implémentées dans ce modèle semi analytique.

### 3.3.2.2 Lois d'érouissage

Le modèle élasto-plastique semi-analytique actuel comporte quelques implémentations de lois d'érouissage isotrope et cinématique. Dans cette section nous allons évoquer quelques unes de ces lois qui seront utilisées par la suite.

Ces lois d'érouissage isotrope dépendent de la déformation plastique cumulée  $p$  et sont énoncées comme suit :

- loi parfaitement plastique : Cette loi est sans érouissage. Elle est largement implémentée dans les modèles numériques existants. Elle est caractérisée par la limite élastique  $\sigma_{y0}$  définissant le shakedown.

$$\begin{aligned} R &= \sigma_{y0}, \\ R_{,p} &= 0. \end{aligned} \tag{3.42}$$

, $p$  indique la dérivée par rapport à  $p$ .

- loi d'érouissage linéaire :

$$\begin{aligned} R &= \sigma_{y0} + \frac{E_T}{1 - E_T} p \\ R_{,p} &= \frac{E_T}{1 - E_T} \end{aligned} \tag{3.43}$$

avec  $E$  le module de Young et  $E_T$  le module tangent.

- loi d'érouissage de swift :

$$\begin{aligned} R &= B(C + 10^6 p)^n \\ R_{,p} &= 10^6 n B (C + 10^6 p)^{n-1} \end{aligned} \tag{3.44}$$

$B$ ,  $C$  et  $n$  étant des paramètres matériaux.

Parmi les lois d'écroissage cinématique, celle d'Armstrong-Frederick utilise deux variables d'écroissage  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$ . Elle peut être réduite à une loi cinématique linéaire en annulant  $\mathbf{X}_2$ . Elle est résumée selon l'équation (3.45) .

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X} &= \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \\
 d\mathbf{X}_1 &= \frac{2}{3}C_1d\varepsilon^{pl} \\
 d\mathbf{X}_2 &= \frac{2}{3}C_2d\varepsilon^{pl} - \gamma_2\mathbf{X}_2\dot{p} \\
 H &= \frac{2}{3}(C_1 + C_2) - \gamma_2 \frac{\mathbf{X}_2 : \phi}{\sigma_{VM}}
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

où  $C_1$ ,  $C_2$  et  $\gamma_2$  sont les paramètres matériau.

## 3.4 Résultats et Validation du modèle

### 3.4.1 Surface de contact et contraintes surfaciques

Dans l'histoire de la méthode semi analytique [117, 130, 157, 177], la pression de contact du contact élasto-plastique a été validée plusieurs fois par des simulations numériques éléments finis. Ainsi dans notre modèle actuel de contact roulant tractif élasto-plastique, il est nécessaire de vérifier les contraintes surfaciques et plus précisément la répartition du cisaillement ainsi que l'effet tangentiel sur la forme de la surface et la pression de contact. Tout d'abord, une comparaison entre un contact roulant tractif élastique et élasto-plastique est réalisée. Elle revient à comparer la distribution des contraintes surfaciques et la surface de contact.

A cet effet, on définit un contact roulant entre une sphère de rayon  $R = 4,7625\text{ mm}$  et un plan. Dans le cas du roulement tractif élastique, les deux corps sont élastiques. Pour le contact roulant tractif élasto-plastique, la sphère est supposée élastique et le plan élasto-plastique. Dans les deux cas, la sphère et le plan ont les mêmes propriétés élastiques. Le module de Young et le coefficient de Poisson valent respectivement  $210\text{ GPa}$  et  $0,3$ . Le roulement s'effectue suivant l'axe  $x$ . La charge normale maximale appliquée est  $W = 1150\text{ N}$  ce qui donne la pression maximale de Hertz  $P_h = 5,07\text{ GPa}$  et le rayon de la surface de contact  $a = 329\text{ }\mu\text{m}$ . Dans la suite, la force de traction longitudinale  $F_x = \beta \times \mu \times W$  avec  $\beta$  une constante qui vérifie  $0 \leq \beta \leq 1$  et  $\mu$  le coefficient de frottement. Le corps élasto-plastique est décrit par l'écroissage cinématique d'Armstrong-Frederick (eq. (3.45)). Les paramètres matériaux sont extraits des travaux de Chaise et Nélis [177]. Ils correspondent aux caractéristiques de l'acier à roulement AISI 52100. Ils sont résumés dans le tableau 3.1,  $\sigma_{y0}$  étant la limite élastique.

Tableau 3.1 – Paramètres matériau de la loi d'écroissage d'Armstrong-Frederick

$C_1$ (MPa)	$C_2$ (MPa)	$\gamma_2$	$\sigma_{y0}$ (MPa)
34,591	974,304	856	1358

La figure 3.5 représente la répartition du cisaillement surfacique normalisés par la pression maximale de Hertz  $q_\tau/P_h$  ainsi que son orientation, pour un seul passage de la charge. Le coefficient de frottement  $\mu$  vaut 0,7 et  $\beta$  vaut 0,13. Cette figure met en évidence la

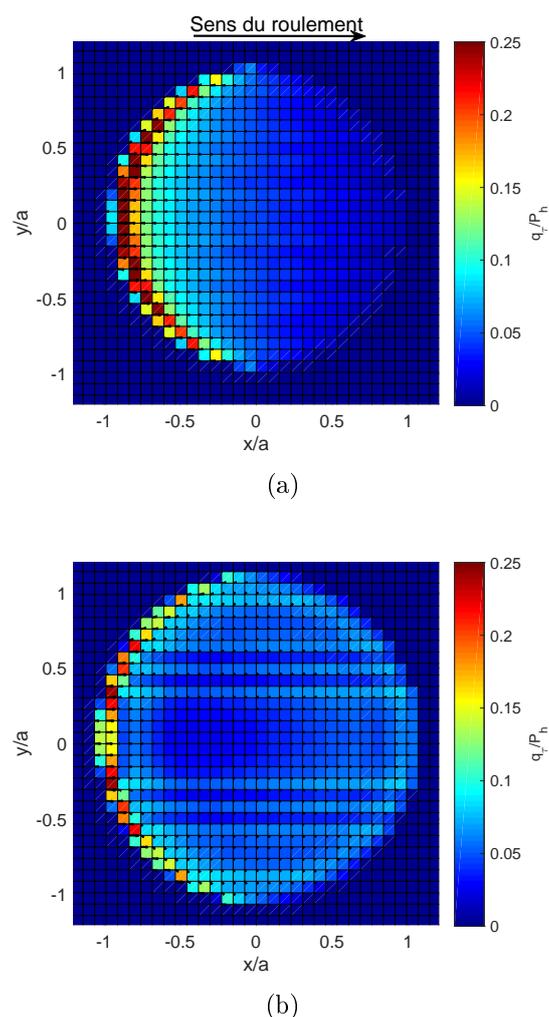


FIGURE 3.5 – Répartition du cisaillement surfacique équivalente normalisé  $q_\tau/P_h$  et son orientation dans le cas du contact (a) élastique, (b) plastique.

surface de contact et la zone de glissement et d'adhérence dans le cas du contact élastique et du contact élasto-plastique. On remarque que pour le cas élastique (figure 3.5(a)), le cisaillement est plus élevé dans la zone de glissement et diminue progressivement vers l'avant du contact. En revanche pour le cas élasto-plastique (figure 3.5(b)), on observe

une légère augmentation du cisaillement au bord de la surface de contact. Dans la zone de glissement, il est plus faible que pour le cas élastique. Ces remarques peuvent être observées sur la figure 3.6 où est représentée la pression de contact et le cisaillement suivant  $x$  normalisés au centre du contact pour le contact élastique et élasto-plastique.

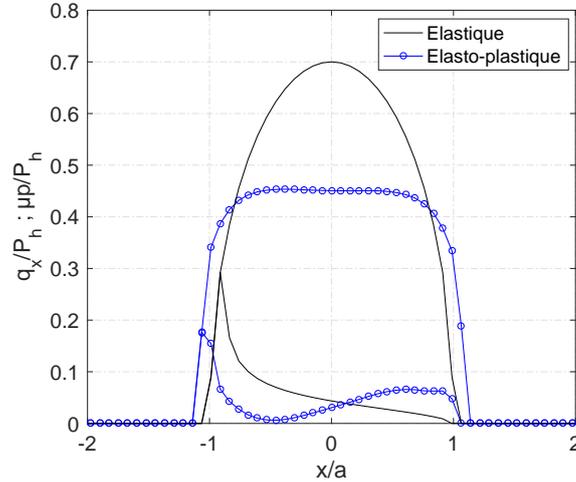


FIGURE 3.6 – Distribution du cisaillement normalisé  $q_x/P_h$  et de la pression normalisée  $\mu p/P_h$  dans le plan  $y = 0$  pour le contact élastique et élasto-plastique

### 3.4.2 Comparaison avec un modèle éléments finis

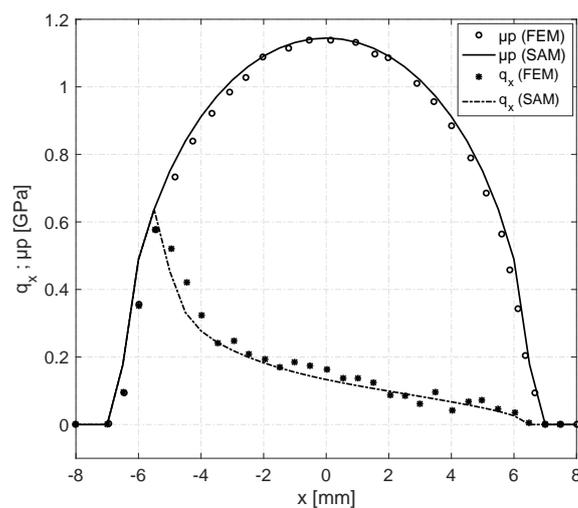
Nous proposons ici de comparer les résultats du modèle semi-analytique actuel du contact roulant tractif élasto-plastique à ceux d'un modèle éléments finis. Ce dernier a été présenté tout récemment par Wei et al. [176]. Dans leurs travaux, les auteurs considèrent deux cylindres de rayon  $0,2\text{ m}$  et d'axes perpendiculaires roulant l'un sur l'autre. Dans leur modèle, les deux corps en contact sont élastiques linéaires, et sont décrits par un écrouissage cinématique linéaire dont la variable d'écrouissage est définie par,

$$d\mathbf{X} = \frac{2}{3}C_0 d\varepsilon_{pl}, \quad \text{avec} \quad C_0 = \frac{EE_T}{E_T - E} \quad (3.46)$$

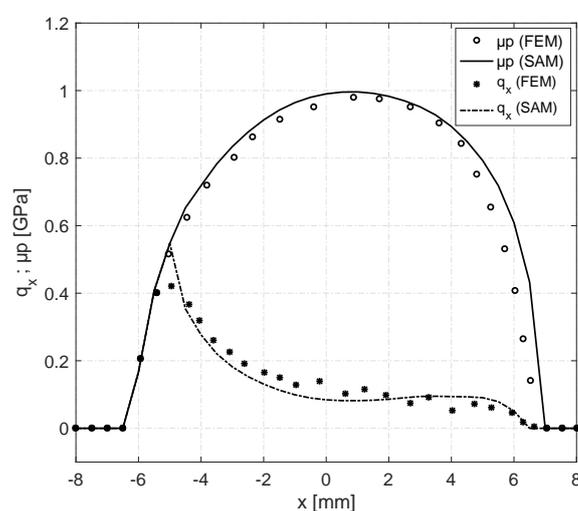
pour le contact élasto-plastique. Les paramètres de la simulation sont résumés dans le tableau 3.2. Dans la simulation élastique comme élasto-plastique, la valeur des charges normales et tangentielles sont les mêmes. En régime stationnaire de roulement, la force tangentielle est  $F_x = 0,023\mu W$ . La taille du maillage en surface est de  $0,5 \times 0,5\text{ mm}$ . La figure 3.7 présente une comparaison entre les résultats d'une simulation via SAM et FEM issus de [176] pour un roulement élastique et élasto-plastique. Dans l'ensemble, on observe une bonne corrélation entre la distribution de pression et de cisaillement d'un point de vu profil et valeur maximale. Pour la solution élastique (figure 3.7(a)), la largeur de la

Tableau 3.2 – Paramètres de simulation du modèle EF de Wei et al. [176]

Paramètres	Valeurs
Module de Young $E$ (GPa)	210
Coefficient de Poisson $\nu$	0,3
Limite élastique $\sigma_{y0}$ (MPa)	900
Module tangent $E_T$ (GPa)	21
Effort normal $W$ (kN)	200
Coefficient de frottement $\mu$	0,5



(a)



(b)

FIGURE 3.7 – Représentation de la pression de contact  $\mu p$  et du cisaillement longitudinal  $q_x$  dans le plan  $y = 0$  d'une simulation SAM comparée avec des résultats FEM issues de [176]. (a) Solution élastique, (b) Solution plastique.

zone de contact est la même ainsi que la pression maximale (qui avoisine  $1,14 \text{ GPa}$ ) et le profil du cisaillement. Cependant, on observe de légères différences pour les résultats élasto-plastiques (figure 3.7(b)). Des petites différences sont également observées sur les valeurs de cisaillement entre les deux méthodes d'analyse en particulier sur les tailles d'adhérence et de glissement. Le temps CPU de la simulation effectué par le modèle actuel SAM est de  $538 \text{ s}$  pour le problème élasto-plastique et  $3,3 \text{ s}$  pour le problème élastique. Malheureusement, les auteurs (Wei et al. [176]) de la méthode par éléments finis n'ont pas précisé leur temps de calcul.

### 3.4.3 Loi d'écroissage

Cette section fait suite au problème décrit à la section 3.4.1. En plus de la simulation avec la loi d'écroissage cinématique, on effectue une seconde simulation avec la loi de Swift (eq. (3.44)) toujours pour un seul passage du chargement. La taille du maillage est fixée à  $25 \mu\text{m}$  dans les trois directions. Les paramètres de la loi de Swift pour l'acier décrit dans la section 3.4.1 sont donnés dans le tableau 3.3 [177]. La figure 3.8 montre une comparaison

Tableau 3.3 – Paramètres matériau de la loi d'écroissage Swift

$B$ (MPa)	$C$	$n$
945	20	0,121

entre une simulation avec la loi d'écroissage cinématique et la loi d'écroissage isotrope pour un seul passage de la charge. On ne remarque pas de différence entre les distributions

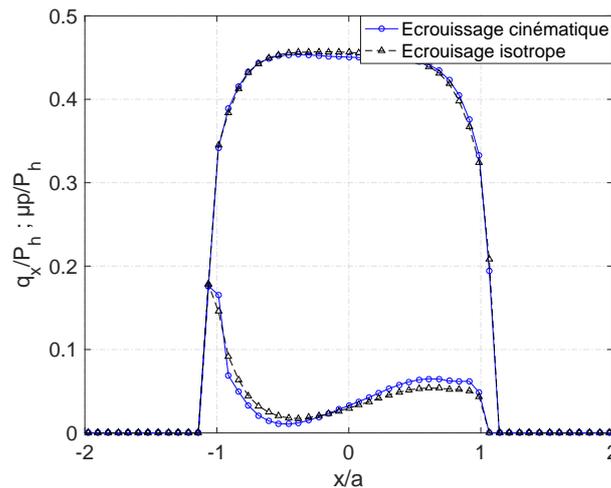


FIGURE 3.8 – Distribution de la pression de contact normalisée  $\mu p/P_h$  et du cisaillement surfacique longitudinal normalisé  $q_x/P_h$  pour la loi d'écroissage cinématique (Armstrong-Frederick) et isotrope (Swift).

de pression et le cisaillement. Comme l'a mentionné Chaise et Nélías [177], la différence

entre les comportements d'écroûissage sont plus observés au cours de la décharge qu'au moment du chargement.

## 3.5 Études paramétriques

Afin d'estimer la précision et d'affiner les résultats du modèle actuel, une étude paramétrique est menée sur les paramètres de calcul susceptibles d'impacter les champs en surface comme en profondeur.

### 3.5.1 Contraintes surfaciques

#### 3.5.1.1 Paramètres liés à l'effort tangentiel

Cette section a pour but de démontrer l'effet de l'effort tangentiel longitudinal sur la distribution des contraintes surfaciques ainsi que sur la zone de glissement et d'adhérence. On augmente tout d'abord  $F_x$  en agissant sur  $\beta$  (c'est-à-dire le rapport  $F_x/\mu W$ ) puis on étudie les effets du coefficient de frottement. Seule la loi d'écroûissage cinématique d'Armstrong-Frederick est utilisée avec la limite d'élasticité fixée à  $\sigma_{y0} = 1358 \text{ MPa}$ . Les paramètres matériau de la section 3.4.1 sont conservés.

##### 3.5.1.1.1 Effet du rapport $\beta$

L'augmentation du rapport  $\beta$  implique l'augmentation de l'effort tangentiel longitudinal si le coefficient de frottement  $\mu$  et la charge normale  $W$  sont fixes. Pour cette simulation, le coefficient de frottement est fixée à  $\mu = 0,5$ . L'effort normal maximal est  $W = 1150 \text{ N}$ . La taille des mailles dans les directions  $x$ ,  $y$ , et  $z$  est fixées à  $50 \times 50 \times 25 \mu\text{m}$ . Les contraintes de cisaillement normalisé  $q_x/P_h$  et la distribution de la pression de contact normalisée  $\mu p/P_h$  sont présentées sur la figure 3.9. Sur la figure 3.9(a) qui présente les résultats de la modélisation élasto-plastique, on observe une diminution maximale d'environ 4% de la pression maximale lorsque  $\beta$  augmente. En revanche, dans le cas du roulement élastique présentés sur la figure 3.9(b), la variation de  $\beta$  n'a pas d'influence visible sur la pression de contact.

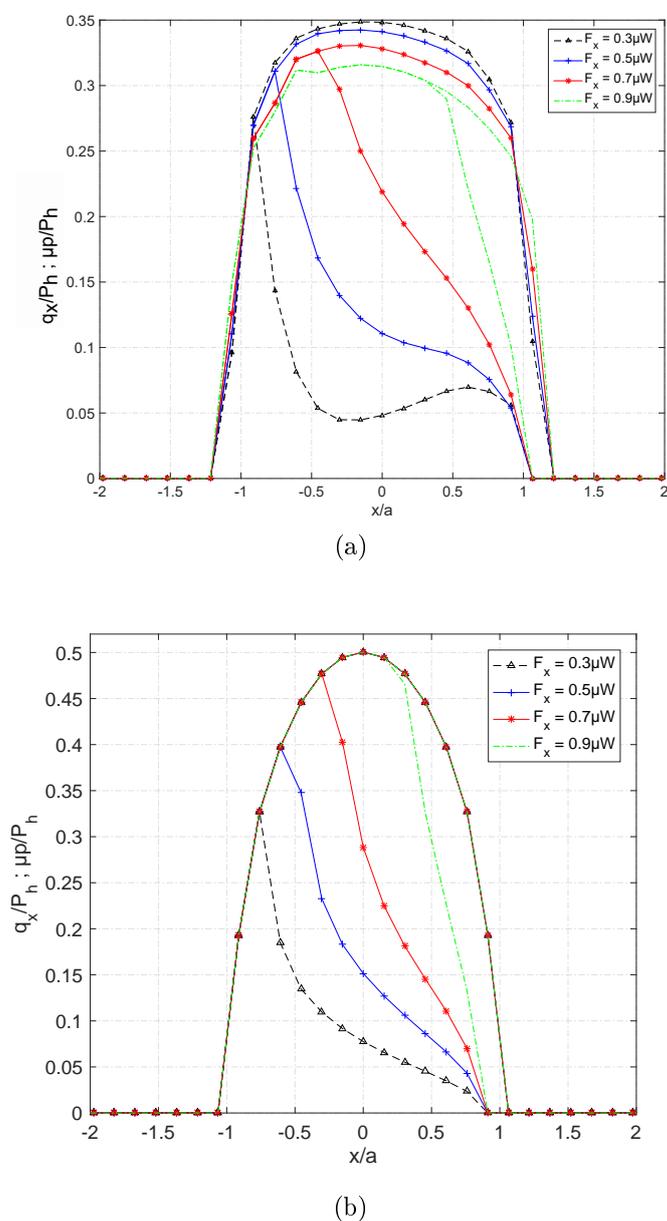
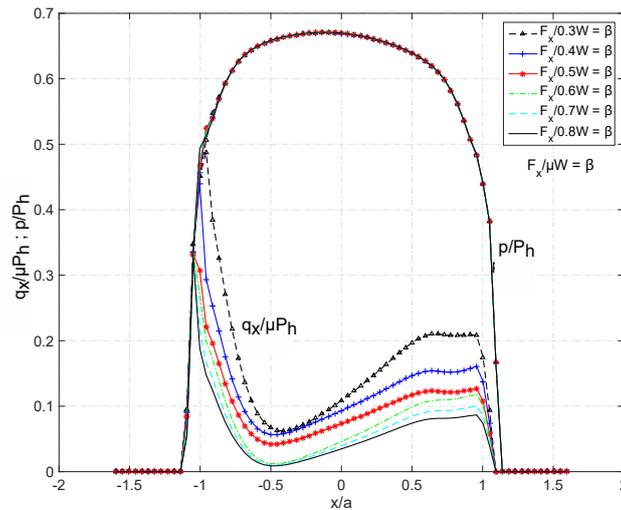


FIGURE 3.9 – Distribution de la pression de contact normalisé  $\mu p/P_h$  et du cisaillement longitudinal  $q_x/P_h$  dans le plan  $y = 0$  pour différentes valeurs du rapport  $\beta$ . (a) Solution plastique, (b) Solution élastique.

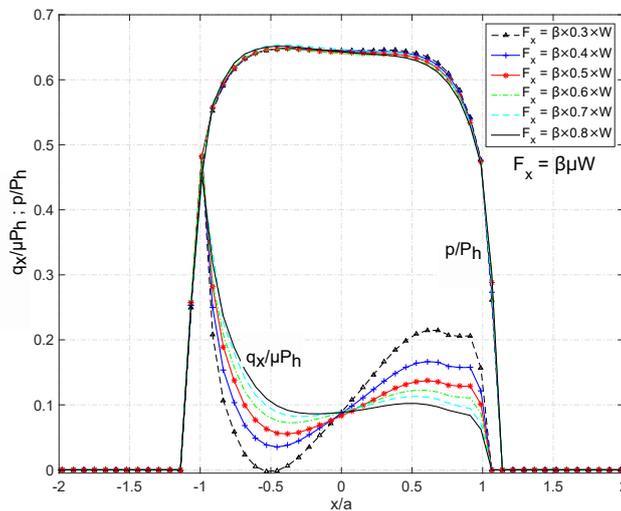
### 3.5.1.1.2 Effet du coefficient de frottement $\mu$

Le coefficient de frottement est augmenté pour montrer l'effet sur la traction de cisaillement et l'influence sur la zone de d'adhérence et de glissement. La figure 3.10(a) montre le cas où la force tangentielle dans la direction  $x$  est fixe ( $F_x = 103.5 N$ ). Donc  $\beta$  varie légèrement quand  $\mu$  est augmenté. La figure 3.10(a) montre que dans la zone d'adhérence et pour chacune des valeurs des coefficients de frottement, les contraintes de cisaillement normalisées ( $q_x/\mu P_h$ ) sont diminuées. La différence est également observée dans la zone de glissement. La zone de glissement a diminué au profit de la zone d'adhérence qui augmente. Cette différence n'est pas observée sur la forme de la distribution de pression lorsque  $\mu$  augmente.

En revanche, la figure 3.10(b) montre un léger changement sur la distribution de pression quand  $\mu$  augmente avec la force tangentielle tractive  $F_x$ . Ici,  $\beta$  est fixé à 0,24. Sur cette figure, la différence entre les contraintes de cisaillement normalisées ( $q_x/\mu P_h$ ) dans la zone de d'adhérence est clairement démontrée. Avec la même limite élastique, l'augmentation du coefficient de frottement avec l'effort tangentiel tractif implique la variation du cisaillement normalisé ( $q_x/\mu P_h$ ) en avant de la zone d'adhérence et une légère influence sur la pression maximale.



(a)



(b)

FIGURE 3.10 – Distribution du cisaillement normalisé  $q_x/\mu P_h$  et de la pression de contact normalisée  $p/P_h$  dans le plan  $y = 0$  (a)  $F_x = 103.5N$ ,  $\beta$  varie avec  $\mu$ , (b)  $\beta = 0.24$ ,  $F_x$  varie avec  $\mu$

### 3.5.1.2 Influence de la limite élastique

La limite élastique étant le paramètre définissant le shakedown du matériau, elle peut avoir une influence significative sur les contraintes surfaciques d'autant plus que dans le roulement tractif, la détermination des contraintes surfaciques donne des informations sur la zone de glissement et de cisaillement ou sur le frottement en surface. Il est donc nécessaire dans le modèle élasto-plastique du roulement tractif d'intégrer l'influence de celle-ci sur les contraintes surfaciques dans le but d'avoir un aperçu sur le choix des matériaux lors de leurs conceptions. Ceci permettra surtout dans le cas de la conception

des chaussées de faire une bonne prédiction sur la dégradation en surface. D'ailleurs la chaussée est exposée aux variations climatiques et les enrobés bitumineux constituant les couches de surface de la chaussée sont très sensibles à la température, ce qui doit influencer sa limite élastique. En conséquence, une grande variation de la réponse en surface comme en sous couche est attendue.

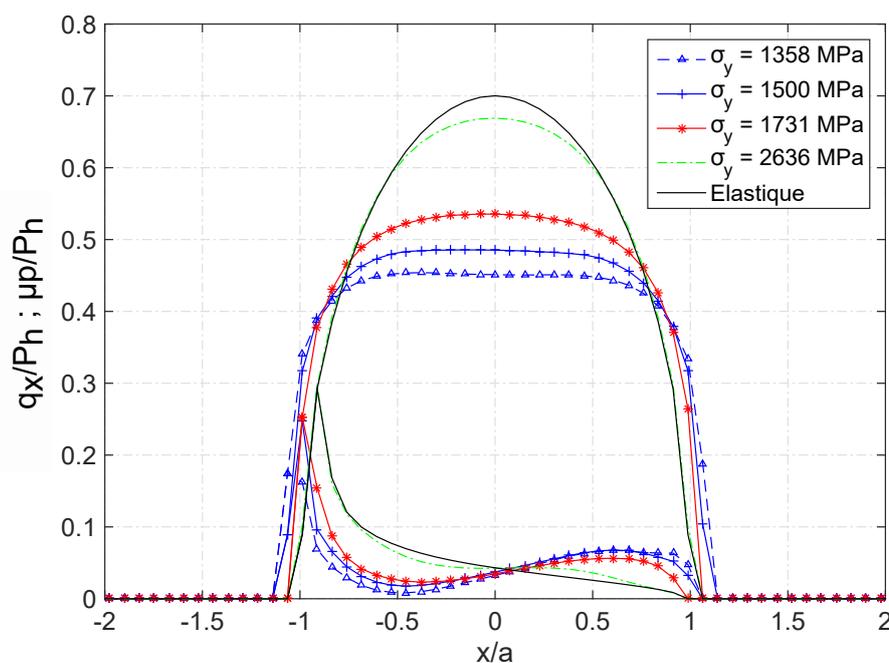


FIGURE 3.11 – Distribution du cisaillement normalisé  $q_x/P_h$  et de la pression de contact normalisée  $p/P_h$

Les effets de la limite élastique  $\sigma_y$  sur la contrainte de cisaillement en surface normalisée ( $q_x/P_h$ ) sont présentés dans la figure 3.11 pour un seul passage de la charge. La distribution de la pression de contact et du cisaillement sont représentées en augmentant les valeurs de la limite élastique avec  $\beta = 0,1$ . La loi d'écrouissage choisie est la loi cinématique d'Armstrong-Frederick avec les mêmes paramètres matériaux. Le coefficient de frottement est fixé à  $\mu = 0,7$  et la charge normale maximale à  $W = 1150 N$ . On peut remarquer bien évidemment que la limite élastique a un effet sur la distribution de pression. En effet, la pression maximale augmente avec la limite élastique jusqu'à la limite qui est le résultat élastique. Dans la zone d'adhérence, lorsque la limite élastique augmente, les contraintes de cisaillement diminuent à l'avant du contact. Ce qui permet une augmentation de la zone de glissement ainsi que du cisaillement dans cette zone.

### 3.5.2 Contraintes en sous couche

Une analyse des contraintes de von Mises  $\sigma_{VM}$  en sous couche est effectuée dans cette section. Comme dans la section précédente, l'effort tangentiel longitudinal est augmenté en agissant sur le rapport  $\beta$  et sur le coefficient de frottement  $\mu$ . La limite élastique est fixé à  $\sigma_{y0} = 1358 \text{ MPa}$  et les paramètres de la loi d'écrouissage cinématique sont les mêmes.

#### 3.5.2.1 Contraintes résiduelles

La figure 3.12 montre les contraintes de von Mises pour différentes charges tangentielles longitudinales avec un rapport  $\beta$  croissant. Le coefficient de friction est fixé à  $\mu = 0,5$ . On peut voir cela pour la valeur basse de  $\beta$  (Figure 3.12(a)). A faible charge tangentielle, les contraintes maximales sont situées bien en dessous de la surface de contact (à environ  $z = 0,6a$ ); ce qui signifie que l'effet de la pression de contact est plus important que le cisaillement. Cette zone de contrainte maximale se déplace légèrement et se rapproche de la surface si on augmente  $\beta$ . En effet, sur la figure 3.12(d) avec une valeur élevée de  $\beta$ , la zone de contrainte maximale se situe juste en dessous de la surface de contact et est localisée à environ  $x = -1,17a$  dans la zone de glissement vers le bord de la zone de contact et avoisine 25 % de la pression maximale de Hertz. Dans ce même cas, une zone de contrainte élevée peut être trouvée à l'avant de la zone de contact (environ  $x = 1,5a$ ). Ceci peut être expliqué par la contrainte de cisaillement surfacique légèrement élevée comme observé sur les figures des sections précédentes.

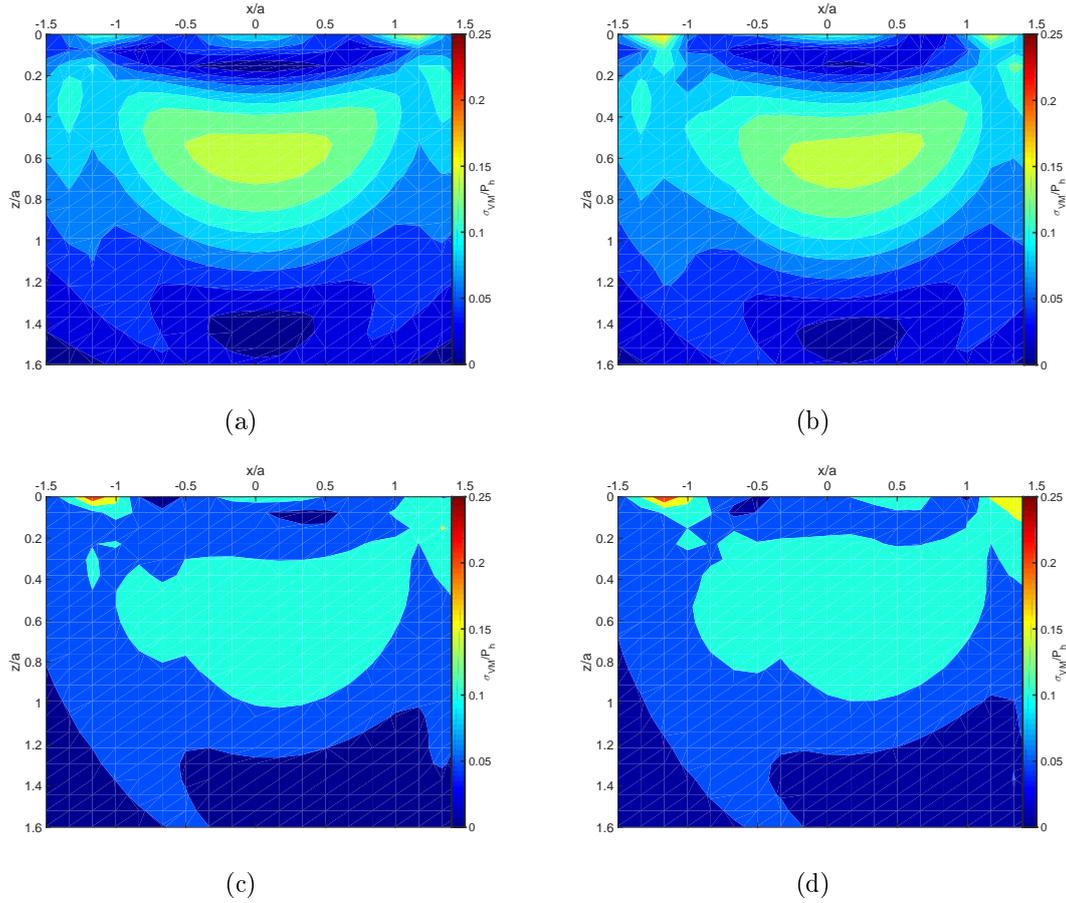


FIGURE 3.12 – Contour des contraintes résiduelles de von Mises ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan  $y = 0$  pour  $\mu = 0.5$  et différentes valeurs du rapport  $\beta$  ( $F_x = \beta\mu W$ ) ; (a)  $\beta = 0, 3$ , (b)  $\beta = 0, 5$  (c)  $\beta = 0, 7$ , (d)  $\beta = 0, 9$

La variation du coefficient de frottement  $\mu$  avec le rapport  $\beta$  fixe, implique également une variation de l'effort tangentiel longitudinal. Dans ce cas, la figure 3.13 montre les résultats de la contrainte résiduelle de von Mises avec le rapport  $\beta = 0, 24$ . Les mêmes analyses avec les résultats de la figure 3.12 peuvent être faites. Cependant, dans ce cas, l'important est l'effet du coefficient de frottement sur les contraintes résiduelles en sous couche. Pour  $\mu = 0, 9$  (figure 3.13(d)), la valeur maximale de la contrainte est localisée en surface et en arrière de la zone de contact à  $x = -1, 2a$ . Elle avoisine  $0, 25P_h$ . On peut alors conclure qu'un coefficient de frottement élevé est susceptible d'endommager la surface de la structure.

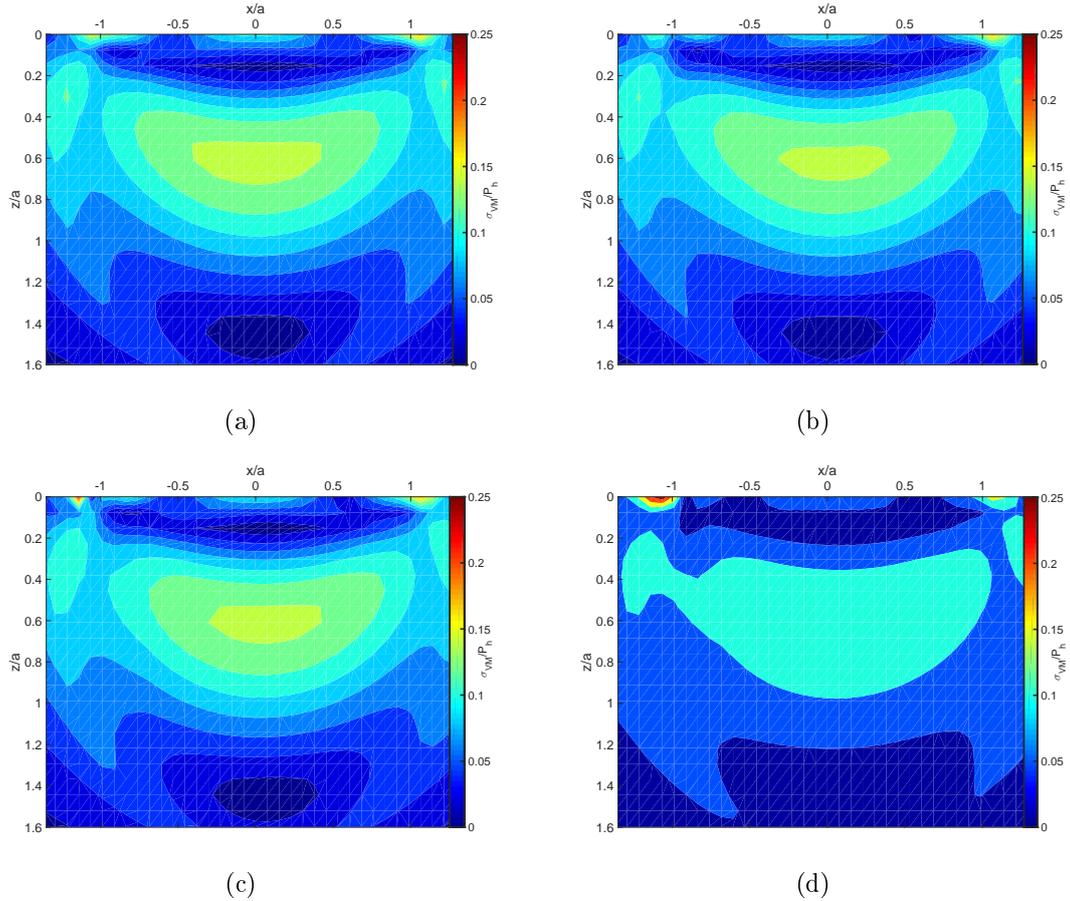


FIGURE 3.13 – Contour des contraintes résiduelles de von Mises normalisées ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan  $y = 0$  pour  $\beta = 0.24$  et avec différentes valeurs du coefficient de frottement  $\mu$  ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a)  $\mu = 0,3$ , (b)  $\mu = 0,5$  (c)  $\mu = 0,7$ , (d)  $\mu = 0,9$

### 3.5.2.2 Contraintes sous chargement

La figure 3.14 présente les contraintes normalisées de von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) sous chargement pour différentes valeurs de  $\beta$ . Comme montré dans la section 3.5.1.1.1, lorsque l'on augmente  $\beta$ , l'effort tangentiel augmente et par conséquent la valeur du cisaillement augmente tant dans la zone d'adhérence que dans la zone de glissement. Ainsi nous pouvons remarquer sur la figure 3.14 que pour la valeur élevée de  $\beta$  (figure 3.14(d)), donc pour un effort tangentiel élevé, les valeurs maximales de  $\sigma_{VM}$  sont proches de la surface. Plus précisément, le maximum qui se situe à l'arrière du contact dans la zone de glissement et avoisine  $0,6P_h$ . Ce qui implique que le cisaillement surfacique a une forte influence sur d'éventuels dommages ou déplacements tangentiels en surface de la structure. De ce qui précède, il est clair qu'au fur et à mesure que l'on augmente l'effort tangentiel (en agissant sur  $\beta$ ), la contrainte en sous couche devient de plus en plus importante et la zone de valeurs maximales se rapproche de la surface. Lorsque l'effort tangentiel est faible (fi-

gure 3.14(a)), donc le cisaillement surfacique assez faible, l'effet de la pression de contact l'emporte sur celui du cisaillement et le maximum de la contrainte se localise à  $z = 0,6a$  et n'avoisine que  $0,4P_h$ .

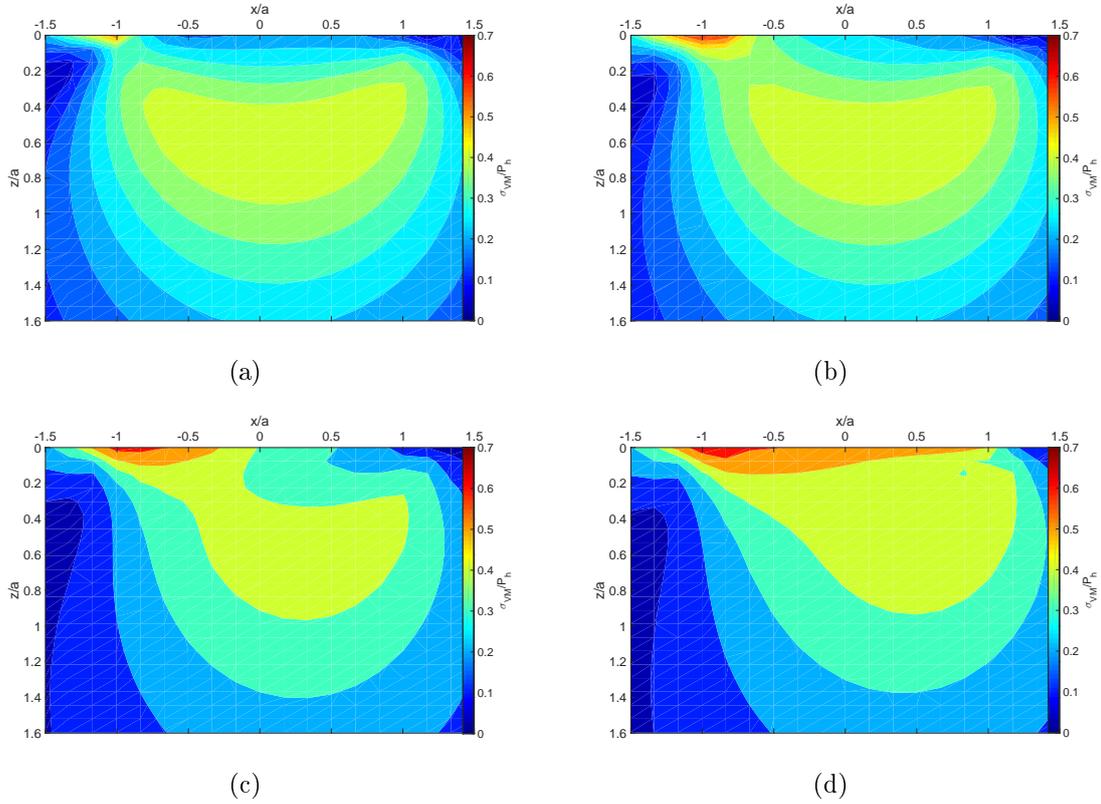


FIGURE 3.14 – Contour des contraintes de von Mises normalisées ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan  $y = 0$  pour  $\mu = 0.5$  et avec différentes valeurs de  $\beta$  ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a)  $\beta = 0,3$ , (b)  $\beta = 0,5$  (c)  $\beta = 0,7$ , (d)  $\beta = 0,9$

En faisant varier également le coefficient de frottement  $\mu$ , on observe une variation de  $\sigma_{VM}$  ( cf. figure 3.15). De même, en fixant le rapport  $\beta$  et en faisant varier le coefficient de frottement  $\mu$ , l'effort tangentiel varie légèrement. Cependant nous effectuons cette variation pour analyser plutôt l'effet du coefficient de frottement que l'effort tangentiel sur les contraintes en sous couche. Lorsque le coefficient de frottement est plus élevé (figure 3.15(d)), il est observé que le maximum de la contrainte de  $\sigma_{VM}$  est proche de la surface et plus précisément dans la zone de glissement à l'arrière du contact et avoisine  $0,7P_h$ .

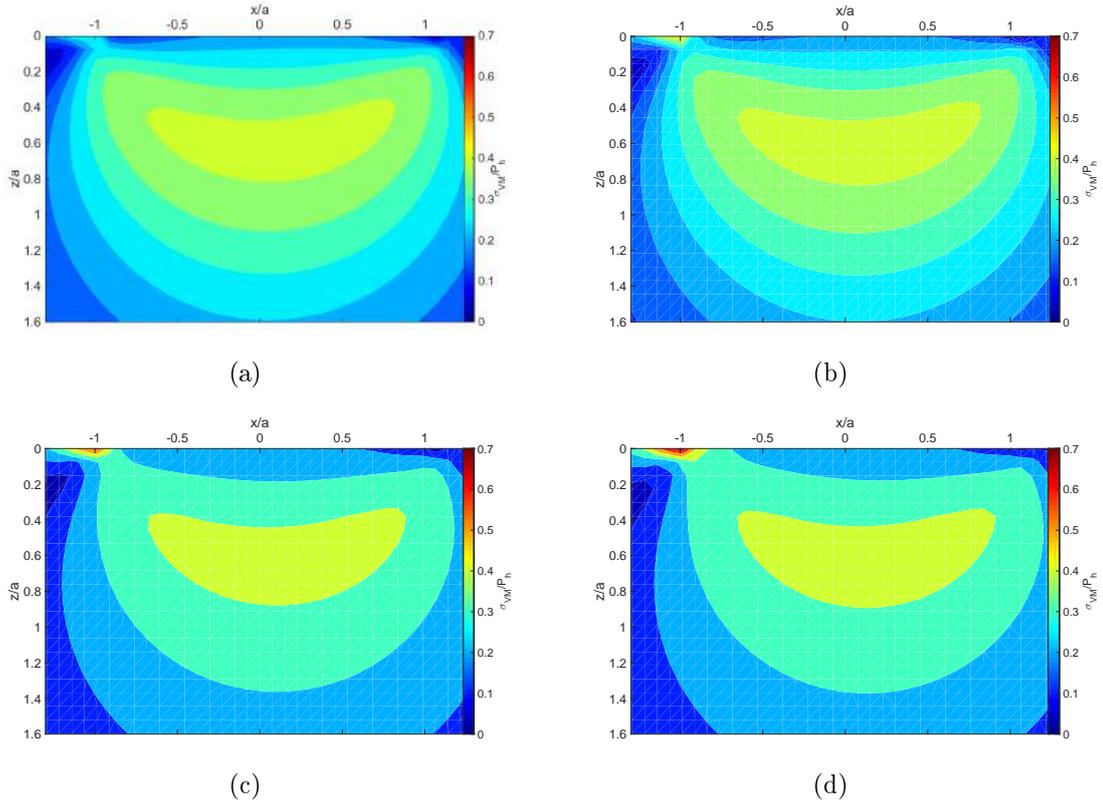


FIGURE 3.15 – Contour des contraintes de von Mises normalisées ( $\sigma_{VM}/P_h$ ) dans le plan  $y = 0$  pour  $\beta = 0.24$  et avec différentes valeurs du coefficient de frottement  $\mu$  ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a)  $\mu = 0, 3$ , (b)  $\mu = 0, 5$ , (c)  $\mu = 0, 7$ , (d)  $\mu = 0, 9$

### 3.5.3 Déformations plastiques

Dans cette section, nous allons faire varier les coefficients de frottement  $\mu$  et le rapport  $\beta$  comme dans la section précédente. On observe l'effet de ces paramètres sur la déformation plastique équivalente. On rappelle que le problème est toujours le même. La loi d'érouissage est celle d'Armstrong-Frederick avec les mêmes paramètres matériau (tableau 3.1).

#### 3.5.3.1 Effet du rapport $\beta$

Dans un premier temps nous effectuons une variation sur le rapport  $\beta$  avec le coefficient de frottement fixé à 0,5. La figure 3.16 montre les déformations plastiques équivalentes  $p$  (eq. (3.32)). La déformation augmente lorsque  $\beta$  augmente. Pour  $\beta = 0,3$  (figure 3.16(a)) la déformation maximale est de 1,91% et se situe à  $z = 0,5a$ . Elle est de 2,02% pour  $\beta = 0,5$  (figure 3.16(b)). Par contre pour  $\beta = 0,7$  (figure 3.16(c)) et  $\beta = 0,9$  (figure 3.16(d)) la zone de déformation maximale est plus proche de la surface et se trouve dans la zone de glissement. Les valeurs maximales sont respectivement de

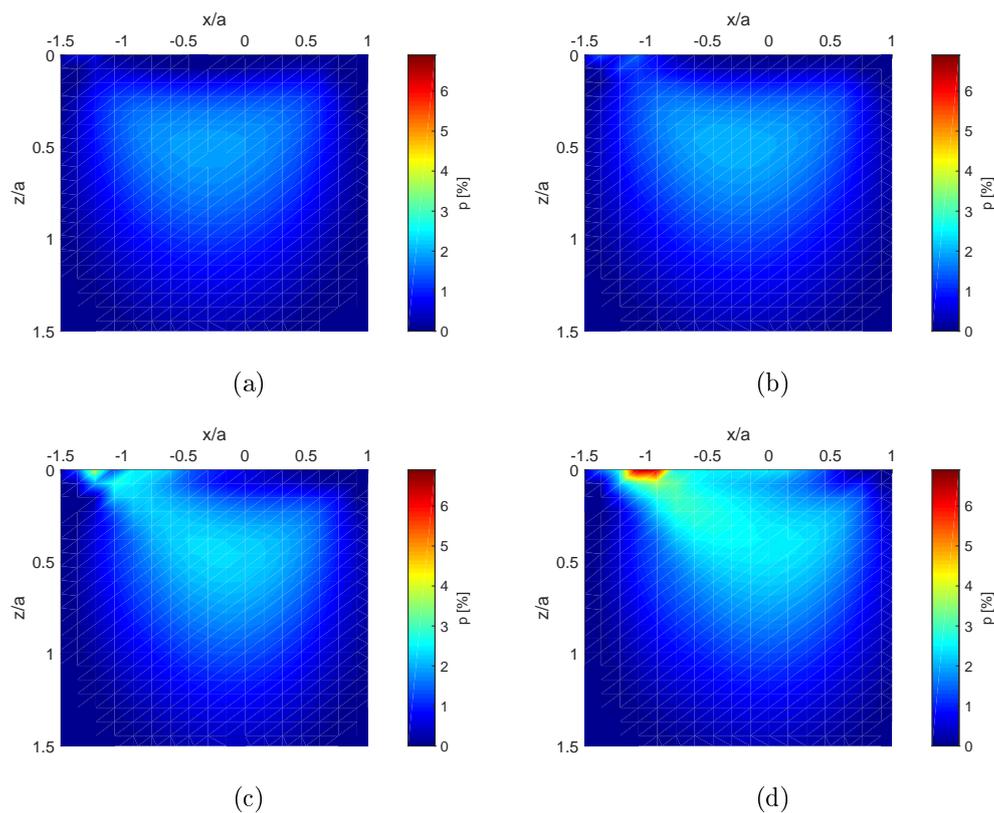


FIGURE 3.16 – Contour des déformations plastiques équivalente ( $p$ ) dans le plan  $y = 0$  pour  $\mu = 0.5$  et avec différentes valeurs de  $\beta$  ( $F_x = \beta\mu W$ ) ; (a)  $\beta = 0,3$ , (b)  $\beta = 0,5$  (c)  $\beta = 0,7$ , (d)  $\beta = 0,9$

3,95 % et 6,84 %. Une observation de l'évolution de ces chiffres montre une augmentation exponentielle de la déformation maximale en fonction du rapport  $\beta$ . Ceci est illustré sur la figure 3.17.

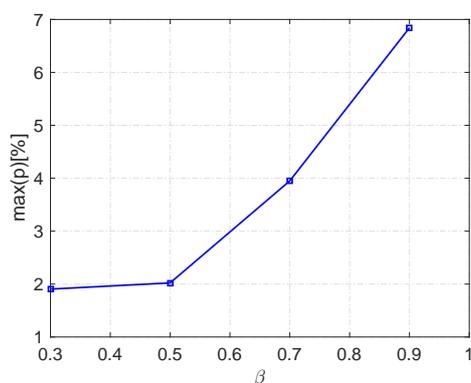


FIGURE 3.17 – Évolution de la déformation plastique maximale en fonction de  $\beta$

### 3.5.3.2 Effet du coefficient de frottement $\mu$

Augmentons à présent le coefficient de frottement  $\mu$ . Son effet sur la déformation plastique est illustré sur la figure 3.18 où le rapport  $\beta = 0,24$ . Sur ces figures, on observe une stabilité de l'évolution de la zone plastique maximale qui se situe à environ  $z = 0,5a$  lorsque le coefficient de frottement augmente. Dans ces zones, la valeur maximale de la déformation plastique est d'environ 1,9 %. Ce n'est que sur la figure 3.18(d) où  $\mu = 0,9$  que la zone de forte concentration de déformation plastique se situe presque en surface et dans la zone de glissement. Celle-ci avoisine 4,96 %. Il est important de noter que  $\beta$  assez faible donne un effort de traction faible où le roulement peut être supposé libre. Une éventuelle étude paramétrique est nécessaire sur les coefficients de frottement avec un effort de traction plus élevé ( $\beta$  plus important) afin de mieux décrire l'effet du coefficient de frottement sur les déformations plastiques.

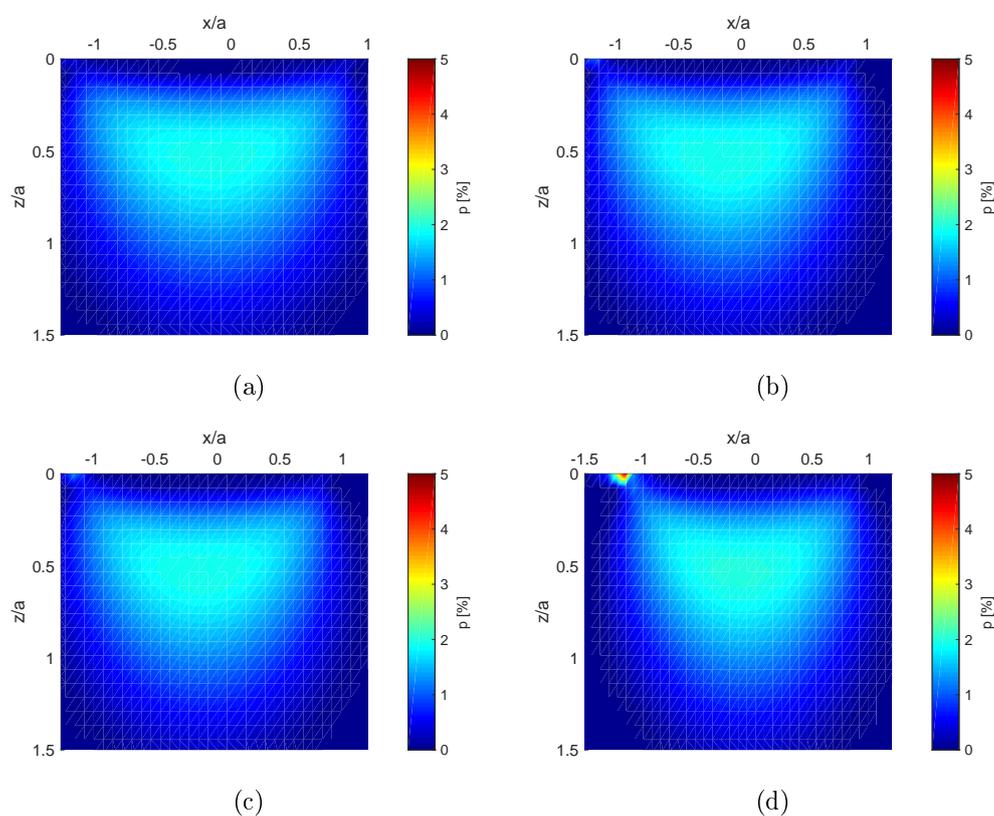


FIGURE 3.18 – Contour des déformation plastique équivalente ( $p$ ) dans le plan  $y = 0$  pour  $\beta = 0,24$  et avec différentes valeurs du coefficient de frottement  $\mu$  ( $F_x = \beta\mu W$ ); (a)  $\mu = 0,3$ , (b)  $\mu = 0,5$ , (c)  $\mu = 0,7$ , (d)  $\mu = 0,9$

## 3.6 Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre un modèle numérique de contact roulant tractif élasto-plastique en régime stationnaire basé sur la méthode semi-analytique (SAM). Une comparaison a été faite avec des résultats éléments finis (FEM) présentés dans les travaux de Wei et al. [176]. Les diverses analyses faites dans ce chapitre conduisent aux conclusions suivantes :

- L'augmentation de l'effort tangentiel longitudinal (augmentation de  $\beta$ ) a un effet considérable simultanément sur la contrainte de cisaillement surfacique et la distribution de la pression de contact et laisse apparaître la variation de la zone de d'adhérence/glissement.
- Le coefficient de frottement a un effet assez important sur la distribution des contraintes de cisaillement surfacique non seulement sur les valeurs et la taille de la zone de glissement, mais aussi sur le profil dans la zone d'adhérence (qui soit diminue, soit augmente).
- Bien que la variation de la limite élastique influe après chargement, la surface de contact, le profil de distribution de pression et la valeur maximale diminue par rapport au contact élastique, entraînant une légère variation de la distribution de la contrainte de cisaillement dans la zone d'adhérence.
- La contrainte résiduelle de von Mises permet de montrer l'impact de l'effort de traction dans le demi-espace si on fait varier le rapport  $\beta$ . On note aussi l'influence du coefficient de frottement  $\mu$  sur la contrainte résiduelle de von Mises. Les résultats ont montré également l'évolution des zones de contraintes maximales en fonction des variations de  $\beta$  et  $\mu$ . On a pu vérifier de même l'influence de ces paramètres sur la contrainte équivalente de von Mises sous chargement et sur la déformation plastique équivalente.

Le but de ce travail de doctorat étant de modéliser les dégradations des chaussées en surface, ce chapitre, en plus du précédent, ont reposé sur une étude académique en vue de la validation du modèle numérique choisi pour arriver à la construction de l'outil numérique nécessaire. Ainsi, en attendant le développement d'autres modèles prenant en compte l'aspect général du comportement des matériaux bitumineux (notamment le comportement thermo-viscoélastique pour l'étude de la fissuration et thermo-viscoplastique pour l'étude de l'orniérage) nous présentons dans les chapitres suivants les premières applications au contact pneu-chaussée. La modélisation du contact roulant pneu-chaussée doit permettre de quantifier de manière plus précise l'impact du pneu sur la réponse mécanique de la chaussée.

**Chapitre 4 :**

**Contact Pneu/Chaussée : Modélisation  
numérique par la méthode  
semi-analytique**

## 4.1 Introduction

Pour étudier les dégradations des couches de surface, il est nécessaire de connaître la pression réelle générée par le pneumatique sur le revêtement. Contrairement au contact réel, généralement cette distribution de pression de contact est souvent idéalisée dans les modèles actuels par une distribution uniforme de pression afin de simplifier la modélisation du contact. La pression de contact peut être mesurée à l'aide de divers dispositifs expérimentaux tels que des capteurs de pression tri-axiaux [70] ou des capteurs résistifs [181]. Toutefois, ces techniques de mesure sont coûteuses et demandent beaucoup de temps. La performance de la mesure dépend de la taille et de la résolution et de l'intervalle spatial des capteurs de mesure dans la zone de contact. Pendant les mesures, il est difficile de considérer tout le chargement en raison de la complexité de leur conception. Par conséquent, l'élaboration d'une approche théorique pour simuler une interaction plus réaliste avec la chaussée et le pneu présenterait des avantages importants. La simulation doit permettre de montrer les distributions des pressions de contact sous différentes charges et pressions de gonflage. Du point de vue de la conception de la chaussée, la simulation sera plus rapide que les méthodes réelles utilisées dans certains modèles. Pour cela, la méthode semi-analytique (SAM) détaillée au chapitre 2 pour un problème élastique puis poursuivie au chapitre 3 pour un problème élasto-plastique est utilisée dans ce chapitre pour calculer les contraintes surfaciques tridimensionnelles issues du contact pneu-chaussée.

Les contraintes verticales sont souvent supposées circulaires uniformes (généralement égales ou légèrement inférieures à la pression de gonflage des pneus) pour la modélisation de l'état de contrainte à l'interface pneu/chaussée. Cependant, les méthodes traditionnelles d'analyse de la chaussée supposent que la pression de contact est la même que la pression de gonflage des pneus et qu'elle est uniformément répartie sur une zone de contact circulaire. De plus elle est considérée comme agissant dans la seule direction verticale. En fait, il a été reconnu que la zone de contact de la chaussée n'est pas circulaire et que la pression de contact n'est ni uniforme ni égale à la pression de gonflage des pneus [25]. Néanmoins l'étude numérique du contact pneu/chaussée ou de l'interaction pneu-chaussée a été effectuée par quelques chercheurs [73, 76, 155] et souvent basées sur des méthodes par éléments finis.

Comme décrit au chapitre 2, en contact normal comme tangentiel, la méthode semi analytique utilise des solutions analytiques élémentaires des déplacements et des contraintes dues à la charge unitaire normale (pression) ou tangentielle (cisaillement) sous les coefficients d'influence ou à la forme de Green. Dans le cas du problème de contact élastique,

ces solutions analytiques sont connues sous le nom de solution de Boussinesq, Cerruti ou Love. Ensuite, la méthode du gradient conjugué (CGM) [115] et la transformée rapide de Fourier (FFT) sont utilisées pour générer des résultats numériques. Le modèle présenté dans ce chapitre exige une géométrie exacte du pneu et un module de Young équivalent. Ainsi, afin d'aborder la distribution réelle de la pression de contact, la méthode semi analytique est associée à la technique de la photogrammétrie qui permet d'obtenir le profil réel du pneumatique nécessaire pour les calculs semi-analytiques.

## 4.2 Description

Dans le cas du déplacement d'un poids lourd (PL) sur une chaussée, le mouvement est assuré par le roulement du pneu qui supporte toute la charge (effort normal) sur la chaussée. Ainsi, en fonction de la morphologie de la chaussée et des consignes de la route, il peut y avoir une accélération ou un freinage (effort tangentiel dans la direction du déplacement). Ensuite, en fonction des points singuliers (rond point, virage) éventuels, existants sur une route, il y a un changement de direction faisant intervenir des effets dans la direction transversale (effort latéral). Un pneu de PL peut alors être soumis à la fois à un effort normal, un longitudinal (dans la direction du roulement) ainsi qu'un effort tangentiel latéral. Ceci est illustré sur la figure 4.1.

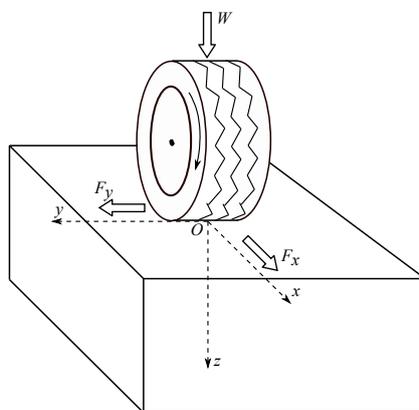


FIGURE 4.1 – Contact roulant pneu/chaussée

Dans la résolution numérique du problème de contact roulant, la formation du contact est décrite par le problème normal (cf. chapitre 2) par application d'une charge normale. L'accélération, le freinage ainsi que le virage sont décrits par des efforts tangentiels en présence du frottement de Coulomb ainsi que la considération des pseudo-glissements. Utilisant la méthode semi-analytique, les hypothèses de cette dernière (décrits au chapitre 1) sont utilisées. La chaussée est donc considérée comme un espace semi infini. En

entrée du code semi-analytique, il est également nécessaire de définir les paramètres des corps en contact énumérés selon les points suivant :

- leurs propriétés élastiques ( $E, \nu$ ),
- leurs comportement et aspect (élastique, élasto-plastique, isotrope...),
- leurs géométries.

Ainsi, dans le but d’avoir une modélisation réelle des contraintes surfaciques générées par le contact pneu-chaussée il faut estimer une géométrie de pneu la plus proche de la réalité et ses propriétés élastiques. Ces dernières sont primordiales compte tenu du comportement complexe d’un pneumatique en matériau caoutchouteux souvent objet d’étude chez les constructeurs de pneu.

## 4.3 Caractérisation du pneu

### 4.3.1 Modélisation des propriétés élastiques du pneu

Il s’agit ici d’estimer les propriétés élastiques mécanique du pneu. Tout d’abord, notons que ceci fait l’objet d’étude portant sur la conception du pneumatique. Ainsi, la première formule adoptée par le TRA (Tire and Rim Association) permettant de définir la capacité d’un pneu de véhicule à supporter les charges à une pression donnée a été proposée par le mathématicien C. G. Hoover en 1930 [182]. Cette formule a été améliorée plus tard pour prendre plusieurs formes empiriques. Afin de déterminer la rigidité du pneu en tenant compte de tous les paramètres contribuant, Koutny [183] a utilisé un modèle thermodynamique. Dans son modèle, il considère la pression de gonflage du pneu comme un composant primaire de la propriété élastique du pneu. Dans cette perspective, certains chercheurs du secteur industriel parviennent généralement à conclure que la rigidité du pneus dépend en premier lieu de la pression de gonflage du pneu ainsi que de ses dimensions. Padula [182] a donc précisé que la structure du pneu ne compte qu’environ 10 à 15 % de la rigidité effective de celui-ci. Padula [182] a ensuite approuvé avec une extension de la méthode de Koutny [183] par Rhyne [184] que cette dernière peut être utilisée pour la détermination de la rigidité verticale du pneu et ainsi mener au calcul de la déflexion de ce dernier. Afin de calculer la déflexion du pneu, Padula [182] a utilisé une relation linéaire entre la charge normale et cette dernière ( $d = \frac{L}{K_Z}$ ,  $L$  étant la charge normale), dans laquelle il définit la rigidité tangente verticale  $K_Z$  du pneu. En effet, après avoir observé des courbes expérimentales (figure 4.2) donnant la charge normale en fonction de la déflexion ( $d$ ) du pneu à différentes pression de gonflage, il remarque que ces dernières

ne sont pas linéaires. Ainsi, afin de pouvoir définir une relation linéaire entre  $d$  et  $L$  il utilise la pente de la courbe qu'il nomme la rigidité tangentielle  $K_Z$ .

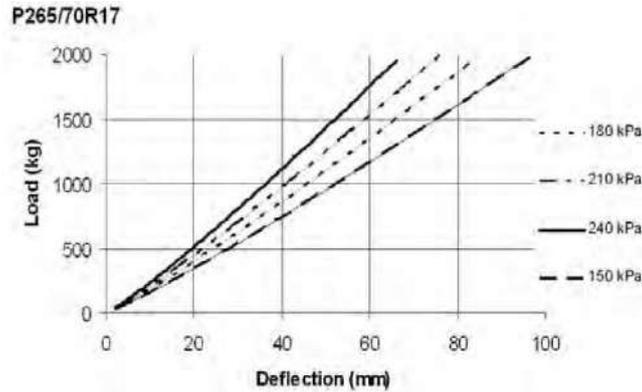


FIGURE 4.2 – Charge normale en fonction de la déflexion pour différentes pressions de gonflage issu de Padula [182]

Afin de prendre en compte cette non linéarité dans notre modèle, nous allons opérer de la même la façon. Des essais de compression sur les pneus utilisés ici sont effectués à différentes pressions de gonflage pour choisir le modèle de force-déflexion le mieux adapté. En effet, vu que la surface de contact varie en fonction de la charge, il s'agit alors d'un problème de contact où doit nécessairement intervenir la mécanique du contact. D'ailleurs, les travaux de Hertz ont montrés que les problèmes de contact mécanique sont loins d'être linéaires. Il convient alors de choisir un modèle de force-déflexion issu des relations de mécanique du contact. Le pneu pouvant être assimilé à un cylindre, nous allons choisir un modèle du contact linéique. Pour la simplicité numérique le choix est porté sur le modèle de Lankarani et Nikravesch [185] qui est basé sur le modèle de Hertz pour un contact sphérique. L'expression de la force de ce modèle est donnée par l'équation (4.1).

$$F = k\delta^n, \quad (4.1)$$

où  $\delta$  est le rapprochement de corps rigide (déflexion du pneu). L'exposant  $n$  est compris entre 1.0 et 1.5 [186]. La rigidité du contact  $k$  est donné par l'équation (4.2).

$$k = \frac{4}{3}E^*R^{1/2}, \quad (4.2)$$

où  $R$  est le rayon équivalent des deux cylindres en contact et  $E^*$  est donnée par l'équation (4.3),

$$E^* = \left[ \frac{1}{\pi} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{-1} \quad (4.3)$$

où  $(E_i, \nu_i)$  correspond au module de Young et coefficient de Poisson des deux corps en contact.

Il nous faut donc retrouver la valeur de  $k$  qui convient pour chaque pression de gonflage du pneu. Ainsi, sur une presse électromécanique nous effectuons un essai de compression sur pneu. Le pneu est en contact avec une plaque en acier rigide supposée indéformable. La photo de la figure 4.3 permet d'illustrer la manipulation effectuée au cours de l'essai. Cet essai nous permet de récupérer la déflexion du pneu en fonction de la charge appliquée. Comme l'a relevé Padula [182] (figure 4.2), au cours de l'essai, on remarque que la rigidité du pneu varie selon la pression de gonflage du pneu. On observe bien ceci par le décalage entre les courbes de force-déflexion (figure 4.2) pour chaque pression de gonflage. Ainsi, notre essai est effectué à différentes pressions de gonflage du pneu afin de trouver la rigidité de ce dernier pour différentes pressions de gonflage.



FIGURE 4.3 – Essai de compression sur Pneu

Au cours de l'essai, la pression de gonflage du pneu est mesurée avant et après chaque chargement. On constate que la pression reste quasi invariable. Nous supposons alors dans notre modèle le pneu incompressible en tenant compte en plus du fait que la structure du pneu est incompressible. Dans une analyse éléments finis pour la prédiction de l'éclatement du pneu Jeong [187], en se basant sur le modèle Moonley–Rivlin [188], a noté que l'hypothèse de caoutchouc incompressible est valable lorsque le paramètre de pénalité défini dans le modèle est supposé infini. Celui-ci est alors supposé par Cho et al. [188] et Jeong [187] assez grand pour permettre la stabilité de leur code éléments finis.

Utilisant l'équation (4.1) et les données expérimentales, les valeurs de  $k$  sont recherchées en ajustant le modèle et les données expérimentales à différentes pressions de gonflage. Tout d'abord, il est nécessaire de choisir l'exposant qui correspond au mieux pour notre cas et qui est conforme aux conditions du contact linéique (contact cylindrique). Ainsi, la valeur de 1,11 est choisie pour  $n$ . L'équation (4.1) devient,

$$F = k\delta^{1,11} \quad (4.4)$$

La figure 4.4 présente les courbes du modèle de force comparées aux données expérimentales. Cette figure montre que les valeurs de  $k$  calculées donnent une bonne corrélation entre les résultats. Ces valeurs de  $k$  permettent, en combinant les équations (4.2) et (4.3),

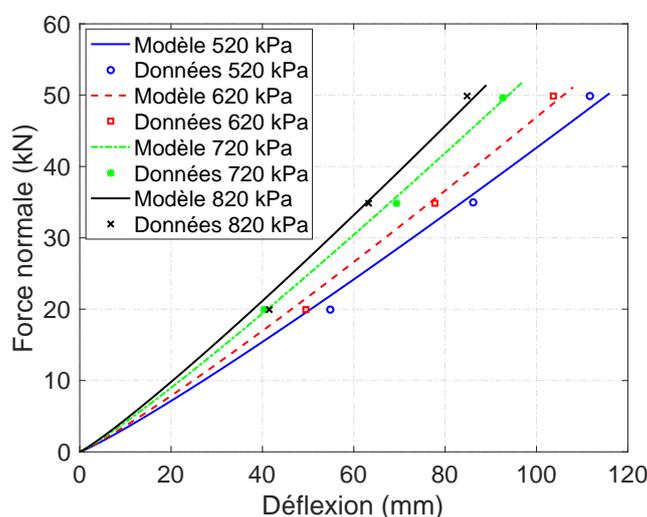


FIGURE 4.4 – Corrélation entre le modèle de force et les données expérimentales à différentes pressions de gonflage

de déterminer le module de Young du pneu tout en maintenant l'hypothèse du pneu incompressible. Comme le module de Young évolue en fonction de la pression de gonflage, on peut établir une relation analytique entre ces derniers. Ceci permet d'éviter à l'avenir un éventuel essai sur les mêmes types de pneu et une utilisation plus facile de ce modèle semi analytique. Pour le faire, nous avons choisi une fonction linéaire. Cette relation analytique est donnée par l'équation 4.5.

$$E_p = 0,0027P + 0,7 \quad (4.5)$$

où  $E_p$  est le module de Young en  $MPa$  et  $P$  la pression de gonflage du pneu en  $kPa$ . Une représentation de cette fonction est établie sur la figure 4.5 ainsi que les valeurs calculées.

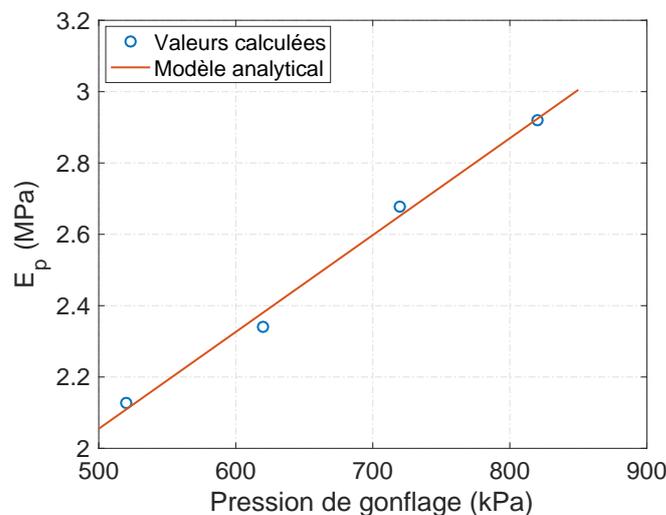


FIGURE 4.5 – Corrélation entre les valeurs calculées et le modèle analytique

### 4.3.2 Géométrie du pneu

Les contraintes surfaciques du contact pneu-chaussée sont affectées par la géométrie du pneu ainsi que celle de la chaussée. En effet, à l'échelle du centimètre, le pneu peut être assimilé à un cylindre lisse avec deux rayons de courbure latéraux, qui dépendent en partie de la pression de gonflage du pneu. Par contre, à échelle millimétrique, il est nécessaire de tenir compte des stries ou des sculptures présentes sur la surface du pneu. Ces dernières peuvent avoir forte influences sur la distribution des contraintes surfaciques. De plus, dans le modèle semi analytique, il est nécessaire d'introduire un fichier de coordonnées de type  $(x, y, z)$  pour représenter la géométrie du pneu. Ainsi, afin d'avoir un profil plus proche de la réalité du contact pneu-chaussée, nous allons le récupérer à l'aide de méthodes numériques. Pour cela, nous disposons de deux méthodes qui sont décrites dans cette section. Il s'agit de la méthode de projection des franges (FPM) et la photogrammétrie.

#### 4.3.2.1 Méthode de projection des franges (FPM)

La méthode de projection des franges est une technique optique permettant de scanner la forme extérieure des objets en 3D. Le principe de base de cette technique optique consiste à projeter un schéma de franges sur l'objet à scanner et à enregistrer l'image des franges déformées selon le relief de l'objet par un autre point de vue. En effet, un modèle de franges est généré par un ordinateur et projeté sur la surface de l'objet par un projecteur vidéo. Les franges projetées sont déformées par le relief de la surface de l'éprouvette et les images de ces franges sont enregistrées par une caméra CCD. Ces

images sont ensuite analysées pour obtenir la phase projetée. Les informations du relief de l'objet sont contenues dans cette phase. Le dispositif est illustré sur la photo de la figure 4.6. Durant le processus, l'intensité  $I$  des franges est donnée par la relation (4.6),

$$I(\theta) = I_0.(1 + \cos(\theta + \varphi)) \quad (4.6)$$

où  $\theta$  est une constante imposée et appelé décalage de phase et  $\varphi$  est la phase cherchée à chaque pixel.

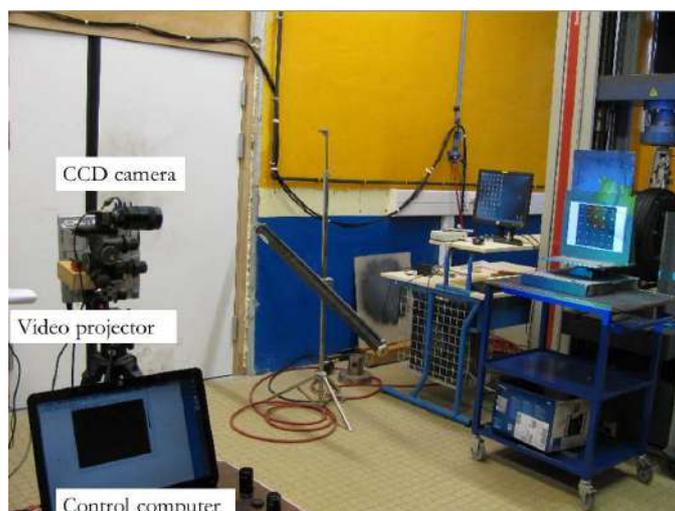


FIGURE 4.6 – Vue d'ensemble du dispositif pour la méthode de projection de franges

Il existe diverses techniques de démodulation de phase pour calculer le schéma de phase. Dans notre cas, une méthode de changement de phase est utilisée pour extraire l'ordre de phase (Leandry et al. [189]; Brémand et al. [190]) et la phase est calculée en utilisant la première fréquence de la réponse spectrale de  $I(\theta)$ ,

$$\varphi = \arctan \left( \frac{-Im(FFT(I(\theta)))_{+1}}{Re(FFT(I(\theta)))_{+1}} \right) \quad (4.7)$$

où  $Im$  et  $Re$  désignent respectivement la partie imaginaire et réelle de la FFT de  $I(\theta)$ .

Ensuite, pour une détermination absolue de la phase, une méthode de code de gris est employée en plus de l'approche de changement de phase. Les figures 4.7 montrent la disposition pendant l'essai de la technique de projection des franges, particulièrement pour la phase de calibrage. Après ce processus de calibrage, le système optique est prêt à mesurer le profil de surface dans le voisinage de la zone de calibrage. Le volume calibré est de  $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$  pour un pneu de remorque 5.2S10 se trouvant sur

l'image de la figure 4.6. Pour évaluer le relief de l'objet, ce dernier est placé dans le volume de référence. 16 images sont projetées sur sa surface (8 pour la technique de transfert de phase et 8 pour le calcul du code de gris) et sont enregistrées par une caméra CCD.

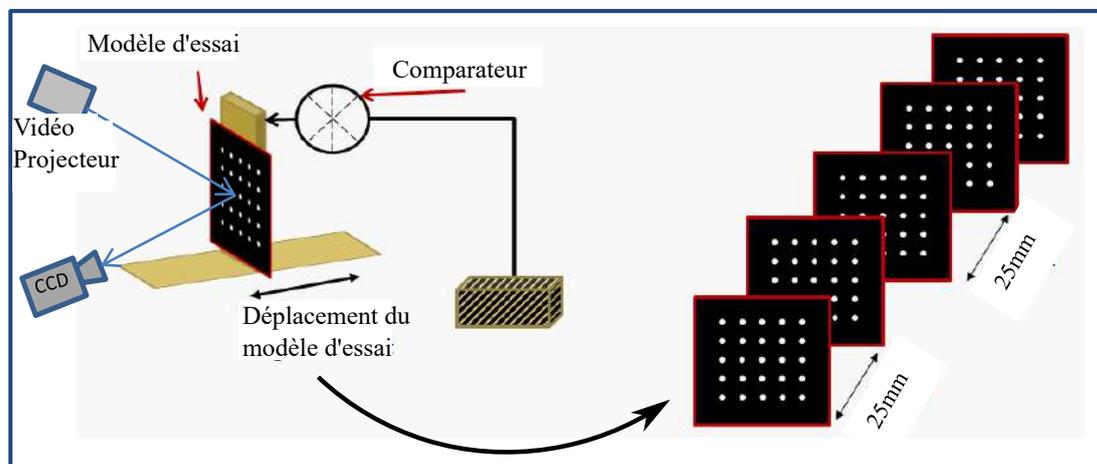


FIGURE 4.7 – Procédure de calibrage de FMP

L'extraction des données est réalisée simplement. La projection de franges donne des informations visuelles et globales à travers la carte des couleurs, mais aussi des valeurs de déplacement hors plan et ponctuel du pneu et des pressions de gonflage différentes. L'extraction de ces données permet la validation du modèle. La figure 4.8 montre les résultats obtenus en utilisant la projection des franges sur un pneu de remorque 5.2S10.



FIGURE 4.8 – Profil de pneu 5.2S10 numérisé par la méthode de projection de franges

#### 4.3.2.2 Photogrammétrie

Cette méthode consiste à prendre plusieurs clichés de l'objet à reproduire et utiliser un logiciel de traitement d'image pour l'obtention du résultat souhaité. On effectue, sur

un quart du pneu environ, une prise de plusieurs clichés représentant une zone limitée du pneu avec une zone de recouvrement d'environ 80 % pour chaque cliché. Il est nécessaire d'effectuer ces prises dans une zone de lumière contrôlée. Il est aussi important de conserver la même profondeur de champ afin de multiplier les points analogues entre les différents clichés. La figure 4.9 montre la disposition et les positionnements possibles de l'appareil photo. Ensuite un logiciel (le logiciel « Capture Reality » dans notre cas) permettant

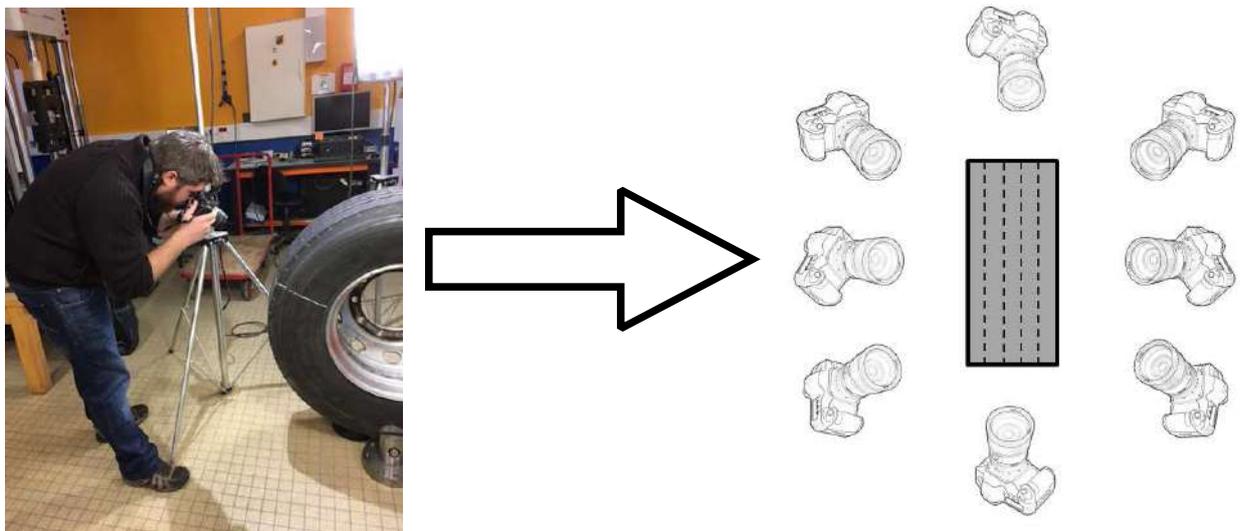


FIGURE 4.9 – Photogrammétrie : prise de clichés

de rechercher les points analogues et de reconstituer la géométrie complète du pneu est utilisé. La figure 4.10 montre le rendu et le maillage après traitement des photos avec ce logiciel. Nous avons besoin de numériser moins d'un quart du pneu afin d'avoir une reconstitution correcte. La procédure est résumée selon les étapes suivantes :

Étape 1: Recherche de points analogues,

Étape 2: Calcul de la position et de l'orientation des prises de vues,

Étape 3: Édition du nuage de points lacunaire (uniquement les points analogues),

Étape 4: Saisie d'un masque : isolement de l'objet d'étude),

Étape 5: Génération du nuage de point densifier :récupération de tous les pixels identifiés des photographies,

Étape 6: Génération du maillage.



FIGURE 4.10 – Photogrammétrie : maillage et rendu après traitement de données

### 4.3.2.3 Reconstitution de surface

La méthode FPM nous fournit des données en nuage de points et la photogrammétrie des données de maillage avec des éléments triangulaires. Ces deux types de données nécessitent une reconstitution de surface afin d'obtenir le type de maillage adapté pour le calcul semi analytique. En effet, comme détaillé dans le chapitre 2, l'utilisation de la FFT dans SAM impose un pas de maille constant suivant toutes les directions. Ici, s'agissant de surface, il nous faut un maillage de type rectangulaire à pas constant suivant  $x$  (longitudinal) et  $y$  (latéral). Pour y arriver, un modèle de reconstitution robuste implémenté par John D'Errico [191] sous le logiciel MATLAB est utilisé. Une image de la surface obtenue après reconstitution par cette méthode est présentée sur la figure 4.11 pour un pneu Michelin 315/80R22.5 à la de pression de gonflage de  $820\text{ kPa}$ .

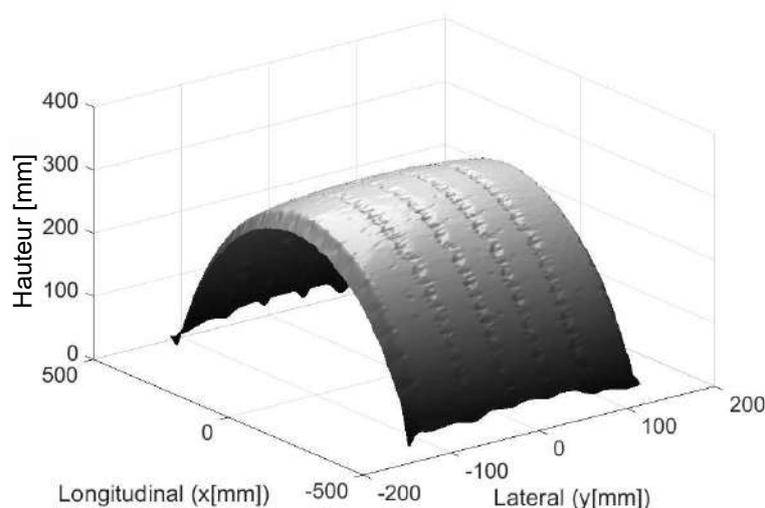


FIGURE 4.11 – Profil du pneu Michelin 22.5R285 après reconstitution de surface

## 4.4 Résultats et validation

### 4.4.1 Contrainte normale et surface de contact

De Beer et al. [25] ont effectué des mesures expérimentales dédiées au contact réel de la chaussée, à l'aide d'un système de technologie de mesure appelée Stress-In-Motion (SIM) qui mesure le champ de contrainte tri-axial produit entre un contact pneu-chaussée (De Beer, 2013). Les résultats de la comparaison entre les mesures de De Beer et les résultats numériques de SAM ont été présentés par Reynaud et al. [192] en utilisant un pneu lisse. Dans cette partie, une comparaison entre les résultats de SAM et les mesures en utilisant un capteur plus précis est introduite.

#### 4.4.1.1 Dispositif de mesure de la pression de contact

Afin de vérifier les résultats des calculs des pressions de contact par SAM, ces pressions ont été mesurées par le capteur de pression. Ce capteur nous a été fourni par la société Tekscan. Cette dernière étant spécialisée dans la fabrication de système de mesures de pression de contact entre divers corps.

Le système utilisé dans notre cas est nommé TireScan et est constitué de capteurs électroniques installés dans une feuille mince de 0,2 mm et d'un logiciel d'acquisition nommé iScan. La feuille électronique est incompressible et fonctionne à des températures de  $-40$  à  $200^{\circ}\text{C}$  à des pourcentages d'humidité de 5 à 10 %. Deux feuilles de polyester sont nécessaires à la construction du capteur. Sur la première, des matériaux piézo-résistifs (capteurs) sont placés en lignes équidistantes. Sur la seconde feuille, les mêmes capteurs sont placés de la même manière, mais de façon perpendiculaire aux premiers (figure 4.12(a)). Les capteurs sont des semi-conducteurs dont la résistance électrique varie à l'application d'une force. Ces lignes et colonnes de capteurs se croisent en formant une matrice d'éléments sensibles (sensels) plus ou moins serrées lorsque les deux feuilles sont jointes (figure 4.12(b)). TekScan commercialise ce type de capteur sous différentes formes selon plusieurs densités de sensels. La précision typique de ces capteurs est de  $\pm 5\%$ . Dans notre cas l'aire d'un sensel est de  $25.8064\text{ mm}^2$  soit une largeur de 3 mm pour chaque capteur et séparé de 2,08 mm. Ainsi, dans la simulation SAM, nous choisissons un pas de maille de 3 mm suivant la direction longitudinale ( $x$ ) et latérale ( $y$ ).

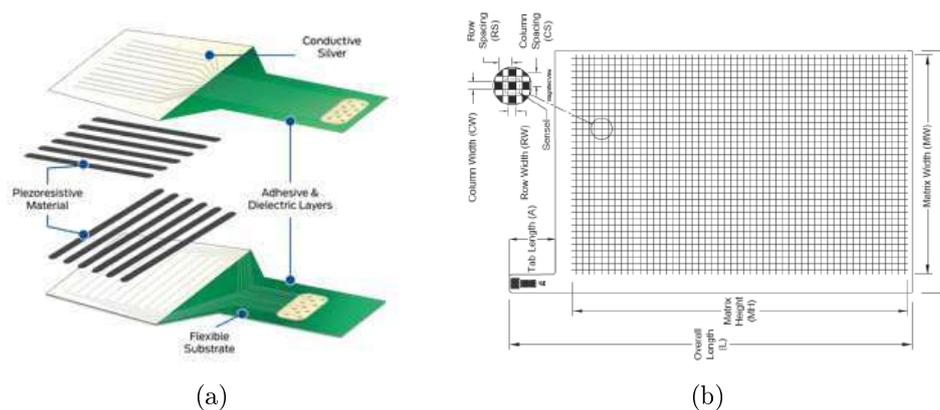


FIGURE 4.12 – (a) Détail des dispositions des capteurs piézo-résistifs de Tirescan (Tekscan), (b) Matrice d’éléments sensibles formés par les capteurs piézo-résistifs.

#### 4.4.1.2 Distribution de la pression de contact

Dans cette section, la géométrie réelle du pneu a été prise pour une pression de gonflage fixée à  $820\text{ kPa}$ . Le module d’Young équivalent est alors  $2,92\text{ MPa}$  et le coefficient de Poisson est de  $0,5$ . Étant donné que les mesures de la pression de contact ont été effectuées en utilisant une plaque rigide en acier (figure 4.3), la simulation SAM est effectuée en utilisant une surface plane lisse de module d’Young égale à  $210\text{ GPa}$ . La figure 4.13 montre une similarité entre la forme et les valeurs de la distribution de la pression de contact mesurées par le capteur Tekscan et les pressions de contact calculées par SAM. Cette figure montre les distributions de pression de contact sous  $20\text{ kN}$ ,  $35\text{ kN}$  et  $50\text{ kN}$  à la pression de gonflage de  $820\text{ kPa}$ .

Bien que des variations minimales peuvent être observées, le modèle de profil du pneu réel permet la distribution non uniforme des contraintes de contact verticales et la distribution asymétrique des contraintes de contact selon le sens transversal sous chaque strie du pneu. Les pressions de contact dues à la présence de stries et de rainures sur le pneu atteignent  $1500\text{ kPa}$  localement tandis que la pression moyenne pour un pneu lisse est de l’ordre de  $900\text{ kPa}$ . Il est donc important d’examiner la géométrie réelle du pneu lorsqu’on veut étudier les contraintes surfaciques. Les modèles actuels qui considèrent le chargement uniforme et la pression de contact équivalente à la pression de gonflage minimisent la pression réelle de contact sur la surface de l’enrobé bitumineux.

Les résultats de la figure 4.13(e) et 4.13(f) montrent les distributions des contraintes de contact verticales sous une charge élevée et une pression de gonflage de  $820\text{ kN}$ . Les résultats montrent que lorsque la charge augmente, la contrainte maximale tend à se déplacer

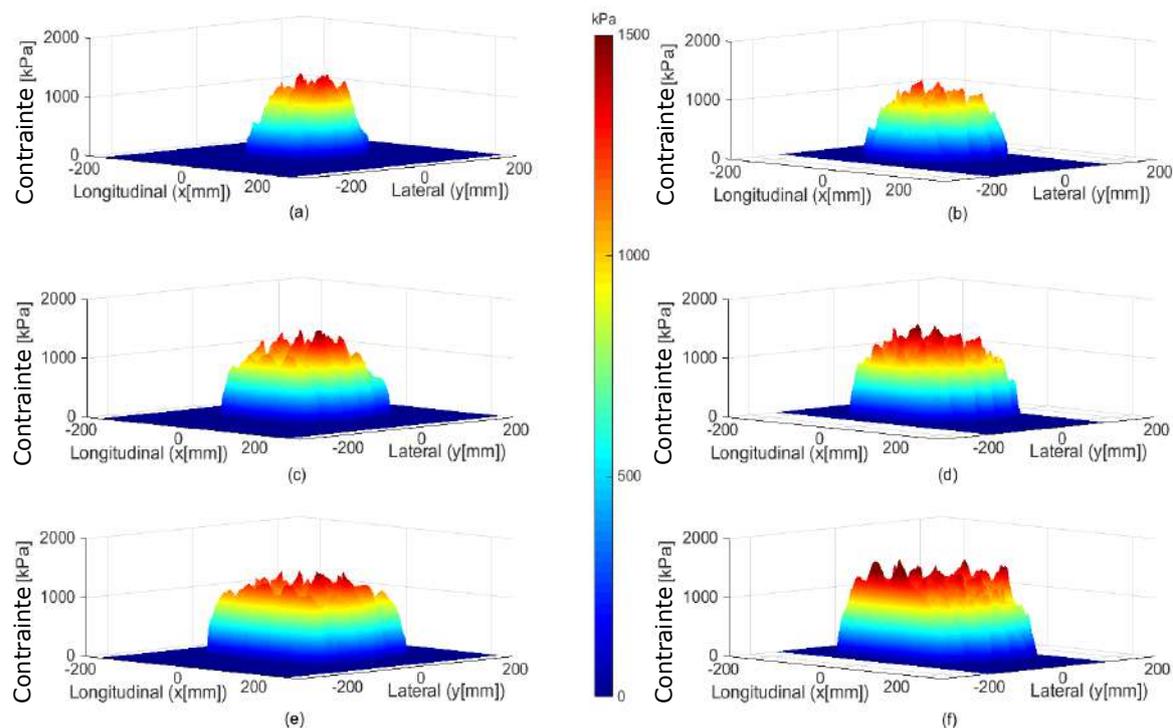


FIGURE 4.13 – Comparaison entre les mesures TekScan et des simulations SAM pour une pression de gonflage de  $820\text{ kPa}$  : (a) TekScan à  $20\text{ kN}$  ; (b) SAM à  $20\text{ kN}$  ; (c) TekScan à  $35\text{ kN}$  ; (d) SAM à  $35\text{ kN}$  ; (e) TekScan à  $50\text{ kN}$  ; (f) SAM à  $50\text{ kN}$

vers les bords du pneu et la forme convexe de la contrainte verticale tend à s'aplatir dans la section centrale de la zone de contact. Cette tendance se produit probablement parce qu'une charge plus lourde provoque une plus grande déformation du flanc qui affecte principalement les contraintes de contact sur les bords du pneu. Pour les charges inférieures, il y a aussi des valeurs importantes de surpression qui rendent nécessaire la prise en compte de la présence des stries et des rainures pour l'étude du contact pneu/chaussée. La bonne corrélation entre les calculs effectués par SAM et les mesures fournies par le capteur Tekscan nous permet de valider l'utilisation du code semi analytique dans la détermination des contraintes présentes dans un contact réel pneu-chaussée.

La figure 4.14 présente la contrainte verticale de contact maximale pour différentes charges normales appliquées. On voit une bonne corrélation entre les résultats numériques et les mesures Tekscan. Il est important de noter que la vitesse de calcul du code semi analytique permet d'effectuer rapidement des études paramétriques afin de pouvoir analyser tous les aspects influençant le contact pneu-chaussée.

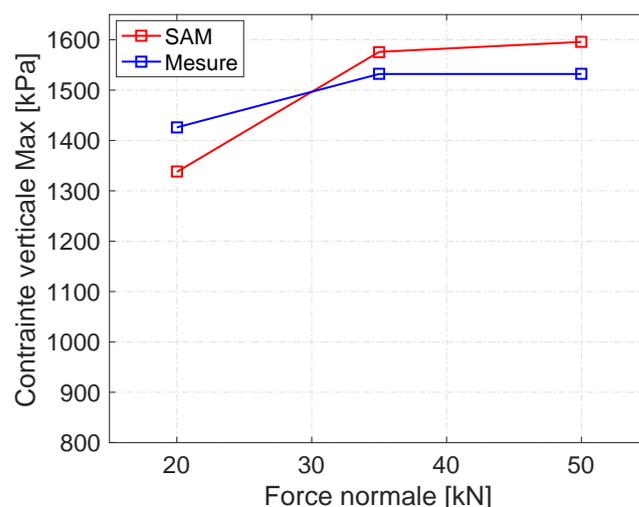


FIGURE 4.14 – Évolution de la contrainte verticale maximale en fonction de la force normale. Comparaison entre la mesure Tekscan et la simulation numérique

#### 4.4.1.3 Surface de contact

Afin de pouvoir démontrer la précision de notre modèle, une étude comparative est effectuée sur la forme et l'aire de la surface de contact. La figure 4.15 présente une comparaison entre la forme de la surface de contact pour une force normale de 35 kN et 50 kN à la pression de gonflage de 820 kPa. Cette figure montre également une vue projetée de la distribution de la pression de contact. On trouve une bonne similitude entre les deux résultats (mesures Tekscan et simulation SAM). Dans les deux cas, on remarque que la surface de contact est quasi rectangulaire pour une charge élevée (50 kN ; figure 4.15(c) et 4.15(b)). Ceci est observé plus précisément sur la figure 4.15(c) (mesures Tekscan).

La figure 4.16 présente l'évolution de l'aire de contact en fonction de la pression de gonflage du pneu pour une charge normale de 50 kN. L'écart relatif entre les valeurs numériques de notre modèle et les valeurs mesurées est d'environ 1,5 % montre une bonne corrélation entre les deux résultats. Ceci montre une fois encore la précision de notre modèle semi analytique. Rappelons toutefois que l'efficacité et la robustesse de ce modèle résident dans le gain de temps énorme. En effet, pour un maillage de  $3 \times 3 \text{ mm}$  (direction  $x$  et  $y$ ) choisit pour ce pneu Michelin 315/80R22.5 avec au total 20 181 points, le temps de résolution du problème de contact normal est de 2.03s CPU.

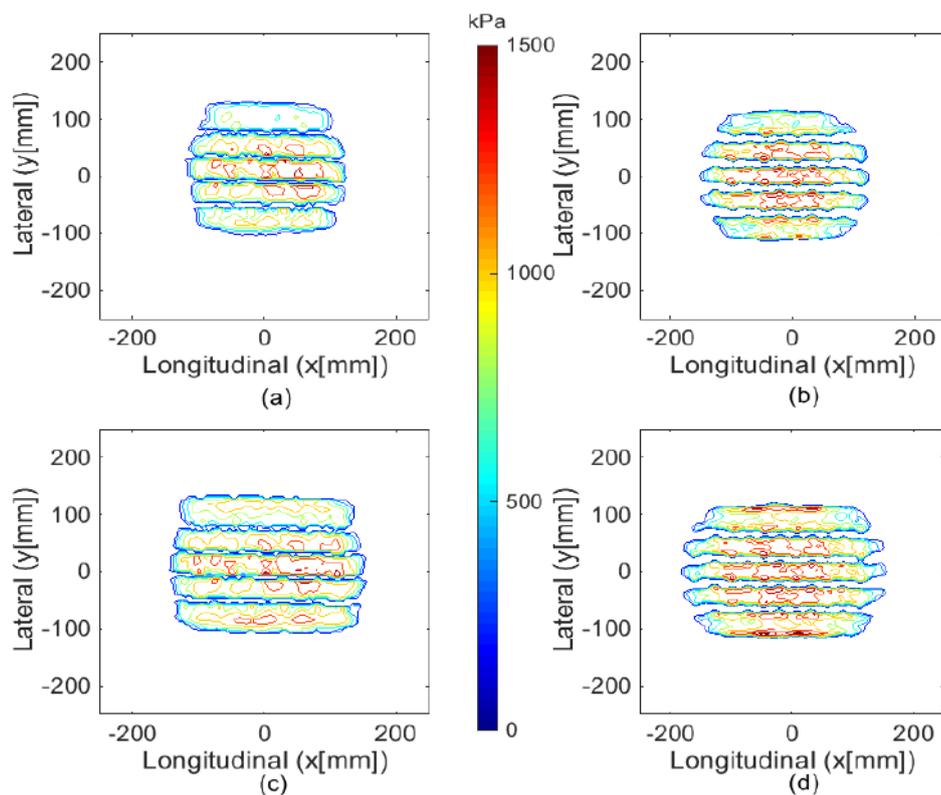


FIGURE 4.15 – Surface de contact mesurée (Tekscan) et numérique (SAM); (a) Tekscan à 35 kN, (b) SAM à 35 kN, (c) Tekscan à 50 kN (d) SAM à 50 kN

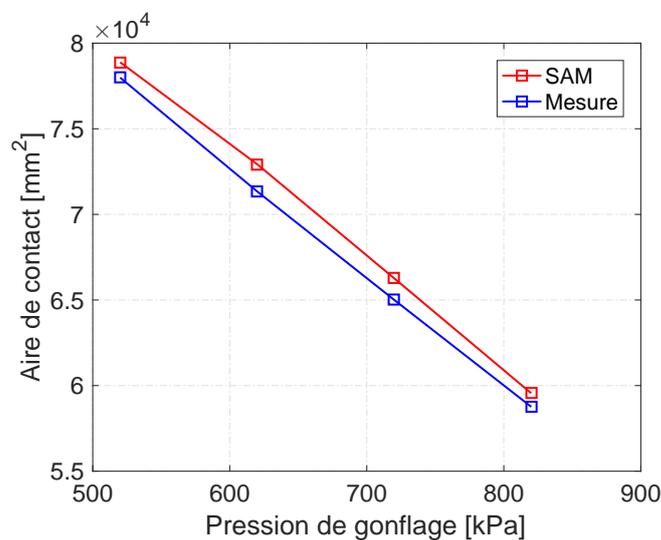


FIGURE 4.16 – Evolution de l'aire de contact en fonction de la pression de gonflage pour une charge normale de 50 kN. Comparaison entre la mesure Tekscan et le résultat de SAM

## 4.4.2 Effet du maillage

Dans cette section, les résultats pour un pneu petite remorque dont le profil en nuage de points a été présenté à la figure 4.8 sont présentés. Il s'agit d'un pneu de taille 5.2S10 (en photo sur la figure 4.17). L'objectif est de montrer l'effet du maillage sur la distribution



FIGURE 4.17 – Photo du pneu 5.2S10

de la pression de contact. Comme toutes méthodes numériques, un maillage grossier selon la taille des structures étudiées tend à lisser les valeurs des champs calculés par la méthode semi analytique. La figure 4.18 présente les contraintes verticales de contact pour le pneu 5.2S10. Sur la figure 4.18(a) où la taille d'une maille est de  $0,50 \times 1,50 \text{ mm}$ , on aperçoit

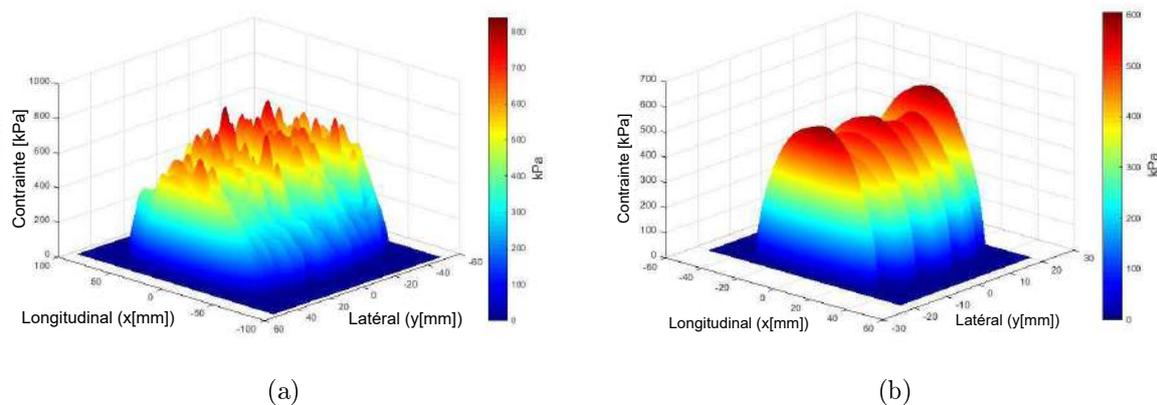


FIGURE 4.18 – Contrainte normale verticale pneu 5.2S10 (a)  $0,50 \times 1,50 \text{ mm}$ , (b)  $1,25 \times 2,50 \text{ mm}$ .

les pics de pression irréguliers dus à l'effet des stries du pneu. La figure 4.18(b) présente le résultat pour un maillage de  $1,25 \times 2,50 \text{ mm}$ . Ce dernier montre un profil plus lisse du champs de contrainte surfacique. On remarque que pour un pas de maille plus fin (figure 4.18(a)), les pressions maximales sont localisées au centre du contact et pour un pas plus large (figure 4.18(b)), les pressions maximales se localisent au bord du contact.

### 4.4.3 Champs mécaniques en sous couche

#### 4.4.3.1 Effet des stries du pneu sur les contraintes en sous couche

Comme montré au chapitre 2, dans le modèle semi analytique, nous pouvons également analyser la distribution des champs mécaniques en sous couche. Pour montrer l'effet des stries du pneu en sous couche, nous allons comparer les champs de contraintes générés par un profil de pneu présentant des stries et un pneu de profil lisse. Pour ce dernier, nous utilisons un profil généré par la solution analytique proposée par Reynaud et al. [192] en utilisant les mêmes dimensions que le pneu 315/80R22.5 ainsi que les mêmes pas de maillage que le profil de la figure 4.11 le profil présenté à la figure 4.19.

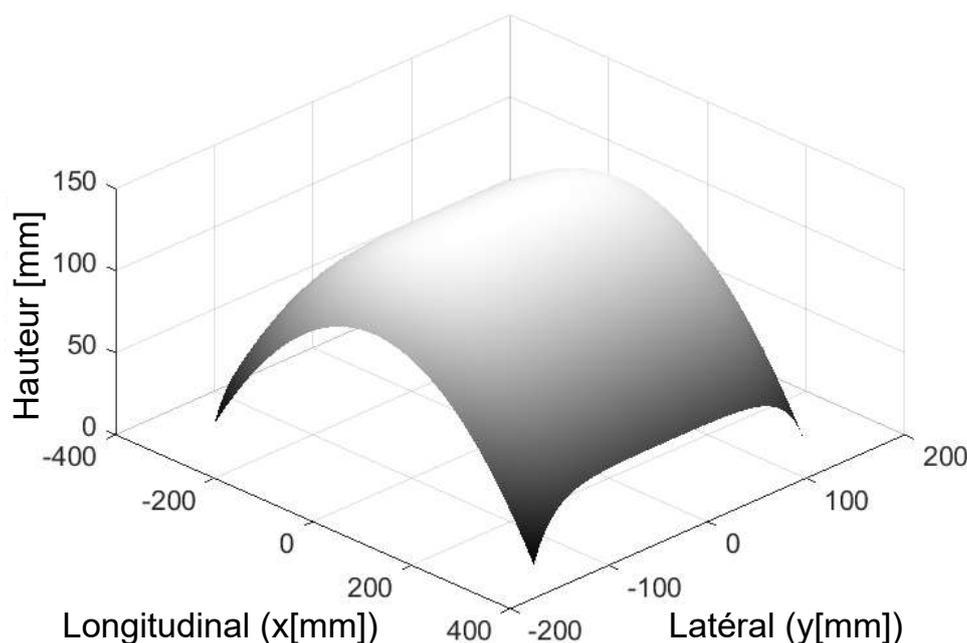


FIGURE 4.19 – Profil de pneu lisse généré par la solution analytique de Reynaud et al. [192]

La couche de chaussée est considérée homogène et semi infinie rigide. La surface de chaussée est supposée plate et lisse pour obtenir une meilleure efficacité de calcul. Ces hypothèses sont jugées raisonnables parce que la déformation du pneu est beaucoup plus

importante que la déformation de la chaussée lorsque la charge est appliquée et pour l'instant il n'est étudié que l'effet des stries. Le module de Young de la chaussée dépend de la température et du taux de déformation. Il est bien connu que les endommagements de la chaussée sont plus importants lorsque la vitesse de roulement est faible et la température élevée. Nous étudierons le cas d'une vitesse de roulement de 25 km/h et d'une température de 30 °C. Ainsi le module de Young de la chaussée est choisi selon DeBeer et al. [193] afin d'être dans des conditions d'endommagement de la chaussée comme l'orniérage ou le TDC (top-down cracking. Le comportement de la chaussée est supposé élastique. Les paramètres de simulation sont résumés dans le tableau 4.1 pour le pneu et la chaussée.

Tableau 4.1 – Paramètres de simulation

Paramètre	Valeur
Effort normal (kN)	35
Pression de gonflage (kPa)	820
Module Young Pneu (MPa)	2,92
Coef. de Poisson pneu	0,5
Module de Young Chaussée (MPa)	3500
Coef. de Poisson Chaussée	0,44

### Contraintes verticales

La figure 4.20 montre une comparaison entre les résultats obtenus avec le profil de pneu réel et le profil de pneu lisse. Il s'agit des contraintes verticales en sous couche à différentes profondeurs. La pression de gonflage est de 820 kPa et l'effort normal appliqué est de 35 kN. On remarque tout d'abord que l'effet des stries du pneu s'estompe complètement à une profondeur de 5 cm. Ainsi, pour les études des champs mécaniques en sous couche, au-delà de cette profondeur et dans les mêmes conditions de chargement que le cas présenté sur la figure 4.20, il n'est pas nécessaire de tenir compte de la géométrie exacte du pneu. Ainsi, il est possible d'utiliser un pneu lisse. Pour résoudre en surface, il est important de tenir compte de l'effet des stries parce qu'elles causent des pics de pression de contact qui peuvent être responsables des dégradations comme la fissuration par le haut. Puisqu'il s'agit de l'initiation des micros fissurations en surface, on peut s'attendre à ce que la dégradation des couches de surface dépende fortement des sculptures du pneu. Ces observations indiquent que, au lieu de l'hypothèse de contrainte uniforme à l'intérieur d'une zone de contact circulaire, la distribution de la pression réelle sur la chaussée doit être prise en compte lors de l'évaluation des réponses mécaniques de la chaussée sous le chargement d'un poids lourd.

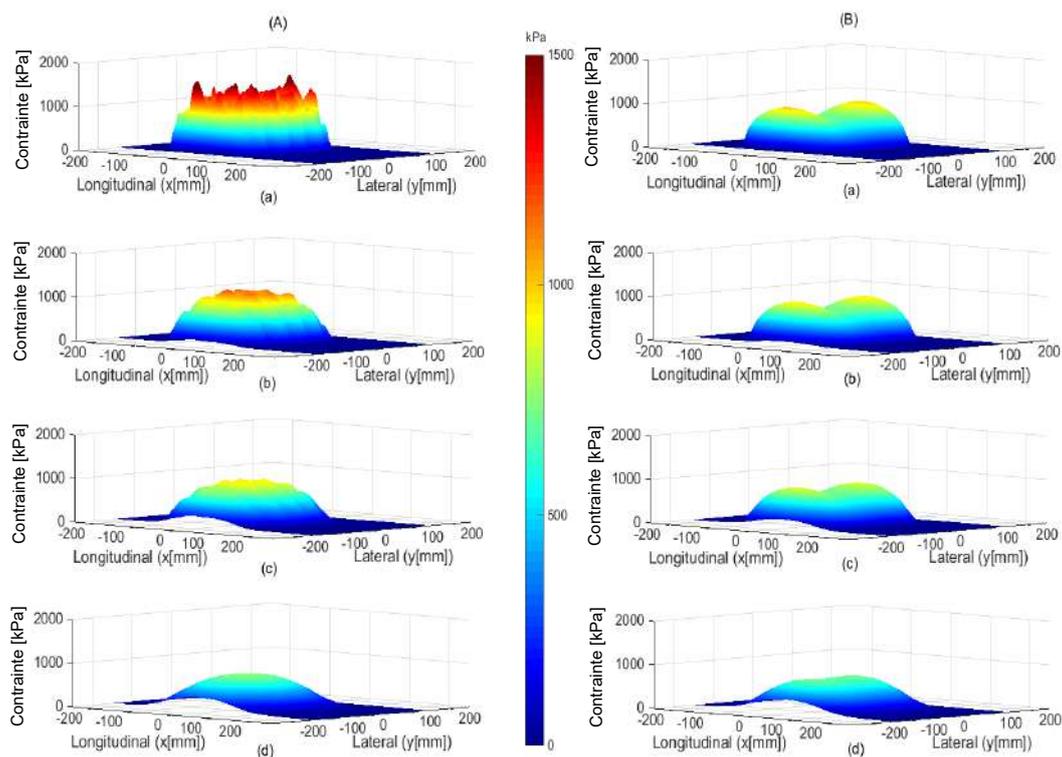


FIGURE 4.20 – Contraintes verticales à différentes à différentes profondeurs pour (A) un profil de pneu réel et (B) un profil de pneu lisse. (a) En surface ; (b) A 1 cm ; (b) A 2 cm ; (c) 5 cm

### Contraintes de Von Mises

Les contraintes selon le critère de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) sont comparées pour les deux cas de profil de pneu. Celles-ci sont représentés sur la figure 4.21. La figure 4.21(a) tient compte du chargement d'un pneu de profil réel et figure 4.21(b) un profil de pneumatique lisse selon la figure 4.19. Les zones de contraintes élevées sont proches de la surface (dans les 20 premiers millimètres de la couche) pour les deux types de pneu. Par contre, ces contraintes élevées sont observées entre chaque stries pour le pneu à profil réel (figure 4.21(a)) alors que pour le profil lisse (figure 4.21(b)), on retrouve les zones de contraintes maximales uniquement sous les bords du pneu. Par conséquent, ces contraintes de surface élevées peuvent être à l'origine du phénomène de création de TDC. On note également que les contraintes maximales apparaissent à partir de 50 mm. Celles ci sont concentrées sur la verticale autour de  $y = 0$  sur la figure 4.21(a), ce qui n'est pas le cas pour un pneu lisse.

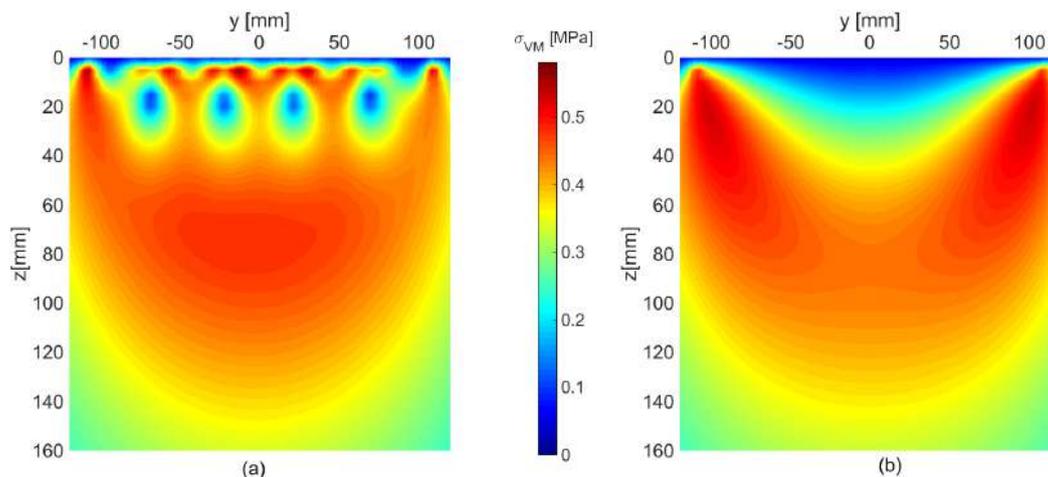


FIGURE 4.21 – Contour des contraintes de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) dans le plan  $x = 0$  (a) Profil réel, (b) Profil lisse

#### 4.4.3.2 Modèle Alizé

##### Brève description du logiciel Alizé

Alizé est un logiciel de dimensionnement Français, développé depuis 1964 [4] au laboratoire LCPC (actuellement IFSTTAR). Ce logiciel contribue à la partie d'analyse théorique de la mécanique des chaussées dans la méthode Française de dimensionnement des chaussées. Le modèle développé dans ce logiciel pour déterminer les réponses mécanique dans la structure de la chaussée est le modèle semi analytique de Burmister [3]. Il préconise une distribution uniforme circulaire de la charge appliquée sur la surface de la chaussée.

Par exemple, pour un essieu standard de 130 kN portant des roues jumelées (donc 65 kN par jumelage) comme dans la méthode Française de dimensionnement des chaussées, Alizé suppose une répartition uniforme de la pression de contact de valeur  $q = 0,662$  MPa sur une surface circulaire de rayon  $a = 12,5$  cm (cf. figure 4.22).

##### Étude comparative

Nous réalisons et sur une structure simplifiée de chaussée (couche infinie rigide élastique de matériau bitumineux) une étude comparative des pressions de contact entre un calcul Alizé et une simulation dans les mêmes conditions de contact idéalisé effectuée avec SAM. Une comparaison entre les résultats Alizé et les résultats de calcul SAM avec un pneumatique réel est effectuée. La charge de référence sur roue isolée est de 32,5 kN. Les données de la simulation sont résumées dans le tableau 4.2.

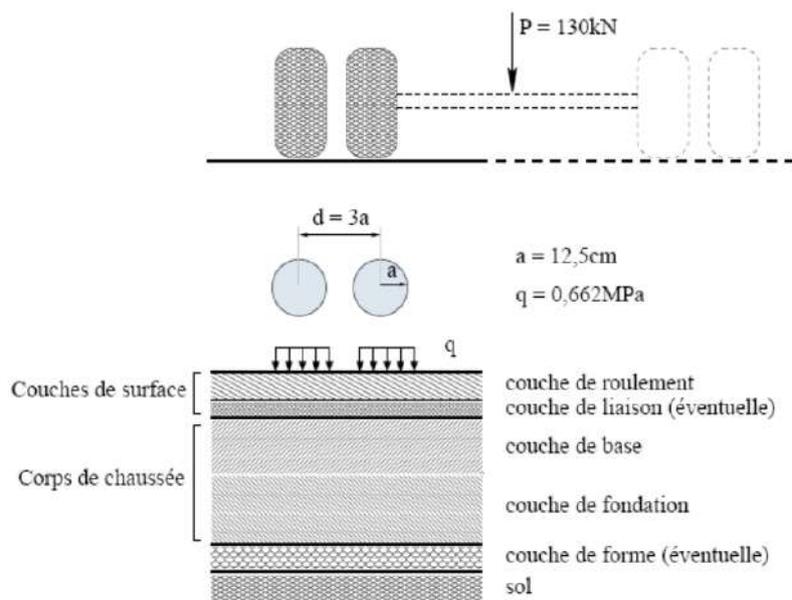


FIGURE 4.22 – Chargement de référence selon Alizé-Lcpc [31]

Tableau 4.2 – Données de la simulation pour une étude comparative avec Alizé

Paramètre	Valeur
Module de Young de la chaussée $E$ (MPa)	5400
Coefficient de Poisson $\nu$	0,35
Charge standard (kN)	32,5

Tout d’abord, pour une roue seule la figure 4.23 présente le profil de pression de contact avec le chargement de référence de Alizé effectué par SAM et celui calculé par SAM en utilisant un profil réel de pneu pour ce même chargement standard sur roue isolée. Il est nettement observé que les valeurs sont sous-estimées en utilisant la charge

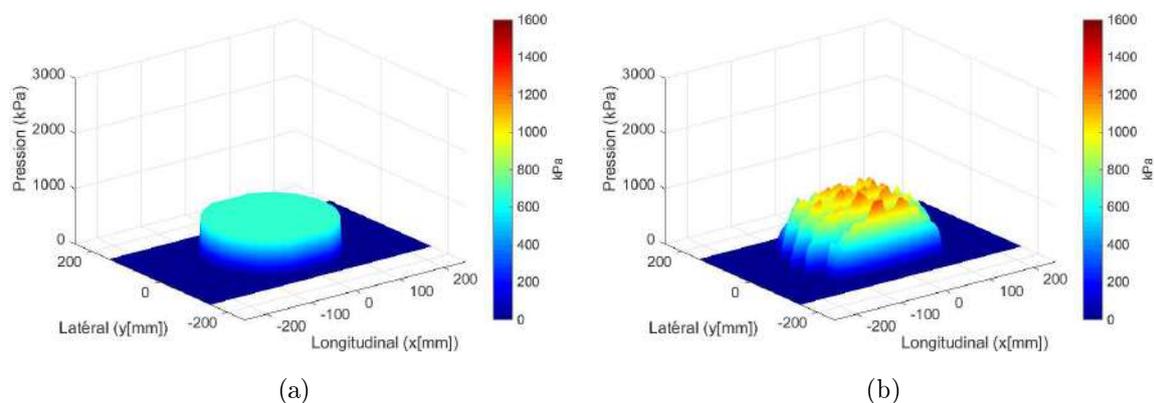
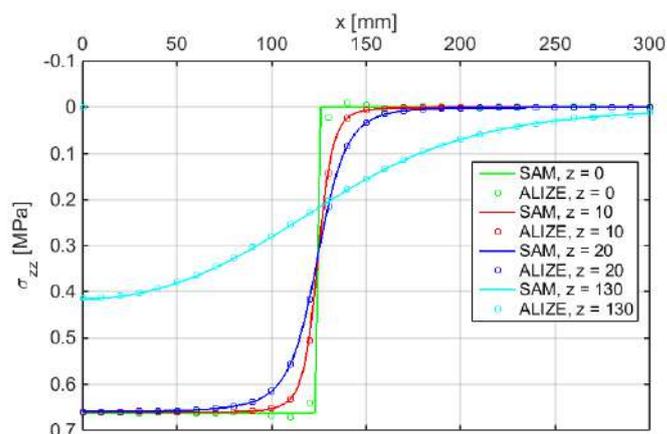


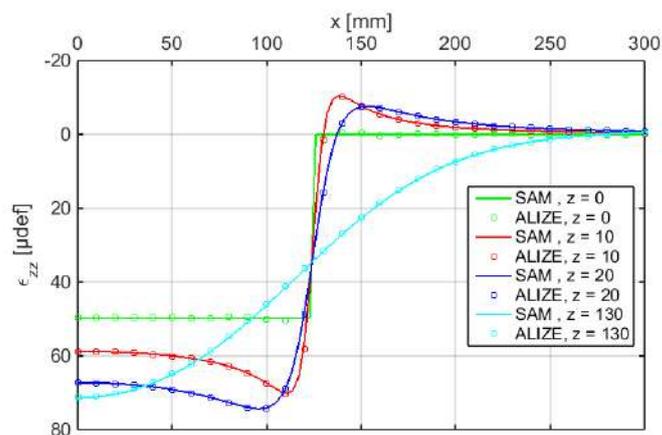
FIGURE 4.23 – Distribution de la pression de contact pour un chargement de référence sur roue isolée. (a) Distribution selon Alizé ; (b) Distribution selon le modèle actuel SAM

de référence, on atteint 1,3 MPa avec un pneu réel alors que l'on a 0,66 MPa avec le chargement de référence. De plus la surface de contact n'est pas circulaire et sa valeur est (cm<sup>2</sup>).

La figure 4.24 présente les résultats de comparaison sur les contraintes et déformations verticales entre SAM et Alizé pour un calcul avec le chargement de référence qui assure la bonne correspondance entre les deux logiciels. Le calcul est réalisé de manière identique avec un chargement de référence par une pression uniforme.



(a)

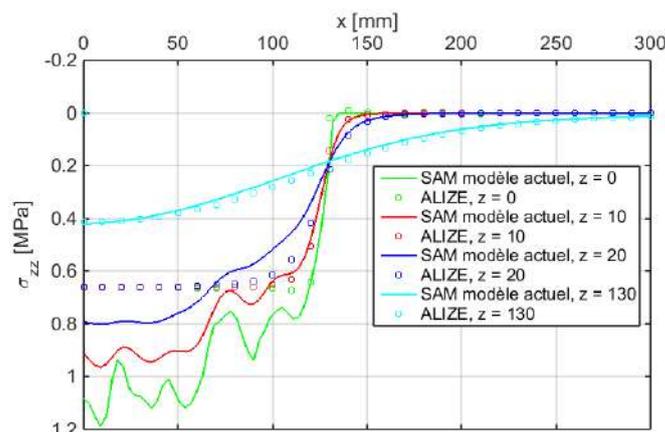


(b)

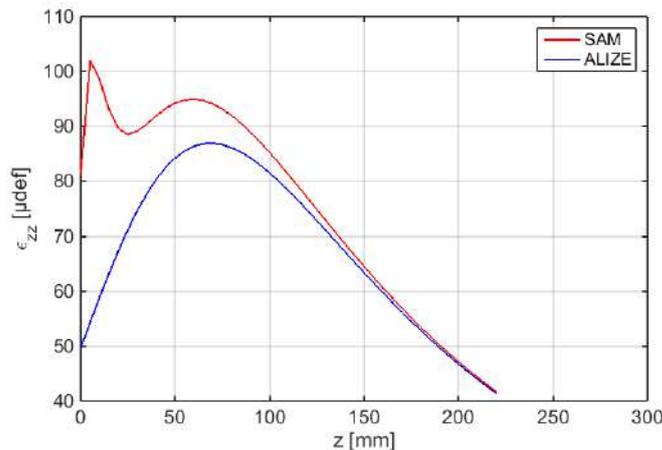
FIGURE 4.24 – Comparaison entre un calcul Alizé et une simulation de type Alizé effectuée par SAM. (a) Contraintes verticales à différentes profondeurs dans le plan  $y = 0$ ; (b) Déformations verticales à différentes profondeurs dans le plan  $y = 0$ ;

La figure 4.25 présente les résultats de comparaison entre Alizé et SAM. Une première comparaison est effectuée sur les contraintes verticales (figure 4.25(a)). Il est clair que les

contraintes en surface sont largement minimisées par la distribution uniforme que propose Alizé. Ce n'est qu'à partir de  $z = 130$  mm qu'on observe une corrélation entre les deux types de résultats. Ceci est tout de même observé sur la figure 4.25(b) où l'évolution des déformations verticales sous la surface au centre du contact passe de  $50 \mu\text{def}$  pour le calcul Alizé à environ  $100 \mu\text{def}$  pour le calcul SAM. L'effet de la structure du pneumatique sur les déformations, responsable de la fissuration venant de la surface, est alors démontré.



(a)



(b)

FIGURE 4.25 – Comparaison entre un calcul Alizé et une simulation SAM avec un profil de pneu réel. (a) Contraintes verticales à différentes profondeurs dans le plan  $y = 0$ ; (b) Déformations verticales au centre du contact

Du niveau de la couche de surface, cette étude comparative a permis de démontrer l'importance de la prise en compte de la géométrie réelle du pneumatique dans la compréhension des phénomènes de dégradation dans la couche de roulement ces résultats permettent aussi et de dénoncer l'hypothèse de distribution de pression uniforme pour la

couche de surface qui minimise grandement la pression de contact.

## 4.5 Contact roulant tractif pneu/chaussée

Le modèle de contact roulant tractif utilisé dans cette section est celui décrit dans le chapitre 2. La cinématique du contact roulant tractif dans le cas d'une accélération est présentée sur la figure 4.26. Dans cette section, l'hypothèse du comportement élastique

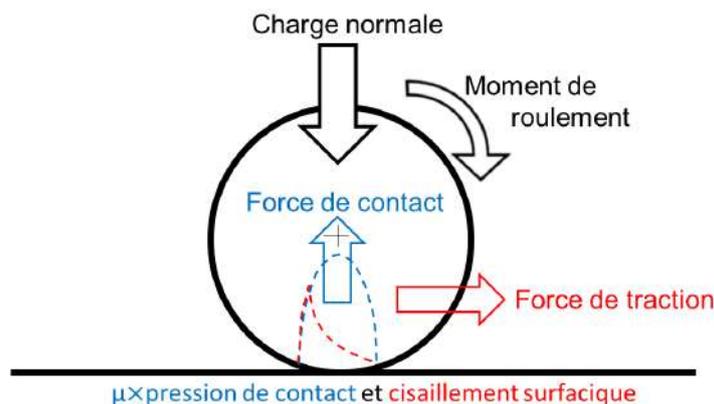


FIGURE 4.26 – Cinématique du contact roulant tractif

de la chaussée semi infini constitué ici par un BBSG supposé à 15°C et à 10Hz dont la surface est parfaitement lisse est conservée. Les données de la simulation sont résumées dans le tableau 4.3.

Tableau 4.3 – Données de simulation du contact roulant pneu/chaussée

Paramètre	Valeurs
Effort normal, $W$ (kN)	32,5
Effort tangentiel longitudinal, $F_x$ (kN)	[-10 ;10 ;15]
Effort tangentiel latéral, $F_y$ (kN)	[5 ;10]
Module de Young du pneu, $E_w$ (MPa)	2.92
Coefficient de Poisson du pneu, $\nu_w$	0,5
Pression de gonflage du pneu (kPa)	820
Module de Young du BBSG, $E_c$ (MPa)	5400
Coefficient de Poisson du BBSG, $\nu_c$	0,35
Coefficient de frottement, $\mu$	[0,4 ;0,5 ;0,6 ;0,7 ;0,8 ;0,9]

### 4.5.1 Étude en condition d'accélération

Lors d'une accélération, lorsqu'un couple de rotation est appliqué (cf. figure 1.15(a)) la vitesse angulaire ( $\omega R$ ) devient supérieure à la vitesse de translation ( $\vartheta$ ),  $\omega R > \vartheta$ , et le

glissement relatif de corps rigide (cf. eq. (2.11)) est positif. Un effort de traction est alors créé et la présence de frottement va générer un cisaillement surfacique qui provoque une zone de glissement et d'adhérence sur la surface de contact comme montré au chapitre 2. Ce champ de cisaillement tractif retrouvé dans la zone de glissement est positionné en arrière du contact (cf. figure 4.26).

Avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$  et un effort tangentiel longitudinal  $F_x = 10\text{kN}$  ( $F_y = 0$ ), on évalue la distribution de la pression de contact et du cisaillement longitudinal. On suppose que ceci correspond à une vitesse d'avance de 3,6 km/h pour une pente à 10 %. Les figures 4.27(a) et 4.27(b) montrent respectivement la pression de contact et le cisaillement surfacique. Pour des raisons d'affichage, les échelles des axes ainsi que les couleurs des deux figures ne sont pas identiques. Le profil de la pression de

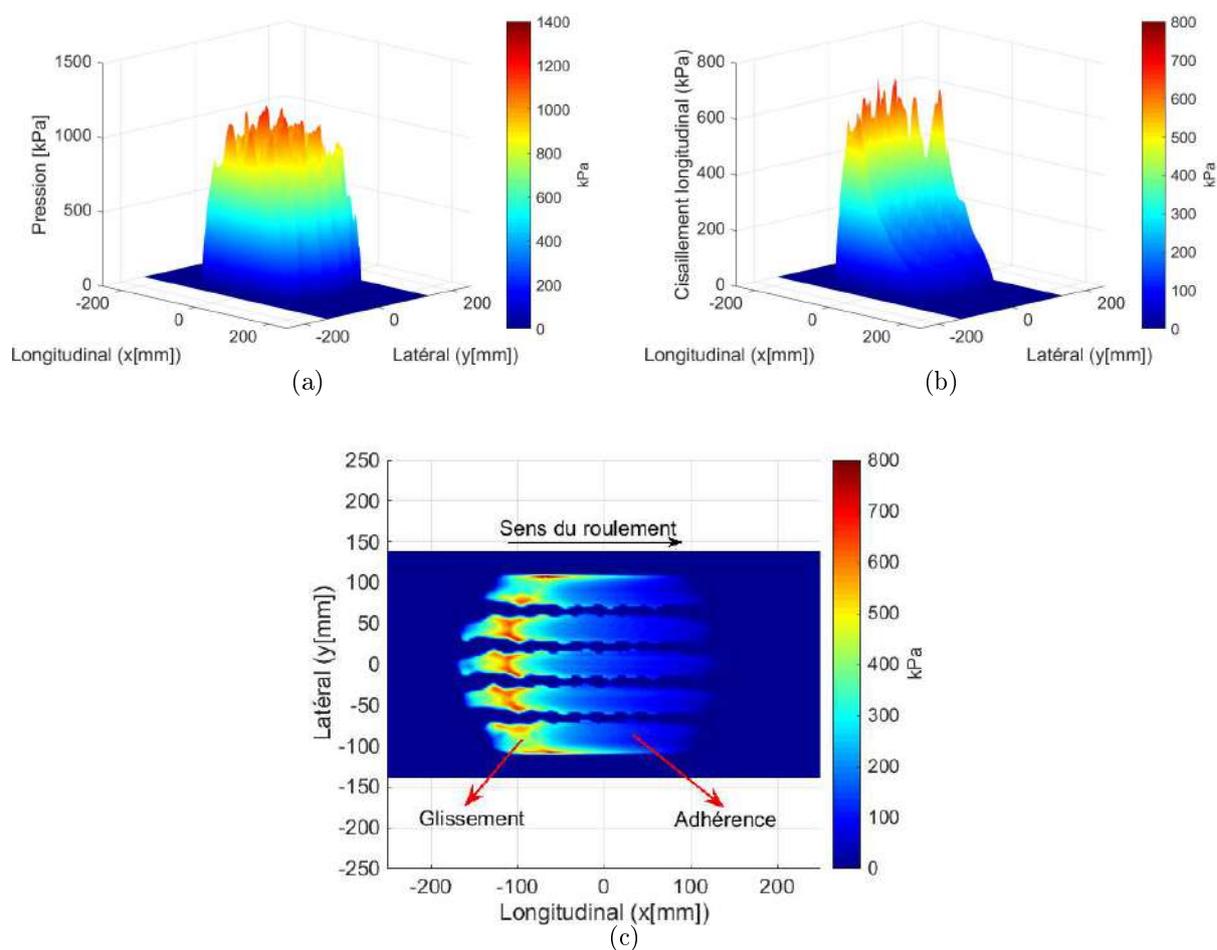


FIGURE 4.27 – Distribution de la pression de contact (a) et du cisaillement surfacique (b) dans le cas d'une charge tangentielle longitudinale  $F_x = 10\text{ kN}$ ; (c) Vue projetée du cisaillement surfacique mettant en évidence la zone de glissement et d'adhérence.

contact est quasi inchangé par rapport aux résultats observés plus haut. Comme montré au chapitre 2, la valeur du cisaillement augmente progressivement de l'avant vers l'arrière du contact. Vers l'arrière du contact, il existe une zone de glissement qui constituera potentiellement une zone à risque pour une éventuelle fissuration par le haut de la chaussée car le cisaillement est élevé. La partie avant où le cisaillement est plus faible constitue une zone d'adhérence. On distingue donc une zone de glissement et d'adhérence comme montré plusieurs fois dans le chapitre 2. Ceci est bien illustré sur la vue projetée du cisaillement de la figure 4.27(c).

#### 4.5.1.1 Effet du frottement sur le cisaillement surfacique

Dans l'étude du frottement au contact pneu chaussée, il est reconnu que les coefficients de frottement faibles correspondent au contact entre un pneu et une chaussée mouillée, humide ou verglacée [168]. Il est alors nécessaire d'étudier l'effet du coefficient de frottement sur le cisaillement surfacique afin de savoir dans quelle condition la surface de chaussée est plus impactée. A cet effet, nous allons étudier les variations du coefficient de frottement  $\mu$  dans une plage de 0,4 à 0,9 en observant l'évolution du cisaillement surfacique pour un effort tangentiel longitudinal fixé à  $F_x = 10$  kN. Ceci est représenté sur la figure 4.28. On remarque que pour les coefficients de frottement  $\mu$  faibles (figure 4.28(a) et 4.28(b)), la zone de glissement est grande mais la valeur du cisaillement est faible par rapport aux cas où le coefficient de frottement est élevé (figure 4.28(e) et 4.28(f)). La zone de glissement diminue lorsque  $\mu$  augmente et la valeur du cisaillement augmente dans celle-ci.

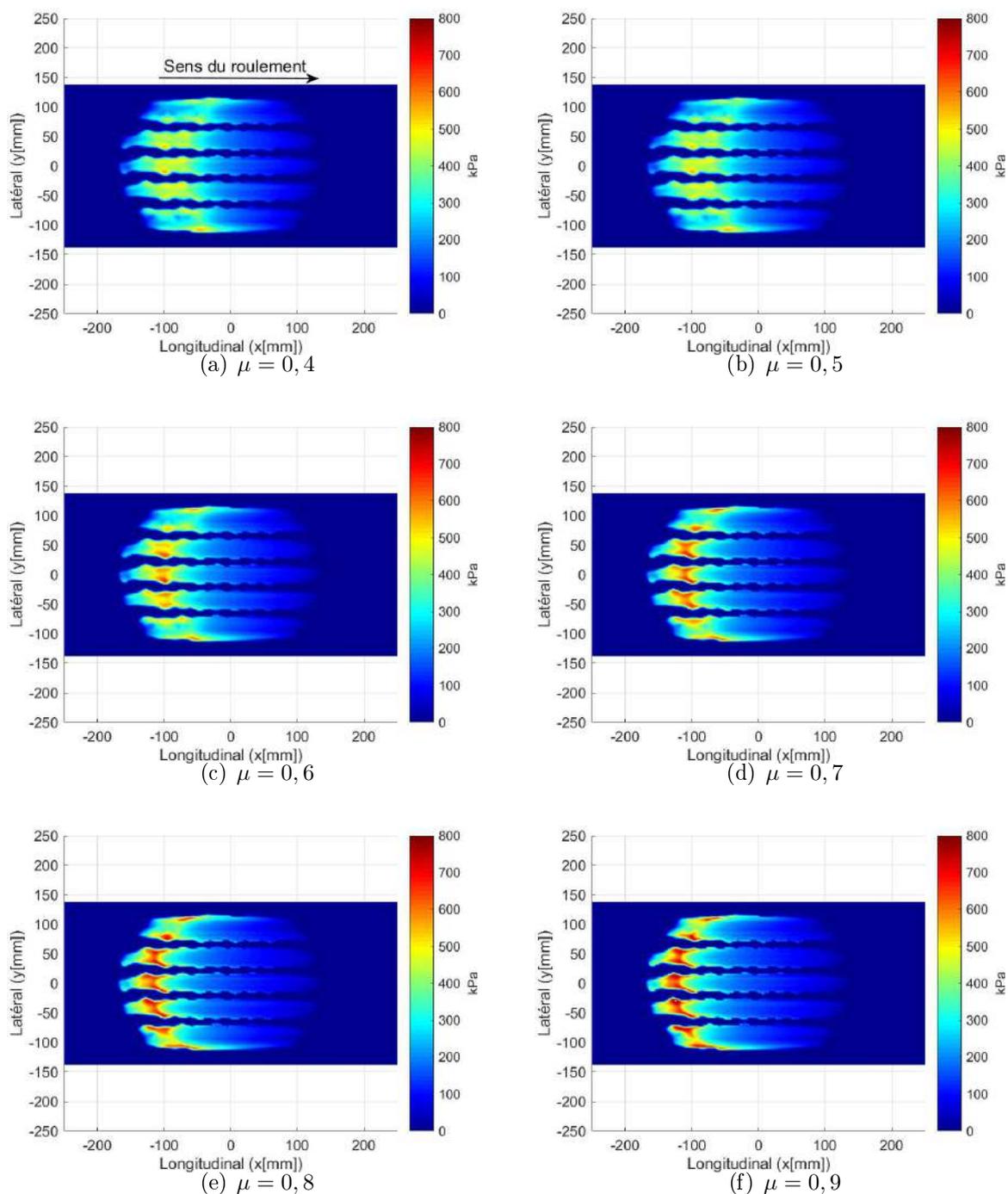
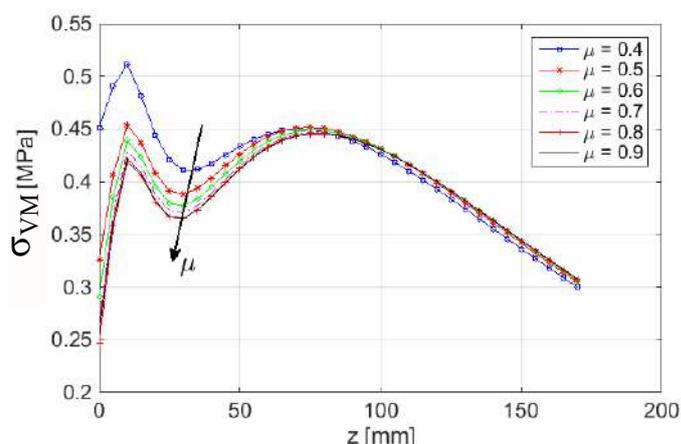


FIGURE 4.28 – Répartition du cisaillement surfacique longitudinal pour différentes valeurs du coefficient de frottement  $\mu$  avec l'effort tangentiel longitudinal fixé à  $F_x = 10$  kN.

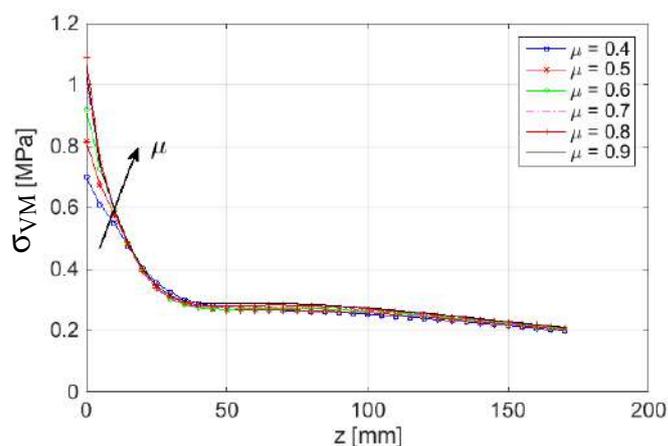
#### 4.5.1.2 Effet du frottement sur les contraintes en sous couche

L'effet du frottement sur les contraintes en sous couche est évalué. En faisant varier  $\mu$  on désire observer l'évolution de la contrainte équivalente de Von Mises. La figure 4.29 présente cette dernière pour deux positions différentes en fonction de  $\mu$ . La figure 4.29(a),

montre les contraintes au centre ( $x = 0, y = 0$ ) du contact suivant  $z$  et la figure 4.29(b) à  $x = -120$  mm et  $y = 0$ , c'est à dire à l'arrière du contact. On remarque que les contraintes diminuent lorsque  $\mu$  évolue dans le premier cas (figure 4.29(a)) et elles augmentent dans le deuxième cas (figure 4.29(b)). Il est donc clair que le cisaillement surfacique est plus élevé au centre du contact pour les valeurs faibles de  $\mu$ . Ceci peut-être observé sur la figure 4.28. Pour la figure 4.29(b), nous nous sommes positionné dans la zone de glissement peu importe la valeur de  $\mu$ . On constate une augmentation de la contrainte lorsque  $\mu$  évolue. Dans les deux cas, la contrainte est maximale dans les premiers centimètres et particulièrement sur la figure 4.29(b) où elle est maximale en surface.



(a)



(b)

FIGURE 4.29 – Contraintes équivalentes de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) en fonction du coefficient de frottement en deux positions différentes de la surface de contact. (a)  $x = 0$  et  $y = 0$ ; (b)  $x = -120$  mm et  $y = 0$ .

### 4.5.2 Cas du freinage

Dans le cas du freinage, un couple de freinage est appliqué dans le sens contraire au mouvement d'avance (cf. figure 1.15(b)), la vitesse angulaire ( $\omega R$ ) devient faible par rapport à la vitesse de translation ( $\vartheta$ ),  $\omega R < \vartheta$ , et le glissement relatif de corps rigide (cf. eq. (2.11)) devient négatif. Un effort de freinage est alors créé et avec la présence de frottement, un cisaillement surfacique qui provoque le phénomène de micro-glissement sur la surface de contact est généré. Cette fois ci, ce champ de cisaillement tend à être compressif en arrière du contact.

Avec le même effort normal ( $W = 32,5 \text{ kN}$ ), on applique à présent un effort tangentiel longitudinal  $F_x = -10 \text{ kN}$  (signifiant un couple de freinage ralentissant la vitesse d'avance d'environ  $3,6 \text{ km/s}$ ). La figure 4.30 montre la distribution du cisaillement surfacique longitudinal en 3D (figure 4.30(a)) et en vue projetée (figure 4.30(b)) montrant la zone de glissement et d'adhérence. La zone d'adhérence se trouve toujours à l'avant du contact comme dans le cas du roulement tractif. En revanche, la valeur du cisaillement est négative, ce qui provoque une compression sur la surface (chaussée).

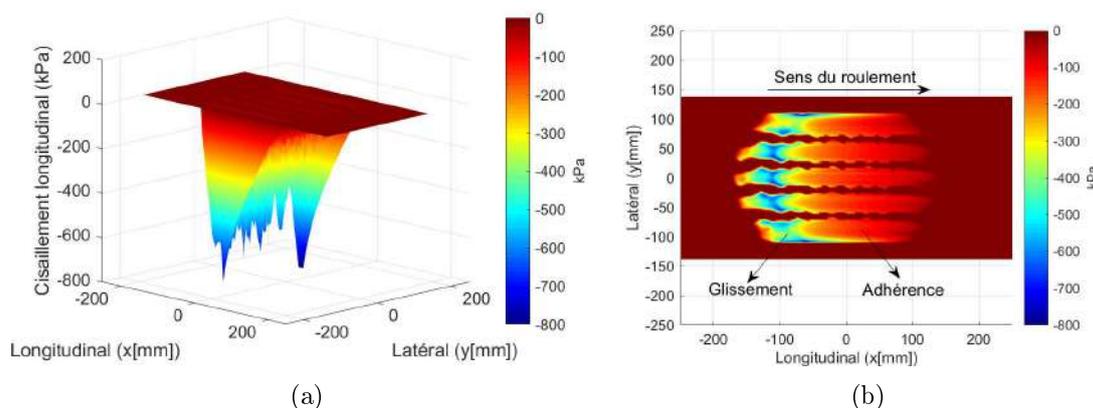


FIGURE 4.30 – Contraintes de cisaillement surfacique longitudinal pour une charge tangentiel longitudinal  $F_x = -10 \text{ kN}$  et un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$ . (a) Vue en perspective ; (b) Vue projetée.

### 4.5.3 Effet latéral : cas du virage

Dans les virages ou dans les ronds-points, les pneus de poids lourds sont soumis à des forces latérales dû à l'inertie et parfois des forces longitudinales en cas d'accélération ou de montée. Comme montré au chapitre 2, lorsque les efforts longitudinaux et latéraux sont appliqués simultanément, le cisaillement surfacique total augmente en valeur et donc

en zone de glissement.

Tout d'abord, si on applique qu'un effort latéral de 10 kN, supposant une roue libre dans un virage. La figure 4.31 montre le cisaillement latéral surfacique en 3D (figure 4.31(a)) et une vue projetée (figure 4.31(b)). On remarque que la distribution ainsi que la valeur du cisaillement sont les mêmes que dans le cas de l'application d'un effort longitudinal (figure 4.27(b)). Il n'y a donc pas d'influence sur la forme de la surface de contact. Ceci peut être dû au fait que le comportement du pneu est supposé isotrope.

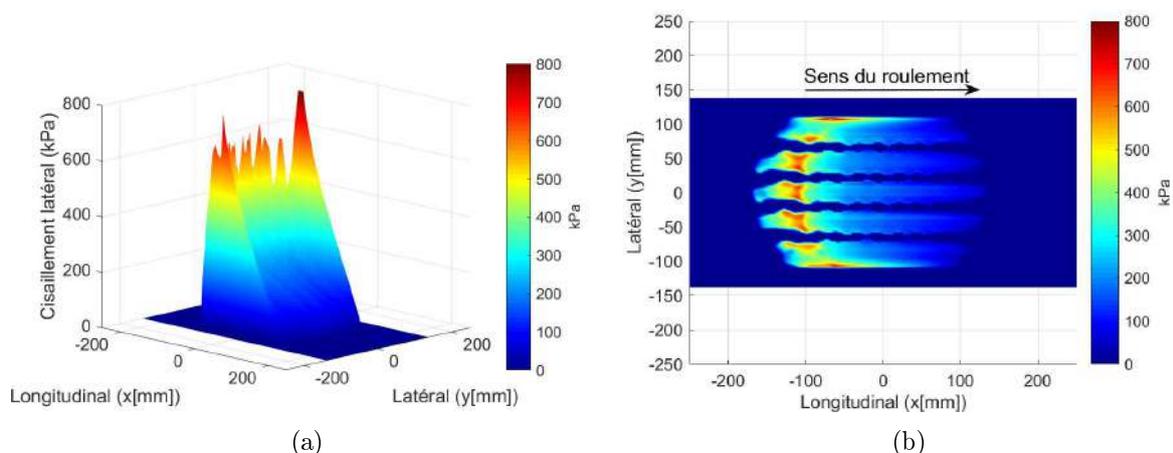


FIGURE 4.31 – Contraintes de cisaillement surfacique latéral pour une charge tangentielle latérale  $F_y = -10$  kN et un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$ . (a) Vue en perspective ; (b) Vue projetée.

On applique maintenant un effort longitudinal  $F_x = 15$  kN ainsi qu'un effort latéral  $F_y = 5$  kN, en supposant que ceci correspond à une roue motrice dans un virage. Le cisaillement total surfacique est représenté sur la figure 4.32 en perspective (figure 4.32(a)) et en vue projetée (figure 4.32(b)). Comme montré dans le chapitre 2, l'application simultanée des deux efforts tangentiels augmente considérablement le cisaillement surfacique. Ces résultats vont expliquer les dégradations précoces aux points singuliers (virages, ronds points, ...). Ce point est abordé dans le chapitre suivant.

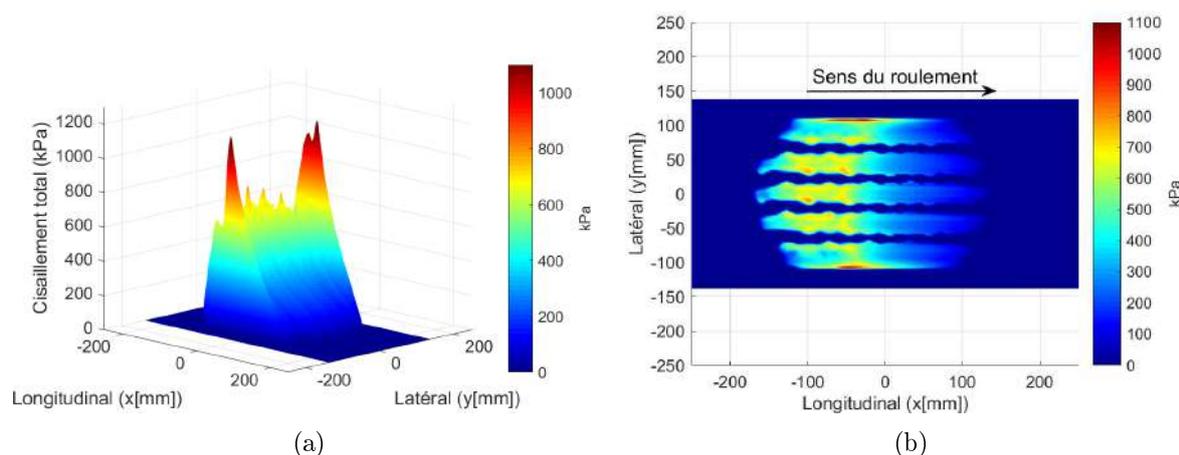


FIGURE 4.32 – Contraintes de cisaillement surfacique totale pour une application simultanée d’une charge tangentielle longitudinale  $F_x = 15$  kN et latérale  $F_y = 5$  kN et un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$ . (a) Vue en perspective ; (b) Vue projetée.

## 4.6 Conclusions

La méthode semi-analytique couplée avec les techniques de reproductions d’objets en trois dimensions (méthodes de projection des franges ou la photogrammétrie) ont été utilisées dans ce chapitre pour modéliser le contact roulant pneu/chaussée. Il s’agit du roulement tractif d’un pneu de poids lourds sur chaussée. Les techniques de reproduction du relief d’objet en 3D ont permis d’obtenir la forme exacte de la distribution de la pression de contact pneu/chaussée. Dans ce modèle, les reliefs exacts du pneu peuvent être générés pour différentes pressions de gonflage du pneu. Le logiciel MATLAB a été utilisé pour une reconstitution de surface après la numérisation des techniques de reproduction puisque le modèle semi analytique nécessite un maillage spécifique compte tenu des techniques numériques qu’il utilise (notamment la FFT, cf. chapitre 2). Étant donné que le module d’Young du pneu est nécessaire pour le calcul SAM, le pneu est supposé homogène, élastique isotrope. Il est modélisé par un module d’Young équivalent en se basant sur des travaux de la littérature et utilisant des données expérimentales. Une loi de la mécanique des contacts (plus précisément un modèle de force de contact linéique) a été utilisée et un modèle analytique de module de Young équivalent du pneu a été développé en fonction de la pression de contact afin de faciliter les calculs pour le développement futur de notre modèle.

Des résultats du modèle ont été comparés avec ceux expérimentaux pour le problème normal (permettant d’obtenir les pressions de contact et la surface de contact). Une bonne corrélation entre les résultats du modèle a été démontrée. On retrouve ainsi un

profil et une surface de contact approximative entre les deux résultats. Ce qui nous a permis de valider notre modèle pour la distribution de la pression de contact.

Le contact roulant tractif (accélération, freinage, virage) pneu/chaussée a été étudié. Il permet ainsi de montrer la présence d'un cisaillement surfacique à l'origine de la distinction de deux zones (adhérence/glisement) sur la surface de contact avec un impact différent sur la structure. Ce dernier sera démontré dans le prochain chapitre.

Le modèle utilisé dans ce chapitre a montré notre potentiel numérique à évaluer la distribution des contraintes de contact pneu/chaussée sous différentes conditions. Le modèle semi analytique utilisé ici est plus ou moins précis, mais plus réel et plus rapide que d'autres utilisés actuellement notamment ceux basés sur les éléments finis.

# Chapitre 5 :

## Vers la modélisation des dégradations des couches de surface de chaussée

## 5.1 Introduction

La construction et l'entretien du réseau routier actuel entraînent des coûts financiers importants pour les collectivités locales, conséquence de la pollution due à l'utilisation d'une matière première à base de pétrole (mélange bitumineux) et d'une consommation d'énergie élevée pendant sa production (production à haute température d'environ  $160^{\circ}\text{C}$ ), bien que des progrès aient récemment été réalisés avec l'arrivée de mélanges chauds ( $120^{\circ}\text{C}$ ) et de mélanges froids ( $80^{\circ}\text{C}$ ). Le défi de la construction routière devient donc un compromis entre la qualité mécanique de la route et les coûts liés à leur conception et à leur réparation. Ces dépenses pour l'ensemble du réseau atteignent environ 15 milliards d'euros par an, dont la plupart dans des zones urbanisées plus particulièrement sensibles à la dégradation de surface. De nouveaux matériaux associés à une diminution de l'épaisseur des couches superficielles et combinés à une augmentation des charges de poids lourds et à leur fréquence de passage ont conduit à de nouvelles pathologies de dégradation de la chaussée. En plus des problèmes d'orniérage bien connus, il y a maintenant l'apparition de fissures en haut et des problèmes de décollement dans les interfaces.

Des études numériques et expérimentales ont été menées par des chercheurs sur ces dégradations. Quelques un de ces travaux ont été mentionnés dans le chapitre 1. Mais les arrachements de granulats en giratoire demeurent jusqu'à présent moins étudiés. Dans leur modèle éléments finis proposé, Zoa et al. [194] ont évalué l'agressivité du trafic sur des chaussées bitumineuses en carrefour giratoire. Dans leurs travaux, certaines analyses ont porté sur les déformations principales et la base de nouveaux critères d'endommagement. Ils ont proposé des coefficients d'agressivité afin de ramener le dimensionnement en giratoire à celui des tronçons en ligne droite. Les décollements dans les interfaces peuvent être dus à la présence de défauts dans celles-ci en plus des charges du trafic. Ainsi, afin de mieux comprendre le phénomène d'endommagement à l'interface de couches de chaussée, Ktari et al. [195] ont conduit un essai de traction monotone sur des éprouvettes spécifiques de bétons bitumineux. Une étude utilisant les éléments finis a été effectuée par Petit et al. [61] sur un modèle de chaussée multicouches pour la conception des sections en courbe de chaussée. Dans leurs travaux, ils ont évalué la performance de l'interface des couches de chaussée en fatigue ainsi que les fissures longitudinales (top-down cracking). La charge normale et tangentielle sont réparties uniformément sur une surface de contact rectangulaire.

Comme indiqué dans le chapitre 1, les ornières d'instabilité sont prises en compte dans les méthodes de dimensionnement conventionnelles. Par contre, cela nécessite une prise en compte des efforts tangentiels afin de pouvoir mieux expliquer les déplacements

en surface surtout au points singuliers (intersections, virages, ronds points, ...).

Nombreux sont les méthodes de dimensionnement des structures de chaussée existantes ne prenant pas en compte ces nouvelles pathologies de dégradation ou éventuellement, avec non intégration des effets tangentiels dus à l'inertie, ou avec des calculs Éléments Finis (EF) (des fois très lourd en temps de calcul). Nous avons donc opté pour la méthode semi analytique décrit depuis le début de ce document. Nous avons constaté également qu'il est nécessaire de modéliser le contact roulant tractif pneu/chaussée afin de pouvoir bien décrire ces pathologies de dégradation des couches de surface. Après avoir modélisé le contact roulant tractif avec la méthode semi-analytique et validé par des cas académiques (chapitre 2 et 3) nous allons ensuite faire une application au contact pneu/chaussée avec la détermination des contraintes surfaciques pouvant être à l'origine de ces nouvelles formes de dégradations.

Ce dernier chapitre présente alors une application de notre modèle à une première étude des dégradations des couches de surface et plus précisément le top-down cracking et les ornières d'instabilité, directement liées aux sources mécaniques.

## 5.2 Étude du top-down cracking

Comme décrit dans le chapitre 1, la méthode Française actuelle de dimensionnement des chaussées modélise les dégradations provenant du bas des couches (fissures montantes) par la loi de fatigue décrite par l'équation (5.1).

$$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{6(10^\circ C, 25Hz)} \cdot \left( \frac{E_{(10^\circ C, 10Hz)}}{E_{(15^\circ C, 10Hz)}} \right)^{0,5} \cdot \left( \frac{N_f}{10^6} \right)^b \cdot k_r \cdot k_c \cdot k_s \quad (5.1)$$

Les coefficients et les paramètres du modèle sont définis dans le chapitre 1. La détermination de la durée de vie  $N_f$  en fatigue de la chaussée nécessite la connaissance des déformations principales  $\varepsilon_t$  en plus des paramètres de fatigue  $\varepsilon_6$  et  $b$ . Il s'agit ici de faire une analyse inverse (fissures descendantes) afin d'évaluer le potentiel d'une fissure descendante de la chaussée. Ainsi, nous proposons ici d'étudier les fissures descendantes en évaluant les déformations principales par extension en surface de la chaussée.

### 5.2.1 Brève description de la méthode d'analyse des fissures se propageant de bas en haut

Dans la modélisation en fatigue des chaussées, il a été montré que la déformation principale par extension en bas des couches (selon le critère d'endommagement par

fissuration de Mazars [196]) est à l'origine des fissurations montantes ou descendantes si celles-ci sont en surface ou proche de la surface (cf. figure 1.2). Ces déformations sont le plus souvent générées par le passage des poids lourds ou par la mauvaise élaboration des couches inférieures.

Dans cette méthode [31], les fissurations sont modélisées principalement comme provenant du bas des couches. La figure 5.1(b), appelée courbe de Wöhler représente, à une température donnée, la droite de fatigue des enrobés bitumineux. Elle permet de définir la résistance en fatigue des matériaux bitumineux. Le paramètre  $\varepsilon_6$  est choisi comme la micro-déformation critique à  $10^\circ\text{C}$  et 10 Hz (cf. (5.1)) au-delà de laquelle la fissuration est imminente à un million de cycles de chargements.

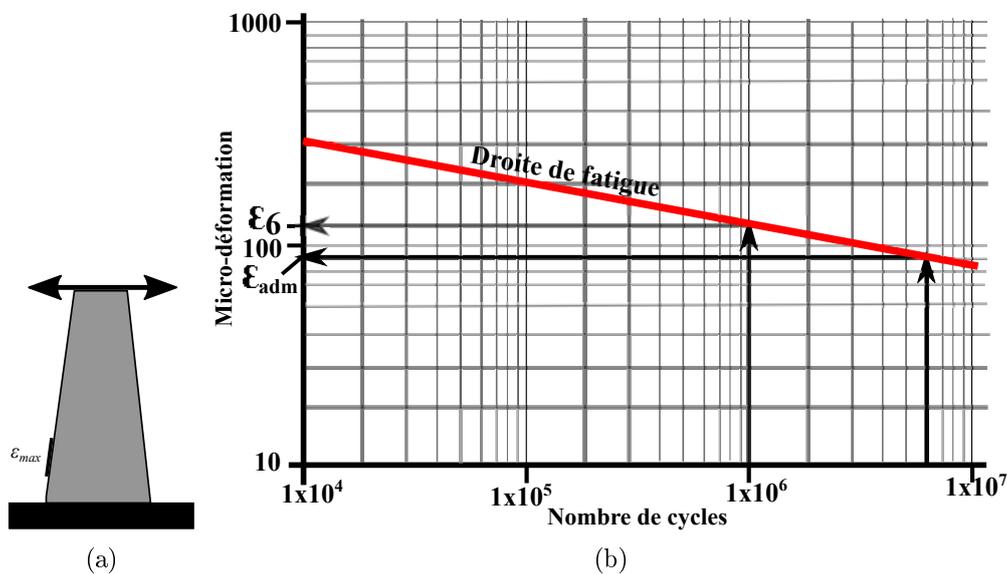


FIGURE 5.1 – (a) Essais de flexion deux points sur éprouvette d'enrobé bitumineux ; (b) Droite de fatigue des enrobés bitumineux (courbe de Wöhler).

La déformation par extension est calculée en bas de couche et comparée à la déformation admissible ( $\varepsilon_{adm}$ , en tenant compte des paramètres et coefficients de l'équation (5.1)). Elle doit être inférieure à cette dernière afin d'avoir une durée de vie satisfaisante. Pour cela, un essai de flexion 2 points est réalisé en laboratoire sur une éprouvette de forme trapézoïdale (figure 5.1). Ainsi, la déformation par extension est récupérée sur la surface latérale où elle est supposée maximale et comparée à la déformation  $\varepsilon_6$ .

Étant donné que notre problématique est l'étude de la fissuration par le haut, une analyse similaire est réalisée en calculant par la méthode numérique semi-analytique (SAM) la déformation par extension en surface de la chaussée. Notre modèle va donc permettre

d'analyser, à partir de la répartition des contraintes surfaciques, les déformations en surface et les directions principales d'extension afin de prédire la direction de propagation des fissures sous diverses conditions de chargement et de frottement. Les données de simulation sont listées dans le tableau 5.1. On suppose pour l'instant l'état de surface de la chaussée parfaitement lisse. La chaussée est modélisée comme une couche unique semi infinie, homogène et de comportement isotrope et élastique. On choisit ici un béton bitumineux semi grenu (BBSG) à 15°C et 10Hz de fréquence de chargement.

Tableau 5.1 – Données de simulation pour l'étude du top-down cracking

Paramètre	Valeurs
Effort normal, $W$ (kN)	32,5
Effort tangentiel longitudinal, $F_x$ (kN)	[-10 ;10 ;15]
Effort tangentiel latéral, $F_y$ (kN)	[5 ;10]
Module de Young du pneu, $E_w$ (MPa)	2.92
Coefficient de Poisson du pneu, $\nu_w$	0,5
Pression de gonflage du pneu (kPa)	820
Module de Young du BBSG, $E_c$ (MPa)	5400
Coefficient de Poisson du BBSG, $\nu_c$	0,35
Coefficient de frottement, $\mu$	0,7

### 5.2.2 Roulement libre

Le roulement libre est modélisé par un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$  avec une charge tangentielle nulle. C'est le cas d'un pneu de remorque avec un chargement de 32,5 kN. La figure 5.2 présente les déformations principales par extension en surface. Sur chaque trace de strie, la déformation est nulle, ce qui signifie que seule la compression est présente dans ce cas. Par contre entre les stries il existe des zones de tractions où les micro-déformations sont légèrement augmentées et avoisinant les  $35 \mu\text{déf}$  ( $< \varepsilon_6$ ). Ce qui peut expliquer les fissures dans les traces du pneu (figure 5.4(a)).

La figure 5.3 présente les directions principales de traction. On suppose que les directions orthogonales au sens du roulement sont à l'origine des fissures longitudinales et les directions parallèles au sens du roulement sont à l'origine des fissures transversales. La figure 5.4(b) présente une illustration de ces fissures. Pour le roulement libre, on suppose qu'il n'y a aucune action tangentielle sur le pneu qui peut augmenter le cisaillement surfacique et les déformations sur les bords des pneus. Ainsi, nous évaluons ces déformations principales par extension ainsi que leurs directions pour des cas d'accélération et de freinages.

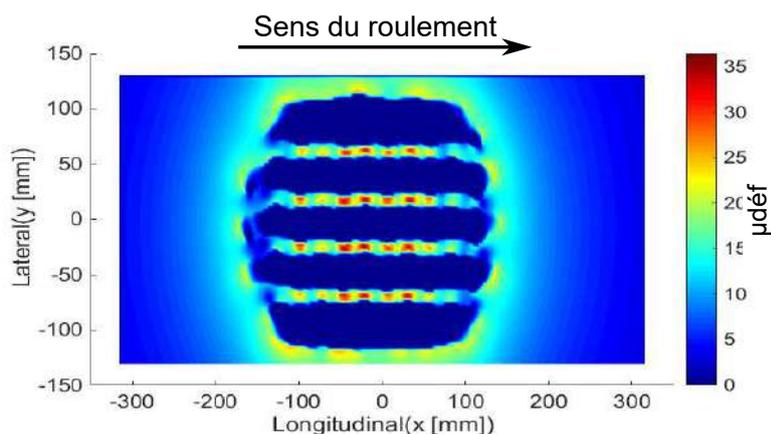


FIGURE 5.2 – Déformation principale par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement libre

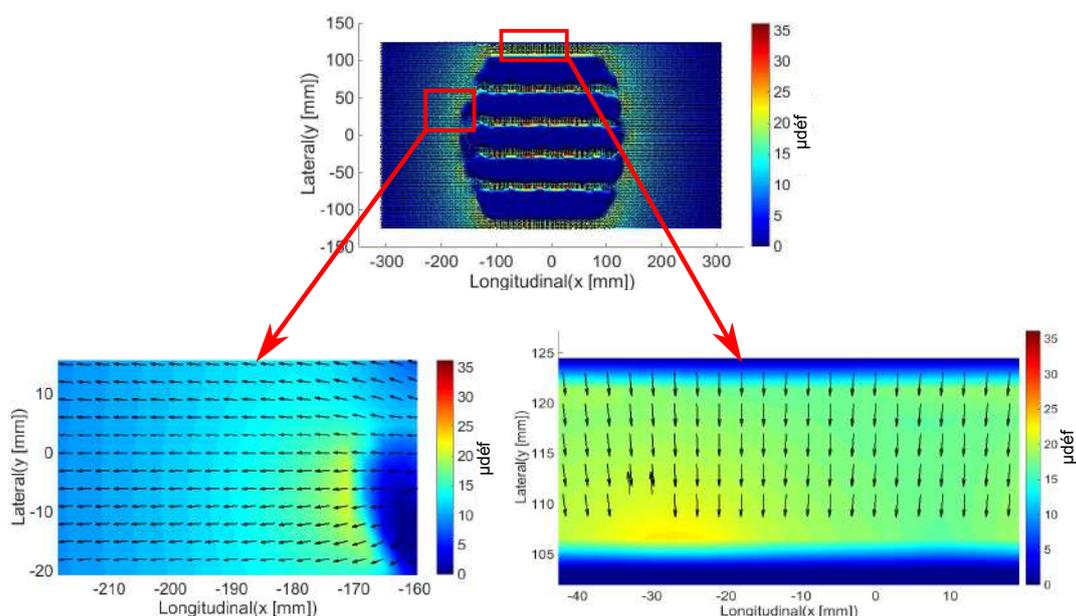


FIGURE 5.3 – Directions principales d’extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement libre ( $F_x = 0$ ;  $F_y = 0$ )

## 5.2.3 Roulement tractif

### 5.2.3.1 Accélération

Comme proposé dans le chapitre précédent, l’accélération est modélisée par l’application d’un effort tangentiel dans le sens du roulement ( $F_x = 10$  kN). Le coefficient de frottement est maintenu à  $\mu = 0,7$ . La figure 5.5 montre le champ de déformation principale en surface pour un roulement tractif. On observe nettement l’effet de la zone de glissement sur les dégradations. On remarque que c’est dans cette zone de glissement que les microdéformations sont les plus élevées et plus précisément sur les bords du contact (environ  $200 \mu\text{déf} > \varepsilon_6$ ), probablement à l’origine des fissures longitudinales (figure 5.4(b))

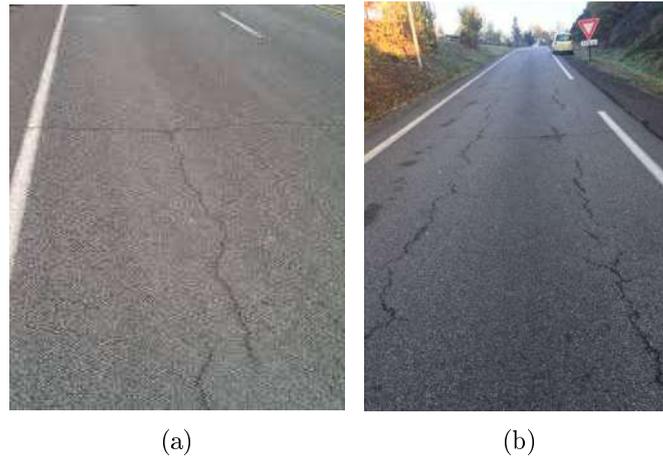


FIGURE 5.4 – Différents types de fissuration sur la chaussée.

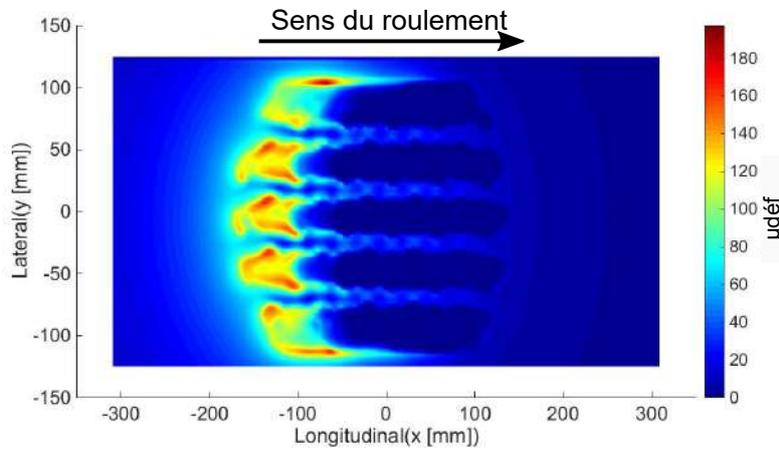


FIGURE 5.5 – Déformation principale par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition d'accélération,  $F_x = 10 \text{ kN}$  ;  $F_y = 0$ ).

précoces sur les bords des traces du pneu. D'ailleurs, Matsuno et Nishizawa [55] ont déjà indiqué dans leurs travaux que les fissures longitudinales en surface sont dues aux grandes déformations par extension et sont générées à proximité des bordures du pneumatique. Dans la zone de glissement, on note également que des déformations de l'ordre de  $200 \mu\text{def}$  ( $> \varepsilon_6$ ) apparaissent. En conséquence, par dépassement de la limite admissible, la fissuration devient alors évidente menant à la réduction de la durée de vie. Ces déformations élevées dans la zone de glissement peuvent être à l'origine des arrachements de granulats qui se produisent dans les traces de pneu comme illustré par la figure 5.6. Ce phénomène peut être démontré par les directions principales de traction. La figure 5.7 présente les directions principales d'extension dans le cas du roulement tractif (accélération) et permet de mettre en évidence certaines directions quasi obliques par rapport au cas de figure 5.3. La visualisation de ces directions est encore une fois en accord avec l'observation des fissures de directions quelconques ou de l'arrachement des granulats sur les figures 5.4(b)



FIGURE 5.6 – Fissuration et arrachement de granulats en surface de chaussée

et 5.6.

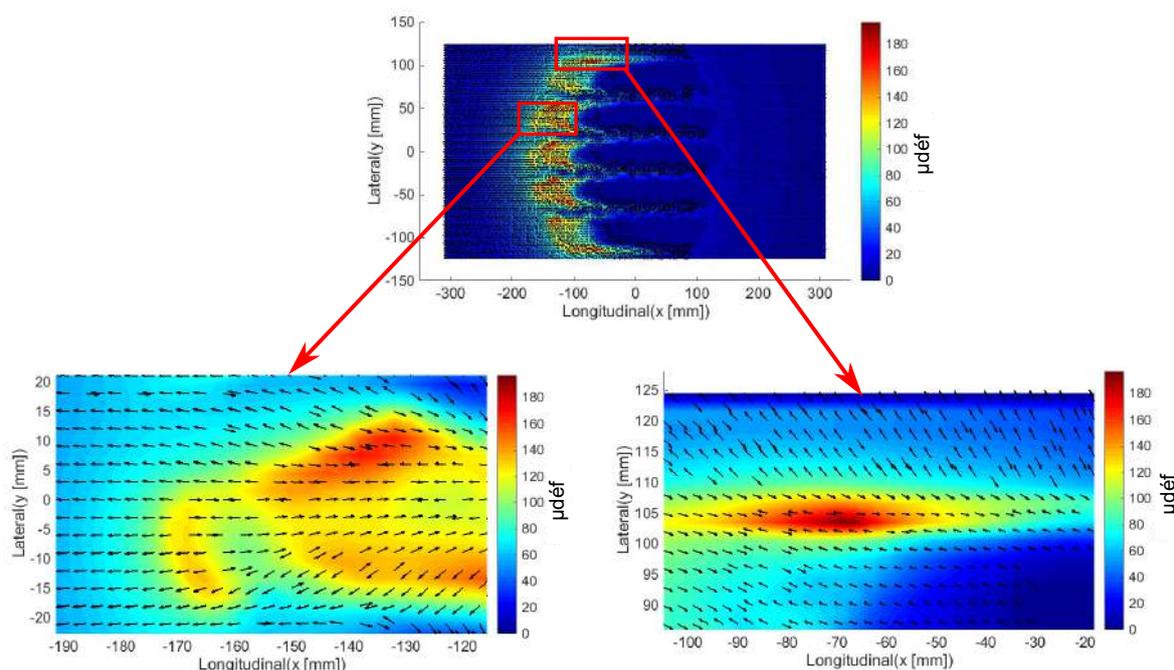


FIGURE 5.7 – Directions principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition d'accélération,  $F_x = 10 \text{ kN}$  ;  $F_y = 0$ )

### 5.2.3.2 Freinage

Le freinage est modélisé par l'application d'un effort de traction dans le sens opposé au sens du roulement ( $F_x = -10 \text{ kN}$ ) avec un coefficient de frottement fixé à  $\mu = 0,7$ . La figure 5.8 montre les déformations principales d'extension dans ce cas. L'effort appliqué pour l'accélération dans le paragraphe précédent est appliqué pour le freinage. On remarque que la micro-déformation est plus élevée au bords du pneu ( $> 200 \mu\text{déf}$ ), ce qui explique les fissures longitudinales au bords des traces du pneu. On observe également que toute la surface de contact est en traction, ce qui n'est pas le cas dans des phases d'accélération où les zones sous les stries du pneu sont en compression (cf. figure 5.5). Les micro-déformations les plus élevées sont toujours concentrées dans la zone de glissement

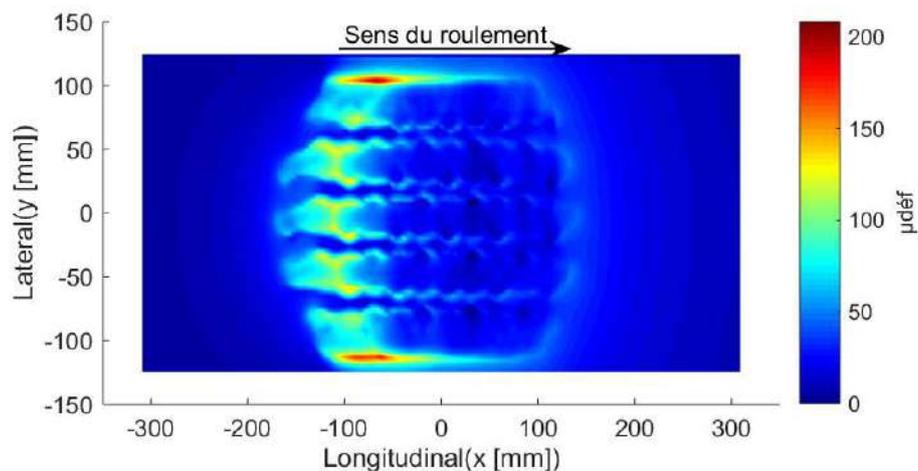


FIGURE 5.8 – Déformations principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition de freinage,  $F_x = -10$  kN ;  $F_y = 0$ )

à l'arrière de la surface de contact. Les directions principales de traction obtenues sont représentées sur la figure 5.9.

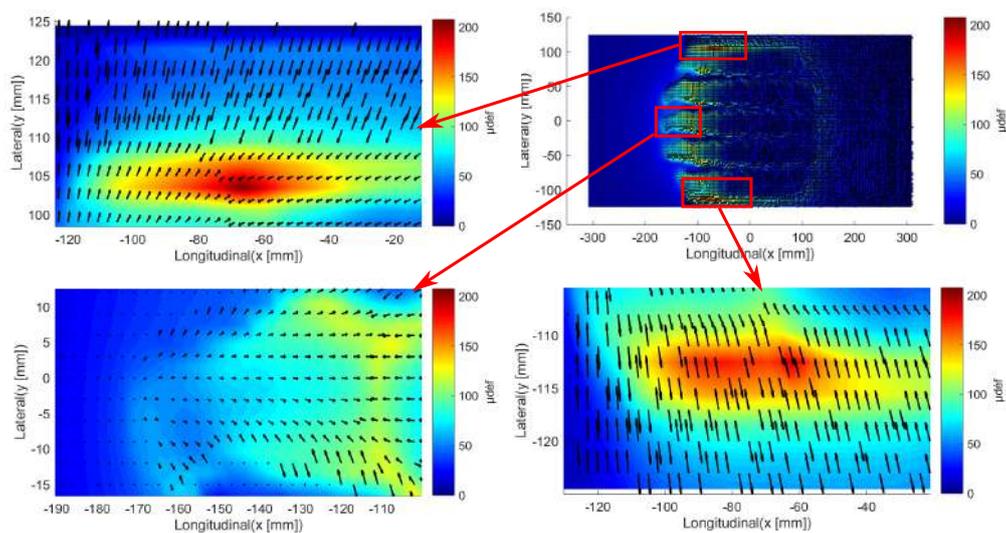


FIGURE 5.9 – Directions principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un roulement tractif (condition de freinage,  $F_x = -10$  kN ;  $F_y = 0$ )

### 5.2.3.3 Cas des virages et giratoires

La plupart des dégradations fréquentes sur nos routes apparaissent dans les virages ou dans les giratoires. Dans leurs études sur l'agressivité du trafic sur les chaussées bitumineuses en carrefour giratoire, Zoa et al. [194] ont mentionné que les chaussées en giratoire sont le siège de pathologies spécifiques pouvant se manifester dès les premières années de service et en particulier dans les courbes de petit rayon. Ils ont ensuite énuméré des fissures longitudinales et des décollements de couches de surfaces.

Nous proposons maintenant d'évaluer les déformations principales en considérant les effets tangentiels latéraux. Comme dans le chapitre précédent, on applique d'abord un effort tangentiel latéral seul. Ceci correspond à une roue libre sans effort tractif dans un virage. On laisse le coefficient de frottement  $\mu = 0,7$  et on applique  $F_y = 10$  kN. La déformation principale par extension est représentée sur la figure 5.10. On remarque

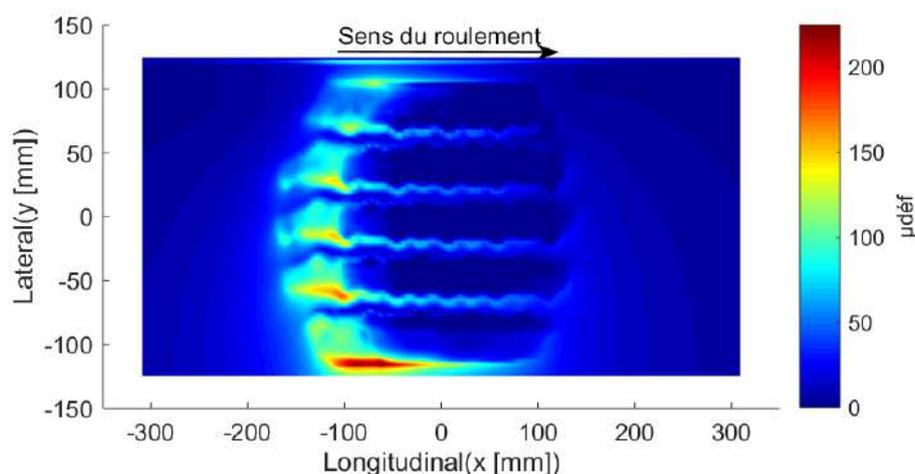


FIGURE 5.10 – Déformation principale par extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue sur une portion courbe de chaussée (condition de roue libre en virage,  $F_x = 0$ ;  $F_y = 10$  kN)

que la micro-déformation est maximale sur le bord du contact avoisinant les  $250 \mu\text{déf}$ . La traction est donc concentrée vers l'extérieur du contact dans le sens de l'application de la charge. On remarque ceci sur la figure 5.11 où sont représentées les directions principales par extension.

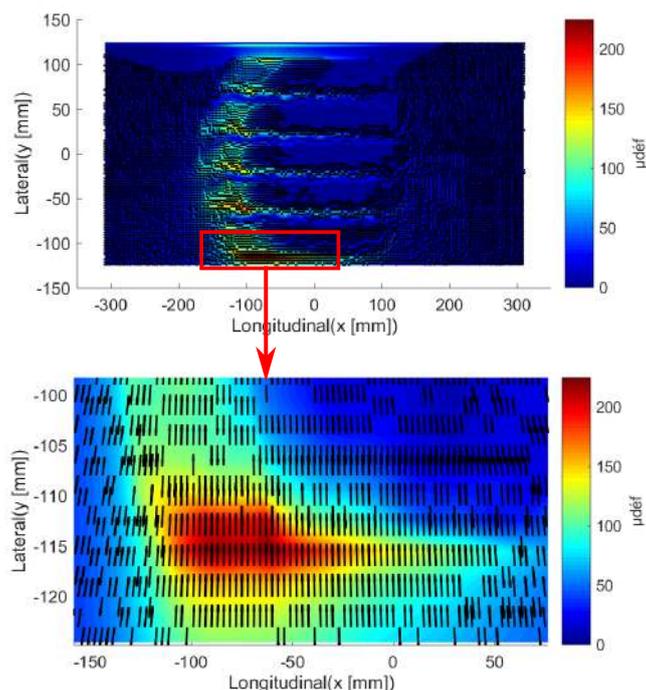


FIGURE 5.11 – Directions principales d’extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue sur une portion courbe de chaussée (condition de roue libre en virage  $F_x = 0$  ;  $F_y = 10$  kN)

On considère ensuite une roue tractif dans un virage ou un giratoire. Elle est modélisée ici par l’application d’un effort tangentiel longitudinal  $F_x = 15$  kN et latéral  $F_y = 5$  kN. Le coefficient de frottement est maintenu à  $\mu = 0,7$ . La figure 5.12 présente la micro-déformation principale. Dans ce cas, on observe des micro-déformations élevées sur chaque zone du contact et plus précisément la zone de glissement. Par contre, la valeur est plus

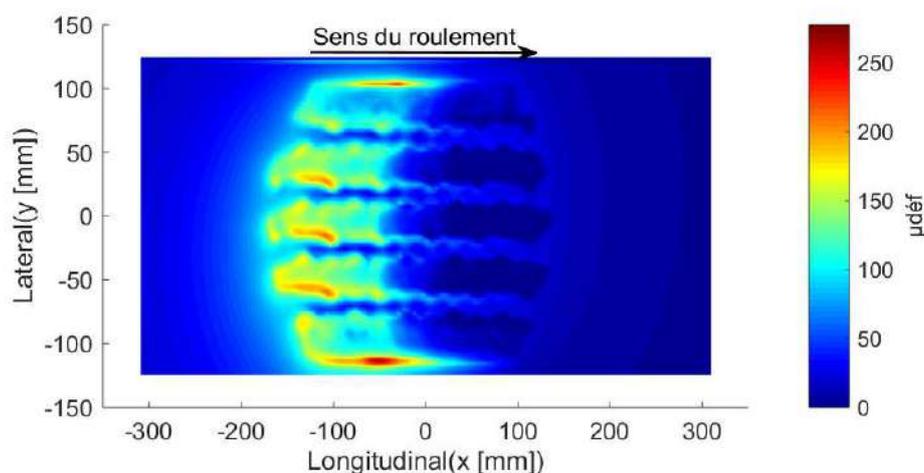


FIGURE 5.12 – Déformations principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue en virage (condition de roue motrice en virage,  $F_x = 15$  kN ;  $F_y = 5$  kN)

élevée sur le bord inférieur vers lequel la charge latérale est appliquée. Sur ce bord, la

déformation est d'environ  $278 \mu\text{déf}$ . On observe les directions principales de traction représentées sur la figure 5.13 qui sont quasi-orthogonales à la direction du déplacement au

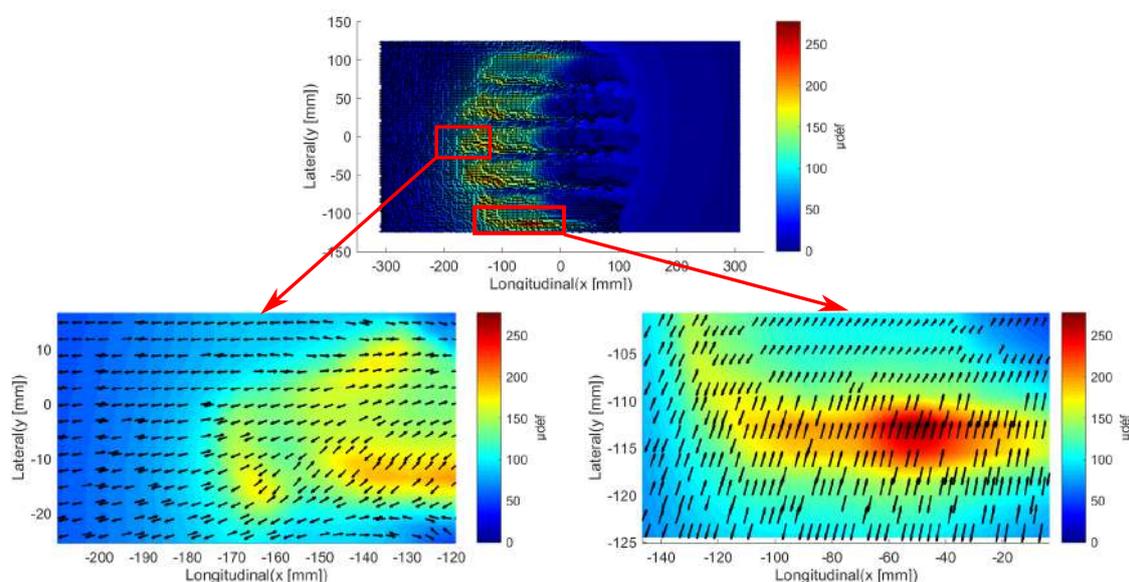


FIGURE 5.13 – Directions principales d'extension en surface ( $z = 0$ ) pour une roue en virage (condition de roue motrice en virage,  $F_x = 15 \text{ kN}$  ;  $F_y = 5 \text{ kN}$ )

bords du contact et sont susceptibles de créer des fissures longitudinales dans les virages ou provoquer l'arrachement de granulats (figure 5.14).



FIGURE 5.14 – Fissuration de chaussée en giratoire

### 5.2.4 Profil de pneu lisse

Nous terminons par la comparaison des déformations principales pour un profil de pneu lisse et un profil de pneu réel. Le profil de pneu lisse est celui présenté dans le chapitre précédent. La figure 5.15 montre la répartition des micro-déformations principales par extension en surface pour un effort tangentiel  $F_x = 10 \text{ kN}$  ( $F_y = 0$ ). La déformation maximale est environ  $125 \mu\text{déf}$  contre environ  $187 \mu\text{déf}$  (cf. figure 5.5) pour le profil réel du pneu. La répartition montre qu'un pneu lisse est moins agressif qu'un pneu réel.

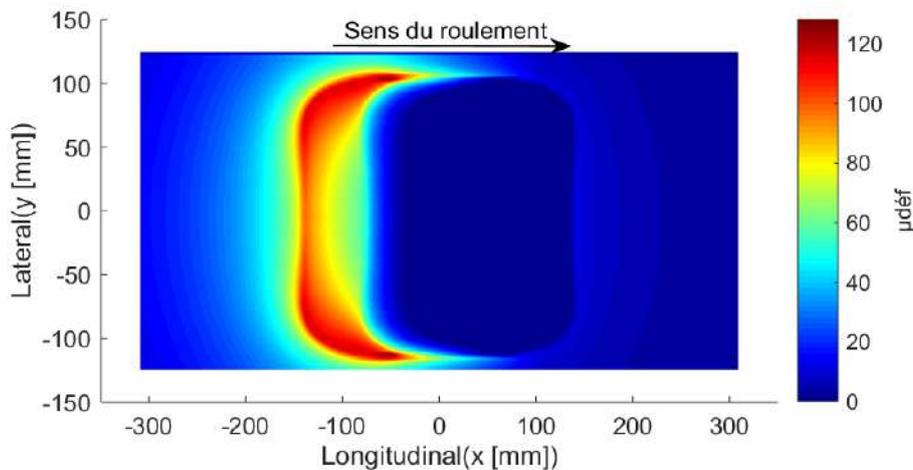


FIGURE 5.15 – Déformations principales par extension en surface ( $z = 0$ ) pour un profil de pneu lisse (condition d'accélération ;  $F_x = 10 \text{ kN}$  ;  $F_y = 0$ )

### 5.2.5 Conclusion partielle sur l'apport dans les méthodes de dimensionnement

Notre modèle permet d'avoir une connaissance plus rapide et précise des déformations par extension (environ  $35 \mu\text{déf}$  maximum entre les stries en roulement libre et  $280 \mu\text{déf}$  maximum aux bords du contact en roulement tractif) à l'origine de l'apparition prématurée des fissures descendantes à la surface des chaussées. Ceci n'est pas observé par les modèles avec une hypothèse de répartition uniforme de la charge (Alizé-Lcpc et ILLI-PAVE) qui sont à la base des méthodes de dimensionnement rationnel et donc plus adapté aux dégradations provenant des couches inférieures de la chaussée. L'effet des stries de pneu sur les fissurations ainsi que leur agressivité sur la chaussée est observé en montrant les directions principales de tractions en surface. Il faut toutefois noter que, pour l'instant, dans notre modèle, l'état de la surface de la chaussée est lisse. Nous pouvons d'ore et déjà supposé que cet effet sera plus important en présence d'un profil de chaussée réel.

Le modèle présenté ici vient donc compléter les méthodes de dimensionnement rationnel utilisant des distributions uniforme de charge comme Alizé-Lcpc et ILLI-PAVE.

## 5.3 Étude de l'orniérage

Il s'agit ici de faire quelques analyses pouvant nous conduire à la modélisation de l'ornière d'instabilité qui devient une des pathologies les plus récurrentes à laquelle doit faire face les entreprises de construction des chaussées. On rappelle que ces ornières se produisent dans les premiers centimètres des couches de surface. Pour leurs modélisations, il faut décrire la chaussée par un modèle thermo-viscoplastique comme décrit dans le chapitre 1. Pour une première application nous considérons un modèle élasto-plastique avec une description réaliste du contact pneu-chaussée. L'état d'écroûissage est décrit par les lois isotropes de Swift (5.2) et cinématiques d'Armstrong-Frederick (5.3) qui sont utilisées dans le chapitre 3.

- La loi de Swift (Isotrope) est donnée par :

$$\sigma_y = B(C + 10^6 p)^n, \quad (5.2)$$

où les paramètres du modèle  $B$ ,  $C$  et  $n$  sont des paramètres du matériau à déterminer.

- La loi d'Armstrong-Frederick (Cinématique à deux variables d'écroûissage) est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \\ d\mathbf{X}_1 &= \frac{2}{3} C_1 d\varepsilon^{pl} \\ d\mathbf{X}_2 &= \frac{2}{3} C_2 d\varepsilon^{pl} - \gamma_2 \mathbf{X}_2 \dot{p} \end{aligned} \quad (5.3)$$

où les paramètres matériaux  $C_1$ ,  $C_2$  et  $\gamma_2$  sont à déterminer.

La structure modélisée dans le modèle semi-analytique est composée d'une seule couche semi-infinie de grave bitume GB3. Ainsi, les modèles élasto-plastiques ont été caractérisés avec un essai monotone sur une éprouvette cylindrique GB3.

### 5.3.1 Essai de caractérisation du matériau bitumineux

#### 5.3.1.1 Réalisation de l'essai

Afin de retrouver les paramètres matériau des lois d'écroûissages, un essai de compression monotone uni-axial a été effectué sur des éprouvettes cylindrique GB3 de dimensions

$d = 99,204$  mm et  $h = 68,16$  mm, obtenu par carottage dans le sens vertical sur une chaussée expérimentale construite au laboratoire GC2D (cf. figure 5.16).

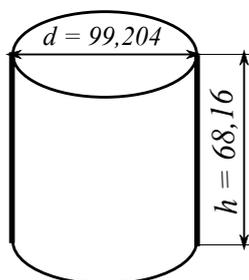


FIGURE 5.16 – Présentation de l'éprouvette

Au cours de l'essai, l'éprouvette est simplement placée entre deux casques métalliques. L'essai est réalisé sur une presse hydraulique MTS. La figure 5.17 montre le montage de l'éprouvette instrumentée par deux capteurs de déplacement sans contact. La description



FIGURE 5.17 – Dispositif du montage de l'éprouvette instrumentée par deux capteurs de déplacement à courant de Foucault

de l'essai est présentée sur la figure 5.18. Le pilotage est effectué en déplacement. Durant l'essai, il a été choisit de charger l'éprouvette jusqu'à la rupture. Ainsi, celle-ci est chargée avec une vitesse de chargement de  $5.10^{-3}$  mm/s jusqu'à la rupture avant la décharge. La figure 5.18(a) montre la direction du chargement et la figure 5.18(b) montre le signal en déformation totale. Afin de se rapprocher des conditions de température critiques

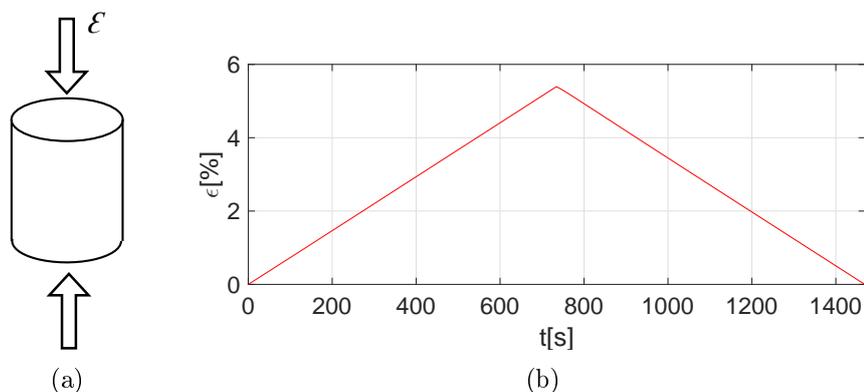


FIGURE 5.18 – Descriptif de l'essai. (a) Direction du chargement ; (b) Historique du chargement

provoquant l'orniérage, l'éprouvette est conditionnée à une température de  $40^{\circ}C$ .

### 5.3.1.2 Identification des paramètres matériau

Cet essai nous permet d'obtenir les constantes des lois d'érouissage (5.2) et (5.3). Étant donné que notre essai est monotone et uni-axial, dans le processus, on suppose pour tous les points appartenant à la partie érouie :  $p = \varepsilon^{pl}$ . Ce qui nous permet d'avoir une équation homogène pour la loi Armstrong-Frederick (eq. (5.3)) facile à intégrer.

Une régression linéaire est effectuée pour la partie réversible (élastique) et non linéaire pour la partie irréversible (plastique) en utilisant la méthode des moindres carrés grâce au logiciel MATLAB. Le résultat de l'essai ainsi que les différents ajustements pour l'obtention des paramètres recherchés sont présentés sur la figure 5.19.

Pour la partie linéaire, il s'agit de retrouver le module élastique et la limite d'élasticité. Sachant que les modules visco-élastiques des matériaux bitumineux dépendent de la température et de la fréquence de sollicitation (compression-traction cyclique), il sont généralement représentés par une courbe maitresse comme présenté sur la figure 5.20. En effet, compte tenu de son comportement visqueux, les matériaux bitumineux sont caractérisés par un module complexe. Ainsi, le module du module complexe quantifie la rigidité de l'enrobé à une fréquence et température donnée. Il est souvent présenté sous la

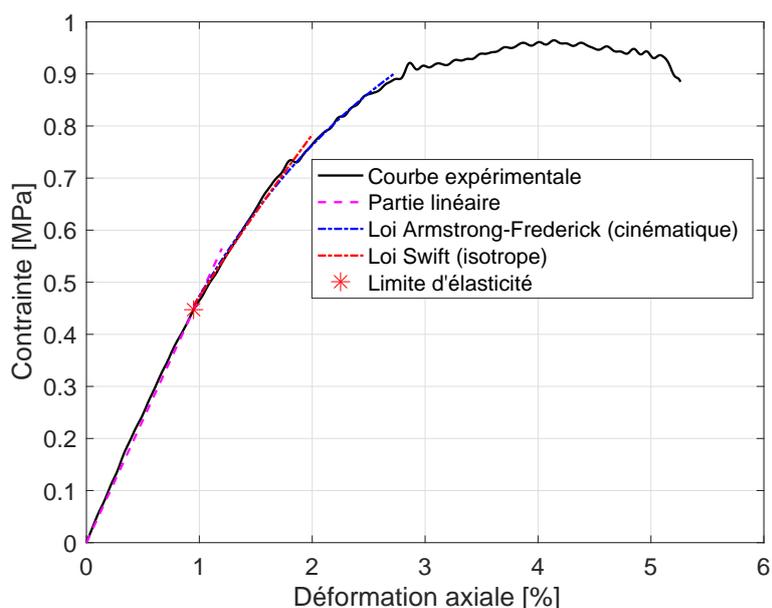


FIGURE 5.19 – Données expérimentales de l’essai de compression et modèles pour la caractérisation du matériau

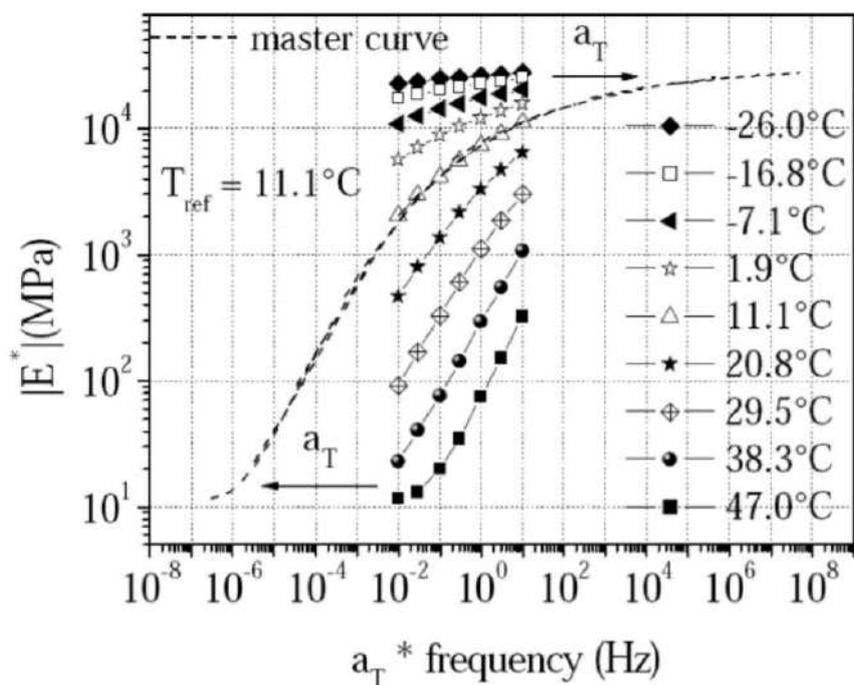


FIGURE 5.20 – Courbe maîtresse et isothermes de l’enrobé bitumineux à température de référence  $T_{ref} = 11,1^\circ C$  selon Q.T. Nguyen [197]

forme  $E^* = E_1 + iE_2$  (ou  $E^* = |E^*| \exp(i\varphi)$  pour un modèle viscoélastique linéaire ; où  $\varphi$  est l’angle de déphasage entre la contrainte sinusoïdale  $\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t)$  appliquée et la déformation résultante sinusoïdale  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \varphi)$  en régime établi). Il est nommé

le module de rigidité de l'enrobé et est souvent représenté en fonction de la fréquence de sollicitation par des isothermes et à une température de référence par une courbe maitresse (cf. figure 5.20). Selon l'ajustement de la partie linéaire sur la figure 5.19, on trouve un module de rigidité de notre matériau de 47,095 MPa. Pour une température de 38°C et selon la courbe maitresse, le module estimé expérimentalement avec l'essai statique correspond à une fréquence de chargement de  $5.10^{-2} Hz$  pour un essai de module complexe. Généralement, le coefficient de Poisson pour les enrobés bitumineux est pris à  $\nu = 0,35$ .

Les tableaux 5.2, 5.3 et 5.4 résument respectivement les propriétés élastiques, les constantes du modèle Swift (isotrope) et les constantes du modèle Armstrong-Frederick (cinématique) obtenus.  $\sigma_{y0}$  désigne la limite d'élasticité.

Tableau 5.2 – Propriétés élastiques

$E(\text{MPa})$	$\nu$
47,095	0,35

Tableau 5.3 – Loi Swift

$B(\text{MPa})$	$C$	$n$
14,815	$4,695.10^{-04}$	0.756

Tableau 5.4 – Loi Armstrong-Frederick

$C_1(\text{MPa})$	$C_2(\text{MPa})$	$\gamma_2$	$\sigma_{y0}(\text{MPa})$
0	89,796	49	0.448

## 5.3.2 Résultats et analyses

Selon Brown et Cross [49], les ornières d'instabilité se produisent souvent dans les 7 à 10 centimètres de la surface. Ainsi, dans cette section, une analyse est réalisée sur la localisation des déformations plastiques maximales lors du roulement tractif. On utilisera uniquement l'érouissage isotrope décrit par la loi Swift. Le module équivalent du pneu est de 2.92 MPa et il est considéré incompressible.

### 5.3.2.1 Chargement normal

Un chargement normal sous un effort maximal  $W = 32,5 \text{ kN}$  en présence d'un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$  est tout d'abord appliqué. On visualise les micro-déformations

plastiques équivalentes ( $\varepsilon_{eqv}^{pl}$ ) dans le sens longitudinal ( $x$ ) et latéral ( $y$ ). Ces dernières sont représentées sur les figures 5.21(a) et 5.21(b) respectivement dans le plan  $y = 0$  et  $x = 0$ . La figure 5.21(a) montre une zone de déformation maximale à  $z = 80$  mm et une deuxième zone maximale à  $z = 15$  mm proche de la surface, (*légalement*) due à la présence des stries (démonstré par la figure 5.21(b)). Dans les deux cas, selon Brown et Cross [49], on se retrouve devant une situation d'ornièrre d'instabilité. Cependant la zone proche de la surface de contact semble être à l'origine d'un fluage de matériau précoce. Ce cas peut être assimilé à un roulement libre où on suppose que seule la charge normale est en action.

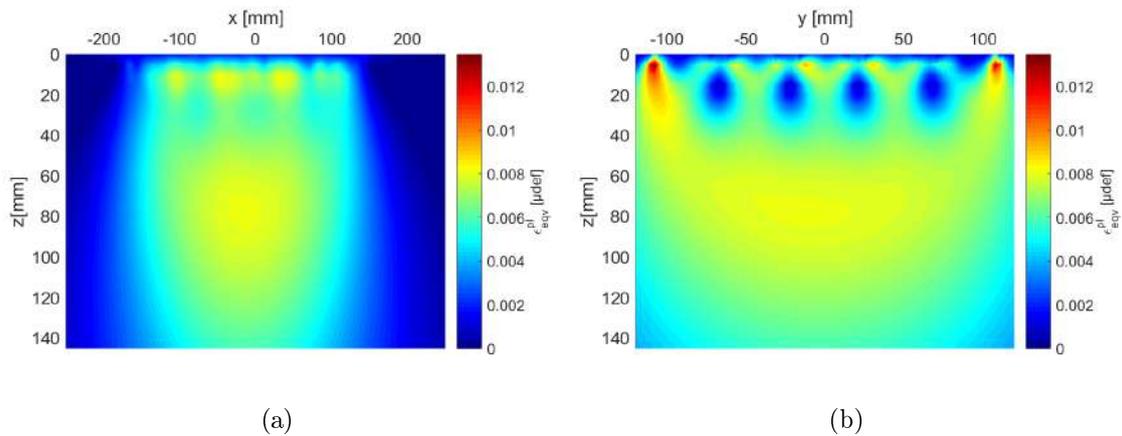


FIGURE 5.21 – Micro-déformation plastique verticale  $\varepsilon_{eqv}^{pl}$  sous chargement normal, (a) à  $y = 0$ , (b) à  $x = 0$

La figure 5.22 montre les contraintes résiduelles de Von Mises dans le sens longitudinal et le sens transversal. Dans le sens longitudinal, on remarque que les zones maximales se situent aux bords de la zone de contact et proches de la surface de contact. Alors que dans le sens latéral, elles se situent au bord du contact. Ceci est visiblement dû aux effets de bord du pneu.

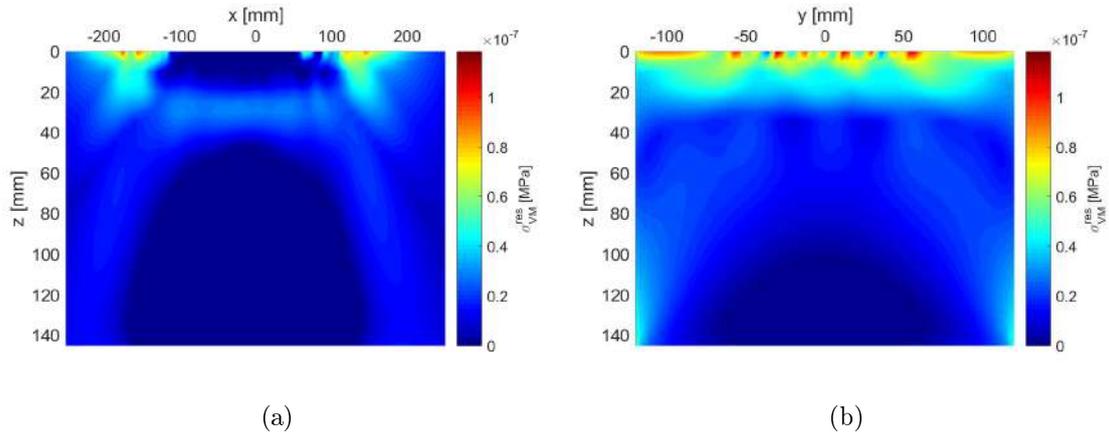


FIGURE 5.22 – Contraintes équivalentes résiduelles de Von Mises  $\sigma_{VM}^{res}$  sous chargement statique, (a) à  $y = 0$ , (b) à  $x = -150$  mm

### 5.3.2.2 Roulement tractif

Il s'agit ici d'une accélération avec une charge normale de  $W = 32,5$  kN et un effort tangentiel longitudinal  $F_x = 10$  kN avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,7$ . La micro-déformation verticale  $\varepsilon_{eqv}^{pl}$  est représentée sur la figure 5.23. La figure 5.23(a) montre la micro-déformation dans le sens longitudinal ( $y = 0$ ) et la figure 5.23(b) dans le sens latéral ( $x = 0$ ). Le sens de déplacement étant de gauche vers la droite, nous remarquons que la micro-déformation est maximale en surface et plus précisément dans la zone de glissement. La figure 5.23(b) montre la contribution des stries sur la déformation plastique proche de la surface dans la zone d'adhérence. Avec l'application d'un effort tractif, on remarque

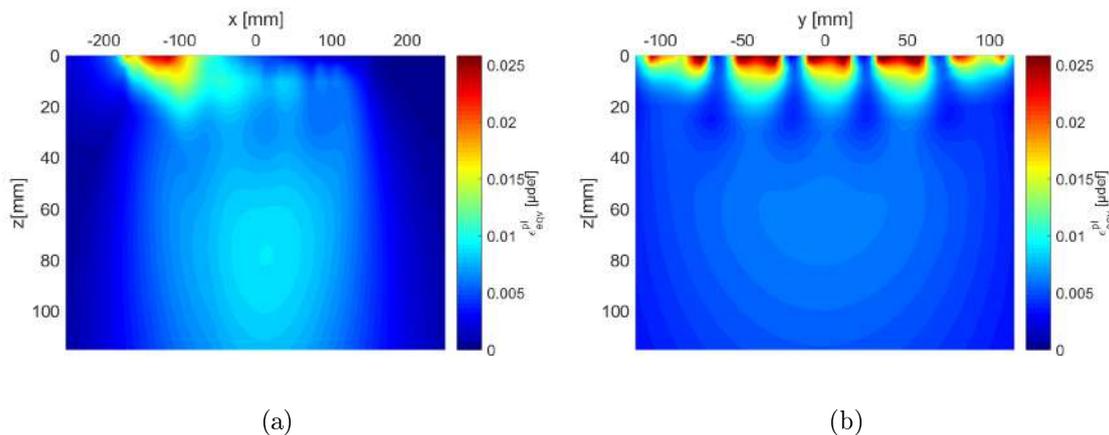


FIGURE 5.23 – Micro-déformation plastique verticale  $\varepsilon_{eqv}^{pl}$  pour une force d'accélération  $F_x = 10$  kN, (a) à  $y = 0$ , (b) à  $x = -120$  mm

que la micro-déformation maximale est plutôt proche de la surface de contact et peut être à l'origine d'un déplacement permanent dans le sens longitudinal dû à la présence de la zone de glissement. La figure 5.24, montrant la contrainte principale maximale dans le

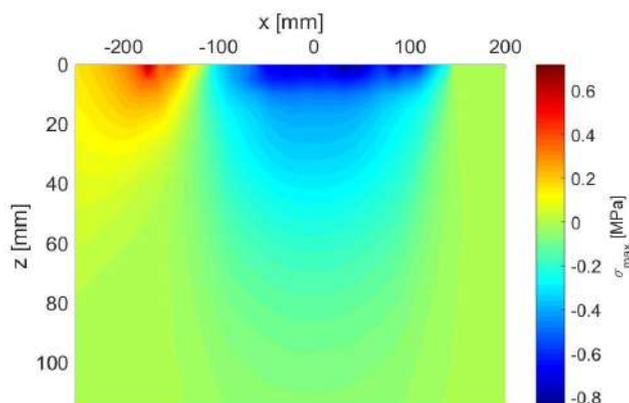


FIGURE 5.24 – Contrainte principale maximale pour une force d'accélération  $F_x = 10$  kN dans le plan longitudinal  $y = 0$

plan longitudinal, vient illustrer ceci. Par ailleurs, on peut assister à un décollement de la couche de surface en cas de présence de défaut d'interface comme le montre la photo de la figure 5.25.



FIGURE 5.25 – Défaut d'interface, délaminage

Les contraintes résiduelles de von Mises sont représentées sur la figure 5.26. Dans le sens longitudinal (figure 5.26(a)), on remarque, comme dans la section précédente, que la zone de contrainte maximale se trouve au bord du contact mais cette fois-ci plus concentrée dans la zone de glissement. Dans le sens latéral (figure 5.26(b)), on remarque que la contrainte est plus élevée aux bords du contact.

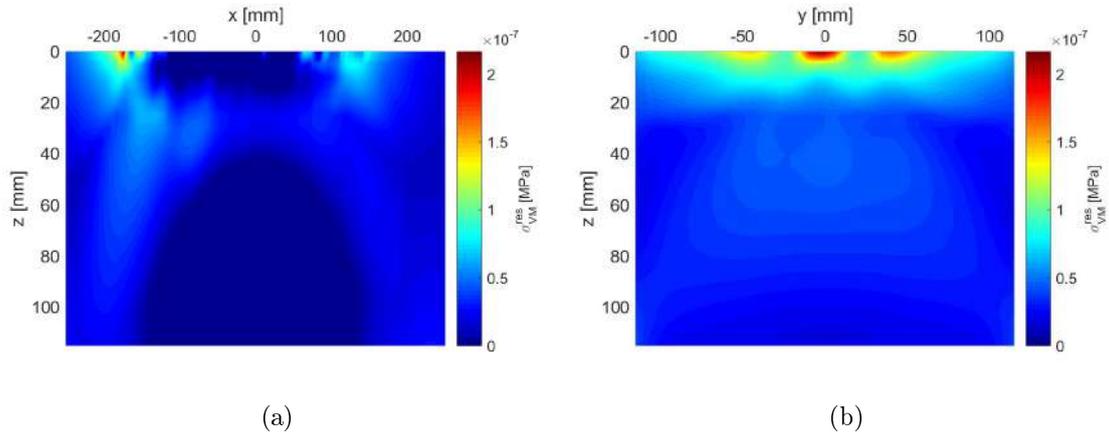


FIGURE 5.26 – Contrainte équivalente résiduel de Von Mises  $\sigma_{VM}^{res}$  pour une force d'accélération  $F_x = 10\text{ kN}$ , (a) à  $y = 0$ , (b) à  $x = -175\text{ mm}$

## 5.4 Conclusions

Ce chapitre a fait l'objet d'une application du contact pneu-chaussée vers une modélisation des dégradations des couches de surfaces d'une chaussée. Les analyses menées apportent des informations sur le comportement des chaussées en surface (surface supposée lisse) sous un chargement avec un profil de pneu réel pour un comportement élastique et un comportement élasto-plastique. Pour le comportement élastique il a été pris en compte un béton bitumineux semi-grenu (BBSG) et pour le comportement élasto-plastique, une grave bitume (GB). Pour ce dernier, un essai de compression uni-axial monotone a été effectué sur une carotte de GB nous permettant d'avoir les caractéristiques matériau pour les lois d'érouissages utilisées ainsi que le module élastique. Les analyses effectuées mènent à deux conclusions :

- Du roulement libre jusqu'au roulement tractif dans les giratoires en passant par une accélération et un freinage en ligne droite, une analyse a été effectuée sur les déformations principales par extension en surface. Celle-ci est faible pour un roulement libre et de l'ordre de  $35\ \mu\text{déf}$  entre les stries par rapport à un roulement tractif dont le cas extrême est celui d'une roue motrice en giratoire qui est de l'ordre de  $278\ \mu\text{déf}$  sur le bord du pneu. On note également que la présence des stries du pneu a un effet considérable sur les niveaux de déformation. En effet, l'utilisation d'un profil de pneu lisse montre une diminution du niveau de déformation d'environ 30 %.
- Une analyse faite sur l'état de déformation plastique montre le rôle des stries du pneu sur l'apparition de zones de déformations plastiques élevées plus proche de la surface même en chargement normal. Pour un roulement tractif, les chapitres précédents ont montré, sur l'analyse de l'état de contrainte en sous couche, qu'avec la présence de

frottement la zone maximale de contrainte est plus proche de la surface de contact et sous la zone de glissement. Il est donc observé dans ce cas que la zone de déformation plastique maximale se situe presque en surface et s'étend jusqu'à 1,5 centimètre. La déformation maximale est presque en surface, le fluage du matériau sera donc imminente pour un comportement visco-plastique à une température avoisinant les  $60^{\circ}C$ .

## Conclusions et perspectives

## Conclusions

Prédire les dégradations des chaussées et plus particulièrement des couches de surface et éventuellement prolonger leur durée de vie reste de nos jours un défi majeur pour les constructeurs de route dans le monde entier. Pour cela, il est nécessaire de se procurer des moyens efficaces pour approfondir les études sur ces problématiques afin de mieux concevoir les chaussées pour une meilleure durée de vie et une maintenance réduite. D'autant plus que l'ère numérique nous permet de développer un outil robuste et bien adapté pour la prédiction des ornières d'instabilité et du Top-Down Cracking qui sont des dégradations devenues de plus en plus fréquentes.

Ce document a proposé l'étude générale du contact roulant et particulièrement le contact roulant pneu-chaussée par une approche de la mécanique du contact. L'interaction pneu-chaussée et l'effet de cette interaction sur la réponse mécanique de la chaussée a été analysée. La méthode Semi-analytique (SAM) utilisée a permis un couplage entre le modèle de contact et la réponse mécanique de la couche de roulement. Tout d'abord, un modèle de contact roulant tractif élastique, basé sur la théorie de Kalker [98], a été implémenté. Ce modèle a ensuite été étendu pour la prise en compte d'un comportement élasto-plastique des corps en contact d'où le contact roulant tractif élasto-plastique. Les résultats obtenus de ces deux derniers modèles implémentés dans un code semi-analytique ont été comparés de manière cohérente aux résultats numériques et analytiques issus de la littérature et ont permis de conclure à une bonne précision de notre modèle. La validation pour des cas académiques simples (contact sphère/plan) a été réalisée. Une application a ensuite été effectuée pour la modélisation du contact roulant pneu-chaussée en 3D. Pour cela, une étude de caractérisation du pneumatique du poids lourd sous une pression de gonflage a été menée. Supposé incompressible, homogène isotrope et élastique et caractérisé par un module de Young équivalent dépendant de la pression de gonflage, le pneumatique a été modélisé par la numérisation de son profil (dépendant également de la pression de gonflage). La technique utilisée pour cette numérisation a reposé sur deux méthodes optiques : méthode de projection de franges (FPM) ou photogrammétrie. Celles-ci ont permis d'obtenir un profil de pneu proche de la réalité. La pression de contact obtenue a été validée par des mesures expérimentales issue d'un système de mesure nommé TekScan. L'application d'un effort tangentiel dans le cas d'une accélération, d'un freinage, du virage a également été présentée. Enfin, des analyses ont été menées sur l'étude du top-down cracking (TDC) et des ornières d'instabilité (ornières proches de la surface). Pour le TDC, la chaussée a été supposée homogène isotrope élastique modélisé par une couche semi-infinie de béton bitumineux semi grenu (BBSG). Dans l'analyse de l'ornièrage, une couche semi-infinie de grave bitume, supposée élasto-plastique a été

décrite par un écrouissage isotrope (loi Swift) puis cinématique (loi Armstrong-Frederick).

Les différentes études menées conduisent aux conclusions suivantes :

– *Contact roulant tractif.*

Pour le modèle élastique comme pour le modèle élastoplastique, l'effort tangentiel et le coefficient de frottement ont un effet considérable sur les champs mécaniques dans la couche de surface. Une concentration des contraintes est observée proche de la surface si on augmente les efforts tangentiels et les coefficients de frottement. Le cisaillement surfacique obtenu a démontré la présence d'une zone de glissement et d'adhérence sur la surface de contact où on remarque que la zone de glissement a une forte influence sur le comportement mécanique du matériau. Dans le cas élasto-plastique, la profondeur de contrainte maximale pour une charge tangentielle faible est de  $0,6a$  alors que pour une charge tangentielle élevée elle se situe proche de la surface. Lorsqu'on augmente le frottement, la valeur maximale du cisaillement augmente également et se concentre sur le bord du contact. Parallèlement, on observe une diminution de la zone de glissement au profit de la zone d'adhérence. En conclusion, un coefficient de frottement élevé permet une bonne adhérence du pneu sur la chaussée et donc une diminution du risque de dérapage des poids lourds mais une dégradation locale accélérée de la chaussée par fissuration.

– *Contact pneu-chaussée.*

Les résultats numériques obtenus par la méthode semi-analytique et les mesures par le dispositif TekScan ont montré que la pression de contact est loin d'être uniforme et qu'à une charge normale élevée pour une pression de gonflage normale, la surface de contact est quasi rectangulaire. La pression de contact maximale obtenue est quasiment le double de la pression de gonflage du pneu et n'avoisine pas cette dernière contrairement aux hypothèses faites par les programmes ALIZE et ILLI-PAVE. Pour une pression de gonflage de 820 kPa et une charge normale de 35 kN sur une plaque en acier, la pression maximale obtenue par notre modèle semi-analytique est de 1576 kPa et celle obtenue par la mesure TekScan est de 1532 kPa. Bien que l'état de surface de la chaussée soit lisse, en statique comme en dynamique (roulement tractif), on remarque que les stries du pneu ont un effet considérable sur l'état de contrainte en surface comme en profondeur. Chaque strie représente une bande cylindrique occasionnant un effet de bord qui causent une concentration de contrainte. En dynamique, la variation du coefficient de frottement a un effet remarquable sur la contrainte de cisaillement surfacique.

– *Top-down cracking.*

L'analyse actuelle, basée sur la méthode française de dimensionnement des chaussées, prend en compte uniquement les fissures se propageant du bas vers le haut et le calcul de la durée de vie porte sur l'étude des déformations de traction dans les couches de surface. Dans notre modèle, pour étudier le Top Down Cracking, nous avons analysé des déformations de traction sous diverses formes de chargement en dynamique (roulement libre, accélération, freinage, virage) et nous avons montré que la micro-déformation obtenue en surface pour le cas d'une roue libre en virage est plus importante que pour les autres cas d'accélération et de freinage en ligne droite ou moins encore pour une roue libre en ligne droite. Nous pouvons donc conclure que l'agressivité des poids lourds sur les chaussées est maximale dans les virages et dans les giratoires. L'analyse sur les directions de traction principales ont également donné un aperçu sur les directions des fissures dans le sens longitudinal au bord du contact. En conclusion, notre modèle a permis de démontrer que les chaussées sont plus agressées en surface en prenant en compte la réalité du pneumatique, conséquence ignorée par les méthodes classiques.

– *L'orniérage.*

Le modèle de contact roulant tractif élasto-plastique a permis de faire quelques analyses et remarques sur la déformation permanente de la chaussée localisée en surface ou proche de la surface. Pour les lois d'érouissage choisies, les paramètres des matériaux sont déterminés à une température de 40°C afin d'être proche de la température d'orniérage (supposée à 60°C). Nous avons remarqué que, même en chargement statique, la présence des stries montre des zones de déformations maximales proches de la surface (dans les 15 premiers centimètres) quand bien même la déformation est de l'ordre du millième de micro-déformation. Le roulement tractif en accélération a provoqué une augmentation de quelques centièmes de micro-déformation dont la zone maximale est plus proche de la surface de contact. Toutes ces remarques prouvent que la modélisation des ornières d'instabilité devient de plus en plus importante de nos jours.

L'utilisation d'un modèle semi-analytique plutôt que éléments finis a conduit à un gain en temps de calcul. Pour un contact roulant tractif élasto-plastique pneu-chaussée, le temps CPU pour un ordinateur classique actuel (Type Intel Core i5, RAM 8 Go) est de 25803 s. Ce modèle nous permet alors d'envisager de nombreuses études paramétriques sur le pneu et sur la chaussée en vue de pouvoir cerner complètement la problématique des dégradations de chaussées.

## Perspectives

Dans notre modèle, il n'est pas pris en compte certains phénomènes physiques. En effet, les matériaux bitumineux ont un comportement complexe comportant à la fois un effet réversible et irréversible. Le phénomène réversible mène à un comportement élastique et visco-élastique alors que le phénomène irréversible à un comportement plastique et visco-plastique. Ainsi, afin de mieux étudier l'orniérage, il serait plus pertinent de décrire l'enrobé par un modèle visco-plastique et pour l'étude de la fissuration, un modèle visco-élastique est adapté. La modélisation des problèmes de délaminage serait alors envisageable.

La chaussée est supposée monocouche dans notre modèle alors qu'elle est une structure multicouche. Une future prise en compte d'un modèle multicouches est nécessaire pour analyser l'effet de chaque couche sur la réponse mécanique de la structure. Une éventuelle prise en compte des hétérogénéités peut permettre d'avoir un comportement mécanique global de la chaussée. En effet, l'enrobé est un mélange bitumineux comportant des granulats.

Certaines études proposées par le constructeur Michelin ont décrit le pneumatique comme ayant un comportement viscoélastique. Une étude plus approfondie sur ce point nécessiterait une prise en compte de cette composante visqueuse afin d'étudier son effet sur les contraintes surfaciques du contact pneu-chaussée.

La plupart des résultats proposés dans ce document sont numériques. A ce stade, une validation expérimentale doit être envisagée. Dans cette perspective, une plateforme instrumentée est en cours de construction au laboratoire GC2D. Ce projet porte le nom de MACADAM. Il doit conduire à la validation des résultats de ce document et au développement d'un logiciel robuste (SAMROUTE) capable d'être un support fiable pour le dimensionnement d'une chaussée.

# Annexes

# Chapitre A :

## Coefficients d'influence

## A.1 Contrainte élastiques dues à une pression uniforme

Les coefficients d'influence pour le calcul des contraintes élastiques dans un corps semi-infini générés par une pression uniforme sont détaillés ici. Ils sont donnés par les solutions analytiques de Love [159]. Celles-ci sont repris en détailles par Gallego [136].

On suppose une pression  $p$  uniforme appliquée sur une surface rectangulaire de taille  $\Delta x \times \Delta y$  (cf. figures 2.3) centré en  $O(0,0)$ . Pour un corps de coefficient de Poisson  $\nu$ , le coefficient d'influence en un point  $(x, y, z)$  du semi-espace situé à une distance  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  du centre  $O$ , est donné par,

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{IJ}}{p} = C_{IJ}^p(x, y, z, \nu) = & S_{IJ}^p\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) + S_{IJ}^p\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) \\ & + S_{IJ}^p\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) + S_{IJ}^p\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

avec

$$S_{xx}^p(x, y, z, \nu) = \frac{\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right) + \frac{1 - 2\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{\rho - y + z}{x}\right) + \frac{z}{2\pi} \frac{xy}{(x^2 + z^2)\rho}, \quad (\text{A.2})$$

$$S_{yy}^p(x, y, z, \nu) = \frac{\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right) + \frac{1 - 2\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{\rho - x + z}{y}\right) + \frac{z}{2\pi} \frac{xy}{(y^2 + z^2)\rho}, \quad (\text{A.3})$$

$$S_{zz}^p(x, y, z, \nu) = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right) - \frac{z}{2\pi} \frac{xy}{\rho} \arctan\left(\frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2}\right), \quad (\text{A.4})$$

$$S_{xy}^p(x, y, z, \nu) = \frac{z}{2\pi} \frac{1}{\rho} - \frac{1 - 2\nu}{2\pi} \ln(\rho + z), \quad (\text{A.5})$$

$$S_{xz}^p(x, y, z, \nu) = \frac{z^2}{2\pi} \frac{y}{(x^2 + z^2)\rho}, \quad (\text{A.6})$$

$$S_{yz}^p(x, y, z, \nu) = \frac{z^2}{2\pi} \frac{y}{(y^2 + z^2)\rho}. \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Contrainte élastiques dues à un cisaillement uniforme

Comme dans le cas précédent, il est détaillé ici les coefficients d'influences générés par un cisaillement uniforme. Ils sont donnés par les solutions analytiques de Love [159].

On suppose un cisaillement  $q_x$  ou  $q_y$  uniforme appliquée sur une surface rectangulaire de taille  $\Delta x \times \Delta y$  (cf. figures 2.3) centré en  $O(0,0)$ . Pour un corps de coefficient de Poisson  $\nu$ , le coefficient d'influence en un point  $(x, y, z)$  du semi-espace situé à une distance  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  du centre  $O$ , est donné ci-dessous pour un cisaillement longitudinal et latéral.

### A.2.1 Cisaillement uniforme suivant la direction longitudinale $x$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{IJ}}{q_x} = C_{IJ}^{q_x}(x, y, z, \nu) = & S_{IJ}^{q_x}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) + S_{IJ}^{q_x}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) \\ & + S_{IJ}^{q_x}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) + S_{IJ}^{q_x}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

avec

$$S_{xx}^{q_x}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{1}{\rho} \left( 1 + \frac{-x^2 + zy}{(\rho + z)(\rho - y)} \right) + \frac{\nu}{\pi} \frac{y}{\rho + z} - \frac{1}{\pi} \ln(\rho - y), \quad (\text{A.9})$$

$$S_{yy}^{q_x}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{y}{\rho(\rho + z)} - \frac{\nu}{\pi} \left( \frac{y}{\rho + z} + \ln(\rho - y) \right), \quad (\text{A.10})$$

$$S_{zz}^{q_x}(x, y, z, \nu) = \frac{z^2}{2\pi} \frac{y}{\rho(x^2 + z^2)}, \quad (\text{A.11})$$

$$S_{xy}^{q_x}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{y}{\rho(\rho + z)} - \frac{\nu}{\pi} \frac{x}{\rho + z} - \frac{1}{2\pi} \ln(\rho - x), \quad (\text{A.12})$$

$$S_{xz}^{q_x}(x, y, z, \nu) = \frac{z}{2\pi} \frac{xy}{\rho(x^2 + z^2)\rho} + \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right), \quad (\text{A.13})$$

$$S_{yz}^{q_x}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{1}{\rho}. \quad (\text{A.14})$$

### A.2.2 Cisaillement uniforme suivant la direction latérale $y$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{IJ}}{q_y} = C_{IJ}^{q_y}(x, y, z, \nu) = & S_{IJ}^{q_y}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) + S_{IJ}^{q_y}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) \\ & + S_{IJ}^{q_y}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) + S_{IJ}^{q_y}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \nu\right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

avec

$$S_{xx}^{qy}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{y}{\rho(\rho+z)} - \frac{\nu}{\pi} \left( \frac{x}{\rho+z} + \ln(\rho-x) \right), \quad (\text{A.16})$$

$$S_{yy}^{qy}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{1}{\rho} \left( 1 + \frac{-y^2 + zx}{(\rho+z)(\rho-x)} \right) + \frac{\nu}{\pi} \frac{x}{\rho+z} - \frac{1}{\pi} \ln(\rho-x), \quad (\text{A.17})$$

$$S_{zz}^{qy}(x, y, z, \nu) = \frac{z^2}{2\pi} \frac{y}{\rho(x^2+z^2)}, \quad (\text{A.18})$$

$$S_{xy}^{qy}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{y}{\rho(\rho+z)} - \frac{\nu}{\pi} \frac{x}{\rho+z} - \frac{1}{2\pi} \ln(\rho-x), \quad (\text{A.19})$$

$$S_{xz}^{qy}(x, y, z, \nu) = -\frac{z}{2\pi} \frac{1}{\rho}, \quad (\text{A.20})$$

$$S_{yz}^{qy}(x, y, z, \nu) = \frac{z}{2\pi} \frac{xy}{\rho(x^2+z^2)\rho} + \frac{1}{2\pi} \arctan \left( \frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx} \right), \quad (\text{A.21})$$

### A.3 Déplacements élastiques surfaciques

De même, les déplacement surfaciques peuvent être définir. On suppose maintenant  $\bar{\rho} = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Le déplacement élastique en surface généré par une pression uniforme est donnée par,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_J}{p} = K_J^p(x, y, E, \nu) &= U_J^p \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) + U_J^p \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) \\ &+ U_J^p \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) + U_J^p \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right), \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

avec

$$U_x^p(x, y, E, \nu) = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \left( 2x \arctan \left( \frac{\bar{\rho}-y}{x} - y \ln \bar{\rho} \right) \right), \quad (\text{A.23})$$

$$U_y^p(x, y, E, \nu) = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \left( 2y \arctan \left( \frac{\bar{\rho}-x}{y} - y \ln \bar{\rho} \right) \right), \quad (\text{A.24})$$

$$U_z^p(x, y, E, \nu) = -\frac{(1+\nu^2)}{2\pi E} (y \ln(\bar{\rho}-x) + x \ln(\bar{\rho}-y)), \quad (\text{A.25})$$

Le déplacement élastique généré par un cisaillement uniforme  $q_x$  est donné par,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_J}{q_x} = K_J^{q_x}(x, y, E, \nu) &= U_J^{q_x} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) + U_J^{q_x} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) \\ &+ U_J^{q_x} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) + U_J^{q_x} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, E, \nu \right) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

avec

$$U_x^{q_x}(x, y, E, \nu) = -\frac{(1-\nu^2)}{\pi E} x \ln(\bar{\rho} - y) - \frac{(1+\nu)}{\pi E} \ln(\bar{\rho} - x), \quad (\text{A.27})$$

$$U_y^{q_x}(x, y, E, \nu) = -\frac{\nu(1+\nu)}{\pi E} \bar{\rho}, \quad (\text{A.28})$$

$$U_z^{q_x}(x, y, E, \nu) = \frac{(1+\nu)(1-\nu^2)}{2\pi E} \left( -2x \arctan\left(\frac{\bar{\rho}-y}{x}\right) + y \ln \bar{\rho} \right), \quad (\text{A.29})$$

Le déplacement élastique généré par un cisaillement uniforme  $q_y$  est donné par,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_J}{q_y} = K_J^{q_y}(x, y, E, \nu) = & U_J^{q_y}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, E, \nu\right) + U_J^{q_y}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, E, \nu\right) \\ & + U_J^{q_y}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, E, \nu\right) + U_J^{q_y}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, E, \nu\right) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

avec

$$U_x^{q_y}(x, y, E, \nu) = -\frac{\nu(1+\nu)}{\pi E} \bar{\rho}, \quad (\text{A.31})$$

$$U_y^{q_y}(x, y, E, \nu) = -\frac{(1-\nu^2)}{\pi E} y \ln(\bar{\rho} - x) - \frac{(1+\nu)}{\pi E} \ln(\bar{\rho} - y), \quad (\text{A.32})$$

$$U_z^{q_y}(x, y, E, \nu) = \frac{(1+\nu)(1-\nu^2)}{2\pi E} \left( -2y \arctan\left(\frac{\bar{\rho}-x}{y}\right) + x \ln \bar{\rho} \right), \quad (\text{A.33})$$

## A.4 Déplacement résiduel surfacique généré par un cuboïde de déformation plastique uniforme

Il est détaillé ici, le calcul des coefficients d'influence générés par un cuboïde de déformations plastiques uniforme. Les solutions pour un déplacement normal sont développées par Jacq et al. [117]. Celles pour les déplacement tangentiel suivant  $x$  et  $y$  ont été développées après par Fulleringer [142] afin de coupler l'effet de la plasticité et du déplacement tangentiel.

On suppose que le déplacement est dû a un cuboïde de déformation plastique uniforme de dimensions  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$  de centre  $C$  localisé à  $(x, y, z)$ . On suppose ensuite le point de calcul  $A$  se situant en surface du corps au point  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ . On désigne par  $\nu$  le coefficient de Poisson.

### A.4.1 Déplacement résiduel normal (suivant $z$ )

Le déplacement résiduel normal est défini par,

$$u_z^{res} = \varepsilon_{ij}^{pl} D_{zij}(A, C) \quad \text{avec} \quad (i, j) = x, y, z. \quad (\text{A.34})$$

La fonction  $D_{zij}$  est intégrée analytiquement par Jacq [117] et donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} D_{zij} = & F_{zij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) - F_{zij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \\ & - F_{zij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) - F_{zij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) \\ & + F_{zij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) + F_{zij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) \\ & + F_{zij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) - F_{zij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

avec

$$F_{zxx}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( -\nu x \ln(y + R) - (1 - 2\nu)z \arctan \left( \frac{y + z + R}{x} \right) \right), \quad (\text{A.36})$$

$$F_{zyy}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( -\nu y \ln(x + R) - (1 - 2\nu)z \arctan \left( \frac{x + z + R}{y} \right) \right), \quad (\text{A.37})$$

$$F_{zzz}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( (1 - 2\nu) \left( 2z \arctan \left( \frac{x + y + R}{z} \right) + x \ln(R + y) + y \ln(R + x) \right) + \frac{z}{2} \arctan \left( \frac{xy}{zR} \right) \right), \quad (\text{A.38})$$

$$F_{zxy}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} (-2\nu R - (1 - 2\nu)z \ln(z + R)), \quad (\text{A.39})$$

$$F_{zxx}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( 2x \arctan \left( \frac{y + z + R}{x} \right) + y \ln(z + R) \right), \quad (\text{A.40})$$

$$F_{zyz}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( 2y \arctan \left( \frac{x + z + R}{y} \right) + x \ln(z + R) \right), \quad (\text{A.41})$$

où  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

### A.4.2 Déplacement résiduel tangentiel (suivant $x$ )

Le déplacement résiduel tangentiel suivant  $x$  est donné par,

$$u_x^{res} = \varepsilon_{ij}^{pl} D_{xij}(A, C) \quad \text{avec} \quad (i, j) = x, y, z \quad (\text{A.42})$$

La fonction  $D_{zij}$  est intégrée analytiquement par Fulleringer [142] et donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} D_{xij} = & F_{xij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) - F_{xij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \\ & - F_{xij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) - F_{xij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) \\ & + F_{xij} \left( x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) + F_{xij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z + \frac{\Delta z}{2} \right) \\ & + F_{xij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) - F_{xij} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

avec

$$\begin{aligned} F_{xxx}(x, y, z) = & \frac{1}{2\pi} \left( z \ln(R + y) + y \ln(R + z) 2x \arctan \left( \frac{y + z + R}{x} \right) + x \arctan \left( \frac{yz}{xR} \right) \right) \\ & + \frac{(1 - 2\nu)}{2\pi} \left( 2x \arctan \left( \frac{y + z + R}{x} \right) + z \ln(R + y) + \frac{1}{2} y \ln(R + z) - \frac{zy}{2(R + z)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

$$F_{xyy}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \left( -y \ln(R + z) + (1 - 2\nu)y \left( \frac{z}{2(R + z)} + \frac{1}{2} \ln(R + z) \right) \right), \quad (\text{A.45})$$

$$F_{xzz} = \frac{1}{2\pi} \left( -2\nu z \ln(R + y) + (1 - 2\nu)y \left( 2x \arctan \left( \frac{R + y + z}{x} \right) + y \ln(R + z) \right) \right) \quad (\text{A.46})$$

$$F_{xxy}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( 2y \arctan \left( \frac{x + z + R}{y} \right) + z \ln(R + x) + \frac{1 - 2\nu}{2} \left( x \ln(R + z) + \frac{xz}{R + z} \right) \right), \quad (\text{A.47})$$

$$F_{xxz}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} \left( 2z \arctan \left( \frac{x + y + R}{z} \right) + y \ln(R + x) \right), \quad (\text{A.48})$$

$$F_{xyz}(x, y, z) = -\frac{R}{\pi}. \quad (\text{A.49})$$

où  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Pour le cas du déplacement résiduel tangentiel suivant  $y$ , les solutions  $F_{yij}$  sont retrouvés en faisant une permutation circulaire des indices de  $F_{xij}$ .

# Chapitre B :

## Théorème de réciprocity de Betti

Par définition, le travail effectué par une force virtuelle à travers les déplacements produits par la force réelle appliquée est égale au travail effectué par la force réelle à travers les déplacements produits par la force virtuelle. Ce ci est montré par l'équation (B.1).

$$\int_{\Gamma} u_i^* p_i d\Gamma = \int_{\Gamma} u_i p_i^* d\Gamma \quad (\text{B.1})$$

Cet énoncé est la base du théorème de réciprocité de Betti. On désire étudié un corps élastique de volume  $\Omega$  limité par une surface  $\Gamma$ . On considère alors deux états différents définis comme suit :

- $(u, \varepsilon, \sigma, f_i)$  décrit un état au quel on associe une déformation initiale  $\varepsilon^0$
- $(u^*, \varepsilon^*, \sigma^*, f_i^*)$  décrit un état de déformation élastique à un instant indéterminé.

Considérons le produit suivant :

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^0) \varepsilon_{ij}^* \quad (\text{B.2})$$

où  $C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$ , avec  $\delta$  le symbole de Kronecker,  $\lambda$  et  $\mu$  les constantes de Lamé (pour le cas d'un matériau homogène).

Par symétrie des tenseurs, on a :

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* = (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^0) \sigma_{kl}^* \quad (\text{B.3})$$

L'intégration du membre gauche de l'équation (B.3) nous donne,

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\sigma_{ij}}{2} (u_{i,j}^* + u_{j,i}^*) d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{ij} u_{i,j}^* d\Omega \quad (\text{B.4})$$

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* d\Omega = \int_{\Omega} (\sigma_{ij} u_i^*)_{,j} d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{ij,j} u_i^* d\Omega \quad (\text{B.5})$$

La condition d'équilibre nous donne,  $\sigma_{ij,j} + f_i = 0$  et par conséquent :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* d\Omega = \int_{\Omega} (\sigma_{ij} u_i^*)_{,j} d\Omega + \int_{\Omega} f_i u_i^* d\Omega \quad (\text{B.6})$$

En utilisant le théorème de divergence de Gauss, on obtient :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* d\Omega = - \int_{\Gamma} \sigma_{ij} u_i^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i u_i^* d\Omega \quad (\text{B.7})$$

où  $n_j$  est la normale entrante à la surface.

L'intégration du membre droit de l'équation (B.3) nous donne,

$$\int_{\Omega} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^0) \sigma_{kl}^* d\Omega = \int_{\Omega} \varepsilon_{kl} \sigma_{kl}^* d\Omega - \int_{\Omega} \varepsilon_{kl}^0 \sigma_{kl}^* d\Omega \quad (\text{B.8})$$

En utilisant le théorème de divergence de Gauss, on obtient,

$$\int_{\Omega} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^0) \sigma_{kl}^* d\Omega = - \int_{\Gamma} \sigma_{ij}^* u_i n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \varepsilon_{ij}^0 \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (\text{B.9})$$

Finalement, le théorème de réciprocité de Betti s'écrit alors :

$$- \int_{\Gamma} \sigma_{ij} u_i^* n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i u_i^* d\Omega = - \int_{\Gamma} \sigma_{ij}^* u_i n_j d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^* u_i d\Omega - \int_{\Omega} \varepsilon_{ij}^0 \sigma_{ij}^* d\Omega \quad (\text{B.10})$$

# Chapitre C :

## Instruments d'essai

## C.1 Dispositif expérimental

Pour l'essai de compression le dispositif expérimental utilisé est montré sur la figure C.1.

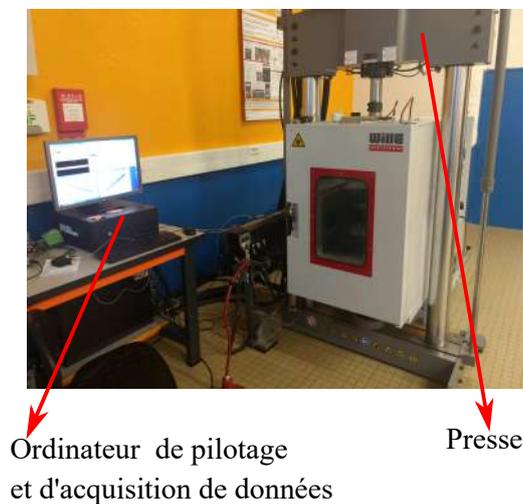


FIGURE C.1 – Photo du dispositif expérimental

## C.2 Montage et capteur

Pour la réalisation de notre essai nous avons utilisé des capteurs à courant de Foucault comme montré sur la figure C.2. Ces capteurs sont basés sur la technologie des courants de

Capteurs à courant de Foucault



Eprouvette

FIGURE C.2 – Photo du montage de l'éprouvette instrumenté par des capteurs à courant de Foucault

Foucault permettant la mesure d'une distance sans contact entre un objet et le capteur. Le système de mesure est composé d'une tête de mesure (capteur) d'un câble et d'une

électronique de conditionnement. Le fonctionnement est illustré sur la figure C.3 dont le principe est le suivant : Une bobine est parcourue par un courant haute fréquence qui génère un champ magnétique variable. Une cible métallique qui entre dans le champ magnétique sera le siège des courants de Foucault. D'après la loi de Lenz, il y aura création d'une induction de sens contraire à celle de la bobine qui lui a donné naissance, ce qui va entraîner une diminution de son coefficient d'auto-induction. De par la technologie,

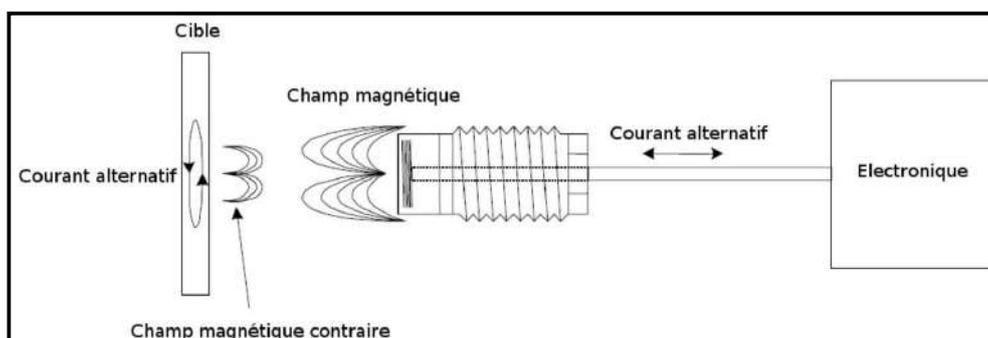


FIGURE C.3 – Fonctionnement du capteur à courant de Foucault

la cible doit obligatoirement être conductrice d'électricité : acier, aluminium, cuivre, titane,.... Les capteurs à courants de Foucault ne fonctionnent donc pas sur les matériaux comme les plastiques, le bois, le béton ou autres de cette nature. Ce moyen de mesure possède plusieurs avantages : une bande passante importante pour mesurer des déplacements rapides, une très bonne précision et résolution, ... Celui utilisé dans notre essai a un champ de mesure maximal de 10 mm.

# Bibliographie

- [1] D. Grellet, G. Dore, J.-p. Kerzreho, A. Chabot, and P. Hornych, “Experimental and theoretical investigation of three dimensional strain occurring near the surface in asphalt concrete layers,” in *7th RILEM Int. Conf. Crack. Pavements*, (France), pp. 1017–1027, SPRINGER, 2012.
- [2] Y. H. Huang, *Pavement Analysis and Design*. Upper Saddle River, NJ. : Prentice Hall, 1st editio ed., 1993.
- [3] D. M. Burmister, “The General Theory of Stresses and Displacements in Layere Systems. I,” *J. Appl. Phys.*, vol. 16, no. 2, pp. 89–94, 1945.
- [4] ALIZE-Lcpc, *Manuel d’utilisation*. No. 0, 1964.
- [5] A. Chabot, O. Chupin, L. Deloffre, and D. Duhamel, “Viscoroute 2 . 0 : a tool for the simulation of moving load effects on asphalt pavement,” *Road Mater. Pavement Des.*, vol. 11, no. 2, pp. 227–250, 2010.
- [6] Circly 5.0, *User manuel*. No. April, 2009.
- [7] Y. T. Chou and H. G. Larew, “Stresses and displacements in viscoelastic pavement systems under a moving load,” 1969.
- [8] J. F. Elliot and F. Moavenzadeh, “Analysis of stresses and displacements in three layer viscoelastic systems,” 1971.
- [9] M. S. A. Hardy and D. Cebon, “Response of Continuous Pavements to Moving Dynamic Loads,” *J. Eng. Mech.*, vol. 119, no. 9, pp. 1762–1780, 1993.
- [10] A. T. Papagiannakis, N. Amoah, and R. Taha, “Formulation for Viscoelastic Response of Pavements Under,” *J. Transp. Eng.*, vol. 122, no. April, pp. 140–145, 1996.
- [11] P. C. Hopman, “VEROAD : A Viscoelastic Multilayer Computer Program,” *Transp. Res. Rec.*, vol. 1539, no. 10, pp. 72–80, 1996.
- [12] A. Chabot, P. Tamagny, D. Poché, and D. Duhamel, “Visco-elastic modelling for asphalt pavements – software {ViscoRoute},” in *10th Int. Conf. Asph. Pavements*, no. 1943, (Québec, Canada), p. 10, 2006.
- [13] C. Huet, *Étude par une méthode d’impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés*. Thèse de doctorant ès science, Faculté des sciences de Paris, 1936.
- [14] G. Sayegh, “Variation des modules de quelques bitumes purs et bétons bitumineux,” in *Conférence au Groupe français de rhéologie*, pp. 51–74, 1963.

- [15] G. Pan and S. N. Atluri, “Dynamic response of finite sized elastic runways subjected to moving loads : A coupled BEM/FEM approach,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 38, no. 18, pp. 3143–3166, 1995.
- [16] W. Shen and D. J. Kirkner, “Non-linear Finite-Element Analysis to Predict Permanent Deformations in Pavement Structures Under Moving Loads,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 2, no. 3, pp. 187–199, 2001.
- [17] W. Uddin and S. Garza, “3D-FE Modeling and Simulation of Airfield Pavements Subjected to FWD Impact Load Pulse and Wheel Loads,” *Airf. Pavements 2003*, pp. 304–315, 2004.
- [18] M. Y. Darestani, D. P. Thambiratnam, D. Baweja, and A. Nataatmadja, “Response of Concrete Pavements Under Moving Vehicular Loads and,” in *Proc. IABSE Symp. - Response to Tomorrow’s Challenges Struct. Eng.*, 2007.
- [19] T. D. Gillespie, S. M. Karimihassan, D. Cebon, M. W. Sayers, M. A. Nasim, W. Hansen, and N. Ehsan, “Effects of heavy-vehicle characteristics on pavement response and performance,” 1993.
- [20] M. S. Mamlouk and T. G. Davies, “Elastodynamic Analysis of Pavement Deflections,” *Transp. Eng.*, vol. 110, no. 6, pp. 536–550, 1985.
- [21] L. J. P., “Nonlinear dynamic analysis and design of road pavements,” 1992.
- [22] S. M. Zaghoul and T. White, “Use of a three-dimensional dynamic finite element program for analysis of flexible pavement,” *Transportation Research Record*, pp. 60–69, 1993.
- [23] R. Tautou, B. Picoux, and C. Petit, “Viscoelasticity effects of bituminous materials in dynamic modelling of flexible pavements,” *Civil-Comp Proc.*, vol. 106, 2014.
- [24] J. A. Prozzi and R. Luo, “Quantification of the joint effect of wheel load and tire inflation pressure on pavement response,” *Transp. Res. Rec.*, vol. 1919, pp. 134–141, 2005.
- [25] M. De Beer, C. Fisher, and F. J. Jooste, “Evaluation of non-uniform tyre contact stresses on thin asphalt pavements,” in *Ninth Int. Conf. Asph. Pavements* (International Society for Asphalt Pavements, ed.), (Copenhagen, Denmark), p. 30, 2002.
- [26] S. C. Soon, A. Drescher, and H. K. Stolarski, “Tire-induced surface stresses in flexible pavements,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1896, pp. 324–332, 2004.

- [27] Highway Research Board, *Special report 61A : The AASHO road test, History and Description of Project*. Washington D. C. : National Academy of Sciences-National Research Council, 1961.
- [28] A. I. M. Claussen, J. M. Edwards, P. Sommer, and P. Uge, “Asphalt pavement design - the shell method,” in *International Conference on Structural Design of Asphalt Pavements*, vol. 1, (Ann Arbor, Michigan), pp. 39–74, August 1977.
- [29] SETRA-LCPC, *Catalogue des structures types de chaussées neuves*. France : Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et Service d’Etudes Techniques des Routes et Autoroutes, 1977.
- [30] A. ZOA, *Vers la modélisation du comportement à la fatigue des chaussées bitumineuses routières sous chargement réel*. Phd, Université de Limoges, France, 2013.
- [31] SETRA-LCPC, *Conception et dimensionnement des structures de chaussée*. guide tech ed., 1994.
- [32] Highway Agency, *Design Manual for Roads and Bridges*, vol. 7. 2006.
- [33] L. Theyse, H., M. De Beer, and C. Rust, F., “Overview of South African Mechanistic,” *J. Transp. Res. Board*, pp. 7–17, 1996.
- [34] W. D. Paterson and J. H. Maree, “An interim mechanistic procedure for the structural design of asphalt pavements,” Tech. Rep. RP/5/78, National Institute for Transport and Road Research, South Africa, 1978. CSIR2.
- [35] M. De Beer, *Aspects of the Design and Behavior of Road Structures Incorporating Lightly Cementitious Layers*. Ph.d thesis, University of Pretoria, South Africa, 1990.
- [36] L. Achimatos and L. Porot, *Méthode de dimensionnement des chaussées*, pp. 49–56. No. 822, 2003.
- [37] ARA Inc. and Division ERES, “Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures,” tech. rep., NCHRP 1-37A Final Report, Washington D. C., 2004.
- [38] J. S. Daniel and Y. R. Kim, “Developement of a simplified fatigue test and analysis procedure using a viscoelastic continuum damage model,” *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists*, vol. 71, pp. 619–650, 2002.
- [39] S. Shihui and S. H. Carpenter, “Development of an Asphalt Fatigue Model Based on Energy Principles,” *Assos. Asph. Paving Technol.*, vol. 76, pp. 525—573, 2007.

- [40] H. Kuai, H. Lee, G. Zi, and S. Mun, "Application of Generalized J-Integral to Crack Propagation Modeling of Asphalt Concrete Under Repeated Loading," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 2127, pp. 72–81, 2009.
- [41] J. Uzan, "Asphalt concrete characterization for pavement performance prediction," in *Asphalt Paving Technology : Association of Asphalt Paving Technologists- Proceedings of the Technical Sessions*, vol. 65, pp. 573–607, 1996. Cited By :53.
- [42] F. Finn, C. L. Saraf, R. Kulkarni, K. Nair, W. Smith, and A. Abdullah, "Development of pavement structural subsystems," tech. rep., Washington, DC United States, 1986.
- [43] D.-H. Chen, W. Wang, F. Zhou, B. Kenis, L. Nazarian, and T. Scullion, "Rutting Prediction Using Calibrated Model With TXMLS and AASHO Road Data," in *International Conf. Accel. Pavement*, vol. 2, (Minneapolis, Minesota), pp. 1–13, 2004.
- [44] C. L. Monismith, R. G. Hicks, F. N. Finn, J. Sousa, J. Harvey, S. Weissman, J. Deacon, J. Coplantz, and G. Paulsen, *Permanent Deformation Response of Asphalt Aggregate Mixes*. Washington D. C. : Transportation Research Board, shrp-a-415 ed., 1994.
- [45] J. A. Deacon, J. T. Harvey, I. Guada, L. Popescu, and C. L. Monismith, "Analytically Based Approach to Rutting Prediction," *Transp. Res. Rep.*, no. 02, pp. 9–18, 2002.
- [46] C. L. Monismith, L. Popescu, and J. T. Harvey, "Rut depth estimation for mechanistic-empirical pavement design using simple shear test results," *Journal of Association of Asphalt Paving Technologists, AAPT*, vol. 75, pp. 1294–1338, 2006.
- [47] Asphalt Institute, *Research And Developement of the Asphalt Institut's Thickness Design Manual (MS-1)*. MD, research r ed., 1982.
- [48] M. R. Thompson and R. P. Elliott, "ILLI-PAVE-Based Response Algorithms for Design of Conventional Flexible Pavements," *Transp. Res. Rec.*, pp. 50–57, 1985.
- [49] E. R. Brown and S. A. Cross, "A National Study of Rutting in Hot Mix ( HMA ) Pavements," *J. Assoc. Asph. Paving Technol.*, vol. 61, pp. 535–582, 1992.
- [50] A. L. Myers, R. Roque, E. B. Ruth, and C. Drakos, "Measurement of Contact Stresses for Different Truck Tire Types To Evaluate Their Influence on Near-Surface," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1655, no. 99, pp. 175–184, 1999.

- [51] C. A. Drakos, R. Roque, and B. Birgisson, "Effects of Measured Tire Contact Stresses on Near-Surface Rutting," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1764, no. 01, pp. 59–69, 2001.
- [52] G. Y. Baladi, M. Schorsch, and T. Svasdisant, "Determining the Causes of Top-down Cracking in Bituminous Pavements," Tech. Rep. June, Michigan State University, East Lansing, Michigan, 2002.
- [53] F. Hugo and T. Kennedy, "Surface cracking of asphalt mixtures in southern africa," *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologist*, vol. 54, pp. 454–496, 1985.
- [54] CROW, "Surface cracking in asphalt layers," 1990. Report of the Working Group "Surface Cracking in Asphalt Layers".
- [55] S. Matsuno and T. Nishizawa, "Mechanism of longitudinal surface cracking in asphalt pavements," in *Seventh International Conference on Asphalt Pavements*, (Nottingham, U.K.), pp. 277–291, 1992.
- [56] M. Jacobs, A. de Bondt, A. Molenaar, and P. Hopman, "Mechanism of longitudinal surface cracking in asphalt pavements," in *Seventh International Conference on Asphalt Pavements*, (Nottingham, U.K.), pp. 89–105, 1992.
- [57] L. B. Wang, L. A. Myers, L. N. Mohammad, and Y. R. Fu, "Micromechanics study on top-down cracking," *J. Transp. Res. Board*, vol. 1853, pp. 121–133, 2003.
- [58] H. Wang, B. Birgisson, and R. Roque, "Effects of viscoelastic stress redistribution on the cracking performance of asphalt pavements," *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists*, vol. 75, pp. 637–675, 2006.
- [59] P. J. Yoo and I. L. Al-Qadi, "Truth and myth of fatigue cracking potential in hot-mix asphalt : Numerical analysis and validation," *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists*, vol. 77, pp. 549–590, 2008.
- [60] I. L. Al-qadi, H. Wang, P. J. Yoo, and S. H. Dessouky, "Dynamic Analysis and In Situ Validation of Perpetual Pavement Response to Vehicular Loading," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, no. 2087, pp. 29–39, 2008.
- [61] C. Petit, M. Diakhaté, A. Millien, and B. Pouteau, "Pavement Design for Curved Road Sections : Fatigue Performance of Interfaces and Longitudinal Top-down Cracking in Multilayered Pavements," *Road Mater. Pavement Des.*, vol. 10, no. 3, pp. 609–624, 2009.

- [62] R. L. Lytton, J. Uzan, E. G. Frenando, R. Roque, D. Hiltunen, and S. M. Stoffels, "Development and Validation of Performance Prediction Models and Specifications for Asphalt Binders and Paving Mixes," tech. rep., Strategic Highway Research Program, SHRP-A-357, Washington D. C., 1993.
- [63] J. B. Sousa, J. C. Pais, and G. B. Way, "A Mechanistic-Empirical Based Overlay Design Method for Reflective Cracking," *Road Mater. Pavement Des.*, vol. 6, no. 3, pp. 339–363, 2005.
- [64] LCPC, "Etude de la fissuration par le haut des bétons bitumineux," Octobre 1999. Etudes et recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées.
- [65] R. Roque, J. Zou, Y. R. Kim, C. Baek, S. Thirunavukkarasu, B. S. Underwood, and M. N. Guddati, "Top-down cracking of hot-mix asphalt layers : Models for initiation and propagation," 2010. Project 1-42A Report.
- [66] K. M. Marshek, H. H. Chen, R. B. Connell, and W. R. Hudson, "Experimental Determination of Pressure Distribution of Truck Tire-Pavement Contact," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1070, pp. 9–14, 1986.
- [67] T. L. Ford and P. Yap, "Truck tire/pavement interface," in *The Promise of New Technology in the Automotive Industry : XXIII FISITA Congress*, (Torino, Italy), pp. 333–340, 1999.
- [68] M. De Beer, "Measurement of tyre/pavement interface stresses under moving wheel loads," tech. rep., Pavement Engineering Technology, Division of Roads and Transport Technology, CSIR, Pretoria, 1994.
- [69] H. Wang and I. Al-Qadi, "Fatigue cracking and rutting development in secondary road pavements due to wide-base tire loading," in *The 11th International Conference on Asphalt Pavement ICAP*, (Nagoya, Japan), 2010.
- [70] M. De Beer and C. Fisher, "Contact stresses of pneumatic tires measured with the Vehicle-Road Surface Pressure Transducer Array ( VRSPTA ) system for the University of California at Berkeley ( UCB ) and the Nevada Automotive Test Center ( NATC )," Tech. Rep. 1, University of California at Berkeley and the Nevada Automotive Test Center, Pretoria, 1997.
- [71] R. A. Douglas, W. D. H. Woodward, and A. R. Woodside, "Road contact stresses and forces under tires with low inflation pressure," *Can. J. Civ. Eng.*, vol. 27, no. 6, pp. 1248–1258, 2000.

- [72] U. Nackenhorst, “The ALE-formulation of bodies in rolling contact Theoretical foundations and finite element approach,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 193, no. 39-41 SPEC. ISS., pp. 4299–4322, 2004.
- [73] M. Ziefle and U. Nackenhorst, “Numerical techniques for rolling rubber wheels : Treatment of inelastic material properties and frictional contact,” *Comput. Mech.*, vol. 42, no. 3, pp. 337–356, 2008.
- [74] J. T. Oden and T. L. Lin, “On The General Rolling Contact Problem For Finite Deformation Of Viscoelastic Cylinder,” *Comput. Methods Appl. Mech. Engineering*, vol. 57, pp. 297–367, 1986.
- [75] J. Padovan, “Finite element analysis of steady and transiently moving/rolling non-linear viscoelastic structure—I. Theory,” *Comput. Struct.*, vol. 27, pp. 249–257, jan 1987.
- [76] I. Wollny, R. Behnke, K. Villaret, and M. Kaliske, “Numerical modelling of tyre-pavement interaction phenomena : coupled structural investigations,” *Road Mater. Pavement Des.*, vol. 17, no. 3, pp. 563–578, 2016.
- [77] H. Wang, I. L. Al-Qadi, and I. Stanciulescu, “Simulation of tyre-pavement interaction for predicting contact stresses at static and various rolling conditions,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 13, no. 4, pp. 310–321, 2012.
- [78] T. Wright, J. Wright, C. Wright, S. R. Rossini, P. Wright, and J. Walpole, “The contact patch,” 2014.
- [79] A. Schallamach, “Principal Considerations on Tire Wear,” *Rubber Chem. Technol.*, vol. 29, no. 3, pp. 781–788, 1956.
- [80] R. Bahuguna, V. Panoskaltsis, and M. Papoulia, “Characterization and modeling of permanent deformation of asphalt pavements,” in *14th Engineering Mechanics Conference* (ASCE, ed.), (University of Texas, Austin, TX), May 21–24 2000.
- [81] G. R. Chehab, *Characterisation of Asphalt Concrete in Tension Using a Viscoelastoplastic Model*. Phd dissertation, North California State University, 2002.
- [82] A. Bassem, *Modèle numérique pour comportement mécanique des chaussées : application à l ’ analyse de l ’ orniérage*. Phd, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2006.
- [83] J. Kim, R. Roque, and T. Byron, “Viscoelastic Analysis of Flexible Pavements and Its Effects on Top-Down Cracking,” *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 21, no. 7, pp. 324–332, 2009.

- [84] J. T. Tielking, F. L. Roberts, and A. M. Asce, "Tire Contact Pressure And Its Effect On Pavement Strain," *J. Transp. Eng.*, vol. 113, no. 1, pp. 56–71, 1987.
- [85] M. Berger, "Kinematics of a rolling tire and its application to tire performance," *J. Appl. Polym. Sci.*, vol. 2, no. 5, pp. 174–180, 1959.
- [86] H. Hertz, "Ueber die Berührung fester elastischer Körper," *J. für die Reine und Angew. Math.*, vol. 1882, no. 92, pp. 156–171, 1882.
- [87] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge, UK : The Press Syndicate Of The University Of Cambridge, 1985.
- [88] T. Chaise, *Mechanical simulation using a semi analytical method : from elasto-plastic rolling contact to multiple impacts*. Phd dissertation, Univ. Lyon, INSA, 2011.
- [89] P. Meijers, "The contact problem of a rigid cylinder on an elastic layer," *Appl. Sci. Res.*, vol. 18, no. 1, pp. 353–383, 1968.
- [90] G. M. L. Gladwell, "Contact problems in the classical theory of elasticity," *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 61, no. 12, pp. 667–667, 1980. *Mechanics of Elastic and Viscoelastic Solids 1*. Alphen aan den Rijn, Sijthoff & Noordhoff Intern. Publ. 1980. 716 S.
- [91] J. Kalker, "On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction," *Wear*, vol. 11, no. 4, p. 303, 1967.
- [92] F. W. Carter, "On the Action of a Locomotive Driving Wheel," *R. Soc.*, vol. 112, no. 760, pp. 151–157, 1926.
- [93] H. Fromm, "Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbarer Scheiben," *ZAMM - J. Appl. Math. Mech. / Zeitschrift für Angew. Math. und Mech.*, vol. 7, no. 1, pp. 27–58, 1927.
- [94] D. J. Haines and E. Ollerton, "Contact Stress Distributions on Elliptical Contact Surfaces Subjected to Radial and Tangential Forces," *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 177, no. 1, pp. 95–114, 1963.
- [95] P. J. Vermeulen and K. Johnson, "Contact of Nonspherical Elastic Bodies Transmitting Tangential Forces," *Transactions ASME, J. Appl. Mech.*, vol. 31, pp. 338–340, 1964.
- [96] C. Cattaneo, "Sul contatto di due corpi elastici : distribuzione locale degli sforzi," 1938.

- [97] R. D. Mindlin, "Compliance of elastic bodies in contact," *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 16, no. 3, pp. 259–268, 1949.
- [98] J. J. Kalker, *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*. Netherland : Kluwer Academic Publishers, sprinder-s ed., 1990.
- [99] E. A. H. Vollebregt, "User guide for CONTACT, Rolling and sliding contact with friction. "v18.1.5", tech. rep., Contact Mechanics Computing & Consulting, The Netherland, 2018.
- [100] F. Al-Bender and K. De Moerlooze, "A model of the transient behavior of tractive rolling contacts," *Adv. Tribol.*, vol. 2008, pp. 1–17, 2008.
- [101] D. A. Hills, D. Nowell, and A. Sackfield, *Mechanics of Elastic Contacts*. 1st ed., 1993.
- [102] J. ODEN and J. MARTINS, "Models and computational methods for dynamic friction phenomena," *Comput. Methods Appl. Mech. Engeenering*, vol. 52, pp. 527–634, 1985.
- [103] J. Blanco-Lorenzo, J. Santamaria, E. G. Vadillo, and N. Correa, "On the influence of conformity on wheel-rail rolling contact mechanics," *Tribol. Int.*, vol. 103, pp. 647–667, 2016.
- [104] J. Blanco-Lorenzo, J. Santamaria, E. G. Vadillo, and N. Correa, "A contact mechanics study of 3D frictional conformal contact," *Tribol. Int.*, vol. 119, no. October 2017, pp. 143–156, 2018.
- [105] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, and K. Fleischer, "Elastically deformable models," *ACM SIGGRAPH Comput. Graph.*, vol. 21, no. 4, pp. 205–214, 1987.
- [106] D. Terzopoulos and K. Fleischer, "Modeling inelastic deformation," *ACM SIGGRAPH Comput. Graph.*, vol. 22, no. 4, pp. 269–278, 1988.
- [107] A. Lubrecht and E. Ioannides, "A Fast Solution of the Dry Contact Problem and the Associated Sub-Surface Stress Field, Using Multilevel Techniques," *J. Tribol.*, vol. 113, no. 1, p. 128, 1991.
- [108] R. Bentall and K. Johnson, "Slip in the rolling contact of two dissimilar elastic rollers," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 9, no. 6, pp. 389–404, 1967.
- [109] B. Paul and J. Hasemi, "Contact pressures on closely confirming elastic bodies," *J. Appl. Mech.*, vol. 48, no. 1981, pp. 543–548, 1981.

- [110] D. Nowell and D. A. Hills, "Tractive rolling of dissimilar elastic cylinders," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 30, no. 6, pp. 427–439, 1988.
- [111] J. Jaeger, "New solutions in contact mechanics." Witpress, Southampton, Boston, 2004.
- [112] A. Brandt and A. A. Lubrecht, "Multilevel matrix multiplication and fast solution of integral equations," *J. Comput. Phys.*, vol. 90, no. 2, pp. 348–370, 1990.
- [113] Y. Ju and T. N. Farris, "Spectral Analysis of Two- Dimensional Contact Problems," *ASME J. Tribol.*, vol. 118, no. 95, pp. 320–328, 1996.
- [114] T. Nogi and T. Kato, "Influence of a Hard Surface Layer on the Limit of Elastic Contact—Part I : Analysis Using a Real Surface Model," *J. Tribol.*, vol. 119, no. 3, p. 493, 1997.
- [115] I. Polonsky and L. Keer, "A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques," *Wear*, vol. 231, no. 2, pp. 206–219, 1999.
- [116] S. Liu, Q. Wang, and G. Liu, "A versatile method of discrete convolution and FFT (DC-FFT) for contact analyses," *Wear*, vol. 243, no. 1-2, pp. 101–111, 2000.
- [117] C. Jacq, D. Nélías, G. Lormand, and D. Girodin, "Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic-Plastic Contact Code," *J. Tribol.*, vol. 124, no. October, p. 653, 2002.
- [118] K. Zhou, W. W. Chen, L. M. Keer, and Q. J. Wang, "A fast method for solving three-dimensional arbitrarily shaped inclusions in a half space," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 198, no. 9-12, pp. 885–892, 2009.
- [119] H. Y. Yu and S. C. Sanday, "Elastic Fields in Joined Half-Spaces Due to Nuclei of Strain," *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 434, no. 1892, pp. 503–519, 1991.
- [120] H. Y. Yu and S. C. Sanday, "Elastic Field in Joined Semi-Infinite Solids with an Inclusion," *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 434, no. 1892, pp. 521–530, 1991.
- [121] S. Liu and Q. Wang, "Elastic Fields due to Eigenstrains in a Half-Space," *J. Appl. Mech.*, vol. 72, no. 6, p. 871, 2005.

- [122] X. Tian and B. Bhushan, "A numerical three-dimensional model for the contact of rough surfaces by variational principle," *J. Tribol.*, vol. 118, no. January, pp. 33–42, 1996.
- [123] W. Peng and B. Bhushan, "Three-dimensional contact analysis of layered elastic/plastic solids with rough surfaces," *Wear*, vol. 249, no. 9, pp. 741–760, 2001.
- [124] W. Peng and B. Bhushan, "A Numerical Three-Dimensional Model for the Contact of Layered Elastic/Plastic Solids With Rough Surfaces by a Variational Principle," *J. Tribol.*, vol. 123, no. 2, pp. 330–342, 2002.
- [125] S. Cai and B. Bhushan, "A numerical three-dimensional contact model for rough, multilayered elastic/plastic solid surfaces," *Wear*, vol. 259, no. 7-12, pp. 1408–1423, 2005.
- [126] G. Liu, Q. Wang, and S. Liu, "A Three-Dimensional Thermal-Mechanical Asperity Contact Model for Two Nominally Flat Surfaces in Contact," *J. Tribol.*, vol. 123, no. 3, p. 595, 2001.
- [127] S. Liu and Q. Wang, "Transient Thermoelastic Stress Fields in a Half-Space," *J. Tribol.*, vol. 125, no. 1, p. 33, 2003.
- [128] Y. P. Chiu, "On the Stress Field Due to Initial Strains in a Cuboid Surrounded by an Infinite Elastic Space," *J. Appl. Mech.*, vol. 44, no. 4, p. 587, 1977.
- [129] Y. P. Chiu, "On the Stress Field and Surface Deformation in a Half Space With a Cuboidal Zone in Which Initial Strains Are Uniform," *J. Appl. Mech.*, vol. 45, no. 2, p. 302, 1978.
- [130] V. Boucly, D. Nélias, S. Liu, Q. J. Wang, and L. M. Keer, "Contact Analyses for Bodies With Frictional Heating and Plastic Behavior," *J. Tribol.*, vol. 127, no. 2, p. 355, 2005.
- [131] J. C. Simo and R. L. Taylor, "Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 48, no. 1, pp. 101–118, 1985.
- [132] W. W. Chen, Q. J. Wang, and W. Kim, "Transient Thermomechanical Analysis of Sliding Electrical Contacts of Elastoplastic Bodies, Thermal Softening, and Melting Inception," *J. Tribol.*, vol. 131, no. 2, p. 021406, 2009.
- [133] E. Antaluca, D. Nélias, and S. Cretu, "A Three-Dimensional Friction Model For Elastic-Plastic Contact With Tangential Loading - Application To Dented Surface,"

- in *Proc. ASME/STLE Int. Jt. Tribol. Conf.*, (Long Beach, California USA), ASME, 2004.
- [134] E. Antaluca and D. Nélias, “Contact fatigue analysis of a dented surface in a dry elastic-plastic circular point contact,” *Tribol. Lett.*, vol. 29, no. 2, pp. 139–153, 2008.
- [135] D. Nélias, E. Antaluca, V. Boucly, and S. Cretu, “A Three-Dimensional Semi-analytical Model for Elastic-Plastic Sliding Contacts,” *J. Tribol.*, vol. 129, no. 4, pp. 761–771, 2007.
- [136] L. Gallego, *Fretting et Usure des Contacts Mécaniques : Modélisation Numérique*. Ph.d. dissertation, INSA de LYon, France, 2007.
- [137] L. Gallego, D. Nélias, and C. Jacq, “A Comprehensive Method to Predict Wear and to Define the Optimum Geometry of Fretting Surfaces,” *J. Tribol.*, vol. 128, no. 3, pp. 476–485, 2006.
- [138] L. Gallego and D. Nélias, “Modeling of Fretting Wear Under Gross Slip and Partial Slip Conditions,” *J. Tribol.*, vol. 129, no. 3, p. 528, 2007.
- [139] L. Gallego, D. Nélias, and S. Deyber, “A fast and efficient contact algorithm for fretting problems applied to fretting modes I, II and III,” *Wear*, vol. 268, no. 1, pp. 208–222, 2010.
- [140] L. Gallego, B. Fulleringer, S. Deyber, and D. Nélias, “Multiscale computation of fretting wear at the blade/disk interface,” *Tribol. Int.*, vol. 43, no. 4, pp. 708–718, 2010.
- [141] Z.-j. Wang, W.-z. Wang, H. Wang, D. Zhu, and Y.-Z. Hu, “Partial Slip Contact Analysis on Three-Dimensional Elastic Layered Half Space,” *ASME J. Tribol.*, vol. 132, no. 13, pp. 021403–1–12, 2010.
- [142] B. Fulleringer and D. Nelias, “On the Tangential Displacement of a Surface Point Due to a Cuboid of Uniform Plastic Strain in a Half-Space,” *J. Appl. Mech.*, vol. 77, no. 2, pp. 210141–210147, 2010.
- [143] B. Fulleringer, *Semi-analytical modeling of complex mechanical contacts : Application to inclusions and wear of coated surfaces*. PhD thesis, INSA Lyon, 2011.
- [144] R. Bosman and D. J. Schipper, “Transition from mild to severe wear including running in effects,” *Wear*, vol. 270, no. 7-8, pp. 472–478, 2011.
- [145] N. Ren, D. Zhu, W. W. Chen, and Q. J. Wang, “Plasto-Elastohydrodynamic Lubrication (PEHL) in Point Contacts,” *J. Tribol.*, vol. 132, no. 3, p. 031501, 2010.

- [146] J. Leroux, B. Fulleringer, and D. Nélias, “Contact analysis in presence of spherical inhomogeneities within a half-space,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 47, no. 22-23, pp. 3034–3049, 2010.
- [147] K. E. Koumi, D. Nelias, T. Chaise, and A. Duval, “Modeling of the contact between a rigid indenter and a heterogeneous viscoelastic material,” *Mech. Mater.*, vol. 77, pp. 28–42, 2014.
- [148] K. E. Koumi, T. Chaise, and D. Nelias, “Rolling contact of a rigid sphere/sliding of a spherical indenter upon a viscoelastic half-space containing an ellipsoidal inhomogeneity,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 80, pp. 1–25, 2015.
- [149] K. V. Amuzuga, T. Chaise, A. Duval, and D. Nélias, “Fully Coupled Resolution of Heterogeneous Elastic-Plastic Contact Problem,” *J. Tribol.*, vol. 138, no. 2, p. 021403, 2016.
- [150] W. W. Chen, K. Zhou, L. M. Keer, and Q. J. Wang, “Modeling elasto-plastic indentation on layered materials using the equivalent inclusion method,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 47, no. 20, pp. 2841–2854, 2010.
- [151] D. Nélias, C. Jacq, G. Lormand, G. Dudragne, and A. Vincent, “New Methodology to Evaluate the Rolling Contact Fatigue Performance of Bearing Steels With Surface Dents : Application to 32CrMoV13 (Nitrided) and M50 Steels,” *J. Tribol.*, vol. 127, no. 3, p. 611, 2005.
- [152] A. Vincent, D. Nélias, C. Jacq, Y. Robin, and G. Dudragne, “Comparison of fatigue performances of 32crmov13 and m50 steels in presence of surface dents,” *Journal of ASTM International*, vol. 3, pp. 1–9, 2006.
- [153] W. W. Chen and Q. J. Wang, “Thermomechanical analysis of elastoplastic bodies in a sliding spherical contact and the effects of sliding speed, heat partition, and thermal softening,” *J. Tribol.*, vol. 130, no. 4, pp. 041402–1 — 041402–10, 2008.
- [154] W. W. Chen and Q. J. Wang, “A numerical model for the point contact of dissimilar materials considering tangential tractions,” *Mech. Mater.*, vol. 40, no. 11, pp. 936–948, 2008.
- [155] Z. Wang, X. Jin, L. M. Keer, and Q. Wang, “A Numerical Approach for Analyzing Three-Dimensional Steady-State Rolling Contact Including Creep Using a Fast Semi-Analytical Method,” *Tribol. Trans.*, vol. 55, no. 4, pp. 446–457, 2012.
- [156] V. Boucly, D. Nélias, and I. Green, “Modeling of the Rolling and Sliding Contact Between Two Asperities,” *J. Tribol.*, vol. 129, no. 2, pp. 235–245, 2007.

- [157] D. Nélias, E. Antaluca, and V. Boucly, “Rolling of an Elastic Ellipsoid Upon an Elastic-Plastic Flat,” *J. Tribol.*, vol. 129, no. 4, pp. 791–800, 2007.
- [158] T. Chaise, J. Li, D. Nélias, R. Kubler, S. Taheri, G. Douchet, V. Robin, and P. Gilles, “Modelling of multiple impacts for the prediction of distortions and residual stresses induced by ultrasonic shot peening (USP),” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 212, no. 10, pp. 2080–2090, 2012.
- [159] A. E. H. Love, *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 1 ed., 1892.
- [160] J. Dundurs and M. S. Lee, “Stress concentration at a sharp edge in contact problems,” *J. Elast.*, vol. 2, no. 2, pp. 109–112, 1972.
- [161] V. P. D. Panagiotopoulos, “A Nonlinear Programming Approach to the Unilateral Contact, and Friction-boundary Value Problem in the Theory of Elasticity \*,” *Ingenieur-Archiv*, vol. 44, pp. 421–432, 1975.
- [162] J. Allwood, “Survey and Performance Assessment of Solution Methods for Elastic Rough Contact Problems,” *J. Tribol.*, vol. 127, no. 1, p. 10, 2005.
- [163] J. W. Cooley and J. W. Tukey, “An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series,” *Math. Comput.*, vol. 19, no. 90, pp. 297–301, 1965.
- [164] R. C. Singleton, “An Algorithm for Computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform,” *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol. 17, no. 2, pp. 93–103, 1969.
- [165] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes in Fortran 77-The Art of Scientific Computing*, vol. 35. 2 ed., 1992.
- [166] M. R. Hestenes, *Conjugate direction methods in optimization*. 1980.
- [167] V. G. Heinrich and K. Desoyer, “Rollreibung mit axialem Schub,” *Ing. Arch.*, vol. 36, pp. 48–72, 1967.
- [168] C.-G. Wallman and H. Åström, “Friction Measurement Methods And The Correlation Between Road Friction And Traffic Safety. A Literature Review.,” tech. rep., Linköping, Sweden, 2001.
- [169] J. E. Merwin and K. L. Johnson, “An Analysis of Plastic Deformation in Rolling Contact,” *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 177, no. 75, pp. 676–690, 1963.
- [170] A. D. Hearle and K. L. Johnson, “Cumulative Plastic Flow in Rolling and Sliding Line Contact,” *J. Appl. Mech.*, vol. 54, no. 1, pp. 1–7, 1987.

- [171] A. F. Bower and K. L. Johnson, “The influence of strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling and sliding line contact,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 37, no. 4, pp. 471–493, 1989.
- [172] Y. Jiang and H. Sehitoglu, “Analytical approach to elastic-plastic stress analysis of rolling contact,” *J. Tribol.*, vol. 116, no. 3, pp. 577–587, 1994.
- [173] Y. Jiang, B. Xu, and H. Sehitoglu, “Three-Dimensional Elastic-Plastic Stress Analysis of Rolling Contact,” *J. Tribol.*, vol. 124, no. 4, pp. 699–708, 2002.
- [174] B. Xu and Y. Jiang, “Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Partial Slip Rolling Contact,” *J. Tribol.*, vol. 124, no. 1, p. 20, 2002.
- [175] Z. Wen, L. Wu, W. Li, X. Jin, and M. Zhu, “Three-dimensional elastic-plastic stress analysis of wheel-rail rolling contact,” *Wear*, vol. 271, no. 1-2, pp. 426–436, 2011.
- [176] Z. Wei, Z. Li, Z. Qian, R. Chen, and R. Dollevoet, “3D FE modelling and validation of frictional contact with partial slip in compression–shift–rolling evolution,” *Int. J. Rail Transp.*, vol. 4, no. 1, pp. 20–36, 2016.
- [177] T. Chaise and D. Nélías, “Contact Pressure and Residual Strain in 3D Elasto-Plastic Rolling Contact for a Circular or Elliptical Point Contact,” *J. Tribol.*, vol. 133, no. October, pp. 041402–1–9, 2011.
- [178] P. A. Fotiu and S. Nemat-Nasser, “A universal integration algorithm for rate-dependent elastoplasticity,” *Comput. Struct.*, vol. 59, no. 6, pp. 1173–1184, 1996.
- [179] T. Mura, “Continuum Theory Of Plasticity and Dislocation,” *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 5, no. 4, pp. 341–351, 1967.
- [180] R. D. Mindlin and D. H. Cheng, “Nuclei of strain in the semi-infinite solid,” *J. Appl. Phys.*, vol. 21, no. 9, pp. 926–930, 1950.
- [181] P. Reynaud, E. Manyo, B. Picoux, R. Tautou, F. Allou, D. Nélías, and C. Petit, “Modélisation avancée du contact pneu-chaussée,” in *29ème Journées Int. Francoph. Tribol.*, (Saint-Ouen, France), 2017.
- [182] S. M. Padula, *The Pneumatic Tire*, ch. Tire Load Capacity, p. 707. U.S. Department of Transportation, NHTSA, February 2006.
- [183] F. Kounty, “A method for computing the radial deformation characteristics of belted tires,” *Tire Science and Technology, TSTCA*, vol. 4, pp. 190–212, August 1976.

- [184] T. B. Rhyne, "Development of a vertical stiffness relationship for belted radial tires," in *23rd Annual Conference of the Tire Society*, (Akron, Ohio), September 2004.
- [185] H. M. Lankarani and P. E. Nikravesh, "Continuous contact force models for impact analysis in multibody systems," *Nonlinear Dyn.*, vol. 5, no. 2, pp. 193–207, 1994.
- [186] C. M. Pereira, A. L. Ramalho, and J. A. Ambrósio, "A critical overview of internal and external cylinder contact force models," *Nonlinear Dyn.*, vol. 63, no. 4, pp. 681–697, 2011.
- [187] K. M. Jeong, "Prediction of Burst Pressure of a Radial Truck Tire Using Finite Element Analysis," *World J. Eng. Technol.*, vol. 4, no. May, pp. 228–237, 2016.
- [188] J. R. Cho, H. W. Lee, W. B. Jeong, K. M. Jeong, and K. W. Kim, "Numerical estimation of rolling resistance and temperature distribution of 3-D periodic patterned tire," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 50, no. 1, pp. 86–96, 2013.
- [189] I. Léandry, C. Brèque, and V. Valle, "Calibration of a structured-light projection system : Development to large dimension objects," *Opt. Lasers Eng.*, vol. 50, no. 3, pp. 373–379, 2012.
- [190] F. Brémand, M. Cottton, P. Doumalin, J. C. Dupré, A. Germaneau, and V. Valle, *Mesures en mécanique par méthodes optiques. techniques de l'ingénieur ed.*, Juin 2011.
- [191] J. D'Errico, "Surface fitting using gridfit," 2016.
- [192] P. Reynaud, S. B. Nasr, F. Allou, T. Chaise, D. Nelias, and C. Petit, "3D modelling of tyre-pavement contact pressure," *Eur. J. Environ. Civ. Eng.*, vol. 21, no. 6, pp. 712–729, 2016.
- [193] M. De Beer, C. Fisher, and L. Kannemeyer, "Tyre-Pavement Interface Contact Stresses On Flexible Pavements - Quo Vadis ?," in *8th Conf. Asph. Pavements South Africa* (Document Transformation Technologies cc, ed.), no. September, (Sun City, South Africa), p. 22, 2004.
- [194] A. Zoa, F. Allou, C. Petit, and R. Medjo Eko, "Évaluation de l'agressivité du trafic sur des chaussées bitumineuses en carrefour giratoire," *Bull. des Lab. des Ponts Chaussées*, vol. 280-281, pp. 171–188, 2013.
- [195] R. Ktari, A. Millien, F. Fouchal, I. O. Pop, and C. Petit, "Pavement interface damage behavior in tension monotonic loading," *Constr. Build. Mater.*, vol. 106, pp. 430–442, 2016.

- [196] Mazars, *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse d'état, Université Paris 6, ENS Cachan, France, 1984.
- [197] M.-d. Nguyen, *Modélisation numérique discrète des matériaux bitumeux*. Ph.d. dissertation, Université de Lyon, 2017.



## Modélisation avancée du contact pneu-chaussée pour l'étude des dégradations des chaussées en surface

**Résumé :** L'apparition récente de nouveaux matériaux dans les structures de chaussée associée à une diminution de l'épaisseur des couches de surface et une augmentation du chargement des poids lourds et de leur fréquence de passage a entraîné de nouvelles pathologies de dégradation. Outre les problèmes d'orniérage bien connus, apparaissent désormais des fissures descendantes (top down cracking) ainsi que des problèmes de décohésion aux interfaces. Ces nouvelles pathologies entraînent des dépenses considérables sur l'ensemble du réseau (environ 15 milliards d'euros par an), particulièrement en zones urbanisées plus sujettes aux dégradations de surface et ne permettent pas d'estimer convenablement les durées de vie de la chaussée, le plus souvent surestimée dans les méthodes de dimensionnement actuelles.

Ce travail de doctorat propose une nouvelle approche du contact pneu-chaussée permettant de mieux appréhender les contraintes principales et résiduelles dans une structure de chaussée bitumineuse. A l'aide d'un outil numérique rapide de calcul basé sur une approche semi-analytique (« Semi-Analytical Methods » (SAM)), la géométrie précise du pneumatique est intégrée afin d'obtenir une répartition de pression de contact ainsi qu'un cisaillement surfacique réelle sur la chaussée. Dans un premier temps, un modèle de contact roulant tractif élastique est implémenté pour des cas théoriques simples et validé par des résultats analytiques et numériques de la littérature. Ensuite, ce modèle est étendu pour prendre en compte le comportement élasto-plastique des corps en contact. Ce dernier est comparé à un résultat numérique basé sur la méthode des éléments finis issu de la littérature. Les résultats, pour une application contact pneu-chaussée, montrent une répartition non homogène des contraintes dans la structure et principalement dans les premiers centimètres sous la surface avec des niveaux beaucoup plus importants que peuvent le prédire les modèles actuels qui utilisent une charge uniformément répartie. La pression de contact est comparée aux mesures effectuées par un système nommé TekScan et les champs mécaniques en sous couches sont comparés à ceux d'Alizé-LCPC dans le cas d'une structure simple. Les cisaillements surfaciques sont déterminés dans le cas du roulement tractif. Une application est effectuée sur la modélisation des dégradations des chaussées en surface. Dans un premier temps, des analyses sur le comportement de la chaussée en surface sont effectuées pour une couche de béton bitumineux semi grenu (BBSG) semi-infinie supposée élastique, homogène sous conditions d'accélération, de freinage et de virage. Pour des études sur le top down cracking, des déformations et directions principales sont déterminées et analysées. Ensuite, le modèle de contact élasto-plastique est appliqué sur une couche semi-infinie de grave bitume GB3. Des déformations et contraintes résiduelles générées dans la structure sont déterminées en vue d'une analyse sur les ornières d'instabilité. Une fois validés, ces résultats permettront d'estimer plus fidèlement la durée de vie résiduelle des chaussées mais également de comprendre et d'éviter les mécanismes de dégradation en surface ou proche de la surface.

**Mots clés :** Contact pneu-chaussée, Roulement tractif, Adhérence/Glissement, Contact élasto-plastique, Méthode Semi-Analytique, Chaussées souples, Top-down cracking, Orniérage.

## Advanced Modeling of Tire-Pavement Contact to Investigate Pavement Surface Degradation

**Abstract :** The recent appearance of new materials in road structures associated with surface layers thickness decreasing and the increasing of trucks loading and their passage frequency has led to new pathologies of degradation. In addition to the well-known rutting problems, top down cracking is now appearing as well as problems of decohesion at the interfaces. These new pathologies led to considerable expenditure on the entire network (around 15 billion euros per year), particularly in urbanized areas that are more prone to surface damage and do not make it possible to adequately estimate the lifetimes of the roadway, most often overestimated in current design methods.

This doctoral work proposes a new approach of the tire-road contact allowing for better apprehend of the main and residual stresses in a bituminous pavement structure. Using a fast numerical tool based on a semi-analytical approach ("Semi-Analytical Methods" (SAM)), the precise geometry of the tire is integrated in order to obtain a real contact pressure distribution as well as surface shear on the pavement surface. Initially, an elastic tractive rolling contact model is implemented for simple theoretical cases and validated by analytical and numerical results from the literature. Then, this model is extended to take into account the elastoplastic behavior of the bodies in contact. This is compared to a numerical result based on the finite element method from the literature. The application for tire-pavement contact results, show a non-uniform distribution of stresses in the structure and mainly in the first centimeters below the surface with much higher levels than can be predicted by current models that use a uniformly distributed load. The contact pressure is compared to the measurements made by a system called TekScan and the mechanical fields in sublayers are compared to those of Alizé-LCPC in the case of a simple structure. The surface shears are determined in the case of tractive rolling. An application is carried out on the modeling of surface pavement damage. Firstly, analyzes of the behavior of the surface pavement are carried out for a semi-infinite semi-grit asphalt concrete layer supposed to be elastic, homogeneous under conditions of acceleration, braking and turning. For studies on top down cracking, principals deformations and directions are determined and analyzed. Then, the elastoplastic contact model is applied on a semi-infinite asphalt aggregate layer. Deformations and residuals stresses generated in the structure are determined for an analysis on the instability ruts. Once validated, these results will make it possible to more accurately estimate the residual life of pavements but also to understand and avoid surface or near surface degradation mechanisms.

**Keywords :** Tire-pavement contact, Tractive rolling, Stick/Slip, Elasto-plastic contact, Semi-Analytical Method, Flexible pavements, Top-down cracking, Rutting.

**GC2D - EA 3178**

17, Boulevard Jacques Derche - 19300 EGLETONS