



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1  
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

N° d'ordre :...../Doct/2017

Série :...../GM/2017

**THESE EN COTUTELLE**

En vue de l'obtention du diplôme de : **DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE DES  
FRERES**

**MENTOURI- CONSTANTINE1**

et du diplôme de : **DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE REIMS**

## **Etude paramétrique des échanges convectifs turbulents dans les configurations d'intérêt pratique**

**Spécialité : Génie mécanique**

**Option : Energétique**

**Par : Ridha MEBROUK**

Soutenue le ..... /...../ 2017

Devant le Jury composé de :

Président : **BESSAIH Rachid**

Prof. Université des Frères Mentouri-Constantine1

Rapporteurs : **KADJA Mahfoud**

Prof. Université des Frères Mentouri-Constantine1

**LACHI Mohammed**

Prof. Université de Reims Champagne Ardenne, France

**FOHANNO Stéphane**

Prof. Université de Reims Champagne Ardenne, France

Examineurs: **BENELMIR Riad**

Prof. Université de Lorraine, France

**BOUDENNE Abderrahim**

MC. Université Paris-Est Créteil Val de Marne, France

**KABAR Yassine**

MCA. Université Mohammed Seddik BEN YAHIA, Jijel

## Abstract

This thesis presents the results of two studies: the first concerns natural turbulent convection in a rectangular cavity heated from the bottom wall and filled with a nanofluid and the second relates to the investigation of conjugate heat transfer in a fin-and-tube heat exchanger.

The cavity of the first study is tall and has a heat source embedded on its bottom wall, while its left, right and top walls are maintained at a relatively low temperature. The working fluid is a water based nanofluid having three nanoparticle types: alumina, copper and copper oxide. The influence of pertinent parameters such as the Rayleigh number, the type of nanofluid and solid volume fraction of nanoparticles on the cooling performance is studied. Steady forms of twodimensional Reynolds-Averaged-Navier-Stokes equations and conservation equations of mass and energy, coupled with the Boussinesq approximation, are solved by the control volume based discretisation method employing the SIMPLE algorithm for pressure-velocity coupling. Turbulence is modeled using the standard k- $\epsilon$  model. The Rayleigh number, Ra, is varied from  $2.49 \times 10^9$  to  $2.49 \times 10^{11}$ . The volume fractions of nanoparticles were varied in the interval  $0 \leq \phi \leq 6\%$ . Stream lines, isotherms, velocity profiles and Temperature profiles are presented for various combinations of Ra, the type of nanofluid and solid volume fraction of nanoparticles. The results are reported in the form of average Nusselt number on the heated wall. It is shown that for all values of Ra, the average heat transfer rate from the heat source increases almost linearly and monotonically as the solid volume fraction increases. Finally the average heat transfer rate takes on values that decrease according to the ordering Cu, CuO and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

In the second study We determined the heat transfer and friction characteristics of a realistic fin-and-tube heat exchanger. The computations assume steady-state heat transfer and fluid flow. Nusselt number and friction factor characteristics of the heat exchanger are presented for various values of Reynolds numbers. The energy conservation and the heat conduction equations in 3 dimensions have been solved in the fluid and the solid respectively along with the mass and momentum conservation equations in order to determine these characteristics. Both laminar and turbulent flow regimes are considered. The effect of turbulence modeling was investigated using three different models (the one equation Spalart-Allmaras turbulence model, the standard k- $\epsilon$  model and the RSM model). The computations allowed the determination of the dynamic and thermal fields. Model validation was carried out by comparing the calculated friction factor  $f$  and Colburn  $j$ -factor to experimental results found in the literature. The plotted results showed a qualitatively good agreement between numerical results and experimental data. The results obtained also showed that the simplest of the three turbulence models tested (i.e. Spalart-Allmaras) gives the closest values to the experimental data.

**Keywords :** Turbulent convection; Numerical simulation ; Nanofluid, Enclosure heated from below, Forced convection; Turbulent exchanges, Heat exchanger, Conjugate heat transfer.

## Résumé

Cette thèse présente les résultats de deux études : la première concerne la convection naturelle turbulente dans une cavité rectangulaire chauffée uniformément par le bas et remplie d'un nanofluide et la seconde concerne l'investigation du transfert de chaleur conjugué dans un échangeur de chaleur à tubes ailetés.

L'enceinte de la première étude a un faible rapport d'aspect. Ses parois gauche, droite et supérieure sont maintenues à une température relativement basse. Le fluide de travail est un nanofluide constitué d'eau et de nanoparticules, soient d'alumine ( $Al_2O_3$ ), ou de cuivre (Cu) ou d'oxyde de cuivre (CuO). L'influence des paramètres tels que le nombre de Rayleigh (basé sur la hauteur H de la cavité et la densité de flux de chaleur), le type de nanofluide et la fraction volumique des nanoparticules sur la performance de refroidissement est présentée. Les équations de Navier-Stokes et les équations de conservation de la masse et de l'énergie sont résolues pour une géométrie bidimensionnelle par la méthode numérique des volumes finis. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le couplage pression-vitesse. La discrétisation des termes convectifs est faite avec le schéma QUICK. Le modèle de turbulence k- $\epsilon$  standard est utilisé. Le maillage du domaine simulé est généré par le code Gambit. Les résultats montrent que pour toutes les valeurs de Ra, le nombre de Nusselt moyen augmente d'une façon linéaire et monotone avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules dans le fluide de base. Le flux de chaleur moyen prend des valeurs qui diminuent en fonction de l'ordre suivant : Cu, CuO et  $Al_2O_3$ .

La deuxième étude est une investigation numérique des caractéristiques dynamique et thermique de l'échangeur de chaleur. Les calculs supposent un transfert de chaleur et un écoulement en régime permanent. Le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement qui caractérisent l'échangeur de chaleur sont déterminés pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. L'équation de conservation de l'énergie dans le fluide et l'équation de conduction de la chaleur dans le solide en trois dimensions ont été résolues avec les équations de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement afin de déterminer ces caractéristiques. Les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent sont considérés. L'effet de la modélisation de la turbulence a été étudié en utilisant trois modèles différents (Spalart-Allmaras modèle de turbulence à une équation, le modèle k- $\epsilon$  standard et le modèle RSM). La validation du modèle a été effectuée en comparant les facteurs de frottement « f » et le facteur-j de Colburn avec les données expérimentales trouvées dans la littérature. Les résultats tracés ont montré un bon accord qualitatif entre les résultats numériques et les données expérimentales. Les résultats obtenus ont également montré que le plus simple des trois modèles de turbulence testés (à savoir. Spalart-Allmaras) donne les valeurs les plus proches des données expérimentales.

**Mots Clés :** Convection turbulente ; Simulation numérique ; Nanofluide ; Enceinte chauffée par le bas, Convection forcée; Echanges turbulents ; Echangeur de chaleur; Transfert thermique conjugué.

### ملخص

هذه الأطروحة تحتوي علي نتائج دراستين: الأولى تتعلق بالنقل الحراري الطبيعي المضطرب في تجويف مستطيل مملوء بنانومائع والثانية تتعلق بمحاكاة النقل الحراري في مبادل حراري ذو أنابيب ذات زعانف.

في الدراسة الأولى ندرس عدديا النقل الحراري المضطرب في تجويف مستطيل يملأ بخليط من الماء والجسيمات النانوية ويسخن بشكل موحد من الأسفل. تأثير المعاملات مثل عدد رايلي Ra (استنادا إلى ارتفاع التجويف وكثافة التدفق الحراري)، ونوع النانومائع والنسبة الحجمية النانوية على أداء التبريد. كل من معادلات نافير ستوكس Navier Stokes وحفظ الكتلة والطاقة ثنائية الأبعاد يتم حلها بطريقة الحجم المنتهية. ويستخدم خوارزمية SIMPLE من أجل حل الترابط بين الضغط و السرعة. كذلك يتم استخدام نموذج ك-ε-اسيلون k-ε لنمذجة الاضطراب. أظهرت النتائج أنه لجميع قيم رايلي تتزايد القيمة المتوسطة لعدد نسلت Nu خطيا و بطريقة واحدة مع زيادة النسبة الحجمية للجسيمات النانومترية. كما لاحظنا ان تدفق الحرارة يأخذ القيم التي تقل مع الترتيب التالي: النحاس و أكسيد النحاس و أكسيد الالمنيوم. وفي الدراسة الثانية درسنا عدديا الخصائص الديناميكية والحرارية لمبادل حراري مكون من أنابيب ذات زعانف. تفترض الطريقة الحسابية أن نقل الحرارة والتدفق مستمرين. يتم تحديد عدد نسلت Nu ومعامل الاحتكاك f التي تميز المبادل الحراري لقيم مختلفة من عدد رينولدز. وتم حل معادلة حفظ الطاقة في المائع ومعادلة توصيل الحرارة في المادة الصلبة في ثلاثة أبعاد مع معادلات حفظ الكتلة و حفظ كمية الحركة لتحديد هذه الخصائص. كذلك أخذنا بعين الاعتبار أنظمة التدفق الصفحي والمضطرب. تم دراسة تأثير نمذجة الاضطراب باستخدام ثلاثة نماذج مختلفة (نموذج الاضطراب ذو المعادلة الواحدة سبالار ألمارس Spalart Allmaras ، نموذج ك-ε القياسي والنموذج RSM) وقد سمحت الحسابات بتحديد المجالات الديناميكية والحرارية. تم إجراء التحقق من صحة النموذج بمقارنة معامل الاحتكاك و معامل كولبورن "z" المحسوبة والنتائج التجريبية. أظهرت المنحنيات إتفاقا جيدا نوعيا بين النتائج العددية والمعطيات التجريبية كما بينت هذه النتائج أيضا أن أبسط النماذج للسريان المضطرب أي سبالار ألمارس Spalart Allmaras يعطي القيم الأقرب للمعطيات التجريبية.

**كلمات مفتاحية :** الحمل المضطرب؛ المحاكاة العددية؛ نانومائع؛ تجويفات مسخنة من الأسفل؛ الحمل القسري؛ التبادل المضطرب، المبادلات الحرارية؛ نقل الحرارة المترافقة.

## Sommaire

Abstract	i
Résumé	ii
ملخص	iii
Sommaire	iv
Remerciements	1
Dédicaces	2
Nomenclature	3
Liste des figures	5
Liste des tableaux	7
Introduction générale	8
<b>Chapitre I : Généralités et revue bibliographique</b>	
I.1. Utilisation des nanofluides pour l'amélioration du transfert thermique.	11
I.1.1 Transfert thermique dans les enceintes rectangulaire.	11
I.1.2 Revue bibliographique sur la convection naturelle dans les enceintes rectangulaire.	12
I.2. Utilisation des échangeurs dans l'industrie.	19
I.2.1 Amélioration du transfert de chaleur.	19
I.2.2 Classification des techniques d'amélioration.	20
I.2.3 Échangeur de chaleur à tubes ailetés	22
I.2.4. Revue bibliographique sur la convection dans les échangeurs.	24
<b>Chapitre II : Les nanofluides</b>	
II. Les nanofluides.	31
II.1 Introduction.	31
II.2 Les particules et les fluides de base.	31
II.2.1 La taille et la forme des particules.	32
II.2.2 Concentration des nanoparticules.	32
II.3. Méthode de production.	32
II.3.1 Production des nanoparticules.	32
II.3.2 Production des nanofluids.	32
II.4. La conductivité thermique des nanofluides.	33
II.5. Résultats de mesure de la conductivité thermique des nanoparticules.	34
II.6. Amélioration de transfert de chaleur avec les nanofluides.	37
II.7. Les caractéristiques thermo physiques des nanofluides.	37
II.7.1 Masse volumique.	37

## Sommaire

II.7.2 Chaleur spécifique.	37
II.7.3 Coefficient d'expansion thermique.	38
II.7.4 La conductivité thermique de nanofluides.	39
II.7.4.1 Les modèles macroscopique par rapport au microscopique.	39
II.7.4.2 Les modèles macroscopiques.	39
II.7.5 Limitations des modèles.	40
II.8 La viscosité de nanofluides.	41
II.8.1 Comportement rhéologique des nanofluides.	41
II.8.2 Le model d'Einstein.	42
II.8.3 Le model de Brinkman.	42
II.8.4 Le modèle expérimentale.	42
II.9 Corrélations de la conductivité thermique et de la viscosité des nanofluides.	42
<b>Chapitre III : Modèle mathématique</b>	
III.1. Introduction	45
III.2. Les concepts physiques fondamentaux	46
III.2.1. Décomposition de Reynolds	46
III.2.2. Simulation RANS	47
III.3 Les modèles de la turbulence	47
III.3 .1 Le modèle à zéro équation	48
III.3.2 Modèle à une équation	49
III.3.3 Modèle à deux équations	49
III.3.4 Modèle à $N \geq 2$ équations	50
III.4. Approches pour les fermetures du système d'équation par la modélisation des équations de Navier Stokes	51
III.5 Modèle k- $\epsilon$	51
III.5.1 Les équations du transport pour le modèle standard k- $\epsilon$	51
III.5.2 Les constantes du modèle	52
III.6. Modèle Reynolds Stress Modèle (RSM)	52
III.7. Modélisation du premier problème (convection naturelle turbulente de nanofluides dans une enceinte chauffée par le bas).	54
III.7.1 Modèle physiques et les équations gouvernant pour le premier cas	54
III.8. Modélisation du deuxième problème (échangeur de chaleur tubulaire compact).	56
III.8.1 Modèle physiques et les équations gouvernant pour le deuxième cas	57

## Sommaire

➤ Modèle à une équation (SpalartAllmaras)	58
➤ Modèle à deux équations ( $k - \epsilon$ )	58
➤ Modèle (RSM)	59
<b>Chapitre IV : Méthode numérique et logiciel de calcul</b>	
<b>IV.1 Introduction</b>	<b>61</b>
<b>IV.2 Maillage</b>	<b>62</b>
<b>IV.3 La discrétisation</b>	<b>64</b>
<b>IV.4 Formulation générale du problème</b>	<b>72</b>
<b>IV.5 Algorithme SIMPLE</b>	<b>74</b>
<b>IV.6 Sous relaxation</b>	<b>76</b>
<b>IV.7 Les méthodes numériques</b>	<b>77</b>
<b>IV.8 Critère de convergence</b>	<b>78</b>
<b>IV.9 Le code de calcul</b>	<b>79</b>
<b>IV.10. Principes des codes CFD</b>	<b>81</b>
<b>IV.11. Les différentes étapes a suivre pour la modélisation numérique par fluent</b>	<b>82</b>
<b>IV.12. Présentation de gambit et de fluent</b>	<b>82</b>
<b>IV.12.1. GAMBIT</b>	<b>82</b>
<b>IV.12.2. FLUENT</b>	<b>83</b>
<b>IV.13. Choix des paramètres de fluent</b>	<b>85</b>
<b>IV.14. La forme linéaire de l'équation</b>	<b>87</b>
<b>IV.15. Sous relaxation</b>	<b>88</b>
<b>IV.16 Condition aux limites utilisée par le code FLUENT</b>	<b>88</b>
<b>Chapitre V : Résultats et discussion</b>	
<b>Application I : Etude de l'écoulement et du transfert thermique dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas et remplie d'un nanofluide.</b>	<b>90</b>
<b>V.1 Introduction.</b>	<b>90</b>
<b>V.2 Effet du maillage sur les solutions numériques.</b>	<b>90</b>
<b>V.3 Validation des résultats.</b>	<b>91</b>
<b>V. 4 Résultats et discussions.</b>	<b>93</b>
<b>V.5 Conclusions.</b>	<b>111</b>
<b>Application II : Étude du transfert de chaleur conjugué dans un échangeur de chaleur tubulaire compact.</b>	<b>113</b>
<b>V.1. Introduction</b>	<b>113</b>
<b>V.2. Résultats et discussion</b>	<b>113</b>

## Sommaire

<b>V.2.1. La variation de la température et de la pression du fluide le long de l'échangeur</b>	<b>113</b>
<b>V.2.2. La variation de la vitesse de l'écoulement le long de l'échangeur</b>	<b>115</b>
<b>V.2.3. La variation de température sur la surface supérieure de l'ailette et le plan de symétrie de l'ailette</b>	<b>117</b>
<b>V.3. Variation du coefficient local de frottement le long de l'échangeur</b>	<b>118</b>
<b>V.4. Variation de coefficient de frottement avec le nombre Reynolds: comparaison avec les expériences</b>	<b>120</b>
<b>V.5. Variation du coefficient local de frottement le long de l'échangeur</b>	<b>122</b>
<b>V.6. Variation du coefficient « j » de Colburn avec le nombre Reynolds: comparaison avec les expériences</b>	<b>123</b>
<b>V.7 Conclusion</b>	<b>124</b>
<b>Conclusions et recommandations</b>	<b>125</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>127</b>

## Remerciements

Derrière ce travail se cache la présence, le support et l'ouverture d'esprit de mon encadreur : Professeur **Mahfoud KADJA**, à qui je dois énormément. J'ai particulièrement apprécié ses encouragements et ses conseils qu'il m'a accordé lors de la poursuite de mon travail.

Je tiens vivement à remercier et à exprimer ma profonde reconnaissance au Professeur **Mohamed LACHI** et au Professeur **Stéphane FOHANNO** de m'avoir soutenu et accueilli dans leurs laboratoire au sein du GRESPI de l'Université de Reims et d'avoir suivi ce travail avec rigueur et bienveillance.

Je souhaite aussi exprimer ma profonde gratitude aux professeurs **Rachid BESSAÏH**, **Yassine KABAR**, **BOUDENNE Abderrahim** et **Riad BENELMIR** d'avoir accepté d'examiner ce travail.

*Dédicaces*

*A mes parents*

*A mes frères et sœurs*

*A mon frère Farid HACHICHI*

*A tous mes amis*

*Ridha*

## Nomenclature

Ar	Rapport d'aspect (H/L)
Cp	Chaleur spécifique, J/kg.K
$C_{\mu}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$	Constantes du modèle de turbulence
g	Accélération de la pesanteur, m/s <sup>2</sup>
j	Coefficient de Colburn : $Nu/RePr^{1/3}$
H	Hauteur de la cavité, m
k	Energie cinétique turbulente, m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
L	Largeur de la cavité, m
N	Nombre de rangées de tubes
Nu	Nombre de Nusselt
P	Pression, N/m <sup>2</sup>
P <sub>f</sub>	Pas d'ailette, m
P <sub>l</sub>	Pas longitudinal, m
P <sub>t</sub>	Pas transversal, m
Re	Nombre de Reynolds: $(\rho \cdot V \cdot D)/\mu$
D <sub>c</sub>	Diamètre de la sortie du tube, m
D <sub>h</sub>	Diamètre hydraulique, m
f	Coefficient de frottement
Pr	Nombre de Prandtl $\nu/\alpha$
q"	Densité de flux de chaleur, W/m <sup>2</sup>
Ra	Nombre de Rayleigh
T	Température, K
u, v, w	Composante de la vitesse dans les directions x, y et z, m/s
x, y, z	Coordonnée cartésienne, m
<b>Lettres grecques</b>	
$\alpha$	Diffusivité thermique, m <sup>2</sup> /s
$\beta$	Coefficient de dilatation du fluide à pression constante, K <sup>-1</sup>
$\lambda$	Conductivité thermique, W/m.K
$\varepsilon$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
$\mu$	Viscosité dynamique, kg/m.s
$\nu$	Viscosité cinématique, m <sup>2</sup> /s
$\rho$	Masse volumique, kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_k, \sigma_T, \sigma_\varepsilon$	nombres de Prandtl turbulents de k, T et $\varepsilon$

$\varphi$	fraction volumique
<b>Indices</b>	
c	chaud
eff	effective
f	Fluide de base
s	solide

*Liste des figures*

- Figure (I.1.1)** La géométrie et les cordonné du problème étudié.
- Figure (I.1.2)** Convection naturelle (Benard convection) dans une cavité chauffée par le bas.
- Figure (I.1.3)** La Géométrie et ses surfaces.
- Figure (I.1.4)** Un diagramme schématique du modèle physique étudié.
- Figure (I.1.5)** La géométrie du problème étudié.
- Figure (I.1.6)** Schéma du modèle physique étudié.
- Figure (I.1.7)** Géométrie du problème étudié.
- Figure (I.1.8)** Les modèles physiques du problème étudié.
- Figure (I.1.9)** Géométrie du problème pour deux cas.
- Figure (I.1.10)** Schéma de l'enceinte inclinée.
- Figure (I.2.1)** Échangeur de chaleur à tube fin.
- Figure (I.2.2)** Tubes à ailettes plates pour échangeur de chaleur.
- Figure (I.2.3)** Différents types de tubes à ailettes plates pour échangeur de chaleur.
- Figure (I.2.4)** Tubes à ailettes plates pour échangeur de chaleur sans ailettes.
- Figure (I.2.5)** Tubes à ailettes plates pour échangeur de chaleur avec générateur de vortex.
- Figure (I.2.6)** Echangeur de chaleur à tube fin avec tubes ronds et tubes ovales.
- Figure(I.2.7)** Schéma de l'installation expérimentale.
- Figure (II.1)** représentation schématique de nanofluide.
- Figure (II.2)** Représentation schématique de technique en une seule étape.
- Figure (II.3)** Principaux résultats sur la conductivité thermique relative pour des suspensions de nanoparticules d'après Wang et al.
- Figure(III.1)** Géométrie du problème considéré (2D)
- Figure (III.2)** Géométrie du problème considéré (3D)
- Figure (IV.1)** volume de contrôle bidimensionnel.
- Figure (IV.2)** volume de contrôle décalé vers la droite.
- Figure (IV.3)** volume de contrôle décalé vers la haute.
- Figure(V.1)** Isothermes pour  $Ra=10^{10}$ . (a) Résultats numérique de [91], (b) notre résultats numérique.
- Figure(V.2)** Profil de vitesse verticale au niveau du plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes valeur de  $\phi$  et pour  $Ra = 2.510^{10}$ , (a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.
- Figure(V.3)** Profil de vitesse verticale au niveau du plan médian horizontal ( $x = L/2$ ) pour différentes

valeur de  $\varphi$  et pour  $Ra = 2.510^{10}$ , (a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

- Figure(V.4)** Profil de vitesse verticale au niveau du plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes valeur de  $Ra$  et pour  $\varphi = 6\%$ , (a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.
- Figure(V.5)** Profil de température plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes valeur de  $\varphi$  et pour  $Ra = 2.510^{10}$ , (a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>
- Figure(V.6)** Profil de température plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes nanofluides et pour  $\varphi = 6\%$  et  $Ra = 2.510^{10}$ .
- Figure(V.7)** Lignes de courant et isothermes a. (eau/Cu), (ligne discontinue) pour  $\varphi = 6\%$  et pour différentes valeurs de  $Ra$ .
- Figure(V.8)** Lignes de courant et isothermes a. (eau/AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), (ligne discontinue) pour  $\varphi = 6\%$  et pour différentes valeurs de  $Ra$ .
- Figure(V.9)** Variation du nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et pour différents nanofluides.
- Figure(V.10)** Variation du nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique et pour différents nanofluides à  $Ra = 2.510^{11}$ .
- Figure(V.11)** Contours de la température dans le plan  $z = 0.56e-3$  m,  $Re = 300$ .
- Figure(V.12)** Contours de chute de pression par rapport à la sortie dans le plan  $z = 0.56e-3$  m,  $Re = 300$
- Figure(V.13)** vecteurs de vitesse dans le plan  $z = 0.56e-3$  m,  $Re = 300$
- Figure(V.14)** vecteurs de vitesse dans le plan  $z = 0.56e-3$  m (Zoom arrière du premier tube,  $Re = 300$ )
- Figure(V.15)** la distribution de la température dans la surface supérieure de l'ailette,  $Re = 300$
- Figure(V.16)** distribution de température dans le plan de symétrie de l'ailette,  $Re = 300$
- Figure(V.17)** variation du nombre de Nusselt sur des surfaces solides (surface de l'ailette + la surface mouillée du tube droit + la surface mouillée du tube gauche),  $Re = 300$ .
- Figure(V.18)** variation de coefficient de frottement sur des surfaces solides (surface de l'ailette + la surface mouillée du tube droit + la surface mouillée du tube gauche),  $Re = 300$ .
- Figure(V.19)** Coefficient de frottement sur le tube droit mouillé,  $Re = 300$
- Figure(V.20)** coefficient de frottement moyenne en fonction du nombre de Reynolds
- Figure(V.21)** coefficient  $j$ -Colburn moyenne en fonction du nombre de Reynolds

*Liste des tableaux*

<b>Tableau (I.2.1)</b>	Classification des différentes techniques d'amélioration du transfert de chaleur.
<b>Tableau (II.1)</b>	Résumé de revue de la littérature pour la conductivité thermique de nanofluides.
<b>Table (II.2)</b>	Corrélations de la conductivité thermique des nanofluides.
<b>Table (II.3)</b>	Corrélations de la viscosité des nanofluides.
<b>Tableau (IV.1)</b>	la fonction $A( P_e )$ pour différents schémas.
<b>Tableau (IV.2)</b>	Codes CFD.
<b>Tableau (IV.3)</b>	Récapitulatif des équations régissant l'écoulement.
<b>Tableau (IV.4)</b>	Les différentes formes de maillage des faces.
<b>Tableau (IV.5)</b>	Description des types de maillages des faces.
<b>Tableau (V.1)</b>	Test de l'indépendance du maillage pour $Ra=2.51010$ et $\varphi = 0$
<b>Tableau (V.2)</b>	Validation des résultats numériques à faible nombre de Rayleigh en termes de nombre de Nusselt moyen $Nu$ .
<b>Tableau (V.3)</b>	Validation des résultats numériques à haute nombre de Rayleigh en termes de nombre de Nusselt moyen $Nu$ .

## Introduction générale

Le transfert de chaleur joue un rôle important dans de nombreuses applications. Par exemple, dans les chambres chauffées, les halls d'usines, les maisons vertes, les récipients refroidis de stockage de nourriture, et dans les véhicules où la chaleur générée par le moteur d'entraînement doit être enlevée pour un bon fonctionnement. De même, les équipements électroniques dissipent la chaleur, ce qui nécessite un système de refroidissement. Les systèmes de chauffage, de ventilation et de climatisation, ont aussi besoin de différents processus de transfert de chaleur. Le transfert de chaleur est aussi un processus clé dans les centrales thermiques. De même, de nombreux procédés de production comprennent le transfert de chaleur sous des formes diverses; ce pourrait être le refroidissement d'une machine-outil, la pasteurisation de denrées alimentaires, ou le réglage de la température pour le déclenchement d'un processus chimique. Dans la plupart de ces applications, le transfert de chaleur est réalisé par des dispositifs de transfert de chaleur; tel que des échangeurs de chaleur, des évaporateurs, des condenseurs, et des dissipateurs de chaleur. L'augmentation de l'efficacité du transfert de chaleur de ces dispositifs est souhaitable, parce que l'espace occupé par le dispositif peut être minimisé si on augmente l'efficacité, ce qui est important pour les applications ayant des exigences de compacité.

Dans la plupart des systèmes de transfert de chaleur, le fluide de travail est mis en circulation par une pompe, et l'amélioration de l'efficacité du transfert de chaleur peut réduire la consommation d'énergie associée. Il existe plusieurs méthodes pour améliorer l'efficacité de transfert de chaleur. L'utilisation de surfaces étendues, l'application de vibrations sur les surfaces de transfert de chaleur, et l'utilisation de micro canaux sont parmi ces méthodes.

L'efficacité du transfert de chaleur peut également être améliorée en augmentant la conductivité thermique du fluide caloporteur. La conductivité thermique des fluides couramment utilisés dans le transfert de chaleur, tels que l'eau, l'éthylène glycol, et les huiles est relativement faible, par rapport à la conductivité thermique des matières solides. À cet égard, diverses techniques ont été proposées pour modifier les propriétés thermo-physiques des fluides. Parmi ces techniques, On peut citer celle qui consiste à augmenter la conductivité thermique des fluides de base (tels que l'éthylène glycol, l'eau et les huiles) par mise en suspension de nanoparticules solides dans ces fluides. Ces techniques ont donné naissance à une nouvelle classe de fluides caloporteurs, appelés nanofluides. Au cours des dernières années, les nanofluides ont attiré beaucoup d'attention à cause de leur utilisation pour le refroidissement dans diverses applications industrielles comme le refroidissement des composants électroniques, le refroidissement des véhicules, le refroidissement des transformateurs, dans les réacteurs nucléaires, les applications solaires etc...

Les échangeurs de chaleur à ailettes sont utilisés principalement comme échangeurs gaz-liquide. En raison de la faible conductivité thermique et donc du coefficient de transfert de chaleur côté gaz, il est nécessaire d'appliquer les surfaces étendues côté gaz pour améliorer le transfert de chaleur tout en gardant la

compacité de l'échangeur. Cependant, les problèmes relatifs à la perte de pression dans le milieu de l'écoulement ne doivent pas être négligés.

De nos jours, de nombreuses applications telles que la chimie, les industries pétrolières, l'industrie automobile, la réfrigération et la climatisation utilisent des échangeurs à extension de surface. Selon le type d'extension, ces échangeurs sont appelés échangeurs à tubes à ailettes (ayant des ailettes continues ou des ailettes indépendantes) ou échangeurs à plaques et ailettes brasées. Dans les échangeurs à tubes à ailettes, les ailettes peuvent être lisses, ondulées ou interrompues, tandis que des tubes ronds, plats et ovales peuvent être utilisés.

### **Objectif de l'étude**

Cette thèse de doctorat a pour objectif d'étudier numériquement des écoulements convectifs de deux genres : Un écoulement dû à la convection naturelle et l'autre dû à la convection forcée.

Dans la première étude, notre effort s'est concentré sur l'éclaircissement de l'effet des paramètres étudiés tel que la fraction volumique solide, le type de nanofluide ainsi que le nombre de Rayleigh sur la structure d'écoulement et isothermes, ainsi que sur le transfert de chaleur. L'étude a permis d'évaluer l'importance de l'ajout de particules solides au fluide pur dans l'amélioration de l'efficacité de refroidissement de surfaces soumises à des flux thermiques, en provoquant une réduction maximale de la température de ces surfaces.

La deuxième étude porte sur la modélisation numérique du transfert thermique dans les échangeurs de chaleur à tubes ailetés ayant des ailettes plates. L'étude a permis de tester trois modèles de turbulence. Le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement qui caractérisent l'échangeur de chaleur sont déterminés pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent ont été étudiés et les résultats ont été comparés avec les données expérimentales disponibles dans la littérature.

### **Organisation de la thèse**

La thèse rapportant le travail accompli dans le cadre de ce Doctorat en Sciences est constituée de 5 chapitres et d'une conclusion générale.

**Le premier chapitre** contient les résultats d'une recherche bibliographique très poussée sur la convection naturelle dans les enceintes rectangulaires et sur la convection forcée dans les échangeurs de chaleur.

**Le deuxième chapitre** présente les paramètres clé d'un nanofluide ainsi que les méthodes de production des nanoparticules et nanofluides et les caractéristiques thermo physiques et le comportement rhéologique des nanofluides.

**Le troisième chapitre** présente la modélisation mathématique des convections naturelle et forcée. On y trouve une présentation des équations des écoulements des fluides accompagnés de transfert thermique

(Equations de Navier-Stokes et équation de conservation de la chaleur) ainsi que les hypothèses associées à ce modèle.

**Le quatrième chapitre** explique la méthode numérique choisie pour la simulation (Méthode des volumes finis). A la fin du chapitre, on décrit brièvement les codes commerciaux FLUENT et GAMBIT utilisés dans les calculs.

La première section du **cinquième chapitre** contient les résultats se rapportant à l'étude de l'écoulement et du transfert thermique dans une cavité rectangulaire remplie d'un nanofluide avec une base active. Le modèle mathématique, la méthode numérique, la géométrie et le maillage pour ce premier cas étudié sont donnés dans **le chapitre III**. Dans la section **V.1** de ce chapitre, on présente les résultats des tests d'indépendance du maillage. La validation du code de calcul à l'aide de données puisées de la littérature est présentée dans la section **V.2**. La section **V.3** contient les résultats sous forme graphique et leur discussion. Cette section est clôturée par une conclusion rassemblant les différentes observations pour cette première étude.

La deuxième section du **cinquième chapitre** présente les résultats d'une étude numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur conjugué (par convection dans le fluide et par conduction dans le solide) entre deux tubes ailetés d'un échangeur de chaleur. La variation du coefficient de frottement et du coefficient  $j$  de Colburn avec le nombre de Reynolds sont présentés dans cette section. Cette section est clôturée par une conclusion rassemblant les différentes observations pour cette deuxième étude.

## Généralités et revue bibliographique

### I.1. Utilisation des nanofluides pour l'amélioration du transfert thermique

Les fluides de transfert de chaleur (FTC) appelés aussi fluides caloporteurs ont de nombreuses applications industrielles et civiles, y compris dans les transports, l'approvisionnement en énergie, le chauffage et la climatisation, le refroidissement des composantes électroniques, les pompes à chaleur et les dispositifs similaires. Les FTC traditionnels, tels que l'eau, les huiles, les glycols et les fluorocarbures, ont une mauvaise performance de transfert de chaleur en raison de leur faible conductivité thermique. Les activités de recherche et de développement sont en cours pour améliorer les propriétés des fluides caloporteurs. Les matériaux solides métalliques, tels que l'argent, le cuivre et le fer, et les matériaux non métalliques tels que l'alumine, CuO, le SiC et les nanotubes de carbone, ont des conductivités thermiques beaucoup plus élevées que les fluides caloporteurs traditionnels. Il est donc née une idée novatrice cherchant à améliorer la conductivité thermique en ajoutant des particules solides dans les fluides caloporteurs : ces mélanges sont appelés les nanofluides. D'après Choi [1], ces fluides sont des solutions colloïdales obtenues en dispersant dans un fluide de base des particules solides de taille nanométrique ( $10^{-9}$  m). A très faible concentration, certaines de ces solutions se sont révélées très efficaces pour améliorer les transferts de chaleur.

#### I.1.1 Transfert thermique dans les enceintes rectangulaires

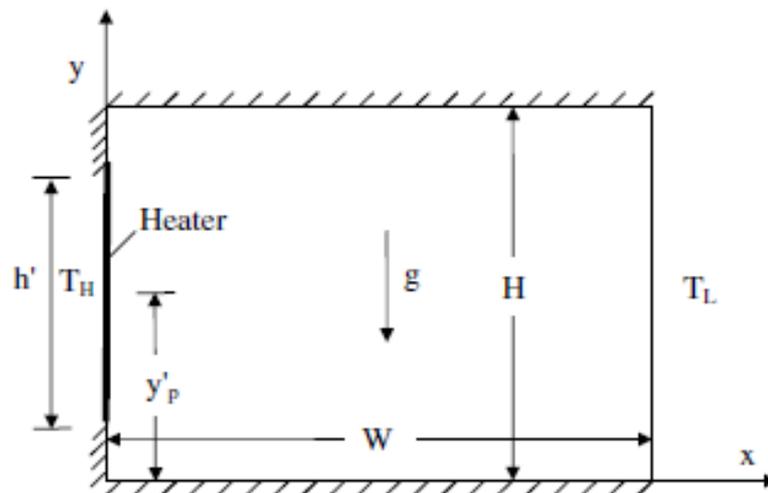
Le transfert de chaleur par convection naturelle est préféré et utilisé dans les applications des échanges convectifs en raison de sa contrôlabilité et de son applicabilité. Comme il a été largement utilisé pour obtenir le transfert de chaleur désiré, le transfert de chaleur par convection naturelle a été largement étudié, à la fois analytiquement, numériquement et expérimentalement. Il existe de nombreuses approches théoriques qui couvrent les échanges convectifs en régime laminaire. La prédiction du transfert de chaleur par convection a une importance vitale, car elle affecte directement la conception et les conditions opérationnelles. Bien que les applications de transfert de chaleur classiques sont prédites avec précision par des corrélations de transfert de chaleur ou par la résolution des équations différentielles, il ya encore des problèmes associés à l'estimation des coefficients de transfert dans des sujets relativement nouveaux tels que le transfert de chaleur par convection de nanofluides.

Ce type de convection est né en grande partie à cause du fait que l'utilisation de la convection naturelle de fluides habituels pour le refroidissement d'équipement électronique n'est plus efficace à cause de la miniaturisation grandissante des composants dans des appareils électroniques modernes. En effet la miniaturisation est soumise à des contraintes très strictes d'espace et de poids, ce qui entraîne à son tour une augmentation de la dissipation de chaleur par unité de surface [2-3]. Par conséquent, une stratégie de refroidissement amélioré est nécessaire pour éviter une défaillance prématurée des composants électroniques

miniaturisés et de garantir leur fiabilité et leur espérance de vie. Si la stratégie de refroidissement utilise un fluide de refroidissement avec une faible conductivité thermique, le champ d'écoulement de convection naturelle acquiert seulement une force limitée. Il est, par conséquent, d'un intérêt fondamental l'exploration de stratégies novatrices et pratiques qui renforcent le flux de convection naturelle pour différentes géométries de composants électroniques. Parmi ces stratégies on peut citer l'utilisation de nanofluides comme fluides de refroidissement.

### I.1.2 Revue bibliographique sur la convection naturelle dans les enceintes rectangulaires

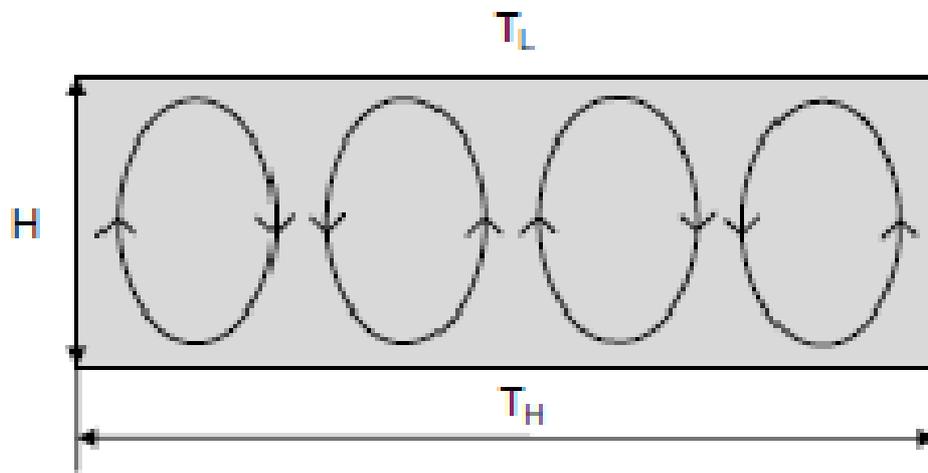
Plusieurs études numériques ont été menées sur le transfert de chaleur dans les enceintes rectangulaires en utilisant les nanofluides, **Oztopet Abu-Nada[4]** ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte chauffée partiellement. La source de chaleur est localisée dans une partie de la paroi gauche. La paroi droite est maintenue à une température inférieure à celle de la paroi gauche et les autres parois sont adiabatiques. La technique des volumes finis a été utilisée pour résoudre les équations régissant. Les effets du nombre de Rayleigh, la position et la hauteur de la source de chaleur et la fraction volumique pour trois types de nanofluides (Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>3</sub>) ont été déterminés. Les résultats montrent qu'il y a augmentation de nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique de nanoparticules pour toute la gamme du nombre de Rayleigh. Ils ont trouvé aussi que l'emplacement du dispositif de chauffage affecte les champs d'écoulement et de la température des trois nanofluides. Ils ont constaté aussi que l'amélioration du transfert de chaleur, en utilisant les nanofluides, est plus prononcée à faible rapport d'aspect qu'à un rapport d'aspect élevé.



**Figure (I.1.1):** Géométrie et coordonnées du problème étudié par **Oztopet Abu-Nada[4]**

Les caractéristiques thermiques de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas et remplie d'un nanofluide à base d'eau (eau-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) ont été étudiés théoriquement par **Hwang et al**

[5]. Ils ont utilisé le modèle de **Jang et Choi** pour la détermination de la conductivité thermique effective des nanofluides et différents modèles de la viscosité effective. Ils ont présenté les effets de la fraction volumique, de la taille des nanoparticules, et de la température moyenne des nanofluides sur les caractéristiques de l'instabilité et du transfert de chaleur dans la cavité. Ils ont montré que l'écoulement devient stable dans la cavité avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticule  $Al_2O_3$  dans le fluide de base par rapport à l'eau pure (fluide de base), ou bien avec la diminution de la taille des nanoparticules, ou bien avec l'augmentation de la température moyenne des nanofluides. Finalement ils ont montré théoriquement que le rapport du coefficient de transfert de chaleur des nanofluides à celui du fluide de base est diminué si la taille des nanoparticules est augmentée, ou la température moyenne des nanofluides est diminuée.



**Figure (I.1.2):** Convection naturelle (convection de Bénard) dans une cavité chauffée par le bas, étudiée par **Hwang et al [5]**.

Une analyse numérique de la convection naturelle laminaire a été effectuée par **Guimarães et Menon [6]** pour une cavité carrée avec une source de chaleur protubérante qui peut ressembler à un transformateur électrique. Ils ont utilisé la méthode des éléments finis pour la résolution des équations régissant ce phénomène. Les nanofluides à base d'eaux utilisées dans cette étude sont le cuivre ou l'aluminium ou l'oxyde de titane. Ils ont considéré que les parois latérales verticales sont froides, qu'elles ont des hauteurs variables et qu'elles jouent le rôle des ailettes, qui font partie, par exemple, du système de refroidissement des transformateurs électriques réfrigérés. Dix hauteurs sont étudiées pour les parois froides. Le nombre de Rayleigh varie de  $10^3$  à  $10^6$  et la fraction volumique de 0 à 0,016. Les auteurs ont utilisé des concentrations très faibles afin d'être en accord avec les corrélations utilisées pour la viscosité et la conductivité thermique. Ils ont constaté que d'un point de vue général, l'augmentation de la concentration des nanoparticules dans le fluide de base (eau pure) permet d'améliorer le transfert de chaleur pour les

gammes de  $Ra$  et Hauteurs adoptées. Les résultats montrent aussi que le type des nanoparticules joue un rôle important sur le nombre de Nusselt, étant donné que les valeurs de transfert de chaleur sont plus élevées pour le cuivre.

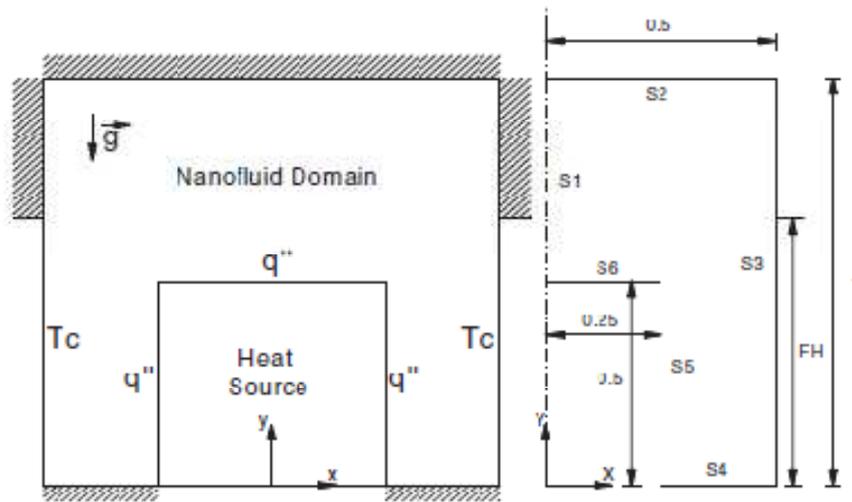


Figure (I.1.3): Géométrie étudiée par Guimarães et Menon [6]

**Aminossadati** et **Ghasemi** [7] ont présenté les résultats d'une étude numérique du refroidissement par convection naturelle d'une source de chaleur intégrée sur la paroi inférieure d'une cavité carrée remplie d'un nanofluide ; les parois supérieures et verticales de l'enceinte sont maintenues à une température relativement basse. L'influence des paramètres pertinents tels que le nombre de Rayleigh, l'emplacement et la géométrie de la source de chaleur, le type de nanofluide et la fraction volumique de nanoparticules sur la performance de refroidissement, est examinée. Les résultats indiquent que l'ajout de nanoparticules dans l'eau pure permet d'améliorer le rendement du refroidissement en particulier à de faibles nombres de Rayleigh. Ils ont montré aussi que le type de nanoparticules et la longueur et l'emplacement de la source de chaleur affectent de manière significative la valeur de la température maximale de la source de chaleur.

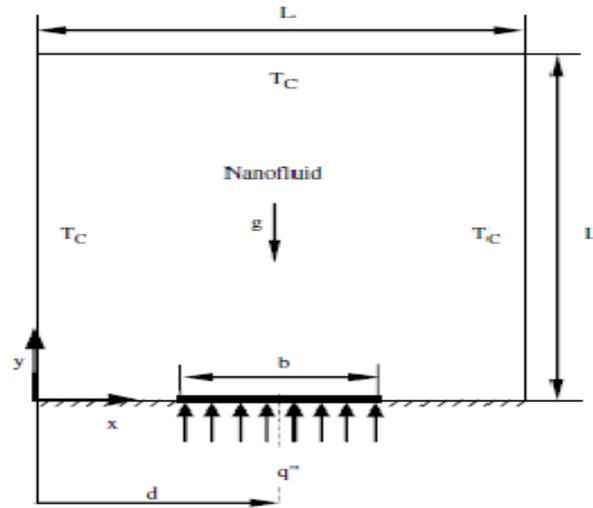


Figure (I.1.4):Schéma du modèle physique étudié par Aminossadati et Ghasemi [7].

L'effet du nanofluid (cuivre-eau) comme fluide de refroidissement a été étudié par Santra et al [8] qui ont simulé le comportement du transfert de chaleur par convection naturelle laminaire dans une cavité carrée différentiellement chauffée. La conductivité thermique du nanofluid a été calculée à partir du modèle proposé par Patel et al. L'étude est effectuée pour un nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) variant de  $10^4$  à  $10^7$  et pour une fraction volumique ( $\phi$ ) de particules solides de cuivre dans l'eau variant de 0,05% à 5%. Ils ont montré que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de  $\phi$  pour un  $Ra$  particulier, tandis qu'elle augmente avec  $Ra$  pour une valeur donnée de  $\phi$ .

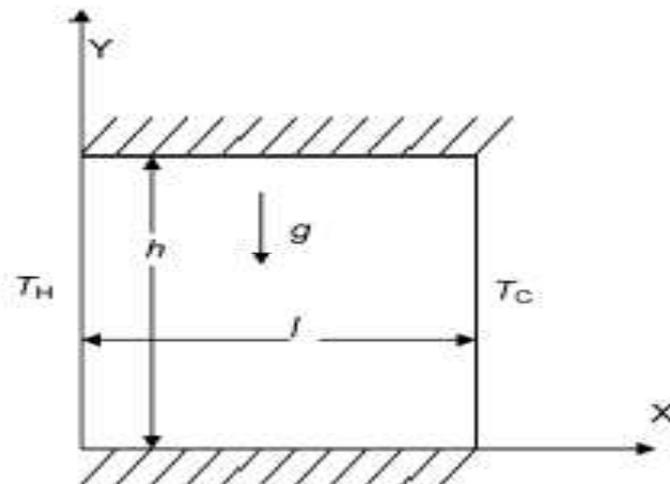


Figure (I.1.5):Géométrie du problème étudié par Santra et al [8].

L'amélioration du transfert de chaleur dans une enceinte en deux dimensions utilisant des nanofluides a été étudiée par Khanafer et al [9] pour différents paramètres. Ils ont développé leur propre

model pour analyser la performance du transfert de chaleur des nanofluides dans l'enceinte. L'effet de la suspension des nanoparticules métalliques ultrafines sur les processus d'écoulement du fluide caloporteur et de transfert de chaleur dans l'enceinte est analysé pour divers paramètres de contrôle à l'aide du modèle de conductivité thermique effective développé par les auteurs. Ils ont montré que les écarts entre les valeurs de la conductivité données par différents modèles ont des répercussions importantes sur les résultats. Ils ont aussi développé une corrélation de transfert de chaleur pour le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Grashof et de la fraction volumique des particules.

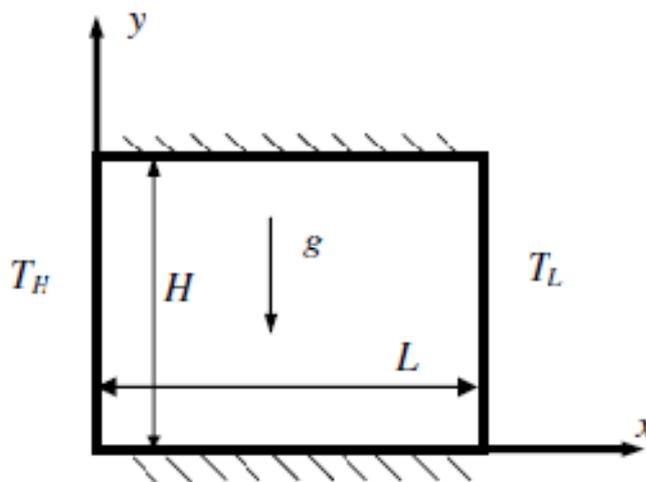


Figure (I.1.6):Schéma du modèle physique étudié par **Khanafer et al [9]**.

**Mahmoudi et al [10]** ont étudié numériquement le refroidissement par convection naturelle d'une source de chaleur fixée horizontalement à la paroi verticale gauche d'une cavité remplie d'un nanofluide (eau- cuivre). La paroi verticale gauche est maintenue à une température constante, tandis que les autres sont adiabatiques. Les effets des paramètres pertinents tels que le nombre de Rayleigh, l'emplacement et la géométrie de la source de chaleur et la fraction volumique des nanoparticules ont été examinés. Les auteurs ont présenté les résultats sous forme de lignes de courant, d'isothermes et de nombre de Nusselt moyen. Ils ont montré que la dimension de la source de chaleur est un paramètre important qui affecte le champ d'écoulement et de température, de sorte que le nombre de Nusselt moyen diminue avec une l'augmentation de la longueur de l'élément chauffant. Les résultats montrent aussi que pour un nombre de Rayleigh et une géométrie de la source de chaleur donnée, le nombre de Nusselt moyen augmente d'une manière linéaire avec l'augmentation de la fraction volumique. L'augmentation du nombre de Rayleigh renforce les écoulements de convection naturelle, ce qui conduit à la diminution de la température de la source de chaleur.

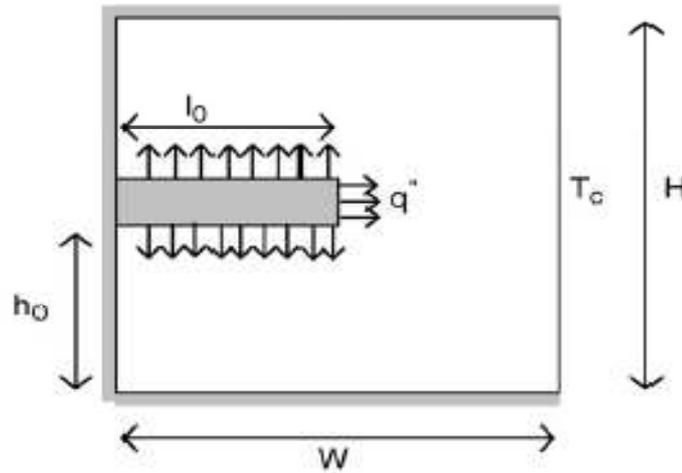


Figure (I.1.7):Géométrie du problème étudié par Mahmoudi et al [10].

Le refroidissement par convection naturelle d'une source de chaleur localisée à la paroi inférieure d'une enceinte remplie d'un nanofluide(eau-Cu) pour plusieurs conditions aux limites des parois latérales a été étudié par Mansour et al [11]. Ils ont utilisé la méthode des différences finies pour la résolution des équations gouvernant le problème. Les effets de la fraction volumique, des différentes valeurs de la longueur de la source de chaleur et de ses différents emplacements sur les contours de lignes de courant et des isothermes ainsi que sur la température maximale, le nombre de Nusselt et le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chauffée ont été examinés. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt augmente lorsque la concentration de nanoparticules augmente et que dans tous les cas, le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation de la distance entre la source de chaleur et la paroi gauche.

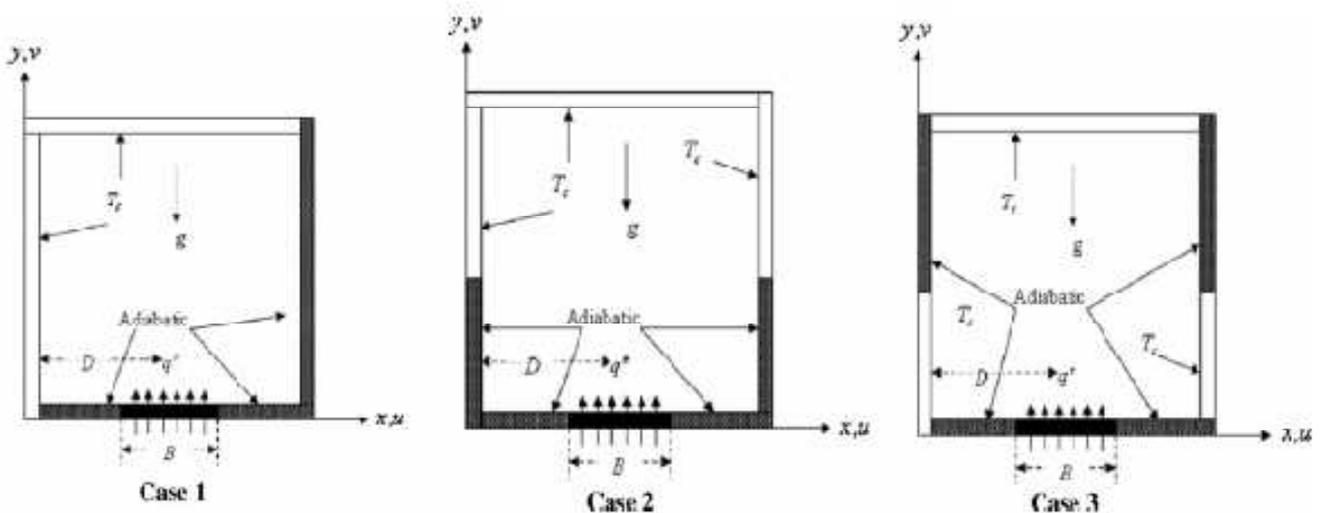


Figure (I.1.8):Modèles physiques du problème étudié par Mansour et al [11].

Aminossadati et Ghasemi [12] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée bidimensionnelle remplie d'un nanofluide (eau-Cu) et chauffée par le bas avec deux sources de chaleur localisées dans deux positions différentes. Une étude comparative est présentée entre les deux cas.

Les effets du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique sur le taux de transfert de chaleur sont examinés. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur ne dépend pas de l'emplacement de la source de chaleur et qu'il augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique.

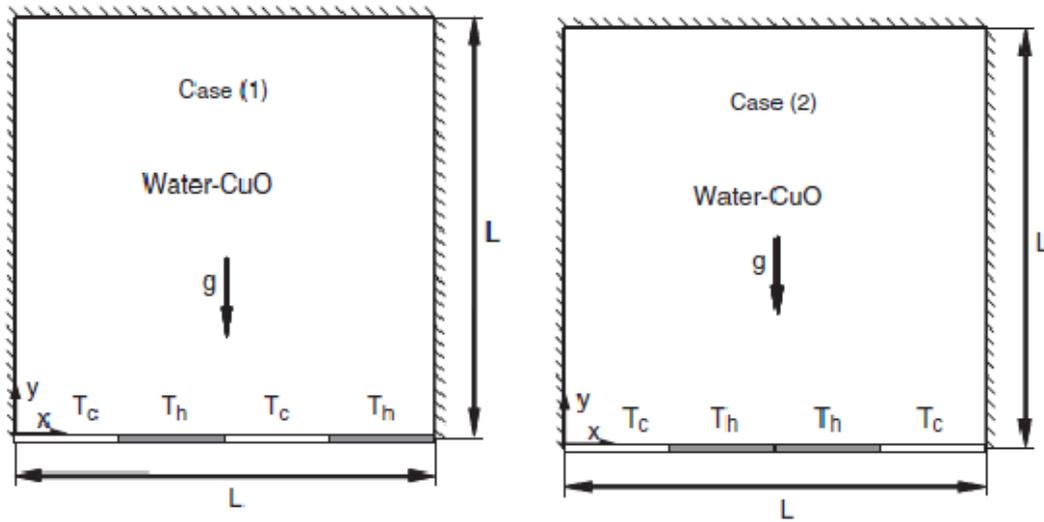


Figure (I.1.9): Géométrie du problème pour les deux cas étudiés par Aminossadati et Ghasemi [12].

Abu-Nada et Oztop [13] ont fait une analyse numérique de l'effet de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'un fluide par convection naturelle dans une enceinte en deux dimensions remplie d'un nanofluide (eau-Cu). La performance des nanofluides dans cette géométrie est testée en étudiant l'effet de la fraction volumique des nanoparticules sur les champs dynamique et thermique. L'angle d'inclinaison est utilisé comme paramètre pour contrôler l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que les nanoparticules sont plus efficaces aux faibles valeurs de la fraction volumique qu'aux grandes valeurs de celle-ci et que le pourcentage d'augmentation de la valeur du transfert de chaleur utilisant des nanoparticules diminue pour les valeurs les plus élevées du nombre de Rayleigh.

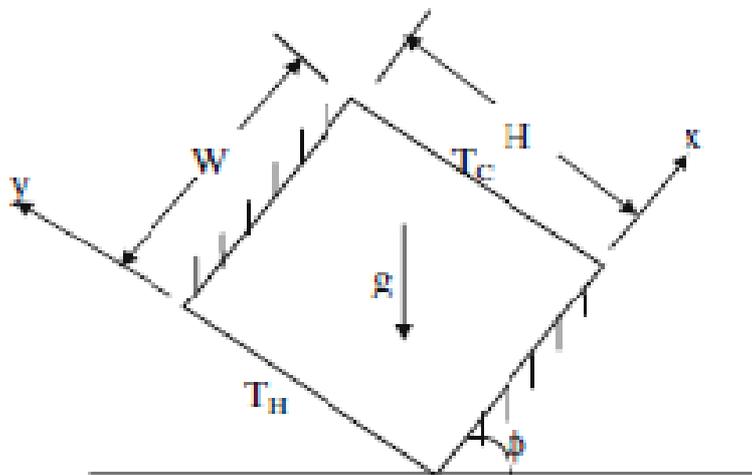


Figure (I.1.10): Schéma de l'enceinte inclinée étudiée par Abu-Nada et Oztop [13].

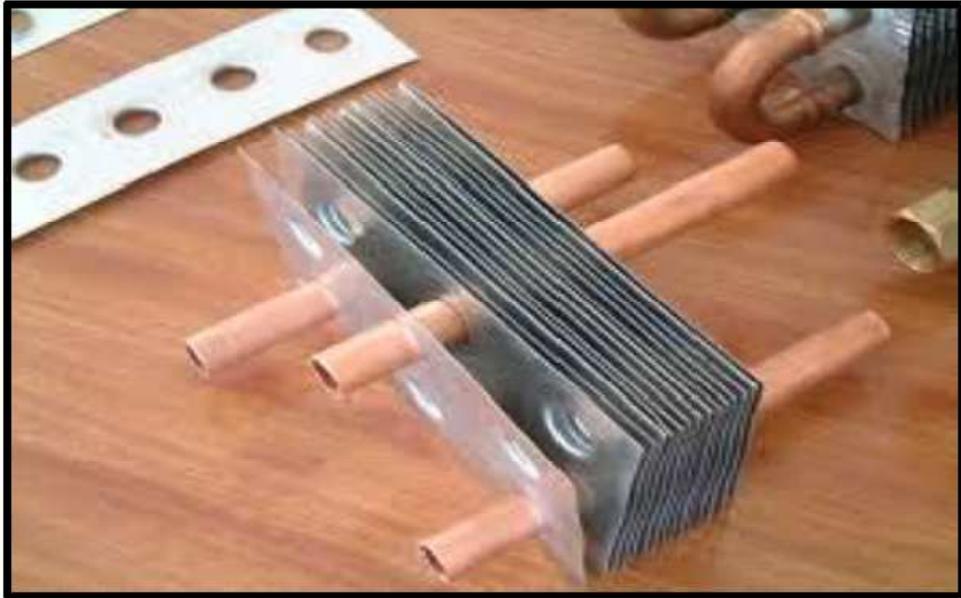
## **I.2. Utilisation des échangeurs dans l'industrie**

### **I.2.1 Amélioration du transfert de chaleur**

La conversion, l'utilisation et la récupération de l'énergie dans chaque application industrielle, commerciale et domestique impliquent un processus d'échange de chaleur. Quelques exemples courants sont : la production de la vapeur et la condensation dans les usines d'énergie et de cogénération; le chauffage et refroidissement sensibles de milieux visqueux dans le traitement thermique de produits chimiques, pharmaceutiques et agricoles; l'évaporation du réfrigérant et la condensation dans la climatisation et la réfrigération; le chauffage des flux de gaz dans la fabrication et la récupération de la chaleur; le refroidissement de l'air et des liquides des machines et turbo machines; et le refroidissement des machines électriques et des dispositifs électroniques. Un échange de chaleur amélioré, en plus de celui dans la pratique habituelle ou standard, peut augmenter considérablement l'efficacité thermique dans de telles applications ainsi que l'économie de leur conception et de leur fonctionnement.

La nécessité d'augmenter les performances thermiques des échangeurs de chaleur-permettant ainsi l'économie de l'énergie, des matériaux de fabrication des échangeurs et des coûts de leur fabrication et de leur maintenance et une atténuation conséquente de la dégradation de l'environnement- a conduit au développement et à l'utilisation de nombreuses techniques d'amélioration du transfert de chaleur. Dans le passé, ces méthodes ont été désignées sous le nom d'augmentation et d'intensification, entre autres termes [14].

Les techniques d'amélioration réduisent essentiellement la résistance thermique dans un échangeur de chaleur classique en favorisant un coefficient de transfert de chaleur convectif plus élevé avec ou sans augmentation de surface (comme représenté par des ailettes ou des surfaces étendues). De ce fait, la taille d'un échangeur de chaleur peut être réduite, ou la puissance thermique d'un échangeur de chaleur peut être augmentée, ou les besoins en puissance de pompage peuvent être réduits ou la différence de température d'approche de l'échangeur peut être diminuée [15].



**Figure (I.2.1)** Échangeur de chaleur à tubes ailetés.



**Figure (I.2.2)** Tubes à ailettes plates pour échangeurs de chaleurs

Ce dernier est particulièrement utile dans le traitement thermique de milieux biochimiques, alimentaires, plastiques et pharmaceutiques pour éviter la dégradation thermique du produit final. D'autre part, les systèmes d'échange de chaleur dans les engins spatiaux, les dispositifs électroniques, et les applications médicales, par exemple, peuvent reposer principalement sur les performances thermiques améliorées pour leur fonctionnement réussi.

### **I.2.2 Classification des techniques d'amélioration**

Seize techniques d'amélioration différentes ont été identifiées par Bergles [15], qui peuvent être classées en général comme des techniques passives et actives. Une liste des différents procédés ou

dispositifs sous chacune de ces deux catégories est donnée dans le Tableau (I.1). La principale caractéristique distinctive est que, contrairement aux méthodes actives, les techniques passives ne nécessitent pas d'entrée directe de puissance externe.

Techniques passives	Techniques actives
Surface traitée	Aides mécaniques
rugosité de Surface	Vibration de surface
Surface étendue	Vibrations fluides
Dispositifs d'amélioration déplacés	Champs électrostatiques
Dispositifs d'écoulement tourbillonnaire	Injection
Tubes enroulés	Succion
Dispositifs de tension superficielle	Jet empiètement
Additifs pour liquides	
Additifs pour gaz	
Amélioration composée	
Deux ou plusieurs techniques passives et / ou actives	
Ceux-ci sont employés ensemble	

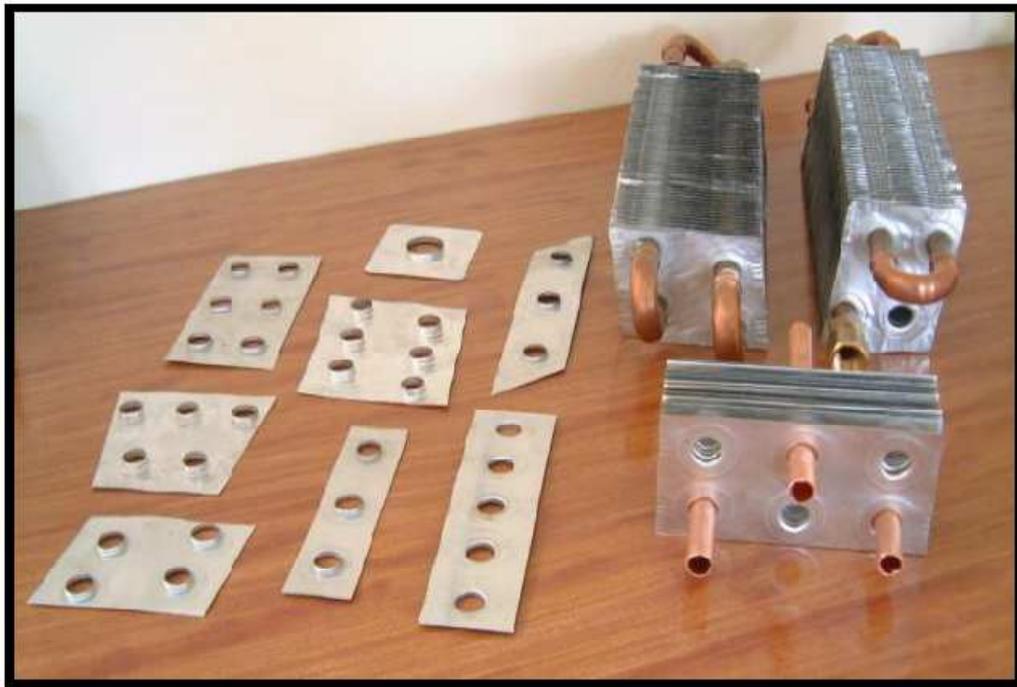
**Tableau (I.1):** Classification des différentes techniques d'amélioration du transfert de chaleur [15].

En général, ils utilisent des modifications de surface ou géométriques du canal d'écoulement, ou incorporent un insert, un matériau ou un dispositif supplémentaire. A l'exception des surfaces étendues qui augmentent la surface de transfert de chaleur efficace, ces schémas passifs favorisent des coefficients de transfert de chaleur plus élevés en perturbant ou en modifiant le comportement d'écoulement existant. Ceci, cependant, s'accompagne d'une augmentation de la chute de pression. Dans le cas de techniques actives, l'addition de puissance externe facilite essentiellement la modification souhaitée du débit et l'amélioration concomitante du taux de transfert de chaleur. L'utilisation de deux ou plusieurs techniques (passives et / ou actives) en conjonction constitue une amélioration composée.

L'efficacité de l'une ou l'autre de ces méthodes est fortement dépendante du mode de transfert de chaleur (convection monophasique libre ou forcée, ébullition de la piscine, évaporation forcée ou condensation et transfert de masse par convection) et de l'application du type et du procédé de l'échangeur de chaleur. En considérant leurs applications spécifiques, une caractérisation descriptive de chacune des 16 techniques est utile pour évaluer leur potentiel.

### I.2.3 Échangeur de chaleur à tubes ailetés

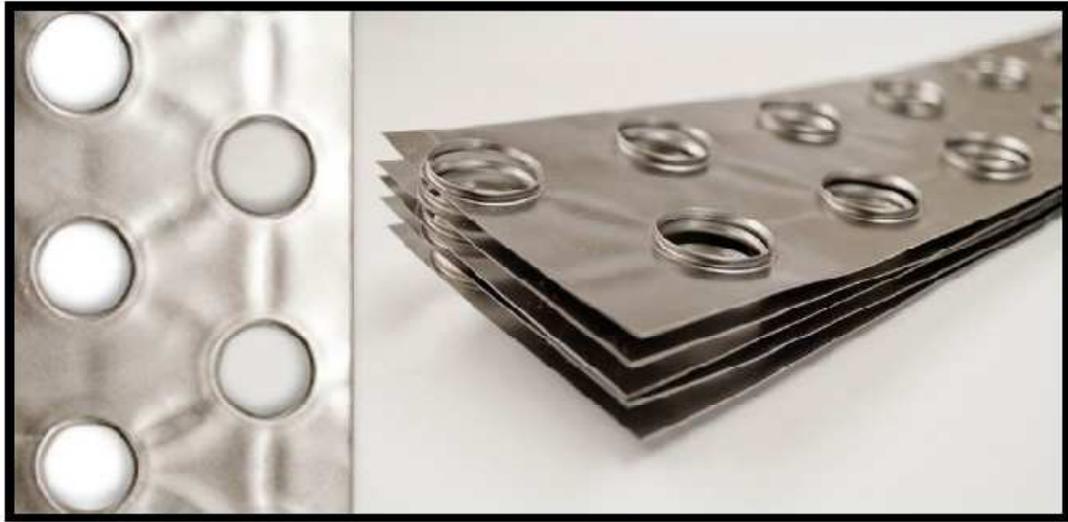
Les échangeurs de chaleur à ailettes sont utilisés principalement comme échangeurs gaz-liquide. De nos jours, de nombreuses applications telles que la chimie, les industries pétrolières, les systèmes de traitement thermique dans l'automobile, la réfrigération et la climatisation utilisent ce type d'échangeur. Selon le type d'ailette, ces échangeurs sont appelés échangeurs à ailettes (ayant des ailettes montées sur tube individuel) et échangeurs à ailettes tubulaires (à ailettes planes continues). Dans ces échangeurs, les ailettes peuvent être lisses, ondulées ou interrompues, tandis que des tubes ronds, plats ou ovales peuvent être utilisés. Un échangeur à ailettes tubulaires est montré dans la figure (I.2.3).



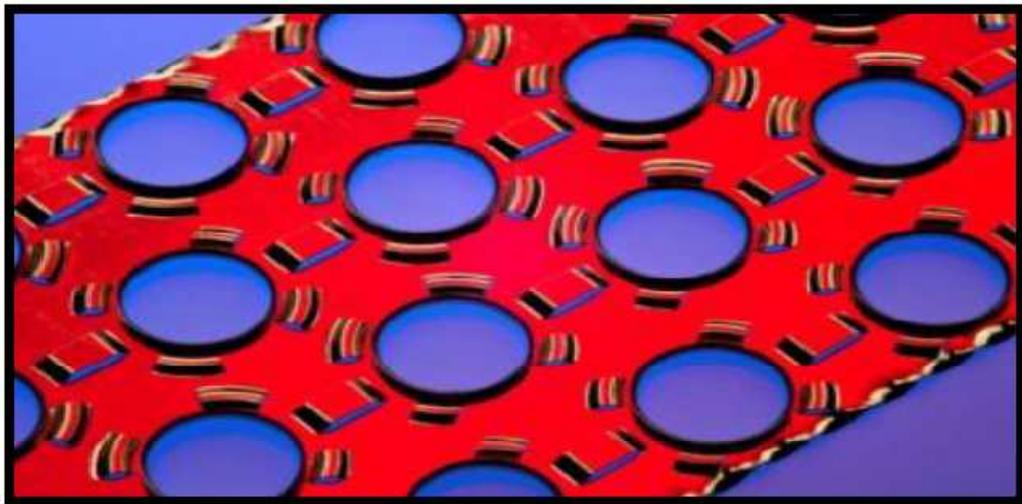
**Figure (I.2.3)** Différents types de tubes à ailettes plates pour échangeurs de chaleurs

Outre la structure d'écoulement, des paramètres géométriques tels que la forme du tube (tube rond ou plat), l'agencement (en ligne ou échelonné) et l'espacement des tubes et des ailettes sont efficaces dans la performance de ces échangeurs. Par exemple, avec un agencement en ligne, les tourbillons en fer à cheval ne peuvent pas être générés devant les tubes de la deuxième rangée et les autres rangées, tandis que dans l'agencement décalé, les tourbillons en fer à cheval apparaissent devant chaque tube, ce qui peut influencer la structure d'écoulement sur la grande surface de l'ailette. Ces dernières années, des générateurs de vortex tels que des ailettes, des nervures, des ailes, etc. ont été utilisés avec succès pour améliorer le transfert thermique des systèmes thermiques modernes. Les générateurs de vortex forment un écoulement secondaire par tourbillonnement et déstabilisent le flux. Ils génèrent les tourbillons longitudinaux et créent un écoulement rotatif et secondaire dans le flux principal qui peut augmenter l'intensité turbulente, mélanger le fluide chaud et le fluide froid près et au centre du canal et augmenter le transfert de chaleur dans les

échangeurs de chaleur. Beaucoup de recherches ont été principalement axées sur les tubes circulaires ailetés et les tubes ovales ailetés avec des générateurs de vortex longitudinaux montés et poinçonnés pour améliorer le transfert de chaleur [16 - 27].



**Figure (I.2.4) :** tubes à ailettes plates pour échangeur de chaleur sans générateur de vortex



**Figure (I.2.5) :** tubes à ailettes plates pour échangeur de chaleur avec générateur de vortex

Le transfert d'énergie à l'extérieur du tube des économiseurs dans les chaudières au charbon nécessite plus d'attention et se heurte généralement à deux problèmes importants: faible efficacité de transfert de chaleur du gaz et érosion grave du tube causée par les cendres et les particules provenant de la combustion du charbon. Récemment, les générateurs de tourbillons longitudinaux (GTL) et les fossettes ont été prouvés d'avoir une performance élevée dans l'amélioration du transfert de chaleur du gaz s'écoulant côté calandre (Zhang et al. [28], [29]). Une banque de tubes à ailettes et ronds typique avec des générateurs de tourbillons est présentée dans la figure (I.2.6).

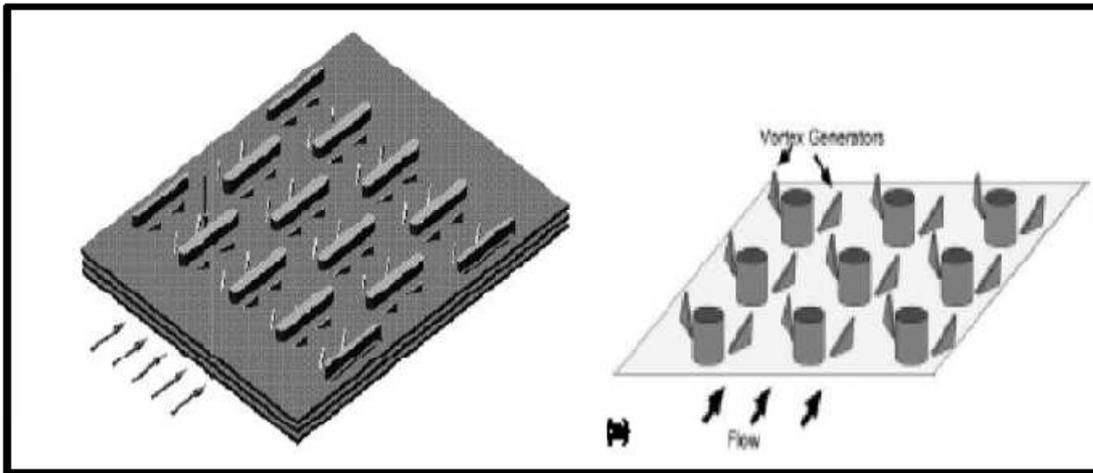
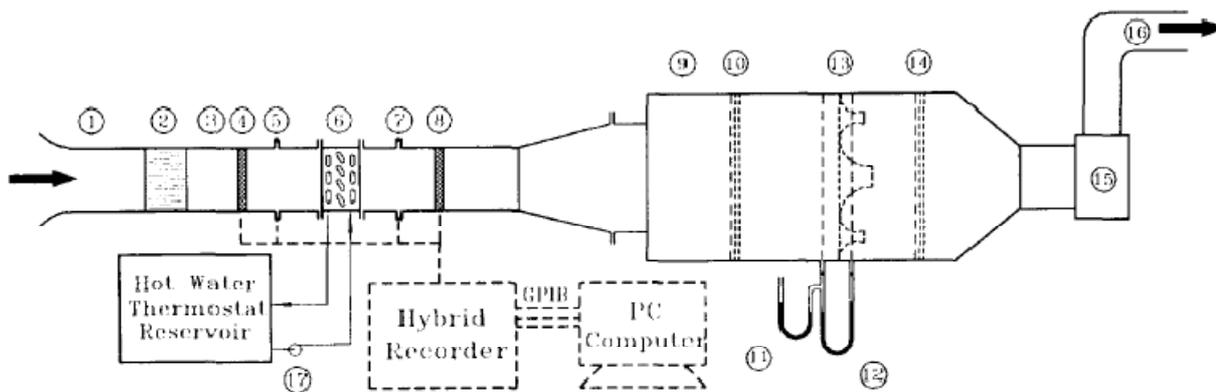


Figure (I.2.6) : Echangeur de chaleur à tubes ailetés avec tubes ronds et tubes ovales

**I.2.4. Revue bibliographique sur la convection dans les échangeurs**

Plusieurs études numériques ont été menées sur le transfert de chaleur dans les échangeurs, **Wang et al[30]** ont essayé et comparé, dans un tunnel aérodynamique ouvert à écoulement forcé, quinze échantillons d'échangeurs de chaleur à plaque-ailettes, en modifiant les paramètres géométriques, à savoir: le nombre de rangées de tubes, l'espacement des ailettes et leur épaisseur. Ils ont présenté les résultats sous forme de facteur de frottement et de facteur *j* de Colburn, en fonction du nombre de Reynolds basé sur de diamètre circulaire du tube et varié dans la plage de 300 à 7500. Ils ont aussi rapporté des comparaisons avec les corrélations existantes dans la littérature pour les plaques-ailettes. Les auteurs ont déduit que l'espacement des ailettes n'a aucune incidence sur le coefficient de transfert de chaleur. Ils ont aussi observé que le nombre de rangées de tubes a un effet négligeable sur le facteur de frottement, et que l'épaisseur des ailettes n'affecte ni le transfert de chaleur ni les caractéristiques de frottement.



Figure(I.2.7) : Schéma de l'installation expérimentale utilisée par **Wang et al[30]**

L'étude expérimentale **d'Ay et al [31]** est réalisée à l'aide de la thermo-vision- infrarouge pour analyser la répartition de la température sur la surface d'une plaque-ailette à l'intérieur d'un échangeur de chaleur à tubes plaque-ailetés. Le champ de température a ensuite été constitué pour déterminer les coefficients locaux de transfert de chaleur par convection sur l'ailette testée. En comparant les résultats d'essai des arrangements aligné et quinconcé, les auteurs ont démontré que le coefficient moyen de transfert de chaleur des configurations quinconcées est 14-32% plus élevé que celui des configurations alignées.

Une autre étude expérimentale a été réalisée par **Yan et al [32]** pour étudier les caractéristiques de transfert de chaleur et de chute de pression des échangeurs à tubes ailetés avec des surfaces d'ailettes ondulées. Au total, 36 échantillons d'échangeurs de chaleur ont été testés, dont 12 à plaques-ailettes, 12 à ailettes ondulées et 12 à ailettes persiennées. Les résultats ont été présentés sous la forme de courbes du facteur de frottement « f » et du facteur « j » de Colburn contre le nombre de Reynolds dans la plage 300-2000. Le coefficient de transfert de chaleur dimensionnel et la chute de pression ont également été représentés en fonction de la vitesse d'air frontale.

**Kayansayan [33]** a étudié l'efficacité des échangeurs thermiques à écoulement transversal en fonction de la géométrie de la surface extérieure avec un paramètre d'ailette allant de 11 à 23. Il a testé dix configurations géométriquement différentes pour les nombres de Reynolds compris entre 100 et 30 000. Le diamètre extérieur du tube et l'épaisseur d'ouverture définissent une dimension caractéristique. Les coefficients de transfert de chaleur par convection sont présentés sous forme de diagrammes dans lesquels le coefficient de Colburn est représenté en fonction du nombre de Reynolds.

**Wang et al. [34]** ont établi une corrélation pour les géométries à ailettes plates à partir de plusieurs sources de données expérimentales. Les données d'un total de 74 configurations de serpentins ont été utilisées pour développer la corrélation. La corrélation de transfert de chaleur peut corréliser 88,6% de la base de données à  $\pm 15\%$ , et la corrélation de frottement peut corréliser 85,1% de la base de données à  $\pm 15\%$ .

**Webb et Gray [35]** ont établi des corrélations du coefficient de transfert de la chaleur et du facteur de frottement des ailettes sur la base de leurs propres données expérimentales ainsi que d'autres sources. Les données provenant de 16 configurations d'échangeurs de chaleur ont été utilisées pour développer la corrélation du coefficient de transfert de la chaleur; L'erreur résultante est de 7,3%. De même, des données provenant de 18 configurations d'échangeurs de chaleur ont été utilisées pour établir la corrélation du facteur de frottement des ailettes; l'erreur obtenue étant de 7,8%. Pour établir ces corrélations, on a utilisé une technique de régression multiple dont les entrées sont les quantités géométriques: espacement des tubes transversaux, espacement des tubes longitudinaux, diamètre des tubes, nombre de rangées de tubes et espacement des ailettes. Les chutes de pression d'entrée et de sortie n'ont pas été incluses dans le facteur de frottement des ailettes.

**McQuiston [36]** a établi des corrélations pour le facteur «  $j$  » de Colburn le facteur de frottement de Fanningen utilisant plusieurs sources de données. Les facteurs «  $j$  » ont été corrélés à  $\pm 10\%$  tandis que les facteurs «  $f$  » ont été corrélés à  $\pm 35\%$ .

Dans les travaux de **Rocha et al [37]**, une analyse du transfert de chaleur bidimensionnel (2-D) est effectuée dans des échangeurs de chaleur à un et deux rangées de tubes et dans des échangeurs de chaleur à plaques-ailettes (sections circulaires et elliptiques) en utilisant les coefficients de transfert thermique déterminés expérimentalement d'une analogie de transfert de chaleur et de masse. La distribution de la température sur l'ailette et dans le flux libre d'air, et l'efficacité de l'ailette sont déterminées pour les échangeurs de chaleur, avec des excentricités de 0,5 et 0,65, en fonction du nombre de Reynolds. Pour les échangeurs à tubes et les échangeurs à plaques, les nouveaux résultats numériques de l'efficacité des ailettes pour tubes elliptiques sont comparés aux résultats publiés pour les tubes circulaires. On observe un gain d'efficacité relatif de l'ailette allant jusqu'à 18% dans l'arrangement elliptique, par rapport à l'arrangement circulaire. Le gain d'efficacité, combiné à la réduction relative de la chute de pression allant jusqu'à 25%, montre que l'arrangement elliptique présente un potentiel de performance globale nettement supérieur à celui de l'arrangement circulaire classique.

**Perrotin et Clodic [38]** ont effectué le calcul de l'efficacité d'une ailette en résolvant numériquement l'équation de conduction thermique multidimensionnelle. Le logiciel SimTherm® a été utilisé à cet effet (2-D) et les résultats ont été comparés aux formulations d'efficacité des ailettes couramment utilisées, telles que celles qui utilisent des fonctions de Bessel modifiées du premier et du second type ou les versions plus simplifiées : la méthode de l'ailette circulaire équivalente et la méthode du secteur équivalent.

**Chen et al. [39]** ont proposé un schéma inverse basé sur la méthode des différences finies en conjonction avec le schéma des moindres carrés et des données expérimentales de température (enregistrement de températures à plusieurs emplacements de mesure sélectionnés) pour prédire le coefficient moyen de transfert thermique et l'efficacité des ailettes «  $\eta_f$  » sur une ailette carrée verticale d'un échangeur de chaleur à tubes à ailettes à tubes tubulaires circulaires pour diverses vitesses d'air et distances d'ailettes. Les résultats montrent que le coefficient de transfert de chaleur sur la région amont de l'ailette peut être nettement plus élevé que celui de la région aval de l'ailette. La valeur augmente avec l'augmentation de l'espacement des ailettes  $S$  et de la vitesse d'air  $V_{air}$ . Les résultats montrent aussi que la valeur de  $\eta_f$  diminue avec l'augmentation des valeurs  $S$  et  $V_{air}$  et que la distribution de la température dans l'ailette s'écarte de la situation idéale isotherme : en effet la température diminue plus rapidement loin du centre circulaire lorsqu'on augmente l'espacement des ailettes et la vitesse de l'air.

**Tao et al. [40]** ont effectué des simulations numériques en trois dimensions pour les caractéristiques de transfert de chaleur et d'écoulement laminaires de fluide dans un échangeur de chaleur à tubes et ailettes

ondulées en utilisant un système de coordonnées curvilignes. L'effet de quatre facteurs a été examiné: nombre de Reynolds, pas d'ailette, angle d'ondulation et nombre de rangées de tubes. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du tube varie de 500 à 5000, le pas d'ailette de 0,4 à 5,2 mm, l'angle d'ondulation de  $0^\circ$  à  $50^\circ$  et le nombre de rangées de tubes de 1 à 4. Les résultats numériques ont été comparés à des expériences et un bon accord a été obtenu. Les résultats numériques montrent qu'avec l'augmentation des angles d'ondulation, la diminution du pas d'ailette et du nombre de rangées de tubes, le transfert de chaleur de l'ensemble des tubes ailetés est renforcée avec une certaine pénalité dans la chute de pression.

Dans leur étude, **Erek et al. [41]** ont étudié numériquement les influences des changements de la géométrie des ailettes sur le transfert de chaleur et la chute de pression d'un échangeur de chaleur à tubes et ailettes plates. Le programme « Fluent » de calcul de la dynamique des fluides (CFD) a été utilisé dans l'analyse. Le segment d'un dixième de l'ailette est utilisé dans la modélisation, en raison de la condition de symétrie. Les résultats des valeurs de transfert de chaleur, des pertes de pression statique et totale de dix ailettes différentes sont tabulés et leurs valeurs normalisées sont également données pour la comparaison des modèles. On a constaté que la distance entre ailettes a un effet considérable sur la chute de pression. On a aussi observé que le positionnement du tube aileté en aval affecte positivement le transfert de chaleur. Un autre résultat important de l'étude est que l'augmentation de l'ellipticité du tube d'ailette augmente le transfert de chaleur et en même temps, entraîne une réduction importante de la chute de pression.

**Sahin et al. [42]** ont étudié l'augmentation du transfert de chaleur et les valeurs de chute de pression dans les échangeurs de chaleur à tubes à ailettes plates pour sept angles différents des ailettes. La simulation numérique a utilisé le code informatique CFD « FLUENT » pour effectuer des calculs numériques tridimensionnels (3-D). Les configurations ont été créées et maillées en utilisant le logiciel GAMBIT. Les valeurs de transfert de chaleur et de chute de pression de l'angle d'ailette vertical ( $\theta = 0^\circ$ ) ont été fournies pour comparer avec des angles d'ailettes inclinées variables ( $\theta = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ ). Les valeurs de transfert de chaleur ont été normalisées pour comparer tous les cas. Pour l'angle d'inclinaison d'ailette  $\theta = 30^\circ$ , qui est l'angle optimal, l'amélioration maximale du transfert de chaleur par segment a été obtenue à 1,42 W (la valeur normalisée de 105,24%), la perte de puissance maximale associée à la perte de charge par segment n'était que de 0,54 mW.

**Tutar et Akkoca [43]** ont effectué une modélisation tridimensionnelle (3-D) en fonction du temps de l'écoulement laminaire et du transfert de chaleur instationnaires sur des échangeurs de chaleur à plaque-ailettes et à une ou plusieurs rangées de tubes. La nature complexe du champ d'écoulement comportant un tourbillon en fer à cheval a été étudiée pour les deux configurations. L'évolution en fonction du temps du mécanisme de tourbillon en fer à cheval sur la partie avant du tube et son trajet vers l'arrière du tube ont été étudiés pour fournir des informations fondamentales sur la structure du flux local et les caractéristiques de

transfert de chaleur correspondantes. On a également étudié les effets de divers paramètres gouvernants, tels que l'espacement des ailettes, le nombre de Reynolds, le nombre de rangées de tubes et l'arrangement des tubes, sur les caractéristiques de transfert de chaleur et d'écoulement pour la gamme de nombres de Reynolds étudiée.

**Baeet al [44]** ont développé des corrélations entre le transfert de chaleur et la chute de pression pour un échangeur de chaleur à tubes et à ailettes ovales avec de grands diamètres (supérieurs à 20 mm) utilisés dans un séchoir à machine textile. Les tests numériques utilisant ANSYS CFX sont effectués pour quatre paramètres différents; la taille du tube, le pas d'ailette, le pas de tube transversal et le pas de tube longitudinal. Les résultats numériques montrent que le nombre de Nusselt et le facteur de frottement se situent dans une plage de  $-16,2 \sim +3,1$  à  $-7,7 \sim +3,9\%$ , respectivement, par rapport aux résultats expérimentaux. Ils ont constaté également que le nombre de Nusselt augmente linéairement avec le nombre de Reynolds croissant, mais le facteur de frottement diminue légèrement avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ils ont également constaté que la variation du pas de tube longitudinal a effet plus petit sur le nombre de Nusselt et le facteur de frottement que d'autres paramètres (inférieur à 2,0 et 2,5%, respectivement). Cette étude a proposé aussi une nouvelle corrélation pour le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement de l'échangeur de chaleur à tubes à ailettes ovales avec de grands diamètres pour le séchoir de machines textiles.

**Jang et Wu [45]** ont étudié numériquement et expérimentalement l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur sur un échangeur de chaleur à plusieurs rangées (1-6 rangées) de tubes à plaque-ailettes. Ils ont étudié les effets de différents paramètres géométriques tels que l'arrangement des tubes, le nombre de rangées de tubes et le pas d'ailette afin d'obtenir différents nombres de Reynolds allant de 60 à 900. Leur étude a montré que le nombre de rangées de tubes a produit un effet mineur sur le coefficient moyen de transfert de chaleur lorsque le nombre de rangées est devenu supérieur à 4.

**Me'ndez et al. [46]** ont examiné l'influence de l'espacement des ailettes sur le côté dessus-tube d'un échangeur de chaleur à tube à ailettes à une rangée, par la visualisation de l'écoulement et le calcul numérique. Les résultats ont montré que le nombre de Nusselt était très faible dans la région du sillage mais qu'il a augmenté quand il y avait échange de fluide en aval.

**Leu et al. [47]** ont effectué des analyses numériques et expérimentales pour étudier le transfert de chaleur et l'écoulement dans des échangeurs de chaleur à tubes à plaques-ailettes munis de générateurs à vortex en forme de bloc inclinés qui sont montés derrière les tubes. Ils ont étudié en détail les effets de différents angles de portée pour obtenir un nombre de Reynolds allant de 400 à 3000.

**Lu et al [48]** ont étudié numériquement l'influence des paramètres géométriques sur la performance d'un échangeur de chaleur à deux rangées de tubes ailetés : le pas d'ailette, le pas du tube, l'épaisseur de l'ailette et le diamètre du tube. La simulation indique que la performance, en termes de  $Q / \Delta P$  et COP,

augmente avec le pas de tube longitudinal ou avec le pas de tube transversal, et diminue avec un plus grand diamètre de tube ou une épaisseur d'ailette. Une valeur optimale pour  $Q / \Delta P$  se produit à 6-8 ailettes par pouce pour une condition de débit d'écoulement fixe. Il n'y a pas beaucoup de différence dans le choix de l'indice de  $Q / \Delta P$  ou COP pour une condition de débit d'écoulement fixe. Cependant, lorsque la simulation est réalisée avec le ventilateur axial réel dont la courbe P-Q est mise en œuvre. On constate que  $Q / \Delta P$  atteint un pic à 12 ailettes par pouce tandis que le COP crête à 16 ailettes par pouce.

**Bhuiyan [49]** ont étudié les effets sur les caractéristiques thermiques et hydrauliques d'ailettes ondulées d'un échangeur de chaleur à tubes. La simulation a été réalisée par un code de dynamique de fluide computationnel commercial ANSYS CFX12.0. L'objectif principal de cette étude est d'étudier les caractéristiques d'écoulement dans un écoulement turbulent. Les résultats sont prédits pour le régime d'écoulement turbulent ( $2100 \leq Re \leq 7000$ ) et comparés aux travaux antérieurs de l'auteur pour le régime d'écoulement laminaire ( $400 \leq Re \leq 1200$ ) et transitoire ( $1300 \leq Re \leq 2000$ ). En ce qui concerne la turbulence, le modèle  $k-\omega$  a été utilisé pour prédire les caractéristiques d'écoulement turbulent avec une intensité de turbulence de 5%. Les résultats prédits ont été comparés avec les données expérimentales aux fins de validation et l'écart se trouve à 10% dans la plage des erreurs. Une étude paramétrique a été réalisée pour différents pas et angles d'ondulation. Les caractéristiques de l'écoulement obtenues pour la plage turbulente ressemblent celles observées pour les gammes laminaire et transitoire. Cette étude démontre une compréhension claire et une relation entre les différentes gammes de débit et les effets de différents paramètres géométriques sur les performances de l'échangeur de chaleur.

**Kim et Kim [50]** ont testé les caractéristiques de transfert de chaleur avec une variation du pas d'ailette, du nombre de rangées de tubes et de l'alignement des tubes pour 22 échangeurs de chaleur à tubes à plaques-ailettes pour l'intervalle du nombre de Reynolds de 550 à 900. Le coefficient de transfert de chaleur côté-air a diminué avec une réduction du pas d'ailette et a augmenté avec le nombre de rangées de tubes. Pour l'échangeur de chaleur à tubes ailetés ayant une seule rangée de tubes et un alignement en ligne, le pas d'ailette avait une influence négligeable sur le coefficient de transfert de chaleur lorsque le pas d'ailette était plus grand. Cependant, avec quatre rangées, le coefficient de transfert de chaleur a été amélioré avec une augmentation des pas d'ailettes. L'alignement des tubes en quinconce améliorait les performances de transfert de chaleur de plus de 10% par rapport à celui de l'alignement en ligne.

**Tang et al. [51]** a étudié expérimentalement le transfert de chaleur côté air et les caractéristiques de frottement de neuf sortes d'échangeurs de chaleur à tubes ailetés (ailette plate, ailette avec fente et ailette avec générateur de tourbillon) avec un grand nombre de rangées de tubes (6, 9, 12) et un diamètre du tubes de 18 mm pour la gamme de nombres de Reynolds de 4000-10,000. Les corrélations proposées pour le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement pour neuf modèles différents d'ailettes ont prédit des données expérimentales avec une erreur relative maximale comprise entre 4 - 6,4 et 2,5 - 4,9%,

respectivement. L'écart moyen des données du facteur «  $j$  » et de la chute de pression est de 9,8 et 12,7%, respectivement, par rapport à la corrélation de Gray et Webb [35].

**Xie et al. [52]** ont effectué une étude des caractéristiques du transfert de chaleur et de l'écoulement du fluide dans des échangeurs de chaleur à tubes et ailettes plates circulaires avec un grand nombre de rangées de tubes et de diamètres de tubes (16-20 mm) par des simulations de calculs tridimensionnelles basées sur l'algorithme SIMPLE. Ils ont proposé des corrélations multiples pour le nombre de Nusselt et le facteur de frottement pour des nombres de Reynolds variant de 1000 à 6000. Leurs corrélations sont loin des résultats des corrélations de Wang [34].

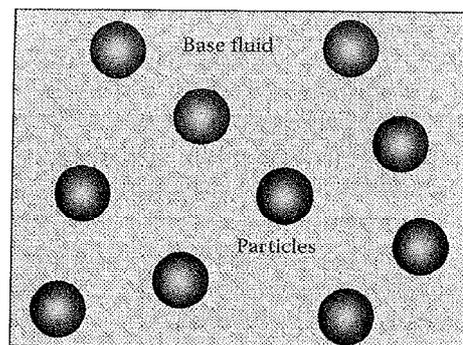
**Wongwises et Chokeman [53]** ont étudié expérimentalement les effets du pas d'ailette et du nombre de rangées de tubes sur la performance côté air des échangeurs de chaleur à tubes ailetés ayant des configurations d'ailettes ondulées en chevrons avec un alignement en quinconce. Ils ont conclu que la variation du pas d'ailette n'a pas d'effet significatif sur le facteur «  $j$  » de Colburn pour les nombres de Reynolds variant de 1000 à 6000. Le facteur de frottement augmentait avec l'augmentation du pas d'ailette lorsque le nombre de Reynolds était supérieur à 2500. En outre, le facteur «  $j$  » de Colburn et le coefficient de frottement diminuent avec l'augmentation du nombre de rangées de tubes lorsque le nombre de Reynolds était <4000.

La revue de la littérature a montré que pratiquement toutes les simulations CFD sur les échangeurs de chaleur à tubes et à ailettes traitent de l'effet des paramètres géométriques sur les caractéristiques de transfert de chaleur et de chute de pression. Dans cette étude des échangeurs de chaleur à tubes ailetés, les résultats de la simulation ne concernent qu'une seule configuration géométrique de l'échangeur de chaleur: un arrangement en quinconce de deux rangées de tubes ailetés. Les caractéristiques de transfert de chaleur et du coefficient de frottement ont été déterminées pour une gamme de nombres de Reynolds de 300 à 10000. Les simulations CFD ont été effectuées pour les régimes laminaire et turbulent. Le régime turbulent a été investigué en utilisant trois modèles de turbulence différents allant d'un simple modèle à une équation (modèle de Spalart-Allmaras) à un modèle très complexe à 7 équations (Modèle des contraintes de Reynolds « RSM »). Cet échangeur de chaleur a été préalablement testé expérimentalement et les données rapportées dans la littérature. Ceci nous a permis de comparer les résultats de calcul pour les deux régimes avec les données expérimentales afin de valider l'algorithme de modélisation.

## II. Les nanofluides

### II.1 Introduction

Grace aux avancements récents en nanotechnologie, la production de particules avec des tailles de l'ordre de nanomètres (nanoparticules) peut être réalisée facilement. En conséquence, l'idée de mettre des nanoparticules en suspension dans un liquide de base pour améliorer la conductivité thermique a été proposée récemment [54]. Ce type de suspension est appelé (nanofluide). En raison de leur petite taille, les nanoparticules se mélangent aisément et d'une manière homogène avec le fluide de base, et en conséquence, le colmatage des conduites où s'écoulent ces fluides et la corrosion de leurs parois ne sont plus un problème. Il est même possible d'utiliser les nanofluides dans les microcanaux. Lorsqu'il s'agit de la stabilité de la suspension, la sédimentation des particules peut être empêchée en utilisant des agents dispersants appropriés.



**Figure (II.1) :** représentation schématique de nanofluides [56].

### II.2 Les particules et les fluides de base

De nombreux matériaux de particules différentes sont utilisés pour la préparation des nanofluides :  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{SiC}$ ,  $\text{TiC}$ ,  $\text{Ag}$ ,  $\text{Au}$ ,  $\text{Cu}$ , et des nanoparticules de  $\text{Fe}$  sont fréquemment utilisés dans la recherche sur les nanofluides. Les nanotubes de carbone sont également utilisés en raison de leur conductivité thermique extrêmement élevée. Les fluides de base les plus utilisées dans la préparation de nanofluides sont les fluides couramment utilisés dans les applications de transfert de chaleur; tel que l'eau, l'éthylène glycol et les huiles de moteurs. Afin d'améliorer la stabilité des nanoparticules à l'intérieur du fluide de base, des additifs en petites quantités sont ajoutés au mélange.

### II.2.1 La taille et la forme des particules

Les nanoparticules utilisées dans la préparation des nanofluides ont généralement un diamètre inférieur à 100 nm. Des particules aussi petites que 10 nm ont été utilisées dans la recherche sur les nanofluides [55]. Lorsque les particules ne sont pas sphériques mais en forme de tige ou de tube, le diamètre est toujours inférieur à 100 nm, mais la longueur des particules peut être de l'ordre de micromètres. Les particules sphériques sont principalement utilisées dans les nanofluides. Toutefois, les nanoparticules en forme de tige, ou en forme de disque ou en forme de tube sont également utilisées. D'autre part, les pôles formés par les nanoparticules peuvent avoir des formes de type fractal.

### II.2.2 Concentration des nanoparticules

Un des paramètres clé d'un nanofluide est sa concentration en nanoparticules. Cette concentration est généralement donnée sous forme de fraction volumique de nanoparticules, qui est définie par le rapport [56] :

$$\varphi = (\text{volume de nanoparticules}) / (\text{volume de la suspension}).$$

## II.3. Méthode de production

### II.3.1 Production des nanoparticules

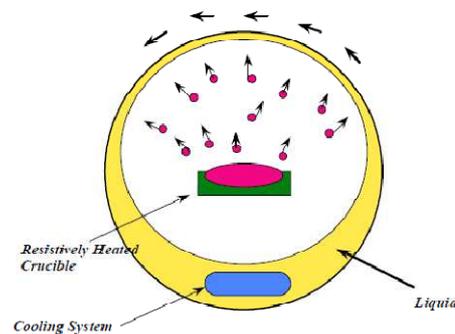
La production de nanoparticules peut être divisée en deux catégories principales, à savoir, la synthèse physique et la synthèse chimique. Yu et al. [57] ont énuméré les techniques de production ordinaires des nanofluides comme suit :

- Synthèse physique: broyage mécanique, technique de condensation de gaz inertes.
- Synthèse chimique: précipitation chimique, dépôt chimique en phase vapeur, polymérisation des micro-émulsions, pulvérisation par pyrolyse, pulvérisation thermique.

### II.3.2 Production des nanofluides

Il existe principalement deux procédés de production des nanofluides, à savoir, la technique en une étape et la technique en deux étapes. Dans la technique en deux étapes, la première étape est la production de nanoparticules et la seconde étape est la dispersion des nanoparticules dans un fluide de base. La technique en deux étapes est avantageuse lorsque la production en masse de nanofluides est considérée [58].

La technique en une seule étape combine la production des nanoparticules et la dispersion de ces nanoparticules dans le liquide de base en une seule étape. Il existe des variantes de cette technique. Dans l'une des méthodes courantes (montrée dans la figure (II.2)), le nanofluide est produit par la solidification des nanoparticules, qui sont initialement en phase gazeuse, à l'intérieur du fluide de base [55]. Les caractéristiques de dispersion des nanofluides produits par des techniques en une seule étape sont meilleures que celles des nanofluides obtenus avec une technique en deux étapes [57].



**Figure (II.2) :** Représentation schématique de la technique en une seule étape. [59]

#### II.4.La conductivité thermique des nanofluides

Les études relatives à la conductivité thermique des nanofluides ont montré que des améliorations de conductivité thermique peuvent être obtenues en utilisant les nanofluides. Il est possible d'obtenir des améliorations de la conductivité thermique de plus de 20%, à une fraction volumique de particules inférieure à 5% [10-12]. Ces valeurs d'amélioration dépassent les prédictions des modèles théoriques développés pour les suspensions avec des particules plus grosses. Ceci est considéré comme une indication de la présence de mécanismes de mise en valeur thermique de transport supplémentaires de nanofluides. Il existe de nombreuses études théoriques et expérimentales dans la littérature en ce qui concerne la conductivité thermique de nanofluides.

	Particle	Base fluid	Average particle size	Volume fraction	Thermal conductivity enhancement	Reference
Metallic nanofluids	Cu	Ethylene glycol	10 nm	0.3%	40%	Choi et al. (2001a)
	Cu	Water	100 nm	7.5%	78%	Xuan and Li (2000)
	Fe	Ethylene glycol	10 nm	0.55%	18%	Hong et al. (2005)
	Au	Water	10–20 nm	0.026%	21%	Patel et al. (2003)
	Ag	Water	60-80 nm	0.001%	17%	Patel et al. (2003)
Non-metallic nanofluids	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Water	13 nm	4.3%	30%	Masuda et al. (1993)
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Water	33 nm	4.3%	15%	Lee et al. (1999)
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Water	68 nm	5%	21%	Xie et al. (2002a)
	CuO	Water	36 nm	5%	60%	Eastman et al. (1997)
	CuO	Water	36 nm	3.4%	12%	Lee et al. (1999)
	CuO	Water	50 nm	0.4%	17%	Zhou and Wang (2002)
	SiC	Water	26 nm	4.2%	16%	Xie et al. (2002b)
	TiO <sub>2</sub>	Water	15 nm	5%	30%	Murshed et al. (2005)
	MWCNT <sup>(1)</sup>	Synthetic oil	25 nm in diameter 50 μm in length	1%	150%	Choi et al. (2001b)
	MWCNT	Decene/ Ethylene glycol/ Water	15 nm in diameter 30 μm in length	1%	20%/13%/7%	Xie et al. (2003)
	MWCNT	Water	100 nm in diameter 70 μm in length	0.6%	38%	Assael et al. (2004)

**Tableau (II.1) :** Résumé de revue de la littérature pour la conductivité thermique de nanofluides.

### II.5. Résultats de mesure de la conductivité thermique des nanoparticules

Une récente revue effectuée par Wang [60] récapitule les principaux résultats publiés et montre une grande dispersion des valeurs de la conductivité thermique principalement mesurées par la méthode du fil chaud.

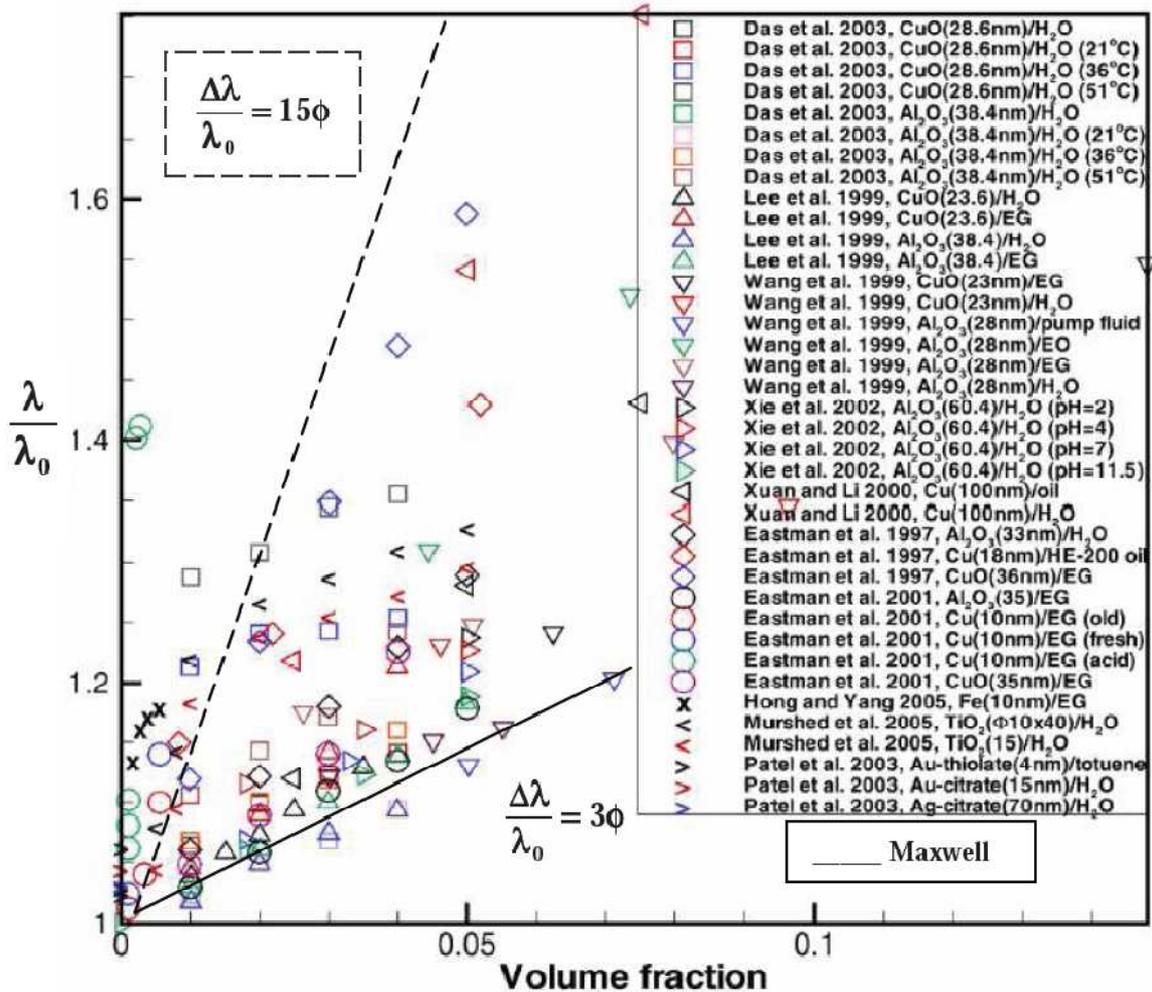


Figure (II.3) : Principaux résultats sur la conductivité thermique relative pour des suspensions de nanoparticules d'après Wang et al [60].

Il ressort de la synthèse de Wang et al. [60] que :

- pour les nanofluides dilués ( $\phi < 10\%$ ) à base de particules d'oxyde  $Al_2O_3$  et CuO ou encore  $TiO_2$ , on relève une évolution pour la conductivité thermique comprise entre  $\Delta\lambda/\lambda_0 = 3\phi$  et  $\Delta\lambda/\lambda_0 = 10\phi$ .
- pour les nanofluides dilués ( $\phi < 10\%$ ) à base de particules métalliques Au, Cu, Fe etc..., on relève une évolution comprise entre  $\Delta\lambda/\lambda_0 = 3\phi$  et  $\Delta\lambda/\lambda_0 = 20\phi$
- pour les nanofluides très dilués ( $\phi < 1\%$ ) à base de nano tubes de carbone, on relève une évolution pouvant atteindre jusque  $\Delta\lambda/\lambda_0 = 150\phi$ .
- on observe également une saturation de cette augmentation lorsque la concentration croit.
- enfin, d'un point de vue général, on relève également une grande dispersion des résultats.

Tout ceci empêche l'établissement d'un modèle physique de référence dont les effets compenseraient et dépasseraient la diminution de conductivité causée par la résistance thermique d'interface. La validité du modèle diffusif de la chaleur, à l'origine de la formule de Maxwell, devient discutable avec des nanofluides puisque le diamètre des nanoparticules devient inférieur au libre parcours moyen des phonons. Néanmoins, le passage d'un régime diffusif à un régime balistique dans la phase solide de ces suspensions n'a, à priori, pas de raison d'augmenter la conductivité thermique du mélange. Par ailleurs, le mouvement brownien ne peut en tant que tel expliquer l'augmentation forte de la conductivité thermique. En effet si l'on compare la diffusivité thermique  $\lambda / \rho C_p$  au coefficient de diffusion particulaire  $k_b T / 6\pi\eta a$ , on constate que ce dernier est mille fois plus faible que le premier pour des nanoparticules dans de l'eau à température ambiante. A l'échelle temporelle de la diffusion de la chaleur, on peut donc considérer les particules comme figées et négliger l'effet brownien. Cependant, d'après Keblinski et al [61] et [62], ce dernier peut indirectement favoriser la formation d'agrégats et la micro-convection. L'agrégation de particules, en piégeant un volume mort de fluide, donne lieu à une concentration volumique apparente supérieure à la concentration solide réelle. L'influence des agrégats est également avancée dans de nombreux travaux (cf. Hong et al [63], Prasher et al [64,65] et Evans et al [66]). La microconvection est, quant à elle, d'autant plus grande que l'agitation de la particule est importante. Ceci accentue donc le brassage du liquide autour des particules et accroît la diffusion de la chaleur selon Ren et al [67]. Enfin, un autre effet d'interface selon Keblinski et al [61] a pour conséquence la solidarisation d'une couche de liquide avec la particule. Expériences et modélisation indiquent qu'une telle épaisseur ne devrait pas dépasser 1 nm et conduirait à une augmentation de volume de 25% pour  $d=25$  nm. Tous les résultats cités partagent la même méthode expérimentale de mesure: la méthode du fil chaud. On peut s'interroger sur une éventuelle perturbation locale de la suspension causée par la sonde.

D'autant que d'autres équipes mettant en œuvre d'autres méthodes ont mesuré une conductivité pour des nanofluides conforme à celle attendue par les modèles classiques (Putnam et al [68]). Ceci peut être corrélé à certaines observations d'augmentation du flux critique avant caléfaction, de l'ordre de 200% pour des nanofluides aux faibles concentrations. Une saturation finit toutefois par apparaître avec l'augmentation de la concentration en particules. Une observation optique de l'ébullition montre des bulles plus grosses et moins fréquentes. L'analyse au MEB des éléments chauffants a démontré que ce sont des interactions physico chimiques entre les particules en suspension et l'élément

chauffant qui devraient être à l'origine de la modification du régime d'ébullition (You et al [69]). Les principaux résultats sont récapitulés par Wang et al [60].

## II.6. Amélioration de transfert de chaleur avec les nanofluides

L'augmentation de la conductivité thermique du fluide caloporteur permet d'améliorer l'efficacité du processus de transfert thermique associé. Lorsque la convection forcée dans les échangeurs compacts ou la convection naturelle dans les enceintes est considérée, il est prévu que le coefficient de transfert de chaleur s'améliore en utilisant les nanofluides et que l'amélioration est principalement due à la conductivité thermique du nanofluide, en raison de la définition de nombre de Nusselt. Cependant, la recherche sur le transfert de chaleur par convection de nanofluide a indiqué que l'amélioration du coefficient de transfert de chaleur dépasse l'amélioration de conductivité thermique des nanofluides. Pour expliquer cette amélioration supplémentaire, plusieurs modèles ont été proposés par les chercheurs.

## II.7. Les caractéristiques thermo physiques des nanofluides

Dans les dernières décennies, de nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées, en vue de mieux caractériser les propriétés physiques des nanofluides. Il paraît aussi nécessaire de recenser et analyser les principales approches déjà élaborées et existantes dans la littérature tant sur le plan théorique qu'expérimental pour l'évaluation la masse volumique, la chaleur spécifique, la conductivité thermique et la viscosité dynamique des nanofluides.

Le changement des paramètres physiques, dû à l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base, tel que la densité, la viscosité et les paramètres thermiques est prédit avec une pondération statistique ou à l'aide des méthodes expérimentales. En utilisant une pondération déterminée par le pourcentage de nanoparticules dans le fluide de base, on peut obtenir les paramètres suivants :

### II.7.1 Masse volumique

La masse volumique des nanofluides peut être estimée à partir de la théorie de mélange. Nous supposons que le nanofluide parfaitement homogène c.à.d. une bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide de base en fonction de la fraction volumique  $\varphi$  pour une température  $T$  donnée

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (3.2)$$

### II.7.2 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique de nanofluide dépend de la chaleur spécifique du fluide de base et de nanoparticules, la concentration en volume de nanoparticules, de la température des

fluides et la littérature suggère que la chaleur spécifique de nanofluide diminue avec une augmentation de la concentration en volume et augmente avec la température. Selon Pak et Cho, la chaleur spécifique de nanofluides peut être calculée en utilisant l'équation suivante :

$$Cp_{nf} = (1 - \varphi)Cp_f + \varphi Cp_s$$

Selon les hypothèses de l'équilibre thermique local entre les nanoparticules et les fluides de base, Xuan et Roetzel exprimé une équation de la chaleur spécifique pour les nanofluides :

$$(\rho Cp)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho Cp)_f + \varphi(\rho Cp)_s$$

### II.7.3 Coefficient d'expansion thermique [18]

Nous nous intéressons dans le cadre de notre étude aux seuls fluides porteurs incompressibles (masse volumique indépendante de la pression) mais dilatables. Cette variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique  $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$  appelé également coefficient de dilatabilité. Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (3.2)

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$$

On déduit l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s$$

Où  $\beta_f$  et  $\beta_s$  désignent respectivement les coefficients de dilatabilité du fluide porteur et celle des nanoparticules.

En supposant que l'on affaire à des fluides porteurs incompressibles, les nanoparticules et la différence de température imposée aux nanoparticules restent modérée pour « croire que la masse volumique du nanofluide et de ses constituants s'exprime sous une forme linéaire de la température par :

$$\rho_{nf} = \rho_{0nf} \left( 1 - \beta_{nf}(T - T_0) \right) \quad , \quad \rho_f = \rho_{0f} \left( 1 - \beta_f(T - T_0) \right) \quad , \quad \rho_s = \rho_{0s} \left( 1 - \beta_s(T - T_0) \right)$$

De la première équation, on déduit l'expression de :

$$\beta_{nf} = -\frac{(\rho_{nf} - \rho_{0nf})}{\rho_{0nf}(T - T_0)}$$

En remplaçant  $\rho_{nf}$  et  $\rho_{0nf}$  par leur valeur tirée de l'équation (3.2) on en déduit :

$$(\rho_0\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho_0\beta)_f + \varphi(\rho_0\beta)_s$$

## II.7.4 La conductivité thermique des nanofluides

La conductivité thermique de nanofluide dépend de la fraction volumique des particules et la conductivité thermique de fluide de base et des nanoparticules. Elle est également fonction de la température comme tous les liquides et les solides. Deux approches peuvent être choisies afin de modéliser la conductivité d'un nanofluide : l'approche microscopique ou l'approche macroscopique. D'une part, les modèles microscopiques considèrent les interactions individuelles des nanoparticules avec le liquide de base à un niveau moléculaire. D'autre part, les modèles macroscopiques considèrent le nanofluide comme un fluide monophasique avec une conductivité thermique effective.

### II.7.4.1 Les modèles macroscopiques par rapport aux modèles microscopiques

Plusieurs théories peuvent être trouvées dans la littérature afin de modéliser la conductivité thermique d'un mélange liquide-solide. On peut distinguer les modèles macroscopiques de celles microscopiques. Les modèles macroscopiques sont encore au stade de développement précoce, et les quelques données de la littérature déduites de modèles microscopiques appliquées aux nanofluides comme l'alumine / eau (voir, par exemple, Shukla et Dhir (2005)) indiquent que pour les petits gradients de température, un modèle macroscopique simplifiée est largement suffisant pour estimer la conductivité thermique. En outre, dans certaines conditions, la prédiction de ratios des conductivités thermiques obtenues avec des modèles macroscopiques ont été trouvés en très bon accord avec les résultats expérimentaux (voir Lee et al. (1999)).

Les modèles macroscopiques sont également plus pratiques pour la modélisation du transfert de chaleur par convection dans nanofluides en utilisant l'approche monophasé. L'approche monophasée considère la suspension comme un seul fluide avec des propriétés efficaces, tandis que l'approche en deux phases considère deux phases distinctes: une phase dispersée (les nanoparticules) et une phase continue (le liquide de base). Nous allons limiter la liste des modèles présentés ci-dessous pour les modèles macroscopiques.

### II.7.4.2 Les modèles macroscopiques

#### ✓ le modèle de Maxwell

En supposant des particules sphériques bien dispersées, Maxwell (1891) a proposé un modèle de prédiction de la conductivité thermique effective de la suspension liquide-solide en fonction des conductivités thermiques du fluide de base (pure) et des particules et la fraction volumique des particules. Ce modèle est valable pour des petites concentrations des

particules. Le modèle de conductivité thermique effective (Keff) de Maxwell, également connu comme le modèle de Waps (Waps 1977), est donnée par la formule :

$$\lambda_{nf} = \left( \frac{\lambda_s + 2\lambda_f - 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)}{\lambda_s + 2\lambda_f + 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \right) \lambda_f$$

✓ **le modèle de Hamilton et Crosser**

Le modèle Hamilton et Crosser est une extension de la théorie de Maxwell qui représente la nano sphéricité de particules par l'utilisation d'un facteur de forme, n, définie ans  $n = 3 / p$  avec p étant la sphéricité des particules (Hamilton et Crosser 1962).

La sphéricité ( $\varphi = A_e/A$ ) d'une particule est défini comme la ration de la surface  $A_e$  de la sphère équivalente ayant le même volume de la surface réelle (A) de la particule nonsphérique.

La conductivité thermique effective du modèle de Hamilton et Crosser est donnée par :

$$\lambda_{nf} = \left( \frac{\lambda_s + (n - 1)\lambda_f - (n - 1)(\lambda_f - \lambda_s)\varphi}{\lambda_s + (n - 1)\lambda_f + (\lambda_f - \lambda_s)\varphi} \right) \lambda_f$$

Les particules sphériques ont une sphéricité  $\varphi = 1$  correspondant à un facteur de forme  $n = 3$ . L'utilisation de  $n = 3$  dans l'équation 30 conduit à l'équation de Maxwell (équation 29). Pour les nanofluides, la conductivité thermique effective (keff) correspond à la conductivité thermique de nanofluide( Knf).

### II.7.5 Limitations des modèles

Le modèle de Maxwell et le modèle de Hamilton et Crosser sont limitées par ce qu'elles prennent en compte sauf la fraction volumique de particules, la forme des particules, et les conductivités du liquide de base et les particules. Ils ne sont pas donnée de prédire l'augmentation anormale de la conductivité thermique qu'été observée dans certaines études expérimentales. En effet, les travaux de recherche initiales consacrés à les nanofluides ont principalement porté sur l'analyse de leur conductivité thermique (Masuda et al. 1993, Choi 1995, Wang et al, 1999, Eastman et al, 2001). Pour une fraction volumique très faible de nanoparticules, certains de ces suspensions se est avérée très efficace en vue d'améliorer, sous certaines conditions, la performance de transfert de chaleur. Une forte augmentation de la conductivité thermique effective, au-delà des prédictions de la théorie de Maxwell, a été rapidement remarquée par plusieurs auteurs (Choi et al. 2001, Eastman et al. 2001). Le modèle de Hamilton et Crosser ne était pas suffisante pour expliquer cette forte augmentation de la conductivité thermique. Par conséquent, de nombreux auteurs ont tenté fournir une description des phénomènes physiques sous-jacents expliquant l'augmentation de la

conductivité thermique. Keblinski et al. (2002) ont exploré quatre explications possibles: mouvement brownien, stratification de liquide, le transport de chaleur balistiques et le regroupement des nanoparticules. Keblinski et al. (2008) a récemment remarqué que le modèle de Maxwell pour les particules bien dispersées correspond à la limite inférieure de Hashin et Shtrikman (HS) est limites pour la conductivité thermique (Hashin et Shtrikman 1962), correspondant à la limite supérieure aux nanoparticules en cluster. Ils ont montré que la plupart des données expérimentales sur la conductivité thermique effective des nanofluides tombent dans ces limites. Néanmoins, malgré les nombreuses données expérimentales recueillies depuis plus d'une décennie et les efforts en matière de modélisation, le développement d'un modèle universel pour la conductivité thermique efficace reste une tâche difficile. Une liste plus complète de modèles analytiques fo la conductivité thermique est fournie par Wang et Mujumdar (2007).

## **II.8 La viscosité desnanofluides**

La conductivité thermique seule n'est pas suffisante pour évaluer l'efficacité de nanofluides pour le transfert de chaleur par convection (Polidori et al. 2007, Keblinski et al, 2008). En particulier, l'un des points clé à résoudre concerne la détermination du rôle de la viscosité sur la dynamique de flux et les caractéristiques de transfert de chaleur (Prasher et al, 2006). Comme pour les fluides monophasés, la viscosité d'un nanofluide dépendra fortement sur le comportement rhéologique des nanofluides.

### **II.8.1 Comportement rhéologique des nanofluides**

Les nanofluides sont des suspensions de particules solides dans un liquide. En conséquence, la forme et la concentration des particules seront fortement affecter la rhéologie d'un nanofluide. Selon la composition de nanofluide, le comportement rhéologique peut être soit Newtonien (par exemple, nanofluides à base de cuivre ou à base d'alumine pour les faibles fractions volumique, Putra et al, 2003) ou non-newtonien d'un caractère rhéofluidifiant (par exemple, CNT, Ding et al, 2006). La plupart de nanofluides composés des nanoparticules sphériques présentent un comportement newtonien, à condition que la fraction volumique des particules ne soit pas trop élevée. Dans la suite, nous ne considérerons seulement que les nanofluides newtoniens. Cela nous permettra d'utiliser certaines expressions classiques pour la viscosité de suspensions liquide-solide. Toutefois, en raison de la nature à deux phases de la suspension liquide-solide et la petite taille des nanoparticules, des effets tels que la concentration des particules ne sont pas bien pris en compte. Comme pour la conductivité thermique, des divergences ont été constatées entre les modèles et les mesures expérimentales.

En ce qui concerne la conductivité thermique, la viscosité d'un nanofluide ne dépend pas uniquement de la viscosité du fluide de base et de sa température, mais également sur la fraction volumique et la forme de nanoparticules en suspension. En première approche, on peut utiliser les relations classiques de mélanges liquides-solides qui ont été développés pour les suspensions diluées. Le premier modèle a été développé par Einstein (1906), Brinkman (1952) a proposé une formulation améliorée.

### II.8.2 Le model d'Einstein :

Ce modèle a été obtenu sous l'hypothèse d'une suspension très diluée de sphères dures sans interactions entre les sphères. Elle est applicable pour le volume de particules fractions moins de 1%:

$$\mu_{nf} = (1 + 2.5\varphi)\mu_f$$

### II.8.3 Le model de Brinkman :

Brinkman (1952) a proposé un modèle plus élaboré qui est actuellement utilisé dans la littérature (Xuan et Roetzel 2000, Khanafer et al 2003, Gosselin et 2004 da Silva.) Pour les nanofluides:

$$\mu_{nf} = \left( \frac{1}{(1 - \varphi)^{5/2}} \right) \mu_f$$

### II.8.4 Le modèle expérimental :

En raison de la complexité du comportement rhéologique de nano-fluides, plusieurs modèles ont été directement dérivés des données expérimentales afin de fournir une meilleure modélisation de la viscosité de nanofluides. Par exemple, Maiga et al. (2004, 2005) ont récemment proposé un modèle de viscosité d'un nanofluide (eau / alumine):

$$\mu_{nf} = (123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1)\mu_f.$$

## II.9 Corrélations de la conductivité thermique et de la viscosité des nanofluides

En plus des études menant aux modèles donnés ci-dessus, de nombreuses autres études ont été faites pour déterminer la conductivité thermique et la viscosité des nanofluides. Certaines des corrélations résultant de ces études sont présentées dans les **tables (II.2) et (II.3)**. Ces corrélations prennent en considération les paramètres suivants:

- ✓ nature du liquide de base.
- ✓ nature du matériau constitutif des nanoparticules.
- ✓ taille des nanoparticules.
- ✓ forme des nanoparticules.
- ✓ concentration volumique des nanoparticules.

✓ température du mélange.

Chercheurs Remarques	Equation
Koo and kleinstreuer[70]	$K_{\text{eff}} = \frac{k_p + 2k_{bf} - 2(k_{bf} - k_p)\phi}{k_p + 2k_{bf} + (k_{bf} - k_p)\phi} k_{bf} + 5 \times 10^4 \beta \phi \rho_{bf} C_{pbf} \times \sqrt{\frac{k_p T}{\rho_p d_p}} f(T, \phi)$ $\beta = \frac{0.013}{(100\phi)^{-0.8229}} \quad \text{pour } \phi < 1\%$ $\beta = \frac{0.0011}{(100\phi)^{-0.7272}} \quad \text{pour } \phi > 1\%$ $f(\phi, T) = (-6.04\phi + 0.4705)T + (1722.3\phi - 134.63)$
Chon [71]	$\frac{K_{\text{nf}}}{k_{bf}} = 1 + 64.7\phi^{0.7460} \left(\frac{d_{bf}}{d_p}\right)^{0.3690} \left(\frac{k_p}{k_{bf}}\right)^{0.7476} \text{Pr}^{0.9955} \text{Re}^{1.2321}$
Vajha and Das [72]	$K_{\text{eff}} = \frac{k_p + 2k_{bf} - 2(k_{bf} - k_p)\phi}{k_p + 2k_{bf} + (k_{bf} - k_p)\phi} k_{bf} + 5 \times 10^4 \beta \phi \rho_{bf} C_{pbf} \times \sqrt{\frac{k_p T}{\rho_p d_p}} f(T, \phi)$ $f(T, \phi) = (2.8217 \times 10^{-2} \phi + 3.917 \times 10^{-3}) \left(\frac{T}{T_0}\right) + (-3.0669 \times 10^{-2} \phi - 3.91123 \times 10^{-3})$ $\beta = 8.4407(100\phi)^{-1.07704}$
Corcione[73]	$\frac{K_{\text{eff}}}{k_f} = 1 + 4.4\text{Re}^{0.4} \text{Pr}^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_s}{k_f}\right)^{0.03} \phi^{0.66} \text{Re} = \frac{2\rho_f k_b T}{\pi \mu_f^2 d_p}$
Seyf-bakhshi [74]	$\bar{K}_{\text{nf}} = \frac{1}{V} \int K_{\text{nf}} dV \quad \text{ou } V \text{ le volume du domaine de calcul}$

**Table (II.2) :** Corrélations de la conductivité thermique des nanofluides

Chercheur	Equation	Remarques
Nguyen et al [75]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times 0.904e^{0.1482\phi}$	
Masoumi et al [76]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times (1 + 0.025\phi + 0.015\phi^2)$	$C_1 C_2 C_3$ et $C_4$ sont constantes
	$\mu_{nf} = \mu_{bf} + \frac{\rho P V_B d_p^2}{72 C \delta}$	$A_1$ et $A_2$ depends de $d_p$ et $\phi$ A et B sont fonctions de pourcentage volumique de particule $\phi$
	$V_B = \frac{1}{d_p} \sqrt{\frac{18 K_B T}{\pi \rho P d_p}} k_b$	
	$C = \mu_{bf}^{-1} [(C_1 d_p + C_2)\phi + (C_3 d_p + C_4)]$	
Abu-nada [77]	$\mu_{Al_2O_3} = -0.155 - \frac{19.582}{T} + 0.794\phi + \frac{2094.47}{T^2} - 0.192\phi^2 - 8.11 \frac{\phi}{T} - \frac{27463.863}{T^3} + 0.127\phi^3 + 1.6044 \frac{\phi^2}{T} + 2.1754 \frac{\phi}{T^2}$	
Teng et lin [78]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times 13.47 e^{35.98\phi}$	
Chen et al [79]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \left( 1 - \left( \frac{\phi_a}{\phi_m} \right) \right)^{-2.5\phi_m}$	
	$\phi_a = \phi \left( \frac{a_a}{a} \right)^{3-D}$	
Koo et klenne[80]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times (1 + 10.6\phi + (10.6\phi)^2)$	
	$\mu_{eff} = \mu_{static} + \mu_{Brownian}$	
	$\mu_{static} = \mu_f / (1 - \phi)^{2.5}$	
	$\mu_{Brownian} = 5 \times 10^4 \beta \phi \rho_f \sqrt{\frac{KT}{2\rho_{np} R_{np}}} f(T, \phi)$	
	$\beta = 0.013(100\phi)^{-0.8229} \quad \text{Pour } \phi < 1\%$	
	$\beta = 0.0011(100\phi)^{-0.7272} \quad \text{Pour } \phi > 1\%$	
	$f(\phi, T) = (-6.04\phi + 0.4705)T + (1722.3\phi - 134.63)$	
Vajjha[81]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times A_1 e^{(A_2\phi)}$	
Mahbubul[82]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times \exp \left[ m + \alpha \left( \frac{T}{T_0} \right) + \beta(\phi_h) + \gamma \left( \frac{d}{1-r} \right) \right]$	
Tseng et chen[83]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times 0.4513 e^{0.6965\phi}$	
Cheng and law [84]	$\mu_{nf} = \mu_{bf} (1 + 2.5\phi_e + (2.5\phi_e)^2 + (2.5\phi_e)^3 + (2.5\phi_e)^4 + \dots)$	
Kulkarni et al [85]	$\phi_e = \phi \left( 1 + \frac{h}{r} \right)^3$	
Namburu et al [86]	$\ln \mu_{nf} = A \left( \frac{1}{T} \right) - B$	
Masoudhosseini et al [87]	$\log(\mu_{nf}) = Ae^{-BT}$	
	$A = 1.8375(\phi)^2 - 29.643(\phi) + 165.56$	
	$B = 4 \times 10^{-6}(\phi)^2 - 0.001(\phi) + 0.0186$	
	$\mu_{nf} = \mu_{bf} \times \exp \left[ m + \alpha \left( \frac{T}{T_0} \right) + \beta(\phi_h) + \gamma \left( \frac{d}{1-r} \right) \right]$	

Table (II.3) : Corrélations de la viscosité des nanofluides

### III.1. Introduction

Les premiers travaux sur la turbulence ont été menés par Osborne Reynolds en 1883. A partir de ses expériences sur les écoulements dans une conduite, il a prouvé que l'écoulement devient turbulent ou irrégulier quand la vitesse de l'écoulement dépasse une certaine valeur critique. Osborne Reynolds a également séparé les variables turbulentes en une valeur moyenne et d'une fluctuation. Cette décomposition est une conséquence de l'apparition des tensions turbulentes (tensions de Reynolds) dans les équations moyennées du mouvement. La découverte de la signification du nombre de Reynolds et des tensions turbulentes s'est avérée être d'une importance fondamentale dans les développements actuels de la turbulence. L'étude de la turbulence expérimentalement est souvent difficile à réaliser, et onéreuse. Les simulations numériques sont pratiques et permettront d'avoir accès à des informations non disponibles par l'expérience.

Actuellement il existe trois principales méthodes de modélisation d'un écoulement turbulent : la simulation numérique directe (D.N.S) dans laquelle on cherche à représenter la totalité des phénomènes physiques, la simulation des grandes échelles (L.E.S) dans laquelle on représente seulement les plus gros tourbillons en fonction du temps, et la simulation moyennée (R.A.N.S) dans laquelle on représente seulement l'écoulement moyen. En situation industrielle, le calcul des caractéristiques instationnaires et tridimensionnelles d'écoulements complexes, est souvent nécessaire. La simulation des grandes échelles requiert un cout de calcul prohibitif surtout près de parois. L'un des objectifs des méthodes hybrides est d'optimiser le cout de calcul, en simulant certaines zones d'un écoulement en mode R.A.N.S et d'autres en mode L.E.S. Cette dernière s'articule en général autour du filtrage spatial, alors que dans la plupart des écoulements, l'opérateur R.A.N.S correspond à une moyenne temporelle.

#### ➤ *Modélisation statistique (RANS)*

Cette modélisation prédit statistiquement les caractéristiques de la turbulence sans résoudre de façon explicite le champ instantané de la vitesse à partir des équations de Navier Stokes. Cette approche, proposée par Reynolds (1883), consiste à décomposer une grandeur turbulente en une valeur moyenne et une fluctuation. L'application de l'opérateur de la moyenne statistique sur les équations de Navier Stokes entraîne les équations moyennées de quantité de mouvement dites équations de Reynolds. Ces dernières sont couramment appelées RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). La non linéarité des équations de Navier Stokes fait apparaître des corrélations des vitesses fluctuantes. Ces termes sont appelés *contraintes*

*turbulentes de Reynolds* à travers lesquelles se manifeste l'interaction du mouvement moyen avec le mouvement fluctuant. Les contraintes de Reynolds doivent être déterminées par des modèles de fermeture afin de pouvoir fermer le système d'équations.

➤ **Simulation numérique directe (DNS)**

La simulation directe est souvent désignée sous l'appellation DNS "Direct Numerical Simulation". Cette approche consiste à simuler directement les équations de Navier Stokes, afin de capter toutes les échelles présentes dans un écoulement turbulent, depuis les plus grandes imposées par la géométrie du problème, jusqu'aux plus petites échelles dont la taille est régie par la viscosité du fluide. La résolution des différents champs instantanés caractérisant l'écoulement est explicite en considérant que la taille de la plus petite structure tourbillonnaire est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à l'échelle moléculaire M. *Lesieur (1994)*, ce qui assure la validité de l'équation de Navier-Stokes.

➤ **Simulation des grandes échelles (LES)**

La simulation des grandes échelles est couramment désignée par LES (Large Eddy Simulation). Cette technique intermédiaire entre l'approche statistique (RANS) et la simulation (DNS). En effet, les grosses structures anisotropes qui dépendent de la géométrie de l'écoulement sont simulées directement (DNS) alors que les petites échelles beaucoup plus universelles et isotropes qui seront modélisées par une méthode (RANS). C'est à dire que les grandes échelles qui transportent la masse, la quantité de mouvement et l'énergie doivent être représentées de façon explicite sans recourir à aucun modèle, alors que les petites structures tourbillonnaires, présentant un caractère universel d'un écoulement à l'autre, se prêtent bien à la modélisation.

## III.2. Les concepts physiques fondamentaux

### III.2.1. Décomposition de Reynolds

En effet l'approche statistique permet de décomposer le mouvement turbulent en un mouvement moyen et un mouvement fluctuant. Osborne Reynolds fut le premier (1883) à séparer les valeurs moyennes et aléatoires des valeurs instantanées. C'est de cette approche statistique que pratiquement toutes les méthodes de modélisation de l'écoulement turbulent ont été fondées.

La quantité  $\phi(x, t)$  est alors décomposée en deux parties indépendantes de sorte que :

$\phi = \bar{\phi} + \phi'$ , Où  $\bar{\phi}$  est la valeur moyenne déterminée à partir de :  $\bar{\phi}(x,t) = \frac{1}{N} \sum_i^N \phi^{(i)}(x,t)$

$\phi'$  est la partie fluctuante caractérisée par  $\bar{\phi}' = 0$

### III.2.2. Simulation RANS

Les équations du problème sont issues des principes de conservation de la masse (III.1), de la quantité de mouvement (III.2) et de l'énergie (III.3) :

- Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{III.1})$$

- Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (\text{III.2})$$

- Equation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{u_i \theta} \right) \quad (\text{III.3})$$

Les équations (III.2) et (III.3) font apparaitre des corrélations doubles  $\overline{u_i u_j}$  et  $\overline{u_i \theta}$  qui nécessitent une modélisation pour fermer le système. La modélisation de la turbulence est une procédure numérique ou expérimentale qui est nécessaire pour fermer le système d'équations moyennées du champ dynamique et thermique. Les modèles les plus utilisés, sont basés sur les équations de Reynolds et sont classés en fonction du nombre d'équations supplémentaires ajoutées pour fermer le système. On peut citer : le modèle  $\tilde{k}\epsilon$ , le modèle  $\tilde{k}\square$ , le modèle RSM .....

### III.3. Les modèles de la turbulence

Un modèle de turbulence est nécessaire pour fermer le système d'équation de Reynolds, le but de la modélisation, c'est la détermination de la tension  $\overline{u_i u_j}$  et les corrélations  $\overline{u_i \theta}$ . On l'appelle méthode (RANS).

Il existe plusieurs types de modèles de turbulence en fonction de nombre d'équations supplémentaire du mouvement fluctuant ajoutées aux équations de conservation moyennées on distingue:

- ✓ Modèle à zéro équation.
- ✓ Modèle à une équation.
- ✓ Modèle à deux équations.
- ✓ Modèle à  $N \geq 2$  équations.

Le logiciel FLUENT nous donne cette possibilité de choisir l'un des modèles de turbulence suivants :

- Le modèle à une équation Spalart Allmaras.
- Le modèle à deux équations  $k-\epsilon$  et différentes versions
- Le modèle à deux équations  $k-\omega$  et différentes versions
- Modèle des tensions de Reynolds « Reynolds Stress Model ».
- Simulation de grandes structures (LES).
- Simulation directe des équations de Navier Stokes (DNS).

### III.3.1. Le modèle à zéro équation

Ce sont des modèles n'utilisant que les équations du champ moyen, il s'agit de trouver une expression de la contrainte de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$  en fonction des valeurs moyennes.

Deux types de schéma phénoménologiques ont été utilisés par plusieurs chercheurs :

- **Schéma 1** : schéma à gradient caractérisant un processus de diffusion formulé par une relation de type Boussinesq.  $\overline{u_i u_j} = -\alpha \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$
- **Schéma 2** : schéma de convection formulé par une relation linéaire des contraintes de Reynolds de type :  $\overline{u_i u_j} = \alpha U_i U_j$

$\alpha C'$  est une constante empirique à déterminer expérimentalement.

Les modèles à zéro équation sont de moins en moins utilisés comparé aux autres modèles à cause de leurs applications limitées, (ils ignorent complètement les caractéristiques locales de la turbulence).

La majorité des modèles à zéro équation sont basés sur le concept de viscosité turbulente suggéré par Boussinesq, mais ils restent toujours valables pour des configurations simples.

### III.3.2. Modèle à une équation

Ces modèles considèrent une équation supplémentaire d'une grandeur turbulente calculée à partir d'une équation spécifique ; les autres quantités turbulentes sont reliées à cette variable par une relation algébrique.

Ces modèles permettent de déterminer implicitement les tensions de Reynolds. L'équation supplémentaire est généralement celle de l'énergie cinétique de turbulence  $k$  déduite à partir de la modélisation des contraintes de Reynolds associée à une hypothèse d'isotropie locale.

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad \text{Prandtl - Kolmogoroff}$$

$$\nu_t = c_\mu \ell \sqrt{k} \quad (\text{Viscosité turbulente})$$

$c_\mu = 0.09$  ,  $\ell$  est une longueur qui caractérise la taille des gros tourbillons,

$k$  : l'énergie cinétique turbulente qui est déterminée à partir de son équation de transport modélisée.

$$\frac{dk}{dt} = \overline{v u_{i,j}} + \left[ \frac{\nu_t}{h_k} k_{,j} \right]_{,j} - \frac{k^2}{l}$$

$h_k$  Une constante empirique ( $h_k = 1.5$ ) (R.Schiestel)

Le problème qui se pose pour ce modèle réside dans la détermination de la longueur caractéristique pour les écoulements complexes.

### III.3.3. Modèle à deux équations

Ce sont des modèles de transport pour une échelle de vitesse et une échelle de longueur, qui utilise en générale le concept de viscosité turbulente isotrope sous la forme de la loi de comportement suivante :

$$R_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t (\overline{u_{i,j}} + \overline{u_{j,i}}) \quad (\text{III.4})$$

Cette loi est une fonction de tenseur de taux de déformation et  $\nu_t$  est déduite de la formule de Prandtl - Kolmogoroff.

$$\nu_t = c_\mu l \sqrt{k} \quad (\text{III.5})$$

K : échelle de vitesse

Où l est une échelle de longueur des tourbillons porteur d'énergie.

Ces modèles utilisent en plus de l'équation pour l'échelle k, une équation de transport pour la combinaison  $Z = k^m l^n$

L'échelle de vitesse est obtenue à partir de l'équation de transport de l'énergie cinétique k.

L'échelle de longueur est déterminée grâce à une équation de la combinaison Z.

L'équation générale de Z s'écrit :

$$\frac{dZ}{dT} = c_{z1} \frac{z}{k} P + \left( \frac{L\sqrt{K}}{hz} Z, i \right)_{,i} - c_{z2} Z \frac{\sqrt{k}}{l} + S \quad (\text{III.6})$$

$c_{z1}, c_{z2}, hz$  Sont des constantes empiriques.

P : production d'énergie turbulente.

S : source secondaire.

Les équations de Z sont toutes équivalentes mises à part l'influence de la source secondaire.

Dans le modèle de Jones et Lander (1972) dénommé modèle énergie- dissipation ou modèle k- $\epsilon$ , le terme source secondaire S est nul ce qui le rend facile à mettre en œuvre numériquement.

### III.3.4. Modèle à $N \geq 2$ équations

En dépit des bons résultats donnés par les modèles à deux équations dans diverses applications, il n'en est pas de même pour certains écoulements complexes tels que les écoulements à contre gradient par exemple.

Les chercheurs ont développé des modèles à plusieurs équations, pour tenir compte des différents aspects physiques comme la poussée d'Archimède, les forces de Coriolis et l'effet

de courbure des obstacles. Plusieurs études ont été menées avec ces modèles ; depuis les travaux de P.Y. Chou (1945), J.C. Rotta (1951), B.A. Kolavandin (1969), B.J.Daly & F.H. Harlow (1970), K. Handjalic & B.E. Launder (1972), J.L. Lumley & B. KhajehNouri (1974), B.E. Launder & G.J. Reece & W. Rodi, J.C. André & al (1976), passant par les travaux de B.E. Launder & Tselepidakis (1987) et B.E. Launder (1989), jusqu'à ceux de B.E. Launder & Tselepidakis (1991).

#### III.4. Approches pour les fermetures du système d'équation par la modélisation des équations de Navier Stokes

La modélisation statistique des équations NAVIER Stokes a été largement utilisée pour diverses configurations. Les tensions de Reynolds doivent être spécifiées pour déterminer le champ de l'écoulement moyen. Le but de cette modélisation est de relier les relations qui permettent le calcul des composantes des tenseurs de Reynolds à partir des caractéristiques de l'écoulement moyen afin de fermer le système d'équation.

#### III.5. Modèle k-ε

Le modèle énergie dissipation (k-ε) est un des modèles à deux équations qui font intervenir deux équations de transport des grandeurs fluctuantes. Il est devenu un **standard industriel**, en fait il n'est pas très efficace, particulièrement près des parois. Comme la puissance et les invalidités du modèle sont devenues évidentes, des modifications ont été faites afin d'améliorer son efficacité. Plusieurs variantes sont disponibles dans FLUENT. Le modèle standard k-ε est un modèle semi-empirique basé sur les équations de transport pour l'énergie cinétique de turbulence (k) et son taux de dissipation (ε). Ce modèle était obtenu en utilisant le raisonnement physique, Dans ce modèle, on a supposé que l'écoulement est pleinement turbulent, et les effets de la viscosité moléculaire sont négligeables. Ce modèle est efficace seulement pour des écoulements purement turbulents.

##### III.5.1. Les équations du transport pour le modèle standard k-ε

L'énergie cinétique de turbulence, k, et son taux de dissipation ε sont déduites à partir des équations de transport correspondantes :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \nu_t \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon \quad (\text{III.7})$$

Et

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \nu_t \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (III.8)$$

Ces équations sont valables pour un écoulement incompressible.  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$  et  $C_{\varepsilon 3}$  sont des constantes,  $\sigma_k$  et  $\sigma_\varepsilon$  sont respectivement les nombres de Prandtl turbulents pour  $k$  et  $\varepsilon$ .

La viscosité turbulente est alors calculée à partir de  $k$  et  $\varepsilon$  [Launder 1972]

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (III.9)$$

### III.5.2. Les constantes du modèle

Ce modèle a des constantes qui ont été définies par Launder [1972] : sur des observations expérimentales d'écoulement simples.

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Ces valeurs ont été déterminées à partir des expériences avec l'eau et l'air, pour des écoulements turbulents fondamentaux de base (jet, couche limite, couche de mélange) comprenant des écoulements homogènes, turbulents et isotropes. Ils ne se sont pas avérés très performants aux voisinages des parois et les écoulements fortement cisailés, d'où le recours à d'autres modèles.

### III.6. Modèle des contraintes de Reynolds (RSM)

Ces modèles sont basés sur les équations de transport pour toutes les composantes du tenseur de Reynolds et le taux de dissipation. Ces modèles n'utilisent pas l'hypothèse de viscosité turbulente, mais de résoudre une équation pour le transport des tensions de Reynolds. Modèles de stress algébrique;Launder (1975), tandis que les modèles différentiels de stress Reynolds résoudre des équations de transport différentiels individuellement pour chaque composante de contrainte Reynolds.

Dans le modèle de tension différentielle, Le modèle standard de tension de Reynolds est basé sur l'équation  $\varepsilon$ .

$$\frac{\partial}{\partial x_m} (\rho U_m \overline{u_i u_j}) - \frac{\partial}{\partial x_m} \left( \left( \delta_{mi} \mu + C_s \rho \frac{k}{\varepsilon} \right) \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_l} \right) = P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon + \Phi_{ij} \quad (III.10)$$

$P_{ij}$ , le terme de production est donné par :

$$P_{ij} = \overline{\rho u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$

$\Phi_{ij}$  : contrainte de pression .Ce terme peut être séparé en deux parties

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2}$$

Où  $\Phi_{ij, 1}$  est le terme «lent», également connu sous le terme de retour à l’isotropie et  $\Phi_{ij, 2}$  s’appelle le terme «rapide».

Comme la dissipation de la turbulence présente dans les équations de contrainte, pour une équation  $\varepsilon$  est alors nécessaire.

$$\frac{\partial (\rho U_m \varepsilon)}{\partial x_m} = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_m} \left[ \left( \mu \delta_{ml} + C_{\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right] \quad (III.11)$$

$$\Phi_{ij,1} = -\rho \varepsilon \left[ C_{S1} a_{ij} + C_{S2} \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} a_{mn} a_{mn} \delta_{ij} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij,2} = & -C_{r1} P a_{ij} + C_{r2} \rho k S_{ij} + C_{r3} \rho k S_{ij} \sqrt{a_{mn} a_{mn}} + C_{r4} \rho k \left( a_{ik} S_{jk} + a_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} a_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_{r5} \rho k \left( a_{ik} \Omega_{jk} + a_{jk} \Omega_{ik} \right) \end{aligned}$$

Ou :

Les corrélations pression - déformation ont une forme anisotropie du tenseur  $a_{ij}$

Le tenseur de déformation de vitesse moyenne  $S_{ij}$

Le tenseur de vorticité  $\Omega_{ij}$

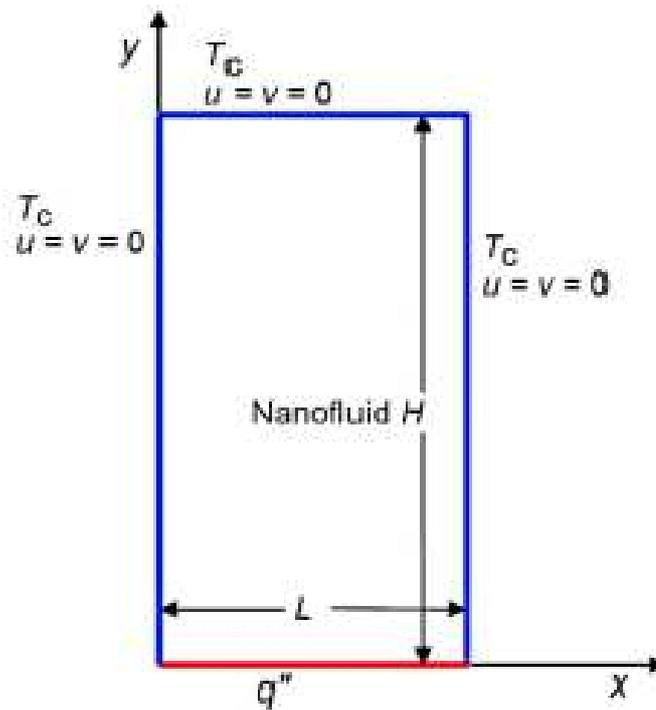
$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Les constantes du modèle sont les suivantes:

$C_{s1}$	$C_{s2}$	$C_{r1}$	$C_{r2}$	$C_{r3}$	$C_{r4}$	$C_{r5}$
1.7	-1.05	0.9	0.8	0.65	0.625	0.2

### III.7. Modélisation du premier problème (convection naturelle turbulente de nanofluides dans une enceinte chauffée par le bas).

La configuration étudiée, en deux dimensions, est montrée sur la Fig.1. On se place dans le cas d'une cavité ( $Ar=4$ ) différentiellement chauffée, la paroi supérieure et les parois latérales sont maintenues à la température constante  $T_f$  tandis que la paroi inférieure est soumise à une densité de flux de chaleur  $q''$ .



Figure(III.1) : Géométrie du problème considéré (2D)

#### III.7.1. Modèle physique et les équations gouvernantes pour le premier cas

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie, en deux dimensions, pour la convection naturelle turbulente avec l'équation de conservation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et son taux de dissipation  $\varepsilon$  en régime stationnaire dans une cavité sont données par :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}v) = 0 \quad (\text{III.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}vu) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2(\mu_{eff})_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu_{eff})_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}vv) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2(\mu_{eff})_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu_{eff})_{nf} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + (\rho\beta)_{nf}g(T - T_0) \quad (\text{III.14})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}uC_p T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}vC_p T) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\lambda_{eff})_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda_{eff})_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}uk) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}vk) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right)_{nf} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right)_{nf} \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k + G_k - \rho_{nf}\varepsilon \quad (\text{III.16})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}u\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}v\varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)_{nf} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)_{nf} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + [C_{\varepsilon 1}(P_k + C_{\varepsilon 3}G_k) - C_{\varepsilon 2}\varepsilon] \frac{\varepsilon}{k} \quad (\text{III.17})$$

Où

$$P_k = (\mu_t)_{nf} \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$G_k = -\frac{(\mu_t)_{nf}}{\sigma_T} g\beta_{nf} \frac{\partial T}{\partial y}; (\mu_{eff})_{nf} = \mu_{nf} + (\mu_t)_{nf}$$

$$(\mu_t)_{nf} = C_\mu \frac{\rho_{nf}k^2}{\varepsilon} \text{ et } (\lambda_{eff})_{nf} = \lambda_{nf} + \frac{(\mu_t)_{nf}c_{p,nf}}{\sigma_T}$$

La masse volumique et la chaleur spécifique du nanofluide sont calculées à partir de:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (\text{III.18})$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (\text{III.19})$$

Où  $\varphi$  désigne la fraction volumique des nanoparticules.

Le coefficient de dilatation thermique du nanofluide est obtenu à partir de la formule :

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s \quad (\text{III.20})$$

La diffusivité thermique du nanofluide est donnée par :

$$\alpha_{nf} = \frac{\lambda_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (\text{III.21})$$

Dans cette étude, la viscosité dynamique effective du nanofluide est obtenue à partir modèle de Brinkman pour un mélange à deux phases [56]:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (\text{III.22})$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est déterminée en utilisant le modèle de Maxwell [56]. Pour une suspension de nanoparticules de formes sphériques dans un fluide de base, l'expression est:

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{(\lambda_s + 2\lambda_f) - 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)}{(\lambda_s + 2\lambda_f) + \varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \quad (\text{III.23})$$

### III.8. Modélisation du deuxième problème (échangeur de chaleur tubulaire compact)

La configuration étudiée est représentée sur la figure (III.2). L'air circule entre deux ailettes et autour des surfaces de deux rangées de tubes. La géométrie des ailettes est plate et les valeurs géométriques sont données dans le tableau 1. Les ailettes sont fabriquées en aluminium et le fluide en écoulement est l'air dont le nombre de Prandtl est  $Pr=0.7442$ . L'air est utilisé comme fluide de refroidissement. Il entre à la température de 300 K. La température des parois des tubes est supposée constante et égale à 350 K. Le transport de la chaleur est déterminé comme solution d'un problème conjugué qui combine la conduction de la chaleur dans le solide (l'ailette) et le transfert de chaleur convectif au fluide de refroidissement (l'air). Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique est varié dans l'intervalle 300-10000.

Paramètre géométrique	
Épaisseur de l'ailette $t$	0.130 mm
Pas de l'ailette $F_p$	2.240 mm
Diamètre extérieur du collier de l'ailette $D_c$	10.23 mm
Pas transversal $P_t$	25.40 mm
Pas longitudinal $P_l$	22.00 mm
Nombre de rangées de tubes	2

**Tableau 1:** Paramètres géométriques du modèle de l'échangeur

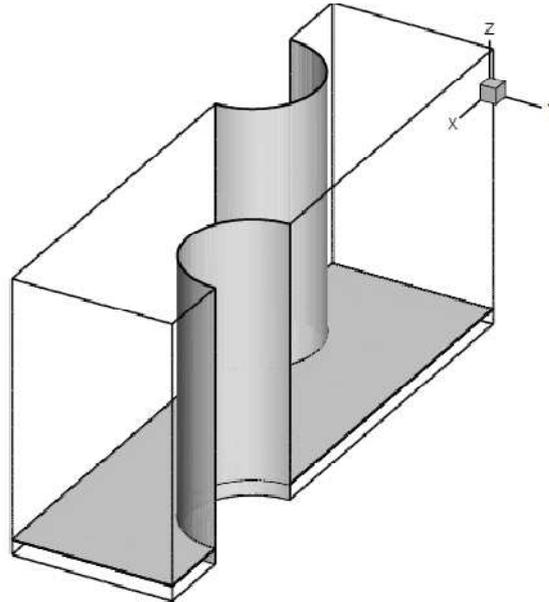


Figure (III.2) : Géométrie du problème considéré (3D)

**III.8.1 Equations gouvernant pour le deuxième cas**

L'écoulement est supposé permanent, incompressible, tri-dimensionnel et laminaire ou turbulent. La masse volumique, la chaleur spécifique, la conductivité thermique et la viscosité dynamique de l'air sont supposées indépendantes de la température. Les équations de continuité, quantité de mouvement et de l'énergie (Xiong et al [60].) avec dissipation visqueuse négligeable sont les suivantes:

Les équations de quantité de mouvement de Reynolds moyennées sous forme tensorielle sont :

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial (-\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} \tag{III.24}$$

Dans lesquelles  $R_{ij} = -\overline{u_i u_j}$  sont les contraintes turbulentes.

Dans les modèles de turbulence un et deux équations,  $R_{ij}$  sont modélisées comme suit:

$$R_{ij} = -\overline{u_i u_j} = 2 \frac{\mu_t}{\rho} S_{ij} \text{ avec } S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

L'équation de quantité de mouvement devient :

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{(\mu + \mu_t)}{\rho} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \tag{III.25}$$

ou

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\rho} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{III.26})$$

Équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.27})$$

L'équation de quantité de mouvement dans les directions x, y et z

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] \quad (\text{III.28})$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right] \quad (\text{III.29})$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right] \quad (\text{III.30})$$

Equation de l'énergie pour le fluide :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = (\alpha + \alpha_t) \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.31})$$

Avec  $\alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t}$  étant la diffusivité thermique de tourbillon et  $\nu_t$  c'est la viscosité cinématique de tourbillon  $\nu_t = \mu_t / \rho$

Equation de l'énergie pour le solide :

$$\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} + \frac{\partial T^2}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{III.32})$$

Où u, v et w sont les composantes de la vitesse dans les directions x, y et z, T signifie la température, p est la pression,  $\rho$  est la masse volumique,  $\mu$  la viscosité dynamique,  $\alpha$  la diffusivité thermique et  $Pr_t$  est le nombre de Prandtl turbulent.

Trois modèles de turbulence ont été utilisés dans les calculs:

➤ **Modèle à une équation (Spalart Allmaras)**

Ce modèle résout une équation de conservation unique (PDE) pour la viscosité turbulente. Cette équation de conservation contient des termes de transport convectifs et diffusifs, ainsi que des expressions pour la production et la dissipation de  $\nu_t$ . L'équation résolue est:

$$U_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = P_{\tilde{\nu}} - \mathcal{E}_{\tilde{\nu}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{\rho} \left( \mu + \frac{\tilde{\nu}}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \right) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \quad (\text{III.33})$$

Le champ  $\tilde{\nu}$  obtenu est ensuite utilisé pour obtenir le champ  $\nu_t$

➤ **Modèle à deux équations (k -  $\mathcal{E}$ )**

La viscosité turbulente est obtenue comme suit:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

**Equation pour k**

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\mu_t}{\rho} S^2 - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{\rho} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{III. 34})$$

**Equation pour ε**

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\varepsilon}{k} \left( C_{1\varepsilon} \frac{\mu_t}{\rho} S^2 - C_{2\varepsilon} \varepsilon \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{\rho} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (\text{III. 35})$$

où  $\varepsilon = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ . Les constantes du modèle ont les valeurs suivantes:

$$C_\mu = 0.09 ; C_{1\varepsilon} = 1.44 ; C_{2\varepsilon} = 1.92 ; \sigma_k = 1.0 \text{ et } \sigma_\varepsilon = 1.3$$

➤ **Modèle (RSM)**

Dans le modèle des contraintes de Reynolds (RSM), il y a les équations de transport exactes pour le transport des contraintes de Reynolds  $-\overline{u_i u_j}$ ,

$$U_j \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} = P_{ij} - D_{ij} - \varepsilon_{ij} + \Pi_{ij} + \Omega_{ij} \quad (\text{III. 36})$$

où  $P_{ij}$  est le taux de production de  $R_{ij}$

$D_{ij}$  est le transport par diffusion de  $R_{ij}$

$\varepsilon_{ij}$  est le taux de dissipation de  $R_{ij}$

$\Pi_{ij}$  est le transport dû aux interactions turbulentes pression-déformation

$\Omega_{ij}$  est le transport dû à la rotation

Cette équation décrit six équations aux dérivées partielles, l'une pour le transport de chacune des six contraintes de Reynolds indépendantes.

Finalement, nous aboutissons au modèle mathématique. Ce dernier est alors constitué d'un système d'équations, complétées par des conditions aux limites. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc connues mais :

- La résolution analytique de ces équations de bilan n'est pratiquement jamais réalisable
- Les non linéarités visibles dans les équations sont principalement à l'origine des difficultés pour obtenir une solution analytique.

Donc, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations de bilan. Dans notre étude, on a utilisé le logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis pour résoudre les différentes équations. La méthode des volumes finis est exposée dans le chapitre suivant.

### IV.1. Introduction

Il ya deux grandes familles de méthodes de discrétisation :

- Les méthodes d'approximation des équations. Selon ces méthodes, on cherche une solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage (la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis) ;
- Les méthodes d'approximation des solutions. Selon ces méthodes on cherche une solution approchée à partir des équations exactes. Les solutions sont écrites comme des séries de fonctions tronquées aux ordres de précisions désirées (les méthodes spectrales et la méthode des éléments finis).

Donc il y a trois grands types de discrétisations des équations aux dérivées partielles (E.D.P).

- ✓ **Les différences finies** : C'est la méthode la plus ancienne, introduite par Euler au  $XV^{e}$  siècle. C'est une des plus simples et efficaces pour développer des schémas d'ordres élevés sur des maillages réguliers. Ses principaux inconvénients sont, d'une part, de ne pas respecter en générale les équations intégrales de conservation et, d'autre part, de ne pas pouvoir prendre en compte facilement des géométries complexes.
- ✓ **Les volumes finis** : la méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar. Dans cette méthode, on intègre des équations de conservation que l'on applique sur chaque volume de contrôle élémentaire. A partir des variables connues aux centres des volumes, on évalue les flux aux surfaces des volumes par interpolation. La grille est a priori quelconque, permettant ainsi de traiter des écoulements à géométrie complexe. Cette méthode donne de très bonne résultats, car elle garantie la conservation des bilans massique et thermique sur tout le domaine étudié.
- ✓ **Les éléments finis** : La technique des éléments finis est similaire à celle des volumes finis pour la discrétisation : maillage non structuré, avec pour volume de contrôles élémentaires des tétraèdres ou hexaèdres en 3-D. sur chaque des volumes, on introduit une fonction de pondération, généralement, un polynôme de degré plus élevé, avant d'intégrer les équations de conservation. La solution s'obtient alors par minimisation du résidu. Parmi les avantages de cette approche, retenons l'étude des géométries très compliquées, et la formalisation permettant de développer un certain nombre de résultats mathématiques. Les matrices à traiter sont, en général, sans propriétés particulières, contrairement aux matrices obtenues avec des grilles régulières.

Dans notre étude nous choisissons la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations de transport exposées dans le deuxième chapitre.

## IV.2. Maillage

Les équations différentielles ponctuelles qui gouvernent notre phénomène sont s'écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées aux points  $e, w, n, s$  (figure IV.1). Notons  $p$  le centre du volume de contrôle considéré et  $E, W, N, S$  sont les centres des volumes de contrôle adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant  $p$ . Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis (figure IV.1). Par contre, les quantités vectorielles (composantes  $u, v$ ) sont stockées respectivement aux faces Est et Nord (figure IV.2) et (figure IV.3). Pour éviter certains problèmes numériques, les équations de quantité de mouvement sont résolues dans des volumes finis décalés vers la droite pour l'impulsion suivant  $x$  et vers le haut pour l'impulsion suivant  $y$ .

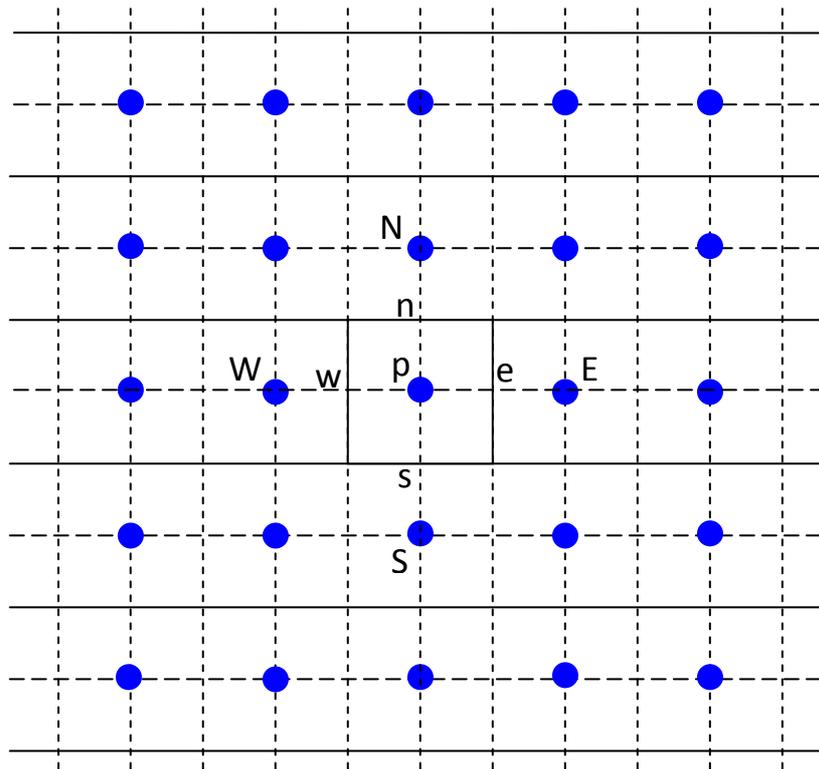


Figure (IV.1) : volume de contrôle bidimensionnel.

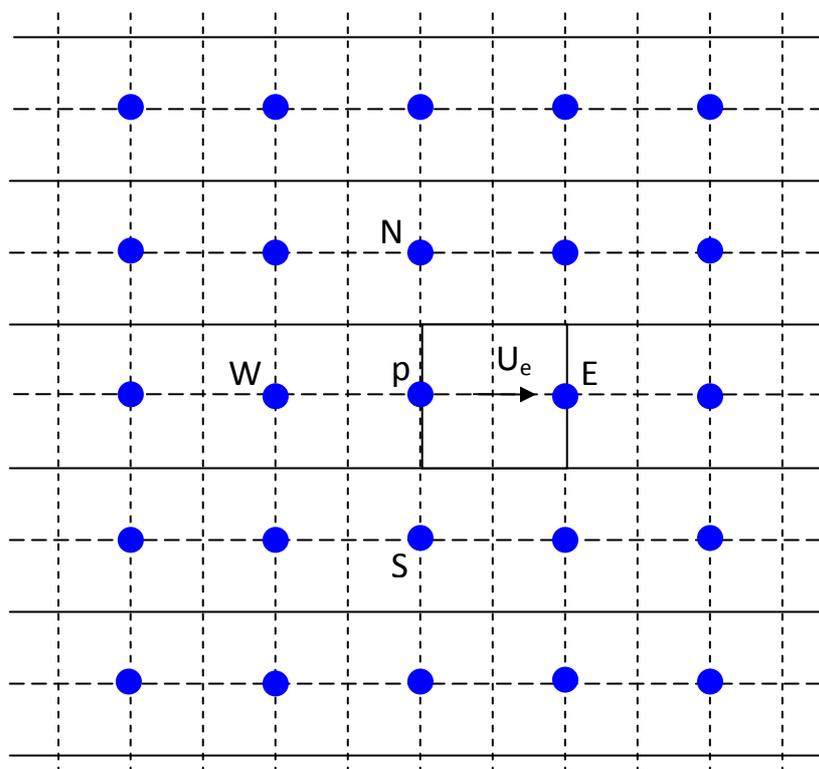


Figure (IV.2) : volume de contrôle décalé vers la droite.

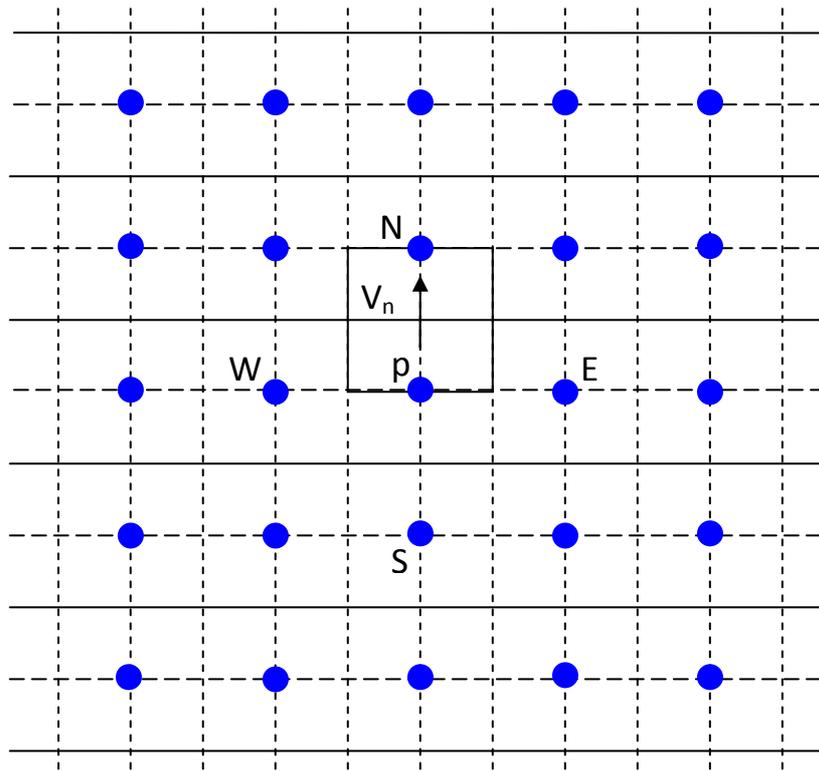


Figure (IV.3) : volume de contrôle décalé vers la haute.

### IV.3. La discrétisation

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Chacun des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_T + \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi)}_C = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_D + \underbrace{S_\phi}_S \tag{IV. 1}$$

avec :

*T*: Terme transitoire ;

*C*: Terme de convection ;

*D*: Terme de diffusion ;

*S*: Terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable  $\phi$ , l'équation de transport s'écrit dans le cas stationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (\text{IV. 2})$$

Où  $\phi$  est la propriété transportée,  $\Gamma$  indique le coefficient de diffusion et  $S_\phi$  le terme source. Seule cette équation (IV.2) est discrétisée et le système d'équation aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de  $\phi$ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée.

L'équation (IV.2) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \quad (\text{IV. 3})$$

avec :

$$\begin{cases} J_x = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y = \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{IV. 4})$$

$J_x$  et  $J_y$ , sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions  $x$  et  $y$ .

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équation algébrique. L'équation (IV.3) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle :

$$\underbrace{\int_S^n \int_w^e \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy}_I = \underbrace{\int_S^n \int_w^e S_\phi dx dy}_{II} \quad (\text{IV. 5})$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée  $\phi$  varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes ;
- Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

#### a) intégration de flux total

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme (I) de l'équation (3.5)) sur tout le volume de contrôle est :

$$I = \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy \quad (IV.6)$$

$$I = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy \quad (IV.7)$$

$$I = (J_x)_e - (J_x)_w \int_s^n dy + ((J_y)_n - (J_y)_s) \int_w^e dx \quad (IV.8)$$

$$I = (J_x)_e \Delta y - (J_x)_w \Delta y + (J_y)_n \Delta x - (J_y)_s \Delta x \quad (IV.9)$$

Si on pose :

$$J_e = (J_x)_e \Delta y$$

$$J_w = (J_x)_w \Delta y$$

$$J_n = (J_y)_n \Delta x$$

$$J_s = (J_y)_s \Delta x$$

Donc l'expression de terme I devient :

$$I = (J_e - J_w + J_n - J_s) \quad (IV.10)$$

### b) intégration de terme source

L'intégration du terme source (terme (II) de l'équation (IV.5)) sur tout le volume de contrôle est :

$$II = \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \quad (IV.11)$$

En utilisant la troisième supposition, on peut écrire :

$$II = S_\phi \int_s^n \int_w^e dx dy = \overline{S_\phi} \Delta V \quad (IV.12)$$

où  $\overline{S_\phi}$  est la valeur moyenne du terme source sur ce volume,  $\Delta V$  est le volume du volume de contrôle.

Quand le terme source dépend de la variable dépendante. Cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires.

La linéarisation est l'évolution de la valeur moyenne  $\overline{S_\phi}$  qui peut être fonction de la variable dépendante, leur valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{IV. 13})$$

Où  $S_c$  est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de  $S_c$ ,  $S_p$  est la pente de  $\phi_p$ .

Il est nécessaire que le coefficient  $S_p$  soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

#### IV.3.1. Discrétisation spatiale

Discrétiser une équation différentielle aux dérivées partielles revient à remplacer l'information continue exacte, contenue dans cette équation par une information discrète contenue dans une équation algébrique.

L'approximation de la variable généralisée  $\phi_p$  aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration.

On a l'équation (IV.5):

$$(J_e - J_w + J_n - J_s) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{IV. 14})$$

Où  $J_i$  ( $i=e, w, n, s$ ) est le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et diffusif.

Par exemple :

$$J_e = \left( \rho u \phi - \Gamma \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right)_e \quad (\text{IV. 15})$$

On peut utiliser les schémas suivants :

**a) schéma aux différences centrées (CDS)**

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable  $\phi$  entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces (e, w, n, s) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées  $\phi$  se présente par une interpolation comme suite :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_p) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_p + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_p) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_p + \phi_S) \end{cases} \quad (\text{IV. 16})$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Gamma_e \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_p}{(\delta x)_e} \\ \Gamma_w \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \Gamma_w \frac{\phi_p - \phi_W}{(\delta x)_w} \\ \Gamma_n \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_p}{(\delta y)_n} \\ \Gamma_s \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \Gamma_s \frac{\phi_p - \phi_S}{(\delta y)_s} \end{cases} \quad (\text{IV. 17})$$

Remplaçons les formules (IV.16) et (IV.17) dans l'équation (IV.14), on obtient :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{IV. 18})$$

Où :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta V$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{C_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{C_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{C_n}{2} \\ a_S = D_s + \frac{C_s}{2} \end{cases} \quad (\text{IV. 19})$$

$b = S_c \Delta V$ ,  $D_i = \frac{\Gamma}{\delta x_i}$  est la conductance de la diffusion toujours positif et  $C_i = (\rho u_i)$  la force de convection peut être, positif ou négatif, selon le sens de l'écoulement.

Les coefficients de discrétisation  $a_i$  (i=E, W, N, S) rassemblant le flux convectifs et diffusifs. Les coefficients  $a_i$  doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base pour la méthode de volume finis), mais la relation (IV.19), peut créer des coefficients négatifs.

Les coefficients de l'équation (IV.19) écrits en terme du nombre de Peclet ( $P_e$ ) sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{P_{ee}}{2}\right) \\ a_W = D_w \left(1 + \frac{P_{ew}}{2}\right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{P_{en}}{2}\right) \\ a_S = D_s \left(1 + \frac{P_{es}}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{IV. 20})$$

Avec :

$$P_{ei} = \frac{C_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma} \quad (\text{IV. 21})$$

Pour que ces coefficients soit positifs, le nombre de  $P_e$  doit être dans l'intervalle  $[-2,2]$  et  $S_p \leq 0$ . L'application de ce schéma n'est avantageé que si  $|P_e| \leq 2$ , ceci est réalisé pour des maillages fins.

### b) Schéma Upwind (UPS)

Dans ce schéma, la valeur de la variable  $\phi$  à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective. Si on considère la figure (IV-4), on voit que ce schéma assigne directement  $\phi_i$  (i=e, w, n, s), par exemple :

$$\begin{cases} \phi_e = \phi_p & \text{si } C_e \geq 0 \\ \phi_e = \phi_E & \text{si } C_e < 0 \end{cases} \quad (\text{IV. 22})$$

Les valeurs de  $\phi_w, \phi_n$  et  $\phi_s$  sont exprimées de la même façon.

Cette condition peut être exprimée par l'opérateur :

$$\|A, B\| = \max(A, B)$$

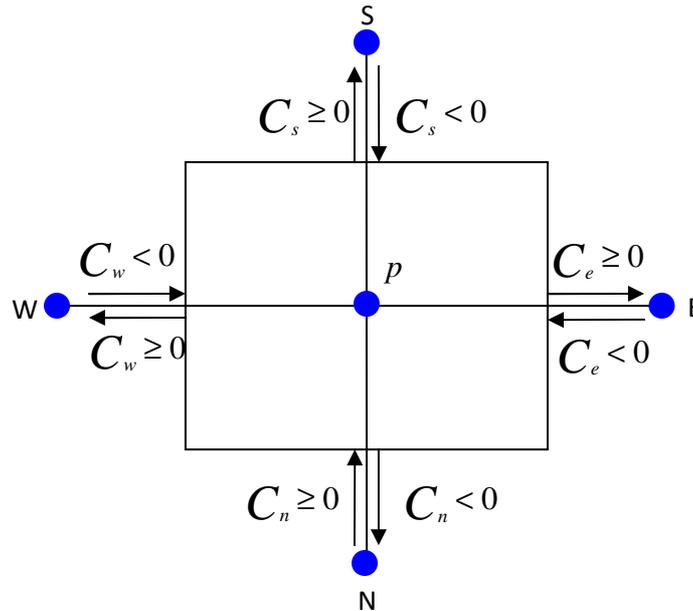


Figure (IV.4) : Schéma Upwind.

Le schéma Upwind s'écrit donc :

$$\begin{cases} C_e \phi_e = \phi_p \|C_e, 0\| - \phi_E \| -C_e, 0\| \\ C_w \phi_w = \phi_W \|C_w, 0\| - \phi_p \| -C_w, 0\| \\ C_n \phi_n = \phi_p \|C_n, 0\| - \phi_N \| -C_n, 0\| \\ C_s \phi_s = \phi_S \|C_s, 0\| - \phi_p \| -C_s, 0\| \end{cases} \quad (IV.23)$$

En substituant les expressions (IV.23) dans l'équation (IV.14), l'équation de discrétisation devient :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta V \quad ; \quad b = S_c \Delta V$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e + \| -C_e, 0\| \\ a_W = D_w + \| -C_w, 0\| \\ a_N = D_n + \| -C_n, 0\| \\ a_S = D_s + \| -C_s, 0\| \end{cases} \quad (IV.24)$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait que ce schéma est inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel.

### c) Schéma Hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spadling (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

En appliquant ce schéma, la variable généralisée  $\phi$  aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = \alpha_e \phi_p + (1 - \alpha_e) \phi_E \\ \phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_p \\ \phi_n = \alpha_n \phi_p + (1 - \alpha_n) \phi_N \\ \phi_s = \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_p \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

Où les coefficients  $\alpha_i$  ( $i = e, w, n, s$ ) sont définis par :

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } P_e < -2 \rightarrow \text{schéma upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } P_e > 2 \rightarrow \text{schéma centré} \\ 1 & \text{si } |P_e| \leq 2 \rightarrow \text{schéma upwind} \end{cases} \quad (\text{IV.26})$$

En substituant les valeurs prises par la variable  $\phi$  à l'équation (IV.14), on aura :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta V \quad ; \quad b = S_c \Delta V$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = \left\| -C_e, D_e - \frac{C_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| -C_w, D_w + \frac{C_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -C_n, D_n - \frac{C_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| -C_s, D_s - \frac{C_s}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad (\text{IV.27})$$

### d) schéma à loi de puissance (PLDS)

On remarque que pour  $P_e = \pm 2$  l'erreur est maximale, aussi il n'est pas exacte de mettre la diffusion égale à zéro pour  $|P_e| > 2$ .

Une bonne approximation polynomiale de la solution exacte est donnée par le schéma PLDS

(Power law Differencing Scheme) développé par Patankar (1980), qui s'écrit pour le coefficient  $a_e$  comme suit :

$$\begin{cases} a_E = -P_{ee}D_e & \text{si } P_{ee} < -10 \\ a_E = ((1 + 0.1P_{ee})^5 - P_{ee})D_e & \text{si } -10 \leq P_{ee} < 0 \\ a_E = (1 - 0.1P_{ee})^5D_e & \text{si } 0 \leq P_{ee} \leq 10 \\ \frac{a_E}{D_e} = 0 & \text{si } P_{ee} > 10 \end{cases} \quad (\text{IV.28})$$

Appliqué à notre cas, l'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta V \quad ; \quad b = S_c \Delta V$$

Avec :

$$\alpha_i = \begin{cases} a_E = D_e \|0, (1 - 0.1|P_e|)^5\| + \|0, -C_e\| \\ a_W = D_w \|0, (1 - 0.1|P_w|)^5\| + \|0, C_w\| \\ a_N = D_n \|0, (1 - 0.1|P_n|)^5\| + \|0, -C_n\| \\ a_S = D_s \|0, (1 - 0.1|P_s|)^5\| + \|0, C_s\| \end{cases} \quad (\text{IV.29})$$

On peut distinguer que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe comme suit :

- Schéma centré : par les valeurs  $|P_e| \leq 2$ ,
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombres de Peclet,
- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque  $P_e = \pm 2$ ,
- Schéma PLDS : stable et donne une bonne approximation de la solution exacte.

Nous avons adopté le schéma en loi de puissance (PLDS) qui donne une bonne approximation polynomiale, de la solution exacte, ainsi une bonne caractéristique de stabilité et de précision des autres schémas, en plus il a été largement utilisé.

#### IV.4. Formulation générale du problème

L'intégration de l'équation de transport (IV.2) donne :

$$(J_e - J_w + J_n - J_s) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta V \quad (\text{IV.30})$$

Où :

$$J_i = (\rho u_j) \phi_i - \Gamma_i \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}$$

avec :

$$\begin{cases} \text{si } i = e, w & \text{alors } u_j = u \quad \text{et } x_j = x \\ \text{si } i = n, s & \text{alors } u_j = v \quad \text{et } x_j = y \end{cases}$$

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle donne :

$$(C_e - C_w + C_n - C_s) = 0 \quad (\text{IV.31})$$

Où  $C_i$  (i=e, w, n, s) sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (IV.31) par  $\phi_p$  et on la retranche de l'équation (IV.30), on obtient :

$$(J_e - C_e \phi_p) - (J_w - C_w \phi_p) + (J_n - C_n \phi_p) - (J_s - C_s \phi_p) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta V \quad (\text{IV.32})$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (3.37) comme suit :

$$\begin{cases} J_e - C_e \phi_p = a_E (\phi_p - \phi_E) \\ J_w - C_w \phi_p = a_W (\phi_W - \phi_p) \\ J_n - C_n \phi_p = a_N (\phi_p - \phi_N) \\ J_s - C_s \phi_p = a_S (\phi_S - \phi_p) \end{cases} \quad (\text{IV.33})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e A(|P_{ee}|) + \|-C_e, 0\| \\ a_W = D_w A(|P_{ew}|) + \|C_w, 0\| \\ a_N = D_n A(|P_{en}|) + \|-C_n, 0\| \\ a_S = D_s A(|P_{es}|) + \|C_s, 0\| \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{IV.35})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta V ; b = S_c \Delta V$$

La fonction  $A(|P_e|)$  est choisie d'après le tableau suivant :

Schéma	La fonction $A( P_e )$
Différences centrées	$1 - 0.5 P_e $
Upwind	1
Hybride	$\ 1, (1 - 0.5 P_e )\ $
Loi de puissance	$\ 1, (1 - 0.5 P_e )^5\ $

**Tableau (IV.1) :** la fonction  $A(|P_e|)$  pour différents schémas

Où  $P_e$  est le nombre de Peclet qui représente le rapport local de la convection à la diffusion.

$$P_{ei} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma_i}, i = (e, w, n, s) \quad (IV.36)$$

#### IV.5. Algorithme SIMPLE

La discrétisation de l'équation de transport sur le volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes. Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolation). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en (damier) est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées. Deux grilles décalées vers la droite et vers la haute respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

La discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement sur les deux grilles donnent respectivement :

$$\begin{cases} a_e u_e = a_{ee} u_{ee} + a_w u_w + a_{ne} u_{ne} + a_{se} u_{se} + b_u + (P_P - P_E) A_e \\ a_n u_n = a_{nn} v_{nn} + a_s v_s + a_{ne} v_{ne} + a_{nw} v_{nw} + b_v + (P_P - P_N) A_n \end{cases} \quad (IV.37)$$

Ici  $A_e = \Delta y$  et  $A_n = \Delta x$  de sorte que  $(P_P - P_N) \Delta y$  représente la force de pression sur le volume de contrôle de la vitesse  $u$ .

Ceci s'écrit aussi sous la forme condensée classique :

$$\begin{cases} a_e u_e = \sum a_{voisins} u_{voisins} + (P_P - P_E) A_e + b_u \\ a_n u_n = \sum a_{voisins} u_{voisins} + (P_P - P_N) A_n + b_v \end{cases} \quad (IV.38)$$

Le principe de l'algorithme SIMPLE consiste à partir d'un champ de pression estimé  $P^*$  au départ ou à l'itération précédente et d'en déduire un champ de vitesse à l'aide des relations (IV.38). On a donc :

$$\begin{cases} a_e u_e^* = \sum a_{voisins} u_{voisins}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b_u \\ a_n v_n^* = \sum a_{voisins} v_{voisins}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v \end{cases} \quad (IV.39)$$

La pression est ensuite corrigée d'une quantité  $P'$  qui induit une correction sur les vitesses  $u'$  et  $v'$  de sorte que les nouveaux champs s'écrivent :

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{cases} \quad (\text{IV. 40})$$

Les corrections sur les vitesses se déduisent facilement en soustrayant membre à membre les systèmes (IV.38)-(IV.39). On obtient alors :

$$\begin{cases} a_e u'_e = \sum a_{voisins} u'_{voisins} + (P'_p - P'_E) A_e \\ a_n v'_n = \sum a_{voisins} v'_{voisins} + (P'_p - P'_N) A_n \end{cases} \quad (\text{IV. 41})$$

L'hypothèse de l'algorithme SIMPLE consiste en outre à négliger sommes dans les équations précédentes (Ces termes sont nuls si la solution correcte est obtenue) :

$$\begin{cases} a_e u'_e = (P'_p - P'_E) A_e \\ a_n v'_n = (P'_p - P'_N) A_n \end{cases} \quad (\text{IV. 42})$$

Des expressions similaires sont bien sur obtenues pour  $u_n$  et  $v_s$ .

Ainsi les corrections sur les vitesses sont déduites directement de manière explicite à partir de la correction de pression qui est quand à elle déterminée à partir d'une discrétisation de l'équation de continuité intégrée sur le volume fini centré en  $p$  conduit à :

$$u_e \Delta y - u_w \Delta y + v_n \Delta x - v_s \Delta x = 0 \quad (\text{IV. 43})$$

Ceci s'écrit aussi :

$$\left[ u_e^* + \frac{(P'_p - P'_E) A_e}{a_e} - u_w^* + \frac{(P'_w - P'_p) A_w}{a_w} \right] \Delta y + \left[ v_n^* + \frac{(P'_p - P'_N) A_n}{a_n} - v_s^* + \frac{(P'_s - P'_p) A_s}{a_s} \right] \Delta x = 0 \quad (\text{IV. 44})$$

En regroupant les différents termes cette équation peut être finalement mise sous la forme standard :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{IV. 45})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_p = \left( \frac{A_e}{a_e} + \frac{A_w}{a_w} \right) \Delta y + \left( \frac{A_n}{a_n} + \frac{A_s}{a_s} \right) \Delta x \\ a_E = \frac{A_e}{a_e} \Delta y \\ a_W = \frac{A_w}{a_w} \Delta y \\ a_N = \frac{A_n}{a_n} \Delta x \\ a_S = \frac{A_s}{a_s} \Delta x \\ b = (u_w^* - u_e^*) \Delta y + (v_s^* - v_n^*) \Delta x \end{array} \right.$$

Cette équation est appelée équation de correction de la pression.

L'algorithme SIMPLE se résume finalement aux étapes suivantes :

Début des itérations

1. chois de  $P^*$
2. calcul de  $u^*$  et  $v^*$
3. calcul de  $P'$
4. en déduire  $u, v, P$
5. teste de convergence

Si le teste non satisfait : retour au point 2

Cet algorithme converge toutefois lentement et nécessite de fortes sous relaxations.

#### IV.6. Sous relaxation

Les sous relaxations est très pratique pour les problèmes non linéaires car permet d'éviter la divergence des méthodes itératives utilisées pour les résoudre. L'équation algébrique s'écrit :

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \Rightarrow \phi_p = \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} \quad (\text{IV.46})$$

Si  $\phi_p^*$  et la valeur à l'itération précédente alors la relation (IV.46) peut être écrite ainsi :

$$\phi_p = \phi_p^* + \left( \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^* \right)$$

Ou la parenthèse la variation de  $\phi_p$  au cours de la présente itération. Cette variation peut être atténuée ou augmentée en introduisant le facteur  $\alpha$  et en sur sa valeur :

$$\phi_p = \phi_p^* + \alpha \left( \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^* \right) \quad (\text{IV. 47})$$

La relation (2) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{a_p}{\alpha} \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b + (1 - \alpha) \frac{a_p}{\alpha} \phi_p^*$$

Tel que  $0 < \alpha < 1$

#### IV.7. Les méthodes numériques

Considérons la notation indicielle, utilisée en raison de faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est :

$$(A_{i,j} - S_{pi,j})\phi_{i,j} - A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} - A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_C \quad (\text{IV. 48})$$

Tel que :

$$1 \leq i \leq N \text{ et } 1 \leq j \leq M$$

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport  $\emptyset$ , une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (IV.48) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A][\emptyset] = [S] \quad (\text{IV. 49})$$

Où :  $[A]$  est une matrice et  $[\emptyset]$  est le vecteur des inconnues  $\emptyset(i, j)$

La technique de balayage permet de transformer le système (IV.49), en un système tri-diagonal qui peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm). Considérons le balayage Ouest-Est :

On attribut à la variable  $\emptyset$  pour les lignes  $(i-1)$  et  $(i+1)$ , ses valeurs obtenues lors de l'itération précédente, on aboutit au système suivant :

$$d_j \emptyset_j = C_j + b_j \emptyset_{j-1} + a_j \emptyset_{j+1} \quad (\text{IV. 50})$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$\begin{cases} a_j = A_{i,j+1} \\ b_j = A_{i,j-1} \\ C_j = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_C \\ d_j = A_{i,j} - S_{pi,j} \end{cases}$$

Cette technique de balayage permet une convergence plus rapide. Le choix de la direction de balayage exigé par les conditions aux limites. Dans notre problème on utilise deux balayages successifs suivant l'axe  $ox$  et un balayage suivant l'axe  $oy$  afin de transmettre toutes les informations à l'intérieur du domaine.

La méthode TDMA est utilisée après chaque balayage pour résoudre les systèmes d'équations correspondantes. Dans l'équation (IV.50),  $\phi_j$  est fonction de  $\phi_{j+1}$  et  $\phi_{j-1}$  or une équation correspondante au nœud  $(i,j)$  peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi_j = P_j\phi_{j+1} + Q_j \quad (IV.51)$$

Une équation correspondante au nœud  $(i, j-1)$  est de la forme :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1}\phi_{j-1} + Q_{j-1} \quad (IV.52)$$

En introduisant l'expression précédente dans l'expression (IV.50), nous aurons :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (IV.53)$$

De telle façon que :

$$P_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad \text{et} \quad Q_j = \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (IV.54)$$

Donc il faut calculer  $P_1$  et  $Q_1$ , ensuite  $P_2$  et  $Q_2$  jusqu'à  $P_N$  et  $Q_N$ .

$$P_1 = \frac{a_1}{d_1}, Q_1 = \frac{C_1}{d_1}, P_N = 0 \quad \text{et} \quad Q_N = \phi_N.$$

La valeur de  $Q_N$  étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière  $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$  ( $\phi_1$  étant connue aux limites), nous balayons dans le sens inverse.

#### IV.8. Critère de convergence

La convergence est quantifiée par l'intermédiaire de résidus normalisés (définis pour chaque grandeur  $\phi$  comme la somme, sur tous les volumes de contrôles, des erreurs sur le

bilan de  $\phi$  rapportée à la somme des termes de l'équation discrétisée qui concernent le centre des volumes). Ils permettent de suivre la convergence des calculs au fur et à mesure des itérations.

Ce résidu est défini par :

$$R_{\phi} = \frac{\sum |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_c - a_p \phi_p|}{F_{in,\phi}} \quad (IV.55)$$

Ou :

$R_{\phi}$  est la somme absolue des résidus correspondant à la variable  $\phi$  ;

$F_{in,\phi}$  est le flux total à l'entrée de la variable  $\phi$ .

La convergence des résultats est testée selon deux critères : pour chaque grandeur calculée, les résidus normalisés doivent être inférieurs à  $10^{-5}$  et des itérations supplémentaires ne doivent pas modifier les résultats une fois la convergence atteinte.

#### IV.9. Le code de calcul

La simulation numériques en mécanique des fluides (CFD ; Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et le problème stationnaire ou in stationnaire.

Les codes de simulation numérique des écoulements, ou codes CFD (Computational Fluid Dynamics), résolvent les équations régissant les mouvements d'un fluide. Ces équations traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement du fluide (équations de Navier-Stokes), ainsi que la conservation de l'énergie. Certains codes sont aussi en mesure de décrire le transport de polluant ou les réactions chimiques au sein d'un fluide. Il existe un grand nombre de codes CFD disponibles (plus d'une centaine), qu'ils soient commerciaux, du domaine public ou encore propres à certaines institutions. Le Tableau IV-1 recense les codes de calcul les plus répandus. On peut observer que l'essentiel des codes utilisent la méthode des volumes finis.

Pour notre travail, nous aurons recours au code CFD **Fluent**, commercialisé par Fluent Incorporated. Nous disposons de la version 6.3. Pour l'usage que nous en avons, il permet de

résoudre les équations régissant les mouvements laminaires et turbulents d'un fluide, en dimension 2 ou 3. Les problèmes à résoudre peuvent être en régime permanent et stationnaire.

Nom du code	Origine	Type	Méthode
ARIA	Abacus, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
ASTEC	Harwell, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
CALC-BFC	Chalmers, Suède	code de recherche	volumes finis
CHAMPION	TUD, Pays-Bas	code de recherche	volumes finis
EOL-3D	INRS, France	code de recherche	volumes finis
EXACT3	NIST, Etats-Unis	code de recherche	volumes finis
FEAT	Royaume-Uni	code commercial	éléments finis
FIDAP	FDI, Etats-Unis	code commercial	éléments finis
FIRE	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
FLOTRAN	Computflow	code commercial	éléments finis
FloVENT	FLOMERICS, RoyaumeUni	code commercial	volumes finis
FLOW-3D	Harwell, RoyaumeUni	code commercial	volumes finis
FLUENT	Fluent Inc., Etats-Unis	code commercial	volumes finis
JASMINE	BRE-FRS, RoyaumeUni	code de recherche	volumes finis
KAMELEON	SINTEF, Norvège	code de recherche	volumes finis
PHOENICS	CHAM, RoyaumeUni	code commercial	volumes finis
SIMULAR AIR	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
STAR-CD	CD, RoyaumeUni	code commercial	volumes finis
TEACH-3D	Aalborg, Danemark	code de recherche	volumes finis
TEMPEST	Battelle, Etats-Unis	code de recherche	volumes finis
WISH-3D	TNO, Pays-Bas	code de recherche	volumes finis

**Tableau (IV.2) : Codes CFD.**

### IV.10. Principes des codes CFD

Les logiciels de simulation numérique des écoulements basés sur la méthode des volumes finis peuvent maintenant être considérés comme de véritables « expériences numériques », lorsqu'elles sont faites avec soin. L'avantage des « méthodes numériques » est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, champ de pression, contraintes etc.), sont immédiatement disponibles en tout point de l'écoulement.

Dans une expérimentation, l'obtention de ces quantités physiques en tout point du champ est souvent impossible ou très difficile en pratique. Ce pendant, la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes est encore limité à des nombres de Reynolds modérés.

Les méthodes CFD (Computational Fluid Dynamics) ont l'avantage de mettre en œuvre les équations générales de la mécanique des fluides avec un minimum des hypothèses. Elles résolvent notamment les équations non-linéaires instationnaires et compressibles.

La discrétisation des équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse est faite sur des éléments quadrilatéraux ou triangulaires, réguliers ou non selon la complexité de la géométrie. Elle conduit à un système d'équations non-linéaires couplées. Ce système est résolu de manière itérative.

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à la nature de l'écoulement. En particulier, le maillage doit être fin dans les zones où l'on atteint des gradients physiques très importants. Une connaissance à priori du champ de vitesse tiré d'expériences sur des écoulements similaires est donc utile pour l'établissement du maillage. Le maillage peut être raffiné à partir des résultats obtenus en identifiant les zones de l'écoulement dans lesquelles le calcul ne converge pas parfaitement (par exemple les éléments dans lesquels la condition d'incompressibilité n'est pas complètement satisfaite). Les équations régissant l'écoulement sont résumées dans le tableau qui suit:

Conservation de la masse	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot V) = 0$
Quantité de mouvement (Navier-Stokes)	$\frac{D}{Dt}(\rho \cdot V) = \rho F - \text{grad}(p) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \text{grad}(\text{div}(V))$
Energie	$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T) = \Delta(k T) + q + \beta T \frac{Dp}{DT} + \mu \Phi$

**Tableau (IV.3) : Récapitulatif des équations régissant l'écoulement.**

Avant d'entamer la résolution de ces équations, nous devons identifier le régime de l'écoulement laminaire ou turbulent. Il est donné par la valeur du nombre de Rayleigh dans le cas de la convection naturelle. Dans ce travail le régime de l'écoulement est laminaire.

**IV.11. Les différentes étapes à suivre pour la modélisation numérique par fluent**

Les principales étapes à suivre lors du travail sur le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessitent la connaissance de certaines notions théoriques de base. Ces notions, concernent notamment, les définitions des principales équations régissant l'écoulement.

La résolution numérique par Fluent d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- 1) Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- 2) Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- 3) Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;
- 4) Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- 5) Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus ;
- 6) Analyse des résultats obtenus.

**IV.12. Présentation de gambit et de fluent**

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite la présentation de logiciel GAMBIT.

**IV.12.1. GAMBIT**

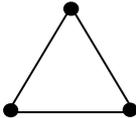
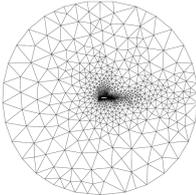
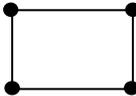
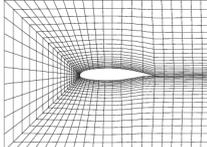
GAMBIT est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Gambit est un logiciel qui permet de réaliser des géométries en 2D ou 3D et de construire le maillage. Largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, spatiale, ...etc.) en raison de son interface graphique puissante, il permet aussi de réaliser tout type de géométries complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs.

Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui répond à nos objectifs, Parmi ces paramètres, on peut citer :

- le nombre de mailles ;

- la distance entre les mailles (concentration des mailles) ;
- la forme de la maille ;
- les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

Les différentes formes de maillage des faces montrés dans le tableau IV-3:

Type des cellules en 2D	La forme de maillage	Exemple
Triangulaire		
Quadrilatérale		

**Tableau (IV.4):** Les différentes formes de maillage des faces [35].

Aussi il permet de choisir le type de maillage des faces selon les options suivantes:

Option	Description
Map	Crée une grille régulière et structurée des éléments du maillage.
Sub map	Divise une face en plusieurs régions de façon à ce qu'on puisse leur appliquer Map.
Pave	Crée une grille non structurée des éléments du maillage.
Tri primitive	Divise une face en trois régions quadrilatérales et crée un maillage dans chaque région de la face.

**Tableau (IV.5):** Description des types de maillages des faces

#### IV.12.2. FLUENT

FLUENT est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une relative facilité. Les types de mailles supportées sont :

- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales ;
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales ;
- Des mailles (hybrides) mixtes.

FLUENT est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offerte par ce langage (pare exemple allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace.

FLUENT s'utilise à travers une interface graphique, l'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, FLUENT permet les capacités de modélisation suivantes:

- Ecoulements 2D ou 3D ;
- Ecoulement stationnaire ou instationnaire ;
- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsoniques, transsoniques, supersoniques ou hypersoniques) ;
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents ;
- Fluide Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou les deux (conjugue) ou radiatif ;
- Ecoulements avec changements de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.

Fluent emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telle que l'équation de continuité et quantité de mouvement et de l'énergie. En utilisant cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes:

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, les inconnues telles que : vitesses, pressions et températures.
- Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour tenir compte des effets turbulents, le logiciel de calcul offre la possibilité de choisir un des modèles de turbulence suivants :
  - ✓ Le modèle à une équation de SpalartAllmaras;
  - ✓ Le modèle à deux équations  $k-\varepsilon$  ;
  - ✓ Le modèle à deux équations  $k-\omega$  ;

- ✓ Modèle de contrainte de Reynolds (Reynolds stress model).

Le choix entre ces modèles se base principalement sur les résultats que donne chacun des modèles suivant les conditions aux limites prédéfinies. Il est vrai qu'un modèle peut donner de meilleurs résultats par rapport à un autre, mais ceci est dû principalement à la nature des cas étudiés et à la correspondance du modèle de turbulence avec les conditions aux limites.

#### **IV.13. Choix des paramètres de fluent**

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite le choix des paramètres essentiels :

##### ***IV.13.1. Procédure sous "Fluent"***

Une fois le chargement du fichier de maillage (réalisé avec le logiciel GAMBIT) effectué sous "Fluent", nous devons mettre à l'échelle de la géométrie (pour notre cas, on utilise le mètre).

Le logiciel "Fluent" permet aussi de réordonner les nœuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire et cela pour améliorer les performances du calcul et l'efficacité d'accès à la mémoire (Grid\Reorder).

##### ***IV.13.2. Simple précision ou double précision***

"Fluent" offre deux modes de calcul: le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision" : les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits, alors que le mode "simple précision" : utilise une représentation à 32 bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, Le mode "double précision" est préconisé, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates, comme dans le cas d'un canal très long et mince.

##### ***IV.13.3. Choix de la formulation du solveur***

Sous "Fluent", on peut choisir entre plusieurs formulations du solveur:

- La formulation "Segregated", ou isolée (implicite) : Cette formulation résout les équations de continuité, de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles à modérément compressibles.

- La formulation "Coupled", ou couplée (implicite ou explicite) : Cette option permet aux équations gouvernantes d'être résolues simultanément, c'est-à-dire couplées les unes avec les autres. Cependant, les autres scalaires, tels que les quantités de la turbulence, sont traités isolément. Initialement, ce mode a été conçu pour les écoulements compressibles à grandes vitesses. Ceci lui donne un avantage pour le traitement des écoulements hautement couplés (forte interdépendance entre la densité, l'énergie et les moments) avec des forces de volumes (pare exemple flottabilité et forces de rotation). Il faut signaler que le solveur couplé implicite requiert presque le double de la mémoire qu'utiliserait le solveur isolé, alors que le solveur couplé explicite vient au milieu, en terme de besoins en ressources, mais converge plus lentement que la formulation implicite et n'est conseillé que pour les écoulements instationnaires.

#### **IV.13.4. Schémas de discrétisation**

Sous "Fluent", les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence, alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Aussi, il existe d'autres schémas de discrétisation :

- Le schéma "QUICK" (Quadratic Up wind Interpolation for Convective Kinetics) : il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne pas recommandé par un maillage triangulaire. Ce schéma utilisé dans notre étude.
- Le schéma à loi de puissance "Power Law" : il est plus précis que le "First Order Up wind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds.
- Le schéma "third-order MUSCL" : il donne plus de précision que les autres schémas.

#### **IV.13.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression**

Dans la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable pour des écoulements spécifiques. On peut choisir parmi les options suivantes:

- Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (pare exemple convection naturelle à haut nombre de Rayleigh). Ce schéma utilisé dans notre étude.

- Le schéma "PRESTO" (Pressure Staggering Option) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires à grande vitesse de rotation, ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.
- Le schéma au "Second Ordre" est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire "Linear" est disponible comme alternative dans le cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

#### IV.13.6. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires: pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure "d'estimation et de correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

"Fluent" propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "Segregated") :

- Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. Nous avons entrepris nos simulations avec la méthode "SIMPLE",
- Méthode "PISO" (Pressure-ImplicitwithSplitting of Operators): Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highlyskewed".

#### IV.14. La forme linéaire de l'équation discrétisé

L'équation du transport du scalaire (IV-30) contient la variable inconnue  $\phi$  au centre de la cellule ainsi que les valeurs des cellules voisines, en réalité l'équation (IV-30) pour ces inconnues est non linéaire mais elle prend la forme linéaire suivante pour plus de simplification :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{IV. 1})$$

Où  $(nb)$  réfère aux cellules voisines et  $a_p$  et  $a_{nb}$  sont les coefficients linéaires pour  $\phi$  et  $\phi_{nb}$  le nombre des cellules voisines pour chaque cellule dépend de la topologie de la maille, en général il est égal au nombre des faces qui entourent la cellule.

Pour chaque cellule on aura des équations similaires, ces équations linéaires qui diffèrent par les coefficients  $a_p$  et  $a_{nb}$  sont résolues comme système linéaire par la méthode implicite itérative de (Gauss Seidel) avec la conjonction d'une méthode appelée (AMG) (algebraic multi Grid).

#### IV.15. Sous relaxation

A cause de la nature non linéaire de l'équation qui doit être résolue par Fluent, il est nécessaire de contrôler le changement de variable  $\phi$ . On peut atteindre ce but par la sous relaxation, qui réduit le changement de  $\phi$  produit durant chaque itération. En simple forme, la valeur nouvelle de  $\phi$  pour une cellule définie dépend de la valeur ancienne  $\phi_{old}$ , le changement de  $\phi$  est  $\Delta\phi$  et  $\alpha$  est le facteur de sous relaxation :

$$\phi = \phi_{old} + \alpha \Delta\phi \quad (\text{IV. 2})$$

#### IV.16. Conditions aux limites utilisée par le code FLUENT

La résolution par une méthode analytique ou numérique de l'équation de transport convecto-diffusif nécessite la détermination de ses conditions initiales et aux limites.

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classées comme suite :

- a) **Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement** : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust)
- b) **Mur et conditions du pôle** : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodique, plan de symétrie (symétrie).
- c) **Cellules des zones internes** : fluide ou solide (de différent type).

d) **Condition des faces internes** : ventilation, radiation, mur intérieur. Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :

- ✓ **à l'entrée du domaine** : la valeur du variable est connue.
- ✓ **à la sortie du domaine** : soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.
- ✓ **à la paroi** : soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).
- ✓ **Sur l'axe de symétrie** : où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement le code de calcul FLUENT, la méthode de volume finis, les étapes de transformations et de résolution des équations algébriques issues de système physique, également le choix de différents modèles d'interpolations puis les différentes types de conditions aux limites offerts par ce code de calcul.

La résolution numérique des deux cas étudiés a été effectuée par le logiciel FLUENT et les résultats obtenus sont présentés et discutés dans le chapitre suivant.

## Application I

### Etude de l'écoulement et du transfert thermique dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas et remplie d'un nanofluide.

#### V.1. Introduction

La première partie de ce chapitre contient les résultats se rapportant à l'étude de l'écoulement et du transfert thermique dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas et remplie d'un nanofluide. Le modèle mathématique, la méthode numérique, la géométrie et le maillage pour ce premier cas étudié ont été donnés dans le chapitre III. Dans la section VI.2 nous présentons les résultats des tests d'indépendance du maillage. La validation du code de calcul à l'aide de données puisées de la littérature est présentée dans la section VI.3. La section VI.4 contient les résultats sous forme graphique et leur discussion. Le chapitre est clôturé par une conclusion rassemblant les différentes observations.

#### V.2. Effet du maillage sur les solutions numériques

La résolution numérique du système d'équations (1) à (6) a été effectuée par le logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le couplage pression-vitesse. La discrétisation des termes convectifs est faite avec le schéma QUICK. La turbulence est modélisée en utilisant le modèle k- $\epsilon$  standard. Le code Gambit est utilisé pour générer le maillage du domaine simulé. Les critères de convergence pour toutes les variables dépendantes sont fixés à  $10^{-4}$ . Le nombre de Nusselt moyen obtenu à l'aide de trois différents maillages du domaine de calcul est présenté dans le tableau 2. L'erreur relative atteint une valeur asymptotique de 0,004 lorsqu'on utilise le maillage non uniforme de 50 x 60. C'est donc ce maillage que nous avons utilisé pour simuler la cavité puisqu'il donne des résultats avec une précision acceptable. Le maillage est raffiné dans toutes les régions de grandes variations des caractéristiques du nanofluide ou du dissipateur thermique.

**Table 2:** Test de l'indépendance du maillage pour  $Ra=2.510^{10}$  et  $\phi = 0$

N° de la Simulation	maillage	Nu moyen	Erreur %
1	30x60	22.581	--
2	40x60	22.606	0.111
3	50x60	22.607	0.004

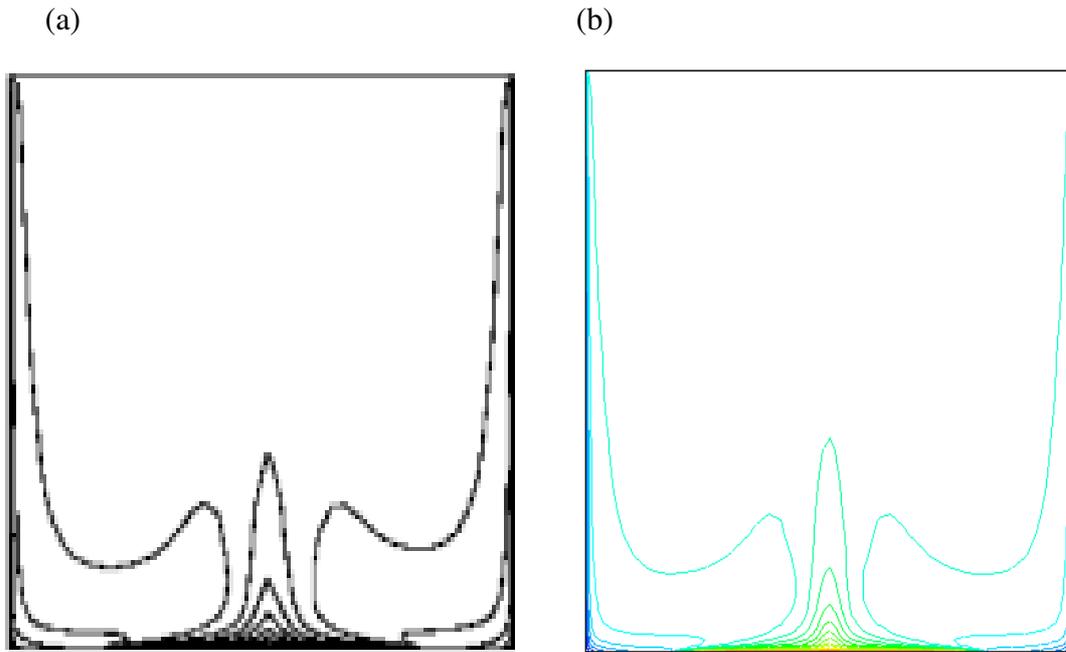
### V.3. Validation des résultats

Afin de valider notre étude à faible nombre de Ra, les résultats ont été comparés avec ceux rapportés dans la littérature pour les cavités carrées par Khanafer et al [9] et Barakos et al [92] avec des conditions aux limites similaires et pour un régime laminaire. Le tableau 3 présente cette comparaison. Les valeurs du nombre de Nusselt moyen de Khanafer et al [9] et Barakos et al [92] et celle obtenue par les présentes simulations sont en excellent accord, ce qui valide notre algorithme de simulation.

**Table 3:** Validation des résultats numériques à faible nombre de Rayleigh en termes de nombre de Nusselt moyen Nu.

	$Ra = 10^{03}$	$Ra = 10^{04}$	$Ra = 10^{05}$
	$\bar{Nu}$	$\bar{Nu}$	$\bar{Nu}$
Présent	1.100	2.217	4.498
Khanafer et al [6]	1.114	2.245	4.510
Barakos et al [92]	1.108	2.201	4.430

Pour valider notre simulation numérique à un nombre élevé de Ra nous avons comparé nos résultats avec ceux publiés par Sharma et Velusamy [91]. Leur résultats ont été obtenus en utilisant le code Fluent. Ils ont étudié l'écoulement d'air dans une cavité carrée avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure. Dans nos simulations, nous avons utilisé le même nombre de Rayleigh (Ra) et le même rapport de la longueur de la partie chauffée (c'est-à-dire longueur de la source de chaleur) sur la longueur totale de la paroi horizontale inférieure.



**Fig.2** isothermes pour  $Ra=10^{10}$ .

(a) Résultats numérique de [91],(b) notre résultats numérique.

Les figures (IV.2) montrent qu'il existe un très bon accord qualitatif et un bon accord quantitatif entre les résultats obtenus dans ce travail et ceux obtenus par Sharma et Velusamy [91], ce qui valide notre procédure de simulation numérique pour les hauts nombres de Rayleigh. Le tableau 4 présente la comparaison entre la valeur du nombre de Nusselt moyen de Sharma et Velusamy [91] et celle obtenue par les présentes simulations. Les deux valeurs sont en excellent accord avec ceux rapportés dans la littérature, ce qui donne confiance dans les résultats numériques à présenter ultérieurement.

Tableau 4: Validation des résultats numériques à hauts nombres de Rayleigh en termes de nombre de Nusselt moyen  $Nu$ .

	Ra=10 <sup>09</sup>	Ra=10 <sup>10</sup>	Ra=10 <sup>11</sup>
	$\overline{Nu}$	$\overline{Nu}$	$\overline{Nu}$
Calculs présents	46.84	80.10	136.94
Sharma et Velusamy [91]	47.00	80.38	137.44

Les résultats des calculs présents sont aussi en très bon accord avec la corrélation qui a été proposée suite à l'étude paramétrique par Sharma et Velusamy [91], afin de prédire le transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte, pour la condition de chauffage isotherme:

$$Nu = 0.13\delta^{0.8}Ra^{0.334}$$

Où  $\delta$  est la longueur adimensionnelle de la partie chauffée.

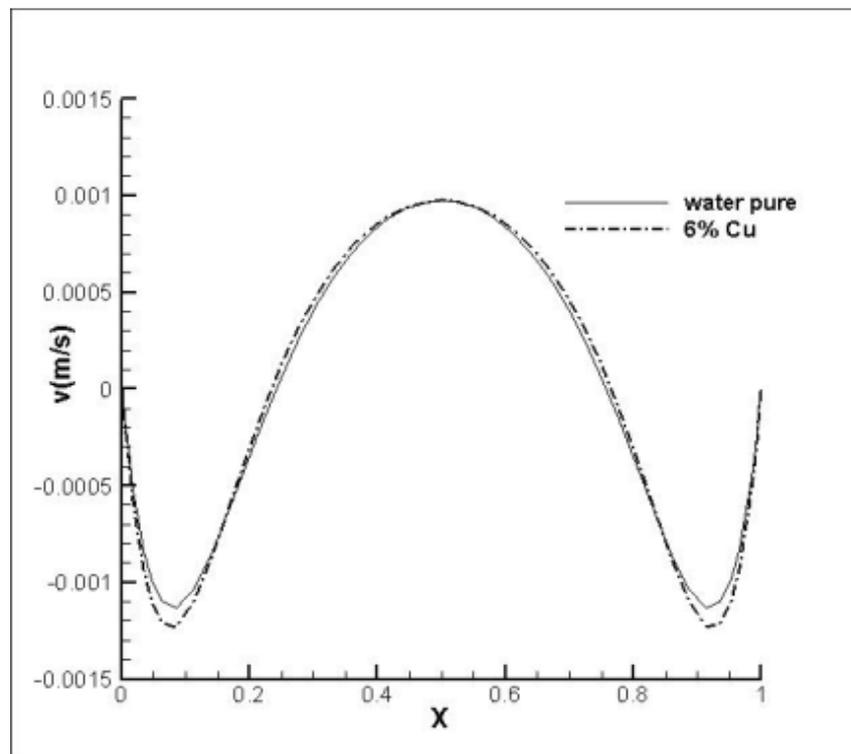
#### V. 4. Résultats et discussions

Les caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement de convection naturelle turbulente dans une cavité à faible rapport d'aspect chauffée par le bas sont montrées sous forme de champs dynamique et thermique. Les résultats sont discutés pour un nombre de Rayleigh variant de  $2,5 \cdot 10^9$  à  $2,5 \cdot 10^{11}$ , pour l'eau pure et pour trois types de nanofluides (eau/Cu, eau/CuO et eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) avec une fraction volumique inférieure ou égale à 6%. La valeur de  $\phi=0$ , correspond au cas où le fluide étudié était de l'eau pure (teneur nulle en nanoparticules).

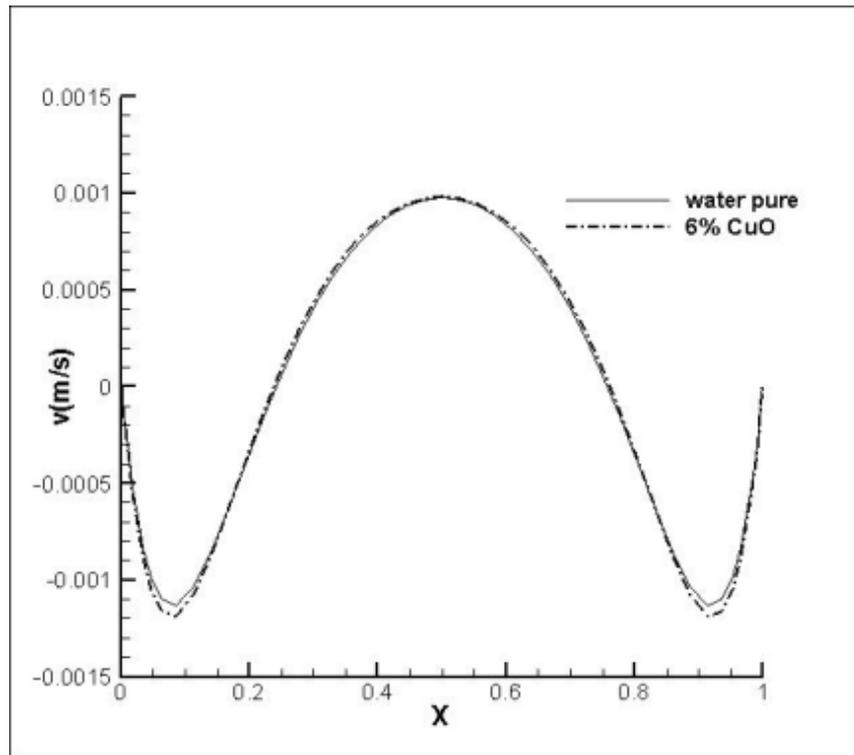
La Figure 3 montre l'influence de la fraction volumique  $\phi$  sur la distribution de la vitesse verticale  $v$  pour  $Ra=2,5 \cdot 10^{10}$  au plan médian horizontal ( $y=H/2$ ) de la cavité verticale pour différents nanofluides. Il apparaît sur cette figure un mouvement d'ondulation et symétrique dans le profil de  $v$ . Il apparaît également que lorsqu'on ajoute plus de nanoparticules, la valeur absolue de la vitesse  $v$  augmente et devient maximale par rapport au fluide pur dans la zone où le mouvement de fluide a lieu dans la direction de la gravité ; cette augmentation

étant due à l'augmentation de la masse volumique du nanofluide, donc le fluide qui a une masse volumique élevée possède une vitesse absolue élevée dans cette région. Après cette région le fluide monte dans le sens contraire de la gravité jusqu'à atteindre une valeur maximale au milieu de la cavité, dans ce point la valeur maximale de la vitesse  $v$  du fluide pure et celle du nanofluide sont égales malgré le fait que le nanofluide est plus lourd que le fluide pur, ceci a pour raison de l'augmentation du transport d'énergie à travers le fluide. Les figures 3 montrent aussi que dans la zone où le fluide se déplace dans le sens de la gravité le fluide qui contient les nanoparticules Cu a une vitesse maximale plus élevée que celle du fluide qui contient les nanoparticules CuO et  $Al_2O_3$ .

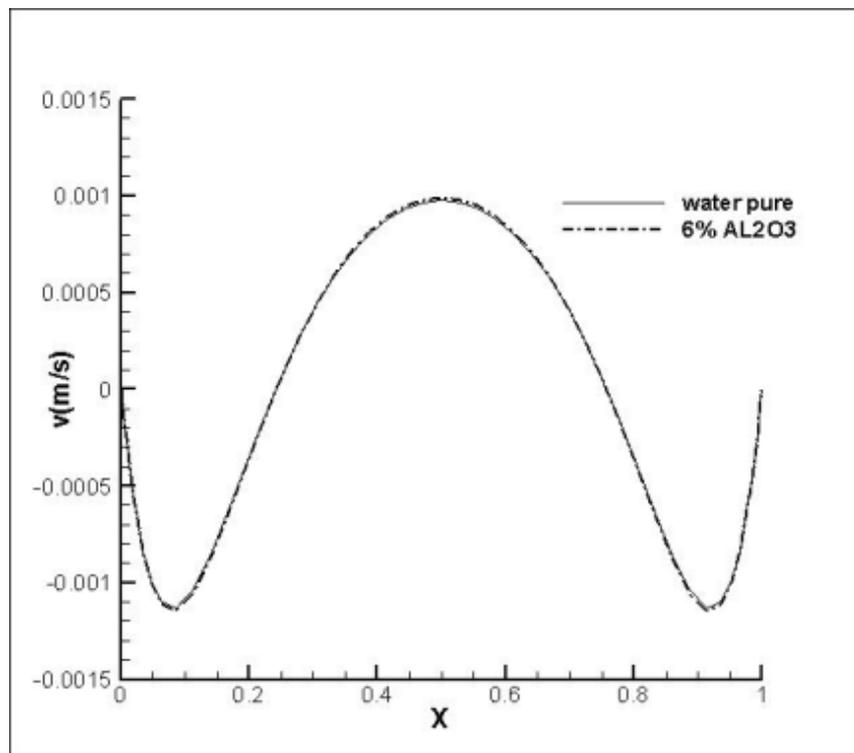
(a)



(b)



(c)

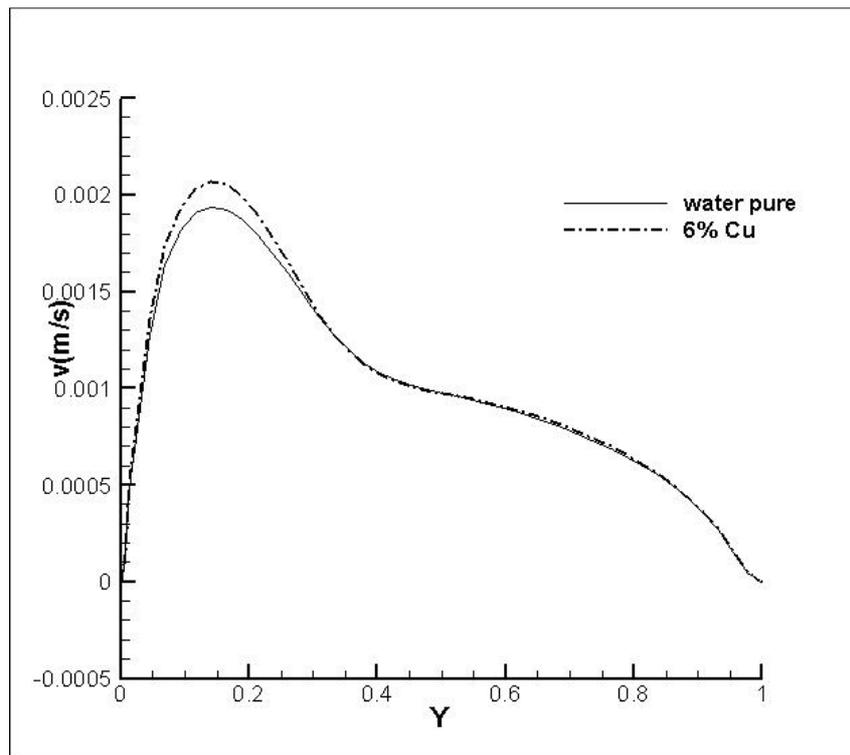


**Fig. 3** Profil de la vitesse verticale au niveau du plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes valeur de  $\phi$  et pour  $Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$ ,

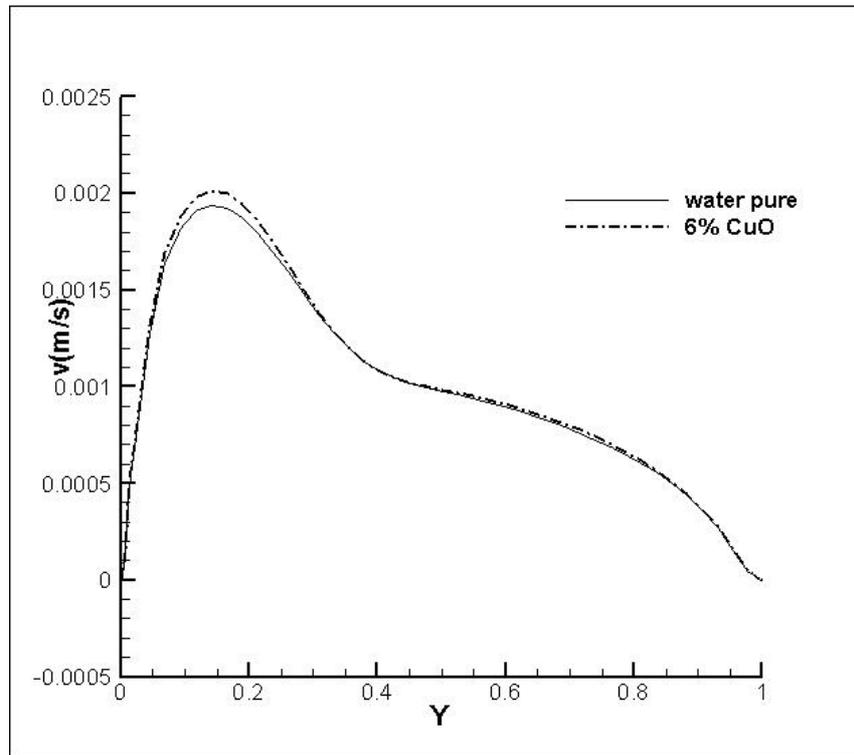
(a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/ $Al_2O_3$ .

La figure 4 montre la répartition de la composante de la vitesse  $v$  dans le plan médian de la cavité. Le fluide étant chauffé à la paroi de fond de la cavité (ce qui correspond à  $Y = 0$ ) se déplace vers la paroi supérieure, avec une vitesse influencée par le type de nanofluide. On peut aussi remarquer que l'ajout de nanoparticules de cuivre dans le fluide de base (eau pure) donne lieu à la plus forte intensité de l'écoulement vers le haut par rapport au CuO et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. L'addition de particules Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> a le moins d'influence sur l'intensité de l'écoulement vers le haut.

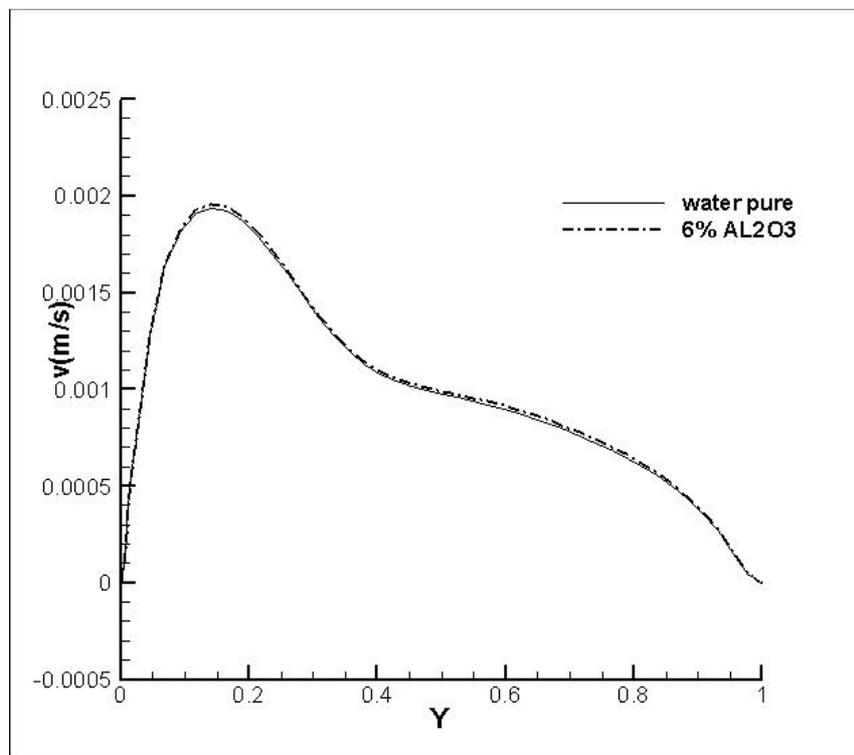
(a)



(b)



(c)

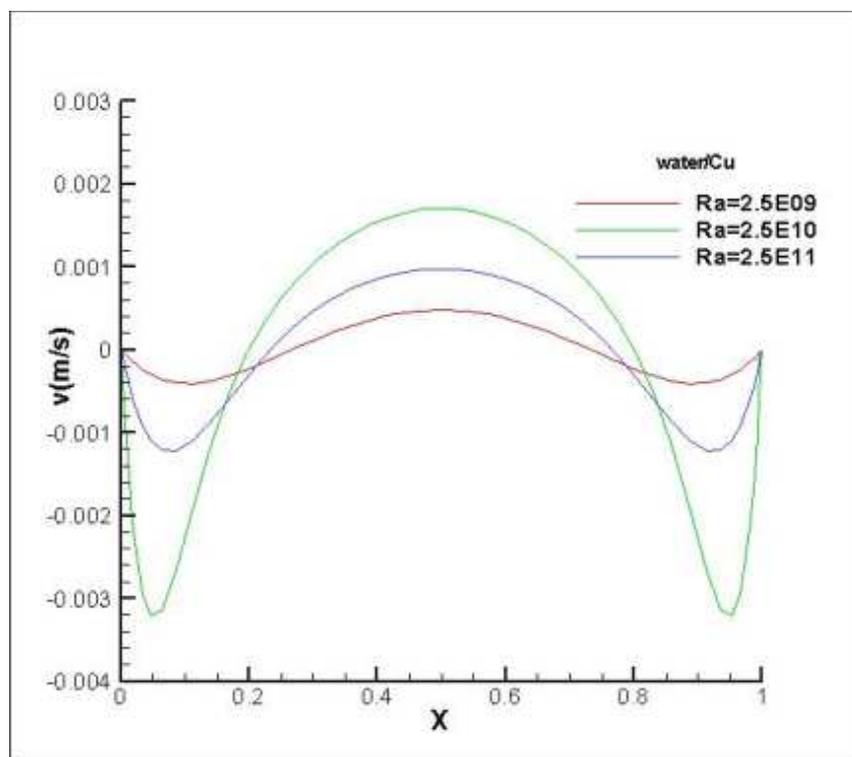


**Fig. 4** Profil de la vitesse verticale au niveau du plan médian horizontal ( $x = L/2$ ) pour différentes valeurs de  $\varphi$  et pour  $Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$ ,

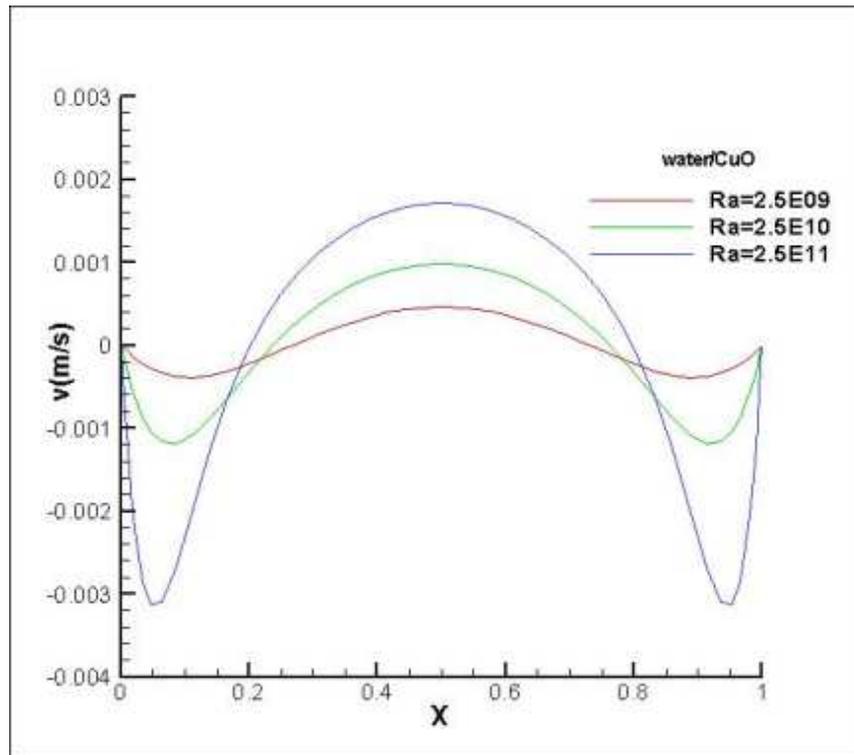
(a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Les effets du nombre de Rayleigh sur la distribution verticale de la vitesse  $v$  pour  $\phi = 6\%$ , au plan median horizontal ( $y=H/2$ ) de la cavité verticale pour différents nanofluides sont présentés sur la Figure 5. D'après cette figure on peut remarquer un mouvement d'ondulation et symétrique dans le profil de  $v$ . La valeur absolue de la vitesse  $v$  augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et devient maximale près des parois droite et gauche où le mouvement de fluide est dans le sens contraire de la gravité. Cette augmentation est due à l'augmentation des forces de flottabilité. L'augmentation du nombre de Rayleigh améliore le mélange au sein de la couche de fluide en raison de l'augmentation de la turbulence des tourbillons qui améliorent les performances de transfert de chaleur par convection naturelle.

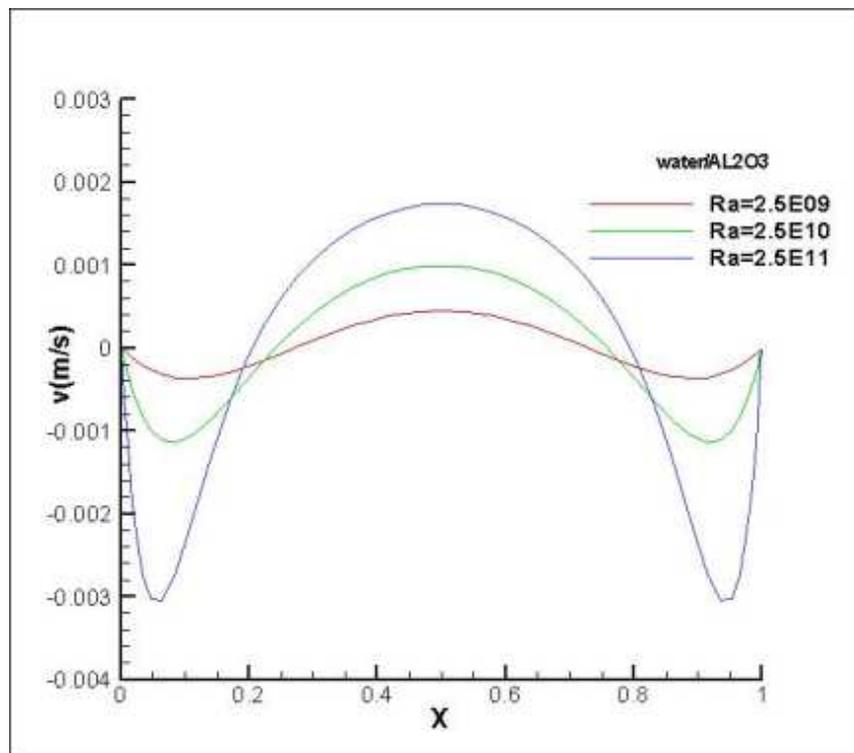
(a)



(b)



(c)

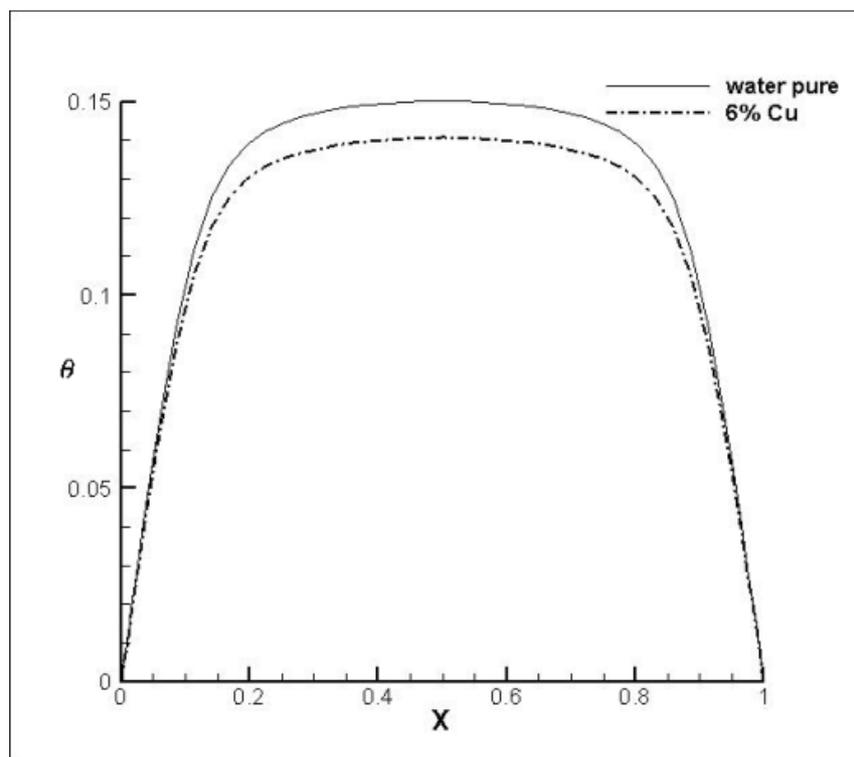


**Fig. 5** Profil de vitesse verticale au niveau du plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes valeurs de  $Ra$  et pour  $\phi = 6\%$ ,

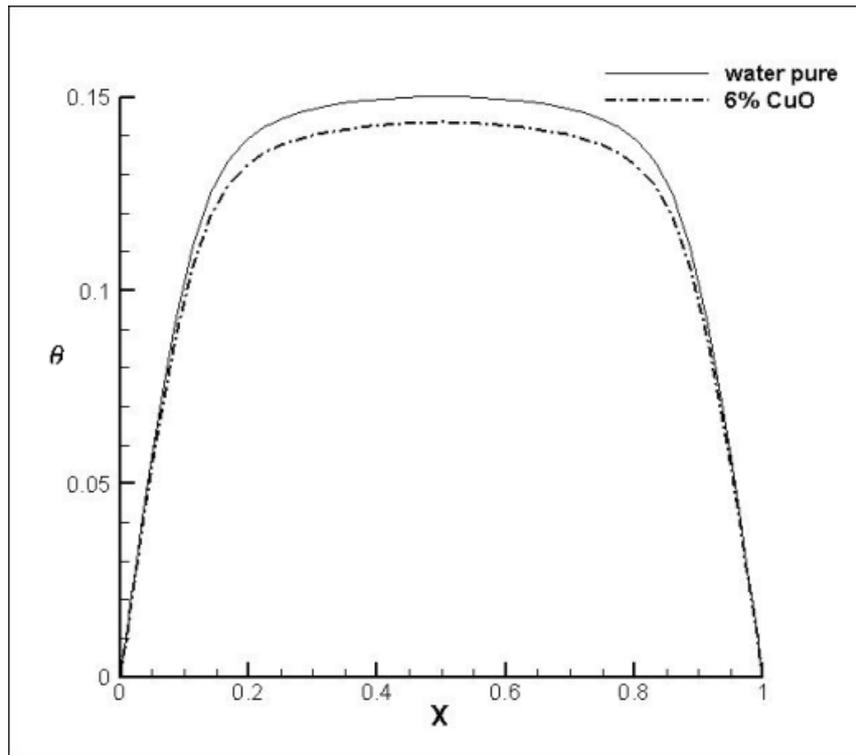
(a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/ $Al_2O_3$ .

Les figures (6a) et (6b) représentent le profil de la température au plan médian ( $y=H/2$ ) et à la parois active (paroi inférieure) respectivement pour différentes valeurs de la fraction volumique  $\phi$  et pour  $Ra = 2,49.10^{10}$ . Lorsque les nanoparticules sont ajoutées, il est clairement visible sur les figures(6a) et (6b) que le profil T-x diminue avec l'augmentation de  $\phi$  pour tous les types de nanofluides. D'après la figure (7) il ressort également que cette diminution de la température est plus élevée pour le Cu, moyenne pour le CuO et minimale pour l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, ce qui est une indication que l'amélioration maximale du taux du transfert de chaleur est atteinte avec le nanofluide contenant les particules CuO.

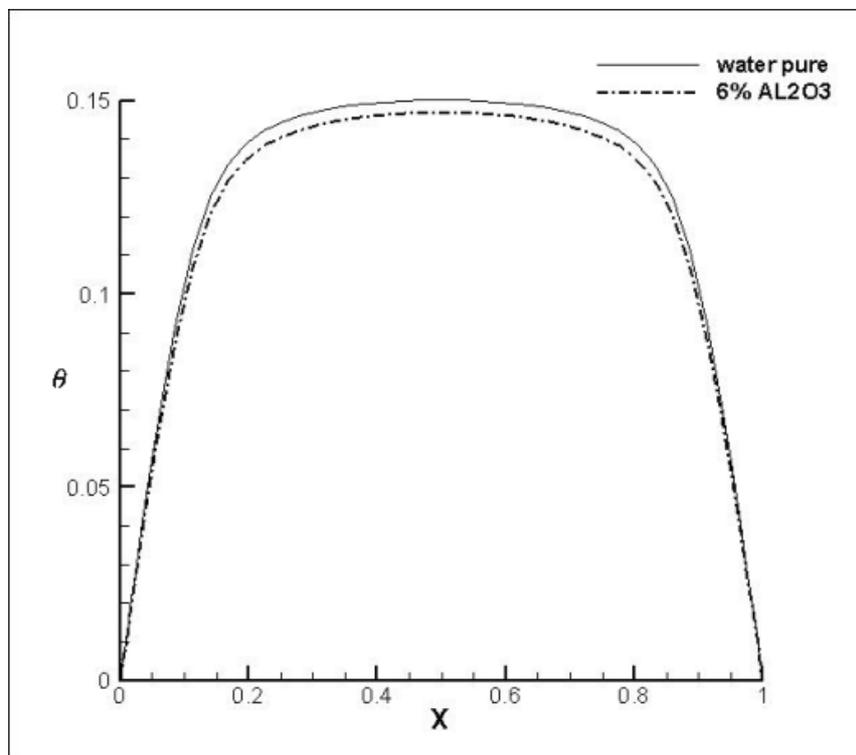
(a)



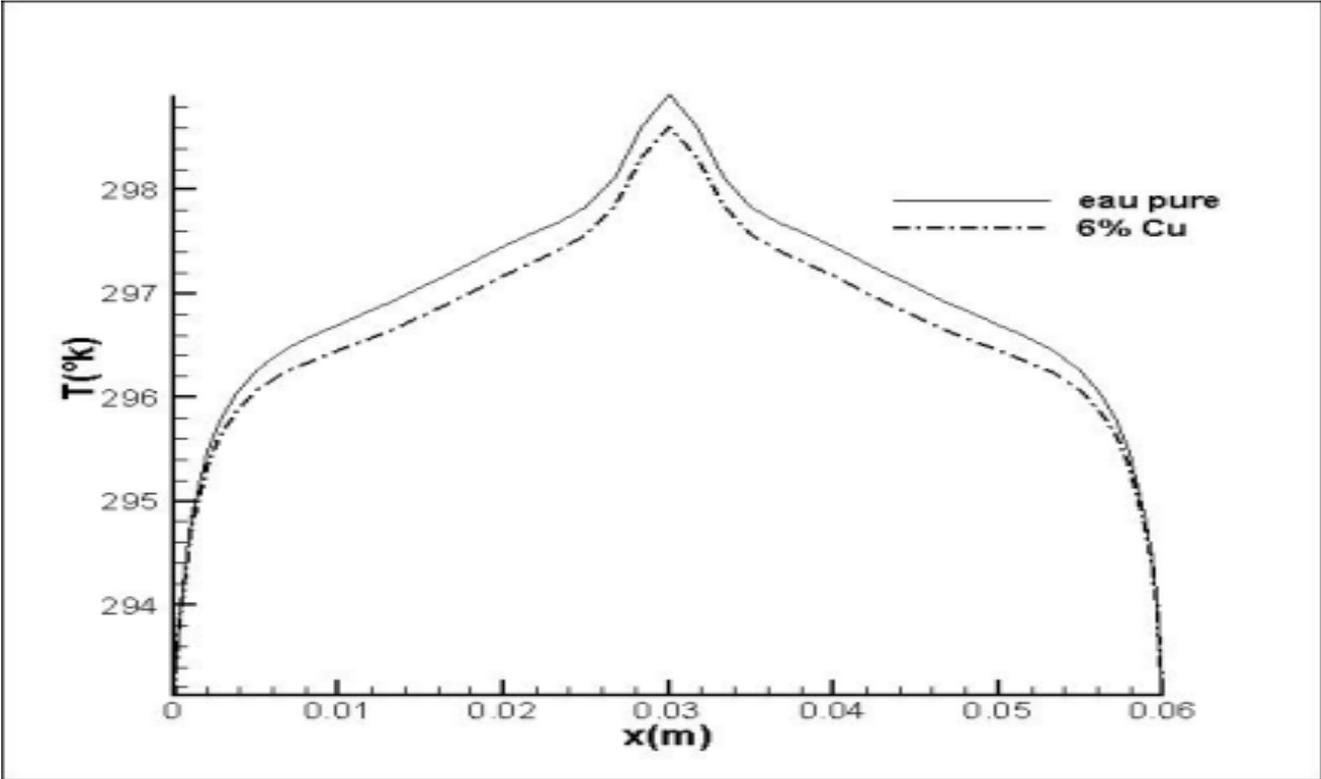
(b)



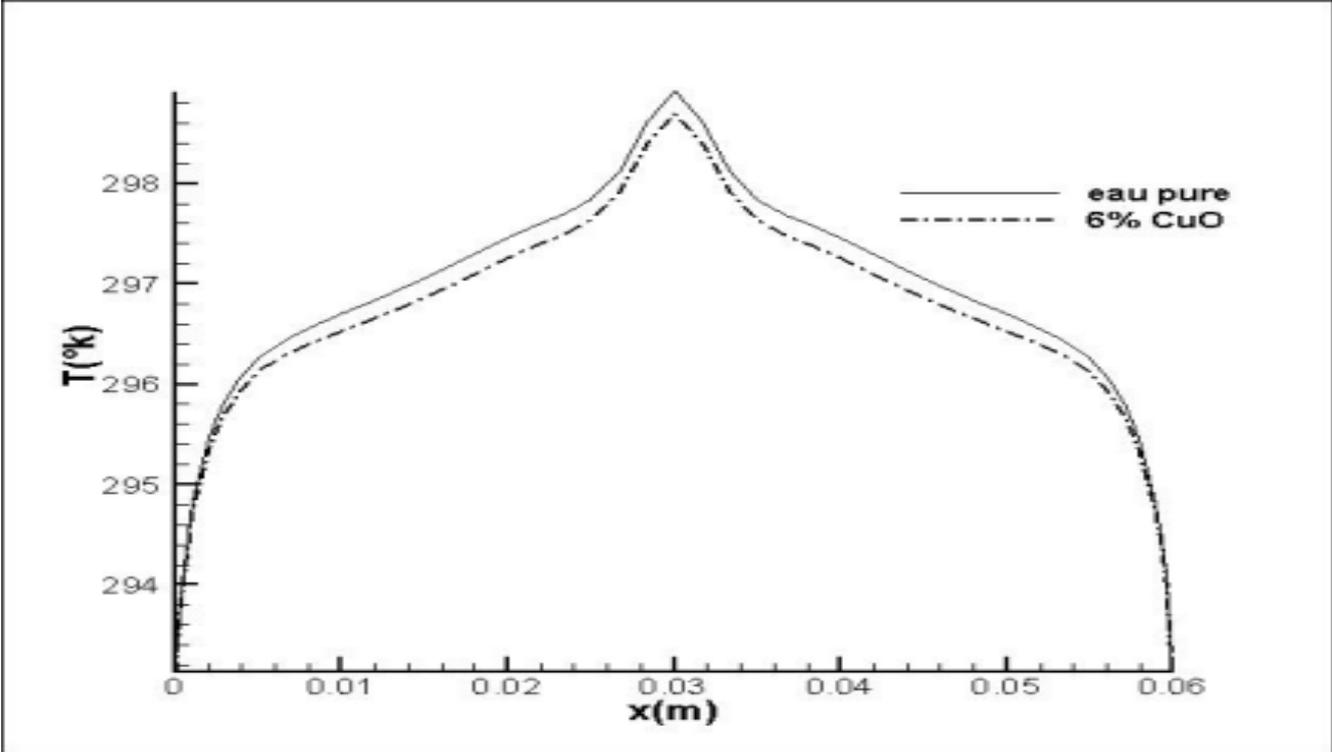
(c)

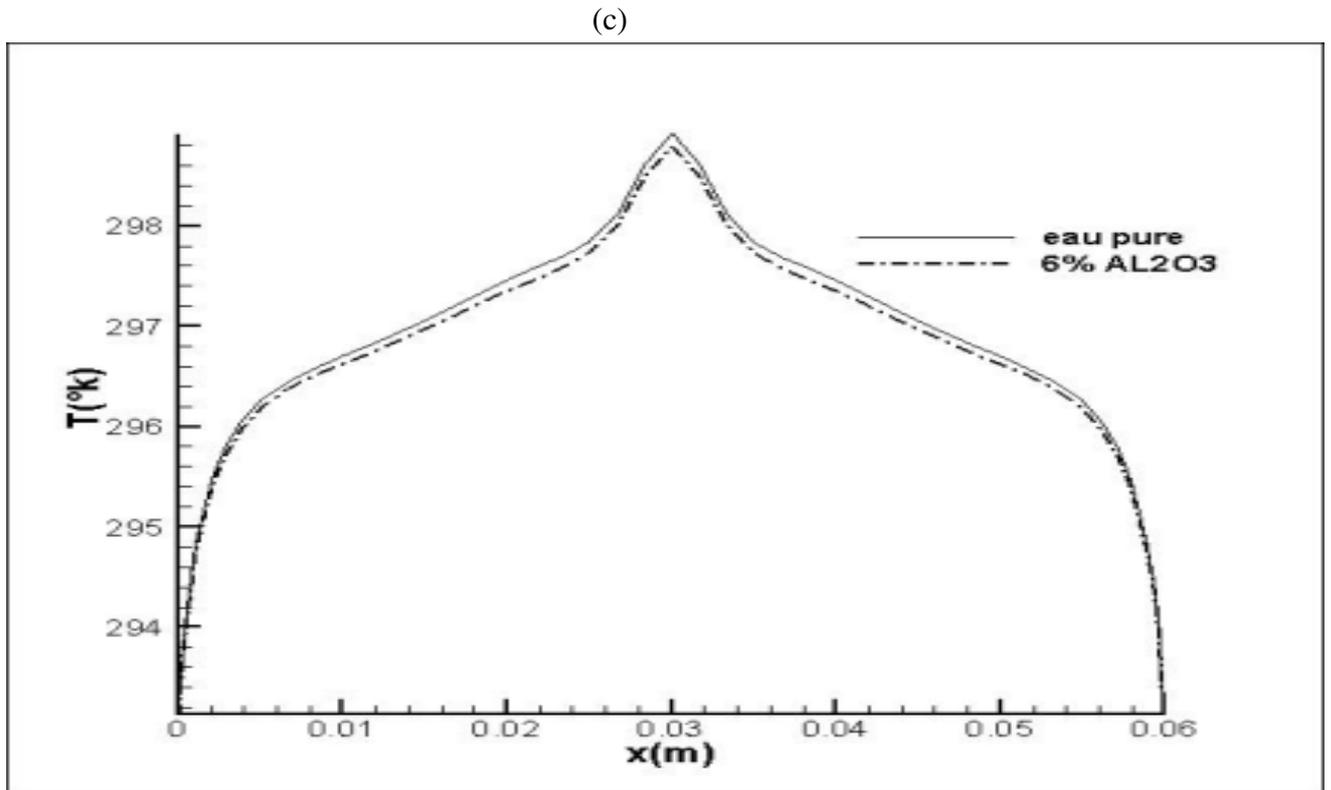


**Fig. 6a** Profil de température au plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différentes valeurs de  $\phi$  et pour  $Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$ , (a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

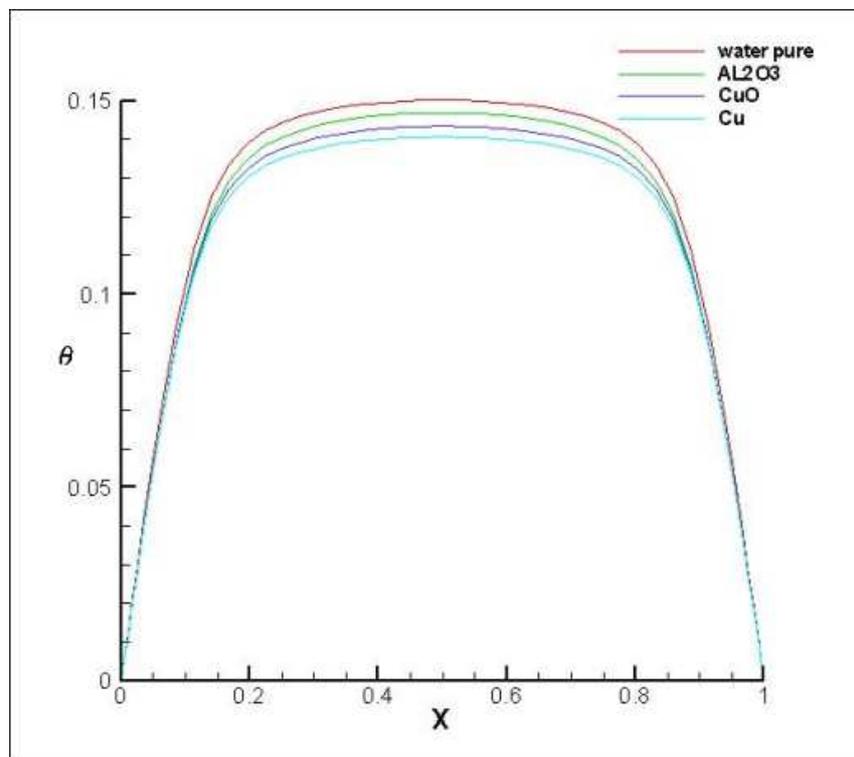


(b)





**Figure 6b** : Profil de température à la paroi inférieure ( $y = 0$ ) pour différentes valeurs de  $\phi$  et pour  $Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$ , (a) Eau/Cu, (b) Eau/CuO et (c) Eau/ $Al_2O_3$

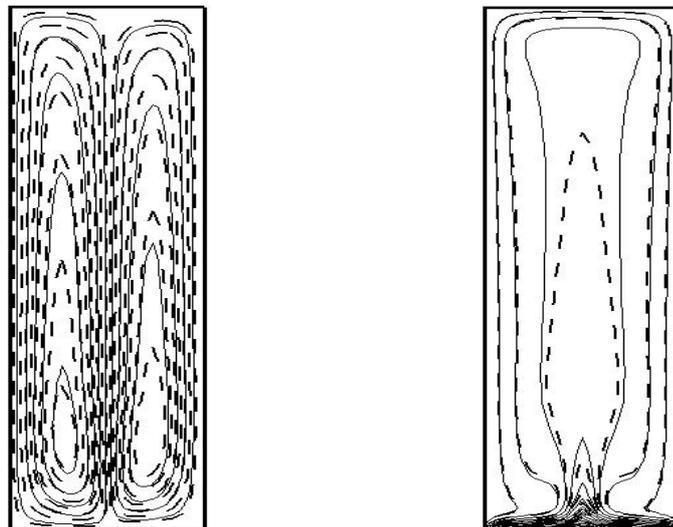


**Fig. 7** Profil de température au plan médian horizontal ( $y = H/2$ ) pour différents nanofluides et pour  $\phi = 6\%$  et  $Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$ .

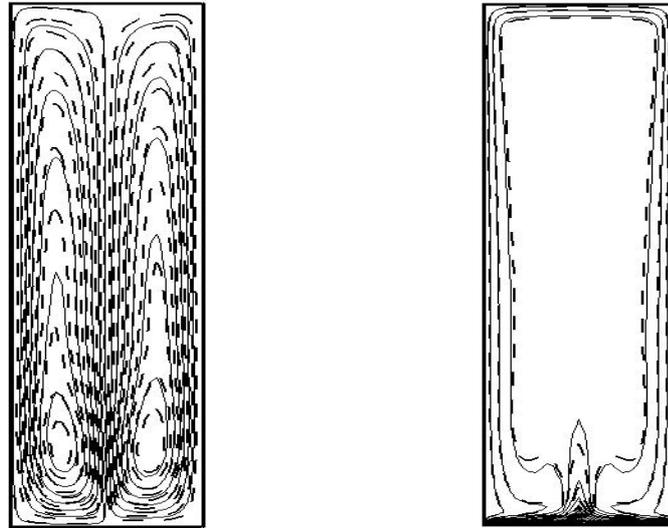
Le nombre de Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules sont des paramètres clés pour étudier l'effet des nanoparticules et des forces de flottabilité sur les champs dynamique et thermique et le flux de chaleur. Ainsi, sur les Figures 8, 9 et 10 sont présentés les effets du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique des nanoparticules sur les lignes de courant (à droite) et les isothermes (à gauche) pour les trois types de nanofluides étudiés et pour les trois valeurs du nombre de Rayleigh  $Ra=2.49 \cdot 10^9$ ,  $Ra=2.49 \cdot 10^{10}$  et  $Ra=2.49 \cdot 10^{11}$ .

Les lignes de courant indiquent la formation de deux cellules contrarotatives pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh et pour les trois types de nanofluides. Le fluide chauffé par la paroi inférieure se déplace vers la paroi supérieure, où il se divise en deux écoulements, l'un se dirigeant vers la paroi froide verticale de gauche et l'autre se dirigeant vers la paroi froide verticale de droite. Ces deux cellules sont presque de dimensions égales.

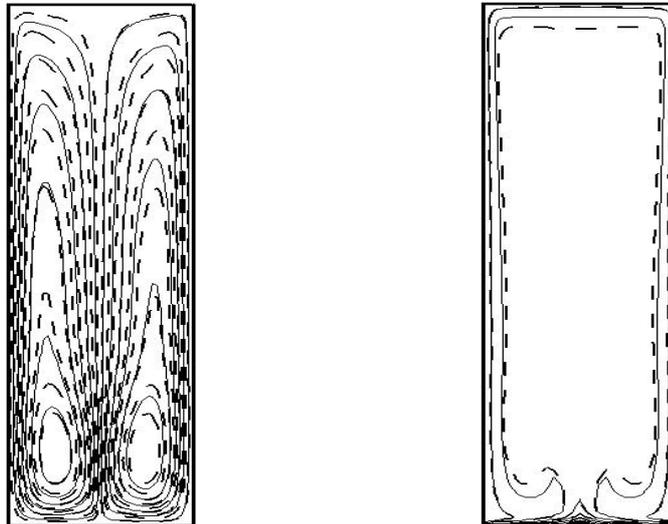
On remarque aussi que l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut. La remarque la plus importante concerne la fraction volumique de  $\varphi = 0.06$  où l'intensité de la recirculation devient plus élevée que celle obtenue avec  $\varphi = 0$ . Dans ce cas on peut dire que lorsqu'on ajoute des nanoparticules au fluide de base (eau pure) on obtient une intensité de recirculation plus importante.



$Ra=2,49 \cdot 10^{09}$

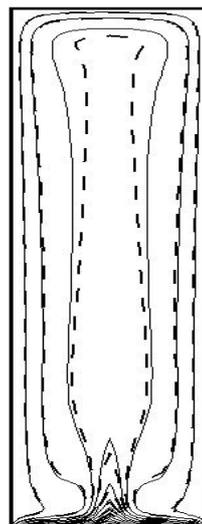
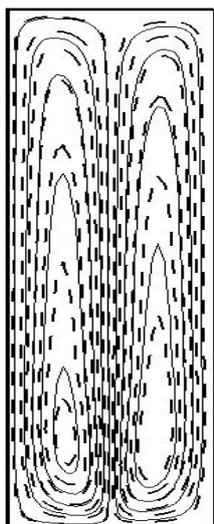


$Ra=2,49 \cdot 10^{10}$

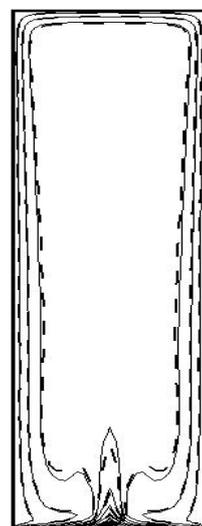
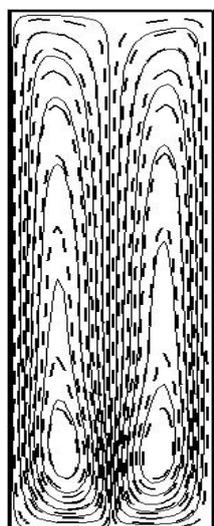


$Ra=2,49 \cdot 10^{11}$

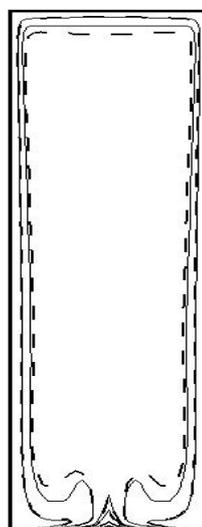
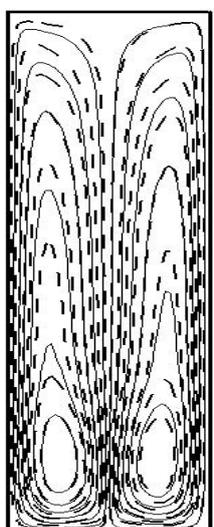
**Fig. 8** Lignes de courant et isothermes : Eau pure(ligne continue), nanofluide eau/Cupour  $\varphi = 6\%$  (ligne discontinue) et pour différentes valeurs de Ra.



$Ra=2,49 \cdot 10^9$

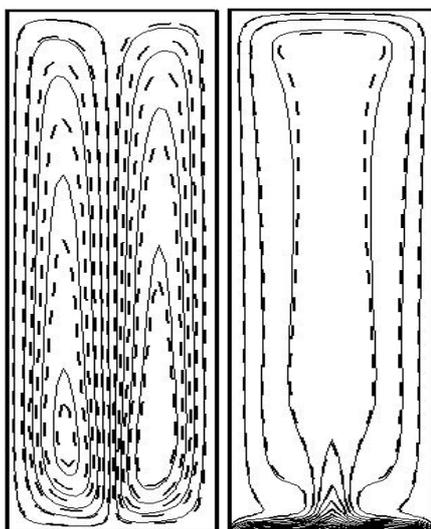


$Ra=2,49 \cdot 10^{10}$

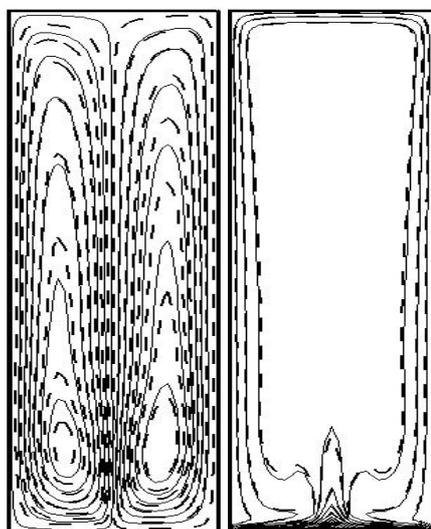


$$Ra=2,49 \cdot 10^{11}$$

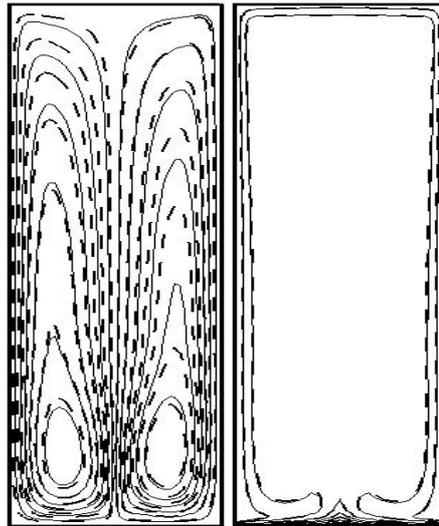
**Fig. 9** Lignes de courant et isothermes :Eau pure(ligne continue), nanofluide eau/CuO pour  $\varphi = 6\%$  (ligne discontinue) et pour différentes valeurs de Ra.



$$Ra=2.49 \cdot 10^{09}$$



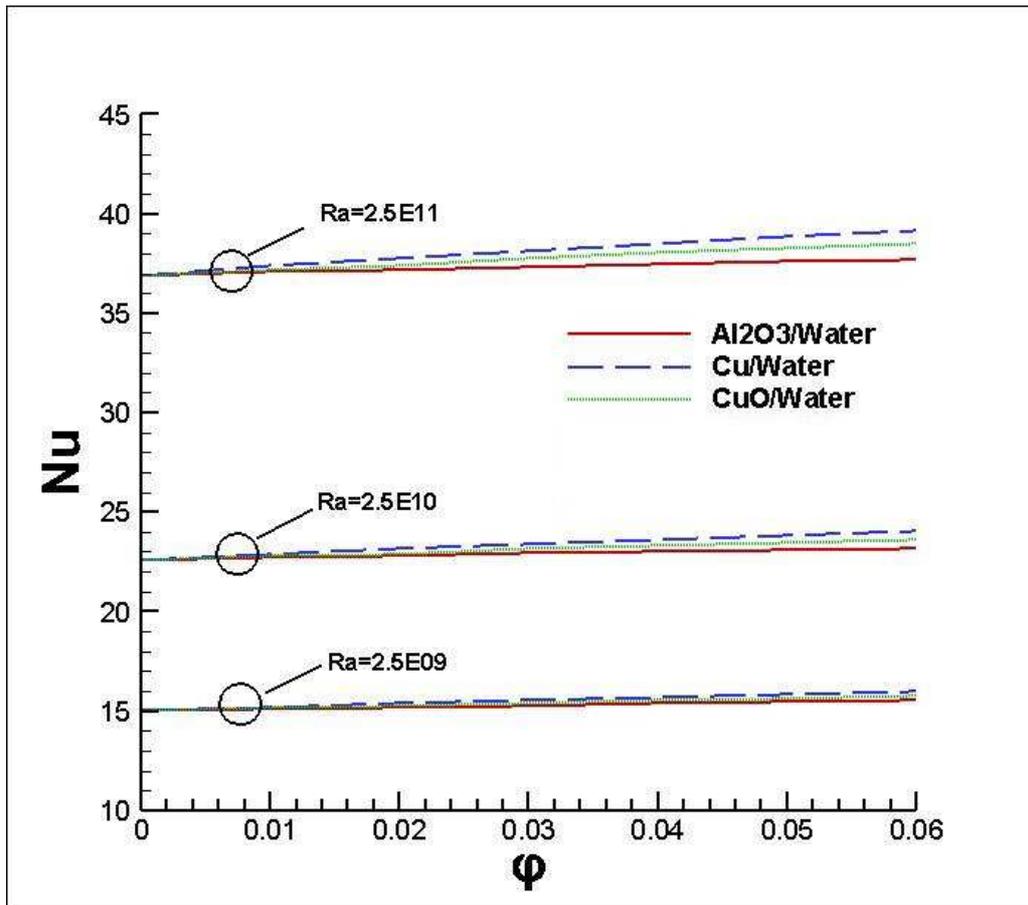
$$Ra=2.49 \cdot 10^{10}$$



$$Ra=2.49 \cdot 10^{11}$$

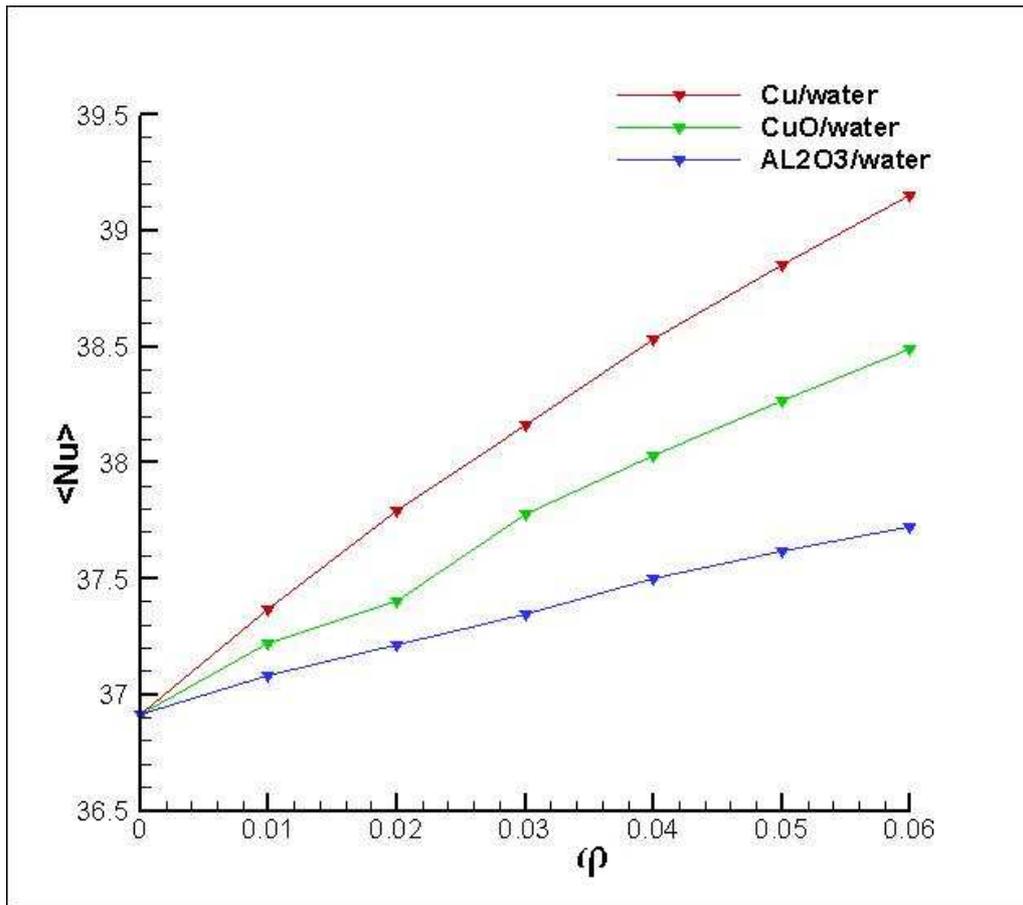
**Fig. 10** Lignes de courant et isothermes :Eau pure(ligne continue), nanofluideeau/AL2O3 pour  $\varphi = 6\%$  (ligne discontinue) et pour différentes valeurs de Ra.

Le taux de transfert de chaleur est caractérisé par le nombre de Nusselt Nu moyen calculé le long de la paroi de chaude. La Figure 11 illustre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique  $\varphi$  et du nombre de Rayleigh Ra. Pour toutes les valeurs de Ra, le taux moyen de transfert de chaleur augmente d'une façon linéaire et monotone avec la fraction volumique ( $0 \leq \varphi \leq 6\%$ ). Cette amélioration du transfert de chaleur est due à l'augmentation de la conductivité thermique efficace du nanofluide, ce qui est dû à l'augmentation des nanoparticules dans le fluide de base.



**Fig. 11** Variation du nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et pour différents nanofluides : eau / Cu ; eau / CuO et eau / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

La figure 12 montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique des nanoparticules pour  $Ra = 2,49 \cdot 10^{11}$ . On peut remarquer sur cette figure, que le taux de transfert de chaleur moyen prend des valeurs qui diminuent en fonction de l'ordre suivant : Cu, CuO et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Le plus petit transfert de chaleur a été obtenu avec les particules Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> en raison de la domination de mode de transfert thermique par conduction parce que le nanofluide eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> a la plus faible valeur de la conductivité thermique par rapport à la conductivité thermique de Cu et CuO. Les calculs ont montré aussi qu'aux faibles valeurs de Ra ( $2,5 \cdot 10^9$ ) l'augmentation de  $\phi$  est plus influente sur la valeur moyenne de Nusselt qu'à des valeurs élevées de Ra.



**Fig. 12** Variation du nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique et pour différents nanofluides à  $Ra = 2,5 \cdot 10^{11}$ .

En utilisant les résultats des présentes simulations, trois corrélations pour les nanofluides eau/Cu, eau/CuO et eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ont été développées en faisant un lissage de ces résultats par la méthode des moindres carrés pour la condition de chauffage isoflux, pour prédire le transfert de chaleur de la paroi inférieure de l'enceinte, en fonction du nombre de Rayleigh ( $2,49 \cdot 10^9 \leq Ra \leq 2,49 \cdot 10^{11}$ ) et de la fraction volumique des nanoparticules ( $0,01 \leq \phi \leq 0,06$ ); les trois corrélations peuvent être exprimées comme suit:

➤ Pour le nanofluide eau/Cu

$$Nu = 0,2487\phi^{0,0266}Ra^{0,1950}$$

et les données conviennent à  $\pm 1,75\%$  de celles prédites par la corrélation ci-dessus.

➤ Pour le nanofluide eau/CuO

$$Nu = 0.2487\varphi^{0.0204}Ra^{0.1946}$$

et les données conviennent à  $\pm 2.34\%$  de celles prédites par la corrélation ci-dessus.

➤ Pour le nanofluide eau/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

$$Nu = 0.2487\varphi^{0.0120}Ra^{0.1937}$$

et les données conviennent à  $\pm 4,28\%$  de celles prédites par la corrélation ci-dessus.

Quelque soit le nanofluide, la corrélation correspondante est une expression du fait que lorsqu'on augmente la concentration des nanoparticules de Cu dans l'eau, le pourcentage d'agrandissement de transfert de chaleur diminue si le nombre de Rayleigh augmente, par exemple: une augmentation de concentration des nanoparticules de 6% pour Cu, augmente le nombre de Nusselt d'environ 5,85% à  $Ra = 2,5 \cdot 10^9$  et d'environ 5,71% à  $Ra = 2,5 \cdot 10^{11}$ . Enfin, nous pouvons dire que cette augmentation dans le nombre de Nusselt moyen joue un rôle important dans les applications d'ingénierie tels que le chauffage des bâtiments.

### V.5. Conclusions

Dans cette étude numérique nous avons modélisé le transfert de chaleur en convection naturelle turbulente dans une cavité à faible rapport d'aspect pour montrer l'amélioration du transfert de chaleur par un nanofluide par rapport à un fluide pur. Les paramètres étudiés sont le type de nanofluide, la fraction volumique solide, ainsi que le nombre de Rayleigh. Les résultats obtenus montrent clairement que l'utilisation des nanofluides peut influencer considérablement sur le champ dynamique et thermique dans ce type de géométrie, mais aussi dans d'autres géométries d'intérêt pratique : échangeurs thermiques tubulaires, échangeurs thermiques à plaques, les dissipateurs de chaleur à microcanaux, etc....

Les principales conclusions tirées de cette étude sont les suivantes:

- Une augmentation du nombre de Rayleigh donne lieu à une augmentation des vitesses d'écoulement parce que les forces de flottabilité sont augmentées, et par conséquent à une meilleure évacuation de la chaleur.
- Pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh et pour les trois types de nanofluides considérées le mouvement du fluide dans l'enceinte montre la formation de deux cellules contrarotatives.
- Pour toutes les valeurs de Ra, le nombre du Nusselt moyen augmente d'une façon linéaire et monotone avec l'augmentation des nanoparticules.

Le taux de transfert de chaleur moyen prend des valeurs qui diminuent en fonction de l'ordre suivant : Cu, CuO et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Les résultats disponibles dans la littérature indiquent que l'étude du transfert de chaleur à l'aide de nanofluides est très complexe et qu'il y a bien d'autres facteurs qui peuvent agir sur leur performance thermique. Tous les facteurs qui agissent négativement sur cette performance ont été supposés négligeables dans cette étude.

Publication émanant de ce travail

Ce présent travail a fait l'objet d'une publication internationale dans **THERMAL SCIENCE**, Year **2016**, Vol. **20**, No. **6**, pp. **2051-2064** (Ridha MEBROUK , Mahfoud KADJA , Mohamed LACHI , Stephane FOHANNO )

L'intitulé de l'article est:

**NUMERICAL STUDY OF NATURAL TURBULENT CONVECTION  
OF NANOFLUIDS IN A TALL CAVITY HEATED FROM BELOW**

## Application II

### Étude du transfert de chaleur conjugué dans un échangeur de chaleur tubulaire compact.

#### V.1. Introduction

La deuxième partie de ce chapitre contient les résultats se rapportant à l'étude sur la modélisation numérique du transfert thermique dans les échangeurs de chaleur à tubes ailetés ayant des ailettes plates. L'étude a permis de tester trois modèles de turbulence. Le modèle mathématique, la méthode numérique, la géométrie et le maillage pour ce premier cas étudié ont été donnés dans le chapitre III. Dans la section **V.1**, **V.2** et **V.3** nous présentons les champs dynamiques et thermiques sous forme graphique et leur discussion. La section **V.4** contient les résultats sous forme graphique et leur discussion de la variation du nombre de Nusselt locale long de l'échangeur. La section **V.5** contient les résultats de la variation du coefficient local de frottement. La validation du code de calcul à l'aide de données puisées de la littérature est présentée dans la section **V.6**. Le chapitre est clôturé par une conclusion rassemblant les différentes observations.

#### V.2. Résultats et discussion

##### V.2.1. La variation de la température et de la pression du fluide le long de l'échangeur

La figure 5 montre la variation de la température du fluide au cours de son passage dans l'échangeur. Les contours affichés correspondent au plan médian du domaine d'écoulement (plan  $z = 0.56e-3$  m). La température du fluide à l'entrée est uniforme et égale à 300 K.

Le fluide se réchauffe progressivement au fur et à mesure de son entrée en contact avec les parois chaudes des tubes de l'échangeur. Le fluide en contact avec les parois du tube se réchauffe d'abord, puis la chaleur est transportée progressivement vers le milieu du domaine d'écoulement.

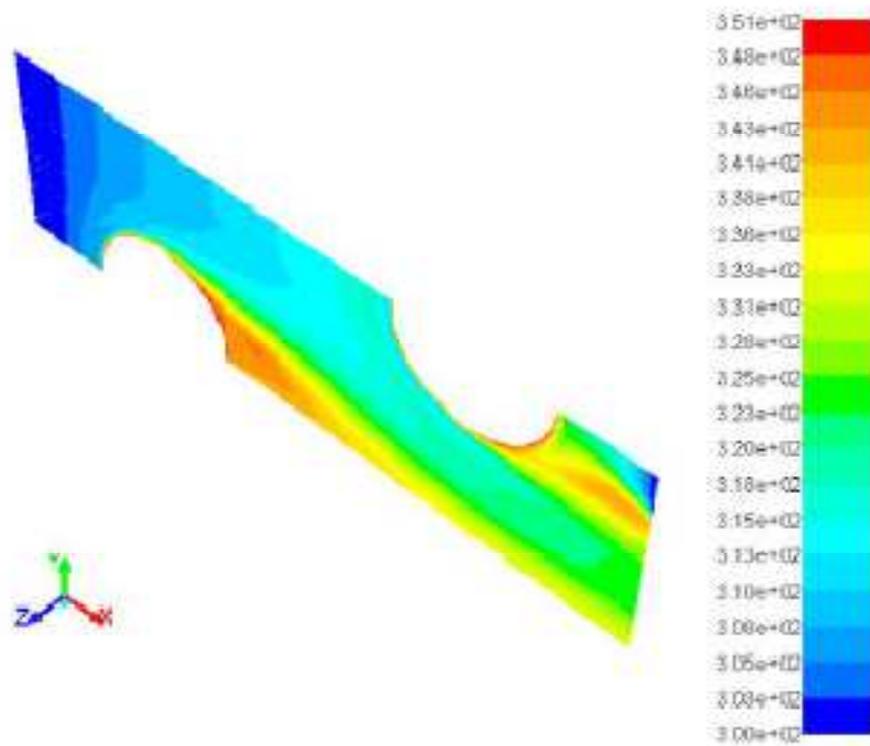


Fig. 5 : Contours de la température dans le plan  $z = 0.56e-3$  m,  $Re = 300$ .

La figure 6 montre la variation de la chute de pression du fluide par rapport au plan de sortie au cours de son avancement dans l'échangeur.

Les contours montrés correspondent au plan médian du domaine d'écoulement. D'après ces contours on remarque que la chute de pression du fluide à l'entrée est la plus élevée et égale à environ 20 Pa.

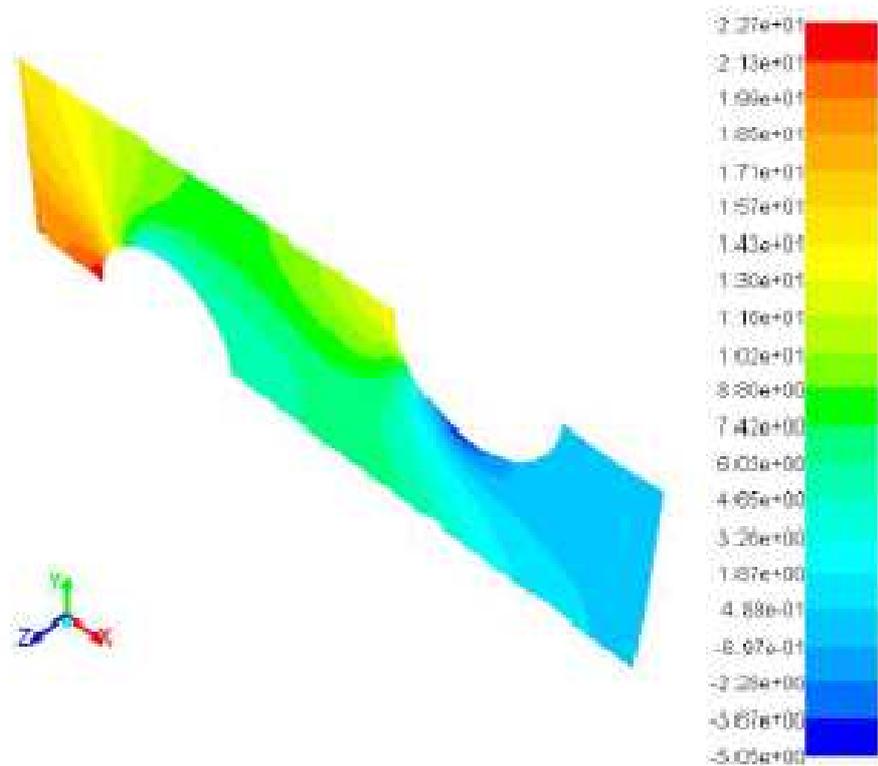


Fig. 6: Contours de chute de pression par rapport à la sortie dans le plan  $z = 0.56e-3$  m,

$$Re = 300.$$

### V.2.2. La variation de la vitesse de l'écoulement le long de l'échangeur

Les figures 7 et 8 montrent les vecteurs de la vitesse dans le plan médian du domaine d'écoulement. L'air circule dans la direction  $x$ , i.e de gauche à droite. Il commence à l'accélération lorsqu'il rencontre le premier tube, où une très petite zone de recirculation existe. L'accélération du fluide se poursuit puisque la section d'écoulement devient de plus en plus petite dans la direction d'écoulement. La diminution de la section de l'écoulement le long de l'échangeur est due à l'existence de deux grandes zones de recirculation derrière les deux tubes. Si nous dessinons ces zones de recirculation pour un tube entier, nous obtenons un système de vortex qui prend généralement la forme d'un fer à cheval. La présence du tourbillon en fer à cheval améliore le transfert de chaleur entre le gaz en écoulement et la surface extérieure des tubes.

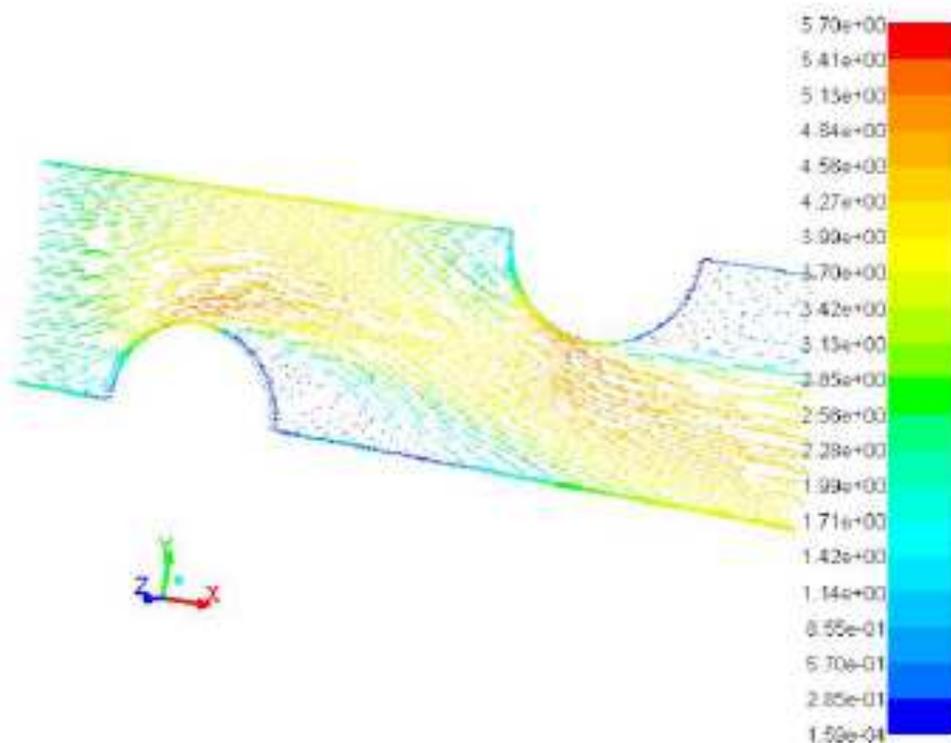


Fig. 7: Vecteurs de vitesse dans le plan  $z = 0,56e-3$  m,  $Re = 300$ .

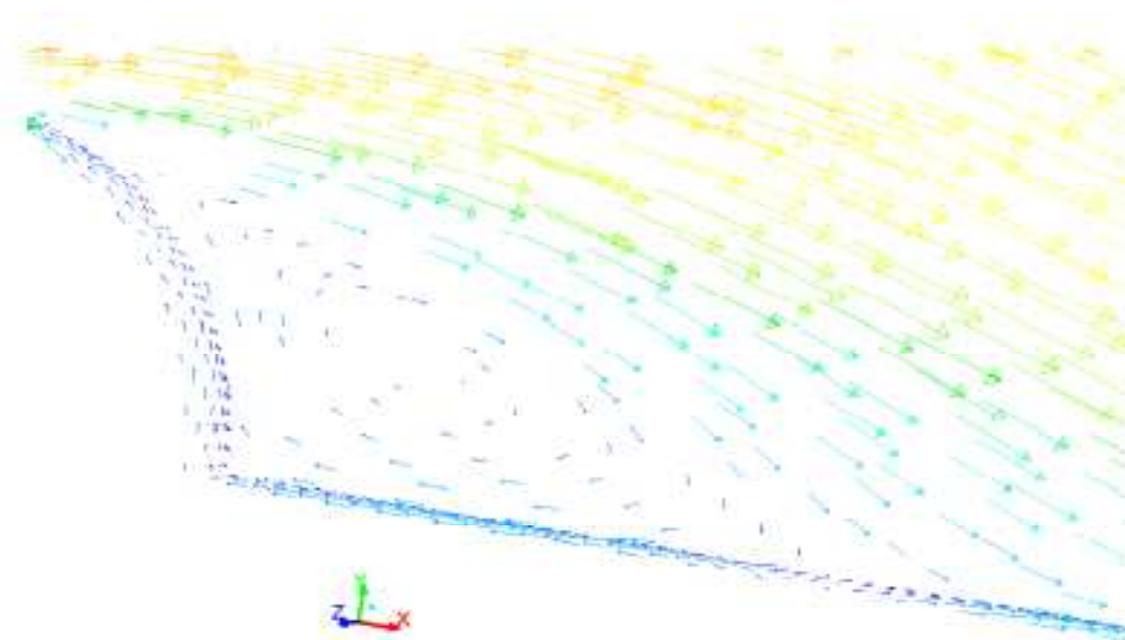


Fig. 8 : Vecteurs de vitesse dans le plan  $z = 0.56e-3$  m:  
Zoom derrière le premier tube,  $Re = 300$

### V.2.3. La variation de température sur la surface supérieure de l'ailette et le plan de symétrie de l'ailette

Les figures 9 et 10 montrent la répartition locale de la température sur la surface supérieure et le plan de symétrie de l'ailette, respectivement. La surface supérieure de l'ailette est la surface au-dessus de laquelle le fluide circule. Les températures de cette surface sont les plus basses dans la région d'entrée du fluide, où le fluide froid transporte la chaleur loin de l'ailette. Les températures de la surface augmentent ensuite et prennent leurs valeurs les plus élevées autour les deux tubes et dans la région de la sortie du fluide. Dans ces régions, la différence de température entre l'ailette et le fluide est si faible qu'uniquement une petite quantité de chaleur est transportée par le fluide. La température à l'intérieur de l'ailette diminue au fur et à mesure qu'on s'approche de son plan de symétrie où sa valeur est minimale (Fig. 10).

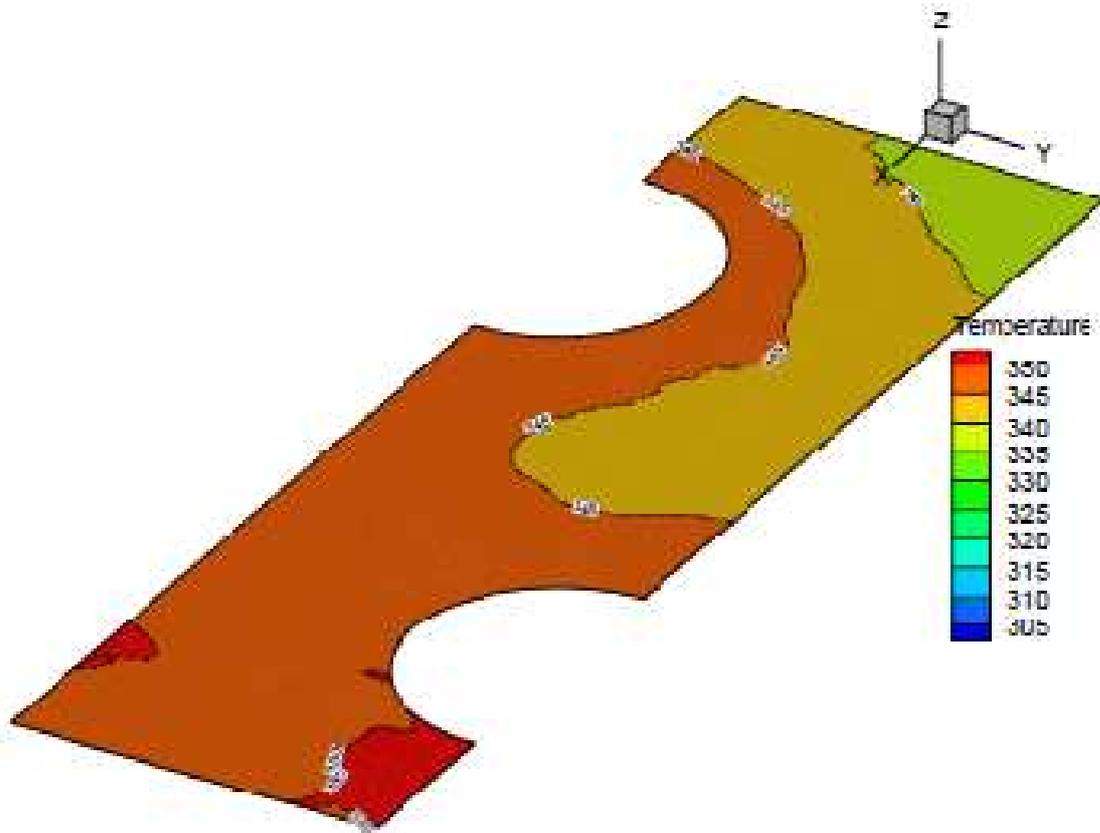


Fig. 9 : Distribution de la température sur la surface supérieure de l'ailette,  $Re = 300$

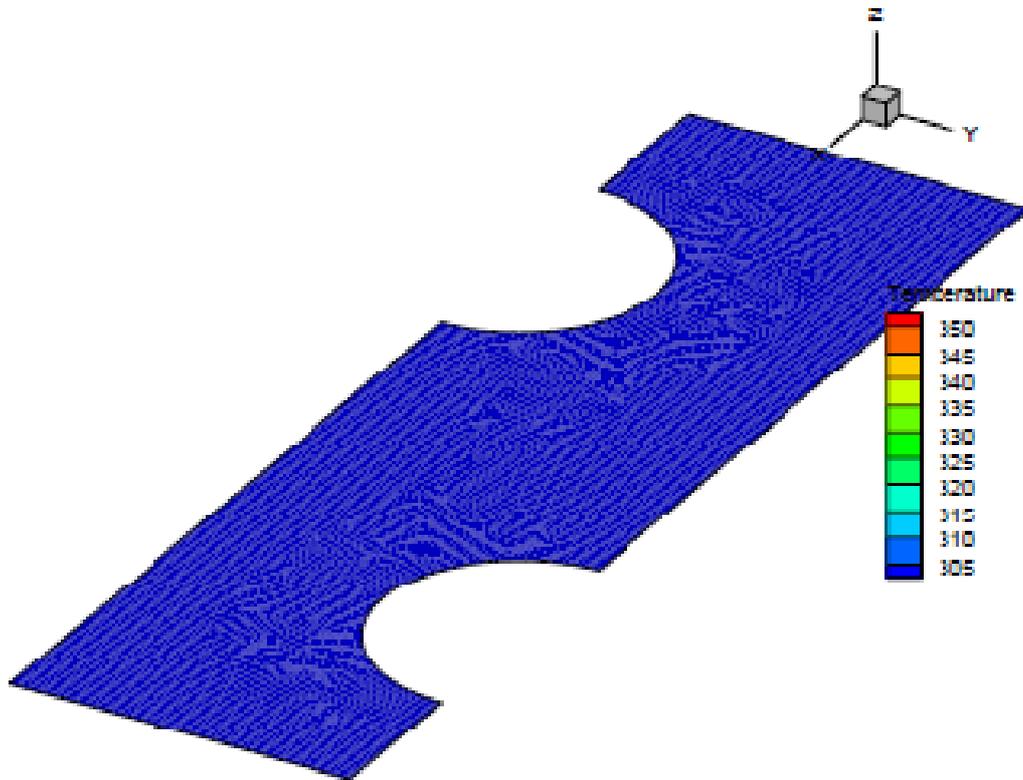


Fig. 10: distribution de température dans le plan de symétrie de l'ailette,  $Re = 300$

### V. 3. Variation du nombre de Nusselt locale long de l'échangeur

Les figures 11 et 12 montrent le nombre de Nusselt local calculé sur les surfaces solides (surface supérieure de l'ailette + la surface mouillée du tube droit + la surface mouillée du tube gauche), pour un nombre de Reynolds de 300.

Comme prévu, le nombre de Nusselt a les valeurs les plus élevées dans les régions où les gradients de température sont élevés: la région d'entrée du fluide dans le cas de l'ailette et les régions de stagnation de fluide dans le cas des parois du tube. Ces régions de stagnation se trouvent devant les tubes, tandis que les tourbillons en fer à cheval sont situés derrière les tubes. Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, les nombres de Nusselt locaux et donc les coefficients de transfert de chaleur locaux augmentent, car plus de la chaleur est évacuée par convection à partir des surfaces solides.

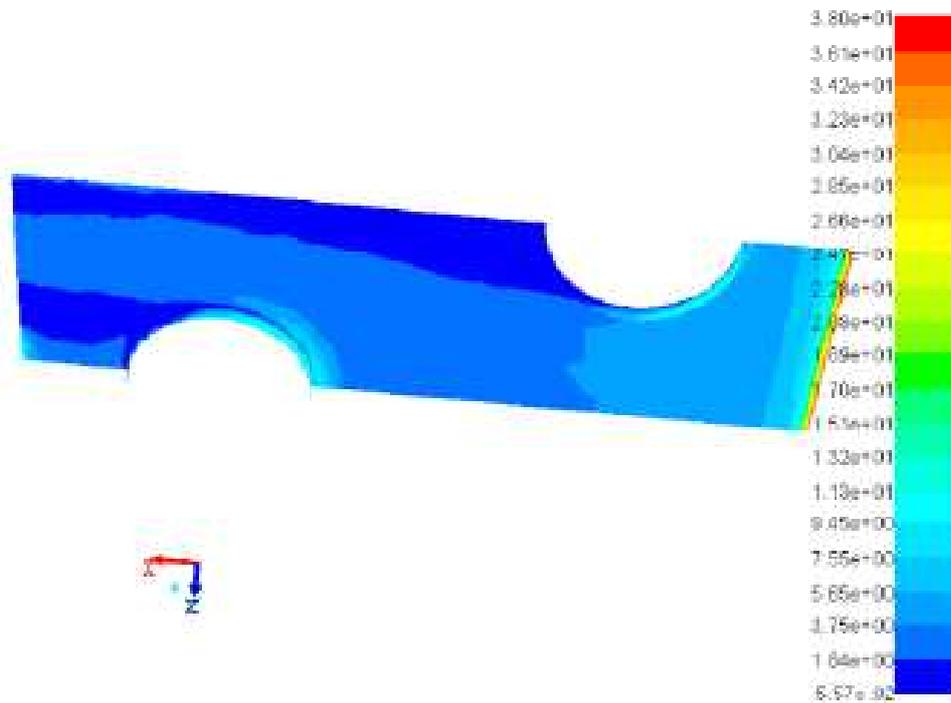


Fig. 11 : variation du nombre de Nusselt sur des surfaces solides (surface de l'ailette + surface mouillée du tube droit + surface mouillée du tube gauche),  $Re=300$ .

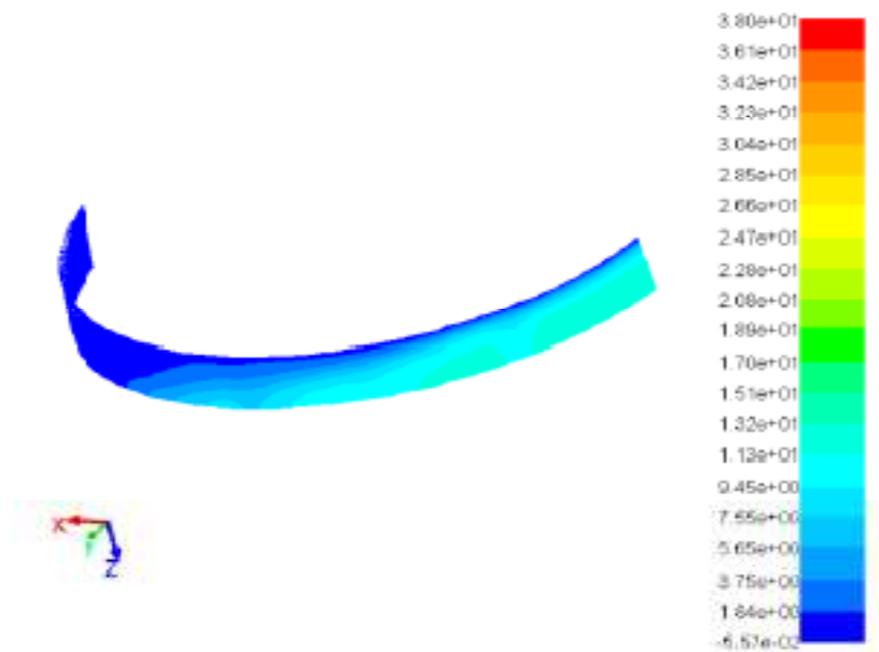


Fig. 12 : variation du nombre de Nusselt sur la surface mouillée du tube droit,  $Re = 300$

#### V.4. Variation du coefficient local de frottement le long de l'échangeur

Les figures 13 et 14 représentent le facteur de frottement local calculé sur les surfaces solides (surface supérieure de l'ailette + surface mouillée du tube droit + surface mouillée du tube gauche), pour un nombre de Reynolds de 300. L'expression utilisée pour calculer le facteur de frottement est:

$$f = \frac{\tau_w}{1/2\rho U_{ref}^2}$$

Comme prévu, le coefficient de frottement est le plus élevé dans les zones où les gradients pariétaux de vitesse sont élevés: la région d'entrée du fluide dans le cas de l'ailette et les régions de l'accélération du fluide dans le cas des parois du tube. Les régions de l'accélération la plus élevée sont situées à environ 60° devant les tourbillons en fer à cheval. Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, les facteurs de friction locaux et donc les chutes de pression locales augmentent et par conséquent plus de puissance est nécessaire pour assurer l'écoulement du fluide au-dessus des surfaces solides. Comme on augmente le nombre de Reynolds, les facteurs de frottement locaux et donc le chute de pression locale augmentation car plus de puissance est nécessaire pour rendre l'écoulement du fluide au-dessus des surfaces solides.

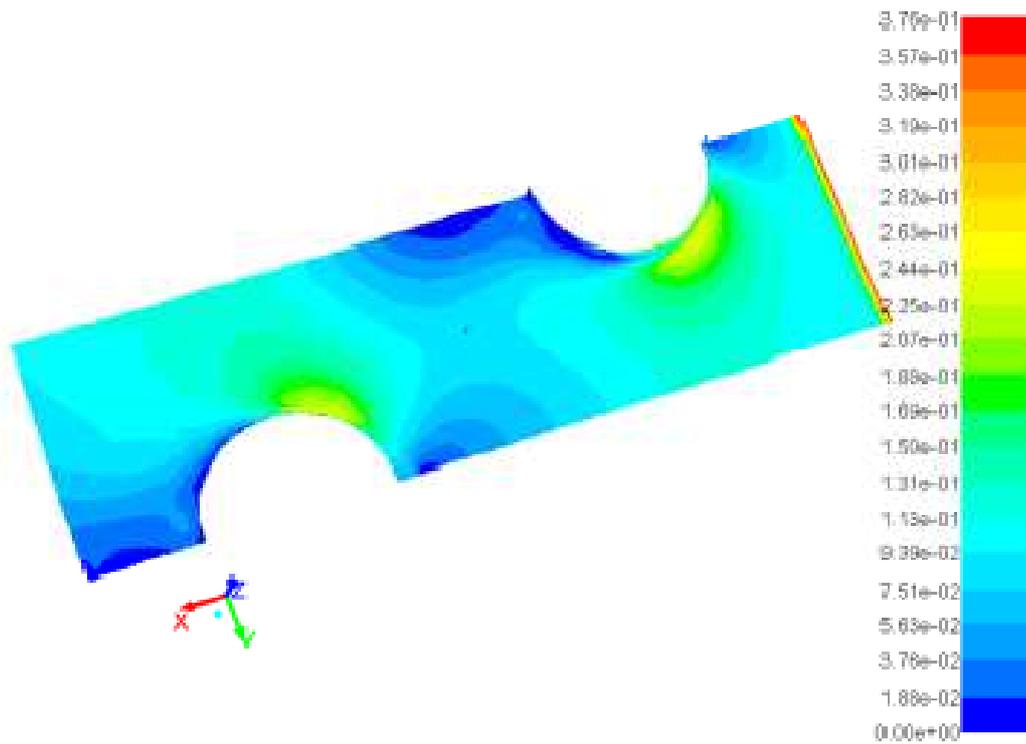


Fig. 13: Variation de coefficient de frottement sur les surfaces solides (surface de l'ailette + surface mouillée du tube droit + surface mouillée du tube gauche),  $Re=300$ .

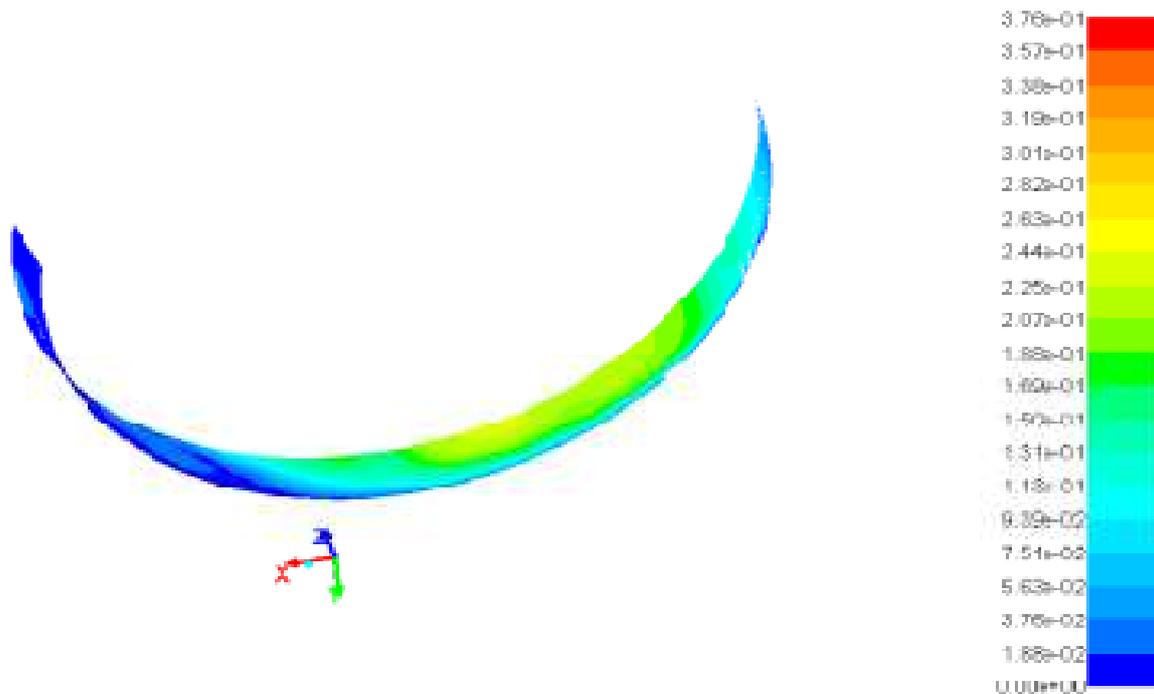


Fig. 14: Coefficient de frottement sur la surface mouillée du tube droit,  $Re = 300$

### V.5. Variation de coefficient de frottement avec le nombre Reynolds: comparaison avec les expériences

La figure 15 montre le coefficient moyen de frottement calculé en fonction du nombre de Reynolds. Les calculs ont été effectués pour les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent et ont été comparés avec les données expérimentales disponibles par Wang et al. Comme on peut le remarquer, les calculs d'écoulement en régime laminaire donnent des résultats qui sont très proches des valeurs expérimentales surtout aux très faibles nombres de Reynolds. Pour le régime turbulent, tous les modèles de turbulence sont qualitativement en bon accord avec les données expérimentales, car ils prédisent tous une diminution du coefficient de frottement. Quantitativement, les modèles k- $\epsilon$  et RSM surestiment le coefficient de frottement alors que le modèle à une équation Spalart-Allmaras sous-estime sa valeur. La figure montre que les valeurs du modèle RSM sont les plus proches des valeurs expérimentales.

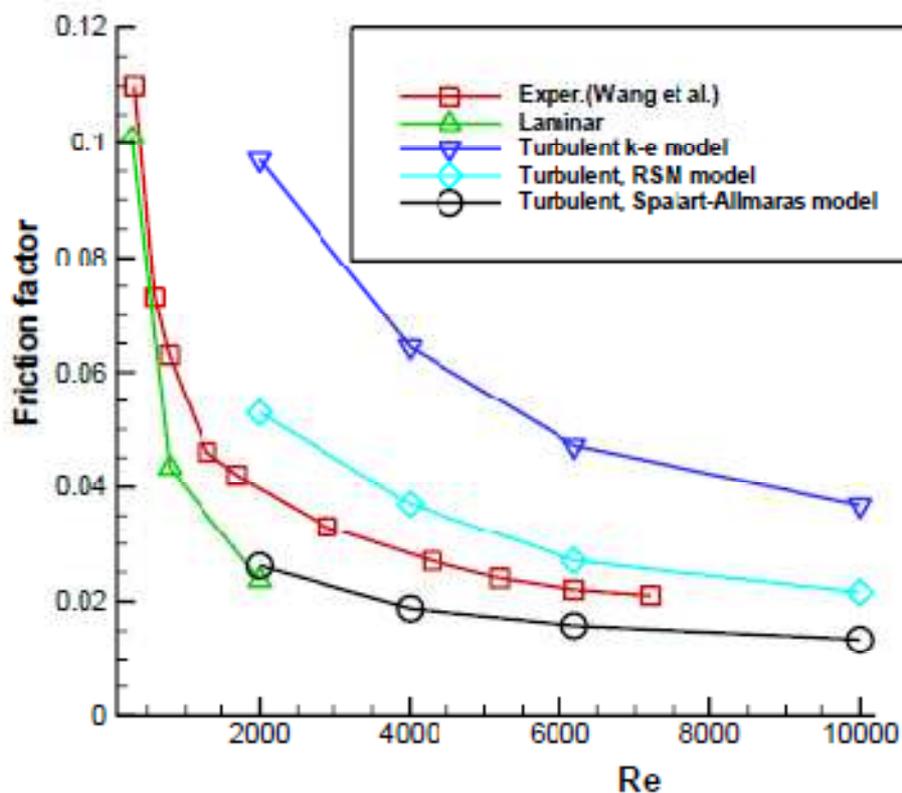


Fig. 15: Coefficient de frottement moyen en fonction du nombre de Reynolds

### V.6. Variation du coefficient « j » de Colburn avec le nombre Reynolds: comparaison avec les expériences

La figure 16 représente le coefficient moyen « j » de Colburn calculé en fonction du nombre de Reynolds. Les calculs ont été effectués pour les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent et ont été comparés avec les données expérimentales disponibles par Wang et al. Comme on peut le remarquer, les résultats des calculs en régime laminaire sont très proches des valeurs expérimentales surtout aux très faibles nombres de Reynolds. Pour le régime turbulent, tous les modèles de turbulence sont qualitativement en bon accord avec les données expérimentales, car ils prédisent tous une diminution du coefficient « j » de Colburn. Quantitativement, tous les modèles surestiment le coefficient « j » de Colburn. Cependant, l'erreur dans le cas du modèle Spalart-Allmaras est seulement d'environ 20% alors qu'elle est égale à environ 40% dans le cas des modèles k- $\epsilon$  et ASM. La comparaison de k- $\epsilon$  et RSM montre que ce dernier donne les meilleures estimations du facteur « j » de Colburn pour les valeurs élevées du nombre de Reynolds.

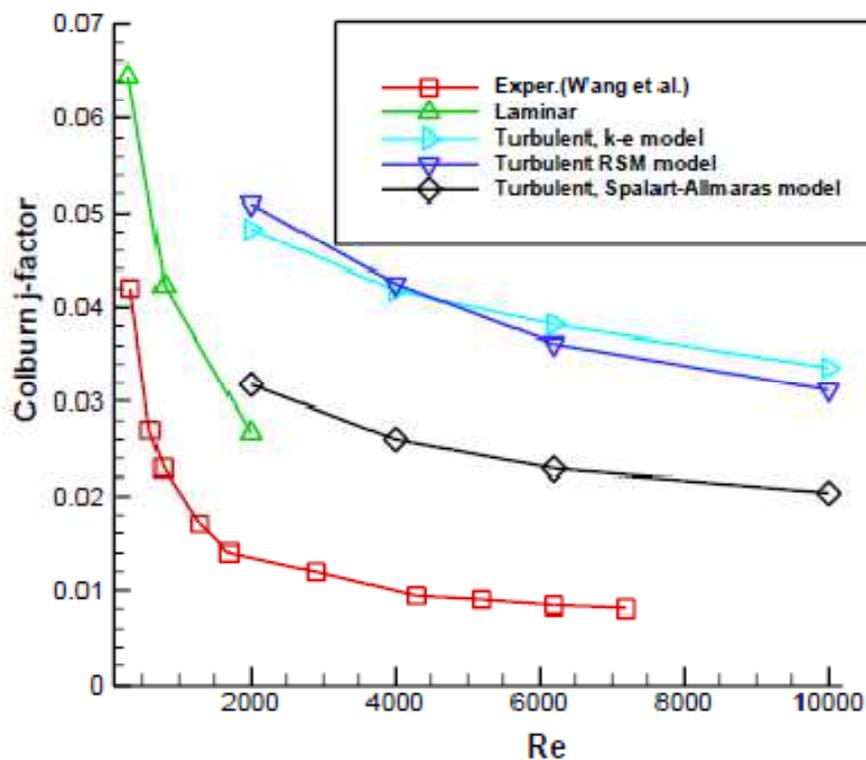


Fig. 16: Coefficient « j » de Colburn moyen en fonction du nombre de Reynolds

### V.7. Conclusion

Le transfert de chaleur et l'écoulement dus à la convection forcée dans un échangeur de chaleur compact à deux rangées de tubes ont été étudiés numériquement. Le paramètre étudié est le nombre de Reynolds du fluide. Les propriétés des fluides ont été supposées indépendantes de la température. Les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent ont été calculés et les résultats ont été comparés avec les données expérimentales disponibles dans la littérature. Trois modèles de turbulence ont été utilisés dans les calculs:

- Le modèle de turbulence à une équation de Spalart-Allmaras
- Le modèle standard k- $\epsilon$
- Le modèle RSM

Les résultats de calcul concernant le coefficient de frottement « f » et le facteur « j » de Colburn pour le régime laminaire étaient très proches des données expérimentales en particulier pour des valeurs très faibles du nombre de Reynolds.

Les résultats numériques pour les modèles k- $\epsilon$  et RSM sont tous les deux plus élevés que les valeurs expérimentales mais le modèle RSM performe mieux que le modèle k- $\epsilon$ .

Les résultats obtenus avec le modèle de turbulence à une équation de Spalart-Allmaras sont les plus proches des données expérimentales dans le cas du facteur « j » de Colburn.

Les modèles de la turbulence RSM et Spalart-Allmaras performent aussi bien l'un que l'autre pour la prédiction du coefficient de frottement.

Annexe :

Publication émanant de ce travail

Ce présent travail a fait l'objet d'une publication internationale dans (*Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress & Exposition. IMECE2014, November 14-20, 2014, Montreal, Canada*)

L'intitulé de l'article est:

***INVESTIGATION OF CONJUGATE HEAT TRANSFER IN A FIN-AND-TUBE HEAT EXCHANGER***

## **Conclusions et recommandations**

Cette thèse présente les résultats de deux études: la première concerne la convection naturelle turbulente dans des cavités rectangulaires avec une base active tandis que la seconde concerne le transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur compact.

Dans la première étude, l'écoulement et le transfert de chaleur par convection naturelle turbulente dans une cavité rectangulaire avec une paroi inférieure active ont été étudiés numériquement. Les paramètres étudiés sont la nature du fluide (eau pure ou nanofluide), la fraction volumique solide, le type de nanofluide ainsi que le nombre de Rayleigh. Les résultats obtenus nous ont permis de tirer les conclusions suivantes:

- Une augmentation du nombre de Rayleigh donne lieu à une augmentation des vitesses d'écoulement et par conséquent à une meilleure évacuation de la chaleur, parce que les forces de flottabilité sont augmentées.
- Pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh et pour les trois types de nanofluides considérées le mouvement du fluide dans l'enceinte montre la formation de deux cellules contrarotatives.
- Pour toutes les valeurs de Ra, le nombre de Nusselt moyen augmente d'une façon linéaire et monotone avec l'augmentation des nanoparticules.
- Le taux de transfert de chaleur moyen prend des valeurs qui diminuent en fonction de l'ordre suivant : Cu, CuO et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Les résultats disponibles dans la littérature indiquent que l'étude du transfert de chaleur à l'aide de nanofluides est très complexe et qu'il y a bien d'autres facteurs qui peuvent agir sur leur performance thermique. Tous les facteurs qui agissent négativement sur cette performance ont été supposés négligeables dans cette étude.

Dans la deuxième étude, nous avons investigué numériquement un modèle (3D) de transfert de chaleur et de l'écoulement dus à la convection forcée dans un échangeur de chaleur compact à deux rangées de tubes avec une ailette plate. Les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent sont considérés. L'effet de la modélisation de la turbulence a été étudié en utilisant trois modèles différents (Le modèle de turbulence à une équation de Spalart-Allmaras, le modèle k- $\epsilon$  standard à deux équations et le modèle RSM à sept équations). Le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement qui caractérisent l'échangeur de chaleur sont déterminés pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

Les résultats de calcul concernant le coefficient de frottement et le facteur « j » de Colburn pour le régime laminaire étaient très proches des données expérimentales en

particulier pour les très faibles valeurs du nombre de Reynolds. Les résultats numériques pour les modèles k- $\epsilon$  et RSM sont plus élevés que les valeurs expérimentales mais le modèle RSM performe mieux que le modèle k- $\epsilon$ . Les résultats obtenus avec le modèle de turbulence à une équation de Spalart-Allmaras sont les plus proches des données expérimentales dans le cas du facteur « j » de Colburn. Les modèles de turbulence RSM et Spalart-Allmaras font aussi bien pour la prédiction du coefficient de frottement.

Enfin, comme recommandations aux futurs doctorants, il serait d'un apport scientifique non négligeable de pouvoir coupler la recherche numérique à celle expérimentale. Ceci peut être accompli dans le cadre de projets de recherche financés par la DGRST tels que les projets PNR ou dans le cadre de projets de recherche financés directement par l'état tels que les projets TASSILI. Le budget d'équipement alloué peut alors servir pour la fabrication d'une manipe en plexiglas et permettre ainsi de prendre les mesures de température et de vitesse avec des thermocouples et l'anémométrie à fil chaud ou l'anémométrie Laser-Doppler, actuellement disponibles dans quelques universités Algériennes.

**Référence bibliographiques**

- [1] Choi, S. U. S., Eastman, J. A., Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles, Proceed-ings, ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, San Francisco, Cal., USA, 1995
- [2] R.E. Simons, V.W. Antonnetti, W. Nakayawa, S. Oktay, Heat transfer in electronic packages, in: R. Tummala, et al. (Eds.), *Microelectronics Packaging Handbook*, 2nd ed., Chapman and Hall, New York, 1997, pp. 315–403.
- [3] A. Bar-Cohen, A.A. Watwe, R.S. Prasher, Heat transfer in electronic equipment, in: A. Bejan, A.D. Kraus (Eds.), *Heat Transfer Handbook*, John Wiley, New York, 2003 (Chapter 13).
- [4] Hakan F. Oztop, Eiyad Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336.
- [5] Kyo Sik Hwang, Ji-Hwan Lee, Seok Pil Jang, Buoyancy-driven heat transfer of water-based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluids in a rectangular cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4003–4010.
- [6] P.M. Guimarães, G.J. Menon, Natural nanofluid-based cooling of a protuberant heat source in a partially-cooled enclosure, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 45 (2013) 23–31.
- [7] S.M. Aminossadati, B. Ghasemi, Natural convection cooling of a localised heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure, *European Journal of Mechanics B/Fluids* 28 (2009) 630–640.
- [8] Apurba Kumar Santra, Swarnendu Sen, Niladri Chakraborty, Study of heat transfer augmentation in a differentially heated square cavity using copper–water nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 1113–1122.
- [9] Khalil Khanafer, Kambiz Vafai, Marilyn Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46 (2003) 3639–3653.
- [10] Amir Houshang Mahmoudi, Mina Shahi, Abbas Honarbakhsh Raouf, Ali Ghasemian, Numerical study of natural convection cooling of horizontal heat source mounted in a square cavity filled with nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (2010) 1135–1141.

- [11] M. A. Mansour, R. A. Mohamed, Sameh E. Ahmed, Natural convection cooling of a heat source embedded on the bottom of an enclosure filled with Cu water nanofluid: effects of various thermal boundary conditions, *Heat Mass Transfer* (2011) 47:1479–1490.
- [12] S.M. Aminossadati, B. Ghasemi, Natural convection of water–CuO nanofluid in a cavity with two pairs of heat source–sink, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38 (2011) 672–678.
- [13] Eiyad Abu-Nada, Hakan F. Oztop, Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nanofluid, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 30 (2009) 669–678.
- [14] R. M. Manglik "Heat transfer Enhancement ", *Handbook of Heat Transfer*, (Adrian Bejan and Allan D. Kraus), Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, Chapter 14, pp. 1029-1130, 2003.
- [15] W.J.Marner and A.E. Bergles. "Augmentation of highly viscous laminar heat transfer inside tubes with constant wall temperature *Experimental Thermal and Fluid Science*, Volume 2, Issue 3, July 1989 pp 252–267.
- [16] M. Sohal, J. O'Brien, Improving air-cooled condenser performance using winglets and oval tubes in a geothermal power plant, *Geotherm. Res. Counc. Trans.* 25 (2001) 1–7.
- [17] S. Tiwari, D. Maurya, G. Biswas, V. Eswaran, Heat transfer enhancement in cross-flow heat exchangers using oval tubes and multiple delta winglets, *Int. J Heat Mass Transfer* 46 (15) (2003) 2841–2856.
- [18] P. Chu, Y. He, Y. Lei, L. Tian, R. Li, Three-dimensional numerical study on fin-and-oval-tube heat exchanger with longitudinal vortex generators, *Appl. Therm. Eng.* 29 (2009) 859–876.
- [19] A. Joardar, A. Jacobi, A numerical study of flow and heat transfer enhancement using an array of delta-winglet vortex generators in a fin-and-tube heat exchanger, *J. Heat Transfer* 139 (2007) 1156–1168.
- [20] C. Lin, Y. Liu, J. Leu, Heat transfer and fluid flow analysis for plate-fin and oval tube heat exchangers with vortex generators, *Heat Transfer Eng.* 29 (2008) 588–596.
- [21] Y. Chen, M. Fiebig, N. Mitra, Conjugate heat transfer of a finned oval tube with a punched longitudinal vortex generator in form of delta winglet– parametric investigations of the winglet, *Int. J. Heat Transfer* 41 (1998) 3961–3978.
- [22] Y. Chen, M. Fiebig, N. Mitra, Heat transfer enhancement of a finned oval tube with punched longitudinal vortex generators in line, *Int. J. Heat Transfer* 41(1998) 4151–4166.

- [23] Y. Chen, M. Fiebig, N. Mitra, Heat transfer enhancement of finned oval tubes with staggered punched longitudinal vortex generators, *Int. J. Heat Transfer* 43 (2000) 417–435.
- [24] G. Biswas, K. Torii, D. Fujii, K. Nishino, Numerical and experimental determination of flow structure and heat transfer effects of longitudinal vortices in a channel flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* 39 (1996) 3441–3451.
- [25] F. Dupont, C. Gabillet, P. Bot, Experimental study of the flow in a compact heat exchanger channel with embossed-type vortex generators, *J. Fluids Eng.* 125(2003) 701–709.
- [26] A. Jain, G. Biswas, D. Maurya, Winglet-type vortex generators with commonflow-up configuration for fin-tube heat exchangers, *Numer. Heat Transfer, Part A* 43 (2003) 201–219.
- [27] M. Gupta, K. Kasana, R. Vasudevan, A numerical study of the effect on flow structure and heat transfer of a rectangular winglet pair in a plate fin heat exchanger, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C-J. Mech. Eng. Sci.* 223 (2009) 2109–2115.
- [28] Zhang YH, Wu X, Wang LB, Song KW, Dong YX, Liu S. “Comparison of heat transfer performance of tube bank fin with mounted vortex generators to tube bank fin with punched vortex generators”.*Exp Thermo Fluid* . 33(2008)58–66.
- [29] Ya-Ling He , Pan Chu, Wen-Quan Tao, Yu-Wen Zhang, Tao Xie “Analysis of heat transfer and pressure drop for fin-and-tube heat exchangers with rectangular winglet-type vortex generators”. *Applied Thermal Engineering* (2012)p 1-14.
- [30] Wang, C.C. ,Chang, Y.J. ,Hsieh, Y.C., Lin, Y.T, 1996,“Sensible heat and friction characteristics of plate fin-and-tube heat exchangers having plane fins”, *International Journal of Refrigeration*, 19(4),pp. 223-230.
- [31] Ay, H. ,Jang, J.Y.,Yeh, J.N.,2002,“Local heat transfer measurements of plate finned-tube heat exchangers by infrared thermography”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45,pp. 4069-4078.
- [32] Yan, W.M.,Sheen, P.J., 2000,“Heat transfer and friction characteristics of fin-and-tube heat exchangers”, 43, pp. 1651-1659.
- [33] Kayansayan, N., 1994,“Heat transfer characterization of plate fin-tube heat exchangers”, *International Journal of Refrigeration*, 17(1), pp. 49-57.
- [34] Wang, C.C., Chi, K.Y., Chang, C.J., 1999, "Heat transfer and friction characteristics of plain fin-and-tube heat exchangers, part II: Correlation", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 43(15), pp. 2693-2700.

- [35] Webb, R.L. and Gray, D.L., 1986, "Heat transfer and friction correlations for plate finned tube heat exchangers having plain fins", Proceedings of 8th Heat transfer Conference, pp. 2745-2750.
- [36] McQuiston, F. C., 1978, "Correlation for heat, mass and momentum transport coefficients for plate-fin-tube heat transfer surfaces with staggered tube", ASHRAE Trans. , 84, pp. 294-309.
- [37] Rocha, L. A. O.; Saboya, F. E. M.; Vargas, J. V. C., 1997, "A comparative study of elliptical and circular sections in one-and two-row tubes and plate fin heat exchangers", International Journal of Heat and Fluid Flow, 18, pp. 247-252.
- [38] Perrotin, T., 2003, "Fin efficiency calculation in enhanced fin-and-tube heat exchangers in dry conditions", International Congress of Refrigeration, ICR0026.
- [39] Chen, H.T. ,Chou, J.C.,Wang, H.C., 2006, "Estimation of heat transfer coefficient on the vertical plate fin of finned-tube heat exchangers for various air speeds and fin spacings", International Journal of Heat and Mass Transfer, 50, pp. 45-57.
- [40] Tao, Y. B., He, Y. L., Huang, J., Wu, Z. G., Tao, W. Q. , 2007, "Three-dimensional numerical study of wavy fin-and-tube heat exchangers and field synergy principle analysis", International Journal of Heat and Mass Transfer, 50, pp. 1163-1175.
- [41] Erek, A.; Özerdem, B.; Bilir, L.; Ilken, Z., 2005, "Effect of geometrical parameters on heat transfer and pressure drop characteristics of plate fin and tube heat exchangers", Applied Thermal Engineering, 25, pp. 2421-2431.
- [42] Sahin, H.M.; Dal, A.R.; Baysal, E., 2007, "3-D Numerical study on the correlation between variable inclined fin angles and thermal behaviour in plate fin-tube heat exchanger", Applied Thermal Engineering, 27, pp. 1806-1816.
- [43] Tutar, M. ,Akkoca, A., 2002, "A computational study of effects of different geometrical parameters on heat transfer and fluid flow in a wavy and plain fin and tube heat exchanger", Proceedings of ESDA2002: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Istanbul, Turkey.
- [44] Bae, Kyung Jin; Cha, Dong An; Kwon, Oh Kyung Heat and fluid flow characteristics of an oval fin-and-tube heat exchanger with large diameters for textile machine dryer, Heat and Mass Transfer, Volume 52, Issue 11, pp.2485-2495, 11/2016
- [45] Jiin-Yuh Jang, Mu-Cheng Wu, Wen-Jeng Chang Numerical and experimental studies of three-dimensional plate-fin and tube heat exchangers, International Journal of Heat and Mass Transfer 39(14):3057-3066 · September 1996

- [46] Romero-Méndez, R., Sen, M., Yang, K. T., and McClain, R., “Effect of Fin Spacing on Convection in a Plate Fin and Tube Heat Exchanger,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp.39-51, 2000.
- [47] Jin-Sheng Leu, Ying-Hao Wu, Jiin-Yuh Jang, Heat transfer and fluid flow analysis in plate-fin and tube heat exchangers with a pair of block shape vortex generators, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47(19-20):4327-4338 · September 2004.
- [48] Chi-Wen Lu, Jeng-Min Huang, W.C. Nien, Chi-Chuan Wang, A numerical investigation of the geometric effects on the performance of plate finned-tube heat exchanger, *Energy Conversion and Management* 52(3):1638-1643 · March 2011.
- [49] Arafat A. Bhuiyan, M Ruhul Amin, Jamal Naser, A.K.M. Sadrul Islam, Effects of geometric parameters for wavy finned-tube heat exchanger in turbulent flow: A CFD modeling, *Frontiers in Heat and Mass Transfer* 6(5) · June 2015
- [50] Yonghan Kim, Yongchan Kim, Heat transfer characteristics of flat plate finned-tube heat exchangers with large fin pitch, *International Journal of Refrigeration* 6(28). 851-858, 2005 Sep 1
- [51] Ling-Hong Tang, Zeng Min, Gongnan Xie, Qiu-Wang Wang, Fin Pattern Effects on Air-Side Heat Transfer and Friction Characteristics of Fin-and-Tube Heat Exchangers with Large Number of Large-Diameter Tube Rows, *Heat Transfer Engineering* 30(3):171-180 · February 2009.
- [52] Tang, L. H., Min, Z., Xie, G. N., & Wang, Q. W. (2009). Fin pattern effects on air-side heat transfer and friction characteristics of fin-and-tube heat exchangers with large number of large-diameter tube rows. *Heat Transfer Engineering*, 30(3), 171-180.
- [53] Chokeman, Y. & Wongwises, S. (2005). Effect of fin pattern on the air-side performance of herringbone wavy fin-and-tube heat exchangers, *Heat and Mass Transfer* 41(7):642-650.
- [55] Eastman, J. A., Choi, S. U. S., Li, S., Yu, W., and Thompson, L. J., 2001, “Anomalously Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles,” *Appl. Phys. Lett.*, 78(6), pp. 718-720.
- [56] Stéphane Fohanno, Cong Tam Nguyen, Guillaume Polidori. Newtonian Nanofluids in Convection. *HANDBOOK OF NANOPHYSICS. Nanoparticles and Quantum Dots*. Edited by Klaus D. Sattler. CRC Press. Taylor and Francis Group.
- [57] Yu, W., France, D. M., Routbort, J. L., and Choi, S. U. S., 2008, “Review and Comparison of Nanofluid Thermal Conductivity and Heat Transfer Enhancements,” *Heat*

Transfer Eng., 29(5), pp. 432-460.

[58] Zenghu Han. Nanofluids with Enhanced Thermal Transport Properties. Thesis Doctor of Philosophy, 2008.

[59] Bin Shen .Minimum quantity lubrication grinding using nanofluids. Thesis Doctor of Philosophy (Mechanical Engineering) in The University Of Michigan 2008

[60] Wang X.Q. and Mujumdar A.S., Heat transfer characteristics of nanofluids : a review, International Journal of Thermal Sciences 46 (2007) 1-19.

[61] Keblinski P., Phillpot S.R.,Choi S.U.S. and Eastman J.A., Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids), Chemical Engineering and Processing 46 (2007) 851-861.

[62] Keblinski P., Eastman J.A. and Cahill G., Nanofluids for thermal transport, Materialstoday-Review feature (June 2005).

[63] Hong K.S., Hong T.K. and Yang H.S., Thermal conductivity of Fe nanofluids depending on the cluster size of nanoparticles, Applied Physics Letters 88 (2006) 031901.

[64] Prasher R., Song D. and Jinlin W., Measurement of nanofluid viscosity an its implication for thermal applications, Applied Physics Letters 89, 133108 (2006).

[65] Prasher R., Phelan P. And Bhattacharya P, Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluid), Nano letters, Vol. 6,N°7, 1529-1534 (2006).

[66] Evans W., Prasher R.,Fish J.,Meakin P., Phelan P. and Keblinski P., Effect of aggregation and interfacial thermal resistance on thermal conductivity of nanocomposites and colloidal nanofluids, International Journal of Heat and Mass Transfer 51 (2008) 1431-1438.

[67] Ren Y., Xie H. and Cai A., Effective thermal conductivity of nanofluids containing spherical nanoparticles, J.Phys.D: Appl.Phys. 38 (2005) 3958-3961.

[68] Putnam S.A.,Cahill D.G. and Braun P.V., Thermal conductivity of nanoparticles suspensions, J.Appl.Phys 99, 084308 (2006)

[69] Rainey K.N. and You S.M., Pool Boiling heat transfer from plain and microporous, square pin-finned surfaces in saturated FC-72, Journal of Heat Transfer Vol. 122, 509-516 (2000)

[70] Koo J,Kleinstreuer.C. A new thermal conductivity model for nanofluids. Journal of Nanoparticle Research 2004;6:577–88.

[71] Chon SUS,Kihm Chan Hee, Lee Kenneth D, Choi Shin Pyo. Empirical correlation

finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) thermal conductivity enhancement. *Applied Physics Letters* 2005;87 (153107-153107).

[72] Vajjha RS, Das DK. Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2009;52:4675–82.

[73] Corcione M. Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls. *International Journal of Thermal Sciences* 2010;49:1536–46.

[74] Seyf HR, Feizbakhshi M. Computational analysis of nanofluid effects on convective heat transfer enhancement of micro-pin-fin heatsinks. *International Journal of Thermal Sciences* 2012;58:168–79.

[75] Nguyen C, Desgranges F, Roy G, Galanis N, Mare T, Boucher S, Angue Mintsu. H. Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids-hysteresis phenomenon. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 2007;28:1492–506.

[76] Masoumi N, Sohrabi N, Behzadmehr. A. A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids. *Journal of Physics D: Applied Physics* 2009;42:055501.

[77] Abu-Nada E. Effects of variable viscosity and thermal conductivity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 2009;30:679–90.

[78] Tseng W, Lin K. Rheology and colloidal structure of aqueous TiO<sub>2</sub> nano-particle suspensions. *Materials Science and Engineering A* 2003;355:186–92.

[79] Chen H, Ding Y, Tan C. Rheological behaviour of nanofluids. *New Journal of Physics* 2007;9:367.

[80] Koo J, Kleinstreuer C. Impact analysis of nanoparticle motion mechanisms on the thermal conductivity of nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 2005;32:1111–8.

[81] Vajjha RS, Das DK, Kulkarni DP. Development of new correlations for convective heat transfer and friction factor in turbulent regime for nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2010;53:4607–18.

[82] Mahbubul IM, Saidur R, Amalina MA. Latest developments on the viscosity of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2012;55:874–85.

[83] Tseng W J, Chen C N. Effect of polymeric dispersant on rheological behavior of nickel-terpineol suspensions. *Materials Science and Engineering A* 2003;347: 145–53.

- [84] Cheng, NS, Law,AWK. Exponential formula for computing effective viscosity. *Powder Technology*2003;129:156–160.
- [85] Kulkarni DP, Das DK, Chukwu GA. Temperature dependent rheological property of copper oxide nanoparticles suspension(nanofluid). *Journal of Nanoscience and Nanotechnology* 2006;6:1150–4.
- [86] Namburu P, Kulkarni D, Misra D, Das D. Viscosity of copper oxide nanoparticles dispersed in ethylene glycol and water mixture. *Experimental Thermal and Fluid Science* 2007;32:397–402.
- [87] Masoud Hosseini S, Moghadassi AR, Henneke. DE. A new dimensionless group model for determining the viscosity of nanofluids. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* 2010;100:873–7.
- [88] Putra, N., Roetzel, W., Das, S.K., 2009, “ Natural convection of nanofluids,” *Heat and Mass Transfer*, 39, p. 775 – 784.
- [89] ABDELLAH HADAOU, Effets de la taille et de la concentration sur les propriétés thermiques et rhéologiques des nanofluides, Thèse de Doctorat, Université Cadi Ayyad de Marrakech, Décembre 2010
- [90] Julien CHEVALIER, Etude de la Rhéologie de Nanofluides soumis à de très forts Taux de Cisaillement à l’aide de Microsystèmes Fluidiques, Thèse de Doctorat, Université Grenoble I – Joseph Fourier, 2008
- [91] SHARMA A.K., VELUSAMY K., BALAJI C. Turbulent natural convection in an enclosure with localized heating from below. *Int. J. Thermal Sciences* 46: 1232–1241.(2007).
- [92] BARAKOS G.C, PERICLEOUS K.A., Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 3 (1962) 249-264.