

# Thèse de doctorat de l'Université de Lille

Spécialité doctorale “Physique des atomes froids”

présentée par

## Clément HAINAUT

pour obtenir le grade de docteur de l'Université de Lille

Sujet de la thèse :

# Effets des symétries sur la localisation dans des systèmes quantiques désordonnés

Directeur de thèse : **Pascal SZRIFTGISER**

Encadrants de thèse : **Radu CHICIREANU et Jean-François CLÉMENT**

soutenue le 28 septembre 2017 devant le jury composé de

<b>Mme Hélène Perrin,</b>	Directrice de recherche, LPL	Rapporteuse
<b>M. Thomas Bourdel,</b>	Chargé de recherche, LCP	Rapporteur
<b>Mme Valérie Vallet,</b>	Directrice de recherche, PhLAM	Présidente du jury
<b>M. Philippe Bouyer,</b>	Directeur de recherche, LP2N	Examineur
<b>M. Jean Dalibard,</b>	Professeur, Collège de France	Examineur
<b>M. Pascal Szriftgiser,</b>	Directeur de recherche, PhLAM	Directeur de thèse
<b>M. Radu Chicireanu,</b>	Chargé de recherche, PhLAM	Encadrant de thèse
<b>M. Dominique Delande,</b>	Directeur de recherche, LKB	Membre invité

---

# Table des matières

<b>Remerciement</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Résumé</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction</b>	<b>xi</b>
<b>1 Le Kicked Rotor</b>	<b>1</b>
1.1 Le Kicked Rotor classique . . . . .	1
1.1.1 Présentation du modèle et Application Standard de Chirikov . . . . .	1
1.1.2 Dynamiques régulière et irrégulière . . . . .	3
1.1.3 Comportement diffusif . . . . .	4
1.1.4 Hamiltonien du Kicked Rotor et modèle déplié . . . . .	7
1.2 Le Kicked Rotor quantique . . . . .	8
1.2.1 Quantification du Kicked Rotor et unités normalisées . . . . .	8
1.2.2 Opérateur d'évolution du Kicked Rotor . . . . .	9
1.2.3 Théorème de Bloch, théorème de Floquet . . . . .	11
1.2.4 Équivalence entre le modèle du Kicked Rotor et le modèle de liaisons fortes avec désordre . . . . .	12
1.2.5 Localisation Dynamique . . . . .	14
<b>2 Dispositif expérimental</b>	<b>17</b>
2.1 La préparation d'un nuage d'atomes froids de Césium . . . . .	18
2.2 Réalisation expérimentale du Kicked Rotor . . . . .	19
2.2.1 Description du système créant l'onde stationnaire pulsée (kicks) . . . . .	19
2.2.2 Le potentiel sinusoïdal pulsé . . . . .	20
2.2.3 La compensation de la gravité . . . . .	21
2.3 La mesure d'une distribution en impulsion : le temps de vol . . . . .	22
2.3.1 Principe général et performance . . . . .	23
2.3.2 Dissymétrie des distributions en impulsion . . . . .	24
2.3.3 Analyse et traitement de données . . . . .	26
2.4 L'inhomogénéité et la mesure de $K$ . . . . .	27
2.4.1 Représentation graphique de l'inhomogénéité . . . . .	27
2.4.2 Dispositif de filtrage spatial transverse du nuage atomique . . . . .	28
2.4.3 La calibration de $K$ via les corrélations entre kicks . . . . .	31
2.4.4 La calibration de $K$ à 1 kick . . . . .	32
2.4.5 Les gammes de paramètres expérimentalement accessibles . . . . .	33
2.5 Chargement dans un réseau optique . . . . .	34

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>3</b>	<b>Localisation faible, augmentation de la probabilité de retour à l'origine</b>	<b>39</b>
3.1	Approche microscopique du transport d'une particule dans un milieu désordonné	40
3.1.1	Interférence des chemins : effet de localisation faible	40
3.1.2	Onde plane dans un milieu semi-infini : CBS	41
3.1.3	ERO : Enhanced Return to the Origin	42
3.2	Observations expérimentales de la localisation faible	43
3.2.1	Observations expérimentales du CBS	43
3.2.2	Observations expérimentales de l'ERO	45
3.2.3	Utilisation de la localisation faible pour mesurer la décohérence	46
3.3	Kicked Rotor et phénomènes de localisation faible	47
3.3.1	Effet du renversement du temps sur des chemins dans le Kicked Rotor	48
3.3.2	Observation numérique de l'ERO dans le Kicked Rotor	49
3.4	Kicked Rotor avec saut de phase de l'onde stationnaire	50
3.4.1	Hamiltonien avec saut de phase de l'onde stationnaire	50
3.4.2	Effet sur les chemins renversés dans le temps	51
3.5	Apparition et suppression de l'ERO dans le Kicked Rotor avec saut de phase	53
3.6	ERO : un outil puissant de mesure de la décohérence	54
3.6.1	Émission spontanée dans le Kicked Rotor	54
3.6.2	Étude de la décohérence : le décohéreur	55
3.6.3	Démonstration expérimentale de la nature cohérente de l'ERO	56
3.6.4	ERO : Outil de mesure de la décohérence	57
<b>4</b>	<b>Champ de jauge artificiel dans des systèmes désordonnés de Floquet et brisure de symétrie</b>	<b>59</b>
4.1	Symétries et classes de symétrie	60
4.1.1	Opérations de symétries pertinentes pour le Kicked Rotor	60
4.1.2	Classes de symétrie orthogonale et unitaire	61
4.2	Classes de symétrie des Kicked Rotor modulés périodiquement	61
4.2.1	Équivalence entre les dynamiques du Kicked Rotor Quasi-1D modulé en amplitude et du Pseudo-Rotor 2D	62
4.2.2	Propriété de symétrie des séquences de modulations $K(t)$ et $a(t)$	64
4.3	Relation avec Anderson quasi-1D et flux Aharonov-Bohm	66
4.3.1	Équivalence entre un Pseudo-Rotor 2D et un modèle Anderson quasi-1D	66
4.3.2	Symétrie du Kicked Rotor Quasi-1D et flux Aharonov-Bohm	68
<b>5</b>	<b>Diffusion cohérente vers l'avant "Coherent Forward Scattering"</b>	<b>71</b>
5.1	Caractéristique et observation numérique du CFS	72
5.1.1	Découverte théorique du CFS pour une expérience de transmission	72
5.1.2	Écho mésoscopique dynamique dans un système désordonné de taille finie	73
5.1.3	Signatures du CFS dans un système "infini"	74
5.2	CFS dans le Kicked Rotor	76
5.2.1	Simulation numérique et présentation du phénomène	77
5.2.2	Limitations aux observations des signatures du CFS	78
5.3	Contrôle des propriétés du CBS et CFS à l'aide du Kicked Rotor Quasi-1D modulé périodiquement	79
5.3.1	CBS en dimensions synthétiques : contrôle des temps d'apparition	79
5.3.2	Simulation numérique pour un Kicked Rotor Quasi-1D	82
5.4	Premières observations expérimentales du CFS	85
5.4.1	Contraintes expérimentales	85

5.4.2	Première observation expérimentale du CFS . . . . .	87
5.4.3	Deuxième signature du CFS : insensibilité à la brisure de symétrie par renversement du temps . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Etude expérimentale des propriétés d'échelle du Kicked Rotor</b>	<b>95</b>
6.1	Loi d'échelle à un paramètre : expression de la fonction $\beta(g)$ . . . . .	96
6.2	Gaz d'atomes froids avec désordre spatial . . . . .	97
6.3	Loi d'échelle à 1 paramètre dans le Kicked Rotor . . . . .	98
6.3.1	Gaz d'atomes froids en régime de localisation dynamique . . . . .	98
6.3.2	Dynamique de l'énergie cinétique pour un Kicked Rotor standard . . . . .	99
6.3.3	Corrélations entre kicks . . . . .	100
6.3.4	Kicked Rotor avec saut de phase de période 2 . . . . .	101
6.3.5	Vérification expérimentale de la suppression des corrélations . . . . .	103
6.4	$\beta(G)$ pour deux classes de symétrie avec un Kicked Rotor modulé périodiquement en phase . . . . .	105
6.4.1	Brisure de symétrie . . . . .	105
6.4.2	Correction à la diffusion dans le cas $N = 4$ . . . . .	106
6.4.3	$\beta(G)$ pour un Kicked Rotor de période $N = 4$ orthogonal et unitaire . . . . .	108
6.5	Comportement universel de $\beta(G)$ . . . . .	109
6.5.1	Universalité de $\beta(G)$ dans la classe orthogonale . . . . .	109
6.5.2	Universalité de $\beta(G)$ dans la classe unitaire . . . . .	110
<b>7</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>113</b>
<b>A</b>	<b>La base des impulsions du Kicked Rotor</b>	<b>115</b>
<b>B</b>	<b>Mapping du Kicked Rotor sur le modèle des liaisons fortes avec désordres</b>	<b>117</b>
<b>C</b>	<b>Simulation numérique</b>	<b>121</b>
<b>D</b>	<b>Corrélations entre kicks</b>	<b>123</b>
D.1	Application Standard et coefficients de corrélations . . . . .	123
D.2	Coefficients de corrélations . . . . .	123
D.2.1	Coefficient de corrélation $C_{1,0}$ . . . . .	124
D.2.2	Coefficient de corrélation $C_{2,0}$ . . . . .	124
D.3	Coefficient de diffusion . . . . .	125
D.4	Coefficient de diffusion quantique . . . . .	126
<b>E</b>	<b>Calculs d'inhomogénéité</b>	<b>129</b>
<b>F</b>	<b>Calculs de localisation faible</b>	<b>131</b>
F.1	Phase appliquée par un chemin traversé dans deux sens différents . . . . .	131
F.2	Considérations sur la nature aléatoire du milieu : plusieurs chemins possibles . . . . .	132
F.3	Onde plane dans un milieu semi-infini : CBS . . . . .	132
<b>G</b>	<b>Kicked Rotor Quasi-1D avec modulation de phase</b>	<b>137</b>
G.1	Équivalence entre les dynamiques du Kicked Rotor Quasi-1D modulé en phase et du Pseudo-Rotor 2D . . . . .	137
G.2	Propriété de symétrie de la séquence de modulation de phase $a(t)$ . . . . .	138
<b>H</b>	<b>Localisation d'Anderson 2D</b>	<b>141</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

I	Article augmentation de la probabilité de retour à l'origine	147
J	Article localisation et champ de jauge artificiel	155

# Remerciement

---

Ces 3 années de thèse m'ont permis de me consacrer à la science. Je ne pourrais décrire en quelques lignes combien j'ai évolué du stade d'étudiant de Master à ce que je suis devenu aujourd'hui. Je voudrais, en premier lieu, remercier toutes les personnes ayant financé mon contrat doctoral ainsi que le conseil de l'école doctorale SMRE de Lille pour avoir suffisamment cru en moi en m'attribuant ce financement. Cette thèse est l'aboutissement d'un travail d'équipe qui a nécessité l'implication de chacun de ses membres.

Les expériences acquises durant ces trois années sont multiples et constituent la formation la plus aboutie à laquelle j'ai pu prendre part jusqu'à aujourd'hui. Les discussions avec des personnes venant d'autres horizons, que ce soit au laboratoire, en conférence, ou ailleurs, ont contribué à mon ouverture d'esprit tant sur le plan professionnel que personnel. Pour cela je voudrais remercier toutes les personnes avec qui j'ai interagi durant cette thèse.

L'environnement dans lequel j'ai évolué durant ces trois années est principalement constitué du laboratoire PhLAM. Je voudrais particulièrement remercier l'investissement du personnel administratif qui est responsable du bon fonctionnement de ce laboratoire. Une pensée très particulière est tournée vers les personnes travaillant à l'atelier d'électronique ainsi qu'à l'ingénieur CNRS (Gauthier) qui a rejoint le laboratoire au milieu de ma thèse. Vous êtes des personnes indispensables à un laboratoire ayant pour but de réaliser des dispositifs expérimentaux "fait maison". Vos compétences, votre ouverture d'esprit, votre pédagogie, votre sympathie et vos solutions adaptées à nos problèmes sont des éléments primordiaux à la réussite de notre projet.

L'équipe Chaos Quantique que j'ai rejoint au début de cette thèse possède un caractère exceptionnel, de par les qualités scientifiques et humaines de ses membres. J'y ai été accueilli et dirigé par Pascal Szriftgiser qui a toujours trouvé le temps d'être bienveillant et de me demander si tout se déroulait bien pour moi. J'y ai retrouvé un enseignant, et pas n'importe lequel, que j'avais eu en Master 2 en la personne de Jean-Claude Garreau. Je ne te remercierai jamais assez pour tout le temps que tu as su me consacrer. Je venais sans cesse dans ton bureau poser des questions auxquelles tu prenais toujours le temps de répondre avec pédagogie et humour. Radu et Jeff, avec vous j'ai découvert la possibilité d'interagir à l'infini avec des personnes qui avaient beaucoup à m'apprendre. Le fait que vous soyez toujours disponibles et enclin à passer du temps (beaucoup de temps) pour m'expliquer les choses m'a permis d'assimiler un grand nombre de concepts qui me paraissaient totalement inaccessibles. Issam, qui est arrivé en Post-Doc au moment où je commençais ma thèse, est la personne qui m'a appris le plus de chose sur les aspects techniques des atomes froids. Je retiendrai principalement l'injection d'un faisceau (Gaussien qui disait...) dans une fibre, ce qui s'apparentait à mettre des carrés dans des ronds. Beaucoup de fou rire ont résulté de ces heures passées en salle de manip à modifier Titine comme il se devait. Enfin Adam, qui nous a rejoint au début de ma troisième année de thèse, j'ai pu ré-apprendre les concepts et le formalisme de la mécanique quantique de manière plus rigoureuse avec toi. J'ai su apprécier les critiques que tu formules avec panache. Tu t'es parfaitement intégré dans l'équipe ce qui laisse présager des beaux jours pour la suite de l'aventure lilloise.

## Remerciement

---

Un merci tout particulier doit être adressé à l'équipe de théoriciens qui travaille depuis de nombreuses années en collaboration avec les expérimentateurs de Lille : Dominique Delande, Gabriel Lemarié et Nicolas Cherroret. Leurs discours pédagogiques ont toujours fait avancer ma compréhension des phénomènes que nous observions. De plus, chacun d'entre eux a réussi à m'inculquer une rigueur qui était plus que nécessaire. Pour tout ça, et bien plus, merci à vous !

Je tiens à remercier Hélène Perrin et Thomas Bourdel d'avoir accepté d'être rapporteuse et rapporteur de cette thèse. Merci à Jean Dalibard et Phillipe Bouyer d'avoir accepté le rôle d'examineur malgré leurs emplois du temps chargés. Merci à Valérie Vallet d'avoir présider le jury. Enfin merci à Dominique Delande d'avoir accepté de venir en temps que membre invité.

Je remercie également les différentes personnes ayant peuplées le bureau 041 du p5. Travailler avec des personnes qui sont capables d'être concentrées quand il le faut et capables d'amusements intenses est vraiment un plus indéniable. Un merci particulier à tous les amis qui ont constitué un soutien indéfectible notamment dans la période de rédaction mais également le jour de la soutenance. Merci à Lucie pour sa patience et plus lorsque la rédaction me rendait irritable. Enfin merci à tous les autres pour les francs moments de détente nécessaire qui ont existé durant ces trois années.

# Abstract

---

Contrary to the classical case, transport of a quantum particle in a disordered medium is strongly affected by interference effects. For example, in dimension 1, classical diffusion is initially reduced by weak localization effects and, at long times, lead to the so called Anderson localization phenomenon. In this thesis, we use the Kicked Rotor, paradigm of quantum chaos, to study new physical aspects of disordered systems.

We thus present the first experimental observation with atomic matter waves of a phenomenon directly linked to weak localization which is the Enhanced Return to the Origin. We show that this effect can be used as a tool to measure accurately the decoherence in the system.

We present a novel, outstandingly simple, experimental method to control symmetry properties of the Kicked Rotor. This allows us to study a disordered system in presence of a non-trivial artificial Aharonov-Bohm flux in a synthetic dimension. This gives us the opportunity to break the time reversal-symmetry and then to study the physics of Anderson localization in two different symmetry classes : the orthogonal class and the unitary class.

We have investigated the effect of this symmetry breaking on physical properties of 1D disordered systems by looking two signatures of quantum transport. We thus observe experimentally, for the first time, the Coherent Forward Scattering effect, predicted recently and which represents a novel genuine signature of Anderson localization. We show its distinctive signatures and a good agreement with theoretical predictions. Finally, we realize the first experimental measurements of the  $\beta(G)$  scaling function, characteristic of transport in a disordered medium, in two symmetry classes. furthermore, we demonstrate their universality confirming thus the one-parameter scaling hypothesis.



# Résumé

---

Contrairement au cas classique, le transport d'une particule quantique dans un milieu désordonné est fortement affecté par des effets d'interférences. Par exemple, en dimension 1, la diffusion classique est réduite initialement par des effets de localisation faible jusqu'à s'annuler totalement aux temps longs, aboutissant au phénomène de localisation d'Anderson. Dans cette thèse, nous utilisons le Kicked Rotor, paradigme du chaos quantique, pour étudier certains aspects nouveaux de la physique des systèmes désordonnés.

Nous effectuons ainsi la première observation expérimentale avec des ondes de matière atomiques du phénomène d'augmentation de la probabilité de retour à l'origine, un effet de localisation faible. Nous montrons également que ce phénomène peut être utilisé comme outil précis de diagnostic de la décohérence dans le système.

Nous présentons une nouvelle méthode expérimentale, remarquablement simple, pour contrôler les propriétés de symétrie du Kicked Rotor. Cela nous permet de créer un système désordonné dans lequel il existe un flux Aharonov-Bohm artificiel non trivial dans une dimension synthétique. Ce dernier nous offre l'opportunité de briser la symétrie par renversement du temps et d'étudier la physique de la localisation d'Anderson dans deux classes d'universalité différentes : la classe orthogonale et la classe unitaire.

Nous avons étudié l'effet de brisure de symétrie sur les propriétés physiques des systèmes désordonnés 1D en observant deux signatures du transport quantique. Nous mesurons ainsi pour la première fois expérimentalement, l'effet de diffusion cohérente vers l'avant (Coherent Forward Scattering, CFS), récemment prédit, qui constitue un nouveau marqueur interférentiel de la localisation d'Anderson. Nous mettons en évidence ses signatures caractéristiques et nous trouvons qu'elles sont en très bon accord avec les prédictions théoriques. Enfin, nous réalisons les premières mesures expérimentales des fonctions d'échelle  $\beta(G)$ , caractéristiques du transport dans les milieux désordonnés, dans les deux classes de symétrie. Nous démontrons également leur universalité validant ainsi l'hypothèse de la loi d'échelle à un paramètre.



# Introduction

---

## Transport dans les milieux désordonnés

La propagation d'onde dans des milieux désordonnés est un problème général qui est présent dans de multiples domaines de la physique. Le son, la lumière, les ondes radios, les particules quantiques... tous ces objets répondent au qualificatif d'onde et peuvent donc être utilisés pour étudier ce type de problème.

En physique de la matière condensée, le transport quantique d'un électron à travers un cristal parfait, représenté par un potentiel périodique, est diffusif. La théorie de BLOCH [1] prédit que les fonctions d'ondes électroniques sont totalement délocalisées dans le système. Cependant, dans la nature, les cristaux sont généralement imparfaits et possèdent des impuretés. Ces dernières, placées aléatoirement dans les mailles du cristal, impliquent que le système est désordonné et ne peut donc plus être décrit par un potentiel périodique. La théorie de BLOCH n'est plus valide dans ce cas.

En 1958, le physicien américain P. W. ANDERSON (prix Nobel de physique en 1977) a étudié le mouvement d'électron dans ce type de cristal désordonné. Il a montré dans son article de référence [2] que le désordre a pour effet de réduire la conductance du système jusqu'à la supprimer totalement. Dans ce cas, les fonctions d'ondes électroniques sont exponentiellement localisées, ce qui constitue le phénomène désormais connu de la localisation d'Anderson. La localisation d'Anderson en tant que conséquence du désordre est un ingrédient fondamental à l'explication du comportement isolant ou conducteur de certains matériaux ainsi que de la transition de phase métal-isolant 3D. Un isolant est associé à des états localisés tandis qu'un métal affiche un comportement diffusif associé à des états délocalisés.

Ce résultat ouvrit la voie à l'étude des phénomènes de transport dans les milieux désordonnés. De nombreuses recherches tant sur le plan numérique que théorique se développèrent durant les années 1970. L'une des plus importantes fut l'établissement de la loi d'échelle à un paramètre de la localisation en 1979 [3]. Cette théorie explique l'influence qu'ont la dimensionnalité et la taille du système sur la localisation d'Anderson. De plus, elle prédit l'existence d'une fonction d'échelle qui décrit comment la conductance du système varie lorsque la taille de celui-ci est modifiée. Les travaux de BRÉZIN dans les années 1980 [4], montrèrent que cette fonction d'échelle est également adaptée pour mesurer les déviations qu'apporte le désordre à la diffusion dans le système. Il apparaît que la manière dont le système s'écarte de la diffusion, donc la nature des interférences quantiques, dépend de la présence de la symétrie par renversement du temps dans le système.

## Les atomes froids

La localisation d'Anderson est un phénomène interférentiel donc cohérent. Pour l'observer expérimentalement, il est impératif de minimiser toutes les sources de décohérence possibles telles que les collisions entre particules ou le couplage avec l'environnement extérieur. Ces conditions sont extrêmement difficiles à satisfaire lors d'une expérience de matière condensée

de par la présence de l'interaction électron-phonon.

Des progrès technologiques réalisés dans les années 1980 ont permis l'émergence d'un nouveau champ d'étude en physique : les atomes froids. La création du premier gaz d'atomes refroidis par laser en 1987 [5] puis la réalisation du premier condensat de Bose-Einstein en 1995 [6, 7, 8] illustrent la forte dynamique associée à ce nouveau champ. Bien que les systèmes réalisant la condensation de Bose-Einstein soient relativement complexes, ils ont l'avantage d'offrir un contrôle précis des paramètres expérimentaux :

- i) il est possible d'annuler les interactions entre atomes, soit en travaillant avec des nuages très dilués, soit en utilisant une résonance de Feshbach contrôlée par un champ magnétique [9] ;
- ii) les techniques de détection permettent d'avoir accès directement à la fonction d'onde des atomes ;
- iii) l'utilisation de faisceaux laser permet la création de potentiels optiques dont l'amplitude et la phase sont des paramètres réglables expérimentalement.

Ces différents points expliquent pourquoi les expériences d'atomes froids sont devenues des plateformes pour l'étude de problèmes fondamentaux de physique de la matière condensée. C'est dans cet esprit que la localisation d'Anderson 1D fut observée dans l'espace des impulsions en 1994 avec une expérience de Kicked Rotor [10, 11] à partir d'un nuage d'atomes froids. Ces expériences ont également été réalisées à Lille en 2000 [12]. La localisation d'Anderson 1D fut également mise en évidence dans l'espace des positions en utilisant un condensat de Bose-Einstein en 2008 [13, 14], à l'aide d'un désordre créé par des potentiels lumineux.

Les propriétés des systèmes désordonnés sont affectées par les symétries du système. Les atomes froids offrent également des opportunités expérimentales permettant de modifier ces symétries. En 2009, ont eu lieu au NIST les premières réalisations expérimentales [15, 16, 17, 18] de champs de jauge artificiels avec des atomes froids. Ces champs de jauge sont créés pour des atomes neutres à l'aide de faisceaux laser et de l'interaction matière-rayonnement. En présence de champ de jauge, les atomes neutres décrivent une physique analogue à celle de particules chargées en présence de champ magnétique. Ces propriétés ouvrent la voie à de nouvelles investigations expérimentales initialement réservées à d'autres domaines de la physique comme les hautes énergies ou la matière condensée. Nous pouvons retenir l'observation récente en 2013 de l'effet Hall de spin dans un gaz de Bose quantique dégénéré par BEELER *et al.* [19].

### Objectifs de cette thèse

Suite aux expériences de Kicked Rotor initialement menées en 1994 au Texas, des études très fines ont eu lieu à Lille au Laboratoire PhLAM depuis le début des années 2000 [20, 21, 22]. Parmi les résultats majeurs on trouve l'observation et la caractérisation de la transition d'Anderson 3D ainsi que la détermination de son exposant critique en 2008 [23]. Ces observations ont été suivies par la démonstration du caractère universel (invariance vis-à-vis des détails microscopiques du système) de la transition de phase dans la classe de symétrie orthogonale en 2012 [24]. L'équipe de Lille a ensuite voulu étudier la physique de la localisation d'Anderson dans une autre classe d'universalité : la classe de symétrie unitaire. Pour ce faire, il a fallu modifier le dispositif expérimental.

En utilisant un modèle de Kicked Rotor périodiquement modulé dans le temps, nous réalisons un système désordonné permettant de créer des champs de jauge artificiels dans des dimensions synthétiques. Ces champs de jauge ont la propriété de briser la symétrie par renversement du temps. Nous sommes ainsi capables d'étudier expérimentalement plusieurs signatures et caractéristiques de la localisation d'Anderson qui font l'objet de cette thèse :

- i) l'augmentation de la probabilité de retour à l'origine, correspondant à l'expression du Coherent Back-Scattering (CBS) dans l'espace direct désordonné du système ;
- ii) la première observation expérimentale du Coherent Forward Scattering (CFS), qui constitue une nouvelle signature, récemment prédite en 2012 [25], de la localisation d'Anderson ;
- iii) les propriétés d'échelle du système Anderson 1D dans les classes d'universalité orthogonale et unitaire.

### Contenu du manuscrit

Cette thèse est composée de deux parties. La première regroupe les trois premiers chapitres et porte sur la présentation du modèle, de l'expérience et d'un premier résultat expérimental. La seconde regroupe les trois derniers chapitres et constitue la partie la plus importante dans laquelle champ de jauge artificiel et désordre sont associés.

**I)** Dans le premier chapitre, nous présenterons les bases théoriques associées au système utilisé durant cette thèse : Le Kicked Rotor. Nous caractériserons sa dynamique classique chaotique. Nous montrerons l'équivalence entre le Kicked Rotor et le modèle d'Anderson. Ceci nous permettra de considérer le Kicked Rotor comme un système désordonné de Floquet dans lequel la localisation d'Anderson se manifeste dans l'espace des impulsions.

**II)** Le chapitre 2 abordera la réalisation expérimentale du modèle du Kicked Rotor avec des atomes froids. Nous examinerons les différents problèmes expérimentaux ainsi que les améliorations apportées au dispositif expérimental durant cette thèse. Nous expliquerons également la mise en place du dispositif de modulation arbitraire en phase et en amplitude du Kicked Rotor.

**III)** Dans le troisième chapitre nous présenterons les phénomènes de localisation faible, précurseurs de la localisation forte (d'Anderson). Nous verrons comment ces derniers sont observables dans le Kicked Rotor et nous mettrons en évidence la première observation de l'augmentation de la probabilité de retour à l'origine (ERO) avec des atomes froids. Nous l'utiliserons, tout comme en physique mésoscopique, comme outil précis de diagnostic de la décohérence expérimentale. Cette partie a fait l'objet d'une publication dans Physical Review Letters [26].

**IV)** Le chapitre 4 fera office de chapitre d'introduction théorique à la seconde partie de cette thèse. Nous verrons en quoi le Kicked Rotor modulé en amplitude ou en phase est équivalent à un système de type Anderson avec une géométrie particulière. Cette géométrie en forme de cylindre peut accueillir un flux Aharonov-Bohm non trivial qui brise la symétrie par renversement du temps.

## Introduction

---

V) Dans le chapitre 5 nous présenterons la première observation expérimentale du Coherent Forward Scattering, une nouvelle signature de localisation d'Anderson. Nous mettrons en évidence deux caractéristiques qui la distinguent des phénomènes de localisation faible : la résistance à la brisure de symétrie par renversement du temps et la croissance du contraste dans le temps avec un temps caractéristique qui est le temps de localisation (voir figure 1).

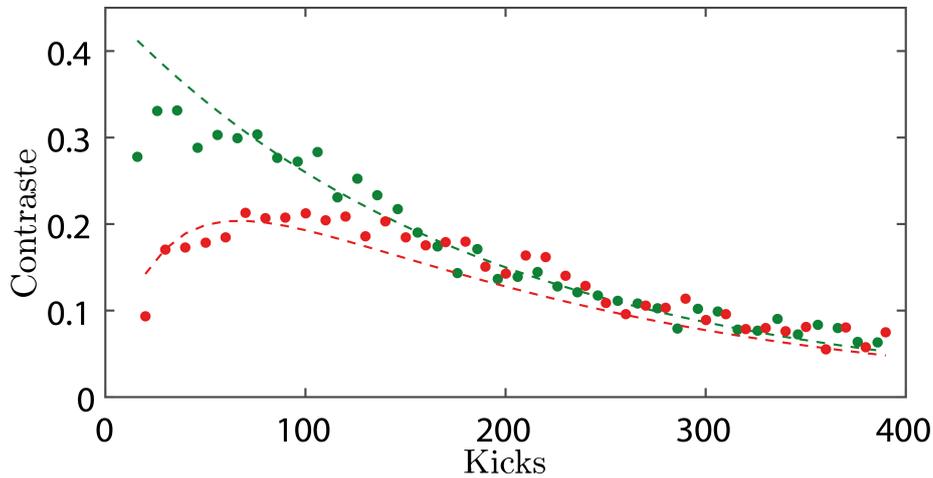


FIGURE 1: Contraste CFS (CBS) expérimental en points rouges (vert) et forme analytique du CFS (CBS) en tirets rouges (verts).

VI) Enfin, le chapitre 6 traitera des nouvelles manifestations des effets de symétrie sur les propriétés de transport dans le milieu désordonné. Nous présenterons des mesures expérimentales des fonctions d'échelle  $\beta(G)$  pour les deux classes de symétries orthogonale et unitaire. Nous démontrerons expérimentalement l'universalité de ces fonctions en faisant varier les détails microscopiques du système (voir figure 2).

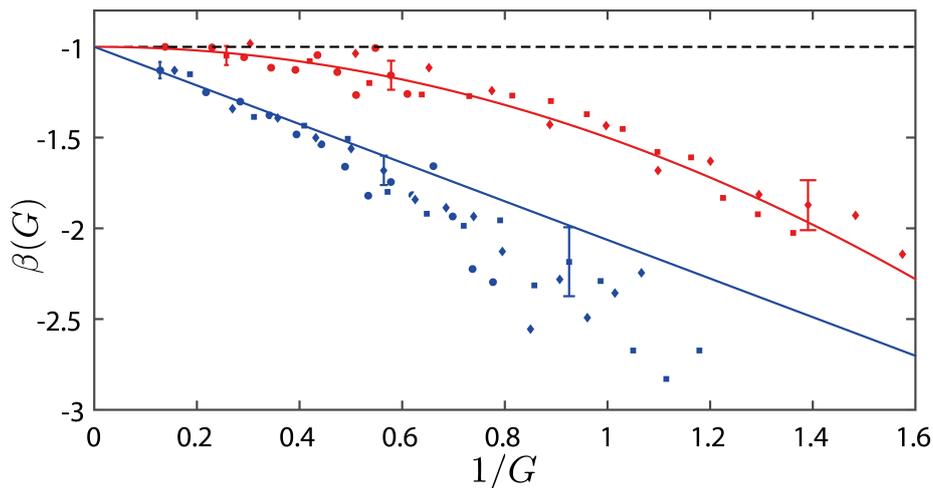


FIGURE 2: Fonction  $\beta(G)$  orthogonale (unitaire) expérimentale en points bleus (rouges) et formes analytiques associées en traits pleins. Loi d'Ohm en tirets noirs

# Le Kicked Rotor

## Sommaire

1.1	Le Kicked Rotor classique . . . . .	<b>1</b>
1.1.1	Présentation du modèle et Application Standard de Chirikov . . .	1
1.1.2	Dynamiques régulière et irrégulière . . . . .	3
1.1.3	Comportement diffusif . . . . .	4
1.1.4	Hamiltonien du Kicked Rotor et modèle déplié . . . . .	7
1.2	Le Kicked Rotor quantique . . . . .	<b>8</b>
1.2.1	Quantification du Kicked Rotor et unités normalisées . . . . .	8
1.2.2	Opérateur d'évolution du Kicked Rotor . . . . .	9
1.2.3	Théorème de Bloch, théorème de Floquet . . . . .	11
1.2.4	Équivalence entre le modèle du Kicked Rotor et le modèle de liaisons fortes avec désordre . . . . .	12
1.2.5	Localisation Dynamique . . . . .	14

Les concepts énoncés dans l'introduction peuvent être étudiés avec différents modèles. Dans ce chapitre, nous présenterons celui utilisé dans cette thèse : le "Kicked Rotor" (rotateur frappé en français; nous ferons le choix d'utiliser dans la suite de cette thèse la dénomination anglaise plus répandue). Nous exposerons ses caractéristiques principales (dynamique classique et quantique) et nous montrerons comment le Kicked Rotor peut être considéré comme un système désordonné de Floquet dans lequel la localisation d'Anderson se manifeste dans l'espace des impulsions.

## 1.1 Le Kicked Rotor classique

### 1.1.1 Présentation du modèle et Application Standard de Chirikov

Pour décrire le modèle, nous considérons un rotateur constitué d'une masselotte (de masse  $M$ ) ponctuelle qui se déplace sur un cercle autour d'un axe vertical. La distance entre la masselotte et l'axe vertical est donc constante et vaut  $l$ . Ainsi, la masselotte peut être représentée par un angle  $\theta$  vis-à-vis d'une référence arbitraire que nous choisissons être l'axe  $\vec{u}_x$  représenté sur la figure 1.1a ( $\vec{u}_x$  vecteur unitaire dans la direction  $x$ ). Cette masselotte est percutée périodiquement toujours dans le même sens (tous les  $t_n = nT_1$  avec  $n$  entier et  $T_1$  la période temporelle) par une impulsion  $\vec{P}_{\text{kick}} = -P_{\text{kick}}\vec{u}_x$  où  $P_{\text{kick}}$  est une constante. Cette perturbation périodique change instantanément l'impulsion de la masselotte d'une quantité proportionnelle à  $\sin\theta$  sans affecter sa position. Cette perturbation est appelée dans la suite un "kick" et  $n$  symbolise le numéro de ce kick.

La figure 1.1a représente la phase de kick du Kicked Rotor. Cette phase lie les états du système avant kicks à ceux après kicks. Le cercle du bas correspond à l'état du système au temps  $t_n^-$  avant le kick  $n$ . Le cercle du haut correspond à l'état du système au temps  $t_n^+$  après le kick  $n$ . Entre ces deux instants, la masselotte subit un kick symbolisé par la flèche horizontale jaune.

## CHAPITRE 1. LE KICKED ROTOR

La flèche verticale orange constitue l'axe temporel.

La figure 1.1b représente la phase de propagation libre du Kicked Rotor. Celle-ci a lieu entre deux kicks lorsqu'aucune perturbation n'est appliquée. Le cercle du bas correspond à l'état du système au temps  $t_n^+$  après le kick  $n$ . Le cercle du haut correspond à l'état du système au temps  $t_{n+1}^-$  avant le kick  $n + 1$ . Durant cet intervalle de temps, la masselotte est libre de se mouvoir sur le cercle. Ce mouvement dans le temps est symbolisé par les tirets violets.

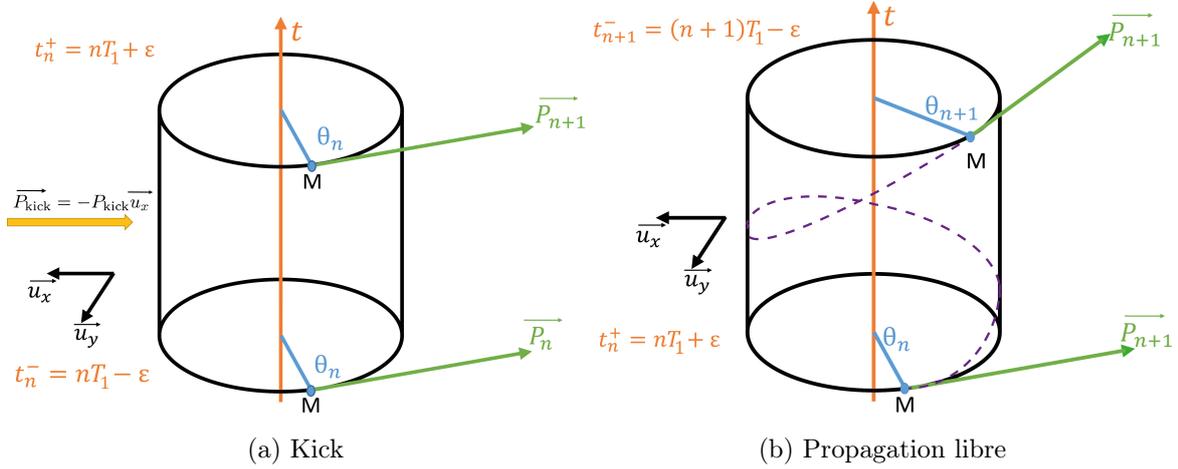


FIGURE 1.1: Deux évolutions distinctes dans le temps du Kicked Rotor correspondant aux phases de kick (a) et de propagation libre (b).

Les deux phases représentées précédemment s'alternent successivement et forment l'évolution temporelle du système. Cette évolution peut être décrite en considérant les relations de récurrence liant les variables  $\theta_n$  et  $P_n$  que nous allons établir. Considérons l'intervalle de temps  $[nT_1, (n+1)T_1[$ . Les 2 phases présentées ci-dessus se produisent durant cet intervalle :

◆ Phase kick : en  $t = nT_1$ , il y a application instantanée du kick  $n$ . Durant ce kick, la masselotte n'a pas le temps de bouger, ce qui implique que son angle n'est pas modifiée :  $\theta_{n-} = \theta_{n+}$ . Ce  $n^{\text{ième}}$  kick entraîne donc uniquement une variation instantanée d'impulsion  $\Delta P = P_{\text{kick}} \sin \theta_n$  nous permettant ainsi de relier  $P_{n+1}$  à  $P_n$  par :

$$P_{n+1} = P_n + P_{\text{kick}} \sin \theta_n. \quad (1.1)$$

◆ Phase propagation libre : le mouvement est libre en l'absence de kick. Celui-ci se réalise pendant une durée  $T_1$  qui sépare les deux instants  $t_n^+$  et  $t_{n+1}^-$ . Durant cette phase il y a conservation de l'énergie, l'impulsion (ou la vitesse angulaire)<sup>1</sup> de la masselotte est constante. Nous relierons  $\theta_{n+1}$  et  $\theta_n$  par :

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \dot{\theta}T = \theta_n + \frac{P_{n+1}T_1}{Ml}. \quad (1.2)$$

Nous faisons un résumé des différents évènements apparaissant dans le Kicked Rotor dans le tableau suivant :

Évènement	Temps	Angle	Impulsion
Avant Kick $n$	$t_n^-$	$\theta_n$	$P_n$
Après Kick $n$	$t_n^+$	$\theta_n$	$P_{n+1}$
Avant Kick $n + 1$	$t_{n+1}^-$	$\theta_{n+1}$	$P_{n+1}$

1. l'impulsion et la vitesse angulaire sont reliées dans notre problème par  $P = Ml\dot{\theta}$

En rassemblant les relations (1.1) et (1.2) précédentes nous obtenons :

$$\begin{cases} P_{n+1} = P_n + P_{\text{kick}} \sin \theta_n, \\ \theta_{n+1} = \theta_n + \frac{P_{n+1} T}{Ml}. \end{cases} \quad (1.3)$$

En définissant  $p_n := P_n T_1 / Ml$  et  $K := T_1 P_{\text{kick}} / Ml$ , nous écrivons<sup>2</sup> :

$$\begin{cases} p_{n+1} = p_n + K \sin \theta_n, \\ \theta_{n+1} = \theta_n + p_{n+1}. \end{cases} \quad (1.4)$$

Ce système d'équations est communément appelé Application Standard de Chirikov [27]. Cette application a suscité un vif intérêt pour l'étude du chaos hamiltonien dans les années 80 [28].

### 1.1.2 Dynamiques régulière et irrégulière

L'Application Standard est périodique de période  $2\pi$  en  $\theta$ . De plus, selon les équations (1.4),  $p_{n+1}$  et  $p_{n+1} + 2\pi$  vont toutes deux renvoyer la même valeur de  $\theta_{n+1}$  car celle-ci est définie modulo  $2\pi$ . Nous pouvons donc replier l'espace  $p$  sur  $[0, 2\pi[$ . L'étude de l'espace des phases du système se réduit donc à une cellule  $p, \theta \in [0, 2\pi]^2$ . Lorsque  $K = 0$ , l'énergie cinétique du système, définie comme  $E_{\text{kin}} := p^2/2$ , constitue une constante du mouvement. Le système possède une constante du mouvement et un degré de liberté, il entre donc par définition dans la classe des systèmes intégrables. Lorsque  $K \neq 0$ , la conservation de l'énergie cinétique est brisée et le système entre dans la classe des systèmes non intégrables.

Un système non intégrable peut présenter un comportement chaotique et devenir ergodique au sens où son espace des phases est peuplé de manière dense avec la même densité de point partout. Cependant, le passage d'un système intégrable à un système ergodique ne se fait pas forcément brutalement lorsqu'on augmente progressivement l'intensité de la perturbation qui détruit l'intégrabilité du système (par exemple dans le cas du Kicked Rotor lorsqu'on augmente la valeur de  $K$  à partir de 0). Comme l'explique le théorème KAM (KOLMOGOROV ARNOLD MOSER) [29], lorsque la perturbation est suffisamment faible, des trajectoires quasi-périodiques existent dans des régions finies de l'espace des phases. Ce dernier n'est pas peuplé de manière uniformément dense. Le système n'est donc pas ergodique dans ce cas. Pour s'assurer de l'ergodicité du système, il est important que la perturbation soit suffisamment importante. Nous allons illustrer ces différents points généraux en examinant l'espace des phases du Kicked Rotor pour différentes valeurs de  $K$ . Nous générerons ces espaces des phases numériquement par utilisation des équations de l'Application Standard (1.4).

La figure 1.2a illustre le cas  $K = 0$  lorsque le système est intégrable. Celui-ci évolue sur des trajectoires  $p = \text{constante}$  impliquant la conservation de l'énergie. Lorsque  $K = 0.3$ , nous voyons sur la figure 1.2b que la perturbation a pour effet d'incurver légèrement les trajectoires pour former des courbes ondulantes continues qui traversent entièrement l'espace des phases. De plus, nous constatons l'apparition d'orbites quasi-périodiques autour du point fixe de l'Application Standard  $(p; \theta) = (0; \pi)$ . Pour  $K = 1$ , la figure 1.2c montre que les courbes ondulantes, continues dans le cas  $K = 0.3$ , sont toutes brisées. Il ne reste que les orbites quasi-périodiques. Nous constatons également l'existence de zones de points denses sans structure, ce sont des zones chaotiques. Bien que le système ne soit pas intégrable et possède des zones

---

2. Remarquons que le paramètre  $K$  dépend de l'amplitude de la perturbation  $P_{\text{kick}}$  et du temps "d'attente" entre deux kicks  $T_1$ .

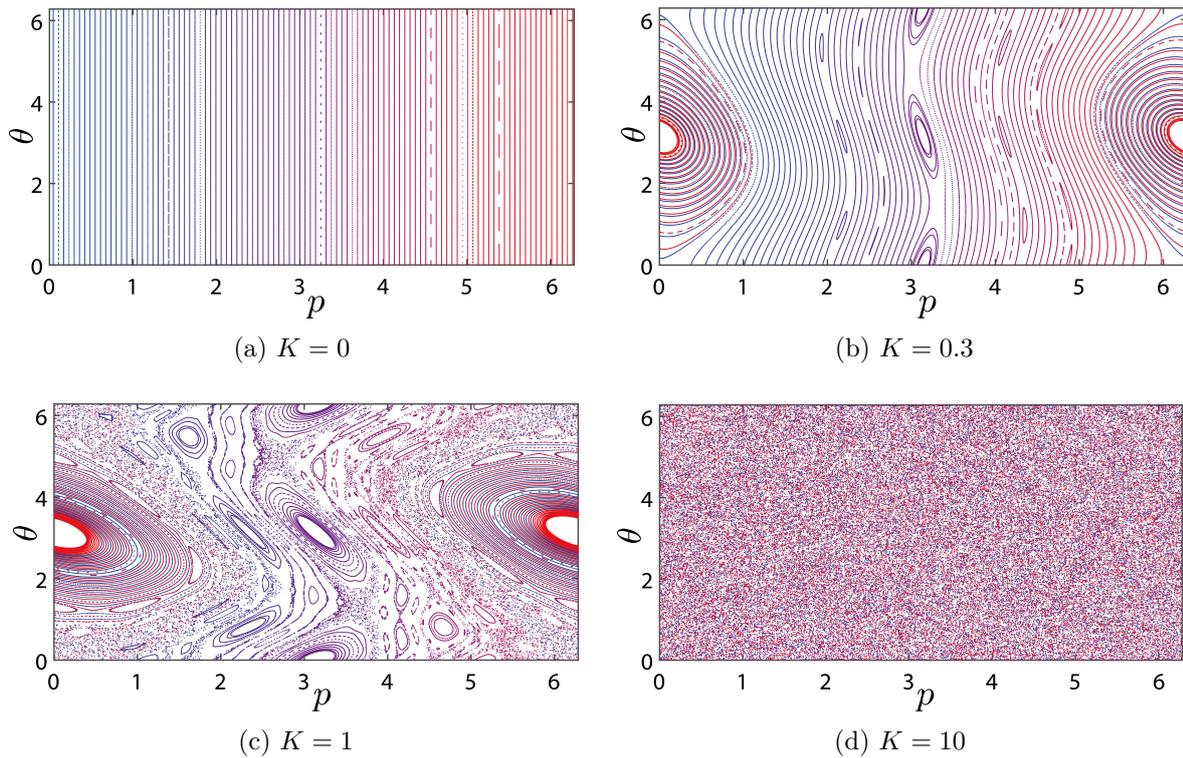


FIGURE 1.2: Espaces des phases du Kicked Rotor pour différentes valeurs de  $K$  obtenus par simulation numérique de l'Application Standard. À chaque couleur correspond une trajectoire associée à un lot de conditions initiales  $p_0, \theta_0$  pris dans  $[0, 2\pi]^2$ .

chaotiques, nous voyons que l'espace des phases n'est pas peuplé uniformément. Le système n'est donc pas ergodique. Cela illustre le théorème KAM précédemment expliqué. Enfin pour  $K = 10$ , nous voyons sur la figure 1.2d que l'espace des phases est peuplé de manière dense par des trajectoires chaotiques, aucun îlot quasi-périodique ne survit, le système est dans ce cas considéré comme ergodique.

### 1.1.3 Comportement diffusif

Le Kicked rotor présente une dynamique totalement chaotique pour une valeur de  $K$  suffisamment élevée. Dans ce régime, deux conditions initiales très proches s'éloignent exponentiellement l'une de l'autre : c'est le phénomène de sensibilité aux conditions initiales. Nous l'observons sur la figure 1.3 qui représente l'évolution de l'énergie cinétique du système pour deux conditions initiales différentes. Cette figure illustre le fait qu'à partir du chaos déterministe, il est possible de produire des processus stochastiques. Une condition initiale définie à une incertitude près (typiquement  $10^{-16}$  ici) présente différents avènements. Dans le régime totalement chaotique (ergodique), le Kicked Rotor est assimilé à un modèle de marche aléatoire dans l'espace des impulsions. Cela conduit à une augmentation linéaire dans le temps de l'énergie cinétique moyenne du système.

Afin de montrer ce comportement diffusif, nous allons calculer le coefficient de diffusion du système. De l'équation (1.4) nous exprimons l'impulsion de la masselote  $p_n$  après avoir subi  $(n - 1)$  kicks :

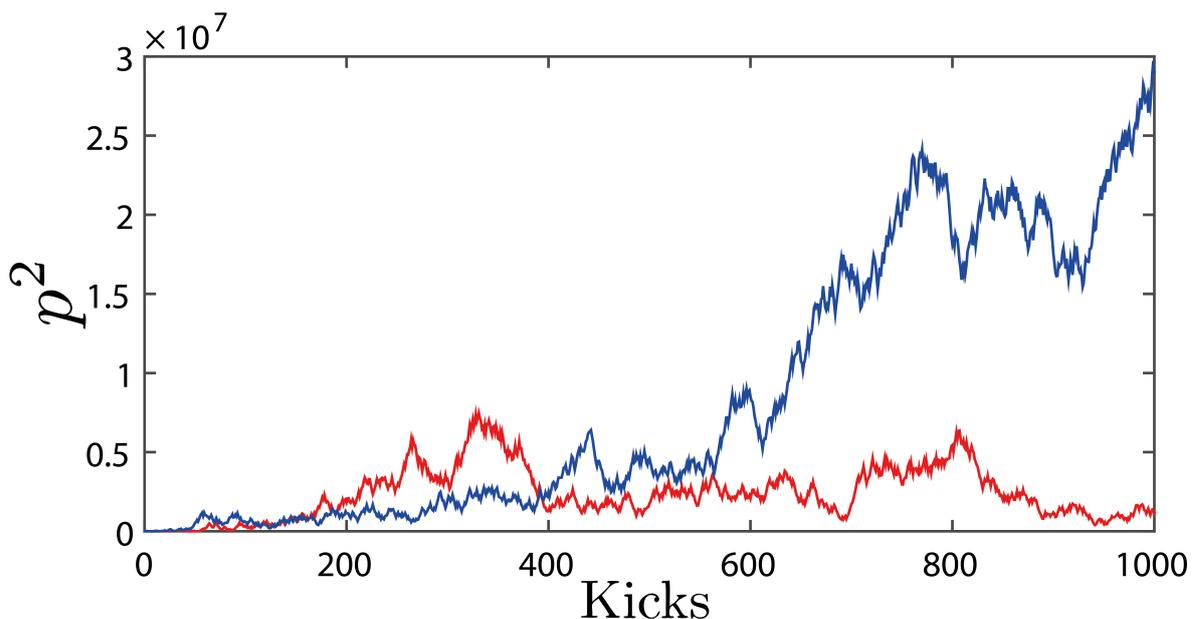


FIGURE 1.3: Simulation numérique représentant l'évolution de  $p^2$  en fonction du nombre de kicks appliqués pour  $K = 100$ . La courbe bleue est associée au couple de conditions initiales  $(p_{10} = 1; \theta_{10} = 3.124215)$  et la courbe rouge au couple  $(p_{20} = 1 + 10^{-16}; \theta_{20} = 3.124215)$ .

$$p_n = K \sum_{i=0}^{n-1} \sin \theta_i + p_0. \quad (1.5)$$

Nous considérons ici une dynamique allant à un grand nombre de kicks,  $p_n$  est bien supérieur à  $p_0$  initialement choisi entre 0 et  $2\pi$ . Nous négligeons  $p_0$  devant la somme. Nous exprimons  $p_n^2$  :

$$p_n^2 = K^2 \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} \sin \theta_i \sin \theta_j. \quad (1.6)$$

En développant cette expression, nous obtenons deux termes. Nous prenons la valeur moyenne pour obtenir :

$$\langle p_n^2 \rangle = \langle K^2 \sum_{l=0}^{n-1} \sin^2 \theta_l + K^2 \sum_{\substack{i=0 \\ j=0 \\ i \neq j}}^{n-1, n-1} \sin \theta_i \sin \theta_j \rangle. \quad (1.7)$$

Il reste à calculer la moyenne de ce terme sur les différentes valeurs de  $\theta_a$  possibles à chaque temps  $a$  ( $a$  pouvant être  $i$ ,  $j$  ou  $l$ ). Du fait de l'ergodicité du système, nous considérons que les valeurs de  $\theta_a$  se distribuent de manière uniforme sur l'intervalle  $[0, 2\pi[ \forall a$ . De plus, en considérant les variables aléatoires  $\theta_i$  et  $\theta_j$  indépendantes, nous pouvons séparer les intégrales portant sur  $\theta_i$  et  $\theta_j$  du deuxième terme de l'équation (1.7). Le calcul de ce deuxième terme donne 0 pour chaque temps<sup>3</sup>. Celui sur le premier terme donne pour chaque temps  $K^2/2$ .

3. Dans l'annexe D nous considérerons le cas où les variables ne sont pas indépendantes et nous regarderons l'effet des corrélations produites par ce deuxième terme.

## CHAPITRE 1. LE KICKED ROTOR

---

Nous obtenons donc :

$$\langle p_n^2 \rangle \simeq n \frac{K^2}{2}. \quad (1.8)$$

En considérant que  $E_{\text{kin}}(n) = \langle p_n^2 \rangle / 2$ , nous définissons le coefficient de diffusion de manière standard :  $D := E_{\text{kin}}(n)/n$  d'où :

$$D = \frac{K^2}{4}. \quad (1.9)$$

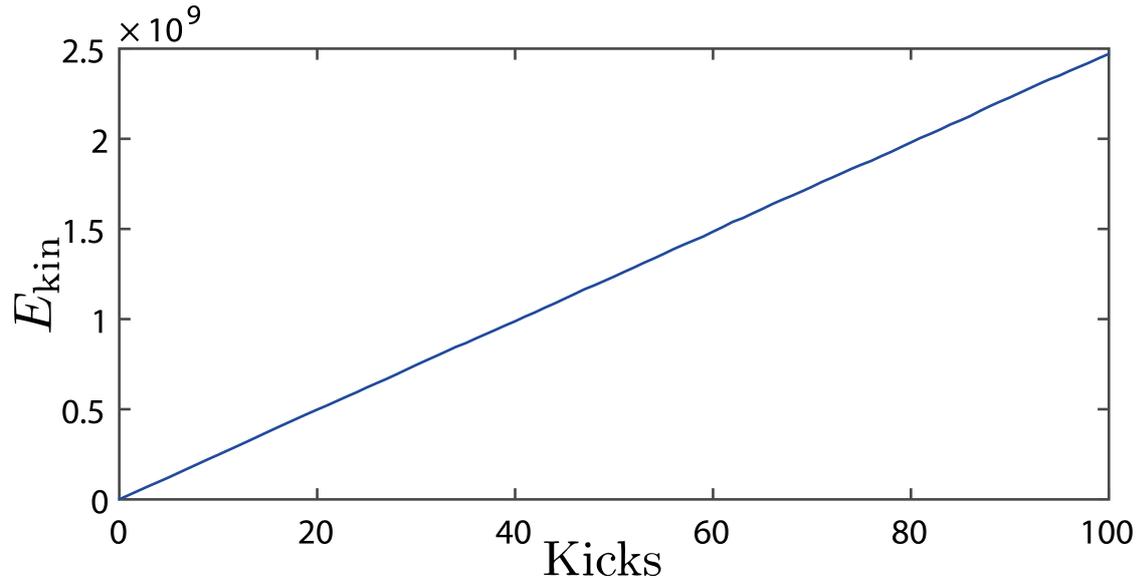


FIGURE 1.4: Simulation numérique représentant l'évolution de l'énergie cinétique en fonction du nombre de kicks appliqués pour  $K = 10000$ . Le moyennage est réalisé sur 10000 conditions initiales uniformément prises sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$  ( $p_0 \in [0, 2\pi[$ ,  $\theta_0 \in [0, 2\pi[$ ).

La figure 1.4 montre une simulation numérique de l'évolution de l'énergie cinétique moyenne du système dans le temps. Nous constatons que cette évolution est linéaire, ce qui est caractéristique d'un comportement diffusif.

Un deuxième indicateur de ce comportement est le fait que la densité de probabilité de présence dans l'espace des impulsions suit une loi gaussienne dont la largeur croît avec  $\sqrt{n}$ . La figure (1.5) reconstitue cette densité de probabilité à partir de la simulation numérique. Nous observons qu'une forme gaussienne (courbe rouge) décrit parfaitement la distribution en impulsion représentée par la courbe noire. L'inset de cette figure montre l'écart type  $\sigma$  en fonction du temps en échelle log-log. Nous constatons une augmentation linéaire de pente 1/2, ce qui correspond à la prédiction pour un comportement gaussien.

Dans cette partie, nous avons caractérisé le comportement classique du Kicked Rotor par le biais de l'espace des phases. Sa dynamique devient ergodique pour des valeurs de  $K > 5$ . Nous conservons cette information précieusement car elle nous renseigne sur la condition nécessaire portant sur  $K$  pour que le système soit en régime totalement chaotique. Nous retiendrons les deux points suivant :

- L'énergie cinétique moyenne du système augmente linéairement dans le temps.
- La densité de probabilité dans l'espace des impulsions suit une loi gaussienne.

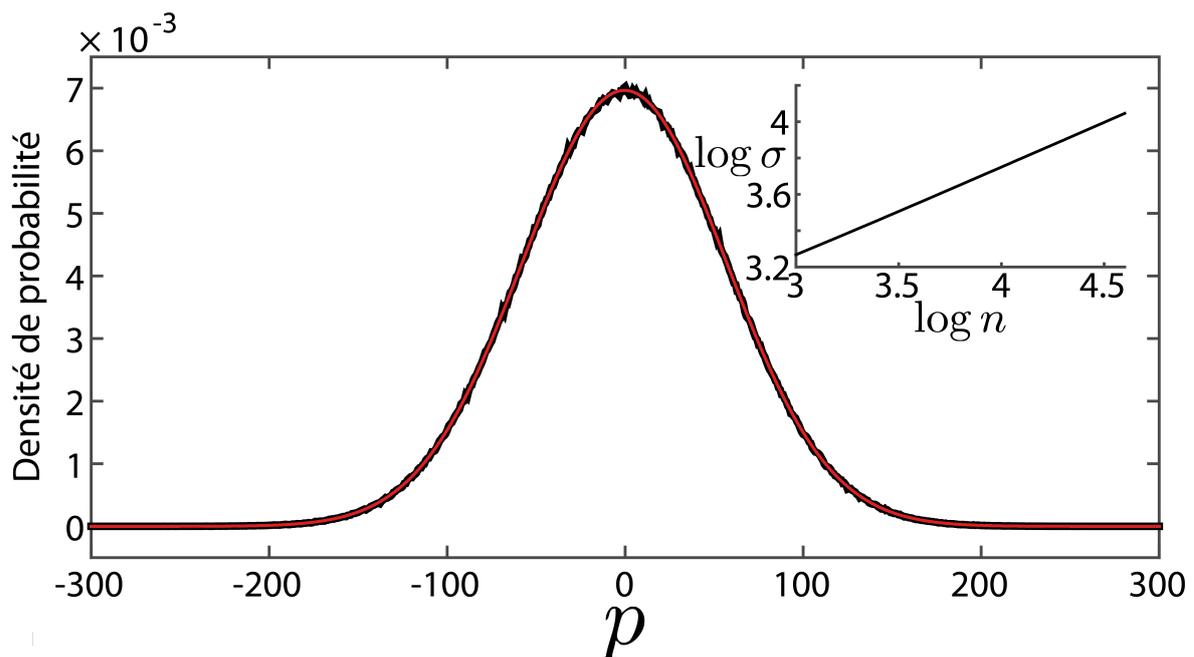


FIGURE 1.5: Densité de probabilité dans l'espace des impulsions pour  $K = 10$  à 1000 kicks moyennée sur 300 000 conditions initiales. En noir le résultat de la simulation numérique, en rouge le fit par une fonction gaussienne. Inset : écart type en fonction du nombre de kicks en échelle log-log.

#### 1.1.4 Hamiltonien du Kicked Rotor et modèle déplié

Dans la partie précédente, nous avons décrit le système du Kicked Rotor par une relation de récurrence, l'Application Standard. Nous pouvons également décrire ce système par son hamiltonien. Une masselotte tournant autour d'un point fixe, périodiquement soumise à un potentiel dépendant de sa position angulaire durant une durée  $\tau$ , est décrite par :

$$H_2(\theta, P, t') = \frac{P^2}{2M} + V_0\tau \cos(\theta) \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{\delta}_\tau(t' - nT_1), \quad (1.10)$$

où  $\tilde{\delta}_\tau(t) = 1/\tau$  si  $|t| < \tau/2$  et zéro sinon. Cette fonction converge vers la distribution de Dirac lorsque  $\tau \rightarrow 0$ .  $P$  est l'impulsion,  $M$  la masse de la masselotte,  $\theta$  l'angle avec la position de référence,  $T_1$  la période temporelle de forçage,  $\tau$  la durée du forçage et  $V_0$  l'amplitude du potentiel appliqué. Nous pouvons écrire différemment cet hamiltonien en considérant un modèle dit "déplié" qui correspond à ce qui est réalisé expérimentalement. Nous considérons une particule de masse  $M$  pouvant se déplacer librement suivant un axe  $X$ . Cette particule est soumise durant un temps  $\tau$  à un potentiel sinusoïdal d'amplitude  $V_0$ , de période  $\Lambda$ , pulsé à une période  $T_1$ . Cette description nous permet d'écrire :

$$H_1(X, P, t') = \frac{P^2}{2M} + V_0\tau \cos\left(\frac{2\pi X}{\Lambda}\right) \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{\delta}_\tau(t' - nT_1). \quad (1.11)$$

Ce changement de point de vue n'implique évidemment pas de modification physique, ces deux modèles sont équivalents vis-à-vis des points discutés plus haut. L'avantage réside dans la réalisation expérimentale possible de l'hamiltonien (1.11).

## 1.2 Le Kicked Rotor quantique

L'étude quantique de systèmes dont les analogues classiques sont chaotiques s'est beaucoup développée durant les années 80 et a conduit à la thématique du chaos quantique. Des études utilisant notamment les matrices aléatoires [30] et la théorie de la Super-symétrie ont montré dans certain cas l'équivalence entre un problème de chaos quantique et un problème de désordre. L'étude des problèmes de désordre devient donc accessible à partir d'un système de type chaos quantique.

Depuis 25 ans, la physique des atomes froids a développé de nombreux outils permettant la préparation et le contrôle d'états quantiques de manière très précise. Les atomes amenés à des températures de l'ordre du  $\mu\text{K}$  sont de très bon candidats pour être considérés comme des particules quantiques sans interaction (lorsque le milieu est suffisamment dilué). Les avancées techniques permettent également à partir de faisceaux lasers contra-propageants la réalisation d'un potentiel sinusoïdal. Il devient donc concevable de réaliser expérimentalement des systèmes de chaos quantique tels que le Kicked Rotor [31].

La partie qui suit porte sur l'étude quantique du Kicked Rotor, nous poserons le formalisme de cette thèse et nous déterminerons la dynamique quantique associé à ce système.

### 1.2.1 Quantification du Kicked Rotor et unités normalisées

Dans la partie 1.1.4 le Kicked Rotor classique est décrit par un hamiltonien dans le modèle déplié. Reprenons cet hamiltonien du point de vue de la physique quantique ( $P$  et  $X$  sont désormais des opérateurs  $X \rightarrow \hat{X}$  et  $P \rightarrow \hat{P}$ ) :

$$\hat{H}_1(\hat{X}, \hat{P}, t') = \frac{\hat{P}^2}{2M} + V_0\tau \cos\left(\frac{2\pi\hat{X}}{\Lambda}\right) \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{\delta}_\tau(t' - nT_1), \quad (1.12)$$

avec :

$$[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar. \quad (1.13)$$

où  $\hbar$  est la constante de Planck réduite et  $i$  défini comme  $i^2 = -1$ . Écrivons cet hamiltonien avec les unités normalisées suivantes :

$$t := \frac{t'}{T_1} \quad \hat{x} := \frac{2\pi\hat{X}}{\Lambda} \quad \hat{p} := \frac{2\pi T_1 \hat{P}}{M\Lambda} \quad (1.14)$$

Dans la suite de cette thèse, les lettres majuscules  $X$  et  $P$  ainsi que  $t'$  désigneront des quantités dimensionnées tandis que les lettres minuscules  $x$  et  $p$  ainsi que  $t$  désigneront des quantités adimensionnées. En prenant  $\hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t) := 4\pi^2 T_1^2 \hat{H}_1(\hat{X}, \hat{P}, t)/M\Lambda^2$  nous obtenons :

$$\hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K T_1 \cos(\hat{x}) \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{\delta}_\tau(T_1(t - n)), \quad (1.15)$$

avec :

$$K = \frac{4\pi^2 T_1 V_0 \tau}{M\Lambda^2}. \quad (1.16)$$

$K$  est appelé paramètre de stochasticité. En définissant  $\delta_\epsilon(t) = 1/\epsilon$  si  $|t| < \epsilon/2$ , nous pouvons écrire en prenant  $\epsilon = \tau/T_1$  :

$$\hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x}) \sum_{n=0}^{N-1} \delta_\epsilon(t - n), \quad (1.17)$$

De plus, en considérant la limite des pulses de potentiel très courts ( $\tau \rightarrow 0$  d'où  $\epsilon \rightarrow 0$ ), nous aboutissons à :

$$\hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x}) \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t - n), \quad (1.18)$$

avec  $\delta(t)$  la fonction delta de Dirac. Le commutateur du système devient :

$$[\hat{x}, \hat{p}] = \left[ \frac{2\pi\hat{X}}{\Lambda}, \frac{2\pi T_1\hat{P}}{M\Lambda} \right] = \frac{4\pi^2 T_1}{M\Lambda^2} [\hat{X}, \hat{P}] = \frac{4\pi^2 T_1}{M\Lambda^2} i\hbar. \quad (1.19)$$

En définissant  $\tilde{\hbar}$  comme :

$$\tilde{\hbar} := \frac{4\hbar\pi^2 T_1}{M\Lambda^2}, \quad (1.20)$$

nous obtenons :  $[\hat{x}, \hat{p}] = i\tilde{\hbar}$ .

Du point de vue quantique, le système est décrit par un état  $|\Psi\rangle$  obéissant à l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt'} |\Psi(t')\rangle = \hat{H}_1 |\Psi(t')\rangle, \quad (1.21)$$

en se plaçant dans le cadre des unités normalisées, nous aboutissons à :

$$i\tilde{\hbar} \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle. \quad (1.22)$$

Nous constatons que  $\tilde{\hbar}$  joue le rôle de constante de Planck effective du problème. Une propriété importante du Kicked Rotor est qu'en faisant varier la période des kicks  $T_1$ , nous sommes capables de modifier la valeur de la constante de Planck effective.

### 1.2.2 Opérateur d'évolution du Kicked Rotor

Le système étudié se résume à une suite de kicks et de propagations libres ne se produisant jamais en même temps grâce à l'instantanéité du kick. Nous allons dans la suite établir l'opérateur d'évolution du système sur une période.

Nous définissons un opérateur d'évolution faisant évoluer un état d'un instant  $t_0$  à un instant  $t_1$  par :

$$\hat{U}(t_1, t_0) = \hat{\tau} \exp \left\{ \frac{-i}{\tilde{\hbar}} \int_{t_0}^{t_1} \hat{H}(t) dt \right\}, \quad (1.23)$$

avec  $\hat{\tau}$  l'opérateur d'ordination temporelle. Dans un souci de cohérence avec la description classique présentée en section 1.1.1, nous considérons qu'une période englobe l'intervalle de temps entre  $t_0 = t_n^-$  et  $t_1 = t_{n+1}^-$ . Nous rappelons qu'en  $t_n$  se produit un kick qui modifie de manière instantanée l'impulsion de la particule et qu'entre  $t_n^+$  et  $t_{n+1}^-$  se produit la propagation libre. Dans nos unités réduites, le temps est compté en unité de période des kicks  $T_1$ .

## CHAPITRE 1. LE KICKED ROTOR

---

Nous considérons un intervalle de temps infiniment petit  $\epsilon$  pour réaliser la décomposition en deux parties distinctes de l'opérateur d'évolution :

$$\hat{U}(t_1, t_0) = \hat{U}(t_{n+1}^-, t_n^-) = \hat{U}(n+1-\epsilon, n-\epsilon) = \hat{U}(n+1-\epsilon, n+\epsilon)\hat{U}(n+\epsilon, n-\epsilon). \quad (1.24)$$

Le premier terme de l'équation (1.24) correspond à :

$$\hat{U}(n+1-\epsilon, n+\epsilon) = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{n+\epsilon}^{n+1-\epsilon} \left( \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x}) \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t-n) \right) dt \right\}, \quad (1.25)$$

Durant cet intervalle de temps, il ne se produit pas de kick. Le système réalise une propagation libre ce qui donne :

$$\hat{U}(n+1-\epsilon, n+\epsilon) = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \frac{\hat{p}^2(1-2\epsilon)}{2} \right\}. \quad (1.26)$$

Le second terme de l'équation (1.24) correspond au kick :

$$\hat{U}(n^+ + \epsilon, n^-) = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{n-\epsilon}^{n+\epsilon} \left( \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x}) \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t-n) \right) dt \right\}, \quad (1.27)$$

en considérant l'instantanéité de celui-ci il vient :

$$\hat{U}(n^+ + \epsilon, n^-) = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \left( \frac{2\hat{p}^2\epsilon}{2} + K \cos(\hat{x}) \right) \right\}. \quad (1.28)$$

En remplaçant (1.28) et (1.26) dans (1.24) et en faisant tendre  $\epsilon$  à 0 nous obtenons finalement :

$$\hat{U}(t_1, t_0) = \exp \left\{ -i \frac{\hat{p}^2}{2\hbar} \right\} \exp \left\{ -i \frac{K}{\hbar} \cos(\hat{x}) \right\}. \quad (1.29)$$

L'opérateur d'évolution sur une période (que nous choisissons de noter  $\hat{U}(1)$ ) est le produit de deux opérateurs  $\hat{U}_{\text{prop}}$  et  $\hat{U}_{\text{kick}}$  donnés par :

$$\hat{U}(1) = \hat{U}_{\text{prop}}\hat{U}_{\text{kick}}, \quad (1.30)$$

avec  $\hat{U}_{\text{prop}}$  qui décrit la propagation libre sur une période :

$$\hat{U}_{\text{prop}} := \exp \left( -i \frac{\hat{p}^2}{2\hbar} \right), \quad (1.31)$$

et  $\hat{U}_{\text{kick}}$  :

$$\hat{U}_{\text{kick}} := \exp \left( -i \frac{K \cos \hat{x}}{\hbar} \right). \quad (1.32)$$

Nous réalisons l'évolution du système décrit par l'état  $|\Psi(n)\rangle$  à  $t = n$  vers l'état  $|\Psi(n+1)\rangle$  à  $t = n+1$  par :

$$|\Psi(n+1)\rangle = \hat{U}(1)|\Psi(n)\rangle, \quad (1.33)$$

d'où par récurrence :

$$|\Psi(n)\rangle = \hat{U}(1)^n |\Psi(0)\rangle. \quad (1.34)$$

### 1.2.3 Théorème de Bloch, théorème de Floquet

Les symétries par translation dans l'espace et dans le temps nous permettent d'appliquer directement les théorèmes de Bloch et de Floquet à notre système. Un rappel de l'application du théorème de Bloch avec les unités réduites du Kicked Rotor est présent en annexe A.

#### Effet des opérateurs dans la base en impulsion

À partir de l'annexe A, nous définissons la base des impulsions pour le Kicked Rotor par un ket  $|m, \beta\rangle$ , avec  $m \in \mathbb{Z}$  et  $\beta$  la quasi-impulsion comprise entre 0 et 1. Dans le cadre des unités normalisées, l'action de l'opérateur impulsion  $\hat{p}$  sur  $|m, \beta\rangle$  donne :

$$\hat{p}|m, \beta\rangle = \hbar(m + \beta)|m, \beta\rangle. \quad (1.35)$$

Les états d'impulsions du Kicked Rotor sont espacés d'un nombre entier de  $\hbar$ . L'action de l'opérateur de propagation libre sur un état  $|m, \beta\rangle$  est :

$$\hat{U}_{\text{prop}}|m, \beta\rangle = \exp\left(-i\frac{\hat{p}^2}{2\hbar}\right)|m, \beta\rangle = \exp\left(-i\frac{\hbar(\beta + m)^2}{2}\right)|m, \beta\rangle. \quad (1.36)$$

L'application de l'opérateur de propagation libre ne modifie pas l'état d'impulsion, il est diagonal dans cette base. Ce n'est pas le cas de l'opérateur de kick. Ce dernier peut être écrit sous la forme suivante :

$$\hat{U}_{\text{kick}} = \exp\left(-i\frac{K}{\hbar}\cos(\hat{x})\right) = \exp\left(\frac{K}{2\hbar}e^{-i\pi/2}(e^{-i\hat{x}} + e^{i\hat{x}})\right) = \exp\left(\frac{K}{2\hbar}(e^{-i\pi/2}e^{-i\hat{x}} - e^{i\pi/2}e^{i\hat{x}})\right), \quad (1.37)$$

d'où :

$$\hat{U}_{\text{kick}} = \exp\left(\frac{K}{2\hbar}(e^{-i\pi/2}e^{-i\hat{x}} - e^{i\pi/2}e^{i\hat{x}})\right). \quad (1.38)$$

En utilisant les fonctions de Bessel définies par :

$$\exp\left[\left(b - \frac{1}{b}\right)\frac{c}{2}\right] = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(c)b^s, \quad (1.39)$$

avec  $s$  un entier relatif, nous obtenons en prenant  $c = \frac{K}{\hbar}$  et  $\hat{b} = e^{-i\pi/2}e^{-i\hat{x}}$  :

$$\hat{U}_{\text{kick}} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s\left(\frac{K}{\hbar}\right)e^{-is\pi/2}e^{-is\hat{x}}. \quad (1.40)$$

L'application de  $\hat{U}_{\text{kick}}$  sur  $|m, \beta\rangle$  donne :

$$\hat{U}_{\text{kick}}|m, \beta\rangle = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s\left(\frac{K}{\hbar}\right)e^{-is\pi/2}e^{-is\hat{x}}|m, \beta\rangle = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s\left(\frac{K}{\hbar}\right)e^{-is\pi/2}|m + s, \beta\rangle. \quad (1.41)$$

L'opérateur  $\hat{U}_{\text{kick}}$  couple les états d'impulsion espacés d'un nombre entier de  $\hbar$  en laissant  $\beta$  inchangée.  $\beta$  constitue une constante du mouvement. Lors de l'évolution temporelle du système (application des kicks)  $\beta$  reste fixe. Lorsque que l'état initial du système est défini

avec un  $\beta$  bien particulier nous pouvons dire que cette quasi-impulsion joue le rôle de condition initiale du système. Nous pouvons également noter que la décroissance rapide des  $J_s (K/k)$  lorsque  $s$  est grand devant  $K/k$  [32] implique que le Kicked Rotor possède un couplage entre états d'impulsion à courte portée.

### Théorème de Floquet

L'hamiltonien (1.18) possède une symétrie par translation dans le temps de période  $T = 1$ , (dans le cadre des unités normalisées :  $\hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t) = \hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t + 1)$ ). Le théorème de Floquet nous indique que l'opérateur d'évolution sur une période  $\hat{U}(1)$  admet comme états propres les états de Floquet  $|\Phi_\omega^-\rangle$  avec pour valeurs propres  $e^{-i\omega}$ . Ces états respectent :

$$\hat{U}(1) |\Phi_\omega^-\rangle := e^{-i\omega} |\Phi_\omega^-\rangle, \quad (1.42)$$

où  $\omega$  la quasi-énergie associée à l'état de Floquet  $|\Phi_\omega^-\rangle$ . Il a été montré dans [33] que ces états propres sont exponentiellement localisés dans la base des impulsions. La figure 1.6 illustre ce caractère localisé en représentant la densité d'un état de Floquet dans la base des impulsions  $|\Phi_\omega^-(m)|^2 = |\langle m | \Phi_\omega^- \rangle|^2$  en échelle semi-log.

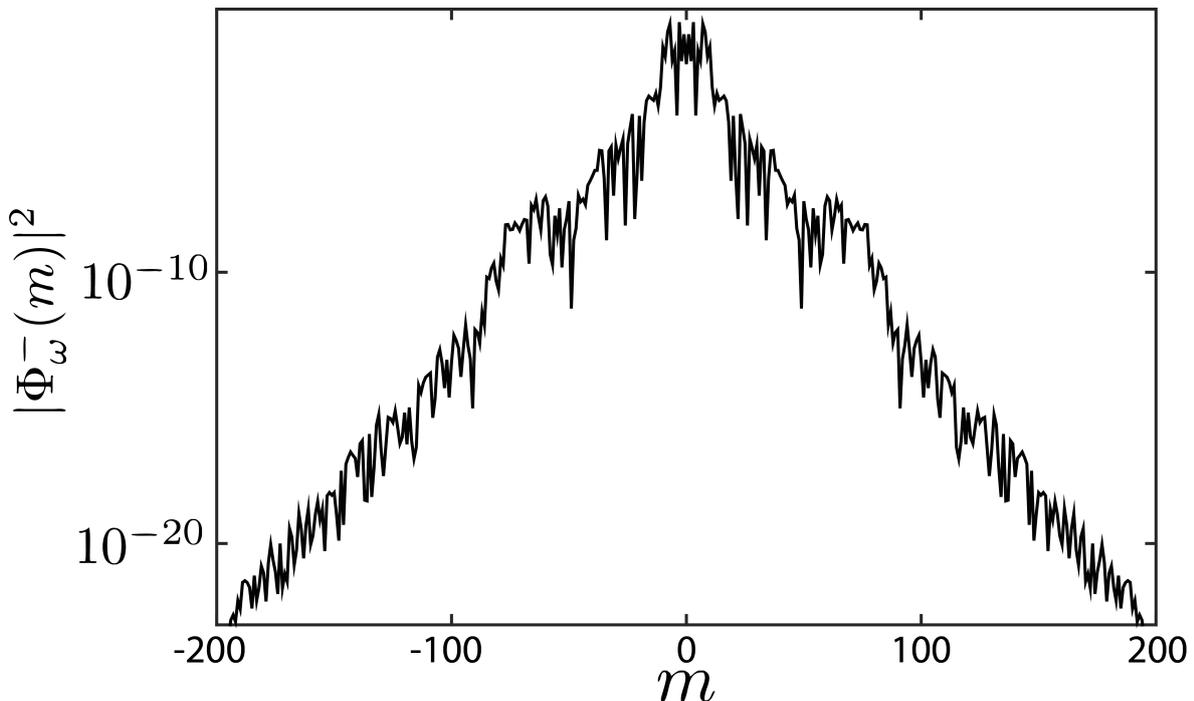


FIGURE 1.6: Densité d'impulsion d'un état de Floquet du Kicked Rotor atomique correspondant aux paramètres  $K = 15$   $\hbar = 2.85$ . L'échelle semi-log permet de mettre en évidence le caractère exponentiellement localisé de l'état de Floquet.

#### 1.2.4 Équivalence entre le modèle du Kicked Rotor et le modèle de liaisons fortes avec désordre

Afin d'expliquer qualitativement la localisation d'Anderson à partir de la localisation des états de Floquet, nous allons montrer le lien existant entre le Kicked Rotor et le modèle des liaisons fortes avec désordre (modèle d'Anderson). Nous discutons dans l'annexe B la

possibilité d'écrire l'équation aux valeurs propres pour les états de Floquet modifiés<sup>4</sup> sous la forme :

$$\epsilon_m \Phi_{\omega,m} + \sum_{r \neq 0} W_r \Phi_{\omega,m-r} = -W_0 \Phi_{\omega,m} \quad (1.43)$$

Cette équation a la forme d'une équation d'un modèle de liaisons fortes.  $\Phi_{\omega,m}$  représente la projection d'un état de Floquet associé à la quasi-énergie  $\omega$  dans la base des impulsions, plus précisément sur le site en impulsion labellisé par  $m$  associé à l'impulsion  $p = km$ .

Les  $W_r$  sont les composantes de Fourier de la fonction périodique  $W(x) := \tan(K \cos x/2k)$ . Ils représentent les termes de couplage (de saut) entre les différents sites en impulsion  $r$  ( $r \in \mathbb{Z}$ ). Ils décroissent exponentiellement avec  $r$ .

Le terme  $\epsilon_m = \tan\{(\omega/2 - km^2/4)\}$  représente l'énergie sur site associée au site  $m$ . Il a été montré dans [34, 35] que cette distribution des énergies sur site était quasi-aléatoire et que les corrélations étaient à courte portée. Le mot quasi-aléatoire est employé car le pseudo-désordre associé au Kicked Rotor est distribué suivant une lorentzienne :

$$P(\epsilon_m) = \frac{1}{\pi(1 + \epsilon_m^2)}. \quad (1.44)$$

Le caractère pseudo-aléatoire du désordre avec corrélations à courte portée et la décroissance exponentielle des termes de couplages entre sites sont des conditions suffisantes pour que le Kicked Rotor soit analogue à un système de type Anderson.

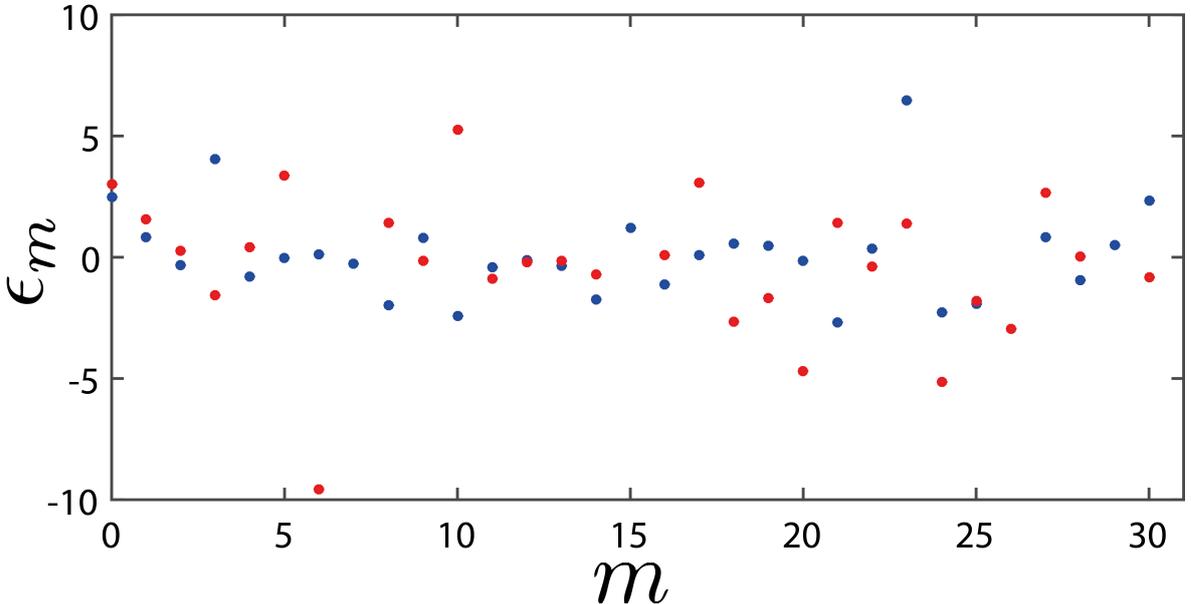


FIGURE 1.7: Distributions des énergies sur site  $\epsilon_m$  pour  $\omega = 2.5$ . Les points rouges et bleus sont respectivement associés à des valeurs de  $\beta$  de 0 et 0.5.

Nous pouvons voir l'effet des différents paramètres du Kicked Rotor sur le désordre en regardant  $\epsilon_m$  (nous prenons en compte la possibilité d'avoir une quasi-impulsion  $\beta$  non nulle). Les

4. Voir annexe B pour plus de détails

énergies sur site sont :

$$\epsilon_m = \tan \left\{ \frac{1}{2} \left( \omega - \frac{\hbar(\beta + m)^2}{2} \right) \right\}. \quad (1.45)$$

Chaque valeur de  $\beta$  et de  $\omega$  donnera naissance à une réalisation du quasi-désordre. Ce point est illustré par la figure 1.7 où nous observons deux séquences différentes de quasi-désordre pour deux valeurs différentes de  $\beta$ .

L'équation (1.43) étant équivalente à celle étudiée par Anderson en 1958, il s'en suit que l'état de Floquet associé à une valeur de  $\omega$  est localisé exponentiellement sur la base des impulsions avec une longueur de localisation fixée par  $W_0$ . Or la valeur de  $W_0$  ne change pas lorsque nous considérons un autre état de Floquet (une autre valeur de  $\omega$ ). Ceci implique que tous les états de Floquet localisent avec la même longueur de localisation.

### 1.2.5 Localisation Dynamique

La dynamique quantique du Kicked Rotor est drastiquement différente de celle classique présentée en section 1.1.3 via les figures 1.5 et 1.4. Une diffusion chaotique est observée pour les temps courts inférieurs à un temps caractéristique appelé "temps de localisation"  $t_{loc}$ . S'en suit un gel progressif de la dynamique à cause des interférences quantiques convergeant vers une saturation totale de l'énergie cinétique du système.

#### Comportement aux temps longs

Pour mettre en évidence cette dynamique aux temps longs, nous exprimons la distribution en impulsion correspondant à l'état quantique du système après application de  $N$  kicks. Nous utilisons le fait que les états de Floquet sont des états propres de l'opérateur d'évolution. Commençons par décomposer l'état initial du système  $|\Psi(0)\rangle$  sur la base des états de Floquet  $\{\Phi_{\omega}^{-}\}$  selon :

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_i c_i |\Phi_{\omega_i}^{-}\rangle. \quad (1.46)$$

En utilisant les équations (1.34) et (1.42), nous déduisons l'état quantique après un temps  $t = N$  :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_i c_i e^{-i\omega_i t} |\Phi_{\omega_i}^{-}\rangle. \quad (1.47)$$

La représentation en impulsion de cet état est :  $\phi(t, m) = \langle m | \Psi(t) \rangle = \sum_i c_i e^{-i\omega_i t} \langle m | \Phi_{\omega_i}^{-} \rangle$ . Nous déduisons la densité de probabilité dans l'espace des impulsions :

$$|\phi(t, m)|^2 = \sum_{i,j} c_i c_j^* e^{-i(\omega_i - \omega_j)t} \langle \Phi_{\omega_j}^{-} | m \rangle \langle m | \Phi_{\omega_i}^{-} \rangle. \quad (1.48)$$

Les quasi-énergies des états de Floquet  $\omega_i$  sont distribuées sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Lorsqu'elles sont différentes, il existe toujours un temps  $t = N$  à partir duquel tous les termes  $(\omega_i - \omega_j)t$  deviennent plus grands que  $\pi \forall i, j$ . A partir de ce temps, tous les états d'indices différents cessent d'interférer constructivement. Aux temps suffisamment longs, seuls les états tels que  $i = j$  contribuent de manière constructive, il reste :

$$|\phi(N, m)|^2 = \sum_i |c_i|^2 \langle \Phi_{\omega_i}^{-} | m \rangle \langle m | \Phi_{\omega_i}^{-} \rangle. \quad (1.49)$$

Nous reconnaissons la représentation d'un état Floquet dans la base des impulsions :  $\Phi_{\omega_i}^-(m) = \langle m | \Phi_{\omega_i}^- \rangle$  ainsi que la densité de probabilité associée :  $|\Phi_{\omega_i}^-(m)|^2 = \langle \Phi_{\omega_i}^- | m \rangle \langle m | \Phi_{\omega_i}^- \rangle$ . Nous obtenons finalement :

$$|\phi(N, m)|^2 = \sum_i |c_i|^2 |\Phi_{\omega_i}^-(m)|^2. \quad (1.50)$$

Or nous avons vu avec la figure 1.6 que chaque état de Floquet est localisé dans l'espace des impulsions autour d'un site labellisé par  $m_i$  sous la forme suivante :  $|\Phi_{\omega_i}^-(m)|^2 \propto \exp(-|m - m_i|/\xi)$  où  $\xi$  est la longueur de localisation de l'état de Floquet. De plus, nous avons vu plus haut (équation (1.43)) que chaque état de Floquet localise avec la même longueur de localisation  $\xi$  (fixée par  $W_0$ ). La distribution en impulsion aux temps longs est donc une somme d'états localisés en impulsion ayant la même longueur de localisation. Le poids à attribuer à chacun de ces états localisés en impulsion correspond à l'intégrale de recouvrement entre l'état initial du système et ces états de Floquet (ce qui correspond aux différents  $c_i = \langle \Phi_{\omega_i}^- | \Psi_0 \rangle$ ). Si l'état initial possède une taille petite devant la longueur de localisation  $\xi$ , il va se décomposer sur un ensemble d'états de Floquet qui au temps long formeront un état de largeur de l'ordre de  $\xi$  dans l'espace des impulsions.

### Signatures de la localisation

Après avoir expliqué avec des arguments qualitatifs le phénomène de localisation, nous allons réaliser des simulations numériques en suivant la démarche présentée en annexe C. Nous allons mettre en évidence les signatures de la localisation. Un point important des simulations numériques est la nécessité de moyennner sur différentes configurations du désordre afin d'extraire le comportement global du système. Pour ce faire, nous réalisons un moyennage incohérent de nos résultats sur différentes valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$  (les valeurs de  $\beta$  sont uniformément tirées dans la première zone de Brillouin).

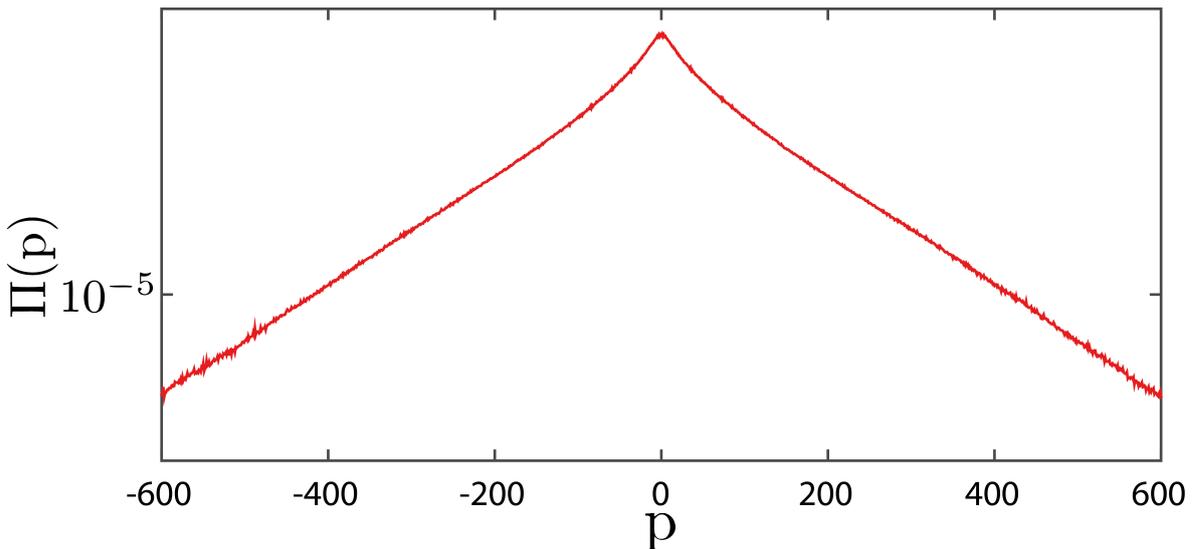


FIGURE 1.8: Distribution en impulsion  $\Pi(p)$  en échelle semi-log (simulation numérique). Nous constatons une forme localisée en exponentielle décroissante. Les paramètres sont :  $K = 28.9$ ,  $\hbar = 2.89$ , 2000 kicks et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

Afin d'avoir une cohérence dans les unités utilisées dans cette thèse nous exprimons les impulsions en unité de  $p$  définies comme :

$$p := \frac{p}{\hbar}. \quad (1.51)$$

La figure 1.8 présente en échelle semi-log, une simulation numérique de la distribution en impulsion  $\Pi(p) = |\phi(p)|^2$ , après 2000 kicks, moyennée de façon incohérente sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion. Contrairement au cas classique où la distribution revêt une forme gaussienne, nous observons dans le cas quantique que la fonction d'onde aux temps longs ( $t \gg t_{loc}$ ) se fige en structure exponentielle décroissante.

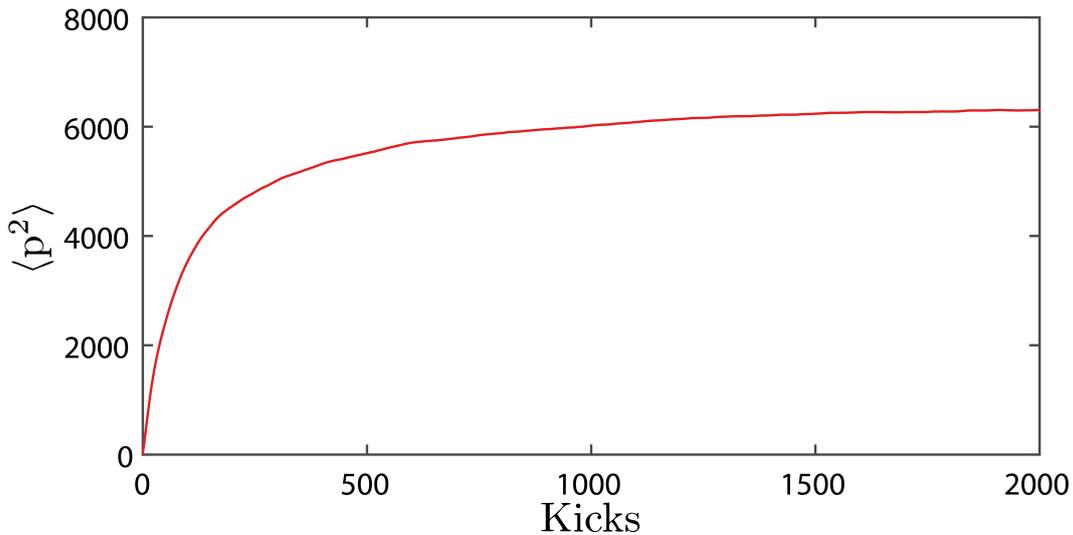


FIGURE 1.9: Évolution de  $\langle p^2 \rangle$  dans le temps, nous constatons la présence d'une diffusion initiale similaire au cas classique. Puis, après un temps caractéristique :  $t_{loc}$ , l'énergie cinétique sature à la valeur :  $\langle p^2 \rangle = p_{loc}^2$ . Les paramètres sont  $K = 28.9$ ,  $\hbar = 2.89$  et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

La figure 1.9 montre l'évolution de la valeur moyenne de  $p^2$  du système  $\langle p^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p^2 \Pi(p) dp$  en fonction du nombre de kicks. Cette quantité est proportionnelle à l'énergie cinétique. Contrairement au cas classique où l'énergie cinétique augmente linéairement dans le temps, nous observons dans le cas quantique une saturation aux temps longs.

Ces deux effets caractéristiques constituent les signatures du phénomène physique appelé "localisation dynamique". Cette localisation a exactement la même origine que la localisation d'Anderson mais a lieu dans l'espace des impulsions d'où le mot "dynamique".

Conclusion : Dans ce chapitre nous avons introduit le modèle classique du Kicked Rotor et montré son comportement chaotique qui implique un mouvement diffusif du système. Sa dynamique quantique est totalement différente puisqu'elle révèle le phénomène de localisation dynamique, caractérisé par une saturation de l'énergie cinétique et un gel de la forme des fonctions d'onde du système. À partir des états de Floquet du Kicked Rotor, nous avons indiqué l'analogie stricte et formelle existant entre ce modèle et celui des liaisons fortes avec désordre qui a permis la prédiction de la localisation d'Anderson. Le Kicked Rotor se révèle être un système désordonné de Floquet dans lequel la localisation d'Anderson se manifeste dans l'espace des impulsions.

# Dispositif expérimental

## Sommaire

2.1	La préparation d'un nuage d'atomes froids de Césium . . . . .	<b>18</b>
2.2	Réalisation expérimentale du Kicked Rotor . . . . .	<b>19</b>
2.2.1	Description du système créant l'onde stationnaire pulsée (kicks) . .	19
2.2.2	Le potentiel sinusoïdal pulsé . . . . .	20
2.2.3	La compensation de la gravité . . . . .	21
2.3	La mesure d'une distribution en impulsion : le temps de vol . . . . .	<b>22</b>
2.3.1	Principe général et performance . . . . .	23
2.3.2	Dissymétrie des distributions en impulsion . . . . .	24
2.3.3	Analyse et traitement de données . . . . .	26
2.4	L'inhomogénéité et la mesure de $K$ . . . . .	<b>27</b>
2.4.1	Représentation graphique de l'inhomogénéité . . . . .	27
2.4.2	Dispositif de filtrage spatial transverse du nuage atomique . . . . .	28
2.4.3	La calibration de $K$ via les corrélations entre kicks . . . . .	31
2.4.4	La calibration de $K$ à 1 kick . . . . .	32
2.4.5	Les gammes de paramètres expérimentalement accessibles . . . . .	33
2.5	Chargement dans un réseau optique . . . . .	<b>34</b>

Le chapitre précédent a permis d'établir les concepts nécessaires à l'étude des effets de localisation dans le Kicked Rotor. Nous allons maintenant présenter la réalisation expérimentale de ce système. Le schéma global est le suivant : des atomes de Césium sont initialement refroidis en utilisant une séquence laser appropriée. Une fois à une température de l'ordre du  $\mu\text{K}$ , ceux-ci sont soumis à une onde stationnaire verticale pulsée qui a pour but de réaliser les kicks. Enfin, les atomes tombent dans l'enceinte à vide et sont détectés par une technique standard de temps de vol (également connu via l'acronyme TOF signifiant "Time Of Flight").

Nous commencerons par expliquer la préparation du nuage d'atomes froids. Il suivra la présentation du nouveau dispositif de Kicked Rotor en géométrie verticale. Ce Kicked Rotor étant formé à partir de deux faisceaux indépendants, nous aborderons la possibilité d'ajouter des modulations de phase quelconques à notre système. Un avantage de cette géométrie verticale réside dans la nouvelle méthode de détection implémentée peu avant cette thèse : la technique de temps de vol. Celle-ci nous permet de reconstituer intégralement la distribution en impulsion en réalisant un seul cycle expérimental. Nous décrivons ensuite l'analyse de données développée durant cette thèse, s'appuyant sur la théorie auto-consistante de Lobkis et Weaver, ayant pour but de mesurer avec précision les valeurs de l'énergie cinétique du système. Nous insisterons sur le sujet de l'inhomogénéité dans le Kicked Rotor, obstacle expérimental qui nous a fallu résoudre pour avoir un système sous contrôle possédant le bon comportement. Nous terminerons par la présentation d'un dispositif de refroidissement par réseau optique mis en place durant cette thèse permettant de réaliser des distributions en impulsion d'une température de  $T = 400 \text{ nK}$ .

## 2.1 La préparation d'un nuage d'atomes froids de Césium

Les techniques de refroidissement d'atomes par laser sont bien connues désormais et de nombreux livres et articles traitent de ce sujet [36, 37, 38, 39]. Nous nous contentons dans cette partie de rappeler les grands points intervenant dans l'expérience. Pour refroidir les atomes, nous utilisons la technique standard du piège Magnéto-Optique (PMO ou MOT en anglais pour Magneto-Optical Trap). À la suite de cette phase MOT, nous réalisons une phase de refroidissement Sisyphe pour diminuer la température des atomes à la valeur de  $T = 1.5 \mu\text{K}$ .

Pour réaliser la phase MOT, nous utilisons une vapeur de Césium dans une cellule à très basse pression ( $10^{-8}$  mbar). Les faisceaux lasers prévus pour le refroidissement sont générés par une diode esclave injectée par une diode en cavité étendue "faite maison". La phase MOT consiste à utiliser 3 paires de faisceaux rétro-réfléchis orthogonaux se croisant au centre de la cellule et désaccordés vers le rouge de  $\delta_L$  de la transition D2 du Césium. La combinaison de la force de pression de radiation ainsi produite et de l'effet Doppler crée une force de friction qui refroidit les atomes [5]. L'ajout d'un gradient de champ magnétique, via des bobines en configuration anti-Helmholtz, ainsi qu'un choix judicieux des polarisations des faisceaux (configuration  $\sigma^+ - \sigma^-$ ) permettent de rendre dépendante en position la force de pression de radiation. Celle-ci agit donc également comme une force de rappel, ce qui crée le piégeage spatial [40].

Pour dissiper l'énergie, les atomes réalisent des cycles d'absorption/émission spontanée entre les niveaux  $|6S_{1/2}; F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 5\rangle$ . Cependant, il existe une probabilité non négligeable que les atomes effectuent la transition  $|6S_{1/2}; F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F_f = 4\rangle$  pour relaxer ensuite vers l'état  $|6S_{1/2}; F = 3\rangle$ . Dans ce cas, les atomes ne sont plus piégés et sortent du dispositif de refroidissement. Pour contrer cet effet, nous ajoutons un faisceau dit "repompeur" (également produit par une diode) accordé sur la transition  $|6S_{1/2}; F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 4\rangle$ . De cette manière, les atomes sont ré-injectés dans le cycle de refroidissement.

Durant la phase de formation du nuage (environ 1 s), les faisceaux MOT sont à pleine puissance ( $P_{\text{max}} = 3.5 \text{ mW}$  pour un faisceau gaussien de waist de 4 mm) et désaccordés de  $-2.6\Gamma$  vis-à-vis de la transition cyclante<sup>1</sup> dans le but d'optimiser le refroidissement Doppler [5, 41]. S'en suit la coupure des champs magnétiques et la réalisation d'une phase Sisyphe [40, 42] d'une durée de 35 ms. Celle-ci est optimisée expérimentalement dans le but de minimiser la température finale tout en gardant le maximum d'atomes possible. Durant cette phase, deux rampes linéaires de fréquence (de  $-2.6\Gamma$  à  $-10\Gamma$ ) et de puissance (de 3.5 mW à 0.7 mW) sont réalisées en même temps. Nous éteignons ensuite complètement les faisceaux de refroidissement et de repompage. Nous minimisons la température finale [43] non pas en éteignant rapidement les faisceaux mais en les coupant de manière adiabatique : la puissance est diminuée de 0.7 mW à 0 mW sur une durée de 1.5 ms).

La réalisation de la séquence décrite ci-dessus aboutit à un nuage de 2 mm de diamètre possédant plusieurs millions d'atomes à une température de  $T = 1.5 \mu\text{K}$ . Avec cette procédure, le nombre final d'atomes dans le MOT dépend du temps de chargement de la phase MOT, de la puissance et de la fréquence des lasers. Suite aux fluctuations expérimentales la taille du nuage atomique et le nombre d'atomes peuvent varier de façon non négligeable. Nous verrons dans la partie 2.4 que cela n'est pas souhaitable.

---

1.  $\Gamma$  représente la largeur naturelle de la raie et vaut  $\Gamma/2\pi = 5.2 \text{ MHz}$

## 2.2 Réalisation expérimentale du Kicked Rotor

Les précédentes expériences réalisées dans l'équipe utilisaient un dispositif de Kicked Rotor horizontal produit par un seul laser rétro-réfléchi. L'avantage était que durant les kicks, les atomes ne bougeaient pas par rapport à l'onde stationnaire (car ceux-ci tombent verticalement). Le désavantage était que le temps d'interaction entre les atomes et le potentiel (donc le nombre de kicks) était limité par le temps que mettent les atomes à sortir du potentiel, dû à la gravité (environ 4 ms). Dans le but d'augmenter ce temps d'interaction (et donc le nombre de kicks applicables), il a été décidé de réaliser un Kicked Rotor en géométrie verticale en utilisant deux faisceaux lasers différents. Une modulation de phase adéquate appliquée aux deux faisceaux (par le biais de modulateurs acousto-optique) permet à l'onde stationnaire d'accompagner les atomes durant leur chute, ce qui implique que ceux-ci voient dans leur référentiel une onde stationnaire immobile. Le fait d'utiliser deux faisceaux indépendants permet également d'ajouter des modulations de phase quelconques au système.

### 2.2.1 Description du système créant l'onde stationnaire pulsée (kicks)

Pour créer le potentiel optique, nous utilisons un laser fortement désaccordé vis-à-vis de la transition la plus proche de l'atome. Dans ce cas, ce n'est plus la force de pression de radiation qui est prépondérante mais la force dipolaire. Cette force est conservative, ce qui nous permet de lui associer un potentiel<sup>2</sup>  $V$ . Dans le formalisme de [44], ce potentiel s'écrit :

$$V(X, Y, Z) = \frac{\hbar\Omega_R^2(X, Y, Z)}{4\delta_L} = \frac{1}{8}\hbar\Gamma \left( \frac{I(X, Y, Z)}{I_S} \right) \left( \frac{\Gamma}{\delta_L} \right) \quad (2.1)$$

Avec  $\Omega_R$  la pulsation de Rabi,  $\delta_L$  le désaccord du laser par rapport à la transition D2 du Césium,  $\Gamma$  la largeur naturelle de celle-ci et  $I_S$  l'intensité de saturation de la transition. Cette relation est valable si  $\delta_L$  est grand devant  $\Gamma$ , dans notre cas  $\delta_L = 5000\Gamma$ . Nous constatons que la forme spatiale du potentiel dépend directement de  $I(X, Y, Z)$ , l'intensité de la lumière. Dans ce manuscrit nous noterons par  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  les quantités d'espaces dimensionnés.

Pour réaliser le potentiel optique, nous utilisons deux amplificateurs optiques (TA)<sup>3</sup> Eagleyard injectés par une diode laser (DFB)<sup>4</sup>. Un schéma du dispositif est présenté sur la figure 2.1. Chaque TA génère un faisceau laser d'une puissance de  $P = 2\text{ W}$  qui est dirigé dans un Modulateur Acousto-Optique (MAO ou AOM en anglais). Les ondes radio-fréquences (RF) envoyées aux AOM sont produites par multiplication d'une onde à 60 MHz issue d'un générateur de fonction arbitraire AWG (AWG pour Arbitrary Waveform Generator) avec une onde à 140 MHz. Ceci nous donne une onde à 200 MHz et une onde à 80 MHz. L'utilisation d'un filtre passe-bande sélectionne la composante à 200 MHz qui est envoyée vers les AOM. Chaque AOM nous permet, par un réglage d'amplitude de l'onde RF, de choisir l'intensité du faisceau dans l'ordre diffracté. La 2<sup>ème</sup> utilité de chaque AOM est de pouvoir appliquer une modulation de phase temporelle quelconque à chaque faisceau grâce au générateur de fonction arbitraire. Après passage dans les AOM, les deux faisceaux sont injectés dans deux fibres optiques indépendantes pour ensuite être envoyés dans la chambre d'expérience. Durant cette thèse, nous avons changé les TA 1 W en TA 2 W. Le profil spatial du TA 2 W est plus éloigné d'un mode gaussien que celui du TA 1 W. Finalement, après injection dans une fibre (donc filtrage), le gain de puissance n'est pas d'un facteur 2 mais plutôt 1.5. La puissance envoyée sur les atomes est d'environ 400 mW.

---

2. Le potentiel et la force conservative sont liés par  $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$

3. TA : Tapered Amplifiers, il peut être vu comme un milieu à gain.

4. DFB : Distributed FeedBack laser.

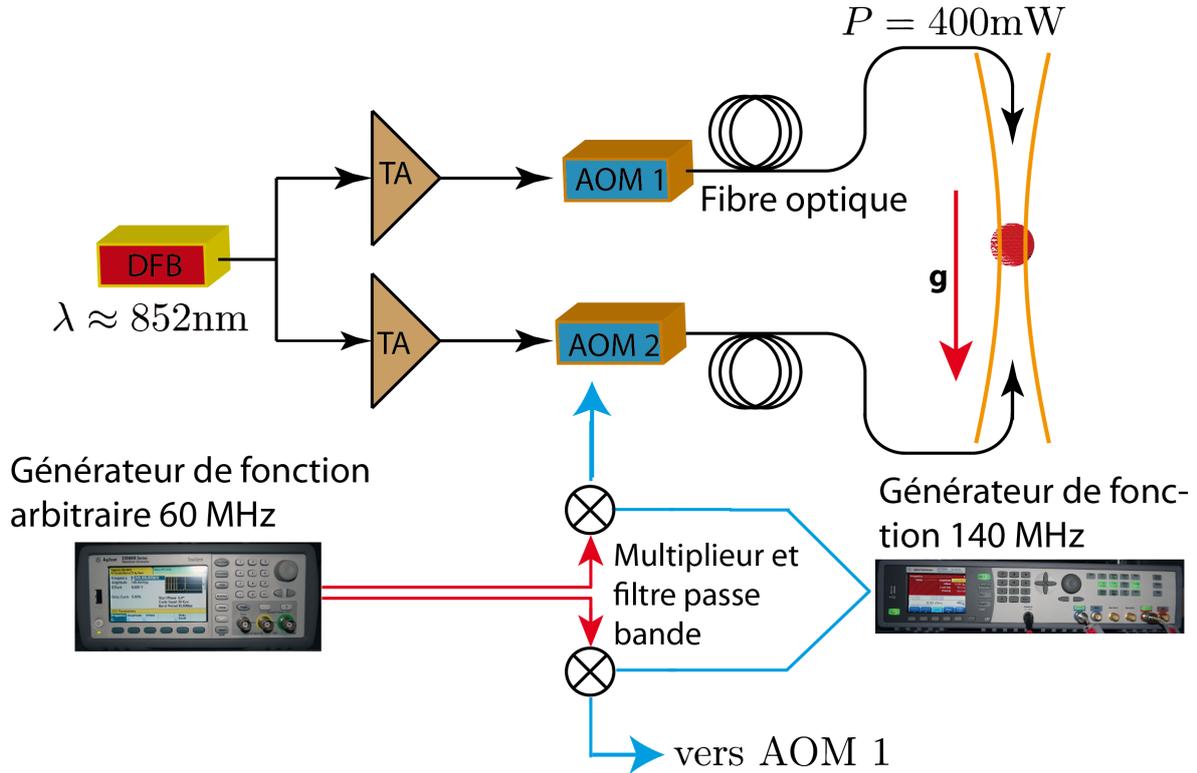


FIGURE 2.1: Schéma du dispositif expérimental réalisant l'onde stationnaire pulsée verticale.

### 2.2.2 Le potentiel sinusoïdal pulsé

Pour écrire le potentiel expérimental, nous considérons que les deux faisceaux issus des deux fibres se propagent suivant  $Z$  dans des sens opposés. Nous les écrivons :

$$E_{1,2}(X, Y, Z, t') = A_{1,2}(t') A_{G1,2}(X, Y) \exp[i(\pm k_L Z + \phi_{1,2}(t'))]. \quad (2.2)$$

Où  $A_1(t')$  et  $A_2(t')$  sont les amplitudes quelconques modulables dans le temps via les AOM. Dans le but d'avoir deux faisceaux de même intensités nous réglons les AOM tel que  $A_1(t') = A_2(t') = A(t')$ .  $A_{G1}$  et  $A_{G2}$  sont les modes gaussiens transverses  $\text{TEM}_{00}$  des deux faisceaux sortant des fibres optiques. Nous utilisons le même type de coupleur de fibre (Schafter Kirchhoff SK-18), ce qui nous permet de régler  $A_{G1}(X, Y) = A_{G2}(X, Y) = A_G(X, Y)$ .  $\phi_1(t')$  et  $\phi_2(t')$  sont les modulations de phase quelconques ajustables dans le temps appliquées par les deux AOM indépendants.  $k_L = 2\pi/\lambda_L$  est le vecteur d'onde du laser utilisé avec  $\lambda_L$  sa longueur d'onde. Les deux faisceaux se recouvrent spatialement pour former une onde stationnaire d'intensité :

$$I(X, Y, Z, t') = 2A^2(t') A_G^2(X, Y) \{\cos(2k_L Z + \phi_1(t') - \phi_2(t')) + 1\}. \quad (2.3)$$

En ne nous intéressant qu'à la partie oscillante suivant  $Z$  de (2.3), en posant  $I_0(X, Y, t') := I(t') I_G(X, Y)$  avec  $I(t') := 2A^2(t')$  et  $I_G(X, Y) := A_G^2(X, Y)$  et en considérant que les faisceaux sont placés de manière à avoir la mélasse en leur centre, nous obtenons que le potentiel (dans le formalisme de l'équation (2.1)) ressenti par les atomes est :

## 2.2. RÉALISATION EXPÉRIMENTALE DU KICKED ROTOR

$$V(X, Y, Z, t') = \frac{1}{8} \left( \frac{I_0(X, Y, t')}{I_S} \right) \left( \frac{\hbar\Gamma^2}{\delta_L} \right) \cos(2k_L Z + \phi_1(t') - \phi_2(t')), \quad (2.4)$$

ce qui donne :

$$V(X, Y, Z, t') = V_0(X, Y, t') \cos(2k_L Z + \phi_1(t') - \phi_2(t')), \quad (2.5)$$

avec  $V_0(X, Y, t') := \hbar I_0(X, Y, t') \Gamma^2 / 8 I_S \delta_L$ . Nous allons maintenant réaliser des pulses temporels de période  $T_1$  de ce potentiel. Pour ce faire, nous utilisons les AOM en tant qu'obturateurs rapides. En effet, les temps de montée en puissance sont de 10 ns, ce qui est faible comparé à la durée des pulses  $\tau = 0.5 \mu\text{s}$  que nous cherchons à réaliser. Ce faible temps de montée comparé à  $\tau$  nous permet de considérer les pulses rectangulaires. Nous aboutissons au potentiel de la forme :

$$V(X, Y, Z, t') = \tau V_0(X, Y, t') \cos(2k_L Z + \phi_1(t') - \phi_2(t')) \sum_n \tilde{\delta}_\tau(t' - nT_1), \quad (2.6)$$

où  $\tilde{\delta}_\tau(t') = 1/\tau$  si  $|t'| < \tau/2$  et zéro sinon. Cette fonction converge vers la distribution de Dirac lorsque  $\tau \rightarrow 0$ . De plus, les atomes bougeant très lentement (du fait de leur faible vitesse) nous pourrions considérer que ceux-ci ne bougent pas durant l'application d'un pulse rectangulaire. L'approximation de cette fonction porte par une fonction delta de Dirac est par conséquent valide.

### 2.2.3 La compensation de la gravité

Nous avons expliqué ci-dessus comment former une onde stationnaire verticale pulsée ayant pour but de réaliser les kicks. Cependant, entre ces derniers, les atomes tombent du fait de la gravité. Ceux-ci voient dans leur référentiel une onde stationnaire accélérée. Dans le référentiel des atomes, l'hamiltonien ressenti est le suivant :

$$H(X, Y, Z, t') = \frac{P^2}{2M} + \tau V_0(X, Y, t') \cos(2k_L Z + \phi_1(t') - \phi_2(t') + k_L g t'^2) \sum_n \tilde{\delta}_\tau(t' - nT_1), \quad (2.7)$$

avec  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ . Ce type d'hamiltonien constitue un Kicked Rotor Accélérateur (un Kicked rotor avec une onde stationnaire qui accélère). Dans ce type de système, le phénomène de localisation dynamique expliqué au chapitre 1 n'a pas lieu. Pour pouvoir étudier les phénomènes de localisation, il est impératif de s'affranchir du terme  $k_L g t'^2$  présent dans l'équation (2.7). Pour ce faire, nous utilisons le déphasage temporel  $\phi_1(t') - \phi_2(t')$ . Les modulations de phase expérimentales appliquées sont :

$$\phi_{1,2}(t') = \pm \frac{\phi_c(t') + a(t)}{2} \quad (2.8)$$

Nous distinguons ici deux contributions. La première  $\phi_c(t')$  va être utilisée afin de compenser la gravité et la seconde  $a(t')$  sert à réaliser des séquences de modulations de phase choisies. Pour compenser efficacement la gravité, nous devons avoir :

$$\phi_c = -k_L g t'^2. \quad (2.9)$$

La radio-fréquence de compensation nécessaire est donc

$$\omega_c(t') = \frac{d\phi_c(t')}{dt} = -2k_L g t'. \quad (2.10)$$

Pour compenser l'effet de la gravité, il faut donc appliquer une rampe linéaire de fréquence dans le temps avec une pente de  $-2k_L g$ . Nous allons utiliser le générateur de fonction arbitraire pour appliquer un paramètre de compensation  $A_c$  de telle sorte que la rampe de fréquence ait une pente de  $-2k_L A_c$ . Une méthode simple permettant d'évaluer précisément la valeur du paramètre de compensation  $A_c$  consiste à regarder l'évolution de  $E_{\text{kin}}$  du système en fonction d'un scan de ce paramètre. La valeur de  $A_c$  où l'énergie cinétique est minimale (où la localisation d'Anderson a lieu) constitue la meilleure compensation de gravité possible. Nous pouvons voir sur la figure 2.2 que le minimum se situe pour  $A_c = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ .

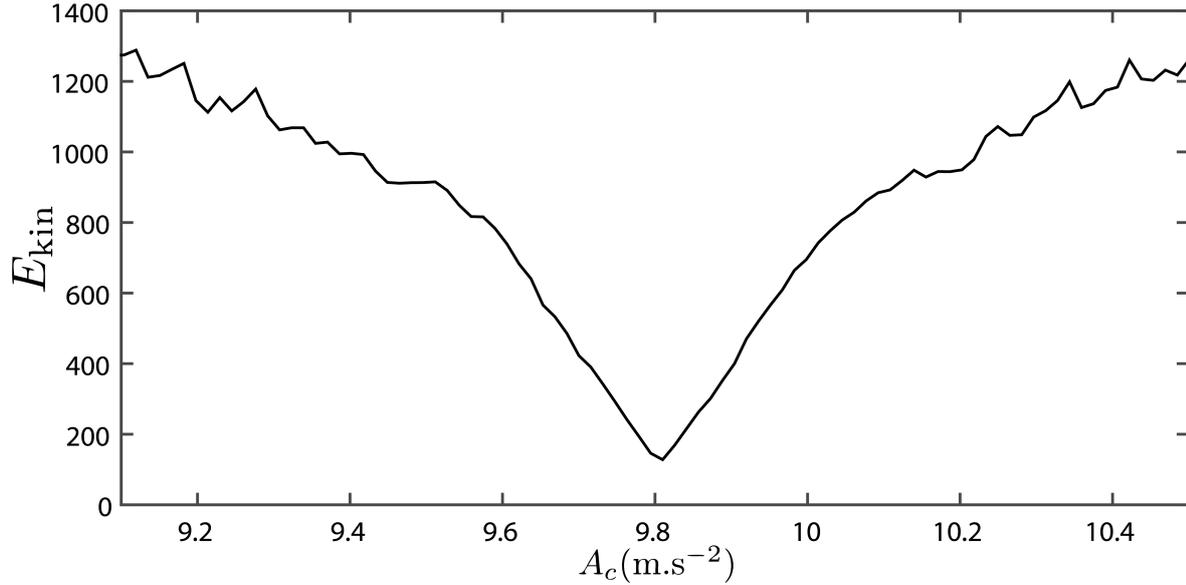


FIGURE 2.2: Évolution de l'énergie cinétique en fonction du paramètre de compensation  $A_c$ . Nous voyons que la valeur de  $A_c$  où l'énergie cinétique est minimum est très proche de  $9.81 \text{ m.s}^{-2}$ . Les paramètres expérimentaux sont  $K = 7$ ,  $k = 2.89$  et  $N_{\text{kick}} = 100$ .

Une fois la gravité correctement compensée, l'hamiltonien ressenti par les atomes dans leur référentiel est :

$$H(X, Y, Z, t') = \frac{P^2}{2M} + \tau V_0(X, Y, t') \cos(2k_L Z + a(t')) \sum_n \tilde{\delta}_\tau(t' - nT_1). \quad (2.11)$$

Le Kicked Rotor vertical permet d'augmenter le nombre de kicks maximum comparé au dispositif horizontal. Il permet également de réaliser des séquences de modulation de phase  $a(t')$  arbitraires. Ce dernier point est crucial car il nous permet de moyennner efficacement les corrélations entre kicks dans le Kicked Rotor comme nous le verrons au chapitre 6.

### 2.3 La mesure d'une distribution en impulsion : le temps de vol

La méthode de mesure de vitesse utilisée dans les précédentes expériences était basée sur des processus Raman [45, 46]. Ceux-ci consistaient en un transfert de population sélectif en impulsion d'une partie de la distribution en impulsion d'un état hyperfin vers un autre. La population transférée était ensuite mesurée. Ce processus de mesure destructif permettait de reconstruire morceau par morceau la distribution en impulsion des atomes. Cependant

## 2.3. LA MESURE D'UNE DISTRIBUTION EN IMPULSION : LE TEMPS DE VOL

pour chaque mesure de population d'une classe d'impulsion, il était nécessaire de refaire l'expérience. Cette méthode a deux inconvénients majeurs :

- i le temps nécessaire pour acquérir toute une distribution en impulsion était long (100 s)
- ii les mesures, se faisant sur différents cycles expérimentaux, étaient sensibles aux fluctuations expérimentales.

Nous avons vu dans la section précédente que le Kicked Rotor expérimental est désormais réalisé en géométrie verticale. Cette particularité permet, en plus d'augmenter le nombre de kicks possibles, de changer le mode de détection dans l'optique de mesurer toute la distribution en impulsion en créant une seule fois le nuage d'atomes. Le mode de détection choisi est celui du temps de vol.

### 2.3.1 Principe général et performance

La technique de détection par temps de vol consiste à laisser s'étendre le nuage d'atomes sur quelques dizaines de centimètres puis de détecter ces derniers au moyen d'une sonde résonnante très fine (nappe de lumière). Ceci nous donne accès à un signal  $\rho(t')$  qui, normalisé adéquatement, correspond à la distribution d'atomes détectée en fonction du temps. Dans le cas d'un nuage ponctuel, en connaissant la position verticale initiale des atomes  $L_0$  vis-à-vis de la nappe de lumière (sonde), nous sommes capables d'associer à chaque temps d'arrivée dans la sonde  $t'$  une vitesse initiale des atomes avant la chute  $v$  :

$$v = \frac{gt'}{2} - \frac{L_0}{t'}. \quad (2.12)$$

Nous cherchons la distribution de vitesses  $\rho(v)$  des atomes avant leur chute. Le lien entre la distribution de vitesses des atomes et la distribution dans le temps est :

$$\rho(v)dv = \rho(t')dt'. \quad (2.13)$$

En différenciant l'équation (2.12) et en l'injectant dans (2.13) nous obtenons :

$$\rho(v) = \rho(t') \frac{2t'^2}{gt'^2 + 2L_0}. \quad (2.14)$$

Cette procédure s'appelle usuellement déconvolution [47] du signal  $\rho(t')$  en  $\rho(v)$ . Il faut noter que  $\rho(v)$  correspond au carré de la fonction d'onde des atomes :  $\rho(v) = |\phi(v)|^2$ . Dans un souci de cohérence avec le chapitre 1, nous choisissons de travailler avec des distributions en impulsion en unité adimensionnée. Nous avons ici  $P = Mv$  qui représente l'impulsion en unité dimensionnée (en  $\text{kg.m.s}^{-1}$ ). Le lien entre  $P$  et  $p$ , défini au chapitre 1, se fait en assemblant les équations (1.51), (1.14) et (1.20). Nous aboutissons à :

$$p = \frac{P}{2\hbar k_L}. \quad (2.15)$$

Nous voyons que l'impulsion d'adimensionnement correspond à 2 fois l'impulsion de recul :  $2\hbar k_L$ . Cela est en réalité assez naturel puisque soumis au potentiel sinusoïdal, les atomes ne peuvent réaliser que des échanges d'impulsions multiples de  $2\hbar k_L$ . Nous exprimons donc la distribution en impulsion :

$$\Pi(p) = 2\hbar k_L \rho(v) / M. \quad (2.16)$$

Cette procédure nous permet de mesurer expérimentalement les distributions en impulsion.

## CHAPITRE 2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

La détection est réalisée par un prélèvement du faisceau MOT (10 mW) qui passe dans un modulateur de phase. L'effet de ce modulateur de phase est de générer deux bandes latérales à  $\pm 45$  MHz de la fréquence initiale du faisceau avec une efficacité de 2%. L'une des deux bandes est placée en résonance avec la transition  $|6S_{1/2}; F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 5\rangle$ . Les atomes, tombant dans la sonde, absorbent une partie de l'intensité de cette bande. La différence d'intensité entre les deux bandes latérales est donc proportionnelle au nombre d'atomes absorbant des photons. De cette manière, nous extrayons un signal qui, une fois normalisé, nous donne  $\rho(t')$ . Ce processus de mesure par différence entre les deux bandes latérales nous affranchit de potentielles fluctuations basse fréquence de puissance du laser sonde ainsi que de différentes sources de bruit (bruit électronique, bruit acoustique, etc...).

Dans le but d'avoir une bonne résolution du temps de vol, nous prenons une valeur  $L_0$  de 15 cm. Dans ces conditions, les deux facteurs limitant la résolution sont la taille du nuage suivant  $Z$  :  $L_Z$  (nuage non ponctuel) et la largeur suivant  $Z$  de la sonde  $l_Z$ . Dans notre cas,  $L_Z = 1.4$  mm et  $l_Z = 0.46$  mm.

En réalisant une simulation numérique qui modélise le temps de vol détecté à partir d'une distribution initiale en impulsion connue, nous quantifions l'erreur induite par les facteurs limitants présentés plus haut. La conclusion de cette étude numérique est que le dispositif utilisé ne permet pas de détecter des valeurs de température inférieures à 400 nK. La principale limitation étant la taille initiale du nuage  $L_Z$ .

### 2.3.2 Dissymétrie des distributions en impulsion

Comme nous l'avons vu au chapitre 1 nous cherchons à évaluer  $\langle p^2 \rangle = \int p^2 \Pi(p) dp$  qui est proportionnelle à l'énergie cinétique. Pour accéder à cette énergie, nous devons donc regarder expérimentalement la quantité  $p^2 \Pi(p)$ . Au début de cette thèse et suite au passage en géométrie verticale, il a été constaté une dissymétrie anormale des distributions en impulsion mesurées  $\Pi(p)$  (voir courbe rouge sur la figure 2.3(a)). Cette dissymétrie, faible sur les distributions en impulsion, se retrouve d'autant plus sur la quantité que nous cherchons à mesurer  $p^2 \Pi(p)$  (voir courbe rouge sur la figure 2.3(b)). Cette dissymétrie est un obstacle majeur à l'évaluation directe et précise de  $\langle p^2 \rangle$ .

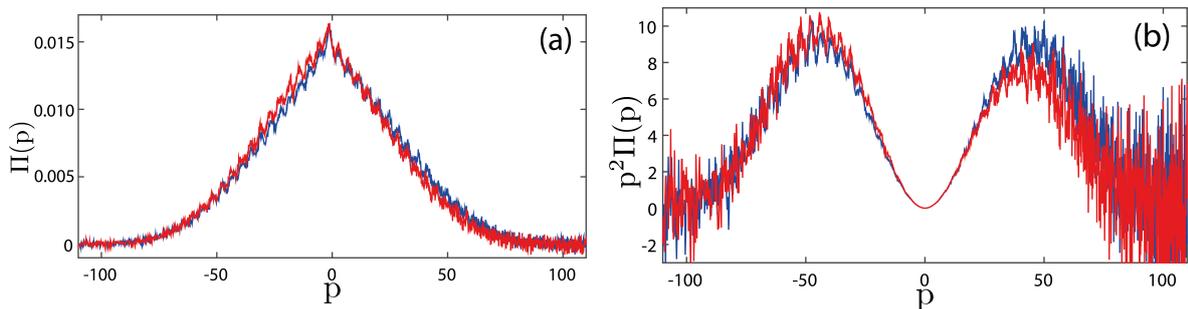


FIGURE 2.3: (a)  $\Pi(p)$  expérimental. (b)  $p^2 \Pi(p)$  expérimental. En rouge (bleu) la situation avant (après) changement du dispositif de détection. Les paramètres sont  $\bar{k} = 1.5$ , 300 kicks,  $K = 5$ ,  $\varepsilon = 0.6$  (le paramètre  $\varepsilon$  est celui utilisé dans les hamiltoniens de Kicked Rotor Quasi-périodique de type [48]).

Il se trouve que cette dissymétrie trouve son origine dans le choix d'une valeur grande de la distance de chute  $L_0$  (choisie initialement dans le but d'avoir une bonne résolution sur le temps de vol). Cette grande valeur de  $L_0$  nous oblige à réaliser un temps de vol de l'ordre

### 2.3. LA MESURE D'UNE DISTRIBUTION EN IMPULSION : LE TEMPS DE VOL

de 250 ms pour détecter toute la distribution en impulsion. Or ce long temps de vol induit de la dissymétrie due à l'expansion transverse (en XY) des atomes. En effet les atomes ayant passé le plus de temps en vol ont plus de chance de sortir du profil transverse d'absorption de la sonde à cause de leur vitesse transverse initiale. Ceci fait que le profil  $\rho(t')$  détecté est mesuré plus faible aux temps longs que ce qu'il devrait être. Pour corriger ce problème, nous choisissons de repenser le faisceau nappe de la sonde avec deux objectifs principaux :

- i Avoir une sonde large : augmenter le waist transverse  $w_Y$  du faisceau sonde ;
- ii Avoir une sonde puissante : le faisceau sonde doit être saturant aux endroits où tombent les atomes.

Pour évaluer le waist transverse  $w_Y$  de la sonde nécessaire, nous considérons vouloir capturer les atomes possédant une vitesses transverse maximale de  $v_{\max} = 3\sigma_T$  (soit 99% des atomes). Avec  $\sigma_T$  l'écart type de la distribution de vitesse transverse issue du MOT. Le nuage d'atomes est à une température de  $2\mu\text{K}$ , ce qui correspond à  $\sigma_T = 3.2v_r$  avec  $v_r$  la vitesse de recul des atomes de Césium ( $v_r = 0.0035\text{ m.s}^{-1}$ ). La vitesse maximale des atomes vaut  $v_{\max} = 0.0112\text{ m.s}^{-1}$ . La chute des atomes durant au maximum  $t_{\text{ch}} = 0.250\text{ s}$ , nous calculons l'expansion transverse maximum des atomes :

$$Y_{\max} = v_{\max}t_{\text{ch}} = 2.8\text{ mm}. \quad (2.17)$$

Nous devons donc réaliser une sonde saturante sur au moins  $2Y_{\max} = 5.6\text{ mm}$  de large (suivant la direction Y).

A l'aide de prismes anamorphoseurs et d'un télescope cylindrique nous créons un faisceau nappe sonde de waist transverse  $w_Y = 3.3\text{ mm}$  et de waist longitudinal (la direction de la gravité)  $w_Z = 0.23\text{ mm}$ . L'intensité de saturation de la sonde pour la transition  $|6S_{1/2}; F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 5\rangle$  dans le cas où nous considérons une répartition isotropique des polarisations vaut  $I_{\text{sat}} = 2.71\text{ mW.cm}^{-2}$ [49]. Nous dérivons la distribution d'intensité de la sonde par :

$$I(Y, Z) = I_{\max} \exp\left(\frac{-2Z^2}{w_Z^2} + \frac{-2Y^2}{w_Y^2}\right), \quad (2.18)$$

La puissance du faisceau sonde dans la bande résonnante étant de  $0.25\text{ mW}$ , en utilisant :

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\max} \exp\left(\frac{-2Z^2}{w_Z^2} + \frac{-2Y^2}{w_Y^2}\right) dZ dY, \quad (2.19)$$

nous obtenons que  $I_{\max} = 2P/\pi w_Z w_Y = 7.8I_{\text{sat}}$ . Ceci nous permet d'aboutir à :

$$I(Y = Y_{\max}, Z) = 1.8I_{\text{sat}} \exp\left(\frac{-2Z^2}{w_Z^2}\right). \quad (2.20)$$

Cette équation nous assure que les atomes ayant parcouru la plus grande distance dans la direction transverse tombent quand même dans un faisceau sonde saturant. Nous utilisons ce nouveau faisceau afin de comparer les situations avant (courbe rouge) et après (courbe bleue) changement de dispositif sur la figure (2.3). La dissymétrie (définie comme  $D := (A_G - A_D)/(A_G + A_D)$  où  $A_G$  est l'aire du lobe de gauche et  $A_D$  l'aire du lobe de droite) vaut 25% pour la courbe rouge et moins de 2% pour la courbe bleue. Nous constatons que le nouveau dispositif de détection permet de supprimer la dissymétrie. Ceci va nous permettre d'extraire de manière beaucoup plus fiable et précise une valeur de l'énergie cinétique à partir des distributions en impulsion.

## 2.3.3 Analyse et traitement de données

Le dispositif expérimental présenté précédemment nous permet de mesurer des distributions en impulsion. Nous allons dans cette partie voir comment, à partir de ces distributions en impulsion, évaluer l'énergie cinétique du système  $\langle p^2 \rangle$ .

Pour évaluer  $\langle p^M \rangle$ , le moment d'ordre  $M$  d'une variable  $p$  à partir de données expérimentales, il vaut mieux réaliser un fit de la quantité  $p^M \Pi(p)$  plutôt que  $\Pi(p)$ . Dans notre cas, nous cherchons à mesurer la quantité  $\langle p^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p^2 \Pi(p) dp$ . Nous allons donc évaluer  $\langle p^2 \rangle$  en réalisant un fit de la quantité  $p^2 \Pi(p)$  par la forme adéquate. Durant la séquence de kicks, la distribution en impulsion  $\Pi(p)$  évolue d'une forme initiale gaussienne (liée à la diffusion) à une forme exponentielle, conséquence de la localisation d'Anderson (aux temps longs).

Les figures 2.4 (a) et (b) présentent la quantité expérimentale  $p^2 \Pi(p)$  en bleu respectivement dans le régime diffusif et localisé ainsi que des fit par des formes  $p^2 \text{Gaussienne}$  en noir et  $p^2 \text{Exponentielle}$  en vert. Sur la figure 2.4 (a), dans le régime diffusif c'est le fit  $p^2 \text{Gaussienne}$  qui fonctionne mieux tandis que sur la figure 2.4 (b) c'est le fit exponentiel  $p^2 \text{Exponentielle}$ .

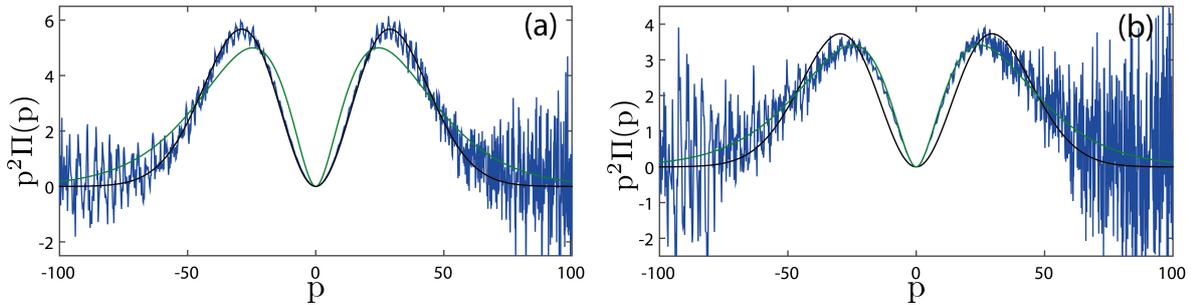


FIGURE 2.4:  $p^2 \Pi(p)$  expérimentale en bleu dans le régime diffusif figure (a) et dans le régime localisé figure (b). En noir un fit par une fonction gaussienne multipliée par  $p^2$ , en vert avec une exponentielle multipliée par  $p^2$ . Les paramètres pour la figure (a) sont  $\bar{k} = 2.89$ ,  $K = 5$ , 300 kicks,  $\epsilon = 0.6$  et pour la figure (b)  $\bar{k} = 2.89$ ,  $K = 12$ , 100 kicks.

La théorie auto-consistante de Lobkis et Weaver [50] donne la forme de la distribution  $\Pi(p)$  à tous les temps (dans les deux régimes localisé et diffusif). La forme de cette distribution est :

$$\Pi_{\text{LW}}(p) = A_1 \left( \frac{\exp\left[\frac{(-A_1|p|+A_0)^2}{4A_0}\right]}{2\sqrt{2A_0}} + \frac{1}{4} \exp[-A_1|p|] \operatorname{erfc} \left[ - \left( \frac{\sqrt{A_0}}{2} - \frac{\sqrt{A_1|p|}}{2\sqrt{A_0}} \right) \right] \right). \quad (2.21)$$

Où  $A_0$  et  $A_1$  sont deux paramètres de fit. Nous utilisons cette forme de fit pour évaluer  $\langle p^2 \rangle$ . Nous pouvons voir sur les figures 2.5 (a) et 2.5 (b) en rouge le fit par  $p^2$  multiplié par  $\Pi_{\text{LW}}$  dans les régimes respectivement diffusif et localisé. Dans les deux cas, le fit fonctionne correctement. Nous concluons que cette forme de fit est plus adaptée que les formes gaussienne ou exponentielle pour évaluer  $\langle p^2 \rangle$ .

Grâce à cette méthode, nous estimons être capables de mesurer des valeurs de  $\langle p^2 \rangle$  allant jusque 1000. Au delà de cette valeur, la pondération du bruit dans les ailes devient trop importante, ce qui rend la procédure moins fiable.

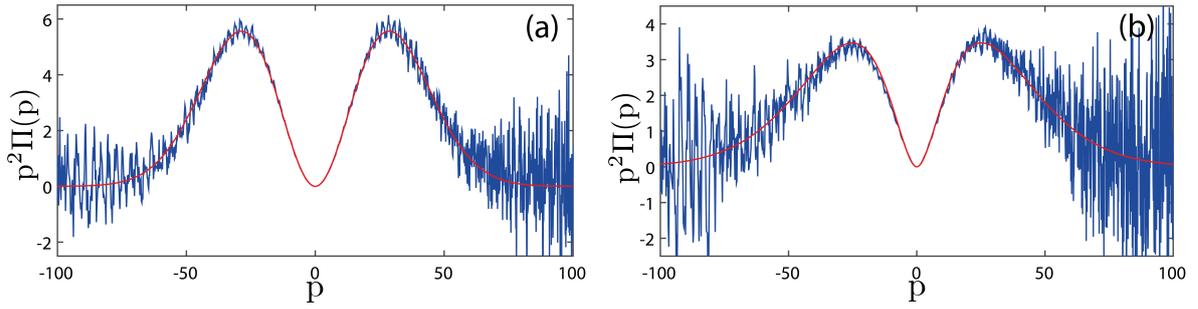


FIGURE 2.5:  $p^2\Pi(p)$  expérimentale en bleue dans le régime diffusif figure (a) et dans le régime localisé figure (b). En rouge un fit par la forme de Lobkis et Weaver multipliée par  $p^2$ . Les paramètres sont pour (a)  $\bar{k} = 2.89$ ,  $K = 5$ , 300 kicks,  $\epsilon = 0.6$  et pour (b)  $\bar{k} = 2.89$ ,  $K = 12$ , 100 kicks.

## 2.4 L'inhomogénéité et la mesure de $K$

En considérant l'utilisation des variables adimensionnées introduites au chapitre 1 (1.14) (que nous appliquons sur le couple  $P, Z$ ), la possibilité de créer un potentiel de la forme de l'équation (2.6) et la compensation de gravité sous la forme de l'équation (2.9) nous sommes capables expérimentalement de créer des hamiltoniens de type Kicked Rotor de la forme suivante :

$$H(X, Y, z, t) = \frac{p^2}{2} + K(X, Y, t) \cos(z + a(t)) \sum_n \delta(t - n), \quad (2.22)$$

avec :

$$K(X, Y, t) = \frac{4\pi^2 T_1 \tau \hbar}{M\Lambda^2} \left( \frac{I_0(X, Y, t)}{I_S} \right) \left( \frac{\Gamma^2}{8\delta_L} \right), \quad (2.23)$$

et  $\Lambda = \lambda_L/2$ . Pour réaliser un Kicked Rotor semblable à celui présenté au chapitre 1, nous devons nous affranchir de la dépendance en  $(X, Y)$  de  $K(X, Y, t)$ . L'onde stationnaire est créée avec des faisceaux gaussiens d'intensité  $I(X, Y)$  et de waist transverse  $w_s$  de  $900 \mu\text{m}$ . Cette taille de waist est choisie pour avoir une intensité suffisante vis-à-vis de la puissance disponible. Le nuage créé par le MOT possède une taille transverse similaire de  $w_n = 800 \mu\text{m}$ , nous nous attendons donc à ce que les atomes ressentent des valeurs différentes de  $K$  en fonction de leur position dans le plan  $(X, Y)$ .

### 2.4.1 Représentation graphique de l'inhomogénéité

A l'aide des calculs réalisés dans l'annexe E, nous pouvons exprimer la densité d'atomes à 2D  $\rho_{2D}$  en fonction de la distribution de  $K$ . Notre problème exhibe une symétrie cylindrique (ie : les distributions ne dépendent pas de  $\theta$ ), les calculs sont donc effectués en coordonnées cylindriques. Nous choisissons de travailler avec le paramètre  $K_r := K(r)/K_{\max}$  où  $K(r)$  représente la dépendance radiale de  $K$  due au profil transverse gaussien de l'onde stationnaire ( $K_{\max}$  est la valeur maximale de  $K$  ce qui fait que  $K_r$  varie entre 0 et 1). Ces calculs aboutissent à l'expression suivante :

$$\rho_{2D}(K_r) = qK_r^{(q-1)}. \quad (2.24)$$

Où  $q$  est le carré du rapport du waist de l'onde stationnaire et de celui de la densité atomique du nuage :  $q := W_s^2/W_n^2$ . Dans le cas typique de l'expérience présentée en section 2.2, le

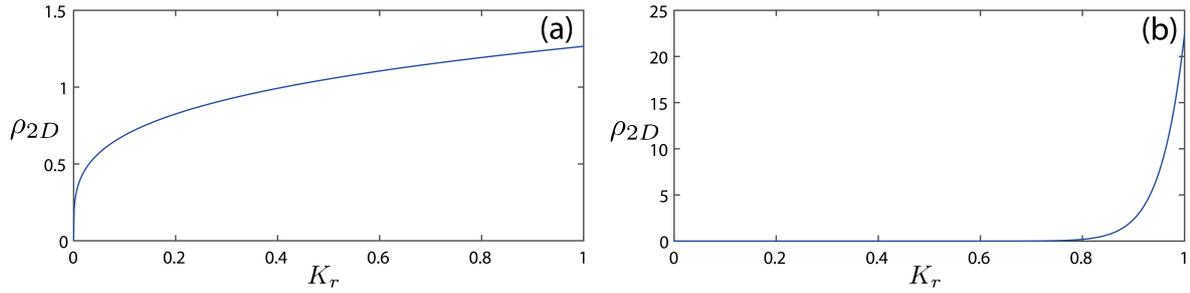


FIGURE 2.6: Densité de population en fonction de  $K_r$  lorsque le waist du nuage est de  $w_n = 800 \mu\text{m}$  pour (a) et  $w_n = 200 \mu\text{m}$  pour (b).

waist de l'onde stationnaire est de  $w_s = 900 \mu\text{m}$ . La densité du nuage créé par le MOT est de  $w_n = 800 \mu\text{m}$ . Nous traçons l'expression de  $\rho_{2D}$  en fonction de  $K_r$  pour ces paramètres sur la figure 2.6 (a). Nous constatons que beaucoup d'atomes voient des valeurs de  $K_r$  différentes de 1. En effet, la portion d'atomes voyant des  $K_r$  supérieures à 0.9 est de 12%. Dans ce cas notre système présente une très grande inhomogénéité. Par comparaison, nous regardons sur la figure 2.6 (b) cette distribution dans le cas où la taille du nuage est fixée à  $w_n = 200 \mu\text{m}$ . Dans ce cas, la fraction d'atomes voyant des valeurs  $K_r$  supérieures à 0.9 est de 90%. Un système dans une telle configuration est beaucoup moins inhomogène.

#### 2.4.2 Dispositif de filtrage spatial transverse du nuage atomique

Dans le but de réduire le problème d'inhomogénéité présenté précédemment, nous avons appliqué un système de filtrage spatial afin de sélectionner une partie contrôlée du nuage suivant la direction transverse et d'éliminer l'autre. Pour ce faire, nous avons réalisé une séquence qui utilise deux faisceaux lasers supplémentaires : le "petit-repompeur" et le "pousseur" (ces deux faisceaux sont issus de la diode produisant le repompeur présentée dans la section 2.1).

Le petit-repompeur est un faisceau proche de la transition  $|6S_{1/2}; F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 4\rangle$ , il est donc capable, tout comme le repompeur, de replacer les atomes dans le dispositif de refroidissement. Le pousseur est un faisceau proche de la transition  $|6S_{1/2}; F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 2\rangle$ , sa fonction est de faire sortir du dispositif de refroidissement les atomes dans l'état  $|6S_{1/2}; F = 3\rangle$ . Les atomes n'étant pas dans la zone d'action du petit repompeur ne sont pas repompés. Ces derniers restent dans l'état  $|6S_{1/2}; F = 3\rangle$  et vont donc être écartés par le pousseur.

Après une seconde de formation du nuage créé avec le dispositif présenté en section 2.1, nous éteignons le repompeur habituel du MOT (que nous désignons ici sous le nom de "gros-repompeur") et nous allumons à la place le "petit-repompeur". A la différence du "gros-repompeur" habituel, le petit-repompeur a une taille typique plus petite (environ  $100 \mu\text{m}$ ) que celle du nuage. Ainsi le repompage se fait sur une zone réduite qui dépend de la puissance du faisceau. Nous pouvons choisir la puissance du petit-repompeur via un modulateur acousto-optique ce qui fixe la taille du nuage dans le plan transverse. Le principe et le déroulement chronologique sont présentés respectivement sur les figures 2.7,2.8,2.9 et 2.10. La séquence expérimentale est résumée dans le tableau ci dessous.

Évènement	Phase MOT	Phase Sisyphé	TOF
Durée	1041 ms	35 ms	250 ms
Faisceaux actifs	PMO et Gros-Rep	PMO, Pousseur et Petit-Rep	Sonde

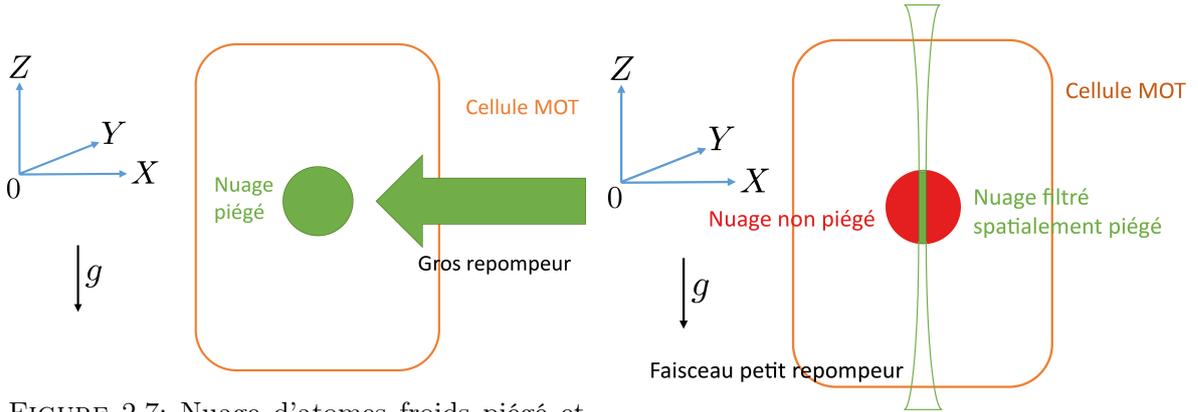


FIGURE 2.7: Nuage d'atomes froids piégé et repompé par le gros-repompeur qui englobe spatialement tout le nuage.

FIGURE 2.8: Le gros-repompeur est coupé, on applique le petit-repompeur verticalement pour réaliser le filtrage spatial.

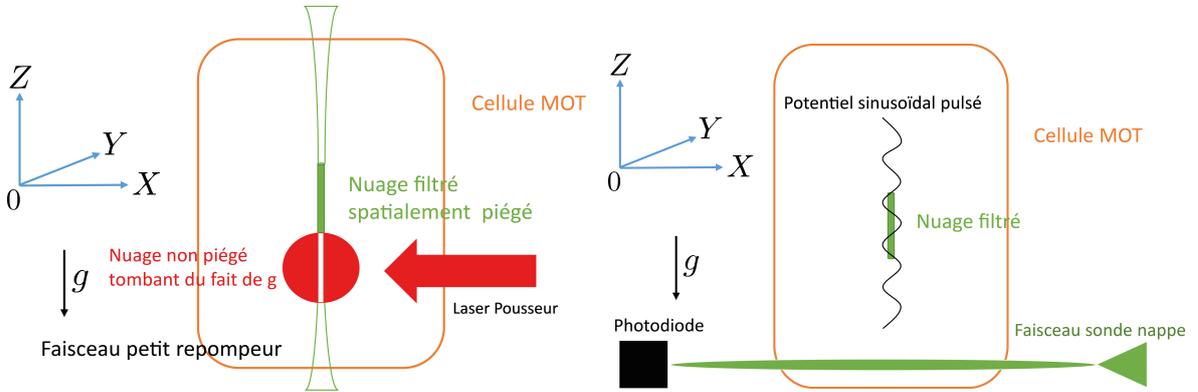


FIGURE 2.9: La partie du nuage non repompée n'est plus dans l'état nécessaire au piégeage. Elle tombe du fait de la gravité. Un faisceau dit "pousseur" permet d'écarter les atomes de la zone de détection.

FIGURE 2.10: Le petit-repompeur est coupé, le nuage filtré est maintenant prêt à être soumis au potentiel sinusoïdal pulsé puis à être détecté par la sonde (voir section 2.3).

### Effet sur le nuage d'atomes froids et caractérisation

Pour observer directement l'effet de ce nouveau dispositif sur le nuage, nous disposons d'une caméra EM-CCD Hamamatsu orcaR-2 placée devant la cellule. Celle-ci permet, grâce à un système d'imagerie, de détecter la forme ainsi que la taille du nuage atomique grâce à la fluorescence des atomes lorsque nous appliquons un flash très court de lumière résonnante. La figure 2.11 montre le nuage repompé avec le gros-repompeur. Nous observons un nuage étendu sur une taille avoisinant 1.5 mm. Lorsque nous utilisons le petit-repompeur, nous aboutissons au nuage présent sur la figure 2.12 d'extension transverse 400  $\mu\text{m}$ .

L'utilisation du petit-repompeur entraîne une réduction importante de la taille du nuage atomique suivant  $(X, Y)$ . Ce dispositif se comporte donc comme un filtre spatial : il sélectionne une zone du nuage qui sera conservée pour l'expérience. Nous remarquons sur la figure 2.12 que la forme du nuage s'apparente à un cylindre, ce qui est cohérent car elle suit la géométrie du faisceau petit-repompeur. Pour être plus quantitatif nous regardons la forme de la distribution spatiale de la densité d'atomes suivant  $X$ . La figure 2.13 correspond à une coupe suivant l'axe

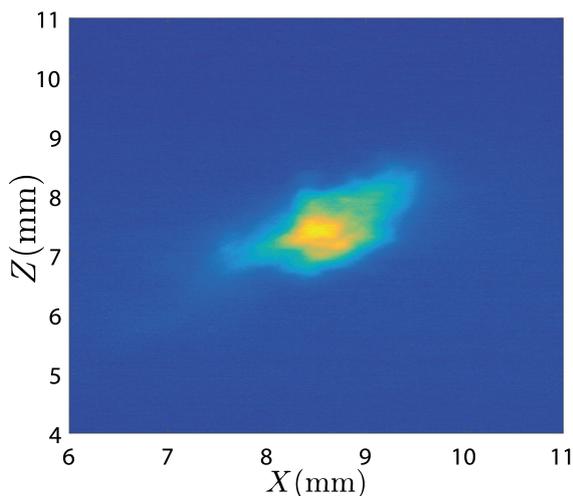


FIGURE 2.11: Nuage atomique repompé sans petit-repompeur. Nous constatons une forme irrégulière qui possède une extension spatiale d'environ 1.5 mm.

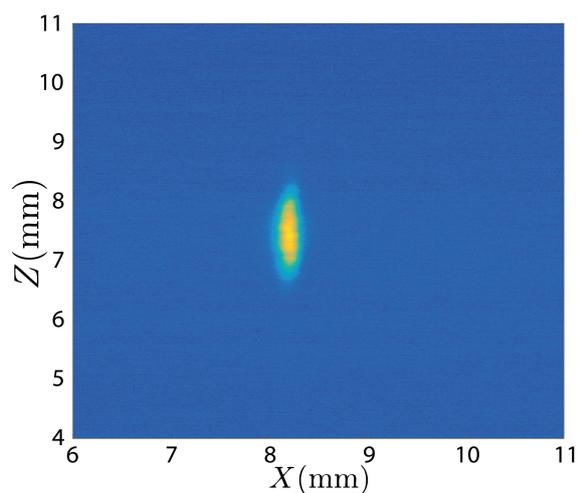


FIGURE 2.12: Nuage atomique repompé par petit-repompeur. Nous observons un filet d'atomes de taille 1.5 mm suivant  $Z$  et  $400 \mu\text{m}$  suivant  $X$ .

horizontal sur le profil de la caméra, le tout centré sur la densité maximale du nuage. Cette figure met en évidence un profil gaussien du nuage dans le plan transverse. En modifiant la puissance (et/ou la fréquence) du petit-repompeur, nous sommes capables de faire varier le waist du nuage d'atomes filtré de  $100 \mu\text{m}$  à  $600 \mu\text{m}$ . C'est ce que nous observons en inset de la figure 2.13. La limite inférieure de  $w_n$  correspond à la taille du waist du petit-repompeur. La limite supérieure correspond à la taille du waist du MOT. Ce processus de filtrage nous permet donc de réduire l'inhomogénéité. De plus, il entraîne une perte d'environ 90% des atomes au profit d'un gain important en stabilité puisque la taille transverse du nuage d'atome est maintenant une quantité bien maîtrisée et reproductible à 10 % près d'un cycle d'expérience à l'autre.

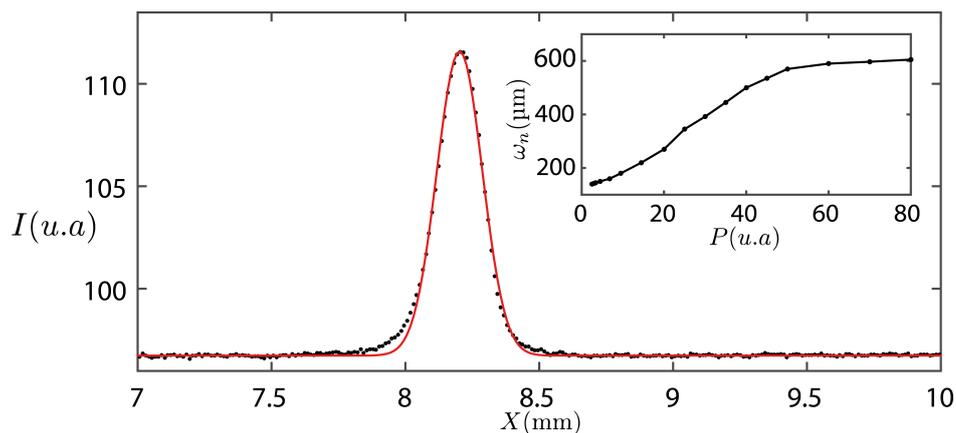


FIGURE 2.13: Profil spatial du nuage en fonction de la position en  $X$ . Signal moyenné sur 100 coupes adjacentes en noir et fit gaussien en rouge. Le waist du fit gaussien obtenu est de  $205 \mu\text{m}$ . Inset : évolution de la taille du waist du nuage filtré  $w_n$  en fonction de la puissance du petit-repompeur.

2.4.3 La calibration de  $K$  via les corrélations entre kicks

Avec le système de filtrage présenté ci-dessus, nous pouvons minimiser l'inhomogénéité et faire en sorte que la valeur de  $K$  ressentie par les atomes soit homogène. L'hamiltonien qui représente le système expérimental dans le référentiel des atomes est désormais le suivant :

$$H(z, t) = \frac{p^2}{2} + K(t) \cos(z + a(t)) \sum_n \delta(t - n). \quad (2.25)$$

Il reste la question de la calibration précise de  $K$  en fonction des paramètres physiques des lasers (intensité, désaccord...). Nous avons vu plus haut que le calcul du  $K$  théorique donne :

$$K_{\text{th}}(t) = \frac{4\pi^2 T_1 \tau h}{M \Lambda^2} \left( \frac{I_0(t)}{I_S} \right) \left( \frac{\Gamma^2}{8\delta_L} \right). \quad (2.26)$$

Cependant, expérimentalement il existe des incertitudes trop grandes (alignement géométrique, absorption des hublots, valeur des waists des faisceaux au niveau des atomes, potentiel déséquilibre entre les intensités des deux faisceaux) pour dire que c'est cette valeur de  $K$  qui est ressentie par les atomes. Or, toute la dynamique du Kicked Rotor dépend de ce paramètre, il est donc impératif de connaître le  $K$  ressenti par les atomes avec la plus grande précision possible. Nous allons présenter deux méthodes différentes de calibration du  $K$  expérimental  $K_{\text{exp}}$  et montrer leur compatibilité.

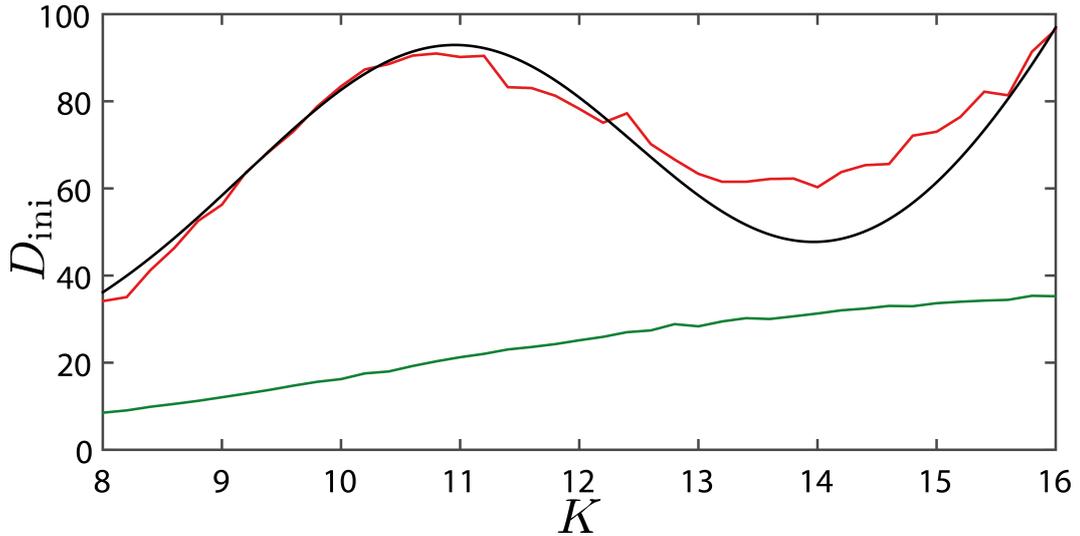


FIGURE 2.14: Évolution de  $D_{\text{ini}}$  en fonction de  $K$  pour  $k = 2.89$ . En noir la forme analytique, en rouge les données expérimentales dans le cas  $W_n = 200 \mu\text{m}$  et en vert dans le cas  $W_n = 550 \mu\text{m}$ .

Pour calibrer  $K$ , nous disons que la valeur expérimentale de  $K$  vaut  $K_{\text{exp}} = \alpha K_{\text{th}}$  avec  $\alpha$  un paramètre sans dimension que nous pouvons varier à volonté entre 0 et 1 ce qui nous permet d'ajuster la valeur  $K_{\text{exp}}$ . Nous savons de l'annexe D que les corrélations existantes entre les kicks dans le Kicked Rotor exhibent un comportement oscillatoire du coefficient de diffusion initial  $D_{\text{ini}}$  en fonction de  $K$ . Nous réalisons des expériences pour extraire le coefficient  $D_{\text{ini}}$  pour différentes valeurs de  $K_{\text{exp}}$  que nous comparons à la forme analytique. Nous choisissons une oscillation de référence (celle à  $K_{\text{th}} = 10.75$  pour  $k = 2.89$ ) où nous connaissons la valeur

de  $K$  pour laquelle  $D_{\text{ini}}$  est maximum. Nous ajustons ensuite le paramètre  $\alpha$  de telle sorte à ce que le maximum de l'oscillation de  $D_{\text{ini}}$  de la courbe expérimentale (courbe rouge sur la figure 2.14) soit positionné à  $K_{\text{exp}} = 10.75$ . En procédant ainsi, nous sommes certain que pour la valeur de  $K_{\text{exp}} = 10.75$ , les atomes ressentent une valeur de  $K$  de 10.75.

Notons que sans la résolution du problème d'inhomogénéité, il serait impossible d'observer ces oscillations. En effet, les valeurs de  $K$  ressenties par les atomes seraient tellement différentes que nous aurions un moyennage des différentes évolutions de  $D_{\text{ini}}$ . Nous pouvons voir une illustration de ce phénomène dans le cas où le waist du nuage atomique vaut  $W_n = 550 \mu\text{m}$  sur la courbe verte de la figure 2.14 .

#### 2.4.4 La calibration de $K$ à 1 kick

Pour vérifier la validité de la première calibration, nous avons essayé une seconde méthode de calibration. Pour cela, nous regardons le profil de la distribution en impulsion  $\Pi(p)$  après un kick en faisant varier l'intensité de celui-ci (donc en faisant varier  $K$ ). Cette méthode est inspirée des techniques utilisées pour calibrer la profondeur des réseaux optiques avec des condensats de Bose-Einstein. La différence fondamentale est que pour les condensats, la largeur de la distribution initiale est très petite devant  $2\hbar k_L$ . Les "pics" (discrets) des différents ordres sont résolus. Dans notre configuration, ce n'est pas le cas. Néanmoins, lorsqu'on applique 1 kick à la distribution en impulsion initiale, celle-ci s'élargit d'une quantité  $\Delta_p = 2K/\hbar k$ . Nous pouvons voir un tel élargissement sur la courbe bleue de la figure 2.15.

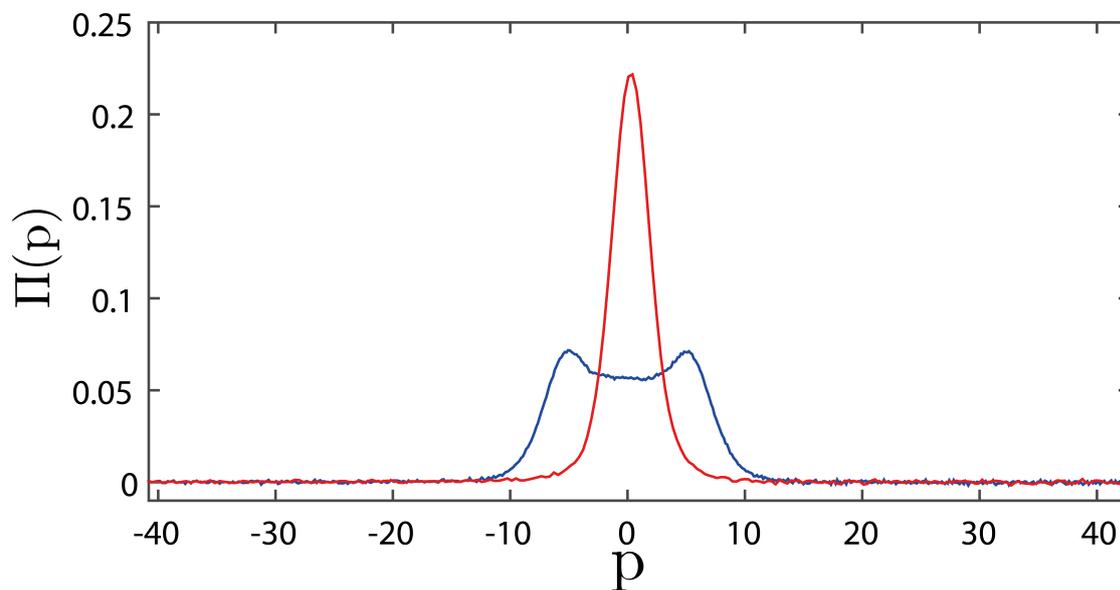


FIGURE 2.15: Distribution en impulsion du MOT en rouge et distribution en impulsion après 1 kick en bleu.

Expérimentalement nous utilisons cette propriété pour calibrer la force des kicks  $K$ . Nous mesurons les largeurs des distributions en impulsion après 1 kick en fonction de  $K$  à  $\hbar k$  fixé. Nous traçons ensuite la largeur à mi-hauteur de ces distributions en fonction de  $K/\hbar k$ . Si la pente vaut 2, ceci veut dire que quand  $K/\hbar k$  augmente de 1, la largeur augmente bien de  $\Delta_p = 2K/\hbar k$  ce qui atteste que  $K$  est bien calibré. La figure 2.16 représente l'évolution de la

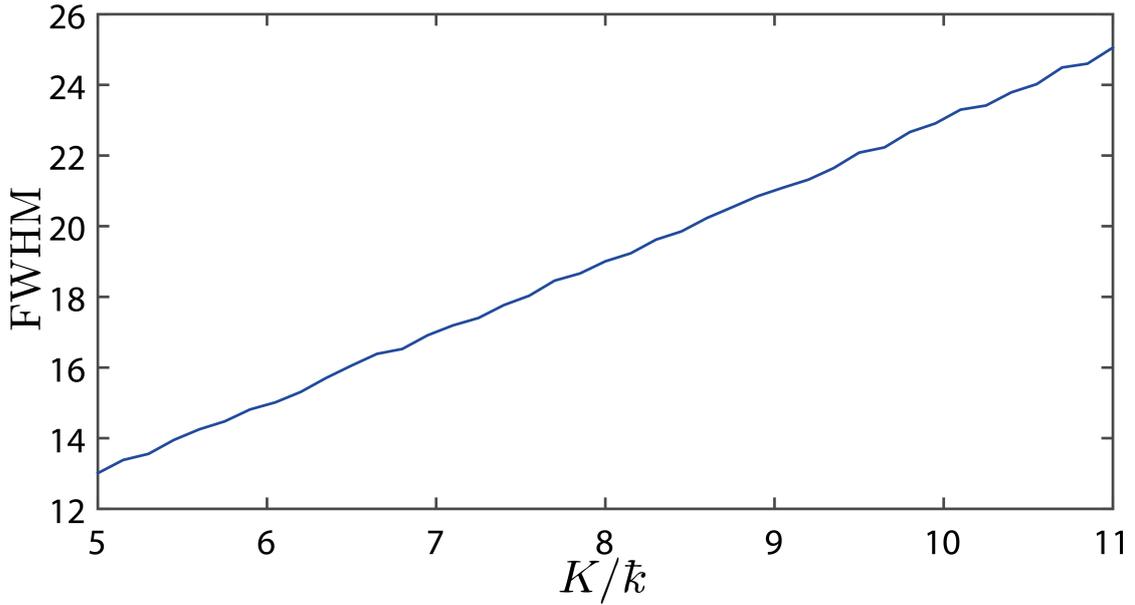


FIGURE 2.16: Évolution de la largeur à mi hauteur (FWHM) des distributions en impulsion à 1 kick en fonction de  $K/\bar{k}$ .

largeur à mi-hauteur (FWHM) d'une succession de courbes à 1 kick en fonction de différents  $K/\bar{k}$ . Nous constatons que la pente vaut bien 2.

Nous concluons que nos deux méthodes de calibrations sont en bon accord.

#### 2.4.5 Les gammes de paramètres expérimentalement accessibles

La décohérence dans le Kicked Rotor est principalement due à l'émission spontanée [49] qui dans le formalisme de l'équation (2.1) est proportionnelle à  $I/\delta_L^2$ , avec  $I$  l'intensité de l'onde stationnaire et  $\delta_L$  le désaccord. Dans le cadre du Kicked Rotor,  $K/\bar{k}$  est proportionnel à  $I/\delta_L^2$ . C'est pourquoi la décohérence est proportionnelle à  $K/\bar{k}$ .

Nous précisons quelles sont les gammes de paramètres accessibles par le dispositif expérimental. Les deux grandes limitations expérimentales portent sur les valeurs de  $\bar{k}$  et de  $K/\bar{k}$  que nous réglons en choisissant 3 paramètres :

- i la puissance de chaque faisceau qui forme l'onde stationnaire est limitée à 400 mW ;
- ii le désaccord de l'onde stationnaire doit être supérieur à 10 GHz pour éviter les effets de décohérence dus à l'émission spontanée ;
- iii la durée finie des pulses doit être inférieure à 500 ns pour pouvoir considérer les portes temporelles comme des deltas de Dirac et éviter les problèmes de type "boîte classique" (voir thèse de Hans LIGNIER. [51]).

La valeur de  $\bar{k}$  est réglable expérimentalement en ajustant la fréquence à laquelle les kicks sont appliqués. La contrainte physique étant que nous devons travailler dans un régime où la durée des kicks n'est pas supérieure à quelque % du temps entre deux kicks (la période des kicks doit donc être de l'ordre de  $20 \mu\text{s}$ ). Ceci nous permet d'avoir des valeurs de  $\bar{k}$  comprises entre 1 et 10. Au delà de  $\bar{k} = 10$ , le temps nécessaire à l'application de 200 kicks est comparable au temps que mettent les atomes à s'échapper du profil transverse gaussien de l'onde stationnaire. C'est pourquoi nous bornerons  $\bar{k}$  à cette valeur supérieure de 10. La prise en compte de toutes

ces contraintes implique que nous pouvons réaliser des valeurs de  $K/\hbar$  comprises entre 0 et 12. La zone verte de la figure 2.17 présente les paramètres réalisables expérimentalement.

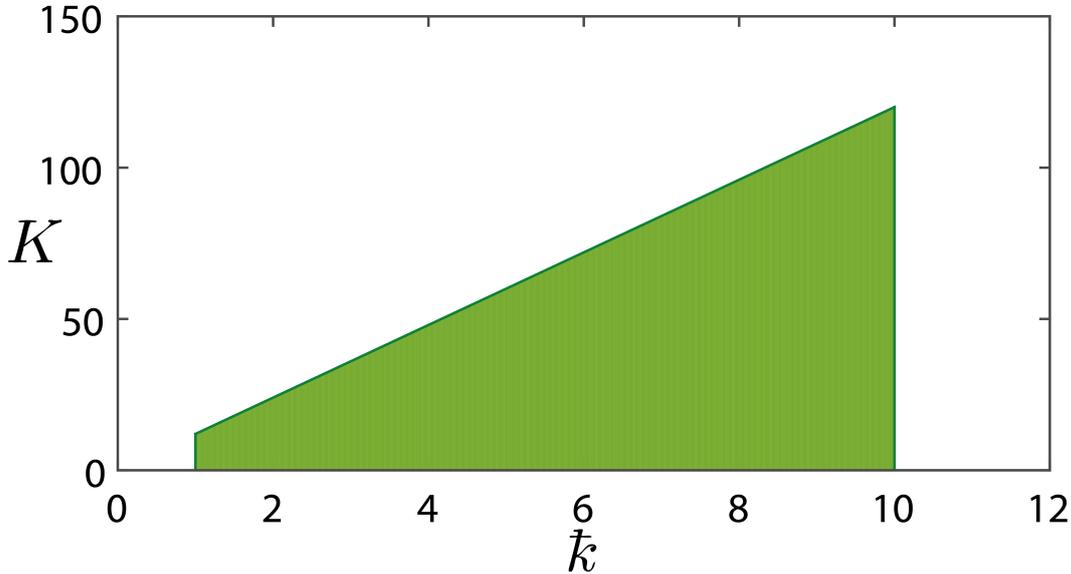


FIGURE 2.17: Paramètres  $K$  et  $\hat{k}$  expérimentalement accessibles en ayant pris en compte les limites imposées par la puissance des lasers, la décohérence et la boîte classique. La zone verte correspond aux couples  $K$  et  $\hat{k}$  permis par l'expérience.

## 2.5 Chargement dans un réseau optique

Dans la seconde partie de cette thèse, nous aurons besoin de distributions en impulsion beaucoup plus étroites que celles issues du MOT. Il nous faut donc aller au-delà des techniques de refroidissement sub-Doppler présentes dans notre mélasse. Une possibilité serait de charger les atomes dans un piège conservatif (magnétique ou optique) et de faire de l'évaporation. Cependant, notre expérience n'a pas été conçue pour cela (la pression dans l'enceinte n'est pas suffisamment basse pour l'évaporation et l'expérience ne peut pas accueillir des bobines pour un piège magnétique). Nous avons choisi la solution simple de charger les atomes dans un réseau optique vertical, ce qui a deux avantages :

- i la géométrie est adaptée à notre problème ;
- ii il est possible de compenser la gravité.

Le réseau est formé par le biais d'un faisceau généré par une diode en cavité étendue "faite maison". Le faisceau est désaccordé de 200 GHz vers le rouge de la transition  $|6S_{1/2}\rangle \rightarrow |6P_{3/2}\rangle$  et sa puissance est de 2 mW. Pour satisfaire aux contraintes liées à l'inhomogénéité, nous réglons le waist transverse de ce faisceau à  $w_{\text{trans}} = 200 \mu\text{m}$ . Le faisceau est positionné verticalement et est centré sur le maximum de densité du MOT. Il est rétro-réfléchi en configuration oeil-de-chat sur un miroir, ce qui forme un réseau optique de profondeur maximum  $9E_r$  où  $E_r = h\nu_r$  est l'énergie de recul du Césium avec  $\nu_r = 2 \text{ kHz}$ . Nous voyons sur la figure 2.18 le potentiel total réseau + gravité ressenti par les atomes suivant  $Z$ . La courbe rouge représente le potentiel ressenti par les atomes situés au centre du faisceau dans le plan  $(X, Y)$ . En bleu est représenté le potentiel vu par les atomes situés au bord du faisceau (en  $X = w_{\text{trans}}$ ). Dans les deux cas, le potentiel est capable de piéger des atomes.

Le réseau est allumé juste après la phase Sisyphé. Les atomes de faibles vitesses présents à

## 2.5. CHARGEMENT DANS UN RÉSEAU OPTIQUE

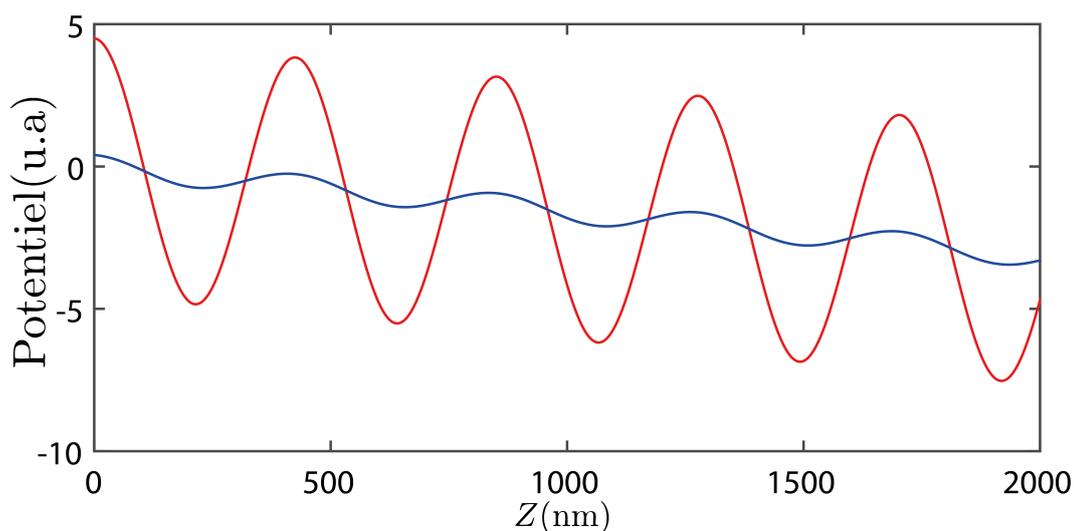


FIGURE 2.18: Potentiels ressentis par les atomes dus à la présence du réseau et de la gravité. En rouge le potentiel au centre du réseau (en  $X = 0$  nm), en bleu celui ressenti au niveau du waist transverse du réseau en  $X = w_{\text{trans}}$ .

l'intérieur de celui-ci vont sentir un potentiel suffisamment puissant pour contrer la gravité. Ceux-ci vont donc léviter durant le temps d'application du réseau. Les autres, tomberont sous l'effet de la gravité. Nous sélectionnons ainsi un cylindre d'atomes de taille comparable à celui du petit-repompeur ( $200 \mu\text{m}$ ). Nous réalisons donc le filtrage spatial requis pour la suite de l'expérience.

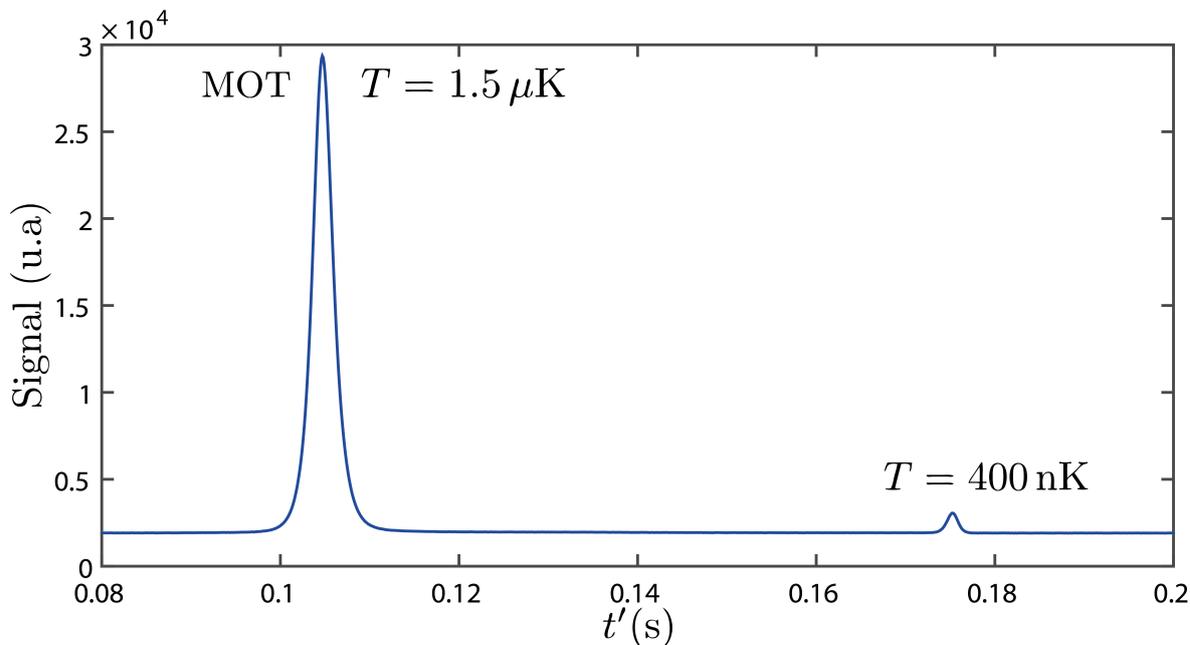


FIGURE 2.19: Temps de vol réalisé en présence du réseau appliqué durant 70 ms. Le second pic correspond aux atomes qui sont restés piégés 70 ms dans le réseau optique.

## CHAPITRE 2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Au filtrage spatial s'ajoute un filtrage en vitesse. En effet, seuls les atomes allant à une vitesse suffisamment faible restent dans le réseau. Dans l'optique de conserver une distribution en impulsion fine lors de l'extinction du réseau, nous réalisons une coupure adiabatique[43] sur une durée de 0.75 ms. Cette procédure nous permet de refroidir les atomes jusqu'à 400 nK au prix d'une perte d'environ 98 % d'atomes. Nous voyons sur la figure 2.19, le signal obtenu en temps de vol avec l'application du réseau durant 70 ms. Nous constatons que nous détectons une quantité d'atomes non négligeable 70 ms après que les atomes non piégés par le réseau soient tombés. Ce signal est celui que nous utilisons pour faire nos expériences, il correspond à une distribution en impulsion des atomes de température de  $T = 400$  nK. Le nombre d'atomes obtenu par cette méthode est 6 fois plus faible que dans le cas du filtrage par petit-repompneur.

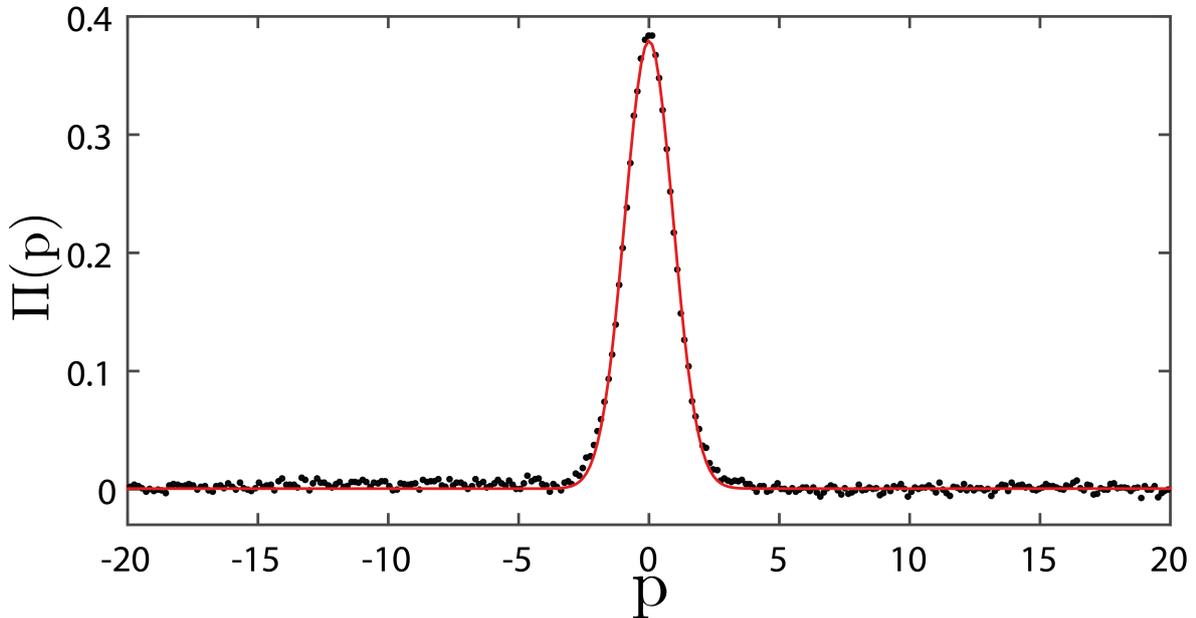


FIGURE 2.20: Distribution en impulsion fine extraite de la méthode de soustraction en points noirs et fit gaussien en rouge. Le waist de cette distribution vaut  $w_p = 1.6$  ce qui est équivalent à une distribution de température 400 nK.

Durant l'application du réseau, des fuites d'atomes (du réseau vers l'extérieur) sont constatées et polluent le signal utile détecté. Pour s'affranchir de ces fuites, nous choisissons d'utiliser un autre pousseur qui balaye le signal utile de la détection. Ainsi, en effectuant deux réalisations expérimentales avec les mêmes paramètres avec et sans pousseur et en faisant la soustraction des deux signaux détectés, nous extrayons uniquement le signal utile. Il faut noter que cette méthode, quoique satisfaisante, est longue et requiert un grand nombre de moyennages du fait du faible nombre d'atomes. Nous pouvons voir le signal utile en noir et un fit gaussien en rouge sur la figure 2.20. La séquence expérimentale est résumée dans le tableau suivant :

Évènement	Phase MOT	Phase Sisyphé	Phase réseau	TOF
Durée	1041 ms	35 ms	70 ms	250 ms
Faisceaux actifs	PMO et Gros-Rep	PMO et Gros-Rep	Réseau et Pousseur	Sonde

## 2.5. CHARGEMENT DANS UN RÉSEAU OPTIQUE

---

Conclusion : Dans cette partie, nous avons décrit le dispositif expérimental utilisé pour étudier le Kicked Rotor présenté au chapitre 1. Nous avons présenté l'implémentation expérimentale, réalisée durant ma thèse, du système de modulation de phase et d'amplitude arbitraire de l'onde stationnaire réalisant le potentiel pulsé dans le temps. Ces versions modifiées du Kicked Rotor seront très utiles dans les chapitres suivants. Nous avons également mis en place deux montages (petit-repompeur et réseau) qui réalisent un filtrage spatial ayant pour but pour s'affranchir des problèmes d'inhomogénéité. Le second montage permet de réaliser un filtrage en vitesse nous donnant accès à des distributions en impulsion très fines correspondant à des températures de l'ordre de  $T = 0.4 \mu\text{K}$ . Ces améliorations sont nécessaires pour effectuer les études quantitatives qui vont être abordées dans les chapitres suivants.



# Localisation faible, augmentation de la probabilité de retour à l'origine

---

## Sommaire

---

3.1	Approche microscopique du transport d'une particule dans un milieu désordonné . . . . .	<b>40</b>
3.1.1	Interférence des chemins : effet de localisation faible . . . . .	40
3.1.2	Onde plane dans un milieu semi-infini : CBS . . . . .	41
3.1.3	ERO : Enhanced Return to the Origin . . . . .	42
3.2	Observations expérimentales de la localisation faible . . . . .	<b>43</b>
3.2.1	Observations expérimentales du CBS . . . . .	43
3.2.2	Observations expérimentales de l'ERO . . . . .	45
3.2.3	Utilisation de la localisation faible pour mesurer la décohérence . . . . .	46
3.3	Kicked Rotor et phénomènes de localisation faible . . . . .	<b>47</b>
3.3.1	Effet du renversement du temps sur des chemins dans le Kicked Rotor . . . . .	48
3.3.2	Observation numérique de l'ERO dans le Kicked Rotor . . . . .	49
3.4	Kicked Rotor avec saut de phase de l'onde stationnaire . . . . .	<b>50</b>
3.4.1	Hamiltonien avec saut de phase de l'onde stationnaire . . . . .	50
3.4.2	Effet sur les chemins renversés dans le temps . . . . .	51
3.5	Apparition et suppression de l'ERO dans le Kicked Rotor avec saut de phase . . . . .	<b>53</b>
3.6	ERO : un outil puissant de mesure de la décohérence . . . . .	<b>54</b>
3.6.1	Émission spontanée dans le Kicked Rotor . . . . .	54
3.6.2	Étude de la décohérence : le décohéreur . . . . .	55
3.6.3	Démonstration expérimentale de la nature cohérente de l'ERO . . . . .	56
3.6.4	ERO : Outil de mesure de la décohérence . . . . .	57

---

Le Kicked Rotor présenté au chapitre 1 est étudié dans l'équipe depuis de nombreuses années dans le contexte de la localisation d'Anderson dans le régime de "localisation forte". Celui-ci est caractérisé par une suppression totale du transport d'un paquet d'onde dans un milieu désordonné. Pour le Kicked Rotor, il est décrit par une saturation de l'énergie cinétique. L'étude de cette saturation en fonction des paramètres du système a permis d'observer la transition d'Anderson (première détermination expérimentale de l'exposant critique [23] et mise en évidence de son universalité [52]) ainsi que de vérifier les prédictions de la loi d'échelle à un paramètre [53, 54, 55].

Dans cette thèse, nous regardons différemment ce type de système. Nous nous intéressons plus particulièrement au régime de localisation faible qui se manifeste bien avant la localisation forte. Celui-ci décrit principalement les corrections quantiques à la diffusion initiale d'un paquet d'onde lâché dans un milieu désordonné. Des signatures de ce régime existent sur les fonctions d'onde en atomes froids. Nous étudierons un marqueur de la localisation faible, présent dans les systèmes invariants par renversement du temps, sur les distributions en impulsion : L'augmentation de la probabilité de retour à l'origine. Dans la suite de ce

## CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

---

manuscrit, lorsque nous parlons de ce marqueur, nous utiliserons l'acronyme ERO qui vient de la traduction anglaise " Enhanced Return to the Origin" plus répandue.

Dans un premier temps, nous donnerons des arguments qualitatifs permettant de comprendre quelles sont les signatures des phénomènes de localisation faible. Nous ferons ensuite une présentation non exhaustive des différentes observations expérimentales de celles-ci. Puis nous regarderons quel est l'effet de localisation faible se manifestant dans notre expérience. Nous expliquerons comment nous sommes capables de mettre en évidence ce phénomène. Nous exposerons la première observation expérimentale de l'ERO avec des ondes de matière atomique réalisée durant cette thèse. Nous démontrerons la nature cohérente de cette signature. Enfin, avec une approche analogue aux mesures effectuées en physique mésoscopique expérimentale [56], nous montrerons que cette signature peut être un outil efficace pour mesurer la décohérence du système.

### 3.1 Approche microscopique du transport d'une particule dans un milieu désordonné

Nous allons dans cette partie expliquer les phénomènes de localisation faible par une première approche qualitative. Il viendra ensuite un développement plus précis s'appuyant sur le livre de G.Montambaux et E.Akkermans [57]. Cette approche nous permettra d'expliquer deux phénomènes liés à la localisation faible : La rétro-diffusion cohérente (Coherent Back Scattering, CBS) et l'augmentation de la probabilité de retour à l'origine (Enhanced Return to the Origin, ERO).

#### 3.1.1 Interférence des chemins : effet de localisation faible

Nous considérons ici l'évolution d'une particule classique dans un milieu désordonné modélisé par un ensemble d'impuretés placées aléatoirement dans un plan. Lorsque la particule rencontre une impureté, il se produit un événement de diffusion élastique qui change instantanément la trajectoire de cette particule. Les impuretés sont considérées comme des diffuseurs. La figure 3.1 représente une particule initialement positionnée en  $\vec{r}_i$  pouvant se déplacer jusque  $\vec{r}_f$ . Classiquement, celle-ci peut emprunter différents chemins (le rouge ou le bleu par exemple). À cause de la distribution spatiale aléatoire des impuretés dans le milieu, la particule réalise une marche au hasard. Ceci conduit, en moyenne, à un phénomène de diffusion de cette dernière dans le système. La densité de probabilité de la particule autour de la position  $\vec{r}_i$  est décrite après un certain temps  $t$  par une gaussienne dont la largeur croît linéairement avec le temps.

Le cas d'une particule quantique pouvant se comporter comme une onde vis-à-vis des diffuseurs est radicalement différent. La probabilité pour cette particule d'aller de  $\vec{r}_i$  à  $\vec{r}_f$  est le carré de la somme des amplitudes de probabilité  $A_i$  associées à tous les chemins différents :

$$P(\vec{r}_i, \vec{r}_f) = \left| \sum_i A_i \right|^2 = \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i,j} A_i A_j^* = \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i>j} |A_i| |A_j| 2 \cos(\phi_i - \phi_j). \quad (3.1)$$

Le premier terme de cette équation représente la contribution classique à la probabilité : la particule prend un chemin qui interfère avec lui-même. Le second terme est purement ondulatoire, les différentes trajectoires possibles menant à  $\vec{r}_f$  interfèrent. Ce terme d'interférence peut avoir des contributions importantes à la probabilité d'arriver en  $\vec{r}_f$ . Dans le cas spécifique où  $\vec{r}_f = \vec{r}_i$  (pour les systèmes invariants par renversement du temps), ces interférences

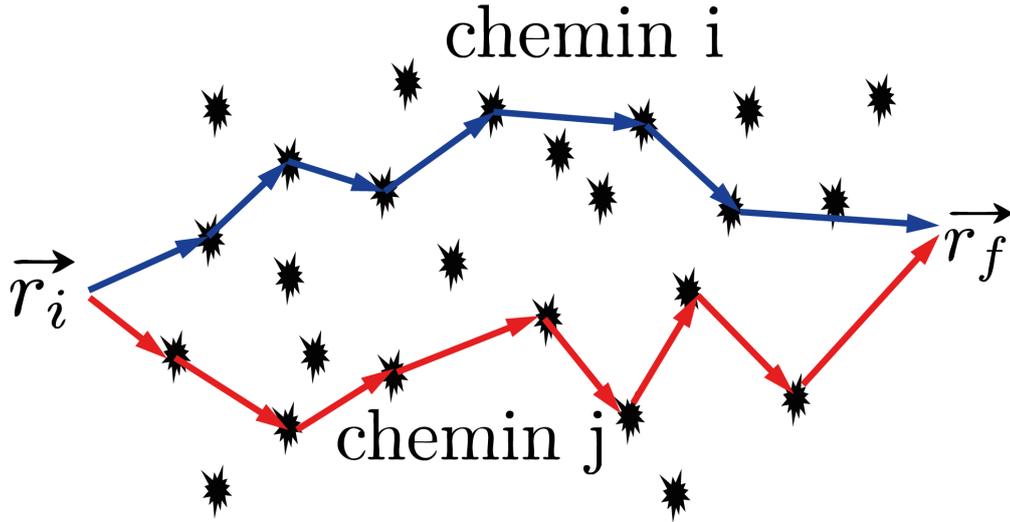


FIGURE 3.1: Particule partant de  $\vec{r}_i$  pouvant diffuser sur les impuretés représentées en points noirs pour aller jusque  $\vec{r}_f$ . Deux chemins rouge (j) et bleu (i) sont représentés.

augmentent la probabilité de revenir à l'origine. Elles diminuent donc le coefficient de diffusion du système, créant ainsi des effets de localisation faible. Il existe deux phénomènes associés à la localisation faible, selon que l'on considère une probabilité de retour en raisonnant sur des vecteurs d'onde ou sur des positions. Il s'agit respectivement du Coherent Back Scattering (expérience de transmission) et de l'ERO (expérience de "lâcher" d'un paquet d'onde dans un milieu désordonné).

### 3.1.2 Onde plane dans un milieu semi-infini : CBS

Le problème qui nous intéresse ici est celui de la propagation d'une onde plane, (particule quantique) envoyée avec un vecteur d'onde initial  $\vec{k}_i$  dans un milieu désordonné semi-infini et sortant avec un vecteur d'onde  $\vec{k}_f$ . La probabilité de sortir du milieu avec un vecteur d'onde  $\vec{k}_f = -\vec{k}_i$  est (cf. Annexe F pour le calcul détaillé) :

$$P(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 (1 + \exp[i(\vec{k}_i + \vec{k}_f) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)]). \quad (3.2)$$

De manière générale, la contribution du second terme de l'équation (3.2) dépend des positions des points  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ , la somme sur tous ces points va s'annuler sauf lorsque  $(\vec{k}_i + \vec{k}_f) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = 0$ . Pour  $\vec{k}_i = -\vec{k}_f$ , l'intensité de l'onde dans le sens opposé à  $\vec{k}_i$  vaut :

$$P(\vec{k}_i, \vec{k}_f = -\vec{k}_i) = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 (1 + 1) = 2P_{\text{class}, \vec{k}}, \quad (3.3)$$

avec  $P_{\text{class}, \vec{k}} := \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2$  la probabilité de ressortir du milieu avec  $\vec{k}_i = -\vec{k}_f$  dans le cas classique. Nous constatons un doublement de la probabilité pour que la particule soit rétro-diffusée vis-à-vis du cas classique. Cet effet est connu sous le nom de Coherent Back Scattering (CBS) et peut être illustré en considérant une paire de chemins particuliers comme sur la figure 3.2. Ce phénomène est présent lorsque le système physique considéré est invariant par renversement du temps puisque ce sont les paires de chemins conjugués par renversement du temps qui accumulent la même phase et donc qui interfèrent constructivement.

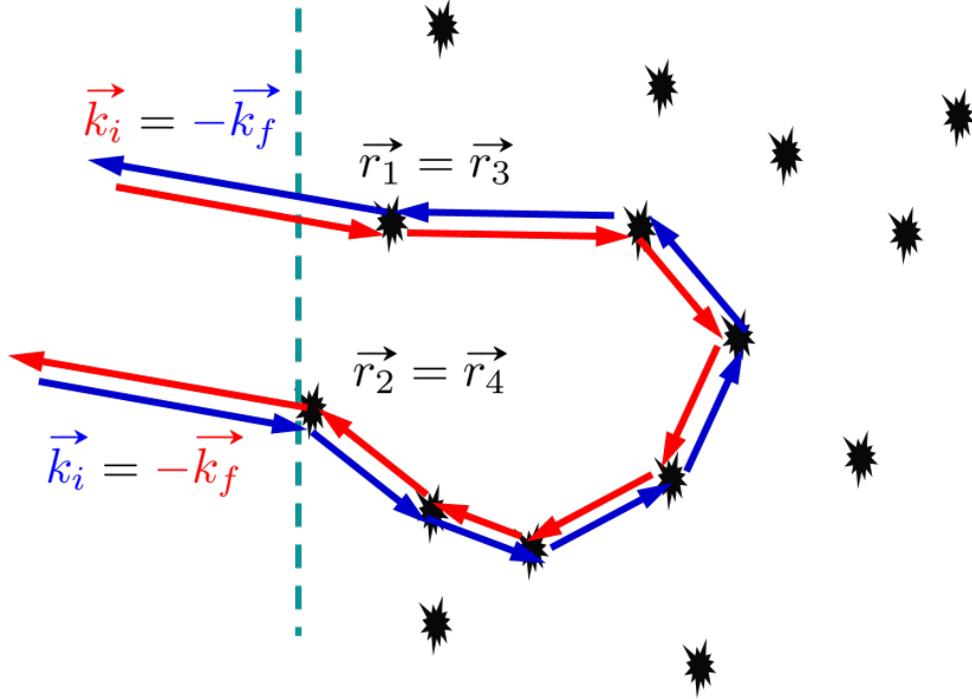


FIGURE 3.2: Onde plane de vecteur d'onde initial  $\vec{k}_i$  envoyé dans un milieu désordonné semi-infini. Les deux chemins direct (rouge) et renversé (bleu) accumulent la même phase et participent au CBS.

### 3.1.3 ERO : Enhanced Return to the Origin

Nous nous intéressons également au problème de l'expansion d'une onde (particule quantique) initialement localisée en  $\vec{r}_i$  dans un milieu désordonné. En suivant un raisonnement analogue en terme de position, nous pouvons écrire que la probabilité pour cette onde de se trouver en  $\vec{r}_f$  étant initialement positionnée en  $\vec{r}_i$  est :

$$\overline{P(\vec{r}_i, \vec{r}_f)} = \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} |f(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2 (1 + \exp[i(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_f)]). \quad (3.4)$$

Encore une fois, la somme sur les vecteurs d'onde va faire disparaître le second terme sauf pour  $\vec{r}_i = \vec{r}_f$ . Dans ce cas, la probabilité s'écrit :

$$\overline{P(\vec{r}_i, \vec{r}_f = \vec{r}_i)} = \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} |f(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2 (1 + 1) = 2P_{\text{class}, \vec{r}}, \quad (3.5)$$

avec  $P_{\text{class}, \vec{r}} := \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} |f(\vec{k}_1, \vec{k}_2)|^2$  la probabilité de retour à l'origine dans le cas classique. Nous constatons que la probabilité de retour à l'origine quantique vaut le double de la valeur classique.

Ce phénomène est illustré à partir d'une paire de chemins particuliers sur la figure 3.3 et est appelé ERO. Les phénomènes ERO et CBS jouent le rôle de corrections à la diffusion classique du système et vont tendre à la réduire. C'est pour cela que nous parlons de phénomène de localisation faible.

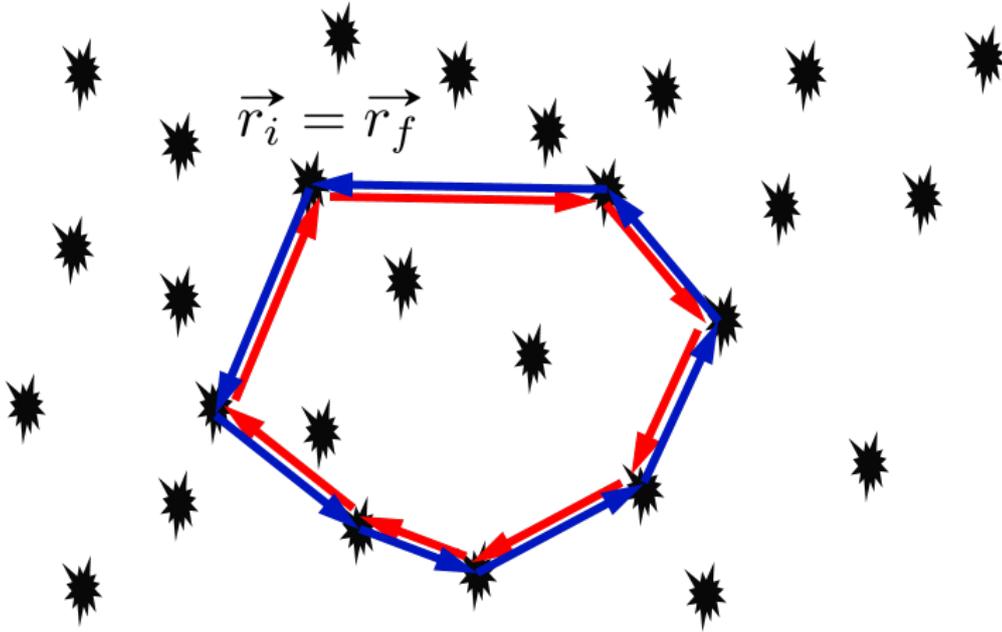


FIGURE 3.3: "Lâcher" d'un paquet d'onde initialement positionné en  $\vec{r}_i$ . Nous représentons deux chemins possibles : direct (rouge) et renversé (bleu) qui accumulent la même phase et participent à l'ERO.

## 3.2 Observations expérimentales de la localisation faible

Les phénomènes de localisation faible présentés ci-dessus ont été initialement prédits théoriquement dans différents domaines de la physique : en optique, via les travaux de [58, 59, 60, 61, 62] ainsi qu'en matière condensée [63, 64, 3, 65] où ils ont été pour la première fois observés. Ces phénomènes sont responsables de la résistance anormale de films métalliques fins [66, 67, 68]. Les chemins interférentiels affectent la propagation des électrons dans les systèmes expérimentaux considérés, ce qui modifie la résistance totale du milieu. Les observations expérimentales des effets de localisation faible sont nombreuses, nous en donnons plusieurs exemples dans la section suivante. Dans un souci de clarté, nous distinguerons CBS et ERO.

### 3.2.1 Observations expérimentales du CBS

Comme nous l'avons vu précédemment, la manière la plus courante pour observer le CBS consiste à envoyer une onde dans un milieu semi-infini dans lequel des diffuseurs sont placés aléatoirement. Ce phénomène peut donc être observé avec différents types d'onde.

**CBS de la lumière** Le premier type de CBS a été observé dans un système optique avec les travaux de [69, 70, 71] par le biais d'une lumière laser envoyée sur des particules de polystyrène en suspension dans l'eau. Ces premières expériences constatent un facteur d'augmentation plus petit que deux dû aux imperfections expérimentales telles que la non conservation de la polarisation de la lumière après un événement de diffusion. Il a fallu 10 ans, avec l'expérience de l'équipe de WIERSMA en 1995 [72], pour observer un doublement de la probabilité de rétrodiffusion comme l'atteste la figure 3.4. Le CBS de la lumière diffusant sur des atomes froids a également été observé par [73].

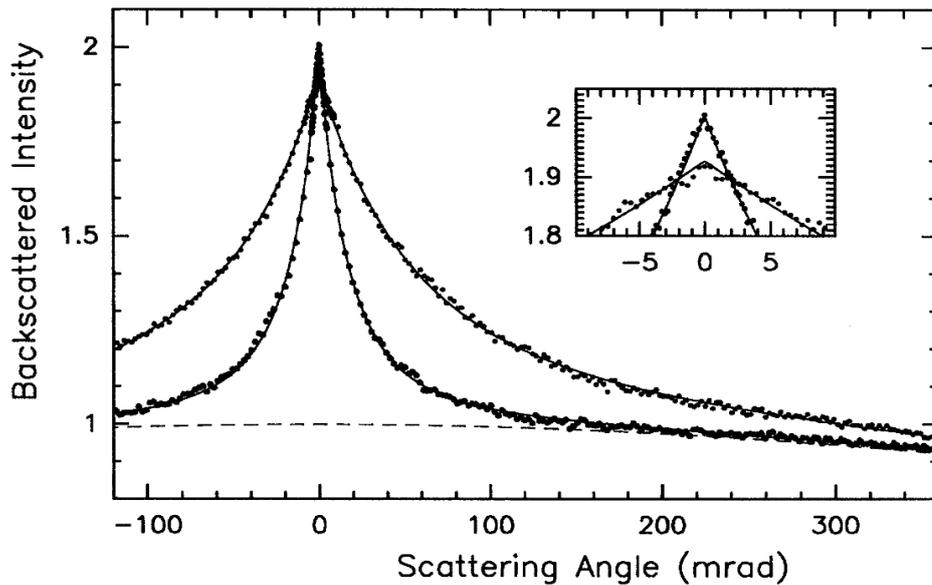


FIGURE 3.4: Observation du CBS de la lumière envoyée sur des échantillons de  $TiO_2$ . Figure extraite de [72].

**CBS du son** Le CBS d'une onde sonore diffusant sur des graviers positionnés dans de l'eau ou diffusant sur des tiges en laiton a été respectivement observé par [74] et [75]. L'onde sonore n'étant pas une onde vectorielle, aucun problème de polarisation n'entre en jeu ici. Cela permet l'observation d'un facteur 2 comme l'illustre la figure 3.5.

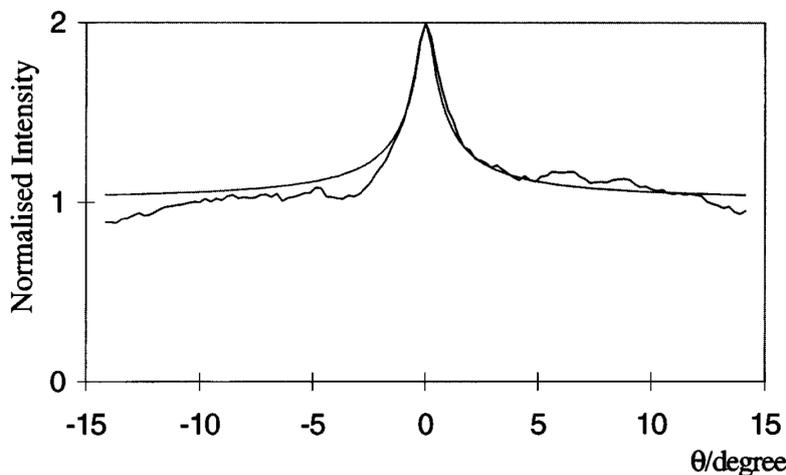


FIGURE 3.5: Observation du CBS d'onde sonore diffusant sur des tiges en laiton en 1997. Figure extraite de [75].

**CBS d'atomes ultra-froids** Plus récemment, le CBS d'atomes ultra-froids en présence de désordre lumineux (speckle) a été observé avec un facteur 1.4 [76] (voir figure 3.6). L'explication du facteur 1.4 a de multiples origines, une étude détaillée des phénomènes entrant en jeu est réalisée dans la thèse de Cord MULLER [77]. L'un des principaux problèmes est l'existence pour les atomes froids de structure atomique interne.

### 3.2. OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES DE LA LOCALISATION FAIBLE

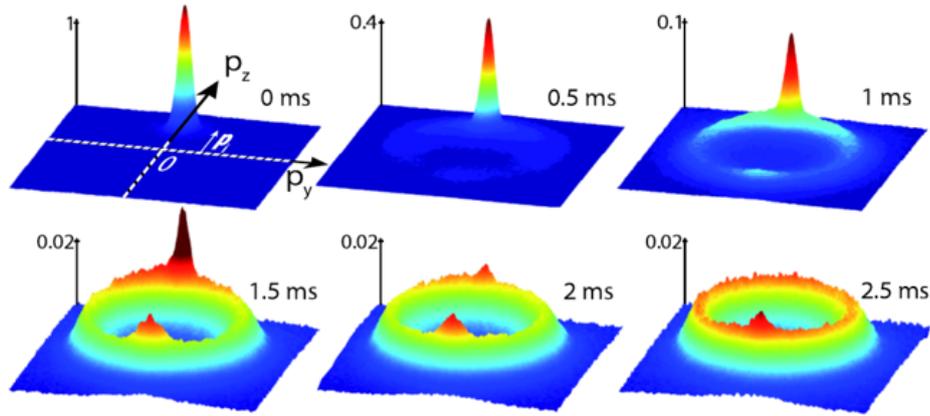


FIGURE 3.6: Observation du CBS d'atomes ultra-froids en présence de désordre lumineux créé par un speckle (champ de tavelures). Figure extraite de [76].

#### 3.2.2 Observations expérimentales de l'ERO

L'ERO est plus difficile à observer expérimentalement du fait de la nécessité de regarder le système en champ proche (à l'intérieur du milieu désordonné en un  $\vec{r}_i$  choisi). Ceci constitue une grande différence vis-à-vis du CBS car pour ce dernier il faut regarder en champ lointain ce qui ressort du milieu désordonné.

**ERO dans ces cavités chaotiques** L'ERO a été observé dans des cavités chaotiques en 2000 [78] [79]. L'intensité normalisée transverse de l'onde intégrée dans le temps manifeste un facteur deux à l'origine comme nous le voyons sur la figure 3.7.

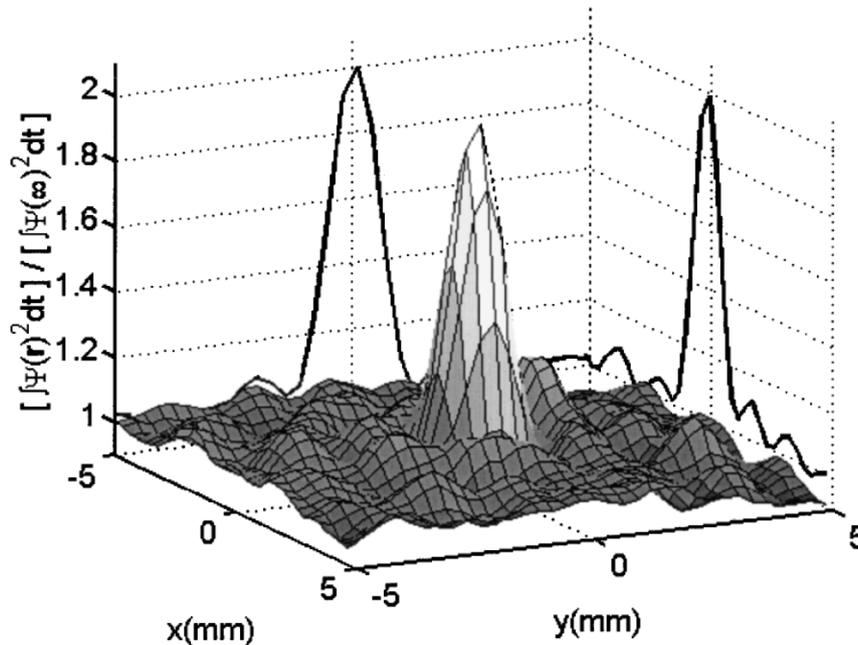


FIGURE 3.7: Observation de l'ERO d'onde élastique dans des cavités chaotiques en 2000. Figure extraite de [79].

## CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

**ERO d'une onde sismique** Plus récemment, l'ERO a été observé avec des ondes sismiques [80]. L'expérience consistait à créer une perturbation au sol puis à mesurer après un certain temps l'amplitude de l'onde  $S(\Delta r)$  résultant de cette perturbation. Nous observons sur la figure 3.8 que l'amplitude de cette onde est augmentée d'un facteur deux à l'origine.

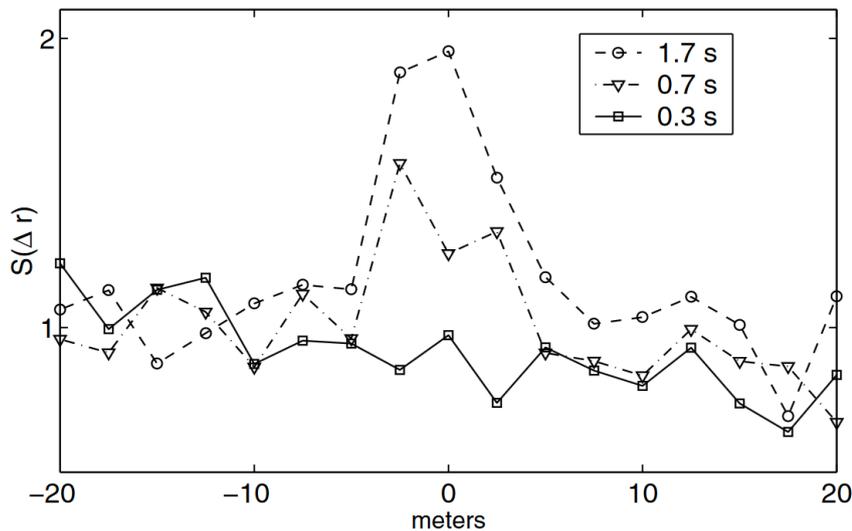


FIGURE 3.8: Observation de l'ERO d'onde sismique par LAROSE en 2004. Figure extraite de [80].

### 3.2.3 Utilisation de la localisation faible pour mesurer la décohérence

Coupler un système quantique à son environnement [81] peut causer une réduction du nombre d'interférences constructives produites par tous les chemins possibles. Cette réduction peut être due à des petits changements dans l'environnement de la particule ou à des brouillages de phase causés par l'environnement sur la fonction d'onde [82]. La localisation faible peut être utilisée, par exemple, pour sonder les propriétés du couplage spin-orbite des électrons dans les solides [56]. Elle peut également être un très bon outil pour évaluer le temps de cohérence d'un système physique. Pour que le phénomène de localisation faible existe, deux chemins (direct et renversé) doivent interférer constructivement (voir section précédente). Ceci est possible uniquement lorsqu'une onde accumule la même phase en se propageant le long de ces deux chemins. Nous pouvons facilement imaginer qu'un processus arrivant à un temps quelconque dans l'expérience puisse briser l'accord de phase entre les deux chemins considérés. Ce type de phénomène est en général relié à la "décohérence" présente dans le système et on lui associe un temps caractéristique, le temps de cohérence  $\tau_\phi$  (la définition précise de ce temps dépend du système).

Pour les électrons dans les métaux, les phénomènes de décohérence majoritaires sont la diffusion inélastique d'un électron due à la collision avec un autre électron, un phonon ou encore une impureté magnétique. Une méthode pour mesurer cette décohérence consiste à appliquer un champ magnétique au système et de mesurer comment la résistance varie en fonction de la température [82]. Nous pouvons voir par exemple sur la figure 3.9 une détermination du temps de cohérence  $\tau_\phi$  en fonction de la température d'un échantillon d'or choisi. Nous voyons que plus la température est basse, plus le temps de cohérence est grand. Le phénomène de

### 3.3. KICKED ROTOR ET PHÉNOMÈNES DE LOCALISATION FAIBLE

décohérence testé dans ce cas est celui de la diffusion inélastique avec des phonons. Diminuer la température revient à diminuer le taux de collision avec les phonons. De nombreuses études portent sur la mesure de la décohérence via les phénomènes de localisation faible. Nous pouvons retenir celle par ajout d'impuretés magnétiques [83], ou celle réalisée dans des fils mésoscopiques [84, 85] ou dans des anneaux [86]. Ces récents travaux pointent l'intérêt des phénomènes de localisation faible comme outil de diagnostic de la décohérence adapté à différents problèmes physiques.

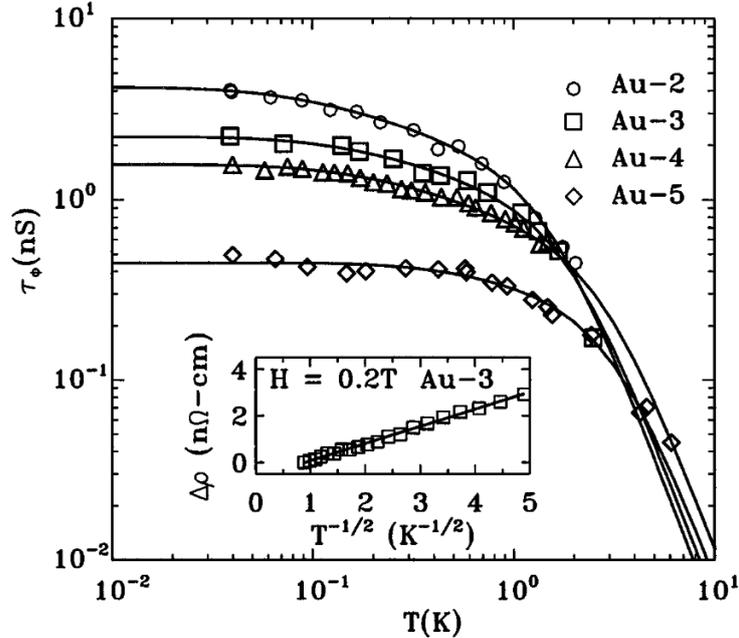


FIGURE 3.9: Variation du temps de cohérence  $\tau_\phi$  en fonction de la température pour 4 échantillons d'or différents. En inset est présent la méthode de mesure du temps de cohérence : on applique un champ magnétique  $H$  fixe et on regarde la variation de la résistance produite lorsqu'on varie la température. En confrontant cette courbe à un modèle théorique on déduit un temps caractéristique de cohérence. Figure extraite de [82].

### 3.3 Kicked Rotor et phénomènes de localisation faible

Nous avons vu au chapitre 1 que le Kicked Rotor est un système désordonné, correspondant à un modèle d'Anderson, où la localisation forte apparaissait dans l'espace des impulsions. Nous pouvons donc supposer que le Kicked Rotor exhibe, tout comme le modèle d'Anderson, des phénomènes de localisation faible. Cependant, l'ERO pour un modèle d'Anderson se manifeste dans l'espace désordonné c'est-à-dire dans l'espace des positions. Nous nous attendons donc à observer l'ERO dans l'espace désordonné du Kicked Rotor : l'espace des impulsions. De la même manière, le CBS dans le Kicked Rotor a lieu dans l'espace des positions et non dans l'espace des impulsions comme c'est le cas pour un modèle d'Anderson. Ces différents points sont résumés dans le tableau suivant :

	Anderson	Kicked Rotor
Espace des positions	ERO	CBS
Espace des impulsions	CBS	ERO

## CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

### 3.3.1 Effet du renversement du temps sur des chemins dans le Kicked Rotor

Pour illustrer le phénomène ERO dans le Kicked Rotor, nous allons écrire des chemins comme ceux rencontrés précédemment mais adaptés à notre système. Rappelons que le Kicked Rotor consiste en une série de kicks (transferts instantanés d'impulsions aux atomes) et de propagations libres. Une singularité du Kicked Rotor vis-à-vis des autres systèmes désordonnés est que celui-ci décrit un désordre où le nombre d'événements de diffusion peut être fixé. En effet, un kick correspond à un événement de diffusion et ce nombre de kicks est imposé par l'expérimentateur.

Nous avons vu dans le chapitre 1 que le Kicked Rotor est équivalent à un modèle de liaisons fortes avec désordre dans l'espace des impulsions. Nous pouvons donc considérer un nombre discret de "sites" en impulsion que nous numérotions par un nombre entier. L'effet d'un kick consiste à transférer une quantité d'impulsion  $\Delta p$  à la particule (celle-ci saute d'un site  $p = m$  à un site  $p = m'$ ). Entre deux kicks se réalise la propagation libre, l'impulsion de la particule est conservée. Nous pouvons écrire un "chemin" partant du site  $p = 0$  réalisant des sauts brusques de site à chaque kick. La figure 3.10 ((a) chemin direct), représente un tel chemin. L'axe des ordonnées définit les sites en impulsion labellisés par un entier. L'axe des abscisses représente le numéro du kick (de 0 à 3 ici). Une flèche noire représente un transfert d'impulsion  $\Delta p$  à la particule (un saut entre deux sites). Un trait bleu représente la propagation libre entre deux kicks, l'impulsion de la particule n'est pas modifiée durant ce laps de temps.

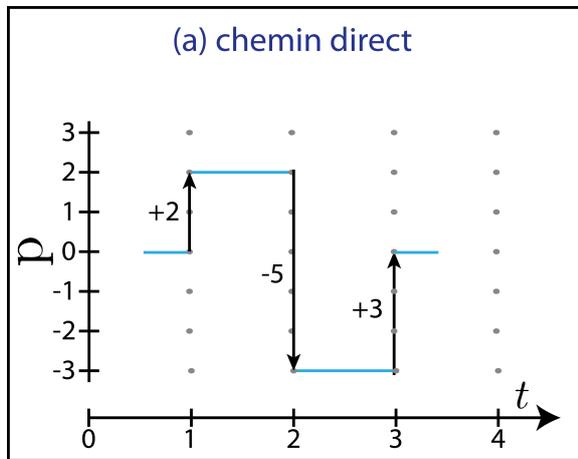


FIGURE 3.10: Chemin direct partant de  $p = 0$  et revenant après 3 kicks à  $p = 0$ .

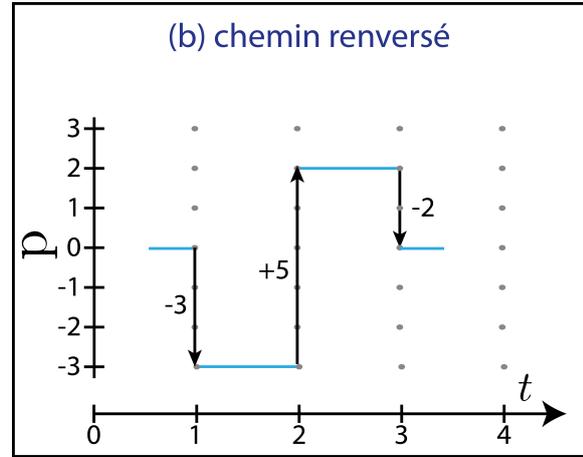


FIGURE 3.11: Chemin renversé dans le temps du chemin (a) partant de  $p = 0$  et revenant après 3 kicks à  $p = 0$ .

Nous allons écrire le chemin renversé dans le temps du chemin (a) en appliquant l'opération de renversement des chemins  $\mathcal{T}$ . Cette opération inverse l'ordre des opérateurs existant dans l'opérateur d'évolution et transforme  $\hat{x}$  en  $-\hat{x}$  (plus de détails seront donnés au chapitre 4). Cette opération agit sur les différents opérateurs comme :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}[\hat{U}_{\text{kick}}(\hat{x})] &= \hat{U}_{\text{kick}}(-\hat{x}), \\ \mathcal{T}[\hat{U}_{\text{prop}}(\hat{p})] &= \hat{U}_{\text{prop}}(\hat{p}), \\ \mathcal{T}[\hat{U}_{\text{prop}}(\hat{p})\hat{U}_{\text{kick}}(\hat{x})] &= \hat{U}_{\text{kick}}(-\hat{x})\hat{U}_{\text{prop}}(\hat{p}). \end{aligned} \quad (3.6)$$

### 3.3. KICKED ROTOR ET PHÉNOMÈNES DE LOCALISATION FAIBLE

Pour illustrer et comprendre l'action de l'opération  $\mathcal{T}$  sur le système, nous considérons l'exemple du chemin (a) de la figure 3.10. Pour des raisons de symétrie, nous ajoutons une demi-propagation libre avant le premier kick et après le dernier kick. Ceci ne change rien à la physique du système car la distribution en impulsion ne change pas durant la propagation libre entre les kicks. Le résultat final ne doit donc pas dépendre de l'origine des temps. En prenant les définitions du chapitre 1, et en réalisant une demi propagation libre de chaque côté ; nous écrivons l'opérateur d'évolution après 3 kicks :

$$\hat{U}(3) = \hat{U}_{\text{prop,d}} \hat{U}_{\text{kick},3} \hat{U}_{\text{prop}} \hat{U}_{\text{kick},2} \hat{U}_{\text{prop}} \hat{U}_{\text{kick},1} \hat{U}_{\text{prop,d}}, \quad (3.7)$$

avec  $\hat{U}_{\text{prop,d}} := \exp(-i\hat{p}^2/4\hbar)$ ,  $\hat{U}_{\text{prop}}$  défini par l'équation (1.31) et  $\hat{U}_{\text{kick},n}$  correspondant au  $n^{\text{ième}}$  kick.

Le chemin direct (a) décrit sur la figure 3.10 correspond à des transferts successifs d'impulsions  $\Delta p$  de  $+2 -5 +3$ . Nous pouvons écrire l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_a(3)$  associé à ce chemin en remplaçant les valeurs des sauts en impulsions dans les opérateurs de kicks (dans  $\hat{U}_{\text{kick}}$  défini par (1.40) il faut remplacer  $s$  par la valeur  $\Delta p$  du transfert en impulsion au kick correspondant). Nous obtenons ainsi :

$$\hat{U}_a(3) = \hat{U}_{\text{prop,d}} J_3 e^{-i3\pi/2} e^{-i3\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_{-5} e^{i5\pi/2} e^{i5\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_2 e^{-i2\pi/2} e^{-i2\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop,d}}, \quad (3.8)$$

$$\boxed{\hat{U}_a(3) = \hat{U}_{\text{prop,d}} J_3 e^{-i3\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_{-5} e^{i5\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_2 e^{-i2\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop,d}}}. \quad (3.9)$$

Maintenant que nous avons décrit le chemin (a) par son opérateur d'évolution, nous appliquons l'opération de renversement des chemins  $\mathcal{T}$  (nous inversons l'ordre des opérateurs et nous transformons  $\hat{x} \rightarrow -\hat{x}$ ) :

$$\mathcal{T}[\hat{U}_a(3)] = \hat{U}_{\text{prop,d}} J_3 e^{i2\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_{-5} e^{-i5\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_2 e^{i3\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop,d}} \quad (3.10)$$

Les fonctions de Bessel ne sont que des nombres, nous pouvons donc changer leur ordre dans la séquence. De plus, en utilisant le fait que  $J_n = (-1)^n J_{-n}$  nous écrivons :

$$\boxed{\mathcal{T}[\hat{U}_a(3)] = \hat{U}_{\text{prop,d}} J_{-2} e^{i2\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_5 e^{-i5\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop}} J_{-3} e^{i3\hat{x}} \hat{U}_{\text{prop,d}}}. \quad (3.11)$$

Cet opérateur d'évolution décrit le chemin renversé (b) suivant :  $-3 +5 -2$ . Nous traçons ce chemin renversé ainsi obtenu sur la figure 3.11. Ce raisonnement peut bien évidemment être appliqué à des chemins constitués d'un nombre quelconque de kicks. L'application de l'opération de renversement des chemins sur la formule encadrée (3.9) décrivant le chemin direct ( $+2 -5 +3$ ) crée la formule encadrée (3.11) qui décrit le chemin renversé ( $-3 +5 -2$ ). Autrement dit :  $\hat{U}_b(3) = \mathcal{T}[\hat{U}_a(3)]$ . Ces deux types de chemins, tout comme les chemins responsables de l'ERO et du CBS dans les systèmes présentés dans l'introduction de ce chapitre, interfèrent constructivement pour participer aux phénomènes de localisation faible.

#### 3.3.2 Observation numérique de l'ERO dans le Kicked Rotor

Nous avons vu dans la section précédente qu'un chemin direct et un chemin renversé interfèrent constructivement pour participer au phénomène de retour à l'origine dans le Kicked Rotor. Nous pouvons observer cette manifestation numériquement en utilisant la procédure présentée dans l'annexe C. Pour réaliser la simulation numérique nous prenons les paramètres suivant :  $K = 50$ ,  $\hbar = 1$ , 20 kicks, on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$  et une température initiale de la distribution en impulsion (décrite par une gaussienne de

### CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

largeur nulle) de  $T = 0 \mu\text{K}$ . Nous obtenons la distribution présente sur la figure 3.12. Nous observons un pic en  $p = 0$  de facteur deux vis-à-vis du fond ce qui constitue la signature de l'augmentation (d'un facteur 2) de la probabilité de retour à l'origine. Notons que le fond de la distribution est gaussien car nous sommes dans le régime diffusif (temps court comparé au temps de localisation).

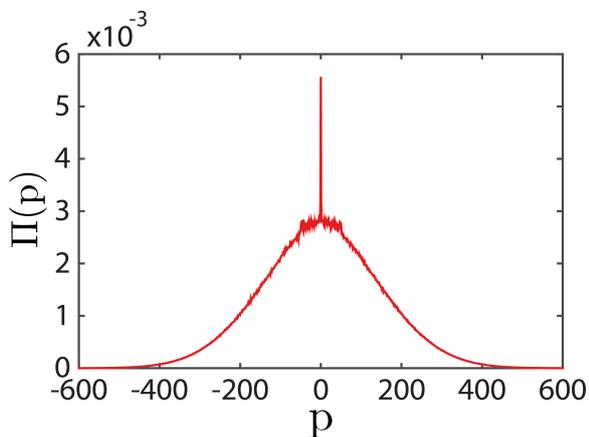


FIGURE 3.12: Distribution en impulsion numérique pour une température initiale de  $T = 0 \mu\text{K}$ . Nous constatons la présence du pic ERO de facteur deux. La localisation faible se traduit ici par un doublement de la probabilité de retour à l'origine.

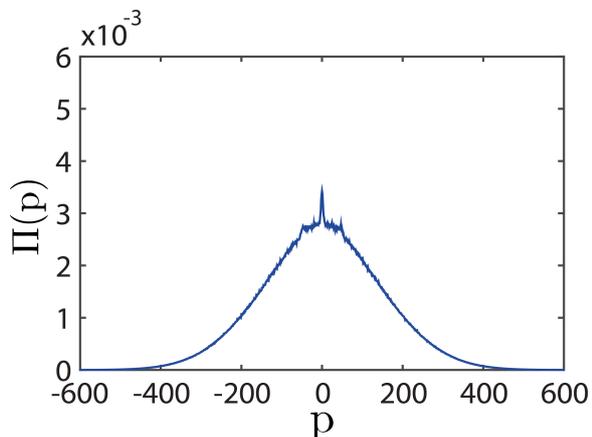


FIGURE 3.13: Distribution en impulsion numérique pour une température initiale de  $T = 2 \mu\text{K}$ . Nous constatons la présence du pic ERO de facteur 1.2. Nous ne retrouvons pas, contrairement au cas où  $T = 0 \mu\text{K}$ , le doublement de la probabilité de retour à l'origine.

Nous avons réalisé une simulation numérique avec une distribution initiale de température nulle. Cependant, nous avons vu dans la section 2.1 qu'expérimentalement nous sommes en possession d'atomes à une température de  $T = 2 \mu\text{K}$ . Nous pouvons prendre en compte cet effet dans la simulation numérique et obtenir la figure 3.13. Nous constatons cette fois que le pic ERO est drastiquement réduit par cet effet de température. Cette réduction peut se comprendre en considérant que le pic est convolué avec l'état initial du système qui n'est plus un delta de Dirac. Ce point rend l'observation expérimentale d'un tel phénomène très délicate. Il faut noter que ce pic, aussi faible soit-il, est présent sur toutes les distributions en impulsion. Comment le distinguer clairement du fond de la distribution dans le but d'évaluer son amplitude ?

## 3.4 Kicked Rotor avec saut de phase de l'onde stationnaire

Afin de mieux visualiser le signal décrit dans la section précédente et d'estimer correctement son amplitude, nous allons utiliser un hamiltonien modifié [87]. De plus, nous allons réaliser une mesure différentielle pour extraire l'amplitude du signal avec précision.

### 3.4.1 Hamiltonien avec saut de phase de l'onde stationnaire

L'hamiltonien utilisé est :

$$\hat{H}(\hat{x}, \hat{p}, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x}) \sum_{n=0} \delta(t - 2n) + K \cos(\hat{x} + a) \sum_{n=0} \delta(t - 2n + 1) \quad (3.12)$$

### 3.4. KICKED ROTOR AVEC SAUT DE PHASE DE L'ONDE STATIONNAIRE

Nous déplaçons un kick sur deux la position du potentiel d'une quantité bien déterminée  $a$ . Nous devons désormais considérer deux types différents de kick avec et sans déplacement. Les kicks avec déplacement (kicks impairs) peuvent être vus comme ceux réalisés avec le potentiel correspondant à la courbe rouge de la figure 3.14. Les kicks sans déplacement (kicks pairs) sont ceux réalisés avec le potentiel "bleu".

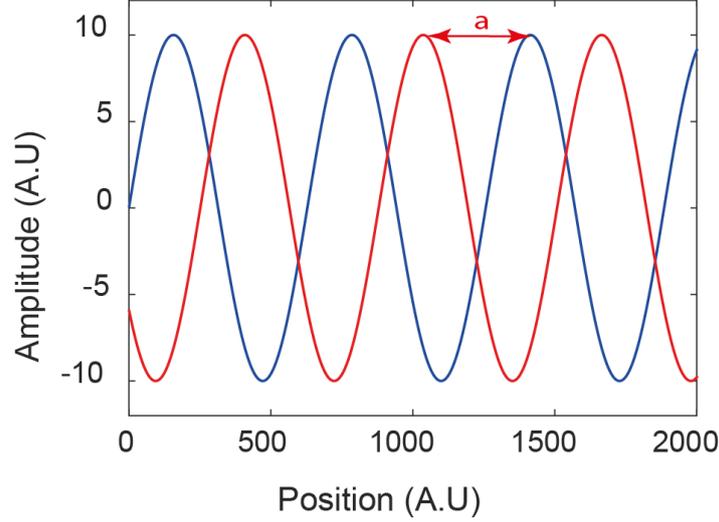


FIGURE 3.14: Deux types de potentiels décalés de  $a$  réalisant les kicks de l'hamiltonien 3.12.

#### 3.4.2 Effet sur les chemins renversés dans le temps

L'intérêt de cet hamiltonien réside dans le fait que le déplacement de potentiel imprime une phase supplémentaire sur les atomes. Nous pouvons illustrer ce point en considérant les deux opérateurs de kicks désormais différents :

$$\hat{U}_{\text{kick},0} := \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s \left( \frac{K}{\hbar} \right) e^{-is\pi/2} e^{-is\hat{x}}, \quad (3.13)$$

$$\hat{U}_{\text{kick},a} := \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s \left( \frac{K}{\hbar} \right) e^{-is\pi/2} e^{-is\hat{x}} e^{-isa}. \quad (3.14)$$

Le terme  $e^{-isa}$  ajoute une phase à chaque fois que nous appliquons un kick déplacé. Cette phase est proportionnelle à l'amplitude du saut  $s$  et au décalage du potentiel  $a$ . Quel est l'effet de cet ajout de phase sur les chemins direct et renversé à l'origine de l'ERO ? Pour répondre à cette question, nous considérons tout d'abord des chemins qui retournent à l'origine après un nombre total pair de kicks (ici 4). Dans un souci de clarté, nous choisissons de noter uniquement la phase additionnelle produite par les kicks déplacés (rouge). Nous voyons sur la figure 3.15 que la phase supplémentaire totale imprimée par les kicks déplacés sur les atomes lors de la réalisation du chemin direct est  $\Phi_{\text{Dir}} = 8a$ . La figure 3.16 montre que celle correspondant à la réalisation du chemin renversé vaut  $\Phi_{\text{Rev}} = 8a$ . Nous constatons que ces deux phases additionnelles sont égales,  $\Phi_{\text{Dir}} = \Phi_{\text{Rev}}$ . Ces deux chemins interfèrent constructivement.

### CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

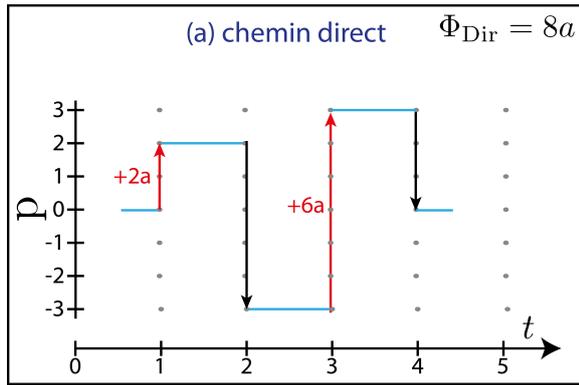


FIGURE 3.15: Chemin direct retournant à l'origine après 4 kicks. La phase totale accumulée est de  $\Phi_{\text{Dir}} = 8a$

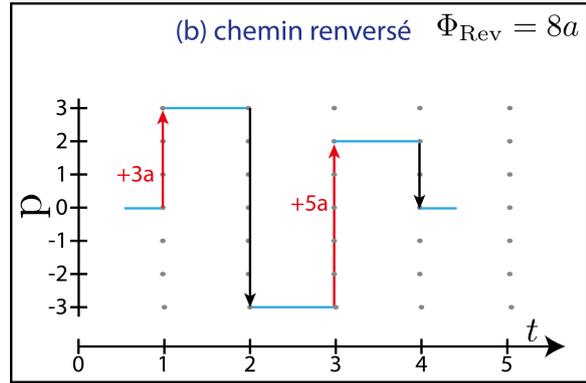


FIGURE 3.16: Chemin renversé dans le temps du chemin (a) retournant à l'origine après 4 kicks. La phase totale accumulée est de  $\Phi_{\text{Rev}} = 8a$

Les figures 3.17 et 3.18 nous montrent que ce type de raisonnement appliqué à des chemins constitués d'un nombre total impair de kicks produit un résultat totalement différent. Cette fois, les phases  $\Phi_{\text{Dir}}$  et  $\Phi_{\text{Rev}}$  sont opposées. Les chemins n'interfèrent plus constructivement et le moyennage sur tous les chemins possibles conduit à des interférences destructives qui suppriment totalement la contribution ERO.

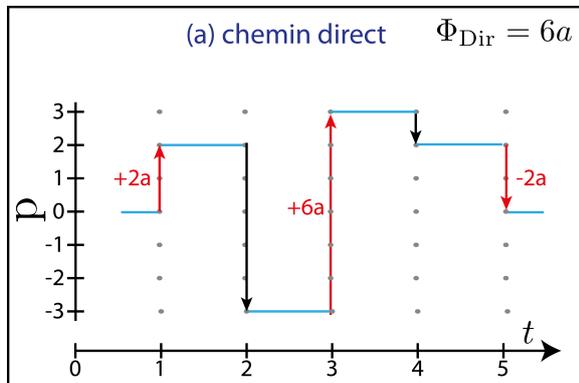


FIGURE 3.17: Chemin renversé du chemin (a) retournant à l'origine après 5 kicks. La phase totale accumulée est de  $\Phi_{\text{Dir}} = 6a$

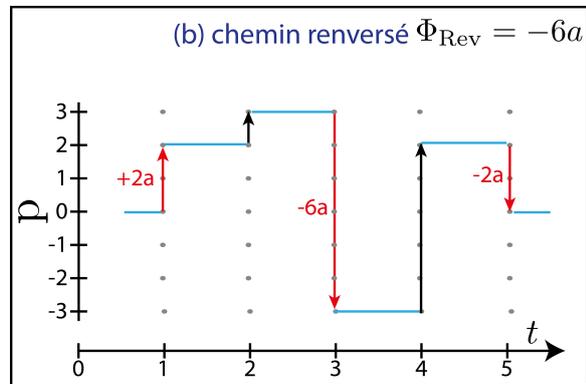


FIGURE 3.18: Chemin renversé dans le temps du chemin (a) retournant à l'origine après 5 kicks. La phase totale accumulée est de  $\Phi_{\text{Rev}} = -6a$

Nous concluons que l'hamiltonien de l'équation (3.12) permet de détruire un kick sur deux l'interférence constructive à l'origine de l'ERO dans le Kicked Rotor. Noter que ceci n'est possible que parce que le nombre d'évènements de diffusion est parfaitement connu et contrôlé (un kick = un évènement de diffusion). Cet avantage du Kicked Rotor nous permet, contrairement à d'autres systèmes désordonnés, de déclencher l'apparition de l'ERO.

### 3.5 Apparition et suppression de l'ERO dans le Kicked Rotor avec saut de phase

Nous réalisons l'hamiltonien de l'équation (3.12) en utilisant le dispositif expérimental présenté en section 2.4.2 avec le petit-repompeur. La figure 3.19 présente des mesures des distributions en impulsion par temps de vol après un nombre pair (courbe rouge) et impair de kicks (courbe bleu).

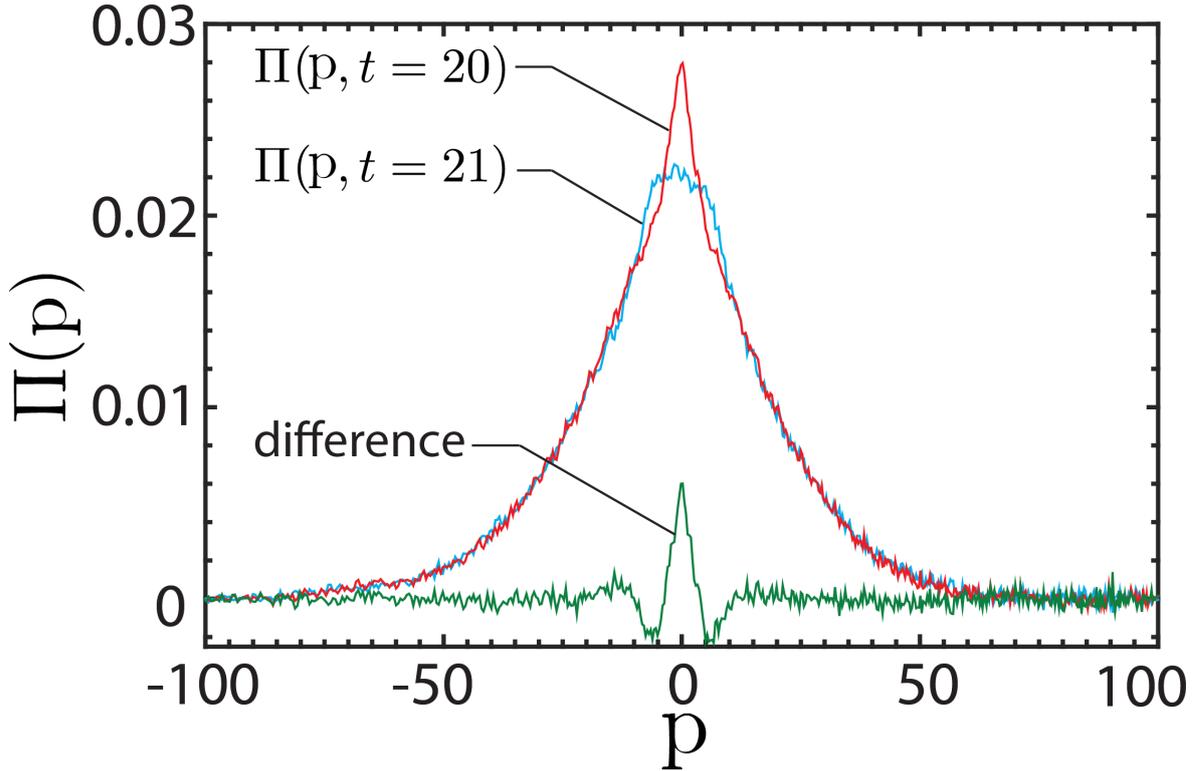


FIGURE 3.19: Distribution en impulsion expérimentale : en bleu la distribution après 21 kicks, en rouge la distribution après 20 kicks ; en vert la différence entre les deux distributions. Les paramètres sont  $K = 12$   $\hbar = 1.5$   $a = 0.04$  (en unité de  $2\pi$ ).

Nous observons clairement un pic à l'origine  $p = 0$  présent sur la courbe rouge et absent sur la courbe bleue. Ce pic correspond au signal ERO. La différence des deux distributions, représentée par la courbe verte, nous permet d'extraire l'amplitude du signal ERO même si celle-ci est faible.

Pour observer la dynamique du phénomène, nous avons choisi de mesurer la quantité  $\Pi_0 := \Pi(p = 0)$ , correspondant à la population de la classe d'impulsion nulle de la distribution en impulsion. La figure 3.20 met en évidence une oscillation de période deux de  $\Pi_0$  en fonction du temps (compté en nombre de kicks). Cette oscillation est due au fait qu'un kick sur deux le pic ERO est détruit. L'amplitude de cette oscillation (qui correspond au signal vert de la figure 3.19) nous donne accès à l'amplitude du phénomène cohérent ERO en fonction du temps. Ceci constitue la première observation expérimentale direct de l'ERO avec des ondes de matière atomique.

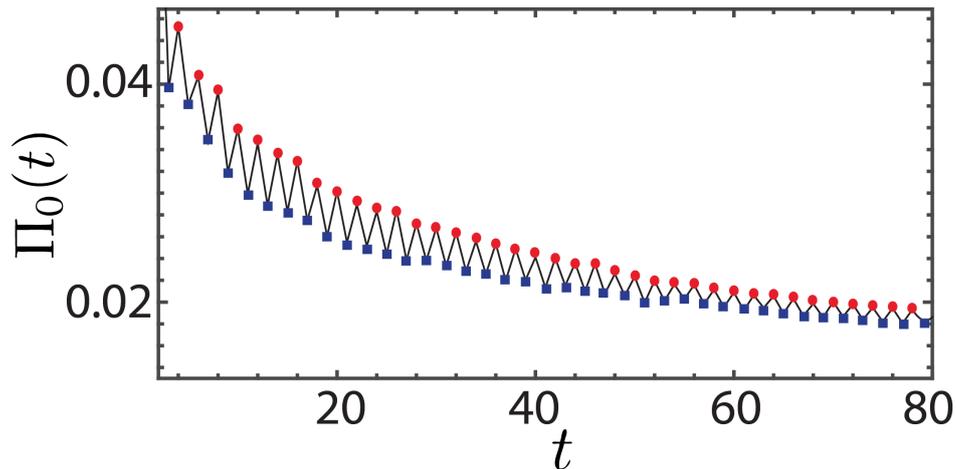


FIGURE 3.20: Évolution expérimentale de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks. Les points (carrés) rouges (bleus) correspondent aux valeurs de  $\Pi_0$  lorsque le nombre de kicks est pair (impair). Les paramètres sont  $K = 12$   $\hbar = 1.5$   $a = 0.04$  (en unité de  $2\pi$ ).

### 3.6 ERO : un outil puissant de mesure de la décohérence

D'après l'explication basée sur les chemins présentée en section 3.3.1, l'ERO résulte d'une condition d'accord de phase bien contrôlée dans le système. Il s'agit donc d'un phénomène cohérent. Dans le but de prouver expérimentalement cette nature interférentielle, nous allons supprimer la cohérence de phase en ajoutant, à un instant donné de la séquence expérimentale, une quantité bien précise de décohérence (sous forme d'émission spontanée). Pour la produire nous utiliserons un laser résonnant avec une transition atomique.

Après avoir ainsi prouvé la nature cohérente de l'ERO et dans l'esprit de la physique mésoscopique, nous l'utiliserons pour déterminer le temps de cohérence du dispositif expérimental  $\tau_\phi$ . Dans le but de démontrer la fiabilité de cette détermination, nous ajouterons des événements d'émission spontanée en continu dans notre système et nous mesurerons l'effet qu'à cet ajout sur l'ERO pour différents paramètres expérimentaux.

#### 3.6.1 Émission spontanée dans le Kicked Rotor

Comme nous l'avons décrit au chapitre 1, la base d'états pertinente pour le Kicked Rotor est la base des impulsions  $|m, \beta\rangle$  (voir eq (1.35)), avec  $m$  un nombre entier et  $\beta$  la quasi-impulsion (un nombre compris entre 0 et 1 servant à positionner l'impulsion initiale de l'atome dans la première zone de Brillouin du système). Durant l'application des kicks, il y a transfert d'un nombre entier de quanta d'impulsion (2 fois l'impulsion de recul). La quasi-impulsion  $\beta$  est donc conservée.

Un processus d'absorption-émission spontanée, en général, change la valeur de  $\beta$  associée à une particule. En effet, le photon peut être ré-émis dans n'importe quelle direction de l'espace, ce qui fait qu'après émission spontanée,  $\beta$  peut prendre une nouvelle valeur aléatoire comprise entre 0 et 1. Ainsi, lors des évolutions du système, si il y a absorption-émission spontanée, la phase acquise par la particule est modifiée et l'accord de phase nécessaire à l'existence de l'ERO est brisé. Le processus d'émission spontanée atténue donc l'ERO à cause d'une redistribution aléatoire de la quasi-impulsion  $\beta$ .

#### 3.6.2 Étude de la décohérence : le décohéreur

Dans le but d'étudier l'effet de la décohérence sur l'ERO, nous avons installé un nouveau laser accordé sur la transition  $|6S_{1/2}; F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}; F = 5\rangle$ . Le faisceau de ce laser suit le même chemin optique que celui d'un des faisceaux de l'onde stationnaire, ce qui nous assure l'alignement géométrique avec les atomes. Le waist de ce faisceau est de  $900 \mu\text{m}$ . Étant à résonance, ce laser produit des événements d'émission spontanée. Nous l'appelons laser "décohéreur".

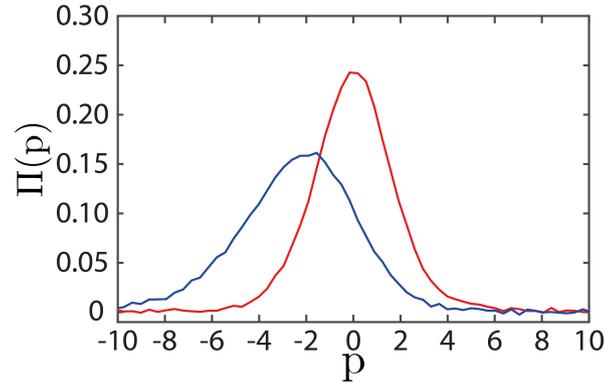


FIGURE 3.21: Effet pousseur du faisceau décohéreur sur la distribution en impulsion du MOT. La courbe rouge représente la distribution en impulsion du MOT en absence de décohéreur. La courbe bleue représente la distribution en impulsion du MOT lorsque le décohéreur est réglé à  $P = 1.130 \mu\text{W}$  sur une durée de  $80 \mu\text{s}$ . Nous observons un décalage de 4.35 unité d'impulsion de recul.

Ce laser génère également une force de pression de radiation. En observant l'effet pousseur produit par celui-ci sur la distribution en impulsion du MOT, nous pouvons calibrer le nombre d'évènement d'émission spontanée. Lorsque la distribution en impulsion est décalée de  $N_{\text{sp}}$  impulsion de reculs, nous estimons qu'en moyenne tous les atomes ont subi  $N_{\text{sp}}$  processus d'émission spontanée. La courbe bleue de la figure 3.21 nous montre l'effet pousseur produit par ce faisceau. En répétant la procédure précédente pour différents temps d'application du décohéreur, nous obtenons une courbe de calibration qui est présentée sur la figure 3.22.

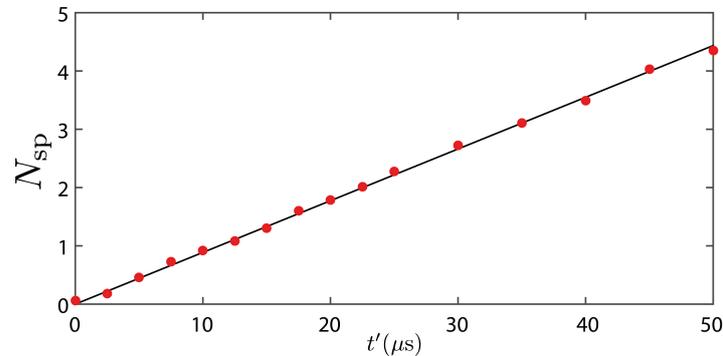


FIGURE 3.22: Effet pousseur  $N_{\text{sp}}$  subi par la distribution d'impulsion du MOT en fonction du temps d'exposition du faisceau décohéreur réglé à une puissance de  $P = 1.130 \mu\text{W}$ . En rouge les points expérimentaux, en noir un fit linéaire de ces points.

### CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

La quantité  $N_{\text{sp}}$  correspond donc au nombre de photons moyens émis par atome sous l'action du décohéreur. Chaque photon émis par atome correspond à une redistribution aléatoire de la quasi-impulsion  $\beta$  par atome.

#### 3.6.3 Démonstration expérimentale de la nature cohérente de l'ERO

Nous regardons l'effet d'un flash très court (quelques périodes de kicks  $T_1$ ) de décohéreur sur les oscillations de  $\Pi_0$  produites par l'ERO. Sur la figure 3.23 nous observons une oscillation importante de  $\Pi_0$  entre 10 et 20 kicks. À partir du 21<sup>ème</sup> kick, le décohéreur est appliqué sur une durée correspondant à  $2T_1$  avec une puissance de  $P = 1.130 \mu\text{W}$ . Ceci a pour effet de diminuer l'amplitude des oscillations de  $\Pi_0$ . En effet, certains atomes réalisent un (ou plusieurs) processus d'émission spontanée, ce qui redistribue leurs quasi-impulsions  $\beta$  et détruit la cohérence quantique. Ils cessent donc de contribuer à l'amplitude du signal ERO. Une partie des atomes ne subit pas d'évènement d'émission spontanée et continue de contribuer à cette amplitude.

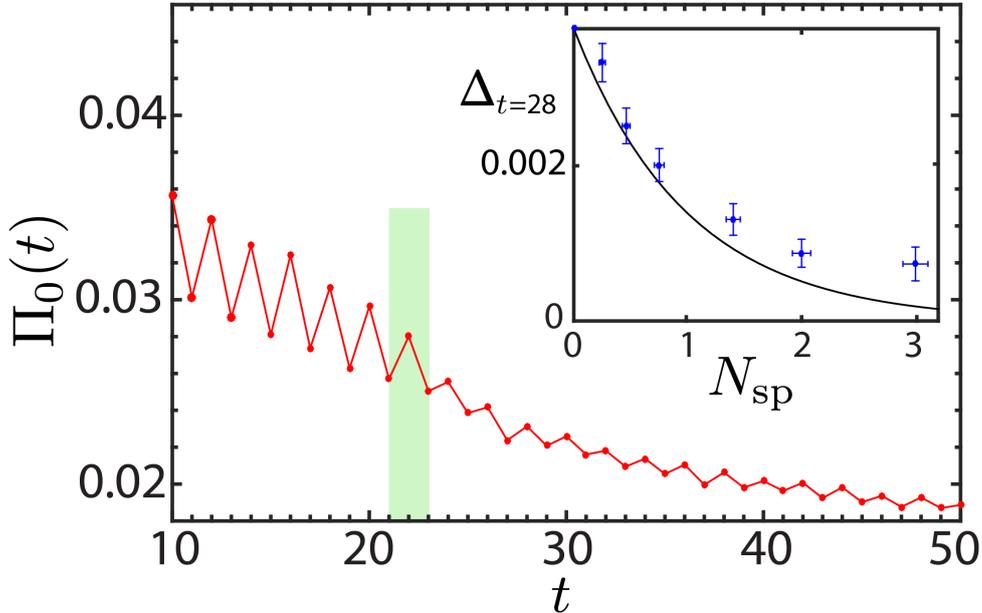


FIGURE 3.23: Évolution de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks. La zone verte correspond à la durée d'application du faisceau décohéreur après le 21<sup>ème</sup> kick. Les paramètres expérimentaux sont  $K = 12$ ,  $\tilde{k} = 1.5$  et  $a = 0.04$  (en unité de  $2\pi$ ). Inset : amplitude du signal ERO  $\Delta_t$  autour du kick 28 en fonction de  $N_{\text{sp}}$ .

L'inset de la figure 3.23 montre l'amplitude du signal ERO,  $\Delta_t := (-1)^t(\Pi_0(t) - \Pi_0(t-1))$ , autour du kick 28 en fonction de  $N_{\text{sp}}$  fixé par le décohéreur. Les points bleus sont les données expérimentales, la ligne noire correspond à la diminution exponentielle attendue si le processus suit une loi de Poisson. Nous constatons une déviation pour un nombre  $N_{\text{sp}} \approx 3$ . Ceci peut être dû au fait que même si les atomes subissent un évènement d'émission spontanée, il existe une probabilité non nulle pour qu'ils gardent une quasi-impulsion  $\beta$  suffisamment proche de leur quasi-impulsion initiale. De cette manière, ils restent cohérents et continuent de participer au phénomène ERO. Ces résultats expérimentaux illustrent la nature cohérente de l'ERO.

#### 3.6.4 ERO : Outil de mesure de la décohérence

Les expériences de Kicked Rotor présentent une décohérence naturelle due en partie à l'émission spontanée produite par les lasers utilisés pour réaliser l'onde stationnaire. Maintenant que la nature cohérente de l'ERO est démontrée, nous utilisons ce phénomène pour évaluer le temps de cohérence expérimentale. La figure 3.24 présente une mesure (en absence de décohéreur) de la décroissance exponentielle de l'amplitude  $\Delta_t$  du signal ERO dans le temps. En réalisant un fit exponentiel de cette amplitude nous supposons obtenir une valeur de  $\tau_\phi$  correspondant au temps de cohérence "naturel" du dispositif expérimental (nous utilisons le mot "naturel" car celui-ci est obtenu en absence de décohéreur). À ce temps de cohérence est associé un taux de décohérence naturel  $\Gamma_0 := 1/\tau_\phi$ .

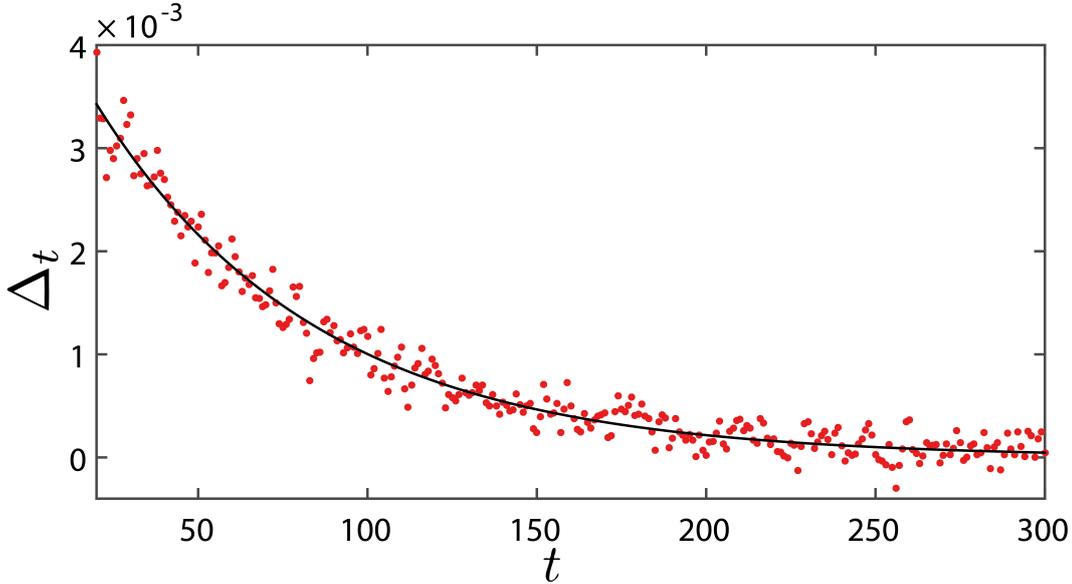


FIGURE 3.24: Évolution de l'amplitude de l'ERO  $\Delta_t$  en fonction du nombre de kicks. En rouge les points expérimentaux, en noir un fit exponentiel permettant d'acquérir la valeur  $\tau_\phi = 80$  kicks. Nous en déduisons  $\Gamma_0 = 0.0125$ . Les paramètres sont  $K = 9.55$ ,  $k = 1.5$ ,  $a = 0.21$  (en unité de  $2\pi$ ).

Nous sommes en mesure d'évaluer des taux de décohérence expérimentaux  $\Gamma_0$ . Ces taux dépendent principalement des valeurs de  $K$  directement liées à la puissance et au désaccord des lasers utilisés (paramètres contrôlant l'émission spontanée).

Dans le but d'être certain de mesurer correctement le taux de décohérence, nous cherchons à vérifier la validité de la méthode de mesure de la décohérence. Pour ce faire, nous utilisons la procédure suivante :

- i) nous ajoutons une quantité de décohérence "extérieure" bien connue sous forme d'émission spontanée dans le système<sup>1</sup> que nous appelons  $\Gamma_{\text{ext}}$  ;
- ii) nous mesurons ensuite ce que le système ressent via l'atténuation exponentielle de l'amplitude du signal ERO, ce qui nous permet d'extraire un taux de décohérence  $\Gamma$ .

1. Cette quantité est ajoutée au moyen du décohéreur et a été calibrée de la même manière que précédemment : par effet pousseur sur la distribution du MOT

### CHAPITRE 3. LOCALISATION FAIBLE, AUGMENTATION DE LA PROBABILITÉ DE RETOUR À L'ORIGINE

Nous réalisons ces expériences pour différents  $\Gamma_{\text{ext}}$  et différents paramètres  $K$  et  $a$ . Les résultats sont rassemblés sur la figure 3.25. Celle-ci présente le taux de décohérence mesurée  $\Gamma$  en fonction du taux de décohérence "extérieur"  $\Gamma_{\text{ext}}$  ajouté par le décohéreur. Nous avons tracé une droite de pente 1 sur ce graphique. Les différents points expérimentaux suivent l'allure de cette droite. Cela démontre que la décohérence mesurée avec l'ERO est sensiblement identique à celle ajoutée sous forme d'émission spontanée dans notre expérience. La décohérence ressentie par le système correspond à la décohérence ajoutée par l'expérimentateur. Ceci constitue une validation de notre méthode de mesure de décohérence. L'ERO dans le Kicked Rotor atomique est, tout comme en physique mésoscopique, un très bon outil de mesure de la décohérence du système expérimental.

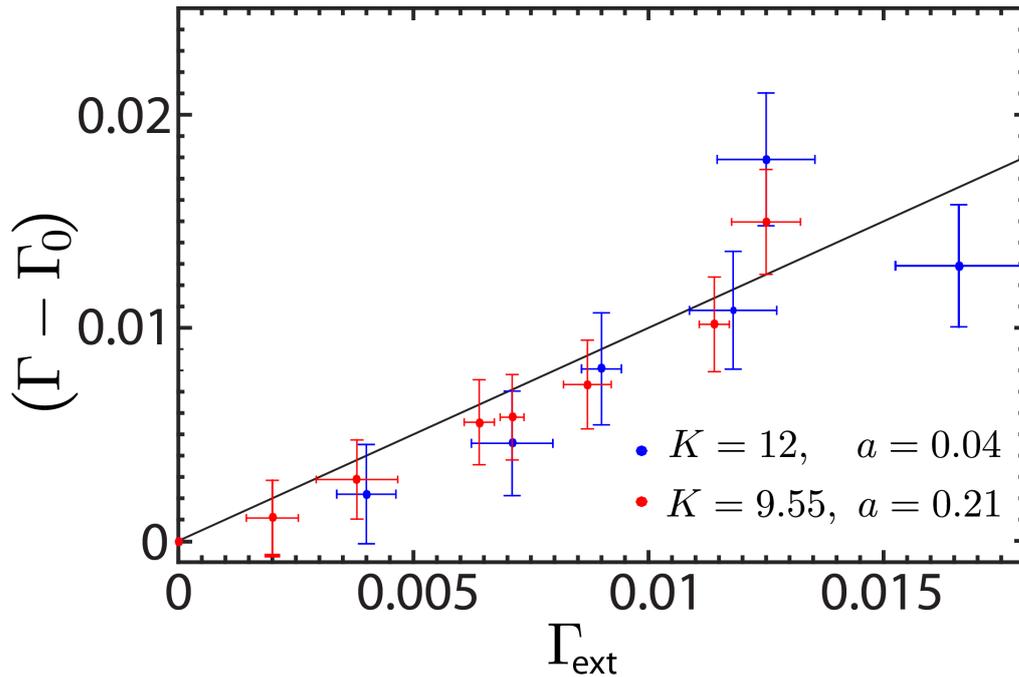


FIGURE 3.25: Taux de décohérence mesuré  $\Gamma$  (auquel nous avons retranché le taux de décohérence  $\Gamma_0$  en l'absence de décohéreur) en fonction du taux de décohérence extérieur  $\Gamma_{\text{ext}}$  calibré par le décohéreur. En points bleus et rouges les données expérimentales pour deux jeux de paramètres ( $K = 12, a = 0.04, \bar{k} = 1.5$ ) et ( $K = 9.55, a = 0.21, \bar{k} = 1.5$ ). La courbe noire correspond à une droite de pente 1 passant par l'origine.

Conclusion : Dans ce chapitre, nous avons observé le phénomène ERO avec des ondes de matière atomique en utilisant le Kicked Rotor. Ce phénomène constitue une manifestation interférentielle de la localisation faible dans un système invariant par renversement du temps. Un ingrédient crucial dans le Kicked Rotor est la capacité à contrôler le nombre pair ou impair d'événements de diffusion contrastant ainsi avec les systèmes désordonnés ordinaires où seul le nombre moyen d'événements de diffusion est accessible expérimentalement. En choisissant la phase des kicks, nous avons pu observer des oscillations de l'ERO nous permettant ainsi d'évaluer précisément son amplitude. La décroissance temporelle de cette amplitude nous permet de réaliser une mesure très précise du temps de cohérence du dispositif expérimental. La connaissance du temps de cohérence dans les systèmes quantiques désordonnés est une information cruciale lorsque l'on cherche à comparer des signaux expérimentaux avec des prédictions théoriques comme nous le verrons au chapitre 5.

# Champ de jauge artificiel dans des systèmes désordonnés de Floquet et brisure de symétrie

---

## Sommaire

---

4.1	Symétries et classes de symétrie . . . . .	<b>60</b>
4.1.1	Opérations de symétries pertinentes pour le Kicked Rotor . . . . .	60
4.1.2	Classes de symétrie orthogonale et unitaire . . . . .	61
4.2	Classes de symétrie des Kicked Rotor modulés périodiquement . . . . .	<b>61</b>
4.2.1	Équivalence entre les dynamiques du Kicked Rotor Quasi-1D modulé en amplitude et du Pseudo-Rotor 2D . . . . .	62
4.2.2	Propriété de symétrie des séquences de modulations $K(t)$ et $a(t)$ . . . . .	64
4.3	Relation avec Anderson quasi-1D et flux Aharonov-Bohm . . . . .	<b>66</b>
4.3.1	Équivalence entre un Pseudo-Rotor 2D et un modèle Anderson quasi-1D . . . . .	66
4.3.2	Symétrie du Kicked Rotor Quasi-1D et flux Aharonov-Bohm . . . . .	68

---

Dans la suite de cette thèse, nous allons étudier des systèmes désordonnés possédant des propriétés de symétries différentes. La question principale est de savoir comment sont affectées les propriétés de transport ainsi que les phénomènes interférentiels lorsque la symétrie du système est modifiée. Cette étude nous permettra d'observer expérimentalement une nouvelle signature de la localisation d'Anderson.

Ce chapitre a pour but de présenter les nouveaux aspects théoriques utilisés durant cette thèse. Ces derniers sont des éléments indispensables à la compréhension des signatures physique CFS et  $\beta(G)$  qui seront présentées dans les chapitres 5 et 6.

Nous allons dans un premier temps introduire les différentes symétries pertinentes pour notre système. Nous expliquerons ensuite quelles sont les conditions pour qu'un système décrit par un hamiltonien appartienne à la classe de symétrie orthogonale ou unitaire. Nous appliquerons ces conditions sur nos systèmes de Kicked Rotor modulés en amplitude ou en phase pour déduire des conditions simples sur les séquences de modulation afin que le système appartienne à une classe de symétrie donnée. Enfin, nous montrerons qu'un Kicked Rotor modulé en phase ou en amplitude est équivalent à un système Anderson quasi-1D avec une géométrie particulière de type nanotube, dans lequel il peut exister un flux Aharonov-Bohm artificiel. Cette vision en terme de flux offre une élégante interprétation d'un Kicked Rotor modulé temporellement en un système désordonné de Floquet dans lequel il existe un champ de jauge artificiel dans une dimension synthétique. La présentation théorique qui suit s'inspire des notes non publiées rédigées par D. DELANDE.

## 4.1 Symétries et classes de symétrie

Dans un système désordonné, les propriétés de localisation dépendent fortement des symétries anti-unitaires du système. Pour les systèmes représentant le transport d'électrons dans les métaux, l'ajout d'un champ magnétique brise la symétrie anti-unitaire de renversement du temps. Ceci a pour conséquence de supprimer l'existence des phénomènes de localisation faible. Cet exemple simple illustre l'importance de la symétrie par renversement du temps en physique.

### 4.1.1 Opérations de symétries pertinentes pour le Kicked Rotor

Formellement, le renversement du temps est l'opération qui transforme  $t$  en  $-t$  et  $p$  en  $-p$ . L'invariance d'un système physique par une opération de renversement du temps veut dire que si  $X(t)$  est solution de l'équation du mouvement du système alors  $X(-t)$  l'est également (avec  $X$  un vecteur contenant toutes les variables dynamiques du système). Ceci se traduit, pour un système quantique 1D, par l'existence d'une invariance du système par une opération de symétrie anti-unitaire par renversement du temps décrite par l'opération  $T$  telle que :

$$T \begin{cases} x \rightarrow x, \\ t \rightarrow -t, \\ p \rightarrow -p. \end{cases} \quad (4.1)$$

Bien entendu, cette symétrie peut dépendre du choix de l'origine des temps, il existe donc une famille d'opération  $T_\tau$  telle que :

$$T_\tau \begin{cases} x \rightarrow x, \\ t \rightarrow 2\tau - t, \\ p \rightarrow -p. \end{cases} \quad (4.2)$$

Rappelons que le système qui nous intéresse possède la symétrie par translation dans l'espace d'une période du potentiel. Nous pouvons donc appliquer le théorème de Bloch et montrer qu'il y a conservation de la quasi-impulsion  $\beta$ . L'opération de symétrie  $T_\tau$  présentée précédemment transforme  $p$  en  $-p$  donc  $\beta$  en  $-\beta$ . Elle ne conserve pas la quasi-impulsion. Nous pouvons donc dire que cette opération de symétrie est en un sens incompatible avec l'invariance par translation dans l'espace d'une période du potentiel.

Cette incompatibilité a été traitée dans les articles [88, 89, 90]. Une façon de la résoudre est de considérer, à la place de  $T_\tau$ , une autre transformation appelée transformation de renversement du temps généralisée. Celle-ci est définie, dans le cadre du Kicked Rotor, comme le produit de  $T_\tau$  avec l'opération de symétrie par parité  $\mathcal{P}$ . De la même manière que pour  $T_\tau$ , il existe une famille d'opération de symétrie  $\mathcal{P}_a$  réalisant une inversion de parité autour d'un axe  $a$ . L'opération associée à cette transformation est :

$$\mathcal{P}_a \begin{cases} x \rightarrow 2a - x, \\ t \rightarrow t, \\ p \rightarrow -p. \end{cases} \quad (4.3)$$

Nous sommes en mesure de construire une transformation par renversement du temps généralisée  $\mathcal{T}_{\tau,a}$  en associant les opérations  $\mathcal{P}_a$  et  $T_\tau$  de la façon suivante :

$$\mathcal{T}_{\tau,a} := T_\tau \mathcal{P}_a. \quad (4.4)$$

## 4.2. CLASSES DE SYMÉTRIE DES KICKED ROTOR MODULÉS PÉRIODIQUEMENT

---

Cette opération agit comme :

$$\mathcal{T}_{\tau,a} \begin{cases} x \rightarrow 2a - x, \\ t \rightarrow 2\tau - t, \\ p \rightarrow p. \end{cases} \quad (4.5)$$

Nous constatons que  $\mathcal{T}_{\tau,a}$  conserve l'impulsion  $p$ . L'action de  $\mathcal{T}_{\tau,a}$  sur un système invariant par translation dans l'espace d'une période du potentiel conservera la quasi-impulsion  $\beta$ . L'opération  $\mathcal{T}_{\tau,a}$  est donc compatible avec l'invariance par translation dans l'espace d'une période du potentiel. Ainsi, lorsque nous nous interrogeons sur la symétrie par renversement du temps d'un système invariant par translation dans l'espace d'une période du potentiel, nous utilisons  $\mathcal{T}_{\tau,a}$  comme opération de symétrie pertinente.

### 4.1.2 Classes de symétrie orthogonale et unitaire

La théorie du groupe de renormalisation des transitions de phase indique que certaines propriétés thermodynamiques d'un système près d'une transition de phase dépendent seulement d'un petit nombre d'éléments comme la dimensionnalité et la symétrie. Dans le cas de la physique d'Anderson, lorsque le système est invariant par renversement du temps, il existe une transition de phase à 3D caractérisée par un exposant critique  $\nu$  valant 1.58. La valeur de cet exposant critique est universelle et ne dépend pas des détails microscopiques du système comme cela a été montré expérimentalement et numériquement dans le cadre du Kicked Rotor [24, 91]. Cette valeur est en bon accord avec des simulations numériques réalisées avec d'autres systèmes désordonnés [92]. Si la symétrie par renversement du temps est brisée dans ce type de système, la transition d'Anderson a toujours lieu mais la valeur de l'exposant critique change pour devenir 1.43 [92]. Ceci veut dire que le comportement du système autour du point critique est différent en fonction de la présence ou non de la symétrie par renversement du temps.

On distingue différentes classes de symétrie pour répertorier les systèmes physiques. Nous en considérerons deux dans cette thèse : la classe de symétrie orthogonale et la classe de symétrie unitaire. Ces terminologies sont issues de l'étude des matrices aléatoires [93]. Un système appartient à la classe de symétrie orthogonale si il est invariant vis-à-vis d'au moins une transformation de renversement du temps généralisée du type  $\mathcal{T}_{\tau,a}$ . Inversement, si un système, sans spin, n'est invariant par aucune transformation de renversement du temps généralisée  $\mathcal{T}_{\tau,a}$ , il appartient à la classe de symétrie unitaire. Autrement dit, pour qu'un système appartienne à la classe de symétrie unitaire, il faut **briser toutes les symétries anti-unitaires** possibles.

Dans la suite, nous voulons construire des hamiltoniens  $H$  appartenant à la classe de symétrie orthogonale ou unitaire. Pour déterminer l'appartenance de  $H$  à l'une de ces deux classes nous utiliserons le critère suivant : si il existe une transformation par renversement du temps généralisée  $\mathcal{T}_{\tau,a}$  qui laisse invariant l'opérateur d'évolution  $U$  de  $H$ , alors le système représenté par  $U$  appartient à la classe de symétrie orthogonale. Lorsque ce n'est pas le cas, le système appartient à la classe de symétrie unitaire.

## 4.2 Classes de symétrie des Kicked Rotor modulés périodiquement

Le Kicked Rotor standard présenté au chapitre 1 et représenté par l'équation (1.18) appartient à la classe de symétrie orthogonale. Bien que d'autres méthodes aient été proposées

## CHAPITRE 4. CHAMP DE JAUGE ARTIFICIEL DANS DES SYSTÈMES DÉSORDONNÉS DE FLOQUET ET BRISURE DE SYMÉTRIE

---

théoriquement [89], nous voulons dans cette thèse utiliser un hamiltonien modulé en phase ou en amplitude pour étudier la dynamique d'un système désordonné appartenant à la classe de symétrie unitaire. Le principal avantage de ce type d'hamiltonien réside dans la simplicité de la réalisation expérimentale de celui-ci. Dans cette section les hamiltoniens considérés sont de la forme :

$$\hat{H}(x, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K(t) \cos(\hat{x} + a(t)) \sum_n \delta(t - n), \quad (4.6)$$

Avec  $K(t)$  et  $a(t)$  des modulations d'amplitude et de phase périodique de période  $N$  quelconque ( $N$  est un entier) :

$$\begin{aligned} K(t + N) &= K(t), \\ a(t + N) &= a(t). \end{aligned} \quad (4.7)$$

L'hamiltonien (4.6) est périodique de période  $N$ . Si nous voulons utiliser le théorème de Floquet nous ne devons plus considérer l'opérateur d'évolution du système sur 1 kick mais sur  $N$  kicks. Pour connaître la classe de symétrie du système, nous devons regarder si l'opérateur d'évolution sur  $N$  kicks est invariant par application de  $\mathcal{T}_{\tau, a}$ . Cependant, nous voulons réaliser des expériences avec des hamiltoniens de périodes  $N$  différentes. Pour connaître les propriétés de symétrie de chacun de ces hamiltoniens de périodes différentes nous devons donc étudier l'action de  $\mathcal{T}_{\tau, a}$  sur des opérateurs d'évolutions de périodes  $N$  différentes.

Cette démarche est fastidieuse. C'est pourquoi nous allons présenter une méthode permettant de définir les conditions nécessaires sur  $K(t)$  et  $a(t)$  pour que le système appartienne à une classe de symétrie donnée lorsque la période  $N$  de l'hamiltonien est quelconque. Pour ce faire, nous allons montrer l'équivalence entre la dynamique de l'hamiltonien de période  $N$  représenté par l'équation (4.6) et celle de l'hamiltonien de Pseudo-Rotor de période 1. Ce développement sera réalisé sur un hamiltonien modulé en amplitude, celui sur un hamiltonien modulé en phase est effectué en annexe G.

### 4.2.1 Équivalence entre les dynamiques du Kicked Rotor Quasi-1D modulé en amplitude et du Pseudo-Rotor 2D

Nous allons suivre la démarche utilisée dans [94]. Nous considérons un hamiltonien de type (4.6) avec uniquement une modulation d'amplitude de la forme  $K(t) = f(\omega_2 t + \phi_2)$ , où  $\phi_2$  est la phase initiale de la modulation et  $\omega_2 = 2\pi/N$  la pulsation. La fonction  $f$  est une fonction de modulation périodique de période  $N$ . L'hamiltonien du Kicked Rotor Quasi-1D modulé en amplitude est :

$$\hat{H}_{\text{Q1D}} = \frac{\hat{p}^2}{2} + f(\omega_2 t + \phi_2) \cos \hat{x} \sum_n \delta(t - n). \quad (4.8)$$

L'opérateur d'évolution dépend du temps sous la forme<sup>1</sup> :

$$\hat{U}_{\text{Q1D}}(t; t - 1) = e^{-i\frac{1}{\hbar} f(\omega_2 t + \phi_2) \cos \hat{x}} e^{-i\hat{p}^2/2\hbar} \quad (4.9)$$

---

1. Nous choisissons de commencer l'évolution du système par une propagation libre, ce qui ne change rien à la physique du Kicked Rotor

## 4.2. CLASSES DE SYMÉTRIE DES KICKED ROTOR MODULÉS PÉRIODIQUEMENT

La fonction d'onde représentant l'état du système à l'instant  $t$ ,  $\Psi(x, t)$ , est obtenue en appliquant successivement l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1)$  de  $t' = 1$  jusque  $t' = t$  sur l'état initial  $\Psi(x, t = 0)$  :

$$\Psi(x, t) = \prod_{t'=1}^t \hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1) \Psi(x, t = 0), \quad (4.10)$$

qui régit la dynamique du Kicked Rotor Quasi-1D.<sup>2</sup> Intéressons-nous maintenant à un second système, a priori différent, le Pseudo-Rotor 2D défini par l'hamiltonien :

$$\hat{H}_{\text{PR}} = \frac{\hat{p}_1^2}{2} + \omega_2 \hat{p}_2 + f(\hat{x}_2) \cos \hat{x}_1 \sum_n \delta(t - n), \quad (4.11)$$

avec  $f(x_2)$  la même fonction qu'en (4.8) qui satisfait :

$$f(x_2^{[n]}) = K(n), \quad (4.12)$$

avec  $n$  entier et  $x_2^{[n]}$  la valeur de  $x_2$  après le  $n^{\text{ème}}$  kick. Nous choisissons de regarder l'évolution dans le temps d'un état initial particulier décrit par

$$\Psi(x_1, x_2, t = 0) = \Xi(x_1, t = 0) \delta(x_2 - \phi_2). \quad (4.13)$$

Cette condition initiale est parfaitement localisée en  $x_2$  donc totalement délocalisée en  $p_2$ . Elle est appelée condition initiale en source plane dans l'espace des impulsions [95]. L'opérateur d'évolution sur une période de l'hamiltonien  $\hat{H}_{\text{PR}}$  est :

$$\hat{U}_{\text{PR}} = e^{-i\frac{1}{k}f(\hat{x}_2) \cos \hat{x}_1} e^{-i(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2 \omega_2)/k}. \quad (4.14)$$

L'action de  $\hat{U}_{\text{PR}}$  sur l'état initial se décompose en deux parties :

- i) L'opérateur de propagation  $e^{-i\hat{p}_2 \omega_2/k}$  translate le  $\delta(x_2 - \phi_2)$  entre chaque kick d'une valeur  $\omega_2$ . Au temps  $t$ , après  $t$  kicks, nous aurons  $\delta(x_2 - \phi_2 - \omega_2 t)$ .
- ii) L'opérateur de kick  $e^{-i\frac{K}{k}f(\hat{x}_2) \cos \hat{x}_1}$  agit en prenant les valeurs de  $x_2$  correspondant à la valeur non nulle de  $\delta(x_2 - \phi_2 - \omega_2 t)$ . Ces valeurs sont données au temps  $t$  par  $x_2 = \phi_2 + \omega_2 t$ .

L'état du système après un temps  $t$  est donc décrit par la fonction :

$$\Psi(x_1, x_2, t) = \hat{U}_{\text{PR}}^t \Psi(x_1, x_2, t = 0) = \Xi(x_1, t) \delta(x_2 - \phi_2 - \omega_2 t), \quad (4.15)$$

avec :

$$\Xi(x_1, t) = \prod_{t'=1}^t e^{-i\frac{1}{k}f(\omega_2 t' + \phi_2) \cos \hat{x}_1} e^{-i\hat{p}_1^2/2k} \Xi(x_1, t = 0). \quad (4.16)$$

Nous reconnaissons ici l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1)$ , d'où :

$$\Xi(x_1, t) = \prod_{t'=1}^t \hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1) \Xi(x_1, t = 0). \quad (4.17)$$

À partir des équations (4.9), (4.10) et (4.17), nous constatons que les fonctions  $\Xi(x_1, t)$  et  $\Psi(x, t)$  suivent la même dynamique. La conséquence importante est que la dynamique d'un Kicked Rotor Quasi-1D suit la même dynamique que celle d'un Pseudo-Rotor 2D avec une

---

2. Le produit est ordonné dans le temps.

## CHAPITRE 4. CHAMP DE JAUGE ARTIFICIEL DANS DES SYSTÈMES DÉSORDONNÉS DE FLOQUET ET BRISURE DE SYMÉTRIE

---

condition initiale en source plane<sup>3</sup>. Il est donc possible d'étudier les propriétés de l'opérateur d'évolution du Pseudo-Rotor 2D pour déduire les propriétés du Kicked Rotor Quasi-1D.

### 4.2.2 Propriété de symétrie des séquences de modulations $K(t)$ et $a(t)$

Nous allons désormais étudier les propriétés de symétrie de l'hamiltonien (4.8) à partir de l'opérateur d'évolution du Pseudo-Rotor associé. Considérons l'opérateur d'évolution symétrisé<sup>4</sup> du Pseudo-Rotor :

$$\hat{U}_{\text{PR}} = e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2\omega_2)/\hbar} e^{-i\frac{1}{\hbar}f(\hat{x}_2)\cos\hat{x}_1} e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2\omega_2)/\hbar}, \quad (4.18)$$

avec  $f(x_2)$  une fonction qui satisfait  $f(x_2^{[n]}) = K(n)$  avec  $n$  entier. Les valeurs de  $x_2^{[n]}$  suivent :

$$x_2^{[n]} = \phi_2 + \frac{2\pi n}{N}, \quad (4.19)$$

avec  $\phi_2$  qui correspond à la valeur initiale de  $x_2$ . Nous avons vu précédemment qu'un système appartenait à la classe de symétrie orthogonale si son opérateur d'évolution était invariant par au moins une transformation par renversement du temps généralisée du type :

$$\mathcal{T}_{\tau, a_1, a_2} \begin{cases} \hat{x}_1 \rightarrow 2a_1 - \hat{x}_1, \\ \hat{x}_2 \rightarrow 2a_2 - \hat{x}_2, \\ t \rightarrow 2\tau - t, \\ \hat{p}_1 \rightarrow \hat{p}_1, \\ \hat{p}_2 \rightarrow \hat{p}_2. \end{cases} \quad (4.20)$$

Nous choisissons  $2a_1 = 0$ . L'application de cette transformation sur l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_{\text{PR}}$  renverse l'ordre des opérateurs et réalise  $\hat{x}_1 \rightarrow -\hat{x}_1$  et  $\hat{x}_2 \rightarrow 2a_2 - \hat{x}_2$ . Nous obtenons :

$$\mathcal{T}_{\tau, a_1, a_2}[\hat{U}_{\text{PR}}] = e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2\omega_2)/\hbar} e^{-i\frac{1}{\hbar}f(2a_2 - \hat{x}_2)\cos(-\hat{x}_1)} e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2\omega_2)/\hbar}. \quad (4.21)$$

L'opérateur étant au préalable symétrisé, le renversement de l'ordre des opérateurs n'a pas d'effet. L'invariance de  $\hat{U}_{\text{PR}}$  vis-à-vis de  $\mathcal{T}_{\tau, a_1, a_2}$  se traduit par la condition :

$$\mathcal{T}_{\tau, a_1, a_2}[\hat{U}_{\text{PR}}] = \hat{U}_{\text{PR}}, \quad (4.22)$$

qui est vérifiée si :

$$f(2a_2 - x_2) = f(x_2). \quad (4.23)$$

L'égalité (4.23) est vraie si  $f(x_2)$  possède un axe de symétrie. Ce point est vérifié si et seulement si la séquence  $K(t) \sum_n \delta(t - n)$  possède un axe de symétrie. Nous pouvons voir sur la figure 4.1 une séquence  $K(t) \sum_n \delta(t - n)$  symétrique périodique de période  $N = 8$ . En effet, nous constatons la présence d'un axe de symétrie (représenté par un trait plein noir) entre les kicks 4 et 5 et entre les kicks 8 et 9. Un système modulé en amplitude avec une telle séquence appartiendra à la classe de symétrie orthogonale.

---

3. Nous pouvons sans difficulté généraliser ce point pour des systèmes à  $n$  dimensions. Cette correspondance dans les dynamiques a permis l'étude et la caractérisation complète de la transition d'Anderson 3D.

4. Nous réalisons une demi-propagation libre avant et après le kick ce qui ne change rien à la physique de ce Kicked Rotor.

## 4.2. CLASSES DE SYMÉTRIE DES KICKED ROTOR MODULÉS PÉRIODIQUEMENT

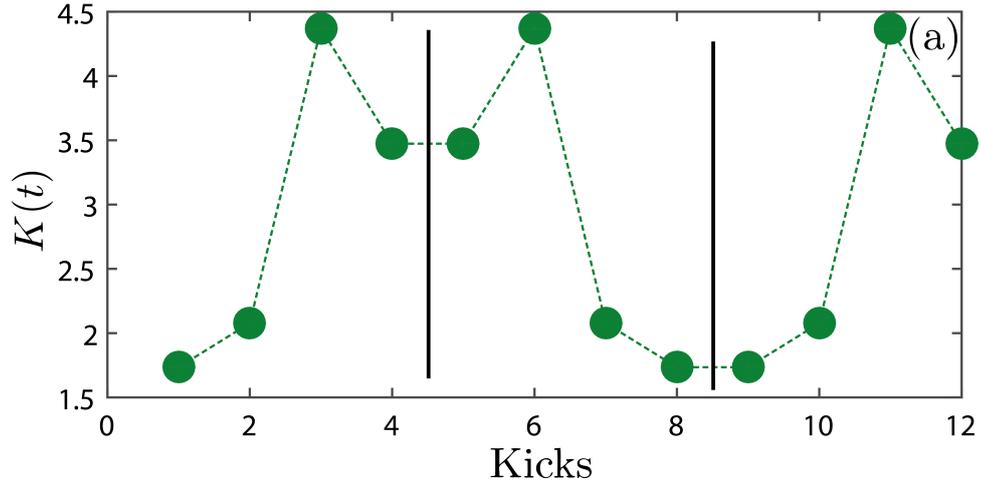


FIGURE 4.1: Séquence de modulation  $K(t) \sum_n \delta(t - n)$  symétrique de période  $N = 8$ . Les axes de symétrie sont représentés en traits pleins noirs.

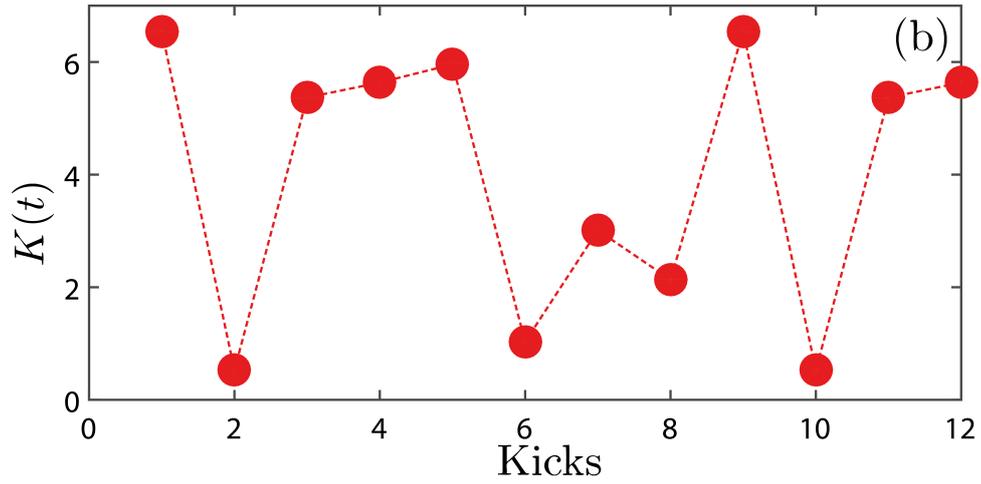


FIGURE 4.2: Séquence de modulation  $K(t) \sum_n \delta(t - n)$  non symétrique de période  $N = 8$ .

La figure 4.2 présente le cas d'une séquence de modulation périodique non symétrique. Dans ce cas, le système appartiendra à la classe de symétrie unitaire.

Dans le cas d'un Kicked Rotor Quasi-1D avec modulation de phase, l'annexe G démontre que pour appartenir à la classe orthogonale, il faut que la séquence  $a(t) \sum_n \delta(t - n)$  possède un axe d'antisymétrie. Nous résumons ces deux points cruciaux dans le tableau ci-dessous.

Classe de symétrie	$K(t)$	$a(t)$
Orthogonale	Symétrique	Antisymétrique
Unitaire	Non-Symétrique	Non-Antisymétrique

### 4.3 Relation avec Anderson quasi-1D et flux Aharonov-Bohm

Nous allons dans cette partie établir l'analogie formelle entre un Pseudo-Rotor 2D et un modèle d'Anderson quasi-1D avec une géométrie particulière de type nanotube. Nous montrerons que briser la symétrie par renversement du temps dans le Pseudo-Rotor revient à posséder un flux Aharonov-Bohm artificiel non trivial dans le nanotube du système d'Anderson. Enfin, nous verrons que les valeurs du flux et implicitement les propriétés de symétrie peuvent être contrôlées avec un paramètre accessible expérimentalement : la phase initiale de la modulation temporelle appliquée.

Le calcul sera réalisé avec un système possédant une modulation d'amplitude particulière de manière à illustrer le phénomène. Une généralisation à d'autres hamiltoniens est possible en suivant la même procédure.

#### 4.3.1 Équivalence entre un Pseudo-Rotor 2D et un modèle Anderson quasi-1D

Considérons l'hamiltonien du Kicked Rotor Quasi-1D,  $\hat{H}_{Q1D}$ , avec une modulation d'amplitude de la forme  $K(t) = K[1 + \varepsilon \cos(\omega_2 t + \phi_2)]$  avec  $\omega_2 = 2\pi/N$  :

$$\hat{H}_{Q1D} = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos \hat{x} [1 + \varepsilon \cos(\omega_2 t + \phi_2)] \sum_n \delta(t - n). \quad (4.24)$$

Nous avons vu précédemment que la dynamique de cet hamiltonien (4.24) était équivalente à celle d'un système de Pseudo-Rotor 2D décrit par l'hamiltonien :

$$\hat{H}_{PR} = \frac{\hat{p}_1^2}{2} + \omega_2 \hat{p}_2 + K \cos \hat{x}_1 [1 + \varepsilon \cos \hat{x}_2] \sum_n \delta(t - n). \quad (4.25)$$

En suivant la démarche faite dans [94], nous pouvons démontrer que l'équation aux valeurs propres des états de Floquet de l'hamiltonien (4.25) peut être écrite sous la forme d'une équation aux valeurs propres pour un modèle d'Anderson :

$$\epsilon_{\mathbf{m}} \Phi_{\mathbf{m}} + \sum_{\mathbf{r} \neq 0} W_{\mathbf{r}} \Phi_{\mathbf{m}-\mathbf{r}} = -W_{\mathbf{0}} \Phi_{\mathbf{m}}. \quad (4.26)$$

Les  $\Phi_{\mathbf{m}}$  sont les projections d'un état de Floquet  $|\Phi\rangle$  sur un "site" en impulsion  $\mathbf{m}$  labellisé par les coordonnées  $(m_1, m_2)$ <sup>5</sup> représentant la position d'un site en impulsion.  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{r}$  représentent les sites d'un réseau rectangulaire anisotrope possédant une infinité de sites dans la direction 1 et  $N$  sites dans la direction 2. L'énergie sur site  $\epsilon_{\mathbf{m}}$  vaut :

$$\epsilon_{\mathbf{m}} = \tan \left\{ \frac{1}{2} \left[ \omega - \left( \hbar \frac{m_1^2}{2} + \frac{2\pi m_2}{N} \right) \right] \right\}. \quad (4.27)$$

Les amplitudes de saut  $W_{\mathbf{r}}$  sont les coefficients de la double transformée de Fourier de :

$$W(x_1, x_2) = \tan [K \cos x_1 (1 + \varepsilon \cos x_2) / 2\hbar]. \quad (4.28)$$

Dans ce modèle, il existe un couplage entre le site  $m_2 = N$  et le site  $m_2 = 1$ . Autrement dit, le réseau rectangulaire 2D peut être replié sur lui-même selon la direction 2 pour former un cylindre possédant  $N$  sites distincts dans la section transverse. L'espace de Hilbert de  $|\Phi\rangle$  se

5.  $\hat{p}_1 |\mathbf{m}\rangle = \hbar m_1 |\mathbf{m}\rangle$  et  $\hat{p}_2 |\mathbf{m}\rangle = \hbar m_2 |\mathbf{m}\rangle$ .

### 4.3. RELATION AVEC ANDERSON QUASI-1D ET FLUX AHARONOV-BOHM

réduit donc à celui d'un cylindre infini suivant la direction 1 avec  $N$  sites dans la direction 2. Nous avons un problème d'Anderson quasi-1D possédant une géométrie en forme de nanotube. La figure 4.3 représente le système en géométrie nanotube avec une période de modulation de  $N = 5$ , ce qui revient à avoir 5 sites différents dans la direction transverse.

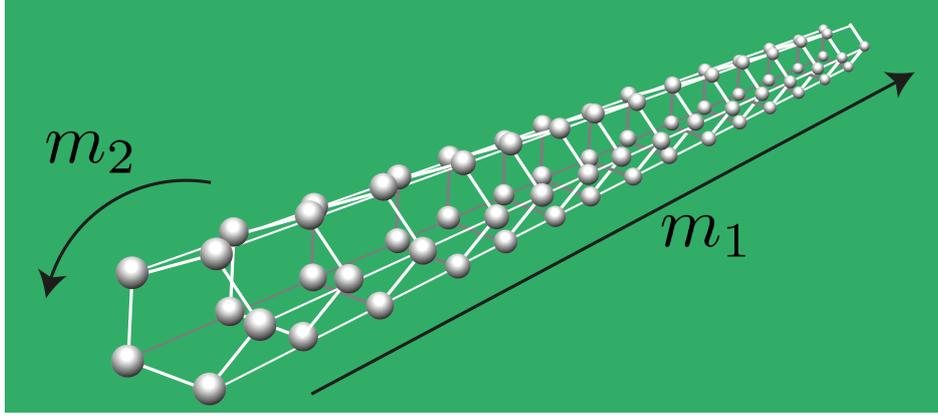


FIGURE 4.3: Représentation de la géométrie en nanotube du système Anderson quasi-1D. Les sphères grises représentent les sites en impulsion. Le nombre de sites dans la direction transverse  $m_2$  est de  $N = 5$ .

L'énergie sur site (4.27), qui constitue une séquence pseudo-désordonnée, est périodique de période  $N$  selon la direction 2. De plus, les  $W_{\mathbf{r}}$  sont les composantes de Fourier de la fonction périodique  $W(x_1, x_2)$ . Ils sont donc également périodiques selon la direction 2 de période  $N$ . Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \epsilon_{m_1, m_2} &= \epsilon_{m_1, m_2 + N}, \\ W_{r_1, r_2} &= W_{r_1, r_2 + N}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Ceci nous permet d'utiliser le théorème de Bloch selon la direction 2 et d'écrire n'importe quelle fonction propre de l'hamiltonien effectif (4.26) sous la forme :

$$\Phi_{m_1, m_2} = e^{im_2 \beta_2} \phi_{m_1, m_2}, \quad (4.30)$$

avec  $\beta_2$  le vecteur de Bloch selon la direction 2 et  $\phi_{m_1, m_2} = \phi_{m_1, m_2 + N}$ . Par transformée de Fourier inverse, nous revenons de  $m_2$  en  $x_2$  :

$$\tilde{\Phi}_{m_1}(x_2) = \sum_{m_2} \phi_{m_1, m_2} e^{-im_2(x_2 - \beta_2)}. \quad (4.31)$$

En écrivant  $m_2 = Nj + k$  avec  $j \in \mathbb{Z}$  et  $k$  de 0 à  $N - 1$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{m_1}(x_2) &= \sum_{k=0}^{N-1} \phi_{m_1, k} e^{i(\beta_2 - x_2)k} \\ &\times \sum_{j=-\infty}^{+\infty} e^{ijN(\beta_2 - x_2)}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

## CHAPITRE 4. CHAMP DE JAUGE ARTIFICIEL DANS DES SYSTÈMES DÉSORDONNÉS DE FLOQUET ET BRISURE DE SYMÉTRIE

---

La somme sur  $j$  est nulle sauf sans le cas où  $N(\beta_2 - x_2) = 2\pi \pmod{2\pi}$ , ce qui implique que  $\tilde{\Phi}$  est localisé en :

$$x_2 = \beta_2 + \frac{2\pi l}{N} \pmod{2\pi} \quad \text{pour } l = 0..N - 1. \quad (4.33)$$

Or d'après l'équation (4.15), nous savons que les valeurs possibles de  $x_2$  sont  $\omega_2 t + \phi_2$  avec  $\omega_2 = 2\pi/N$  et  $t$  entier. En comparant les équations (4.15) et (4.33), nous constatons que  $\beta_2 = \phi_2$ . Le vecteur de Bloch  $\beta_2$  s'identifie à la phase initiale  $\phi_2$  de la modulation temporelle appliquée dans le Kicked Rotor Quasi-1D. Un état de Floquet est donc écrit :

$$\Phi_{m_1, m_2} = e^{im_2 \phi_2} \phi_{m_1, m_2}. \quad (4.34)$$

### 4.3.2 Symétrie du Kicked Rotor Quasi-1D et flux Aharonov-Bohm

La géométrie du système Anderson Quasi-1D dans l'espace des impulsions est un cylindre possédant une infinité de sites suivant la direction 1 et  $N$  sites sur la section transverse suivant la direction 2. Nous voulons calculer le flux Aharonov-Bohm artificiel  $\Phi_{AB}$  à travers ce nanotube. Ce dernier est donné par le facteur de phase accumulé lors de la réalisation d'une boucle fermée :  $m_2 = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow .. \rightarrow N - 1 \rightarrow 0$  autour du nanotube. Cette phase n'est rien d'autre que  $N$  fois le vecteur de Bloch d'où :

$$\Phi_{AB} = N\phi_2. \quad (4.35)$$

Or nous savons que, pour conserver la symétrie par renversement du temps, le flux à travers le nanotube doit être  $\Phi_{AB} = 0 \pmod{\pi}$ . Cette condition se translate sur le vecteur de Bloch  $\phi_2$  comme :

$$\phi_2 = \frac{k\pi}{N}, \quad k \in \mathbb{N}. \quad (4.36)$$

Dans le cadre de l'hamiltonien (4.24), lorsque la modulation de phase  $\phi_2$  vaut  $\phi_2 = k\pi/N$ , le système appartient à la classe de symétrie orthogonale.

Nous allons étudier la compatibilité de la condition d'orthogonalité portant sur le flux à travers le nanotube (4.36) avec celle portant sur l'existence d'un axe de symétrie dans la séquence de modulation d'amplitude  $K(t)$  expliquée en section 4.2.2. Nous rappelons que la séquence  $K(t)$  est de la forme :

$$K(t) = K[1 + \varepsilon \cos(\omega_2 t + \phi_2)] \sum_n \delta(t - n). \quad (4.37)$$

Prenons un exemple avec  $K = 10$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\omega_2 = 2\pi/5$  et  $\phi_2 = \pi/5$ . La figure 4.4 montre la séquence de modulation dans ce cas. Nous constatons qu'il existe plusieurs axes de symétrie (représentés en traits pleins noirs). Nous voyons sur la figure 4.5 que le système Anderson quasi-1D possède un flux  $\Phi_{AB} = N\phi_2 = 0 \pmod{\pi}$ . Le système modulé avec  $\phi_2 = \pi/5$  appartient donc à la classe de symétrie orthogonale.

La figure 4.6 présente la séquence de modulation temporelle lorsque  $\phi_2 = \pi/10$ . Nous remarquons l'absence totale d'axe de symétrie. Le système d'Anderson équivalent est représenté sur la figure 4.7 où un flux représenté en bleu est présent et vaut  $\Phi_{AB} = 5\pi/10 \pmod{\pi}$ . Le système modulé avec  $\phi_2 = \pi/10$  appartient donc à la classe de symétrie unitaire.

### 4.3. RELATION AVEC ANDERSON QUASI-1D ET FLUX AHARONOV-BOHM

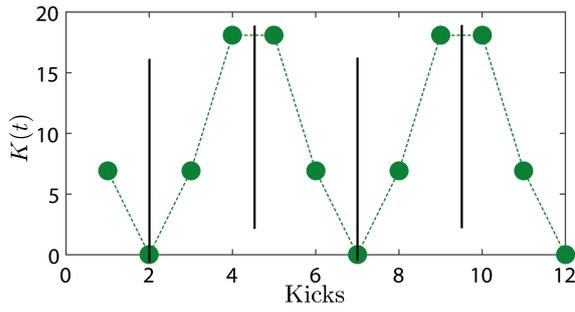


FIGURE 4.4: Séquence de modulation  $K(t)$  pour les paramètres  $K = 10$ ,  $\epsilon = 1$ ,  $\omega_2 = 2\pi/5$ ,  $\phi_2 = \pi/5$ .

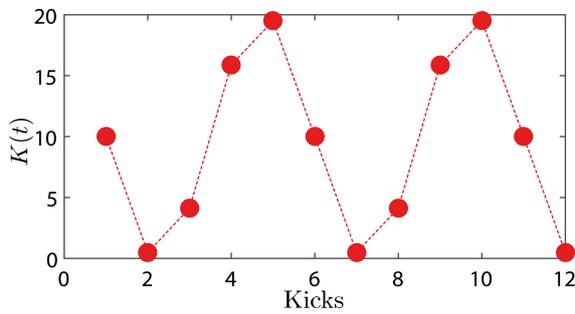


FIGURE 4.6: Séquence de modulation  $K(t)$  pour les paramètres  $K = 10$ ,  $\epsilon = 1$ ,  $\omega_2 = 2\pi/5$ ,  $\phi_2 = \pi/10$ .

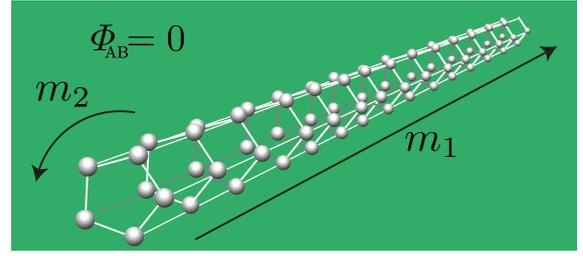


FIGURE 4.5: Représentation de la géométrie en nanotube du système Anderson quasi-1D. Le nombre de sites dans la direction transverse est de  $N = 5$ . Le flux à travers le nanotube est nul.

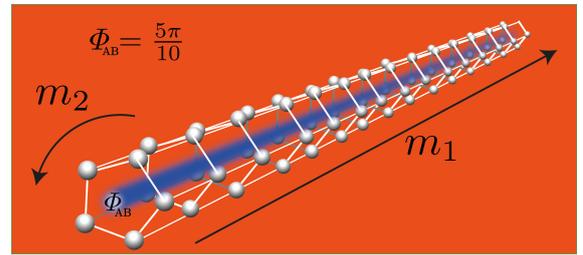


FIGURE 4.7: Représentation de la géométrie en nanotube du système Anderson quasi-1D. Le nombre de sites dans la direction transverse est de  $N = 5$ . Le flux à travers le nanotube est représenté en violet et vaut  $\Phi_{AB} = 5\pi/10 \pmod{\pi}$ .

Nous constatons que les deux méthodes pour définir l'appartenance du système à la classe de symétrie orthogonale ou unitaire sont compatibles. De plus, nous avons montré qu'une modulation d'amplitude bien choisie dans un Kick Rotor Quasi-1D est équivalente à avoir un flux Aharonov-Bohm artificiel non nul dans le système Anderson quasi-1D équivalent. Le paramètre réglant la valeur de ce flux n'est rien d'autre que la phase initiale de la modulation appliquée qui peut être fixée expérimentalement.

**Conclusion :** Dans ce chapitre, nous avons introduit le modèle du Kicked Rotor Quasi-1D qui consiste à moduler périodiquement dans le temps l'amplitude ou la phase du potentiel de kick. Nous avons présenté un formalisme qui permet de faire l'analogie formelle entre ce modèle et celui d'un système Anderson quasi-1D avec une géométrie particulière en forme de nanotube pouvant accueillir un flux Aharonov-Bohm artificiel non trivial. Ce flux est proportionnel à la phase de la modulation (facilement accessible expérimentalement) et peut briser la symétrie par renversement du temps dans le système. La phase de la modulation, donc le flux Aharonov-Bohm artificiel, nous offre désormais la possibilité de contrôler les propriétés de transport dans le milieu désordonné. Cela nous permettra, dans la suite, de mettre en évidence une nouvelle signature interférentielle de la localisation d'Anderson.



# Diffusion cohérente vers l'avant

## "Coherent Forward Scattering"

### Sommaire

5.1	Caractéristique et observation numérique du CFS . . . . .	<b>72</b>
5.1.1	Découverte théorique du CFS pour une expérience de transmission . . . . .	72
5.1.2	Écho mésoscopique dynamique dans un système désordonné de taille finie . . . . .	73
5.1.3	Signatures du CFS dans un système "infini" . . . . .	74
5.2	CFS dans le Kicked Rotor . . . . .	<b>76</b>
5.2.1	Simulation numérique et présentation du phénomène . . . . .	77
5.2.2	Limitations aux observations des signatures du CFS . . . . .	78
5.3	Contrôle des propriétés du CBS et CFS à l'aide du Kicked Rotor Quasi-1D modulé périodiquement . . . . .	<b>79</b>
5.3.1	CBS en dimensions synthétiques : contrôle des temps d'apparition . . . . .	79
5.3.2	Simulation numérique pour un Kicked Rotor Quasi-1D . . . . .	82
5.4	Premières observations expérimentales du CFS . . . . .	<b>85</b>
5.4.1	Contraintes expérimentales . . . . .	85
5.4.2	Première observation expérimentale du CFS . . . . .	87
5.4.3	Deuxième signature du CFS : insensibilité à la brisure de symétrie par renversement du temps . . . . .	90

Les phénomènes CBS et ERO sont bien compris et observés dans de nombreux systèmes depuis maintenant plus de 20 ans. Apparaissant aux temps courts dans un problème de transport dans un milieu désordonné, le CBS a également été observé avec des ondes de matière dans la limite des faibles désordres [76]. Plus récemment, des simulations numériques [25] liées à une expérience de transmission d'un condensat de Bose-Einstein dans un désordre corrélé créé par un potentiel de speckle ont prédit l'existence d'un nouvel effet physique. Cet effet physique non perturbatif, intimement lié à la localisation d'Anderson, apparaît aux temps longs et se nomme diffusion cohérente vers l'avant (Coherent Forward Scattering : CFS).

Dans ce chapitre, nous verrons quelles sont les différentes signatures et les principales caractéristiques du CFS pour une expérience de transmission. Nous comparerons cette analyse avec une analyse plus ancienne réalisée dans un système confiné. Nous regarderons ensuite ce type problème avec le Kicked Rotor. Nous montrerons à l'aide des systèmes introduits dans le chapitre 4 qu'observer le CFS dans le Kicked Rotor revient à observer un CFS dans une "dimension synthétique  $x_2$ " créée par modulation temporelle. Pour illustrer ce point, nous nous intéresserons plus particulièrement au modèle simple de modulation de période 5 introduit au chapitre 4. Nous réaliserons ensuite des simulations numériques avec ce modèle puis des acquisitions expérimentales pour mettre en évidence les deux signatures recherchées :

- i) la croissance du signal CFS avec un temps caractéristique qui est le temps de localisation ;
- ii) la résistance du signal CFS à la brisure de symétrie par renversement du temps.

## 5.1 Caractéristique et observation numérique du CFS

Le CFS présenté précédemment est présent dans les milieux désordonnés où la localisation d'Anderson se manifeste. Une signature du CFS est son apparition avec un temps caractéristique que l'on appelle temps de Heisenberg :  $t_H$ . Ce temps, étroitement lié au temps de localisation  $t_{loc}$ , correspond au temps que met le système pour résoudre le spectre d'énergie discret des états de la particule dans le système. Plus formellement, il s'écrit  $t_H = h/\Delta$  (avec  $\Delta$  l'écart d'énergie moyen entre les niveaux d'énergies du système et  $h$  la constante de Planck).

### 5.1.1 Découverte théorique du CFS pour une expérience de transmission

Pour expliquer la prédiction du CFS, nous considérons ici le même système que celui présenté au chapitre 3 ayant observé le CBS d'atomes froids en présence de désordre créé par un speckle lumineux. On envoie initialement un paquet d'onde avec un vecteur d'onde  $\vec{k}_0$  bien déterminé dans un milieu désordonné 2D et on regarde, après application du speckle durant un certain temps  $t$ , la probabilité de ressortir du milieu avec un vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Sur la figure 5.1, nous voyons en (a) la distribution de probabilité des vecteurs d'onde aux temps courts. Nous observons le CBS dans le sens  $-\vec{k}_0$  dès le début de l'expérience lorsque  $t < t_{loc}$ . Puis, progressivement dans le temps, nous constatons l'apparition d'un pic vers l'avant dans le sens  $+\vec{k}_0$ . Ce pic, qui est un écho de la distribution initiale dans l'espace des moments, croît de 0 jusqu'à devenir le jumeau du pic CBS aux temps longs ( $t > t_{loc}$ ). C'est la diffusion cohérente vers l'avant : le CFS.

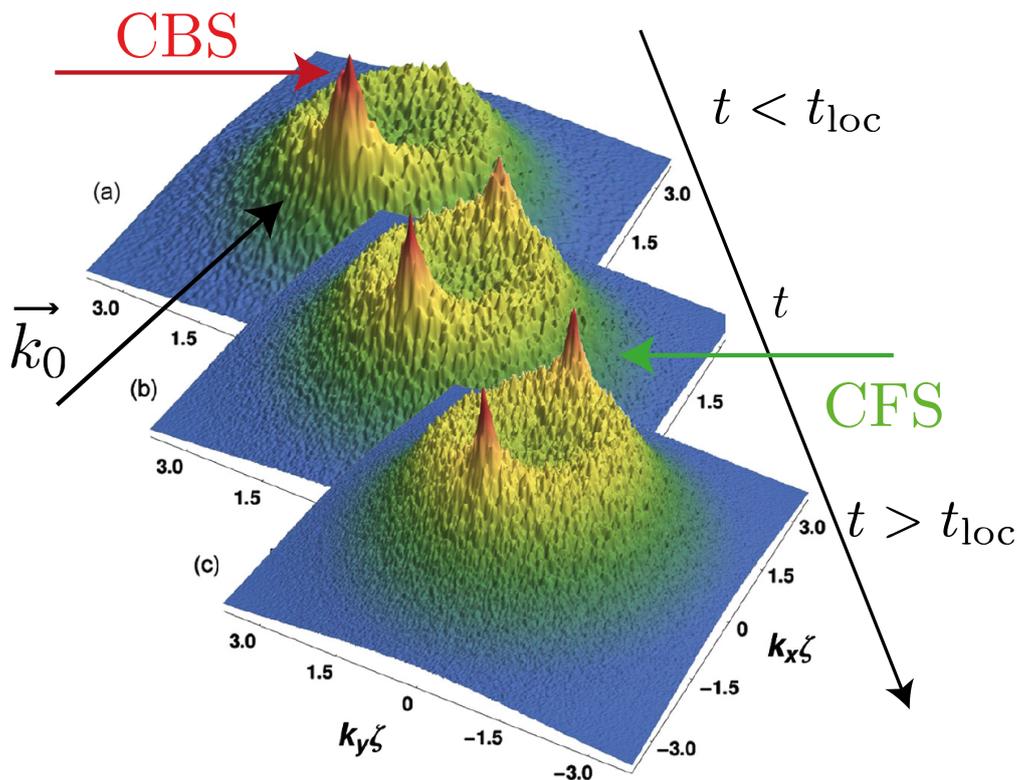


FIGURE 5.1: Simulation numérique représentant les probabilités dans l'espace des vecteurs d'onde de sortir du milieu désordonné 2D avec un vecteur  $\vec{k}$  en fonction du temps. Figure extraite de [25].

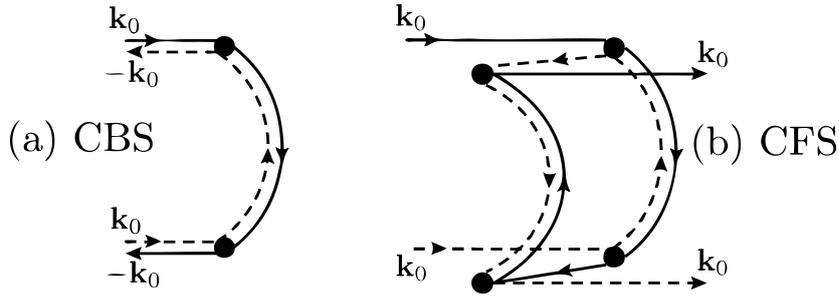


FIGURE 5.2: Différents chemins menant aux processus (a) CBS et (b) CFS. Figure extraite de [25].

Une explication du phénomène CFS est présentée dans l'article de KARPIUK *et al.* [25]. Celle-ci se base sur la considération d'une concaténation de processus CBS. La figure 5.2 présente en (a) des chemins de type CBS. Nous retrouvons le type d'explication apportée en section 3.1.2 qui implique que la distribution des vecteurs d'ondes du système représentée sur la figure 5.1 possède un pic dans le sens  $-\vec{k}_0$ . La figure 5.2 (b) illustre la concaténation de deux processus CBS produisant des chemins de type CFS favorisant l'apparition d'un pic dans le sens  $\vec{k}_0$ . Nous constatons que pour créer des chemins de type CFS, l'onde doit réaliser des "aller-retour" dans le milieu.

### 5.1.2 Écho mésoscopique dynamique dans un système désordonné de taille finie

Un effet similaire au CFS constaté dans un contexte particulier a été relevé en 1994 par PRIGODIN *et al.* [96]. Le système considéré est un "disordered quantum dot" : un électron plongé dans un disque unitaire désordonné de diamètre  $L$  (dans la limite des faibles désordres). Le fait que le système soit unitaire implique la suppression de tout phénomène de type CBS dans le système. La limite choisie par les auteurs est celle d'un système de taille  $L$  bien inférieure à  $\xi$  la longueur de localisation. La taille finie du système joue le rôle d'un potentiel de confinement qui empêche l'électron de s'étaler au delà de celui-ci.

Dans un autre contexte [97], PRIGODIN *et al.* [96] ont étudié l'évolution dans le temps d'un paquet d'onde représentant l'électron dans ce système. La fonction d'onde associée est visible sur la figure 5.3 pour différents instants  $t$ . Nous observons que l'état initial décrit par  $\Psi(r, t = 0)$  s'étale peu à peu suite au comportement métallique du système pour donner l'état  $\Psi(r, t_2)$ . Après un premier temps caractéristique correspondant au temps de Thouless  $t_L$ , lorsque l'extension du paquet d'onde est du même ordre que la taille du système  $L$ , celui-ci est décrit par  $\Psi(r, t_3)$  qui est totalement délocalisé dans le système. Puis à temps encore plus long, après le temps de Heisenberg  $t_H = h/\Delta$  (lorsque les effets interférentiels dominent la dynamique du système), nous constatons l'apparition d'un écho de l'état initial représenté par l'état  $\Psi(r, t_4)$ . C'est l'écho mésoscopique dynamique.

L'écho observé dans ce système est vu comme un effet mémoire de l'état initial. Celui-ci, une fois établi, perdure. Le terme dynamique vient du fait que cet effet n'est pas présent aux temps courts mais apparaît avec un temps caractéristique : le temps de Heisenberg. Il faut cependant noter que, dans le cas présent, la localisation d'Anderson ne se manifeste pas car la taille du

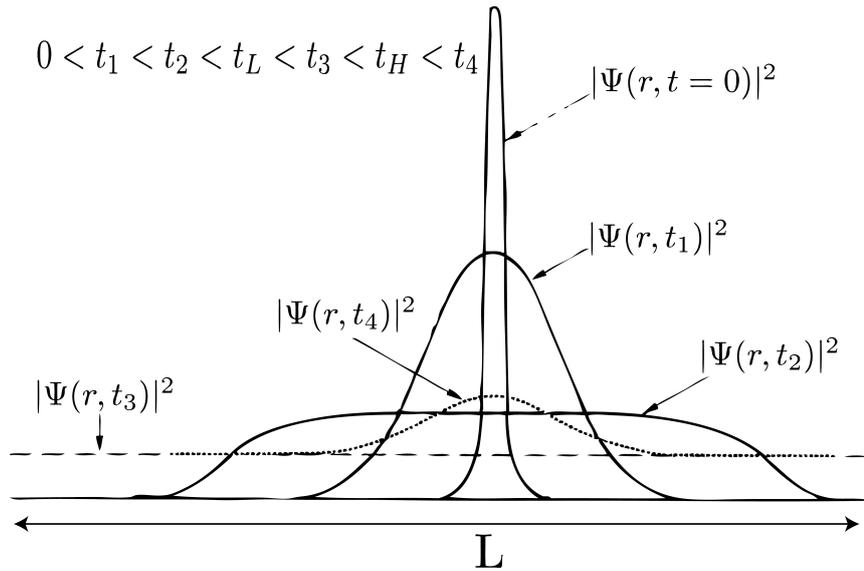


FIGURE 5.3: Vue schématique de l'évolution dans le temps d'un paquet d'onde dans un disque unitaire désordonné de diamètre  $L$ . Figure extraite de [96].

système  $L$  est bien inférieure à la longueur de localisation  $\xi$ . L'apparition de l'effet mémoire est due à un tout autre effet que nous expliquons en suivant le raisonnement de GHOSH *et al.* [98].

Dans le système de PRIGODIN, la taille finie  $L$  du système joue le rôle d'un potentiel de confinement qui force le système à évoluer à l'intérieur d'une "boîte" de taille  $L$ . Cette taille finie influe sur le temps de Heisenberg du système car l'écart d'énergie moyen entre les niveaux d'énergies  $\Delta$  est inversement proportionnel à  $L^2$  ( $\Delta \propto 1/L^2$ ). Le temps de Heisenberg est donc affecté par le confinement géométrique choisi. Le phénomène d'écho mésoscopique apparaissant au temps de Heisenberg est dans ce cas induit par confinement géométrique.

### 5.1.3 Signatures du CFS dans un système "infini"

Nous considérons désormais le système représenté par la figure 5.1 de taille  $L$  très supérieure à la longueur de localisation  $\xi$ . Les considérations vues dans la section précédente ne s'appliquent pas dans un tel système. Nous pouvons parler de système "infini" car l'état de la particule ne verra jamais les bords du système. Dans ce cas, la localisation d'Anderson se manifeste et le temps de Heisenberg s'écrit explicitement  $t_H = h\nu\xi^2$  [98] avec  $\nu$  la densité d'état par unité de surface du système. Nous constatons ici que c'est la longueur de localisation  $\xi$  qui fixe la durée du temps de Heisenberg  $t_H$ . La localisation d'Anderson interdit le transport de la particule plus loin que la longueur de localisation  $\xi$ , conséquence des effets interférentiels. De ce fait, la taille limite que le système peut explorer est  $\xi$ . La localisation d'Anderson crée donc naturellement un confinement spatial de l'ordre de  $\xi$ , ce qui permet l'établissement du CFS. Dans ce cas, nous disons que le CFS est induit par la localisation d'Anderson.

#### Temps caractéristique d'établissement

La dynamique de l'établissement du pic CFS a été étudiée en détail par GHOSH *et al.* [98] au moyen de son contraste (défini vis-à-vis du "fond", là où aucun pic n'est présent). Dans le cas où la localisation d'Anderson crée le confinement, celui-ci suit l'évolution que nous pouvons

## 5.1. CARACTÉRISTIQUE ET OBSERVATION NUMÉRIQUE DU CFS

observer sur la figure 5.4. Contrairement au contraste CBS,  $C_{\text{CBS}}$ , qui vaut 1 et reste constant ; le contraste CFS,  $C_{\text{CFS}}$ , croît dans le temps. Ce dernier est nul au début de la séquence temporelle et croît jusqu'à atteindre sa valeur asymptotique qui égale celle du contraste CBS.

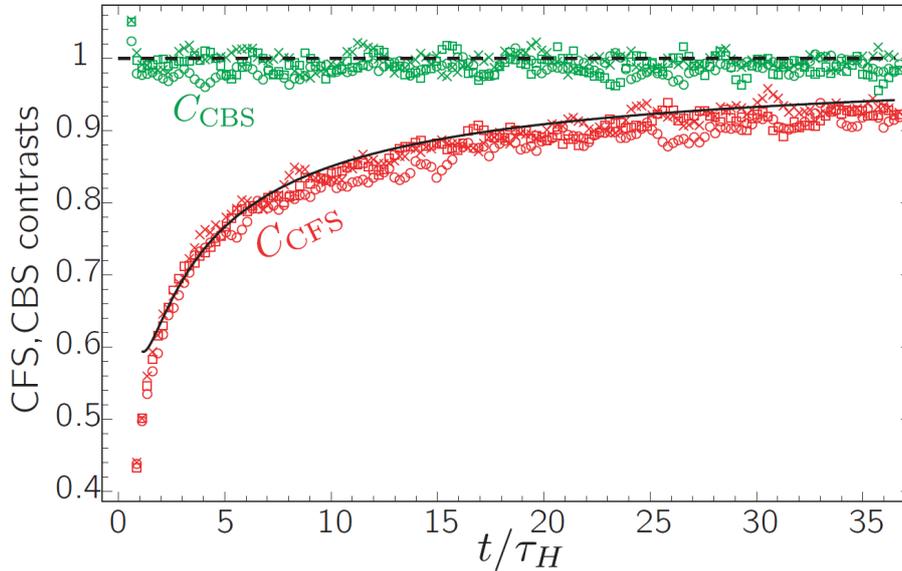


FIGURE 5.4: Dynamique des contrastes CBS et CFS. Simulation numérique en points verts et rouges et prédictions analytiques en traits pointillés et pleins. Figure extraite de [98].

Nous pouvons faire plusieurs remarques à ce stade. Puisque le CFS est induit par la localisation d'Anderson qui crée un confinement spatial, nous pouvons imaginer que le temps caractéristique de saturation du contraste CFS correspond au temps de confinement donc au temps de localisation du système. Ainsi, dans un système de taille "infini" (où la longueur de localisation  $\xi$  est inférieure à la taille du système  $L$ ), la saturation du contraste CFS nous permet d'évaluer le temps de localisation  $t_{\text{loc}}$  du système. De plus, une observation du phénomène CFS nous garantit la présence de la localisation d'Anderson dans le système. C'est en ce sens que le CFS est qualifié de marqueur (**genuine signature**) de la localisation d'Anderson.

Cette dernière idée a motivé des travaux cherchant à utiliser le CFS comme outil pour évaluer la localisation d'Anderson notamment dans le cas de la transition d'Anderson 3D [99]. En effet, lorsque le système est dans la phase localisée, le CFS est présent. Lorsque le système est dans la phase diffusive, la localisation d'Anderson n'a pas lieu, ce qui implique que le CFS ne se manifeste pas. Le CFS peut donc jouer le rôle de paramètre d'ordre de la transition d'Anderson. De plus, les travaux de GHOSH et al [99] montrent que le CFS peut également être utilisé pour extraire l'exposant critique de la transition d'Anderson.

### Résistance à la brisure de symétrie par renversement du temps

Nous avons vu dans le chapitre 4 que lorsque nous brisons la symétrie par renversement du temps, le système considéré appartient à la classe de symétrie unitaire. La localisation d'Anderson a toujours lieu dans les systèmes désordonnés unitaires 1D. Nous nous attendons donc à ce que le CFS, qui est un marqueur de cette localisation, existe également. Malgré ce constat, nous allons présenter une interprétation, basée sur des chemins particuliers à l'origine du CBS

## CHAPITRE 5. DIFFUSION COHÉRENTE VERS L'AVANT "COHERENT FORWARD SCATTERING"

et du CFS, permettant de comprendre pourquoi l'un subsiste dans la classe de symétrie unitaire et pas l'autre.

Lorsque la symétrie par renversement du temps (Time-Reversal-Symmetry : TRS) est présente dans le système, des paires de chemins contra-propageants du type de ceux de la figure 5.5 accumulent la même phase et interfèrent constructivement. Lorsque la TRS est brisée, la phase accumulée par ces deux chemins n'est plus la même et l'interférence n'est plus constructive. C'est pourquoi le phénomène physique CBS disparaît dans ce cas.

Le CFS est produit par des chemins plus complexes du type de ceux de la figure 5.5 b. Ces chemins sont constitués de deux boucles différentes. Cependant, contrairement à ce qui est observé pour les chemins CBS, les boucles sont parcourues dans le même sens pour le chemin direct (chemin bleu) et pour le chemin renversé (chemin rouge). Cette propriété fait que peu importe si le système possède la symétrie par renversement du temps ou non, les deux chemins représentés sur la figure 5.5 b accumulent toujours la même phase. Ils interfèrent donc toujours constructivement. C'est la raison pour laquelle, le CFS, à l'inverse du CBS, est robuste à la brisure de symétrie par renversement du temps.

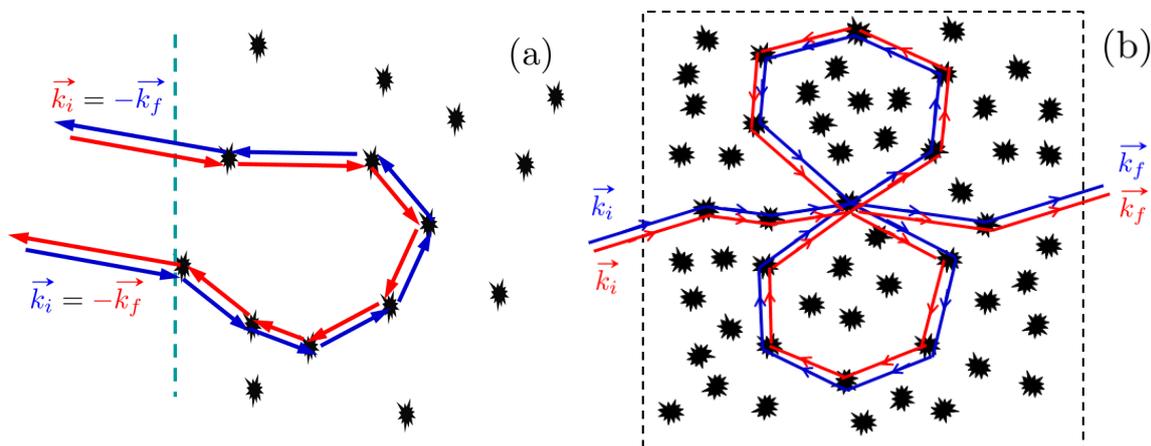


FIGURE 5.5: Différents chemins (rouge et bleu) possibles pour une particule quantique dans un milieu désordonné représenté par des diffuseurs en noir. (a) Paires de chemins à l'origine du phénomène CBS. (b) Chemins en double boucle plus complexe à l'origine du CFS. Le chemin rouge réalise la boucle du bas en premier alors que le chemin bleu commence par la boucle du haut.

### 5.2 CFS dans le Kicked Rotor

Nous avons vu en section 1.2.5 que le Kicked Rotor était un système désordonné dans lequel la localisation d'Anderson se manifeste dans l'espace des impulsions. Nous avons également vu en section 3.3.2 que le Kicked Rotor exhibait des phénomènes de localisation faible (interférences constructives de boucles de chemins renversés dans le temps). L'ERO est la manifestation de ces boucles dans l'espace direct (désordonné) tandis que le CBS l'est dans l'espace réciproque. Les chemins de type CFS présentés précédemment ont également des manifestations dans les deux espaces. Dans le Kicked Rotor nous nous intéressons à la manifestation des chemins de type CFS dans l'espace direct (espace désordonné des impulsions). Ceci se traduit par une augmentation de la probabilité de retourner à l'origine possédant toutes les caractéristiques

du CFS. Par abus de langage nous l'appelons CFS dans la suite de ce manuscrit. De la même manière, nous appellerons CBS la contribution ERO observée.

Dans cette partie nous allons présenter les signatures du CFS dans le Kicked Rotor par le biais de simulations numériques. Nous pointerons les différentes limites du modèle simple du Kicked Rotor standard qui nous empêchent d'étudier l'effet de la brisure de symétrie sur le CFS. Nous terminerons avec un paragraphe qui indiquera les limitations expérimentales nous empêchant d'observer le CFS aussi nettement qu'en simulation numérique.

### 5.2.1 Simulation numérique et présentation du phénomène

Nous réalisons des simulations numériques à partir du système décrit par l'hamiltonien présenté au chapitre 1 :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos \hat{x} \sum_n \delta(t - n). \quad (5.1)$$

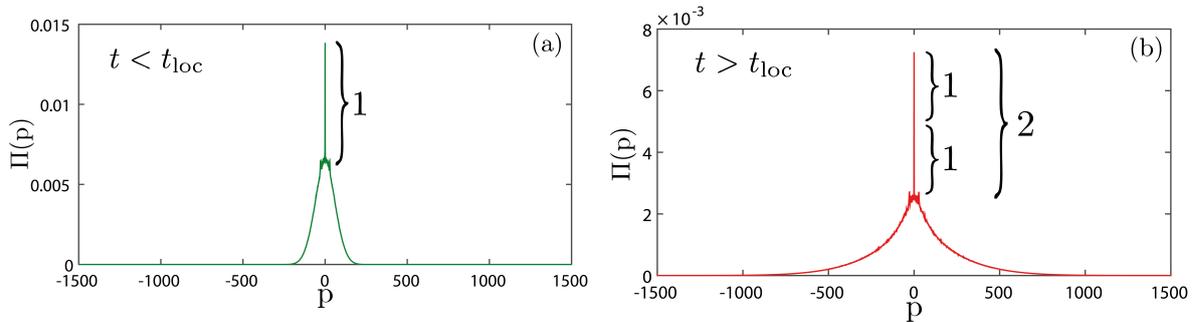


FIGURE 5.6: (a) Distribution en impulsion après 10 kicks dans le régime diffusif. Nous observons un pic de facteur deux comparé au fond gaussien. (b) Distribution en impulsion après 400 kicks dans le régime localisé. Nous observons un pic de facteur trois par rapport au fond exponentiellement localisé. Les paramètres sont  $K/\hbar = 30$  avec  $\hbar = 0.8$  et on réalise une moyenne sur  $10^5$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

La figure 5.6 présente les distributions en impulsion issues des simulations numériques (réalisées avec une distribution initiale de largeur nulle) dans le régime diffusif (a) et localisé (b). La figure 5.6 (a) montre la présence du pic de facteur 2 correspondant au CBS décrit au chapitre 3. Sur la figure 5.6 (b) nous observons un pic de facteur 3 par rapport au fond exponentiellement localisé. Nous constatons une contribution supplémentaire au retour à l'origine. C'est la contribution CFS présente uniquement à temps long, dans le régime localisé.

Afin de vérifier la dynamique de ces deux signaux, nous regardons sur la figure 5.7 le contraste associé à ce signal de retour à l'origine. Nous constatons que celui-ci croît rapidement à 1 aux temps courts (environ 5 kicks), dû à la présence du CBS. Puis, lorsque le système évolue dans le temps, ce contraste croît progressivement jusqu'à la valeur asymptotique de 2. Cette croissance vient de la contribution CFS et constitue sa première signature.

Avec ce type de Kicked Rotor, les contributions CBS et CFS s'additionnent et sont présentes à tous les kicks. Nous sommes dans l'incapacité de définir deux contrastes différents à partir des distributions en impulsion pour séparer les deux contributions.

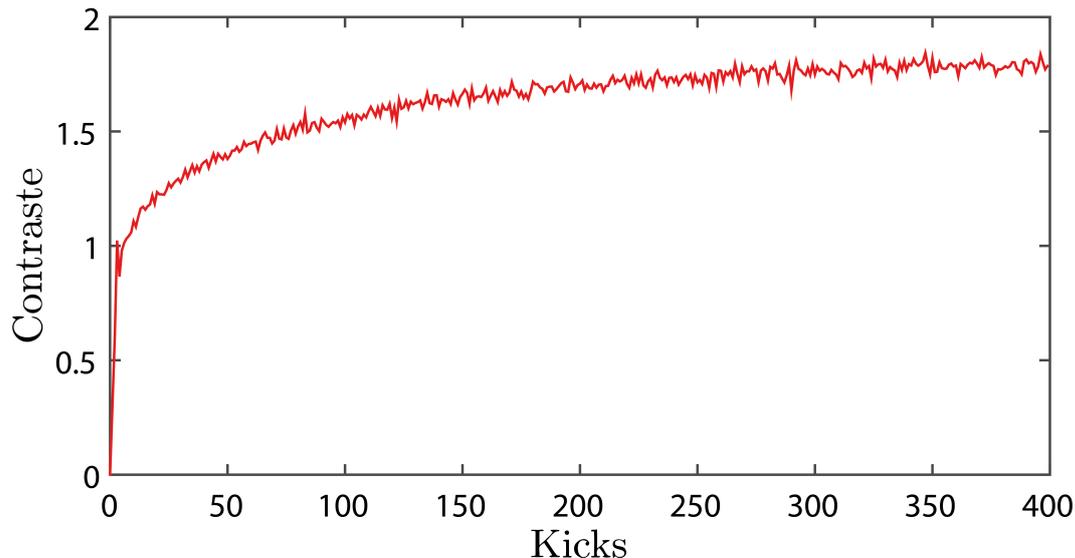


FIGURE 5.7: Contraste en fonction du nombre de kicks défini vis-à-vis du fond. Les paramètres sont  $K/\hbar = 30$  avec  $\hbar = 0.8$  et la quasi-impulsion est moyennée sur  $10^5$  valeurs.

## 5.2.2 Limitations aux observations des signatures du CFS

### Limitation du modèle simple du Kicked Rotor

Pour observer la seconde signature du CFS, nous devons tester la résistance de celui-ci vis-à-vis de la brisure de la symétrie par renversement du temps. Cependant, dans le système représenté par l'équation (5.1), il est impossible de briser cette symétrie. Pour contourner cette difficulté, nous ferons le choix d'utiliser des hamiltoniens plus élaborés du type de ceux présentés au chapitre 4. Rappelons que ces hamiltoniens modulés dans le temps permettent, en réglant les propriétés de symétries des séquences de modulations, d'étudier les comportements du système dans la classe de symétrie orthogonale ou unitaire.

### Limitation du système expérimental

Nous avons vu dans la section 5.2.1 que pour observer clairement la dynamique du contraste CFS dans le Kicked Rotor simple il fallait prendre des valeurs de  $K/\hbar = 30$ . Ceci pour que le temps de localisation soit suffisamment long pour observer la dynamique. Or, nous savons de la section 2.4.5 que le dispositif expérimental ne peut excéder des valeurs de  $K/\hbar$  de l'ordre de 12 pour cause de décohérence. Il est donc impossible avec ce type d'hamiltonien de se placer dans les gammes de paramètres expérimentalement accessibles. De plus, nous avons montré dans la partie 3.3.2 que le fait de réaliser nos expériences avec une distribution initiale de température de l'ordre du  $\mu\text{K}$  rendait l'observation du pic CBS délicate. L'astuce trouvée dans le chapitre 3 consistait à déclencher l'apparition du CBS un kick sur deux de manière à réaliser une mesure différentielle et extraire le signal utile. Il est nécessaire de réaliser le même type de mesure ici pour l'extraction du signal CFS.

Le dispositif expérimental possède de la décohérence. Les phénomènes CBS et CFS sont des phénomènes interférentiels et sont donc tous les deux affectés par cette décohérence. Celle-ci diminue de manière exponentielle le contraste CBS dans le temps comme constatée en section 3.6.4. Nous allons, ici, être en présence de deux effets qui affectent le contraste CFS : la

### 5.3. CONTRÔLE DES PROPRIÉTÉS DU CBS ET CFS À L'AIDE DU KICKED ROTOR QUASI-1D MODULÉ PÉRIODIQUEMENT

croissance du phénomène dans le temps et la décroissance exponentielle dû à la décohérence. La compétition de ces deux effets avec des temps caractéristiques inconnus nous empêche d'identifier clairement l'augmentation du contraste CFS dans le temps.

Pour s'affranchir de ce problème, nous pourrions mesurer le temps de cohérence à partir du contraste CBS et l'inclure dans le contraste CFS. Cependant, dans le système de l'équation (5.1), les deux phénomènes CBS et CFS sont superposés sur les distributions en impulsion à chaque kick. Afin d'estimer correctement le temps de cohérence du système, il est impératif de dissocier temporellement les deux phénomènes.

Nous pouvons résumer notre cahier des charges expérimentales comme suit :

- i) avoir le plus grand temps de localisation possible pour maximiser la dynamique du contraste CFS ;
- ii) avoir le plus petit ratio  $K/k$  pour minimiser la décohérence ;
- iii) déclencher l'apparition des phénomènes CBS et CFS à des instants différents.

### 5.3 Contrôle des propriétés du CBS et CFS à l'aide du Kicked Rotor Quasi-1D modulé périodiquement

Nous avons vu dans la section précédente que le Kicked Rotor standard n'était pas adapté à l'observation des différentes signatures du CFS. Nous allons montrer dans cette section que les hamiltoniens modulés temporellement présentés au chapitre 4 sont de bon candidats pour l'étude de ces signatures. Nous utiliserons l'interprétation de la modulation temporelle comme dimension synthétique pour expliquer en quoi le signal que nous observons correspond au CBS dans cette dimension synthétique. De plus, nous verrons que nous sommes capables de dissocier temporellement l'apparition du CBS de celle du CFS. Nous utiliserons la vision de la dimension synthétique pour expliquer cette dissociation. Ceci nous permettra de construire deux contrastes différents et donc d'observer numériquement le temps de croissance caractéristique du CFS. Nous utiliserons ensuite la polyvalence de ces hamiltoniens modulés pour étudier le système dans la classe de symétrie unitaire et montrer l'insensibilité du CFS à la brisure de symétrie par renversement du temps.

#### 5.3.1 CBS en dimensions synthétiques : contrôle des temps d'apparition

Nous rappelons le type d'hamiltonien considéré dans le chapitre 4 :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + K(t) \cos(\hat{x} + a(t)) \sum_{n=1}^{\infty} \delta(t - n). \quad (5.2)$$

Nous allons ici faire un développement dans la cas simple d'un Kicked Rotor uniquement modulé en amplitude sinusoïdalement, de période  $N = 5$  ( $\omega_2 = 2\pi/5$ ) :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos \hat{x} [1 + \varepsilon \cos(\frac{2\pi t}{5} + \phi_2)] \sum_{n=1}^{\infty} \delta(t - n). \quad (5.3)$$

Comme nous l'avons vu au chapitre 4 section 4.2.1, la dynamique de cet hamiltonien est la même que celle d'un Pseudo-Rotor 2D avec pour condition initiale une source plane dans l'espace des impulsions  $p_2$ . Cette condition initiale, délocalisée en  $p_2$ , correspond à une condition initiale parfaitement localisée en  $x_2$ . Dans le cas du Pseudo-Rotor 2D, la dimension synthé-

## CHAPITRE 5. DIFFUSION COHÉRENTE VERS L'AVANT "COHERENT FORWARD SCATTERING"

tique  $x_2$  correspond à un cercle. Le système évolue sur ce cercle et est soumis aux kicks lorsqu'il passe sur les positions  $x_2$  données par :

$$x_2^{[n]} = \phi_2 + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{N}^*, \quad (5.4)$$

avec  $n$  le numéro du kick. Notons que, comme indiqué en section 4.2.2, la position  $x_2(t = 0)$  correspond à la phase initiale de la modulation temporelle appliquée  $\phi_2$ . Nous notons  $t = n^-$  l'instant juste avant le  $n^{\text{ème}}$  kick et  $t = n^+$  l'instant juste après le  $n^{\text{ème}}$  kick. La propagation libre entre deux kicks se réalise entre l'instant  $t = n^+$  et  $t = (n + 1)^-$ . Le kick  $n$  se réalise entre les instants  $t = n^-$  et  $t = n^+$ .

L'opérateur d'évolution du Pseudo-Rotor 2D est défini sur une période  $N = 1$  et est constitué d'une propagation libre et d'un kick. La propagation libre fait évoluer la position du système d'une quantité  $2\pi/5$  telle que  $x_2(t = 1^-) = x_2(t = 0^+) + 2\pi/5$ . Ceci constitue une rotation sur le cercle d'un angle de  $2\pi/5$ . Pour ne pas réaliser de kick en  $t = 0$ , nous commençons la séquence à  $t = 0^+$  en  $x_{2,0} = x_2(t = 0^+) = \phi_2 + \epsilon$ .

Nous donnons un exemple sur la figure 5.8 lorsque la phase  $\phi_2$  vaut  $-4\pi/5$ . Les points bleus numérotés représentent les 5 positions explorées par le système lors de l'application des kicks et le numéro à côté de chaque point correspond au numéro du kick appliqué. Nous positionnons un carré rouge en  $x_2$  à l'endroit correspondant à la position initiale du système en  $t = 0^+$ .

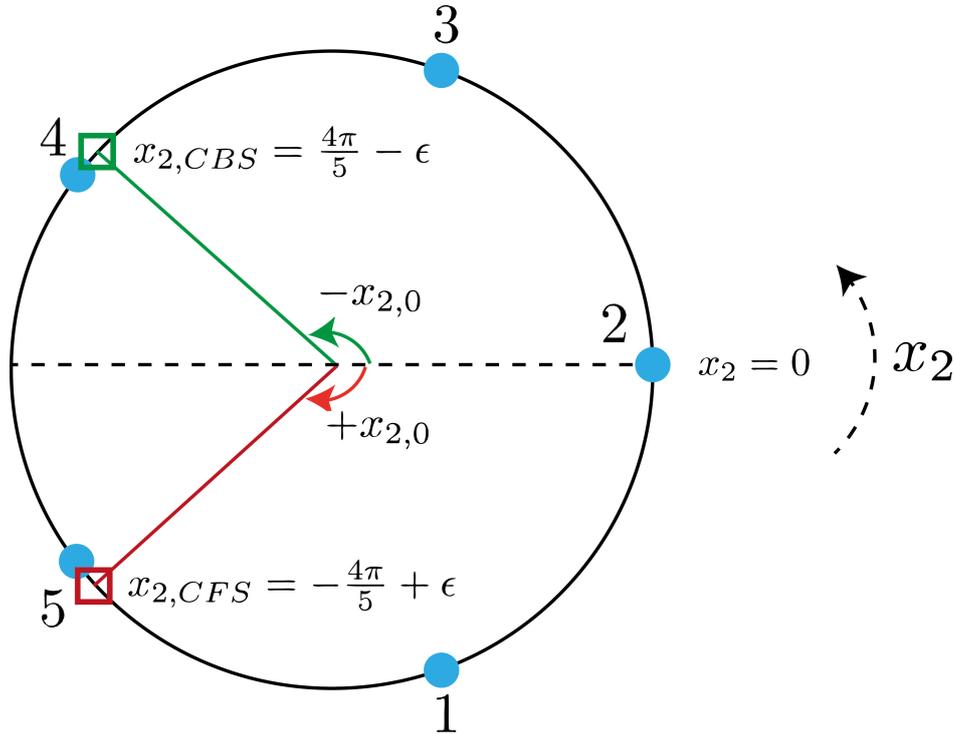


FIGURE 5.8: Espace synthétique  $x_2$ . Les points bleus correspondent aux positions du système lorsque que celui-ci subit les kicks. Le cercle noir correspond aux positions par lesquelles passe le système durant les propagations libres. Le carré rouge correspond à la position initiale :  $x_{2,0} = -4\pi/5 + \epsilon$ . Le carré vert représente la position symétrique du carré rouge vis-à-vis de l'axe de symétrie en tirets noirs.

### 5.3. CONTRÔLE DES PROPRIÉTÉS DU CBS ET CFS À L'AIDE DU KICKED ROTOR QUASI-1D MODULÉ PÉRIODIQUEMENT

De la même manière que dans le cas d'une expérience de transmission, dans laquelle le CBS apparaît en  $-k_0$  lorsque le système est préparé avec une condition initiale en  $+k_0$ , nous observons le CBS lorsque  $x_2$  correspond à la valeur opposée de la condition initiale  $x_{2,0}$ . Ceci revient à respecter la condition de l'équation :

$$\boxed{x_{2,\text{CBS}} = -x_{2,0} = -\phi_2 - \epsilon}. \quad (5.5)$$

Le CBS apparaît en  $x_{2,\text{CBS}} = -\phi_2 - \epsilon$ . Cette position est celle indiquée par le carré vert sur le cercle de la figure 5.8. Elle correspond à l'instant avant le kick 4 modulo 5 et après le kick 3 modulo 5. Autrement dit, le CBS apparaît après l'application du kick 3 modulo 5.

Les prédictions faites par KARPIUK *et al.* [25] nous indiquent que le CFS apparaît comme un écho de la distribution initiale dans l'espace des vecteurs d'onde. Cette prédiction se traduit ici par le fait que nous observons le CFS comme un écho de la position initiale en  $x_2$ . Ainsi, il apparaîtra toujours lorsque le système se trouve à la valeur de  $x_2$  correspondant à la position initiale du système soit :

$$\boxed{x_{2,\text{CFS}} = \phi_2 + \epsilon}. \quad (5.6)$$

La position du CFS en  $x_2$  correspond à l'instant juste avant le kick 1 modulo 5 et juste après le kick 5 modulo 5. Autrement dit, le CFS apparaîtra après l'application du kick 5 modulo 5 c'est à dire à la période temporelle  $N = 5$  du système.

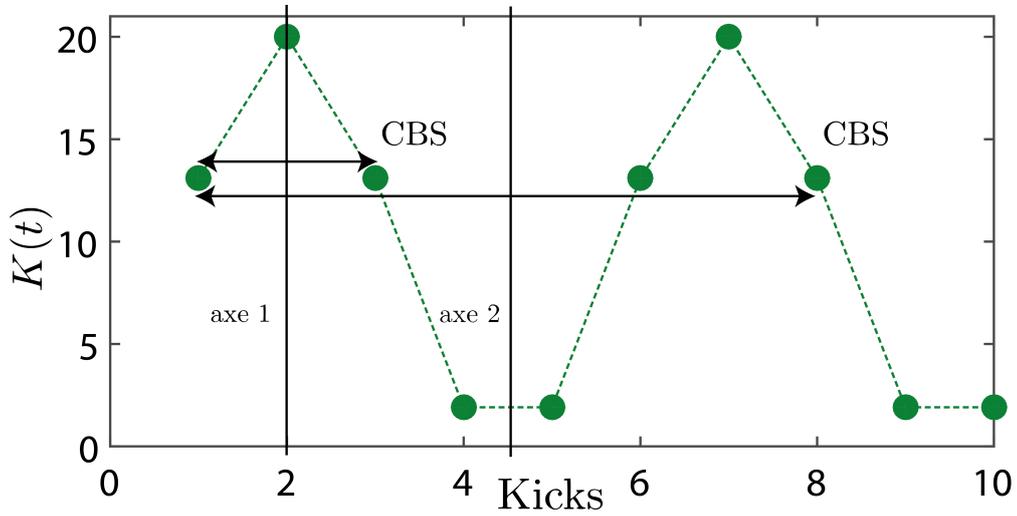


FIGURE 5.9: Séquence de modulation d'amplitude  $K(t)$  de période  $N = 5$  avec  $\phi_2 = -4\pi/5$ . En traits pleins verticaux noirs sont positionnés deux axes de symétrie. Les doubles flèches horizontales noires représentent les positions symétriques de l'origine vis-à-vis des différents axes de symétries.

La vision portant sur la dimension synthétique  $x_2$  de la figure 5.8 nous permet de comprendre où se situe le CBS en fonction de la phase de la modulation initiale  $\phi_2$  du système. Nous présentons une autre vision basée sur la symétrie de la séquence de modulation temporelle

## CHAPITRE 5. DIFFUSION COHÉRENTE VERS L'AVANT "COHERENT FORWARD SCATTERING"

$K(t)$ . La figure 5.9 présente la séquence de modulation  $K(t)$  de période  $N = 5$  avec la même phase  $\phi_2 = -4\pi/5$  que celle choisie précédemment. Deux axes de symétries sont placés en noir sur cette figure au niveau du kick 2 et entre les kicks 4 et 5. De manière générale, Le CBS apparaît après les kicks symétriques de l'origine vis-à-vis des axes de symétries existant dans la séquence  $K(t)$ . Dans ce cas particulier, le CBS se manifeste après le kick 3 et après le kick 8. Le système étant périodique de période  $N = 5$  le CBS apparaît aux kicks 3 modulo 5. Nous constatons la compatibilité des deux visions (dimension synthétique et modulation d'amplitude temporelle) vis-à-vis des positions du CBS. Notons que tous les axes de symétrie de la séquence de modulation  $K(t)$  représentés sur la figure 5.9 se réunissent en un seul représenté en tirets noirs sur la figure 5.8.

### 5.3.2 Simulation numérique pour un Kicked Rotor Quasi-1D

#### Classe orthogonale

Dans le but de vérifier l'interprétation et les prédictions précédentes, nous allons réaliser une simulation numérique du système (5.3) dans le cas où la phase initiale de la modulation vaut  $\phi_2 = -4\pi/5$  ce qui correspond au cas de la figure 5.8. La figure 5.10 présente l'évolution de  $\Pi_0$  (population dans la classe d'impulsion nulle) en fonction du nombre de kicks appliqués. Nous observons dès le début de la séquence, des pics de grande amplitude aux kicks 3 modulo 5 (voir inset pour la position temporelle des pics). Ces pics correspondent au signal CBS. La prédiction réalisée dans la section précédente, c'est à dire l'apparition du CBS aux kicks 3 modulo 5, est bien vérifiée. Nous observons également des pics aux kicks 5 modulo 5 qui ont une amplitude très faible au début de la séquence de kicks et qui croît dans le temps. Ces pics correspondent au signal CFS comme attendu.

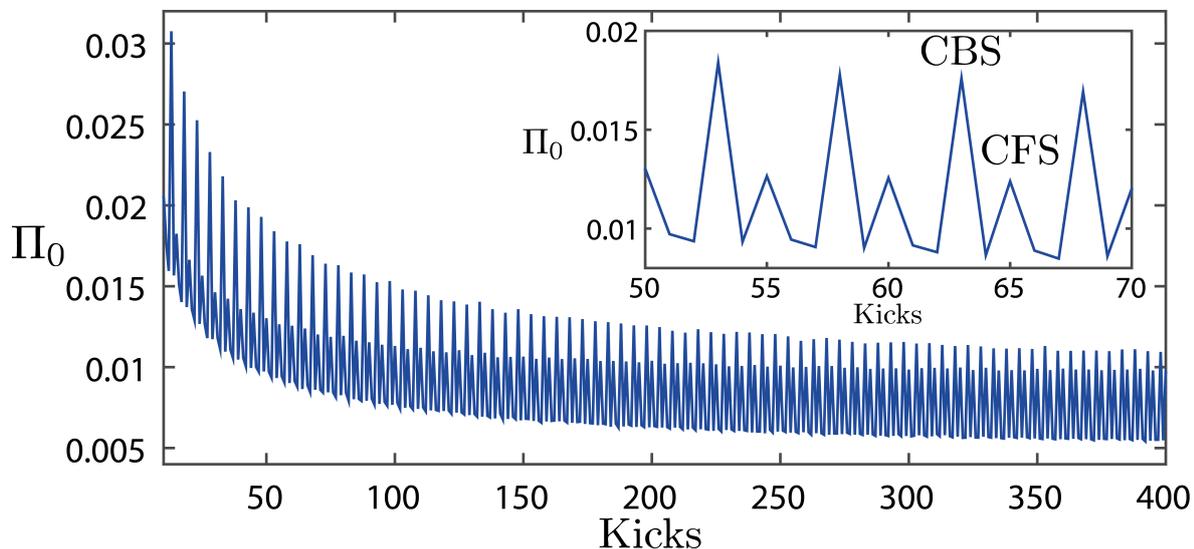


FIGURE 5.10: Simulation numérique de l'évolution de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks appliqués dans le cas de l'hamiltonien (5.3). Inset : zoom de la figure sur la plage 50 à 70 kicks. Les paramètres sont  $\epsilon = 0.5$ ,  $k = 0.8$ ,  $K/k = 10$ ,  $\phi_2 = -4\pi/5$  et on réalise une moyenne sur  $10^5$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

Le fait que les deux phénomènes soient séparés temporellement nous permet de définir des contrastes indépendants pour chaque contributions. Nous utilisons les valeurs de  $\Pi_0$  associées

### 5.3. CONTRÔLE DES PROPRIÉTÉS DU CBS ET CFS À L'AIDE DU KICKED ROTOR QUASI-1D MODULÉ PÉRIODIQUEMENT

aux kicks 1, 2 et 4 (modulo 5) pour évaluer le fond incohérent car les distributions en impulsion à ces kicks ne présentent ni CBS ni CFS. Les contrastes sont donc définis selon les équations :

$$\begin{aligned} C_{\text{CBS}} &:= \frac{\Pi_{0,\text{CBS}} - \Pi_{0,\text{inc}}}{\Pi_{0,\text{inc}}}, \\ C_{\text{CFS}} &:= \frac{\Pi_{0,\text{CFS}} - \Pi_{0,\text{inc}}}{\Pi_{0,\text{inc}}}. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Avec  $\Pi_{0,\text{CBS}}$  les valeurs de  $\Pi_0$  associées aux kicks où il y a le CBS (les kicks 3 modulo 5 dans notre cas),  $\Pi_{0,\text{CFS}}$  les valeurs de  $\Pi_0$  associées au kick où il y a le CFS (les kicks 5 modulo 5) et  $\Pi_{0,\text{inc}}$  la moyenne des  $\Pi_0$  aux kicks où il y a aucune contribution CBS ou CFS (les kicks 1, 2, 4 modulo 5). Les contrastes seront toujours définis de manière similaire dans la suite de ce manuscrit.

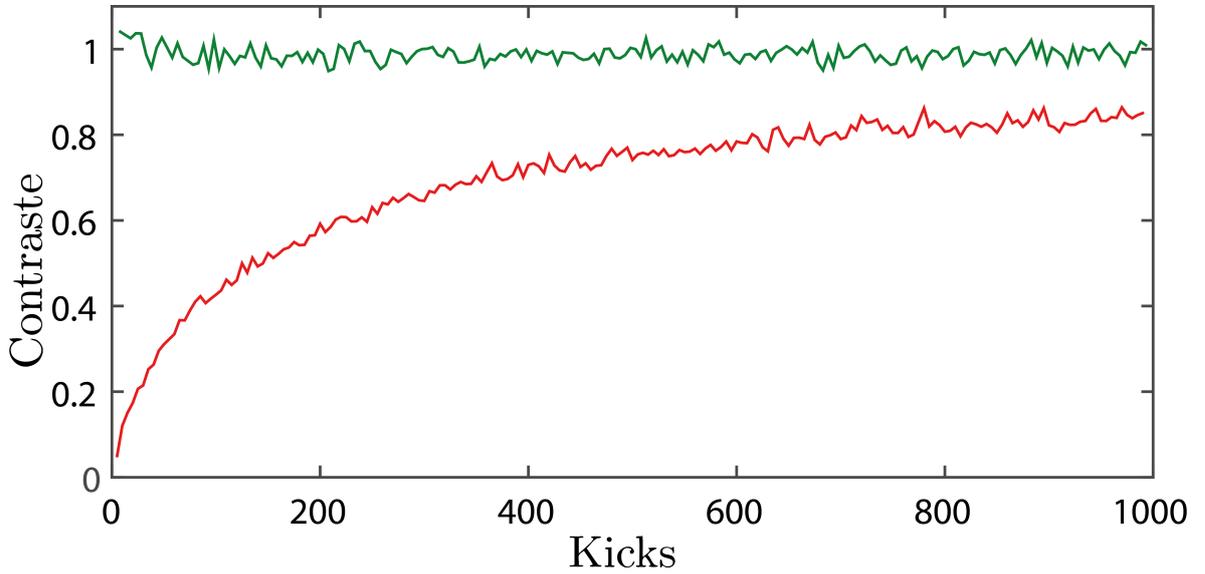


FIGURE 5.11: Simulation numérique du contraste du pic CBS en vert et CFS en rouge en fonction du nombre de kicks appliqués. Les paramètres sont  $\epsilon = 0.5$ ,  $\bar{k} = 0.8$ ,  $K/\bar{k} = 10$ ,  $\phi_2 = -4\pi/5$  et on réalise une moyenne sur  $10^5$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

Nous voyons sur la figure 5.11 que le contraste CBS est maximum et vaut 1 dès le début de la séquence de kicks. Le contraste CFS est nul au début de cette dernière et croît jusqu'à atteindre la valeur du contraste CBS aux temps longs. Nous constatons ici les mêmes comportements des contrastes que ceux observés par GHOSH *et al.* dans leur article de 2014 [98].

#### Classe unitaire

Afin de tester l'insensibilité du CFS à la brisure de symétrie par renversement du temps, nous allons prendre une valeur de  $\phi_2$  telle que le système (5.3) appartienne à la classe de symétrie unitaire. Pour ce faire, nous avons vu au chapitre 4 qu'il fallait que la séquence de modulation  $K(t)$  ne possède pas d'axe de symétrie. Comme nous pouvons le voir sur la figure 5.12, pour la valeur  $\phi_2 = -3.5\pi/5$ , la séquence  $K(t)$  ne possède pas d'axe de symétrie. Le système appartient bien à la classe de symétrie unitaire.

## CHAPITRE 5. DIFFUSION COHÉRENTE VERS L'AVANT "COHERENT FORWARD SCATTERING"

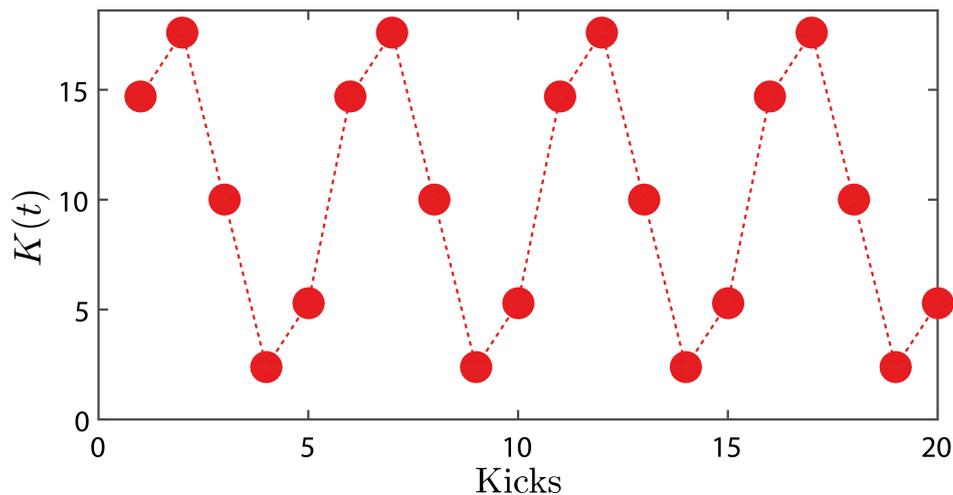


FIGURE 5.12: Séquence de modulation  $K(t)$ . Les paramètres sont  $\epsilon = 0.8$ ,  $K = 8$  et  $\phi_2 = -3.5\pi/5$ .

La figure 5.13 présente une simulation numérique montrant l'évolution de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks lorsque le système appartient à la classe de symétrie unitaire. Nous constatons que le pic CBS n'est plus présent. En effet, celui-ci est créé par des paires de chemins qui interfèrent constructivement uniquement si la symétrie par renversement du temps existe dans le système. Cette symétrie étant brisée, l'interférence constructive n'existe plus. Cependant, nous observons toujours des pics dont l'amplitude croît dans le temps aux kicks 5 modulo 5. Ces pics correspondent au signal CFS qui lui est robuste à la brisure de symétrie par renversement du temps.

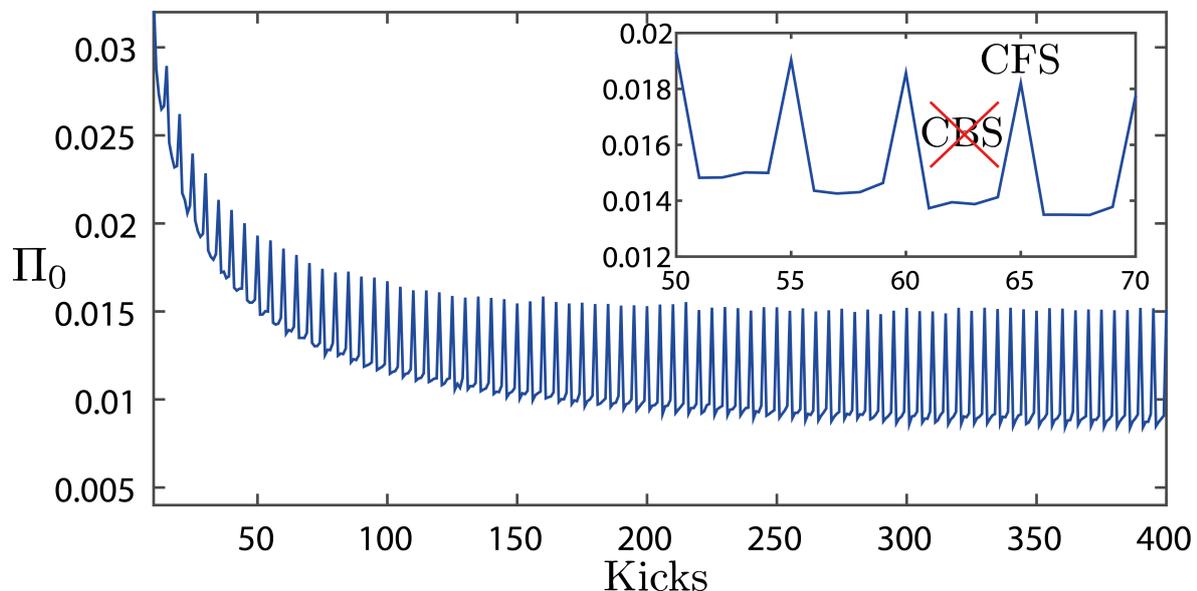


FIGURE 5.13: Simulation numérique de l'évolution de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks appliqués dans le cas de l'hamiltonien 5.3. En inset, un zoom de la figure sur la plage 50 à 70 kick. Les paramètres sont  $\epsilon = 0.5$ ,  $\bar{k} = 0.8$ ,  $K/\bar{k} = 10$ ,  $\phi_2 = -3.5\pi/5$  et on réalise une moyenne sur  $10^5$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

La figure 5.14 présente le contraste CFS (CBS) associé aux valeurs de  $\Pi_0$  en rouge (vert). Le contraste CBS est nul durant toute la séquence de kicks tandis que le contraste CFS croît dans le temps.

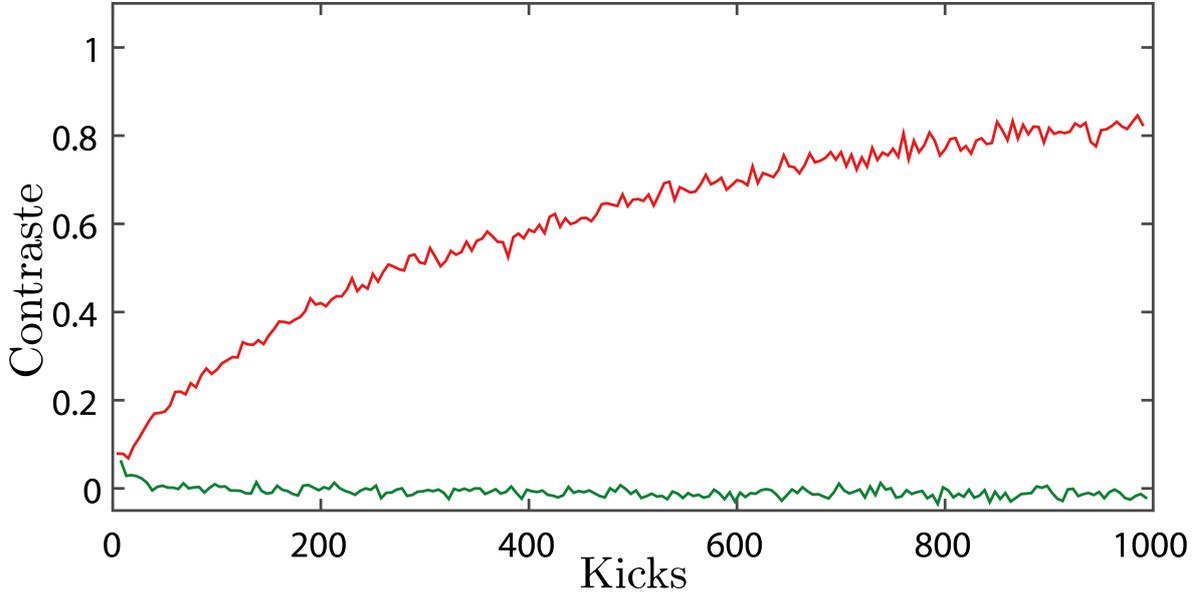


FIGURE 5.14: Simulation numérique du contraste du pic CBS en vert et CFS en rouge en fonction du nombre de kicks appliqués. Les paramètres sont  $\epsilon = 0.5$ ,  $\tilde{k} = 0.8$ ,  $K/\tilde{k} = 10$ ,  $\phi_2 = -3.5\pi/5$  et on réalise une moyenne sur  $10^5$  valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$ .

Nous pouvons conclure cette partie en écrivant que les hamiltoniens modulés dans le temps du type de (5.2) permettent d’observer les **deux** signatures du CFS :

- i) le temps caractéristique d’apparition  $\approx t_{loc}$  ;
- ii) la résistance à la brisure de symétrie par renversement du temps.

## 5.4 Premières observations expérimentales du CFS

La section précédente a présenté numériquement les deux signatures possibles du CFS (croissance avec le temps de localisation et résistance à la brisure de symétrie) pour un hamiltonien périodique et modulé dans le temps. Nous allons voir maintenant comment il est possible d’avoir accès à ces signatures expérimentalement malgré les contraintes exposées en section 5.2.2.

### 5.4.1 Contraintes expérimentales

1) Les chapitres 2 et 3 montrent que l’un des principaux problèmes expérimentaux est la décohérence qui est proportionnelle à  $K/\tilde{k}$ . Le chapitre 3 explique également que cette décohérence joue sur l’ERO (équivalent au CBS ici) en diminuant exponentiellement l’amplitude du signal détectée avec un temps caractéristique de cohérence  $\tau_\phi$ . Cette diminution exponentielle affecte également l’amplitude du signal CFS car ce dernier est également produit par des effets interférentiels. Pour pouvoir observer la dynamique du CFS malgré la présence de décohérence nous devons choisir des faibles valeurs de  $K/\tilde{k}$  dans le but de maximiser le temps de cohérence  $\tau_\phi$ . Cependant, aux faibles valeurs de  $K/\tilde{k}$  correspondent des faibles valeurs du temps de localisation  $t_{loc}$ . Or, nous voulons avoir un  $t_{loc}$  suffisamment grand pour observer la

## CHAPITRE 5. DIFFUSION COHÉRENTE VERS L'AVANT "COHERENT FORWARD SCATTERING"

---

croissance du contraste CFS dans le temps. Pour résoudre ce problème nous allons choisir un hamiltonien de période  $N$  grande ce qui permet d'avoir un grand temps de localisation  $t_{\text{loc}}$  pour des valeurs faibles de  $K/\hbar$ . La première contrainte expérimentale à respecter est :

$$t_{\text{loc}} \ll \tau_{\phi}. \quad (5.8)$$

2) Par ailleurs, afin de résoudre correctement la dynamique, il est important que le temps de localisation du système soit supérieur à la période  $N$  choisie. Ceci constitue la seconde contrainte :

$$t_{\text{loc}} > N. \quad (5.9)$$

3) Le chapitre 3 montre que le signal ERO observé est convolué avec l'état initial du système. La température non nulle de la distribution en impulsion initiale fait que l'amplitude du signal ERO observée expérimentalement est plus petite que celle observée dans les simulations numériques (lors des simulations numériques, la distribution en impulsion initiale prise est un delta de Dirac ce qui correspond à une température nulle des atomes). Ce problème se retrouve inmanquablement sur l'observation du pic CFS. Pour observer les signaux CFS aux temps longs ( $t > t_{\text{loc}}$ ), là où la décohérence est la plus importante, nous devons avoir des signaux les plus importants possible. Pour ce faire, nous devons commencer nos expériences avec une distribution en impulsion la plus fine possible et donc avec des atomes les plus froids possible. Nous utiliserons le dispositif réseau présenté en section 2.5 qui nous permet de commencer les expériences avec un échantillon d'atomes à une température de  $T = 400$  nK. Le nombre d'atomes disponibles pour l'expérience est faible avec ce dispositif ce qui nécessite un moyennage expérimental important donc un temps long d'acquisition de données.

La réunion de ces trois contraintes nous oblige à prendre un hamiltonien légèrement différent du modèle simple de période 5. Le candidat retenu est :

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos \hat{x} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi(t-1)}{5} \right) \right] \sum_n \delta(t-2n) \\ & + K \cos(\hat{x} + a) \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi(t-1)}{5} + b \right) \right] \sum_n \delta(t-2n+1). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Nous avons une modulation d'amplitude de période 5 associée à une modulation de phase de période 2. La période du système est donc de  $N = 10$ . Une simulation numérique de cet hamiltonien avec  $K/\hbar = 1.5$  nous indique que le temps de localisation vaut  $t_{\text{loc}} \approx 50$  kicks. De plus, la décohérence étant proportionnelle à  $K/\hbar$  nous estimons que pour  $K/\hbar = 1.5$ , le temps de cohérence (qui lui est inversement proportionnel à  $K/\hbar$ ) vaut  $\tau_{\phi} \approx 300$  kicks (puisque pour  $K/\hbar = 8$ ,  $\tau_{\phi} \approx 60$  kicks). Avec ces paramètres, nous respectons les contraintes (5.8) et (5.9). De plus, pour des valeurs de  $b$  multiples de  $2\pi/5$ , la séquence de modulation temporelle est symétrique et le CBS peut être observé. En réalisant les équivalences du chapitre 4 appliquées à l'hamiltonien expérimental (5.10), nous pouvons trouver les positions temporelles où apparaissent le CBS. Nous choisissons de résumer ces temps d'apparition dans le tableau suivant :

## 5.4. PREMIÈRES OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES DU CFS

$b$ (en unité de $2\pi$ )	Apparition du CBS après le kick numéro
0	6 modulo 10
-0.2	2 modulo 10
-0.4	8 modulo 10
-0.6	4 modulo 10
-0.8	0 modulo 10

Notons qu'il est impossible d'observer un pic CBS sur un numéro de kick impair. Ceci est dû à la présence d'un saut de phase  $a$  un kick sur deux qui détruit l'accord de phase entre les chemins à l'origine du CBS (voir section 3.4.2).

### 5.4.2 Première observation expérimentale du CFS

Nous utilisons la méthode de soustraction de signal, expliquée au chapitre 2, pour extraire les distributions en impulsion. Nous observons sur la figure 5.15 trois distributions en impulsion correspondant à des temps courts  $t < t_{\text{loc}}$ . Nous constatons la présence d'un pic CBS en vert important après le kick 26. En bleu est représenté le fond incohérent au kick 35. Nous observons également au kick 30 un petit pic CFS en rouge se distinguant du fond mais étant inférieur au signal CBS. La contribution CFS est plus faible que la contribution CBS. Cela est attendu puisque nous sommes à des temps courts comparés au temps de localisation.

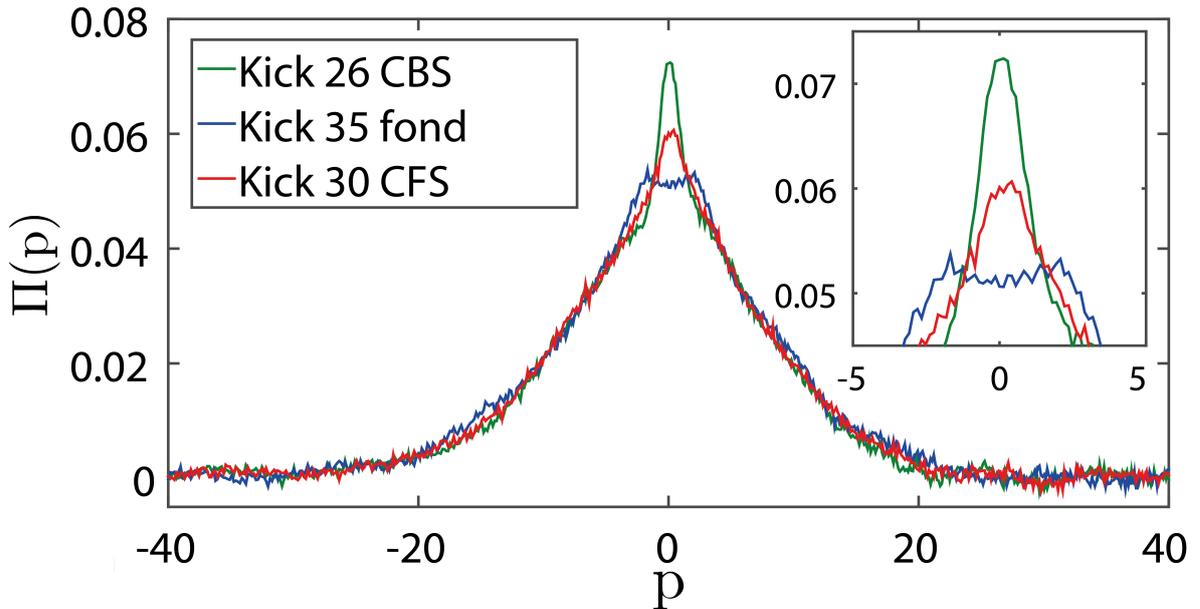


FIGURE 5.15: Distributions en impulsion expérimentales aux temps courts. Inset : zoom de la partie centrale. Les paramètres sont  $b = 0$ ,  $K/\bar{k} = 1.55$  moyennés (ce type de moyennage résout avec une autre méthode les problèmes d'oscillations rencontrés au chapitre 6) sur 31 valeurs de  $\bar{k}$  comprises entre 1.5 et 2.9.

Nous pouvons voir sur la figure 5.16 trois distributions d'impulsion expérimentales aux temps longs  $t > t_{\text{loc}}$ . Nous constatons que l'amplitude du pic CFS présent sur la courbe rouge est égale à l'amplitude du signal CBS de la courbe verte. L'égalisation des deux contributions ne se produisant que lorsque la localisation d'Anderson est totalement établie, ceci confirme que nous sommes dans le régime localisé.

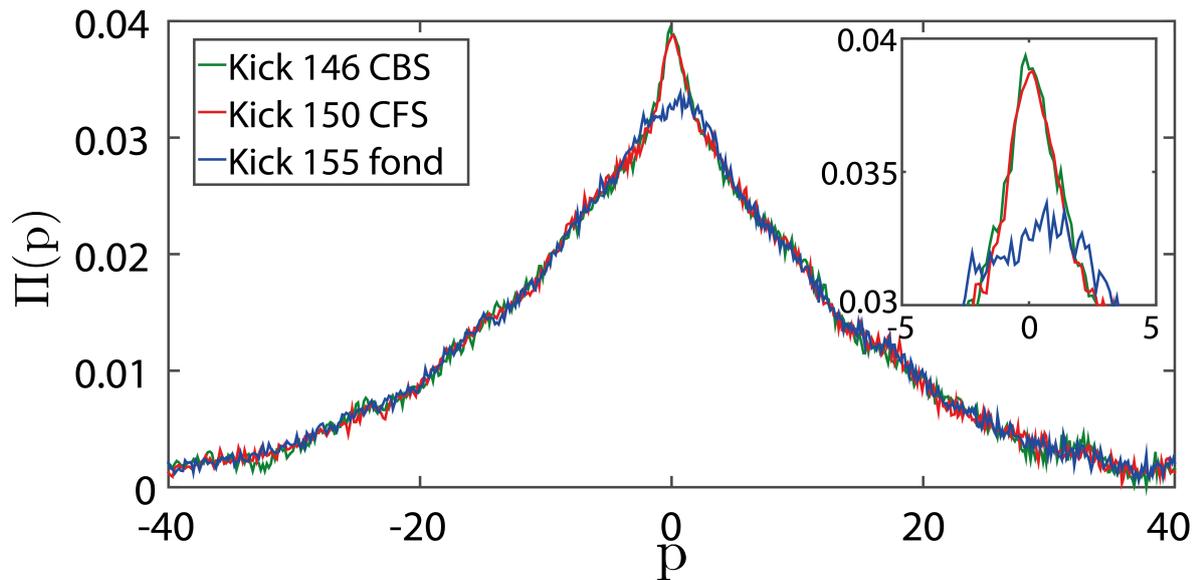


FIGURE 5.16: Distributions en impulsion expérimentales pour  $t > t_{loc}$ . Inset : zoom de la partie centrale. Les paramètres sont  $b = 0$ ,  $K/\bar{k} = 1.55$  moyenné sur 31 valeurs de  $\bar{k}$  comprises entre 1.5 et 2.9.

Dans le but de voir la dynamique de ces signaux, nous traçons sur la figure 5.17 l'évolution de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks appliqués. En rouge (vert), nous avons placé des points correspondant aux valeurs de  $\Pi_0$  sur les kicks où le CFS (CBS) est présent. Nous constatons l'augmentation progressive du signal CFS, symbolisé par des points rouges.

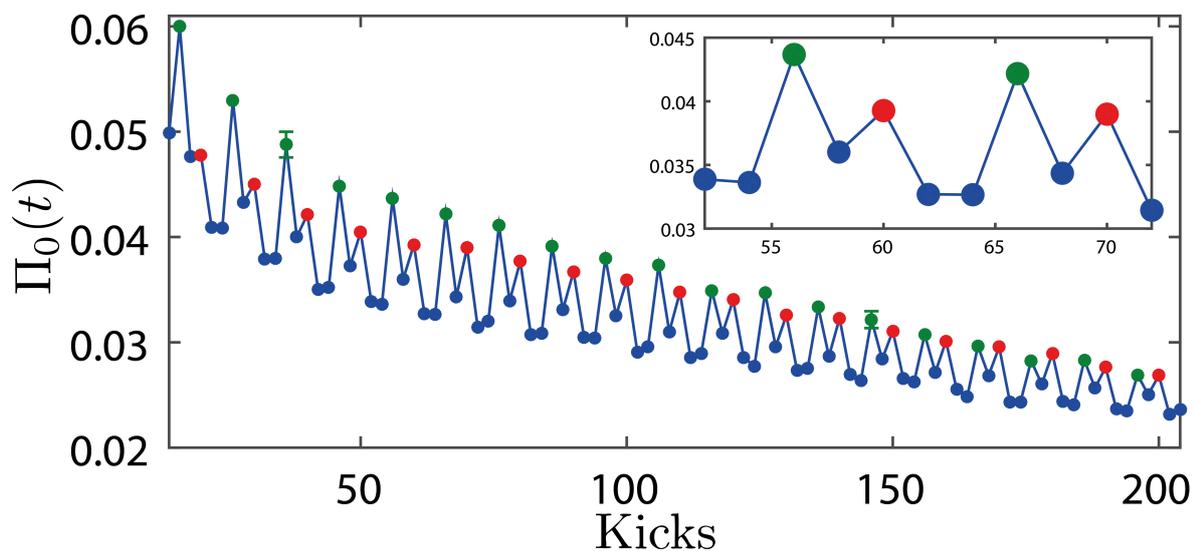


FIGURE 5.17: Évolution expérimentale de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks appliqués par pas de 2. En points rouges (verts) les valeurs de  $\Pi_0$  lorsque le pic CBS (CFS) est présent. Inset : zoom sur la partie de 52 à 72 kicks. Les paramètres sont  $b = 0$ ,  $K/\bar{k} = 1.55$  moyennés sur 31 valeurs de  $\bar{k}$  comprises entre 1.5 et 2.9.

## 5.4. PREMIÈRES OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES DU CFS

Afin de rendre ce caractère plus visible et dans l'optique de comparer la croissance du contraste CFS expérimental avec la théorie, nous allons créer des contrastes à partir des valeurs de  $\Pi_0$  en prenant les définitions des équations (5.7). Sur la figure 5.18 nous voyons en points verts l'évolution du contraste expérimental CBS :  $C_{\text{CBS}}(t)$ . Nous constatons que ce contraste est maximum au début de la séquence de kick puis décroît. Cette décroissance est une conséquence de la décohérence existant dans le dispositif expérimental. Comme montré dans la section 3.6.4, cette décroissance est bien décrite par une forme exponentielle. En réalisant un fit de la décroissance du contraste CBS par une forme qui suit l'équation (5.11) nous extrayons un temps de cohérence  $\tau_\phi$  ainsi que l'amplitude initiale du contraste  $C_0$ .

$$C_{\text{CBS}}(t) = C_0 e^{-t/\tau_\phi}. \quad (5.11)$$

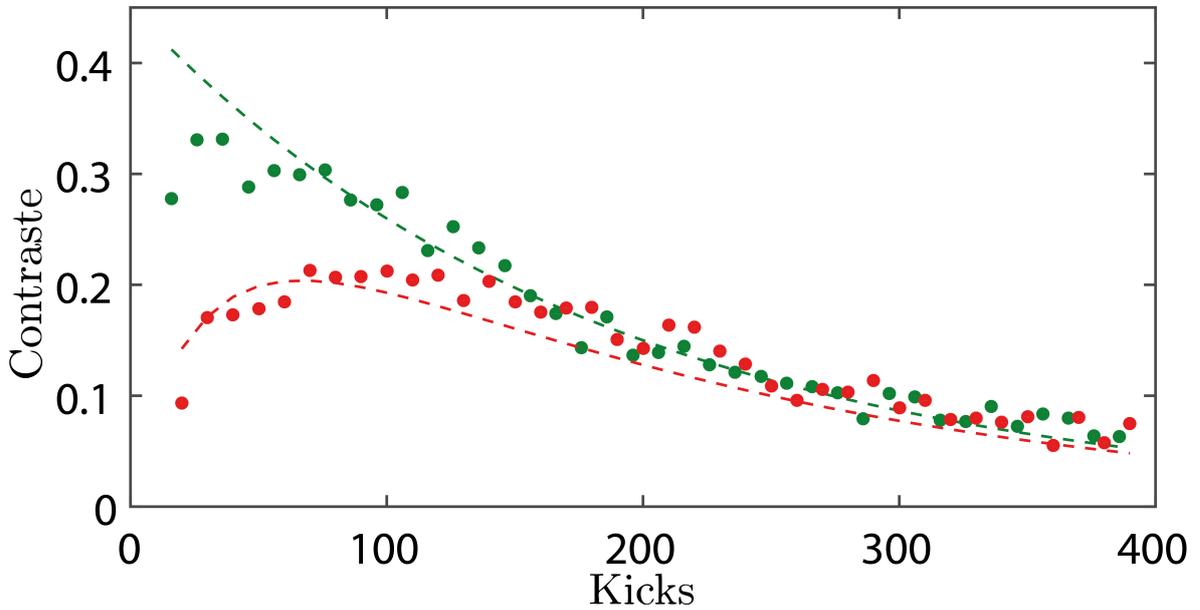


FIGURE 5.18: Contraste CBS (CFS) en points verts (rouges). Les courbes en tirets sont des fits à un paramètre correspondant aux formes (5.11) pour le CBS et (5.13) pour le CFS. Les paramètres expérimentaux sont  $b = 0$ ,  $K/\bar{k} = 1.55$  moyenné sur 31 valeurs de  $\bar{k}$  comprises entre 1.5 et 2.9. Ce moyennage résout les problèmes d'oscillations rencontrés au chapitre 6 avec une méthode différente

Nous obtenons  $C_0 = 0.45$ . Cette valeur de  $C_0$  est plus importante que ce que nous observons aux temps très courts. Ceci est dû aux limites du système de détection (voir section 2.3.1) qui nous empêchent de résoudre parfaitement la finesse du pic CBS. Le fit nous donne également accès au temps de cohérence qui vaut  $\tau_\phi = 190$  kicks.

Nous constatons sur la figure 5.18 que le contraste CFS expérimental  $C_{\text{CFS}}(t)$ , représenté en points rouges, croît à partir de 0 aux temps courts jusqu'à rejoindre la valeur du contraste CBS aux alentours du kick 200. Il décroît ensuite de manière exponentielle tout comme le contraste CBS à cause de la décohérence. À l'opposé du pic CBS, le pic CFS a besoin de la localisation forte d'Anderson pour croître avec un temps caractéristique qui est le temps de localisation. La dépendance temporelle de la dynamique du contraste CFS a été prédite dans la classe unitaire par MICKLITZ *et al.* [100]. Cette dynamique est décrite par l'expression de la formule :

$$C_{\text{CFS}}(t) = C_0 I_0 \left( \frac{2t_{\text{loc}}}{t} \right) e^{-2t_{\text{loc}}/t}, \quad (5.12)$$

et n'a jamais été étudié expérimentalement. Seules des études numériques ont été réalisées par LEMARIÉ *et al.* [101]. Dans cette formule,  $I_0$  correspond à la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 [102]. Dans le but de prendre en compte la décohérence, nous ajoutons à cette formule une décroissance exponentielle avec un temps de cohérence  $\tau_\phi$  pour obtenir :

$$C_{\text{CFS}}(t) = C_0 I_0 \left( \frac{2t_{\text{loc}}}{t} \right) e^{-2t_{\text{loc}}/t} e^{-t/\tau_\phi}. \quad (5.13)$$

L'amplitude  $C_0$  correspond au maximum de l'amplitude du signal CFS. Cette quantité est égale à l'amplitude du signal CBS aux temps courts. Le fit par la formule (5.11) des données expérimentales relatives au CBS nous a permis d'évaluer la valeur de  $C_0$  à 0.45. De plus, nous avons vu sur la figure 5.18 que les deux contrastes CBS et CFS aux temps très longs suivent la même dynamique et tombent exponentiellement à 0 à cause de la décohérence. Ceci montre expérimentalement que la décohérence ressentie par le CFS est la même que celle ressentie par le CBS. Nous prendrons donc  $\tau_\phi = 190$  kicks comme temps de cohérence caractéristique du CFS. La ligne en tiret rouge sur la figure 5.18 représente un fit à 1 paramètre du contraste CFS par la formule (5.13). Ce fit nous donne accès au temps de localisation du système (paramètre du fit) qui est évalué à  $t_{\text{loc,ortho}} = 16$  kicks.

Nous constatons que la forme du contraste de l'équation (5.13) décrit bien celui mesuré expérimentalement. De plus, nous mettons en évidence ici la croissance du signal CFS induit par la localisation d'Anderson démontrant ainsi expérimentalement la première signature du CFS.

### 5.4.3 Deuxième signature du CFS : insensibilité à la brisure de symétrie par renversement du temps

l'hamiltonien (5.10) peut appartenir à la classe de symétrie orthogonale ou unitaire en fonction des valeurs de  $b$  choisies. Nous avons vu en section 4.3 que ce type d'hamiltonien était équivalent à un système Anderson quasi-1D possédant une géométrie en forme de nanotube. Lorsque le système appartient à la classe de symétrie unitaire, un flux Aharonov-Bohm artificiel  $\Phi_{\text{AB}}$  non nul modulo  $\pi$  existe dans ce nanotube, ce qui brise l'accord de phase nécessaire à l'établissement du CBS. Ce flux est directement relié à la valeur de  $b$  choisie et s'exprime comme :

$$\Phi_{\text{AB}} = \frac{5}{2}b \pmod{\pi}. \quad (5.14)$$

Nous pouvons voir sur la figure 5.19 (a) la séquence de modulation  $K(t)$  lorsque  $b = -3\pi/5$ . Dans ce cas,  $K(t)$  ne possède pas d'axe de symétrie. De plus, le flux Aharonov-Bohm est non nul et vaut  $\Phi_{\text{AB}} = -\pi/2 \pmod{\pi}$ . Le système appartient à la classe de symétrie unitaire. La figure 5.19 (b) présente le cas d'une modulation de  $K(t)$  lorsque  $b = -2\pi/5$ . Un axe de symétrie est présent entre les kicks 1 et 2, ce qui fait que le système appartient à la classe de symétrie orthogonale. Dans ce cas, le flux Aharonov-Bohm est nul.

Nous nous plaçons dans le cas  $b = -3\pi/5$ . La figure 5.20 présente l'évolution de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks appliqués. Nous constatons la présence d'un seul pic au kick 10 modulo 10. Ce pic correspond au signal CFS. La présence d'un flux Aharonov-Bohm non nul n'affecte pas

## 5.4. PREMIÈRES OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES DU CFS

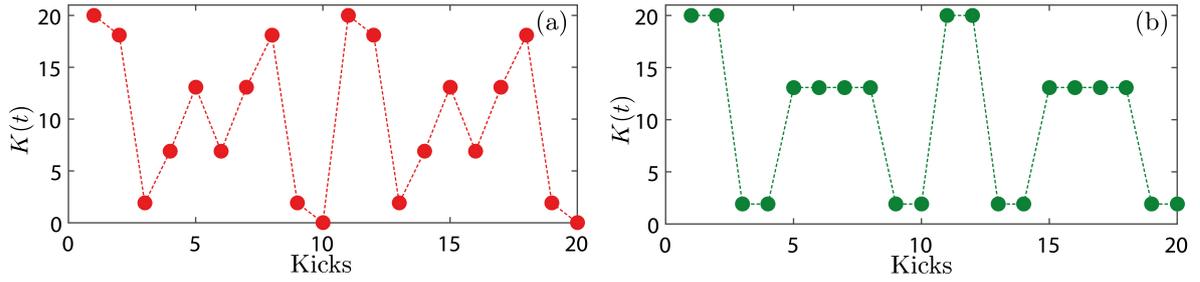


FIGURE 5.19: Modulations d'amplitude de l'hamiltonien représenté par l'équation (5.10). (a) séquence lorsque  $b = -3\pi/5$ , il n'y a pas d'axe de symétrie (classe de symétrie unitaire). (b) séquence lorsque  $b = -2\pi/5$ , il y a un axe de symétrie (classe de symétrie orthogonale).

le signal CFS. Celui-ci est donc robuste vis-à-vis de la brisure de symétrie par renversement du temps comme le prévoit la théorie.

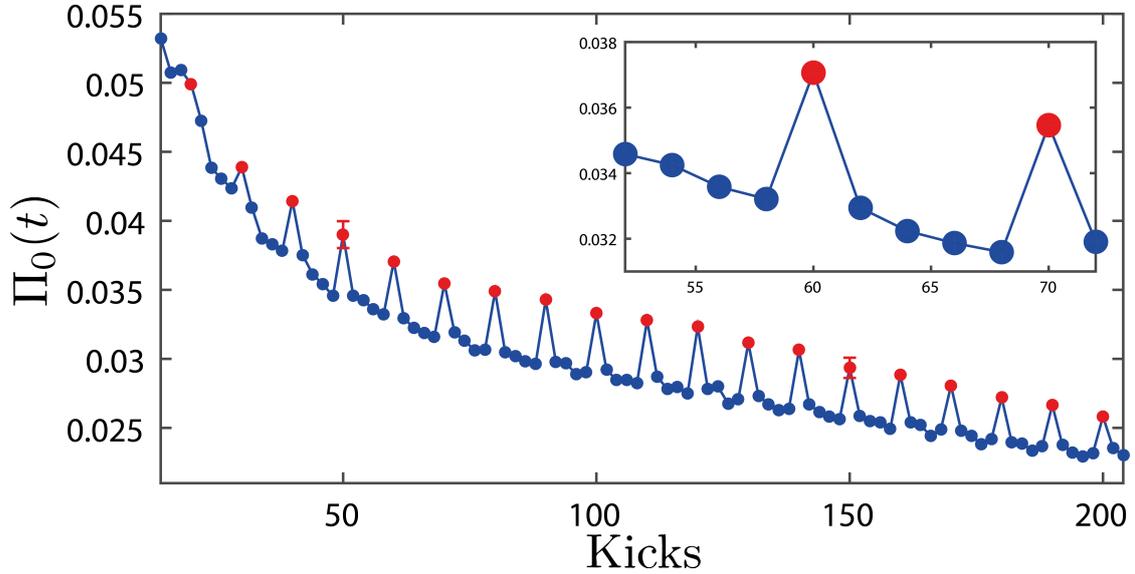


FIGURE 5.20: Évolution expérimentale de  $\Pi_0$  en fonction du nombre de kicks appliqués par pas de 2 kicks. En point rouges les valeurs de  $\Pi_0$  lorsque le pic CFS est présent sont représentées par les points rouges. Inset : zoom sur la partie de 52 à 72 kicks. Les paramètres sont  $b = -3\pi/5$ ,  $K/\bar{k} = 1.55$  moyenné sur 31 valeurs de  $\bar{k}$  comprises entre 1.5 et 2.9.

En plus de nous intéresser à cette persistance du CFS dans la classe unitaire, nous voulons comparer la dynamique de son contraste à la prédiction théorique issue de l'article de MICKLITZ *et al.* [100]. De la même manière que précédemment, le contraste CFS en présence de décohérence suit l'évolution de l'équation (5.13). Les expériences réalisées dans la classe unitaire ont été faites avec les mêmes valeurs de paramètre  $K/\bar{k}$  que dans la classe orthogonale où nous relevons un temps de cohérence de  $\tau_\phi = 190$ . Le changement de classe de symétrie n'influant pas sur la décohérence du système expérimental, nous estimons que cette quantité est la même lors des expériences menées dans la classe unitaire. De plus, la valeur de l'amplitude maximum du contraste CFS,  $C_0$ , ne dépend que de la température de la distribution initiale. Ce réglage n'étant pas modifié entre les expériences orthogonales et unitaires, nous

## CHAPITRE 5. DIFFUSION COHÉRENTE VERS L'AVANT "COHERENT FORWARD SCATTERING"

considérons que  $C_0$  est le même que dans les cas des expériences réalisées précédemment soit  $C_0 = 0.45$ .

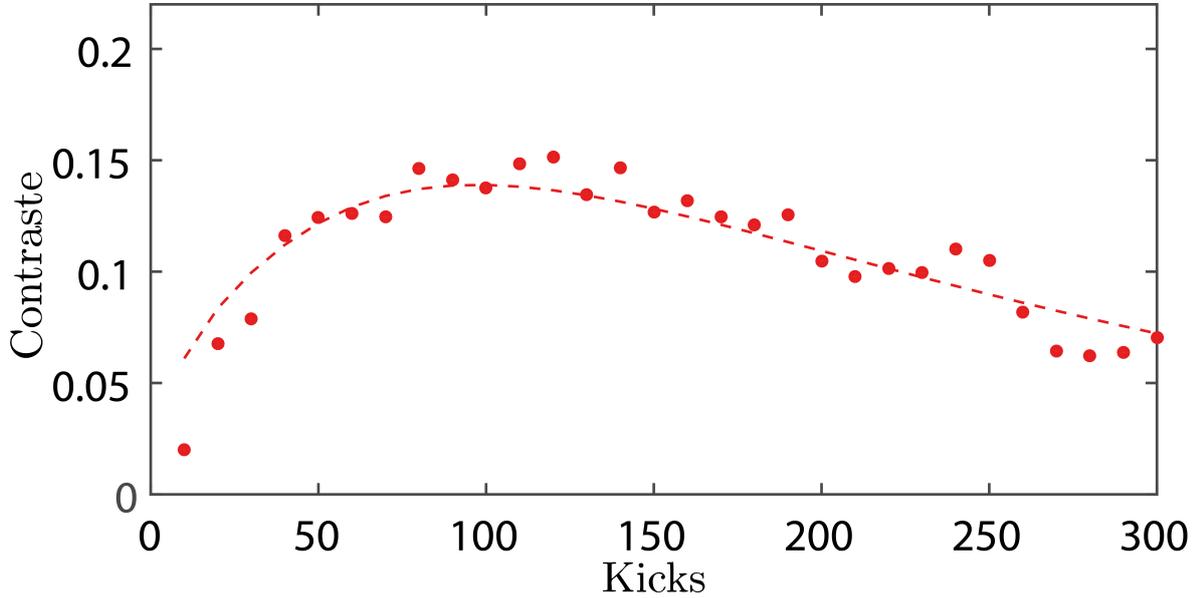


FIGURE 5.21: Contraste CFS expérimental (points rouges). La courbe en tirets est un fit à un paramètre (le temps de localisation) correspondant à la forme (5.13). Les paramètres expérimentaux sont  $b = -3\pi/5$ ,  $K/k = 1.55$  moyenné sur 31 valeurs de  $k$  comprises entre 1.5 et 2.9.

La figure 5.21 présente le contraste CFS expérimental (points rouges) et le fit à un paramètre par la formule (5.13) (tirets rouges) avec  $C_0 = 0.45$  et  $\tau_\phi = 190$ . Nous constatons que le contraste croît jusqu'au kick 100. Il décroît ensuite de manière exponentielle à cause de la décohérence. L'accord entre la forme théorique et les données expérimentales est bon. Nous pouvons extraire un temps de localisation à partir de ce fit, il vaut  $t_{\text{loc,unit}} = 40$  kicks. Nous constatons que ce temps de localisation est augmenté par rapport à celui extrait lors de l'expérience orthogonale :  $t_{\text{loc,unit}} \approx 2t_{\text{loc,ortho}}$ . Cette augmentation du temps de localisation est attendue lors d'un passage de classe orthogonale à unitaire selon la théorie [103].

Suite à cette analyse du contraste CFS, nous avons cherché à regarder plus en détail l'effet de la brisure de symétrie sur le contraste CBS lorsque nous passons "progressivement" d'un hamiltonien orthogonal à un hamiltonien unitaire. Pour étudier ce point, nous observons les contrastes CBS et CFS pris à 70 kicks en faisant varier la valeur de  $b$  entre  $b = -\pi/5$  et  $b = -3\pi/5$ . Cela revient à faire varier continûment la valeur du flux Aharonov-Bohm artificiel entre  $\Phi_{\text{AB}} = -\pi/2$  et  $\Phi_{\text{AB}} = \pi/2$ .

La figure 5.22 présente les différents contrastes. Nous voyons que le contraste CBS est maximum lorsque  $\Phi_{\text{AB}} = 0$ . Il décroît ensuite progressivement lorsque  $\Phi_{\text{AB}}$  s'écarte de la valeur nulle. Cette décroissance progressive s'explique par le fait que plus le flux  $\Phi_{\text{AB}}$  est important, plus le nombre de chemins CBS déphasés à cause ce flux est grand. C'est pourquoi un écartement progressif de  $\Phi_{\text{AB}}$  de la valeur 0 réduit de plus en plus le contraste CBS. Quoi qu'il en soit, le contraste CFS est quasiment insensible à la valeur de ce flux. Il est donc robuste à la brisure de symétrie par renversement du temps.

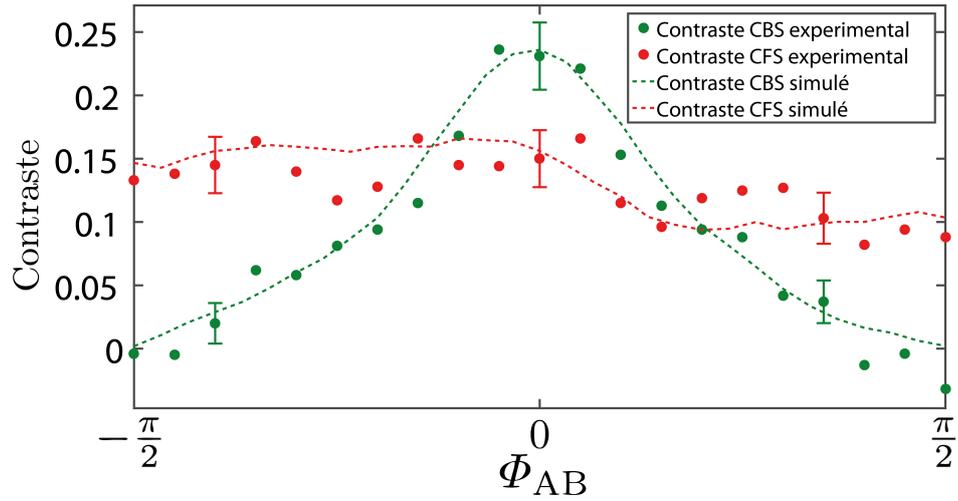


FIGURE 5.22: Évolution des contrastes en fonction des différentes valeurs de  $\Phi_{AB}$  pris autour du kick 70. Les lignes pointillées représentent les simulations numériques associées aux paramètres expérimentaux. Les paramètres sont  $K/\hbar = 1.55$  moyennés sur 31 valeurs de  $\hbar$  comprises entre 1.5 et 2.9.

Conclusion : Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence expérimentalement une nouvelle signature interférentielle de la localisation d'Anderson : le CFS. Au moyen d'une ingénierie d'hamiltonien développée tout au long de cette thèse, nous avons observé les deux propriétés principales de cette signature. Tout d'abord, la croissance de son contraste avec un temps caractéristique qui est le temps de localisation  $t_{loc}$ . La forme de cette croissance est compatible avec les prédictions théoriques. Puis, à l'inverse du CBS, nous observons la résistance du phénomène à la présence d'un flux Aharonov-Bohm artificiel non trivial brisant la symétrie par renversement du temps.



# Etude expérimentale des propriétés d'échelle du Kicked Rotor

## Sommaire

6.1	Loi d'échelle à un paramètre : expression de la fonction $\beta(g)$ . . . . .	96
6.2	Gaz d'atomes froids avec désordre spatial . . . . .	97
6.3	Loi d'échelle à 1 paramètre dans le Kicked Rotor . . . . .	98
6.3.1	Gaz d'atomes froids en régime de localisation dynamique . . . . .	98
6.3.2	Dynamique de l'énergie cinétique pour un Kicked Rotor standard . . . . .	99
6.3.3	Corrélations entre kicks . . . . .	100
6.3.4	Kicked Rotor avec saut de phase de période 2 . . . . .	101
6.3.5	Vérification expérimentale de la suppression des corrélations . . . . .	103
6.4	$\beta(G)$ pour deux classes de symétrie avec un Kicked Rotor modulé périodiquement en phase . . . . .	105
6.4.1	Brisure de symétrie . . . . .	105
6.4.2	Correction à la diffusion dans le cas $N = 4$ . . . . .	106
6.4.3	$\beta(G)$ pour un Kicked Rotor de période $N = 4$ orthogonal et unitaire . . . . .	108
6.5	Comportement universel de $\beta(G)$ . . . . .	109
6.5.1	Universalité de $\beta(G)$ dans la classe orthogonale . . . . .	109
6.5.2	Universalité de $\beta(G)$ dans la classe unitaire . . . . .	110

L'étude des phénomènes de transport d'électron dans les solides désordonnés à basse température a montré que la conductance adimensionnée du système  $g = Gh/e^2$  (définie à partir de la conductance  $G = 1/R$  où  $R$  est la résistance) variait de manière universelle avec la taille  $L$  de ce dernier. Le terme "universel" veut dire que pour un système donné, la variation de  $g$  avec la taille du système  $L$  est indépendante des détails microscopiques de ce système. Cette variation est décrite par la fonction :

$$\beta(g) := \frac{d \ln g}{d \ln L}, \quad (6.1)$$

qui ne dépend explicitement que d'un paramètre : la conductance adimensionnée  $g$  du système [3]. Dans les milieux désordonnés, lorsque le système préserve sa cohérence, le transport est affecté par la présence de phénomènes interférentiels à l'origine des effets de localisation faible étudiés dans le chapitre 3 et 5 de ce manuscrit de thèse. Un système dans lequel il existe les phénomènes physiques ERO et CBS possède une diffusion globale plus faible qu'en l'absence de ces derniers.  $\beta(g)$  se révèle être un outil très pertinent pour mesurer la nature et les formes des corrections apportées à la diffusion d'électron dans un solide désordonné par ces effets interférentiels.

Dans la limite des très faibles désordres, le comportement du système de dimension 1 tend vers celui d'un métal. Il suit la loi d'Ohm et possède une conductance  $G = \sigma/L$  (avec  $\sigma$  la conductivité du métal considéré). La conductance adimensionnée correspondant à ce système

## CHAPITRE 6. ETUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS D'ÉCHELLE DU KICKED ROTOR

---

est  $g = \sigma h / L e^2$ . La valeur de  $\beta(g)$  associée en prenant la définition (6.1) vaut -1. Ceci constitue la première limite de la fonction  $\beta(g)$  dans le cas où la conductance est très grande :  $g \rightarrow \infty$ . Cette grande conductance correspond à un comportement diffusif du système. La seconde limite se situe dans le cadre d'un très fort désordre. Dans ce cas, le système localise très rapidement, la conductance  $g$  est très petite et  $\beta(g) \rightarrow -\infty$ . Entre ces deux limites, le comportement de la fonction  $\beta(g)$  dépend uniquement de la classe de symétrie à laquelle appartient le système. Les propriétés de symétries du système influent directement sur la forme des corrections à la diffusion qui sont évaluées par la fonction  $\beta(g)$ . Durant cette thèse, nous avons considéré deux classes de symétries différentes, la classe de symétrie orthogonale et la classe de symétrie unitaire, auxquelles nous associons deux fonctions  $\beta(g)$  différentes.

Nous commencerons dans ce chapitre par faire un bref rappel historique remplaçant la fonction  $\beta(g)$  dans son cadre originel. Nous utiliserons une approche théorique développée récemment pour définir des fonctions  $\beta(g)$  dans le cadre du Kicked Rotor. Nous montrerons qu'il existe dans le Kicked Rotor, des corrélations entre kicks qui masquent totalement le comportement global du transport mesuré par la fonction  $\beta(g)$ . Nous introduirons une nouvelle méthode permettant de nous affranchir de ces corrélations. Nous illustrerons cette méthode en comparant expressions analytiques, simulations numériques et données expérimentales. S'affranchir de ces corrélations nous permettra d'extraire, à partir des données expérimentales, une fonction  $\beta(g)$  pour le Kicked Rotor pour la première fois. Il sera alors possible d'étudier des fonctions  $\beta(g)$  correspondant à des classes de symétries différentes. Nous démontrerons expérimentalement l'universalité de ces fonctions en réalisant plusieurs mesures avec différents jeux de paramètres variant ainsi les détails microscopiques du système.

### 6.1 Loi d'échelle à un paramètre : expression de la fonction $\beta(g)$

Les idées des chercheurs connus sous le nom de la bande des 4 suivant les travaux de THOULESS[55] ont permis de développer une théorie basée sur le groupe de renormalisation aboutissant à la théorie d'échelle à un paramètre de la localisation [3]. Cette théorie définit la fonction  $\beta(g)$  pour différentes dimensions dans la classe de symétrie orthogonale. Les principaux messages de cette théorie sont les suivants : lorsque que la fonction  $\beta(g)$  est négative, le système est isolant ce qui correspond, dans le contexte du désordre quantique, à la présence du phénomène de localisation d'Anderson. Cette absence de diffusion se produit toujours dans des milieux désordonnés 1D et 2D. Dans un milieu 3D, le système réalise une transition de phase du second ordre (appelée transition métal-isolant d'Anderson) entre des états localisés correspondant à  $\beta(g)$  négatif et des états diffusifs ou étendus lorsque  $\beta(g)$  est positif. Le cas  $\beta(g) = 0$  correspond au point critique de cette transition de phase.

Nous pouvons voir sur la figure 6.1 les différents comportements de  $\beta(g)$  pour les 3 dimensions précédemment considérées. Cet engouement théorique a motivé des études numériques des évolutions de  $\beta(g)$  en fonction de la dimensionalité du système [104]. Ces études confirment les prédictions théoriques de [55]

Les travaux de BRÉZIN [4] sur le modèle sigma non linéaire avec invariance de jauge en 1980 ont permis une première prédiction théorique des comportements de la fonction  $\beta(g)$  entre les deux limites introduites par ABRAHAMS *et al.* D'autres travaux ont été publiés à la suite de celui-ci [105, 106, 107]. Nous nous contentons de rappeler les principales prédictions concernant la variation de  $\beta$  en fonction de  $g$  dans les deux classes de symétries orthogonale ( $O$ ) et unitaire ( $U$ ) :

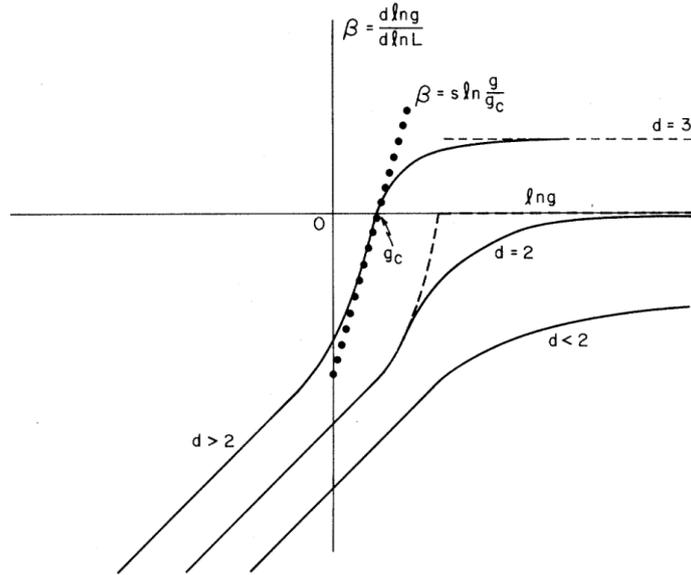


FIGURE 6.1: Prédiction théorique, pour trois dimensions, des différentes évolutions de la fonction  $\beta(g)$  en fonction de  $\ln g$  pour un système Anderson orthogonal. Figure extraite de [3].

$$\begin{aligned}\beta_O(g) &= d - 2 - \frac{1}{g} + \dots, \\ \beta_U(g) &= d - 2 - \frac{1}{2g^2} + \dots,\end{aligned}\tag{6.2}$$

avec  $d$  la dimension du système. Les points de suspensions veulent dire qu'il existe des contributions d'ordres supérieurs qui ne sont pas explicitement connues. Nous constatons que les comportements de  $\beta(g)$  représentés par les équations (6.2) sont compatibles avec les prédictions de ABRAHAMS *et al.*. En dimension 1 et 2,  $\beta(g)$  est toujours négatif. En dimension 3,  $\beta(g)$  peut être positif ou négatif.

La variation en  $1/g$  dans  $\beta_O(g)$  est directement liée à l'existence de la symétrie par renversement du temps dans le système. En effet, la présence de la Time-Reversal-Symmetry (TRS) permet à des paires de chemins directs et renversés (présentés au chapitre 3) d'interférer constructivement pour créer les effets CBS et ERO. Ces phénomènes sont à l'origine de la correction à la diffusion exprimée dans la fonction  $\beta(g)$  sous forme  $1/g$ . C'est pourquoi le comportement de  $\beta_U(g)$  dans la classe unitaire, dépourvue de la TRS, ne possède pas de terme en  $1/g$ .

## 6.2 Gaz d'atomes froids avec désordre spatial

Les possibilités techniques amenées par les expériences d'atomes froids évoluant dans des potentiels lumineux ont motivé des analyses théoriques et numériques des propriétés de transport dans ce type de système. CHERRORET *et al.* [108] ont défini des quantités analogues à  $g$  et  $L$  pour un gaz de bosons avec désordre spatial.

## CHAPITRE 6. ETUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS D'ÉCHELLE DU KICKED ROTOR

Dans un système où un paquet d'onde, initialement localisé dans l'espace des positions, s'étale dans un potentiel spatial désordonné, la localisation d'Anderson se manifeste<sup>1</sup> dans l'espace des positions. Nous observons dans ce cas une saturation de l'expansion quadratique moyenne de la fonction d'onde  $\langle r^2 \rangle$  à temps long. Les définitions prises par CHERRORET *et al.* en analogie avec [3] sont :

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{\langle r^2 \rangle}, \\ G &= \frac{\langle r^2 \rangle^{\frac{d}{2}}}{t}, \end{aligned} \tag{6.3}$$

avec  $d$  la dimension du système et  $t$  le temps d'expansion du paquet d'onde dans le potentiel.

### 6.3 Loi d'échelle à 1 paramètre dans le Kicked Rotor

Nous allons étudier notre système quantique désordonné (le Kicked Rotor) en adaptant l'approche de loi d'échelle de CHERRORET *et al.* [108]. Nous transposerons la définition (6.3) dans le contexte du Kicked Rotor.

#### 6.3.1 Gaz d'atomes froids en régime de localisation dynamique

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, la localisation d'Anderson existe dans le Kicked Rotor dans l'espace des impulsions. Nous observons une saturation de l'énergie cinétique donc de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du temps (nombre de kicks). La taille du système représenté par  $L = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$  dans les équations (6.3) devient dans le cadre Kicked Rotor  $L = \sqrt{\langle p^2 \rangle}$ . Nous aboutissons aux équations :

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{\langle p^2 \rangle}, \\ G &= \frac{\langle p^2 \rangle^{\frac{d}{2}}}{t}. \end{aligned} \tag{6.4}$$

Examinons si les définitions de  $L$  et  $G$  proposées par CHERRORET et transposées dans le cadre du Kicked Rotor sont pertinentes. Pour vérifier ce point, nous regardons les limites de la fonction  $\beta(G)$  en dimension  $d = 1$ . Dans la limite des faibles désordres, le Kicked Rotor possède une dynamique diffusive aux temps courts d'où  $\langle p^2 \rangle = 2Dt/\hbar^2$  avec  $D$  le coefficient de diffusion initial qui est une constante.<sup>2</sup> Dans ce cas,  $d \ln G = -d \ln \sqrt{t}$  et  $d \ln L = d \ln \sqrt{t}$  d'où  $\beta(G) = -1$ . Nous retrouvons la limite mentionnée dans l'introduction lorsque le système se comporte comme un métal et suit une loi d'Ohm. Dans l'autre limite (aux temps longs, bien après le temps de localisation  $t_{\text{loc}}$ ), le système est parfaitement localisé,  $G \rightarrow 0$  et  $\beta(G) \rightarrow -\infty$ . Les formules (6.4) semblent donc adaptées au Kicked Rotor dans l'optique de définir une fonction  $\beta(G)$  pour ce système.

À partir de l'article de TIAN *et al.* [87], il est possible d'établir les fonctions  $\beta(G)$  orthogonale et unitaire pour le Kicked Rotor<sup>3</sup> avec les définitions des équations (6.4) en dimension 1. Nous obtenons :

1. Les conditions expérimentales d'une telle manifestation sont détaillées dans la thèse de Juliette BILLY [109]

2. Nous rappelons que le coefficient de diffusion est défini comme  $D := \langle p^2 \rangle / 2t$  et que le lien entre  $p$  et  $p$  est  $p = \hbar k$ . Nous avons donc  $D = \hbar^2 \langle p^2 \rangle / 2t$ .

3. Les calculs concernant ces démonstrations feront l'objet d'une publication ultérieure.

$$\begin{aligned}\beta_O(G) &= -1 - \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{G} + \dots, \\ \beta_U(G) &= -1 - \frac{1}{2} \frac{1}{G^2} + \dots,\end{aligned}\tag{6.5}$$

Nous constatons bien la présence du terme en  $1/G$  dans la classe orthogonale. De la même manière que dans le cas des équations (6.2), les points de suspensions signifient qu'il existe des contributions d'ordres supérieurs (en  $1/G^2$  dans la classe orthogonale par exemple) qui ne sont pas explicitement connues.

### 6.3.2 Dynamique de l'énergie cinétique pour un Kicked Rotor standard

Nous allons réaliser des simulations numériques dans le cas du Kicked Rotor standard de période  $N = 1$  sans modulation de phase ( $a(t) = a$ ) et sans modulation d'amplitude ( $K(t) = K$ ). L'évolution typique de  $\langle p^2 \rangle$  est celle représentée par la courbe bleue sur la figure 6.2. La courbe noire représente la diffusion initiale du système. Nous observons une augmentation linéaire initiale de l'énergie cinétique aux temps courts puis une saturation correspondant à la localisation d'Anderson aux temps longs.

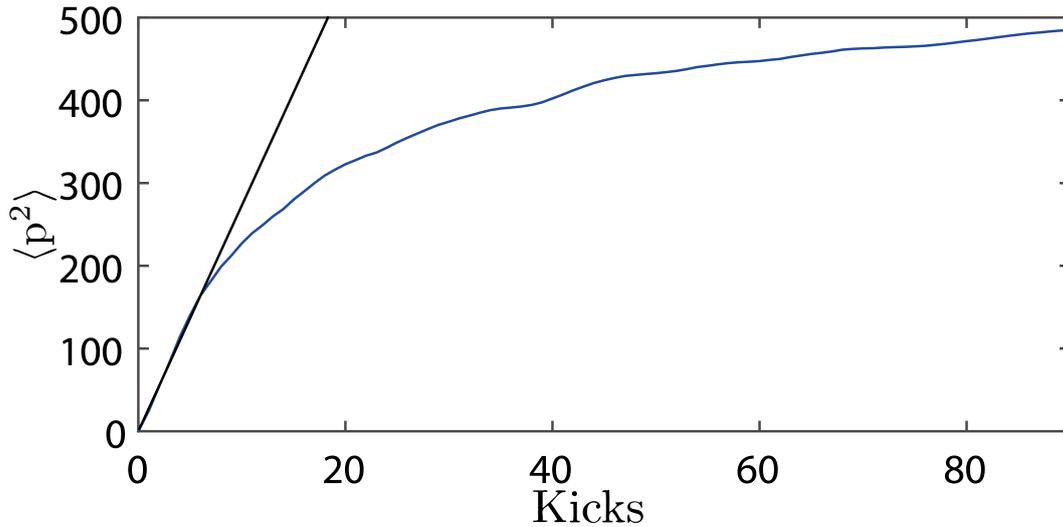


FIGURE 6.2: Évolution de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du nombre de kicks. En bleu la courbe correspondant à une simulation numérique, en noir la diffusion initiale. Les paramètres sont  $K = 5.8$ ,  $\tilde{\kappa} = 0.8$  et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion.

$\beta(G)$  est construite par dérivée logarithmique des valeurs de  $\langle p^2 \rangle$ . Elle va donc être extrêmement sensible aux très petites fluctuations de  $\langle p^2 \rangle$ . Or, nous observons de faibles oscillations sur le profil de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du temps (par exemple autour du kick 40). Ces oscillations vont se répercuter dramatiquement sur le profil de  $\beta(G)$ . Les points bleus sur la figure 6.3 montrent  $\beta(G)$  calculée à partir des valeurs de  $\langle p^2 \rangle$  de la figure 6.2 avec les définitions des équations (6.4). Nous constatons l'existence d'oscillations tellement importantes qu'il nous est impossible de dire si la fonction  $\beta(G)$  numérique suit la prédiction du modèle donnée par la courbe bleue.

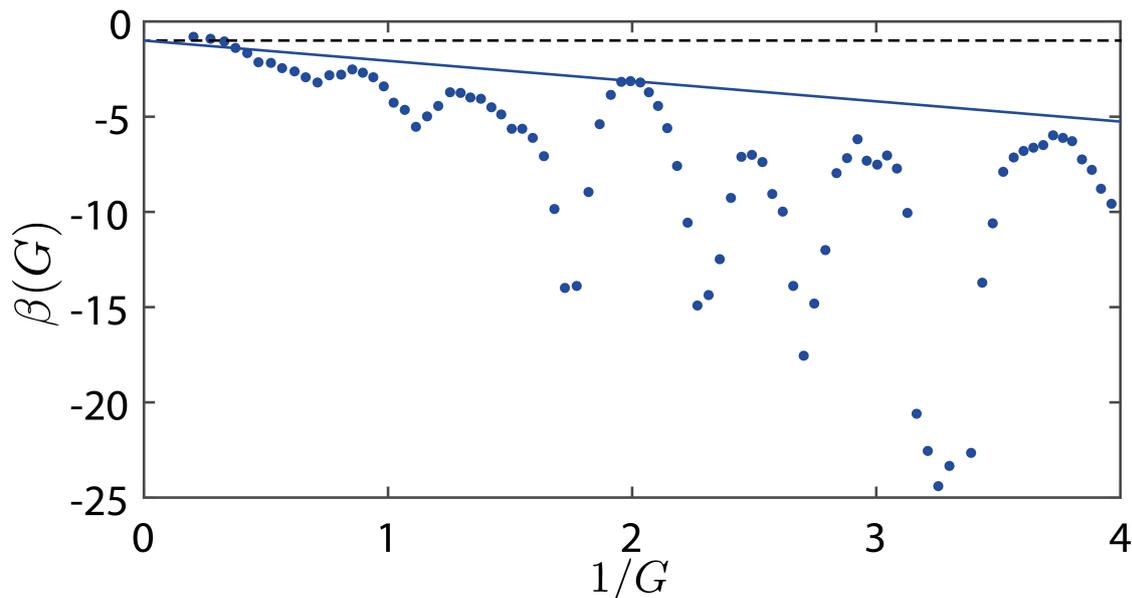


FIGURE 6.3:  $\beta(G)$  en fonction de  $1/G$ . La ligne bleue représente la forme analytique dans le cas orthogonal tirée de (6.5). Les points bleus indiquent la fonction  $\beta(G)$  extraite des données numériques. La ligne pointillée noire représente le  $\beta(G)$  correspondant à la loi d'Ohm. Les paramètres sont  $K = 5.8$ ,  $\bar{k} = 0.8$  et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion.

### 6.3.3 Corrélations entre kicks

Les oscillations observées numériquement sur la figure 6.3 sont une conséquence des corrélations entre kicks existant dans le Kicked Rotor. Elles se manifestent également dans l'expression du coefficient de diffusion du système. Nous avons, dans le chapitre 1, calculé ce coefficient de diffusion classique lorsque nous négligeons les corrélations :  $D_0 = K^2/4$ . Lorsque celles-ci sont prises en compte, (annexe D) le coefficient de diffusion initial du système est affecté par des termes supplémentaires :

$$D_{\text{KRC}} = D_0[1 - 2J_2(K_q) - 2J_1^2(K_q) + 2J_3^2(K_q)]. \quad (6.6)$$

L'indice KRC signifie Kicked Rotor avec Corrélations.  $K_q = (2K/\bar{k}) \sin(\bar{k}/2)$  vient du fait que nous traitons le cas quantique [110] du Kicked Rotor.  $J_n$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $n$ . Les termes  $2J_2(K_q)$  et  $2J_3^2(K_q)$  correspondent aux corrélations à deux kicks (entre le kick 3 et 1 par exemple). Le terme  $2J_1^2(K_q)$  correspond à des corrélations à trois kicks (entre le kick 4 et 1 par exemple). Les corrélations d'ordre supérieur (à quatre, cinq kicks...) font intervenir des puissances 3 de fonction de Bessel ( $J_n^3(K)$ ) qui sont négligeables devant les contributions de puissance 1 et 2, pour les valeurs de  $K$  que nous utilisons.

Les fonctions de Bessel sont oscillantes avec  $K$  ce qui fait que le comportement du coefficient de diffusion  $D_{\text{KRC}}$  est radicalement différent de  $D_0$ . Nous pouvons constater ce point sur la figure 6.4 qui montre  $D_0$  en ligne noire et  $D_{\text{KRC}}$  en ligne bleue. De plus, cette figure présente le coefficient de diffusion calculé numériquement (courbe pointillée rouge) à partir de la valeur de  $\langle p^2 \rangle$  à 10 kicks. L'accord entre la simulation numérique et l'expression analytique (courbe bleue) est très bon. Les effets dramatiques des corrélations entre kicks ont été abordés dans

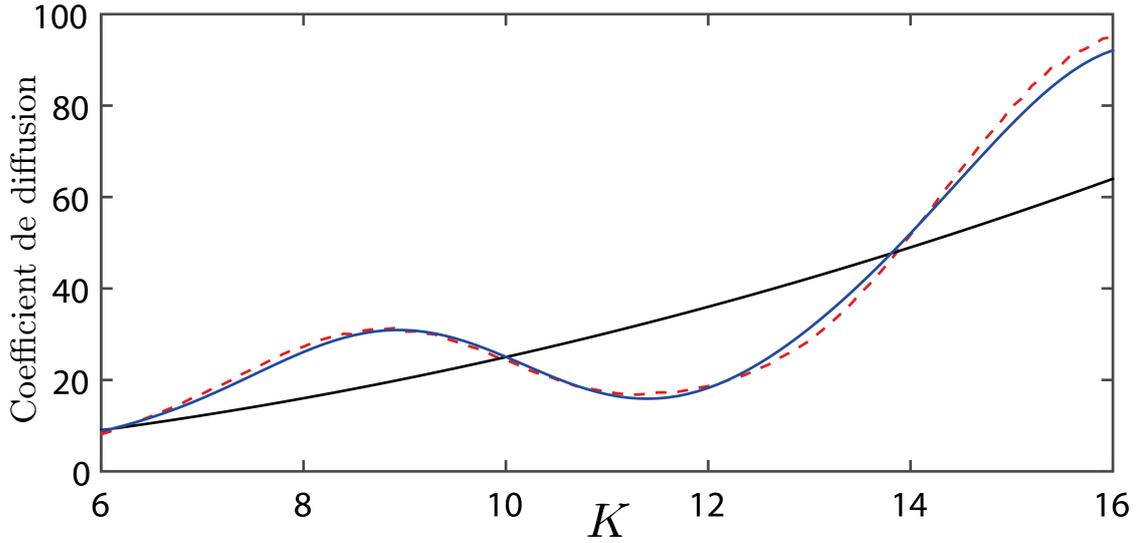


FIGURE 6.4: Évolution du coefficient de diffusion en fonction de  $K$ . En pointillés rouges une estimation du coefficient de diffusion par une simulation numérique. La courbe noire présente l'expression analytique de  $D_0$  tandis que la courbe bleue celle de  $D_{\text{KRC}}$ . Les paramètres sont  $\tilde{k} = 2$  et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion.

le Kicked Rotor lors de l'étude expérimentale de la localisation d'Anderson 2D [111]. Un développement est présent dans cet article qui explique comment ces corrélations modifient les signatures physiques explorées.

### 6.3.4 Kicked Rotor avec saut de phase de période 2

Dans le but de s'affranchir de ces corrélations, nous avons développé dans cette thèse une nouvelle méthode de moyennage de donnée se basant sur le fait que nous sommes désormais capables de réaliser des hamiltoniens de la forme :

$$\hat{H}(x, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x} + a(t)) \sum_n \delta(t - n) \quad (6.7)$$

avec  $a(t)$ , une fonction de modulation de phase périodique de période  $N$ . Nous allons, dans un premier temps, considérer le même type d'hamiltonien que celui utilisé au chapitre 3 lors de l'étude du phénomène ERO. Nous prenons  $a(t)$  périodique de période  $N = 2$  avec  $a(1) = 0$  et  $a(2) = a$ . En utilisant la méthode de calcul réalisée dans [112, 113, 110] appliquée à l'hamiltonien avec saut de phase de période 2, nous déclinons l'expression du coefficient de diffusion :

$$D_{\text{KRC2P}} = D_0 [1 - 2J_2(K_q) \cos(2a) - 2J_1^2(K_q) + 2J_3^2(K_q) \cos(4a)]. \quad (6.8)$$

L'indice KRC2P signifie Kicked Rotor avec Corrélation 2 Phases. Nous constatons que le coefficient de diffusion dépend désormais du saut de phase  $a$  choisi pour les kicks pairs. Nous moyennons le coefficient de diffusion sur les différentes valeurs que peuvent prendre les tirages de saut de phase  $a$  aléatoire compris entre 0 et  $2\pi$ . Nous pouvons écrire

$$D_{\text{KRC2PM}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} D_{\text{KRC2P}} da, \quad (6.9)$$

## CHAPITRE 6. ETUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS D'ÉCHELLE DU KICKED ROTOR

ce qui nous donne :

$$D_{\text{KRC2PM}} = D_0[1 - 2J_1^2(K_q)]. \quad (6.10)$$

L'indice KRC2PM signifie Kicked Rotor avec Corrélation 2 Phases Moyenné. Nous voyons le moyennage sur les phases  $a$  supprime deux des trois termes de corrélations initialement présents. Seul le terme de corrélation à trois kicks  $2J_1^2(K_q)$  survit. Numériquement<sup>4</sup>, nous choisissons une phase  $a$ , nous réalisons la simulation jusque 10 kicks puis nous extrayons le coefficient de diffusion. Nous répétons cette procédure pour un grand nombre de phase  $a$  aléatoirement choisies entre 0 et  $2\pi$  puis nous moyennons les coefficients de diffusion obtenus. Nous pouvons voir sur la courbe en pointillé rouge de la figure 6.5 une simulation numérique où nous avons réalisé ce moyennage. La courbe bleue correspond à l'expression analytique  $D_{\text{KRC2PM}}$  et la noire à  $D_0$ . Nous constatons un bon accord entre la simulation numérique et le calcul  $D_{\text{KRC2PM}}$ . L'effet du moyennage réduit le caractère oscillant du coefficient du diffusion dû aux corrélations.

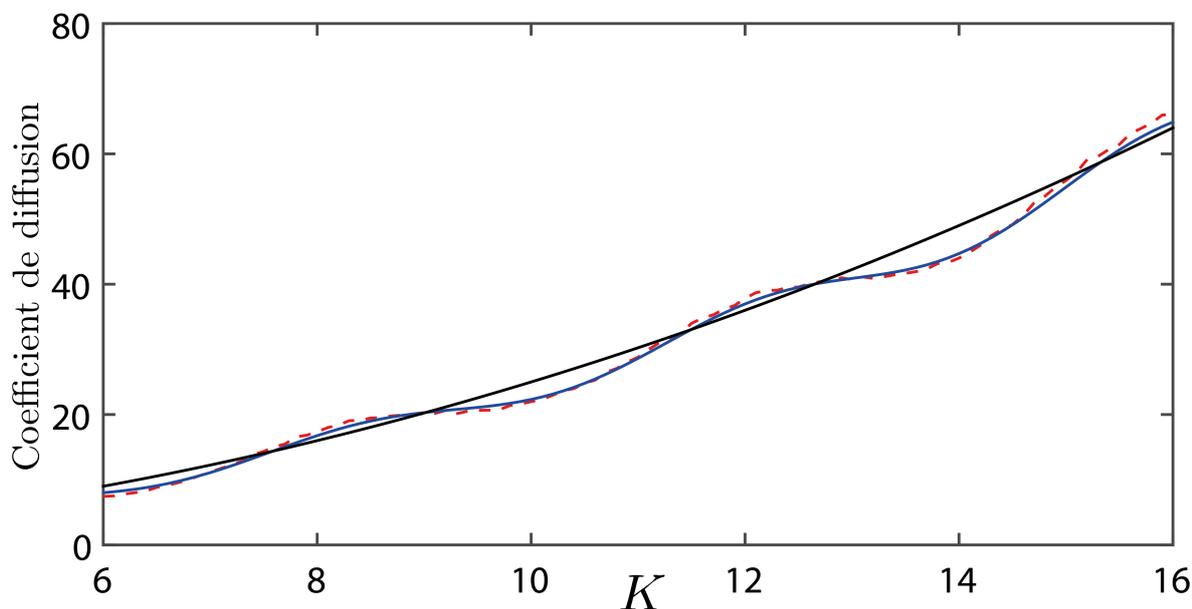


FIGURE 6.5: Évolution du coefficient de diffusion en fonction de  $K$ . En pointillés rouges une estimation du coefficient de diffusion par une simulation numérique. La courbe noire présente l'expression analytique de  $D_0$  tandis que la courbe bleue celle de  $D_{\text{KRC2PM}}$ . Les paramètres sont  $\tilde{k} = 2$  et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion.

Pour aller plus loin, nous allons étendre cette méthode à un hamiltonien avec saut de phase aléatoire de période  $N = 3$ . Nous réalisons également un moyennage sur des tirages aléatoires des sauts de phase  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ . La courbe en pointillé rouge sur la figure 6.6 correspond à la simulation numérique lorsque nous réalisons le moyennage. La courbe noire correspond à l'expression analytique de  $D_0$ . Nous constatons que la courbe issue de la simulation numérique possède un comportement très similaire à celui de  $D_0$ . Le moyennage réalisé a effacé toutes traces de corrélations sur le coefficient de diffusion.

4. la même procédure est utilisée expérimentalement

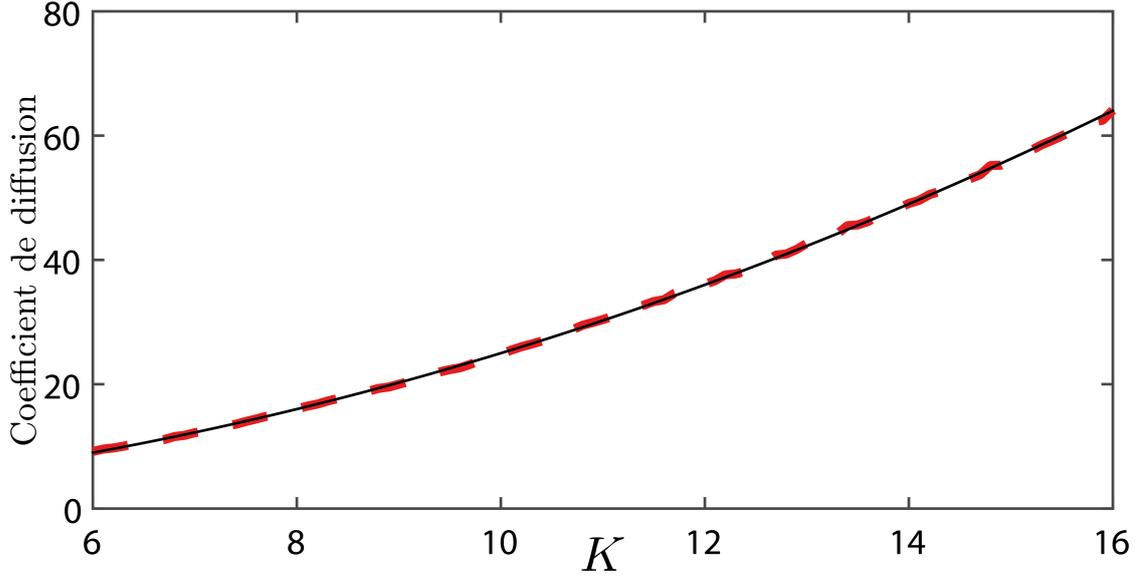


FIGURE 6.6: Évolution du coefficient de diffusion en fonction de  $K$ . En pointillé rouge une estimation du coefficient de diffusion par une simulation numérique. La courbe noire présente l'expression analytique de  $D_0$ . Les paramètres sont  $\hbar k = 2$  et on réalise une moyenne sur  $10^4$  valeurs de la quasi-impulsion.

Nous avons, avec cette méthode, une possibilité de nous affranchir des corrélations entre kicks. Cela peut permettre d'étudier des grandeurs (comme  $\beta(G)$ ) qui sont très sensibles aux corrélations. Une condition nécessaire à cet affranchissement est de réaliser un moyennage de données avec un hamiltonien de modulation de phase  $a(t)$  de période  $N > 2$ .

### 6.3.5 Vérification expérimentale de la suppression des corrélations

Nous allons appliquer la méthode de moyennage des corrélations au dispositif expérimental pour vérifier si celui-ci se comporte comme les prédictions le prétendent.

Dans ce chapitre, nous ne regardons plus les effets CBS et CFS présent sur  $\Pi_0$  lorsque la température initiale du nuage est faible. Nous nous intéressons à l'évolution de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du nombre de kicks. Ce point ne nécessite pas de réaliser nos expériences avec une distribution en impulsion la plus fine possible. C'est pourquoi, afin d'avoir un nombre d'atomes important permettant de maximiser le rapport signal à bruit, nous réalisons nos expériences avec le dispositif petit-repompeur présenté en section 2.4.2. Quoi qu'il en soit, nous pouvons créer des hamiltoniens de la forme :

$$\hat{H}(x, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x} + a(t)) \sum_n \delta(t - n). \quad (6.11)$$

Nous tirons des séquences de phase  $a(t)$  aléatoires périodiques de période  $N$  numériquement et nous les communiquons à l'expérience via un générateur de fonction arbitraire et deux AOM (voir section 2.2.1). Nous moyennons les différents temps de vol acquis pour chaque tirage de phase puis nous réalisons la déconvolution en distribution en impulsion. Nous extrayons ensuite  $\langle p^2 \rangle$  via la méthode présentée en section 2.3.3. De cette valeur de  $\langle p^2 \rangle$ , nous calculons un coefficient de diffusion expérimentale avec la formule  $D_{\text{exp}} = \hbar^2 \langle p^2 \rangle / 2t$  où  $t$  est le nombre

## CHAPITRE 6. ETUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS D'ÉCHELLE DU KICKED ROTOR

de kicks que nous avons appliqué. Nous n'appliquons dans l'expérience que 10 kicks dans le but de rester dans le régime diffusif du Kicked Rotor. Cette condition est nécessaire à l'estimation fiable d'un coefficient de diffusion. La valeur de  $k$  est fixée à 2.

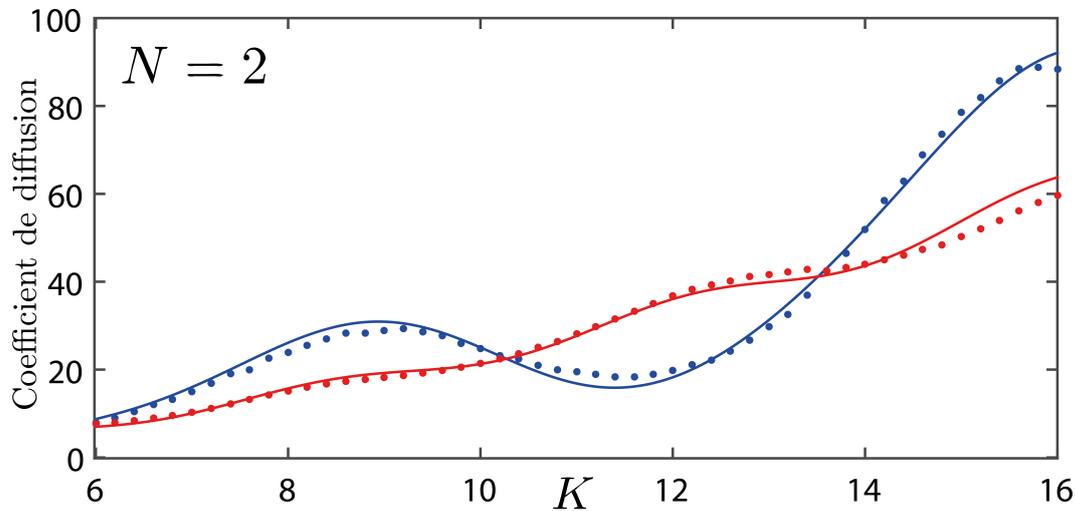


FIGURE 6.7: Évolution du coefficient de diffusion en fonction de  $K$ . En points bleus, le coefficient de diffusion expérimental dans le cas du KR sans saut de phase. La ligne bleue représente la prédiction analytique associée. En points rouges le coefficient de diffusion expérimental moyenné sur les tirages de phases dans le cas du Kicked Rotor avec saut de phase de période  $N = 2$ . En ligne rouge, la forme analytique associée.

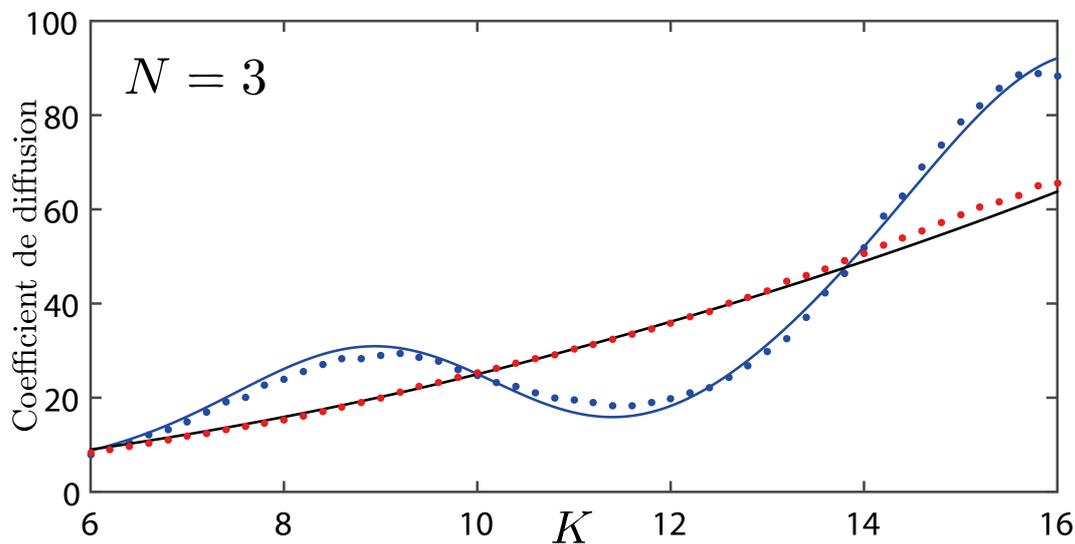


FIGURE 6.8: Évolution du coefficient de diffusion en fonction de  $K$ . En points bleus le coefficient de diffusion expérimental dans le cas du KR sans saut de phase. La ligne bleue représente la prédiction analytique associée. En points rouges, le coefficient de diffusion expérimental moyenné sur les tirages de phases dans le cas du Kicked Rotor avec saut de phase de période  $N = 3$ . En ligne noire, l'évolution de  $D_0$ .

La figure 6.7 présente l'évolution du coefficient de diffusion en fonction de  $K$ . Les points bleus

## 6.4. $\beta(G)$ POUR DEUX CLASSES DE SYMÉTRIE AVEC UN KICKED ROTOR MODULÉ PÉRIODIQUEMENT EN PHASE

représentent les valeurs expérimentales prises dans le cas du Kicked Rotor normal où  $a(t) = 0$  à tous les kicks. Ces points suivent la prédiction (6.6). Les points rouges représentent les valeurs expérimentales du coefficient de diffusion moyenné sur les tirages de phases dans le cas du Kicked Rotor avec saut de phase aléatoire de période  $N = 2$ . Nous constatons que ces points suivent de manière très fidèle la courbe rouge qui correspond à l'équation de  $D_{\text{KRC2PM}}$  (6.10). L'accord entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux est excellent.

Nous réalisons les mêmes expériences dans le cas du Kicked Rotor avec saut de phase de période  $N = 3$ . La figure 6.8 rassemble les données expérimentales et les comparaisons avec les expressions analytiques. Nous voyons que les points rouges suivent parfaitement l'allure du coefficient de diffusion  $D_0$ , représenté par la ligne noire.

Nous constatons que le moyennage des données sur différents tirages de phases aléatoires est une méthode extrêmement puissante pour s'affranchir des corrélations. Il faut retenir qu'expérimentalement nous avons moyenné sur 100 tirages de phases aléatoires ce qui semble suffisant pour s'affranchir des effets des corrélations.

### 6.4 $\beta(G)$ pour deux classes de symétrie avec un Kicked Rotor modulé périodiquement en phase

Nous allons étudier le comportement de  $\beta(G)$  dans deux classes de symétrie différentes. Nous commencerons par présenter la technique utilisée pour placer le système dans la classe de symétrie orthogonale ou unitaire avec un hamiltonien modulé en phase périodiquement.

#### 6.4.1 Brisure de symétrie

La technique que nous utilisons pour briser la symétrie par renversement du temps s'appuie sur les arguments présentés dans le chapitre 4. Une séquence de modulation de phase arbitraire  $a(t)$  périodique de période  $N$  possédant un axe d'antisymétrie fait entrer le système dans la classe de symétrie orthogonale. Nous pouvons donc, tout en réalisant des tirages de phases aléatoires dans notre système, verrouiller des conditions sur les sauts de phases  $a_i$  ( $a_i$  correspond au saut de phase au kick  $i$ ) pour que le système appartienne à la classe de symétrie orthogonale. Afin de mieux comprendre ce qui est réalisé, nous choisissons de développer un exemple.

Considérons un hamiltonien de la forme :

$$\hat{H}(x, t) = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos(\hat{x} + a(t)) \sum_n \delta(t - n), \quad (6.12)$$

avec  $a(t)$  une fonction de période  $N = 5$  :  $a(t+5) = a(t)$ . La séquence  $a(t)$  possède uniquement 5 sauts de phases différents que nous notons  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Nous choisissons de positionner un axe d'antisymétrie autour de  $a_3$ . Pour réaliser une séquence anti-symétrique, nous devons respecter les équations du système :

$$\begin{cases} a_1 = 2\pi \times \text{rand}, \\ a_2 = 2\pi \times \text{rand}, \\ a_3 = 2\pi \times \text{rand}, \\ a_4 = 2a_3 - a_2, \\ a_5 = 2a_3 - a_1, \end{cases} \quad (6.13)$$

## CHAPITRE 6. ETUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS D'ÉCHELLE DU KICKED ROTOR

avec `rand` qui renvoie un nombre entre 0 et 1. Les conditions  $a_4 = 2a_3 - a_2$  et  $a_5 = 2a_3 - a_1$  fixent la position de l'axe d'antisymétrie autour de  $a_3$ . La figure 6.9 représente une telle séquence. Nous y observons la périodicité de période  $N = 5$  de la fonction  $a(t)$ . De plus l'axe d'antisymétrie est bien présent autour du kick numéro 3 modulo 5. Le système est dans ce cas dans la classe orthogonale.

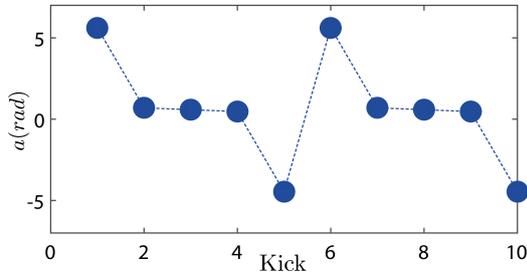


FIGURE 6.9: Séquence de modulation de phase  $a(t)$  périodique de période 5 avec un axe d'antisymétrie situé au kick numéro 3.

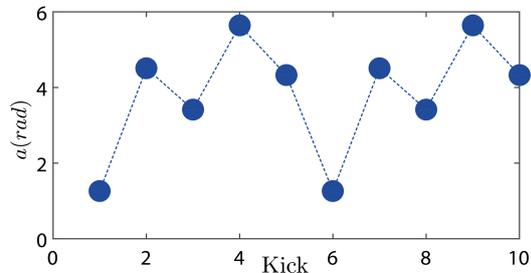


FIGURE 6.10: Séquence de modulation de phase  $a(t)$  périodique de période 5. Aucun axe d'antisymétrie n'est présent.

Nous sommes donc capables de générer une infinité de séquences de modulation de phase  $a(t)$  qui placent le système dans la classe de symétrie orthogonale. Pour réaliser un moyennage efficace, nous tirons aléatoirement la position de l'axe d'antisymétrie de la séquence  $a(t)$ . Ceci change les conditions sur le système d'équation (6.13) tout en laissant le système dans la classe de symétrie orthogonale. De la même manière, nous pouvons générer des séquences  $a(t)$  comme représentée sur la figure 6.10, sans axe d'antisymétrie. Ceci nous assure de placer le Kicked Rotor dans la classe de symétrie unitaire. Ce raisonnement s'applique sans difficulté à un système de période  $N$  arbitraire.

### 6.4.2 Correction à la diffusion dans le cas $N = 4$

Plaçons nous dans le cas d'un hamiltonien modulé en phase de période  $N = 4$ , ( $a(t+4) = a(t)$ ). En utilisant le moyennage des corrélations expliqué précédemment et les tirages aléatoires de phase choisis pour que l'hamiltonien appartienne à la classe de symétrie orthogonale, nous accédons expérimentalement à l'évolution de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du nombre de kicks dans la classe orthogonale.

La figure 6.11 présente l'évolution de  $\langle p^2 \rangle$  dans la classe orthogonale. Les points bleus correspondent aux données expérimentales, la droite noire correspond à la diffusion initiale. Nous constatons que dès le kick 4, il existe un écart entre la dynamique quantique de  $\langle p^2 \rangle$  expérimentale observée et la diffusion initiale. En effet, les boucles simples à l'origine des phénomènes ERO et CBS sont présentes et interfèrent constructivement aux temps courts (présence du CBS dès le début de la séquence de kick voir chapitre 5). La déviation vis-à-vis de la diffusion initiale apparaît dès le kick 5. Ceci est caractéristique de la classe de symétrie orthogonale. Nous pouvons comparer cette dynamique à celle observée dans la classe unitaire. La figure 6.12 nous montre l'évolution de  $\langle p^2 \rangle$  lorsque le système subit des séquences de modulation de phase aléatoire sans aucun axe d'antisymétrie. Les points rouges constituent les données expérimentales tandis que la droite noire représente la diffusion initiale. Nous constatons que l'écart à la diffusion arrive beaucoup plus tard dans ce cas. En effet, il faut attendre le kick 25 avant de l'observer. Dans la classe unitaire, lorsque la TRS est brisée, l'accord de phase entre

#### 6.4. $\beta(G)$ POUR DEUX CLASSES DE SYMÉTRIE AVEC UN KICKED ROTOR MODULÉ PÉRIODIQUEMENT EN PHASE

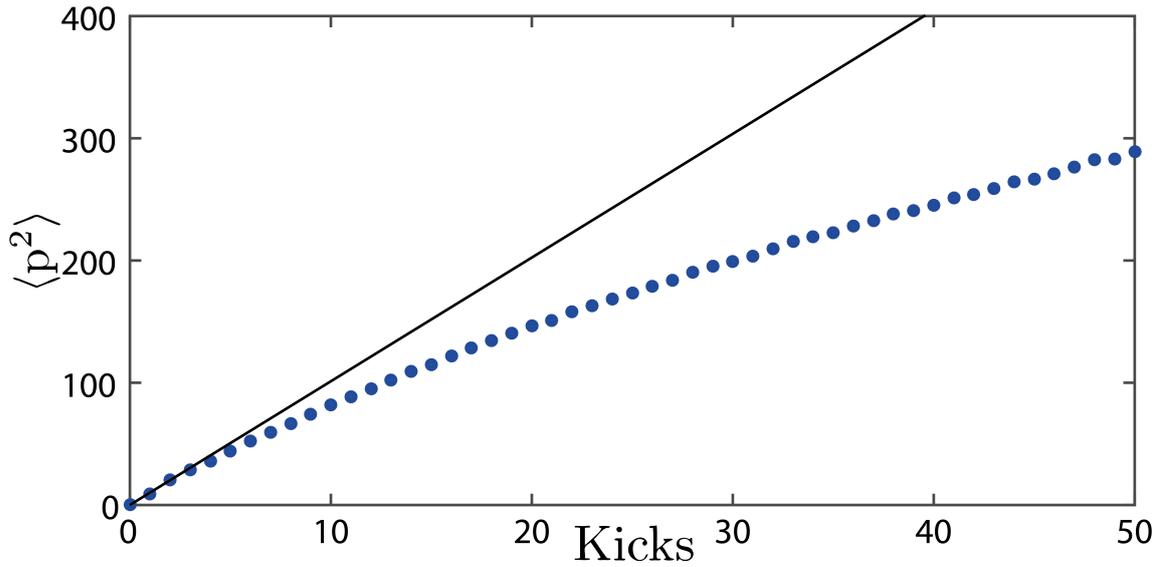


FIGURE 6.11: Évolution de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du nombre de kicks. En points bleus, les données expérimentales pour  $K = 4$   $\hbar = 1$  moyennés sur 100 tirages de phases aléatoires de période  $N = 4$  verrouillés en classe orthogonale. La courbe noire présente la diffusion initiale correspondant à ce jeu de données.

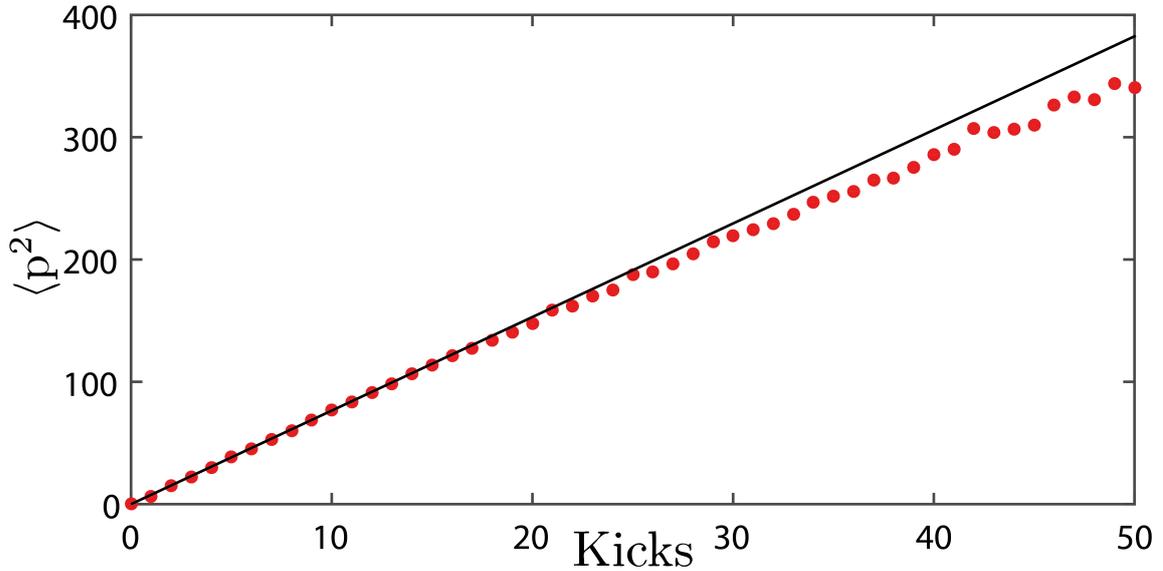


FIGURE 6.12: Évolution de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du nombre de kicks. En points rouges, les données expérimentales pour  $K = 4.5$   $\hbar = 1$  moyennés sur 100 tirages de phases aléatoires de période 4 verrouillés en classe unitaire. La courbe noire présente la diffusion initiale correspondant à ce jeu de données.

les boucles simples n'existe plus, ce qui détruit les phénomènes de localisation faible de type CBS et ERO. Il faut attendre que le système commence à localiser pour que des phénomènes plus complexes, comme ceux à l'origine du CFS présentés en chapitre 5, crée une déviation significative à la diffusion. Ce comportement est caractéristique de la classe unitaire.

## CHAPITRE 6. ETUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS D'ÉCHELLE DU KICKED ROTOR

### 6.4.3 $\beta(G)$ pour un Kicked Rotor de période $N = 4$ orthogonal et unitaire

A partir des évolutions de  $\langle p^2 \rangle$  présentées sur les figures précédentes, nous pouvons calculer une fonction  $\beta(G)$  à l'aide des formules (6.4). La seule différence dans le calcul consiste à considérer la période  $N$  du système. Nous avons vu au chapitre 4 qu'un Kicked Rotor modulé de période  $N$  était équivalent à un système Anderson quasi-1D possédant une infinité de sites dans la dimension 1 et  $N$  sites dans la dimension synthétique 2 (voir section 4.3). Ces  $N$  sites sont équivalents à  $N$  canaux transverses [57]. C'est pourquoi la définition de  $G$  dans (6.4) doit être modifiée comme

$$G := \frac{\langle p^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{t/N}. \quad (6.14)$$

Nous sommes capables d'associer à chaque temps (kick) une valeur de  $\langle p^2 \rangle$  donc une valeur de  $L$  et de  $G$ . Nous traçons  $\log G$  en fonction de  $\log L$  puis nous calculons numériquement la dérivé de cette fonction. Ce faisant, nous obtenons des valeurs de la fonction  $\beta(G)$  associées à chaque valeurs de  $G$ . Nous réalisons ensuite un moyennage de  $N$  valeurs de  $\beta(G)$  autour de chaque valeurs de  $G$  correspondant aux temps multiple de  $N$ .<sup>5</sup> En réalisant cette procédure, nous obtenons les résultats présents sur la figure 6.13.

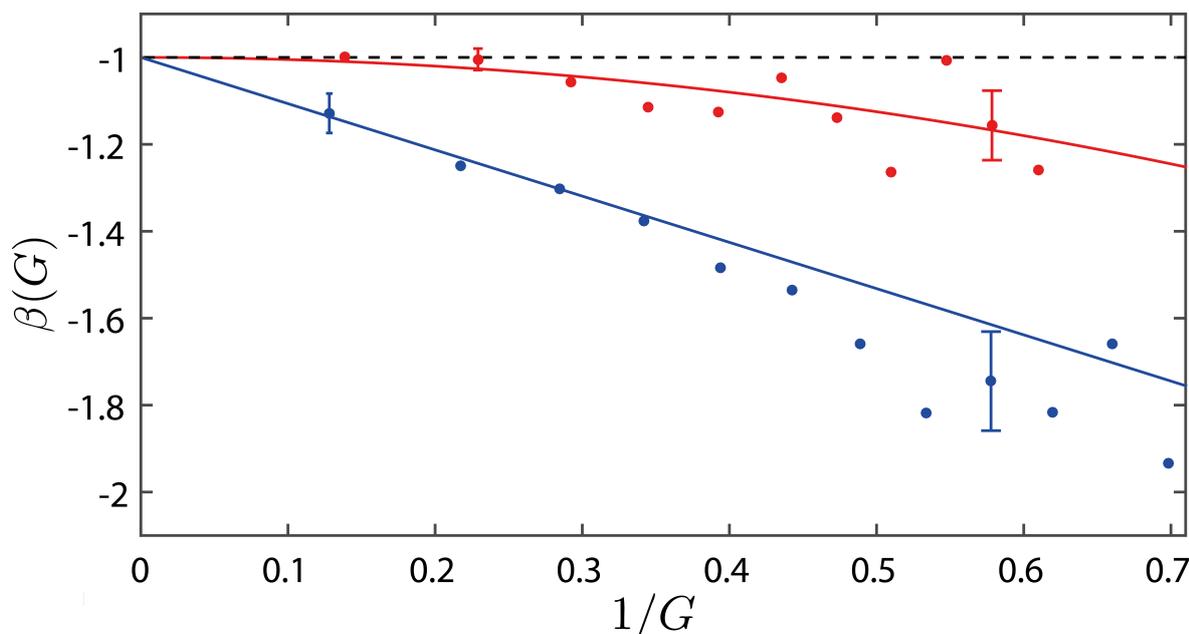


FIGURE 6.13: Les points bleus et rouges représentent l'évolution de la fonction  $\beta(G)$  expérimentale pour deux couples de paramètres  $N = 4$ ,  $K = 4.5$ ,  $\bar{k} = 1$  et  $N = 4$ ,  $K = 4$ ,  $\bar{k} = 1$  respectivement avec  $a(t)$  antisymétrique (orthogonale) et  $a(t)$  quelconque (unitaire). La courbe bleue (rouge) correspond à la prédiction orthogonale (unitaire). La ligne pointillée noire représente le  $\beta(G)$  correspondant à la loi d'Ohm.

Nous remarquons tout d'abord que les deux ensembles de points expérimentaux sont exempts d'oscillations. La méthode de moyennage des corrélations a résolu ce problème. Nous constatons ensuite que dans le cas où la fonction  $a(t)$  possède un axe d'antisymétrie, les données

<sup>5</sup>. Si nous avons 40 valeurs de  $\beta(G)$  pour un système de période 5, nous obtiendrons après moyennage 8 points sur la courbe  $\beta(G)$  en fonction de  $G$ .

expérimentales (points bleus) suivent le comportement orthogonal représenté en ligne bleue. Les points rouges, correspondant aux données lorsque  $a(t)$  est quelconque, se distinguent nettement des données orthogonales et suivent le comportement unitaire. Nous pouvons dire que les fonctions  $\beta(G)$  extraites expérimentalement nous permettent de distinguer l'appartenance du système à la classe de symétrie orthogonale ou unitaire.

## 6.5 Comportement universel de $\beta(G)$

Nous avons vu dans la section précédente que dans le cas d'un Kicked Rotor avec modulation de phase de période  $N = 4$ , nous étions capables de mesurer des fonctions  $\beta(G)$  qui suivent les comportements orthogonaux ou unitaires prédits. La fonction  $\beta(G)$  est, comme nous l'avons vu en introduction, une grandeur physique universelle qui se comporte de la même manière quels que soient les détails microscopiques du système. Nous allons dans cette section examiner ce point expérimentalement.

### 6.5.1 Universalité de $\beta(G)$ dans la classe orthogonale

En utilisant la méthode de verrouillage des phases en configuration antisymétrique présentée dans la section 6.4.1, nous sommes capables de nous intéresser à des systèmes désordonnés de Floquet, appartenant à la classe de symétrie orthogonale, de période  $N$  différentes. Afin de tester l'universalité de la fonction  $\beta(G)$ , nous réalisons différentes expériences dont les paramètres sont résumés dans le tableau 6.1.

Jeux de paramètres	A	B	C
Période $N$	3	4	5
$K$	4	4.5	3.5
Nombre de kicks	60	60	70

TABLE 6.1: Jeux de paramètres utilisés pour les expériences dans la classe de symétrie orthogonale.

Pour toutes ces expériences, la valeur de  $\tilde{k}$  est fixée à 1. Le nombre de kicks réalisés est assez faible dû à l'extrême sensibilité de  $\beta(G)$  vis-à-vis de la décohérence. En général, les expériences sont réalisées à des temps plus faibles que la moitié du temps de cohérence  $\tau_\phi$  associé jeux de paramètres. En utilisant les définitions des équations (6.14), nous associons à chaque jeu de paramètres une fonction  $\beta(G)$ . Il faut noter qu'à chaque fois le nombre de canaux transverses  $N$  équivalent au nombre de sites dans la dimension synthétique change. Les différentes fonctions  $\beta(G)$  obtenues sont tracées sur la figure (6.14). Nous constatons que ces trois fonctions  $\beta(G)$  associées à chaque jeux de paramètres A, B et C en accord avec la même prédiction théorique en trait plein bleu lorsque  $1/G$  est inférieur à 0.8. Nous constatons une déviation vis-à-vis de la prédiction lorsque  $1/G$  est de l'ordre de 1. Ceci n'est pas une imperfection expérimentale puisque des simulations numériques confirment cette déviation. Nous pensons qu'elle trouve son origine dans l'existence d'un terme d'ordre 2, en  $1/G^2$ , que nous ne connaissons pas explicitement pour la prédiction orthogonale de  $\beta_O(G)$ . Quoi qu'il en soit, pour les 3 jeux de paramètres, les  $\beta(G)$  obtenues suivent le même comportement. Nous démontrons ainsi expérimentalement l'universalité de la fonction d'échelle  $\beta_O(G)$  orthogonale.

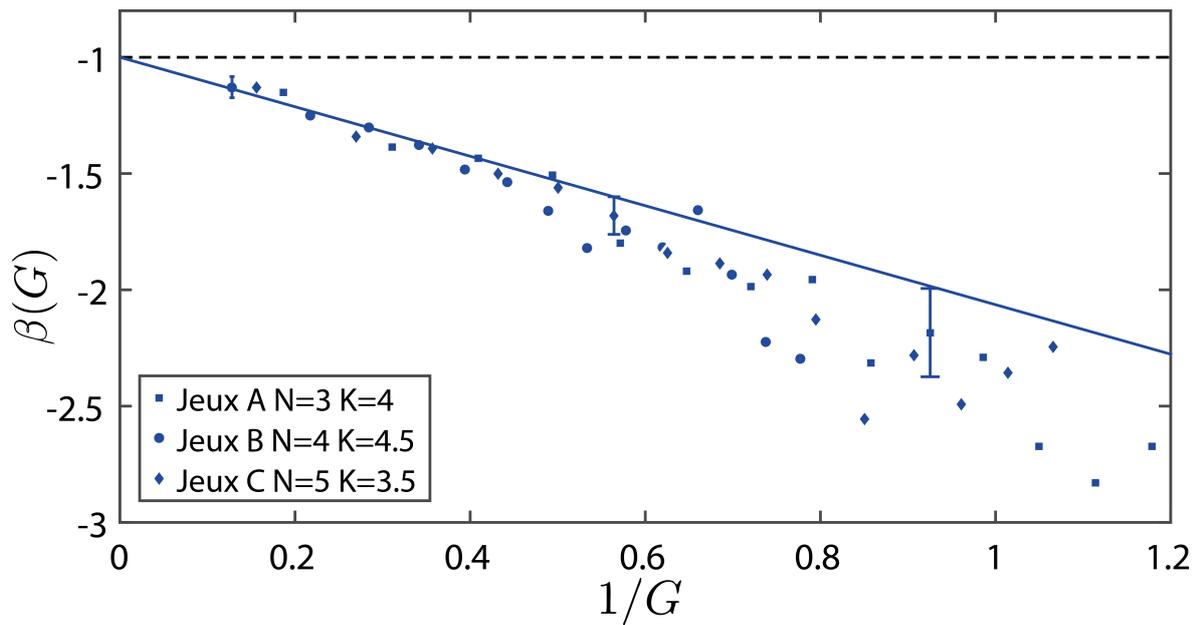


FIGURE 6.14:  $\beta(G)$  pour différents paramètres expérimentaux lorsque  $a(t)$  possède un axe d'antisymétrie (classe orthogonale). Les carrés, ronds et losanges bleus représentent respectivement les jeux de données A, B et C. La courbe bleue représente l'expression analytique orthogonale  $\beta_O(G)$ . La ligne pointillée noire représente le  $\beta(G)$  correspondant à la loi d'Ohm.

### 6.5.2 Universalité de $\beta(G)$ dans la classe unitaire

Nous obtenons expérimentalement, en prenant des séquences de modulations de phase  $a(t)$  quelconques et de périodes différentes, trois jeux de données correspondant à trois jeux de paramètres A, B et C. Ces jeux de paramètres, résumés dans le tableau 6.2, nous permettent de construire trois fonctions  $\beta(G)$  que nous traçons sur la même figure 6.15.

Jeux de paramètres	A	B	C
Période $N$	3	4	5
$K$	2.5	4	1.6
Nombre de kicks	90	60	100

TABLE 6.2: Jeux de paramètres utilisés pour les expériences dans la classe de symétrie unitaire.

Ces jeux de données sont réalisés à  $\tilde{k} = 1$ . Nous voyons que les trois fonctions  $\beta(G)$  suivent la même courbe rouge correspondant à l'expression analytique unitaire de la fonction d'échelle  $\beta(G)$ . Nous montrons également expérimentalement l'universalité du comportement de la fonction d'échelle  $\beta_U(G)$  pour des périodes différentes du système et pour des valeurs différentes de  $K$ .

Dans le but de comparer visuellement les deux comportements différents des fonctions  $\beta(G)$  orthogonale et unitaire, nous traçons sur la figure 6.16, les données et les prédictions associées aux 6 jeux de paramètres présentés précédemment.

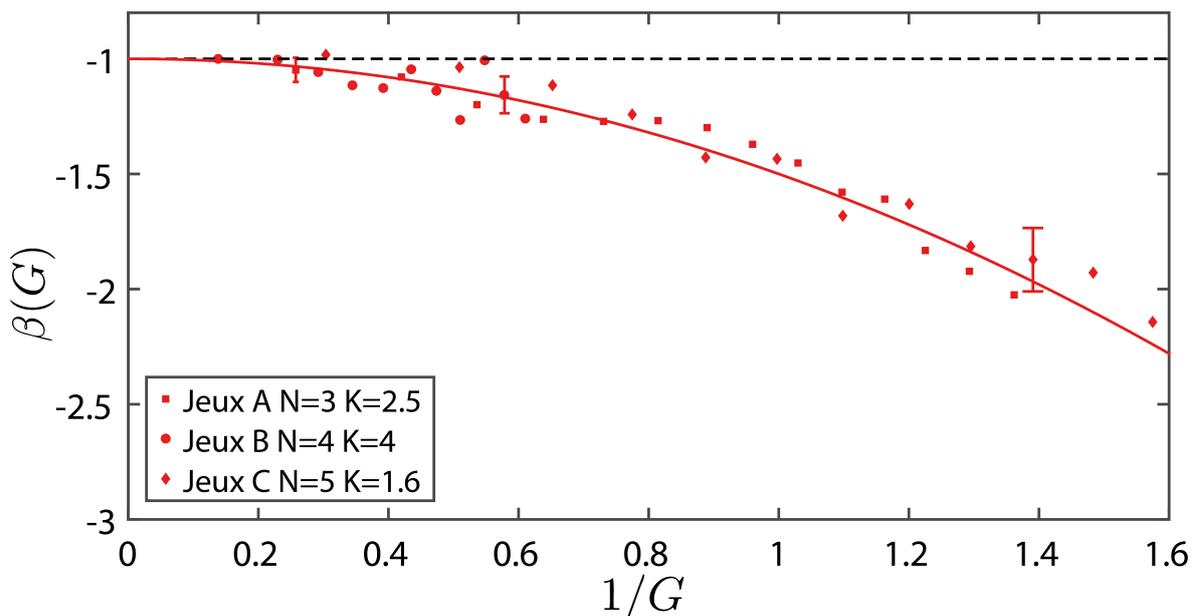


FIGURE 6.15:  $\beta(G)$  pour différents paramètres expérimentaux lorsque  $a(t)$  est quelconque (classe unitaire). Les carrés, ronds et losanges rouges représentent respectivement les jeux de données A, B et C. La courbe rouge représente l'expression analytique unitaire  $\beta_U(G)$ . La ligne pointillée noire représente le  $\beta(G)$  correspondant à la loi d'Ohm.

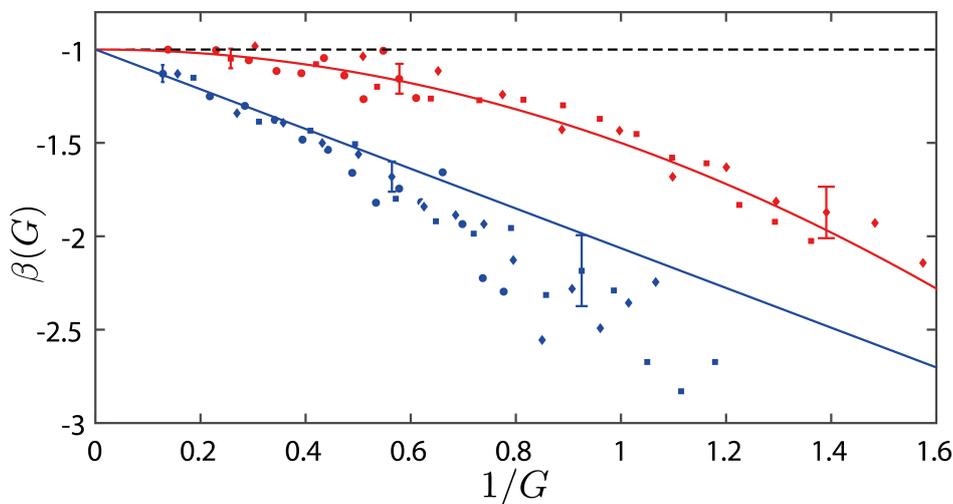


FIGURE 6.16:  $\beta(G)$  pour les 6 jeux de paramètres expérimentaux utilisés.

Conclusion : Nous avons mesuré, pour la première fois expérimentalement, la fonction d'échelle  $\beta(G)$  introduit par ANDERSON *et al.*. L'ingénierie d'hamiltonien réalisée durant cette thèse, nous a permis de faire varier les détails microscopiques des différents systèmes désordonnés de Floquet pour constater que la fonction  $\beta(G)$  était insensible à ces variations. Cela démontre ainsi expérimentalement son caractère universel. De plus, nous avons ajouté, au moyen d'une modulation de phase, un champ de jauge artificiel ce qui nous a permis d'observer le comportement de cette fonction dans la classe d'universalité unitaire.



# Conclusion générale

---

Ce manuscrit a présenté des travaux sur les propriétés de transport dans les milieux désordonnés et en particulier l'effet des symétries. Cette thématique, très générale en physique, apparaît dans beaucoup de systèmes en apparence très différents. Historiquement, les premières expériences ont été réalisées à partir d'électron dans des solides cristallins. Celles-ci ont rapidement été rejointes par d'autres utilisant le son, la lumière, ainsi que différents types d'ondes. Plus récemment, un nouveau système s'est ajouté aux précédents. Il consiste en l'étude de la propagation d'atomes froids dans des potentiels désordonnés créés par des lasers.

Dans cette thèse, nous avons étudié différentes signatures et propriétés des phénomènes de localisation au moyen de systèmes désordonnés de Floquet représentés par des Kicked Rotor modulés temporellement. Un travail numérique important a été réalisé dans le but de façonner les hamiltoniens permettant d'observer les signatures recherchées, tout en tenant compte des contraintes expérimentales. Cela se traduit par la nécessité d'un moyennage expérimental important impliquant des séquences d'acquisition de données longues durant lesquelles l'expérience doit être affranchie de toutes fluctuations significatives. Les améliorations apportées au montage expérimental, effectuées durant la première année de cette thèse et exposées au chapitre 2, concernant la préparation du nuage d'atomes froid initial et le dispositif de détection ont permis d'atteindre cet objectif.

i) Les premières expériences décrites dans ce manuscrit, présentes dans le chapitre 3, mettent en évidence l'existence de phénomène de **localisation faible** dans le Kicked Rotor. Nous y observons, pour la première fois avec des atomes froids, une augmentation de la probabilité de retour à l'origine, ERO, équivalent au phénomène CBS, dans l'espace direct (désordonné). Nous mettons en évidence expérimentalement la nature cohérente de cet effet et nous montrons qu'il peut être utilisé comme outil de diagnostic précis de la décohérence expérimentale.

ii) Les changements expérimentaux réalisés ont abouti au développement de nouveaux types d'hamiltoniens permettant la réalisation de systèmes de Kicked Rotor Quasi-1D périodique modulé dans le temps. Ces systèmes illustrent à merveille la notion de dynamique dans l'espace de Floquet et offrent la possibilité de briser la symétrie par **renversement du temps** de façon parfaitement contrôlée. Ils rendent donc accessible expérimentalement l'étude de systèmes désordonnés appartenant à deux classes de symétries : **orthogonale** et **unitaire**. De plus, il est possible d'en donner une interprétation élégante : on peut les considérer comme des systèmes Anderson quasi-1D avec une géométrie particulière en forme de **nanotube** en présence d'un champ de jauge artificiel. En effet, briser la symétrie par renversement du temps dans le Kicked Rotor Quasi-1D revient à créer un flux **Aharonov-Bohm artificiel** non trivial à travers le nanotube du système d'Anderson. Les expériences réalisées au chapitre 5, à partir de ce nouveau type de Kicked Rotor (Kicked Rotor Quasi-1D), prouvent pour la première fois expérimentalement l'existence d'un nouveau phénomène : la **Diffusion Cohérente vers l'Avant : CFS**. Ce nouvel effet, récemment prédit en 2012, constitue une signature interférentielle directe de la localisation d'Anderson. L'expérience montre que ce phénomène, très différent de ceux présents en régime de localisation faible, est résistant à la brisure de symétrie par renversement du temps. De plus, il est exposé, en bon accord avec les expressions théo-

riques [100], que le contraste associé au CFS croît dans le temps avec un temps caractéristique qui est le temps de localisation.

iii) Les expériences réalisées au chapitre 6 portent sur le transport global des ondes dans le milieu désordonné. Celui-ci est caractérisé par une **fonction d'échelle universelle**  $\beta(G)$  dépendant de la classe de symétrie du système. À partir des fonctions d'ondes atomiques, nous extrayons pour la première fois expérimentalement, les formes des fonctions  $\beta(G)$  pour deux classes de symétrie différentes : orthogonale et unitaire. De plus, nous démontrons expérimentalement **l'universalité** de ces fonctions en faisant varier les paramètres de l'hamiltonien correspondant aux détails microscopiques du système.

La polyvalence des systèmes de Floquet nous permet actuellement de réaliser des systèmes désordonnés 1D appartenant à la classe de symétrie unitaire. Une perspective intéressante consisterait à réaliser une étude de la transition d'Anderson 3D dans la classe unitaire. L'objectif serait d'observer le changement de **l'exposant critique** qui dépend de la classe de symétrie.

L'observation expérimentale du CFS comme marqueur de la localisation d'Anderson ouvre la voie à une possible étude expérimentale de la transition d'Anderson à l'aide de ce phénomène. Des travaux théoriques et numériques [99] ont montré que les informations concernant les propriétés de la **transition d'Anderson 3D**, notamment son exposant critique, étaient contenues dans la forme du pic CFS. Une étude du comportement de ce pic au point critique de la transition de phase pourrait permettre expérimentalement d'extraire **l'exposant critique** de la transition. Ceci fournirait un moyen original de déterminer cet exposant.

Nous avons étudié la brisure de la symétrie par renversement du temps dans un système désordonné sans **spin**. De la même façon que les hamiltoniens de Kicked Rotor modulé temporellement sont une extension du Kicked Rotor standard, nous pourrions imaginer des versions modifiées plus sophistiquées du Kicked Rotor permettant l'introduction d'un spin réel ou fictif dans le système. Cela permettrait d'étudier la physique d'Anderson dans une autre classe d'universalité, caractérisée par la brisure de la symétrie par rotation du spin : la classe **symplectique**. Dans cette classe, on s'attend à observer des effets **d'antilocalisation faible** visible pour des systèmes de dimension 1 (diminution de la probabilité de retour à l'origine). De plus, une **transition métal-isolant d'Anderson en dimension 2** se manifeste. Ce dernier point contraste drastiquement avec les comportements observés dans les classes de symétries orthogonale et unitaire.

Finalement, nous pourrions également considérer la possibilité d'utiliser un **condensat de Bose-Einstein** expérimentalement pour introduire des **interactions** dans le système. Ce sujet a déjà été abordé dans la thèse théorique de Benoit Vermersch [114]. Une expérience visant à produire un condensat de **Bose-Einstein de Potassium** est en cours de construction à Lille. Celle-ci devrait permettre l'étude expérimentale de la physique d'Anderson avec interactions au moyen du Kicked Rotor sous un angle nouveau.

# La base des impulsions du Kicked Rotor

Cet annexe a pour but de présenter la base des impulsions utilisée dans cette thèse avec les unités normalisées du Kicked Rotor.

En regardant l'équation (1.29), nous constatons que  $\hat{U}(1)(\hat{x}, \hat{p}) = \hat{U}(1)(\hat{x} + 2\pi, \hat{p})$ . L'opérateur d'évolution possède une symétrie de translation discrète dans l'espace de période  $a = 2\pi$ . Cette symétrie peut être représentée par un opérateur de translation discrète de période  $a$ ,  $\hat{T}_a$ . Nous pouvons utiliser le théorème de BLOCH et dire que les fonctions propres de  $\hat{U}(1)$  s'écrivent sous la forme de BLOCH suivante :

$$\Psi_\beta(x) = \exp(i\beta x) \Phi_\beta(x), \quad (\text{A.1})$$

avec  $\Phi_\beta(x)$  une fonction périodique de période  $a$  :

$$\Phi_\beta(x + a) = \Phi_\beta(x). \quad (\text{A.2})$$

$\Phi_\beta(x)$  étant périodique de période  $a$ , nous la développons en série de Fourier :

$$\Phi_\beta(x) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} C_m(\beta) e^{2i\pi m x/a}. \quad (\text{A.3})$$

Nous avons pour les fonctions propres :

$$\Psi_\beta(x) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} C_m(\beta) e^{ix(\beta + 2\pi m/a)}. \quad (\text{A.4})$$

Nous constatons ici la décomposition de la fonction propre  $\Psi_\beta(x)$  sur la base des ondes planes  $e^{ix(\beta + 2\pi m/a)}$ . Afin de voir comment s'écrit cette base avec les unités réduites du Kicked Rotor, nous considérons l'opérateur impulsion  $\hat{P}$  qui agit sur  $X$  comme :

$$\hat{P} := -i\hbar \frac{\partial}{\partial X}. \quad (\text{A.5})$$

En injectant dans l'équation (A.5) l'expression des unités normalisées (1.14) et en utilisant la définition de  $\tilde{\hbar}$  (1.20) nous obtenons :

$$\hat{p} = -i\tilde{\hbar} \frac{\partial}{\partial x}. \quad (\text{A.6})$$

L'action de  $\hat{p}$  sur la fonction  $\Psi_\beta(x)$  nous donne :

$$\hat{p}\Psi_\beta(x) = \tilde{\hbar}(m + \beta)\Psi_\beta(x). \quad (\text{A.7})$$

Les valeurs de  $p$  sont quantifiées et espacées de  $\tilde{\hbar}$ . Nous définissons la base des impulsions avec deux nombres  $m$  et  $\beta$ . Avec la notation de Dirac nous avons :

$$\boxed{\hat{p}|\beta, m\rangle = \tilde{\hbar}(m + \beta)|\beta, m\rangle} \quad (\text{A.8})$$



# Mapping du Kicked Rotor sur le modèle des liaisons fortes avec désordres

Cet annexe explique le lien formel existant entre le Kicked Rotor 1D et le modèle des liaisons fortes avec désordre. Nous suivrons les démonstrations initialement faites dans [115] et [116].

Nous rappelons que l'opérateur d'évolution du système est  $\hat{U}(1) = \hat{U}_{\text{prop}}\hat{U}_{\text{kick}}$ . Le théorème de Floquet dit qu'un état de Floquet, caractérisé par une quasi-énergie  $\omega$  définie modulo  $2\pi$ , est état propre de l'opérateur d'évolution  $\hat{U}(1)$  avec  $e^{-i\omega}$  comme valeur propre :

$$\hat{U}(1) |\Phi_{\omega}^{-}\rangle := e^{-i\omega} |\Phi_{\omega}^{-}\rangle. \quad (\text{B.1})$$

Soit un état  $|\Phi^{+}\rangle$  défini comme

$$|\Phi^{+}\rangle := \hat{U}_{\text{kick}} |\Phi_{\omega}^{-}\rangle. \quad (\text{B.2})$$

En appliquant  $\hat{U}_{\text{kick}}\hat{U}_{\text{prop}}$  sur l'équation (B.2), nous montrons que

$$\hat{U}_{\text{kick}}\hat{U}_{\text{prop}} |\Phi^{+}\rangle = e^{-i\omega} |\Phi^{+}\rangle. \quad (\text{B.3})$$

L'état  $|\Phi^{+}\rangle$  est état propre de l'opérateur  $\hat{U}_{\text{kick}}\hat{U}_{\text{prop}}$  avec pour valeur propre  $e^{-i\omega}$ . Nous le noterons désormais  $|\Phi_{\omega}^{+}\rangle$ .

Si nous appliquons  $\hat{U}_{\text{prop}}$  à l'équation (B.3), nous obtenons

$$\hat{U}(1)\hat{U}_{\text{prop}} |\Phi_{\omega}^{+}\rangle = e^{-i\omega}\hat{U}_{\text{prop}} |\Phi_{\omega}^{+}\rangle. \quad (\text{B.4})$$

$\hat{U}_{\text{prop}} |\Phi_{\omega}^{+}\rangle$  est état propre de  $\hat{U}(1)$  avec pour valeur propre  $e^{-i\omega}$ . On peut montrer que l'état  $\hat{U}_{\text{prop}} |\Phi_{\omega}^{+}\rangle$  correspond à  $|\Phi_{\omega}^{-}\rangle$ . Pour résumé nous avons :

$$\begin{aligned} |\Phi_{\omega}^{+}\rangle &= \hat{U}_{\text{kick}} |\Phi_{\omega}^{-}\rangle, \\ |\Phi_{\omega}^{-}\rangle &= \hat{U}_{\text{prop}} |\Phi_{\omega}^{+}\rangle, \\ \hat{U}(1) |\Phi_{\omega}^{-}\rangle &= e^{-i\omega} |\Phi_{\omega}^{-}\rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Pour faire le lien entre le modèle du Kicked Rotor et celui des liaisons fortes, il est nécessaire d'écrire l'opérateur de kick autrement. Nous définissons  $W(\hat{x}) := \tan(-K \cos \hat{x}/2k)$ . Ce qui nous permet d'écrire :

$$\exp\left\{-i\frac{K \cos \hat{x}}{k}\right\} = \frac{1 + iW(\hat{x})}{1 - iW(\hat{x})}. \quad (\text{B.6})$$

Le lien entre  $|\Phi_{\omega}^{-}\rangle$  et  $|\Phi_{\omega}^{+}\rangle$  devient :

**ANNEXE B. MAPPING DU KICKED ROTOR SUR LE MODÈLE DES LIAISONS FORTES AVEC DÉSORDRES**

---

$$|\Phi_\omega^+\rangle = \frac{1 + iW(\hat{x})}{1 - iW(\hat{x})} |\Phi_\omega^-\rangle. \quad (\text{B.7})$$

En définissant  $|\Phi_\omega\rangle := \frac{|\Phi_\omega^+\rangle + |\Phi_\omega^-\rangle}{2}$  et en utilisant l'équation (B.7) nous aboutissons à :

$$\begin{aligned} |\Phi_\omega^+\rangle &= [1 + iW(\hat{x})] |\Phi_\omega\rangle, \\ |\Phi_\omega^-\rangle &= [1 - iW(\hat{x})] |\Phi_\omega\rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Pour continuer nous décomposons les états de Floquet dans la base des impulsions :

$$\begin{aligned} |\Phi_\omega^+\rangle &= \sum_n \Phi_{\omega,n}^+ |n\rangle, \\ |\Phi_\omega^-\rangle &= \sum_n \Phi_{\omega,n}^- |n\rangle, \\ |\Phi_\omega\rangle &= \sum_n \Phi_{\omega,n} |n\rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

et écrivons l'opérateur  $W(\hat{x})$  comme :

$$W(\hat{x}) = \sum_r W_r e^{-ir\hat{x}}. \quad (\text{B.10})$$

En remplaçant les expressions de (B.9) et (B.10) dans (B.8) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \sum_n \Phi_{\omega,n}^+ |n\rangle &= \sum_n \Phi_{\omega,n} |n\rangle + i \sum_{n,r} W_r \Phi_{\omega,n} |r+n\rangle = \sum_n \Phi_{\omega,n} |n\rangle + i \sum_{n,r} W_{n-r} \Phi_{\omega,r} |n\rangle, \\ \sum_m \Phi_{\omega,m}^- |m\rangle &= \sum_m \Phi_{\omega,m} |m\rangle - i \sum_{m,r} W_r \Phi_{\omega,m} |r+m\rangle = \sum_m \Phi_{\omega,m} |m\rangle - i \sum_{m,r} W_{m-r} \Phi_{\omega,r} |m\rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

La deuxième égalité est obtenue en réarrangeant les indices. Nous appliquons le bra  $\langle m|$  aux équations (B.11) pour obtenir pour chaque  $m$  :

$$\begin{aligned} \Phi_{\omega,m}^+ &= \Phi_{\omega,m} + i \sum_r W_{m-r} \Phi_{\omega,r}, \\ \Phi_{\omega,m}^- &= \Phi_{\omega,m} - i \sum_r W_{m-r} \Phi_{\omega,r}. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Revenons à l'équation aux valeurs propres de l'opérateur d'évolution sur une période :

$$\hat{U}(1) |\Phi_\omega^-\rangle = e^{-i\omega} |\Phi_\omega^-\rangle. \quad (\text{B.13})$$

Nous savons que  $U(1) = \exp\left\{-i\frac{\hat{p}^2}{2k}\right\} \exp\left\{-i\frac{K}{k} \cos(\hat{x})\right\}$  et que  $\exp\left\{-i\frac{K}{k} \cos(\hat{x})\right\} |\Phi_\omega^-\rangle = |\Phi_\omega^+\rangle$ . Ceci nous permet d'écrire :

$$e^{-i\omega} \times |\Phi_\omega^-\rangle = \exp\left\{-i\frac{\hat{p}^2}{2k}\right\} |\Phi_\omega^+\rangle. \quad (\text{B.14})$$

Pour appliquer l'opérateur de propagation libre  $\exp\left\{-i\frac{\hat{p}^2}{2k}\right\}$  sur  $|\Phi_\omega^+\rangle$ , il est plus commode de se mettre dans la base des impulsions où celui-ci est diagonal. Dans la base des impulsions  $|m\rangle$ , nous avons :

---


$$\Phi_{\omega,m}^- = e^{i\omega} e^{-i\frac{km^2}{2}} \Phi_{\omega,m}^+. \quad (\text{B.15})$$

En définissant  $E_m := \omega - km^2/2$  et en utilisant les équations (B.12) nous obtenons :

$$\Phi_{\omega,m} - i \sum_r W_{m-r} \Phi_{\omega,r} = e^{iE_m} \left[ \Phi_{\omega,m} + i \sum_r W_{m-r} \Phi_{\omega,r} \right]. \quad (\text{B.16})$$

En introduisant  $\epsilon_m := \tan(E_m/2)$ , cette équation se réécrit :

$$\epsilon_m \Phi_{\omega,m} + \sum_r W_{m-r} \Phi_{\omega,r} = 0. \quad (\text{B.17})$$

Enfin, nous réalisons un glissement d'indice et nous sortons le terme  $r = 0$  de la somme pour aboutir à :

$$\boxed{\epsilon_m \Phi_{\omega,m} + \sum_{r \neq 0} W_r \Phi_{\omega,m-r} = -W_0 \Phi_{\omega,m}.} \quad (\text{B.18})$$



# Simulation numérique

Nous cherchons à réaliser la simulation numérique du Kicked Rotor Quantique. Pour ce faire, nous devons simuler l'état du système après l'application de  $N$  kicks. Partant d'un état initial  $|\Psi_0\rangle$  nous devons construire l'état  $|\Psi_N\rangle$  qui respecte la relation :

$$|\Psi(N)\rangle = \hat{U}(N) |\Psi(0)\rangle. \quad (\text{C.1})$$

Avec  $\hat{U}(N)$  l'opérateur d'évolution du système sur  $N$  périodes. Grâce aux symétries du problème (translation dans le temps et l'espace), nous avons vu dans la section 1.2.2 qu'appliquer  $\hat{U}(N)$  revenait à appliquer  $N$  fois l'opérateur  $\hat{U}(1)$ . Nous obtenons donc la relation :

$$|\Psi(N)\rangle = [\hat{U}(1)]^N |\Psi(0)\rangle. \quad (\text{C.2})$$

L'opérateur d'évolution  $\hat{U}(1) = \hat{U}_{\text{prop}} \hat{U}_{\text{kick}}$  présenté dans l'équation (1.30) est constitué de deux opérateurs distincts. Le premier,  $\hat{U}_{\text{prop}}$ , est diagonal dans l'espace des impulsions tandis que le second,  $\hat{U}_{\text{kick}}$ , est diagonal dans l'espace des positions. Le passage d'une base à l'autre peut être réalisé numériquement via l'outil de transformée de FOURIER rapide FFT (Fast FOURIER Transform) ou IFFT (Inverse Fast FOURIER Transform). Nous décrivons ci-dessous la procédure numérique utilisée.

1. Nous définissons l'état initial du système dans l'espace des impulsions  $\phi_0(p) = \langle p | \Psi(0) \rangle$
2. Nous réalisons l'évolution temporelle du système de  $n = 0$  jusque  $n = N$  ( $N$  est le nombre de kicks maximum), de la manière suivante :
  - (a) Nous connaissons  $\phi_{n-}(p)$ , nous calculons  $\Pi_{n-}(p) = |\phi_{n-}(p)|^2$
  - (b) Nous calculons  $\langle p_n^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p^2 \Pi_{n-}(p) dp$
  - (c) Nous calculons l'état dans la base des  $x$  par transformée de FOURIER inverse de  $\phi_{n-}(p)$ , :  $\phi_{n-}(x) = \text{IFFT}(\phi_{n-}(p))$
  - (d) Nous appliquons l'opérateur de kick :  $\phi_{n+}(x) = \langle x | \hat{U}_{\text{kick}} | x \rangle \phi_{n-}(x)$
  - (e) Nous calculons l'état dans la base des impulsions par transformée de FOURIER direct de  $\phi_{n+}(x)$  :  $\phi_{n+}(p) = \text{FFT}(\phi_{n+}(x))$  :
  - (f) Nous appliquons l'opérateur de propagation libre  $\phi_{n+1-}(p) = \langle p | \hat{U}_{\text{prop}} | p \rangle \phi_{n+}(p)$
  - (g) Nous revenons à l'étape (a) si  $n < N$  sinon, nous arrêtons la simulation numérique.

La procédure numérique présentée précédemment permet de calculer les distributions en impulsion  $\Pi(p)$  ainsi que les valeurs de  $\langle p^2 \rangle$  pour chaque kick. C'est sur la base de cette procédure que sont réalisées toutes les simulations numériques quantiques durant cette thèse.

Nous avons vu en section 1.2.3 que la quasi-impulsion  $\beta$  jouait le rôle de condition initiale du système. Expérimentalement, nous utilisons un nuage d'atomes froids qui peuplent toutes les valeurs de la quasi-impulsion  $\beta$  appartenant à la première zone de Brillouin. L'énergie

## ANNEXE C. SIMULATION NUMÉRIQUE

---

cinétique estimée expérimentalement sera celle de plusieurs millions d'atomes moyennée sur des millions de valeurs de  $\beta$  comprises dans cette première zone de Brillouin. Pour retracer ce point numériquement, nous définissons l'état initial avec un  $\beta$  bien précis. Nous réalisons la simulation numérique pour chaque  $\beta$  puis nous moyennons les distributions obtenues.

Comme nous l'avons vu dans la partie 1.2.4, à chaque valeur de  $\beta$  correspond une réalisation différente du désordre. Le moyennage sur différents  $\beta$  permet de moyennner sur différentes réalisations possibles du désordre.

# Corrélations entre kicks

Cet annexe a pour but de présenter les corrélations existantes dans le Kicked Rotor et ayant un effet sur le coefficient de diffusion du système. Nous ferons une analyse purement classique du phénomène, l'extension au cas quantique pouvant se faire en suivant la démarche de D.SHEPELYANSKY [110], en prenant en compte le commutateur entre  $\hat{x}$  et  $\hat{p}$ .

## D.1 Application Standard et coefficients de corrélations

En considérant le Kicked Rotor représenté par l'Application Standard (D.1) :

$$\begin{cases} p_{n+1} = p_n + K \sin x_n, \\ x_{n+1} = x_n + p_{n+1}, \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

nous exprimons  $p_n^2$  après application de  $n$  kicks :

$$p_n^2 = K^2 \sum_{l=0}^{n-1} \sin^2 x_l + K^2 \sum_{\substack{i=0 \\ j=0 \\ i \neq j}}^{n-1, n-1} \sin x_i \sin x_j. \quad (\text{D.2})$$

Nous réalisons un moyennage, que nous choisissons de représenter par le symbole  $\langle \dots \rangle$ , de l'équation (D.2) sur les différentes évolutions possibles (donc sur les différentes conditions initiales  $x_0$  et  $p_0$ ) pour obtenir :

$$\langle p_n^2 \rangle = \langle K^2 \sum_{l=0}^{n-1} \sin^2 x_l \rangle + \langle K^2 \sum_{\substack{i=0 \\ j=0 \\ i \neq j}}^{n-1, n-1} \sin x_i \sin x_j \rangle. \quad (\text{D.3})$$

Nous avons vu au chapitre 1 que le premier terme de cette équation est responsable de la dépendance en  $K^2/2$  de l'évolution de  $p_n^2$  dans le temps soit :

$$\langle p_n^2 \rangle = n \frac{K^2}{2} + \langle K^2 \sum_{\substack{i=0 \\ j=0 \\ i \neq j}}^{n-1, n-1} \sin x_i \sin x_j \rangle. \quad (\text{D.4})$$

Nous allons dans la suite expliquer comment calculer le second terme de cette équation, ce qui revient à considérer les variables  $x_i$  et  $x_j$  non indépendantes. Cela veut dire que nous prenons en compte les corrélations entre kicks dans notre système.

## D.2 Coefficients de corrélations

Nous introduisons les coefficients de corrélations :

$$C_{i,j} := \langle K^2 \sin x_i \sin x_j \rangle. \quad (\text{D.5})$$

### D.2.1 Coefficient de corrélation $C_{1,0}$

Nous allons présenter la méthode de calcul pour un coefficient de corrélation :  $C_{1,0}$ . Écrivons l'équation autrement selon :

$$C_{1,0} = -\frac{K^2}{4} \langle e^{i(x_1+x_0)} - e^{i(x_1-x_0)} + cc \rangle. \quad (\text{D.6})$$

Le terme  $cc$  dans l'équation (D.6) veut dire complexe conjugué. Afin de calculer ce terme, nous devons exprimer  $e^{ix_1}$  en fonction de  $e^{ix_0}$ . Nous faisons ce lien en utilisant les relations de l'application standard (D.1) pour obtenir :

$$e^{ix_1} = e^{i(x_0+p_0)} e^{iK \sin x_0}. \quad (\text{D.7})$$

À partir de ce point, nous devons introduire les fonctions de Bessel comme :

$$\exp \left[ \left( b - \frac{1}{b} \right) \frac{c}{2} \right] = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(c) b^s, \quad (\text{D.8})$$

avec  $s \in \mathbb{Z}$ . Nous adaptons cette écriture à notre problème en prenant  $b = e^{ix}$  et  $c = K$  pour obtenir :

$$e^{iK \sin x} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(K) e^{isx}. \quad (\text{D.9})$$

En injectant l'écriture de l'équation (D.9) dans (D.7), nous aboutissons à :

$$e^{ix_1} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(K) e^{ix_0(1+s)} e^{ip_0}. \quad (\text{D.10})$$

Nous remplaçons (D.10) dans (D.6) pour obtenir :

$$C_{1,0} = -\frac{K^2}{4} \left\langle \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(K) e^{ix_0(2+s)} e^{ip_0} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(K) e^{ix_0(s)} e^{ip_0} + cc \right\rangle \quad (\text{D.11})$$

Nous rappelons que le symbole  $\langle \dots \rangle$  veut dire moyennage de  $x_0$  et  $p_0$  sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Or  $\forall s$ , le moyennage sur  $p_0$  dans  $\exp(ip_0)$  nous renvoie 0, ainsi :

$$C_{1,0} = 0. \quad (\text{D.12})$$

Le coefficient de corrélation  $C_{1,0}$  est nul.

### D.2.2 Coefficient de corrélation $C_{2,0}$

Prenons désormais le cas de  $C_{2,0}$  :

$$C_{2,0} = -\frac{K^2}{4} \langle e^{i(x_2+x_0)} - e^{i(x_2-x_0)} + cc \rangle. \quad (\text{D.13})$$

De la même manière que précédemment, nous pouvons exprimer  $e^{ix_2}$  en fonction de  $x_0$  et  $p_0$  :

$$e^{ix_2} = \sum_{s_0, s_1=-\infty}^{+\infty} J_{s_0}(K) J_{s_1}(K[2+s_0]) e^{ix_0(1+s_0+s_1)} e^{ip_0(2+s_0)}. \quad (\text{D.14})$$

Nous remplaçons (D.14) dans (D.13) pour obtenir :

$$\begin{aligned}
 C_{2,0} = & -\frac{K^2}{4} \left\langle \sum_{s_0, s_1 = -\infty}^{+\infty} J_{s_0}(K) J_{s_1}(K[2 + s_0]) e^{ix_0(2+s_0+s_1)} e^{ip_0(2+s_0)} \right. \\
 & \left. - \sum_{s_0, s_1 = -\infty}^{+\infty} J_{s_0}(K) J_{s_1}(K[2 + s_0]) e^{ix_0(s_0+s_1)} e^{ip_0(2+s_0)} + cc \right\rangle.
 \end{aligned} \tag{D.15}$$

Nous écrivons  $C_{2,0} = C_{2,0}^a - C_{2,0}^b$  avec :

$$\begin{aligned}
 C_{2,0}^a & := -\frac{K^2}{4} \left\langle \sum_{s_0, s_1 = -\infty}^{+\infty} J_{s_0}(K) J_{s_1}(K[2 + s_0]) e^{ix_0(2+s_0+s_1)} e^{ip_0(2+s_0)} + cc \right\rangle, \\
 C_{2,0}^b & := -\frac{K^2}{4} \left\langle \sum_{s_0, s_1 = -\infty}^{+\infty} J_{s_0}(K) J_{s_1}(K[2 + s_0]) e^{ix_0(s_0+s_1)} e^{ip_0(2+s_0)} + cc \right\rangle.
 \end{aligned} \tag{D.16}$$

Le terme  $C_{2,0}^a$  survit au moyennage uniquement si :

$$\begin{cases} 2 + s_0 = 0, \\ 2 + s_0 + s_1 = 0, \end{cases} \tag{D.17}$$

autrement dit si :

$$\begin{cases} s_0 = -2, \\ s_1 = 0. \end{cases} \tag{D.18}$$

En se rappelant que  $J_0(0) = 1$ , que  $J_n = (-1)^n J_{-n}$ , et en oubliant pas la contribution venant du complexe conjugué, nous obtenons :

$$C_{2,0}^a = -\frac{K^2}{2} J_2(K). \tag{D.19}$$

De la même manière, le terme  $C_{2,0}^b$  survit au moyennage uniquement si :

$$\begin{cases} s_0 = -2, \\ s_1 = 2. \end{cases} \tag{D.20}$$

Cependant  $J_2(0) = 0$  donc  $C_{2,0}^b = 0$ . Nous obtenons finalement :

$$C_{2,0} = -\frac{K^2}{2} J_2(K). \tag{D.21}$$

### D.3 Coefficient de diffusion

Nous avons vu plus haut avec les équations (D.4) et (D.5) que les coefficients de corrélation entraient directement dans l'expression de  $\langle p_n^2 \rangle$ . Ils entreront donc naturellement dans l'expression du coefficient de diffusion classique défini comme  $D_{cl} := \langle p_n^2 \rangle / 2n$ .

Nous pouvons répéter la méthode de calcul présentée dans les sections précédentes pour déterminer les différents coefficients de corrélations non nuls apportant les principales corrections au coefficient de diffusion du système. Nous obtenons :

$$D_{\text{cl}} = D_0[1 - 2J_2(K) - 2J_1^2(K) + 2J_3^2(K)], \quad (\text{D.22})$$

avec  $D_0 := K^2/4$ .

Nous pouvons voir une illustration de l'effet des corrélations sur le coefficient de diffusion classique sur la figure D.1. Les formes analytiques de  $D_0$  en bleu et  $D_{\text{cl}}$  en rouge y sont tracées. Nous constatons que les corrélations ont pour effet d'ajouter des oscillations à l'évolution du coefficient de diffusion classique en fonction de  $K$ .

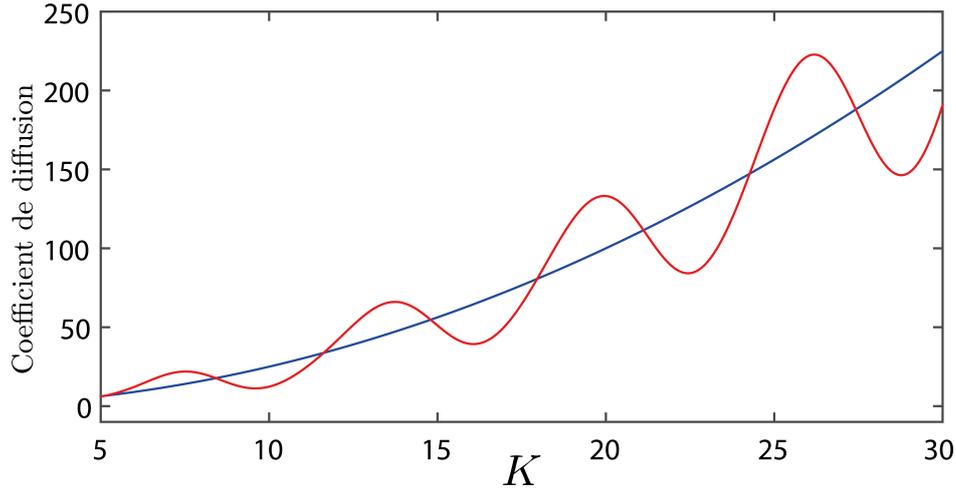


FIGURE D.1: Coefficient de diffusion classique en fonction de  $K$ . En ligne bleue  $D_0$  correspondant au cas où nous ne prenons pas en compte les corrélations. En ligne rouge, le cas où les corrélations sont prises en compte.

## D.4 Coefficient de diffusion quantique

La dynamique quantique du Kicked Rotor est décrite par une augmentation linéaire de l'énergie cinétique aux temps courts puis par une saturation aux temps longs due aux effets d'interférences quantiques. L'héritage des corrélations présentées dans le cas classique se retrouve sur le coefficient de diffusion initial du système :  $D_{\text{ini}}$ . Ce coefficient de diffusion est responsable de l'augmentation linéaire initiale de l'énergie cinétique. Nous pouvons voir sur la courbe rouge de la figure D.2 une simulation numérique quantique représentant l'évolution de  $\langle p^2 \rangle$  en fonction du nombre de kicks. La droite noire correspond à  $\langle p_{\text{ini}}^2 \rangle = 2D_{\text{ini}}t$  avec  $t$  le temps compté en nombre de kicks.

Si nous suivons les développements effectués dans [110], nous pouvons calculer ce coefficient de diffusion initial analytiquement. Nous trouvons que :

$$D_{\text{ini}} = D_0[1 - 2J_2(K_q) - 2J_1^2(K_q) + 2J_3^2(K_q)], \quad (\text{D.23})$$

avec

$$K_q := \frac{2K}{\hbar} \sin \frac{\hbar}{2}. \quad (\text{D.24})$$

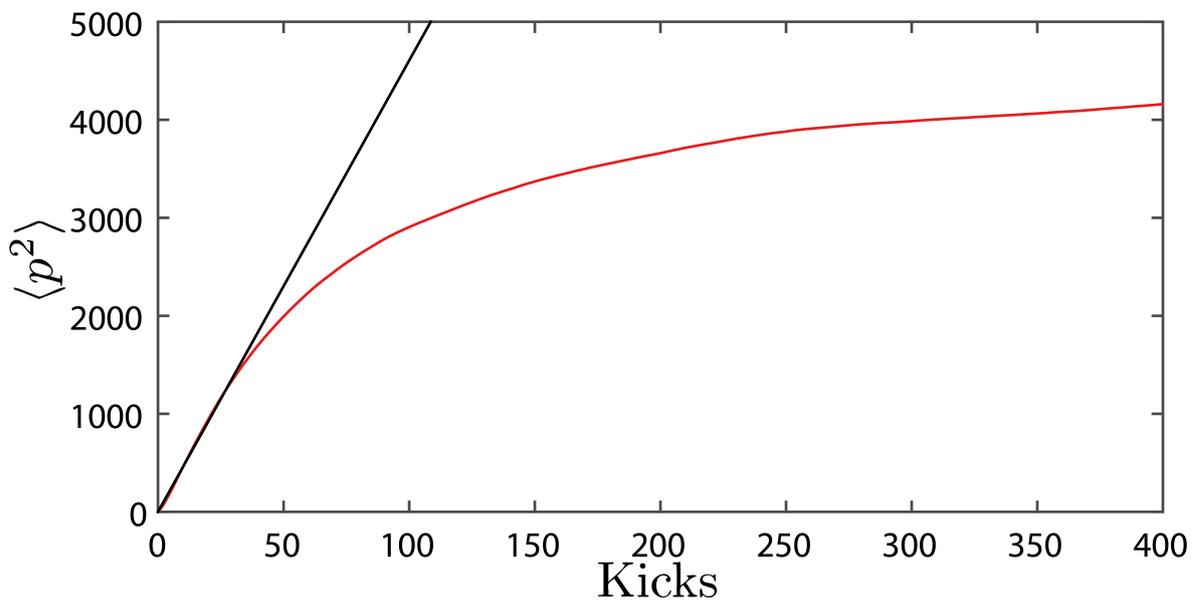


FIGURE D.2: Simulation numérique quantique qui représente en rouge l'évolution de l'énergie cinétique moyenne du système en fonction du nombre de kicks. En noir est présent un prolongement de la pente à l'origine de la courbe rouge. Les paramètres sont  $K = 16$ ,  $\hbar = 2$  et la quasi-impulsion est moyennée sur  $10^5$  valeurs.



# Calculs d'inhomogénéité

Cet annexe a pour but de présenter l'inhomogénéité ressentie par le système expérimental au moyen de calculs simples. Nous évaluons l'inhomogénéité ressentie par un nuage d'atomes froids de densité gaussienne (de waist  $w_n$ ) dans le plan  $(X, Y)$  vis-à-vis d'une onde stationnaire suivant  $Z$  d'intensité gaussienne (de waist  $w_s$ ) dans le plan  $(X, Y)$ . Les grandeurs considérées sont les suivantes :

$$K(x, y) = K_{\max} \exp\left(\frac{-(X^2 + Y^2)}{w_s^2}\right), \quad N(x, y) = N_{\max} \exp\left(\frac{-(X^2 + Y^2)}{w_n^2}\right). \quad (\text{E.1})$$

Pour réaliser cette étude, nous allons effectuer un raisonnement à deux dimensions dans le but de tracer l'évolution de la densité de population  $\rho_{2D}(K)$  des atomes en fonction du paramètre de stochasticité  $K$ . Nous choisissons le repère polaire, plus adapté à notre étude :

$$K(r, \theta) = K_{\max} \exp\left(\frac{-r^2}{w_s^2}\right), \quad N(r, \theta) = N_{\max} \exp\left(\frac{-r^2}{w_n^2}\right). \quad (\text{E.2})$$

Nous posons :  $K_r(r, \theta) := K(r, \theta)/K_{\max}$  pour obtenir :

$$K_r(r, \theta) = \exp\left(\frac{-r^2}{w_s^2}\right). \quad (\text{E.3})$$

Nous passons de la distribution  $N(r, \theta)$  à la densité de population  $\rho_{2D}(r, \theta)$  :

$$N_{\text{tot}} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} N_{\max} \exp\left(\frac{-r^2}{w_n^2}\right) r dr d\theta, \quad (\text{E.4})$$

$$N_{\text{tot}} = \int_0^\infty 2\pi N_{\max} \exp\left(\frac{-r^2}{w_n^2}\right) r dr, \quad (\text{E.5})$$

$$N_{\text{tot}} = \pi w_n^2 N_{\max}, \quad (\text{E.6})$$

$$\rho_{2D}(r, \theta) = \frac{N(r, \theta)}{N_{\text{tot}}(r, \theta)}, \quad (\text{E.7})$$

$$\rho_{2D}(r, \theta) = \frac{1}{\pi w_n^2} \exp\left(\frac{-r^2}{w_n^2}\right), \quad (\text{E.8})$$

qui vérifie bien :

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \rho_{2D}(r, \theta) r dr d\theta = 1. \quad (\text{E.9})$$

Nous cherchons désormais à avoir cette densité en fonction de  $K_r$ . De l'équation (E.3), nous obtenons :

$$-r^2 = w_s^2 \ln[K_r], \quad (\text{E.10})$$

que nous différencions pour avoir :

$$-2rdr = w_s^2 \frac{dK_r}{K_r}. \quad (\text{E.11})$$

Nous remplaçons (E.10) et (E.11) dans (E.9) tout en changeant les bornes de l'intégrale. Pour  $r = 0$ ,  $K_r = 1$ ; pour  $r \rightarrow \infty$ ,  $K_r = 0$  ce qui donne :

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \rho_{2D}(r, \theta) r dr d\theta = \int_0^\infty \rho_{2D}(r, \theta) 2\pi r dr = 1, \quad (\text{E.12})$$

$$1 = - \int_1^0 \frac{w_s^2 K_r^{\frac{w_s^2}{w_n^2}}}{w_n^2 K_r} dK_r. \quad (\text{E.13})$$

En posant  $q := (w_s/w_n)^2$ , nous simplifions pour arriver à :

$$1 = \int_0^1 q K_r^{(q-1)} dK_r. \quad (\text{E.14})$$

Cela nous permet d'aboutir à la relation :

$$\boxed{\rho_{2D}(K_r) = q K_r^{(q-1)}}. \quad (\text{E.15})$$

# Calculs de localisation faible

Cet annexe a pour but de présenter le problème de la propagation d'une onde dans un milieu désordonné avec un formalisme simple inspiré de [57]. L'objectif est d'expliquer comment des phénomènes d'interférences peuvent conduire à des augmentations de la probabilité de retour à l'origine ou de rétro-diffusion.

## F.1 Phase appliquée par un chemin traversé dans deux sens différents

Considérons l'évolution d'une onde plane provenant d'une source cohérente qui se propage à travers un milieu et qui effectue uniquement des collisions élastiques sur des diffuseurs (aucun autre effet n'est pris en compte ici).

Soit le chemin particulier représenté sur la figure F.1. L'onde entre dans le milieu en  $\vec{r}_1$ , effectue 3 événements de diffusion puis ressort en  $\vec{r}_4$ . La phase accumulée durant ce trajet est :

$$\delta_1^{\vec{r}_4, \vec{r}_1} = \vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \vec{k}_2 \cdot (\vec{r}_3 - \vec{r}_2) + \vec{k}_3 \cdot (\vec{r}_4 - \vec{r}_3). \quad (\text{F.1})$$

Si l'onde traverse le milieu dans l'autre sens, comme ce qui est représenté sur la figure F.2 (l'onde entre en  $\vec{r}_4$  et ressort en  $\vec{r}_1$ ), la phase accumulée est :

$$\delta_1^{\vec{r}_1, \vec{r}_4} = -\vec{k}_3 \cdot (\vec{r}_3 - \vec{r}_4) - \vec{k}_2 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_3) - \vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (\text{F.2})$$

Nous constatons que  $\delta_1^{\vec{r}_1, \vec{r}_4} = \delta_1^{\vec{r}_4, \vec{r}_1}$ . Deux chemins traversés dans deux sens différents impriment la même phase sur l'onde.

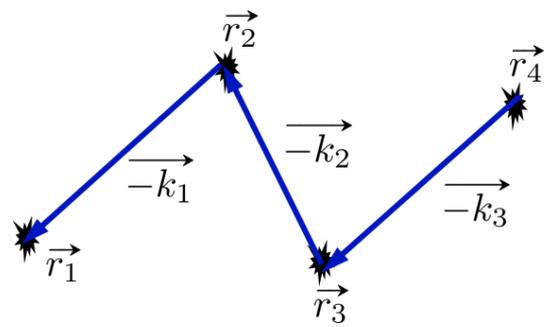
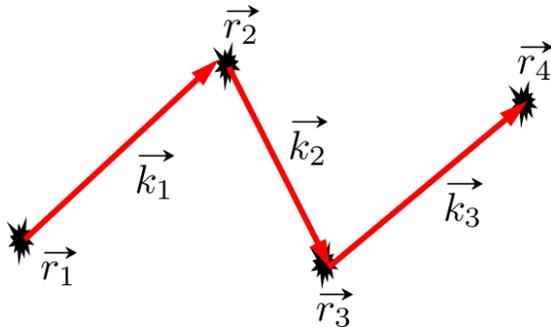


FIGURE F.1: Diffusion d'une onde à travers un milieu composé de 4 diffuseurs. La phase accumulée par l'onde durant ce trajet est  $\delta_1^{\vec{r}_4, \vec{r}_1}$ .

FIGURE F.2: Diffusion d'une onde à travers un milieu composé de 4 diffuseurs. La phase accumulée par l'onde durant ce trajet est  $\delta_1^{\vec{r}_1, \vec{r}_4}$ .

## F.2 Considérations sur la nature aléatoire du milieu : plusieurs chemins possibles

Nous allons maintenant décrire la propagation d'une onde dans un milieu désordonné. Nous appellerons  $f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  l'amplitude de probabilité complexe associée à la propagation entre deux événements de diffusion situés en  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ . En allant de  $\vec{r}_1$  à  $\vec{r}_2$ , l'onde parcourt différents chemins  $j$  qui appliquent chacun une phase différente  $\delta_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2}$ . Le milieu étant désordonné, la distribution des phases  $\delta_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2}$  est considérée aléatoire.

Nous représentons sur la figure F.3, trois chemins différents pour illustrer ces possibilités. À chaque chemin, nous associons une amplitude de probabilité  $a_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ . Le terme  $f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  s'écrit comme :

$$f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_j a_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_j |a_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2}| e^{i\delta_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2}} \quad (\text{F.3})$$

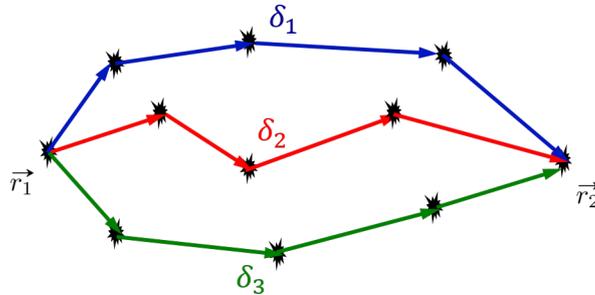


FIGURE F.3: Trois chemins possibles pour une onde diffusant de  $\vec{r}_1$  jusque  $\vec{r}_2$ .

Notons qu'avec ce qui a été dit plus haut :  $\delta_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2} = \delta_j^{\vec{r}_2, \vec{r}_1}$ .

## F.3 Onde plane dans un milieu semi-infini : CBS

Le problème qui nous intéresse ici est celui de la propagation d'une onde plane envoyée avec un vecteur d'onde initial  $\vec{k}_i$  dans un milieu désordonné semi-infini et ressortant avec un vecteur d'onde  $\vec{k}_f$ . L'onde étant une onde plane, elle peut entrer à différents endroits  $\vec{r}_1$  du milieu pour ressortir à différents  $\vec{r}_2$ . La figure F.4 permet de visualiser une partie des différentes possibilités. L'onde peut entrer en  $\vec{r}_1$ , réaliser différents chemins possibles (dans l'ensemble du milieu désordonné) et ressortir par un des trois points de sortie. Nous devons donc considérer les probabilités d'entrer dans le milieu à n'importe quel point  $\vec{r}_1$  et ressortir à n'importe quel point  $\vec{r}_2$ . L'amplitude de probabilité associée est :

$$A(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \sum_{r_1, r_2} f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_2)}, \quad (\text{F.4})$$

avec  $\sum_{r_1, r_2} f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  qui représente la prise en compte de tous les chemins possibles entre tous les points d'entrée et de sortie. Nous pouvons désormais calculer la probabilité associée à  $A(\vec{k}_i, \vec{k}_f)$  :  $P(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = |A(\vec{k}_i, \vec{k}_f)|^2$  :

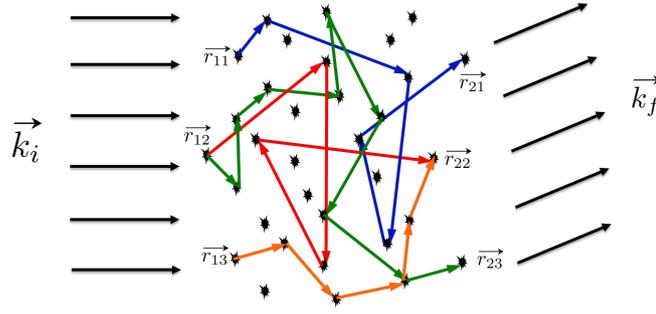


FIGURE F.4: Onde plane de vecteur d'onde initial  $\vec{k}_i$ , pouvant entrer dans un milieu désordonné à 3 endroits différents et sortir avec un vecteur d'onde final  $\vec{k}_f$  à 3 autres endroits différents. 4 chemins possibles sont représentés.

$$P(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \sum_{j,j'} \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} \sum_{\vec{r}_3, \vec{r}_4} |a_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2}| |a_{j'}^{\vec{r}_3, \vec{r}_4}| e^{i(\delta_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2} - \delta_{j'}^{\vec{r}_3, \vec{r}_4})} e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_2)} e^{-i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_3 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_4)}. \quad (\text{F.5})$$

Nous pouvons moyenner cette probabilité sur les différents désordres que va ressentir l'onde (nous noterons  $\overline{P(\vec{k}_i, \vec{k}_f)}$  la probabilité moyennée). Comme nous l'avons vu plus haut, les  $\delta_j$  prennent des valeurs aléatoires du fait de la nature aléatoire du milieu. Les seuls termes survivant lors du moyennage vont être ceux qui respectent :

$$\delta_j^{\vec{r}_1, \vec{r}_2} - \delta_{j'}^{\vec{r}_3, \vec{r}_4} = 0. \quad (\text{F.6})$$

Ceci se produit uniquement pour des paires de chemins identiques : ceux qui ont la même séquence d'événements de diffusion. Nous pouvons cependant parcourir ces paires chemins dans les deux sens, il reste deux types de contributions. La première, lorsque les chemins sont parcourus dans le même sens, est représentée sur la figure F.5. La seconde, lorsque les chemins sont parcourus dans des sens opposés, est représentée sur la figure F.6.

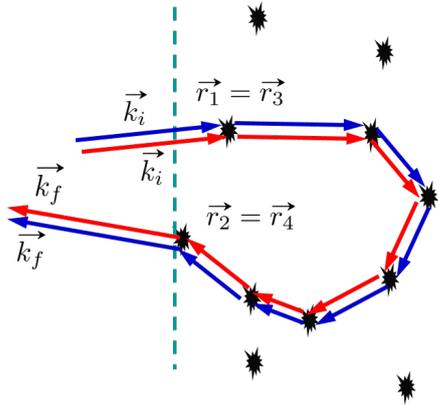


FIGURE F.5: Deux chemins parcourus dans le même sens. La trajet bleu entre en  $\vec{r}_1$  avec  $\vec{k}_i$  et ressort en  $\vec{r}_2$  avec  $\vec{k}_f$ . Le trajet rouge entre en  $\vec{r}_3 = \vec{r}_1$  avec  $\vec{k}_i$  et ressort en  $\vec{r}_4 = \vec{r}_2$  avec  $\vec{k}_f$ .

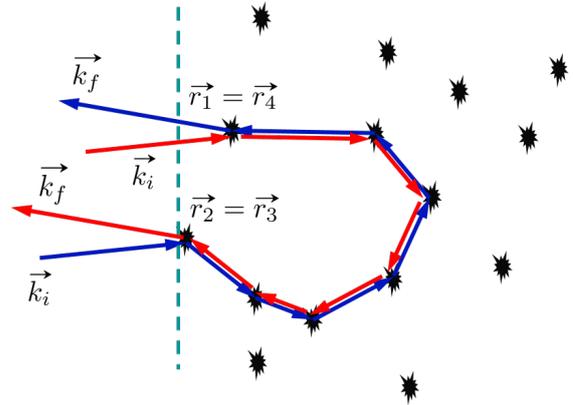


FIGURE F.6: Deux chemins parcourus dans des sens opposés. La trajet bleu entre en  $\vec{r}_1$  avec  $\vec{k}_i$  et ressort en  $\vec{r}_2$  avec  $\vec{k}_f$ . Le trajet rouge entre en  $\vec{r}_3 = \vec{r}_2$  avec  $\vec{k}_i$  et ressort en  $\vec{r}_4 = \vec{r}_1$  avec  $\vec{k}_f$ .

## ANNEXE F. CALCULS DE LOCALISATION FAIBLE

---

Les chemins du type de ceux de la figure F.5 sont appelés diffusons et apportent la contribution  $\overline{P_1(\vec{k}_i, \vec{k}_f)}$  à la probabilité  $P(\vec{k}_i, \vec{k}_f)$  :

$$\overline{P_1(\vec{k}_i, \vec{k}_f)} := \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_2)} e^{-i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_2)} = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2. \quad (\text{F.7})$$

Cette contribution à la probabilité est appelée partie classique :

$$P_{\text{class}, \vec{k}} := \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2. \quad (\text{F.8})$$

Notons qu'il n'y a pas de dépendance angulaire à cette contribution. Quel que soit le choix de  $\vec{k}_i$ , nous observerons pour tout  $\vec{k}_f$  la même probabilité d'observer l'onde diffusée. Au final nous constaterons un fond homogène quel que soit la direction (ou l'angle) dans laquelle nous regardons.

Les chemins du type de ceux de la figure F.6 sont appelés coopérons et apportent la contribution  $\overline{P_2(\vec{k}_i, \vec{k}_f)}$  à la probabilité  $P(\vec{k}_i, \vec{k}_f)$  :

$$\overline{P_2(\vec{k}_i, \vec{k}_f)} := \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_2)} e^{-i(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_f \cdot \vec{r}_1)} = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 e^{i(\vec{k}_i + \vec{k}_f) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}. \quad (\text{F.9})$$

Nous obtenons au final l'équation (F.10) :

$$\overline{P(\vec{k}_i, \vec{k}_f)} = \overline{P_1(\vec{k}_i, \vec{k}_f)} + \overline{P_2(\vec{k}_i, \vec{k}_f)} = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 (1 + e^{i(\vec{k}_i + \vec{k}_f) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}). \quad (\text{F.10})$$

De manière générale, la contribution de l'équation (F.9) dépend des positions des points  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ , la somme sur tous ces points va s'annuler sauf lorsque  $(\vec{k}_i + \vec{k}_f) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = 0$ . Lorsque  $\vec{k}_i = -\vec{k}_f$ , l'intensité de l'onde dans le sens opposé à  $\vec{k}_i$  vaut le double de la valeur classique :

$$\overline{P(\vec{k}_i, \vec{k}_f = -\vec{k}_i)} = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} |f(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 (1 + 1) = 2P_{\text{class}, \vec{k}}. \quad (\text{F.11})$$

Cet effet est connu sous le nom de Coherent Back Scattering (CBS) et peut être illustré par les chemins représentés sur la figure F.7.

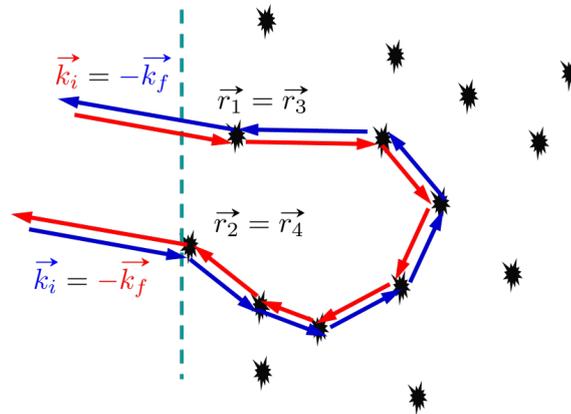


FIGURE F.7: Onde plane de vecteur d'onde initial  $\vec{k}_i$  envoyée dans un milieu désordonné semi-infini. Le chemin est parcouru dans un sens par le trajet rouge et dans l'autre par le trajet bleu. Ce type de chemin contribue au phénomène de Coherent Back Scattering.



# Kicked Rotor Quasi-1D avec modulation de phase

## G.1 Équivalence entre les dynamiques du Kicked Rotor Quasi-1D modulé en phase et du Pseudo-Rotor 2D

Pour montrer l'équivalence entre les deux modèles nous suivons la démarche utilisée dans [94]. Nous considérons un hamiltonien de type (4.6) avec uniquement une modulation de phase de la forme  $a(t) = f(\omega_2 t + \phi_2)$ .  $\phi_2$  est la phase initiale de la modulation et  $\omega_2 = 2\pi/N$  la pulsation. La fonction  $f$  est une fonction de modulation périodique de période  $N$ . l'hamiltonien du Kicked Rotor quasi-périodique modulé en phase est :

$$\hat{H}_{\text{Q1D}} = \frac{\hat{p}^2}{2} + K \cos[\hat{x} + f(\omega_2 t + \phi_2)] \sum_n \delta(t - n). \quad (\text{G.1})$$

L'opérateur d'évolution dépend du temps sous la forme<sup>1</sup> :

$$\hat{U}_{\text{Q1D}}(t; t-1) = e^{-i\frac{K}{\hbar} \cos[\hat{x} + f(\omega_2 t + \phi_2)]} e^{-i\hat{p}^2/2\hbar}. \quad (\text{G.2})$$

La fonction d'onde représentant l'état du système à l'instant  $t$ ,  $\Psi(x, t)$ , est obtenue en appliquant successivement l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1)$  de  $t' = 1$  jusque  $t' = t$  sur l'état initial  $\Psi(x, t = 0)$  :

$$\Psi(x, t) = \prod_{t'=1}^t \hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1) \Psi(x, t = 0), \quad (\text{G.3})$$

qui régit la dynamique du Kicked Rotor Quasi-périodique 1D. Intéressons-nous maintenant à un second système, a priori différent, le Pseudo-Rotor 2D défini par l'hamiltonien

$$\hat{H}_{\text{PR}} = \frac{\hat{p}_1^2}{2} + \omega_2 \hat{p}_2 + K \cos[\hat{x}_1 + f(\hat{x}_2)] \sum_n \delta(t - n), \quad (\text{G.4})$$

avec  $f(x_2)$  la même fonction qu'en (G.1) qui satisfait :

$$f(x_2^{[n]}) = a(n), \quad (\text{G.5})$$

avec  $n$  entier. Nous choisissons de regarder l'évolution dans le temps d'un état initial particulier décrit par l'équation (G.6) :

$$\Psi(x_1, x_2, t = 0) = \Xi(x_1, t = 0) \delta(x_2 - \phi_2). \quad (\text{G.6})$$

1. Nous choisissons de commencer l'évolution du système par une propagation libre, ce qui ne change rien à la physique du Kicked Rotor.

## ANNEXE G. KICKED ROTOR QUASI-1D AVEC MODULATION DE PHASE

Cette condition initiale est parfaitement localisée en  $x_2$  donc totalement délocalisée en  $p_2$ . Elle est appelée condition initiale en source plane dans l'espace des impulsions [95]. L'opérateur d'évolution sur une période de l'hamiltonien  $H_{\text{PR}}$  est :

$$\hat{U}_{\text{PR}} = e^{-i\frac{K}{\hbar} \cos[\hat{x}_1 + f(\hat{x}_2)]} e^{-i(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2 \omega_2)/\hbar}. \quad (\text{G.7})$$

L'action de  $\hat{U}_{\text{PR}}$  sur l'état initial se décompose en deux parties :

i) L'opérateur de propagation  $e^{-i\hat{p}_2 \omega_2 / \hbar}$  translate le  $\delta(x_2 - \phi_2)$  entre chaque kick d'une valeur  $\omega_2$ . Au temps  $t$ , après  $t$  kicks, nous aurons  $\delta(x_2 - \phi_2 - \omega_2 t)$ .

ii) L'opérateur de kick  $e^{-i\frac{K}{\hbar} \cos[\hat{x}_1 + f(\hat{x}_2)]}$  agit en prenant les valeurs de  $x_2$  correspondant à la valeur non nulle de  $\delta(x_2 - \phi_2 - \omega_2 t)$ . Ces valeurs sont données au temps  $t$  par  $x_2 = \phi_2 + \omega_2 t$ . L'état du système après un temps  $t$  est décrit par la fonction :

$$\Psi(x_1, x_2, t) = \hat{U}_{\text{PR}}^t \Psi(x_1, x_2, t=0) = \Xi(x_1, t) \delta(x_2 - \phi_2 - \omega_2 t), \quad (\text{G.8})$$

avec

$$\Xi(x_1, t) = \prod_{t'=1}^t e^{-i\frac{K}{\hbar} \cos[\hat{x}_1 + a \cos(\omega_2 t' + \phi_2)]} e^{i\hat{p}_1^2/2\hbar} \Xi(x_1, t=0). \quad (\text{G.9})$$

Nous reconnaissons ici l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1)$ , d'où :

$$\Xi(x_1, t) = \prod_{t'=1}^t \hat{U}_{\text{Q1D}}(t'; t' - 1) \Xi(x_1, t=0). \quad (\text{G.10})$$

À partir des équations (G.2) (G.3), (G.10), nous constatons que les fonctions  $\Xi(x_1, t)$  et  $\Psi(x, t)$  suivent la même dynamique. La conséquence importante est que la dynamique d'un Kicked Rotor Quasi-1D suit la même dynamique que celle d'un Pseudo-Rotor 2D avec une condition initiale en source plane<sup>2</sup>. Il est donc possible d'étudier les propriétés de l'opérateur d'évolution du Pseudo-Rotor 2D pour déduire les propriétés du Kicked Rotor Quasi-1D.

## G.2 Propriété de symétrie de la séquence de modulation de phase $a(t)$

Nous allons désormais étudier les propriétés de symétrie de l'hamiltonien (G.1) en fonction de la séquence de modulation périodique  $a(t)$  de période  $N$ . Pour ce faire, nous considérons l'opérateur d'évolution symétrisé<sup>3</sup> du Pseudo-Rotor qui possède la même dynamique :

$$\hat{U}_{\text{PR}} = e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2 \omega_2)/\hbar} e^{-i\frac{K}{\hbar} \cos[\hat{x}_1 + f(\hat{x}_2)]} e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2 \omega_2)/\hbar}, \quad (\text{G.11})$$

avec  $f(x_2)$  une fonction qui satisfait que  $f(x_2^{[n]}) = a(n)$  avec  $n$  entier. Les valeurs de  $x_2^{[n]}$  respectent

$$x_2^{[n]} = \phi_2 + \frac{2\pi n}{N}, \quad (\text{G.12})$$

2. Nous pouvons sans difficulté généraliser ce point pour des systèmes de  $n$  dimensions. Cette correspondance dans les dynamiques a permis l'étude et la caractérisation complète de la transition d'Anderson 3D.

3. Nous réalisons une demi-propagation libre avant et après le kick ce qui ne change rien à la physique de ce Kicked Rotor.

## G.2. PROPRIÉTÉ DE SYMÉTRIE DE LA SÉQUENCE DE MODULATION DE PHASE A(T)

avec  $\phi_2$  qui correspond à la valeur initiale de  $x_2$ . Nous avons vu précédemment qu'un système appartenait à la classe de symétrie orthogonale si son opérateur d'évolution était invariant par au moins une transformation par renversement du temps généralisée du type :

$$\mathcal{T}_{\tau,a_1,a_2} \begin{cases} \hat{x}_1 \rightarrow 2a_1 - \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \rightarrow 2a_2 - \hat{x}_2 \\ t \rightarrow 2\tau - t \\ \hat{p}_1 \rightarrow \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \rightarrow \hat{p}_2 \end{cases} \quad (\text{G.13})$$

Nous choisissons  $2a_1 = 0$ . L'application de cette transformation sur l'opérateur d'évolution  $\hat{U}_{\text{PR}}$  renverse l'ordre des opérateurs et réalise  $\hat{x}_1 \rightarrow -\hat{x}_1$  et  $\hat{x}_2 \rightarrow 2a_2 - \hat{x}_2$ . Nous obtenons :

$$\mathcal{T}_{\tau,a_1,a_2}[\hat{U}_{\text{PR}}] = e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2\omega_2)/\hbar} e^{-i\frac{K}{\hbar} \cos(-\hat{x}_1 + f(2a_2 - \hat{x}_2))} e^{-\frac{i}{2}(\hat{p}_1^2/2 + \hat{p}_2\omega_2)/\hbar}. \quad (\text{G.14})$$

L'opérateur étant au préalable symétrisé, le renversement de l'ordre des opérateurs est sans effet. L'invariance de  $\hat{U}_{\text{PR}}$  vis-à-vis de  $\mathcal{T}_{\tau,a_1,a_2}$  se traduit par la condition

$$\mathcal{T}_{\tau,a_1,a_2}[\hat{U}_{\text{PR}}] = \hat{U}_{\text{PR}}. \quad (\text{G.15})$$

Cette condition est vérifiée si :

$$f(2a_2 - x_2) = -f(x_2). \quad (\text{G.16})$$

L'égalité (G.16) est vraie si  $f(x_2)$  possède un point d'antisymétrie. Ceci est vérifié si et seulement si la séquence  $a(t) \sum_n \delta(t - n)$  possède un point d'antisymétrie. Nous pouvons voir sur la figure G.1 une séquence  $a(t) \sum_n \delta(t - n)$  antisymétrique périodique de période  $N = 8$ . En effet, nous constatons la présence d'un point d'antisymétrie au kick 4. Un système modulé avec cette séquence appartiendra à la classe de symétrie orthogonale.

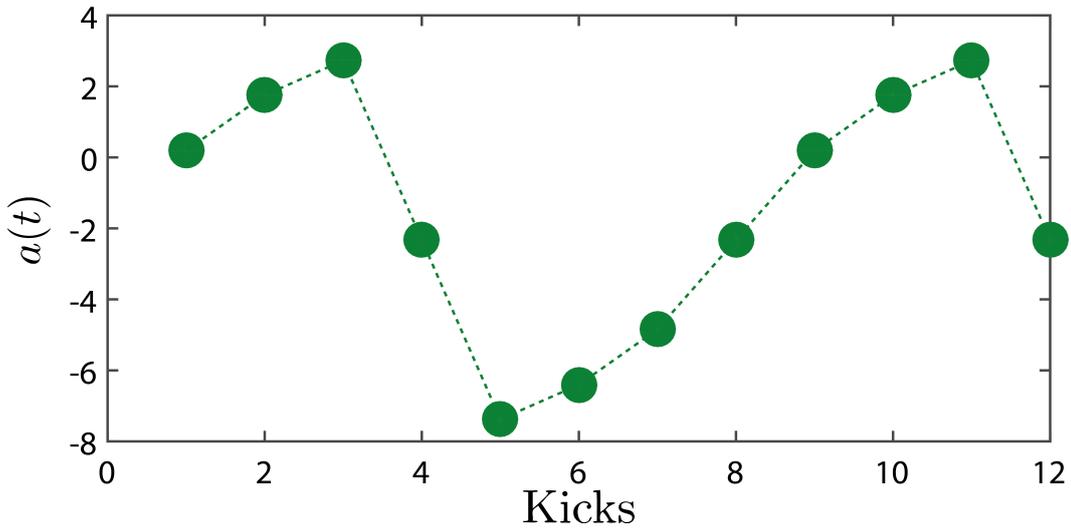


FIGURE G.1: Séquence de modulation  $a(t) \sum_n \delta(t - n)$  de période  $N = 8$  antisymétrique autour du kick 4.

La figure G.2 présente le cas d'une modulation périodique non antisymétrique. Dans ce cas, le système appartient à la classe de symétrie unitaire.

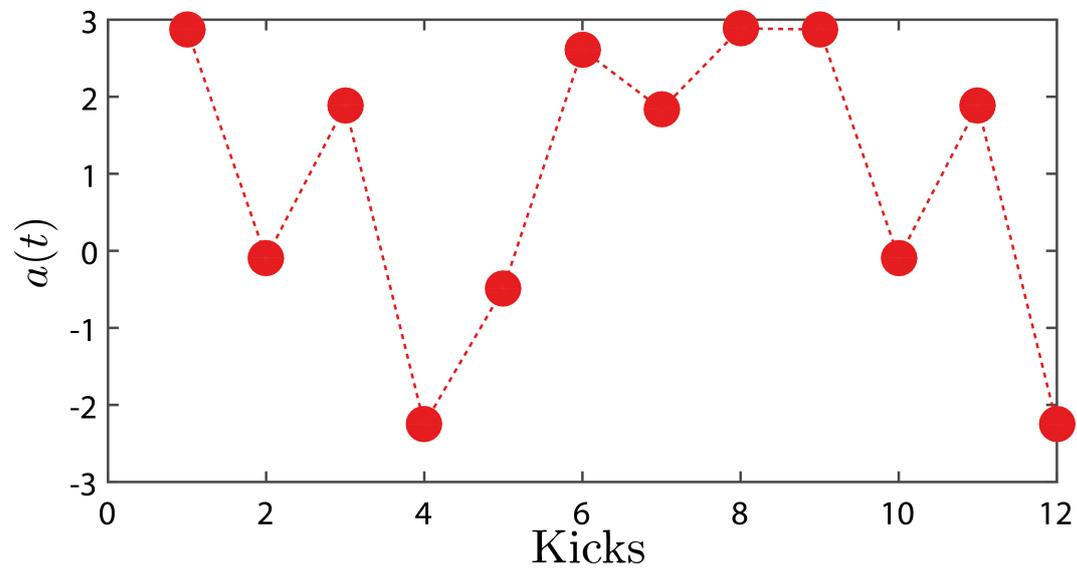


FIGURE G.2: Séquence de modulation  $a(t) \sum_n \delta(t - n)$  non antisymétrique de période  $N = 8$ .

# Localisation d'Anderson 2D

---

Cet annexe présente un travail réalisé au début de ma thèse portant sur l'étude des phénomènes de transport dans un système désordonné de dimension 2 appartenant à la classe de symétrie orthogonale. Dans un tel système, la localisation d'Anderson se manifeste et possède des propriétés d'échelle très particulières. Nous montrons expérimentalement dans l'article reproduit ci-après que la longueur de localisation varie exponentiellement avec la force du désordre ainsi que l'anisotropie. Cette propriété d'échelle particulière constitue une preuve que la dimension deux est la dimension critique inférieure de la localisation d'Anderson.

## Experimental Observation of Two-Dimensional Anderson Localization with the Atomic Kicked Rotor

Isam Manai,<sup>1</sup> Jean-François Clément,<sup>1</sup> Radu Chicireanu,<sup>1</sup> Clément Hainaut,<sup>1</sup> Jean Claude Garreau,<sup>1</sup> Pascal Szriftgiser,<sup>1</sup> and Dominique Delande<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Université Lille, CNRS, UMR 8523—PhLAM—Laboratoire de Physique des Lasers Atomes et Molécules, F-59000 Lille, France

<sup>2</sup>Laboratoire Kastler Brossel, UPMC, CNRS, ENS, Collège de France; 4 Place Jussieu, F-75005 Paris, France

(Received 14 April 2015; revised manuscript received 4 September 2015; published 10 December 2015)

Dimension 2 is expected to be the lower critical dimension for Anderson localization in a time-reversal-invariant disordered quantum system. Using an atomic quasiperiodic kicked rotor—equivalent to a two-dimensional Anderson-like model—we experimentally study Anderson localization in dimension 2 and we observe localized wave function dynamics. We also show that the localization length depends exponentially on the disorder strength and anisotropy and is in quantitative agreement with the predictions of the self-consistent theory for the 2D Anderson localization.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.240603

PACS numbers: 05.60.Gg, 03.75.-b, 05.45.Mt, 72.15.Rn

The metal-insulator Anderson transition plays a central role in the study of quantum disordered systems. Using a tight-binding description of an electron in a lattice, Anderson [1] postulated in 1958 that the dominant effect of impurities in a crystal is to randomize the diagonal term of the Hamiltonian, and showed that this may lead to a localization of the wave function, in sharp contrast with the Bloch-wave solution for a perfect crystal. In a weakly disordered (3D) crystal, the eigenstates are delocalized, leading to a diffusive (metallic) transport, while strong disorder produces an insulator with localized eigenstates. From its original solid-state physics scope [1–4] this approach has been applied to a large class of systems in which waves propagate in disorder. This includes quantum-chaotic systems [5,6] and electromagnetic radiation [7–9]. Important theoretical progress was obtained in Ref. [10], which postulated that Anderson localization can be described by a one-parameter scaling law, leading to the prediction that, for  $d \leq 2$ , the dynamics is generically localized, even if the disorder is very weak. For  $d > 2$ , it predicted the existence of the Anderson transition between a diffusive dynamics at weak disorder and a localized dynamics at strong disorder.

There is no fully quantitative theory of Anderson localization, and analytic results are scarce. Supersymmetry techniques [11] allow derivation of expansions in powers of  $d - 2$  of the various quantities of interest, but reaching even  $d = 3$  is difficult. A useful, simplified theoretical approach is the so-called self-consistent theory of localization. In few words, it can be thought as a mean field theory where large fluctuations are neglected, but where weak localization corrections to transport, due to interference between time reversed multiply scattered paths, are included self-consistently. For spinless time-invariant systems, belonging to the orthogonal symmetry class [11], this approach correctly predicts the existence of the

metal-insulator Anderson transition for  $d > 2$ , although it fails to predict the correct critical exponent. For  $d = 1$ , it quantitatively predicts the localization length in a weak disorder. Other approaches lead to approximate values for the critical exponent not far from the numerical prediction [12].

Dimension  $d = 2$ —the lower critical dimension—is very special, the localization properties depending on the symmetry class. In the orthogonal symmetry class, the dynamics is always localized, but the localization length is predicted to scale *exponentially* with the inverse of the disorder strength, i.e.,  $\xi \propto \ell \exp(\pi k \ell / 2)$  [13] where  $k$  is the wave vector and  $\ell$  the mean-free path for propagation in the disordered medium. As discussed in the Supplemental Material [14], such an exponential dependence is a signature of the fact that  $d = 2$  is the lower critical dimension for Anderson localization. The 2D case has been previously studied experimentally in optical and ultracold atom systems [8,18], but no quantitative indication of the exponential scaling has been demonstrated yet. In the present Letter, we use the well-known correspondence between the  $d$ -dimension Anderson model and the  $d$ -frequency quasiperiodic kicked rotor [6,19,20] to test experimentally these predictions.

The quasiperiodic kicked rotor (QPKR) [5,6,19–21] is a spatially one-dimensional system with an engineered time dependence such that its dynamics is similar to the dynamics of a time-independent multidimensional system. The QPKR can be simply realized experimentally by exposing laser-cooled atoms (Cesium in the present work) to a delta-pulsed (kicked) laser standing wave of wave number  $k_L$  and time period  $T_1$ . The *amplitude* of the kicks is quasiperiodically time modulated with a frequency  $\omega_2$ . The dynamics is effectively one dimensional along the axis of the laser beam, as transverse directions are uncoupled. The corresponding Hamiltonian is

$$H = \frac{p^2}{2} + K \cos x [1 + \varepsilon \cos(\omega_2 t)] \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t-n), \quad (1)$$

where  $x$  is the particle position,  $p$  its momentum,  $K$  the kick intensity, and  $\varepsilon$  the amplitude of the modulation. We have chosen conveniently scaled variables such that distances along the  $x$  axis are measured in units of  $(2k_L)^{-1}$ , the particle's mass is unity and time is measured in units of the pulse period  $T_1$ . In the quantum case, a crucial parameter is  $\tilde{\hbar} \equiv 4\hbar k_L^2 T_1 / M$ , the reduced Planck constant.

For  $\varepsilon = 0$ , one obtains the periodic kicked rotor, which can be mapped onto a one-dimensional Anderson-like model [6], and displays “dynamical” localization [5,22], that is, Anderson localization in momentum space instead of configuration space. For nonzero  $\varepsilon$ , the temporal dynamics of the QPKR is exactly that of a two-dimensional periodic kicked system [19,20,23], which itself can be mapped—provided  $2\pi/T_1$ ,  $\omega_2$  and  $\tilde{\hbar}$  are incommensurable numbers—onto a two-dimensional Anderson-like anisotropic-hopping model, where anisotropy is controlled by  $\varepsilon$  and the ratio of hopping to diagonal disorder is controlled by  $K/\tilde{\hbar}$  [24].

The experimental observation of dynamical localization in the atomic kicked rotor in 1995 [21] can thus be interpreted as the first experimental observation of 1D Anderson localization with atomic matter waves. The two-frequency modulation of the QPKR—which can be mapped on a 3D Anderson model [20,23]—was used to experimentally observe 3D Anderson localization and the metal-insulator Anderson transition [25], accurately measure the critical exponent, and demonstrate its universality [26].

The experimental study of the 2D case is more challenging than the 3D one, because the observation of the exponential behavior of the localization length  $p_{\text{loc}}$  requires  $p_{\text{loc}}$  to vary over about 1 order of magnitude. The localization time increasing with  $p_{\text{loc}}$ , this also requires the ability to preserve coherence over several hundreds kicks. This needed major evolutions of our experimental setup [27].

Experimentally, an atomic sample consisting of few million atoms is prepared in a thermal state (3.2  $\mu\text{K}$ ) whose momentum distribution is much narrower than the expected localization length. The atomic cloud is then “kicked” by a far-detuned ( $\Delta \approx 13$  GHz) pulsed standing wave (SW). Pulse duration is typically  $\tau = 300$  ns, while the typical pulse period  $T_1 = 27.778$   $\mu\text{s}$  corresponds to an effective Planck constant  $\tilde{\hbar} = 2.89$ . According to Eq. (1), an adjustable amplitude modulation with  $\omega_2/2\pi = \sqrt{5}$  is superimposed to the kick sequence. In our previous experiments, to minimize coupling with gravity, the SW was horizontal. However, for 1000 kicks the atoms fall down by 3.8 mm, compared to the 1.5 mm SW waist, limiting the maximum number of kicks to 200. In order to overcome this limit we used in the present experiment a *vertical* SW, and the atoms fall freely between kicks. The new SW is

formed by two beams that can be independently controlled, both in amplitude and phase, through a radio frequency driving two acousto-optic modulators. This allows us to accurately cancel gravity effects, by imposing a linear frequency chirp to one arm of the SW with respect to the other, so that the SW itself “falls” with acceleration  $g$ . A kicked rotor is thus realized in the free-falling reference frame. These technical improvements are discussed in more detail in the Supplemental Material [27]. At the end of the sequence, the velocity distribution is measured by a standard time-of-flight technique.

Figure 1(a) shows experimental momentum distributions  $\Pi(p)$  recorded after 0 to 1000 kicks for  $K = 5.34$ ,  $\tilde{\hbar} = 2.89$ ,  $\varepsilon = 0.36$ . If the dynamics were classical, the momentum distribution would keep its initial Gaussian shape and the average kinetic energy would increase linearly with time,  $E_{\text{kin}} = E_{\text{kin}}(t=0) + Dt$ , where  $D$  is the classical diffusion constant in momentum space. In contrast, the experimental result displays a distribution which diffusively broadens at short times, but tends to freeze, i.e., to *localize* at long times. This clear-cut proof of localization is confirmed by the shape of the momentum distribution, shown in Fig. 1(b) after 200 kicks. It very clearly displays an exponential shape [28] (a straight line in the logarithmic plot)  $\exp(-|p|/p_{\text{loc}})/2p_{\text{loc}}$  characteristic of localization with a localization length  $p_{\text{loc}}$  [29]. Figure 1(c) shows the momentum distributions after 1000 kicks for  $K = 5.34$ ,  $\tilde{\hbar} = 2.89$ , and increasing values of  $\varepsilon$ . It demonstrates that the localization length varies very rapidly with  $\varepsilon$ , indicating the evolution from a 1D localization at  $\varepsilon = 0$  to a truly 2D localization with a much longer localization length at  $\varepsilon = 0.6$ . In order to prevent trivial localization on KAM tori [30], we always used  $K > 4$ , ensuring that the classical dynamics is ergodic.

Instead of measuring the full momentum distribution, it is sufficient to measure the population  $\Pi_0(t)$  of the zero velocity class as

$$E_{\text{kin}} \propto \frac{1}{4\Pi_0^2(t)} \quad (2)$$

is proportional to  $\langle p^2 \rangle(t)$  (as the total number of atoms is constant) [31].

Figure 2 displays  $E_{\text{kin}}$  (at 1000 kicks) vs  $\varepsilon$  for various values of  $K$  and  $\tilde{\hbar}$ , showing that the exponential dependence in  $\varepsilon$  is a general feature, with a rate that decreases with  $\tilde{\hbar}$  and increases with  $K$ . Note the overall  $E_{\text{kin}}$  dynamics of a factor of 60 (corresponding to an eightfold increase in the localization length), a key feature of the present experiment.

The scaling theory of localization [10] predicts that dimension  $d = 2$  is the lower critical dimension for the Anderson transition. For a time-reversal invariant spinless system (thus belonging to the *orthogonal* universality class), all states are localized with an exponentially large localization length. For a usual 2D time-independent

system, the relevant parameter is the dimensionless conductance at short scale, equal to the product  $k\ell$  of the wave vector by the mean free path, so that the logarithm of the localization length is proportional to  $k\ell$  [14].

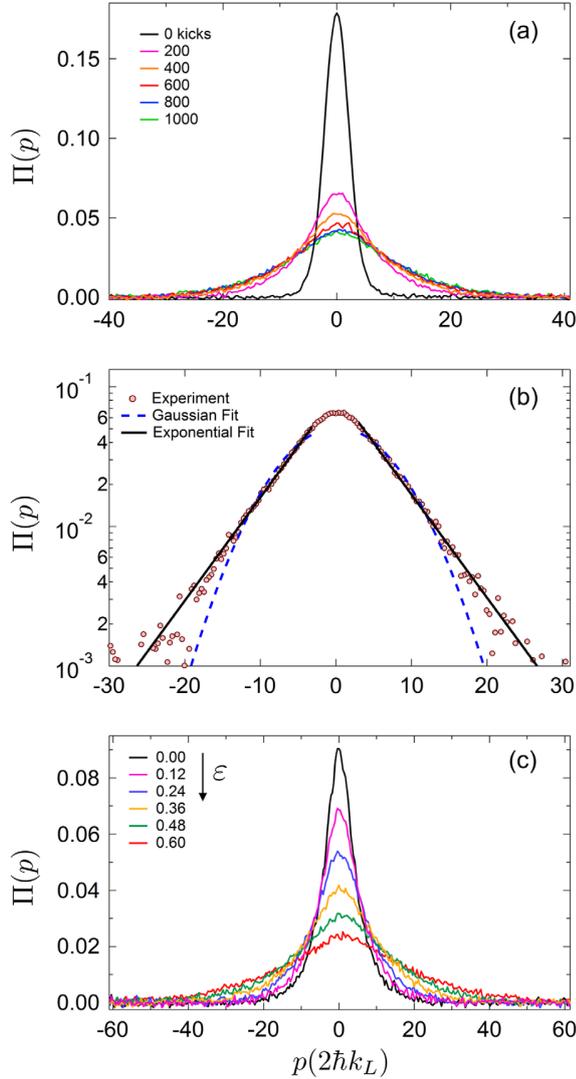


FIG. 1 (color online). Experimentally recorded momentum distributions for the kicked rotor exposed to a quasiperiodic driving, Eq. (1). (a)  $K = 5.34$ ,  $\hbar k = 2.89$ ,  $\varepsilon = 0.36$ , 0 to 1000 kicks (step 200). The momentum distribution diffusively broadens at short times and freezes at longer times, proving the existence of 2D Anderson localization. Time increases from top to bottom curves. (b) Momentum distribution at 200 kicks in log scale, showing the exponential shape characteristic of localization. The circles are experimental points, the blue dashed line is a Gaussian fit and the black solid line an exponential fit for  $|p| > 3(2\hbar k_L)$ . (c) Localized momentum distributions after 1000 kicks, as a function of the anisotropy parameter  $\varepsilon$ , for  $K = 5.34$ ,  $\hbar k = 2.89$  as in (a) and (b). The modulation amplitude  $\varepsilon$  increases from top to bottom curves. The rapid increase of the localization length shows the evolution from the 1D localization at  $\varepsilon = 0$  to the truly 2D Anderson localization. Note the different horizontal scales in the various plots.

The scaling theory cannot be directly transposed to the case of the kicked rotor for two reasons. (i) There is no wave vector playing the role of  $k$ . Instead, one must consider the diffusion constant (in momentum space), which is, for a periodic kicked rotor, approximately equal to  $K^2/4$ . (ii) The diffusion process for the 2D quasiperiodic kicked rotor is not isotropic. As shown in Ref. [32] and discussed in the Supplemental Material [14], the quasiperiodic kicked rotor can be mapped on a 2D Anderson-like model, whose dynamics at short time is indeed diffusive, but anisotropic. Along the “physical” direction (which coincides with the atom momentum component along the standing wave), the diffusion constant is—for small  $\varepsilon$ —almost equal to the one of the periodic kicked rotor,  $D_{11} \approx K^2/4$ ; along the other (virtual) direction, the diffusion constant is  $D_{22} \approx K^2\varepsilon^2/8$ , so that it vanishes in the limit  $\varepsilon \rightarrow 0$ , where one must recover the usual 1D periodic kicked rotor.

Altogether, the relevant parameter is the geometric average of the diffusion constant along the two directions  $\sqrt{D_{11}D_{22}} \propto \varepsilon K^2$ . The scaling theory predicts that the logarithm of the localization length should be proportional to  $\sqrt{D_{11}D_{22}}/k^2$ . A similar prediction was made in Ref. [19] using a slightly different method.

The self-consistent theory of localization is an attempt towards more quantitative predictions, based on the same ideas as the scaling theory. It has been successfully used to predict properties of the Anderson transition [33,34], and was transposed to the periodic kicked rotor in Refs. [22,35] and to the quasiperiodic kicked rotor with two additional driving frequencies in Ref. [36]. It consists in computing perturbatively the weak localization correction to the (anisotropic) diffusion constant and to extrapolate to the strong localization regime. It, however, depends on

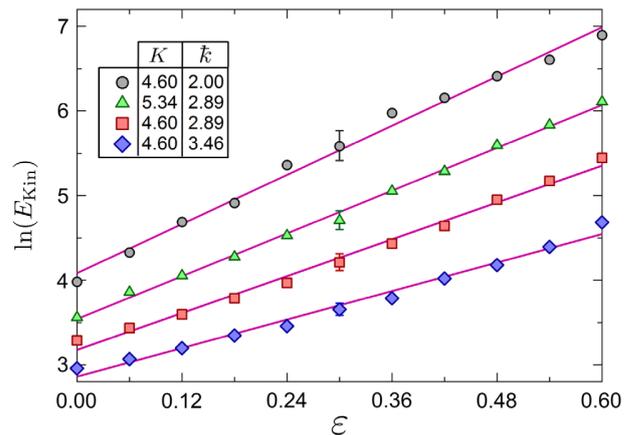


FIG. 2 (color online). Kinetic energy  $E_{\text{kin}}$  of the quasiperiodic kicked rotor vs the modulation amplitude  $\varepsilon$ , for various values of the kicking strength  $K$  and effective Planck constant  $\hbar k$ . The error bars indicate the typical experimental uncertainty. The four curves are straight lines in this logarithmic scale, with a slope that decreases with  $\hbar k$  and increases with  $K$ .

the cutoffs used. For our quasiperiodic kicked rotor [14] it confirms the prediction of the scaling theory, namely,

$$p_{\text{loc}} = \frac{K^2}{4\bar{k}} \exp\left(\frac{\alpha \varepsilon K^2}{\bar{k}^2}\right) \quad (3)$$

where  $\alpha$  is a number of the order unity, which may however depend smoothly on the parameters. In the limit  $\varepsilon \rightarrow 0$ , it is  $\alpha = \pi/\sqrt{32}$ .

In Fig. 3, we display the results of 275 measurements, corresponding to 12 values of the ratio  $K/\bar{k} \in [1.3, 2.5]$ , with  $K \in [4.33, 7.26]$  and  $\bar{k} = \{2.89, 3.2, 3.46\}$ , and to  $\varepsilon$  values from 0 to 0.6 (step 0.06). Dividing  $E_{\text{kin}}(\varepsilon)$  by  $E_{\text{kin}}(\varepsilon = 0)$  makes it possible to probe the exponential term in Eq. (3). The exponential dependence (straight line in logarithmic scale) is visible for  $\varepsilon \lesssim 1$ , materialized by the red dashed line, corresponding to the prediction  $\alpha = \pi/\sqrt{32}$  of the self-consistent theory. Despite the spreading of the experimental results around the average trend, the overall agreement is rather good. This proves the exponential dependence of the localization length in 2D, and

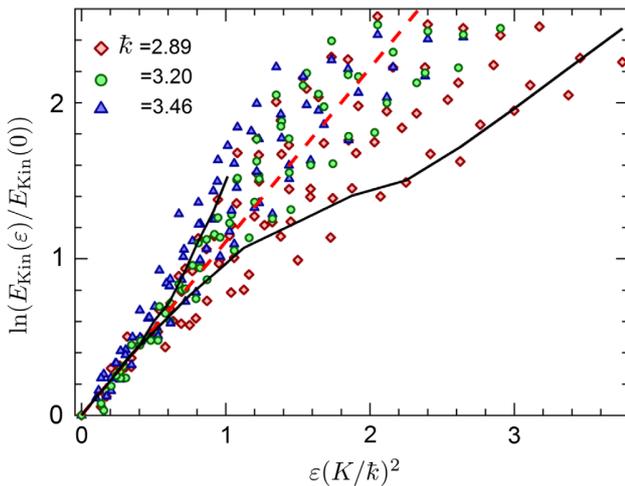


FIG. 3 (color online). Increase in the kinetic energy at  $t = 1000$  ( $\propto p_{\text{loc}}^2$ ) of the quasiperiodic kicked rotor with respect to the purely one-dimensional situation  $\varepsilon = 0$  vs the scaling parameter  $\varepsilon(K/\bar{k})^2$ . The cloud of experimental points—collected at various values of  $K$ ,  $\varepsilon$  and  $\bar{k}$ —is distributed around an average linear dependence in this semi-logarithmic plot, which shows the exponential dependence of the localization length, characteristic of 2D Anderson localization. The red dashed line is the prediction of Eq. (3). The spread is due in part to experimental imperfections [at large  $\varepsilon(K/\bar{k})^2$ , the localization time is not much shorter than the duration of the experiment] and in part to fundamental reasons: The linear dependence on  $\varepsilon K^2/\bar{k}^2$  in the argument of the exponential, Eq. (3), is valid only at small  $\varepsilon$ , and the formula assumes that the classical diffusion constant is proportional to  $K^2$ , while the actual diffusion constant has oscillatory corrections. The black curves are numerical simulations corresponding to the two “extreme” values of  $K/\bar{k} = 1.3$ ,  $\bar{k} = 3.46$  (higher curve) and  $K/\bar{k} = 2.5$ ,  $\bar{k} = 2.89$  (lower curve); they display the same spreading phenomenon.

thus that  $d = 2$  is the lower critical dimension for the metal-insulator Anderson transition. Some deviations are nevertheless visible. They arise from different phenomena. First, for large  $\varepsilon$ , the localization time can be only slightly shorter than the duration of the experiment (1000 kicks), meaning that the measured momentum distribution is not the asymptotic one for infinite time and underestimates the eventual saturation of  $E_{\text{kin}}$  at long time. This explains why the experimental points at large  $\varepsilon$  tend to lie below the theoretical prediction. This is confirmed by numerical calculations in the experimental conditions for the largest value of  $K/\bar{k} = 2.5$  (longest localization time), see the solid lower curve in Fig. 3. A second, more fundamental, phenomenon is that Eq. (3) assumes that the classical diffusion constant is simply  $K^2/4$ , which is valid only for  $K \gg 1$ , whereas oscillatory corrections at moderate  $K$  are known to exist for the 1D kicked rotor [37] and to persist even for the 3D QPKR [32]. This dependence is thus not eliminated by the normalization to  $E_{\text{kin}}(\varepsilon = 0)$ . This explains a significant part of the spreading of the data. Finally, Eq. (3) is expected to be valid in the  $\varepsilon \rightarrow 0$  limit, see Supplemental Material [14]. At larger  $\varepsilon$  values, higher order terms must come into play and are responsible for significant deviations. This is visible in Fig. 3, where both experimental (points) and numerical (solid lines) data are well predicted at small  $\varepsilon K^2/\bar{k}^2$ , but are more widely spread as  $\varepsilon K^2/\bar{k}^2$  increases. A thorough analysis of all these deviations is beyond the scope of this Letter.

To summarize, we presented the first experimental evidence of two-dimensional Anderson localization with atomic matter waves. We studied the variation of the localization length with the system parameters and showed that it displays an exponential dependence characteristic of time-reversal spinless systems. To the best of our knowledge, such experimental evidence has not been observed previously. It demonstrates experimentally that  $d = 2$  is the lower critical dimension of the Anderson transition. The observed localization length varies as predicted by the scaling and the self-consistent theories of localization.

The authors acknowledge M. Lopez for his help in the early stages of this experiment. D. D. thanks N. Cherroret, S. Ghosh, and C. Tian for discussions on the self-consistent theory of localization. This work was supported by Agence Nationale de la Recherche (Grants LAKRIDI No. ANR-11-BS04-0003-02 and K-BEC No. ANR-13-BS04-0001-01), the Labex CEMPI (Grant No. ANR-11-LABX-0007-01), and “Fonds Européen de Développement Economique Régional” through the “Programme Investissements d’Avenir.” This work was granted access to the HPC resources of TGCC under the allocation 2015-057083 made by GENCI (“Grand Equipement National de Calcul Intensif”) and to the HPC resources of The Institute for Scientific Computing and Simulation financed by Region Ile de France and the project Equip@Meso (Grant No. ANR-10-EQPX-29-01).

- [1] P. W. Anderson, Absence of diffusion in certain random lattices, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
- [2] D. M. Basko, I. L. Aleiner, and B. L. Altshuler, Metal-insulator transition in a weakly interacting many-electron system with localized single-particle states, *Ann. Phys. (Amsterdam)* **321**, 1126 (2006).
- [3] B. Kramer and A. Mackinnon, Localization: theory and experiment, *Rep. Prog. Phys.* **56**, 1469 (1993).
- [4] D. J. Thouless, Electrons in disordered systems and the theory of localization, *Phys. Rep.* **13**, 93 (1974).
- [5] G. Casati, B. V. Chirikov, J. Ford, and F. M. Izrailev, in *Stochastic Behavior in Classical and Quantum Systems*, edited by G. Casati and J. Ford (Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1979), Vol. 93, pp. 334–352.
- [6] D. R. Grempel, R. E. Prange, and S. Fishman, Quantum dynamics of a nonintegrable system, *Phys. Rev. A* **29**, 1639 (1984).
- [7] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter, and G. Maret, Observation of the Critical Regime Near Anderson Localization of Light, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063904 (2006).
- [8] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev, Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices, *Nature (London)* **446**, 52 (2007).
- [9] C. Dembowski, H. D. Gräf, R. Hofferbert, H. Rehfeld, A. Richter, and T. Weiland, Anderson localization in a string of microwave cavities, *Phys. Rev. E* **60**, 3942 (1999).
- [10] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).
- [11] F. Evers and A. D. Mirlin, Anderson transitions, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1355 (2008).
- [12] A. M. García-García, Semiclassical Theory of the Anderson Transition, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 076404 (2008).
- [13] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande, and C. A. Müller, Coherent matter wave transport in speckle potentials, *New J. Phys.* **9**, 161 (2007).
- [14] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.115.240603> for details on the scaling theory and on the self-consistent theory of 2D localization in the kicked rotor, which includes Refs. [15–17].
- [15] D. Vollhardt and P. Wölfle, in *Electronic Phase Transitions*, edited by W. Hanke and Yu. V. Kopayev (Elsevier, New York, 1992), pp. 1–78.
- [16] P. Wölfle and D. Vollhardt, Self-consistent theory of Anderson localization: General formalism and applications, *Int. J. Mod. Phys. B* **24**, 1526 (2010).
- [17] C. Tian, A. Altland, and M. Garst, Theory of the Anderson Transition in the Quasiperiodic Kicked Rotor, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 074101 (2011).
- [18] M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 220602 (2010).
- [19] D. L. Shepelyansky, Localization of diffusive excitation in multi-level systems, *Physica (Amsterdam)* **28D**, 103 (1987).
- [20] G. Casati, I. Guarneri, and D. L. Shepelyansky, Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 345 (1989).
- [21] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. F. Bharucha, B. Sundaram, and M. G. Raizen, Atom Optics Realization of the Quantum  $\delta$ -Kicked Rotor, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4598 (1995).
- [22] A. Altland, Diagrammatic Approach to Anderson Localization in the Quantum Kicked Rotator, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 69 (1993).
- [23] G. Lemarié, J. Chabé, P. Szriftgiser, J. C. Garreau, B. Grémaud, and D. Delande, Observation of the Anderson metal-insulator transition with atomic matter waves: Theory and experiment, *Phys. Rev. A* **80**, 043626 (2009).
- [24] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.115.240603> for details on the mapping of the  $n$ -frequency kicked rotor onto a  $n$ -dimensional Anderson model, which includes Refs. [35–37].
- [25] J. Chabé, G. Lemarié, B. Grémaud, D. Delande, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau, Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 255702 (2008).
- [26] M. Lopez, J.-F. Clément, P. Szriftgiser, J. C. Garreau, and D. Delande, Experimental Test of Universality of the Anderson Transition, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 095701 (2012).
- [27] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.115.240603> for details on the new standing wave setup.
- [28] The center of the momentum distribution is convoluted with the initial distribution, that is why it is excluded from the fits.
- [29] At longer times, of the order of 1000 kicks, small deviations from the exponential profile are visible. They are due to residual decoherence processes. We estimate the coherence time to be of the order of 400 kicks, a significant improvement with respect to our previous setup.
- [30] B. V. Chirikov, A universal instability of many-dimensional oscillator systems, *Phys. Rep.* **52**, 263 (1979).
- [31] We have also estimated directly the average kinetic energy from the full momentum distribution and find similar results. The error bars are, however, larger because of the difficulty to measure accurately the tails of the distribution which contribute significantly to  $\langle p^2 \rangle$ .
- [32] G. Lemarié, D. Delande, J. C. Garreau, and P. Szriftgiser, Classical diffusive dynamics for the quasiperiodic kicked rotor, *J. Mod. Opt.* **57**, 1922 (2010).
- [33] J. Kroha, T. Kopp, and P. Wölfle, Self-consistent theory of Anderson localization for the tight-binding model with site-diagonal disorder, *Phys. Rev. B* **41**, 888 (1990).
- [34] I. Zambetaki, Q. Li, E. N. Economou, and C. M. Soukoulis, Localization in Highly Anisotropic Systems, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3614 (1996).
- [35] C. Tian, A. Kamenev, and A. Larkin, Ehrenfest time in the weak dynamical localization, *Phys. Rev. B* **72**, 045108 (2005).
- [36] M. Lopez, J.-F. Clément, G. Lemarié, D. Delande, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau, Phase diagram of the anisotropic Anderson transition with the atomic kicked rotor: theory and experiment, *New J. Phys.* **15**, 065013 (2013).
- [37] D. L. Shepelyansky, Some statistical properties of simple classically stochastic quantum systems, *Physica (Amsterdam)* **8D**, 208 (1983).

# Article augmentation de la probabilité de retour à l'origine

---

## Return to the Origin as a Probe of Atomic Phase Coherence

Clément Hainaut,<sup>1</sup> Isam Manai,<sup>1</sup> Radu Chicireanu,<sup>1</sup> Jean-François Clément,<sup>1</sup> Samir Zemmouri,<sup>1</sup> Jean Claude Garreau,<sup>1</sup> Pascal Szriftgiser,<sup>1</sup> Gabriel Lemarié,<sup>2</sup> Nicolas Cherroret,<sup>3</sup> and Dominique Delande<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université de Lille, CNRS, UMR 8523—PhLAM—Laboratoire de Physique des Lasers Atomes et Molécules, F-59000 Lille, France \*

<sup>2</sup>Laboratoire de Physique Théorique, UMR 5152, CNRS and Université de Toulouse, F-31062 Toulouse, France

<sup>3</sup>Laboratoire Kastler Brossel, UPMC-Sorbonne Universités, CNRS, ENS-PSL Research University, Collège de France, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, France

(Received 13 June 2016; revised manuscript received 10 January 2017; published 5 May 2017)

We report on the observation of the coherent enhancement of the return probability [“enhanced return to the origin” (ERO)] in a periodically kicked cold-atom gas. By submitting an atomic wave packet to a pulsed, periodically shifted, laser standing wave, we induce an oscillation of ERO in time that is explained in terms of a periodic, reversible dephasing in the weak-localization interference sequences responsible for ERO. Monitoring the temporal decay of ERO, we exploit its quantum-coherent nature to quantify the decoherence rate of the atomic system.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.184101

The transport of waves in disordered or chaotic systems is strongly affected by interference, with striking signatures for both quantum and classical waves: coherent backscattering, universal conductance fluctuations [1], Anderson localization [2], and its many-body counterpart [3]. Intuitively, one expects multiple scattering by disorder to lead to a pseudorandom walk, i.e., a diffusive behavior at long time. For waves, however, even at moderate disorder strengths manifestations of localization already show up. A well-known example is weak localization. In time-reversal-invariant systems, two paths counterpropagating on a closed loop have the same amplitude and phase; they interfere constructively, doubling the probability of returning to the starting point.

In practice, weak localization takes the form of different physical phenomena, depending on the type of experiment performed. For example, in mesoscopic systems it features a global reduction of the electronic diffusion coefficient. In classical wave systems, weak localization is usually evidenced by the coherent backscattering effect, which corresponds to a narrow peak in the far field of a disordered medium from which a plane wave is reflected [4–7]. A third consequence is the enhancement of the probability for a quantum particle to return to its release point after a scattering sequence [“enhanced return to the origin” (ERO)]. This effect manifests itself in the direct (disordered) space as a narrow peak visible at the center of the density profile of the wave packet. ERO has been observed with classical waves, for instance in the near-field intensity profile of seismic waves propagating in the crust [8] or of acoustic waves in chaotic cavities [9,10], but never with matter waves. Whatever its manifestations, weak localization crucially relies on time-reversal symmetry and phase coherence, and as such it has been exploited in many contexts to probe decoherence or magnetic field

effects, especially in mesoscopic physics where it constitutes an invaluable asset to access the electronic coherence time [11–13].

Recent cold atom experiments [14] offer a high level of control on crucial ingredients like statistical properties of disorder, dimensionality, interactions, and coupling to the environment. This has led to clean observations of Anderson localization [15–17], coherent backscattering [18], and many-body localization [19]. On the other hand, the atomic quantum kicked rotor (QKR) [20] has played a key role in the observation of dynamical localization, a suppression of the classical chaotic diffusion in momentum space [21,22], analogous to Anderson localization [23]. By adding modulation frequencies [24,25], “quantum simulations” [26] of multidimensional Anderson models have been realized in 2D [27] and 3D [28–32], where the metal-insulator transition has been completely characterized.

In this Letter, we use the *full control* of the scattering events (here the kicks) that occur during the propagation of the atomic kicked rotor—in contrast with usual disordered media where scattering events occur randomly in time—to periodically trigger or extinguish the interference at the origin of ERO. The observation of ERO is achieved through oscillations of the return probability. It thus constitutes a sensitive probe of the “building blocks” of the interference processes leading to localization. By following in time the destruction of ERO, we measure the decoherence of the system. Decoherence is a fundamental process bridging quantum physics at the microscopic scale with classical physics at the macroscopic scale [33,34].

In our experiment, a cloud of laser-cooled cesium atoms is exposed to a pulsed, far-detuned ( $\Delta = -12$  GHz, one-beam intensity  $I = 330$  mW) standing wave (SW) at the  $D_2$  line wavelength  $\lambda_L = 852$  nm. A key feature is the use of a modified version of the QKR [35], in which the SW is

spatially shifted every second kick by an amount  $a$ . We call such a system a “periodically shifted QKR” (PSQKR), and it is described by the Hamiltonian

$$H = \frac{p^2}{2} + K \sum_n [\cos x \delta(t-2n) + \cos(x+a) \delta(t-2n+1)], \quad (1)$$

where time is measured in units of the SW pulse period  $T_1 = 14.4 \mu\text{s}$ , space in units of  $(2k_L)^{-1}$  with  $k_L = 2\pi/\lambda_L$  the laser wave number, and momentum in units of  $M/2k_L T_1$  so that  $[x, p] = i \times 4\hbar k_L^2 T_1 / M = i\tilde{k}$ , defining the reduced Planck constant,  $\tilde{k} = 1.5$  in the present experiment. The kicks have a finite duration  $\tau = 350 \text{ ns} \ll T_1$ , and can thus be considered as delta functions [36]. For  $K \propto I/|\Delta| = 12$  the lattice amplitude is  $\sim 770 E_R$ , where  $E_R = \hbar^2 k_L^2 / 2M$  is the so-called recoil energy. For  $a = 0$ , Eq. (1) reduces to the Hamiltonian of the usual QKR [21,37].

The main sources of decoherence are spontaneous emission and laser phase fluctuations. The spontaneous emission rate,  $\propto I/\Delta^2$ , can be reduced by increasing the laser-atom detuning  $|\Delta|$ , simultaneously increasing the beam intensity  $I$  or the pulse duration  $\tau$  to maintain the same lattice amplitude. Laser phase fluctuations are reduced by making paths to the interaction region equal. The residual decoherence rate is equivalent to one spontaneous photon per 42 kicks for  $K = 12$ . Collisions with either cold atoms or the hot background gas are expected to be negligible, of the order of one collision per  $\sim 10^5$  kicks, for a cold atom density  $\sim 10^{10}$  atoms/cm<sup>3</sup> and cross section  $\sim 6 \times 10^{-11}$  cm<sup>2</sup>.

For the kicked rotor, diffusion and localization take place in momentum space; hence, ERO manifests itself as a narrow peak around the initial momentum  $p \approx 0$  in the momentum density. Its observation requires a very good momentum resolution. The experimental ERO signal is convoluted with the initial momentum distribution, which reduces the enhancement factor well below the expected value of 2, see the Supplemental Material [38]. In order to reduce the FWHM of the momentum distribution down to  $\sim 1.7 \times 2\hbar k_L$ , we load Cs atoms in a standard magneto-optical trap, and cool them to a temperature of  $2 \mu\text{K}$  by an optimized molasses phase. We then apply a pulsed optical SW, formed by two independent laser beams [27]. The SW is spatially shifted by changing the phase of one beam with respect to the other; doing so each other kick realizes the PSQKR described by Eq. (1). As this Hamiltonian is of period 2, the ERO peak is present only each second kick, making its observation easier (see Fig. 1).

The atomic momentum distribution  $\Pi(p, t)$  is detected by a time-of-flight technique (duration 175 ms) at the end of the kick sequence. At even kicks we clearly observe an enhancement of  $\Pi(p)$  in the vicinity of  $p = 0$ , see the red curve in Fig. 1(a). In contrast, at odd kicks (blue curve), no

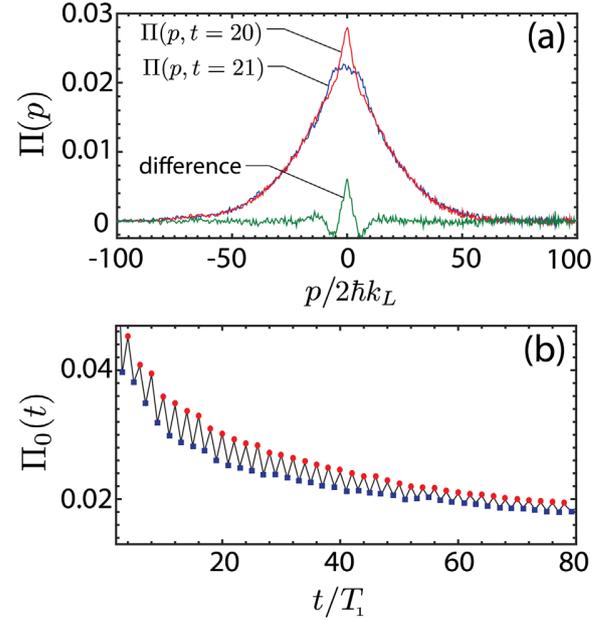


FIG. 1. Experimental observation of enhanced return to the origin. (a) Momentum distribution  $\Pi(p, t)$  at an even ( $t = 20$ , red) and an odd ( $t = 21$ , blue) kick. The distribution around  $p = 0$  at  $t = 20$  is enhanced with respect to the distribution at  $t = 21$ , as evidenced by the difference signal. (b) The zero-momentum population  $\Pi_0$  vs  $t$  shows a clear oscillation between even kicks (red circles) and odd kicks (blue squares). The contrast attenuation is due to decoherence.  $K = 12$ ,  $\tilde{k} = 1.5$ ,  $a = 0.04$ .

enhancement is visible. Figure 1(b) shows the oscillation of  $\Pi_0(t) \equiv \Pi(p = 0, t)$  up to  $t \sim 80$ .

In order to understand the oscillation, consider the PSQKR evolution operator over one time period (corresponding to two kicks). For symmetry reasons, we consider the evolution operator  $U$  from time  $2n - 1/2$  to  $2n + 3/2$ . This evolution operator can then be split in a “shifted” (odd kick) operator  $U_a$  and a “nonshifted” (even kick) evolution operator  $U_0$ :  $U = U_a U_0$  with

$$U_s = \exp\left(-\frac{i\hat{p}^2}{4\tilde{k}}\right) \exp[-i\kappa \cos(\hat{x} + s)] \exp\left(-\frac{i\hat{p}^2}{4\tilde{k}}\right), \quad (2)$$

where  $s = 0$ ,  $a$  and  $\kappa \equiv K/\tilde{k}$ . A key point for ERO is the existence of constructive interference between time-reversed paths. In the usual QKR, this is due to the invariance of the evolution operator over one kick—which coincides with  $U_0$ —under the generalized time-reversal symmetry operator  $\mathcal{T} = TP$ , the product of the time-reversal antiunitary operator  $T$ :  $t \rightarrow -t$  with the unitary parity operator  $P$ :  $x \rightarrow -x$ , such that  $\mathcal{T}$ :  $t \rightarrow -t$ ;  $x \rightarrow -x$ ;  $p \rightarrow p$  preserves momentum. For the PSQKR,  $\mathcal{T} = TP$  is not a symmetry operation, because the shift  $a$  in  $U_a$  is not parity invariant. However, the product  $\mathcal{T}_a = TP_{a/2}$  of the time-reversal operator by the parity operator with respect to

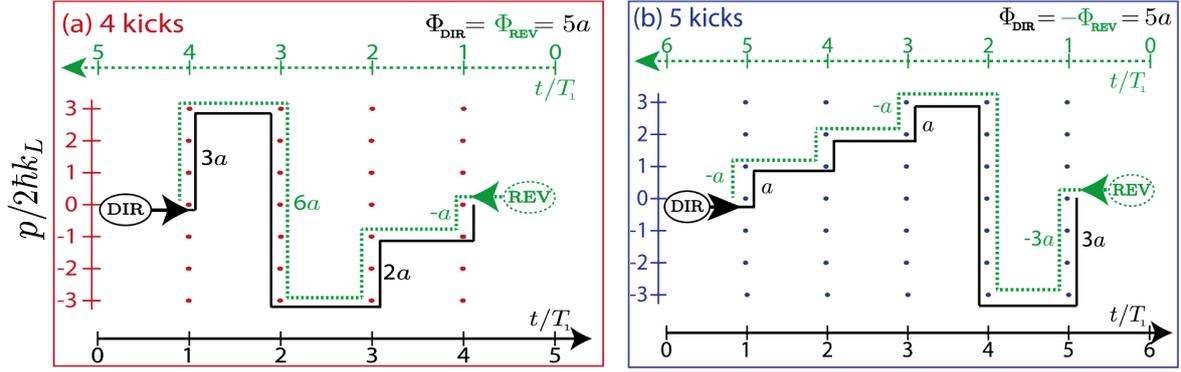


FIG. 2. Paths in momentum space at the origin of ERO. A path is formed of free evolution between kicks (horizontal segments) and momentum changes at kicks (vertical segments). Momentum changes at odd kicks are associated with an  $a$ -dependent phase, see Eq. (3). The green-dotted REV (reversed) paths are the time reversal of the black-solid DIR (direct) ones and should be read from right to left (green time scale on the top). (a) For four kicks, the accumulated phases for DIR and REV paths are identical:  $\Phi_{\text{DIR}} = \Phi_{\text{REV}} = 3a + 2a = 2a + 3a = 5a$ , allowing constructive interference leading to the ERO peak. (b) For five kicks, the accumulated phases for DIR and REV paths are reversed,  $\Phi_{\text{DIR}} = a + a + 3a = 5a$ ,  $\Phi_{\text{REV}} = -3a - a - a = -5a$ , and the ERO peak is suppressed.

$a/2$ ,  $P_{a/2}$ :  $x \rightarrow a - x$  exchanges  $U_0$  and  $U_a$ :  $\mathcal{T}_a U_{0,a} \mathcal{T}_a = U_{a,0}$ . Thus, for even numbers of kicks, the symmetry is preserved:  $\mathcal{T}_a (U_a U_0)^n \mathcal{T}_a = (U_a U_0)^n$ , but, for odd numbers of kicks, an orphaned  $U_0$  or  $U_a$  operator remains, breaking the symmetry. Hence, for an even number of kicks, multiple scattering paths, which are images of each other by  $\mathcal{T}_a$ , will accumulate the same phase, leading to a constructive interference.

We illustrate this with an example. For periodic boundary conditions [39] along  $x$ , we can use the eigenbasis of the  $\hat{p}$  operator, labeled by an integer  $n$  such that  $\hat{p}|n\rangle = n\hbar|n\rangle$ . The free propagation operator is diagonal in this basis, while the kick operator is

$$\exp[-ik \cos(\hat{x} + a)] = \sum_m (-i)^m J_m(\kappa) e^{ima} |n+m\rangle \langle n|, \quad (3)$$

where  $J_m(x)$  is the Bessel function of the first kind. For odd kicks ( $a \neq 0$ ) the side band components  $|n+m\rangle$  get a phase  $ma$ , where  $m$  is the change in momentum. In Fig. 2(a) we represent by a solid line a “momentum path” (labeled DIR) involving four kicks, to which we match the associated time-reversed path REV (dashed line). Such a sequence of counterpropagating paths is responsible for ERO [40]. Both the DIR and the REV paths accumulate the same phase (here  $\Phi_1 = \Phi_2 = 5a$ ). The phase difference  $\Phi_1 - \Phi_2$  vanishes, making ERO visible. In contrast, for a five-kick path and its time-reversed image, Fig. 2(b), a residual dephasing ( $\Phi_1 - \Phi_2 = 10a$ ) remains, suppressing ERO.

The periodic manifestation of ERO can also be understood from a diagrammatic technique [41]. Assuming that transport is supported by diffusion, we find (see the Supplemental Material [42])

$$\Pi_0(t) \approx \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \left[ 1 + e^{-\Gamma t} \times \begin{cases} 1, & \text{if } t \text{ even,} \\ e^{-a^2 Dt}, & \text{if } t \text{ odd} \end{cases} \right], \quad (4)$$

where  $D$  is the diffusion coefficient and  $\Gamma$  the decoherence rate of the system. The second term in the square brackets is the contribution of ERO. In agreement with the experimental observation, at finite  $a$  this contribution is strongly suppressed at odd kicks. While Eq. (4) predicts an enhancement factor of 2 between even and odd kicks for sufficiently large  $a$ , the experimentally observed factor is significantly lower, essentially due to the convolution with the initial momentum profile (see the Supplemental Material [38]). Note also that the  $t^{-1/2}$  dependence of the ERO signal is expected to be valid only in the initial diffusion stage, whereas the decay at long times is essentially dominated by exponential terms in Eq. (4).

To demonstrate that the experimental ERO signal is due to quantum interference we added a controlled amount of decoherence to the system. We define the quantity  $\Delta_t = (-1)^t [\Pi_0(t=n) - \Pi_0(t=n-1)]$ , the difference of the zero-momentum population between two successive kicks. Shining on the atoms a resonant laser (“decoherer”) beam at  $t = 21^+$  (just after the 21st kick) produces spontaneous emission-induced decoherence. The decoherer is applied during  $20 \mu\text{s}$  (up to  $t = 23$ ) and its intensity is adjusted to produce an average number  $N_{\text{sp}}$  of spontaneous emission events per atom, calibrated by shining the decoherer beam on the magneto-optical trap cloud and measuring the radiation pressure force it exerts. The effect of the decoherer beam on the ERO signal is shown in Fig. 3: the oscillation of  $\Pi_0$  is rapidly quenched after kick 21, evidencing the coherent nature of the ERO. In order to avoid transient behaviors immediately after the application of the decoherer pulse, we consider kick  $t = 28$ . The inset

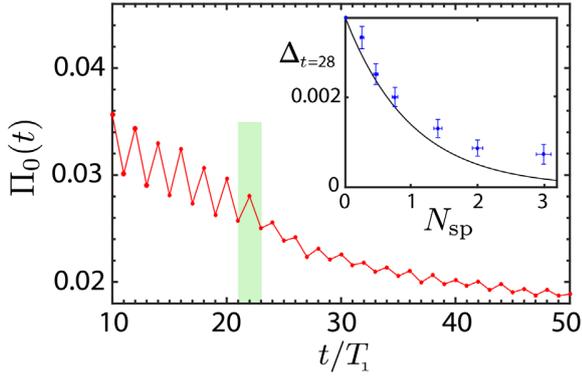


FIG. 3. Zero-momentum probability density  $\Pi_0$  vs  $t$ . A decoherer beam is applied between the 21st and 23rd pulses (green-shadowed region), quenching the oscillations;  $K = 12$ ,  $\tilde{k} = 1.5$ , and  $a = 0.04$ . The decoherer beam induces an average of  $N_{sp} = 2$  spontaneous emission events per atom. The inset shows the reduction in the difference signal  $\Delta_t$  as a function of  $N_{sp}$ ; the black line is the expected exponential decay  $\exp(-N_{sp})$  (it is not a fit).

of Fig. 3 shows that  $\Delta_{t=28}$  decays exponentially with  $N_{sp}$ . A small oscillation associated with the ERO persists after the quench at  $t = 21$ , due to the fact that even if the probability of making no spontaneous emission in the presence of the decoherer [ $\propto \exp(-N_{sp})$ ] vanishes at large  $N_{sp}$ , there is a small probability for the spontaneous photon to be emitted in a direction very close to the laser axis, like stimulated photons. In these rare cases, the phase coherence is not completely destroyed and ERO survives, generating the residual oscillations after the quench and the deviation in the inset of Fig. 3.

The ERO signal can also be used to measure the amount of decoherence present in the system. We observe an exponential decay of  $\Delta_t$  vs  $t$  in the inset of Fig. 4, from which one can determine the “bare” decoherence rate  $\Gamma_0$ :  $\Gamma_0 = 0.024$  for  $K = 12$  and  $\Gamma_0 = 0.014$  for  $K = 9$ . Which physical mechanisms induce this decoherence is presently unknown [43]. We can nevertheless test the reliability of the method by applying the decoherer beam during the whole experimental sequence, thus introducing a controlled amount of spontaneous emission. The beam intensity is chosen to produce a decoherence rate  $\Gamma_{ext}$ . From the decay of  $\Delta_t$  vs  $t$ , we determine the total decoherence rate  $\Gamma$ , and we expect that  $\Gamma = \Gamma_{ext} + \Gamma_0$ . The straight line of slope 1 in Fig. 4 (not a fit) proves that this is indeed the case. We have thus a reliable measurement of decoherence rates, very much like magnetoconductance is used to measure the electronic phase coherence length in solids [11–13].

In conclusion, we have observed the phenomenon of enhanced return to the origin with atomic matter waves, a signature of weak localization in time-reversal invariant systems. By controlling the phase of the scattering events induced by the standing wave kicks, we have induced a periodic oscillation of ERO, allowing for a clear

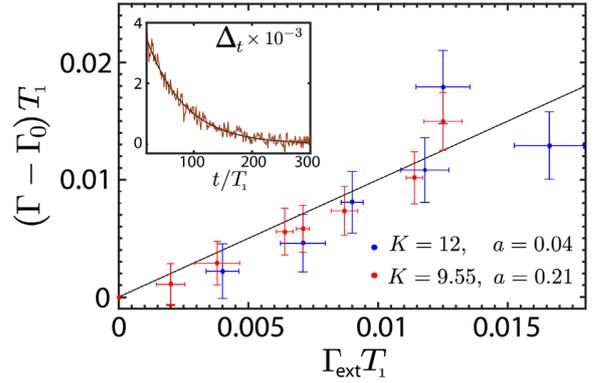


FIG. 4. Probing decoherence with ERO. Inset: the decay of the difference signal  $\Delta_t$  vs  $t$  is fitted by an exponential (black line) from which the decoherence rate  $\Gamma$  is extracted. In the absence of externally applied decoherence, this gives the bare decoherence rate  $\Gamma_0$ . This procedure is repeated in the presence of the decoherer beam for several values of the imposed decoherence rate  $\Gamma_{ext}$ . The fact that the excess rate  $\Gamma - \Gamma_0$  measured using the decay of the ERO signal agrees perfectly with the externally added rate  $\Gamma_{ext}$  shows that ERO is a faithful measure of decoherence.

observation of its contrast. A crucial ingredient is the kicked rotor’s unique ability to control the even or odd number of scattering events, in contrast with ordinary disordered systems where only the average number of events is controlled. Finally, by introducing a controlled amount of decoherence, we proved its quantum nature. This opens promising perspectives for the use of coherent phenomena to probe sources of decoherence in atomic systems, as well as other sources of dephasing such as interactions [44]. Phase control of scattering events may also constitute an alternative approach to artificial gauge fields [45] to induce effective magnetic field effects in cold atom systems.

The authors are grateful to C. Tian for fruitful discussions. This work is supported by Agence Nationale de la Recherche (Grants LAKRIDI No. ANR-11-BS04-0003-02 and K-BEC No. ANR-13-BS04-0001-01), the Labex CEMPI (Grant No. ANR-11-LABX-0007-01), as well as by the Ministry of Higher Education and Research, Hauts de France council and European Regional Development Fund (ERDF) through the Contrat de Projets Etat-Region (CPER Photonics for Society, P4S). This work was granted access to the HPC resources of TGCC under the allocation 2016-057083 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif).

\*[www.phlam.univ-lille1.fr/atfr/cq](http://www.phlam.univ-lille1.fr/atfr/cq)

[1] E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2011).

- [2] E. Abrahams, *50 Years of Anderson Localization*, edited by Elihu Abrahams (World Scientific Publishing, Singapore, 2010).
- [3] D. M. Basko, I. L. Aleiner, and B. L. Altshuler, Metal-insulator transition in a weakly interacting many-electron system with localized single-particle states, *Ann. Phys. (Berlin)* **321**, 1126 (2006).
- [4] P.-E. Wolf and G. Maret, Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985).
- [5] M. P. VanAlbada and A. Lagendijk, Observation of Weak Localization of Light in a Random Medium, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2692 (1985).
- [6] G. Labeyrie, F. deTomasi, J. C. Bernard, C. A. Müller, C. Miniatura, and R. Kaiser, Coherent Backscattering of Light by Cold Atoms, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5266 (1999).
- [7] G. Labeyrie, D. Delande, R. Kaiser, and C. Miniatura, Light Transport in Cold Atoms and Thermal Decoherence, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 013004 (2006).
- [8] E. Larose, L. Margerin, B. A. van Tiggelen, and M. Campillo, Weak Localization of Seismic Waves, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 048501 (2004).
- [9] J. de Rosny, A. Tourin, and M. Fink, Coherent Backscattering of an Elastic Wave in a Chaotic Cavity, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1693 (2000).
- [10] R. L. Weaver and O. I. Lobkis, Enhanced Backscattering and Modal Echo of Reverberant Elastic Waves, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4942 (2000).
- [11] G. Bergmann, Influence of Spin-Orbit Coupling on Weak Localization, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1046 (1982).
- [12] Y. Niimi, Y. Baines, T. Capron, D. Mailly, F.-Y. Lo, A. D. Wieck, T. Meunier, L. Saminadayar, and C. Bäuerle, Effect of Disorder on the Quantum Coherence in Mesoscopic Wires, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 226801 (2009).
- [13] T. Capron, C. Texier, G. Montambaux, D. Mailly, A. D. Wieck, and L. Saminadayar, Ergodic versus diffusive decoherence in mesoscopic devices, *Phys. Rev. B* **87**, 041307 (2013).
- [14] L. Sanchez-Palencia and M. Lewenstein, Disordered quantum gases under control, *Nat. Phys.* **6**, 87 (2010).
- [15] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, and A. Aspect, Direct observation of Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder, *Nature (London)* **453**, 891 (2008).
- [16] G. Roati, C. d’Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio, Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate, *Nature (London)* **453**, 895 (2008).
- [17] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel, and B. DeMarco, Three-Dimensional Anderson Localization of Ultracold Matter, *Science* **334**, 66 (2011).
- [18] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect, and V. Josse, Coherent Backscattering of Ultracold Atoms, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 195302 (2012).
- [19] M. Schreiber, S. S. Hodgman, P. Bordia, H. P. Lüschen, M. H. Fischer, R. Vosk, E. Altman, U. Schneider, and I. Bloch, Observation of many-body localization of interacting fermions in a quasirandom optical lattice, *Science* **349**, 842 (2015).
- [20] F. M. Izrailev, Simple models of quantum chaos: spectrum and eigenfunctions, *Phys. Rep.* **196**, 299 (1990).
- [21] G. Casati, B. V. Chirikov, J. Ford, and F. M. Izrailev, Stochastic behavior of a quantum pendulum under periodic perturbation, in *Stochastic Behavior in Classical and Quantum Systems*, Vol. 93, edited by G. Casati and J. Ford (Springer-Verlag, Berlin, 1979), pp. 334–352.
- [22] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. F. Bharucha, B. Sundaram, and M. G. Raizen, Atom Optics Realization of the Quantum  $\delta$ -Kicked Rotor, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4598 (1995).
- [23] S. Fishman, D. R. Grempel, and R. E. Prange, Chaos, Quantum Recurrences, and Anderson Localization, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 509 (1982).
- [24] D. L. Shepelyansky, Localization of diffusive excitation in multi-level systems, *Physica D (Amsterdam)* **28D**, 103 (1987).
- [25] G. Casati, I. Guarneri, and D. L. Shepelyansky, Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 345 (1989).
- [26] I. M. Georgescu, S. Ashhab, and F. Nori, Quantum simulation, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 153 (2014).
- [27] I. Manai, J.-F. Clément, R. Chicireanu, C. Hainaut, J. C. Garreau, P. Szriftgiser, and D. Delande, Experimental Observation of Two-Dimensional Anderson Localization with the Atomic Kicked Rotor, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 240603 (2015).
- [28] J. Chabé, G. Lemarié, B. Grémaud, D. Delande, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau, Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 255702 (2008).
- [29] G. Lemarié, H. Lignier, D. Delande, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau, Critical State of the Anderson Transition: Between a Metal and an Insulator, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 090601 (2010).
- [30] M. Lopez, J.-F. Clément, P. Szriftgiser, J. C. Garreau, and D. Delande, Experimental Test of Universality of the Anderson Transition, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 095701 (2012).
- [31] M. Lopez, J.-F. Clément, G. Lemarié, D. Delande, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau, Phase diagram of the anisotropic Anderson transition with the atomic kicked rotor: theory and experiment, *New J. Phys.* **15**, 065013 (2013).
- [32] G. Lemarié, J. Chabé, P. Szriftgiser, J. C. Garreau, B. Grémaud, and D. Delande, Observation of the Anderson metal-insulator transition with atomic matter waves: Theory and experiment, *Phys. Rev. A* **80**, 043626 (2009).
- [33] W. H. Zurek, Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 715 (2003).
- [34] S. Haroche “Nobel Lecture: Controlling photons in a box and exploring the quantum to classical boundary, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 1083 (2013).
- [35] C. Tian, A. Kamenev, and A. Larkin, Ehrenfest time in the weak dynamical localization, *Phys. Rev. B* **72**, 045108 (2005).
- [36] If the atom velocity  $v$  is such that  $v\tau \ll \lambda_L/2$  (characteristic scale of the potential), the atom motion during a kick can be neglected. For our experimental parameters, this gives  $v = 1.2$  m/s, to be compared to a median velocity  $\sim 0.14$  m/s in Fig. 1. In these conditions the atom-radiation interaction is in the so-called Raman-Nath regime.
- [37] B. V. Chirikov, A universal instability of many-dimensional oscillator systems, *Phys. Rep.* **52**, 263 (1979).

- [38] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.118.184101> for details on the effect of the width of the initial distribution on the ERO peak.
- [39] In the experiment, the system is extended along  $x$  and invariant by a  $2\pi$  spatial translation. The Bloch theorem applies and any initial state can be written as a linear combination of different quasimomenta  $\beta k$  in the first Brillouin zone  $-1/2 < \beta \leq 1/2$ . The  $\beta$  components evolve independently and  $\beta$  is preserved by the  $\mathcal{T}$  symmetry, so that all  $\beta$  components display the ERO phenomenon. The only change is the replacement  $n \rightarrow n + \beta$  in the phase accumulated during free propagation, which affects similarly the pair of conjugate paths.
- [40] V. N. Prigodin, B. L. Altshuler, K. B. Efetov, and S. Iida, Mesoscopic Dynamical Echo in Quantum Dots, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 546 (1994).
- [41] A. Altland, Diagrammatic Approach to Anderson Localization in the Quantum Kicked Rotator, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 69 (1993).
- [42] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.118.184101> for details on the effect of decoherence on the ERO peak.
- [43] See Ref. [32] for a more complete discussion of the decoherence sources in our setup.
- [44] M. Hartung, T. Wellens, C. A. Müller, K. Richter, and P. Schlagheck, Coherent Backscattering of Bose-Einstein Condensates in Two-Dimensional Disorder Potentials, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 020603 (2008).
- [45] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Öhberg, Artificial gauge potentials for neutral atoms, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1523 (2011).



# Article localisation et champ de jauge artificiel

---

# Controlling symmetry and localization with an artificial gauge field in a disordered quantum system

Clément Hainaut,<sup>1</sup> Isam Manai,<sup>1</sup> Jean-François Clément,<sup>1</sup> Jean Claude Garreau,<sup>1</sup> Pascal Szriftgiser,<sup>1</sup> Gabriel Lemarié,<sup>2,3</sup> Nicolas Cherroret,<sup>4</sup> Dominique Delande,<sup>4</sup> and Radu Chircireanu<sup>1, \*</sup>

<sup>1</sup>*Université de Lille, CNRS, UMR 8523, Laboratoire de Physique des Lasers Atomes et Molécules, F-59000 Lille, France*

<sup>2</sup>*Laboratoire de Physique Théorique, IRSAMC, Université de Toulouse, CNRS, 31062 Toulouse, France*

<sup>3</sup>*Department of Physics, Sapienza University of Rome, P.le A. Moro 2, 00185 Rome, Italy*

<sup>4</sup>*Laboratoire Kastler Brossel, UPMC-Sorbonne Universités, CNRS, ENS-PSL Research University, Collège de France, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, France*

Anderson localization, the absence of diffusion in disordered media, draws its origins from the destructive interference between multiple scattering paths. The localization properties of disordered systems are expected to be dramatically sensitive to their symmetry characteristics. So far however, this question has been little explored experimentally. Here, we investigate the realization of an artificial gauge field in a synthetic (temporal) dimension of a disordered, periodically-driven (Floquet) quantum system. Tuning the strength of this gauge field allows us to control the time-reversal symmetry properties of the system, which we probe through the experimental observation of three symmetry-sensitive ‘smoking-gun’ signatures of localization. The first two are the coherent backscattering, marker of weak localization, and the coherent forward scattering, genuine interferential signature of Anderson localization, observed here for the first time. The third is the direct measurement of the  $\beta(g)$  scaling function in two different symmetry classes, allowing to demonstrate its universality and the one-parameter scaling hypothesis.

## Introduction

Symmetry, disorder and chaos are ubiquitous in both classical and quantum physics. These concepts are intimately intertwined: In a ‘disordered crystal’ for instance, disorder stems from the absence of translational symmetry. But this does not mean that symmetries are absent in

---

\*Electronic address: radu.chircireanu@univ-lille1.fr

disordered/chaotic systems; on the contrary, they play a central role as systems presenting the same symmetries display analogous properties. This idea led to the fundamental concept of ‘universality class’, grounding the famed random matrix theory [1]. In a dirty metal for instance, breaking the ‘time-reversal symmetry’ ( $T$ -symmetry) has a profound effect on transport observables like electrical and thermal conductivities [2]. A popular way to break the  $T$ -symmetry for *charged* particles is to add a magnetic field. For neutral systems, where magnetic fields are inoperative, the concept of ‘artificial gauge field’ [3–5] has recently been introduced: It consists in building Hamiltonians which behave as if a gauge field were present. In the present work, we exploit the simplicity and flexibility of *driven* cold-atom systems to generate such an artificial gauge field. For this purpose, we build on the well-known *kicked rotor* [6], which has the status of a paradigm of both classical and quantum Hamiltonian chaos and can be mapped onto an Anderson-like Hamiltonian in *any* dimension [7; 8]. This system is realized experimentally by submitting laser-cooled atoms to ‘kicks’ (constituting the driving) of a far-detuned laser standing wave.

By engineering the *periodic* drivings, we obtain an experimental ‘knob’ providing complete control of the relevant symmetry of the system, here the product of parity and time-reversal ( $PT$ -symmetry) [9–11]. Furthermore, we exploit the idea that the accumulated phase of a quantum particle along a closed multiple-scattering path is independent of the sense in which the loop is traveled when  $PT$ -invariance holds (defining the so-called ‘orthogonal class’), but not when it is broken (defining, for spinless systems, the ‘unitary class’), an effect that strongly affects quantum interference in localization phenomena. This allows us to directly observe the impact of this symmetry changing on interference signatures of localization in disordered media, and to study the universal transport properties in the two symmetry classes.

### A. Artificial gauge fields in disordered Floquet systems

We first show how to engineer the driving of Floquet systems to manipulate their fundamental symmetry properties. For this purpose, we consider a generalized kicked rotor Hamiltonian, to which we add an amplitude  $\mathcal{K}(t)$  and a spatial phase  $a(t)$  in the potential term, both periodically modulated in time:

$$H = \frac{p^2}{2} + \mathcal{K}(t) \cos[x - a(t)] \sum_n \delta(t - n), \quad (1)$$

where  $x$  and  $p$  are the dimensionless position and momentum of the particle (see definitions in Appendix A). When  $\mathcal{K} = \text{const.}$  and  $a = 0$ , we recover the standard kicked rotor, which can be

mapped onto an Anderson-like tight-binding model in momentum space [6; 7] with on-site pseudo-disorder.

When  $\mathcal{K}(t)$  is temporally modulated at a period  $2\pi/\omega_2$  incommensurate with the kick period, it has been shown [8; 12; 13] that the temporal modulation can be taken into account by adding a ‘position’  $x_2 = \omega_2 t + \varphi$  along a synthetic dimension labeled ‘2’ (‘1’ refers to the physical dimension along which all measurements are performed). Here, we study the situation where the driving modulations have a period which is an *integer* multiple of the kick period ( $\omega_2 = 2\pi/N$ ), i.e.  $\mathcal{K}(t + N) = \mathcal{K}(t)$  and  $a(t + N) = a(t)$  with  $N$  an integer. In this case, the synthetic dimension is also periodic with *twisted* boundary conditions. Such a system maps onto a synthetic *nanotube* threaded by an artificial gauge field (see Fig. 1). The flux of this artificial gauge field through the transverse section of the nanotube can be easily controlled by changing the initial phase  $\varphi$  of the temporal modulation.

Without loss of generality, it is convenient to illustrate the fundamental mechanism of creation and control of the artificial gauge field by using the specific example of a period- $N$  amplitude modulation ( $N = 5$  in the experiment, see below):

$$\mathcal{K}(t) = K \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi t}{N} + \varphi \right) \right]. \quad (2)$$

The temporal dynamics can be mapped on that of a two-dimensional pseudo-rotor with Hamiltonian [13]:  $\mathcal{H} = p_1^2/2 + 2\pi p_2/N + K \cos x_1 [1 + \cos x_2] \sum_n \delta(t - n)$ , where  $x_1 = x, p_1 = p$  and the direction ‘2’ is an ancillary space with  $0 \leq x_2 < 2\pi$ , where the period  $N$  dynamics is simply given by  $x_2 = \varphi + 2\pi t/N \pmod{2\pi}$ . This equivalent 2D Hamiltonian is time-periodic with period 1. Its Floquet states – eigenstates of the evolution operator over one period with eigenvalue  $e^{i\omega}$  – are also solution of a tight-binding model:  $\epsilon_{\mathbf{m}} \Psi_{\mathbf{m}} + \sum_{\mathbf{r}} W_{\mathbf{r}} \Psi_{\mathbf{m}-\mathbf{r}} = 0$  where  $\mathbf{m} \equiv (m_1, m_2)$  and  $\mathbf{r}$  label the sites of a 2D square lattice which correspond to momenta in units of effective Planck’s constant  $\hbar$ , and  $\Psi_{\mathbf{m}}$  are the components of the Floquet quasi-states. The on-site energy  $\epsilon_{\mathbf{m}}$  is  $\epsilon_{\mathbf{m}} = \tan \{ [\omega - (\hbar m_1^2/2 + 2\pi m_2/N)] / 2 \}$  and the hopping amplitudes  $W_{\mathbf{r}}$  are coefficients of the twofold Fourier expansion of  $W(x_1, x_2) = \tan [K \cos x_1 (1 + \cos x_2) / 2\hbar]$  [8].

When  $\hbar$  is incommensurate with  $2\pi$ , the on-site energies constitute a pseudo-random sequence in the direction ‘1’, which accounts for the disordered character of our system *in momentum space*, leading to Anderson localization. Nevertheless, the on-site energies are *periodic* along the direction ‘2’ with period  $N$ . Thus, we can use the Bloch theorem along the direction 2 and write any Floquet state as:  $\Psi_{m_1, m_2} = e^{-im_2 \varphi_2} \psi_{m_1, m_2}$ , where  $\varphi_2$  is the Bloch phase and  $\psi_{m_1, m_2+N} = \psi_{m_1, m_2}$  is periodic in direction 2. Moreover, since the modulation phase is well-defined, the initial condition

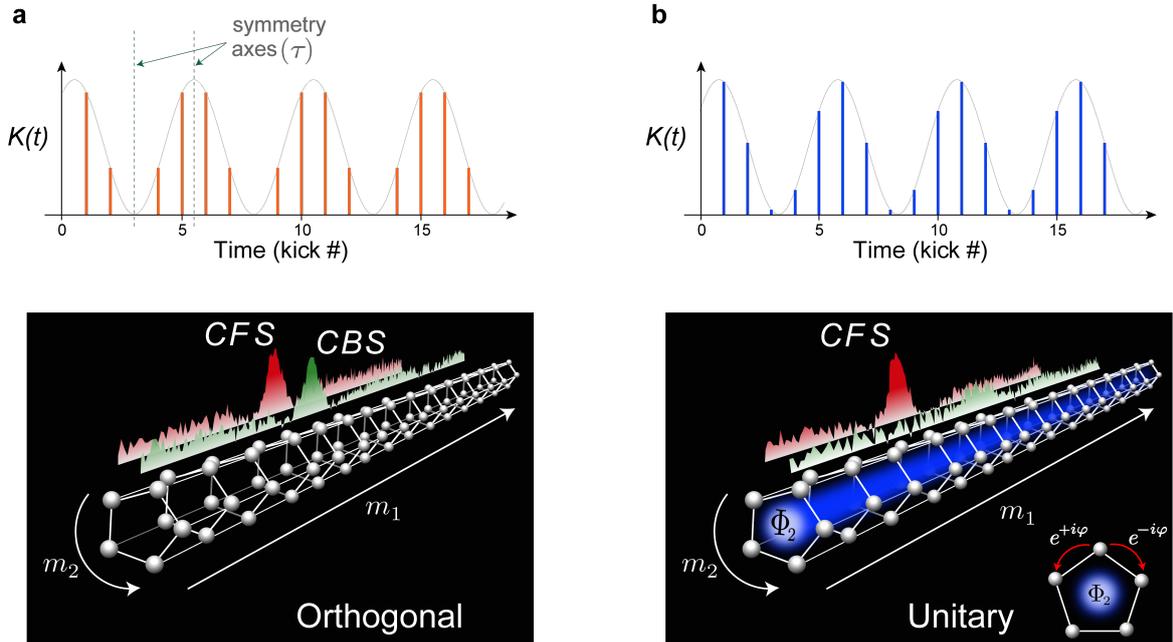


Figure 1 **Emergence of an artificial gauge field in Floquet systems with periodically-modulated driving.** With a periodic kick amplitude (or phase) modulation, our system maps on a disordered ‘synthetic nanotube’ in momentum space. By conveniently tailoring the temporal driving, we are able to create an artificial gauge field which controls the time-reversal symmetry properties. For a time-symmetric (a) kick sequence  $\mathcal{K}(t)$  the system belongs to the orthogonal symmetry class, whereas a kick sequence without *any* particular symmetry axes (b), corresponding to the presence of a non-zero Aharonov-Bohm flux  $\Phi_2$  (sketched as the light blue area), puts the system in the unitary symmetry class (broken  $T$ -symmetry). Experimentally, two distinct interference signatures can be used to characterize symmetry and localization: the disappearance of the CBS peak is a clear-cut signature of the symmetry breaking, while the emergence of a CFS peak is a direct interference signature of the onset of Anderson localization, in both symmetry classes.

in direction 2 is simply  $\delta(x_2 - \varphi) = \sum_{m_2=-\infty}^{+\infty} e^{-im_2\varphi} e^{im_2x_2}$  [13], which selects the Bloch phase  $\varphi_2 = \varphi$ .

The Hilbert space for  $\Psi$  reduces thus to a synthetic nanotube along direction 1, with  $N$  sites in the transverse section along direction 2, see Fig. 1. The initial phase  $\varphi$  of the temporal modulation controls the flux through the nanotube. Indeed, the Floquet eigenequation can be rewritten for the periodic function  $\psi$  as:

$$\epsilon_{m_1, m_2} \psi_{m_1, m_2} + \sum_{r_1, r_2} W_{r_1, r_2} e^{i\varphi r_2} \psi_{m_1 - r_1, m_2 - r_2} = 0 \quad (3)$$

The hopping matrix elements in Eq. (3) have caught a phase  $\varphi r_2$ . This is similar to a 2D system exposed to a uniform magnetic field [14; 15]. However, the geometry here is not that of a planar

system, but rather a quasi-1D system or a nanotube infinite along direction 1 and with  $N$  transverse sites along direction 2. Indeed, a closed loop  $m_2=0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \dots \rightarrow N-1 \rightarrow 0$  will pick a total phase  $\Phi_2 = N\varphi$ , while the counter-propagating loop will pick the opposite phase  $-N\varphi$ . In contrast, no phase is picked along a plaquette  $(m_1, m_2) \rightarrow (m_1 + 1, m_2) \rightarrow (m_1 + 1, m_2 + 1) \rightarrow (m_1, m_2 + 1) \rightarrow (m_1, m_2)$ . Thus, the effective gauge field flux  $\Phi_2$  is similar to a magnetic flux, with the magnetic field along the axis ‘1’ of the nanotube.

A generic value of  $\varphi$  corresponds to a non-vanishing (mod. $\pi$ ) flux  $\Phi_2$ . In such a situation, it is not possible to unwind all the phases in Eq. (3) so that the system is expected to be in the unitary symmetry class, where all anti-unitary symmetries – product of time-reversal by a geometrical unitary operation – are broken<sup>1</sup>. In contrast, if  $\Phi_2 = 0$  (mod.  $\pi$ ), all hopping terms can be made real and the system is expected to be in the orthogonal class:

$$\begin{aligned} N\varphi = 0 \pmod{\pi} & : \text{orthogonal class} \\ N\varphi \neq 0 \pmod{\pi} & : \text{unitary class.} \end{aligned} \tag{4}$$

This simple condition can also be deduced from a direct analysis of the kick sequence. For the kicked rotor (1), the relevant anti-unitary symmetry is the product of time-reversal by parity ( $PT$ -symmetry) [9; 10]. The Hamiltonian being explicitly time-dependent, there is not a single generalized time-reversal operator, but a family of operators  $\mathcal{T}_\tau : t \rightarrow 2\tau - t; x \rightarrow -x; p \rightarrow p$ , depending on the temporal origin of the time reversal. The condition for  $\mathcal{T}_\tau$  to be a symmetry operation requires that the sequence of kick amplitudes  $\mathcal{K}(t)$  be symmetric around some time  $\tau$  (Fig. 1,b). In the more general case of the Hamiltonian (1), it requires additionally that the kick phases  $a(t)$  be antisymmetric (as  $\mathcal{T}_\tau$  changes  $x$  to  $-x$ ).

## B. Coherent Back and Forward Scattering

Interference phenomena, which are at the core of Anderson localization, are very sensitive to symmetry breaking. Coherent Backscattering (CBS) is a simple example: a consequence of the  $PT$ -symmetry is that pairs of scattering paths associated with the same geometrical loop, but traveled in opposite senses, accumulate the same quantum phase and thus interfere constructively. When the symmetry is broken, these pairs of paths become out of phase and CBS disappears. However, in the presence of (strong) Anderson localization, other non-trivial quantum interference effects

---

<sup>1</sup> The case  $N = 2$  is special, as the nanotube then degenerates in a two-leg ladder with a single transverse hopping matrix element. All phases can be unwound, and the system is the orthogonal class whatever  $\varphi$ .

still exist, such as the Coherent Forward Scattering (CFS), recently predicted theoretically [16] (see also [17] in the context of the kicked rotor). Contrary to CBS, the CFS is present *irrespective of the symmetry breaking* and, for unbound systems, *requires the onset of Anderson localization* in order to show up [18–21]. While experimental observations of CBS have been achieved in many different systems (e.g. [22–27]), no observation of the CFS had been reported so far; here, we provide its first experimental observation.

In spatially-disordered systems, CBS and CFS manifest themselves in the reciprocal space as two peaks centered around  $-\mathbf{k}^0$  (backward) and  $+\mathbf{k}^0$  (forward direction, resp.) of the velocity distribution of a wave packet initially launched with a well-defined wave vector  $\mathbf{k}^0$  [16]. Alternatively, the constructive interference between time-reversed loops manifests itself in the direct (configuration) space by an enhanced probability to return to the original position [28].

This interference is visible, in our system, in a mixed momentum/configuration space representation  $(p_1, x_2)$ , in which the initial state is localized. Starting from  $p_1(t = 0) \approx 0$  and  $x_2(t = 0) = +\varphi$ , a CBS peak should be observed around  $p_1 = 0$  at  $x_2 = -\varphi$  (in the presence of the  $PT$ -symmetry) and a CFS peak around  $p_1 = 0$  at  $x_2 = +\varphi$  [17]. Because of the time-dependence of  $x_2(t) = x_2(0) + 2\pi t/N$ , we thus expect to observe CBS and CFS at *different times*, depending on the initial condition  $x_2(0)$  (see Appendix C). Both CBS and CFS are measurable in the physical dimension  $p_1$  as peaks around the initial momentum  $p_1 \approx 0$ . The temporal modulation is thus essential to separate them, so that they appear at different moments during the kick sequence<sup>2</sup>.

We experimentally studied the CBS and CFS effects by using a thermal, ultra-cold cloud of Cs atoms ‘kicked’ by a series of short pulses of a far-detuned standing wave. It is created by a pair of counter-propagating laser beams, whose amplitude and relative phase can be changed from one kick to another in order to create any arbitrary sequences  $\mathcal{K}(t)$  and  $a(t)$ . We measure, through time-of-flight, the ‘return probability’, i.e. the zero-momentum probability density,  $\Pi_0(t) = |\Psi(p_1 = 0, t)|^2$  vs. time  $t$ . The flexibility of our system (1) allows us to optimize the properties of the experimental Hamiltonian (see details in Appendix B). We utilize a period-10 Hamiltonian, with a suitable

---

<sup>2</sup> For the ‘standard’ kicked rotor, which belongs to the orthogonal symmetry class, the CBS and CFS should exist *simultaneously* as peaks centered around  $p_1 = 0$ . Their distinct experimental observation would be particularly challenging, in presence of limiting factors such as decoherence and finite-width initial state (see below).

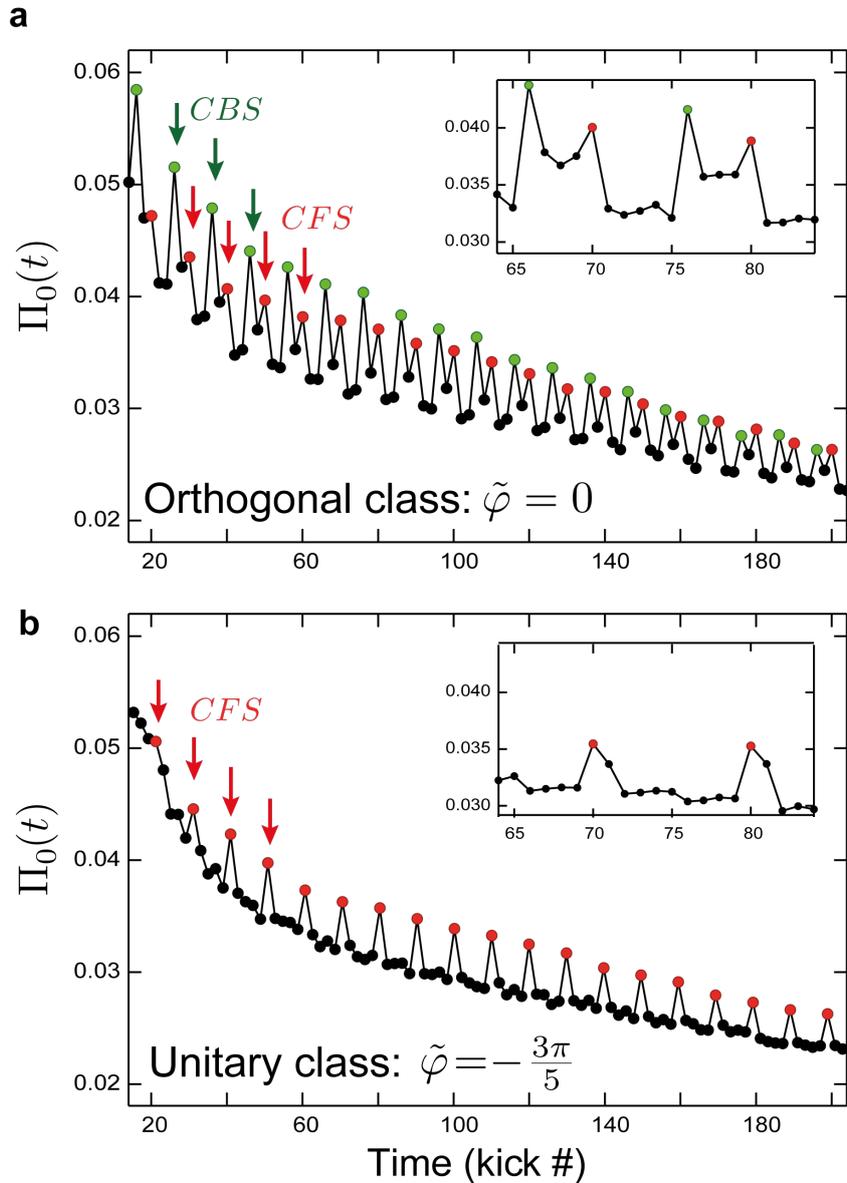


Figure 2 **Experimental observation of CBS and CFS peaks in two symmetry classes.** We measure the time-evolution of the zero-momentum probability density  $\Pi_0(t)$  using the Hamiltonian (5), with the parameter  $\tilde{\varphi}$  controlling the  $PT$ -symmetry properties. (*Top*) In the orthogonal class ( $\tilde{\varphi} = 0$ ), we observe distinct enhancements of  $\Pi_0(t)$  at times  $t = 6 \pmod{10}$  and  $t = 0 \pmod{10}$ , associated to CBS (green) and CFS (red) peaks, respectively. The CBS peaks have maximum contrast early during the kick sequence, and decrease due to stray decoherence, whereas the CFS peaks start by slowly increasing in contrast, and equalize the CBS at longer times. This constitutes a genuine interferential signature of the emergence of Anderson localization. (*Bottom*) The time evolution of  $\Pi_0$  obtained with a Hamiltonian with broken  $PT$ -symmetry ( $\tilde{\varphi} = -3\pi/5$ ) clearly shows the disappearance of the CBS peaks in the unitary class. The CFS peaks, insensitive to the symmetry breaking, continue to be present, with a contrast following the same increasing trend at short times.

combination of amplitude and spatial phase modulations:

$$\begin{aligned}\mathcal{K}(t) &= K \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi(t-1)}{5} \right) \right] \quad \text{and} \quad a(t) = -a, \quad t \text{ even} \\ \mathcal{K}(t) &= K \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi(t-1)}{5} + \tilde{\varphi} \right) \right] \quad \text{and} \quad a(t) = a, \quad t \text{ odd.}\end{aligned}\tag{5}$$

The symmetry properties of the Hamiltonian are controlled by tuning the parameter  $\tilde{\varphi}$ , while the additional phase modulation  $a(t)$ , with period 2, makes CBS and CFS observable only at even kicks (see Appendix C). The CFS peak is observed each time  $x_2$  returns to its initial value, that is at kicks 10, 20, 30... The CBS peak is observed only if the Hamiltonian is  $PT$ -symmetric (amplitude-symmetric and phase-antisymmetric sequence). This is possible only if  $\tilde{\varphi}$  is an integer multiple of  $2\pi/5$ . For example, for  $\tilde{\varphi} = 0$ , the CBS peak is predicted to appear at kicks 6, 16, 26...

The experimental results for  $\tilde{\varphi} = 0$  (Fig. 2a) display two characteristic features: First, the general trend of  $\Pi_0(t)$  is a decay vs.  $t$ , due to the spreading of the initially-narrow wave packet in momentum space. This decay slows down at long times, when localization sets in. Second, we observe pronounced peaks at kicks 20, 26, 30, 36, etc. From this series of peaks, one can however distinguish two subsequences with different properties: The CBS series at  $t = 6 \pmod{10}$  has a maximal contrast at the beginning, which slowly decreases with time, while the contrast of the CFS series at  $t = 0 \pmod{10}$  *increases* at short times. On a longer time scale (set by the localization time  $t_{\text{loc}}$ ), the CFS amplitude asymptotically converges towards the CBS one, and the two peaks become twins after localization has set in. This constitutes a *direct interferential proof* of the occurrence of Anderson localization.

Adding a phase  $\tilde{\varphi}$  to the modulation creates an artificial gauge field which breaks the  $PT$ -symmetry. This directly manifests (Fig. 2b) in the disappearance of the CBS peaks at  $t = 6 \pmod{10}$ , whereas at pulses  $t = 0 \pmod{10}$  the CFS peaks survive and follow the increasing trend, until saturating at  $t \sim t_{\text{loc}}$ .

To test their dependence on the artificial gauge field amplitude, we vary  $\tilde{\varphi}$  and monitor the contrasts of the CBS and CFS peaks (see Appendix D for contrast definitions and measurement procedure). The results are shown in Fig. 3,a: at  $\tilde{\varphi} = -2\pi/5$  (which preserves the  $PT$ -symmetry) we observe a pronounced maximum of contrast for the CBS peaks, present here at kicks  $2 \pmod{10}$  (see Appendix C). The decrease of the CBS contrast around this value is a clear signature of the symmetry breaking. It is qualitatively similar to the magneto-resistance effect [29] induced in a solid-state sample when time-reversal symmetry is broken by an external magnetic field. On the other hand, the contrast of the CFS peak is insensitive to  $\tilde{\varphi}$ , showing its robustness vs. the

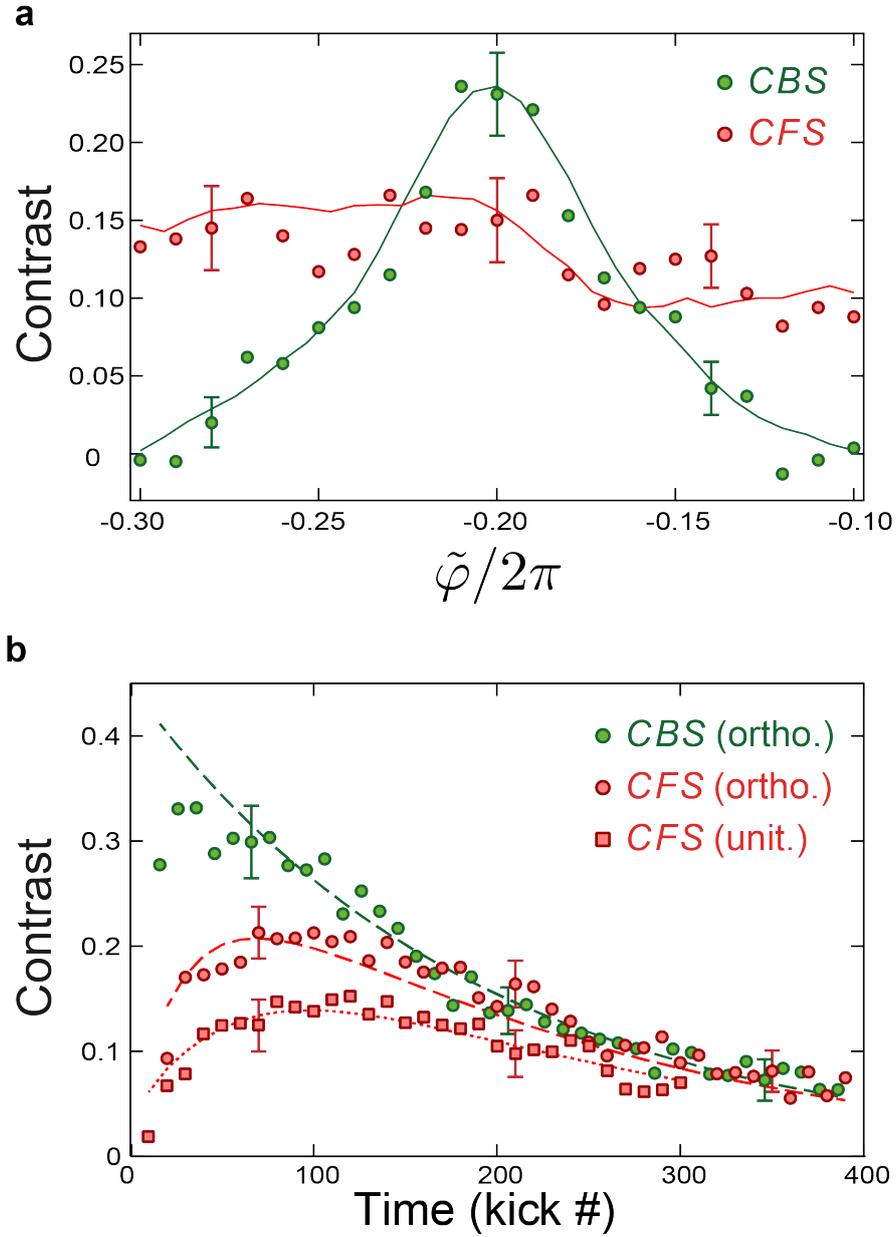


Figure 3 **Temporal-dynamics and symmetry-breaking characteristics of the CBS and CFS peaks.** **a**, The experimental CBS (green) and CFS (red) contrasts were measured vs. the parameter  $\tilde{\varphi}$ , which controls the artificial gauge flux. The data is taken at  $t = 70$  kicks, when the CFS contrast approaches that of the CBS. The CBS contrast is maximum at  $\tilde{\varphi} = -2\pi/5$ , where there is a perfect  $PT$ -symmetry. When  $\tilde{\varphi}$  varies, the CBS contrast decreases, and eventually vanishes when the symmetry is completely broken. In contrast, the CFS contrast is almost insensitive to the value of  $\tilde{\varphi}$ . The solid lines are ab initio numerical simulations using experimentally-measured parameters. **b**, The time evolutions of the CBS (orthogonal, green) and CFS (orthogonal – red circles, and unitary – red squares) contrasts corresponding to Fig. 2. The CBS follows an exponential decay (dashed green line, fit), due to decoherence, with a fitted time constant  $t_{\text{dec}} \approx 190$ . The CFS contrasts are fitted using the equations in [20] (red lines) with decoherence effects included. This yields  $t_{\text{loc}} \approx 40$  in the unitary class and  $t_{\text{loc}} \approx 16$  in the orthogonal class.

$PT$ -symmetry breaking.

There are fundamental differences between CBS and CFS dynamics: unlike the CBS peak, which is present at short times with maximal contrast, the CFS peak *requires* (strong) Anderson localization in order to show up, on a time scale set by the localization time  $t_{\text{loc}}$ . The time-dynamics of the CFS contrast has been theoretically predicted in [20], using a non-perturbative, fully time-resolved analytical description of a quantum quench in an Anderson-localized unitary system.

In our experiment (Fig. 3,b), the slow decay of both peaks at longer times is due to stray decoherence. The CBS contrast follows an exponential decay  $C_B(t) = C_0 \exp(-t/t_{\text{dec}})$  [30] and is an excellent measure for the decoherence time  $t_{\text{dec}}$  on our system. A fit gives  $t_{\text{dec}} \approx 190$  and an initial amplitude of the CBS contrast  $C_0 \approx 0.45$  (which is lower than unity, due to a finite initial momentum width effect). In the unitary class, the CFS dynamics is very well fitted by the analytical formula of [20] multiplied by the same exponential decay due to decoherence:  $C_F(t) = C_0 I_0(2t_{\text{loc}}/t) \exp(-2t_{\text{loc}}/t) \exp(-t/t_{\text{dec}})$  with  $t_{\text{loc}} \approx 40$  the only fitting parameter ( $I_0$  is the modified Bessel function of order zero). The same fit can be applied in the orthogonal class (see [19] for a numerical study) and gives a good agreement. As expected, we measure a smaller value of  $t_{\text{loc}} \approx 16$ , which is reduced because of the presence of ‘simple’ loops favoring localization on a shorter time scale.

These observations prove that the CFS is a marker of non-trivial quantum interference needed to build Anderson localization in quantum disordered systems. The fact that we can observe a *destruction of CBS in the presence of a surviving CFS* is a clear-cut proof of the  $PT$ -symmetry breaking, and that other effects, such as decoherence, are not at the stake for the destruction of the CBS (Appendix B). Hence, this represents an unambiguous evidence of the changing of our system from the orthogonal to the unitary class under the effect of the artificial gauge field.

### C. Symmetry and transport: universal one-parameter scaling law

The interference phenomena leading to Anderson localization also dramatically influence the transport behavior in the bulk of disordered quantum systems. First corrections to the ‘classical’ (incoherent) diffusion coefficient  $D_0$ , known as weak localization, come from CBS-type interference which enhance the return probability of a quantum particle [28]. This quantum corrections are directly linked to the presence of the  $PT$ -symmetry. In absence of this symmetry, more complex CFS-type interference induce a smaller deviation from diffusive behavior, with a distinct form.

As we will show below, the temporal evolution of the average momentum spread  $\langle p_1^2(t) \rangle$  provides

an excellent insight of the manner this happens in our system (1). We measure  $\langle p_1^2(t) \rangle$  with  $\mathcal{K}(t) = K$  and  $a(t) = a(t + N)$  a periodic series of  $N$  randomly-chosen phases i.i.d. in  $[0, 2\pi]$ , which in general breaks the  $PT$ -symmetry. However, the  $PT$ -symmetry can be restored by imposing the  $a(t)$  series to be antisymmetric. The experimental results are averaged over a large number (100) of realizations of these random phases, with the microscopic parameters  $K$ ,  $N$  and  $\hbar$  fixed, thus allowing both the very high precision necessary for studying the scaling properties and to vary the microscopic parameters to test the universality of the experimental observations (see below).

In the absence of quantum interference,  $\langle p_1^2 \rangle$  evolves diffusively with time:  $\langle p_1^2 \rangle = 2D_0t$ . In the orthogonal class, self-intersecting (CBS-like) single-loop interference paths, which are already present from very short times, lead to a rapid deviation from classical diffusion (Fig. 4.a). In the unitary class, where the one-loop corrections are absent, this has a dramatic effect on transport properties, leading to a ‘slower’ deviation from classical diffusion (Fig. 4.b).

An instrumental progress in the theory of metal-insulator transitions was the so-called ‘one-parameter scaling theory’ introduced by Abrahams *et al.* [31]. It shows that, irrespective of the microscopic details of the system, transport properties should obey a universal scaling behavior, characterized by a single quantity,  $\beta \equiv d \ln g / d \ln L$ , the logarithmic derivative of the dimensionless conductivity  $g$  with respect to the size  $L$  of the system, which is a measure of transport. Expressed only as a function of the conductivity  $g$  itself, the resulting  $\beta(g)$  function is ‘universal’, that is, independent of microscopic details. This function has played a central role in the study of disordered systems. Here we present a direct experimental measurement of the  $\beta(g)$  scaling function, for both orthogonal and unitary class, and a test of its universality within each symmetry class. This approach can be directly tested in our case, in a remarkably simple manner, by studying the momentum spreading of a wave packet in one dimension.

The kicked rotor, which maps on a pseudo-random Anderson model (see above), should also obey a one-parameter law. It is however a **dynamical** system, so that one has to build dynamical quantities – which are the equivalent of the system size  $L$  and the dimensionless conductance  $g$ . The natural choice for the system size  $L$  is the number of lattice sites effectively populated. In momentum space, the lattice sites are momentum eigenstates separated by  $\Delta p = \hbar$ , so that we can define  $L = \sqrt{\langle p_1^2(t) \rangle} / \hbar$ . Following [32], we can define for the standard kicked rotor  $g = \sqrt{\langle p_1^2(t) \rangle} / t\hbar$ . In the classical regime where the dynamics is diffusive, this leads to  $g = 2D_0 / \hbar L$ , a perfectly sensible result with a conductance decreasing like the inverse of the system size (Ohm’s law) and proportional to the diffusion coefficient (Einstein law). Such a definition immediately leads to

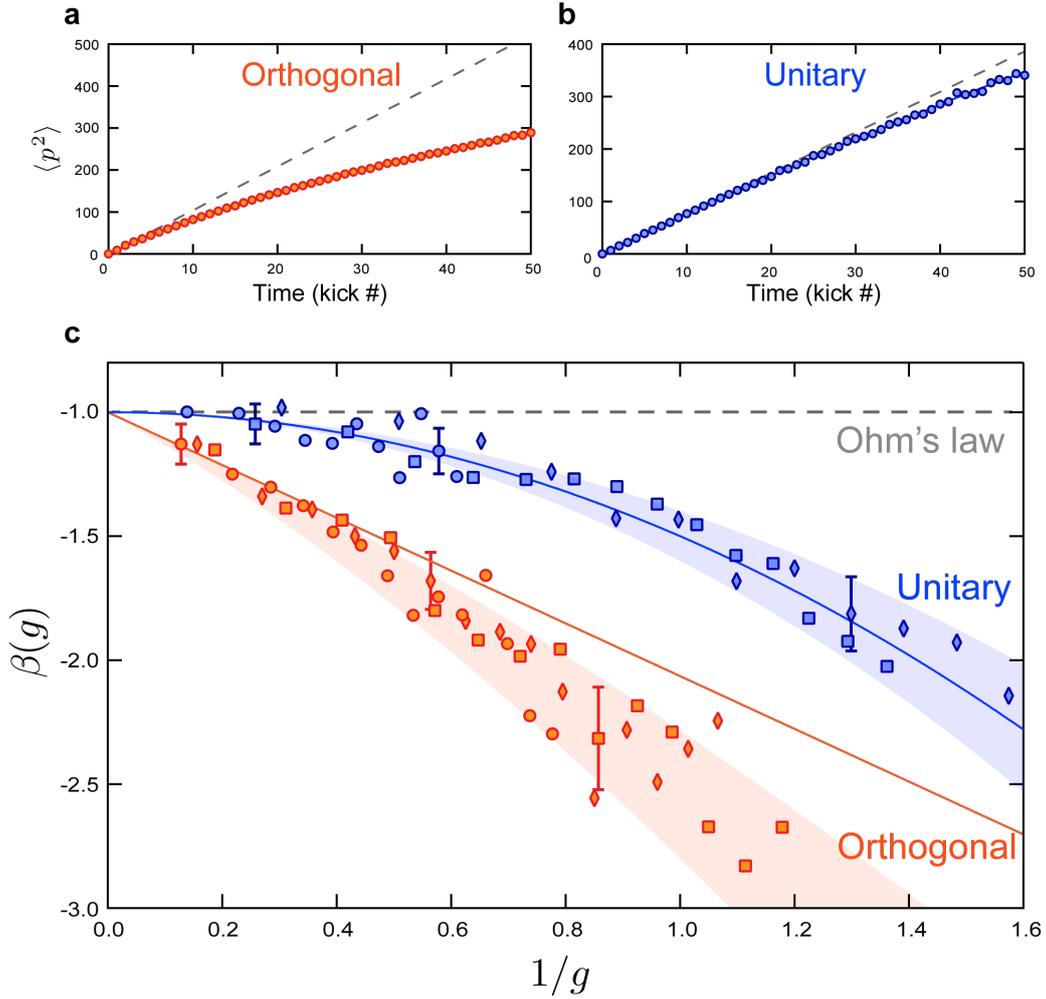


Figure 4 **Weak localization corrections and one-parameter scaling function  $\beta(g)$  in a quasi-1D disordered system.** **a,b**, Time-evolution of  $\langle p_1^2 \rangle$  in the weak-localization regime in the two symmetry classes. Closed-loop corrections lead to a rapid deviation from classical diffusion (dashed line) in the orthogonal class (**a**). In the unitary class (**b**), these corrections are absent, which qualitatively translates in a much slower departure from classical diffusion. In both cases,  $D_0$  is the same within  $\sim 20\%$ . **c**, Experimental dependence of the  $\beta(g)$  function on the dimensionless conductance  $g = N\sqrt{\langle p_1^2 \rangle}/(\hbar t)$ , measured following the 1D spreading of a wave packet in momentum space. The different symbols (circles, diamonds and squares) correspond to three sets of different microscopic parameters ( $K$  and  $N$ ) of the system:  $(K, N) \in \{(4, 3), (4.5, 4), (3.5, 5)\}$  (orthogonal, orange) and respectively  $(K, N) \in \{(2.5, 3), (4, 4), (1.6, 5)\}$  (unitary, blue), for a value of  $\hbar = 1$ . All data in each class collapse onto two distinct universal  $\beta(g)$  functions, characteristic of each symmetry class, indicated by the shaded regions. The asymptotic behavior at large  $g$  is correctly predicted by eqs. (6) (continuous lines) inside their domain of validity.

$\beta = -1$ , as expected for a classical diffusive one-dimensional system.

However, one needs to take into account the fact that our synthetic quasi-1D system consists of  $N$  transverse channels (see Fig. 1). In this case, its conductance is  $N$  times larger than for a purely-1D system. We thus define  $g \equiv N\sqrt{\langle p_1^2(t) \rangle} / (tk)$ , while the definition of  $L$ , counting the number of occupied lattice sites in the longitudinal direction ‘1’ is unaffected.

The leading corrections to  $\langle p_1^2(t) \rangle$  due to loops have been calculated for the kicked rotor in [33], both in the orthogonal and unitary classes<sup>3</sup>. They allow us to compute the lowest-order correction to the  $\beta(g)$  function, valid in the limit of large conductivities:

$$\begin{aligned} \beta(g) &= -1 - \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}g} & : \text{orthogonal class,} \\ \beta(g) &= -1 - \frac{1}{2g^2} & : \text{unitary class.} \end{aligned} \quad (6)$$

In order to test these predictions, and the universality of  $\beta(g)$ , we studied a series of different values for the microscopic parameters  $K$  and  $N$ , in the two symmetry classes. The measured  $\beta$ -functions are shown in Fig. 4.c. A remarkable feature of these results is that all data collapse on two distinct scaling functions, as evidenced by the shaded zones, characteristic for each universality class. This constitutes an experimental demonstration of the validity of the one-parameter scaling law. It also shows that the shape of the  $\beta(g)$  function makes is a clear marker of the presence or absence of an artificial gauge field governing the  $PT$ -symmetry.

The unitary case is in excellent agreement with (6). This is also true in the orthogonal class, in the limit of large  $g$  (typically for  $1/g < 0.5$ ). For smaller values of  $g$  we notice deviations from (6), which we confirmed through numerical simulations. This probably indicates that higher-order interference diagrams should be taken into account in the orthogonal class, and we hope that these observations will stimulate further theoretical investigations in this direction.

#### D. Conclusions et perspectives

These striking observations highlight the importance of symmetries for the localization and transport properties of disordered media, and the possibility to control them using an artificial gauge field – generated here by appropriately tailoring the driving parameters of a Floquet system. Our method presents a remarkable experimental simplicity, and avoids both the complexity and limitations in more involved schemes (using, e.g., close-to-resonance Raman-dressing of internal

---

<sup>3</sup> The correction in the unitary class is given with the wrong sign in [33] (C. Tian, private communication).

states). We characterized the Anderson localization from a new perspective, by directly probing interferential 'building blocks' such as the Coherent Back- and Forward- Scattering phenomena. We also measured, in perfectly controlled conditions, the  $\beta(g)$  scaling function – a universal characteristic measure of transport in disordered media. Moreover, we demonstrated the different sensitivity of these effects with respect to the artificial gauge field flux, which controls the  $PT$ -symmetry properties of the system.

Interference signatures (such as the CFS) could provide valuable tools to observe the Anderson transition and probe its critical properties in higher dimensions and different symmetry classes. Engineering spin-orbit-coupled dynamical Floquet systems (e.g. using internal-state-dependent optical potentials) would allow, for example, to study the symplectic symmetry class, where Anderson localization is expected to occur in dimensions as low as two. This also opens an avenue for the study of fascinating phenomena, like quantum Hall effect, Floquet topological insulators and artificial magnetism.

#### Acknowledgments

The authors are grateful to Chushun Tian and Adam Rançon for fruitful discussions and to Antoine Browaeys for a critical reading of this manuscript. GL acknowledges an invited professorship at Sapienza University of Rome. GL thanks CalMiP for access to its supercomputer. This work is supported by Agence Nationale de la Recherche (Grant K-BEC No. ANR-13-BS04-0001-01), the Labex CEMPI (Grant No. ANR-11-LABX-0007-01), Programme Investissements d'Avenir under the program ANR-11-IDEX-0002-02, reference ANR-10-LABX-0037-NEXT, and the Ministry of Higher Education and Research, Hauts de France Council and European Regional Development Fund (ERDF) through the Contrat de Projets Etat-Region (CPER Photonics for Society, P4S).

## Supplemental Material

### Appendix A: Experiment

In the experiment, we start from a laser-cooled Cesium atomic sample, prepared in a thermal state ( $T \simeq 1.5 \mu\text{K}$ ). The cloud ‘kicked’ along the vertical  $x$  axis by a far-detuned, pulsed (period  $T_1$ ) optical standing wave (SW), which is created by two *independent* lasers beams. This allows us to control the amplitude and phase of the potential (via the RF signal sent to two different AOMs) and to shape the modulation sequences  $\mathcal{K}(t)$  and  $a(t)$  as in (1). The laser parameters are: the detuning  $\Delta = -13 \text{ GHz}$  (at the Cs D2 line, wavelength  $\lambda = 852.2 \text{ nm}$ ), the maximum intensity  $I = 300 \text{ mW/beam}$ , the pulse duration  $\tau = 200 \text{ ns}$ , while  $T_1$  is varied typically between 10 and 30  $\mu\text{s}$ . After the desired number of kicks, the cloud is allowed to expand for  $\sim 170 \text{ ms}$  and the momentum distribution  $|\Psi(p)|^2$  is measured using the time of flight technique. To determine  $\langle p^2(t) \rangle$ , used for the  $\beta(g)$  measurements, we fit the clouds’ distribution of squared-momentum  $|p\Psi(p)|^2$  using the Lobkis-Weaver formula [34], which describes the dynamics of the wave function at all times, from the diffusive to the localized regime.

For the CBS/CFS measurements, it is crucial to utilize a sample with an initial momentum distribution narrower than the width of a Brillouin zone. Indeed, the CBS and CFS peaks have widths given by that of the initial state, and their respective contrasts (equal to one in the ideal case) is strongly reduced otherwise. In order to decrease the mean kinetic energy of the sample, the atoms are loaded in a very shallow 1D optical lattice (vertical direction), whose depth is less than the initial temperature. This filters out the most energetic atoms. Subsequently, we realize 1D adiabatic cooling by switching off the lattice in  $\sim 1 \mu\text{s}$ , reaching a momentum distribution width  $< 0.67 \times 2\hbar k_L$ , which corresponds to an ‘equivalent 1D temperature’  $< 400 \text{ nK}$  (this value is limited by the resolution of the time-of-flight detection).

**Units:** We have chosen conveniently-scaled variables in order to express the Hamiltonian in the dimensionless form (1): distances along the  $x$  axis are measured in units of  $(2k_L)^{-1}$  (where  $k_L$  is the SW wave number), time in number of kicks (or units of  $T_1$ ), the particle mass is unity. The Hamiltonian (1) is associated with the Schrödinger equation  $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$ , where  $\hbar \equiv 4\hbar k_L^2 T_1 / M$  plays the crucial role of an effective Planck constant, which can be adjusted at will by modifying e.g. the kick period  $T_1$ . The canonical commutation relation reads  $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ .

The Hamiltonian (1) is spatially  $2\pi$ -periodic, so that the solutions of the Schrödinger equation can always be expanded on a discrete lattice in *momentum space*  $p_m = (m + \beta)\hbar k$  where  $\hbar k$  denotes the effective Planck’s constant,  $m$  is an integer and  $1/2 < \beta \leq 1/2$  is the Bloch vector varying in

the first Brillouin zone. Due to the spatial periodicity of the system,  $\beta$  is a constant of motion, so that the whole analysis can be performed for  $\beta = 0$ .

### Appendix B: Correlations and decoherence in the kicked rotor

Decoherence is a major limitation in both CBS/CFS and  $\beta(g)$  experiments. In our experiment, it comes mainly from residual spontaneous emission and fluctuations in the SW phase. To keep decoherence under control, we use rather small *average* values of  $K$ , where short-time correlations between kicks are known to occur (leading, for instance, to well-known oscillations in the diffusion coefficient [12; 35]). In our case, these temporal correlations are responsible for large-amplitude oscillations, affecting the measurements of both the CBS/CFS contrast, but *especially* (via  $\langle p^2(t) \rangle$ ) of the  $\beta(g)$  function. Indeed, because  $\beta(g)$  is a logarithmic derivative ( $d \ln g / d \ln L$ ), it is extremely sensitive to correlations, as well as to the experimental noise.

We are able to eliminate almost completely the effect of correlations by conveniently averaging over several realizations of the disorder. The best possibility is to average over a large number of realizations of the random phase sequence  $a(t)$ , this method being extensively used for our  $\beta(g)$  measurements. Each experiment is repeated 500 times, with a total of 100 different random realization of  $a(t)$  (corresponding to as many different realization of disorder), and the resulting momentum distributions  $|\Psi(p)|^2$  are averaged. While phase modulations are very convenient for averaging out the correlations, it turns out that using amplitude modulations  $\mathcal{K}(t)$  and a relatively large ( $\gtrsim 10$ ) modulation period is more suitable for achieving a proper temporal separation of the CBS and CFS peaks. In order to resolve the CFS dynamics, one also needs a sufficiently large  $t_{\text{loc}}$ . For the kicked rotor this is usually achieved by increasing the kick amplitude  $K$ , which unfortunately decreases the decoherence time  $t_{\text{dec}}$  in the experiment. However, it turns out that adding a period-two phase modulation increases, for certain values of the phase-shift  $a$ , the diffusion coefficient  $D_0$  (and thus  $t_{\text{loc}}$ ) without affecting  $t_{\text{dec}}$ . For the experiments shown in Fig. 2 and 3, a fixed value  $a = 0.21 \times 2\pi$  was used.

This is why, for optimizing the experimental conditions for the measurements of the CBS and CFS contrast dynamics, we opted for a combination of phase and amplitude modulations (5).

### Appendix C: Symmetry and times of occurrence of CBS and CFS peaks

The pulse sequence is modulated using a combination of amplitude and phase modulations, as in (1). The kick amplitude sequence  $\mathcal{K}(t)$  has a period of 5, whereas the phase  $a(t)$  is modulated

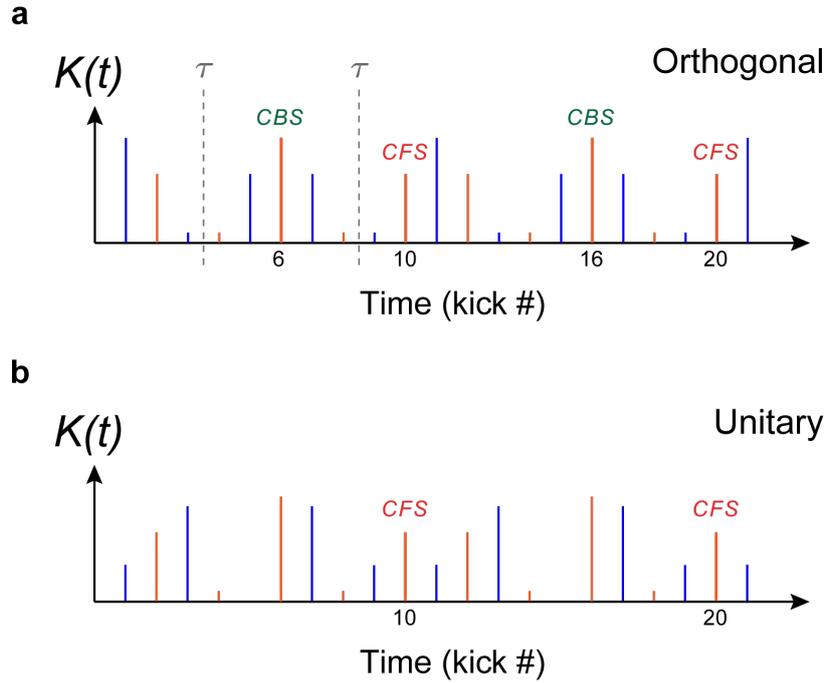


Figure 5 **Two pulse sequences belonging to different symmetry classes.** The sequences correspond to the data shown in Fig. 2, and were obtained using two different values of the symmetry-control parameter  $\tilde{\varphi}$  in (5):  $\tilde{\varphi} = 0$  (a) and  $\tilde{\varphi} = -3\pi/5$  (b), for which the system belongs respectively to the orthogonal and unitary symmetry class. In the orthogonal class the time sequence has symmetry axes  $\tau$ ; a CBS peak will appear at the kicks symmetric to the initial kick with respect to such axis. In the unitary class no CBS peak will exist. In both cases, the symmetry-insensitive CFS peaks are expected to occur at integer multiples of the period ( $N = 10$ ).

with a period of 2 (represented in Fig. 5 by the different colors used for the even and odd kicks), with an overall period  $N = 10$ . A consequence of the period-two phase modulation  $a(t)$  is that  $PT$ -symmetry axes only occur in-between kicks (and never *during* a kick) which explains why CBS peaks do not occur for odd values of the kick number. A simple analysis of (5) shows that the corresponding Hamiltonian is  $PT$ -symmetric (belonging thus to the orthogonal class) when the phase  $\tilde{\varphi} \in 2\pi \times \{0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\}$ . Each of these values of the  $\tilde{\varphi}$  leads to a different time of occurrence of the CBS peak – corresponding to kicks  $\{6, 10, 4, 8, 2\}$  respectively.

Take for instance the modulation sequence shown in Fig. 5, corresponding to experimental data in Fig. 2. When  $\tilde{\varphi} = 0$  (Fig. 5,a), the sequence has  $PT$ -symmetry axes (vertical dashed lines labeled,  $\tau$ ), and the system belongs to the orthogonal class. In this case, CBS peaks are expected to appear periodically, at kicks  $6 \pmod{10}$ , i.e. at times equal to twice the occurrence time of each  $\tau$ . On the other hand, when  $\tilde{\varphi} \notin 2\pi \times \{0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\}$  no symmetry axes exist (e.g. in (Fig. 5,b),

for  $\tilde{\varphi} = -3\pi/5$ ). In both universality classes the symmetry-insensitive CFS peaks occur at integer multiples of the period of the system, i.e. at kicks  $0 \pmod{10}$ .

#### Appendix D: CBS and CFS contrast measurements

Analyzing the experimental data in Fig. 2, we can extract the contrasts  $C_B(t)$  and  $C_F(t)$ , of the CBS and CFS peaks respectively, vs. time. The contrasts, for either case, are defined as:  $C_{B,F}(t) = (\Pi_0(t) - \Pi_{0,\text{incoh.}}(t)) / \Pi_{0,\text{incoh.}}(t)$ , and are evaluated at the occurrence times of their respective peaks,  $t_{CBS}$  and  $t_{CFS}$  (corresponding respectively to red and green points in Fig. 2). Here,  $\Pi_0(t) = |\Psi(p_1 = 0, t)|^2$  is the *total* zero-momentum probability density (also defined in the main text), while  $\Pi_{0,\text{incoh.}}(t)$  corresponds to the incoherent (or ‘classical’) contribution to  $\Pi_0(t)$ . Outside  $t_{CBS}$  and  $t_{CFS}$  (i.e. at times corresponding to the black points in Fig. 2), the two contributions are identical:  $\Pi_0(t) = \Pi_{0,\text{incoh.}}(t)$ . In order to evaluate  $C_{B,F}(t)$ , we interpolate the  $\Pi_{0,\text{incoh.}}(t)$  values at  $t_{CBS}$  and  $t_{CFS}$ . This method was used for the data shown in Fig. 3.

#### References

- [1] F. Haake, *Quantum Signatures of Chaos*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2<sup>nd</sup> ed., 2001.
- [2] Dominique Mailly and Marc Sanquer, “Sensitivity of quantum conductance fluctuations and of  $1/f$  noise to time reversal symmetry,” *J. Phys. I France*, vol. 2, no. 4, pp. 357–364, 1992.
- [3] Y.-J. Lin, R. L. Compton, K. Jimenez-Garcia, J. V. Porto, and I. B. Spielman, “Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms,” *Nature (London)*, vol. 462, no. 7273, pp. 628–632, 2009.
- [4] Y.-J. Lin, R. L. Compton, A. R. Perry, W. D. Phillips, J. V. Porto, and I. B. Spielman, “Bose-einstein condensate in a uniform light-induced vector potential,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, p. 130401, Mar 2009.
- [5] Y.-J. Lin, R. L. Compton, K. Jimenez-Garcia, W. D. Phillips, J. V. Porto, and I. B. Spielman, “A synthetic electric force acting on neutral atoms,” *Nat Phys*, vol. 7, pp. 531–534, Jul 2011.
- [6] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. F. Bharucha, B. Sundaram, and M. G. Raizen, “Atom Optics Realization of the Quantum  $\delta$ -Kicked Rotor,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, no. 25, pp. 4598–4601, 1995.
- [7] S. Fishman, D. R. Grempel, and R. E. Prange, “Chaos, Quantum Recurrences, and Anderson Localization,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 49, no. 8, pp. 509–512, 1982.
- [8] G. Casati, I. Guarneri, and D. L. Shepelyansky, “Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 62, no. 4, pp. 345–348, 1989.
- [9] R. Blümel and U. Smilansky, “Symmetry breaking and localization in quantum chaotic systems,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 69, pp. 217–220, 1992.
- [10] M. Thaha, R. Blümel, and U. Smilansky, “Symmetry breaking and localization in quantum chaotic systems,” *Phys. Rev. E*, vol. 48, pp. 1764–1781, 1993.

- [11] R. Scharf, “Kicked rotator for a spin-1/2 particle,” *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 22, no. 19, pp. 4223–4242, 1989.
- [12] D. L. Shepelyansky, “Localization of diffusive excitation in multi-level systems,” *Physica D*, vol. 28, no. 1-2, pp. 103–114, 1987.
- [13] G. Lemarié, J. Chabé, P. Szriftgiser, J. C. Garreau, B. Grémaud, and D. Delande, “Observation of the Anderson metal-insulator transition with atomic matter waves: Theory and experiment,” *Phys. Rev. A*, vol. 80, no. 4, p. 043626, 2009.
- [14] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, “New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, pp. 494–497, Aug 1980.
- [15] D. R. Hofstadter, “Energy levels and wave functions of bloch electrons in rational and irrational magnetic fields,” *Phys. Rev. B*, vol. 14, pp. 2239–2249, Sep 1976.
- [16] T. Karpiuk, N. Cherroret, K. L. Lee, B. Grémaud, C. A. Müller, and C. Miniatura, “Coherent Forward Scattering Peak Induced by Anderson Localization,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, no. 19, p. 190601, 2012.
- [17] G. Lemarié, C. A. Müller, D. Guéry-Odelin, and C. Miniatura, “Coherent backscattering and forward-scattering peaks in the quantum kicked rotor,” *Phys. Rev. A*, vol. 95, p. 043626, Apr 2017.
- [18] S. Ghosh, N. Cherroret, B. Grémaud, C. Miniatura, and D. Delande, “Coherent forward scattering in two-dimensional disordered systems,” *Phys. Rev. A*, vol. 90, p. 063602, 2014.
- [19] K. L. Lee, B. Grémaud, and C. Miniatura, “Dynamics of localized waves in one-dimensional random potentials: Statistical theory of the coherent forward scattering peak,” *Phys. Rev. A*, vol. 90, p. 043605, 2014.
- [20] T. Micklitz, C. A. Müller, and A. Altland, “Strong anderson localization in cold atom quantum quenches,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 110602, 2014.
- [21] S. Ghosh, C. Miniatura, N. Cherroret, and D. Delande, “Coherent forward scattering as a signature of anderson metal-insulator transitions,” *Phys. Rev. A*, vol. 95, p. 041602, 2017.
- [22] P.-E. Wolf and G. Maret, “Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, no. 24, pp. 2696–2699, 1985.
- [23] G. Bayer and T. Niederdränk, “Weak localization of acoustic waves in strongly scattering media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 70, pp. 3884–3887, Jun 1993.
- [24] D. S. Wiersma, M. P. van Albada, B. A. van Tiggelen, and A. Lagendijk, “Experimental evidence for recurrent multiple scattering events of light in disordered media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, pp. 4193–4196, May 1995.
- [25] A. Tourin, A. Derode, P. Roux, B. A. van Tiggelen, and M. Fink, “Time-dependent coherent backscattering of acoustic waves,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 79, pp. 3637–3639, Nov 1997.
- [26] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect, and V. Josse, “Coherent Backscattering of Ultracold Atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, no. 19, p. 195302, 2012.
- [27] G. Labeyrie, T. Karpiuk, J.-F. Schaff, B. Grémaud, C. Miniatura, and D. Delande, “Enhanced backscat-

- tering of a dilute Bose-Einstein condensate,” *Europ. Lett.*, vol. 100, no. 6, p. 66001, 2012.
- [28] E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2011.
- [29] G. Bergmann, “Weak localization in thin films,” *Physics Reports*, vol. 107, no. 1, pp. 1 – 58, 1984.
- [30] C. Hainaut, I. Manai, R. Chicireanu, J.-F. m. c. Clément, S. Zemmouri, J. C. Garreau, P. Szriftgiser, G. Lemarié, N. Cherroret, and D. Delande, “Return to the origin as a probe of atomic phase coherence,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 118, p. 184101, 2017.
- [31] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, “Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 42, no. 10, pp. 673–676, 1979.
- [32] N. Cherroret, B. Vermersch, J. C. Garreau, and D. Delande, “How Nonlinear Interactions Challenge the Three-Dimensional Anderson Transition,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, no. 17, p. 170603, 2014.
- [33] C. Tian, A. Kamenev, and A. Larkin, “Ehrenfest time in the weak dynamical localization,” *Phys. Rev. B*, vol. 72, no. 4, p. 045108, 2005.
- [34] O. I. Lobkis and R. L. Weaver, “Self-consistent transport dynamics for localized waves,” *Phys. Rev. E*, vol. 71, no. 1, p. 011112, 2005.
- [35] A. B. Rechester and R. B. White, “Calculation of turbulent diffusion for the chirikov-taylor model,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 44, pp. 1586–1589, Jun 1980.



# Bibliographie

- [1] Felix BLOCH. « Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern ». In : *Zeitschrift für Physik* 52.7 (1929), p. 555–600. ISSN : 0044-3328. DOI : 10.1007/BF01339455. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/BF01339455>.
- [2] P. W. ANDERSON. « Absence of Diffusion in Certain Random Lattices ». In : *Phys. Rev.* 109 (5 mar. 1958), p. 1492–1505. DOI : 10.1103/PhysRev.109.1492. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.109.1492>.
- [3] E. ABRAHAMS, P. W. ANDERSON, D. C. LICCIARDELLO et T. V. RAMAKRISHNAN. « Scaling Theory of Localization : Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions ». In : *Phys. Rev. Lett.* 42 (10 mar. 1979), p. 673–676. DOI : 10.1103/PhysRevLett.42.673. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.42.673>.
- [4] E. BRÉZIN, S. HIKAMI et J. ZINN-JUSTIN. « Generalized non-linear sigma-models with gauge invariance ». In : *Nuclear Physics B* 165.3 (1980), p. 528–544. ISSN : 0550-3213. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213\(80\)90047-4](http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213(80)90047-4). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321380900474>.
- [5] E. L. RAAB, M. PRENTISS, Alex CABLE, Steven CHU et D. E. PRITCHARD. « Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure ». In : *Phys. Rev. Lett.* 59 (23 déc. 1987), p. 2631–2634. DOI : 10.1103/PhysRevLett.59.2631. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.2631>.
- [6] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT et R. G. HULET. « Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions ». In : *Phys. Rev. Lett.* 75 (9 août 1995), p. 1687–1690. DOI : 10.1103/PhysRevLett.75.1687. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.1687>.
- [7] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN et E. A. CORNELL. « Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor ». In : *Science* 269.5221 (1995), p. 198–201. ISSN : 0036-8075. DOI : 10.1126/science.269.5221.198. eprint : <http://science.sciencemag.org/content/269/5221/198.full.pdf>. URL : <http://science.sciencemag.org/content/269/5221/198>.
- [8] K. B. DAVIS, M. -O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. van DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN et W. KETTERLE. « Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms ». In : *Phys. Rev. Lett.* 75 (22 nov. 1995), p. 3969–3973. DOI : 10.1103/PhysRevLett.75.3969. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.3969>.
- [9] Cheng CHIN, Rudolf GRIMM, Paul JULIENNE et Eite TIESINGA. « Feshbach resonances in ultracold gases ». In : *Rev. Mod. Phys.* 82 (2 avr. 2010), p. 1225–1286. DOI : 10.1103/RevModPhys.82.1225. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.1225>.
- [10] G. CASATI, B. V. CHIRIKOV, F. M. IZRAELEV et Joseph FORD. « Stochastic behavior of a quantum pendulum under a periodic perturbation ». In : *Stochastic Behavior in Classical and Quantum Hamiltonian Systems : Volta Memorial Conference, Como, 1977*. Sous la dir. de Giulio CASATI et Joseph FORD. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1979, p. 334–352. ISBN : 978-3-540-35510-6. DOI : 10.1007/BFb0021757. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/BFb0021757>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [11] F. L. MOORE, J. C. ROBINSON, C. BHARUCHA, P. E. WILLIAMS et M. G. RAIZEN. « Observation of Dynamical Localization in Atomic Momentum Transfer : A New Testing Ground for Quantum Chaos ». In : *Phys. Rev. Lett.* 73 (22 nov. 1994), p. 2974–2977. DOI : 10.1103/PhysRevLett.73.2974. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.73.2974>.
- [12] Jean RINGOT, Pascal SZRIFTGISER, Jean-Claude GARREAU et Dominique DELANDE. « Experimental evidence of dynamical localization and delocalization in a quasiperiodic driven system ». In : *Physical review letters* 85.13 (2000), p. 2741.
- [13] Juliette BILLY, Vincent JOSSE, Zhanchun ZUO, Alain BERNARD, Ben HAMBRECHT, Pierre LUGAN, David CLÉMENT, Laurent SANCHEZ-PALENCIA, Philippe BOUYER et Alain ASPECT. « Direct Observation of Anderson Localization of Matter Waves in a Controlled Disorder ». In : *Nature* 453.7197 (12 juin 2008), p. 891–894. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/nature07000. URL : <http://www.nature.com/nature/journal/v453/n7197/abs/nature07000.html> (visité le 29/05/2017).
- [14] Giacomo ROATI, Chiara D'ERRICO, Leonardo FALLANI, Marco FATTORI, Chiara FORT, Matteo ZACCANTI, Giovanni MODUGNO, Michele MODUGNO et Massimo INGUSCIO. « Anderson Localization of a Non-Interacting Bose-Einstein Condensate ». In : *Nature* 453.7197 (12 juin 2008), p. 895–898. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/nature07071. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nature07071>.
- [15] Y.-J. LIN, R. L. COMPTON, K. JIMENEZ-GARCIA, J. V. PORTO et I. B. SPIELMAN. « Synthetic Magnetic Fields for Ultracold Neutral Atoms ». In : *Nature* 462.7273 (3 déc. 2009), p. 628–632. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/nature08609. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nature08609>.
- [16] Y.-J. LIN, R. L. COMPTON, A. R. PERRY, W. D. PHILLIPS, J. V. PORTO et I. B. SPIELMAN. « Bose-Einstein Condensate in a Uniform Light-Induced Vector Potential ». In : *Phys. Rev. Lett.* 102 (13 mar. 2009), p. 130401. DOI : 10.1103/PhysRevLett.102.130401. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.130401>.
- [17] Y.-J. LIN, R. L. COMPTON, K. JIMENEZ-GARCIA, W. D. PHILLIPS, J. V. PORTO et I. B. SPIELMAN. « A Synthetic Electric Force Acting on Neutral Atoms ». In : *Nat Phys* 7.7 (juil. 2011), p. 531–534. ISSN : 1745-2473. DOI : 10.1038/nphys1954. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphys1954>.
- [18] Jean DALIBARD, Fabrice GERBIER, Gediminas JUZELIUNAS et Patrik ÖHBERG. « Colloquium ». In : *Rev. Mod. Phys.* 83 (4 nov. 2011), p. 1523–1543. DOI : 10.1103/RevModPhys.83.1523. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.1523>.
- [19] M. C. BEELER, R. A. WILLIAMS, K. JIMENEZ-GARCIA, L. J. LEBLANC, A. R. PERRY et I. B. SPIELMAN. « The Spin Hall Effect in a Quantum Gas ». In : *Nature* 498.7453 (13 juin 2013), p. 201–204. ISSN : 0028-0836. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nature12185>.
- [20] J RINGOT, P SZRIFTGISER, JC GARREAU et D DELANDE. « Dimensional effects on dynamical localization with cold cesium atoms ». In : *Quantum Electronics Conference, 2000. Conference Digest. 2000 International.* IEEE. 2000, 1–pp.
- [21] J RINGOT, P SZRIFTGISER, JC GARREAU et D DELANDE. « Dynamic localization and delocalization in an atomic cloud ». In : *JOURNAL DE PHYSIQUE IV* 12.PR 5 (2002), p. 379–380.

- [22] Hans LIGNIER, Julien CHABÉ, Dominique DELANDE, Jean Claude GARREAU et Pascal SZRIFTGISER. « Reversible destruction of dynamical localization ». In : *Physical review letters* 95.23 (2005), p. 234101.
- [23] Julien CHABÉ, Gabriel LEMARIÉ, Benoît GRÉMAUD, Dominique DELANDE, Pascal SZRIFTGISER et Jean Claude GARREAU. « Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves ». In : *Phys. Rev. Lett.* 101 (25 déc. 2008), p. 255702. DOI : 10.1103/PhysRevLett.101.255702. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.255702>.
- [24] Matthias LOPEZ, Jean-François CLÉMENT, Pascal SZRIFTGISER, Jean Claude GARREAU et Dominique DELANDE. « Experimental Test of Universality of the Anderson Transition ». In : *Phys. Rev. Lett.* 108 (9 fév. 2012), p. 095701. DOI : 10.1103/PhysRevLett.108.095701. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.095701>.
- [25] T. KARPIUK, N. CHERRORET, K. L. LEE, B. GRÉMAUD, C. A. MÜLLER et C. MI-NIATURA. « Coherent Forward Scattering Peak Induced by Anderson Localization ». In : *Phys. Rev. Lett.* 109 (19 nov. 2012), p. 190601. DOI : 10.1103/PhysRevLett.109.190601. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.190601>.
- [26] Clément HAINAUT, Isam MANAI, Radu CHICIREANU, Jean-François CLÉMENT, Samir ZEMMOURI, Jean Claude GARREAU, Pascal SZRIFTGISER, Gabriel LEMARIÉ, Nicolas CHERRORET et Dominique DELANDE. « Return to the Origin as a Probe of Atomic Phase Coherence ». In : *Phys. Rev. Lett.* 118 (18 mai 2017), p. 184101. DOI : 10.1103/PhysRevLett.118.184101. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.184101>.
- [27] Boris V CHIRIKOV. « A universal instability of many-dimensional oscillator systems ». In : *Physics Reports* 52.5 (1979), p. 263–379. ISSN : 0370-1573. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573\(79\)90023-1](http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(79)90023-1). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157379900231>.
- [28] Michael Lieberman ALLAN LICHTENBERG. « Regular and Chaotic Dynamics ». In : 1992.
- [29] P. H. RICHTER et H.-J. SCHOLZ. « Chaos in Classical Mechanics : The Double Pendulum ». In : *Stochastic Phenomena and Chaotic Behaviour in Complex Systems : Proceedings of the Fourth Meeting of the UNESCO Working Group on Systems Analysis Flattnitz, Kärnten, Austria, June 6–10, 1983*. Sous la dir. de Peter SCHUSTER. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1984, p. 86–97. ISBN : 978-3-642-69591-9. DOI : 10.1007/978-3-642-69591-9\_9. URL : [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-69591-9\\_9](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-69591-9_9).
- [30] Gabriel LEMARIÉ. « Transition d'Anderson avec des ondes de matière atomiques ». Thèse de doct. Laboratoire Kastler Brossel, 2009.
- [31] F. L. MOORE, J. C. ROBINSON, C. F. BHARUCHA, Bala SUNDARAM et M. G. RAIZEN. « Atom Optics Realization of the Quantum  $\delta$ -Kicked Rotor ». In : *Phys. Rev. Lett.* 75 (25 déc. 1995), p. 4598–4601. DOI : 10.1103/PhysRevLett.75.4598. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.4598>.
- [32] M. ABRAMOWITZ et I. STEGUN. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. US Government printing office, 1964.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [33] G. CASATI, I. GUARNERI, F. IZRAILEV et R. SCHARF. « Scaling behavior of localization in quantum chaos ». In : *Phys. Rev. Lett.* 64 (1 jan. 1990), p. 5–8. DOI : 10.1103/PhysRevLett.64.5. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.64.5>.
- [34] N. BRENNER et S. FISHMAN. « Pseudo-randomness and localization ». In : *Nonlinearity* 5 (1992), p. 211–235.
- [35] Meir GRINIASTY et Shmuel FISHMAN. « Localization by pseudorandom potentials in one dimension ». In : *Phys. Rev. Lett.* 60 (13 mar. 1988), p. 1334–1337. DOI : 10.1103/PhysRevLett.60.1334. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.60.1334>.
- [36] Pierre MEYSTRE. *Atom optics*. 2001.
- [37] Harold J. METCALF et Peter van der STRATEN. *Laser Cooling and Trapping*. New York : Springer-Verlag, 1999.
- [38] Ch SALOMON, J DALIBARD, WD PHILLIPS, A CLAIRON et S GUELLATI. « Laser cooling of cesium atoms below 3  $\mu\text{K}$  ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 12.8 (1990), p. 683.
- [39] Jean DALIBARD. « Atomes et rayonnement ». In : *L'annuaire du Collège de France. Cours et travaux* 113 (2014), p. 163–171.
- [40] J. DALIBARD et C. COHEN-TANNOUDJI. « Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 6.11 (nov. 1989), p. 2023–2045. DOI : 10.1364/JOSAB.6.002023. URL : <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2023>.
- [41] Y CASTIN, H WALLIS et Jean DALIBARD. « Limit of Doppler cooling ». In : *JOSA B* 6.11 (1989), p. 2046–2057.
- [42] Paul D. LETT, Richard N. WATTS, Christoph I. WESTBROOK, William D. PHILLIPS, Phillip L. GOULD et Harold J. METCALF. « Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit ». In : *Phys. Rev. Lett.* 61 (2 juil. 1988), p. 169–172. DOI : 10.1103/PhysRevLett.61.169. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.61.169>.
- [43] A. KASTBERG, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, R. J. C. SPREEUW et P. S. JESSEN. « Adiabatic Cooling of Cesium to 700 nK in an Optical Lattice ». In : *Phys. Rev. Lett.* 74 (9 fév. 1995), p. 1542–1545. DOI : 10.1103/PhysRevLett.74.1542. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.1542>.
- [44] Jean DALIBARD. *Des cages de lumières pour les atomes froids : la physique des pièges et des réseaux optiques*. Cours du collège de France. 2014.
- [45] Julien CHABÉ. « Chaos quantique et transition d'Anderson avec des atomes refroidis par laser ». Thèse de doct. Université de Lille1, 2007.
- [46] Hans LIGNIER. « Etude de la localisation dynamique avec des atomes refroidis par laser ». Thèse de doct. Université de Lille1, 2005.
- [47] I. YAVIN, M. WEEL, A. ANDREYUK et A. KUMARAKRISHNAN. « A calculation of the time-of-flight distribution of trapped atoms ». In : *American Journal of Physics* 70.2 (2002), p. 149–152. DOI : 10.1119/1.1424266. eprint : <http://dx.doi.org/10.1119/1.1424266>. URL : <http://dx.doi.org/10.1119/1.1424266>.
- [48] Giulio CASATI, Italo GUARNERI et D. L. SHEPELYANSKY. « Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies ». In : *Phys. Rev. Lett.* 62 (4 jan. 1989), p. 345–348. DOI : 10.1103/PhysRevLett.62.345. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.62.345>.

- [49] Daniel adam STECK. « Quantum chaos, transport, and decoherence in atom patics ». Thèse de doct. University of texas at austin, 2001.
- [50] O. I. LOBKIS et R. L. WEAVER. « Self-consistent transport dynamics for localized waves ». In : *Phys. Rev. E* 71 (1 jan. 2005), p. 011112. DOI : 10.1103/PhysRevE.71.011112. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.71.011112>.
- [51] Hans LIGNIER. « Study of dynamical localization with laser cooled atoms ». Theses. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, déc. 2005. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00011644>.
- [52] Matthias LOPEZ, Jean-Fran çois CLÉMENT, Pascal SZRIFTGISER, Jean Claude GARREAU et Dominique DELANDE. « Experimental Test of Universality of the Anderson Transition ». In : *Phys. Rev. Lett.* 108 (9 fév. 2012), p. 095701. DOI : 10.1103/PhysRevLett.108.095701. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.095701>.
- [53] Franz J. WEGNER. « Electrons in disordered systems. Scaling near the mobility edge ». In : *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter* 25.4 (1976), p. 327–337. ISSN : 1431-584X. DOI : 10.1007/BF01315248. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/BF01315248>.
- [54] J T EDWARDS et D J THOULESS. « Numerical studies of localization in disordered systems ». In : *Journal of Physics C : Solid State Physics* 5.8 (1972), p. 807. URL : <http://stacks.iop.org/0022-3719/5/i=8/a=007>.
- [55] D.J. THOULESS. « Electrons in disordered systems and the theory of localization ». In : *Physics Reports* 13.3 (1974), p. 93–142. ISSN : 0370-1573. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573\(74\)90029-5](http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(74)90029-5). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157374900295>.
- [56] Gerd BERGMAN. « Influence of Spin-Orbit Coupling on Weak Localization ». In : *Phys. Rev. Lett.* 48 (15 avr. 1982), p. 1046–1049. DOI : 10.1103/PhysRevLett.48.1046. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.48.1046>.
- [57] Eric Akkermans & Gilles MONTAMBAUX. *Mesoscopic physics of electrons and photons*. Cambridge Univ Pr, 2007.
- [58] Kenneth M. WATSON. « Multiple Scattering of Electromagnetic Waves in an Underdense Plasma ». In : *Journal of Mathematical Physics* 10.4 (avr. 1969), p. 688–702. ISSN : 0022-2488 (print), 1089-7658 (electronic), 1527-2427. DOI : <http://dx.doi.org/10.1063/1.1664895>. URL : [http://jmp.aip.org/resource/1/jmapaq/v10/i4/p688\\_s1](http://jmp.aip.org/resource/1/jmapaq/v10/i4/p688_s1).
- [59] D. De WOLF. « Electromagnetic reflection from an extended turbulent medium : Cumulative forward-scatter single-backscatter approximation ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 19.2 (mar. 1971), p. 254–262. ISSN : 0018-926X. DOI : 10.1109/TAP.1971.1139894.
- [60] Yu. N BARABANENKOV. « Wave Corrections to the Transfer Equation for Backscattering ». In : *Soviet Radiophysics* 1.1 (1973), p. 65. ISSN : 1573-9120. DOI : 10.1007/BF01038460. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/BF01038460>.
- [61] E. AKKERMANS, P. E. WOLF et R. MAYNARD. « Coherent Backscattering of Light by Disordered Media : Analysis of the Peak Line Shape ». In : *Phys. Rev. Lett.* 56 (14 avr. 1986), p. 1471–1474. DOI : 10.1103/PhysRevLett.56.1471. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.56.1471>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [62] Leung TSANG et Akira ISHIMARU. « Theory of backscattering enhancement of random discrete isotropic scatterers based on the summation of all ladder and cyclical terms ». In : *J. Opt. Soc. Am. A* 2.8 (août 1985), p. 1331–1338. DOI : 10.1364/JOSAA.2.001331. URL : <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-2-8-1331>.
- [63] J. S. LANGER et T. NEAL. « Breakdown of the Concentration Expansion for the Impurity Resistivity of Metals ». In : *Phys. Rev. Lett.* 16 (22 mai 1966), p. 984–986. DOI : 10.1103/PhysRevLett.16.984. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.16.984>.
- [64] A. I. Larkin & D. E. Khmel'nitskii." L. P. GOR'KOV. « Particle conductivity in a two-dimensional random potential ». In : *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* 30.4 (1979), p. 228.
- [65] D. E. Khmel'nitskii & A. I. Larkin." B. L. ALTSHULER A. G. Aronov. « Coherent effects in disordered conductors, » in : *Mir, moscow* (1982), p. 130.
- [66] G. J. DOLAN et D. D. OSHEROFF. « Nonmetallic Conduction in Thin Metal Films at Low Temperatures ». In : *Phys. Rev. Lett.* 43 (10 sept. 1979), p. 721–724. DOI : 10.1103/PhysRevLett.43.721. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.43.721>.
- [67] D. J. BISHOP, D. C. TSUI et R. C. DYNES. « Nonmetallic Conduction in Electron Inversion Layers at Low Temperatures ». In : *Phys. Rev. Lett.* 44 (17 avr. 1980), p. 1153–1156. DOI : 10.1103/PhysRevLett.44.1153. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.44.1153>.
- [68] L. VAN DEN DRIES, C. VAN HAESENDONCK, Y. BRUYNSERAEDE et G. DEUTSCHER. « Two-Dimensional Localization in Thin Copper Films ». In : *Phys. Rev. Lett.* 46 (8 fév. 1981), p. 565–568. DOI : 10.1103/PhysRevLett.46.565. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.46.565>.
- [69] Yasuo KUGA et Akira ISHIMARU. « Retroreflectance from a dense distribution of spherical particles ». In : *J. Opt. Soc. Am. A* 1.8 (août 1984), p. 831–835. DOI : 10.1364/JOSAA.1.000831. URL : <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-1-8-831>.
- [70] Meint P. Van ALBADA et Ad LAGENDIJK. « Observation of Weak Localization of Light in a Random Medium ». In : *Phys. Rev. Lett.* 55 (24 déc. 1985), p. 2692–2695. DOI : 10.1103/PhysRevLett.55.2692. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.55.2692>.
- [71] Pierre-Etienne WOLF et Georg MARET. « Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media ». In : *Phys. Rev. Lett.* 55 (24 déc. 1985), p. 2696–2699. DOI : 10.1103/PhysRevLett.55.2696. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.55.2696>.
- [72] Diederik S. WIERSMA, Meint P. van ALBADA, Bart A. van TIGGELEN et Ad LAGENDIJK. « Experimental Evidence for Recurrent Multiple Scattering Events of Light in Disordered Media ». In : *Phys. Rev. Lett.* 74 (21 mai 1995), p. 4193–4196. DOI : 10.1103/PhysRevLett.74.4193. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.4193>.
- [73] G. LABEYRIE, F. de TOMASI, J.-C. BERNARD, C. A. MÜLLER, C. MINIATURA et R. KAISER. « Coherent Backscattering of Light by Cold Atoms ». In : *Phys. Rev. Lett.* 83 (25 déc. 1999), p. 5266–5269. DOI : 10.1103/PhysRevLett.83.5266. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.5266>.

- [74] G. BAYER et T. NIEDERDRÄNK. « Weak localization of acoustic waves in strongly scattering media ». In : *Phys. Rev. Lett.* 70 (25 juin 1993), p. 3884–3887. DOI : 10.1103/PhysRevLett.70.3884. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.70.3884>.
- [75] Arnaud TOURIN, Arnaud DERODE, Philippe ROUX, Bart A. van TIGGELEN et Mathias FINK. « Time-Dependent Coherent Backscattering of Acoustic Waves ». In : *Phys. Rev. Lett.* 79 (19 nov. 1997), p. 3637–3639. DOI : 10.1103/PhysRevLett.79.3637. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.79.3637>.
- [76] F. JENDRZEJEWSKI, K. MÜLLER, J. RICHARD, A. DATE, T. PLISSON, P. BOUYER, A. ASPECT et V. JOSSE. « Coherent Backscattering of Ultracold Atoms ». In : *Phys. Rev. Lett.* 109 (19 nov. 2012), p. 195302. DOI : 10.1103/PhysRevLett.109.195302. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.195302>.
- [77] Cord Axel MÜLLER. « Localisation faible de la lumière dans un gaz d'atomes froids ». Thèse de doct. Juil. 2001. URL : <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:19-4002>.
- [78] Richard L. WEAVER et Oleg I. LOBKIS. « Enhanced Backscattering and Modal Echo of Reverberant Elastic Waves ». In : *Phys. Rev. Lett.* 84 (21 mai 2000), p. 4942–4945. DOI : 10.1103/PhysRevLett.84.4942. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4942>.
- [79] Julien de ROSNY, Arnaud TOURIN et Mathias FINK. « Coherent Backscattering of an Elastic Wave in a Chaotic Cavity ». In : *Phys. Rev. Lett.* 84 (8 fév. 2000), p. 1693–1695. DOI : 10.1103/PhysRevLett.84.1693. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.1693>.
- [80] E. LAROSE, L. MARGERIN, B. A. van TIGGELEN et M. CAMPILLO. « Weak Localization of Seismic Waves ». In : *Phys. Rev. Lett.* 93 (4 juil. 2004), p. 048501. DOI : 10.1103/PhysRevLett.93.048501. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.048501>.
- [81] Wojciech Hubert ZUREK. « Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical ». In : *Rev. Mod. Phys.* 75 (3 mai 2003), p. 715–775. DOI : 10.1103/RevModPhys.75.715. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.75.715>.
- [82] P. MOHANTY, E. M. Q. JARIWALA et R. A. WEBB. « Intrinsic Decoherence in Mesoscopic Systems ». In : *Phys. Rev. Lett.* 78 (17 avr. 1997), p. 3366–3369. DOI : 10.1103/PhysRevLett.78.3366. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.3366>.
- [83] Christopher BÄUERLE, François MALLET, Félicien SCHOPFER, Dominique MAILLY, Georg ESKA et Laurent SAMINADAYAR. « Experimental Test of the Numerical Renormalization-Group Theory for Inelastic Scattering from Magnetic Impurities ». In : *Phys. Rev. Lett.* 95 (26 déc. 2005), p. 266805. DOI : 10.1103/PhysRevLett.95.266805. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.266805>.
- [84] Y. NIIMI, Y. BAINES, T. CAPRON, D. MAILLY, F.-Y. LO, A. D. WIECK, T. MEUNIER, L. SAMINADAYAR et C. BÄUERLE. « Effect of Disorder on the Quantum Coherence in Mesoscopic Wires ». In : *Phys. Rev. Lett.* 102 (22 juin 2009), p. 226801. DOI : 10.1103/PhysRevLett.102.226801. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.226801>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [85] F. MALLETT, J. ERICSSON, D. MAILLY, S. ÜNLÜBAYIR, D. REUTER, A. MELNIKOV, A. D. WIECK, T. MICKLITZ, A. ROSCH, T. A. COSTI, L. SAMINADAYAR et C. BÄUERLE. « Scaling of the Low-Temperature Dephasing Rate in Kondo Systems ». In : *Phys. Rev. Lett.* 97 (22 nov. 2006), p. 226804. DOI : 10.1103/PhysRevLett.97.226804. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.226804>.
- [86] Thibaut CAPRON, Christophe TEXIER, Gilles MONTAMBAUX, Dominique MAILLY, Andreas D. WIECK et Laurent SAMINADAYAR. « Ergodic versus diffusive decoherence in mesoscopic devices ». In : *Phys. Rev. B* 87 (4 jan. 2013), p. 041307. DOI : 10.1103/PhysRevB.87.041307. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.87.041307>.
- [87] C. TIAN, A. KAMENEV et A. LARKIN. « Ehrenfest time in the weak dynamical localization ». In : *Phys. Rev. B* 72 (4 juil. 2005), p. 045108. DOI : 10.1103/PhysRevB.72.045108. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.72.045108>.
- [88] R. BLÜMEL et U. SMILANSKY. « Symmetry breaking and localization in quantum chaotic systems ». In : *Phys. Rev. Lett.* 69 (2 juil. 1992), p. 217–220. DOI : 10.1103/PhysRevLett.69.217. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.69.217>.
- [89] M. THAHA, R. BLÜMEL et U. SMILANSKY. « Symmetry breaking and localization in quantum chaotic systems ». In : *Phys. Rev. E* 48 (3 sept. 1993), p. 1764–1781. DOI : 10.1103/PhysRevE.48.1764. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.48.1764>.
- [90] R. SCHARF. « Kicked rotator for a spin- 1 / 2 particle ». In : *Journal of Physics A : Mathematical and General* 22.19 (1989), p. 4223. URL : <http://stacks.iop.org/0305-4470/22/i=19/a=016>.
- [91] G. LEMARIÉ, B. GRÉMAUD et D. DELANDE. « Universality of the Anderson transition with the quasiperiodic kicked rotor ». In : *EPL (Europhysics Letters)* 87.3 (2009), p. 37007. URL : <http://stacks.iop.org/0295-5075/87/i=3/a=37007>.
- [92] Keith SLEVIN et Tomi OHTSUKI. « The Anderson Transition : Time Reversal Symmetry and Universality ». In : *Phys. Rev. Lett.* 78 (21 mai 1997), p. 4083–4086. DOI : 10.1103/PhysRevLett.78.4083. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.4083>.
- [93] Fritz HAAKE. « Quantum Signatures of Chaos ». In : Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2010. ISBN : 978-3-642-05428-0. DOI : 10.1007/978-3-642-05428-0.
- [94] Gabriel LEMARIÉ, Julien CHABÉ, Pascal SZRIFTGISER, Jean Claude GARREAU, Benoît GRÉMAUD et Dominique DELANDE. « Observation of the Anderson metal-insulator transition with atomic matter waves : Theory and experiment ». In : *Phys. Rev. A* 80 (4 oct. 2009), p. 043626. DOI : 10.1103/PhysRevA.80.043626. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.80.043626>.
- [95] O. I. LOBKIS et R. L. WEAVER. « Self-consistent transport dynamics for localized waves ». In : *Phys. Rev. E* 71 (1 jan. 2005), p. 011112. DOI : 10.1103/PhysRevE.71.011112. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.71.011112>.
- [96] V. N. PRIGODIN, B. L. ALTSHULER, K. B. EFETOV et S. IIDA. « Mesoscopic dynamical echo in quantum dots ». In : *Phys. Rev. Lett.* 72 (4 jan. 1994), p. 546–549. DOI : 10.1103/PhysRevLett.72.546. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.72.546>.

- [97] K.B. EFETOV. « Supersymmetry and theory of disordered metals ». In : *Advances in Physics* 32.1 (1983), p. 53–127. DOI : 10.1080/00018738300101531.
- [98] S. GHOSH, N. CHERRORET, B. GRÉMAUD, C. MINIATURA et D. DELANDE. « Coherent forward scattering in two-dimensional disordered systems ». In : *Phys. Rev. A* 90 (6 déc. 2014), p. 063602. DOI : 10.1103/PhysRevA.90.063602. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.90.063602>.
- [99] Sanjib GHOSH, Christian MINIATURA, Nicolas CHERRORET et Dominique DELANDE. « Coherent forward scattering as a signature of Anderson metal-insulator transitions ». In : *Phys. Rev. A* 95 (4 avr. 2017), p. 041602. DOI : 10.1103/PhysRevA.95.041602. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.95.041602>.
- [100] T. MICKLITZ, C. A. MÜLLER et A. ALTLAND. « Strong Anderson Localization in Cold Atom Quantum Quenches ». In : *Phys. Rev. Lett.* 112 (11 mar. 2014), p. 110602. DOI : 10.1103/PhysRevLett.112.110602. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.110602>.
- [101] G. LEMARIÉ, Cord A. MÜLLER, D. GUÉRY-ODELIN et C. MINIATURA. « Coherent backscattering and forward-scattering peaks in the quantum kicked rotor ». In : *Phys. Rev. A* 95 (4 avr. 2017), p. 043626. DOI : 10.1103/PhysRevA.95.043626. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.95.043626>.
- [102] G D BIRKHOFF. « Proof of the Ergodic Theorem ». In : (déc. 21931). DOI : 10.1073/pnas.17.2.656.
- [103] Jean-Louis PICHARD, Marc SANQUER, Keith SLEVIN et Philippe DEBRAY. « Broken symmetries and localization lengths in Anderson insulators : Theory and experiment ». In : *Phys. Rev. Lett.* 65 (14 oct. 1990), p. 1812–1815. DOI : 10.1103/PhysRevLett.65.1812. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.65.1812>.
- [104] A. MACKINNON et B. KRAMER. « The scaling theory of electrons in disordered solids : Additional numerical results ». In : *Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter* 53.1 (1983), p. 1–13. ISSN : 1431-584X. DOI : 10.1007/BF01578242. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/BF01578242>.
- [105] Franz WEGNER. « Four-loop-order beta function of nonlinear sigma-models in symmetric spaces ». In : *Nuclear Physics B* 316.3 (1989), p. 663–678. ISSN : 0550-3213. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213\(89\)90063-1](http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213(89)90063-1).
- [106] I. V. LERNER et Y. IMRY. « Magnetic-Field Dependence of the Localization Length in Anderson Insulators ». In : *EPL Europhysics Letters* 29.1 (1995), p. 49. URL : <http://stacks.iop.org/0295-5075/29/i=1/a=009>.
- [107] Bodo HUCKESTEIN. « Scaling theory of the integer quantum Hall effect ». In : *Rev. Mod. Phys.* 67 (2 avr. 1995), p. 357–396. DOI : 10.1103/RevModPhys.67.357. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.67.357>.
- [108] Nicolas CHERRORET, Benoit VERMERSCH, Jean Claude GARREAU et Dominique DELANDE. « How Nonlinear Interactions Challenge the Three-Dimensional Anderson Transition ». In : *Phys. Rev. Lett.* 112 (17 mai 2014), p. 170603. DOI : 10.1103/PhysRevLett.112.170603. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.170603>.
- [109] Juliette BILLY. « Quantum propagation of guided matter waves : Atom laser and Anderson localization ». Theses. Université Paris Sud - Paris XI, jan. 2010. URL : <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00492482>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [110] D.L. SHEPELYANSKY. « Localization of diffusive excitation in multi-level systems ». In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 28.1 (1987), p. 103–114. ISSN : 0167-2789. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0167-2789\(87\)90123-0](http://dx.doi.org/10.1016/0167-2789(87)90123-0). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167278987901230>.
- [111] Isam MANAI, Jean-François CLÉMENT, Radu CHICIREANU, Clément HAINAUT, Jean Claude GARREAU, Pascal SZRIFTGISER et Dominique DELANDE. « Experimental Observation of Two-Dimensional Anderson Localization with the Atomic Kicked Rotor ». In : *Phys. Rev. Lett.* 115 (24 déc. 2015), p. 240603. DOI : 10.1103/PhysRevLett.115.240603. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.115.240603>.
- [112] A. B. RECHESTER et R. B. WHITE. « Calculation of Turbulent Diffusion for the Chirikov-Taylor Model ». In : *Phys. Rev. Lett.* 44 (24 juin 1980), p. 1586–1589. DOI : 10.1103/PhysRevLett.44.1586. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.44.1586>.
- [113] Felix M. IZRAILEV. « Simple models of quantum chaos : Spectrum and eigenfunctions ». In : *Physics Reports* 196.5 (1990), p. 299–392. ISSN : 0370-1573. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573\(90\)90067-C](http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(90)90067-C). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037015739090067C>.
- [114] Benoît VERMERSCH. « Dynamics of ultracold interacting bosons in disordered lattices : Effects of interactions on Anderson localization and transition ». Theses. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, sept. 2013. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00910405>.
- [115] D. R. GREMPEL, R. E. PRANGE et Shmuel FISHMAN. « Quantum dynamics of a nonintegrable system ». In : *Phys. Rev. A* 29 (4 avr. 1984), p. 1639–1647. DOI : 10.1103/PhysRevA.29.1639. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.29.1639>.
- [116] Shmuel FISHMAN, D. R. GREMPEL et R. E. PRANGE. « Chaos, Quantum Recurrences, and Anderson Localization ». In : *Phys. Rev. Lett.* 49 (8 août 1982), p. 509–512. DOI : 10.1103/PhysRevLett.49.509. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.509>.

**Résumé :** Contrairement au cas classique, le transport d'une particule quantique dans un milieu désordonné est fortement affecté par des effets d'interférences. Par exemple, en dimension 1, la diffusion classique est réduite initialement par des effets de localisation faible jusqu'à s'annuler totalement aux temps longs, ce qui représente le célèbre phénomène de localisation d'Anderson. Dans cette thèse, nous utilisons le Kicked Rotor, paradigme du chaos quantique, pour étudier certains aspects nouveaux de la physique des systèmes désordonnés. Nous apportons ainsi la première observation expérimentale, avec des ondes de matière atomique, d'un phénomène lié à la localisation faible qui est l'augmentation de la probabilité de retour à l'origine. Nous montrons également que ce phénomène peut être utilisé comme outil précis de diagnostic de la décohérence dans le système. Nous présentons une nouvelle méthode expérimentale, remarquablement simple, pour contrôler les propriétés de symétries du Kicked Rotor. Cela nous permet de créer un système désordonné dans lequel il existe un flux Aharonov-Bohm artificiel non trivial dans une dimension synthétique. Cela nous offre l'opportunité de briser la symétrie par renversement du temps et d'étudier la physique de la localisation d'Anderson dans deux classes d'universalité différentes : la classe orthogonale et la classe unitaire. Nous avons exploré l'effet de cette brisure de symétrie sur les propriétés physiques des systèmes désordonnés 1D en regardant deux signatures du transport quantique. Nous observons ainsi pour la première fois expérimentalement, l'effet de Coherent Forward Scattering, récemment prédit, qui constitue un nouveau marqueur interférentiel de la localisation d'Anderson. Nous mettons en évidence ses signatures caractéristiques et nous trouvons qu'elles sont en très bon accord avec les prédictions théoriques. Enfin, nous réalisons les premières mesures expérimentales des fonctions d'échelle  $\beta(G)$ , caractéristiques du transport dans les milieux désordonnés, dans les deux classes de symétrie. Nous démontrons également leur universalité validant ainsi l'hypothèse de la loi d'échelle à un paramètre.

**Abstract :** Contrary to the classical case, transport of a quantum particle in a disordered medium is strongly affected by interference effects. For exemple, in dimension 1, classical diffusion is initially reduced by weak localization effects and, at long times, lead to the so called Anderson localization phenomenon. In this thesis, we use the Kicked Rotor, paradigm of quantum chaos, to study new physical aspects of disordered systems. We thus present the first experimental observation with atomic matter wave of a phenomenon directly linked to weak localization which is the Enhanced Return to the Origin. We show that this effect can be used as a tool to measure accurately the decoherence in the system. We present a novel, outstandingly simple, experimental method to control symmetry properties of the Kicked Rotor. This allows us to study a disordered system in presence of a non-trivial artificial Aharonov-Bohm flux in a synthetic dimension. This gives us the opportunity to break the time reversal symmetry and then to study the physics of Anderson localization in two different symmetry classes : the orthogonal class and the unitary class. We have investigated the effect of this symmetry breaking on physical properties of 1D disordered systems by looking two signatures of quantum transport. We observe thus experimentally, for the first time, the Coherent Forward Scattering effect, predicted recently and which represents a novel genuine signature of Anderson localization. We show its distinctive signatures and a good agreement with theoretical predictions. Finally, we realise the first experimental measurements of the  $\beta(G)$  scaling function, characteristic of transport in disordered medium, in two symmetry classes. furthermore, we demonstrate their universality confirming thus the one-parameter scaling hypothesis.