

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Strasbourg

École Doctorale : Mathématiques, Sciences de l'Information et de l'Ingénieur

Formation Doctorale : Signal, Image, Automatique et Robotique

Commande Robuste des Robots Parallèles à Câbles avec Mesure Extéroceptive

Présentée par :

Ryad CHELLAL

Soutenue le 30 Septembre 2016 devant le jury composé des membres :

Directeurs de thèse

Edouard LAROCHE

Jacques GANGLOFF

Professeur, Université de Strasbourg

Professeur, Université de Strasbourg

Rapporteurs

Nicolas ANDREFF

Etienne DOMBRE

Professeur, Université de Franche-Comté

Directeur de recherche CNRS, LIRMM, Montpellier

Examineurs

Marc GOUTTEFARDE

Loïc CUVILLON

Chargé de recherche CNRS, LIRMM, Montpellier

Maître de Conférences, Université de Strasbourg

Remerciements

J'ai eu un très grand plaisir à écrire cette thèse avec la motivation de faire ressortir les fruits de toutes ces années d'études, d'inspirations, de discussions et de collaborations avec les personnes que j'ai côtoyé avant et pendant ma thèse. Je veux adresser tous mes remerciements aux personnes qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de thèse, Edouard Laroche, professeur à l'université de Strasbourg, pour avoir considéré ma candidature pour cette thèse et pour toute la confiance qu'il m'a accordé. Il m'a accueilli avec le grand sourire, et s'est rendu constamment disponible pour nos nombreux échanges. J'ai également énormément appris des enseignements que j'ai eu la chance d'effectuer pour l'assister. Il m'a transmis sa rigueur et sa capacité de synthèse pour éclairer au mieux mes aspects rédactionnels et oraux. Ses qualités humaines et scientifiques m'ont constamment maintenu en confiance concernant l'avancée de ce travail. Sans lui je ne sais où cette thèse en serait aujourd'hui, et je lui en serai éternellement reconnaissant.

Ensuite, je souhaite remercier mon encadrant, Loïc Cuvillon, maître de conférences à l'université de Strasbourg, pour sa motivation et omniprésence pour m'aider de jour comme de nuit sans aucune hésitation. Ses grandes compétences techniques m'ont été d'un très grand apport. Il a su me côtoyer en tant qu'encadrant et ami, pour me guider tout en me laissant le libre choix d'évoluer dans cette thèse. Ses précieux conseils m'ont été très bénéfiques, et je n'oublierai jamais toute son aide et sa sympathie.

Je tiens particulièrement à exprimer mes remerciements à Nicolas Andreff, professeur à l'université de franche-comté, ainsi qu'à Etienne Dombre, directeur de recherche CNRS à Montpellier, pour avoir accepté de rapporter sur ce mémoire en un temps record. Leurs minutieuses et pertinentes remarques, suggestions et questions sur ce manuscrit et lors de la soutenance ont renforcé mes connaissances scientifiques, et ont permis de mettre mieux en valeur certaines parties de la thèse. Je tiens également à remercier Marc Gouttefarde, chargé de recherche CNRS à Montpellier, pour avoir eu la gentillesse d'examiner ce travail et sa participation au jury.

Cette thèse s'est déroulée dans une ambiance très chaleureuse au sein du Laboratoire ICube, dans l'équipe AVR. Pour cela, je tiens à remercier les doctorants de l'équipe avec lesquels j'ai connu des moments agréables, Julien, Bérengère, Mathieu, Xavier, Lennart, Salih, Houssem, Laure, Antonio, Markus, Nitish, Nadège, Laure-Anaïs, Arnaud, Paolo, Quentin, Xavier, Nicole, Gauthier, Nicolas et Cédric. Mes remerciements vont également aux membres permanents de l'équipe, pour toute leur gentillesse et leurs conseils lors de nos nombreux moments d'interaction.

Mes profonds remerciements à mes parents, qui m'ont toujours aidé sur le plan moral et matériel, et encouragé avec rigueur pour me pousser à réussir ce que j'entreprends. Sans leur présence, amour et fierté, cette thèse n'aurait jamais abouti. Sans oublier, ma petite sœur Anya, qui n'hésitait pas à prendre de mes nouvelles, et qui aujourd'hui suit les pas de son grand frère vers les chemins universitaires. Je lui souhaite beaucoup de réussite dans cette aventure.

Mes sincères remerciements à mes grands-parents, qui aujourd'hui ne font malheureusement plus partie de ce monde, pour qui je fus leur grande fierté. Ils ont veillé à mes côtés sur le plan moral, affectif et matériel, tels des grands-parents exemplaires. Ils ont mis au monde des tantes et oncles merveilleux, étant leur premier neveu, ils m'ont entouré d'un grand amour et comblé de bonheur.

Et pour finir, je tiens à remercier tous les enseignants, que j'ai eu l'honneur de rencontrer, pour la transmission de leur savoir. Merci aussi à mes amis d'enfance pour leurs encouragements, et à mes amis du tennis Alsacien pour tous ces moments agréables partagés avec eux, qui m'ont permis de me défouler et m'évader par moments de la thèse.

Table des matières

Introduction	1
1 Robots parallèles à câbles	9
1.1 Description	9
1.2 Classification	10
1.3 Avantages et Inconvénients	12
1.3.1 Avantages	12
1.3.2 Inconvénients	12
1.4 Applications	13
1.4.1 Exemples d'applications de robots pleinement contraints	13
1.4.2 Exemples d'applications de robots partiellement contraints suspendus	15
1.5 Quelques problématiques et état de l'art	18
1.5.1 Analyse et conception	18
1.5.2 Modélisation	19
1.5.3 Commande	21
1.6 Description du prototype d'évaluation INCA 6D	24
1.6.1 Description matérielle	25
1.6.2 Description logicielle	27
1.7 Conclusion	29
2 Modélisation de robots parallèles à câbles à 6 ddl	31
2.1 Hypothèses de modélisation	31
2.2 Modélisation géométrique	31
2.3 Modélisation cinématique	33
2.3.1 Cinématique du 1 ^{er} ordre	33
2.3.2 Cinématique du 2 ^{ème} ordre	35
2.4 Modélisation dynamique	37
2.4.1 Dynamique de l'effecteur	37
2.4.2 Dynamique des actionneurs	39
2.4.3 Dynamique du système global	41
2.5 Linéarisation de la dynamique du système	44
2.5.1 Différentiation d'un système d'équations algébriques non-linéaires	44
2.5.2 Linéarisation du MDI du système par différentiation	45
2.6 Représentation d'état du système en boucle ouverte	48
2.7 Résultats de simulation du système en boucle ouverte	49
2.7.1 Paramètres du robot INCA 6D	49
2.7.2 Schéma de simulation	51
2.7.3 Trajectoires de simulation	53
2.7.4 Précision du modèle	54

2.8	Conclusion	55
3	Identification des paramètres des RPCs à 6 ddls	63
3.1	Problématique d'identification	63
3.2	Identification des paramètres physiques	64
3.2.1	Identification des paramètres géométriques	64
3.2.2	Identification des paramètres dynamiques	66
3.3	Identification des paramètres mathématiques	72
3.3.1	État de l'art sur l'identification des systèmes multiva-riables linéaires	73
3.3.2	Présentation générale des méthodes des sous-espaces	74
3.4	Résultats d'identification des paramètres du robot INCA 6D	76
3.4.1	Identification des paramètres physiques du robot INCA 6D	76
3.4.2	Identification des paramètres mathématiques du robot INCA 6D par les méthodes des sous-espaces	81
3.4.3	Modèle linéaire nominal	91
3.5	Conclusion	93
4	Distribution des tensions dans les câbles	97
4.1	Problème de distribution des tensions dans les câbles	97
4.2	État de l'art sur la distribution des tensions dans les câbles	99
4.3	Méthode de distribution des tensions considérée	103
4.3.1	Solutions sans contraintes	104
4.3.2	Solutions par saturation des contraintes	105
4.3.3	Algorithme de distribution des tensions dans les câbles	107
4.4	Conclusion	109
5	Commande cinématique en position des RPCs à 6 ddls	111
5.1	État de l'art sur la commande en position des RPCs	111
5.2	Schéma de commande en position	115
5.3	Approche de commande cinématique	116
5.3.1	Boucle de vision	117
5.3.2	Boucles de vitesses	119
5.4	Synthèse des correcteurs de la commande cinématique	123
5.4.1	Synthèse du correcteur visuel	123
5.4.2	Synthèse du correcteur des vitesses articulaires	123
5.5	Résultats de simulation et expérimentaux	123
5.5.1	Résultats de la commande des vitesses articulaires	124
5.5.2	Résultat de la commande cinématique en position	135
5.6	Conclusion	138
6	Commande dynamique H_∞ de la position des RPCs	147
6.1	État de l'art sur la commande avancée en position des RPCs	147
6.2	Approche de commande dynamique	149

6.3	Commande H_∞	151
6.3.1	Outils mathématiques	151
6.3.2	Performances d'un système multi-variable LTI asservi	153
6.3.3	Synthèse H_∞ standard	156
6.3.4	Synthèse H_∞ par introduction des sensibilités mixtes	160
6.4	Synthèse du correcteur H_∞	164
6.4.1	Modèle nominal	165
6.4.2	Performances souhaitées	165
6.4.3	Synthèse	166
6.4.4	Analyse des propriétés de rejet de perturbations	170
6.5	Résultats de simulation et expérimentaux	171
6.5.1	Tâches d'évaluation	171
6.5.2	Mise en œuvre expérimentale	171
6.5.3	Performances obtenues	172
6.6	Conclusion	174
	Conclusion	191
	Bibliographie	197
	Publications	215

Introduction

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la robotique de manipulation, où l'on rencontre essentiellement deux architectures pour les structures mécaniques employées [Khalil 1999] : sérielles (Figure 1(a)) et parallèles (Figures 1(b) et 1(c)), classiquement entraînées par des segments rigides. L'architecture parallèle présente certaines propriétés plus avantageuses que son homologue sériele telles que : la capacité à manipuler des charges de masse importante, une plus grande rigidité de la structure mécanique et la possibilité d'effectuer des mouvements à très grande vitesse avec une haute précision [Merlet 1997].

Cependant, ces robots parallèles rigides présentent l'inconvénient de posséder un espace de travail réduit, cette limitation est dictée par des contraintes cinématiques données par : les butées articulaires spécifiées par les courses des actionneurs linéaires utilisés, les singularités, les risques de collision entre les segments et l'encombrement de la machine. Ce défaut majeur peut être contourné en utilisant un entraînement par câbles. Cette idée est apparue au milieu des années 80 en remplaçant les segments rigides des manipulateurs de type plate-forme de Stewart [Stewart 1966] par des câbles, d'abord en conservant un segment rigide sous forme d'un bras central télescopique entre la base et l'effecteur pour maintenir les câbles en tension [Landsberger 1984] (idée qui fût publiée par la suite pour la description et la conception du mécanisme [Landsberger 1985], ainsi que de son actionnement et l'analyse de sa cinématique [Landsberger 1993]). Ensuite sans aucun segment rigide, des versions inversées de la plate-forme de Stewart ont été proposées en considérant la base comme une plate-forme mobile [Unger 1988], ou comme un élément fixe [Dagalakis 1989, Albus 1992, Bostelman 1992] pour la conception de grues destinées à la manipulation de très lourdes charges.

C'est à ce dernier type de robots auxquels nous nous intéresserons dans cette thèse, qu'on nommera robots parallèles à câbles pour désigner les robots manipulateurs parallèles où la base et l'effecteur ne sont reliés que par câbles, sans présence de segments rigides. Ce cheminement historique du développement des premiers robots manipulateurs à câbles est résumé sur la Figure 2.

L'objectif de cette thèse est de réaliser une tâche robotique de manipulation en utilisant un robot parallèle à câbles, dans le but d'améliorer les performances en termes de rapidité et de précision obtenues avec des robots à segments rigides, tout en gérant les problèmes liés à l'utilisation de câbles. Du point de vue scientifique, il s'agira de proposer une méthodologie de commande dédiée aux robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté qui sera validée sur un démonstrateur disponible au laboratoire : un robot INCA 6D développé par la société Haption, qui utilise 8 câbles pour entraîner les 6 degrés de liberté de l'effecteur.

La commande des robots parallèles est un problème délicat dû d'une part à la complexité de leur fonctionnement causé par leur actionnement multiple, et leur sensibilité aux possibles déformations des segments qui risque de causer une imprécision sur la mesure de la pose de l'effecteur (généralement estimée à partir des mesures codeurs sensibles aux déformations des segments et des modèles souvent imprécis et difficiles à obtenir), ainsi que des problèmes de robustesses des correcteurs synthétisés basés sur des modèles ne tenant pas compte de ces déformations, et d'autre part à la complexité de leur dynamique multi-variable, non-linéaire et couplée. L'utilisation de câbles rend le problème de commande encore plus complexe puisqu'ils doivent être maintenus en tension à tout instant, de plus leur caractère flexible les rend d'avantage exposés aux risques de déformations. Du point de vue de l'automatique, il s'agira alors de commander un système multi-variable, non-linéaire à temps invariant et couplé, avec des états contraints.

Afin de simplifier le fonctionnement du système, la commande s'exprimera directement dans l'espace opérationnel, avec une mesure directe de la pose de l'effecteur par vision qui permettrait d'améliorer la précision sur la pose de l'effecteur. Pour cela, le robot INCA 6D a été équipé d'un système de capture de mouvement Bonita développé par Vicon qui utilise un système stéréoscopique de 6 caméras infrarouges afin de mesurer la pose de l'effecteur muni de 5 marqueurs réfléchissants. De plus, une méthodologie de commande robuste multi-variable sera développée pour dominer les effets non-linéaires et de couplages, combinée avec une stratégie de distribution des tensions permettant d'assurer des tensions des câbles positives au cours de l'asservissement sans modifier la trajectoire de l'effecteur.

Cette thèse propose ainsi des contributions pour l'identification et la commande des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, qui concernent plus précisément :

- l'identification de modèles physiques des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. Une méthodologie d'identification en deux étapes est proposée pour l'estimation séquentielle des paramètres géométriques et dynamiques combinés dans les modèles physiques des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, permettant de rejeter les erreurs d'estimation des paramètres géométriques de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques. Pour cela, cette méthodologie utilise les mesures des positions moteurs et de la pose de l'effecteur.

Pour l'étape d'estimation des paramètres dynamiques, on propose également une expression analytique du Modèle Dynamique Inverse (MDI) des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté sous forme linéaire en fonction du vecteur des paramètres dynamiques à estimer.

- la commande des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. Un schéma de commande original est proposé, composé de deux parties en cascades :
 - d'abord, la commande de la position pour asservir la pose de l'effecteur, qui

représente typiquement un asservissement visuel 3D ou basé position. Une première approche cinématique est présentée pour servir d'étalon à une commande robuste multi-variable H_∞ , tenant compte de la dynamique de ces robots. Pour cela, une méthodologie de commande H_∞ a été proposée pour la commande de la position des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, dans laquelle un schéma de synthèse à 4 blocs avec des filtres linéaires de pondération finement ajustés, assurent de bonnes propriétés de poursuite de trajectoires et de rejet de perturbations, malgré les effets non-linéaires et de couplages que présentent ces systèmes.

- ensuite, la distribution des tensions permet de générer les commandes permettant de maintenir les tensions des câbles dans une région réalisable, sans modifier la trajectoire de l'effecteur. Pour cela, un algorithme non-itératif existant approprié à la commande en temps-réel, a été adapté pour tenir compte de la dynamique et des saturations physiques des actionneurs.

La thèse est organisée en six parties décrites ci-dessous :

1. Robots parallèles à câbles

Cette première partie est consacrée à la description des robots parallèles à câbles définissant les termes techniques qui leur sont associés, leurs classifications en fonction de certains critères, les avantages leur permettant d'être considérés dans diverses applications mentionnées, et les inconvénients donnant lieu à quelques problématiques liées à leur utilisation, avec un état de l'art sur les méthodes permettant pour les contourner.

Cette partie se clôt sur la description du prototype d'évaluation INCA 6D, en détaillant : sa partie matérielle spécifiant sa géométrie, son actionnement original utilisant 8 câbles d'équilibrage connectés à des ressorts de rappel pour la pré-tension des câbles, et les capteurs proprioceptifs et extéroceptifs disponibles, ainsi que sa partie logicielle introduisant l'architecture du contrôleur temps-réel développé en tenant compte des performances temporelles du système de capture de mouvement Bonita.

2. Modélisation

Cette seconde partie développe un modèle physique générique pour les robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté avec n câbles, intégrant le système de pré-tension spécifique au prototype d'évaluation INCA 6D. Étant donné la taille du robot INCA 6D de $3 \times 3 \times 3$ m³ et le diamètre des câbles de 1 mm, le modèle considéré suppose des câbles rectilignes et inextensibles. De ce fait, le modèle utilise une modélisation géométrique et cinématique similaire à celle des robots parallèles rigides, et développe une modélisation dynamique non-linéaire et couplée dans l'espace opérationnel, incluant les dynamiques de l'ensemble des éléments du système (effecteur et actionneurs reliés par câbles).

Un schéma de simulation est enfin présenté afin de valider le modèle physique développé, en analysant le comportement du robot INCA 6D (pose de l'effecteur

et tensions des câbles) en réponse à des excitations particulières sur ses entrées (courants moteurs).

3. Identification

Cette troisième partie détaille l'identification des paramètres géométriques et dynamiques nécessaire afin d'obtenir un modèle physique précis, destiné à la synthèse de correcteurs. Deux approches sont proposées :

- Identification d'un modèle physique : une méthodologie d'identification en deux étapes est proposée pour l'estimation séquentielle des paramètres géométriques et dynamiques combinés dans les modèles physiques des robots parallèles à câbles, permettant de rejeter les erreurs d'estimation des paramètres géométriques de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques :
 - Étape 1 : les paramètres géométriques sont d'abord estimés en utilisant le Modèle Géométrique Inverse (MGI) et les mesures des positions moteurs et de la pose de l'effecteur.
 - Étape 2 : les paramètres dynamiques sont ensuite estimés en utilisant le Modèle Dynamique Direct (MDD) ou Inverse (MDI) avec les paramètres géométriques estimés précédemment et les mesures des positions moteurs ou de la pose de l'effecteur.

Pour cela, deux schémas d'identification distincts sont possibles, présentant chacun leurs avantages et leurs inconvénients. Le premier schéma d'identification à erreur d'entrée est basé sur le MDI écrit sous forme linéaire en fonction du vecteur des paramètres à estimer. Le second schéma d'identification à erreur de sortie basé sur le MDD, est préféré, étant plus réaliste vis-à-vis des bruits de mesure et conduit donc à un modèle plus précis pour la commande.

Dans chacune des étapes, le vecteur des paramètres est estimé en résolvant un problème d'optimisation de type moindres carrés non-linéaires, avec comme fonction coût l'erreur quadratique dans l'espace articulaire ou opérationnel entre les signaux de mesures et leur estimation.

- Identification d'un modèle mathématique : cette partie vise à identifier directement un modèle mathématique linéaire afin d'éviter le cumul des erreurs d'identification et de linéarisation des modèles physiques non-linéaires des robots parallèles à câbles, pour l'obtention d'un MDD linéarisé destiné à la synthèse de correcteurs. On utilise pour cela des techniques d'identification des systèmes linéaires multi-variables, où l'on évalue les méthodes des sous-espaces, qui, à partir de données expérimentales d'entrées-sorties maintenant le système proche du point de linéarisation, fournissent une représentation d'état linéaire non-paramétrée conduisant à l'estimation d'un MDD linéaire.

Dans le but de valider le comportement fréquentiel du système autour du point de fonctionnement considéré, le comportement fréquentiel du MDD linéaire obtenu

par les méthodes des sous-espaces sera comparé au comportement fréquentiel déterminé par des techniques de linéarisation analytiques et numériques du modèle physique non-linéaire précédemment identifié.

4. Distribution des tensions

Cette quatrième partie vise à garantir des tensions réalisables (bornées) dans les câbles, en convertissant en courants moteurs les consignes d'efforts à générer sur l'effecteur, déterminées par le correcteur de position. La formulation mathématique du problème de distribution des tensions est d'abord introduite, sous la forme d'un système d'équations algébriques linéaires reliant les courants aux efforts, sous des contraintes inégalités pour borner les tensions dans les câbles.

Ce système d'équations possédant une infinité de solutions dans le cas d'une redondance d'actionnement, les méthodes existantes pour résoudre ce problème sont ensuite exposées et classées en deux catégories : les méthodes itératives, qui utilisent des algorithmes d'optimisation sous contraintes, efficaces mais n'assurant pas la continuité des tensions (programmation linéaire) ou nécessitant un temps de calcul non-déterministe (programmation quadratique), et les méthodes non-itératives, qui tentent de résoudre ce problème en assurant la continuité des tensions, tout en mettant en œuvre des algorithmes adaptés à la commande en temps-réel.

On s'inspire dans cette thèse d'un algorithme non-itératif existant, bien approprié pour satisfaire nos contraintes temps-réel. Celui-ci est adapté et finalement présenté pour tenir compte de la dynamique et des saturations physiques des actionneurs.

5. Commande cinématique en position

Cette cinquième partie s'intéresse à la commande cinématique de la position des robots parallèles à câbles. Après un état de l'art sur les schémas de commande proposés pour la commande de la position de ces robots, classés en fonction de l'espace des coordonnées dans lequel les correcteurs sont synthétisés (espace articulaire et opérationnel), on décrit le schéma de commande cinématique proposé, composé de deux boucles de commande imbriquées :

- une boucle de vision, boucle externe dans l'espace opérationnel, qui assure une décroissance asymptotique de l'erreur d'asservissement de la pose de l'effecteur, où le correcteur visuel est une simple correction proportionnelle suivie du MCI pour convertir les vitesses opérationnelles de consigne en vitesses articulaires.
- des boucles de vitesses, boucles internes dans l'espace articulaire, qui assurent une commande découplée des vitesses des moteurs tout en rejetant le comportement non-linéaire des actionneurs et des câbles. Pour cela, un correcteur de type PI est réglé en utilisant la méthode de l'optimum symétrique, de façon à atteindre des bandes passantes élevées, et permettre un rejet de perturbations efficace.

Une fois la synthèse des correcteurs visuel et articulaire effectuée, cette approche de commande cinématique combinée avec l'algorithme de distribution des tensions est finalement évaluée en simulation et par des expériences sur le robot INCA 6D.

6. Commande dynamique en position

Cette dernière partie est dédiée à la commande dynamique de la position des robots parallèles à câbles, en se focalisant principalement sur la méthode de commande robuste multi-variable H_∞ . Un état de l'art est d'abord dressé sur différentes méthodes de commandes robustes appliquées pour la commande dynamique de ces robots. La description du schéma de commande dynamique proposé est ensuite effectuée, composé d'une seule boucle de commande dans l'espace opérationnel, dans lequel le correcteur visuel H_∞ délivre la commande en efforts à exercer sur l'effecteur afin d'assurer les performances souhaitées pour l'asservissement de la pose de l'effecteur.

Les outils mathématiques ainsi que les approches standard de la commande H_∞ sont également évoqués, afin d'introduire au mieux la méthodologie de commande H_∞ proposée, tenant compte du comportement fréquentiel du modèle nominal linéarisé pour déterminer le correcteur dynamique H_∞ . Un schéma de synthèse à 4 blocs, avec des filtres linéaires de pondération sont alors mis en œuvre pour le réglage des performances de poursuite de trajectoires et de rejet de perturbations, en modelant le comportement fréquentiel de certains transferts en boucle fermée.

Deux types de synthèses sont considérées pour imposer les contraintes de poursuite de trajectoires, ou de rejet de perturbations. La synthèse favorisant les contraintes de rejet de perturbations est retenue pour dominer les effets non-linéaires et de couplages de ces systèmes, assimilés à des perturbations en entrée du système.

Le correcteur H_∞ déterminé à partir de la synthèse favorisant les contraintes de rejet de perturbations, jugé plus réaliste, est combiné avec l'algorithme de distribution des tensions pour finalement évaluer cette approche de commande dynamique en simulation et expérimentalement sur le robot INCA 6D.

(a) Robot série de KUKA Robotics

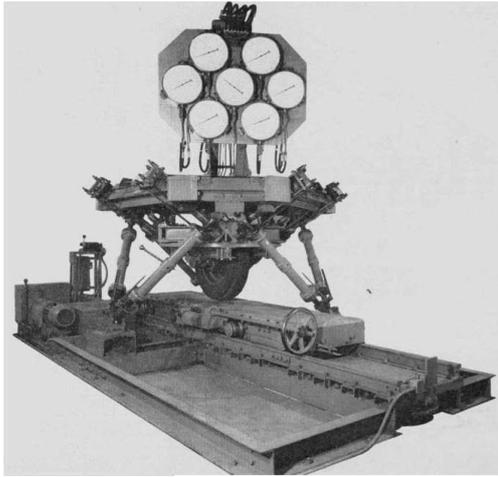


(b) Robot parallèle FlexPicker d'ABB Automation and Power Technologies

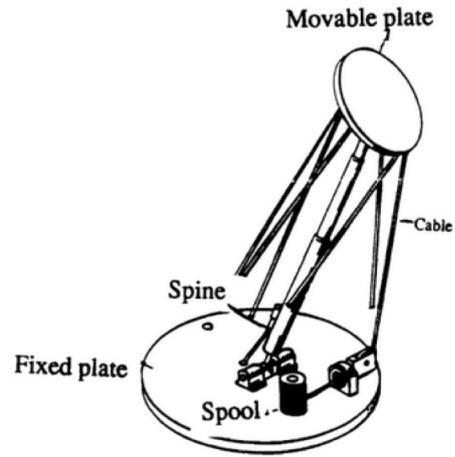


(c) Robot parallèle Stewart Platform d'Hydra-Power Systems

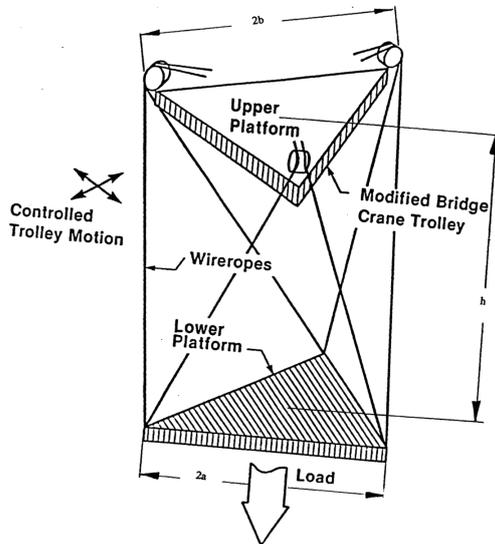
Figure 1 – Exemples de robots manipulateurs à segments rigides



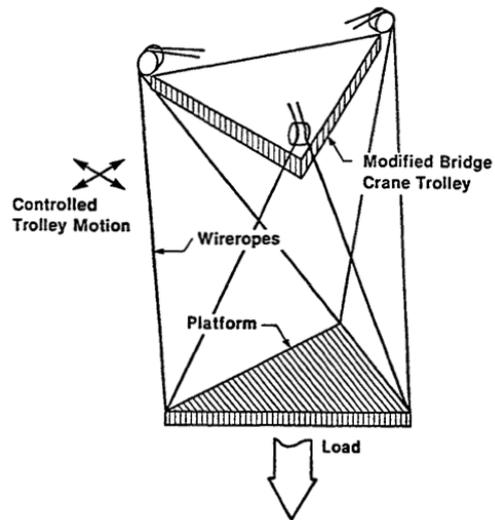
(a) Plate-forme de Stewart [Stewart 1966]



(b) Bras télescopique [Landsberger 1985]



(c) Base mobile [Unger 1988]



(d) Base fixe [Albus 1992]

Figure 2 – Cheminement historique du développement des premiers robots parallèles à câbles

Robots parallèles à câbles

1.1 Description

Un robot parallèle à câbles est constitué d'une base (ou bâti) généralement fixe et d'un effecteur (ou encore plate-forme ou nacelle en robotique parallèle) mobile reliés en parallèle par des câbles. Le mouvement ou l'effort est imposé à l'effecteur en entraînant les câbles par des actionneurs composés généralement de moteurs rotatifs couplés à des rouleaux (ou tambours) destinés à stocker les câbles, et souvent équipés de poulies de renvoi pour le guidage des câbles permettant d'enrouler la même quantité de câbles évitant leur cisaillement (Figure 1.1). D'autres techniques d'actionnement ont été proposées, utilisant par exemple des moteurs linéaires couplés à des palans [Merlet 2008].

Les actionneurs peuvent être déportés sur la base, ou plus rarement embarqués sur l'effecteur [Campbell 1995, Weber 2014]. Dans le cas classique d'un actionnement déporté, où les actionneurs et leurs éventuelles poulies de renvoi des câbles sont fixés sur la base, chaque câble est attaché par l'une de ses extrémités à l'effecteur et est enroulé par l'autre extrémité via un actionneur par l'intermédiaire de sa poulie de renvoi. Le point de contact entre le câble et la plate-forme est appelé point d'attache, et le point de contact entre le câble et la poulie de renvoi est appelé point de sortie (Figure 1.1).

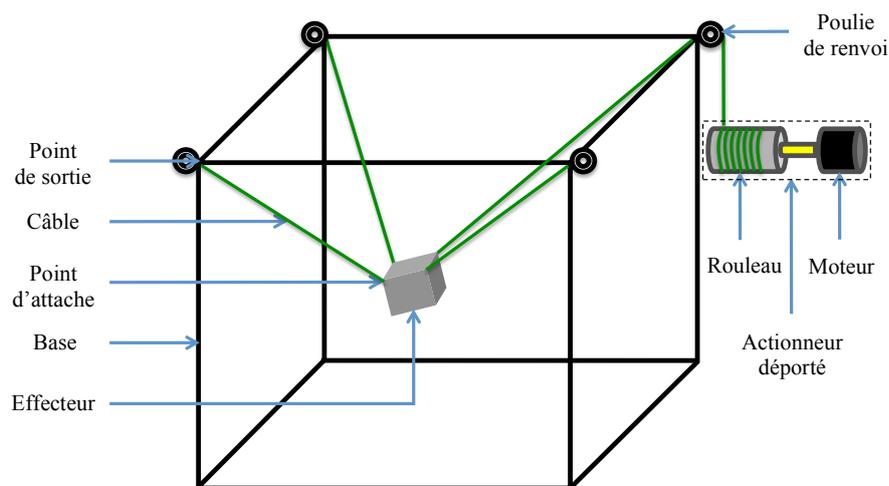


Figure 1.1 – Éléments d'un robot parallèle à câbles

1.2 Classification

Pour une forme géométrique donnée de la base et de l'effecteur, la géométrie d'un robot parallèle à câbles est définie par les positions des points d'attache et de sortie. Le nombre de câbles n et leur arrangement permet de déduire le nombre de degrés de liberté de l'effecteur m , et donc le degré de redondance d'actionnement $r = n - m$. En fonction de leur géométrie, la présence de redondance d'actionnement ou non, les robots parallèles à câbles se retrouvent dans différentes configurations donnant lieu à des classifications particulières permettant de caractériser leur technique de commande.

Une condition pour la commande de l'ensemble des m degrés de liberté de l'effecteur est d'utiliser au moins $m + 1$ câbles [Kawamura 1993]. Une classification fondamentale dépend alors du degré de redondance d'actionnement et définit trois types de configurations [Ming 1994] :

- **configuration incomplètement contrainte** : qui utilise $n = m$ câbles pour la commande des m degrés de liberté de l'effecteur.
- **configuration complètement contrainte** : qui utilise $n = m + 1$ câbles pour la commande des m degrés de liberté de l'effecteur.
- **configuration contrainte de manière redondante** : qui utilise $n > m + 1$ câbles pour la commande des m degrés de liberté de l'effecteur.

Les configurations complètement contrainte et contrainte de manière redondante qui concernent les robots redondants, peuvent être regroupées dans la même classe. Dans de telles configurations, la pose de l'effecteur est complètement définie à partir des longueurs des câbles (problème géométrique). Par ailleurs, même si la configuration incomplètement contrainte qui concerne les robots non redondants, a été initialement définie avec $n = m$ câbles, il est possible de réaliser une telle configuration avec $n < m$ câbles. Dans une telle configuration la pose de l'effecteur n'est pas complètement définie à partir des longueurs des câbles et requiert des efforts additionnels (par exemple la gravité) pour déterminer la pose résultante (problème géométrico-statique [Carricato 2010]).

La condition de commandabilité au sens mécanique énoncée est nécessaire mais pas suffisante, puisqu'elle ne tient pas compte de la géométrie des robots et l'arrangement des câbles. Ainsi, cette classification fondamentale peut être encapsulée dans la classification suivante qui définit deux types de configurations :

- **configuration pleinement contrainte** : où le robot est capable de générer des efforts dans toutes les directions. Cette configuration nécessite plus de câbles que de degrés de liberté de l'effecteur et inclut donc les robots complètement contraints et contraints de manière redondante qui arrivent à générer des efforts quelconques.

Un bon exemple de robots dans cette configuration sont les robots redondants où les points de sorties sont situés au-dessus et au-dessous de l'effecteur englobant l'espace de travail (Figure 1.2(a)). Les câbles se retrouvent de part et d'autre de l'effecteur, augmentant ainsi les risques de collisions, mais peuvent travailler les uns contre les autres pour augmenter les efforts internes et donc la raideur du mécanisme. Les mécanismes dans cette configuration sont bien appropriés pour des applications nécessitant de grandes accélérations [Kawamura 1995].

- **configuration partiellement contrainte** : où le robot est capable de générer des efforts dans certaines directions uniquement. Cette configuration inclut les robots incomplètement contraints, ainsi que les robots complètement contraints et contraints de manière redondante qui n'arrivent pas à générer des efforts quelconques.

Un bon exemple de robots dans cette configuration sont les robots suspendus où les points de sorties sont situés au-dessus de l'effecteur suspendu par les câbles (Figure 1.2(b)). Les câbles se retrouvent du même côté, réduisant ainsi les risques de collisions, mais ne peuvent alors pas créer d'effort vertical dans le sens de la gravité qui permet de maintenir les câbles en tensions, la gravité est alors considérée comme un câble additionnel virtuel qui tire l'effecteur soumis à son propre poids vers le bas. De ce fait, la capacité de ces mécanismes à produire des accélérations est limitée vue que l'accélération verticale vers le bas n'est produite que par la gravité, ce qui rend ces mécanismes peu adaptés pour des applications nécessitant de grandes accélérations.



(a) Robot IPAnema de Franhofer IPA à 8 câbles et 6 degrés de liberté en configuration pleinement contrainte



(b) Robot RoboCrane du NIST à 6 câbles et 6 degrés de liberté en configuration suspendue

Figure 1.2 – Exemples de robots parallèles à câbles

1.3 Avantages et Inconvénients

1.3.1 Avantages

L'utilisation de câbles pour l'actionnement des robots parallèles à câbles leur permet de bénéficier de certains avantages intéressants par rapport aux robots parallèles rigides, on cite notamment :

- un espace de travail très large étant donné qu'en théorie celui-ci ne dépend que de la longueur maximale des câbles utilisés.
- l'adaptation à différentes échelles d'espace de travail.
- des risques d'interférences réduits grâce au faible encombrement des câbles.
- de très grandes accélérations grâce aux faibles masses et inerties des parties mobiles.
- la capacité de charge élevée.
- la transportabilité, et la facilité d'assemblage et de désassemblage pour des interventions sur différents sites.
- la reconfigurabilité puisque les positions des points d'attache et de sortie peuvent être rapidement modifiées.
- la possibilité de déporter les actionneurs en dehors de l'espace de travail.
- la facilité et le faible coût de conception et de maintenance.
- la transparence des câbles qui n'occulent pas le champs de vision de l'espace de travail.

1.3.2 Inconvénients

Malgré toutes ces propriétés intéressantes, les robots parallèles à câbles présentent certains inconvénients intimement liés au comportement unilatéral (ou unidirectionnel) et flexible des câbles, en effet :

- les câbles ne peuvent produire que des efforts de traction (tensions positives) dans la direction du câble, et par conséquent ne peuvent que tirer sur l'effecteur (et non le pousser).
- les câbles peuvent se déformer suivant une loi dépendant des caractéristiques des matériaux qui les composent, sous l'effet des efforts extérieurs qui leurs sont appliqués par les éléments intrinsèques à la structure tels que l'effecteur et les actionneurs, ou extrinsèques tels que la gravité.

1.4 Applications

Grâce à leurs multiples avantages, les robots parallèles à câbles sont actuellement envisagés dans diverses applications que ce soit dans la recherche académique ou dans l'industrie. Alors que les premiers travaux de recherche remontent au robot suspendu présenté dans [Landsberger 1985], le premier prototype commercial est le robot suspendu Skycam [Cone 1985] conçu pour déplacer une caméra vidéo dans des stades de sport.

D'autres prototypes de robots parallèles utilisant des câbles ont depuis vu le jour pour répondre aux besoins de diverses applications. De manière générale, les applications nécessitant de grandes accélérations ou des raideurs élevées s'emploient bien avec la configuration pleinement contrainte, alors que la recherche de précision avec une bonne capacité de charge dans de larges espaces de travail s'apparente bien avec la configuration suspendue. On mentionne ici quelques exemples d'applications via des travaux qui présentent des conceptions de ce type de robots, qu'on a rassemblés en fonction de leur configuration :

1.4.1 Exemples d'applications de robots pleinement contraints

Manipulation La légèreté de ces mécanismes a été exploitée pour réaliser des manipulateurs ultra-rapides tels que les robots spatiaux : FALCON [Kawamura 1995], WARP [Maeda 1999], SEGESTA [Hiller 2005], MARIONET-REHAB [Merlet 2008] et la famille des robots IPAnema [Pott 2013] pour la manipulation et l'assemblage d'objets en milieux industriels.

Haptique La légèreté, la bonne rigidité et la transparence des robots parallèles à câbles ont favorisé leur utilisation dans l'haptique. Les dispositifs haptiques permettent un retour d'efforts à l'utilisateur explorant un environnement distant ou virtuel, à la fois en minimisant les dynamiques d'interaction de l'utilisateur avec le dispositif et en présentant une bonne rigidité dans un espace de travail assez suffisant pour l'immersion. Les robots parallèles à câbles sont alors de bons candidats pour ce type d'applications et sont mêmes plus légers, plus manipulables et moins chers que les dispositifs haptiques du commerce [Gallina 2001], sans occulter le champs de vision de l'espace de travail, assez grand pour l'immersion.

Pour cela, des prototypes dédiés à la téléopération ont été conçus pour des environnements distants, tels que : le robot maître Texas 9-String [Lindermann 1989] dont l'effecteur est équipé d'un joystick permettant un retour d'efforts à l'utilisateur pour la téléopération d'un bras manipulateur dans l'espace, ou encore le robot maître Kawamura [Kawamura 1993].

D'autres prototypes ont ensuite vu le jour pour des environnements virtuels dans différentes applications de réalité virtuelle telles que : la manipulation d'ob-

jets dans des environnements virtuels quelconques avec des interfaces haptiques planaires comme le CSHI [Williams 1999] et Feriba-3 [Gallina 2001], ou spatiales comme la famille des interfaces haptiques SPIDAR à 3 degrés de liberté (SPIDAR [Hirata 1992], SPIDAR-II [Ishii 1994a] et Both-Hands-SPIDAR [Ishii 1994b]) et à 6 degrés de liberté (SPIDAR-G [Kim 2000], SPIDAR-G&G [Murayama 2004] et SPIDAR-8 [Walairacht 2000]) ou encore la version spatiale du CSHI [Williams 1998] avec un effecteur équipé d'éléments tactiles permettant le retour d'efforts à l'utilisateur.

La version initiale du SPIDAR permettait de manipuler des objets virtuels via un seul point de contact en utilisant un seul doigt. Elle a ensuite connu plusieurs évolutions. Le SPIDAR-II avec deux points de contact pour la saisie et le déplacements d'objets virtuels, permet de ressentir certaines de leurs caractéristiques telles que le poids et la taille pour améliorer la dextérité de la tâche. Le Both-Hands-SPIDAR rassemble 2 SPIDAR-II dans une même structure pour des applications nécessitant l'utilisant des deux mains comme l'assemblage industriel ou la chirurgie. Le SPIDAR-G permet d'interagir avec des objets virtuels en manipulant un effecteur en forme de sphère, pour considérer les mouvements de rotation. Le SPIDAR-G&G rassemble deux SPIDAR-G dans un même mécanisme, alors que le SPIDAR-8 permet à l'utilisateur de manipuler des objets virtuels en coopérant ses deux mains tout en percevant le retour d'efforts sur 8 doigts.

D'autres applications de réalité virtuelle réalisées à base de ces robots sont dédiées à la simulation de mouvements dans des environnements virtuels particuliers tels que : le simulateur de lancer de balles [Morizono 1997], le simulateur de vol [Tadokoro 2002b], le simulateur de marche [Perreault 2008] et le simulateur de combat à l'épée [Billette 2009].

Neuroréhabilitation La légèreté, la compacité et la flexibilité de ces mécanismes ont permis leur usage dans la neuroréhabilitation que ce soit en tant que capteurs pour identifier les caractéristiques des mouvements humains, ou pour offrir de nouvelles solutions thérapeutiques pour la rééducation des facultés motrices.

Ainsi, le robot CaTraSys [Ottaviano 2010] propose de mesurer la trajectoire de l'extrémité d'un pied durant la marche, et les forces que celui-ci exerce. Des prothèses ou exosquelettes motorisés ont été conçus à base de ces mécanismes pour l'assistance et l'entraînement de certains mouvements thérapeutiques tel que : les mouvements du bras avec le robot portable CAREX [Mao 2012], les mouvements de la jambe avec le robot [Homma 2003], ou encore les mouvements de la marche avec les robots STRING-MAN [Surdilovic 2004] et ALEX [Banala 2008].

Astronautique La légèreté et la bonne rigidité de ces structures ont permis leur utilisation dans l'astronautique, ce qui a permis au robot Charlotte [Campbell 1995]

d'être embarqué dans une navette spatiale. Son effecteur embarque des actionneurs qui entraînent des câbles dont les points d'attache s'accrochent à l'environnement, dans le but d'actionner des interrupteurs et des boutons de la navette, tout en permettant l'affichage et la transmission de vidéos avec la Terre.

Aéronautique La légèreté et le faible encombrement de ces structures ont été exploités dans l'aéronautique pour étudier le comportement aérodynamique des avions.

Les robots SACSO [Lafourcade 2002] et WDPSS-8 [Yangwen 2010] permettent ainsi la suspension active d'une maquette d'avion dans une soufflerie à basses vitesses, pour simuler le vol libre des avions et en étudier le comportement aérodynamique.

Architecture La légèreté et l'extensibilité à de grandes échelles de ces mécanismes sont des facteurs déterminants pour les considérer dans l'architecture. Par exemple, un robot parallèle à câbles décrit dans [Izard 2013] a été intégré sur la façade principale du bâtiment hautement technologique Media-TIC, pour être utilisé comme capteur de surveillance de l'environnement et interface entre le bâtiment et ses occupants, tout en respectant certaines normes structurelles et esthétiques.

1.4.2 Exemples d'applications de robots partiellement contraints suspendus

Manipulation L'étendue de l'espace de travail et la capacité de charge des robots parallèles à câbles ont conduit à construire des prototypes suspendus de type grue, notamment pour la construction lourde et l'assemblage à large échelle. Pour cela, les travaux pionniers sur les grues à base de câbles [Dagalakis 1989] pour la construction navale ont conduit le NIST (National Institute of Standards and Technology) à concevoir plusieurs versions de leur robot RoboCrane [Albus 1992] pour diverses applications de manipulation [Bostelman 1994], telles que : la construction navale et la maintenance d'avions pour le déplacement de travailleurs et le positionnement d'outils sur les chantiers, le chargement de conteneurs dans un bateau, la construction de bâtiments, la construction de routes et de ponts, le nettoyage de déchets, la manutention d'objets dangereux comme le stockage de déchets radioactifs dans un réservoir d'assainissement [Bostelman 1997], ou encore la manipulation à distance dans des environnements dangereux [Riechel 2004a].

Par ailleurs, d'autres manipulateurs parallèles à câbles suspendus ont également été conçus tels que : le Cable Array Robot [Gorman 2001] pour déplacer des conteneurs sur le pont d'un navire, ou encore les robots CABLEV [Heyden 2002] à 3 degrés de liberté et PRS [Yanai 2002] à 6 degrés de liberté qui utilisent des câbles de longueurs fixes avec des points de sorties mobiles, qui se translatent sur des rails au moyen de chariots.

Métriologie L'adaptation à plusieurs échelles, l'étendue de l'espace de travail et la capacité de charge des robots parallèles à câbles les ont menés à être utilisés pour déplacer des capteurs montés sur leur effecteur dans des volumes parfois étendus, ou être directement utilisés en tant que capteurs.

Dans la première situation, différents types de capteurs sont suspendus et déplacés au moyen de câbles tels que : des appareils photos positionnés avec précision autour d'objets pour différentes prises de vues 2D permettant de reconstruire un modèle numérique 3D de ces objets [Deschenes 2007], des caméras déplacées autour de salles de sport à l'aide du robot SkyCam¹ ou de tournages cinématographiques et la télévision au moyen des robots CableCam² et SpiderCam³. D'autres prototypes ont été développés pour l'orientation des récepteurs des radiotélescopes géants LAR [Dewney 2002] et FAST [Duan 2009] et de l'hypertélescope géant Carlina [Coroller 2004] pour des besoins en astronomie. Par ailleurs, des versions du robot NIMS ont été réalisées pour l'acquisition de données destinées à de la recherche en biologie environnementale. Parmi ces versions, le robot NIMS RD [Jordan 2007] a été employé pour observer des propriétés hydrauliques et chimiques des cours d'eaux face aux risques de pollution [Harmon 2007].

Dans la seconde situation, des prototypes ont été conçus pour être utilisés comme des appareils de métriologie, notamment par la mesure de la pose de l'effecteur à partir de la mesure disponible des longueurs des câbles. Parmi ces prototypes : une version du robot RoboCrane [Williams 2004] utilisé en tant qu'outil de sculpture destiné à aider les artistes dans la création de pièces sculptées à partir de modèles informatiques 3D, ou encore le robot suspendu présenté dans [Buterbaugh 2007] pour le positionnement précis de cibles pour le test d'antennes RF de radars.

Recherche et Secours L'étendue de l'espace de travail et la légèreté combinées à la transportabilité et la reconfigurabilité des robots parallèles à câbles leur permettent d'être facilement et rapidement déployables sur des sites de catastrophes naturelles, pour des opérations de recherche et/ou de secours de victimes. Pour cela, des robots parallèles à câbles suspendus portables ont été conçus, permettant d'obtenir une grande portée de la zone de recherche, tout en fournissant une vue aérienne du site de la catastrophe grâce à des capteurs montés sur l'effecteur.

Un prototype suspendu présenté dans [Tadokoro 2002a] est dédié au processus de recherche de victimes, pour l'élimination rapide de décombres et l'observation à l'intérieur des maisons détruites à l'aide de capteurs de balayages. Ce prototype utilise des batteries comme sources d'énergie pour les actionneurs, et son installation peut être complètement effectuée en moins d'une dizaine de minutes. Le robot CALOWI [Ottaviano 2005] est quant à lui conçu pour la simulation en laboratoire

1. <http://www.skycam.tv/>

2. <http://www.cablecam.com/>

3. <http://www.spidercam.tv/>

d'une opération de sauvetage suite à un séisme. Ce prototype a été élaboré de sorte à obtenir un manipulateur à faible coût et facile à utiliser.

D'autres prototypes plus complets ont été construits pour à la fois les opérations de recherche et de secours de victimes. Pour cela, un prototype rapidement déployable détaillé dans [Bosscher 2005], associe un robot parallèle à câbles à des robots mobiles de manière à surmonter les limitations inhérentes à l'utilisation de robots mobiles dédiés à ce type d'applications, entre autres leur autonomie et leur navigation aux milieu des débris. Ce prototype utilise des véhicules commerciaux de type 4x4 rapidement déployés autour du site de la catastrophe. À partir de chaque véhicule embarquant les actionneurs, s'étend un poteau télescopique en haut duquel est fixée une poulie de routage des câbles. Une fois le robot déployé, des caméras et certains autres capteurs, tels que des capteurs infrarouges, permettent un scan aérien de la zone de recherche pour détecter des survivants. Une fois les zones de survivants détectées, l'effecteur s'en rapproche prudemment, évitant que des câbles s'accrochent aux débris, pour déployer un ou plusieurs petits robots mobiles qu'il embarque en plus de leurs sources d'énergie dans le but d'affiner les recherches sous les débris.

Le MARIONET-CRANE [Merlet 2010] est également conçu pour disposer de telles fonctionnalités de manière modulaire, portable et entièrement autonome. Pour cela, ce robot utilise des trépieds portables d'une longueur maximale de 3 m ancrés au sol, qui portent des têtes rotatives supportant les actionneurs et les poulies de routage des câbles. L'effecteur est équipé d'une caméra thermique capable de localiser des victimes visibles à plus de 50 m, ainsi que d'autres capteurs pour recueillir des données physiologiques des victimes. Afin d'optimiser l'utilisation de ces deux derniers dispositifs, les auteurs proposent d'utiliser des générateurs d'énergie portables et une communication sans fil en Wi-Fi entre l'ordinateur central et les variateurs des moteurs.

Cependant, le déploiement de ce type de robots nécessite une calibration géométrique afin de pouvoir utiliser leur modélisation géométrique pour la commande des mouvements de l'effecteur. En effet, même si les effecteurs utilisés sont souvent calibrés permettant la connaissance des positions des points d'attache des câbles, les positions des points de sortie des câbles doivent être déterminées après le déploiement de ces robots. Pour cela, ces deux derniers prototypes ont opté pour une méthode de calibration rapide décrite dans [Havlík 2000], fondée sur le choix de 3 points de calibration fixes au sol, de positions connues ou déterminées par GPS et sur les mesures des angles moteurs.

Neuroréhabilitation Les robots parallèles à câbles suspendus ont également été utilisés en neuroréhabilitation, notamment pour la rééducation du bras avec le robot NeReBot [Rosati 2007].

1.5 Quelques problématiques et état de l'art

Les inconvénients majeurs énoncés sur les robots parallèles à câbles rendent leur étude encore plus complexe que dans le cas des robots parallèles rigides. Ces limitations et particularités techniques peuvent en effet introduire des problématiques au niveau de certains aspects décrits ci-dessous, pour ne citer que ceux directement liés à nos travaux :

1.5.1 Analyse et conception

Le problème de conception des robots parallèles à câbles visant à déterminer la géométrie d'un mécanisme permettant d'assurer certaines propriétés telles que l'espace de travail atteignable et la capacité à générer des efforts, est une phase importante pour adapter les mécanismes à la tâche robotique à réaliser. Peu de travaux dans la littérature sur les robots parallèles à câbles se sont consacrés à cette problématique, puisque la majorité des mécanismes ont été conçus en se basant sur l'expérience des concepteurs sans aucune justification. Ce fût le cas lors de la conception des robots : FALCON [Kawamura 1995] pour des opérations d'assemblages modernes à très haute vitesse, et SACSO [Lafourcade 2002] pour la suspension active d'avions dans une soufflerie, ou encore pour le robot parallèle à câbles à très large échelle conçu pour l'orientation du radiotélescope géant LAR [Bouchard 2007].

Cependant, quelques méthodes de conception ont été proposées pour l'optimisation de la géométrie des robots parallèles à câbles planaires, via des problèmes d'optimisation résolus numériquement, en prenant comme critère l'espace de travail atteignable [Azizian 2012] ou encore la capacité à générer des efforts en y intégrant la détection des phénomènes d'interférences [Perreault 2008].

En revanche, le problème inverse d'analyse destiné à déterminer ces mêmes propriétés pour une géométrie donnée d'un mécanisme est largement étudié. La détermination des propriétés des robots parallèles à câbles est encore plus complexe que dans le cas des robots parallèles rigides, à cause des contraintes introduites par le comportement des câbles. En effet, en réalité l'espace de travail d'un robot parallèle à câbles doit non seulement satisfaire des contraintes géométriques dues aux longueurs maximales des câbles utilisés, comme c'est le cas avec les robots parallèles rigides limités par leurs butées articulaires, mais aussi des contraintes statiques afin d'assurer des tensions positives dans les câbles [Stump 2006]. Plusieurs définitions ont été proposées pour décrire l'espace de travail des robots parallèles à câbles. En particulier, deux types d'espaces sont définis dans [Ebert-Uphoff 2004] selon que les tensions des câbles soient bornées ou non :

- **L'Espace des Poses Polyvalentes (EPP)** : en anglais Wrench Closure Workspace (WCW) ou Controllable Workspace (CW), est l'ensemble des poses pour lesquelles n'importe quel effort peut être généré sur l'effecteur avec des tensions des câbles positives non bornées.

- **L'Espace des Torseurs Générables (ETG)** : en anglais Wrench Feasible Workspace (WFW), est l'ensemble des poses pour lesquelles tout effort parmi un ensemble donné d'efforts peut être généré sur l'effecteur avec des tensions des câbles bornées.

L'EPP, dont la détermination est proposée dans [Verhoeven 2000, Verhoeven 2004, Stump 2006, Pham 2006, Gouttefarde 2006, Diao 2007], ne dépend que de la géométrie des mécanismes [Gouttefarde 2006] (le nombre de câbles et leur arrangement inclus) et n'adapte donc pas la conception à la tâche à réaliser. Lorsque la tâche est connue, l'ETG, dont la détermination est proposée dans [Riechel 2004b, Bosscher 2006, Gouttefarde 2007, Gouttefarde 2011], est alors plus adapté. Un cas particulier de l'ETG est l'espace de travail dynamique étudié dans [Barrette 2005], qui détermine l'ensemble des poses et accélérations atteignables en restreignant l'ensemble des torseurs à générer dans l'ETG à un unique torseur avec des tensions des câbles strictement positives. De plus, si ce torseur particulier représente le poids de l'effecteur, alors l'espace de travail dynamique détermine l'ensemble des poses où l'équilibre statique est atteint, tel qu'étudié dans [Fattah 2002].

Dans la plupart des cas, il est possible de déterminer analytiquement les bords de l'espace de travail pour des architectures simples, mais il est difficile d'étendre ces résultats à des cas généraux qui nécessitent des techniques plus avancées discutées notamment dans [Merlet 2013]. L'espace de travail de ces robots peut aussi être limité par les interférences entre les câbles et entre les câbles et l'effecteur. Ce facteur est abordé dans [Merlet 2004, Bouchard 2008, Perreault 2010] qui présentent des méthodes menant à des algorithmes efficaces pour déterminer de manière exacte les zones de l'espace de travail libres d'interférences pour une orientation constante de l'effecteur.

Une autre propriété intéressante pour l'analyse de ces robots est la capacité à générer des efforts, abordée dans [Bosscher 2004, Garg 2009, Bouchard 2010]. Cette propriété consiste à déterminer l'ensemble des efforts que le mécanisme peut générer sur l'effecteur (et donc que l'effecteur puisse appliquer à l'environnement) en chaque pose réalisable, sans violer les tensions limites dans les câbles.

Les propriétés des robots parallèles à câbles sont aussi sujettes aux déformations des câbles. Dans ce contexte, une analyse de leur espace de travail tenant compte de la masse et de l'élasticité des câbles est effectuée dans [Korayem 2007].

1.5.2 Modélisation

Le problème de modélisation des robots parallèles à câbles est souvent abordé en négligeant le comportement des câbles. Les câbles sous tension peuvent alors être considérés comme des segments de droites rigides reliant les points de sortie aux points d'attache des câbles, ce qui permet de modéliser ces robots comme des

robots parallèles rigides, simplifiant efficacement leur modélisation [Pham 2005]. Cependant, comme les câbles ne sont pas des éléments rigides et n'exercent donc que des efforts unilatéraux, cela ajoute des contraintes statiques qui imposent des conditions sur les états de ces systèmes, complexifiant ainsi leur modélisation.

De plus, dans certaines applications principalement à très large espace de travail dans lesquelles de très grandes longueurs de câbles sont entraînées, les déformations des câbles introduisent des imprécisions sur la pose de l'effecteur. Cette dernière hypothèse simplificatrice de câbles rectilignes et inextensibles n'est donc plus tolérée. Quelques travaux se sont alors intéressés à l'étude de ces déformations en tenant compte de la masse et/ou de l'élasticité des câbles selon leur degré d'influence, pour déterminer leurs impacts sur la modélisation géométrique et statique, et par conséquent sur la dynamique de ces robots. En effet :

- la masse des câbles peut provoquer leur fléchissement, modifiant leur profil qui s'éloigne de la ligne droite approximative. Cette situation peut se présenter pour les configurations suspendues qui utilisent de très grandes longueurs de câbles, ou lorsque les tensions des câbles ne sont pas assez importantes.
- l'élasticité des câbles sous tension peut entraîner leur extension, modifiant leur longueur. Les longueurs des câbles résultantes dépendent alors de leurs tensions, créant un couplage de leurs modélisation géométrique et statique (modélisation géométrico-statique). Ainsi dans [Merlet 2008], les câbles sont considérés comme des ressorts virtuels sans masse, l'analyse des effets de leur élasticité est établie dans [Merlet 2009]. Cette situation peut se présenter pour des configurations pleinement contraintes où les tensions des câbles peuvent être importantes, ou lorsque de grandes longueurs de câbles sont soumises à des efforts importants.

Un comportement plus réaliste des câbles associant leur masse et leur élasticité est abordé dans [Irvine 1974, Irvine 1981] pour la modélisation des structures à câbles dans le domaine du génie civil. Malgré les différences entre les câbles utilisés en génie civil et ceux utilisés par les robots parallèles à câbles, bien plus légers et soumis à de larges variations de leur longueur et tension [Merlet 2009], les travaux d'Irvine ont été considérés notamment dans [Kozak 2004, Riehl 2009] pour étudier la statique des robots parallèles à câbles. Dans [Kozak 2004], une simplification de la modélisation géométrico-statique de ces robots dans le cas particulier de câbles inextensibles pesants est également effectuée.

L'analyse de la raideur de ces mécanismes qui dépend fortement de la tension des câbles [Suilu 2012], est également largement étudiée dans le but de limiter les vibrations dues aux flexibilités des câbles. La détermination de la raideur de ces mécanismes, en tenant compte de l'élasticité des câbles considérés comme des ressorts virtuels sans masse est disponible dans [Lafourcade 2004b, Behzadipour 2006, Azadi 2009, Suilu 2012, Surdilovic 2013]. D'autres travaux ont complété cette étude

en y intégrant la masse des câbles [Arsenault 2013, Nguyen 2014].

D'autres travaux ont développé une modélisation dynamique tenant compte du comportement des câbles entraînant ces robots, en considérant des câbles non-élastiques de masse variable en fonction de leur longueur [Aref 2008], ou encore des câbles élastiques pesant avec une raideur linéaire de traction [Zi 2008] ou rotationnelle de torsion [Nahon 2002]. Ces modèles réalistes sont utiles pour la conception ou la simulation. Par contre, leur résolution s'avère très gourmande en temps de calcul, et ne permet donc pas leur utilisation pour une commande en temps-réel.

1.5.3 Commande

Le problème de commande des robots parallèles à câbles est un problème délicat considérant le comportement des câbles :

- d'une part, les correcteurs synthétisés peuvent provoquer un abaissement des tensions des câbles jusqu'à devenir nulles, voire négatives leur demandant en théorie de pousser sur l'effecteur, qui ne devrait donc pas atteindre la pose désirée. Ce cas favorise les déformations des câbles et réduit la rigidité du mécanisme. Ces correcteurs peuvent aussi provoquer une augmentation des tensions des câbles jusqu'à atteindre les tensions limites qu'ils supportent, risquant leur rupture. C'est le cas des configurations pleinement contraintes. Les tensions des câbles sont donc une grandeur à surveiller au cours de l'asservissement, et doivent rester dans une région de tensions réalisables.
- d'autre part, les déformations des câbles peuvent conduire à des problèmes de robustesses des correcteurs synthétisés en se basant sur des modèles ne tenant pas compte de ces déformations, ce qui ne permet plus d'atteindre les performances de commande souhaitées. De plus, ces déformations peuvent provoquer une imprécision sur la mesure de la pose de l'effecteur, généralement estimée à partir des mesures codeurs des positions articulaires sensibles aux déformations des câbles et des modèles souvent imprécis et difficiles à obtenir.

Ce dernier point peut être partiellement résolu en assurant des tensions des câbles suffisamment positives durant l'asservissement limitant leurs déformations, ou par une modélisation plus fine du comportement des câbles. Cette dernière solution a notamment été employée dans [Vafaei 2011] qui tient compte de l'élasticité des câbles, ou encore dans [Shiang 2000] qui considère la masse et l'élasticité des câbles dans la modélisation afin d'améliorer les performances obtenues avec des correcteurs précédemment synthétisés à partir de modèles rigides des robots parallèles à câbles étudiés. Des capteurs extéroceptifs peuvent aussi être utilisés pour une mesure directe et plus précise de la pose de l'effecteur, tel que cela a été effectué par l'introduction de caméras [Kino 2000, Dallej 2011, Dallej 2012] ou de lasers [Zi 2008] pour des travaux de commande des robots parallèles à câbles.

Les techniques de commande proposées pour résoudre la contrainte de positivité des tensions des câbles, diffèrent quant à elles en fonction de la configuration dans laquelle se trouvent ces mécanismes :

- **mécanismes pleinement contraints** : les correcteurs synthétisés dans l'espace articulaire ou opérationnel délivrent une commande permettant d'atteindre la trajectoire de pose désirée de l'effecteur, sans la prise en compte des contraintes de tensions des câbles. La redondance d'actionnement est exploitée a posteriori en faisant appel à un algorithme de distribution des tensions (en anglais tension ou force distribution, force calculation ou redundancy resolution) permettant de distribuer correctement les tensions des câbles, sans modifier la trajectoire de l'effecteur [Lafourcade 2004a].

Dans le cas où la commande représente un effort à exercer sur l'effecteur, destiné à l'amener de sa pose actuelle à une pose désirée, les tensions des câbles correspondantes ont une infinités de solutions dues à la redondance de l'actionnement. Dans le cas d'une redondance d'actionnement simple, un calcul direct est possible. Cela a notamment été mis en évidence par la détermination d'une solution analytique du problème pour un mécanisme à 6 degrés de liberté avec 7 câbles [Fang 2004], ou encore par le simple algorithme proposé dans [Bruckmann 2006a].

En revanche, le cas d'une redondance d'actionnement multiple est un peu plus délicat. Des problèmes d'optimisation sous contraintes ont alors été formulés pour choisir une solution optimale qui réalise les contraintes de tensions dans les câbles en minimisant un critère, souvent une norme du vecteur des tensions des câbles afin de minimiser la consommation énergétique des actionneurs. La vitesse de l'effecteur est étudiée comme critère alternatif dans [Agahi 2009], et les résultats sont comparés avec ceux obtenus par l'utilisation classique des tensions des câbles comme critère. En fonction de la norme vectorielle considérée, on distingue :

- **les critères linéaires** : résolus par la programmation linéaire, minimisant par exemple la norme 1 [Ming 1994, Shiang 2000, Oh 2005, Pham 2005, Yu 2009, Vafaei 2010] ou la norme ∞ [Gosselin 2010a], qui sont simples mais n'assurent pas la continuité des tensions dans les câbles d'où les risques d'instabilités.
- **les critères quadratiques** : résolus par la programmation quadratique, minimisant par exemple la norme 2 [Verhoeven 2002, Behzadipour 2004, Oh 2005, Bruckmann 2006a, Bruckmann 2006b, Gholami 2008, Agahi 2009], qui assurent la continuité de la solution mais nécessitent un temps de calcul non prévisible à cause des algorithmes numériques itératifs employés pour leur résolution, ce qui ne permet pas leur utilisation pour une commande en temps-réel.

Par ailleurs, il a été prouvé que pour des trajectoires continues de l'effecteur, l'utilisation des normes vectorielles 1 et ∞ peut provoquer des discontinuités des tensions et ce même dans des poses non singulières. Alors que les normes intermédiaires assurent des solutions uniques et continues des problèmes d'optimisation, excepté dans les poses singulières de l'effecteur [Verhoeven 2002].

Les contraintes d'implémentation temps-réel de la distribution des tensions, ont mené par la suite à des travaux qui se sont alors intéressés à des méthodes non-itératives permettant d'optimiser le temps de calcul, tout en assurant la continuité des tensions dans les câbles [Lafourcade 2004a, Mikelsons 2008, Pott 2009, Gouttefarde 2015].

- **mécanismes partiellement contraints suspendus** : les robots parallèles à câbles les plus répandus dans cette configuration sont les robots suspendus qui possèdent l'avantage de ne pas nécessiter de redondance d'actionnement. En effet, ces robots ne sont pas forcément tensionnables [Azadi 2009] sur tout l'espace de travail et utilisent la gravité pour maintenir les câbles en tension, la gravité est alors considérée comme un câble additionnel virtuel qui tire l'effecteur soumis à son propre poids vers le bas. Cependant, le problème de distribution des tensions a également été étudié pour les robots parallèles à câbles suspendus sur-actionnés à très large espace de travail [Meunier 2009, Li 2013], où la redondance peut être due à la gravité considérée comme un câble virtuel.

Contrairement à cette dernière solution en-ligne pour assurer des tensions réalisables dans les câbles, une solution hors-ligne très usitée pour les robots parallèles à câbles suspendus utilisant autant de câbles que de degrés de liberté de l'effecteur, consiste à concevoir un générateur de trajectoires permettant d'assurer les contraintes de tensions des câbles. Ces trajectoires sont planifiées à l'avance puis appliquées aux robots. De tels générateurs de trajectoires ont été conçus pour des robots suspendus planaires utilisant 2 câbles en considérant des tensions strictement positives [Gosselin 2012] ou bornées [Trevisani 2013], ou encore pour des robots suspendus spatiaux utilisant 3 câbles en considérant des tensions strictement positives [Gosselin 2013]. À l'issue de ces méthodes proposées et appliquées sur des trajectoires particulières (par exemple des trajectoires planaires décrivant une ligne droite ou un cercle, et spatiales décrivant la surface d'un cylindre ou d'une sphère, de façon périodique ou non périodique), les auteurs présentent par la suite les conditions sur les paramètres de ces trajectoires permettant d'assurer les contraintes de tensions des câbles.

Bien que cette technique soit envisageable pour les robots parallèles à câbles pleinement contraints, elle présente l'inconvénient de supposer un contrôle parfait des robots. Les trajectoires planifiées risquent alors d'enfreindre les contraintes de tensions des câbles, en présence des dynamiques des asservissements. De plus, comme la génération de trajectoires se fait hors-ligne, cette méthode ne permet pas la commande en temps-réel des robots à l'aide d'interfaces homme-machine, ou tout autre application dont les trajectoires ne peuvent être planifiées à l'avance.

Les robots parallèles à câbles suspendus peuvent aussi être sous-actionnés pour être utilisés comme de simples pendules avec des degrés de liberté non commandés. Les travaux de génération de trajectoires et de commande proposés dans la littérature sont alors dédiés à imposer à l'effecteur une pose finale à atteindre à partir d'une pose initiale arbitraire, en suivant une trajectoire de type

point-à-point [Cunningham 2009, Lefrançois 2010, Gosselin 2010b, Zanotto 2011, Zoso 2012].

1.6 Description du prototype d'évaluation INCA 6D

Le prototype INCA⁴ est une interface haptique à retour d'efforts entraînée par des câbles, développée par la société Haption en s'inspirant du SPIDAR [Hirata 1992] du professeur Sato pour la manipulation d'objets dans des environnements virtuels. Dans la version 3D utilisant 4 câbles, seules les forces sont imposées pour les mouvements de translations de l'effecteur, alors que la version 6D utilisant 8 câbles considérée ici, peut aussi imposer les moments pour les mouvements de rotations.

Dans cette thèse, l'interface haptique INCA 6D est utilisée comme un robot manipulateur pour aborder les problèmes de manipulation des robots parallèles à câbles. Il s'agira dans cette partie de décrire l'architecture matérielle disponible, ainsi que l'architecture logicielle mise en œuvre pour piloter le robot INCA 6D (Figure 1.3).

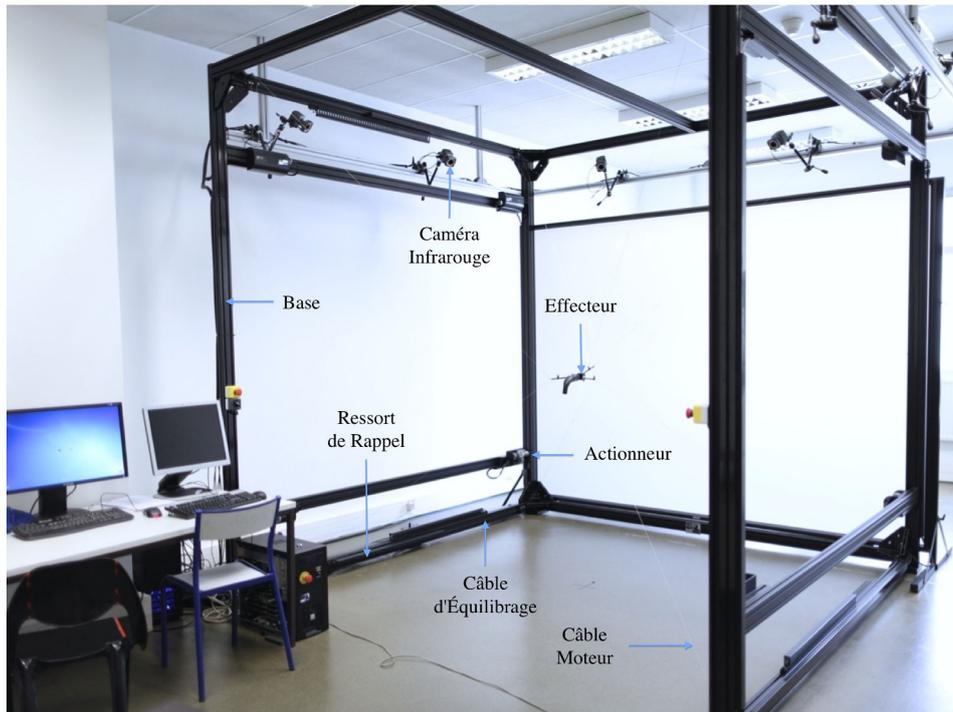


Figure 1.3 – Robot INCA 6D

4. <http://www.haption.com/site/index.php/fr/products-menu-fr/hardware-menu-fr/inca6D-menu-fr>

1.6.1 Description matérielle

1.6.1.1 Géométrie du robot

Le robot INCA 6D possède une base cubique d'environ 3 m de côté, et utilise 8 câbles moteurs pour déplacer l'effecteur, et 8 câbles d'équilibrage connectés à des ressorts de rappel pour assurer une pré-tension dans les câbles moteurs (Figure 1.3).

L'effecteur est quand à lui constitué d'un cube central connecté à 4 tiges cylindriques pour y attacher les câbles moteurs, à raison de 2 câbles par tige (Figure 1.4).



Figure 1.4 – Effecteur du robot INCA 6D

1.6.1.2 Actionneurs

Les 8 actionneurs sont déportés sur les 8 sommets de la base (Figure 1.3), où chaque actionneur (Figure 1.5) est composé d'un moteur rotatif à courant continu de type Maxon 144877 avec une boucle de commande du courant, qui motorise un ensemble solidaire de 2 rouleaux :

- **le rouleau moteur** : permettant de stocker un câble moteur guidé vers l'effecteur par une poulie motrice.
- **le rouleau d'équilibrage** : permettant de stocker un câble d'équilibrage guidé vers l'extrémité mobile d'un ressort de rappel par une poulie d'équilibrage, alors que l'autre extrémité fixe du ressort de rappel reste fixée à la base.

Le schéma d'actionnement du robot INCA 6D, combinant chacun des moteurs à ces éléments moteurs et d'équilibrage pour déplacer l'effecteur, est résumé sur la Figure 1.6.



Figure 1.5 – Actionneur du robot INCA 6D

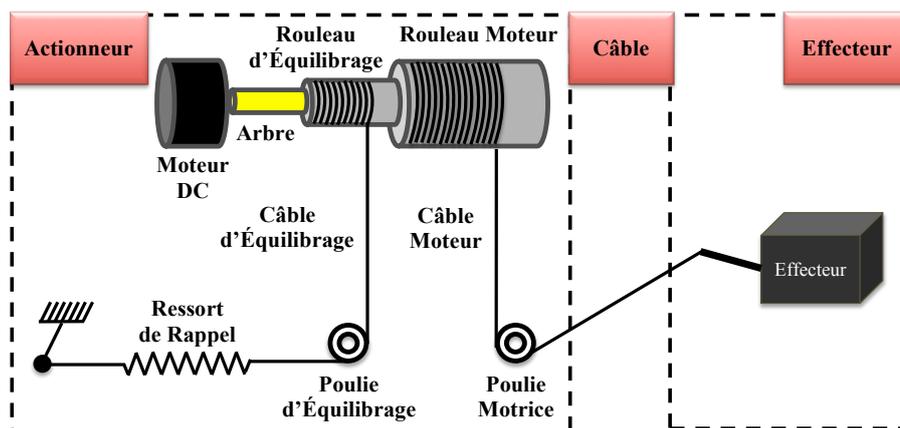


Figure 1.6 – Schéma d'actionnement du robot INCA 6D

1.6.1.3 Capteurs

Les capteurs installés pour la mesure des grandeurs intrinsèques et extrinsèques au robot sont :

- **Capteurs proprioceptifs** : 8 codeurs optiques incrémentaux permettent de mesurer les positions angulaires des moteurs avec une résolution de 4×3600 points/tour, et 8 capteurs de courant mesurent les courants absorbés par les moteurs.
- **Capteurs extéroceptifs** : 6 caméras infrarouges (Figure 1.7) fixées autour du robot (Figure 1.3) sont utilisées pour mesurer la pose de l'effecteur équipé de marqueurs (Figure 1.4), avec une fréquence maximale d'acquisition des images de 250 Hz.



Figure 1.7 – Caméra infrarouge

1.6.2 Description logicielle

1.6.2.1 Système de capture de mouvement Bonita

Le système de capture de mouvement Bonita est composé de 6 caméras infrarouges et d'un logiciel de suivi basé sur la détection de marqueurs passifs réfléchissants s'exécutant sous un système d'exploitation Windows, l'ensemble étant développé par la société Vicon⁵. Chaque caméra délivre des images en niveaux de gris à une fréquence maximale de 250 Hz avec une résolution VGA, et possède sa propre source de rayonnement grâce à des diodes infrarouges. Ce rayonnement est réfléchi par des marqueurs dont la surface est composée d'une matière réfléchissante.

Après calibrage de ce système de stéréo-vision avec un objet de référence par rapport à un référentiel fixe, la pose de n'importe quel objet muni de marqueurs peut être reconstruite par le logiciel. En particulier, la pose de l'effecteur équipé de 5 marqueurs fixes (Figure 1.4) est alors mesurée et rendue accessible pour de la commande sur un second ordinateur, grâce à un serveur VRPN⁶ (Virtual-Reality Peripheral Network) intégré au logiciel de suivi, qui utilise le protocole Ethernet UDP. Un ordinateur s'exécutant sous un système d'exploitation temps-réel Linux-Xenomai, dédié à la commande du système, permet alors grâce à un client VRPN de recueillir la pose de l'effecteur qui arrive sur le réseau Ethernet UDP.

5. <https://www.vicon.com/>

6. <https://github.com/vrpn/vrpn/wiki>

Cependant, l'implémentation fournie de la librairie VRPN et ses utilitaires en langage C++ n'est pas compatible avec nos contraintes d'implémentation temps-réel (fréquence d'asservissement de 1 KHz) et la charge admissible du processeur disponible (Pentium M 1.6 GHz). Le protocole de communication VRPN a donc été étudié, pour ré-implanter le client VRPN en langage C, avant d'être intégré dans le contrôleur temps-réel du robot. Le protocole de communication VRPN est synthétisé en 4 étapes :

- **Phase 1** : le client transmet au serveur son adresse IP et son port TCP/IP en mode UDP/IP.
- **Phase 2** : le client transmet au serveur la version de la librairie VRPN qu'il utilise en mode TCP/IP, et reçoit un accusé de réception (cookie) toujours en mode TCP/IP.
- **Phase 3** : le client transmet au serveur des données de configuration dont son port UDP/IP en mode TCP/IP.
- **Phase 4** : le serveur transmet en boucle au client des paquets de données contenant la pose des objets suivis en mode UDP/IP, sur le port UDP/IP précédemment indiqué.

Les performances temporelles et spatiales du système de capture de mouvement Bonita sont critiques pour la commande du robot INCA 6D et ont été évaluées à travers :

- Le retard global de 10.7 ± 0.7 ms à une fréquence des caméras de 200 Hz, estimé par le temps écoulé entre le début de l'acquisition des images et la disponibilité de la mesure de la pose de l'effecteur. Ce retard de 2 fois la période d'acquisition, est la somme d'une période pour l'acquisition des images et une période pour la reconstruction de la pose de l'effecteur.
- La précision de la pose de 1.7 ± 0.4 mm, estimée par l'erreur quadratique moyenne dans les images entre la position actuelle des marqueurs visibles et celle estimée par projection à partir de la pose estimée de l'effecteur et de sa géométrie.

1.6.2.2 Architecture du contrôleur temps-réel

La commande du robot INCA 6D est implantée sur un ordinateur dédié Pentium M 1.6 GHz d'Intel, sous un système d'exploitation temps-réel Linux-Xenomai. Les variateurs des moteurs fournis par Haption sont embarqués dans l'ordinateur sous forme de cartes PCI industrielles.

Une architecture de commande spécifique est alors nécessaire afin de permettre la commande du système en temps-réel, tout en optimisant l'utilisation du dispositif matériel, notamment en tenant compte des performances temporelles du système de

capture de mouvement Bonita. Afin de permettre à la commande de travailler à une fréquence de 1 KHz plus élevée que celle du système de vision Bonita réglée à 200 Hz, l'architecture de commande temps-réel (Figure 1.8) est conçue comme deux tâches temps-réel asynchrones :

- une tâche principale temps-réel périodique (de période 1 ms) pour la commande du robot, qui effectue en boucle les opérations suivantes :
 - Lecture des états des moteurs (mesures des courants moteurs effectifs et des angles de rotation des moteurs).
 - Vérification des sécurités du robot.
 - Calcul des commandes à transmettre aux moteurs (courants moteurs de références)
 - Envoi des commandes aux moteurs.
- une tâche secondaire temps-réel non périodique pour l'attente et la réception de la mesure de la pose de l'effecteur, arrivant en moyenne toutes les 5 ms à travers le réseau Ethernet UDP.

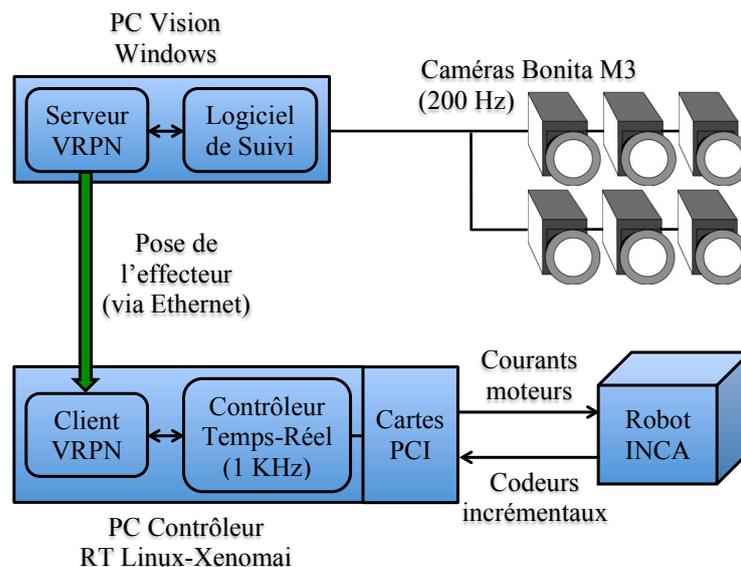


Figure 1.8 – Architecture de commande temps-réel du robot INCA 6D

1.7 Conclusion

Ce chapitre dresse un état de l'art sur les robots parallèles à câbles. Il débute par la description de ces robots en introduisant les termes techniques qui leur sont associés, puis rappelle une classification de ces robots basée sur leur géométrie et leur redondance d'actionnement. Ensuite, il mentionne les avantages et les inconvénients

liés à l'utilisation de ces robots, et présente un bon nombre de leurs applications et leurs limites du point de vue de leur conception et leur commande, avec un état de l'art sur les méthodes permettant de les contourner.

Ce chapitre s'achève par la description du dispositif d'évaluation INCA 6D, en détaillant : sa partie matérielle spécifiée par sa géométrie, son actionnement et les capteurs disponibles, ainsi que sa partie logicielle décrite par l'architecture du contrôleur temps-réel développé en tenant compte des contraintes temporelles du système de capture de mouvement Bonita.

Modélisation de robots parallèles à câbles à 6 ddls

2.1 Hypothèses de modélisation

Le modèle physique développé dans cette thèse dérive d'un modèle générique des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté avec n câbles, augmenté par le système de pré-tension (rouleaux et câbles d'équilibrage, ressorts de rappel) spécifique au prototype d'évaluation INCA 6D.

Étant donné la taille du robot INCA 6D de $3 \times 3 \times 3 \text{ m}^3$ et le diamètre des câbles de 1 mm, le modèle considéré suppose que les câbles sont rectilignes (de masse nulle) et inextensibles (de raideur infinie).

2.2 Modélisation géométrique

La modélisation géométrique permet de relier la pose de l'effecteur $X_e = [P_e^T \Phi_e^T]^T$ (incluant la position P_e et l'orientation Φ_e) au vecteur des positions des moteurs $\theta = [\theta_1 \cdots \theta_n]^T$.

En définissant \mathcal{R}_o le repère fixe de référence, ainsi que \mathcal{R}_e le repère mobile attaché à l'effecteur en son centre de masse :

- La position de l'effecteur peut être représentée par la position de l'origine de \mathcal{R}_e dans \mathcal{R}_o . Pour décrire la position, trois systèmes de coordonnées sont couramment utilisés : les coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

Les coordonnées cartésiennes seront utilisées pour leur simplicité, ce qui permet d'écrire la position de l'effecteur $P_e = [p_x \ p_y \ p_z]^T$.

- L'orientation de l'effecteur peut être représentée par l'orientation de \mathcal{R}_e par rapport à \mathcal{R}_o . Pour décrire l'orientation, plusieurs représentations existent : les représentations par un ensemble de 3 angles de rotations (angles d'Euler et Tait-Bryan) minimales mais qui présentent des problèmes de singularités, la représentation par une matrice de rotation ou cosinus directeurs représentant l'orientation de manière unique avec 9 composantes qui est donc non minimale, et les représentations avec 4 composantes (angles plus vecteur de rotation, quaternion).

Une séquence particulière des angles de Tait-Bryan nommée : angles de Roulis-Tangage-Lacet sera utilisée en dehors de ses singularités. Cette représentation est basée sur un système de 3 rotations pures successives Roulis-Tangage-Lacet d'angles (ϕ_l, ϕ_t, ϕ_r) respectivement autour des axes principaux (X_o, Y_o, Z_o) de \mathcal{R}_o , ce qui permet d'écrire l'orientation de l'effecteur $\Phi_e = [\phi_r \ \phi_t \ \phi_l]^T$.

Sous ce choix minimal de représentation de l'orientation, la relation entre la matrice de rotation ${}^oR_e(\Phi_e) = \text{Rot}(Z_o, \phi_r) \text{Rot}(Y_o, \phi_t) \text{Rot}(X_o, \phi_l)$ ¹ de \mathcal{R}_e par rapport à \mathcal{R}_o et l'orientation de l'effecteur $\Phi_e = [\phi_r \ \phi_t \ \phi_l]^T$ s'écrit alors :

$${}^oR_e(\Phi_e) = \begin{bmatrix} c_r c_t & c_r s_t s_l - s_r c_l & c_r s_t c_r + s_r s_l \\ s_r c_t & s_r s_t s_l + c_r c_l & s_r s_t c_r - c_r s_l \\ -s_t & c_t s_l & c_t c_l \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

avec $s_k = \sin(\phi_k)$ et $c_k = \cos(\phi_k)$, k représentant r, t ou l .

En notant E_i le point d'attache mobile du $i^{\text{ème}}$ câble à l'effecteur de position P_{E_i} par rapport à \mathcal{R}_o , ainsi que O_i le point de sortie fixe du $i^{\text{ème}}$ câble de position P_{O_i} fixe par rapport \mathcal{R}_o (Figure 2.1), la longueur du $i^{\text{ème}}$ câble $L_i = \|l_i\|_2 = \|O_i E_i\|_2$ peut être calculée par la norme Euclidienne entre la position du point d'attache P_{E_i} et de la position du point de sortie P_{O_i} :

$$L_i = f_i(X_e) \quad (2.2)$$

avec :

$$f_i(X_e) = \|P_{E_i} - P_{O_i}\|_2 = \|P_e + r_i(\Phi_e) - P_{O_i}\|_2 \quad (2.3)$$

où $r_i = O_e E_i$ est la position du point d'attache E_i par rapport à \mathcal{R}_e (Figure 2.1), dont les coordonnées ${}^o r_i = O_e E_i$ exprimées dans \mathcal{R}_o sont calculées à partir de ses coordonnées fixes ${}^e r_i = {}^e O_e E_i$ exprimées dans \mathcal{R}_e par :

$${}^o r_i(\Phi_e) = {}^o R_e(\Phi_e) {}^e r_i \quad (2.4)$$

Par convention, la position du $i^{\text{ème}}$ moteur θ_i croît (resp. décroît) durant l'enroulement (resp. le déroulement) du $i^{\text{ème}}$ câble moteur autour de son rouleau moteur de rayon r_{pm_i} . En considérant une référence nulle pour les positions du $i^{\text{ème}}$ moteur $\theta_{oi} = 0$ à partir de la pose initiale de l'effecteur $X_{eo} = [P_{eo} \ \Phi_{eo}]^T$, la position du $i^{\text{ème}}$ moteur θ_i s'écrit alors dans le cas d'un enroulement parfait à rayon constant :

$$\theta_i = -\frac{(L_i - L_{oi})}{r_{pm_i}} \quad (2.5)$$

où la longueur initiale du $i^{\text{ème}}$ câble $L_{oi} = f_i(X_{eo})$ peut être déduite de l'équation (2.2) à partir de la pose initiale de l'effecteur X_{eo} .

1. $\text{Rot}(A, \alpha)$ désigne la matrice de rotation correspondant à une rotation pure d'angle α autour de l'axe A

En concaténant les vitesses des n moteurs entraînant les n câbles de vecteur des longueurs $L = [L_1 \cdots L_n]^T$, le Modèle Géométrique Inverse (MGI) s'écrit :

$$\theta = -R_{pm}^{-1} (L - L_o) = -R_{pm}^{-1} (f(X_e) - f(X_{e_o})) \quad (2.6)$$

où $R_{pm} = \text{diag}(r_{pm_1}, \dots, r_{pm_n})$ est la matrice diagonale des rayons des rouleaux moteurs.

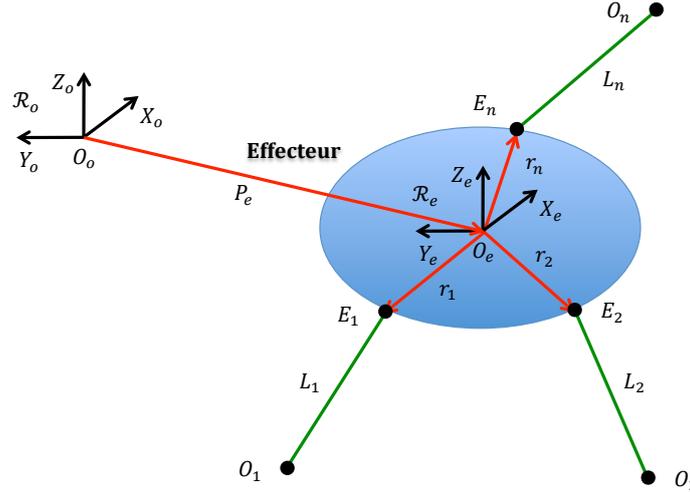


Figure 2.1 – Diagramme géométrique des robots parallèle à câbles à 6 degrés de liberté

2.3 Modélisation cinématique

2.3.1 Cinématique du 1^{er} ordre

La modélisation cinématique du 1^{er} ordre permet de relier la vitesse (ou torseur cinématique) de l'effecteur $V_e = [v_e^T \ w_e^T]^T$ (incluant la vitesse linéaire v_e et angulaire w_e) au vecteur des vitesses des moteurs $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \ \cdots \ \dot{\theta}_n]^T$.

La différentiation de l'équation (2.2) par rapport au temps permet d'exprimer la vitesse de translation du $i^{\text{ème}}$ câble \dot{L}_i comme suit :

$$\dot{L}_i = u_i^T v_{E_i} \quad (2.7)$$

où u_i représente le vecteur directeur unitaire du $i^{\text{ème}}$ câble (Figure 2.2) donné par :

$$u_i = \frac{P_{E_i} - P_{O_i}}{\|P_{E_i} - P_{O_i}\|_2} = \frac{O_i E_i}{\|O_i E_i\|_2} = \frac{l_i}{L_i} \quad (2.8)$$

et v_{E_i} est la vitesse linéaire du point d'attache E_i donnée par la relation de réduction

du torseur cinématique de l'effecteur :

$$v_{E_i} = v_e + w_e \times r_i \quad (2.9)$$

En injectant l'équation (2.9) dans l'équation (2.7), on obtient :

$$\dot{L}_i = u_i^T v_e + u_i^T (w_e \times r_i) \quad (2.10)$$

En effectuant une permutation circulaire sur le produit mixte qui reste invariant, il vient :

$$\dot{L}_i = u_i^T v_e + (r_i \times u_i)^T w_e \quad (2.11)$$

En concaténant les vitesses de translation des n câbles :

$$\dot{L} = J(X_e) V_e \quad (2.12)$$

où la matrice J de dimension $n \times 6$ est la Jacobienne cinématique inverse des robots parallèles rigides [Merlet 1997], dont la $i^{\text{ème}}$ ligne s'exprime par :

$$J_i(X_e) = [u_i^T \quad (r_i \times u_i)^T] \quad (2.13)$$

La différentiation de l'équation (2.6) par rapport au temps donne :

$$\dot{\theta} = -R_{pm}^{-1} \dot{L} \quad (2.14)$$

En injectant l'équation (2.12) dans l'équation (2.14), le Modèle Cinématique Inverse (MCI) du 1^{er} ordre en fonction des vitesses s'écrit :

$$\dot{\theta} = -R_{pm}^{-1} J(X_e) V_e \quad (2.15)$$

Les relations entre les composantes de la vitesse de l'effecteur $V_e = [v_e^T \quad w_e^T]^T$ et de la vitesse des coordonnées opérationnelles de l'effecteur $\dot{X}_e = [\dot{P}_e^T \quad \dot{\Phi}_e^T]^T$ s'écrivent :

$$v_e = \dot{P}_e \quad (2.16)$$

$$w_e = J_{rtl}(\Phi_e) \dot{\Phi}_e \quad (2.17)$$

où la matrice J_{rtl} de dimension 3×3 dépendant du choix de la représentation de l'orientation, peut être déterminée par la loi de composition des vitesses [Khalil 1999], et s'exprime dans le cas des angles de Roulis-Tangage-Lacet par :

$$J_{rtl}(\Phi_e) = \begin{bmatrix} 0 & -s_r & c_r c_t \\ 0 & +c_r & s_r c_t \\ 1 & 0 & -s_t \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Les équations (2.16) et (2.17) permettent alors d'exprimer la vitesse de l'effecteur V_e en fonction de la vitesse des coordonnées opérationnelles de l'effecteur \dot{X}_e sous

la forme matricielle suivante :

$$V_e = A_v(\Phi_e) \dot{X}_e \quad (2.19)$$

où la matrice A_v de dimension 6×6 s'écrit :

$$A_v(\Phi_e) = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & J_{rtl}(\Phi_e) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En injectant l'équation (2.19) dans l'équation (2.15), le Modèle Cinématique Inverse (MCI) du 1^{er} ordre en fonction des vitesses des coordonnées opérationnelles s'écrit :

$$\dot{\theta} = -\tilde{J}(X_e) \dot{X}_e \quad (2.21)$$

où la matrice $\tilde{J}(X_e)$ de dimension $n \times 6$ est la Jacobienne cinématique inverse donnée par :

$$\tilde{J}(X_e) = R_{pm}^{-1} J(X_e) A_v(\Phi_e) \quad (2.22)$$

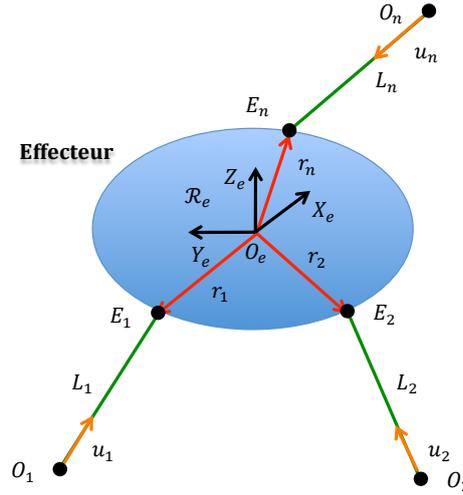


Figure 2.2 – Diagramme cinématique des robots parallèle à câbles à 6 degrés de liberté

2.3.2 Cinématique du 2^{ème} ordre

La modélisation cinématique du 2^{ème} ordre permet de relier l'accélération (ou torseur dynamique) de l'effecteur $\dot{V}_e = [\dot{v}_e^T \dot{w}_e^T]^T$ (incluant l'accélération linéaire \dot{v}_e et angulaire \dot{w}_e) au vecteur des accélérations des moteurs $\ddot{\theta} = [\ddot{\theta}_1 \cdots \ddot{\theta}_n]^T$.

La différentiation de l'équation (2.12) par rapport au temps permet d'exprimer le vecteur des accélérations de translation des câbles \ddot{L} comme suit :

$$\ddot{L} = J(X_e) \dot{V}_e + \dot{J}(X_e, V_e) V_e \quad (2.23)$$

où la $i^{\text{ème}}$ ligne de la dérivée temporelle de la Jacobienne inverse \dot{J} s'obtient en dérivant l'expression de la $i^{\text{ème}}$ ligne de J (équation (2.13)) par rapport au temps :

$$\dot{J}_i(X_e, V_e) = [\dot{u}_i^T \quad (\dot{r}_i \times u_i)^T + (r_i \times \dot{u}_i)^T] \quad (2.24)$$

dans laquelle on démontre facilement que :

$$\dot{u}_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{l_i}{L_i} \right) = \frac{1}{L_i^2} \left(L_i \dot{l}_i - \dot{L}_i l_i \right) \quad (2.25)$$

ainsi qu'en utilisant la relation entre la matrice et vitesse de rotation [Kajita 2009] :

$$\dot{r}_i = \frac{d}{dt} ({}^o R_e {}^e r_i) = {}^o \dot{R}_e {}^e r_i = (\hat{w}_e {}^o R_e) {}^e r_i = w_e \times r_i \quad (2.26)$$

avec \hat{w}_e désignant la matrice antisymétrique associée à la vitesse de rotation de l'effecteur w_e .

En rappelant que :

$$l_i = P_e + r_i - P_{O_i} \quad (2.27)$$

$$L_i = \| P_e + r_i - P_{O_i} \|_2 \quad (2.28)$$

on aboutit aux expressions des dérivées temporelles des grandeurs intervenant dans l'équation (2.25) :

$$\dot{l}_i = v_e + w_e \times r_i \quad (2.29)$$

$$\dot{L}_i = J_i(X_e) V_e \quad (2.30)$$

La différentiation de l'équation (2.14) par rapport au temps donne :

$$\ddot{\theta} = -R_{pm}^{-1} \ddot{L} \quad (2.31)$$

En injectant l'équation (2.23) dans l'équation (2.31), le Modèle Cinématique Inverse (MCI) du 2^{ème} ordre en fonction des accélérations et vitesses s'écrit :

$$\ddot{\theta} = -R_{pm}^{-1} J(X_e) \dot{V}_e - R_{pm}^{-1} \dot{J}(X_e, V_e) V_e \quad (2.32)$$

La différentiation de l'équation (2.19) par rapport au temps permet d'exprimer l'accélération de l'effecteur \dot{V}_e en fonction de l'accélération des coordonnées opérationnelles de l'effecteur \ddot{X}_e :

$$\dot{V}_e = A_v(\Phi_e) \ddot{X}_e + \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \dot{X}_e \quad (2.33)$$

En injectant l'équation (2.19) et sa dérivée temporelle (2.33) dans l'équation (2.32), le Modèle Cinématique Inverse (MCI) du 2^{ème} ordre en fonction des accélérations

et des vitesses des coordonnées opérationnelles s'écrit :

$$\ddot{\theta} = -\tilde{J}(X_e) \ddot{X}_e - \dot{\tilde{J}}(X_e, \dot{X}_e) \dot{X}_e \quad (2.34)$$

où la dérivée temporelle de la Jacobienne cinématique inverse $\dot{\tilde{J}}$ s'écrit :

$$\dot{\tilde{J}}(X_e, \dot{X}_e) = R_{pm}^{-1} \left[\dot{J}(X_e, \dot{X}_e) A_v(\Phi_e) + J(X_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \right] \quad (2.35)$$

2.4 Modélisation dynamique

On considère que les robots parallèles à câbles sont essentiellement constitués de 2 sous-systèmes représentés par l'effecteur et les actionneurs, qui sont reliés par les câbles.

À cet effet, la dynamique de chacun de ces 2 sous-systèmes sera tout d'abord établie séparément, pour ensuite formuler la dynamique du système global incluant l'ensemble des 2 sous-systèmes considérés.

2.4.1 Dynamique de l'effecteur

La modélisation dynamique de l'effecteur permet de relier les efforts (ou torseur des efforts) extérieurs appliqués sur l'effecteur $F_e = [f_e^T \ m_e^T]^T$ (incluant les forces f_e et les moments m_e) à l'accélération de l'effecteur $\dot{V}_e = [\dot{v}_e^T \ \dot{w}_e^T]^T$ qu'ils produisent.

Pour cela, le formalisme de Newton-Euler peut être appliqué à l'effecteur, de Masse M_e et de matrice d'inertie I_e . Ce formalisme écrit au centre de masse de l'effecteur O_e donne :

$$F_e = A_e(\Phi_e) \dot{V}_e + B_e(\Phi_e, w_e) \quad (2.36)$$

avec :

$$A_e(\Phi_e) = \begin{bmatrix} M_e \mathbb{I}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & I_e(\Phi_e) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$B_e(\Phi_e, w_e) = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{3 \times 1} \\ w_e \times (I_e(\Phi_e) w_e) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

où les composantes de la matrice d'inertie ${}^o I_e$ exprimées dans \mathcal{R}_o sont calculées à partir de ses composantes fixes ${}^e I_e$ exprimées dans \mathcal{R}_e :

$${}^o I_e(\Phi_e) = {}^o R_e(\Phi_e) {}^e I_e {}^o R_e^T(\Phi_e) \quad (2.39)$$

La résultante des forces f_e exercées au centre de masse de l'effecteur O_e , et des moments m_e exercés autour du centre de masse de l'effecteur O_e , sont dues à l'effet

des tensions des câbles côté effecteur t_{ei} , ainsi qu'à l'action de la pesanteur p_e :

$$f_e = \sum_{i=1}^n t_{ei} + p_e = - \sum_{i=1}^n u_i T_{ei} + M_e g u_g \quad (2.40)$$

$$m_e = \sum_{i=1}^n r_i \times t_{ei} = - \sum_{i=1}^n (r_i \times u_i) T_{ei} \quad (2.41)$$

où $T_{ei} = \| t_{ei} \|_2$ représente le module de la tension (que l'on appellera simplement tension) du $i^{\text{ème}}$ câble côté effecteur, et g l'accélération de la gravité de vecteur directeur unitaire $u_g = [0 \ 0 \ -1]^T$ (Figure 2.3).

Les équations (2.40) et (2.41) permettent alors d'établir le bilan des efforts exercés sur l'effecteur F_e en fonction du vecteur des tensions des câbles côté effecteur $T_e = [T_{e1} \ \dots \ T_{en}]^T$ sous la forme matricielle suivante :

$$F_e = W(X_e) T_e + G \quad (2.42)$$

où la matrice W de dimension $6 \times n$ est la matrice des efforts, dont la $i^{\text{ème}}$ colonne s'exprime par $W_i(X_e) = [u_i \ (r_i \times u_i)^T]$, ce qui permet de noter que :

$$W(X_e) = -J^T(X_e) \quad (2.43)$$

et G le vecteur des efforts gravité :

$$G = M_e g \begin{bmatrix} u_g \\ \mathbb{O}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

En reportant le bilan des efforts exercés sur l'effecteur (2.42) dans les équations de Newton-Euler appliquées à l'effecteur (2.36), la dynamique de l'effecteur en fonction des accélérations et des vitesses s'écrit :

$$A_e(\Phi_e) \dot{V}_e + \tilde{B}_e(\Phi_e, w_e) V_e = W(X_e) T_e + G \quad (2.45)$$

tel que :

$$\tilde{B}_e(\Phi_e, w_e) = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & \hat{w}_e I_e(\Phi_e) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

En introduisant la relation (2.19) et sa dérivée temporelle (2.33) dans l'équation (2.45), et en multipliant les membres de l'équation résultante à gauche par $A_v^T(\Phi_e)$ pour imposer à la matrice d'inertie de l'effecteur une forme symétrique définie positive, la dynamique de l'effecteur en fonction des accélérations et des vitesses des coordonnées opérationnelles s'exprime par :

$$A_v^T(\Phi_e) A_e(\Phi_e) A_v(\Phi_e) \ddot{X}_e + [A_v^T(\Phi_e) A_e(\Phi_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) + A_v^T(\Phi_e) \tilde{B}_e(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) A_v(\Phi_e)] \dot{X}_e = A_v^T(\Phi_e) W(X_e) T_e + A_v^T(\Phi_e) G \quad (2.47)$$

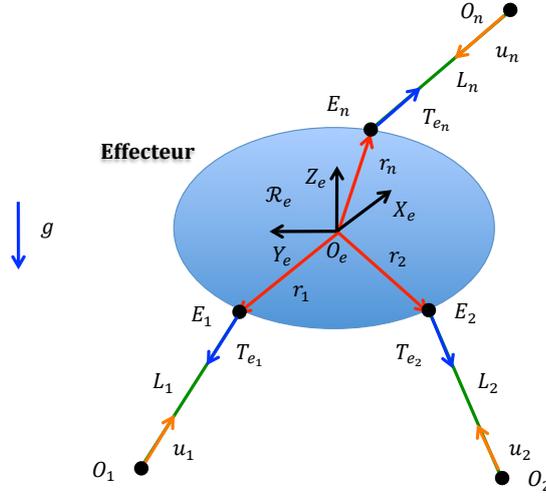


Figure 2.3 – Diagramme statique des robots parallèle à câbles à 6 degrés de liberté

2.4.2 Dynamique des actionneurs

La modélisation dynamique des actionneurs permet de relier le vecteur des couples moteurs $\tau_m = [\tau_{m1} \cdots \tau_{mn}]^T$ au vecteur des accélérations des moteurs $\ddot{\theta} = [\ddot{\theta}_1 \cdots \ddot{\theta}_n]^T$ qu'ils produisent.

Pour cela, le formalisme de Newton ou d'Euler-Lagrange peuvent être appliqués au $i^{\text{ème}}$ actionneur constitué de l'ensemble solide $\{\text{moteur, rouleau moteur, rouleau d'équilibrage}\}$ en rotation, de moment d'inertie équivalent j_{eqi} . En prenant comme convention qu'un couple positif provoque l'enroulement du câble moteur (donc le déroulement du câble d'équilibrage), le formalisme de Newton écrit autour de l'axe de rotation du $i^{\text{ème}}$ actionneur donne :

$$\tau_{mi} + \tau(f_{ri}) - \tau_{fi} - \tau(T_{ai}) = j_{eqi} \ddot{\theta}_i \quad (2.48)$$

où :

- τ_{mi} est le couple moteur, proportionnel au courant moteur I_{mi} à travers la constante de couple k_{emi} :

$$\tau_{mi} = k_{emi} I_{mi} \quad (2.49)$$

- $\tau(f_{ri})$ est le moment de la force de rappel f_{ri} (Figure 2.4) exercée par le ressort de rappel de raideur k_{ri} agissant sur le câble d'équilibrage connecté au rouleau d'équilibrage de rayon r_{pei} :

$$\tau(f_{ri}) = r_{pei} f_{ri} \quad (2.50)$$

La longueur déroulée du câble moteur L_i provoque une élévation du ressort de

rappel d'un ratio de $\left(\frac{r_{pe_i}}{r_{pm_i}}\right) L_i$. La force exercée par le ressort de rappel f_{r_i} s'écrit alors :

$$f_{r_i} = k_{r_i} \left(\frac{r_{pe_i}}{r_{pm_i}} \right) L_i \quad (2.51)$$

En injectant l'équation (2.51) dans l'équation (2.50), le moment de la force de rappel $\tau(f_{r_i})$ devient :

$$\tau(f_{r_i}) = r_{pe_i} \left[k_{r_i} \left(\frac{r_{pe_i}}{r_{pm_i}} \right) L_i \right] \quad (2.52)$$

qui s'écrit finalement en remplaçant la longueur du câble moteur L_i par son expression obtenue en inversant l'équation (2.5) :

$$\tau(f_{r_i}) = r_{pe_i} \left[k_{r_i} \left(\frac{r_{pe_i}}{r_{pm_i}} \right) (L_{oi} - r_{pm_i} \theta_i) \right] = k_{eq_i} \left(\frac{1}{r_{pm_i}} L_{oi} - \theta_i \right) \quad (2.53)$$

dans lequel la raideur équivalente en rotation k_{eq_i} est donnée par :

$$k_{eq_i} = k_{r_i} r_{pe_i}^2 \quad (2.54)$$

- τ_{f_i} est le couple des frottements qu'on modélise par les termes de frottements visqueux et secs comme suit :

$$\tau_{f_i} = f_{veq_i} \dot{\theta}_i + f_{seq_i} \text{sign}(\dot{\theta}_i) \quad (2.55)$$

avec f_{veq_i} le coefficient des frottements visqueux équivalent et f_{seq_i} le coefficient des frottements secs équivalents.

- $\tau(T_{a_i})$ est le moment de la tension du câble moteur côté actionneur T_{a_i} (Figure 2.4) exercée par le câble moteur connecté au rouleau moteur de rayon r_{pm_i} :

$$\tau(T_{a_i}) = r_{pm_i} T_{a_i} \quad (2.56)$$

En injectant les expressions des termes définis ci-dessus dans l'équation (2.48), la dynamique du $i^{\text{ème}}$ actionneur s'écrit :

$$j_{eq_i} \ddot{\theta}_i + f_{veq_i} \dot{\theta}_i + f_{seq_i} \text{sign}(\dot{\theta}_i) + k_{eq_i} \theta_i = k_{em_i} I_{m_i} - r_{pm_i} (T_{a_i} - T_{a_{oi}}) \quad (2.57)$$

avec $T_{a_{oi}}$ la pré-tension du câble moteur côté actionneur, correspondant à la pose initiale de l'effecteur X_{e_o} , qui s'exprime par :

$$T_{a_{oi}} = \frac{k_{eq_i}}{r_{pm_i}^2} L_{oi} = k_{r_i} \left(\frac{r_{pe_i}}{r_{pm_i}} \right)^2 L_{oi} \quad (2.58)$$

En concaténant les dynamiques des n actionneurs entraînant les n câbles moteurs de vecteur des tensions côté actionneurs $T_a = [T_{a_1} \cdots T_{a_n}]^T$ par l'application du

vecteur des courants moteurs $I_m = [I_{m1} \cdots I_{mn}]^T$, la dynamique de l'ensemble des actionneurs s'écrit sous la forme matricielle :

$$J_{eq} \ddot{\theta} + F_{veq} \dot{\theta} + F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) + K_{eq} \theta = K_{em} I_m - R_{pm} (T_a - T_{ao}) \quad (2.59)$$

avec les matrices diagonales suivantes représentant :

$$\begin{aligned} J_{eq} &= \text{diag}(j_{eq1}, \dots, j_{eqn}) && \text{les moments d'inertie équivalents} \\ F_{veq} &= \text{diag}(f_{veq1}, \dots, f_{veqn}) && \text{les coefficients des frottements visqueux équivalents} \\ F_{seq} &= \text{diag}(f_{seq1}, \dots, f_{seqn}) && \text{les coefficients des frottements secs équivalents} \\ K_{eq} &= \text{diag}(k_{eq1}, \dots, k_{eqn}) && \text{les raideurs équivalentes en rotation} \\ K_{em} &= \text{diag}(k_{em1}, \dots, k_{emn}) && \text{les constantes de couples des moteurs} \end{aligned}$$

et T_{ao} le vecteur des pré-tensions des câbles moteurs côté actionneurs :

$$T_{ao} = R_{pm}^{-1} K_{eq} R_{pm}^{-1} L_o = R_{pm}^{-1} R_{pe} K_r R_{pm}^{-1} R_{pe} L_o \quad (2.60)$$

où $R_{pe} = \text{diag}(r_{pe1}, \dots, r_{pe_n})$ est la matrice diagonale des rayons des rouleaux d'équilibrage.

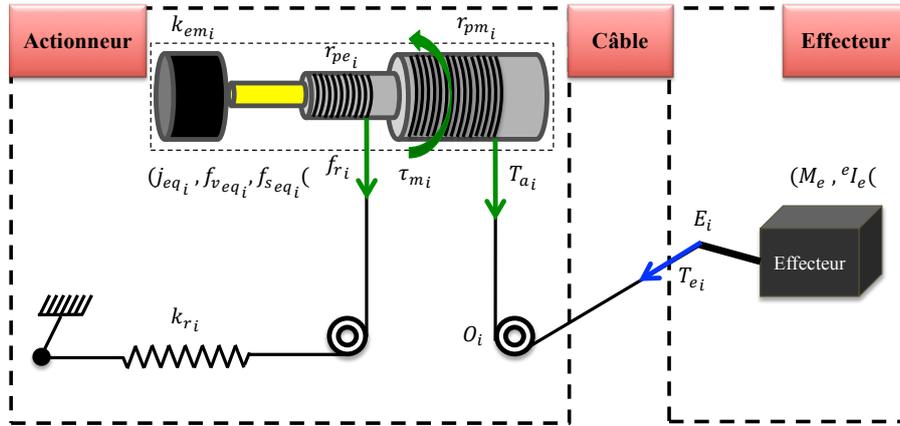


Figure 2.4 – Diagramme dynamique des robots parallèle à câbles à 6 degrés de liberté

2.4.3 Dynamique du système global

En inversant la dynamique des actionneurs (2.59), le vecteur des tensions des câbles T_a produit du côté des actionneurs s'écrit dans l'espace articulaire :

$$T_a(I_m, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = T_{ao} + R_{pm}^{-1} [K_{em} I_m - J_{eq} \ddot{\theta} - F_{veq} \dot{\theta} - F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) - K_{eq} \theta] \quad (2.61)$$

ou encore dans l'espace opérationnel en utilisant les MGI (2.6), MCI du 1^{er} ordre (2.15) et du 2^{ème} ordre (2.32) écrits en fonction des vitesses opérationnelles :

$$T_a(I_m, X_e, V_e, \dot{V}_e) = R_{pm}^{-1} [K_{em} I_m + J_{eq} R_{pm}^{-1} J(X_e) \dot{V}_e + (J_{eq} R_{pm}^{-1} \dot{J}(X_e, V_e) + F_{veq} R_{pm}^{-1} J(X_e)) V_e + F_{seq} \text{sign}(R_{pm}^{-1} J(X_e) V_e) + K_{eq} R_{pm}^{-1} f(X_e)] \quad (2.62)$$

Sous les hypothèses de modélisation données à la Section 2.1, la transmission des tensions des câbles depuis le côté actionneurs vers le côté effecteur peut être considérée comme parfaite, sans retards et sans pertes. Ceci permet d'écrire, en notant de manière confondue par T le vecteur des tensions des câbles :

$$T_e = T_a = T \quad (2.63)$$

Le résultat (2.63) permet donc d'injecter l'expression du vecteur des tensions des câbles (2.62) dans les équations de Newton-Euler (2.45), pour aboutir à l'expression factorisée suivante dont le membre de gauche remplace la matrice des efforts par son expression (2.43) :

$$\begin{aligned} [A_e(\Phi_e) + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} J_{eq} R_{pm}^{-1} J(X_e)] \dot{V}_e + [\tilde{B}_e(\Phi_e, w_e) \\ + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} (J_{eq} R_{pm}^{-1} \dot{J}(X_e, V_e) + F_{veq} R_{pm}^{-1} J(X_e))] V_e \\ + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} F_{seq} \text{sign}(R_{pm}^{-1} J(X_e) V_e) \\ + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} K_{eq} R_{pm}^{-1} f(X_e) - G = W(X_e) R_{pm}^{-1} K_{em} I_m \end{aligned} \quad (2.64)$$

En réécrivant l'équation (2.64), le Modèle Dynamique Inverse (MDI) du système global projeté dans l'espace opérationnel, en fonction des accélérations et des vitesses s'écrit sous la forme standard suivante :

$$M_v(X_e) \dot{V}_e + C_v(X_e, V_e) V_e + F_v(X_e, V_e) + K_v(X_e) + G_v = F_{ev} \quad (2.65)$$

sous les n contraintes d'inégalités exprimant que les tensions des câbles sont maintenues dans la région réalisable $[T_{\min} T_{\max}]$:

$$T_{\min} \leq T(I_m, X_e, V_e, \dot{V}_e) \leq T_{\max} \quad (2.66)$$

où la matrice d'inertie M_v de dimension 6×6 , ainsi que les vecteurs de dimension 6×1 représentant les efforts centrifuges et de Coriolis $C_v V_e$, les frottements F_v , la raideur K_v et la gravité G_v , sont identifiés par :

$$\begin{cases} M_v(X_e) &= A_e(\Phi_e) + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} J_{eq} R_{pm}^{-1} J(X_e) \\ C_v(X_e, V_e) &= \tilde{B}_e(\Phi_e, w_e) + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} J_{eq} R_{pm}^{-1} \dot{J}(X_e, V_e) \\ F_v(X_e, V_e) &= [J^T(X_e) R_{pm}^{-1} F_{veq} R_{pm}^{-1} J(X_e)] V_e \\ &\quad + J^T(X_e) R_{pm}^{-1} F_{seq} \text{sign}(R_{pm}^{-1} J(X_e) V_e) \\ K_v(X_e) &= J^T(X_e) R_{pm}^{-1} K_{eq} R_{pm}^{-1} f(X_e) \\ G_v &= -G \end{cases} \quad (2.67)$$

et le vecteur des efforts virtuels F_{ev} représentant les efforts exercés sur l'effecteur résultant de l'application du vecteur des courants moteurs I_m , qui est donné par :

$$F_{ev} = \tilde{W}(X_e) I_m \quad (2.68)$$

avec :

$$\tilde{W}(X_e) = W(X_e) R_{pm}^{-1} K_{em} \quad (2.69)$$

En injectant l'équation (2.19) et sa dérivée temporelle (2.33) dans l'équation (2.65), et en multipliant les membres de l'équation résultante à gauche par $A_v^T(\Phi_e)$ pour imposer à la matrice d'inertie du système une forme symétrique définie positive, l'équation (2.65) est transformée en :

$$\begin{aligned} [A_v^T(\Phi_e) M_v(X_e) A_v(\Phi_e)] \ddot{X}_e + [A_v^T(\Phi_e) M_v(X_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \\ + A_v^T(\Phi_e) C_v(X_e, \dot{X}_e) A_v(\Phi_e)] \dot{X}_e + A_v^T(\Phi_e) F_v(\dot{X}_e) \\ + A_v^T(\Phi_e) K_v(X_e) + A_v^T(\Phi_e) G_v = A_v^T(\Phi_e) F_{ev} \end{aligned} \quad (2.70)$$

En réécrivant l'équation (2.70), le MDI du système global projeté dans l'espace opérationnel, en fonction des accélérations et des vitesses des coordonnées opérationnelles s'écrit sous la forme standard suivante :

$$M_x(X_e) \ddot{X}_e + C_x(X_e, \dot{X}_e) \dot{X}_e + F_x(X_e, \dot{X}_e) + K_x(X_e) + G_x = A_v^T(X_e) F_{ev} \quad (2.71)$$

sous les n contraintes d'inégalités exprimant que les tensions des câbles sont maintenues dans la région réalisable $[T_{\min} T_{\max}]$:

$$T_{\min} \leq T(I_m, X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \leq T_{\max} \quad (2.72)$$

où la matrice d'inertie M_x de dimension 6×6 , ainsi que les vecteurs de dimension 6×1 représentant les efforts centrifuges et de Coriolis $C_x \dot{X}_e$, les frottements F_x , la raideur K_x et la gravité G_x , sont finalement identifiés en remplaçant les termes dynamiques M_v , C_v , F_v , K_v et G_v par leurs expression (2.67) et en introduisant l'expression de la Jacobienne cinématique inverse (2.22) ainsi que sa dérivée temporelle (2.35) :

$$\begin{cases} M_x(X_e) &= A_v^T(\Phi_e) A_e(\Phi_e) A_v(\Phi_e) + \tilde{J}^T(X_e) J_{eq} \tilde{J}(X_e) \\ C_x(X_e, \dot{X}_e) &= A_v^T(\Phi_e) A_e(\Phi_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) + A_v^T(\Phi_e) \tilde{B}_e(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) A_v(\Phi_e) \\ &\quad + \tilde{J}^T(X_e) J_{eq} \dot{\tilde{J}}(X_e, \dot{X}_e) \\ F_x(X_e, \dot{X}_e) &= [\tilde{J}^T(X_e) F_{veq} \tilde{J}(X_e)] \dot{X}_e + \tilde{J}^T(X_e) F_{seq} \text{sign}(\tilde{J}(X_e) \dot{X}_e) \\ K_x(X_e) &= \tilde{J}^T(X_e) K_{eq} R_{pm}^{-1} f(X_e) \\ G_x &= -A_v^T(\Phi_e) G = -G \end{cases} \quad (2.73)$$

2.5 Linéarisation de la dynamique du système

Comme constaté à partir de la dynamique du système global représentée par le système d'équations différentielles ordinaires (2.71), les robots parallèles à câbles sont des systèmes multi-variables non-linéaires à temps invariant et couplés. La linéarisation de (2.71) est alors requise si l'on souhaite utiliser l'une des nombreuses méthodes disponibles pour la synthèse de correcteurs des systèmes linéaires. En particulier, une méthodologie de commande H_∞ est présentée dans le Chapitre 5 pour la commande des robots parallèles à câbles.

On présente dans cette partie une technique de linéarisation analytique basée sur la différentiation du MDI, qui sera évaluée et confrontée à des techniques de linéarisation numériques dans le Chapitre 3, une fois l'identification du MDI effectuée.

2.5.1 Différentiation d'un système d'équations algébriques non-linéaires

Soit le vecteur $Y = [y_1 \cdots y_m]^T$ des fonctions non-linéaires des paramètres du vecteur $X = [x_1 \cdots x_n]^T$.

En considérant les faibles variations de X autour d'un point de fonctionnement central X_c ($X = X_c + \delta X$), les faibles variations correspondantes de Y autour de Y_c ($Y = Y_c + \delta Y$) s'expriment à travers la forme différentielle au 1^{er} ordre :

$$\delta Y = \Delta(X_c) \delta X \quad (2.74)$$

où la matrice Δ de dimension $m \times n$ est la Jacobienne ou matrice des dérivées partielles du 1^{er} ordre :

$$\Delta(X_c) = \left(\frac{\partial Y}{\partial X} \right)_{X_c} \quad (2.75)$$

La Jacobienne Δ fonction de la forme du système d'équations non-linéaires reliant ces deux vecteurs, sera définie pour les 2 formes canoniques considérées ci-dessous sous forme de systèmes d'équations algébriques non-linéaires :

Forme 1 Soit le système d'équations algébriques non-linéaires :

$$Y = A(X) X \quad (2.76)$$

où A est une matrice de dimension $m \times n$ non-linéaire en X .

Les variations de Y au 1^{er} ordre s'exprime alors par :

$$\delta Y = A(X_c) \delta X + \delta A(X_c) X_c \quad (2.77)$$

avec δA la différentiation de A au 1^{er} ordre donnée par :

$$\delta A(X_c) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial A}{\partial x_i} \right)_{X_c} \delta x_i \quad (2.78)$$

En développant l'équation (2.77) sous la forme :

$$\delta Y = A(X_c) \delta X + \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x_i} \right)_{X_c} X_c \right] \delta x_i \quad (2.79)$$

et en concaténant et factorisant cette équation (2.79), on obtient l'expression de la Jacobienne Δ :

$$\Delta(X_c) = A(X_c) + \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x_1} \right)_{X_c} X_c \mid \cdots \mid \left(\frac{\partial A}{\partial x_n} \right)_{X_c} X_c \right] \quad (2.80)$$

Forme 2 Soit le système d'équations algébriques non-linéaires :

$$Y = A(X) \Phi(X) \quad (2.81)$$

où A est une matrice de dimension $m \times n$ non-linéaire en X et Φ un vecteur de dimension $n \times 1$ non-linéaire en X .

Les variations de Y au 1^{er} ordre s'exprime alors par :

$$\delta Y = A(X_c) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_{X_c} \delta X + \delta A(X_c) \Phi(X_c) \quad (2.82)$$

En développant l'équation (2.82) sous la forme :

$$\delta Y = A(X_c) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_{X_c} \delta X + \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial A}{\partial x_i} \right)_{X_c} \Phi(X_c) \right] \delta x_i \quad (2.83)$$

et en concaténant et factorisant l'équation (2.83), on obtient l'expression de la Jacobienne Δ :

$$\Delta(X_c) = A(X_c) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_{X_c} + \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x_1} \right)_{X_c} \Phi(X_c) \mid \cdots \mid \left(\frac{\partial A}{\partial x_n} \right)_{X_c} \Phi(X_c) \right] \quad (2.84)$$

2.5.2 Linéarisation du MDI du système par différentiation

Les frottements secs sont naturellement retirés du MDI du système linéarisé. Ils peuvent être considérés comme des perturbations sur les efforts exercés sur l'effecteur en entrée du système, qui seront compensées ou rejetées par le correcteur. Le MDI

du système (2.71) se simplifie alors comme suit :

$$M_x(X_e) \ddot{X}_e + [C_x(X_e, \dot{X}_e) + F(X_e)] \dot{X}_e + K(X_e) f(X_e) + G_x = A_v^T(X_e) F_{ev} \quad (2.85)$$

avec :

$$F(X_e) = \tilde{J}^T(X_e) F_{veq} \tilde{J}(X_e) \quad (2.86)$$

$$K(X_e) = \tilde{J}^T(X_e) K_{eq} R_{pm}^{-1} \quad (2.87)$$

Le MDI du système linéarisé autour du point de fonctionnement central $X_c = (X_{ec}, \dot{X}_{ec}, \ddot{X}_{ec})$ conduit au système d'équations différentielles ordinaires linéaires et couplées suivant :

$$M_c \delta \ddot{X}_e + Q_c \delta \dot{X}_e + K_c \delta X_e = A_v^T(X_{ec}) \delta F_{ev} \quad (2.88)$$

où les matrices dynamiques M_c , Q_c et K_c du système linéarisé peuvent être obtenues par différentiation du terme non-linéaire $A_v^T F_{ev}$ à partir de son expression (2.85) autour de X_c :

$$M_c = \left(\frac{\partial A_v^T F_{ev}}{\partial \ddot{X}_e} \right)_{X_c} \quad (2.89)$$

$$Q_c = \left(\frac{\partial A_v^T F_{ev}}{\partial \dot{X}_e} \right)_{X_c} \quad (2.90)$$

$$K_c = \left(\frac{\partial A_v^T F_{ev}}{\partial X_e} \right)_{X_c} \quad (2.91)$$

Par la suite, on déterminera ces matrices dynamiques, autour du point de fonctionnement central X_c correspondant à une pose centrale X_{ec} avec des vitesses et accélérations au point de fonctionnement nulles ($\dot{X}_{ec} = \mathbb{O}_{6 \times 1}, \ddot{X}_{ec} = \mathbb{O}_{6 \times 1}$).

Calcul de M_c En utilisant le résultat de différentiation de la forme 1 en (2.84) :

$$M_c = M_x(X_{ec}) + \left[\left(\frac{\partial M_x}{\partial \ddot{p}_x} \right)_{X_c} \ddot{X}_{ec} \mid \cdots \mid \left(\frac{\partial M_x}{\partial \ddot{\phi}_l} \right)_{X_c} \ddot{X}_{ec} \right] \quad (2.92)$$

D'où l'expression simplifiée de M_c pour des accélérations au point de fonctionnement nulles :

$$M_c = M_x(X_{ec}) \quad (2.93)$$

qui s'écrit finalement en utilisant (2.73) :

$$M_c = A_v^T(\Phi_{ec}) A_e(\Phi_{ec}) A_v(\Phi_{ec}) + \tilde{J}^T(X_{ec}) J_{eq} \tilde{J}(X_{ec}) \quad (2.94)$$

Calcul de Q_c En utilisant le résultat de différentiation de la forme 1 en (2.80) :

$$Q_c = C_x(X_{e_c}, \dot{X}_{e_c}) + \left[\left(\frac{\partial C_x}{\partial \dot{p}_x} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial C_x}{\partial \dot{\phi}_l} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \right] + F(X_{e_c}) + \left[\left(\frac{\partial F}{\partial \dot{p}_x} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_l} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \right] \quad (2.95)$$

D'où l'expression simplifiée de Q_c pour des vitesses au point de fonctionnement nulles :

$$Q_c = C_x(X_{e_c}, \dot{X}_{e_c}) + F(X_{e_c}, \dot{X}_{e_c}) \quad (2.96)$$

qui s'écrit finalement en utilisant (2.73) et (2.86) :

$$Q_c = \tilde{J}^T(X_{e_c}) F_{veq} \tilde{J}(X_{e_c}) \quad (2.97)$$

Calcul de K_c En utilisant le résultat de différentiation de la forme 2 en (2.84) :

$$K_c = \left[\left(\frac{\partial M_x}{\partial p_x} \right)_{X_c} \ddot{X}_{e_c} \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial M_x}{\partial \phi_l} \right)_{X_c} \ddot{X}_{e_c} \right] + \left[\left(\frac{\partial C_x}{\partial p_x} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial C_x}{\partial \phi_l} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \right] + \left[\left(\frac{\partial F}{\partial p_x} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial F}{\partial \phi_l} \right)_{X_c} \dot{X}_{e_c} \right] + K(X_{e_c}) \left(\frac{\partial f}{\partial X_e} \right)_{X_c} + \left[\left(\frac{\partial K}{\partial p_x} \right)_{X_c} f(X_{e_c}) \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial K}{\partial \phi_l} \right)_{X_c} f(X_{e_c}) \right] \quad (2.98)$$

Les équations (2.12) et (2.19) permettent d'établir la relation entre le vecteur des translations différentielles des câbles $\delta L = \delta f$ et la pose différentielle de l'effecteur $\delta X_e = [\delta P_e^T \ \delta \Phi_e^T]^T$ (incluant la translation δP_e et rotation $\delta \Phi_e$ différentielles), qui est donnée par :

$$\delta f = J(X_e) A_v(\Phi_e) \delta X_e \quad (2.99)$$

D'où l'expression de K_c en intégrant (2.99) pour des vitesses et accélérations au point de fonctionnement nulles :

$$K_c = K(X_{e_c}) J(X_{e_c}) A_v(\Phi_{e_c}) + \left[\left(\frac{\partial K}{\partial p_x} \right)_{X_{e_c}} f(X_{e_c}) \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial K}{\partial \phi_l} \right)_{X_{e_c}} f(X_{e_c}) \right] \quad (2.100)$$

qui s'écrit finalement en utilisant (2.87) ainsi que l'expression de la Jacobienne cinématique inverse (2.22) :

$$K_c = \tilde{J}^T(X_{e_c}) K_{eq} \tilde{J}(X_{e_c}) + \left[\left(\frac{\partial K}{\partial p_x} \right)_{X_{e_c}} f(X_{e_c}) \left| \cdots \right| \left(\frac{\partial K}{\partial \phi_l} \right)_{X_{e_c}} f(X_{e_c}) \right] \quad (2.101)$$

2.6 Représentation d'état du système en boucle ouverte

Soit la représentation d'état non-linéaire à temps continu du système en boucle ouverte, définie par le vecteur d'état $x(t) = [X_e^T(t) \dot{X}_e^T(t)]^T$, le vecteur des entrées de commande $u(t) = F_{ev}(t)$ et le vecteur des sorties $y(t) = X_e(t)$, permettant la commande du système dans l'espace opérationnel. Cette représentation d'état du système peut alors s'écrire :

$$\begin{cases} E(x) \dot{x}(t) &= g(x, u, t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (2.102)$$

sous les n contraintes d'inégalités sur les états du système :

$$h_{\min}(x, u, t) \leq h(x, u, t) \leq h_{\max}(x, u, t) \quad (2.103)$$

La représentation d'état (2.102) peut être obtenue à partir du MDI du système (2.71) réécrit sous la forme compacte :

$$M_x(X_e) \ddot{X}_e + N_x(X_e, \dot{X}_e) = A_v^T(X_e) F_{ev} \quad (2.104)$$

avec :

$$N_x(X_e, \dot{X}_e) = C_x(X_e, \dot{X}_e) \dot{X}_e + F_x(X_e, \dot{X}_e) + K_x(X_e) + G_x \quad (2.105)$$

ce qui permet de déduire :

$$E(x) = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{6 \times 6} & \mathbb{O}_{6 \times 6} \\ \mathbb{O}_{6 \times 6} & M_x(X_e) \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

$$g(x, u, t) = \begin{bmatrix} \dot{X}_e \\ -N_x(X_e, \dot{X}_e) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{6 \times 6} \\ A_v^T(X_e) \end{bmatrix} u(t) \quad (2.107)$$

$$C = [\mathbb{I}_{6 \times 6} \quad \mathbb{O}_{6 \times 6}] \quad (2.108)$$

$$D = [\mathbb{O}_{6 \times 6}] \quad (2.109)$$

tandis que les contraintes d'inégalités sur les états (2.103) traduisent les contraintes sur les tensions des câbles (2.72) :

$$h_{\min}(x, u, t) = A_v^T(x) W(x) T_{\min} \quad (2.110)$$

$$h_{\max}(x, u, t) = A_v^T(x) W(x) T_{\max} \quad (2.111)$$

$$h(x, u, t) = A_v^T(x) W(x) T(I_m, X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned} &= A_v^T(x) u(t) - [\tilde{J}^T(x) J_{eq} \tilde{J}(x)] \ddot{X}_e - [\tilde{J}^T(x) J_{eq} \dot{\tilde{J}}(x, \dot{x}) \\ &\quad + \tilde{J}^T(x) F_{veq} \tilde{J}(x)] \dot{X}_e - \tilde{J}^T(x) F_{seq} \text{sign}(\tilde{J}(x) \dot{X}_e) \\ &\quad - \tilde{J}^T(x) K_{eq} R_{pm}^{-1} f(x) \end{aligned} \quad (2.113)$$

La représentation d'état du système linéarisé autour du point de fonctionnement

(x_c, u_c) devient donc :

$$\begin{cases} \delta \dot{x}(t) &= A_c \delta x(t) + B_c \delta u(t) \\ \delta y(t) &= C_c \delta x(t) + D_c \delta u(t) \end{cases} \quad (2.114)$$

où les matrices d'état A_c , de commande B_c , d'observation C_c et d'action directe D_c peuvent être obtenues à partir de la différentiation de la représentation d'état du système (2.102) :

$$A_c = \left(\frac{\partial E^{-1} g}{\partial x} \right)_{(x_c, u_c)} \quad B_c = \left(\frac{\partial E^{-1} g}{\partial u} \right)_{(x_c, u_c)} \quad (2.115)$$

$$C_c = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{(x_c, u_c)} \quad D_c = \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)_{(x_c, u_c)} \quad (2.116)$$

ou encore à partir du MDI du système linéarisé (2.88) :

$$A_c = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{6 \times 6} & \mathbb{I}_{6 \times 6} \\ -M_c^{-1} K_c & -M_c^{-1} Q_c \end{bmatrix} \quad B_c = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{6 \times 6} \\ -M_c^{-1} A_v^T(\Phi_e) \end{bmatrix} \quad (2.117)$$

$$C_c = [\mathbb{I}_{6 \times 6} \quad \mathbb{O}_{6 \times 6}] \quad D_c = [\mathbb{O}_{6 \times 6}] \quad (2.118)$$

2.7 Résultats de simulation du système en boucle ouverte

On s'intéresse dans cette partie à la simulation du système en boucle ouverte, afin de valider le modèle physique développé de façon générique pour les robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté avec n câbles, qui sera appliqué en particulier au robot INCA 6D.

Pour cela, l'analyse du comportement du système (pose de l'effecteur X_e et tensions des câbles T) pour des trajectoires d'excitations particulières en entrée (courants moteurs I_m), sera alors considérée comme critère de validation.

2.7.1 Paramètres du robot INCA 6D

2.7.1.1 Paramètres géométriques

Les paramètres géométriques du robot INCA 6D sont représentés sur la Figure 2.5, incluant les paramètres géométriques de la base (L_x, L_y, L_z), de l'effecteur ($a, l, \theta_{xy}, \theta_{xz}$), et des actionneurs (r_{pe}, r_{pm}) considérés comme étant identiques.

En définissant le repère fixe de référence \mathcal{R}_o au centre de l'espace de travail (Figure 2.5(a)), et le repère mobile attaché à l'effecteur \mathcal{R}_e comme initialement confondu avec \mathcal{R}_o (Figure 2.5(b)), les positions ${}^o P_{O_i}$ des points de sortie O_i par rapport à \mathcal{R}_o exprimées dans \mathcal{R}_o sont déterminées à partir des paramètres géométriques

de la base :

$$\begin{cases} {}^oP_{O_1} = [+L_x/2 + L_y/2 - L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_2} = [+L_x/2 - L_y/2 - L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_3} = [+L_x/2 - L_y/2 + L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_4} = [+L_x/2 + L_y/2 + L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_5} = [-L_x/2 + L_y/2 - L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_6} = [-L_x/2 - L_y/2 - L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_7} = [-L_x/2 - L_y/2 + L_z/2]^T \\ {}^oP_{O_8} = [-L_x/2 + L_y/2 + L_z/2]^T \end{cases} \quad (2.119)$$

ainsi que les positions ${}^e r_i$ des points d'attache E_i par rapport à \mathcal{R}_e exprimées dans \mathcal{R}_e sont déterminées à partir des paramètres géométriques de l'effecteur :

$$\begin{cases} {}^e r_1 = {}^e r_2 = [+l \quad 0 \quad -l \tan(\theta_{xz}/2)]^T \\ {}^e r_3 = {}^e r_4 = [+l \quad 0 \quad +l \tan(\theta_{xz}/2)]^T \\ {}^e r_5 = {}^e r_8 = [-l \quad +l \quad +l \tan(\theta_{xy}/2)]^T \\ {}^e r_6 = {}^e r_7 = [-l \quad -l \quad -l \tan(\theta_{xy}/2)]^T \end{cases} \quad (2.120)$$

on remarquera que la taille du cube central de l'effecteur a , ainsi que le rayon des rouleaux d'équilibrage r_{pe} n'interviennent pas dans la modélisation géométrique.

Les valeurs des paramètres géométriques du robot INCA 6D issues des données du constructeur Haption sont résumées dans le Tableau 2.1.

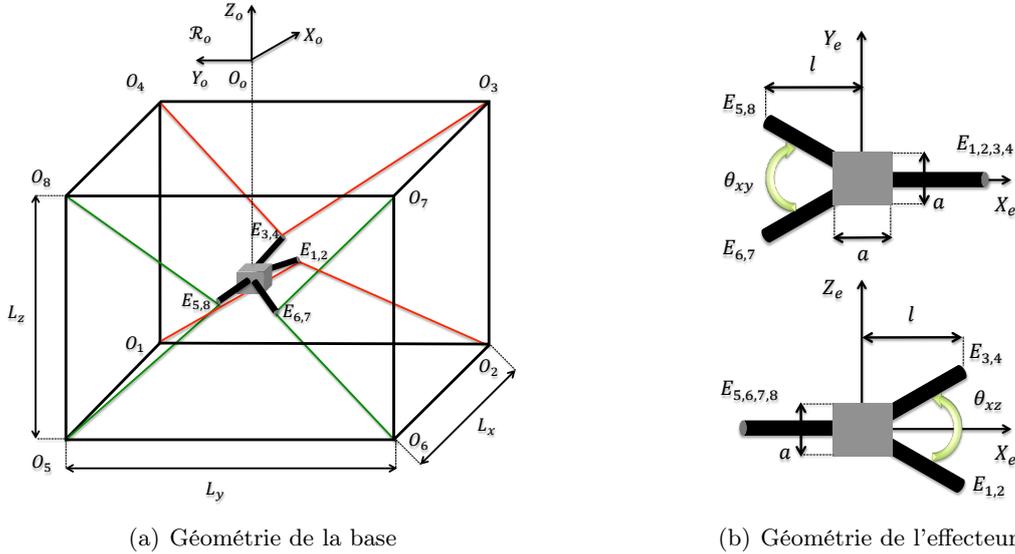


Figure 2.5 – Paramètres géométriques du robot INCA 6D

2.7.1.2 Paramètres dynamiques

Les paramètres dynamiques du robot INCA 6D sont représentés sur la Figure 2.6, incluant les paramètres dynamiques de l'effecteur ($M_e, {}^e I_e$) et des actionneurs consi-

dérées comme étant identiques $(j_{eq}, f_{veq}, f_{seq}, k_r, k_{em}, \tau)$.

Les valeurs des paramètres dynamiques du robot INCA 6D issues des données du constructeur Haption sont résumées dans le Tableau 2.1. On précisera que :

- la masse de l'effecteur M_e a été calculée en considérant les contributions de la masse du cube central et des masses linéiques des tiges.
- la matrice d'inertie de l'effecteur ${}^e I_e$ exprimée dans \mathcal{R}_e a été calculée en tenant compte des contributions des matrices d'inerties du cube central et des tiges.
- l'inertie équivalente j_{eq} a été calculée en tenant compte des contributions des inerties du rotor, du rouleau moteur et du rouleau d'équilibrage.
- le coefficient des frottements visqueux équivalents f_{veq} représente les frottements visqueux au niveau de l'arbre moteur.
- le coefficient des frottements secs équivalents f_{seq} a été mesuré en alimentant chacun des 8 moteurs séparément avec un courant de référence sous forme de signal en rampe, variant de la valeur minimale $I_{\min} = 0$ A à la valeur maximale supportée par les moteurs $I_{\max} = 3$ A avec une pente de 1 A/s, tandis que les autres moteurs sont commandés à un courant de 0 A.

En relevant à chaque fois le seuil de courant minimal I_{si} produisant le mouvement du moteur évalué, le coefficient des frottements secs associé f_{seq_i} est alors calculé par le couple de démarrage $f_{seq_i} = k_{em} I_{si}$. Finalement, la valeur retenue pour le coefficient des frottements secs équivalents f_{seq} est la pire des valeurs obtenues sur les 8 moteurs. À noter que le reste des valeurs obtenues sont sensiblement proches de cette valeur retenue.

- chaque moteur est commandé en courant, la fonction de transfert de la boucle de courant entre le courant moteur de référence $I_{m_i}^*$ et le courant moteur absorbé I_{m_i} est modélisée par la fonction de transfert à temps continu du 1^{er} ordre de constante de temps τ_i :

$$\frac{I_{m_i}(s)}{I_{m_i}^*(s)} = \frac{1}{1 + \tau_i s} \quad (2.121)$$

2.7.2 Schéma de simulation

Le schéma de simulation du robot INCA 6D est résumé sur la Figure 2.7, permettant de reconstruire l'ensemble des signaux de sortie donnés par les réponses de l'effecteur (X_e, V_e, \dot{V}_e) , des moteurs $(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$, et des câbles (T) , qui résultent de l'application des signaux d'excitation d'entrées donnés par les courants moteurs de références I_m^* et des efforts virtuels appliqués à l'effecteur F_{ev} .

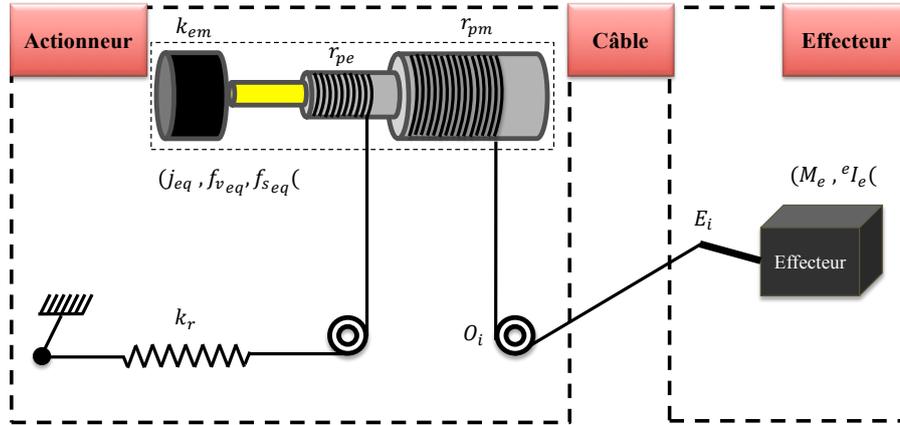


Figure 2.6 – Paramètres dynamiques du robot INCA 6D

Paramètres géométriques	Valeurs constructeur	Paramètres dynamique	Valeurs constructeur
L_x (m)	2.53	M_e (Kg)	0.1569
L_y (m)	2.8	${}^e I_{e_{xx}}$ (Kg·m ²)	$4.9691 \cdot 10^{-5}$
L_z (m)	3	${}^e I_{e_{yy}}$ (Kg·m ²)	$6.9127 \cdot 10^{-5}$
a (mm)	41	${}^e I_{e_{zz}}$ (Kg·m ²)	$6.9127 \cdot 10^{-5}$
l (mm)	153	${}^e I_{e_{xy}}$ (Kg·m ²)	0
θ_{xy} (deg)	70	${}^e I_{e_{yz}}$ (Kg·m ²)	0
θ_{xz} (deg)	24	${}^e I_{e_{zx}}$ (Kg·m ²)	0
r_{pe} (mm)	6	j_{eq} (Kg·m ²)	$2.9110 \cdot 10^{-5}$
r_{pm} (mm)	17.5	f_{veq} ((N·m)/(rad/s))	$3.1 \cdot 10^{-3}$
		f_{seq} ((N·m)/(rad/s))	$1.8 \cdot 10^{-3}$
		k_r (N/m)	16
		k_{em} ((N·m)/A)	$60.3 \cdot 10^{-3}$
		τ (ms)	1.3

Tableau 2.1 – Valeurs des paramètres géométriques et dynamiques du robot INCA 6D

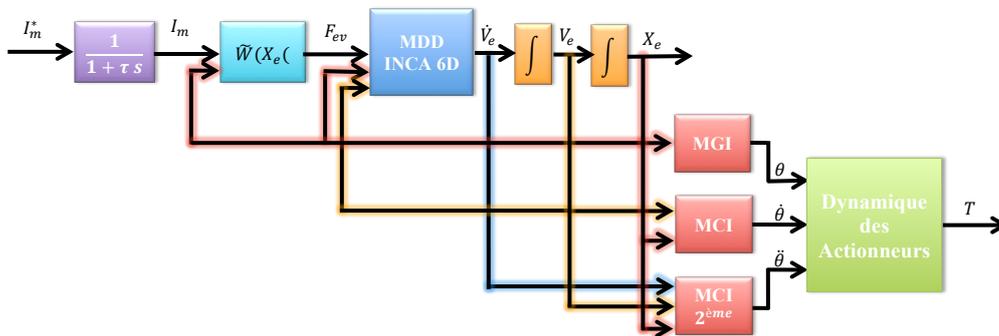


Figure 2.7 – Schéma de simulation du robot INCA 6D

2.7.3 Trajectoires de simulation

Afin de valider le comportement du modèle physique développé, le modèle est soumis à une série d'essais dans lesquels l'effecteur initialement placé au centre de l'espace de travail O_o avec une orientation nulle (Figure 2.8), est déplacé en excitant les moteurs par des échelons de courants (Figure 2.9) de sorte que lors des essais suivants :

- Essai 1 : l'effecteur est déplacé vers le sommet O_5 (Figure 2.9(a)).
- Essai 2 : l'effecteur est déplacé vers le milieu de l'arête constituée par les sommets (O_5, O_8) (Figure 2.9(b)).
- Essai 3 : l'effecteur est déplacé vers le centre de la face constituée par les sommets (O_5, O_6, O_7, O_8) (Figure 2.9(c)).

On notera que le terme de gravité a été omis expressément pour simplifier le raisonnement.

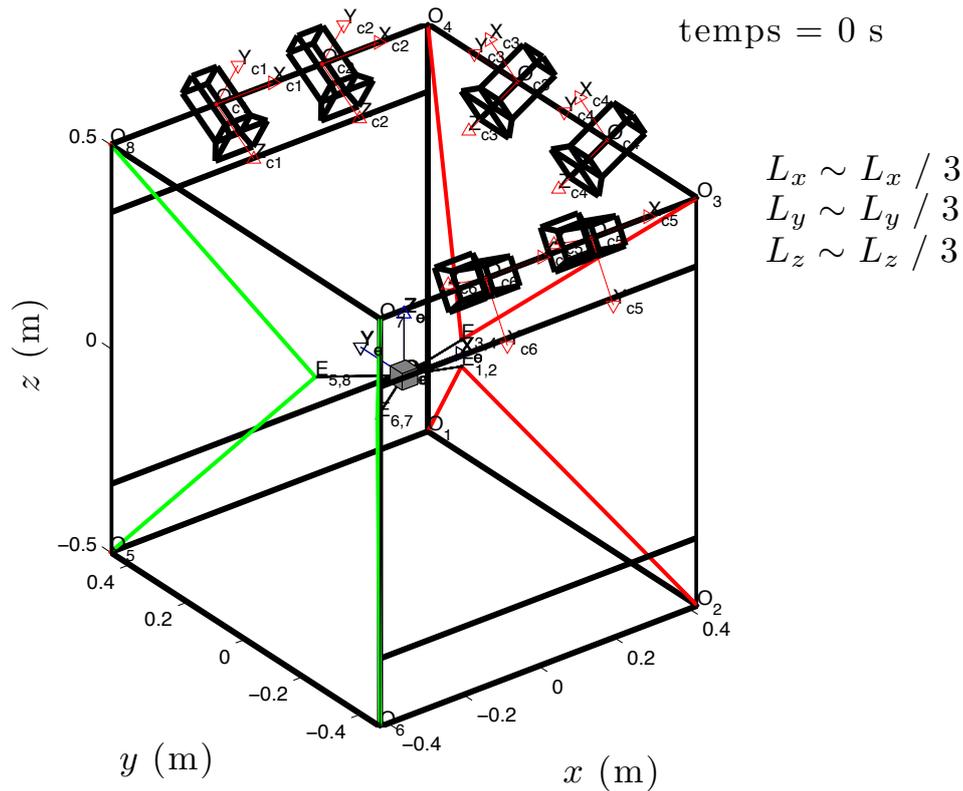


Figure 2.8 – Schéma de simulation du robot INCA 6D

Les efforts virtuels appliqués sur l'effecteur équivalents à l'application des courants moteurs d'excitation sont représentés sur la Figure 2.10. Les réponses du système pour les essais considérés, sont données ci-dessous par les trajectoires spatiales

de l'effecteur (Figure 2.11), et temporelles de la pose de l'effecteur (Figure 2.12), des positions des moteurs (Figure 2.13) et des tensions des câbles (Figure 2.14).

Les résultats de simulations montrent clairement un bon comportement du modèle physique développé pour le robot INCA 6D. En effet, la symétrie de la base et de l'effecteur, ainsi que la répartition des sommets et des amplitudes des excitations lors des essais considérés, permettent d'anticiper l'allure des trajectoires de l'effecteur obtenues :

- Essai 1 : l'effecteur se déplace en direction du sommet O_5 , en suivant la diagonale du cube de sommets (O_o, O_5) (Figures 2.11(a) et 2.12(a)).
- Essai 2 : l'effecteur se déplace vers le milieu de l'arrête de sommets (O_5, O_8) , en suivant la 2^{ème} bissectrice du plan (X_o, Y_o) (Figures 2.11(b) et 2.13(a)).
- Essai 3 : l'effecteur se déplace vers le centre de la face de sommets (O_5, O_6, O_7, O_8) , en suivant le sens inverse de l'axe X_o tout en maintenant une orientation nulle (Figures 2.11(c) et 2.14(a)).

2.7.4 Précision du modèle

Afin d'évaluer la précision du modèle physique développé et appliqué au robot INCA 6D, les réponses issues du modèle du système sont confrontées à celles mesurées sur le système réel suite à l'application des signaux d'excitation de courants de type SBPA (Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire) représentés sur la Figure 2.15(a).

Les réponses du système en termes de positions des moteurs sont données sur la Figure 2.15(b). En s'appuyant sur les FITs² obtenus (Figure 2.15(b)) quantifiant le degré de similarité entre les angles moteurs mesurés et estimés à partir du modèle physique développé en considérant les valeurs des paramètres géométriques et dynamiques issues des données du constructeur Haption, la précision du modèle est jugée insuffisante.

L'amélioration de cette précision serait appréciable afin d'augmenter le degré de confiance accordée à la synthèse des correcteurs basés sur le modèle développé. Pour cela, une étape d'identification (ou d'estimation) des paramètres géométriques et dynamiques du modèle est donc nécessaire, qui est abordée dans le Chapitre suivant.

2. Pour la i ème sortie y_i d'un système MIMO, de vecteur d'entrée u de dimension $n_u \times 1$ et de vecteur de sortie y de dimension $n_y \times 1$, le long d'une série de N_e échantillons :

$$FIT_i(\%) = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{N_e} (y_{i_k} - \hat{y}_{i_k})^2}{\sum_{k=1}^{N_e} (y_{i_k} - \bar{y}_i)^2}$$

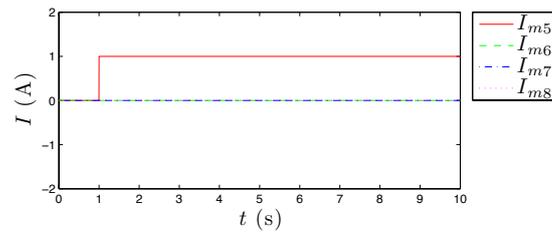
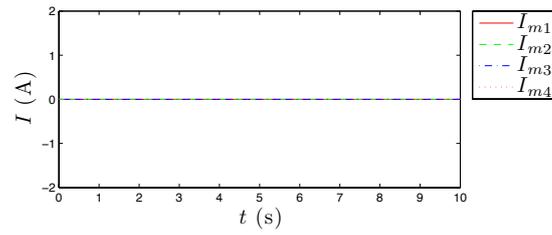
où \hat{y}_i est l'estimation de la sortie y_i , et \bar{y}_i est la moyenne de la sortie y_i .

2.8 Conclusion

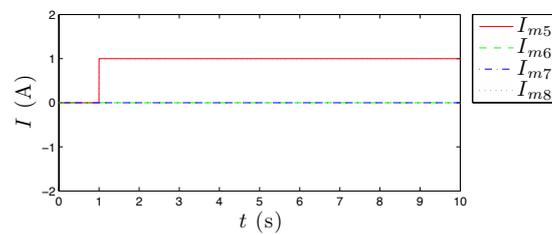
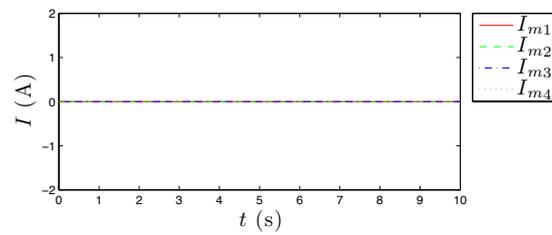
Ce chapitre traite la modélisation des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté avec n câbles en intégrant le système de pré-tension spécifique au robot INCA 6D, sous les hypothèses réalistes pour ce type de robots, que les câbles sont rectilignes et inextensibles. De ce fait, les modèles géométriques et cinématiques sont similaires à ceux des robots parallèles rigides, et sont alors utilisés pour écrire le modèle dynamique du système global (effecteur et actionneurs) dans l'espace opérationnel.

En vue de la synthèse de correcteurs pour la commande de ces robots, ce chapitre procède par la suite à la linéarisation du modèle physique développé, basée sur la différentiation du modèle dynamique non-linéaire. Une représentation d'état du système en boucle ouverte est alors déduite.

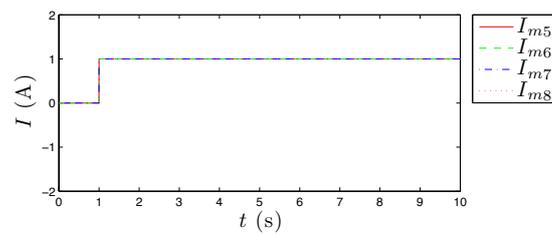
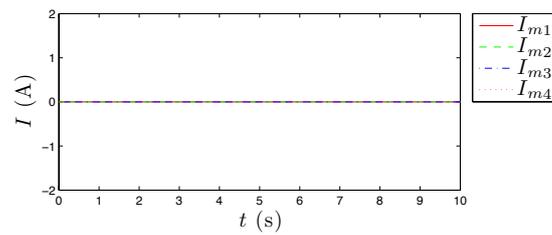
Une validation du modèle du robot INCA 6D est finalement fournie à travers des résultats de simulation en considérant des trajectoires d'excitation statiques, puis dynamiques qui ont montré les limites de la précision du modèle en considérant les paramètres géométriques et dynamiques du robot INCA 6D déduits des données constructeur. Ceci justifie la nécessité d'identifier les paramètres du modèle, objet du chapitre suivant.



(a) Essai 1

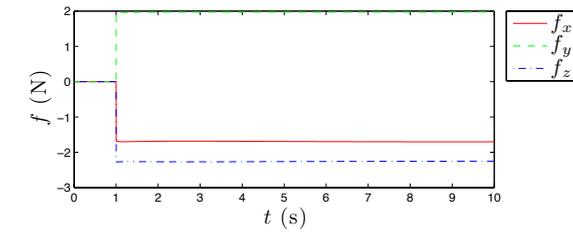


(b) Essai 2

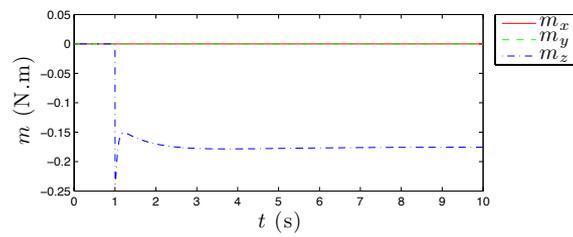
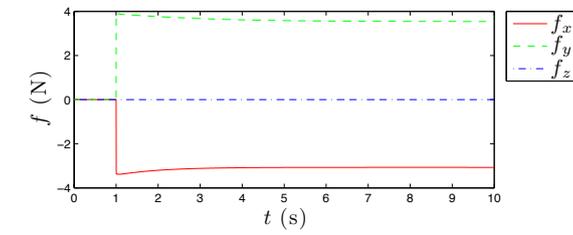
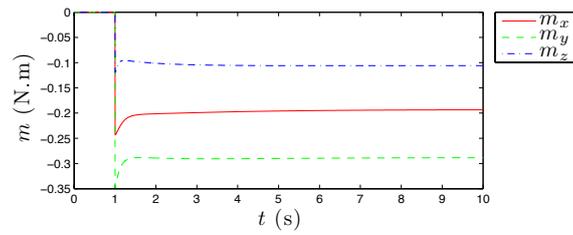


(c) Essai 3

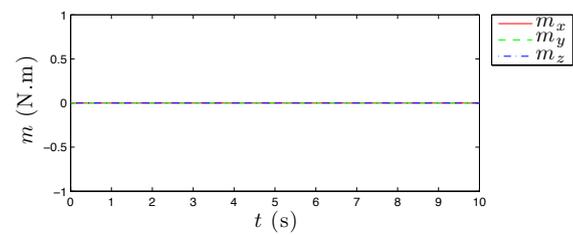
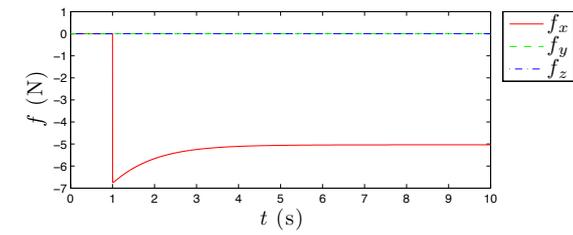
Figure 2.9 – Excitations du système - Courants moteurs de références



(a) Essai 1



(b) Essai 2



(c) Essai 3

Figure 2.10 – Efforts virtuels appliqués sur l'effecteur

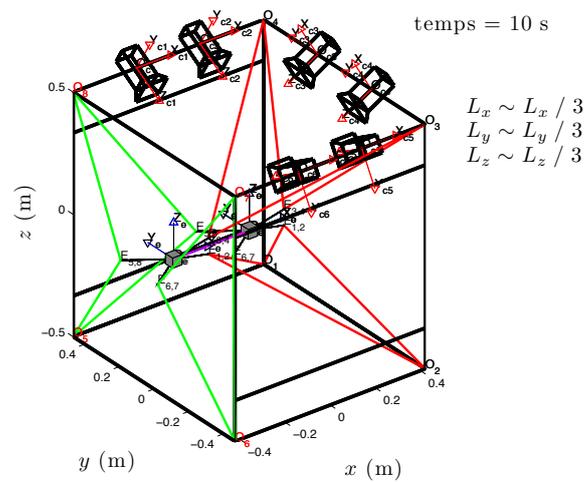
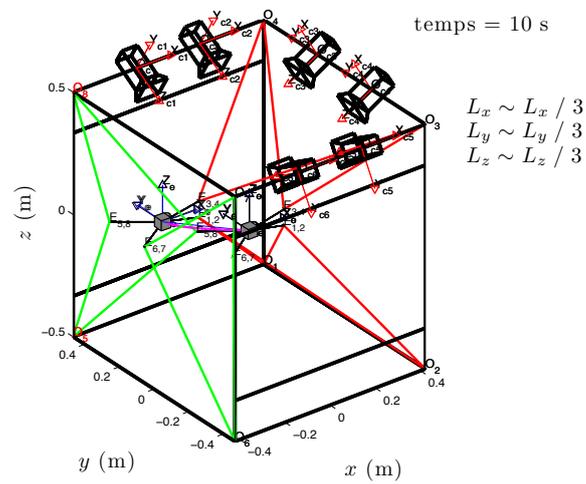
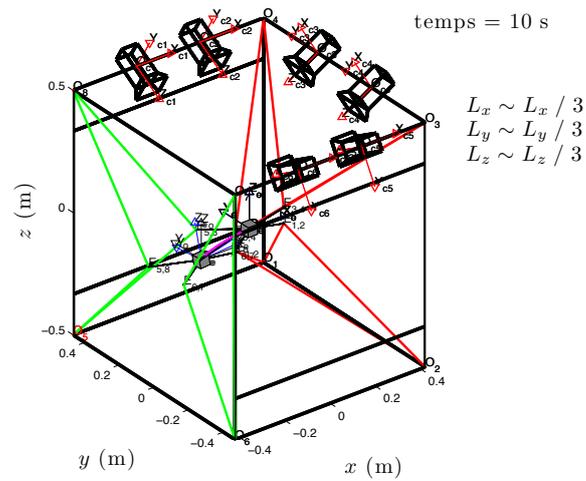
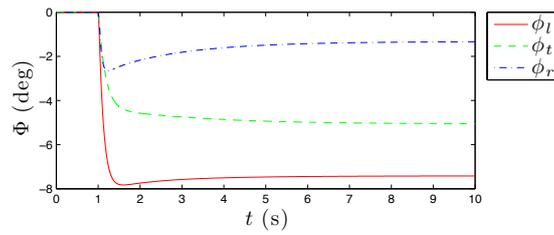
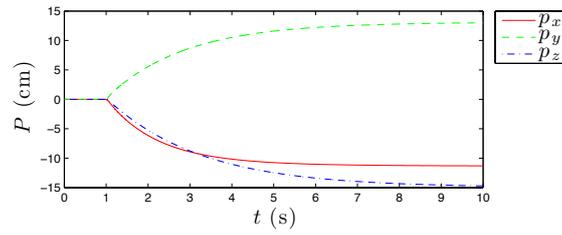
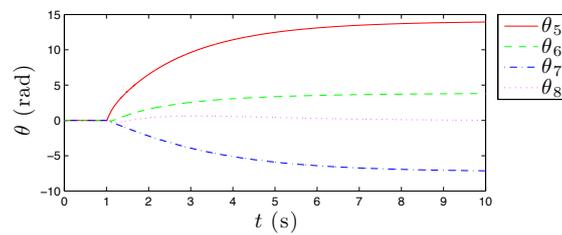
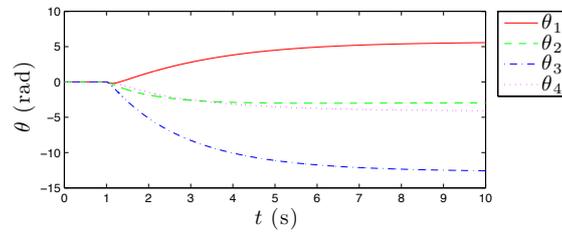


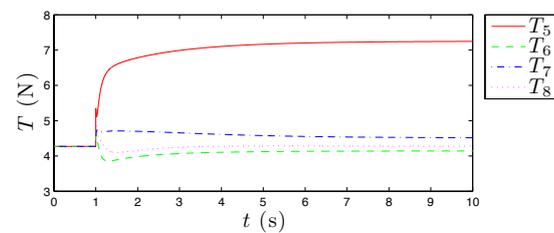
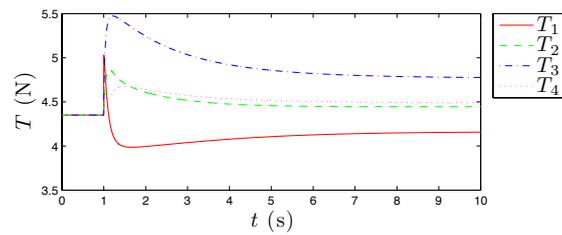
Figure 2.11 – Trajectoires de l'effecteur



(a) Pose de l'effecteur

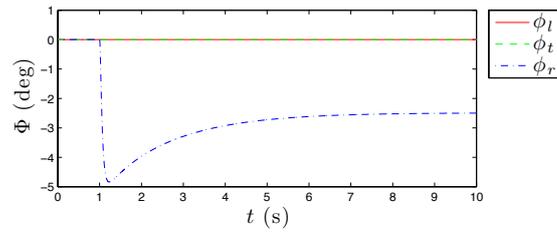
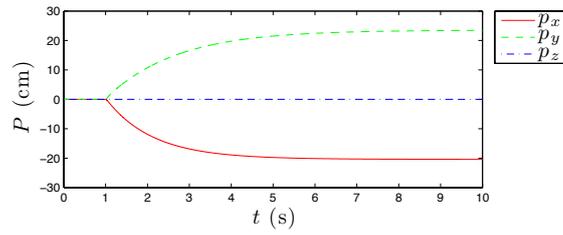


(b) Positions des moteurs

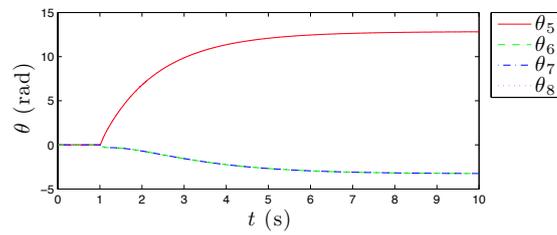
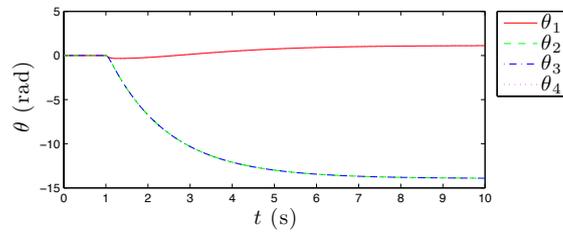


(c) Tensions des câbles

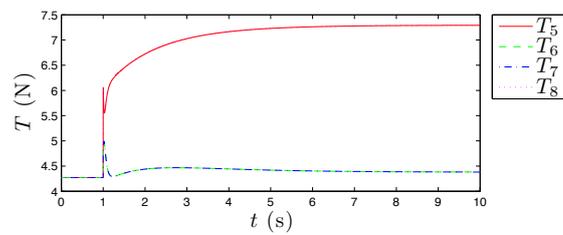
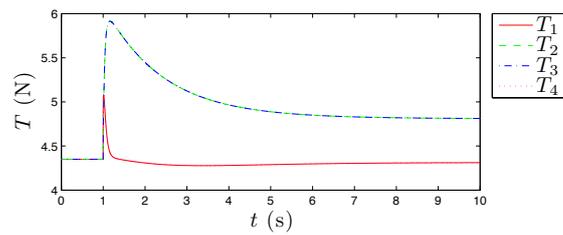
Figure 2.12 – Réponses du système - Essai 1



(a) Pose de l'effecteur

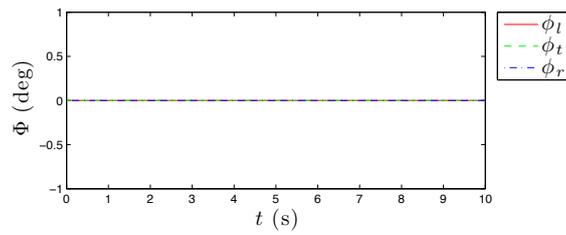
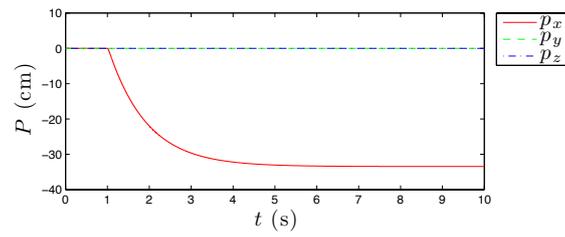


(b) Positions des moteurs

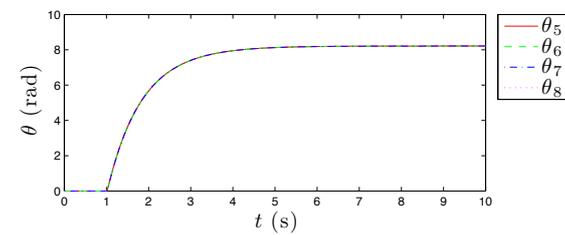
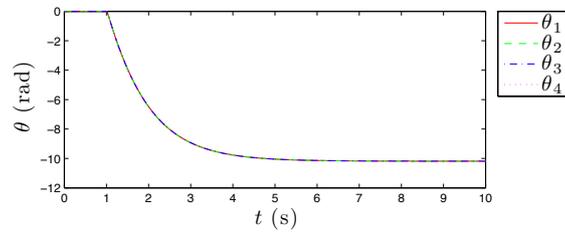


(c) Tensions des câbles

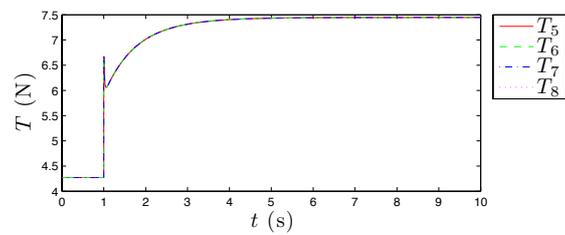
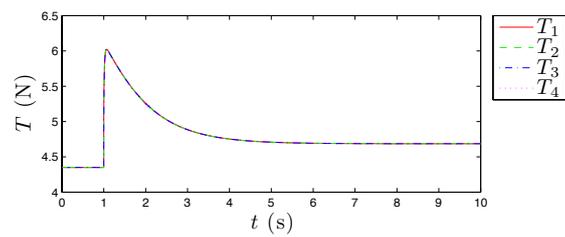
Figure 2.13 – Réponses du système - Essai 2



(a) Pose de l'effecteur

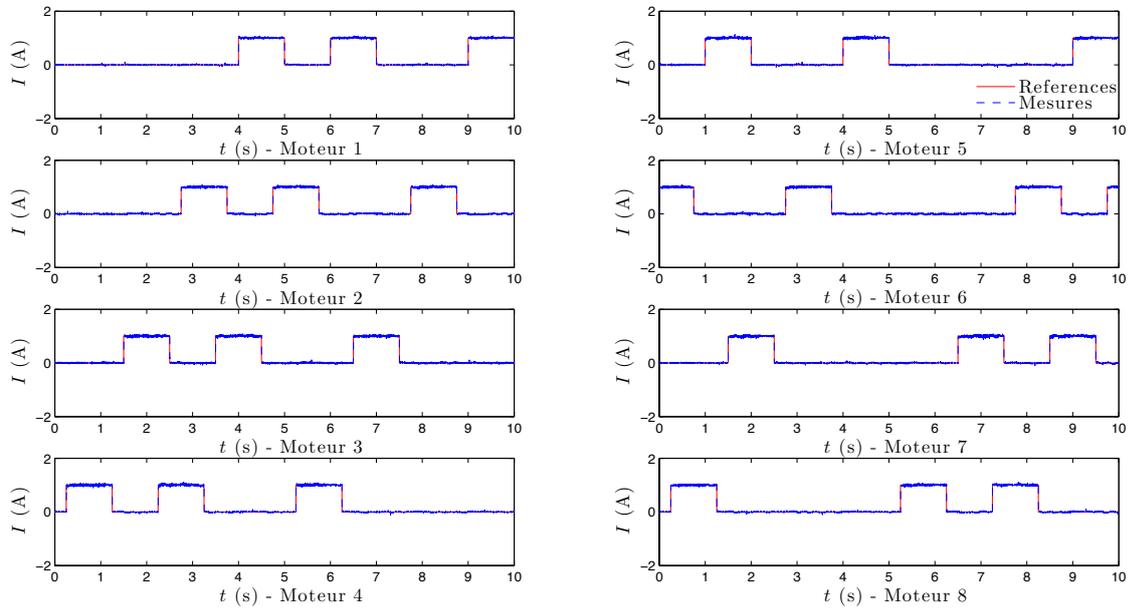


(b) Positions des moteurs

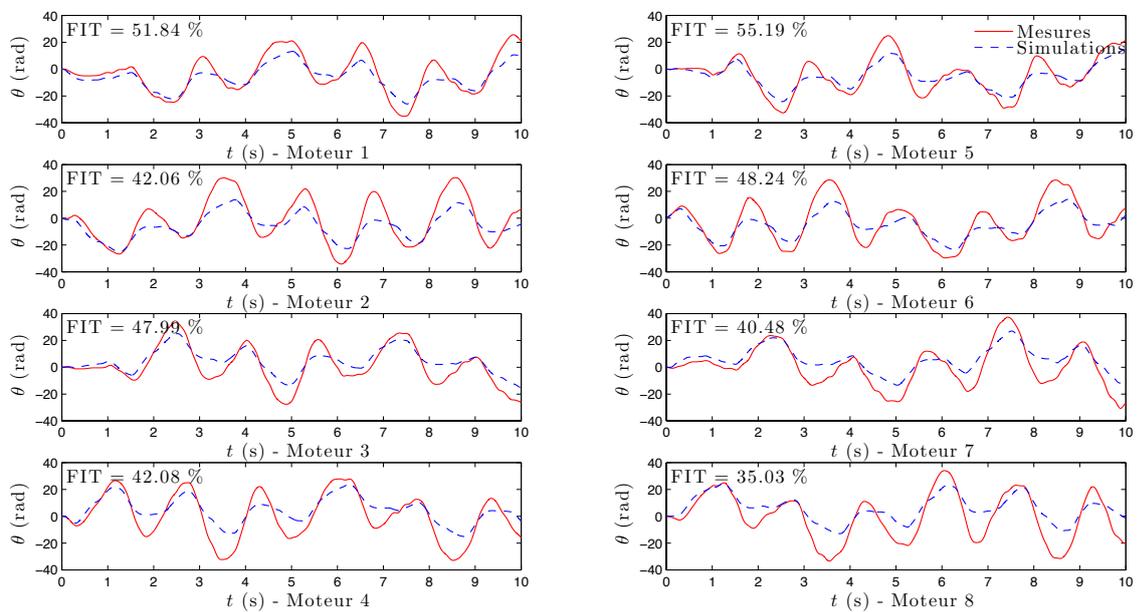


(c) Tensions des câbles

Figure 2.14 – Réponses du système - Essai 3



(a) Courants moteurs



(b) Positions des moteurs

Figure 2.15 – Précision du modèle

Identification des paramètres des RPCs à 6 ddl

3.1 Problématique d'identification

Les performances de positionnement des robots sont directement liées à la précision de leurs modèles géométriques et dynamiques, sur lesquels reposent leurs techniques de commande. Cependant, les valeurs des paramètres de ces modèles peuvent s'écarter de leurs valeurs nominales, dues à divers facteurs comme la conception, l'assemblage et le vieillissement des différents composants du système, ou encore l'influence des conditions expérimentales telles que la température et le vent.

La précision définie par l'erreur entre les mesures et les estimations issues de ces modèles, est déterminée par ses composantes déterministe et aléatoire. Généralement, l'erreur déterministe (ou systématique) est quantifiée par la valeur moyenne, alors que l'erreur aléatoire est donnée par la variance des mesures qui impacte la répétabilité. Alors qu'il est difficile de rejeter les erreurs aléatoires, les erreurs systématiques peuvent être compensées de manière efficace par des techniques d'identification, qui reviennent à identifier ou estimer les paramètres des robots à partir des mesures disponibles.

À cet effet, l'amélioration de la précision des modèles des robots parallèles à câbles est envisagée par l'identification de leurs paramètres. Dans cette étude, on distinguera les deux types de paramètres suivants :

- Les paramètres physiques : paramètres de modèles physiques ou phénoménologiques dérivés à partir des équations de la physique, ayant un sens physique tels que les paramètres géométriques et dynamiques intervenant dans le modèle physique développé pour les robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté (2.71).
- Les paramètres mathématiques : paramètres de modèles mathématiques ou comportementaux, n'ayant pas forcément de sens physique.

Il y a très peu de travaux dans la littérature sur les robots parallèles à câbles qui se sont focalisés sur ce problème d'identification. Les méthodes abordées ici pour l'identification des paramètres de ces robots, s'inspirent des méthodes d'identification des systèmes multi-variables qui ont été appliquées avec succès aux systèmes mécatroniques en général, et aux robots manipulateurs rigides en particulier.

3.2 Identification des paramètres physiques

Pour l'identification des paramètres physiques des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, on a proposé dans [Chellal 2013] une méthodologie d'identification en deux étapes pour l'estimation séquentielle des paramètres géométriques et dynamiques combinés dans les modèles physiques de ces robots :

1. Les paramètres géométriques sont d'abord estimés en utilisant le MGI, fournissant un MCI assez précis pour des approches de commande purement cinématiques.
2. Les paramètres dynamiques sont ensuite estimés en utilisant le MDD ou MDI avec les paramètres géométriques estimés, fournissant un MDI assez précis pour la synthèse de correcteurs dynamiques.

Cette méthodologie permet de rejeter les erreurs d'estimation des paramètres géométriques de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques, et utilise pour cela des mesures proprioceptives pour les positions des moteurs, et extéroceptives pour la pose de l'effecteur.

3.2.1 Identification des paramètres géométriques

Un certain nombre de travaux se sont intéressés au problème d'identification (calibration ou étalonnage) des paramètres géométriques des robots parallèles rigides. Une formulation générale du problème est établie à partir des équations reliant les paramètres géométriques à déterminer aux états du robot [Daney 2003], et pour cela un grand nombre de travaux utilisent la modélisation géométrique. Le moyen le plus simple pour déterminer les états du robot est d'utiliser les capteurs proprioceptifs, avec une possible installation de capteurs additionnels au niveau des articulations pour simplifier le MGD susceptible de déterminer certains états du robot. Cependant, cette dernière solution peut réduire la mobilité de certaines articulations ou le nombre de degrés de liberté de l'effecteur. Pour contourner ce problème, la majorité des travaux d'identification utilisent des mesures extéroceptives provenant de dispositifs tels que des caméras [Renaud 2003] ou lasers, pour reconstruire certains états du robot simplifiant la procédure d'identification.

À partir de cette formulation, l'auteur présente dans [Daney 2003] une méthode d'identification appliquée à la plate-forme de Stewart, pouvant se généraliser à tous les robots parallèles rigides sans le regard du type des mesures utilisées (proprioceptives ou extéroceptives pouvant être combinées). De manière similaire, un algorithme d'identification est introduit dans [Yu 2011] basé sur le MGI d'Identification (MGII) complétant le MGI par les erreurs de mesure articulaires, et qui utilise les mesures de l'ensemble des déplacements des actionneurs linéaires ainsi que la pose de l'effecteur provenant d'une machine à mesurer tridimensionnelle, pour déterminer les paramètres géométriques à partir d'un algorithme des moindres carrés non-linéaires.

Notre approche consiste à utiliser le MGI pour relier les paramètres géométriques à estimer aux états du robots qui seront mesurés en utilisant des capteurs proprioceptifs (codeurs optiques) pour la mesure des positions des moteurs, ainsi que des capteurs extéroceptifs (caméras) pour la mesure de la pose de l'effecteur. On définit pour cela l'erreur d'identification des paramètres géométriques α :

$$e_g(t, \alpha) = \theta(t) - \hat{\theta}(t, \alpha) \quad (3.1)$$

où θ est la mesure du vecteur des positions des moteurs, et $\hat{\theta}$ son estimation en utilisant le MGI et la mesure de la pose de l'effecteur X_e .

En considérant une série de N_e mesures échantillonnées à la période T_e , l'estimation $\hat{\alpha}$ de α peut être obtenue en minimisant le critère E_g :

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} (E_g) \quad (3.2)$$

avec le critère sous forme quadratique :

$$E_g(\alpha) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^n e_{g_{ik}}^2(\alpha) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^n (\theta_{ik} - \hat{\theta}_{ik}(\alpha))^2 \quad (3.3)$$

dans lequel les échantillons des erreurs $e_{g_{ik}} = e_{g_i}(k T_e, \alpha)$, des mesures $\theta_{ik} = \theta_i(k T_e)$ et des estimations $\hat{\theta}_{ik}(\alpha) = \hat{\theta}_i(k T_e, \alpha)$ sont associés au $i^{\text{ème}}$ moteur.

La minimisation du critère E_g (3.3) est un problème d'optimisation du type moindres carrés non-linéaires, qui peut être résolu de manière itérative en utilisant des algorithmes numériques tels que : la descente du gradient, Gauss-Newton ou plus communément Levenberg-Marquardt. Le schéma d'identification des paramètres géométriques est résumé sur la Figure 3.1.

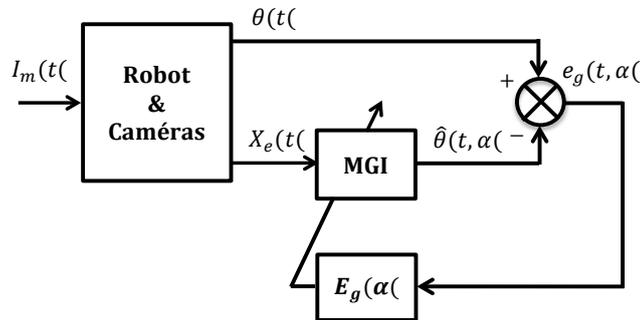


Figure 3.1 – Schéma d'identification des paramètres géométriques

3.2.2 Identification des paramètres dynamiques

L'identification des paramètres dynamiques des robots est généralement un problème complexe, dû à la dépendance non-linéaire et couplée de leurs modèles dynamiques multi-variables par rapport aux états et aux paramètres à estimer. Pour l'estimation des paramètres dynamiques, le lecteur pourra se référer à [Gauthier 2002] pour les systèmes mécatroniques en général et les robots manipulateurs rigides en particulier, qui sont également traités dans [Gauthier 2013, Janot 2014]. Une attention particulière est portée aux robots parallèles rigides dans [Poignet 2003].

Les méthodes d'identification dynamique des robots peuvent être classées en deux catégories selon le critère à minimiser. Bien que chacune de ces deux catégories nécessite la mesure des entrées et sorties du système et peuvent être implantées en boucle ouverte ou fermée, elles possèdent chacune leurs avantages et leurs inconvénients :

- **Méthode à erreur d'entrée** : en anglais Inverse Dynamic Identification Model (IDIM) identification method, est basée sur le MDI écrit sous une forme linéaire par rapport aux paramètres dynamiques β , nommé Modèle Dynamique Inverse d'Identification (MDII) et qu'on peut écrire dans le cas des robots parallèles à câbles :

$$A_v^T(\Phi_e) F_{ev} = \sum_{i=1}^{N_\beta} O_i(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \beta_i = O(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \beta \quad (3.4)$$

avec la matrice O de dimension $6 \times N_\beta$, $N_\beta = 7 + 4n$ étant le nombre de paramètres dynamiques dits standard, ayant un sens physique.

Afin d'exploiter cette méthode pour les robots parallèles à câbles, on propose une expression analytique du MDII à partir du MDI du système (2.71). Pour cela, les matrices des paramètres dynamiques de l'effecteur A_e et \tilde{B}_e , ainsi que des actionneurs J_{eq} , F_{seq} et K_{eq} sont décomposées sous forme linéaire en fonction des paramètres dynamiques standard qu'elles impliquent :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_e(\Phi_e) = M_e M_e + \sum_{i=1}^6 \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) {}^e I_{ei} \\ \tilde{B}_e(\Phi_e) = \sum_{i=1}^6 \mathbb{B}_{ei}(\Phi_e) {}^e I_{ei} \\ J_{eq} = \sum_{i=1}^8 \mathbb{I}_i j_{eqi} \\ F_{veq} = \sum_{i=1}^8 \mathbb{I}_i f_{veqi} \\ F_{seq} = \sum_{i=1}^8 \mathbb{I}_i f_{seqi} \\ K_{eq} = \sum_{i=1}^8 \mathbb{I}_i k_{eqi} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

avec les matrices \mathbb{M}_e des coefficients de la masse M_e , $(\mathbb{I}_{ei}, \mathbb{B}_{ei})$ des coefficients des composantes ${}^e I_{ei}$ de la matrice d'inertie ${}^e I_e$ arrangées dans l'ordre suivant $({}^e I_{exx}, {}^e I_{eyy}, {}^e I_{ezz}, {}^e I_{exy}, {}^e I_{eyz}, {}^e I_{exz})$, et \mathbb{I}_i des coefficients des paramètres dynamiques du $i^{\text{ème}}$ moteur s'expriment par :

$$\mathbb{M}_e = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & R_e(\Phi_e) I_i R_e^T(\Phi_e) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbb{B}_{ei}(\Phi_e) = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & \hat{w}_e(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) R_e(\Phi_e) I_i R_e^T(\Phi_e) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbb{I}_i = \text{diag}(0, \dots, 1, \dots, 0) \leftarrow i^{\text{ème}} \text{ composante} \quad (3.9)$$

dans lesquelles les matrices unitaires I_i de sélection des composantes diagonales $({}^e I_{e1}, {}^e I_{e2}, {}^e I_{e3})$ et non diagonales $({}^e I_{e4}, {}^e I_{e5}, {}^e I_{e6})$ de la matrice d'inertie ${}^e I_e$ valent :

$$I_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$I_4 = - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I_5 = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad I_6 = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Les équations (3.5) permettent alors de réécrire les termes dynamiques (2.73) sous forme linéaire en fonction des paramètres dynamiques standard :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x(X_e, \beta) = [A_v^T(\Phi_e) \mathbb{M}_e A_v(\Phi_e)] M_e \\ \quad + \sum_{i=1}^6 [A_v^T(\Phi_e) \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) A_v(\Phi_e)] {}^e I_{ei} \\ \quad + \sum_{i=1}^8 [\tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \tilde{J}(X_e)] j_{eqi} \\ C_x(X_e, \dot{X}_e, \beta) = [A_v^T(\Phi_e) \mathbb{M}_e \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e)] M_e \\ \quad + \sum_{i=1}^6 [A_v^T(\Phi_e) \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \\ \quad + A_v^T(\Phi_e) \mathbb{B}_{ei}(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) A_v(\Phi_e)] {}^e I_{ei} \\ \quad + \sum_{i=1}^8 [\tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \dot{\tilde{J}}(X_e, \dot{X}_e)] j_{eqi} \\ F_x(X_e, \dot{X}_e, \beta) = \sum_{i=1}^8 [\tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \tilde{J}(X_e) \dot{X}_e] f_{veqi} \\ \quad + \sum_{i=1}^8 [\tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \text{sign}(\tilde{J}(X_e) \dot{X}_e)] f_{seqi} \\ K_x(X_e, \beta) = \sum_{i=1}^8 [\tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i R_{pm}^{-1} f(X_e)] k_{eqi} \\ G_x = g [-u_g^T \quad \mathbb{O}_{3 \times 1}^T]^T M_e \end{array} \right. \quad (3.12)$$

En reportant les expressions résultantes des termes dynamiques (3.12) dans le MDI du système (2.71), on obtient par identification les colonnes O_i de la matrice O permettant d'estimer les $N_\beta = 7 + 4n$ paramètres dynamiques standard :

$$\left\{ \begin{array}{l} O_1(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{i=2, \dots, 7}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{i=8, \dots, 7+n}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{i=8+n, \dots, 7+2n}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{i=8+2n, \dots, 7+3n}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{i=8+4n, \dots, 7+4n}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \end{array} \right. = \begin{array}{l} A_v^T(\Phi_e) \mathbb{M}_e A_v(\Phi_e) \ddot{X}_e \\ + A_v^T(\Phi_e) \mathbb{M}_e \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \dot{X}_e \\ + g [-u_g^T \quad \mathbb{O}_{3 \times 1}^T]^T \\ A_v^T(\Phi_e) \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) A_v(\Phi_e) \ddot{X}_e \\ [A_v^T(\Phi_e) \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \\ + A_v^T(\Phi_e) \mathbb{B}_{ei}(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) A_v(\Phi_e)] \dot{X}_e \\ \tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \tilde{J}(X_e) \ddot{X}_e \\ + \tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \dot{\tilde{J}}(X_e, \dot{X}_e) \dot{X}_e \\ \tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \tilde{J}(X_e) \dot{X}_e \\ \tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i \text{sign}(\tilde{J}(X_e) \dot{X}_e) \\ \tilde{J}^T(X_e) \mathbb{I}_i R_{pm}^{-1} f(X_e) \end{array} \quad (3.13)$$

alors que dans le cas où les actionneurs sont considérés comme étant identiques, les colonnes réduites O_i permettant d'estimer les $N_\beta = 11$ paramètres dynamiques standard se simplifient à :

$$\left\{ \begin{array}{l} O_1(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{i=2, \dots, 7}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_8(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_9(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{10}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \\ O_{11}(X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e) \end{array} \right. = \begin{array}{l} A_v^T(\Phi_e) \mathbb{M}_e A_v(\Phi_e) \ddot{X}_e \\ + A_v^T(\Phi_e) \mathbb{M}_e \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \dot{X}_e \\ + g [-u_g^T \quad \mathbb{O}_{3 \times 1}^T]^T \\ A_v^T(\Phi_e) \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) A_v(\Phi_e) \ddot{X}_e \\ [A_v^T(\Phi_e) \mathbb{I}_{ei}(\Phi_e) \dot{A}_v(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) \\ + A_v^T(\Phi_e) \mathbb{B}_{ei}(\Phi_e, \dot{\Phi}_e) A_v(\Phi_e)] \dot{X}_e \\ \tilde{J}^T(X_e) \tilde{J}(X_e) \ddot{X}_e \\ + \tilde{J}^T(X_e) \dot{\tilde{J}}(X_e, \dot{X}_e) \dot{X}_e \\ \tilde{J}^T(X_e) \tilde{J}(X_e) \dot{X}_e \\ \tilde{J}^T(X_e) \text{sign}(\tilde{J}(X_e) \dot{X}_e) \\ \tilde{J}^T(X_e) R_{pm}^{-1} f(X_e) \end{array} \quad (3.14)$$

En supposant les paramètres géométriques $\hat{\alpha}$ connus, on définit l'erreur d'identification d'entrée des paramètres dynamiques β , comme l'écart entre l'entrée mesurée et estimée pour les mêmes trajectoires de la sortie :

$$e_d(t, \hat{\alpha}, \beta) = F_{ev}(t) - \widehat{F_{ev}}(t, \hat{\alpha}, \beta) \quad (3.15)$$

où F_{ev} est la mesure des efforts virtuels exercés sur l'effecteur à partir des mesures du vecteur des courants moteurs I_m et de la pose de l'effecteur X_e , et $\widehat{F_{ev}}$ leur estimée en utilisant le MDII et les mesures de la pose X_e , vitesse \dot{X}_e et accélération \ddot{X}_e de l'effecteur.

En considérant une série de N_e mesures échantillonnées à la période T_e , l'estima-

tion $\widehat{\beta}$ de β peut être obtenue en minimisant le critère E_d :

$$\widehat{\beta} = \arg \min_{\beta} (E_d) \quad (3.16)$$

avec le critère sous forme quadratique :

$$E_d(\widehat{\alpha}, \beta) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^6 e_{dik}^2(\widehat{\alpha}, \beta) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^6 (F_{evik} - \widehat{F}_{evik}(\widehat{\alpha}, \beta))^2 \quad (3.17)$$

dans lequel les échantillons des erreurs $e_{dik} = e_{di}(k T_e, \widehat{\alpha}, \beta)$, des mesures $F_{evik} = F_{evi}(k T_e, \widehat{\alpha}, \beta)$ et des estimations $\widehat{F}_{evik}(\widehat{\alpha}, \beta) = \widehat{F}_{evi}(k T_e, \widehat{\alpha}, \beta)$ sont associés à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée opérationnelle de l'effecteur.

La minimisation du critère E_d (3.17) est un problème d'optimisation du type moindres carrés linéaires, qui peut être résolu de manière non-itérative par des outils de régression linéaire multi-variable. Le schéma d'identification par erreur d'entrée des paramètres dynamiques est résumé sur la Figure 3.2.

En effet, en tenant compte du MDII du système (3.4), le critère quadratique (3.17) devient :

$$E_d(\widehat{\alpha}, \beta) = (U - \widehat{U})^T (U - \widehat{U})^T = (U - O_{obs} \beta)^T (U - O_{obs} \beta)^T \quad (3.18)$$

tel que le vecteur des mesures U de dimension $6 N_e \times 1$, contenant les échantillons de l'entrée mesurée $F_{ev}(t)$ est donné par :

$$U = \begin{bmatrix} F_{ev1} \\ \vdots \\ F_{evN_e} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

ainsi que la matrice des observations O_{obs} de dimension $6 N_e \times N_{\beta}$, dont la $i^{\text{ème}}$ colonne s'exprime par :

$$O_{obsi} = \begin{bmatrix} A_v^{-T}(\Phi_{e_1}) O_i(X_{e_1}, \dot{X}_{e_1}, \ddot{X}_{e_1}) \\ \vdots \\ A_v^{-T}(\Phi_{e_{N_e}}) O_i(X_{e_{N_e}}, \dot{X}_{e_{N_e}}, \ddot{X}_{e_{N_e}}) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

l'estimation $\widehat{\beta}$ est alors approchée par la solution des moindres carrés ordinaires :

$$\widehat{\beta} = O_{obs}^+ U \quad (3.21)$$

où la matrice O_{obs}^+ est la pseudo-inverse (ou inverse à gauche) de O_{obs} :

$$O_{obs}^+ = (O_{obs}^T O_{obs})^{-1} O_{obs}^T \quad (3.22)$$

La méthode à erreur d'entrée présente plusieurs avantages intéressants :

- l'estimation \widehat{F}_{ev} est calculée en utilisant le MDI, sous la forme d'équations algébriques en fonction de la pose de l'effecteur X_e et ses dérivées (vitesse \dot{X}_e et accélération \ddot{X}_e), sans nécessiter d'intégration d'équations différentielles, ce qui représente un gain considérable du temps de calcul.
- l'estimation $\widehat{\beta}$ est obtenue de manière non-itérative en un seul coup, permettant d'appliquer la méthode hors-ligne avec un temps de calcul satisfaisant, de l'ordre du calcul d'une pseudo-inverse.
- l'estimation $\widehat{\beta}$ ne nécessite pas d'initialisation des paramètres dynamiques β , ni des états du robot ($X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e$).

Ces avantages sont obtenus au prix de certains inconvénients qui résident dans :

- la possibilité d'écrire le MDI sous forme linéaire en fonction des paramètres dynamiques.
- la nécessité d'estimer les dérivées (\dot{X}_e, \ddot{X}_e) pour le calcul de la matrice O , par filtrage hors-ligne passe-bande de la mesure de la pose de l'effecteur X_e .
- la possibilité d'une non-unicité de la solution des moindres carrés qui dépend du rang de la matrice des observations O_{obs} . En effet, une perte de rang structurelle de O_{obs} due à la structure même du modèle, indépendamment des trajectoires de l'effecteur ($X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e$) risque de remettre en cause l'identifiabilité des paramètres dynamiques standard. Ce problème peut être évité en calculant un jeu minimal de paramètres identifiables appelés paramètres dynamiques de base (paramètres non-redondants permettant de générer un modèle dynamique de complexité réduite), obtenus en éliminant les paramètres dynamiques standard qui n'ont pas d'effet sur le modèle dynamique et en regroupant certains autres sous forme de combinaisons linéaires [Mayeda 1988, Mayeda 1990].

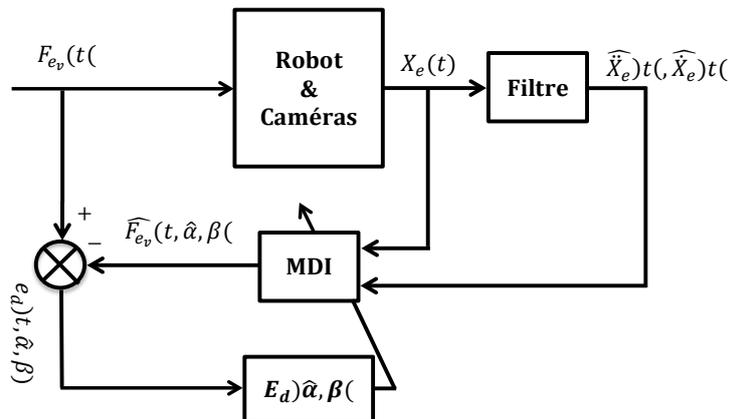


Figure 3.2 – Schéma d'identification à erreur d'entrée des paramètres dynamiques

- **Méthode à erreur de sortie** : en anglais Output Error (OE) identification method, est basée sur le MDD obtenu par inversion du MDI et qu'on peut écrire dans le cas des robots parallèles à câbles en utilisant la notation compacte du MDI (2.104) :

$$\ddot{X}_e = M_x^{-1}(X_e) [-N_x(X_e, \dot{X}_e) + A_v^T(\Phi_e) F_{ev}] \quad (3.23)$$

En supposant les paramètres géométriques $\hat{\alpha}$ connus, on définit l'erreur d'identification de sortie des paramètres dynamiques β , comme l'écart entre la sortie mesurée et estimée pour les mêmes excitations d'entrée, dans l'espace opérationnel ou articulaire :

$$e_d(t, \hat{\alpha}, \beta) = \begin{cases} X_e(t) - \widehat{X}_e(t, \hat{\alpha}, \beta) \\ \theta(t) - \widehat{\theta}(t, \hat{\alpha}, \beta) \end{cases} \quad (3.24)$$

où X_e est la mesure de la pose de l'effecteur dont l'estimation \widehat{X}_e est obtenue en utilisant le MDD et la mesure des efforts virtuels exercés sur l'effecteur F_{ev} (à travers les mesures du vecteur des courants moteurs I_m et de la pose de l'effecteur X_e), et θ est la mesure du vecteur des positions des moteurs dont l'estimation $\widehat{\theta}$ est obtenue en utilisant le MDD et la mesure du vecteur des courants moteurs I_m suivi du MGI.

En considérant une série de N_e mesures échantillonnées à la période T_e , l'estimation $\widehat{\beta}$ de β peut être obtenue en minimisant le critère E_d :

$$\widehat{\beta} = \arg \min_{\beta} (E_d) \quad (3.25)$$

avec le critère sous forme quadratique dans l'espace opérationnel ou articulaire :

$$E_d(\hat{\alpha}, \beta) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^6 e_{dik}^2(\hat{\alpha}, \beta) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^6 (X_{eik} - \widehat{X}_{eik}(\hat{\alpha}, \beta))^2 \\ \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{i=1}^8 (\theta_{ik} - \widehat{\theta}_{ik}(\hat{\alpha}, \beta))^2 \end{cases} \quad (3.26)$$

dans lequel les échantillons des erreurs $e_{dik} = e_{di}(k T_e, \hat{\alpha}, \beta)$, des mesures $X_{eik} = X_{ei}(k T_e, \hat{\alpha}, \beta)$ et $\theta_{ik} = \theta_i(k T_e, \hat{\alpha}, \beta)$, et des estimations $\widehat{X}_{eik}(\hat{\alpha}, \beta) = \widehat{X}_{ei}(k T_e, \hat{\alpha}, \beta)$ et $\widehat{\theta}_{ik}(\hat{\alpha}, \beta) = \widehat{\theta}_i(k T_e, \hat{\alpha}, \beta)$ sont associés à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée opérationnelle de l'effecteur ou au $i^{\text{ème}}$ actionneur selon le cas considéré.

La minimisation du critère E_d (3.26) est un problème d'optimisation du type moindres carrés non-linéaires, qui peut être résolu de manière itérative en utilisant les algorithmes numériques cités précédemment : la descente de gradient, Gauss-Newton ou plus communément Levenberg-Marquardt. Le schéma d'identi-

fication à erreur de sortie des paramètres dynamiques est résumé sur la Figure 3.3.

La méthode à erreur de sortie est choisie pour être plus réaliste vu que les erreurs sont principalement sur les signaux de mesure des sorties, et conduit donc à un modèle plus précis pour la synthèse de correcteurs. Cependant, cette méthode possède certains inconvénients qui compliquent son utilisation :

- les estimations \widehat{X}_e et $\widehat{\theta}$ calculées en utilisant le MDD, nécessitent l'intégration d'équations différentielles sur un long horizon de temps, ce qui demande un temps de calcul important.
- l'estimation $\widehat{\beta}$ obtenue de manière itérative peut nécessiter un temps de calcul important.
- l'estimation $\widehat{\beta}$ nécessite l'initialisation des paramètres dynamiques β et des états du robot ($X_e, \dot{X}_e, \ddot{X}_e$). De plus, ce problème d'optimisation non-linéaire conduit souvent un problème non convexe avec de possibles minima locaux multiples, qui est donc sensible à l'initialisation des paramètres. Pour cela, une méthodologie permet de renforcer la convergence des algorithmes d'identification à erreur de sortie, en abordant l'algorithme de Gauss-Newton [Tohme 2007].

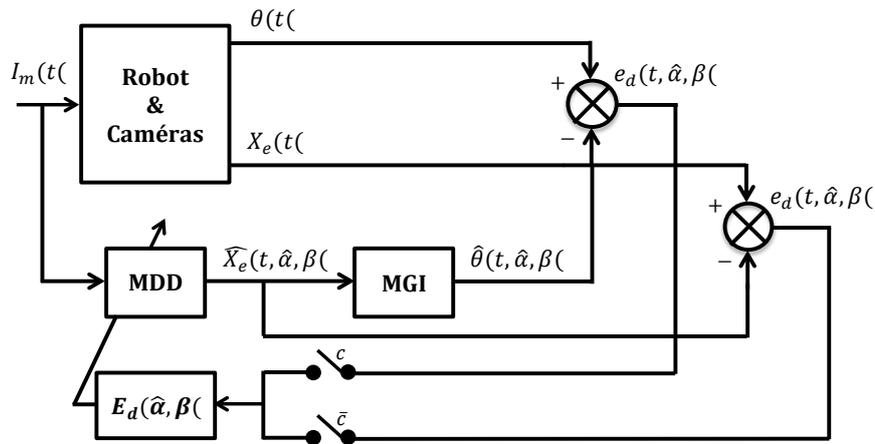


Figure 3.3 – Schéma d'identification à erreur de sortie des paramètres dynamiques

3.3 Identification des paramètres mathématiques

Le modèle dynamique du système linéarisé (2.88) destiné à la synthèse de correcteurs cumule les erreurs d'identification et de linéarisation. Afin d'éviter ce cumul d'erreurs, on procède à l'identification d'un modèle mathématique ou comportemental linéaire, dont la forme générale est déduite à partir de la forme linéarisée du modèle physique développé pour tenter de reproduire tous les phénomènes de celui-ci.

Ce modèle mathématique s'écrit donc autour du point de fonctionnement considéré $X_c = (X_{e_c}, \dot{X}_{e_c}, \ddot{X}_{e_c})$:

$$\widehat{M}_c \delta \ddot{X}_e + \widehat{Q}_c \delta \dot{X}_e + \widehat{K}_c \delta X_e = A_v^T(\Phi_{e_c}) \delta F_{e_v} \quad (3.27)$$

Il est également possible d'appliquer les méthodes d'identification des paramètres dynamiques abordées précédemment, pour estimer les paramètres mathématiques représentant les $3 \times 36 = 108$ coefficients des matrices dynamiques \widehat{M}_c , \widehat{Q}_c et \widehat{K}_c du modèle mathématique (3.27). Des contraintes supplémentaires reliant ces paramètres pour traduire les propriétés du modèle dynamique [Khalil 1999] devraient alors être considérées, telles que la symétrie de la matrice d'inertie. Cependant, il est possible d'éviter de synthétiser ces méthodes pour ce nombre abondant de paramètres, en utilisant des méthodes d'identification des systèmes multi-variables linéaires.

3.3.1 État de l'art sur l'identification des systèmes multiva-riables linéaires

Généralement, le problème d'identification des systèmes MIMO linéaires est abordé en appliquant des méthodes MISO à chacune des sorties de ces systèmes. Malheureusement, une telle approche ne garantit pas la minimalité des modèles estimés, qui de plus risquent de ne pas reproduire toutes les caractéristiques intrinsèques des systèmes identifiés. Des méthodes existantes telles que celles basées sur l'erreur de prédiction [Ljung 1999] (en anglais Prediction Error Methods (PEM)), ou sur l'erreur de sortie [Barraud 1977] ont alors été étendues aux systèmes multi-variables.

Toutefois, ces méthodes classiques identifient une représentation d'état complètement paramétrée sous une forme canonique ou non, ce qui nécessiterait une paramétrisation explicite des modèles identifiés. Les méthodes des sous-espaces (en anglais Subspace-based State-Space System IDentification (4SID)) sont alors apparues pour permettre d'identifier une représentation d'état directement à partir des mesures des entrées-sorties des systèmes, évitant une paramétrisation préalable de leurs modèles. Les fondements théoriques communs aux méthodes des sous-espaces sont présentés dans [Overschee 1996, Bastogne 1998b, Katayama 2005]. Des exemples d'application de ces méthodes pour un échangeur de chaleur et un système d'enroulement de bande sous traction sont étudiés dans [Bastogne 1998a], où les résultats sont ensuite comparés avec ceux obtenus par des algorithmes de la méthode classique PEM.

Au meilleur de nos connaissances, les méthodes des sous-espaces n'ont pas encore été appliquées dans le cadre de l'identification de la dynamique des robots. L'idée ici est d'exploiter ces méthodes pour l'identification de modèles dynamiques linéarisés des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. Si l'ordre des représentations d'état identifiées par ces méthodes est égal à 12, correspondant à l'ordre de la représentation d'état choisie (2.102), alors les matrices dynamiques \widehat{M}_c , \widehat{Q}_c et \widehat{K}_c du modèle linéaire (3.27) pourront être déduites à partir des matrices d'état identifiées

par des relations du type (2.117) et (2.118). Sinon, une réduction d'ordre devrait être envisagée avant de pouvoir évaluer ces relations.

3.3.2 Présentation générale des méthodes des sous-espaces

Les méthodes des sous-espaces consistent à estimer les matrices d'état A_d , d'entrée B_d , de sortie C_d , de couplage direct d'entrée-sortie D_d et du gain de Kalman K_d de la représentation d'état stochastique linéaire à temps discret (3.28), directement à partir des mesures des entrées-sorties du système (u_k, y_k) :

$$\begin{cases} x_{k+1} &= A_d x_k + B_d u_k + K_d e_k \\ y_k &= C_d x_k + D_d u_k \end{cases} \quad (3.28)$$

avec les vecteurs discrets à l'instant k d'état $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$, d'entrée $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$, de sortie $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$, et d'erreur d'innovation $e_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ considérée comme un bruit blanc gaussien.

Les méthodes des sous-espaces sont basées sur le système d'équations algébriques (3.29), obtenu par empilement de la représentation d'état (3.28) pour un ensemble de N instants d'échantillonnage :

$$Y_i = \Gamma_i X + H_d U_i + H_s E_i \quad (3.29)$$

où $Y_i \in \mathbb{R}^{i n_y \times j}$, $U_i \in \mathbb{R}^{i n_u \times j}$ et $E_i \in \mathbb{R}^{i n_y \times j}$ sont des matrices de Hankel ($N = i + j - 2$ et $j \gg i > n_x$) contenant respectivement les échantillons des sorties, des entrées et du bruit, et X est la matrice des séquences d'état contenant les vecteurs d'état sur l'horizon des échantillons $k = 0, \dots, j - 1$:

$$Y_i = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{i-1} & y_i & \cdots & y_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$U_i = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & \cdots & u_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$E_i = \begin{bmatrix} e_0 & e_1 & \cdots & e_{j-1} \\ e_1 & e_2 & \cdots & e_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{i-1} & e_i & \cdots & e_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$X = [x_0 \quad x_1 \quad \cdots \quad x_{j-1}] \quad (3.33)$$

Γ_i est la matrice d'observabilité étendue du système avec un nombre de blocs lignes

supérieur à l'ordre du système ($i > n_x$) :

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} A_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{i-1} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

et $H_d \in \mathbb{R}^{i n_y \times i n_u}$ et $H_s \in \mathbb{R}^{i n_y \times i n_y}$ sont des matrices triangulaires inférieures de Toeplitz contenant respectivement les paramètres de Markov des parties déterministe et stochastique du système :

$$H_d = \begin{bmatrix} D & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \cdots & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} \\ C B & D & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \cdots & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} \\ C A B & C B & D & \cdots & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C A^{i-2} B & C A^{i-3} B & C A^{i-4} B & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$H_s = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{n_y \times n_y} & \mathbb{O}_{n_y \times n_y} & \mathbb{O}_{n_y \times n_y} & \cdots & \mathbb{O}_{n_y \times n_y} \\ C K & \mathbb{I}_{n_y \times n_y} & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \cdots & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} \\ C A K & C K & \mathbb{I}_{n_y \times n_y} & \cdots & \mathbb{O}_{n_y \times n_y} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C A^{i-2} K & C A^{i-3} K & C A^{i-4} K & \cdots & \mathbb{I}_{n_y \times n_y} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Les méthodes des sous-espaces aboutissent à l'estimation des matrices d'état en suivant un processus d'estimation en 4 étapes :

1. Construction des matrices de Hankel (U_i, Y_i).
2. Estimation de la matrice d'observabilité étendue $\widehat{\Gamma}_i$ à l'aide d'outils mathématiques robustes de l'algèbre linéaire numérique, ou plus précisément par les décompositions SVD et QR du terme $\Gamma_i X$ de (3.29) approché à partir des mesures des entrées-sorties du système.
3. Estimation de l'ordre de la représentation d'état estimée \widehat{n}_x .
4. Estimation des matrices d'état ($\widehat{A}_d, \widehat{B}_d, \widehat{C}_d, \widehat{D}_d, \widehat{K}_d$) par les moindres carrés.

Plusieurs algorithmes implémentent les méthodes des sous-espaces. Les principaux algorithmes sont : N4SID (Numérique Subspace-based State Space System Identification) [Overschee 1994], CVA (Canonical Variate Analysis) [Larimore 1990] et MOESP (MIMO Output-Error State sPace model identification) [Verhaegen 1994]. Chacun de ces algorithmes apporte ses propres particularités lors de la dernière étape du processus d'estimation :

- l'algorithme MOESP extrait les matrices d'état en 2 phases : les matrices ($\widehat{A}_d, \widehat{C}_d$) sont d'abord estimées en utilisant la propriété d'A-invariance de la matrice d'observabilité étendue $\widehat{\Gamma}_i$, les matrices ($\widehat{B}_d, \widehat{D}_d, \widehat{K}_d$) sont ensuite estimées par une régression linéaire multi-variable résolue par les moindres carrés.

- les algorithmes N4SID et CVA rajoutent une étape d'estimation de la matrice des séquences des états \widehat{X} permettant d'estimer les matrices d'état $(\widehat{A}_d, \widehat{B}_d, \widehat{C}_d, \widehat{D}_d, \widehat{K}_d)$ en une seule phase à l'aide d'un problème de minimisation quadratique résolu par les moindres carrés.

Un avantage intéressant des méthodes des sous-espaces est le faible nombre des paramètres de synthèse qui sont : le nombre de lignes des matrices de Hankel (ou indice passé/futur) i , le nombre de colonnes des matrices de Hankel j , ainsi que l'ordre de la représentation d'état estimée \widehat{n}_x . La majorité des algorithmes proposent des procédures de sélection automatique pour l'indice i , l'indice j étant alors déduit du nombre d'échantillons $N = i + j - 2$, le nombre de paramètres de synthèse se réduit donc au seul paramètre \widehat{n}_x . On mentionne le solveur pour les méthodes des sous-espaces implémenté dans la boîte à outils System Identification Toolbox de Matlab, qui sera utilisé à travers la fonction `n4sid`.

3.4 Résultats d'identification des paramètres du robot INCA 6D

3.4.1 Identification des paramètres physiques du robot INCA 6D

La méthodologie proposée pour l'identification des paramètres physiques des robots parallèles à câbles a été mise en œuvre pour le robot INCA 6D.

La performance de la méthode d'identification est évaluée par le FIT (Sous-Section 2.7.4) sur les mesures et les estimations par les modèles identifiés des signaux de sorties considérés, pour les trajectoires d'excitations en entrées qui sont discutées.

3.4.1.1 Identification des paramètres géométriques

Données expérimentales Pour la phase d'identification, une série de 8 essais permettent de recueillir des situations statiques du robot (moteurs et effecteur) réparties le long de l'espace de travail. Chaque essai consiste à déplacer l'effecteur dans la direction d'un des huit moteurs à partir d'une situation initiale, en lui appliquant un échelon de courant de référence d'amplitude 1 A, alors que les autres moteurs sont commandés à un courant de 0 A. Les positions des moteurs ainsi que la pose de l'effecteur sont acquises en régime permanent.

Pour la phase de validation croisée, les moteurs sont excités par des courants de références représentés par les signaux de type SBPA de la Figure 2.15(a), qui permettent une validation sur des trajectoires dynamiques du robot.

Paramètres géométriques estimés Le schème d'identification présenté dans la Sous-Section 3.2.1 et résumé sur la Figure 3.1 a été implémenté en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour minimiser le critère quadratique (3.3). L'estimation du vecteur des paramètres géométriques $\alpha = [L_x \ L_y \ L_z \ l \ \theta_{xy} \ \theta_{xz} \ r_{pm}]^T$

du robot INCA 6D a été effectuée en initialisant les paramètres à partir des valeurs issues du constructeur résumées dans le Tableau 2.1. Les paramètres a et r_{pe} ont été maintenus à leurs valeurs initiales, puisqu'ils n'interviennent pas dans le MGI.

L'estimation $\hat{\alpha}$ des paramètres géométriques est donnée dans le Tableau 3.1. La comparaison entre les positions des moteurs mesurées et estimées est montrée sur la Figure 3.4(a) pour les situations statiques d'identification, ainsi que sur la Figure 3.4(b) pour la trajectoire de validation croisée. La colonne 1 du Tableau 3.2 donne les valeurs des FITs obtenus sur les positions des moteurs pour les situations statiques d'identification, alors que la colonne 3 donne les FITs pour la trajectoire de validation croisée. On peut remarquer que le modèle avec les paramètres géométriques estimés reproduit fidèlement les mesures des positions des moteurs.

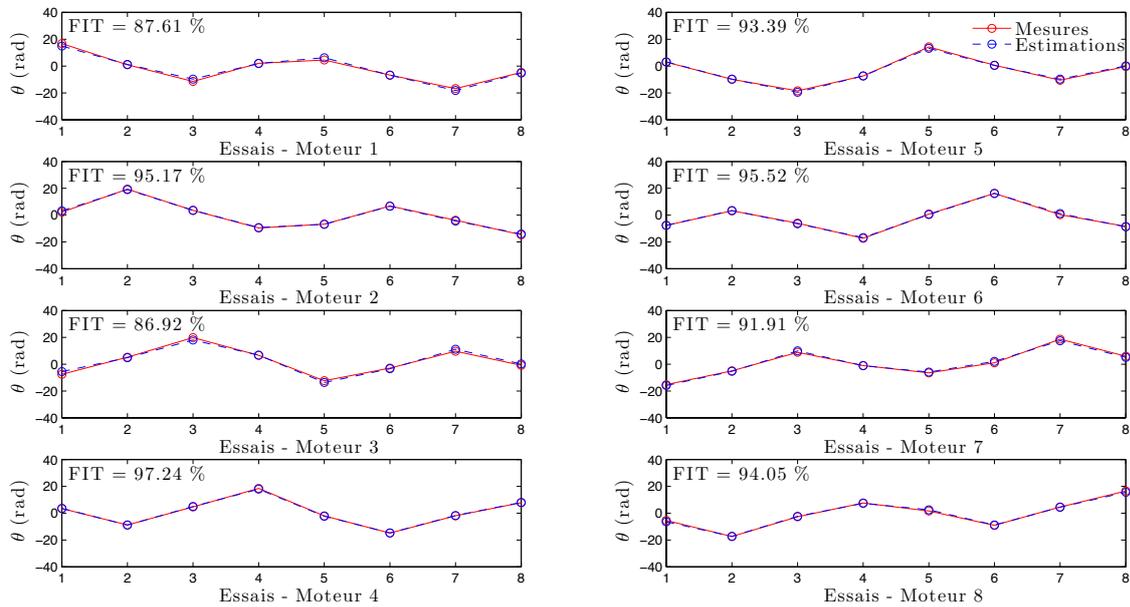
L'erreur sur les positions des moteurs est centrée (inférieure à 0.4 deg, et donc à moins de 1 mm en longueur de câble) avec un écart type de 45 deg correspondant à 13.7 mm en longueur de câble. L'écart type relatif correspondant de l'erreur d'estimation des paramètres géométriques est donnée sur la colonne 3 du Tableau 3.1.

Paramètres géométriques	Valeurs initiales	Valeurs estimées	Écart type (%)
L_x (m)	2.53	2.50	6.8
L_y (m)	2.8	2.75	7.0
L_z (m)	3	3.05	5.4
a (mm)	41	41*	/
l (mm)	153	137.7	18.7
θ_{xy} (deg)	70	63	0.6
θ_{xz} (deg)	24	21.5	0.3
r_{pe} (mm)	6	6*	/
r_{pm} (mm)	17.5	17.5	1.0

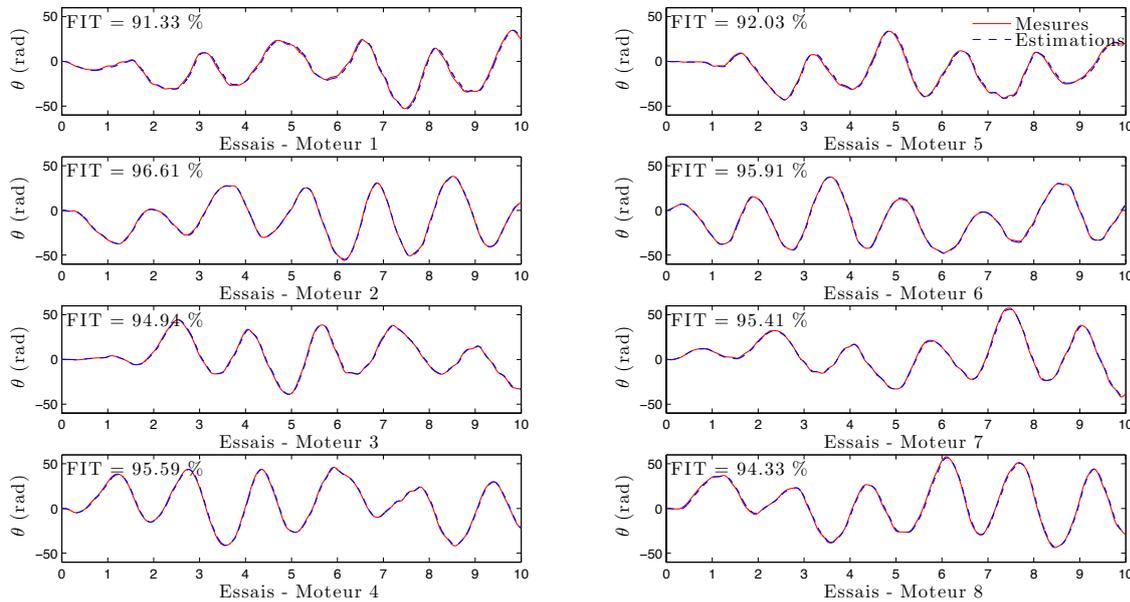
Tableau 3.1 – Valeurs initiales et estimées des paramètres géométriques du robot INCA 6D (* : paramètres qui n'interviennent pas dans le MGI)

Moteurs	Ident	Val
Moteur 1	87.61	91.33
Moteur 2	95.17	96.61
Moteur 3	86.92	94.94
Moteur 4	97.24	95.59
Moteur 5	93.39	92.03
Moteur 6	95.52	95.91
Moteur 7	91.91	95.41
Moteur 8	94.05	94.33
Moyenne	92.73	94.52

Tableau 3.2 – Valeurs des FITs obtenus sur les positions des moteurs pour les phases d'identification et de validation croisée de l'étape d'identification des paramètres géométriques



(a) Phase d'identification



(b) Phase de validation croisée

Figure 3.4 – Positions des moteurs mesurées et estimées de l'étape d'estimation des paramètres géométriques

3.4.1.2 Identification des paramètres dynamiques

Données expérimentales Le choix des trajectoires d'excitation est un point important pour la procédure d'identification dynamique. Effectivement, en plus du fait que le modèle identifié doit être structurellement identifiable, la trajectoire d'excitation doit être assez riche pour contenir des dynamiques à la fois lentes (pour l'estimation des frottements et la raideur) et rapides (pour l'estimation l'inertie).

En particulier, pour les robots parallèles à câbles, les trajectoires d'excitation doivent aussi être assez larges pour éviter un comportement mou des câbles en les maintenant à des tensions assez positives, et suffisamment lentes pour ne pas exciter les modes vibratoires des câbles très légers.

Les courants moteurs de références ont été choisis comme des signaux découplés de type SBPA. Pour la trajectoire d'identification sur la Figure 3.5(a) durant l'intervalle de temps $[0, 5]$ s, les niveaux bas $I_b = 0$ A et haut $I_h = 1$ A ont été ajustés pour respecter les contraintes des tensions des câbles. La borne supérieure de la bande de fréquences $[0, f_{\max}]$ du spectre de la trajectoire d'identification a été sélectionnée à $f_{\max} = 1$ Hz pour s'affranchir des problèmes de vibrations des câbles.

La phase de validation croisée est évaluée avec différentes trajectoires de type SBPA dont les paramètres sont décrits dans le Tableau 3.4, apportant des données additionnelles non utilisées lors de la phase d'identification. Ces trajectoires sont obtenues en prolongeant la trajectoire d'identification durant l'intervalle de temps $[5, 10]$ s (trajectoire Val(a) sur la Figure 3.5(a)), et en variant : soit la fréquence f_{\max} (trajectoire Val(b) sur la Figure 3.6(a)), soit les niveaux de courants I_b et I_h (trajectoire Val(c) sur la Figure 3.7(a)), ou encore ces deux types de paramètres à la fois (trajectoire Val(d) sur la Figure 3.8(a)). Les trajectoires de validation croisée Val(e) sur la Figure 3.9(a) et Val(f) sur la Figure 3.10(a), de fréquence maximale f_{\max} beaucoup plus élevée permettent d'évaluer les effets des vibrations non-négligeables des câbles qui ont été observées durant ces expérimentations.

Afin de réduire l'influence des bruits de mesure des capteurs de courant sur le problème d'identification, les courants moteurs mesurés sont estimés à partir des références des courants moteurs en utilisant la fonction de transfert 2.121.

Paramètres dynamiques estimés Le schéma d'identification présenté dans la Sous-Section 3.2.2 et résumé sur la Figure 3.3 (avec le sélecteur $c = 1$) a été implémenté en utilisant également l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour minimiser le critère quadratique (3.26) dans l'espace articulaire. L'estimation du vecteur des paramètres dynamiques $\beta = [M_e \ ^eI_{e_{xx}} \ ^eI_{e_{yy}} \ ^eI_{e_{zz}} \ j_{eq} \ f_{veq} \ f_{seq} \ k_r]^T$ du robot INCA6D a été effectuée en initialisant les paramètres à partir des valeurs issues du constructeur résumées dans le Tableau 2.1. Pour des raisons de symétrie de l'effecteur, les composantes non-diagonales de la matrice d'inertie exprimée dans \mathcal{R}_e ont

été fixées à ${}^e I_{exy} = {}^e I_{exz} = {}^e I_{eyz} = 0 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$, et ses composantes diagonales ont été forcées à assurer ${}^e I_{eyy} = {}^e I_{ezz}$, alors que les paramètres des actionneurs k_{em} et τ ont été maintenus à leur valeurs initiales connues qui ont été confirmées par des expériences additionnelles.

L'estimation $\hat{\beta}$ des paramètres dynamiques est donnée dans le Tableau 3.3. La comparaison entre les positions des moteurs mesurées et estimées est montrée sur la Figure 3.5(b) pour la trajectoire d'identification, ainsi que sur les Figures 3.6(b), 3.7(b), 3.8(b), 3.9(b) et 3.10(b) pour les trajectoires de validation croisée. La colonne 2 du Tableau 3.4 donne les valeurs des FITs obtenus sur les positions des moteurs pour la trajectoire d'identification, alors que les colonnes de 3 à 8 donnent les valeurs des FITs pour les trajectoires de validation croisée. On peut remarquer que le modèle avec les paramètres géométriques et dynamiques estimés reproduit les mesures de manière précise, même sur les données de validation croisée qui n'ont pas été utilisées lors de la phase d'identification. Le modèle identifié reste encore valable en présence des vibrations des câbles observées lors des expérimentations (trajectoires Val(e) et Val(f)).

La procédure d'identification des paramètres dynamiques a été ré-exécutée 7 fois, en introduisant à chaque fois 1 % d'erreur sur l'estimation de chaque paramètre géométrique, résultant en une matrice de sensibilité exprimant l'effet de l'erreur des paramètres géométriques sur les estimations des paramètres dynamiques. Les variances de l'ensemble des paramètres géométriques pondérées par leur sensibilité sont ensuite comptabilisées pour produire les variances des paramètres dynamiques estimés, et finalement leurs écarts types relatifs donnés dans le Tableau 3.3. On remarquera que les déviations maximales sont pour les inerties et sont de 13 %.

Paramètres dynamique	Valeurs initiales	Valeurs estimées	Écart type (%)
M_e (Kg)	0.1569	0.2895	0.3
${}^e I_{exx}$ (Kg·m ²)	$4.9691 \cdot 10^{-5}$	$1.4904 \cdot 10^{-4}$	10.3
${}^e I_{eyy}$ (Kg·m ²)	$6.9127 \cdot 10^{-5}$	$2.0736 \cdot 10^{-4}$	10.3
${}^e I_{ezz}$ (Kg·m ²)	$6.9127 \cdot 10^{-5}$	$2.0736 \cdot 10^{-4}$	13.0
${}^e I_{exy}$ (Kg·m ²)	0	0*	/
${}^e I_{eyz}$ (Kg·m ²)	0	0*	/
${}^e I_{exz}$ (Kg·m ²)	0	0*	/
j_{eq} (Kg·m ²)	$2.9110 \cdot 10^{-5}$	$3.8795 \cdot 10^{-5}$	0.4
f_{veq} ((N·m)/(rad/s))	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$6.6779 \cdot 10^{-5}$	3.8
f_{seq} ((N·m)/(rad/s))	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$4.4 \cdot 10^{-3}$	3.3
k_r (N/m)	16	14.45	0.05
k_{em} ((N·m)/A)	$60.3 \cdot 10^{-3}$	$60.3 \cdot 10^{-3*}$	/
τ (ms)	1.3	1.3*	/

Tableau 3.3 – Valeurs initiales et estimées des paramètres dynamiques du robot INCA 6D (* : paramètres non-estimés maintenus à leur valeur initiale)

Paramètres	Ident	Val(a)	Val(b)	Val(c)	Val(d)	Val(e)	Val(f)
I_b (A)	0	0	0	0.5	0.5	0	0.5
I_h (A)	1	1	1	1.5	1.5	1	1.5
f_{\max} (Hz)	1	1	2	1	2	5	5
Moteurs	Ident	Val(a)	Val(b)	Val(c)	Val(d)	Val(e)	Val(f)
Moteur 1	91.21	92.66	84.78	85.88	90.26	83.49	82.33
Moteur 2	85.13	88.06	84.83	81.36	86.96	69.99	69.39
Moteur 3	88.17	89.28	82.78	81.56	82.74	80.57	77.88
Moteur 4	93.84	93.40	88.37	85.64	89.13	79.54	74.31
Moteur 5	86.76	84.87	78.01	82.07	82.72	80.06	79.74
Moteur 6	93.62	92.16	87.26	85.31	89.31	81.37	76.18
Moteur 7	90.31	90.65	83.76	85.88	89.02	83.38	82.01
Moteur 8	85.75	87.89	82.17	84.28	87.13	71.05	72.07
Moyenne	89.35	89.87	84.00	84.06	87.16	78.68	76.74

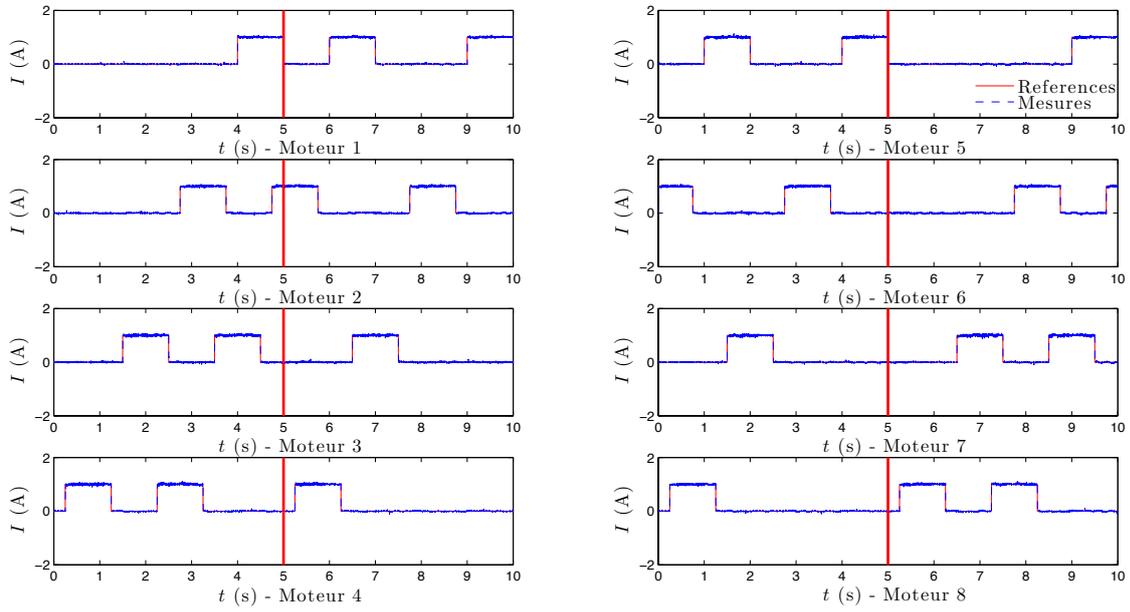
Tableau 3.4 – Valeurs des FITs obtenus sur les positions des moteurs pour les phases d'identification et de validation croisée de l'étape d'identification des paramètres dynamiques

3.4.2 Identification des paramètres mathématiques du robot INCA 6D par les méthodes des sous-espaces

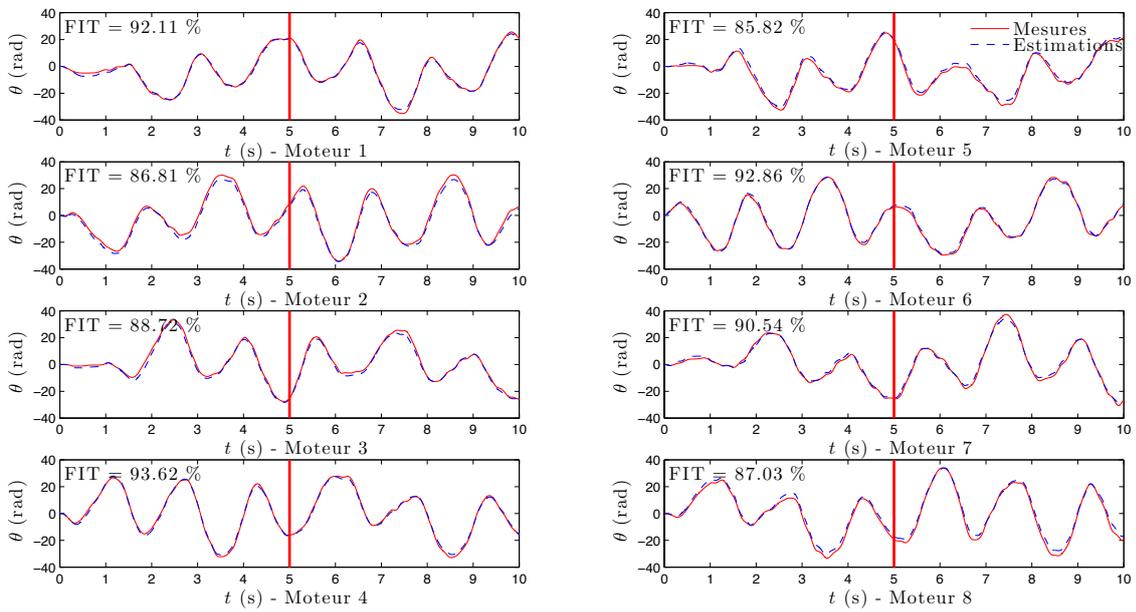
Données expérimentales Les trajectoires d'excitation en efforts de référence à exercer sur l'effecteur représentées sur la Figure 3.11(a) ont été choisies comme des signaux découplés de type SBPA dont les niveaux bas $f_b = -2$ N et $m_b = -0.4$ N·m, et hauts $f_h = +2$ N et $m_h = +0.4$ N·m ont été choisis de manière à maintenir l'effecteur proche de la pose nominale $X_{e_c} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ au centre de l'espace de travail O_o . La borne supérieure de la bande de fréquences $[0, f_{\max}]$ du spectre de ces trajectoires a été mise à $f_{\max} = 1$ Hz pour éviter les vibrations des câbles.

Pour la mise en œuvre expérimentale de la méthode des sous-espaces, les moteurs sont excités par les courants de référence représentés sur la Figure 3.12(a) correspondants aux efforts virtuels de références définis précédemment, et qui ont été obtenus par la résolution du système d'équations algébriques linéaires (2.68) au voisinage de la pose nominale X_{e_c} , tout en respectant les contraintes de tensions des câbles (2.66). Cette conversion a été effectuée de manière à assurer des tensions continues dans les câbles et proches du vecteur des tensions objectif $T_{\text{obj}} = 10 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ N (approche abordée au Chapitre 4).

Les mesures des entrées représentées par les efforts virtuels exercés sur l'effecteur $u(t) = F_{e_v}(t)$ données sur la Figure 3.11(a), sont reconstruites à partir des mesures des courants moteurs et de la pose de l'effecteur en utilisant la relation (2.68) au voisinage de la pose nominale X_{e_c} . Les mesures des sorties représentées par la pose de l'effecteur $y(t) = X_e(t)$ sont données sur la Figure 3.11(b). Ces données sont partagées en données d'identification sur l'intervalle de temps $[0, 5]$ s, et données de validation croisée sur l'intervalle de temps $[5, 10]$ s.

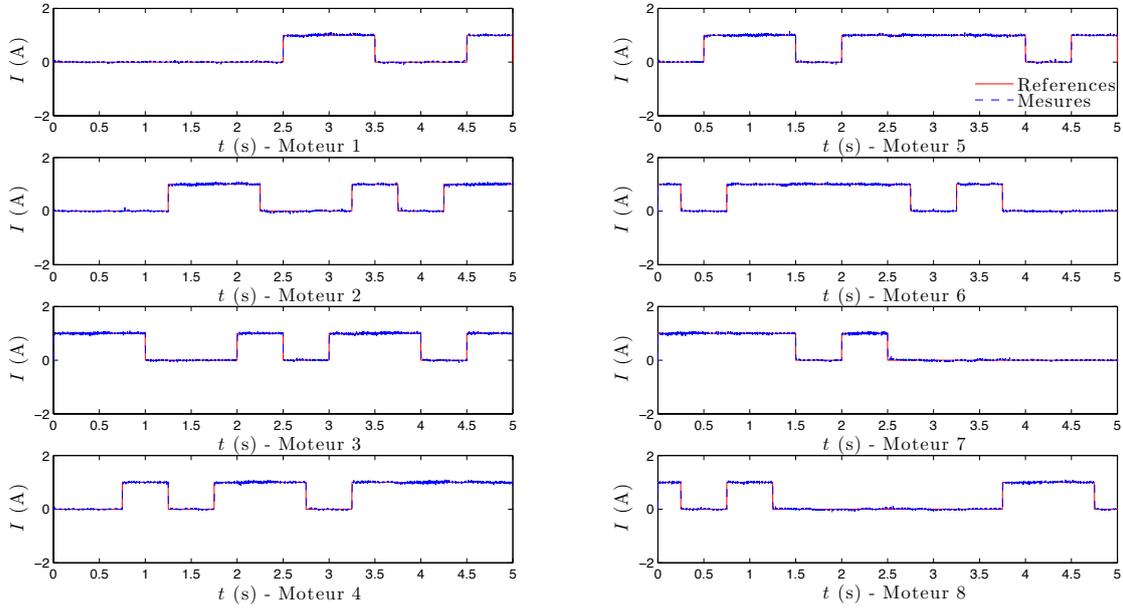


(a) Courants moteurs

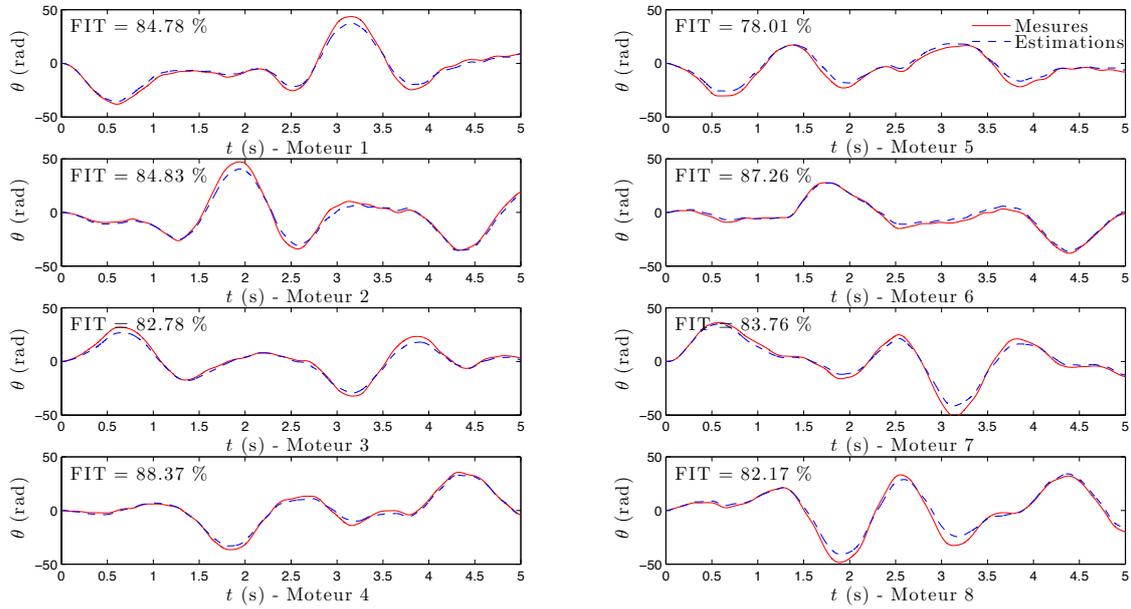


(b) Positions des moteurs

Figure 3.5 – Positions des moteurs mesurées et estimées pour les trajectoires d'identification et de validation val(a) de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques

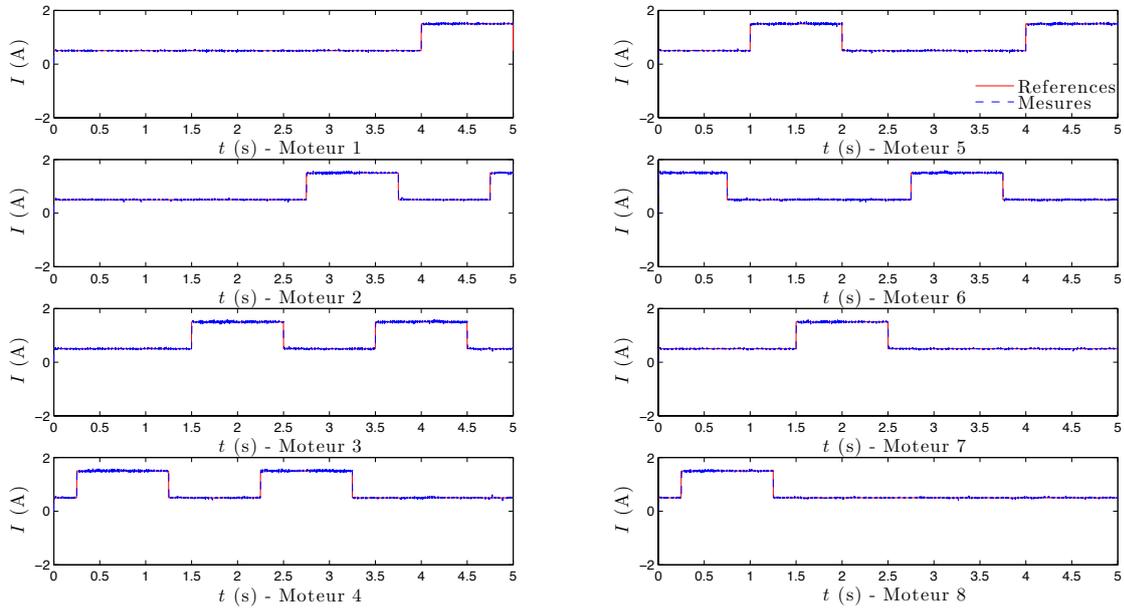


(a) Courants moteurs

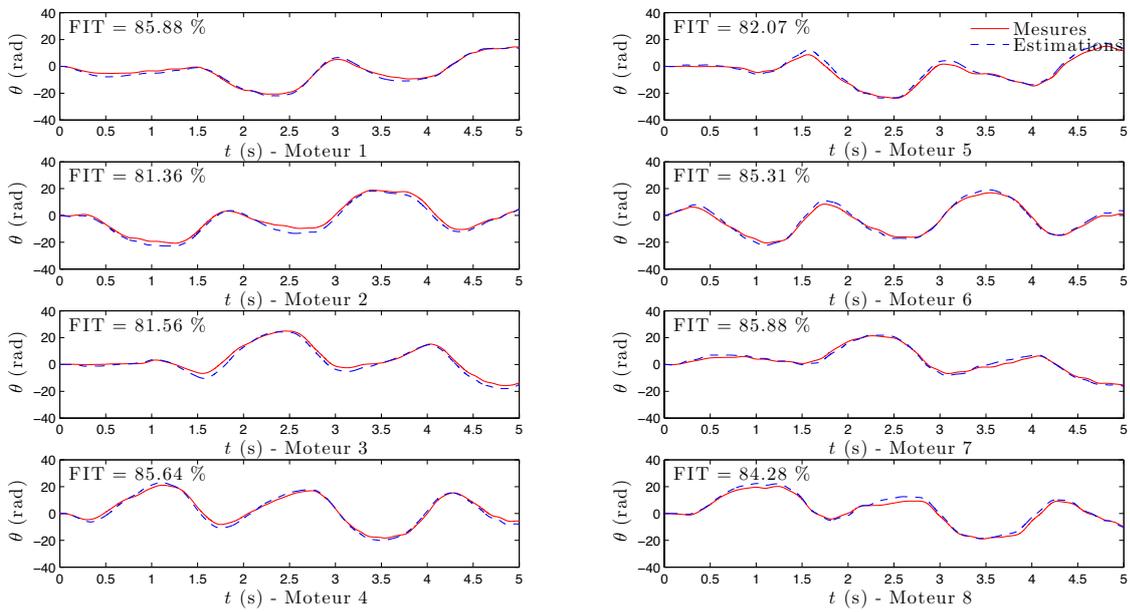


(b) Positions des moteurs

Figure 3.6 – Positions des moteurs mesurées et estimées pour la trajectoire de validation val(b) de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques

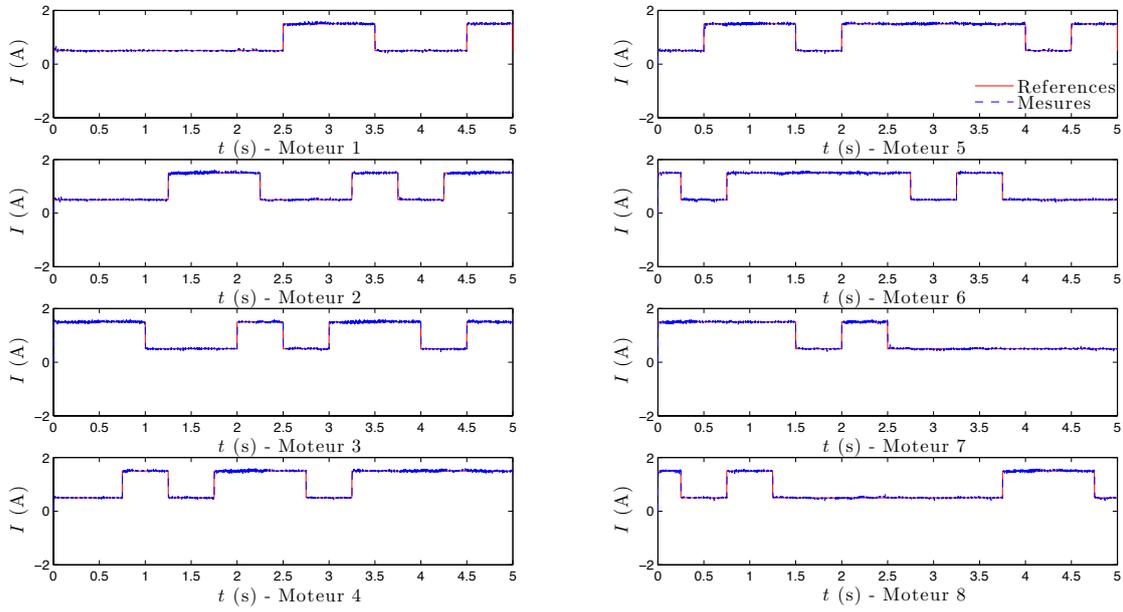


(a) Courants moteurs

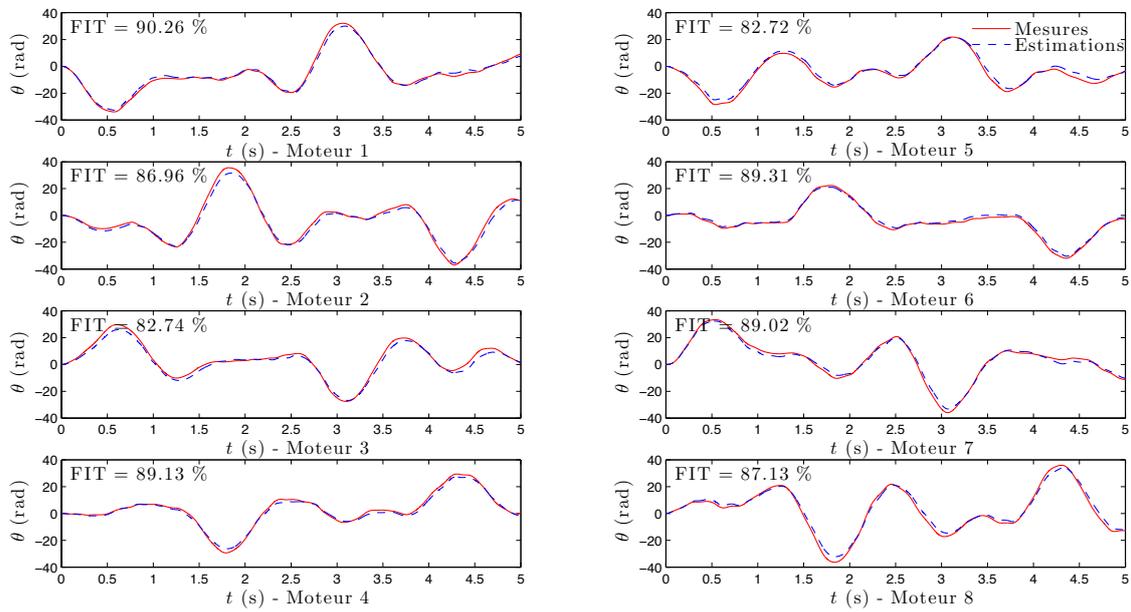


(b) Positions des moteurs

Figure 3.7 – Positions des moteurs mesurées et estimées pour la trajectoire de validation val(c) de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques

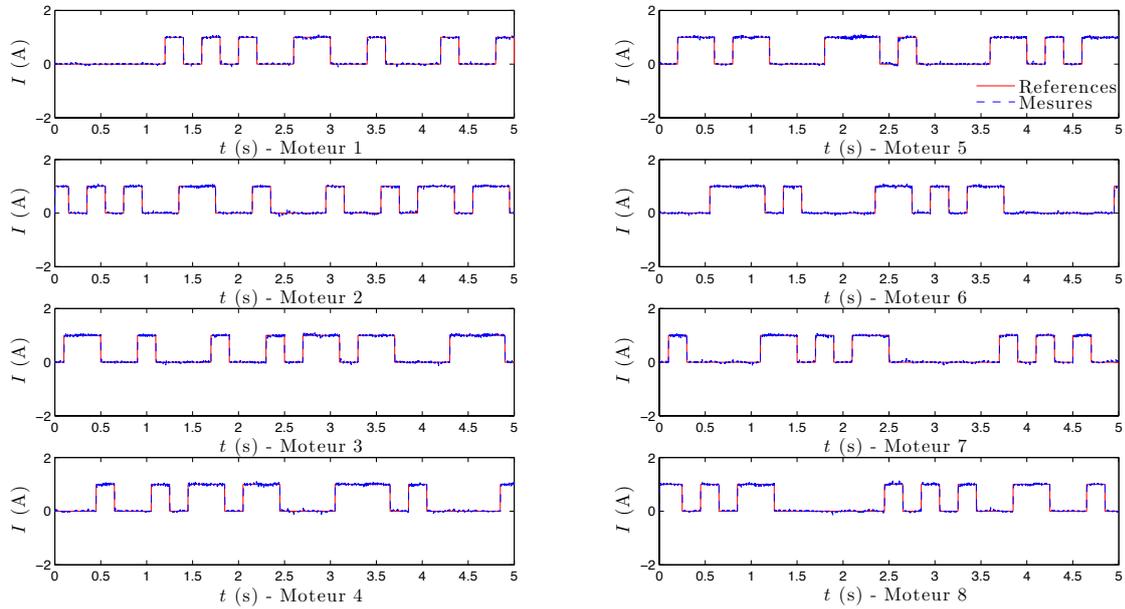


(a) Courants moteurs

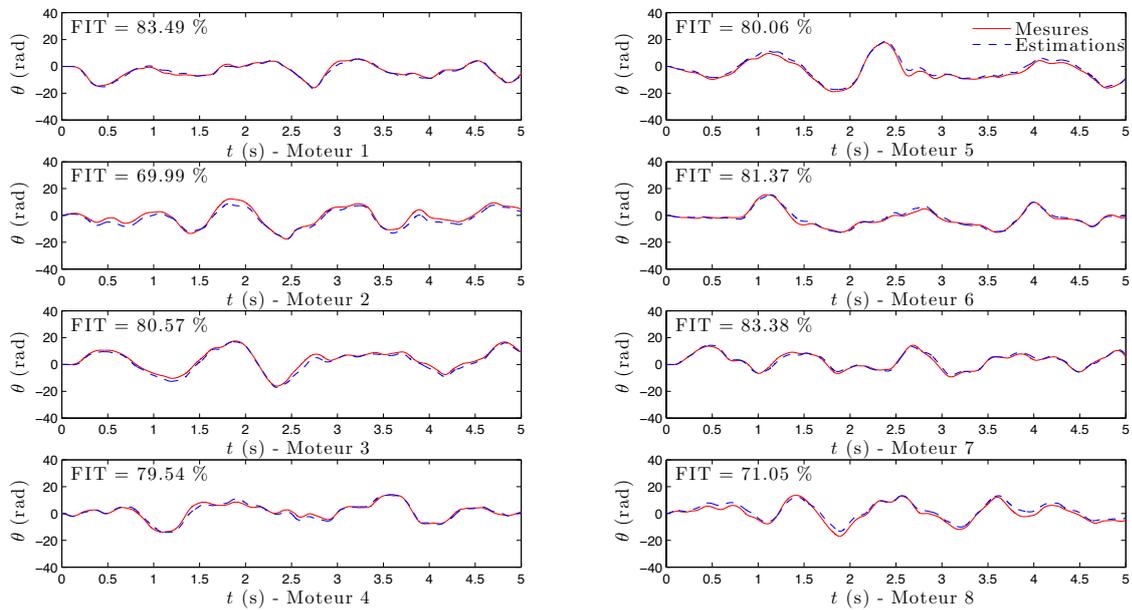


(b) Positions des moteurs

Figure 3.8 – Positions des moteurs mesurées et estimées pour la trajectoire de validation val(d) de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques

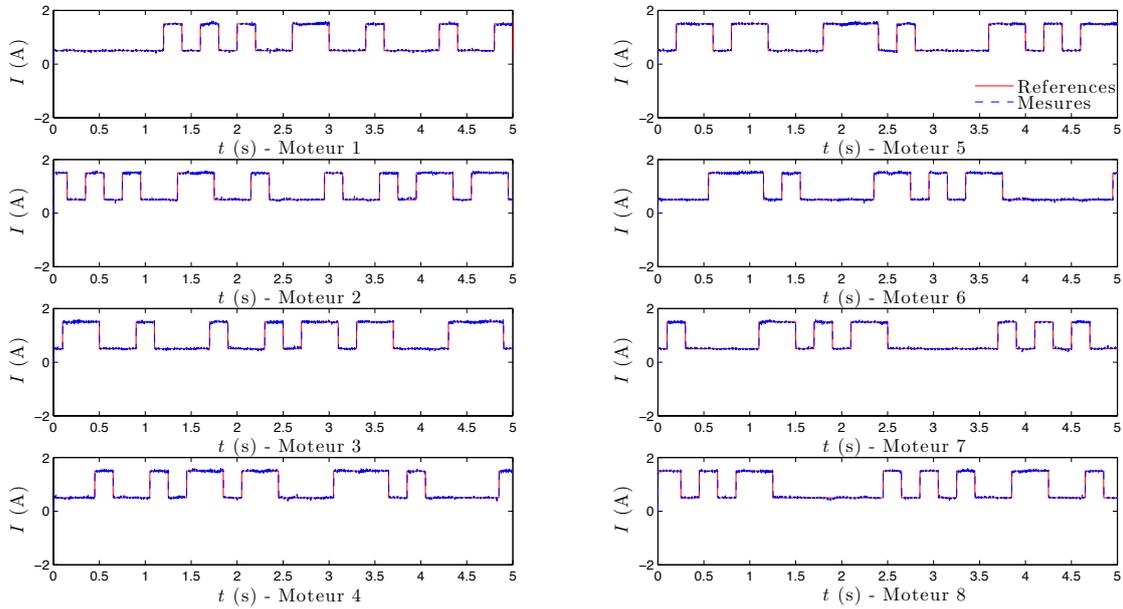


(a) Courants moteurs

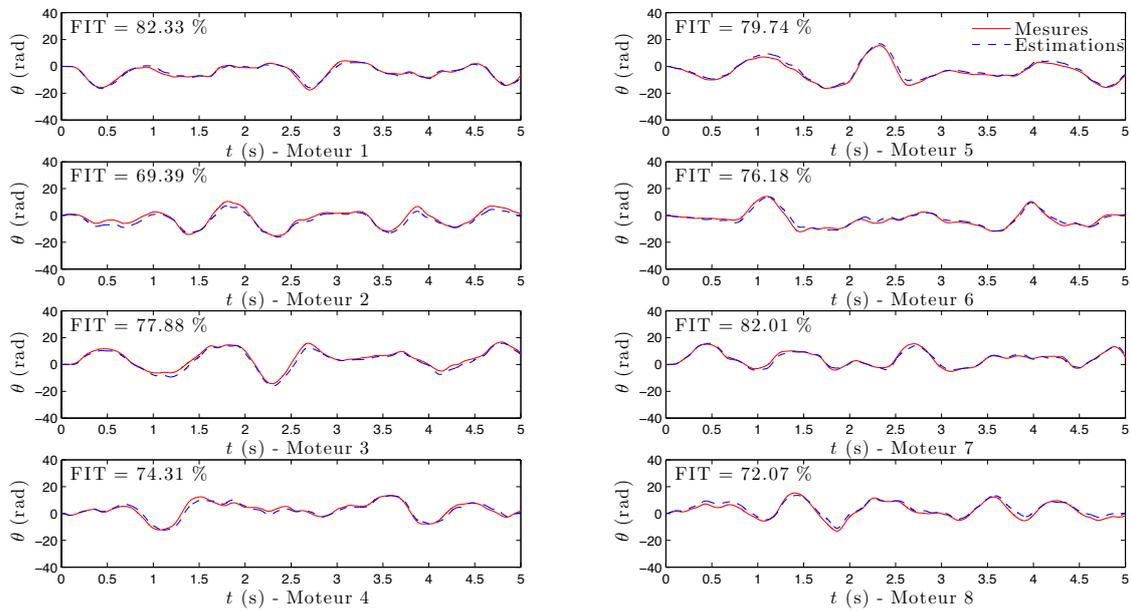


(b) Positions des moteurs

Figure 3.9 – Positions des moteurs mesurées et estimées pour la trajectoire de validation val(e) de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques



(a) Courants moteurs



(b) Positions des moteurs

Figure 3.10 – Positions des moteurs mesurées et estimées pour la trajectoire de validation val(f) de l'étape d'estimation des paramètres dynamiques

Les mesures des tensions des câbles représentées sur la Figure 3.12(b) confirment bien que les tensions évoluent de manière continue autour de la tension objectif de 10 N, affichant un niveau de tension satisfaisant des câbles, qui ne sont ni trop mous, ni trop tendus.

Synthèse de la méthode des sous-espaces La méthode des sous-espaces a été évaluée à partir de l'implémentation disponible sous Matlab en utilisant la fonction `n4sid`, avec les mesures des entrées (efforts virtuels exercés sur l'effecteur sur Figure 3.11(a)) et des sorties (pose de l'effecteur sur la Figure 3.11(b)) correspondant aux trajectoires d'excitation discutées précédemment. L'algorithme utilisé a été contraint à fournir une représentation d'état à temps continu stable, dont l'ordre a été choisi par le paramètre de synthèse $n_x = 12$.

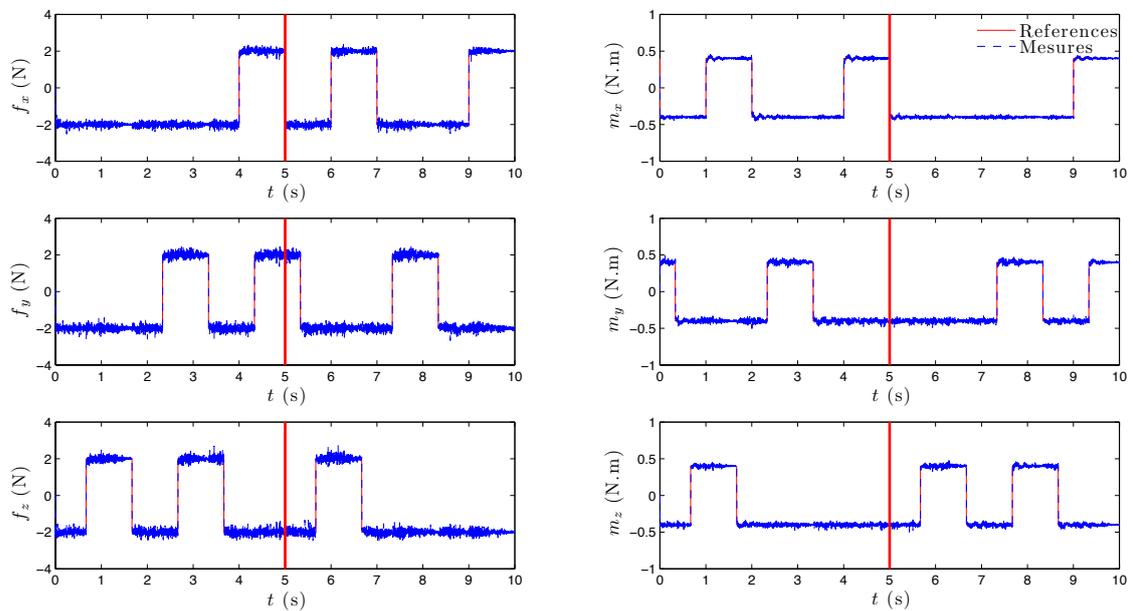
On donne les valeurs des matrices dynamiques estimées \widehat{M}_c , \widehat{Q}_c et \widehat{K}_c , reconstruites à partir de la représentation d'état linéaire identifiée en étant proche de la pose nominale X_{e_c} :

$$\widehat{M}_c = \begin{bmatrix} 3.3208 & 1.8677 & 0.5940 & -3.9251 & -0.2187 & 0.9587 \\ 0.9950 & 2.5540 & -6.8378 & -8.1392 & 1.0936 & 1.7440 \\ -6.0963 & 2.1776 & -5.0913 & -19.8286 & 2.0770 & 4.8140 \\ -0.0343 & 0.0623 & 0.0545 & 0.2447 & -0.1201 & -0.3943 \\ 0.7799 & -0.3706 & 1.0849 & 1.9560 & 0.3344 & -0.6896 \\ -0.1332 & 0.3543 & 0.0370 & -0.0781 & 0.0959 & 0.0644 \end{bmatrix}$$

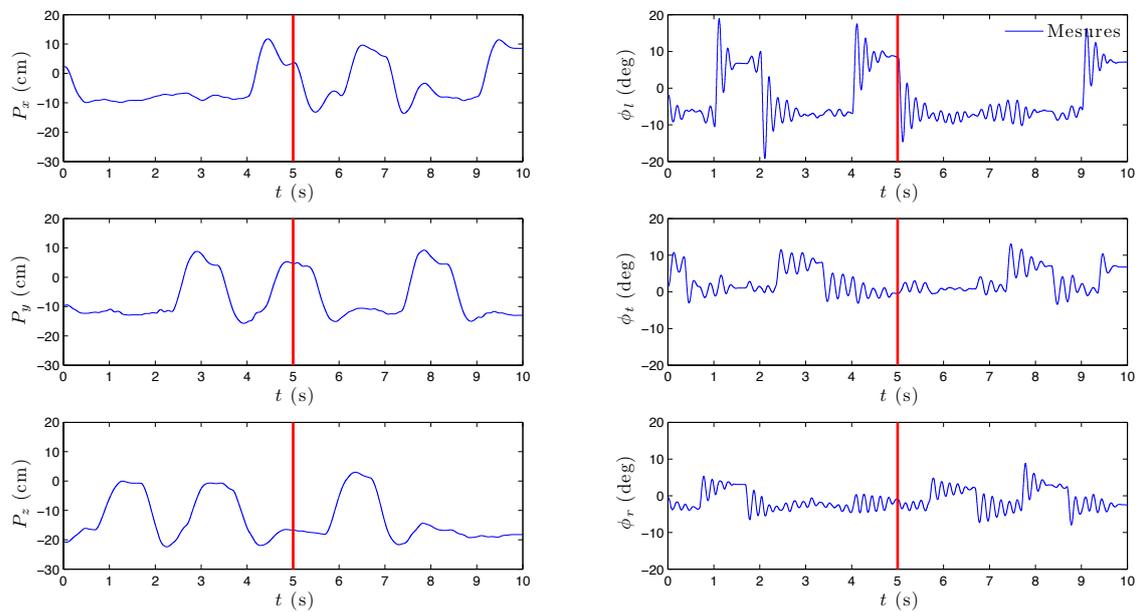
$$\widehat{Q}_c = \begin{bmatrix} -13.9805 & 26.8197 & 6.5660 & -23.0165 & 2.3403 & -17.2712 \\ -23.1784 & 30.1101 & -1.0618 & -28.5675 & 81.3486 & -55.4747 \\ -71.6614 & 50.0380 & 47.6046 & -83.2970 & 104.4323 & -139.7637 \\ 0.3164 & 0.4393 & -0.7602 & 1.5878 & 1.6113 & -0.5891 \\ 8.1066 & -3.0113 & -3.2349 & 9.3940 & -9.0504 & 14.7333 \\ -0.6412 & 1.2535 & -0.0097 & -0.3008 & 0.3194 & 0.0358 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{K}_c = \begin{bmatrix} 25.6440 & 16.0108 & 29.6651 & -1.3799 & 34.0484 & -38.4347 \\ 41.7607 & 32.8835 & -34.0940 & -16.3209 & 85.4896 & -110.4364 \\ 110.6599 & -33.0835 & -42.2078 & -17.9278 & 146.0602 & -228.0157 \\ -0.5670 & -0.8997 & -0.5898 & -4.3695 & -2.7812 & 14.4988 \\ -9.4268 & 2.1097 & 8.0901 & 3.5285 & -33.9393 & 25.7262 \\ 1.2122 & -0.6703 & 0.4693 & -13.3980 & 1.1424 & -2.6521 \end{bmatrix}$$

On donne les zéros (1.1379 , 0.5038 , $1.0155 \pm j 0.5778$, $0.6951 \pm j 0.0683$) et les pôles complexes ($-3.7271 \pm j 34.7448$, $-3.7318 \pm j 31.7738$, $-3.5530 \pm j 25.8035$, $-4.3617 \pm j 2.5071$, $-3.1096 \pm j 5.3551$, $-2.2276 \pm j 6.9361$) du modèle linéaire identifié autour de la pose nominale X_{e_c} dont les parties réelles strictement négatives assurent la stabilité asymptotique du modèle.

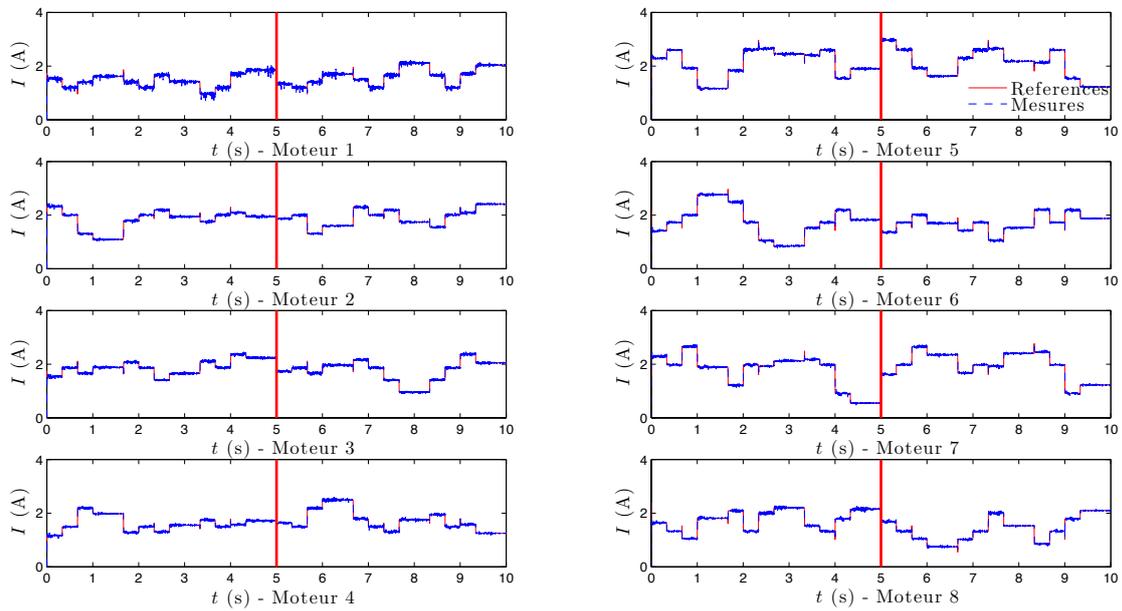


(a) Efforts virtuels exercés sur l'effecteur

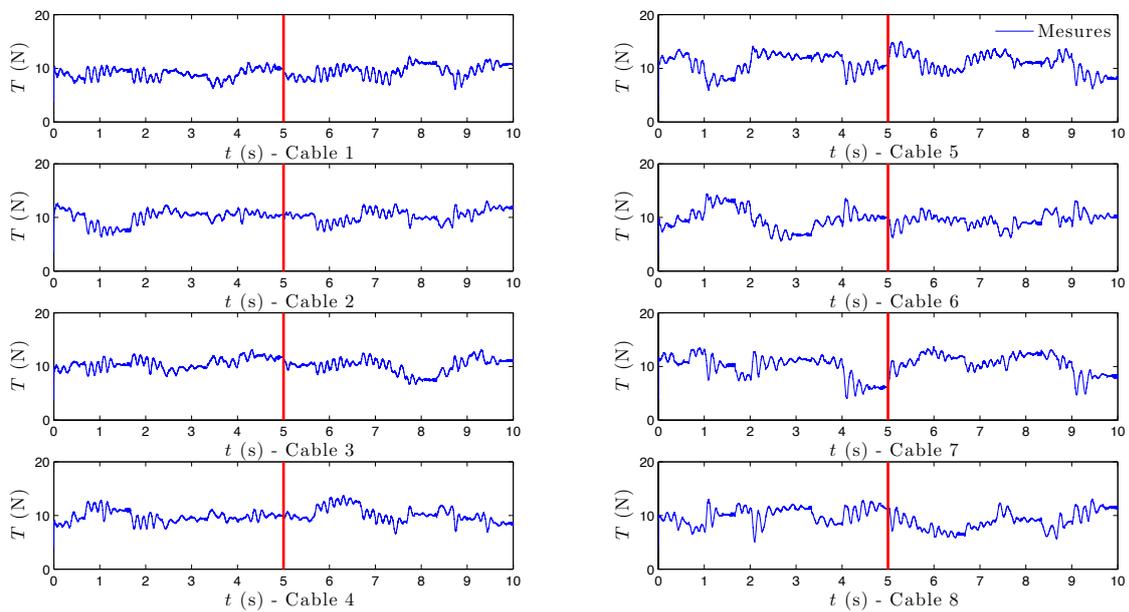


(b) Pose de l'effecteur

Figure 3.11 – Mesures des entrées-sorties du système utilisées pour la synthèse de la méthode des sous-espace



(a) Courants moteurs



(b) Tensions des câbles

Figure 3.12 – Trajectoires issues de la mise en œuvre expérimentale de la méthode des sous-espaces

3.4.3 Modèle linéaire nominal

3.4.3.1 Évaluation de la linéarisation du modèle physique

Le MDI du système linéarisé (2.88) a été évalué autour du point de fonctionnement central $X_c = (X_{e_c}, \mathbb{O}_{6 \times 1}, \mathbb{O}_{6 \times 1})$ correspondant à la même pose nominale $X_{e_c} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ au centre de l'espace de travail O_o avec une orientation nulle, et à des vitesses et accélérations au point de fonctionnement nulles, avec les paramètres géométriques et dynamiques nominaux estimés.

Les matrices dynamiques correspondantes, déterminées analytiquement par différentiation du MDI du système (2.85) autour de la pose nominale X_{e_c} , évaluées à partir des expressions (2.94), (2.97) et (2.101) valent alors :

$$M_c = \begin{bmatrix} 0.5281 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6393 & 0 & 0.0184 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7145 & 0 & 0.0076 & 0 \\ 0 & 0.0184 & 0 & 0.0052 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0076 & 0 & 0.0087 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0029 \end{bmatrix}$$

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0.4107 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6022 & 0 & 0.0317 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7316 & 0 & 0.0132 & 0 \\ 0 & 0.0317 & 0 & 0.0085 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0132 & 0 & 0.0147 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0047 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} 13.5889 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13.5889 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13.5889 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.6491 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.9616 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3506 \end{bmatrix}$$

Le modèle ne présentant pas de zéros, ses pôles complexes ($-0.3888 \pm j 5.0578$, $-0.7750 \pm j 28.1035$, $-0.4735 \pm j 4.5788$, $-0.8162 \pm j 21.6314$, $-0.8364 \pm j 18.4790$, $-0.5123 \pm j 4.3297$) dont les parties réelles sont strictement négatives assurent la stabilité asymptotique du modèle linéarisé autour de la pose nominale X_{e_c} .

Ces valeurs ont été confirmées en utilisant un outil de linéarisation proposé par la fonction **linmod** de Matlab, qui permet notamment d'extraire une représentation d'état linéaire autour d'un point de fonctionnement, pour des systèmes non-linéaires construits à partir de blocs Simulink.

3.4.3.2 Réponses fréquentielles du modèle nominal

Au voisinage de la pose nominale $X_{e_c} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, les réponses fréquentielles des valeurs singulières du système linéarisé analytiquement et avec la fonction **lin-mod**, ainsi que celles du modèle linéaire identifié par la méthode des sous-espaces sont données sur la Figure 3.13(a) pour le transfert position-forces, et sur la Figure 3.13(b) pour le transfert orientation-moments.

Les valeurs singulières du système autour de ce point de fonctionnement se comportent comme un système linéaire à temps invariant du 2^{ème} ordre sous-amorti, avec des pulsations de résonance proches de 5 rad/s pour la position et de 22 rad/s pour l'orientation. Par la suite, on retiendra ce comportement fréquentiel pour constituer un modèle linéaire nominal pour la synthèse de correcteurs dynamiques.

3.4.3.3 Réponses temporelles du modèle nominal

Afin de comparer le modèle linéaire nominal retenu pour la synthèse de correcteurs dynamiques, avec le modèle physique non-linéaire, on simule les deux MDI correspondants en supposant par exemple que l'effecteur parcourt une trajectoire circulaire de rayon R située à la hauteur H dans le plan X_oY_o , tout en conservant son orientation initiale nulle. Cette trajectoire est décrite dans le domaine temporel par la pose de l'effecteur $X_e(t)$:

$$X_e(t) = \begin{bmatrix} R \cos(w t + \phi) \\ R \sin(w t + \phi) \\ H \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

ce qui permet de déduire la vitesse $\dot{X}_e(t)$ et l'accélération $\ddot{X}_e(t)$ de l'effecteur par dérivation temporelle :

$$\dot{X}_e(t) = \begin{bmatrix} -R w \sin(w t + \phi) \\ -R w \cos(w t + \phi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\ddot{X}_e(t) = \begin{bmatrix} -R w^2 \cos(w t + \phi) \\ -R w^2 \sin(w t + \phi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Pour un rayon $R = 10$ cm maintenant l'effecteur relativement proche du point nominal de linéarisation au centre de l'espace de travail O_o , une hauteur $H = 10$ cm, une pulsation $w = \frac{\pi}{5}$ rad/s, et une phase à l'origine $\phi = 0$ rad, les efforts virtuels exercés sur l'effecteur issus des modèles non-linéaire et linéarisé sont comparés sur la Figure 3.14 dans le cas où les frottements secs sont négligés dans le modèle physique non-linéaire, alors que la comparaison dans le cas où les frottements secs sont considérés est donnée sur la Figure 3.15.

La réponse temporelle du modèle linéarisé est assez proche de celle du modèle physique non-linéaire, dans le cas où les frottements secs sont négligés dans celui-ci. Cependant, on note que les frottements secs f_{seq} qui se ramènent au niveau de l'espace opérationnel de façon non-linéaire, provoquent des discontinuités sur les efforts virtuels, introduisant ainsi des écarts entre les modèles non-linéaire et linéarisé. Il s'agit là d'une perturbation dont il faudra tenir compte lors de la synthèse de correcteurs dynamiques afin de la compenser ou de la rejeter efficacement.

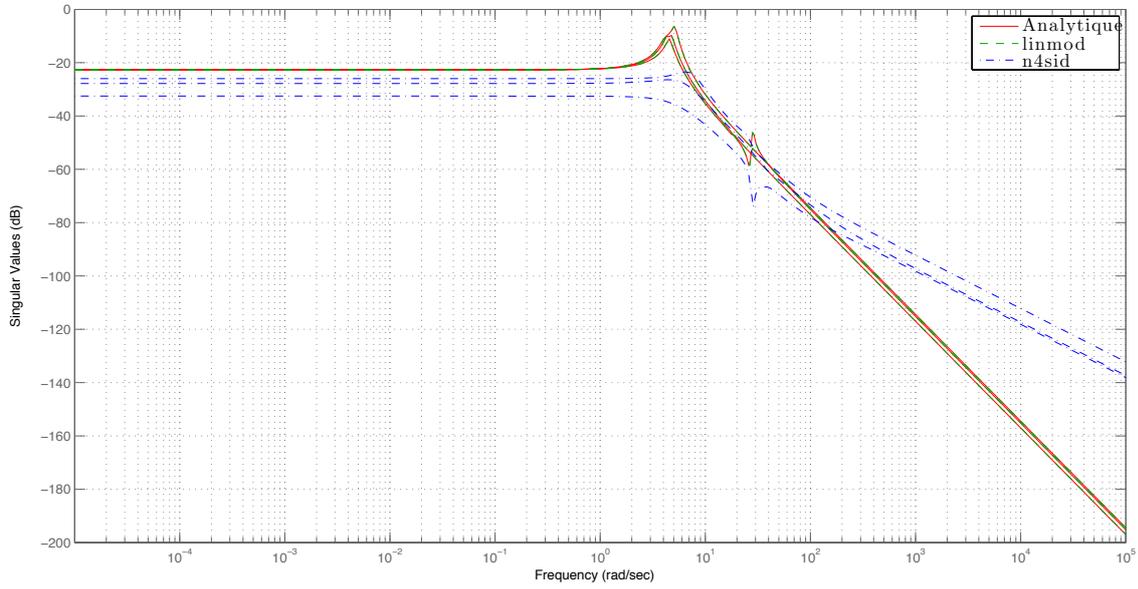
3.5 Conclusion

Ce chapitre porte sur l'identification des paramètres des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. Il présente tout d'abord une méthodologie d'identification des paramètres du modèle physique développé, où les paramètres géométriques et dynamiques sont estimés séquentiellement par la résolution de problèmes de type moindres carrés pour réduire l'écart, dans l'espace articulaire ou opérationnel, entre le modèle et les mesures.

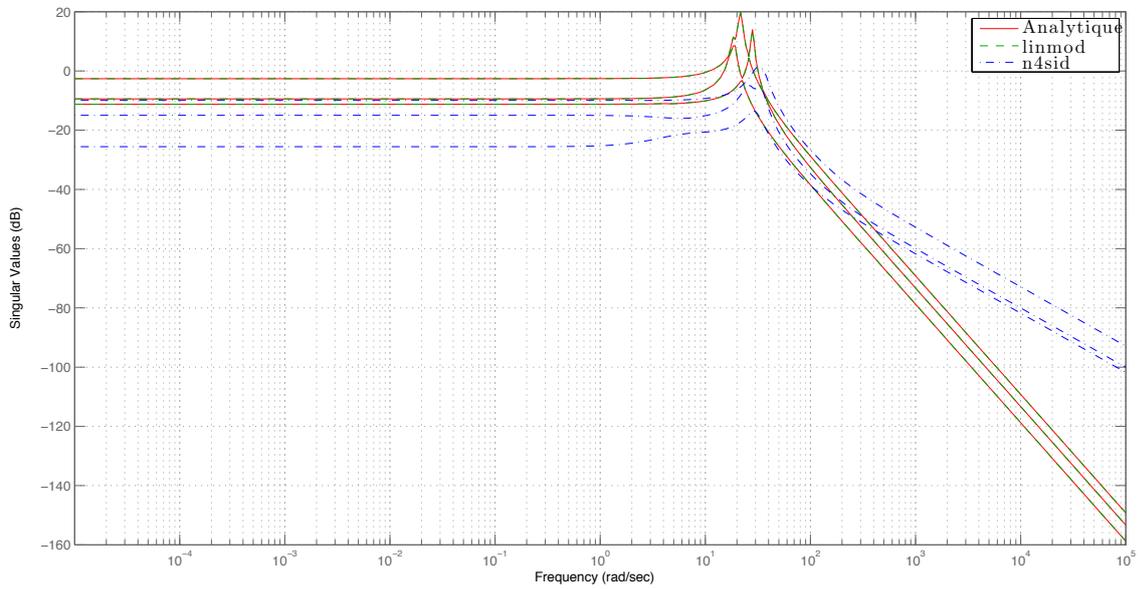
Afin de s'affranchir du cumul de l'erreur d'identification des paramètres physiques et de l'erreur de linéarisation, l'identification d'un modèle mathématique ayant la même forme que le modèle physique linéarisé, est ensuite envisagée. Après un état de l'art sur les méthodes d'identification des systèmes multi-variables linéaires, les méthodes des sous-espaces ont été privilégiées pour leur simplicité.

Ce chapitre se termine par une validation expérimentale des méthodes choisies, améliorant de manière satisfaisante la précision du modèle physique. La comparaison du modèle linéarisé obtenu à partir du modèle non-linéaire identifié, avec le modèle mathématique identifié par la méthode des sous-espaces, ont permis de valider le comportement fréquentiel du système autour du point de fonctionnement considéré.

La suite se focalisera sur la commande en position des robots parallèles à câbles, en abordant dans un premier temps le problème de distribution des tensions dans les câbles intervenant dans les schémas de commande de ces robots, et dans un second temps la commande de la position de ces robots proprement dite.

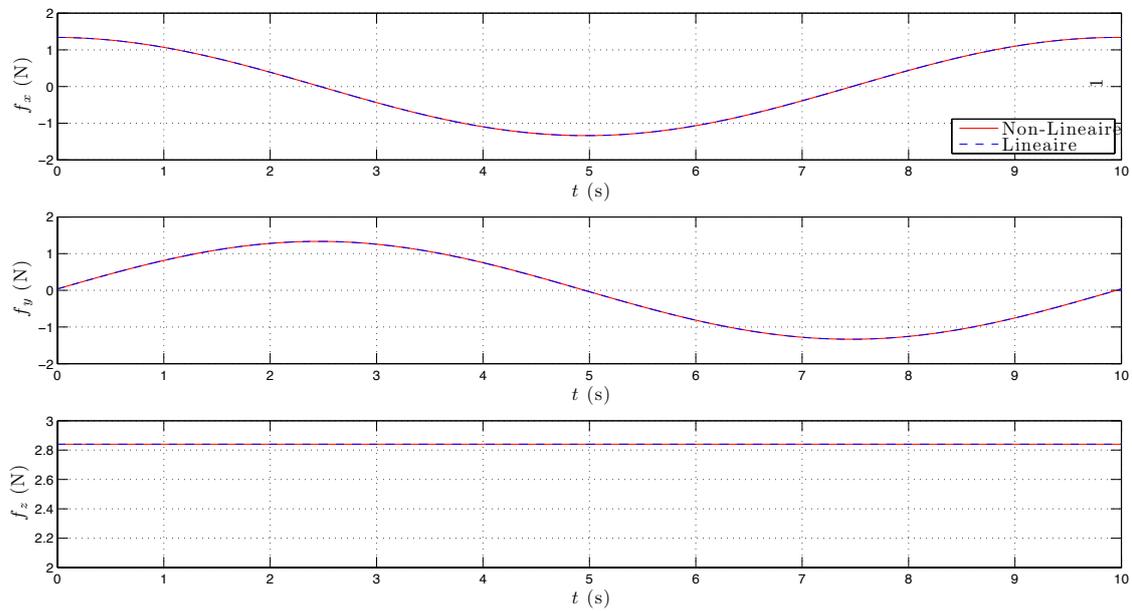


(a) Transfert Position-Forces

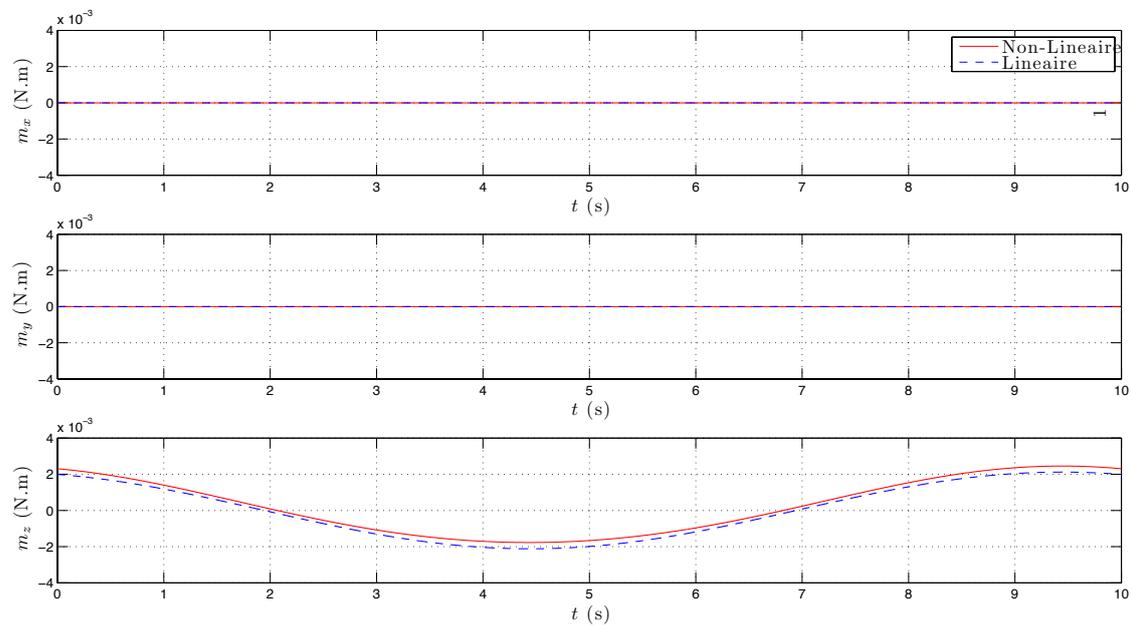


(b) Transfert Orientation-Moments

Figure 3.13 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du système linéarisé analytiquement et avec la fonction linmod, ainsi que celles du modèle linéaire identifié par la méthode des sous-espaces

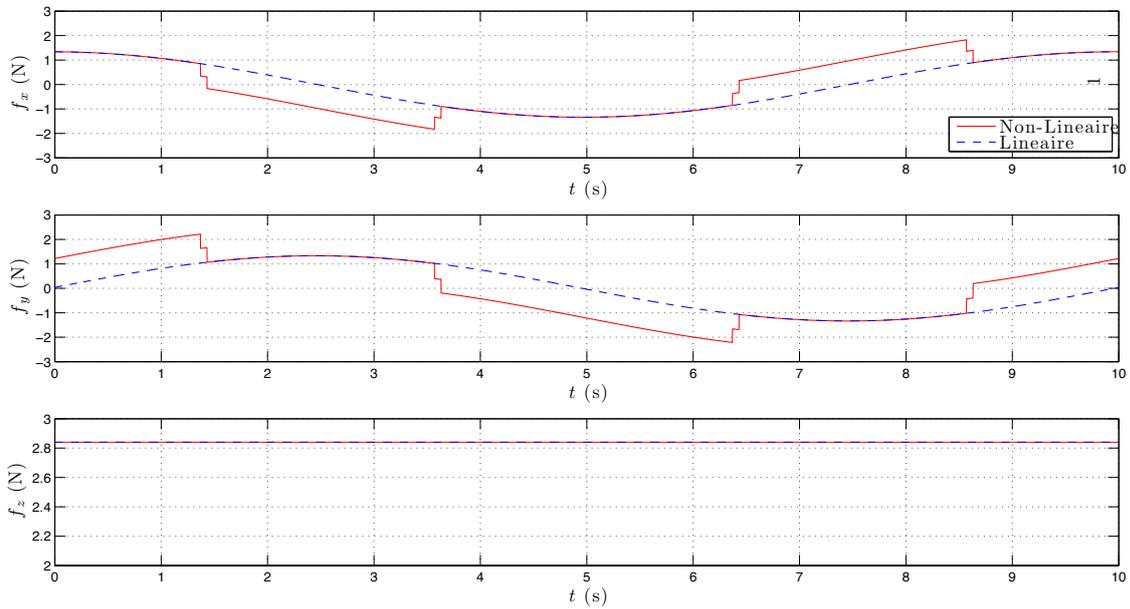


(a) Forces virtuelles

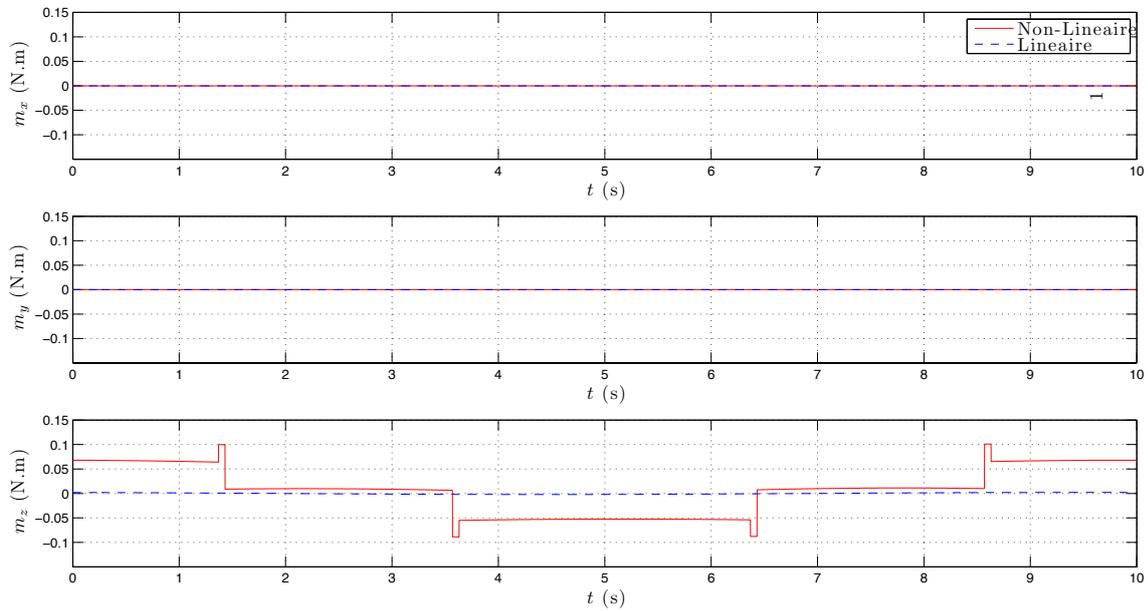


(b) Moments virtuels

Figure 3.14 – Efforts virtuels exercés sur l'effecteur issus des modèles non-linéaire et linéarisé pour une trajectoire circulaire de l'effecteur, sans la prise en compte des frottements secs dans le modèle physique non-linéaire



(a) Forces virtuelles



(b) Moments virtuels

Figure 3.15 – Efforts virtuels exercés sur l'effecteur issus des modèles non-linéaire et linéarisé pour une trajectoire circulaire de l'effecteur, avec la prise en compte des frottements secs dans le modèle physique non-linéaire

Distribution des tensions dans les câbles

4.1 Problème de distribution des tensions dans les câbles

Soit l'effort F_e à appliquer sur l'effecteur à travers le vecteur des tensions des câbles T , destiné à amener l'effecteur de sa pose actuelle X_e à la pose de référence X_e^* :

$$F_e = W(X_e) T \quad (4.1)$$

où la matrice des efforts $W = -J^T$ supposée de rang plein, est donnée à la pose actuelle X_e à partir de l'expression de la Jacobienne cinématique inverse (2.13).

Dans le cas où l'on utiliserait autant de câbles que de degrés de libertés de l'effecteur ($n = m$), le système d'équations algébriques linéaires (4.1) est déterminé et admet une solution exacte unique donnée par :

$$T = W^{-1}(X_e) F_e \quad (4.2)$$

solution qui peut contenir des composantes de tensions négatives demandant aux câbles de pousser sur l'effecteur, alors qu'ils ne peuvent que tirer sur celui-ci en exerçant des tensions positives. Ceci peut entraîner des chocs et vibrations empêchant l'effecteur d'atteindre la pose de référence X_e^* .

La commandabilité au sens mécanique des robots parallèles à câbles requiert alors d'utiliser plus de câbles que de degrés de liberté de l'effecteur ($n > m$). En présence de redondance d'actionnement de degré $r = n - m$, le système d'équations algébriques linéaires (4.1) est sous-déterminé et admet une infinité de solutions exactes qui peuvent s'écrire :

$$T = T_p + T_n \quad (4.3)$$

tel que :

- T_p est la solution particulière qui minimise la norme $\| T \|_2$, permettant de réaliser l'effort F_e :

$$T_p = W^+(X_e) F_e \quad (4.4)$$

où W^+ est la pseudo-inverse de Moore-Penrose (ou inverse à droite) de W :

$$W^+ = W^T (W W^T)^{-1} \quad (4.5)$$

- T_n est la solution homogène qui appartient au noyau de W , permettant de modifier le vecteur des tensions des câbles T sans modifier l'effort F_e :

$$T_n = N \lambda = \sum_{i=1}^r \lambda_i n_i \in \ker(W) \quad (4.6)$$

où $N = [n_1 \cdots n_r]$ est une matrice de dimension $n \times r$ dont les colonnes forment une base du noyau de W (voir par exemple dans [Gouttefarde 2005] pour leur détermination), et $\lambda = [\lambda_1 \cdots \lambda_r]^T$ est un vecteur arbitraire de dimension $r \times 1$.

Les solutions (4.3) mènent à discerner les espaces de tensions suivants :

- $\Sigma \subset \mathcal{R}^m$ l'espace des tensions solutions de l'équation (4.1) représenté par l'espace de dimension r :

$$\Sigma = \{T / W T = F_e\} \quad (4.7)$$

- $\Omega \subset \mathcal{R}^m$ l'espace des tensions réalisables représenté par l'hyper-parallélépipède de dimension r :

$$\Omega = \{T / T \in [T_{\min} T_{\max}]^m\} \quad (4.8)$$

- $\Pi \subset \mathcal{R}^m$ l'espace des tensions admissibles donné par l'ensemble des tensions solutions de l'équation (4.1) vérifiant les contraintes de tensions $T_{\min} \leq T \leq T_{\max}$, et représenté par le polytope convexe de dimension r :

$$\Pi = \Sigma \cap \Omega \quad (4.9)$$

Le vecteur des tensions minimales $T_{\min} \geq 0$ traduit le comportement unilatéral des câbles (tensions positives), alors que le vecteur des tensions maximales T_{\max} introduit les tensions maximales supportées par les câbles. Certains travaux font face au problème de distribution des tensions dans les câbles en considérant uniquement des tensions minimales nulles, avec des tensions maximales infinies. En pratique, il est plus sûr de restreindre ces limites à des tensions minimales strictement positives maintenant les câbles suffisamment tendus, et des tensions maximales imposées par les tensions supportées par les câbles.

À partir de ces considérations et en supposant que les actionneurs disposent chacun de leur module de commande en courant destiné à fournir la tension du câble désirée, le problème standard de distribution des tensions dans les câbles est alors formulé de la manière suivante : *pour un effort donné F_e à appliquer sur l'effecteur par les câbles, destiné à amener celui-ci de sa pose actuelle X_e à la pose de référence X_e^* , comment choisir un vecteur de tensions des câbles admissible T^* ?*

Pour répondre à cette question, il faudra donc résoudre le système d'équations algébriques linéaires sous contraintes suivant :

$$W(X_e) T = F_e \quad (4.10)$$

sous :

$$T_{\min} \leq T \leq T_{\max}$$

Les performances des méthodes mises en œuvre pour la résolution du problème de distribution des tensions dans les câbles formulé mathématiquement par (4.10), sont généralement évaluées par les 3 principaux critères suivants de :

- continuité des tensions au cours du temps, pour éviter les risques d'instabilités.
- sûreté des tensions assurant des tensions non-limites ou suffisamment éloignées des bords de l'espace des tensions réalisables, pour plus de sécurité et assurer une bonne rigidité du système.
- rapidité et déterminisme du temps de calcul, pour permettre une commande en temps-réel.

Le schéma permettant de résoudre le problème standard de distribution des tensions dans les câbles, représenté sur la Figure 4.1 devra alors être intégré dans les schémas de commande des robots parallèles à câbles.

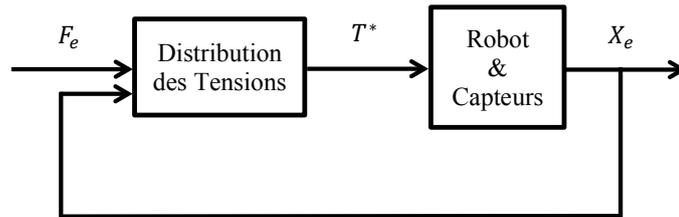


Figure 4.1 – Schéma standard de Distribution des Tensions dans les câbles

4.2 État de l'art sur la distribution des tensions dans les câbles

En présence de redondance d'actionnement, la résolution du problème de distribution des tensions dans les câbles fait appel à un algorithme de distribution des tensions (en anglais tension ou force distribution, force calculation ou encore redundancy resolution), permettant de distribuer correctement les tensions des câbles sans modifier la trajectoire de l'effecteur [Lafourcade 2004a].

Dans le cas d'une redondance d'actionnement simple ($r = 1$), un calcul direct est possible. Ce cas a notamment été traité en déterminant une solution analytique du problème dans le cas d'un mécanisme à 6 degrés de liberté avec 7 câbles [Fang 2004], ou aussi en proposant un simple algorithme de calcul [Bruckmann 2006a].

En revanche, le cas d'une redondance multiple ($r > 1$) est un peu plus complexe. Les méthodes existantes peuvent alors être classées en deux catégories :

- **Les algorithmes itératifs** : les premiers travaux ont opté pour des méthodes itératives, où des problèmes d'optimisation sous contraintes ont été formulés pour choisir un vecteur de tensions optimal admissible, en minimisant un critère, souvent une norme du vecteur des tensions des câbles afin de minimiser la consommation énergétique des actionneurs. La vitesse de l'effecteur est étudiée comme critère dans [Agahi 2009], et les résultats sont comparés avec ceux obtenus par l'utilisation classique des tensions des câbles comme critère.

Soit le problème d'optimisation sous contraintes pour la distribution des tensions dans les câbles, associé au critère standard représenté par la norme vectorielle p du vecteur des tensions des câbles :

$$T^* = \arg \min_T \left(\| T \|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |T_i|^p} \right) \quad (4.11)$$

sous :

$$\begin{aligned} W T &= F_e \\ T_{\min} &\leq T \leq T_{\max} \end{aligned}$$

problème très souvent reformulé sous la forme réduite :

$$T^* = T_p + N \lambda^* \quad (4.12)$$

$$\lambda^* = \arg \min_{\lambda} \left(\| \lambda \|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |\lambda_i|^p} \right) \quad (4.13)$$

sous :

$$T_{\min} - T_p \leq N \lambda \leq T_{\max} - T_p$$

En fonction de la norme vectorielle p considérée, on distingue principalement :

- les critères linéaires résolus par la programmation linéaire, minimisant généralement la norme 1 ($p = 1$) du vecteur des tensions des câbles qui a été considérée dans [Ming 1994, Shiang 2000, Oh 2005, Pham 2005, Yu 2009, Vafaei 2010], ou la norme ∞ ($p = \infty$) utilisée dans [Gosselin 2010a]. Ces techniques sont relativement simples mais n'assurent pas la continuité des tensions dans les câbles, à cause des algorithmes numériques itératifs employés pour leur résolution qui passent d'un sommet à l'autre d'un d'un polyèdre convexe entre deux itérations successives. Ces changements brutaux de tensions risquent de provoquer des oscillations hautes fréquences des câbles, entraînant des problèmes d'instabilités.
- les critères quadratiques résolus par la programmation quadratique, minimisant généralement la norme 2 ($p = 2$) du vecteur des tensions des câbles qui a été usitée dans [Verhoeven 2002, Behzadipour 2004, Oh 2005, Bruckmann 2006a, Bruckmann 2006b, Gholami 2008, Agahi 2009]. Ces techniques assurent la continuité des tensions dans les câbles, mais nécessitent un temps de calcul non prévi-

sible à cause des algorithmes numériques itératifs employés pour leur résolution, ce qui ne permet pas leur utilisation pour une commande en temps-réel.

Par ailleurs, il a été prouvé que pour des trajectoires continues de l'effecteur, l'utilisation des normes vectorielles $p = 1$ et $p = \infty$ peut provoquer des discontinuités des tensions et ce même dans des poses non singulières, alors que les normes intermédiaires $1 < p < \infty$ assurent des solutions uniques et continues des problèmes d'optimisation, excepté dans les poses singulières de l'effecteur [Verhoeven 2002].

Des problèmes communs subsistent suite à l'utilisation de la programmation linéaire et quadratique. En effet, comme ces méthodes visent à minimiser la norme 1 et 2 respectivement, les tensions obtenues sont souvent proches de leurs limites inférieures, provoquant une faible rigidité du système et pouvant engendrer des imprécisions dues aux problèmes d'enroulement des câbles détendus. De plus, le caractère itératif des solveurs utilisés rend ces méthodes sensibles à leur initialisation qui n'est pas triviale.

Des améliorations de ces méthodes d'optimisation ont été apportées. Une méthode proposée dans [Borgstrom 2009] présente une nouvelle formulation du problème de programmation linéaire en introduisant une variable de détente à maximiser qui permet de déterminer une distribution des tensions non-limite, ainsi que d'accélérer la convergence de l'algorithme en l'initialisant avec le calcul explicite d'un point de départ réalisable, proche de l'optimum global. La formulation fait également intervenir un paramètre laissant le choix à l'utilisateur de diriger les tensions vers les régions de tensions hautes ou basses. Cependant, la continuité de cette distribution des tensions n'est pas garantie, et ce notamment pour les points singuliers comme spécifié, même si les simulations et expériences menées n'ont pas conduit à ce cas de figure.

Une autre méthode proposée dans [Taghirad 2011] présente une nouvelle formulation du problème de programmation quadratique, en considérant des techniques de programmation non-linéaire où le théorème de Karush-Kuhn-Tucker est utilisé pour analyser le problème d'optimisation et générer une solution analytique-itérative permettant d'obtenir un algorithme de recherche avec un nombre d'itérations borné qui est explicite. Cependant, le nombre d'itérations maximal reste assez important pour une implémentation en temps-réel (256 itérations pour 6 degrés de liberté et 8 câbles).

- **Les algorithmes non-itératifs** : des travaux se sont par la suite intéressés à des méthodes non-itératives pour la résolution du problème de distribution des tensions dans les câbles, afin d'optimiser au mieux le temps de calcul permettant une exploitation en temps-réel, tout en assurant des distributions de tensions continues et non-limites.

Des méthodes non-itératives efficaces abordées dans [Lafourcade 2004a, Pott 2009] sont basées sur de simples techniques de projection. Ces méthodes consistent à calculer une solution analytique par projection d'une tension désirée appartenant à l'ensemble des tensions réalisables Ω (par exemple le centre de gravité) sur l'ensemble des solutions Σ . Afin d'assurer une distribution des tensions non-limite, l'ensemble des solutions Σ est obtenu dans [Lafourcade 2002, Lafourcade 2004a] en minimisant l'écart des tensions $\|T - T_{\text{opt}}\|_2$ par rapport à la tension à projeter T_{opt} jugée optimale pour le comportement du système. L'utilisation de la norme 2 permet d'assurer la continuité de la distribution des tensions. Mais le problème de ces méthodes réside dans le fait que la solution peut se situer en dehors de Ω , surtout dans le cas des configurations suspendues [Lamaury 2013c]. Pour remédier à ce problème, deux algorithmes également présentés dans [Lafourcade 2004a] permettent d'améliorer ces méthodes. Le premier algorithme dit sous-optimal revient à restreindre l'espace de travail pratique aux cas où la solution appartient à Ω . Le second algorithme dit par saturation des contraintes consiste à recalculer une solution en saturant des combinaisons de tensions violant les contraintes. Cette seconde approche peut ne pas converger alors qu'une solution admissible existe.

Une autre méthode non-itérative proposée dans [Mikelsons 2008] est basée sur la construction du polytope des solutions admissibles en déterminant les sommets du polytope. Les auteurs prouvent que le centre de gravité de la région des tensions admissibles est une solution qui assure la continuité des tensions. De plus, la distribution des tensions obtenue est non-limite puisque la solution est éloignée des bords de la région des tensions réalisables. Cette méthode détermine l'ensemble des sommets du polytope convexe pré-image du polytope admissible Π via le mapping affine (V, λ) , en considérant les solutions de toutes les paires des $2m$ inégalités linéaires à r inconnues $T_{\min} - T_p \leq V \lambda \leq T_{\max} - T_p$ transformées en égalités, qui vérifient l'ensemble des inégalités. Une fois tous les sommets déterminés, le centre de gravité λ^* est calculé par triangulation, et le centre de gravité du polygone admissible est reconstruit par $T^* = T_p + V \lambda^*$. Néanmoins, ces deux opérations nécessitent un temps de calcul onéreux, qui augmente de manière combinatoire avec le nombre de câbles utilisés.

Un algorithme présenté dans [Gouttefarde 2015] permet de réduire de manière considérable le temps de calcul de la méthode du centre de gravité [Mikelsons 2008], dédié aux robots parallèles à câbles avec un degré de redondance d'actionnement d'ordre 2 ($r = 2$). En maintenant le même principe, l'algorithme consiste à démarrer d'un premier sommet trouvé et calculer le reste des sommets du polygone convexe pré-image de Π en se déplaçant le long des bords du polygone. Le centre de gravité est alors calculé par une formule donnée valable dans le cas de cette détermination ordonnée des sommets, dans le sens horaire ou antihoraire.

4.3 Méthode de distribution des tensions considérée

L'algorithme non-itératif proposé dans [Lafourcade 2004a] est bien approprié pour satisfaire nos contraintes temps-réel avec un temps de calcul inférieur à 1 ms. L'algorithme permet d'obtenir une solution analytique par projection orthogonale d'une tension désirée T_{opt} appartenant à l'ensemble des tensions réalisables Ω sur l'ensemble des solutions Σ .

Cet ensemble des solutions Σ est obtenu en minimisant l'écart des tensions $\|T - T_{\text{opt}}\|_2$ par rapport à la tension T_{opt} jugée optimale pour le comportement du système. L'ensemble des solutions Σ de l'équation (4.1) est alors donné par la somme des composantes particulière T_p et homogène T_n :

$$T_p = W^+(X_e) F_e \quad (4.14)$$

$$T_n = [\mathbb{I}_{n \times n} - W^+(X_e) W(X_e)] T_{\text{opt}} \quad (4.15)$$

L'utilisation de la norme 2 assure la continuité des tensions dans les câbles, et le choix d'une tension optimale T_{opt} loin des bords de l'espace des tensions réalisables Ω permet d'obtenir une distribution des tensions non-limite. La méthode est également valable pour un degré de redondance quelconque r . Comme la solution obtenue peut se situer en dehors de Ω , on retiendra le complément de l'algorithme par saturation des contraintes de tensions violées présenté ci-dessous.

L'algorithme de Lafourcade sera adapté à notre approche de commande, avec des efforts virtuels F_{ev} à appliquer sur l'effecteur à travers le vecteur des courants moteurs I_m , permettant de tirer sur les câbles avec le vecteur des tensions résultant T . Le problème de distribution des tensions modifié consiste alors à résoudre le système d'équations algébriques linéaires sous contraintes suivant :

$$\tilde{W}(X_e) I_m = F_{ev} \quad (4.16)$$

sous :

$$T_{\min} \leq T(I_m, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \leq T_{\max}$$

$$I_{\min} \leq I_m \leq I_{\max}$$

La solution I_m^* devrait donc assurer une distribution des tensions T^* respectant les 3 critères précédemment énoncés de : continuité, sûreté et rapidité, tout en tenant compte de la dynamique des actionneurs et de leurs saturations physiques I_{\min} et I_{\max} .

Le schéma permettant de résoudre le problème modifié de distribution des tensions dans les câbles, représenté sur la Figure 4.2 sera alors intégré dans notre schéma de commande.

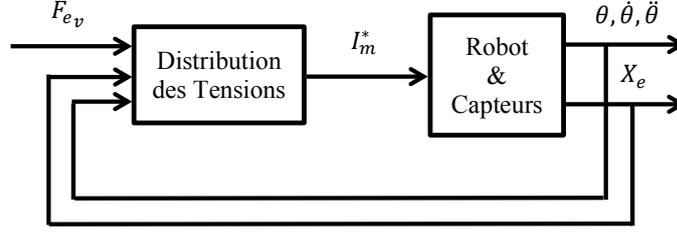


Figure 4.2 – Schéma modifié de Distribution des Tensions dans les câbles

Avant de présenter en détails l'algorithme considéré pour la distribution des tensions dans les câbles, on détaillera le calcul des solutions sans contraintes I_{sol} , et par saturation des contraintes I_{sat} .

4.3.1 Solutions sans contraintes

Due à la redondance du système, le système d'équations algébriques linéaires sous-déterminé (4.16) admet une infinité de solutions exactes, sans la prise en compte des contraintes inégalités. Les solutions I_{sol} peuvent être déterminées en minimisant le critère E_{sol} :

$$I_{\text{sol}} = \arg \min_{I_m} (E_{\text{sol}}) \quad (4.17)$$

avec le critère sous forme quadratique :

$$E_{\text{sol}} = \frac{1}{2} (I_m - I_{\text{obj}})^T (I_m - I_{\text{obj}}) + (F_{ev} - \tilde{W} I_m)^T \nu_{\text{sol}} \quad (4.18)$$

où I_{obj} est le vecteur des courants objectif correspondant au vecteur des tensions objectif $T_{\text{obj}} \in \Omega$ jugé optimal pour le comportement du système, obtenu par inversion de la dynamique des actionneurs (2.58) :

$$I_{\text{obj}} = K_{em}^{-1} [R_{pm} (T_{\text{obj}} - T_o) + J_{eq} \ddot{\theta} + F_{veq} \dot{\theta} + F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) + K_{eq} \theta] \quad (4.19)$$

et $\nu_{\text{sol}} \in \mathbb{R}^m$ le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associé aux contraintes égalités $F_{ev} - \tilde{W} I_m = 0$ du problème sans prise en compte des contraintes inégalités.

La condition d'optimalité du 1^{er} ordre $\left(\frac{\partial E_{\text{sol}}}{\partial I_m} \right)_{I_{\text{sol}}} = 0$ impose :

$$(I_{\text{sol}} - I_{\text{obj}}) - \tilde{W}^T \nu_{\text{sol}} = 0 \quad (4.20)$$

ce qui implique :

$$I_{\text{sol}} = I_{\text{obj}} + \tilde{W}^T \nu_{\text{sol}} \quad (4.21)$$

Comme la solution (4.21) doit vérifier la condition d'exactitude de la solution

$F_{ev} - \tilde{W} I_{sol} = 0$, le vecteur des multiplicateurs de Lagrange ν_{sol} est donné par :

$$\nu_{sol} = (\tilde{W} \tilde{W}^T)^{-1} (F_{ev} - \tilde{W} I_{obj}) \quad (4.22)$$

En remplaçant le vecteur des multiplicateurs de Lagrange (4.22) dans la solution (4.21), les solutions I_{sol} s'écrivent finalement :

$$I_{sol} = I_{mp} + I_{mn} \quad (4.23)$$

avec les composantes particulière I_{mp} et homogène I_{mn} de courants :

$$I_{mp} = \tilde{W}^+ F_{ev} \quad (4.24)$$

$$I_{mn} = [\mathbb{I}_{n \times n} - \tilde{W}^+ \tilde{W}] I_{obj} \quad (4.25)$$

La solution particulière I_{mp} qui minimise la norme $\|I_m - I_{obj}\|_2$, permet de réaliser l'effort virtuel F_{ev} pour déplacer l'effecteur de sa pose actuelle X_e vers la pose de référence X_e^* . Alors que la solution homogène I_{mn} qui appartient au noyau de \tilde{W} , permet de modifier le vecteur des tensions des câbles T sans modifier l'effort virtuel F_{ev} , maintenant l'effecteur sur sa trajectoire actuelle.

Le vecteur des tensions résultant de l'application du vecteur des courants moteurs I_{sol} est obtenu par inversion de la dynamique des actionneurs (2.59) :

$$T_{sol} = T_o + R_{pm}^{-1} [K_{em} I_{sol} - J_{eq} \ddot{\theta} - F_{veq} \dot{\theta} - F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) - K_{eq} \theta] \quad (4.26)$$

4.3.2 Solutions par saturation des contraintes

En choisissant un vecteur de tensions objectif T_{obj} appartenant à la région réalisable Ω , le vecteur des tensions T_{sol} (4.26) peut se situer en dehors de Ω . Dans le cas où l'on recherche des nouvelles solutions admissibles en saturant des combinaisons de tensions violant les contraintes, le système d'équations algébriques linéaires sous-déterminé (4.16) est résolu en intégrant les contraintes inégalités de tensions violées transformées en contraintes égalités de courants.

Afin de commander l'ensemble des degrés de libertés de l'effecteur, le nombre q de tensions à saturer simultanément parmi les p tensions violant les contraintes ne doit pas excéder le degré de redondance du système r ($q \leq r$). Les solutions I_{sat} peuvent alors être déterminées en minimisant le nouveau critère E_{sat} :

$$I_{sat} = \arg \min_{I_m} (E_{sat}) \quad (4.27)$$

avec le critère sous forme quadratique :

$$E_{sat} = \frac{1}{2} (I_m - I_{obj})^T (I_m - I_{obj}) + (F_{ev} - \tilde{W}(X_e) I_m)^T \nu_{sat} + (S^T I_m - I_{lim})^T \mu \quad (4.28)$$

où $\nu_{\text{sat}} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associé aux contraintes égalités $F_{ev} - \tilde{W} I_m = 0$ du problème avec saturation des contraintes inégalités, et $\mu \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associé aux contraintes égalités $S^T I_m - I_{\text{lim}} = 0$, dans lesquelles la matrice de sélection $S = [s_1 \ \dots \ s_q] \in \mathbb{R}^{m \times q}$ concatène les vecteurs de la base canonique de \mathbb{R}^m pour sélectionner les combinaisons des tensions violant les contraintes à saturer, et $I_{\text{lim}} \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des courants correspondant au vecteur des tensions excédant leur limites à saturer T_{lim} tel que :

$$I_{\text{lim}} = K_{em}^{-1} [R_{pm} (T_{\text{lim}} - T_o) + J_{eq} \ddot{\theta} + F_{veq} \dot{\theta} + F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) + K_{eq} \theta] \quad (4.29)$$

La condition d'optimalité du 1^{er} ordre $\left(\frac{\partial E_{\text{sol}}}{\partial I_m} \right)_{I_{\text{sat}}} = 0$ impose :

$$(I_{\text{sat}} - I_{\text{obj}}) - \tilde{W}^T \nu_{\text{sat}} + S \mu = 0 \quad (4.30)$$

En introduisant la solution du problème sans contraintes des tensions I_{sol} et son multiplicateur de Lagrange associé ν_{sol} :

$$\tilde{W} I_{\text{sol}} = F_{ev} \quad (4.31)$$

$$(I_{\text{sol}} - I_{\text{obj}}) - \tilde{W}^T \nu_{\text{sol}} = 0 \quad (4.32)$$

et rappelant la solution du problème avec saturation des tensions I_{sat} et son multiplicateur de Lagrange associé ν_{sat} :

$$\tilde{W} I_{\text{sat}} = F_{ev} \quad (4.33)$$

$$(I_{\text{sat}} - I_{\text{obj}}) - \tilde{W}^T \nu_{\text{sat}} + S \mu = 0 \quad (4.34)$$

En égalant les membres de gauche des équations (4.31) et (4.33), ainsi que des équations (4.32) et (4.34), on obtient respectivement :

$$\tilde{W} (I_{\text{sat}} - I_{\text{sol}}) = 0 \quad (4.35)$$

$$(I_{\text{sat}} - I_{\text{sol}}) - \tilde{W}^T (\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}}) + S \mu = 0 \quad (4.36)$$

En multipliant les membres de l'équation (4.36) à gauche par \tilde{W} :

$$\tilde{W} (I_{\text{sat}} - I_{\text{sol}}) - \tilde{W} \tilde{W}^T (\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}}) + \tilde{W} S \mu = 0 \quad (4.37)$$

et introduisant (4.35) dans (4.37) avec la notation :

$$\tilde{W}_{\text{sat}} = \tilde{W} S \quad (4.38)$$

l'équation (4.37) devient :

$$(\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}}) = (\tilde{W} \tilde{W}^T)^{-1} \tilde{W}_{\text{sat}} \mu \quad (4.39)$$

En multipliant les membres de l'équation (4.36) à gauche par S^T :

$$S^T (I_{\text{sat}} - I_{\text{sol}}) - S^T \tilde{W}^T (\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}}) + S^T S \mu = 0 \quad (4.40)$$

et notant par Δ_{sat} l'excès en courant correspondant à l'excès en tensions des composantes violant les contraintes :

$$\Delta_{\text{sat}} = S^T (I_{\text{sat}} - I_{\text{sol}}) = I_{\text{lim}} - S^T I_{\text{sol}} \quad (4.41)$$

l'équation (4.40) se simplifie en remarquant que le terme $S^T S = \mathbb{I}_{q \times q}$:

$$\Delta_{\text{sat}} - \tilde{W}_{\text{sat}}^T (\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}}) + \mu = 0 \quad (4.42)$$

En remplaçant le terme $(\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}})$ par son expression (4.39) dans l'équation (4.42), le vecteur des multiplicateurs de Lagrange μ est donné par :

$$\mu = [\tilde{W}_{\text{sat}}^T (\tilde{W} \tilde{W}^T)^{-1} \tilde{W}_{\text{sat}} - \mathbb{I}_{q \times q}]^{-1} \Delta_{\text{sat}} \quad (4.43)$$

ou encore en introduisant la pseudo-inverse \tilde{W}^+ de \tilde{W} :

$$\mu = [S^T \tilde{W}^+ \tilde{W}_{\text{sat}} - \mathbb{I}_{q \times q}]^{-1} \Delta_{\text{sat}} \quad (4.44)$$

En remplaçant $(\nu_{\text{sat}} - \nu_{\text{sol}})$ et μ par leurs expressions respectives (4.39) et (4.44) dans l'équation (4.36), les solutions I_{sat} s'écrivent finalement :

$$I_{\text{sat}} = I_{\text{sol}} + [\tilde{W}^+ \tilde{W}_{\text{sat}} - S] [S^T \tilde{W}^+ \tilde{W}_{\text{sat}} - \mathbb{I}_{q \times q}]^{-1} \Delta_{\text{sat}} \quad (4.45)$$

Le vecteur des tensions résultant de l'application du vecteur des courants moteurs I_{sat} est obtenu par inversion de la dynamique des actionneurs (2.58) :

$$T_{\text{sat}} = T_o + R_{pm}^{-1} [K_{em} I_{\text{sat}} - J_{eq} \ddot{\theta} - F_{veq} \dot{\theta} - F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) - K_{eq} \theta] \quad (4.46)$$

4.3.3 Algorithme de distribution des tensions dans les câbles

En tenant compte des solutions sans contraintes I_{sol} (4.23) et par saturation des contraintes I_{sat} (4.45), la stratégie de distribution des tensions T^* pour le choix d'une tension objectif $T_{\text{obj}} \in \Omega$, correspondant à I_m^* peut être résumée par :

$$T^* = T_o + R_{pm}^{-1} [K_{em} I_m^* - J_{eq} \ddot{\theta} - F_{veq} \dot{\theta} - F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) - K_{eq} \theta] \quad (4.47)$$

tel que I_m^* est calculé en introduisant la fonction de saturation permettant de respecter les saturations physiques des actionneurs I_{min} et I_{max} :

$$I_m^* = \text{Sat}(I_{m_p}^* + I_{m_t}^*) = \begin{cases} I_{\text{min}} & \text{Si : } I_{m_p}^* + I_{m_t}^* < I_{\text{min}} \\ I_{m_p}^* + I_{m_t}^* & \text{Si : } I_{\text{min}} \leq I_{m_p}^* + I_{m_t}^* \leq I_{\text{max}} \\ I_{\text{max}} & \text{Si : } I_{m_p}^* + I_{m_t}^* > I_{\text{max}} \end{cases} \quad (4.48)$$

où les composantes I_{mp}^* de commande de la pose de l'effecteur, et I_{mt}^* de modification des tensions des câbles sont données de manière synthétique par :

$$I_{mp}^* = \tilde{W}^+(X_e) F_{ev} \quad (4.49)$$

$$I_{mt}^* = I_{mn}^* + \eta (I_{sat} - I_{sol}) \quad (4.50)$$

avec :

$$I_{mn}^* = [\mathbb{I}_{n \times n} - \tilde{W}^+(X_e) \tilde{W}(X_e)] I_{obj} \quad (4.51)$$

$$I_{sat} - I_{sol} = [\tilde{W}^+ \tilde{W}_{sat} - S] [S^T \tilde{W}^+ \tilde{W}_{sat} - \mathbb{I}_{q \times q}]^{-1} \Delta_{sat} \quad (4.52)$$

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{Si : } T_{sol} \in \Omega \\ 1 & \text{Si : } T_{sol} \notin \Omega \end{cases} \quad (4.53)$$

où l'on rappelle que :

$$\tilde{W}_{sat} = \tilde{W} S \quad (4.54)$$

$$\Delta_{sat} = I_{lim} - S^T I_{sol} \quad (4.55)$$

et où également :

$$I_{sol} = \text{Sat}(I_{mp}^* + I_{mn}^*) \quad (4.56)$$

$$I_{obj} = K_{em}^{-1} [R_{pm} (T_{obj} - T_o) + J_{eq} \ddot{\theta} + F_{veq} \dot{\theta} + F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) + K_{eq} \theta] \quad (4.57)$$

$$I_{lim} = K_{em}^{-1} [R_{pm} (T_{lim} - T_o) + J_{eq} \ddot{\theta} + F_{veq} \dot{\theta} + F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) + K_{eq} \theta] \quad (4.58)$$

$$T_{sol} = T_o + R_{pm}^{-1} [K_{em} I_{sol} - J_{eq} \ddot{\theta} - F_{veq} \dot{\theta} - F_{seq} \text{sign}(\dot{\theta}) - K_{eq} \theta] \quad (4.59)$$

En tenant compte de l'expression générale (4.48) de la solution I_m^* , le schéma correspondant de la stratégie de distribution des tensions, permettant de réaliser les consignes des efforts virtuels à exercer sur l'effecteur F_{ev} provenant de la commande de la position tout en assurant des tensions des câbles T^* admissibles, sera alors intégré au schéma de commande général sous la forme décrite sur la Figure 4.3.

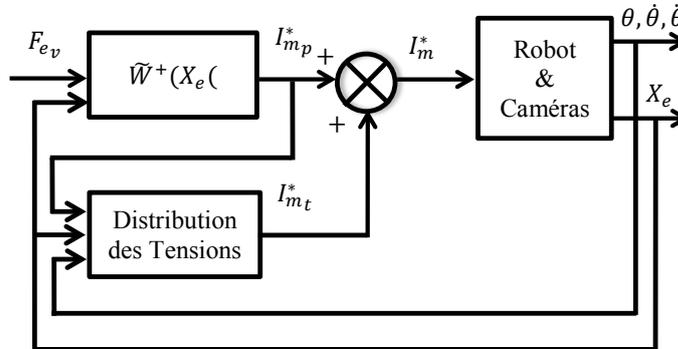


Figure 4.3 – Schéma général de la stratégie de distribution des tensions considérée

L'algorithme de distribution des tensions dans les câbles considéré est résumé dans l'Algorithme 1 et consiste à :

1. Sélectionner $T_{\text{obj}} \in \Omega$ et calculer I_{obj} .
2. Calculer I_{opt} du problème sans contraintes, et déduire T_{opt} . Si $T_{\text{opt}} \in \Omega$, alors la solution $I_m^* = I_{\text{opt}}$ assure une distribution des tensions T^* admissible.
3. Si $T_{\text{opt}} \notin \Omega$, alors toutes les combinaisons des $q = 1, \dots, r$ contraintes inégalités de tensions violées sont transformées en contraintes égalités de courants et sont incluses dans le problème d'optimisation, jusqu'à ce qu'une solution I_{sat} produise $T_{\text{sat}} \in \Omega$. La solution $I_m^* = I_{\text{sat}}$ assure alors une distribution des tensions T^* admissible.

Si aucune solution admissible n'est trouvée en explorant l'ensemble des combinaisons, le vecteur I_{obj} peut être multiplié par un facteur d'échelle f sans aucun impact sur la trajectoire de l'effecteur, et le processus est à nouveau répété à partir de l'étape 2. Si l'algorithme ne trouve pas de solution admissible, la trajectoire de référence de l'effecteur devrait alors être ralentie.

Dans cette approche, la prise en compte des saturations physiques des actionneurs I_{min} et I_{max} en saturant la solution I_m^* peut dégrader les performances de la distribution des tensions T^* . L'algorithme présenté peut alors être affiné en saturant également les courants violant les contraintes inégalités de courants, même si la solution $T_{\text{opt}} \in \Omega$. Le vecteur des courants I_{lim} sera alors formé par des combinaisons de courants violant les contraintes inégalités de courants, en plus des combinaisons de courants correspondants aux tensions violant les contraintes inégalités de tension. Dans ce cas, l'expression de la solution par saturation des contraintes I_{sat} (4.45) reste alors inchangée.

4.4 Conclusion

Ce chapitre aborde le problème de distribution des tensions dans les câbles, pour assurer des tensions admissibles dans les câbles lors de la commande de ces robots. Il débute par une formulation mathématique du problème, sous forme d'un système d'équations algébriques linéaires sous contraintes linéaires, suivi d'un état de l'art sur les méthodes itératives et non-itératives existantes pour la résolution de ce problème.

Ce chapitre s'achève sur la description d'un algorithme non-itératif existant, qui permet d'obtenir une solution analytique appropriée pour de la commande en temps-réel, qui est par la suite adapté pour tenir compte de la dynamique et des saturations physiques des actionneurs. L'algorithme considéré est alors détaillé et est intégré au schéma de commande général en position, présenté au chapitre suivant.

```

Input :  $F_{ev}, X_e, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 
Output :  $I_m^*$ 
1 Choisir  $T_{obj} \leftarrow T_{min} + \frac{T_{max} - T_{min}}{N}$ ;
2 Calculer  $I_{obj}$ ;
3 ***** Solution sans contraintes *****
4 Calculer  $I_{sol}$ ;
5 Déduire  $T_{sol}$ ;
6 if ( $T_{min} \leq T_{sol} \leq T_{max}$ ) then
7     Solution admissible  $I_m^* \leftarrow I_{sol}$ ;
8 else
9     ***** Solution par saturation des contraintes *****
10    Calculer  $p$ ; // Nombre de tensions violant les contraintes
11    Initialiser  $q \leftarrow 1$ ; // Nombre de tensions à saturer
12    Initialiser  $flag \leftarrow 0$ ; // Mettre à 1 si une solution est trouvée
13    while ( $(q \leq r)$  and ( $flag = 0$ )) do
14        for ( $n = 1$  to  $C_p^r$ ) do
15            Choisir  $S$ ; // Sélection des tensions à saturer
16            Calculer  $I_{sat}$ ;
17            Déduire  $T_{sat}$ ;
18            if ( $T_{min} \leq T_{sat} \leq T_{max}$ ) then
19                Solution admissible  $I_m^* \leftarrow I_{sat}$ ;
20                 $flag \leftarrow 1$ ;
21                Break; // Quitter la boucle actuelle
22            end
23        end
24        Incréments  $q \leftarrow q + 1$ ;
25    end
26 end
27 end

```

Algorithme 1 : Algorithme de distribution des tensions dans les câbles considéré

Commande cinématique en position des RPCs à 6 ddls

5.1 État de l’art sur la commande en position des RPCs

Les schémas de commande en position des robots parallèles à câbles s’inspirent le plus souvent des multiples schémas existant pour les robots parallèles rigides, en intégrant une méthode hors-ligne (génération de trajectoires) ou en-ligne (distribution des tensions) pour garantir des tensions admissibles dans les câbles tout au long des trajectoires parcourues par l’effecteur.

Ces schémas de commande utilisent généralement les mesures proprioceptives des positions des moteurs, et peuvent être classés en deux catégories en fonction de l’espace des coordonnées dans lequel la commande est effectuée :

- **Commande dans l’espace articulaire** : dans laquelle les correcteurs sont synthétisés dans l’espace articulaire. La pose de référence de l’effecteur est convertie en références de positions des moteurs ou de longueurs des câbles en utilisant le MGI, qui sont ensuite asservies par des boucles de commande articulaires (Figure 5.1(a)). Parmi les travaux qui ont opté pour un tel schéma de commande, on peut mentionner :
 - la commande classique : où un correcteur de type PD (Proportionnel et Dérivé) a été proposé dans [Kawamura 1995] pour la commande du robot FALCON-7 à 6 degrés de liberté avec 7 câbles en configuration suspendue. Un terme constant a été ajouté à la commande pour assurer une certaine rigidité du système évitant ainsi les problèmes de vibrations dus à la faible masse des câbles. De manière similaire un correcteur PID (Proportionnel, Intégral et Dérivé) a été considéré dans [Lamaury 2013b] pour la commande en simulation du robot ReelAx8 à 6 degrés de liberté avec 8 câbles en configurations suspendue et pleinement contrainte.
 - la commande par découplage non-linéaire : où un correcteur PD combiné à un terme non-linéaire dans l’espace articulaire permettant de compenser la dynamique de l’effecteur, a été étudié dans [Ming 1994]. Le découplage non-linéaire est effectué en tenant compte du modèle dynamique de l’effecteur à partir des mesures des longueurs et des vitesses de translations des câbles, ainsi que le MGD qui rend le schéma de commande assez complexe.

- la commande par anticipation : où un correcteur PD doté d'une boucle d'anticipation dans l'espace opérationnel pour compenser la dynamique de l'effecteur, a été considéré dans [Gholami 2008] pour la simulation de la commande du robot KNTU à 6 degrés de liberté avec 8 câbles en configuration pleinement contrainte. Pour cela, le modèle dynamique de l'effecteur a été utilisé pour compenser les efforts dûs aux effets inertiels et de gravité.

Avec la même approche de commande, un correcteur PD doté de deux boucles d'anticipation : une boucle d'anticipation dans l'espace opérationnel pour compenser la dynamique de l'effecteur, et une autre boucle d'anticipation dans l'espace articulaire pour compenser la dynamique des actionneurs et des câbles, a été adopté dans [Fang 2004] pour la commande du robot SEGESTA pleinement contraint à 6 degrés de libertés et 7 câbles. Pour cela, les modèles dynamiques de l'effecteur et des actionneurs ainsi qu'un modèle de déformation des câbles ont été utilisés pour compenser respectivement les effets inertiels, centripètes et de gravité exercés sur l'effecteur, ainsi que l'inertie et les frottements visqueux des actionneurs, et encore l'élasticité des câbles. Ce même correcteur a également été employé dans [Lamaury 2013a] pour la commande des démonstrateurs spatiaux suspendus ReelAx8-S et CABLAR, et pleinement contraints ReelAx8-PC et CoGiRo, utilisant 8 câbles.

- **Commande dans l'espace opérationnel** : dans laquelle les correcteurs sont synthétisés dans l'espace opérationnel. La pose actuelle de l'effecteur est estimée à partir des mesures des positions des moteurs, et une boucle de commande opérationnelle permet de poursuivre une pose de référence de l'effecteur (Figure 5.1(b)). Parmi les travaux qui ont choisi un tel schéma de commande, on peut citer :

- la commande par fonction de Lyapunov : où une loi de commande permettant de garantir une stabilité asymptotique au sens de Lyapunov, a été établie dans [Alp 2002] pour la commande d'un prototype expérimental suspendu, conçu à l'Université du Delaware à l'aide de 8 câbles pour la commande des 6 degrés de liberté de l'effecteur. Pour cela, une analyse basée sur le modèle dynamique de l'effecteur montre qu'un correcteur PD plus un terme de compensation de la gravité conduisent à assurer une décroissance exponentielle de la fonction candidate de Lyapunov, choisie de sorte à annuler la contribution des erreurs quadratiques de la pose et de la vitesse de l'effecteur.
- la commande par découplage non-linéaire : où un correcteur PD combiné avec un terme non-linéaire dans l'espace opérationnel permettant de compenser la dynamique de l'effecteur, a également été abordé dans [Alp 2002]. Le découplage non-linéaire est basé sur le modèle dynamique de l'effecteur et vise à compenser les efforts dûs aux effets inertiels, centripètes, de Coulomb et gravitationnels exercés sur l'effecteur. Cette correction a aussi été étudiée dans [Oh 2005] pour la commande d'un prototype expérimental planaire, également conçu à l'université de Delaware avec 3 degrés de liberté et 4 câbles. Toujours basé sur le modèle dynamique de l'effecteur, le découplage non-linéaire compense les effets

de la masse, l'inertie et de la gravité que subit l'effecteur.

- la commande par anticipation : où un correcteur PD doté d'une boucle d'anticipation dans l'espace opérationnel pour compenser la dynamique de l'effecteur a été testée dans [Williams 2001] pour la commande en simulation de deux prototypes parallèles à câbles planaires à 2 degrés de liberté avec 3 et 4 câbles. Pour cela, la masse de l'effecteur et l'inertie des actionneurs sont compensés en tenant compte du modèle dynamique du système complet projeté dans l'espace opérationnel. Ce schéma est encore utilisé dans [Gholami 2008] pour la commande en simulation du robot KNTU et les résultats sont comparés avec la précédente approche de commande.

Avec une approche de commande similaire, un correcteur PD muni de deux boucles d'anticipation dans l'espace opérationnel et articulaire permettant la compensation séparée des dynamiques de l'effecteur et des actionneurs, a été choisi dans [Lamaury 2013c] pour la commande du robot spatial suspendu Co-GiRo. Pour cela, le modèle dynamique de l'effecteur est employé pour compenser les effets inertiels, centripètes, de Coulomb et gravitationnels agissant sur l'effecteur, alors que le modèle dynamique des actionneurs est utilisé pour compenser l'inertie, ainsi que les frottements visqueux et secs au niveau des actionneurs.

Une commande hybride est également envisageable. Cette combinaison a notamment été développée dans [Vafaei 2010] pour la commande en simulation du robot KNTU. Ce schéma de commande dit intégré fait intervenir deux boucles de commande : une boucle dans l'espace opérationnel pour commander la pose de l'effecteur à une certaine référence, et des boucles dans l'espace articulaire pour rejeter le comportement non-linéaire des câbles. Pour cela, les performances de la boucle opérationnelle sont assurées par un correcteur PD doté d'une boucle d'anticipation dans l'espace opérationnel pour compenser la dynamique de l'effecteur, alors que les boucles articulaires s'appuient sur un simple correcteur PD.

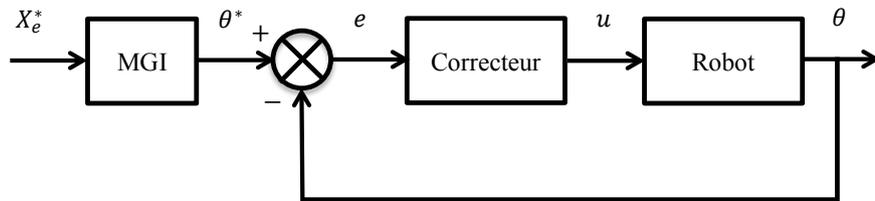
Une autre commande hybride est également disponible dans [Abdelaziz 2012] pour la commande du robot planaire MRGuide à 3 degrés de liberté avec 4 câbles. Ce schéma de commande utilise deux boucles de commande imbriquées : une boucle externe dans l'espace opérationnel pour positionner l'effecteur à sa référence, et des boucles internes dans l'espace articulaire pour asservir les tensions des câbles à des tensions admissibles réalisant les efforts requis par la boucle externe. Des capteurs additionnels ont été installés pour la mesure des tensions dans les câbles, et des correcteurs P et PI permettent respectivement de poursuivre les références de position et de rotation de l'effecteur ainsi que des tensions des câbles.

Le choix de l'espace de commande n'est pas toujours trivial. Une commande dans l'espace articulaire est plus simple à mettre en œuvre, mais avec un nombre de paramètres de réglage des correcteurs qui augmente avec le nombre d'actionneurs utilisés, tandis que cette complexité est souvent réduite en considérant un com-

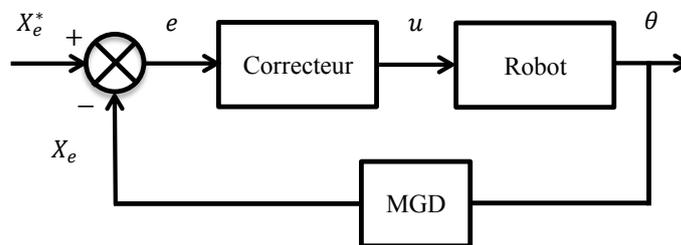
portement identique des actionneurs. De plus, le caractère non-linéaire du MGI en fonction de la pose de l'effecteur ne permet pas d'assurer les mêmes performances sur l'ensemble de l'espace de travail, ni même de prévoir celles-ci à partir des performances des boucles de commande articulaires. L'inconvénient majeur d'une telle commande proviendrait des erreurs de modélisation et de mesures articulaires qui dégradent la précision sur la pose de l'effecteur.

Lorsqu'une grande précision est attendue avec des propriétés telles que le découplage position-orientation au niveau de l'effecteur, une commande dans l'espace opérationnel est plus appropriée, bien que le réglage des correcteurs n'est pas toujours évident puisque les grandeurs commandées n'ont pas les mêmes dimensions. Le principal inconvénient d'une telle commande réside dans l'utilisation du MGD, dont l'obtention est très difficile dans le cas des architectures parallèles [Merlet 1997], l'usage des câbles rend le problème encore plus complexe [Carricto 2011].

Dans le schéma de commande mentionné précédemment, les erreurs de modélisation et de mesures articulaires ont un impact direct sur la précision de la pose de l'effecteur. Une solution pour améliorer la précision est d'utiliser des capteurs extéroceptifs pour une mesure directe de la pose de l'effecteur, ceci permet aussi d'éviter les complications liées à la détermination du MGD. Les premiers travaux de recherche ayant eu recours à ce type de solution pour la commande des robots parallèles à câbles remontent vraisemblablement à l'utilisation de caméras [Kino 2000] et de lasers [Zi 2008].



(a) Schéma de commande en position dans l'espace articulaire



(b) Schéma de commande en position dans l'espace opérationnel

Figure 5.1 – Schémas de commande en position

5.2 Schéma de commande en position

Le schéma de commande présenté dans cette thèse pour la commande des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, est représenté sur la Figure 5.2. Ce schéma de commande est composé de deux parties en cascade :

- d'abord, la **commande de la position** dans l'espace opérationnel permet de positionner et orienter l'effecteur de manière précise, en utilisant le système de caméras Vicon pour la mesure directe de la pose de l'effecteur à partir du système de capture de mouvements Bonita décrit au Chapitre 1.
- ensuite, l'**algorithme de distribution des tensions** présenté au Chapitre 4 permet de garantir des tensions admissibles dans les câbles sans modifier la trajectoire de l'effecteur.

Cette commande en position représente un asservissement visuel 3D ou basé position (en anglais Position-Based Visual Servo control (PBVS)) où les primitives visuelles utilisées pour la commande sont définies dans l'espace opérationnel, dont la mesure est obtenue par reconstruction à partir des images. Par opposition, un asservissement visuel 2D ou basé image (en anglais Image-Based Visual Servo control (IBVS)) définit les primitives visuelles au niveau de l'image. Dans la configuration actuelle, les capteurs visuels déportés sont fixés sur la base du robot pour observer la scène. Une configuration alternative exploite des capteurs embarqués, montés sur l'effecteur. Des tutoriels disponibles dans [Hutchinson 1996, Chaumette 2006, Chaumette 2007] résument les approches de base et les approches avancées de la commande par vision des robots.

Les premiers travaux de recherche exploitant certaines de ces approches d'asservissements visuels pour la commande des robots parallèles à câbles ont été publiés dans [Dallej 2011] dans le cas des robots à faible dimension, alors que le cas des robots à large dimension a été traité dans [Dallej 2012]. Pour cela, la configuration suspendue a été considérée pour valider les asservissements visuels 3D étudiés.

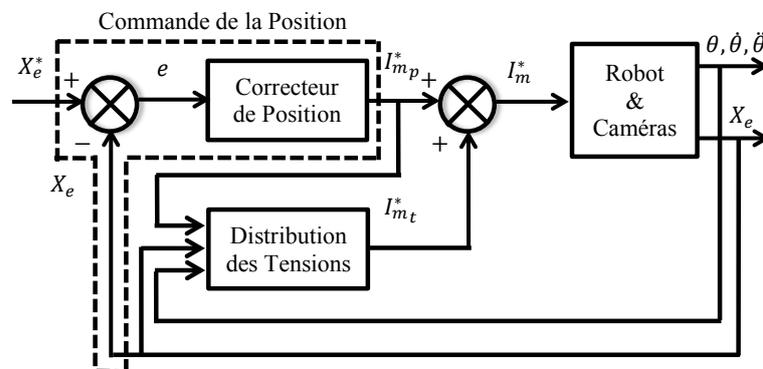


Figure 5.2 – Schéma de commande général

5.3 Approche de commande cinématique

Cette thèse propose une approche cinématique de commande des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, à travers un schéma de commande hybride en position qui a été publié dans [Chellal 2015] lors d'une validation en simulation et expérimentale sur le robot INCA 6D. Ce schéma représenté sur la Figure 5.3 est composé de deux boucles de commande imbriquées :

- **Boucle de vision** : une boucle externe dans l'espace opérationnel pour la commande de la pose actuelle de l'effecteur X_e à la référence X_e^* .
- **Boucles de vitesses** : des boucles internes dans l'espace articulaire pour la commande découplée des vitesses des moteurs $\dot{\theta}$ de manière à réaliser les consignes $\dot{\theta}^*$ requises par la boucle de vision, tout en rejetant le comportement non-linéaire des actionneurs et des câbles.

Cette approche de commande représente un asservissement visuel cinématique 3D ou basé position, dans lequel le robot est considéré comme un simple outil de positionnement dont la dynamique est globalement approximée par un gain, et où les moteurs sont assimilés à des intégrateurs purs. De ce fait, les performances du système commandé dépendent essentiellement de la synthèse du correcteur visuel et du retard introduit par celui-ci dans la boucle de commande. Cette approche de commande dite indirecte est utilisée pour des asservissements visuels lents dont le but recherché est la robustesse.

Dans une telle approche de commande cinématique, le correcteur visuel intervient dans une boucle de haut niveau pour fournir les consignes de vitesses de l'effecteur ν_e^* assurant une convergence asymptotique de l'erreur d'asservissement. Un générateur de trajectoires permet de convertir ces vitesses opérationnelles en vitesses articulaires, qui sont transmises à des boucles de bas niveau du robot qui les réalisent.

L'avantage de cette approche cinématique est de reposer sur un correcteur visuel simple, représenté généralement par un gain multiplié par la pseudo-inverse de l'estimation de la matrice d'interaction, reliant la variation temporelle des primitives visuelles asservies à la vitesse de l'effecteur. Cela facilite pleinement l'implémentation de cette méthode et permet un temps d'exécution raisonnable. Pour la génération de trajectoires, le MCI des robots est usuellement utilisé. Les améliorations de cette approche interviennent alors dans la technique de commande proprement dite, par exemple en recherchant des lois de commande permettant de découpler les mouvements de l'effecteur, ou encore des choix et des méthodes d'extraction des primitives visuelles 2D et 3D susceptibles d'améliorer les performances ainsi que le degré d'autonomie du système.

En se basant sur les fondements théoriques des asservissements visuels 3D ou basés position, les correcteurs visuels synthétisés dans [Dallej 2011, Dallej 2012] sont

représentés par un simple gain multiplié par la pseudo-inverse de l'estimation de la matrice d'interaction, associée au choix effectué des primitives cartésiennes asservies. Pour cela, la translation et la rotation (angle plus vecteur) entre le repère actuel attaché à l'effecteur et un repère cible sont asservis. Concernant la génération de trajectoires, le cas des robots à faible dimension [Dallej 2011] s'est appuyé sur le MCI classique des robots parallèles à câbles, alors que le cas des robots à large dimension a conduit à introduire un modèle géométrico-statique pour établir cette conversion. Pour cela, le modèle de déformation des câbles inextensibles pensants déterminé dans [Kozak 2004] a été utilisé.

On détaillera dans la suite le choix et la synthèse des correcteurs utilisés, ainsi que le générateur de trajectoires intervenant dans le schéma de commande cinématique proposé.

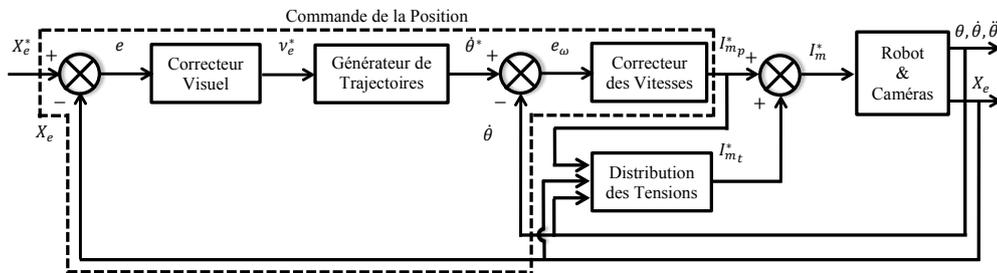


Figure 5.3 – Schéma de commande cinématique

5.3.1 Boucle de vision

5.3.1.1 Correcteur visuel

Les schémas de commande cinématiques sont basés sur le formalisme de la régulation à zéro de la fonction de tâche sur un horizon temporel fini [Samson 1991]. On définit comme fonction de tâche l'erreur d'asservissement entre la pose actuelle de l'effecteur X_e et sa référence X_e^* :

$$e = X_e^* - X_e \quad (5.1)$$

Afin de déterminer une loi de commande visuelle assurant une convergence asymptotique de l'erreur d'asservissement vers zéro, on séparera les deux cas suivants :

- **Cas d'une régulation** : en considérant les consignes fixes et leurs faibles variations, la variation temporelle de l'erreur d'asservissement est donnée par :

$$\dot{e} = -\dot{X}_e \quad (5.2)$$

Une loi de commande visuelle peut alors être déterminée par la correction proportionnelle :

$$\nu_e^* = K e \quad (K > 0) \quad (5.3)$$

- **Cas d'une poursuite de trajectoires** : dans le cas des consignes à fortes variations, la variation temporelle de l'erreur d'asservissement devient :

$$\dot{e} = \dot{X}_e^* - \dot{X}_e \quad (5.4)$$

Si la consigne est parfaitement spécifiée, une loi de commande visuelle peut donc être obtenue sous forme d'une correction proportionnelle à laquelle s'ajoute un terme d'anticipation de la variation temporelle de la consigne, pour annuler l'effet de celle-ci :

$$\nu_e^* = K e + \dot{X}_e^* \quad (K > 0) \quad (5.5)$$

Afin d'offrir la possibilité d'imposer des performances différentes sur les 6 composantes de la pose de l'effecteur, le correcteur visuel sera représenté par une matrice de gains K de dimension 6×6 . Cette matrice est choisie sous forme diagonale pour assurer le découplage entre la position P_e et l'orientation Φ_e de l'effecteur :

$$K = \begin{bmatrix} k_p \mathbb{I}_{3 \times 3} & \mathbb{I}_{3 \times 3} \\ \mathbb{I}_{3 \times 3} & k_\phi \mathbb{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

où les gains scalaires strictement positifs $k_p > 0$ et $k_\phi > 0$ permettent d'assurer la stabilité, ainsi que de régler le temps de réponse à 5 % pour la position t_{rp} et l'orientation $t_{r\phi}$ évalués par :

$$t_{rp} = \frac{3}{k_p} \quad (5.7)$$

$$t_{r\phi} = \frac{3}{k_\phi} \quad (5.8)$$

5.3.1.2 Générateur de trajectoires

Afin de convertir les références de vitesses opérationnelles ν_e^* provenant de la boucle de vision en références de vitesses articulaires $\dot{\theta}^*$, le MCI classique (2.21) des robots parallèles à câbles peut être utilisé :

$$\dot{\theta}^* = -\tilde{J}(X_e) \nu_e^* \quad (5.9)$$

Le schéma de commande de la boucle de vision est résumé sur la Figure 5.4, en tenant compte du correcteur visuel déterminé par la loi de commande visuelle (5.3), et du générateur de trajectoires représenté par le MCI (5.9).

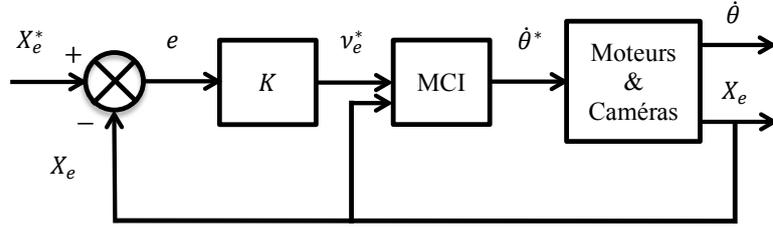


Figure 5.4 – Schéma de commande de la boucle externe de vision

5.3.2 Boucles de vitesses

5.3.2.1 Correcteur des vitesses articulaires

La méthodologie de commande cinématique repose sur la commande des vitesses articulaires $\dot{\theta}^*$ pour réaliser les vitesses opérationnelles ν_e^* requises par la boucle de vision. Lors de la synthèse des correcteurs des vitesses articulaires, la commande d'un seul moteur est considérée, les autres moteurs sont assimilés à des perturbations sur la tension du câble moteur considéré.

Le schéma de commande d'un moteur à courant continu soumis aux actions des câbles moteur (tension T) et d'équilibrage (raideur k_{eq}) est présenté sur la Figure 5.5. Le modèle d'analyse $G(s)$ inclut : un modèle du premier ordre de la dynamique de la boucle de commande du courant moteur de constante de temps τ , la constante de couple du moteur k_{em} , et un modèle du second ordre de la dynamique de l'actionneur représentée par l'inertie j_{eq} , les frottements visqueux f_{veq} et la raideur angulaire k_{eq} :

$$G(s) = \frac{k_{em} s}{(1 + \tau s) (j_{eq} s^2 + f_{veq} s + k_{eq})} \quad (5.10)$$

La tension du câble T ainsi que les effets non-linéaires des frottements secs f_{seq} (non représentés sur la Figure 5.5) peuvent être considérés comme des perturbations agissant sur le courant moteur I_m^* de commande, qui doivent être rejetées ou compensées par le correcteur des vitesses articulaires $C_\omega(s)$.

Un correcteur PI est généralement suffisant pour la commande de la vitesse d'un moteur à courant continu, le terme intégral étant nécessaire pour le rejet de perturbations. Le correcteur des vitesses articulaires $C_\omega(s)$ est alors noté par :

$$C_\omega(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (5.11)$$

où K_p et T_i désignent respectivement le gain proportionnel et la constante de temps d'intégration.

Le correcteur $C_\omega(s)$ est réglé pour atteindre des bandes passantes élevées. Un

modèle de synthèse est donc établi en considérant une approximation en hautes fréquences de la fonction de transfert entre le couple moteur τ_m et la vitesse du moteur $\dot{\theta}$, résultant au modèle $G_s(s)$ qui convient à la synthèse de correcteurs en utilisant la méthode de l'optimum symétrique (détaillée par la suite) pour un rejet de perturbations efficace [Kessler 1958] :

$$G_s(s) = \frac{k_{em}}{j_{eq} s (1 + \tau s)} \quad (5.12)$$

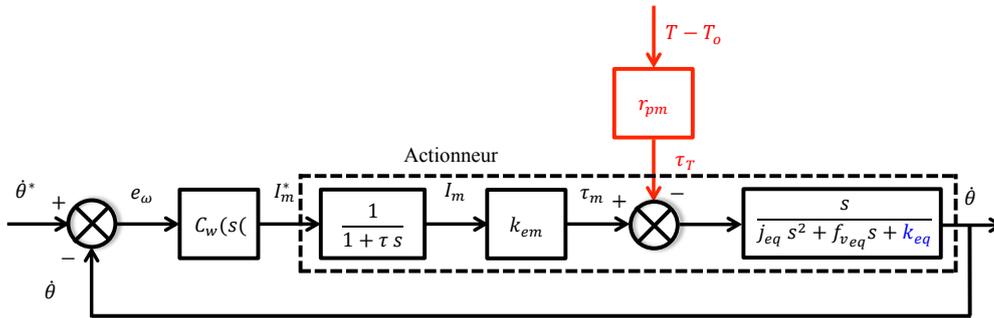


Figure 5.5 – Schéma de commande d'une boucle interne de vitesse articulaire

5.3.2.2 Méthode de l'optimum symétrique

La méthode de l'optimum symétrique permet d'obtenir de très bons réglages de correcteurs PI pour divers applications, avec un rejet de perturbations efficace [Kessler 1958].

Soit la fonction de transfert $H(s)$ du système à asservir, qui s'écrit sous la forme :

$$H(s) = \frac{1}{J s (1 + T s)} \quad (5.13)$$

La fonction de transfert $K(s)$ du correcteur PI s'écrit :

$$K(s) = K_p \frac{(1 + T_i s)}{T_i s} \quad (5.14)$$

En présence de correction, les performances de la Fonction de Transfert en Boucle Fermée (FTBF) sont évaluées à partir de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte (FTBO). La FTBO corrigée $KH(s)$ devient alors :

$$KH(s) = K_p \frac{(1 + T_i s)}{J T_i s^2 (1 + T s)} \quad (5.15)$$

Le correcteur PI est réglé en 2 étapes de la manière suivante :

1. La constante de temps d'intégration T_i est choisie dans un rapport $a > 1$ donné par rapport à la constante de temps T , de sorte à garantir une marge de phase positive $\Delta\varphi > 0$ (Figure 5.6) et donc la stabilité :

$$T_i = a T \quad (a > 1) \quad (5.16)$$

La fonction de transfert $KH(s)$ devient donc :

$$HK(s) = \frac{K_p}{a T J s^2} \frac{(1 + a T s)}{(1 + T s)} \quad (5.17)$$

dont la gain complexe à pulsation ω s'écrit :

$$HK(j\omega) = -\frac{K_p}{a T J \omega^2} \frac{1 + j a T \omega}{1 + j T \omega} = -\frac{K_p}{a T J \omega^2} \frac{1 + a T^2 \omega^2 + j (a - 1) T \omega}{1 + a T^2 \omega^2} \quad (5.18)$$

d'où son module $|HK(j\omega)|$ et sa phase $\varphi(\omega)$ à la pulsation ω :

$$\begin{cases} |HK(j\omega)| &= \frac{K_p}{a T J \omega^2} \sqrt{\frac{1 + a^2 T^2 \omega^2}{1 + T^2 \omega^2}} \\ \varphi(\omega) &= -\pi + \arctan\left(\frac{(a - 1) T \omega}{1 + a T^2 \omega^2}\right) \end{cases} \quad (5.19)$$

La phase (5.19) présente un maximum φ_{\max} à la fréquence ω^* :

$$\omega^* = \frac{1}{T \sqrt{a}} \quad (5.20)$$

et le gain complexe de la fonction de transfert $KH(s)$ à la fréquence ω^* devient :

$$HK(j\omega^*) = j \frac{K_p T \sqrt{a}}{J} \frac{1 + j \sqrt{a}}{1 - j \sqrt{a}} \quad (5.21)$$

d'où son module $|HK(j\omega^*)|$ et sa phase $\varphi(\omega^*)$ à la pulsation ω^* :

$$\begin{cases} |HK(j\omega^*)| &= \frac{K_p T \sqrt{a}}{J} \\ \varphi(\omega^*) &= \varphi_{\max} = -\frac{3\pi}{2} + 2 \arctan(\sqrt{a}) \end{cases} \quad (5.22)$$

2. Le gain proportionnel K_p est réglé de sorte que la marge de phase corresponde au maximum de la phase du système en boucle ouverte corrigé (Figure 5.6). Ceci se traduit par :

$$|HK(j\omega^*)| = 1 \quad (5.23)$$

ce qui permet d'obtenir la valeur du gain proportionnel K_p :

$$K_p = \frac{J}{T \sqrt{a}} \quad (5.24)$$

Les paramètres K_p et T_i du correcteur PI sont donc déterminés à partir du paramètre de synthèse a , qui est choisi de manière à assurer une marge de phase $\Delta\varphi = \varphi_{max} + \pi$. Ce qui mène en employant l'expression de φ_{max} depuis la relation correspondante (5.22) à :

$$a = \tan^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (5.25)$$

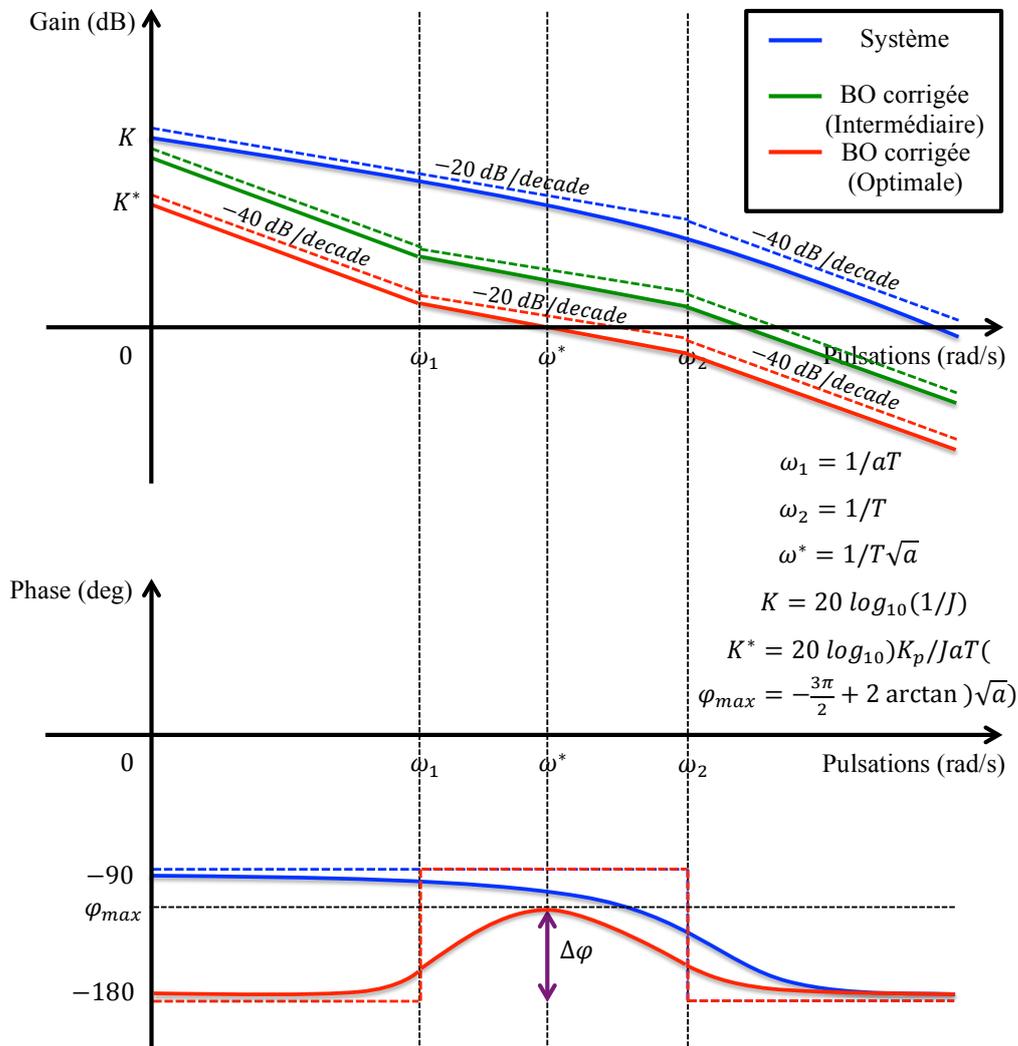


Figure 5.6 – Diagramme de Bode pour le réglage de correcteurs PI par la méthode de l'optimum symétrique

5.4 Synthèse des correcteurs de la commande cinématique

5.4.1 Synthèse du correcteur visuel

Les gains scalaires k_p et k_ϕ ont été choisis tels que : $k_p = k_\phi = 6 \text{ s}^{-1}$ pour obtenir un temps de réponse $t_{rp} = t_{r\phi} = 500 \text{ ms}$ pour les composantes de la position P_e et l'orientation Φ_e de l'effecteur.

Le correcteur visuel représenté par la matrice des gains proportionnels K s'écrit donc :

$$K = 6 \mathbb{I}_{6 \times 6} \quad (5.26)$$

5.4.2 Synthèse du correcteur des vitesses articulaires

L'application de la méthode de l'optimum symétrique en considérant le modèle de synthèse (5.12) permet d'identifier les grandeurs physiques $J = j_{eq} / k_{em}$ et $T = \tau$ intervenant dans la fonction de transfert du système à corriger sous la forme (5.13). Ceci permet de déduire les expressions du gain proportionnel K_p et de la constante de temps d'intégration T_i :

$$K_p = \frac{j_{eq} / k_{em}}{\tau \sqrt{a}} \quad (5.27)$$

$$T_i = a \tau \quad (5.28)$$

En choisissant le paramètre de synthèse $a = 20$ pour assurer une marge de phase $\Delta\varphi = 65 \text{ deg}$ située à la pulsation de coupure $w^* = 172 \text{ rad/s}$, les valeurs correspondantes de K_p et T_i sont :

$$K_p = 0.1107 \text{ A}\cdot\text{s}/\text{rad} \quad (5.29)$$

$$T_i = 26 \text{ ms} \quad (5.30)$$

La Figure 5.7 compare les diagrammes de Bode du système à corriger (modèles d'analyse G et de synthèse G_s) et du système en boucle ouverte $C_\omega G$ corrigé par l'intégrateur PI, synthétisé en utilisant la méthode de l'optimum symétrique. La réponse fréquentielle du système en boucle ouverte corrigé $C_\omega G$ permet de confirmer la valeur de la marge de phase choisie $\Delta\varphi = 65 \text{ deg}$, ainsi que de relever la valeur de la bande passante atteinte par la commande des vitesses articulaires de $\omega_c = 172 \text{ rad/s}$.

5.5 Résultats de simulation et expérimentaux

Une fois les correcteurs intervenant dans le schéma de commande cinématique (Figure 5.3) synthétisés, cette partie présente les résultats de simulation et expérimentaux pour valider le schéma de commande appliqué au robot INCA 6D.

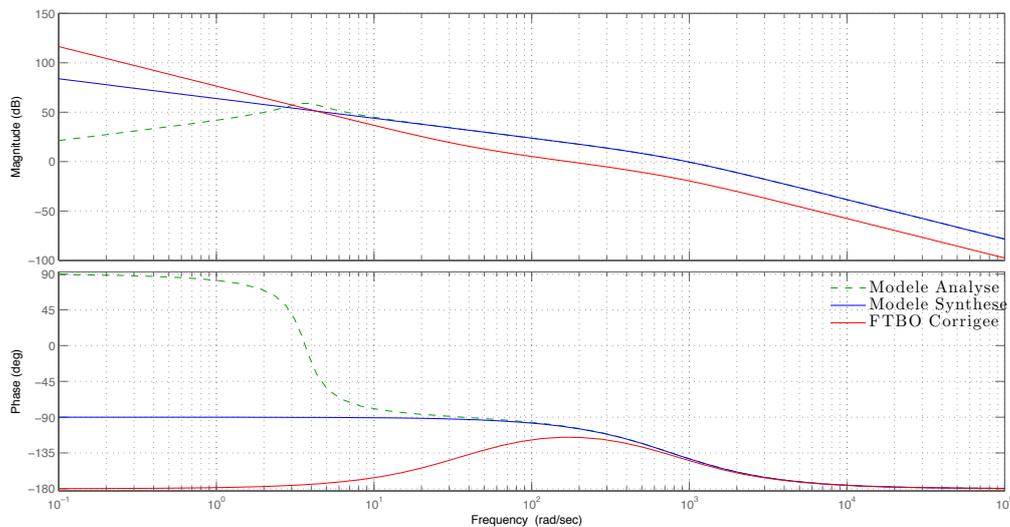


Figure 5.7 – Diagrammes de Bode du système à corriger et du système en boucle ouverte corrigé par un intégrateur PI en utilisant la méthode de l’optimum symétrique

Dans un premier temps, le réglage des boucles internes des vitesses articulaires est considéré, avant d’évaluer par la suite le schéma de commande cinématique complet.

5.5.1 Résultats de la commande des vitesses articulaires

Simulations Le schéma de commande de la vitesse d’un seul moteur de la Figure 5.5 est simulé, en considérant différentes formes de trajectoires de consignes en vitesses. En supposant que l’effecteur est initialement placé au centre de l’espace de travail :

- Cas d’une régulation : la consigne de vitesse est sous forme d’échelon (Figure 5.9(a)).
- Cas d’une poursuite de trajectoires : la consigne de vitesse est sous forme de rampe (Figure 5.10(a)) et de sinusoïde (Figure 5.11(a)).

Le comportement des autres moteurs est simulé par une perturbation en échelon à travers la tension du câble moteur, qui varie brutalement d’une valeur initiale de 8 N à la une valeur finale de 10 N (Figure 5.8), correspondant à la tension de fonctionnement du système commandé.

Les résultats de simulation de la commande d’un seul moteur sont affichés sur la Figure 5.9 dans le cas d’une régulation, et les Figures 5.10 et 5.11 dans le cas d’une poursuite de trajectoires. La vitesse du moteur suit bien les consignes en échelon (Figure 5.9(a)), en rampe (Figure 5.10(a)) et en sinusoïde (Figure 5.11(a)). Le temps de réponse obtenu est de 100 ms, et le temps de montée de 20 ms est en adéquation

avec la valeur attendue de $3 / \omega_c = 17.44$ ms. La perturbation qui varie brutalement à l'instant 1.5 s, est correctement rejetée par le correcteur que ce soit en régulation ou en poursuite de trajectoires.

La commande représentée par le courant moteur de référence possède des allures satisfaisantes en régulation (Figure 5.9(b)) et en poursuite de trajectoires (Figures 5.10(b) et 5.11(b)). Les signaux de commande présentent de faibles pics de courants en régime transitoire qui se stabilisent en régime permanent, tout en respectant les saturations physiques des actionneurs $I_{\min k} = 0$ A et $I_{\max k} = 3$ A ($k = 1, \dots, 8$).

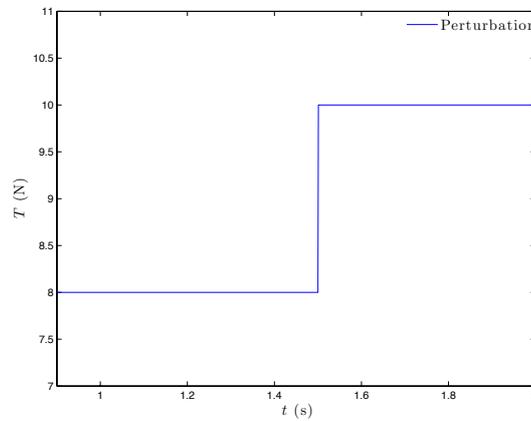


Figure 5.8 – Perturbation agissant via la tension du câble moteur

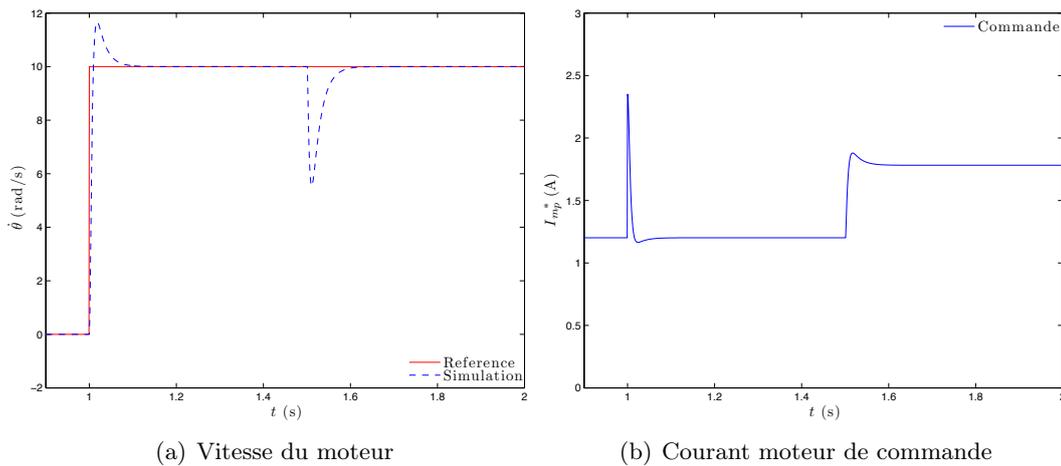


Figure 5.9 – Résultats de simulation de la commande de la vitesse d'un moteur dans le cas d'une régulation

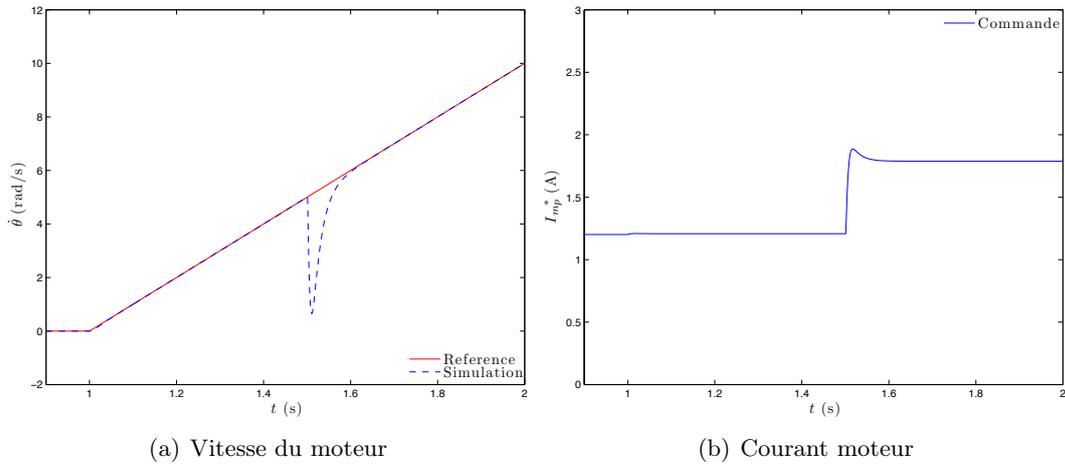


Figure 5.10 – Résultats de simulation de la commande de la vitesse d’un moteur dans le cas d’une poursuite d’une trajectoire sous forme de rampe

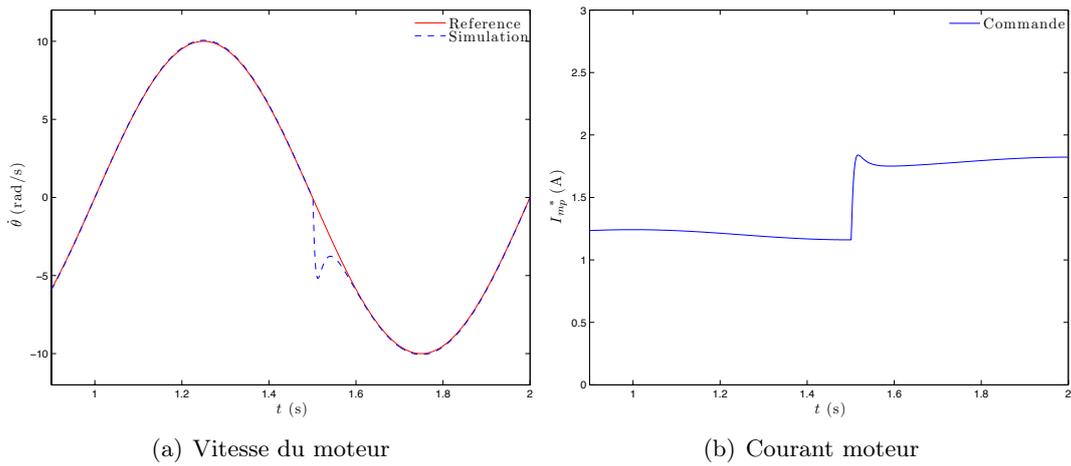


Figure 5.11 – Résultats de simulation de la commande de la vitesse d’un moteur dans le cas d’une poursuite de trajectoire sous forme de sinusoïde

Expérimentations Après des résultats de simulations convaincants, on procède à l’évaluation expérimentale du schéma de commande de la Figure 5.5, en distinguant les deux cas suivants :

- **Cas 1** : où un seul moteur est commandé en vitesse (par exemple le moteur 5), et le reste des moteurs sont commandés en courant. Concernant la consigne de vitesse, les mêmes trajectoires précédentes en échelon (Figure 5.13(a)), en rampe (Figure 5.13(c)) et en sinusoïde (Figure 5.13(d)) ont été employées pour les situations de régulation et de poursuite de trajectoires.

Concernant les consignes de courants, deux situations ont été considérées dans lesquelles les autres moteurs sont commandés à des courants nuls, ou à des cou-

rants non-nuls et pour cela les signaux d'identification de la Figure 3.5(a) ont été exploités, en réduisant cette fois-ci la valeur haute des courants à $I_h = 0.5$ A.

- **Cas 2** : où tous les moteurs sont commandés en vitesse. Comme les vitesses des moteurs ne peuvent être choisies indépendamment les unes des autres, les consignes de vitesses des moteurs sont déterminées à l'aide du générateur de trajectoires spécifié sur la Figure 5.12, en convertissant les consignes de pose de l'effecteur en son entrée via le filtre dérivateur suivi du MCI du robot.

À cet effet, deux trajectoires de consigne de l'effecteur ont été étudiées, imposant une translation de l'effecteur le long de l'axe X_o du repère \mathcal{R}_o , sous forme d'un signal triangulaire (Figure 5.15(a)) et sinusoïdal (Figure 5.15(b)), tout en conservant une orientation nulle.

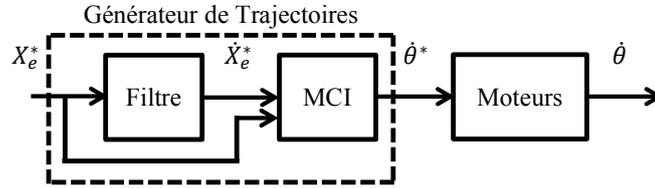


Figure 5.12 – Générateur de trajectoires pour la conversion des consignes de pose de l'effecteur en consignes de vitesses des moteurs

Chaque moteur est soumis à une perturbation agissant via la tension de son câble moteur, qui provient cette fois-ci de l'action simultanée des autres moteurs.

Le correcteur à temps continu $C_\omega(s)$ a été discrétisé et implanté sous sa forme à temps discret $C_\omega(z)$, obtenue par l'approximation d'Euler de la variable de Laplace $s = (1 - z^{-1}) / T_e$:

$$C_\omega(z) = \frac{U(z)}{E(z)} \simeq C_\omega(s = \frac{1}{T_e} (1 - z^{-1})) = K_p \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \quad (5.31)$$

L'échantillon de commande $u_k = u(t = k T_e)$ à l'instant $t_k = k T_e$ est alors déterminé à partir de l'équation de récurrence issue de la combinaison linéaire des transformées en Z inverses des termes Proportionnel et Intégral :

$$u_k = p_k + i_k \quad (5.32)$$

où les termes Proportionnel p_k et Intégral i_k de la commande sont donnés par :

$$\begin{cases} p_k &= K_p e_k \\ i_k &= i_{k-1} + \frac{K_p T_e}{T_i} e_k \end{cases} \quad (5.33)$$

Un terme d'anti-emballement (en anglais anti-windup) a été ajouté à la commande afin d'éviter l'emballement du terme intégral i_k , provoquant la saturation de

la commande u_k . L'algorithme considéré pour l'implantation du correcteur $C_\omega(s)$ numérisé est résumé par l'Algorithme 2.

```

Input   :  $e_k$ 
Output  :  $u_k$ 

1  /* Calcul des termes du PI */
2   $p_k \leftarrow K_p e_k$ ;
3   $i_k \leftarrow i_{k-1} + \frac{K_p T_e}{T_i} e_k$ ;
4  /* Calcul de la commande */
5   $v_k \leftarrow p_k + i_k$ ;
6  /* Saturations physiques du moteur */
7  if  $v_k \leq I_{\min}$  then
8       $u_k \leftarrow I_{\min}$ ; // Commande = Saturation basse
9  else
10     if  $v_k \geq I_{\max}$  then
11          $u_k \leftarrow I_{\max}$ ; // Commande = Saturation haute
12     else
13          $u_k \leftarrow v_k$ ; // Commande = Commande PI
14     end
15 end
16 end
17 end
18 /* Désaturation du terme intégral */
19  $i_k \leftarrow i_k + u_k - v_k$ ;
20 /* Mise à jour du terme intégral */
21  $i_{k-1} \leftarrow i_k$ ;

```

Algorithme 2 : Algorithme PI avec terme d'anti-saturation

Les mesures des vitesses articulaires $\dot{\theta}$ sont estimées par filtrage passe-bande des mesures des positions articulaires θ afin d'éviter d'exciter les hautes fréquences, qui risquent d'engendrer des pics de vitesses indésirables pouvant déstabiliser le système. Le filtre dérivateur approché pour estimer la vitesse articulaire $\hat{\theta}$ est alors donné dans sa version à temps continu par :

$$\frac{\hat{\theta}(s)}{\theta(s)} = \frac{s}{1 + \tau_d s} \quad (\tau_d \ll) \quad (5.34)$$

où la constante de temps τ_d du filtre dérivateur est donnée par le choix de la fréquence de coupure f_d :

$$\tau_d = \frac{1}{\omega_d} = \frac{1}{2\pi f_d} \quad (5.35)$$

Le filtre dérivateur a également été discrétisé et implanté sous sa forme à temps discret :

$$\frac{\widehat{\theta}(z)}{\theta(z)} = \frac{1}{T_e} \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{\tau_d}{T_e} (1 - z^{-1})} \quad (5.36)$$

En appliquant la transformée en Z inverse, on déduit la relation de récurrence permettant de reconstruire les estimations de la vitesse articulaire $\widehat{\theta}_k$ aux instants d'échantillonnage $t_k = k T_e$:

$$\widehat{\theta}_k = \frac{\theta_k - \theta_{k-1}}{T_e + \tau_d} + \frac{\tau_d}{T_e + \tau_d} \widehat{\theta}_{k-1} \quad (5.37)$$

La valeur de la fréquence de coupure f_d du filtre dérivateur est imposée par la condition d'échantillonnage de Shannon :

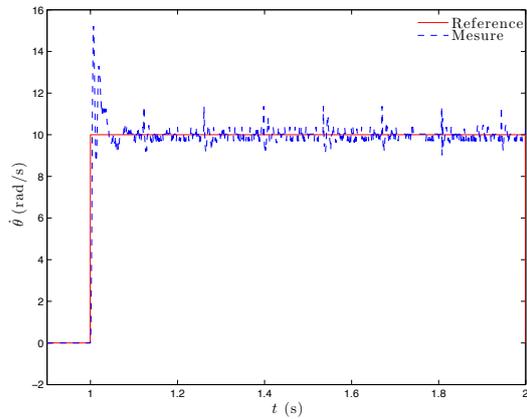
$$f_d \leq \frac{f_e}{2} \quad (5.38)$$

où la fréquence d'échantillonnage de $f_e = 1 / T_e = 1$ KHz nous impose de choisir $f_d \leq 500$ Hz.

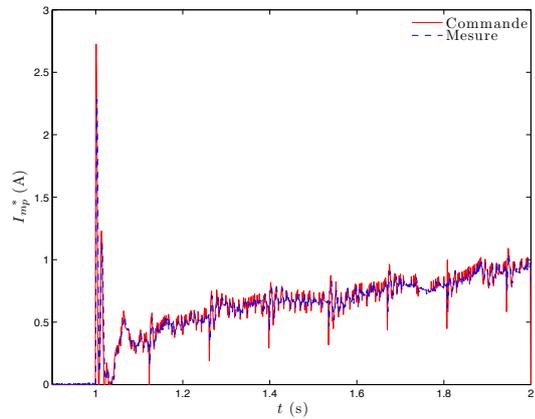
Une étude menée sur l'influence de la fréquence de coupure f_d sur les performances de l'asservissement, a permis de confirmer l'atténuation du bruit d'estimation des vitesses articulaires en fonction de la décroissance de la fréquence de coupure f_d . Cela dit, dès que cette fréquence de coupure se rapproche de la fréquence de coupure $f_c = \omega_c / 2\pi \simeq 28$ Hz correspondant à la bande passante de l'asservissement des vitesses articulaires, le système devient instable. Dans les expériences présentées par la suite, la fréquence de coupure f_d est choisie telle que : $f_d = 500$ Hz.

Les résultats expérimentaux pour la commande en vitesse du moteur 5 sont données sur les Figures 5.13 et 5.14. Et les résultats pour la commande en vitesse de tous les moteurs sont donnés sur les Figures 5.16 et 5.17. On remarquera que les moteurs suivent correctement leurs consignes de vitesses, tout en rejetant les perturbations dues aux tensions des câbles et aux effets non-linéaires des frottements secs. Le temps de réponse obtenu est proche de 100 ms.

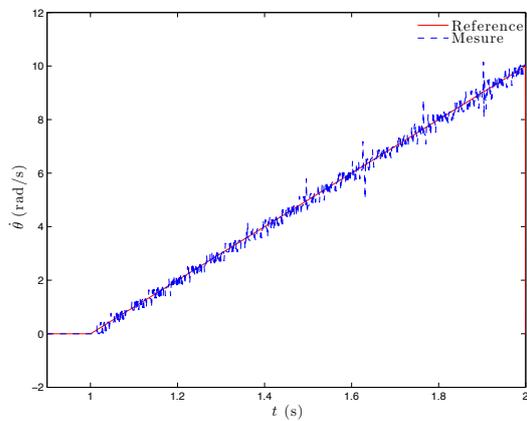
Les signaux de commande en courants moteurs possèdent des allures satisfaisantes en régulation et en poursuite de trajectoires. Grâce au correcteur PI implémenté doté d'un terme d'anti-emballement, et tenant compte des saturations physiques des actionneurs, les signaux de commande respectent bien leurs valeurs limites $I_{\min} = 0 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ A et $I_{\max} = 3 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ A. On notera également une légère sensibilité de la commande aux bruits de mesure des vitesses articulaires, introduits par le filtre dérivateur, ainsi qu'au pas de quantification des codeurs optiques.



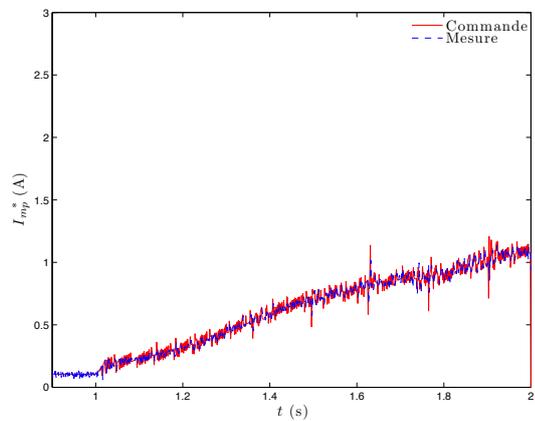
(a) Vitesse du moteur (consigne en échelon)



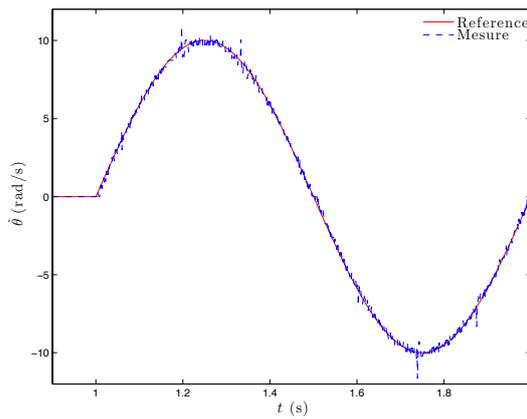
(b) Courant moteur (consigne en échelon)



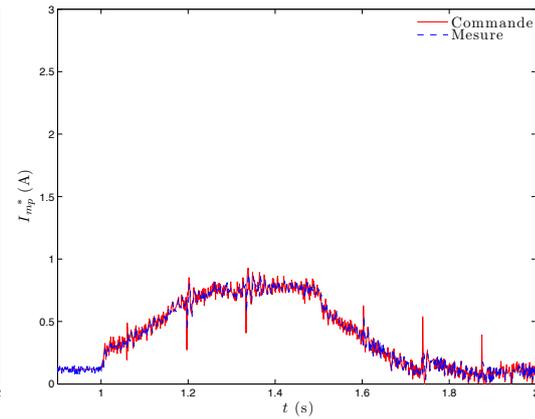
(c) Vitesse du moteur (consigne en rampe)



(d) Courant moteur (consigne en rampe)



(e) Vitesse du moteur (consigne en sinusoïde)



(f) Courant moteur (consigne en sinusoïde)

Figure 5.13 – Résultats expérimentaux de la commande de la vitesse du moteur 5, les autres moteurs étant commandés à des courants nuls

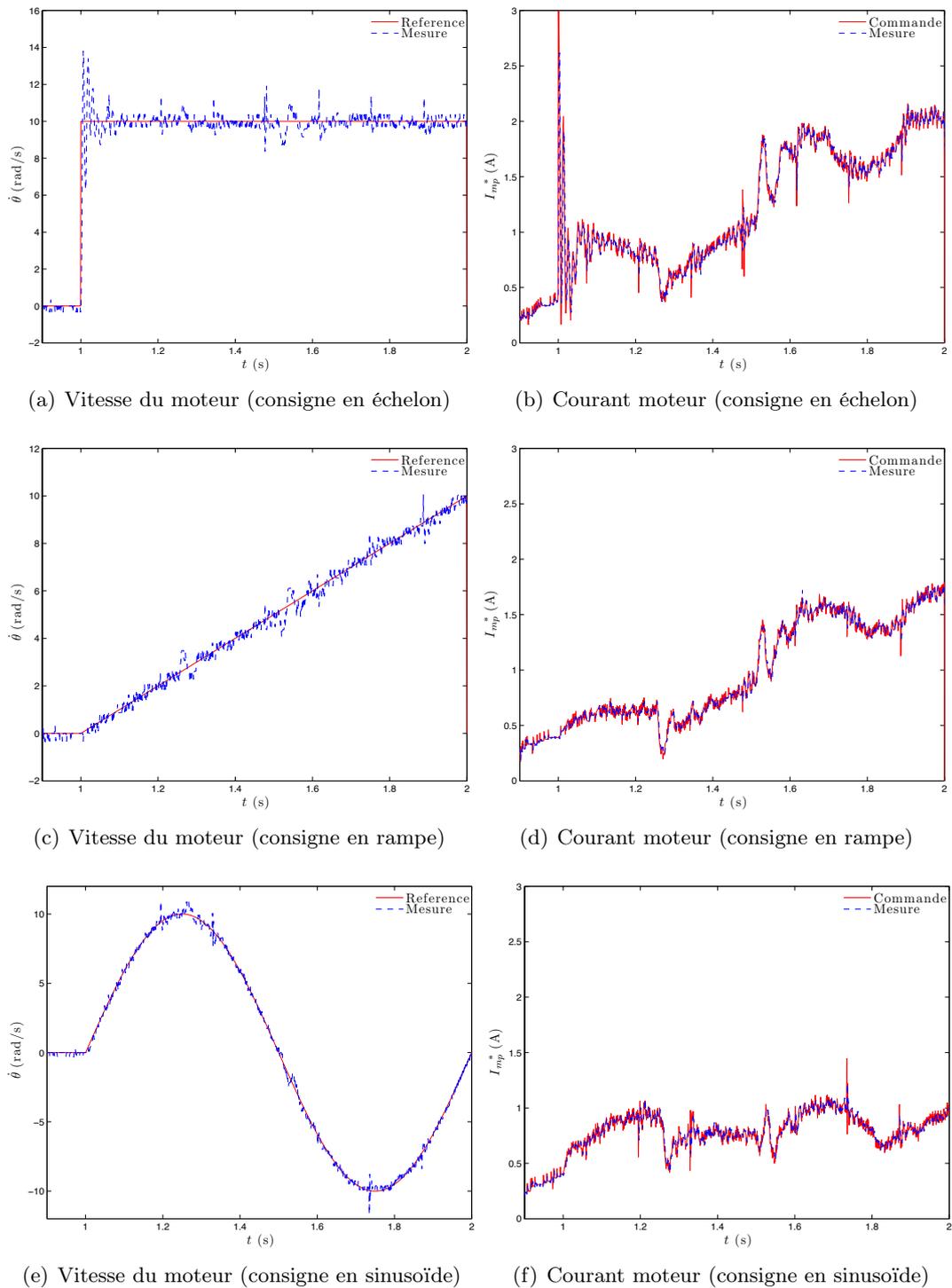
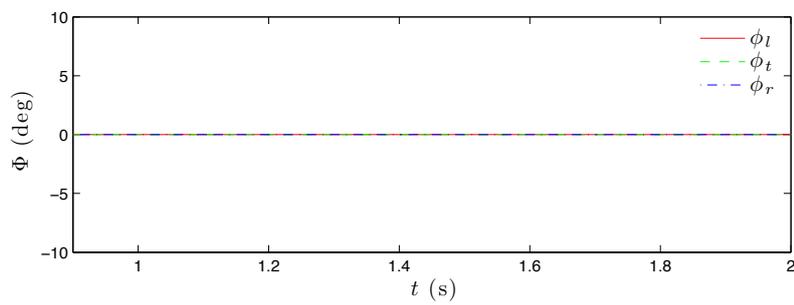
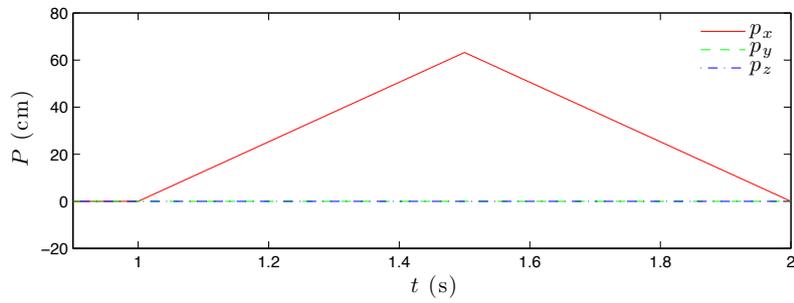
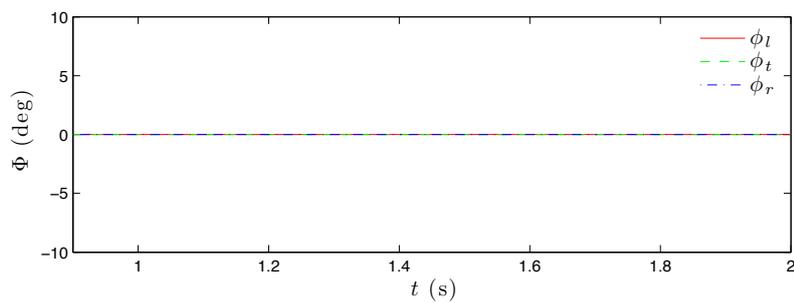
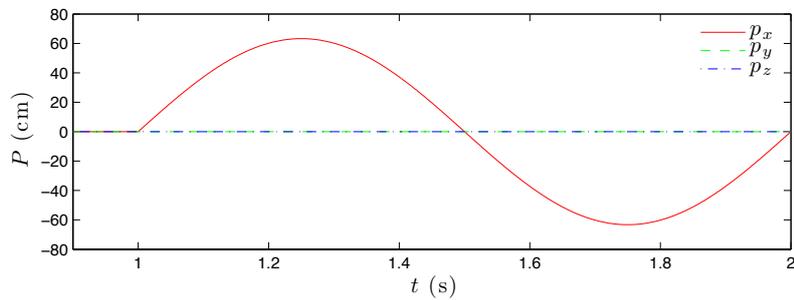


Figure 5.14 – Résultats expérimentaux de la commande de la vitesse du moteur 5, les autres moteurs étant commandés à des courants non-nuls (Figure 3.5(a))

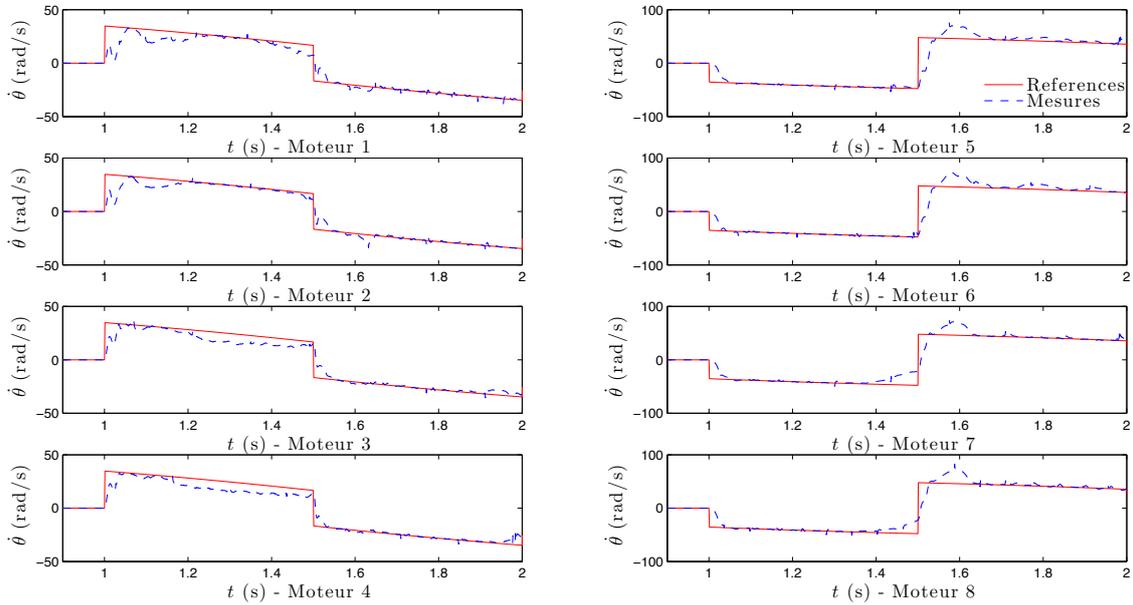


(a) Position de l'effecteur

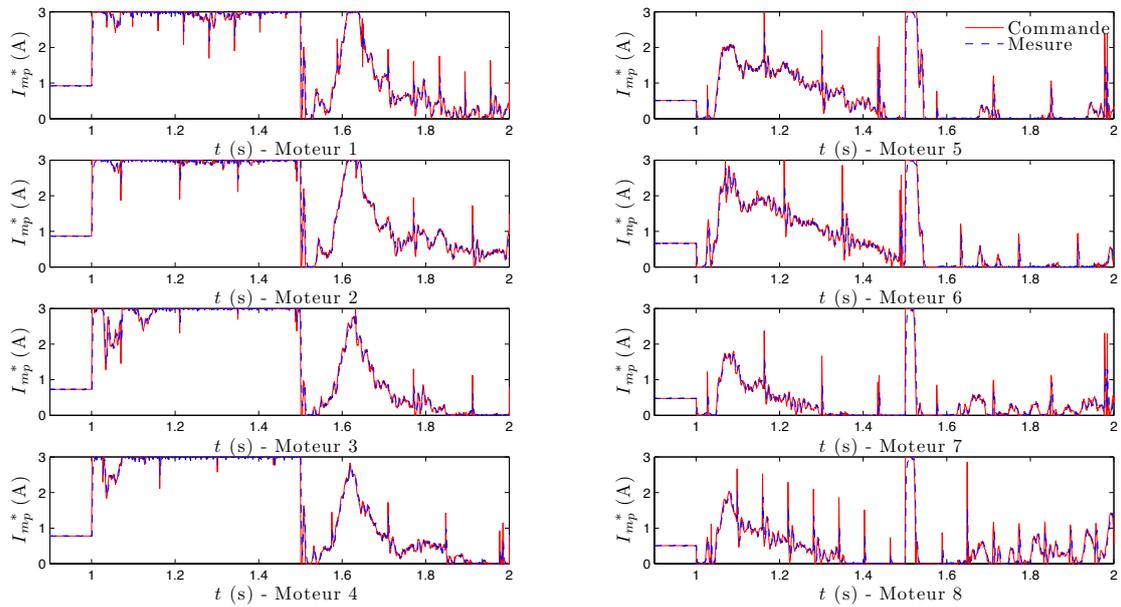


(b) Orientation de l'effecteur

Figure 5.15 – Consigne de pose de l'effecteur imposant un mouvement de translation de l'effecteur le long de l'axe X_o , convertie en vitesses articulaires pour la commande en vitesse de tous les moteurs

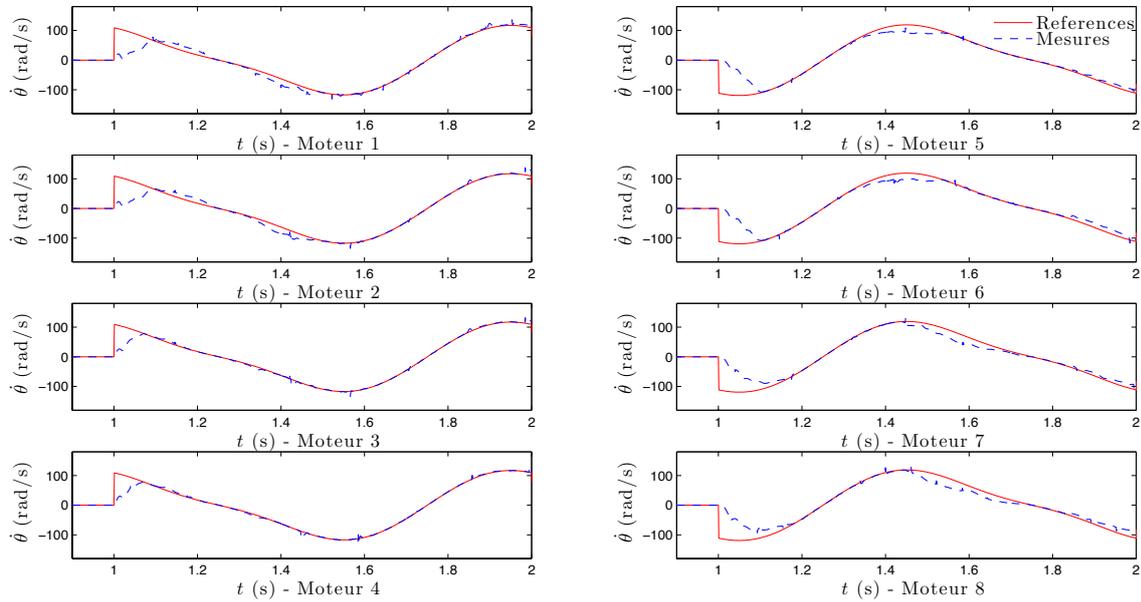


(a) Vitesses des moteurs

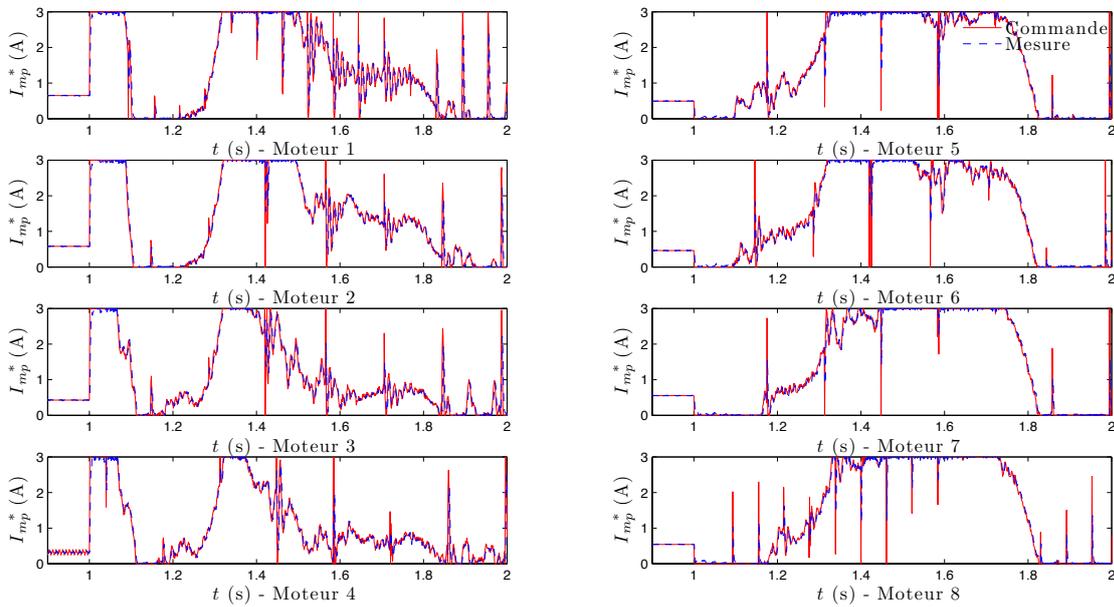


(b) Courants moteurs

Figure 5.16 – Résultats expérimentaux pour la commande des vitesses des moteurs dans le cas d’une poursuite d’une trajectoire triangulaire imposant un mouvement de translation de l’effecteur le long de l’axe X_o



(a) Vitesses des moteurs



(b) Courants moteurs

Figure 5.17 – Résultats expérimentaux pour la commande des vitesses des moteurs dans le cas d’une poursuite d’une trajectoire sinusoïdale imposant un mouvement de translation de l’effecteur le long de l’axe X_o

5.5.2 Résultat de la commande cinématique en position

Tâches d'évaluation Afin de valider le schéma de commande cinématique en position proposé (Figure 5.3), une série de trajectoires de références de l'effecteur sont testées en simulation et expérimentalement. À l'issue de ces tests, l'effecteur initialement localisé à la pose mesurée X_{e_o} est déplacé comme suit :

- **Cas de régulations** : où les trajectoires de références de l'effecteur représentent 3 translations pures d'amplitudes 30 cm respectivement le long des axes X_o , Y_o et Z_o , et 3 rotations pures d'angles +15 deg respectivement autour des axes X_o , Y_o et Z_o .
- **Cas de poursuite de trajectoires** : où la trajectoire de référence de l'effecteur représente un cercle appartenant au plan X_oY_o à la hauteur $z = 0$, et localisé au centre de l'espace de travail O_o avec un rayon de 30 cm. Cette trajectoire est parcourue avec une orientation nulle.

Distribution des tensions L'espace des tensions réalisables est défini par les bornes minimales T_{\min} et maximales T_{\max} déterminées de sorte que :

- les bornes minimales T_{\min} réalisent le maximum entre la tension minimale de 0 N exprimant le caractère unilatéral des câbles, et le vecteur des tensions minimales que peuvent appliquer les actionneurs.

Ce vecteur est calculé à partir du modèle statique des actionneurs en considérant les courants moteur minimaux $I_{\min} = 0 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ A, et les longueurs minimales des câbles à dérouler $L_{\min} = 0 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ m :

$$T_{\min} = \max(0 \mathbb{I}_{8 \times 1}, R_{pm}^{-1} [K_{em} I_{\min} + K_{eq} R_{pm}^{-1} L_{\min}]) = 1.48 \mathbb{I}_{8 \times 1} \text{ N} \quad (5.39)$$

- Les bornes maximales T_{\max} réalisent le minimum entre la tension maximale supportée par les câbles en inox de 247 N, et le vecteur des tensions maximales que peuvent appliquer les actionneurs.

Ce vecteur est également calculé à partir du modèle statique des actionneurs en considérant les courants maximaux supportés par les moteurs $I_{\max} = 3 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ A, et les longueurs maximales des câbles à dérouler $L_{\max} = (L_x^2 + L_y^2 + L_z^2) \mathbb{I}_{8 \times 1} = 4.82 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ m :

$$T_{\max} = \min(247 \mathbb{I}_{8 \times 1}, R_{pm}^{-1} [K_{em} I_{\max} + K_{eq} R_{pm}^{-1} L_{\max}]) = 18.52 \mathbb{I}_{8 \times 1} \text{ N} \quad (5.40)$$

Le vecteur des tensions objectif T_{obj} jugé optimal pour le fonctionnement du système est alors choisi comme le barycentre de la région des tensions réalisables :

$$T_{\text{obj}} = T_{\min} + \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} = 10 \mathbb{I}_{8 \times 1} \text{ N} \quad (5.41)$$

Les tensions des câbles sont estimées en utilisant le modèle dynamique des actionneurs :

$$\widehat{T}(I_m, \theta, \widehat{\theta}, \widehat{\dot{\theta}}) = T_o + R_{pm}^{-1} [K_{em} I_m - J_{eq} \widehat{\theta} - F_{veq} \widehat{\dot{\theta}} - K_{eq} \theta] \quad (5.42)$$

pour cela, les estimations des vitesses articulaires $\widehat{\dot{\theta}}$ sont déterminées par filtrage des mesures des positions articulaires selon (5.37), alors que les estimations des accélérations articulaires $\widehat{\ddot{\theta}}$ sont obtenues à partir du MCI du 2^{ème} ordre (2.34) afin d'éviter une double dérivation des positions articulaires, introduisant des pics hautes fréquences qui risqueraient d'endommager le système :

$$\widehat{\ddot{\theta}} = J_{\theta}(\widehat{X}_e) \widehat{\ddot{X}}_e + \dot{J}_{\theta}(\widehat{X}_e, \widehat{\dot{X}}_e) \widehat{\dot{X}}_e \quad (5.43)$$

Pour obtenir une estimation de la tension à la même fréquence que les mesures des positions articulaires, les estimations de l'accélération de l'effecteur sont obtenues en utilisant le MDD du système (3.23) :

$$\widehat{\ddot{X}}_e = M_x^{-1}(\widehat{X}_e) [-N_x(\widehat{X}_e, \widehat{\dot{X}}_e) + A_v^T(\widehat{\Phi}_e) \widetilde{W}(\widehat{X}_e) I_m] \quad (5.44)$$

alors que la vitesse et la pose de l'effecteur sont approximées à l'instant d'échantillonnage $t_k = k T_e$ par une simple intégration numérique d'Euler au 1^{er} ordre :

$$\begin{cases} \widehat{\dot{X}}_{ek} &= \widehat{\dot{X}}_{ek-1} + T_e \widehat{\ddot{X}}_{ek} \\ \widehat{X}_{ek} &= \widehat{X}_{ek-1} + T_e \widehat{\dot{X}}_{ek} \end{cases} \quad (5.45)$$

Performances obtenues Dans le cas d'une régulation, les évolutions temporelles des composantes commandées de la pose de l'effecteur sont données sur la Figure 5.18 dans les cas des simulations et expérimentations des mouvements de l'effecteur par rapport à l'axe X_e . Le temps de réponse est de 500 ms (Figure 5.18(a) et 5.18(b)), conformément à ce qui est attendu d'après le réglage du correcteur visuel. La précision obtenue est inférieure à 1 mm en translation (Figure 5.18(a)), et inférieure à 1 mrad en rotation (Figure 5.18(b)).

Les allures correspondantes des vitesses et courants des moteurs obtenues sont respectivement affichées sur les Figures 5.19(a) et 5.19(b). Les vitesses articulaires sont correctement asservies.

Dans le cas d'une poursuite de trajectoires, les évolutions temporelles et spatiales de la trajectoire circulaire de l'effecteur sont respectivement montrées sur les Figures 5.20 et 5.21. Les réponses temporelles correspondant des vitesses et courants moteurs sont respectivement présentées sur les Figures 5.23(a) et 5.23(b). Dans ce cas, les vitesses articulaires sont également bien asservies.

À l'issue des expérimentations, on note une saturation du courant du moteur 3

lors le régime permanent du mouvement de translation de l'effecteur le long de X_o (Figure 5.19(b)), ainsi que la saturation de certains moteurs pendant le parcours de la trajectoire circulaire de l'effecteur (Figure 5.23(b)), sans pour autant dégrader les performances de l'asservissement. Des investigations supplémentaires menées sur ce point ont permis d'établir que la commande calculée à partir du correcteur PI et la distribution des tensions ne présente qu'une très légère sur-saturation, avec une excursion maximale de 0.1 A par rapport au courant nominal de 3 A supporté par les moteurs.

Les résultats provenant des trajectoires d'évaluation montrent clairement que les signaux de références sont bien suivis, avec le temps de réponse spécifié et une très faible erreur, affichant également une étroite correspondance entre les simulations et les expériences, ce qui valide la précision du modèle dynamique identifié.

Les estimations des tensions dans les câbles issues des simulations et des expérimentations sont données sur la Figure 5.20 pour la translation pure le long de l'axe X_o , ainsi que sur la Figure 5.24 pour la trajectoire circulaire. Ces résultats montrent que les câbles sont maintenus à des tensions admissibles, qui évoluent de manière continue durant les mouvements de l'effecteur, avec une excursion maximale de ± 4 N par rapport à la tensions optimale de fonctionnement de 10 N.

L'approche de commande cinématique proposée a permis d'obtenir des performances très satisfaisantes en termes de rapidité et de précision, avec une propriété intéressantes de découplage position-orientation de l'effecteur lors de la validation sur le robot INCA 6D. La simplicité des lois de commande est un avantage incontournable pour cette approche, facilitant son implémentation et optimisant son temps d'exécution. En effet :

- la loi de commande visuelle représentée par une simple matrice de gains proportionnels constants, qui contrairement aux approches de base des asservissements visuels 3D, ne nécessite ni de calcul en-ligne du correcteur, ni d'estimation de matrice d'interaction.
- la loi de commande articulaire proportionnelle et intégrale est également simple et rejette correctement les perturbations représentées par les tensions des câbles, et les effets non-linéaires des frottements visqueux qui sont plus faciles à rejeter dans l'espace articulaire où ils sont naturellement exprimés.

Un inconvénient majeur de cette approche est l'emballement du terme intégral, requis pour le rejet de perturbations, qui provoque la saturation de la commande. L'utilisation d'autres techniques de commande pour la correction des vitesses articulaires ne résoudrait pas forcément ce problème, puisqu'un effet intégrateur dominant est obligatoire pour renforcer le rejet de perturbations. Des solutions seraient alors de ralentir le système, ou de gérer les termes intégraux de manière coordonnée, ou encore d'utiliser des actionneurs plus puissants.

5.6 Conclusion

Ce chapitre est dédié à la commande cinématique en position des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. Il débute par un état de l'art sur les travaux concernant la commande en position de ces robots, dans l'espace articulaire et opérationnel, suivi du schéma de commande général en position proposé dans l'espace opérationnel, avec deux parties en cascade : la commande de la position et la distribution des tensions.

Ensuite, le schéma de commande cinématique proposé est détaillé, en introduisant son architecture et la synthèse des correcteurs pour l'asservissement visuel (correcteur P) et pour la commande des vitesses articulaires (correcteur PI).

Les détails d'implantation et les résultats sont finalement présentés, montrant une bonne correspondance entre les simulations et les expériences, ainsi que de bonnes performances en termes de rapidité, de précision et de continuité des tensions dans les câbles entre les bornes imposées. L'inconvénient majeur de cette approche est la dégradation des performances pour les trajectoires à fortes dynamiques, où les approches de commande cinématiques qui approximent la dynamique des robots par un simple gain, deviennent inefficaces. Ce problème sera abordé dans le chapitre suivant, par une commande dynamique de la position de ces robots.

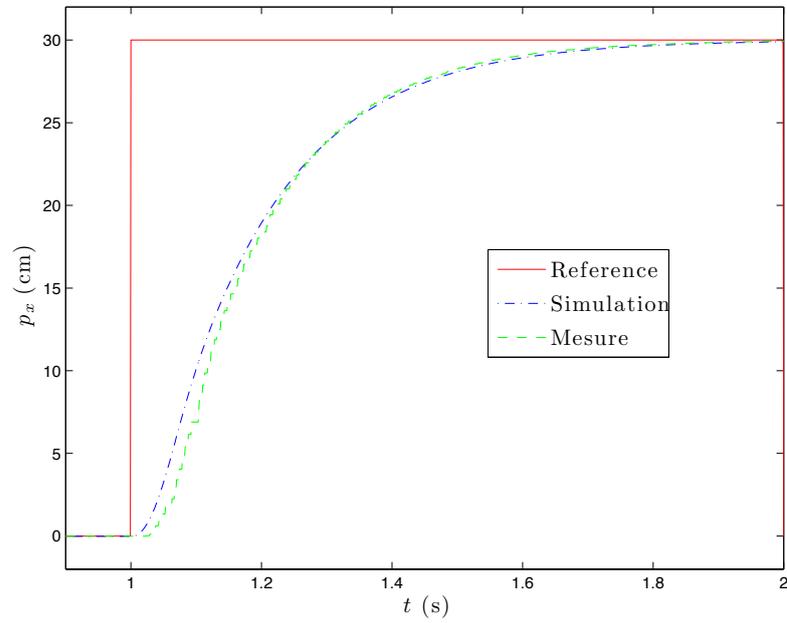
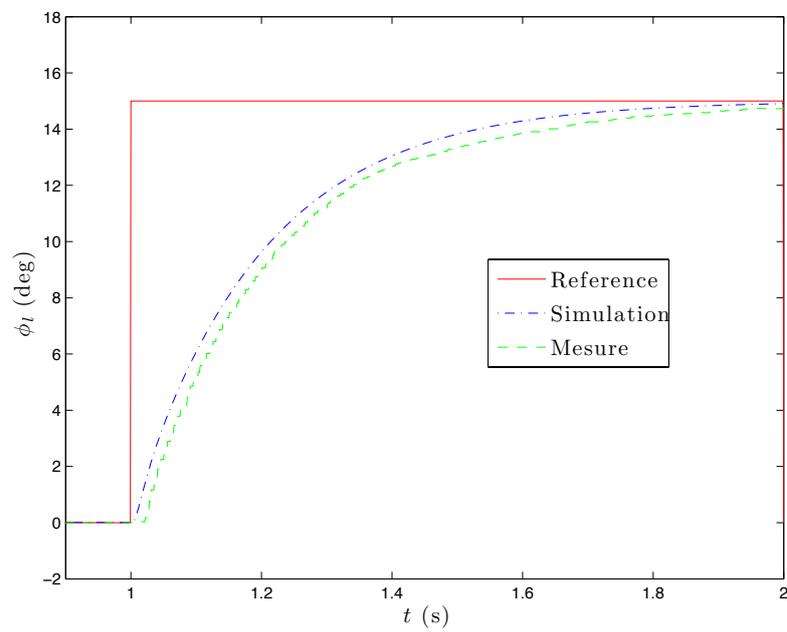
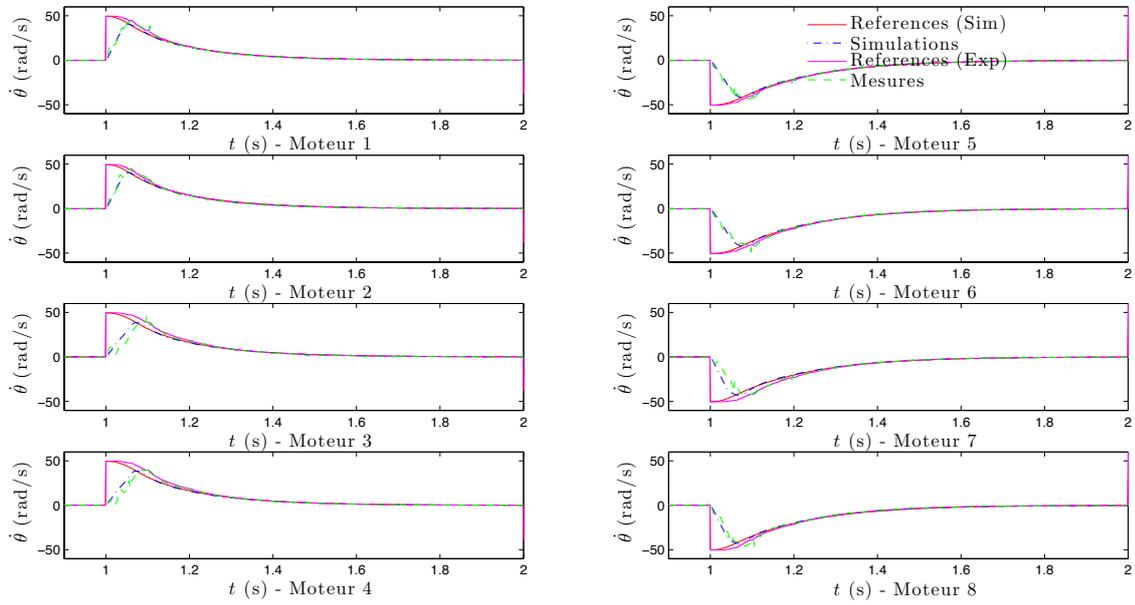
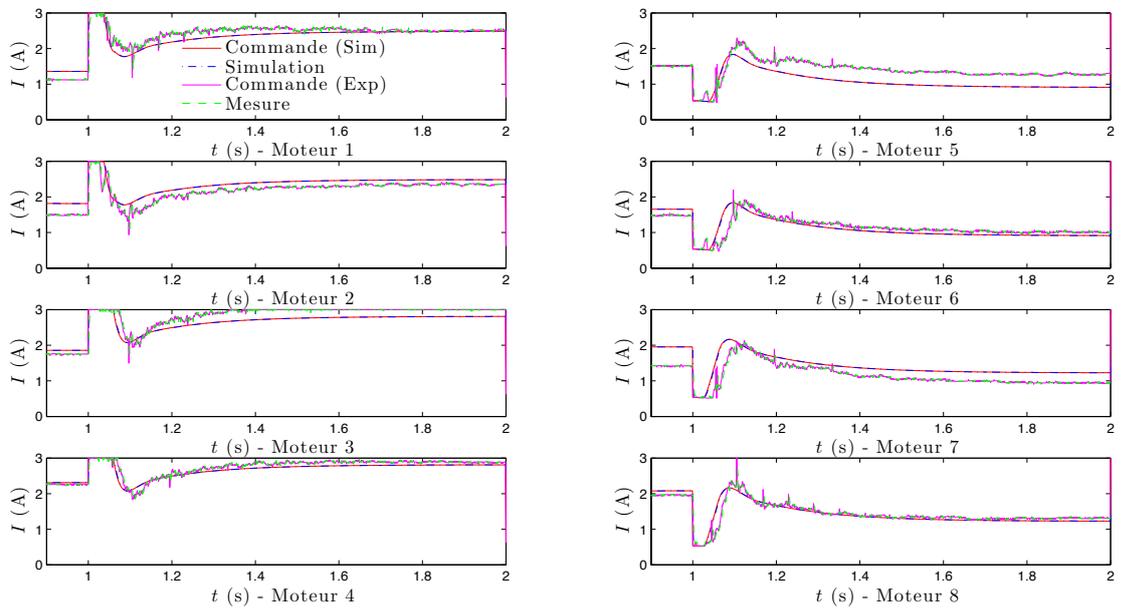
(a) Translation pure le long de l'axe X_o (b) Rotation pure autour de l'axe X_o

Figure 5.18 – Pose de l'effecteur dans les cas d'une régulation

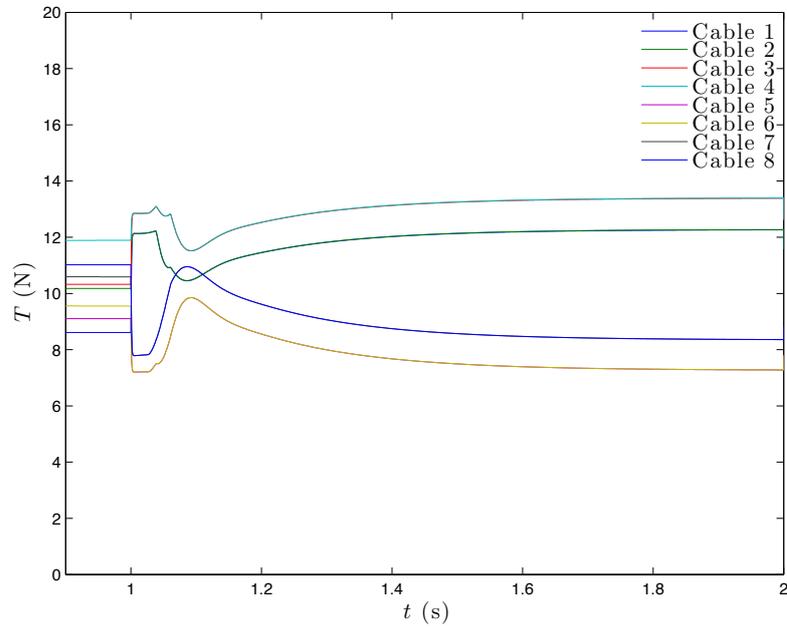


(a) Vitesses des moteurs

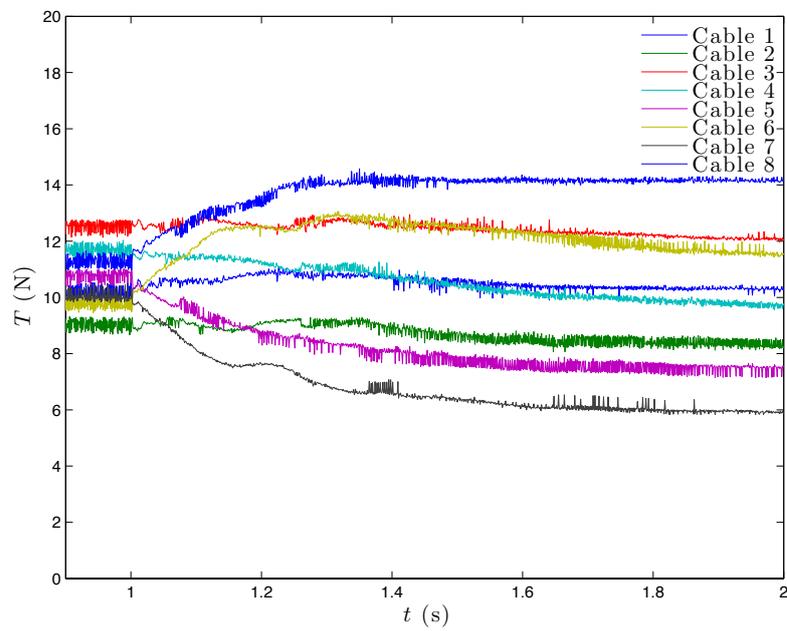


(b) Courants moteurs

Figure 5.19 – Vitesses et courants des moteurs dans le cas d’une translation le long de l’axe X_o

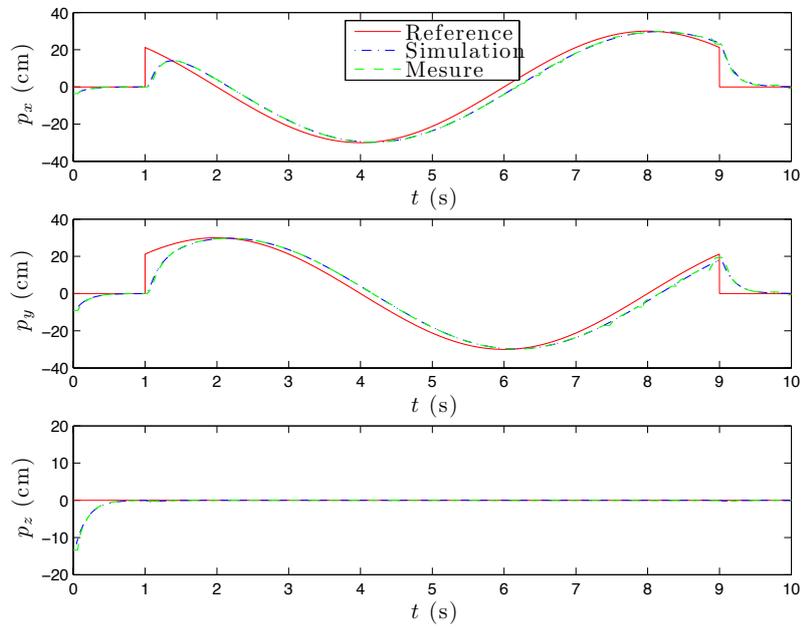


(a) Tensions simulées

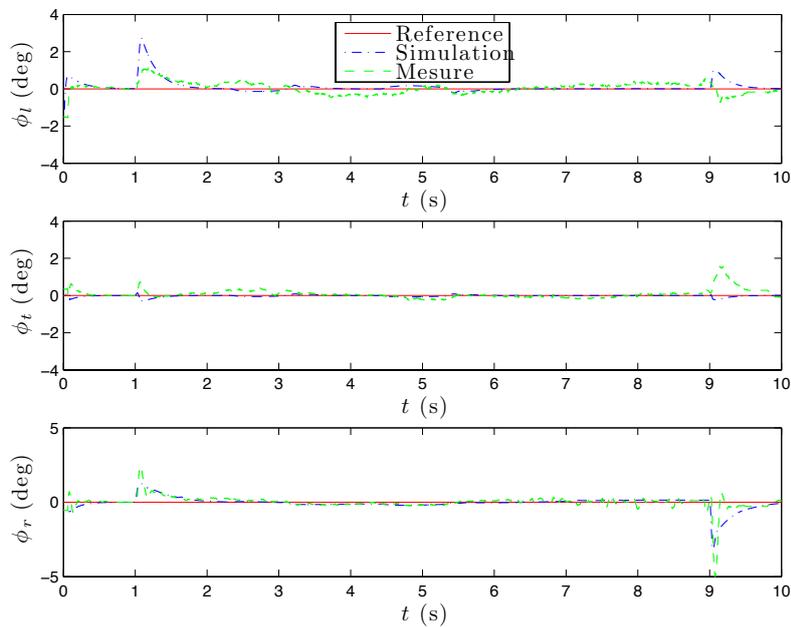


(b) Tensions mesurées

Figure 5.20 – Tensions dans les câbles dans le cas d'une translation le long de l'axe X_o



(a) Position de l'effecteur



(b) Orientation de l'effecteur

Figure 5.21 – Pose de l'effecteur dans les cas d'une poursuite d'une trajectoire circulaire

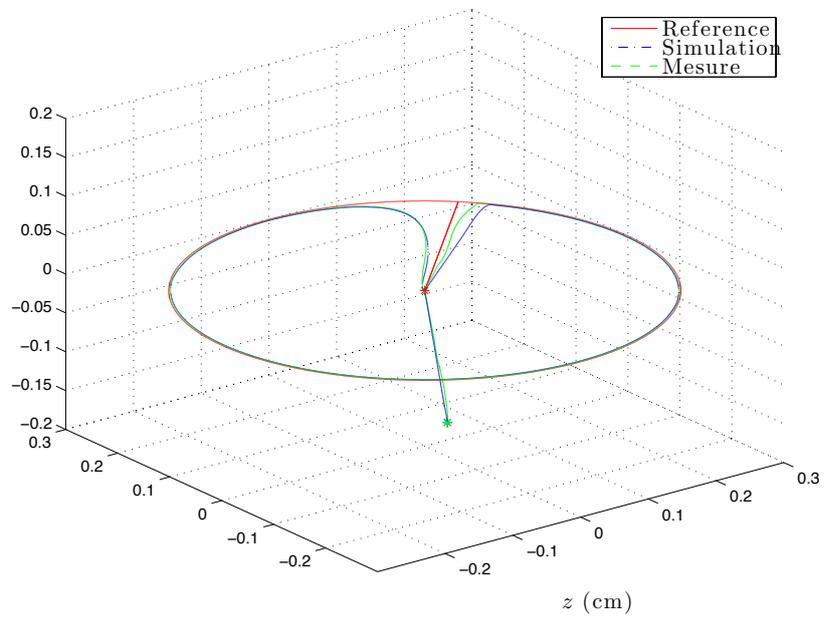
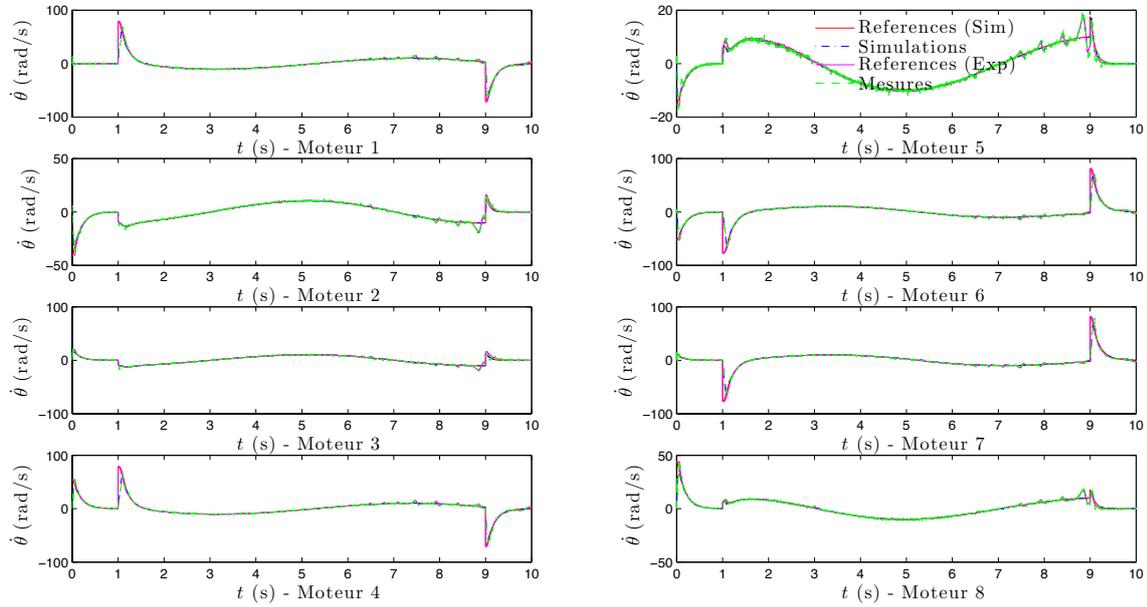
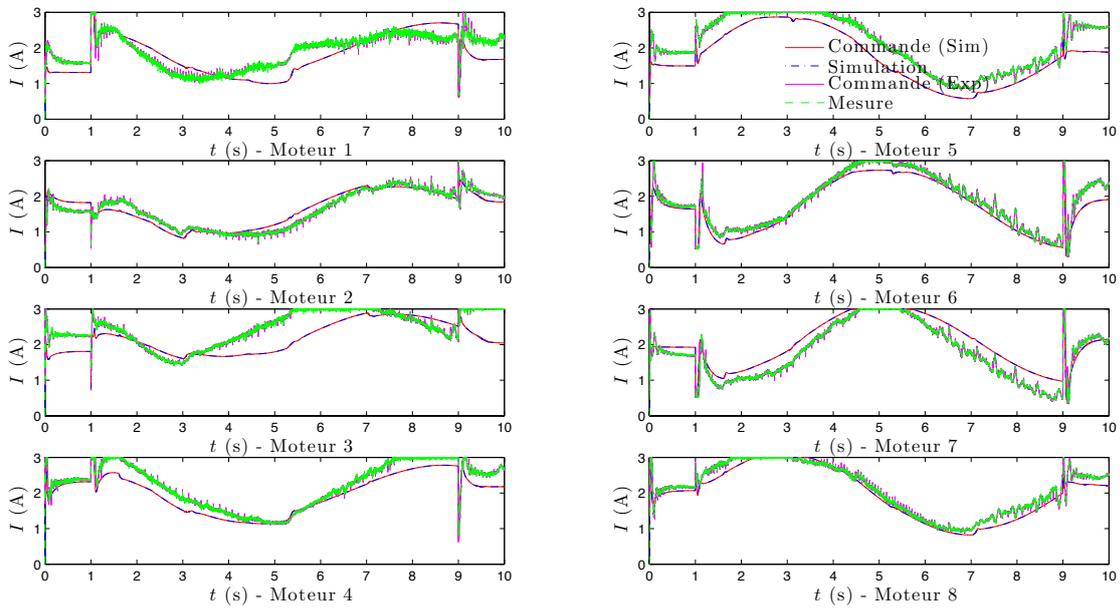


Figure 5.22 – Trajectoire circulaire de l'effecteur

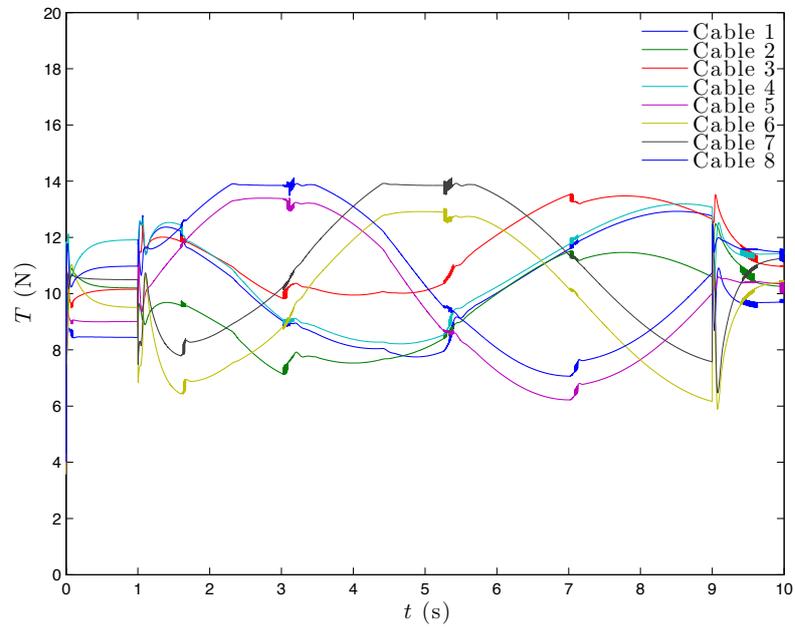


(a) Vitesses des moteurs

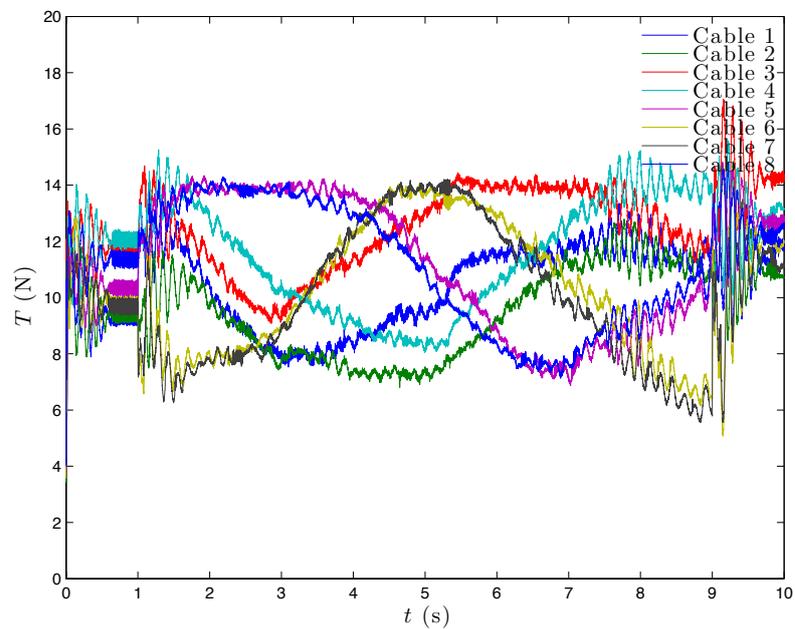


(b) Courants moteurs

Figure 5.23 – Vitesses et courants des moteurs dans le cas d’une poursuite d’une trajectoire circulaire



(a) Tensions simulées



(b) Tensions mesurées

Figure 5.24 – Tensions dans les câbles dans le cas d'une poursuite d'une trajectoire circulaire

Commande dynamique H_∞ de la position des RPCs

6.1 État de l'art sur la commande avancée en position des RPCs

Malgré les avantages cités sur les approches de commande cinématiques qui approximent la dynamique des robots par un simple gain, ces approches deviennent inefficaces dès lors que les dynamiques hautes fréquences de ces robots sont sollicitées. Dans ce cas, la prise en compte d'une modélisation plus fine du comportement dynamique des robots est plus que requise lors de la synthèse des correcteurs.

La commande dynamique d'un système est généralement réglée à partir d'un modèle nominal de synthèse simplifié et parfois incertain (commande basée modèle). Les performances des systèmes asservis peuvent donc être exposées à des perturbations externes se manifestant par la variation des conditions expérimentales telles que la température et le vent, et à des perturbations internes dues aux variations des paramètres et à leurs incertitudes, ainsi qu'aux dynamiques négligées. Les correcteurs synthétisés doivent alors être en mesure de compenser ou de rejeter ces perturbations afin de garantir la robustesse des performances.

Les robots parallèles à câbles sont souvent envisagés pour le transport de charges dans divers environnements, leur commande devrait donc assurer une bonne robustesse par rapport aux variations de l'inertie totale de ces systèmes, ainsi qu'aux différentes perturbations pouvant intervenir dans les milieux où ils opèrent. Dans ce sens, certaines approches de commandes robustes ont été appliquées aux robots parallèles à câbles, qui peuvent être classées en fonction du type des commandes envisagées :

- **Commande par mode glissant** : la commande par mode glissant [Utkin 1977, Slotine 1991] est un cas particulier des systèmes de réglage à structure variable, dans lesquels l'organe de commande change la dynamique d'un système par l'application d'une commande à commutation haute fréquence.

Cette commande à retour d'état est dédiée aux systèmes multi-variables linéaires et non-linéaires incertains. Basée sur la théorie de Lyapunov, la loi de commande composée de la somme de deux termes non-linéaires : continu de compensation

de la dynamique du système, et discontinu de commutation haute fréquence entre deux valeurs distinctes dépendant des limites des perturbations et variations des paramètres, permet d'amener les trajectoires du système vers une surface de glissement (souvent une droite) dans le plan de phase, en présence des incertitudes de modélisation.

La commande par mode glissant a été proposée dans [Oh 2004] pour la commande en simulation d'une version du robot suspendu RobotCrane, conçue par le NIST avec deux plate-formes en série, chacune reliée au moyen de 6 câbles à la base fixe pour le transfert de cargaisons dans l'océan. La commande synthétisée dans l'espace opérationnel est destinée à garantir une robustesse par rapport aux perturbations des environnements maritimes, imposant des mouvements indésirables à la base. Pour la validation expérimentale de cette commande, les auteurs prévoient d'utiliser des caméras pour la détection de la pose des deux plate-formes.

- **Commande adaptative** : la commande adaptative [Slotine 1991] est une technique de commande qui généralement se greffe sur un correcteur structuré, déterminé à partir d'un modèle de référence à paramètres incertains. Basée sur la théorie de Lyapunov, une loi d'adaptation permet de déterminer la mise à jour des paramètres incertains du modèle de référence à partir de l'écart entre les mesures et le modèle, afin de réduire cet écart et assurer la convergence asymptotique de l'erreur d'asservissement.

Cette technique de commande a été abordée dans [Kino 2007] pour la commande de deux dispositifs expérimentaux translationnels, planaire à 3 câbles et spatial à 4 câbles. Cette commande est basée sur un correcteur PD dans l'espace opérationnel, doté d'une boucle d'anticipation adaptative dans l'espace articulaire et opérationnel qui sépare les forces internes des mécanismes (partie homogène du vecteur des tensions des câbles T_n (4.6)) par un régresseur linéaire nécessitant la mesure séparée des longueurs des câbles et de la position de l'effecteur. Les expériences menées utilisent une caméra CCD pour la mesure de la position de l'effecteur ponctuel.

Une approche adaptative employant la même structure du correcteur précédant a été étudiée dans [Lamaury 2013a] pour la commande des démonstrateurs spatiaux suspendus ReelAx8-S et CABLAR, et pleinement contraints ReelAx8-PC et Co-GiRo avec 8 câbles. Cette commande repose sur un correcteur PD dans l'espace articulaire doté de deux boucles d'anticipation adaptatives dans l'espace opérationnel pour compenser la dynamique de l'effecteur, et dans l'espace articulaire pour compenser la dynamique des actionneurs.

Une approche adaptative avec une structure différente que celle des correcteurs précédents a été considérée dans [Zarebidoki 2011] dans le cadre de la commande

en simulation d'un robot parallèle suspendu à 6 degrés de liberté avec 6 câbles. Cette approche utilise une commande à découplage non-linéaire combinant un correcteur PD dans l'espace opérationnel avec un terme non-linéaire adaptatif également dans l'espace opérationnel pour compenser la dynamique de l'effecteur. En s'appuyant sur la théorie de Lyapunov, une loi de mise à jour des paramètres dynamiques inertiels compensés permet d'assurer la convergence asymptotique de l'erreur d'asservissement.

- **Commande floue** : la commande floue [Zhang 2006] est basée sur la logique floue, une extension de la logique classique aux raisonnements incertains, en s'appuyant sur la théorie des ensembles flous définis de manière imprécise.

Cette commande souvent à retour de sortie est dédiée aux systèmes multi-variables linéaires et non-linéaires incertains, où le correcteur dit expert tient compte de la fuzzification (conversion des variables réelles en variables linguistiques) de l'erreur d'asservissement et de sa variation pour générer une commande à partir d'une table de règles d'inférences décrivant le fonctionnement du système, suivie d'une défuzzification (conversion des variables linguistiques en variables réelles).

La commande floue a été employée dans [Zi 2008] pour la commande d'un modèle réduit du radiotélescope géant FAST [Duan 2009], conçu à l'Université de Xidian avec un angle d'ouverture de 5 m (100 fois moins grand que le FAST) et dans lequel les 6 degrés de liberté de la cabine suspendue sont entraînés au moyen de 6 câbles. Dans cette approche, un schéma de commande dans l'espace opérationnel ajoute un correcteur PI à un correcteur flou destiné à faire face aux perturbations incertaines induites par le vent sur la cabine. Les résultats expérimentaux présentés utilisent un système de 3 lasers pour la mesure de la pose de l'effecteur.

Contrairement aux techniques de commandes robustes citées ici qui sont synthétisées dans le domaine temporel, cette thèse s'intéresse à la commande robuste H_∞ [Duc 1999] synthétisée dans le domaine fréquentiel pour assurer les performances souhaitées des systèmes asservis. Cette approche de commande à retour de sortie s'adresse de façon standard aux systèmes multi-variables linéaires, tout en assurant de bonnes propriétés de rejet de perturbations et de robustesse par rapport aux dynamiques négligées, incluant les effets non-linéaires et de couplages des systèmes. Cette commande offre également des outils d'analyse de robustesse des performances pour les systèmes à paramètres incertains. Ces critères font bien évidemment de cette commande une bonne candidate pour les robots parallèles à câbles.

6.2 Approche de commande dynamique

Le schéma de l'approche dynamique présentée dans cette thèse pour la commande de la position des robots parallèles à 6 degrés de liberté, est composé d'une seule boucle de commande dans l'espace opérationnel pour la commande de la pose

actuelle de l'effecteur X_e à la référence X_e^* (Figure 6.1).

Cette approche de commande représente typiquement un asservissement visuel dynamique 3D ou basé position, dans lequel le correcteur visuel se substitue aux boucles internes des vitesses articulaires pour déterminer une commande à transmettre directement au robot.

Cette thèse propose une méthodologie de commande H_∞ dédiée à la commande dynamique robuste de la position des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. La commande H_∞ dont les fondements théoriques de base sont dédiés aux systèmes multi-variables LTI (Linéaires à Temps Invariant), permet notamment d'assurer des performances de rejet de perturbations et de robustesse par rapport aux dynamiques négligées. Du fait de la dynamique non-linéaire des robots parallèles à câbles, la synthèse de la commande H_∞ sera effectuée à partir d'un modèle nominal linéarisé. Les effets non-linéaires et de couplages se comportant comme des perturbations sur les entrées de commande, il conviendra de renforcer les performances de rejet de perturbations lors de la synthèse.

Une étude préliminaire non abordée dans cette thèse publiée dans [Laroche 2013], a proposé une méthode de synthèse de correcteurs H_∞ pour le robot planaire INCA 3D avec 4 câbles. Dans cette étude le correcteur H_∞ validé en simulation délivre une commande en vitesses articulaires pour l'asservissement de la position de l'effecteur et des tensions des câbles aux consignes associées.

Ces résultats préliminaires ont motivé à étendre ces méthodologies pour la commande du robot spatial INCA 6D avec 8 câbles, dans un schéma de commande dynamique dans lequel le correcteur visuel H_∞ s'affranchit des boucles de vitesses articulaires. Des travaux préliminaires de simulations ont été présentés dans [Chellal 2014], avant de publier dans [Chellal 2016] les résultats de simulations et expérimentaux obtenus à partir d'une synthèse plus réaliste des correcteurs H_∞ , renforçant les propriétés de rejet de perturbations dues aux effets non-linéaires et de couplages.

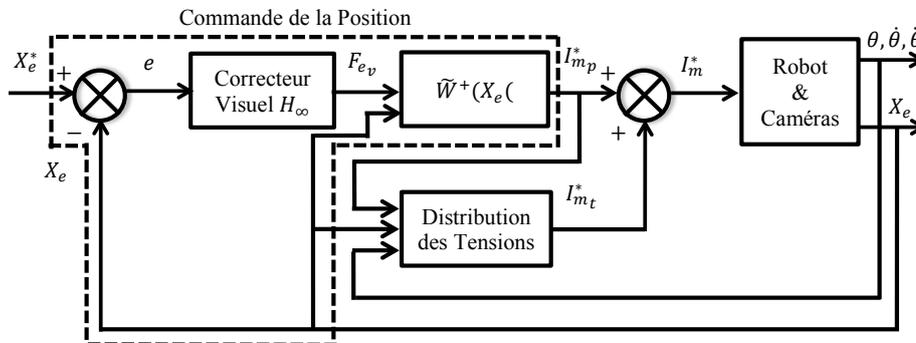


Figure 6.1 – Schéma de commande dynamique

6.3 Commande H_∞

La commande H_∞ propose une méthodologie de synthèse de correcteurs de systèmes multi-variables, manipulant des aspects fréquentiels pour le calcul d'un correcteur à retour dynamique de sortie [Duc 1999].

Le modelage de certains transferts d'intérêt entre des signaux d'intérêt permet d'assurer certaines performances en boucle fermée, de rapidité, de stabilité et de précision en poursuite de trajectoires, ainsi que d'autres propriétés telles que le rejet de perturbations et la robustesse par rapport aux dynamiques négligées.

Cette partie introduit tout d'abord les outils mathématiques manipulés lors de la synthèse H_∞ , suivis de certains critères de performances des systèmes multi-variables asservis à partir des transferts d'intérêt qui les caractérisent. Ce qui permettra d'aborder par la suite, la synthèse H_∞ standard, ainsi que l'une des méthodes facilitant sa mise en œuvre par introduction des pondérations mixtes.

6.3.1 Outils mathématiques

6.3.1.1 Valeurs singulières d'une matrice de transfert

Valeurs singulières d'une matrice complexe Soit la matrice complexe $A \in \mathbb{C}$ de dimension $n_a \times m_a$. On appelle valeurs singulières de A notées : $\sigma_i(A)$ la quantité :

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A A^*)} \quad (i = 1, \dots, \min(n_a, m_a)) \quad (6.1)$$

dans laquelle A^* est la matrice adjointe ou transconjugée (transposée de la conjuguée) de A , et $\lambda_i(A A^*)$ les valeurs propres de la matrice Hermitienne semi-définie positive $A A^*$.

Les valeurs propres $\lambda_i(A A^*) \in \mathbb{R}^+$ étant des réels positifs, les valeurs singulières $\sigma_i(A)$ sont comprises entre la plus petite valeur $\underline{\sigma}(A)$ et la plus grande valeur $\bar{\sigma}(A)$:

$$\begin{cases} \underline{\sigma}(A) = \min(\sigma_i(A)) \geq 0 \\ \bar{\sigma}(A) = \max(\sigma_i(A)) \end{cases} \quad (i = 1, \dots, \min(n_a, m_a)) \quad (6.2)$$

Soient les matrices complexes inversibles $A \in \mathbb{C}$ et $B \in \mathbb{C}$ de dimensions adéquates, et le vecteur complexe $x \in \mathbb{C}$ de norme Euclidienne $\|x\|_2 = \sqrt{x^* x}$, permettant d'établir les propriétés suivantes [Horn 2012] :

$$\bar{\sigma}(A) = 0 \iff A = 0 \quad (6.3)$$

$$\forall \lambda \in \mathbb{C} : \sigma_i(\lambda A) = |\lambda| \sigma_i(A) \quad (6.4)$$

$$\bar{\sigma}(A + B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B) \quad (6.5)$$

$$\underline{\sigma}(A B) \geq \underline{\sigma}(A) \underline{\sigma}(B) \quad (6.6)$$

$$\bar{\sigma}(A B) \leq \bar{\sigma}(A) \bar{\sigma}(B) \quad (6.7)$$

$$\underline{\sigma}(A) = \min_{x \neq 0} \frac{\|A x\|_2}{\|x\|_2} \quad (6.8)$$

$$\bar{\sigma}(A) = \max_{x \neq 0} \frac{\|A x\|_2}{\|x\|_2} \quad (6.9)$$

$$\underline{\sigma}(A) \bar{\sigma}(A^{-1}) = \underline{\sigma}(A^{-1}) \bar{\sigma}(A) = 1 \quad (6.10)$$

Lien avec le gain des systèmes multi-variables LTI Soit un système multi-variable LTI de matrice de transfert $G(s)$ entre le vecteur d'entrée $e(t)$ et le vecteur de sortie $s(t)$. La réponse du système face à une excitation harmonique $e(t) = E e^{j\omega t}$ s'écrit :

$$s(t) = G(j\omega) E e^{j\omega t} \quad (6.11)$$

Dans le cas mono-variable, le gain du système à la pulsation ω est donné par le module $|G(j\omega)|$ du gain complexe de la fonction de transfert $G(s)$. Dans le cas multi-variable, la notion de gain peut être caractérisée par les valeurs singulières $\sigma_i(G(j\omega))$ à la pulsation ω de la matrice de transfert $G(s)$:

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega) G(-j\omega)^T)} \quad (6.12)$$

En effet, les propriétés (6.8) et (6.9) permettent d'écrire l'amplification minimale et maximale de l'excitation harmonique $e(t)$ par le système à pulsation ω :

$$\underline{\sigma}(G(j\omega)) \leq \frac{\|s(t)\|_2}{\|e(t)\|_2} = \frac{\|G(j\omega) E e^{j\omega t}\|_2}{\|E e^{j\omega t}\|_2} \leq \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (6.13)$$

les valeurs singulières représentent alors une extension de la notion de gain pour les systèmes multi-variables.

6.3.1.2 Norme H_∞ d'un système multi-variable LTI

Pour un système multi-variable LTI stable de matrice de transfert $G(s)$, la norme H_∞ notée : $\|G(s)\|_\infty$ est définie comme l'amplification maximale d'un signal appliqué à son entrée pour des conditions initiales nulles :

$$\|G(s)\|_\infty = \max \frac{\|s(t)\|_2}{\|e(t)\|_2} \quad (6.14)$$

En introduisant la notion de valeurs singulières dans la définition (6.14) :

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (6.15)$$

la norme H_∞ du système représente le gain le plus élevé du système sur l'ensemble des pulsations ω .

Soient les matrices de transfert $G(s)$ et $H(s)$ de dimensions compatibles, on donne les propriétés suivantes qui seront utilisées dans la synthèse H_∞ :

$$\|G(s)\|_\infty < \gamma \iff \forall (k, l) : \|G_{kl}(s)\|_\infty < \gamma \quad (6.16)$$

$$\|H(s)G(s)\|_\infty < \gamma \iff \bar{\sigma}(G(j\omega)) < \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(H(j\omega))} \quad (6.17)$$

6.3.2 Performances d'un système multi-variable LTI asservi

Soit le schéma de commande présenté sur la Figure 6.2. Le système multi-variable $G(s)$ est asservi par le correcteur $K(s)$ à retour de sortie, qui tient compte de l'erreur d'asservissement $e(t)$ pour délivrer la commande $u(t)$, de sorte que la sortie $y(t)$ suive la référence $r(t)$, en présence de perturbations $d(t)$ sur l'entrée du système et du bruit de mesure $b_m(t)$ de la sortie.

L'objectif de la commande est d'imposer $y(t) = r(t)$ en présence des perturbations $d(t)$ et $b_m(t)$, avec certaines performances. Les performances d'un système asservis peuvent être caractérisées à partir de certains transferts d'intérêt en boucle fermée. Comme certaines performances peuvent être caractérisées par les mêmes transferts, elles seront ici regroupées en fonction des transferts qui les invoquent.

Pour cela, on note : $T_{zv}(s)$ le transfert en boucle fermée entre l'entrée $v(t)$ et la sortie $z(t)$. On définit également la sensibilité en sortie notée : $S_y(s)$ le transfert $T_{er}(s) = S_y(s) = (\mathbb{I}_{n_y} \times n_y + G(s)K(s))^{-1}$.

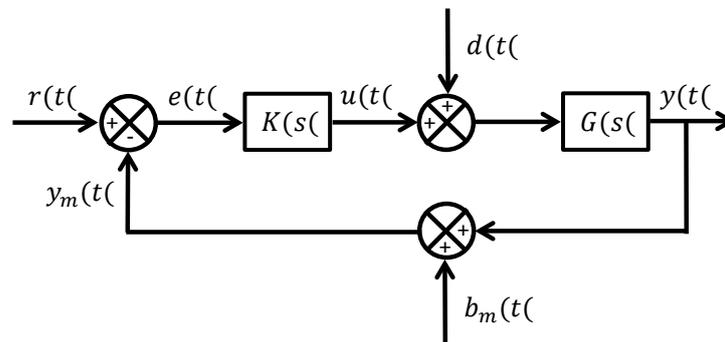


Figure 6.2 – Schéma de commande du système multi-variable $G(s)$, asservi par le correcteur $K(s)$ en présence des perturbations $d(t)$ sur l'entrée de commande et du bruit de mesure $b_m(t)$ de la sortie

6.3.2.1 Caractéristiques du transfert $T_{er}(s)$

Stabilité Comme en mono-variable, la stabilité en multi-variable peut être décrite à partir du lieu des pôles. Un système multi-variable est alors stable, si tous ses pôles en boucle fermée sont à partie réelle strictement positives.

Si le système est stable, son degré de stabilité est évalué à partir des marges de stabilité. La marge de module est définie en mono-variable comme la distance minimale de la fonction de transfert complexe $K(j\omega) G(j\omega)$ en boucle ouverte par rapport au point critique -1 :

$$\Delta M = \min_{\omega} |1 + K(j\omega) G(j\omega)| \quad (6.18)$$

En remarquant à partir de (6.18) que :

$$\min_{\omega} |1 + K(j\omega) G(j\omega)| = \left(\max_{\omega} |1 + K(j\omega) G(j\omega)|^{-1} \right)^{-1} \quad (6.19)$$

on définit en multi-variable la marge de module en sortie :

$$\Delta M = \frac{1}{\|S_y(s)\|_\infty} = \frac{1}{\|T_{er}(s)\|_\infty} \quad (6.20)$$

Rapidité Pour avoir un bon comportement en poursuite de trajectoires, le transfert $T_{yr}(s) = S_y(s) G(s) K(s)$ entre la référence $r(t)$ et la sortie $y(t)$ doit avoir un comportement de type passe-bas, avec une fréquence de coupure ω_c de l'axe -3 dB élevée.

De façon équivalente, on peut prendre en compte le transfert $T_{er}(s) = S_y(s)$ entre la référence $r(t)$ et l'erreur $e(t)$ qui doit posséder une allure de type passe-haut avec la même pulsation de coupure ω_c . Si le transfert $T_{er}(s)$ est monotone croissant, alors la pulsation de coupure ω_c permet d'approximer le temps de montée t_m :

$$t_m \simeq \frac{3}{\omega_c} \quad (6.21)$$

avec :

$$20 \log_{10}(\bar{\sigma}(T_{er}(j\omega_c))) = 20 \log_{10}(\bar{\sigma}(S_y(j\omega_c))) = -3 \text{ dB} \quad (6.22)$$

Précision L'erreur statique face à échelon unitaire sur la référence $r(t)$ (erreur de position) est donnée par :

$$\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) \quad (6.23)$$

Le théorème de la valeur finale permet d'évaluer cette erreur statique dans le domaine de Laplace, dans lequel la référence est transformée en $R(s) = 1/s$:

$$\varepsilon_p = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s T_{er}(s) R(s) = T_{er}(0) = S_y(0) \quad (6.24)$$

6.3.2.2 Caractéristiques du transfert $T_{ed}(s)$

Rejet de perturbations Un bon comportement en rejet de perturbations nécessite un transfert $T_{ed}(s) = -S_y(s) G(s)$ entre la perturbation $d(t)$ et l'erreur $e(t)$ très faible en basses ou moyennes fréquences. Une allure passe-bande permet généralement d'obtenir un bon comportement transitoire face à perturbation en entrée.

6.3.2.3 Caractéristiques du transfert $T_{ur}(s)$

Amplification de la commande Durant le régime transitoire où les erreurs de poursuite de trajectoires sont les plus élevées, la commande est le plus sollicitée. L'amplitude de la commande doit alors être limitée pour éviter les saturations physiques des actionneurs qui risquent de dégrader les performances des asservissements.

Afin de limiter l'amplitude de la commande, le transfert $T_{ur}(s) = K(s) S_y(s)$ entre la référence $r(t)$ et la commande $u(t)$ doit atténuer les hautes fréquences.

Effet du bruit de mesure ou Roll-off Le bruit de mesure $b_m(t)$ de la sortie $y(t)$ peut se propager et aboutir à un bruit sur la commande provoquant une fatigue et une surconsommation néfastes aux actionneurs, notamment en comportement transitoire.

Afin de réduire cet effet, le transfert $T_{ub_m}(s) = -K(s) S_y(s)$ entre le bruit de mesure $b_m(t)$ et la commande $u(t)$ doit présenter un gain limité surtout en hautes fréquences. De manière équivalente, il faut que le transfert $T_{ur}(s) = T_{ub_m}(s) G(s) = -K(s) S_y(s) G(s)$ intègre cette contrainte de gain dans les hautes fréquences.

6.3.2.4 Caractéristiques du transfert $T_{ud}(s)$

Robustesse Les systèmes dynamiques physiques possèdent généralement une allure de type passe-bande, avec un gain qui chute en hautes fréquences. La sollicitation des dynamiques hautes fréquences mal-connues peut engendrer des problèmes de stabilité.

Avant l'étude de la robustesse des performances, il est primordial de s'intéresser à la robustesse de la stabilité par rapport à ces dynamiques négligées. La robustesse des performances par rapport aux dynamiques négligées peut être assurée en forçant l'atténuation du gain en hautes fréquences du transfert $T_{ud}(s) = -K(s) S_y(s) G(s)$ entre une perturbation $d(t)$ en entrée du système et la commande $u(t)$.

Ce résultat assez intuitif est notamment démontré dans [Duc 1999]. En effet, le transfert $T_{ud}(s)$ qui fait intervenir le correcteur $K(s)$ et le système $G(s)$ susceptible de contenir des dynamiques hautes fréquences négligées, se comporte au voisinage de ces fréquences comme $T_{ud}(s) \simeq K(s) G(s)$.

6.3.3 Synthèse H_∞ standard

6.3.3.1 Schéma de synthèse H_∞ standard

La synthèse H_∞ utilise le schéma de synthèse standard représenté sur la Figure 6.3. Ce schéma de synthèse est donné par la Transformée Fractionnaire Linéaire (en anglais Linear Fractional Transformation (LFT)) inter-connectant le système étendu $G_e(s)$ au correcteur $K(s)$.

La matrice de transfert $G_e(s)$ du système étendu modélise les transferts entre 2 ensembles de signaux d'entrée $(v(t), u(t))$ et de sortie $(z(t), e(t))$, tels que :

- $v(t) \in \mathbb{R}^{n_v}$: représente le vecteur des entrées extérieures (comme les signaux de références, perturbations, bruits).
- $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$: représente le vecteur des entrées de commande.
- $z(t) \in \mathbb{R}^{n_e}$: représente le vecteur des signaux choisis pour caractériser le bon fonctionnement du système asservi (erreurs, sorties, commandes).
- $e(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$: représente le vecteur des mesures disponibles pour effectuer la commande.

Ces signaux sont divisés en deux canaux :

- **Le canal de performances** : entre les signaux d'intérêt $v(t)$ et $z(t)$, qui intègre l'ensemble des signaux d'intérêt à modéliser pour garantir les performances souhaitées.
- **Le canal de commande** : entre les signaux $e(t)$ et $u(t)$ qui connecte le système étendu $G_e(s)$ au correcteur $K(s)$.

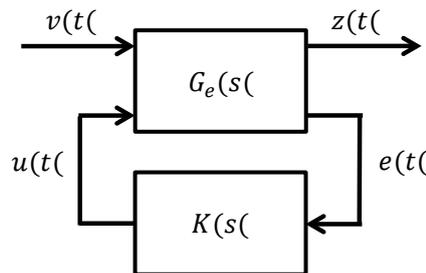


Figure 6.3 – Schéma de synthèse H_∞ standard

6.3.3.2 Problème de synthèse H_∞ standard

La synthèse H_∞ consiste à déterminer un correcteur $K(s)$ permettant d'imposer des allures fréquentielles adéquates pour les transferts d'intérêt intervenant dans

le canal de performances pour garantir certaines performances, tout en assurant la stabilité du système en boucle fermée de la Figure 6.3 d'entrée $v(t)$ et de sortie $z(t)$, dont le transfert $T_{zv}(G_e(s), K(s))$ s'écrit :

$$T_{zv}(G_e(s), K(s)) = G_{zv}(s) + G_{zu}(s) K(s) (\mathbb{I}_{n_e \times n_e} - P_{eu}(s) K(s))^{-1} P_{ev}(s) \quad (6.25)$$

transfert obtenu à partir du partitionnement suivant de la matrice de transfert $G_e(s)$ du système étendu :

$$G_e(s) = \begin{bmatrix} G_{zv}(s) & G_{zu}(s) \\ G_{ev}(s) & G_{eu}(s) \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Pour un système étendu $G_e(s)$ et un scalaire réel $\gamma > 0$ donnés, le problème de synthèse H_∞ standard consiste à déterminer un correcteur $K(s)$ qui :

- Stabilise le système en boucle fermée de la Figure 6.3.
- Assure : $\| T_{zv}(G_e(s), K(s)) \|_\infty < \gamma$

les correcteurs qui réalisent la plus petite valeur de γ sont dits optimaux.

6.3.3.3 Résolution du problème de synthèse H_∞ standard

Différentes méthodes peuvent être mises en œuvre pour résoudre le problème de synthèse H_∞ standard. Cette résolution peut être effectuée par la résolution des équations de Riccati [Glover 1988, Doyle 1989] ou des Inégalités Matricielles Linéaires (en anglais Linear Matrix Inequalities (LMI)) [Iwasaki 1994, Gahinet 1994] résultantes. Cette seconde méthode nécessitant moins de restrictions sur les matrices de transfert du système étendu $G_e(s)$, est donc d'application beaucoup plus générale que la première méthode.

Ces deux méthodes utilisent une représentation d'état du système étendu $G_e(s)$ écrite sous la forme partitionnée (6.27) pour déterminer une représentation d'état d'un correcteur $K(s)$ d'ordre plein (6.28), donc du même ordre que le système étendu $G_e(s)$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_z & B_u \\ C_z & D_{zv} & D_{zu} \\ C_e & D_{ev} & D_{eu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_K(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_K(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

On mentionne le solveur disponible dans la Robust Control Toolbox de Matlab, qui sera utilisé pour la synthèse H_∞ à travers la fonction **hinfsyn**. Pour la synthèse H_∞ structurée de correcteurs d'ordre fixe, on peut citer fonction **hinfstruct** également mise à disposition par la Robust Control Toolbox [Apkarian 2006], ainsi que le HIFOO Package fondé à partir de la Robust Control Toolbox [Burke 2006].

6.3.3.4 Objectifs de synthèse

En fonction des objectifs de synthèse et les problèmes rencontrés en pratique, une multitude de schémas de synthèse sont possibles à partir des signaux d'intérêt considérés dans le canal de performances. Afin de faciliter la mise en œuvre de la synthèse, il est plus judicieux de commencer par le schéma le plus simple, et introduire au fur et à mesure les signaux d'intérêt supplémentaires permettant de réaliser les performances non atteintes.

Soient les schémas de synthèse suivants permettant de décrire les performances décrites précédemment :

- **Schéma à 1 bloc** : le schéma à 1 bloc le plus simple s'intéresse uniquement au transfert $T_{er}(s) = S_y(s)$ pour assurer à la fois les performances de stabilité, rapidité et précision en poursuite de trajectoires.
- **Schéma à 2 blocs** : le schéma à 2 blocs s'intéresse aux transferts $T_{er}(s) = S_y(s)$ et $T_{ur}(s) = K(s) S_y(s)$ pour intégrer la limitation de l'amplitude de la commande, ou encore aux transferts $T_{er}(s) = S_y(s)$ et $T_{ed}(s) = -S_y(s) G(s)$ pour introduire le rejet de perturbations.
- **Schéma à 4 blocs** : si les contraintes sur la commande et le rejet de perturbations sont considérées en même temps lors de la synthèse, le schéma à 4 blocs correspondant (Figure 6.4) incluant l'ensemble des transferts $T_{er}(s) = S_y(s)$, $T_{ur}(s) = K(s) S_y(s)$ et $T_{ed}(s) = -S_y(s) G(s)$ permet également de garantir la robustesse de la stabilité vis-à-vis des dynamiques non modélisées à travers le transfert $T_{ud}(s) = -K(s) S_y(s) G(s)$.

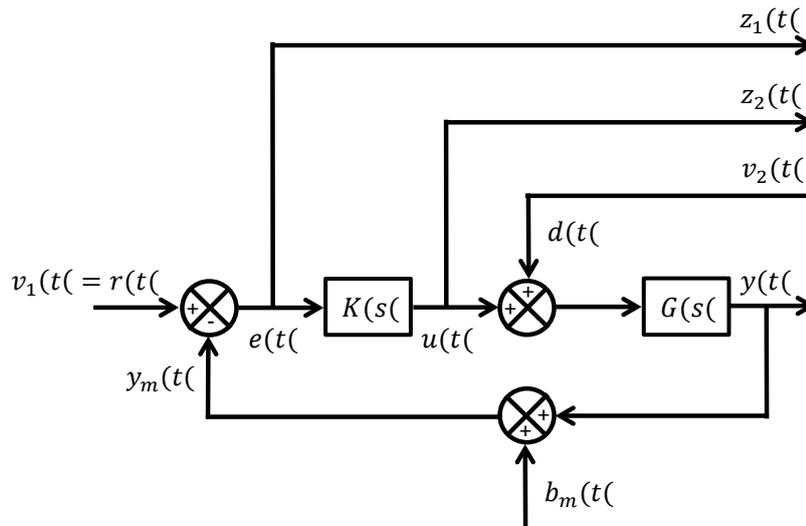


Figure 6.4 – Schéma de synthèse H_∞ standard à 4 blocs

En considérant le schéma à 4 blocs le plus complet, les transferts entre les signaux d'intérêt en boucle fermée sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} E(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_y(s) & -S_y(s) G(s) \\ K(s) S_y(s) & -K(s) S_y(s) G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Un bon comportement des systèmes asservis est généralement dicté par un gain en boucle ouverte de type passe-haut avec un gain qui décroît en hautes-fréquences, et qui coupe l'axe 0 dB à la pulsation ω_o définissant la bande-passante qui donne une image de la rapidité ($\omega_o t_m \simeq 3$). Considérons le raisonnement asymptotique suivant en basses et hautes fréquences, en supposant que les différents transferts soient carrés inversibles :

- **En basses fréquences** ($w \ll \omega_o$) : les valeurs singulières du système en boucle ouverte sont telles que : $\bar{\sigma}(G(j\omega) K(j\omega)) \gg 1$, ce qui implique que la sensibilité en sortie est approchée par : $S_y(s) \simeq K^{-1}(s) G^{-1}(s)$. Les transferts d'intérêt sont alors approximés par :

$$\begin{bmatrix} E(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} K^{-1}(s) G^{-1}(s) & -K^{-1}(s) \\ G^{-1}(s) & -\mathbb{I}_{n_u \times n_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

On remarque que les transferts $T_{ur}(s)$ et $T_{ud}(s)$ ne dépendent plus du correcteur $K(s)$, ce qui signifie que les effets d'amplification de la commande et du bruit de mesure, ainsi que la robustesse de la stabilité par rapport aux dynamiques négligées ne peuvent être réduits dans la bande-passante du système. Par contre, les transferts $T_{er}(s)$ et $T_{ed}(s)$ sont inversement proportionnels au correcteur $K(s)$. Un effet intégrateur dans le correcteur permettrait alors d'annuler l'erreur statique par rapport aux références et perturbations constantes. Un bon rejet de perturbations nécessiterait un gain élevé du correcteur en basses fréquences.

- **En hautes fréquences** ($w \gg \omega_o$) : les valeurs singulières du système en boucle ouverte sont telles que : $\bar{\sigma}(G(j\omega) K(j\omega)) \ll 1$, ce qui implique que la sensibilité en sortie est approchée par : $S_y(s) \simeq \mathbb{I}_{n_y \times n_y}$. Les transferts d'intérêt sont alors approximés par :

$$\begin{bmatrix} E(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} \mathbb{I}_{n_y \times n_y} & -G(s) \\ K(s) & -K(s) G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

On remarque que les transferts $T_{er}(s)$ et $T_{ed}(s)$ ne dépendent plus du correcteur $K(s)$. À l'inverse, les transferts $T_{ur}(s)$ et $T_{ud}(s)$ sont proportionnels au correcteur $K(s)$. Il faudra prévoir une atténuation du gain du correcteur en hautes fréquences pour éviter d'exciter en dehors de la bande passante à la fois la commande et les dynamiques négligées.

6.3.4 Synthèse H_∞ par introduction des sensibilités mixtes

L'analyse asymptotique révèle la complexité de la synthèse H_∞ , avec des performances qui s'expriment à travers des transferts liés entre-eux, voire égaux. De plus, la synthèse H_∞ standard ne propose pas de paramètres de synthèse à l'utilisateur. Pour cela, deux méthodes permettent alors de contourner ce problème pour faciliter la mise en œuvre de la synthèse H_∞ :

- la méthode de synthèse par introduction des sensibilités mixtes qui sera présentée dans cette partie, et considérée dans cette thèse.
- la méthode de synthèse par loop-shaping proposée dans [McFarlane 1992], et également abordée dans [Duc 1999]. Globalement, cette approche consiste à modéliser la boucle ouverte (en anglais loop-shaping) du système, en augmentant le système à commander $G(s)$ par un pré-compensateur et/ou un post-compensateur sans se soucier de la stabilité, avant de résoudre le problème de synthèse H_∞ en considérant le système augmenté.

6.3.4.1 Méthodologie de synthèse

Afin de modéliser les transferts d'intérêt pour atteindre les objectifs de synthèse, la méthode de synthèse H_∞ par introduction des sensibilités mixtes consiste à introduire des pondérations sur les signaux d'intérêt d'entrée et de sortie sous forme de filtres linéaires. Le schéma de synthèse correspondant est représenté sur la Figure 6.5.

La synthèse H_∞ est alors effectuée en considérant le système bouclé pondéré de la Figure 6.5, de fonction de transfert $T_{\tilde{z}\tilde{v}}(s)$ entre l'entrée $\tilde{v}(s)$ et la sortie $\tilde{z}(s)$ qui s'exprime par :

$$T_{\tilde{z}\tilde{v}}(s) = W_s(s) T_{zv}(s) W_e(s) \quad (6.32)$$

Pour un système étendu $G_e(s)$ et des filtres de pondération $W_e(s)$ et $W_s(s)$, le problème de synthèse H_∞ résultant revient à déterminer un correcteur optimal $K(s)$ qui :

- Stabilise le système en boucle fermée pondéré de la Figure 6.5.
- Minimise : $\gamma = \min_{K(s)} \| T_{\tilde{z}\tilde{v}}(s) \|_\infty > 0$

En choisissant des filtres de pondération $W_e(s)$ et $W_s(s)$ diagonaux, notés : $W_e(s) = \text{diag}(W_{e1}(s), \dots, W_{env}(s))$ et $W_s(s) = \text{diag}(W_{s1}(s), \dots, W_{snz}(s))$, les propriétés de la norme H_∞ (6.16) et (6.17) ainsi que la relation (6.32) permettent alors de déterminer pour chaque transfert mono-variable $T_{z_k v_l}(s)$ entre l'entrée $v_l(t)$ et la sortie $z_k(t)$, un gabarit fréquentiel :

$$| T_{z_k v_l}(j\omega) | \leq \frac{\gamma}{| W_{ok}(j\omega) | \cdot | W_{il}(j\omega) |} \quad (\forall \omega \in \mathbb{R}^+) \quad (6.33)$$

La valeur de γ intervenant dans les gabarits fréquentiels (6.33) n'est pas connue lors de la synthèse. Il est donc plus commode de choisir les filtres de pondération en considérant une valeur de γ proche de 1. Une fois le correcteur déterminé, les performances fixées à travers les gabarits fréquentiels seront plus ou moins réalisées en fonction de la valeur obtenue de γ :

- Si $\gamma < 1$: alors les transferts réalisés respectent leur gabarits et les performances fixées seront améliorées.
- Si $\gamma > 1$: les gabarits sont dépassés et les performances fixées seront dégradées. Dans ce cas, on pourra tolérer une valeur de γ légèrement supérieure à 1.

De ce fait, la méthodologie de synthèse peut alors s'effectuer selon les étapes suivantes :

1. Sélectionner le canal de performances.
2. Concevoir les filtres de pondération $W_e(s)$ et $W_s(s)$.
3. Calculer le système étendu pondéré à partir du système étendu $G_e(s)$.
4. Déterminer le correcteur $K(s)$ et relever la valeur de γ correspondante.

Ces étapes sont itérées jusqu'à ce que la valeur obtenue de γ soit proche de 1.

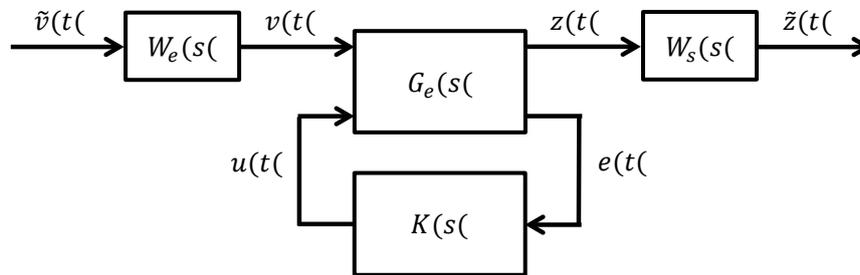


Figure 6.5 – Schéma de synthèse H_∞ standard avec introduction des filtres de pondération d'entrée $W_e(s)$ et de sortie $W_s(s)$

6.3.4.2 Choix des filtres de pondération

Afin de mener cette étude, on considère le schéma de commande déduit en ignorant les filtres de pondération d'entrée $W_3(s)$ et de sortie $W_1(s)$ et $W_2(s)$, de la Figure 6.7. Ce schéma de synthèse à 4 blocs est équivalent au schéma de synthèse général de la Figure 6.5 en sélectionnant les signaux d'intérêt d'entrée $v(t) = [r^T(t) \ d^T(t)]^T$ et de sortie $z(t) = [e^T(t) \ u^T(t)]^T$, ainsi que les filtres de pondération d'entrée $W_e(s) = \text{diag}(\mathbb{I}_{n_u \times n_u}, W_3(s))$ et de sortie $W_s(s) = \text{diag}(W_1(s), W_2(s))$.

Ce schéma de synthèse revient donc à surveiller les évolutions de l'erreur d'asservissement $e(t)$ et de la commande $u(t)$ en présence des perturbations en entrée $d(t)$ et en sortie $b_m(t)$ du système $G(s)$. Comme le bruit de mesure $b_m(t)$ et la référence $r(t)$ ont les mêmes effets sur les signaux d'intérêt $e(t)$ et $u(t)$ en sortie du canal de performances, seul la référence sera considérée en entrée du canal de performances.

Les transferts entre les signaux d'intérêt du système pondéré en boucle fermée deviennent donc :

$$\begin{bmatrix} \tilde{Z}_1(s) \\ \tilde{Z}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(s) S_y(s) & -W_1(s) S_y(s) G(s) W_3(s) \\ W_2(s) K(s) S_y(s) & -W_2(s) K(s) S_y(s) G(s) W_3(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_1(s) \\ \tilde{V}_2(s) \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

En choisissant des filtres de pondération $W_k(s)$ diagonaux avec les dimensions adéquates, la synthèse H_∞ d'un correcteur optimal $K(s)$ permet de minimiser les différents transferts d'intérêt pondérés :

$$\| W_1(s) S_y(s) \|_\infty \leq \gamma \quad (6.35)$$

$$\| W_2(s) K(s) S_y(s) \|_\infty \leq \gamma \quad (6.36)$$

$$\| W_1(s) S_y(s) G(s) W_3(s) \|_\infty \leq \gamma \quad (6.37)$$

$$\| W_2(s) K(s) S_y(s) G(s) W_3(s) \|_\infty \leq \gamma \quad (6.38)$$

ce qui est permet d'imposer les gabarits suivants sur les différents transferts d'intérêt mono-variables :

$$\forall \omega \in \mathbb{R}^+ : | T_{e_k r_l}(j\omega) | \leq \frac{\gamma}{| W_{1k}(j\omega) |} \quad (6.39)$$

$$\forall \omega \in \mathbb{R}^+ : | T_{u_k r_l}(j\omega) | \leq \frac{\gamma}{| W_{2k}(j\omega) |} \quad (6.40)$$

$$\forall \omega \in \mathbb{R}^+ : | T_{e_k d_l}(j\omega) | \leq \frac{\gamma}{| W_{1k}(j\omega) | \cdot | W_{3l}(j\omega) |} \quad (6.41)$$

$$\forall \omega \in \mathbb{R}^+ : | T_{u_k d_l}(j\omega) | \leq \frac{\gamma}{| W_{2k}(j\omega) | \cdot | W_{3l}(j\omega) |} \quad (6.42)$$

Les filtres de pondération imposent des gabarits fréquentiels sur les transferts d'intérêt. On donne ci-dessous les allures fréquentielles typiques des filtres de pondération $W_1(s)$, $W_2(s)$ et $W_3(s)$ permettant de modeler les transferts d'intérêt sur lesquels ils agissent, ainsi que leurs formes traditionnelles introduisant les paramètres de synthèse, pour répondre aux exigences des indices de performances des systèmes asservis. Le raisonnement suivant suppose par exemple qu'on soit en mesure d'obtenir une valeur de $\gamma < 1$:

- **Choix de $W_1(s)$** : le filtre de pondération $W_1(s)$ est choisi de sorte à ce que le gabarit $1/W_1(s)$ sur le transfert d'intérêt $T_{er}(s) = S_y(s)$ ait une allure de type passe-bas (Figure 6.6), pour réaliser les performances de poursuite de trajectoires avec :

- une très faible valeur en basses fréquences garantissant l'erreur statique maximale.
- une pulsation de coupure de l'axe -3 dB représente la bande passante minimale de l'asservissement.
- une valeur maximale en hautes-fréquences imposant la marge de module minimale.

Une forme classique des filtres $W_{1k}(s)$ pour annuler l'erreur de position en régulation s'écrit :

$$W_{1k}(s) = \frac{s + a}{K_1 (s + b)} \quad (K_1 \geq 1 \text{ et } b < a) \quad (6.43)$$

dont la marge de module ΔM , la précision ε_p et la bande passante ω_c sont déterminées en fonction des paramètres de synthèse K_1 , a et b par :

$$\Delta M > \frac{1}{K_1} \quad (6.44)$$

$$\varepsilon_p < K_1 \frac{b}{a} \quad (6.45)$$

$$\omega_c > \sqrt{\frac{a^2 - 2 K_1^2 b^2}{2 K_1^2 - 1}} \quad (6.46)$$

Ces relations peuvent être inversées pour déduire les paramètres de synthèse à partir des indices de performances.

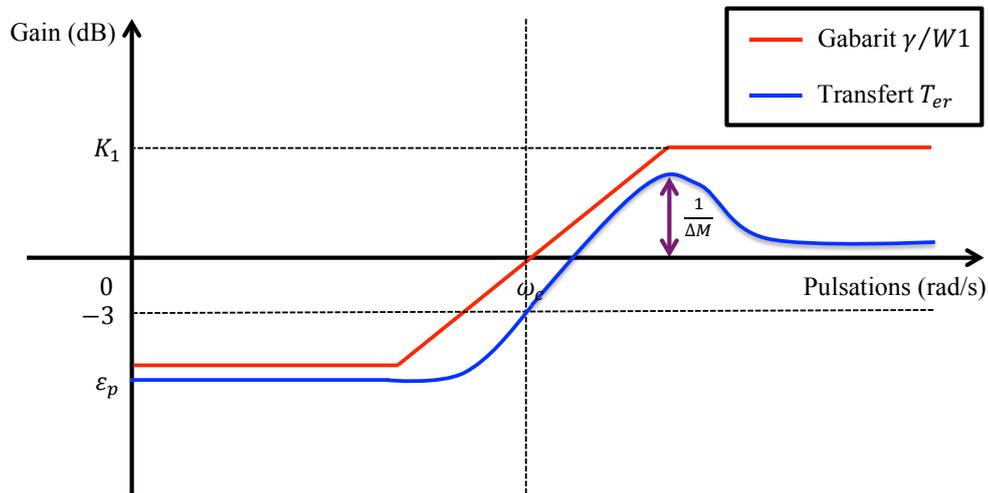


Figure 6.6 – Allure typique de la valeur singulière maximale $\bar{\sigma}(T_{er}(s))$ du transfert $T_{er}(s)$ permettant de relever la bande passante ω_c , la marge de module ΔM et la précision ε_p , avec son gabarit fréquentiel $\gamma / W_1(s)$

- **Choix de $W_2(s)$** : le filtre de pondération $W_2(s)$ est choisi de manière à ce que le gabarit $1 / W_2(s)$ sur le transfert d'intérêt $T_{ur}(s) = K(s) S_y(s)$ ait une allure

de type passe-bas, pour réduire l'amplification de la commande et l'influence du bruit de mesure.

Une forme classique des filtres $W_{2l}(s)$ est imposée par un filtre dérivateur tronqué amplifiant les hautes fréquences :

$$W_{2l}(s) = \frac{s + d}{K_2 (1 + c s)} \quad (c \omega_o \ll 1 \text{ et } d \ll 0) \quad (6.47)$$

- **Choix de $W_3(s)$** : le filtre de pondération $W_3(s)$ est choisi tel que le gabarit $1 / W_1(s) W_2(s)$ sur le transfert d'intérêt $T_{ed}(s) = -S_y(s) G(s)$ ait une allure de type passe-haut ou passe-bande, pour renforcer le rejet de perturbations. Dans le premier cas, un filtre $W_3(s)$ constant suffit pour régler l'atténuation en basses fréquences, alors que dans le second cas un filtre $W_3(s)$ variable est nécessaire pour garantir un bon comportement transitoire face à une perturbation en entrée. Il est également possible de modifier l'allure du filtre $W_3(s)$ pour imposer une atténuation en hautes fréquences au gabarit $1 / W_2(s) W_3(s)$ sur le transfert $T_{ud}(s) = -K(s) S_y(s) G(s)$, permettant de garantir la robustesse de la stabilité par rapport aux dynamiques hautes fréquences non modélisées.

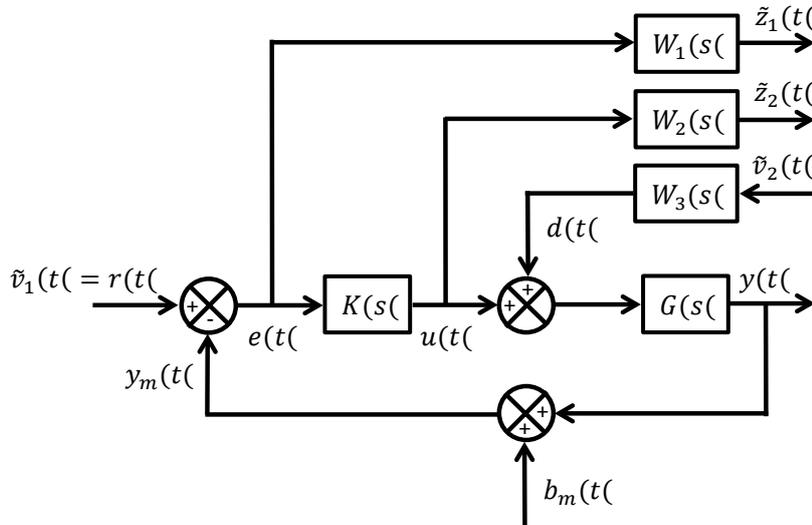


Figure 6.7 – Schéma de synthèse H_∞ standard à 4 blocs avec introduction des filtres de pondération d'entrée $W_3(s)$ et de sortie $W_1(s)$ et $W_2(s)$

6.4 Synthèse du correcteur H_∞

Une fois les outils et la méthodologie générale de synthèse H_∞ définis, on s'intéresse dans cette partie à la synthèse du correcteur H_∞ pour la commande dynamique du robot INCA 6D.

6.4.1 Modèle nominal

La synthèse H_∞ est effectuée à partir du modèle nominal linéarisé (2.88), obtenu par linéarisation de la dynamique du système (2.71) autour de la pose nominale $X_{e_c} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ (correspondant au centre de l'espace de travail O_o avec une orientation nulle) pour des vitesses et accélérations nulles de l'effecteur au point de fonctionnement, avec les paramètres dynamiques géométriques et dynamiques nominaux estimés lors de l'étape d'identification.

Les réponses fréquentielles des valeurs singulières du modèle nominal se comportent comme un système linéaire à temps invariant du 2^{ème} ordre sous-amorti, avec des pulsations de résonance proches de 5 rad/s pour les modes associés à la position et de 22 rad/s pour ceux associés à l'orientation (Figure 6.8).

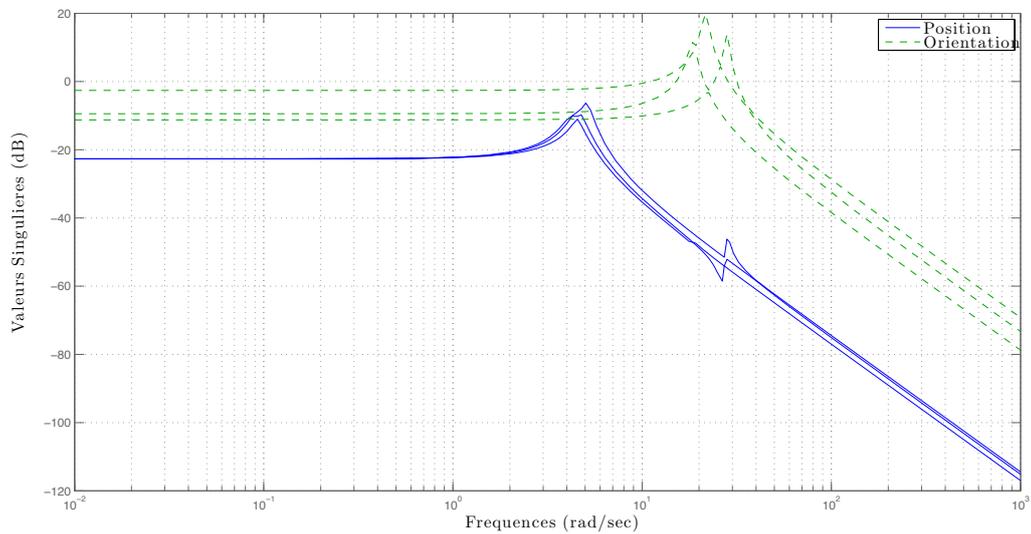


Figure 6.8 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du modèle nominal

6.4.2 Performances souhaitées

En tenant compte de l'ordre de grandeur des performances obtenues par l'approche de commande cinématique, les performances souhaitées pour la commande de la position et de l'orientation de l'effecteur sont fixées pour atteindre :

- une bande passante minimale de 6 rad/s (temps de montée maximal de 0.5 s).
- une marge de module minimale de 0.5 (6 dB).
- des précisions maximales de 10^{-3} m et 10^{-3} rad due à la perturbation $d(t)$ en entrée du système.
- une amplitude raisonnable de la commande $u(t) = F_{ev}(t)$ pour respecter les saturations physiques des actionneurs de 0 A et 3 A.

6.4.3 Synthèse

La synthèse H_∞ est effectuée sur un modèle nominal linéarisé, en considérant que les effets non-linéaires et de couplages du système se comportent comme des perturbations sur l'entrée de commande. Il faudra alors renforcer les propriétés de rejet de perturbations, en plus des contraintes sur la poursuite de trajectoires et la commande fixées par le cahier des charges. De ce fait, le choix d'un schéma de synthèse à 4 blocs s'impose.

En tenant compte du canal de performances sélectionné, le système étendu $G_e(s)$ construit autour du système à commander $G(s)$, est obtenu par la LFT représentée sur la Figure 6.9 inter-connectant le système $G(s)$ au système statique de matrice des gains M :

$$M = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & +\mathbb{I}_{n_u \times n_u} & +\mathbb{I}_{n_u \times n_u} \\ -\mathbb{I}_{n_y \times n_y} & +\mathbb{I}_{n_y \times n_y} & \mathbb{O}_{n_y \times n_u} & \mathbb{O}_{n_y \times n_u} \\ \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \mathbb{O}_{n_u \times n_y} & \mathbb{O}_{n_u \times n_u} & +\mathbb{I}_{n_u \times n_u} \\ -\mathbb{I}_{n_y \times n_y} & +\mathbb{I}_{n_y \times n_y} & \mathbb{O}_{n_u \times n_u} & \mathbb{O}_{n_y \times n_u} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

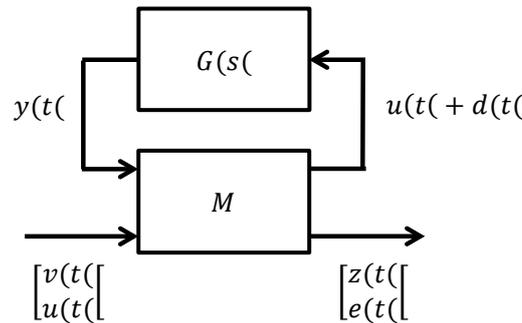


Figure 6.9 – Construction du système étendu $G_e(s)$ à partir du système à commander $G(s)$ pour un schéma de synthèse à 4 blocs

Les contraintes de rejet de perturbations sont très critiques dans notre cas, et sont couplées aux contraintes de poursuite de trajectoires puisque les transferts d'intérêt correspondants sont liés ($T_{ed}(s) = T_{er}(s) G(s)$), ce qui introduit un certain compromis à effectuer lors de la synthèse. Afin de découpler ces contraintes, on propose deux types de synthèses, favorisant les contraintes de poursuite de trajectoires ou de rejet de perturbations.

Pour l'élaboration de chacune de ces deux synthèses, on choisira des filtres de pondération diagonaux, notés sous la forme :

$$W_k(s) = \text{diag}(w_{kp} \mathbb{I}_{3 \times 3}, w_{k\phi} \mathbb{I}_{3 \times 3}) \quad (k = 1, 2, 3) \quad (6.49)$$

où les filtres mono-variables w_{kp} et $w_{k\phi}$ façonnent respectivement les dynamiques de la position ou des forces, et les dynamiques de l'orientation ou des moments. Ces filtres sont dimensionnées comme suit :

- **Synthèse favorisant la poursuite de trajectoires** : Cette première synthèse impose les contraintes de poursuite de trajectoires en relâchant les contraintes de rejet de perturbations. Les propriétés de rejet de perturbations sont renforcées au voisinage de la bande passante du système corrigé à travers les filtres adéquats.

Afin d'atteindre les contraintes favorisées, cette synthèse considère les filtres de pondération suivants :

- **Choix de $W_1(s)$** : le filtre $W_1(s)$ impose une marge de module de 0.5, une précision de 10^{-3} et une bande passante de 5.66 rad/s, en tenant compte du filtre passe-bas sous la forme (6.43) :

$$w_{1p}(s) = w_{1\phi}(s) = \frac{1}{2} \frac{s + 15}{s + \frac{15}{2000}} \quad (6.50)$$

- **Choix de $W_2(s)$** : le filtre $W_2(s)$ limite l'amplification de la commande et l'effet du bruit de mesure en dehors de la bande passante de l'asservissement, en contraignant le transfert $T_{eu}(s) = K(s) S_y(s)$ à forcer le gain du correcteur $K(s)$ à décroître dans les hautes fréquences. Le filtre dérivateur (6.47) est alors employé pour cela, en agissant dans la bande de fréquences $[10^{-2}, 10^{+4}]$ rad/s :

$$w_{2p}(s) = w_{2\phi}(s) = \left(\frac{1}{1000} \frac{s + 10^{-2}}{1 + \frac{1}{10^4} s} \right)^2 \quad (6.51)$$

- **Choix de $W_3(s)$** : un filtre $W_3(s)$ constant permet d'améliorer les propriétés de rejet de perturbations, en réglant l'atténuation en basses fréquences du transfert $T_{ed}(s)$:

$$w_{3p}(s) = 1.5 \quad (6.52)$$

$$w_{3\phi}(s) = 0.3 \quad (6.53)$$

À partir des filtres de pondération considérés dont les réponses fréquentielles sont représentées sur la Figure 6.10, le problème de synthèse H_∞ a été résolu en utilisant l'implémentation disponible sous Matlab avec la fonction **hinfsyn**.

Les réponses fréquentielles des valeurs singulières du correcteur optimal déterminé $K(s)$ sont données sur la Figure 6.12(a). Que ce soit pour la commande de la position ou de l'orientation, le correcteur présente un gain élevé en basses fréquences pour favoriser une erreur de poursuite nulle et le rejet de perturbations, qui est atténué en hautes fréquences de manière à limiter l'amplitude de la commande et l'effet du bruit de mesure.

Les Figures 6.13(a), 6.14(a), 6.15(a) et 6.16(a) montrent les réponses fréquentielles des valeurs singulières des fonctions de transfert d'intérêt en boucle fermée, évoquées dans la synthèse H_∞ . La valeur obtenue de $\gamma = 0.85$ étant légèrement inférieure à 1, les performances réalisées sont légèrement améliorées par rapport à celles imposées par les gabarits fréquentiels des transferts d'intérêt. Les performances de poursuite de trajectoires réalisées, sont relevées à partir de la Figure 6.13(a) par :

- une bande passante de 7 rad/s pour la position et de 9 rad/s pour l'orientation.
 - une marge de module de 0.68 pour la position et de 0.78 pour la rotation.
 - une erreur statique de position en translation et en rotation inférieure à 0.1 %.
- **Synthèse favorisant le rejet de perturbations** : Cette seconde synthèse impose les contraintes de rejet de perturbations très critiques dans notre cas, en relâchant les contraintes de poursuite de trajectoires. Les propriétés de poursuite de trajectoires imposent la stabilité (marge de module) du système asservi, alors qu'une bande passante et une précision convenables sont déduites à partir du transfert d'intérêt $T_{er}(s)$ réalisé.

Afin d'atteindre les performances favorisées, cette synthèse considère les filtres de pondération suivants :

- **Choix de $W_1(s)$** : le filtre $W_1(s)$ impose la marge de module requise de 0.5, en choisissant un filtre $W_1(s)$ constant :

$$w_{1p}(s) = w_{1\phi}(s) = 0.5 \tag{6.54}$$

- **Choix de $W_2(s)$** : le filtre $W_2(s)$ limite l'amplification de la commande et de bruit de mesure en dehors de la bande passante du système corrigé, en obligeant le transfert $T_{eu}(s) = K(s) S_y(s)$ à forcer le gain du correcteur $K(s)$ à décroître dans les hautes fréquences. Le filtre dérivateur (6.47) est également employé pour cela, en agissant sur la bande de fréquences $[10^{-2}, 10^{+4}]$ rad/s :

$$w_{2p}(s) = \left(\frac{1}{500} \frac{s + 10^{-2}}{1 + \frac{1}{10^4} s} \right)^2 \tag{6.55}$$

$$w_{2\phi}(s) = \left(\frac{1}{1000} \frac{s + 10^{-2}}{1 + \frac{1}{10^4} s} \right)^2 \tag{6.56}$$

- **Choix de $W_3(s)$** : le filtre $W_3(s)$ est utilisé pour pénaliser les perturbations dans les basses fréquences pour renforcer les propriétés de rejet de perturbations. Pour cela, un filtre passe-bas est dimensionné pour agir dans la bande de

fréquences $[10^{-4}, 10]$:

$$w_{3p}(s) = 10 \frac{s + 10}{s + 10^{-4}} \quad (6.57)$$

$$w_{3\phi}(s) = \frac{s + 10}{s + 10^{-4}} \quad (6.58)$$

À partir des filtres de pondération choisis dont les réponses fréquentielles sont données sur la Figure 6.11, le problème de synthèse H_∞ a été résolu en utilisant l'implémentation disponible sous Matlab avec la fonction **hinfsyn**.

Les réponses fréquentielles des valeurs singulières du correcteur optimal déterminé $K(s)$ sont montrées sur la Figure 6.12(b). Le correcteur $K(s)$ présente une allure satisfaisante pour la commande de la position et de l'orientation, en présentant un gain élevé en basses fréquences pour imposer une erreur de poursuite nulle et le rejet de perturbations, qui est atténué en hautes fréquences de manière à limiter l'excitation de la commande et l'amplification du bruit de mesure.

Les Figures 6.13(b), 6.14(b), 6.15(b) et 6.16(b) affichent les réponses fréquentielles des valeurs singulières des fonctions de transfert d'intérêt en boucle fermée, évoquées dans la synthèse H_∞ . La valeur obtenue de $\gamma = 0.92$ étant légèrement inférieure à 1, les performances réalisées sont légèrement améliorées par rapport à celles imposées par les gabarits fréquentiels des transferts d'intérêt. Les performances de poursuite de trajectoires réalisées, sont relevées à partir de la Figure 6.13(b) par :

- une bande passante de 6 rad/s pour la position et de 2 rad/s pour l'orientation.
- une marge de module de 0.57 pour la position et de 0.61 pour la rotation.
- une erreur statique de position en translation et en rotation inférieure à 0.01 %.

Les résultats obtenus à partir des transferts d'intérêt réalisés en boucle fermée conduisent clairement à affiner le compromis entre la rapidité et le rejet de perturbations. En effet :

- La synthèse favorisant la poursuite de trajectoires permet d'obtenir un système plus rapide mais moins précis, avec un rejet de perturbations correct en basses fréquences, mais qui devient très critique en moyennes fréquences avec une résonance (Figure 6.15(a)) qui conduit à un faible amortissement des perturbations.
- Cet amortissement est largement amélioré par la synthèse favorisant le rejet de perturbations (Figure 6.15(b)), qui permet d'obtenir un système moins rapide mais plus précis, avec un meilleur comportement transitoire face aux perturbations.

6.4.4 Analyse des propriétés de rejet de perturbations

Après le réglage fréquentiel des performances de l'asservissement, on procède à l'évaluation temporelle des performances où une attention particulière sera portée au rejet des perturbations externes (signal $d(t)$) et internes (effets non-linéaires et de couplages).

La simulation de la commande du système est effectuée en considérant les correcteurs H_∞ issus des synthèses favorisant la poursuite de trajectoires et favorisant le rejet de perturbations. Le comportement du système est simulé par les modèles linéarisé et non-linéaire.

L'effecteur initialement placé au centre de l'espace de travail O_o avec une orientation nulle, est commandé pour exécuter un mouvement de translation le long de l'axe X_o d'amplitude 10 cm en maintenant une orientation nulle. Les perturbations externes sont simulées par une perturbation $d(t)$ en entrée du système sous forme d'échelon d'amplitude 0.5 N, qui intervient en régime permanent pour écarter l'effecteur de la position à atteindre (Figure 6.17(a)). Les perturbations internes sont simulées en imposant une amplitude de translation plus élevée de 30 cm, éloignant l'effecteur de la position de fonctionnement centrale O_o autour de laquelle le système a été linéarisé.

On s'intéresse dans un premier temps à l'effet de la perturbation externe $d(t)$ en entrée du système, pendant que l'effet des perturbations internes est réduit avec une amplitude de déplacement de 10 cm maintenant l'effecteur proche du point de linéarisation. Le correcteur déterminé par la synthèse de rejet de perturbations permet d'améliorer de manière considérable l'amortissement du système corrigé en présence de la perturbation $d(t)$ en son entrée (Figure 6.17(a)).

On accentue l'effet des perturbations internes dues aux effets non-linéaires et de couplages, par une amplitude de déplacement de 30 cm qui éloigne l'effecteur du point de linéarisation. Le correcteur déterminé par la synthèse de rejet de perturbations présente également un meilleur rejet des non-linéarités en comportement transitoire, ce qui est nettement visible dans les réponses (Figure 6.18(a)) qui ne tiennent pas compte des frottements secs dans le modèle non-linéaire du système. La sensibilité du système asservi par rapport aux non-linéarités de type frottements secs sera discutée dans la partie qui suit, lors de la confrontation des résultats de simulation avec ceux obtenus sur le système réel.

Au regard des résultats de comparaison, on ne considèrera par la suite que le correcteur H_∞ issu de la synthèse favorisant le rejet de perturbations, plus réaliste pour être appliqué en pratique au système réel.

6.5 Résultats de simulation et expérimentaux

Une fois le correcteur H_∞ intervenant dans le schéma de commande dynamique (Figure 6.1) synthétisé, on procède à l'évaluation en simulation et expérimentale du schéma de commande pour le robot INCA 6D.

Comme spécifié à l'issue de la simulation du comportement du système asservis face aux perturbations, les résultats présentés considèrent le correcteur H_∞ issu de la synthèse favorisant le rejet de perturbations, plus réaliste en pratique.

6.5.1 Tâches d'évaluation

Une série de trajectoires ont été choisies pour évaluer les performances de l'asservissement. En partant du centre de l'espace de travail O_o avec une orientation nulle, les trajectoires de références à parcourir par l'effecteur initialement situé à la pose mesurable X_{e_o} , ont été composées comme suit :

- **Cas de régulations** : où les trajectoires de références de l'effecteur représentent 3 translations pures d'amplitude 10 cm respectivement le long des axes X_o , Y_o et Z_o , et 3 rotations pures d'angle +5 deg respectivement autour des axes X_o , Y_o et Z_o . Les trajectoires de régulation sont générées en considérant des signaux sous forme d'échelon.
- **Cas de poursuite de trajectoires** : où la trajectoire de référence de l'effecteur suit les bords d'un carré appartenant au plan X_oY_o de hauteur nulle, et centré autour du point de linéarisation du système O_o avec une largeur de 10 cm. La trajectoire carrée est générée en considérant des signaux sous forme d'échelons et de rampes. Ces trajectoires sont parcourues avec une orientation nulle.

6.5.2 Mise en œuvre expérimentale

Distribution des tensions L'espace des tensions réalisable est délimité par les bornes minimales $T_{\min} = 1.48 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ N et maximales $T_{\max} = 18.52 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ N, précédemment déterminées à partir du modèle statique des actionneurs, respectivement selon les relations (5.39) et (5.40).

Le vecteur des tensions objectif T_{obj} jugé optimal pour le fonctionnement du système est choisi comme le barycentre de la région des tensions réalisables, pour assurer une distribution des tensions non-limite plus sûre :

$$T_{\text{obj}} = T_{\min} + \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} = 10 \mathbb{I}_{8 \times 1} \text{ N} \quad (6.59)$$

Les tensions des câbles sont estimées en utilisant le modèle dynamique des actionneurs (5.42). La procédure d'estimation des mesures des tensions dans les câbles est détaillée dans la Sous-Section 5.5.2, pour l'estimation des tensions à la même fréquence que les mesures des positions articulaires et des courants moteurs.

Discrétisation du correcteur H_∞ Le correcteur H_∞ obtenu a été discrétisé à la période d'échantillonnage $T_e = 2$ ms en utilisant la transformée bilinéaire de Tustin. Cette période d'échantillonnage est le double de la période initiale considérée égale à 1 ms, qui a été augmentée pour satisfaire les contraintes des temps d'exécution du correcteur H_∞ d'ordre plein égal à 30, et de l'algorithme de distribution des tensions.

Le correcteur H_∞ a donc été implanté sous sa forme à temps discret, où l'échantillon de commande $u_k = u(t = k T_e)$ à l'instant $t_k = k T_e$ est calculé à partir de la représentation d'état à temps discret :

$$\begin{cases} x_{k+1} &= A_d x_k + B_d e_k \\ u_k &= C_d x_k + D_d e_k \end{cases} \quad (6.60)$$

6.5.3 Performances obtenues

Les résultats de simulation et expérimentaux obtenus avec les trajectoires de régulation sont reportés sur les Figures 6.19, 6.20 et 6.21. Les performances souhaitées sont correctement atteintes en simulation avec le modèle négligeant l'effet des frottements secs. Cependant, on observe expérimentalement une dégradation de la bande passante de l'asservissement. Nous avons pensé que cela pourrait provenir des effets non-linéaires des frottements secs. Cette hypothèse est confirmée par des résultats de simulation incluant les frottements secs, où le système montre un comportement très proche de celui relevé expérimentalement (Figures 6.19).

Les frottements secs engendrent également un phénomène de non-répétabilité des réponses du système asservis, alors que ce phénomène est à peine distingué sur les réponses du système en boucle ouverte.

Une étude complémentaire a été menée dans le but de réduire l'effet des frottements secs, par la compensation du terme des frottements secs dans la loi de commande. Afin de distinguer dans cette étude la sous-évaluation et la sur-évaluation des frottements secs de coefficient $f_{seq} = 4.4 \cdot 10^{-3}$ N·m/(rad/s), le coefficient des frottements secs f_s utilisé pour la compensation a été choisi sous la forme suivante en fonction du paramètre d'évaluation N_f :

$$f_s = f_{s\min} + \frac{f_{s\min} + f_{s\max}}{N_f} \quad (6.61)$$

où les bornes minimale $f_{s\min}$ et maximale $f_{s\max}$ ont été dimensionnées telles que : $f_{s\min} = k_{em} I_{\min k} = 0$ N·m/(rad/s) et $f_{s\max} = k_{em} I_{\max k} = 180.9 \cdot 10^{-3}$ N·m/(rad/s).

Les résultats de cette étude ont conduit à conclure que la bande passante de l'asservissement augmente avec l'accroissement de la valeur du coefficient des frottements secs f_s utilisé pour la compensation. Mais ceci est obtenu au prix d'un phénomène de chattering (oscillations de la commande) dû au terme non-linéaire

de compensation des frottements secs dans la commande, dont l'amplitude et la fréquence augmentent de manière conséquente en fonction de l'accroissement de la valeur du coefficient des frottements secs f_s considéré.

Toutefois, l'écart de comportement entre les modèles linéaire et non-linéaire provoqué par les frottements secs est moindre par la génération de trajectoires sous forme de rampes, permettant de réaliser les mouvements avec des vitesses constantes moins importantes que dans le cas des échelons, qui restent tout de même pratiques pour l'affichage des performances.

Les résultats expérimentaux obtenus avec la trajectoire carrée sont donnés sur les Figures 6.22 et 6.23 dans le cas de génération de trajectoires sous forme d'échelons pour suivre les bords du carré, alors que le cas où ces bords sont suivis par des trajectoires sous forme de rampes est décrit sur les Figures 6.24 et 6.25. On remarque que les composantes de la pose de l'effecteur sont correctement contrôlées de manière découplée.

Les résultats obtenus montrent que les trajectoires d'évaluation sont bien parcourues, avec des consignes de courants moteurs (Figures 6.20, 6.23(a) et 6.25(a)) et des tensions dans les câbles (Figures 6.21, 6.23(b) et 6.25(b)) qui respectent leurs domaines prescrits, respectivement décrits par les courants moteurs minimaux $I_{\min} = 0 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ A et maximaux $I_{\max} = 3 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ A, et par les tensions minimales $T_{\min} = 1.48 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ N et maximales $T_{\max} = 18.52 \mathbb{I}_{8 \times 1}$ N.

Les tensions dans les câbles évoluent de manière continue durant les mouvements de l'effecteur, avec une excursion maximale de ± 2 N par rapport à la tension objectif de 10 N définie pour le fonctionnement optimal du système (Figures 6.21, 6.23(b) et 6.25(b)), assurant une distribution des tensions non-limite.

La méthodologie de commande H_∞ proposée pour la commande dynamique de la position des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, combinée avec l'algorithme de distribution des tensions, a permis d'obtenir des résultats satisfaisants en termes de bande passante, de précision et de rejet de perturbations lors de la validation sur le robot INCA 6D, tout en maintenant les câbles sous des tensions admissibles. On note que de fortes propriétés de rejet de perturbations ont été conférées au correcteur H_∞ afin de dominer le comportement fortement non-linéaire du système.

Une limitation majeure de la méthodologie de commande H_∞ est de conduire à un correcteur LTI restreint au voisinage de la pose nominale de linéarisation. Cependant, la robustesse du correcteur synthétisé est suffisante pour une évolution dans un domaine de taille raisonnable. Pour des domaines plus larges, des techniques de séquençement de gains seraient fructueuses pour adapter le comportement du correcteur par rapport à la pose.

6.6 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la commande dynamique H_∞ de la position des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. Il est entamé par un état de l'art sur les commandes robustes appliquées aux robots parallèles à câbles, suivi du détail du schéma de commande dynamique H_∞ proposé.

Le cadre théorique de la commande H_∞ est par la suite rappelé, afin de simplifier l'exposé de la synthèse du correcteur H_∞ élaborée pour la commande de ces robots. Deux types de synthèse ont alors été proposées, pour favoriser soit les propriétés de poursuite de trajectoires soit celles de rejet de perturbations. La synthèse de rejet de perturbations a été retenue pour la suite, en se basant sur des résultats de simulation qui ont montré la limite de la première approche pour le système considéré.

Les détails d'implantation du correcteur et les résultats sont finalement présentés. Les résultats de simulation obtenus en intégrant les frottements secs correspondent bien aux expériences menées, et affichent de bonnes performances en termes de bande passante, de précision, de rejet de perturbations et de continuité des tensions dans les câbles entre les bornes imposées, et ce dans un domaine restreint au voisinage de la pose de linéarisation. Pour l'évolution dans de plus grands volumes de travail, des techniques de séquençement de gains permettraient d'adapter le comportement du système lorsqu'il s'éloigne de la pose nominale.

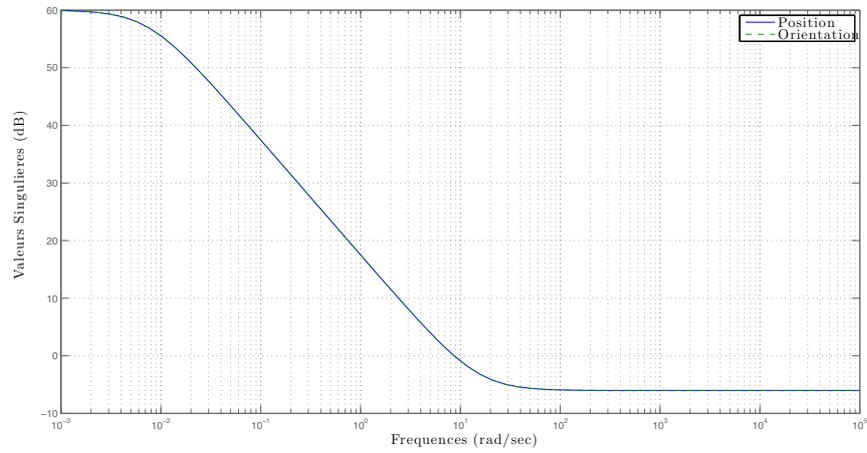
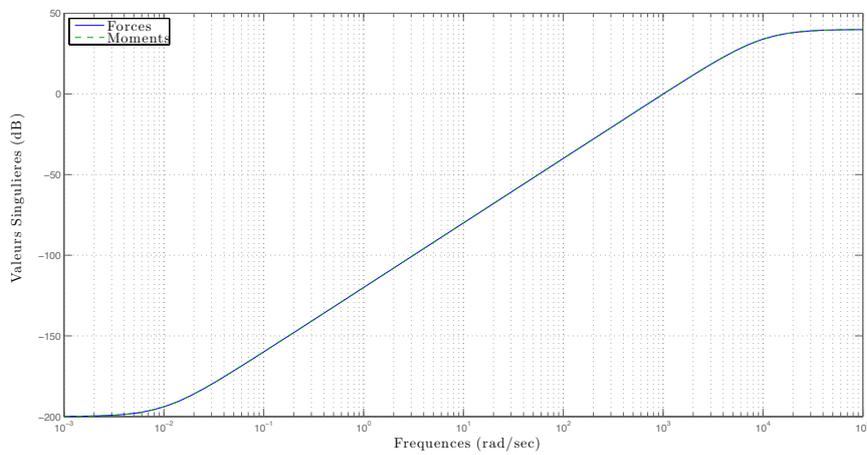
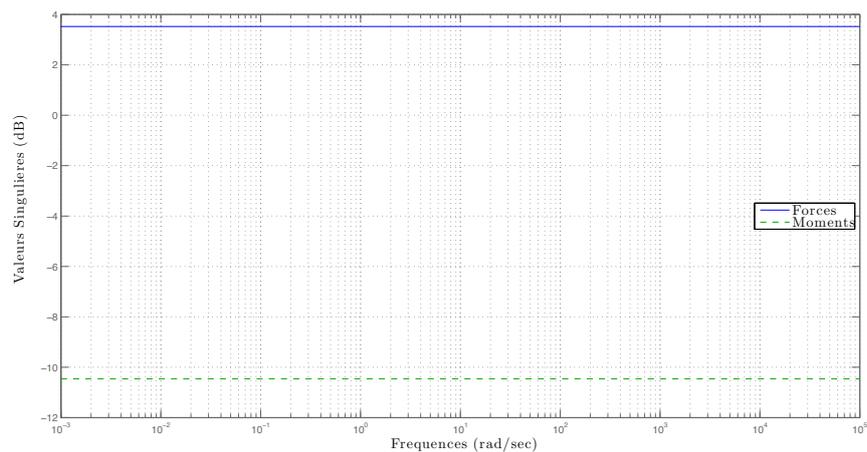
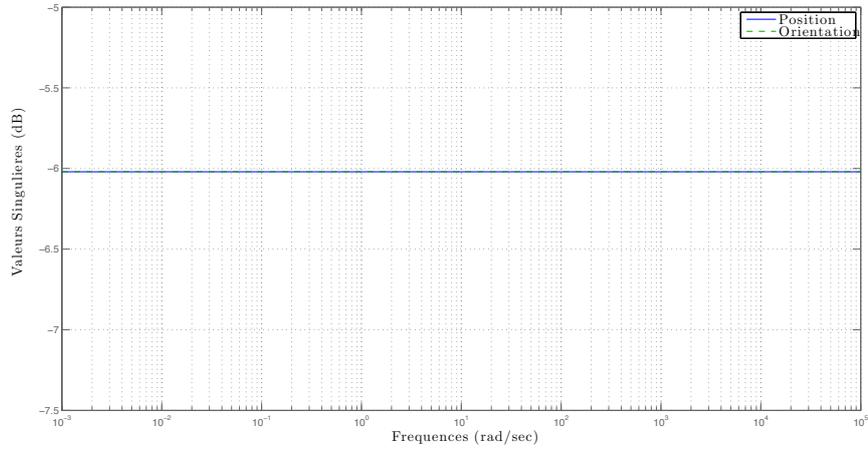
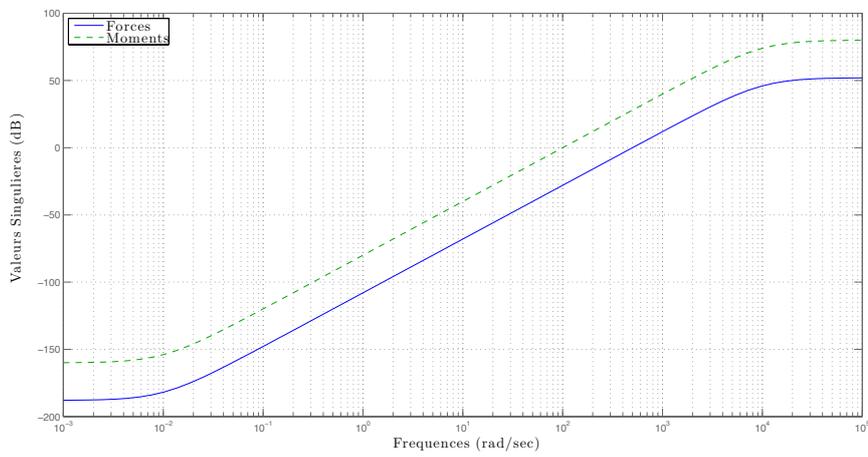
(a) Filtre $W_1(s)$ (b) Filtre $W_2(s)$ (c) Filtre $W_3(s)$

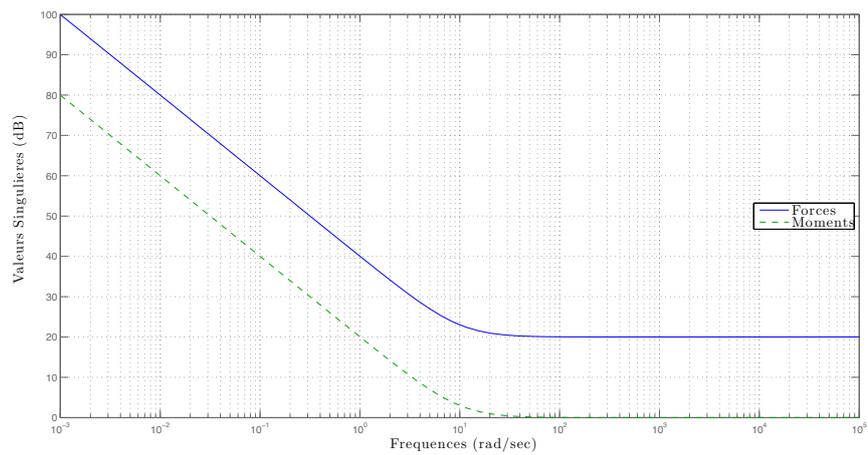
Figure 6.10 – Allure des filtres de pondération $W_1(s)$, $W_2(s)$ et $W_3(s)$ pour la synthèse favorisant la poursuite de trajectoires



(a) Filtre $W_1(s)$

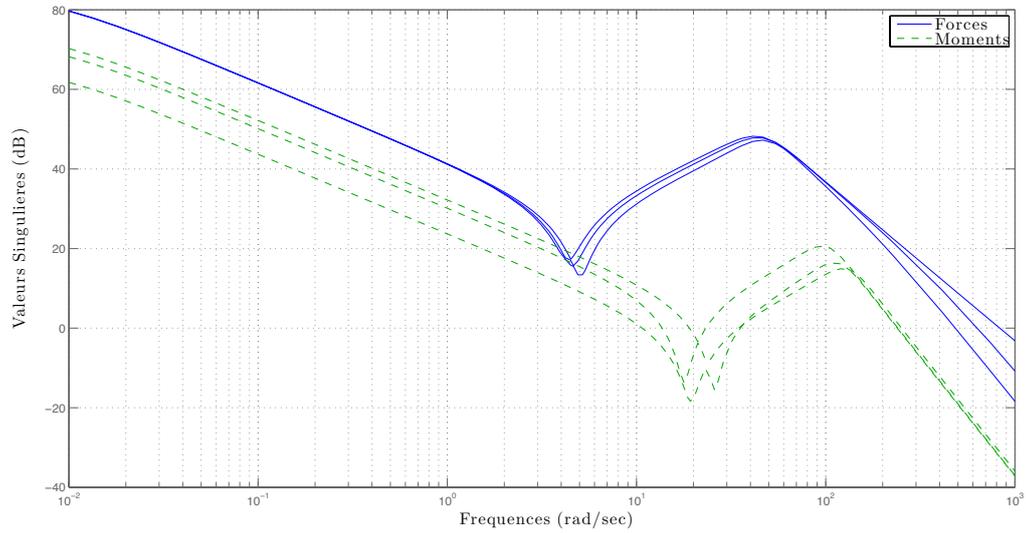


(b) Filtre $W_2(s)$

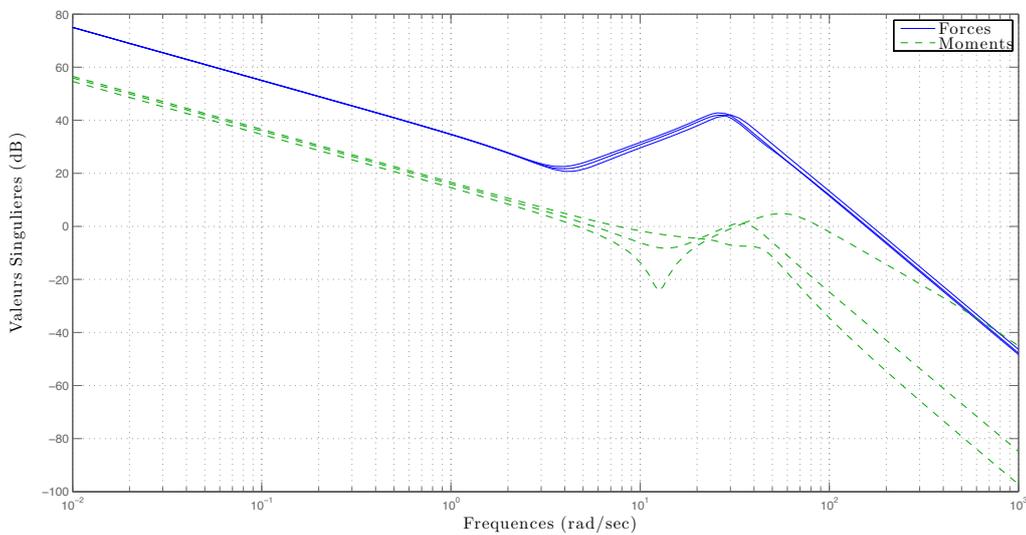


(c) Filtre $W_3(s)$

Figure 6.11 – Allure des filtres de pondération $W_1(s)$, $W_2(s)$ et $W_3(s)$ pour la synthèse favorisant le rejet de perturbations

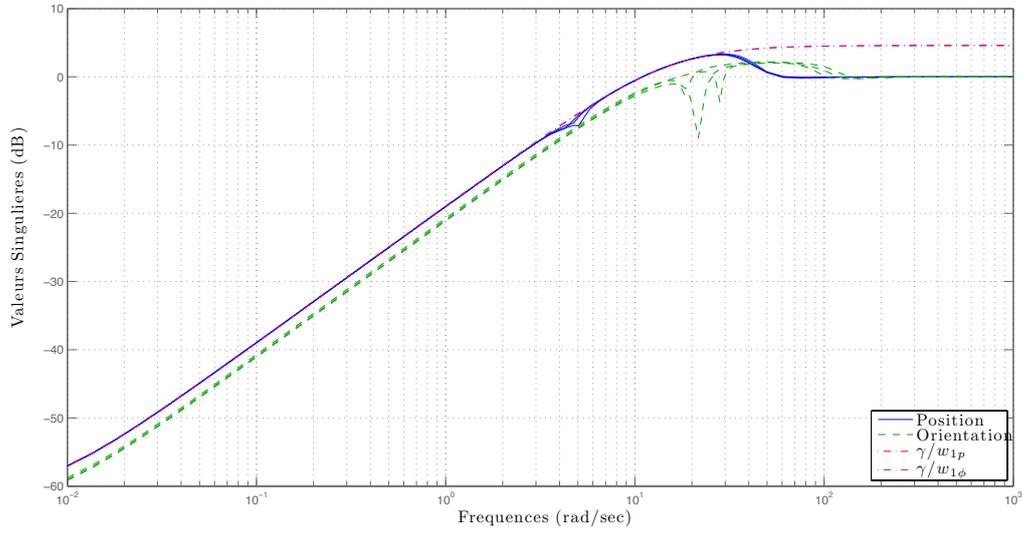


(a) Synthèse favorisant la poursuite de trajectoires

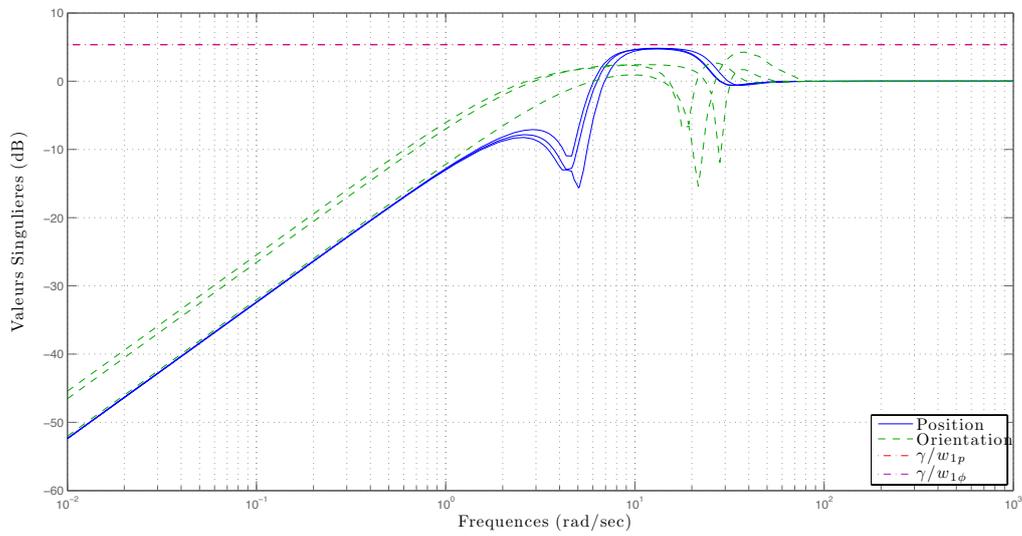


(b) Synthèse favorisant le rejet de perturbations

Figure 6.12 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du correcteur $H_\infty K(s)$

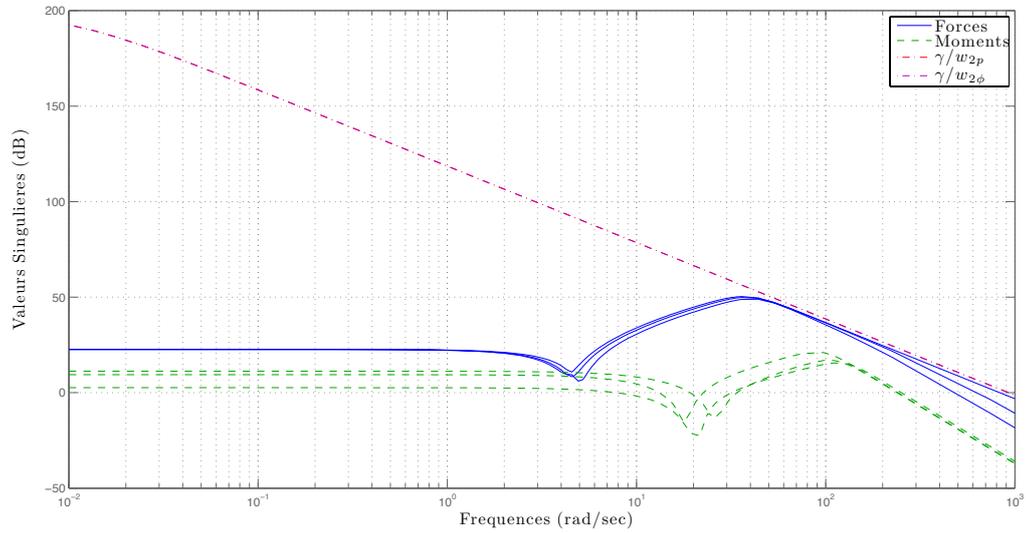


(a) Synthèse favorisant la poursuite de trajectoires

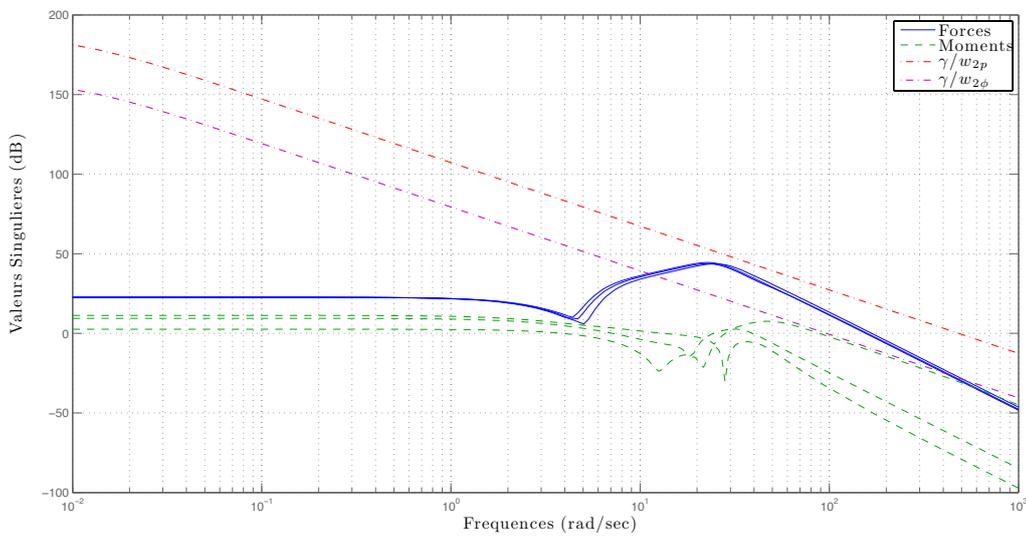


(b) Synthèse favorisant le rejet de perturbations

Figure 6.13 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du transfert d'intérêt $T_{er}(s)$ avec le gabarit $\gamma/W_1(s)$

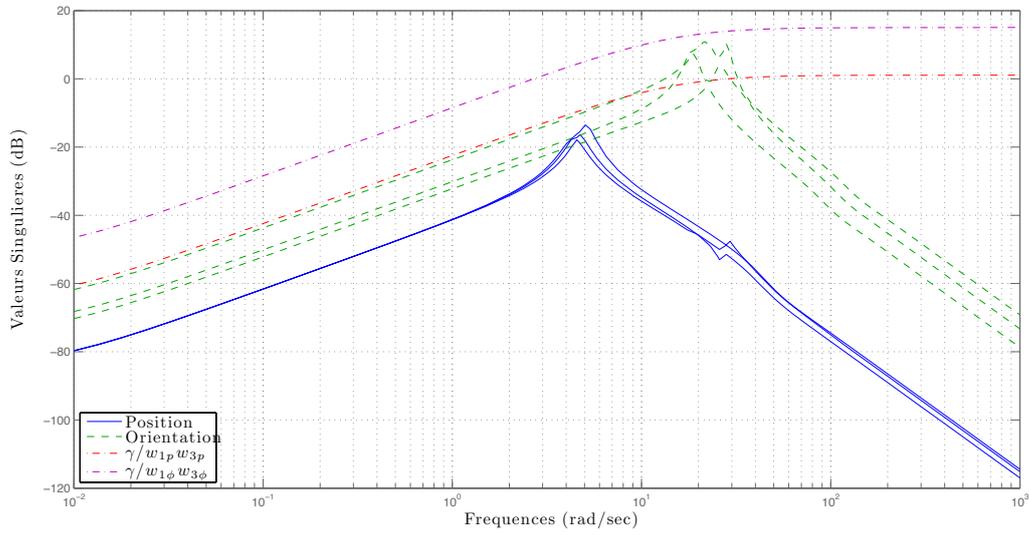


(a) Synthèse favorisant la poursuite de trajectoires

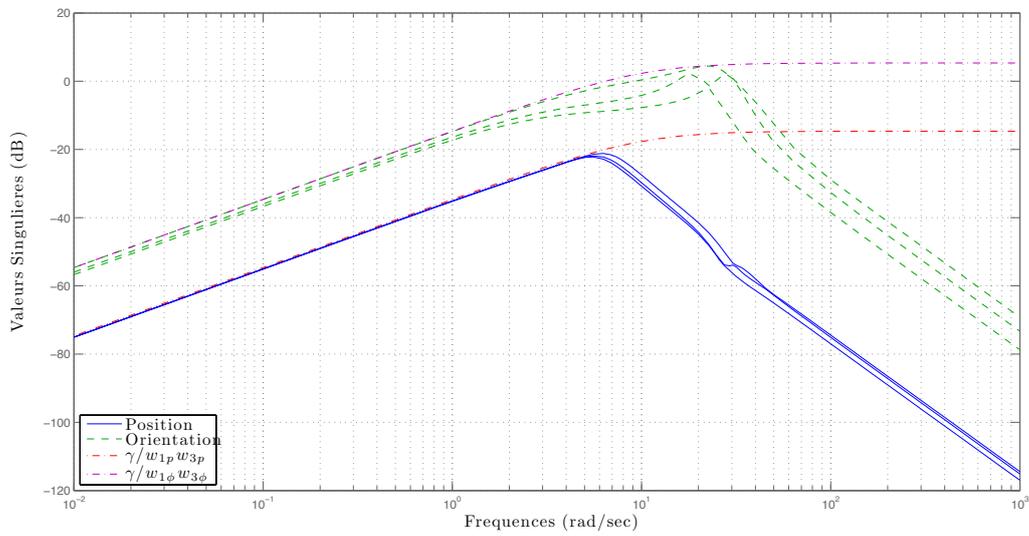


(b) Synthèse favorisant le rejet de perturbations

Figure 6.14 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du transfert d'intérêt $T_{ur}(s)$ avec le gabarit $\gamma/W_2(s)$

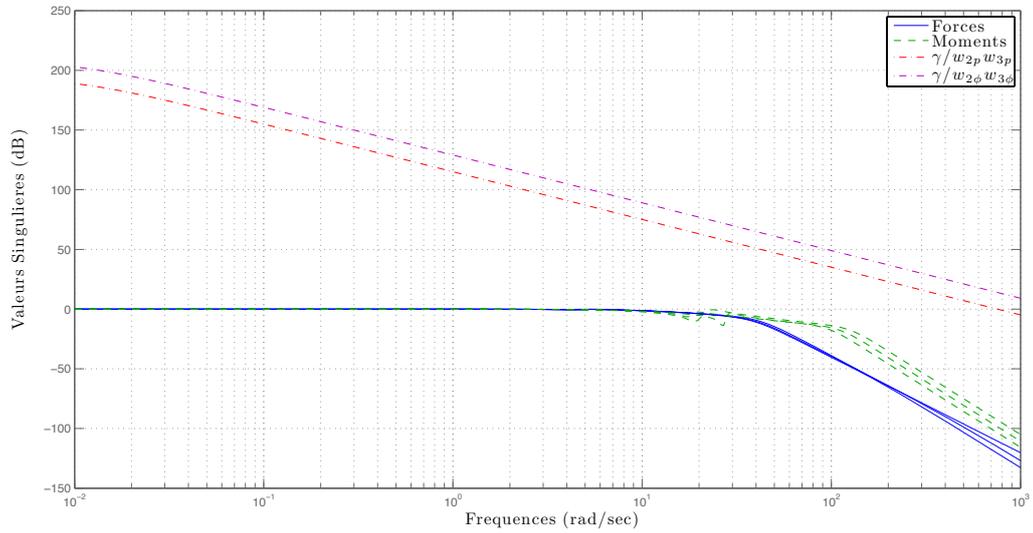


(a) Synthèse favorisant la poursuite de trajectoires

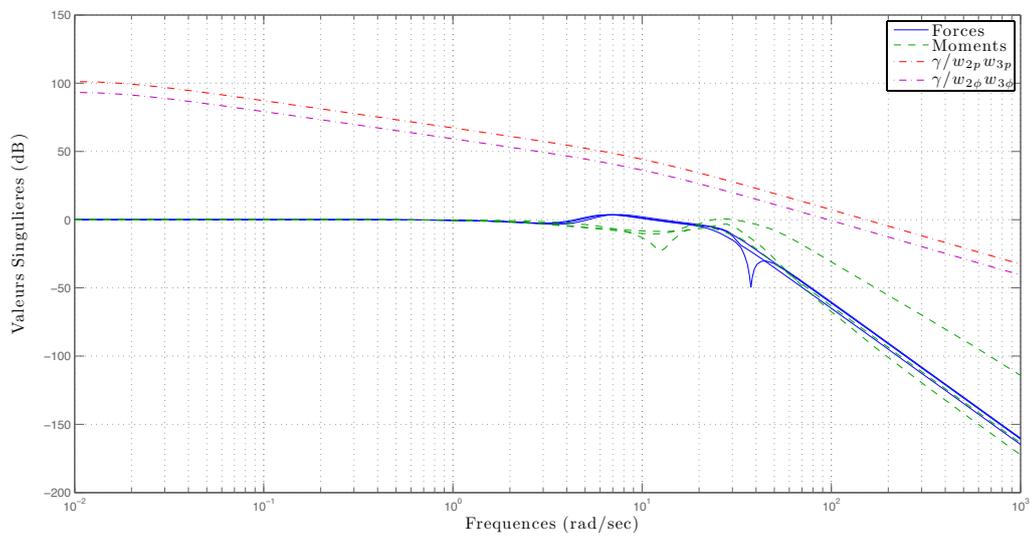


(b) Synthèse favorisant le rejet de perturbations

Figure 6.15 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du transfert d'intérêt $T_{ed}(s)$ avec le gabarit $\gamma / W_1(s) W_3(s)$

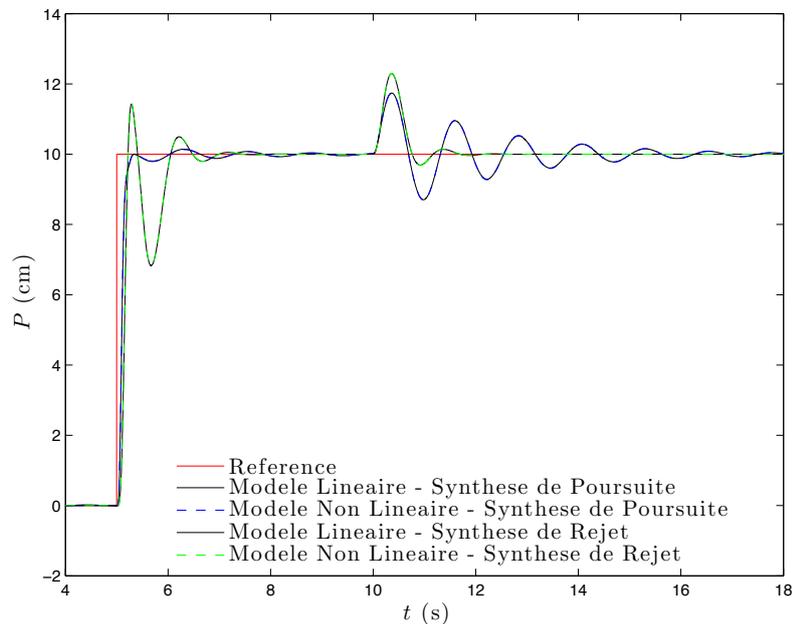


(a) Synthèse favorisant la poursuite de trajectoires

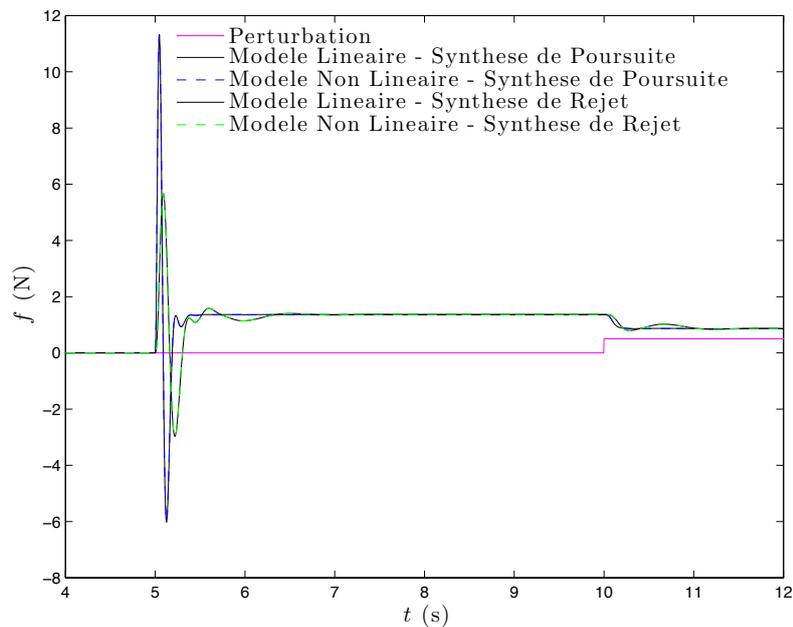


(b) Synthèse favorisant le rejet de perturbations

Figure 6.16 – Réponses fréquentielles des valeurs singulières du transfert d'intérêt $T_{ud}(s)$ avec le gabarit $\gamma / W_2(s) W_3(s)$

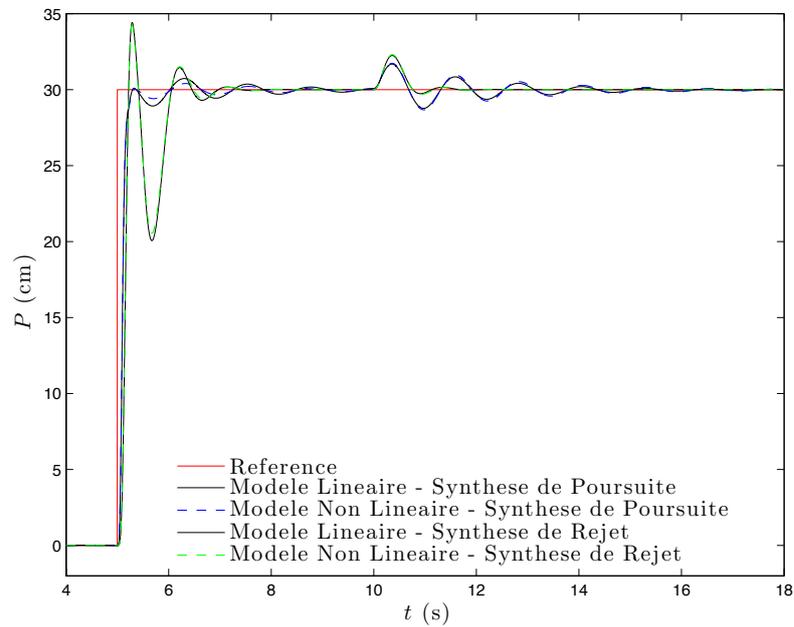


(a) Position de l'effecteur

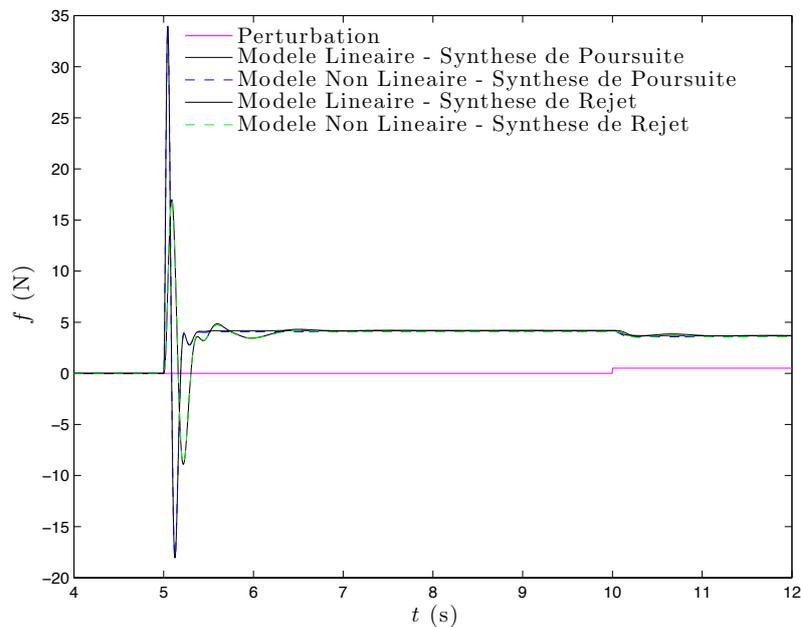


(b) Force exercée sur l'effecteur de commande

Figure 6.17 – Résultats de simulation de la commande du système pour effectuer un mouvement de translation de l'effecteur le long de l'axe X_o d'amplitude 10 cm, comparant les correcteurs issus des synthèses favorisant la poursuite de trajectoires et favorisant le rejet de perturbations, en négligeant l'effet des frottements secs dans le modèle non-linéaire du système

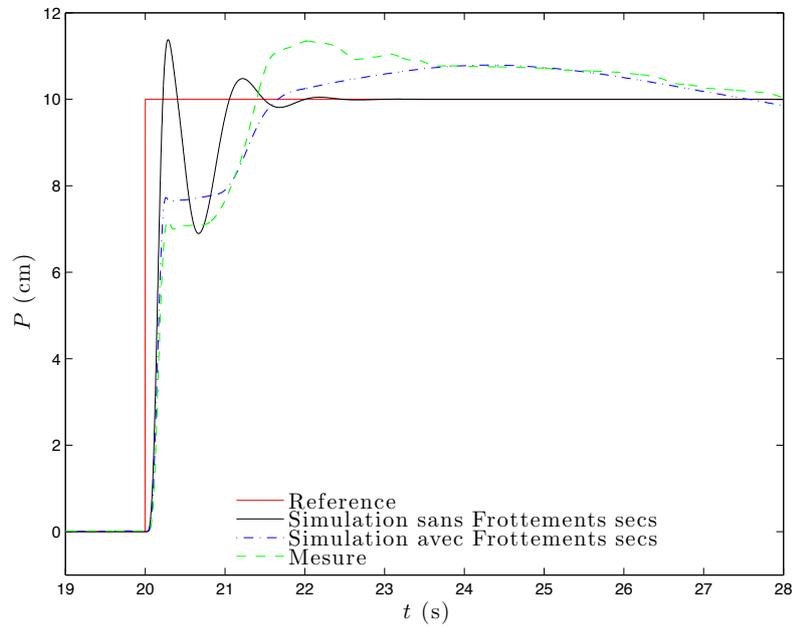


(a) Position de l'effecteur

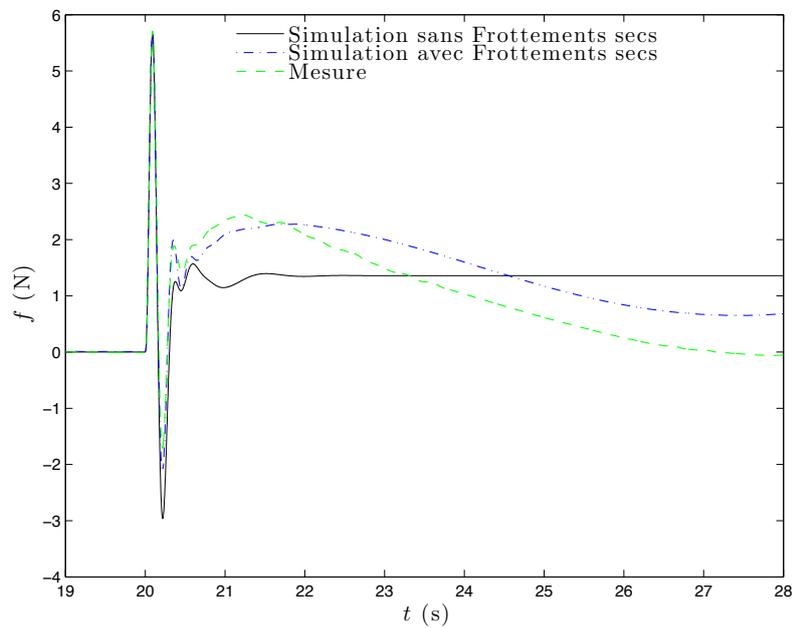


(b) Force exercée sur l'effecteur de commande

Figure 6.18 – Résultats de simulation de la commande du système pour effectuer un mouvement de translation de l'effecteur le long de l'axe X_o d'amplitude 30 cm, comparant les correcteurs issus des synthèses favorisant la poursuite de trajectoires et favorisant le rejet de perturbations, en négligeant l'effet des frottements secs dans le modèle non-linéaire du système

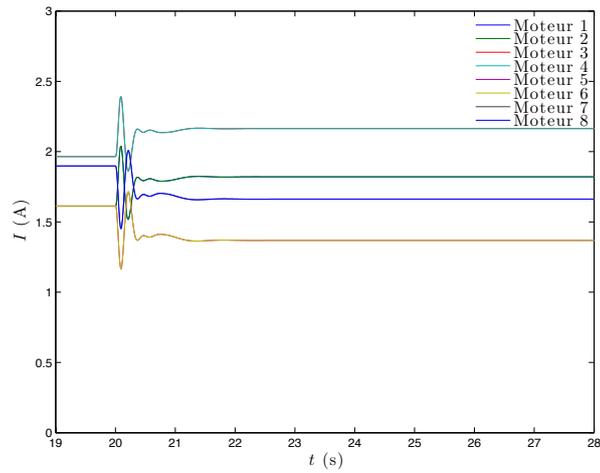


(a) Position de l'effecteur suivant l'axe X_o

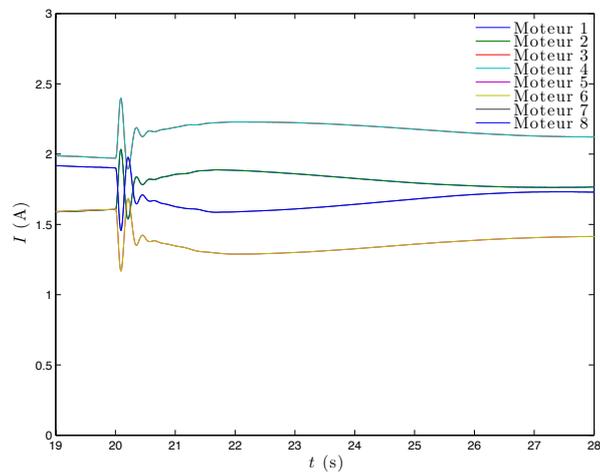


(b) Composante de la commande représentant la force exercée sur l'effecteur suivant l'axe X_o

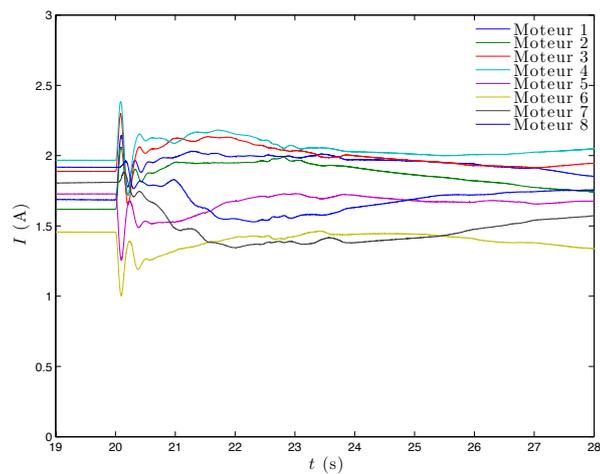
Figure 6.19 – Position de l'effecteur dans le cas d'une régulation dans laquelle l'effecteur effectue un mouvement de translation pure le long de l'axe X_o



(a) Simulation en négligeant les frottements secs

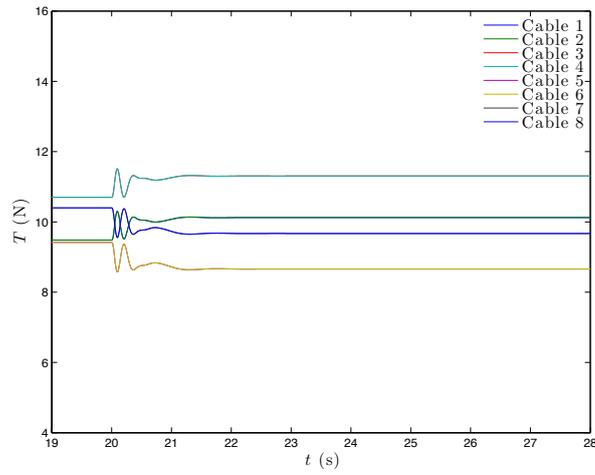


(b) Simulation en tenant compte des frottements secs

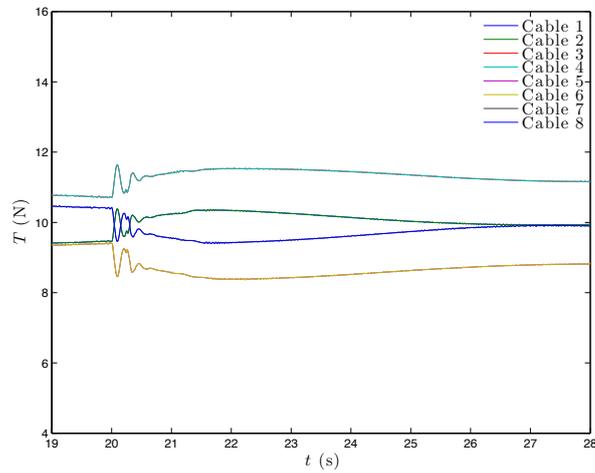


(c) Mesure

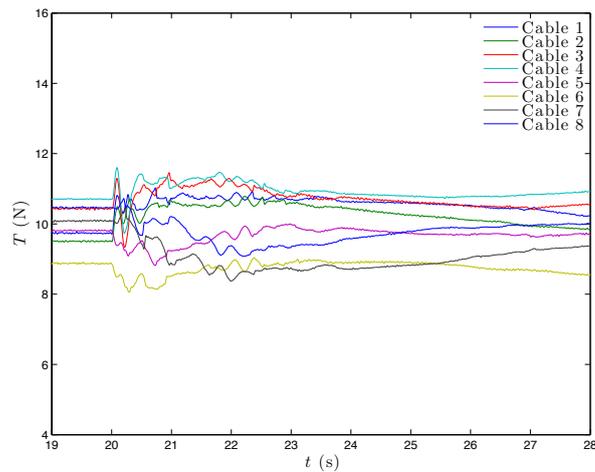
Figure 6.20 – Courants moteurs de référence dans le cas d'une régulation dans laquelle l'effecteur effectue un mouvement de translation pure le long de l'axe X_o



(a) Simulation en négligeant les frottements secs

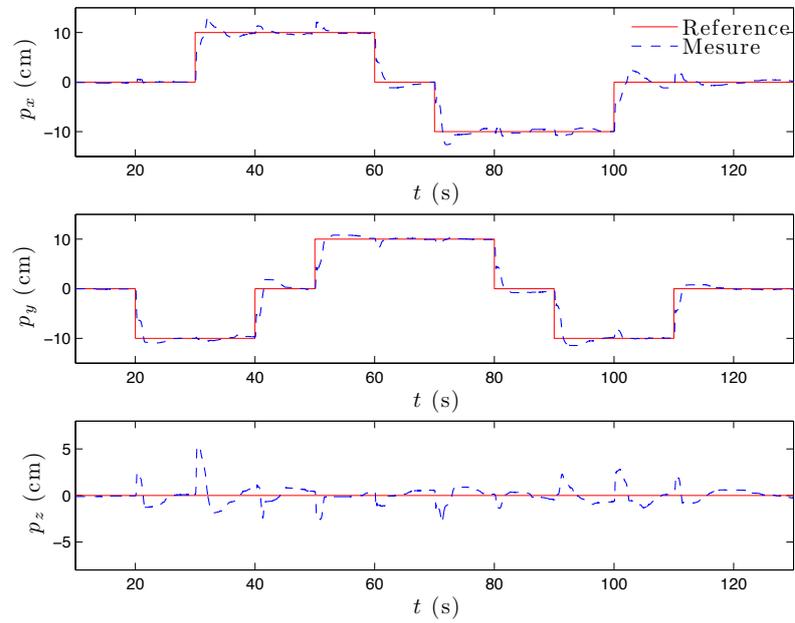


(b) Simulation en tenant compte des frottements secs

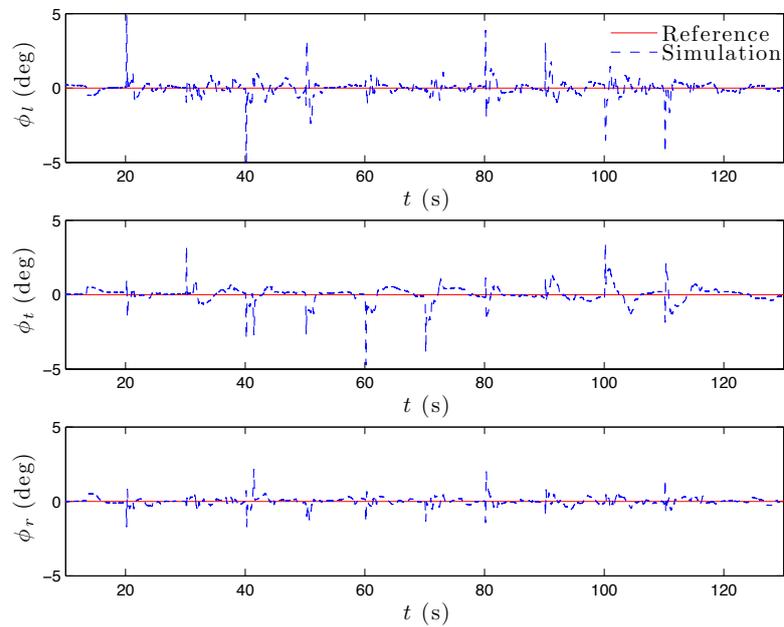


(c) Mesure

Figure 6.21 – Tensions dans les câbles dans le cas d’une régulation dans laquelle l’effecteur effectue un mouvement de translation pure le long de l’axe X_o

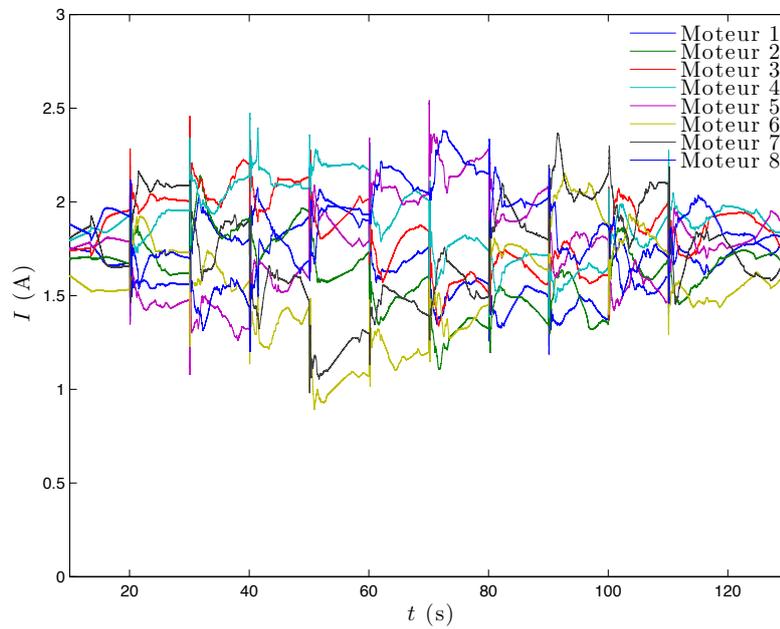


(a) Position de l'effecteur

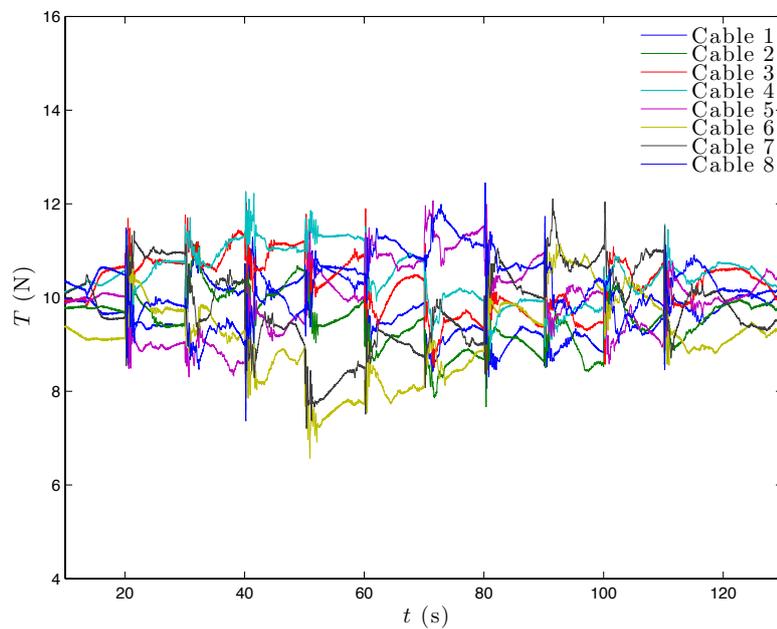


(b) Orientation de l'effecteur

Figure 6.22 – Pose de l'effecteur dans le cas d'une poursuite d'une trajectoire carrée dans laquelle les sommets sont reliés par des signaux sous forme d'échelons

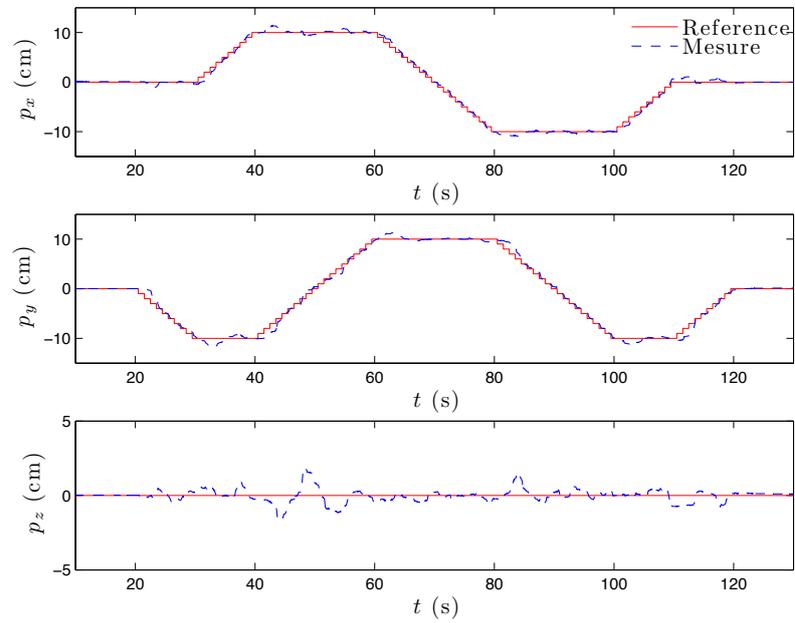


(a) Courants moteurs de références

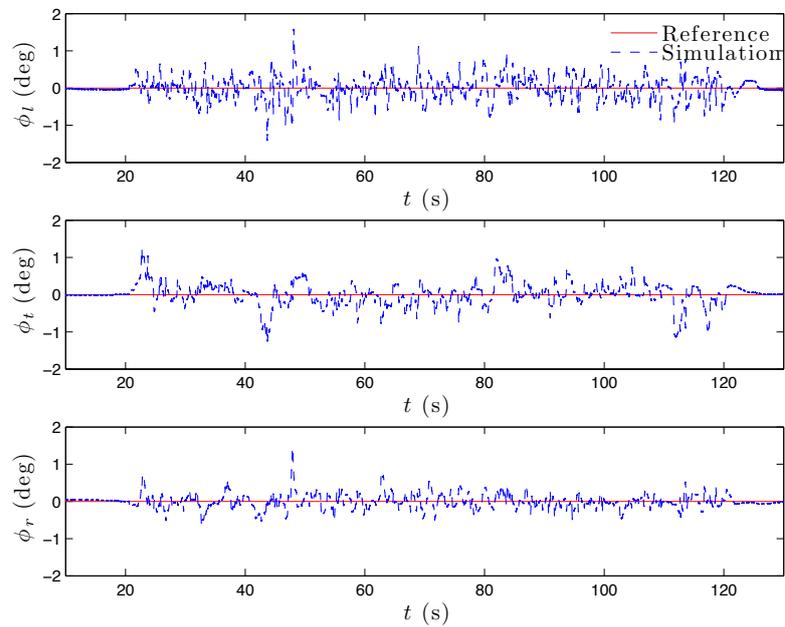


(b) Tensions dans les câbles

Figure 6.23 – Courants moteurs et tensions dans les câbles dans le cas d’une poursuite d’une trajectoire carrée dans laquelle les sommets sont reliés par des signaux sous forme d’échelons

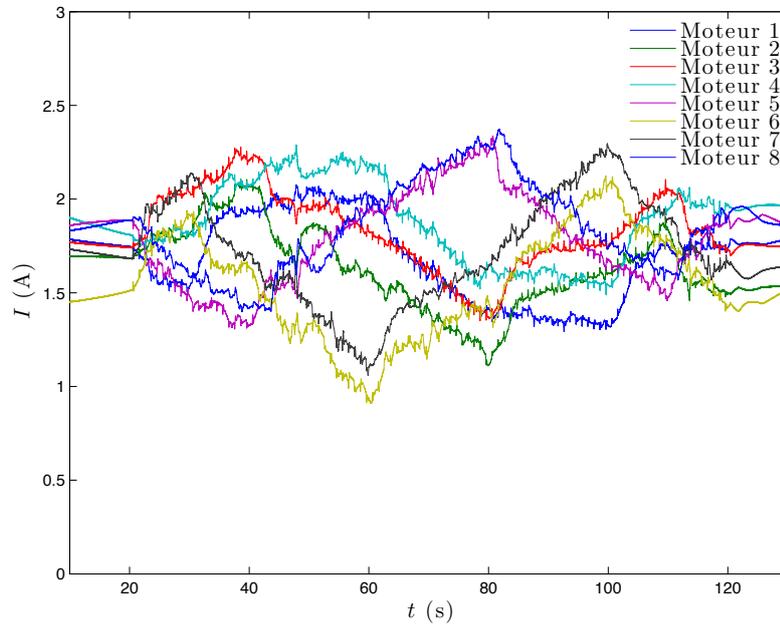


(a) Position de l'effecteur

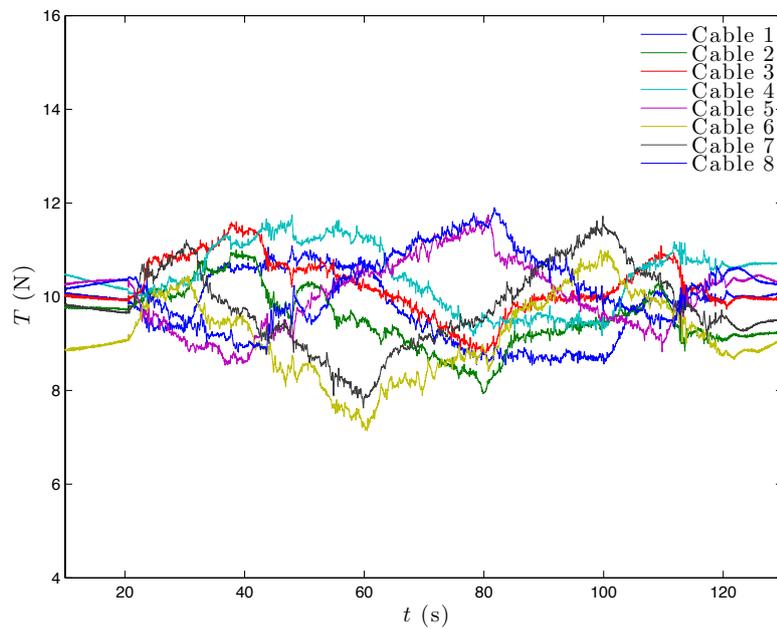


(b) Orientation de l'effecteur

Figure 6.24 – Pose de l'effecteur dans le cas d'une poursuite d'une trajectoire carrée dans laquelle les sommets sont reliés par des signaux sous forme de rampes



(a) Courants moteurs de références



(b) Tensions dans les câbles

Figure 6.25 – Courants moteurs et tensions dans les câbles dans le cas d’une poursuite d’une trajectoire carrée dans laquelle les sommets sont reliés par des signaux sous forme de rampes

Conclusion

Conclusions

Cette thèse a traité la problématique de manipulation en robotique, en s'intéressant à la commande des robots parallèles à câbles dont les atouts majeurs parmi tant d'autres, de légèreté, de désencombrement et d'extensibilité du volume de travail, leur permet de répondre aux besoins de différentes tâches robotiques.

L'étude de la commande des robots parallèles à câbles a été réalisée via un schéma de commande dans l'espace opérationnel, avec une mesure extéroceptive de la pose de l'effecteur simplifiant pleinement le fonctionnement de ces systèmes et améliorant leur précision. Le schéma de commande tient également compte des contraintes liées à l'utilisation des câbles, dont le comportement unilatéral et flexible rend le problème de commande plus complexe.

Afin que les performances souhaitées soient atteintes, les méthodes proposées pour la commande de la position de ces robots nécessitent des étapes préalables de modélisation, et d'identification des paramètres intervenant dans leurs modèles.

Les techniques de modélisation, identification et commande abordées sont génériques aux robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté sans le regard de la configuration dans laquelle il se trouvent. Ces techniques ont été validées sur le prototype d'évaluation pleinement contraint INCA 6D à 6 degrés de liberté avec 8 câbles, muni du système de caméras Bonita pour la mesure de la pose de l'effecteur.

Étape de modélisation

Un modèle physique ou phénoménologique de ces robots a été développé en tenant compte de leur géométrie et cinématique, ainsi que de leur dynamique. Le modèle dynamique global inclut les dynamiques des actionneurs et de l'effecteur en mouvement, et simplifie le comportement dynamique des câbles qui sera rejeté lors de la phase de conception de la commande. Ce modèle intègre également le système de pré-tension spécifique au robot INCA 6D, intervenant dans la raideur du mécanisme. La dynamique résultante de ces systèmes multi-variables est non-linéaire et couplée.

Le comportement du robot INCA 6D décrit par le modèle développé a été validé en simulation, à travers l'analyse des réponses du système pour des signaux d'excitation particuliers en entrée. Cependant, la précision du modèle évaluée à partir de l'écart entre les réponses du système estimées en simulation et celles mesurées en conditions réelles, a été jugée insuffisante et a conduit donc à envisager une étape d'identification des paramètres du modèle développé.

Étape d'identification

Une méthodologie d'identification en deux étapes a été proposée pour l'estimation séquentielle des paramètres géométriques et dynamiques intervenant dans les modèles physiques des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. La procédure d'estimation nécessite la mesure extéroceptive de la pose de l'effecteur, et passe par la résolution de problèmes de minimisation de type moindres carrés non-linéaires, pour réduire l'écart entre les mesures et les estimations des trajectoires considérées.

Cette méthodologie d'identification a été mise en œuvre pour l'estimation des paramètres géométriques et dynamiques du robot INCA 6D, améliorant de manière notable la précision du modèle obtenu, évaluée à partir des erreurs sur les positions des moteurs. Cette estimation a fourni un jeu de paramètres légèrement différent par rapport aux valeurs initiales issues du constructeur Haption.

Le modèle dynamique non-linéaire identifié a ensuite été linéarisé autour d'un point de fonctionnement, pour constituer un comportement fréquentiel nominal à considérer lors de la synthèse de la commande dynamique H_∞ . Son comportement fréquentiel résultant qui cumule les erreurs d'identification et de linéarisation, a été comparé au comportement fréquentiel d'un second modèle mathématique ou comportemental linéaire possédant la même forme que le modèle physique linéarisé.

Les paramètres du modèle mathématique ont été estimés à partir d'une procédure d'identification basée sur les méthodes des sous-espaces, qui fournissent une représentation d'état linéaire non-paramétrée à partir de données expérimentales d'entrées-sorties. L'estimation d'une dynamique linéaire pour le robot INCA 6D, avec des trajectoires d'entrées maintenant les trajectoires des sorties proches du point de linéarisation, a conduit à un comportement fréquentiel permettant de fiabiliser les propriétés fréquentielles du modèle physique linéarisé.

Étape de commande

Le schéma de commande en position basé sur les modèles cinématique et dynamique identifiés, est composé de deux parties en cascades pour tenir compte du comportement unilatéral des câbles : d'abord, la commande de la position dans l'espace opérationnel permet d'imposer les performances de l'asservissement de la pose de l'effecteur, ensuite, l'algorithme de distribution des tensions détermine les commandes nécessaires assurant des tensions admissibles dans les câbles, sans dévier l'effecteur de sa trajectoire actuelle.

Le problème de distribution des tensions consiste à déterminer les courants moteurs réalisant les efforts à exercer sur l'effecteur, tout en assurant que les tensions des câbles restent dans un intervalle réalisable. Ce problème revient à résoudre un système d'équations algébriques linéaires reliant ces deux grandeurs (courants et efforts) à chaque pose de l'effecteur, sous des contraintes d'inégalités qui expriment

l'appartenance des tensions des câbles à une région réalisable. Après un état de l'art sur les méthodes existantes pour résoudre ce problème, un algorithme non-itératif existant, bien approprié pour satisfaire nos contraintes temps-réel, a été adapté à notre approche de commande pour tenir compte de la dynamique et des saturations physiques des actionneurs.

Basé sur des techniques de projections, l'algorithme considéré cherche une solution qui minimise l'écart des tensions par rapport à un vecteur de tensions objectif jugé optimal pour le fonctionnement du système. L'utilisation de la norme Euclidienne pour caractériser cet écart assure la continuité de la distribution des tensions, et le choix d'un vecteur de tensions objectif éloigné des bords de l'espace des tensions réalisables permet d'obtenir une distribution des tensions non-limite.

La recherche de solutions admissibles est alors effectuée en prenant en compte à posteriori les contraintes sur les tensions. Si la solution analytique du problème sans contraintes produit des tensions qui ne respectent pas leurs limites, des combinaisons de tensions violant les contraintes sont alors saturées et intégrées de proche en proche dans la recherche de solutions admissibles.

Deux approches de commande ont été proposées pour la commande en position des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté. La première approche cinématique intervient dans un schéma de commande composé de deux boucles de commande imbriquées : une boucle externe de vision dans l'espace opérationnel transmettant aux boucles internes des vitesses articulaires, les consignes des vitesses articulaires assurant une décroissance asymptotique de l'erreur d'asservissement de la pose de l'effecteur. Ces consignes des vitesses articulaires sont ensuite réalisées de façon dé-couplée, tout en rejetant le comportement non-linéaire des actionneurs et des câbles.

Ce schéma de commande cinématique hybride repose sur : un correcteur visuel de type Proportionnel permettant de régler la bande passante de l'asservissement réalisant le découplage position-orientation au niveau de l'effecteur, le MCI identifié pour convertir les vitesses de l'effecteur requises par le correcteur visuel en vitesses articulaires, et un correcteur des vitesses articulaires de type Proportionnel et Intégral réglé en utilisant la méthode de l'optimum symétrique, pour rejeter de manière efficace les perturbations dues aux actions des tensions des câbles.

La seconde approche dynamique tient compte du comportement dynamique de ces robots pour l'élaboration de leur commande, ce comportement étant globalement approximé par un simple gain dans les approches cinématiques. Le schéma de commande dynamique est constitué d'une seule boucle de commande visuelle dans l'espace opérationnel qui délivre les efforts nécessaires à exercer sur l'effecteur, dans lequel une technique de commande robuste H_∞ a été envisagée pour réduire les éventuelles dégradations des performances de l'asservissement face aux perturbations internes (variation des paramètres et dynamiques négligées) et externes.

La méthodologie de commande H_∞ élaborée pour la commande de la position de ces robots, permet d'imposer les performances souhaitées de poursuite de trajectoires et de rejet de perturbations en modélisant les transferts d'intérêt correspondant en boucle fermée. La synthèse H_∞ étant effectuée sur le modèle nominal linéarisé, de fortes propriétés de rejet de perturbations ont été conférées au correcteur pour dominer les effets non-linéaires et de couplages du système, qui ont été assimilés à des perturbations en entrée du système. La synthèse retenue pour des conditions réalistes favorise les contraintes de rejet de perturbations, en relâchant les contraintes de poursuite de trajectoires (précision et rapidité).

Les approches de commande cinématique et dynamique, combinées avec l'algorithme de distribution des tensions considéré, ont été validés avec succès en simulation et expérimentalement sur le robot INCA 6D, avec une étroite correspondance entre ces deux situations. À l'issue de ces validations, le suivi de trajectoires de l'effecteur a permis d'atteindre des résultats satisfaisants en terme de rapidité, de précision et de rejet de perturbations, tout en maintenant les câbles sous des tensions admissibles continues, avec de faibles excursions maximales par rapport au vecteur des tensions objectif choisi au centre de l'espace des tensions réalisables.

Perspectives

Si la tâche le permet, il serait envisageable de regrouper les avantages des approches de commande cinématique et dynamique dans un seul et même mode de commande. L'approche cinématique permettrait alors de se rapprocher de la zone d'opération, en réduisant l'amplitude de l'erreur d'asservissement avec une dynamique relativement faible. L'approche dynamique interviendrait ensuite pour ajuster la précision au voisinage de la zone d'opération avec une dynamique plus élevée.

Hormis tous les avantages des techniques présentées pour la commande des robots parallèles à câbles à 6 degrés de liberté, certains problèmes rencontrés mériteraient des approfondissements.

Modélisation du comportement des câbles

En sollicitant les dynamiques hautes fréquences de ces systèmes, des phénomènes de vibrations des câbles interviennent en pratique, qui risquent d'affecter les mouvements de l'effecteur.

Le modèle physique développé pourrait alors tenir compte des modes vibratoires des câbles, pour permettre à la commande de travailler aux fréquences de fonctionnement provoquant ces vibrations.

Techniques de commande

La présence du terme intégral dans la commande cinématique, important pour le rejet de perturbations, peut causer des problèmes de saturation de la commande qui dégradent les performances de l'asservissement. Dans ce cas, l'asservissement des vitesses articulaires tend à devenir instable, provoquant une erreur statique importante pour l'asservissement de la pose de l'effecteur. Il serait très intéressant d'évaluer les méthodes de commande H_∞ pour aborder ce problème. Un schéma de synthèse H_∞ à 4 blocs devrait être en mesure de renforcer le rejet de perturbations, tout en limitant l'amplification de la commande.

La synthèse de la commande dynamique H_∞ conduit à un correcteur LTI dont les performances sont restreintes au voisinage de la pose nominale de linéarisation. Des techniques de séquençement de gains seraient donc envisageables pour adapter le comportement du correcteur H_∞ par rapport à la pose de l'effecteur.

La commande LPV (Linéaire à Paramètres Variants) pourrait également être étudiée dans ce contexte de commande en présence de paramètres incertains et de non-linéarités. La commande LPV est une extension de l'approche de commande H_∞ pour les systèmes à paramètres variants et les systèmes non-linéaires, qui permet d'allier l'approche fréquentielle du LPV et de s'adapter à certains comportements non-linéaires.

Algorithme de distribution des tensions

La sous-optimalité de l'algorithme de distribution des tensions considéré reste encore un problème ouvert. La version actuelle de l'algorithme risque de ne pas trouver de solutions alors qu'une solution admissible existe.

Les solutions proposées qui consistent à multiplier le vecteur des courants objectif par un facteur d'échelle sans aucun impact sur la trajectoire de l'effecteur, et à ralentir la trajectoire de l'effecteur, ne font qu'augmenter les chances de trouver une solution admissible, mais sans garantie absolue.

Technologie de commande

Dans le cas d'un actionnement déporté, les efforts générés sur l'effecteur par les tensions des câbles du côté de l'effecteur, proviennent de la transmission le long des câbles des tensions produites du côté des actionneurs. Cette transmission n'est en réalité pas parfaite et s'accompagne de retards et de pertes dues à une rigidité finie des câbles, ce qui limite la bande passante atteignable en pratique.

Il serait donc intéressant de procéder à la mise en œuvre des schémas de commande proposés pour l'évaluation des performances atteignables, dans le cas où les actionneurs seraient embarqués sur l'effecteur. Dans cette situation, le poids de l'effecteur deviendrait plus important, et risquerait de varier de manière considérable dans les cas où de grandes longueurs de câbles seraient enroulées. La robustesse par rapport à la masse totale du système devrait alors être analysée.

L'installation de capteurs additionnels pour une mesure directe des tensions des câbles permettrait d'accéder à une connaissance beaucoup plus précise des tensions. Ceci permettrait aussi de décharger le temps de calcul de la commande, de la tâche d'estimation des tensions des câbles.

Applications

J'aimerais pouvoir développer ces œuvres pour deux d'applications particulières :

- La première concerne la manipulation rapide d'objets en milieux industriels, pour confronter les manipulateurs rigides conventionnels.
- La seconde concerne l'apprentissage de gestes dans le domaine médical ou le sport (notamment le tennis). En effet, ces robots offrent une solution peu encombrée, facilitant la génération des efforts sur leur environnement, et cela avec une raideur convenable des mécanismes.

Bibliographie

- [Abdelaziz 2012] S. Abdelaziz. *Développement d'un système robotique pour la radiologie interventionnelle sous IRM*. PhD thesis, Université de Strasbourg, 2012. (Cité en page 113.)
- [Agahi 2009] M. Agahi and L. Notash. *Redundancy resolution of wire-actuated parallel manipulators*. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, pages 561–575, 2009. (Cité en pages 22 et 100.)
- [Albus 1992] J. Albus, R. Bostelman and N. Dagalakis. *The NIST robocrane*. Journal of Robotic Systems, pages 709–724, 1992. (Cité en pages 1, 8 et 15.)
- [Alp 2002] A. Alp and S. Agrawal. *Cable suspended robots : design, planning and control*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4275–4280, 2002. (Cité en page 112.)
- [Apkarian 2006] P. Apkarian and D. Noll. *Nonsmooth H_∞ synthesis*. IEEE Transactions on Automatic Control, pages 71–86, 2006. (Cité en page 157.)
- [Aref 2008] M. Aref, P. Gholami and H. Taghirad. *Dynamic and sensivity analysis of KNTU CDRPM : A cable driven redundant parallel manipulator*. In IEEE/ASME International Conference on Mechtronic and Embedded Systems and Applications, pages 528–533, 2008. (Cité en page 21.)
- [Arsenault 2013] M. Arsenault. Cable-driven parallel robots, chapitre Stiffness analysis of a planar 2-DoF cable-suspended mechanism while considering cable mass, pages 405–421. Springer, 2013. (Cité en page 21.)
- [Azadi 2009] M. Azadi, S. Behzadipour and G. Faulkner. *Antagonistic variable stiffness elements*. Mechanism and Machine Theory, pages 1746–1758, 2009. (Cité en pages 20 et 23.)
- [Azizian 2012] K. Azizian and P. Cardou. *The dimensional synthesis of planar parallel cable-driven mechanisms through convex relaxations*. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, page 031011 (13 pages), 2012. (Cité en page 18.)
- [Banala 2008] S. Banala, S. Kim, S. Agrawal and J. Scholz. *Robot assisted gait training with active leg exoskeleton (ALEX)*. In IEEE RAS EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, pages 653–658, 2008. (Cité en page 14.)
- [Barraud 1977] A. Barraud. *Identification de systèmes multivariables par modèle d'état sous forme canonique*. RAIRO Automatique : Systems Analysis and Control, pages 161–194, 1977. (Cité en page 73.)

- [Barrette 2005] G. Barrette and C. Gosselin. *Determination of the dynamic workspace of cable-driven planar parallel mechanisms*. ASME Journal of Mechanical Design, pages 242–248, 2005. (Cité en page 19.)
- [Bastogne 1998a] T. Bastogne, A. Richard and P. Sibille. *Identification des systèmes multivariables : Méthode des sous-espaces. Partie II : Applicabilité et intérêts*. Journal Européen des Systèmes Automatisés, pages 235–265, 1998. (Cité en page 73.)
- [Bastogne 1998b] T. Bastogne, P. Sibille and A. Richard. *Identification des systèmes multivariables : Méthodes des sous-espaces. Partie I : état de l’art*. Journal Européen des Systèmes Automatisés, pages 207–233, 1998. (Cité en page 73.)
- [Behzadipour 2004] S. Behzadipour and A. Khajepour. *Design of reduced DOF parallel cable-based robots*. Mechanism and Machine Theory, pages 1051–1065, 2004. (Cité en pages 22 et 100.)
- [Behzadipour 2006] S. Behzadipour and A. Khajepour. *Stiffness of cable-based parallel manipulators with application to stability analysis*. ASME Journal of Mechanical Design, pages 303–310, 2006. (Cité en page 20.)
- [Billette 2009] G. Billette and C. Gosselin. *Producing rigid contacts in cable-driven haptic interfaces using impact generating reels*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 782–787, 2009. (Cité en page 14.)
- [Borgstrom 2009] P. Borgstrom, B. Jordan, G. Sukhatme, M. Batalin and W. Kaiser. *Rapid computation of optimally safe tension distributions for parallel cable-driven robots*. IEEE Transactions on Robotics, pages 1271–1281, 2009. (Cité en page 101.)
- [Bosscher 2004] P. Bosscher and I. Ebert-Uphoff. *Wrench-based analysis of cable-driven robots*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4950–4955, 2004. (Cité en page 19.)
- [Bosscher 2005] P. Bosscher, R. Williams and M. Tummino. *A concept for rapidly-deployable cable robot search and rescue systems*. In ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages 589–598, 2005. (Cité en page 17.)
- [Bosscher 2006] P. Bosscher, A. Riechel and I. Ebert-Uphoff. *Wrench-feasible workspace generation for cable-driven robots*. IEEE Transactions on Robotics, pages 890–902, 2006. (Cité en page 19.)
- [Bostelman 1992] R. Bostelman, N. Dagalakis and J. Albus. *A robotic crane system utilizing the Stewart platform configuration*. In International Symposium of Robotics and Manufacturing, pages 1–6, 1992. (Cité en page 1.)

- [Bostelman 1994] R. Bostelman, J. Albus, N. Dagalakis, A. Jacoff and J. Gross. *Applications of the NIST Robocrane*. In 5th International Symposium on Robotics and Manufacturing, pages 1–9, 1994. (Cité en page 15.)
- [Bostelman 1997] R. Bostelman, J. Albus and R. Graham. *RoboCrane and EMMA applied to waste storage tank remediation*. In American Nuclear Society 7th Topical Meeting on Robotics and Remote Systems, pages 708–713, 1997. (Cité en page 15.)
- [Bouchard 2007] S. Bouchard and C. Gosselin. *Workspace optimization of a very large scale cable-driven parallel mechanism for a radiotelescope application*. In ASME IDETC/CIE Mechanisms and Robotics Conference, pages 963–970, 2007. (Cité en page 18.)
- [Bouchard 2008] S. Bouchard. *Géométrie des robots parallèles entraînés par des câbles*. PhD thesis, Université Laval, 2008. (Cité en page 19.)
- [Bouchard 2010] S. Bouchard, C. Gosselin and B. Moore. *On the ability of a cable-driven robot to generate a prescribed set of wrenches*. ASME Journal of Mechanisms of Robotics, pages 1–10, 2010. (Cité en page 19.)
- [Bruckmann 2006a] T. Bruckmann, A. Pott, D. Franitza and M. Hiller. *A modular controller for redundantly actuated tendon-based Stewart platforms*. In 1st European Conference on Mechanism Science, pages 1–12, 2006. (Cité en pages 22, 99 et 100.)
- [Bruckmann 2006b] T. Bruckmann, A. Pott and M. Hiller. *Advances in robot kinematics : Mechanisms and motion*, chapitre Calculating force distributions for redundantly actuated tendon-based Stewart platforms, pages 403–412. Springer, 2006. (Cité en pages 22 et 100.)
- [Burke 2006] J. Burke, D. Henrion, A. Lewis and M. Overton. *HIFOO - A Matlab package for fixed-order controller design and H_∞ optimization*. In IFAC Symposium on Robust Control Design, pages 339–344, 2006. (Cité en page 157.)
- [Buterbaugh 2007] A. Buterbaugh, B. Kent, C. Mentzer, M. Scott and W. Forster. *Demonstration of an Inverted Stewart Platform Target-Suspension System Using Lightweight, High-Tensile Strings*. IEEE Antennas and Propagation Magazine, pages 185–190, 2007. (Cité en page 16.)
- [Campbell 1995] P. Campbell, P. Swaim and C. Thompson. *Charlotte robot technology for space and terrestrial applications*. Journal of Aerospace, pages 641–648, 1995. (Cité en pages 9 et 14.)
- [Carricato 2010] M. Carricato and J-P. Merlet. *Advances in robot kinematics : Motion in man and machine*, chapitre Geometrico-Static analysis of under-constrained cable-driven parallel robots, pages 309–319. Springer, 2010. (Cité en page 10.)

- [Carricto 2011] M. Carricto and J-P. Merlet. *Direct geometrico-static problem of under-constrained cable-driven parallel robots with thress cables*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3011–3017, 2011. (Cité en page 114.)
- [Chaumette 2006] F. Chaumette and S. Hutchinson. *Visual servo control. Part I : Basic approaches*. IEEE Robotics and Automation Magazine, pages 82–90, 2006. (Cité en page 115.)
- [Chaumette 2007] F. Chaumette and S. Hutchinson. *Visual servo control. Part II : Advanced approaches*. IEEE Robotics and Automation Magazine, pages 109–118, 2007. (Cité en page 115.)
- [Chellal 2013] R. Chellal, E. Laroche, L. Cuvillon and J. Gangloff. Cable-driven parallel robots, chapitre An identification methodology for 6-DoF cable-driven parallel robots parameters - Application to the INCA 6D robot, pages 301–317. Springer, 2013. (Cité en page 64.)
- [Chellal 2014] R. Chellal, E. Laroche and L. Cuvillon. *An H_∞ methodology for position control of 6-DoF cable-driven parallel robots*. In European Control Conference, pages 358–363, 2014. (Cité en page 150.)
- [Chellal 2015] R. Chellal, L. Cuvillon and E. Laroche. Cable-driven parallel robots, chapitre A kinematic vision-based position control of a 6-DoF cable-driven parallel robot, pages 213–225. Springer, 2015. (Cité en page 116.)
- [Chellal 2016] R. Chellal, L. Cuvillon and E. Laroche. *Model identification and vision-based H_∞ position control of 6-DoF cable-driven parallel robots*. International Journal of Control. Special Issue : Identification and Control of Nonlinear Electro-Mechanical Systems, pages 1–18, 2016. (Cité en page 150.)
- [Cone 1985] L. Cone. *Skycam : An aerial robotic camera system*. Byte, pages 122–132, 1985. (Cité en page 13.)
- [Coroller 2004] H. Le Coroller, J. Dejonghe, C. Arpesella, D. Vernet and A. Labeyrie. *Tests with a Carlina-type hypertelescope prototype*. Astronomy and Astrophysics, pages 721–728, 2004. (Cité en page 16.)
- [Cunningham 2009] D. Cunningham and H. Asada. *The Winch-Bot : A cable-suspended, under-actuated robot utilizing parametric self-excitation*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1844–1850, 2009. (Cité en page 24.)
- [Dagalakis 1989] N. Dagalakis, J. Albus, B. Wang, J. Unger and J. Lee. *Stiffness study of a parallel link robot crane for shipbuiding applications*. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, pages 183–193, 1989. (Cité en pages 1 et 15.)

- [Dallej 2011] T. Dallej, M. Gouttefarde, N. Andreff, M. Michelin and P. Martinet. *Towards vision-based control of cable-driven parallel robots*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2855–2860, 2011. (Cité en pages [21](#), [115](#), [116](#) et [117](#).)
- [Dallej 2012] T. Dallej, M. Gouttefarde, N. Andreff, R. Dahmouche and P. Martinet. *Vision-based modeling and control of large-dimension cable-driven parallel robots*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1581–1586, 2012. (Cité en pages [21](#), [115](#) et [116](#).)
- [Daney 2003] D. Daney. *Kinematic calibration of the Gough platform*. Robotica, pages 677–690, 2003. (Cité en page [64](#).)
- [Deschenes 2007] J. Deschenes, P. Lambert, S. Perreault, N. Martel-Brisson, N. Zoso, Z. Zaccarin, P. Hebert, S. Bouchard and C. Gosselin. *A cable-driven parallel mechanism for capturing object appearance from multiple viewpoints*. In International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, pages 367–374, 2007. (Cité en page [16](#).)
- [Dewney 2002] P. Dewney, M. Nahon and B. Veidt. *The large adaptive reflector : A giant radio telescope with an aero twist*. Canadian Aeronautics and Space Journal, pages 239–250, 2002. (Cité en page [16](#).)
- [Diao 2007] X. Diao and O. Ma. *A method of verifying force-closure condition for general cable manipulators with seven cables*. Journal of Mechanism and Machine Theory, pages 1563–1576, 2007. (Cité en page [19](#).)
- [Doyle 1989] J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar and B. Francis. *State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems*. IEEE Transactions on Automatic Control, pages 831–847, 1989. (Cité en page [157](#).)
- [Duan 2009] B. Duan, Y. Qiu, F. Zhang and B. Zi. *On design and experiment of the feed cable-suspended structure for super antenna*. Mechatronics, pages 503–509, 2009. (Cité en pages [16](#) et [149](#).)
- [Duc 1999] G. Duc and S. Font. *Commande h_∞ et μ -analyse : des outils pour la robustesse*. Hermès Science Publications, 1999. (Cité en pages [149](#), [151](#), [155](#) et [160](#).)
- [Ebert-Uphoff 2004] I. Ebert-Uphoff and P. Voglewede. *On the connection between cable-driven robots, parallel manipulators and grasping*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4521–4526, 2004. (Cité en page [18](#).)
- [Fang 2004] S. Fang, D. Franitza, M. Torlo, F. Bekes and M. Hiler. *Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, pages 561–568, 2004. (Cité en pages [22](#), [99](#) et [112](#).)

- [Fattah 2002] A. Fattah and S. Agrawal. *Workspace and design analysis of a cable-suspended planar parallel robots*. ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages 1095–1103, 2002. (Cité en page 19.)
- [Gahinet 1994] P. Gahinet and P. Apkarian. *A linear matrix inequality approach to H_∞ control*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, pages 421–448, 1994. (Cité en page 157.)
- [Gallina 2001] P. Gallina, G. Rosati and A. Rossi. *3-d.o.f. Wire driven planar haptic interface*. Journal of Intelligent and Robotic Systems, pages 23–36, 2001. (Cité en pages 13 et 14.)
- [Garg 2009] V. Garg, S. Nokleby and J. Carretero. *Wrench capability analysis of redundantly actuated spatial parallel manipulators*. Mechanism and Machine Theory, pages 1070–1081, 2009. (Cité en page 19.)
- [Gauthier 2002] M. Gauthier and P. Poignet. *Identification en boucle fermée par modèle inverse des paramètres physiques de systèmes mécatroniques*. Journal Européen des Systèmes Automatisés, pages 465–480, 2002. (Cité en page 66.)
- [Gauthier 2013] M. Gauthier, A. Janot and P. Vandanjon. *A new closed-loop output error method for parameter identification of robot dynamics*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, pages 428–444, 2013. (Cité en page 66.)
- [Gholami 2008] P. Gholami, M. Aref and H. Taghirad. *On the control of the KNTU CDRPM : A cable driven redundant parallel manipulator*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2404–2409, 2008. (Cité en pages 22, 100, 112 et 113.)
- [Glover 1988] K. Glover and J. Doyle. *State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity*. Systems & Control Letters, pages 167–172, 1988. (Cité en page 157.)
- [Gorman 2001] J. Gorman, K. Jablokow and D. Cannon. *The cable array robot : Theory and experiment*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2804–2810, 2001. (Cité en page 15.)
- [Gosselin 2010a] C. Gosselin and M. Grenier. *On the determination of the force distribution in overconstrained cable-driven parallel mechanisms*. Meccanica, pages 3–15, 2010. (Cité en pages 22 et 100.)
- [Gosselin 2010b] C. Gosselin, S. Lefrançois and N. Zoso. *Brain, body and machine*, chapitre Underactuated cable-driven robots : Machine, control and suspended bodies, pages 311–323. Springer, 2010. (Cité en page 24.)
- [Gosselin 2012] C. Gosselin, P. Ren and S. Foucault. *Dynamic trajectory planning of a two-DOF cable-suspended parallel robot*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1476–1481, 2012. (Cité en page 23.)

- [Gosselin 2013] C. Gosselin. Cable-driven parallel robots, chapitre Global planning of dynamically feasible trajectories for three-DOF spatial cable-suspended parallel robots, pages 3–22. Springer, 2013. (Cité en page 23.)
- [Gouttefarde 2005] M. Gouttefarde. *Analyse de l'espace des poses polyvalentes des mécanismes parallèles entraînés par câbles*. PhD thesis, Université de Laval, 2005. (Cité en page 98.)
- [Gouttefarde 2006] M. Gouttefarde and C. Gosselin. *Analysis of the wrench-closure workspace of planar parallel cable-driven mechanisms*. IEEE Transactions on Robotics, pages 434–445, 2006. (Cité en page 19.)
- [Gouttefarde 2007] M. Gouttefarde, J-P. Merlet and D. Daney. *Wrench-feasible workspace of parallel cable-driven mechanisms*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1492–1497, 2007. (Cité en page 19.)
- [Gouttefarde 2011] M. Gouttefarde, D. Daney and J-P. Merlet. *Interval-analysis-based determination of the wrench-feasible workspace of parallel cable-driven robots*. IEEE Transactions on Robotics, pages 1–13, 2011. (Cité en page 19.)
- [Gouttefarde 2015] M. Gouttefarde, J. Lamaury, C. Reichert and T. Bruckmann. *A versatile tension distribution algorithm for n -DOF parallel robots driven by $n+2$ cables*. IEEE Transactions on Robotics, pages 1444–1457, 2015. (Cité en pages 23 et 102.)
- [Harmon 2007] T. Harmon, R. Ambrose, R. Gilbert, J. Fisher, M. Stealey and W. Kaiser. *High-resolution river hydraulic and water quality characterization using rapidly deployable networked infomechanical systems (NIMS RD)*. Environmental Engineering Science, pages 151–159, 2007. (Cité en page 16.)
- [Havlík 2000] S. Havlík. *A cable suspended robotic manipulator for large workspace operations*. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, pages 56–68, 2000. (Cité en page 17.)
- [Heyden 2002] T. Heyden, T. Maier and C. Woernle. *Advances in robot kinematics : Theory and applications*, chapitre Trajectory tracking control for a cable suspension manipulator, pages 125–134. Springer, 2002. (Cité en page 15.)
- [Hiller 2005] M. Hiller, S. Fang, S. Mielczarek, R. Verhoeven and D. Franitza. *Design, analysis and realization of tendon-based parallel manipulators*. Mechanism and Machine Theory, pages 429–245, 2005. (Cité en page 13.)
- [Hirata 1992] Y. Hirata and M. Sato. *3-Dimensional interface device for virtual work space*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 889–896, 1992. (Cité en pages 14 et 24.)

- [Homma 2003] K. Homma, O. Fukuda, J. Sugawara, Y. Nagata and M. Usuba. *A wire-driven leg rehabilitation system : Development of a 4-DOF experimental system*. In IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pages 908–913, 2003. (Cité en page 14.)
- [Horn 2012] R. Horn and C. Johnson. *Matrix analysis*. Cambridge University Press, 2012. (Cité en page 151.)
- [Hutchinson 1996] S. Hutchinson, G. Hager and P. Corke. *A tutorial on visual servo control*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, pages 651–670, 1996. (Cité en page 115.)
- [Irvine 1974] H. Irvine and T. Caughey. *The linear theory of free vibrations of a suspended cable*. Royal Society of London : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, pages 299–315, 1974. (Cité en page 20.)
- [Irvine 1981] H. Irvine. *Cable structures*. MIT Press, 1981. (Cité en page 20.)
- [Ishii 1994a] M. Ishii and M. Sato. *A 3D spatial interface device using tensed strings*. Presence : Teleoperators and Virtual Environments, pages 81–86, 1994. (Cité en page 14.)
- [Ishii 1994b] M. Ishii, P. Sukanya and M. Sato. *A virtual work space for both hands manipulation with coherency between kinesthetic and visual sensation*. In 4th International Symposium on Measurement and Control in Robotics, pages 84–90, 1994. (Cité en page 14.)
- [Iwasaki 1994] T. Iwasaki and R. Skelton. *All controllers for the general H_∞ problem : LMI existence conditions and state space formulas*. Automatica, pages 1307–1317, 1994. (Cité en page 157.)
- [Izard 2013] J. Izard, M. Gouttefarde, C. Baradat, D. Culla and D. Sallé. *Cable-driven parallel robots, chapitre Integration of a parallel cable-driven robot on an existing building façade*, pages 149–164. Springer, 2013. (Cité en page 15.)
- [Janot 2014] A. Janot, M. Gauthier, A. Jubien and P. Vandanjon. *Comparison between the CLOE method and the DIDIM method for robot identification*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, pages 1935–1941, 2014. (Cité en page 66.)
- [Jordan 2007] B. Jordan, M. Batalin and W. Kaiser. *NIMS RD : A rapidly deployable cable based robot*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 144–150, 2007. (Cité en page 16.)
- [Kajita 2009] S. Kajita, H. Hirukawa, K. Harada and K. Yokoi. *Introduction à la commande des robots humanoïdes*. Springer, 2009. (Cité en page 36.)

- [Katayama 2005] T. Katayama. Subspace methods for system identification. Springer, 2005. (Cité en page 73.)
- [Kawamura 1993] S. Kawamura and K. Ito. *A new type of master robot for teleoperation using a radial wire drive system*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 55–60, 1993. (Cité en pages 10 et 13.)
- [Kawamura 1995] S. Kawamura, W. Choe, S. Tanaka and S. Pandian. *Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 215–220, 1995. (Cité en pages 11, 13, 18 et 111.)
- [Kessler 1958] C. Kessler. Das symmetrische optimum. Regelungstechnik, 1958. (Cité en page 120.)
- [Khalil 1999] W. Khalil and E. Dombre. Modélisation, identification et commande des robots. Hermès - Lavoisier, 1999. (Cité en pages 1, 34 et 73.)
- [Kim 2000] S. Kim, M. Ishii, Y. Koike and M. Sato. *Design of a tension based haptic interface : SPIDAR-G*. In World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics, pages 422–427, 2000. (Cité en page 14.)
- [Kino 2000] H. Kino, C. Cheah, S. Yabe, S. Kawamura and S. Arimoto. *A motion control scheme in task oriented coordinates and its robustness for parallel wire driven system*. Journal of the Robotics Society of Japan, pages 411–418, 2000. (Cité en pages 21 et 114.)
- [Kino 2007] H. Kino, T. Yahiro, F. Takemura and T. Morizono. *Robust PD control using adaptive compensation for completely restrained parallel-wire driven robots : Translational systems using the minimum number of wires under zero-gravity condition*. IEEE Transactions on Robotics, pages 803–812, 2007. (Cité en page 148.)
- [Korayem 2007] M. Korayem, M. Bamdad and M. Saadat. *Workspace analysis of cable-suspended robots with elastic cable*. In IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, pages 1942–1947, 2007. (Cité en page 19.)
- [Kozak 2004] K. Kozak, Q. Zhou and J. Wang. *Static analysis of cable-driven manipulators with non-negligible cable mass*. In IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, pages 886–891, 2004. (Cité en pages 20 et 117.)
- [Lafourcade 2002] P. Lafourcade, M. Llibre and C. Reboulet. *Design of a parallel wire-driven manipulator for wind tunnel*. In Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, pages 187–194, 2002. (Cité en pages 15, 18 et 102.)

- [Lafourcade 2004a] P. Lafourcade. *Étude des manipulateurs parallèles à câbles, conception d'une suspension active pour soufflerie*. PhD thesis, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2004. (Cité en pages 22, 23, 99, 102 et 103.)
- [Lafourcade 2004b] P. Lafourcade, Y. Zheng and X. Liu. *Stiffness analysis of wire-driven parallel kinematic manipulators*. In 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, pages 1878–1882, 2004. (Cité en page 20.)
- [Lamaury 2013a] J. Lamaury. *Contribution à la commande des robots parallèles à câbles à redondance d'actionnement*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2013. (Cité en pages 112 et 148.)
- [Lamaury 2013b] J. Lamaury and M. Gouttefarde. Cable-driven parallel robots, chapitre A tension distribution method with improved computational efficiency, pages 71–85. Springer, 2013. (Cité en page 111.)
- [Lamaury 2013c] J. Lamaury and M. Gouttefarde. *Control of a large redundantly actuated cable-suspended parallel robot*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4659–4664, 2013. (Cité en pages 102 et 113.)
- [Landsberger 1984] S. Landsberger. *Design and construction of a cable-controlled parallel link manipulator*. PhD thesis, University of North Carolina, Massachusetts Institute of Technology, 1984. (Cité en page 1.)
- [Landsberger 1985] S. Landsberger and T. Sheridan. *A new design for parallel link manipulator*. In International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pages 812–814, 1985. (Cité en pages 1, 8 et 13.)
- [Landsberger 1993] S. Landsberger and T. Sheridan. *A minimal, minimal linkage : The tension-compression parallel link manipulator*. In International symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing Systems, pages 81–88, 1993. (Cité en page 1.)
- [Larimore 1990] W. Larimore. *Canonical variate analysis in identification, filtering, and adaptive control*. In 29th Conference on Decision and Control, pages 596–604, 1990. (Cité en page 75.)
- [Laroche 2013] E. Laroche, R. Chellal and L. Cuvillon. Cable-driven parallel robots, chapitre A preliminary study for H_∞ control of parallel cable-driven manipulators, pages 353–369. Springer, 2013. (Cité en page 150.)
- [Lefrançois 2010] S. Lefrançois and C. Gosselin. *Point-to-point motion control of a pendulum-like 3-dof underactuated cable-driven robot*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 5187–5193, 2010. (Cité en page 24.)

- [Li 2013] H. Li, X. Zhang, R. Yao, J. Sun, G. Pan and Z. Zhu. Cable-driven parallel robots, chapitre Optimal force distribution based on slack rope model in the incompletely constrained cable-driven parallel mechanism of fast telescope, pages 87–102. Springer, 2013. (Cité en page 23.)
- [Lindermann 1989] R. Lindermann and D. Tesar. *Construction and demonstration of a 9-string 6 DOF force reflecting joystick for telerobotics*. In NASA Conference on Space Telerobotics, pages 55–63, 1989. (Cité en page 13.)
- [Ljung 1999] L. Ljung. *System identification : Theory for the user*. Prentice Hall, 1999. (Cité en page 73.)
- [Maeda 1999] K. Maeda, S. Tadokoro, T. Takamori, M. Hiller and R. Verhoeven. *On design of a redundant wire-driven parallel robot WARP manipulator*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 895–900, 1999. (Cité en page 13.)
- [Mao 2012] Y. Mao and S. Agrawal. *Design of a cable-driven arm exoskeleton (CAREX) for neural rehabilitation*. IEEE Transactions on Robotics, pages 922–931, 2012. (Cité en page 14.)
- [Mayeda 1988] H. Mayeda, K. Yoshida and K. Osuka. *Base parameters of manipulator dynamic models*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1367–1372, 1988. (Cité en page 70.)
- [Mayeda 1990] H. Mayeda, K. Yoshida and K. Osuka. *Base parameters of manipulator dynamic models*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, pages 312–321, 1990. (Cité en page 70.)
- [McFarlane 1992] D. McFarlane and K. Glover. *A loop-shaping design procedure using H_∞ synthesis*. IEEE Transactions on Automatic Control, pages 759–769, 1992. (Cité en page 160.)
- [Merlet 1997] J-P. Merlet. *Les robots parallèles*. Hermès - Lavoisier, 1997. (Cité en pages 1, 34 et 114.)
- [Merlet 2004] J-P. Merlet. On advances in robot kinematics, chapitre Analysis of the influence of wires interference on the workspace of wire robots, pages 211–218. Springer, 2004. (Cité en page 19.)
- [Merlet 2008] J-P. Merlet. *Kinematics of the wire-driven parallel robot MARIONET using linear actuators*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3857–3862, 2008. (Cité en pages 9, 13 et 20.)
- [Merlet 2009] J-P. Merlet. The second european conference on mechanism science, chapitre Analysis of wire elasticity for wire-driven parallel robots, pages 471–478. Springer, 2009. (Cité en page 20.)

- [Merlet 2010] J-P. Merlet and D. Daney. *A portable, modular parallel wire crane for rescue operations*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2834–2839, 2010. (Cité en page 17.)
- [Merlet 2013] J-P. Merlet. Romansy 19 – robot design, dynamics and control : Proceedings of the 19th cism-iftomm symposium, chapitre Wire-driven parallel robot : open issues, pages 3–10. Springer, 2013. (Cité en page 19.)
- [Meunier 2009] G. Meunier, B. Boulet and M. Nahon. *Control of an overactuated cable-driven parallel mechanism for a radio telescope application*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, pages 1043–1054, 2009. (Cité en page 23.)
- [Mikelsons 2008] L. Mikelsons, T. Bruckmann, M. Hiller and D. Schramm. *A real-time capable force calculation algorithm for redundant tendon-based parallel manipulators*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3869–3874, 2008. (Cité en pages 23 et 102.)
- [Ming 1994] A. Ming and T. Higuchi. *Study on multiple degree-of-freedom positioning mechanism using wires (part 1) : Concept, design and control*. International Journal of the Japan Society for Precision Engineering, pages 131–138, 1994. (Cité en pages 10, 22, 100 et 111.)
- [Morizono 1997] T. Morizono, K. Kurahashi and S. Kawamura. *Realization of a virtual sports training system with parallel wire mechanism*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3025–3030, 1997. (Cité en page 14.)
- [Murayama 2004] J. Murayama, L. Bougrila, Y. Luo, K. Akahane, S. Hasegawa, B. Hirsbrunner and M. Sato. *SPIDAR G&G : A two-handed haptic interface for bimanual VR interaction*. In Eurohaptics Conference, pages 138–146, 2004. (Cité en page 14.)
- [Nahon 2002] M. Nahon, G. Gilardi and C. Lambert. *Dynamics/Control of a radio telescope receiver supported by a tethered aerostat*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, pages 1107–1115, 2002. (Cité en page 21.)
- [Nguyen 2014] D. Nguyen and M. Gouttefarde. Advances in robot kinematics, chapitre Stiffness matrix of 6-DoF cable-driven parallel robots and its homogenization, pages 181–191. Springer, 2014. (Cité en page 21.)
- [Oh 2004] S. Oh, K. Mankala, S. Agrawal and J. Albus. *Dynamic modeling and robust controller design of a two-stage parallel cable robot*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3678–3683, 2004. (Cité en page 148.)

- [Oh 2005] S. Oh and S. Agrawal. *Cable suspended planar robots with redundant cables : controllers with positive tensions*. IEEE Transactions on Robotics, pages 457–465, 2005. (Cité en pages 22, 100 et 112.)
- [Ottaviano 2005] E. Ottaviano, M. Ceccarelli, A. Paone and G. Carbone. *A low-cost easy operation 4-cable driven parallel manipulator*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4008–4013, 2005. (Cité en page 16.)
- [Ottaviano 2010] E. Ottaviano, M. Ceccarelli and F. Palmucci. *An application of CaTraSys, a cable-based parallel measuring system for an experimental characterization of human walking*. Robotica, pages 119–133, 2010. (Cité en page 14.)
- [Overschee 1994] P. Van Overschee and B. De Moor. *N4SID : Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems*. Automatica, pages 75–93, 1994. (Cité en page 75.)
- [Overschee 1996] P. Overschee and B. Moor. *Subspace identification for linear systems - theory, implementation, applications*. Springer, 1996. (Cité en page 73.)
- [Perreault 2008] S. Perreault and C. Gosselin. *Cable-driven parallel mechanisms : Application to a locomotion interface*. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, page 102301 (8 pages), 2008. (Cité en pages 14 et 18.)
- [Perreault 2010] S. Perreault, P. Cardou, C. Gosselin and M. Otis. *Geometric determination of the interference-free constant-orientation workspace of parallel cable-driven mechanisms*. ASME Journal of Mechanisms of Robotics, page 031016 (9 pages), 2010. (Cité en page 19.)
- [Pham 2005] C. Pham, G. Yang and S. Yeo. *Dynamic analysis of cable-driven parallel mechanisms*. In IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pages 612–617, 2005. (Cité en pages 20, 22 et 100.)
- [Pham 2006] C. Pham, S. Yeo, G. Yang, M. Kurbanhusen and I. Chen. *Force-closure workspace analysis of cable-driven parallel mechanisms*. Journal of Mechanism and Machine Theory, pages 53–69, 2006. (Cité en page 19.)
- [Poignet 2003] P. Poignet, N. Ramdani and A. Vivas. *Robust estimation of parallel robot dynamic parameters with interval analysis*. In 42nd IEEE Conference on Decision and Control, pages 6503–6508, 2003. (Cité en page 66.)
- [Pott 2009] A. Pott, T. Bruckmann and L. Mikelsons. *Computational kinematics : Proceedings of the 5th international workshop on computational kinematics*, chapitre Closed-form force distribution for parallel wire robots, pages 25–34. Springer, 2009. (Cité en pages 23 et 102.)

- [Pott 2013] A. Pott, H. Mütherich, W. Kraus, V. Schmidt, P. Miermeister and A. Verl. Cable-driven parallel robots, chapitre IPAnema : A family of cable-driven parallel robots for industrial applications, pages 119–134. Springer, 2013. (Cité en page 13.)
- [Renaud 2003] P. Renaud. *Apport de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles*. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand 2, 2003. (Cité en page 64.)
- [Riechel 2004a] A. Riechel, P. Bosscher, H. Lipkin and I. Ebert-Uphoff. *Cable-driven robots for use in hazardous environments*. In 10th International Conference on Robotics and Remote Systems, pages 1–7, 2004. (Cité en page 15.)
- [Riechel 2004b] A. Riechel and I. Ebert-Uphoff. *Force-feasible workspace analysis for underconstrained, point-mass cable robots*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4956–4962, 2004. (Cité en page 19.)
- [Riehl 2009] N. Riehl, M. Gouttefarde, S. Krut, C. Baradat and F. Pierrot. *Effects of non-negligible cable mass on the static behaviour of large workspace cable-driven parallel mechanisms*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2193–2198, 2009. (Cité en page 20.)
- [Rosati 2007] G. Rosati, P. Gallina and S. Masiero. *Design, implementation and clinical tests of a wire-based robot for neurorehabilitation*. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, pages 560–569, 2007. (Cité en page 17.)
- [Samson 1991] C. Samson, B. Espiau and M. Le Borgne. Robot control : the task function approach. Oxford University Press, 1991. (Cité en page 117.)
- [Shiang 2000] W. Shiang, D. Cannon and J. Gorman. *Optimal force distribution applied to a robotic crane with flexible cables*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1948–1954, 2000. (Cité en pages 21, 22 et 100.)
- [Slotine 1991] J. Slotine and W. Li. Applied nonlinear control. Prentice Hall, 1991. (Cité en pages 147 et 148.)
- [Stewart 1966] D. Stewart. *A platform with six degrees of freedom : A new form of mechanical linkage which enables a platform to move simultaneously in all six degrees of freedom developed by Elliott-Automation*. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, pages 30–35, 1966. (Cité en pages 1 et 8.)
- [Stump 2006] E. Stump and V. Kumar. *Workspace of cable-actuated parallel manipulators*. ASME Journal of Mechanical Design, pages 159–167, 2006. (Cité en pages 18 et 19.)

- [Suilu 2012] Y. Suilu, L. Qi, W. Zhao and C. Yixin. *Stiffness analysis of a wire-driven parallel manipulator*. In IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering, pages 31–34, 2012. (Cité en page 20.)
- [Surdilovic 2004] D. Surdilovic and R. Bernhardt. *STRING-MAN : A new wire robot for gait rehabilitation*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2031–2036, 2004. (Cité en page 14.)
- [Surdilovic 2013] D. Surdilovic, J. Radojicic and J. Krüger. Cable-driven parallel robots, chapitre Geometric stiffness analysis of wire robots : A mechanical approach, pages 389–404. Springer, 2013. (Cité en page 20.)
- [Tadokoro 2002a] S. Tadokoro and S. Kobayashi. *A portable parallel motion platform for urban search and surveillance in disasters*. Advanced Robotics, pages 537–540, 2002. (Cité en page 16.)
- [Tadokoro 2002b] S. Tadokoro, Y. Murao, M. Hiller, R. Murata, H. Kohkawa and T. Matsushima. *A motion base with 6-DOF by parallel cable drive architecture*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, pages 115–123, 2002. (Cité en page 14.)
- [Taghirad 2011] H. Taghirad. *An analytic-iterative redundancy resolution scheme for cable-driven redundant parallel manipulators*. IEEE Transactions on Robotics, pages 1137–1143, 2011. (Cité en page 101.)
- [Tohme 2007] E. Tohme, R. Ouvrard, A. Abche, J. Trigeassou, T. Poinot and G. Mercère. *A methodology to enhance the convergence of Output Error identification algorithms*. In European Control Conference, pages 5721–5728, 2007. (Cité en page 72.)
- [Trevisani 2013] A. Trevisani. Cable-driven parallel robots, chapitre Experimental validation of a trajectory planning approach avoiding cable slackness and excessive tension in underconstrained translational planar cable-driven robots, pages 23–39. Springer, 2013. (Cité en page 23.)
- [Unger 1988] J. Unger, N. Dagalakis, T. Tsai and J. Lee. *Optimum stiffness study for a parallel link robot crane under horizontal force*. In International symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing Systems, pages 1037–1046, 1988. (Cité en pages 1 et 8.)
- [Utkin 1977] V. Utkin. *Variable structure systems with sliding modes*. IEEE Transactions on Automatic Control, pages 212–222, 1977. (Cité en page 147.)
- [Vafaei 2010] A. Vafaei, M. Aref and H. Taghirad. *Integrated controller for an over-constrained cable driven parallel manipulator : KNTU CDRPM*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 650–655, 2010. (Cité en pages 22, 100 et 113.)

- [Vafaei 2011] A. Vafaei, M. Khosravi and H. Taghirad. Intelligent robotics and applications : 4th international conference on intelligent robotics and applications, chapitre Modeling and control of cable driven parallel manipulators with elastic cables : Singular perturbation theory, pages 455–464. Springer, 2011. (Cité en page 21.)
- [Verhaegen 1994] M. Verhaegen. *Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovations from input-output data*. Automatica, pages 61–74, 1994. (Cité en page 75.)
- [Verhoeven 2000] R. Verhoeven and M. Hiller. Advances in robot kinematics, chapitre Estimating the controllable workspace of tendon-based Stewart platforms, pages 277–284. Springer, 2000. (Cité en page 19.)
- [Verhoeven 2002] R. Verhoeven and M. Hiller. Advances in robot kinematics : Theory and applications, chapitre Tension distribution in tendon-based Stewart platforms, pages 117–124. Springer, 2002. (Cité en pages 22, 100 et 101.)
- [Verhoeven 2004] R. Verhoeven. *Analysis of the workspace of tendon-based Stewart platforms*. PhD thesis, University of Duisburg-Essen, 2004. (Cité en page 19.)
- [Walairacht 2000] S. Walairacht and M. Sato. *4+4 Fingers haptic interface device for virtual environment*. In World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics, pages 427–433, 2000. (Cité en page 14.)
- [Weber 2014] X. Weber, L. Cuvillon and J. Gangloff. *Active vibration canceling of a cable-driven parallel robot using reaction wheels*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1724–1729, 2014. (Cité en page 9.)
- [Williams 1998] R. Williams. *Cable suspended haptic interface*. International Journal of Virtual Reality, pages 13–21, 1998. (Cité en page 14.)
- [Williams 1999] R. Williams. *Planar cable-suspended haptic interface : Design for wrench exertion*. In ASME Design Technical Conferences, pages 1–7, 1999. (Cité en page 14.)
- [Williams 2001] R. Williams. *Planar cable-direct-driven robots, part II : Dynamics and Control*. In ASME Design Technical Conferences, pages 1–7, 2001. (Cité en page 113.)
- [Williams 2004] R. Williams, J. Albus and R. Bostelman. *3D Cable-based cartesian metrology system*. Journal of Robotic Systems, pages 237–257, 2004. (Cité en page 16.)
- [Yanai 2002] N. Yanai, M. Yamamoto and A. Mohri. *Feedback control for wire-suspended mechanism with exact linearization*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2213–2218, 2002. (Cité en page 15.)

- [Yangwen 2010] X. Yangwen, L. Qi, Z. Yaqing and L. Bin. *Model aerodynamic tests with a wire-driven parallel suspension system in low-speed wind tunnel*. Chinese Journal of Aeronautics, pages 393–400, 2010. (Cité en page 15.)
- [Yu 2009] K. Yu, L. Lee and V. Krovi. *Simultaneous trajectory tracking and stiffness control of cable actuated parallel manipulator*. In ASME Conference on Mechanisms and Robotics, pages 55–63, 2009. (Cité en pages 22 et 100.)
- [Yu 2011] D. Yu, W. Chen and H. Li. *Kinematic parameter identification of parallel robots for semi-physical simulation platform of space docking mechanism*. Mechanika, pages 529–534, 2011. (Cité en page 64.)
- [Zanotto 2011] D. Zanotto, G. Rosati and S. Agrawal. *Modeling and control of a 3-DOF pendulum-like manipulator*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3964–3969, 2011. (Cité en page 24.)
- [Zarebidoki 2011] M. Zarebidoki, A. Lotfavar and H. Fahham. *Dynamic modeling and adaptive control of a cable-suspended robot*. In World Congress on Engineering, pages 215–220, 2011. (Cité en page 148.)
- [Zhang 2006] H. Zhang and D. Liu. Fuzzy modeling and fuzzy control. Birkhäuser Basel, 2006. (Cité en page 149.)
- [Zi 2008] B. Zi, B. Duan, J. Du and H. Bao. *Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot*. Mechatronics, pages 1–12, 2008. (Cité en pages 21, 114 et 149.)
- [Zoso 2012] N. Zoso and C. Gosselin. *Point-to-point motion planning of a parallel 3-dof underactuated cable-suspended robot*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2325–2330, 2012. (Cité en page 24.)

Publications

Articles internationaux

R. Chellal, L. Cuvillon and E. Laroche. *Model identification and vision-based H_∞ position control of 6-DoF cable-driven parallel robots*. International Journal of Control. Special Issue : Identification and Control of Nonlinear Electro-Mechanical Systems, pages 1-18, 2016.

Conférences internationales

R. Chellal, L. Cuvillon and E. Laroche. Cable-driven parallel robots, chapitre A kinematic vision-based position control of a 6-DoF cable-driven parallel robot, pages 213-225. Springer, 2015.

R. Chellal, E. Laroche and L. Cuvillon. *An H_∞ methodology for position control of 6-DoF cable-driven parallel robots*. In European Control Conference, pages 358-363, 2014.

R. Chellal, E. Laroche, L. Cuvillon and J. Gangloff. Cable-driven parallel robots, chapitre An identification methodology for 6-DoF cable-driven parallel robots parameters - Application to the INCA 6D robot, pages 301-317. Springer, 2013.

E. Laroche, R. Chellal and L. Cuvillon. Cable-driven parallel robots, chapitre A preliminary study for H_∞ control of parallel cable-driven manipulators, pages 353-369. Springer, 2013.

Conférences nationales

R. Chellal, L. Cuvillon, E. Laroche and J. Gangloff. *Asservissement visuel cinématique d'un robot parallèle à câbles à 6 ddl*. In 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 2013.

Résumé

Les robots parallèles à câbles sont des solutions pratiques permettant de manipuler des charges avec de grandes dynamiques et un encombrement limité, tout en s'adaptant à différentes échelles d'espace de travail. Ces robots sont actuellement envisagés dans diverses applications que ce soit dans la recherche académique ou dans l'industrie, notamment pour déplacer des caméras sur de grandes distances autour de salles de sport ou de tournages cinématographiques et la télévision.

Cette thèse présente un travail complet sur la modélisation, l'identification et la commande des robots parallèles à câbles dans le but d'améliorer les performances dynamiques en termes de rapidité, de précision et de robustesse, tout en gérant les problèmes liés à l'utilisation de câbles. Les solutions actuelles se basent uniquement sur la mesure des positions des moteurs, ce qui limite la bande passante atteignable en poursuite de trajectoires et ne permet pas de rejeter correctement les perturbations dues aux contacts avec l'environnement. Dans le cadre de ces recherches, les techniques d'identification et de commande sont améliorées grâce à l'utilisation de mesures extéroceptives, notamment en utilisant la vision. Des méthodes issues des domaines de la robotique et de l'automatique sont mises en œuvre et comparées. Les validations expérimentales sont effectuées sur un démonstrateur disponible au laboratoire : un robot INCA 6D conçu par la société Haption, équipé d'un système de capture de mouvement Bonita développé par la société Vicon.

Mots-clés : robots parallèles à câbles, modélisation des robots, identification des robots, commande des robots, commande robuste, asservissements visuels, distribution des tensions, commande en temps-réel

Abstract

Cable-driven parallel robots are practical solutions allowing to handle loads with high dynamics and a limited congestion, while adapting to different scales of workspace. These robots are actually considered in various applications either in academic research or in industry, in particular for moving cameras over large distances around stadiums or film shoots and television.

This thesis presents a complete work on modelling, identification and control of cable-driven parallel robots in order to improve the dynamic performances in terms of speed, precision and robustness, while managing the problems related to the use of cables. The current solutions are based only on the measurement of the motor positions, this limits the reachable bandwidth in tracking trajectories and does not reject correctly the disturbances due to contacts with the environment. In the context of these researches, the identification and control techniques are improved thanks to the use of exteroceptive sensors, in particular using vision. Methods from the fields of robotics and control are implemented and compared. The experimental validations are performed on a demonstrator available in the laboratory: an INCA 6D robot designed by Haption company, equipped with a Bonita motion capture system developed by Vicon company.

Keywords: cable-driven parallel robots, robot modelling, robot identification, robot control, robust control, visual servoing, tension distribution, real-time control