



**THÈSE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE**

Spécialité

Génie informatique, automatique et traitement du signal

Université de Cergy-Pontoise
Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications

Présentée le 04 Juillet 2016 par

Essaid EDJEKOUANE

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE

**Contribution à la Commande et à l'Observation
des Systèmes Mécatroniques**

Soutenance devant le jury suivant :

M. Thierry FLOQUET	DR CNRS, CRISTAL, Université Lille 1	Examineur
M. Nouredine MANAMANNI	Pr, Université de Reims	Rapporteur
M. Nacer K. M'SIRDI	Pr, Université de Marseille	Rapporteur
M. Jean-Pierre BARBOT	Pr, ENSEA, Cergy	Directeur de thèse
M. Malek GHANES	Pr, Ecole Centrale de Nantes	Co-encadrant de thèse
M. Samer RIACHY	Mc, ENSEA, Cergy	Co-encadrant de thèse

Table des matières

1	Introduction générale	1
1.1	Problématiques	1
1.2	Contributions de la thèse	4
1.3	Organisation du mémoire	5
2	Commande en temps fini d'un vérin pneumatique	7
2.1	Un état de l'art sur les commandes des vérins pneumatiques	7
2.2	Modélisation des vérins pneumatiques	10
2.2.1	Le modèle d'ordre quatre	10
2.2.2	Modèle d'ordre deux	11
2.3	Développement de commandes basées sur le concept de l'homogénéité .	14
2.3.1	Rappels théoriques (modes glissants, homogénéité et transformation d'Artstein)	15
2.3.2	La première commande proposée	19
2.3.3	La deuxième commande proposée	26
2.4	Résultats Expérimentaux	28
2.4.1	Description du banc d'essai	28
2.4.2	Analyse numérique	31
2.4.3	Tests réalisés avec la première commande	33
2.4.4	Tests et comparaisons réalisés avec la deuxième commande . . .	37
3	Observateur impulsionnel : application au freinage ABS	47
3.1	Rappels sur l'observabilité et les observateurs	47
3.2	Le modèle 1 DDL d'une masse	51
3.3	Développement d'un observateur impulsionnel pour la detection des profils de routes	53
3.3.1	Introduction	54
3.3.2	Le modèle retenu	55

3.3.3	Relation entre le coefficient de glissement et le coefficient d'adhérence de la roue [46]	55
3.3.4	Synthèse d'un observateur impulsif	56
3.3.5	Simulations	61
4	Implementation, tests et validation au sein de SDI	65
4.1	Implementation et validation de la commande homogène dans X'SPARE.	65
4.1.1	Introduction au logiciel X'SPARE	66
4.1.2	Intégration du code "C" de la commande homogène issue de Simulink sous X'SPARE	69
4.2	Intégration du modèle véhicule pour le test d'un ABS Bosch sur un banc HIL	79
4.2.1	Principe de fonctionnement et d'interaction entre le modèle et la partie physique	79
4.2.2	Validation de l'observateur	86
5	Conclusion générale	89
A	Commande par modes glissants	91
A.1	Introduction	91
A.2	Etat de l'art	92
A.2.1	Commande par modes glissants d'ordre un	92
A.2.2	Rappel sur les inclusions différentielles	94
A.2.3	Commande par modes glissants d'ordre supérieur	99
B	Stabilité au sens de Lyapunov	105
B.1	Systèmes Autonomes	105
B.2	Le principe d'invariance	108
C	Éléments sur la dynamique du véhicule	111
C.1	La dynamique du véhicule et ses différents éléments	111
C.1.1	Structure principale du véhicule ou caisse	111
C.1.2	Les trains roulants	113
C.1.3	La suspension	115
C.1.4	Le système de direction	116
C.1.5	Aspect dynamique	117
C.2	Les modèles existants	117

C.2.1	Le modèle de bicyclette	117
C.2.2	Le modèle complet	119
C.2.3	Le modèle 1/4 du véhicule	119
C.3	Le système de freinage et la fonction ABS	120
C.3.1	Principe de fonctionnement	120
C.3.2	Description du système et ses composants	121
C.3.3	L'efficacité du freinage et la distance d'arrêt	124
C.3.4	Le modèle des pneus	126
C.3.5	L'anti-blocage des roues (ABS)	126

Table des figures

2.1	Modèle d'ordre quatre.	12
2.2	Valeur du retard en (s) en fonction du pourcentage de l'ouverture de l'électrovanne.	12
2.3	Les réponses à un échelon pour différents pourcentages d'ouvertures de l'électrovanne.	13
2.4	Identification expérimentale par la méthode de Strejc [79].	14
2.5	Schéma bloc du système en boucle fermée	25
2.6	Maquette expérimentale.	29
2.7	Le vérin pneumatique avec une charge de 5 kg.	29
2.8	Electrovanne proportionnelle MPYE.	30
2.9	Le compresseur d'air	30
2.10	Interface de connexion dSPACE.	30
2.11	Erreur de position sans charge avec $h = 0$ et $\alpha = 0.1$	34
2.12	Signal de commande sans charge avec $h = 0$ et $\alpha = 0.1$	34
2.13	Erreur de position sans charge avec $h = 0.02$, $\alpha = 0.1$	35
2.14	Erreur de position avec une charge de 5 kg, $h = 0.02$ et $\alpha = 0.1$	35
2.15	Signal de commande sans charge avec $h = 0.02$ et $\alpha = 0.1$	36
2.16	Signal de commande avec une charge de 5kg, $h = 0.02$ et $\alpha = 0.1$	36
2.17	Erreur de position sans charge avec $h = 0.06$ et $\alpha = 0.1$	37
2.18	Signal de commande avec une charge de 5kg, $h = 0.06$ et $\alpha = 0.1$	37
2.19	Erreur de position sans charge.	38
2.20	Signal de commande pour $\alpha = 0.1$ sans charge.	39
2.21	Signal de commande pour $\alpha = 0.7$ sans charge.	39
2.22	Erreur de position pour une charge de 5 kg.	40
2.23	Erreur de position pour une charge de 7 kg.	40
2.24	Erreur de position pour une charge de 11 kg.	41
2.25	Signal de commande pour $\alpha = 0.1$ et une charge de 11 kg.	41
2.26	Signal de commande pour $\alpha = 0.3$ et une charge de 11 kg.	42

2.27	(a)-(d) : Erreur de suivi et signal de commande (sans charge) . (a)-(d) : notre commande (2.36); (b)-(e) : SMCL [13]; (c)-(f) : SMC [64]. . . .	44
2.28	(a)-(d) : Erreur de suivi et signal de commande (charge 5 kg) . (a)-(d) : notre commande (2.36); (b)-(e) : SMCL [13]; (c)-(f) : SMC [64]. . . .	45
2.29	(a)-(d) : Erreur de suivi et signal de commande (charge 7 kg) . (a)-(d) : notre commande (2.36); (b)-(e) : SMCL [13]; (c)-(f) : SMC [64]. . . .	45
3.1	Représentation du modèle quart du véhicule.	53
3.2	Force de frottement en fonction taux de glissement [86].	56
3.3	ω et $\hat{\omega}$ avec des mesures synchrones avec $\theta_k = 0.3s$	62
3.4	V et \hat{V} avec des mesures synchrones avec $\theta_k = 0.3s$	63
3.5	Le paramètre de glissement λ avec des mesures synchrones avec $\theta_k = 0.3s$.	63
3.6	Le paramètre de glissement λ avec des mesures asynchrones avec $\theta_i =$ $0.1s$ et $\theta_k = 0.3s$	63
4.1	Architecture du logiciel X'SPARE.	66
4.2	Configuration d'un essais sous X'SPARE.	69
4.3	Exemple pour la génération de code "C".	70
4.4	Configuration du Solver.	71
4.5	Configuration de la génération de code.	71
4.6	Configuration des options du rapport.	72
4.7	Résultat du calcul après le lancement de l'exécutable.	73
4.8	Schéma bloc de la commande du vérin.	74
4.9	Vérin double effet avec son capteur de position.	75
4.10	Bloc d'alimentation.	75
4.11	Electrovanne proportionnelle (MPYE).	75
4.12	Régulateur de pression.	76
4.13	Cartes d'acquisition/pilotage : Adventech PCI 7260 (gauche), NI PCI 16E4 (droite).	76
4.14	Bornier de connexion.	77
4.15	Test de positionnement (créneau).	77
4.16	Suivi de trajectoire (Sinus 10 Hz).	78
4.17	Courbes Matlab de test de positionnement (créneau).	78
4.18	Courbes Matlab d'un suivi de trajectoire (Sinus 0.1 Hz).	78
4.19	Courbes Matlab d'un suivi de trajectoire (Sinus 10 Hz).	78
4.20	Le système ABS de Bosch.	80
4.21	Pot à air.	81

4.22	La tige métallique.	81
4.23	Amplificateur de freinage (booster).	82
4.24	Le liquide de frein.	82
4.25	Les capteurs de pression.	82
4.26	Alimentation 14 volts (batterie).	83
4.27	Régulateur de pression.	83
4.28	Carte de conversion tension-fréquence.	84
4.29	L'électrovanne.	84
4.30	Comportement de la roue avant et arrière sur route sèche.	85
4.31	Couple de freinage appliqué sur la roue.	85
4.32	Distance de freinage.	85
4.33	Estimation de la vitesse des roues avec un reset de 0.01 s.	86
4.34	Estimation de la vitesse des roues avec un reset de 0.05 s.	87
A.1	Commande par mode glissant du 1 ^{er} ordre, plan de phase (gauche) et contrôle (droite).	98
A.2	Le phénomène de réticence	99
A.3	Trajectoire d'un mode glissant du second ordre.	102
B.1	Portrait de phase du pendule (à gauche avec frottements et à droite sans frottements).	106
B.2	Ensemble invariant M	109
C.1	Les différents axes du véhicule.	112
C.2	Le train roulant et l'angle de carrossage.	114
C.3	Suspension de type MacPherson.	116
C.4	Le système de direction (gauche) et le Centre Instantané de Rotation (CIR)(droite).	116
C.5	Le modèle bicyclette [57]	119
C.6	Le frein à disque et le frein à tambour.	121
C.7	Le circuit du système de freinage.	121
C.8	Freins à tambour (gauche) et freins à disque (droite).	124
C.9	Adherence des roues en fonction du pourcentage du tau de glissement λ	128

Chapitre 1

Introduction générale

Ce travail de doctorat sur la base d'un contrat CIFRE est le fruit d'une collaboration entre le laboratoire Quartz EA 7393 d'une part et la société SDI (Société de Développement Industriel) d'autre part. Trois principaux thèmes ou axes de recherches sont développés au sein du laboratoire Quartz :

- Dynamique, Matériaux et Structure.
- Conception, Analyse et Contrôle des Systèmes.
- Informatique, Mécatronique et Mathématique.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la deuxième thématique de recherche.

SDI est une société d'ingénierie spécialisée dans les essais, la mécatronique et les systèmes embarqués. Créée en 1990, SDI conçoit et réalise des équipements liés au monde du test, de la mesure et du contrôle/commande. Le travail conduit pendant ces trois années de thèse a consisté à répondre à des exigences et à des problématiques rencontrées par les ingénieurs de la société SDI durant les étapes de conception et/ou de tests sur les bancs d'essai.

1.1 Problématiques

Si on veut situer l'apparition des systèmes mécatroniques, on peut remonter au début du 19eme siècle. Cependant, selon la définition originale proposée par la Yaskawa Electric Company [61] et les définitions qui sont apparues depuis, la plupart des produits d'ingénierie conçus et fabriqués au cours des 25 dernières années, intégrant des systèmes mécaniques et électriques peuvent être classés comme des systèmes mécatroniques. Le mot, "mécatronique", est composé de "méca" de mécanisme et "tronique" de l'électronique. La mécatronique est donc définie comme l'intégration synergique de l'ingénierie mécanique, l'électronique et le contrôle intelligent par ordinateur dans la

conception et la fabrication de produits et de procédés industriels.

Les étapes de conception, test et validation dans le monde des essais qui est le coeur de métier de SDI, reposent en grande partie sur les notions de la mécatronique. Parmi les systèmes qui rentrent dans cette catégorie il y a les vérins pneumatiques. Les ingénieurs à SDI rencontrent des difficultés lorsqu'il s'agit de commander cet actionneur en position avec une charge inconnue ou d'effectuer une poussée sur un ressort par exemple. L'asservissement robuste de la position d'un vérin pneumatique en présence de perturbations inconnues est la première problématique traitée dans ce mémoire.

En effet, le problème de commande des vérins pneumatiques est dû essentiellement aux non linéarités telles que la compressibilité de l'air, la dissymétrie des chambres de pression, les joints d'étanchéité et les forces de frottement. Pour pallier à ces problèmes, différentes lois de commande ont été proposées dans la littérature. On peut trouver des travaux basés sur la commande adaptative [18, 39, 82]... Les réseaux de neurones ont aussi été utilisés pour la commande des vérins pneumatiques (voir par exemple [72, 81]). La commande par modes glissants a été testée dans [13], [34], [55], [62], [64], [76]...

Le modèle utilisé pour concevoir des contrôleurs pour ce type d'actionneurs est souvent un modèle du quatrième ordre (voir [13, 53, 64, 73]). L'inconvénient majeur que représente un tel modèle est la difficulté de conception du contrôleur et l'analyse de stabilité en boucle fermée qui en résulte. Notre objectif étant de commander le vérin aux grandes variations et en lui imposant des dynamiques rapides nous avons opté pour la conception d'une commande non linéaire basée sur un modèle simplifié basses fréquences et ayant un ordre réduit. La commande doit être robuste afin de répondre à des exigences industrielles telles qu'une erreur de positionnement inférieure à 1 mm du vérin et un suivi d'une trajectoire sinusoïdale ayant une fréquence de 1 Hz.

La commande robuste de la position d'un vérin pneumatique en présence de perturbations inconnues est la première problématique traitée dans ce mémoire. Ce travail a pour objectif de comparer et de remplacer les algorithmes de commande de SDI de nouvelles loi de commandes robuste et également de trouver un moyen simple de les intégrer dans le logiciel X'SPARE. Cette problématique découle du projet "Agregation" qui était un projet régional don le but principal était de comparer la dynamique et les performances des vérins pneumatiques et électriques. Cette comparaison a permis

d'évaluer la possibilité de pouvoir remplacer les vérins pneumatiques et hydrauliques par des vérins électriques dans les avions de façon à gagner du poids et donc faire des économies de carburants.

La première contribution de ce travail est la mise en place d'un modèle simplifié basses fréquences. Pourquoi un modèle simplifié? A cause des contraintes industrielles (logiciels et temps réels) qui exigent de tels modèles de façon à pouvoir facilement les intégrer dans les logiciels utilisés par les industriels, dans le cas de SDI X'SPARE. Chose qui sera expliquée plus loin en détails. L'idée d'un modèle simplifié est basée sur l'idée suivante, un retard temporel est utilisé pour modéliser la dynamique des pressions. Ce retard se produit entre le moment de l'ouverture de l'électrovanne et le moment où la force agit sur le piston. Par conséquent, un double intégrateur avec entrée retardée est obtenue. Basée sur ce modèle, une commande qui repose sur la théorie de l'homogénéité [22, 23] a été proposée.

L'implémentation de cette commande conçue sous Matlab/Simulink au sein du laboratoire à l'aide d'une carte dSPACE 1103 et d'une plateforme expérimentale a permis d'obtenir les résultats voulus et atteindre l'objectif fixé. Cependant, une autre problématique s'est dressée devant nous lorsqu'il a fallu l'implémenter sur le logiciel X'SPARE. Etant donné que ce dernier est un logiciel développé en langage "C", la solution que l'on a proposé pour l'intégration de cette commande dans ce logiciel est de passer par l'outil génération de code de Matlab/Simulink. En effet, avec cette philosophie, l'intégration de la commande dans le code source de X'SPARE a été réalisée avec succès et les résultats obtenus sont tout à fait comparables à ceux du laboratoire.

La deuxième problématique qui a été traitée durant cette thèse diffère de la précédente, mais relève aussi du domaine de la mécatronique. Cette partie rentre dans le cadre du projet européen "FORTISSIMO" [24] sur une année avec des livrables chaque 3 mois. Ce dernier avait pour objectif principal l'intégration de la simulation dans les moyens d'essai sur un véhicule. Ce projet est donc orienté vers le domaine de l'automobile, car cela représente 80% des projets traités chez SDI. Le but étant de créer un environnement véhicule en simulation et de tester et d'exciter les différents organes de la chaîne de freinage en HIL (Hardware-in-the-loop) et en temps réel. Une attention particulière sera portée sur l'organe ABS qui est un système intelligent d'aide au freinage dans le cas de freinage d'urgence (coup de frein brusque). Il évite le blocage des roues et donc le glissement du véhicule ce qui réduit considérablement la distance de freinage.

Notre objectif était de tester ces organes sur un banc d'essai HIL modélisant une situation réaliste. Par la suite, il s'agissait de calculer la distance de freinage sous la réaction de l'ABS et de la comparer et de vérifier sa conformité par rapport à une norme internationale (SAE). Une partie de cet environnement existe déjà sous forme physique sur le banc tels que : la pédale de frein, le maître cylindre et le booster. Mais les autres parties (dynamique du châssis du véhicule, dynamique de la roue, etc.) vont être ajoutées sous forme virtuelle (par simulation) d'où le concept d'essai HIL. C'est pour cette raison qu'un modèle du véhicule capable de reproduire les dynamiques essentielles et l'environnement réel et adéquat est nécessaire. On a commencé par une recherche bibliographique sur le sujet et on a conclu qu'un modèle 1 ddl (degré de liberté) d'une masse avec un algorithme de sélection de types de routes (sèche, mouillée, etc.) sont suffisants pour réaliser ces tests. Ainsi sur la base de ce modèle, un observateur impulsionnel [21] a été conçu pour l'estimation du coefficient d'adhérence μ par conséquent le type de route. Cet estimateur sera testé avec les données réelles obtenues sur le banc de test HIL.

Le même obstacle que pour la commande du vérin a été rencontré quand il s'agissait d'intégrer ce modèle dans le logiciel X'SPARE pour effectuer les tests. Le problème a été résolu avec la même méthode à savoir la génération de code sous Matlab/Simulink sauf que la philosophie d'intégration diffère de la précédente, chose qui sera abordée en détails dans le dernier chapitre. Ce travail a permis de tester la chaîne de freinage sous différents paramétrages et types de routes et de valider les distances d'arrêts obtenues.

1.2 Contributions de la thèse

Les contributions que nous apportons dans ce mémoire sont scindées en deux parties selon la problématique :

Contribution à la commande de vérins pneumatiques :

1. Proposition d'un modèle simplifié du vérin pneumatique [23]
2. Proposition d'une loi de commande robuste basée sur la théorie de l'homogénéité pour le positionnement et le suivi de trajectoire d'un vérin pneumatique [22].
3. Intégration de la commande sur le logiciel X'SPARE de SDI à l'aide de l'outil de génération de code de Matlab/Simulink.

Contribution au test de l'ABS :

1. Choix d'un modèle véhicule (1 ddl d'une masse).
2. Proposition d'un observateur impulsionnel [21].
3. Réalisation d'un banc d'essai pour le système ABS [24].
4. Intégration du modèle du véhicule et l'algorithme de selection de types de routes dans le logiciel X'SPARE.

1.3 Organisation du mémoire

Ce mémoire est organisé en trois chapitres :

Dans le chapitre 2 on s'intéresse au développement d'une loi de commande robuste pour la commande d'un vérin pneumatique de type FESTO. Après des rappels sur la théorie de l'homogénéité et la transformation d'Artstein [2], un modèle simplifié du vérin pneumatique va être proposé [23] et confirmé par la méthode d'identification de Strejc [79]. Basée sur ce modèle deux commandes vont être développées avec une analyse de stabilité. Enfin, dans la partie expérimentale, ces commandes vont être testées en temps réel à l'aide d'une carte dSPACE 1103 et comparées avec des travaux similaires de la littérature [13, 64] en positionnement et en suivi de trajectoire.

Le troisième chapitre abordera les notions d'observabilité d'une façon générale et de l'observateur impulsionnel en particulier. Un modèle quart de véhicule sera présenté. Après simplification, un observateur impulsionnel sera développé sur la base de ce modèle pour l'estimation du coefficient d'adhésion des roues sur le sol et ainsi détecter le type de routes (sèche, mouillée, etc.)

Le dernier chapitre sera consacré à l'implementation des travaux réalisés dans les deux chapitres précédents au sein des ateliers de la société SDI et il sera scindé en deux parties. La premier partie consiste à implémenter et à intégrer la loi de commande du vérin sur le logiciel X'SPARE. Dans la deuxième partie, le modèle véhicule conçu sera utilisé pour tester les organes de la chaîne de freinage à l'aide du logiciel X'SPARE sur un banc d'essai HIL.

Chapitre 2

Commande en temps fini d'un vérin pneumatique

Introduction

Ce chapitre est consacré à la synthèse et le développement d'une loi de commande d'un vérin pneumatique. Une première partie est dédiée à un état de l'art sur la commande des systèmes pneumatiques en général et les vérins en particulier. Après des rappels théoriques sur les systèmes homogènes ayant un degré d'homogénéité négatif et la stabilité en temps fini qui sont la base des commandes développées, des détails seront donnés sur la maquette expérimentale et le matériel utilisé. Des tests de stabilisation et des comparaisons avec d'autres travaux vont être réalisés et vont être exposés dans la dernière partie de ce chapitre.

2.1 Un état de l'art sur les commandes des vérins pneumatiques

Les systèmes pneumatiques sont très répandus et ils sont présents dans un grand nombre d'applications industrielles. Ces actionneurs sont largement utilisés dans l'automatisation des chaînes de productions, dans la réalisation de bancs de tests (freinage, embrayages et boîtes de vitesses) et dans des applications plus générales telles que l'ouverture des portes et rideaux automatisés. Les vérins pneumatiques ont plusieurs avantages, citons à titre d'exemples :

- La facilité de maintenance et de manipulation.
- Leur faible coût et leur installation rapide.
- Un rapport puissance/poids élevé, comparé à d'autres actionneurs.

En revanche l'inconvénient principal réside dans la difficulté de les commander. Ce problème est dû essentiellement aux non linéarités provenant de la compressibilité de l'air, la dissymétrie des chambres de pression et les forces de frottement etc. Afin de contrer ces non linéarités des commandes non linéaires, robustes et "insensibles" aux perturbations doivent être développées.

Divers travaux et solutions ont été élaborés dans le but d'améliorer les performances et la robustesse des systèmes pneumatiques. On présentera en premier lieu les travaux les plus anciens suivis d'autres contributions classées par thème (réseaux de neurone, logique floue, commande adaptative, commande par modes glissants et/ou homogène).

Afin d'améliorer la caractéristique dynamique d'un servo moteur, les auteurs de [63] décrivent une approche basée sur des boucles imbriquées avec une stratégie d'apprentissage. Les résultats obtenus montrent une amélioration de la réponse en terme de dépassement et de temps de stabilisation.

Les auteurs de [36], ont développé une commande pour les systèmes servo-pneumatiques, qui prend en considération les paramètres inconnus et les éventuelles non linéarités. Cette commande assure une stabilité pratique en suivi de trajectoire.

Les auteurs de [35], ont proposé une stratégie de commande de positionnement remarquablement précise. Cette stratégie de commande à base d'un régulateur PID a été appliquée à un mécanisme de poussée destiné à l'emballage de produits de confiserie. Les deux critères exigés par le cahier des charges, à savoir, le positionnement et le temps de stabilisation ont été satisfaits en utilisant cette stratégie.

Au cours des dernières années, les réseaux de neurones et la logique floue ont été utilisés dans plusieurs domaines tels que la commande des machines et des robots. Ces commandes sont connues pour leur capacité d'apprentissage et leur approche pratique pour la commande des systèmes non linéaires c'est pourquoi beaucoup de scientifiques se sont donc penchés sur l'application de ces techniques aux systèmes pneumatiques en général et les vérins en particulier. Parmi ces travaux on peut citer les travaux de Qiang et al [72] où les auteurs présentent un algorithme de réseaux de neurones basé sur le filtre de Kalman étendu. L'avantage de cet algorithme réside dans le réglage adaptatif des paramètres.

Dans [81], un régulateur PID couplé à un algorithme adaptatif à base de réseaux de neurones a été développé pour la commande d'un bras manipulateur pneumatique. Sur la base du modèle d'un servo-système pneumatique obtenu par des tests entrée-sortie, Yamazaki et. al [91] ont développé une commande basée sur la logique floue afin de piloter un vérin avec précision. Cet algorithme dont les paramètres dépendent du vecteur d'état, estime en temps réel un modèle du vérin.

La commande adaptative a été largement utilisée dans le domaine du pneumatique. Pour plus de détails on invite le lecteur à consulter les articles [18], [39] et [82].

On finira cet état de l'art avec les travaux à base de commande par modes glissants.

Dans [62] une loi de commande robuste pour les actionneurs pneumatiques basée sur une approche par modes glissants a été proposée. En considérant une fonction de glissement souhaitée des états du système ($s(x) = 0$), qui peuvent être non linéaires ou variables dans le temps, déterminent une commande (ou entrée u) telle que ce mode de glissement se produit sur la surface de glissement. Ensuite, les performances souhaitées peuvent être obtenues par l'introduction d'une dynamique d'ordre réduit dans le régime de glissement. La stabilité du système a été démontrée par l'utilisation de la théorie de Lyapunov.

Dans [76], les auteurs ont introduit une approche de commande par mode glissant d'ordre un de positionnement d'un système pneumatique. L'objectif principal était de démontrer que le phénomène de chattering indésirable peut être évité tout en conservant la robustesse de la commande.

Les auteurs dans [13] ont développé deux algorithmes de commande pour un problème de positionnement et de suivi de trajectoires d'un système pneumatique. Dans les deux cas, une commande par modes glissants a été synthétisée une fois sur le système linéarisé et une autre sur le système non linéaire. Des tests expérimentaux ont été menés sur le vérin avec différentes charges le vérin étant monté en position verticale. Les résultats obtenus pour les tests de positionnement et de suivi de trajectoires montrent la robustesse de cette commande. Ce travail constitue une base de comparaison, on démontrera avec des tests expérimentaux que notre commande est plus robuste et précise.

Dans [73], une commande de position pour un vérin pneumatique linéaire basé sur la théorie de l'homogénéité à été proposée. Une analyse de stabilité a été donnée et des tests expérimentaux avec différentes charges ont été effectués pour montrer la précision et la robustesse de la commande.

Plus de travaux peuvent être consultés ici [64, 74, 83].

Les commandes citées précédemment se basent sur différents types de modélisations. Dans ce qui suit une modélisation des vérins pneumatiques sera donnée ainsi que le modèle retenu pour la synthèse de la commande ainsi que la justification d'un tel choix.

2.2 Modélisation des vérins pneumatiques

Un modèle de dimensions 4 est généralement utilisé pour l'analyse et la commande des vérins pneumatiques. Cependant, plus le modèle est précis, plus il est complexe ce qui rend difficile la conception et l'élaboration des lois de commande. Plusieurs approches ont été proposées pour la modélisation des vérins pneumatiques. Nous en développerons deux par la suite. La première méthode consiste à appliquer les principes physiques et aboutit à un modèle complexe. Une deuxième méthode consiste en une modélisation expérimentale du système via des méthodes connues telles que la méthode de Broïda et celle de Strejc [16, 79]. Cette deuxième approche est celle retenue pour la conception du modèle dédié à la synthèse de notre commande et dont les détails seront donnés dans ce qui suit.

2.2.1 Le modèle d'ordre quatre

Le modèle mathématique général d'ordre 4 (voir Figure 2.1) a été introduit dans [53] et repris par [13, 64, 73]. Le vecteur d'état est de dimension 4 avec y la position du piston, v la vitesse, P_1 et P_2 les pressions dans les deux compartiments du cylindre. Les équations dynamiques s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{y} = v \\ \dot{v} = M^{-1}(P_1 A_1 - P_2 A_2 + \Delta) \\ \dot{P}_1 = -\frac{k P_1 v}{L+y} + \frac{\Omega}{A_1} \left\{ \frac{1+\sigma(u)}{2} \frac{\gamma_{1b} P_s}{L+y} - \frac{1-\sigma(u)}{2} \frac{\gamma_{1e} P_1}{L+y} \right\} |u| \\ \dot{P}_2 = \frac{k P_2 v}{L-y} + \frac{\Omega}{A_2} \left\{ \frac{1-\sigma(u)}{2} \frac{\gamma_{2b} P_s}{L-y} - \frac{1+\sigma(u)}{2} \frac{\gamma_{2e} P_2}{L-y} \right\} |u|, \end{cases} \quad (2.1)$$

où $\Omega = k\sqrt{RkT}A_o/U$, $\sigma(u)$ désigne la fonction signe :

$$\begin{cases} \sigma(u) = +1 & \text{si } u > 0 \\ \sigma(u) = -1 & \text{si } u < 0 \\ \sigma(u) \in [-1, +1] & \text{si } u = 0. \end{cases}$$

A_o est la surface de l'orifice de l'électrovanne. La commande u représente la tension d'entrée de l'électrovanne tandis que U est la valeur de tension d'entrée maximale ($|u| \leq U$). P_s représente la pression d'alimentation. La perturbation inconnue Δ peut représenter une charge externe ou le poids quand le vérin est monté dans une position verticale. T est la température de l'air, supposée constante. Le coefficient de la chaleur

de l'air est k , tandis que R est la constante des gaz parfaits. $2L$ désigne la longueur totale du cylindre, quant à M il représente la masse de la charge et de la partie en mouvement (piston, charge etc.). Les fonctions γ_{1b} , γ_{2e} , γ_{1e} et γ_{2b} sont données par :

$$\gamma_{1b} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{P_1}{P_s}\right)^{\frac{k+1}{2k}} \sqrt{\left(\frac{P_1}{P_s}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1} & \text{si } \frac{P_1}{P_s} \geq 0.528 \\ 0.58 & \text{si } \frac{P_1}{P_s} < 0.528, \end{cases}$$

$$\gamma_{2e} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{k+1}{2k}} \sqrt{\left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1} & \text{si } \frac{P_a}{P_2} \geq 0.528 \\ 0.58 & \text{si } \frac{P_a}{P_2} < 0.528, \end{cases}$$

$$\gamma_{1e} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{P_a}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{2k}} \sqrt{\left(\frac{P_a}{P_1}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1} & \text{si } \frac{P_a}{P_1} \geq 0.528 \\ 0.58 & \text{si } \frac{P_a}{P_1} < 0.528, \end{cases}$$

$$\gamma_{2b} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{P_2}{P_s}\right)^{\frac{k+1}{2k}} \sqrt{\left(\frac{P_2}{P_s}\right)^{\frac{1-k}{k}} - 1} & \text{si } \frac{P_2}{P_s} \geq 0.528 \\ 0.58 & \text{si } \frac{P_2}{P_s} < 0.528. \end{cases}$$

P_a représente la pression atmosphérique.

Comme on peut le voir, ce modèle est complexe ce qui le rend difficilement exploitable tant du point de vue conception de lois de commande mais également pour l'implémentation temps réelles. C'est pour cette raison qu'un modèle simplifié est privilégié même s'il représente d'une manière très approximée la physique du système. Dans notre cas, le défaut de modélisation est compensé par la synthèse de commandes non linéaires robustes.

2.2.2 Modèle d'ordre deux

Il est bien connu depuis Broïda que l'introduction d'un retard temporel sur l'entrée permettrait de simplifier la modélisation des systèmes dynamiques [16, 79]. L'explication du retard vient de l'observation qu'il existe un temps de retard entre l'instant de l'ouverture de l'électrovanne et le début d'un déplacement du piston (moment d'établissement de la force qui agit sur le piston). Nous adopterons pour les deux commandes qui vont être testées sur le vérin un modèle d'ordre deux avec une entrée retardée à

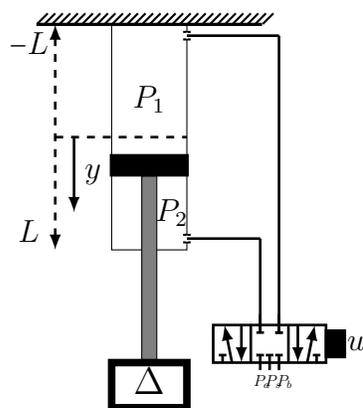


FIGURE 2.1 – Modèle d'ordre quatre.

basses fréquences. Des tests en boucle ouverte ont été réalisés afin de déterminer les paramètres de ce modèle.

Concernant la première commande (traité dans la section 2.3.2), ces tests ont permis de déterminer un intervalle pour le retard allant de 0.01 à 0.06 seconde comme le montre la Figure (2.2). Ensuite, les tests en boucle fermée ont permis de valider la valeur adéquate de ce retard, ce qui a été également retrouvé par la méthode d'identification de Strejc.

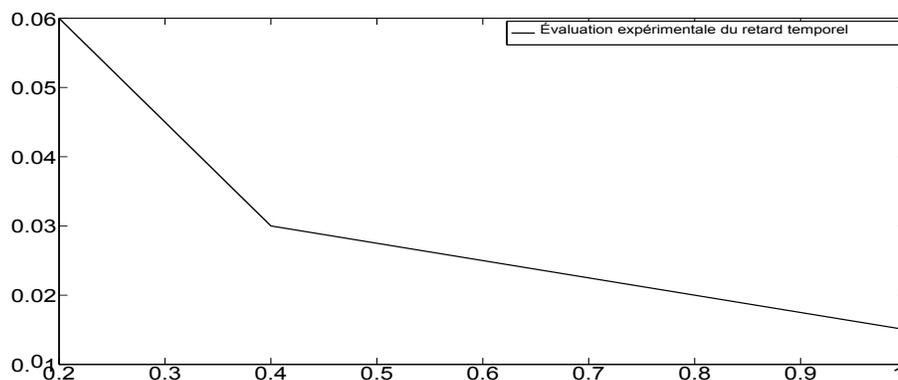


FIGURE 2.2 – Valeur du retard en (s) en fonction du pourcentage de l'ouverture de l'électrovanne.

En revanche, pour la deuxième commande (voir la sous section 2.3.3) la méthode d'identification de Strejc [79] a été utilisée dans le but d'évaluer précisément la valeur de ce retard en plus des paramètres du modèle (voir Figures 2.3 et 2.4). En effet, la Figure 2.3 montre les différentes réponses à un échelon tandis que la Figure 2.4 nous permet d'identifier les paramètres du modèle en appliquant la méthode de Strejc.

Pour tracer les lignes et déterminer les points : A, B, O et C de la Figure 2.4, on peut suivre les étapes suivantes :

- On trace la droite du régime permanent, qui coupe le prolongement de la valeur du point de repos en A.
- A cette droite, on trace la parallèle issue du point O, soit la fin du retard naturel.
- Enfin, on trace la perpendiculaire en A à l'axe des temps, elle coupe la réponse en B et la parallèle en C.

Le modèle de Strejc ainsi que les paramètres sont donnés par :

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{G'e^{-hs}}{s(1 + \tau s)^n};$$

$$n = 1; \quad \tau = 0.011 \text{ s}; \quad G' = 1300 \text{ mm/s}; \quad h = 0.02 \text{ s}.$$

La valeur de n qui représente l'ordre du modèle est déterminée par le rapport $\frac{AB}{AC}$, comme le montre le tableau suivant 2.1.

TABLE 2.1 – Détermination du paramètre n selon la méthode de Strejc

n	1	2	3	4	5
$\frac{AB}{AC}$	0.37	0.27	0.255	0.195	0.175

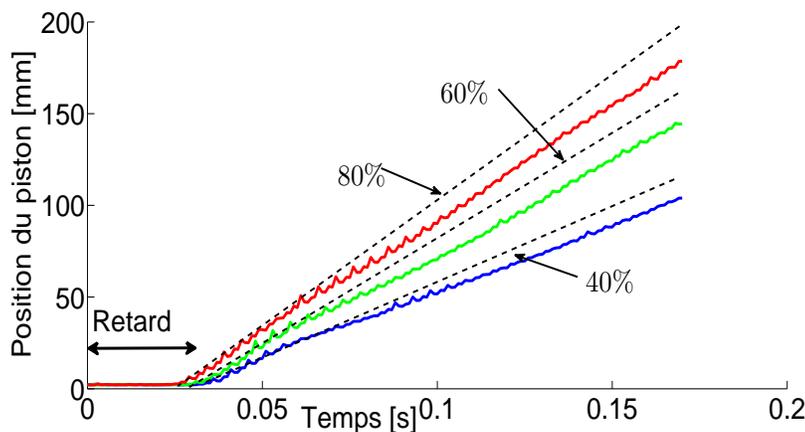


FIGURE 2.3 – Les réponses à un échelon pour différents pourcentages d'ouvertures de l'électrovanne.

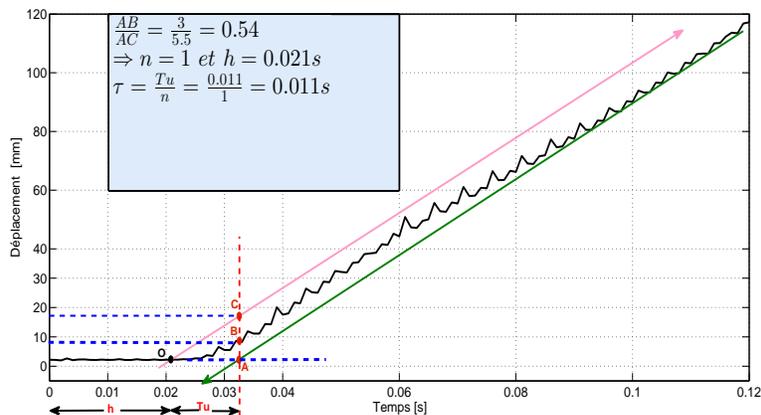


FIGURE 2.4 – Identification expérimentale par la méthode de Strejc [79].

Notons que la variable de Laplace est représentée par s tandis que $X(s)$ et $U(s)$ représentent respectivement la transformée de Laplace de la position du piston et l'entrée de commande.

Dans le domaine temporel, le modèle identifié est donné par :

$$\ddot{x} = -\frac{\dot{x}}{\tau} + \frac{G'}{\tau}u(t-h)$$

et sa représentation d'état est donnée par le modèle (2.2) avec $G = \frac{G'}{\tau}$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= Gu(t-h) + p. \end{aligned} \quad (2.2)$$

où p incorpore le terme $-\frac{\dot{x}}{\tau}$ ainsi que d'éventuelles perturbations.

Maintenant que le modèle est obtenu, la section suivante aura pour but de définir l'ensemble des outils théoriques nécessaires à la conception des lois de commande qui vont être détaillées par la suite.

2.3 Développement de commandes basées sur le concept de l'homogénéité

Avant de détailler la commande développée sur le vérin pneumatique, il est important de rappeler la définition de la stabilité en temps fini des systèmes homogènes ayant un degré d'homogénéité négatif. Un bref rappel sur la commande par modes glissants et la transformation d'Artstein [2] est aussi donné. Tous ces outils seront nécessaires pour l'élaboration de notre loi de commande.

2.3.1 Rappels théoriques (modes glissants, homogénéité et transformation d'Artstein)

Les modes glissants

Les modes glissants (sliding mode en anglais) ont été introduits pour la première fois dans le contexte de la commande des systèmes à relais avec l'article de G. Nikolskii [66]. Ensuite, durant les années 50 – 60, des recherches ont été menées sur le problème du contrôleur Bang-Bang tout en se basant sur les modes glissants [27, 41, 84]. Au fil des années, cette commande a pris une place importante et est devenue un outil incontournable pour les problèmes de commande complexes dans le milieu académique et industriel. Ces derniers ont adopté cette stratégie pour la simplicité de sa synthèse et son implementation sur divers systèmes et processus industriels et aussi pour sa précision et sa robustesse vis à vis des perturbations externes.

La synthèse d'une commande par modes glissant se fait en deux étapes :

- Une surface de glissement est tout d'abord déterminée de manière à satisfaire les exigences d'un cahier des charges. Le système évoluant sur cette surface permet de garantir les performances désirées.
- Une commande (continue ou discontinue) est ensuite synthétisée de manière à contraindre les trajectoires du système à atteindre en un temps fini et à rester sur cette surface malgré la présence d'une classe de perturbations inconnues mais bornées.

Cette première génération de modes glissants développée entre 1960 et 1990 dans l'ancienne Union Soviétique principalement dans [27] et [85], est appelée modes glissants classiques ou modes glissants d'ordre un. On peut résumer ces caractéristiques comme suit :

Avantages

- L'ordre du système est diminué de 1 sur la surface de glissement.
- La convergence en temps fini sur la surface.
- La robustesse vis à vis d'une certaine classe de perturbation lorsque le système évolue sur la surface de glissement.

Inconvénients

- Le phénomène de réticence ou chattering.
- La sensibilité au bruit de mesure.
- La sensibilité aux perturbations non matching [20].

Pour plus de détails sur cette théorie, voir Annexe A.

L'homogénéité et ses propriétés

Les systèmes homogènes ayant un degré d'homogénéité négatif, partagent avec les modes glissants la propriété de stabilisation en temps fini [9, 60, 68]. Commençons par donner un exemple élémentaire repris de [59]. Soit le système dynamique :

$$\dot{x} = -|x|^\alpha \operatorname{sign}(x), \quad x \in \mathbb{R}, \alpha \in]0, 1[. \quad (2.3)$$

Les solutions partant de x_0 à $t = 0$ sont données par :

$$x(t) = \begin{cases} \operatorname{sign}(x_0)(|x|^{1-\alpha} - t(1-\alpha))^{\frac{1}{1-\alpha}} & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{|x_0|^{1-\alpha}}{1-\alpha} \\ 0 & \text{si } t > \frac{|x_0|^{1-\alpha}}{1-\alpha} \end{cases} \quad (2.4)$$

Les solutions décroissent et finissent par être nulles à partir d'un temps fini dépendant de la condition initiale. Le système (2.3) est donc stable en temps fini.

D'une façon plus générale considérons le système :

$$\dot{x} = F(x), \quad (2.5)$$

où $F : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$ est un champ vectoriel continu sur un ouvert \mathcal{D} de \mathbb{R}^n et $F(0) = 0$.

Définition 2.3.1 [12] *L'origine de (2.5) est dite stable en temps fini si et seulement s'il existe un voisinage ouvert de l'origine $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{D}$ ainsi qu'une fonction $T(x_0) : \mathcal{N} \setminus \{0\} \rightarrow (0, \infty)$ telle que les conditions suivantes sont satisfaites :*

1. *Convergence en temps fini : Pour tout $x_0 \in \mathcal{N} \setminus \{0\}$, la solution $x(t; x_0)$ définie pour $t \in [0, T(x_0)]$ est telle que $x(t; x_0) \in \mathcal{N} \setminus \{0\} \forall t \in [0, T(x_0)]$ et $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} x(t, x_0) = 0$.*
2. *Stabilité au sens de Lyapunov : Pour tout voisinage ouvert \mathcal{U}_ϵ de 0, il existe un ouvert \mathcal{U}_δ de \mathcal{N} contenant 0, telle que pour tout $x \in \mathcal{U}_\delta \setminus \{0\}$, $x(t, x_0) \in \mathcal{U}_\epsilon \forall t \in [0, T(x_0)]$.*

L'origine est dite globalement stable en temps fini si elle est stable en temps fini avec $\mathcal{D} = \mathcal{N} = \mathbb{R}^n$.

Remarque 1 *Pour la notion de stabilité asymptotique, voir Annexe B.*

Le cadre mathématique permettant l'analyse de stabilité en temps fini se base sur la notion d'homogénéité. En effet, l'attractivité locale des systèmes homogènes avec un degré d'homogénéité négatif implique une stabilité en temps fini globale [7, 10]. La notion d'homogénéité a été introduite pour l'étude des propriétés de stabilité des systèmes non linéaires [45, 48, 94]. Depuis, elle a été utilisée dans diverses applications aux systèmes dynamiques et la commande non linéaire. Dans ce qui suit un bref rappel sur cette théorie est donné.

Commençons par définir quelques notions de l'homogénéité pondérée (*Weighted homogeneity* en anglais), les fonctions homogènes et les champs de vecteurs homogènes.

Soit $r = (r_1, \dots, r_n)$ un n -uplet de nombres réels positifs appelé *poinds généralisés*. Alors $\Lambda_r x = (\dots, \lambda^{r_i} x_i, \dots)$ pour tout nombre positif λ représente une application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^n $x \mapsto \Lambda_r x$ souvent appelée une *dilatation* (voir [45]).

Définition 2.3.2 *une fonction $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est r -homogène de degré $\kappa \in \mathbb{R}$ si pour tout $x \in \mathbb{R}^n$ et tout $\lambda > 0$ on a $h(\Lambda_r x) = \lambda^\kappa h(x)$*

Définition 2.3.3 *Le champ de vecteur $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ est r -homogène de degré κ si $\forall x \in \mathbb{R}^n$ et $\forall \lambda > 0$ on a $F(\Lambda_r x) = \lambda^\kappa \Lambda_r F(x)$, ou de façon équivalente, si les fonctions de coordonnées F_i sont r -homogènes de degré $\kappa + r_i$. Quand une telle propriété est vérifiée, le système non linéaire (2.5) est dit r -homogène de degré κ .*

Proposition 2.3.1 *Un système linéaire $\dot{x} = Ax$ est homogène de degré 1.*

Exemple 2.3.1 *Considérons le système $F_1(x)$ suivant :*

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \end{aligned} \quad \text{avec } F_1(\lambda x_1, \lambda x_2) = \begin{bmatrix} \lambda x_2 \\ -\lambda x_1 \end{bmatrix} = \lambda F_1(x).$$

Dans le cas des systèmes non linéaires, on peut retrouver le même poinds d'homogénéité, sur l'exemple suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2^3 + x_1^3 \\ \dot{x}_2 &= -x_1^3 \end{aligned} \quad \text{avec } F_2(\lambda x_1, \lambda x_2) = \begin{bmatrix} \lambda^3 x_2^3 + \lambda^3 x_1^3 \\ -\lambda^3 x_1^3 \end{bmatrix} = \lambda^3 F_2(x),$$

où chaque terme a le même poids.

Cependant, si on utilise le même poids pour caractériser le système :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2^3 + x_1 \\ \dot{x}_2 &= u,\end{aligned}\tag{2.6}$$

x_2^3 a un ordre plus élevé que x_1 , et donc le système n'est pas homogène.

Avec la notion précédente de poids généralisés, le choix de $r_1 = 1$, $r_2 = 1/3$ pour le système (2.6) nous conduit à

$$f_1(\lambda^{r_1}x_1, \lambda^{r_2}x_2) = (\lambda^{1/3}x_2)^3 + \lambda^1x_1 = \lambda(x_2^3 + x_1).$$

Cette relation nous indique que du point de vue homogène, x_2^3 a le même ordre que x_1 .

Définition 2.3.4 Un système de la forme (2.5) avec F étant continue et Λ_r -homogène de degré κ par rapport à la dilatation Λ_r et $F(0) = 0$, est appelé un système Λ_r -homogène de degré κ .

La stabilité en temps fini des systèmes homogènes de degré négatif est donnée par le théorème suivant :

Théorème 2.3.5 [10] Soit $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ un champs de vecteur continu et r -homogène de degré $\kappa < 0$. Si l'origine est localement asymptotiquement stable, alors elle est globalement stable en temps fini.

Ce théorème sera utilisé par la suite dans la démonstration de stabilité de notre commande.

La transformation d'Artstein et la réduction de modèle

On considère ici des systèmes linéaires avec un retard constant sur l'entrée :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_0u(t) + B_1u(t - \tau).\tag{2.7}$$

La solution est définie pour $t > 0$ si les conditions initiales $(x_0, u_0(\theta))$ sont donnés pour $\theta \in [-\tau, 0]$ et $u_0(\theta)$ est une fonction sommable sur $[-\tau, 0]$.

L'idée originale qui a été introduite dans les années 80 par Artstein [2] était de transformer un système avec une entrée retardée en un système équivalent sans retard. Il démontre dans ces travaux que la plupart des problèmes de stabilisation, de commandabilité et d'optimisation des systèmes à entrée retardée peuvent être résolus à

l'aide de cet outil en considérant un principe de réduction.

Cette transformation est donnée par la définition d'un changement de variable :

$$z(t) = x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A(\theta+\tau)} B_1 u(t+\theta) d\theta. \quad (2.8)$$

L'application de (2.8) donne le système sans retard suivant :

$$\dot{z} = Az(t) + (B_0 + e^{-A\tau} B_1)u(t).$$

Avec un exemple élémentaire l'auteur dans [2] met en évidence cet outil et la méthodologie qui permet de transformer un système avec une entrée retardée à un système sans retard.

Exemple 2.3.2 *On considère l'oscillateur harmonique $\ddot{\xi} + \kappa^2 \xi = u(t) + u(t-h)$ avec une entrée de commande retardée et $\kappa^2 > 0$. Le système peut être réécrit sous la forme :*

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\kappa^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t-h). \quad (2.9)$$

On définit

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \int_{t-h}^t \begin{bmatrix} \kappa^{-1} \sin \kappa(t-h-s) \\ \cos \kappa(t-h-s) \end{bmatrix} u(s) ds.$$

Le système $x(t) = (x_1(t), x_2(t))'$ est la solution de (2.9) si et seulement si $y(t) = (y_1(t), y_2(t))'$ est la solution de

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\kappa^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \kappa h \\ 1 + \cos \kappa h \end{bmatrix} u(t).$$

Après ces rappels théoriques, les deux commandes proposées vont être détaillées.

2.3.2 La première commande proposée

Dans cette section le modèle d'ordre deux avec une entrée retardée (2.2) proposé dans la section 2.2 est utilisé dans le but de développer une commande homogène robuste sur le vérin pneumatique. Ce modèle a été obtenu par l'utilisation de la méthode de Strejc [79]. Cette commande homogène est synthétisée à l'aide de la transformation d'Artstein qui permet d'enlever le retard sur l'entrée.

La stratégie de commande élaborée est basée sur le concept de l'homogénéité dont la théorie a été abordée précédemment. Ce type de commande qui se situe entre une

commande linéaire et les modes glissants (voir les sous sections 2.3.2 et 2.3.3), a été utilisé dans le contexte de la commande des vérins pneumatiques dans [73]. La commande dans [73] se base sur le modèle d'ordre quatre et exige l'estimation de la dérivée seconde de la sortie qui représente un handicap car, on sait que, plus l'ordre de la dérivée est élevé plus l'estimation de la dérivée est sensible au bruit. Ce qui ne pose pas de problème dans notre cas puisqu'on n'utilise que l'estimation de la première dérivée.

Sur la base du modèle proposé (2.2), une commande robuste est proposée et l'analyse de stabilité est donnée. Rappelons sa représentation d'état :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= Gu(t-h) + p,\end{aligned}\tag{2.10}$$

où x_1 et x_2 représentent la position du piston et sa vitesse respectivement. Le retard est noté h tandis que les forces de frottement et la force de gravité sont données par p . G représente le gain statique.

Comme nous l'avons discuté précédemment dans la sous section 2.2.2, le retard h est supposé appartenir à l'intervalle $\{0; 0.02; 0.04; 0.06\}$ seconde, d'où l'hypothèse suivante :

Hypothèse 1 *La valeur du retard $h \geq 0$ est supposée constante et bornée.*

Synthèse de la commande et analyse de stabilité

La transformation d'Artstein [2] appliquée à (2.10) donne :

$$\begin{aligned}z_1 &= \frac{1}{D} \left(x_1 + hx_2 + G \int_{t-h}^t (t-\tau)u(\tau)d\tau \right) \\ z_2 &= \frac{1}{D} \left(x_2 + G \int_{t-h}^t u(\tau)d\tau \right),\end{aligned}\tag{2.11}$$

où D est introduit dans le but d'assurer que $|z|$ ($z = [z_1, z_2]^T$) reste dans le cercle unité pour des valeurs admissibles de x_1 et x_2 , en d'autres termes, pour normaliser le modèle. En effet, la commande s'appuie sur les puissances en z qui appartient à l'intervalle $(0, 1)$. En normalisant le vecteur d'état, cela assure l'utilisation des inégalités de type $\sqrt{|z_1|} > |z_1|$ si $|z_1| < 1$ ce qui n'est pas vrai si $|z_1| > 1$. En dérivant (2.11) et en utilisant (2.10) on a le système sans retard suivant :

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 + \frac{hp}{D}, \\ \dot{z}_2 &= \frac{G}{D}u(t) + \frac{p}{D}.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Dans ce qui suit, la notation suivante est utilisée (voir [7, 10, 59]) :

$$[\xi]^\alpha = \text{sign}(\xi)|\xi|^\alpha, \quad \xi \in \mathbb{R}, \alpha > 0,$$

où $|\cdot|$ est la norme Euclidienne et correspond à la valeur absolue pour des entrées scalaires. Il est à noter que les règles de dérivations suivantes sont utilisées :

$$\frac{d[\xi]^\beta}{d\xi} = \beta|\xi|^{\beta-1} \text{ et } \frac{d|\xi|^\beta}{d\xi} = \beta[\xi]^{\beta-1}, \quad \forall \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Remarque 2 Pour $\beta \geq 1$ cette dérivée existe partout, mais elle n'est pas définie en $\xi = 0$ pour $0 \leq \beta < 1$.

La loi de commande appliquée est inspirée de [6, 10, 41, 45, 48, 27, 28] et elle est donnée par :

$$u = -k_1[\dot{z}_1]^\alpha - k_2 \left[z_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} [\dot{z}_1]^{2-\alpha} \right]^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}, \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (2.13)$$

En se référant à [11], on obtient le système en boucle fermée suivant :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + hp' \\ \dot{z}_2 &= -K_1[z_2 + hp']^\alpha - K_2 \left[z_1 + K_3[z_2 + hp']^{2-\alpha} \right]^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} + p', \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec $K_1 = \frac{1}{D}Gk_1$, $K_2 = \frac{1}{D}Gk_2$, $K_3 = \frac{k_3}{2-\alpha}$ et $p' = \frac{p}{D}$ où k_1 , k_2 et k_3 sont des constantes positives.

La commande (2.13) avec $\alpha \in [0, 1]$ assure une stabilisation en temps fini de (2.14) avec $p' = 0$. Cette affirmation est démontrée dans les propositions 2.3.2 et 2.3.3.

En particulier, avec $\alpha = 0$ le système (2.14) est sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + hp' \\ \dot{z}_2 &= -K_1 \text{sign}(z_2 + hp') - K_2 \text{sign}(z_1 + K_3[z_2 + hp']^2) + p', \end{aligned} \quad (2.15)$$

qui est un système à modes glissants d'ordre deux standard avec une perturbation non "matching" hp' .

L'analyse de stabilité est menée en deux temps. L'analyse du système non perturbé i.e. ($p' = 0$) est abordée en première partie, tandis que la deuxième est consacrée au système perturbé.

Stabilité du système non perturbé

Le système (2.14) avec $p' = 0$ devient

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -K_1|z_2|^\alpha - K_2 \left[z_1 + K_3|z_2|^{2-\alpha} \right]^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}.\end{aligned}\quad (2.16)$$

Proposition 2.3.2 *Le système (2.16) est stable en temps fini. Par conséquent, $x_1 = x_2 = 0$ est un point d'équilibre stable en temps fini.*

Preuve. Considérons la fonction de Lyapunov

$$V = K_1 \frac{2-\alpha}{2} \left| z_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |z_2|^{2-\alpha} \right|^{\frac{2}{2-\alpha}} + \frac{\gamma}{2} z_2^2 \quad (2.17)$$

où γ est une constante positive, choisie telle que $K_1(1 - K_1 k_3) = \gamma K_2$. La dérivée de (2.17) est donnée par :

$$\dot{V} = -K_1 K_2 k_3 |z_2|^{1-\alpha} \left| z_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |z_2|^{2-\alpha} \right|^{\frac{2\alpha}{2-\alpha}} - \gamma K_1 |z_2|^{1+\alpha}.$$

Notons que \dot{V} est semi-définie négative. Alors par le théorème de LaSalle (voir Annexe B pour plus de détails), $(z_1, z_2) = (0, 0)$ est un point d'équilibre asymptotiquement stable et par conséquent, $(x_1, x_2) = (0, 0)$ selon (2.11). Donc, d'après le théorème 2.3.5, (2.16) est stable en temps fini. \square

Stabilité du système perturbé

Considérons maintenant, le système perturbé (2.14) avec, $y_1 = z_1$, $y_2 = \dot{z}_1$ et $y = [y_1 \ y_2]^T$. Il peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -K_1|y_2|^\alpha - K_2 \left[y_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} \right]^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} + p'.\end{aligned}\quad (2.18)$$

Hypothèse 2 *On suppose que la perturbation p' est bornée et constante. Il existe une constante positive \bar{p} telle que $|p'| < \bar{p}$.*

La stabilité du système perturbé est donné par :

Proposition 2.3.3 *Supposons que les hypothèses 1 et 2 sont vérifiées. Soit*

$$\theta_1 = \max \left(\frac{2k_3}{2-\alpha} \left[\frac{(K_1k_3 + \gamma)\bar{p}}{\gamma K_1} \right]^{\frac{2-\alpha}{1+\alpha}}, 2 \left(\frac{2\bar{p}}{K_2} \right)^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}, 2 \left[\frac{(1-K_1k_3)\bar{p}}{4K_1K_2k_3} \right]^{\frac{2-\alpha}{\alpha}} \right) \quad (2.19)$$

$$\theta_2 = \max \left(\frac{k_3}{2-\alpha} \left[\frac{(K_1k_3 + \gamma)\bar{p}}{\gamma K_1} \right]^{\frac{2-\alpha}{1+\alpha}}, 2 \left(\frac{2\bar{p}}{K_2} \right)^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}, 2 \left[\frac{(1-K_1k_3)\bar{p}}{4K_1K_2k_3} \right]^{\frac{2-\alpha}{\alpha}} \right) \quad (2.20)$$

avec $\gamma = \frac{K_1(1-K_1k_3)}{K_2}$ et $\alpha \in (0, 1)$.

On suppose que \bar{p} est suffisamment petit telle que $\theta_1 < 1$ et $\theta_2 < 1$. Alors la boule

$$\mathbb{B} = \{(y_1, y_2); |y_1| \leq \theta_1, |y_2| \leq \theta_2\}$$

est attractive pour toute trajectoire de (2.18) initialisée dans l'ensemble compact

$$\mathbb{B}_0 = \left\{ (y_1, y_2); |y_1| \leq 1, |y_2| \leq 1, |y_1| + \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} \leq 1 \right\}.$$

Preuve. Soit la fonction de Lyapunov :

$$V = K_1 \frac{2-\alpha}{2} \left| y_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} \right|^{\frac{2}{2-\alpha}} + \frac{\gamma}{2} y_2^2 \quad (2.21)$$

où γ est donné par $K_1(1-K_1k_3) = \gamma K_2$.

La dérivée de V est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -K_1 \left| y_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} \right|^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} k_3 |y_2|^{1-\alpha} \times \left\{ K_2 \left| y_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} \right|^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\} \\ & - \gamma |y_2| [K_1 |y_2|^\alpha - \bar{p}]. \end{aligned}$$

On définit $a = \left| y_1 + \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} \right|$ et on considère les cas suivants :

– On choisi une constante positive θ_1 et on suppose que $|y_1| > \theta_1$, deux cas se présentent alors :

– si $a < \frac{\theta_1}{2}$: Notons premièrement que $\theta_1 - \frac{k_3}{2-\alpha} |y_2|^{2-\alpha} < \frac{\theta_1}{2}$. Ceci assure que $|y_2| > \left(\frac{2-\alpha}{k_3} \frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{1}{2-\alpha}}$.

Alors les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq K_1 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} k_3 |y_2|^{1-\alpha} \bar{p} - \gamma K_1 |y_2|^{1+\alpha} + \gamma |y_2| \bar{p} \\ & \leq -\gamma K_1 |y_2|^{1+\alpha} + \left[K_1 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} k_3 + \gamma \right] \bar{p} \\ & \leq -\gamma K_1 \left(\frac{2-\alpha}{k_3} \frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}} + [K_1 k_3 + \gamma] \bar{p} \end{aligned}$$

sont vérifiées et la condition :

$$\theta_1 > \frac{2k_3}{2-\alpha} \left[\frac{(K_1k_3 + \gamma)\bar{p}}{\gamma K_1} \right]^{\frac{2-\alpha}{1+\alpha}}$$

assure $\dot{V} < 0$.

– si $a > \frac{\theta_1}{2}$: alors on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -K_1 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \left[k_3 |y_2|^{1-\alpha} \left\{ K_2 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\} \right] - \gamma |y_2| [K_1 |y_2|^\alpha - \bar{p}]. \\ &= -|y_2|^{1-\alpha} \left(\gamma K_1 (|y_2|^\alpha)^2 - \gamma \bar{p} |y_2|^\alpha + K_1 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} k_3 \left\{ K_2 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\} \right). \end{aligned}$$

Notons que l'on a un polynôme d'ordre deux en la variable $|y_2|^\alpha$. Ce polynôme a un signe défini (positif) si ces paramètres vérifient les conditions suivantes :

1. $K_2 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} > 2\bar{p}$ et
2. $(\gamma\bar{p})^2 < 4\gamma K_1^2 k_3 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \left\{ K_2 \left(\frac{\theta_1}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\}$.

Ces conditions nous mènent aux inégalités suivantes figurant dans l'énoncé de la proposition :

1. $\theta_1 > 2 \left(\frac{2\bar{p}}{K_2} \right)^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}$ et
2. $\theta_1 > 2 \left[\frac{(1 - K_1 k_3)\bar{p}}{4K_1 K_2 k_3} \right]^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}$.

En plus, \dot{V} peut être nul si $y_2 = 0$. Ce n'est pas possible quand $|y_1| > \left(\frac{\bar{p}}{K_2} \right)^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}$ selon (2.18).

– On choisi une constante positive θ_2 et on suppose que $|y_2|^{2-\alpha} > \frac{2-\alpha}{k_3} \theta_2$. Deux cas se présentent :

– si $a < \frac{\theta_2}{2}$: Notons premièrement que puisque $\theta_2 - |y_1| < \frac{\theta_2}{2}$ alors $|y_1| > \frac{\theta_2}{2}$. Les inégalités suivantes

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq K_1 \frac{\theta_2}{2} k_3 |y_2|^{1-\alpha} \bar{p} - \gamma K_1 |y_2|^{1+\alpha} + \gamma |y_2| \bar{p} \\ &\leq -\gamma K_1 |y_2|^{1+\alpha} + \left[K_1 \frac{\theta_2}{2} k_3 + \gamma \right] \bar{p} \\ &\leq -\gamma K_1 \left(\frac{2-\alpha}{k_3} \theta_2 \right)^{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}} + [K_1 k_3 + \gamma] \bar{p} \end{aligned}$$

sont vérifiés tant que

$$\theta_2 > \frac{k_3}{2-\alpha} \left[\frac{(K_1 k_3 + \gamma) \bar{p}}{\gamma K_1} \right]^{\frac{2-\alpha}{1+\alpha}}$$

– si $a > \frac{\theta_2}{2}$: alors on a

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -K_1 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \left[k_3 |y_2|^{1-\alpha} \left\{ K_2 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\} \right] - \gamma K_1 |y_2|^{\alpha+1} + \gamma \bar{p} |y_2| \\ &= -|y_2|^{1-\alpha} \left(\gamma K_1 (|y_2|^\alpha)^2 - \gamma \bar{p} |y_2|^\alpha + K_1 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} k_3 \left\{ K_2 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\} \right). \end{aligned}$$

Notons que l'on a un polynôme d'ordre deux en $|y_2|^\alpha$. Le polynôme a un signe définie (positif) si ces paramètres satisfassent les conditions :

1. $K_2 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} > 2\bar{p}$ and
2. $(\gamma \bar{p})^2 < 4\gamma K_1^2 k_3 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \left\{ K_2 \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - \bar{p} \right\}$.

Ces conditions nous mènent aux inégalités suivantes figurant dans l'énoncé de la proposition :

1. $\theta_2 > 2 \left(\frac{2\bar{p}}{K_2} \right)^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}$ et

2. $\theta_2 > 2 \left[\frac{(1 - K_1 k_3) \bar{p}}{4K_1 K_2 k_3} \right]^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}$

□

Finalement, selon la proposition 2.3.3, les trajectoires (2.14) convergent à l'intérieur de la boule

$$\mathbb{B}_1 = \{(z_1, z_2), |z_1| \leq \theta_1, |z_2| \leq \theta_2 + hp'\}.$$

Le schéma bloc du système en boucle fermée est donné en Figure 2.5.

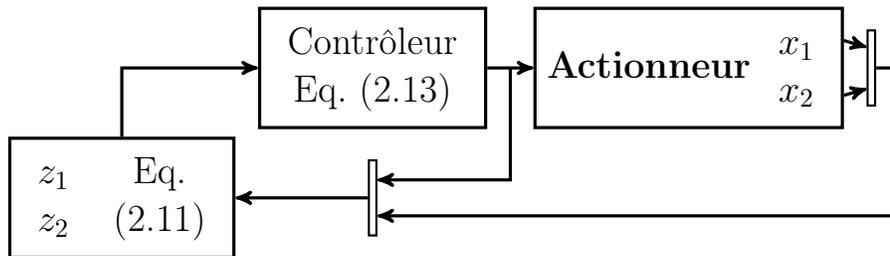


FIGURE 2.5 – Schéma bloc du système en boucle fermée

2.3.3 La deuxième commande proposée

Avec le même modèle (2.2), on procède à l'élaboration de la deuxième commande ainsi que l'analyse de la stabilité.

Synthèse de la commande et étude de la stabilité

La loi de commande proposée cette fois-ci est sous une forme plus simple comparée à la première commande et on verra plus loin que l'analyse de la stabilité est également plus facile. Cette commande est donnée par :

$$u = -k_1[z_1]^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - k_2[z_2]^\alpha, \quad \alpha \in [0, 1], \quad (2.22)$$

et conduit au système en boucle fermée suivant :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + hp', \\ \dot{z}_2 &= -K_1[z_1]^a - K_2[z_2]^b + p'. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Avec k_1 et k_2 des constantes positives. On note $K_1 = \frac{1}{D}Gk_1$, $K_2 = \frac{1}{D}Gk_2$, $p' = \frac{p}{D}$, $a = \frac{\alpha}{2-\alpha}$ et $b = \alpha$. Il est important de souligner qu'avec $\alpha = 0$ un mode glissant d'ordre deux est obtenu, alors que $\alpha = 1$ conduit à un contrôleur linéaire proportionnel dérivé (voir section 2.3).

Stabilité du système non perturbé

Avec $y_1 = z_1$, $y_2 = \dot{z}_1$ et $y = [y_1 \ y_2]^T$, le système (2.23) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2; \\ \dot{y}_2 &= -K_1|y_1|^a - K_2|y_2 - hp'|^b + p'. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Proposition 2.3.4 *Le système (2.23) converge vers zéro en temps fini pour $p' = 0$.*

Preuve. La dérivée de la fonction de Lyapunov (voir [10]) $V = \frac{K_1}{1+a}|y_1|^{1+a} + \frac{1}{2}y_2^2$ est donnée par $\dot{V} = -K_2|y_2|^{b+1} \leq 0$. \dot{V} étant semi définie négative, l'application du principe d'invariance de LaSalle permet donc de conclure sur la stabilité asymptotique du point d'équilibre $y_1 = y_2 = 0$. Par conséquent, les variables z_1 , z_2 et u convergent vers zéro, donc x_1 et x_2 convergent aussi vers zéro asymptotiquement d'après (2.11). D'après le

théorème 2.3.5, (2.24) est stable en temps fini.

□

Stabilité du système perturbé

Pour des valeurs constantes et non nulles de p' , l'attractivité du point d'équilibre $z = y = 0$ est perdue. Cependant, on a le résultat suivant :

Proposition 2.3.5 *La boule centrée en $y = 0$ de rayon*

$$\rho = \max \left\{ \frac{K_2(2hp')^2 + (hp')^2 + p'}{K_1} + \frac{1 + K_1}{K_1} \left(hp'(2hp')^b + \frac{hp'^2}{K_2} \right) + (hp')^2; \right. \\ \left. + \frac{K_2}{K_1} + \frac{1}{K_1} \left((1 + K_1)h + 1 + \frac{1 + K_1}{K_2} \right) p' \right\} \quad (2.25)$$

est attractive pour toute trajectoire de (2.23) initialisée dans la boule centrée en zéro et de rayon $1 - hp'$.

Preuve. Soit la fonction de Lyapunov $V = \frac{K_1}{1+q}|y_1|^{1+a} + \frac{1}{2}y_2^2 + \gamma y_1 y_2$ qui est définie positive quand $\gamma^2 < K_1$. Sa dérivée est donnée par $\dot{V} = -K_2 y_2 [y_2 - hp']^b - \gamma K_1 |y_1|^{1+a} + \gamma y_2^2 + y_2 p' - \gamma K_2 y_1 [y_2 - hp']^b + \gamma p' y_1$. Deux cas sont considérés.

Cas 1 : if $|y_2| > hp'$ alors \dot{V} peut être borné par $\dot{V} \leq -\gamma K_1 y_1^2 - (K_2 - \gamma) y_2^2 + K_2 hp' |y_2| + \gamma K_2 |y_1| + |y_2| p' + \gamma p' |y_1|$. Puisque $|y|^2 + hp' < 1$ and $|y_2| < 1$ et avec le choix de $\gamma = \frac{K_2}{1+K_1}$, on obtient $\dot{V} \leq -\frac{K_1 K_2}{K_1+1} |y|^2 + hp' K_2 + \frac{K_2^2}{K_1+1} + \frac{K_2}{1+K_1} p' + p'$ conduit au second terme dans (2.25).

Cas 2 : si $|y_2| < hp'$ alors, borner $|y_2|$ par hp' dans \dot{V} nous donne $\dot{V} < -\frac{K_1 K_2}{1+K_1} y_1^2 + K_2 hp' (2hp')^b + (hp')^2 \frac{K_2}{1+K_1} + \frac{K_2^2}{1+K_1} (2hp')^b + hp'^2 + \frac{K_2}{1+K_1} p'$ à partir de laquelle on déduit le premier terme de (2.25). □

Remarque 3 *Puisque l'inégalité $|y|^2 < \rho$ est satisfaite asymptotiquement, alors $|z|^2 < \rho + 2hp'(\sqrt{\rho} + hp') = \rho_2$ et $|u| < 2k\rho_2^{\frac{c}{2}}$ sont aussi satisfaites asymptotiquement, avec $k = \max\{k_1, k_2\}$ et $c = \inf\{a, b\}$. Donc, on obtient $|x|^2 < \rho_3$ asymptotiquement, avec $\rho_3 = (D\sqrt{\rho_2}(1+h) + 2Gh(1+h)k\rho_2^{\frac{c}{2}})^2 + (D\sqrt{\rho_2} + 2Ghk\rho_2^{\frac{c}{2}})^2$.*

Commande de suivi de trajectoires

Considérons une trajectoire de référence $r(t)$ deux fois différentiables et introduisons les erreurs :

$$e_1 = x_1 - r(t-h), \quad e_2 = x_2 - \dot{r}(t-h) \quad (2.26)$$

où $r(t)$ et $\dot{r}(t)$ sont retardés de h . La dynamique de l'erreur s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= Gu(t-h) - \ddot{r}(t-h) + p. \end{aligned} \quad (2.27)$$

En appliquant la transformation d'Artstein :

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{D} \left(e_1 + he_2 + \int_{t-h}^t (t-\tau)[MGu(\tau) - \ddot{r}(\tau)]d\tau \right) \\ w_2 &= \frac{1}{D} \left(e_2 + \int_{t-h}^t [Gu(\tau) - \ddot{r}(\tau)]d\tau \right), \end{aligned}$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= w_2 + hp' \\ \dot{w}_2 &= Gu(t) - \ddot{r}(t) + p'. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Basée sur (2.28), la loi de commande (2.22) donne :

$$u = \ddot{r}(t) - k_1[w_1]^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} - k_2[w_2]^\alpha, \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (2.29)$$

La stabilité du système (2.28) et (2.29) peut être prouvée par un développement similaire à celui de la proposition 2.3.5.

2.4 Résultats Expérimentaux

Les commandes décrites précédemment ont été testées en temps réel sur un banc d'essai. Nous présentons par la suite une brève description de ce banc.

2.4.1 Description du banc d'essai

Dans cette partie, une description du système et des éléments le constituant sera donnée. L'ensemble comprend les composants suivants (voir Figures 2.6, 2.7, 2.8 et 2.9) :

1. Un vérin pneumatique de type Festo (DNCI-32-200-P-A-MU) qui est montré sur la Figure 2.7.
2. Sur la Figure 2.8, on peut voir une électrovanne de commande proportionnelle de type Festo (MPYE-5-1-1/8-LF-010-B).
3. La Figure 2.9 montre un compresseur d'air ayant un débit de 17 litres/min.

4. Une carte dSPACE 1103 (voir la Figure 2.10).

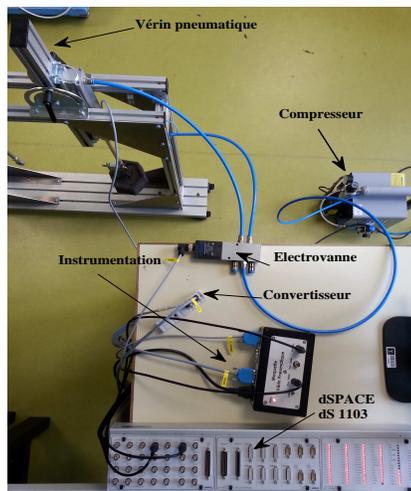


FIGURE 2.6 – Maquette expérimentale.

Le vérin pneumatique DNCI-32-200-P-A-MU (Figure 2.7) à un piston d'un diamètre de 32 mm et une course de 200 mm et il peut supporter une charge de 15 kg en position verticale.

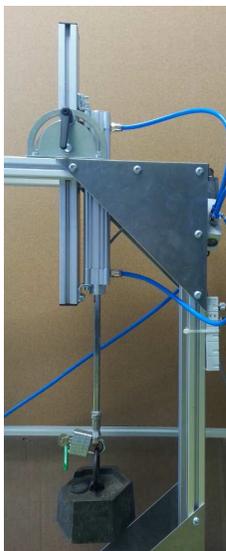


FIGURE 2.7 – Le vérin pneumatique avec une charge de 5 kg.



FIGURE 2.8 – Electrovanne proportionnelle MPYE.



FIGURE 2.9 – Le compresseur d'air

La carte dSPACE est utilisée pour récupérer l'information des différents capteurs afin de générer le signal de commande déjà programmé sous Matlab/Simulink. Du panneau de connexion (Figure 2.10), un canal digital/analogique (DACH) est utilisé pour envoyer le signal de commande vers l'électrovanne. Le canal analogique/digital (ADCH) récupère la position du vérin pneumatique à l'aide du capteur intégré.

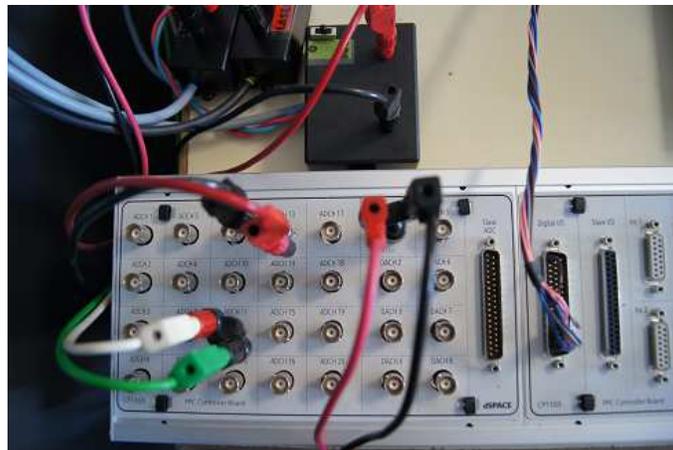


FIGURE 2.10 – Interface de connexion dSPACE.

Matlab/Simulink est utilisé pour la programmation et la simulation de l'algorithme de commande du vérin ceux-ci seront détaillées au chapitre 3. La librairie Real-Time

Workshop de Matlab nous donne la possibilité d'implémenter le programme Simulink directement sur la carte dSPACE. Le programme est tout d'abord converti en code C, ensuite compilé pour être à la fin utilisé par un processeur indépendant de la dSPACE qui fonctionne en temps réel. De plus, Control Desk est utilisé pour créer une interface entre le programme en exécution sur la dSPACE et le PC qui nous permet de modifier les paramètres de simulation pour l'acquisition des données en temps réel.

Maintenant que le banc d'essai a été présenté en détail, les résultats des commandes vont être donnés.

2.4.2 Analyse numérique

Estimation de la dérivée

L'implémentation de la loi de commande nécessite l'estimation de la vitesse du piston qui n'est pas directement mesurable. L'estimateur que nous allons utiliser est celui de [73]. Il a été introduit pour la première fois dans [56]. On suppose donc que le signal de position délivré par le capteur est différentiable et peut être approximé localement par un développement de Taylor du premier ordre $x_1(t-s) \simeq x_1(t) - \dot{x}_1(t)s$. Désignons par $\tilde{x}_1(t)$ et $\dot{\tilde{x}}_1(t)$ les estimés de $x_1(t)$ et $\dot{x}_1(t)$ respectivement, nous pouvons donc écrire :

$$x_1(t-s) = \tilde{x}_1(t) - \dot{\tilde{x}}_1(t)s. \quad (2.30)$$

Avec $T > 0$, multiplions les deux côtés de (2.30) par $\frac{d}{ds}(T-s)s = T-2s$ et intégrons sur l'intervalle $[0, T]$ par rapport à s , on a :

$$\int_0^T (T-2s)x_2(t-s)ds = -\dot{\tilde{x}}_1(t) \int_0^T s(T-2s)ds.$$

Notons que T correspond à la largeur de la fenêtre glissant dans la convolution précédente. Au final, Un estimateur de dérivé causal et de premier ordre est alors obtenu :

$$\hat{x}_2(t) := \dot{\tilde{x}}_1(t) = \frac{6}{T^3} \int_0^T (T-2s)x_1(t-s)ds. \quad (2.31)$$

Approximation numérique de z_1 , z_2 et u

Maintenant on va procéder à la discrétisation de l'estimateur (2.31) ainsi que les intégrales qui interviennent dans le système (2.11). On commence d'abord par détailler

les étapes de discrétisation des intégrales, pour cela on pose

$$\begin{aligned}\zeta(t) &= Gu(t) \\ I_1(t, \zeta) &= \int_{t-h}^t (t-\tau)\zeta(\tau)d\tau \\ I_2(t, \zeta) &= \int_{t-h}^t \zeta(\tau)d\tau.\end{aligned}$$

Avec le changement de variable $\varrho = \tau - t + h$, on obtient

$$\begin{aligned}I_1(t, \zeta) &= \int_0^h (h-\varrho)\zeta(\varrho+t-h)d\varrho \\ I_2(t, \zeta) &= \int_0^h \zeta(\varrho+t-h)d\varrho.\end{aligned}$$

Soit σ la période d'échantillonnage et $0 < \sigma < \dots < j\sigma < \dots < h$ une partition de l'intervalle $[0, h]$ tel que $h = q\sigma$ ($q \in \mathbb{N}$ et $0 \leq j \leq q$). Les étapes de discrétisation vont être maintenant détaillées pour $I_1(t, \zeta)$, $I_2(t, \zeta)$ et $\tilde{x}_2(t)$.

Développement pour $I_1(t, \zeta)$:

On peut réécrire $I_1(t, \zeta)$ sous la forme

$$I_1(t, \zeta) = \sum_{j=0}^{q-1} \int_{j\sigma}^{(j+1)\sigma} (h-\varrho)\zeta(\varrho+t-h)d\varrho.$$

qui peut être approximé à l'aide de la méthode des trapèzes par

$$I_1(t, \zeta) \simeq \frac{\sigma}{2} [h\zeta(t-h) + 2(h-\sigma)\zeta(t-h+\sigma) + 2(h-2\sigma)\zeta(t-h+2\sigma) + 2(h-3\sigma)\zeta(t-h+3\sigma) \dots].$$

En posant $t = k\sigma$ (temps discret) et $\tilde{I}_1(k\sigma, \zeta)$ comme l'approximation discrète de $I_1(t, \zeta)$, on obtient :

$$\tilde{I}_1(k\sigma, \zeta) = \sigma^2 \left[\frac{q\zeta((k-q)\sigma)}{2} + \sum_{j=1}^{q-1} (q-j)\zeta((k-q+j)\sigma) \right]. \quad (2.32)$$

Développement pour $I_2(t, \zeta)$:

Comme pour $I_1(t, \zeta)$, on réécrit $I_2(t, \zeta)$ sous la forme

$$I_2(t, \zeta) = \sum_{j=0}^{q-1} \int_{j\sigma}^{(j+1)\sigma} \zeta(\varrho+t-h)d\varrho.$$

En appliquant la méthode des trapèzes on obtient :

$$I_2(t, \zeta) \simeq \frac{\sigma}{2} [\zeta(t-h) + 2\zeta(\sigma+t-h) + 2\zeta(2\sigma+t-h) + u(2\sigma+t-h)\dots].$$

Une approximation de $I_2(t, \zeta)$ sous forme d'un FIR est alors obtenue :

$$\tilde{I}_2(k\sigma, \zeta) = \sigma \left[\frac{\zeta((k-q)\sigma)}{2} + \sum_{j=1}^{q-1} \zeta((j+k-q)\sigma) + \frac{\zeta(k\sigma)}{2} \right]. \quad (2.33)$$

Développement pour $\hat{x}_2(t)$:

On réécrit d'abord l'estimateur (2.31) sous la forme

$$\hat{x}_2(t) = \frac{6}{T^3} \sum_{j=0}^{q-1} \int_{j\sigma}^{(j+1)\sigma} (T-2s)x_1(t-s)ds.$$

La discrétisation avec la méthode des trapèzes nous donne l'approximation suivante :

$$\tilde{x}_2(k\sigma) = \frac{6}{T^3} \frac{\sigma}{2} [Tx_1(t) + (T-2\sigma)x_1(t-\sigma) + (T-2\sigma)x_1(t-\sigma) + (T-4\sigma)x_1(t-2\sigma)\dots].$$

Avec $T = q_1\sigma$ et $t = k\sigma$ on obtient :

$$\tilde{x}_2(k\sigma) = \frac{3}{\sigma q_1^3} \left[\frac{q_1}{2} x_1(k\sigma) + \sum_{j=1}^{q_1-1} ((q_1-2j)x_1((k-j)\sigma)) - \frac{q_1}{2} x_1((k-q_1)\sigma) \right]. \quad (2.34)$$

Une approximation discrète, sous forme de filtres à réponses impulsionnelles finies de la commande est obtenue :

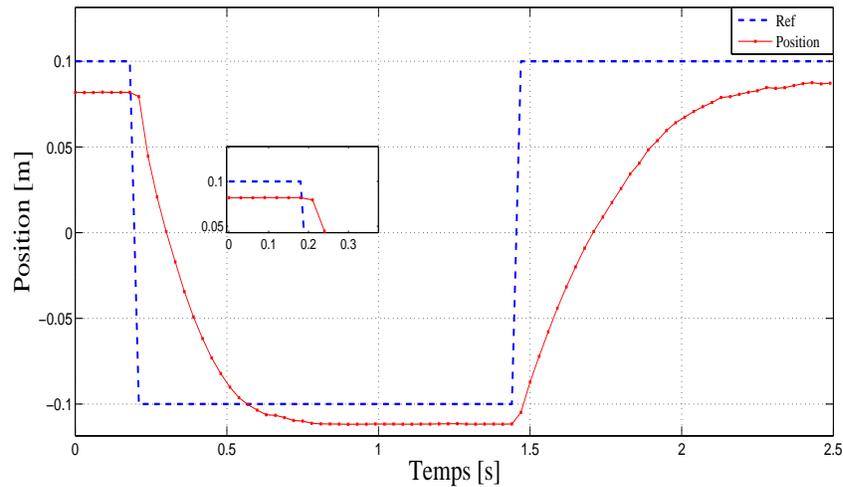
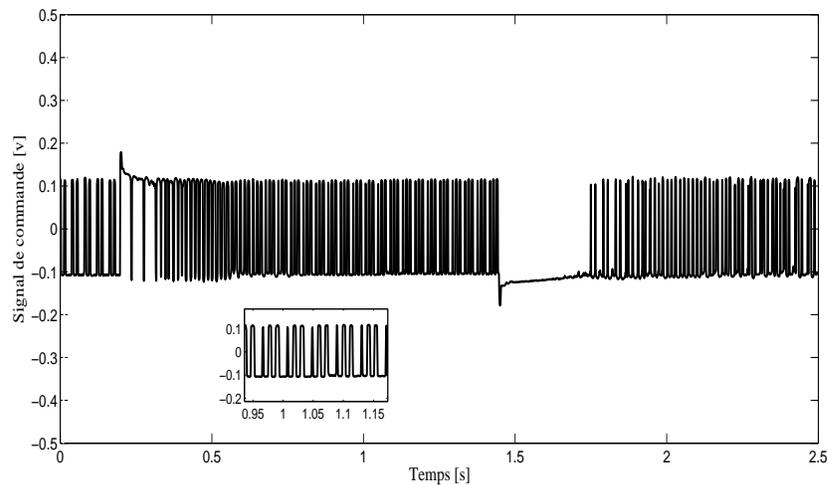
$$\begin{aligned} \tilde{z}_1((k+1)\sigma) &= \tilde{x}_1(k\sigma) + q\sigma\tilde{x}_2(k\sigma) + \tilde{I}_1(k\sigma, \zeta), \\ \tilde{z}_2((k+1)\sigma) &= \tilde{x}_2(k\sigma) + \tilde{I}_2(k\sigma, \zeta), \\ \tilde{u}((k+1)\sigma) &= -K_1\Phi_a(\tilde{z}_1(k\sigma)) - K_2\Phi_b(\tilde{z}_2(k\sigma)). \end{aligned}$$

2.4.3 Tests réalisés avec la première commande

Des tests en temps réels seront effectués à l'aide de la première commande dans le but de valider le modèle élaboré et également de déterminer une valeur convenable du retard h (voir sous section 2.2.2). Avec un paramètre α fixe d'une valeur de 0.1, on a procédé à des tests sans charge et avec charge sur le vérin en variant à chaque fois la valeur du retard h qui appartient à l'ensemble $\{0.01; 0.02; 0.04; 0.06\}$ seconde. Un résumé de ces tests est donné dans ce qui suit.

Test avec $h = 0$ seconde

Ce test démonte que le modèle d'ordre deux sans retard n'est pas représentatif pour la modélisation du vérin pneumatique. A travers ce test effectué sans charge, il est facile de constater que la valeur du retard $h = 0$ n'est pas adéquate comme le montre la Figure 2.11 où des oscillations apparaissent sur la réponse causées par la

FIGURE 2.11 – Erreur de position sans charge avec $h = 0$ et $\alpha = 0.1$.FIGURE 2.12 – Signal de commande sans charge avec $h = 0$ et $\alpha = 0.1$.**Test avec $h = 0.02$ seconde**

De meilleurs résultats peuvent être observés avec une valeur du retard $h = 0.02$ seconde. Cette valeur est égale à l'estimation de h obtenue par identification à l'aide de la méthode de Strejc. La robustesse de la commande est clairement prouvée dans

ce cas comme on peut le voir sur les Figures 2.13 et 2.14. En effet, l'erreur statique est inférieure à 0.4 mm sans charge et elle est de 0.6 mm avec une charge.

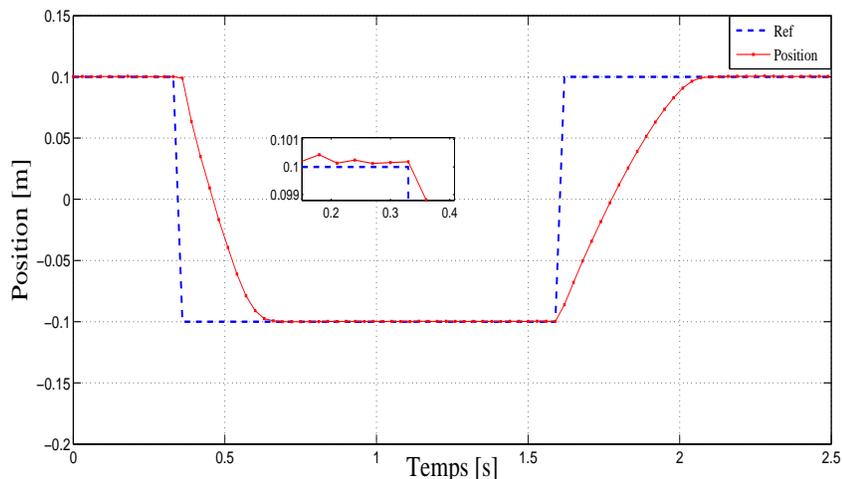


FIGURE 2.13 – Erreur de position sans charge avec $h = 0.02$, $\alpha = 0.1$.

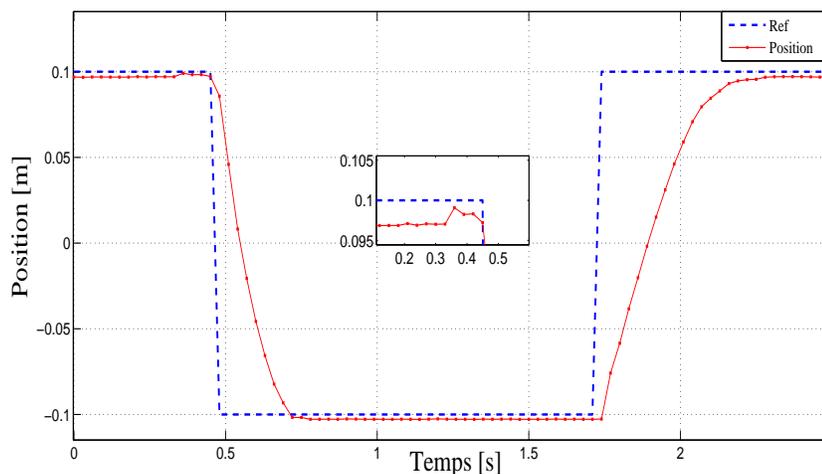
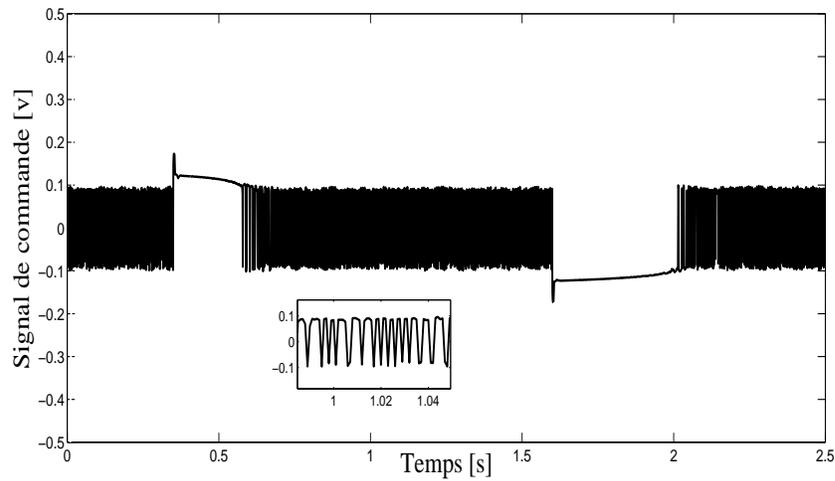
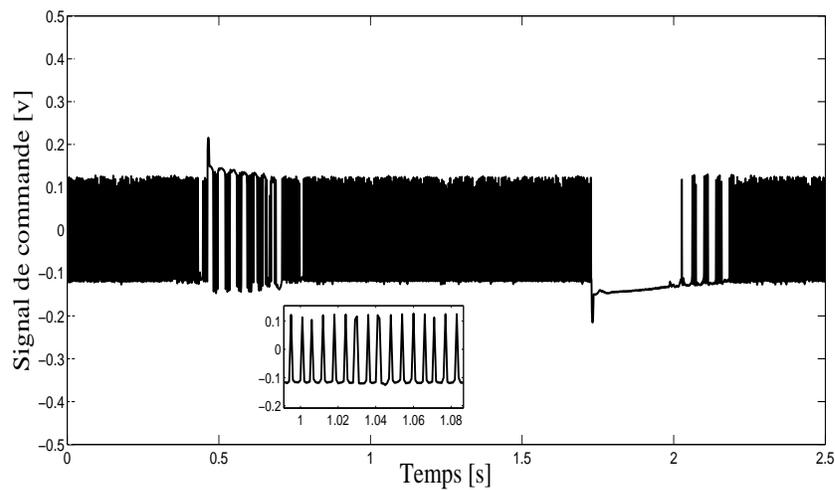


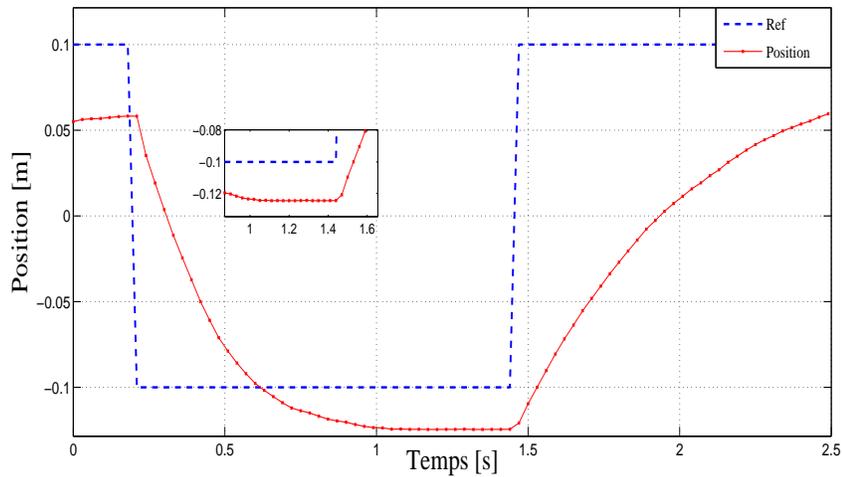
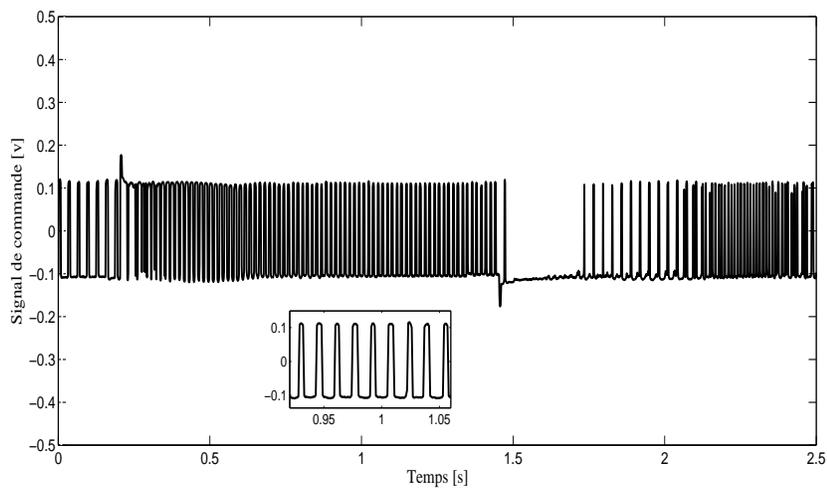
FIGURE 2.14 – Erreur de position avec une charge de 5 kg, $h = 0.02$ et $\alpha = 0.1$.

Les Figures 2.15 et 2.16 correspondent au signal de commande $u(t)$ fluctuant à approximativement 50 Hz à cause du chattering. Il est acceptable dans notre cas puisque la fréquence d'oscillation maximale admissible de l'électrovanne est de 100 Hz.

FIGURE 2.15 – Signal de commande sans charge avec $h = 0.02$ et $\alpha = 0.1$.FIGURE 2.16 – Signal de commande avec une charge de 5kg, $h = 0.02$ et $\alpha = 0.1$.

Test avec $h = 0.06$ seconde

Le retard de 0.06 seconde n'est pas du tout adéquat puisque un test sans charge sur le vérin nous montre une plus grande erreur statique (voir Figures 2.17 et 2.18).

FIGURE 2.17 – Erreur de position sans charge avec $h = 0.06$ et $\alpha = 0.1$.FIGURE 2.18 – Signal de commande avec une charge de 5kg, $h = 0.06$ et $\alpha = 0.1$.

2.4.4 Tests et comparaisons réalisés avec la deuxième commande

Tests de stabilisation

Dans un premier temps des tests de positionnement avec différentes charges allant de 0 jusqu'à 11 kg seront présentés, ensuite, un suivi de trajectoires d'un signal sinusoïdal de fréquence 0.1 Hz et une comparaison avec d'autres travaux [13] et [64] seront exposés dans cette partie.

Les tests de positionnement du vérin consistent donc à varier la charge à chaque fois et de constater l'erreur de position obtenue. Ajouter à cela, ce test nous permet

également de voir l'influence du paramètre α et de déterminer par la suite une valeur adéquate de ce dernier (voir Figures 2.19, 2.22, 2.23 et 2.24). Il est à rappeler que pour une valeur de $\alpha = 0$, une commande par modes glissants d'ordre deux est obtenu, par contre, on a une commande proportionnelle dérivée avec $\alpha = 1$. Par conséquent, une diminution de la valeur de α assure une bonne robustesse de la commande en contre partie la commande présente plus de chattering tel qu'on le voit sur la Figure 2.20 pour un test sans charge et sur la Figure 2.25 pour un essai avec une charge de 11 kg. D'autre part, augmenter la valeur de α produit une commande lisse et souple (en anglais : smoother controller) voir Figures 2.21 et 2.26. Il est important de rappeler que la fréquence naturelle de l'électrovanne (Festo, MPYE-5-1-1/8-LF-010-B) est de 100 Hz et de préciser que le chattering de 80 Hz obtenu dans l'essai avec $\alpha = 0.1$ est acceptable.

D'autres résultats sont résumés dans le tableau 2.2 et montrent une bonne robustesse et précision particulièrement sur l'essai avec $\alpha = 0.1$ où une erreur statique inférieure à 0.5 mm est obtenue pour une charge variable de 0% à 75% de la charge maximale admissible du vérin en position verticale.

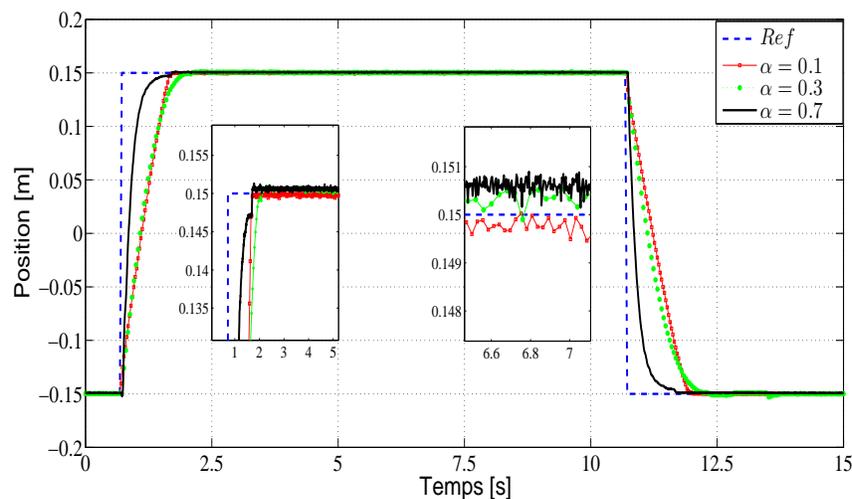
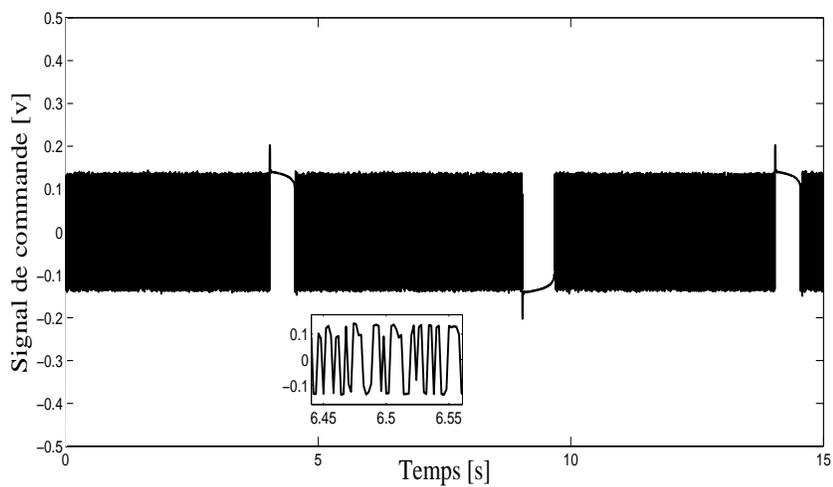
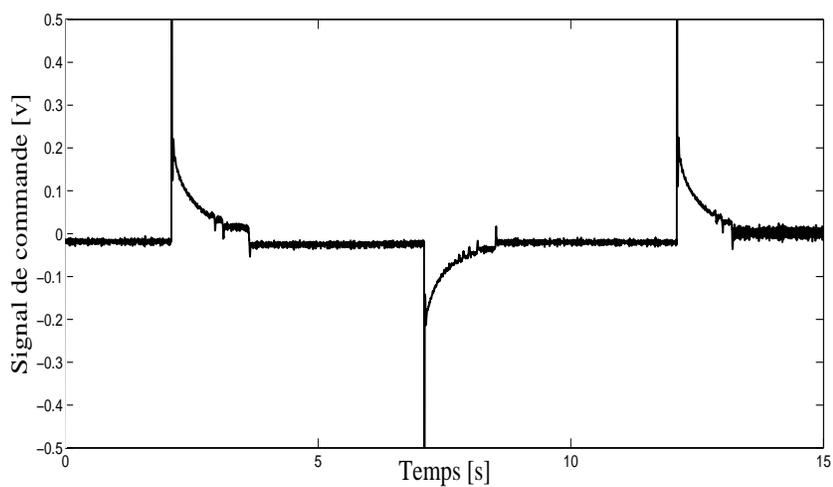


FIGURE 2.19 – Erreur de position sans charge.

FIGURE 2.20 – Signal de commande pour $\alpha = 0.1$ sans charge.FIGURE 2.21 – Signal de commande pour $\alpha = 0.7$ sans charge.

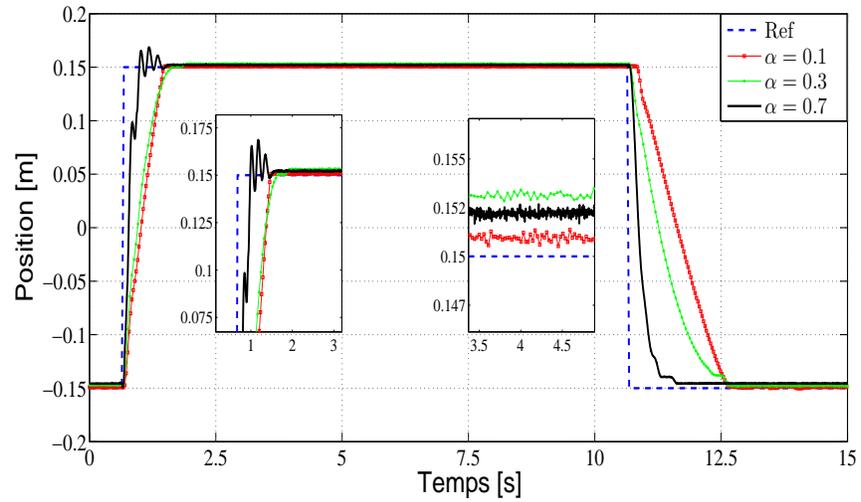


FIGURE 2.22 – Erreur de position pour une charge de 5 kg.

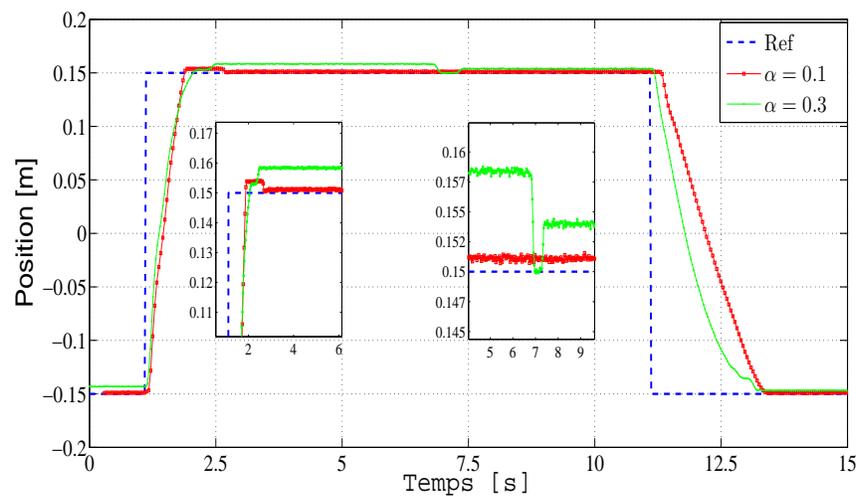


FIGURE 2.23 – Erreur de position pour une charge de 7 kg.

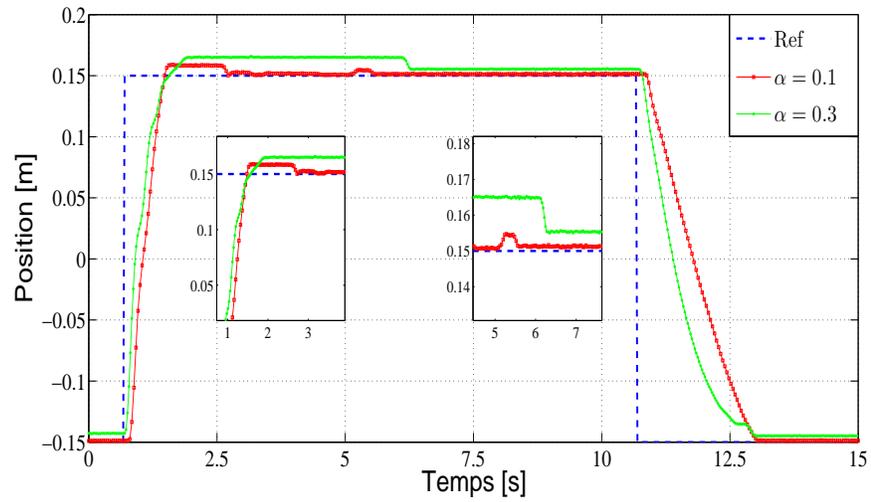


FIGURE 2.24 – Erreur de position pour une charge de 11 kg.

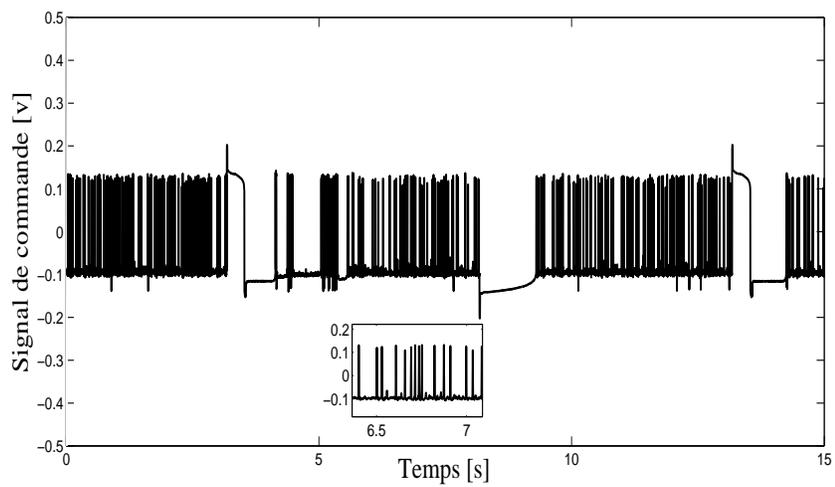
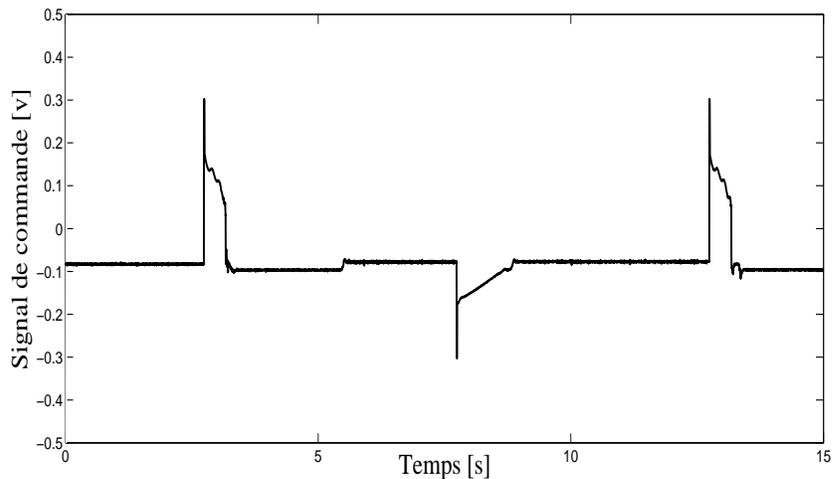
FIGURE 2.25 – Signal de commande pour $\alpha = 0.1$ et une charge de 11 kg.

TABLE 2.2 – Résultats expérimentaux : Erreur statique

Charge kg	α	Erreur(mm)
0	0.1	0.1
5	0.1	0.4
7	0.1	0.44
11	0.1	0.48
0	0.3	0.1
5	0.3	0.4
7	0.3	0.7
11	0.3	0.8
0	0.7	0.3
5	0.7	1.6

FIGURE 2.26 – Signal de commande pour $\alpha = 0.3$ et une charge de 11 kg.

Tests de comparaison sur un suivi de trajectoires

Maintenant, notre commande est implémentée dans le but de suivre une trajectoire de référence sinusoïdale $r(t) = 0.15\sin(0.1t)$ de fréquence 0.1 Hz dont la théorie a été développée dans la sous section 2.3.3. Dans un intérêt de comparaison des performances de notre commande, deux commandes de la littérature [13] et [64] ont été implémentées sur notre système dont un rappel théorique sera donné dans ce qui suit. Dans [13], deux commandes par modes glissants ont été développées. La première commande est basée sur un modèle du système linéarisé appelée SMCL, tandis que la deuxième, appelée SMCN repose sur le modèle du système non linéaire et qui fait appel à des capteurs

de pression. Puisque, notre système n'est pas équipé de capteurs de pression, seule la méthode SMCL est considérée. Le modèle linéaire utilisé dans [13] est un modèle d'ordre trois $\ddot{y} = -d_2\dot{y} - d_1y + n_0u$ où d_1 , d_2 et n_0 sont des paramètres constants du modèle et y la position du piston. Une surface de glissement d'ordre un est donc considérée :

$$S = \dot{y} - \dot{r} + 2\lambda(y - r) + \lambda^2(y - r) \quad (2.35)$$

dont la dérivée permet de concevoir l'entrée de commande u . La loi de commande est donnée par $u = u_{eq} + u_s$

$$u_{eq} = \frac{\ddot{r} + d_2\dot{y} + d_1y - 2\lambda(\dot{y} - \dot{r}) - \lambda^2(y - r)}{n_0} \quad \text{et} \quad u_s = -k_s \text{sat} \left(\frac{S}{\phi} \right)$$

où u_{eq} est la commande équivalente obtenue par la résolution de $\dot{S} = 0$. u_s est la commande par modes glissants et les valeurs des paramètres de réglage sont données par $\phi = 0.01$, $\lambda = 16$, $k_s = 50$, $d_1 = 405$ et $d_2 = 17$.

Notre commande est donnée par (2.29) :

$$u = -\frac{\ddot{r}}{1300} - 50[z_1]^{0.1} - 4[z_2]^{0.1}. \quad (2.36)$$

La commande développée dans [64] que nous appelons SMC est proche de la commande SMCL de [13]. La seule différence est que [64] n'utilise pas de commande équivalente u_{eq} et donc $u = u_s$

On a donc fait une série d'essais de comparaisons avec différentes charges (0, 5 et 7 kg) et les résultats de l'erreur de suivi et le signal d'entrée de commande sont illustrés sur les Figures 2.27, 2.28 et 2.29. De plus, le tableau 2.3 montre les résultats de l'erreur quadratique moyenne (en anglais RMSE : Root-Mean-Square Error) pour les trois commandes et pour les différentes charges. Ces résultats montrent que notre méthode est meilleure que les deux autres méthodes [13] et [64]. Cependant, comme on peut le voir sur la Figure 2.27 sur l'essai sans charge, l'erreur de suivi de la commande SMC est légèrement inférieure par rapport aux deux autres commandes, mais il existe un décalage entre la référence et la position mesurée ce qui explique les valeurs de la Table 2.3.

Sous une charge de 5 kg, on remarque que l'amplitude du signal de commande [13] et [64] est supérieure à celle de notre commande. En plus, le décalage s'accroît pour la commande SMC, par contre la commande SMCL donne une bonne performance

d'erreur de suivi 2.28.

Enfin, lorsque le système est chargé avec 7 kg, notre commande donne de meilleurs résultats en terme d'erreur de suivi et une plus petite amplitude vis-à-vis des deux autres commande SMC et SMCL (voir Figure 2.29).

TABLE 2.3 – Résultats Expérimentaux : Suivi de l'erreur (en mm) pour un signal d'entrée sinusoïdal de 0.1 Hz

Charge (kg)	SMCL [13]	SMC [64]	Notre Commande (2.36)
0	2.333	5.399	1.733
2	2.349	5.452	1.6554
5	2.57	6.418	2.075
7	3.327	7.318	2.286

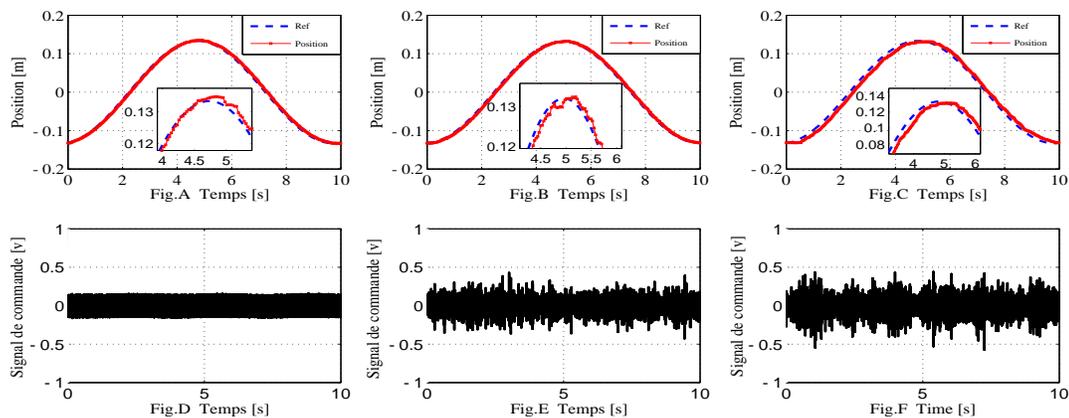


FIGURE 2.27 – (a)-(d) : Erreur de suivi et signal de commande (sans charge) . (a)-(d) : notre commande (2.36); (b)-(e) : SMCL [13]; (c)-(f) : SMC [64].

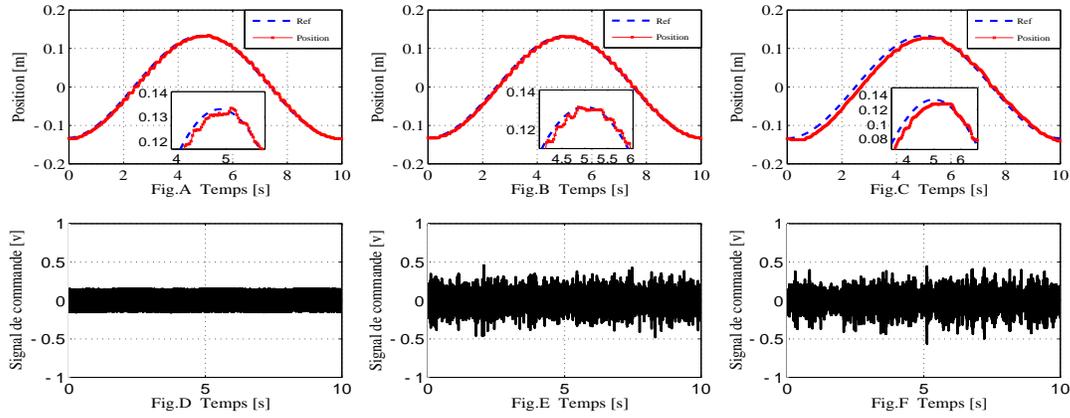


FIGURE 2.28 – (a)-(d) : Erreur de suivi et signal de commande (charge 5 kg) . (a)-(d) : notre commande (2.36) ; (b)-(e) : SMCL [13] ; (c)-(f) : SMC [64].

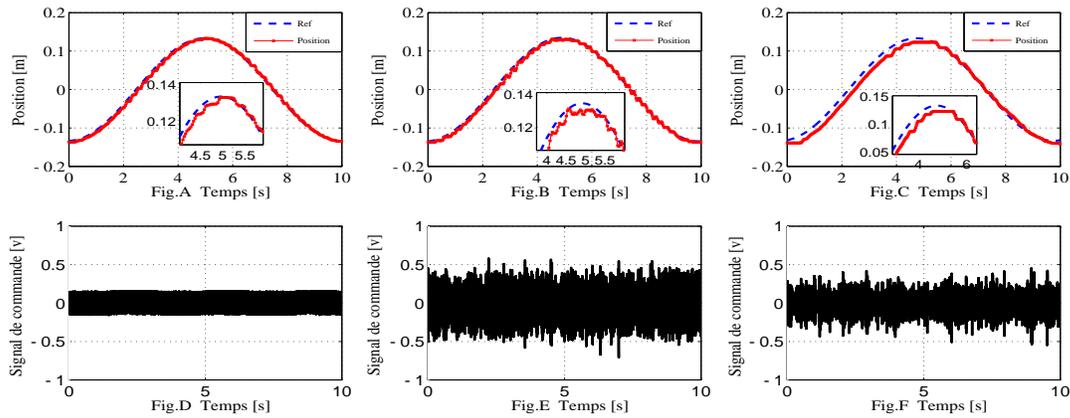


FIGURE 2.29 – (a)-(d) : Erreur de suivi et signal de commande (charge 7 kg) . (a)-(d) : notre commande (2.36) ; (b)-(e) : SMCL [13] ; (c)-(f) : SMC [64].

Remarque 4 *Les résultats de la commande [64] obtenus sur notre système sont moins performants par rapport à ceux publiés dans [64]. Cette différence peut être expliquée dans les points suivants :*

- *Notre système est équipé d'un capteur de position magnétique incorporé au vérin. Ce capteur a une résolution de 0.1 mm tandis que dans [13] un codeur incrémental linéaire a été utilisé et ayant une résolution de 0.01 mm. Il faut noter que des codeurs incrémentaux à haute résolution sont recommandés pour l'estimation de la vitesse et de l'accélération par une simple et double dérivée du signal de position (méthode des différences finies). Cette méthode est celle adoptée dans [13]. Dans notre cas, l'utilisation des différences finies n'est pas appropriée puisque le codeur n'est pas incrémental, aussi, le bruit du signal de position est de l'ordre de 0.2*

mm. Par conséquent l'estimateur (2.34) est utilisé pour l'estimation de la vitesse dans (2.35) alors que l'estimateur

$$\tilde{\ddot{y}}(t) = \frac{60}{T^5} \int_0^T (T^2 - 6Ts + 6s^2)y(t-s)ds$$

pris également de [56] est utilisé pour estimer l'accélération dans (2.35). Il est bien connu que le filtrage linéaire induit un retrad qui détériore les performances du système en question.

- Pour implémenter la commande SMCL [13] sur notre système, les paramètres d_1 , d_2 et n_0 sont nécessaires. Ces paramètres sont déterminés dans [13], à partir d'un modèle dynamique publié dans un précédent papier [67] où les auteurs utilisent une méthode d'identification utilisant les capteurs de pression. Puisque notre système n'est pas équipé de capteurs de pression, on a procédé par des essais manuels et variation de l'erreur, donc il est possible que les valeurs de ces paramètres trouvées ne sont pas les plus adéquates.

Conclusion

Dans ce chapitre deux commandes homogènes ont été développées pour la commande d'un vérin pneumatique. Après un rappel théorique des outils nécessaires à l'élaboration de ces commande (théorie de l'homogénéité, commande en temps fini et transformation d'Artstein), des résultats expérimentaux sur un banc de test viennent confirmer la robustesse et la précision de cette commande appuyés par des comparaisons avec d'autres travaux de la littérature. On verra dans la première partie du Chapitre 4, comment cette commande a été intégrée avec succès dans le logiciel de contrôle/commande X'SPARe développé par l'entreprise SDI et son apport vis-à-vis des difficultés rencontrées dans des applications industrielles.

Chapitre 3

Observateur impulsionnel : application au freinage ABS

Introduction

Dans ce chapitre on s'intéresse à la synthèse d'un observateur impulsionnel destiné à une fonction essentielle du véhicule qui est le freinage. Dans un premier temps des rappels seront donnés sur la théorie de l'observabilité en général et de l'observateur impulsionnel en particulier. De même, des rappels sur un modèle du véhicule seront données. Ensuite, on présentera des travaux concernant le développement d'un observateur impulsionnel, dont le but est la détection de profils de route. Ce dernier est basé sur un modèle quart de véhicule. Les contributions de ce chapitre seront utilisées au chapitre 4 pour tester un organe intelligent (système ABS) sur un banc d'essai chez l'entreprise SDI.

3.1 Rappels sur l'observabilité et les observateurs

Ce paragraphe consiste en une introduction à la théorie de l'observation de l'état des systèmes dynamiques. Nous présentons en particulier quelques définitions sur la notion d'observabilité et d'observateurs. Rappelons de façon que l'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé¹ uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties.

Dans le cas des systèmes non linéaires, les notions d'observabilité sont multiples et elles sont pour la plupart locales ou génériques et dépendent des entrées. Ainsi, il existe plusieurs façons de définir la notion d'observabilité. En lien avec le concept d'indiscernabilité des états. Une définition très fréquemment utilisée a été établie par

1. avec n'importe quelle vitesse de convergence.

Herman et Krener dans [43]. Des résultats importants ont été établis par Gauthier et Bornard dans [37] et Nijmeijer et Van der Schaft dans [65] pour une classe particulière de systèmes affines en la commande. Pour plus de détails sur les différents types de définitions sur l'observabilité des systèmes non linéaires, nous disposons dans la littérature de nombreuses références, par exemple [8, 43, 65, 78]. Une définition de l'observabilité sera donnée dans le cas des systèmes à temps continu de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (3.1)$$

avec $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^n$ et $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^p$.

Définition 3.1.0.1 [8] (*Indistinguabilité*)

Soient $y_u^0(t)$, $t \geq 0$ et $y_u^1(t)$, $t \geq 0$ deux signaux de sortie générés par l'application du même signal d'entrée $u(t)$, $t \geq 0$ au système (3.1) avec les conditions initiales x^0 et x^1 , respectivement, alors x^0 et x^1 sont indistinguables si

$$y_u^0(t) = y_u^1(t) \quad \forall t \geq 0, \forall u$$

Dans le cas contraire, on dit que x^0 et x^1 sont distinguables.

Définition 3.1.0.2 [8] (*Observabilité*)

Le système (3.1) est dit observable en x^0 si x^0 est distinguable de tout $x \in \mathbb{R}^n$.

Considérons le système linéaire continu avec mesures continues suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur des commandes et le vecteur des sorties mesurées, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont des matrices constantes.

Contrairement aux systèmes non linéaires, l'observabilité des systèmes linéaires ne dépend pas des entrées. Le terme forcé c'est-à-dire Bu , ne dépendant pas de l'état, il est totalement connu et n'intervient pas dans la propriété d'observabilité. On peut alors ramener l'étude de l'observabilité à l'étude de la paire (A, C) . On dira donc indifféremment par abus de langage que "la paire (A, C) est observable" ou que "le système (3.2) est observable".

A partir de la définition 3.1, différents critères d'observabilité pour les systèmes linéaires ont été introduits.

Théorème 3.1.1 [14]

Soit la matrice d'observabilité définie par :

$$\mathcal{O}(A, C) = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

La propriété de “la paire (A, C) est observable” est équivalente à chacune des propriétés suivantes :

a) Le critère de Kalman est maximal :

$$\text{rang}(\mathcal{O}(A, C)) = n$$

b) Pour tous $s \in \mathbb{C}$, on a :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C \\ sI_n - A \end{pmatrix} = n$$

Remarque 5

$$\forall s \in \mathbb{C}^+ \quad \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ sI_n - A \end{pmatrix} = n$$

\mathbb{C}^+ défini l'ensemble de \mathbb{C} à partie réelle positive.

Etant donné un système dynamique observable, le but d'un observateur est de fournir avec une précision garantie une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties. Cette estimation doit être obtenue en temps réel.

Notons qu'il est utopique de vouloir construire un observateur tel que pour toute condition initiale t_0 , $\forall t > t_0 : \hat{x}(t) = x(t)$. En effet, ceci signifierait que l'observateur réagit de manière infiniment rapide à une évolution de l'état du procédé. En revanche, on peut espérer obtenir cette égalité en régime permanent.

Ainsi, si on définit l'écart vectoriel de l'erreur d'observabilité par :

$$e(t) := x(t) - \hat{x}(t)$$

La propriété fondamentale que doit satisfaire un observateur est de répondre au moins de la façon suivante :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Il existe plusieurs types d'observateurs dans la littérature. Initialement les systèmes abordés ont été les systèmes linéaires, pour lesquels les observateurs de Kalman et Luenberger ont donné de résultats remarquables dans différents domaines. Le filtre de Kalman est utilisé par exemple dans le cas où les perturbations sont modélisées de façon stochastiques en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation. L'observateur de Luenberger quant à lui a été utilisé pour les systèmes linéaires déterministes. Dans le cas des systèmes non linéaires, il n'existe pas de méthode universelle pour la synthèse d'observateurs. Les approches envisageables sont soit une extension des algorithmes linéaires, soit des algorithmes non linéaires spécifiques. Dans le premier cas, l'extension est basée sur une linéarisation du modèle autour d'un point de fonctionnement. Pour le cas d'algorithmes non linéaires spécifiques, les nombreuses recherches menées sur ce sujet (voir [58, 90]) ont donné naissance à de nombreux algorithmes d'observation tels que :

- *Les observateurs étendus* : Dans ce cas, le calcul du gain de l'observateur se fait à partir du modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement.
- *Les observateurs à grand gain* [29, 38] : Ce type d'observateurs est utilisé en général pour les systèmes lipschitziens. Son nom est dû au fait que le gain de l'observateur choisi est suffisamment grand pour compenser la non-linéarité du système.
- *Les observateurs de Luenberger généralisés (OLG)* : C'est un nouveau type d'observateurs qui a été proposé récemment pour la classe des systèmes monotones. Cette nouvelle conception consiste à ajouter à l'observateur de Luenberger un deuxième gain à l'intérieur de la partie non linéaire du système.
- *Les observateurs basés sur la théorie de la contraction* : La théorie de la contraction est utilisée comme un outil d'analyse de la convergence pour cet observateur. Cette technique mène à de nouvelles conditions de synthèse différentes de celles fournies par les techniques précédentes.
- *Les observateurs sliding mode* [19].
- *Les observateurs numériques de type NonA/Alien* [31].

Dans le cas des systèmes dynamiques continus avec mesures discrètes, si on applique un observateur continu classique cela produit une erreur d'observation car la sortie est alors supposée constante entre les instants des mesures bien qu'en réalité la sortie évolue durant cette période. Cette non prise en compte de l'évolution de la sortie durant cette période d'échantillonnage est particulièrement sensible pour les mesures

très espacées (mesures parcimonieuses).

Pour remédier à ce problème, il est plus judicieux d'utiliser un observateur impulsionnel [21] qui est un système composé d'un sous-système dynamique continu couplé avec une équation algébrique décrivant le comportement impulsionnel aux instants de mesure.

Pour le système (3.1), nous avons utilisé l'observateur impulsionnel de la forme suivante [49, 50, 44] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t)) \\ \hat{x}(t_k^+) &= g(\hat{x}(t_k), h(x(t_k))) \end{cases} \quad (3.4)$$

tel que \hat{x} est l'estimé de l'état x et g le gain de l'observateur.

Les t_k représentent les instants de mesures, t_k^+ est le temps juste après la $k^{\text{ème}}$ mesure et t_k^- le temps juste avant.

De façon plus spécifique, cet observateur va maintenant être développer pour une application de freinage sur un modèle de véhicule qui va être présenté dans le section suivante.

3.2 Le modèle 1 DDL d'une masse

Le modèle le plus utilisé pour des applications de freinage et de l'ABS est celui que nous allons rappeler dans ce qui suit (pour plus de détails voir Annexe C).

En se référent à la Figure 3.1, l'équation du mouvement du modèle simplifié est donnée par :

$$m_t \dot{V} = -F_t - F_a, \quad (3.5)$$

où

V : La vitesse du véhicule.

F_t : La force de frottement de la route.

F_a : La force aérodynamique agissant sur le véhicule.

m_t : La masse totale du quart du véhicule.

La force de frottement de la route est donnée par la loi de Coulomb

$$F_t = \mu N, \quad (3.6)$$

où

N : La charge totale.

μ : Le coefficient d'adhérence à la route.

La masse totale du quart du véhicule peut s'écrire

$$m_t = m_{roue} + \frac{1}{4}M_c, \quad (3.7)$$

où

M_c : La masse du véhicule.

m_{roue} : La masse de la roue.

Ainsi, la charge totale normale peut s'exprimer par

$$N = m_t g - F_L, \quad (3.8)$$

où

$F_L = \frac{M_c h_c}{2L} \dot{V}$: Le poids de transfert de charge longitudinale en cas de freinage.

h_c : Hauteur du centre de gravité.

L : La base de la roue.

La force aérodynamique agissant sur le véhicule est proportionnelle au carré de la vitesse du véhicule vis-à-vis de l'air et dépend de la forme et la taille du véhicule [89].

$$F_a = \frac{1}{4} \left(\frac{\rho}{2} C_d A_f V^2 \right). \quad (3.9)$$

où

ρ : Densité massique de l'air.

C_d : Coefficient de traînée.

A_f : Surface frontale du véhicule.

La force aérodynamique est générée à travers deux mécanismes différents : le premier est le flux d'air sur la partie extérieure de la caisse du véhicule, et la deuxième est le flux qui traverse le radiateur et l'intérieur du véhicule pour la climatisation, le chauffage et la ventilation.

Le premier représente plus de 90% de la force aérodynamique totale du véhicule.

La densité de l'air est variable et dépend des conditions de la température, de l'humidité et de la pression, qui peut être estimée avec la relation suivante [40].

$$\rho = 1.23 \left(\frac{P_r}{101.32} \right) \left(\frac{519}{460 + T_r} \right) \quad (3.10)$$

où

P_r : Pression atmosphérique en kPa.

T_r : Temperature de l'air en degrés Fahrenheit.

Dans des conditions atmosphériques standards, la densité massique de l'air peut être prise comme égale à 1.23 kg/m^3 .

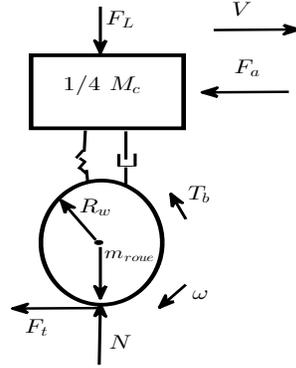


FIGURE 3.1 – Représentation du modèle quart du véhicule.

Lors du freinage, un couple d'arrêt T_b est appliqué à la roue, la vitesse de rotation de la roue diminue et le véhicule ralenti comme le montre la Figure 3.1. Selon la deuxième loi de Newton, l'équation du mouvement au niveau de la roue est donnée par :

$$J_w \dot{\omega} = -T_b + F_t R_w \quad (3.11)$$

où

J_w : Moment d'inertie de la roue.

ω : Vitesse de la roue.

R_w : Rayon de la roue.

T_b : Couple de freinage.

F_t : Force de frottement due à la route.

3.3 Développement d'un observateur impulsionnel pour la détection des profils de routes

Dans cette section, la conception d'un observateur impulsionnel est proposée dans le but d'estimer le taux de glissement (patinage) de la roue noté λ . Le modèle du véhicule sur lequel est appliqué cet observateur est le modèle quart de véhicule simplifié. Les variables qui ont été utilisées pour cette estimation sont la vitesse du véhicule V et la vitesse de rotation de la roue ω .

3.3.1 Introduction

Les systèmes de communication dans les véhicules gèrent tous les signaux venant des différents capteurs vers le microcontrôleur ou calculateur (ECU : Electronic Control Unit) et dans le sens inverse pour la commande des actionneurs (injection, le système ABS, ESP, etc.). Ce qui nous intéresse dans cette partie est la communication avec le système ABS. Comme on la cité précédemment, l'ABS réagit en fonction du taux de glissement sur la route λ et ainsi du coefficient d'adhérence μ . C'est pourquoi, une bonne estimation de ce paramètre est recommandée. Notre but est de concevoir un observateur impulsionnel pour l'estimation du paramètre λ de manière synchrone et asynchrone. Mais avant d'entrer dans le vif du sujet, il est important de faire un rappel sur l'un des protocoles de communication utilisé dans le domaine automobile et sur lequel se base notre étude qui est le CAN (Control Area Network) [77].

Le CAN est un système permettant l'interconnexion d'appareils de mesure et de capteurs. Il permet donc de mettre en communication des capteurs, des actionneurs, des automates industriels programmables, des régulateurs industriels et des systèmes de commande. Ainsi, un bus CAN doit gérer la transmission de la commande des systèmes de verrouillage des fenêtres, du système anti-patinage, le contrôle de l'air climatisé, la fermeture centralisée des portes, etc. Il existe d'autres types de réseaux comme le LAN "Local Area Network" et les WAN "Wide Area Network". Pour plus de détails voir par exemple [88]. Cependant, lorsque les mesures du système sont échangées via un réseau, celles-ci ne sont pas disponibles qu'à certains instants de transmission et de manière partielle puisque, seul un noeud communique ses données à la fois. De plus, le réseau, qui assure le multiplexage des signaux des capteurs aux contrôleurs et/ou des contrôleurs aux actionneurs peut également être le support de communication pour d'autres tâches qui échangent des informations en respect du protocole de communication (comme par exemple le protocole UDP "User Datagram Protocol" ou TCP "Transfer Control Protocol").

Pour remédier à ce problème, nous proposons de concevoir un observateur impulsionnel, qui est un système composé d'un sous-système dynamique continu couplé avec une équation algébrique décrivant le comportement impulsionnel aux instants de mesure :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= f(x(t)) \\ \hat{x}(t_k^+) &= R\hat{x}(t_k^-) + (I_p - R)Cx(t_k) \end{cases} \quad (3.12)$$

tel que \hat{x} est l'estimé de l'état x , R une matrice constante et I_p matrice identité de

dimension p .

Les t_k représentent les instants de mesures, t_k^+ est le temps juste après la $k^{\text{ème}}$ mesure et t_k^- le temps juste avant.

Avant de synthétiser cet observateur, on rappelle dans ce qui suit le modèle du véhicule sur lequel il sera appliqué avec quelques hypothèses sur les paramètres comme la vitesse V .

3.3.2 Le modèle retenu

Le modèle considéré est le modèle quart de véhicule, développé dans la sous section précédente. Cependant, des hypothèses ont été faites dans ce développement pour faciliter la conception de cet observateur et son implémentation. Ainsi, les frottements aérodynamiques (équation (3.2)) sont négligés. Aussi, il faut savoir que selon le constructeur automobile, l'activation du système ABS se produit généralement à une vitesse supérieur à $8km/h$ (5 mph) prise comme vitesse initiale, d'où l'hypothèse suivante :

Hypothèse 3 *La vitesse du véhicule $V > V_{min} > 0$.*

3.3.3 Relation entre le coefficient de glissement et le coefficient d'adhérence de la roue [46]

Quand une action de freinage est déclenchée, un glissement entre la roue et le contact avec la surface de la route peut se produire, ce qui rend la vitesse du véhicule non proportionnelle à la vitesse de rotation de la roue. Le coefficient de frottement $\mu(\lambda)$ est une fonction non linéaire du paramètre de rapport de glissement de la roue λ . Ce paramètre est utilisé pour exprimer la différence entre ces vitesses et il est défini par :

$$\lambda = \frac{V - \omega R_w}{V}. \quad (3.13)$$

La relation qui lie les deux paramètres λ et μ est donnée par la Figure 3.2 et elle peut être modélisée par l'équation suivante [46] et [80] :

$$\mu(\lambda) = 2\mu_0 \frac{\lambda_0 \lambda}{\lambda_0^2 + \lambda^2}. \quad (3.14)$$

En fonction des valeurs de μ_0 et λ_0 , on peut déterminer le profil de la route. Exemple sur la Figure 3.2, pour une route en asphalte et sèche, $\mu_0 = 0.9$ et $\lambda_0 = 0.22$.

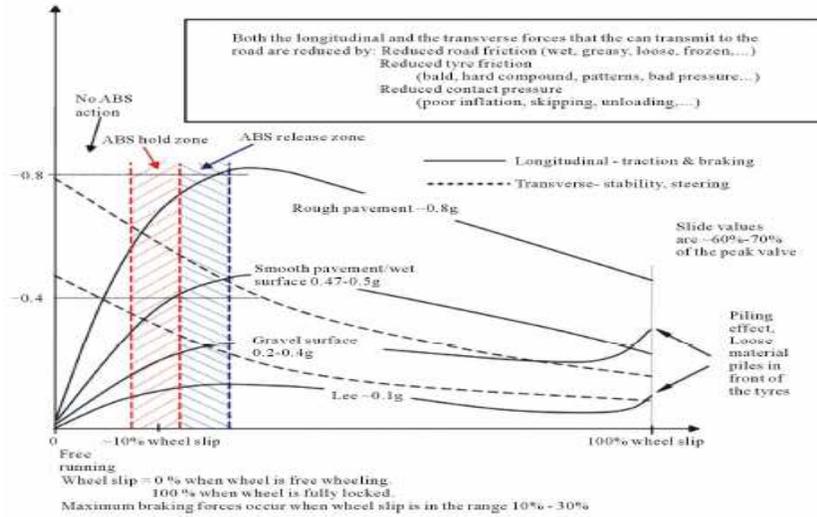


FIGURE 3.2 – Force de frottement en fonction taux de glissement [86].

3.3.4 Synthèse d’un observateur impulsif

Le système peut être défini dans l’espace d’état de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \frac{-T_b}{J_w} + \frac{R_w m_t g}{J_w} \mu(\lambda) \\ \dot{V} = -g\mu(\lambda) \\ y_1(t_i) = \omega(t_i) \\ y_2(t_k) = V(t_k) \end{cases} \quad (3.15)$$

Les sorties mesurées $y_1(t_i)$ et $y_2(t_k)$ sont données respectivement en tant que séquence de valeurs.

(t_i) , $i \in \mathbb{N}$ est l’instant de mesure de la vitesse de rotation de la roue.

(t_k) , $k \in \mathbb{N}$ est l’instant de mesure de la vitesse du véhicule.

Hypothèse 4 Ils existent η_{max} et η_{min} avec $\eta_{min} < \eta_{max}$ tel que :

$$\begin{aligned} t_i - \eta_{min} &< t_{i+1} < t_i + \eta_{max} \\ t_k - \eta_{min} &< t_{k+1} < t_k + \eta_{max} \end{aligned}$$

Les inégalités strictes ci-dessus permettent d’exclure le phénomène de Zenon [93] et des mesures parcimonieuses.

Notons que les instants de mesures t_i et t_k peuvent être synchrones ou asynchrones. En effet, dans le protocole du bus CAN rappelé antérieurement, les deux situations

peuvent se produire. C'est-à-dire, l'information est demandée par l'ECU si nécessaire. Ici, nous parlons de "Self trigger". Mais si les informations parviennent à l'ECU lorsqu'un événement se produit, nous parlons alors de "Event trigger".

Remarque 6 *Comme le vecteur d'état du système (3.15) est complètement mesuré et les instants de mesure sont pris d'une façon irrégulière, ceci excluent le problème de perte d'observabilité lors du passage d'un système continu à un système échantillonné [17]. De façon imagée, un "bon" estimateur et des périodes d'échantillonnage pas trop "élevées" assurent intuitivement une convergence pratique.*

Le problème consiste à reconstruire la vitesse de rotation de la roue ω et la vitesse du véhicule V à partir des mesures synchrones ou asynchrones de leurs signaux discontinus respectifs. Ensuite, nous pouvons estimer le paramètre du patinage des roues λ et donc déterminer le coefficient de l'adhérence de la route μ .

Hypothèse 5 *Le paramètre de patinage des roues λ est considéré comme constant entre chaque instant d'échantillonnage $\Delta t_j := t_{j+1} - t_j$ avec $j = i$ ou k .*

Afin d'estimer le paramètre de patinage des roues, nous avons besoin d'étendre l'état λ avec $\dot{\lambda}(t) = 0$.

L'observateur proposé pour estimer la vitesse du véhicule s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}} = \frac{-T_b}{J_w} + \frac{R_w m_t g}{J_w} \mu(\hat{\lambda}) \\ \dot{\hat{V}} = -g\mu(\hat{\lambda}) \\ \dot{\hat{\lambda}} = 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

avec

$$\begin{cases} \hat{\omega}(t_i^+) = r_1 \hat{\omega}(t_i) + (1 - r_1) \omega(t_i) \\ \hat{V}(t_k^+) = r_2 \hat{V}(t_k) + (1 - r_2) V(t_k) \\ \hat{\lambda}(t_j^+) = r_3 \hat{\lambda}(t_j) + (1 - r_3) \tilde{\lambda}(t_j) \end{cases} \quad (3.17)$$

Où

$$\tilde{\lambda} = h(\omega(t_j), V(t_j)) \quad (3.18)$$

est déterminé à partir des données présentées sur la Figure 3.2.

Les instants d'échantillonnage des séries t_j sont les mêmes que les instants d'échantillonnage des séries t_i et t_k .

À savoir aussi que $\hat{\omega}$ et \hat{V} sont les états observés et $\hat{\lambda}$ est la valeur estimée du paramètre de patinage des roues.

$R = \text{diag}\{r_1, r_2, r_3\}$ est la matrice de reset qu'il faut choisir de sorte que l'état de l'observateur (3.16-3.17) converge vers l'état du système (3.15).

Hypothèse 6 *Les instants d'échantillonnage sont synchrones $t_i = t_k = t_j$.*

Remarquons que l'observateur (3.16) (3.17) a la même dynamique en temps continu que le système (3.15) sauf qu'à chaque instant de mesure de la sortie, une partie de l'état de l'observateur est réinitialisée en fonction de l'erreur entre la sortie estimée $(\hat{y}_1(t_k) \ \hat{y}_2(t_k))^T$ et le vecteur de sortie mesuré $(y_1(t_k) \ y_2(t_k))^T$.

En effet, l'observateur fait une correction à chaque instant de mesure disponible mais juste sur la partie mesurable, tandis que la partie non mesurée évolue sans correction, elle est supposée stable.

Nous énonçons la proposition suivante :

Proposition 3.3.1 *Sous les hypothèses 3, 4, 5 et 6, l'état de l'observateur impulsif (3.16) (3.17) converge asymptotiquement vers l'état initial du système (3.15) et donne l'estimation du paramètre de patinage des roues λ .*

Preuve. Posons $e = (e_1 \ e_2 \ e_3)^T$ avec

$$e_1 = \omega - \hat{\omega}, \quad e_2 = V - \hat{V} \text{ and } e_3 = \lambda - \hat{\lambda}.$$

À partir des hypothèses 4 et 5, la dynamique l'erreur d'observation est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = \frac{R_w m_t g}{J_w} (\mu(\lambda) - \mu(\hat{\lambda})) \\ \dot{e}_2 = -g (\mu(\lambda) - \mu(\hat{\lambda})) \\ \dot{e}_3 = 0 \\ e_1(t_k^+) = r_1 e_1(t_k) \\ e_2(t_k^+) = r_2 e_2(t_k) \\ e_3(t_k^+) = r_3 e_3(t_k) \end{array} \right. \quad (3.19)$$

À partir de la fonction h donnée dans (3.18), aux instants d'échantillonnage $\tilde{\lambda}$ est égale à λ , car ω et V utilisent des mesures au même instant t_k , on obtient $e_3(t_k^+) = r_3 e_3(t_k)$

Comme la fonction $\mu(\lambda)$ est dérivable, à partir du théorème de la valeur moyenne, on a :

$$\exists \bar{\lambda} \in [\lambda, \hat{\lambda}] \text{ tel que } \mu(\lambda) - \mu(\hat{\lambda}) = \dot{\mu}(\bar{\lambda})(\lambda - \hat{\lambda}) \quad (3.20)$$

En utilisant (3.14), (3.20) peut être réécrite comme :

$$\begin{aligned} \mu(\lambda) - \mu(\hat{\lambda}) &= \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \left(1 - R_\omega \frac{\omega}{V} - 1 + R_\omega \frac{\hat{\omega}}{\hat{V}} \right) \\ &= R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \left(\frac{\omega \hat{V} - \hat{\omega} V}{V \hat{V}} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

En remplaçant $\hat{\omega}$ par $\omega - e_1$ et \hat{V} par $V - e_2$, (3.21) devient

$$\begin{aligned} \mu(\lambda) - \mu(\hat{\lambda}) &= R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \left(\frac{\omega(V - e_2) - (\omega - e_1)V}{V(V - e_2)} \right) \\ &= R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \left(\frac{V e_1 - \omega e_2}{V(V - e_2)} \right) \\ &= \left(\frac{R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) V}{V(V - e_2)} \right) e_1 - \left(\frac{R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \omega}{V(V - e_2)} \right) e_2. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Alors, l'équation (3.19) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{R_\omega m_t g R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) V}{J_w V(V - e_2)} e_1 - \frac{R_\omega m_t g R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \omega}{J_w V(V - e_2)} e_2 \\ \dot{e}_2 = \frac{-g R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) V}{V(V - e_2)} e_1 - \frac{-g R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \omega}{V(V - e_2)} e_2 \\ \dot{e}_3 = 0 \\ e_1(t_k^+) = r_1 e_1(t_k) \\ e_2(t_k^+) = r_2 e_2(t_k) \\ e_3(t_k^+) = r_3 e_3(t_k) \end{cases} \quad (3.23)$$

Afin de simplifier (3.23), nous introduisons la notation $f = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix}$, tel que

$$f_{11} = \frac{R_\omega m_t g R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) V}{J_w V(V - e_2)}, \quad f_{12} = \frac{R_\omega m_t g R_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda}) \omega}{J_w V(V - e_2)},$$

$$f_{13} = 0, \quad f_{21} = \frac{-gR_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda})V}{V(V - e_2)}, \quad f_{22} = \frac{-gR_\omega \dot{\mu}(\bar{\lambda})\omega}{V(V - e_2)}$$

$$f_{23} = 0, \quad f_{31} = 0, \quad f_{32} = 0, \quad f_{33} = 0$$

La dynamique de l'erreur d'observation s'écrit comme :

$$\begin{cases} \dot{e} = fe \\ e(t_k^+) = Re(t_k). \end{cases} \quad (3.24)$$

Maintenant, considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$W(e(t)) = \|e(t)\|_1 := |e_1(t)| + |e_2(t)| + |e_3(t)|.$$

Pour $e(t) \neq 0$, la dérivée de la fonction $W(e(\cdot))$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \text{sign}(e_1)\dot{e}_1 + \text{sign}(e_2)\dot{e}_2 + \text{sign}(e_3)\dot{e}_3 \\ &\leq |\dot{e}_1| + |\dot{e}_2| + |\dot{e}_3|. \end{aligned}$$

D'après (3.24), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{W} &\leq \|f\|_1 \|e\|_1 \\ &\leq \|f\|_1 W. \end{aligned} \quad (3.25)$$

L'intégration de la fonction $W(e(\cdot))$ entre deux instants successifs t_k et t_{k+1} donne :

$$W(e(t)) \leq \exp\left(\int_{t_k}^t |f(\tau)| d\tau\right) W(e(t_k^+)).$$

Maintenant, dans la partie restante de la preuve, nous allons montrer que la différence de la fonction de Lyapunov $W(e(t))$ à deux instants d'échantillonnage successifs t_k et t_{k+1} et définie par :

$$\delta W(e(t_k)) := W(e(t_{k+1}^+)) - W(e(t_k^+)) \quad (3.26)$$

décroit vers zéro tout au long de la solution du système si l'hypothèse 3 est vérifiée.

D'autre part, comme $e(t_{k+1}^+) = Re(t_{k+1})$, alors

$$W(e(t_{k+1})) \leq \exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\tau) d\tau\right) \|R\| \|e(t_k)\|_1. \quad (3.27)$$

Remplaçant (3.27) dans (3.26), on obtient :

$$\delta W(e(t_{k+1})) = \left(1 - \|R\| \exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\tau) d\tau\right)\right) \|e(t_k^+)\|_1. \quad (3.28)$$

Étant donné que les périodes de mesures $\theta_k = t_{k+1} - t_k$ sont limitées par la continuité de la fonction $\exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\tau) d\tau\right)$, il est toujours possible de trouver une matrice R tel que :

$$1 - \|R\| \exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\tau) d\tau\right) < 0$$

Choisissons par exemple $\|R\| < \frac{1}{\exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\tau) d\tau\right)}$.

Par conséquent, $\delta W(e(t)) < 0$.

□

3.3.5 Simulations

Dans le but d'attester les performances de l'observateur impulsionnel proposé, des simulations numériques sont présentées. Les résultats de simulation sont obtenus en utilisant les paramètres et les données suivants :

Les paramètres du modèle du véhicule

Les paramètres utilisés pour le modèle du véhicule sont présentés dans le tableau 3.1

TABLE 3.1 – Paramètres du modèle du véhicule

Symbole	Valeur
g	9.81 m/s^2
l	2.5 m
m_{roue}	40 kg
$M_c/4$	375 kg
J_ω	1.7 kgm^2
R_ω	0.326 m
V_0	30 m/s
ω_0	100 rad/s

Les paramètres de l'observateur

Nous avons fixé les paramètres suivants pour l'observateur (3.16) (3.17) : $R = 0$ et $t_{k+1} - t_k = 0.3$ seconde. Les conditions initiales sont $(\hat{\omega}_0, \hat{V}_0, \hat{\lambda}_0)^T = (10, 12, 0.73)^T$. Les performances de l'observateur et son efficacité sont clairement mis en évidence par une simulation pratique comme on le voit sur les Figures 3.3 et 3.4. La convergence de l'estimée de la vitesse du véhicule \hat{V} vers la valeur réelle V est obtenue au bout d'un temps de 0.4 seconde (Figure 3.4). Quant à l'estimation de la vitesse de rotation de la roue $\hat{\omega}$, celle-ci atteint sa vitesse réelle ω en 0.4 seconde (Figure 3.3).

Commentaires sur les simulations

La Figure 3.5 montre qu'il est possible d'estimer le paramètre λ uniquement par l'utilisation des mesures discrètes et synchrones de la vitesse du véhicule V et la vitesse de rotation de la roue ω . Ensuite, la même simulation est réalisée mais cette fois-ci avec des mesures asynchrones ($t_{i+1} - t_i = 0.1s$, $t_{k+1} - t_k = 0.3s$ et $R = 0$). Les résultats montrent que le paramètre de glissement λ peut être estimé seulement à partir de 0.5 seconde ce qui est mentionné dans l'énoncé du corollaire précédent, parce que dans cet intervalle de temps uniquement la mesure de ω est disponible. En effet, entre 0 et 0.3 seconde, $\tilde{\lambda}(t_i) = \frac{\hat{V}(t_i) - R\omega(t_i)}{\hat{V}(t_i)}$, qui est représenté par le pic visible sur la Figure 3.6.

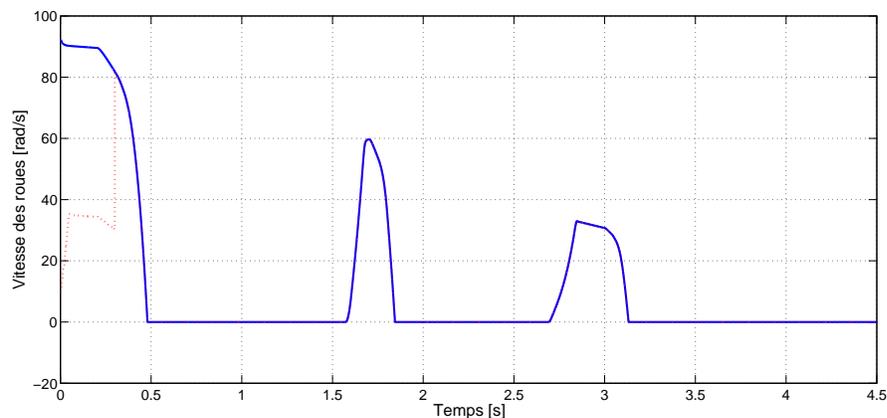


FIGURE 3.3 – ω et $\hat{\omega}$ avec des mesures synchrones avec $\theta_k = 0.3s$.

3.3. DÉVELOPPEMENT D'UN OBSERVATEUR IMPULSIONNEL POUR LA DETECTION DES PROFILS D

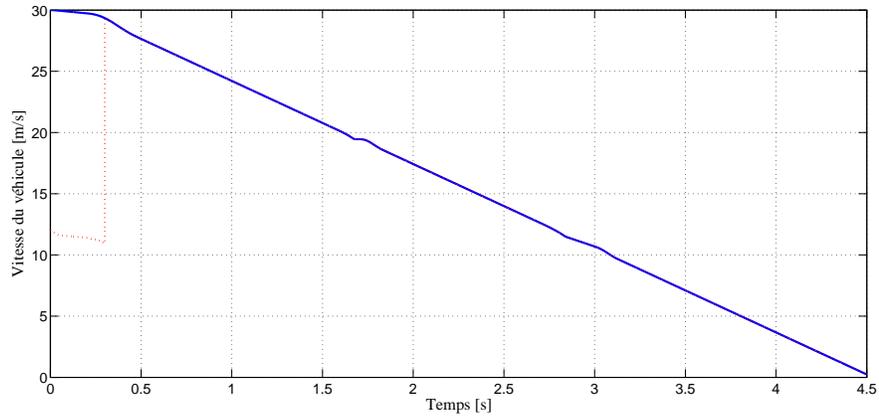


FIGURE 3.4 – V et \hat{V} avec des mesures synchrones avec $\theta_k = 0.3s$.

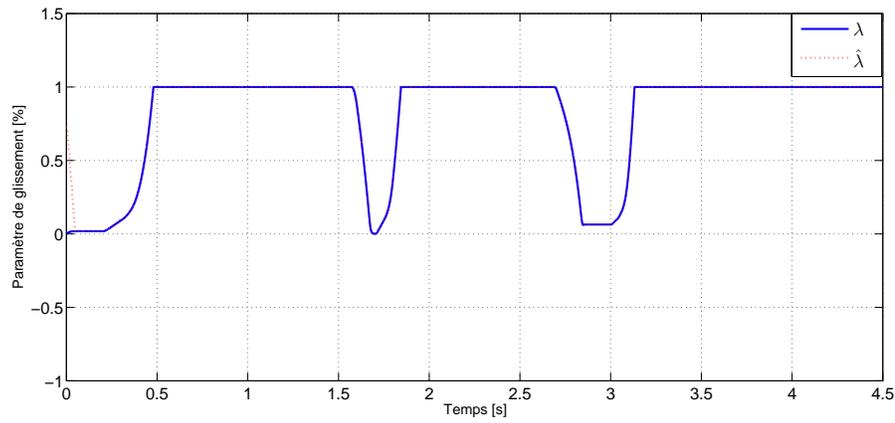


FIGURE 3.5 – Le paramètre de glissement λ avec des mesures synchrones avec $\theta_k = 0.3s$.

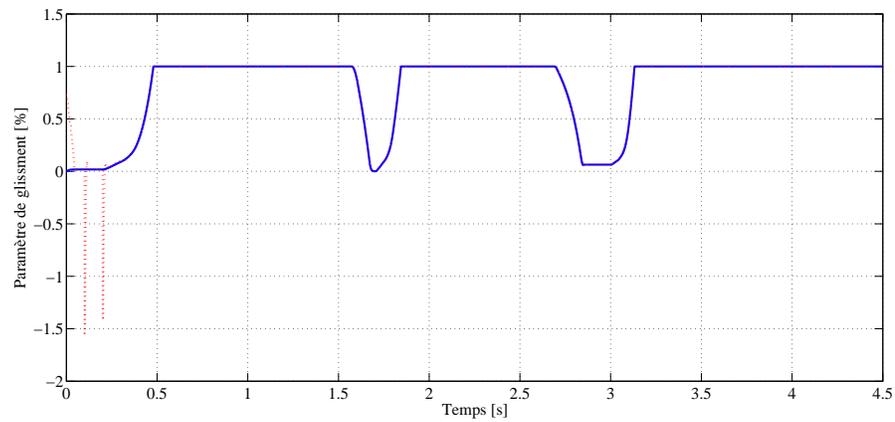


FIGURE 3.6 – Le paramètre de glissement λ avec des mesures asynchrones avec $\theta_i = 0.1s$ et $\theta_k = 0.3s$.

Conclusion

Après des rappels sur l'observabilité et sur le modèle quart du véhicule. Sur la base de ce modèle simplifié (1ddl d'une masse) sous certaines hypothèses, un observateur impulsionnel a été développé pour estimer le taux de glissement et ainsi le coefficient d'adhérence avec des mesures synchrones et asynchrones. Le modèle développé à cet effet, sera utilisé dans le chapitre 4 pour tester un système ABS de type Bosch 5.0 avec différents types de profils de route (sèches, mouillées, etc.) dans les ateliers de la société SDI.

Chapitre 4

Implementation, tests et validation au sein de SDI

Introduction

Ce chapitre a pour but de reprendre les travaux présentés aux chapitres 2 et 3 à savoir, la commande du vérin et le modèle du véhicule, de les implémenter et de les valider sur le logiciel X'SPARE au sein des ateliers de SDI. Le chapitre sera scindé en deux parties, la première sera consacrée à l'implémentation de la commande non linéaire développée au sein du laboratoire Quartz pour répondre aux exigences et aux problématiques qui sont rencontrées par les ingénieurs de SDI notamment lorsqu'il s'agit de commander un vérin pneumatique en positionnement (régulation) ou en suivi de trajectoire surtout en présence de perturbations (poussée sur un ressort ou une masse inconnue). La deuxième partie sera dédiée à l'intégration du modèle de véhicule ainsi que différents profils de routes développés précédemment (chapitre 3) dans le code source du logiciel X'SPARE de façon à garantir l'environnement et les conditions nécessaires pour le test d'un ABS de type Bosch sur un banc d'essai HIL (hardware-in-the-loop).

4.1 Implementation et validation de la commande homogène dans X'SPARE.

Avant d'entamer cette partie, on présentera brièvement le logiciel X'SPARE et ses différentes fonctionnalités.

4.1.1 Introduction au logiciel X'SPARE

X'SPARE est un logiciel de contrôle/commande destiné aux essais d'endurance et de caractérisation. Il est développé par les ingénieurs de la société SDI, fruit de 15 années d'expériences dans le domaine du test et de la mesure, notamment en partenariat avec la société Bosch. X'SPARE intègre des solutions logicielles permettant :

- Un paramétrage simple des valeurs des essais.
- La possibilité d'installation sur tout type de banc.
- La mise en oeuvre rapide d'un essai.
- La réalisation de cycles d'endurances et de caractérisation.
- Une logique d'essai orientée normes ou scénarios d'essais.
- Le pilotage de systèmes asservis à régulation complexes.

Architecture matérielle et logicielle

Grâce à son fonctionnement sur un noyau temps réel RTX (voir section RTX) sous Windows. Le logiciel X'SPARE peut gérer plusieurs boucles de régulation et de faire des acquisitions à une fréquence allant jusqu'à 100 kHz. Il s'installe sur n'importe quel PC équipé d'un système d'exploitation Windows (XP/Seven) avec un noyau temps réel RTX Figure 4.1.

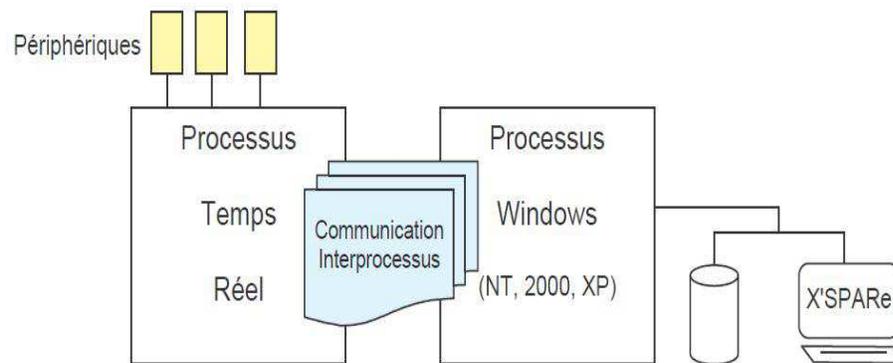


FIGURE 4.1 – Architecture du logiciel X'SPARE.

Notions temps réel et noyau RTX

Généralement, un système est dit “temps réel” lorsque son temps de réponse est négligeable par rapport aux phénomènes physiques observés. Ce qui diffère d'une application dite “temps réel” qui a la capacité de traiter en un temps déterminé un flux d'événements issus d'un processus sans perdre un seul de ces événements. Ainsi, la notion de temps réel est associée à la notion d'échéance : une tâche doit être terminée

avant une date prédéfinie, généralement un certain temps après son appel. Le temps entre l'appel d'une tâche et son exécution s'appelle "la latence". Dans les systèmes informatiques ou électroniques, cette gestion du temps est faite par un système d'exploitation temps réel qui va permettre de diminuer la latence et de garantir l'exécution des tâches avant leurs échéances.

RTX est donc un patch propriétaire pour Windows et/ou une extension logicielle à Windows. Celui-ci installe un second noyau temps réel en parallèle du noyau NT. Il transforme Windows en un système d'exploitation temps réel (RTOS) sans modification de sa couche d'abstraction matérielle (HAL), en lui ajoutant un sous-système temps réel (RTSS) dur et déterministe. RTX n'est ni une encapsulation de Windows, ni un produit dérivé, ni une modification à appliquer. Il n'interfère pas avec le système de base. C'est comme si le système embarqué avait deux centres de décision bien distincts, l'un étant appelé par les APIs standard de Microsoft, l'autre par des fonctions RTX spécialement conçues (préfixe "Rt"). La différence étant simplement le comportement déterministe apporté par RTX.

Le développement d'application RTX se fait depuis Microsoft Visual Studio en C/C++ avec des APIs dont la syntaxe est similaire à celle de Windows. Les exécutables sous RTX sont des ".rtss" et les DLLs des ".rtdll".

Fonctionnalités

X'SPARE offre des techniques avancées de premier plan et des fonctions métier adaptées au besoin du client :

- Un noyau temps réel cohabitant avec Windows au coeur du système pour la réalisation de lois de commande et de régulation stables impossibles avec les systèmes d'exploitation non déterministes de type Windows (pas de consommation de ressources préjudiciables à la stabilité du système, pas de contraintes sur le déplacement de la souris en cours d'essais par exemple,...)
- Des modes de régulation définis par pilote : la commutation d'un mode de pilotage à un autre est réalisée par le système sous le noyau temps réel sans accoups.
- Dialogue sur bus industriel Modbus ou CAN : le dialogue avec les équipements (enceinte thermique, calculateur,...) peut se faire de manière intuitive et simple.
- Un système adaptable à tout type de banc :
 - Machines tournantes (embrayages, transmission).
 - Machines hydrauliques.

- Machines avec axes électriques en débattement.
- Axes pneumatiques (vérins pneumatiques, pot à air).
- Systèmes d'air pulsé sous contraintes thermiques.
- Drivers (pilotes) de périphériques disponibles : Carte Daq NI série E, carte E/S Digitales ADLink, NI, AXIOM, codeurs incrémentaux ADlink, Advantech.
- La gestion d'une base de données des capteurs du banc :
 - Traçabilité des capteurs utilisés.
 - Suivi de l'étalonnage.
 - Indépendance des voies de la configuration physique par rapport aux capteurs.
 - Les mises à l'échelle des capteurs sont réalisées pour chaque capteur dans la base, les voies physiques des configurations utilisant ces capteurs sont automatiquement mises à jour lors du chargement d'une configuration physique.
- Des voies calculées temps réel numériques et logiques : filtres, dérivées, intégrales, lois polynomiales, valeur RMS...
- Gestion intelligente des alarmes et défauts bancs par des commandes de replis programmables :
 - Surveillance du banc directement paramétrée dans la configuration d'essai.
 - Surveillance des produits programmables dans les phases d'essais suivant le type de cycle.
 - Différents modes de surveillances avec replis programmable (seuil, gabarit, pente).
 - Utilisation de macros Microsoft VBScript pour le calcul de réponses spécifiques du produit par rapport au type de cycle en cours.
- Un système de traçabilité des essais :
 - Journal de bord des événements opérateur.
 - Journal de bord des des alarmes et défauts de surveillance du banc ainsi que des alarmes et défauts surveillance du produit sous test.
- Graph temps réel : possibilité de paramétrer l'affichage du graph temps réel pour chaque phase de pilotage.
 - Mode scope ou continu.
 - Tracé en $y = f(x)$ ou $y = f(t)$ avec selection des voies à visualiser.
 - Selection de la fréquence d'échantillonnage.

Ci-dessous, une capture d'écran d'une configuration sous X'SPARE (Figure 4.2).

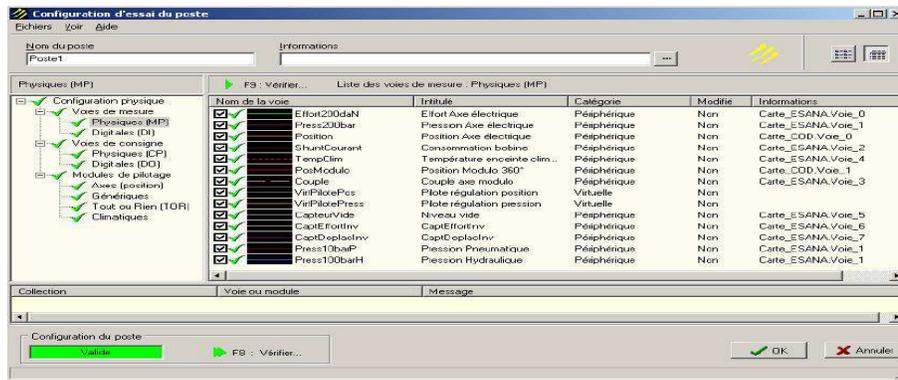


FIGURE 4.2 – Configuration d'un essais sous X'SPARE.

4.1.2 Intégration du code "C" de la commande homogène issue de Simulink sous X'SPARE

La commande homogène qui a été développée au laboratoire Quartz et testée en temps réel à l'aide de la dSPACE 1103 sur le vérin pneumatique va être maintenant intégrée dans le logiciel X'SPARE. Pour ce faire, un code "C" va être généré à l'aide de l'outil génération de code de Matlab/Simulink (Matlab&Simulink Coder) et va être incorporé dans le code source de X'SPARE afin de piloter le vérin. Mais avant cela, une présentation de cet outil est nécessaire pour comprendre la suite.

Présentation de l'outil génération de code "C" de Matlab/Simulink

Simulink Coder [mathworks.com] (anciennement Real-Time Workshop) génère et exécute du code C et C++ à partir de diagrammes Simulink, de diagrammes Stateflow et de fonctions Matlab. Le code source généré peut être utilisé dans des applications en temps réel et hors temps réel, notamment pour l'accélération de la simulation, le prototypage rapide et les tests hardware-in-the-loop (HIL). Ces principales fonctionnalités sont :

- Code ANSI/ISO C et C++ et fichiers exécutables pour les modèles Simulink et Stateflow discrets, continus ou hybrides.
- Génération de code incrémentale pour les modèles complexes.
- Prise en charge des types de données entières, en virgule flottante et en virgule fixe.
- Génération de code pour les modèles monocadence, multcadence et asynchrones.

- Exécution de code monotâche, multitâche et multicœur avec ou sans système d’exploitation en temps réel (RTOS).
- Simulation du mode externe pour la mise au point des paramètres et le contrôle des signaux.

Simulink Coder fournit un atelier complet pour l’exécution en temps réel du code généré et son incorporation dans l’environnement d’exécution. Il génère un code monocadence ou multcadence en fonction des périodes d’échantillonnage qu’on spécifie dans le modèle. Le code peut être déployé avec ou sans système d’exploitation en temps réel (RTOS), en mode monotâche, multitâche ou asynchrone.

- Mode monotâche : un ordonnanceur simple appelle le code généré dans un “thread” d’exécution unique, évitant la préemption entre les cadences.
- Mode multitâche : un ordonnanceur déterministe à taux monotone appelle le code généré, autorisant la préemption entre les cadences. Dans un environnement carte nue, il faut utiliser les interruptions imbriquées pour assurer la préemption du code. Dans un environnement de système d’exploitation en temps réel (RTOS), il faut utiliser la priorité et la préemption de tâches.
- Mode asynchrone : les cadences non périodiques ou asynchrones sont définies à l’aide des S-fonctions Simulink. Simulink Coder traduit ces cadences dans le code nécessaire pour l’environnement d’exécution. Le code est modélisé et généré pour les événements, tels que les interruptions matérielles, et déclenche des sous-systèmes en tant que tâches indépendantes.

Pour mieux comprendre cet outil et la façon de le configurer, on va dans un premier temps l’appliquer sur un exemple simple. L’exemple qu’on a nommé “rapport₁” est une simple addition de trois constantes avec deux d’entre elles qui symbolisent deux entrées **In1** et **In2** et le résultat est représenté par une sortie **Out1** Figure 4.3.

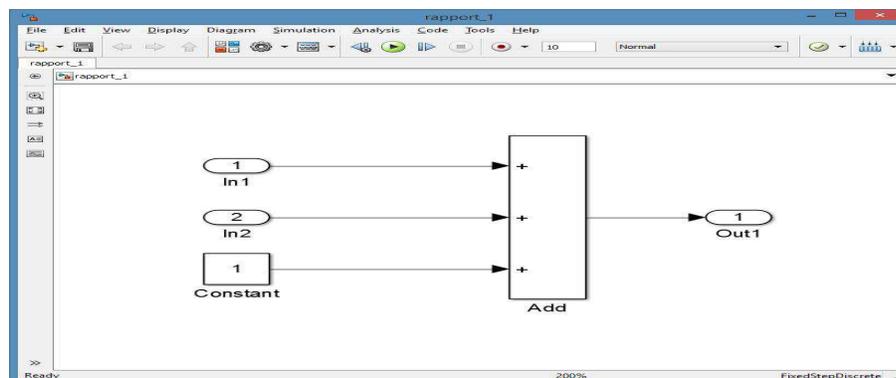


FIGURE 4.3 – Exemple pour la génération de code “C”.

Pour la génération de code, quelques configurations et paramétrages sont nécessaires tels que la période d'échantillonne, temps discret ou continu, pas fixe ou variable,... Dans l'onglet "Configuration parameters", régler le Solver en "Fixed Step" et "Discret (no continuous states)" Figure 4.4.

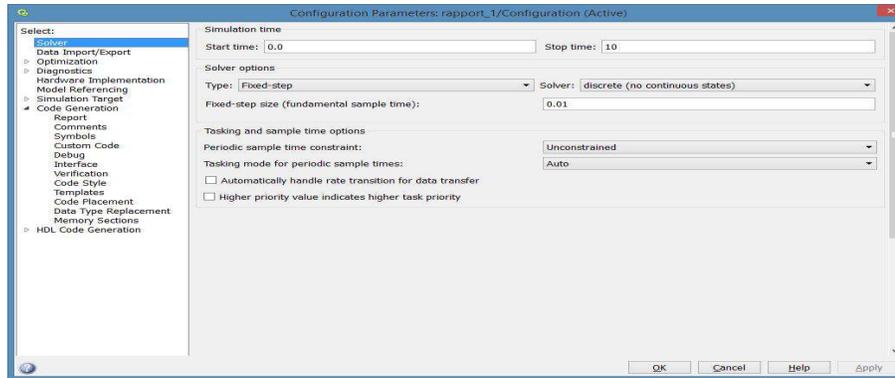


FIGURE 4.4 – Configuration du Solver.

Après, il nous faut paramétrer les options de la génération de code. Il faut donc aller dans l'onglet "Code Generation" et suivre les étapes suivantes (voir Figure 4.5) :

- Choisir "ert.tlc", un code embarqué standard qui est plus simple à intégrer dans des applications ou logiciels.
- Language : choisir le langage "C".
- Build Process : détection automatique des compilateurs de fichiers "C/C++" installés sur le PC. Dans notre cas c'est "Microsoft Visual C++ V12.0" qui a été détecté.
- Cocher la case "Generate code only".

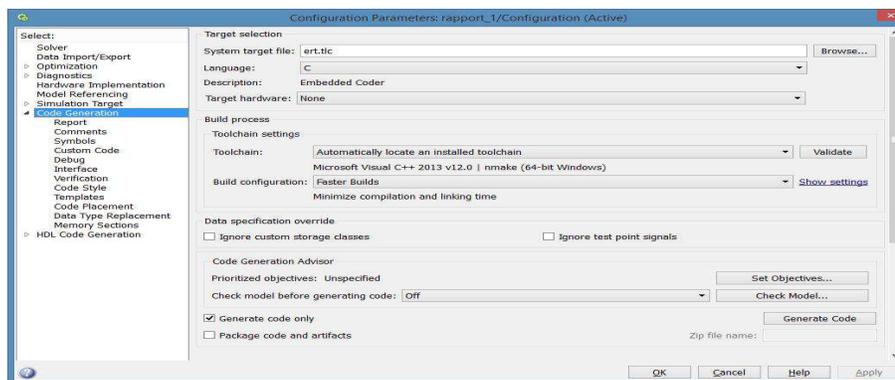


FIGURE 4.5 – Configuration de la génération de code.

Ensuite, il faut aller dans l'option "Report" et la configurer comme le montre la Figure 4.6. Cette option permet de visualiser les différents fichiers générés par le modèle. Chaque fichier contient des lignes de code avec des informations telles que : nom

des variables et des blocs, les fonctions mathématiques et les valeurs numériques des variables.

Maintenant, on va analyser et étudier chacun des fichiers générés par Matlab, à savoir : trois fichiers “.c”, quatre fichiers “.h”, un fichier “.bat” et d’autres fichiers (“.mat”, “.txt”, “.obj” et “.tmw”), ces derniers ne sont pas importants à étudier.

`rapport_1.h` : Ce fichier contient les types d’entrées (**In1**, **In2**), la sortie **Out1** ainsi que la constante **constant** déclarés respectivement dans les structures `ExtU_rapport_1_T`, `ExtY_rapport_1_T` et `P_rapport_1_T`.

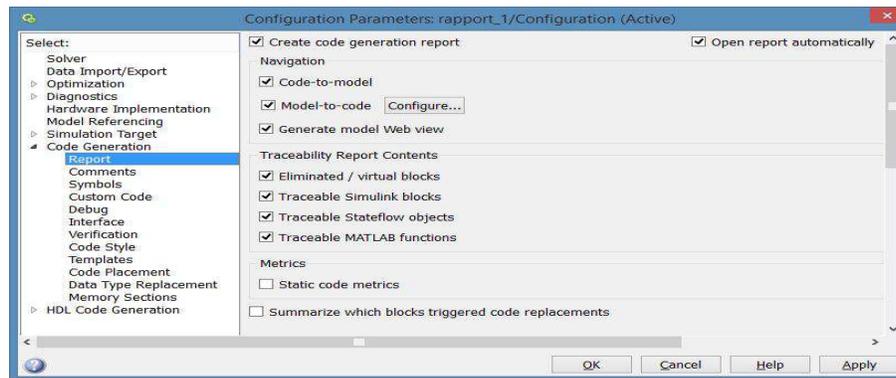


FIGURE 4.6 – Configuration des options du rapport.

`rapport_1.c` : Il contient les instances `rapport_1_Y` et `rapport_1_U` des structures `ExtU_rapport_1_T`, `ExtY_rapport_1_T`. On remarque aussi que la fonction `void rapport_1_step(void)` contient le calcul mathématique du modèle Simulink créé. La fonction `void rapport_1_initialize(void)` quant à elle sert à initialiser le modèle.

`rapport_1_data.c` : ce fichier contient les valeurs numériques associées aux variables déclarées dans les différents blocs du modèle.

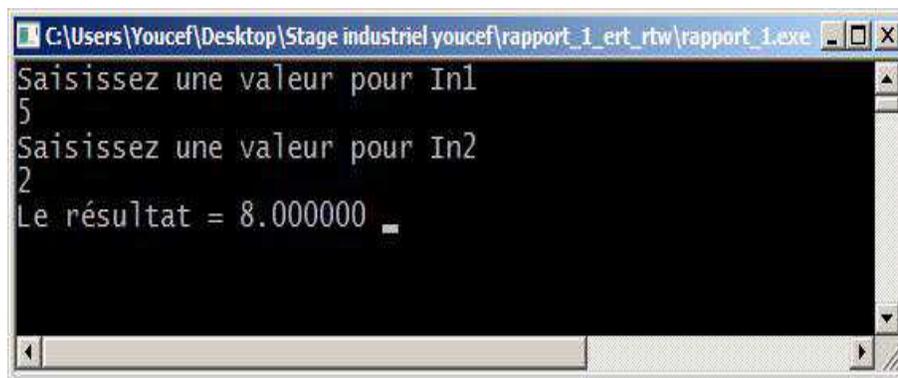
`ert_main.c` : Comme son nom l’indique, ce fichier contient la fonction `int_T main(int_T)` qui sert à lancer la fonction `Rt_Onestep()`, donc à lancer le modèle.

`rtwtypes.h` : C’est un fichier spécifique à Matlab, il contient des structures qui définissent les différents types de variables.

`rapport_1.bat` : Il contient des commandes qui servent à compiler les fichiers générés en incluant différentes bibliothèques qui sont définies dans le fichier `rapport_1.mk`.

Après quelques modifications dans les lignes du code, on peut maintenant passer à la compilation. La compilation peut se faire de deux manières différentes, il est possible d'exporter les fichiers sur Visual C++, comme il est possible de les compiler directement sous Matlab en utilisant la commande `dos(rapport_1.bat)` dans la fenêtre Workspace.

Le lancement de l'exécutable avec les valeurs suivantes : $In1=5$, $In2=2$ et $constant=1$ confirme la validité du code généré comme on le voit sur la Figure 4.7. En effet, le modèle calcul bien $In1+In2+Constant=5+2+1=8$. Avec la configuration et le paramétrage expliqués précédemment.



```

C:\Users\Youcef\Desktop\Stage industriel youcef\rapport_1_ert_rtw\rapport_1.exe
Saisissez une valeur pour In1
5
Saisissez une valeur pour In2
2
Le résultat = 8.000000
  
```

FIGURE 4.7 – Résultat du calcul après le lancement de l'exécutable.

Génération du code de la commande du vérin et intégration dans X'SPARE

Dans cette partie, on va procéder d'abord à la génération de code "C" à partir du schéma bloc Simulink de la commande du vérin en suivant les étapes décrites précédemment. Le schéma (voir Figure 4.8) contient deux entrées (**Capteur**, **Ref**) et une sortie (**Consigne_R**). Ce code va être en suite intégré dans le code source du logiciel X'SPARE.



FIGURE 4.8 – Schéma bloc de la commande du vérin.

Lancer le modèle généré directement sous X'SPARE ne sera pas possible, car X'SPARE est préprogrammé afin de lancer ses fonctions successivement (lecture des cartes, gestion d'interruption, etc.). La solution que nous avons adoptée est de faire tourner le modèle dans un "Thread" (processus) qui exécute le modèle parallèlement avec d'autres processus liés à X'SPARE. Pour cela, deux fichiers (thread.c et thread.h) ont été ajoutés dans le code source d' X'SPARE.

Le fichier thread.h contient une structure qui déclare les différentes entrées et sorties du modèle. Elle contient des définitions du thread et des events (les events sont des signaux qui gèrent le réveil ou l'arrêt du thread).

Le fichier thread.c contient une fonction spécifique au paramétrage du thread ainsi que des events qui gèrent le réveil et l'arrêt de ce dernier et il contient aussi la fonction "RtOnstep()".

Le fichier main.c d'X'SPARE contient des fonctions qui servent à créer, lancer ou arrêter le thread.

Présentation du banc de test

Une maquette expérimentale (banc de test) a été installée pour conduire les tests et valider l'intégration de la commande du vérin dans X'SPARE. Cette maquette est composée de différents éléments qu'on présentera dans ce qui suit.

Le vérin : Le vérin mis en place pour les tests, est un vérin double effet avec capteur (potentiomètre). Ce capteur de position est directement lié au vérin, il fournit un signal en fonction de la position de la tige du vérin Figure 4.9.

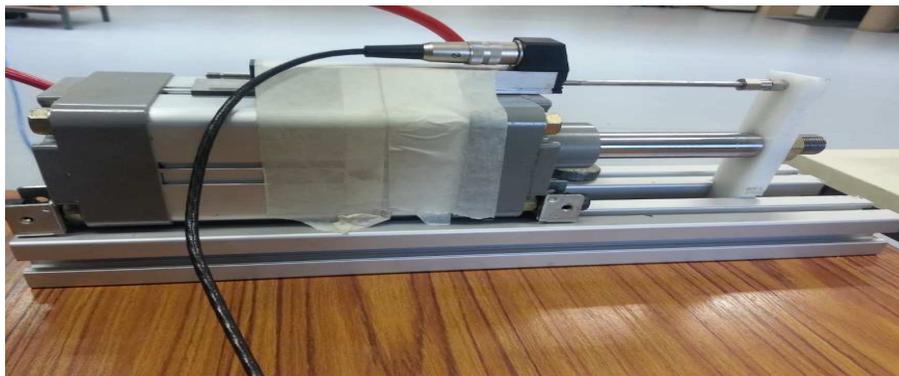


FIGURE 4.9 – Vérin double effet avec son capteur de position.

Alimentation Lutze Dran 120 : Avec sa tension de sortie ajustable (5, 12, 24 et 48v), elle permet d'alimenter l'électrovanne MPYE avec une tension de 10 v, Figure 4.10.



FIGURE 4.10 – Bloc d'alimentation.

Electrovanne proportionnelle (MPYE) : L'électrovanne MPYE, à distributeur 5/3 voies est équipée d'une bobine de commande en position. La bobine transforme un signal d'entrée analogique à une ouverture correspondante de la section de la valve en sortie. Une tension comprise en 0 et 10 v est utilisée pour réguler le volume et la direction de l'air à travers le piston. Sa fréquence maximale admissible est de 80 Hz (voir Figure 4.11).



FIGURE 4.11 – Electrovanne proportionnelle (MPYE).

Régulateur de pression. : Il permet de réguler ou de limiter la pression d'air provenant du compresseur Figure 4.12.

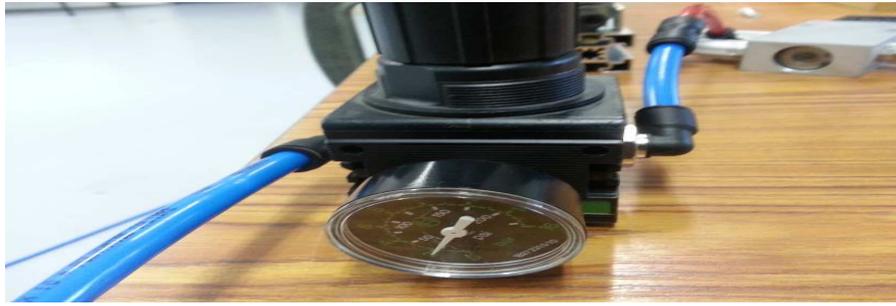


FIGURE 4.12 – Régulateur de pression.

Les cartes E/S : Au niveau de l'unité centrale, se trouvent une carte d'acquisition/pilotage analogique et une carte de commande. La carte d'acquisition et de pilotage analogique de type "National Instruments PCI 16E4", contient 16 entrées et 2 sorties analogiques. La carte de commande (Tout Ou Rien) de type "Adventech PCI 7260" contient, quant à elle, 8 entrées et 8 sorties Figure 4.13.



FIGURE 4.13 – Cartes d'acquisition/pilotage : Adventech PCI 7260 (gauche), NI PCI 16E4 (droite).

Les borniers de connexion : Les borniers servent à relier les fils provenant des deux cartes d'acquisition avec les différents fils des capteurs et des actionneurs externes Figure 4.14.

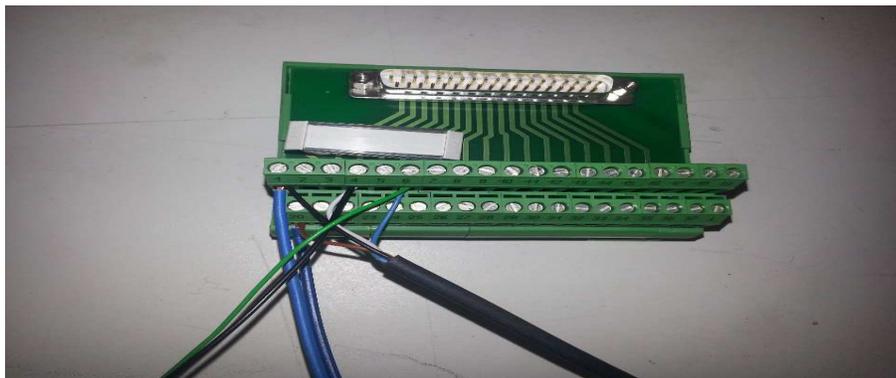


FIGURE 4.14 – Bornier de connexion.

Réalisation de séquences de tests avec X'SPARE

Des cycles en créneau (positionnement) et sinus (suivi de trajectoire) ont été configurés dans X'SPARE pour tester et valider la commande à l'aide de la maquette expérimentale. Pour un cycle en créneau Figure 4.15 on remarque que l'erreur de positionnement du vérin (créneau de couleur verte) par rapport à la consigne (couleur jaune) et de moins de 1 mm, ainsi qu'en de temps de réponse qui est inférieur à 2 s. On observe également un bon suivi de trajectoire pour une entrée sinusoïdale de fréquence 10 Hz Figure 4.16. D'autres tests viennent confirmer ces résultats mais cette fois-ci les données acquises via X'SPARE sont traitées sous Matlab. En effet, X'SPARE génère un fichier comprenant des données sous un format Excel (.CSV). Ce fichier est converti au format (.xlsx) puis exporté et traité sous Matlab (voir Figures 4.17, 4.18 et 4.19).

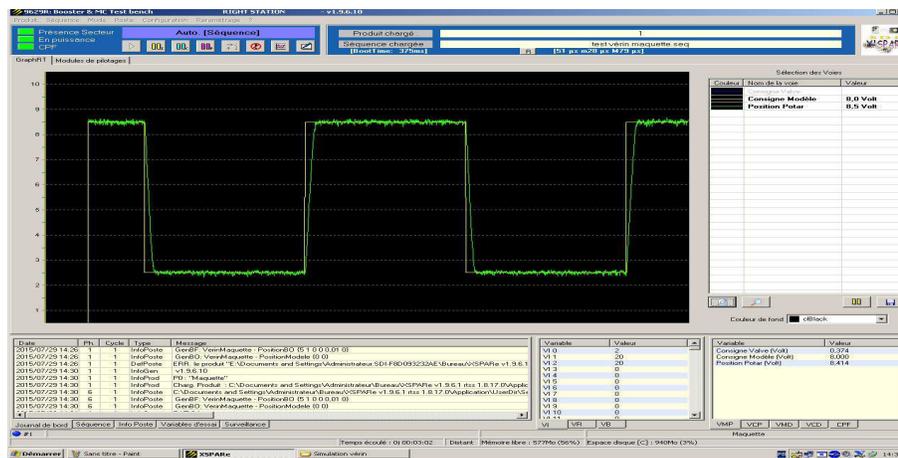


FIGURE 4.15 – Test de positionnement (créneau).

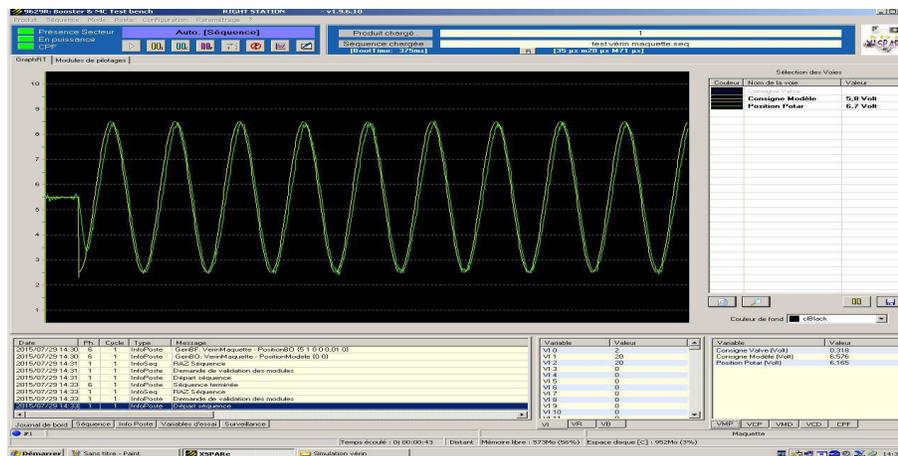


FIGURE 4.16 – Suivi de trajectoire (Sinus 10 Hz).

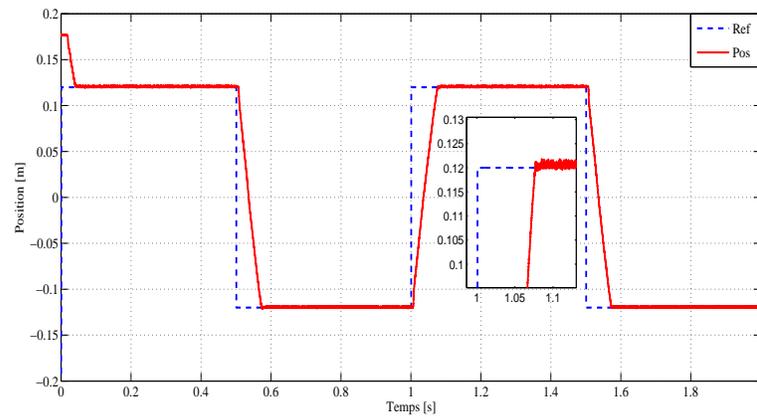


FIGURE 4.17 – Courbes Matlab de test de positionnement (créneau).

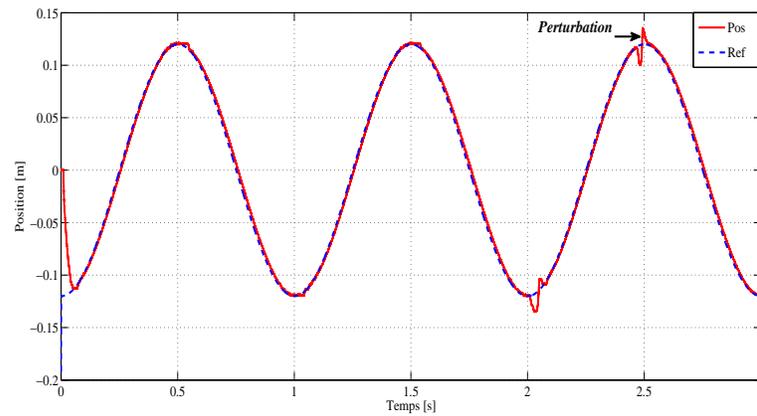


FIGURE 4.18 – Courbes Matlab d'un suivi de trajectoire (Sinus 0.1 Hz).

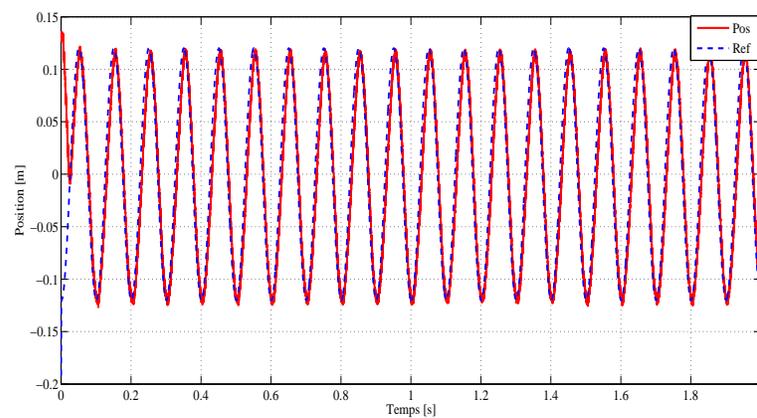


FIGURE 4.19 – Courbes Matlab d'un suivi de trajectoire (Sinus 10 Hz).

4.2 Intégration du modèle véhicule pour le test d'un ABS Bosch sur un banc HIL

Le modèle du véhicule présenté au chapitre 3 va être maintenant utilisé pour le test d'un système ABS de type Bosch sur un banc HIL. En effet, le modèle va fournir à l'ABS l'environnement et le comportement dynamique d'un véhicule avec un algorithme de sélection de profils de route. De la même façon, un code "C" va être généré à partir de ce modèle via Matlab/Simulink, mais cette fois les philosophies d'intégration et d'interfaçage sous X'SPARE sont différentes. L'idée est de générer un fichier exécutable temps réel (.rtss) lancé par X'SPARE. Une mémoire partagée sera un moyen de communication entre X'SPARE et l'exécutable temps réel. Avant de compiler et de générer cet exécutable, trois fichiers ont été ajoutés aux fichiers générés : `thread.c`, `thread.h` et `common.h`.

Le fichier **thread.h** : contient une structure qui déclare les différentes entrées et sorties du modèle. Elle contient des définitions du thread et des events.

Le fichier **thread.h** : contient une fonction spécifique au paramétrage du thread ainsi que des events qui gèrent le réveil et l'arrêt de ce dernier. Il contient également la fonction "RtOnstep()".

Le fichier **common.h** : contient un ensemble de variables dans une structure qui représente un intermédiaire d'échange de données entre l'exécutable temps réel (Mv.rtss) et X'SPARE.

Le fichier **main** du logiciel X'SPARE sert à créer la mémoire partagée et à lancer le fichier (MV.rtss).

Le fichier **main** de l'exécutable temps réel (MV.rtss) sert à ouvrir la mémoire partagée et à envoyer le résultat du calcul du modèle Simulink à X'SPARE afin que ce dernier l'affiche sur une interface graphique.

4.2.1 Principe de fonctionnement et d'interaction entre le modèle et la partie physique

X'SPARE a comme tâches d'acquies les données, commander le freinage et transmettre les différentes vitesses de roues à l'ABS. Le modèle du véhicule contient une

entrée (le couple de freinage) et deux sorties (vitesses des roues, vitesse du véhicule). Après le lancement d'X'SPARE, on a initialisé la vitesse du véhicule à 108 km/h (30 m/s). Le but ultime est de vérifier et de calculer la distance d'arrêt du véhicule lorsqu'il atteint 2 km/h (On peut pas aller jusqu'à 0 km/h à cause d'une contrainte du logiciel X'SPARE). La distance d'arrêt obtenue est ensuite comparée au standard international (SEA). Avant d'expliquer le fonctionnement, on va tout d'abord présenter les éléments qui composent le banc d'essai ABS.

Le système ABS : Sur un véhicule équipé du système de freinage antiblocage, le calculateur de l'ABS évalue constamment la vitesse de toutes les roues. Si les capteurs de vitesse de roue de l'ABS montés sur chaque roue détectent un blocage, l'ABS intervient en quelques millisecondes en modulant la pression de freinage au niveau de chaque roue. Ainsi, l'ABS empêche les roues de se bloquer pendant le freinage, afin de maintenir la maniabilité et la stabilité du véhicule et de garantir la distance de freinage la plus courte possible. L'organe ABS est composé d'une partie électronique et d'un groupe hydraulique. Ce dernier met en application les commandes de l'ECU et régule la pression à l'aide d'électrovannes d'entrée et de sortie permettant de contrôler la pression au niveau des freins de chaque roue.



FIGURE 4.20 – Le système ABS de Bosch.

Le pot à air : Il contient une pression d'air issue du compresseur. Ramenée à une surface, une pression génère un effort (effort = pression × surface).



FIGURE 4.21 – Pot à air.

La tige métallique : Elle se déplace linéairement en fonction de l'effort provenant du pot à air.



FIGURE 4.22 – La tige métallique.

Amplificateur de freinage (booster) : Il reçoit l'effort que le pot à air génère et l'amplifie. Cet effort agit sur la surface intérieure de l'amplificateur de freinage et génère une pression hydraulique ($\text{pression} = \text{efforts} / \text{surface}$).



FIGURE 4.23 – Amplificateur de freinage (booster).

Le liquide de frein : Le liquide de frein parfois appelé “ Lockheed” est un fluide qui est utilisé dans le circuit hydraulique de freinage. Il est chargé de transférer l’effort depuis le maître-cylindre jusqu’aux freins à travers des canalisations. Les liquides de frein sont classés selon la norme DOT par une des autorités compétentes en la matière qui est le Department of Transportation (DOT) américain, qui définit leur performances.

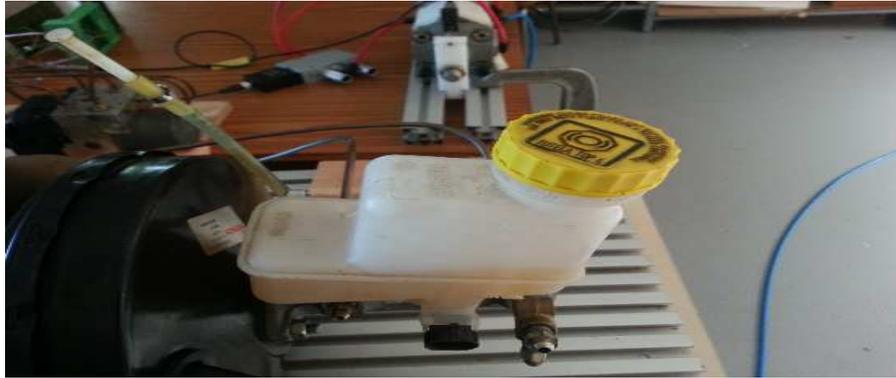


FIGURE 4.24 – Le liquide de frein.

Les capteurs de pression : Ils détectent différentes valeurs et variations de pression issues de la partie hydraulique de l’ABS.



FIGURE 4.25 – Les capteurs de pression.

Alimentation 14 volts : Cette alimentation sert à alimenter l’ABS. Elle remplace la batterie de la voiture.



FIGURE 4.26 – Alimentation 14 volts (batterie).

Régulateur de pression : Il permet de réguler la pression d'air provenant du compresseur.



FIGURE 4.27 – Régulateur de pression.

Carte de conversion : Cette carte conçue par les ingénieurs de la société SDI, sert à convertir une tension à un signal sinusoïdal. En effet, la partie électronique de l'ABS exige que chaque signal de vitesse de roue qu'elle reçoit soit un signal fréquentiel sous forme d'une sinusoïde.

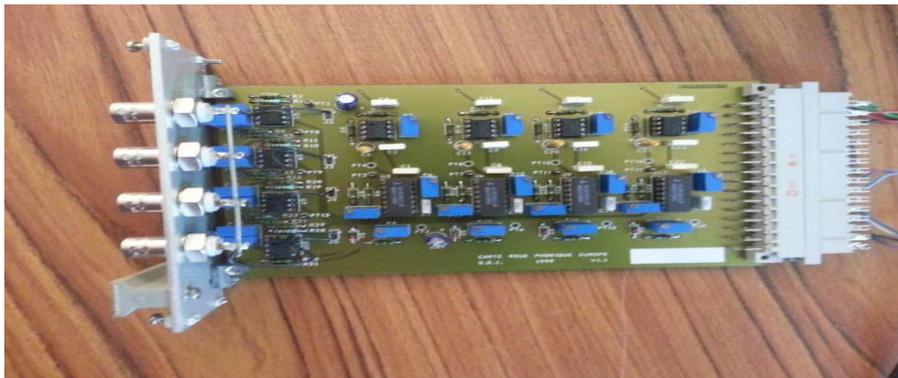


FIGURE 4.28 – Carte de conversion tension-fréquence.

L'électrovanne : Lorsque l'on démarre un test, X'SPARE envoie une valeur binaire (qui doit déclencher un coup de frein) qui sera écrite sur le bus PCI de la carte Advantech (TOR). Celle-ci, envoie une tension de commande sur l'électrovanne pour que cette dernière puisse s'ouvrir et laisser de l'air rentrer dans le pot à air et ainsi provoquer le coup de frein.



FIGURE 4.29 – L'électrovanne.

Rappelons que le modèle du véhicule développé pour cette application, contient une entrée (le couple de freinage) et deux sorties (vitesses des roues et vitesse du véhicule). L'information sur le couple provient de la partie physique (bosster+maîtres cylindre+capteurs de pression) via une carte d'acquisition puis envoyée vers le modèle pour freiner la roue. Le modèle renvoie comme information la vitesse du véhicule et la vitesse des roues. La partie électronique de l'ABS reçoit donc ces informations et fait une comparaison entre deux vitesses de roues (La roue avant qui peut être bloquée et la roue arrière qui est prise comme référence c'est-à-dire qui ne se bloque pas) et agit en conséquence sur les pression et donc sur le couple de freinage.

Après la configuration de X'SPARE, des tests ont été réalisés pour vérifier la réaction de l'ABS et valider le modèle véhicule et son intégration dans le logiciel. On a donc programmé un test avec une vitesse initiale du véhicule à 108 km/h sur une route sèche. Les courbes des Figures 4.30, 4.31 et 4.32 montrent que dès que l'ABS constate une différence de vitesses entre les deux roues (c'est-à-dire qu'une des deux roues se bloque), il modifie les pressions et donc le couple appliqué à la roue pour la débloquer.

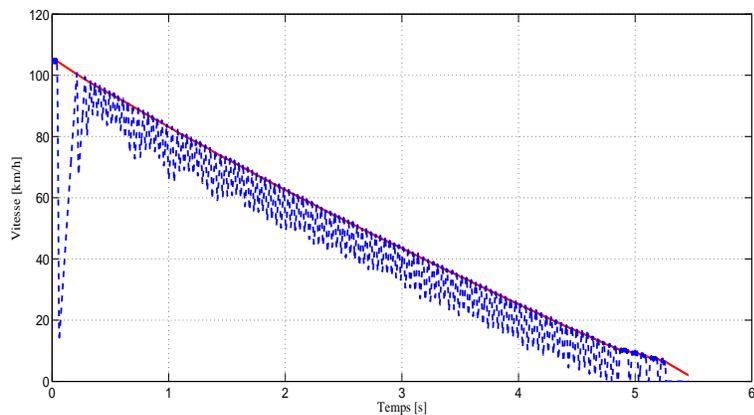


FIGURE 4.30 – Comportement de la roue avant et arrière sur route sèche.

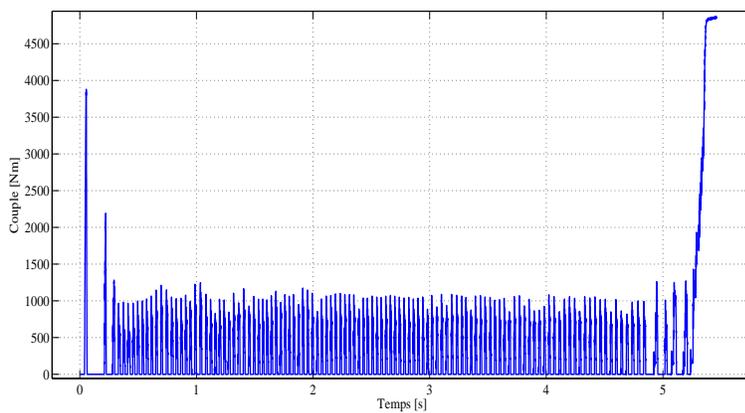


FIGURE 4.31 – Couple de freinage appliqué sur la roue.

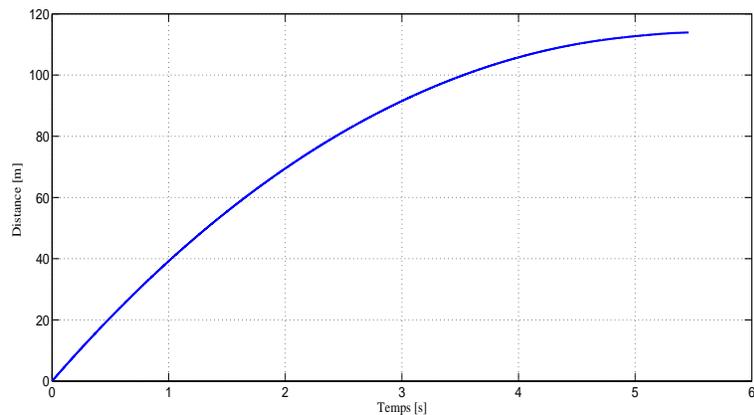


FIGURE 4.32 – Distance de freinage.

On a également remarqué que la distance d'arrêt augmente en passant d'un profil de route sèche (72.429 m) à une route mouillée (116.563 m), pour une vitesse initiale de 108 km/h (30 m/s).

4.2.2 Validation de l'observateur

Les données de vitesse de roues et du couple appliqué acquises lors des essais, vont être maintenant utilisées pour valider l'observateur développé au chapitre 3. En effet, l'observateur va être implémenter pour vérifier s'il arrive à bien estimer les vitesses des roues issues de banc d'essai tout en appliquant les données du couple également acquises lors des essais. En paramétrant un reset d'une période de 0.01 s dans un premier temps uniquement sur la vitesse de la roue, l'observateur arrive bien à estimer la vitesse réelle qui est échantillonnée à une fréquence de 1 kHz comme le montre la Figure 4.33.

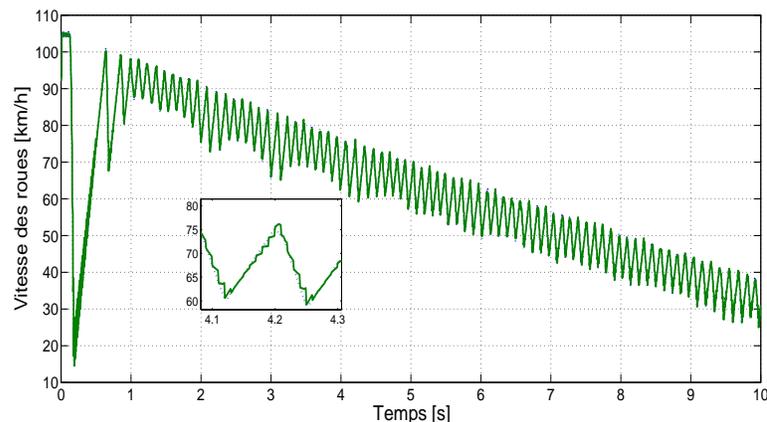


FIGURE 4.33 – Estimation de la vitesse des roues avec un reset de 0.01 s.

Maintenant avec un reset de 0.05 s, le résultat n'est pas aussi pertinent, mais l'observateur arrive à suivre la trajectoire de la vitesse de la roue (voir Figure 4.34)

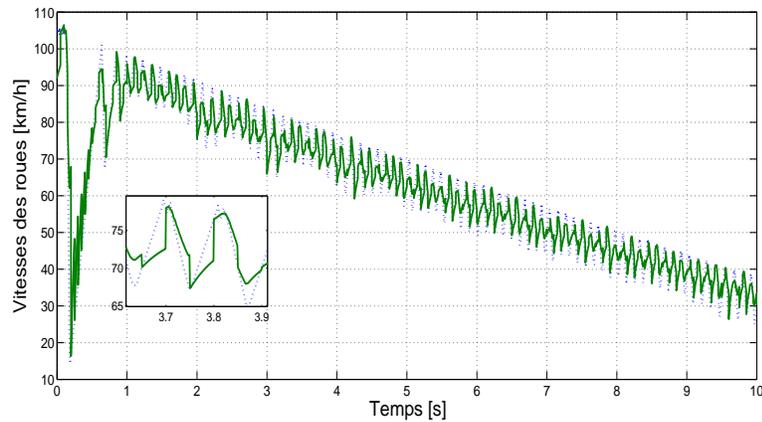


FIGURE 4.34 – Estimation de la vitesse des roues avec un reset de 0.05 s.

Conclusion

Dans ce chapitre la commande du vérin et le modèle véhicule développés au sein du laboratoire Quartz ont été intégrés chez SDI. Une première partie consistait à résoudre la problématique de régulation complexe de vérins pneumatiques via l'implémentation de commandes non linéaires robustes dans le code source du logiciel X'SPARE. La seconde partie avait comme objectif de fournir un environnement et un comportement du véhicule afin de pouvoir tester un système ABS sur un banc d'essai en temps réel. Les résultats obtenus lors de cette intégration sont concluants et répondent parfaitement aux exigences fixées par SDI.

Chapitre 5

Conclusion générale

Les travaux exposés dans ce mémoire ont été consacrés au développement de commandes robustes et d'observateurs pour les systèmes mécatroniques. Cette thèse est venue répondre à des problématiques rencontrées au sein de l'entreprise SDI. La première problématique traitée dans ce travail rentre dans le cadre du projet "agregation" où une partie du travail consiste à commander des vérins pneumatiques, or sous certaines conditions (présences de fortes non linéarités), les algorithmes de commande développés par les ingénieurs de SDI ne permettent pas d'atteindre les exigences des cahiers de charge. C'est pour cette raison que nous avons développé deux lois de commande basés sur la théorie de l'homogénéité que nous avons d'abord testées au sein de notre laboratoire avec l'outil dSPACE et par la suite, on les a intégrer dans le logiciel X'SPARE. Le deuxième volet de ce travail a abordé le problème du freinage et la detection des types de routes dans le contexte du projet "FORTISSIMO". En effet, par soucis d'intégration dans le logiciel X'SPARE de SDI il fallait choisir un modèle de véhicule assez simple pour que l'on puisse facilement l'intégrer sous X'SPARE, mais également assez représentatif pour que l'on puisse réaliser les tests en HIL et pouvoir exciter toute la chaîne de freinage.

Dans le deuxième chapitre, deux lois de commande robustes ont été proposées pour la commande d'un vérin pneumatique. Tout d'abord, des rappels sur la théorie de l'homogénéité ont été donnés. Ensuite, une modélisation mathématique d'un vérin pneumatique a été abordée. En effet, après avoir exposé le modèle d'ordre quatre qui est largement utilisé dans la littérature, un modèle simplifié à basses fréquences a été proposé. Ce modèle a été validé par une identification expérimentale à l'aide de la méthode de Strejc. Avec la première commande des tests de stabilisation ont été conduits en temps réel dans le but de valider la valeur optimale du retard. La deuxième commande, plus simple que la première tant dans la synthèse que l'analyse de stabilité, a

été testée et comparée avec deux commandes de la littérature et les résultats obtenus ont montrés sa robustesse.

Le troisième chapitre a été consacré au développement d'un observateur impulsionnel pour l'estimation du taux de glissement et par conséquent le coefficient d'adhérence qui nous permet à son tour de déterminer le type de route. C'est pourquoi le modèle quart de véhicule qui est rappelé a été simplifié puis utilisé pour tester une chaîne de freinage avec un système ABS sur le banc d'essai HIL au quatrième chapitre. Les données réelles d'acquisition de vitesses et de couple issues de ce banc ont été utilisé pour valider l'observateur.

Le chapitre 4 a été scindé en deux parties. Les travaux présentés dans le chapitre 2 et 3 ont été implémentés successivement sous le logiciel X'SPARE dans les ateliers de l'entreprise SDI. En effet, dans la première partie, la commande homogène a été intégrée dans le logiciel avec des tests expérimentaux qui ont validé sa précision et sa robustesse. La deuxième partie a aboutit à la réalisation d'un banc d'essai ABS tout en employant le modèle du véhicule élaboré dans le troisième chapitre. On a également validé l'observateur avec des données réelles issues du banc d'essai (vitesses et couple).

Ce travail ouvre la voie à d'autres développements théoriques et pratiques pour les deux problématiques abordées. Concernant la première partie et sur le plan théorique, on peut envisager de concevoir la commande avec un paramètre α adaptatif ce qui permet d'allier la diminution du chattering et la précision. Enfin, il serait intéressant d'implémenter notre commande sur des vérins hydrauliques sachant que la compressibilité de l'huile est largement inférieure à celle de l'air.

En perspectives à la deuxième partie, beaucoup de développements sont envisageables. On peut citer les points suivants.

- Refaire les développements avec un modèle du véhicule plus complexe, celui-ci qui intégrerait des dynamiques telles que la dynamique latérale.
- On pourrait aussi tester d'autres générations plus récentes d'ABS qui intégreraient le contrôle de stabilité non seulement sur une trajectoire linéaire mais aussi sur une trajectoire courbe (virage).

Annexe A

Commande par modes glissants

Cette partie est principalement tirée de [32].

A.1 Introduction

La commande par modes glissants est une des techniques de commandes les plus connues, efficaces et robustes en automatique (voir par exemple [5, 32, 85]). Des propriétés intéressantes des contrôleurs par modes glissants sont illustrées dans [69] et [70] où des études expérimentales sur des systèmes mécaniques présentant des frottements secs, un servo-moteur et des robots à trois degré de liberté, sont présentées. Les commandes par modes glissants (CMG) sont réalisées de manière à contraindre les trajectoires du système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation après un temps fini. Il y a deux principaux avantages à une telle approche. Tout d'abord, le comportement dynamique résultant peut être déterminé par le choix d'une surface adéquate. Ensuite, la réponse du système en boucle fermée présente de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations, ce qui fait de cette méthode une candidate sérieuse dans la perspective de l'élaboration de commandes robustes. Cependant, la tâche de réglage des paramètres de la loi de commande s'avère difficile lorsqu'il s'agit d'atteindre des performances bien spécifiques pour le système bouclé si la commande à mode glissant est connue de façon classique. Ce handicap fait que ces techniques perdent de leur pertinence. Ainsi, la recherche d'algorithmes garantissant un régime glissant d'ordre quelconque et proposant un réglage simple des paramètres de la loi de commande en vue d'atteindre les performances désirées, présente un réel intérêt. Cette partie est consacré dans un premier temps à une présentation générale des concepts de base de la CMG d'ordre supérieur. Son principe, ses propriétés de robustesse ainsi que le phénomène de chattering et les solutions pour l'éliminer, y sont présentés.

A.2 Etat de l'art

Dans un souci de clarté et pour éviter d'alourdir les notations, les développements théoriques se feront sur la classe des systèmes non linéaires, continus, mono-entrée et affines en la commande c'est à dire $\dot{x} = f(x) + g(x)u$. Tous les résultats exposés ci-après peuvent sous certaines conditions être généralisées à des systèmes de la forme $\dot{x} = f(x, u)$ et au cas des systèmes multivariables.

Les modes glissants pour les systèmes non linéaires ont été largement étudiés depuis leur introduction (voir les ouvrages [5], [25] et [85]). Dans cette section, une présentation générale et succincte de la CMG d'ordre un et d'ordre supérieur est donnée.

A.2.1 Commande par modes glissants d'ordre un

Généralités

Le principe de la CMG est le suivant. A l'aide d'une commande discontinue, de contraindre le système à atteindre une surface donnée pour ensuite y rester. La synthèse d'une CMG se déroule en deux temps :

- une surface est déterminée en fonction des objectifs de commande et des propriétés statiques et dynamiques désirées pour le système bouclé,
- une commande discontinue est synthétisée de manière à contraindre les trajectoires de l'état du système à atteindre et, ensuite, à rester sur cette surface en dépit d'incertitudes, de variations de paramètres.

Soit le système non linéaire, affine en la commande, défini par :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u + p(x, t) \tag{A.1}$$

où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathcal{X}$ représente l'état du système avec \mathcal{X} un ensemble ouvert de \mathbb{R}^n et $u \in \mathcal{U}$ est l'entrée de commande qui est une fonction éventuellement discontinue, bornée, dépendante de l'état et du temps, avec \mathcal{U} un ouvert de \mathbb{R} . $f(x, t)$ et $g(x, t)$ sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables. Le vecteur $p(x, t) \in \mathbb{R}^n$ représente les incertitudes et perturbations du système qui peuvent être discontinues (frottement de Coulomb par exemple).

Soit $s(x, t) : \mathcal{X} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction suffisamment différentiable et considérée comme une sortie fictive du système (4.2.1) telle que son annulation permette de satisfaire l'objectif de commande. La fonction $s(x, t)$ est appelée *variable de glissement*. L'ensemble

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} : s(x, t) = 0\}$$

représente alors une sous-variété de \mathcal{X} de dimension $(n - 1)$ appelée *surface de glissement*.

Définition A.2.1 [85] *On dit qu'il existe un régime glissant idéal sur \mathcal{S} s'il existe un temps fini θ tel que la solution de (4.2.1) satisfasse $s(x, t) = 0$ pour tout $t \geq \theta$.*

Quand les trajectoires du système (4.2.1) évoluent sur la surface de glissement \mathcal{S} , sa dynamique est dite immergée dans l'état d'un système autonome de dimension $n - 1$. Ce système, appelé *système réduit*, a une dynamique déterminée par la surface de glissement. Une condition nécessaire pour l'établissement d'un régime glissant d'ordre un est que le système (4.2.1) soit de degré relatif égal à un par rapport à la variable de glissement [85] (le degré relatif d'un système est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour faire apparaître l'entrée de manière explicite). Une fois la surface de glissement choisie, la seconde étape consiste à construire une commande u de façon à ce que les trajectoires d'état du système soient amenées vers cette surface et soient ensuite maintenues sur celle-ci malgré la présence d'incertitudes et de perturbations sur le système. En d'autres termes, la commande doit rendre la surface de glissement localement attractive (i.e. au voisinage de la surface de glissement, les trajectoires du système de part et d'autre de la surface doivent tendre vers cette dernière). Une condition nécessaire et suffisante, appelée *condition d'attractivité*, pour qu'une variable de glissement $s(x, t)$ tende vers 0 est :

$$s\dot{s} < 0 \quad (\text{A.2})$$

Cependant, l'inégalité (A.2) n'est pas suffisante pour assurer une convergence en temps fini vers la surface et donc, un fonctionnement en régime glissant. Elle est généralement remplacée par la condition suivante, appelée *condition de η -attractivité* :

$$s\dot{s} \leq -\eta|s|, \eta > 0$$

La méthode dite de la commande équivalente [85] est un moyen de décrire le comportement du système lorsqu'il est restreint à la surface . Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface :

$$\begin{aligned} s &= 0 \\ \dot{s} &= \frac{\partial s}{\partial x}(f(x) + g(x)u^{eq}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

où u^{eq} , appelé *commande équivalente*, est associée au système nominal, i.e. sans incertitude, et est déterminée de façon unique par les conditions d'invariance (A.3),

c'est-à-dire :

$$u^{eq} = - \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x)$$

Cependant, cette commande ne force pas les trajectoires du système à atteindre la surface de glissement. Ainsi, la commande u est la somme de la commande équivalente et d'une composante discontinue assurant un régime glissant et l'insensibilité du système vis-à-vis des incertitudes et des perturbations, i.e.

$$u = u^{eq} - G \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \text{sign}(s)$$

où $G > 0$ est une constante positive et sign est la fonction signe usuelle.

Nous ne pouvons finir cette partie sans ajouter que les modes glissants présentent des propriétés de robustesse intéressantes vis-à-vis de certaines perturbations. Si celles-ci vérifient une certaine condition, elles n'affectent pas le système quand il atteint le régime de glissement, comme l'indique le théorème suivant :

Théorème A.2.1 [85] *Un régime glissant sur \mathcal{S} , du système perturbé (A.1), est indépendant du signal de perturbation $p(x, t)$, si et seulement si, celui-ci est borné et vérifie*

$$p(x, t) \in \text{Vect}\{g(x)\}. \quad (\text{A.4})$$

La condition (A.4) est appelée *condition de recouvrement* ou dans la dénomination internationale "matching condition" [20].

Remarque 7 *La commande u du système (4.2.1) étant une fonction discontinue en x , l'équation différentielle engendrée n'a de sens que dans la théorie des inclusions différentielles [30].*

Avant de donner un exemple illustratif sur cette première génération de modes glissant, il est important de présenter quelques définitions sur les inclusions différentielles.

A.2.2 Rappel sur les inclusions différentielles

On considère les systèmes non autonomes à commutation modélisés par :

$$\dot{x} = \varphi(x, t) \quad (\text{A.5})$$

où $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ est le vecteur d'état, $t \in \mathbb{R}$ est le temps, la fonction $\varphi(x, t) = (\varphi_1(x, t), \dots, \varphi_n(x, t))^T$ est continue par morceaux. On rappelle que la fonction $\varphi(x, t)$:

$\mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ est continue par morceaux si et seulement si \mathbb{R}^{n+1} consiste en un nombre fini de domaines $\mathbb{G}_j \subset \mathbb{R}^{n+1}$, $j = 1, \dots, N$ d'intérieurs disjoints dont la frontière $\mathcal{N} = \cup_{j=1}^N \partial\mathbb{G}_j$ est de mesure nulle (on note $\partial\mathbb{G}_j$ la frontière du domaine \mathbb{G}_j). $\varphi(x, t)$ est continue dans chaque \mathbb{G}_j , et pour tout $j = 1, \dots, N$, elle admet une limite finie $\varphi^j(x, t)$ quand l'argument $(x^*, t^*) \in \mathbb{G}_j$ se rapproche de la frontière $(x, t) \in \partial\mathbb{G}_j$.

Le système scalaire $\dot{x} = -\text{sign}(x)$ est un exemple de système à commutation admettant un régime de glissement sur la surface de commutation $x = 0$ [85]. L'axe des réels \mathbb{R} est donc partagé en 2 sous-ensemble disjoints $\mathbb{G}_1 = \mathbb{R}^+$ et $\mathbb{G}_2 = \mathbb{R}^-$. Un deuxième exemple d'un système à commutation, l'équation du second ordre $\ddot{x} = -a\text{sign}(x) - b\text{sign}(\dot{x})$ où $a > b > 0$, exhibe un mode glissant dans un voisinage de l'origine $(x, \dot{x}) = 0$. On verra que ce système est stable en un temps fini et que de plus quand les trajectoires arrivent en zéro l'état du système commute à une fréquence infinie. Ce phénomène de commutation à haute fréquence appelé réticence (chattering en anglais) est caractéristique de certaines classes de systèmes à structure variable (les modes glissants).

Dans ce qui suit, une définition des solutions de l'équation différentielle (A.5) ayant un second membre continu par morceau est donné dans le cadre des inclusions différentielles.

Dans [30] Filippov a proposé la définition suivante. Soit $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ une application bornée mesurable. On définit la fermeture convexe l'ensemble :

$$\Phi(x, t) = \bigcap_{r>0, \mu(S)=0} \overline{\text{conv}f(B(x, r) S)} \quad (\text{A.6})$$

où $(B(x, r))$ désigne la boule de rayon r centrée en x et S n'importe quel ensemble de mesure de Lebesgue nulle contenu dans $(B(x, r))$ et la barre supérieure la fermeture.

Définition A.2.2 *Une solution (de Filippov) du problème de Cauchy :*

$$\dot{x} = f(x(t)), \quad x(0) = x_0,$$

est une fonction absolument continue : $t \mapsto x(t), t \in [0, T]$, telle que $x(0) = x_0$ et

$$\dot{x} \in \Phi(x, t), \quad (\text{A.7})$$

pour presque tout $t \in [0, T]$.

Les equation de type (A.7) s'appellent des inclusions différentielles.

Définition A.2.3 *Considérons l'équation différentielle (A.5). Pour tout point $(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$, soit $\Phi(x, t)$ la fermeture convexe contenant toutes les valeurs limites de $\varphi(x^*, t)$*

pour $(x^*, t) \in \mathbb{R}^{n+1} \setminus \mathcal{N}$, $x^* \rightarrow x$, $t = \text{const}$. Une fonction absolument continue $x(\cdot)$, définie sur un intervalle $\mathcal{I} \in \mathbb{R}^n$, est dite solution de (A.5) si l'inclusion différentielle

$$\dot{x} \in \Phi(x, t) \quad (\text{A.8})$$

est satisfaite presque partout sur \mathcal{I} .

D'après le théorème 8 de [30], p. 85, le système (A.5) admet une solution pour toutes les conditions initiales $x(t_0) = x^0 \in \mathbb{R}^n$. Cette solution est localement définie sur un intervalle de temps $[t_0, t_1)$, cependant, elle n'est pas unique.

Les inclusions différentielles constituent un cadre théorique bien adapté à l'étude de la commande par modes glissants en automatique. Rappelons que l'avantage essentiel des modes glissants est la robustesse vis-à-vis des perturbations, il est donc naturel de considérer une version perturbée de l'inclusion différentielle (A.8). Pour cela considérons une version perturbée de (A.5) :

$$\dot{x} = \varphi(x, t) + \psi(x, t), \quad (\text{A.9})$$

où ψ est une fonction continue par morceaux dont les composantes ψ_1, \dots, ψ_n sont localement uniformément bornées dans une boule B_δ centrée à l'origine et de rayon δ ; i.e.,

$$|\psi_i(x, t)| \leq M_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (\text{A.10})$$

pour tout $(x, t) \in B_\delta \times \mathbb{R}$ et $M_i \geq 0$, fixé a priori. Un concept de solution d'une telle équation différentielle est introduit comme suit :

Définition A.2.4 Une fonction $x(\cdot)$ absolument continue, définie sur un intervalle $\mathcal{I} \in \mathbb{R}^n$, est dite solution de l'équation différentielle avec incertitudes (A.9) satisfaisant (A.10) si et seulement si elle est solution de (A.9) sur l'intervalle \mathcal{I} dans le sens de la définition A.2.3.

Il est intéressant de noter que le système incertain (A.9), (A.10) peut être représenté par une inclusion différentielle de la forme

$$\dot{x} \in \Phi(x, t) + \Psi, \quad (\text{A.11})$$

où $\Phi(x, t)$ est le même ensemble définie dans A.2.3, Ψ est le produit cartésien des intervalles $\Psi_i = [-M_i, M_i]$, $i = 1, \dots, n$, et l'ensemble

$$\Phi(x, t) + \Psi = \{\phi + \psi : \phi \in \Phi, \psi \in \Psi\}.$$

Notons que si $\varphi(x, t) = \varphi(x)$ est indépendante du temps, le système incertain $\dot{x} = \varphi(x) + \psi(x, t)$ est gouverné par l'inclusion différentielle $\dot{x} \in \Phi(x) + \Psi$, en dépit de la présence de termes incertains temps variant $\psi(x, t)$.

Exemple illustratif

Afin d'illustrer les différentes étapes de la synthèse d'une CMG d'ordre un et ses propriétés, considérons l'exemple d'un double intégrateur perturbé :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u + p(x_1)\end{aligned}$$

où $p(x_1) = a \sin(10x_1)$ est une perturbation bornée. L'objectif de commande est de contraindre les variables d'état (x_1, x_2) à atteindre l'origine. On définit la variable de glissement suivante (si l'on veut par exemple que le comportement du double intégrateur soit analogue à un système du premier ordre stable de constante de temps $\frac{1}{\lambda}$) :

$$s = \lambda x_1 + x_2, \quad \lambda > 0.$$

Après le choix de la variable de glissement, une commande discontinue est synthétisée de façon à rendre la surface $\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} : s = 0\}$ invariante et attractive. En définissant u par :

$$u = -\lambda x_2 - G \text{sign}(s), \quad G \geq a + \eta, \eta > 0$$

un régime glissant prend place sur \mathcal{S} en un temps fini étant donné que

$$s\dot{s} = s(\lambda x_2 + u + p) = s(-G \text{sign}(s) + p) \leq -\eta|s|.$$

La figure A.1 montre les deux comportements successifs du système : tout d'abord, le système décrit dans le plan de phase, une trajectoire parabolique tant que la surface de glissement n'est pas atteinte (phase de convergence). Ensuite, il décrit un régime glissant en évoluant le long de \mathcal{S} (phase de glissement) jusqu'à l'origine du plan de phase. La figure A.1(b) montre que le régime glissant prend place à partir de $T_{eta} = 2.2s$. A partir de cet instant, la commande commute à une fréquence élevée et la dynamique du système bouclé se réduit à :

$$\dot{x}_1 = x_2 = -\lambda x_1.$$

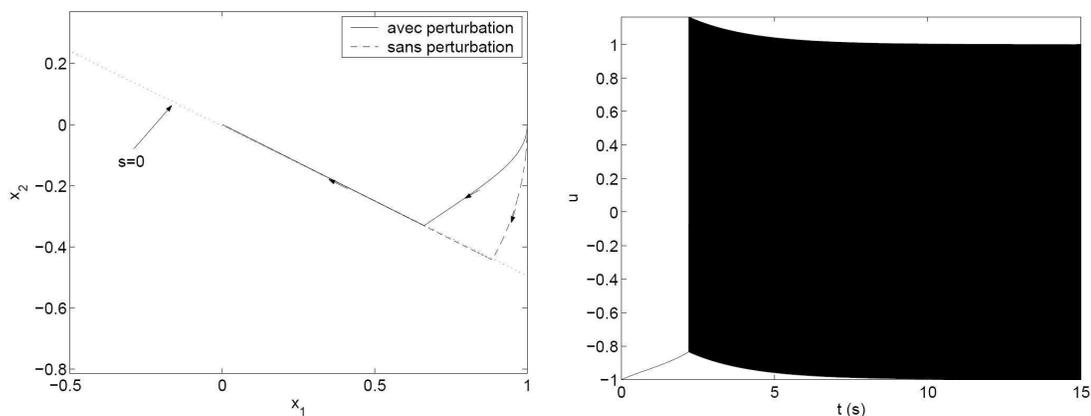


FIGURE A.1 – Commande par mode glissant du 1^{er} ordre, plan de phase (gauche) et contrôle (droite).

On peut remarquer qu’une fois le régime glissant établi sur \mathcal{S} , le système perturbé a un comportement dynamique identique à celui du double intégrateur sans perturbation en régime glissant. Le régime glissant jouit, ainsi, de la propriété d’insensibilité vis-à-vis des perturbations intervenant dans la même direction que u . Le système reste cependant sensible à de telles perturbations pendant le régime transitoire, i.e. avant que \mathcal{S} ne soit atteinte. Afin d’assurer l’insensibilité aux perturbations pendant toute la réponse du système, l’élimination de la phase de convergence vers \mathcal{S} est nécessaire.

Le phénomène de réticence

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Évidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou “chattering” en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement (voir les figures A.1(b) et A.2). Les principales raisons à l’origine de ce phénomène sont les retards de commutation au niveau de la commande et la présence de dynamiques parasites en série avec les systèmes commandés [92].

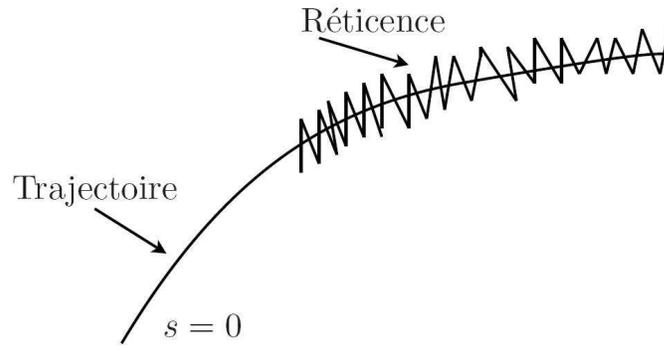


FIGURE A.2 – Le phénomène de réticence

Ce phénomène constitue un désavantage non négligeable car, même s'il est possible de le filtrer en sortie du processus, il est susceptible d'exciter les modes à haute fréquence qui n'ont pas été pris en compte dans le modèle du système. Il peut être si pénalisant que l'utilisation d'une CMG d'ordre un peut, dans certaines applications, être à proscrire, vu que son utilisation peut dégrader les performances et même conduire à l'instabilité. La réticence implique également d'importantes sollicitations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leur usure rapide, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique.

De nombreuses études ont été effectuées dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène. L'une des solutions envisagées consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue, de type grand gain, dans un voisinage de la surface, telle que la fonction saturation ou une fonction sigmoïde (par exemple $\tanh(\frac{x}{\epsilon})$, $\frac{2}{\pi} \arctan(\frac{x}{\epsilon})$, ...). Le régime glissant qui en résulte n'est plus confiné dans \mathcal{S} , mais dans un proche voisinage de celui-ci. Bien que cela permette d'atténuer le phénomène de réticence, la précision par rapport à l'objectif fixé, la robustesse de la commande et le temps de réponse s'en trouvent dépréciés. La technique des modes glissants d'ordre supérieur permet de passer outre ce phénomène indésirable et aussi de pallier la condition sur le degré relatif, rencontrée par la CMG d'ordre un.

A.2.3 Commande par modes glissants d'ordre supérieur

Dans le milieu des années 80, une nouvelle technique de mode glissant, caractérisée par une commande discontinue agissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement, a été proposée dans [28].

Concepts de base

Considérons un système non linéaire incertain dont la dynamique est décrite par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u \\ s &= s(x, t)\end{aligned}\tag{A.12}$$

où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ représente l'état du système. La commande $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}$ est une fonction discontinue et bornée dépendante de l'état et du temps. f et g sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables mais connus de façon incertaine.

Le problème posé est toujours de contraindre les trajectoires du système à évoluer sur la surface de glissement $s(x, t) = 0$, qui est ici une fonction à valeur réelle, suffisamment différentiable telle que ses $(\rho - 1)$ premières dérivées par rapport au temps ne soient fonctions que de l'état x (ce qui signifie qu'elles ne contiennent aucune discontinuité). Nous présentons ici brièvement la théorie des modes glissants d'ordre supérieur. Plus de précisions peuvent être trouvées dans [28], [52] et [32].

Définition A.2.5 *Soit le système non linéaire (A.12) et la variable de glissement $s(x, t)$ associée. L'ensemble (ou surface) de glissement d'ordre ρ par rapport à $s(x, t)$ est défini par :*

$$\mathcal{S}_\rho = \{x \in \mathcal{X} : s = \dot{s} = \dots = s^{(\rho-1)} = 0\}\tag{A.13}$$

Définition A.2.6 [52] *Supposons que l'ensemble de glissement \mathcal{S}_ρ d'ordre ρ soit non vide et qu'il définisse localement un ensemble intégral au sens de Filippov [30]. Alors, la dynamique satisfaisant (A.13) est appelée mode glissant d'ordre ρ par rapport à la variable de glissement s .*

Définition A.2.7 [52] *On dit que la loi de commande u est un algorithme à mode glissant idéal d'ordre ρ par rapport à \mathcal{S}_ρ si elle génère une solution au sens de Filippov sur \mathcal{S}_ρ , i.e.*

$$s = \dot{s} = \dots = s^{(\rho-1)} = 0$$

Un régime glissant d'ordre un peut exister sur la surface $\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} : s = 0\}$ si et seulement si le système (A.12) est de degré relatif un par rapport à la variable de glissement. La commande par modes glissants d'ordre supérieur permet de relâcher cette condition. Si le système est de degré relatif $\rho > 1$ par rapport à la variable de glissement, une CMG d'ordre ρ permettra d'obtenir une convergence en temps fini sur la surface en forçant les trajectoires d'état du système à être confinées au bout d'un temps fini dans l'ensemble de glissement d'ordre ρ . Dans les définitions précédentes,

il est supposé que l'ensemble de glissement d'ordre ρ est atteint exactement. Un tel régime glissant est qualifié d'idéal car les organes de commande doivent commuter à une fréquence infinie. Toutefois, ce n'est pas le cas en pratique du fait des imperfections de ces derniers. Par conséquent, le régime glissant ne prend place que dans un proche voisinage de la surface considérée. Ce comportement est qualifié de régime glissant réel. Il en résulte qu'un algorithme d'ordre ρ permettra, si la méthode d'intégration est à pas variable majoré par τ , d'obtenir la précision de convergence suivante :

$$|s| = \mathcal{O}(\tau^\rho), |\dot{s}| = \mathcal{O}(\tau^{\rho-1}), \dots, |s^{(\rho-1)}| = \mathcal{O}(\tau)$$

Ainsi, obtenir une bonne précision de convergence d'un mode glissant requiert non seulement de maintenir la fonction contrainte à zéro, mais également ses dérivées successives. Ceci donne un argument supplémentaire aux modes glissants d'ordre supérieur. En effet, le développement précédent nous indique que pour un mode glissant classique, la précision de la convergence est de l'ordre de τ , alors qu'elle est de τ^ρ pour un mode glissant d'ordre ρ .

Les algorithmes de commande par modes glissants d'ordre supérieur sont pour la plupart connus pour le cas $\rho = 2$. Certains travaux ont néanmoins permis de construire des commandes garantissant un régime glissant d'ordre quelconque en temps fini. Cependant, dans la majorité des cas, la nécessité de connaître avec précision les conditions initiales du système ou le réglage délicat des paramètres de la loi de commande leur confère généralement une difficulté de mise en oeuvre pour les applications réelles.

Algorithmes par modes glissants d'ordre deux

Considérons le système non linéaire (A.12). Le but est de générer un régime glissant d'ordre deux par rapport à la variable de glissement s , c'est-à-dire de contraindre les trajectoires du système à atteindre et se maintenir en temps fini dans l'ensemble de glissement \mathcal{S}_2 voir figure (A.3) :

[tbph]

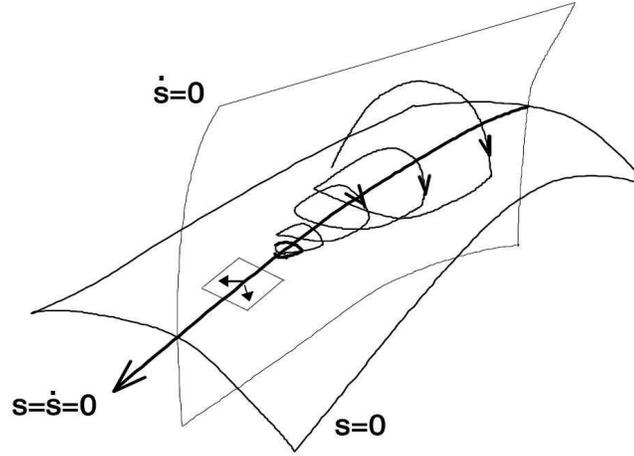


FIGURE A.3 – Trajectoire d'un mode glissant du second ordre.

$$\mathcal{S}_2 = \{x \in \mathcal{X} : s = \dot{s} = 0\} \quad (\text{A.14})$$

Ceci est réalisé par une commande agissant sur la dérivée seconde de la variable de glissement qui, de manière générale, peut s'écrire sous la forme :

$$\ddot{s} = \phi(x, t) + \varphi(x, t)v$$

avec

- $v = \dot{u}$ dans le cas où le système (A.12) est de degré relatif $\rho = 1$ par rapport à s ,
- $v = u$ dans le cas où le système (A.12) est de degré relatif $\rho = 2$ par rapport à s .

Afin de réaliser des algorithmes par modes glissants d'ordre deux, il est nécessaire de vérifier l'hypothèse de travail suivante pour valider l'atteignabilité de la surface de glissement et la bornitude de la variable \ddot{s} :

Hypothèse 7 *Les fonctions incertaines $\varphi(x, t)$ et $\phi(x, t)$ sont bornées. Plus particulièrement, il existe quatre constantes positives S_0 , C_0 , K_m et K_M telles que, dans un voisinage $|s(x, t)| < S_0$, les inégalités suivantes soient vérifiées :*

$$|\phi(x, t)| < C_0 \text{ et } 0 < K_m \leq \varphi(x, t) \leq K_M$$

Notons que cette hypothèse est relativement peu restrictive puisque, si les fonctions ϕ et φ sont continues sur un compact où la fonction φ ne s'annule pas, elle est automatiquement vérifiée. On pourra donc se ramener à un compact afin d'appliquer les algorithmes suivants. En effet, il est facile de synthétiser une commande ralliant ce compact en temps fini si ce dernier n'est pas un ensemble singulier de l'équation différentielle.

Différents algorithmes menant au comportement désiré peuvent être trouvés dans la littérature : "twisting", "super-twisting", "sub-optimal" et "algorithme quasi-homogène".

Annexe B

Stabilité au sens de Lyapunov

Cette partie est principalement tirée de [51].

B.1 Systèmes Autonomes

Considérons le système autonome suivant :

$$\dot{x} = f(x) \tag{B.1}$$

Où, $f : D \rightarrow \mathfrak{R}^n$ est une application localement Lipschitienne de $D \subset \mathfrak{R}^n$ dans \mathfrak{R}^n .
On pose $\bar{x} \in D$ est un point d'équilibre de (B.1).

Notre but est de caractériser et d'étudier la stabilité de \bar{x}

Définition B.1.1 *Le point d'équilibre $\bar{x} = 0$ de (B.1) est :*

– *Stable : si pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ tel que :*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq 0 \tag{B.2}$$

– *Instable : s'il n'est pas stable.*

– *Asymptotiquement stable si il est stable et δ peut être choisi tel que :*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \tag{B.3}$$

Pour démontrer que l'origine est stable, il faut prendre soin que pour chaque valeur de ε , nous devons trouver une valeur de δ (peut dépendre de ε) tel que les trajectoires qui démarrent au voisinage de δ de l'origine ne quitte jamais le voisinage de ε .

Les trois types de stabilité peuvent être illustrées par l'exemple du pendule caractérisé par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a \sin x_1 - b x_2 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Ce système a deux points d'équilibres $(x_1 = 0, x_2 = 0)$ et $(x_1 = \Pi, x_2 = 0)$. En négligeant les frottements ($b = 0$), on aura les trajectoires au voisinage du premier point d'équilibre sous forme de courbes fermées (Figure B.1). Donc, en démarrant près du point d'équilibre les trajectoires restent au voisinage de ce point. Ainsi, le critère de stabilité $\varepsilon - \delta$ est satisfait. Cependant, le point d'équilibre n'est pas asymptotiquement stable puisque les trajectoires en partant du point d'équilibre ne tendent pas sûrement vers lui. En prenant en compte les frottements ($b > 0$), le point d'équilibre à l'origine devient un foyer stable. Le portrait de phase du foyer stable montre que le critère $(\varepsilon - \delta)$ est bien satisfait. En plus de ça, les trajectoires tendent vers le point d'équilibre quand $t \rightarrow \infty$.

Le second point d'équilibre $(x_1 = \Pi)$ est un point selle, car le critère $\varepsilon - \delta$ ne peut pas

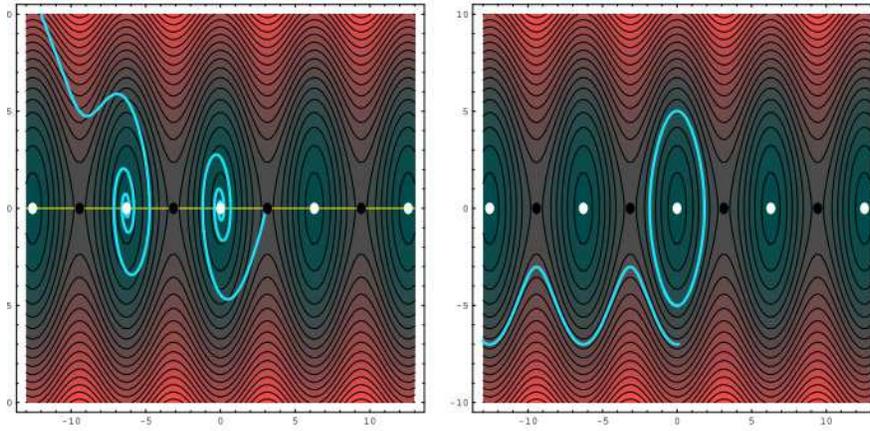


FIGURE B.1 – Portrait de phase du pendule (à gauche avec frottements et à droite sans frottements).

être satisfait puisque, pour chaque $\varepsilon > 0$ il y a toujours une trajectoire qui quitte la courbe de niveau

$$x \in \mathfrak{R}^n \mid \|x - \bar{x}\| \leq \varepsilon$$

On va voir cependant, que des conditions supplémentaires sont nécessaires pour assurer l'existence d'une solution globale pour le théorème de Lyapunov.

Après définition de la stabilité et de la stabilité asymptotique des points d'équilibres, l'objectif maintenant est de trouver un moyen de déterminer la stabilité globale. On peut arriver aux mêmes conclusions concernant la stabilité des points d'équilibres, en utilisant le concept de l'énergie.

On définit l'énergie du pendule $E(x)$ par la somme de son potentiel et de son énergie cinétique, avec $E(0) = 0$; tel que :

$$E(x) = \int_0^{x_1} a \sin y \, dy + \frac{1}{2}x_2^2 = a(1 - \cos x_1) + \frac{1}{2}x_2^2$$

Un résultat certain apparaît lorsqu'on s'intéresse à l'énergie emmagasinée dans le système : c'est une fonction qui décroît avec le temps, ce qui conduit à immobiliser le système. Cette décroissance est due généralement à la dissipation d'énergie liées aux frottements. Ainsi, dans un système dissipatif, l'énergie décroît et le système se stabilise quelque part.

Dans l'exemple du pendule, quand les frottements sont négligés ($b = 0$) le système est conservatif c'est pourquoi il n'y a pas dissipation d'énergie. En d'autres termes, la variation d'énergie $\frac{dE(t)}{dt} = 0$ le long des trajectoires du système. Puisque $E(x) = c$ forme un contour fermé autour de $x = 0$, on peut encore une fois arriver à la conclusion que $x = 0$ est un point d'équilibre stable mais pas asymptotiquement.

S'il y a frottements, E ne peut pas rester constante indéfiniment tant que le système est en mouvement. Ainsi, en étudiant la variation de E (dérivée), il est possible de déterminer la stabilité asymptotique du point d'équilibre.

En 1892, Lyapunov montre que d'autres fonctions peuvent être utilisées à la place de l'énergie pour déterminer la stabilité du point d'équilibre.

Théorème B.1.2 *Soit $x = 0$ un point d'équilibre pour (B.1) et soit $D \subset \mathfrak{R}^n$ le domaine qui contient $x = 0$.*

Soit $V : D \rightarrow \mathfrak{R}^n$ une fonction continue et différentiable tel que :

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \text{ et } V(x) > 0 \text{ dans } D - \{0\} \\ \dot{V}(x) &\leq 0 \text{ dans } D \end{aligned}$$

Alors $x = 0$ est stable. Par ailleurs, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ dans } D - \{0\}$$

Alors $x = 0$ est asymptotiquement stable.

Un point très important à souligner pour la stabilité au sens de Lyapunov est que si pour une fonction candidate on arrive pas à satisfaire les conditions de stabilité ou de stabilité asymptotique, cela ne veut pas dire systématiquement que le point d'équilibre n'est pas stable.

Quand l'origine $x = 0$ est asymptotiquement stable, on sera toujours intéressé de déterminer comment et de combien les trajectoires convergent vers l'origine quand $t \rightarrow \infty$. Cela nous conduit à la définition du *domaine d'attraction ou region de stabilité asymptotique*. Les fonctions de Lyapunov peuvent être utilisées pour estimer ce domaine d'attraction. Si il existe une fonction de Lyapunov qui satisfasse les conditions de stabilité asymptotique sur un domaine D et si $\Omega_c = \{x \in \mathfrak{R}^n \mid V(x) \leq c\}$ est bornée

et contenue dans D , alors chaque trajectoire commençant dans Ω_c reste dans Ω_c et converge vers l'origine quand $t \rightarrow \infty$. Donc Ω_c est une estimation du domaine d'attraction. Si on peut démontrer que pour n'importe quel état initial, la trajectoire $\phi(t; x)$ tend vers l'origine quand $t \rightarrow \infty$, alors le point d'équilibre asymptotiquement stable est appelé dans ce cas *globalement asymptotiquement stable*.

Théorème B.1.3 *Soit $x = 0$ un point d'équilibre pour (B.1).*

Soit $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ une fonction continue est différentiable tel que :

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \text{ et } V(x) > 0 \quad \forall \quad x \neq 0 \\ \|x\| \rightarrow \infty &\Rightarrow V(x) \rightarrow \infty \\ \dot{V}(x) &< 0, \forall \quad x \neq 0 \end{aligned} \tag{B.5}$$

Alors $x = 0$ est globalement asymptotiquement stable.

Remarque 8 *Si l'origine $x = 0$ est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable pour le système, alors il est le seul point d'équilibre.*

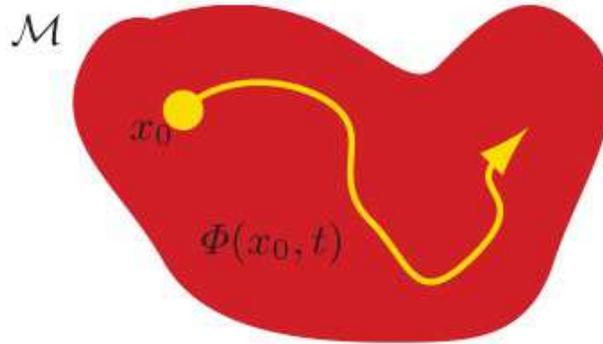
B.2 Le principe d'invariance

L'étude des équations du pendule avec frottements a montré que la fonction énergie de Lyapunov a failli pour la satisfaction des conditions de stabilité asymptotique, parce que $\dot{V}(x) = -bx_2^2$ est seulement semi-définie négative. A noté aussi que $\dot{V}(x)$ est négative partout sauf en $x_2 = 0$, où $\dot{V}(x) = 0$.

Pour que le système arrive à maintenir la condition $\dot{V}(x) = 0$, ses trajectoires doivent être limitées à la ligne $x_2 = 0$ à moins que $x_1 = 0$ ce qui est impossible. L'argument précédent montre que si dans un domaine proche de l'origine, on peut trouver une fonction de Lyapunov qui a sa dérivée le long des trajectoires du système est semi-définie négative et si on peut démontrer qu'aucune trajectoire ne peut rester en $\dot{V}(x) = 0$, excepté l'origine, alors l'origine est asymptotiquement stable. Cette idée est issue du "*Principe d'invariance de LaSalle*". Ce principe donne un critère supplémentaire pour le deuxième théorème de Lyapunov. En effet, si $\dot{V}(x)$ est définie négative l'origine est globalement asymptotiquement stable. Alors que LaSalle ajoute un critère pour la stabilité asymptotique dans le cas où $\dot{V}(x)$ est seulement semi-définie négative.

Définition B.2.1 *Un ensemble invariant M , pour un système dynamique $\dot{x} = f(x)$, est définie comme un ensemble de conditions initiales, tels que la solution $\phi(x_0, t)$ reste dans l'ensemble $M \quad \forall t$. c'est-à-dire*

$$M = \{x \mid x_0 \in M \Rightarrow \phi(x_0, t) \in M \forall t \geq 0\}$$

FIGURE B.2 – Ensemble invariant M

Théorème B.2.2 Soit $\Omega \subset D$ un ensemble compact qui est positif invariant pour (B.1).

Soit $V : D \rightarrow \mathfrak{R}$ une fonction continue différentiable tel que : $\dot{V}(x) \leq 0$ dans Ω .

Soit E l'ensemble de tout ces points dans Ω où, $\dot{V}(x) = 0$.

Soit M l'ensemble invariant le plus large dans E

Alors chaque solution partant de Ω converge vers M quand $t \rightarrow \infty$

Remarque 9 – La fonction $V(x)$ n'est pas nécessairement définie positive.

- La stabilité asymptotique est garantie que lorsque la condition $V > 0, x \neq 0$ et $V(0) = 0$ est explicitement ajoutée.
- Ce théorème s'applique aussi bien aux points d'équilibres qu'aux cycles limites.

Les deux corollaires suivants explicitent les conditions supplémentaires pour la stabilité asymptotique et globale.

Corollaire B.2.1 Soit $x = 0$ un point d'équilibre pour (B.1). Soit $V : D \rightarrow \mathfrak{R}$ une fonction continuellement différentiable définie positive sur D qui contient l'origine $x = 0$, tel que $\dot{V}(x) \leq 0$. Soit $S = \{x \in D \mid \dot{V}(x) = 0\}$ et supposons qu'aucune solution ne reste dans S , autre que la solution $x(t) \equiv 0$.

Alors, l'origine est asymptotiquement stable.

Corollaire B.2.2 Soit $x = 0$ un point d'équilibre pour (B.1). Soit $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ une fonction continuellement différentiable définie positive et radialement non bornée, tel

que $\dot{V}(x) \leq 0$ pour tous les $x \in \mathfrak{R}^n$. Soit $S = \{x \in \mathfrak{R}^n \mid \dot{V}(x) = 0\}$ et supposons qu'aucune solution ne reste dans S , autre que la solution $x(t) \equiv 0$. Alors, l'origine est globalement asymptotiquement stable.

Annexe C

Eléments sur la dynamique du véhicule

C.1 La dynamique du véhicule et ses différents éléments

Nous nous intéressant ici à l'aspect global du comportement du véhicule, pour plus de détails il est possible de se référer aux présentations données dans [4, 26] et les références qui s'y trouvent.

Ces éléments sont le moteur et les transmissions qui assurent la production des efforts de traction (ou de propulsion) ainsi que leur transmission aux roues. Le train roulant, la suspension et la direction concourent à guider le véhicule, à transmettre les forces motrices et de freinage tout en assurant le confort des passagers. Le châssis est destiné à accueillir les trains roulants et permet de supporter et de transmettre les forces nécessaires au fonctionnement du véhicule. Le mécanisme de freinage permet la production des efforts pour ralentir ou arrêter le véhicule en agissant sur les roues.

C.1.1 Structure principale du véhicule ou caisse

La caisse peut être définie comme l'ensemble composé par le châssis et la carrosserie. C'est un ensemble "rigide" qui sert de support aux trains roulants via une articulation de type élastique. La caisse est considérée comme une masse suspendue. Le mouvement du véhicule est défini en partie par le mouvement de translation et de rotation de la caisse. On peut donc, par hypothèse, confondre le repère lié au véhicule et le repère de la caisse. Le système d'axes par rapport auquel sont définis les différents mouvements du véhicule est celui visible sur la Figure C.1. L'origine de ce repère est prise au centre de gravité du véhicule. L'axe G_x est dans le plan longitudinal, l'axe G_y est situé dans le plan transversal et l'axe G_z se trouve dans le plan vertical par rapport auquel est décrit le mouvement de pompage. Les mouvements de rotations de la caisse par rapport à ces axes sont :

- *le roulis* qui est dû à des oscillations autour de l'axe G_x ,
- *le tangage* qui est produit par des mouvements autour de l'axe G_y . Lorsque les fréquences sont plus rapides, le phénomène prend le nom de *galop*,
- *le lacet* qui est le mouvement de rotation autour de l'axe G_z .

On peut donc définir trois dynamiques selon les axes du repère sol :

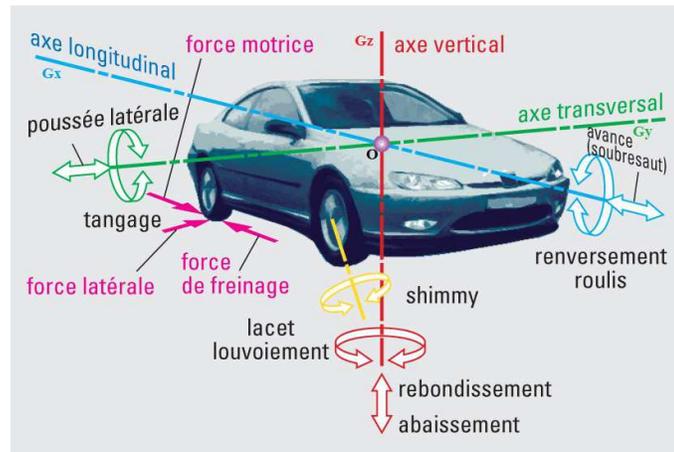


FIGURE C.1 – Les différents axes du véhicule.

La dynamique longitudinale

La dynamique longitudinale décrit le comportement du véhicule suivant l'axe longitudinal G_x en accélération/décélération, et l'axe G_y en rotation du tangage. L'accélération longitudinale est due à une application d'un couple d'accélération fourni par le moteur ou d'un couple freineur fourni par les organes de freinage (Pédale, booster, plaquettes, ABS, etc.). L'angle du tangage est déterminé par les caractéristiques de la suspension et l'accélération longitudinale que subit le châssis.

La dynamique latérale

La dynamique latérale du véhicule est décrite par l'accélération latérale, la vitesse de lacet, le roulis et les efforts latéraux à la base des roues. Lors d'une mise en virage après application d'un angle de braquage aux roues, les pneumatiques génèrent des efforts latéraux relatifs à l'accélération latérale permettant au véhicule de tourner sur une trajectoire décrite par un centre de rotation instantané qu'on peut obtenir en fonction des quatre vitesses de translation des roues. Les efforts latéraux sont calculés à partir de la vitesse de glissement latéral et de la charge verticale sur chaque pneumatique. La modélisation doit prendre en compte le phénomène de transfert de charge

en faisant intervenir le mouvement de roulis et les caractéristique de la suspension. Le potentiel d'un pneumatique à générer un effort au niveaux de l'air de contact dépend du coefficient d'adhérence (latéral et longitudinal) et de la charge verticale. Dans le cas d'une dynamique mixte (longitudinale-latérale), il apparaît un phénomène de couplage entre les efforts latéraux et longitudinaux tel qu'une demande excessive en effort longitudinal fait chuter l'effort latéral.

La dynamique verticale

La dynamique verticale décrit le comportement du châssis (masse suspendue) en fonction des efforts de sollicitation des pneumatiques transmis à travers les suspensions et du profil vertical de la route. Cette dynamique implique un transfert de charges vertical sur les pneumatiques et un déplacement vertical du châssis. Globalement, on considère que le châssis se comporte comme un système masse-ressort-amortisseur. C'est pourquoi, l'interaction avec les dynamiques longitudinale et latérale est évidente. D'une part le mouvement de débattement vertical agit sur l'orientation du plan des roues, et d'autre part, il agit sur les charges verticales aux pneus. Généralement pour une modélisation simplifiée, une distinction est faite entre les dynamiques directionnelles et la dynamique verticale.

C.1.2 Les trains roulants

L'ensemble des éléments de liaisons des roues au châssis peut être décomposé en train avant et train arrière. Le train avant est composé de roues avants ainsi que l'ensemble des éléments de direction et de suspension. Le train arrière est composé des roues arrières et des éléments de liaisons de roues à la partie arrière de la caisse. La géométrie du train contribue énormément à la bonne tenue de route en ligne droite et en virage. En effet, la géométrie des trains est réalisée tout en respectant certains angles caractéristiques de la liaison roue/châssis (voir Figure C.2). Ces angles définissent alors, l'orientation du porte-moyeu par rapport à la caisse. Celui-ci est composé de l'axe de fusée (axe de la roue), de l'axe du pivot et du levier de direction. L'axe de pivot est défini par l'axe de rotation du porte-moyeu qui permet l'orientation en direction de la roue. Ces angles caractéristiques sont :

- **Angle de pivot** : c'est l'inclinaison de l'axe du pivot vu dans le plan transversal du véhicule par rapport à la verticale au sol (uniquement à l'avant).

- **Angle de carrossage** : c'est l'inclinaison de l'axe de fusée par rapport à l'horizontale. C'est aussi l'angle formé par le vertical au sol et le plan de la roue.
- **Angle de chasse** : c'est l'inclinaison de l'axe du pivot vu dans le plan longitudinal du véhicule par rapport à la verticale (uniquement à l'avant).
- **Angle de pince (parallélisme)** : c'est la différence de cote entre l'avant et l'arrière des roues d'un même essieu exprimée en degré (angle formé par l'axe de la roue et le plan de symétrie du véhicule).

La distance entre l'axe du pivot lorsqu'il rencontre le sol et le plan de la roue est appelée : **déport transversal**. Ce déport est fonction de l'angle de pivot et de l'angle de carrossage. Le déport transversal peut engendrer un couple supplémentaire sur l'axe de pivot lorsqu'un effort longitudinal est développé par l'action du sol sur les roues pendant l'accélération ou le freinage.

L'angle de chasse induit un déport longitudinal appelé **déport de chasse**. Ce déport facilite le retour des roues directrices en ligne droite lorsqu'une force est appliquée dans la direction longitudinale.

Les constructeurs définissent les valeurs de ces angles caractéristiques par une orientation particulière de la géométrie des bras de suspensions et de direction suivant les types de suspensions ou de direction utilisés.

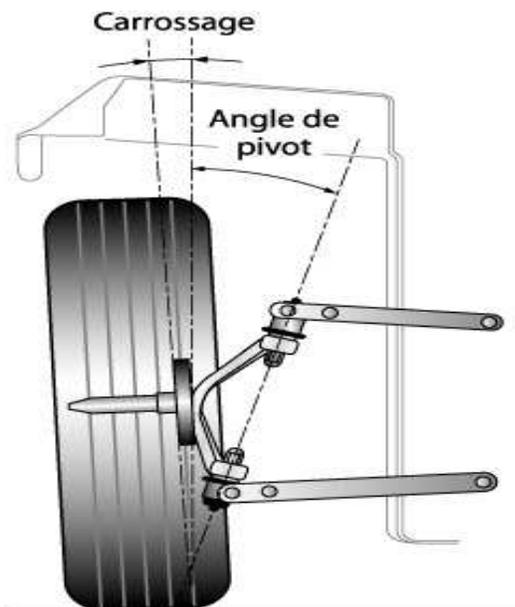


FIGURE C.2 – Le train roulant et l'angle de carrossage.

C.1.3 La suspension

Les suspensions d'un véhicule sont les éléments permettant de relier les masses non suspendues (typiquement la roue, les pièces d'entraînement de roue, souvent les systèmes de freinage, etc.) aux masses suspendues (typiquement le châssis, le moteur et tous les composants du véhicule fixés au châssis).

L'utilisation de la suspension est imposée par les irrégularités de la surface sur laquelle se déplace le véhicule. Elle en diminue l'impact sur l'engin, réduisant la fatigue mécanique et l'usure excessive, améliorant le confort des passagers et maintenant le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités : condition indispensable à la tenue de route. Par ailleurs la masse du véhicule nécessite l'utilisation d'un mécanisme de rappel pour éviter que le système ne s'affaisse indéfiniment au fur et à mesure des aspérités du terrain.

Ainsi, la suspension se compose d'un dispositif de liaison entre les "masses non suspendues" et les "masses suspendues", d'un ressort et d'un amortisseur.

On distingue aussi les suspensions "à roues indépendantes" dans lesquelles sur un même essieu la partie gauche est séparée de la partie droite, des suspensions "à essieu rigide" où les parties gauche et droite sont liées.

Les mécanismes de suspension les plus répandus sont conçus pour permettre une configuration à roues indépendantes (exemple de suspension de type MacPherson Figure C.3). Toutes fois, on peut distinguer un grand nombre de types de suspensions. En pratique, leur utilisation dépend en grande partie de la charge à transporter, des coûts de fabrication et du type de véhicule.

- Suspension arrière à poutre de torsion
- Suspension à double triangulation
- Suspension coulissante
- Suspension à "bras tiré" (ou bras oscillant)
- Suspension télescopique
- Suspension oléopneumatique
- Suspension électromagnétique



FIGURE C.3 – Suspension de type MacPherson.

C.1.4 Le système de direction

Le système de direction sert à orienter les roues par simple rotation du volant. L'essieu directeur comprend une partie fixe reliée au châssis par l'intermédiaire des suspensions et une partie articulée autour des axes de pivot des roues directrices. Le principe du système directeur est de permettre au conducteur de diriger les roues avec précision sans trop d'efforts. Celui-ci est basé sur une commande par démultiplication et éventuellement assistée. Le rapport de démultiplication est en relation avec le couple nécessaire pour orienter les roues et le couple désiré à appliquer au volant par le conducteur. Le mécanisme à crémaillère est le système le plus répandu pour réaliser cette démultiplication (Comme le montre la Figure C.4).

Dans les virages, pour que la courbe soit correctement effectuée, aucune roue ne doit déraper latéralement. Il est donc nécessaire que les quatre roues se déplacent par rapport un centre commun appelé Centre Instantané de Rotation "CIR" (voir Figure C.4).

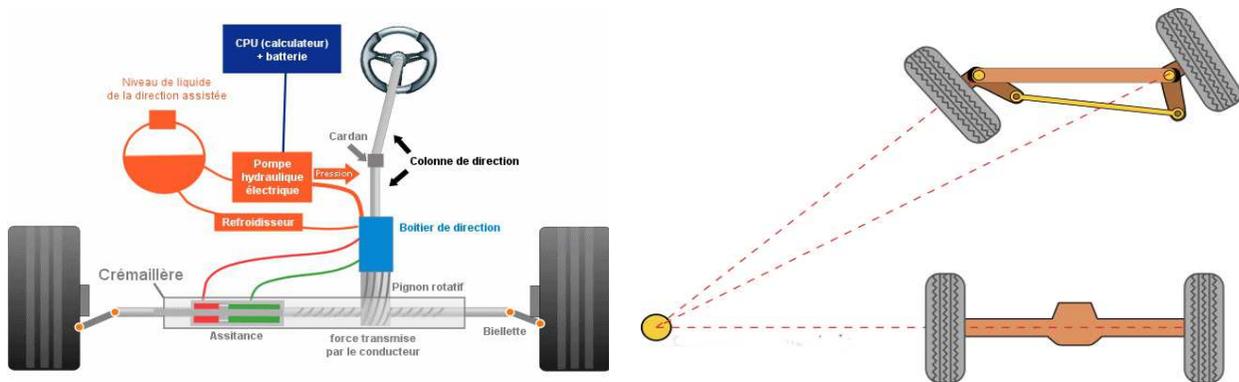


FIGURE C.4 – Le système de direction (gauche) et le Centre Instantané de Rotation (CIR)(droite).

C.1.5 Aspect dynamique

La stabilité dynamique du véhicule (ou la tenue de route), est son aptitude à suivre la trajectoire imposée par le conducteur, quelles que soient les conditions de conduite (irrégularités de la route, importance des virages, etc.). Cependant, d'autres facteurs indépendants ou dépendants du véhicule, peuvent influencer la tenue de route, par exemple : l'adhérence au sol, l'état des pneus et des suspensions, le respect des angles caractéristiques, la géométrie des trains, la forme aérodynamique du véhicule, etc.

Le comportement dynamique du véhicule est en fait une réponse à des excitations de différentes natures appliquées au véhicule. Les manoeuvres du conducteur se traduisent par des actions d'accélération, de freinage ou de braquage des roues. Les principales actions mécaniques d'origines externes sur le véhicule sont : les actions du sol sur les roues, les résistances aérodynamiques, les actions de la pesanteur. Les efforts générés par ces actions se manifestent autour des trois axes orthogonaux G_x, G_y, G_z .

C.2 Les modèles existants

Dans ce qui suit, un rappel des travaux les plus pertinents basés sur chacun de ces modèles sera donné.

C.2.1 Le modèle de bicyclette

L'idée de base de ce concept, affirme qu'un véhicule à 4 roues peut être représenté comme un véhicule à deux roues. Cette formulation est connue sous le nom de modèle de bicyclette. Même si ce modèle néglige la dynamique de roulis et de tangage (qui sont importantes dans certains cas), il simplifie considérablement le processus de dérivation des équations du mouvement du véhicule et permet d'obtenir des équations simples à implémenter.

Les équations de ce modèle peuvent être trouvées dans de nombreuses sources. Le modèle développé par Milliken et Wong [57] [89] est sans doute l'un des meilleurs, car ils fournissent une bonne dérivation des équations du mouvement. En effet, pour l'obtention de ce modèle les auteurs posent une hypothèse sur les angles qu'ils supposent très petits pour linéariser le système comme ils supposent aussi que les roues génèrent des forces suivant un coefficient linéaire. Ce modèle est souvent calculé pour une vi-

tesse constante. Dans cette formulation, on voit que les véhicules suivent rarement la trajectoire qui serait prédite par une analyse purement cinématique.

Frezza et al. dérivent les équations pour un modèle de bicyclette entièrement cinématique [33]. La différence entre le modèle de bicyclette dynamique et cinématique est décrite, à savoir que le modèle cinématique devient de plus en plus inexact que l'angle de glissement du véhicule augmente. Une mesure pour l'application du modèle cinématique est également proposée. Dans cet article une loi de commande de l'état cinématique découplée a été synthétisée, qui est simplifiée en supposant que cette position est commandée uniquement par l'entrée de direction et que les forces longitudinales sont négligeables. La validation de cette loi de commande est confirmée en utilisant des simulations, mais les auteurs ne parviennent pas à prouver clairement que que cette loi de commande ne fonctionnera pas en dehors de la gamme cinématique.

Abdellatif et Heimann présentent une approche pour la modélisation non linéaire de la dynamique du véhicule [1]. Leur approche utilise un modèle de bicyclette modifié avec un degré de liberté de roulis et un modèle de pneu non linéaire pour simuler les manoeuvres de conduite latérales. Ce degré de roulis est utilisé pour modifier les angles latéraux efficaces de glissement des pneus et donc modifier les forces latérales produites. Pour modéliser les caractéristiques de force du pneu, une forme simplifiée du modèle de pneu Magique Formula [71] est utilisée. Les paramètres non mesurables du modèle sont estimés en utilisant une technique nonlinéaire basée sur la méthode de Newton. Le modèle qui en résulte se révèle être plus précis que le modèle linéaire de base pour estimer la dynamique latérale du véhicule.

Une très bonne illustration de ce modèle peut être trouvée dans le livre de Milliken [57] dont la Figure C.5 est tirée.

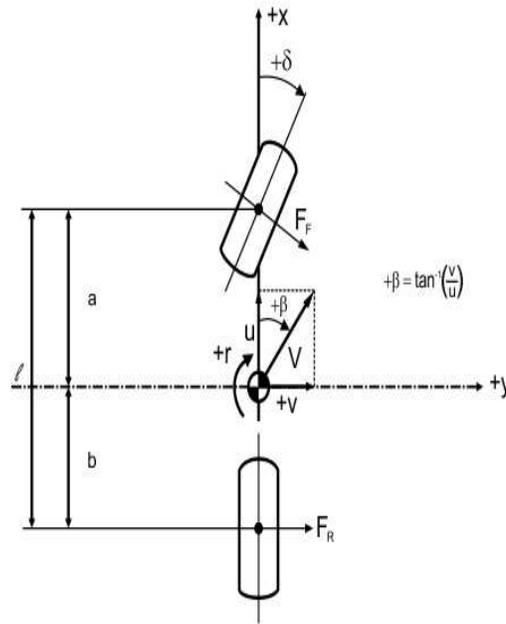


FIGURE C.5 – Le modèle bicyclette [57]

C.2.2 Le modèle complet

Le modèle du véhicule qui intègre la dynamique de l'ensemble des quatre roues est communément appelé “modèle complet du véhicule” en anglais “Full car model”. Ce modèle est développé pour plusieurs et différents objectifs, souvent pour étudier et tester un organe ou une fonction précise telle que le freinage, la suspension, l'injection ou encore l'aérodynamisme, etc. Sa complexité dépend de l'application, on parle alors de degré de liberté (DDL) en anglais Degree Of Freedom (DOF), ce terme permet de caractériser le nombre de dynamiques qui sont prises en charge par le modèle (dynamique longitudinale, latérale, verticale, roulis, tangage, lacet, dynamique des roues, etc.). Les modèles complets sont notamment disponibles sur les grand logiciels de simulation tels que (ADAMS, CarSIM/TruckSIM, Matlab/Simulink, etc.).

C.2.3 Le modèle 1/4 du véhicule

Le modèle quart du véhicule est un modèle largement utilisé pour la plus part des applications automobiles et spécifiquement pour le freinage. C'est le modèle retenu pour les développements présentés au chapitre 3 et 4.

C.3 Le système de freinage et la fonction ABS

C.3.1 Principe de fonctionnement

Le freinage est l'un des systèmes les plus importants dans le véhicule. Il a quatre fonctions de bases :

- Il doit ralentir le véhicule en mouvement.
- Il doit amener le véhicule à l'arrêt total.
- Il doit laisser le véhicule stationnaire quand il est arrêté.
- Il permet de contrôler la direction lors d'un freinage maximal.

L'effet du frein est réalisé par le frottement entre une partie fixe du véhicule et un disque ou un tambour, qui tourne avec la roue. Ce frottement fournit la force de freinage, qui est indispensable pour réduire la vitesse du véhicule. L'énergie cinétique du véhicule ainsi anéantie est transformée alors en chaleur et cédée à l'air en circulation. Le frein à tambour a fait longtemps partie de l'équipement standard de la quasi-totalité des automobiles. Sur ce type de frein, le frottement est obtenu par des mâchoires pourvues de garnitures résistantes aux températures élevées et comprimées vers l'extérieur contre les parois internes du tambour. Aujourd'hui encore les freins à mâchoires internes sont toujours utilisés sur les véhicules de tourisme, mais des systèmes mixtes, Figure C.6 (frein à tambour pour les roues arrières et frein à disque pour les roues avant) se répandent cependant de plus en plus.

Alors que la pression de la pédale de frein agit simultanément et uniformément sur l'ensemble des quatre freins, le frein à main est conçu dans la plupart des cas comme un frein d'immobilisation pour le stationnement. Aussi n'agit-il que sur un couple de roues, généralement les roues arrières, mais quelques fois sur les roues avant. Pour garantir un effet de freinage constant et uniforme, les tambours de frein sont construits de manière que l'eau projetée et la poussière de la route ne puissent pas pénétrer à l'intérieur du tambour. L'humidité ou la glace réduirait fortement le frottement entre les tambours et les garnitures et diminuerait l'effet du freinage. La situation peut devenir particulièrement critique, si sur des routes regorgeant d'eau, les tambours de frein sont totalement noyés par l'eau.

Un fort réchauffement peut également réduire l'effet du freinage ou endommager les garnitures de frein. La perte temporaire de la force de freinage, qui apparaît surtout dans le cas d'un freinage prolongé, comme par exemple sur une longue descente, est désignée sous le nom de "fading des freins". Le frein à disque est moins sujet à ce phénomène : l'étrier supportant les garnitures est largement dégagé et davantage exposé

au courant d'air, contrairement au frein à tambour, ce qui permet d'éliminer plus rapidement la chaleur. c'est pour cette raison que les voitures très performantes sont équipées le plus souvent de quatre freins à disque voir des freins à disque ventilés (ils sont composés de deux couronnes - appelées flasques - séparées par des ailettes, ils refroidissent mieux que les disques pleins grâce à la ventilation entre les ailettes qui, en plus favorisent le transfert thermique par convection en augmentant les surfaces d'échange).

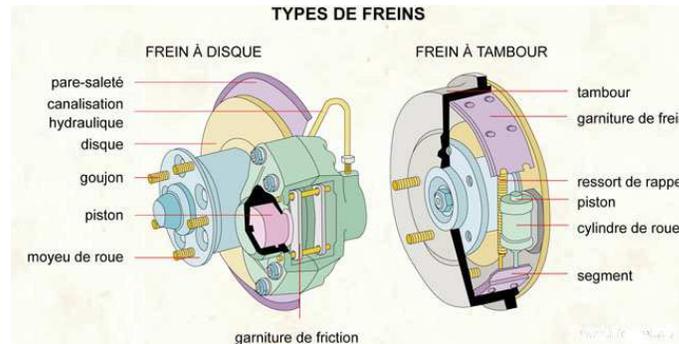


FIGURE C.6 – Le frein à disque et le frein à tambour.

C.3.2 Description du système et ses composants

Les parties basiques d'un système de freinage de véhicule sont (voir Figure C.7 :

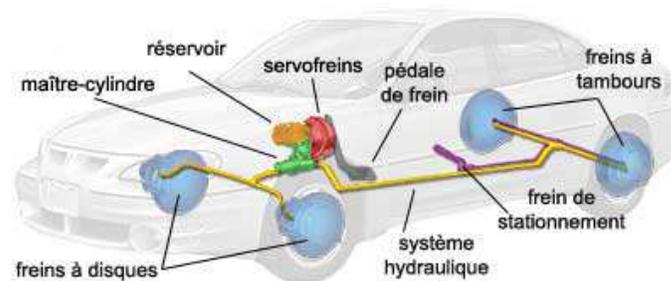


FIGURE C.7 – Le circuit du système de freinage.

La pédale de frein :

Le conducteur exerce une force sur cette pédale qui est transmise à la roue à travers le maître cylindre, le booster et les plaquettes.

Le maître cylindre :

Le maître cylindre transforme l'effort du conducteur sur la pédale de frein en une pression hydraulique. La pression hydraulique fournie par le maître cylindre est transmise aux roues avant et arrière du véhicule par des canalisations rigides et souples (flexibles de frein). Il alimente les différents systèmes de frein tels que les freins à disques ou les freins à tambour. Il existe deux types :

- Maître cylindre simple circuit à trou de dilatation : il se compose d'un réservoir de compensation fixé sur un corps en fonte dans lequel se déplace un piston muni d'une coupelle d'étanchéité. Ce système fonctionne avec un seul circuit pour les différentes roues. Compte tenu de l'évolution des véhicules en matière de sécurité et de performance, le maître cylindre simple ne se retrouve que sur d'anciens véhicules.
- Maître cylindre tandem à double circuits : il se compose d'un réservoir de compensation fixé sur un corps en fonte dans lequel se déplacent deux pistons munis de coupelles d'étanchéité. Lors du freinage, les deux pistons se déplacent : le premier est directement commandé par la tige de poussée (pédale de frein). C'est ce qu'on appelle le circuit primaire. Le deuxième piston est commandé par un ressort et la pression hydraulique est engendrée par le premier piston, c'est le circuit secondaire. Les coupelles d'étanchéité obstruent les trous de dilatation et la pression hydraulique monte dans les deux circuits

Assistance de freinage

C'est une aide apportée au conducteur dans son effort de manoeuvre, par l'action d'une énergie complémentaire. Dans le cas du freinage l'assistance permet pour un faible effort sur la pédale des freins, d'obtenir dans le circuit une forte pression hydraulique. Différentes solutions d'assistance existent :

- à partir de l'énergie disponible sur le vilebrequin par une dépression dans la tubulure d'admission, ou par une pompe à vide (moteur diesel).
- par une pression hydraulique fournie par une pompe à haute pression.
- par une pression d'air fournie par un compresseur (véhicules industriels).

Les freins

On distingue de types de freins : les freins à tambour et les freins à disque Figure C.8.

- **Les freins à tambour** : En actionnant la pédale de freins et par l'intermédiaire d'un câble et d'une biellette une came pivote et écarte les deux mâchoires portées par le flasque, qui viennent serrer par l'intérieur le tambour. Lorsque la pression est relâchée un ressort de rappel ramène les deux mâchoires dans leur position initiale, pour éviter tous frottements de la garniture sur le tambour.
- **Les freins à disque** : Le frein à disque est un système de freinage performant pour les véhicules munis de roues en contact avec le sol : automobile, avion, train, etc. et pour diverses machines. Ce système transforme l'énergie cinétique du véhicule en chaleur. Il se compose de (voir Figure C.8 (gauche)) :
 1. Le disque : en contact avec les plaquettes de frein, il assure la liaison entre les éléments fixes et les éléments mobiles.
 2. La pince ou l'étrier : maintiennent les plaquettes de frein et transmettent l'effort de serrage par l'intermédiaire du ou des pistons.
 3. Le corps de l'étrier : sorte de vérin hydraulique à simple effet, il possède un ou plusieurs pistons qui transmettent l'effort de serrage aux plaquettes.
 4. Les plaquettes : éléments de friction, elles entrent en contact avec le disque de frein afin de contrôler par friction l'énergie cinétique emmagasinée.
 5. La chape d'étrier : élément fixe, elle est vissée sur le porte fusée, elle sert de coulisseau à la pince.
 6. Le flasque de protection : c'est une tôle de protection que l'on rencontre essentiellement lors d'un montage avec freins à disques à l'arrière. Elle évite les projections de cailloux et de boue sur le système de freinage.
 7. Le moyeu de roue : élément tournant, il reçoit le disque de frein, il sert à la fixation de la jante, il transmet le mouvement de la transmission à la roue.
 8. La vis de purge : elle se trouve sur le corps d'étrier, elle sert à purger le circuit hydraulique, (évacuer l'air contenu dans le circuit hydraulique).
 9. Le flexible de frein : il vient se fixer sur le corps d'étrier, il sert à l'alimenter en liquide de frein.
 10. Les pistons : ils transforment la pression hydraulique en force, ils agissent directement sur les plaquettes de frein.

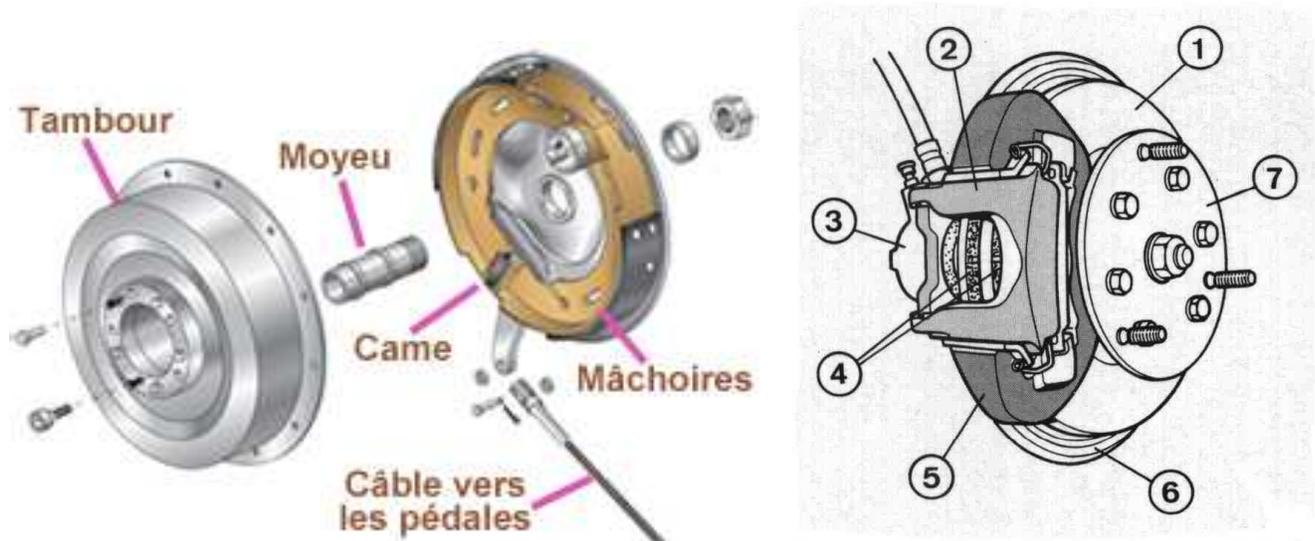


FIGURE C.8 – Freins à tambour (gauche) et freins à disque (droite).

C.3.3 L'efficacité du freinage et la distance d'arrêt

L'efficacité du freinage

La fonction du frein au sein du véhicule est de contrôler la vitesse du véhicule dans les pentes et aussi d'assurer une distance d'arrêt minimal sans perdre le contrôle de la trajectoire du véhicule en cas d'obstacle. Remplir de telles exigences dépend de nombreux facteurs :

- l'état de la route par exemple (sèche, mouillée. etc.) n'est en aucun cas de la responsabilité du conducteur.
- l'état et la pression des pneus.
- le poids nominal du véhicule.

Ces deux derniers points ne sont pas directement liés à la conception du système de freins même si elles sont de la responsabilité du conducteur.

La capacité des freins à remplir leur fonction est aussi connue comme l'efficacité du freinage et dans la plupart des pays, une réglementation exige que tous les véhicules routiers disposent d'un système de freinage efficace.

L'action du freinage, crée une force effective à la surface de la route, qui agit dans le sens opposé au mouvement du véhicule et le fait ralentir ou décélérer. Cette décélération est généralement comparée à une valeur standard (de l'accélération due à la gravité "g") et exprimée en pourcentage de "g". En définissant l'efficacité de freinage de telle sorte qu'elle soit directement comparable, un standard ou une norme peuvent être établis pour différents type de véhicules.

La distance d'arrêt

La distance de freinage est la distance que le véhicule parcourt tout en ralentissant jusqu'à un arrêt complet. C'est une fonction de plusieurs variables. En premier lieu, la pente de la chaussée affecte la distance de freinage. Si on est en montée, la gravité nous assiste dans nos tentatives d'arrêt et réduit cette distance. De même, la gravité agit contre nous quand on est en descente et augmente la distance de freinage. Ensuite, il y a la force de frottements et le coefficient d'adhérence entre la route et les roues (pneus) qui peuvent influencer fortement la distance d'arrêt. Exemple, on est sûr que la distance d'arrêt soit plus grande si on freine avec des vieux pneus sur une route mouillée qu'avec des pneus neufs sur une route sèche. Le dernier paramètre qu'on peut considérer est la vitesse initiale ou autrement dit la vitesse du véhicule au moment où on entame le freinage. Évidemment, plus la vitesse du véhicule augmente plus la distance à parcourir avant l'arrêt est grande.

L'un des standards internationaux qui est largement reconnu pour établir les méthodes de calcul de cette distance et les normes ainsi que les différents paramètres qui l'influence est "AASHTO" (en anglais : American Association of State Highway and Transportation Officials).

Il est à noter que même si la méthode de calcul est équivalente, des différences peuvent être trouvées quant à sa précision et son utilisation dans chaque pays. Cette différence est due aux valeurs des paramètres utilisés pour le calcul. À titre d'exemple le temps de réaction du conducteur varie de 1 à 2.5 secondes selon le pays. Les paramètres sont listés ci-dessous :

- La vitesse initiale.
- Temps de réaction du conducteur.
- L'état de la chaussée (sèche, mouillée, enneigé, etc.).
- L'état des pneus et leur largeur.
- Le coefficient de frottement.
- La hauteur de la vue du conducteur par rapport au sol.
- Équipé ou non d'un système ABS.

C.3.4 Le modèle des pneus

La seule interaction que le véhicule a avec le sol (route) est à travers le contact des pneus, c'est pour quoi cette propriété joue un rôle très important lors du développement d'un modèle de véhicule surtout sur des applications telles que le freinage et le contrôle de stabilité. Beaucoup de modèles existent pour caractériser le modèle du pneu et son adhérence sur la route, mais jusqu'à présent aucun modèle n'est vraiment précis. Segel [75] donne un aperçu complet sur le sujet. Les forces de frottements qui se créent entre la route et le pneu est une fonction de plusieurs paramètres qu'on cite ici pour chaque partie :

1. Le pneu : sa composition, type et profondeur des motifs, le gonflage, la température...
2. La route : le type de surface, la texture, mouillée, sèche, température...
3. Le véhicule : la vitesse, le poids, le glissement...

Tous ces paramètres s'influencent mutuellement et ils ne sont pas maîtrisables du point de vue du conducteur.

C'est pour cette raison que plusieurs études ont été consacrées pour l'estimation et la prédiction de cette fonction. Récemment, un modèle empirique connu sous le nom de Magic Formula a été développé. Il est en partie basé sur la compréhension des propriétés physiques du pneu et des forces qui sont générées [71]. Cette formule permet d'établir une bonne représentation de la caractéristique des pneus et la plupart des coefficients ont une signification physique. Il existe un autre modèle qui lui aussi est très utilisé c'est le modèle LuGre (pour plus de détails voir [3]). Jagt et Parsons [47] décrivent une méthode basée sur la technique de Magic Formula, qui permet d'apporter une correction sur les données du modèle du pneu en laboratoire par rapport aux données réelles de la route. Ils ont utilisé deux coefficients supplémentaires à la formule d'origine et différents surfaces de routes dans les résultats des tests afin d'atteindre une bonne corrélation entre les essais expérimentaux et les tests de simulation.

C.3.5 L'anti-blocage des roues (ABS)

Depuis le développement du premier moteur pour véhicules en 1769 et la survenue du premier accident en 1770, les ingénieurs étaient déterminés de réduire le nombre d'accidents de la route et d'améliorer la sécurité du véhicule [42]. Il est évident que le but de la conception d'un système de freinage efficace est de réduire le nombre d'accidents. Les experts ont développé ce domaine grâce à l'invention du premier système

ABS qui a été conçu et produit pour l'industrie aéronautique en 1930 [54, 87].

En 1945, la première série de freins ABS a été installée sur un Boeing B-47 pour empêcher les pneus d'un éventuel éclatement lors des atterrissages. Plus tard en 1950, les systèmes ABS étaient couramment installés dans tous les avions de ligne. Juste après, dans les années 60 les voitures haut de gamme ont été équipées d'un système ABS uniquement sur les roues arrières. L'ingénieur qui a été derrière cette idée est Robert Bosch [15]. De nos jours, la majorité des véhicules et même les motos sont équipés de ce système et c'est même devenu obligatoire dans certains pays.

L'ABS est reconnu comme le plus important des systèmes de sécurité routière. Il est conçu dans le but de garder le véhicule contrôlable et stable pendant un freinage brusque ou violent en empêchant le blocage des roues. Il est bien connu que sous un sévère freinage, les roues se bloquent et glissent surtout sur des routes mouillées ou enneigées. Cela cause généralement une longue distance d'arrêt et parfois le véhicule perd sa stabilité.

Principe de fonctionnement

La raison du développement du système ABS est en effet très simple comme on la cite précédemment. Lors d'un freinage, si une ou plusieurs roues du véhicule se bloquent, alors il y a un certain nombre de conséquences :

- La distance de freinage augmente.
- Le conducteur perd le contrôle de la direction du véhicule.
- Les pneus s'usent rapidement.

Si le système détecte le blocage d'une roue cela signifie que la pression de freinage est trop forte compte tenu de l'adhérence disponible. Le système va alors pomper le liquide de freins du frein vers le maître-cylindre de façon à baisser la pression jusqu'à ce que la roue soit débloquée. Dès lors que la roue retrouve de l'adhérence, la pression de freinage est à nouveau augmentée de façon à optimiser la performance du freinage. Par conséquent, le système régule la pression de freinage autour du point de blocage de la roue par une succession rapide de blocages/déblocages. Le système fonctionne par impulsions, chose que l'on ressent en général à la pédale de frein qui se met à vibrer au rythme des variations de pression du circuit de freinage. Donc le système ABS est là pour empêcher les roues de se bloquer et ainsi éviter leur glissement sur la surface de la route. C'est ce tau de glissement (souvent noté par S ou λ) qui permet à l'ABS d'agir. Il régule la pression de freinage, par conséquent le couple de freinage en fonction du tau de glissement.

Ce glissement est définie par :

$$\lambda = \frac{V - \omega R}{V} \quad (\text{C.1})$$

où ω , R et V représente la vitesse angulaire de la roue, le rayon de la roue et la vitesse linéaire du véhicule respectivement. Pour une conduite normale, $V = \omega R$, par conséquent $\lambda = 0$. Lors d'un coup de frein violent, il est fréquent d'avoir $\omega = 0$ (car les roues sont bloquées) qui signifie $\lambda = 1$. Exemple, quand la vitesse de rotation des roues est approximativement 85% à 90% de la vitesse du véhicule, ceci est considéré comme le tau de glissement optimal (la différence est de 100% – 85% = 15%). En dehors de cette plage (10% à 20%), le système ABS est activé (puisque c'est le paramètre λ qu'il reçoit comme référence) et agit instantanément pour empêcher ce phénomène de glissement Figure C.9.

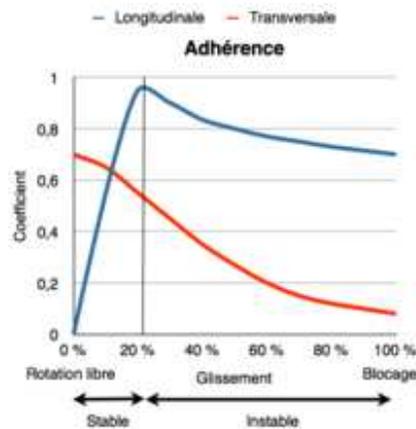


FIGURE C.9 – Adherence des roues en fonction du pourcentage du tau de glissement λ .

Bibliographie

- [1] H. Abdellatif et B. Heimann, “Accurate modelling and identification of vehicle’s nonlinear lateral dynamics.” *Proc*, Hannover, Germany, 2005.
- [2] Z. Artstein, “Linear systems with delayed controls : a reduction.” *Automatic Control Transactions on IEEE* 27.4 : 869-879, 1982.
- [3] K.J. Astrom et C. Canudas-De-Wit, “Revisiting the LuGre friction model.” *Control Systems, IEEE* 28.6 : 101-114, 2008.
- [4] B. Badji, “Caractérisation du comportement non linéaire en dynamique du véhicule.” *Signal and Image processing. Université de Technologie de Belfort-Montbéliard*, 2009.
- [5] J-P.Barbot, W.Perruquetti, “Sliding Mode in Control engineering.” New York-Basel : Marcel Dekker, 1999.
- [6] E. Bernuau, D. Efimov, W. Perruquetti and A. Polyakov, “On homogeneity and its application in sliding mode control.” *Journal of the Franklin Institute* 351.4 : 1866-1901, 2014.
- [7] E. Bernuau, W. Perruquetti, D. Efimov and E. Moulay, “Robust finite-time output feedback stabilisation of the double integrator.” *International Journal of Control* 88.3 : 451-460, 2015.
- [8] G. Besançon, “Nonlinear observers and applications.” *Springer* 2007.
- [9] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, “Lyapunov Analysis of Finite-Time Differential Equations.” in *Proc. Amer. Control Conf* Seattle, USA, pp.1831–1832, 1995.
- [10] S. P. Bhat et D. S. Bernstein, “Finite-time stability of homogeneous systems.” in *Proceedings of the American Control Conference* Albuquerque, USA, pp. 2513–2514, 1997.
- [11] S. P. Bhat et D.S. Bernstein, “Continuous Finite-Time Stabilization of the Translational and Rotational Double Integrators.” *IEEE Transactions on automatic control* Vol. 27, No. 4, MAY 1998.

- [12] S. P. Bhat et D.S. Bernstein, “Finite time stability of continuous autonomous systems.” *SIAM J. Control Optim* Vol. 38, no. 3, pp. 751–766, 2000.
- [13] G.M Bone et N. Shu, “Experimental comparison of position tracking control algorithms for pneumatic cylinder actuators.” *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* 12.5 : 557-561, 2007.
- [14] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis, “Modélisation et identification des processus.” Tome1, Editions Technip, 1992.
- [15] R. Bosch, “Automotive Brake Systems.” *BOSCH 1st Edition*, GmbH, 1995.
- [16] V. Broïda, “Automatisme, régulation automatique, servo-mécanismes.” Dunod, Paris 1956.
- [17] T. Chen et B. Francis, “Optimal sampled-data control systems.” London : Springer Verlag, 1995.
- [18] M.H Chiang, C.C Chen et T.N Tsou, “Large stroke and high precision pneumatic–piezoelectric hybrid positioning control using adaptive discrete variable structure control.” *Mechatronics* 15.5 : 523-545, 2005.
- [19] S. Drakunov et V. Utkin, “Sliding mode observer : Tutorial.” *In Decision and Control, Proceedings of the 34th IEEE Conference on* 4 :3376-3378, 1995.
- [20] B. Drazenovic, “The invariance conditions in variable structure systems.” *Automatica* 5(3) :287–295, 1969.
- [21] E. Edjekouane, Y. Khaled, M. Ghanes et J-P. Barbot, “Road Type Detection Based on Impulsive Observer with Synchronous and Asynchronous Measurements.” *Control Applications (CCA), 2015 IEEE Conference on.* IEEE, 2015.
- [22] E. Edjekouane, S. Riachy, M. Ghanes et J.P. Barbot, “Homogeneous Control of Pneumatic Cylinders Based on Time Delay Model and Artstein Transformation.” Soumis a IEEE ASJC, 2016.
- [23] E. Edjekouane, S. Riachy, M. Ghanes et J.P. Barbot, “Robust control of pneumatic actuators based on a simplified model with delayed input.” *Variable Structure Systems (VSS), 13th International Workshop on.* IEEE, 2014.
- [24] E. Edjekouane, “Rapport projet FP7 Fortissimo.” Edinburgh, 2014.
- [25] C. Edwards and S.K. Spurgeon, “Sliding Modes Control : Theory and Applications.” Taylor and Francis, London, 1998.
- [26] A. El Hadri, “Modélisation de véhicule, observation d’état et estimation des forces pneumatiques : Application au contrôle longitudinal.” *These de doctorat, Université Versailles Saint Quentin en Yvelines, Paris-France*, 2001.

- [27] S.V Emel'yanov, "On peculiarities of variables structure control systems with discontinuous switching functions." *Doklady ANSSR*. Vol. 153. 1963.
- [28] S.V Emel'yanov, S.K Korovin et L.V Levantovskii, "Higher-order sliding modes in binary control systems." *Soviet Physics Doklady*. Vol. 31. 1986.
- [29] M. Farza, K. Busawon, et H. Hammouri, "Simple nonlinear observers for on-line estimation of Kinetic rates in bioreactors." *Automatica* 34(3) :301-318, 1993.
- [30] A. F. Filippov, "Differential equations with discontinuous right-hand side." Dordrecht, The Netherlands : Kluwer 1988.
- [31] M. Fliess et H. Sira-Ramirez, "Reconstructeurs d'états" *Comptes Rendus Mathématique* 338(1) :91-96, 2004.
- [32] T. Floquet, "Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieur." Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lille, Laboratoires LAIL et ECS, 2000.
- [33] R. Frezza, A. Beghi, et G. Notarstefano, "Almost kinematic reducibility of a car model with small lateral slip angle for control design." *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Dubrovnik, Croatia. 2005.
- [34] A. Girin, F, Plestan, x. Brun et A. Glumineau, "High-order sliding-mode controllers of an electropneumatic actuator : Application to an aeronautic benchmark." *IEEE transactions on control systems technology* 17.3 : 633-645, 2009.
- [35] W. Jihong, P. Junsheng et M. Philip, "Accurate position control of servo pneumatic actuator systems : an application to food packaging." *Control Engineering Practice* 7.6 : 699-706, 1999.
- [36] S. Junbo, et I. Yoshihisa, "Robust tracking controller design for pneumatic servo system." *International journal of engineering science* 35.10 : 905-920, 1997.
- [37] J. P. Gauthier et G. Bornard, "Observability for any $u(t)$ of a class of nonlinear systems." *IEEE Trans. Automatic Control*, 26(4) :922-926, 1994.
- [38] J. P. Gauthier, H. Hammouri et S. Othman, "A simple observer for nonlinear-systems Application to bioreactors." *Automatic Control, IEEE Transactions on* 37(6) :875-880, 1992.
- [39] X. Gao et Z.J Feng, "Design study of an adaptive Fuzzy-PD controller for pneumatic servo system." *Control Engineering Practice* 13.1 : 55-65, 2005.
- [40] T.D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics." *Warrendale, PA : Society of Automotive Engineers* : 195-236, 1992.
- [41] B. Hamel, "Contribution à l'étude mathématique des systèmes de réglage par tout-ou-rien." *CEMV, Service Technique Aeronautique* 17, 1949.

- [42] P. Hart, "Review of heavy vehicle braking systems requirements." *National Road Transport Commission*, 2003.
- [43] R. Herman et J. Krener, "Nonlinear controllability and observability." *Automatic Control, IEEE Transactions on* 22(5), 728-740, 1977.
- [44] L. Hettel, J. Daafouz, S. Tarbouriech et C. Prieur, "Reset control systems : stabilization by nearly-periodic reset." *In 18th IFAC World Congress*, IFAC WC'2011.
- [45] H. Hermes, "Homogeneous coordinates and continuous asymptotically stabilizing feedback controls." *Differential equations stability and control* 109 : 249-260, 1991.
- [46] H. Imine, N. M'Sirdi, L. Laval et Y. Delanne, "Sliding Mode Observers for Systems with Unknown Inputs : Application to estimate the Road Profile." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering* 219.8 : 989-997, 2005.
- [47] P. van der. Jagt et A. W. Parsons, "Road surface correction of tire test data." *Vehicle System Dynamics* 25.2 : 147-165, 1996.
- [48] M. Kawski, "Geometric homogeneity and stabilization." *in Proc. IFAC Nonlinear Control Symposium* (A. Krener and D. Mayne, eds.), (Lake Tahoe, CA), pp. 164-169, 1995.
- [49] Y. Khaled, J.-P. Barbot, K. Busawon et D. Benmerzouk, "Impulsive observer-based control for linear systems using irregularly sampled measurements." *In IEEE AFRICON*, 2013.
- [50] Y. Khaled, J.-P. Barbot, D. Benmerzouk et K. Busawon, "High order sliding mode : is it useful in the design of observer under sparse measurement?." *In System, Structure and Control*, 5(1) :403-408, 2013.
- [51] H. Khalil "Nonlinear Systems, 3rd-Edition", Prentice Hall, 2002.
- [52] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control." *International journal of control* 58.6 : 1247-1263, 1993.
- [53] S. Liu, et J. E. Bobrow, "An analysis of a pneumatic servo system and its application to a computer-controlled robot." *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 110.3 : 228-235, 1988.
- [54] M. Maier et K. Muller, "The new and compact ABS unit for passenger cars." SAE paper 950757, 1996.
- [55] N. Manamanni, "Commandes et observateurs pour systemes pneumatiques. Methodologie pour la locomotion a pattes". Thèse de doctorat, 1998.

- [56] M. Mboup , C. Join et M. Fliess, “Numerical differentiation with annihilators in noisy environment.” *Numerical algorithms* 50.4 : 439-467, 2009.
- [57] W. F. Milliken et D. L. Milliken, “Race car vehicle dynamics.” *Warrendale : Society of Automotive Engineers*, 1995.
- [58] E. A. Misawa et J. K. Hedrick, “Nonlinear observers-a state of the art survey.” *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 111 :344–352, 1989.
- [59] E. Moulay, “Une contribution à l’étude de la stabilité en temps fini et de la stabilisation.” Thèse. Ecole Centrale de Lille ; Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I, 2005.
- [60] E. Moulay et W. Perruquetti, “Finite time stability conditions for non autonomous continuous systems.” *International Journal of Control* Vol. 81, no. 5, pp. 797–803, 2008.
- [61] T. Mori et MECHATRONICS, “Yasakawa Internal Trademark Application Memo.” 21.131. 01. 1969.
- [62] N. M’Sirdi et N. Nadjar-Gauthier, “Application of Sliding Mode Control to Robotic Systems.” Chapitre dans *Sliding Mode Control In Engineering*, pp. 761-400, 2002.
- [63] R. Nagarajan et R.H. Weston, “Front and control schemes for pneumatic servo-driven modulus.” *Proc. Inst. Mech. Engrs* 199(27) : 1-280, 1985.
- [64] T. Nguyen, J. Leavitt, F. Jabbari et J.E Borbow, “Accurate sliding-mode control of pneumatic systems using low cost solenoid valves.” *Transactions on mechatronics* Vol. 12, No. 2 pp 216-219, 2007.
- [65] H. Nijmeijer et A. J. Van der Schaft, “Nonlinear Dynamical Control Systems.” *SpringerVerlag* 1990.
- [66] G. Nikolskii, “On automatic stability of a ship on a given course.” *Proceedings of the Cenral Communication Laboratory* 1 : 34-75, 1934.
- [67] Ning, Shu, et G.M. Bone, “Development of a nonlinear dynamic model for a servo pneumatic positioning system.” *IEEE International Conference in Mechatronics and Automation* Vol. 1. IEEE, 2005.
- [68] Y. Orlov, “Finite time stability and robust control synthesis of uncertain switched systems.” *SIAM J. Control Optim* Vol. 43, no. 4, pp. 1253–1271, 2005.
- [69] Y. Orlov, J. Alvarez, L. Acho, et L. Aguilar, “Global position regulation of friction manipulators via switched chattering control.” *International Journal of Control* 76 :1446–1452, 2003.

- [70] Y. Orlov, L. Aguilar, et J.C. Cadiou, "Switched chattering control vs. backlash/friction phenomena in electrical servo-motors." *International Journal of Control* 76 :959–967, 2003.
- [71] H. B. Pacejka, et E. Bakker, "The magic formula tyre model." *Vehicle system dynamics* Vol. 21, no S1, p. 1-18, 1992.
- [72] S. Qiang, L. Fang et D.F Raymond, "Improved fuzzy neural network control for a pneumatic system based on extended kalman filter." *Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation 2006 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference IEEE*, 2006.
- [73] S. Riachy et M. Ghanes, "A nonlinear controller for pneumatic servo systems : Design and experimental tests." *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, Vol. 19, no 4, p. 1363-1373, 2014.
- [74] H. Schulte et H. Hahn, "Fuzzy state feedback gain scheduling control of servo-pneumatic actuators." *Control Engineering Practice* 12.5 : 639-650, 2004.
- [75] L. Segel, "Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers : Automobile Division* 10.1 : 310-330, 1956.
- [76] M. Smaoui, X. Brun et D. Thomasset, "Robust position control of an electropneumatic system using second order sliding mode." *Industrial Electronics, 2004 IEEE International Symposium on*. Vol. 1. IEEE, 2004.
- [77] J. Singh, S. Vats et A. Dagar, "Control Area Network for Vehicle Security System : CAN for VSS." *Lap Lambert Academic Publishing GmbH KG*, 2013.
- [78] E. D. Sontag, "A concept of local observability." *Systems and Control Letters* 5, pp. 41-47, 1984.
- [79] V. Strejcek, "Trends in identification." *Automatica* 17.1 : 7-21, 1981.
- [80] W-E. Ting, et J-S. Lin, "Nonlinear backstepping design of anti-lock braking system with assistance of active suspensions." *Proc. of the 16th IFAC World Congress*, Prague. 2005.
- [81] T. Tu, C. Diep et K.A Kyoung, "Nonlinear PID control to improve the control performance of 2 axes pneumatic artificial muscle manipulator using neural network." *Mechatronics* 16.9 : 577-587, 2006.
- [82] Y.-C Tsai, Yi-Chang et A.-C Huang, "FAT-based adaptive control for pneumatic servo systems with mismatched uncertainties." *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.6 : 1263-1273, 2008.

- [83] Y.-C Tsai, Yi-Chang et A.-C Huang, “Multiple-surface sliding controller design for pneumatic servo systems.” *Mechatronics* 18.9 : 506-512, 2008.
- [84] Y.Z Tzypkint, “Theory of control relay systems.” Moscow : Gostekhizdat, 1955.
- [85] V.I Utkin, “Sliding modes in control and optimization.” Berlin : Springer- Verlag, 1992.
- [86] M. Watany, “Performance of a Road Vehicle with Hydraulic Brake Systems Using Slip Control Strategy.” *American Journal of Vehicle Design* 2.1 : 7-18, 2014.
- [87] P. E. Wellstead et N. B. O. L. Pettit, “Analysis and Redesign of an Antilock Brake System Controller.” *IEE Proceedings Control Theory Applications*, Vol. 144, No. 5, pp. 413-426, 1997.
- [88] E. Witrant, “Stabilisation des systèmes commandés par réseaux.” Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2005.
- [89] J. Y. Wong, “Theory of Ground Vehicles, 4th.” 2008.
- [90] B. L. Walcott, M. J. Corless, et S. H. Zak, “Comparative study of nonlinear state observation techniques.” *Int. J. of Control*, 45(6) :2109–2132, 1987.
- [91] M. Yamazaki et S. Yasunobu, “An intelligent control for state-dependent nonlinear actuator and its application to pneumatic servo system.” *SICE Annual Conference IEEE*, 2007.
- [92] K. Young, V. Utkin, et O. Özgüner, “A control engineer’s guide to sliding mode control.” *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 7 :328–342, 1999.
- [93] J. Zhang, K. H. Johansson, J. S. Sastry, et J. Lygeros, “Zeno Hybrid Systems.” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 11(5) :435-451, 2001.
- [94] V.I Zubov, “On systems of ordinary differential equations with generalized homogeneous right-hand sides.” *Izvestia vuzov. Mathematica* Vol. 1, pp. 80–88, 1958.
-

Résumé

L’ensemble des travaux présentés ont été effectués dans le cadre d’une thèse CIFRE entre le laboratoire Quartz EA 7393 et l’entreprise SDI. Ce travail a pour but d’apporter des solutions aux problématiques rencontrées par les ingénieurs de SDI dans le métier des essais. Le cercle de l’étude relève du domaine de la mécatronique. Ainsi, nous nous sommes attachés dans un premier temps à l’étude de l’asservissement des

vérins pneumatiques. En effet, lorsqu'il s'agit de commander ce type de vérins sous des perturbations inconnues les algorithmes de commande de SDI ne permettent pas dans ces cas là de satisfaire certains cahiers des charges très sévères. Pour améliorer leurs performances, une commande non linéaire robuste basée sur la théorie de l'homogénéité a été développée au laboratoire Quartz et testée en temps réel à l'aide de Matlab/Simulink et d'une carte dSPACE 1103. Par la suite, cette commande a été intégrée avec succès sur le logiciel propriétaire X'SPARE. Cette solution a donné toute satisfaction par rapport aux performances et à la fiabilité de la demande industrielle.

Dans un deuxième temps, un système ABS de type Bosch 5.0 a été testé en temps réel sur un banc d'essai HIL (Hardware-in-the-loop). Pour remplacer l'ABS dans son contexte, un modèle du véhicule a été développé sous Matlab/Simulink avec un algorithme de sélection de profils de routes, ce dernier a été intégré avec succès dans le logiciel X'SPARE. Les essais effectués en temps réel ont permis de tester l'ABS sous différents profils de routes et de valider le modèle du véhicule sur la base des distances d'arrêt obtenues en se référant aux normes du standard international SAE.

Mots-clefs

Systèmes non linéaires, systèmes mécatroniques, modes glissants, commande homogène, observateurs impulsifs, banc d'essai, HIL, modèle de véhicule, système ABS, temps réel.

Abstract

The work presented in this thesis was conducted in the context of a CIFRE contract between Quartz (EA 7393) laboratory and SDI company. This work aimed to provide best solutions to the problems encountered by SDI engineers in craft testing in the field of mechatronics. We focused first on the feedback control synthesis for a pneumatic cylinder. In fact, the control algorithms already implemented within SDI pneumatic systems do not meet the desired specifications in very constrained situations. Therefore, a robust non-linear control based on the homogeneity theory was developed at

Quartz laboratory and tested in real time using Matlab/Simulink and the dSPACE 1103 card. This control algorithm was successfully integrated within the SDI software X'SPARE. This solution gave entire satisfaction regarding performance and reliability in an industrial context.

Concerning the second contribution, a Bosch 5.0 ABS type system is to be tested in real time on a HIL test bench. In order to place the ABS in the car context, a vehicle model involving an impulsive observer was developed in Matlab/Simulink including the possibility to specify/estimate the road profiles. This model was also successfully integrated under the software X'SPARE. The tests conducted in real time allowed to characterize the ABS system under various road profiles and to validate the vehicle model as well as the observer based on the stopping distances obtained by referring to the SAE organization standards.

Keywords

Non linear systems, mechatronic systems, sliding mode, homogeneous control, impulsive observer, test bench, HIL, vehicle model, ABS system, real time.