AIX MARSEILLE UNIVERSITÉ

École Doctorale ED 356 Cognition Langage Éducation

Laboratoire EA 4671,Apprentissage, Didactique, Évaluation, Formation

Équipe d'accueil Approches Comparatives et Anthropologiques du Didactique et du Scolaire

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

par *Jean-Jacques SALONE*

LES RÉFÉRENCES PRAXÉOLOGIQUES DANS LES SYSTÈMES DIDACTIQUES

Soutenue le *31 mars 2015*

Jury composé de :

Yves Matheron, *Président*
professeur des universités à l'IFE-ENS Lyon
Teresa Assude, *Directrice*
professeur des universités à l'Université d'Aix-Marseille
Gérard Sensevy, *Rapporteur*
professeur université de Bretagne Occidentel
Alain Bronner, *Rapporteur*
Professeur université de Montpellier 2

À tous ceux qui ont rêvé ou rêvent encore

d'une école

initiant aux plaisirs de l'étude et aux joies de la connaissance

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont d'abord à ma directrice de thèse, Teresa Assude, qui m'aura accordé une grande autonomie de travail tout en orientant mes recherches et en m'apportant de nombreux conseils.

Ils vont ensuite à tous les chercheurs du laboratoire EA 4671 ADEF, Apprentissage, Didactique, Évaluation et Formation de l’Université d'Aix-Marseille qui m'ont accueilli, et plus particulièrement à ceux de l'équipe ACADIS, Approches comparatives et anthropologiques du didactique et du scolaire, dont Yves Matheron, Alain Mercier, Christiane Peyron-Bonjan et Romain Mario.

Mes remerciements sont également adressés à Gérard Sensevy et Alain Bronner qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de cette thèse.

Mes remerciements vont aussi aux personnels enseignants et non enseignants du collège Henri Margalhan qui ont accepté que je conduise ces recherches doctorales dans leur établissement, et plus spécialement à André Malgouyres, le chef d'établissement, et à Alexandra Devillers, Isabelle Bémi, Élodie Long, Magalie Pourrière, Audrey Morales, Cécile Esposito, Cyril Gambini et Laurent Pélassy.

Je n'oublie pas non plus l'équipe de l'Institut Saint-Cassien ainsi que mes étudiants pour les échanges qu'ils m'ont permis d'avoir avec eux.

Enfin, je dois remercier tous mes proches, famille ou amis, qui m'ont soutenu et encouragé tout au long de ces années, dont Jeanne Mallet et Alexis Siaud.

Table des Matières

LES RÉFÉRENCES PRAXÉOLOGIQUES DANS LES SYSTÈMES DIDACTIQUES

Partie II

Six tableaux gradués

Partie III

Les discours institutionnels surplombants

CONCLUSION GÉNÉRALE

Table des annexes

Introduction générale

Quelle que soit la société à laquelle on s'intéresse, faire en sorte que chaque citoyen apprenne des savoirs est un enjeu majeur qui contribue à la cohésion de l'ensemble. Généralement cette mission d'enseignement est confiée à une institution didactique particulière, l'École. Le rôle de l'École, et plus particulièrement celui des enseignants, est ainsi d'amener dans les classes des savoirs afin que les élèves se les approprient. Mais ces savoirs enseignés ne sont pas les seuls à vivre dans une classe. D'autres sont présents, comme en premier lieu ceux que les élèves, ou les enseignants, possèdent déjà à titre personnel et qui, au delà de la discipline scolaire enseignée, s'enracinent dans la société toute entière, les cultures et les civilisations. Qu'est-ce qui fait alors vraiment référence dans une classe d'enseignement donnée ? C'est la principale question de recherche à laquelle nous tentons de répondre dans ce mémoire. Même si l'étude proposée sera le plus souvent circonscrite à l'enseignement des mathématiques, elle prolongera l'enquête exploratoire pluridisciplinaire réalisée dans le cadre du master et sa portée se voudra donc être plus générale.

Plusieurs travaux existent déjà dans les diverses didactiques des disciplines scolaires autour de cette question de la référence. Un état des lieux sera proposé dans les premiers chapitres du mémoire. Au delà d'une référence d'arrière plan indispensable qui repose sur des connaissances langagières, il mettra en évidence deux grandes catégories référentielles qui ont largement fait débat, au delà du seul champ mathématique : des références disciplinaires savantes et des références extrascolaires puisées dans des pratiques sociales. Le cadre théorique aura cependant pour objectif principal de redéfinir et de situer le concept de référence praxéologique afin de mieux expliciter la problématique de recherche. Pour cela, plusieurs concepts préalables devront être convoqués et parfois adoptés. La plupart seront issus de la didactique des mathématiques, essentiellement de la Théorie des Situations Didactiques [TSD], de la Théorie Anthropologique du Didactique [TAD] et de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique [TACD]. D'autres pourront provenir d'autres disciplines scientifiques, comme la linguistique ou la sociologie. Certains concepts préliminaires nécessiteront même parfois quelques considérations philosophiques, physiques ou biologiques.

Comment les références praxéologiques faites par les élèves ou les enseignants contribuent-elles à la co-construction d'une référence locale, commune et partagée par tous ? Quelles sont les sources de référence, officielles ou plus privées, effectivement employées dans les classes ? Quelle place est octroyée par les enseignants aux connaissances personnelles des élèves lors de la mise en texte des savoirs ? Ce sont quelques unes des questions qui ont émergé tout au long de nos recherches. Nous en feront un bilan dans le paragraphe suivant consacré à l'évolution de la problématique tout au long de ces années de master et de doctorat. D'autres questions de recherche viendront encore se greffer, car jamais vraiment séparables de celle des savoirs des référence : quelles places dans la classe, quels topos dans la construction des savoirs communs, sont accordés par les enseignants aux élèves et plus largement aux institutions sociales ? Comment les milieux dans lesquels se déroulent les actions didactiques conjointes sont-ils constitués ? Dans le cadre théorique, ces questions de recherche relatives au topos des élèves et au milieu didactique seront associées avec celles relatives aux références praxéologiques dans un nouveau concept, celui d'ouverture écologique des classes sur le monde. Nous nous inscrirons ainsi dans le paradigme du questionnement du monde, développé en TAD.

Après avoir donc consacré, dans la première partie du mémoire, un chapitre à l'évolution de la problématique et un chapitre au cadre théorique, nous aborderons dans un troisième les questions méthodologiques. Il s'agira là de présenter les différentes méthodes utilisées dans le mémoire pour recueillir, analyser et traiter des données brutes majoritairement discursives. Le cadre méthodologique oscillera alors entre clinique et expérimental et partira des catégorisations fournies par le cadre théorique.

Dans la deuxième partie du mémoire nous entrerons dans la présentation de résultats en commençant par quelques tableaux de classes. Les analyses de séances d'enseignement proposées illustreront de façon progressive ce que peuvent être les systèmes référentiels effectivement utilisés par les professeurs et les élèves, ainsi que les topos qu'ils s'octroient et les milieux qu'ils mobilisent. La méthode mise en œuvre sera de l'ordre du clinique, avec des observations minimisant les interférences avec les patients que seront les classes. Un regard particulier sera porté sur la gestion des actes de référencement par les enseignants, notamment en ce qui concerne l'intégration des discours des élèves dans des textes du savoir *a priori* co-construits et partagés.

Dans la troisième partie, la catégorisation des sources de référence potentiellement utilisables dans une classe sera affinée à partir d'analyses de textes publics produits par des institutions didactiques plus complexes qu'une classe : le ministère français de l'Éducation Nationale, une maison d'édition de manuels scolaires et un établissement scolaire. Les méthodes de traitement des données textuelles s'inscriront alors dans des approches logométriques et systémiques. Bien d'autres sources de références possibles apparaîtront alors, associées à d'autres savoirs que ceux officiellement imputés à la seule discipline enseignée, et parfois issus de connaissances technologico-théoriques d'institutions non scolaires. Le milieu didactique également apparaîtra davantage comme étant moins circonscrit spatialement par les salles de classes et temporellement par des temps d'enseignement morcelés et programmés.

Dans la quatrième partie du mémoire, nous mettrons en œuvre les diverses catégorisations qui auront été envisagées précédemment. Elles constitueront un outil de conception de dispositifs didactiques favorisant l'ouverture des classes. Deux exemples de Parcours d'Étude et de Recherche [PER] effectivement mis en œuvre dans des classes et accordant aux élèves une large place dans la construction de la référence commune seront ensuite rapportés. Ils feront l'objet d'une analyse *a priori* des savoirs en jeu, et d'une analyse *a posteriori* des ouvertures écologiques effectivement réalisées.

Dans la conclusion du mémoire sera discuté l'intérêt d'ouvrir les classes sur le monde extra-scolaire tout en accroissant les topos institutionnels, ceux des élèves en premier lieu, et en enrichissant les milieux actionnels. La question d'un éventuel usage du concept de référence praxéologique dans la formation des professeurs sera également abordée.

PARTIE 1

Problématique, cadres théoriques et cadres méthodologiques

ÉVOLUTION DE LA PROBLÉMATIQUE

« Qu'est-ce donc que cet « enjeu de l'étude » au cœur du fonctionnement d'un système didactique ? Sur un point évident, l'état historique des systèmes didactiques scolaires apparaissait – et apparaît encore très largement – comme profondément marqué par un processus historique qu'on peut reconstruire sommairement ainsi. Au départ […] l'enjeu didactique ♥ est une question Q – une question en Comment ? […] qui appelle en réponse une technique, ou une question en Pourquoi ?, qui appelle une réponse [R] technologico-théorique. […] Mais bientôt, par un court-circuit culturel et didactique, étudier Q est regardé comme un synonyme inutile d'une expression qui, institutionnellement, la supplante : apprendre R. Alors, sans encore que R perde tout à fait son statut de réponse, les questions commencent à s'effacer. […] C'est ensuite que […] un refoulement s'opère : les réponses R cessent d'être regardées comme telles et se trouvent hypostasiées en œuvres de la culture ayant valeur en soi et pour soi, œuvres dont les raisons d'être [...] se sont perdues. […] C'est là une tendance que j'ai nommée la monumentalisation des savoirs […] , qui, de la part des institutions comme des personnes, peut aller jusqu'à une passion sombrement fétichiste. »

D'après Chevallard, *Passé et présent de la théorie anthropologiques du didactique*, pp. 21-22

1 L'évolution de la problématique, des questions et des terrains de recherche

Dans ce chapitre, afin de mieux expliciter la problématique du mémoire, nous complèterons l'introduction en décrivant les divers moments, fonctionnellement et non chronologiquement parlant, par lesquels sont passées nos recherches. De nombreux concepts seront alors évoqués sans être définis. Le lecteur les entendra provisoirement dans l'acception qui lui sera sienne. Ils seront repris par la suite dans le cadre théorique ou le complément mathématique où ils seront alors précisés.

Les questions de recherche initiales du master, autour des arguments invoqués par les élèves et les professeurs lors de leurs échanges discursifs dans les classes, cèderont progressivement la place à celles du doctorat, davantage orientées par la problématique de la *référence*. Les terrains de recherche suivront ce mouvement, allant de simples classes aux *institutions* scolaires qui les surplombent. Des constats seront alors dressés sur l'état du *système didactique* actuel qui montreront à quel point les *sources de références praxéologiques* sont circonscrites aux disciplines enseignées, à quel point les *topos* des élèves sont réduits, et à quel point les *milieux actionnels* des classes sont pauvres. Ces constats justifieront pour partie l'évolution de la problématique.

2 L'enquête exploratoire et empirique préalable

Une problématique et des questions de recherche n'émergent jamais seules. Elles ne peuvent apparaître que dans le cadre d'une théorie préexistente dans laquelle il faut retenir certains concepts et les confronter à des observations de Classes *in situ*. Cet aller-retour entre la clinique et l'empirie, la théorie et le terrain, est un moment consubstantiel de l'activité de recherche. Il a été modalement essentiel au début, lors de l'enquête exploratoire conduite en amont du master, et indispensable par la suite afin d'affiner les cadres théoriques et méthodologiques.

Le premier groupe de Classes observées l'a été en dehors de nos recherches, dans une posture de formateur et dans la cadre d'un dispositif de formation de professeurs certifiés dans leur première année d'exercice après réussite aux concours de recrutement internes ou externes, et avant leurs éventuelles validations par le corps des inspecteurs académiques. Ces visites-conseil sont mises en place par l'Institut Saint-Cassien [ISC] (http://www.institut-saintcassien.com/), une École Supérieure du Professorat et de l'Éducation agréée de l'Enseignement Catholique sous contrat. Elles ont débuté au cours de l'année scolaire 2009/2010 et se sont poursuivies depuis. Trente pour cent des enseignants visités ont une expérience professionnelle préalable à leur certification, acquise grâce à des suppléances, parfois à temps complet et sur plusieurs années, effectuées dans divers établissement secondaires de l'académie d'Aix-Marseille. L'échantillon ne présente donc pas le biais de ne contenir que des enseignants débutants. Les visites effectuées dans les Classes conduites par ces enseignants ont pour enjeu principal de préparer une inspection de validation du concours qui sera ultérieurement réalisée par les services rectoraux. Le visiteur, à partir de ses propres grilles d'analyse et d'observation, dont en particulier ici les cadres conceptuels issus de la TSD, de la TAD et de la TACD, établit un bilan de la pratique de l'enseignant visité. Puis un entretien d'une heure est mise en place afin d'analyser la séance, de proposer des pistes de réflexion ou des dispositifs didactiques nouveaux, et éventuellement de préciser des éléments à travailler d'urgence. Un document de synthèse est fourni à l'ISC, appelé un compte-rendu de visite, (voir les comptes-rendus de visite anonymés en Annexe 1.1) qui abondera au dossier administratif de l'enseignant.

Les premières observation réalisées ont concerné les situations (au sens de Brousseau), de validation et de production de preuves, à propos de théorème ou de techniques. « Un problème de validation est bien plus un problème de comparaison d'évaluations, de rejet des preuves que de recherche de la démonstration » (Brousseau, 1998). **Quelles formes prennent les démonstrations de théorèmes ou de techniques ? Par qui sont-elles construites ?** Le constat fut que, dans la totalité des cas, **les preuves sont des démonstrations formelles amenées dans la Classe par le professeur** qui les produit directement au tableau ou parfois via des documents textuels que les élèves n'ont plus qu'à compléter (démonstrations guidées ou 'à trous'). La dialectique entre conjectures et réfutations que Popper (1979/2009) puis Lakatos (1976/2004) placent au centre de la Vérité scientifique n'a jamais été observée. **Quelle vérité est donc construite dans une Classe ?** Cette question qui émerge là constitue la problématique philosophique d'arrière-plan qui sous-tend toutes nos recherches.

Année	**Niveau scolaire**	**Sujet de la séance**
2009/10	Terminale S	Détermination d'un lieu géométrique avec un logiciel de géométrie dynamique (GeoPlan)
2009/10	Terminale S	Découverte des formules de dénombrement dans un ensemble fini
2009/10	Cinquième	Première rencontre des techniques relatives aux quotients et aux écritures fractionnaires
2009/10	Cinquième	Découverte des nombres relatifs négatifs
2011/12	Troisième	Introduction aux fonctions affines
2011/12	Seconde générale	Découverte du cercle trigonométrique et du radian
2012/13	BTS électronique 2ième année	Travail des techniques relatives aux transformations de Fourier
2013/14	Sixième	Détermination d'axes de symétrie dans des figures géométriques simples ou complexes
2013/14	Seconde générale	Travail des techniques relatives aux fluctuations d'échantillonnage et aux intervalles de confiance

Tableau 1 *: Récapitulatif des Classes visitées pendant l'enquête exploratoire*

Ce premier constat de quasi inexistence d'activités de recherche de conjectures, de démonstrations et de réfutations relève de façon plus générale de la **question des *topos* accordés aux élèves**. Ils s'avèrent être très réduits dans les Classes visitées. Trois indicateurs permettent de mieux s'en rendre compte. Le premier concerne **les *moments de l'étude***: même s'il est normal, compte-tenu de la dissymétrie de la *relation didactique*, que les moments d'*institutionnalisation* ou d'*évaluation* soient à la charge quasi exclusive du professeur, les autres moments devraient être davantage co-construits. Mais les observations réalisées ont fortement nuancé cet *a priori*. **L'activité mathématique des élèves est presque toujours située dans des moments d'*exploration de types de tâches* ou de *travail des techniques*** que le professeur aura programmés. Les moments de *première rencontre* sont presque tous très courts, avec des *dévolutions* minimales souvent réduites à une simple déclaration de l'*enjeu didactique* et parfois accompagnées d'un rappel de *savoirs* préalables. Le troisième moment, celui de la *constitution de l'environnement technologico-théorique* et donc des démonstrations, est assumé par un professeur qui énonce des *savoirs savants* et arrête des systèmes sémiotiques. Deuxième indicateur du topos réduit des élèves : les formes que prennent **les dispositifs didactiques**. Des travaux en groupes et en autonomie relative ont rarement été observés. **La majorité du temps les élèves étudient suivant deux modalités : de façon individuelle ou par binômes, ou classe entière lors d'un dialogue conduit par le professeur**. Troisième indicateur : **leur responsabilité dans la construction du *texte du savoir*, ou, comme nous le définirons plus loin, l'*équipement praxéologique de la Classe***. Là encore, **leurs *discours publics* ne sont presque jamais intégrés aux textes partagés du savoir.** Quand ils le sont, c'est de façon reformulée et corrigée par le professeur. Au bilan :

> Le professeur *y* assume la position d'enseignant en *montrant* aux élèves ce qu'il conviendrait de faire dans la position $x^{[2]}$ [mathématicien étudiant et chercheur], voire dans la position $x^{[1]}$ [mathématicien praticien]. (Chevallard, 1996/1997, Dictionnaire de didactique des mathématiques , chapitre Moments de l'étude, p.p 6-7).
>
> Ainsi, dans ce qu'on peut appeler l'enseignement-spectacle, que certaines modes pédagogiques ont pu pousser en avant au cours des dernières décennies écoulées, les élèves sont sollicités fréquemment, mais n'interviennent en général que comme des figurants sans véritable rôle. (Chevallard, 1998, p.18)

Autre constat : **les *organisations mathématiques* mises en place par les professeurs cloisonnent les *savoirs enseignés*. Elles sont directement dérivées des *organisations officielles des savoirs à enseigner.*** Dans la totalité des Classes visitées, les savoirs enseignés pendant la séance observée ont un enjeu situé à des *niveaux de codétermination* les plus supérieurs, en conformité discursive avec les programmes officiels.

> Mais la remarque essentielle qu'appelle l'échelle des niveaux est la suivante : dans l'opération de détermination des organisations mathématiques qu'ils tenteront de mettre en place dans les classes, les professeurs tendent à ne se repérer que sur les niveaux de plus grande spécificité, sujets et thèmes. (Chevallard, 2002, pp. 2-3)

De façon plus générale, des conditions pour qu'un savoir soit transmissible dans des Classes ont été identifiées par Verret (1974) et reprises par Chevallard : la *transposition* des savoirs savants en savoirs à enseigner nécessite leur « désyncrétisation », leur « dépersonnalisation » et leur « programmabilité », ainsi, mais de façon moins visible dans les Classes, leur « publicité » et le « contrôle social des apprentissages » (Verret, 1974, p, 146).

Dernier constat : **les *milieux actionnels* des Classes sont pauvres.** Ainsi, même si parfois les professeurs observés introduisent dans le milieu des documents, il s'agit, par fréquences décroissantes, de textes photocopiés dont ils sont les auteurs, d'extraits du manuel scolaire de la Classe, et de fichiers numériques rétro ou vidéo projetés. Des ressources partagées, fournies par exemple par un Centre de Documentation et d'Information, ou disponibles sur le réseau internet n'ont jamais été exploitées. L'outil informatique en lui-même n'est utilisé, de façon sporadique, que dans le cadre d'activités géométriques de constructions dynamiques ou d'activités statistiques sur un tableur. Autre composante pauvre du milieu, les salles de Classes elles-mêmes. Contrairement à ce qu'on peut voir dans à l'école primaire, elles sont, au collège comme au lycée, très dépouillées. Elles sont dépourvues presque toutes de bibliothèques (une seule dans l'échantillon) comme de tout autre espace aménagé (sauf dans un cas avec un atelier informatique). Un tableau, à craie ou blanc, trône classiquement sur le devant de la scène, occupant tout un pan de mur. Les bureaux des élèves sont alignés parallèlement à celui-ci, celui du professeur y est accolé. Les autres murs sont peu employés comme espaces d'affichage, que ce soit pour y rassembler des productions d'élèves ou pour y laisser trace de l'équipement praxéologique de la Classe.

3 L'enquête pluridisciplinaire du master II

L'enquête exploratoire, hors cadre de recherche, a donc fait apparaître des Classes de mathématiques où les savoirs sont découverts majoritairement par des ostensions professorales qui ne laissent qu'un topos très réduit aux élèves et qui s'accommodent d'un milieu actionnel pauvre. La vérité ainsi construite relève d'une pratique didactique éloignée de la méthode scientifique où prédominent la formulation de conjectures et l'usage de la dialectique de la preuve et de la réfutation. **En est-il de même dans d'autres disciplines ?** Ce sera la question de recherche abordée dans le cadre du Master où des éléments de comparaison quant aux processus de validation des connaissances en mathématiques et en anglais seront proposés. **Comment les savoirs sont-ils validés dans des Classes d'enseignement d'autres disciplines que les mathématiques ?**

Pour conduire cette étude un nouveau terrain de recherche, susceptible de fournir des Classes à observer dans plusieurs disciplines, s'est avéré indispensable. Le collège Henri Margalhan (www.margalhan.com) situé dans le quatorzième arrondissement de Marseille aura joué ce rôle. Sept de ses professeurs certifiés ont accepté d'être observés dans leurs classes (voir tableau 2), deux en mathématiques, un en français, deux en anglais, un en espagnol et un en histoire. Outre d'être enregistrés, ils ont participé à des entretiens préalables. Certains binômes d'élèves ont également été spécifiquement enregistrés lors de travaux collaboratifs.

Professeurs	Disciplines	Niveaux	Nombre de séances observées
P1	Mathématiques	Sixième	4
		Cinquième	3
P2	Mathématiques	Quatrième	3
		Troisième	4
P3	Anglais	Sixième	2
P4	Anglais	Troisième	2
P5	Espagnol	Quatrième	2
P6	Français	Quatrième	4
P7	Histoire	Quatrième	1
		Troisième	2

***Tableau 2** : séances observées dans l'enquête pluridisciplinaire du Master*

Dès le début des observations, l'insuffisance de la typologie de la preuve jusqu'alors utilisée est apparue. Pour pouvoir comprendre et analyser les critères de validité employés quelle que soit la discipline enseignée, un élargissement de la typologie a donc été nécessaire. Or cette démarche avait déjà été entreprise en didactique des mathématiques et des sciences par Balacheff (1987, 1988). Cet auteur distingue en effet plusieurs types de preuves : des **preuves pragmatiques** qui « s'ancrent dans les faits, dans l'action » et les **preuves intellectuelles**, dont l'empirisme naïf, l'expérience cruciale, l'exemple générique et l'expérience mentale. Mais cette typologie, qui mêle des rationalités issues des mathématiques et des sciences physiques, est encore insuffisante pour observer des classes, même scientifiques, car elles reposent trop sur des raisonnements par déduction ou induction. La raison est que dans l'enseignement des ces disciplines scientifiques ce sont les praxéologies savantes qui constituent à la fois le modèle des pratiques et le corpus discursif de référence. Mais dans bien d'autres disciplines, il en est autrement. Certes les preuves pragmatiques de Balacheff sont toujours observables, mais les preuves intellectuelles le sont beaucoup moins. Ainsi, **Martinand (1982) relève les nombreuses évocations de pratiques sociales ou familiales de référence qui sont**

faites dans l'enseignement des sciences physiques et de la technologie.

> Le premier [principe pour la rénovation des contenus de l'enseignement] […] consiste à comparer de manière systématique les activités, les situations, les matériels, avec leurs éléments correspondants dans les pratiques dont on veut donner une image réaliste à travers l'enseignement. Nous avons appelé pratiques sociales de référence de tels termes de comparaison. Lors des décisions ou discussions sur les programmes scolaires, les interlocuteurs ont souvent implicitement, à l'esprit, l'image des pratiques qu'ils connaissent et qu'ils tendent à privilégier (recherche scientifique, action politique, activités domestiques par exemple). En explicitant ces fondements, les choix de contenus, la reconnaissance des oppositions concret-abstrait, seraient grandement clarifiés ; car ils ne sont pas absolus, mais relatifs à une pratique privilégiée. […]
> Du point de vue de l'apprentissage les questions de motivation et de signification sont certainement liées pour une part à la distance entre pratiques de référence et pratiques familières aux élèves.

Et qu'en est-il dans les disciplines non scientifiques ? Dès les premières séances observées, un constat très général est vite apparu. D'abord les preuves par déduction ou induction sont absentes. Les références aux pratiques sociales, en revanche, semblent être un allant de soi dans l'enseignement d'une langue, étrangère ou maternelle. **En français langue maternelle** par exemple, Garcia-Debanc (2001) souligne l'existence de deux catégories référentielles en tension l'une avec l'autre : des pratiques sociales et culturelles de la langue, et des cadres théoriques issus des sciences du langage :

> L'enseignement du français a pour tâche essentielle d'enseigner des pratiques culturelles, des compétences et des notions se rapportant à la pratique et à l'analyse de la langue et des discours, notamment littéraires. Il est donc essentiellement centré sur des pratiques : lire, écrire, parler. Or, la plupart des apprentissages conduits à l'école prolongent et

systématisent des savoirs sociaux acquis à l'extérieur de l'école dans les pratiques familiales.[...] Cependant, on note, depuis quelques années, un mouvement différent de référence privilégiée à des théories issues de la linguistique. (Garcia-Debanc, 2001, p. 78 et p. 81)

Qu'en est-il de l'enseignement de l'histoire ? Les choses sont très semblables. Moniot (2001) fait remarquer que « en première apparence, la situation de l'histoire scolaire est simple : sa référence – son savoir déjà là- est l'histoire des historiens, une science. » Mais très vite une autre référence apparaît, résultant des pratiques instituées de l'enseignement de l'histoire qui se fondent sur l'étude de « contenus, de types d'exercices, de manières de motivation et de pratiques docimologiques » et qui s'éloignent des praxéologies savantes (Op. cité, p. 67). C'est une « histoire scolaire », autoréférée, qui « est explicitement et fermement instituée pour servir l'insertion sociale, la mobilisation civique, les sentiments d'appartenance, la connivence publique... » (Ibid., p. 69) :

L'histoire, aussi savants et critiques que sachent être son cheminement et ses produits aux soins des historiens, baigne dans l'ensemble de la parole sociale, elle en vient, y repart bien vite, n'ayant pas d'autre lieu où aller fructifier. […] Enseigner l'histoire, ce n'est pas enseigner seulement des énoncés ratifiés par des historiens qui les ont produits raisonnablement, ce devrait être aussi installer la pratique habituelle d'un rapport raisonnable aux énoncés historiques. (Moniot, 2001, pp. 70-71)

Le concept de preuve a donc dû être élargi en un concept plus général intégrant simultanément ces diverses sources de références possibles : savoirs savants, pratiques sociales, praxéologies familiales, œuvres d'auteurs, témoignages historiques, ... C'est le concept d'**argument** qui aura ainsi été développé:

Les discours, oraux ou écrits, véhiculent des ***arguments*** qui déterminent le statut accordé par leurs auteurs aux objets de connaissance. La question de la validation est celle du processus cognitif et social qui est à l'œuvre lors de l'attribution d'un tel statut par un ou plusieurs sujets à une connaissance nouvelle. Les arguments en sont les observables*,* mot pris au sens particulier des physiciens de la mécanique quantique, car les arguments, comme les observables, présentent une forte part d'indétermination. Ils sont souvent implicites, voire non conscients, et seulement parfois explicités. Leurs natures sont fondées sur la complexité du sujet, des langages, des connaissances et de l'action, mais aussi sur la complexité du tissu social, des maillages culturels, des usages et traditions communautaires, de l'action collective et de l'interaction communicationnelle,... […]

Les discours peuvent aussi comporter explicitement des ***références***, c'est à dire situer les objets de connaissance ailleurs que dans la théorie ou le *hic et nunc.* Plusieurs types de références sont distinguables, afin de tenir compte des dimensions sociales et subjectives de l'argumentation. Des références sociales, qui évoquent l'usage qui est fait de l'objet de connaissance dans d'autres lieux ou d'autres époques par des groupes sociaux reconnus pour leur pratique, ou qui mettent en avant les discours de groupes sociaux reconnus pour leur savoir. Des références subjectives, qui font appel à l'expérience, voire aux pensées, de l'auteur lui même ou de membres des groupes sociaux auxquels il appartient.

Les références renvoient ainsi à des arguments qualifiables d'***arguments lato sensu***, par contraste avec ceux qui demeurent dans les cadres théoriques et qui seront appelés ***arguments stricto sensu***, ou ***preuves***. D'autres types d'observables peuvent éventuellement être incorporés aux arguments *lato sensu*, comme les injonctions didactiques, l'autorité, la séduction...) (Salone, 2011, pp. 4-5)

Une échelle argumentative plus générale a par conséquent été proposée et mise en œuvre dans les analyses. Elle comporte quatre axes :

L'**axe subjectif interne** est le champ de la pensée, complexe, du sujet. Il s'étend de l'expérience (perceptive, émotionnelle, factuelle) de chaque personne, à des pensées organisatrices enfouies au plus profond de

> l'individu. […]
>
> Un sujet donné évoque très souvent les praxéologies d'autres personnes que lui-même et qui sont membres des groupes sociaux auxquels il appartient. L'**axe subjectif externe** sera celui de ces praxéologies institutionnelles externes mais relatives au sujet. [...] L'**axe objectif interne** est l'axe défini par la Doxa et le Logos de l'institution I0 qui légitime la situation didactique. C'est la *référence locale* ou *interne* au sens de Sensevy et Mercier (2007). [...] L'**axe objectif externe** est l'axe défini par les praxéologies des institutions référentes externes autres que I0. (D'après Salone, 2011, pp. 48-55)

Chaque axe est ensuite subdivisé en quatre sous-niveaux qui représentent autant de types d'arguments *lato-sensu*, et parmi lesquels le concept de référence apparaît déjà explicitement. Le tableau 3 en dresse la liste, tout en les hiérarchisant et en les subsumant en une seule échelle argumentative générale. Ce tableau ne sera pas davantage explicité par la suite car la problématique du mémoire a évolué.

Une seule discipline, l'anglais langue étrangère, a alors été retenue comme terme de comparaison avec les mathématiques. La raison de ce choix restrictif, d'abord pragmatique, repose sur l'éloignement didactique apparent de ces deux disciplines et qui transparaît par exemple dans les capacités listées dans le socle commun de connaissances et de compétences (Ministère de l'Éducation Nationale, 2006b).

Degré	Échelle générale	Échelle subjective	Échelle objective
1	*Argument doxique*	*Croyance*	*Axiome ou postulat*
2	*Argument théorique*	*Principe*	*Argument théorique*
3	*Argument discursif*	*Discours personnels*	*Discours technologiques*
4	*Argument pratique*	*Expérience personnelle*	*Argument pratique*
5	*Référence simple*	*Élargissement primaire*	*Argument de reproductibilité*
6	*Référence cruciale*	*Avis crucial*	*Avis d'un référent*
7	*Référence institutionnelle*	*Élargissement secondaire*	*Praxéologie sociale de référence*
8	*Référence universelle*	*Argument d'universalité*	*Argument d'exhaustivité*

Tableau 3 : *Échelles des arguments et des références du Master*

Ainsi, pour l'enseignement de l'anglais :

> « Pratiquer une langue vivante étrangère, c'est savoir l'utiliser de façon pertinente et appropriée en fonction de la situation de communication, dans un contexte socioculturel donné. On attend de l'élève qu'il puisse communiquer de manière simple mais efficace, dans des situations courantes de la vie quotidienne, c'est-à-dire qu'il sache :
>
> • utiliser la langue en maîtrisant les codes de relations sociales associés à cette langue ;
>
> • utiliser des expressions courantes en suivant les usages de base (saluer,

formuler des invitations, des excuses...) ;

• tenir compte de l’existence des différences de registre de langue, adapter son discours à la situation de communication ; (*Ibid.).*

Ces capacités témoignent de l'importance accordée à la dimension sociale et culturelle. La finalité principale de l'enseignement d'une telle discipline est pragmatique: la communication entre des personnes dans le respect de leurs opinions et des cultures. A l'opposé pourrait-on dire, bien que dans une vision tout aussi pragmatique d'outil pour les autres sciences ou pour la vie courante, les mathématiques mettent davantage en avant l'aspect logique hypothético-déductif des modes de raisonnement. Voici ci-après des extraits des compétences attendues en mathématiques :

« Compétences: À la sortie de l’école obligatoire, l’élève doit être en mesure d’appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne,dans sa vie privée comme dans son travail. Pour cela, il doit être capable de:

• raisonner logiquement, pratiquer la déduction, démontrer ;

• communiquer, à l’écrit comme à l’oral, en utilisant un langage mathématique adapté ;

• saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, l’analyser en posant les données puis en émettant des hypothèses, s’engager dans un raisonnement ou un calcul en vue de sa résolution, et, pour cela :

Attitudes : L’étude des mathématiques permet aux élèves d’appréhender l’existence de lois logiques et développe :

• la rigueur et la précision ;

• le respect de la vérité rationnellement établie ;

• le goût du raisonnement fondé sur des arguments dont la validité est à prouver. » *(Ibid.)*

Quelles ont alors été les comparaisons permises par l'échelle argumentative mise

en œuvre ? Elles retrouvent, tout en les affinant, les constats effectués *a priori* : **les sources de référence employées dans les classes sont généralement cantonnées aux savoirs et aux pratiques disciplinaires officiellement programmées par les professeurs et les noosphères scolaires**.

Dans les entretiens préalables avec les professeurs, des différences argumentatives auxquelles on pouvait s'attendre entre les deux disciplines apparaissent :

1) les arguments objectifs internes (surtout théoriques et technologiques) sont plus évoqués par le professeur de mathématiques que par le professeur d'anglais ;
2) les arguments objectifs externes sont exclusivement proposés par le professeur d'anglais, essentiellement *via* des pratiques sociales de référence.
3) les arguments subjectifs ne sont quasiment pas employés par les deux professeurs.

Les observations in situ de la réalité de l'action conjointe dans une classe font apparaître toujours la même différence quant à l'utilisation des arguments objectifs internes. Par contre les arguments externes sont utilisés autant en mathématiques qu'en anglais. La différence réside davantage dans le choix des axes, les références praxéologiques à l'institution légitime étant surtout évoquées en mathématiques, et les références sociales ou culturelles en anglais.

Les situations plus brèves et n'impliquant que des échanges cognitifs entre pairs en mathématiques, font apparaître le recours *quasi* exclusif à des arguments objectifs et subjectifs concentrés dans la bande médiane de l'échelle argumentative générale, c'est-à-dire autour des sujets et de leurs actions. (d'après Salone, 2011, p.89)

Qu'en est-il des topos accordés aux élèves et des milieux actionnels ? Aucune synthèse des observations faites n'a été rapportée dans le mémoire de Master. Nous le faisons ici brièvement uniquement pour compléter notre état des lieux pluridisciplinaire, sans le valider et sans prétendre à une quelconque valeur argumentative de nos propos. En ce qui concerne leurs topos, **les élèves semblent être davantage impliqués dans les moments de découverte puis de construction des savoirs en anglais, en français ou en histoire, qu'ils ne le sont en mathématiques**. Ainsi, en anglais, les séances observées en sixième débutent toutes par un moment de 'remembrance' au cours duquel les élèves se remémorent les cours précédents dans des échanges dialogiques ritualisés et autonomes : gestion de l'appel des présents et des absents, simulations de situations de la vie courante (se présenter à quelqu'un, décrire son pays d'origine, effectuer des achats,...). En troisième et en quatrième, en anglais ou en espagnol, les moments de l'étude consacrés à l'exploration des types de tâches et à la constitution de l'environnement technologico-théorique reposent toujours sur des productions et des discours publics des élèves qui sont ensuite intégrés à l'équipement praxéologique de la Classe. Les systèmes sémiotiques utilisés sont alors plus diversifiés qu'en mathématiques, incluant, outre des éléments langagiers, des dessins, des schémas, et des systèmes d'ornementation des textes (couleurs, soulignements, encadrements) précisant par exemple des fonctions grammaticales. En français et en histoire, les élèves sont en outre impliqués dans des débats argumentatifs et des analyses de documents (des textes, des tableaux, des graphiques, des illustrations,...) qui sont ensuite synthétisés par la classe et insérés dans son équipement praxéologique. Une des séances de français observées est par exemple délocalisée dans le Centre de Documentation et d'Information du collège, et les élèves sont ainsi amenés, dans une certaine autonomie didactique, à découvrir et reformuler des savoirs nouveaux que le professeur validera en fin de séance.

Ces topos plus ouverts vont de pair avec des milieux actionnels plus diversifiés. Ainsi les salles de classes en langues maternelle ou étrangère, ainsi qu'en histoire, sont riches en affichages de toutes sortes : productions d'élèves, fiches de synthèse de certains éléments praxéologiques, documents graphiques, reproductions d'œuvres artistiques, iconographies d'auteurs,... Elles disposent également parfois de bibliothèques dans lesquelles les élèves sont amenés à rechercher des informations. Les ressources multimédia sont également largement mises à contribution pour vidéo-projeter des documents (extraits de films, de pièces de théâtre, documents historiques, ...).

4 Les nouvelles questions de recherche du doctorat

La problématique de recherche a donc progressivement évolué de la question des arguments dans les situations de validation vers celles des savoirs de référence dans les classes. L'étude doctorale s'est alors refocalisée sur l'enseignement des mathématiques afin de demeurer dans le champ didactique homonyme. Les données empiriques issues des deux enquêtes préliminaires ont été d'abord rapidement complétées par un questionnaire (voir annexe 1.2) diffusé auprès d'enseignant de toute la France, via trois réseaux sociaux : le réseau de l'association pour le Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM), un réseau privé d'enseignement en mathématiques dans des collèges ou des lycées de l'Académie d'Aix-Marseille, les professeurs de mathématiques en formation continue à l'ISC. L'intérêt d'enquêter auprès de ces réseaux, et en particulier auprès d'un réseau non professionnel comme celui de l'ARDM, est uniquement d'affiner les constats effectués lors de l'enquête exploratoire antérieure au Master en ayant accès à des pratiques professionnelles non observées directement. L'échantillon total de l'enquête a un effectif de 29. Le questionnaire comprend 9 questions dont 7 qui ont directement porté sur nos axes de recherches : topos (questions . 1; 3 ; 4 ; 5) et sources de références (questions 2; 6 ; 7)

Les résultats de cette enquête nuancent quelque peu les constats déjà formulés. En effet, comme le montrent les diagrammes des fréquences (en %) des réponses positives aux questions (tableau 4), la grande majorité des enseignants déclarent : conduire des travaux de groupes (les binômes de proximité non structurés qui sont inéluctables dans les configurations classiques des salles ont certainement été comptés pour des travaux de groupes), décloisonner les savoirs enseignés (le terme de 'domaine' n'a sûrement pas été pris au sens de Chevallard comme un niveau de codétermination), se référer à l'histoire des mathématiques, aux disciplines scientifiques ou technologiques et aux pratiques de la vie courantes. De façon plus mitigée, ils déclarent aussi proposer des enquêtes à leurs élèves (les exposés thématiques classiques proposés en devoirs à la maison ont certainement été considérés comme des enquêtes), réaliser des sorties pédagogiques, travailler avec des professeurs d'autres disciplines et recourir parfois à des œuvres d'art. En revanche, ils sont peu nombreux à déclarer avoir recours aux familles des élèves (même si tous, c'est certain, donnent des devoirs à faire à la maison à leurs élèves).

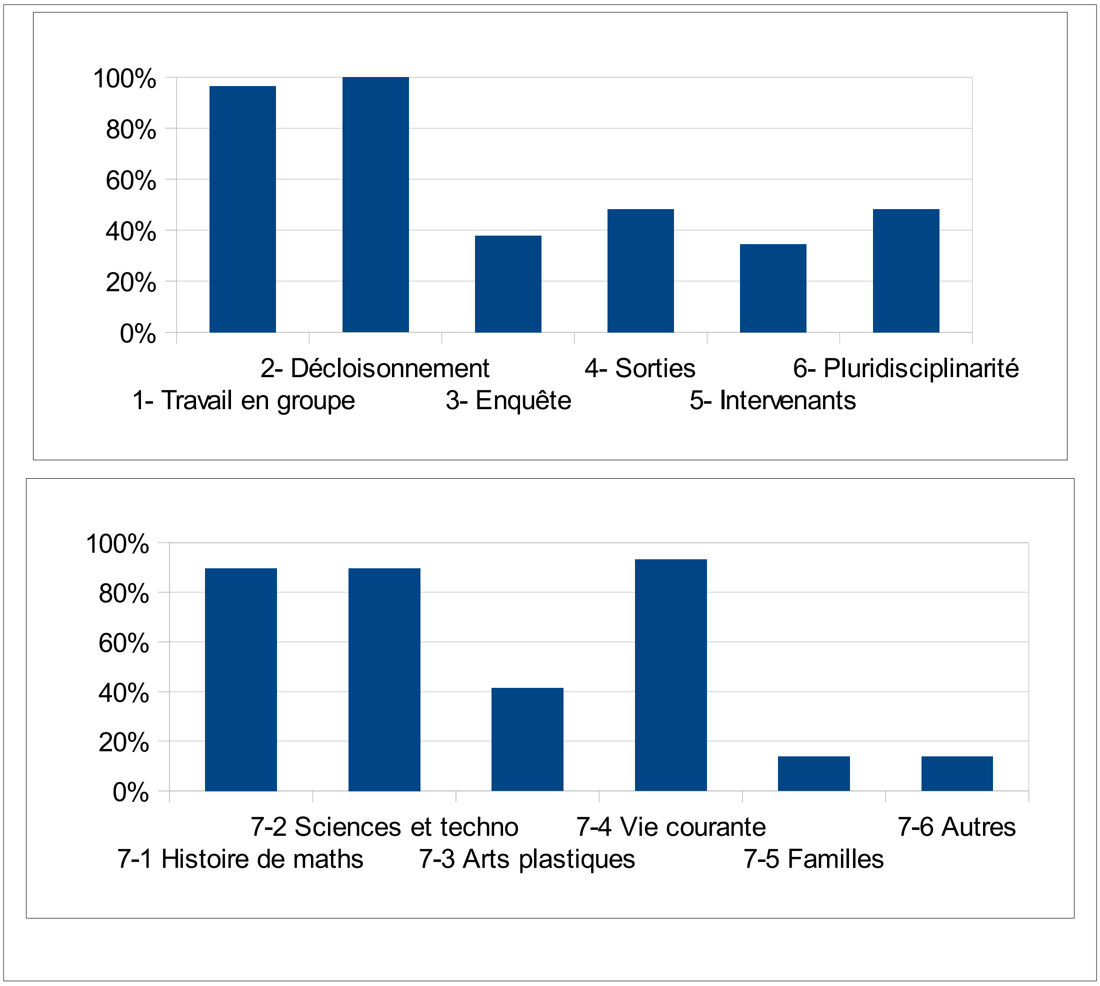


***Tableau 4** : Histogrammes des réponses au questionnaire*

Les résultats de ce questionnaire semblent donc nuancer les constats tirés des observations directe des classes, mais il semble surtout qu'ils soient fortement biaisés par des interprétations trop positives des questions posées.

Mais le doctorat a été aussi **le moment d'une reformulation complète du cadre théorique**. Le concept de référence a dû être alors circonscrit à celui de référence praxéologique, c'est-à-dire des *actes discursifs* qui évoquent des équipements praxéologiques d'institutions diverses, qu'elles soient didactiques ou non. Ainsi ont été écartées des acceptions plus socio-linguistiques, comme les arrière-plans langagiers et sémantiques, souvent culturels, qui demeurent cependant nécessaires pour un usage raisonné et partagé de la langue. La structuration des savoirs en *blocs praxéologiques* a été conservée, mais son intérêt n'a plus résidé dans la discrimination des types de preuves qu'elle autorisait en preuves internes objectives *versus* subjectives. Il s'est agi plutôt de n'en conserver qu'un cadre théorique pour décrire les éléments praxéologiques rencontrés dans les séances. Les arguments externes ont au contraire été conservés et remaniés pour arriver au concept central du mémoire, celui de ***référence praxéologique***. La problématique a ainsi pu être reformulée, sous-tendue par de nouvelles questions de recherche que nous préciserons davantage après l'exposé de notre cadre théorique :

Comment catégoriser les sources de références praxéologiques employées dans les Classes ou suggérées par d'autres institutions didactiques surplombantes ?

Comment décrire et accroître les topos des élèves, voire ceux d'autres institutions ?

Comment enrichir les milieux actionnels didactiques ?

En bref, la problématique peut se résumer ainsi : comment *ouvrir* les classes sur le monde qui les entoure ?

Les questions du topos des élèves et de la constitution du milieu actionnel sont apparues alors sous un point de vue légèrement différent qui consiste a regarder comment les élèves sont responsables de la construction des textes du savoirs qui apparaissent dans le milieu actionnel. Le concept de référence praxéologique intègre ainsi des indicateurs permettant de mesurer les rôles des élèves et des ressources matérielles ou discursives dans la constitution de l'équipement praxéologique de la Classe.

Les catégorisations avancées pour les sources de références praxéologiques n'ont alors plus reposé sur leurs natures, comme cela était le cas dans le mémoire de master, mais sur des organisations sociales sous-jacentes. Le concept d'institution est donc devenu central, permettant de définir une typologie de sources praxéologiques institutionnelles potentiellement référençables dans des situations d'enseignement. **Quatre grandes catégories ont ainsi été utilisées : les équipements praxéologiques personnels des élèves, ceux des professeurs, celui de la Classe, et ceux d'institutions didactiques externes, scolaires et surplombantes ou non scolaires, familiales par exemple**.

Cette catégorisation des sources de références praxéologiques a été progressivement affinée. Pour cela le terrain de recherche a dû être étendu dans deux directions. D'abord, afin d'accéder à des séances d'enseignement en mathématiques présentant des épisodes plus riches en sources de références, des *enregistrements vidéo publics* auront été recherchés et parfois exploités, comme ceux proposés par Yves Matheron et issus de l'équipe Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Étude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire [AMPERE], ceux obtenus via la base de données VISA créée par l'Institut Français de l'Éducation et l'École Normale Supérieure de Lyon (http://visa.ens-lyon.fr/visa), ou encore les extraits mis en ligne dans le cadre du projet Études Didactiques de l'Utilisation de l'Histoire des Mathématiques en classe et en formation [EDU-HM] par l'Université d'Artois (http://eduhm.univ-artois.fr/). Deuxième direction : hors des Classes. Le terrain de recherche de l'enquête pluridisciplinaire, à savoir le collège Henri Margalhan, offrait en effet aussi la possibilité d'accéder à de nombreux documents produits par les *équipes pédagogiques* et la *communauté éducative* : site internet, règlement intérieur, textes fondateurs du projet d'établissement, agenda événementiel, compte-rendus de conseils, de journées pédagogiques,... Loin d'être déconnectés des réalités des Classes, ces différents corpus textuels au contraire les conditionnent et les contraignent. Ils viennent constituer, à un niveau de codétermination inférieur à celui de la discipline, un arrière-plan qui propose, entre autres, des praxéologies institutionnelles de référence et parfois même des dispositifs didactiques auxiliaires (aides à l'étude, classes ou journées à thèmes,...). De la même façon, les *textes officiels* produits par le Ministère Français de l'Éducation Nationale, ou les manuels scolaires, moins officiels, vendus par les éditeurs agréés, ont permis d'élargir le terrain de recherche en apportant un panel plus large de sources de références praxéologiques potentiellement utilisables dans une Classe.

La problématique et ses outils théoriques et méthodologiques se précisant de plus en plus, un nouveau moment de l'activité de recherche a pu alors voir le jour. En effet, après avoir été conçu par confrontation à des données empirique, **le modèle théorique a autorisé une mise en œuvre expérimentale**. Des **ingénieries didactiques** ont donc été envisagées, autour de mes propres classes et de celles d'un des deux professeurs de mathématiques du terrain de recherche. Elles ont conduit à concevoir et à expérimenter des **Parcours d'Étude et de Recherche** [PER] accordant plus de place aux sources de références praxéologiques non mathématiques, octroyant davantage de topos aux élèves et exploitant mieux les ressources du milieu. Bien que ces séances d'enseignement particulières aient été enregistrées, seuls quelques épisodes de sa biographie jugés pertinent auront été retranscrits. L'exploitation des cahiers de textes numériques des classes concernées, de photographies ou de documents numérisés s'est avérée en effet plus judicieuse et moins chronophage.

Enfin, il s'est aussi agi d'écrire le mémoire. Cet acte là ne s'est pas lui aussi réalisé en une seule fois. La dernière année y fut cependant entièrement consacrée.

Les évolutions de la problématique, des questions et des terrains de recherche auront donc été incessantes. Les divers sujets abordés se seront mêlés et mutuellement enrichis tout au long de ces quelque quatre année d'étude et de recherche. Afin de mieux en rendre compte, le tableau 5 resitue les problématiques, les questions et les terrains de recherche dans leur contexte du mémoire, en fonction des différentes parties ou chapitres qu'il propose.

Parties du mémoire	***Problématiques***	**Questions de recherche**	**Terrains de recherche**
Partie 1	*Quelle vérité est construite dans une Classe de mathématique?*	Quelles formes prennent les démonstrations de théorèmes ou de techniques ? Par qui sont-elles construites ? Quel topos est accordé aux élèves ? Quelles organisations mathématiques sont mises en œuvre ? Comment le milieu est-il exploité ?	• Institut Saint-Cassien. Professeurs certifiés en première année d'exercice.
Partie 1	*Comment les savoirs sont-ils validés dans des Classes d'enseignement d'autres disciplines que les mathématiques ?*	Les méthodes inductives ou déductives de validation des savoirs utilisées en mathématiques sont-elles opérantes dans les autres disciplines scolaires ? Les typologies de preuves proposées en didactique des mathématiques ou en didactique des sciences permettent-elles d'analyser les processus de validation dans des disciplines non scientifiques ?	• Collège Henri Margalhan, 13014 Marseille. Professeurs de mathématiques, de français, de langues étrangères et d'histoire.

Partie 2	*Qu'est-ce qui fait référence dans une Classe d'enseignement des mathématiques ?*	Quelles sont les sources de références praxéologiques employées dans les Classes de mathématiques ? Quelles catégorisations les observations des discours publics permettent-elles de faire ? Quels topos sont octroyés aux élèves ? Comment le milieu est-il utilisé ?	• Collège Henri Margalhan, 13014 Marseille. Trois professeurs de mathématiques • Réseau associatif de la RDM • Réseau des professeurs de l'académie d'Aix-Marseille
Partie 3	*Quelles sources de références praxéologiques sont évoquées par les institutions didactiques surplombant les Classes ?*	Quelles sources de références praxéologiques sont évoquées par les textes officiels ? Par les manuels scolaires ? Dans les discours publics d'un établissement scolaire ?	• Système éducatif français. Le Ministère de l'éducation nationale, un éditeur de manuels scolaires, et le collège Henri Margalhan

Partie 4	*Comment élaborer des Parcours d'Étude et de Recherche multiréférencés ?*	Comment décloisonner les savoirs enseignés ? Comment accroître le topos des élèves ? Comment enrichir les milieux actionnels ?	• Collège Henri Margalhan, 13014 Marseille. Classe de deux professeurs de mathématiques

Tableau 5 *: évolution de la problématique, des questions et des terrains de recherche*

Cadres théoriques

« Les concepts apparaissant dans notre pensée et dans nos expressions de langage sont – d'un point de vue logique – pures créations de l'esprit et ne peuvent pas provenir inductivement des expériences sensibles. »

A. Einstein, *Comment je vois le monde*, 1934/2009, p. 55

1 Les cadres théoriques d'arrière-plan

La problématique générale du mémoire, qui est de catégoriser les références praxéologiques observables dans des systèmes didactiques afin d'ouvrir les Classes sur le monde, nécessite de définir les cadres théoriques sur lesquels elle s'appuie. C'est ce que ce chapitre se propose de réaliser. Des concepts vont alors devoir être revisités, d'abord ceux, fondamentaux, d'institution, de savoir et d'actes (dont les discours), puis d'autres, moins philosophiques et plus didactiques, comme en particulier ceux de rapport au savoir, d'équipement praxéologique, de transpostion et de référence. Pour cela il sera nécessaire de croiser non seulement des théories conçues dans le champ de la didactique des mathématiques, essentiellement la TAD et la TACD, mais aussi de faire appel à d'autres concepts, issus d'autres didactiques, comme celui de pratique sociale de référence, issu de la didactique des sciences et technologies, ou encore celui d'acte de discours, issu de la linguistique. Cette multiplicité des cadres théoriques de référence et la nécessité de leur mise en regard constitue une spécificité méthodologique de la modélisation théorique. C'est ce qu'Ardoino (1986) nomme l'**analyse multiréférentielle** :

> L'analyse multiréférentielle des situations, des pratiques, des phénomènes et des faits de nature institutionnelle, notamment dans le champ éducatif, se propose explicitement une lecture plurielle, sous différents angles, et en fonction de systèmes de références distincts, non supposés réductibles les uns aux autres, de tels objets. Beaucoup plus encore qu'une position méthodologique c'est un parti-pris épistémologique. L'éducation, si nous conservons cet exemple, définie comme une fonction sociale globale traversant l'ensemble des champs des Sciences de l'Homme et de la Société, intéressant, par conséquent, autant le psychologue que le psychologue social, l'économiste que le sociologue, le philosophe que l'historien, etc, etc, est appréhendée dans sa complexité. (Ardoino, 1986, p. 1)

Cette nécessité de multiréférentialité est exacerbée par le fait que le cadre théorique proposé dans ce chapitre se veut propice à des analyses didactiques dans des disciplines scolaires différentes, même si dans ce mémoire il ne sera utilisé qu'à propos de mathématiques. Il doit permettre d'entrer dans la **comparaison didactique**. Or, dans l'état actuel des recherches en didactique des disciplines, ce cadre théorique de la comparaison n'est pas entièrement défini et délimité. Au contraire, il est en pleine élaboration. Il « nécessite des mouvements incessants entre les singularités empiriques et les concepts théoriques afin de contrôler autant que faire se peut l'émergence de la théorisation ». (Peyron-Bonjan, 2009, p.34).

La difficulté principale rencontrée dans cette élaboration d'un modèle théorique tient, comme le souligne Ardoino (Ibid.), à **la complexité** des sujets de l'étude. Car les êtres humains, les institutions et les savoirs qu'ils construisent sont de cette nature, complexes. Morin (1990 par exemple) précisera même que ce sont des systèmes auto-éco-organisés, soulignant par là leurs caractères dynamiques, tout à la fois structurés et chaotiques, et ouverts sur le monde duquel ils ne sont pas dissociables. Il faut alors simultanément discriminer des concepts qui se doivent d'être pragmatiques en fournissant des outils d'analyse, et les articuler dans des systèmes relationnels autorisant des dynamiques complexes.

> Reconnaître la complexité comme fondamentale dans un domaine de connaissance donné,c'est donc, tout à la fois, postuler le caractère "molaire", holistique, de la réalité étudiée et l'impossibilité de sa réduction par découpage,par décomposition en éléments plus simples. Toutefois cette impossibilité de séparer ou de décomposer les "constituants" d'une réalité complexe n'interdit nullement le repérage ou la distinction, effectués par l'intelligence, au sein de tels ensembles,à partir de méthodes appropriées. Celà suppose une "vision",tout à la fois "systémique",compréhensive et herméneutique des choses, pour laquelle les phénomènes de relations, d'interdépendance, d'altération, de récurrence, fondant éventuellement des propriétés quasi-holographiques, deviennent prééminentes pour l'intelligibilité. Reconnaître et postuler la complexité d'une réalité, c'est, en outre, admettre sa nature, à la fois

> homogéne et hétérogéne, son opacité, sa multi-dimensionnalité, exigeant, alors, pour une compréhension plus fine, une "multiréférentialité". (Ardoino, 1986, pp. 3-4)

Une **approche systémique** s'impose alors pour appréhender la complexité et organiser la synthèse théorique. « La méthodologie systémique est encore d'obédience scientifique mais elle concerne (comme son nom l'indique) les systèmes, c'est-à-dire la détermination des unités et de leurs relations par strates. » (Abernot & Ravenstein, 2009, p 67). Plus spécifiquement, la Théorie Générale des Systèmes, proposée par Von Bertalanffy (1968/1993) consiste à envisager le monde comme un *système* d'***objets*** en ***relations*** les uns avec les autres. « Un système peut être défini comme un complexe d'éléments en interaction. » (*Ibid.*, p 53) L'approche systémique s'apparente donc a une **approche relationnelle** telle que la conçoit Bitbol (2010), une approche visant « à résorber les apories de la relativité de la connaissance dans une version de relativisme si bien assumée qu'elle en devient une manière d'être et de chercher, plutôt qu'une thèse » (Ibid., p 23). Elle induit une méthode d'analyse qui intègre la complexité et la dynamique et qui fait porter le regard du chercher sur les relations qu'entretiennent les objets. Une des voies déjà perçues par Von Bertalanffy pour mathématiser les concepts d'objets, de relations et de systèmes est celle qui s'inscrit dans la **Théorie des Ensembles.** Ce cadre ensembliste est déjà en soi un cadre méthodologique. Car pour pouvoir modéliser il impose de définir, explicitement ou implicitement, un ensemble initial contenant des éléments, des composants élémentaires, à partir duquel seront construits des ensembles, ou, de façon équivalente, des relations. Ces ensembles, parties de l'ensemble initial, tracent des structures, que l'on peut appeler systèmes, dont l'étude se substitue partiellement à celle des objets de départ. C'est là que les difficultés techniques apparaissent, car la Théorie des Ensembles propose peu d'outils pour appréhender la complexité statique ou dynamique du réel. Un outil mathématique semble cependant encore utilisable, l'hypergraphe. La **Théorie des Hypergraphes** (Berge, 1987) est surtout un modèle mathématique des systèmes complexes. Elle procure en particulier un cadre mathématique basé sur la connexité et les isométries, pouvant conduire à la définition de systèmes dynamiques. Von Bertalanffy écrit à propos de la portée de la théorie des graphes : « Beaucoup de problèmes posés par les systèmes portent sur leurs propriétés structurelles ou topologiques plutôt que sur des relations quantitatives. » (*Ibid.*, 1968/1993, p 20). La Théorie des hypergraphes sera utilisée en arrière plan dans ce mémoire. Elle aura servi à l'écriture de définitions cohérentes pour les concepts mis en œuvre.

Dans cette approche, une fois qu'un ensemble initial a été défini, des postulats, des définitions puis des théorèmes viennent acter l'existence et les propriétés des concepts didactiques. L'approche systémique induit une recherche exhaustive des relations entre ces différents concepts. Des structures, ou des systèmes, et des paramètres observables en découlent ensuite, permettant l'analyse et la comparaison. **Quelques principes méthodologiques semblent alors se dessiner** :

- réduction et hiérarchisation des postulats et des définitions, en supprimant ceux qui sont redondants ou non pertinents pour la problématique. Cela assure leur cohérence et autorise des raisonnements déductifs ou inductifs ;
- reformulations des écritures formelles mathématiques en discours en langue française ou en représentations graphiques ;
- remaniement régulier des définitions et des théorèmes induits par les postulats afin de les rendre pragmatiques, c'est-à-dire à même de transformer des événements du réel observé en faits ou phénomènes interprétables.

Ainsi nous nous attacherons à identifier des relations entre les divers systèmes envisagés tout en faisant émerger les concepts théoriques qui leur seront associés. Pour reprendre Bitbol (2010), « si la connaissance est relative à ces moyens d'accès, sa méthode ne peut consister qu'à mettre en place des réseaux de relations entre phénomènes observables ». (Ibid., p 23)

2 Les êtres humains et les institutions

Dans l'approche anthropologique de la TAD, chaque être humain entretient un *rapport personnel* avec un certain *domaine de réalité* (Chevallard, 1988, p. 1) qui constitue son *univers cognitif* (Chevallard 2007a, p.5), c'est-à-dire l'ensemble des objets avec lesquels il est en *relation* et dont il fait partie. Une catégorie particulière de ces relations concerne celles qui s'établissent entre les êtres humains, et plus spécialement celles qui construisent des structures complexes appelées des *institutions*. Matheron (2009) reprend une définition proposée par Douglas (1986, 1999) de ce concept d'institution :

> […] l'on entendra institution au sens de groupement social légitimé. L'institution en question peut être une famille, un jeu ou une cérémonie ; l'autorité légitimante [peut] venir d'une personne, par exemple un père, un docteur, un juge, un arbitre ou un maître d'hôtel, ou bien de façon plus diffuse, se baser sur un consensus ou sur un principe fondateur général. (Douglas, p.42, cité par Matheron, 2009, p. 40)

La définition proposée par Sensevy est proche (2011) :

> […] une entité sociale qui produit des affects, des percepts, et des concepts, légitimes pour les personnes vivant avec l'institution. (Op. cité, p. 63)

Ces deux définitions font appel au concept de société. Dans une acception durkheimienne (Durkheim, 1895/201), une société est modélisable comme un ensemble d'êtres humains vivant ensemble et qui pour cela acceptent des lois qui contraignent leurs natures animales propres. En outre, pour Durkheim, une société, ou une institution d'ailleurs, perdure au delà de l'existence des individus qui la constituent ; c'est le réseau plus ou moins stabilisé de leurs relations. Même si nous n'écartons pas de notre modélisation ce trait, nous adopterons des concepts plus proches de ceux de Comte (1842/2002) où les individus, leurs institutions et la société sont intimement liés. Pour Comte et son approche positiviste, la société humaine n'est pas :

> […] qu'une simple agglomération d'individus, dont la réunion est presque aussi fortuite que passagère et qui, occupés chacun de son seul salut, ne conçoivent la participation à celui d'autrui que comme un puissant moyen de mieux mériter le leur en obéissant aux prescriptions

> suprêmes qui en ont imposé l'obligation. […] L'esprit positif, au contraire, est directement social, autant que possible, et sans aucun effort par suite de sa réalité caractéristique. Pour lui, l'homme proprement dit n'existe pas, il ne peut exister que l'Humanité, puisque tout notre développement est, dû à la société, sous quelque rapport qu'on l'envisage. (Op. cité, p. 44)

En TAD, puisqu'un être humain est alors toujours sujet d'institutions, ses rapports personnels sont contraints : toute institution définit ce que doivent être les *rapports institutionnels* de ses *sujets idéaux en position p.* Une dialectique s'établit ainsi entre des rapports personnels *privés* et des rapports *publics*, ces derniers impliquant de la part des sujets, afin que l'institution puisse être, une certaine acceptation de *rapports officiels* au monde. Les rapports personnels tendent, au moins dans ce qu'ils ont de public et d'officiel au sein de cette institution, vers les rapports institutionnels.

Au sein d'une institution, les êtres humains qui en sont des *membres*, ou des *agents*, partagent certains rapports au monde. Ces *rapports partagés* ne sont plus alors des rapports personnels, ils constituent des *rapports propres à l'institution*. **Nous retiendrons qu'une institution est un groupe d'êtres humains partageant des rapports au monde.** De cette définition minimaliste a été écartée la condition de légitimité sociale qui néanmoins sera présente dans la plupart des institutions qui seront étudiées. Une institution peut admettre des sous-institutions comme *membres* ou *agents*. Quand une institution n'a plus de membres humains vivants, nous pourrons accepter qu'elle perdure encore un certain temps grâce au souvenir qu'on en a et grâce à son œuvre. **Une société apparaîtra comme une institution maximale,** *sui generi* et de facto auto-légitimée, tandis qu'**un être humain sera une *personne*, une institution minimale,** les rapports personnels s'identifiant aux rapports propres, reconnue et contrainte par la société mais avec un certain libre arbitre. **Nous adopterons par la suite cette acception large du concept d'institution : de la personne à la société.**

3 Les savoirs

Comment le rapport au monde d'une institution, avec donc ses cas limites de la société et de la personne, se traduisent-ils dans les faits ? Pour Durkheim et pour Comte, le concept de société est indissociable de celui de *savoir*. Pour le premier, la société contrôle les savoirs en les organisant au regard de principes et de valeurs issues de son histoire, comme par exemple ses mythes religieux. Pour le second, les savoirs reconnus comme tels par la société sont davantage une production collective, obtenue par percolation et synthèse des savoirs individuels. La science positive est avant tout une science des hommes :

> […] une seule science, la science humaine, ou plus exactement sociale, dont notre existence constitue à la fois le principe et le but, et dans laquelle vient naturellement se fondre l'étude rationnelle du monde extérieur, au double titre d'élément nécessaire et de préambule fondamental. (*Ibid.*, p. 18)

Ce lien fort entre institutions et savoirs est repris en TAD. Chevallard (1988) considère en effet les savoirs comme étant des termes primitifs intimement reliés aux institutions et à des domaines de réalité, constituant ainsi des *formations épistémologiques* :

> Un savoir est toujours le savoir produit par une institution à propos d'un domaine de réalité produit (ou reproduit) par cette institution (savoir et domaine de réalité étant les deux faces d'un même existant institutionnel). (Op. cité, p. 2)

Nous postulerons donc dans ce mémoire l'existence d'une relation forte, déjà formulée en TAD, entre savoirs et institutions : **les savoirs et leurs *organisations gnoséologiques* sont des produits institutionnels,** au sens large de cette dernière épithète. Mais **qu'est-ce qu'un savoir ?**

Pour beaucoup d'autres philosophes, les savoirs ont été avant tout des objets abstraits, posés *a priori,* des vérités absolues détachables de l'expérience sensible. Pour Kant (1781/2006), seules leurs capacités naturelles d'intuition et d'entendement permettent aux êtres humains d'atteindre cette connaissance pure. L'expérience sensible n'est alors que symbolique et est par conséquent inadéquate et temporaire. Le point de vue de Spinoza s'inscrit *a contrario.* Pour lui, un savoir, ou plutôt une idée, est uniquement *un acte* de l'esprit humain. Cet acte définit les objets de l'univers en tant qu'objets :

> Par idée, j'entends un concept de l'Esprit, que l'Esprit forme pour ce qu'il est chose pensante. (Spinoza, 1660/2010, partie II, définition 3, p. 97)

En didactique des mathématiques, plusieurs conceptualisations sont également proposées. Vergnaud (1996/2004) rattache ainsi le concept de savoir à celui d''action humaine:

> Au début n'est pas le verbe, encore moins la théorie. Au début est l'action, ou mieux encore l'activité adaptative d'un être dans son environnement. C'est par l'action que commence la pensée […].
>
> On peut considérer que le développement cognitif consiste d'abord dans la formation, l'extension et la différenciation d'un répertoire de conduites et d'activités organisées. La plupart de nos connaissances sont des compétences. (Op. cité, p.274-276)

Ce lien fort entre savoir et action est développé également par Sensevy, qui, dans *le sens du savoir* (2011), le complète par un rapport au *langage* :

> J'appelle savoir une puissance d'agir, qui comprend une puissance langagière ; un savoir, c'est ce qui permet d'exercer une capacité, qui suppose la construction d'un rapport spécifique au langage [...].
>
> Le savoir, même lorsqu'il est savoir-faire le moins conscient, repose toujours sur une possibilité de langage. Parler le savoir, parler du savoir, c'est à la fois l'instituer en tant que savoir […] et le produire en tant que tel.(Op. cité, p. 59-60)

Le concept de savoir apparaît ainsi dans toute sa complexité. Dans l'approche connexionniste développée dans ce mémoire, il sera fortement relié aux concepts

d'institution, d'action et de langage. **Un savoir ou une organisation de savoirs seront supposés être des construits institutionnels, reposant toujours sur les possibilités d'un langage et toujours associés à des actions potentielles**. Que les savoirs puissent être extraits *a posteriori* de ce réseau relationnel pour devenir des constituants objectivisés, séparés et abstraits, reste cependant possible. Ils sont alors des éléments d'un ensemble plus vaste généralement appelé ***espace praxéologique***. L'espace praxéologique peut être identifié à celui que Chevallard (2007a, p. 12) appelle « le monde des savoirs et, plus largement, des praxéologies », ou à celui que Popper (1979) nomme le « troisième monde » :

> Parmi les habitants de mon « troisième monde », il y a, plus particulièrement, les systèmes théoriques, […] les problèmes et les situations de problème, […] les arguments critiques, […] l'état d'une discussion ou l'état d'un échange d'arguments critiques, […] et […] les contenus des revues, des livres et des bibliothèques. (Op. cité, pp.182-183)

La question qui peut être posée ensuite est celle de la modélisation d'un savoir ? En TAD le concept de praxéologie est utilisé. Une *praxéologie* $[\Pi,\Lambda]$, ou *organisation praxéologique*, désigne :

> […] l'union d'un bloc pratico-technique $\Pi = [T/\tau]$, formé d'un type de tâches T et d'une technique τ pour accomplir les tâches du type T, avec un bloc technologico-théorique $\Lambda = [\theta/\Theta]$, constitué d'une technologie θ justifiant la technique τ et d'une théorie Θ justifiant la technologie θ. (Op. cité, p. 9)

Une praxéologie associe donc sous un même concept les notions de *discours* (logos) et de *pratique* (praxis) :

> Au sein du paradigme didactique, le savoir peut ainsi être systématiquement décrit comme une praxéologie (Chevallard, 2008), qui tient dans une solidarité fondamentale, même si elle est empiriquement diversifiée, la pratique et le discours sur la pratique. (Sensevy, 2011, p. 124)

Les praxéologies au sens de la TAD constitueront dans ce mémoire une modélisation de la structure interne des savoirs. Cette hypothèse théorique implique que les savoirs ne sont observables qu'au travers des discours et des actes (logos et praxis) des institutions qui les détiennent. Une question a pu être débattue à propos des blocs praxéologiques : peut-il exister des praxis sans logos, et, symétriquement, des logos sans praxis ? Nous ne nous y attarderons pas et nous nous contenterons d'en accepter l'éventualité.

Sensevy poursuit cette modélisation des savoirs un peu plus loin en termes de jeu épistémique :

> Avec la notion de *jeu épistémique*, qui modélise une pratique de savoir, la théorie de l'action conjointe en didactique institue un paradigme stratégique pour la description d'un savoir, et va donc entreprendre de voir *tout savoir* d'abord comme une *pratique* de savoir (premier mouvement praxéologique), puis comme un jeu (second mouvement praxéologique) […]. (Sensevy 2011, p. 124)

Dans le cadre de ce mémoire, nous n'exploiterons pas ce concept de jeu épistémique.

L'ensemble des praxéologies dont un être humain dispose, par suite de la stabilisation de ses rapports aux savoirs, constitue en TAD son *équipement praxéologique* personnel (Chevallard 2007a, p.11). Ce concept sera aisément étendu à celui d'**équipement praxéologique d'une institution, comme étant l'ensemble des savoirs qui lui sont propres, c'est-à-dire l'ensemble des praxéologies avec lesquelles sont officiellement et publiquement en rapport ses membres.**

Ces deux dernières définitions permettent de mieux caractériser le lien entre savoirs et institutions : **tout savoir est extrait de l'équipement praxéologique d'une institution.** N'étant observables que via les actes et les discours, **les savoirs et leurs organisations apparaissent comme étant des regroupements praxéologiques**. Toute institution reconnaît ainsi, parmi ses rapports au monde, des rapports propres aux savoirs et admet ses propres organisations praxéologiques.

Mais les savoirs étant des objets complexes, leur modélisation amène à s'interroger sur l'existence de **savoirs élémentaires**. Pour Chevallard, « l'atome praxéologique » (2007a, p.10) est une ***praxéologie ponctuelle***, c'est-à-dire « relative à un unique type de tâches » (1998, p.5). Les praxéologies ponctuelles s'agrègent ensuite en praxéologies locales autour d'une même technologie, puis en praxéologies régionales (autour d'une théorie) et globales (plusieurs théories). « Il y a là un aspect fondamental de l'écologie des organisations praxéologiques. » (2007a, p.10). Matheron (2009) envisage quant à lui un objet élémentaire encore plus petit, *le praxème* :

> Il s'agit […], en recourant au terme de « praxème », de désigner une pratique mathématique de « taille inférieure » ou rarement égale à une technique ; cette dernière étant à rapporter à l'institution au sein de laquelle est attendue sa mise en œuvre et qui fournit, de cette manière, une définition du praxème par la pratique. Le terme est donc utilisé ici dans le sens d'une unité relative à la pratique mathématique ou à son étude. L'unité de pratique devient ainsi un objet qui peut être désigné, au sein de la pratique plus large dans laquelle il est pris. (Op. cité, p. 131)

Dans Salone (2011), nous avions également remarqué qu'au niveau du bloc technologico-théorique existent aussi des éléments d'arrière-plan, souvent d'ordre doxique ou axiologique, qui sous-tendent les logos. Le logicien Gödel (1931) démontra en effet que, tout comme les savoirs, les axiomes ou postulats qui fondent les théories sont totalement subjectifs et indissociables des institutions qui les portent, mettant ainsi un terme au rêve de Hilbert de produire, avec l'arithmétique, une mathématique universelle capable de tout expliquer :

> La Doxa influence de façon souvent implicite une grande partie des actions humaines. En fait, rien n'y échappe, même pas les mathématiques et la logique. […] Gödel démontre dans son premier théorème que tout système axiomatique héberge en son sein des 'indécidables', des propositions ni vraies ni fausses qui annihilent toute prétention de consistance. En corollaire, la complétude devient absurde car, sans consistance, elle ne peut être atteinte. […] La descente dans l'incertain se poursuit avec le second théorème. Il affirme simultanément que tout

> système axiomatique comporte certes un énoncé de sa cohérence, mais aussi que cet énoncé est un indécidable. Ainsi s'en va la cohérence. (Salone, 2011, pp. 27-28)

Envisager la structure interne des savoirs nécessite donc le postulat d'existence de savoirs élémentaires que nous appellerons des praxèmes. Les praxèmes seront ici des composants minimaux et irréductibles des praxéologies, aussi bien en ce qui concerne la praxis, comme le propose Matheron, qu'en ce qui concerne le logos, et donc la théorie.

Une question fondamentale nécessite encore d'être abordée à propos des savoirs, ou plus précisément des extraits praxéologiques institutionnels : quelles **catégorisations** peut-on en faire ? Là encore, plusieurs réponses sont apportées. Vergnaud (1996/2004) distingue plusieurs 'registres' :

> Le premier registre, exemplaire, est celui des compétences perceptivo-gestuelles […].
> Un deuxième registre est celui des savoirs impliqués dans la maîtrise des situations réputées complexes et intellectuelles, comme les savoirs professionnels de l'expert, du spécialiste, et comme les savoirs scientifiques et techniques […].
> Un troisième registre [est] celui de la forme linguistique et symbolique des connaissances […].
> Un quatrième registre […] est celui des compétences sociales […].
> (Op. cité, p. 276-277)

Chevallard propose quant à lui cinq grands types de 'régimes' du savoir : « quotidien, professionnel, savant, enseigné et culturel » (Chevallard, 1988, p 5).

Mais dans notre approche les savoirs sont avant tout institutionnels. Leur catégorisation devrait donc être cohérente avec une catégorisation des institutions. Il s'agit donc d'abord de définir des catégories sociales puis d'en dériver des catégories gnoséologiques. Cela peut être fait, plus ou moins aisément, avec les registres de Vergnaud ou les types de régime de Chevallard. Nous proposons pour le moment une catégorisation minimale :

Les savoirs peuvent être extraits des équipements praxéologiques :

- **de personnes ;**
- **d'institutions non minimales, qui peuvent être légitimes pour plusieurs raisons à commencer pour les produire, les organiser ou les mettre en œuvre, mais aussi, nous y reviendrons, pour les enseigner ;**
- **de la société, à laquelle nous associerons *a minima* des rapports au langage.**

Un des objets de notre étude sera d'affiner cette catégorisation.

4 Actes et discours

Après avoir subsumé les concepts d'institution et de savoir en celui d'équipement praxéologique institutionnel, puis, via celui de société les avoir reliés à celui de langage, il ne reste plus qu'à envisager leurs connexions au dernier restant, celui d'action. Mais traiter d'action revient à traiter d'évolution des objets du monde. Car les savoirs et les institutions, et même le langage, évoluent. Une façon de passer de la statique à la dynamique est de considérer que tous les objets envisagés sont des fonctions d'un paramètre temporel. Pour le physicien, le temps est une grandeur mesurable, avec une clepsydre ou une horloge atomique par exemple. C'est un temps chronologique qui s'écoule continûment, uniformément et dans une seule direction. Mais beaucoup de personnes font aussi l'expérience d'un temps plus subjectif, un « temps réel » bergsonien (Bergson, 1934/2013). C'est le cas de tous ceux qui apprennent des savoirs seuls ou sous la conduite d'un enseignant, et qui, dans une dialectique de l'ancien et du nouveau déjà repérée par Douady (1986), sont confrontés à des durées de compréhension et d'acquisition fortement variables d'un individu à l'autre. Le temps de leur apprentissage est en outre fort différent du **temps didactique** (Chevallard et Mercier, 1987) que l'enseignant tente de leur imposer pour avancer dans l'étude des savoirs nouveaux. Du concept de temps chronologique émerge ainsi un temps fonctionnel, où c'est l'évolution de l'activité du sujet qui prédomine. **Dans nos analyses, nous utiliserons, outre un temps chronologique classique, un temps fonctionnel didactique catégorisé par les divers moments de**

l'étude définis en TAD :

> Le *premier moment* de l'étude est celui *de la première rencontre* avec l'organisation *O* enjeu de l'étude. […]
> Le *deuxième moment* est celui de l'*exploration* du type de tâches T_i et de l'*élaboration d'une technique* τ_i relative à ce type de tâche. […]
> Le *troisième moment* de l'étude est celui de *la constitution de l'environnement technologico-théorique [θ/Θ]* relatif à τ_i. […]
> Le *quatrième moment* est celui du *travail de la technique*. […]
> Le *cinquième moment* est celui de l'*institutionnalisation*, qui a pour objet de préciser ce qu'est « exactement » l'organisation mathématique élaborée. […]
> Le *sixième moment* est celui de l'*évaluation*, qui s'articule au moment de l'institutionnalisation. […]
> (Chevallard, 1998, pp. 20-23)

Si les évolutions des objets de l'univers ne sont pas toutes fortuites, les concepts d'*acte* et d'*action*, également évoqués dans les paragraphes précédents, peuvent alors être précisés. **On définira un *acte* comme une variation d'un objet du monde en partie induite par l'état d'autres objets que nous appellerons alors les *facteurs* de l'acte. Un acte est donc le résultat d'une relation à un instant donné entre un objet de l'univers et des facteurs de son évolution, relation que nous appellerons une *action*.** Par un certain raccourci intellectuel qui s'écarte du sens physique pour se rapprocher d'une acception plus philosophique et mieux adaptée à la didactique, les facteurs strictement humains des actions seront mis en exergue, au point parfois de n'envisager plus qu'eux :

> Action. A. Opération d'un être considérée comme produite par cet être lui-même, et non par une cause extérieure. […]. Plus spécialement, exécution d'une volition. […] B. Par suite, influence exercée sur un autre être. […].
> (Lalande, 1926/2002, p. 19-20)

Un acte sera ainsi considéré comme l'action d'une personne ou d'une institution. Il sera en outre très souvent empreint d'une certaine volition. On ne parlera alors plus de facteurs, mais d'*acteurs,* ou d'*auteurs* quand l'acte sera discursif. La définition ainsi adoptée rejoint celle proposée par Vernant (2010) :

> Nous admettons pour critère discriminant entre événement et action l'*attribution* de l'origine du phénomène physique à un agent doué d'*intelligence* et, partant, capable de *conduire* et de *contrôler* l'action. (Vernant, 2010, p. 141)

Vernant propose également **une typologie des actions en trois catégories que nous adopterons également : actions *singulières*, actions *collectives* et actions *coopératives*, ces dernières souffrant de deux formes, les actions *communes* et les actions *conjointes***. Compte-tenu du cadre didactique de la TACD dans lequel nous nous situons également, le dernier type des actions coopératives doit être davantage explicité :

> Une action proprement *coopérative* suppose la coordination *délibérée et concertée* par les agents eux-mêmes de leurs actions individuelles en un processus plus ou moins réglé et finalisé. […] La coopération peut prendre aussi bien la forme d'une *collaboration* où les agents sont des partenaires, alliés, que d'un *compétition* où les agents sont des adversaires, rivaux, ennemis [C'est sa 'polarité']. […]. La coopération peut être plus ou moins poussée [C'est son 'degré']. On distinguera une forme faible : l'action commune, et une forme forte : l'action conjointe. L'*action commune* opère la coordination d'*actions particulières* (identiques, différentes ou opposées) intégrées à un projet commun défini par des buts et des stratégies mutuellement acceptées. […] L'*action conjointe* (ou co-action) est le degré le plus élevé de coopération puisqu'elle coordonne des actions particulières différentes en une interaction imprévisible. (Vernant, 2010, pp. 145-146)

Qu'est-ce alors qu'un discours ? Toujours avec Vernant, nous adopterons le point de vue pragmatique pour lequel **les discours sont avant tout des actes de communication à finalité transactionnelle**, les *dialogues* en étant des formes particulièrement fortes car conjointes pour leurs interlocuteurs. Puisque ce sont des actes, **les discours sont *a minima* des variations d'objets du monde dont nous devons postuler l'existence et que nous appellerons des *supports discursifs*.** Par exemple un discours oral est une modulation acoustique de l'air présent dans le milieu actionnel, et un discours écrit est une modification de l'état d'objets matériels comme un tableau à craie ou une feuille de papier. Ces actes de discours ne prennent alors sens que dans leurs *contextes*, c'est-à-dire les cadres spatio-temporels, sociaux et interrelationnels dans lesquels ils sont produits. En particulier, dans le champ du didactique qui nous intéresse ici, nous postulerons avec Sensevy et Quilio (2002) que les discours des professeurs sont toujours engageants, au sens de Vernant (2010), et à forte valence perlocutoire :

> Dans les actes de discours didactiques, les engageants, dans leur aspect directif (soyez attentif, ouvrez la porte), jouent en effet un rôle majeur. Plus généralement, on peut conjecturer que le discours du professeur doit s'apprécier à travers ses aspects perlocutoires. C'est-à-dire qu'au delà des seuls actes de discours engeants directifs, le professeur parle pour faire agir les élèves. (Sensevy et Quilio, 2002, p. 49)

De façon antisymétrique, nous postulerons également que les discours des élèves sont plutôt non engageants et non perlocutoires, étant davantage des assertifs (toujours au sens de Vernant) descriptifs ou constatifs, avec parfois des aspects métadiscursifs comme par exemple dans les débats ou les dialogues argumentatifs (voir la typologie des dialogues proposée par Vernant, 2010, p. 176).

Qu'en est-il de la structure interne que nous postulons pour un discours ? Outre des composantes matérielles, comme un support physique, air ou feuille de papier, dans lequel il s'inscrit, et des composantes langagières et sémantiques, comme des mots ou des phrases, nous supposerons que **les discours peuvent contenir, tout comme les institutions qui les produisent, des praxéologies organisées**. Certains discours, comme les logos technologico-théoriques définis en TAD, ont justement pour fonction d'expliciter des praxéologies institutionnelles. Dans une relation didactique, surtout dans le cadre de l'enseignement d'une discipline au fort cadre théorique savant, comme les mathématiques, ces discours d'explicitation praxéologique sont très fréquents. Mais même si un discours est toujours un produit institutionnel, il n'est pas toujours évident pour un auditeur, un lecteur ou un chercheur, d'y identifier les praxéologies ponctuelles de son auteur. Un discours n'est donc plus un extrait de l'équipement praxéologique de l'auteur, mais un objet introduit dans le milieu actionnel que les diverses institutions présentes pourront interpréter à leur manière. De tels discours possèdent donc des éléments praxéologiques, voire des organisations, qui leur sont propres et qui sont partiellement explicités par l'auteur. Mais d'autres discours n'ont pas pour fonction d'expliciter un logos technologico-théorique. Ils ne contiennent plus alors de façon évidente quelque élément praxéologique que ce soit. La définition de la référence praxéologique permet cependant d'en considérer encore quelques uns comme des référencements. Par exemple, lorsqu'un auteur demande à un auditeur d'expliciter un élément technologico-théorique, on peut considérer que le discours du premier référence celui du second. Nous proposerons d'autres exemples dans le cadre méthodologique.

Les concepts d'acte et de discours ayant été précisés, ils vont permettre de conclure quant au lien fort que nous postulons entre les savoirs et les institutions : **les savoirs, au sens d'extraits praxéologiques institutionnels, ne sont observables qu'au travers des actes, dont les discours, que les institutions, au sens large, réalisent. Leur analyse ne peut être menée qu'en tenant compte des contextes spécifiques qui leur donnent sens.**

> *In fine*, le fait [*factum*] n'est que l'accomplissement d'un faire [*facere*], et c'est l'*action* qui suture les relations du discours *et* de la vérité. (Vernant, 2010, p. 190)

5 Les institutions didactiques

Parmi les institutions, certaines orientent une grande partie de leurs actions vers un seul but : être facteur de l'évolution des équipements praxéologiques de certains êtres humains donnés. Elles sont qualifiées d'*institutions didactiques*. La famille d'un être humain en est un exemple. Sensevy (2011) en donne la définition suivante :

> une institution didactique, c'est une institution dans laquelle on enseigne et on apprend des savoirs. (Op. cité, p. 63)

Chevallard (2007a), dans sa première définition du didactique, écrit :

> il y a du didactique lorsqu'une personne ou une institution, se faisant par là *agent didactique*, fait quelque chose *afin* qu'une institution ou une personne « apprenne » un certain ensemble praxéologique, c'est-à-dire afin que cet ensemble arrive jusqu'à cette institution ou cette personne et finisse par s'intégrer à son équipement praxéologique. (Op. cité, p. 12-13)

Nous retiendrons qu'une institution didactique est une institution dans laquelle l'action de certains agents a pour finalité de faire évoluer des équipements praxéologiques personnels.

Pour la société, faire en sorte que chaque être humain développe son équipement praxéologique, si possible dans une direction programmée, est un *enjeu* majeur. C'est pourquoi elle met généralement en place *en son sein* une **École**, c'est-à-dire une **institution didactique maximale**. L'École bien évidemment est évolutive, dans sa forme comme dans ses fonctions. En France et de nos jours, elle admet pour forme institutionnelle la plus élémentaire ce que nous appellerons une Classe.

En TACD, la Classe est d'abord vue comme le siège d'une action didactique conjointe entre le professeur et les élèves et est modélisée comme un jeu. Ce jeu comprend :

> ses enjeux, ses règles définitoires, ses règles stratégiques, ses stratégies, le gain qu'il permet d'atteindre, les profits symboliques qu'il permet d'obtenir, etc. (Sensevy, 2011, p.124)

Dans ce jeu l'élève doit produire de son propre mouvement des *stratégies* gagnantes. Le professeur doit l'accompagner en mettant en place des *jeux d'apprentissage* qui permettent la construction d'une *référence locale*, « *hic et nunc*, qui renvoie au procès des transactions, au jeu didactique en tant que tel, et à ses enjeux » (Sensevy et Mercier 2007, p.196). Il gagne si la Classe gagne dans son ensemble. Le savoir enseigné, celui que le professeur fait apprendre, est alors modélisé par un jeu, un *jeu épistémique* :

> Avec la notion de jeu épistémique, qui modélise une pratique de savoir, la théorie de l'action conjointe en didactique institue un paradigme stratégique pour la description d'un savoir, et va donc entreprendre de voir tout savoir d'abord comme une pratique de savoir (premier mouvement praxéologique), puis comme un jeu (second mouvement praxéologique) […]. (Sensevy, 2011, p. 124)

En TAD, un concept plus général que celui de Classe existe, celui de *système didactique S(X, Y ; ♥)* (Chevallard 2007a, p.20) où *X* désigne la classe, c'est-à-dire l'ensemble des élèves, *Y* un ensemble « d'aides à l'étude », généralement réduit à un professeur, et ♥ *l'enjeu didactique* qui est une version désyncrétisée et partielle de l'enjeu sociétal. L'étude d'une *question Q* au sein d'une *organisation didactique* donnée de ♥ conduit alors à une réponse *R* reconnue en commun. Cette réponse *R* établit un rapport officiel aux savoirs relatifs à ♥ que les élèves devront intégrer dans leurs équipements praxéologiques.

Une Classe sera donc une institution didactique qui regroupera un *professeur* qui enseigne une discipline donnée et des *élèves* qui apprennent. Une Classe produit, en réponse à des questions dérivées d'un enjeu officiel, une organisation praxéologique partagée par les agents et qui constitue *l'équipement praxéologique de la Classe*.

Dans une Classe, les élèves occupent alors, s'ils jouent vraiment le jeu didactique attendu, des ***topos*** variables. Chevallard (1998, pp. 17-19) définit **le topos comme l'ensemble des tâches que l'élève accomplit en autonomie relative**, tâches regardées comme telles parmi les gestes qu'il aura effectués par son rôle dans la réalisation d'une tâche coopérative. Dans la version de 1996 de son dictionnaire de didactique, Chevallard (1996, chapitre : moments de l'étude) distingue au moins trois topos d'élèves :

- l'élève au sens strict, ou **élève-mathématicien** (position $x^{[3]}$), qui se contente d'écouter et de regarder ce que fait l'enseignant, le maître (position $y^{[0]}$) ;
- le **mathématicien praticien** (position $x^{[1]}$), qui maîtrise des techniques pour réaliser des tâches ;
- Le **mathématicien étudiant-chercheur** (position $x^{[2]}$), qui, au delà de la maîtrise technologico-théorique des tâches, a aussi une certaine autonomie didactique et étudie des questions de recherche.

Le professeur quant à lui conduit l'activité de la Classe, si possible, en essayant paradoxalement de la laisser libre :

> Le « drame didactique » que le mot résume se noue ainsi autour du jeu du maître : toujours subtilement présent, fût-ce *in absentia*, celui-ci doit savoir se faire absent même *in praesentia*, pour laisser l'élève libre de conquérir une indépendance que la figure tutélaire du professeur rend tout à la fois possible et incertaine. (Chevallard, 1998, p.19)

En TAD également une attention toute particulière est accordée à l'étude des *conditions et contraintes* auxquelles le système didactique, nécessairement plongé dans une *institution « surplombante »*, est soumis, et qui sont situées à divers *niveaux de codétermination* du mathématique et du didactique (Chevallard 2002). Au delà de la *discipline* et de ses niveaux supérieurs (*Domaine, Secteur, Thème, Sujet*), la TAD souligne l'existence d'un *niveau pédagogique* lié aux différents courants de pensée qui prédominent dans les *établissements scolaires* auxquelles les Classes appartiennent, d'un *niveau scolaire* rattaché au *système éducatif* dans son ensemble, et d'un niveau ultime propre à la *société* elle-même (niveau -2), voire à la *civilisation* :

> Le jeu de la légitimité et de l'exclusion continue au-delà du niveau de la discipline. À la hiérarchie présentée jusqu'ici [les niveaux supérieurs] on doit en effet rajouter plusieurs niveaux supplémentaires […] où chaque niveau se réfère à une réalité (la société, l'École, les mathématiques, etc...) qui n'est nullement un donné, mais un construit historique. Chaque

> niveau concourt à déterminer l'écologie des organisations mathématiques et des organisations didactiques par les points d'appui qu'il offre et les contraintes qu'il impose. (Chevallard, 2002, p. 10)

Nous retiendrons qu'une Classe est assujettie à des systèmes de conditions et contraintes propres à la discipline enseignée ou résultant de son appartenance à des institutions didactiques surplombantes, et qu'elle est le siège d'une action coopérative au cours de laquelle les élèves et le professeur occupent des *topos* variables.

6 Les concepts de milieu et de contrat didactiques

Que ce soit en TAD ou en TACD, deux autres concepts sont employés pour entrer pleinement dans le champ du didactique : ***le milieu et le contrat.***

Le concept de milieu est fortement polysémique. Étymologiquement, *μέσον* désigne l'intermédiaire entre deux ou plusieurs positions, ce qui est à égale distance. Mais dès Aristote, le sens est étendu à des concepts abstraits, comme le temps et le mouvement :

> En effet, quand nous concevons que les extrémités sont différentes du milieu, et que l'âme affirme que les « maintenant » sont deux, l'antérieur d'une part le postérieur d'autre part, nous disons alors qu'il y a un temps et que c'est cela <le temps>. [Aristote, 219a27, 2002, p. 252]

Avec le développement des sciences ce mot évoluera encore :

> L'expression « milieu interstellaire » est assez ancienne ; elle remonte au moins à l'époque de Newton ; ce milieu est l'*intermédiaire* par lequel les astres agissent les uns sur les autres. [Lalande, 2002, p. 625]

Le milieu interstellaire est davantage qu'un entre deux astres, c'est également le vecteur des interactions. Le concept de milieu s'enrichit ainsi d'un sens actionnel. Mais le milieu interstellaire est aussi un « fluide » dans lequel les astres évoluent. Le concept de milieu s'élargit donc encore :

> Ensemble des objets (au sens le plus large de ce mot) au milieu desquels se produit un phénomène ou au milieu desquels vit un être. ; « Milieu physique ; milieu social ; milieu intellectuel. ». [Lalande, 2002, p.626].

Si l'extension sémantique est poursuivie plus loin, on aboutit à des expressions parfois paradoxales comme 'milieu extérieur'.

En TACD, depuis les conceptualisations de Brousseau (1986, 1990), le milieu va au delà d'un simple cadre *adidactique*, matériel et dénué d'intention. Le milieu est aussi constitué de savoirs, c'est :

> pour l'observateur une modélisation de l'environnement et de ses réponses pertinentes pour l'apprentissage en cours. (Brousseau, 1988, p.320)

Le milieu assume alors des fonctions didactiques essentielles qualifiées d'*antogoniste* par Brousseau et, dans un paradigme piagétien, l'élève doit s'y adapter :

> - le milieu doit être facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres donc d'adaptation pour l'élève ;
> - le milieu doit permettre le fonctionnement « autonome » de l'élève
> (Salin, 2002, p. 114)

Sensevy (2011) précise que le milieu, par essence transactionnel :

> - pense organiquement l'action du professeur en lien avec celle de l'élève […]
> - voit l'action du professeur comme travail de régulation d'un système […]
> - est grammatical(e), au sens où (il) se pense en terme de nécessités qui tiennent à la nature du savoir et à celle de la relation didactique […].
> (Ibid., p. 136)

En TAD, la vision du milieu semble *a priori* différente. Il y est avant tout simultanément un étant et un construit institutionnel, nécessaire au fonctionnement du système didactique (Chevallard, 1992). L'action de l'enseignant devient alors cruciale pour conduire la mésogenèse et gérer la dialectique qui s'établit entre le milieu et les *media* (Chevallard, 2007).

Des tentatives de réconciliation de ces deux approches du milieu ont été tentées par divers auteurs (Margolinas (1999), Perrin Glorian (1999)). Amade-Escot & Venturino (2009) font état des lieux pluridisciplinaires du concept, examinant en particulier la pertinence du concept broussaldien d'antagonisme.

Dans l'approche envisagée dans ce mémoire, **le milieu sera considéré avant tout comme un *milieu actionnel propre à une institution, c'est-à-dire l'ensemble des facteurs impliqués dans les actions de ses membres.* Il contiendra, outre des objets matériels auxquels l'action conjointe pourrait conférer une certaine intentionnalité didactique, tous les actes publics, discursifs ou non, des agents, ainsi que l'équipement praxéologique de l'institution.**

Le concept de *contrat didactique* vient compléter, au moins en TACD et depuis Brousseau, celui de milieu. Le contrat didactique, pour cet auteur, est ce qui est spécifique du savoir en jeu dans :

> ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autre.
> (Brousseau, 1998, p. 61)

Le contrat didactique est en partie arrêté par des textes officiels émanant d'une institution surplombante de la Classe, comme en France le Ministère de l'Éducation Nationale. Mais il existe aussi une partie du contrat didactique qui est plus tacite, exprimant des attentes non dites de la part des professeurs et des élèves et qui parfois repose sur des représentations sociales partagées du monde. **Par la suite nous ne regarderons pas ces parties tacites du contrat didactique et nous nous bornerons à ses composantes officielles, disciplinaires ou didactiques. Ainsi, que ce soit pour un professeur ou un élève, seules les attentes exprimées par les discours des institutions didactiques qui surplombent et légitiment les Classes auxquelles ils appartiennent seront envisagées.** Cela nous conduit à préciser pour chacun de ces agents ce qu'est leur **équipement praxéologique officiel.**

L'**équipement praxéologique officiel d'un élève** en mathématiques au niveau scolaire *p* et à l'instant *t* sera la partie de son équipement praxéologique personnel constituée de ses rapports officiels, plus ou moins stabilisés, aux savoirs disciplinaires. Les rapports officiels tendant vers des rapports institutionnels, il est identifiable pour le chercheur par sa ressemblance avec l'équipement praxéologique de la Classe à l'instant *t* et avec les rapports institutionnels de niveaux inférieurs à *p*. L'équipement praxéologique officiel élève est donc disciplinaire. Il subit des réactualisations régulières de son contenu et de son organisation, en particulier pour tenir compte des évolutions technologico-théoriques et des obsolescences. Il est arrêté en partie par les *programmes officiels* et en partie par ce qui aura été *validé* par le professeur dans la Classe. *A contrario*, **tout savoir qui apparaîtra dans un texte officiel mais qui ne fera pas partie de l'équipement praxéologique officiel d'un élève sera considéré comme *hors contrat didactique***. C'est le cas en particulier des savoirs devenus obsolètes, des savoirs du niveau scolaire *p* mais non abordés par la Classe, et des savoirs officiels de niveaux postérieurs à *p*.

L'**équipement praxéologique officiel d'un professeur** sera quant à lui indépendant de l'équipement praxéologique de la Classe, mais corrélé à son niveau scolaire *p*. **C'est une partie de son équipement praxéologique personnel constituée des savoirs savants en rapport avec la discipline qu'il enseigne et qui ne concernent que le niveau scolaire de la Classe enseignée**. L'équipement praxéologique officiel du professeur, pour une Classe donnée, écartera donc des praxéologies mathématiques 'trop' savantes, dont celles arrêtées par les programmes des concours de recrutement. Il ne prendra pas en compte non plus la partie didactique de son équipement praxéologique qui, néanmoins, sous-tend et permet d'animer les organisations didactiques programmées et mises en ouvre dans la Classe. Ces praxéologies didactiques sont bien plus partiellement identifiées par l'institution au travers par exemple de ses paradigmes pédagogiques ou des missions qu'elle octroie aux enseignants

Enfin, tous les savoirs non officiels, d'un élève ou d'un professeur, seront qualifiées d'*externes* à la Classe.

7 Le concept de référence praxéologique

Le concept de référence est le dernier concept que nous devons examiner pour pourvoir entrer dans nos questions de recherche : **quels sont les savoirs qui, au delà des savoirs officiels, apparaissent dans les milieux actionnels des institutions didactiques comme, par exemple, les Classes ?** Autrement dit, compte tenu de nos modélisations, **quels sont les extraits praxéologiques, et donc les institutions, que les agents didactiques évoquent dans leurs discours publics ? C'est le concept de *référence praxéologique.***

Une *référence praxéologique* sera donc définie comme *une relation réunissant à un instant donné des éléments de deux discours, le second étant qualifié de sources de référence du premier.* L'action associée, de relier deux discours, sera appelée *un référencement.* Par exemple, lorsqu'une personne fait une citation, c'est un acte de référencement mettant en relation son propre équipement praxéologique avec celui de l'auteur source de la citation. Mais très souvent la source de référence n'est pas explicitée par l'auteur du référencement ; le savoir référencé est alors au mieux librement transposé, et au pire même pas évoqué, et l'institution source n'est pas nommée. Un référencement n'est donc pas nécessairement réalisé par l'institution qui est l'auteure du premier discours. Il peut l'être par une institution tierce, et en particulier, comme cela sera souvent le cas dans ce mémoire, par une institition qui justement analyse les références praxéologiques dans les discours publics. Par extension, un référencement mettra également en relation deux institutions, l'auteure du discours et la source présumée. La définition n'excluant pas le cas où les deux discours, et donc les deux institutions, sont confondus, on parlera alors d'auto-référencement. Ainsi un élève rapportant publiquement à la Classe le fruit de ses recherches référence son équipement praxéologique personnel sans le dire. Il peut alors parfois se référer à des sources externes à la Classe, comme sa famille ou des systèmes didactiques auxiliaires auxquels il a participé (des cours particuliers par exemple).

Un référencement, tout comme un discours, peut avoir diverses fonctions, comme expliciter, argumenter, valider... Dans une classe, il contribue à la recherche de réponses aux questions suscitées par un enjeu didactique. Il établit *de facto* des rapports aux savoirs référencés, aussi bien pour l'auteur du discours que ses destinataires. Ces rapports aux savoirs référencés ont nécessairement ensuite une influence sur les équipements praxéologiques de ceux, personnes ou institutions, qui les auront vécus. On décrit ainsi un processus qui, partant de l'équipement praxéologique d'une institution, aboutit à l'évolution de celui d'une autre :

- émission par une institution *I* d'un discours référençant le savoir *s* extrait de l'équipement praxéologique d'une source institutionnelle de référence ;
- réception de ce discours par une institution *I'* qui établit de facto un rapport à *s* ;
- modification de l'équipement praxéologique de *I'* sous l'effet de son nouveau rapport à *s*.

En usant d'une analogie physique classique, on pourrait dire que les référencements praxéologiques sont les forces qui impulsent le mouvement des équipements praxéologiques *via* la mise en place de rapports aux savoirs.

Quels liens existe-t-il entre ce concept de référence praxéologique et celui de **transposition** didactique ou institutionnelle ? Ce dernier concept, initialement introduit dans un cadre sociologique par Verret (1974) puis développé par Chevallard (1985), est fondamental en TAD. La transposition didactique est le « travail » du double passage d'un « objet de savoir » à un « objet à enseigner » puis à un « objet d'enseignement » (Ibid., p. 39). Ce concept est intimement relié à celui de référence praxéologique car tout *mouvement transpositif* commence par un *savoir référentiel* et se termine par la modification d'un rapport à ce savoir et donc par l'évolution d'un équipement praxéologique :

> Une institution didactique relativement à un savoir X reconnaît une ou plusieurs formations épistémologiques de référence, définissant pour elle des savoirs référentiels. Parmi ces savoirs, le savoir de type savant Xs occupe une position dominante dans le système des références. (Chevallard 1988, p.6).

Dans *Passé et présent de la Théorie Anthropologique de Didactique*, Chevallard

(2007a) propose une métaphore :

> Selon une image empruntée à l'écologie biologique, se créent – et se rompent, au cours notamment des mouvements transpositifs – des chaînes trophiques, où une praxéologie « se nourrit d'une autre ». (Op. cité, p.10).

Une formule herbartienne exprime « dans ses grandes masses l'effet du travail transpositif » (Ibid., p.11). Il transforme un bloc praxéologique en un autre:

$$O = [\Pi/\Lambda] \rightarrow O^* = [\Pi^*/\Lambda^*]$$

Une autre formule décrit de façon plus générale cet acte et ses facteurs :

> $(S\ (X\ ;\ Y\ ;\ Q) \rightarrow O_1, O_2, \ldots O_m) \rightarrow R^{\blacktriangledown}$, où $O_1, O_2, \ldots O_m$ sont les « œuvres » de toutes natures mobilisées, à quelque titre que ce soit (comme réponse $R^{\lozenge}$, comme milieu, etc...), dans la recherche ayant conduit à la réponse provisoirement finale $R^{\blacktriangledown}$. (Op. cité, p. 38)

L'acte de transposition, tout comme celui de référencement, assure donc une dynamique de l'espace praxéologique. La transposition d'un savoir en un autre pourrait alors s'interpréter, dans notre approche dynamique, comme une succession de référencements explicites et conscients ayant pour principal objectif de transformer des praxéologies sources organisées en des praxéologies transposées. C'est le cas lors d'une transposition, dite restreinte, de savoirs savants en « savoirs à enseigner » .

En outre, pour Martinand (2001), le concept de transposition définit en TAD souffre, au moins dans sa version restreinte, de certaines limitations, la principale étant de n'être pertinent *a priori* qu'en didactique des mathématiques où les blocs technologico-théoriques savants constituent des œuvres primordiales et hégémoniques, souvent réduites à des textes du savoir. Mais il en est autrement dans d'autres disciplines scolaires, comme les sciences et la technologie. En effet, d'autres sources praxéologiques doivent alors être envisagées, moins savantes et plus pratiques, évolutives et ancrées dans des usages. C'est ce que Martinand nomme, dans sa thèse d'état (1982), des ***pratiques sociales de référence.*** Lors du Symposium organisé sur ce thème par l'Université Paul Sabatier de Toulouse et le réseau Recherches en Éducation et Formation en 1998 (Terrisse, 2001), il précise son positionnement épistémologique :

> Personnellement, je pense plutôt les processus dont la transposition se veut l'interprétation en termes de construction ou de composition sous influences (sociales, idéologiques, politiques, pédagogiques...). Et en tant qu'intervenant expert, et non simple observateur des disciplines, la question décisive reste pour moi celle de la référence. (Martinand, 2001, p. 21)

C'est ce point de vue que nous adopterons dans notre mémoire.

8 L'équipement praxéologique de la Classe

Le concept de référence existe aussi en TACD. Grâce à l'analyse qu'ils font des travaux publiés sous leur direction dans Agir ensemble, Sensevy et Mercier (2007) mettent en évidence deux types de références :

> - une référence locale, *hic et nunc*, qui renvoie au procès des transactions, au jeu didactique en tant que tel, et à ses enjeux ;
> - une référence globale extrascolaire, celle des «pratiques de référence» (Martinand, 1986) qui sont susceptibles de constituer des repères pour le travail didactique, notamment lors du processus d'institutionnalisation.
> (Op. cité, p.196)

Une source particulière de référence, propre à la Classe, est ainsi distinguée en TACD : la *référence locale*. C'est le procès de la relation didactique. Elle est définie dans une acception très large qui englobe, outre des savoirs, le contrat «en tant que système d'attentes réciproques» (Ibid., p.197) et le milieu « au sens de contexte cognitif commun» (Ibid.). Un peu plus loin les auteurs relèvent également l'importance des « objets matériels du milieu dans la sémiose » (Ibid., p.200) et donc dans « la construction de la référence, en tant que pourvoyeurs d'actions possibles » (Ibid., p.201). **Ainsi la référence locale est ce qui est co-construit par l'enseignant et sa classe ; c'est ce que nous désignerons ici par le terme d'*équipement***

praxéologique de la Classe. Même si cet équipement est censé être partagé par tous, cela n'est que très rarement le cas :

> La construction de la référence locale est par nature problématique. Le fait qu'il y ait co-construction de la référence ne signifie pas qu'elle soit commune in fine. (Ibid., p.196)

L'équipement praxéologique de la Classe est ainsi au centre de la relation didactique qui lie un professeur à ses élèves. Il est une référence praxéologique majeure dont la construction est une condition *sine qua non* de l'existence même de l'institution. Sa *mise en texte* (Mercier, 1992, 2001) sur des supports matériels est par conséquent une action conjointe essentielle qu'il conviendra d'observer dans les analyses.

Un concept très proche de celui d'équipement praxéologique de la Classe existe encore en didactique des mathématiques, **le concept de *mémoire didactique* de la Classe, proposé par Matheron** (2009). L'utilisation du vocable 'mémoire' plutôt que celui d''équipement praxéologique' souligne la capacité d'une institution à conserver la trace d'actes ou de discours. L'équipement praxéologique de la Classe est, du point de vue de l'élève ou du professeur, une mémoire externe sur laquelle la pratique des savoirs peut s'appuyer. Matheron (2009) distingue trois types de mémoires didactiques. La *mémoire pratique* est une mémoire privée, parfois publique, mais propre aux personnes. C'est celle des gestes antérieurement appris et qui s'actualisent ou non dans l'accomplissement d'une tâche donnée. Elle est construite à partir des schèmes opératoires que l'institution aura portés. On peut l'identifier à l'équipement praxéologique personnel. La *mémoire du savoir* est la mémoire institutionnelle des savoirs, des outils et des objets de leurs pratiques. Elle est incorporée au milieu de l'institution. C'est l'équipement praxéologique de la Classe. L'institution est ainsi la dépositaire d'une « mémoire commune de connaissances partagées » (Ibid., p. 104). Elle impose à ses membres de s'en servir dans leurs pratiques et de s'en souvenir (parfois de les oublier partiellement afin de les faire évoluer) lors de rappels mémoriels explicites. Les mémoires didactiques constituent alors une *mémoire ostensive.* La mémoire ostensive se montre et se dit en Classe. Elle soude le groupe en lui permettant d'avoir une source de référence, discursive ou non, unique :

> Il existe tout naturellement, dans les systèmes didactiques scolaires ou dans les systèmes auxiliaires, l'expression d'une mémoire personnelle englobant dimensions publique et privée, et correspondant à la mémoire pratique […]. Mais, dès que l'on entre, à propos d'un objet d'étude, dans une phase de « communication sociale », c'est-à-dire essentiellement dès la phase dite de « formulation » dans la théorie des situations didactiques, seule la partie relative aux rapports établis aux objets de la pratique pour le groupe peut s'exprimer au niveau du groupe dans un type de fonctionnement didactique désormais attendu, et désigné « d'actif » ou « par activités ». […] De tels rapports peuvent se constituer en « mémoire collective », ou mémoire officielle didactique pour la classe, car ce sont à eux seulement que l'on pourra ultérieurement se référer, parce qu'ils sont publics, donc visibles et accessibles à tous. […] dès qu'il y a publicité par communication publique d'un milieu ou d'un fragment de milieu, dès que la mémoire du savoir se parle ou se montre, et ceci quelle que soit la position institutionnelle du sujet, c'est une mémoire ostensive qui s'exprime. (Matheron, 2009, p. 111-112)

Araya-Chacon (2008) reprendra le concept de mémoire didactique et étudiera les gestes mémoriels que le professeur accomplit « afin d'aménager un milieu pour l'enseignement » (Ibid., p. 261).

Sensevy (2011) aborde la question de la référence en introduisant les concepts de j*eu épistémique source* et d'*équilibration didactique* :

> On voit bien que chaque fois, l'activité sera pensée et décrite en référence à ce que je vais appeler un jeu épistémique source. (Op. cité, p.125).

> Si les jeux d'apprentissage mis en œuvre retrouvent une certaine forme d'authenticité didactique, c'est-à-dire peuvent être mis en lien avec des jeux épistémiques sources qu'on trouve dans les œuvres humaines,

> l'équilibration peut s'appuyer sur ce que le professeur connaît de ces jeux épistémiques sources. » (Ibid., p.280)

On retrouve là la modélisation des savoirs référentiels en terme de jeu, les sources de références envisagées n'étant plus issues de l'équipement praxéologique de la Classe mais de ceux d'autres institutions externes. Sensevy distingue également un autre type de référence, l'*arrière-plan* :

> une fonction fondamentale de l'arrière-plan [est de servir] comme *cadre de référence* de la communication et de l'action, fondamentalement nécessaire à ceux qui communiquent et agissent pour assurer une compréhension mutuelle, et une action raisonnablement concertée. (Op. cité, p. 22)

L'arrière-plan est donc un cadre linguistique et interprétatif que nous avons déjà envisagé. Pour Sensevy, c'est aussi un « déterminant causal de l'action » (Ibid., p. 24) au sens de Searle qui lui permet d'affirmer « qu'il existe des *nécessités de la pratique*, ou, pour le dire autrement, une *logique* immanente à la pratique. » (Ibid., p. 25) C'est ce qui justifie l'étude de la « grammaire d'une pratique ». Dans la modélisation proposée ici, ce concept d'arrière-plan peut être assimilé à un équipement praxéologique (le langage y étant inclus) d'une institution plus vaste que ce qu'est une Classe, à l'équipement praxéologique propre à une société ou une civilisation par exemple.

9 Les ouvertures écologiques des Classes

L'intérêt du concept de référence praxéologique, et plus particulièrement celui de référence locale à l'équipement praxéologique de la Classe, est donc souligné en didactique des mathématiques. Les actes de référencement sont au cœur de l'action didactique conjointe. Leur suivi et leur analyse à partir d'une institution Classe réelle est donc une façon d'étudier l'évolution des rapports aux savoirs, puis des équipements praxéologiques, des élèves. Cette analyse des actions de référencement est indissociable d'une analyse de la répartition des sources de référence. Au delà d'un bilan des contributions personnelles de chaque acteur du système didactique à l'équipement praxéologique de la Classe, une telle analyse a pour objectif de décrire comment le professeur autorise ou n'autorise pas le recours à des sources praxéologiques externes, c'est-à-dire des sources qui ne sont extraites ni des équipements praxéologiques officiels des élèves ou du professeur, ni de l'équipement praxéologique de la Classe. **Lorsque le milieu actionnel d'une une Classe, et *a fortiori* son équipement praxéologique, intégrera des sources de références externes, nous dirons qu'une ouverture écologique des savoirs est réalisée.** Une ouverture écologique des savoirs implique l'introduction d'éléments praxéologiques non officiels ou non disciplinaires dans le milieu actionnel, et donc l'organisation de ce dernier, au moins sur le plan matériel, pour par exemple permettre l'accès à certaines ressources. Par la suite, nous dirons qu'**un milieu actionnel est classique** si les éléments matériels qui le constituent se bornent à un seul support discursif partagé du type tableau à craies, à quelques instruments de dessin, de construction ou de mesure, propres à la discipline enseignée, et à un ou deux manuels scolaires. **Quand le milieu actionnel de la Classe se trouvera être enrichi de composants non classiques, nous dirons qu'une ouverture écologique du milieu est réalisée**. Enfin, ces deux ouvertures écologiques vont de pair avec une troisième : celle des topos. **Lorsque les élèves se verront octroyé des topos au delà de celui d'élève au sens strict (position $x^{[3]}$), nous dirons qu'un ouverture écologique des topos élèves est réalisée. Plus généralement, lorsque le milieu actionnel de Classe comprendra d'autres institutions que ses membres, un intervenant par exemple, nous parlerons d'ouverture écologique des topos**.

Nous exploiterons et reviendrons sur ce concept d'ouverture écologique dans la quatrième partie du mémoire.

10 La problématique

Le cadre théorique qui vient d'être proposé permet de préciser les concepts utilisés dans notre problématique et nos questions de recherche. Rappelons-les.

Notre problématique concerne la question des références praxéologiques utilisées pour construire les équipements praxéologiques des Classes, et plus

généralement, elle s'intéresse aux ouvertures écologiques des Classes dans trois dimensions : les savoirs, les milieux actionnels et les topos.

Trois questions de recherche y sont associées :

Quelles sont les sources de références praxéologiques utilisées ou utilisables dans les Classes ?

Existe-t-il des topos d'élèves, voire d'autres institutions, propices à la diversification des sources de références praxéologiques employées dans une Classe?

Comment accorder les milieux actionnels des Classes pour qu'ils rendent possibles des référencements multiples et variés?

Elles se résument en une problématique :

Quelles ouvertures écologiques des Classes sur le monde, et donc quels dispositifs pédagogiques, peut-on envisager ?

Notre principale hypothèse de recherche est qu'ouvrir écologiquement les Classes par l'introduction de praxéologies non exclusivement disciplinaires, issues par exemple de pratiques sociales de référence ou d'autres disciplines, permet de redonner du sens aux savoirs enseignés. Nous nous inscrivons ainsi dans un paradigme de questionnement du monde (Chavallard et Ladage, 2010). En outre, une telle approche va de pair avec une pédagogie de l'enquête (Ibid.) qui implique des milieux actionnels enrichis, par l'adjonction par exemple de ressources numériques, et avec un accroissement des topos des élèves, ou d'autres institutions, ne serait-ce que par une plus grande prise en compte, dans la co-construction des savoirs partagés, de leurs discours publics.

Cadres méthodologiques

« Si d'un côté toute théorie positive doit nécessairement être fondée sur des observations, il est également sensible, d'un autre côté, que, pour se livrer à l'observation, notre esprit a besoin d'une théorie quelconque. Si, en contemplant les phénomènes, nous ne les rattachons point immédiatement à quelque principe, non seulement il nous serait impossible de combiner ces observations isolées, et, par conséquent, d'en tirer aucun fruit, mais nous serions même entièrement incapables de les retenir ; et, le plus souvent, les faits resteraient inaperçus sous nos yeux. »

A. Comte, *Première leçon du Cours de philosophie positive,* 1830

1 Introduction

Dans ce mémoire, trois parties feront suite aux cadres théoriques et méthodologiques. La première partie sera consacrée a un état des lieux des sources de références praxéologiques employées dans des Classes de mathématiques. Six tableaux de Classes seront alors présentés qui permettront d'obtenir une première catégorisation. Celle-ci sera ensuite affinée dans la deuxième partie en examinant les possibilités de référencement suggérées par des institutions didactiques surplombantes comme l'Éducation Nationale ou un établissement scolaire. Enfin la troisième de ces parties aura pour but de la mettre en œuvre dans des Parcours d'Étude et de Recherche.

2 Catégorisation des sources de références praxéologiques

Par hypothèse, les actes de référencement qui émergent dans le milieu actionnel de la classe sont contenus dans des discours, oraux ou écrits, personnels mais publics. Leurs sources praxéologiques sont donc *a priori* des équipements praxéologiques personnels d'élèves ou de professeurs. Mais, de façon explicite ou implicite, ces discours évoquent aussi d'autres sources de références. Pour pouvoir envisager ce deuxième niveau référentiel, le concept de référence à un équipement praxéologique personnel a été affiné et scindé dans le cadre théorique et le sera encore davantage tout au long du mémoire, aboutissant dans la troisième partie à sa mise en œuvre pour élaborer des Parcours d'Étude et de Recherche.

Quatre grands types de sources de références praxéologiques ont ainsi été initialement distingués dans le cadre théorique: l'*équipement praxéologique de la Classe,* des *équipements praxéologiques officiels d'élèves*, des *équipements praxéologiques officiels de professeurs*, et des *équipements praxéologiques issus de sources institutionnelles externes*. Nous allons, dans ce paragraphe et le suivant, **préciser ces catégories en tentant de réduire les incertitudes interprétative**s. Pour cela nous donnerons **des exemples d'actes de référencements** praxéologiques des trois premières catégories qui se voudront être génériques tout en précisant les **choix interprétatifs faits**. Ces exemples seront issus du troisième tableau de Classe proposé dans la deuxième partie du mémoire, où une séance de mathématiques en classe de cinquième autour de la soustraction des nombres relatifs est analysée. Au début des phrases citées des codages apparaîtront entre crochets, suivis de l'heure. Les valeurs de codage, de 0 à 5, correspondent aux catégories (voir tableau 6). La valeur 4 permet d'amplifier sur les graphiques la distance entre les sources externes et les sources internes. La valeur 0 correspond à un élément discursif non interprété. La quatrième catégorie des références externes étant au centre de notre problématique de recherche, elle sera précisée dans le paragraphe suivant.

Catégories de sources de références praxéologiques	***Codages***
Élément discursif non interprété	0
Équipement praxéologique de la Classe	1
Équipement praxéologique officiel d'un élève	2
Équipement praxéologique officiel du professeur	3
Non utilisé	4
Sources externes	5

Tableau 6 *: Catégories de sources de références praxéologiques initiale (version 1) et codages*

2.1 Les référencements de l'équipement praxéologique de la Classe

L'équipement praxéologique de la Classe est une source de références majeure. Les *rappels mémoriels, les anticipations et les définitions* de son contenu sont ainsi fréquents. Ainsi lors d'une dévolution d'un sujet d'étude :

> [1] 00:00:25 Nous avons travaillé...Quels domaines avons-nous travaillés pour l'instant avec ces nombres relatifs?
> [1] 00:00:38 Qu'est-ce qu'on va faire maintenant ?

Ils le sont également pour faire le point sur les rapports officiels aux savoirs ou sur le contrat didactique :

[1] 00:12:04 On ne connait pas encore de règle.
[1] 00 :14:08 On sait faire ou on ne sait pas faire cela ?
[1] 00:05:51 Je vous ai demandé de justifier vos résultats, on est bien d'accord

Ils sont enfin essentiels pour orienter l'activité conjointe :

[1] 00:01:45 On va utiliser le même procédé qu'avec les additions.
[1] 00:36:41 Et puis, est-ce que ligne par ligne tu comprends la transformation que nous avons faite et les calculs que nous avons écrits ?

2.2 Les auto-référencements

Pour pouvoir distinguer plusieurs niveaux de référencements, les équipements praxéologiques personnels des élèves et des professeurs sont restreints à leurs parties disciplinaires officielles. Pour les élèves, ce sont des praxéologies qu'ils reconnaissent comme faisant partie de ce qui est à savoir. Généralement, elles sont exprimées en mathématiques par des discours technologico-théoriques, comme :

[2] 00:08:34 Mais ce n'est pas cinq, parce que c'est moins sept moins moins deux

Ces discours peuvent être oraux et publics, comme dans l'exemple précédent, mais ils peuvent être aussi écrits, comme lorsqu'un élève est envoyé au tableau pour recopier son travail :

00:06:33 : *Romain ne dit rien et recopie ce qu'il a écrit sur sa feuille, puis se retourne.*
[2] 00:06:35 : **(+7) - (+2) =7-2 = 5 = +5**
[2] 00:06:45 : **(-7) - (-2) = 7-2 = 5 = -5 =**

Pour les professeurs, l'auto-référencement de leurs propres équipements praxéologiques officiels est également exprimé dans des discours disciplinaires qui demeurent au niveau scolaire de la Classe. Par exemple :

> [3] 00:32:24 Je reprends les explications. Donc vous êtes d'accord, ce zéro je l'ai écrit sous la forme deux plus moins deux. On est d'accord. J'ai additionné, donc, zéro c'est la somme de deux nombres opposés. La somme de deux nombres opposés c'est égal à zéro.

Ou encore :

> [3] 00:19:30 De toute façon, écrire moins zéro ou écrire plus zéro ça revient au même.

Seront également considérés comme des auto-référencements les éléments disciplinaires des consignes de travail qu'énonce un professeur. Ce sera le cas par exemple des énoncés d'exercices, ou d'activités :

> [3] 00:02:12 Je vous demande de faire la soustraction, de soustraire, moins deux à plus sept. Si je vous demande de soustraire plus deux à plus sept. Si je vous demande de soustraire moins deux à moins sept. Et finalement de soustraire encore plus deux à moins sept.

2.3 Les référencements croisés

Dans les dialogues au sein d'une Classe, professeurs et élèves se référencent aussi les uns les autres. La source ne sera plus alors considérée comme étant l'auteur du discours. Ce sera la personne dont la praxéologie est évoquée. Par exemple, un élève peut critiquer ou commenter la production d'un autre :

> [2] 00:11:51 Comme elle a écrit plus sept moins deux ça fait plus moins plus deux.

Dans cet exemple, le codage [2] ne permet pas de distinguer les deux élèves entre eux. Ce n'est plus le cas lorsque c'est le professeur qui est auteur :

> [2] 00:07:17 Donc je voudrais que vous réfléchissiez à ce que Romain vient d'écrire. Je ne vous demande pas ce que vous vous avez écrit. Je vous demande de réfléchir à ce que Romain a écrit.

Dans cette consigne, l'élève est explicitement nommé. Mais il arrive aussi que le professeur s'adresse à tous les élèves de façon générique pour leur demander par exemple de produire un travail :

> [2] 00:02:43 Voilà, là j'ai écrit quatre soustractions, regardez ce que vous pouvez faire, facilement, regardez celles qui vous posent problème.

Cet élément discursif n'exprime pas un contenu de l'équipement praxéologique officiel du professeur. Nous considérerons que les praxéologies référencées sont celles des élèves.

Une difficulté interprétative apparaît lorsque les discours deviennent *axiologiques*. Ainsi, lors d'une *validation* d'un élément praxéologique, on pourrait considérer que la source de référence est l'auteur puisque le *jugement* qu'il exprime est bien fondé sur son équipement praxéologique personnel. Mais ce n'est pas le choix que nous ferons pour deux raisons. Premièrement un tel jugement n'est pas exclusivement construit à partir de son équipement officiel, il implique aussi des éléments non disciplinaires et doxiques. Deuxièmement, si l'on situe l'analyse au niveau du discours et plus au niveau de son auteur, conformément à la définition d'une référence praxéologique, la relation entre le discours validant et le discours validé est bien plus évidente. **Lors d'une validation, nous considérerons donc que c'est l'institution validée et non l'auteur qui est référencé**. Ainsi, lorsque l'auteur est le professeur, ce sont les élèves qui sont référencés, comme sur les deux extraits suivants:

> [2] 00:05:37 Oui, ça c'est justifié ce que tu as écrit là. Cette ligne c'est justifié. Ça ce n'est pas justifié. Tu as des résultats, mais on ne sait pas pourquoi tu obtiens ça. C'est pas justifié Arthur. Range ça s'il te plaît.

> [2] 00:10:28 Bon. Ça on n'est pas prêt de la valider. Bon, donc ça pour l'instant eh bien, je ne sais pas. Je vais l'enlever... En tous cas, ça ne paraît pas bien acceptable au premier abord.
> *P barre le « 7-2 » de TX3*

Il arrive aussi que ce soit un élève qui critique, juge ou valide le travail d'un de ses pairs :

> [2] 00:07:53 Moi j'ai trouvé pareil mais c'est faux parce que sept moins deux et moins sept moins

Plus rarement, un élève peut commenter les discours du professeur, comme dans cette brève conversation :

> [2] 00:33:22 Vas-y Gauthier ?
> [3] 00:33:23 Non, parce qu'on a rajouté zéro. Donc si on rajoute zéro, c'est juste de le rajouter, ça ne change rien aux calculs. Donc ça change rien.
> [3] 00:33:35 Oui mais Gauthier est-ce que tu es d'accord que si je rajoute zéro je n'ai pas changé mon calcul, au niveau de la somme, c'est ça qui est important.

Malgré ces précautions pour minimiser l'incertitude interprétative, le concept de référence praxéologique s'accommode difficilement de disjonctions catégorielles. Certains discours seront en effet toujours à la frontière de deux ou plusieurs catégories, et leur codage pourra donc fluctuer d'une analyse à l'autre. Par conséquent, **le concept de référence praxéologique est un concept statistique** car il ne permettra pas d'identifier et de discriminer de façon certaine la nature de toutes les sources de référence employées par les élèves ou les professeurs. Il s'agira plutôt de s'intéresser à des **répartitions** de référencements plutôt qu'à des actes isolés, et de faire ainsi apparaître des **modalités** ou des **saillances** discursives.

3 Les sources de références externes

Tout élément praxéologique ne relevant pas des équipements praxéologiques officiels des élèves ou des professeurs ou de celui de la Classe sera considéré comme externe. Nous n'en donnerons pas d'exemples dans ce paragraphe car ils font partie des résultats que nous réservons aux autres parties du mémoire. **La catégorisation initiale des sources de références externes se fonde sur une organisation de la**

société en institutions que nous synthétisons ici (figure 1). Si l'on part des institutions élémentaires que sont les élèves et le professeur d'une discipline scolaire donnée, une première institution didactique les relie : *la Classe* dont ils sont membres. Si l'on reste dans cet ***axe scolaire*****,** des niveaux organisationnels de complexité supérieure apparaissent ensuite : *l'établissement scolaire*, puis *le système éducatif* et enfin *la société* elle-même qui fournit des praxéologies savantes, pratiques et langagières. Ces différents niveaux sont autant de systèmes de conditions et contraintes identifiés par la TAD comme des déterminants didactiques. Dans cette organisation des institutions scolaires, **le professeur dans sa Classe apparaît comme le vecteur principal de ces praxéologies sociétales à enseigner, que ce soit des savoirs savants ou des pratiques expertes**. Mais les élèves de sa Classe sont aussi élèves *d'autres Classes*. Une **première complexification** de l'organisation institutionnelle est donc *de facto* nécessaire qui tient compte de la pluralité des disciplines scolaires enseignées et qui se prolonge jusqu'aux niveaux de complexité supérieure de la société. Une **deuxième complexification** tout aussi nécessaire provient aussi du fait que les élèves, comme les professeurs d'ailleurs, appartiennent également à des *institutions didactiques externes non scolaires*. Ce sont leurs *familles* et les *réseaux sociaux* auxquels ils appartiennent. Les équipements praxéologiques de ces institutions sont aussi des sources de référence potentiellement exploitables dans les Classes.

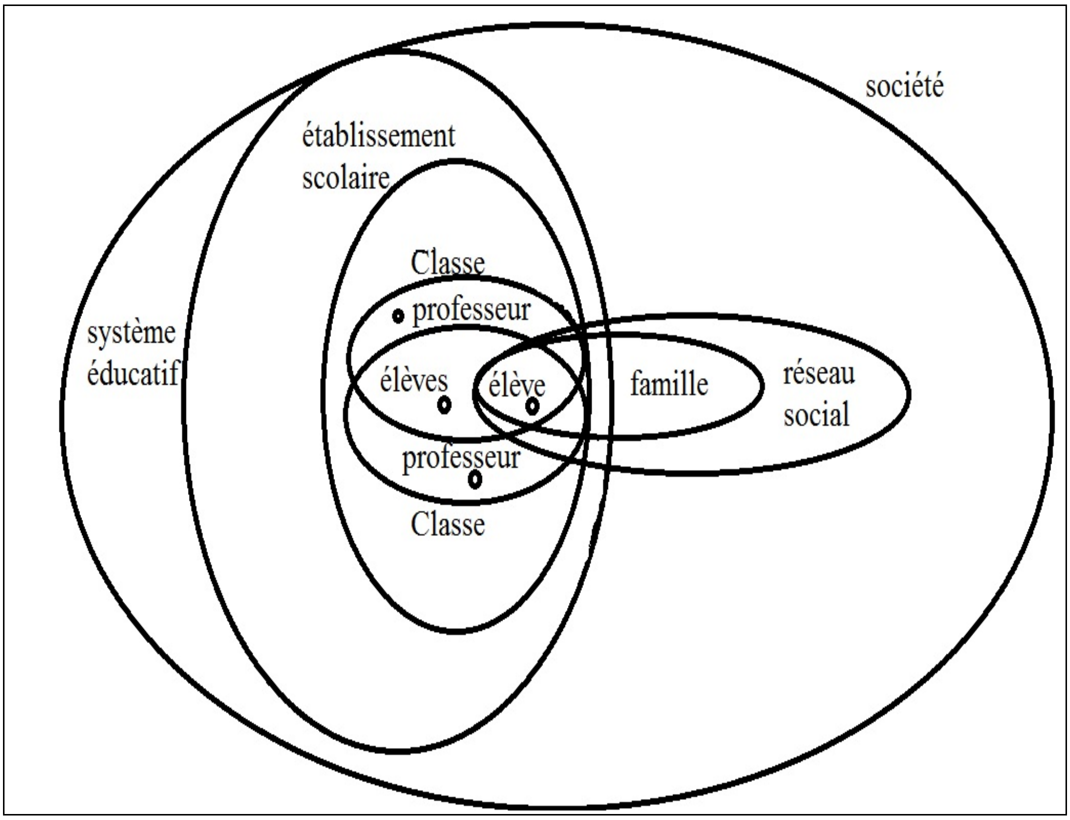


Figure 1 *: organisation institutionnelle centrée sur un élève*

Qu'en est-il des *observables associées* à ces niveaux institutionnels et qui sont, compte-tenu du modèle théorique adopté dans ce mémoire, des *discours publics* ? Partons cette fois-ci du niveau de complexité maximal de la société, en nous dirigeant des institutions scolaires vers celles qui ne le sont pas (figure 2). On trouve d'abord des *discours savants ou professionnels* qui sont transposés et organisés par les instances noosphériques du système éducatif et qui conduisent à l'élaboration de *discours officiels*, comme les programmes et, dans une certaines mesures, ceux véhiculés par les manuels scolaires ou les sites internet agréés. Puis, entrant dans le niveau sous-jacent de l'établissement scolaire, on rencontre des *documents pédagogiques*, publics, comme des projets d'établissement ou des travaux d'équipes pédagogiques. Puis apparaissent *les discours publics du professeur*, visibles par des institutions qui ne sont pas membres de la Classe. Ils sont parfois publiés et diffusés, comme par exemple un cahier de texte ou un cours en ligne. Dans la Classe elle-même des discours publics sont présents qui ne sont plus considérés comme externes, ceux du professeur, ceux des élèves, et ceux qui constituent l'équipement praxéologique de la Classe. C'est au niveau des discours d'élèves que *des références praxéologiques externes et non scolaires,* peuvent émerger, en particulier, mais pas uniquement, *via* les *devoirs effectués à la maison*. D'autres praxéologies sociétales de référence, plus familiales ou culturelles, transparaissent alors.

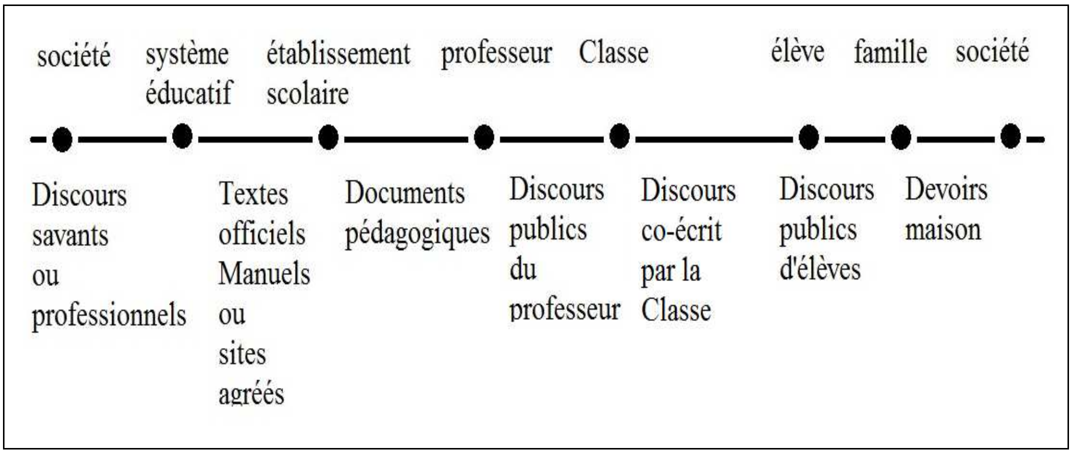


***Figure 2** : discours publics et institutions*

4 Construction de l'équipement praxéologique de la Classe et topos des élèves

L'équipement praxéologique de la Classe est *a priori* une œuvre coopérative. *A priori* seulement car encore faut-il s'assurer des rôles de chacun des agents didactiques dans sa construction. Sont-ils tous responsables de sa mise en texte ? À quels degrés sont-ils auteurs de la version finale de ce discours qui sera ensuite diffusé à toute la classe ? Et au delà de la construction, qui organise et programme l'étude ? **Mesurer les implications des élèves dans la construction, l'organisation et la programmation de l'équipement praxéologie de la Classe est donc une façon de mesurer les topos qui leurs sont accordés**. Or, quand il n'est pas produit exclusivement par le professeur, généralement à l'avance dans les moments privés de préparation du cours, l'équipement praxéologique de la Classe repose sur les discours publics présents dans le milieu actionnel qui sont ensuite dupliqués sur un support médiatique partagé – le tableau par exemple – puis modifiés conjointement avant d'être synthétisés en une œuvre commune. Un cheminement des discours publics se dessine ainsi, discours qui sortent du milieu actionnel pour progressivement intégrer, voire programmer, l'équipement praxéologique de la Classe. **Nous distinguerons ainsi cinq positions possibles d'un discours public qui mesurent les topos de leurs auteurs :**

- **discours public présent dans le milieu actionnel ;**
- **discours public servant de source de référence ;**
- **discours dupliqué sur un support médiatique partagé et modifié par l'action conjointe ;**
- **discours intégré à l'équipement praxéologique de la Classe et diffusé à l'ensemble des agents ;**
- **discours programmant les organisations disciplinaire ou didactique de l'étude.**

5 Méthodologie clinique *versus* méthodologie expérimentale

L'élaboration d'un cadre théorique pour observer les actes de référencements praxéologiques repose sur un aller-retour jamais vraiment terminé entre des modélisations et des réalités. C'est un rapport à l'empirie qui présente l'intérêt de mettre à l'épreuve les concepts et les hypothèses afin de les faire évoluer. Au cours de la construction théorique, la **clinique** est alors ce qui émerge peu à peu en produisant « des formes organisatrices, systématiques et structurantes, des observables » (Mercier, Schubauer-Leoni & Sensevy 2002, p.12). Par la clinique, les faits deviennent des phénomènes, ou des « événements » au sens de Leutenegger (2009, pp.12-13), du domaine de réalité qu'il étudie. La clinique transforme progressivement les « symptômes » en « signes », c'est-à-dire en des « observables choisis par le chercheur » (Ibid.). Peu à peu elle gagne de la sorte en cohérence et en consistance, devenant une **théorie**, un modèle, propre au chercheur et à son terrain d'étude. La ***méthodologie clinique*** cède ainsi de plus en plus de place à une ***méthodologie expérimentale***. Tout comme la méthodologie clinique, « La méthodologie expérimentale s'intéresse aux phénomènes » (Abernot & Ravenstein, 2009, p.68). Mais l'expérimentation va au delà de l'observation clinique en autorisant la réalisation d'expériences. L'observateur qui, dans une méthodologie clinique, se doit de ne pas interférer avec ses patients, devient un expérimentateur qui agit à l'aide des paramètres fournis par la théorie. Les patients changent alors de statut, le chercheur les informant de sa démarche et de sa problématique, et leur attribuant des rôles allant du cobaye au collaborateur. C'est le cas dans le champ de la recherche en didactique lorsque un enseignant met en œuvre des ingénieries didactiques produites par le chercheur. L'objectif principal d'une telle approche expérimentale est de valider, ou réfuter, les différents concepts proposés dans le cadre théorique. « Rappelons que la méthodologie expérimentale procède par hypothèse, c'est-à-dire par affirmation d'un lien entre deux variables. Toute la partie méthodologique tend vers la validation de l'hypothèse » (*Ibid.*, p.73). Ainsi la pertinence de la catégorisation des sources de références praxéologiques sera jaugée à l'aune de son intérêt pour concevoir des organisations didactiques de séquences d'enseignement en mathématiques. **C'est ce parcours de la clinique à la théorie, de l'observation à l'expérimentation, qui est présenté *via* ses résultats dans les parties 2, 3 et 4 du mémoire.**

Dans la deuxième partie du mémoire consacrée à l'étude de Classes, la méthodologie retenue s'apparentera à celle de l'observation clinique. Les patients observés sont des Classes de collèges[1] français. Les descriptions de Classes particulières, ou d'épisodes donnés des systèmes didactiques qu'elles créent, ne seront pas considérées comme des cas isolés car la clinique les relie : « elles mettent en œuvre les mêmes orientations interprétatives » (Lahire 1995, p.95) et constituent « des variations sur les mêmes thèmes » (Ibid., p.96). **Six tableaux de Classes seront ainsi présentés, reflétant une progression dans leurs ouvertures écologiques, tant en ce qui concerne les sources de références praxéologiques, que les milieux actionnels et les topos des agents**. À part le premier tableau, qui concernera la scène douze de l'acte premier de Topaze (Pagnol, 1931), les cinq autres

1 En France, les collèges sont des établissements scolaires regroupant en classes des élèves âgés de 10 à 16 ans. L'enseignement est dispensé sur quatre niveaux, de la 6ième à la 3ième, et est découpé en disciplines.

tableaux seront des Classes de mathématiques. Le terrain de recherche prendra alors en compte deux possibilités : des Classes directement observées *in situ* par le chercheur au sein d'une institution scolaire donnée, le collège Henri Margalhan (Marseille XIVième), et des Classes indirectement observées *via* des traces collectées et partagées par des membres de l'équipe de recherche. Les données brutes seront donc constituées d'enregistrements audio dans le premier cas, et d'enregistrements vidéo dans le second. **Les actes de référencement seront les observables et ne seront retenus que des discours publics, oraux ou écrits, situés aux niveaux institutionnels du professeur, de la Classe et des élèves**. Seront ainsi écartés d'autres signes qui seraient non langagiers ou non graphiques, comme par exemple des gestes ou des postures corporelles, et des discours qui seraient soit privés, soit ceux d'autres institutions que la Classe observée.

Avant de conduire une analyse à proprement parler de la Classe observée, elle sera d'abord décrite (sauf pour le premier tableau) par une analyse *a priori* (Assude & Mercier, 2007, Sensevy & Mercier, 2007) situant l'enjeu didactique dans les programmes officiels, envisageant des techniques susceptibles d'être mises en œuvre par les élèves ou le professeur, et examinant, quand cela sera pertinent, des organisations disciplinaires ou didactiques possibles. L'analyse fera ensuite ressortir, outre les différents moments d'étude et le déroulement de la séance, les sources de références employées, la constitution du milieu et les topos des élèves. Pour traiter les données brutes de cette partie, les discours auront d'abord été retranscrits. Les élèves sont alors généralement désignés par la lettre x suivie d'un numéro, et le professeur par la lettre y. Le codage sera précisé entre crochets comme dans le paragraphe précédent. Les dates ne seront par contre plus indiquées :

[1]. y : Comment on avait … On va utiliser le même procédé qu'avec les additions.

[2]. y : Alors. Est-ce que vous pouvez faire les soustractions suivantes ?

[3]. y : Je vais vous en donner un certain nombre.

Puis ces retranscriptions sont mises en forme dans une page de calcul où elles sont codées et traitées. Les discours, dès le départ séparés en fonction de leurs auteurs, sont alors scindés en unités discursives homogènes quant aux interprétations qui en sont faites, des phrases pouvant ainsi être découpées ou rassemblées. Le traitement consiste ensuite à comptabiliser, pour chaque auteur, les références praxéologiques par catégories afin de réaliser des statistiques différentielles. Plus précisément, sur l'extrait proposé ci-après (figure 3), la colonne A contient les dates (en heures, minutes, secondes), la B contient les discours, la C signale les auteurs (vide pour le professeur), la D dénomme les discours écrits, la E code les éventuelles références praxéologiques et la F les comptabilise. Les 4 colonnes suivantes, de G à J, dénombrent ces mêmes actes de référencement par catégories. Puis, les colonnes K à P reprennent ces comptes mais seulement pour le professeur, et les colonnes Q à V font de même pour les élèves dans leur ensemble.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	Temps	Textes et paroles	Au	Texte	Codage	TOUS	C	X	y	Ext	PF		1	2	3	5	EL		1	2	3	5
2	TOTAUX					4	75	0	25	0	4		75	0	25	0	0	0	###	###	###	###
3	00:00:42	**Soustraction des nombres relatifs**		TX0	3	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	00:00:43	Donc vous marquez : soustraction des nombres relatifs			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	00:00:44	*E recopient sur un cahier ou un classeur.*	E		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	00:00:46	C'est donc toujours dans votre activité, on est d'accord.			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	00:01:18	Chiara, s'il te plaît. Laurine c'est bon ?			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	00:01:30	Nous allons procéder comme on avait travaillé avec l'addition			1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	00:01:34	On va poser un certain nombre de soustractions, on va écrire un certain nombre de soustractions, et on va voir s'il y en a certaines que l'on peut faire et d'autres que l'on ne peut pas faire, et on va essayer de les faire. D'accord ?			1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	00:01:45	Comment on avait ... On va utiliser le même procédé qu'avec les additions.			1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 3 : *Exemple de feuille de calcul pour traiter des discours*

L'analyse est enfin suivie d'un bilan référentiel qui fait le point sur les spécificités du tableau de Classe. Elle exploitera pour cela deux types de graphiques : des 'chronogrammes référentiels' (figure 4), et des diagrammes en barres. Les diagrammes en barres ont pour objectif de visualiser des statistiques globales sur la séance mais différenciées en fonction des auteurs. Cela permet de rapidement voir des différences de répartitions des sources de références. Les chronogrammes référentiels autorisent au contraire d'entrer dans le détail tout en conservant une vison d'ensemble caractéristique de la séance observée. Ils se présentent comme des graphiques circulaires (du type 'toile' dans le logiciel utilisé, OpenOffice Calc) où les 360° disponibles angulairement correspondent à la durée de la Classe, le temps s'écoulant ici dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. La suite des actes de référencement d'un auteur donné, le professeur ou les élèves, constitue alors une série de données. Chaque acte est ainsi représenté sur le graphique par un point en coordonnées polaires, l'angle correspondant à son rang dans la séquence et son rayon (sa distance à l'origine) à la valeur du codage. Les 6 valeurs possibles du codage dessinent donc des cercles concentriques. Les points ainsi obtenus sont reliés et le graphique qui en résulte ressemble à une étoile où les branches les plus longues correspondent à des sources de références externes.

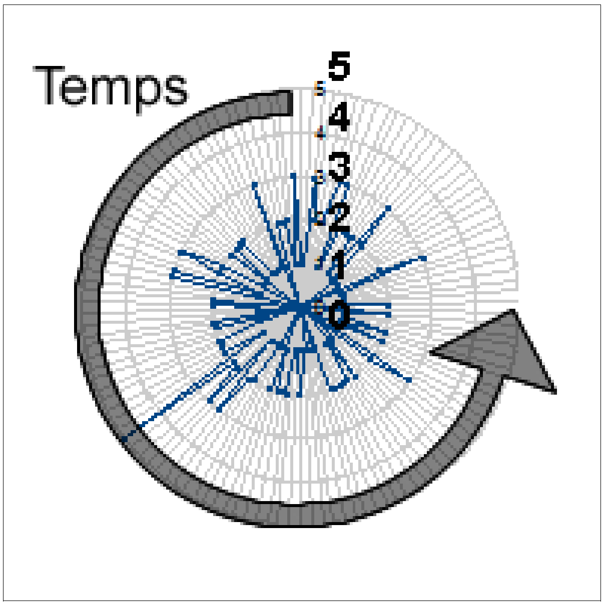


***Figure 4** : Chronogramme référentiel*

d'évolution des sources de références employées par une institution

Dans la troisième partie du mémoire, ce seront des discours écrits, publics et diffusés, situés au niveau du système éducatif et de l'établissement scolaire qui seront analysés dans le but d'affiner la catégorisation des sources de références

praxéologiques. Les méthodes employées seront alors de l'ordre de la logométrie (Harris, 1988/2007) : le discours est considéré comme un ensemble séquentiel d'unités discursives dont le sens naît du contexte sémantique textuel et qui sont plus ou moins employées. La méthode implique donc des allers-retours entre des données statistiques et les corpus textuels. L'usage de logiciels s'avère alors efficace pour décrire systémiquement les discours et pour fournir, de façon heuristique, des pistes interprétatives.

Le premier corpus textuel qui sera analysé est le **programme officiel de l'enseignement des mathématiques au collège dans sa version de 2008**. L'analyse informatique avec le logiciel libre IRaMuTeQ (Ratinaud, 2012 ou Ratinaud et Dejean, 2009) permettra de révéler ce sur quoi ce texte normatif insiste ou non, et d'établir des corrélations. Trois algorithmes seront lancés : une Classification Descendante Hiérarchique (CDH), une Analyse Factorielle de Correspondances (AFC) et une Analyse Des Similitudes (ADS). Des exemples d'analyses lexicométriques avec ces algorithmes sont proposés, en sciences de gestion, par Gavard-Perret, Gonzalez, Helme-Guizon, Labbé, Marchand et Reinert (2007). La CDH et l'AFC proposent une approche globale du corpus. Après partitionnement de celui-ci, la CDH identifie des classes statistiquement indépendantes de mots (de formes). Ces classes sont interprétables grâce à leurs profils, qui sont caractérisés par des formes spécifiques corrélées entre elles. La CDH résume cela par un dendrogramme. L'AFC, basée sur des calculs d'inertie du nuage de mots que constitue un corpus, fait davantage apparaître les oppositions ou rapprochement. Elle détermine pour cela des facteurs (des espaces propres de la matrice d'inertie) sur lesquels les formes se distribuent. À la notion d'appartenance à une classe se substitue ainsi celle de distance à un axe d'inertie. Les AFC proposées ici sont réalisées après lemmatisation et sont doubles. Leurs représentations graphiques du nuage de point sont bidimensionnelles, dans l'hyperplan défini par les deux premiers facteurs. L'ADS (voir un exemple de graphique sur la figure 5) envisage les corpus d'une façon complètement différente. L'approche est davantage locale, reposant sur des propriétés de connexité du corpus. Elle aboutit à une représentation graphique en arbre (maximal valué et connexe), où les nœuds sont les formes, et où il est possible de faire apparaître des communautés lexicales. Cet algorithme a tendance à renforcer les relations de voisinage entre les formes. L'analyse ainsi produite par le logiciel sera ensuite interprétée et complétée par un retour direct au texte. **Une catégorisation plus fine des sources de références praxéologiques externes sera dès lors dégagée**.

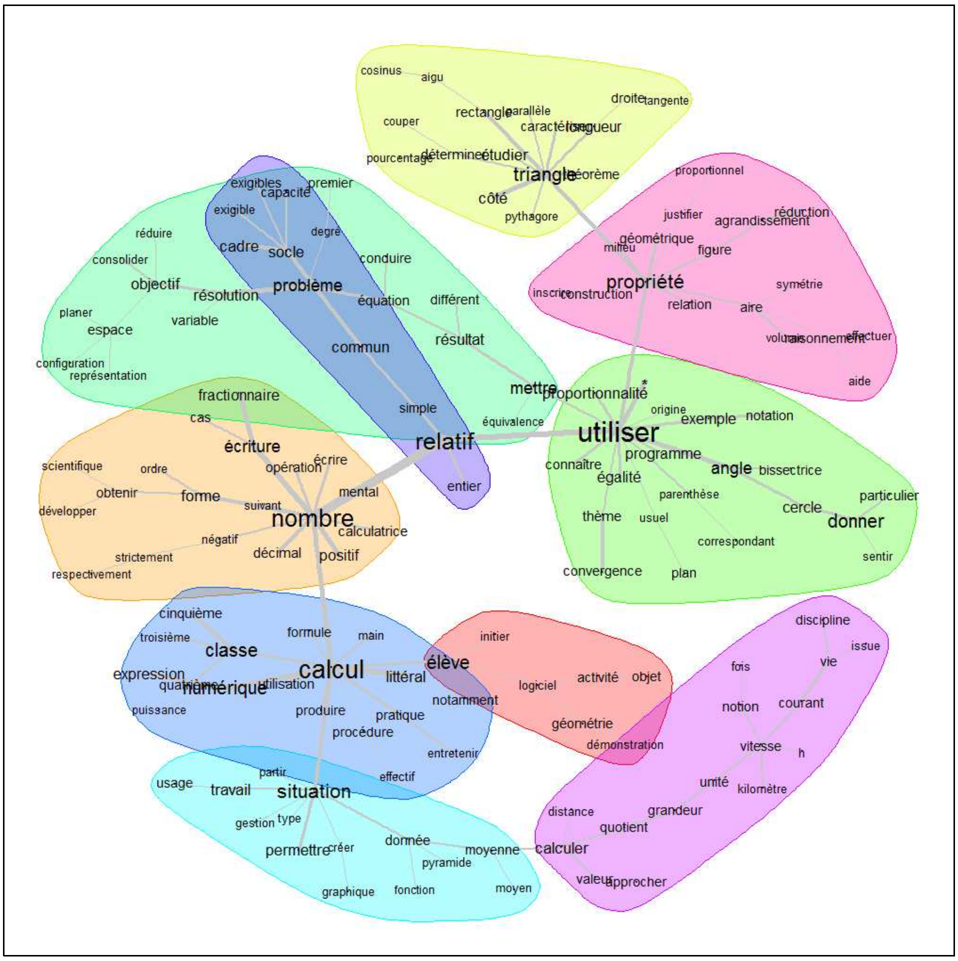


Figure 5 : *Analyse Des Similitudes du programme de mathématiques en quatrième par IRaMuTeQ*

Le deuxième corpus textuel sera un chapitre particulièrement propice aux ouvertures écologiques, autour du théorème de Pythagore, **extrait d'un manuel scolaire agréé pour l'enseignement des mathématiques en quatrième**. **L'objectif de l'analyse sera alors de confronter la catégorisation des sources de références**

externes obtenue précédemment à celle qui transparaitra dans ce discours normé. Compte-tenu de la forme particulièrement structurée d'un tel corpus, riche dans sa mise en page et dans son illustration, l'analyse logométrique reposera sur un traitement icônométrique. Son principe est de mesurer les aires de différentes zones préalablement associées à des catégories référentielles données (voir figure 6). Une statistique en résultera, permettant de décrire la répartition des sources de référence dans l'ensemble du chapitre ou en fonctions de ses différentes parties, et conduisant à un enrichissement de leur catégorisation.

Figure 6 : *zonage iconométrique référentiel d'une page de manuel scolaire*

Le troisième corpus étudié sera un document spécifique à la communauté éducative d'un établissement scolaire, en l'occurrence l'agenda vademecum du collège Henri Margalhan de notre terrain de recherche (figure 7). **L'objectif sera de repérer des sources de références praxéologiques externes nouvelles que cette institution produit dans son milieu actionnel, et d'identifier des dispositifs**

didactiques qu'elle met en place et qui sont susceptibles d'interférer avec la vie des Classes. Une analyse systémique de l'établissement scolaire sera d'abord conduite, révélant sa complexité. Puis l'agenda sera examiné. Compte-tenu là aussi de sa forme structurée et très particulière, il sera transposé en une feuille de calcul à partir de laquelle des fréquences pourront être calculées. Cela conduira *in fine* à un nouvel enrichissement de la catégorisation des sources de références praxéologiques.

Figure 7 : *l'agenda du collège Henri Margalhan*

L'objectif de la quatrième partie du mémoire étant d'exploiter la catégorisation référentielle précédemment obtenue pour concevoir et mettre en œuvre des dispositifs pédagogiques, comme des PER, dans des Classes de mathématique, la méthodologie sera davantage une méthodologie expérimentale. Il s'agira dans un premier temps de synthétiser l'ensemble des catégorisations rencontrées, aussi bien en ce qui concerne les sources de références que les milieux actionnels et les topos, en une grille plus pratique rendant systématique la programmation d'ouvertures écologiques au sein d'organisations mathématiques et didactiques. Quelques dispositifs didactiques seront présentés. Ils se voudront quelque peu génériques de ce qui se rencontre dans les Classes, et surtout propices aux ouvertures écologiques.

Puis deux exemples de mise en œuvre de la grille seront décrits :

- un PER en cinquième autour de la somme des angles d'un triangle et mêlant les quatre domaines du programme officiel – organisation et gestion de données, nombres et calculs, géométrie, grandeurs et mesures – et qui présentera des ouvertures écologiques internes à la Classe ;
- et une PER en quatrième sur le thème des triangles rectangles et le théorème de Pythagore qui réalisera plusieurs ouvertures écologiques externes.

Les données brutes recueillies dans les Classes seront essentiellement des discours publics diffusés (cahier de texte et cours en ligne), ainsi que des photographies et quelques discours oraux publics retranscrits. L'analyse sera conduite en trois temps. Dans un premier temps, une analyse *a priori* rendra compte de la conception des organisations mathématiques et didactiques et, dans le deuxième cas, examinera l'intérêt de se référer au contexte épistémologique du savoir à enseigner. Dans un deuxième temps les mises en œuvre effectives de ces PER seront décrites à partir de l'exploitation des données brutes. Les choix didactiques des professeurs et de leurs Classes apparaîtront alors. Enfin, le troisième temps sera celui d'une analyse *a posteriori* qui fera le bilan des sources référentielles intégrées à l'équipement praxéologique de la Classe et des ouvertures écologiques réalisées.

Le cadre méthodologique évolue donc au travers du mémoire. Dans la partie 2 il s'apparente à une méthodologie clinique de l'observation, les sujets observés étant des Classes, et les symptômes recherchés étant les référencements praxéologiques. Dans la partie 3, l'analyse, à partir de discours publics, des références praxéologiques suggérées, réalisées ou permises par les institutions surplombantes que sont l'Éducation Nationale et un établissement scolaire, s'inscrira dans une méthodologie logométrique et lexicométrique. Enfin, dans la partie 4 la méthodologie sera de l'ordre de l'expérimental, avec l'élaboration et la mise en œuvre de Parcours d'Étude et de Recherche dans lesquels des

ouvertures écologiques seront réalisées, tant en ce qui concerne les sources de références praxéologiques que les milieux actionnels et les topos des élèves.

PARTIE 2

TABLEAUX DE CLASSES

Six tableaux gradués

Dans cette deuxième partie du mémoire, six tableaux de Classes sont présentés et analysés. Ils vont faire apparaître de façon graduée une première catégorisation des sources de références praxéologiques. Le premier tableau constituera un hommage à Marcel Pagnol dont la pièce Topaze a été le point de départ de plusieurs concepts en didactique des mathématiques. Il révèlera une Classe peu diversifiée en terme de sources de références, aux topos élèves réduits au psittacisme et au milieu actionnel pauvre. Le tableau suivant montrera une Classe où les élèves sont au centre de l'activité conjointe, mais dont les discours publics n'intégreront que très faiblement l'équipement praxéologique de la Classe. Le troisième tableau et le quatrième décriront deux Classes conduites par le même professeur et avec le même enjeu didactique. Les équipements praxéologiques officiels des élèves et du professeur, ainsi que celui de la Classe, y seront encore des sources de références prépondérantes, mais l'immixtion dans le milieu actionnel de sources externes y deviendra inévitable. Le professeur écartera dans un premier temps ces références externes puis, dans le quatrième tableau, les intégrera davantage afin d'accélérer l'avancée du temps didactique. Le cinquième tableau au contraire analysera une Classe dans laquelle les références externes seront nombreuses et serviront de point de départ à la construction et à la programmation de l'équipement praxéologique de la Classe. Le topos des élèves s'en trouvera accru, et le milieu actionnel sera plus riche que les précédents. Le sixième tableau envisagera une Classe où les ouvertures écologiques seront très présentes, avec des sources de références puisées dans l'histoire des mathématiques, avec des topos élèves leur accordant une large autonomie dans des travaux de groupes, et avec un milieu actionnel transporté à l'extérieur de la salle de classe.

TABLEAU 1

ENSEIGNEMENT DE LA MORALE PAR TOPAZE

1 Présentation du tableau

Ce premier tableau de classe a pour premier objectif d'illustrer les concepts précédemment définis. Il fera également apparaître une première dynamique de Classe, avec une répartition particulière des sources de référence caractéristique d'une praxéologie didactique qualifiable de magistrale : l'**analyse fera apparaître un équipement praxéologique de la Classe issu quasi exclusivement de celui du professeur**.

Ce premier tableau est aussi un hommage à Topaze, ce personnage central et éponyme de l'œuvre de Marcel Pagnol publiée en 1931 aux éditions Fasquelle et qu'il réalisa au cinéma en 1951 avec Fernandel dans le rôle principal. Dans l'acte I de cette pièce Topaze est un professeur d'école et deux scènes racontent son rapport à la Classe, la scène 1 et la scène 12. Ces deux scènes ont largement été étudiées en didactique des mathématiques, et la scène 1, dite de la dictée, a plus particulièrement servi à Brousseau (1998, p. 52) pour définir l'effet éponyme :

> Ne pouvant accepter trop d'erreurs grossières en ne pouvant pas non plus donner directement l'orthographe demandée, il « suggère » la réponse en la dissimulant sous des codages didactiques de plus en plus transparents. [*Ibid.*,]

2 Description de la Classe

Dans la scène 12, Topaze propose à la Classe de préparer un examen de morale qui aura lieu le lendemain. C'est l'enjeu didactique. La morale est une discipline scolaire qui a connu de nombreux aléas : d'abord instaurée à l'école par la troisième République, son enseignement fût ensuite plusieurs fois remaniés, commué en éducation civique, en morale laïque,... Récemment, l'arrêté du 9 juin 2008 pris par le ministre de l'Éducation Nationale Xavier Darcos prévoit que les élèves de l'école primaire découvrent ses fondements. En 2012, le ministre Vincent Peillon annonce son souhait d'harmoniser cet enseignement d'une 'morale laïque'. Pour l'entre deux guerres, époque de l'écriture et de la première représentation de Topaze, la morale est enseignée à l'école primaire à partir de maximes, de proverbes, de dictons,... commentés et expliqués par le maître. C'est ce que fait Topaze dans cette scène 12.

La Classe elle-même, outre Topaze et « une douzaine de gamins de dix à douze ans », se compose du mobilier classique, avec entre autres le tableau et des maximes affichées aux murs, et aussi divers objets disposés çà et là et qui servent *a priori* aux leçons de choses. C'est la partie matérielle visible du milieu actionnel de la Classe.

3 Analyse de la séance

La scène analysée est retranscrite et codée dans l'annexe 2.1. Elle débute par une dévolution de l'enjeu, « une sorte de révision générale » pour préparer l'examen de morale du lendemain. Cette première rencontre avec l'enjeu est entrecoupée de moments de gestion de la discipline. Dans les extraits proposés ci-après, le codage retenu est placé entre crochet.

> *Les enfants vont à leur place où ils restent debout, les bras croisés, à côté de leur banc. Topaze, debout sur l'estrade, attend que cette manœuvre soit terminée. Alors il frappe dans ses mains. Tous les enfants s'assoient. Ils ouvrent leurs serviettes; ils sortent des cahiers, des livres. Quelques-uns bavardent. Topaze, immobile, surveille tout ce mouvement d'un air sévère.*

TOPAZE *(voix autoritaire).*

[0] Monsieur Cordier, vous croyez-vous sur une place publique?

[1] *(M. Cordier, douze ans, baisse le nez vers son cahier.)* Monsieur Jusserand, aujourd'hui encore vous avez négligé d'arracher la feuille quotidienne. *(Il montre le calendrier.)* Je vous retire le calendrier.

JUSSERAND *(écœuré).*

[0] Ben vrai!

TOPAZE (*sévèrement*).

[0] Silence, monsieur! *(Puis avec une bienveillance épanouie.)*

[2] Monsieur Blondet, vos notes de cette semaine sont excellentes,

[1] je vous confie le calendrier. Dépouillez-le donc aussitôt de cette feuille périmée.

BLONDET.

[0] Merci, m'sieur!

M. Blondet va arracher la feuille qu'il jette dans le panier à papiers. Cependant, Topaze est allé s'asseoir à sa chaire. Il tire de sa poche le formidable oignon, et le pose devant lui. Il ouvre ses tiroirs et en sort divers accessoires; carnets de notes, porte-plume, un petit chiffon pour éclaircir ses lunettes, un essuie-plumes, etc. On voit sous la chaire, entre le bas d'un pantalon luisant et des bottines à boutons, ses chaussettes de coton blanc. Un silence.

TOPAZE *(solennel).*

[1] Demain matin, de huit heures et demie à neuf heures et demie, composition de morale. Inscrivez, je vous prie, la date de ce concours sur vos cahiers de texte individuels.

Remue-ménage. On ouvre des cahiers. Topaze se lève, va au tableau, prend la craie, et écrit en grosses lettres:

Mercredi 17 janvier...

À ce moment, au dernier banc, avec des chuchotements irrités, deux élèves échangent quelques horions.

TOPAZE *(au tableau sans tourner la tête).*

[0] Monsieur Kerguézec, je n'ai pas besoin de tourner la tête pour savoir que c'est vous qui troublez la classe...

Il écrit sur la deuxième ligne:

Composition de morale.

A ce moment, l'élevé Séguédille, assis au fond à droite, accomplit l'exploit qu'il préparait depuis son entrée. Avec un fil de caoutchouc, il lance un morceau de papier roulé qui va frapper le tableau à côté de Topaze. Le professeur se retourne brusquement, comme mû par un ressort. Les yeux fermés, la barbe hérissée, il tend un index menaçant vers la gauche de la classe et crie:

[0] Kerguézec! A la porte... Je vous ai vu. *(Silence de mort. L'élève Séguédille, la tête baissée, rigole doucement.)* Kerguézec, inutile de vous cacher. Je vous ordonne de sortir. *(Silence.)* Où est Kerguézec?

L'ÉLÈVE CORDIER *(il se lève timidement).*

[0] *Sieur, il est absent depuis trois jours...*

TOPAZE *(démonté).*

[0] Ah! il est absent? Eh bien, soit, il est absent. Quant à vous, monsieur Cordier, je vous conseille de ne pas faire la forte tête. Allons, écrivez.

(Un silence, Topaze est allé se rasseoir à sa chaire. Et il commence sa leçon.)

Dans ce premier moment, Topaze annonce donc le sujet d'étude de façon magistrale. Le tableau de la Classe, support médiatique partagé, est alors utilisé pour en garder la trace sous la forme d'un titre, venant ainsi initier la construction de l'équipement praxéologique de la Classe. Puis Topaze commence la leçon en précisant quelques règles de conduite de l'action à venir. C'est donc encore l'équipement praxéologique de la Classe qui est la principale référence praxéologique employée :

[1] Pour nous préparer à la composition de morale qui aura lieu *(Il montre l'inscription au tableau.)* demain mercredi, nous allons faire aujourd'hui, oralement, une sorte de révision générale.

[0] Toutefois, avant de commencer cette révision, je veux parler à l'un d'entre vous, à celui qui depuis quelques jours trouble nos classes par une musique inopportune. Je le prie, pour la dernière fois, de ne point recommencer aujourd'hui sa petite plaisanterie que je lui pardonne bien volontiers.

[2] Je suis sûr qu'il a compris et que je n'aurai pas fait appel en vain à son sens moral. *(Un très court silence. Puis la musique commence, plus ironique que jamais. Topaze rougit de colère, mais se contient.)*

[0] Bien: désormais, j'ai les mains libres. *(Un silence.)*

[0] Travaillons. *(Un court silence.)*

[1] Je vous préviens tout de suite. La question que vous aurez à traiter demain, et qui décidera de votre rang, ne sera pas une question particulière et limitée comme le serait une question sur la patrie, le civisme, les devoirs envers les parents ou les animaux. Non.

[1] Ce sera plutôt, si j'ose dire, une question fondamentale sur les notions de bien et de mal. ou sur le vice ou la vertu.

[1] Pour vous préparer à cette épreuve, nous allons nous pencher sur les mœurs des peuples civilisés, et nous allons voir ensemble quelles sont les nécessités *vitales* qui nous forcent d'obéir à la loi *morale,* même si notre esprit n'était pas *naturellement porté à la respecter. (On entend chanter la musique. Topaze ne bronche pas.)*

Remarquons que Topaze use d'une technique didactique particulière dans cet extrait lorsqu'il fait appel au sens moral de l'élève Séguédille, référençant ainsi son équipement praxéologique officiel : il se sert de l'incident survenu dans la Classe pour évoquer l'enjeu de l'étude.

Puis Topaze entre dans un moment de découverte du type de tâche, à savoir discuter de questions morales. Pour cela, il commence par proposer une ouverture écologique en se référant à des praxéologies externes à la Classe et ancrées dans la vie quotidienne :

[5] Prenons des exemples dans la réalité quotidienne. Voyons. *(Il*

cherche un nom sur son carnet.)

[0] Élève Tronche-Bobine... *(L'élève Tronche-Bobine se lève, il est emmitouflé de cache-nez; il a des bas à grosses côtes, et un sweater de laine sous sa blouse.)*

[5] Pour réussir dans la vie, c'est-à-dire pour y occuper une situation qui corresponde à votre mérite, que faut-il faire?

***L'ÉLÈVE TRONCHE**. (réfléchit fortement).*

[2] II faut faire attention.

***TOPAZE**.*

[2] Si vous voulez. Il faut faire... attention à quoi?

La technique didactique que met en œuvre Topaze consiste donc dans un premier temps à faire le point sur l'évolution de l'équipement praxéologique de la Classe (codage 1), puis dans un deuxième temps à demander aux élèves de se référer à leurs propres expériences de la vie pour trouver des réponses à la question posée (codage 2). Les réponses formulées par les élèves font donc partie de leurs équipements praxéologiques officiels, même si très vite Topaze estime qu'elles ne sont pas valides. L'élève Tronche est ainsi le premier interrogé, et sa réponse est aussitôt invalidée par Topaze car elle n'est pas considérée comme issue de l'équipement praxéologique de l'élève mais de celui de sa mère, une référence externe donc (codage 5) :

***L'ÉLÈVE TRONCHE** (décisif).*

[2] Aux courants d'air.

Toute la classe rit.

***TOPAZE** (il frappe à petits coups rapides sur son bureau pour rétablir le silence).*

[5] Elève Tronche, ce que vous dites n'est pas entièrement absurde, puisque vous répétez un conseil que vous a donné madame votre mère, mais vous ne touchez pas au fond même de la question.

[2] Pour réussir dans la vie, il faut être... Il faut être?... *(L'élève Tronche sue horriblement, plusieurs élèves lèvent le doigt pour répondre en disant: «M'sieu... M'sieu...» Topaze repousse ces avances.)* Laissez

répondre celui que j'interroge. Élève Tronche, votre dernière note fut un zéro. Essayez de l'améliorer... Il faut être ho... ho...

Toute la classe attend la réponse de l'élève Tronche. Topaze se penche vers lui.

L'ÉLÈVE TRONCHE *(perdu).*

[2] Horrible!

Eclat de rire général accompagné d'une ritournelle de boîte à musique.

TOPAZE *(découragé).*

[0] Zéro, asseyez-vous. *(Il inscrit le zéro.)*

Puis bien vite Topaze prend la parole, introduisant dans le milieu de la Classe des exemples d'abord issus d'une référence sociale commune et partagée (codage 1), puis de plus en plus émanant de son propre équipement praxéologique (codage 3). La distinction entre ce qui relève de l'équipement praxéologique officiel de Topaze et ce qui relève de praxéologies externes à la Classe est ici assez incertaine car la pièce dans son ensemble ne nous permet pas de savoir vraiment ce qui a déjà été abordé dans la classe. Nous privilégierons la seconde interprétation quand des éléments discursifs évoqueront explicitement la vie quotidienne (les journaux en l'occurrence), et la première lorsque Topaze se lance dans des tirades plus empreinte de sa propre expérience et de son propre jugement :

[3] Il faut être *honnête.* Et nous allons vous en donner quelques exemples décisifs.

[3] D'abord toute entreprise malhonnête est vouée par avance à un échec certain. *(Musique. Topaze ne bronche pas.)*

[5] Chaque jour, nous voyons dans les journaux que l'on ne brave point impunément les lois humaines.

[5] Tantôt, c'est le crime horrible d'un fou qui égorge l'un de ses semblables, pour s'approprier le contenu d'un portefeuille; d'autres fois, c'est un homme alerte, qui, muni d'une grande prudence et d'outils spéciaux, ouvre illégalement la serrure d'un coffre-fort pour y dérober des titres de rente; tantôt, enfin, c'est un caissier qui a perdu l'argent de son

patron en l'engageant à tort sur le résultat futur d'une course chevaline.
(Avec force.) [5] Tous ces malheureux sont aussitôt arrêtés, et traînés par les gendarmes aux pieds de leurs juges. De là, ils seront emmenés dans une prison pour y être péniblement régénérés.
[3] Ces exemples prouvent que le mal reçoit une punition immédiate et que s'écarter du droit chemin, c'est tomber dans un gouffre sans fond.
(Musique.)
[3] Supposons maintenant que par extraordinaire un malhonnête homme ait réussi à s'enrichir.
[3] Représentons-nous cet homme, jouissant d'un luxe mal gagné. Il est admirablement vêtu, il habite à lui seul plusieurs étages. Deux laquais veillent sur lui. Il a de plus une servante qui ne fait que la cuisine, et un domestique spécialiste pour conduire son automobile. Cet homme a-t-il des amis?

Ainsi les discours de Topaze sont de plus en plus auto-référencés. Il passe ensuite la parole à plusieurs élèves, leur demandant ainsi de référencer les équipements praxéologiques officiels. Rappelons ici que les discours de validation ou les demandes d'explicitation prononcés par Topaze sont supposés référencer les élèves (codage 2) :

L'élève Cordier lève le doigt. Topaze lui fait signe. Il se lève.
CORD1ER.
[2] Oui, il a des amis.
TOPAZE (*ironique).*
[2] Ah? vous croyez qu'il a des amis?
CORDIER.
[2] Oui, il a beaucoup d'amis.
TOPAZE.
[2] Et pourquoi aurait-il des amis?
CORDIER.
[2] Pour monter dans son automobile.

TOPAZE *(avec feu).*

[2] Non, monsieur Cordier...

[3] Des gens pareils... s'il en existait, ne seraient que de vils courtisans...

[3] L'homme dont nous parlons n'a point d'amis. Ceux qui l'ont connu jadis savent que sa fortune n'est point légitime. On le fuit comme un pestiféré. Alors, que fait-il?***L'ÉLÈVE DURANT-VICTOR.***

[2] Il déménage.

TOPAZE.

[2] Peut-être, Mais qu'arrivera-t-il dans sa nouvelle résidence?

DURANT-VICTOR.

[2] Ça s'arrangera.

TOPAZE.

[2] Non, monsieur Durant-Victor, ça ne peut pas s'arranger, parce que. quoi qu'il fasse, où qu'il aille, il lui manquera toujours l'approbation de sa cons...

[1] de sa cons...

Il cherche des yeux l'élève qui va répondre. L'élève Pîtart-Vergniolles lève le doigt.

PITART-VERGNIOLLES.

[2] De sa concierge.

Explosion de rires.

TOPAZE *(grave).*

[2] Monsieur Pitart-Vergniolles, j'aime à croire que cette réponse saugrenue n'était point préméditée. Mais vous pourriez réfléchir avant de parler. Vous eussiez ainsi évité un zéro qui porte à votre moyenne un coup sensible. *(Il inscrit le zéro fatal.)*

Là encore il est difficile de discriminer ce qui relève de références externes de ce qui relève de l'équipement praxéologique officiel des élèves. Mais les élèves répondant ici à des questions directes de Topaze, nous considérons que leurs réponses font partie de ce qu'ils reconnaissent comme étant des rapports officiels. Remarquons encore l'effet Topaze, technique didactique employée pour répondre à l'élève Durant-Victor et pour amener le concept de conscience (que nous avons estimé faire partie de l'équipement praxéologique de la Classe, donc codé 1).

Puis Topaze change complètement de technique didactique, laissant de côté son intention de partir des connaissances des élèves pour revenir à des référencements de son propre équipement praxéologie et de celui de la Classe, matérialisé par des maximes affichées sur les murs de la salle. Le topos des élèves se réduit alors au psittacisme :

> [3] Ce malhonnête homme n'aura jamais l'approbation de sa *conscience.* Alors, tourmenté jour et nuit, pâle, amaigri, exténué, pour retrouver enfin la paix et la joie, il distribuera aux pauvres toute sa fortune parce qu'il aura compris que...
>
> *Pendant ces derniers mots, Topaze a pris derrière lui un long bambou et il montre, du bout de cette badine, l'une des maximes sur le mur.*
>
> ***TOUTE LA CLASSE*** *(en chœur d'une voix chantante).*
>
> [1] Bien mal acquis ne profite jamais...
>
> ***TOPAZE.***
>
> [1] Bien. Et que... *(Il montre une autre maxime).*
>
> ***TOUTE LA CLASSE*** *(méme jeu).*
>
> [1] L'argent ne fait pas le bonheur...
>
> ***TOPAZE***
>
> [1] Parfait. Voyons maintenant le sort de l'honnête homme.

C'est ainsi que Topaze référence l'équipement praxéologique de la Classe, de façon magistrale. Les maximes transcrites en grandes lettres sur les affiches murales occupent une place majeure dans le milieu actionnel. Les phrases qu'elles rappellent sont des piliers de l'équipement praxéologique de la Classe. Pour les élèves, s'y référer est plus qu'un terme du contrat didactique, c'est une injonction professorale.

Ensuite Topaze sollicitera bien encore quelques élèves, mais très vite son propre équipement praxéologique reprendra le dessus. La séance et la scène se terminent alors par la résolution de l'incident avec l'élève Séguédille et l'arrivée dans la salle de

Monsieur Muche et de la baronne Pitart-Vergniolles :

[3] Si cet honnête homme est caissier, même dans une grande banque, il rendra ses comptes avec une minutie scrupuleuse et son patron charmé l'augmentera tous les mois. *(À ce moment, la musique commence à vibrer. Frénétiquement. Topaze se lève.)*

[3] S'il est commerçant, il repoussera les bénéfices exagérés ou illicites; il en sera récompensé par l'estime de tous ceux qui le connaissent et dont la confiance fera prospérer ses affaires. *(Topaze se rapproche peu à peu de l'élève Séguédille.)*

[3] Si une guerre éclate, il ira s'engager dans l'armée de son pays et s'il a la chance d'être gravement blessé, le gouvernement l'enrichira d'une décoration qui le désignera à l'admiration de ses concitoyens. Tous les enfants le salueront sans le connaître, et sur son passage, les vieillards diront entre eux.

[0] «Passez à la porte, immédiatement!»

Topaze s'est brusquement retourné et s'est précipité sur l'élève Séguédille.

SÉGUÉDILLE *(terrorisé)*.

[0] C'est pas moi... c'est pas moi...

TOPAZE *(triomphant).*

[0] Ah! ce n'est pas vous!... Sortez de votre banc; sortez! *(Il le tire hors du banc et il passe sa main sous le pupitre et en tire un moulinet à musique.)* Ah! ah!... voici l'instrument. *(Il le fait sonner.)* Monsieur Séguédille, votre affaire est claire...

[0] Vous prenez donc ma bonté pour de la faiblesse? *(Silence.)* Ma patience pour de l'aveuglement? Ha, ha! monsieur Séguédille. Sachez que le gant de velours cache une main de fer... *(Il brandit sa main, les doigts écartés.)* Et si vous avez le mauvais esprit, je vous briserai. *(M. Séguédille, tremblant, se prépare à sortir.)* Où allez-vous?

SÉGUÉDILLE.

[0] A la porte.

TOPAZE *(il le regarde un instant).*

[0] Eh bien, non. Restez ici. *(Il le met au piquet près de la bibliothèque.)* Sous les yeux de vos camarades qui vous jugent sévèrement. *(Eclat de rire général. Topaze frappe sur son bureau. Silence.)* A la fin de la classe, je statuerai sur votre sort. Jusque-là, je vous condamne à *l'incertitude... (Un temps.)*

[1] Après cet incident pénible, revenons à nos travaux... Nous disions donc...

La porte s'ouvre. Tous les élèves se lèvent, les bras croisés. Entre M. Muche, qui précède la baronne Pitart-Vergniolles. Elle a quarante ans depuis cinq ans et de la moustache. M. Topaze se lève, s'avance vers M. Muche et salue profondément la baronne.

Lignes	Étapes de l'étude	Équipement praxéologique de la Classe
1	Rituels de début de séance	
26	Dévolution de l'enjeu didactique par Topaze	Titre de la leçon écrit au tableau
53	Définition des règles d'action par Topaze	
71	Débat entre Topaze et la Classe	
149	Synthèse magistrale et répétition orale	Maximes affichées aux murs de la salle
160	Discours magistral	
183	Gestion de la discipline	

Tableau 7 : *Synopsis du tableau 1*

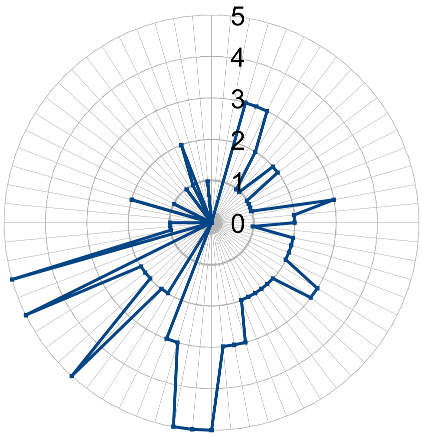
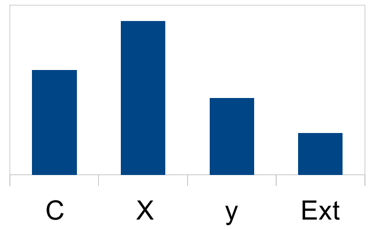
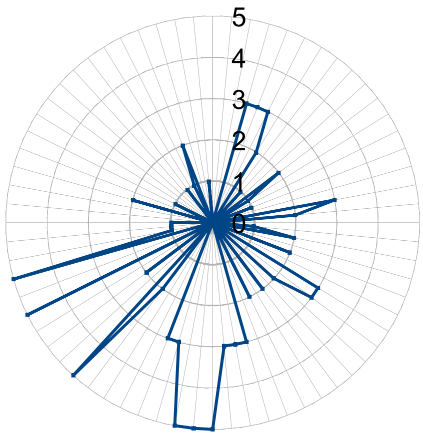
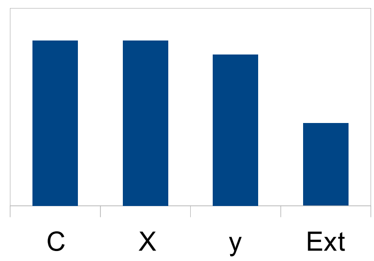
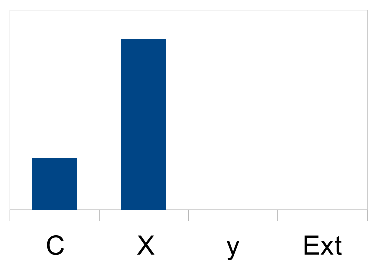
La Classe		
Topaze		
Les élèves		 *équipements praxéologiques* C: Classe [1] \ y : professeur [3] X: élève [2] \ Ext : externes [5]

Figure 8. *Évolutions et répartitions des sources de référence employées dans le tableau de Classe 1.*

4 Bilan

Dans cette séance d'enseignement, **tout repose sur les discours de Topaze**, comme l'illustre la similitude des chronogrammes ci-après concernant Topaze et la Classe. Il use d'**une praxéologie didactique magistrale : introduction dans le milieu actionnel de discours auto-référencés, validation ou invalidation des discours des élèves, rappels et répétitions de l'équipement praxéologique de la Classe**. **Deux textes conduisent ponctuellement l'action : le titre de la leçon écrit au tableau de la Classe, et des affiches murales**, **traces écrites de l'équipement praxéologique *EP(C)* de la Classe que les élèves se doivent de connaître. Les élèves ne sont pas les auteurs de ces textes.**

L'observation plus en détail des diagrammes de répartition (figure 8) montre que les choses ne sont pas aussi manichéennes que cela. En effet, les principales sources de références utilisée par Topaze sont statistiquement l'ensemble des équipements praxéologiques de ses élèves, avec près de 30% des actes interprétés, et celui de la Classe (30%). Son propre équipement praxéologique obtient le score de 27%. Une large place est accordée aux sources externes que référence Topaze avec un score voisin de 15%. Ainsi ces répartitions révèlent **la place prépondérante de l'équipement praxéologique de Topaze dans les sources de référence de la Classe**.

Du côté des élèves, quelques uns auront participé à la vie de la Classe et auront sans aucun doute été mis en rapport avec la question de la morale. Les descriptions faites par Topaze du malhonnête homme et de l'honnête homme resteront sûrement dans leurs mémoires. Tous auront au moins récité les maximes qui faisaient déjà partie de leurs équipements praxéologiques et qui s'y enracinent encore davantage. Les réponses susceptibles de les aider à réussir l'examen de morale du lendemain auront-elles intégré aussi leurs équipements praxéologiques ? La pièce ne nous l'apprendra pas. **Les élèves s'auto-référencent donc très souvent, avec un score de près de 80%, et ils référencent l'équipement praxéologique de la Classe quand injonction leur est faite. Les topos élèves sont en outre très réduits. Leurs discours publics oraux ne sont jamais repris dans l'équipement praxéologique**

de la Classe, étant quasiment systématiquement invalidés par Topaze.

Enfin, **le milieu actionnel lui-même est pauvre**, malgré la présence de nombreux objets dans la salle. Le tableau à craie est utilisé exclusivement par Topaze qui n'y écrit que le titre de la leçon. Les affiches murales et leurs maximes occupent en fin de séance une place centrale, ayant pour fonctions d'institutionnaliser et de médiatiser l'équipement praxéologique de la Classe.

TABLEAU 2

CALCUL DU VOLUME D'UNE PYRAMIDE EN TROISIÈME

1 Présentation du tableau

Ce tableau a pour sujet une Classe de troisième du terrain de recherche sous la conduite d'un professeur de mathématiques. L'enjeu de la séance est de calculer le volume d'un cône soit directement avec la formule idoine, soit après agrandissement/réduction à l'aide du coefficient homonyme. **L'analyse fera apparaître une Classe où les élèves sont au centre de l'action conjointe, mais où l'équipement praxéologique de la Classe est là aussi construit essentiellement par le professeur**.

Afin de ne pas être redondant avec le tableau précédent, un épisode particulier de l'histoire de cette Classe sera analysé ici, l'ensemble de la séance présentant un profil relativement uniforme. Cet épisode sera complété par les analyses de deux autres discours : un dialogue dans un binôme d'élèves qui permettra d'apprécier plus finement leurs actes de référencement lorsque le professeur n'est pas à leur écoute, et un bref entretien préalable avec le professeur qui autorisera une comparaison entre ses objectifs *a priori* et ceux effectivement atteints dans la séance.

2 Description de la Classe

La Classe observée, *C*, est constituée de 28 élèves x_i, $1 \leq i \leq 28$ et d'une professeure *y*.

C'est une Classe de mathématique de niveau troisième du collège. La séance dure au total 45 minutes, dont 30 minutes consacrées à l'étude. La salle de classe est classique : le milieu matériel est constitué d'un tableau à craies TB et du mobilier. Les murs sont nus. La professeure et les élèves disposent de leurs affaires habituelles.

La séance observée a pour enjeu Q de faire découvrir une technique $\tau 1$ de calcul du volume d'une pyramide ou d'un cône après agrandissement ou réduction de ce solide dans un rapport k. Cette technique $\tau 1$ consiste à calculer le rapport k à partir des données de deux grandeurs homologues, comme la hauteur du solide initial et celle du solide final, puis d'obtenir le volume homothétique en multipliant par k^3. Cette technique est généralement mise en œuvre pour calculer une troncature du solide initial. Dans le programme officiel (Education Nationale, 2008), elle est référencée dans le domaine « 4. Grandeurs et mesures », secteur « 4.1 Aires et volumes », thème « Effet d'une réduction ou d'un agrandissement », sous la forme d'un théorème :

> Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k,
> • l'aire d'une surface est multipliée par k^2 ,
> • le volume d'un solide est multiplié par k^3. [*Ibid.*]

Ce théorème, d'application plus générale que la seule technique $\tau 1$, est une extension à $\mathbb{R}^2$ et à $\mathbb{R}^3$ du théorème de Thalès, également au programme de troisième mais déjà abordé en quatrième dans une version réduite aux triangles :

> Configuration de Thalès.
> - Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes. [Éducation Nationale, 2008, programme troisième, 3.1]
> Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.
> - *Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine. [Éducation Nationale, 2008, programme

quatrième, 3.1]

Le théorème de Thalès et son application aux calculs de volumes après réduction ou agrandissement se fondent donc sur un équipement praxéologique officiel préalable impliquant des calculs avec des fractions et convoquant le concept de proportionnalité. Ce dernier élément praxéologique est l'objet d'un travail commencé dès l'école primaire, avec des mises en situation dans des problèmes concrets, et se poursuit au lycée, avec entre autres l'étude plus générale des relations trigonométriques dans les triangles rectangles (quatrième et troisième) ou scalènes (théorème d'Al Kashi, en première S), avec l'introduction en troisième des fonctions linéaires (et affines), puis avec le cadre formel du calcul vectoriel (classe de seconde), où le théorème de Thalès sera retrouvé via les relations de colinéarité et les homothéties.

La technique $\tau 2$ généralement utilisée pour calculer des longueurs avec le théorème de Thalès repose sur des produits en croix effectués sur des fractions égales ou dans des tableaux de proportionnalité. Elle ne fait pas appel au coefficient k d'agrandissement/réduction et semble très éloignée de $\tau 1$. En outre, le type de tâche associé à $\tau 1$, calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône après réduction ou agrandissement, peut être réalisé aisément grâce à $\tau 2$: il suffit de calculer les longueurs finales à partir des longueurs initiales dans un plan adéquat (sur une face pour une pyramide et dans un plan contenant l'axe pour un cône), et d'appliquer directement la formule de calcul du volume $V = aire\, de\, base \times hauteur\, du\, solide \div 3$ au solide final. Ainsi les deux techniques $\tau 1$ et $\tau 2$ sont concurrentes, et passer de l'une à l'autre constitue une partie majeure de l'enjeu Q que la professeure devra gérer. Remarquons encore que ces deux techniques reposent sur les mêmes savoirs praxémiques : le calcul direct du volume d'un pyramide ou d'un cône à l'aide de la formule et, par nécessité, le calcul, toujours à l'aide d'une formule idoine, de l'aire d'une surface comme un rectangle, un disque ou un polygone.

3 Analyse de la séance

La professeure initie l'étude en énonçant publiquement aux élèves une version restreinte du théorème au programme officiel qu'elle retranscrit simultanément au tableau de la classe et qui est le premier texte apparaissant dans la Classe, TX0. C'est donc son équipement praxéologique officiel qui est référencé (la lettre 'y' désigne ici le professeur, les élèves étant repérés par la lettre 'E' suivie des initiales de leurs prénoms) :

> [3] y: Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône obtenu par agrandissement/réduction d'une autre pyramide ou cône, on multiplie le volume initial par le coefficient d'agrandissement/réduction k élevé au cube. [TX0]

Le théorème ainsi transposé par la professeure est un discours technologique associé à la technique $\tau 1$. Il est directement applicable aux types de tâches qui seront envisagés par la suite. C'est une première relation qui s'établit ainsi dans l'institution Classe, entre ce texte TX0 énonçant $\tau 1$, la professeure qui le transpose publiquement à partir de son propre équipement praxéologique (auto-référencement), et un élément du milieu actionnel, le tableau de la Classe. Puis injonction est faite à la classe de recopier TX0 sur les cahiers personnels, ce que font les élèves.

Le tableau de la Classe apparaît donc immédiatement comme un élément du milieu à forte valence contractuelle : non seulement les textes qu'il supporte sont *de facto* des textes publics, mais de plus, dès lors qu'ils sont recopiés par les élèves, ils intègrent l'équipement praxéologique de la Classe. C'est un mode de fonctionnement de la Classe qui fait partie, de façon plus ou moins tacite, du contrat didactique. Parfois, mais ce n'est pas le cas ici, ce terme du contrat est oralement explicité par le professeur ou symbolisé par l'emploi d'un système sémiotique graphique (usage de la couleur rouge, ajout de surlignages ou de bordures). Chaque acteur, professeur ou élève, va pouvoir alors se référer à ces textes pour conduire ou justifier ses actions.

La professeure, par l'introduction magistrale qu'elle fait de TX0, établit donc le premier rapport de chacun de ses élèves à la technique $\tau 1$. Ce rapport personnel est motivé par le contrat didactique et la professeure le justifie ensuite oralement par son efficacité opératoire :

> [3] y: Cela va nous permettre de calculer plus rapidement des volumes.

La professeure complète ensuite le texte TX0 par un rappel d'une définition du coefficient d'agrandissement/réduction dans le cas où les hauteurs des solides sont données. Elle référence donc l'équipement praxéologique de la Classe :

> [1] y: Je vous rappelle que le coefficient d'agrandissement/réduction k, c'est la nouvelle hauteur sur l'ancienne hauteur.

L'environnement technologico-théorique ainsi dévolué, un exercice d'application directe est proposé pour entrer dans un moment d'exploration du type de tâche relatif à Q :

> Soit SABCD une pyramide de base le carré ABCD et de hauteur SO, où O est le centre de la base. On donne AB = 30 cm et SO = 18 cm.
> 1) Calculer le volume V de la pyramide SABCD
> On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base. On obtient la pyramide SA'B'C'D' de base le carré A'B'C'D' de centre O'. On donne SO' = 6 cm.
> 2) Calculer le volume V' de la pyramide SA'B'C'D'. [TX1]

Ce texte TX1 de consigne provient d'un document écrit personnel de la professeure qu'elle prend sur son bureau. Sa source de référence appartient donc là encore à son propre équipement praxéologique. Ce texte TX1 est introduit dans le milieu de la Classe. Mais, même s'il est recopié dans les cahiers personnels, il n'entre pas encore dans son équipement praxéologique. Il demeure une consigne et on ne s'y référera qu'en tant que tel. Ce ne sera qu'après sa correction qu'on lui accordera une valeur praxéologique, celle d'exemple pour d'autres calculs à effectuer. Mais pour le moment, TX1 dirige l'action de la Classe et renforce les rapports de chaque élève à la technique $\tau 1$ et va autoriser l'entrée dans son travail puis dans la constitution de son environnement technologico-théorique. Il pose des questions auxquelles les élèves doivent, par contrat, se confronter. Les élèves recherchent donc individuellement des réponses puisées dans leurs propres équipement praxéologiques officiels. La professeure les aide dans cette tâche en circulant dans la salle, régulant l'action de chacun.

Puis, après un dizaine de minutes, la professeure lance la correction de l'exercice. La technique didactique qu'elle emploie est d'envoyer des élèves au tableau pour y retranscrire leurs calculs, référençant ainsi leurs équipements praxéologiques officiels. Ce temps de communication publique des productions personnelles d'élèves fait entrer la Classe dans un moment de travail de la technique au cours duquel le savoir τ1 est évalué dans ses fonctionnalités calculatoires. C'est un moment clef en ce qui concerne la construction de la référence commune, et donc aussi de l'évolution de l'équipement praxéologique de la Classe. Une micro-analyse référentielle, à une échelle temporelle fine, permet de mieux décrire comment sont gérés les actes de référencement dans ce moment de l'étude (la feuille de calcul de l'annexe 2.2 en propose une transcription traitée).

De t = 00:10:00 à t = 00:11:35 la professeure est encore en train de circuler dans la classe pour réguler l'action des élèves. Elle se réfère régulièrement au texte TX0, rappelant ainsi de façon tacite sa place dans l'équipement praxéologique de la Classe :

> [1] y: Le volume de la nouvelle pyramide, c'est le volume de l'ancienne multiplié par le coefficient au cube. OK ? Ça va être toujours le même principe..

La consigne TX1 ne demandant pas explicitement l'emploi de la technique τ1, la professeure rajoute oralement cette règle du jeu :

> [1] y: C'est ce qui vous est demandé dans cet exercice sauf qu'on ne vous demande pas de trouver le coefficient de réduction.
> [2] C'est à vous de vous prendre en main pour trouver le coefficient de réduction.

Mais la technique τ1 n'est pas encore partie intégrante de l'équipement praxéologique officiel des élèves, c'est l'enjeu de la séance. Sa technique concurrente τ2 est au contraire acquise, et c'est naturellement qu'elle s'exprime. La professeure doit donc gérer cet équilibre didactique entre les deux techniques et l'amener à un déséquilibre en faveur de τ1. Pour cela, la plus grande efficacité de τ1 est un argument pragmatique plusieurs fois évoqué par la professeure :

> [1] y : oui, tu pourrais aussi calculer le nouveau côté, et ensuite déterminer le volume de la pyramide
> [2] EN :donc la hauteur SO' fait 6, ensuite A'B' fait 1
> [2] y : elle fait 1cm, oui tout à fait
> [2] sauf que si tu fais ça, c'est bien, mais tu vas devoir calculer l'aire de base, ensuite multiplier par la hauteur, diviser par 3
> [1] alors qu'en utilisant la formule qu'on a marqué dans la leçon
> [2] en une formule tu y es
> [0] mais c'est une possibilité
> [1] on pourrait trouver A'B', déterminer l'aire de base ensuite multiplier par la hauteur diviser par 3
> [2] Pour corriger, Wallid ?
> [3] EW : si on fait, comme vous avez dit là, euh
> [2] y : Tu trouves A'B' qui est égal à 1,
> [1] ensuite tu pourrais déterminer l'aire du carré, multiplier par la hauteur divisée par 3 pour avoir le volume de la petite pyramide,
> [3] mais ça fait beaucoup de travail pour pas grand chose finalement,
> [3] alors qu'en une seule formule en utilisant le coefficient de réduction ou d'agrandissement on arrive au même résultat. D'accord ?

De t = 00:11:35 à t = 00:14:00 la première question est corrigée par un élève envoyé au tableau et dont la professeure a préalablement vérifié la validité des calculs. Le texte TX1 se voit ainsi complété à partir de l'équipement praxéologique de l'élève x1 envoyé au tableau. Cette première question fixant pour tâche de calculer le volume de la pyramide initiale, elle est *a priori* routinière pour les élèves. La professeure rappelle dès le début de la correction ce qu'elle tient pour être un état réel de l'équipement praxéologique officiel de ses élèves :

[2] y: Donc le volume de la pyramide, ça j'espère que tout le monde l'a fait.
[1] C'est juste une formule à appliquer.
[1] Je vous rappelle que c'est le cours de quatrième.

Mais l'élève envoyé au tableau hésite et la professeure doit d'abord intervenir pour gérer la lisibilité de sa trace écrite, et, puisque l'élève ne parle pas, pour expliciter publiquement les calculs entrepris. Après quelques précisions apportées aux unités de mesures employées et un lapsus tenace (emploi d'une formule erronée), l'inclusion au texte TX1 de la correction de la question 1 est validée et complétée :

[2] y: Est-ce qu'il y a des questions sur ce que Zacharie vient de corriger ?
[3] Je complète donc.
[1] Le volume de la pyramide, c'est aire de base fois hauteur divisée par 2, par 3, pardon.
[1] C'est égal à aire de base fois hauteur divisée par 3.
[2] L'aire de base, il vient de nous la trouver,
[1] c'est l'aire d'un carré, c'est côté fois côté.
[2] C'est pour cela qu'il a mis 30x30. On obtient 900 centimètres carrés.
[1] Ensuite, pour déterminer le volume de la pyramide, on remplace l'aire de base, c'est 900,
[1] la hauteur est représentée par la longueur du segment SO, c'est 18, divisé par 3,
[1] on arrive à 5400 centimètres cubes.
[2] Est-ce qu'il y a des questions sur cela ? Non, c'est bon ?

Un autre élève est alors envoyé au tableau pour corriger la deuxième question (t=00:14:48). Mais il a bien compris que c'est la technique τ1 que la professeure attend, et pas τ2 qu'il a mise en œuvre. Cette question est donc pour lui une tâche problématique et il s'en inquiète :

[1] EB : C'était obligé de faire le coefficient de réduction pour calculer le volume ?

[1] y : On n'est pas obligé. Là ce n'était pas clairement demandé. Dans l'exercice que je vais vous donner après, là ce sera marqué.

Face à ce non emploi de la technique τ1 induit par la consigne elle-même, la professeure reprend à sa charge l'évolution du texte TX1, se lançant dans un double dialogue avec l'élève EB d'une part qui écrit sous sa conduite au tableau, et le reste de la classe qui l'écoute et répond à des questions intermédiaires (t=00:15:04).

[1] y: on a dit qu'on va appliquer le coefficient de réduction au cube. On va multiplier par l'ancien volume, on a trouvé 5400,

[3] donc 5400 multiplié par le coefficient au cube, 1/3, le tout au cube.

[3] Ensuite, 1/3 au cube, fais les calculs ! On obtient 1/27. 5400 multiplié par 1/27.

[2] Tu as marqué directement le résultat,

[2] ça fait combien ce que tu nous as mis ?

[2] EZ : 200 centimètres cubes

[2] y : 200, oui c'est bon. 200 centimètres cubes.

[1] Le volume de la petite pyramide est donc de 200 centimètres cubes.

Il ne reste plus qu'à recopier la correction (t=00:18:00) sur les cahiers personnels des élèves et ainsi de sceller l'entrée de TX1 dans l'équipement praxéologique de la Classe. TX1 et la technique τ1 qu'il instancie va pourvoir dorénavant servir de source de référence. C'est ce qu'escompte la professeure qui initie alors un moment de travail de cette technique avec la même technique didactique que précédemment : un nouveau texte de consigne, TX2, est tiré (à t=00:25:30) de ses notes personnelles et est ensuite retranscrit au tableau et recopié par les élèves sur leurs cahiers personnels :

Une usine fabrique des cornets de glace. Habituellement, les cornets fabriqués sont des cônes de révolution de 10 centimètres de hauteur et de 9 centimètres de rayon. Mais pour l'été, l'usine décide de fabriquer des grands cônes, la hauteur des grands cônes étant 12 centimètres.

1a. Le grand cône étant un agrandissement du petit cône, calculer l'échelle d'agrandissement.

1b. Calculer le volume du petit cône.

2. En déduire que le volume du grand cône est 51,84π centimètres cubes.

[TX2]

Puis la professeure régule les recherches des élèves comme dans le moment précédent. Une deuxième micro-analyse permet de mieux appréhender comment des élèves associés dans un travail en binôme ont recours à des sources de références, en particulier à la consigne qui fait maintenant partie de l'équipement praxéologique de la Classe. L'extrait exploité ici est retranscrit et codé en annexe 2.3.

[1] E2 : il faut trouver l'aire d'un disque, l'aire de la base, ça fait. Attends !

[1] L'aire d'un disque c'est

[1] E1 : πR^2

[2] E2 : πR^2, donc là c'est π fois 3^2, ça fait 9 π, attends, ça fait 28.

[…]

[1] E1 : en déduire que le volume du grand cône est 51,84π centimètres cubes.

[1] E2 : on nous demande le volume.

Par moments, les textes TX0 et TX1 jouent aussi leurs rôles respectifs, l'un comme cadre technologico-théorique de $\tau 1$, l'autre comme une de ses instanciations :

[1] E2 : alors pour l'été

[1] E1 : alors pour l'été, l'usine décide de fabriquer des grands cônes, la hauteur des grands cônes étant 12 centimètres. 1a. Le grand cône étant un agrandissement du petit cône, calculer l'échelle d'agrandissement.

[0] E2 : alors c'est

[1] E1 : alors c'est là aussi un agrandissement.

[1] E2 : attends, alors on va faire l'échelle d'agrandissement, c'est

[1]E1 : ancienne longueur sur nouvelle longueur

[1] E2 : non c'est nouvelle longueur sur ancienne longueur.

[2] C'est inversé. C'est inversé parce que tout à l'heure on voulait le truc, le nombre, le coefficient de réduction

[1] et là maintenant on veut trouver le coefficient d''agrandissement. Donc tu changes. [1] Donc c'est ancienne hauteur.

[1] E1 : ah oui c'est vrai.

À la fin de leurs échanges, les deux élèves n'ont pas obtenu le résultat sous la forme attendue par TX2. La gestion d'un calcul exact a été une tâche difficile pour eux, car impliquant des techniques algébriques pour opérer littéralement sur le nombre transcendant π. Leurs calculs auront mélangé des valeurs approchées aux valeurs exactes pour aboutir à un résultat faux. C'est ce dont ils s'aperçoivent et n'auront pas le temps de corriger :

[1] E2 : attends, il y a un problème là. Ça fait 452, le seul problème c'est qu'il faut déduire le volume du grand cône, et le volume du grand cône doit être, euh à 51,84. [2] Donc il y a un problème quelque part.

[2] E1 : bien là aussi il devait être égal à 30 et là on a trouvé 93.

[2] E2 : non mais 30 π, attends. Aire de la base c'est bien 28... divisé par 3, donc c'est ça normalement

[0] E1 : bon, alors c'est... Attends, on va la corriger

Tout le long de leur échange, les deux élèves E1 et E2 auront donc alterné des références aux textes TX0, TX1 et TX2 avec des références à leurs propres équipements praxéologiques officiels.

La séance se terminera sur ce moment de travail de la technique. La continuation des recherches de réponses aux questions posées par TX2 devient un devoir à faire à la maison, et la correction est reportée à la séance suivante.

Temps en min	**Étapes de l'étude**	**Équipement praxéologique de la Classe**
00	Énonciation du théorème d'agrandissement/réduction	Texte TX0 écrit par P au tableau
02	Dévolution de deux questions de recherche	Texte de consigne TX1 écrit par P au tableau
04	Recherches individuelles de réponses aux questions	
11	Correction de la première question	Réponse écrite au tableau par un élève
13	Validation de la réponse	Modifications effectuées par P et transcrites au tableau par un élève
14	Correction de la deuxième question	Réponse écrite au tableau par un élève
15	Validation de la réponse	Modifications effectuées par un débat entre P et la Classe et transcrites au tableau par un élève
18	Recopiage de la correction sur les cahiers personnels	
25	Dévolution d'un nouveau problème à rechercher et recherches en binômes	Texte de consigne TX2 écrit par P au tableau

Tableau 8 *: Synopsis du tableau 2*

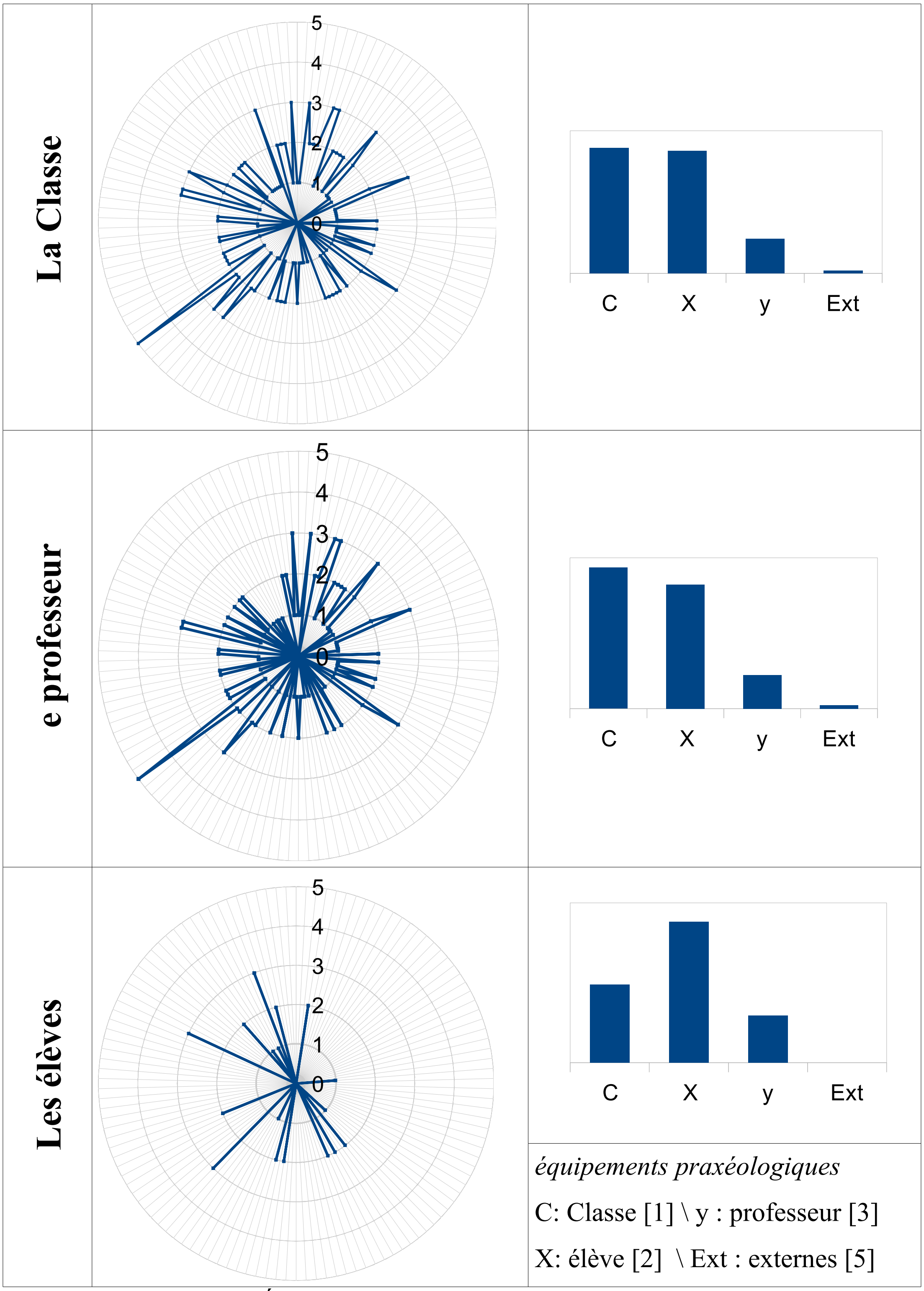


Figure 9. *Évolutions et répartitions des sources de référence employées dans le tableau de Classe 2*

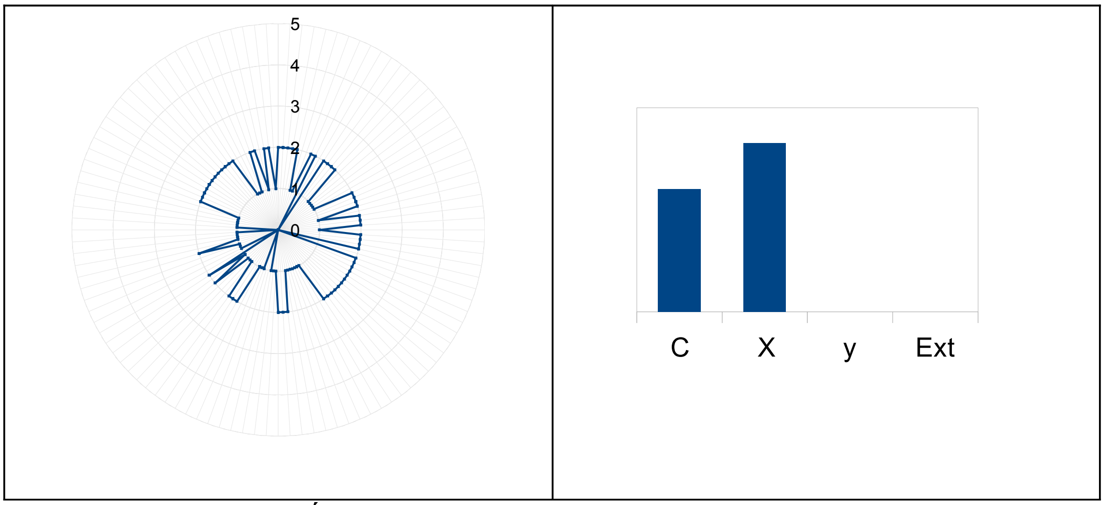


Figure 10. *Évolutions et répartitions des sources de référence employées par un binôme d'élèves dans le tableau de Classe 2*

4 Bilan

Dans ce tableau, **l'équipement praxéologique de l'institution Classe a été construit à partir d'un enjeu *Q* décliné en trois textes *TX0, TX1, TX2***. Ces textes, qui au gré de leurs validations sortent du milieu actionnel pour intégrer l'équipement praxéologique de la Classe, organisent l'activité des élèves. C'est une **forte corrélation entre l'évolution des textes et les moments de l'étude** qui apparaît ainsi, les textes TX0 et TX1 organisant la rencontre et l'exploration de la technique, tandis que le texte TX2 permet son acquisition. **Introduire dans le milieu de la Classe des textes pour rythmer l'avancée du temps didactiques est une technique fondamentale de la praxéologie didactique de la professeure**.

Peu à peu, avec l'avancée du temps didactique, **l'équilibre didactique entre les techniques τ1, la nouvelle, et τ2, l'ancienne, se déplace au profit de τ1**. Cette évolution est soutenue, dans les discours des acteurs, par une **alternance à peu près équilibrée de références aux équipements praxéologiques officiels, essentiellement ceux des élèves, et de références régulières à l'équipement**

praxéologique de la Classe. C'est ce qui apparaît dans les deux micro-analyses et que soulignent les graphiques des figures 9 et 10. **Même si l'équipement praxéologique de la Classe est davantage référencé par la professeure que par les élèves, il n'en demeure pas moins une référence majeure pour la Classe** : dans la première micro analyse autour le la correction de TX1, il est référence à près de 50% par la professeure et à près de 30% par les élèves. Il est en concurrence avec les équipements praxéologiques officiels des élèves, ce qui est bien normal pour ces derniers qui s'auto-référencent à plus de 50%. Mais que ce taux de référencement des équipements praxéologiques officiels des élèves soit également élevé chez la professeure, à près de 40%, souligne son souci de **faire participer les élèves à la construction commune de l'équipement praxéologique de la Classe**. Dans le deuxième micro-analyse, les élèves du binôme se réfèrent aussi à cet équipement partagé à plus de 40%, et à leurs propres équipements praxéologiques.

Pendant toute cette séance, la professeure aura donc maintenu les rapports de la Classe et des élèves aux techniques $\tau 1$ et $\tau 2$. Pour cela elle aura essentiellement usé d'une technique qui peut être décrite par trois moments : **introduction dans le milieu actionnel de la Classe de textes auto-référencés en rapport avec l'enjeu, puis conduite de l'activité autour de la rencontre de ces textes qui évoluent à partir des équipements praxéologiques officiels des élèves, et enfin intégration de ces textes dans l'équipement praxéologique de la Classe**. **Le topos des élèves est donc plus grand que dans le tableau précédent, les moments de travail de la technique en autonomie relative étant fréquents. Mais leurs discours publics, oraux ou retranscrits au tableau, subissent de nombreuses modifications de la part de professeur et n'intègrent donc que très partiellement l'équipement praxéologique de la Classe**.

Les praxéologies didactiques observées *in situ* s'avèrent être conformes à celles que la professeure avait annoncées lors d'un entretien préalable, même si, contrairement à ce qu'affirment ses dernières phrases, les problèmes proposés ne sont pas vraiment qualifiables, comme elle le fait, de concrets (la lettre 'z' désigne ci-après le chercheur) :

z: Qu'est ce qui est enseigné en mathématiques dans tes classes ?

y : La géométrie, le numérique,... C'est le programme. Il y a aussi des statistiques.

z : Comment tu organises ça ?

y : On fait beaucoup d'exercices et des problèmes, des activités. C'est pour s'entraîner, comme quand on utilise un théorème.

z : Et la leçon ?

y : On la fait avant.

z : Tu fais des démonstrations ?

y : Oui. Surtout en 4ième et en 3ième, c'est le programme. Les élèves doivent savoir des démonstrations.

z : Est-ce que tu te sers d'exemples de la vie de tous les jours dans les activités ?

y : Oui, les problèmes sont concrets.

In fine, l'objectif de la professeure de faire entrer $\tau 1$ dans les compétences de chacun de ses élèves est-il atteint ? Au vu des calculs effectués par les élèves E1 et E2 de la deuxième micro analyse, il semble que ce soit le cas pour au moins deux d'entre eux.

TABLEAU 3

SOUSTRACTION DES NOMBRES RELATIFS EN CINQUIÈME

1 Présentation du tableau

Dans ce quatrième tableau ; le rôle majeur de l'équipement praxéologique de la Classe apparaîtra encore à la fois comme objet de l'action conjointe et comme source de référence. Mais, contrairement aux tableaux précédents, les sources de références externes seront présentes. Elles vont cristalliser des conflits technologiques entre les savoirs que le professeur entend enseigner et ceux auxquels les élèves se réfèrent. La gestion de ces références extérieures par la professeure sera donc une action cruciale de sa praxéologie didactique.

Le matériel exploité est constitué d'une bande vidéo enregistrée en 2010 par les membres de l'équipe (CD)AMPERES, Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Étude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire (educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/). Cette équipe, qui regroupe plusieurs professeurs issus de diverses académies et des didacticiens, a pour objectif de produire des documents utilisables afin de conduire des Activités et des Parcours d'Étude et de Recherche dans des classes de mathématiques ordinaires.

De par la nature des sources de données, les Classes étudiées ne sont donc pas en relation directe avec le chercheur. Le concept de référence tel qu'il est développé et analysé ici n'est pas connu par l'enseignant, qui en ignore donc même les observables. Cette indépendance des institutions observées et observatrices apporte un caractère générique aux actes de référencement qui seront par la suite identifiés.

2 Description de la Classe

La Classe observée, C, est constituée d'une trentaine élèves et est conduite par une professeure *y.* C'est une Classe de mathématiques de niveau cinquième[2] du collège.

La Classe contient également un milieu actionnel pauvre. Quelques éléments matériels en font partie, fondés sur l'unité de lieu qu'est la salle de Classe, mais celle-ci est dépouillée, disposée classiquement : murs blancs avec un unique panneau d'affichage décoré de dessins, une armoire entrebaillée au fond, et un tableau noir à craies au devant de la scène ; les élèves sont rangés parallèlement à celui-ci, et en sont séparés partiellement par le bureau de la professeure. Un élément central du milieu apparaît déjà : *le tableau de la Classe.* C'est un support matériel potentiel pour un texte ou un graphique, par lesquels il devient média, au sens de Chevallard (2007b). C'est un objet partagé par les membres de la Classe, dans une certaine mesure définie par la professeure, et qui va donc pouvoir supporter des textes rendus *ipso facto* publics par leurs auteurs et qui intègre donc le milieu actionnel de la Classe. Sur leurs bureaux respectifs, la professeure et les élèves disposent également d'autres objets constitutifs du milieu, dont : des supports papiers de textes privés, cahiers ou classeurs, des manuels scolaires, des calculettes, ...

La séance observée s'inscrit dans une séquence d'enseignement sur le thème « Addition et soustraction de nombres relatifs » (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008) au cours de laquelle des techniques de calcul sont rencontrées et travaillées. Ces techniques s'appuient sur celles relatives à l'addition ou à la soustraction de deux nombres décimaux positifs, rencontrées à l'école primaire[3] et en sixième[4]. Dans la Classe observée, et à ce stade d'évolution des équipements praxéologiques officiels, des techniques à propos de l'addition d'un relatif ou de la soustraction d'un nombre positif ont déjà fait l'objet d'une co-construction et s'intègrent donc dans le milieu et

2 Deuxième niveau du collège, élèves âgés en moyenne de douze ans

3 L' école primaire précède le collège. 5 niveaux, avec des élèves âgés de 6 à 10 ans.

4 Premier niveau du collège.

dans l'équipement praxéologique de la Classe. L'enjeu de ce système didactique est donc la seule question restante :

Q : comment soustraire un nombre négatif ?

Le programme officiel (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008) ne précise pas la technique à utiliser. Le document d'accompagnement pour le collège *Le calcul numérique au collège* (Ministère de l'Éducation Nationale, 2007), qui semble se référer implicitement aux travaux de Glaeser (1983) sur l'épistémologie des nombres relatifs, utilise l'écriture *Opp(a)* pour désigner l'opposé d'un nombre décimal positif. Glaeser a en effet montré que l'usage de la notation signée *(-a)* déclenche de nombreux obstacles cognitifs qu'ont rencontrés les mathématiciens et que rencontrent encore les élèves. La « règle des signes » en particulier exacerbe ces difficultés. Dans le document d'accompagnement, une technique est proposée en réponse à *Q* :

> Si a et b désignent deux décimaux relatifs, montrons qu'il existe un nombre d qui ajouté à b, donne a. […] Ainsi, le seul nombre qui peut convenir est a + opp(b). […] On le note encore a – b. Ainsi, quels que soient les nombres relatifs a et b, a – b = a + opp(b). Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé. (Op. cité)

Cette technique τ0 se situe donc dans un contexte théorique algébrique qui réinvestit le concept de nombres relatifs opposés pour résoudre, de façon générale, les équations du premier degré à une inconnue avec second membre numérique. Rappelons qu'un groupe est un couple composé d'un ensemble et d'une loi de composition interne associative, admettant un élément neutre, et pour laquelle tout élément admet un symétrique. C'est cette dernière propriété que ne vérifie pas l'ensemble des entiers naturels muni de l'addition (c'est un semi-groupe). Au bout du compte, la technique de soustraction doit pouvoir se ramener à la technique d'addition. Reprenons pas à pas cette technique pour en identifier les praxèmes. Soit *b* un nombre décimal positif ou nul. On définit le nombre *Opp(b)* comme l'unique solution de $b + X = 0$. Le premier praxème qui sera donc identifié sera l'égalité :

prax1 : $\forall b \geq 0, b + Opp(b) = Opp(b) + b = 0$

Ce praxème intègre celui de commutativité de l'addition. Il est équivalent aux définitions suivantes :

$\forall b \geq 0, Opp(b) = 0 - b$ *et* $\forall b \geq 0, b = 0 - Opp(b)$

Il induit un autre praxème, le caractère involutif de l'opérateur *Opp()* :

$\forall b \geq 0, Opp(Opp(b)) = b$

Revenons maintenant à l'équation du texte d'accompagnement, $b + X = a$, dans laquelle a et b sont *a priori* des décimaux positifs. Le praxème de neutralité de 0 pour l'addition (prax2 ci-après), combiné au praxème *prax1* permet de trouver une solution :

prax2 : $\forall\ b \geq 0, b + 0 = 0 + b = b$
donc $\forall\ a \geq 0, \forall\ b \geq 0, b + Opp(b) + a = 0 + a = a$
donc $\forall\ a \geq 0, \forall\ b \geq 0, b + X = a \Leftrightarrow X = a + Opp(b)$

Or, dans le cas où a ≥ b ≥ 0, il existe déjà une façon de résoudre cette équation qui repose sur la définition de l'opération de soustraction (*prax3)* :

prax3 : $\forall a \geq b \geq 0, c = a - b \Leftrightarrow b + c = a$, *avec* $c \geq 0$

Dans ce cas particulier où $a \geq b \geq 0$, le nombre positif c est donc une solution de l'équation $b + X = a$. Une identification est donc possible : $a + Opp(b) = a - b$. C'est une version restreinte de la règle officielle « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé ». Mais cette règle n'est valide que dans un cas particulier. Pour complètement la généraliser, il faut l'étendre aux cas où a et b sont rangés dans un ordre différent et aux cas où a et b sont eux-mêmes des opposés de nombres positifs.

La technique τ0 s'inscrit donc dans une approche algébrique de l'enjeu Q. Les organisations mathématiques qu'elle induit sont proches des organisations théoriques savantes, s'articulant autour de la clôture de l'ensemble des décimaux pour les équations du type $X + b = a$. Les nombres relatifs y sont définis formellement pour résoudre ces équations. Plus précisément, la procédure savante pour introduire les nombres relatifs est de symétriser le semi-groupe des entiers naturels $\mathbb{N}$ en partant de sa structure quotient pour la relation d'équivalence (x,y) R (x', y') <=> x+y' = y + x', où x, y, x', y' sont des entiers naturels (voir Ramis et all., 1983, pp. 51-52). L'ensemble quotient $\mathbb{N} x \mathbb{N} / R$ est alors une extension de $\mathbb{N}$, et, muni de la loi d'addition induite, est un groupe commutatif que l'on identifie à $\mathbb{Z}$, l'ensemble des entiers relatifs. $\mathbb{Z}$ Se révèlera en outre être un anneau intègre, ce qui fera l'objet des études en quatrième.

Le document d'accompagnement *Les nombres au collège* (Ministère de l'Éducation Nationale, 2006) éclaire quant à lui sur l'usage qu'il peut être fait des références à des pratiques sociales externes à la Classe ou à la droite graduée :

> L'apprentissage des règles de calcul sur les nombres relatifs est en relation très forte avec les significations qui leur sont accordées, dès lors qu'on souhaite ne pas se limiter à l'enseignement de règles formelles, mais qu'on souhaite expliquer et justifier ces règles. Le calcul de sommes ou de différences peut être, entre autres, mis en relation avec des situations faisant intervenir des gains et des pertes ou encore des déplacements sur la droite graduée. (Op. cité)

Sur une droite graduée, les nombres opposés, vite repérés par un signe – et appelés 'nombres négatifs', apparaissent là davantage comme des symétriques de nombres positifs. Des déplacements et des distances sur la droite graduée peuvent alors être mis en œuvre pour aborder les opérations. Dans les situations concrètes, comme celle de gains et pertes, mais aussi celles de l'ascenseur, du thermomètre, ou des frises chronologiques, les nombres nouveaux sont dès le départ des nombres dits négatifs. Dans ces situations concrètes, l'opération de soustraction d'un nombre négatif est souvent difficile à faire apparaître, sauf dans le cas des frises où elle est utilisable pour calculer une durée à partir d'une date de début négative et d'une date de fin quelconque. Ces deux approches, par la droite graduée ou par une situation concrète, ne sont pas recommandées par les textes d'accompagnement pour l'élaboration des techniques :

> le recours à ces situations concrètes pour introduire l'addition des nombres relatifs présente des limites car il n'assure pas qu'un élève saura

s 'émanciper de tels contextes. Par ailleurs, ces supports ne permettent pas de donner du sens à la multiplication de deux relatifs. (Op. cité)

La professeure y quant à elle met en œuvre l'approche de l'enjeu Q proposée par l'équipe AMPERES. Elle est partiellement décrite par un article du Groupe Didactique des mathématiques de l'Irem[5] d'Aquitaine (2008), et complètement dans la brochure intitulée « Entrées dans l'algèbre en sixième et cinquième » (2007). Rappelons-en les éléments essentiels.

Dans un premier temps, les nombres négatifs sont introduits par résolution d'équations (égalités à compléter) du type 9 + ...= 7. Il est escompté des élèves que, après avoir dépassé l'apparente absence de solution, ils proposent des réponses « intuitives » comme -2, puis des réponses plus complexes comme 7 – 9 ou 2 – 4 ou 0 – 2. Un nombre négatif, -2 dans l'exemple, apparaît ainsi comme une écriture simplifiée de toutes ces soustractions 'impossibles' (une classe d'équivalence). Le concept de nombres opposés est ensuite introduit.

Dans un deuxième temps, il s'agit de généraliser l'addition sur les décimaux positifs en addition sur les décimaux relatifs. Vu que les élèves ont déjà rencontré des additions de nombres négatifs avec un résultat positif, comme 9 + (-2) = 7, et des soustractions à résultats négatifs, comme 7 – 9 = -2, il ne reste plus qu'à envisager des additions dont le résultat est négatif. C'est ce qui est fait en proposant aux élèves de rechercher ou de calculer de telles additions. Les règles de calcul ainsi découvertes sont ensuite mise en œuvre dans une situation concrète autour des gains et des pertes. Puis la question de l'ordre dans l'ensemble des nombres relatifs est envisagée sur la droite graduée.

Dans un troisième temps, la soustraction est envisagée. C'est ce moment crucial et délicat qui est analysé dans la Classe C. La technique mise en œuvre, qui sera plus amplement décrite dans l'analyse ci-après, consiste à introduire une décomposition idoine de 0. Par exemple, le calcul 7 - (-2) sera transformé successivement en 7 + 0 - (-2) puis en 7 + [2 + (-2)] - (-2). Si on étend alors aux nombres négatifs le praxème d'associativité « (a + b) - c = a + (b - c) » et le praxème soustractif « a – a = 0 », le

5 Irem : Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques

calcul se ramène à 7 + 2 + [(-2) - (-2)] puis à 7 + 2 + 0 et finalement au résultat 9. La règle « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé » est donc ainsi étendue, et la règle des signes n'est jamais utilisée. La portée de cette dernière est ainsi préservée : elle ne s'appliquera qu'en quatrième pour la multiplication. C'est du moins ce qui est prévu par l'ingénierie didactique. Car la séance observée va montrer qu'il peut en être bien autrement dans la vie effective d'une Classe.

3 Analyse de la séance

Dans cette analyse, afin de ne pas surcharger notre propos, nous laisserons provisoirement de côté les actes de référencement de sources externes. Nous y reviendrons plus amplement au dernier paragraphe, dans le bilan.

La professeure initie la séance par un dialogue avec la classe ayant pour objectif d'annoncer l'enjeu *Q* (de t = 00:00 à t = 00:43). La technique didactique professorale *τp1* qu'elle utilise pour cela consiste à demander aux élèves de référencer l'équipement praxéologique de la Classe par des rappels : « Quels domaines a-t-on travaillés pour l'instant avec ces nombres relatifs ? » (t = 00:25) ou par des anticipations : « Qu'est-ce qu'on va faire maintenant ? » (t = 00:38). Dès que la réponse attendue est fournie, elle est transcrite au tableau (t = 00:42) et y est soulignée, ce sera le titre *TX0* de la leçon : « Soustraction des nombres relatifs ». Le type de tâches associé à *TX0* est donc plus général que celui associé à *Q*, mais, par la suite, les cas de soustraction de nombres positifs seront vite écartés.

Puis, ce moment de dévolution étant révolu, des règles du jeu sont définies, toujours en s'appuyant sur l'équipement praxéologique de la Classe que les élèves sont censés avoir assimilé :

> [1] y : Nous allons procéder comme on avait travaillé avec l'addition.
> [1] On va poser un certain nombre de soustractions […] et on va voir s'il y en a certaines que l'on peut faire et d'autres que l'on ne peut pas faire, et on va essayer de les faire. (t = 01:34)

Le référencement de l'équipement praxéologique de la Classe est donc là aussi la clef de voûte technologique. La technique mise en œuvre est la même que *τp1*, avec pour seule différence que dans le premier cas les discours ont plusieurs auteurs, élèves ou professeure, alors que dans le second ils ne sont que ceux de *y*. Cette différence s'atténue d'autant plus quand on remarque que le texte *TX0* est choisi par *y* parmi les énoncés des élèves.

Dès lors, la professeure se tourne vers le tableau de la salle *TB* (t = 02:13) et écrit quatre textes qui ont fonction de consignes :

TX1 : « (+7) - (-2) »
TX2 : « (+7) - (+2) »
TX3 : « (-7) - (-2) »
TX4 : « (-7) - (+2) »

Le type de tâches associé aux textes *TX2* et *TX4*, soustraire des nombres positifs, fait bien partie du type de tâches défini par le titre *TX0* de la leçon mais, n'étant pas dans l'enjeu *Q*, il est censé être devenu routinier pour les élèves. *TX1* et *TX3* relèvent par contre de *Q* et sont donc problématiques et rencontrés pour la première fois. D'un point de vue référentiel, ces quatre textes ont pour source l'équipement praxéologique de *y* car c'est elle qui les énonce et les produit. Cette technique professorale *τp2* de définition des règles d'action par auto-référencement diffère de la technique précédente *τp1* de dévolution d'un enjeu par référencement de l'équipement praxéologique de la Classe. Tout comme *TX0*, l'écriture de ces textes sur le tableau, espace partagé par excellence, marque leur importance dans le contrat didactique. Ces textes, introduits dans le milieu actionnel de la Classe, vont en effet être les sujets locaux de l'étude et vont permettre à la professeure de mettre en rapport les élèves à une technologie permettant de répondre à l'enjeu *Q*. Cette forte valence contractuelle des textes écrits au tableau est exacerbée par leur reproduction, *a priori* fidèle, sur les cahiers personnels des élèves (de t = 02:45 à t = 06:23).

Un temps de recherche est ensuite mis en place :

[1] y : Voilà, là j'ai écrit quatre soustractions. Regardez celles que vous pouvez faire facilement, regardez celles qui vous posent problème.
(t = 02:43)

La Classe entre alors dans un bref moment de première rencontre. Les élèves découvrant les calculs à effectuer, la professeure circule dans la salle, motivant et guidant ceux qui ne sont pas encore au travail. Cette technique professorale *τp3* place les équipements praxéologiques des élèves au centre des discours, que ces derniers soient privés ou publics. Mais très vite une précision sur les règles d'actions s'impose :

> [1] y: vous devez passer par une petite phase de justification (t = 05:20).

Le travail a effectuer ayant été précisé, la Classe entre dans une longue phase de mise au point d'une technique relative à *Q*. Se mêlent alors des moments d'exploration des tâches, des moments de constitution de l'environnement technologico-théorique, des moments de travail de la technique et des moments d'institutionnalisation.

Ainsi, un premier élève E2 est envoyé au tableau (technique professorale *τp4*) pour y transcrire ses réponses pour les calculs *TX2* et *TX3* (à t = 06:35) :

> *TX2 : « (+7) - (+2) = 7 – 2 = 5 = +5 »*
> *TX3 : « (-7) - (-2) = 7 – 2 = 5 = -5 »*

Très vite, à t = 09:35, la technique pour *TX2*, non problématique, est validée :

> [1] y : Sept moins deux, ça fait longtemps que vous savez le faire. Ça fait cinq.
> [2] Donc, il me semble que celui-là on doit pouvoir le valider quand même.

Mais la solution proposée pour *TX3* est fausse. Pour amener la classe à une réponse acceptable, la professeure demande régulièrement de mettre en comparaison les textes transcrits au tableau avec ceux produits sur les cahiers personnels (technique professorale *τp5* de mise en comparaison de praxéologies) :

> [2] y : Je voudrais que vous réfléchissiez à ce que E2 vient d'écrire » (t = 07:17).

Un autre élève, E10, est envoyé au tableau pour y écrire ses réponses (*τp4*). Il ne proposera qu'une réponse à *TX4*, *a priori* non problématique, lui aussi (à t = 12:58) :

TX4 : « (-7) - (+2) = -7 – 2 = -5 »

Sa réponse étant fausse, la professeure s'empresse de la corriger (*τp2*) :

> [2] y : ça nous fait moins neuf, on est d'accord? Donc là il y a une erreur. OK ? » (t = 14:35).

Les tâches non problématiques ayant à ce stade été accomplies, demeurent donc toujours les obstacles des calculs *TX3* et *TX1*. Le calcul *TX3* ne sera résolu qu'à la fin de la séance après de nombreuses modifications. Il va d'abord céder sa place dans l'étude au calcul *TX1*. À t = 15:23, l'enjeu *Q* de la séance est clairement déclaré par *y* :

> [1] y : C'est la soustraction d'un nombre négatif qui nous pose problème.

Pour faire avancer plus rapidement le temps didactique tout en rappelant des règles d'action et surtout pour amener la technique de calcul qu'elle attend, la professeure demande alors à la classe, de t = 17:15 à t = 18:28, de se remémorer les séances précédentes (*τp1*) :

> [1] y : Nous étions tombés sur le même type de difficultés quand nous avions travaillé avec l'addition. Est-ce que vous vous souvenez de ce qu'on avait fait à ce moment là. [...]
> [1] Je vous aide. Qu'est-ce qu'on avait introduit dans le calcul ?

Après plusieurs réponses écartées, un élève se souvient enfin :

> [1] E16 : Je ne sais plus, mais il y avait un zéro.

La professeure reprend aussitôt ce trait pertinent :

> [1] y : Il y avait un zéro, oui. On avait introduit zéro. Bon.

C'est la technique de calcul *τ* escomptée Elle est héritée de la partie de *EP(C)* relative aux additions de relatifs et la professeure souhaite la perfectionner pour répondre à l'enjeu *Q*. Elle se lance alors dans une exploration de l'environnement technologico-théorique déjà existant (*τp1*) :

> [1] y : Quel était l'intérêt d'introduire zéro ? […]
> [1] Ça ne change rien dans le calcul, on est d'accord. Je peux, dans une somme, dans une soustraction, je peux toujours rajouter zéro.

Nous retrouvons là le praxème savant *prax2* de neutralité du 0. À t = 19:14 la technique est clairement désignée et *y* entame l'exploration des tâches calculatoires qu'elle permet de réaliser :

> [1] y : Alors, on va peut-être commencer à travailler là dessus

Après un moment de travail conduit avec la technique professorale *τp3*, la production de l'élève E*17* à propos de *TX1* est dictée à *y* qui la retranscrit au tableau (t = 19:24). Cette technique est une variante de *τp4* dans laquelle ce n'est plus l'auteur référencé qui écrit un texte au tableau, mais un autre, ici *y*. Mais cet acte de duplication s'interrompt rapidement, dès la première étape de calcul :

> *TX1 : « (+7) - (-2) = 7 - 0 - (-2) »*

La raison en est que E*17* a introduit un '-0' au lieu d'un '+0'. La professeur évite les difficultés que cela pourrait engendrer en déclarant (*τp2*) :

> [3]y : De toute façon, écrire moins zéro ou écrire plus zéro ça revient au même.

Cet énoncé constitue un praxème nouveau généralisant aux relatifs la neutralité de 0. Cet élément praxéologique étant alors considéré comme acquis, *y* efface la ligne de calcul pour la remplacer par celle souhaitée :

> *TX1 : « (+7) - (-2) = 7 + 0 - (-2) » (t = 19:55)*

La professeure cesse alors l'écriture d'une solution pour *TX1* pour revenir sur l'environnement technologico-théorique de la technique en jeu en dialoguant avec des élèves (*τp2* et *τp3*) :

[1] y : Alors, est-ce que vous vous souvenez quel est l'intérêt d'avoir rajouté ce zéro ? (t = 20:03)

S'en suivent des temps de travail et de dialogue (*τp3*) au cours desquels, à t = 20:36, un texte *TX5*, qui est un praxème *prax5* de l'environnement technologico-théorique, est écrit par *y* au tableau (*τp2*) :

TX5 : prax5 : « 0 = +2 - 2 »

Il s'agit d'un cas particulier du praxème *prax3* définissant la soustraction. Mais les choses ne vont pas d'elles-mêmes, et *y*, à partir d'une mise en comparaison de production d'élèves (*τp5*), doit souvent amener les élèves aux bonnes réponses, voire les (re)formuler elle-même (*τp2*).

L'extrait ci-après est caractéristique de ce phénomène (de t = 28:41 à t = 28:41). Un élève E*22* vient de dupliquer sa solution au tableau et dialogue avec *y* :

[2] y : Mais moi je voudrais bien qu'on approfondisse ce qu'avait commencé à dire E22. Après il s'est perdu.
[2] Qu'est-ce que tu m'avais dit, E22 ?
[2] E22 : Moins moins deux égale moins deux.
[2]y: On soustrait moins deux. Mais tu le soustrais à quoi ce moins deux ?
[2] E22 : à moins deux
[2] y: à moins deux
[2] E22 : donc ça ne fait pas zéro !

Déstabilisée par cette réponse contraire à ses attentes, la professeure propose de rechercher un exemple :

[2] y : Alors tu pourrais me donner un autre exemple ?
[2] Tu t'appuies sur quoi pour dire ça ?

Mais la classe s'agite et elle doit gérer la discipline :

[0] y : Concentrez-vous s'il vous plaît. Là vous ne suivez pas du tout.

Une sixième technique professorale *τp6* apparaît ainsi, consistant à élargir un dialogue argumentatif ou explicitatif en demandant une justification ou des exemples issus de l'équipement praxéologique officiel d'un élève. Cette technique, proche de *τp2*, sera souvent utilisée. Parfois, comme ici, elle est suivie d'un moment de gestion de la discipline.

La professeure interrompt ensuite ses demandes d'explicitations auprès de E*22* pour reformuler son propos de façon correcte, s'écartant ainsi de la version élève initiale (*τp2*) :

> [2] y : Tu me dis je soustrais moins deux à moins deux, donc ça fait zéro. C'est ce que tu es en train de me dire. (t= 00:29:23)

La technique mathématique *τ* d'introduction d'un zéro dans les calculs apparaissant enfin dans l'équipement praxéologique d'un élève, c'est le point de vue de *y*, il ne reste maintenant plus qu'à la transmettre au reste de la classe :

> [2] y : Est-ce que son raisonnement vous pourriez le faire dans un autre domaine de nombres ?
> [3] Si vous avez quatre et que vous lui soustrayez quatre, ça fait combien ?
> [2] E : Bien zéro !
> [2] y : Bon.

La professeure institutionnalise davantage le praxème *prax5* en modifiant *TX5* (*τp2*) à t = 30:26 (et quelle complètera par un texte *TX6* vite effacé):

> *TX5 : prax5 : « 0 = +2 + (-2) »*

Il ne reste plus qu'à l'appliquer au calcul *TX1* en cours. C'est ce que la professeure exécute aussitôt (*τp2*) au tableau en modifiant *TX1* à t = 31:19 :

> [3] y : Chut. Donc ça nous fait neuf, oui.

La classe s'agite encore davantage et oblige la professeure à gérer la discipline, puis à expliciter de nouveau la technique et son environnement technologico-théorique en faisant le point sur l'évolution de l'équipement praxéologique de la Classe (τp1) :

> [3] y: Je reprends les explications. Donc vous êtes d'accord, ce zéro, je l'ai écrit sous la forme deux plus moins deux. On est d'accord. J'ai additionné, donc, zéro c'est la somme de deux nombres opposés. La somme de deux nombres opposés c'est égal à zéro.

La définition des nombres opposées, *prax1*, est donc rappelée. Mais de nombreux élèves s'interrogent encore publiquement sur l'intérêt de cette technique, comme par exemple E23 à t = 34:34 qui critique donc la praxéologie de la professeure :

> [3] E23 : Mais en fait ça nous sert à rien,
> [2] parce que sept moins moins deux ça fait comme si on additionnait deux à sept. Puisque ça va revenir à neuf, le résultat.

Cet élève, du fait que la notation *Opp()* ne soit pas employée, énonce déjà pour partie une *règle des signes*, élément technologique qui ne sera abordé qu'en classe de quatrième. Cette incursion hors contrat de la règle des signes se reproduira plusieurs fois au cours de la séance. Nous y reviendrons dans le paragraphe suivant. Mais pour le moment la professeure considère que la technique τ est la plus pertinente et que le texte *TX1* en est une instanciation. Il ne reste donc plus qu'à la travailler dans *TX3* :

> [1] y : Bon, de toute façon on va voir, on va continuer à travailler et on va voir s'il y a des idées de ce genre là qui arrivent. Hein ? (t = 35:00)

Le texte *TX3* est ainsi remis sur le devant de la scène. E*25* écrit sa solution, fausse, au tableau (*τp4*). La professeure demande sa mise en comparaison avec les solutions des autres élèves (*τp5*) en dialoguant (*τp3*) avec la classe, tout en rappelant *τ* qu'elle estime maintenant faire partie de l'équipement praxéologique de la Classe (*τp1*). Finalement elle corrigera encore une fois le résultat (*τp2*) et l'institutionnalise à t = 41:31 :

> [3] y: Donc là c'est pareil, moins deux moins moins deux, ça nous fait un zéro, et moins sept plus deux ça nous fait moins cinq. D'accord ?

Après quelques échanges qui persistent encore quant à la pertinence de τ, avec en particulier une technique voisine proposée par E*27*, les élèves sont conviés à recopier les textes sur leurs cahiers personnels et à appliquer τ sur d'autres cas particuliers dictés par *y* à t=00:45:15 :

TX7 : « +5 - (-3) » et « -3 - (-7) ».

La fin de la séance s'annonçant, le temps manquera pour cela. La professeure efface donc le tableau et clôt la séance en proposant des devoirs à la maison, trois exercices dans le manuel scolaire.

Temps en min	**Étapes de l'étude**	**Équipement praxéologique de la Classe**
00	Dévolution de l'enjeu didactique et remémorations praxéologiques	Écrire du titre TX0 par P au tableau
01	Définition des règles d'action	
02	Énonciation des questions de recherche et duplication sur les cahiers personnels	Écriture par P de quatre calculs à effectuer, TX1, TX2, TX3 et TX4
03	Recherches individuelles de réponses aux questions. Régulations de l'action.	
06	Correction de TX2 et TX3	Reproduction au tableau des réponses d'un élève
09	Validation des réponses à TX2 et non validation de celles à TX3	Modification magistrale des réponses
10	Recherches individuelles guidées	
12	Correction de TX4	Reproduction au tableau de la réponse d'un élève
14	Validation d'une réponse à TX3	Modification magistrale de la réponse
15	Redéfinition de l'enjeu didactique, nouveau temps	Débat entre P et la Classe

	de recherche et émergence d'une technique	
19	Correction de TX1 interrompue par P	Reproduction au tableau de la réponse d'un élève
20	Retour sur la technique	Écriture par P d'éléments praxéologiques TX5 et TX6
28	Correction de TX1	Reproduction au tableau de la réponse d'un élève
31	Validation d'une réponse à TX1	Modification de la réponse par P
34	Validation d'une technique	Discours magistral
35	Correction de TX3	Reproduction au tableau de la réponse d'un élève
41	Validation de TX3	Modification de la réponse par P
45	Duplication des réponses sur les cahiers personnels et énonciation de devoirs à la maison	Écriture par P d'une nouvelle consigne TX7

Tableau 9 *: Synopsis du tableau 3*

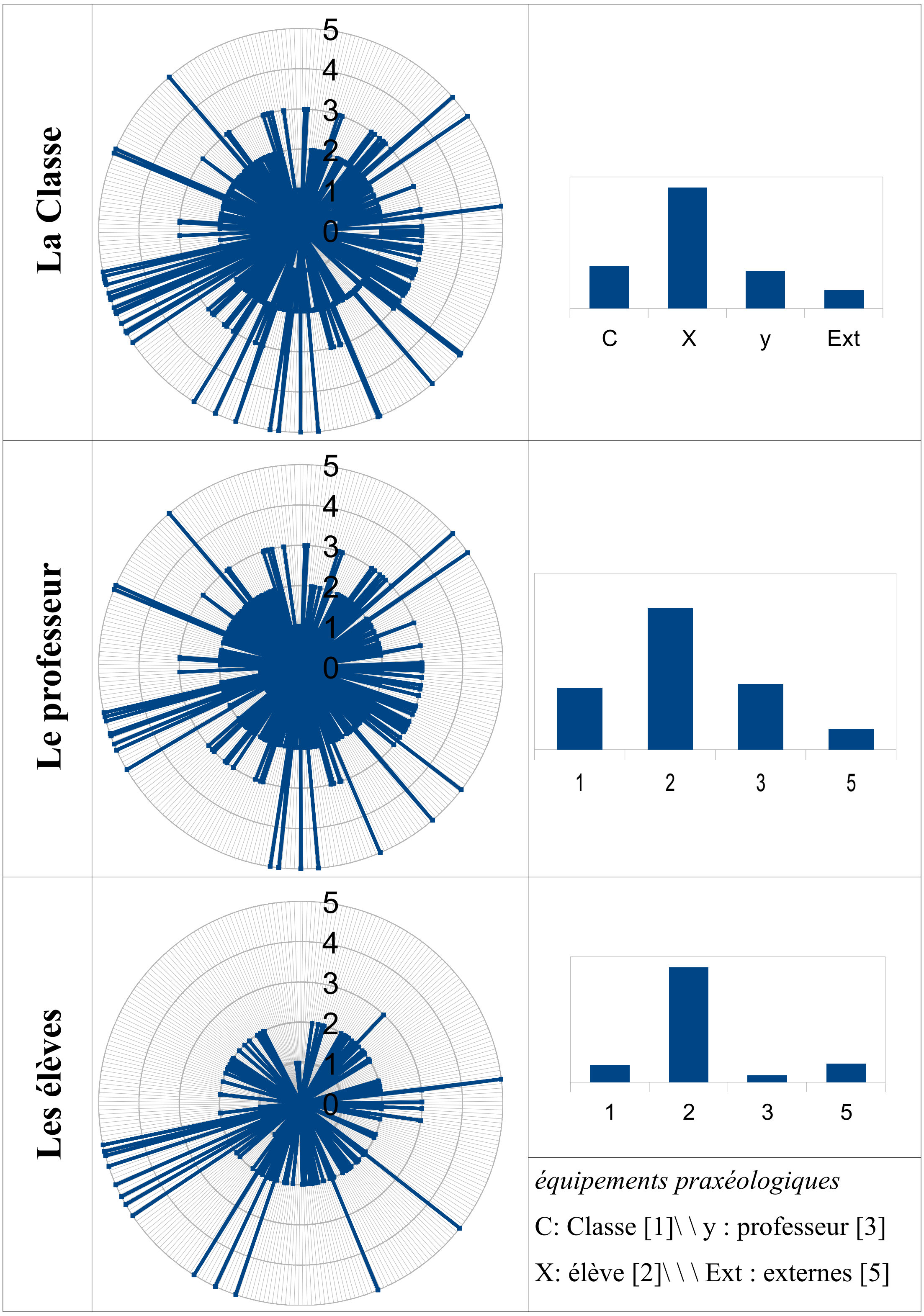


Figure 11. *Évolutions et répartitions des sources de référence employées dans le tableau de Classe 3*

4 Bilan

Les textes du savoir écrits au tableau de la Classe, par la professeure ou par un élève, sont donc au centre du dispositif de l'étude. Ils ont une forte valence contractuelle à plusieurs titres :

- ils permettent à *y* de définir le travail à faire (topogenèse) ;
- ils rythment l'avancée du temps didactique (chronogenèse) ;
- ils sont la trace écrite des transactions didactiques (mésogenèse) ;
- ils supportent l'équipement praxéologique de la Classe *EP(C)* que les élèves doivent intégrer dans leurs équipements officiels.

Mais ce découpage du temps didactique n'est pas conforme aux temps d'apprentissage des élèves. Pour eux, les différents moments se chevauchent et les devoirs à faire à la maison seront nécessaires pour réellement assimiler la technique τ et son environnement technologico-théorique. Certains élèves, peut-être la majorité, déclarent en effet leurs difficultés, comme par exemple à t = 46:08 :

[2] E : Je n'ai rien compris avec le zéro.

L'évolution du texte *TX1*, détaillée dans le tableau 10, révèle une des raisons de ces difficultés de compréhension : au final, le texte écrit au tableau puis recopié sur les cahiers personnels n'est plus celui d'un élève, mais celui presque exclusivement de la professeure. La principale source de référence qui permet la construction de l'équipement praxéologique de la Classe, puis ceux des élèves, est donc ici l'équipement praxéologique officiel de la Professeure.

La technique τ que la professeure met en œuvre repose sur celle préconisée par les textes d'accompagnement et qui se résume en « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé ». L'environnement technologico-théorique est bien le même, les nombres opposés, mais τ utilise ces derniers pour obtenir une décomposition de 0. C'est ce que le texte *TX5* institutionnalise. Or, dans ce texte, les deux nombres opposés +2 et -2 sont les opérandes d'une addition et non d'une soustraction comme dans *TX1*. C'est pourquoi la professeure doit rappeler un autre élément technologique encore une fois issu de son propre équipement praxéologique et qu'elle suppose faire partie de ceux des élèves :

> [3] y : J'ajoute un nombre, et je soustrais ce même nombre, c'est comme si je n'avais rien fait (t = 32:55)

Mais elle illustre ce praxème mathématique par un exemple sur des nombres positifs, alors que les nombres négatifs sont en jeu, passant ainsi sous silence cette extension praxémique :

> [3]y : Si vous avez quatre et que vous lui soustrayez quatre, ça fait combien ?

Date	Acteur	Acte	Source	Texte T1	Praxème
02:13	y	Production	EP(y)	* **(+7) - (-2)**	
11:12	x4	Duplication	EP(x4)	* **(+7) - (-2)** = +7 – 2 = +5	faux
12:42	y	Effacement	EP(y)	* **(+7) - (-2)** =	
19:24	y	Duplication	EP(x17)	* **(+7) - (-2) =** (+7) – 0 – (-2)	a – 0 = 0
15:05	y	Effacement	EP(y)	* **(+7) - (-2)** =	
19:39	y	Modification	EP(y)	(+7) - (-2) = (+7) + 0 – (-2)	a + 0 = 0
21:50	y	Production	EP(y)	* **(+7) - (-2)** = (+7) + 0 – (-2) = 7 + 2 – 2 – (-2)	0 = a – a
30:34	y	Modification	EP(y)	* **(+7) - (-2) =** (+7) + 0 – (-2) = 7 + 2 + (-2) – (-2)	a – b = a + Opp(b)
31:11	y	Production	EP(y)	* **(+7) - (-2) =** (+7) + 0 – (-2) = $7 + 2 \underbrace{+ (-2) - (-2)}_{0}$	associativité
33:19	y	Production	EP(y)	* **(+7) - (-2) =** (+7) + 0 – (-2) = 7 + 2 + (-2) – (-2) = 9	a – a = 0

Tableau 10 *: évolution du texte TX1 du tableau 3*

Mais la technique τ demeure difficile à comprendre et à mettre en œuvre par les élèves. Dans la résolution de *TX1* en particulier, un examen détaillé montre sa complexité :

- d'abord un 0 est introduit avant la seconde opérande b = (-2) de la soustraction a – b :

a – b = a + 0 – b ici *(+7) - (-2) = (+7) + 0 – (-2)*

- puis ce zéro est décomposé en la somme de deux nombres opposés, d'abord en utilisant une soustraction, *0 = c - c*, avec un nombre c qui est déjà l'opposé de b :

  a – b = a + opp(b) - (opp(b)) – b, et ici : 7 + 2 – 2 – (-2)

- puis en ajoutant des parenthèses grâce à la mise en œuvre d'un autre élément technologique : soustraire un nombre c'est ajouter son opposé (*prax3*). *a – b = a + opp(b) + opp(opp(b)) – b, et ici : 7 + 2 + (-2) – (-2)*

- puis un glissement associatif est effectué sur la soustraction restante, dont le résultat est nul si on accepte de généraliser aux nombres négatifs la propriété sus-citée « J'ajoute un nombre, et je soustrais ce même nombre, c'est comme si je n'avais rien fait » :

  a – b = a + opp(b) +0 = a + opp(b). Il ne reste bien ici plus que 7 + 2, soit 9.

La technique τ ressemble donc bien à la technique officielle et conduit finalement à la même formule, mais avec le truchement d'autres éléments technologiques plus ou moins explicités. Pour la professeure, elle semble donc pouvoir assumer une fonction calculatoire tout en apportant une justification technologique.

Les sources de référence internes employées par les professeurs et les élèves sont donc essentiellement de deux types : leurs équipements praxéologiques officiels et l'équipement praxéologique de la Classe. Mais la répartition effective de ces sources dépend fortement de deux paramètres : les moments de l'étude et l'auteur des discours.

En ce qui concerne le premier paramètre, l'analyse globale de la séance a montré comment la professeure, au travers des techniques qu'elle met en œuvre, utilise :

- des référencements de l'équipement praxéologique de la Classe, *EP(C)*, ou des auto-référencements de son propre équipement praxéologique *EP(y),* dans la première rencontre et dans les institutionnalisations perlées des praxèmes et des techniques (*τp1* et *τp2*) ;
- des référencements ou des mises en comparaison des équipements praxéologiques officiels des élèves dans les moments d'exploration ou de travail (*τp3* et *τp5*) ;

- des référencements des équipements praxéologiques officiels des élèves puis des auto-référencements dans la production et la modification des textes écrits au tableau ($\tau p4$ et $\tau p6$).

Les sources de référence utilisées par les élèves suivent également cette répartition en fonction des moments de l'étude, mais, comme le montre la figure 11, dans des proportions différentes. **La professeure référence davantage *EP(C)* et *EP(y)* que ne le font les élèves. Les élèves s'auto-référencent à plus de 70 %**.

Venons-en au références externes. Au cours de cette séance, **les élèves font plusieurs références à des extraits de l'équipement praxéologique de la Classe ou à des équipements praxéologiques externes que la professeure ne retient pas, les jugeant hors contrat didactique**, c'est-à-dire non valides pour procurer des réponses à l'enjeu *Q*. Le tableau 11 rassemble ces actes de référencement réalisés par des élèves.

Dates	Références	Discours
15:44	Analogie de l'ascenseur	[5] E12 : En fait moi je me vois comme dans un ascenseur en fait. [5] y : dans un ascenseur [5] E12 : On est au moins sept à l'étage [5] y : On est au moins sept, étage, OK [5] E12 : Et on descend encore de deux. Donc pour moi ça fait qu'on est à moins neuf, en fait. [5] y : Alors ce que tu es en train de me dire : je suis dans un ascenseur, je suis au moins sept. Et je soustrais... et je descends encore de deux, ça s'écrirait comment ça ?
16:10	Règle des signes	[5] E13 : Mois et moins ça fait plus ! [5] y : Alors le problème, c'est que ce genre d'explications, c'est très gênant dans le calcul. Voilà.

		Mais tu as raison, ça peut donner parfois une intuition pour arriver à le vérifier ensuite. [5] y :Mais bon, là on ne va pas arriver tellement en s'en sortir comme ça. [...] [1] E13 : Oui, on avait vu aussi que deux moins ça faisait un plus, je crois. Pierre il l'avait dit... [1] y : Oui, oui oui, mais je lui avais répondu quoi ? [5] y : Qu'on le verrait en quatrième et que c'était lié à quoi ? … Je ne sais plus si je vous l'avais dit. À la multiplication. [1] y : Donc là vraiment, on n'en est pas encore là, pas encore là du tout. [5] E14 : Deux signes différents ça fait un moins et deux signes les mêmes ça fait un plus. [5] y : Tu me parles de la multiplication. Bon, d'accord. On n'en est pas là.
17:45	Somme des angles d'un triangle	[5] E : La somme des angles... la somme des triangles
18:23	Algèbre et lettre X	[5] E15 : X
18:54	Analogie économique et coût	[5] E : Parce que ça ne coûte rien
20:22	Écritures fractionnaires	[5] E20 : Ah oui, on a fait une écriture fractionnaire, on a …
21:46	Algèbre et lettre X	[5] E15 : X moins ...

29:40	Utilisation de la calculette	[5] E : Et si on le faisait à la calculette ? [5] y : Ici … et bien ça pourrait être un contrôle intéressant,de toute façon, la calculette!
34:37	Règle des signes	[5] E23 : parce que sept moins moins deux ça fait comme si on additionnait deux à sept. Puisque ça va revenir à neuf, le résultat.

Tableau 11 : *Références externes des élèves du tableau 3*

Toutes ces références ont pour source des environnements technologico-théoriques déjà présents dans l'équipement praxéologique de la Classe, sauf peut-être l'analogie de l'ascenseur qu'un élève propose d'utiliser. La professeure écarte partiellement cette technologie potentielle car, dit-elle :

> [5] y : le problème, c'est que ce genre d'explications, c'est très gênant dans le calcul. Mais tu as raison, ça peut donner parfois une intuition pour arriver à le vérifier ensuite. (t= 00:16:11)

Cette analogie de l'ascenseur relève, tout comme celle du thermomètre, d'une instanciation de la droite graduée.

La 'règle des signes' quant à elle est référencée plusieurs fois. Au dire des élèves, cette règle a été évoquée dans les séances précédentes sur l'addition de nombres relatifs. La professeure l'écarte néanmoins en se servant encore une fois d'une référence à *EP(C)* et rappelant son caractère hors contrat didactique car du programme de quatrième. Mais la règle des signes est tenace et efficace. La professeure est au bout du compte obligée de le reconnaître partiellement au deuxième référencement (t = 34:43) :

> [2] y: Alors en effet, E22 est en train de me dire qu'en fait, finalement, quand on fait plus sept moins moins deux, c'est pareil que si on avait fait directement sept plus deux. Donc en fait c'est comme si on avait directement additionné deux plutôt que soustraire moins deux.

La règle des signes est donc une référence hors contrat didactique qui s'introduit dans le milieu de la Classe. Sa source est certainement à chercher dans les nombreux systèmes didactiques externes auxquels les élèves participent, à commencer par leurs familles, ou peut-être dans les discours que la professeure aurait tenu dans les séances précédentes, et qui alors traduirait de sa part un certain conservatisme de praxéologies anciennes, peut-être personnelles, mais devenus obsolètes en cinquième.

Le fait que la professeure n'a pas utilisé une notation du type *Opp(a)* pour désigner les nombres négatifs a-t-il une influence sur la fréquence de référencement de la règle des signes ? La question reste ouverte, mais des observations par ailleurs d'autres classes tendraient à montrer que même avec une telle notation, la règle des signes est toujours référencée par les élèves.

La professeure use elle aussi de références externes. Le tableau 12 les résume.

Dates	Références	Discours
08:41	Jouer aux devinettes	[5] y : Attendez. Je ne … moi je ne veux pas jouer aux devinettes. Je ne veux pas jouer aux devinettes, je veux essayer de réfléchir à ce qui a été écrit.
12:03	S'exprimer en français	[5] y : En faisant une phrase en français
12:05	Une explication de bon sens	[5] y : Mais une explication de bon sens. Oui ?
22:53 23:25	Zéro élément neutre Zéro élément neutre	[5] y : Qu'est-ce qu'il nous faudrait ici pour arriver justement à le neutraliser ce moins moins deux ? [5] y : Donc, avec quoi je pourrais neutraliser cette action de soustraire moins deux ?

25:30	Zéro élément neutre	[5] y : Alors. Je reprends avec cette soustraction de moins deux. Soustraire moins deux. Que faudrait-il que l'on fasse pour arriver à neutraliser cette soustraction de moins deux. Oui ?
39:09	Zéro élément neutre	[4] y : Parce que comme ça, tu neutralises le moins moins deux, comme je l'ai dit tout à l'heure. OK ?

Tableau 12 : *- Références externes du professeur du tableau 3*

Les trois premiers référencements de la professeure ont pour source la « vie quotidienne », expression employée dans les programmes officiels. Un peu comme l'équipement praxéologique de l'honnête homme référencé par Topaze (Pagnol 1931, acte I scène XII), ces savoirs sont censés faire partie de la culture générale.

La référence au potentiel de 'neutralisation' de zéro est *a priori* bi-sémique. En effet, « neutraliser une action » (t = 24:09) peut déjà renvoyer au sens courant du verbe dans la vie quotidienne, à savoir rendre une action inopérante ou la compenser par une autre conduisant à des effets contraires. Mais lorsque l'action est une opération arithmétique, il s'agit plutôt de la propriété algébrique de zéro qui en fait l'élément neutre du groupe additif des décimaux relatifs (*prax2*). C'est une référence aux savoirs savants des mathématiciens. **La professeure tente donc d'équilibrer le jeu didactique qu'elle conduit *hic et nunc* dans sa classe avec ses propres connaissances des « jeux épistémiques sources »** (Sensevy, 2011).

Au final, les chronogrammes référentiels de la figure 11 présentent la succession des actes de référencements dans la séance analysés. Les actions de référencement, publiques, qu'elles soient orales ou écrites, mettent en rapport des éléments du milieu actionnel de la Classe avec les institutions élèves ou Classe. Les savoirs inclus dans ce milieu sont de deux types : des savoirs praxémiques qui sont supposés faire déjà partie des équipements praxéologiques personnels des élèves ou de la Classe, et des savoirs nouveaux, généralement plus complexes et associés à des techniques qui font l'objet de l'apprentissage. Les rapports aux savoirs praxémiques sont des réactivations partielles des équipements praxéologiques des élèves. Un déplacement existe cependant dans cette séance, car les savoirs praxémiques, qui s'appliquaient jusqu'alors uniquement avec des nombres positifs, sont mis en œuvre sur des nombres négatifs. Les équipements praxéologiques officiels des élèves devront donc intégrer cette extension de la portée des praxèmes, extension qui fait partie *de facto* de l'équipement praxéologique de la Classe.

Quant à la technique τ, inédite jusque là, ses rapports aux élèves ou à la Classe sont encore très peu stables. Même si après l'écriture du texte *TX1* on peut considérer, comme le fait la professeure, qu'elle a intégré l'équipement praxéologique de la Classe, elle n'est pas encore dans les équipements praxéologiques des élèves.

La règle des signes par contre semble d'ores et déjà faire partie des équipements praxéologiques non officiels de certains élèves. La professeure aura même dû accepter son entrée dans le milieu de la Classe, déplaçant ainsi l'équilibre didactique initialement programmé. **L'emploi de la règle des signes est une technique issue de sources externes hors contrat didactique qui est plus efficace que la technique algébrique savante.**

Le milieu actionnel inclut également des éléments ostensifs, les textes *TX0* à *TX7*, et matériels, en particulier le tableau de la Classe et les cahiers personnels des élèves. Les textes *TX1* et *TX3* sont en lien avec la technique τ, les autres avec des techniques anciennes devenues *a priori* routinières. Les actions de référencement des ces textes (production, modification,...) établissent donc aussi des rapports aux savoirs. Or, être l'acteur ou la source de référence d'une telle action, et pas un simple spectateur, renforce ce rapport au savoir. Le rapport d'un élève donné à τ fait donc d'autant plus évoluer son équipement praxéologique officiel qu'il est impliqué dans les actions relatives à *TX1* et *TX3*.

À l'issue de la séance analysée, les rapports aux savoirs nouveaux (extension des praxèmes des nombres positifs aux nombres relatifs et technique τ) que les élèves ont établis sous la conduite de leur professeure n'ont donc pas encore intégré de façon pérenne leurs équipements praxéologiques officiels, mais font désormais partie de l'équipement praxéologique de la Classe. Les topos des

élèves sont assez semblables à ceux du tableau précédent, étant souvent impliqués par des travaux en autonomie ou en binômes, et étant très peu auteurs des textes relatifs aux savoirs problématiques rencontrés. Le milieu actionnel est là aussi réduit à sa plus simple expression.

Les chronogrammes ci-après mettent en évidence les nombreuses références externes rencontrées dans cette séance et la forte implication de la professeure dans la constitution de l'équipement praxéologique de la Classe.

Tableau 4

Soustraction de relatifs en cinquième, bis

1 Présentation du tableau

Ce cinquième tableau de classe est très proche du précédent. C'est le même enjeu didactique Q : comment soustraire un nombre négatif, avec la même professeure y, mais avec une autre classe d'élèves. Un élément contextuel majeur pour l'analyse qui en sera faite est que cette séance est postérieure à la séance précédente. **Cela permettra de porter davantage le regard sur l'évolution de l'équipement praxéologique didactique de la professeure, et de voir comment cette fois-ci elle intègrera la référence externe car hors contrat didactique qu'est la règle des signes**. L'analyse proposée pour ce tableau ne reprendra donc pas les éléments communs aux deux et sera plus brève. Le matériel exploité est issu de la même bande vidéo enregistrée en 2009/2010 par les membres de l'équipe (CD)AMPERES.

2 Description de la Classe

La Classe observée, *C*, est constituée là aussi d'environ trente élèves $X=\{xi,\ 1\leq i\leq 30\}$ et de la professeure y. C'est toujours une Classe de mathématique de niveau cinquième[6] du collège. Le milieu actionnel de la Classe est similaire au précédent, classique, avec en particulier le tableau noir à craies et des élèves en rangées

6 Deuxième niveau du collège, élèves âgés en moyenne de douze ans

parallèles.

3 Analyse globale de la séance

La séance démarre de façon semblable à la précédente : le moment de première rencontre avec l'enjeu et le type de tâches associé n'a pas changé, reposant sur les mêmes techniques didactiques professorales *:* demander aux élèves de référencer l'équipement praxéologique de la Classe par des rappels ou des anticipations (*τp1)*, ou se référer à soi-même (*τp2)*. Le titre *TX0* de la leçon est le même : « Soustraction des nombres relatifs », de même que les quatre textes de consigne mais proposés dans un ordre différent:

TX1 : « (+7) - (+2) »
TX2 : « (+7) - (-2) »
TX3 : « (-7) - (+2) »
TX4 : « (-7) - (-2) »

Les calculs TX1 et TX3 sont également très vite traités, avec les mêmes techniques didactiques professorales de référencement des équipements praxéologiques officiels des élèves *via* la stimulation de leurs actions privées (*τp3*), la reproduction de leurs discours privés (*τp4)* et la mise en comparaison des discours publics (*τp4).*

Très vite la règle des signes émerge dans les discours :

> [5] E : Vous n'avez pas dit une fois que moins...moins ça fait... (t= 00:02:21)
> […]
> [5] y : Oh non L.....Vous allez me poser ça, cette question, à chaque heure ? […] Hier tu m'en as encore reparlé (t=00:03:39)

Le texte TX1 est institutionnalisé dès la dixième minute et est intégralement celui de l'élève qui l'a écrit au tableau. Il permet de revenir sur un élément praxémique censé déjà faire partie des équipements praxéologiques officiels des élèves mais qui n'était pas apparu dans le tableau précédent : les nombres positifs peuvent être écrits sans ou avec leur signe + :

[1] y: Quand tu écris 2 à la place de +2, c'est que l'on a vu comme le disait C dans le premier chapitre sur les nombres relatifs +2 et 2 c'est le même nombre (t= 00:10:56)

Le texte TX3 est institutionnalisé deux minutes plus tard, et est le résultat d'une double modification : l'élève qui l'écrit au tableau en propose une première version qu'il modifie aussitôt. Cette deuxième version étant fausse, la professeure l'efface aussitôt pour revenir à la version initiale qui était juste :

[2] y: Bon ce calcul là, maintenant que l'on a rétabli la première écriture de JL, est ce que vous êtes d'accord avec ce qui a été écrit ici (t=00:11:18)

Le calcul du texte TX4 est ensuite examiné. Sur suggestion d'un élève, une première parenthèse est enlevée de l'écriture. Mais la règle des signes, qui avait déjà fait des apparitions vite écartées par la professeure dès le début de la séance, revient. Cette fois ci, la professeure ne va plus la rejeter d'autorité comme dans la séance précédente, mais va au contraire s'appuyer sur son existence dans l'équipement praxéologique non officiel de certains élèves pour faire avancer rapidement le temps didactique de la classe :

[2] y : MS avait une intuition.! J'ai vu J qui l'avait écrit. Mais il y en a d'autres qui l'on écrit. J. qu'est ce que tu as écrit ?
[5] E: J'ai écrit que (-7) - (-2) = -7 + 2 = -5
[5] y : Alors lui ce -(-2) il l'a remplacé par + 2
[5'] E : Pourquoi ?
[5] y : Pourquoi ? Je suis d'accord avec toi, pourquoi ? J pourquoi ?
(…)
[5] E: parce que moins plus moins égale plus
[5] y : Donc cela est une intuition. Peut être qu'on va la vérifier. Peut être au contraire on va voir que c'est faux.
[0] y : J et L, on se concentre !
[5] y : Donc on va essayer de travailler,de façon a pouvoir effectuer ce type de calcul. On est d'accord. Pour l'instant je n'écris pas cela. On en est

là. (t=00:13:33)

La professeure efface donc le calcul de TX4 proposé par l'élève. Puis elle demande à la classe de revenir au calcul TX2 et essaie, s'appuyant sur l'équipement praxéologique récent de la Classe, d'orienter les échanges en direction de la technique mathématique qu'elle entend enseigner (*τ)* et qui consiste à introduire un zéro dans le calcul et à le décomposer de façon adéquate :

[1] y : Alors, comment faire pour arriver à effectuer ce calcul là ?
[5] y : Attention, vous avez bien compris, que l'on ne va pas jouer aux devinettes. D'accord !
[1] y : Il va falloir faire un raisonnement pour arriver à justifier le bon résultat que l'on aura trouvé
[2] y : Qu'est ce que l'on pourrait faire pour arriver à effectuer ce calcul là. Réfléchissez.
[1] y : On a déjà travaillé dans des situations du même genre.
[1] y : Quand est ce que l'on s'était trouvé bloqué avec ce même genre de situation ?
[1] y : C'est donc quand on avait travaillé sur l'addition
…
[1] y : Nous avions déjà rencontré ce type de calcul quand nous étions en train de travailler sur la somme. Quand nous avons essayé de voir comment fonctionnait les sommes de nombres relatifs. A ce moment là nous avions utilisé certaines méthodes. Est ce que vous vous souvenez ce que nous avions fait ?
[1] E : On avait décomposé
[1] y : Oui on avait fait une décomposition

Mais la décomposition proposée par l'élève n'est pas correcte : il affirme que « 2-(-2) ça fait 0 ». La professeure la réfute rapidement mais conserve bien évidemment l'idée de la décomposition :

[2] y : Non attends on va continuer à réfléchir. Là, je trouve qu'il nous a

fait faire une transformation qui est assez intéressante. Il faut arriver à travailler. Il a parlé aussi de quelque chose. Il était en train de faire intervenir un 0. (t=00:18:50)

Après quelques échanges encore, la technique se précise :

[1] y: On peut très bien introduire le zéro dans un calcul ça ne change rien.
(...)
[1] E : Donc comme +2 et -2 c'est des opposés.. En fait ça fait 0
[3] y : Ce qui est dommage, c'est que quand tu l'écris comme ça, c'est difficile de se rendre compte que ça fait 0. Moi je te propose autre chose. Non,non mais son idée de parenthèse est bonne, quand même. Tu es d'accord avec ça ?
[3] E : Oui
[3] y : Bon. Et là pourquoi c'est mieux ? Remets le plus comme il faut.
[3] E' : Moi je trouve cela plus compliqué
[1] y : Non. Alors pourquoi -2-(-2) ça ferait forcément 0
[1] E : Parce que à un nombre si on enlève ce même nombre ça fait 0
[1] y : Donc parce que on a d'abord ajouté -2 puis soustrait -2 donc ce nombre là ça ferait 0. On est d'accord.
[2] E : Et si ça fait 0, ça fait que 9 + 0 ça fait 9.
[2] y : Vas y continue. Et donc ça te fait finalement ?
[2] E : Et ça fait 9
[2] y : Oui (t=00:23:00)

Mais la règle des signes est tenace et ressurgit :

[5] E : Et donc ça voudrait dire que moins moins ça fait plus !
[5] y : Attends attends, on n'en est pas encore là.
[5] E : Donc ça fait 9. En fait si cela ça fait 9 ça veut dire que les deux moins ils s'annulent, pour faire un plus.
[5] y : Ce n'est pas qu'ils s'annulent. C'est que, comme tu as 9 c'est

comme si tu avais calculé 7+2. Voilà ce qu'il est en train de nous dire donc lui il a trouvé 9 ici et c'est comme si on avait calculé 7+2 (t= 00 :22:21)

Heureusement pour le professeur, elle est contre-intuitive pour certains élèves pour qui soustractions et additions sont des opérations différentes :

[5] E : C'est très compliqué
[5] E : ce n'est pas une soustraction alors
[5] y : pourquoi ?
[5] E : Parce que si on ajoute, on n'enlève pas. Le but de la soustraction c 'est d'enlever un nombre, une somme à un nombre. Et là on rajoute la somme.
[5] y : Ce qui te paraît bizarre c'est que cette soustraction tout à coup se transforme en addition.
[5] y : Alors là tu as une référence qui est intéressante Mais qui est une référence de ce qui se passe avec les nombres positifs. Mais là on est en train de travailler avec les nombres négatifs. Donc on va peut-être découvrir des choses. (t= 00:23:59)

Finalement, au bout de trente minutes, les calculs *TX2* et *TX4* sont terminés. La professeure aura réussi a introduire la technique du zéro mais, dans une sorte de consensus avec la classe, elle aura dû laisser vivre celle de la règle des signes. Les deux technologies coexistent ainsi dans un processus d'équilibration didactique (Sensevy, 2011, p. 279) entretenu par le professeur, entre une praxéologie épistémique théorique fondée sur la définition des nombres opposés et sur la neutralité de l'élément 0 dans le groupe additif des décimaux, et une praxéologie réelle développée par l'action conjointe de la Classe mais encore hors contrat didactique et qui se résume à un raccourci opératoire :

[2] y: Cette idée là qui est venue un peu à partir de ce que JL disait, elle a l'intérêt de nous montrer quand même le lien vraiment qu'il y aurait entre le (+7)-(-2) et le 7+2

[5] y : C'est ce que vous avez deviné ici, parce que JL, il nous a dit en fait calculer 7-(-2) c'est pareil que calculer 7+2 puisque 7+2 ça fait 9.

[1] y : Et là vraiment on le voit, on le voit bien.

[1] y : D’accord Donc on vient d'arriver à effectuer ces deux calculs (+7)-(-2) et (-7)-(-2) en utilisant le 0. De toute façon le zéro a été utilisé dans les deux cas. Pas exactement de la même façon, mais on a bien utilisé 0 là. Et là on l'a utilisé deux fois.

[2] y: Avec la méthode de votre choix je vais vous demander de faire d'autres calculs du même genre.

[0] E : Oh non !

[2] y : Le but. Écoutez moi bien. Le but, c'est d'arriver , parce que j'ai l'impression vous les trouvez un peu longs et fatigants ces calculs

[2] E : Et durs !

[2] y : Voilà. Mais je suis d'accord avec vous.

[3] E : Vous nous avez mâché le travail.

[1] y : Le but c'est d'arriver à trouver une méthode plus rapide de calcul. D'accord, on va redonner quelques calculs à faire.

[3] y : S'il vous plaît, je vous donne une série de calculs, vous les faites en utilisant la méthode que vous préférez. Chut. (t=00:36:36)

Dans la dernière demi-heure de la séance, trois nouveaux calculs seront proposés. Même si la technique du zéro est encore explicitée par la professeure, sa fonction sera de plus en plus réduite à celle d'une justification de la règle des signes qui sera énoncée par la professeure dans sa version institutionnelle définie par le programme officiel :- à t = 00:43:31

[3] y: Ça y est ! Soustraire un nombre négatif, c'est ajouter son opposé (t=00:43:31)

[1] E: Ah il n'y a plus besoin de passer par la méthode (t= 00:45:25)

La séance s'achève ainsi par un moment d'entrainement à la technique qui sera interrompu par la sonnerie.

Temps en min	**Étapes de l'étude**	**Équipement praxéologique de la Classe**
00	Dévolution de l'enjeu didactique, remémorations praxéologiques, définition des règles d'action et énonciation des questions de recherche	Écrire par P au tableau du titre TX0 et des quatre calculs à effectuer, TX1, TX2, TX3 et TX4
02	Recherches individuelles de réponses et émergence d'un technique élève (règle des signes)	
10	Correction et validation de TX1	Reproduction au tableau des réponses d'un élève et validation par P
12	Correction et validation de TX3	Reproduction au tableau des réponses d'un élève et validation par P
19	Non validation de la technique élève et émergence de la technique savante	Discours magistral
20	Recherches individuelles	
30	Correction et validation de TX2 et TX4	Reproduction au tableau des réponses d'un élève et validation par P
35	Validation de la technique savante	Discours magistral
36	Production de nouvelles questions et recherches individuelles de réponses	Écriture par P au tableau de nouveaux calculs à effecuer
43	Institutionnalisation de la technique savante	Discours magistral
45	Recherches individuelles	

Tableau 13 *: synopsis du tableau 4*

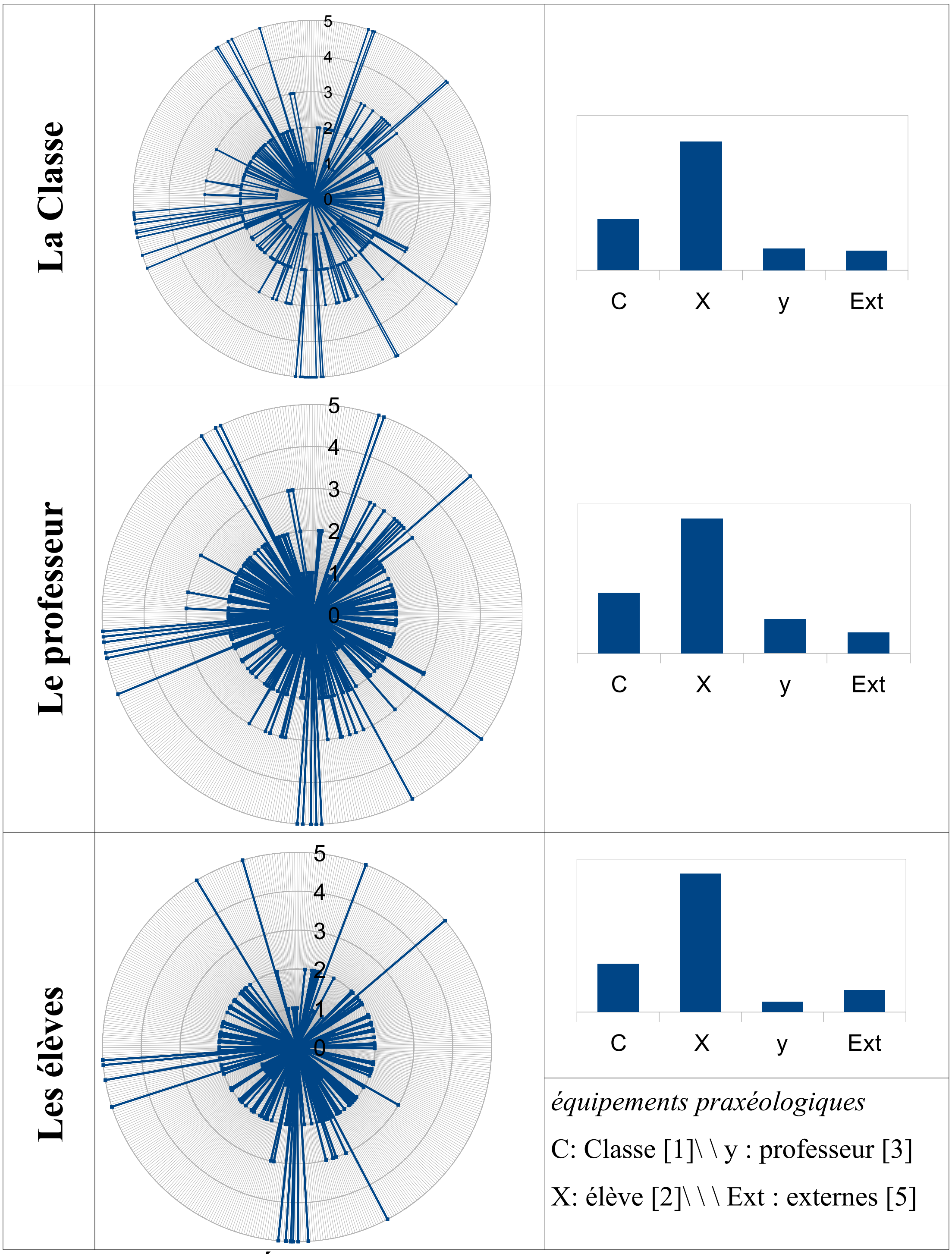


Figure 12. Évolutions et répartitions des sources de référence employées dans le tableau de Classe 4

4 Bilan

Les textes publics écrits au tableau de la classe sont encore fortement corrélés à l'avancée du temps didactique : TX0, titre de la séance, marque la première rencontre avec le type de tâche associé à l'enjeu Q. C'est un moment pendant lequel les tâches à effectuer sont dévoluées et où les règles de l'action commune ou privée sont définies. La production par la professeure des quatre textes de consigne lance ensuite l'exploration du type de tâches. Des phases d'action, de communication et de validation (au sens de Brousseau) se succèdent alors pendant lesquelles la professeure régule les référencements réalisés par les élèves, mettant en œuvre diverses techniques didactiques. Les textes TX1 à TX4 sont dans cette séance l'œuvre de plusieurs auteurs, contrairement à ce qu'il en avait été dans la séance précédente, où ils étaient essentiellement produits par la professeure. Leur validation par la professeure et leur duplication dans les cahiers personnels des élèves cèlent l'institutionnalisation des techniques mathématiques. Les textes TX6 à TX8 permettent d'entrer davantage dans le travail des techniques.

Les graphiques de répartition des sources de référence sont semblables à ceux du tableau précédent. Mais ici **les références externes hors contrat didactique (la règle des signes) établissent des rapports à des savoirs qui ne seront plus écartés, mais qui au contraire seront intégrés à l'équipement praxéologique de la Classe**. La technique induite par l'emploi de la règle des signes acquiert dans cette séance une valence opératoire forte, si bien que la technique τ d'introduction d'un 0 n'apparaît plus que comme une justification technologique de la première. La rapide avancée du temps didactique et l'entrée de la Classe dans un moment de travail de la technique montrent à quel point cette évolution de la praxéologie didactique de la professeure aura été efficace.

Tableau 5

Découverte de la symétrie axiale en sixième

1 Présentation du tableau

Ce cinquième tableau a pour principal intérêt de montrer une répartition des sources de références inversée par rapport à celles des tableaux précédents. L'équipement praxéologique officiel et non officiel des élèves y sera non seulement très référencé, mais c'est en outre sur lui que reposera l'organisation mathématique ultérieure de l'équipement praxéologique de la Classe. En outre, ce tableau présentera un milieu actionnel riche en documents multimédia.

Le matériel exploité provient d'une observation directe de la séance par le chercheur, qui est donc présent dans la salle de Classe. Il est constitué d'un enregistrement audio, de notes d'observation et de documents publics fournis par le professeur.

2 Description de la Classe

La Classe elle-même comprend une professeure *y* et une classe de 31 élèves. Le tableau de la Classe va ici aussi s'avérer être un élément matériel majeur du milieu. Il sera associé dans son rôle médiatique à un dispositif de projection vidéo et à un document papier photocopié et distribué aux élèves (figure 13).

La séance observée initie une séquence d'enseignement dont l'enjeu se situe au niveau de la classe de sixième et concerne la découverte de la symétrie axiale et de ses propriétés. C'est le thème 3.2 « Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale) » du programme officiel (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008) et trois compétences sont listées :

> - Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure).
> - Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, * du rapporteur.
> - Effectuer les tracés de l'image d'une figure par symétrie axiale à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas).
>
> L'élève peut utiliser la méthode de son choix. (Op. cité)

Cette transformation plane a déjà fait l'objet d'études à l'école primaire, avec en particulier la découverte d'objets symétriques (les lettres de l'alphabet et les chiffres en sont des cas particuliers) et l'émergence du concept d'axe de symétrie. L'équipement praxéologique des élèves contient donc officiellement des praxéologies sur lesquelles le professeur devra s'appuyer pour construire les nouvelles :

> Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de « conservation » de la symétrie axiale (conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires). (Op. cité)

Passer du concept d'axe de symétrie à celui de symétrie axiale est donc l'enjeu de la séquence d'enseignement. Cela supposera la réactivation de rapports à des savoirs anciens, comme l'invariance des longueurs et des aires lors d'un déplacement dans le plan.

La séance observée étant la première de la séquence, son enjeu Q est de réactiver les savoirs de l'école primaire pour mieux rencontrer la transformation plane qu'est la symétrie axiale. Pour l'atteindre, la professeure aurait pu s'y prendre de plusieurs façons : rappels magistraux, évaluation diagnostique, débat classe entière,... Mais elle met en œuvre un dispositif tout autre : sous sa conduite et à partir de documents fournis, la classe devra produire une programmation de la séquence à venir.

3 Analyse de la séance

Dès l'entrée dans la salle de Classe, la professeure écrit et souligne en rouge au tableau de la classe le texte *TX0* = " Chapitre 10 : ", un titre de chapitre numéroté mais non précisé. Puis elle allume un ordinateur de bureau relié à un écran de télévision qui projettera ensuite trois images, les mêmes que celles qui apparaissant sur le document papier distribué à chaque élève et intitulé « l'image mystérieuse » (figure 13). Sur ce document, introduit dans le milieu actionnel par la professeure, sont représentés un oiseau posé sur un plan d'eau, un paysage de montagne et un homme accoudé sur une table de verre. Ce sont ainsi des références externes aux mathématiques, donc à la Classe, qui viennent initier l'étude. Cette pratique didactique professorale est d'usage courant pour introduire ce type d'enjeu du domaine géométrique. Ce qui le sera moins, c'est comment par la suite ce document va permettre l'organisation mathématique de la séquence.

Le document photographique étant distribué à chaque élève, la professeure rappelle des règles d'actions :

> [1] y: Donc comme d'habitude pendant les séances d'activité, vous notez tout ce à quoi vous avez pensé à la lecture de l'énoncé. (…)
> [1] y :On colle l'énoncé afin de ne pas le perdre.
> [1] y :Est ce que quelqu'un veut me lire son contenu, s'il vous plaît ? (…)
> [3] y : Alors vous avez trois images à votre disposition sur cette feuille,si vous le désirez je vous les mets en couleurs à l'écran.
> [1] y :Hop, là. Au cas où cela puisse vous aider. Vous avez des observations à réaliser sur ces images.
> [1] y :Vous pouvez écrire sur les images.
> [1] y : Le plus important étant de consigner sur votre feuille tout ce que vous avez observé, afin de permettre la construction de notre cours.

[1] y : Je vous laisse une dizaine de minutes. (t= 00:02:22)

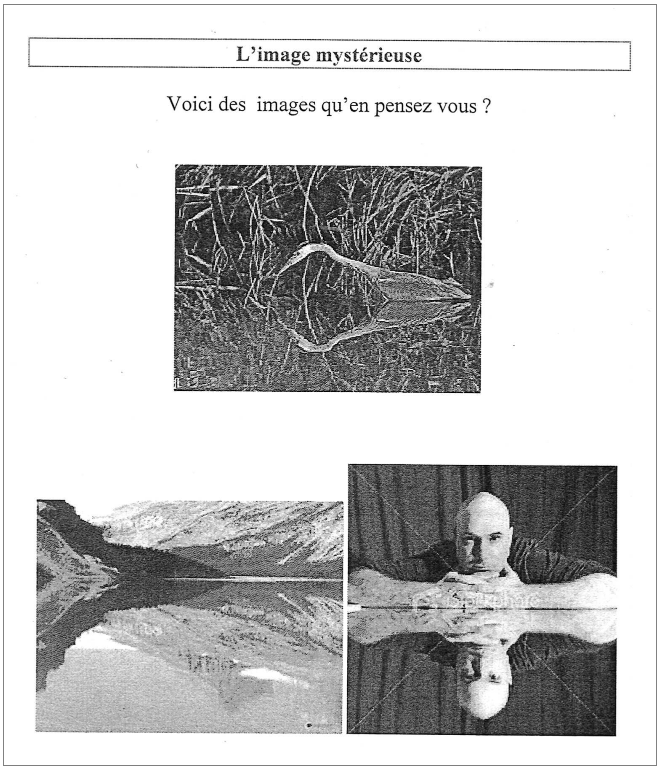


Figure 13. *L'image mystérieuse du tableau de Classe 5*

Dix minutes sont alors accordées aux élèves pour une rencontre individuelle avec la symétrie axiale. Puis la professeure propose de mettre en commun au tableau de la Classe les observations de chacun :

[2] y: Qui n'a pas terminé ses observations ?

[2] y: Vous avez tous fini ?. c'est bon ou pas ?

[2] y: c'était ta dernière phrase.

[1] y: Alors on va procéder à la mise en commun. (*Elle écrit en vert « mise en commun » sur le tableau)*

[2] y: Alors M. qu'est ce que tu as vu ?

[2] EM : Ben. Les photos d'en bas et d'en haut ce sont les mêmes.

[2] y : Les photos d'en bas et d'en haut sont les mêmes. (*Elle écrit la*

phrase au tableau)

[2] EM : On voit que si on plie l'image, les deux dessins se rejoignent.

[2] EM: Mais je ne suis pas sur que (…)

[2] y : On essaye. Si on plie l'image.

[2] EM : Cela fait comme s'il n'y en avait qu'une, en fait cela fait pareil.

[2] EM : Cela se superpose.

[2] y : Cela se superpose.(Elle écrit cela *au tableau.)*

[2] y: Cela résume bien le fait que les deux images se rejoignent. C'est cela.

[2] y: D'autres observations, Y.? (t= 00:10:40)

La professeure se lance ainsi dans une retranscription systématique au tableau des discours des élèves. En outre, elle regroupe spatialement ces divers discours afin d'en faire ressortir une première organisation mathématique. **Elle met donc en œuvre une technique didactique de programmation de l'étude qui laisse un large topos aux élèves**.

Un peu plus loin, le même élève fait référence à son expérience personnelle à propos des images reflétées par les miroirs :

[5] EM : C'est comme si on se regarde dans un miroir. (t=00:11:00)

Plutôt que d'écarter cette référence externe, la professeure la relève et la reprendra plusieurs fois pour établir des comparaisons avec le document photographique et faire ainsi émerger des invariants caractéristiques de la symétrie axiale. En effet, même si le reflet dans un miroir n'est pas une symétrie plane par rapport à une droite mais une symétrie dans l'espace autour d'un plan, les mêmes propriétés apparaissent : conservation des longueurs, des aires et des angles géométriques, retournement de la figure. En outre la symétrie dans l'espace peut être composée avec une projection sur un plan, comme c'est le cas dans une photographie, et ainsi être identifiée à une symétrie plane.

Quelques minutes plus tard, pendant la discussion au sujet de l'image de paysage, la professeure tente d'élargir encore davantage la répartition des sources de références dans la Classe en faisant appel à la vie courante :

> [5] y: Dans quelles situations vous pouvez voir un reflet, non pas à l'horizontale, mais à la verticale. Un truc simple. (t= 00:14:14)

L'exemple proposé par un élève demeure cependant proche des mathématiques. L'usage qu'il fait alors des concepts non mathématiques de verticalité et d'horizontalité – ils se définissent simplement en un point M sur une sphère comme étant respectivement le rayon issu de M et une droite du plan tangent en M – traduit son manque de maîtrise de ceux d'axe de symétrie et de perpendicularité. Notons que c'est la professeure elle-même qui a fait usage la première de ces concepts, et que nous supposerons donc qu'ils font partie des équipements praxéologiques officiels. La professeure fera cependant plusieurs remarques pour les éliminer des discours :

> [2] EK: Par exemple si on fait un rectangle on peut mettre l'axe en longueur.
> [2] y : Sur un rectangle on peut mettre l'axe ?
> [2] EK : En longueur
> [2] y : C'est comment cela ?
> [2] EK : Verticalement.
> [2] y : Verticalement (*elle écrit).*
> [2] y : Ici on a toujours des axes, horizontaux.
> [2] y : Mais vous m'avez dit que cela existait à la verticale.
> [2] y : Et moi je suis un peu curieuse, vous croyez que l'axe c'est toujours soit bien horizontal soit bien vertical ? (t=00:15:34)

La professeure précisera un peu plus tard son attente réitérant sa demande de trouver des situations concrètes :

> [2] y : Donc il y a cinq minutes, je vous ai demandé une situation concrète. E. m'a répondu qu'on prend un rectangle, qu'on le coupe verticalement. Dans quoi vous voyez votre reflet, vous ? Tous les jours. (t=00:15:58)

Les élèves répondent bien sûr en chœur : le miroir !.

Un premier texte est ainsi créé au tableau par l'action conjointe. Tous les discours d'élèves y sont retranscrits par la professeure ou par les élèves qui s'y déplacent. Il prend la forme d'un titre suivi d'un tableau à deux colonnes. (figure 14) :

Mise en commun (en vert et souligné)	
* Les photos d'en haut et d'en bas sont les mêmes * Si on plie l'image ça se superpose * Axe de symétrie plus pliage * Au ~~milieu~~ de l'image (*le mot milieu a été barré)*	* C'est comme un reflet * Symétrie * Comme dans un miroir * L'axe se positionne là où commence le reflet * Ici on a toujours des axes

Figure 14 : *texte de mise en commun des observations de la Classe du tableau de Classe 5*

Au bout de dix-sept minutes écoulées, la professeure efface ce premier texte et propose une nouvelle production collective à construire selon les mêmes modalités : écrire ensemble le plan de la leçon. C'est le travail qui va être accompli par la Classe et qui aboutira à un nouveau texte co-écrit :

> [5] y: Effectivement tous les jours vous voyez votre reflet . Donc éventuellement une symétrie dans votre miroir.
> [1] y : Avec cette symétrie vous avez le nom officiel que l'on va mettre dans votre leçon. O ?
> [1] EO :Axe de symétrie.
> [1] y : Effectivement axe de symétrie.
> [2] y : Et est ce que l'on arrive à transformer cela avec un adjectif. M ?
> [1] EM :La symétrie axiale.
> [1] y :Très bien. Je peux effacer le premier morceau ? (…)
> [1] y : Alors le titre du chapitre ?
> [1] E :La symétrie axiale
> [1] y : Et qu'est ce que l'on va y écrire dans notre chapitre à part le titre ?

[5] E : On va écrire que la symétrie axiale, c'est comme si on se regardait dans un miroir.

[2] E : Si on le plie c'est superposé.

Ce travail va durer jusqu'à la fin de la séance. **C'est un moment de première rencontre qui se fonde praxéologiquement sur les équipements officiels que les élèves ont acquis dans les Classes et années scolaires précédentes. C'est aussi un acte d'écriture en commun d'un texte qui fixera l'organisation future de l'équipement praxéologique de la Classe**. Ainsi peu à peu des éléments technologiques relatifs à la symétrie axiales émergent :

[1] y: C'est quoi ? Le grand deux ?

[2] y : Effectivement quand tu as dit comment on la construit il faut comprendre comme tu me l'as dit une méthode de construction, pas de problème.

[2] y : Alors c'est intéressant, vous parliez d'une méthode de construction.

[2] y : Parce que jusque là vous m'avez dit comment on mettait l'axe

[5] y :et si moi je vous donne une photo, un axe, et que je vous demande de construire son reflet, vous faites comment ?

[2] E : Avec des carreaux.

[2] y : Pourquoi pas. On compte les carreaux. (*Elle écrit).* Quelqu'un a une autre idée. A ?

[2] EA :On peut compter les centimètres, aussi.

[2] y : Effectivement, on change juste d'unité de mesure, ici.

[5] ES : Sinon, sur une photo, on prend le (…)

[5] y : On peut simplifier la photo, parce que pour tracer une symétrie d'une photo vous allez avoir du mal.

[2] ES : On prend le premier reflet et on prendra l'axe et il faut qu'il soit je ne sais pas comment on le dit parallèle, mais je ne sais pas comment il faut le dire

[2] y : Vas-y

[2] ES : Il faut que les deux reflets soient parallèles.

[1] y Superposables on a dit tout à l'heure.
[2] y :Après qu'est ce que l'on en fait de notre superposition ?
[2] EX : Superposition identique.
[2] y : Identique. C'est à dire identique ? Tout pareil ?
[2] EX :C'est à dire qu'il y est exactement les mêmes mesures. Les mêmes carreaux.
[2] y :Si il y a les mêmes mesures, cela implique quoi pour la figure? (t= 00:21:21)

La technique didactique utilisée par la professeure consiste à enchaîner des questions à propos des propriétés des figures, tout en reformulant les réponses et en les retranscrivant au tableau. Même des remarques un peu éloignées des questions mathématiques sont abordées dans les échanges, comme celle concernant l'éventuelle transformation des couleurs par symétrie axiale, ce que nous considérons ici comme une référence externe car encore moins dans le champ mathématique que ne l'étaient les concepts de verticale et d'horizontale :

[2] y : Alors quoi d'autres, vous me parlez des dimensions et des mesures.
[3] y : Et les formes elles changent ?
[2] EM : Non elles restent pareilles sauf qu'elles sont inversées elles aussi.
[2] y : Effectivement. *Elle écrit*
[5] Et les couleurs si il y en avait ?
[5] EM : Elles seraient inversées.
[5] ET :Non !
[5] y :Qu'est ce que tu entends par inverser les couleurs, le vert devient rouge ?
[5] EM :Non c'est comme dans la photo. Vous voyez que tout en haut, il y a du vert vers la droite alors qu'en bas il y a tout de vert.
[5] EH :Normal
[5] y :Mais est ce que l'objet qui était vert en bas était vert aussi en haut ?

Ce qui est vert en bas est ce que c'est vert aussi en haut ?

[5] E :*Plusieurs réponses* oui non

[5] y : Alors P. ? .et ici sur la montagne,qu'est ce qu'il se passe? R ?

[5] ER : Elles sont identiques les couleurs. (t= 00:22:30)

Le plan de la leçon sera ainsi construit :

Chapitre 10 : Symétrie axiale (en rouge et souligné)

I. C'est quoi ?

II. Méthodes de construction

- compter les carreaux
- compter les centimètres
- exactement les mêmes mesures
  - les segments égaux
  - aires égales
- inversion
- papier calque
- mêmes formes intermédiaires
- inversion des couleurs ?

III. Formes, couleurs, dimensions

- reproduire : carrés, rectangles, losanges
- polygones
- cercles et portions
- axes de symétrie dans les figures
  - coupent la base en son milieu
  - coupent un angle en deux angles adjacents
- *Dessin d'un triangle isocèle codé*
  - il semblerait que l'axe soit la bissectrice
  - un triangle rectangle n'a pas d'axes de symétrie,

sauf le triangle rectangle isocèle

IV. Figures pouvant être coupées par un axe de symétrie

carré

rectangle

triangle isocèle

triangle équilatéral

un cercle : axes de symétrie de partout passant par le centre du cercle = diamètre

panneau danger diamètre → segment et axe → droite

on passe par le milieu mais pas par le diamètre

infinité d'axes

Figure 15 *: plan de la leçon co-écrit par la Classe du tableau de Classe 5*

Ce plan est ensuite recopié avant que les élèves ne quittent la salle de Classe. La professeure termine la séance en proposant une réécriture approfondie à la maison du chapitre 1 :

[1] E: Il n'y a pas de devoirs ?

[1] y : Si pour demain je vous demande d'essayer d'établir le grand 1 c'est à dire dans votre partie activité, vous essayez de m'écrire le grand 1 qu'est ce que c'est ? De faire la définition pour demain. (t= 00:52:00)

Temps en min	Étapes de l'étude	Équipement praxéologique de la Classe
00	Dévolution de l'enjeu didactique et définition des règles d'action	Écrire par P au tableau d'un titre incomplet TX0
01	Énonciation de questions de recherche	Distribution sur feuille et vidéo-projection par P d'un document photographique
02	Recherches individuelles de réponses et émergence de nouvelles questions de recherche	Débat entre P et la Classe. Écriture simultanée d'une synthèse par P au tableau
10	Synthèse des questions de recherche	Écriture et duplication d'un texte de synthèse
11	Dévolution d'un nouvel enjeu didactique : organisation mathématique de l'étude	Coproduction d'un 'plan du cours'
12	Recherches de réponses et émergences d'éléments technologico-théoriques	Débat entre le professeur et la Classe et écriture simultanée par P d'une synthèse
16	Examen d'un cas issu de la vie courante (le miroir)	
22	Examen d'une question non mathématique (les couleurs)	
50	Validation de l'organisation de l'étude	Validation du plan de cours et duplication sur les cahiers personnels
52	Énonciation de devoirs à la maison : approfondissement du plan	Discours magistral

Tableau 14 *: Synopsis du tableau 5*

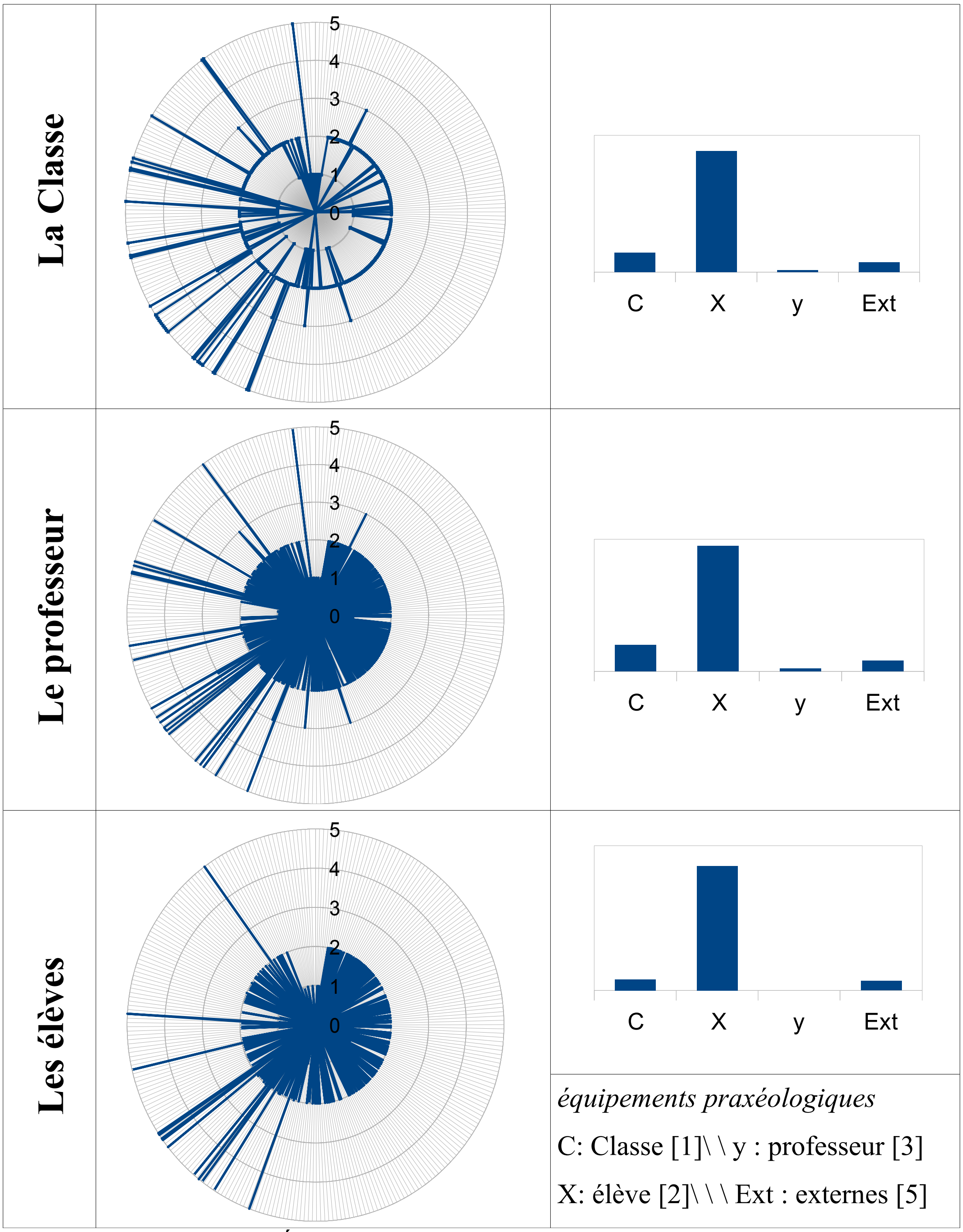


Figure 16. *Évolutions et répartitions des sources de référence employées dans le tableau de Classe 5*

4 Bilan

Dans cette séance, **les textes co-écrits au tableau permettent à la professeure, à partir d'un milieu actionnel riche en documents multimédia, de conduire l'action conjointe de la Classe**. **Ils viennent à la fois s'ajouter à l'équipement praxéologique de la Classe et organiser mathématiquement son contenu futur**. Leur mise en forme est gérée par la professeure qui emploie à ces fins diverses techniques didactiques et a recours à plusieurs systèmes sémiotiques : couleurs, bordures, soulignement, formatage en tableau, numérotation des titres.

Les documents photographiques, dans leurs deux versions médiatiques, sont également centraux dans ce système didactique. Étant issus du rapport privé de la professeure au monde extérieur, leur introduction dans le milieu constitue un référencement externe que les élèves s'approprient. I**ls permettent ainsi de construire peu à peu une organisation mathématique à partir des équipements praxéologiques officiels des élèves. Ils constituent la principale source de référence de la Classe, avec un score de près de 80%.**

Les actes de référencement de sources externes ne sont pas écartés par la professeure, comme celui du miroir. **Au contraire, ils persistent dans le milieu actionnel,** et parfois même ils auront été initiés par la professeure elle-même. C'est le cas des références faites aux concepts de verticalité et d'horizontalité. **Les références à la vie courante sont donc au cœur des rapports qui s'établissent au concept de symétrie. Elles sont reprises par l'équipement praxéologique de la Classe** moyennant quelques modifications et reformulations assurant la nécessaire rupture avec des savoirs anciens devenus obsolètes.

La technique didactique de l'enseignante, pour organiser les rencontres futures avec les savoirs relatifs à l'enjeu didactique, a consisté à conduire un débat avec la classe, avec de nombreuses demandes d'explicitations, et à simultanément retranscrire en les organisant les discours des élèves pour aboutir à une production textuelle collective. Cette technique aura eu pour effet de réactiver les rapports personnels des élèves au concept de symétrie axiale, et d'en faire émerger de nouveaux plus officiellement en jeu, comme les questions d'invariances ou de construction de figures symétriques. Les équipements praxéologiques officiels des élèves se trouvent ainsi renforcés par ces nouveaux savoirs et sont prêts à en accueillir d'autres nouveaux. Au delà de cette seule séance, la professeure aura ainsi dévolué la totalité de la séquence à venir.

Les graphiques ci-après soulignent ces intrications entre les diverses sources de références, internes et externes.

TABLEAU 6

LE THÉORÈME DE THALÈS EN QUATRIÈME

1 Présentation du tableau

Ce tableau va permettre d'aller encore un peu plus loin dans les ouvertures écologiques en présentant **une Classe qui laisse une large place à l'action autonome de l'élève dans un milieu actionnel élargi et où des sources de références externes particulières, issues de l'histoire des mathématiques, fondent l'étude**.

Les données brutes sont des extraits vidéo mis en ligne par l'équipe de recherche Études Didactiques de l'Utilisation de l'Histoire des Mathématiques en classe et en formation [EDU-HM] de l'Université d'Artois. Ces données vidéo sont en largement complétées par un texte présentant leur contexte :

> Le programme EDU-HM a pour objectif de rendre disponibles des analyses didactiques de séances de classe ou de formation utilisant des supports historiques ou des activités inspirées par l'histoire des mathématiques. Notre intérêt se porte en général sur plusieurs questions comme : dans quelle mesure la dimension historique contribue-t-elle au fonctionnement des situations et aux apprentissages mathématiques ? quels sont les savoirs historiques visés par l'enseignant ? ou dans quelle mesure des connaissances relevant de l'histoire des mathématiques

> émergent-elles à travers l’expérience d’activités mathématiques contextualisées ?
> Pour chaque séance, plusieurs extraits vidéo sont proposés et commentés. Les séances sont identifiées par niveau (6e, 5e, …, T, sup, multi) et par un titre. Vous pouvez choisir une séance soit via l’onglet et menu déroulant « Les séances » en haut de la page, soit via le menu « Navigation » à droite. La description de la séance, les supports élève, le contexte, … sont donnés sur la page portant le nom de la séance. Les extraits relatifs à une séance sont classés comme sous-pages de ladite séance.
> Les vidéos ont été recueillies depuis plusieurs années dans des classes de différents niveaux ainsi qu’à l’université. Le recueil se poursuit et nous remercions chaleureusement tous les enseignants qui nous ont accueillis et tous nos étudiants qui se sont prêtés aux expérimentations avec enthousiasme. (EDU-HM, 2013, http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/)

L'équipe en 2013 est composée de trois enseignants chercheurs du Laboratoire de Mathématiques de Lens, Thomas BARRIER, Anne-Cécile MATHE et Thomas DE VITTORI, et d'enseignants du secondaire. Des séances en classe de sixième ont fait l'objet d'analyses publiées par ces auteurs (« Des séances ordinaires comportant une dimension historique: quels enseignements ? », Thomas Barrier, Anne-Cécile Mathé, Thomas de Vittori, *Petit x*, n°90, 2012.)

2 Description de la Classe

La Classe est constituée d'un professeur de mathématiques et d'une vingtaine d'élèves. L'action est spatialement située à l'extérieur de la salle, dans un espace partagé au niveau de l'établissement scolaire, la cour en l'occurrence. L'enjeu de la séance est de découvrir diverses techniques anciennes de mesure et calcul d'une hauteur, préfigurant le théorème de Thalès au programme de quatrième. Voici ce qu'en disent les concepteurs :

> Cette séance se déroule en extérieur, dans la cour. Les élèves doivent mesurer des hauteurs de bâtiments et d'arbres à l'aide d'outils et de techniques d'arpentage datant du Moyen-Âge. Ce type de séance inspirés par les traités de géométrie dite pratique permet de mobiliser les savoirs géométriques comme outils de modélisation : il s'agit ici de mettre en œuvre des résultats géométriques sur les triangles (proportionnalité, théorème de Thalès, …) à partir de problèmes concrets.
> Dans un contexte scolaire, quelques instruments sont privilégiés : la règle, l'équerre, le compas et le rapporteur. Après quelques années, leur usage est naturalisé, ce qui crée de nombreux implicites. La découverte d'un nouvel instrument oblige à assimiler tant sa manipulation (aspect pratique) que le contenu mathématique auquel il renvoie (aspect théorique).
> Dans cette séance filmée en collège, le travail mathématique s'accompagne d'une fréquentation plus ou moins authentique de pratiques anciennes. L'histoire des mathématiques fonctionne ici autant comme outil au service des mathématiques scolaires que comme un objet de réflexion.(http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures)

L'objectif d'utiliser des sources de références praxéologiques issues de l'histoire des mathématiques pour concevoir et conduire l'action conjointe est donc clairement affirmé par les concepteurs. Dans les programmes officiels, l'enjeu didactique est un thème d'étude du secteur des figures planes, « triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine ». L'introduction du domaine de la géométrie précise son contexte :

> L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects numériques fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de

troisième. (Education Nationale, 2008)

La colonne des « capacités » précisent le lien qu'entretient ce thème avec la notion de proportionnalité :

> Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine. (Ibid.)

La colonne « commentaires » rappelle que l'environnement théorique de ce thème est un cas particulier du théorème de Thalès, qui est lui, pour le moment, hors contrat didactique :

> Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième. (Ibid.)

3 Analyse de la séance

La séance est intitulée « 4e mesures » et quatre extraits, retranscrits en annexe 2.6, en sont proposés en ligne.

La Classe observée a donc ici un milieu matériel actionnel non ordinaire qui n'est pas une salle, mais un espace extérieur non aménagé pour l'étude et dont dispose l'établissement scolaire. Par conséquent la construction de son équipement praxéologique ne peut plus être supportée par un média public comme le tableau de classe. Elle incombera davantage aux productions des six groupes que le professeur organisera et qui seront synthétisées dans une séance ultérieure. **La construction de l'équipement praxéologique de la Classe se situe donc d'emblée dans un contexte actionnel externe.**

Le premier extrait montre la mise en route de la séance, qui commence par un bref rappel de l'équipement praxéologique de la Classe, puis par la définition des règles d'action :

> [1] y: Je peux avoir votre attention s'il vous plaît............bien. Alors

aujourd'hui, on travaille en extérieur mais on va utiliser des propriétés de géométrie que l'on a étudiées ensemble depuis le début de l'année. Pour cela.

Il tape dans ses mains.

[0] y : Eh ! Les filles, c'est là que cela se passe.

[1] y : Pour cela on va partir d'activités de mesures d'objets qui sont plus ou moins accessibles.

Il désigne le bâtiment à sa droite.

[1] y : Alors on va essayer de mesurer la hauteur du gymnase. La hauteur de cet arbre qui est ici. *Il le désigne sur sa droite.* Là. Et puis la hauteur du bâtiment gris que l'on voit là bas. *Il désigne un bâtiment loin en face de lui*. Il va falloir essayer de mesurer la hauteur de toutes ces choses là. Pardon ?.

[1] E : Qui est ce qui va monter en haut ?

[1] y : Personne ne va monter en haut, justement étant donné que c 'est inaccessible.

Puis le professeur introduit dans le milieu actionnel un document explicitant des techniques anciennes de mesurage de hauteurs, avant de revenir au règles de l'action :

[5] y : il y a des méthodes qui remontent au Moyen-Age, des méthodes du 12,13ième Siècle que l'on a mises en place, et qui permettaient justement d'aller mesurer des choses comme celles là, auxquelles ont ne pouvait pas accéder, des bâtiments, des choses comme cela.

[1] y : Alors, vous allez avoir besoin de quoi. Écrire. Qu'il y ait au moins un crayon par groupe. Il faut une calculatrice par groupe, et cela serait bien qu'il y ait un cahier de façon a pouvoir poser les documents que je vous donne.

[1] y : Bon, on va se répartir. Alors étant donnée qu'il n'y a que un deux trois quatre cinq six groupes et qu'il y a trois endroits différents, on va pouvoir mettre deux groupes par pôle de travail. Alors deux groupes là. Deux pour l'arbre. Deux pour le bâtiment

Le professeur a donc commencé par resituer la séance dans le curriculum annuel, en rappelant son appartenance au domaine géométrique. L'équipement praxéologique de la Classe a joué là son rôle de référence contractuellement partagée. En précisant les trois hauteurs matérielles à mesurer, un gymnase, un arbre et un bâtiment, il délimite plus finement l'étendue spatiale du milieu actionnel. Puis, grâce à l'intervention heureuse d'un élève, il précise les règles de l'action : les hauteurs doivent être obtenues par des calculs et par des mesures prises sans les gravir. Puis le matériel est réparti : outre des instruments classiques tels que compas et règles, les élèves disposent d'un matériel nouveau fait d'instruments anciens. Un document papier est également distribué en guise de notice, (annexe 2.6) constitué de quatre pages. Les trois premières présentent de façon textuelle et schématisée trois méthodes de mesurage d'une hauteur : la croix du bûcheron, le reflet dans un miroir et le bâton de Gerbert. La quatrième page permet le relevé des mesures et réserve des espaces aux calculs et aux descriptions des méthodes. Ces textes apportés par le professeur ont un rôle majeur dans la conduite de l'action collective. **Les références à des pratiques sociales externes et rattachées à des praxéologies mathématiques historiques sont au départ de la construction de l'équipement praxéologique de cette Classe et enrichissent son milieu actionnel**. Les textes sont d'autant plus nécessaires que dès lors que le professeur aura scindé la Classe en six groupes, plus rien, à part eux et lui, ne maintiendra l'unité de la relation didactique. Le déroulement de la séance est ensuite décrit par les concepteurs :

> Après avoir pris les mesures, le travail se poursuit au sein du modèle mathématique. Il s'agit de mobiliser des résultats de la géométrie plane pour mettre en équation puis calculer les hauteurs recherchées, pour chacun des instruments. L'enseignant intervient parfois pour guider ses élèves.
> Parallèlement, l'activité en groupe sans la pression liée à la présence du professeur permet certains apports par les pairs comme la révision élémentaire du système métrique à la fin de l'extrait. (http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/extrait-5)

Dans les extraits suivants, le professeur circule de groupe en groupe pour redonner des conseils méthodologiques puisés dans sa propre expérience des techniques anciennes.

> [3] y: Non il doit être au sol. Il ne bouge pas. Il faut viser de façon à voir simultanément le sommet du bâtiment, donc le sommet du bâtiment et l'extrémité du bâton horizontal. Tu vois. Imagine une ligne qui part de ton œil qui passe par les deux extrémités, donc toi, tu as ta visée. Sur ce plan là, sur ce plan là. Et ton œil il doit être aligné. Tu as un alignement …......les trois points doivent être alignés donc il faut que tu te positionnes de façon à avoir cet alignement. (extrait 2)

Les documents distribués lui sont utiles pour rappeler les tâches à effectuer et à l'occasion rappeler des éléments praxéologiques mathématiques qui devraient officiellement faire partie des équipements praxéologiques de chacun :

> [1] y: Regarde le schéma R.
> [1] EO : *après avoir consulté le papier et s'adressant à ET :* Il faut que tu ailles à l'arbre. Après...
> [1] y : Il y a combien de mesures à prendre ?
> [1] EQ : Trois.
> [1] EQ :Trois.
> [1] y :Il y a trois mesures. Lesquelles ?
> [1] EO : La distance entre ton œil et le sol.
> [1] y : Bon alors, on n'a pas vu la distance d'un point à une droite ?
> [1] EO : Si
> *EO place le décamètre entre le visage de ED et le sol.*
> [1] *ET en riant :* Il faut tracer la perpendiculaire à J. (extrait 4)

Parfois, un retour critique sur le réalisme des mesures obtenues est organisé par le professeur dans un groupe. Les élèves doivent alors faire appel à leurs représentations personnelles du monde qui les entoure.

> [2] *y: Le professeur qui s 'adresse à EU et ED. EU tient les notes écrites*

dans la main droite ; ED a son portable à la main. ET est placée en retrait : Et ça dit quoi alors ?

[2] ED *(lit sur son portable) :* 31,83

[2] EU *(en consultant son document) :* 31

[2] y : 31m ?

[2] EU : Oui

[2] y *en se tournant vers ED :* Ce n'est pas un peu grand ?

[2] EU :Ben si !

[2] ED : Ben non !

[2] y *qui sourit :* Alors ?

[2] ED *se tourne de droite et de gauche :* Moi j'aurais dit dans les 15m.

(extrait 5)

Extraits vidéo	**Étapes de l'étude**	**Équipement praxéologique de la Classe**
1	Dévolution de l'enjeu didactique et définition des règles d'action	Distribution de documents historiques
2-3-4	Travaux en groupe, régulations de l'action par P	
5	Validation de résultats	

***Tableau 15** : Synopsis du tableau 6*

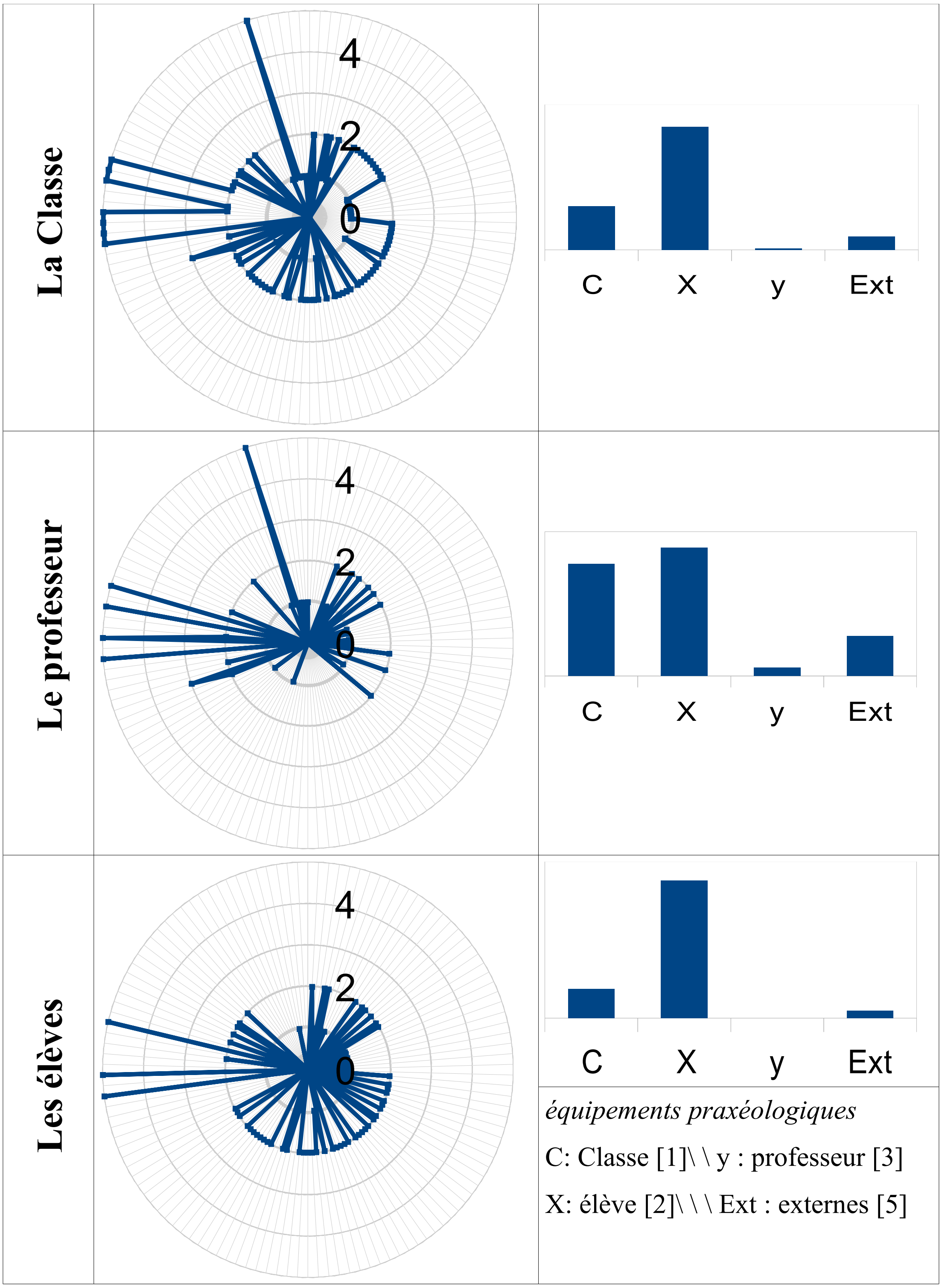


Figure 17. *Évolutions et répartitions des sources de référence employées dans le tableau de Classe 6*

4 Bilan

Ce tableau fait donc apparaître une Classe ouverte sur le monde extérieur, à la fois par sa situation dans un milieu actionnel hors salle de classe, et situé au niveau de l'établissement scolaire, et par sa mise en œuvre de praxéologies externes issues de l'histoire des mathématiques (voir figure 17)**.** La structure de l'institution Classe est également différente de celles des tableaux précédents, scindée en des sous-institutions groupes. **Ce dispositif didactique octroie une certaine autonomie actionnelle, et donc un topos élargi, aux élèves. Le professeur amplifie ce phénomène en adoptant souvent une position de surplomb pédagogique et en n'intervenant guère que pour conseiller. Il exclut ainsi son propre équipement praxéologique mathématique officiel de cette séance au profit de ceux des élèves et de ceux issus des références externes.** Comme cela était le cas de la professeure du tableau précédent, il met en œuvre une praxéologie didactique qui semble être appréciée par la Classe.

CONCLUSION

À quoi se réfère-t-on dans une classe d'enseignement donnée ? La question a d'abord nécessité de préciser le concept de référence praxéologique. **Une référence praxéologique est une action discursive, publique pour être observable, qui met en relation deux équipements praxéologiques, généralement celui de l'auteur du discours et celui d'une institution source**. Les théories issues de la didactique des mathématiques, principalement ici la TAD et la TACD, ont ensuite permis de mettre en évidence qu'au delà des seules connaissances des professeurs et des élèves, **la classe construit un équipement praxéologique qui lui est propre et qui repose sur une action didactique conjointe**. L'équipement praxéologique de l'institution Classe est ainsi une œuvre *a priori* partagée et co-construite. Les tableaux proposés montrent ainsi des Classes dans lesquelles l'**équipement praxéologique de la Classe est de plus en plus construit et organisé à partir des équipements praxéologiques officiels des élèves et de moins en moins à partir de ceux des professeurs.**

Mais, **parfois, les sources de références employées par les acteurs sortent du cadre officiel *stricto sensu* :** des **sources externes au système didactique** sont évoquées. Dans les divers tableaux, deux catégories sont apparues : des sources hors contrat didactique, comme la règle des signes évoquée par des élèves, qui provient d'une **source *a priori* familiale**, ou le concept **savant** de neutralité de zéro dans le groupe additif des décimaux évoquée par un professeur, et **des sources issues d'expériences privées de la vie courante ou de pratiques sociales de référence**, comme l'analogie de l'ascenseur ou les évocations du miroir et des couleurs lors de l'étude de la symétrie axiale. Le tableau 16 fait le point sur les sources de références rencontrées et propose ainsi une deuxième version de leur catégorisation.

Catégories de sources de références praxéologiques
Équipement praxéologique de la Classe
Équipement praxéologique officiel d'un élève
Équipement praxéologique officiel du professeur
Sources externes : – praxéologies savantes – praxéologies familiales – vie courante – pratiques sociales de référence

Tableau 16 *: Catégories de sources de références praxéologiques dans les Classes (version 2)*

L'équipement praxéologique de la Classe est co-construit par les élèves et les professeurs. Mais cela peut être fait dans des proportions variables. La figure 18 montre l'évolution des sources praxéologiques qui apparaissent dans le milieu actionnel de la Classe en rassemblant les chronogrammes référentiels et les diagrammes de répartitions des six tableaux. Du tableau 1 au tableau 6, les élèves sont d'abord de simples spectateurs réduits au psittacisme par Topaze, puis ils deviennent des mathématiciens praticiens qui accomplissent les tâches programmées par les professeurs, puis de réels auteurs des textes du savoir, que ce soit dans leurs contenus technologiques ou dans leur programmation, et enfin, avec le tableau 6, leur autonomie didactique est accrue, agissant librement dans un cadre clairement délimité par le professeur souvent en position de surplomb pédagogique. **Le topos accordé aux élèves est donc variable. C'est à des degrés divers qu'ils sont**

auteurs de l'équipement praxéologique de la Classe ou qu'ils sont responsables de l'action conduite. L'analyse comparée de la répartition des sources de références en fonction des acteurs permet alors de mesurer quelque peu les topos accordés à chacun. En ce qui concerne les références externes, elles sont également variablement intégrées à l'équipement praxéologique de la Classe, pouvant être rejetées (tableau 3) ou oralement validées (tableau 4), ou au contraire servir de support pédagogique (tableau 5) et conduire l'action (tableau 6).

Le milieu actionnel de la Classe, dans sa composante matérielle, est également variable. Le milieu classique et réduit des premiers tableaux de Classes cède ainsi progressivement la place à des milieux plus ouverts, intégrant dans le tableau 5 de nombreux éléments multimédia et se délocalisant à l'extérieur de la salle, dans les espaces partagés de l'établissement scolaire, dans le tableau 6.

Plusieurs fonctions de l'équipement praxéologique de la Classe sont ainsi apparues : son écriture publique et collective oriente l'action de chacun et rythme le temps didactique, la gestion de sa production permettant au professeur d'articuler entre eux les moments de l'étude. Il a donc **une fonction chronogénétique.** L'équipement praxéologique de la Classe occupe également les espaces partagés de la salle de Classe : il est sur le tableau, sur les murs et sur les écrans. Il est parfois 'multimédiatisé', et toujours dupliqué sur les cahiers d'élèves ou largement diffusé. Il introduit donc dans le milieu actionnel des éléments discursifs nécessaires à l'action conjointe. L'équipement praxéologique de la Classe a ainsi une **fonction mésogénétique**. Il est aussi **un terme essentiel du contrat didactique** car il est tacitement supposé être acquis par les élèves d'une séance à l'autre. Les analyses référentielles ont montré comment les professeurs, et parfois même les élèves, ont recours à des rappels, des anticipations ou des institutionnalisations de son contenu afin de signifier ce qui doit être su ou fait et ainsi réorienter l'action conjointe. **L'équipement praxéologique de la Classe a donc une fonction référentielle. C'est une source de référence majeure pour les acteurs et il se construit en partie à partir de lui-même**.

Gérer la dialectique qui s'établit ainsi entre l'équipement praxéologique de la Classe et ceux des élèves nécessite, de la part du professeur, l'élaboration de techniques didactiques spécifiques. Des demandes de référencement doivent être faites pour constituer l'équipement praxéologique de la Classe, et la professeure se doit de faire le tri parmi les sources évoquées, en validant certaines et en réfutant d'autres. Ainsi, **analyser une Classe d'un point de vue référentiel – c'est-à-dire comme il cela été fait dans cette partie du mémoire, en s'intéressant simultanément aux sources de références praxéologiques, aux milieux actionnels et aux topos des élèves – est une façon de la décrire et de caractériser son ouverture écologique.**

Dans la troisième partie, l'objectif sera d'affiner la catégorisation des sources de références praxéologiques externes qui a émergé dans cette partie.

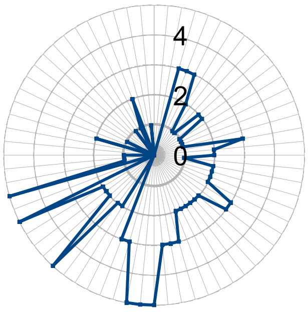
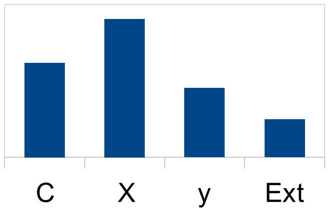
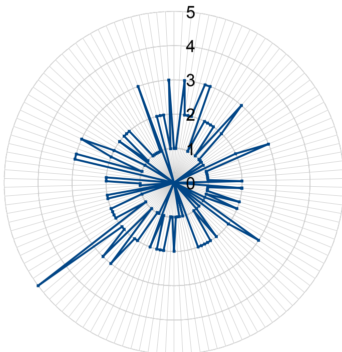
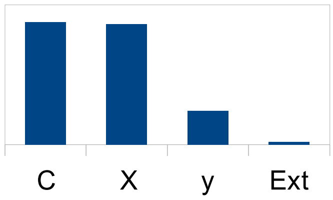
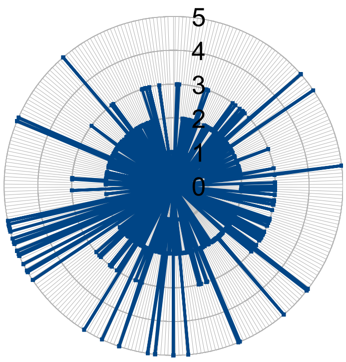
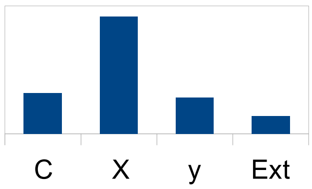
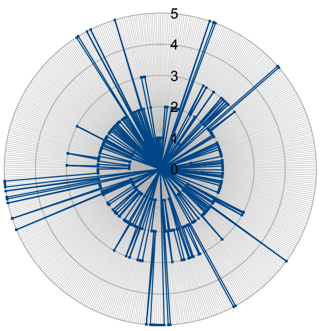
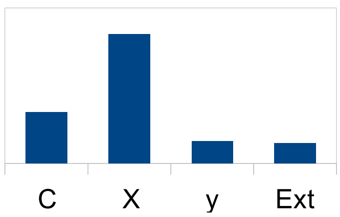
	Chronogrammes référentiels	Diagrammes de répartitions
Tableau 1		
Tableau 2		
Tableau 3		
Tableau 4		

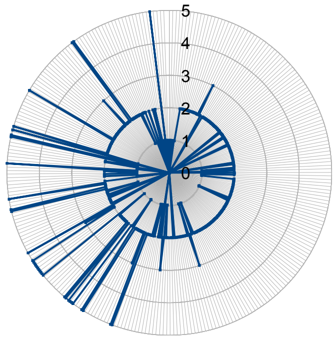
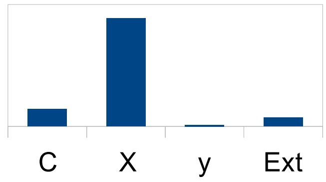
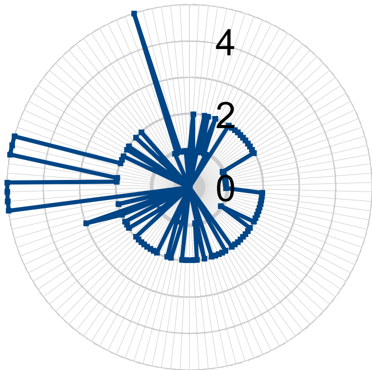
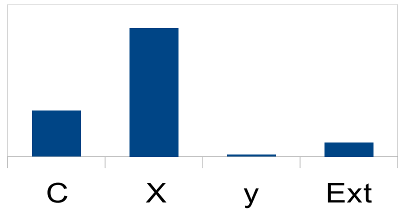
Tableau 5		
Tableau 6		

***Figure 18** : Synthèse des six tableaux de Classes*

PARTIE 3

Les discours institutionnels surplombants

Les références dans le programme officiel de mathématiques du collège

1 Description du document

La**loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école du 23 avril 2005** (Ministère de l'Éducation Nationale, 2005) est le premier texte officiel fixant les objectifs de l'enseignement public ou privé sous contrat en France:

> La scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société. [Ibid., code de l'éducation -art. L. 122-1-1]

Le socle commun de connaissances et de compétences, arrêté par décret du 11 juillet 2006 (Ministère de l'Éducation Nationale, 2006b):

> est le ciment de la Nation : il s'agit d'un ensemble de valeurs, de savoirs, de langages et de pratiques dont l'acquisition repose sur la mobilisation de l'École et qui suppose, de la part des élèves, des efforts et de la persévérance. (…). Le socle constitue une référence commune, pour tous ceux qui confient leurs enfants à l'École, mais aussi pour tous les

enseignants.

Le socle commun est découpé en 7 compétences, dont « les compétences de base en mathématiques et la culture scientifique et technologique ». Le chapitre consacré à cette compétence sépare les mathématiques de la culture scientifique et technologique, et liste des séries de « connaissances », de « capacités » et d' »attitudes » jugées fondamentales.

Un troisième texte officiel, publié au Bulletin Officiel du 25 juillet 2013 (Ministère de l'Éducation Nationale, 2013), liste, sous la forme d'un **référentiel**, les **compétences** que les **professeurs,** entre autres, doivent maîtriser pour l'exercice de leur métier : compétences en tant qu' « acteurs du service public d'éducation », en tant que « pédagogues et éducateurs au service de la réussite de tous les élèves », en tant qu' « acteurs de la communauté éducative », en tant que « porteurs de savoirs et d'une culture commune », et en tant que « praticiens experts des apprentissages ».

Les compétences du socle sont reprises par les programmes officiels des enseignements de mathématiques, de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre, ainsi que de technologie, pour les quatre niveaux de classes du collège, arrêtés le 9 juillet 2008 et publiés dans le **Bulletin Officiel Spécial n°6 du 28 août 2008,** [BOS6] (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008), qui sont en vigueur depuis la rentrée scolaire 2009-2010. Ce Bulletin Officiel Spécial n°6 définit l'équipement praxéologique mathématique officiel de l'élève générique du collège. Le texte en lui-même est découpé en 5 parties : une introduction commune de 8 pages, et quatre chapitres, un par discipline (voir annexe 3.1). **C'est sur celui consacré aux mathématiques et sur l'introduction commune que vont porter les analyses référentielles lexicométriques.** L'objectif est d'utiliser le logiciel IRaMuTeq pour identifier quelles sont les sources de références évoquées. Pour décrire globalement ces programmes officiels, l'échelle inférieure des niveaux de codétermination du mathématique et du didactique proposée par Chevallard (2002) sera utilisée : dans une discipline, on distinguera successivement les domaines, les secteurs, les thèmes et les sujets d'étude :

La mise en place d'une organisation mathématique ponctuelle ne se

> rencontre par exemple qu'exceptionnellement dans les cours d'études réels : il n'existe guère de thèmes d'étude qui ne renvoient qu'à un type de tâches. Cette abstraction existe sans doute un peu plus pour l'élève parce que, dans l'état actuel des choses, celui-ci est évalué en priorité à propos des types de tâches dont chacun définit pour lui un sujet d'études à part entière, quasi indépendant des autres. Mais pour le professeur, déjà, l'unité de compte – non bien sûr l'unité minimale – est plus vaste : c'est autour d'une technologie, qui prend alors statut de thème d'études, que se regroupe pour lui un ensemble de types de tâches à chacun desquels, selon la tradition en vigueur dans le cours d'études, la technologie permettra d'associer une technique. […] l'organisation locale correspondant au thème d'étude doit être extraite d'une organisation plus vaste, qu'on dira régionale, et qu'on peut regarder formellement comme le fruit de l'amalgamation d'organisations locales admettant la même théorie. Ce niveau, celui du secteur d'études, n'est au reste nullement terminal.On constate en effet, en général, l'existence de niveaux supérieurs de détermination (d'une organisation) mathématique : l'amalgamation de plusieurs organisations régionales conduit ainsi à une organisation globale, identifiable à un domaine d'études ; et l'ensemble de ces domaines est amalgamé en une commune discipline -pour nous, « les mathématiques ».
> d'après Chevallard, 2002, p42

Le chapitre sur les mathématiques débute par un « préambule pour le collège », qui « complète l'introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques et technologique à laquelle il convient de se référer. » [*Ibid.*, p. 9]. **Le programme officiel est donc une source de référence que le professeur se doit d'utiliser**. Puis, pour chacun des quatre niveaux de classes, les programmes *stricto sensu* sont développés. Pour un niveau de classe donné, le programme stricto sensu comprend d'abord une brève introduction rappelant la visée de l'enseignement et précisant les conventions typographiques utilisées pour distinguer les points du programme qui sont dans le socle commun de ceux n'y sont pas ou qui le seront dans une année ultérieure. Puis des « connaissances » et des « capacités » sont proposées, réparties suivant quatre domaines :

- Organisation et gestion de données. Fonctions
- Nombres et Calculs
- Géométrie
- Grandeurs et mesures

Dans chaque domaine, des « objectifs » sont rappelés par une courte introduction et un tableau liste sur trois colonnes les connaissances, les capacités, puis des commentaires. La colonne des « connaissances » organise le savoir mathématique en secteurs numérotés, eux-mêmes subdivisés en thèmes. Dans la deuxième colonne des « connaissances » des sujets d'études correspondant apparaissent, et en regard, dans la troisième colonne, des commentaires didactiques sont faits.

2 Les analyses lexicométriques d'IraMuTeQ

Le texte officiel est soumis à des algorithmes proposés par le logiciel libre IRaMuTeQ, Version 0.6 alpha 3, conçu par Ratinaud P. et Dejean S. (Ratinaud, 2012 ou Ratinaud et Dejean, 2009). Ces algorithmes permettent de faire apparaître des regroupements de mots jugé 'proches' car employés ensemble, dans les mêmes phrases par exemple. Ces regroupements font alors apparaître des relations entre les concepts sous-jacents aux mots, relations qui peuvent ensuite orienter les interprétations sémantiques qui seront faites et qui seront affinées par une analyse directe du contenu du texte. Le corpus textuel est d'abord formaté pour pouvoir être lu par le logiciel : déclaration de variables étoilées et de modalités, suppression des numéros de pages et suppression des titres de tableaux « Connaissances » « Capacités » « Commentaires » « Objectifs ». IRaMuTeQ poursuit ce formatage en ne conservant que certains caractères. Le premier algorithme utilisé est la **Classification Descendante Hiérarchique** [CDH] . Ilpropose une approche globale du corpus : après partitionnement de celui-ci, la CDH identifie des classes statistiquement indépendantes de mots (de formes). Ces classes sont interprétables grâce à leurs profils, qui sont caractérisés par des formes spécifiques corrélées entre elles. La CDH résume cela par un dendrogramme. Le deuxième algorithme, l'**Analyse Factorielle des Correspondances** [AFC], est basé sur des calculs d'inertie du nuage de mots que constitue un corpus, et fait davantage apparaître les oppositions ou rapprochements. Il détermine pour cela des facteurs (des espaces propres de la matrice d'inertie[7]) sur lesquels les formes se distribuent. À la notion d'appartenance à une classe se substitue ainsi celle de distance à un axe d'inertie. Les AFC proposées ici sont réalisées après lemmatisation[8] et sont doubles [9]. Leurs représentations graphiques du nuage de points sont bidimensionnelles, dans l'hyperplan défini par les deux premiers facteurs. Le troisième algorithme utilisé est l'**Analyse Des Similitudes** [ADS]. Il envisage les corpus d'une façon complètement différente. L'approche est davantage locale, reposant sur des propriétés de connexité[10]. Elle aboutit à une représentation graphique en arbre (maximal valué[11] et connexe), où les nœuds sont les formes. Il est possible d'identifier des communautés lexicales autour des nœuds principaux et de les représenter par des ensembles colorés. Le graphique prend alors l'aspect d'un hypergraphe superposé à un arbre. Cet algorithme a tendance à renforcer les relations de voisinage entre les formes. En outre, il réalise en quelque sorte une synthèse des deux algorithmes précédents, et c'est pourquoi nous l'utiliserons seul à partir d'un certain avancement des nos analyses. Il permettra alors de faire apparaître des regroupements lexicaux que nous

7 La matrice d'inertie, ou des distances, rassemble tous les mots du corpus. Comme toute matrice symétrique réelle, elle est diagonalisable. Les espaces propres sont alors ceux qui sont associés aux valeurs propres.

8 Regroupement en une seule forme des différentes variations d'un mot, comme par exemples son singulier et son pluriel

9 Elles sont réalisés dans deux sens d'analyse du corpus du début vers la fin et de la fin vers le début.

10 Dans un ensemble d'éléments reliés par des relations, comme ici des mots reliés par leurs co-occurrence au sein de mêmes parties du corpus textuel, un sous-ensemble est dit connexe si tous ses éléments sont effectivement reliables les uns aux autres. Une définition mathématique de la connexité est proposée dans le complément mathématique de ce mémoire.

11 Un arbre est maximal si c'est le plus grand de tous. Il prend en compte alors un maximum de mots isssus du corpus textuel. Il est valué lorsque des valeurs sont affectées à ses différents composants (branches et nœuds)

interpréterons ensuite de façon sémantique. Le logiciel IraMuTeQ propose encore d'autres algorithmes et graphiques ; nous aurons ponctuellement recours aux **graphes étoilés** qui relient simplement un mot donné à tous les mots du corpus auxquels il est corrélé, et au **nuages de mots** qui représentent tous les mots les plus fréquents du corpus avec des tailles proportionnelles à leurs fréquences.

L'analyse du corpus textuel sera conduite en deux temps :

- une première analyse de quatre corpus constitués des programmes *stricto sensu* de chaque niveau de classes, celui de quatrième servant de point de départ ;
- une analyse d'un corpus élargi, constitué du texte complet, avec son introduction commune aux matières scientifiques et son préambule spécifiques aux mathématiques.

3 Analyse du programme officiel de quatrième en mathématiques

L'analyse statistique du programme de quatrième *stricto sensu* distingue 631 formes parmi 3073 occurrences, dont 297 hapax[12]. La forme active lemmatisée d'effectif maximum est la forme « calcul », avec 34 occurrences. Puis viennent les formes « nombre » (31 occurrences), « utiliser » (27 occurrences), « relatif » (23 occurrences) et « triangle » (20 occurrences).

Cette hiérarchisation fréquentielle des formes actives est caractéristique de la discipline d'appartenance de ce texte officiel : c'est un texte sur l'enseignement des mathématiques, même si la forme « mathématiques » n'en est qu'un hapax. Deux des quatre domaines de détermination du Bulletin Officiel Spécial n°6 sont présents, celui des « nombres et calculs » et celui de la « géométrie », ce dernier étant instancié par la forme « triangle ».

La CDH (figure 13) distingue 6 classes de formes sur les 54,12% de segments de textes classés.

Les classes 1 et 6 sont les plus grandes avec toutes les deux 23,9% des formes. Leur regroupement constitue l'une des 2 branches du dendrogramme.

Les 4 classes restantes dans la deuxième branche sont hiérarchisées en 2 sous-

12 Hapax : forme n'apparaissant qu'une seule fois

branches, classes 4 et 5 (30,5% des formes) et classes 2 et 3 (21,8% des formes).

La classe 1 est caractérisée par 12 formes actives :

« espace », « figure », « géométrie », « géométrique », « aire », « réduction », « agrandissement », « objet », « propriété », « relation », « symétrie » et « représentation ». La classe 6 est caractérisée par 13 formes actives : « cercle », « rectangle », « triangle », « bissectrice », « caractériser », « angle », « côté », « droite », « Pythagore », « longueur », « donner », « construction » et « théorème ». Ce monde lexical des classes 1 et 6 renvoie de façon évidente au domaine de la géométrie.

Les classes 4 et 5 contiennent respectivement 5 et 15 formes actives, les plus caractéristiques étant « décimal », « nombre », « écriture », « forme » et « relatif » pour la première, « exemple », « nombre », « notation », « parenthèse » et « numérique » pour la seconde. Le monde lexical de cet embranchement terminal correspond logiquement au deuxième domaine mathématique déjà repéré par l'analyse statistique, celui des « nombre et calculs ».

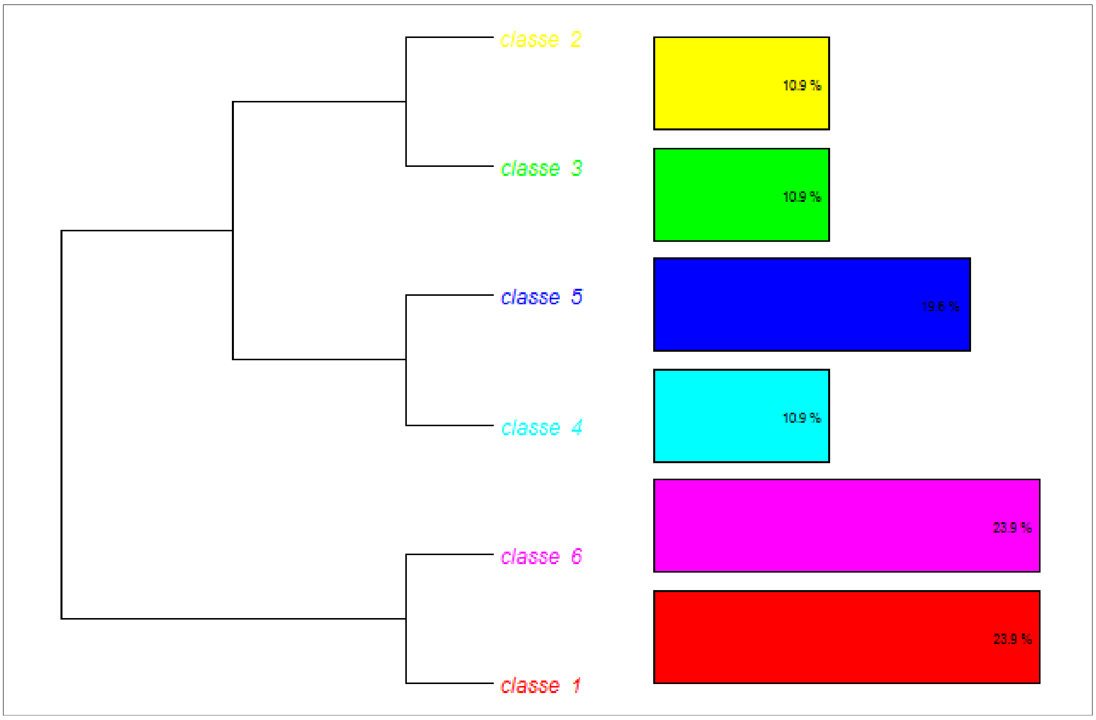


Figure 13 *: Classification Descendante Hiérarchique*

du programme de mathématiques en quatrième par IRaMuTeQ

Les classes 2 et 3 contiennent respectivement 7 et 10 formes actives, dont « proportionnalité », « thème », « convergence », « mettre » et « calculer » pour la première, « littéral », « utilisation », « expression », « résolution » et « calcul » pour la seconde. **Cet embranchement terminal semble ne plus relever exclusivement du monde mathématique, mais au contraire s'ouvrir vers les autres disciplines,** comme le laisse sous-entendre l'évocation des thèmes de convergence dans la classe 2 ou le mot «utilisation » dans la classe 3.

L'AFC (figure 14) conforte et affine ces interprétations. Le premier facteur (31,09% de la masse du corpus), sépare nettement les classes 3,4,5 (abscisses négatives) des classes 1 et 6 (abscisses positives). Il retrouve la bipartition de la discipline en domaine géométrique et domaine numérique. La classe 2 est centrée pour ce facteur. Le deuxième facteur (22,61%) fait apparaître d'autres séparations. La classe 1 (ordonnées positives) y est nettement séparée des classes 4, 5 et 6 (ordonnées négatives), tandis que les classes 2 et 3 y apparaissent plus centrées.

La combinaison de ces deux facteurs fait que sur le graphique cinq zones apparaissent dans cette projection bidimensionnelle du corpus textuel :

- une zone à coordonnées négatives, en bas à gauche, regroupant les classes 4 et 5, relatives aux objets du domaine numérique,
- une zone à coordonnées positives, en haut à droite, qui isole la classe 1,
- une zone à abscisses positives et ordonnées négatives, en bas à droite, où l'on trouve la classe 6,
- une zone centrale occupée essentiellement par la classe 2,
- une zone à abscisses négatives et ordonnées faiblement positives, en haut à gauche, où se localise la classe 3.

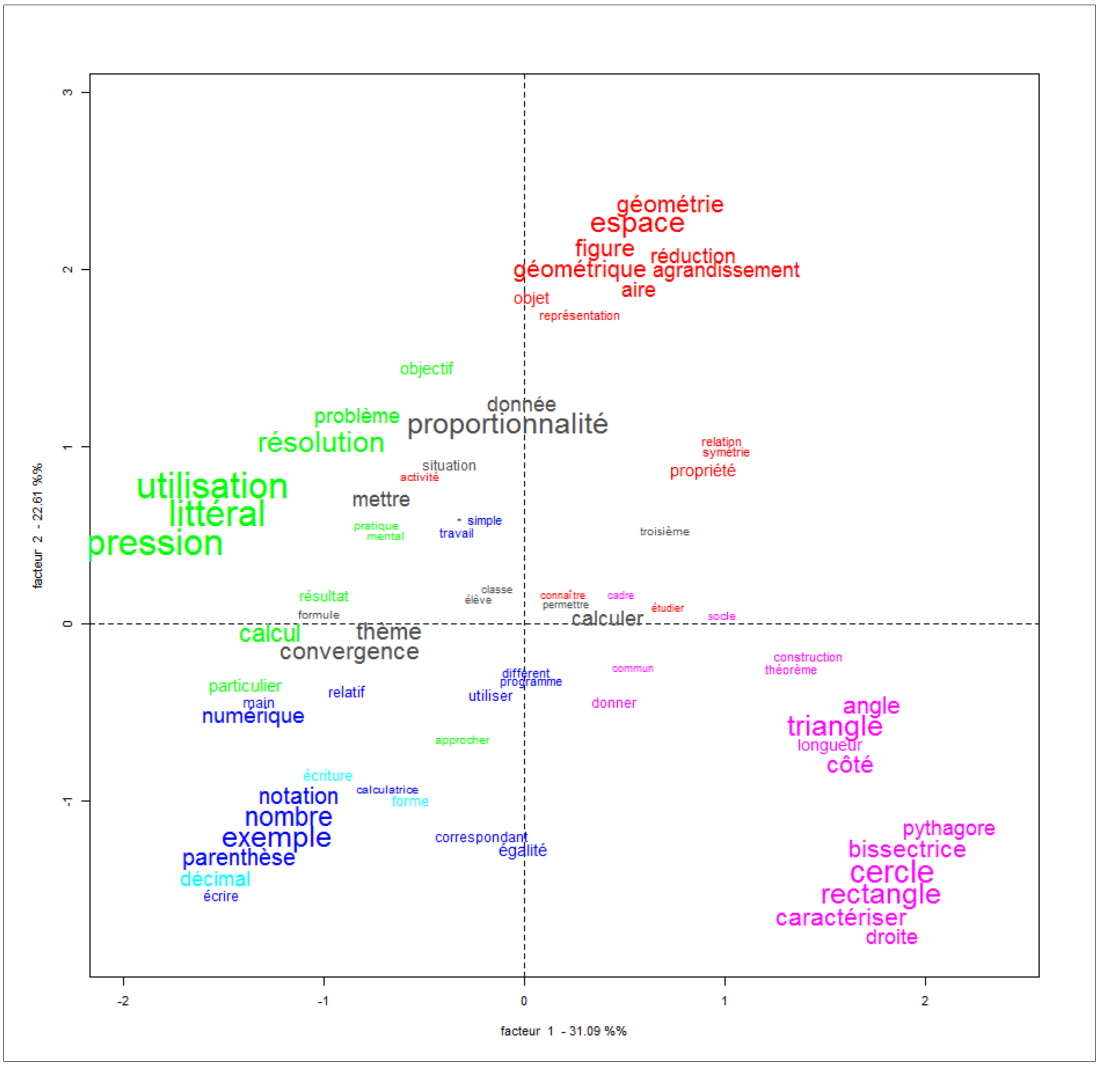


***Figure 14** : Analyse Factorielle des Correspondances*
du programme de mathématiques en quatrième par IRaMuTeQ

La place centrale de la classe 2 souligne sa position praxéologique intermédiaire entre les deux domaines mathématiques. Les formes « proportionnalité » et « calculer » renvoient ainsi l'une à un concept fondamental du programme de quatrième et l'autre à un genre de tâche majeur. Toutes deux évoquent les techniques fractionnaires étudiées à ce niveau scolaire, que ce soit pour elles-mêmes ou comme outils de techniques géométriques autour du théorème de Thalès ou de la trigonométrie par exemple. Cette classe 2 semble ainsi pouvoir être interprétée comme représentative à la fois du domaine Grandeurs et Mesures et du domaine Gestions de Données et Fonctions. Elle s'étale de façon diffuse dans la partie centrale du graphique, entre les autres classes. Mais la classe 2 ne se contente pas de relier les domaines de la géométrie et du numérique par les secteurs d'étude particuliers que sont les fractions ou les triangles proportionnels. Elle renferme aussi les formes « thème » et « convergence » qui rappellent les nombreux « thèmes de convergence » que propose le texte officiel avec les autres disciplines. La classe 2 marque donc une ouverture des programmes vers des praxéologies non mathématiques.

Les interprétations proposées pour la classe 2 s'appliquent également à la classe 3. Ce phénomène se retrouve dans la classe 3. Proche de la classe 2, sur le graphique et aussi par son lexique (avec « calcul » dans l'une et « calculer » dans l'autre), elle s'en distingue par un éloignement plus marqué avec les autres classes. Les formes « résolution » et « problèmes » y joue un rôle important et traduisent elles aussi une certaine ouverture des références praxéologiques.

Ainsi, l'AFC retrouve bien la séparation des domaines du Numérique et de la Géométrie. Mais l'AFC divise le domaine géométrique en deux, et elle confond le domaine Grandeurs et Mesures avec le domaine Gestion des Données et Fonctions. L'AFC fait également émerger d'autres sources de références possibles, exprimées par les classes 2 et 3, et qui ouvrent les mathématiques aux autres disciplines *via* par exemple les thèmes de convergence.

L'ADS (figure 15) va affiner encore un peu plus cette observation.

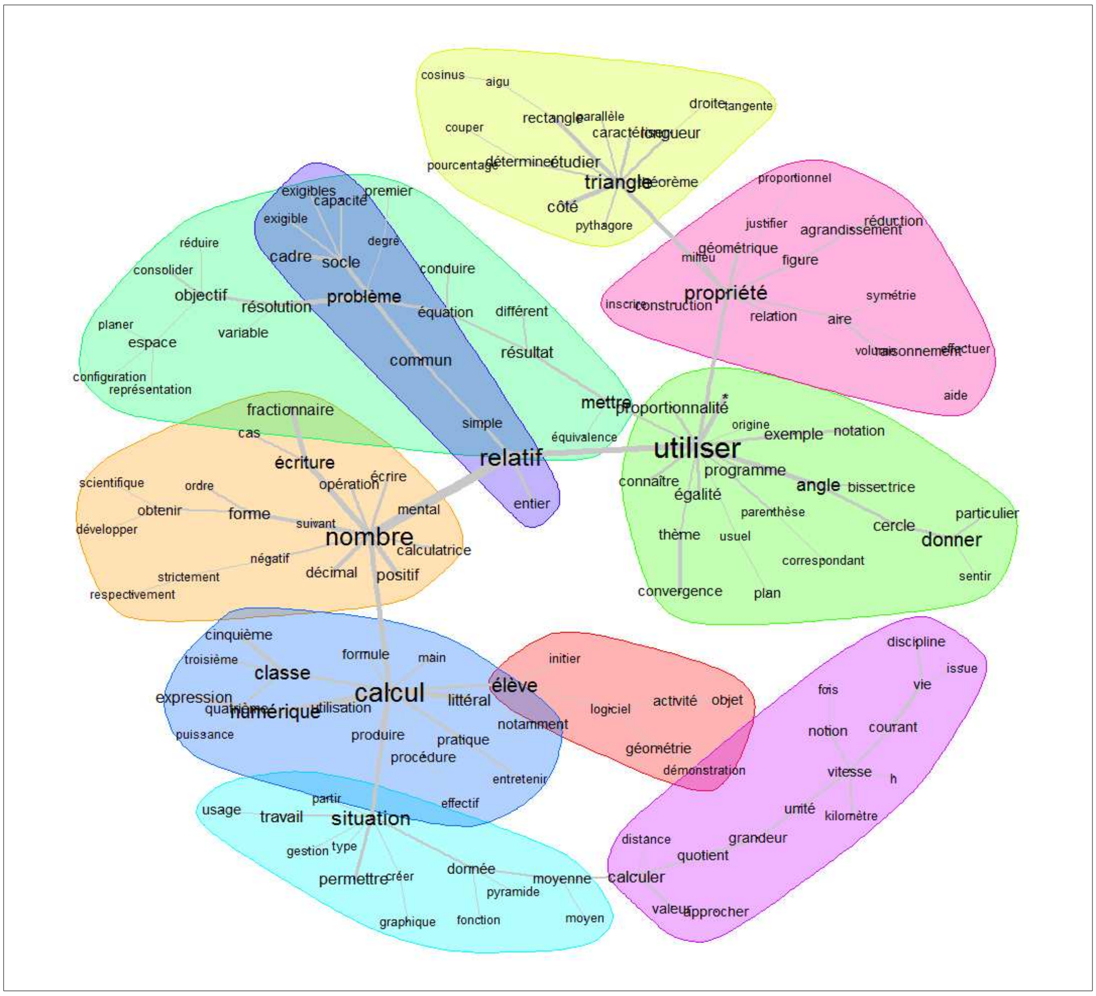


***Figure 15** : Analyse Des Similitudes*

du programme de mathématiques en quatrième par IRaMuTeQ

À première vue, l'arbre part d'une racine autour de la forme « utiliser » et se compose de deux branches, l'une de squelette les formes « relatif », puis « nombre », « calcul » et « situation », l'autre plus courte et de squelette les formes « propriété » puis « triangle ». Ces deux branches correspondent aux deux domaines des mathématiques qui étaient identifiés dans l'AFC, la géométrie avec les classes 1 et 6, et le numérique avec les classes 4 et 5. Mais dans l'ADS ces domaines sont reliés par la racine de l'arbre autour de la forme « utiliser » et dans laquelle on retrouve, sur des branches secondaires, les thèmes de convergence et la proportionnalité. L'interprétation conduit à retrouver là les classes 2 et 3 de l'AFC. Le fait que la forme centrale de la racine soit « utiliser » souligne l'importance accordée par ce texte normatif aux usages qu'il peut être fait des mathématiques. Les praxéologies mathématiques ont en effet très souvent, outre un faciès théorique, un caractère technologiques et pratico-technique.

Un examen plus détaillé de l'hypergraphe fait apparaître que d'autres communautés lexicales apparaissent. Partant dans la branche principale de l'arbre du côté du monde numérique, on remarque un long prolongement de celle-ci vers des communautés de moins en moins spécifiques des mathématiques. Une boucle apparaît ainsi dans l'hypergraphe autour des formes « situation », « calcul »et « élève », et de formes qui n'avaient pas été retenues par l'AFC, les formes « vie », « courante » et « discipline ». La communauté lexicale autour de la forme « élève » est également nouvelle. Par sa position proche du centre, elle rappelle que l'élève est au cœur des systèmes didactiques et que c'est son évolution praxéologique qui est l'enjeu. Toujours sur la branche du numérique, mais dès la première communauté lexicale rencontrée, autour de la forme « relatif », une autre communauté apparaît autour de la forme « problème ». Elle contient également des formes plus ambigües, que l'on peut considérer comme ouvertes sur le monde non mathématique, comme « représentations » ou « espace ».

L'ADS retrouve donc les domaines mathématiques du programme officiel. Elle confirme non seulement l'existence d'une ouverture en quatrième vers des praxéologies d'autres disciplines au travers des thèmes de convergence, mais aussi vers des praxéologies non scolaires issues de la « vie courante». Ces sources de références externes apparaissent à la périphérie du graphique. L'ADS resitue également l'élève au centre du système didactique.

4 Comparaison du programme de quatrième avec celui des autres niveaux de classes

Les analyses des programmes stricto sensu des trois autres niveaux de classes arrivent aux mêmes observations[13]. Le premier facteur des AFC (figures 16,18,20) sépare encore chaque fois proprement le domaine de la géométrie du domaine des

13 Nous ne présentons plus dans ces analyses les CDH pour éviter les redondances avec l'AFC et l'ADS.

nombres et des calculs. Mêmes les formes prépondérantes varient peu. En ce qui concerne le numérique : on retrouve en sixième la forme « nombre » associée à « entier', en cinquième les formes « égalité », « exemple » et « numérique » , et en troisième les formes « nombre » et « calcul ». Pour la géométrie, le deuxième facteur continue de séparer ce domaine en deux. Une distinction entre la géométrie plane et la géométrie dans l'espace semble alors s'esquisser. Ainsi, en sixième, on trouve « symétrie » d'une part, « solide », « espace » et « volume » d'autre part. En cinquième, « symétrie centrale » et « prismes et cylindres » sont séparés. En troisième les choses sont un peu différentes : le domaine de la géométrie est plus homogène, autour d'une forme comme « sphère » , et une nouvelle classe apparaît, à coordonnées positives, dans laquelle on retrouve le premier domaine Gestion de données et Fonctions. Ce domaine se trouve ainsi mieux séparé en troisième, tandis que celui des Grandeurs et Mesures conserve une position centrale et diffuse dans le graphique. Enfin, on retrouve encore l'équivalent des classes 2 et 3, avec leurs formes codisciplinaires ou plus ouvertes sur le monde. On retrouve ainsi les formes « thème » de « convergence » et « résolution » de « problèmes » en troisième, la forme « usuel » en sixième, et surtout « vie » « courante » en cinquième.

Dans les ADS (figures 17,19,21), la racine des arbres s'organise toujours autour de la forme « utiliser ». La forme « élève » est encore plus centrale et marquée en sixième qu'elle ne l'était en quatrième, mais n'est plus au centre des communautés lexicales en cinquième et en troisième. De la racine partent toujours au moins deux branches, l'une géométrique et l'autre numérique. Ces deux branches sont très chevauchantes en troisième, où elle laissent la place à la branche nouvelle des « fonctions ». En sixième la branche géométrique est bifide. Mais, aussi bien en sixième, qu'en cinquième et qu'en troisième, une communauté qui était à peine esquissée en quatrième apparaît dans l'hypergraphe. Elle se centre sur la forme « connaissance » ou la forme « connaître » et retrouve en grande partie le domaine des Grandeurs et Mesures. Aux extrémités de chacune de toutes ces branches, on retrouve encore des formes relevant de la co-disciplinarité ou de références à la vie quotidienne, comme là encore les formes « vie », « courant », « thème » et « convergence », mais aussi « objet », « usage » ou « permettre ».

L'analyse référentielle lexicométrique des programmes mathématiques *stricto sensu* permet donc de retrouver *grosso modo* les quatre domaines de la discipline, l'activité de l'élève constituant généralement un point central d'articulation. Le domaine des Nombres et Calculs est bien séparé de celui de la Géométrie, qui lui même est parfois divisé en deux sous-domaines, la géométrie plane et la géométrie dans l'espace. Le domaine Grandeurs et Mesures et le domaine Gestion de Données et Fonctions sont davantage diffus, en position intermédiaire entre les autres domaines. Ce n'est qu'en troisième que le dernier de ces domaines se différencie nettement. L'analyse fait également émerger d'autres classes ou d'autres communautés lexicales davantage tournées vers les autres disciplines et vers la vie courante. Les AFC opposent ces classes aux autres tandis que les ADS répartissent les formes qui leur sont associées aux extrémités des branches. Ceci exprime une ouverture possible des sources de références employées dans l'enseignement des mathématiques.

La prise en compte de l'introduction commune et des préambules va accroître bien davantage cette place accordée aux sources de références externes aux mathématiques.

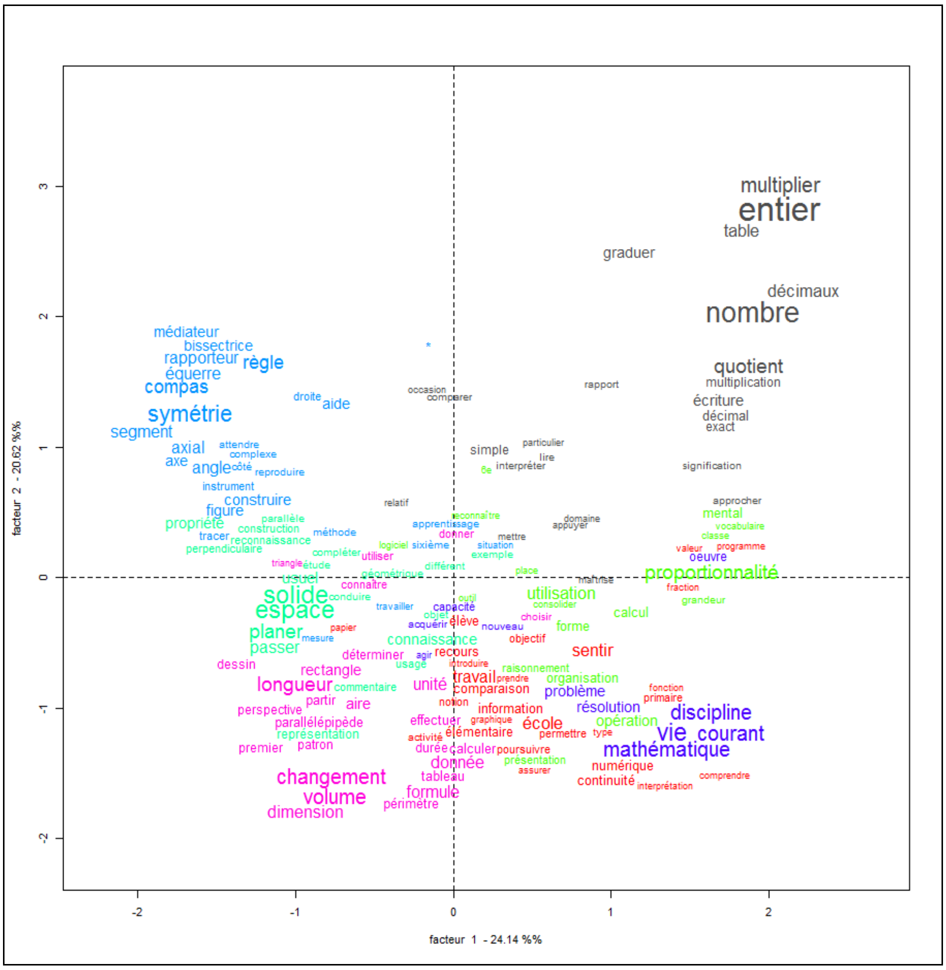


Figure 16 : *Analyse Factorielle des Correspondances du programme de mathématiques en sixième par IRaMuTeQ*

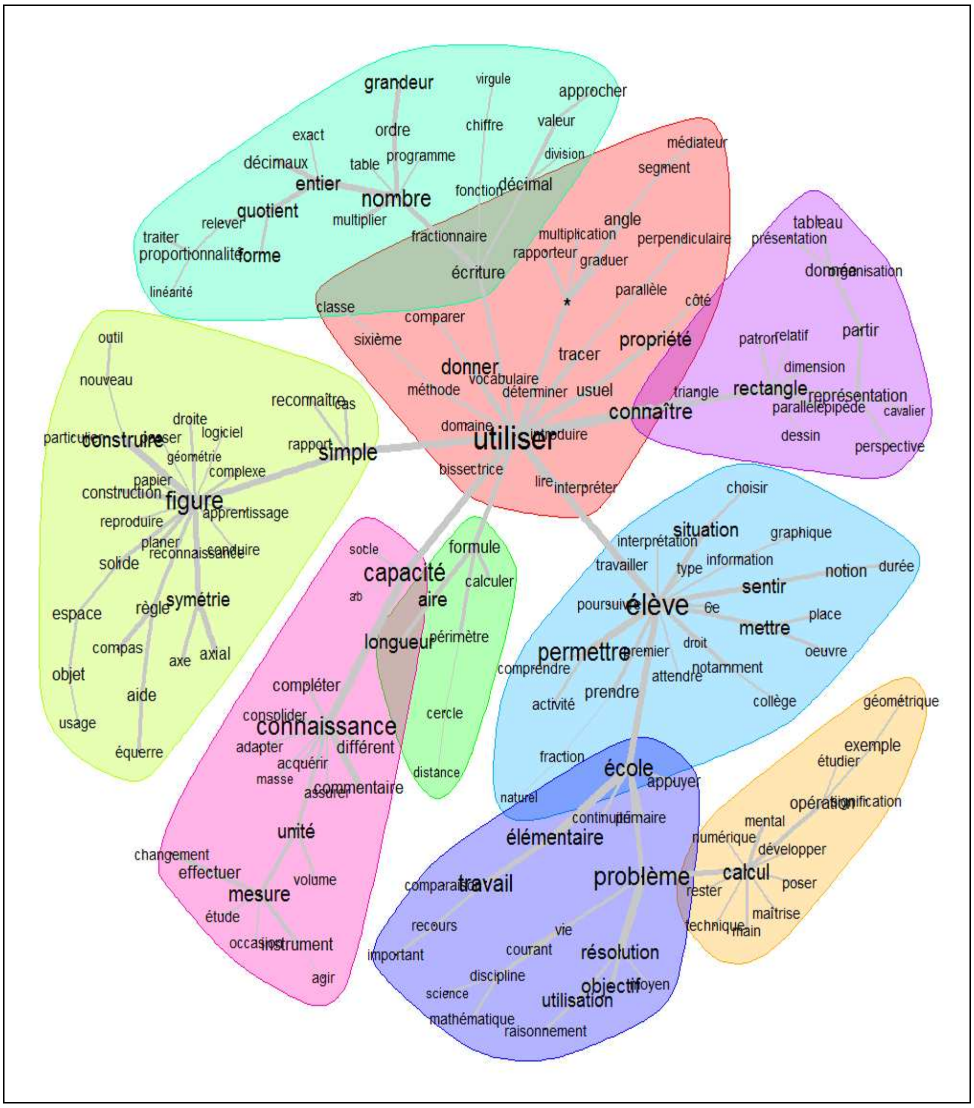


Figure 17 *: Analyse Des Similitudes*

du programme de mathématiques en sixième par IRaMuTeQ

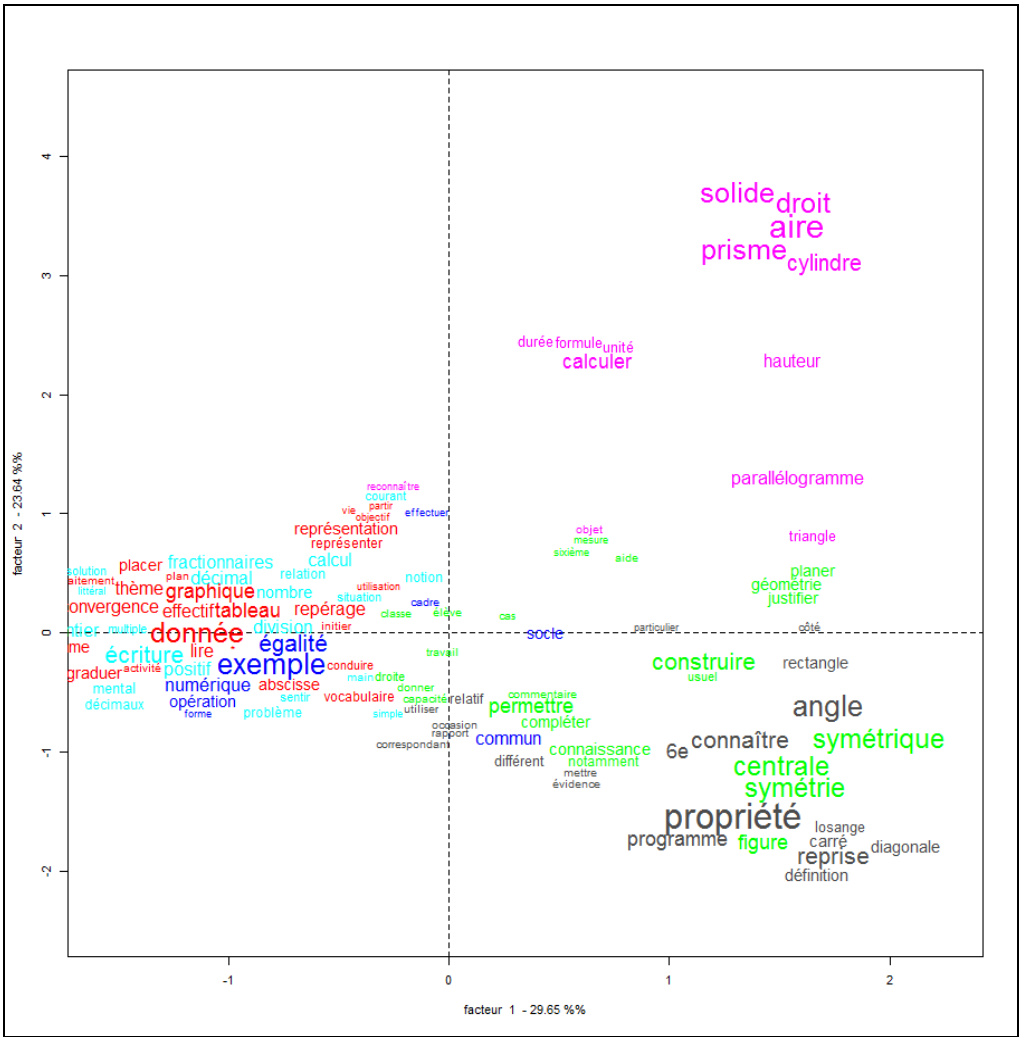


***Figure 18** : Analyse Factorielle des Correspondances du programme de mathématiques en cinquième par IRaMuTeQ*

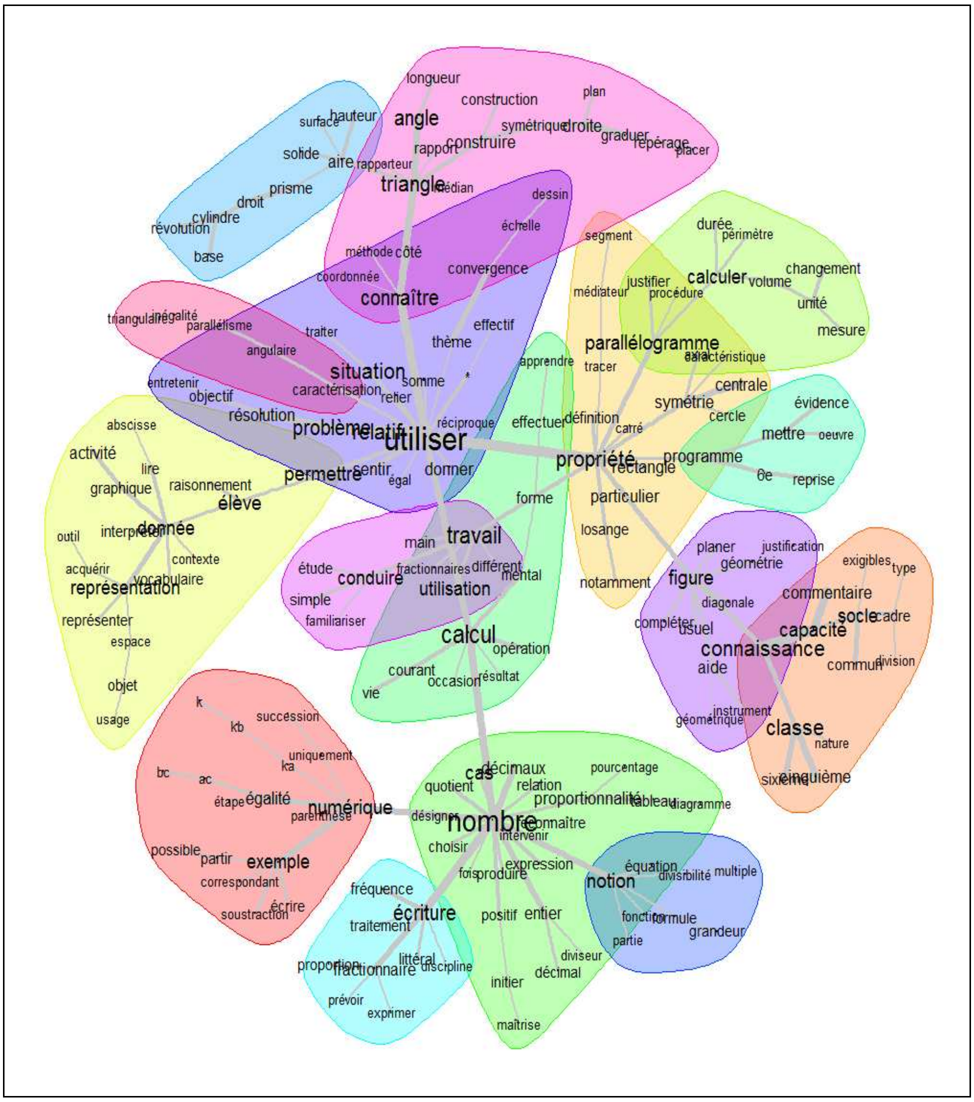


Figure 19 *: Analyse Des Similitudes*

du programme de mathématiques en cinquième par IRaMuTeQ

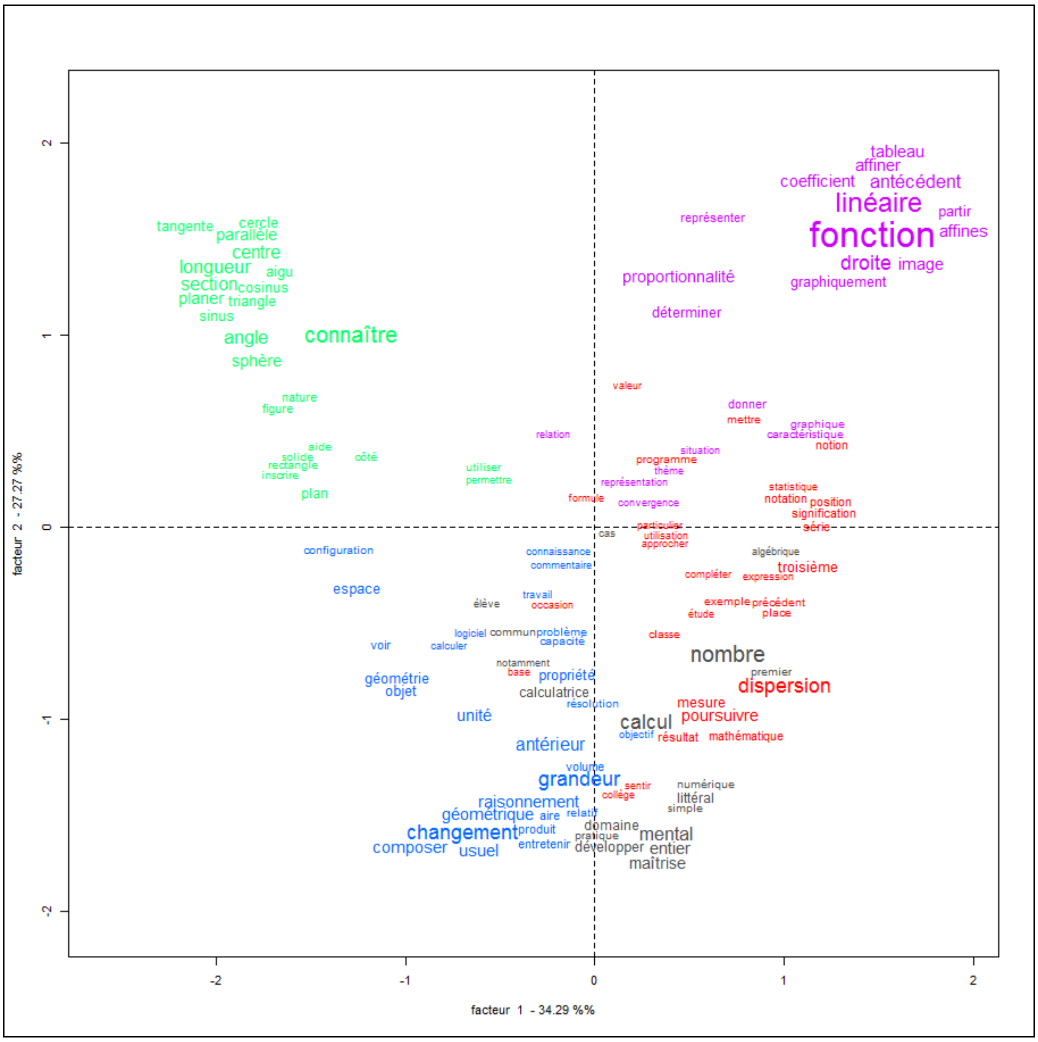


Figure 20 *: Analyse Factorielle des Correspondances du programme de mathématiques en troisième par IRaMuTeQ*

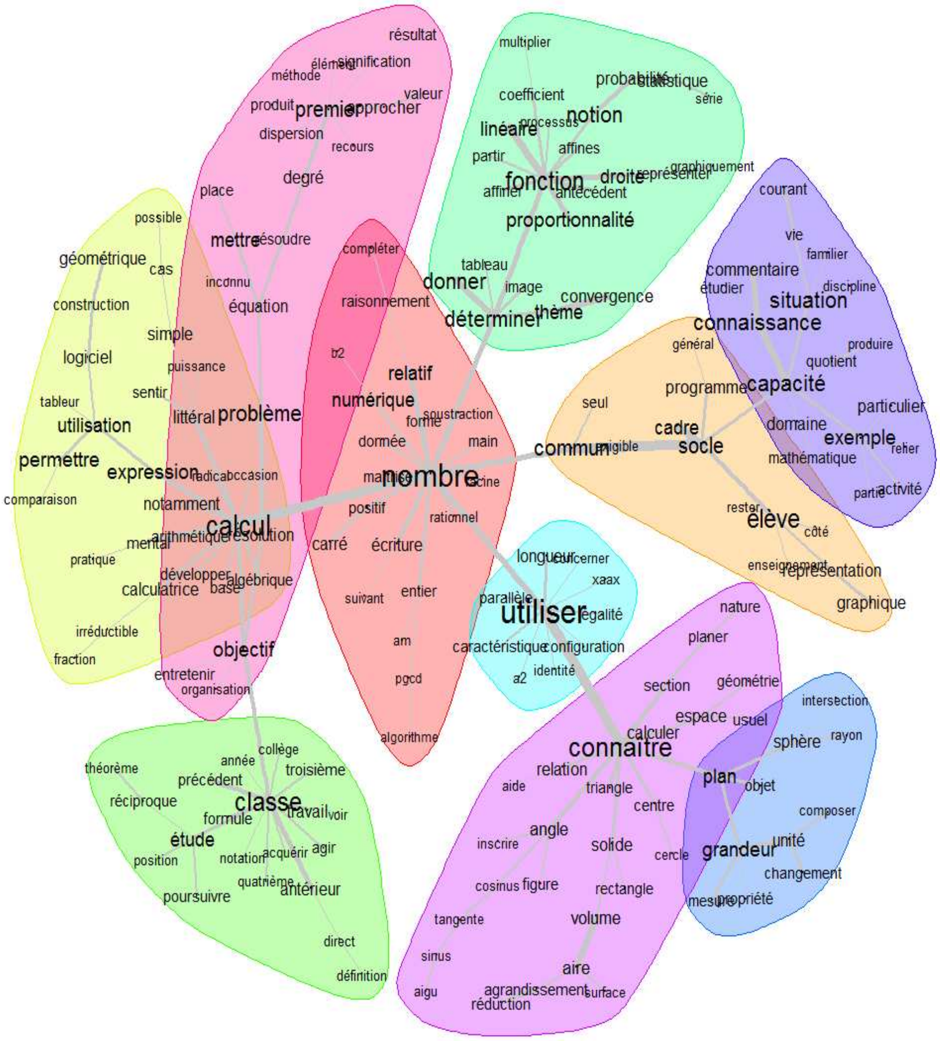


***Figure 21** : Analyse Des Similitudes*

du programme de mathématiques en troisième par IRaMuTeQ

5 Analyse et interprétation du corpus élargi

Rappelons d'abord que le corpus élargi intègre à la fois une introduction spécifique aux mathématiques et un préambule commun aux disciplines scientifiques et technologiques. Son analyse fera donc nécessairement apparaître *a minima* des relations pluridisciplinaires.

Le logiciel libre IRaMuTeQ propose, outre les CDH, les AFC et les ADS, un graphique plus simple sous la forme d'un nuage de points. Ce graphique permet de donner un premier aperçu de la fréquence des formes dans le corpus textuel sans encore entrer dans des algorithmes complexes. Sur ces graphiques, plus une forme est fréquente, plus elle est centrée et de grande taille. Le nuage de points du corpus élargi (figure 22) est déjà très révélateur de ce que peut entrainer l'ajout de l'introduction commune et du préambule aux programmes *stricto sensu* : en son centre se trouve la forme « élève ». **L'élève est au cœur du système didactique**. Il est à la fois raison d'être, sujet et acteur des Classes. Ce n'est qu'autour de l'élève que gravitent par exemple les formes « nombre » et « calcul », « utiliser » et « permettre », « connaissance » et « problème ».

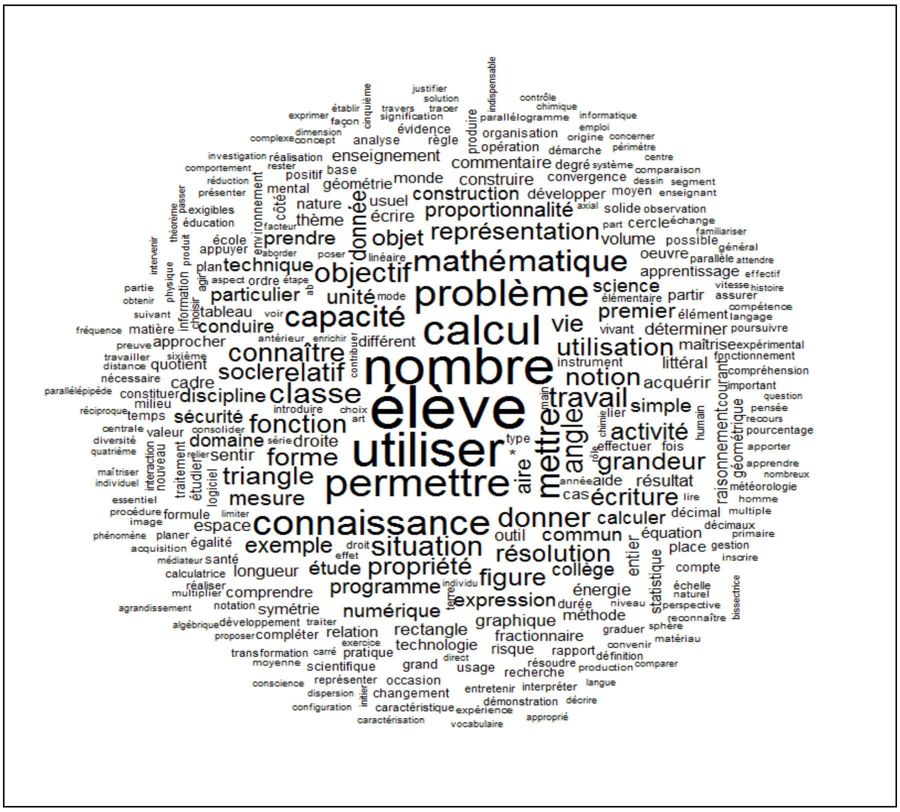


Figure 22 : *Nuage de points*

du programme de mathématiques complet par IRaMuTeQ

La CDH (figure 23) permet d'entrer dans une première hiérarchisation. Elle distingue **2 branches qui regroupent 6 classes de formes** sur près de 62% de segments de textes classés. **La branche principale** du dendrogramme, avec près de 74% des formes, **est séparée en quatre sous-branches qui recouvrent plus ou moins correctement les quatre domaines des mathématiques**. Ainsi, le **domaine de la Géométrie** correspond maintenant à la **classe 2** (25%), avec pour trois premières formes « angle », « figure » et « triangle », le **domaine des Nombres et Calculs** à la **classe 4** (20%), avec des formes comme « nombre », « écriture » ou « calcul », le **domaine Grandeurs et Mesures** à la **classe 3** (12%), avec des formes comme « équation », « problème » et « recherche », et le **domaine Gestion de Données et Fonctions** à la **classe 5** (16%), avec pour formes « proportionnalité », « fonction » et « donnée ». **La deuxième branche du dendrogramme est davantage non**

mathématique. Elle est décomposée en la classe 1 (11%), avec des formes comme « art », « histoire », « science » ou « monde », et la classe 6 (15%), avec pour formes principales « vivant », « énergie », « environnement », ou « humain ». **On retrouve, de façon plus marquée que dans les programmes *stricto sensu*, des références aux autres disciplines, même non scientifiques comme les arts ou l'histoire, et plus généralement à des sources externes non scolaires.**

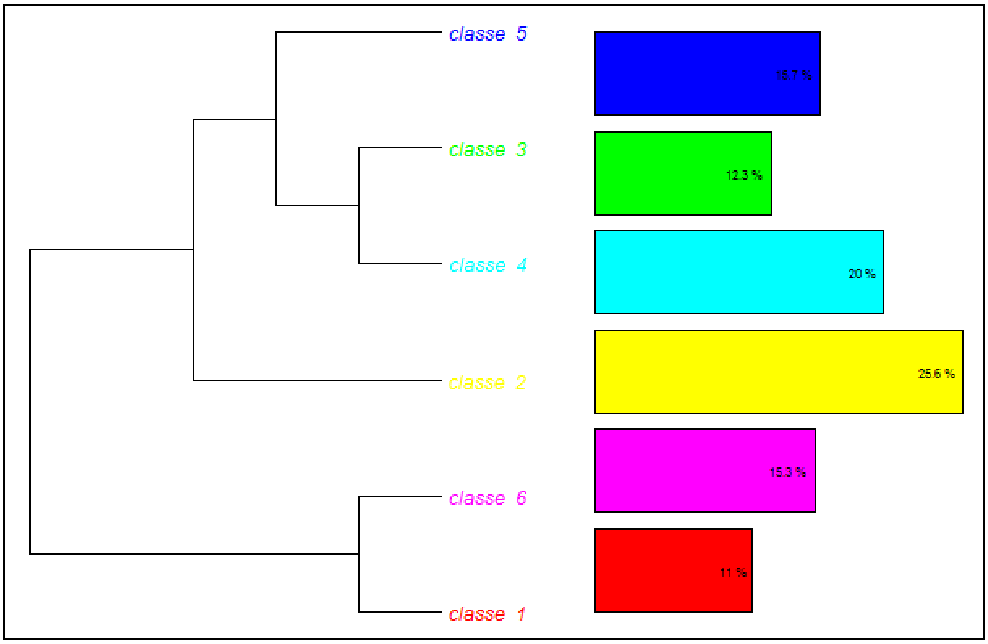


Figure 23 *: Classification Descendante Hiérarchique du programme de mathématiques complet par IRaMuTeQ*

Deux formes semblent caractériser les références praxéologiques externes non scientifiques , les formes « vie » ou « vivant », et la forme « monde ». Deux autres formes, nouvelles par rapport aux analyses du corpus restreint, apparaissent dans la classe 1 : les formes « art » et « histoire ». Les graphes étoilés (appelés 'graphes du mot' dans IRaMuTaQ) de ces quatre formes (figures 24, 25, 26, 27) font apparaître leurs relations aux autres formes et permet de préciser leur sens. Plus une arête est épaisse, plus fort est le lien entre les deux mots qu'elle relie.

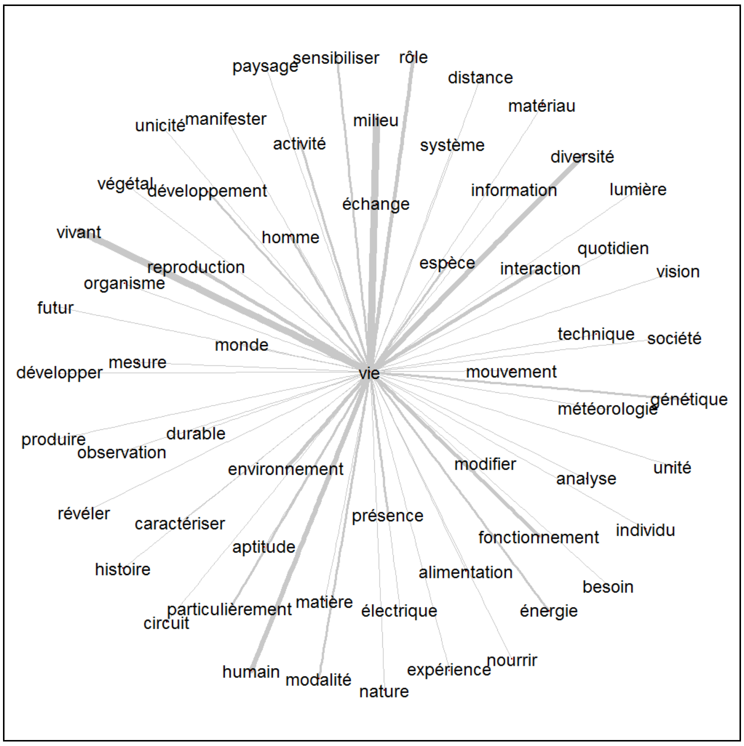


Figure 24 *: Graphe étoilé du mot « vie »*

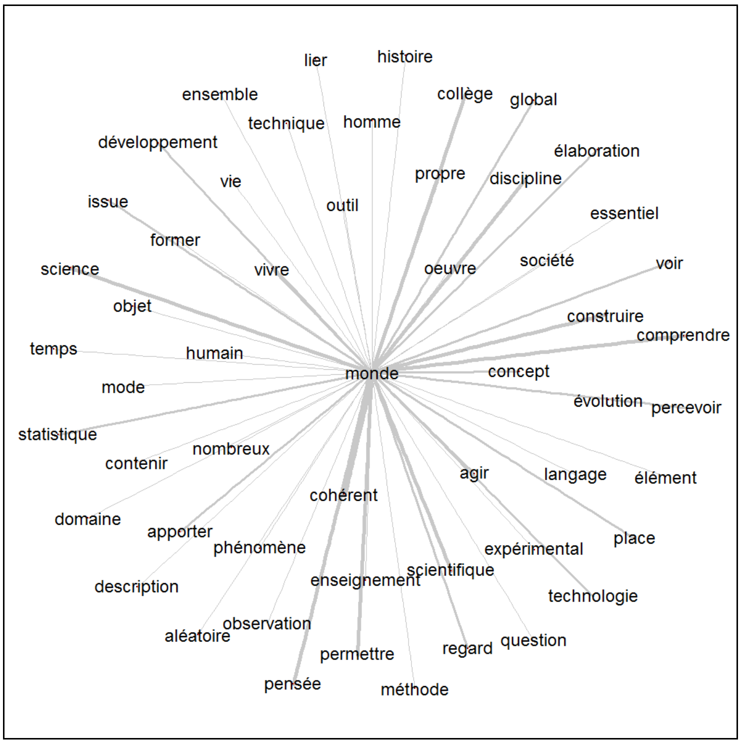


Figure 25 *: Graphe étoilé du mot « monde»*

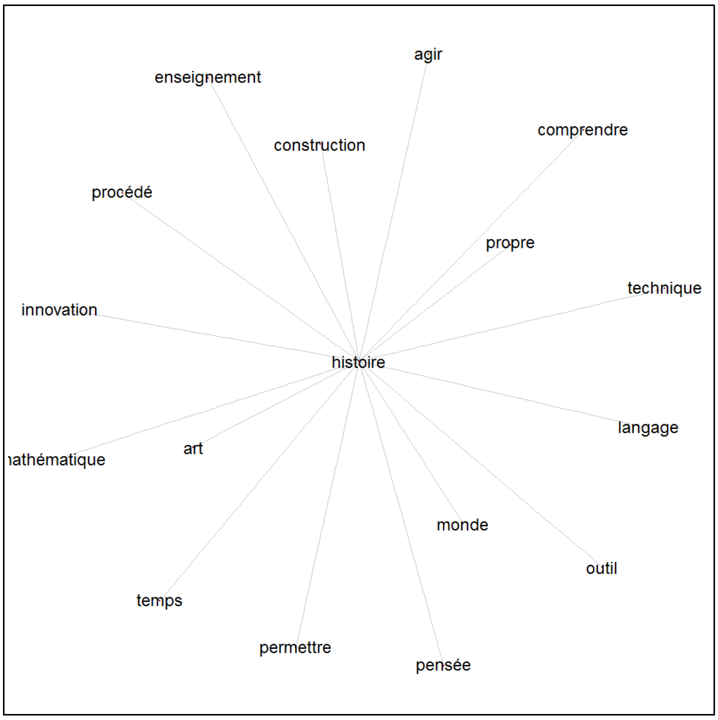


Figure 26 *: Graphe étoilé du mot « histoire»*

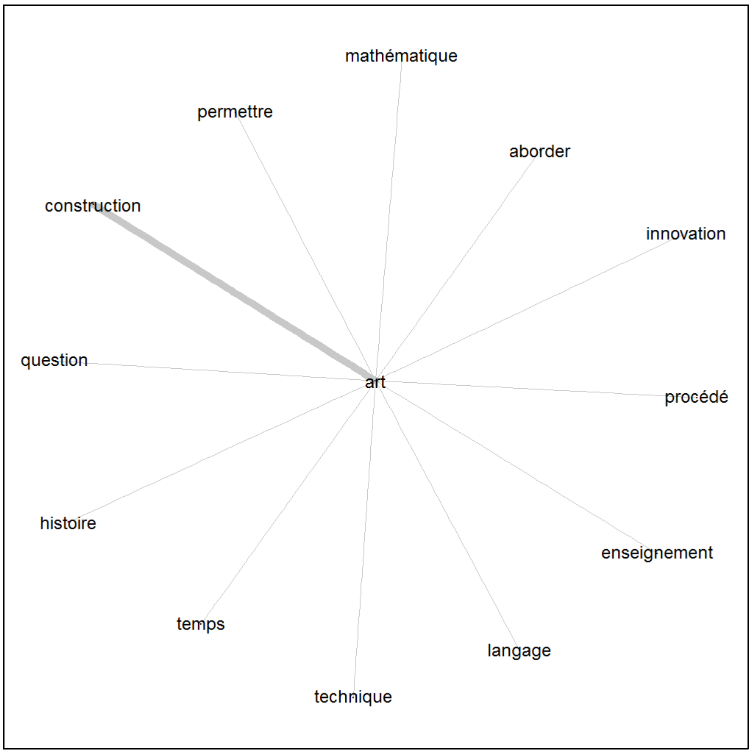


Figure 27 *: Graphe du mot « art»*

Ainsi, les formes « vie » et « monde » apparaissent au cœur de réseaux lexicaux riches et qui évoquent de nombreuses possibilités de sources référentielles. La forme « vie » est ainsi fortement reliée aux formes « milieu », « humain » et « diversité », la forme « monde » aux formes « permettre » et « penser ». Les deux formes sont aussi reliées entre elles. Pour les formes « histoire » et « art », les graphes étoilés, moins développés, présentent la même particularité. Elles sont toutes deux reliés entre-elles. Elles sont aussi reliées à la forme « mathématique », suggérant ainsi des références plus circonscrites à l'histoire des mathématiques et à des arts géométriques, mais cette interprétation ne pourra être confirmée qu'à partir d'une analyse directe du contenu, ce qui sera fait dans le chapitre suivant. Remarquons encore que la forme « art » est fortement corrélée à la forme « construction », évoquant là aussi des applications possibles des constructions géométriques.

L'AFC (figure 28) et son analyse factorielle confirme ces observations. Le premier facteur sépare très nettement la classe 6 des classes mathématiques 2 à 5. **Cette classe 6 des références au monde et au vivant a pris une très grande ampleur** en comparaison de ce qu'elle représentait dans les programmes *stricto sensu*. À elle seule elle occupe un bon quart de l'aire graphique. **La classe 1 des références aux autres disciplines occupe une position centrale qui permet de passer des mathématiques au monde extérieur**. Le facteur 2 quant à lui sépare uniquement le domaine du numérique de celui de la géométrie. Remarquons encore que la forme « élève », jugée peu discriminante par l'AFC, est de petite taille sur le graphique mais demeure en position centrale (coordonnées (0 ; -,05)).

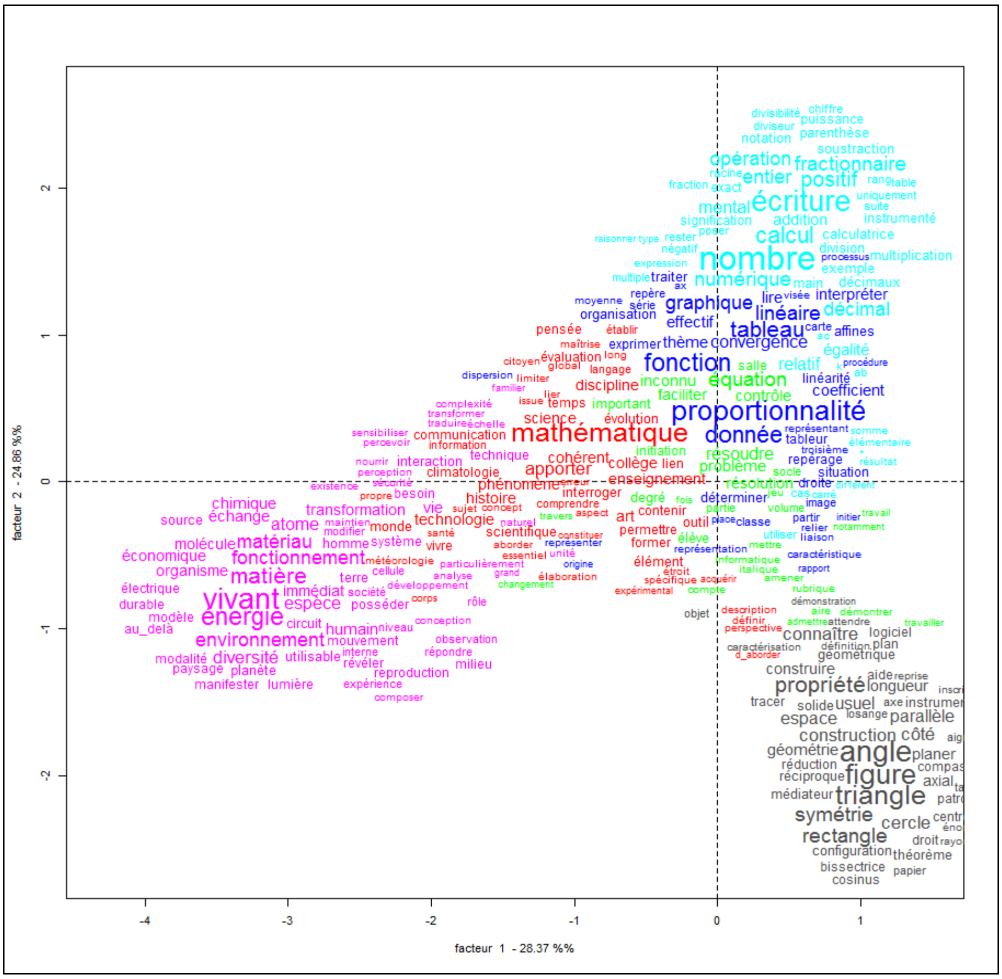


Figure 28 : Analyse Factorielle des Correspondances du programme de mathématiques complet par IRaMuTeQ

L'hypergraphe que propose l'ADS (figure 29) du corpus élargi est dominé par la communauté de « élève ». De ce point central rayonnent alors plusieurs branches, dont une principale initiée par la communauté de « utiliser » qui contient des formes du domaine de la Géométrie, avec deux branches secondaires autour de « angle » et de « triangle ». La communauté de « utiliser » se prolonge par la branche principale qui développe successivement le domaine des Nombres et Calculs en deux communautés homonymes, puis une communauté terminale autour des formes « aire » et « volume ».

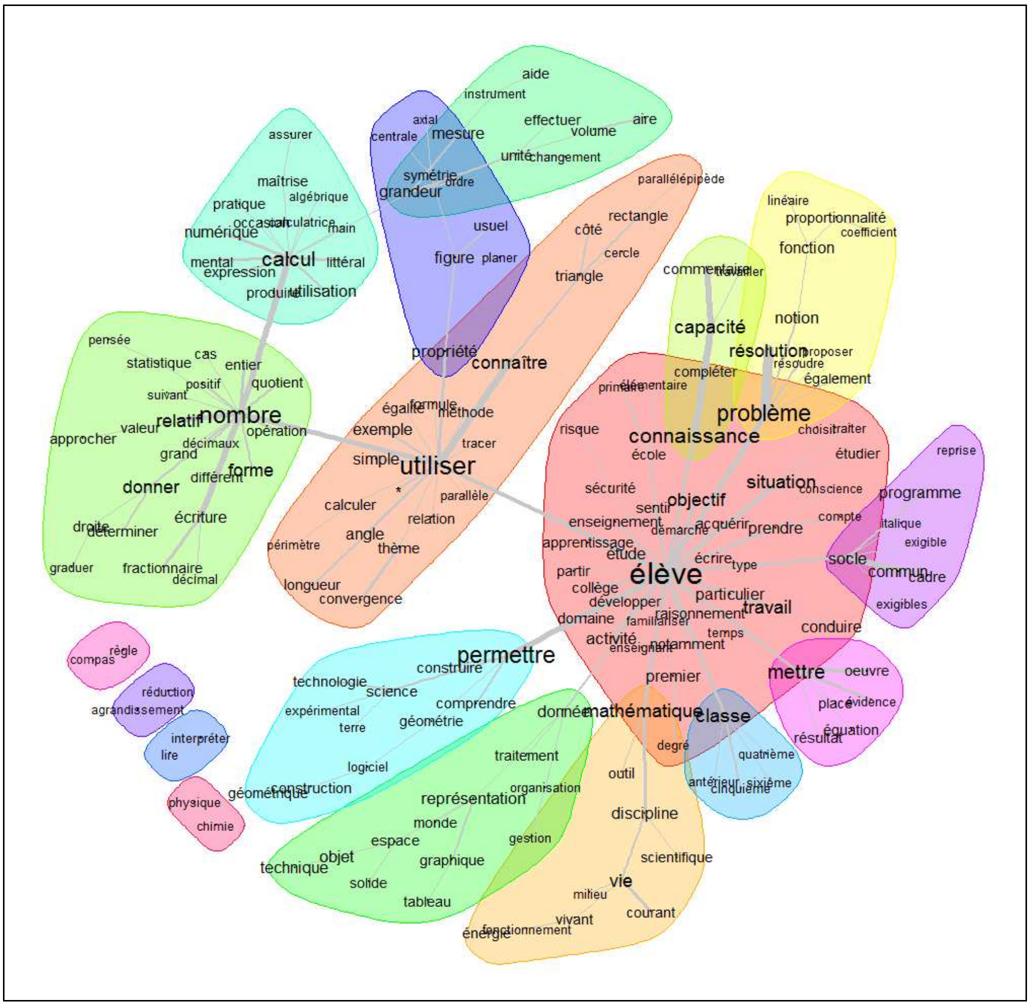


***Figure 29** : Analyse Des Similitudes*
du programme de mathématiques complet par IRaMuTeQ

Ces deux dernières formes initient un pont sémantique entre les domaines géométriques et numériques matérialisé par l'existence d'une petite communauté les chevauchant tous les deux et construite autour des formes « grandeur » et « mesure ». **Le domaine Grandeur et Mesures est situé par l'hypergraphe de l'ADS dans sa fonction didactique de mise en relation des domaines géométriques et numériques. Au final, la branche principale rassemble trois des quatre domaines des mathématiques.**

Pour retrouver le quatrième domaine, Gestion de données et Fonctions, il faut revenir à la racine « élève » et explorer les autres branches du graphique. On s'aperçoit alors que **le domaine est séparé en deux branches, l'une autour de la forme « fonction », l'autre autour de la forme « données** ». Alors que la première reste dans un lexique mathématique, la seconde de ces formes s'ouvre sur **une communauté d'interprétation plus ambigüe**, avec d'autres formes aux significations plus générales comme « représentation », « objet » ou « espace ». **Sur la droite de cette communauté, celle des références à la vie courante apparaît, séparée**, et associée aux formes homonymes mais aussi « discipline » et « scientifique ». On pourrait interpréter cela comme une référence aux disciplines scientifiques et technologiques, mais les formes « sciences » et « technologie » ne sont pas dans cette communauté. Elles se trouvent à gauche de la communauté des références extérieures au monde, associées à d'autres formes comme « terre », « géométrie » ou « expérimental ». Ainsi, **les références aux disciplines scientifiques sont étalées sur deux communautés**.

D'autres communautés gravitent encore autour de la forme « élève ». Entre celles de la vie courante et celle des fonctions, trois apparaissent. Celle en position médiane n'est pas interprétée car contenant des formes non discriminantes comme « mettre » et « œuvre », mais aussi « équation » ou « place ». Les deux autres sont plus intéressantes. La première est construire sur la forme « classe » et contient les différents niveaux du collège. Elle rappelle que **la Classe est une institution de référence**, et, avec la forme « antérieur », que **l'équipement praxéologique d'un élève générique est constitué par agrégation des équipements praxéologiques des Classes auxquelles il a appartenu**. La deuxième communauté est sémantiquement voisine de la première. Avec les formes centrales « socle » et « programme », elle précise que **les textes officiels sont aussi des sources de référence**. Elles le sont par contrat pour le professeur. Une autre communauté part de la racine, à gauche de celle des fonctions. Ses nœuds principaux sont sur les formes « objectif », « connaissance » et « capacité ». Cette communauté sera interprétée *a minima* comme un artefact dû à la surabondance des ces formes dans les corpus textuel, et *a maxima* comme **une référence aux équipements praxéologiques des élèves**.

Enfin quatre petites communautés apparaissent détachées à la périphérie de l'hypergraphe, dans le coin inférieur gauche. On y retrouve la « physique » et la

« chimie » dans l'une d'elle.

Les analyses lexicométriques auront donc fait apparaître une typologie des sources de références évoquées par les programmes officiels de mathématiques du collège :

- **les textes officiels eux-mêmes peuvent servir de référence;**
- **les équipements praxéologiques des élèves car ils sont au centre des enseignements ;**
- **les disciplines scientifiques et technologiques ;**
- **d'autres disciplines, comme les arts ou l'histoire ;**
- **le monde extérieur et la vie courante.**

Il faut rajouter à ce bilan que **l'institution professeur n'apparaît pas dans les analyses,** alors que les tableaux de Classe de la partie 1 ont prouvé que les références à l'équipement praxéologique du professeur étaient pour le moins présentes.

6 Analyse référentielle directe du contenu

Le préambule est découpé en 4 chapitres :

- 1. Finalités et objectifs,
- 2. Le socle commun,
- 3. Organisation des contenus,
- 4. Organisation des apprentissages et de l'enseignement.

L'introduction commune est quant à elle organisée en six chapitres :

- I. La culture scientifique et technologique acquise au collège,
- II. Le socle commun de connaissances et de compétences,
- III. La démarche d'investigation,
- IV. La place des technologies de l'information et de la communication,
- V. Les thèmes de convergence,
- VI. Utilisation d'outils de travail en langue étrangère

L'examen détaillé du contenu du corpus élargi permet de retrouver ces catégories des sources de références praxéologiques et de préciser dans quels contextes elles sont évoquées.

Les **références aux équipements praxéologiques des élèves ou de la Classe** apparaissent à de nombreux endroits dans ces chapitres qui rappellent tous que leurs évolutions ne peuvent se faire qu'au travers du « questionnement des élèves sur le monde réel » et de la « résolution de problèmes », l'objectif principal étant de « former de jeunes adultes capables de comprendre les enjeux et débats de la société où ils vivent ». Par exemple :

> À l'école primaire, une proportion importante d'élèves s'intéresse à la pratique des mathématiques et y trouve du plaisir. Le maintien de cet intérêt pour les mathématiques doit être une préoccupation du collège. Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre. Une telle activité, accessible aux élèves, a une valeur formatrice évidente et leur permet d'acquérir les savoirs et savoir-faire qui leur seront nécessaires.

Le paragraphe de l'introduction commune qui est consacré à la **démarche d'investigation** en particulier **est riche en références aux praxéologies des élèves ou de la Classe**. Même si une telle démarche n'est ni « unique » ni « exclusive » et que « tous les objets de l'étude ne se prêtent pas également à sa mise en œuvre », il situe la praxéologie didactique de professeur dans une approche qui « privilégie la construction du savoir par les élèves ». Un canevas pour la mise en œuvre d'une telle démarche est ainsi proposé :

- « choix d'une situation-problème » par le professeur,
- « appropriation du problème » par les élèves afin de « faire naître le questionnement »,
- « formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles » qui sont communiqués à la Classe et testées expérimentalement de façon individuelle ou lors de travaux en groupes,

- conduite par les élèves de « l'investigation ou de la résolution du problème », avec des « moments de débat interne au groupe d'élèves » et la recherche de justifications et de preuves,
- organisation de temps d' « échange argumenté autour des propositions élaborées », avec des communications publiques dans la Classe et la confrontation des propositions,
- « acquisition et structuration des connaissances » avec la mise en évidence des savoirs nouveaux et leur « confrontation » aux savoirs déjà « établis » qui sont rencontrés au travers des recherches documentaires dans les manuels scolaires en particulier, puis « critique » et « reformulation écrite » par les élèves de ceux-ci,
- « mobilisation des connaissances » autour de moments d'entrainement aux techniques ou autour de problèmes nouveaux, et avant que des évaluations ne soient finalement conduites pour mesurer la conformité des évolutions praxéologiques.

Le chapitre du préambule consacré à l'**organisation des apprentissages et de l'enseignement** reprend et précise ses modalités didactiques. Une « pédagogie différenciée basée sur la résolution de problèmes et la mise en activité de la totalité des élèves » y est préconisée, avec une réelle « prise en compte des connaissances antérieures des élèves ». En particulier, la place centrale que « la question de la preuve » occupe en mathématiques au collège est rappelée, avec sa recherche et sa production puis sa mise en forme. Les « compétences nécessaires pour la validation et la preuve sont d'abord travaillées oralement en s'appuyant sur les échanges qui s'instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d'être sollicitées par écrit individuellement. » Une typologie des travaux écrits en trois items est ensuite proposée : écrits « de type recherche », écrits « destinés à être communiqués et discutés », écrits de « référence ». Ce dernier type renvoie à la constitution de l'équipement praxéologique de la Classe et liste quelques médias publics possibles : affiche, transparent, documents informatiques. Le paragraphe suivant de ce préambule aborde la question du « travail personnel des élèves » et ouvre le champ des sources praxéologiques aux sphères familiales, « en dehors de la classe ». Deux autres paragraphes existent encore, l'un portant sur les évaluations et leurs diversités, l'autre sur les « capacités et activités de formation ».

Ainsi les textes officiels préconisent non seulement une réelle prise en compte par le professeur des équipements praxéologiques des élèves, mais aussi une ouverture de leurs *topos*, en particulier par des moments de recherche, de débat, de production et de validation qui favorisent les communications internes dans les groupes ou dans la Classe.

En ce qui concerne le milieu actionnel, le chapitre IV consacré aux technologies de l'information et de la communication rappelle que l'utilisation d'outils numériques est indispensable, que ce soit pour aider à l'étude en facilitant la rechercher d'information, l'élaboration de conjectures ou l'entraînement personnalisé aux techniques, ou pour traiter et représenter des données, voire explorer des algorithmes. **Le milieu actionnel d'une Classe de mathématiques est ainsi susceptible d'être enrichi en accédant à des ressources numériques locale ou en ligne.**

En ce qui concerne l'utilisation de **sources de références externes à la Classe**, le chapitre V de l'introduction commune consacré aux « thèmes de convergence » est particulièrement explicite. On y trouve six thèmes dont les quatre premiers sont explicitement ancrés dans les disciplines scientifiques ou technologiques :

- « importance du mode de pensée statistique dans le regard scientifique sur le monde »,
- « développement durable »,
- « énergie »,
- « météorologie et climatologie ».

Les deux autres thèmes proposés, « santé » et « sécurité », s'ouvrent encore davantage sur le monde extérieur et la vie courante.

C'est également le cas du premier chapitre qui ancre les disciplines scientifiques dans le monde et la société :

> Les sciences expérimentales et la technologie permettent de mieux comprendre la nature et le monde construit par et pour l'Homme. Les

mathématiques fournissent des outils puissants pour modéliser des phénomènes et anticiper des résultats...

Il s'agit de permettre aux élèves de comprendre « l'unité et la diversité du monde », de le « percevoir », de se le « représenter », et de le « penser mathématiquement ».

C'est également dans l'introduction commune et le préambule qu'apparaissent les formes « art » et « histoire » mises en évidence par l'analyse lexicométrique. Ainsi, **un paragraphe entier est consacré aux « mathématiques et l'histoire des arts »** dans le premier chapitre du préambule :

> L'enseignement des mathématiques contribue à sensibiliser l'élève à l'histoire des ***arts*** dans la continuité de l'enseignement assuré à l'école primaire. Situées dans une ***perspective historique***, les œuvres appartiennent aux six grands domaines artistiques définis dans le programme d'***histoire des arts***. Ces œuvres permettent d'effectuer des éclairages et des croisements en relations avec ***les autres disciplines*** : au sein des « ***arts de l'espace*** » peuvent, par exemple, être abordés certains ***principes géométriques*** utilisés dans l'***architecture*** et dans l'***art des jardins*** ; « les ***arts du visuel*** » permettent, par exemple, d'aborder la question de la ***perspective***, les constructions en ***pavages*** ; dans les « ***arts du langage*** » certains ***procédés de construction linéaire*** s'appuient sur des principes mathématiques. Les thématiques proposées dans l'enseignement de l'***histoire des arts***, par exemple « ***Arts, espace, temps*** » ou « ***Arts et innovations techniques*** », permettent d'introduire quelques grands repères dans l'***histoire des sciences, des techniques et des arts***.

Les références à l'histoire des sciences, celle des mathématiques en particulier, déjà présentes dans ce paragraphe, **apparaissent également** un peu plus loin dans le préambule :

> Certains problèmes peuvent prendre appui sur des éléments empruntés à l'histoire des mathématiques.

7 Conclusion

Les textes officiels situent l'action des classes autour des élèves. Plusieurs recommandations didactiques ou pédagogiques sont formulées : la résolution de problèmes est au centre des activités de recherche et de travail, la démarche d'investigation est préconisée et décrite, les débats argumentatifs ou explicatifs entre pairs ou publics sont valorisés. Les équipements praxéologiques des élèves sont donc considérés comme des sources de référence majeures. Cela concerne aussi bien leurs savoirs officiels et mathématiques que leurs expériences privées de la vie courante. De façon plus générale, les références externes à la classe, puisées dans les disciplines scientifiques ou plus généralement dans le monde extérieur, sont fréquemment suggérées par les textes officiels, en particulier dans les thèmes de convergence pluridisciplinaires proposés. Le préambule et l'introduction commune évoquent aussi explicitement des références possibles aux arts et à l'histoire des sciences.

Les programmes officiels font donc apparaître une répartition des sources de références différente de celles observées dans les classes (voir tableau 17). **L'équipement praxéologique de l'élève est au centre du discours. Celui du professeur est remplacé par des discours autoréférés, mathématiques technologico-théoriques normatifs et officiels, dont les auteurs sont à chercher dans les noosphères ministérielles. Les sources externes sont diversifiées : disciplines scientifiques ou technologiques, histoire des sciences et des mathématiques, arts plastiques, langues étrangères, vie courante et thèmes de convergences. Quant à l'équipement praxéologique de la Classe, il transparaît essentiellement dans le paragraphe consacré à la *démarche d'investigation*. Cette dernière implique en outre un accroissement des topos élèves et s'accorde d'un milieu actionnel numérique.**

Catégories de sources de références
<u>Sources de références internes</u>
• Équipement praxéologique officiel d'élève
• Équipement praxéologique de la Classe
<u>Sources de références externes</u>
• Textes officiels
• Histoire de la discipline
• Disciplines associées :Sciences et Technologies
• Autres disciplines : Arts, Langues étrangères
• Vie courante

Tableau 17 *: Catégories de sources de références praxéologiques dans les programmes officiels (version 3).*

Les références

dans un manuel scolaire

1 Description du document

Les manuels scolaires sont nombreux. Ceux qui sont agréés par l'Éducation Nationale sont conformes aux programmes officiels. Nous avons retenu un seul d'entre eux, celui que les classes de quatrième de notre terrain de recherche utilisent. Le choix du niveau scolaire quatrième tient surtout au fait que dans ce mémoire, la majorité des Classes rencontrées y sont situées. Le manuel scolaire choisi est donc le Transmath de quatrième (Malaval J., 2011) dans son édition de 2011 conforme au Bulletin Officiel Spécial n°6 de 2008. Il est au format A4 en 303 pages. Il est composé de 14 chapitres. Ces chapitres sont précédés d'une notice d'utilisation, d'une proposition de progression et surtout de rappels des textes officiels : extraits du programme, thèmes de convergence, brevet informatique du collège B2i [BO n°42 du 16 novembre 2006] et socle commun. Ils sont suivis d'un formulaire mathématique de plusieurs pages, de corrections d'exercices ou de devinettes, et d'un index. Les quatre pages de garde du manuel abordent l'utilisation d'un tableur et du logiciel GeoGebra (http://www.geogebra.org).

La chapitre analysé, le neuvième, traite du théorème de Pythagore (annexe 3.2). Ce chapitre a été retenu parce qu'il est *a priori* susceptible de contenir, plus que les autres, des références externes. En effet, non seulement il s'inscrit dans le domaine de la géométrie, domaine relié dans le chapitre précédent aux arts, mais en plus il traite d'un thème fortement ancré dans l'histoire des mathématiques et dont les applications dans la vie courante sont nombreuses (dans les métiers du bâtiment par exemple). En outre nous aborderons ce thème à nouveau dans la quatrième partie du mémoire. Il est ici décliné sur 20 pages (soit environ 7% du manuel). La première page est une page de présentation, la seconde une page d'évaluation initiale, puis suivent 2 pages d'activités, 2 pages de cours, 3 pages sur des savoir-faire, 11 pages d'exercices.

Les pages d'exercices sont également structurée à partir de fonctions didactiques :

- 2 page d'exercices du socle commun,
- 4 pages d'exercices d'application,
- 1 page d'exercices de rédaction ou d'argumentation,
- 2 pages de travail en autonomie, dont une d'évaluation et une de conseils méthodologiques pour préparer un contrôle,
- 2 pages d'exercices d'approfondissement, dont des défis et un sujet d'exposé.

2 La méthode d'analyse

La méthode d'analyse proposée s'apparente à une analyse iconométrique en ce sens qu'elle repose sur un découpage spatial de la surface des pages traitées qui correspond en partie à leur mise en page. En outre, l'analyse est aussi sémantique car chaque zone ainsi traitée est associée à une des catégories référentielles identifiées dans le chapitre précédent. Plus en détail, l'analyse débute par un traitement des données brutes que sont les pages du chapitre : après avoir été numérisée, chaque page est découpée en zones numérotées conformes à sa composition, comme sur la figure 30.

Figure 30 : *zonage iconométrique référentiel d'une page de manuel scolaire*

Puis l'aire de chaque zone est mesurée en millimètres carrés et est rapportée à l'aire totale de la page. (voir figure 30).

Chaque zone est ensuite associée à un unique type de sources de référence. La catégorisation utilisée pour cela est celle qui a émergé de l'analyse lexicométrique des programmes officiels, avec quelques variantes qui seront explicitées dans l'analyse.

Les données sont collectées dans un tableau où la colonne 'type' propose un titre pour la page (généralement celui employé par le manuel), où la colonne 'sous-type' qualifie la zone (généralement là aussi un titre déjà utilisé par le manuel) et où la colonne 'sémio' décrit succinctement ses systèmes sémiotiques (textuelle, icônique (photographie, schéma, illustration, figure géométrique,...), ou mixte). Les colonnes suivantes effectuent les calculs d'aires, puis identifient et synthétisent les sources de références. Voici par exemple (tableau 18) les données relatives à la première page, celle qui apparaît déjà sur la figure 30. Le premier tableau calcule les aires de chaque zone, le deuxième identifie et comptabilise les références, et le troisième réalise une synthèse On y remarque en particulier une grande image d'un voilier occupant 45% de la surface (colonne Aire %) et identifié comme une référence à la vie courante (colonne homonyme).

Page					170	230	391	100
Page	Zone	Type	Sous type	Sémio	largeu	hauteu	Aire	Aire %
1	***1***	***Première pag***	***Titre du chapitre***	***Texte***	***170***	***30***	***51***	***13***
1	2	Première page	Conseil méthodologiq	Texte	35	45	15,75	4
1	3	Première page	Photographie	Image	160	110	176	45
1	4	Première page	Légende	Texte	10	120	12	3
1	5	Première page	Devinette	Mixte	60	40	24	6
1	6	Première page	Devinette	Texte	30	20	6	2

Math	BO	**total**	**y**	**total**	**x**	**total**	Hist.	**total**	TICE	Sc. P	SVT	Techn	**total**	Arts	Langu	**total**	**Vie c**	**total**
1		***13***		***0***		***0***		***0***					***0***			***0***		***0***
	1	**4**		**0**		**0**		***0***					***0***			**0**		**0**
		0		**0**		**0**		***0***					***0***			**0**	**1**	**45**
		0		**0**		**0**		***0***					***0***			**0**	**1**	**3**
		0		**0**		**0**		***0***					***0***			**0**	**1**	**6**
1		**2**		**0**		**0**		***0***					***0***			**0**		**0**

Page	***Disc***	***Hist***	***CoD***	***AD***	***VC***	***x***	***y***	***vide***
Première page	***19***	***0***	***0***	***0***	***54***	***0***	***0***	***27***

Légende :

Math : références aux mathématiques

BO : références aux textes officiels

Disc : Math + BO

x et y : références aux équipements praxéologiques d'un élève ou d'un professeur

Hist : références à l'histoire

TICE : références aux Technologies de l'Information et de la Comunication pour l'Enseignement

Sc. P : références aux sciences physiques

SVT : références aux sciences et vie de la Terre

CoD : TICE + Sc.P + SVT

Arts : références aux arts

Langue : références à une langue étrangère

AD : Arts + Langue

Vie c : références à la vie courante

Tableau 18 : *relevé iconométrique référentiel d'une page de manuel scolaire*

3 L'enjeu didactique

La découverte du théorème de Pythagore et des racines carrées est un enjeu important de la classe de quatrième. Les programmes officiels (Éducation Nationale, 2008) le situent dans le secteur des figures planes du domaine géométrique, autour du thème des triangles rectangles, et excluent les différenciations du théorème en réciproque et contraposée (cela sera envisageable en classe de troisième) :

> Triangle rectangle : théorème de Pythagore.
> - Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.
> - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celle des deux autres.
>
> On ne distingue pas le théorème de Pythagore direct de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On considère que l'égalité de Pythagore caractérise la propriété d'être rectangle. (Op. cité)

L'égalité de Pythagore, qui affirme que dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit, a une longue histoire. Donnons-en un bref aperçu afin d'identifier quelques éléments praxéologiques corrélés à cette égalité, éléments praxéologiques qui sont pour la plupart aux programmes officiels du niveau de quatrième ou des niveaux postérieurs, et dont certains sont évoqués dans ce chapitre du manuel. Pythagore de Samos (-570 av JC, -497 av JC) l'a certainement formulée et a découvert grâce à elle l'irrationalité de la racine carrée de 2 (sujet non traité dans le chapitre car hors programme). L'incommensurabilité de la diagonale et du côté d'un carré fut un secret très gardé par les disciples de l'école pythagoricienne de Crotone (Italie). Mais le mathématicien, qui a voyagé en égypte, en Mésopotamie et en Asie Mineure, n'ignorait certainement pas les méthodes de calcul ou de construction de ses prédécesseurs. L'égalité de Pythagore est en effet connue depuis fort longtemps avant lui pour construire ou contrôler des triangles rectangles à longueurs entières, les triplets pythagoriciens. Le triplet le plus utilisé, même encore aujourd'hui, est (3;4;5). Il vérifie bien $3^2+4^2=5^2$ puisque 9+16=25. La tablette d'argile YBC 7289 (abréviation de Yale Babylonian

Collection), qui date du deuxième millénaire avant JC, atteste que même le nombre racine carrée de 2 était connu de façon approchée bien avant Pythagore. Les méthodes historiques de calcul de racine de 2 mettent en œuvre des compétences sur les aires (au programme de cinquième) et des compétences sur le calcul des racines carrées à l'aide d'une calculatrice (au programme de quatrième). Ces compétences seront considérées comme faisant partie du socle commun en troisième mais ne sont pas abordées dans le chapitre du manuel analysé.

4 Analyse du document

Outre les deux compétences fixées par le programme officiel autour de la caractérisation d'un triangle rectangle ou du calcul d'une de ses longueurs à l'aide de l'égalité de Pythagore, le manuel scolaire aborde deux autres compétences dans ce chapitre : connaître et utiliser la distance d'un point à une droite, et reconnaître et construire une tangente à un cercle. Ces objectifs sont bien listés dans les programmes dans le thème triangles rectangles. Sont écartées du chapitre les questions relatives aux calculs approchés de racines carrées, ainsi que celles sur les cercles circonscrits et sur le cosinus des angles.

Le graphique de la figure 31 présente l'évolution de page en page des sources de références employées. Les catégories utilisées en abscisses sur ce graphique correspondent aux titres des paragraphes apparaissant dans le manuel scolaire. Dans l'ensemble du chapitre, **il n'est jamais fait référence à l'équipement praxéologique du professeur. Celui de la Classe est aussi quasiment absent,** si ce n'est par la proposition d'un travail de groupe dans une zone réduite de la douzième page. **Il en est de même des références aux textes officiels**, qui n'apparaissent que sur la page de présentation. Par contre **le discours technologico-théorique mathématique des auteurs du chapitre est très marqué** (noté Disc sur le graphique). Il occupe la quasi totalité de l'espace des pages dites de 'cours' et de 'savoir-faire' et une bonne partie des pages d'exercices. Les autres pages y ont moins recours. La page de présentation référence à plus de 50% de sa surface la vie courante (notée VC sur le graphique), avec une photographie d'un voilier et une devinette à propos des aires de champs agricoles. Dans l'ensemble du chapitre, **les références à la vie courante sont fréquentes et perlées**. On les retrouve aussi dans les activités et les exercices. **Les références à l'histoire des mathématiques apparaissent deux fois** (notées Hist), dans la première page d'activité et dans une proposition d'exposé à la dernière page des exercices. **Les références aux disciplines scientifiques ou technologiques (notées CoD) apparaissent** dans la première page d'activité et la troisième page de savoir-faire **à propos du logiciel GeoGebra**, et de façon perlée dans les exercices **à propos de technologies relatives à certains métiers**. Aucune référence à des savoirs issus des sciences physiques ou des sciences de la vie et de la Terre n'est faite. Enfin, on peut considérer que **l'équipement praxéologique des élèves** (noté x sur le graphique) **est référencé** de deux façons : **par de rares conseils méthodologiques** (page 2) et **par des exercices personnifiés**, c'est-à-dire des exercices rapportant les discours et les calculs d'élèves génériques imaginés par les auteurs. Cet effet de style est flagrant dans les activités ou les exercices qui souhaitent mettre en œuvre chez les élèves des compétences de rédaction, de communication ou d'argumentation.

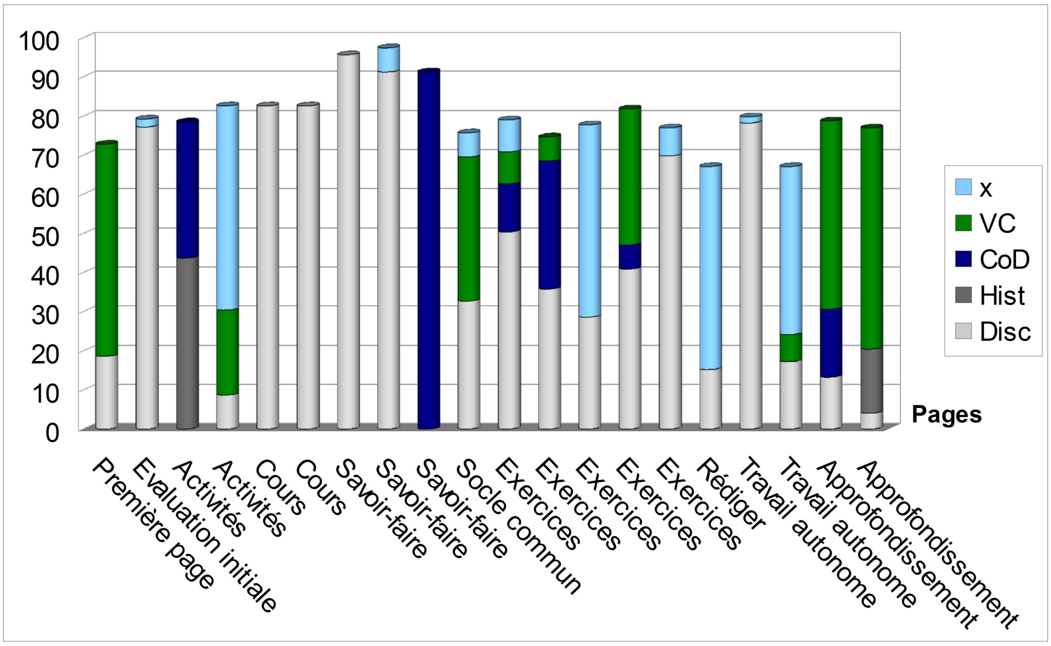


***Figure 31 :** répartition des sources de références dans un chapitre de manuel scolaire*

5 Conclusion

L'analyse référentielle d'un chapitre de manuel scolaire affine quelque peu la catégorisation des sources de références praxéologiques (voir tableau 19). C'est le seul objectif de cette analyse qui ne prétend donc pas dresser un bilan de toutes les sources de références employées dans ce manuel particulier, et encore moins dans les manuels scolaires en général. Comme cela était déjà le cas dans les textes officiels, **les équipements praxéologiques du professeur ou de la Classe sont remplacés par le discours technologico-théorique des auteurs**. **Les programmes eux-mêmes sont référencés**, peu dans ce chapitre, mais dans leur quasi intégralité sur l'ensemble du manuel. **Il en est de même pour l'histoire des mathématiques**. **Des disciplines scientifiques seule la technologie est référencée, les sciences physiques ou les sciences de la vie et de la Terre ne le sont pas. Les savoirs technologiques apparaissent sous deux formes : des méthodes et des activités autour de logiciels mathématiques et des exercices contextualisés à partir de pratiques sociales de références** [Martinand, 1982] généralement inspirées de métiers courants comme agriculteur, maçon, menuisier. **Les autres disciplines non scientifiques sont absentes** du chapitre étudié. **Les références à la vie courante sont également fréquentes et perlées**, déjà présentes dans les exercices à connotation technologique, mais aussi dans des contextualisations différentes inspirées de situations que des élèves pourraient avoir rencontrées, comme par exemple l'étude de la carte d'une station de ski à la dernière page du chapitre.

Enfin, l'**équipement praxéologique des élèves est référencé** de deux façons indirectes : **par des conseils méthodologiques de l'auteur et par des discours personnifiés**. L'équipement praxéologique officiel d'un élève ainsi référencé s'apparente à celui d'un élève générique, donc à des rapports aux savoirs passant de l'officiel à l'institutionnel.

Les sources de références praxéologiques ainsi rencontrées, même si elles sont a priori spécifiques du chapitre traité et du manuel retenu, enrichissent notre catégorisation initiale.

Catégories de sources de références
Sources de références internes
• Équipement praxéologique officiel d'élève (réel ou générique)
• Équipement praxéologique de la Classe
Sources de références externes
• Textes officiels ou d'auteurs de manuels scolaires
• Histoire de la discipline
• Technologie de l'Information et de la Communication pour l'Éducation
• Vie courante
• Pratiques sociales de référence

Tableau 19 *: Catégories de sources de références praxéologiques, version 4. Les types précédés d'un astérisque n'apparaissent pas dans le chapitre du manuel scolaire.*

Les références

dans un établissement scolaire

1 Description de l'établissement scolaire

L'Ensemble Scolaire privé sous contrat Henri Margalhan (ESHM) fait partie intégrante de notre terrain de recherche. Il regroupe un collège, une école primaire et une école maternelle. Il est situé dans le quatorzième arrondissement de Marseille, dans le quartier de Sainte-Marthe (voir figure 32). Il dispose de plusieurs bâtiments dont : une bastide hébergeant le collège et le réfectoire, un ancien couvent en partie réservé au collège, une école primaire, une école maternelle et une chapelle. Les espaces naturels sont étendus, avec terrains de sport, jardins et parkings.

Figure 32 : *photographie aérienne Google Earth de l'ESHM*

Les élèves de l'ESHM sont issus des quartiers voisins. Même si l'établissement assume une mission religieuse émanant de l'Enseignement Catholique, la répartition des appartenances religieuses des élèves est en adéquation avec celle observable dans les quartiers nord de Marseille. Il en va de même des répartitions des catégories socio-professionnelles des parents ou de leurs pays d'origine. Les élèves de l'ESHM ont également des niveaux scolaires hétérogènes. Certains sont intellectuellement brillants, d'autres sont dans la moyenne, d'autres encore sont en difficulté voire souffrent d'un handicap.

2 Description du document

Le document analysé est un agenda de quelque cent-vingt pages qui est utilisé par l'ensemble des acteurs du collège, avec une version professeur et une version élève. Outre les pages consacrées à l'agenda proprement dit, avec les différentes dates de réunions ou d'événements, il contient, dans sa version professeur étudiée ici, divers textes : un texte fondateur de la communauté éducative inspiré de la Congrégation des Religieuses Trinitaires (CRT), un texte énonçant le projet éducatif, un organigramme hiérarchique décrivant les institutions partenaires de l'ESHM, un calendrier, un mémo sur le déroulement des conseils de classes et de professeurs, un mémo destinées aux professeurs principaux et à propos des procédures d'élection des délégués d'élèves de chaque classe, un calendrier des vacances scolaires, la liste des professeurs principaux, la liste des équipes pédagogiques, les emplois du temps de chaque classe, et un planning général de tous les enseignements. La version élève comporte également un règlement intérieur et de nombreux espaces pour noter les devoirs maisons ou communiquer avec les parents.

Cet agenda est le texte de référence de la communauté éducative. Il rythme la vie dans le collège. Il est co-construit lors des journées pédagogiques d'une année sur l'autre. L'analyse de son contenu apporte des informations sur les sources de références externes aux Classes que l'institution ESHM entend a priori impliquer dans son projet éducatif.

3 Les méthodes d'analyses

L'agenda de l'ESHM version professeur est un gros document utilisant de nombreux systèmes sémiotiques : textes formatés et ornementés, icônes (photographies, dessins, …), tableaux, listes. L'objectif de son analyse étant d'affiner la catégorisation des sources de référence externes, la méthode retenue consistera à extraire uniquement des informations relatives à cette problématique et à les présenter de façon synthétique. L'approche est donc systémique, visant à faire ressortir les relations de l'ESHM avec le monde extérieur et les relations professionnelles entre ses membres.

Pour cela, les données brutes ont subi différents traitements. Le texte fondateur et celui du projet éducatif sont cités directement. L'organigramme hiérarchique est représenté graphiquement par deux schémas systémiques référentiels. La liste des équipes pédagogiques et les emplois du temps de chaque classe sont fusionnés en un tableau de co-appartenance des professeurs à des équipes. Ce tableau est ensuite représenté par un schéma de même type que les précédents. Le calendrier est décomposé en chronogrammes référentiels linéaires en fonctions des institutions ou sources de références évoquées.

4 Analyse systémique de l'établissement scolaire

Le communauté éducative du collège (voir figures 32 et 33) est constituée du chef d'établissement, d'une directrice adjointe, d'une secrétaire de direction, d'une responsable de pastorale en lien avec la Congrégation des Religieuses Trinitaires (CRT), d'une conseillère principale d'éducation associée à 3 surveillants, de 23 professeurs et d'environ 370 élèves. Ces derniers sont regroupés en quatre niveaux de classes, de la sixième à la troisième, avec trois classes par niveau (12 classes au total). Dans cet établissement sous contrat avec l'État, les professeurs sont employés par le rectorat académique de l'Éducation Nationale alors que les personnels non enseignants le sont par un Organisme de Gestion de l'Enseignement Catholique (OGEC). L'OGEC rémunère également du personnel ne faisant *a priori* pas partie de la communauté éducative, comme le cuisinier et ses aides, un factotum, du personnel d'entretien et de service, une société de maintenance informatique. L'établissement faisant partie du diocèse de Marseille, il est aussi en lien avec la Direction Diocésaine de l'Enseignement Catholique (DDEC) qui gère partiellement le recrutement des professeurs.

Au moins deux autres institutions sociales sont présentes dans l'établissement. Une communauté religieuse issue du CRT qui assure la catéchèse de certains élèves, et une Association de Parents de l'Enseignement Libre (APEL). De l'APEL sont issus en particulier les parents délégués.

Figure 33 : *organigramme systémique externe de l'ESHM*

Figure 33 : *organigramme systémique interne de l'ESHM*

L'établissement scolaire étudié est donc fortement ancré dans son environnement social, culturel et religieux. Ses relations à d'autres institutions sont nombreuses et induisent des structures qui interfèrent avec la communauté éducative *stricto sensu*.

Les professeurs, au nombre de 23, enseignent 12 disciplines. Le tableau 20 liste leurs initiales et leurs disciplines respectives.

Initiales des professeurs	*Disciplines*
IB, AD, JJS	Mathématiques
AJ, CE, AE, MR	Français lettres modernes classiques
EL, MP, RX	Anglais
AM	Espagnol
CG, LR	Histoire géographie
SM, OL, GSC	Éducation physique et sportive
EF	Arts plastiques
MG, SS	Éducation musicale
BGM	Science et vie de la Terre
PB	Sciences physiques
LVD	Technologie
AE	Recherche documentaire

Tableau 20 : *les équipes pédagogiques de l'ESHM*

Ces professeurs se répartissent également 12 classes, et donc en 12 équipes pédagogiques. Le tableau 21 comptabilise les co-appartenances des professeurs à une même équipe. Les entêtes de lignes ou de colonnes contiennent les initiales des professeurs. À l'intersection d'une ligne et d'une colonne apparaît le nombre de classes que les deux professeurs ont en commun. Sur sa diagonale apparaît par conséquent le nombre de classes qu'un professeur a sous sa responsabilité. Le tableau a également été soumis à un algorithme d'identification de groupes de professeurs n'ayant pas de classe en commun. Ces regroupements apparaissent sur le tableau comme des blocs diagonaux encadrés. On y retrouve des professeurs enseignant la même discipline. La valeur moyenne du nombre de classes en commun est de 6 classes et l'écart type de 3, ce qui traduit une grande dispersion : les professeurs ont de 3 à 11 classes. L'emploi du temps mis en œuvre ne permettant pas d'avoir pour une classe donnée plusieurs professeurs d'une même discipline, ceux qui sont dans ce cas ne partagent jamais de classes (zones encadrées dans le tableau 21). Leurs relations professionnelles internes sont structurellement absentes. Cette lacune est comblée par la mise en place de temps de rencontre par disciplines, autour de projets communs comme la production de brevets blancs organisés par le collège et qui nécessitent une coordination des enseignements. Au delà de ces moments de formation institutionnelle d'équipes disciplinaires, les professeurs se rencontrent aussi très souvent de façon informelle, sur leur lieu de travail ou des espaces privés. C'est alors l'occasion de poursuivre le travail de concertation et de suivi des Classes. D'autres dispositifs émergent alors parfois spontanément, comme par exemple, en 2013/2014 dans les trois classes de sixième, un concours de dessins géométriques inspirés de la tribu africaine des N'Débélés.

Tableau 21 : *co-appartenances aux équipes pédagogiques des professeurs de l'ESHM*

Les relations co-disciplinaires sont structurellement fortes, avec un score moyen de co-appartenance de 3 classes, **alors que les relations intra-disciplinaires sont soutenues par des dispositifs secondaires souvent informels**. Le graphique de la figure 34 illustre ce phénomène. Les professeurs y sont d'autant plus rapprochés qu'ils partagent de classes.

Figure 34 : *graphe systémique de co-appartenance aux équipes pédagogiques des professeurs du ESHM.*

Un noyau central apparaît clairement, avec trois communautés périphériques caractérisées par des paires de professeurs, l'une en mathématiques et l'autre en français. Cette distribution en triangle est également observable entre les professeurs d'anglais ou les professeurs d'éducation physique et sportive, mais de façon moins marquée. Les professeurs d'histoire et géographie sont eux aussi assez séparés. D'autres professeurs au contraire, comme ceux de sciences physiques, de SVT, de technologie ou d'arts plastiques, appartiennent à presque toutes les équipes et forment le noyau.

Toutes ces relations entre professeurs, et plus généralement entre les diverses institutions en relation avec l'établissement scolaire, constituent un cadre de travail propre susceptible d'interférer avec les Classes en leur fournissant entre autres un milieu actionnel élargi et des sources praxéologiques issues de toutes les disciplines enseignées. L'analyse ci-après de l'agenda va permettre de mieux cerner les dispositifs mis en place dans l'établissement scolaire.

5 Analyses chronologiques référentielles

Le calendrier complet est retranscrit et codé en annexe 3.3. Le premier chronogramme référentiel (figure 35) s'intéresse à la première catégorie des institutions internes à l'établissement scolaire : les équipes pédagogiques, qui regroupent les professeurs d'une même classe, la communauté éducative, qui regroupe tout le personnel enseignant, et l'établissement scolaire qui a aussi du personnel non enseignant (surveillants, secrétaires, personnels d'entretien, ...). L'axe des abscisses énumère les 35 semaines de l'année scolaire. Les barres sont colorées selon que la semaine concernée programme ou ne programme pas des travaux spécifiques aux institutions ci-avant énumérées. Ainsi, la première semaine des journées pédagogiques et des journées d'intégration des classes sont prévues qui impliquent tous les niveaux institutionnels alors que les dernières semaines les travaux se situent au niveau de l'établissement scolaire dans son ensemble avec des activités de fin d'année où les classes sont désolidarisées pour participer à des évènements récréatifs

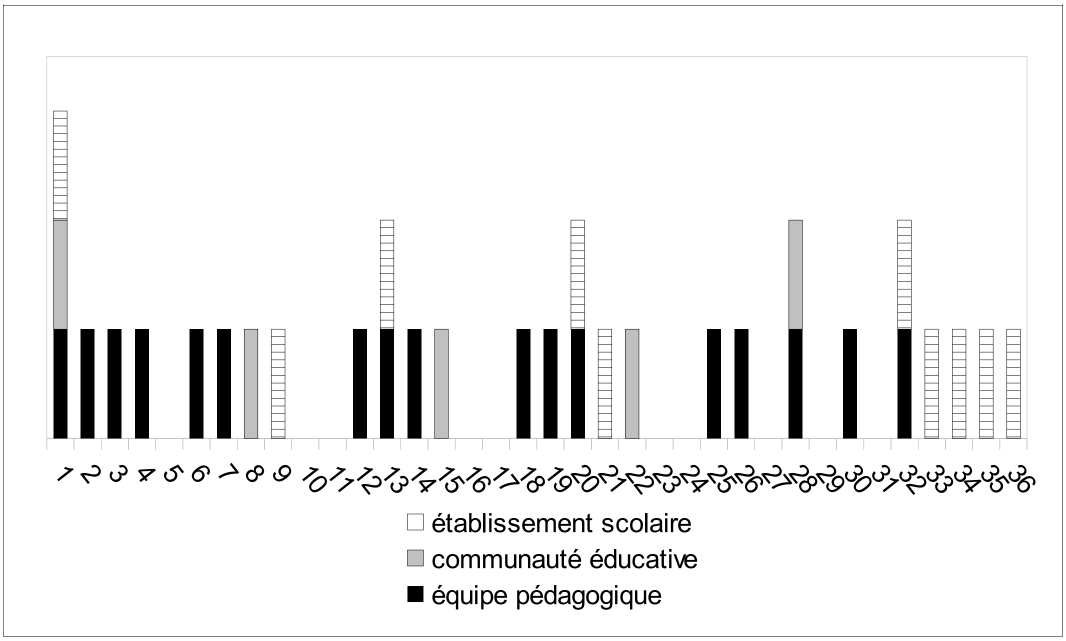


***Figure 35 :** chronogramme des référencements des institutions internes du ESHM.*

Les référencements des équipements praxéologiques des équipes pédagogiques sont réguliers et fréquents. Les équipes se réunissent 5 fois dans l'année en Conseils de classes (élèves et parents délégués présents) et en conseil des professeurs (équipe seule). De façon exceptionnelle et aléatoire, les équipes pédagogiques sont aussi convoquées à des Conseil des études ou des Conseils de discipline pour examiner le cas d'élèves qui ont posé trop de problèmes. Des temps de concertation existent également autour de l'organisation de 6 journées réservées aux classes de 4ièmes qui ont chacune un projet pédagogique spécifique autour d'un thème : 4ième Europe, à visée linguistique et culturelle, 4ième Chaplin, à visée artistique, et 4ième Cousteau, à visée scientifique et patrimoniale.

Dans ces **classes à thèmes**, les occasions de faire des références à des praxéologies externes sont nombreuses. La classe de 4ième Cousteau par exemple a ainsi été amenée, par son équipe pédagogique et aussi par du personnel non enseignant, à construire toute l'année des diaporamas et des expositions (présentées à tout le collège en fin d'année) sur divers éléments du patrimoine marseillais (métiers, monuments, sites naturels) pour lesquels il aura fallu rencontrer diverses institutions externes, comme les services municipaux ou des associations citoyennes. Des intervenants ont également été reçus dans la classe. Plus spécifiquement, le cours de mathématiques a intégré des éléments praxéologiques issus des sciences de la vie et de la terre et de l'histoire locale de la ville lorsqu'il s'est agi de programmer une sortie pédagogique dans un espace naturel protégé (site Natura 2000 de la Chaîne de l'étoile). Un itinéraire a en effet été élaboré par la Classe ayant pour but d'observer un maximum d'espèces animales ou végétales et de visiter des sites historiques vernaculaires (anciennes fermes, grottes aménagées). Cette itinéraire a d'abord été défini par les élèves à partir d'une carte topographique au vingt-cinq millième, puis le théorème de Pythagore a été utilisé pour réaliser un profil altimétrique. **Une telle classe à thème apparaît donc comme un dispositif pédagogique programmé et conditionné par l'établissement scolaire et qui autorise de nombreuses ouvertures écologiques aussi bien dans des temps d'étude dédiés que dans ceux *a priori* dévolus à l'enseignement des mathématiques.**

La communauté éducative se réunit quant à elle lors des journées pédagogiques et ses productions, comme l'agenda ou le projet pédagogique, sont essentielles à la vie de l'établissement. Elle produit également un site internet (http://www.margalhan.com) et dispose d'un espace numérique de travail partagé avec les élèves et les parents, avec boîtes aux lettres professionnelles, espaces de partage de ressources, cahier de textes et parfois cours en ligne. Les élèves et les professeurs accèdent également à un logiciel de gestion des notes et des bulletins scolaires.

L'ensemble du personnel de l'établissement, les élèves y compris, produisent aussi quelques documents lors des 4 Conseils d'établissements. Ces documents définissent des orientations générales et non pédagogiques, comme la gestion des risques, l'entretien des bâtiments et des espaces naturels, la logistique. Tous ses acteurs, souvent en partenariat avec l'association des parents d'élèves, organisent également plusieurs évènements tout au long de l'année scolaire : les spectacles de la Margalhan Academy et le Tournoi de sports , qui sont devenus des traditions de l'ESHM, les cérémonies de remises de prix (meilleur élève, élève le plus méritant, meilleur camarade) ou de césars (acteur, comédien, chanteur, danseur, …), la bal de troisièmes, la fête de la musique. Ces événements sont dirigés par des équipes mélangeant professeurs, personnels non enseignants et élèves. Certains d'entre eux font l'objet d'une étude spécifique dans certaines Classes, en lien avec une ou plusieurs disciplines scolaires.

Le second chronogramme référentiel (figure 36) traite de la catégorie des institutions non scolaires. Il est réalisé de la même façon, en distinguant quatre catégories d'institutions susceptibles de fournir des sources de références praxéologiques : les familles (ou les parents), le ministère de l'éducation nationale, des institutions religieuses, et d'autres institutions sociales non religieuses. L'analyse du contenu de l'agenda retranscrit en annexe 3.3 permet d'illustrer ces catégories. Ainsi, **les parents sont très souvent référencés**. Ils participent à de nombreuses réunions avec la communauté éducative (conseils de classes, rencontres individuelles ou par équipes), aux sorties pédagogiques et à toutes les journées évènementielles. Ils peuvent obtenir un rendez-vous avec n'importe quel professeur à tout moment de l'année scolaire. Ils sont également à l'initiative de la Grande Kermesse de fin d'année.

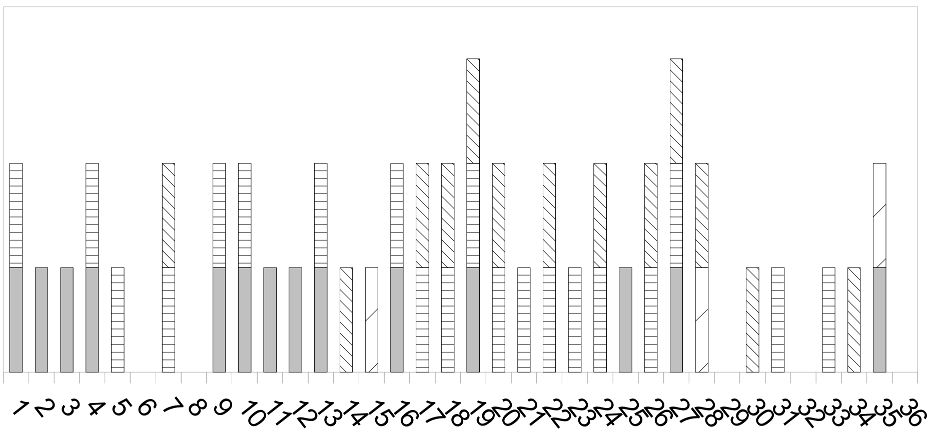


Figure 36 : *chronogramme des référencements des institutions sociales en lien avec le ESHM.*

Les textes officiels de l'Éducation Nationale sont rarement référencés, si ce n'est lors des journées pédagogiques. Ils le sont cependant plus fréquemment lors des concertations informelles entre professeurs, surtout lorsqu'il s'agit de coordonner des enseignements ou de les relier à un projet pédagogique.

Les institutions religieuses sont présentes toutes les semaines de l'année au travers de diverses journées de professions de foi, de communions et de confirmations, de messes et de rencontres avec un prêtre de la paroisse. Elles interfèrent aussi directement avec la communauté éducative par le truchement de la responsable en pastorale, qui assume aussi des cours de culture religieuse.

Enfin, **les institutions sociales de proximité sont référencées**, à l'occasion de journées dédiées comme les journées TECHNE au cours desquelles des métiers sont présentés aux élèves par des acteurs de la société civile (dont un organisme regroupant des retraités de professions libérales), ou lors de sorties pédagogiques dans les entreprises locales (savonneries de Marseille, Société des Eaux de Marseille, EuroMéditerranée) et dans les lieux patrimoniaux de la région (sites historiques, musées, jardins publics, …). Des évènements sont également organisés par la communauté éducative et les parents d'élèves autour de thèmes variables d'une année sur l'autre. En 2013/2014 sont programmées : la journée de la Fraternité, au cours de laquelle des acteurs socio-professionnels viennent présenter leurs engagements, les journées échanges et partage, où les élèves rencontrent des personnes âgées ou handicapées, la journée secteur solidaire, où l'établissement s'ouvre sur son quartier, et la journée sixième pour du beurre, où les élèves des écoles primaires voisines sont reçus par ceux de l'ESHM.

6 Conclusion

La répartition de l'ensemble des sources de références externes est résumée par le diagramme circulaire de la figure 37. Les institutions scolaires internes à l'établissement (en gris non hachuré sur le graphique) occupent environ 40% du graphique. Le rôle majeur joué par les institutions religieuses apparaît clairement, avec près de 30% de l'espace, ainsi que celui, mineur, de l' Éducation Nationale, avec moins de 5%. **Mais ce qu'il ressort de cette analyse, c'est qu'un établissement scolaire, comme par exemple l'ESHM, organise non seulement la vie des Classes mais il met aussi en place de nombreux dispositifs didactiques, comme des classes à thème, qui autorisent les échanges entre tous ses membres, qu'ils soient élèves, professeurs ou personnels non enseignants. Cela se traduit par une forte implication des élèves et de leurs parents dans la vie de l'établissement, par une collaboration étroite des équipes pédagogiques et de tous les personnels, et par une large ouverture aux institutions non scolaires.**

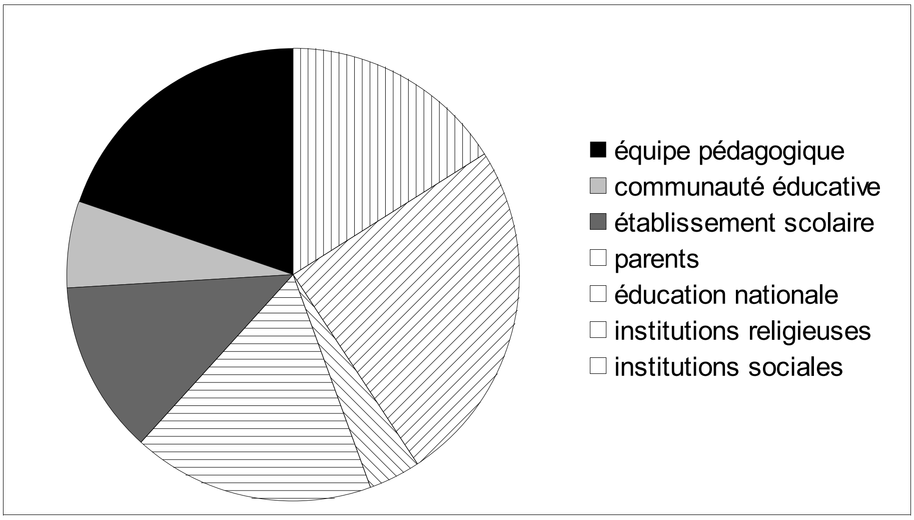


***Figure 37 :** diagramme circulaire de répartition des institutions scolaires ou sociales en lien avec le ESHM.*

Toutes ces institutions internes à l'établissement scolaire ou qui en sont des partenaires organisent des évènements qui ont un impact sur la vie des Classes : les rencontres entre professeurs, entre les professeurs et les parents, les journées thématiques. Ces évènements ne se déroulent généralement pas dans le temps des Classes, mais ce n'est pas toujours le cas. Ainsi certains dispositifs, comme les classes à thèmes, sont conduits en partie dans les classes. Ils sont alors propices aux référencements externes car ils aboutissent à des productions pluri-disciplinaires et ouvertes sur le monde extérieur.

Les analyses systémiques et chronologiques référentielles permettent donc d'affiner la catégorisation des sources de références praxéologiques externes possibles dans un système didactique. Elle est résumée dans le tableau 22, où les sources non observées dans l'étude du ESHM sont précédées d'un astérisque.

Catégories de sources de références
<u>Sources de références internes</u>
•
<u>Sources de références externes</u>
• Disciplines associées : Sciences de la vie et de la Terre, Sciences Physiques
• Technologie de l'Information et de la Communication pour l'Éducation
• Autres disciplines : Arts, Langues étrangères, lettres, ...
• Praxéologies familiales ou équipements praxéologiques de parents d'élèves
• Vie courante
• Pratiques sociales de référence
• Équipement praxéologique de la communauté éducative ou d'un de ses membres non enseignant
• Équipement praxéologique d'un professionnel ou d'une entreprise de la société civile
• Équipement praxéologique d'une institution sociale culturelle ou d'un de ses membres

Tableau 22 : Catégories de sources de références praxéologiques de l'ESHM (version 5)

Conclusion

Les analyses conduites au travers de textes publics d'institutions didactiques surplombant les Classes ont permis d'enrichir la catégorisation des sources de références praxéologiques. Le tableau 23 en dresse un récapitulatif. Les institutions noosphériques de l'Éducation Nationale et les éditeurs de manuels scolaires suggèrent des Classes centrées sur l'activité de l'élève, avec un équipement praxéologique de la Classe enrichi de sources pluridisciplinaires - disciplines associées, technologies de la communication et de l'information et autres disciplines scolaires – et de sources issues de la vie courante ou de pratiques sociales de référence. L'établissement scolaire quant à lui conditionne la vie des Classes. Sous la direction d'un chef d'établissement, il les structure, leur permettant de coexister dans le cadre d'équipes pédagogiques et dans celui d'une communauté éducative où les enseignants côtoient le personnel. Il met également en place des dispositifs didactiques surplombants, comme des classes à projet, qui s'insèrent partiellement dans l'activité des Classes, et des dispositifs didactiques auxiliaires, comme des études surveillées ou encadrées. Il est aussi le lieu d'événements, comme des journées à thème, pour la préparation desquels les élèves, les Classes et aussi les personnels non enseignants et les parents s'investissent. C'est alors l'occasion de rencontrer des institutions *a priori* non didactiques.

En ce qui concerne les topos et les milieux actionnels, ces institutions didactiques surplombantes suggèrent et mettent en place des dispositifs ouverts sur le monde, que ce soit au travers de démarches d'investigation, de classes à projet ou de journées à thèmes, ou par l'activation de liens sociaux grâce aux outils numériques ou grâce aux réseaux relationnels de leurs membres ou partenaires.

Catégories de sources de références
Sources de références internes
• Équipement praxéologique officiel d'élève (réel ou générique)
• Équipement praxéologique officiel du professeur
• Équipement praxéologique de la Classe
Sources de références externes
• Textes officiels ou textes de manuels scolaires
• Praxéologies disciplinaires savantes
• Pratiques sociales de référence
• Histoire de la discipline
• Disciplines associées
• Équipement praxéologique de la communauté éducative ou de l'un de ses membres non enseignant
• Autres disciplines : Arts, Langues étrangères, lettres, ...
• Vie courante
• Praxéologies familiales ou équipements praxéologiques de parents d'élèves
• Équipement praxéologique d'une institution sociale non scolaire, professionnelle ou culturelle

Tableau 23 : Catégories finales de sources de références praxéologiques (version 6)

Partie 4 :

Les ouvertures écologiques des Classes

Concevoir des PER

Dans cette quatrième partie du mémoire, l'objectif est de transformer la catégorisation précédemment élaborée des sources de références praxéologiques en un outil de conception de Parcours d'Étude et de Recherche ancrés dans le paradigme de questionnement du monde. Ce sera la fonction du concept d'ouverture écologique qui sera ici repris et catégorisé. Notre objectif n'étant que d'illustrer la mise en œuvre de cette dernière catégorisation, deux PER suffiront pour balayer l'ensemble des ouvertures écologiques envisagées, les réalisations de ces ouvertures reposant essentiellement sur des dispositifs didactiques spécifiques que nous expliciterons au préalable. Pour la même raison, les deux PER présentés feront l'objet d'une analyse *a priori* réduite qui situera les savoirs en jeu uniquement via les programmes officiels sans explorer les différents travaux didactiques qui les concerne. Cette analyse *a priori* conduira à une organisation mathématique des PER. Les références praxéologiques à l'histoire de la discipline étant une des catégories les plus fréquemment rencontrées dans les parties précédentes du mémoire, nous les traiterons ici à part, avec, pour chaque PER, un paragraphe dédié ? Ces enquêtes épistémologiques *a priori* permettront alors de proposer des organisations didactiques qui mettront en œuvre les dispositifs propices aux ouvertures écologiques.

Ainsi chacun des deux PER sera *a priori* constitué d'une organisation disciplinaire et d'une organisation didactique. Ce sont ces organisations qui ont été proposées aux enseignants qui les ont mises ensuite transposées dans leurs classes. Là encore, dans l'analyse de ces mises en œuvre des PER, notre objectif n'est plus, comme cela a été le cas dans les tableaux de Classes, de déceler des références praxéologiques dans les discours publics et oraux. Il est seulement d'identifier quels sont les éléments praxéologiques issus de sources externes qui sont effectivement intégrés à l'équipement praxéologique de la Classe. Par conséquent, les données brutes exploitées ne seront des discours oraux retranscrits et représentés graphiquement par des chronogrammes. Ce seront au contraire des discours écrits et publics dont nous regarderons essentiellement comment ils auront été produits et diffusés dans la Classe.

Une dernière question de recherche doit encore être évoquée ici, celle de l'intérêt de mettre en œuvre de telles ouvertures écologiques et, plus généralement, de se situer dans un paradigme de questionnement du monde. Cela redonne-t-il du sens aux savoirs enseignés ? Cela suscite-t-il une plus grande motivation chez les élèves ? L'apprentissage est-il plus efficace ? Nous ne répondrons pas dans ce mémoire à ces questions car elles sortent de notre problématique et nécessiteraient d'autres dispositifs de recherche que ceux que nous avons mis en œuvre.

Savoirs, milieux et topos

1 Des références praxéologiques aux ouvertures écologiques

Les analyses référentielles conduites précédemment, d'abord sur les systèmes didactiques simples que sont les Classes, puis sur des systèmes surplombants comme l'Éducation Nationale ou un collège, ont abouti à une catégorisation des sources de références praxéologiques. Elle est condensée dans le tableau 23. Deux niveaux référentiels y apparaissent, l'un interne à la Classe, l'autre externe. Le niveau interne s'appuie sur les équipements praxéologiques officiels des institutions présentes dans la Classe : le professeur, les élèves et la Classe elle-même. Le niveau externe est scindé en deux sous-niveaux. Sortant de l'institution Classe, il regroupe d'abord des sources praxéologiques qui demeurent proches car officiellement évoquées : outre les textes officiels et ceux des manuels scolaires, on y trouve les discours savants ou les pratiques sociales de référence spécifiques de la discipline, puis l'histoire de la discipline, puis les éléments praxéologiques de disciplines associées (les sciences et les technologies) en ce qui concerne les mathématiques. Le deuxième sous-niveau de références externes poursuit l'élargissement des sources possibles en direction d'abord de la première institution surplombante que l'on rencontre, l'établissement scolaire, avec les praxéologies issues des équipes pédagogiques ou de la communauté éducative. Puis on quitte le cadre strictement scolaire pour entrer dans le monde, d'abord avec des sources praxéologiques encore systémiquement proches, comme celles relatives aux personnels non enseignants et aux disciplines jusque là non prises en compte, puis avec des sources plus éloignées que l'on rencontre dans la vie courante ou dans les familles des élèves, et plus généralement dans des institutions non scolaires.

Dans les Classes, les acteurs référencent essentiellement les sources internes. Même si des sources externes sont parfois évoquées, introduites dans le milieu par un élève ou le professeur, elles n'intègrent que très rarement la référence commune qu'est l'équipement praxéologique de la Classe. Pourtant, deux tableaux, le tableau 5 sur la symétrie axiale en sixième et le tableau 6 sur les mesurages de hauteurs en quatrième, ont prouvé que la co-construction de l'équipement praxéologique de la Classe peut à la fois accorder davantage de place aux élèves et s'appuyer sur la diversité des savoirs et des pratiques de la société. Ils ont également montré comment le milieu actionnel peut être enrichi, soit par l'usage de médias numériques, soit par le déplacement de la Classe dans d'autres lieux que la salle qui lui est habituellement dévolue. L'ouverture des Classes sur le monde extérieur est donc possible. **Pour mieux concevoir ces ouvertures écologiques des Classes, trois dimensions sont ainsi envisageables : des ouvertures des savoirs, des ouvertures des milieux, et des ouvertures des topos**.

2 Ouvertures écologiques

Passer de la catégorisation des sources de référence observées au concept d'ouverture écologique commue la clinique en cadre expérimental : l'implication d'institutions dans les Classes, que ce soit en tant que sources de références praxéologiques ou pour proposer des milieux actionnels, est un acte programmable et paramétrable qui définit grandement ce que seront les savoirs construits et *in fine* partagés. Nous proposons ci-après un outil de conception de telles ouvertures écologiques. L'ingénierie didactique, mettant en relation le chercheur et un professeur, est alors une méthode pour évaluer sa pertinence.

2.1 Ouvertures écologiques internes

L'institution Classe est associée à une discipline scolaire. **La première ouverture interne concerne le décloisonnement des savoirs enseignés**. En effet, les professeurs organisent généralement leurs Classes à des niveaux inférieurs de co-détermination didactique :

> Une première cause de blocage se rencontre dans le fait que, dans la culture mathématique scolaire, les niveaux du « Secteur », du « Domaine » et de la « Discipline » ont un rôle d'étiquetage bien davantage qu'ils ne sont regardés comme des sources de conditions bénéfiques au développement des niveaux inférieurs. S'il est, même inconsciemment, porteur de cette contrainte, le professeur ne songera pas, ainsi, à prendre pour objet d'enseignement *la géométrie* (domaine), ou *les triangles et les quadrilatères* (secteur), et restreindra son attention à ces thèmes que sont *le triangle rectangle* ou *le parallélogramme*. (Chevallard, 2007a, p. 32).

Une ouverture écologique des savoirs est donc possible vers des niveaux supérieurs. Elle suppose une organisation mathématique des savoirs enseignés qui ne tient plus compte des disjonctions des programmes officiels. Ainsi, les Activités d'Étude et de Recherche (Chevallard, 2007a) conduisent les élèves à sortir des thèmes d'étude pour aborder des questions au niveau des secteurs, voire des domaines. Sur une même séquence d'enseignement, des savoirs rattachés à des domaines différents peuvent alors coexister. Programmer un tel « voyage organisé dont la trajectoire doit passer nécessairement par certaines praxéologies désignées par avance comme à visiter absolument » (Chevallard et Ladage, 2010), est l'enjeu des Parcours d'Étude et de Recherche finalisés.

L'institution Classe confère également aux élèves des topos variables. **L'accroissement des topos des élèves**, au sens de Chevallard (1996), **constitue la seconde ouverture écologique interne envisagée**. Deux voies sont envisagées : l'accroissement de l'implication des élèves dans la constitution de l'équipement praxéologique de la Classe et la mise en œuvre de leurs équipements praxéologiques didactiques. Pour la première voie, il s'agit de permettre à leurs discours publics d'être utilisés comme des sources de références praxéologiques qui peuvent dans un premier temps intégrer le milieu actionnel de la Classe et qui, dans un second temps, peuvent être diffusées et ainsi contribuer à l'équipement praxéologique partagé. Pour la seconde voie, il s'agit de ne plus borner les références faites aux équipements praxéologiques des élèves à leurs seules parties mathématiques officielles. En effet, les élèves ont aussi des compétences didactiques exploitables. Lors de travaux de groupe par exemple, il n'est ainsi pas rare de les voir s'entraider, certains adoptant alors la casquette d'enseignant ou plus modestement d'aide à l'étude ou de tuteur. Ces moments d'étude et de recherche en collaboration avec les pairs octroient aux élèves des topos élargis. Chevallard distingue trois niveaux de topos : élève dirigé, élève-mathématicien, et mathématicien étudiant. L'élève mathématicien est typiquement impliqué dans une forme scolaire où sa praxéologie didactique sera indispensable, comme par exemple dans une démarche d'investigation, dans des débats entre pairs ou dans des travaux collaboratifs. Le mathématicien étudiant est quant à lui caractérisé par son autonomie. Dans le tableau de Classe 6, les élèves, qui travaillent en groupe, ne sont que partiellement autonomes, leur autonomie ne concernant pas par exemple leur sujet d'étude qui est imposé par le professeur. Ils ont une liberté d'action mais dans un cadre prédéfini.

Le milieu actionnel des Classes est lui aussi très généralement classique : un tableau, des manuels scolaires et des instruments personnels. La salle de Classe elle-même est souvent dépouillée, acceptant parfois sur ses murs quelques maximes ou affiches. Mais il peut en être autrement. Le tableau de Classe 5 montre par exemple une classe 'multimédia', avec ordinateur, vidéo projection et documents photocopiés. **Le milieu actionnel contraint par la salle de Classe peut ainsi être enrichi. C'est la troisième ouverture écologique interne possible d'une Classe**.

2.2 Ouvertures écologiques externes

La catégorisation des sources de références externes sous-tend *de facto* une catégorisation d'ouvertures écologiques des savoirs. Ainsi, dans un « paradigme du questionnement du monde » (Ladage et Chevallard, 2011) et d'une « pédagogie de l'enquête » (Ibid.), « l'élaboration d'une réponse R à une question Q […] proposée n'est plus la prérogative du professeur y » (Ibid., p. 86) et devient davantage une tâche de l'élève. L'enquête, conduite *via* Internet par exemple,aboutit alors à un

élargissement des sources de références. C'est l'ouverture écologique externe des savoirs :

> Lorsque, hors de l'École, je me pose une question Q, il arrive fréquemment que l'enquête révèle presque immédiatement l'existence, dans l'environnement institutionnel, de réponses toutes faites, en quelque sorte « estampillées » par une institution ou une autre... (Chevallard, 2007a, p. 35)

Ce premier mouvement d'ouverture écologique des savoirs va de pair avec une ouverture écologique du milieu actionnel. En effet, l'enquête, disciplinaire ou codisciplinaire, (Ladage et Chevallard, 2010), ou la démarche d'investigation (Éducation Nationale, 2008), nécessitent que le milieu actionnel offre des moyens d'accès aux sources praxéologiques. Ceux-ci peuvent demeurer dans la salle de Classe, comme cela est le cas avec des ordinateurs connectés à Internet ou avec des livres d'une bibliothèque, mais ils peuvent aussi en sortir. La Classe est alors déplacée dans d'autres lieux que sa salle, dans des milieux associés aux autres institutions, que ces dernières soient scolaires et surplombantes ou non scolaires et simplement présentes dans les voisinages sociaux des Classes. Ce fut le cas dans le tableau de Classe 6. L'activité de la Classe peut ainsi être conduite partout dans le monde, dans les familles et dans la société civile.

Enfin, **l'ouverture des milieux actionnels entraîne potentiellement une ouverture des topos octroyés aux institutions autres que le professeur et les élèves**. Les parents d'élèves par exemple, déjà aides à l'étude lors des devoirs scolaires effectués 'à la maison', peuvent intégrer la Classe lors d'interventions programmées. Il en va de même des personnels non enseignants des établissement scolaires, et plus généralement des différents acteurs de la société. Ces institutions extérieures peuvent non seulement être représentées dans les Classes par certains de leurs membres, mais peuvent aussi accueillir les élèves et les professeurs dans leurs milieux actionnels propres, lors de sorties pédagogiques par exemple.

L'ensemble des ouvertures écologiques des Classes est synthétisé dans le tableau 24 ci-après :

Ouvertures écologiques des savoirs : Ouvertures internes : décloisonnement intradisciplinaire des savoirs Ouvertures externes : élargissement des sources de références
Ouvertures écologiques des topos : Ouvertures internes : accroissement des topos élèves Ouvertures externes : implication d'institutions externes
Ouvertures écologiques du milieu actionnel : Ouvertures internes : enrichissement des salles de Classe Ouvertures externes : accès aux milieux extérieurs

Tableau 24 : *Les ouvertures écologiques des savoirs, des topos et des milieux*

Organisations mathématiques et dispositifs didactiques

1 L'organisation disciplinaire *a priori*

1.1 L'organisation des capacités et connaissances officielles

Préparer une séquence d'enseignement, que ce soit dans le paradigme de visite des œuvres ou celui du questionnement du monde, nécessite en premier lieu une analyse des capacités et des connaissances aux programmes officiels (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008). De cette organisation praxéologique normative et initiale découle alors une première organisation des savoirs enseignés dans les Classes. Les différents éléments praxéologiques au programme sont ainsi réorganisés au préalable par le professeur afin de permettre une étude cohérente dans la Classe. Au delà du seul niveau scolaire visé, l'organisation doit prendre en compte les niveaux scolaires immédiatement précédents et suivants. En particulier, en mathématiques, elle doit porter une attention particulière aux diverses démonstrations qui pourront éventuellement être des objets d'étude et qui nécessiteront alors des savoirs préalables. En outre, les milieux actionnels des Classes incluant a minima des *manuels scolaires*, ceux-ci peuvent être utilisés pour fournir des typologies d'exercices et de problèmes que les élèves rencontreront dans des moments d'entraînement aux techniques.

1.2 L'enquête épistémologique

Une autre façon d'examiner des savoirs à enseigner pour aboutir à une organisation praxéologique de savoirs à enseigner consiste à s'intéresser à leur histoire. Les savoirs ont en effet des raisons d'être ailleurs que dans les corpus théoriques contemporains. Ils sont aussi le fruit d'une évolution des questions de recherche auxquelles ils apportent des réponses et sont associés à des usages sociétaux eux aussi en permanente évolution. L'enquête épistémologique *a priori* peut ainsi révéler à la fois des obstacles que les communautés savantes ont rencontrés et qui parfois se retrouveront dans l'étude en Classe, et des usages que la programmation disciplinaire remettra éventuellement en jeu sous la forme d'activités, d'exercices ou de problèmes.

2 Les dispositifs didactiques

2.1 Pédagogie de l'enquête, PER et AER

Les Classes présentent toutes la particularité d'être conduites dans le cadre de Parcours d'Étude et de Recherche annuels qui alternent des phases d'Activités d'Étude et de Recherche avec des moments de travail des techniques et des environnements technologico-théoriques, ainsi que des moments d'institutionnalisation et d'évaluation. Les savoirs abordés sont ainsi généralement décloisonnés, répondant à des questions diverses qui émergent au cours de l'étude et qui parfois nécessitent des enquêtes pluridisciplinaires. Dans un paradigme de questionnement du monde, l'organisation didactique de l'étude doit prendre alors en compte les diverses possibilités d'ouvertures écologiques des Classes, en autorisant l'élargissement et l'accès aux diverses sources de références praxéologiques. Il devient alors nécessaire de concevoir des dispositifs idoines que l'enseignant pourra programmer. Quelques uns sont proposés par Rouquès et Staïner (2014a et 2014b) dans deux ouvrages produits par le Centre National de Documentation Pédagogique. Nous en expliciterons quelques autres ci-après qui seront mis en œuvre dans les PER présentés.

Un cas particulier de dispositif d'enquête est celui appelé '**classe inversée**'. Initialement mis en œuvre par le physicien Éric Mazur, la classe inversée pousse à l'extrême la pédagogie de l'enquête : les moments de première rencontre et d'exploration d'un type de tâche, voire celui de constitution de son environnement technologico-théorique, sont à la charge seule des élèves et sont souvent effectués en dehors du temps de la Classe. Pour cela, l'accès aux sources de références praxéologiques peut-être libre, mais il peut aussi être canalisé par un choix préalable réalisé par l'enseignant. En mathématiques, le site internet Chronomath développé par Mehl (www.chronomath.com) constitue souvent un point de départ des recherches. Le professeur s'assure ensuite des compétences et des connaissances de ses élèves par des mises en situation, leur proposant par exemple des problèmes à résoudre. Demeurent cependant dans le temps didactique de la Classe des moments de travail des organisations disciplinaires, d'institutionnalisation et d'évaluation.

2.2 Les Classes enrichies

Les Classes avec lesquelles nous avons travaillé ont des milieux actionnels internes particulièrement enrichis. Outre le matériel classique, elles disposent de matériels audiovisuels permettant l'utilisation de films ou de bandes sonores, d'ordinateurs partagés permettant d'accéder à des ressources logicielles privées ou en ligne et connectés à un système de vidéo-projection, et d'une bibliothèque comprenant, outre des manuels scolaires de plusieurs maisons d'édition, des ouvrages d'histoire des mathématiques, dont Dahan-Dalmedico et Peiffer (1986), « Une histoire des mathématiques, routes et dédales », Guedj (1998), « Le théorème du perroquet », Vigouroux (1988), « Mathématiques en Méditerranée, des tablettes babyloniennes au théorème de Fermat ». En outre, le mobilier de la salle, bureaux et chaises, sont disposés afin de permettre des travaux de groupe, avec un espace privatif réservé à l'enseignant décentré dans un coin et des accès dégagés aux supports discursifs partagés comme le tableau à craies. Les murs des salles de Classes offrent également des espaces d'affichage où l'équipement praxéologique de la Classe a sa place, sous la forme d'affiches de synthèse ou de compte-rendu d'exposés.

2.3 Les Classes numériques

Outre les outils informatiques précédemment évoqués, les Classes sont insérées dans un environnement numérique important. L'équipement praxéologique de la Classe, qui est classiquement écrit au tableau et recopié par les élèves sur leurs cahiers, est aussi dupliqué sous la forme de cours en ligne disponibles dans un espace numérique de travail (ENT) mis en place par l'établissement scolaire. Le cours en ligne, mis au propre par l'enseignant ou par un élève missionné, comporte également des traces des échanges discursifs ayant eu lieu dans la Classe, citant par exemple des questions ou des réponses proposées par les différents acteurs. Les parents d'élèves ont accès à ces cours en ligne, de même qu'aux cahiers de textes numériques. L'équipement praxéologique de la Classe est également décliné sous la forme d'un fichier d'exercices modèles, fichier partagé grâce à un espace d'archivage dédié à la Classe dans l'ENT. L'ENT permet encore aux élèves et à leurs parents de se tenir informés sur ce qui se passe dans l'établissement scolaire, et d'échanger par courrier électronique entre eux et avec l'ensemble des personnels enseignants ou non enseignants. Chaque élève est enfin inscrit individuellement au site internet Labomep (www.labomep.net) qui leur propose à la fois des exercices automatisés et des cours en ligne. Vu du côté enseignant, il autorise à la fois la programmation d'entrainements techniques spécifiques classe entière ou en autonomie (en classe ou à la maison) et un suivi individualisé du travail des élèves.

2.4 Les découpages chronogénétiques

Le temps d'existence des Classes est en premier lieu contraint au niveau de l'établissement scolaire par la mise en place d'emplois du temps. Il est alors classiquement découpé en séances et en périodes dont les PER devront s'accorder. Mais les durées nécessaires à la mise en œuvre d'une pédagogie de l'enquête ne pouvant être courtes, les emplois du temps des Classes comportent de façon hebdomadaire des séances de deux heures au moins. À l'intérieur de ces séances, le temps didactique est ensuite fortement rythmé afin de maintenir l'attention et la motivation des élèves. Il est décomposé en une succession de dispositifs qui alternent rapidement, avec des durées moyennes d'une dizaine de minutes.

2.5 Les évaluations perlées

Là encore, entrer dans le paradigme de questionnement du monde et dans la pédagogie de l'enquête nécessite que les élèves soient à même de dresser des bilans de leurs compétences. C'est la fonction première des évaluations. Celle-ci sont fréquentes, avec, outre des classiques contrôles sommatifs de longue durée et portant sur des savoirs étudiés dans le PER en cours ou dans les PER précédents, des évaluations plus ponctuelles qui jalonnent l'étude, portant sur des compétences disciplinaires ou d'autres, et qui permettent aux professeurs ou aux élèves de réguler leurs activités. Ces évaluations nombreuses conduisent à des notes tout aussi nombreuses qui perdent *de facto* leur caractère normatif et certificatif en étant diluées dans leur ensemble, et qui viendront ensuite constituer une moyenne trimestrielle.

2.6 Les travaux de groupes

Les topos des élèves dans ces Classes sont également ouverts sur leurs parties didactiques avec des travaux de groupes fréquents impliquant des coopérations entre élèves, un partage des supports discursifs présents dans la salle de Classe et des communications publiques des productions. Ainsi, de façon quasi systématique, les travaux en groupe commencent toujours par une exploration individuelle d'un type de tâche ou d'un thème d'étude, se poursuivent par des échanges propices aux conflits socio-cognitifs et à l'entre-aide, et aboutissent à une production commune d'un discours qui sera ensuite communiqué au reste de la Classe. Ces productions de groupes font ensuite l'objet d'une synthèse cooptée et généralement diffusée *via* l'ENT ou par duplication directe.

En outre, les travaux de groupe sont l'occasion pour les élèves d'agir dans un cadre dynamique susceptible d'accroître leur motivation. Ce n'est pas une affirmation que nous étayerons ici, mais de nombreux travaux en font état, comme ceux de Meirieu (1984a, 1984b). Renvoyons également aux travaux en psychologie cognitive qui établissent des liens entre mémoire et apprentissage, entre motivation et plaisir, dont Lieury (2012), Lieury et Fenouillet (1996) et Houdé (1992, 1995).

2.7 Les communications en parallèle

Ce dispositif permet aux discours publics des élèves d'intégrer de façon durable le milieu actionnel de la Classe en étant fortement référencés, puis de contribuer à son équipement praxéologique. Il consiste à organiser la reproduction simultanée, sur un support discursif partagé, des réponses de plusieurs élèves à des exercices relevant d'un même type de tâche dans une organisation mathématique partiellement construite, puis d'animer, dans un débat argumentatif et explicatif, leur analyse en suscitant la comparaison des techniques employées (résultats, types de raisonnement, étapes,...) dans ces discours avec les réponses des autres élèves et avec les réponses déjà partagées et diffusées (modèles, corrigés,...). Les discours initiaux sont au bout du compte corrigés et validés en commun, puis diffusés par duplication dans la Classe, devenant éventuellement des modèles techniques.

2.8 Les entrainements tutorés

Ce dispositif à la particularité de fortement mettre en œuvre les équipements praxéologiques didactiques des élèves. Il s'agit de permettre un entrainement technique individuel des élèves sur des supports personnels à partir d'énoncés fournis par un exerciseur et vidéo projetés, puis de réaliser une validation individuelle et synchrone de leurs réponses par le professeur, puis d'attribuer des rôles d'aide à l'étude aux premiers élèves ayant obtenu des réponses valides. La réponse est ensuite saisie numériquement et l'exerciseur permet de poursuivre le travail technique en fournissant de nouveaux énoncés.

2.9 Les révisions en autonomie

Ce dispositif assure à la fois une ouverture des topos élèves, des milieux et des savoirs. Il s'agit de révisions d'organisations mathématiques aux niveaux de secteurs ou de domaines définis par des groupes auto-constitués disposant de médias divers (livres, traces personnelles, sites internet) et de supports variés (supports papiers ou numériques personnels ou de groupes, supports publics) ; le professeur circule et oriente l'activité (rappel de l'enjeu, conseils méthodologiques, gestion sociale des rapports de groupes,...)

2.10 Les sondages d'opinions

Il s'agit avec ce dispositif d'accorder une large place aux rapports personnels des élèves avec les réponses praxéologiques qui émergent dans la Classe en recourant à une analyse statistique de leurs degrés d'assentiment. Par exemple, lors de la formulation d'une conjecture, de sa mise à l'épreuve puis de son éventuelle démonstration, les degrés d'assentiment des élèves sont recueillis puis synthétisés : qui valide ce savoir, qui ne l'accepte pas, qui hésite. Des représentations graphiques de la répartition de ces réponses tout au long de l'avancée du temps didactique sont ainsi réalisées, mettant en exergue le caractère coopératif de la construction de l'équipement praxéologique de la Classe. Au passage, cela permet aussi un décloisonnement des savoirs en réinvestissant le domaine 'gestion de données' des mathématiques.

2.11 L'immixtion des sources extérieures

Nous entendons par là un ensemble de dispositifs aboutissant à la mise en relation de la Classe avec une institution externe, scolaire ou non scolaire. Il s'agit essentiellement des sorties pédagogiques qui peuvent être organisées dans et à l'extérieur des établissements scolaires, et des interventions de personnes ressources, qu'elles soient enseignantes ou non enseignantes, issues de la communauté éducative, des familles ou des institutions non scolaires.

Premier PER :

La somme des angles d'un triangle

1 Présentation d'ensemble du PER

Les données brutes de ce premier parcours d'étude et de recherche, comme du suivant d'ailleurs, sont constituées de photographies de l'activité des Classes, de traces discursives écrites de l'équipement praxéologique de la Classe, et de cours en ligne (cahier de texte) diffusé sur l'espace numérique de travail. Les questions initiales sur lesquelles il repose se situent dans le secteur géométrique 3.1 des figures planes et plus particulièrement sur les thèmes relatifs aux triangles :

- comment construire un triangle à partir de données angulaires et métriques ?
- est-ce toujours possible de construire un triangle à partir de données métriques ?
- quelles relations entretiennent les trois angles d'un triangle ?

En réponse à cette dernière interrogation, un résultat fondamental apparaît : la somme des angles d'un triangle est égale à 180°. Ce théorème émerge d'abord dans le PER sous une forme empirique. Avant d'arriver à une preuve formelle, les élèves sont régulièrement interrogés sur la conjecture:la somme est-elle toujours égale exactement à 180° ? dépend-elle de la forme du triangle ? De sa taille ?

Ces sondages servent alors de données statistiques qui permettent de travailler des compétences du premier domaine : 1.4 Représentation et traitement de données, avec calculs d'effectifs et de fréquences et diagrammes.

Puis la conjecture est démontrée. Dès lors, elle devient un théorème qui est appliqué au calcul d'angles dans les triangles ou dans des figures complexes. Le PER amène ainsi naturellement à une initiation à la résolution d'équations, entrant ainsi dans le deuxième domaine des Nombres et Calculs. Progressivement, les équations proposées s'éloignent de leurs interprétations géométriques pour devenir des sujets d'étude autonomes. Le PER se termine ainsi, sur une transition algébrique qui le lie au PER suivant, non présenté ici, qui abordera les nombres relatifs comme des solutions nouvelles aux équations du premier degré.

2 Les capacités et connaissances officiellement au programme

En ce qui concerne les triangles, les programmes de sixième énoncent deux capacités dont la première sera mise en œuvre dans le PER :

- « Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux **angles*[14] des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle. »
- « Utiliser ces propriétés pour reproduire ou construire des figures simples. »

À ces deux capacités, il faut ajouter celles qui concernent les angles :

- « **Reproduire un angle.* »

Pour cette dernière capacité, un commentaire rappelle que le rapporteur est « un nouvel instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique. »

En classe de cinquième, ces capacités figurent explicitement sous la forme de reprises. Elles sont complétées par d'autres. Le thème « triangle, somme des angles d'un triangle » est ainsi associé à la capacité :

- « Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle. »

Ainsi le 'résultat' relatif à la somme des angles d'un triangle, qui est qu'elle vaut 180

14 Les programmes officiels notent que : « les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. »

degrés, est un élément praxéologique institutionnellement central, qui figure au socle commun et qui doit donc constituer un enjeu prépondérant de toute classe de cinquième.
Le thème « construction de triangles et inégalité triangulaire », cette dernière devant être admise, propose quant à lui deux capacités :

- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.
- Construire un triangle connaissant :
- la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,
- les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
- les longueurs de trois côtés. »

Le programme de quatrième n'aborde plus ces thèmes relatifs aux propriétés angulaires et métriques des triangles ou relatifs à leur construction.

Le PER proposé ici intègre également des capacités et des connaissances du domaine « organisation et gestion de données. Fonctions. » qui sont au programme de sixième et relatives aux représentations usuelles sous la forme de diagrammes en bâtons, circulaires ou cartésiens :

- « lire, utiliser et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique simple. »

Cette capacité est reprise en cinquième, où elle est complétée entre autres par :

- « Calculer des effectifs »

Enfin, le PER s'ouvrant sur la résolution d'équations, les capacités et compétences relatives à cette tâche doivent être repérées dans les programmes. En sixième, une des interprétations des fractions est de les envisager comme des solutions d'une équations du type aX=b, avec a et b entiers naturels non nuls :

- « * *interpréter* $\frac{a}{b}$ *comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a*. »

En cinquième, l'initiation à la notion d'équation constitue un secteur d'étude explicite du domaine des nombres et calculs. Il s'agit essentiellement de :

- *« * tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.* »

Ce ne sera qu'en quatrième que la capacité à « mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue » apparaîtra. Cependant, dès la classe de cinquième, l'introduction des nombres relatifs peut être faite à partir d'équations a priori impossibles mettant en œuvre des soustractions ou des additions. Ainsi, la capacité :

- « Utiliser la notion d'opposé »

est associable à une équation du type X + a = 0, avec a positif.

D'autre part, la recherche de valeurs angulaires dans des triangles dont on connaît deux mesures d'angles conduit à des équations du type X + b = c, avec b positif et c = 180, ainsi, qu'à celles du type aX + b = c, avec a=2 ou a=3, dans le cas où le triangle considéré est remarquable.

Une organisation mathématique d'un PER émerge ainsi autour du théorème de la somme des angles d'un triangle :

- AER 1 : construction de triangles. Des triangles sont construits à partir de données métriques ou angulaires. Rencontre de l'inégalité triangulaire (admise). Réinvestissement du rapporteur comme instrument de construction d'un angle.
- AER 2 : somme des angles. Des angles de triangles sont mesurés et sommés. Rencontre de la conjecture relative à la somme des angles d'un triangle Réinvestissement du rapporteur comme instrument de mesure d'angle.
- AER 3 : démonstration. La conjecture sur la somme des angles est précisée et démontrée. Réinvestissement des diagrammes en bâton ou en barres pour représenter des données.

- AER 4 : applications. Le théorème est appliqué aux calculs d'angles dans les triangles. Premières écritures formelles d'équations.
- AER 5 : résolution d'équations. Entrainement à la résolution d'équations du type aX + b = c, à coefficients entiers naturels et à solutions fractionnaires positives. Transition avec l'étude des nombres relatifs.

3 Les démonstrations possibles du théorème

Les démonstrations du théorème de la somme des angles d'un triangle sont nombreuses. Elles permettent de mettre en œuvre des propriétés du programme de cinquième relatives à la caractérisation angulaire du parallélisme, à savoir :

– *« Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques. »*

Cette capacité, si l'on souhaite démontrer le théorème, doit être traitée en amont ou au cours du PER. Les propriétés qu'elle évoque sont des égalités angulaires qui peuvent être considérées comme intuitives pour les élèves, donc non démontrées, car directement induites par les symétries de la figure. Le démonstration est donc associée à de nombreux éléments de vocabulaire dont le commentaire officiel fait état :

– *« à cette occasion, le vocabulaire suivant est également utilisé : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires. »*

La démonstration qui sera proposée dans la classe réinvestira ces caractérisations du parallélisme ainsi que le vocabulaire associé. Deux versions, au choix du professeur, sont retenues. La première est celle d'Euclide :

Soit ABC un triangle. On prolonge la droite (AB) en la demi-droite [By) et on mène par B la demi-parallèle (Bx) à (AC) (voir figure 38). Alors :

– $\widehat{CAB} = \widehat{xBy}$ car ce sont deux angles correspondants,

- $\widehat{ACB} = \widehat{CBx}$ car ce sont deux angle alternes-internes,
- or les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{CBx}$ et $\widehat{xBy}$ sont adjacents et supplémentaires,
- donc, par transitivité de l'égalité angulaire, les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ sont supplémentaires, soit :

  $\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180°$

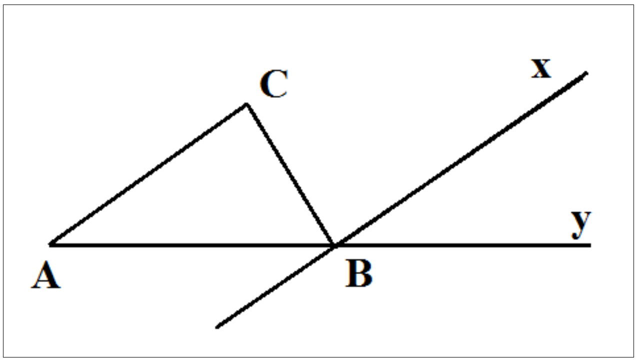


Figure 38 *: somme des angles d'un triangle, version 1*

La seconde démonstration est non attribuée :

> *Soit ABC un triangle. On prolonge les droites (AC) et (BC) en les demi-droites [Ax) et [By) et on mène par C la parallèle (zt) à (AB) (voir figure 39). Alors :*

- $\widehat{BAC} = \widehat{tCx}$ car ce sont deux angles correspondants,
- pour les même raisons : $\widehat{ABC} = \widehat{zCy}$
- or les angles $\widehat{zCy}$, $\widehat{yCx}$ et $\widehat{xCt}$ sont adjacents et supplémentaires,
- donc, par transitivité de l'égalité angulaire, les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ sont supplémentaires, soit :

  $\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180°$

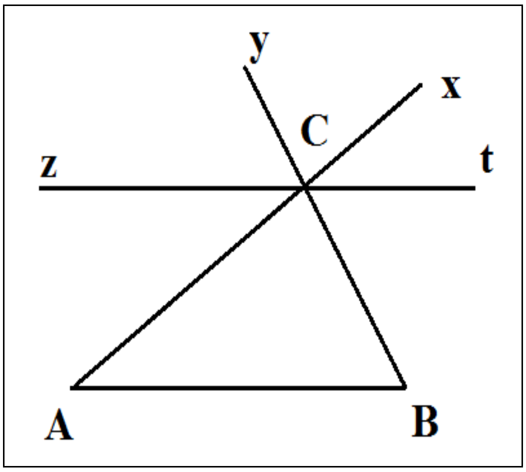


Figure 39 *: somme des angles d'un triangle, version 2*

Dans le PER présenté ici, l'une ou l'autre de ces deux versions formelles de la démonstration sera amenée par une activité de pliage les préfigurant : on découpe dans du papier un triangle, puis on colorie de différentes couleurs ses trois angles, recto et verso, puis on rabat les trois sommets afin d'obtenir un rectangle. Les trois angles colorés apparaissent alors adjacents et supplémentaires.

4 Enquête épistémologique

Le théorème de la somme des angles d'un triangle est attribué à Thalès de Millet qui vécut au sixième siècle avant notre ère. Il constitue la proposition 32 du livre I des *Éléments* d'Euclide (-300/1804). Il découle du cinquième postulat, dit 'des parallèles', spécifique des géométries euclidiennes, et qui caractérise les angles d'incidence de deux droites non parallèles comme étant de somme inférieure à 180° dans le demi-plan qui contient leur point commun. Proclus, près de sept siècles plus tard, donne une formulation équivalente du cinquième postulat qui affirme l'unicité d'une parallèle à une droite donnée passant par un point extérieur donné. L'implication réciproque du cinquième axiome et du théorème de la somme des angles a été démontrée par Legendre à la fin du dix-huitième siècle. Deux versions en sont proposées par Carral (1995, p. 230-231). Dans une Classe, un bref aperçu de ces questions de recherche historiques quant aux équivalents de ce théorème peut être proposé lors de sa démonstration formelle.

Ce théorème est essentiellement utilisé pour réaliser des triangulations. Un triangle ABC étant entièrement déterminé par les données de la longueur d'un de ses côtés, [AB] par exemple, et des mesures des deux angles adjacents, $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$, la prise réelle de ces mesures dans un ou plusieurs triangles permet alors par exemple de déduire la distance du sommet opposé C (problème attribué à Thalès), de calculer l'aire d'un polygone quelconque (après son découpage en plusieurs triangles), de calculer la position d'un objet mobile dans un plan (technique maritime), d'accroître la précision d'une mesure de longueur (en complétant le segment à mesurer par des triangles l'incluant). Seules les deux premières applications sont envisageables dans une Classe de collège. La première est associable à la définition de la distance d'un point à une droite, au programme de quatrième. La seconde implique de calculer des aires, ce qui fait partie des capacités au socle commun du niveau cinquième. Le PER proposé ici n'exploite pas cette possibilité d'AER.

5 Organisation didactique du PER

Titre : Des angles des triangles aux équations

Classe : mathématiques en cinquième

Domaines disciplinaires : Géométrie, Nombres et Calculs

Secteurs : triangles, notions d'équations

Organisation didactique

- AER 1 : construction de triangles
    1. Dévolution de la question de recherche initiale : tous les triplets (a,b,c) de nombres entiers positifs correspondent-ils à des longueurs de côtés de triangles constructibles ?
    2. Travail de groupes pour produire des conjectures à partir de l'examen de cas particuliers.
    3. Sondage d'opinion sur l'agrément de la conjecture en fonction des cas.
    4. Cooptation d'une conjecture commune.
    5. Examen de cas critiques (triangles plats).

6. Institutionnalisation et diffusion de la conjecture (admise).

- AER 2 : somme des angles
  1. Dévolution de la questions de recherche initiale : la somme des angles d'un triangle est-elle constante ?
  2. Travail de groupes pour produire des données à partir de triangles quelconques.
  3. Traitement graphique et analyse des données.
  4. Cooptation d'une conjecture faible : la somme des angles d'un triangle est souvent proche de 180°.
  5. Émergence d'une nouvelle question de recherche : la somme des angles dépend-elle de la forme ou de la taille des triangles considérés ?
  6. Sondage d'opinions sur de la dépendance de la somme par rapport à la forme ou à la taille.
  7. Travail de groupes pour examiner les cas de triangles prédéfinis en commun.
  8. Débat sur les sources de fluctuation de la somme des angles.
  9. Sondages d'opinions sur de la dépendance de la somme par rapport à la forme et sur sa dépendance par rapport à la précision des instruments de mesure d'angles.
- AER 3 : démonstration
  1. Activité individuelle de pliage d'un triangle en un rectangle.
  2. Cooptation d'une conjecture commune forte : la somme des angles d'un triangle vaut toujours 180°.
  3. Démonstration du théorème.
- AER 4 : applications
  1. Application cooptée au calcul de l'angle d'un triangle équilatéral (60°).
  2. Travail de groupe pour produire des énoncés d'application à d'autres triangles remarquables.
  3. Cooptation de cas particuliers.
  4. Entraînement tutoré à l'aide de Labomep.
- AER 5 : résolution d'équations.

1. Dévolution du formalisme algébrique et réécritures en groupes des cas particuliers.
2. Émergence cooptée d'une technologie du calcul algébrique.
3. Référencement historique : l'invention de l'algèbre par les mathématiques de l'Islam médiéval.

6 Mise en œuvre du PER

<u>Première étape : AER construction de triangles à partir de leurs longueurs de côtés et critère de constructibilité.</u>

Lors de la première séance, les élèves réalisent des constructions de triangles dont les longueurs doivent être entières et inférieures à 10 centimètres. Cette première AER permet de consolider et d'évaluer leurs compétences. La tâche est d'abord effectuée individuellement. La mise en commun, dans des groupes d'élèves constitués par voisinage, des travaux de chacun fait émerger ensuite des triplets de longueurs ne correspondant à aucun triangle. Chaque groupe rapporte alors à la classe entière son travail. Puis une synthèse classe entière permet de formuler le critère : « pour qu'un triangle soit constructible, il faut que la somme des deux petits côtés soit plus grande que le plus grand côté » (Cahier de texte). Cette élément praxéologique, initialement produit par un des groupes d'élèves, est ensuite soumis à un sondage d'opinion : la totalité des élèves le valide. Une remarque est ajoutée : « Quand la somme est égale, le triangle est plat » (Ibid.). Les deux phrases sont finalement dupliquées sur les cahiers personnels des élèves où elles viennent clôturer leurs écrits de recherche.

Une ouverture écologique interne des topos est donc réalisée dans cette première étape en direction des élèves. Leur topos est d'abord élargi par la constitution de groupes collaboratifs qui produisent chacun un savoir partagé relatif à la constructibilité d'un triangle, puis par l'élaboration d'un discours synthétique dont ils sont les auteurs et qui vient constituer l'équipement praxéologique de la Classe.

Deuxième étape : AER somme des angles

L'AER de cette deuxième étape commence par la construction de triangles quelconques sans mesures imposées et par le mesurage de leurs angles. C'est l'occasion de revoir les techniques relatives à l'usage du rapporteur d'angles. Les élèves compétents sont invités à aider leurs camarades en difficulté dans un dispositif du type 'travail tutoré' (figure 40). Il s'agit donc là encore une fois d'une ouverture écologique interne des topos. La classe devient ainsi autonome, avec des élèves en position d'élèves-mathématiciens, voire, pour certains, mathématiciens-étudiants ou professeurs.

Figure 40 *: somme des angles en cinquième, travail tutoré*

Puis les sommes sont calculées. Les groupes sont dès lors invités à rassembler leurs résultats. La synthèse conduite ensuite classe entière dresse un tableau de valeurs et d'effectifs de ces sommes et le représente graphiquement par un diagramme à barres (figure 41). Ce traitement graphique et statistique des données expérimentales obtenues par la classe assume une ouverture écologique interne des savoirs en mêlant intimement les deux domaines que sont la géométrie et l'organisation et la gestion des données. C'est une compétence exigible en classe de cinquième. La dispersion, plus ou moins gaussienne, de la série statistique obtenue conduit à la formulation d'une conjecture faible : « la somme est souvent proche de 180° ». Là encore ce nouvel élément praxéologique est coopté par sondage d'opinion avant d'être diffusé dans la Classe.

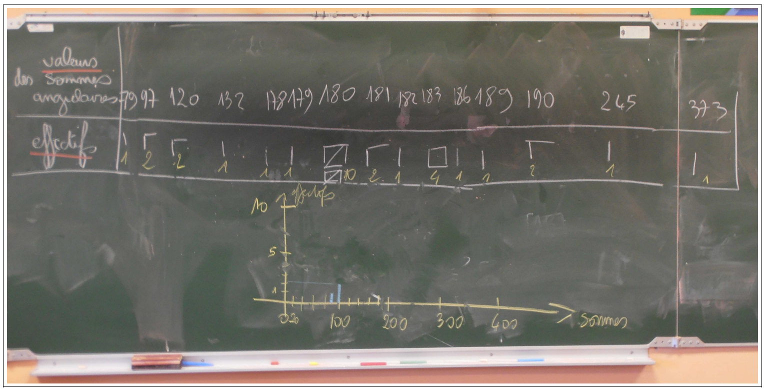


Figure 41 : *somme des angles en cinquième, relevé d'un sondage*

Mais cette somme dépend-elle de la forme ou de la taille du triangle ? C'est une nouvelle question de recherche qui émerge dans la Classe à partir des discours oraux des élèves. Elle va faire l'objet d'un nouveau temps d'étude. Au terme de celui-ci, 28 élèves sur 32 en sont persuadés, et tous pensent que 180° n'est pas la somme exacte mais une valeur approchée moyenne.

Deux variations de l'AER, décidées et improvisées par l'enseignant, vont permettre d'avancer des réponses plus fines aux questions précédentes. D'abord un grand triangle est tracé au sol à la craie. Des élèves viennent, chacun à leur tour, mesurer ses angles avec le grand rapporteur du professeur, et les sommes sont calculées et notées au tableau. Le milieu actionnel de la Classe est, dans cette activité, non classique, le support médiatique étant le sol de la salle et les instruments de professeur étant utilisés pas les élèves. Puis chaque élève est invité à construire sur sa feuille un triangle unique aux mesures imposées par le professeur, et à en calculer la somme des angles. Le tableau de valeurs et le diagramme associé s'avèrent alors être très semblables aux précédents, avec la même allure gaussienne. D'autres raisons à la dispersion des sommes doivent donc être envisagées par la Classe qui en débat : d'une part « les mesures trop éloignées de 180° indiquent des mauvaises techniques de mesurage des angles » (Cahier de texte) et les élèves concernés sont aidés par leurs pairs plus compétents (ouverture interne des topos), et d'autre part « la précision des instruments utilisés en est la principale cause : précisions de 1 millimètre pour les règles graduées et de 1 degré pour les rapporteurs » (Cahier de texte).

Après ce débat, un troisième sondage est proposé : « 1) Vous avez sur votre cahier 5 triangles différents, dont certains sont remarquables. Pensez-vous que la somme que l'on obtient dépend de la forme du triangle ? 2) Pensez-vous que si nous pouvions mesurer les angles parfaitement, avec des instruments très précis, la somme obtenue serait exactement égale à 180 degrés ? » (Cahier de texte). La première question obtient 5 réponses 'oui' et 27 'non', la question 2 en obtient respectivement 13 et 18. Le théorème de la somme des angles n'est donc pas encore validé par la Classe.

Cette deuxième étape a donc poursuivi l'ouverture interne des topos des élèves. Le milieu actionnel y a également été enrichi du sol de la salle devenu support d'expérimentation. Quant à l'utilisation de sondages et de graphiques en conclusion de chaque AER, elle aura opéré une double ouverture : ouverture des savoirs sur deux domaines disciplinaires, et, encore une fois, ouverture des topos des élèves par la prise en compte de leurs degrés d'assentiment aux conjectures formulées dans la Classe.

Troisième étape : démonstrations du théorème de la somme des angles

Une nouvelle AER individuelle est proposée : découper un triangle dans un papier cartonné, colorier ses angles, les plier et les retourner. Le pliage fait alors apparaître trois angles colorés « en éventail », parfaitement adjacents, et qui reconstituent un angle plat (figure 42). Ce constat ayant été formulé publiquement dans la Classe, un nouveau sondage est réalisé : 30 élèves sur 32 sont maintenant convaincus par le théorème qui est alors formulé : la somme des angles d'un triangle est toujours parfaitement égale à 180°.

Les ouvertures des topos élèves sont ainsi poursuivies. Mais le théorème n'est toujours qu'une conjecture, même si le pliage constitue déjà une preuve. Sa démonstration formelle fait l'objet de la séance suivante, une séance où c'est essentiellement l'équipement praxéologique de l'enseignant qui est référencé, et qui est donc sans ouverture écologique. Cet apport magistral arrive cependant à point nommé dans une Classe prête à l'entendre car motivée par une longue dévolution préalable. Cette progressivité de l'étude et d'autant plus nécessaire que la démonstration formelle du théorème est en elle-même didactiquement délicate, car mettant en œuvre des savoirs praxémiques qui sont certes dans l'équipement praxéologique de la Classe mais par forcément dans tous ceux des élèves. Ce sont des propriétés concernant les mesures angulaires : invariance par symétries centrales et égalité dans le cas d'angles correspondants ou opposés par le sommet. Or ces savoirs n'ont pas été abordés par la Classe au préalable. Le professeur a en effet choisi de laisser leur rencontre à la charge des élèves via un dispositif du type classe inversée. L'étude de la somme des angles d'un triangle est donc à ce moment interrompue par une recherche personnelle effectuée en devoir à la maison. Le professeur se contentera ensuite de vérifier qu'une synthèse a bien été produite par chaque élève dans son cahier personnel avant de proposer une démonstration formelle du théorème. En terme d'ouvertures écologiques, les topos des élèves sont donc simultanément réduits par leur non implication directe dans la démonstration et élargis par leur visite autonome des propriétés angulaires des deux droites parallèles et d'une sécante.

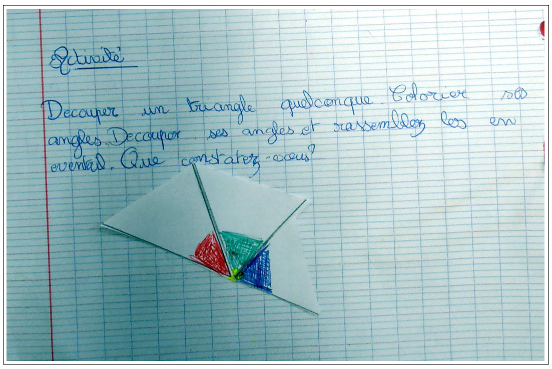


Figure 42 *: somme des angles en cinquième, production d'un élève*

Quatrième étape : applications aux calculs d'angles dans les triangles

Le théorème est ensuite appliqué sur des triangles scalènes (non remarquables) dans un premier temps, puis sur des triangles isocèles, équilatéraux ou rectangles. L'activité est initiée en classe puis est prolongée par un travail de recherche à la maison dont l'objectif est d'élaborer des exercices. Il s'agit donc là d'une ouverture écologique des savoirs qui est susceptible d'être externe, puisque à la maison les sources de références praxéologiques ne sont pas contrôlées par le professeurs et peuvent être très variées. Ces exercices créés par les élèves sont ensuite examinés en classe dans un dispositif du type communication en parallèle et quelques uns sont retenus, par cooptation, pour devenir des modèles de résolution. Un temps d'entraînement suit, au cours duquel les élèves utilisent des outils numériques proposés par le site internet Labomep (*www.**labomep**.net/*). Ce site permet au professeur de programmer à l'avance des séries d'exercices interactifs que les élèves pourront rechercher. Chaque élève étant identifié de façon unique, il autorise aussi un suivi individualisé des performances. Il offre également la possibilité aux élèves de visionner des cours en lignes et animés. Avec l'utilisation d'une telle ressource en ligne, le professeur réalise donc dans sa classe une ouverture écologique interne du milieu et une ouverture écologique externe des savoirs. En outre, ce travail d'entraînement en autonomie accorde un topos élargi aux élèves qui peuvent s'entraider les uns les autres, voire travailler en binômes. Via ce temps d'entrainement technique, l'égalité de la somme des angles change ensuite progressivement de statut : initialement simple relation entre trois angles elle devient une équation dont la résolution est le nouvel enjeu, chaque solution ne correspondant plus forcément à un ou plusieurs angles d'un triangle réellement construit. Des techniques de résolution intuitives émergent alors que le chapitre suivant, d'algèbre, reprendra.

Dans cette étape, c'est ¨donc l'ouverture du milieu actionnel qui est la plus flagrante. Elle s'opère d'abord dans une direction interne avec l'insertion dans le milieu actionel d'ordinateurs, puis dans une direction externe , ces mêmes ordinateurs permettant d'accéder à un média public, Labomep, et à l'équipement praxéologique de ses auteurs.

Cinquième étape : AER résolution d'équations

Le PER sur les triangles se terminant sur des questions algébriques, une dernière étape permettant de découvrir des équations est proposée en guise de transition avec le PER suivant. Quelques équations déjà rencontrées sont formalisées. Les techniques de résolutions demeurent intuitives. L'objectif de cette étape n'est pas d'entrer dans les compétences algébriques mais de faire découvrir, avec quelque peu d'effet Jourdain (Brousseau, 1998), ce domaine des mathématiques. À cette occasion, une ouverture écologique externe des savoirs est conduite en direction de l'histoire de la discipline, en référençant les praxéologies mathématiques produites par les mathématiciens arabes de l'empire islamique médiéval des alentours du Xième siècle. Les élèves, issus des quartiers populaires de Marseille, se montreront très motivés par cette approche historique, réalisant plusieurs exposés comme celui de la figure 43 (la lettre X et Al Kwarizmi). Les nombres relatifs émergeront de ces enquêtes au travers de problèmes de gains et de pertes issus de situations de la vie courante à cette époque là.

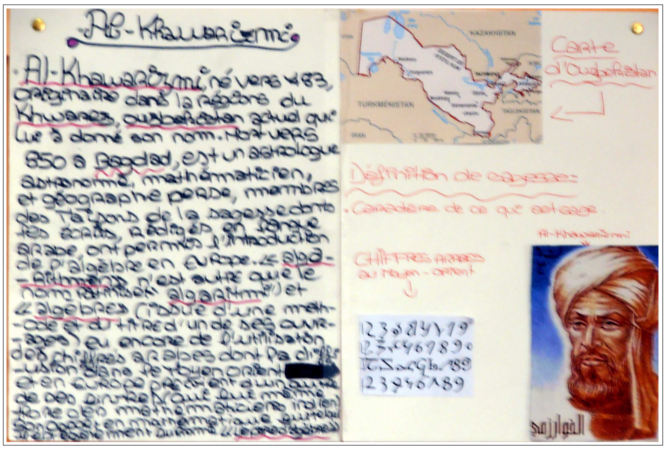


Figure 43 : *somme des angles en cinquième, un exposé historique*

7 Bilan

Ce PER organise donc plusieurs ouvertures écologiques de la Classe. Trois ouvertures internes y sont réalisées, des topos élèves, du milieu actionnel et des savoirs, ainsi que quelques ouvertures externes en direction des familles, d'une institution publique auteure d'un site internet, et de l'histoire de la discipline. Les élèves sont très impliqués dans la construction de l'équipement praxéologique de la Classe, leurs avis et leurs productions étant maintes fois utilisés pour venir constituer l'équipement praxéologique de la Classe.

Deuxième PER

Le théorème de Pythagore

1 Présentation d'ensemble du PER

Ce PER aura la particularité de réaliser plusieurs ouvertures écologiques externes. Il part d'une question d'étude et de recherche située *a priori* d'emblée dans un secteur des mathématiques, les triangles. « Que peut-on calculer (…) dans les triangles ? » (Cours en ligne, annexe 4.2). Cette question de recherche n'arrive pas dans la Classe *ex abrupto*, mais après une séquence de géométrie sur les polygones qui aura permis d'actualiser sur ce thème l'équipement praxéologique de la Classe, et donc les équipements mathématiques officiels des élèves. Le théorème de la somme des angles et les calculs d'aires ont ainsi été rappelés et retravaillés.

Mais partir d'une question de recherche si large nécessite de faire entrer la Classe dans une démarche d'investigation. Les sources de références externes deviennent alors indispensables : manuels scolaires, livres, sites internet, familles,... Le PER proposé commence donc par renvoyer les élèves vers ces médias. Trois grands thèmes apparaissent alors : « calculer une longueur à partir de deux autres dans un triangle rectangle, calculer un angle à partir de deux longueurs, (…) [et le] théorème de Thalès » (Cahier de texte). La Classe adopte ce découpage qui retrouve les thèmes du programme officiel : théorème de Pythagore, cosinus d'un angle, et triangles déterminés par deux droites parallèles. Seul le sous PER relatif au théorème de Pythagore est présenté ici.

2 Les capacités et connaissances officiellement au programme

Les programmes officiels situent le théorème de Pythagore dans le domaine de la Géométrie, secteur des Figures planes. C'est la troisième connaissance listée dans ce secteur qui en compte neuf : théorèmes des milieux, théorème de Thalès (dans le cas de triangles déterminées par deux parallèles et deux demi-droites de même origine), théorème de Pythagore, cosinus d'un angle, cercle circonscrit d'un triangle rectangle et théorème de la médiane, distance d'un point à une droite, tangente à un cercle, bissectrice d'un angle, cercles inscrits. Cette organisation mathématique officielle propose donc des praxéologies d'abord autour de théorèmes pour progressivement revenir à des questions plus géométriques et moins numériques de construction. Entre ces deux extrémités se trouvent des praxéologies davantage relatives au cas particulier des triangles rectangles, parmi lesquelles on trouve le théorème de Pythagore. L'étude de ce théorème s'inscrit donc dans un contexte praxéologique d'étude des triangles, avec une attention particulière aux triangles rectangles. Au niveau quatrième, les triangles ayant déjà été étudiés dans les niveaux scolaires précédents, se posent entre autres des questions métriques : comment calculer des longueurs ou des angles à partir de données du même type ? Le PER autour du théorème Pythagore que nous proposons intègre cette dimension de l'étude.

Deux capacités sont associées au théorème de Pythagore, toutes deux exigibles pour le socle commun:

> « - Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.
> - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. »

Les commentaires précisent que :

> « On ne distingue pas le théorème de Pythagore direct de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On considère que l'égalité de Pythagore caractérise la propriété d'être rectangle. »

La première capacité, caractériser le triangle rectangle, associe, conformément au commentaire, les théorèmes directs et réciproques. La seconde capacité, calculer une longueur, est l'application immédiate du théorème direct. Elle nécessite le recours aux racines carrées. Or ce concept n'est au programme que du niveau troisième. Il ne s'agit donc pas de l'introduire en quatrième. Le PER proposé ici se bornera donc à recourir à sa notation et à des valeurs soit exactes, soit approchées et dans ce cas obtenues à l'aide d'une calculatrice.

Alors que le théorème direct correspond aux calculs de longueurs, les théorèmes réciproques ou contraposés sont davantage géométriques, permettant de construire ou de contrôler des triangles rectangles. Le théorème contraposé est logiquement équivalent au théorème direct : si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, le triangle n'est pas rectangle. Il permet de vérifier qu'un triangle est rectangle, donc qu'un angle est droit : plus l'égalité est fausse, moins le triangle est rectangle. Le théorème réciproque, si l'égalité est vérifiée alors le triangle est rectangle, permet quant à lui de construire des angles droits, et par suite des triangles rectangles ou des rectangles. Connaître des triplets, dits pythagoriciens, de nombres entiers vérifiant l'égalité de Pythagore devient alors un enjeu didactique possible. C'est ce que nous avons retenu pour le PER.

L'organisation mathématique du PER est ainsi la suivante :

- AER 1 : Calcul de longueurs dans un triangle rectangle. Découverte des techniques relatives au théorème direct de Pythagore.
- AER 2 : Contrôle d'angles droits. Étude du théorème contraposé au travers de cas particuliers.
- AER 3 : Constructions de figures avec des angles droits. Praxéologies relatives aux triplets pythagoriciens.

3 Les démonstrations possibles du théorème

Les démonstrations du théorème direct de Pythagore sont nombreuses et largement diffusées sur le Web. La majorité d'entre elles reposent sur des théorèmes de géométrie euclidienne, comme la supplémentarité des angles d'un triangle ou les égalités angulaires associées à des droites parallèles et une sécante, et sur des calculs d'aires, généralement de carrés. Parfois elles peuvent mettre également en jeu des techniques de calcul algébrique. La démonstration que nous proposons ici est une des plus simples.

Soit ABCD un carré.
On place respectivement sur les côtés [AB], [BC], [CD], [DA] les points E, F, G, H tels que AE=BF=GD=HA (figure 44). On nomme O le point d'intersection de (EG) et (FH).On note AE=a, AB-a = b et EF=c.

Alors, AEHO est un carré car il a deux côté perpendiculaires et de même longueurs. De même pour OFCG. Quant à EBFA et HOGD, ce sont deux rectangles ayant les mêmes longueurs.
Par conséquent :
Aire(ABCD) = Aire(AEOH) + Aire(OFCG) + 2.Aire(ENFO)
Aire(ABCD)[15] *= a² + b² + 2ab*

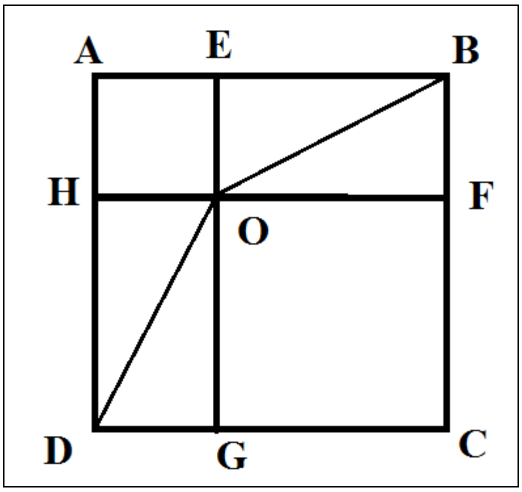


Figure 44 *: Démonstration du théorème de Pythagore 1*

Toujours sur le même carré ABCD, plaçons les points I et J respectivement sur [CD] et [DA]et tels que CI=DJ=a (figure 45).

Alors les quatre triangles JAE, EBF, FCI et IDJ sont des triangles rectangles de mêmes longueurs.

15 Cette égalité peut être obtenue par le développement algébrique de (a + b)².

Donc on a l'égalité angulaire : $\widehat{AJE} = \widehat{BEF}$.

Or les angles de AEJ sont supplémentaires, donc :

$\widehat{AJE} + \widehat{EAJ} + \widehat{AEJ} = 180°$

Mais puisque $\widehat{EAJ} = 90°$ *et* $\widehat{AJE} = \widehat{BEF}$ *, on a :*

$\widehat{AEJ} + \widehat{BEF} = 90°$.

Mais l'angle AEB est plat, donc :

$\widehat{JEF} = 180° - (\widehat{AEJ} + \widehat{BEF}) = 180° - 90° = 90°$.

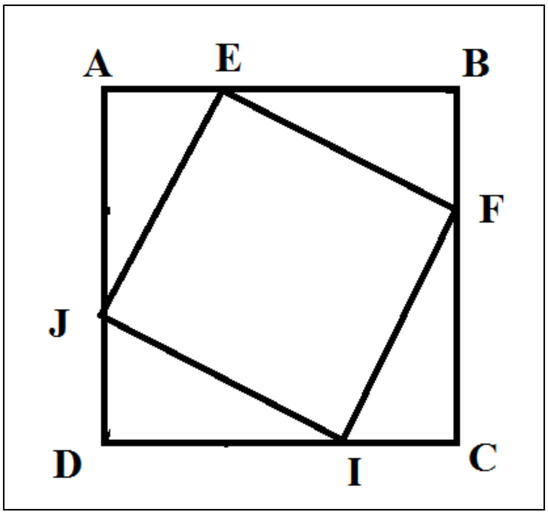


Figure 45 *: Démonstration du théorème de Pythagore 2*

Par conséquent, le quadrilatère EFIJ, qui est déjà un losange de côté c, a un angle droit. C'est un carré.

On peut donc réécrire l'aire de ABCD sous la forme :

Aire (ABCD) = 4. Aire(EBF) + Aire(EFIJ)

Aire (ABCD) = $2ab + c^2$

Il ne reste plus qu'à conclure grâce à la transitivité de l'égalité :

Aire (ABCD) = $a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$

donc $a^2 + b^2 = c^2$*. Cqfd.*

Cette démonstration du théorème de Pythagore, qui pourtant compte parmi les plus simples et qui ne recourt pas à des techniques algébriques, demeure assez complexe, nécessitant de nombreuses étapes déductives. Démontrer le théorème réciproque, ou la contraposée, nécessite également des compétences en logique. Dans le cadre du PER que nous proposons ici, l'étude des démonstrations n'est pas envisagée. Le PER amène en effet déjà suffisamment de problèmes nouveaux pour les élèves, y aborder les démonstrations le surchargerait. Ce sera cependant un des sujets d'étude d'un PER programmé plus tard dans l'année scolaire et qui concernera de façon générale la question des démonstrations.

4 Enquête épistémologique

L'enquête conduite ici repose essentiellement sur une compilation de textes historiques rassemblés par The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam : a sourcebook. Victor J. Kats (2007). Elle va permettre de rencontrer des œuvres mathématiques anciennes ainsi que des usages relatifs au théorème de Pythagore et des triplets homonymes. Ces sources praxéologiques historiques seront pour certaines réutilisées dans le PER, soit pour fournir des aperçus historiques, soit pour être transposées en exercices.

Des techniques de calcul de longueurs ou d'aires dans les triangles rectangles, ou de façon équivalente dans les rectangles, sont connues au moins depuis l'âge du bronze ancien (de 1800 à 1400 avant JC) **en Mésopotamie**. En attestent plusieurs tablettes babyloniennes de l'ancienne période (de 2000 à 1600 avant JC). Les tablettes Plimpton 322 (Collumbia University) et Yale Babylonian Collection 7289 (New Haven) sont certainement les plus fameuses (voir figure 46). Le tablette Plimpton 322 présente en effet sur quatre colonnes des séries des quadruplets de nombres que nous noterons (x, b, c, i). Quelles relations apparaissent entre ces nombres ? Le nombre i est juste une indice pour numéroter les lignes. Par contre, on constate que, si l'on note $a^2 = c^2 - b^2$, alors $x = b^2/a^2$. Par exemple, sur la première ligne c=169 et b=119, donc $a^2 = 14400$ donc a = 120. On retrouve, de façon approchée $x=0,9834028 = b^2/a^2$. Les **triplets pythagoriciens**, c'est-à-dire les triplets de nombres entiers (a,b,c) vérifiant l'**égalité de Pythagore** $c^2 = a^2 + b^2$ et qui correspondent à des côtés de triangles rectangles, apparaissent donc dans cette tablette, ainsi que des triplets de nombres décimaux non entiers vérifiant cette même égalité. Sur le recto de la tablette YBC 7289, un carré avec ses diagonales est mesuré. Le côté mesurant 30 unités, la longueur proposée pour la diagonale est 42;25 35[16]. Juste au dessus de cette longueur, le rapport entre la diagonale et le côté est noté : 1 ; 24 51 10. Cette valeur approchée de la racine carrée de 2, environ 1,4142129, est d'une précision telle qu'elle ne peut être le résultat de mesures directes sur la tablette. Elle est donc calculée, ou recopiée à partir d'une valeur pré-calculée et consignée dans une tablette comme la Plimpton 322. Une **technique de calcul des racines carrées** est donc également connue. Le recto de YBC 7289 présente le calcul de la diagonale d'un rectangle.

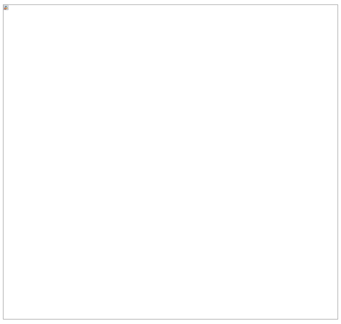
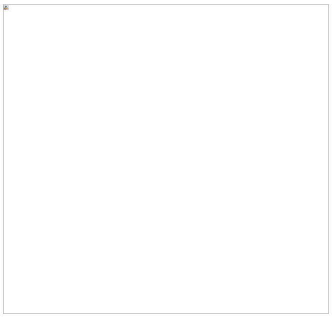
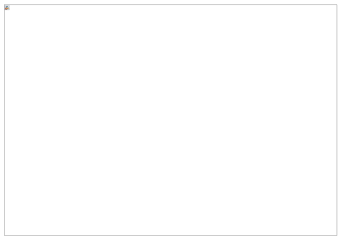
		
Yale Babylonian Collection 7289, recto	Yale Babylonian Collection 7289, verso	Plimpton 322

Figure 46 *: Tablettes babyloniennes*

D'autres tablettes, comme la British Museum 96957 (London) ou la Vorderasiatisches Museum 6598 (Berlin), utilisent des techniques similaires pour résoudre des problèmes de calcul de longueurs dans des constructions rectangulaires, comme des murs en briques, des portails, des tombes.... Ces problèmes sont donnés avec leurs solutions comme par exemple :

Un portail. Sa hauteur est de une demie perche[17] et deux coudées, sa

16 Les nombres sont écrits dans le système sexagésimal. Ansi, la diagonale vaut $42+25/60+35/60^2$ soit environ 42,426389 unités. La valeur obtenue pour racine de 2 est $1+24/60+51/60^2+10/60^3$ soit environ 1,4142129.

17 Les mesures de longueurs en Mésopotamie ont pour unités : le grand doigt (17 mm), la coudée (30 grands doigts = 0,5m), la perche (12 coudées = 6m), la chaîne (5 perches = 30m), le câble (20

hauteur de deux coudées. Combien vaut sa diagonale ? Vous élevez la largeur 0;10[18] au carré : vous obtiendrez 0;01 40, la base. Prenez l'inverse de la hauteur 0 ;40. Multipliez par la base 0 ;01 40. Vous obtiendrez 0 ;02 30. Divisez par 2 vous obtiendrez 0 ;01 15. Ajoutez à la hauteur. Vous obtiendrez 0 ;41 15. C'est la diagonale. Fin de procédure. (traduction de Imhausen et all., p. 140)

Remarquons que la valeur obtenue dans ce problème est obtenue sans extraction de racine carrée, mais grâce à une développement limité à l'ordre 1. En effet, si L est la largeur du rectangle et H sa hauteur, la diagonale D est égale à $\sqrt{L^2+H^2}$, soit,

$D=H\sqrt{(\frac{L^2}{H^2}+1)}$ puis, au premier ordre, $D=H\left(1+\frac{L^2}{2\mathrm{H}^2}\right)=H+\frac{1}{2}\times\frac{L^2}{H}$.

Ces techniques de calculs dans les triangles rectangles sont également connues dans l'Égypte ancienne, vraisemblablement par diffusion depuis la Mésopotamie. Un problème célèbre semble ainsi avoir été transmis, le problème de la poutre qui glisse le long d'un mur (Imhausen et all., pp. 49-50) (voir figure 47) :

Une poutre mesure 10 coudées lorsqu'elle est posée verticalement contre un mur. Si son pied glisse de 8 coudées, de combien est-elle descendue sur le mur ? Vous devez multiplier 10 par 10, vous obtenez 100. Vous multipliez 8 par 8, vous obtenez 64. Soustrayez-les de 100, vous obtenez 36. Extrayez la racine carrée de ce nombre, vous obtenez 6. Soustrayez ce nombre à 10, il reste 4. Vous devez alors répondre : la poutre est descendue de 4 coudées. (traduction de Imhausen et all., p. 140)

chaînes = 360m) et la lieue (30 câbles = 10 800m))

18 L'unité de mesure pour les calculs est la perche. La largeur = L = 2 coudées = 2/12 perche = 10/60 = 0;10. Puis $L^2 = (10/60)^2 = 100/60^2 = 60/60^2 + 40/60^2 = 0 + 1/60 + 40/60 = 0$;01 40. La hauteur H = 0,5 perche + 2 coudées = 8 coudées = 8/12 perche = 40/60 = 0 ;40. L'inverse de H multiplié par L^2 donne $L^2/H = 100/60^2 \times 60/40 = 100/2400 = 1/24 = 150/3600 = 120/3600 + 30/3600 = 2/60 + 30/60^2 = 0$;02 30. Puis $L^2/2H = 0$;01 15 et finalement $L^2/2H + H = 0$;41 15 est la valeur obtenue pour la diagonale.

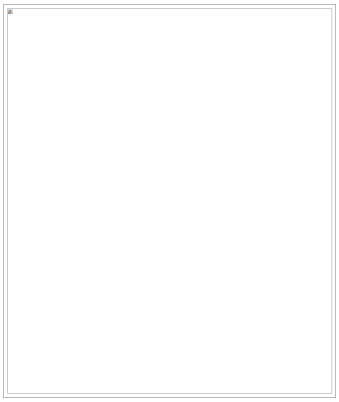


Figure 47 *: le problème de la poutre qui glisse contre un mur*

L'utilisation de l'égalité de Pythagore est explicite ici. Si L est la longueur de la poutre, si X est son déplacement au sol et si Y est la longueurs cherchée, on a en effet $L^2 = (L-Y)^2 + X^2$, soit $Y = L - \sqrt{(L^2 - X^2)}$.

La civilisation chinoise connaissait également l'égalité de Pythagore, et, au delà des techniques, en formulait **un énoncé, le Gou-gu** (Imhausen et all., p. 213) : dans un triangle rectangle, le carré du 'gou' (la base) augmenté du carré du 'gu' (la hauteur) est égal au carré du 'xian' (l'hypoténuse). Régulièrement, des mathématiciens compilent et reprennent les textes mathématiques anciens, comme le Zhou bi suang ji (les classiques mathématiques du gnomon des Zhou) au premier siècle avant JC, ou le Jiu zhang suan shu écrit par Liu Hui au troisième siècle après JC, et qui comprend neuf chapitres, le dernier étant consacré aux triangles rectangles. Vingt-quatre problèmes concrets sont également regroupés dans ce neuvième chapitre, dont par exemple le sixième :

> Considérons un roseau au milieu d'un étang de 10 chi (mesure chinoise) de diamètres. Le roseau dépasse de 1 chi au dessus de l'eau mais atteint tout juste la berge quand il penche. Quelle est la longueur du roseau ? (traduction de Imhausen et all., p. 283)

Ce problème est schématisé sur la figure 48, où AM=10/2 = 5 chi et BM = 1 chi. On a donc $5^2+MC^2 = CA^2 = BC^2 = (MC+1)^2$. On en déduit $25 + MC^2 = MC^2 + 2.MC + 1$ donc MC = 12 chi. La longueur du roseau est donc de 13 chi.

***Figure 48** : problème chinois du roseau dans l'étang*

Mais, contrairement à ce que l'on peut supposer des mathématiciens mésopotamiens ou égyptiens, leurs homologues chinois ne se contentaient pas d'une simple règle technique utile pour la construction; **le Gou-gu était en effet un théorème démontré**. Liu Hui par exemple propose une démonstration du théorème de Pythagore reposant sur l'invariance des aires par ajouts ou retraits de surfaces (figure 49) : si l'on retire aux carrés ADEH et CBFG leurs intersections avec le carré AHFC, à savoir le trapèze KFGC et les deux triangles ADH et HEI, on retrouve exactement les aires du quadrilatère IJKB et du triangle ABC.

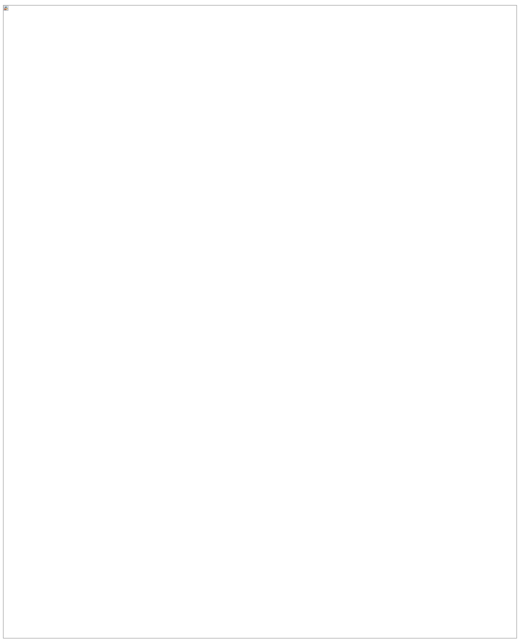


***Figure 49** : Démonstration du 'Gou-gu' par Liu Hui (Imhausen et all., p. 222 et p. 283) avec des lettres majuscules rajoutées et les surfaces grisées.*

Que reste-t-il donc à la gloire de Pythagore (de 580 à 495 avant JC) ? A-t-il eu des contacts avec les mathématiciens égyptiens ? A-t-il voyagé en Orient ? Les témoignages archéologiques ne permettent pas d'affirmer qu'il ait inventé et démontré le théorème dont il est aujourd'hui éponyme. Cependant, **les pythagoriciens ont certainement découvert et démontré l'irrationalité de la racine carrée de 2 : il n'existe[19] aucun couple d'entiers p et q tels que $\sqrt{2}$ = p/q.** Ce fut un secret lourdement gardé, car contraire à une des doctrines de l'école qui stipulait que toute grandeur pouvait s'exprimer à partir de nombres entiers :

> Selon Proclus [412 à 485 après JC], Euclide aurait commenté la légende d'après laquelle celui qui le premier avait divulgué l'irrationalité de $\sqrt{2}$ aurait péri noyé dans un naufrage : « Les auteurs de la légende ont voulu parler par allégorie. Ils ont voulu dire que tout ce qui est irrationnel et privé de forme doit demeurer caché. Que si l'âme veut pénétrer dans cette région secrète et la laisser ouverte, alors elle est entraînée dans la mer du devenir et noyée dans l'incessant mouvement de ses courants. » (Dahan-Dalmenico et Peiffer, 1986, p. 169)

Euclide, qui a vécu de 350 à 290 avant JC, est fameux pour son encyclopédie en treize volumes intitulée 'les éléments' :

> […] après la Bible, [les Éléments sont] le livre le plus édité dans toutes les langues depuis l'invention de l'imprimerie et qui chercha à rassembler dans cet ouvrage à présenter dans un ordre parfaitement logique, à partir de définitions, de postulats, d'axiomes clairement identifiés, la quasi-totalité des résultats mathématiques fondamentaux connus de son temps. (Musées de Marseille, 1988, p. 12)

À la fin du premier livre, avec ses propositions 47 et 48, Euclide énonce et démontre

19 Plusieurs démonstrations de cette propriété existent. Par exemple, une démonstration par l'absurde. Si l'on suppose que p et q existent et n'ont pas de diviseurs communs (p et q sont premiers entre eux), alors $p^2 = 2q^2$, ce qui implique que p^2, puis p, sont pairs. Il existe donc un entier p' tel que p = 2p'. Mais alors on aurait l'égalité $q^2 = 2p'^2$, dont q serait aussi un nombre pair, ce qui est contraire à l'hypothèse car 2 serait un diviseur commun à p et q. De tels entiers ne peuvent donc exister.

le théorème de Pythagore et sa réciproque (figure 50):

> Dans les triangles rectangles, le quarré décrit sur le côté opposé à l'angle droit est égal aux quarrés construits sur les côtés qui comprennent l'angle droit.
> Soit ABC (fig. 45) un triangle rectangle dont l'angle droit est BAC : je dis que le quarré construit sur le côté BC est égal aux quarrés construits sur les côtés BA, AC.
> […]
> Si le quarré qui est construit sur un des côtés d'un triangle est égal aux quarrés construits sur les autres côtés du triangle, l'angle compris entre ces deux derniers côtés est droit.
> Que le quarré construit sur un côté BC d'un triangle ABC, soit égal aux quarrés construits sur les deux autres côtés BA, AC : je dis que l'angle BAC est droit. (Euclide, -300/1804, pp. 70-73)

***Figure 50** : les figures 45 et 46 du livre I des éléments d'Euclide*

Pour terminer cette enquête épistémologique préalable, faisons un court détour par les mathématiques développées au vingtième siècle. Si un espace vectoriel E sur le corps $\mathbb{R}$ des nombres réels est muni d'un produit scalaire[20] et de la norme

20 Un tel espace vectoriel est appelé espace préhilbertien réel (Ramis et all, 1979, tome 2, pp. 50-54) en général, et espace euclidien lorsqu'il est de dimension finie. Deux vecteurs x et x' sont dit orthogonaux lorsque leur produit scalaire (x|x) est nul. Au produit scalaire est associé une norme, dite euclidienne : $\|x\| = \sqrt{(x|x)}$.

euclidienne || || associée, le théorème de Pythagore et sa réciproque sont valides :

Théorème de Pythagore : Pour tout système orthogonal ($x_1,...,x_m$) de vecteurs de E,

$$\| \sum_{k=1}^{m} x_k \|^2 = \sum_{k=1}^{m} \|x_k\|^2.$$

Réciproque du théorème de Pythagore : Si $(x_1, x_2) \in E^2$ vérifie

$$\| x_1 + x_2\|^2 = \| x_1 \|^2 + \| x_2 \|^2$$

alors x_1 et x_2 sont orthogonaux. (Ramis et al., 1979, pp. 50-51)

5 Organisation didactique du PER

Titre : Le théorème de Pythagore

Classe : mathématiques en quatrième

Domaine disciplinaire : Géométrie

Secteur : figures planes

Organisation didactique

L'organisation mathématique du PER est ainsi la suivante :

- AER 1 : Calcul de longueurs dans un triangle rectangle
    1. Enquête sur le théorème de Pythagore. Classe inversée. Questions de l'enquête : qui est Pythagore, qu'est-ce que le théorème de Pythagore, à quoi sert-il ? Trouver des énoncés d'exercices. L'enquête est conduite par les élèves hors de la Classe.
    2. Travail de groupe. Production d'une synthèse sur les énoncés et les usages du théorème de Pythagore.
    3. Entraînement tutoré avec Labomep.
    4. Cooptation d'exercices modèles. À partie des exercices rencontrés par les élèves, des exercices d'application directe sont retenus et insérés dans les fichiers d'exercices modèles.

- AER 2 : Contrôles d'angles droits

5. Intervention du factotum. Le factotum contrôle les angles droits de la salle de Classe. Il montre également l'usage qu'il fait du triplet pythagoricien (1, 2, 3) pour construire des rectangles (le terrain de rugby).
6. Écriture de comptes-rendus d'observation. Travail individuel des élèves effectué à la maison.
7. Lecture de comptes-rendus et cooptation d'un exercice modèle.

- AER 3 : Construction de figures avec des angles droits

8. Enquête sur les triplets pythagoriciens et leurs usages. Ressources numériques de la Classe.
9. Cooptation d'une synthèse.
10. Entrainement tutoré à l'aide de Labomep.

6 Mise en œuvre du PER

<u>Première étape : enquête sur Pythagore et son théorème</u>

Le PER débute par une enquête que les élèves doivent mener chez eux, avec les médias dont ils disposent, et en Classe, avec les manuels scolaires et les ordinateurs accédant à internet. Quatre questions sont posées : à quoi sert le théorème de Pythagore, qui l'a inventé, quels sont ses énoncés, et à quels exercices est-il associé. La production d'un des trois élèves suivis dans la classe est reproduite sur la figure 51. Le dispositif de classe inversée qui est donc mis en œuvre conduit à une ouverture écologique externe des savoirs, en particulier en direction de l'histoire des mathématiques. Notons que les productions des élèves font bien apparaître des éléments relatifs à la vie de Pythagore et au théorème éponyme, mais qu'ils n'abordent ni la question de l'irrationalité des racines carrées ni celle des triplets pythagoriciens et de leurs usages. Le professeur choisira de renvoyer l'étude des racines carrées à une autre séquence d'étude, mais déclenchera celle des triplets pythagoriciens en faisant intervenir une personne ressource extérieure. En outre, les ouvertures écologiques externes multiples réalisées dans cette enquête initiale élargissent le topos des élèves : les réponses qu'ils ont découvertes ci et là vont permettre d'organiser et de construire l'équipement praxéologique de la Classe.

Deuxième étape : exploration de la technique de calcul d'une longueur

Des dossiers préparés par les élèves trois utilisations différentes de l'égalité de Pythagore émergent : « le théorème de Pythagore sert à calculer une longueur dans un triangle rectangle, à construire un angle droit, à savoir si un triangle est rectangle ou non » (Cahier de texte). La deuxième étape aborde le premier de ces trois problèmes. Les élèves le rencontrent d'abord individuellement à partir d'exercices simples et d'explications animées proposées par Labomep et présélectionnées par le professeur. Puis, classe entière, la tablette babylonienne YBC 7289 est analysée. Elle est gravée d'un carré coupé par une de ses diagonales, et de nombres précisant les mesures et leur rapport (racine carrée de 2). Cette analyse aboutit à la co-écriture d'un premier modèle de calcul de la diagonale d'un carré de côté 1.

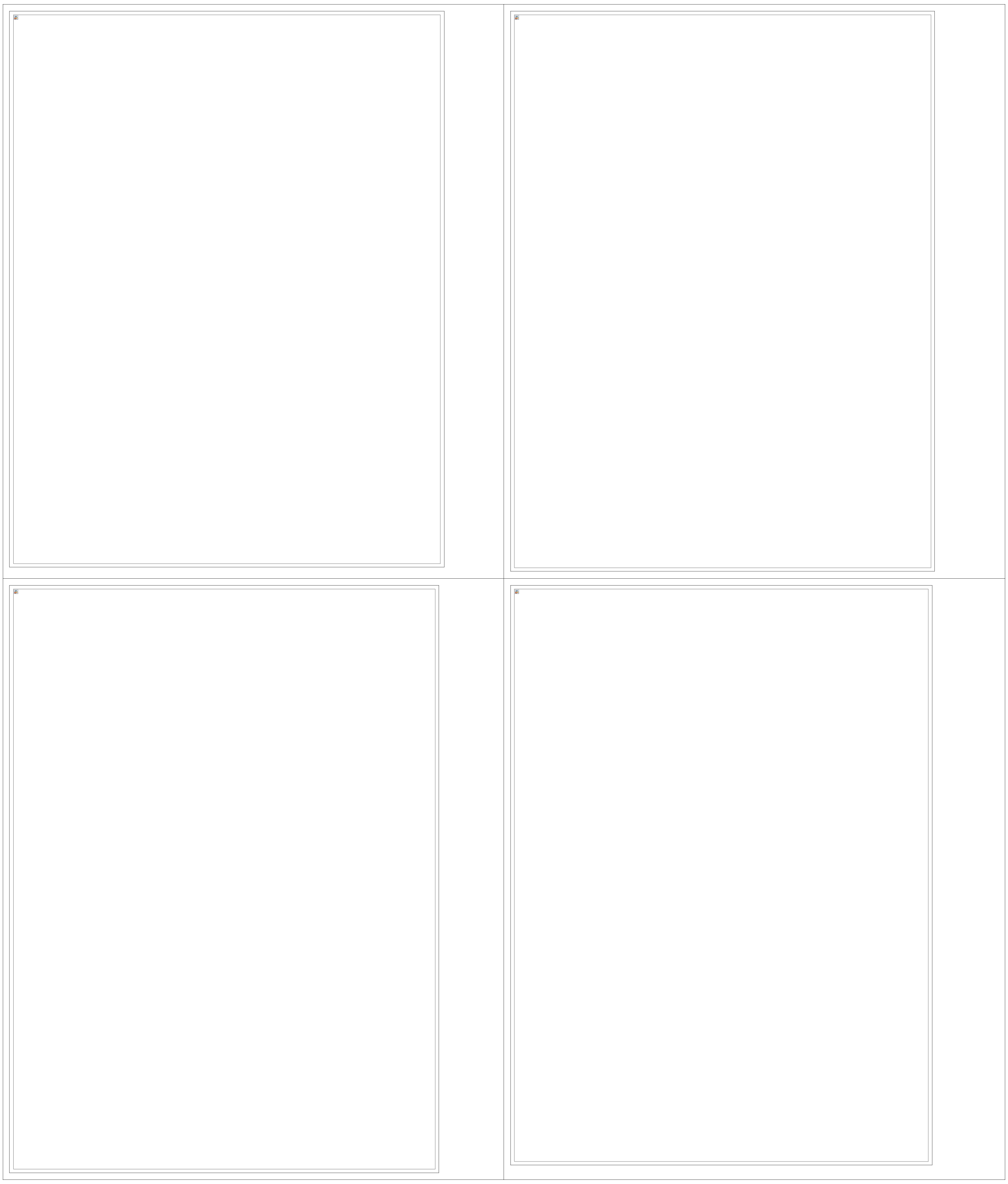


Figure 51 : *triangles en quatrième, enquête d'un élève*

Puis deux autres exercices 'modèles' sont créés, l'un pour calculer l'hypoténuse, l'autre pour calculer le côté d'un angle droit. Dans une séance ultérieure, ces techniques feront l'objet d'une évaluation formative (IF1 dans le cahier de texte).

Cette étape se déroule donc sur un mode pédagogique plus classique, avec des élèves fortement guidés par le professeur. Mais deux ouvertures écologiques sont opérées : une ouverture externe des topos réalisée par le temps de travail en autonomie sur Labomep, et une nouvelle ouverture en direction de l'histoire de la discipline. L'équipement praxéologique de la Classe intègre, dans cette étape, des éléments technologiques majeurs que sont les exercices modèles. Ces derniers constituent la synthèses des exercices que les élèves ont au préalablement rencontrés sur internet.

<u>Troisième étape : intervention du factotum du collège</u>

Cette troisième étape est une ouverture écologique externe en direction d'un membre non enseignant de l'établissement scolaire : le factotum. Il intervient dans la Classe (figure 52) pour répondre, de façon très concrète, aux deux questions encore en suspens. Dans un premier temps, il expose sa technique de vérification des angles droits à l'aide du triplet Pythagoricien (3,4,5). Assisté de certains élèves volontaires, il met en œuvre cette technique sur les murs de la salle. Puis il explique comment, à l'aide d'une longue corde à 12 nœuds, il trace le terrain de rugby du collège. Quelques élèves auront par la suite l'occasion de l'aider dans cette tâche. Pendant toute cette séance, les élèves doivent prendre des notes afin de produire, chez eux, un compte-rendu d'observation.

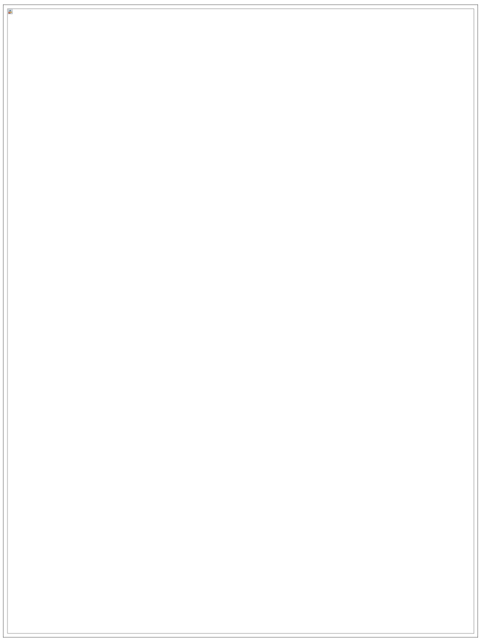


Figure 52 : *triangles en quatrième, intervention du factotum*

Cette étape met donc en œuvre une ouverture écologique externe des topos. L'équipement praxéologique du factotum est repris dans les comptes-rendus d'observation et servira, à la prochaine étape, de source de référence principale pour la construction de l'équipement praxéologique de la Classe. Une autre ouverture externe, des savoirs cette fois-ci, est réalisée lors de l'introduction dans la Classe de pratiques d'observation et d'expérimentation issues des disciplines scientifiques.

Quatrième étape : institutionnalisation des techniques de construction ou de contrôle des angles droits

Après lecture de quelques comptes-rendus d'observations (comme celui de la figure 53), les techniques du factotum sont réexaminées : « quel rapport entre 3,4,5 et le théorème de Pythagore ? Pourquoi cela permet-il de construire un angle droit ? » (Cahier de texte). Après une recherche individuelle, les élèves débattent classe entière de la question et élaborent un nouvel exercice modèle pour vérifier par calcul si un triangle est rectangle. D'autres triplets pythagoriciens sont trouvés.

Figure 53 : *triangles en quatrième, compte-rendu d'observation*

On retrouve dans cette étape l'ouverture interne des topos élèves via des travaux en autonomie suivis de débats et de synthèses. Les ouvertures en direction du factotum ou de l'histoire des mathématiques continuent d'enrichir l'équipement praxéologique de la Classe.

<u>Cinquième étape : entrainement et évaluation sommative</u>

Cette dernière étape réitère l'ouverture écologique des topos réalisée grâce à un entraînement en autonomie, mais de façon plus généralisée grâce à un milieu actionnel très enrichi. Les élèves ont la possibilité d'utiliser des manuels scolaires de la bibliothèque, et de se servir du tableau de la Classe et de leurs fiches d'exercices modèles, d'aller sur Labomep. Ils décident aussi seuls s'ils étudient individuellement ou en groupes. Le professeur adopte une position haute, donnant parfois des conseils méthodologiques ou des explications mathématiques.

La dernière séance de la séquence évaluera les compétences acquises par les élèves (DS01 dans le cahier de texte).

7 Bilan

Ce PER propose donc plusieurs ouvertures écologiques externes de la Classe. Elles sous-tendent une démarche d'investigation qui conduit les élèves à chercher des réponses dans des sources praxéologiques variées accessibles grâce à la richesse du milieu actionnel (bibliothèque, accès internet) et à son ouverture sur l'établissement scolaire et les sphères familiales. L'intervention dans la Classe du factotum du collège est un moment fort qui autorise la rencontre de praxéologies non officielles et qui redonne un intérêt certain à l'étude du théorème de Pythagore.

Conclusion

Les outils de conception d'un PER écologiquement ouvert ont été utilisés sur deux cas particuliers. Le premier PER, autour de la somme des angles d'un triangle, à été l'occasion de mettre en œuvre des dispositifs didactiques favorisant des ouvertures écologiques internes des savoirs, des topos et du milieu. Le second PER aura davantage suscité des ouvertures écologiques externes, en particulier grâce à son ancrage dans l'histoire des mathématiques et grâce à l'intervention d'un personnel non enseignant de l'établissement scolaire.

Dans les deux cas, les PER auront été pour les élèves l'occasion de rencontrer des savoirs nouveaux dans une organisation mathématique conforme aux programmes officiels et dans une organisation didactique qui laisse une large place à leur activité, que ce soit pour découvrir des praxéologies, pour programmer leur étude, ou pour acquérir des compétences.

Conclusion générale

Qu'est-ce qui fait référence dans une classe ? C'est la question de recherche initiale qui a sous-tendu l'étude présentée dans ce mémoire. Afin de la préciser, une enquête exploratoire a d'abord été conduite dans deux directions : qu'est-ce qui fait référence dans des classes d'enseignement des mathématiques, qu'est-ce qui fait référence dans l'enseignement d'autres disciplines ? Très vite des premiers constats empiriques sont apparus : les savoirs construits dans les classes de mathématiques au collège se réfèrent essentiellement à des savoirs savants tandis que ceux construits dans d'autres disciplines se réfèrent aussi à des pratiques sociales de référence. En outre les topos octroyés aux élèves par les enseignants sont fortement variables, si bien que la co-construction d'une référence commune et partagée est souvent une fiction. Dès lors la problématique de l'étude a dû être précisée et élargie. Au delà de la question des sources de référence employées par les élèves ou les professeurs, celle des rôles de chacun dans la construction des savoirs a émergé, en lien avec les milieux actionnels dont ils disposent. Le cadre théorique s'est alors attaché à définir les concepts nécessaires pour aborder ces questions : qu'est-ce qu'un savoir, qu'est-ce qu'une référence, quel sens faut-il donner à la notion de milieu. Une hypothèse forte a alors été émise : les seules observables dont dispose le chercheur sont des discours publics, oraux ou écrits. Le cadre méthodologique s'en est ainsi trouvé fortement orienté, proposant principalement des outils pour décrire et analyser des discours. La deuxième partie du mémoire a alors eu pour but de mettre en œuvre ces cadres théoriques et méthodologiques dans l'analyse référentielle des discours dans des classes de mathématiques au collège. Six tableaux ont été ainsi présentés avec une progressivité dans la pluralité des sources référentielles employées pour la construction d'une référence commune, dans l'accroissement des topos accordés aux élèves et dans la richesse des milieux didactiques mis en œuvre. Une première catégorisation des sources de référence a alors été proposée. Dans la troisième partie du mémoire, l'analyse de discours d'institutions scolaires surplombantes a permis d'affiner cette catégorisation. Les programmes officiels et les manuels scolaires ont ainsi fait apparaître de nouvelles sources possibles, tandis que les discours produits par un établissement scolaire ont permis de rencontrer des dispositifs didactiques qui conditionnent pour partie ce qui se fait dans les classes. Une catégorisation fine des sources de référence ayant ainsi été obtenue, la quatrième partie du mémoire a eu pour but de la mettre en œuvre. Le concept d'ouverture écologique des classes a alors été développé, reprenant les trois dimensions déjà perçues précédemment : les savoirs, le milieu et les topos. Un outil de conception de Parcours d'Étude et de Recherche a donc été proposé et utilisé dans deux cas, la somme des angles d'un triangle en cinquième et le théorème de Pythagore en quatrième. L'ensemble du mémoire procède donc d'une méthodologie de la modélisation d'un système complexe, ici le système scolaire, avec une première phase empirique qui conduit, après de nombreux allers-retours, à une théorisation, puis une seconde phase d'affinage et d'accroissement de la portée du modèle, et enfin une transposition des concepts et des catégories développées en des outils plus pratiques permettant leur mise en œuvre.

1 L'évolution de la problématique

La problématique développée en amont de l'étude doctorale s'est articulée autour de questions de recherches circonscrites au champ de la didactique des mathématiques. Dans une classe d'enseignement de cette discipline, quelles formes prennent les démonstrations des théorèmes ou l'élaboration des techniques ? Par qui sont-elles construites ? Le constat fut que majoritairement les démonstrations formelles et les techniques sont amenées dans la classe par le professeur. La dialectique entre conjectures et réfutations, qui est au centre de la méthodologie scientifique, n'a jamais été observée. Ce premier constat relève de façon plus générale de la question des topos accordés aux élèves. Ils s'avèrent être très réduits dans les Classes visitées, l'activité mathématique des élèves étant presque toujours située dans des moments d'exploration de types de tâches ou de travail des techniques. En outre, les dispositifs didactiques mis en œuvre se réduisent souvent à des travaux individuels ou par binômes de proximité et à des dialogues entre le professeur et la classe. Les travaux en groupes et en autonomie relative ont rarement été observés, et les discours publics des élèves ne sont presque jamais intégrés aux textes partagés du savoir.

Autre constat, les organisations mathématiques mises en place par les professeurs cloisonnent les savoirs enseignés. Elles sont directement dérivées des organisations officielles des savoirs à enseigner, et dans la totalité des Classes visitées, les savoirs enseignés ont un enjeu situé à des niveaux de codétermination supérieurs,les thèmes ou les sujets d'étude.

Dernier constat, les milieux didactiques des Classes sont pauvres, réduits généralement à des éléments matériels ou gnoséologiques classiques : des supports médiatiques courants et des sources discursives exclusivement disciplinaires et officielles.

L'enquête exploratoire a donc fait apparaître des Classes de mathématiques où les savoirs sont découverts majoritairement par des ostensions professorales qui ne laissent qu'un topos très réduit aux élèves et qui s'accordent d'un milieu actionnel pauvre. En est-il de même dans d'autres disciplines ? Ce fut la question de recherche abordée dans le cadre du Master où des éléments de comparaison quant aux processus de validation des connaissances en mathématiques et en anglais ont été proposés. Comment les savoirs sont-ils validés dans des Classes d'enseignement d'autres disciplines que les mathématiques ? Martinand (1982) relève les nombreuses évocations de pratiques sociales ou familiales de référence qui sont faites dans l'enseignement des sciences physiques et de la technologie. Et qu'en est-il dans les disciplines non scientifiques ? Les preuves par déduction ou induction sont absentes tandis que les références aux pratiques sociales semblent fréquentes dans l'enseignement d'une langue, étrangère ou maternelle, et dans l'enseignement de l'histoire. Les références aux savoirs savants sont quant à elles une constante quelle que soit la discipline.

Qu'en est-il des topos accordés aux élèves et des milieux actionnels ? Un bref constat a pu être formulé : les élèves semblent être davantage impliqués dans les moments de découverte puis de construction des savoirs en anglais, en français ou en histoire, qu'ils ne le sont en mathématiques. Ces topos plus ouverts vont en outre de pair avec des milieux plus diversifiés.

La problématique de l'étude doctorale a donc ainsi pu être formulée de façon plus générale, sous-tendue par de nouvelles questions de recherche :

Comment catégoriser les sources de références praxéologiques employées dans les Classes ou suggérées par d'autres institutions didactiques surplombantes ?

Comment décrire et accroître les topos des élèves, voire ceux d'autres institutions ?

Comment enrichir les milieux actionnels didactiques ?

La problématique a alors été résumée ainsi : comment ouvrir les classes sur le monde qui les entoure ?

2 La modélisation

L'objectif de la modélisation proposée dans le cadre théorique a été essentiellement de définir, en s'appuyant sur des théories existantes en didactique des mathématiques, les concepts de référence praxéologique et de milieu actionnel. Mais pour cela il aura au préalable fallu aborder ceux des institutions et des savoirs. Nous avons d'abord retenu qu'une institution est un groupe d'êtres humains partageant des rapports au monde. Ces rapports partagés ne sont plus alors des rapports personnels, ils constituent des rapports propres à l'institution. De cette définition minimaliste a été écartée une condition de légitimité sociale qui néanmoins est demeurée présente dans la plupart des institutions étudiées. Deux cas limites ont également été considérés : la société, qui est apparue comme une institution maximale, et l'être humain, une institution minimale requalifiée en personne. Une relation forte, déjà formulée en TAD, entre savoirs et institutions a ensuite été postulée : les savoirs et leurs organisations gnoséologiques sont des produits institutionnels. Puis le concept de savoir a été abordé dans toute sa complexité. Dans l'approche connexionniste développée, il a été relié également aux concepts d'action et de langage. La question a alors pu être posée de la modélisation d'un savoir. Les praxéologies au sens de la TAD ont dès lors constitué une modélisation de leurs structures internes, impliquant qu'ils ne sont observables qu'au travers des discours et des actes (logos et praxis) des institutions qui les détiennent. L'ensemble des praxéologies dont une institution dispose, par suite de la stabilisation de ses rapports aux savoirs, a ensuite été modélisé par son équipement praxéologique. Tout savoir est par conséquent identifié a un extrait d'équipement praxéologique institutionnel, observable via des actes et des discours.

La modélisation a ensuite été poursuivie autour des concepts d'actes et de discours. Un acte a été défini comme une variation d'un objet du monde en partie induite par l'état d'autres objets, les facteurs de l'acte, la relation à un instant donné entre un objet de l'univers et des facteurs de son évolution étant appelée une action. Le concept d'acte a ensuite été réduit à ceux dont les facteurs sont des institutions dotées d'une certaine volition. Un discours devient dans ce cadre un acte de communication à finalité transactionnelle, réalisé dans un certain contexte, et qui modifie *a minima* des supports discursifs.

Puis une classe particulière d'institutions a fait l'objet de la modélisation, les institutions didactiques. Ce sont des institutions dans lesquelles l'action de certains membres a pour finalité de faire évoluer des équipements praxéologiques personnels d'autres membres. Les Classes en sont un exemple, regroupant au moins un professeur qui enseigne une discipline donnée et des élèves qui apprennent. Une Classe produit alors, en réponse à des questions dérivées d'un enjeu officiel, une organisation praxéologique partagée par ses agents et qui constitue son équipement praxéologique. Pour cela, elle est assujettie à des systèmes de conditions et contraintes propres à la discipline enseignée ou résultant de son appartenance à des institutions didactiques surplombantes, et elle est le siège d'une action coopérative au cours de laquelle les élèves et le professeur occupent des topos variables.

Puis le concept de milieu a été envisagé. Il a été considéré avant tout comme un milieu actionnel propre à une institution qui contient, outre des objets matériels auxquels l'action conjointe pourrait conférer une certaine intentionnalité didactique, tous les actes publics, discursifs ou non, des agents, ainsi que l'équipement praxéologique de l'institution. Le milieu actionnel d'une institution est l'ensemble des facteurs impliqués dans les actions de ses membres.

Le concept de Classe induisant une distinction entre l'équipement praxéologique partagé et commun et les équipements personnels, la modélisation s'est ensuite attachée à préciser ces derniers. Ainsi l'équipement praxéologique personnel d'un élève ou d'un professeur a été recentré sur sa partie officielle, spécifique et disciplinaire, conforme au niveau scolaire de la Classe et issue des ses rapports officiels aux savoirs. Par complémentarité, tous les savoirs non officiels ont été qualifiés d'externes à la Classe.

Le concept de référence a ensuite été examiné plus en détail pour pourvoir entrer dans nos questions de recherche : quels sont les savoirs qui, au delà des savoirs officiels, apparaissent dans les milieux actionnels des institutions didactiques ? Une référence praxéologique a alors été définie comme un acte discursif public réunissant à un instant donné deux discours, celui des auteurs et celui d'une autre institution dite source de référence. L'équipement praxéologique de la Classe est ensuite apparu, à partir de résultats formulés en TACD, comme une source de référence majeure, locale, co-construite par l'enseignant et sa classe. Il est ainsi au centre de la relation didactique, et sa construction est une condition *sine qua non* de l'existence même de l'institution. Regarder dans quelle mesure les discours publics des élèves intègrent le milieu actionnel puis l'équipement praxéologique de la Classe est alors une façon de mesurer leurs topos respectifs.

Lorsque le milieu actionnel d'une Classe, et a fortiori son équipement praxéologique, intègre des sources de références externes, nous entrons enfin dans le concept d'ouverture écologique. Au delà des sources de référence, ce concept va de pair avec ceux précédemment évoqués de topos et de milieu actionnel.

3 Les six tableaux

Les six tableaux de Classes proposés dans la deuxième partie du mémoire ont pour objectif, tout en reprenant un état des lieux, d'illustrer les concepts de référence praxéologique, de milieu actionnel et de topos. Ils permettent également d'aboutir à une première catégorisation des sources de référence et de rencontrer quelques ouvertures écologiques.

Le premier tableau est hommage a Marcel Pagnol au travers de sa pièce Topaze, œuvre littéraire souvent référencée en didactique des mathématiques. Dans la séance d'enseignement de la morale de la scène XII, acte I, tout repose sur les discours de Topaze. Il use d'une praxéologie didactique magistrale, introduisant dans le milieu actionnel des discours auto-référencés, validant ou réfutant ceux des élèves, rappelant et faisant répéter l'équipement praxéologique de la Classe. Les élèves quant à eux s'auto-référencent très souvent, et ils référencent l'équipement praxéologique de la Classe quand injonction leur est faite. Les topos élèves sont très réduits, leurs discours publics oraux n'étant jamais repris dans l'équipement praxéologique de la Classe. Enfin, le milieu actionnel de la Classe est pauvre.

Dans le deuxième tableau, autour des la découverte d'un théorème d'agrandissement ou réduction des solides en troisième, une Classe où l'activité des élèves est au centre, conformément aux injonctions des programmes officiels, est analysée. L'équipement praxéologique de la Classe y est construit à partir d'un enjeu décliné en trois textes de consigne qui rythment l'avancée du temps didactique. Les références qui lui sont faites régulièrement alternent avec celles faites aux équipements praxéologiques officiels des élèves. Ces derniers apparaissent donc comme des sources de référence majeures. En outre, le topos des élèves est plus grand que dans le tableau précédent, les moments de travail de la technique en autonomie relative étant fréquents. Mais leurs discours publics, oraux ou retranscrits au tableau, subissent de nombreuses modifications de la part du professeur et n'intègrent donc que très partiellement l'équipement praxéologique de la Classe. Le milieu actionnel de la Classe est là aussi très pauvre.

Le troisième tableau de Classe, autour de la soustraction de nombres négatifs en cinquième, ressemble beaucoup au précédent : des textes de consigne qui rythment le temps didactique, des sources de référence internes essentiellement issues des équipements praxéologiques officiels des acteurs ou de celui de la Classe, des élèves au centre de l'activité mais avec un topos faible, un milieu actionnel pauvre. Mais la particularité de ce tableau est l'immixtion dans le milieu de discours publics d'élèves référençant des sources praxéologiques non officielles. C'est le cas en particulier d'une technologie jugée hors contrat didactique, la règle des signes, et d'une analogie jugée non pertinente, l'analogie de l'ascenseur. Le professeur lui-même fait des références à des savoirs savants inconnus des élèves, essentiellement la neutralité de zéro pour l'addition. À l'issue de la séance, les rapports aux savoirs nouveaux que les élèves ont établis sous la conduite de leur professeure n'intègrent pas encore leurs équipements praxéologiques officiels, mais font désormais partie de l'équipement praxéologique de la Classe. Les topos des élèves sont assez semblables à ceux du tableau précédent, étant souvent impliqués par des travaux en autonomie ou en binômes, et étant très peu auteurs des textes relatifs aux savoirs problématiques rencontrés. Le milieu actionnel est là aussi réduit à sa plus simple expression.

Le quatrième tableau de Classe est similaire au précédent, avec le même enjeu didactique et le même professeur dans une classe différente. Mais dans celui-ci les références externes hors contrat didactique comme la règle des signes établissent des rapports à des savoirs qui ne sont plus écartés, mais qui au contraire sont intégrés à l'équipement praxéologique de la Classe. La technique induite par l'emploi de la règle des signes acquiert dans cette séance une valence opératoire forte, si bien que la technique initiale d'introduction d'un zéro n'apparaît plus que comme une justification technologique de la première. La rapide avancée du temps didactique et l'entrée de la Classe dans un moment de travail de la technique montrent à quel point cette évolution de la praxéologie didactique de la professeure aura été efficace.

Le cinquième tableau de Classe, autour de la symétrie axiale en sixième, permet de faire un pas dans les ouvertures écologiques. Les textes partagés sont effectivement co-écrits, au tableau, et permettent à la professeure, à partir d'un milieu actionnel riche en documents multimédia, de conduire l'action conjointe de la Classe. Ils viennent à la fois s'ajouter à l'équipement praxéologique de la Classe et organiser mathématiquement son contenu futur. Des documents photographiques sont également centraux dans ce système didactique. Étant issus du rapport privé de la professeure au monde extérieur, leur introduction dans le milieu constitue un référencement externe que les élèves s'approprient. Ils permettent de construire peu à peu une organisation mathématique à partir des équipements praxéologiques officiels des élèves. En outre, les actes de référencement de sources externes ne sont pas écartés par la professeure. Au contraire, ils persistent dans le milieu actionnel. Les références à la vie courante sont même au cœur des rapports qui s'établissent au concept de symétrie et elles sont reprises par l'équipement praxéologique de la Classe.

Le sixième et dernier tableau de Classe, autour du théorème de Thalès en quatrième, va encore plus loin dans les ouvertures écologiques. La Classe y est ouverte sur le monde extérieur, à la fois par sa situation dans un milieu actionnel hors salle de classe, situé au niveau de l'établissement scolaire, et par sa mise en œuvre de praxéologies externes issues de l'histoire des mathématiques. La structure de l'institution Classe est également différente de celles des tableaux précédents, scindée en des sous-institutions groupes qui octroient une certaine autonomie actionnelle, et donc un topos élargi, aux élèves. Le professeur amplifie ce phénomène en adoptant souvent une position de surplomb pédagogique et en n'intervenant guère que pour conseiller. Il exclut ainsi son propre équipement praxéologique mathématique officiel de cette séance au profit de ceux des élèves et de ceux issus des références externes.

4 Les discours institutionnels surplombants

La troisième partie du mémoire a eu pour objectif d'affiner la catégorisation des sources de références praxéologiques en examinant les discours d'institutions surplombantes des Classes : les programmes officiels, un manuel scolaire et l'agenda événementiel d'un établissement scolaire.

Les programmes officiels placent les équipements praxéologiques des élèves, officiels ou personnels, au centre de l'équipement praxéologique de la Classe. La résolution de problèmes est suggérée pour conduire les activités d'étude et de recherche, dans le cadre d'un démarche d'investigation laissant une large place aux travaux de groupes et aux débats. Les sources externes proposées sont diversifiées : disciplines scientifiques ou technologiques, histoire des sciences et des mathématiques, arts plastiques, langues étrangères, vie courante et thèmes de convergences.

L'analyse référentielle d'un chapitre de manuel scolaire confirme cette diversification des sources de références praxéologiques. Les équipements praxéologiques du professeur ou de la Classe sont remplacés par le discours technologico-théorique des auteurs du manuel. Les programmes officiel sont référencés, ainsi que l'histoire des mathématiques et les disciplines scientifiques ou technologiques. Les exercices sont contextualisés à partir de pratiques sociales de références généralement inspirées de métiers courants. Les références à la vie courante sont également fréquentes, permettant des contextualisations inspirées de situations que des élèves pourraient avoir rencontrées. L'équipement praxéologique des élèves est référencé par des conseils méthodologiques et par des discours personnifiés.

En ce qui concerne l'établissement scolaire analysé, il ressort que celui-ci organise non seulement la vie des Classes mais qu'il met aussi en place de nombreux dispositifs, plus ou moins didactiques, qui autorisent les échanges entre tous ses membres, qu'ils soient élèves, professeurs ou personnels non enseignants. Cela se traduit par une forte implication des élèves et de leurs parents dans la vie de l'établissement, par une collaboration étroite des équipes pédagogiques et de tous les personnels, et par une large ouverture aux institutions non scolaires. Toutes ces institutions organisent des évènements qui ont un impact sur la vie des Classes et qui sont propices aux référencements externes car ils aboutissent à des productions pluri-disciplinaires et ouvertes sur le monde extérieur.

5 Les ouvertures écologiques en œuvre dans des PER

La catégorisation des sources de références praxéologiques a, dans la quatrième partie du mémoire, été transposée en un outil de conception d'un PER ouvert sur le monde. Trois dimensions ont été envisagées pour les ouvertures écologiques des Classes : ouvertures des savoirs, ouverture des topos, ouverture du milieu actionnel. Dans chacune de ces trois dimensions, l'ouverture peut être réalisée non seulement en interne, dans la Classe, mais aussi en externe, en intégrant des institutions *a priori* non didactiques comme les personnels non enseignants et en autorisant l'accès à des ressources, numériques ou non.

Les deux PER proposés sont alors conçus en envisageant ces diverses ouvertures, et en mettant en œuvre des dispositifs didactiques variés mais qui octroient tous, dans un paradigme de questionnement du monde et d'une pédagogie de l'enquête, un large topos aux élèves. Leurs motivations s'en trouve proportionnellement accrues.

6 Apports et limites de la recherche

À travers ce mémoire nous avons donc tenté d'entrer dans le paradigme de questionnement du monde à élaborant une catégorisation des sources de références praxéologiques utilisables dans une classe, puis en transposant cette catégorisation en une autre relative aux ouvertures écologiques. Toutes les sources de références possibles ont-elle ainsi été envisagées ? La question, pour être tranchée, devrait encore être soumise à des analyses de classes dans des disciplines autres que les mathématiques. De même, le concept d'ouverture écologique est-il pertinent pour élaborer et mettre en œuvre des PER ? D'autres expérimentations sont nécessaires pour l'affirmer, et d'autres disposistifs didactiques devront certainement être élaborer. Le modèle développé pour décrire les systèmes didactiques, les catégorisations qu'il a induites en termes de sources de références praxéologiques et d'ouvertures écologiques, ou en termes plus pragmatiques de dispositifs pédagogiques doivent donc encore être soumis à l'expérimentation dans d'autres terrains de recherches, dans d'autres Classes. Sa portée pluri-disciplinaire et son usage dans le cadre de Parcours d'Étude et de Recherche s'inscrivant dans un paradigme de questionnement du monde et d'une pédagogie de l'enquête pour alors seulement être confirmé.

7 Perspectives

En particulier de nombreuses questions se posent quant aux biais didactiques qui pourraient apparaître : les élèves sont-ils vraiment des acteurs autonomes de leurs propres apprentissages, le paradigme de la visite des œuvres est-il vraiment écarté, les contraintes institutionnelles organisationnelles, comme ceux inhérents à la programmation officielle des savoirs à enseigner ou au découpage des temps d'enseignement, sont-elles des obstacles ? Des réponses à ces questions commencent à émerger des divers travaux de recherche que nous conduisons à ce jour et qui ne sont pas rapportés dans ce mémoire.

D'autres questions, tout aussi cruciales, doivent encore être soulevées : une telle approche pédagogique favorise-t-elle l'acquisition des connaissances, a-t-elle une influence positive sur la motivation des élèves ? Là aucune réponse n'a été proposée. Certaines pourront être obtenue à partir de mesures directes et comparatives des performances des élèves. Mais en ce qui concerne leur motivation, la question est plus délicate. En effet, il ne suffirait pas de réaliser quelques évaluations de l'intérêt que les élèves auraient pu avoir pour tel ou tel dispositif pédagogique, de mesurer le plaisir ou le déplaisir qu'ils auraient eu dans un PER donné. Il faudrait également recourir à des observables davantage fondées sur des cadres théoriques issus de la psychologie cognitive ou de la neurobiologie, en s'intéressant par exemple à ce que sont les différents types de mémoire dont disposent biologiquement les êtres humains et comment elles sont construites, à ce que sont les processus physiologiques qui régissent la motivation et le plaisir.

Enfin, une question légitiment envisageable concerne l'utilisation du modèle et des catégorisations dans la formation initiale des enseignants du premier ou du second degré. Former des enseignants à la pédagogie de l'enquête et à l'élaboration de PER est en effet un enjeu actuel qui autoriserait l'émergence d'une « instruction publique nouvelle » (Chevallard, 2012). Ce sont des travaux de recherche que nous conduisons actuellement.

Bibliographie

[01] Abernot, Y. et Ravenstein, J. (2009). *Réussir son master en sciences humaines et sociales*. Paris : Dunod.

[02] Amade-Escot, C., et Venturini, P. (2009). *Le milieu didactique : d'une étude empirique en contexte difficile à une réflexion sur le concept.* Education et Didactique, 3 (1), 7-43.

[03] Araya-Chacon A-M. (2008). *La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques : étude du micro-cadre institutionnel en France et au Costa Rica.* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université de Toulouse, France.

[04] Ardoino J. (1986). *Analyse multiréférentielle.*

http://jacques.ardoino.perso.sfr.fr/pdf/ana_multi.pdf

[05] Aristote. (-330/2002). *Physique.* In Pellegrin P. (Trad). Paris : Flammarion (GF 887).

[06] Assude, T. et Mercier, A. (2007). *L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques*. In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 153-185). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

[07] Balacheff, N. (1987). *Processus de preuve et situations de validation.* In Educational Studies in Mathematics (Vol. 18, pp. 147-176). Springer.

[08] Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Joseph Fourier-Grenoble 1, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France.

[09] BERGE, C. (1987). *Hypergraphes : combinatoire des ensembles finis.* Paris : Bordas.

[10] BERGSON, H. (1934/2013). *La pensée et le mouvement.* Édition critique dirigée par Worms F., Paris : Presses Universitaires de France, coll. Quadrige.

[11] BERNIER, J.P. (2002). *L'approche des pratiques langagières scolaires à travers la notion de « communauté discursive » : un apport à la didactique comparée ?* In *Vers une didactique comparée* (Revue française de pédagogie n°141, pp. 5-16). Paris : Institut National de Recherche Pédagogique.

[12] BITBOL, M. (2010). *De l'intérieur du monde. Pour une philosophie et une science des relations.* Paris : Flammarion.

[13] BRONCKAERT, J.P., BULEA, E.ET POULIOT M. (2005). *Pourquoi et comment repenser l'enseignement des langues ?.* In Bronckaert J-P., Bulea E., Pouliot M. (Éds.), *Repenser l'enseignement des langues : comment identifier et exploiter les compétences*. Villeneuve d'Ascq : Presses Universitaires du Septentrion, pp. 7-40.

[14] BROUSSEAU, G. (1988). *Le contrat didactique : le milieu*. Recherche en didactique des mathématiques, Vol. 9-3, p. 309-336. Grenoble : La Pensée sauvage.

[15] BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.

[16] CARRAL, M. (1995). *Géométrie*. Paris : Ellipse.

[17] CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage. Rééd. Augmentée (1991).

[18] CHEVALLARD, Y. (1988). *Esquisse d'une théorie formelle du didactique*. In Laborde C. (Ed.) *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 97-106). Grenoble : La Pensée Sauvage.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Esquisse_d_une_theorie_formelle_du_didactique.pdf

[19] CHEVALLARD, Y. (1996). *Dictionnaire de didactique des mathématiques 1996-1997*. Marseille: Institut Universitaire de Formation des Maîtres.

[20] CHEVALLARD, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique*. In *Actes de l'université d'été* (pp 91-120). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf

[21] CHEVALLARD, Y. (2002). *Organiser l'étude, 3, écologie et régulation*. In *Actes de l'a XIe école d'été de didactique des mathématiques* (pp 41-56). Grenoble : La Pensée Sauvage.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=53

[22] CHEVALLARD, Y. (2007a). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. In Ruiz-Higueras L, Estepa A, Javier Garcia F. (Eds.) *Sociedad, Escuela y Mathematicas : aportaniones de la Teoria Antropologica de la Didactico* (pp 705-746). Baeza (Espagne): : Universidad de Jaen.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passe_et_present_de_la_TAD-2.pdf

[23] CHEVALLARD, Y. (2007b). *Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux*. In Gueudet G, Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaires national de didactique des mathématiques, année 2007* (pp 344-366). Paris : ARDM et IREM de Paris.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_-_Sem_nat_DDM_-_23_mars_2007.pdf

[24] CHEVALLARD, Y. (2012). *Éléments pour une instruction publique nouvelle.* Texte d'une intervention à la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques tenue à l'IFé (ENS-Lyon) le 13 mars 2012.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_-_CNEM_-_Intervention.pdf

[25] Chevallard, Y. et Ladage, C. (2010). *Clinique et ingénierie de l'enquête codisciplinaire, un atelier « enquête sur Internet » au collège.* In *Actes du troisième congrès international sur la théorie anthropologique du didactique*. Sant Hilari Sacalm (Catalogne, Espagne).

[26] Chevallard ,Y. et Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique.* Marseille : Publication de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, n° 8.

[27] Comte, A. (1830). *Cours de philosophie positive.* Paris : Société Positiviste d'Enseignement Populaire Supérieur, tome 1.

[28] Comte, A. (1842/2002). *Discours sur l'esprit positif.* Paris : édition Vrin.

[29] Dahan-Dalmenico, A. et Peiffer, J. (1986). *Une histoire des mathématiques, routes et dédales*. Paris : Le Seuil, points sciences.

[30] Douglas, M. (1986/1999). *Comment pensent les institutions ?* Paris : éditions La Découverte.

[31] Durkheim, E. (1895/2010). *Les règles de la méthode sociologique*. Paris : éditions Flammarion.

[32] Douady, R. (1986). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*. Recherche en didactique des mathématiques, Vol. 7-2, p. 5-31. Grenoble : La Pensée sauvage.

[33] Einstein, A. (1934/2009). *Comment je vois le monde*. Paris : Flammarion, Champs Sciences n°183.

[34] Euclide. (-300/1804). *Les éléments de géométrie d'Euclide.* Peyrard F. (Trad). Paris : F. Louis.

http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110982q/f87.image.r=les éléments d'Euclide.langFR

[35] GARCIA-DEBANC, C. (2001). *La question de la référence en didactique du français langue maternelle.* In Terrisse A. (Éd.),*Didactique des disciplines, les références au savoir.* Bruxelles : éditions De Boeck Université, Perspectives en éducation et formation, pp. 77-94.

[36] GAVARD-PERRET, ML., GONZALEZ, C., HELME-GUIZON, A., LABBÉ, S., MARCHAND, P. ET REINERT, M. (2007). *Analyse statistique de données textuelles en sciences de gestion*. In C. Gauzente & D. Peyrat-Guillard (Coord.). Paris : éditions EMS, coll. Questions de société.

[37] GLAESER G. (1983) *Épistémologie des nombres relatifs.* Recherches en didactiques des mathématiques 2(3) 303-346.

[38] GÖDEL, K. (1931). *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme.* In Monatshefte für mathematik , Vol. 38, n°1, pp. 173-198. Paris : Springer-verlag.

[39] GUEDJ, D. (1998). *Le théorème du perroquet*. Paris : éditions du Seuil, Points.

[40] HARRIS, Z.S. (1988/2007). *La langue et l'information.* In A-H. Ibrahim & C. Martinot (Trad). Paris : Center for Research Libraries.

[41] HOUDÉ, O. (1992). *Catégorisation et développement cognitif.* Paris : Presses Universitaires de France.

[40] HOUDÉ, O. (1995). *Rationalité, développement et inhibition.* Paris : Presses Universitaires de France.

[42] IMHAUSEN, A., ROBSON, E., DAUBEN, J., PLOFKER, K. ET LENNART BERGGREN, J. (2007). *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam. ableaux de famille*. Katz V. (Ed.). Princeton (USA) : Princeton University Press.

[43] IREM D'AQUITAINE. (2007) *Entrées dans l'algèbre en sixième et cinquième.* Talence : Irem d'Acquitaine.

[44] IREM D'AQUITAINE, AMPERES, INRP. (2008) *Enseigner les nombres relatifs au collège.* Reperes-Irem 73 59-72.

[45] Kant, E. (1781/2006). *Critique de la raison pure*. Renaut A. (Trad). Paris : éditions GF-Flammarion.

[46] Ladage, C. et Chevallard, Y. (2011). *Enquêter avec l'Internet : études pour une didactique de l'enquête.* Éducation & Didactique, 5(2), 85-115.

[47] Lahire, B. (1995). *Tableaux de famille*. Paris : Gallimard/Seuil. Rééd. (2012) Paris : Le Seuil.

[48] Lakatos, I. (1976/2004). *Proofs and Refutations.* In N. Balacheff et J-M. Laborde (Trad.) Preuves et réfutations, essai sur la logique de la découverte mathématique. Paris : Hermann.

[49] Lalande, A. (1926/2002). *Vocabulaire technique et critique de la philosophie.* Paris : Presses Universitaires de France, Coll. Quadrige, n° 133/134.

[50] Leutenegger, F. (2009). *Le temps d'instruire*. Berne : Peter Lang.

[51] Lieury, A. (2012). *Mémoire et réussite scolaire*. Paris : Dunod.

[52] Lieury, A. et Fenouillet, F. (1996). *Motivation et réussite scolaire*. Paris : Dunod.

[53] Malaval, J. (2011). *Transmath.* Paris : Nathan.

[54] Margolinas, C. (1999). *Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse des situations d'enseignement*. In R. Noirfalise (Ed.), *Analyse de pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, Actes del'université d'été de la Rochelle (pp. 3-16). Clermont-Ferrand : IREM.

[55] Martinand, J.L. (1982). *Contribution à la caractérisation des objectifs de l'initiation aux sciences et techniques*, thèse d'état de l'Université Paris V. Paris : Université d'Orsay.

[56] Martinand, J.L. (2001). *Pratiques de référence et problématique de la référence curriculaire.* In Terrisse A. (Éd.),*Didactique des disciplines, les références au savoir.* Bruxelles : éditions De Boeck Université, Perspectives en éducation et formation, pp. 17-24.

[57] Matheron, Y. (2009). *Mémoire et étude des mathématiques : une approche didactique à caractère anthropologique*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

[58] Meirieu, P. (1984a). *Itinéraire des pédagogies de groupe*. Lyon : chronique sociale.

[59] Meirieu, P. (1984b). *Outils pour apprendre en groupe*. Lyon : chronique sociale.

[60] Mercier, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement: un cas en calcul algébrique.* Thèse de doctorat, Bordeaux 1.

[61] Mercier, A. (2001). *Le temps didactique.*

http://hchicoine.files.wordpress.com/2008/05/mercier-2001-temps-didactique.pdf

[62] Mercier, A., Schubauer-Leoni, M.L. et Sensevy, G. (2002). *Vers une didactique comparée*. Revue Française de pédagogie 141 5–16.

[63] Ministère de l'éducation nationale. (2005) *Loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école.*

http://eduscol.education.fr/cid54178/textes-de-reference.html

[64] Ministère de l'éducation nationale. (2006). *Ressources, les nombres au collège.*

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/2/doc_acc_clg_nombres_109172.pdf

[65] Ministère de l'éducation nationale. (2006b). *Socle commun de connaissances et compétences.* In Bulletin Officiel n°29 du 20 juillet 2006.

http://www.education.gouv.fr/bo/2006/29/MENE0601554D.htm

[66] Ministère de l'éducation nationale. (2007). *Ressources pour les classes de 6e, 5e, 4e et 3e du collège, le calcul numérique au collège.*

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/1/doc_acc_clg_calcul_numerique_109171.pdf

[67] Ministère de l'éducation nationale. (2008). *Bulletin officiel spécial n°6 du 28 août 2008, programmes de l'enseignement de mathématiques.*

http://cache.media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf

[68] Ministère de l'éducation nationale. (2013). *Bulletin officiel n°30 du 25 juillet 2013, Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation.*

http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=73066

[69] Moniot, H. (2001). *La question de la référence en didactique de l'histoire.* In Terrisse A. (Éd.),*Didactique des disciplines, les références au savoir.* Bruxelles : éditions De Boeck Université, Perspectives en éducation et formation, pp. 95-118.

[70] Morin, E. (1990). *Introduction à la pensée complexe*. Paris : ESF-éditeur.

[71] Pagnol, M. (1931). *Topaze*. Paris : Fasquelle. Rééd. (2004) Paris : de Fallois.

[72] Perrin-Glorian, M.J. (1999) *Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu.* Recherches en didactique des mathématiques,19/3 p.279-321.

[73] Peyron-Bonjean, C. (2009). *Problèmes épistémologiques de la didactique comparée : méthodes, concepts, champ(s) téhorique(s)*. In Groux D. & Chnave-Davin F. (Eds.) *Méthodologie de la comparaison en éducation* (Revue Française d'éducation comparée n°5, pp. 31-48). Paris : l'Harmattan.

[74] Popper, K. (1979/2009). *Objective Knowledge*. Oxford : Oxford University Press. Traduction française (1998) *La connaissance objective*. Rosat J-J. (Trad.)

Paris : Flammarion (Champs essais 405).

[75] Ramis, E., Deschamps, C. et Odoux, J. (1983). *Cours de mathématiques spéciales, tome 1 : algèbre*. Paris : Masson.

[76] Ratinaud, P. (2012). *Analyse Automatique de Textes*.

http://repere.no-ip.org/Members/pratinaud/informatique/aat.pdf.

[77] Ratinaud, P. & Déjean, S. (2009). *IRaMuTeQ : implémentation de la méthode ALCESTE d'analyse de texte dans un logiciel libre*.

http://repere.no-ip.org/Members/pratinaud/mes-documents/articles-et-presentations/presentation_mashs2009.pdf.

[78] Rouquès, J,P. & Staïner, H. (2014a). *Des maths ensemble et pour chacun: cinquième.* Nantes: Service culture éditions ressources pour l'éducation nationale.

[75] Rouquès, J,P. & Staïner, H. (2014b). *Des maths ensemble et pour chacun: quatrième.* Nantes: Service culture éditions ressources pour l'éducation nationale.

[76] Salin, M.H. (2002). *Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations*. In Dorier et al. (eds) *Actes de la 11ème Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Corps, 2001, p. 111-124. Grenoble: La Pensée Sauvage.

[77] Salone, J.J. (2011). *Validation des connaissances, processus comparés en mathématiques et en anglais.* Mémoire de Master 2, Aix-Marseille Université.

[78] Schubauer-Leoni, M.L., Leutenegger, F., Ligozat, F. et Flückiger, A. (2007). *Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves : les phénomènes didactique qu'il peut/doit traiter.* In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 51-91). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

[79] Sensevy, G. (2007). *Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique*. In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 13-49). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

[80] Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir, éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

[81] Sensevy, G. et Mercier, A. (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe*. In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 187-211). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

[82] Sensevy, G. et Quilio, S. (2002). *Les discours du professeur, vers une pragmatique didactique.* Revue Française de pédagogie 141 47–56.

[83] Spinoza. (1660/2010). *Éthique*. Pautrat B. (Trad). Paris : éditions de Seuil, Points Essais.

[84] Terrisse, A. (2001). *La référence en question.* In Terrisse A. (Éd.),*Didactique des disciplines, les références au savoir.* Bruxelles : éditions De Boeck Université, Perspectives en éducation et formation, pp. 7-16.

[85] Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*. Recherches en Didactique des Mathématiques 10(2/3) 133–170.

[86] Vergnaud, G. (1996/2004). *Au fond de l'action, la conceptualisation.* In J-M Berbier (Ed.), *Savoirs théoriques et savoirs d'action* (pp. 275-291). Paris : Presses Universitaires de France.

[87] Vernant, D. (2010). *Introduction à la philosophie contemporaine du langage, du langage à l'action*. Paris : Armand Colin.

[88] Verret, G. (1974). *Le temps des études.* Thèse de doctorat,Université de Paris V.

[89] Vigouroux, R.P. (1988). *Mathématiques en Méditerranée, des tablettes babyloniennes au théorème de Fermat*. Aix-en-Provence : Edisud.

[90] von Bertalanffy, L. (1968/1993). *General System Theory.* New York : Georges Braziller,Inc. In J-B. Chabrol (Trans.), *Théorie générale des systèmes*. Paris: Dunod.

Annexes

Annexes de la partie 1

1 Exemples de rapports de visites conseil

2 Résultats des enquêtes

	Enquete prof	
29	Total echantillon	
Score	Question	%
28	1- Travail en groupe	97%
29	2- Décloisonnement	100%
11	3- Enquête	38%
14	4- Sorties	48%
10	5- Intervenants	34%
14	6- Pluridisciplinarité	48%
26	7-1 Histoire de maths	90%
26	7-2 Sciences et techno	90%
12	7-3 Arts plastiques	41%
27	7-4 Vie courante	93%
4	7-5 Familles	14%
4	7-6 Autres	14%

Échantillon composé de 3 sous échantillons :

- réseau ARDM — Enquête réalisée par mail
- réseau privé — Enquête réalisée par mail
- réseau ISC — Enquête réalisée à main levée

<u>Questionnaire (semi-directif) et codages (non laissés sans les mails)</u>

0) Enseignant en: [codage : 0 collège / 1 lycée 2 : collège+lycée]

1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

fréquemment / rarement / jamais [codage : 2,1,0]

2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

fréquemment / rarement / jamais [codage : 2,1,0]

3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

fréquemment / rarement / jamais [codage : 2,1,0]

4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

fréquemment / rarement / jamais [codage : 2,1,0]

5) Je reçois des intervenants

fréquemment / rarement / jamais [codage : 2,1,0]

6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

fréquemment / rarement / jamais [codage : 2,1,0]

7) J'utilise des ressources issues :

- de l'histoire des mathématiques
- des disciplines scientifiques ou technologiques
- des arts plastiques
- de la vie courante
- des familles des mes élèves
- autres:.......................... [codage : 1 ou 0 par item, sauf 6]

8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler? [non codé]

<u>Répartition de l'échantillon en fonction des réseaux :</u>

- 1 à 6 : réseau ARDM. Total : 6
- 7 à 14 : réseau privé Total : 8
- 15 à 29 : réseau ISC Total : 15

Total de l'échantillon : 29

<u>Tableau des résultats</u>

professeurs en colonnes, numéros de questions en ligne

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	0	0	2	0	1	0	0	2	1	2	2	2	2	0	0	1	2	0
1	2	2	2	2	0	2	1	2	2	2	2	1	2	1	1	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	1	2	1
3	0	2	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	2	0	0	0	1	0
4	0	1	1	2	1	1	1	2	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
5	1	1	0	1	0	1	1	0	2	1	0	1	0	0	0	0	1	0
6	0	2	1	1	1	2	1	1	0	2	0	1	0	0	0	1	1	0
7-1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
7-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
7-3	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
7-4	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7-5	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
7-6	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	Totaux	%
0	1	0	1	2	0	2	1	2	1	1	2		
1	2	2	1	2	2	2	2	2	1	2	2	28	96
2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	29	100
3	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	11	38
4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	14	48
5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	10	35

6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	14	48
7-1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	26	90
7-2	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	26	90
7-3	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	12	41
7-4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	27	93
7-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	14
7-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	14

Réponses mail

1/

Enseignant en: collège / lycée

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes
> fréquemment / rarement / jamais (en fait, cela se produit régulièrement mais pas nécessairement toutes les semaines)
> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)
> fréquemment / rarement / jamais (cela dépend des niveaux)
> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)
> fréquemment / rarement / jamais
> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur
> fréquemment / rarement / jamais
> 5) Je reçois des intervenants
> fréquemment / rarement / jamais (cela dépend des années)
> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues
> fréquemment / rarement / jamais (j'ai profité des journées de fin d'année scolaire pour échanger avec quelques collègues sur les points communs des programmes de maths, physique, SVT et techno. Mon intention était d'adapter mes progressions aux besoins des autres disciplines. Mais, il n' y a pas eu de travail collaboratif entre nous.)
> 7) J'utilise des ressources issues :
> - de l'histoire des mathématiques
> - des disciplines scientifiques ou technologiques
> - des arts plastiques
> - de la vie courante
> - des familles des mes élèves
> - autres:..........................

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

2/

Enseignant en: collège

1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

fréquemment

2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

fréquemment

3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

jamais

4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

fréquemment

5) Je reçois des intervenants ?

rarement

6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

rarement

7) J'utilise des ressources issues :

- de l'histoire des mathématiques
- des disciplines scientifiques ou technologiques
- des arts plastiques
- de la vie courante

8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

3/

Enseignant en: collège

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> fréquemment

> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> fréquemment

> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> fréquemment

Il m'arrive très fréquemment de demander aux élèves de préparer le travail qui sera fait en classe par des enquêtes par exemple sur une notion, un personnage, un problème, une question de société etc... qui a motivé la découverte de la notion à travailler ou lui a donné du sens. Je peux aussi demander aux élèves de préparer le cours à partir du manuel ou d'Internet, de lister des questions sur le chapitre qui n'a pas encore été travaillé ou simplement de lire les pages correspondantes dans le manuel.

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

> rarement

Ici le problème est d'avoir des autorisations de sortie en collège mais dès que c'est possible je lance les élèves dans des explorations à l'extérieur de la classe : lancer une enquête en passant dans toutes les classes, mesurer la superficie du hall ou du bureau du principal avec des feuilles A4 ou des post-it, aller prendre des photos de symétrie dans le collège, aller mesurer le couloir pour y réaliser une frise, poser des récipients pour mesurer la quantité d'eau recueillie dans le jardin, peser les sacs à l'entrée du collège ... Au lycée je me souviens avoir travaillé les statistiques à partir des données recueillies au port du Croisic dans les bungalows loués sur la côte. Les élèves se plaignaient des mouettes qui criaient trop fort !!!

> 5) Je reçois des intervenants
> rarement
> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues
> fréquemment
> 7) J'utilise des ressources issues :
> - de l'histoire des mathématiques
> - des disciplines scientifiques ou technologiques
> - des arts plastiques
> - de la vie courante
> - des familles des mes élèves
> - autres:..............littérature, cinéma, photographie, sciences économiques, géographie,.............

J'utilise des documents, des extraits de film, des pages de BD, des photographies, le roman "le démon des maths", le code de la carte de sécurité sociale, la pub de Yves Rochers donnant à choisir entre 50% de réduction ou moitié prix... bref tout ce qui peut amener un traitement mathématique, une argumentation mathématique, un choix qui nécessite l'usage des mathématiques. En lycée, je travaillais autant avec les professeurs de philo, histoire, géographie que les scientifiques. Un tableau de Magritte peut amener à parler de ce qu'est une convention en mathématiques, un oeuvre de Mozart à parler de symétrie et d'infini.

Souvent les idées sont prises à droite ou à gauche, je ne sais pas créer l'événement mais je sais le détourner.

Les sites qui proposent des situations complexes sont très riches et me servent souvent de point de départ.

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?
> J'étais au préalable en lycée et du coup j'avais plus de possibilités pour sortir de l'établissement et recevoir des intervenants. (questions de responsabilités et de coûts de déplacement, les élèves du lycée pouvant se rendre seul et avec leurs propres moyens sur place)

4/

Enseignant en: collège / lycée

1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

fréquemment

2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

fréquemment

3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

rarement

4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

rarement

5) Je reçois des intervenants

jamais

6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

rarement /

7) J'utilise des ressources issues :

- de l'histoire des mathématiques
- des disciplines scientifiques ou technologiques
- des arts plastiques
- de la vie courante
- autres : des métiers (ex : Pythagore et maçonnerie)

8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

5/

Enseignant en: lycée

1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

jamais

2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

fréquemment

3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

jamais

4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

rarement

5) Je reçois des intervenants

jamais

6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

rarement

7) J'utilise des ressources issues :

- de l'histoire des mathématiques
- des disciplines scientifiques ou technologiques
- de la vie courante

8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

6/

Enseignant en: collège

> > 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> > fréquemment

> > 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> > fréquemment

> > 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> > rarement

> > 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

> > rarement

> > 5) Je reçois des intervenants

> > rarement

> > 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> > fréquemment

> > 7) J'utilise des ressources issues :

> > - des disciplines scientifiques ou technologiques

> > - des arts plastiques

> > - de la vie courante

> > 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

7/

Enseignant en: collège

> > 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupe

rarement

> > 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> > **fréquemment**

> > 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> > **rarement**

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

> > **rarement** /

> > 5) Je reçois des intervenants

> > **rarement**

>

> > 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> > **rarement** /

> > 7) J'utilise des ressources issues :

> > - de l'histoire des mathématiques

> - des disciplines scientifiques ou technologiques

> > - des arts plastiques

> > 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

8)

Enseignant en: collège / lycée : LES 2

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> fréquemment

> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> fréquemment

> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> /jamais

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

>EN SALLE INFO (TOUS NIVEAUX CONFONDUS) : FREQUEMMENT ; POUR L'ENSEIGNEMENT D'EXPLORATION EN 2DE : FREQUEMMENT (Je ne sais pas si c'est à ce genre d'activités que tu penses.)

> 5) Je reçois des intervenants

/ jamais

> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> / rarement /

> 7) J'utilise des ressources issues :

> - de l'histoire des mathématiques

> - des disciplines scientifiques ou technologiques OU LITTERAIRES

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

> J'utilise beaucoup des petits "jeux mathématiques" parfois en rapport avec ce qui est fait en classe (au sujet des notions traitées j'entends) parfois non, pour les amener à avoir envie de "faire des maths" ou en tous cas de réfléchir en maths : ressources MIAM - Internet ou ouvrages divers

9/

Enseignant en: lycée

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> fréquemment

> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> fréquemment

> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> jamais

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

> rarement

> 5) Je reçois des intervenants

> fréquemment

> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> jamais

> 7) J'utilise des ressources issues :

> - de l'histoire des mathématiques

> - des disciplines scientifiques ou technologiques

> - de la vie courante

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

10/

Enseignant en: collège / lycée

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> fréquemment

> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> fréquemment

> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

rarement

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

jamais

> 5) Je reçois des intervenants

rarement

> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> fréquemment

> 7) J'utilise des ressources issues :

> - de l'histoire des mathématiques

> - des disciplines scientifiques ou technologiques

> - de la vie courante

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

> aucune

11/

Enseignant en: / lycée

1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

fréquemment

2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

/ rarement /

3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

/ jamais

4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

/ jamais

5) Je reçois des intervenants

/ jamais

6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

/ jamais

7) J'utilise des ressources issues :

- des disciplines scientifiques ou technologiques
- de la vie courante

8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler

12/

> Enseignant en: collège et lycée

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> rarement

> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> fréquemment

> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> rarement

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

> rarement

> 5) Je reçois des intervenants

> rarement

> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> rarement

> 7) J'utilise des ressources issues :

> - de l'histoire des mathématiques

> - des disciplines scientifiques ou technologiques

> - de la vie courante

> - des familles des mes élèves

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

13/

Enseignant en: lycée

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes

> fréquemment

> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)

> fréquemment

> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)

> fréquemment

> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur

> rarement

> 5) Je reçois des intervenants

> jamais

> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues

> jamais

> 7) J'utilise des ressources issues :

> - de l'histoire des mathématiques

> - des disciplines scientifiques (sciences physiques)

> - de la vie courante

> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?

14/

Enseignant en: collège

> 1) Dans mes classes, les élèves sont amenés à travailler en groupes
>
> rarement
>
> 2) Mes séquences d'enseignement mêlent les différents domaines des mathématiques (Numérique, géométrie, ...)
>
> fréquemment
>
> 3) Avant d'aborder un thème d'étude, les élèves réalisent des enquêtes préalables (à partir de sites internets ou de manuels scolaires)
>
> jamais
>
> 4) Je propose des activités en dehors de la salle de classe, dans mon établissement scolaire ou à l'extérieur
>
> rarement
>
> 5) Je reçois des intervenants
>
> jamais
>
> 6) Des travaux pluri-disciplinaires sont conduits dans mes classes en concertation avec des collègues
>
> rarement
>
> 7) J'utilise des ressources issues :
>
> - de l'histoire des mathématiques
>
> - des disciplines scientifiques ou technologiques
>
> - de la vie courante
>
> - des familles des mes élèves
>
> 8) Avez-vous éventuellement des remarques à formuler?
>
>C'est peut-être bête mais votre 3ème question m'a interpellé, je n'avais pas pensé à le faire, je vais essayer....
>
>Merci et bon courage.

ANNEXES DE LA PARTIE 2

1 Tableau de Classe n°1

<u>SCENE XII</u>

TOPAZE, LES ÉLÈVES

Les enfants vont à leur place où ils restent debout, les bras croisés, à côté de leur banc. Topaze, debout sur l'estrade, attend que cette manœuvre soit terminée. Alors il frappe dans ses mains. Tous les enfants s'assoient. Ils ouvrent leurs serviettes; ils sortent des cahiers, des livres. Quelques-uns bavardent. Topaze, immobile, surveille tout ce mouvement d'un air sévère.

TOPAZE *(voix autoritaire).*

[0] Monsieur Cordier, vous croyez-vous sur une place publique?

[1] *(M. Cordier, douze ans, baisse le nez vers son cahier.)* Monsieur Jusserand, aujourd'hui encore vous avez négligé d'arracher la feuille quotidienne. *(Il montre le calendrier.)* Je vous retire le calendrier.

JUSSERAND *(écœuré).*

[0] Ben vrai!

TOPAZE (*sévèrement*).

[0] Silence, monsieur! *(Puis avec une bienveillance épanouie.)*

[2] Monsieur Blondet, vos notes de cette semaine sont excellentes,

[1] je vous confie le calendrier. Dépouillez-le donc aussitôt de cette feuille périmée.

BLONDET.

[0] Merci, m'sieur!

M. Blondet va arracher la feuille qu'il jette dans le panier à papiers. Cependant, Topaze est allé s'asseoir a sa chaire. Il tire de sa poche le formidable oignon, et le pose devant lui. Il ouvre ses tiroirs et en sort divers accessoires; carnets de notes, porte-plume, un petit chiffon pour éclaircir ses lunettes, un essuie-plumes, etc. On voit sous la chaire, entre le bas d'un pantalon luisant et des bottines à boutons, ses chaussettes de coton blanc. Un silence.

TOPAZE *(solennel).*

[1] Demain matin, de huit heures et demie à neuf heures et demie, composition de morale. Inscrivez, je vous prie, la date de ce concours sur vos cahiers de texte individuels.

Remue-ménage. On ouvre des cahiers. Topaze se lève, va au tableau, prend la craie, et écrit en grosses lettres:

Mercredi 17 janvier...

À ce moment, au dernier banc, avec des chuchotements irrités, deux élèves échangent quelques horions.

TOPAZE *(au tableau sans tourner la tête).*

[0] Monsieur Kerguézec, je n'ai pas besoin de tourner la tête pour savoir que c'est vous qui troublez la classe...

Il écrit sur la deuxième ligne:

Composition de morale.

A ce moment, l'élevé Séguédille, assis au fond à droite, accomplit l'exploit qu'il préparait depuis son entrée. Avec un fil de caoutchouc, il lance un morceau de papier roulé qui va frapper le tableau à côté de Topaze. Le professeur se retourne brusquement, comme mû par un ressort. Les yeux fermés, la barbe hérissée, il tend un index menaçant vers la gauche de la classe et crie:

[0] Kerguézec! A la porte... Je vous ai vu. *(Silence de mort. L'élève Séguédille, la tête baissée, rigole doucement.)* Kerguézec, inutile de vous cacher. Je vous ordonne de sortir. *(Silence.)* Où est Kerguézec?

L'ÉLÈVE CORDIER *(il se lève timidement).*

[0] *Sieur, il est absent depuis trois jours...*

TOPAZE *(démonté).*

[0] Ah! il est absent? Eh bien, soit, il est absent. Quant à vous, monsieur Cordier, je vous conseille de ne pas faire la forte tête. Allons, écrivez. *(Un silence, Topaze est allé se rasseoir à sa chaire. Et il commence sa leçon.)*

[1] Pour nous préparer à la composition de morale qui aura lieu *(Il montre l'inscription au tableau.)* demain mercredi, nous allons faire aujourd'hui, oralement, une sorte de révision générale.

[0] Toutefois, avant de commencer cette révision, je veux parler à l'un d'entre vous, à celui qui depuis quelques jours trouble nos classes par une musique inopportune. Je le prie, pour la dernière fois, de ne point recommencer aujourd'hui sa petite plaisanterie que je lui pardonne bien volontiers.

[2] Je suis sûr qu'il a compris et que je n'aurai pas fait appel en vain à son sens moral. *(Un très court silence. Puis la musique commence, plus ironique que jamais. Topaze rougit de colère, mais se contient.)*

[0] Bien: désormais, j'ai les mains libres. *(Un silence.)*

[0] Travaillons. *(Un court silence.)*

[1] Je vous préviens tout de suite. La question que vous aurez à traiter demain, et qui décidera de votre rang, ne sera pas une question particulière et limitée comme le serait une question sur la patrie, le civisme, les devoirs envers les parents ou les animaux. Non.

[1] Ce sera plutôt, si j'ose dire, une question fondamentale sur les notions de bien et de mal. ou sur le vice ou la vertu.

[1] Pour vous préparer à cette épreuve, nous allons nous pencher sur les mœurs des peuples civilisés, et nous allons voir ensemble quelles sont les nécessités *vitales* qui nous forcent d'obéir à la loi *morale,* même si notre esprit n'était pas *naturellement porté à la respecter. (On entend chanter la musique. Topaze ne bronche pas.)*

[5] Prenons des exemples dans la réalité quotidienne. Voyons. *(Il cherche un nom sur son carnet.)*

[0] Élève Tronche-Bobine... *(L'élève Tronche-Bobine se lève, il est emmitouflé de cache-nez; il a des bas à grosses côtes, et un sweater de laine sous sa blouse.)*

[5] Pour réussir dans la vie, c'est-à-dire pour y occuper une situation qui corresponde à votre mérite, que faut-il faire?

L'ÉLÈVE TRONCHE. *(réfléchit fortement).*

[2] II faut faire attention.

TOPAZE.

[2] Si vous voulez. Il faut faire... attention à quoi?

L'ÉLÈVE TRONCHE *(décisif).*

[2] Aux courants d'air.

Toute la classe rit.

TOPAZE *(il frappe à petits coups rapides sur son bureau pour rétablir le silence).*

[5] Elève Tronche, ce que vous dites n'est pas entièrement absurde, puisque vous répétez un conseil que vous a donné madame votre mère, mais vous ne touchez pas au fond même de la question.

[2] Pour réussir dans la vie, il faut être... Il faut être?... *(L'élève Tronche sue horriblement, plusieurs élèves lèvent le doigt pour répondre en disant: «M'sieu... M'sieu...» Topaze repousse ces avances.)* Laissez répondre celui que j'interroge. Élève Tronche, votre dernière note fut un zéro. Essayez de l'améliorer... Il faut être ho... ho...

Toute la classe attend la réponse de l'élève Tronche. Topaze se penche vers lui.

L'ÉLÈVE TRONCHE *(perdu).*

[2] Horrible!

Eclat de rire général accompagné d'une ritournelle de boîte à musique.

TOPAZE *(découragé).*

[0] Zéro, asseyez-vous. *(Il inscrit le zéro.)*

[3] Il faut être *honnête.* Et nous allons vous en donner quelques exemples décisifs.

[3] D'abord toute entreprise malhonnête est vouée par avance à un échec certain. *(Musique. Topaze ne bronche pas.)*

[5] Chaque jour, nous voyons dans les journaux que l'on ne brave point impunément les lois humaines.

[5] Tantôt, c'est le crime horrible d'un fou qui égorge l'un de ses semblables, pour s'approprier le contenu d'un portefeuille; d'autres fois, c'est un homme alerte, qui, muni d'une grande prudence et d'outils spéciaux, ouvre illégalement la serrure d'un coffre-fort pour y dérober des titres de rente; tantôt, enfin, c'est un caissier qui a perdu l'argent de son patron en l'engageant à tort sur le résultat futur d'une course chevaline. *(Avec force.)*

[5] Tous ces malheureux sont aussitôt arrêtés, et traînés par les gendarmes aux pieds de leurs juges. De là, ils seront emmenés dans une prison pour y être péniblement régénérés.

[3] Ces exemples prouvent que le mal reçoit une punition immédiate et que s'écarter

du droit chemin, c'est tomber dans un gouffre sans fond. *(Musique.)*
[3] Supposons maintenant que par extraordinaire un malhonnête homme ait réussi à s'enrichir.
[3] Représentons-nous cet homme, jouissant d'un luxe mal gagné. Il est admirablement vêtu, il habite à lui seul plusieurs étages. Deux laquais veillent sur lui. Il a de plus une servante qui ne fait que la cuisine, et un domestique spécialiste pour conduire son automobile. Cet homme a-t-il des amis?
L'élève Cordier lève le doigt. Topaze lui fait signe. Il se lève.
CORD1ER.
[2] Oui, il a des amis.
TOPAZE (*ironique).*
[2] Ah? vous croyez qu'il a des amis?
CORDIER.
[2] Oui, il a beaucoup d'amis.
TOPAZE.
[2] Et pourquoi aurait-il des amis?
CORDIER.
[2] Pour monter dans son automobile.
TOPAZE *(avec feu).*
[2] Non, monsieur Cordier...
[3] Des gens pareils... s'il en existait, ne seraient que de vils courtisans...
[3] L'homme dont nous parlons n'a point d'amis. Ceux qui l'ont connu jadis savent que sa fortune n'est point légitime. On le fuit comme un pestiféré. Alors, que fait-il?
L'ÉLÈVE DURANT-VICTOR.
[2] Il déménage.
TOPAZE.
[2] Peut-être, Mais qu'arrivera-t-il dans sa nouvelle résidence?
DURANT-VICTOR.
[2] Ça s'arrangera.
TOPAZE.
[2] Non, monsieur Durant-Victor, ça ne peut pas s'arranger, parce que. quoi qu'il

fasse, où qu'il aille, il lui manquera toujours l'approbation de sa cons...

[1] de sa cons...

Il cherche des yeux l'élève qui va répondre. L'élève Pîtart-Vergniolles lève le doigt.

PITART-VERGNIOLLES.

[2] De sa concierge.

Explosion de rires.

***TOPAZE** (grave).*

[2] Monsieur Pitart-Vergniolles, j'aime à croire que cette réponse saugrenue n'était point préméditée. Mais vous pourriez réfléchir avant de parler. Vous eussiez ainsi évité un zéro qui porte à votre moyenne un coup sensible. *(Il inscrit le zéro fatal.)*

[3] Ce malhonnête homme n'aura jamais l'approbation de sa *conscience.* Alors, tourmenté jour et nuit, pâle, amaigri, exténué, pour retrouver enfin la paix et la joie, il distribuera aux pauvres toute sa fortune parce qu'il aura compris que...

Pendant ces derniers mots, Topaze a pris derrière lui un long bambou et il montre, du bout de cette badine, l'une des maximes sur le mur.

***TOUTE LA CLASSE** (en chœur d'une voix chantante).*

[1] Bien mal acquis ne profite jamais...

TOPAZE.

[1] Bien. Et que... *(Il montre une autre maxime).*

***TOUTE LA CLASSE** (méme jeu).*

[1] L’argent ne fait pas le bonheur...

TOPAZE

[1] Parfait. Voyons maintenant le sort de l'honnête homme.

[2] Elève Séguédille, voulez-vous me dire quel est l'état d'esprit de l'honnête homme après une journée de travail?

L'ÉLÈVE SÉGUÉDILLE.

[2] Il est fatigué.

TOPAZE.

[1] Vous avez donc oublié ce que nous avons dit vingt fois dans cette classe. Le travail est-il fatigant?

ÉLÈVE BERTIN (**il se lève les bras croisés et récite d’un trait**).

[1] Le travail ne fatigue personne. Ce qui fatigue, c'est l'oisiveté, mère de tous les vices.

TOPAZE.

[2] Parfait! Monsieur Bertin, je vous donne un dix.

[3] Si cet honnête homme est caissier, même dans une grande banque, il rendra ses comptes avec une minutie scrupuleuse et son patron charmé l'augmentera tous les mois. *(À ce moment, la musique commence à vibrer. Frénétiquement. Topaze se lève.)*

[3] S'il est commerçant, il repoussera les bénéfices exagérés ou illicites; il en sera récompensé par l'estime de tous ceux qui le connaissent et dont la confiance fera prospérer ses affaires. *(Topaze se rapproche peu à peu de l'élève Séguédille.)*

[3] Si une guerre éclate, il ira s'engager dans l'armée de son pays et s'il a la chance d'être gravement blessé, le gouvernement l'enrichira d'une décoration qui le désignera à l'admiration de ses concitoyens. Tous les enfants le salueront sans le connaître, et sur son passage, les vieillards diront entre eux.

[0] «Passez à la porte, immédiatement!»

Topaze s'est brusquement retourné et s'est précipité sur l'élève Séguédille.

SÉGUÉDILLE *(terrorisé).*

[0] C'est pas moi... c'est pas moi...

TOPAZE *(triomphant).*

[0] Ah! ce n'est pas vous!... Sortez de votre banc; sortez! *(Il le tire hors du banc et il passe sa main sous le pupitre et en tire un moulinet à musique.)* Ah! ah!... voici l'instrument. *(Il le fait sonner.)* Monsieur Séguédille, votre affaire est claire...

[0] Vous prenez donc ma bonté pour de la faiblesse? *(Silence.)* Ma patience pour de l'aveuglement? Ha, ha! monsieur Séguédille. Sachez que le gant de velours cache une main de fer... *(Il brandit sa main, les doigts écartés.)* Et si vous avez le mauvais esprit, je vous briserai. *(M. Séguédille, tremblant, se prépare à sortir.)* Où allez-vous?

SÉGUÉDILLE.

[0] A la porte.

TOPAZE *(il le regarde un instant).*

[0] Eh bien, non. Restez ici. *(Il le met au piquet près de la bibliothèque.)* Sous les

yeux de vos camarades qui vous jugent sévèrement. *(Eclat de rire général. Topaze frappe sur son bureau. Silence.)* A la fin de la classe, je statuerai sur votre sort. Jusque-là, je vous condamne à *l'incertitude... (Un temps.)*

[1] *Après cet incident pénible, revenons à nos travaux... Nous disions donc...*

Temps	Auteur	ls	TOUS	c	X	y	Ext	PROF		c	X	y	Ext	ELEVE		c	X	y	Ext
			54	28	41	20	11	**41**		29	29	27	15	**13**		23	77	0	0
9		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	EJ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17		2	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
18		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
27		1	**1**	1	0	0	0	**1**	**1**	1	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
35		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
43		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
47	EC	0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
49		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
52		1	**1**	1	0	0	0	**1**	**1**	1	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
54		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
57		2	**1**	0	1	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
60		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
61		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
62		1	**1**	1	0	0	0	**1**	**1**	1	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
65		1	**1**	1	0	0	0	**1**	**1**	1	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
67		1	**1**	1	0	0	0	**1**	**1**	1	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
71		5	**1**	0	0	0	1	**1**	**5**	0	0	0	1	**0**	**0**	0	0	0	0
72		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
74		5	**1**	0	0	0	1	**1**	**5**	0	0	0	1	**0**	**0**	0	0	0	0
77	ET	2	**1**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0
79		2	**1**	0	1	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
81	ET	2	**1**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0
84		5	**1**	0	0	0	1	**1**	**5**	0	0	0	1	**0**	**0**	0	0	0	0
86		2	**1**	0	1	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
92	ET	2	**1**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0
95		0	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
96		3	**1**	0	0	1	0	**1**	**3**	0	0	1	0	**0**	**0**	0	0	0	0
97		3	**1**	0	0	1	0	**1**	**3**	0	0	1	0	**0**	**0**	0	0	0	0
99		5	**1**	0	0	0	1	**1**	**5**	0	0	0	1	**0**	**0**	0	0	0	0
101		5	**1**	0	0	0	1	**1**	**5**	0	0	0	1	**0**	**0**	0	0	0	0
106		5	**1**	0	0	0	1	**1**	**5**	0	0	0	1	**0**	**0**	0	0	0	0
108		3	**1**	0	0	1	0	**1**	**3**	0	0	1	0	**0**	**0**	0	0	0	0
110		3	**1**	0	0	1	0	**1**	**3**	0	0	1	0	**0**	**0**	0	0	0	0
111		3	**1**	0	0	1	0	**1**	**3**	0	0	1	0	**0**	**0**	0	0	0	0
117	EC	2	**1**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0
119		2	**1**	0	1	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
121	EC	2	**1**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0
123		2	**1**	0	1	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
125	EC	2	**1**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0
127		2	**1**	0	1	0	0	**1**	**2**	0	1	0	0	**0**	**0**	0	0	0	0
128		3	**1**	0	0	1	0	**1**	**3**	0	0	1	0	**0**	**0**	0	0	0	0

129		3	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
132	EDV	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0
134		2	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
136	EDV	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0
138		2	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
140		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
143	EPV	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0
146		2	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
149		3	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
155	E	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
157		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
159	E	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
161		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
162		2	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
165	ES	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0
167		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
170	EB	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
172		2	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
173		3	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
176		3	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
179		3	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
183		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
186	ES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
191		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
196	ES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
198		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
202		1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2 Tableau de Classe n°2

Temps	Discours	Auteur	te	Is
00:00:00	Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône obtenu par agrandissement/réduction d'une autre pyramide ou cône, on multiplie le volume initial par le coefficient d'agrandissement/réduction k élevé au cube. Cela va nous permettre de calculer plus rapidement des volumes. Je vous rappelle que le coefficient d'agrandissement/réduction k, c'est la nouvelle hauteur sur l'ancienne hauteur.			1
00:02:00	Voici un problème. Recherchez-le au brouillon.			
00:10:00	le volume de la nouvelle pyramide c'est le volume de l'ancienne multiplié par le coefficient au cube, OK ?			1
00:10:06	ça va être toujours le même principe,			1
00:10:08	c'est ce qui vous est demandé dans cet exercice sauf qu'on ne vous demande pas de trouver le coefficient de réduction			1
00:10:14	c'est à vous de vous prendre en main pour trouver le coefficient de réduction			2
00:10:17	Naël tu voulais dire quelque chose			2
00:10:18	Euh, 18	EN		2
00:10:19	oui			0
00:10:20	vous avez dit 18 et après vous avez mis 6	EN		3
00:10:22	Oui, 18 c'est quoi ? Regarde, si tu regardes l'énoncé			1
00:10:24	(?) c'est 18 divisé par 3	EN		1
00:10:26	Tout est divisé par 3, oui, la hauteur va être divisée par 3			1
00:10:31	Mais attention pour les volumes ça ne marche plus			1
00:10:33	et les côtés c'est divisé par 3	EN		1
00:10:34	oui, tu pourrais aussi calculer le nouveau côté, et ensuite déterminer le volume de la pyramide			1
00:10:40	donc la hauteur SO' est fait 6, ensuite A'B' elle fait 1	EN		2
00:10:48	elle fait 1cm, oui tout à fait			2
00:10:49	sauf que si tu fais ça, c'est bien, mais tu vas devoir calculer l'aire de base, ensuite multiplier par la hauteur, diviser par 3			2
00:10:58	alors qu'en utilisant la formule qu'on a marqué dans la leçon			1
00:11:00	en une formule tu y es			2
00:11:02	mais c'est une possibilité,			0
00:11:03	on pourrait trouver A'B', déterminer l'aire de base ensuite multiplier par la hauteur diviser par 3			1
00:11:08	Pour corriger, Wallid ?			2
00:11:13	si on fait, comme vous avez dit là, euh	EW		3
00:11:16	tu trouves A'B' qui est égal à 1, ensuite			2
00:11:19	tu pourrais déterminer l'aire du carré, multiplier par la hauteur, diviser par 3 pour avoir le volume de la petite pyramide			1
00:11:27	mais ça fait beaucoup de travail pour pas grand chose finalement			3
00:11:30	alors qu'en une formule en utilisant le coefficient de réduction ou d'agrandissement on arrive au même résultat			3

00:11:34	d'accord ? Aram ?			0
00:11:35	pour corriger	EA		0
00:11:36	pour corriger,.., tu as fait juste le 1 ! Bon bien tu feras le 1 quelqu'un...			2
00:11:48	donc le volume de la pyramide, ça j'espère que tout le monde l'a fait			2
00:11:51	c'est juste une formule à appliquer			1
00:11:53	je vous rappelle c'est le cours de 4ième			1
00:11:55	donc allez on y va			0
00:11:56	le volume de la pyramide SABCD, donc ça va être égal à			2
00:11:58	marque nous quand même à quoi correspond ce calcul			2
00:12:02	ah donc euh, je ..	EZ		0
00:12:04	l'aire			1
00:12:05	oui là je suis en train de faire l'aire là	EZ		2
00:12:09	ah tu es en train de calculer l'aire de base là, alors c'est ça ?			2
00:12:12	d'accord, alors marque nous, aire du carré, ABCD			2
00:12:18	donc je répète, je vous explique ce que Zacharie est en train de faire			2
00:12:20	Pour calculer le volume de la la pyramide on calcule l'aire de base fois la hauteur divisé par 2			1
00:12:26	L'aire c'est A I R E, pas comme l'air que l'on respire			5
00:12:32	donc 30x30 et on obtient			2
00:12:34	quoi c'était 30 là			2
00:12:35	non c'est pas 2, c'est 3	EZ		3
00:12:36	ah oui non, divisé par 3,			1
00:12:37	pardon, je croyais que c'était 3			3
00:12:38	C'est 30 oui			2
00:12:40	donc le côté, qui c'est qui m' a dit			2
00:12:42	donc le côté c'est, c'était pas 1 c'était 10			1
00:12:44	10, ouais c'était 10	EZ		1
00:12:45	ouais tout à fait			0
00:12:46	Naël tu es d'accord ?			2
00:12:58	300 quoi Zacharie ?, 300 quoi ? 900 quoi pardon ?			1
00:13:00	900 cm carrés	EZ		2
00:13:03	Cm carrés, t'es sûr ?			2
00:13:05	oui carrés, c'est	EZ		2
00:13:06	carrés, d'accord			1
00:13:07	donc l'aire du carré c'est 900 cm² ensuite on calcule le volume de la pyramide			1
00:13:12	donc marque nous, volume de la pyramide égal			2
00:13:16	donc l'aire de base on vient de la trouver c'est 900			1
00:13:20	ensuite fois la hauteur, c'est SO, c'est à dire 18cm			1
00:13:25	et non, la grande pyramide c'était 18			1
00:13:27	d'accord			0
00:13:29	divisé par 3			1
00:13:31	allez ensuite			0

00:13:35	18 divisé par 3 ça fait combien ?			**2**
00:13:37	6	EZ		**2**
00:13:38	6 fois 900			**2**
00:13:44	5400	EZ		**2**
00:13:45	5400 parfait			**2**
00:13:47	5400 quoi ?			**1**
03:13:48	euh cm cubes	EZ		**2**
03:13:49	cm cubes, très bien			**1**
00:13:56	Célia qu'est ce qu'il t'arrive ?			**0**
00:13:57	Là on a placé	EC		**1**
00:13:58	Là c'est bon			**0**
00:14:00	Est-ce qu'il y a des questions sur ce que Zacharie vient de corriger ?			**2**
00:14:07	Je complète donc			**3**
00:14:08	volume de la pyramide, c'est aire de base fois hauteur divisé par 2, par 3			**1**
00:14:11	Pardon [P écrit au tableau]			**0**
00:14:16	c'est égal à aire de base fois hauteur divisé par 3			**1**
00:14:23	l'aire de base, il vient de nous le, il vient de nous la trouver			**2**
00:14:25	c'est l'aire du carré, l'aire d'un carré c'est côté fois côté			**1**
00:14:27	c'est pour ça qu'il a mis 30x30 on obtient 900 cm²			**2**
00:14:32	ensuite pour déterminer le volume de la pyramide, on remplace l'aire de base, c'est 900			**1**
00:14:36	la hauteur elle est représentée par la longueur du segment SO c'est 18 divisé par 3			**1**
00:14:41	on arrive à 5400 cm cubes			**1**
00:14:44	Est-ce qu'il y a des questions sur ça ?			**2**
00:14:47	Non c'est bon ?			**2**
00:14:48	allez ensuite Bilal, tu viens nous calculer, enfin répondre à la deuxième question			**2**
00:14:52	c'était obligé de faire le coefficient de réduction pour calculer le volume ?	EB		**1**
00:15:00	On n'est pas obligé. La c'était pas clairement demandé, l'exercice que je vais vous donner après là ce sera marqué			**1**
00:15:04	Donc on a dit qu'on calcule le coefficient d'agrandissement ou de réduction			**1**
00:15:12	ici c'est le coefficient de réduction puisque la pyramide SA'B'C'D' on voit que c'est une réduction de la grande pyramide			**1**
00:15:20	donc ça va être ici la nouvelle hauteur sur l'ancienne hauteur			**1**

00:15:24	on peut même mettre hauteur carrément puisque c'est les hauteurs que l'on a			**1**
00:15:28	ça va être SO' sur SO			**3**
00:15:32	Est-ce que tout le monde est d'accord ?			**2**
00:15:35	oui ou non, bon			**0**
00:15:38	SO' sur SO			**1**
00:15:42	parfait			**0**
00:15:44	là on est en train de déterminer le coefficient de réduction			**1**
00:15:48	SO' c'est égal à 6 sur 18, ça se simplifie et on obtient			**1**
00:15:56	pensez à simplifier les fractions pour les rendre irréductibles			**1**
00:15:58	un tiers, très bien			**2**
00:16:00	donc ça veut dire que le coefficient de réduction, il est de 1/3			**3**
00:16:04	pour déterminer le volume de la nouvelle pyramide			**1**
00:16:07	attends si tu nous montrais à quoi correspond ce calcul			**2**
00:16:10	volume de la nouvelle pyramide, ou volume de SA'B'CD'			**2**
00:16:15	il ne s'agit pas de faire des calculs pour faire des calculs, marque à quoi ça correspond			**2**
00:16:20	volume de SA'B'C'D'			**2**
00:16:25	on a dit, on va appliquer le coefficient de réduction au cube, on va multiplier par l'ancien volume on a trouvé 5400			**1**
00:16:35	Donc 5400 multiplié par le coefficient de réduction au cube, 1/3, le tout au cube			**3**
00:16:42	Ensuite, 1/3 au cube, fais les calculs, on obtient 1/27, 5400 multiplié par 1/27			**3**
00:16:52	tu as marqué directement le résultat			**2**
00:16:56	ça fait combien ce que tu nous as mis ?			**2**
00:16:58	200 cm cubes	EZ		**2**
00:17:00	200, oui c'est bon, 200 cm cubes			**2**
00:17:02	le volume de la petite pyramide il est donc de 200 cm cubes			**1**
00:18:00	Bien, vous pouvez prendre la correction			**0**
00:25:30	Voilà un nouveau problème. Recherchez-le en binômes.			**0**

Débat entre deux élèves

Temps	Paroles	Auteur	texte	ls
00:00:19	Alors le rayon du cône	E1		2
00:00:20	le rayon du cône c'est 9	E2		1
00:00:21	alors le volume, non le volume c'est là	E2		2
00:00:23	on fait base fois hauteur divisé par trois	E1		2
00:00:25	la hauteur c'est 10cm	E2		1
00:00:28	la hauteur divisé par 3 égal	E1		2
00:00:30	la base, l'aire de la base, alors le rayon, le rayon c'est, le rayon, attends	E2		2
00:00:37	parce qu'il faut trouver l'aire, l'aire de la base, ça fait attend	E2		1
00:00:45	aire d'un disque, c'est	E2		1
00:00:48	Pi R²	E1		1
00:00:50	Pi R², donc là c'est Pi fois 3², ça fait 9 pi, attends, ça fait 28	E2		2
00:01:05	28	E1		2
00:01:06	oui	E2		2
00:01:08	alors on fait	E1		2
00:01:10	alors tu fais 28	E2		2
00:01:11	Fois 10	E1		2
00:01:12	attends, ouais fois 10	E2		2
00:01:13	divisé par 3	E1		2
00:01:14	28 divise par 3	E2		2
00:01:17	Vas-y calcule	E1		2
00:01:25	ça fait 93	E2		2
00:01:26	93	E1		2
00:01:30	cm cubes	E1		1
00:01:32	oui cm cubes, ça c'est	E2		1
00:01:33	ça c'est le volume	E1		1
00:01:42	alors pour l'été	E2		1
00:01:43	grands cônes, la hauteur des grands cônes étant 12cm. 1a) Le grand cône étant un agrandissement du petit cône, calculer l'échelle d'agrandissement	E1		1
00:01:55	alors c'est	E2		0

00:01:56	alors c'est là aussi un agrandissement	E1		1
00:01:28	attends, alors on va faire l'échelle d'agrandissement, c'est	E2		1
00:01:55	ancienne longueur sur nouvelle longueur	E1		1
00:02:00	non c'est nouvelle longueur sur ancienne longueur	E2		1
00:02:02	c'est inversé, c'est inversé par que tout à l'heure on voulait trouver le truc, le nombre, le coefficient de réduction	E2		2
00:02:13	et la maintenant on veut trouver le coefficient d'agrandissement, donc tu changes	E2		1
00:02:17	donc c'est ancienne hauteur	E2		1
00:02:18	ah oui c'est vrai	E1		1
00:02:20	donc ça fait	E1		0
00:02:21	l'ancienne hauteur ça fait, euh, 10	E2		2
00:02:25	attends ancienne hauteur, hauteur sur nouvelle hauteur	E1		1
00:02:38	pour moi c'est ça	E2		2
00:02:40	alors égale, euh, alors, l'ancienne hauteur c'est 10, nouvelle hauteur	E1		1
00:02:49	elle est où la nouvelle hauteur, ah ouais elle est là	E1		1
00:02:50	12	E1		1
00:02:52	ouais, si je fais 10 divisé par 12 ça me donne 0,83, en pratique, 5 sur 6	E2		2
00:02:55	5 sur 6 ?	E1		2
00:02:57	Oui, 5 sur 6	E2		2
00:02:58	5 sixièmes, c'est le coefficient de proportionnalité	E1		1
00:03:00	voilà, donc, euh, non ça c'est le coefficient d'agrandissement	E2		1
00:03:06	euh oui d'agrandissement	E1		1
00:03:07	alors	E2		0
00:03:08	alors	E1		0
00:03:09	en déduire	E2		1
00:03:10	en déduire que le volume du grand cône est 51,84 pi cm cubes	E1		1
00:03:20	on nous demande le volume	E2		1
00:03:22	alors le volume, c'est comme tout à l'heure là, c'est 93, fois,	E2		2
00:03:26	je crois que c'est 93 fois 5 sixième non ?	E2		2
00:03:34	mais là on a oublié pi	E1		2
00:03:37	non non non parce que là, en fait, pi c'est ça en fait regarde, pi R²	E2		1

00:03:50	alors ah oui euh, c'est nouvelle, euh, ancien volume sur nouveau volume, c'est ça ?	E1		1
00:03:52	non c'est pas ça, ça existe pas ça	E2		1
00:03:56	alors, attends, il faut prouver que, prouver que le nouveau volume il est égal à ça	E2		1
00:04:00	donc ça veut dire l'ancien volume fois	E1		1
00:04:02	on connaît le rayon ou pas ?	E2		1
00:04:04	ah ouais il va falloir trouver le rayon en fait, donc le coefficient d'agrandissement	E2		1
00:04:13	et oui, pour faire le rayon puisqu'on n'a pas le volume, pour faire le volume du grand, il faut trouver le rayon du petit	E2		2
00:04:17	ouais	E1		2
00:04:20	alors c'est 3, donc logiquement ça va faire, euh, 3 fois, attends, 3 fois	E2		2
00:04:32	alors qu'est-ce que tu fais là ?	E1		2
00:04:34	en fait, regarde, là 3 c'est le rayon du petit, et là le grand il va falloir trouver le rayon du grand	E2		2
00:04:38	tu agrandis	E1		2
00:04:39	tu agrandis, c'est 3 fois 5 sixième non ?	E2		2
00:04:41	oui, c'est ça, 3 fois 5/6	E1		2
00:04:45	ça fait 2,5	E2		2
00:04:47	c'est égal à 2,5	E1		2
00:04:51	et non c'est pas possible, c'est pas possible, réfléchi	E2		2
00:04:56	si le petit son rayon est égal à 3, le grand son rayon il ne peut pas être égal à 2,5	E2		2
00:05:00	non non non, mais là	E1		0
00:05:02	c'est pas logique	E2		2
00:05:03	on est en train d'agrandir ou on est en train de réduire ?	E1		2
00:05:04	non là on est en train d'agrandir	E2		2
00:05:06	donc c'est faux	E1		2
00:05:07	donc attend normalement ça devrait faire	E2		1
00:05:15	pourquoi ça fait 2,42 ? vas y , c'est quoi ça, c'est pas, attends peut être que...35...	E2		2
00:05:34	je teste un truc	E2		2
00:05:36	ouais ben c'est ça, ça y est j'ai trouvé	E2		2
00:05:40	c'est divisé, c'est pas multiplié,multiplier c'est avec le coefficient, euh	E2		1
00:05:46	ah oui en plus je l'ai marqué, divisé, alors 3 combien ?	E1		2
00:05:59	3,6	E2		2

00:06:00	3,6 donc c'est juste	E1		2
00:06:02	quoi c'est mieux 3,6 que 2,5, euh	E2		2
00:06:03	non c'est pas cube	E2		1
00:06:04	carré	E1		1
00:06:05	c'est pas le volume ça, et non c'est un rayon	E2		1
00:06:06	c'est cm normal. Alors	E1		1
00:06:07	alors maintenant on va sortir le volume, ça va faire pi rayon au carré, alors le rayon au carré c'est combien ?	E2		1
00:06:10	12	E1		2
00:06:11	12 alors 12 au carré égale	E2		2
00:06:12	144	E1		2
00:06:13	144, attends il y a un problème là, 144, pi , fois, 12² ça fait 144	E2		2
00:06:39	ouais ouais	E1		0
00:06:40	452	E2		2
00:06:41	quoi	E1		2
00:06:42	attends il y a un problème là, ça fait 452, le seul problème c'est que il faut déduire le volume du grand cône, et le volume du grand cône il doit être, euh, à 51,84	E2		1
00:06:58	donc il y a un problème quelque part	E2		2
00:07:00	ben et la aussi il devait être égal à 30 et là on a trouvé 93	E1		2
00:07:04	non mais 30 pi, attends, tends tends tends tends tends	E2		2
00:07:12	aire de la base c'est bien 28... fois.... divisé par 3, donc c'est ça normalement	E2		2
00:07:35	bon, alors c'est. Attends on va la corriger	E1		0

3 Tableau de Classe n°3

Temps	Textes et paroles	Auteur	e	e
TOTAUX				
00:00:00	Ton activité, s'il te plaît. Lorenzo là on se concentre. Vous y êtes ou pas là ? Aline, ton activité. Allez on se remet dedans			0
	P face à la classe			0
00:00:20	Bien, il nous reste encore du travail avec ces nombres relatifs.			1
00:00:25	Nous avons travaillé...Quel(s) domaine(s) on a travaillé pour l'instant avec ces nombres relatifs?			1
00:00:29	La comparaison	E		1
00:00:30	La comparaison			1
00:00:31	Et avant ça, qu'est-ce qu'on avait fait aussi ?			1
00:00:33	Et bien les additions	E		1
00:00:35	Les additions			1
00:00:38	Qu'est-ce qu'on va faire maintenant ?			1
00:00:39	La soustraction	E		1
00:00:40	La soustraction			1
00:00:41	*retourne face à la classe.*			0
00:00:42	<u>**Soustraction des nombres relatifs**</u>		TX0	3
00:00:43	Donc vous marquez : soustraction des nombres relatifs			0
00:00:44	*E recopient sur un cahier ou un classeur.*	E		0
00:00:46	C'est donc toujours dans votre activité, on est d'accord.			0
00:01:18	Chiara, s'il te plaît. Laurine c'est bon ?			0
00:01:30	Nous allons procéder comme on avait travaillé avec l'addition			1
00:01:34	On va poser un certain nombre de soustractions, on va écrire un certain nombre de soustractions, et on va voir s'il y en a certaines que l'on peut faire et d'autres que l'on ne peut pas faire, et on va essayer de les faire. D'accord ?			1
00:01:45	Comment on avait … On va utiliser le même procédé qu'avec les additions.			1
	P va à son bureau et organise ses documents. Elle semble lire une note.			0
00:02:06	Alors. Est-ce que vous pouvez faire les soustractions suivantes.			3
00:02:07	Je vais vous en donner un certain nombre			0
	P écrit et parle en même temps			0
00:02:12	Je vous demande de faire la soustraction, de soustraire, moins deux à plus sept. Si je vous demande de soustraire plus deux à plus sept. Si je vous demande de soustraire moins deux à moins sept. Et finalement de soustraire encore plus deux à moins sept.			3
00:02:13	**(+7) - (-2)**		TX1	3
_	**(+7) - (+2)**		TX2	3
_	**(-7) - (-2)**		TX3	3
_	**(-7) - (+2)**		TX4	3
00:02:18	*E recopient sur un cahier ou un classeur.*	E		0
00:02:43	Voilà, là j'ai écrit quatre soustractions, regardez ce que vous pouvez faire, facilement, regardez celles qui vous posent problème.			2
00:02:45	*P est retournée face à la classe ; les E produisent les textes demandés.*			0
00:02:54	Oui, écrivez-le.			0
	P répond à un E non audible. Puis P se met à circuler dans les rangs. Les E travaillent individuellement et en silence.			0
00:04:05	Lorenzo, mais tu n'a pas essayé. Il y en a certaines que tu peux faire, c'est sûr.			2

00:04:13	Là je vous vois travailler. Il y en a certains, on se demande comment vous les avez obtenus vos résultats quand même...			2
00:05:20	Forcément vous devez passer par une petite phase de justification, enfin, par...			1
00:05:37	Oui, ça c'est justifié ce que tu as écrit là. Cette ligne c'est justifié. Ça ce n'est pas justifié. Tu as des résultats, mais on ne sait pas pourquoi tu obtiens ça. C'est pas justifié Arthur. Range ça s'il te plaît.			2
00:05:51	Je vous ai demandé de justifier vos résultats, on est bien d'accord			1
00:06:23	Bon			0
00:06:32	Romain tu vas au tableau			2
00:06:33	*Romain ne dit rien et recopie ce qu'il a écrit sur sa feuille, puis se retourne.*			0
00:06:35	**(+7) - (+2) =7-2 = 5 = +5**	E2	TX2	2
00:06:45	**(-7) - (-2) = 7-2 = 5 = -5**	E2	TX3	2
00:07:08	C'est tout ce que tu as écrit, hein je pense. Va à ta place.			2
00:07:17	Donc je voudrais que vous réfléchissiez à ce que Romain vient d'écrire. Je ne vous demande pas ce que vous vous avez écrit. Je vous demande de réfléchir à ce que Romain a écrit.			2
00:07:30	Eros je t'écoute			2
00:07:34	Si un moins avec un moins ça fait plus...	E3		2
00:07:35	Oh, oh, Romain...			0
00:07:36	Eros, je te demande de commenter là ce que Romain vient d'écrire.			2
00:07:47	Vous êtes d'accord, vous êtes pas d'accord, voilà. Léa ?			2
00:07:53	Moi j'ai trouvé pareil mais c'est faux parce que sept moins deux et moins sept moins deux c'est toujours égal à la même chose. Et là c'est égal à plus cinq ou à moins cinq !	E4		2
00:08:01	Mais là il y a quelque chose de très bizarre, qu'on pourrait directement éliminer quand même. Je ne vois pas bien pourquoi il nous a écrit que cinq est égal à moins cinq.			2
	P montre de la main l'ostensif incriminé.			0
	E5 inaudible			0
00:08:11	Attends, on ne va peut-être pas rajouter un autre zéro ! Julien. Tout à l'heure tu trouvais qu'on était en train de l'agrandir, et j'étais d'accord avec toi.			2
	P fait mine de se prendre la tête à deux mains et fait une moue dubitative			0
00:08:22	On ne peux pas laisser que cinq est égal à moins cinq. On est d'accord. Donc ça on va l'enlever, si tu as trouvé cinq, c'est cinq. Bon, une fois qu'on a éliminé ça.			3
	P efface « =-5 »			0
00:08:27	**(-7) - (-2) = 7-2 = 5**		TX3	3
	P se remet à circuler			0
00:08:33	Je t'écoute			2
00:08:34	Mais ce n'est pas cinq, parce que c'est moins sept moins moins deux	E6		2
	E6 insiste sur « moins sept ». D'autres élèves réagissent oralement.			0
00:08:41	**Attendez. Je ne … moi je ne veux pas jouer aux devinettes. Je ne veux pas jouer aux devinettes, je veux essayer de réfléchir à ce qui a été écrit.**			**5**
00:08:45	Est-ce qu'il y a des choses qui sont justes, et pourquoi, et est-ce qu'il y a des choses qui semblent fausses, et pourquoi aussi ?			2
00:08:56	Alors est-ce que dans ces résultats Maelis il y en a un pour toi qui paraît correct ?			2

00:09:03	Ben	E6		0
00:09:04	Ou est-ce que rien ne te convient ? Ou est-ce que les deux sont bons ?			2
00:09:08	Le premier	E6		2
00:09:09	Donc, ce qu'il a écrit plus sept moins plus deux... est-ce que vous êtes d'accord avec ce qui est écrit à côté ?			2
00:09:20	Ben oui. Depuis le début nous avons défini les nombres relatifs positifs, on a vu que plus sept et sept c'était le même nombre, que plus deux et deux c'était le même nombre. Donc effectivement, la première différence... Enfin, la première. C'est la deuxième dans ma liste ! Plus sept moins plus deux je peux l'écrire sept moins deux. Je me retrouve avec une soustraction que je sais déjà effectuer.			1
00:09:35	Sept moins deux, ça fait longtemps que vous savez le faire. Ça fait cinq.			1
00:09:40	Théo tu te retournes !			0
00:09:47	Donc, il me semble que celui là on doit pouvoir le valider quand même. Est-ce que tout le monde est d'accord avec ça? Je passe à l'autre.			2
	P encadre le début de la ligne de calcul TX2			0
00:09:49	**[(+7) - (+2) =7-2 = 5 = +5**		TX2	0
00:09:57	Sauvance, est-ce que tu as quelque chose à dire ?			2
00:09:58	Oui, on ne peux pas dire que moins sept c'est égal à sept, enfin, que moins deux c'est égal à deux... Vu que moins sept moins moins deux on dirait que c'est égal à moins sept moins deux, c'est pas vrai.	E7		2
00:10:09	Voilà, ça ça paraît vraiment très bizarre. Pourquoi ce moins sept s'est transformé en sept ? Et le moins moins deux qui devient moins deux.			2
00:10:11	En fait on à l'impression qu'il a voulu faire comme ici non ?			2
	P montre TX2			0
00:10:24	Tu t'es dit, tiens ! Puisqu'on peut supprimer les signes plus on va faire pareil avec les signes moins ?			2
00:10:28	Bon. Ça on n'est pas prêt de la valider. Bon, donc ça pour l'instant et bien, je ne sais pas. Je vais l'enlever... En tous cas, ça ne paraît pas bien acceptable au premier abord.			2
	P barre le « 7-2 » de TX3			0
00:10:32	**(-7) - (-2) = //7-2// = 5**		TX3	3
00:10:46	Est-ce qu'il y a dans ces calculs d'autres calculs que vous pouvez faire s'il vous plait ?			2
	P se remet à circuler			0
00:10:54	Allez, allez, allez ! Léa ?			0
00:10:56	Moi j'en ai trouvé un	E4		2
00:10:57	C'est-à-dire ?			2
00:10:58	La première	E4		2
00:10:59	Tu sais le faire ?			2
00:11:00	Ben je pense.	E4		2
00:11:01	Pourquoi ? Tu le fais comment ?			2
00:11:05	Vas-y, vas-y, va le faire !			2
	Léa va au tableau, ne dit rien et complète la première ligne de calculs. Elle ne regardera sa feuille que subrepticement et une seule fois. Puis elle se retourne.			0

00:11:12	**(+7) - (-2) = +7 – 2**	E4	TX1	2
_	**=+ 5**		TX1	2
00:11:25	Vos commentaires s'il vous plait.			2
	Plusieurs E parlent simultanément, des bras sont levés.			0
00:11:34	C'est pas plus sept moins moins deux c'est ...(?) C'est moins moins deux.	E8		2
00:11:50	Excuse moi, comment elle a écrit ?			2
00:11:51	Comme elle a écrit plus sept moins deux ça fait plus moins plus deux.	E8		2
00:11:54	Bon, si on veut. Mais il me semble qu'en comparant avec autre chose vous pourriez expliquer vraiment que ça ne peux pas être ça.			2
00:12:03	**En faisant une phrase en français**			**5**
00:12:04	On ne connait pas encore de règle.			1
00:12:05	**Mais une explication de bon sens. Oui ?**			**5**
00:12:06	Si on sait que la deuxième elle est juste et que c'est plus sept moins plus deux, ça ne peut pas être... et que ça fait plus cinq... Plus sept moins moins deux ça ne peux pas être (?)	E9		2
	P coupe la parole de E8			0
00:12:16	Bien oui, parce qu'a priori, lorsque j'ai un nombre, si je lui soustrais deux, si je lui soustrais plus deux, pardon, ou si je lui soustrais moins deux, ce serait bizarre que ce soit le même résultat. Vous êtes d'accord avec ça ?			1
00:12:32	Donc ici, ça ne paraît pas être le bon résultat. On peut être sûr que ce résultat là n'est pas bon.			2
	P se déplace au tableau et montre le premier calcul (E est toujours là)			0
00:12:38	OK ?			0
	P efface le premier calcul. E retourne à sa place de son propre chef.			0
00:12:42	**(+7) - (-2) =**		TX1	2
00:12:47	Enzo ? Oui, viens. Essaie de nous le faire.			2
	E écrit sans mot dire, avec sa feuille. Il complète la 4ième ligne de calculs. Il pose la craie et se retourne.			0
00:12:58	**(-7) - (+2) = -7 -2 = -5**	E10	TX4	2
00:13:12	Va à ta place.			0
00:13:15	Alors, procédons par ordre.			0
	Des E chuchotent et s'agitent au fond de la salle.			0
00:13:30	Chut ! … Qu'est-ce que c'est cette cartouche d'encre par terre? …			0
	P va au tableau et désigne le quatrième calcul.			0
00:14:00	Bon. S'il vous plait vos commentaires là. Quand je passe de là à là.			2
	P masque de sa main la fin du calcul (« =-5 ») et se retourne.			0
00:14:08	Quand on passe de là à là, est-ce que vous êtes d'accord ?			2
00:14:13	Là il a tout simplement écrit le fait que plus deux, c'est deux. D'accord ?			2
	P retire sa main et désigne successivement « -7-2 » puis « -5 »			0
00:14:17	Lorsque l'on passe de là à là, est-ce que vous êtes d'accord ?			2
	E parlent simultanément. Réponses contradictoires.			0
00:14:20	Non, Oui,...	E		0
00:14:26	Moins sept. Soustraire sept et puis soustraire deux ?			2
00:14:29	Moins neuf. Ah oui, moins neuf.	E11		2
00:14:35	ça nous fait, moins neuf, on est d'accord.			2
00:14:37	Donc là il y a une erreur de calcul. OK.			2
	P efface le « -5 » et le remplace par « -9 »			3

00:14:41	**(-7) - (+2) = -7 -2 = -9**		TX4	3
	P désigne l'énoncé et l'étape intermédiaire.			0
00:14:45	Bon ici, ce qui est important est d'avoir transformé cette écriture là en celle là.			2
	P désigne le résultat.			0
00:14:48	Bon là on rectifie le calcul, et on obtient le résultat correct.			2
	P montre les deux calculs validés.			0
00:14:50	Bon là pour l'instant il y a deux des calculs que l'on sait faire.			1
00:14:57	Pour les autres ? Pour les autres en fait qu'est-ce qui nous ennuie ? Bon je vais enlever. C'est que quoi ? C'est le moins deux. Bien oui.			1
00:15:00	C'est qu'on est en train de soustraire moins deux. Et ça on ne se pas le faire.			1
	P efface les calculs de la troisième ligne.			0
00:15:05	**(-7) - (-2) =**		TX3	3
	P désigne le « (+2) » du quatrième calcul.			0
00:15:10	Pour l'instant, ici, on s'en est sorti quand il s'agissait de soustraire un nombre comment ?			1
	classe entière à l'unisson			0
00:15:14	Positif	E		1
00:15:15	Positif. Parce que finalement on a retrouvé... On a travaillé sur le fait qu'un nombre positif, c'est... Que le plus deux c'est pareil que le deux. Bon.			1
00:15:23	C'est la soustraction d'un nombre négatif qui nous pose problème. Oui ?			1
00:15:28	Euh en fait c'est comme si on additionnait sept et deux. Et en fait c'est dans les nombres négatifs. Et ça fait...	E12		2
00:15:32	Attends, tu me parles duquel par exemple ?			1
00:15:36	Moins sept moins moins deux.	E12		1
00:15:37	Moins sept moins moins deux ?			1
00:15:38	Oui	E12		1
00:15:39	Le troisième calcul.			1
00:15:40	Oui	E12		0
00:15:41	Tu es en train de me dire quoi ?			2
00:15:44	**En fait moi je me vois comme dans un ascenseur en fait.**	**E12**		**5**
	P acquiesce de la tête			0
00:15:46	**Dans un ascenseur.**			**5**
00:15:47	**On est au moins sept à l'étage**	**E12**		**5**
00:15:50	**On est au moins sept, étage, OK**			**5**
00:15:53	**Et on descend encore de deux. Donc pour moi ça fait qu'on est à moins neuf, en fait.**	**E12**		**5**
00:15:56	**Alors ce que tu es en train de me dire : je suis dans un ascenseur, je suis au moins sept. Et je soustrais... et je descends encore de deux, ça s'écrirait comment ça ?**			**5**
	P dodeline de la tête et lève un sourcil au ciel.			0
00:16:05	Moins sept moins deux	E12		2
00:16:06	Et ouais. Ça ne s'écrit pas moins moins deux.			2
00:16:10	**Mois et moins ça fait plus !**	**E13**		**5**
	P ne reprend pas l'énoncé 4 sur la règle des signes			0
00:16:11	**Alors le problème, c'est que ce genre d'explications, c'est très gênant dans le calcul. Voilà. Mais tu as raison, ça peut donner parfois une intuition pour arriver à le vérifier ensuite.**			**5**
00:16:15	**Mais bon, là on ne va pas arriver tellement en s'en sortir comme ça.**			**5**
00:16:31	Dites-moi ! Est-ce que vous vous souvenez qu'on avait fait un travail du même genre lorsqu'on avait travaillé sur l'addition ?			1

00:16:38	Oui, on avait vu aussi que deux moins ça faisait un plus, je crois. Pierre il l'avait dit...	E13		1
00:16:47	Oui, oui oui, mais ça je lui avais répondu quoi ?			1
00:16:49	**Qu'on le verrait en quatrième et que c'était lié à quoi ? ... Je ne sais plus si je vous l'avais dit. À la multiplication.**			**5**
00:16:55	Donc là vraiment, on n'en ai pas encore là, pas encore là du tout.			1
00:17:08	**Deux signes différents ça fait un moins et deux signes les mêmes ça fait un plus.**	**E14**		**5**
00:17:12	**Tu me parles de la multiplication. Bon, d'accord. On n'en est pas là.**			**5**
00:17:15	Alors, je reprends ma question.			0
00:17:20	Nous étions tombés sur le même type de difficultés quand nous avions travaillé avec l'addition. Est-ce que vous vous souvenez de ce que l'on avait fait à ce moment là ?			1
00:17:34	Est-ce que vous pourriez le rechercher ? Est-ce que vous les avez encore ces activités, là, parce que ça fait longtemps quand même. C'était au mois de novembre. (NDR : nous sommes le 30 avril). Vous avez pu vider votre classeur... Ou bien vous vous en souvenez.			1
	E cherchent dans le classeur			0
00:17:45	La somme des angles... la somme des triangles.	E		5
00:17:49	On bien avant les angles ? ... La première activité que l'on avait faite sur les relatifs.			1
00:18:00	Chut. Mais vous avez aussi vos têtes pour réfléchir. Si la cahier n'est pas plein, vous avez votre tête qui est bien pleine.			2
00:18:07	Alors. Est-ce que vous vous souvenez face à ce type de difficultés comment nous avions résolu le problème ? Comment nous avions fait un pas pour avancer ? Qu'est-ce qu'on avait introduit dans le calcul ? Je vous aide. Qu'est-ce qu'on avait introduit dans le calcul ?			1
00:18:23	X (NDR : la lettre X)	E15		5
00:18:24	Non, pas X. Naella a raison.			5
00:18:28	Je sais plus mais il y avait un zéro.	E16		1
00:18:29	Il y avait un zéro, oui. On avait introduit zéro. Bon...			1
	Des E se dissipent. Gestion de la discipline			0
00:18:50	On continue. Quel était l'intérêt d'introduire zéro ?			1
00:18:54	**Parce que ça coûte rien et**	**E**		**5**
00:18:57	ça ne change rien dans le calcul, on est d'accord. Je peux, dans une somme, dans une soustraction, je peux toujours rajouter zéro. On est d'accord ?			1
00:19:04	Et après on en avait fait quoi de ce zéro ?			1
00:19:09	Sept moins zéro moins deux, je crois.	E		1
00:19:14	Alors, on va peut-être commencer à travailler la dessus			1
	P désigne le premier calcul			0
00:19:17	Pus sept moins...	E		2
00:19:23	Plus sept moins zéro... moins moins deux.	E17		2
	P se déplace sur le volet central et écrit pendant que E parle.			0
00:19:24	**(+7) – 0 -(-2)**		TX1	0
00:19:26	Moins moins deux. Bon, tu voudrais l'écrire comme ça.			2
00:19:30	De toute façon, écrire moins zéro ou écrire plus zéro ça revient au même.			3
00:19:34	Oui mais là c'est sept et j'écris directement...	E17		2
00:19:38	Oui, tu as raison. Je vais recommencer le calcul là haut.			2
	P efface « -0- (-2) »			0
00:19:39	**(+7)**		TX1	3
	P rajoute « -(-2) = »			0
00:19:40	**(+7) - (-2) =**		TX1	3
00:19:41	Je recommence. Alors on fait plus sept moins moins deux égale.			1
00:19:45	Lui le plus sept, tu as raison on l'écrit sept.			2

	P rajoute «7 »			0
00:19:47	**(+7) - (-2) = 7**		TX1	2
00:19:48	Puis après on va rajouter ce zéro			2
	P rajoute « +0 » puis se retourne.			0
00:19:49	**(+7) - (-2) = 7 + 0**		TX1	2
00:19:50	Et tu voulais encore mettre moins ?			1
	P lève au ciel un index interrogateur.			0
00:19:52	Non, non, et là c'est...	E		1
00:19:54	C'est moins moins deux.			3
	P rajoute « -(-2) = »			0
00:19:55	**(+7) - (-2) = 7 + 0 -(-2)**		TX1	3
00:19:56	Tu as raison, là pour l'instant on n'a rien changé, mais...bon, comment ?			2
00:20:00	ça agrandit !	E18		2
00:20:01	ça agrandit le calcul ?			2
00:20:02	Oui	E		0
00:20:03	Alors est-ce que vous vous souvenez quel est l'intérêt d'avoir rajouté ce zéro ?			1
00:20:08	Pourquoi il est intéressant zéro ?... Dans un premier temps il ne change rien au calcul. Mais après ? C'est pas parce qu'il ne change rien qu'on l'introduit !			3
	E ensemble .			0
00:20:18	Zéro ? plus zéro c'est. Deux. Deux plus deux, moins deux. C'est le même nombre...	E19		2
00:20:22	**Ah oui, on a fait une écriture fractionnaire, on a ...**	**E20**		**5**
00:20:27	et oh oh.			0
00:20:28	Parce que zéro c'est égal à plus deux plus euh,	E19		2
00:20:31	Parce que zéro c'est égal à quoi tu me dis Rosala? Vas-y			2
	P se dirige au tableau et écrit sur le volet central « 0= »			0
00:20:34	***0 =***		TX5	2
00:20:36	Plus deux moins moins deux. Plus deux plus deux. Plus deux moins deux.	E19		2
	P rajoute « +2 -2 »			0
00:20:36	***0 = +2 -2***		TX5	2
00:20:41	Plus deux moins deux, à la rigueur, plus deux moins deux, on est d'accord. C'est vrai.			2
00:20:45	Comment tu aurais pu me l'expliquer ça ? C'était quoi en fait ? Parce que zéro ça peut être écrit comment ?			2
00:20:55	écriture fractio...	E20		5
00:20:56	Oui. Je n'ai pas compris ce que vous dites.			2
00:20:57	Plus deux plus deux, moins moins deux.	E		2
00:21:05	Je ne comprends plus rien. Je ne comprends pas ce qu'il a dit. Il a dit...	E		2
00:21:11	Attends, attends, on va l'écrire. Deux secondes. Je voulais revenir à ça, parce que en fait j'aimerais bien que vous arriviez à le dire correctement.			2
00:21:17	Parce que l'intérêt de zéro c'est qu'on peut l'écrire comme la somme de deux nombres relatifs qui sont comment ?			3
00:21:25	égaux	E		2
	P fait non de la tête			0
00:21:27	Opposés. Voilà. ça il faudrait vraiment arriver à le fixer. Zéro je peux l'écrire comme la somme de deux nombres relatifs qui sont opposés.			1
00:21:35	Ici si je veux vraiment faire apparaître la somme de deux nombres relatifs qui sont opposés, comment je vais l'écrire ça ? Oui			3

00:21:44	**X moins …**	**E15**		**5**
00:21:45	C'est toujours sur le zéro que je suis en train de travailler.			3
00:21:48	Ben, au lieu de mettre zéro on met plus deux moins deux.	E3		2
00:21:49	Bon. Eros si tu as trouvé quelque chose tu nous en parles, hein ?			2
	P se dirige vers le tableau et écrit sous le calcul initial « =7 + 2 – 2 -(-2)			0
00:21:50	**= 7 + 2 - 2 - (-2)**		TX1	2
00:21:55	Oui	E3		0
00:22:00	Oui , c'est encore plus long, je suis d'accord avec toi.			2
00:22:02	Et l'intérêt c'est d'arriver à quelque chose. Quel est l'intérêt de faire cette transformation ? C'est ? Parce qu'on est en train d'essayer de faire quoi là?			1
00:22:10	Ben de comprendre comment on peut soustraire moins moins deux à...	E		1
00:22:13	D'accord. Donc d'essayer de voir ce qu'on peut faire de ce moins moins deux, avec ce deux que l'on est en train d'introduire devant là. D'accord ?			1
00:22:24	ça fait sept plus deux :	E		2
00:22:25	ça fait sept plus deux ? Alors. Comment est-ce qu'on pourrait avancer dans ce calcul là pour l'instant? Si on calculait ?			2
00:22:46	On fait exactement deux moins deux moins moins deux. Et après on rajoute plus sept.	E		2
00:22:48	Mais non !	E'		2
00:22:50	Parce que le problème c'est que tu ne sais toujours pas faire moins moins deux.			1
00:22:53	**Qu'est-ce qu'il nous faudrait ici pour arriver justement à le neutraliser ce moins moins deux ?**			**5**
00:23:00	Attends, on ne va peut-être pas rajouter un autre zéro ! Julien. Tout à l'heure tu trouvais qu'on était en train de l'agrandir, et j'étais d'accord avec toi.			2
00:23:10	Attendez je vais vous le dire autrement. Moi j'ai envie de le dire comme quand on parlait avec les programmes de calcul C'est-à-dire, quand j'écris moins moins deux, c'est que je suis en train de			1
00:23:17	soustraire moins deux. Vous êtes d'accord. Non. Soustraire moins deux, je ne vois pas pourquoi ça ferait moins quatre ! Je suis en train de soustraire moins deux			3
00:23:25	**Donc, avec quoi je pourrais neutraliser cette action de soustraire moins deux ?**			**5**
00:23:42	En mettant plus deux comme ça ça revient à zéro.	E4		2
00:23:44	Alors, c'est-à-dire ? Plus deux moins moins deux ? Ça ferait zéro ? Si tu me dis plus deux, ça veut dire que je suis en train d'additionner.			2
00:23:57	Donc là je prends le calcul de Léa hein. Donc tu me dis que c'est plus deux moins moins deux.			2
	P écrit au tableau « +2-(-2) »			0
00:23:58	**+ 2 - (-2)**		TX6	2
	P montre les calculs d'une main et se tient le menton de l'autre.			0
00:24:00	Quand on fait ça, je suis en train d'additionner deux et de soustraire moins deux			1
00:14:08	On sait faire ou on ne sait pas faire ça ?			1
00:24:09	Non. Réfléchissez bien à ce que je viens de vous dire. Je viens de vous dire qu'il faudrait travailler un petit peu sur le fait, sur l'action, soustraire moins deux.			1
00:24:12	Si je veux, si je veux neutraliser cette action, qu'est-ce qu'il faudrait que je fasse ?			5
	E parlent simultanément.			0
00:24:29	On met des parenthèses. Que vous rajoutiez un plus deux encore	E		2
00:24:36	Attends, attends. Je n'ai pas compris ce qu'elle m'a dit, Léa.			2

00:24:40	On enlève la parenthèse au moins deux	E		2
00:24:41	Ici, là ? Oui. Mais est-ce que je peux ? Oui vas-y Léa. Continue ton idée Léa.			2
00:24:52	ça ne revient pas au même en fait. Parce que moins deux...	E4		2
	E s'agitent et répondent en même temps. P gère cela en déplaçant un E qu'elle gronde.			0
00:25:30	**Alors. Je reprends avec cette soustraction de moins deux. Soustraire moins deux. Que faudrait-il que l'on fasse pour arriver à neutraliser cette soustraction de moins deux. Oui ?**			**5**
00:25:42	…on peut rajouter un nombre positif, puisqu'on avait déjà réussi à le faire avec plus deux	E21		1
00:25:49	à quel endroit tu voudrais faire un positif ?			2
00:25:53	Euh, ben justement, il faut que ça reste égal un peu partout ?	E21		2
00:25:58	Comment ?			2
00:26:00	Il faut que ça reste égal partout	E21		2
00:26:08	Je ne comprends pas, Julien			2
00:26:12	Je ne suis pas sûr	E21		2
00:26:14	Non, non, mais vas-y, vas-y			2
00:26:15	Quatorze plus quatre	E21		2
00:26:17	Tu mettrais encore un sept en plus ?			2
00:26:20	Non, mais je veux dire, dans l'activité de la semaine dernière, on avait rajouté...	E21		1
00:26:26	Oui, en fait il veux dire... ah oui	E		2
	Plusieurs E parlent ensemble			0
00:26:31	Ah, pour comparer !			2
00:26:32	Oui mais là c'était complètement différent, parce que là si je rajoute deux nombres, je garde, je perds mon égalité !			3
00:26:39	L'autre fois ça marchait dans la comparaison parce que j'avais deux nombres, et on s'était dit si je leur rajoute à tous les deux un nombre positif je ne change pas l'ordre dans lequel ils sont rangés, puisque je leur rajoute la même quantité. D'accord ?			1
00:26:53	Tandis que là si je rajoute deux nombres positifs, et même quels que soient les nombres, je vais perdre mon égalité.			3
00:27:01	Oui, mais	E21		2
00:27:03	Vous savez là je, on y presque quoi !			0
00:27:06	Bon ça on a dit qu'on pouvait ne pas le faire			1
	P désigne et barre « +2-(-2) »			0
00:27:07	**//+ 2 - (-2)//**			3
00:27:08	Je voudrais qu'on retravaille là-dessus			3
	P désigne plusieurs fois T5 « 0=+2-2 »			0
00:27:12	Oui			0
00:27:13	Bien on peut faire moins deux moins moins deux, ça fait zéro !	E		2
00:27:15	Alors pourquoi est-ce que moins deux moins moins deux ferait zéro ?			2
00:27:18	**Parce qu'un moins et un moins ça fait plus**	**E**		**5**
00:27:19	**Non, non, non, non, non. S'il vous plaît !**			**5**
00:27:22	Plus deux moins deux ça fait zéro	E		2
00:27:25	Parce que on soustrait deux, et deux c'est plus deux	E		2

00:27:27	Parce qu'on soustrait deux			2
00:27:31	Non mais il est en train de, il est peut-être sur une bonne piste, là.			2
00:27:36	Il faudrait arriver à le dire correctement.			0
	E inaudible			0
00:27:41	On soustrait deux à deux tu veux dire ?			2
00:27:45	Bien je ne vois pas, non.			0
	E inaudible			0
00:27:50	Oui			0
00:27:51	Plus deux, moins deux moins deux, ça fait moins deux.			2
00:27:56	Plus deux ?			2
00:27:59	Plus deux moins deux, on enlève moins deux, ça fait moins deux	E		2
	E s'agitent			0
	E22 proche de P lui parle			0
00:28:02	Attends, attends, je ne comprends pas ce qu'il me dit. Leila, chut			0
00:28:08	On a plus deux, on enlève moins deux, ça fait	E22		2
00:28:10	Ici là tu me dis ça ?			2
00:28:12	Là. Si on a plus deux on enlève moins deux ça fait zéro	E22		2
00:28:14	Bien oui, on est parti de là			2
00:28:15	et on enlève moins deux, ça fait moins deux.	E22		2
00:28:17	Oui mais là on a moins moins deux			2
00:28:22	On revient à sept plus zéro	E23		2
00:28:24	Bien oui. Chut. Comment ?			2
00:28:30	C'est pas deux fois moins deux ?	E23		2
00:28:31	Moins moins deux c'est deux fois moins deux ? Bien non pourquoi ?			2
00:28:34	C'est soustraire moins deux.			2
00:28:36	**Dites-le avec une phrase en français !**			**5**
00:28:39	C'est soustraire moins deux.			2
00:28:41	Mais moi je voudrais bien qu'on approfondisse ce que avait commencé à dire Gauthier après il s'est perdu			2
00:28:45	Qu'est-ce que tu m'avais dit là Gauthier ?			2
00:28:48	Moins moins deux, égale moins deux	E22		2
00:28:50	On soustrait moins deux, mais tu le soustrais à quoi moins deux ?			2
00:28:53	à moins deux	E22		2
00:28:55	à moins deux			2
00:28:56	donc ça fait pas zéro !	E		2
00:28:58	Alors pourrais-tu me donner un autre exemple... non, non … pourrais-tu me donner un autre exemple ?			2
00:29:02	Tu t'appuies sur quoi pour dire ça ?			2
00:29:06	Non, non non non, mais là, concentrez-vous s'il vous plaît ! Oui... Là vous ne suivez pas du tout.			0
	Pendant ce temps, E essaie de répondre (inaudible car classe agitée)			0
00:29:23	Tu me dis je soustrais moins deux à moins deux donc ça fait zéro. C'est ça que tu es en train de me dire.			2
00:29:30	Est-ce que son raisonnement vous pourriez le faire dans un autre domaine de nombres ?			2

00:29:34	Si vous avez quatre et que vous lui soustrayez quatre, ça fait combien ?			3
00:29:37	Bien zéro	E		2
00:29:38	Bon.			2
00:29:40	**Et si on faisait on le faisait à la calculette ?**	**E**		**5**
00:29:42	**Ici ... et bien ça pourrait être un contrôle intéressant,de toute façon, la calculette!**			**5**
00:29:45	ça fait plus deux !	E		2
00:29:47	On va peut-être avancer... S'il vous plaît !			0
00:29:53	Ici ce qu'il suffirait d'écrire c'est que, ce...			3
	P désigne le texte T4L2 sur le volet central « =7 + 2 -2 -(-2) »			0
00:29:56	Ah là vous allez vous taire hein! ... ça suffit.			0
00:30:18	Alors. Tout à l'heure vous m'avez parlé de nombres opposés. Quand vous m'avez écrit comme ça cette addition de nombres opposés, en fait on ne voit pas bien apparaître l'addition de deux nombres opposés. L'opposé de plus deux, c'est quoi? ... C'est moins deux.			2
	P désigne T5 « 0=+2-2 »			0
00:30:24	Donc si je veux vraiment faire apparaître mon addition de nombres opposés, je vais l'écrire comme ça.			3
	P efface « -2 » et le remplace par « +(-2) »			0
00:30:26	***0 = +2 + (-2)***		TX5	3
00:30:30	ça ne change pas grand chose, ça fait toujours zéro.			3
00:30:32	Et là du coup je vais l'écrire comme ça.			3
	P transforme « =7 + 2 -2 -(-2) » en « =7 + 2 +(-2) - (-2) »			0
00:30:34	**= 7 + 2 + (-2) - (-2)**		TX1	3
00:30:38	Donc maintenant, quand je lis ceci			3
	P désigne ce qu'elle vient de modifier			0
00:30:41	Je vais dire qu'à un certain nombre sept plus deux. Je lui rajoute ? moins deux. Et après je lui soustrais ? moins deux			3
00:30:52	Conclusion, ça ça me fait quoi ?			2
	P désigne d'un large geste toute la ligne de calcul. Des E tentent depuis un moment de prendre la parole			0
00:30:55	Deux... Moins quatre...	E		2
	Des réponses fusent. P rit et lance un regard à la caméra.			0
00:30:59	Depuis tout à l'heure tu es sur moins quatre.			2
00:31:01	Si je soustrais moins deux, non. Si j'additionne moins deux et qu'après je soustrais moins deux.			3
00:31:07	Zéro... Deux... Moins deux.	E		2
	Grosse agitation des E			0
00:31:08	ça fait quoi alors Lauriane ? Ça fait comme si on avait rien fait, ça fait zéro. Ça fait zéro ça.			3
	P dessine un arc sous « +(-2)-(-2) » et rajoute « 0 » au dessous.			0
00:31:11	**= 7 + 2 <u>+ (-2) - (-2)</u>**		TX1	3
00:31:15	**…...............0**		TX1	3
00:31:19	Chut. Donc ça vous nous faire neuf, oui. Peu importe le résultat...			3
00:31:22	Oui mais là il nous faut le silence. Là il nous faut le silence. Là, je vais prendre plusieurs carnets. Je vais prendre le carnet de E1, Je vais prendre le carnet de E2, Je vais prendre le carnet de E3. Dépêchez-vous ! Vous nous empêchez de travailler aujourd'hui.			0
	P prend trois carnets.			0
00:31:54	Mon carnet je ne l'ai pas	E		0
00:31:55	Bien ce sera un rapport disciplinaire alors.			0
00:31:55	Madame il est à la vie scolaire	E		0

00:31:58	Dépêche-toi. Mais toi c'est pareil alors. Non, là vous nous empêchez vraiment de travailler, ce n'est pas possible. Donc je note aussi pour E2, et E3. Voilà, et peut-être qu'on va pouvoir travailler.			0
	P obtient finalement un carnet qu'elle va elle même cherche sur le bureau de E			0
00:32:24	Je reprends les explications. Donc vous êtes d'accord, ce zéro je l'ai écrit sous la forme deux plus moins deux. On est d'accord. J'ai additionné, donc, zéro c'est la somme de deux nombres opposés. La somme de deux nombres opposés c'est égal à zéro.			3
00:32:42	ça nous l'avions établi quand on a travaillé sur les sommes			1
	P désigne « +2+(-2) » dans T4L2c			0
00:32:44	Donc, ici, à sept plus deux, je lui ajoute moins deux et après je lui soustrais ?			2
00:32:54	Moins deux	E		2
00:32:55	moins deux. Si j'ajoute moins deux, et si je soustrais moins deux, c'est comme si je n'avais rien fait. J'ajoute un nombre, et je soustrais ce même nombre, c'est comme si je n'avais rien fait.			3
00:32:57	*P mime des balances à l'équilibre*			0
00:33:07	C'est la dessus qu'on est en train de travailler là.			1
00:33:09	Donc cette partie là de la somme est égale à zéro.			3
00:33:14	ça veut dire que	E		3
00:33:15	Donc du coup ça me fait sept plus deux ça ma fait neuf.			0
00:33:17	Mais madame	E		0
00:33:18	Oui, une seconde Gauthier, j'arrive.			0
	P se tourne vers la calcul et écrit à la ligne « = 9 », puis se retourne.			0
00:33:19	**= 9**		TX1	3
00:33:20	Voilà, est-ce que vous êtes d'accord avec ça ?			2
00:33:21	Oui... Non	E22		2
00:33:22	Vas-y Gauthier ?			2
00:33:23	Non, parce qu'on a rajouté zéro. Donc si on rajoute zéro, c'est juste de le rajouter, ça ne change rien aux calculs. Donc ça change rien.	E22		3
00:33:35	Oui mais Gauthier est-ce que tu es d'accord que si je rajoute zéro je n'ai pas changé mon calcul, au niveau de la somme, c'est ça qui est important.			3
00:33:42	Donc à ce moment là ce zéro tu peux le décomposer comme tu veux, en une somme qui t'intéresse. Il y a plein de façons de l'écrire zéro.			3
00:33:49	(?) moins deux plus deux (?)	E22		2
00:33:56	Et est-ce que tu es d'accord avec ça ? Zéro c'est plus deux plus moins deux, non ?			3
00:33:59	Oui	E		3
00:34:00	Bien voilà. On va remplacer zéro par plus deux plus moins deux. On n'a pas changé la somme qu'on avait au départ.			3
00:34:10	Bien. Je voudrais que vous fassiez le même type de transformation pour l'autre calcul que nous n'avions pas su faire.			3
00:34:15	On l'écrit celui-là, Madame ?	E		0
00:34:18	Ah oui. Vous l'écrivez. Et bien vous écrivez-ça simplement			0

00:34:19	*E recopient.*	E		0
00:34:24	et vous écrirez aussi cette explication à côté			0
00:34:25	*P désigne TX5. E recopient.*			0
00:34:26	*P efface T6*			0
00:34:34	**Mais en fait, ça nous sert à rien**	**E23**		**3**
00:34:37	**parce que sept moins moins deux ça fait comme si on additionnait deux à sept. Puisque ça va revenir à neuf, le résultat.**	**E23**		**5**
	P s'est déplacé à côté de E			0
00:34:43	Alors en effet, Leila elle est en train de me dire qu'en fait, finalement, quand on a fait plus sept moins moins deux, c'est pareil que si on avait fait directement			2
00:34:53	Plus sept plus deux	E23		2
00:34:54	Sept plus deux			2
00:34:56	Donc en fait c'est comme si on avait directement additionné deux plutôt que soustraire moins deux.			3
00:35:00	Bon de toute façon on va voir, on va continuer à travailler et on va voir s'il y a des idées de ce genre là qui arrivent. Hein			1
00:35:10	Alors là on fait moins cinq plus moins deux	E24		2
00:35:12	moins cinq moins deux			2
00:35:14	ça va faire moins trois	E24		2
00:35:15	Non moins cinq moins deux, moins cinq moins deux ça fait longtemps que tu sais le faire. Moins cinq moins deux tu sais le calculer. Ça fait moins sept.			2
00:35:20	Mais, que, quand c'est plus cinq moins deux, ça fait, euh, ça fait pareil.	E24		2
00:35:28	Tant que tu es en train de me le dire comme ça ce sont des différences que l'on sait déjà calculer ça. Ce n'est pas un problème.			1
00:35:35	Oui, donc alors plus moins deux ça fait plus sept	E24		2
00:35:36	Mais non mais, plus cinq moins deux, mais écrit le !			2
00:35:38	Moins moins deux	E24		2
00:35:41	Ah, moins moins deux ! Et bien il faut vérifier.			2
00:35:43	(?)	E24		0
00:35:45	Vous faites le dernier calcul... Le troisième calcul, qu'on avait pas su faire.			1
00:35:56	Vous le faites de la même façon, s'il vous plaît. Chut.			1
00:36:00	(?)	E25		0
00:36:02	Qu'est-ce que tu n'as pas compris Sovane ? Quand tu dis je n'ai pas compris, ça veut dire que tu n'aurais pas su le faire toute seule, ou que tu n'as pas compris à chaque ligne la modification que l'on a faite ? Peut-être que là j'aurais du, oui, excusez-moi, c'est.			2
00:36:22	(?)	E25		0
00:36:23	Mais ce n'est pas le but. On va le refaire là, maintenant. D'accord ? Il est évident que c'est une transformation qui est délicate.			3
00:36:32	C'est une transformation que vous n'auriez pas faite tout seul. Donc, ne faites pas la confusion entre ce qui vous paraît compliqué, un procédé que vous n'auriez pas, avec lequel vous n'auriez pas pu travailler seuls,			2
00:36:41	Et puis, est-ce que ligne par ligne tu comprends la transformation que nous avons faite et les calculs que nous avons écrits ?			1
00:36:47	(?)	E		0
00:36:50	Est-ce que tu comprends que c'est juste ?			1
00:36:52	Oui, (?)	E25		0
00:36:59	Ah, parce qu'alors là, ça c'est encore autre chose. Chut... Lea est en train de dire autre chose. Elle est en train de dire que pour elle ce résultat lui paraît bizarre parce que, quand on a une soustraction. On a soustrait quelque chose à sept et donc forcément on aurait dû obtenir quelque chose de plus petit.			2
	P est retournée au tableau, puis désigne le calcul T4			0

00:37:17	Donc, ça, c'est ce qui te choque.			2
00:37:20	Alors le problème c'est que tu as évidemment, tu fais référence à la soustraction que tu connais avec des nombres positifs. Mais là nous sommes en train de soustraire des nombres négatifs. Alors peut-être qu'on va découvrir d'autres choses avec ces nombres négatifs. D'accord ?			1
00:37:34	Bon, vous avez-fait le deux., lui-là ? Allez-faites le de la même façon s'il vous plaît.			1
	P désigne le troisième calcul T2L3 et le repère d'un crochet [en début de ligne.			0
00:37:42	(?)	E		0
00:37:44	Tu l'as fait ? C'est bien. Arthur c'est fait ? Dépêchez-vous. Quand vous l'aurez refait tout seul, on va le refaire encore d'autres fois vous allez voir vous allez bien le comprendre.			2
	P regarde sa montre. P circule. Discours inaudibles de E. Gestion d'une question disciplinaire au fond de la classe (non transcrit). Gestion d'avancées des productions individuelles des élèves (non transcrit)			0
00:38:50	Ah c'est un peu plus difficile. Donc tu as remplacé ton zéro par deux plus moins deux comme on avait fait tout à l'heure... Tu as compris que quand je soustrais, quand j'additionne, pardon, moins deux et qu'après je soustrais moins deux, c'est comme si je n'avais rien fait. Si j'ai un nombre,			2
00:38:52	**(-7)-(-2)= -7 + 0 -(-2) = -7 + 2 + (-2)-(-2) = -7+2+0 = -5**	E25		2
00:39:01	ça ça fait zéro	E		2
00:39:03	Voilà.			2
00:39:04	Et c'est pour ça que là il y a un zéro	E		2
00:39:05	Oui, c'est pour ça que là il y a un zéro, et c'est pour cela que c'était intéressant d'écrire zéro sous la forme deux plus moins deux.			1
00:39:09	**Parce que comme ça, tu neutralises le moins moins deux, comme je l'ai dit tout à l'heure. OK ?**			**5**
00:39:19	Tu vas au tableau, Franck, c'est bien ce que tu as fais.			2
00:39:22	Bon ben c'est bien, vous avez trouvé là.			2
00:39:28	Toi tu n'as pas écrit ta transformation. Elle est là, tu ne l'as pas fait encore. Où il est le moins sept moins moins deux ? Il est où ?			2
	Pendant ce temps, Franck est au tableau, volet de droite.			0
00:39:31	**(-7)-(-2)= -7 - 0 -(-2)**	E25	TX3	2
00:39:34	**=-7 + 2 + (-2)-(-2)**	E25	TX3	2
00:39:36	**=-7+2+0 = -5**	E25	TX3	2
00:39:37	J'étais en train de réfléchir	E		2
00:39:41	Où il est fait le calcul là ? Qu'est-ce que tu as ? Ne reste pas bloqué comme ça ! Evan. Tu refais le même procédé. Tu vas introduire zéro de la même façon,			1
00:39:57	Je n'ai pas compris pourquoi..	E		2
00:40:00	**Tu as raison, ce n'est pas une démarche qui est naturelle, que tu aurais pu trouvé tout seul,**			**5**
00:40:05	c'est que l'intérêt du zéro, c'est qu'on peut le décomposer.			3
00:40:12	Tu n'as pas écrit la décomposition là haut, à plus plus moins deux.			2
00:40:20	Attends tu écris un petit peu moins gros Franck, parce que ça ne va pas rentrer sur la ligne sinon, hein			0
00:40:45	Franck à la première ligne qu'est-ce que tu as écrit ? C'est moins zéro ou plus zéro que tu as écrit ? Excuse-moi j'entends pas.			2
00:40:49	Moins zéro	E25		2
00:40:50	Pourquoi tu as écrit moins zéro ?			2
00:40:57	Mais qu'il écrive, non, attendez, ce n'est pas tout à fait pareil, parce que si j'écris moins zéro dans le calcul après ma somme, à plus deux plus moins deux, il va falloir que je mette moins, et entre parenthèses plus deux plus moins deux. Alors ça va drôlement compliquer les choses. Donc on a plutôt intérêt à mettre plus hein.			3
	E s'exécute.			0
00:40:59	**(-7)-(-2)= -7 + 0 -(-2)**	E25	TX3	3

00:41:11	C'est pareil au niveau du calcul de la première ligne de calcul, mais ce n'est pas pour la suite.			3
00:41:22	Si on faisait moins sept plus moins deux, ce serait pareil non, on calcule toujours des …	E		2
00:41:26	Ah bien ça c'est à voir. Est-ce que... On a découvert des règles importantes comme ça.			2
00:41:31	Donc là c'est pareil, moins deux moins moins deux, ça nous fait un zéro, et moins sept plus deux ça nous fait moins cinq. D'accord ?			3
00:41:39	Chut.			0
00:41:42	Mais Madame, ça ne sert à rien le zéro.	E		2
00:41:43	Pourquoi ça ne sert à rien zéro ? Ah, parce que tu dis quoi ?			2
00:41:49	(?)	E		0
00:41:52	Alors attendez. Alors moi je ne vais pas dire 'ça sert à rien', ça nous permet quand même d'essayer de découvrir une règle.			3
00:41:56	C'est ce que tu es en train de me dire. Que soustraire moins deux, ça ferait, euh			2
00:42:00	Plus deux.	E		2
00:42:01	Additionner deux. Donc c'est ce qu'a dit Leila tout à l'heure. Donc on ne va pas dire 'ça sert à rien'. Ça nous apprend des choses après pour la suite des calculs.			3
00:42:09	Mais Madame, en fait cette partie là elle ne sert à rien. Puisque si on faisait directement ça plus deux, ça...	E26		2
00:42:13	Oui mais, si tu établis une règle, oui.			2
00:42:22	Madame, pour ce calcul, moi j'ai trouvé aussi une autre technique pour faire ça. En faisant comme si c'était des nombres positifs, et, par exemple, là j'ai fait moins sept moins deux, c'est égal à plus sept moins plus deux, qui est égal à sept moins deux, qui est égal à cinq, et là, ça fait moins cinq vu qu'ils sont...	E26		2
00:42:40	Je ne comprends pas. Tu vas écrire.			2
00:42:48	Madame, je pourrais essayer de faire moins sept plus moins deux ?	E27		2
00:42:52	On l'a déjà fait ça. Je ne comprends pas. On n'a pas à faire ça ! Qu'est-ce que tu as écrit ? Qu'est-ce que c'est ce plus là ? C'est lequel de calcul celui_là ? C'est celui qu'on vient d'écrire au tableau.			2
00:42:56	Ben oui	E27		0
00:42:58	Mais c'est un moins qu'il y a là. Pourquoi tu as mis plus ?			2
00:43:06	C'est parce qu'on additionne toujours des nombres négatifs	E27		2
00:43:18	Non non.			2
	P s'en va rejoindre E au tableau.			0
00:43:30	(?) et là ce sera moins parce que (?)			2
	E27 donne des explications inaudible et échange avec P.			0
00:43:32	Oui donc Leila, elle est en train de trouver, d'essayer de trouver. Leila elle est en train d'essayer de trouver une méthode pour trouver le résultat en utilisant ce qu'on sait faire avec des nombres positifs. Mets toi un petit peu sur le côté que regardent tes camarades. Et elle, elle nous dit que puisqu'on savait, puisqu'on sait soustraire plus sept moins plus deux, on l'a écrit là-haut, ça nous fait cinq on a dit. Et elle elle devine du coup que moins sept moins moins deux, comme c'est son opposé, on obtient moins cinq. Bon, effectivement on retrouve ce genre de, on retrouve le calcul que vous avez écrit ici.			2
	à la fin, P désigne le calcul de E25 Franck.			0
00:44:07	Alors , je voudrais que nous continuions à utiliser ce procédé de calcul avec le zéro sur quelques exemples, de façon à ce que nous puissions établir un certains nombre de résultats qui vont après nous faciliter les calculs.			1
	P regarde sa montre et fait une moue de déception.			0
00:44:25	On est d'accord ? Donc vous allez continuer à travailler avec ce zéro un petit moment, sur quelques exemples, et ensuite on verra que l'on peut aller plus vite, qu'on peut établir des règles de calcul. Ça marche ?			1

00:44:45	Donc cette partie là de la somme est égale à zéro.			1
	P efface le volet de gauche du tableau			0
	P écrit sur le volet droit			0
00:44:50	**utiliser la même méthode (BR) pour calculer :**		TX7	0
00:44:53	Utiliser la même méthode pour calculer, pour calculer			2
00:45:14	Oui			0
00:45:15	Plus cinq moins moins trois			3
00:45:18	**=+5 - (-3)**		TX7	3
00:45:30	Et euh, on va prendre moins trois moins moins sept			3
00:45:33	**=-3 - (-7)**		TX7	3
	P circule, les E recopient.			0
00:46:00	Je n'ai rien compris.	E		2
00:46:05	Tu refais exactement la même transformation.			1
00:46:08	Non, mais je n'ai rien compris avec le zéro.	E		2
00:46:10	Benjamin, je ne suis pas d'accord là, hein !			0
00:46:30	On fait avec les deux Madame ?	E		0
00:46:32	Comme ça on fait avec les deux. On fait les deux calculs, tu me demandes ? Oui, tu fais les deux calculs.			2
00:46:42	ça va Slovane, ça ne va pas t'épuiser quand même ?			0
00:46:49	ça fait plus huit	E		2
00:46:51	Léa			0
00:47:10	(?) à côté de toi Lamine, qui c'est qui est absent ? … (?)			0
	La sonnerie retentit			0
00:47:30	moins cinq plus trois, ça te fait, … ben oui, pourquoi est-ce que tu as marqué deux ?			2
00:47:34	(?)	E		0
00:47:35	Et bien non. Pourquoi tu as mis moins trois là à la fin ?			2
00:47:38	(?) c'est comme ça.	E		2
00:47:40	Ah bien non, on avait mis plus la haut.			2
	Certains E sont en train de ranger leurs affaires, certains sont même déjà levés.			0
00:47:47	Chut... Bien, alors, je vais vous donner du travail pour lundi.			0
	P efface le tableau central			0
00:47:58				0
00:48:16	On se tait s'il vous plaît.			0
	P récupère un cahier sur son bureau. Elle en extrait un texte qu'elle écrit :			0
00:48:25	**Pour lundi 3 Mai**		TX7	3
_	**Ex 36, 43 P 89**		TX7	3
_	**Ex 48 P 90**		TX7	3
00:48:34	Bé, ne vous gênez pas là, hein !			0
00:48:49	Bien.			0

4 Tableau de Classe n°4

Temps	Discours	Auteur	texte	Is
00:00:00	Je vous ai dit qu'aujourd'hui on allait travailler sur quoi ?			1
00:00:07	Soustraction......	E		1
00:00:12	Soustraction des nombres relatifs oui		TX0	1
00:00:23	On continu dans l'activité ou......	E		1
00:00:30	Je ne veux plus rien entendre. Je ne veux plus rien entendre !			0
00:00:38	Vous êtes en activité. Ça y est. Vous écrivez, soustraction des nombres relatifs			1
00:01:10	Oui !			0
00:01:12	On a dit aujourd'hui qu'on allait faire la multiplication	E		1
00:01:13	Du tout.			1
00:01:16	Non les soustractions	E		1
00:01:18	J'ai changé d'idée cette nuit, j'ai dit oh finalement.......			0
00:01:22	Allez !			0
00:01:24	Alors je vais vous demander si vous pouvez effectuer un certain nombre de calcul. Je les écris au tableau, vous regardez si vous pouvez les calculer, s'il y a des problèmes, ce que l'on peut déjà faire ou pas. OK !			2
00:01:36	Alors je vais vous demander de calculer (+7) -(+2)		TX1	3
00:01:41	Je vais vous demandez de calculer (+7)-(-2)		TX2	3
00:01:47	Puis (-7)-(+2)		TX3	3
00:01:53	Et (-7)-(-2)		TX4	3
00:02:00				0
00:02:03	Il va y avoir aussi......	E		0
00:02:04	On le marque le calcul mais vous allez nous dire mais pourquoi ?	E		1
00:02:06	Et voilà ! Donc c'est ce que j'allais te dire et en même temps quand vous faites un calcul vous devez essayer de le justifier			1
00:02:14	.Et bien, plus 7 moins.......	E		2
00:02:15	Chut R....Allez !			0
00:02:21	**Vous avez pas dit une fois que moins...moins ça fait...**	**E**		5
00:02:29	Ça il va falloir que tu le justifies je ne sais pas pourquoi tu as écrit +5. Peut être que c'est vrai, peut être que c'est pas vrai.			2
00:02:41				0
00:02:52				0
00:02:56	Ça c'est bien ça, oui !			2

00:03:04	Oui... Oui.....			0
00:03:12	Ça c'est une bonne justification			2
00:03:14	Allez S.....tout de suite			0
00:03:16	Ben oui	E		0
00:03:00	Pour ça il faut que tu m'écrive pourquoi tu pense que c'est ça			2
00:03:20	Oui oui	E		0
00:03:21	Et qu'est ce qui te fait penser à ça et, est ce que tu arrive à le justifier correctement.			2
00:03:35	Euh! Les ...fait la	E		0
00:03:39	**Oh non L.....Vous allez me poser ça, cette question, à chaque heure ?**			**5**
00:03:41	Qu'est ce que je vous ai donné ?			1
00:03:44	**Hier tu m'en as encore reparlé,en plus.**			**5**
00:03:46	Qu'est ce que je vous ai donné comme programme de révision pour demain? Pour cet après midi.......			1
00:03:54	Eh bien.....	E		0
00:03:57	Vous avez du bien réviser !			1
00:03:58				0
00:03:59	**Et le parallélogramme hein.**	**E**		**5**
00:04:03	**Ça ,ça suffit..........impeccable, ça.....avec tes connaissances,......**			**5**
00:01:25		E		0
00:04:29	Tu as tout justifié			2
00:04:37	Toi tu n'a rien fait, c'est normal ?			2
40:04:43	Où tu en est Béatrice ?			2
00:05:00		E		0
00:05:33	Ça c'est bon...........bon il y a des choses qu'il va falloir contrôler.................tu as trouvé les même résultats que R.......			2
00:05:42	Moi j'ai..........	E		2
00:05:45	Je peux pas te dire on va y réfléchir			0
00:05:52		E		0
00:06:02		E		0
00:06:21	J;L tu vas écrire tes calculs s'il te plaît			2
00:06:29		E	TX1	2
00:06:29		E	TX2	2
00:06:29		E	TX3	2
00:06:46	J.L. écris les en ligne complètement parce que là on y voit pas grand chose. Pour une fois met les tous à la ligne le résultat final à coté du calcul.			2
00:06:57	Oui	E		0
00:06:57		E	TX3	2
00:06:57		E	TX4	2
00:07:42	Bon			0
		E	TX1à 4	2
00:07:47	Qu'est ce que tu fais Là			2
00:07:52	Parce que...........il faut enlever			2
00:07:59	R.			0

00:08:00	Bon va à ta place je ne sais pas pourquoi tu as tout transformé. Je comprend pas bien ce que tu viens de faire			2
00:08:06	On va voir on va réfléchir de toute façon,alors on prend calcul par calcul. Le premier calcul plus 7 moins plus 2 J.L nous écrit que c'est 7 moins 2			2
00:08:14		E		0
00:08:19	X. tu es d'accord ou pas ?			2
00:08:23	Oui	E		2
00:08:25	Et donc il nous dit que ça fait 5. Tu es d'accord ?			2
00:08:29	Plus 5	E		2
00:08:30	Plus 5 donc 5 c'est pareil ! OK bon			2
00:08:34	Donc cette première soustraction effectivement on arrive à la faire parce que on sait que +7 c'est pareil que 7 et que +2 c'est pareil que 2. Donc on arrive à faire notre soustraction.			1
00:08:44				0
	… moi c'est la deuxième......	E		0
00:08:46	Deuxième calcul JL. Écrit que (+7)-(-2) c'est pareil que 7-2 et donc il trouve aussi 5			2
00:08:58	C'est pas possible parce qu'il a converti le -2 en nombre positif	E		2
00:09:05	Donc il a remplacé -2 en nombre positif bon			2
00:09:08	Je ne pense pas que ça soit possible il a en fait enlevé un signe	E		2
00:09:12	Il a carrément supprimé un signe on est d'accord C'est a dire au dessus il avait supprimé aussi le plus			2
00:09:18	Oui parce que ça on sait . Mais la on n'a pas démontré que l'on peut passer du nombre négatif au positif	E		1
00:09:23	Puis là je trouve qu'il y aurait un autre argument pour dire que c'est probablement pas ça. C 'est quoi l'autre argument			3
00:09:30	F.			0
00:09:31	C'est bizarre que le même nombre moins plus 2 et le nombre moins moins 2 fasse le même résultat	E		2
00:09:32	Oui que l'on soustrait 2 ou qu'on soustrait -2 ça ferait le même résultat. Donc cela ne parait être un bon argument pour dire qu'il y a peut de chance pour que ce résultat soit celui ci			2
00:09:46	Déjà on a cette grosse incertitude au sujet du - (-2) que tu as transformé en -2. Bon			2
00:09:52	Et puis cela nous ferait le même résultat que la soustraction de +2 alors que là on a soustrait -2			2
00:10:00	Alors que ce résultat là on sait qu'il est bon			1
00:10:03	Bon alors lui on va l'enlever il y a peu de chance que ce soit cela.			2

00:10:09	On continue ; Calcul numéro trois			0
00:10:15	Ça aussi je...........	E		0
00:10:16	Sauf que tu as fais ce qu'il a fait au départ. Là, je ne sais pas pourquoi tout d'un coup, il a enlevé tous les signes -			2
00:10:21	C. (élève(C)) tu vas écrire ce que tu as mis			2
00:10:24	J'efface tous ce qu'il a fait	E		2
00:10:27	Non tu rajoutes juste ce qu'il manque			2
00:10:33	Je rajoute un signe là et un signe là	E	TX3	2
00:10:34	Et oui c'est ce qu'il avait fait au départ je ne sait pas pourquoi tout d'un coup il a tout enlevé.			2
00:10:38	Pourquoi tu as tout enlevé JL			2
00:10:39	Et bien parce que si j'enlève le signe entre parenthèse j'enlève le premier aussi	E		2
00:10:56	Attend ce n'est pas la question d'enlever un signe. Ce n'est pas que l'on enlève des signes. C'est que quoi ? Quand tu écris 2 à la place de +2, c'est que l'on a vu comme le disait C (élève(C)) dans le premier chapitre sur les nombres relatifs +2 et 2 c'est le même nombre			1
00:11:11	Et est ce que l'on a vu que -7 et 7 c'est le même nombre ?			1
00:11:13	Non	E		1
00:11:14	Ah! bon donc voilà je ne sais pas pourquoi tu as enlevé tout les signes			2
00:11:18	Bon ce calcul là, maintenant que l'on a rétablit la première écriture de JL, est ce que vous êtes d'accord avec ce qui a était écrit ici			2
00:11:25	Oui	E		2
00:11:27	(-7)-(+2) c'est pareil que -7-2 j'ai tout simplement écrit que plus 2 c'est le même nombre que 2 et donc -7 -2 ça me donne -9 et après pour le dernier calcul			3
00:11:42	C'est pareil que pour le deuxième	E		2
00:11:43	C'est le même argument que pour le deuxième, sauf que lui je ne sais pas pourquoi il a enlevé tous les signes. Au départ il avait écrit -7-2= -9 . Effectivement on a exactement les mêmes arguments que pour le deuxième			2
00:11:54	Parce qu'il est est passé où le signe -	E		2
00:11:56	Voilà ! Alors ce calcul là on ne sait pas le faire pour l'instant.			1
00:11:58	Alors il y en a deux, que l'on ne sait pas faire	E		1
20:00:00	Il y en a deux, effectivement. Pour l'instant on peut dire qu'il y a deux calculs que l'on ne sait pas effectuer		TX4	1
00:12:05	J'ai enlevé..J'ai mis -7 sans parenthèse puis après j'ai mis – puis après j'ai mis entre parenthèse a nouveau -2. Après je ne sais pas comment l'écrire	E		2
00:12:26	Ah de toute façon oui oui, ça on peut l'écrire, là tu as raison. Mais ça ne nous avance pas pour la soustraction de -2. On peut bien écrire cela tu as raison		TX4	2

00:12:27	Ça enlève déjà une parenthèse	E		2
00:12:30	C'est à dire celles là j 'aurais pu ne pas les écrire au début. C'est vrai aussi. R. on se calme. Celle la j'aurais pu ne pas la mettre.			3
00:12:37	Bien! Donc voilà où nous en sommes. Donc il y a deux calculs pour l'instant que nous ne savons pas effectuer. Les autres calculs on a réussi à les effectuer tout simplement parce qu'on était en train de soustraire des nombres positifs. Donc a priori soustraire des nombres positifs on sait faire.			1
00:12:24	Ce qui nous gène maintenant c'est de soustraire un nombre négatif.			1
00:13:00	Mais moi j'ai vu des choses dans vos classeurs, là !			2
00:13:05	C'est C ; Elle a fait quelque chose de bien	E		2
00:13:07	Oui , mais C. elle était resté là où on avait dit. Elle n'était pas aller inventer des résultats que l'on ne savait pas justifier. Donc je trouvais que c'était très bien. Mais elle n'avait pas réussi à tout faire c'était normal pour moi.			2
00:13:19	Maintenant, j'ai vu qu'il y en avait qui avaient écrit d'autres choses. Alors du coup, maintenant ils n'osent plus le dire.			2
00:13:24	Parce qu'ils ont peur que ce soit faux.	E		2
00:13:25	Parce qu'ils ont peur que ce soit faux. MS avait une intuition.! J'ai vu J qui l'avait écrit. Mais il y en a d'autres qui l'on écrit. J. qu'est ce que tu as écrit			2
00:13:33	**J'ai écrit que (-7) - (-2) = -7 + 2 = -5**	**E**		**5**
00:13:38	**Alors lui ce -(-2) il l'a remplacé par + 2**			**5**
00:13:43	Pourquoi ?	E		5
00:13:47	Pourquoi ? je suis d'accord avec toi, pourquoi,.......... J pourquoi ?			5
00:13:51	Parce que	E		0
00:13:55	Voilà ce qu'il a écrit J. Il y en a d'autres qui ont écrit cela.		TX4	5
00:14:05	A oui c'est intéressant	E		2
00:14:06	A oui mais pourquoi,	E		2
00:14:08	**parce que – plus – égal plus**	**E**		**5**
00:14:14	**Donc cela est une intuition. Peut être qu'on va la vérifier. Peut être au contraire on va voir que c'est faux.**			**5**
00:14:22	J et L on se concentre			0
00:14:24	**Donc on va essayer de travailler,de façon a pouvoir effectuer ce type de calcul. On est d'accord. Pour l'instant je n'écris pas cela. On en est là.**		**TX4**	**5**
00:14:36	Bien Tu as une question.			2
00:14:38	Non. C'est pour par exemple le signe avant la parenthèse on peut le transformer en plus, c 'est pareil.	E		2
00:14:43	Celui-ci			2

00:14:47	Oui plus moins 2			2
00:14:48	Tu penses que qu'en tu es dans un calcul, soustraire -2 ou additionner -2, tu pense que c'est pareil			2
	Non mais...........	E		2
00:14:53	Mais alors si tu me dis que tu peux mettre plus. C'est ce que tu me dis.			2
00:15:00	**Non puisque moins plus moins égal plus**	**E**		**5**
00:15:02	Bon je voudrais maintenant qu'on essaye de travailler sur ce calcul là. Plus 7 moins moins 2		TX2	1
00:15:12	Alors c'est égal déjà à quoi			0
00:15:15	À 7moins moins 2	E		2
00:15:17	A 7 moins moins 2. Et puis....			2
00:15:19	Alors, comment faire pour arriver à effectuer ce calcul là.			1
00:15:24	Attention, vous avez bien compris, que l'on ne va pas jouer aux devinettes. D'accord !			5
00:15:28	Il va falloir faire un raisonnement pour arriver à justifier le bon résultat que l'on aura trouvé			1
00:15:38	Qu'est ce que l'on pourrait faire pour arriver à effectuer ce calcul là. Réfléchissez.			2
00:15:41	On a déjà travaillé dans des situations du même genre.			1
		E		0
00:16:14	Quand est ce que l'on s'était trouvé bloqué avec ce même genre de situation ?			1
00:16:17	On était............	E		1
00:16:18	S.			0
00:16:18	On était à par exemple +7+(+2) non ?	E		1
00:16:20	-2	E		1
00:16:24	+7+(-2)...........C'est donc quand on avait travaillé sur l'addition			1
00:16:26	Avec +(+2) on avait un problème aussi	E		1
00:16:34	Non parce qu'avec plus plus 2 on l'avait écrit +2 directement			1
00:16:36	Oui mais Loïc il avait dit quelque chose. Je ne sais plus. ………	E		2
00:16:38	Tu me parles de quand ?			2
00:16:40	Quand on parlait de ça. Oui Loïc il avait mis plus plus 2, il avait mis un moins	E		2
00:16:52	Je ne sais pas à quoi tu fait allusion			2
00:16:57	Peut être l'année dernière madame	E		1
00:16::59	Non non ce n'était pas l'année dernière	E		1
00:17:00	Bien s'il vous plaît			0

00:17:04	Nous avions déjà rencontré ce type de calcul quand nous étions en train de travailler sur la somme. Quand nous avons essayer de voir comment fonctionnait les sommes de nombres relatifs. A ce moment là nous avions utilisé certaines méthodes. Est ce que vous vous souvenez ce que nous avions fait			1
00:17:26	On avait décomposé	E		1
00:17:27	Oui on avait fait une décomposition			1
00:17:37	c'était comme 9-2 et après ça faisait 2-2...2-(-2) ça faisait..........	E		1
00:17:45	Donc tu remplaces 7 par 9-2 c'est cela ? Bon. Je l'enlève. Donc je recopie -(-2)		TX2	2
00:17:56	Et on avait dit que 2-(-2) ça faisait............	E		1
00:17:58	Alors là maintenant il va falloir se recaler sur ce que l'on a ici parce que de toute façon on est plus . On est en train de faire une soustraction alors que l'autre fois on n'avait pas écrit une soustraction. Bon vas y continu			1
00:18:11	2-(-2) ça fait 0	E		2
00:18:19	Pourquoi 2-(-2) ça fait o ? Et le – 2 qui est devant c'est quoi ? Le – qui est devant pardon. C'est cela que tu me dis que ça fait o ?			2
00:18:26	Oui	E		2
00:18:28	2-(-2) ça fait 0 ?			2
00:18:35	Oui	E		2
00:18:36	Non On revient au calcul..	E		1
00:18:41	On le connais -2-(-2) ?			1
00:18:42	Non On ne le connaît pas justement c'est.............	E		1
00:18:50	Non attend on va continuer à réfléchir. Là, je trouve qu'il nous a fait faire une transformation qui est assez intéressante. Il faut arriver à travailler. Il a parlé aussi de quelque chose. Il était en train de faire intervenir un o.			2
	Là oui je sais.	E		2
00:19:10	Zéro de façon générale on peut l'écrire comment o			1
00:19:12	-o+o	E		1
00:19:14	Bon -0+0 on est d'accord			1
00:19:15	Oui			1
00:19:16	Moins un plus un	E		1
00:19:17	Moins un plus un. Mais ici on aurait plutôt envie de l'écrire comment ?			1
00:19:19	-0-2.....-3+3.....	EE		2
00:19:25	Au lieu de 9-2-(-2)on peut faire 9-2-0-2	E		2

00:19:32	Non toi tu voudrais introduire le zéro dans le calcul alors ?			2
00:19:35	Oui	E		2
00:19:39	Chut,attendez. Là on est en train de partir sur deux voies différentes. Soit je fais intervenir un zéro dans le calcul, mais à ce moment là, je n'ai peut-être pas besoin du 9-2. Je vous aide un peu.			2
00:19:56	Soit on essaye de continuer à travailler avec cette transformation là qui est très intéressante			2
00:20:00	On a deux voies différentes. Alors..........			2
00:20:07	Madame..........	E		0
00:20:08	Moi je repars.........,je vous propose les deux voies		TX2	3
00:20:14	Donc tu m'as dit que l'on pouvait dire que............			2
00:20:16	-0-2..	E		2
00:20:17	-0-(-2) tu veux dire plutôt		TX2	2
00:20:18	Oui	E		2
00:20:24	On peut très bien introduire le zéro dans un calcul ça ne change rien			1
00:20:30		EE		0
00:20:33	Oui pourquoi.........on n'aurait pas du le mettre là	E		2
00:20:34	Tu voulais dire où ?			2
00:20:35	A la place de +7-(-2) on met +7-0-2	E		2
00:20:41	C'est ce que elle a fait	E		2
00:20:42	C'est ce que j'ai fait			3
00:20:43	Mais tu as -(-2) tu ne peux pas l'enlever ce -(-2) pourquoi tout d'un coup il deviendrait -2 tout simplement			2
00:20:55		E		0
00:20:56	JL....., je ne peux pas. Tu as bien -(-2) je n'ai pas le droit d'un coup de mettre soit -2 comme ça soit -2 comme ça. D'accord !			3
00:21:01	Ah mais je sais Madame on mettrait entre le -.............	E		2
00:21:05	Alors, s'il vous plaît je ne veux pas qu'on............ Là ,c'est une autre idée, je l'ai écrite pour qu'on ne l'oubli pas. Mais je pense que là F.....nous a donné une bonne idée . Il faudrait que l'on aille un peu jusqu'au bout.			2
00:21:21	Qu'est ce que l'on peut faire de ce calcul là. F. tu as eu envie de dire quelque chose, mais tu n'as pas continué.			2
00:21:26	Mais en fait comme... est ce que l'on peut mettre des parenthèses.............	E		1
00:21:40	Vas y ! vas y !			0
00:21:47	Donc comme +2 et -2 c'est des opposés.. En fait ça fait 0	E	TX2	1
00:22:07	Ce qu'il y a de dommage, c'est que quand tu l'écris comme ça, c'est difficile de se rendre compte que ça fait 0. Moi je te propose autre chose. Non,non mais son idée de parenthèse est bonne, quand même.		TX2	3
00:22:23	Tu es d'accord avec ça			3
00:22:25	Oui	E		3

00:22:26	Bon. Et la pourquoi c'est mieux. Je remets le plus comme il faut.		TX2	3
00:22:34	Moi je trouve cela plus compliqué	E		3
00:22:36	Non......Alors pourquoi -2-(-2) ça ferait forcement 0			1
00:22:40	parce que a un nombre si on enlève ce même nombre ça fait 0 Donc. Parce que on a d'abord ajouté -2 puis	E		1
00:22:45	soustrait -2. Donc ce nombre là ça ferait 0.On est d'accord.			1
00:22:53	Et si cela fait 0 .Ça fait que 9+0 donc ça fait 9	E		2
00:22:57	Vas y continu. Et donc ça te fait finalement			2
00:22:59	Et ça fait 9	E		2
00:23:00	Oui			2
00:23:05	**Et donc ça voudrait dire que moins moins ça fait plus.........**	**E**		**5**
00:23:10	J'ai rien compris là !	E		2
00:23:11	**Attends, attends. On en est pas encore là !**			**5**
00:23:16	**Donc ça fait 9. En fait si cela ça fait 9 ça veut dire que les deux moins ils s'annulent, pour faire un plus.**	**E**	**TX2**	**5**
00:23:21	**Ce n'est pas qu'ils s'annulent. C'est que, comme tu as 9 c'est comme si tu avais calculé 7+2. Voilà ce qu'il est en train de nous dire donc lui il a trouvé 9 ici et c'est comme si on avait calculé 7+2**			**5**
00:23:35	**Ce n'est pas une soustraction alors ?**	**E**		**5**
00:23:36	**C'est très compliqué**	**E**		**5**
00:23:37	**Pourquoi ? Parce que si on ajoute, on enlève pas. Le but**			**5**
00:23:38	**de la soustraction c 'est d'enlever un nombre, une somme à un nombre. Et la on rajoute la somme.**	**E**		**5**
00:23:54	**Ce qui te paraît bizarre c'est que cette soustraction tout à coup se transforme en addition.**			**5**
00:23:57	Voilà	E		0
00:23:59	**Alors là tu as une référence qui est intéressante Mais qui est une référence de ce qui se passe avec les nombres positifs. Mais là on est en train de travailler avec les nombres négatifs. Donc on va peu être découvrir des choses.**			**5**
00:24:10	**Ça fait bizarre**	**E**		**5**
00:24:11	Tu as raison ça fait bizarre. On est en train de découvrir des choses différentes.			1
00:24:15	Dites moi je voudrais vraiment revenir à la technique de F.			2
00:24:18	Ça nous perturbe.	E		2

00:24:19	Mais oui bien sur ça vous perturbe, c'est normal ,mais concentrez vous, deux secondes. Allez, donc F. Il nous dit que à 9 si je lui ajoute-2 et que je lui soustrait -2, c'est comme si je lui avait rien fait à 9			2
00:24:44	De façon générale si à un nombre je lui avais...........Non je ne vais pas le dire comme ça parce que, sinon on ne va pas comprendre.			3
00:25:45	Si j'ajoute un nombre et que je soustrais ce même nombre c'est comme si je n'avais rien fait.			1
00:24:46	D'accord,donc lui il fait ce raisonnement avec le nombre -2			2
00:24:56	Donc il a ajouté -2 puis après il soustrait -2, donc on obtient 0.			2
00:25:04	Oui ! Ça marche. Donc finalement c'est 9. Ce qui est important ça serait...pourquoi tu as pensé à faire cette décomposition là.			2
00:25:11	Parce que j'ai vu que ça pourrait.........j'ai vu que	E		2
00:25:20	Tu as été guidé par lui, d'accord, donc c'est lui qui t'a intéressé, OK bon c'est une bonne méthode.			2
00:25:29	Et alors avec ça si je fais la même chose.			2
00:24:33	Alors par contre je vois un petit conseil quand même ça sera beaucoup plus simple d'écrire ça		TX2	3
00:25:40	C'est pareil mais qu'on ajoute 0 ou que l'on soustrait 0 c'est pareil mais ce sera dans les calculs beaucoup plus simple d'écrire 0.			3
00:25:44	Mais alors ça sert à quoi d'ajouter 0.	E		3
00:25:47	Pour arriver à faire une transformation. Maintenant j'aimerais bien que F. se repose un peu et que ce soit les autres qui me fasse une transformation pour arriver à trouver le résultat.			2
00:25:58	Ce 0 je peux l'écrire comment . Ça c'est une chose que l'on avait faite avec les additions.			1
00:26:03	-2+2	E		2
00:26:04	Oui, -2+2 ou +2-2 bon. Et après ça va vous donner quoi alors. Bon ça fait 7+2-2-(-2). OK et après.		TX2	3
00:26:20	Encore mais ça ne sert à rien	E		3
00:26:23	Chut			0
00:26:25	Donc il faut utiliser -2 ?	E		3
00:26:26	Donc il faut utiliser lequel de -2			3
00:26:27	En fait on enlève le -2 que l'on a rajouté et on utilise celui qui est entre parenthèse.	E		2
00:26:30	Pourquoi tu veux l'enlever lui ?			2
00:26:33	Ben justement....	E		2
00:26:34	Et non tu ne peux pas	E		2
00:26:35	Non non attendez là qu’est ce que j'ai fait. Qu'est ce que l'on a fait, on a simplement utilisé le fait que 0 c'était 2-2		TX5	3

00:26:45	Mais alors ça sert à quoi de rajouter un 0	E		3
00:26:46	a quoi ça sert J. De rajouter 0			2
00:26:55	A faire -2-(-2)=0	E		2
00:26:56	A faire -2-(-2)=0			2
00:26:57	**A transformer le -(-2)que l'on avait avant, le 0-(-2) que l'on avait avant en +2**	**E**		**5**
00:26:58	**Ça on verra après. On y est pas encore.**			**5**
00:27:00		E		0
00:27:03	Tout simplement pour arriver à............en quelque sorte..........s'il vous plaît.....			0
00:27:10	On va faire comme là ?	E		2
00:27:11	Oui on va faire comme là, bien sur			2
00:27:15	Le 2 on met entre parenthèse le premier...........	E		2
00:27:19	Comme ici............je vais faire	E	TX2	2
00:27:20	Ça entre parenthèse et donc+(2) et -(-2) ça va faire comme si je faisais +2-2 donc ça va faire 0	E	TX2	2
00:27:28	Attend R. ce n'est pas cela que l'on a fait tout à l'heure			1
00:27:30	Là, ici, on a bien pareil	E		1
00:27:36	Non sauf que le nombre était décomposé	E		1
00:27:39	Là c'est pareil sauf que là il y a un -2	E		1
00:27:40	Et tu mets une parenthèse ?	E		2
00:27:43	Regarde bien ce que l'on a fait tout à l'heure, regarde bien. Mais tu y es presque.		TX2	1
00:27:54	On fait pareil avec............	E		1
00:27:56	On fait pareil avec quoi............			0
00:27:57	Avec........	E		0
00:27:58	…celui d'à coté.............avec lui		TX2	3
00:27:59	-2-(-2).............	E		2
00:28:00	Regarde. Écris le comme il faut, là tu as 2-2, on est d'accord. Mais -(2) c'est pareil que si j'écrivais quoi ?			2
00:28:09	+(-2)............	E		2
00:28:09	+(-2) voilà		TX2	2
00:28:13	Ah oui plus entre parenthèse -2	E	TX2	2
00:28:16	Et (-2)-(-2) ça fait 0	E	TX2	2
00:28:18	Pour la même raison que ce que l'on a expliqué tout à l'heure -2-(-2) ça fait 0. Termine R.			1
00:28:26	Ça fait 7+2+0	E	TX2	2
00:28:31	Et donc ça te fait ?			2
00:28:32	9+0	E	TX2	2
00:28:33	Chut.....S. On se réveil			0
00:28:39	9+0..........houa	E	TX2	2

00:28:43	Va à ta place, bon écoutez, là on a bien travaillé. Vous voyez que la méthode............donc ça c'était ....Je reprends. Ça c'était une super idée de F.			2
00:28:57	Comment ?	E		0
00:28:58	Ça c'était une très très bonne idée de F ;			2
00:29:00	Cette idée là qui est venue un peu à partir de ce que JL disait, elle a l'intérêt de nous montrer quand même le lien vraiment qu'il y aurait entre le (+7)-(-2) et le 7+2			2
00:29:10	**C'est ce que vous avez devinez ici, parce que JL, il nous a dit en fait calculer 7-(-2) c'est pareil que calculer 7+2 puisque 7+2 ça fait 9**			**5**
00:29:21	Et là vraiment on le voit, on le voit bien.			1
00:29:25	D'accord Donc on vient d'arriver à effectuer ces deux calculs (+7)-(-2) et (-7)-(-2) en utilisant le 0. De toute façon le zéro il a était utilisé dans les deux cas. Pas exactement de la même façon, mais on a bien utilisé 0 là			1
00:29:43	Et là on l'a utilisé deux fois.			1
00:29:45	Avec la méthode de votre choix je vais vous demandez, de faire d'autres calculs du même genre.			2
00:29:50	oh non.	E		0
00:29:51	**Le but. Écoutez moi bien. Le but, c'est d'arriver , parce que j'ai l'impression vous les trouvez un peu longs et fatiguant ces calculs**			**2**
00:29:58	**Et durs**	**E**		**2**
00:30:00	**Voilà. Mais je suis d'accord avec vous, donc......Comment**			**2**
00:30:05	**Vous nous avez mâché le travail**	**E**		**3**
00:30:07	**Le but c'est d'arriver à trouver une méthode plus rapide de calcul. D'accord, on va redonner quelques calculs à faire**			**1**
00:30:36	S'il vous plaît, je vous donne une série de calculs, vous le faites en utilisant la méthode que vous préférez			3
00:30:48	Chut		TX6	3
00:31:30				0
00:31:57	Ça il fallait le noter ?	E		0
00:31:58	Vous ne l'avez pas notez ?			0
00:31:59	Ah non !			0
00:32:02	Comme vous voulez vous devriez.......... c'est pas grave. Si vous arrivez à le refaire, c'est pas grave			0
				0
00:32:50	Tu vois que tu as compris......C'est très bien.............L. tu en est où			2
00:32:53	J'ai pas fini	E		2

00:32:55	Alors quel est la méthode que tu as le mieux comprise.			2
00:33:05	Tu as aussi mal compris les deux c'est cela que tu veux dire			2
00:33:07	Oui	E		2
00:33:10	Alors peu être que celle ci te donnera plus d'idées. Peu être je ne sais pas.			2
00:33:13	J'ai trouvé	E		2
00:33:17	C'est peu être celle ci qui est la plus simple. Je ne sais pas. Qu'est ce que tu n'a pas compris là. C'est l'idée que tu n'aurais pas eue, mais pas à pas tu comprends ce que l'on a fait. A chaque égalité tu comprend ce que l'on a fait			2
00:33:27	Oui	E		2
00:33:28	Alors je te demande de reproduire la même méthode pour ton calcul ici. Donc d'abord +4-(-5) tu peux l'écrire comment. Tu peux supprimer ces parenthèse là,le signe + qui est devant			2
00:33:40	Madame..........	E		0
00:33:41	Oui			0
00:33:48	Qu'est ce que tu as écris là ? Ah d'accord			2
00:33:56	Chaque fois le résultat c'est 0 …..Parce que si on...........Çà çà çà , ça fait 0	E		2
00:34:07	...........toujours celui là	E		0
00:34:10	Chaque fois on fait celui là moins celui là non ! Mais c'est facile	E		2
00:34:17	Chuuut			0
00:34:21	Deux secondes, deux secondes			0
00:34:36	Il faut avancer. Je ne vous ai pas demandé de parler.			0
00:34:46				0
00:34:51	Non ce n'est pas ça, -(-5)			2
00:34:55				0
00:35:21	Tu fais +4 -(-5)...............après tu fais +(-5)-(-5) ça fait -1+0			2
00:35:37	Je pense que la méthode qui est à droite est quand même plus facile			1
00:35:40	Non madame........oui	EE		0
00:35:41	Oh oui,oui parce que si vous vous trompez dans la première somme après........			2
00:35:45	Je peux aller au tableau Madame	E		0
00:35:47	Deux secondes il y en a plein qui ne l'on pas fait encore			0
00:35:49				0
00:36:50	Au deuxième j'ai trouvé 11	E		2
00:37:09	B c'est fait ?			2
00:37:14	Tu vas un peu au tableau pour le premier ?			2

00:37:17	Moi madame.....Moi j'ai trouvé...	EE		2
00:37:19	Mais on va te l'expliquer			2
00:36:22	Moi j'ai fait la première méthode en fait j'ai fait 9-5-5 ça fait 0	E		2
00:37:38	Madame là !	E		0
00:37:44	Oui efface en dessous , on le remettra après. S'il vous plaît, là vous vous taisez			0
00:37:53	Égale vas y		TX6	2
00:38:19	Non non attends tu ne peux pas travailler sur l'autre tableau écris un peu plus serré			0
00:38:21	4+............		TX6	2
00:38:24	4+5............	E	TX6	2
00:38:39	OK c'est bien			2
00:38:40	S'il vous plaît c'est la technique de droite que vous allez utiliser parce que je vois qu'il y a beaucoup d'erreurs avec l'autre technique parce que vous vous trompez sur la première décomposition. Une bonne idée mais il faut bien maîtriser le calcul. En correction on va donner la technique de droite.			1
00:39:10	Tu as fais celle de droite ?			1
00:39:13	Moi	E		0
00:39:14	Tu as fais celle de droite ?			1
00:39:15	Oui	E		2
00:39:16	Alors vas y...........Chuut			2
00:39:22	-8-(-3)................	E	TX6	2
00:39:50	Donc il a introduit le 0 dans le calcul. Il écrit que 0 c'est 8+(-3). Et il y a un problème c'est que tu avais -8 au départ, regarde, regarde.			2
00:40:01	Il est passé où ce moins			2
00:40:02	Moins,moins,moins, tout le long		TX6	2
00:40:04	Bon d'accord, et donc ça nous fait finalement			2
00:40:10	Heu, 5....non -5	E		2
00:40:11	-5, OK			2
00:40:12	Tu as vu j'avais trouvé juste, bravo, oh madame. J'ai juste en faisant celle là	E		2
00:40:24	Bon, M			0
00:40:27	..........La technique de droite,dès fois on a du mal a calculer. On n'a pas vraiment compris	E		1
00:40:29	Oui,oui, il y a eu beaucoup, beaucoup d'erreurs sur le premier nombre c'est vrai, c'est une bonne idée de F. mais il faut arriver à faire les calculs.			2
00:40:39	Madame	E		0
00:40:43	Oui S.			0
00:40:44	Non, je ne sais pas j'ai juste à ça	E		2

00:37:17	Moi madame.....Moi j'ai trouvé...	EE		2
00:37:19	Mais on va te l'expliquer			2
00:36:22	Moi j'ai fait la première méthode en fait j'ai fait 9-5-5 ça fait 0 ….....	E		2
00:37:38	Madame là !	E		0
00:37:44	Oui efface en dessous , on le remettra après. S'il vous plaît, là vous vous taisez			0
00:37:53	Égale vas y		TX6	2
00:38:19	Non non attends tu ne peux pas travailler sur l'autre tableau écris un peu plus serré			0
00:38:21	4+............		TX6	2
00:38:24	4+5............	E	TX6	2
00:38:39	OK c'est bien			2
00:38:40	S'il vous plaît c'est la technique de droite que vous allez utiliser parce que je vois qu'il y a beaucoup d'erreurs avec l'autre technique parce que vous vous trompez sur la première décomposition. Une bonne idée mais il faut bien maîtriser le calcul. En correction on va donner la technique de droite.			1
00:39:10	Tu as fais celle de droite ?			1
00:39:13	Moi	E		0
00:39:14	Tu as fais celle de droite ?			1
00:39:15	Oui	E		2
00:39:16	Alors vas y...........Chuut			2
00:39:22	-8-(-3)................	E	TX6	2
00:39:50	Donc il a introduit le 0 dans le calcul. Il écrit que 0 c'est 8+(-3). Et il y a un problème c'est que tu avais -8 au départ, regarde, regarde.			2
00:40:01	Il est passé où ce moins			2
00:40:02	Moins,moins,moins, tout le long		TX6	2
00:40:04	Bon d'accord, et donc ça nous fait finalement			2
00:40:10	Heu, 5....non -5	E		2
00:40:11	-5, OK			2
00:40:12	Tu as vu j'avais trouvé juste, bravo, oh madame. J'ai juste en faisant celle là	E		2
00:40:24	Bon, M			0
00:40:27	..........La technique de droite,dès fois on a du mal a calculer. On n'a pas vraiment compris	E		1
00:40:29	Oui,oui, il y a eu beaucoup, beaucoup d'erreurs sur le premier nombre c'est vrai, c'est une bonne idée de F. mais il faut arriver à faire les calculs.			2
00:40:39	Madame	E		0
00:40:43	Oui S.			0
00:40:44	Non, je ne sais pas j'ai juste à ça	E		2

00:40:45	Je vais venir voir.			0
00:40:46	Je ne sais pas comment j'ai fais parce que je crois que c'est faux en fait...Là j'ai eu faux, mais là j'ai trouvé -5. J'ai troué -5 à celui là	E		2
00:40:50	Attend fait voir.............			2
00:40:55	..........Partout toi.			0
00:40:56	non	E		0
00:40:57	Pardon, c'est quoi ça.			0
00:40:58	C'est mon mouchoir en papier.	E		0
00:40:59	Ramasse tout ça. C'est ton mouchoir papier non mais.			0
00:41:00	Ben oui, il n'y a pas de place...........			0
00:41:05	S'il te plaît nettoies moi tout ça			0
00:41:08	Alors c'est parce que ton -8 tu l'as écris-5+(-3) c'est juste, c'est bien ; Et donc après tu écris que (-3)-(-3) c'est ce que l'on a noté tout à l'heure ça fait 0 ; Ça te fait bien -5. C'est bien ce que tu as fait..			2
00:41:29	Par contre la tu t'étais trompé. Et c'est là qu'est le problème de cette méthode là.			2
00:41:34	Chuut.			0
00:41:37	C'est moi le plus nul, et j'ai fait la plus dure. Applaudis moi !	E		2
00:41:43	S. tu l'avais fait			2
00:41:50	Ben oui.............	EE		2
00:41:52	**Bien alors. Regardez ce que nous avons obtenu, pour l'instant (+7) -(-2) vous avez obtenu, vous avez 7+2**			**2**
00:42:08	**(+4)-(-5) vous avez obtenu, c'est....**			**2**
00:42:11	**+4+5.............**	**E**		**2**
00:42:13	**4+5............**			**3**
00:42:16	**(-8)-(-3) vous avez obtenu**			**2**
04;42;19	**-8+3............**	**E**		**2**
04:42:20	**-8+3.........**			**2**
00:42:23	**C'est bien que - - égal +**	**E**		**5**
04:42:24	**ce n'est pas – et – égal + . Je ne veux pas vous entendre dire cela. On est d'accord ! Ça n'a pas de sens. Non**			**5**
00:42:35	Chut. Donc qu'est ce que l'on va dire. Hou là la vous êtes agitez là !			0
00:42:36	Moi j'ai.......deux barre............	EE		0
00:42:44	Stop ! On va pouvoir dire que quand je veux soustraire un nombre négatif			3
00:42:52	A un nombre positif	E		2
00:42:53	Peu importe, quand je veux soustraire un nombre négatif, c'est pareil que			3

00:42:58	ajoute	E		2
00:43:00	Oui ajouter			3
00:43:03	Ajouter, ben	E		0
00:43:04	Ajouter			3
00:43:05	J'ai entendu........son opposé. C'est toi qui a dit ça R. bien. L. pardon.			2
00:43:08	Donc ajouter son opposé			3
00:43:09	Pourquoi vous nous interdisez ces calculs maintenant que l'on a ?..........	E		1
00:43:14	Mais non			0
00:43:15	Aah	E		0
00:43:16	On est soulagé			0
00:43:19	Oh cool	E		0
00:43:20	Donc vous allez m'écrire s'il vous plaît			1
00:43:27	On écrit si vous vous taisez			1
00:43:31	Ça y est ! Soustraire un nombre négatif, c'est ajouter son opposé		TX7	3
00:44:14	Alors maintenant que l'on a cette règle là, on va pouvoir travailler de façon plus efficace			1
00:44:33	Donc je vais vous demandez d'effectuer les calculs suivants			2
00:44:37	On pourra les faire tranquillement	E		0
00:44:37	Et on va pouvoir les faire tranquillement			0
00:44:48	Sereinement.............Mémorable-ment.......	EE		0
00:44:49	Chut, ouh là là que de bruits			0
00:50:00	10-(-15) ....-3-(-9).....vous allez m'effectuer ces calculs en utilisant la règle que l'on vient de voir		TX8	3
00:45:15	Donc par exemple pour 10-(-15) vous allez écrire que c'est quoi ?			2
00:45:18	10	E		2
00:45:19	10+15 et après donc vous pouvez faire votre calcul , ce qui nous fait 25			3
00:45:25	Ah il n'y a plus besoin de passer par la méthode	E		1
00:45:26	non			1
00:45:27	Non on applique maintenant cette règle ici			1
00:45:31	Madame	E		0
00:45:32	Oui			0
00:45:35	Par exemple au contrôle on sera obligé d'énumérer la propriété sur....négatif......non ?	E		1
00:45:38	Attend on en ai pas encore là............	E		1
00:45:39	On en est pas encore au contrôle			1
00:45:47	**Madame après on va les multiplier ?**	**E**		**5**
00:45:50	**Chut, non pas cette année non. C'est en 5° que l'on multiplie**			**5**
00:45:53	Oh c'est nul	E		0
00:45:54	Euh en 4°		TX8	5
00:46:26	Ça fait plus 6 le deuxième	F		2
00:46:30	Comment tu as fait	E		2
00:47:05	Tu n'as fait que ça ?	F		2
00:47:04	Tu as écris directement+6 ?	E		2

00:47:06	Ben oui, tu fait 3+..............	F		2
00:47:10	3+(-9)...........	E		2
00:47:13	Non3+9	F		2
00:47:14	Chez moi 3+9 ça fait 12 c'est 3-9 que ça fait 6.	E		2
00:47:20		F		
00:47:21	3+9=12 et là tu a 3 -9 donc ça fait 6 .	E		2
00:47:23	C'est -3 - - +	F		2
				0
00:47:36	S'il vous plaît on va vite corriger ça			0
00:47:46	Une seconde de silence s'il vous plaît,L. Tu es impossible			0
00:47:51	Bruits extérieurs d'élèves	E		0
00:48:04	Tu penses que -3+9 ça fait -12			2
00:48:07	Voilà tu as vu. Tu as vu que j'ai eu juste	E		2
00:48:10	Soustraire 3 et additionner 9 c'est			2
00:48:14	Additionner 6 d'accord			2
00:48:25	Chut			0
00:48:31		E		0
00:48:35	Moins, moins L.			0
00:48:36	OK, bien, on a encore du travail pour le 17 après	E		0
00:48:48	midi			1

5 Tableau de Classe n°5

Temps	Discours	ut e ur	te xt e	ls
00:00:00	M.S. est dans notre cours. Il va étudier la façon dont va se dérouler la découverte du début de notre nouveau chapitre. Sur une nouvelle feuille.			0
	Chapitre 10. Sur cette feuille, vous allez coller l'activité que je vais vous distribuer. M. tu m'aides à distribuer, s'il te plaît.			0
	Merci......merci............merci	EC		0
	Donc comme d'habitude pendant les séances d'activité, vous notez tout ce à quoi vous avez pensé à la lecture de l'énoncé.			1
	Ce n'est plus supportable le mal de tête.			0
	R. Est ce que tu peux accompagner S. au secrétariat elle ne se sent pas bien, s'il te plait ?			0
	Tout le monde a l'énoncé ?			1
	Oui	E		1
00:01:34	On colle l'énoncé afin de ne pas le perdre.			1
	Est ce que quelqu'un veut me lire son contenu, s'il vous plaît ?.			1
	Voici des images c'est beau ?	E		0
00:01:46	**Alors vous avez trois images à votre disposition sur cette feuille,si vous le désirez je vous les mets en couleurs à l'écran.**			**5**
	Hop, là. Au cas où cela puisse vous aider.			0
	Vous avez des observations à réaliser sur ces images.			1
	Vous pouvez écrire sur les images.			1
	Le plus important étant de consigner sur votre feuille tout ce que vous avez observé, afin de permettre la construction de notre cours.			1
00:02:22	Je vous laisse une dizaines de minutes.			1
	Oui			0
	On marque derrière la feuille ?	E		1
	Et oui. Sur la feuille simple que tu retournes, parce que je pense que tu n'as plus la place.			1
00:03:09	Oui E ?			2
	(...) s'il vous plaît, parce que (...)			0
	On va éteindre la lumière de devant pour mieux voir l'écran.			1

00:04:09	Ça va vous y voyez même sans la lumière devant ?			2
00:04:32	On les a fait pour. Ça égaillera la salle.			0
	Non, que des biographies.			1
	C'est pas très grave on va s'y mettre			0
	Et quand par exemple,vous nous envoyez les documents remplis ? Il faudra les sortir	E		1
	Oui pour le dossier final.			1
00:05:20	Oui ?			2
	Elle ne peux pas rentrer chez elle.	E		0
	Ça m'aurais étonné quand même.			0
	Alors on se met à l'activité S			1
	Maman, elle ne veut pas que tu rates les cours pour un mal de tête.			0
00:08:18	Vos observations avancent comme vous le souhaitez ?			2
	Oui	E		2
00:09:29	Vous avez presque terminé ?			2
	Qui n'a pas terminé ses observations ?			2
	Vous avez tous finis ?. c'est bon ou pas ?,			2
	c'était ta dernière phrase			2
	Alors on va procéder à la mise en commun.			1
00:09:53	Alors M. qu'est ce que tu as vu ?			2
	Ben. Les photos d'en bas et d'en haut se sont les mêmes.	EM		2
	Les photos d'en bas et d'en haut sont les mêmes.			2
	On voit que si on plie l'image, les deux dessins se rejoignent.	EM		2
	Mais je ne suis pas sur que (...)	EM		2
00:10:28	On essaye. Si on plie l'image			2
	Cela fait comme s'il y en avait qu'une, en fait cela fait pareil.	EM		2
	Cela se superpose.	EM		2
00:10:40	Cela se superpose			2
	Cela résume bien le fait que les deux images se rejoignent.			2
	C'est cela.			2
	D'autres observations, Y.			2
	Bien, dans chaque image le paysage qui,...,le monsieur , dans l'eau. C'est comme s'il se voyait en reflet.	EY		2
	C'est comme un reflet.			2
	Ah ! J'ai oublié quand même de noter le mot que L. nous a stipulé tout à l'heure ce serait peu être une symétrie nous a-t-elle dit.			2
	D'autre choses à rajouter M.			2
	C'est comme si on se regarde dans un miroir.	**EM**		**5**

	Comme dans un miroir.			**5**
	Oui aussi.			2
	Et qu'est ce qu'il se passe dans ce reflet ou dans ce miroir, F.			2
00:11:41	Si on fait des axes de symétrie et que on le (...)	EF		2
	Axe de symétrie.			2
	Puis pliage.			2
	On les positionnerait où les axes de symétrie, A ?			2
	Un axe de symétrie il est pas trop haut pas trop bas, il est en plein milieu.	EA		2
	En plein milieu, alors voyons voir.			2
	J'ai préparé un axe parce que je me doutais que vous alliez y penser			3
	Est ce que quelqu'un voudrait venir le mettre au bon endroit sur la première photo, M. ?			2
	Est ce que vous êtes d'accord avec cette position			2
	Oui,oui,oui	EC		2
	Pourquoi donc?A ?			2
	Parce que, il passe par le centre.	EA		2
	Par le centre de quoi ?			2
	De l'image.	EA		2
	Le centre de l'image.			2
	Alors si on s'occupe du centre de l'image moi je cherche le milieu à l'horizontale à la verticale, et je place l'axe.			2
	C'est comme cela que l'on fait ?			2
	Non	EA		2
	Ah non. M. alors comment on va faire ?			2
	Il a placé l'axe en longueur, en hauteur, il l'a placé au milieu en hauteur	E		2
	Au milieu, en hauteur			2
	Et pas en largeur	E		2
	C'est à dire ? Étale le fond de ta pensée.			2
	Il a coupé l'image en deux , là où le reflet s'est commencé.	E		2
	Ah Donc le milieu de l'image, c'est pas une super bonne idée, c'est cela?			2
	L'axe se positionne là où commence le reflet.			2
	Vous êtes d'accord avec cela ?			2

	Cela sera la même chose pour les trois images ?			2
	Non il se positionne horizontalement	E		2
	Effectivement. Est ce que se sera toujours le cas ?			2
	Non, non, non	EC		2
	Pourquoi ?A ?			2
00:14:14	C'est peut être que dans des figures, si elles sont comme cela, et bien, ça sera le milieu mais en longueur.	EA		2
	Dans quelles situations vous pouvez voir un reflet, non pas à l'horizontale, mais à la verticale. Un truc simple.			**5**
	Par exemple si on fait un rectangle on peut mettre l'axe en longueur.	EK		2
	Sur un rectangle on peut mettre l'axe			2
	En longueur	EK		2
	C'est comment cela			2
	Verticalement.	EK		2
	Verticalement			2
	Ici on a toujours des axes, horizontaux.			2
	Mais vous m'avez dit que cela existait à la verticale			2
	Et moi je suis un peu curieuse vous croyez que l'axe c'est toujours soit bien horizontal soit bien vertical.			2
00:15:37	Non	EC		2
	A?			2
	Non parce que c'est comme sur la photo du monsieur. Elles sont comment dire, elles sont en diagonales, elles se croisent.	EA		2
	Cela se peut effectivement.			2
	Donc il n'y a pas de position particulière pour l'axe, à partir du moment où on le met comme M. me l'a dit là où commence le reflet.			2
	Oui, mais il faut mesurer peut être des fois.	E		2
	Ah !			2
	Pour que cela ait la même longueur. La même pour être bien symétrique	E		2
00:16:12	Alors tu m'as dit qu'il faut mesurer.			2
	Que cela soit bien face à face, pas trop haut pas trop bas.	E		2
	Pour qu'il y est quoi ? La même chose sur les deux reflets ?			2
	Pour que cela soit pareil.	E		2
00:16:38	**Donc il y a cinq minutes, je vous ai demandé une situation concrète.**			**5**
	E. m'a répondu qu'on prend un rectangle, qu'on le coupe verticalement.			1

	Dans quoi vous voyez votre reflet, vous ? Tous les jours.			**5**
	(…)	E		0
	Effectivement.			1
	Et ton reflet il ne se fait pas à l'horizontale, je ne pense pas que le miroir soit au sol. Je pense que ton miroir est en face.			**5**
	Effectivement tous les jours vous voyez votre reflet . Donc éventuellement une symétrie dans votre miroir.			**5**
	Avec cette symétrie vous avez le nom officiel que l'on va mettre dans votre leçon. O ?			**1**
	Axe de symétrie.	**EO**		**1**
00:17:35	Effectivement axe de symétrie.			1
	Et est ce que l'on arrive à transformer cela avec un adjectif. M ?			**2**
	La symétrie axiale.	**EM**		**2**
	Très bien.			1
	Je peux effacer le premier morceau ?			0
	(…)	EC		0
	Qui est ce qui n'a pas écrit cela encore ?			0
	Effectivement le nom c'est la symétrie axiale.			1
	Facile d'en déduire le titre du chapitre. C ?			1
00:18:11	**Alors le titre du chapitre ?**			**1**
	La symétrie axiale	E		1
	Et qu'est ce que l'on va y écrire dans notre chapitre à part le titre ?			**1**
	On va écrire que la symétrie axiale, c'est comme si on se regardait dans un miroir.	**E**		**5**
	Si on le plie c'est superposé.	E		2
	Alors est ce que cela on l'a déjà vu quelque part ?			1
	Oui	E		2
	On l'a écrit où ?			1
	Axe de symétrie plus pliage.	E		1
00:18:35	C'est ici.			1
	Si on plie l'image cela se superpose.	E		2
	Donc en fait vous avez tous les critères qui permettent de caractériser la symétrie axiale et ainsi d'en donner une façon de la repérer sur des figures, c'est bien cela ?			**2**
	Oui	E		2
	A ?			2

	Mais aussi dans le chapitre on va écrire, c'est quoi une symétrie axiale ensuite comment on l'a construit.	**EA**		**1**
00:19:10	Oui. Alors on a trouvé le titre. C'est la symétrie axiale			1
	A. vient de me dire que le grand 1 serait			**1**
	(…)	EC		0
	C'est quoi ? Le grand deux ?			1
	M. Pour prendre la parole, on lève le doigt.			0
	Effectivement quand tu as dis comment on la construit il faut comprendre comme tu me l'as dis une méthode de construction, pas de problème.			**2**
00:19:46	**Alors c'est intéressant, vous parliez d'une méthode de construction.**			**2**
	Parce que jusque là vous m'avez dit comment on mettait l'axe			2
	et si moi je vous donne une photo, un axe, et que je vous demande de construire son reflet, vous faites comment ?			**5**
	Avec des carreaux.	E		2
	Pourquoi pas. On compte les carreaux.			2
	Quelqu'un a une autre idée. A ?			2
00:20:22	On peut compter les centimètres, aussi.	EA		2
	Effectivement, on change juste d'unité de mesure, ici.			2
	Sinon, sur une photo, on prend le (...)	**E**		**5**
	On peut simplifier la photo, parce que pour tracer une symétrie d'une photo vous allez avoir du mal.			**5**
	On prend le premier reflet et on prendra l'axe et il faut qu'il soit je ne sais pas comment on le dit parallèle, mais je ne sais pas comment il faut le dire	E		2
00:20:57	Vas-y			2
	Il faut que les deux reflets soient parallèles.	E		2
	Superposables on a dit tout à l'heure			1
	Après qu'est ce que l'on en fait de notre superposition ?			2
	Superposition identique.	E		2
	Identique. C'est à dire identique ? Tout pareil ?			**2**
	C'est à dire qu'il y est exactement les mêmes mesures. Les mêmes carreaux. Si il y a les mêmes mesures, cela implique quoi pour la figure?	E		2
00:21:21	A ?			2
	(…)	EC		0
	Attends je ne sais pas où tu en es .			2
	(…)	E		0
	Miroir. M.			0

	Heu, qu'il y ait les même dimensions	EM		2
	ce n'est pas synonyme mesure et dimension ?			2
	Si	EM		2
	Ah			2
00:21:57	Si par exemple le reflet est à l'endroit, il faut que le deuxième il soit à l'envers.	EM		2
	Ah ! Ça inverse apparemment.			2
	On peut utiliser un papier calque pour le faire.	EM		2
	C'est une bonne idée. Comment tu fais ?			2
	Déjà on dessine la figure et ensuite on trace un axe de symétrie et de l'autre coté on refait la figure mais à l'envers.	EM		2
	Attendez je ne sais plus écrire papier calque. Cela ne va plus. C'est Q ?			0
	Q.u.e	EM		0
	Ah mmh. Je ne suis pas prof de français vous m'excusez.			5
	Alors quoi d'autres, vous me parlez des dimensions et des mesures.			2
	Et les formes elles changent ?			3
	Non elles restent pareilles sauf quelles sont inversées elles aussi.	EM		2
	Effectivement.			2
	Et les couleurs si il y en avait ?			**5**
	Elles seraient inversées.	EM		5
	Non !	ET		5
	Qu'est ce que tu entends par inverser les couleurs, le vert devient rouge ?			5
	Non c'est comme dans la photo. Vous voyez que tout en haut, il y a du vert vers la droite alors qu'en bas il y a tout de vert.	EM		5
	Normal !	EH		5
	Mais est ce que l'objet qui était vert en bas était vert aussi en haut ?			5
	Ce qui est vert en bas est ce que c'est vert aussi en haut ?			5
	Alors P. ? .et ici sur la montagne,qu'est ce qu'il se passe? R ?			5
	Elles sont identiques les couleurs.	ER		5
	Alors normalement elles sont identiques,			5
	qu'est ce qui vous donne l'impression ici que ce n'est pas pas pareil ? Qu'est ce qu'il manque sur l'image ?			1
	Un bout en haut. Il manque un bout de ciel.	EK		2
	Pourquoi non ?			2

	On savait qu'il y avait le ciel.	EY		2
00:24:43	On savait qu'il y était, mais on ne l'avait pas vu			2
	Parce que en fait l'image elle s'est coupée avant que (...)	EY		2
	L'image a été coupée, a un certain endroit et elle vous a caché des morceaux de l'image d'origine,			2
	mais pourtant vous êtes tous convaincus que ce qu'il y avait au dessus de la montagne que l'on ne voit pas c'est la même chose que le ciel bleu que vous voyez dans le reflet.			2
	Aussi on voit le nuage qui est en bas. Le petit nuage. On voit que cela fait tout blanc.	EL		2
	Là c'est cela.			2
	Ce qu'il y a là c'est la même chose que là. Et donc ce qu'il y avait au dessus c' était obligatoirement (...)			2
	Le ciel	EL		2
	C'est bien la même chose.			2
	Donc vous avez reconstitué l'image d'origine à partir du reflet, c'est cela ?			2
	Oui	EG		2
	Attends I avant (...)			2
00:25:30	On dirait de la neige	EI		5
	Effectivement, c'est possible qu'à la montagne il y ait de la neige. Et la neige elle se reflète en neige.			5
	Tout va bien.			2
	Mais madame en fait ce que je veut dire c'est que dans le premier reflet par exemple il y a le bleu en haut cela veut dire que dans le reflet (...)	EK		5
	Mais le bleu dans le reflet, il ne sera pas en haut, il sera (...)			5
	En bas.	EC		5
	C'est pour l'inversion de la position des couleurs alors. Parce que quand on dit inverser les couleurs je n'avais pas trop bien compris le truc.			5
	D'autres suggestions ?			2
	Non	E		2
	Le plan de la leçon, il est bien comme cela ? Grand 1 qu'est ce que c'est ? Grand 2 comment on la construit. Ça vous va ?			**1**
	Oui	EC		1
00:26:28	**Il faut un exemple, alors qu'est ce que tu suggères comme exemple ?**			**2**

	Des photos	E		5
	On peut mettre des photos, oui.			5
	Ou alors on peut faire une construction.	ED		2
	On peut faire une construction.			2
	Mais pour faire la construction il faut que l'on soit déjà dans le grand 2, alors ?			2
	On y est, oui	EC		2
	C'est possible. As ?			2
	C'est aussi pour l'exemple, vous voyez les frises avec des formes là ?	EA		2
	Oui			2
	De plusieurs couleurs, on pourrait faire cela.	EA		2
00:27:05	Effectivement, cela peut être une bonne idée, une frise sur laquelle il y aurait un axe de symétrie qui explique la même chose à gauche et la même chose à droite			2
	Ou en haut et en bas. Cela dépend comment on placera l'axe.			2
	C'est vous qui me le direz.			2
	Les frises avec plusieurs formes.	EA		2
	Alors les frises avec plusieurs formes. Quelles formes ?			2
	Cela dépend. Par ce que dès fois il y a des carrés dès fois il y a des rectangles.	EA		2
00:27:07	**Cela veut dire que les formes,il n'y a pas de souci on peut les garder d'une symétrie à l'autre.**			**3**
	Quand ça bouge les formes elles restent.			**2**
	Les couleurs ?			5
	elles restent	EC		5
	Elles restent. Et les dimensions ?			**2**
	elles restent	EC		2
	Elles restent. Vous ne croyez pas que cela va apparaître dans la leçon cela ?			**2**
	Oui	EC		2
	Cela va apparaître à quel moment ?			2
	A la fin	E		2
	Oh pourquoi tout de suite à la fin ?. Dans quelle partie?Alors explique toi E !			2
	Euh la partie 1	E		2
	Alors dans la partie 1 on explique qu'est ce que c'est.			1
	tout à l'heure nous avons dit qu'on allait écrire qu'il y a un axe et que par apport à l'axe il y a la même chose à gauche et à droite de l'axe ou de part et d'autre de l'axe.			1

	Attends par pliage et superposition tu m'as dit. C'est cela ?			2
	Oui	E		2
	Donc cela vous convient pour le grand 1 ?			1
	Oui	EC		1
	Grand 2. Méthode de construction.			1
	On a dit qu'on peut compter les centimètres ou les carreaux, et le faire au papier calque.			1
	Après est ce qu'il y en existe d'autres, vous ne m'en avez pas parlé.			2
	Mais vous m'avez parlé des formes, qui étaient identiques, des dimensions identiques, des couleurs identiques,			1
	mais on n'a pas encore trouvé dans quelle partie ça va entrer.			2
	(…)	EG		0
	Oui ça c'est sur mais comment on va l'appeler grand 3?			1
	Les couleurs symétriques.	EM		2
	Les couleurs symétriques.			2
	Mais moi j'ai relevé trois points qu'il fallait garder. Les dimensions, les formes, les couleurs.			3
	Les dimensions pour les couleurs.	EY		2
	Qu'est ce que l'on en fait ? Mélanges de formes couleurs et dimension. Soyons fous ! Ça va ?			1
00:28:52	On va dire, alors, les couleurs sont les mêmes, les formes sont les mêmes, les dimensions sont les mêmes. Oui ? D'accord ?			1
	D'autres choses à rajouter ?			2
	Il faut savoir les construire. Parce que si il y a des formes que l'on ne connaît pas ?	**EK**		**2**
00:29:20	Des formes que l'on ne connaît pas.			2
	Oui. Quelles formes tu ne connaîtrais pas ?			2
	Je ne sais pas. Non, mais je veux dire, il peut il y avoir des formes compliquées.	EK		2
	Compliquées à refaire ?			2
	Compliquées à construire.	EK		2
	Qu'est ce que tu connais comme formes que tu pourrais reproduire ?			2

	Les carrés, les rectangles, les triangles, les losanges.	EK		2
	Carrés, rectangles, losanges			2
	Polygone, cercle	EC		2
	Aie. Pas tous en même temps.			0
	Alors, A. me dis les polygones.			2
	Cela regroupe les carrés les rectangles et les losanges, messieurs.			2
	S. ? Non mais le cercle (…)			2
00:30:03	oui mais les polygones ce n'est que ces trois catégories.			2
	Il y a les octogones, les pentagones	EH		2
	Ah d'accord, il y a d'autres choses possibles. Donc on a les polygones.			2
	M. nous disait les cercles, c'est cela ?. Que des cercles entiers ?			2
	Des demi cercles	EM		2
	Ah. Que des demi cercles?			2
	Des quarts de cercles	EM		2
	Que des quarts ?			2
	Des huitièmes.	EM		2
	Et on appelle cela comment ?			2
	Des portions de cercles.	EM		2
	Et oui. Cela peut le faire aussi. Des portions de cercles.			2
	Mais aussi dans le chapitre il peut y avoir un grand 5	EF		2
	Pourquoi ?			2
00:30:48	Eh bien, les figures. Vous voyez, genre les polygones tout cela			2
	Et qu'est ce que l'on pourrait voir sur les polygones ?			2
	Parce que pour l'instant vous avez une figure que vous reproduisez de l'autre coté de l'axe.			**1**
	On utilisera la symétrie axiale que dans ce contexte ?			**2**
	Par exemple j'ai ma figure là, mon axe et mon autre figure.			**3**
00:31:21	Il faut un axe de symétrie dans la figure.	ET		2
	Un axe de symétrie dans la figure, vous croyez que cela est possible ?			2
	Oui, par exemple (...)	E		2
	Ah ! On note, si possible.			1

	Axe de symétrie dans la figure.			1
00:31:50	Cela nous servirait à quoi de le faire à l'intérieur de la figure?			2
	Cela voudrait dire que M. n'a pas pensé à cela comme figure mais il a pensé à quoi ?			2
	Je le fais où l'axe d'après vous la dessus ?			2
	P. veux-tu venir nous le faire ?			2
	Donc j'ai ma figure et il veut nous mettre un axe.			2
	Alors on le met où, en gros			2
	Allez on y va. En gros. Cela veut dire quoi, pour la figure N. ?			2
	Qu'elle aura deux cotés égaux.	EN		2
	Effectivement. Elle a deux cotés égaux lesquels ? Celui là ? Et celui là ? Il y aura que ceux là			2
	Le bas aussi.	EAJ		2
	Le bas aussi, mais attention le bas il est coupé en deux là. Cela c'est la même chose que cela.			2
	D'autres choses ?			2
	Ils auront les mêmes mesures.	EG		2
	Les même mesures. Qu'est ce que tu sous entends par mesure ?			2
00:33:01	Ben c'est à dire que, les segments ils seront aussi longs les uns que les autres.	EG		2
	Donc tu as des segments égaux.			2
	D'accord. Vous êtes tous d'accord là dessus ?			2
	Oui	EC		2
	L'aire sera égale aussi.	EG		2
	Ah ! Donc là c'est l'aire de la partie gauche et de la partie droite, OK.			2
	D'autres choses ?			2
	Je ne sais pas si cela est possible	ED		2
	On tente			2
	Mais le trait rouge	ED		2
00:33:43	Le trait rouge il va avoir quoi ?			2
	Ben, peut être, comme pour une figure, et bien peut être d'un coté et de l'autre c'est la même mesure.	ED		2
	Oui on l'a écrit.			2
	Je ne sais pas, mais	ED		2
	C'est une bonne question. Le trait ça se mesure ? M. ?			2

00:34:10	Non, cela peut être infini. Mais un segment ça peut se mesurer.	EM		2
	Ah ! Un segment ça se mesure une droite non.			2
	Et là on a une droite une demi droite ou un segment ?			2
	Un segment...une droite	EC		2
	Mais non ça dépasse.	E		2
00:34:22	Cela dépasse. Alors tu t'arrêtes où ? J'ai le droit de continuer là ?			2
	Oui, oui	EC		2
	Cela change quelque chose ?			2
	Non, non	EC		2
	Sauf que si il y avait des figures en dessous, elles seraient elles aussi			2
	Coupées en deux.	E		2
00:34:37	Coupées en deux avec la même chose de part et d'autre.			2
	C'est tout ce que vous avez observé sur cette figure ?			2
	Les segments égaux et les aires égales? M ?			2
	Le sommet principal est la base de son milieu.	EM		2
	Oui, tu arrives à couper un sommet en son milieu ?			2
	Mais non, le sommet principal	EM		2
	C'est quoi le sommet principal ?			2
	C'est le sommet qui rejoint les deux cotés égaux	EM		2
	C'est quoi la nature géométrique d'un sommet ?			2
00:35:13	Un sommet ? C'est., c'est un point.	EM		2
	Point, ligne ou surface ?			2
	C'est un point.	EM		2
	Un point. On arrive a couper un point en deux ?			2
00:35:29	Alors on va peut être reformuler parce que le point coupé en deux, il va devenir quoi ?			2
	Alors l'axe ok il coupe la base en son milieu et au lieu de dire il coupe le sommet en deux			2
	Il coupe un angle	E		2
	Il va couper un angle effectivement.			2
00:35:56	Il coupe l'angle comment ?			2
	Il dit, le point, il peut être divisé en deux.	E		2

	Il peut être divisé en deux le point ?			2
	Je ne suis pas sûr de cela, parce que un point coupé en deux, cela ne passe pas bien.			2
	Il coupe l'angle en deux angles adjacents.	E		2
	En deux angles.			2
	Adjacents.	EE		2
00:36:22	Ah vous avez rajouté quelque chose d'intéressant.			2
	Deux angles adjacents, vous m'avez dit. Vous êtes sûr que ces deux là font la même mesure ?			2
	Oui;Oui	EE		2
	Ah ! Je n'ai plus la place.			2
	Vous m'en dites tellement aujourd'hui.			2
	On dirait une bissectrice, en fait c'est sa définition.	E		1
	On dirait une bissectrice.			2
	La définition. Cela coupe un angle en son milieu. Ça coupe un angle en deux angles de même mesure.	E		1
	Cela voudrait dire que mon trait rouge c'est une bissectrice ?			2
	Non	E		2
	Pourquoi, non. Tu me dis que cela y ressemble, cela se qualifie pareil, mais se n'en est pas une. Quelle est la différence alors ? R			2
	C'est une droite pas une demi droite.	ER		2
	Effectivement.			2
	(…) plus du segment.	ER		2
	Et si j'enlève cela ?			2
	Là c'en est une.	ER		2
	Donc il semblerait que cela passe par le même endroit que la bissectrice. Sauf en haut.			2
00:37:24	Tandis que la bissectrice	E		2
	On est pas obligé de dépasser. Alors on le note qu'il semblerait que c'est une bissectrice ou on ne le note pas ?			2
	Non	E		2
	Vous me l'avez dit je l'écris.			2
	Et avec tout ce que vous êtes en train de me dire sur ce triangle qui d'après l'axe est isocèle, vous n'avez pas quelque chose a rajouter sur les caractéristiques du triangle isocèle ?			2
	Il a deux cotés égaux et., sauf que la base	E		2
	Sauf que la base			2
	elle est adjacente. Elle est égale, vous voyez, voilà	E		2

	Elle est coupée en deux. Donc on a deux partie égales à gauche et à droite.			2
	La base vous l'avez vu dans l'un des derniers chapitre effect-ivement.			2
	Le sommet principal il est ressorti, tout va bien.			2
	Rien d'autre sur le triangle isocèle ?			2
00:39:04	Le triangle isocèle. .Mais il y a des figures que l'on ne peut pas couper en deux.	EE		2
	Effectivement.			2
	Par exemple un triangle rectangle on ne peut pas le couper en deux parce que sinon il n'y aurait jamais deux cotés égaux.	EE		2
	Il n'y a aucun des triangles rectangles que l'on peut couper en deux ?			2
	Si le triangle rectangle isocèle, mais	EE		2
	Ah			2
	Le triangle rectangle	EE		2
00:39:24	**Donc cette partie, on parle des triangles, des triangles rectangles isocèles, des triangles isocèles et de leurs axes de symétries, on va le faire figurer dans notre cours ou pas ?**			**1**
	Oui, oui	EC		1
00:39:58	sous quelle forme on va bien pouvoir le rentrer ?			1
	Parce que on a vu qu'il y avait le grand 1 « qu 'est que c'est » le grand 2 «Comment le construire » le grand 3 qui nous dit que « les formes les dimensions, elles restent » . et on a vu que l'axe il pouvait être dans la figure, ce qui nous permettait de conclure certaines choses sur la figure.			**1**
	Dans quoi cela rentre ? M ?			1
	Les figures peuvent être coupées	EM		2
	Oui on peut tester. C'est le grand 4. M ?			2
00:40:34	Oui	EM		2
	Donc cela marche a priori avec le triangle isocèle. Cela va marcher avec autre chose ? K ?			2
	Vous pouvez fermer le volet s'il vous plaît ?	E		0
	Je ferme le volet volontiers.M ?			0
	Avec le carré, un rectangle.	EM		2
	Alors on va y arriver avec le carré le rectangle. Je note.			2
	Oui	EM		2
00:41:10	**Parce que cela fera le plan de votre cours.**			**1**
	D'autres formes?A ?			2
	Le triangle équilatéral	EA		2
	Il a un axe de symétrie A ?			2
	M?			2

	On peut mettre un axe de symétrie de partout.	EM		2
	Axe de symétrie de partout.			2
	(…)	EM		0
	Quelqu'un veut il éclaircir la pensée de M. Puisque vous l'avez tous comprise je pense.			2
00:42:22	Le problème c'est que cela passe toujours par le milieu	E		2
	Oui. Le milieu de quoi ?			2
	Le milieu du cercle	E		2
	Cela s'appelle comment cela ?			2
	Le centre.	E		2
	Ah.			2
	C'est comme un diamètre.	EE		2
	C'est comme un diamètre. Vous êtes d'accord avec elle ?			2
00:42:58	Oui	EC		2
	Pour les axes de symétrie du cercle que ce soit comme un diamètre ?			2
	Oui, Oui	EC		2
	vous pouvez me rappeler ce que c'est un diamètre ? N ?			2
00:43:17	C'est un double rayon.	E		2
	Cela c'est pour sa mesure effectivement, c'est le double du ray-on.			2
	Cela passe d'un point du cercle à un autre en passant par le centre.	E		2
	C'est parfait. Tout le monde s'en souvenait ?			2
	Cela part d'un point du cercle à un autre tout en passant par le centre du cercle. Tout va bien.			2
	D'autres suggestions pour le cours ?			**2**
	Moi je ne suis pas convaincu avec un diamètre	EM		2
	Pourquoi ?			2
	Parce que un angle de symétrie c'est une droite et le diamètre cela passe juste par le milieu	EM		2
00:43:53	Alors M a une objection. Le diamètre c'est un segment alors que notre axe serait une droite.			2
	Comment on va reformuler la phrase pour faire en sorte que l'idée que cela passe par le diamètre soit bonne, mais que se soit un axe en même temps passe aussi.			2
00:44:29	M dit « moi je ne suis pas d'accord parce qu'un diamètre géométriquement parlant c'est un segment. » Il a raison.			2
	Par contre depuis tout à l'heure on parle de symétrie axiale et il nous dit qu'un axe c'est une droite donc cela ne pourrait pas d'après M être réduis au diamètre tout seul.			2
	(…)	E		0

	Alors se ne serait pas un diamètre.			2
	Alors L dit « On prolonge comme cela on ne s’embête pas le diamètre il est transformé en axe et c'est bon ».			2
	Ce n'est pas possible	EM		2
	Pourquoi cela ne serait pas possible ?			2
	Si, si	EC		2
00:45:05	Comment on va se sortir de ce pétrin ? Parce que l'idée semblait bonne jusqu'à ce que M émette une objection. Alors comment on sort de là ?			2
	On attend d'arriver là dans le cours et je l'éclaircirais moi ou			2
	vous me l’éclaircissez tout de suite ?			2
	Pas d'idée N ? L?S ? A ?Ah M va nous sortir du pétrin dans lequel il nous a mis, c'est bon.			2
	On prend le segment, on le fait sortir du cercle et il devient une droite.	EM		2
	On va juste rallonger comme cela on dira cela passe par le diamètre et c'est un axe en même temps.			2
	(…)			0
00:45:59	Ou alors on passe par le milieu mais on ne passe pas par le diamètre	EM		2
	On passe par le milieu mais on ne passe pas par le diamètre.			2
	On ne passe pas sur le diamètre	EM		2
	C'est obligé.	E		2
00:46:17	Comment tu fais ?			2
	On trace un autre Attends tu vas prendre la craie et tu vas venir essayer de le	EM		2
	faire.			2
	Alors on est dans un cercle . On a son centre.			2
	(…)	EC		0
	Ce n'est pas bien fait.	EM		2
	Ce n'est pas grave. Le centre.			2
00:46:53	Le centre	EM		2
	Voilà. Et on veut tracer l'axe s'en passer par le diamètre.			2
	On va le faire comme cela.	EM		2
	Et ce n'est pas un diamètre ce que tu as tracé ?			2
	Là c'est un diamètre, mais là je fais l'axe de symétrie.	EM		2
00:47:11	Mmh!Mmh ! et de là à là c'est quoi ?			2
	C'est un diamètre.	EM		2
	C'est un diamètre. Donc forcément dans un cercle tu vas passer sur le			2
	Par.	EM		2
	diamètre			2
	Oui	EM		2
100	Quoi qu'il en soit, pourquoi est ce que l'on passera sur un diamètre, peut importe. où fait-on passer l'axe ?			2

	Est bien par ce qu'il faut qu'il passe par le centre. Donc dans tout les cas cela passera d'un coté à un autre.	EM		2
00:47:47	Par ce que dans un cercle il y a combien de diamètres ? S ?			2
	Il y en a plein.	ES		2
	Une infinité.	E		2
	Effectivement. Une infinité, ce qui veut donc dire qu'au niveau des axes de symétrie eux aussi, je suppose qu'il y en aura comme les diamètres. Combien ?			**2**
	Une infinité; trois	EC		2
	Que trois ?			2
	Non, cela va dépendre de la figure	EE		2
	Cela va dépendre de la figure. Bonne objection.			2
	Si c'est un cercle c'est une infinité si ce n'est pas un cercle, il va y avoir un nombre.	EE		2
	Et si dans le cercle je fais une figure, il y a toujours une infinité d'axes ?			2
	Non;non	EE		2
00:48:41	Ah ! Donc on parle bien du cercle tout seul. Si il n'y a rien dedans, rien dehors. Après si l'on rajoute des composantes à l'intérieur du cercle. Cela va dépendre de ce que l'on va mettre à l'intérieur, c'est cela ?			2
	Oui; oui	EC		2
	Donc l'idée « on passe par le milieu mais pas par le diamètre », on a vu par l'expérimentation que l'on n'y arrivait pas, mais que le cercle tout seul avait donc une infinité			2
	D'axes	EC		2
00:48:49	d'axes de symétrie.			2
	Vous avez d'autres choses à rajouter dans le plan ?			2
	Non	E		2
	Madame	E		0
	Oui			0
	Une question. Donc l'axe de symétrie c'est un diamètre. Par ce que depuis tout à l'heure on dit non ou oui.	E		2
00:49:35	Oui il passe par le diamètre.			2
	Donc c'est le diamètre .	E		2
	Oui			3
	Et sur le carré aussi. C'est comme le cercle ?	E		2
	Pour le carré c'est comme le cercle, c'est à dire ?			2
00:49:53	(…) axe (...) deux parties aussi (...)	E		2
	Il y a des axes partout			2
	Alors on se remet là, K va venir nous faire un carré, et va nous faire ses axes partout.			2

00:50:29	En gros un carré. Ok je te donne une craie rouge et tu nous fais les axes. Tous les axes que tu supposes vrais.			2
	Il n'y en a que quatre.	E		2
	Ah ! M nous dit qu'il y en aurait que quatre ? Tu ne peux pas en tracer d'autres ?			2
	Alors on va barrer la phrase de là bas.			2
	Et si on peut en tracer d'autres.	EE		2
	Ah je ne barre pas, je les mets où			2
	Et bien là.	E		2
	A?			2
	Et bien là entre par le milieu.	EA		2
	Là comme cela ?			2
	par le milieu ?	E		2
	Ah tu vois cela ça arrive	EC		2
	Cela ne passe pas.			2
	Cela ne fait pas le milieu	E		2
	L?			2
00:51:23	Au lieu, Un peu penché comme cela.	EL		2
	Un peu moins penché comme cela.			2
	En passant par le milieu en fait.	EC		2
	Mais là je passe.			2
	Non.	E		2
	Cela fonctionne ? Non			2
	Oui	E		2
00:52:00	Il n'y a pas de devoirs ?	E		1
	Si pour demain je vous demande d'essayer d'établir le grand 1 c'est à dire dans votre partie activité, vous essayez de m'écrire le grand 1 qu'est ce que c'est ? De faire la définition pour demain.			**1**
	Au brouillon, Madame ?	E		0
	Dans la feuille d'activité.			0
	Ah D'accord. On peut le faire au crayon ?	E		0
	On peut le faire au crayon.			0
	Madame, qu'est ce que je fais si je n'est pas fini au tableau ?	E		1
	Tu en écris les idées principales, si tu veux bien.			1
	A demain.			0
	A demain.	EC		0
	Madame qu'est ce que c'était (…) ?	E		1
	Allez L.	EE		0
	Essayez d'écrire le grand 1 pour demain. écrire pour demain.			1
	Ouf			0

6 Tableau de Classe n°6

VIDÉO EDU-HM/4E MESURES/ EXTRAIT 1

Dans une cour de collège

[1] P Je peux avoir votre attention s'il vous plaît.............bien. Alors aujourd'hui, on travaille en extérieur mais on va utiliser des propriétés de géométrie que l'on a étudié ensemble depuis le début de l'année.

EE : Brouhaha en fond.

[0] P : Pour cela. *Il tape dans ses mains.* Eh ! Les filles, c'est là que cela se passe.

[1] P : Pour cela on va partir d'activités de mesures d'objets qui sont plus ou moins accessibles. *Il désigne le bâtiment à sa droite*.

[1] P : Alors on va essayer de mesurer la hauteur du gymnase. La hauteur de cet arbre qui est ici. *Il le désigne sur sa droite.* Là. Et puis la hauteur du bâtiment gris que l'on voit la bas. *Il désigne un bâtiment loin en face de lui*. Il va falloir essayer de mesurer la hauteur de toutes ces choses là. Pardon ?.

[1] E: Qui est ce qui va monter en haut ?

[1] P : Personne ne va monter en haut, justement étant donné que c 'est inaccessible.

[5] P : Il y a des méthodes qui remontent au moyen age, des méthodes du 12,13ième Siècle que l'on a mises en place, et qui permettaient justement d'aller mesurer des choses comme celles là, auxquelles ont ne pouvait pas accéder, des bâtiments, des choses comme cela.

[1] P : Alors, vous allez avoir besoin de quoi. Écrire. Qu'il y ait au moins un crayon par groupe. Il faut une calculatrice par groupe, et cela serait bien qu'il y ait un cahier de façon a pouvoir poser les documents que je vous donne.

[1] P : Bon, on va se répartir. Alors étant donnée qu'il n'y a que un deux trois quatre cinq six groupes et qu'il y a trois endroits différents, on va pouvoir mettre deux groupes par pôle de travail. Alors deux groupes là. Deux pour l'arbre. Deux pour le bâtiment. *En les désignant.*

Les élèves se lèvent. Au sol près du professeur trois carton avec du matériel.

[0] P *En désignant les cartons :* S.Tu viens prendre...

S. donne une réponse inaudible et prend le matériel, (un carton avec un bâton posé dessus), qui lui est désigné.

[0] P : Oui tu prends cela. On fait attention le matériel est fragile.

Le premier groupe s'éloigne.

[0] P : Voilà !

Un autre élève s'approche et prend un carton et un bâton.

[0] P : Allez on prend un carton et un bâton. N'oublie pas que tu...........

Le deuxième groupe s'en va.

[0] P : Faites attention ! Allez, c'est parti !

Une troisième élève prend le dernier carton.

[2] P : On t'aide, parce que si tu prends tout cela ça va …

Un élève vient lui aider en prenant le carton.

[0] P : Allez c'est parti. *En tapant des mains il s'éloigne avec les groupes.*

VIDÉO EDU-HM/4E MESURES/ EXTRAIT 2

Les élèves sont répartis dans leurs pôles de travail.

***Groupe A de 3 élèves.**,*

Elles lisent les consignes inscrites sur un papier. Le cameraman suit un groupe, avec les élèves E1, E2 , E3. E3 tient le papier, E1 a deux bâtons dans la main droite. Toutes trois sont penchées sur le papier.

[2] E1 : *Elle lit, tout en prenant l'un des bâton dans sa main gauche.*

Place le premier bâton horizontal entre tes deux yeux.

E2 *essaye de lui prendre le bâton des mains.*

[0] E1 : Attend ! E*l1e prend le bâton, le met à plat sur ses yeux et rit.*

E2 *lui prend la bâton des mains, le met elle au dessous de ses yeux. Et regarde au loin.Puis sur ses yeux.*

[0] E2 : Ah ! Oui.

[2] E3 :Entre tes deux yeux.

[2] E1 : Mais non, comme cela regarde.

Elle lui reprend le bâton et place l'une des extrémités entre les deux yeux de E1. E1 regarde au loin avec le bâton. Elles sont toutes les trois pliées de rires.

E1 regarde de nouveau au loin avec une extrémité du bâton entre les deux yeux , pendant que E2 essaye de faire la même chose, avec le second bâton mais cette fois ci à la verticale. Puis elle place le milieu du second bâton à la verticale à l'extrémité du bâton que E1 tient entre ses deux yeux.

E3 se tient derrière E1 et E2, en lisant le papier.

[0] E2 : Oui !

Un autre groupe B de quatre garçons.

E4 *qui tend la feuille avec sa main gauche sur sa gauche.E5 à sa gauche qui regarde.E6 entre eux. E7 à droite de E4*

[2] E6 : Oh c'est bon j'ai trouvé. *Il place l'extrémité de l'un des bâton entre ses deux yeux, à l'horizontal.*

E5 place le deuxième bâton à la verticale à l'extrémité du premier que tient toujours E6.Le milieu de la seconde baguette contre l'extrémité de la première.

E5 *lit le papier.*

On entend au loin le professeur.

[2] P: Qu'est ce que tu veux me dire ?

[2] E5 : Il faut que le bas aille précisément......*IL se place près de E6 et lui désigne un point haut au loin.*

Groupe C trois autres filles qui sont placées près d'un bâtiment.

E8 *est placée face au bâtiment avec les deux bâtons devant ses yeux. Le premier à l'horizontal entre ses deux yeux le second à la verticale à l'extrémité du premier en son milieu.*

E9 et E10 sont placées face à elle. Elles retourne près de E8. E10 qui tient le papier, le lit.elles essaye de comprendre où il faut regarder. E10 désigne le haut du second bâton à la vertical.

Groupe A

Elles font face à un arbre.

E1 se recule puis elle place les deux bâtons devant ses yeux, vise l'arbre. Elle semble viser le sommet de l'arbre avec l'extrémité supérieur du bâton vertical.

Groupe B

E6 toujours avec un bâton dans les mains,le place à l'horizontal sur ses yeux.

E5 regarde ce qui se passe dans les autres groupes. E4 le papier à la main semble lui designer ce qui se passe ailleurs.

Groupe C

Le professeur arrive dans ce groupe.

[5] P : Il n'y a pas une explication dans le texte.

[5] E10 : Si...

[5] P : Alors est ce que ? (*Il prend les deux bâtons et les place devant ses yeux comme les élèves)* quand je place les baguettes comme cela, ça répond bien à ma question ? Qu'est ce qui ne va pas là ?

[2] E10 : C'est en face de là........... *Elle fait un geste du bras*

[2] P : Oui c'est de travers. *(Il enlève les baguettes de ses yeux)*.

[5] P : Il n'y a pas quelque chose dans la boîte qui permet de vérifier que l'on a ...

E9 et E8 se sont dirigées vers la boite.

[5] E9 : Ah ! Ben si, on a ça. *Elle sort du carton un niveau à bulles*

[5] P : Qu'est ce que c'est que ça ?

[5] E9 : La bulle au milieu parce que

[0] P : Voila, il y a....... ;

Le professeur est parti du groupe C.

E8 a les baguettes dans les mains, pendant que E10 lui tient la baguette verticale et que E9 place le niveau sur la baguette à l'horizontale. Puis E9 donne le niveau à E10 qui le place cette fois ci contre la baguette verticale.

E9 vient tenir alors la baguette verticale, et E10 vient remettre le niveau sur la baguette horizontale.Puis encore sur la verticale puis l'horizontale. Elle pose le niveau par terre et prend le papier, le repose puis prend le mètre que lui tend E9, le déplie et mesure la longueur entre le sol et la baguette horizontale que E8 tient toujours devant ses yeux avec l'aide de E9.

Pendant ce temps on entend le professeur qui est avec les trois autres filles.

[2] P : Comment expliquer.....;imaginer

[0] E : Ben, ...inaudible

[3] P : Non il doit être au sol. Il ne bouge pas. Il faut viser de façon à voir simultanément le sommet du bâtiment, donc le sommet du bâtiment et l'extrémité du bâton horizontal. Tu vois. Imagine une ligne qui part de ton œil qui passe par les deux extrémités, donc toi, tu as ta visée. Sur ce plan là, sur ce plan là. Et ton œil il doivent être aligné. Tu as un alignement … les trois points doivent être alignés donc

il faut que tu te positionnes de façon à avoir cet alignement...

[2] P : Tu ne comprends pas ? Attention ici …

Groupe B

E7 tient les deux baguettes devant ses yeux pendant que E4 lui place le niveau sur la baguette horizontale et E6 lui tienne la baguette verticale. E5 rajuste les bras de E7.

[0] E5 : Voila !

E6 se place face à E7.

[2] E6 : Pile,pile.

E7 *lâche les baguettes.*

E4 *s'éloigne*.

[2] E4 : On prend le décamètre.

Groupe B

Le groupe semble avoir fini. E6 enroule le décamètre.

E4 prend des notes.

[2] E4 : On a dit 8,7m.

On entend le professeur.

[1] P : A.vous remettez le matériel là.

[0] E :Oui.

Vision sur un autre groupe de quatre élèves qui mesurent le bâtiment. L'élève qui a les baguettes avance doucement pour bien prendre sa visée.

VIDÉO EDU-HM/4E MESURES/ EXTRAIT 3

***Un groupe D** de quatre élèves deux garçons deux filles au pied du mur d'un bâtiment.*

Le garçon E11 est penché vers le bâton. La fille E12 a le papier entre les mains, le pied sur un bâton placé au sol. Le bâton a la forme d'un t couché, la barre du t vers le bâtiment. Elle le pousse du pied jusqu'à ce que la barre touche le rebord du mur. Il tombe.

En fond on entend un autre groupe.

Un élève :

[2] E1 : A la verticale, de sorte que le bas du...... avec le bas de l'arbre que tu veux mesurer.

Un autre élève :

[2] E2 : Il faut reculer.

[2] E1 : Et que le haut du bâton corresponde avec le sommet de l'arbre.

***Un groupe E** de trois filles.*

E15 tient le T qui est aussi haut qu'elle à la verticale. Elle place l'extrémité de la barre du t entre ses yeux, et recule. Les deux autres la suivent. Puis elle avance. Reprend position la base du t touchant le sol. On voit qu'elle essaye de viser quelque chose du regard avec le haut du t. E16 prend le t et recule à son tour, en essayant d'aligner le haut du t avec celui du bâtiment. Puis avance.

Groupe B

Elles sont devant l'arbre. E9 tient le T. E8 le papier. E10 un stylo à la main

[2] E10 : En fait, la ligne doit passer de là à là. Elle désigne l'extrémité de la branche du t puis le sommet du T.

Elles se lisent le papier. Puis E10 se à droite de E9 en disant.

[2] E10 : En fait quand tu regardes il faut que tu là, là et là.

Elle lui désigne successivement l'extrémité de la barre du t le sommet du t et le sommet de l'arbre. E9 recule pour se met à la bonne distance pour viser le haut de l'arbre. E10 retourne auprès de E8 pour lire la suite des consignes.

Toujours le groupe B

E9 Tient le t. E8 a placé l'extrémité d'un décamètre au bas du t et le déroule jusqu'au bas de l'arbre.

[2] E8 : Jusqu'où ?

[2] E10 *qui a suivi E8 :* Là

Groupe D

La fille E13 tient le t, le garçon E14 à ses cotés. E12 tient l'extrémité du décamètre au pied du t. E11 est à l'autre extrémité du décamètre au pied du mur.

[2] E11 : 102

E12 s'accroupit pour noter sur le papier.

VIDÉO EDU-HM/4E MESURES/ EXTRAIT 4

Groupe E

E15 tient un miroir entourée de E16 et E17. E16 le prend et le pose au sol. E15 regarde dans le miroir pendant que E16 et E17 recule. E15 se déplace entre le miroir et les deux autres élèves, tout en continuant à regarder dans le miroir.

[0] E15 : Ah oui. Elle rit.

Groupe F

E18 est debout a 1m du miroir déposé au sol.

E19 accroupie près du miroir, tient le décamètre. L'extrémité du décamètre pars de pieds de E18. E19 arrête son geste, elle ne semble pas trop que faire. E20 vient se placer près d'elle, prend le décamètre que lui cède E19 est le place sur le miroir.

Elles se regroupe autour du papier, pour le relire.

On entend le professeur dans un autre groupe.

[1] P : ...vous permet de vérifier que vous avez bien... Vous avez essayer d'utiliser... Pour savoir si le matériel était bien placé comme il faut. Vous allez peut être essayer d'essayer avec cela.

On revient au groupe F.

E18 et E20 sont penchée sur le miroir. E18 debout toujours au même endroit. E18 a placé l'extrémité du décamètre sur le miroir. E20 le tient pendant que E18 déroule le décamètre jusqu'au pied de l'arbre. E20 regarde dans le miroir. E19 vient y jeter un œil, tout en maintenant un pied à l'endroit où elle se trouvé. Elle revient en position verticale à sa place.

[2] E18 : 4m33

E18 revient en enroulant le décamètre.

Groupe B

E5 tient le papier de consigne placé près du miroir. E7 est debout en face de *l'arbre l'extrémité du décamètre à ses pieds. E6 est accroupie au pied du miroir, le décamètre dans les mains.*

[2] E6 : Note sur la feuille toi.

E5 prend son stylo.

[1] E6 : Il faut que tu trouves la distance du pied au miroir. C'est d je crois.

[0] E5 : On peut … un truc.

Il se penche vers E6 pour lui montrer quelque chose sur le papier.

Toujours le groupe B

[2] E6 : C'est 54

[2] E5 : 1m ?

[2] E6 : 1m54

La camera s'est reculée, on voit E4 aux pieds de E7 qui tient l'extrémité du décamètre.

[2] E4 : Vérifie

E6 *semble s'assurer de la mesure .*

[2] E4 : Comment tu as l'autre...j'espère.

[1] E6 *rit :* Ben non maintenant il faut prendre la mesure entre l'œil et le miroir.

[2] E4 *en se tournant vers E7 :* On le récupère. Tu me le donnes.

[0] E7 : Heu !

[2] E6 : Tu le mets au niveau de l'œil. Juste, pas sur le nez mais.........

[0] E4 *se lève*. Attends

E4 et E5 sont près de E7 qui a placé l'extrémité du décamètre vers son œil/

[2] E6 : C'est bon.

[2] E4 : Mais ton œil, il n'est pas au milieu ?

E7 rit, place l'extrémité du décamètre près de son œil.

[2] E6 : Est ce que c'est bon ?

[2] E5 : Combien ?

[2] E6 : 2m10

[0] E7 : Quoi ?

[2] E4 : Oui c'est plus long c'est normal.

[2]E6 : Oui il y a... Tu es bien resté.

[2] E6 : 2m10 c'est bon ? Donc il faut que tu écrives cela aussi sur ta feuille. Je crois que c'est le point.

Groupe E

E15 est debout. E16 est à ses pieds, elle tient l'extrémité du décamètre. E17 est debout face à E15, elle tient le décamètre. Elle place la tête de E15 bien droite et donne la mesure entre le sol et les yeux de E15.

[2] E17 : 1m50

[2] E15 : D'accord.

E16 se lève en riant.

Le cameraman filme à présent un miroir au sol, on entend le professeur et des élèves.Dans le miroir on voit la cime d'un arbre.

[2] P : Tu n'as rien................ ;

[2]Ex : Si mais je ne vois qu'un grand, je ne vois pas le fond.

[2] Ey : Ah ben si je le vois aussi.

[1] P : Il faut reculer.

[2]Ey : Là je vois tout.

On entend aussi des élèves qui annoncent des mesures.

[2] Ex : 6.........;7...........9,87......

Le cameraman filme un miroir avec un décamètre déplié posé dessus. Une élève s'approche du miroir et prend le décamètre.

[2] Ex : Entre le miroir et la base, c'est cela.

[2] P : Le trait du miroir.

[2] Ex : 5m20...........heu non, vient voir. *Elle place son doigt au milieu du miroir.*

Groupe D

E11 et E12 sont cote à cote. E11 tient l'extrémité du décamètre au niveau des yeux *de E12. Le décamètre est tenu par E13 accroupie au pied d'un miroir loin devant eux. E14 est assis entre E13 et E11. Il est tourné vers E13, le professeur debout à coté de lui.*

[2] E13 : Jusque là ?

[2]E11 *s'adressant à E13 :* Non,non le trait numéro 1.................

[2] P : *s'adressant à E11 :* C'est à toi de le tendre.

[2] E13 *En regardant le décamètre puis le professeur :* Entre là et le 13.

E14 toujours assis rit.

[1] P : Regarde le schémas R.

[1] E11*après avoir consulté le papier. S'adressant à E13 :* Il faut que tu ailles à l'arbre. Après...

[1] P : Il y a combien de mesures à prendre ?

[1] E14 : Trois.

[1] E11 : Trois.

[1]P : Il y a trois mesures. Lesquelles ?

[1] E11 : La distance entre ton œil et le sol.

[1] P : Bon alors, on n'a pas vu la distance d'un point à une droite ?

[1]E11 : Si

E11 *Il place le décamètre entre le visage de E12 et le sol.*

[1] E13 *en riant :* Il faut tracer la perpendiculaire à J.

Vidéo EDU-HM/4e mesures/ extrait 5

Groupe A

Le professeur qui s 'adresse à E1 et E2. E1 tient les notes écrites dans la main droite ; E2 a son portable à la main. E3 est placée derrière elles.

[2] P : Et ça dit quoi alors ?

[2] E2 *(lit sur son portable) :* 31,83

[2] E1 *en consultant son document :* 31

[2] P : 31m ?

[2] E1 : Oui

[2] P *(en se tournant vers E2) :* Ce n'est pas un peu grand ?

[2] E1 : Ben si !

[2] E2 : Ben non !

[2] P *qui sourit :* Alors ?

E2 se tourne de droite et de gauche.

[2] E2 : Moi j'aurais dit dans les 15m.

[2] P *(Il place sa main droite sur le document que tient E1) :* Alors vous avez bien vu qu'il y avait tout à fait proportionnalité. Peut être... .*Il se tourne vers E2. On entend pas la fin de sa phrase.*

[0] E2 : Ah

[1] P *(en le montrant sur le document) :* Je vous rappelle qu'il faut comparer les cotés de ce triangle aux cotés de celui-ci

[1] E1*(en le désignant sur le document) :* Ah Ça avec ça. Et après........

[2] P : Peut être si vous aviez trouvé............il aurait été plus simple de vous organisez.

Elles s'éloignent du professeur.

Groupe B

Trois filles au sol. E18 au milieu avec le document écrit. De part et d'autre E19 et E20.

[2] E19 *(elle désigne sur le papier ce dont elle parle) :* Ceci plus cela s'est plus grand que cela. Et ça plus ça c'est plus petit que ça.

[2]E20 *(penchée sur le document) :* C'est vrai.

[2] E18 : Ceci, je pense que ça représente.............

[0] E20 (*met sa main sur le document)* Ceci........... ;

[0] E18 : Attends

[2] E20 : Ça représente ceci.

[1] E18 : Attends il faut regarder ceci.

On entend un élève :

[2] E: Monsieur on arrive pas à...

Groupe C

Trois filles, avec le grand t. Elles regarde le sommet du bâtiment l'œil sur l'extrémité de la barre du t .

On entend un autre groupe en train de calculer, le professeur est présent.

[2] P : C'est quoi là ?

[2] Ex : 13 fois 40 virgule 3

[2] Ey : attend non parce que là c'est millimètre

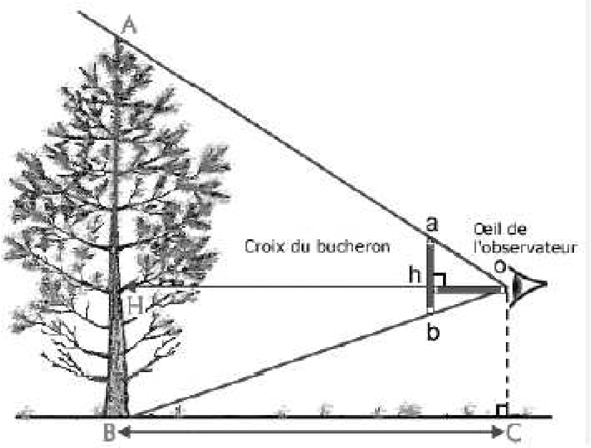
[2] Ex : 8m c'est combien de cm

Rires.

[2] Ez : mm;dm;cm

Mesure par visée d'une grandeur inaccessible
Méthode : la croix du bûcheron.

Prends les deux petits bâtons qui ont la même longueur.
Place le premier bâton en position horizontale, entre tes deux yeux et dirigé vers l'arbre, et le deuxième en position verticale au bout du premier de façon à faire une forme en T.
Place-toi face à l'arbre (ou le batiment) dont tu veux connaître la hauteur.
En avançant ou en reculant, place le bâton vertical de sorte que le bas de ce bâton coïncide avec le bas de l'arbre que tu veux mesurer et que le haut du bâton coïncide avec le sommet de l'arbre.
Tu peux faire monter ou descendre le bâton vertical.
Le schéma ci-dessous peut t'aider à comprendre :



Lorsque les deux extrémités de l'arbre correspondent bien aux deux extrémités du bâton, mesure la distance entre tes pieds (à l'aplomb de ton œil) et la base de l'objet. BC = ...

Cette distance correspond à la hauteur de l'arbre AB = ...

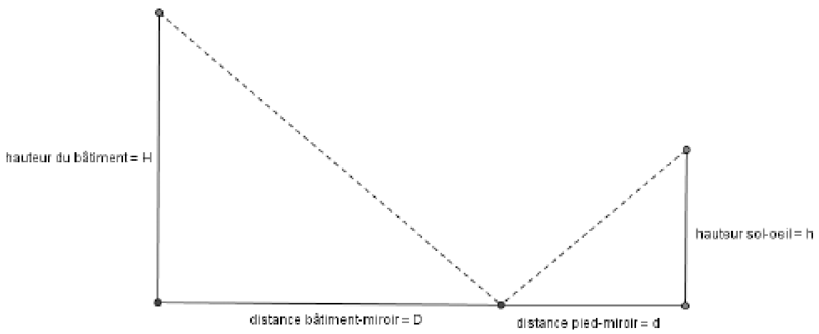
Mesure par visée d'une grandeur inaccessible
Méthode : le reflet.

On trouve une description de cette méthode dans un document du Moyen-Âge appelé *manuscrit du Mont Saint-Michel.* On se sert du reflet, dans une coquille St Jacques pleine d'eau, de l'objet qu'on veut mesurer. Tu vas plutôt utiliser un petit miroir.

Place-toi face au bâtiment (ou l'arbre) que tu veux mesurer et place le miroir au sol entre toi et ce bâtiment. Sur le miroir, il y a un trait. Ce trait représente une sorte de frontière entre toi et le bâtiment.
Recule toi de façon à apercevoir dans le miroir le reflet du bâtiment et place-toi bien pour que son sommet coïncide avec le trait sur le miroir.
Tu dois avoir la tête bien droite.

Quand tu es en place, il faut prendre trois mesures : (note-les sur la fiche)

- la distance entre ton œil et le sol : h = ...
- la distance entre tes pieds (à l'aplomb de ton œil) et le trait sur le miroir : d = ...
- la distance entre la base du bâtiment et le trait sur le miroir : D = ...



Que peux-tu dire des deux triangles de cette figure ?

....

....

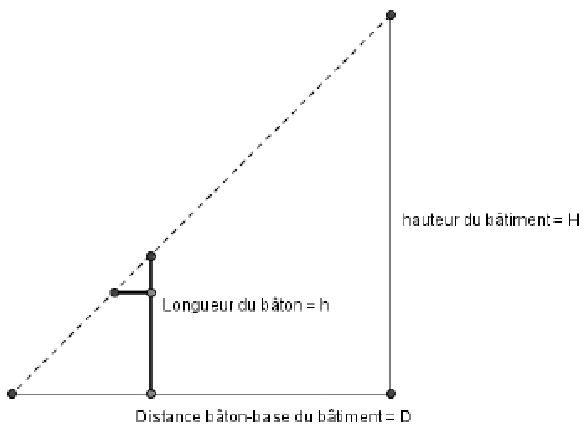
Quelle est la hauteur du bâtiment ? ....

<u>Mesure par visée d'une grandeur inaccessible</u>
<u>Méthode n° 3 : Le bâton de Gerbert.</u>

Cet instrument porte le nom de Gerbert d'Aurillac. Ce moine savant devint pape sous le nom de Sylvestre II de 999 à 1003.

Place-toi face au bâtiment (ou l'arbre) que tu veux mesurer et positionne le bâton entre toi et ce bâtiment.
Le bâton doit être bien vertical, le petit morceau horizontal étant dirigé vers toi.

Pour mesurer, il faut viser de façon à voir simultanément le sommet du bâtiment, le sommet du bâton et l'extrémité du bâton horizontal.
(Imagine une ligne qui part de ton œil, passe par les deux extrémités du bâton et arrive au sommet du bâtiment).
Si ta position de visée n'est pas bonne, tu peux avancer ou reculer avec le bâton jusqu'à obtenir la position souhaitée.



Quand tu es en place :
- Mesure la distance entre la base du bâton et la base du bâtiment : D =
- Mesure la hauteur du bâton : h = ...

Calcule la hauteur du bâtiment de la façon suivante : $H = D + h$

Tu obtiens : H = ...

Mesure par visée d'une grandeur inaccessible :

Écris sur cette fiche les résultats de ton équipe :

Équipe composée de : ....

Méthode n°1 : Croix du bûcheron.

BC = ...
L'arbre mesure donc ....

Méthode n° 2 : reflet.

- Distance œil-sol : h = ...
- Distance pied-miroir : d = ...
- Distance bâtiment-miroir : D = ...

- Le bâtiment mesure : H = ...

Explication de la méthode de calcul :

....
....
....
....
....
....

Méthode n° 3 : Le bâton de Gerbert.

- Distance bâton-bâtiment : D = ...
- Longueur du bâton : h = ...

- Le bâtiment mesure : H = ...

Explications de la méthode de calcul :

....
....
....
....
....
....
....
....

<u>Textes issus du site internet</u>

*** *http://eduhm.univ-artois.fr/equipe/*

Equipe

Personnes actuellement engagées dans le projet :

Enseignants chercheurs

Thomas BARRIER

Laboratoire de Mathématiques de Lens, Université d'Artois

thomas [point] barrier [at] espe-lnf.fr

Anne-Cécile MATHE

Laboratoire de Mathématiques de Lens, Université d'Artois

acecile [point] mathe [at] espe-lnf.fr

Thomas DE VITTORI

Laboratoire de Mathématiques de Lens, Université d'Artois

thomas [point] devittori [at] espe-lnf.fr

Me contacter si vous avez des difficultés pour obtenir des codes d'accès aux vidéos du site.

Enseignants du secondaire

Hervé LOEUILLE

Collège Y.Coppens, Lannion

Malik Y.

Lycée, Douai

Stéphane T.

Lycée, Douai

Damien-Claude S.

Collège, Lens

Nicolas T.

Collège, Lens

Laurent S.

Collège, Lens

Enseignants du primaire

Rejoignez-nous !

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/la-recherche/*

La recherche

Ci-dessous l'actualité de la partie « Recherche » du projet : séminaires, colloques, publications, etc.

2013

15 mars Séminaire : La dimension patrimoniale de la formation des enseignants. En visio-conférence, trois lieux : (1) faculté des sciences Jean Perrin (Université d'Artois) de Lens, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), bâtiment Prestige, deuxième étage, au dessus de la BU, (2) IUFM Midi-Pyrénées, site départemental des Hautes-Pyrénées (Tarbes) salle de visioconférences, (3) Université de Limoges, salle de visioconférence, bâtiment B, 5e étage, IUFM du Limousin.

9h30 : accueil

10h-11h : Objets avez-vous donc une âme ? : Réflexion sur les supports de l'éducation au patrimoine, Véronique Castagnet (FRAMESPA, Université Toulouse II Le Mirail)

11h-12h : Pourquoi dépoussiérer les vieux manuels de mathématiques ? Une réponse concernant la formation des enseignants, Marc Moyon (FRED, Université de Limoges)

18 janvier Séminaire : Épistémologie et didactique de l'analyse – enseignement supérieur et formation des enseignants. Faculté des Sciences Jean Perrin (Université d'Artois) de Lens, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), bâtiment Prestige, salle P108 (premier étage, au dessus de la BU)

14h00-14h20 : Accueil et café

14h20-15h10 : Constitution et stabilisation d'une chaîne déductive longue, Renaud Chorlay (IREM de Paris et IUFM de Paris)

15h10-16h00 : un exemple historique d'évolution du langage mathématique : la découverte de la convergence uniforme, Gilbert Arsac (IREM de Lyon, Université Lyon 1)

16h00-17h00 : Table ronde sur le thème de l'enseignement de l'analyse à *l'université et sur la formation des enseignant.*

2012

Publication Des séances ordinaires comportant une dimension historique: quels enseignements ?, Thomas Barrier, Anne-Cécile Mathé, Thomas de Vittori, Petit x, n°90, 2012.

18 décembre Séminaire : Regards croisés : histoire des mathématiques, didactique de l'histoire, didactique des sciences et des mathématiques.Faculté des Sciences Jean Perrin (Université d'Artois) de Lens, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), bâtiment Prestige, salle P108 (premier étage, au dessus de la BU)

9h-9h30 : accueil et café

9h30-10h20 : Présentation de quelques outils d'analyse de supports de diffusion des sciences de la vie et de la Terre. À la recherche d'une application au cas des mathématiques, Johann-Günther Egginger, Albine Courdent (LBHE, Université d'Artois)

10h20-11h10 : Insérer des perspectives historiques dans l'enseignement des sciences : quelques tensions et dilemmes, Frédéric Brechenmacher (LML, Université d'Artois)

11h10-12h00 : Cadres et modèles d'analyse des apprentissages en histoire. Interprétation des verbalisations des élèves, Nicole Tutiaux-Guillon (Theodile-CIREL, Université Lille 3)

12h00-14h00 : repas

14h00-17h00 : Groupe de travail ouvert – mise à l'épreuve de concepts de la didactique de l'histoire dans le contexte de l'analyse de vidéos de séance ordinaire de classe de mathématiques comportant une perspective historique

31 mai, 1er et 2 juin Présentation d'EDU-HM lors du colloque de didactique « Hommage à Michèle Artigue », Paris. Voir l'affiche

Lancement du programme de recherche

Préparation et dépôt du projet

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/*

Les séances

Le programme EDU-HM a pour objectif de rendre disponibles des analyses didactiques de séances de classe ou de formation utilisant des supports historiques ou des activités inspirées par l'histoire des mathématiques. Notre intérêt se porte en général sur plusieurs questions comme : dans quelle mesure la dimension historique contribue-t-elle au fonctionnement des situations et aux apprentissages mathématiques ? quels sont les savoirs historiques visés par l'enseignant ? ou dans quelle mesure des connaissances relevant de l'histoire des mathématiques émergent-elles à travers l'expérience d'activités mathématiques contextualisées ?

Pour chaque séance, plusieurs extraits vidéo sont proposés et commentés.

Les séances sont identifiées par niveau (6e, 5e, …, T, sup, multi) et par un titre. Vous pouvez choisir une séance soit via l'onglet et menu déroulant « Les séances » en haut de la page, soit via le menu « Navigation » à droite. La description de la séance, les supports élève, le contexte, … sont donnés sur la page portant le nom de la séance. Les extraits relatifs à une séance sont classés comme sous-pages de ladite séance.

Les vidéos ont été recueillies depuis plusieurs années dans des classes de différents niveaux ainsi qu'à l'université. Le recueil se poursuit et nous remercions chaleureusement tous les enseignants qui nous ont accueillis et tous nos étudiants qui se sont prêtés aux expérimentations avec enthousiasme.

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/*

4e mesures

Cette séance se déroule en extérieur, dans la cour. Les élèves doivent mesurer des hauteurs de bâtiments et d'arbres à l'aide d'outils et de techniques d'arpentage datant du Moyen-Âge.

Ce type de séance inspirés par les traités de géométrie dite pratique permet de mobiliser les savoirs géométriques comme outils de modélisation : il s'agit ici de mettre en œuvre des résultats géométriques sur les triangles (proportionnalité, théorème de Thalès, …) à partir de problèmes concrets.

Dans un contexte scolaire, quelques instruments sont privilégiés : la règle, l'équerre, le compas et le rapporteur. Après quelques années, leur usage est naturalisé, ce qui créer de nombreux implicites. La découverte d'un nouvel instrument oblige à assimiler tant sa manipulation (aspect pratique) que le contenu mathématique auquel il renvoie (aspect théorique).

Dans cette séance filmée en collège, le travail mathématique s'accompagne d'une fréquentation plus ou moins authentique de pratiques anciennes. L'histoire des mathématiques fonctionne ici autant comme outil au service des mathématiques scolaires que comme un objet de réflexion.

La fiche élève : 4_mesures_fiche_eleve

Niveau : quatrième / Année 2011

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/extrait-1/*

1. Mise en route

Comme les anciens

Située à l'extérieur, cette séance propose une histoire des mathématiques à vivre. Il s'agit de mesurer plusieurs grandeurs inaccessibles comme on pouvait le faire aux 12e-13e siècles.

Dans cette mise en route, l'enseignant précise les objectifs de la séance, distribue le matériel et répartit les groupes dans la cour.

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/extrait-2/*

2. Croix du bûcheron

Utilisation de la croix du bûcheron

Pour chacun des trois instruments, les élèves disposent d'une fiche explicative. La partie pratique est explicitée (positionnement des instruments, visées et mesures à effectuer), par contre la partie théorique est laissée à leur réflexion (l'espace nécessaire est laissé sur la fiche de travail). En ce qui concerne la croix du bûcheron, l'explication pratique est principalement constituée d'un schéma.

L'utilisation du nouvel outil entraîne quelques hésitations et difficultés de manipulation. Le travail par groupe et la dimension ludique de la situation permettent aux élèves de rapidement s'approprier cet instrument.

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/extrait-3/*

3. Bâton de Gerbert

Utilisation du bâton de Gerbert

Comme pour la croix du bûcheron, les élèves ont d'abord quelques difficultés pour comprendre le mode d'utilisation du bâton de Gerbert. Il s'agit ensuite de bien positionner l'instrument, ce qui nécessite des déplacements. Les prises de mesures se font à l'aide d'un décamètre et ne posent pas de difficultés majeures.

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/extrait-4/*

4. Miroir

Utilisation du miroir

Des trois instruments, le miroir est celui qui pose le plus de difficultés aux élèves. Certains d'entre-eux vont chercher à relever la distance entre leur œil et le miroir (après avoir pris celle entre leurs pieds et le miroir) alors que la méthode nécessitait de mesurer la distance entre l'œil et le sol.

Les difficultés portent ici sur la mesure plus que sur le positionnement de l'observateur ou de l'instrument, qui sont indépendants.

**** *http://eduhm.univ-artois.fr/les-seances-2/4e-mesures/extrait-5/*

5. Calculs

Après la mesure …

Après avoir pris les mesures, le travail se poursuit au sein du modèle mathématique. Il s'agit de mobiliser des résultats de la géométrie plane pour mettre en équation puis calculer les hauteurs recherchées, pour chacun des instruments. L'enseignant intervient parfois pour guider ses élèves.

Parallèlement, l'activité en groupe sans la pression liée à la présence du professeur permet certains apports par les pairs comme la révision élémentaire du système métrique à la fin de l'extrait.

Annexes de la partie 3

1 Programmes officiels BOS n°6 2008

Introduction commune

**** *Introduction_

Introduction commune
I. LA CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE ACQUISE AU COLLÈGE
À l'issue de ses études au collège, l'élève doit s'être construit une première représentation globale et cohérente du monde dans lequel il vit. Il doit pouvoir apporter des éléments de réponse simples mais cohérents aux questions : « Comment est constitué le monde dans lequel je vis ? », « Quelle y est ma place ? », « Quelles sont les responsabilités individuelles et collectives ? ».
Toutes les disciplines concourent à l'élaboration de cette représentation, tant par les contenus d'enseignement que par les méthodes mises en oeuvre. Les sciences expérimentales et la technologie permettent de mieux comprendre la nature et le monde construit par et pour l'Homme. Les mathématiques fournissent des outils puissants pour modéliser des phénomènes et anticiper des résultats, en particulier dans le domaine des sciences expérimentales et de la technologie, en permettant l'expression et le développement de nombreux éléments de connaissance. Elles se nourrissent des problèmes posés par la recherche d'une meilleure compréhension du monde ; leur développement est également, pour une très large part, lié à la capacité de l'être humain à explorer des concepts théoriques.
Ces disciplines ont aussi pour objet de permettre à l'élève de comprendre les enjeux sociétaux de la science et de la technologie, ses liens avec les préoccupations de chaque être humain, homme ou femme. Les filles en particulier doivent percevoir qu'elles sont à leur place dans le monde des sciences à l'encontre de certains stéréotypes qui doivent être combattus.
La perspective historique donne une vision cohérente des sciences et des techniques et de leur développement conjoint. Elle permet de présenter les connaissances scientifiques comme une construction humaine progressive et non comme un ensemble de vérités révélées. Elle éclaire par des exemples le caractère réciproque des interactions entre sciences et techniques.
1. Unité et diversité du monde
L'extraordinaire richesse de la nature et la complexité de la

technique peuvent être décrites par un petit nombre de lois universelles et de concepts unificateurs.
L’unité du monde est d’abord structurelle : la matière, vivante ou inerte, est un assemblage d’atomes, le plus souvent organisés en molécules. Les propriétés des substances ou des espèces chimiques sont fonction de la nature des molécules qui les composent. Ces dernières peuvent se modifier par un réarrangement des atomes donnant naissance à de nouvelles molécules et ainsi à de nouvelles substances. Une telle transformation dans laquelle la nature des atomes, leur nombre total et la masse totale restent conservés est appelée transformation (ou réaction) chimique.
La matière vivante est constituée d’atomes qui ne sont pas différents dans leur nature de ceux qui constituent la matière inerte. Son architecture fait intervenir un niveau d’organisation qui lui est particulier, celui de la cellule, elle-même constituée d’un très grand nombre de molécules et siège de transformations chimiques.
Les êtres vivants possèdent un ensemble de fonctions (nutrition, relation, reproduction) qui leur permettent de vivre et de se développer dans leur milieu.
Les échanges entre l’organisme vivant et le milieu extérieur sont à l’origine de l’approvisionnement des cellules en matière (nutriments et dioxygène permettant la transformation d'énergie et le renouvellement des molécules nécessaires à leur fonctionnement) et du rejet dans le milieu de déchets produits par leur activité.
Il existe aussi une unité de représentation du monde qui se traduit par l’universalité des lois qui régissent les phénomènes naturels : la conservation de la matière, qui se manifeste par la conservation de sa masse totale au cours des transformations qu’elle subit, celle de l’énergie au travers de ses transformations sous diverses formes. Les concepts d’échange de matière, d’énergie et d’information soustendent aussi bien la compréhension du fonctionnement des organismes vivants que des objets techniques ou des échanges économiques ; ils sont également la base d’une approche rationnelle des problèmes relatifs à la sécurité et à l’environnement. Ce type d’analyse est particulièrement pertinent pour comprendre les besoins auxquels les objets ou les systèmes techniques répondent ainsi que la constitution et le fonctionnement de ces objets.
C’est au contraire une prodigieuse diversité du monde que met en évidence l’observation quotidienne des paysages, des roches, des espèces vivantes, des individus… Il n’y a là aucune contradiction : ce sont les combinaisons d’un nombre limité d’« espèces atomiques » (éléments chimiques) qui engendrent le nombre considérable d’espèces chimiques présentes dans notre environnement, c’est la combinaison aléatoire des gènes qui rend compte de l’unicité de l’individu ; la reproduction sexuée permet à la fois le maintien et la diversification du patrimoine génétique des

êtres vivants.
En tant que tel, l’individu possède les caractères de son espèce (unité de l’espèce) et présente des variations qui lui sont propres (unicité de l’individu). Comme chaque être vivant, il est influencé à la fois par l’expression de son patrimoine génétique et par ses conditions de vie. De plus, ses comportements personnels, notamment ses activités physiques et ses pratiques alimentaires, influent sur la santé, tant au plan individuel que collectif.

2. Percevoir le monde

L’Homme perçoit en permanence, grâce aux organes des sens, des informations de nature physico-chimique provenant de son environnement. Au-delà de la perception directe, l’observation peut être affinée par l’emploi d’instruments, objets techniques qui étendent les possibilités des sens. Elle peut aussi être complétée par l’utilisation d’appareils de mesure et par l’exploitation mathématique des résultats qu’ils fournissent. L’exploitation de séries de mesures, la réflexion sur leur moyenne et leur dispersion, tant dans le domaine des sciences expérimentales que dans celui de la technologie introduisent l’idée de précision de la mesure et conduisent à une première vision statistique du monde.
La démarche expérimentale, au-delà de la simple observation, contribue à une représentation scientifique, donc explicative, du monde.

3. Se représenter le monde

La perception immédiate de l’environnement à l’échelle humaine est complétée par une représentation du monde aux échelles microscopique d’une part et astronomique de l’autre. Les connaissances acquises en mathématiques permettent de s'appuyer sur des modèles de représentation issus de la géométrie, de manipuler les dimensions correspondantes et de les exprimer dans les unités appropriées.
À l’échelle microscopique, l’ordre de grandeur des dimensions respectives de l’atome et de la cellule est connu.
À l’échelle astronomique, le système solaire est conçu comme un cas particulier de système planétaire et la Terre comme une planète particulière.
À la vision externe de la Terre aux échelles moyennes s’ajoute une représentation interne de notre planète et des matériaux qui la composent, ainsi qu'à un premier degré de compréhension de son activité et de son histoire.
La représentation du monde ne se réduit pas à une description de celui-ci dans l’espace. Elle devient cohérente en y adjoignant celle de son évolution dans le temps. Ici encore, ce sont les outils mis en place dans l'enseignement des mathématiques qui permettent de comparer les échelles de temps appropriées : géologique, historique et humaine et d'étudier divers aspects quantitatifs de cette évolution

(graphiques, taux de croissance…).
4. Penser mathématiquement
L'histoire de l'humanité est marquée par sa capacité à élaborer des outils qui lui permettent de mieux comprendre le monde, d'y agir plus efficacement et de s'interroger sur ses propres outils de pensée. À côté du langage, les mathématiques ont été, dès l'origine, l'un des vecteurs principaux de cet effort de conceptualisation. Au terme de la scolarité obligatoire, les élèves doivent avoir acquis les éléments de base d'une pensée mathématique. Celle-ci repose sur un ensemble de connaissances solides et sur des méthodes de résolution de problèmes et des modes de preuves (raisonnement déductif et démonstrations spécifiques).
II LE SOCLE COMMUN DE CONNAISSANCES ET DE COMPETENCES
1. Les mathématiques
Au sein du socle commun, les mathématiques entretiennent des liens étroits avec les autres sciences et la technologie, le langage mathématique permettant de décrire et de modéliser les phénomènes de la nature mais elles s'en distinguent aussi car elles forment une discipline intellectuelle autonome, possédant son identité.
Le rôle de la preuve, établie par le raisonnement, est essentiel et l'on ne saurait se limiter à vérifier sur des exemples la vérité des faits mathématiques. L'enseignement des mathématiques conduit à goûter le plaisir de découvrir par soi-même cette vérité, établie rationnellement et non sur un argument d'autorité, et à la respecter. Faire des mathématiques, c'est se les approprier par l'imagination, la recherche, le tâtonnement et la résolution de problèmes, dans la rigueur de la logique et le plaisir de la découverte.
Ainsi les mathématiques aident à structurer la pensée et fournissent des modèles et des outils aux autres disciplines scientifiques et à la technologie.
Les nombres sont au début et au coeur de l'activité mathématique. L'acquisition des principes de base de la numération, l'apprentissage des opérations et de leur sens, leur mobilisation pour des mesures et pour la résolution de problèmes sont présents tout au long des apprentissages. Ces apprentissages, qui se font en relation avec la maîtrise de la langue et la découverte des sciences, sont poursuivis tout au long de la scolarité obligatoire avec des degrés croissants de complexité – nombre entiers naturels, nombres décimaux, fractions, nombres relatifs. L'apprentissage des techniques opératoires est évidemment indissociable de l'étude des nombres. Il s'appuie sur la mémorisation des tables, indispensable tant au calcul mental qu'au calcul posé par écrit.
La géométrie doit rester en prise avec le monde sensible qu'elle permet de décrire. Les constructions géométriques, avec leurs instruments traditionnels – règle, équerre, compas, rapporteur –,

aussi bien qu'avec un logiciel de géométrie, constituent une étape essentielle à la compréhension des situations géométriques. Mais la géométrie est aussi le domaine de l'argumentation et du raisonnement, elle permet le développement des qualités de logique et de rigueur.

L'organisation et la gestion des données sont indispensables pour comprendre un monde contemporain dans lequel l'information chiffrée est omniprésente, et pour y vivre. Il faut d'abord apprendre à lire et interpréter des tableaux, schémas, diagrammes, à réaliser ce qu'est un événement aléatoire. Puis apprendre à passer d'un mode de représentation à l'autre, à choisir le mode le plus adéquat pour organiser et gérer des données. Émerge ainsi la proportionnalité et les propriétés de linéarité qui lui sont associées. En demandant de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique, sur les risques d'erreur d'interprétation et sur leurs conséquences possibles, y compris dans la vie courante, cette partie des mathématiques contribue à former de jeunes adultes capables de comprendre les enjeux et débats de la société où ils vivent.

Enfin, en tant que discipline d'expression, les mathématiques participent à la maîtrise de la langue, tant à l'écrit – rédaction, emploi et construction de figures, de schémas, de graphiques – qu'à l'oral, en particulier par le débat mathématique et la pratique de l'argumentation.

2. Sciences d'observation, d'expérimentation et technologies

Pour connaître et comprendre le monde de la nature et des phénomènes, il s'agit d'observer, avec curiosité et esprit critique, le jeu des effets et des causes, en imaginer puis construire des explications par raisonnement, percevoir la résistance du réel en manipulant et expérimentant, savoir la contourner tout en s'y pliant. Comprendre permet d'agir, si bien que techniques et sciences progressent de concert, développent l'habileté manuelle, le geste technique, le souci de la sécurité, le goût simultané de la prudence et du risque. Peu à peu s'introduit l'interrogation majeure de l'éthique, dont l'éducation commence tôt : qu'est-il juste, ou non, de faire ? Et selon quels critères raisonnés et partageables ? Quelle attitude responsable convient-il d'avoir face au monde vivant, à l'environnement, à la santé de soi et de chacun ?

L'Univers. Au-delà de l'espace familier, les premiers objets qui donnent à pressentir, par observation directe, l'extension et la diversité de l'univers sont la Terre, puis les astres proches (Lune, Soleil), enfin les étoiles. Les mouvements de la Terre, de la Lune, des planètes donnent une première structuration de l'espace et du temps, ils introduisent l'idée qu'un modèle peut fournir une certaine représentation de la réalité. L'observation et l'expérience révèlent

progressivement d'autres échelles d'organisation, celles des cellules, des molécules, des ions et des atomes, chaque niveau possédant ses règles d'organisation, et pouvant être également représenté par des modèles. La fréquentation mentale et écrite des ordres de grandeur permet de se représenter l'immensité de l'étendue des durées, des distances et des dimensions.
La Terre. Perçue d'abord par l'environnement immédiat – atmosphère, sol, océans – et par la pesanteur qu'elle exerce – verticalité, poids –, puis par son mouvement, sa complexité se révèle progressivement dans les structures de ses profondeurs et de sa surface, dans ses paysages, son activité interne et superficielle, dans les témoins de son passé. L'étude de ceux-ci révèle, sous une apparence immuable, changements et vulnérabilité. Les couches fluides – océan et atmosphère – sont en interaction permanente avec les roches. Volcans et séismes manifestent une activité d'origine interne. Ces interactions façonnent les paysages et déterminent la diversité des milieux où se déroule l'histoire de la vie. Les milieux que peuple celle-ci sont divers, toujours associés à la présence et au rôle de l'eau.
Les techniques développées par l'espèce humaine modifient l'environnement et la planète elle-même. La richesse des matériaux terrestres n'est pas inépuisable, cette rareté impliquant de se soucier d'une exploitation raisonnée et soucieuse de l'avenir.
L'observation de la pesanteur, celle des mouvements planétaires, enfin les voyages spatiaux, conduisent à se représenter ce qu'est une force, les mouvements qu'elle peut produire, à l'utiliser, à en reconnaître d'autres modalités – frottement, aimants –, à distinguer enfin entre force et masse.
La matière et les matériaux. L'expérience immédiate – météorologie, objets naturels et techniques – révèle la permanence de la matière, ses changements d'état – gaz, liquide, solide – et la diversité de ses formes. Parmi celles-ci, le vivant tient une place singulière, marquée par un échange constant avec le non-vivant. L'eau et l'air, aux propriétés multiples, sont deux composants majeurs de l'environnement de la vie et de l'Homme, ils conditionnent son existence.
La diversité des formes de la matière, de leurs propriétés mécaniques ou électriques, comme celle des matériaux élaborés par l'homme pour répondre à ses besoins – se nourrir, se vêtir, se loger, se déplacer… –, est grande. Des grandeurs simples, avec leurs unités, en permettent une première caractérisation et conduisent à pratiquer unités et mesures, auxquelles s'appliquent calculs, fractions et règles de proportionnalité. Les réactions entre ces formes offrent une combinatoire innombrable, tantôt immédiatement perceptible et utilisable (respiration, combustion), tantôt complexe (industrie chimique ou agro-alimentaire), précisément fixée par la nature des

atomes qui constituent la matière. La conception et la réalisation des objets techniques et des systèmes complexes met à profit les connaissances scientifiques sur la matière : choix des matériaux, obtention des matières premières, optimisation des structures pour réaliser une fonction donnée, maîtrise de l'impact du cycle de vie d'un produit sur l'environnement.
Les sociétés se sont toujours définies par les matériaux qu'elles maîtrisent et les techniques utilisées pour leur assurer une fonction. La maîtrise, y compris économique, des matériaux, les technologies de leur élaboration et transformation sont au coeur du développement de nos sociétés : nouveaux matériaux pour l'automobile permettant d'accroître la sécurité tout en allégeant les véhicules, miniaturisation des circuits électroniques, biomatériaux.
Le vivant. Les manifestations de la vie, le développement des êtres vivants, leur fonctionnement, leur reproduction montrent cette modalité si particulière de la nature. L'adaptation aux milieux que la vie occupe, dans lesquels elle se maintient et se développe, s'accompagne de la diversité des formes du vivant. Pourtant, celle-ci repose sur une profonde unité d'organisation cellulaire et de transmission d'information entre générations successives. Les caractères de celles-ci évoluent dans le temps, selon des déterminants plus ou moins aléatoires, conduisant à des formes de vie possédant une grande complexité.
La compréhension des relations étroites entre les conditions de milieu et les formes de vie, ainsi que la prise de conscience de l'influence de l'Homme sur ces relations, conduisent progressivement à mieux connaître la place de l'Homme dans la nature et prépare la réflexion sur les responsabilités individuelles et collectives dans le domaine de l'environnement, du développement durable et de la gestion de la biodiversité.
L'exploitation et la transformation industrielle des produits issus de matière vivante, animale ou végétale, suscitent des innovations techniques et alimente un secteur économique essentiel.
Interactions et signaux. La lumière est omni-présente dans l'expérience de chacun, depuis son rôle dans la vision jusqu'au maintien de la vie des plantes vertes. Les ombres et la pratique immédiate de la géométrie qu'elles offrent, la perception des couleurs, la diversité des sources – Soleil, combustions, électricité – qui la produisent permettent d'approcher ce qu'est la lumière, grâce à laquelle énergie et information peuvent se transmettre à distance.
D'autres modalités d'interactions à distance couplent les objets matériels entre eux, ainsi que, grâce aux sens, les êtres vivants au monde qui les entoure. Chez ceux-ci, le système nerveux, la communication cellulaire sont constitutifs du fonctionnement même de la vie. Chacune de ces interactions possède une vitesse qui lui est propre.

L’énergie. L’énergie apparaît comme la capacité que possède un système de produire un effet : au-delà de l’usage familier du terme, un circuit électrique simple, la température d’un corps, les mouvements corporels et musculaires, l’alimentation, donnent à percevoir de tels effets, les possibilités de transformation d’une forme d’énergie en une autre, l’existence de réservoirs (ou sources) d’énergie facilement utilisables.

De façon plus élaborée, l’analyse du fonctionnement des organismes vivants et de leurs besoins en énergie, la pratique des circuits électriques et leurs multiples utilisations dans la vie quotidienne, les échanges thermiques sont autant de circonstances où se révèlent la présence de l’énergie et de sa circulation, le rôle de la mesure et des incertitudes qui la caractérisent.

Le rôle essentiel de l’énergie dans le fonctionnement des sociétés requiert d’en préserver les formes aisément utilisables, et d’être familier de ses unités de mesure, comme des ordres de grandeur. Circulation d’énergie et échanges d’information sont étroitement liés, l’économie de celle-là étant dépendante de ceux-ci.

L’Homme. La découverte du fonctionnement du corps humain construit une première représentation de celui-ci, en tant que structure vivante, dotée de mouvements et de fonctions diverses – alimentation, digestion, respiration, reproduction –, capable de relations avec les autres et avec son milieu, requérant respect et hygiène de vie.

L'étude plus approfondie de la transmission de la vie, de la maturation et du fonctionnement des organes qui l'assurent, des aspects génétiques de la reproduction sexuée permet de comprendre à la fois l'unicité de l'espèce humaine et la diversité extrême des individus. Chaque homme résulte de son patrimoine génétique, de son interaction permanente avec son milieu de vie et, tout particulièrement, de ses échanges avec les autres. Saisir le rôle de ces interactions entre individus, à la fois assez semblables pour communiquer et assez différents pour échanger, conduit à mieux se connaître soi-même, à comprendre l'importance de la relation à l'autre et à traduire concrètement des valeurs éthiques partagées. Comprendre les moyens préventifs ou curatifs mis au point par l'homme introduit à la réflexion sur les responsabilités individuelles et collectives dans le domaine de la santé. Une bonne compréhension de la pensée statistique et de son usage conduit à mieux percevoir le lien entre ce qui relève de l’individu et ce qui relève du grand nombre – alimentation, maladies et leurs causes, vaccination.

Les réalisations techniques. L’invention, l’innovation, la conception, la construction et la mise en oeuvre d’objets et de procédés techniques servent les besoins de l’homme – alimentation, santé, logement, transport, communication. Objets et procédés sont portés par un projet, veillant à leur qualité et leur coût, et utilisant des connaissances élaborées par ou pour la science. Leurs usages, de la vie quotidienne à l'industrie la plus performante, sont innombrables. Façonnant la matière depuis l'échelle de l'humain jusqu'à celle de l'atome, produisant ou utilisant l'électricité, la lumière ou le vivant, la technique fait appel à des modes de conception et de raisonnement qui lui sont propres, car ils sont contraints par le coût, la faisabilité, la disponibilité des ressources. Le fonctionnement des réalisations techniques, leur cycle de production et destruction peuvent modifier l'environnement immédiat, mais aussi le sol, l'atmosphère ou les océans de la planète. La sécurité de leur utilisation, par l'individu comme par la collectivité, requiert vigilance et précautions.

III. LA DEMARCHE D'INVESTIGATION

Dans la continuité de l'école primaire, les programmes du collège privilégient pour les disciplines scientifiques et la technologie une démarche d'investigation. Comme l'indiquent les modalités décrites ci-dessous, cette démarche n'est pas unique. Elle n'est pas non plus exclusive et tous les objets d'étude ne se prêtent pas également à sa mise en oeuvre. Une présentation par l'enseignant est parfois nécessaire, mais elle ne doit pas, en général, constituer l'essentiel d'une séance dans le cadre d'une démarche qui privilégie la construction du savoir par l'élève. Il appartient au professeur de déterminer les sujets qui feront l'objet d'un exposé et ceux pour lesquels la mise en oeuvre d'une démarche d'investigation est pertinente.

La démarche d'investigation présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et à celui des mathématiques. La spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre.

Repères pour la mise en oeuvre

1. Divers aspects d'une démarche d'investigation

Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques). Les investigations réalisées avec l'aide du professeur, l'élaboration de réponses et la recherche d'explications ou de justifications débouchent sur l'acquisition de connaissances, de compétences méthodologiques et sur la mise au point de savoir-faire techniques.

Dans le domaine des sciences expérimentales et de la technologie,

chaque fois qu’elles sont possibles, matériellement et déontologiquement, l'observation, l’expérimentation ou l’action directe par les élèves sur le réel doivent être privilégiées.
Une séance d’investigation doit être conclue par des activités de synthèse et de structuration organisées par l’enseignant, à partir des travaux effectués par la classe. Celles-ci portent non seulement sur les quelques notions, définitions, résultats et outils de base mis en évidence, que les élèves doivent connaître et peuvent désormais utiliser, mais elles sont aussi l’occasion de dégager et d’expliciter les méthodes que nécessite leur mise en oeuvre.
2. Canevas d’une séquence d’investigation
Ce canevas n’a pas la prétention de définir « la » méthode d’enseignement, ni celle de figer de façon exhaustive un déroulement imposé. Une séquence est constituée en général de plusieurs séances relatives à un même sujet d’étude.
Par commodité de présentation, sept moments essentiels ont été identifiés. L’ordre dans lequel ils se succèdent ne constitue pas une trame à adopter de manière linéaire. En fonction des sujets, un aller et retour entre ces moments est tout à fait souhaitable, et le temps consacré à chacun doit être adapté au projet pédagogique de l’enseignant.
Les modes de gestion des regroupements d’élèves, du binôme au groupe-classe selon les activités et les objectifs visés, favorisent l’expression sous toutes ses formes et permettent un accès progressif à l’autonomie.
La spécificité de chaque discipline conduit à penser différemment, dans une démarche d'investigation, le rôle de l'expérience et le choix du problème à résoudre. Le canevas proposé doit donc être aménagé pour chaque discipline.
Le choix d'une situation - problème:
- analyser les savoirs visés et déterminer les objectifs à atteindre ;
- repérer les acquis initiaux des élèves ;
- identifier les conceptions ou les représentations des élèves, ainsi que les difficultés persistantes (analyse d'obstacles cognitifs et d’erreurs) ;
- élaborer un scénario d’enseignement en fonction de l’analyse de ces différents éléments.
L’appropriation du problème par les élèves :
Les élèves proposent des éléments de solution qui permettent de travailler sur leurs conceptions initiales, notamment par confrontation de leurs éventuelles divergences pour favoriser l’appropriation par la classe du problème à résoudre.
L’enseignant guide le travail des élèves et, éventuellement, l’aide à reformuler les questions pour s’assurer de leur sens, à les recentrer sur le problème à résoudre qui doit être compris par tous. Ce guidage ne doit pas amener à occulter ces conceptions initiales mais au

contraire à faire naître le questionnement.
La formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles :
- formulation orale ou écrite de conjectures ou d'hypothèses par les élèves (ou les groupes) ;
- élaboration éventuelle d'expériences, destinées à tester ces hypothèses ou conjectures ;
- communication à la classe des conjectures ou des hypothèses et des éventuels protocoles expérimentaux proposés.
L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves :
- moments de débat interne au groupe d'élèves ;
- contrôle de l'isolement des paramètres et de leur variation, description et réalisation de l'expérience (schémas, description écrite) dans le cas des sciences expérimentales, réalisation en technologie ;
- description et exploitation des méthodes et des résultats ; recherche d'éléments de justification et de preuve, confrontation avec les conjectures et les hypothèses formulées précédemment.
L'échange argumenté autour des propositions élaborées :
- communication au sein de la classe des solutions élaborées, des réponses apportées, des résultats obtenus, des interrogations qui demeurent ;
- confrontation des propositions, débat autour de leur validité, recherche d'arguments ; en mathématiques, cet échange peut se terminer par le constat qu'il existe plusieurs voies pour parvenir au résultat attendu et par l'élaboration collective de preuves.
L'acquisition et la structuration des connaissances :
- mise en évidence, avec l'aide de l'enseignant, de nouveaux éléments de savoir (notion, technique, méthode) utilisés au cours de la résolution,
- confrontation avec le savoir établi (comme autre forme de recours à la recherche documentaire, recours au manuel), en respectant des niveaux de formulation accessibles aux élèves, donc inspirés des productions auxquelles les groupes sont parvenus ;
- recherche des causes d'un éventuel désaccord, analyse critique des expériences faites et proposition d'expériences complémentaires,
- reformulation écrite par les élèves, avec l'aide du professeur, des connaissances nouvelles acquises en fin de séquence.
La mobilisation des connaissances :
- exercices permettant d'automatiser certaines procédures, de maîtriser les formes d'expression liées aux connaissances travaillées : formes langagières ou symboliques, représentations graphiques… (entraînement), liens ;
- nouveaux problèmes permettant la mise en oeuvre des connaissances acquises dans de nouveaux contextes

(réinvestissement) ;
- évaluation des connaissances et des compétences méthodologiques.

IV. LA PLACE DES TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION

Les technologies de l'information et de la communication sont présentes dans tous les aspects de la vie quotidienne : une maîtrise suffisante des techniques usuelles est nécessaire à l'insertion sociale et professionnelle.

Les mathématiques, les sciences expérimentales et la technologie contribuent, comme les autres disciplines, à l'acquisition de cette compétence. Elles offrent, avec les outils qui leur sont propres, de nombreuses opportunités de formation aux différents éléments du référentiel du B2i collège, et participent à la validation.

Consolider la maîtrise des fonctions de base d'un environnement informatique, plus particulièrement dans un environnement en réseau, constitue un premier objectif. Ensuite, par une première approche de la réalisation et du traitement de documents numériques, l'élève comprend l'importance du choix du logiciel en fonction de la nature des données saisies ou capturées et de la forme du résultat souhaité (utilisation d'un tableur, expérimentation assistée par ordinateur, numérisation et traitement d'images, exploitation de bases de données, réalisation de comptes-rendus illustrés). Les simulations numériques sont l'occasion d'une réflexion systématique sur les modèles qui les sous-tendent, sur leurs limites, sur la distinction nécessaire entre réel et virtuel ; la simulation d'expériences ne doit cependant pas prendre le pas sur l'expérimentation directe lorsque celle-ci est possible. La recherche de documents en ligne permet, comme dans d'autres matières et en collaboration avec les professeurs documentalistes, de s'interroger sur les critères de classement des moteurs utilisés, sur la validité des sources, d'effectuer une sélection des données pertinentes. Lorsque les situations s'y prêtent, des échanges de messages et de données sont réalisés par l'intermédiaire des réseaux : compilation et traitement statistique de résultats de mesures, transmission des productions au professeur, travail en groupe. Les règles d'identification et de protection, de respect des droits sont systématiquement appliquées, de façon à faire acquérir des comportements responsables.

V. LES THEMES DE CONVERGENCE

Le contenu des thèmes de convergence a été établi conformément aux programmes des disciplines concernées dans lesquels ils sont mentionnés ; ils n'introduisent pas de nouvelles compétences exigibles et ne font pas l'objet d'un enseignement spécifique.

À l'issue de ses études au collège, l'élève doit s'être construit une première représentation globale et cohérente du monde dans lequel il vit. L'élaboration de cette représentation passe par l'étude de sujets essentiels pour les individus et la société. L'édification de ces objets de savoirs communs doit permettre aux élèves de percevoir les convergences entre les disciplines et d'analyser, selon une vue d'ensemble, des réalités du monde contemporain.

Pour chaque enseignement disciplinaire, il s'agit de contribuer, de façon coordonnée, à l'appropriation par les élèves de savoirs relatifs à ces différents thèmes, éléments d'une culture partagée. Cette démarche doit en particulier donner plus de cohérence à la formation que reçoivent les élèves dans des domaines tels que la santé, la sécurité et l'environnement qui sont essentiels pour le futur citoyen. Elle vise aussi, à travers des thèmes tels que la météorologie ou l'énergie mais aussi la pensée statistique, à faire prendre conscience de ce que la science est plus que la simple juxtaposition de ses disciplines constitutives et donne accès à une compréhension globale d'un monde complexe notamment au travers des modes de pensée qu'elle met en oeuvre.

THÈME 1 : IMPORTANCE DU MODE DE PENSÉE STATISTIQUE DANS LE REGARD SCIENTIFIQUE SUR LE MONDE

L'aléatoire est présent dans de très nombreux domaines de la vie courante, privée et publique : analyse médicale qui confronte les résultats à des valeurs normales, bulletin météorologique qui mentionne des écarts par rapport aux normales saisonnières et dont les prévisions sont accompagnées d'un indice de confiance, contrôle de qualité d'un objet technique, sondage d'opinion…

Or le domaine de l'aléatoire et les démarches d'observations sont intimement liés à la pensée statistique. Il s'avère donc nécessaire, dès le collège, de former les élèves à la pensée statistique dans le regard scientifique qu'ils portent sur le monde, et de doter les élèves d'un langage et de concepts communs pour traiter l'information apportée dans chaque discipline.

Objectifs

Au collège, seule la statistique exploratoire est abordée et l'aspect descriptif constitue l'essentiel de l'apprentissage. Trois types d'outils peuvent être distingués :

- les outils de synthèse des observations : tableaux, effectifs, regroupement en classe, pourcentages, fréquence, effectifs cumulés, fréquences cumulées,
- les outils de représentation : diagrammes à barres, diagrammes circulaires ou semi-circulaires, histogrammes, graphiques divers,
- les outils de caractérisation numériques d'une série statistique : caractéristiques de position (moyenne, médiane), caractéristiques de dispersion (étendue, quartiles).

Contenus

Dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, les élèves s'initient aux rudiments de la statistique descriptive : concepts de

position et de dispersion, outils de calcul (moyennes, pourcentages…) et de représentation (histogrammes, diagrammes, graphiques) et apprennent le vocabulaire afférent. Ainsi sont mis en place les premiers éléments qui vont permettre aux élèves de réfléchir et de s'exprimer à propos de situations incertaines ou de phénomènes variables, d'intégrer le langage graphique et les données quantitatives au langage usuel et d'apprendre à regarder des données à une plus grande échelle. L'utilisation de tableurs grapheurs donne la possibilité de traiter de situations réelles, présentant un grand nombre de données et de les étudier, chaque fois que c'est possible, en liaison avec l'enseignement de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre et de technologie, dont les apports au mode de pensée statistique sont multiples et complémentaires.
Le recueil de données en grand nombre et la variabilité de la mesure sont deux modes d'utilisation des outils de statistique descriptive qui peuvent être particulièrement mis en valeur.
Le recueil de données en grand nombre lors de la réalisation d'expériences et leur traitement
Les élèves sont amenés à récolter des données acquises à partir des manipulations ou des productions effectuées par des binômes ou des groupes ; la globalisation de ces données au niveau d'une classe conduit déjà les élèves à dépasser un premier niveau d'information individuelle.
Mais ces données recueillies à l'échelle de la classe ne suffisent pas pour passer au stade de la généralisation et il est nécessaire de confronter ces résultats à d'autres réalisés en plus grand nombre, pour valider l'hypothèse qui sous-tend l'observation ou l'expérience réalisée.
Tout particulièrement dans le domaine des sciences de la vie, de nombreux objets d'étude favorisent cette forme de mise en oeuvre d'un mode de pensée statistique : la répartition des êtres vivants et les caractéristiques du milieu, la durée moyenne des règles et la période moyenne de l'ovulation, les anomalies chromosomiques … Les résultats statistiques permettent d'élaborer des hypothèses sur une relation entre deux faits d'observation et d'en tirer une conclusion pour pouvoir effectuer une prévision sur des risques encourus, par exemple en ce qui concerne la santé.
Le problème de la variabilité de la mesure
De nombreuses activités dans les disciplines expérimentales (physique-chimie, sciences de la vie et de la Terre, technologie), basées sur des mesures, doivent intégrer la notion d'incertitude dans l'acte de mesurer et développer l'analyse des séries de mesures. Lors de manipulations, les élèves constatent que certaines grandeurs sont définies avec une certaine imprécision, que d'autres peuvent légèrement varier en fonction de paramètres physiques non maîtrisés. Plusieurs mesures indépendantes d'une même grandeur permettent

ainsi la mise en évidence de la dispersion naturelle des mesures. Sans pour autant aborder les justifications théoriques réservées au niveau du lycée, il est indispensable de faire constater cette dispersion d'une série de mesures et d'estimer, en règle générale, la grandeur à mesurer par la moyenne de cette série.

THÈME 2 : DÉVELOPPEMENT DURABLE

Depuis son origine, l’espèce humaine manifeste une aptitude inégalée à modifier un environnement compatible, jusqu’à ce jour, avec ses conditions de vie.

La surexploitation des ressources naturelles liée à la croissance économique et démographique a conduit la société civile à prendre conscience de l’urgence d’une solidarité planétaire pour faire face aux grands bouleversements des équilibres naturels. Cette solidarité est indissociable d’un développement durable, c’est-à-dire d’un développement qui répond aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à répondre aux leurs (rapport Brundtland, ONU 1987).

Objectifs

En fin de collège, l’élève doit avoir une vue d’ensemble d’un monde avec lequel l’Homme est en interaction, monde qu’il a profondément transformé. Sans que lui soient dissimulés les problèmes qui restent posés par cette transformation, il doit avoir pris conscience de tout ce que son mode de vie doit aux progrès des sciences et des techniques et de la nécessité de celles-ci pour faire face aux défis du XXIème siècle.

Il s’agit simplement de croiser les apports disciplinaires afin de parvenir à une compréhension rationnelle tant de préconisations simples (tri des déchets, économie de l’eau…) que des argumentaires de débat public.

Une analyse tant soit peu approfondie des problèmes d’environnement demande à être faite dans une approche systémique : identifier les systèmes en relation et la nature de ces interconnexions ; mais cette étude ne peut être abordée que de manière très élémentaire au niveau du collège.

L’essentiel est de faire comprendre que l’analyse d’une réalité complexe demande de croiser systématiquement les regards, ceux des différentes disciplines mais aussi ceux des partenaires impliqués sur le terrain dans la gestion de l’environnement pour un développement durable. Même s’il est exclu de s’imposer cette méthode de façon exhaustive, la convergence des apports disciplinaires et partenariaux prend ici toute sa dimension.

Contenus

La physique-chimie introduit l’idée de conservation de la matière permet de comprendre qu’une substance rejetée peut être diluée, transformée ou conservée. Les transformations chimiques issues des activités humaines peuvent être la source d’une pollution de l'environnement mais il est également possible de mettre à profit la chimie pour recycler les matériaux et plus généralement pour restaurer l'environnement.

Les sciences de la vie apportent la connaissance des êtres vivants et de leur diversité. L'analyse d'observations de terrain concernant la répartition des êtres vivants dans un milieu, sensibilise aux conséquences de la modification de facteurs physico-chimiques par l'activité humaine.

Les sciences de la Terre contribuent à la compréhension de la nature et à la connaissance de la localisation des ressources, de leur caractère renouvelable ou non.

Les mathématiques fournissent les outils de traitement et de représentation qui permettent l'analyse de phénomènes complexes. De plus, la prise en compte d'un vaste domaine d'espace et de temps implique la manipulation des ordres de grandeur (en considérant date, durée, vitesse, fréquence, mais aussi masses, surfaces, volumes, dilutions…).

La technologie est indispensable à la compréhension des problèmes d'environnement d'une planète transformée en permanence par les activités de l'homme. De part les sujets abordés (les transports, l'environnement et l'énergie, l'architecture et l'habitat, le choix des matériaux et leur recyclage), la technologie sensibilise les élèves aux grands problèmes de l'environnement et du développent durable.

THÈME 3 : ÉNERGIE

Le terme énergie appartient désormais à la vie courante.

Quelles ressources énergétiques pour demain ? Quelle place aux énergies fossiles, à l'énergie nucléaire, aux énergies renouvelables ? Comment transporter l'énergie ? Comment la convertir ? Il s'agit de grands enjeux de société qui impliquent une nécessaire formation du citoyen pour participer à une réflexion légitime. Une approche planétaire s'impose désormais en intégrant le devenir de la Terre.

Objectifs

Au collège, il est possible de proposer une approche qualitative du concept d'énergie : l'énergie possédée par un système est une grandeur qui caractérise son aptitude à produire des actions.

Les concepts de source d'énergie et de conversion de l'énergie sont indispensables aussi bien à la compréhension du fonctionnement des organismes vivants qu'à l'analyse des objets techniques ou des structures économiques. Ils sont également la base d'une approche rationnelle des problèmes relatifs à la sécurité, à l'environnement et au progrès socio-économique, dans la perspective d'un développement durable.

Contenus

La physique-chimie conduit à une première classification des différentes formes d'énergie et permet une première approche de l'étude de certaines conversions d'énergie. La grande importance de

l’électricité dans la vie quotidienne et dans le monde industriel justifie l’accent mis sur l’énergie électrique, notamment sur sa production.
La technologie, avec des supports issus des domaines tels que les transports, l’architecture, l’habitat, l’environnement, permet de mettre en évidence les différentes formes d’énergie qui sont utilisées dans les objets techniques.
Les mathématiques enrichissent ce thème notamment par l’écriture et la comparaison des ordres de grandeur, l’utilisation des puissances de 10 et de la notation scientifique, la réalisation et l’exploitation graphique de données ainsi que la comparaison de séries statistiques concernant par exemple les réserves, les consommations, la prospective pour les niveaux locaux, nationaux, planétaire.
Les sciences de la vie permettent aux élèves de constater que les végétaux chlorophylliens n'ont besoin pour se nourrir que de matière minérale à condition de recevoir de l'énergie lumineuse, alors que pour l'organisme humain, ce sont les nutriments en présence de dioxygène qui libèrent de l’énergie utilisable, entre autre, pour le fonctionnement des organes.
En sciences de la Terre les séismes sont mis en relation avec une libération d’énergie.
THÈME 4 : MÉTÉOROLOGIE ET CLIMATOLOGIE
Le futur citoyen doit être particulièrement sensibilisé à la météorologie et à la climatologie qui rythment ses activités et son cadre de vie.
La météorologie a pour finalité fondamentale la prévision du temps, dans le cadre d’une incessante variabilité du climat.
Moins connue du grand public, mais tout aussi importante, la climatologie (ou science des climats) s’intéresse aux phénomènes climatiques sur des périodes de l’ordre de 30 ans et permet de bâtir des hypothèses et des perspectives à long terme sur le devenir de la planète.
Objectifs
Au collège, la météorologie permet de prolonger et d’approfondir les activités abordées à l’école primaire, en mettant en oeuvre des mesures, réalisées pour la plupart directement par les élèves, mesures concernant la pluviométrie, l’hygrométrie, la température, la vitesse et la direction des vents, la pression, l’enneigement, et de les exploiter sous de multiples formes.
Par ailleurs, météorologie et climatologie permettent d’apporter quelques réponses aux interrogations nombreuses des élèves sur les événements climatiques exceptionnels qui les interpellent.
Contenus
De par la diversité des relevés qu’elle génère, les tracés de graphes, les exploitations de données statistiques, météorologie et climatologie mettent en synergie les disciplines scientifiques et la

technologie.
La physique-chimie permet à l’élève de collège d’expérimenter et de comprendre les phénomènes liés à la météorologie : les changements d’état et le cycle de l’eau, la constitution des nuages, les précipitations, les relevés de température, les mesures de pression, le vent…
Par ailleurs, la météorologie joue un rôle important dans la sécurité routière et dans la navigation aérienne et maritime.
Un nouvel usage de la météorologie et de la climatologie a fait son apparition depuis quelques années, lorsque les hommes ont pris conscience de l’importance de la qualité de l’air. Des conditions météorologiques particulières (conditions anticycloniques, inversion de température, absence de vent) empêchent la dispersion des polluants alors que la dynamique des vents amène la dispersion sur toute la planète de composés divers, tels que les radioéléments.
La technologie étudie les instruments de mesure liés à la météorologie et peut conduire à la construction de certains d’entre eux. Elle analyse les objets techniques du domaine de la domotique liés à la météorologie.
Les mathématiques trouvent dans la météorologie des possibilités d’application tout à fait intéressantes. A partir de relevés de mesures, l’élève s’investit dans la construction de graphiques, l’utilisation des nombres relatifs, le calcul de moyennes...
Les sciences de la vie et de la Terre s’intéressent à l’influence du climat sur les modifications du milieu, donc sur la variation éventuelle du peuplement animal et végétal. Par ailleurs, les conditions climatiques en tant que facteurs environnementaux peuvent intervenir sur l’expression du programme génétique de l’individu.
La biodiversité dépend dans une large mesure de la diversité des climats, dont les modifications peuvent ainsi avoir des conséquences significatives sur la faune et la flore.
THÈME 5 : SANTÉ
L’espérance de vie a été spectaculairement allongée au cours du XXe siècle : alors qu’elle était de 25 ans au milieu du XVIIIe siècle, elle est passée à 45 ans en 1900 et 79 ans en 2000 dans les pays développés. Elle continue à croître dans ces pays d’environ deux à trois mois par an.
Les études épidémiologiques montrent que les facteurs de risque relèvent autant des comportements collectifs et individuels que des facteurs génétiques. L’analyse des causes de décès montre le rôle prédominant de plusieurs facteurs : le tabac, l’alcool, les déséquilibres alimentaires, l’obésité et les accidents de la vie domestique et de la route.
L’éducation à la santé est particulièrement importante au collège, à un âge où les élèves sont réceptifs aux enjeux de santé.

Objectifs
La plupart des comportements nocifs s'acquièrent pendant l'enfance (habitudes alimentaires) et l'adolescence (tabac, alcool, imprudence). C'est donc en grande partie pendant la période du collège que les adolescents prennent des habitudes qui pourront pour certains d'entre eux handicaper toute leur existence.
C'est pourquoi au collège, l'éducation à la santé doit constituer pour les parents d'élèves, l'ensemble de l'équipe éducative et le service de santé scolaire une préoccupation et une mission essentielles. Pilotée par le Comité d'Éducation à la Santé et la Citoyenneté de l'établissement, elle conduit ainsi l'élève, à choisir un comportement individuel et citoyen adapté.
Au collège, l'éducation à la santé doit, d'une part compléter la formation donnée à l'Ecole et d'autre part, se fixer un nombre limité d'objectifs dont l'importance, cependant, nécessite un enseignement approfondi en insistant sur l'aspect positif (être en forme, bien dans son corps, bien dans sa tête) plutôt que sur les aspects négatifs (peur des maladies) tout en présentant des risques liés aux comportements potentiellement nocifs. La santé est en effet définie par l'Organisation Mondiale de la santé comme un état de bien-être physique, mental et social. Elle n'est pas seulement l'absence de maladie ou d'infirmité.
Contenus
Les sciences de la vie apportent aux élèves les bases scientifiques leur permettant de comprendre les mécanismes du fonctionnement harmonieux de leur corps et de construire leurs propres choix en vue de gérer leur « capital santé » tout au long de leur vie. Il s'agit, non d'enseigner des choix à travers un discours moralisateur et catastrophiste, mais d'éduquer au choix à travers des activités concrètes.
La physique-chimie contribue, à travers différentes entrées du programme, à l'éducation à la santé :
- « Mélanges et corps » peuvent servir d'appui à la prévention des risques liés à la consommation d'alcool et aux apports nutritionnels ;
- « L'air qui nous entoure » trouve naturellement des développements dans la lutte contre le tabagisme et la réduction des comportements à risques liés à l'environnement ;
- « L'énergie chimique » permet d'aborder les équilibres nutritionnels et la prévention de l'obésité.
La technologie, en étudiant les fonctions techniques des objets ou les risques potentiellement nocifs de l'utilisation certains matériaux et/ou énergies participe à l'éducation à la santé et à l'augmentation de l'espérance de vie : apport des systèmes de sécurité sur les moyens de transport ; éléments de confort et domotique ; isolation phonique ; évolution des outils et des machines ; évolution des habitations, VMC, isolation, régulation.

Les mathématiques apportent les outils de description et d'analyse sur le plan quantitatif des phénomènes étudiés dans le cadre du thème :
- maîtrise progressive des nombres et des opérations élémentaires ;
- représentations graphiques diverses et éléments statistiques.

THÈME 6 : SÉCURITÉ

L'éducation à la sécurité constitue une nécessité pour l'Etat afin de répondre à des problèmes graves de société : les accidents
7
domestiques, de la route ou résultant de catastrophes naturelles ou technologiques majeures tuent et blessent, chaque année, un grand nombre de personnes en France. La prise en charge de la prévention et de la protection face à ces risques doit donc être l'affaire de tous et de chacun.

Il entre dans les missions des enseignants d'assurer la sécurité des élèves qui leur sont confiés, mais également d'inclure dans leurs enseignements une réflexion argumentée qui sensibilise les élèves à une gestion rationnelle des problèmes de sécurité.

Objectifs

Les adolescents sont en général peu sensibles à ces problèmes et à l'idée de risque. Trop souvent, ils considèrent implicitement que « les drames n'arrivent qu'aux autres ». Les accidents les plus divers, accidents domestiques, accidents liés aux déplacements, accidents liés aux loisirs, sont pourtant la principale cause de mortalité dans leur tranche d'âge.

Les enseignements donnés au collège doivent permettre d'identifier les risques grâce aux connaissances acquises dans les disciplines scientifiques et en technologie (risques électriques, chimiques, biologiques, sportifs…). Ces enseignements doivent enfin apprendre aux collégiens à adopter des comportements qui réduisent les risques, tant ceux auxquels ils sont exposés sans en être responsables que ceux auxquels ils s'exposent et exposent les autres. Il ne s'agit pas seulement d'inviter les élèves à adopter ces comportements au cours de leur présence au collège, partie de leur emploi du temps qui est de loin la moins exposée aux risques, mais de les convaincre, à travers une véritable éducation à la sécurité, de transformer ces comportements responsables en règles de vie.

L'action éducative doit être coordonnée avec celle de la famille ainsi qu'à des actions transversales qui contribuent à développer une réelle culture du risque et s'inscrivent dans une éducation à la responsabilité et à la citoyenneté.

Contenus

L'éducation à la sécurité implique à la fois prévention et protection. C'est l'association des différents champs disciplinaires qui peut apprendre à l'élève à réduire sa vulnérabilité face aux risques individuels et face aux risques majeurs, qu'ils soient d'origine

naturelle (séismes, volcanisme, mouvements de terrain, tempêtes, inondations…) ou d'origine technologique (risques industriels, transports de matières dangereuses…).
Les mathématiques, au travers d'un regard statistique, peuvent conduire les élèves à distinguer l'aléa, défini par sa fréquence et son intensité, du risque qui associe aléa et importance des enjeux humains. Par ailleurs l'information relative à la sécurité routière peut s'appuyer sur les connaissances mathématiques pour mettre en évidence les liens entre vitesse et distance d'arrêt, en tant qu'exemple de non proportionnalité, entre vitesse et risques de mortalité.
La physique, dans le domaine de la sécurité routière, montre la conversion de l'énergie cinétique en d'autres formes au cours d'un choc. Par ailleurs cet enseignement de physique et de chimie inclut la sécurité des élèves au quotidien : sécurité électrique, sécurité et chimie, sécurité et éclairage… Les risques naturels en liaison avec la météorologie, les risques technologiques (toxicité des produits utilisés, des déchets produits) sont également abordés.
Les sciences de la vie prennent également en compte la sécurité des élèves lors des exercices pratiques : sécurité électrique, sécurité et produits chimiques, risques liés à la manipulation de certains produits d'origine biologique. Les notions dégagées lors de l'étude des fonctions sensibilisent aux graves conséquences, sur l'organisme humain, du non respect des règles de sécurité et d'hygiène dans le domaine de la santé.
Les sciences de la Terre mettent l'accent sur la prévention, par exemple de certains risques naturels en suggérant de limiter l'érosion par une gestion raisonnée des paysages. Une compréhension de l'activité de la Terre permet aux élèves de mieux intégrer les informations sur les risques liés aux séismes et au volcanisme.
La technologie prend très fortement en compte la sécurité des élèves lors de l'utilisation des outils de production. Par ailleurs, elle fait une large place aux conditions de sécurité dans l'étude des transports, dans la réalisation d'appareillages de domotique, dans l'étude de systèmes énergétiques, et dans les réalisations ou études techniques à tous niveaux.
En s'appuyant sur les acquis disciplinaires, la mobilisation active de l'élève autour des problèmes de sécurité peut s'exprimer de différentes façons : il peut être associé à la production de documents organisés autour de différentes rubriques : sécurité électrique, chimie et sécurité, sécurité et matériaux, sécurité routière, sécurité et éclairage, environnement et sécurité, sécurité et risques majeurs naturels ou technologiques, sécurité dans le sport et les loisirs, sécurité médicale, sécurité alimentaire et santé publique.
Quel que soit le domaine abordé l'éducation à la sécurité, composante de l'éducation civique, doit affermir la volonté du futur

citoyen de prendre en charge sa propre sauvegarde et l'inciter à contribuer à celle des autres en respectant les règles établies et les réglementations.

VI. UTILISATION D'OUTILS DE TRAVAIL EN LANGUE ETRANGERE

Travailler avec des documents en langue étrangère est à la fois un moyen d'augmenter le temps d'exposition à la langue et une ouverture à une autre approche des sciences.

Les outils (textes, modes d'emploi, images légendées, cartes, sites…) doivent être adaptés au niveau des élèves.

C'est aussi l'occasion d'un enrichissement mutuel entre les enseignements linguistiques, scientifiques et technologique.

1.1 Préambule

**** *Preambule_
Mathématiques
Préambule pour le collège
Ce préambule complète l'introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques et technologique à laquelle il convient de se référer.
1. Finalités et objectifs
À l'école primaire, une proportion importante d'élèves s'intéresse à la pratique des mathématiques et y trouve du plaisir. Le maintien de cet intérêt pour les mathématiques doit être une préoccupation du collège. Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre. Une telle activité, accessible aux élèves, a une valeur formatrice évidente et leur permet d'acquérir les savoirs et savoir-faire qui leur seront nécessaires.
1.1. Les mathématiques comme discipline de formation générale
Au collège, les mathématiques contribuent, avec d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. L'objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique. Elles contribuent ainsi à la formation du futur citoyen.
À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution.
1.2. L'outil mathématique
Les méthodes mathématiques s'appliquent à la résolution de problèmes courants. Elles ont cependant leur autonomie propre et l'efficacité des concepts qu'elles étudient, due à leur universalité, leur permet d'intervenir dans des domaines aussi divers que les sciences physiques, les sciences de la vie et de la Terre, la technologie, la géographie... Certaines de ces disciplines entretiennent des liens très étroits avec la discipline mathématique qui leur apporte l'efficacité de ses outils et, en retour, nourrit sa réflexion des problèmes qu'elles lui soumettent.
L'enseignement tend à la fois à développer la prise de conscience de cette autonomie par les élèves et à montrer que l'éventail des utilisations est très largement ouvert. Au collège, est visée la maîtrise de techniques mathématiques élémentaires de traitement

(organisation de données, représentations, mises en équation) et de résolution (calculs et équations bien sûr, mais aussi constructions). Leur emploi dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité scientifique ou professionnelle.

1.3 Les mathématiques comme discipline d'expression

Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation. Avec d'autres disciplines, les mathématiques ont également en charge l'apprentissage de différentes formes d'expression autres que la langue usuelle (nombres, symboles, figures, tableaux, schémas, graphiques) ; elles participent ainsi à la construction de nouveaux langages. L'usage largement répandu des moyens actuels de traitement de l'information et de communication exige une bonne maîtrise de ces formes variées d'expression.

1.4. Les mathématiques et l'histoire des arts

L'enseignement des mathématiques contribue à sensibiliser l'élève à l'histoire des arts dans la continuité de l'enseignement assuré à l'école primaire. Situées dans une perspective historique, les oeuvres appartiennent aux six grands domaines artistiques définis dans le programme d'histoire des arts. Ces oeuvres permettent d'effectuer des éclairages et des croisements en relation avec les autres disciplines : au sein des « arts de l'espace », peuvent, par exemple, être abordés certains principes géométriques utilisés dans l'architecture et dans l'art des jardins; «les arts du visuel » permettent, par exemple, d'aborder la question de la perspective, les constructions en pavages ; dans les « arts du langage » certains procédés de construction littéraire s'appuient sur des principes mathématiques. Les thématiques proposées dans l'enseignement de l'histoire des arts, par exemple « Arts, espace, temps » ou « Arts et innovations techniques », permettent d'introduire quelques grands repères dans l'histoire des sciences, des techniques et des arts.

2. Le socle commun

Le socle commun de connaissances et de compétences recouvre en mathématiques la quasi totalité des champs du programme, la différence entre le programme proprement dit et le socle commun résidant surtout dans le degré d'approfondissement et dans l'expertise attendue. De plus, pour la maîtrise de nombreux concepts, un temps d'appropriation plus important est laissé aux élèves. Certes, quelques connaissances inscrites dans les programmes ne figurent pas dans les compétences du socle (trigonométrie, équation, fonctions, …) mais c'est essentiellement au niveau des capacités attendues et des activités proposées que la différence entre les exigibles apparaît. Elles sont identifiées dans les programmes par un recours aux caractères italiques, signalé systématiquement.

Sur deux points importants, le socle commun se démarque de façon

importante du programme :
- dans le domaine du calcul littéral, les exigences du socle ne portent que sur les expressions du premier degré à une lettre et ne comportent pas les techniques de résolution algébrique ou graphique de l'équation du premier degré à une inconnue ;
- dans le domaine géométrique, les élèves doivent apprendre à raisonner et à argumenter, mais l'écriture formalisée d'une démonstration de géométrie n'est pas un exigible du socle.
De plus, il faut prendre en compte, à propos des connaissances et capacités relatives aux nombres en écriture fractionnaire, que le travail sur les quotients est exigeant et doit être conduit sur les quatre années de collège. Au niveau des exigibles du socle commun, toute technicité est exclue, puisque – dans l'esprit général du socle – on se limite à des problèmes simples, proches de la vie courante, utilisant des nombres en écriture fractionnaire.
3. Organisation des contenus
Les quatre parties des programmes des classes du collège s'organisent autour des objectifs suivants :
• organisation et gestion de données, fonctions
- maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;
- approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;
- s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;
- acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive et se familiariser avec les notions de chance et de probabilité.
• nombres et calcul
- acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants ;
- se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;
- poursuivre l'apprentissage du calcul sous toutes ses formes : mental, posé, instrumenté ;
- assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation).
• géométrie
- passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) ;
- isoler dans une configuration les éléments à prendre en compte pour répondre à une question ;
- être familiarisé avec des représentations de l'espace, notamment avec l'utilisation de conventions usuelles pour les traitements permis

par ces représentations ;
- découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries : symétries axiales et centrales ;
- se constituer un premier répertoire de théorèmes et apprendre à les utiliser.

• Grandeurs et mesure
- se familiariser avec l'usage des grandeurs les plus courantes (longueurs, angles, aires, volumes, durées) ;
- connaître et utiliser les périmètres, aires et volumes des figures planes et des solides étudiés ;
- calculer avec les unités relatives aux grandeurs étudiées, ainsi qu'avec les unités de quelques grandeurs quotients et grandeurs produits.

Ces programmes sont construits de manière à permettre une acquisition et un approfondissement progressifs des notions sur toute la durée du collège. Leur mise en oeuvre est enrichie par l'emploi des instruments actuels de calcul, de dessin et de traitement (calculatrices, ordinateurs).

4. Organisation des apprentissages et de l'enseignement

Les enseignants ont le libre choix de l'organisation de leur enseignement, dans le respect des programmes. Il importe cependant d'éviter l'émiettement des savoirs et des méthodes et de faciliter leur bonne structuration, en particulier en vue d'une initiation progressive au raisonnement déductif.

Une difficulté de l'enseignement au collège vient de la double nécessité de traiter la totalité du programme et d'assurer à tous les élèves la maîtrise des éléments du socle. En mathématiques, c'est à travers une pédagogie différenciée basée sur la résolution de problèmes et la mise en activité de la totalité des élèves que ce double objectif peut être atteint.

Il est nécessaire d'entretenir les capacités développées dans les classes antérieures, indispensables à la poursuite des apprentissages et à la maîtrise du socle commun par tous les élèves. Cet entretien doit être assuré non par des révisions systématiques mais par des activités appropriées, notamment des résolutions de problèmes.

4.1. Une place centrale pour la résolution de problèmes

La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci sont bien maîtrisées, elles fournissent à leur tour de nouveaux « outils », qui permettent un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente. Ainsi, les connaissances peuvent prendre du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout. Les situations choisies doivent :

- prendre en compte les objectifs visés et une analyse préalable des savoirs en jeu, ainsi que les acquis et les conceptions initiales des élèves ;
- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement un problème assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu, puis la formulation des notions ou des procédures dont l'apprentissage est visé ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles.

L'utilisation d'outils logiciels est particulièrement importante et doit être privilégiée chaque fois qu'elle est une aide à l'imagination, à la formulation de conjectures ou au calcul. Cette utilisation se présente sous deux formes indispensables, notamment dans le cadre des compétences du socle commun : l'usage d'un vidéoprojecteur en classe et l'utilisation par les élèves d'ordinateurs « en fond de classe » ou en salle informatique.

4.2. Une prise en compte des connaissances antérieures des élèves

L'enseignement prend en compte les connaissances antérieures des élèves : mise en valeur des points forts et repérage des difficultés de chaque élève à partir d'évaluations diagnostiques. Ainsi l'enseignement peut-il être organisé au plus près des besoins des élèves, en tenant compte du fait que tout apprentissage s'inscrit

11

nécessairement dans la durée et s'appuie sur les échanges qui peuvent s'instaurer dans la classe.

Il convient de faire fonctionner les notions et «outils » mathématiques étudiés au cours des années précédentes dans de nouvelles situations, autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision. En sixième, particulièrement, les élèves doivent avoir conscience que leurs connaissances évoluent par rapport à celles acquises à l'école primaire.

4.3. L'importance des mises en cohérence

Pour être efficaces, les connaissances doivent être identifiées, nommées et progressivement détachées de leur contexte d'apprentissage.

D'une part, toute activité (qui peut s'étendre sur plusieurs séances) doit être complétée par une synthèse. Celle-ci doit porter sur les quelques notions mises en évidence (définitions, résultats, théorèmes et outils de base) que, désormais, les élèves doivent connaître et peuvent utiliser. Elle est aussi l'occasion de dégager les méthodes de résolution de problèmes qui mettent en oeuvre ces notions. Il convient, en effet, de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place et donc directement utilisables.

D'autre part, il est nécessaire de proposer des situations d'étude dont le but est de coordonner des acquisitions diverses. Dans cette optique, l'enseignant réalise, avec les élèves, des synthèses plus globales, à l'issue d'une période d'étude et propose des problèmes dont la résolution nécessite l'utilisation de plusieurs connaissances. Le traitement de ces problèmes permet de souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques, que ce soit dans d'autres disciplines ou dans la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...). Certains problèmes peuvent prendre appui sur des éléments empruntés à l'histoire des mathématiques. Les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel…) sont également utilisés chaque fois que leur usage est justifié.

4.4. La nécessité des mémorisations et des réflexes intellectuels.

En mathématiques, les concepts, les connaissances et les méthodes s'élaborent et s'organisent progressivement à partir des savoirs antérieurs, pour former un ensemble structuré et cohérent.

Ainsi l'activité mathématique, centrée sur la résolution de problèmes, nécessite-t-elle de s'appuyer sur un corpus de connaissances et de méthodes, parfaitement assimilées et totalement disponibles.

En effet, pour être autonome dans la résolution d'un problème et donc être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes qui facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en oeuvre technique tout en élargissant le champ des démarches susceptibles d'être engagées.

Ces nécessaires réflexes intellectuels s'acquièrent dans la durée sous la conduite du professeur. Ils se développent en mémorisant et en automatisant progressivement certaines procédures, certains raisonnements particulièrement utiles, fréquemment rencontrés et qui ont valeur de méthode. Toutefois un automatisme n'est pas un moyen pour comprendre plus vite ; il permet simplement d'aller plus vite lorsque l'on a compris. Si leur acquisition nécessite des exercices d'entraînement et mémorisation, référés à des tâches simples, ces exercices ne sauraient suffire. En effet, pour être disponibles, les automatismes doivent être entretenus et régulièrement sollicités dans des situations où ils font sens.

4.5. Une initiation très progressive à la démonstration

La question de la preuve occupe une place centrale en mathématiques. La pratique de l'argumentation pour convaincre autrui de la validité d'une réponse, d'une solution ou d'une proposition ou pour comprendre un « phénomène » mathématique a commencé dès l'école primaire et se poursuit au collège pour faire accéder l'élève à cette forme particulière de preuve qu'est la démonstration. Si, pour cet objectif, le domaine géométrique occupe une place particulière, la préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas s'y cantonner. Le travail sur les nombres, sur le calcul numérique, puis sur le calcul littéral offre également des occasions de démontrer.

À cet égard, deux étapes doivent être clairement distinguées : la première, et la plus importante, est la recherche et la production d'une preuve ; la seconde, consistant à mettre en forme la preuve, ne doit pas donner lieu à un formalisme prématuré En effet des préoccupations et des exigences trop importantes de rédaction, risquent d'occulter le rôle essentiel du raisonnement dans la recherche et la production d'une preuve. C'est pourquoi il est important de ménager une grande progressivité dans l'apprentissage de la démonstration et de faire une large part au raisonnement, enjeu principal de la formation mathématique au collège. La rédaction et la mise en forme d'une preuve gagnent à être travaillées collectivement ,avec l'aide du professeur, et à être présentées comme une façon convaincante de communiquer un raisonnement aussi bien à l'oral que par écrit.

Dans le cadre du socle commun, qui doit être maîtrisé par tous les élèves, c'est la première étape, « recherche et production d'une preuve » qui doit être privilégiée, notamment par une valorisation de l'argumentation orale. La mise en forme écrite ne fait pas partie des exigibles.

La prise de conscience de ce que sont la recherche et la mise en oeuvre d'une démonstration est également facilitée par le fait que, en certaines occasions, l'enseignant se livre à ce travail devant la classe, avec la participation des élèves.

Cette initiation à la démonstration doit en particulier permettre aux élèves de distinguer une propriété conjecturée et vérifiée sur des exemples d'une propriété démontrée. En particulier, l'enseignant doit préciser explicitement qu'un résultat mathématique qui n'est pas

démontré est admis.
4.6. Mathématiques et langages
En mathématiques, les élèves sont conduits à utiliser la langue ordinaire en même temps qu'un langage spécialisé.
Dans le prolongement de l'école primaire, la place accordée à l'oral reste importante. En particulier, les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d'un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d'une solution) sont d'abord travaillées oralement en s'appuyant sur les échanges qui s'instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d'être sollicitées par écrit individuellement. Par ailleurs, certaines formulations orales peuvent constituer une aide à la compréhension. Par exemple il est plus facile, pour un élève, de concevoir que
23plus53égale73
en verbalisant sous la forme « deux tiers plus cinq tiers est égal à sept tiers » plutôt qu'en oralisant l'écriture symbolique « 2 sur 3 plus 5 sur 3 égale 7 sur 3 ».
Dans le domaine de l'écrit, l'objectif est d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un texte mathématique, et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive.
Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du « faire » au « faire faire ». C'est, lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire, pour la faire reproduire, une figure un peu complexe) ou lorsqu'il utilise un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision lui apparaît comme une nécessité. C'est également le cas lorsque, dans un débat argumentatif, il doit se faire comprendre des autres élèves.
Le vocabulaire et les notations ne doivent pas être fixés d'emblée, mais introduits au cours du traitement d'une question, en fonction de leur utilité : ils sont à considérer comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ. Il convient, en parti12
culier, d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot.
Les travaux mathématiques sont l'occasion de familiariser les élèves avec l'emploi d'un nombre limité de notations courantes qui n'ont pas à faire l'objet d'exercices systématiques (le langage doit rester au service de la pensée et de son expression) :
• dans le domaine numérique : les symboles d'égalité et d'inégalité, les symboles d'opérations (dont les notations puissance et racine carrée au cycle central) et le symbole de pourcentage ;
• dans le domaine géométrique : le symbole d'appartenance, la longueur AB d'un segment d'extrémités A et B, l'angle , le segment [AB], la droite (AB), et la demi-droite [AB), puis les notations

trigonométriques.
4.7. Différents types d'écrits
Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes.
• Les écrits de type « recherche » (brouillon) qui correspondent au travail «privé » de l'élève : ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, pour organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire en cours de résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger.
• Les écrits destinés à être communiqués et discutés : ils peuvent prendre des formes diverses (affiche, transparent, documents informatiques...) et doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.
• Les écrits de référence, élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe, et donc destinés à être conservés.
4.8. Le travail personnel des élèves
En étude ou à la maison, ce type de travail est nécessaire non seulement pour affermir les connaissances de base et les réinvestir dans des exemples simples mais aussi pour en élargir le champ de fonctionnement et susciter ainsi de l'intérêt pour l'activité mathématique. Il contribue aussi à habituer l'élève à l'indispensable régularité d'un travail autonome, complémentaire de celui réalisé avec le professeur.
Il peut prendre diverses formes :
• résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude de la leçon pour asseoir les connaissances ;
• travaux individuels de rédaction pour développer les capacités d'expression écrite et la maîtrise de la langue ;
• résolution de problèmes variés (exercices de synthèse, énigmes, jeux mathématiques…) pour mettre en oeuvre des démarches heuristiques en temps non limité ;
• construction d'objets géométriques divers (frises, pavages, solides,…) en utilisant ou non l'informatique
• lectures ou recherches documentaires, en particulier sur l'histoire de la discipline ou plus généralement des sciences pour enrichir les connaissances ;
• constitution de dossiers sur un thème donné.
Pour ces travaux en dehors de la classe, il convient de favoriser l'accès des élèves aux ordinateurs de l'établissement qui doivent être

munis des logiciels adéquats.
La correction individuelle du travail d'un élève est une façon d'en apprécier la qualité et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.
Le travail personnel proposé en classe aux élèves peut prendre chacune des formes décrites ci-dessus, en tenant compte, chaque fois, de la durée impartie. Il faut veiller à un bon équilibre entre ces diverses activités.
Ces travaux doivent être différenciés en fonction du profil et des besoins des élèves, ainsi que des objectifs du socle commun.
Le travail en classe proprement dit doit être complété par des séances régulières en salle informatique où l'élève utilise lui-même les logiciels au programme (tableur, grapheur, logiciel de géométrie).
Ces séances de travaux pratiques sur ordinateur doivent toujours avoir pour objectif l'appropriation et la résolution d'un problème mathématique. Tout travail en salle informatique doit aboutir à la production d'un écrit, manuscrit ou imprimé.
4.9. L'évaluation
L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un àcôté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès.
L'évaluation de la maîtrise d'une capacité par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de la mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres capacités, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.
L'évaluation sommative, en mathématiques, est réalisée sous trois formes complémentaires :
- des interrogations écrites courtes dont le but est de vérifier qu'une notion ou une méthode sont correctement assimilées ;
- des devoirs de contrôle courts et peu nombreux qui permettent de vérifier, de façon plus synthétique, la capacité des élèves à utiliser leurs acquis, à la suite d'une phase d'apprentissage ;
- certains devoirs de contrôle peuvent être remplacés par un bilan trimestriel qui est l'occasion de faire le point sur les acquis des élèves relatifs à une longue période d'étude.
4.10. Capacités et activités de formation
Le programme décrit, pour chaque contenu, les capacités élaborées dans chacune des classes du collège. Les commentaires qui les

accompagnent apportent un éclairage supplémentaire sur les conditions de leur apprentissage.
La définition de ces capacités vise donc à clarifier les attentes, à préciser les priorités et à fournir des repères dans le but d'aider les enseignants dans leur travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.
Il importe de bien garder à l'esprit que la liste des capacités, si elle fixe les objectifs à atteindre, ne détermine pas pour autant les moyens pédagogiques à utiliser pour cela.
L'ordre d'exposé des capacités, pour chaque domaine, ne correspond pas nécessairement à celui de leur apprentissage. D'autant plus que, dans la plupart des cas, ces capacités ne s'acquièrent ni isolément les unes des autres, ni en une seule fois.
Pour prendre sens pour les élèves, les notions mathématiques et les capacités qui leur sont liées gagnent à être mises en évidence et travaillées dans des situations riches, à partir de problèmes à résoudre, avant d'être entraînées pour elles-mêmes.
Il faut également prendre en compte le fait que tout apprentissage se réalise dans la durée, dans des activités variées et que toute acquisition nouvelle doit être reprise, consolidée et enrichie. Dans cette perspective, la répétition d'exercices vides de sens pour l'élève à un moment donné n'est pas la meilleure stratégie pour favoriser la maîtrise d'une capacité. Il convient d'envisager que c'est parfois dans le cadre d'un travail ultérieur, en travaillant sur d'autres aspects de la notion en jeu ou sur d'autres concepts, qu'une capacité non maîtrisée à un certain moment pourra être consolidée.

1.2 Programme de sixième

**** *sixieme_
Classe de sixième
L’enseignement des mathématiques en classe de sixième a une triple visée :
- consolider, enrichir et structurer les acquis de l’école primaire ;
- préparer à l’acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes et divers moyens
d’accéder à la vérité) ;
- développer la capacité à utiliser les outils mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines).
Le vocabulaire et les notations nouvelles (» , % , Î , [AB] , (AB) , [AB) , AB,) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au
départ d’un apprentissage.
Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la
phrase en italiques est précédée d’un astérisque l’item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l’exigibilité pour le socle
est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de
temps pour la maîtriser.
-*OGD6
1. Organisation et gestion de données. Fonctions
La résolution de problèmes de proportionnalité est déjà travaillée à l’école primaire. Elle se poursuit en Sixième, avec des outils nouveaux. La
proportionnalité fait l'objet d'un apprentissage continu et progressif sur les quatre années du collège et permet de comprendre et de traiter de
nombreuses notions du programme.
À l’école primaire, les élèves ont été mis en situation de prendre de l’information à partir de tableaux, de diagrammes ou de graphiques. Ce
travail se poursuit au collège, notamment avec l’objectif de rendre les élèves capables de faire une interprétation critique de l’information
apportée par ces types de présentation des données, aux natures très diverses, en liaison avec d’autres disciplines (géographie, sciences de la vie
et de la terre, technologie…).
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• de mettre en place les principaux raisonnements qui permettent de reconnaître et traiter les situations de proportionnalité,
• d’initier les élèves à la présentation, à l’utilisation et à l’interprétation de données sous diverses formes (tableaux, graphiques…).
Connaissances Capacités Commentaires
1.1. Proportionnalité
Propriété de linéarité.
Tableau de proportionnalité.
- Reconnaître les situations qui relèvent de la

proportionnalité et les traiter en choisissant un
moyen adapté :
- utilisation d'un rapport de linéarité, entier ou
décimal,
- utilisation du coefficient de proportionnalité,
entier ou décimal,
- passage par l'image de l'unité (ou « règle de
trois »),
- * utilisation d'un rapport de linéarité, d'un
coefficient de proportionnalité exprimé sous forme
de quotient.
Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de
la proportionnalité que de la non proportionnalité) se
situent dans le cadre des grandeurs (quantités,
mesures). Ils doivent relever de domaines familiers
des élèves et rester d'une complexité modérée, en
particulier au niveau des nombres mis en oeuvre.
Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou
décimaux simples *soit des rapports exprimés sous
forme de quotient.
Pourcentages. - Appliquer un taux de pourcentage. Les élèves doivent connaître le
sens de l'expression
« …% de » et savoir l'utiliser dans des cas simples
où aucune technique n'est nécessaire.
14
Connaissances Capacités Commentaires
1.2. Organisation et
représentation de données
Représentations usuelles :
tableaux.
- Lire, utiliser et interpréter des données à partir d'un
tableau.
- Lire interpréter et compléter un tableau à double
entrée.
- Organiser des données en choisissant un mode de
présentation adapté :
- tableaux en deux ou plusieurs colonnes,
- tableaux à double entrée.
Il s'agit d'un premier pas vers la capacité à recueillir
des données et à les présenter sous forme de tableau.
Repérage sur un axe. - Lire et compléter une graduation sur une demidroite
graduée, à l'aide d'entiers naturels, de
décimaux, de fractions simples 1/2, 1/10, 1/4, 1/5
* ou de quotients (placement exact ou approché).
Ce travail doit être l'occasion de manier les
instruments de tracé et de mesure.

Représentations usuelles :
- diagrammes en bâtons,
- *diagrammes circulaires ou
demi-circulaires,
- graphiques cartésiens.
- Lire, utiliser et interpréter des informations à partir
d’une représentation graphique simple.
La capacité visée concerne l’aptitude à faire une
interprétation globale et qualitative de la
représentation étudiée (évolution d’une grandeur en
fonction d’une autre).
Dès la classe de 6e, l’utilisation de calculatrices et de
logiciels permet de familiariser les élèves avec le
passage d’un type d’organisation, d’un type de
présentation à un autre.
-*NBRE6
2. Nombres et Calculs
En continuité avec l'école élémentaire les problèmes doivent permettre aux élèves d'associer à une situation concrète un travail numérique, de
mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des
mathématiques.
Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous ses différentes formes, souvent utilisées en interaction :
calcul mental, calcul à la main ou instrumenté. À la suite de l’école primaire, le collège doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et
de développer leurs compétences en calcul mental notamment pour la perception des ordres de grandeur.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• de consolider le sens des opérations, de développer le calcul mental, le calcul à la main et l’utilisation raisonnée des calculatrices, de
conforter et d’étendre la connaissance des nombres décimaux,
• de mettre en place une nouvelle signification de l’écriture fractionnaire comme quotient de deux entiers,
• de savoir choisir l’écriture appropriée d’un nombre suivant la situation,
• de percevoir l’ordre de grandeur d’un nombre.
Connaissances Capacités Commentaires
2.1 Nombres entiers et
décimaux
Désignations.
- Connaître et utiliser la valeur des chiffres en
fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou
d'un décimal.
- Associer diverses désignations d’un nombre
décimal : écriture à virgule, fractions décimales.

L’objectif est d’assurer une bonne compréhension de
la valeur des chiffres en fonction du rang qu’ils
occupent dans l’écriture à virgule, sans refaire tout le
travail réalisé à l’école élémentaire.
La bonne compréhension s’appuie sur le sens et non
sur des procédures.
Ordre. - Comparer deux nombres entiers ou décimaux,
ranger une liste de nombres.
- Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre
deux autres.
- Placer un nombre sur une demi-droite graduée.
- Lire l'abscisse d'un point ou en donner un
encadrement.
Les procédures utilisées pour comparer, encadrer,
intercaler des nombres sont justifiées en s’appuyant
sur la signification des écritures décimales ou le
placement des points sur une demi-droite graduée.
15
Connaissances Capacités Commentaires
*Valeur approchée
décimale.
* Donner une valeur approchée décimale (par excès
ou par défaut) d’un décimal à l’unité, au dixième, au
centième près.
2.2 Opérations
Addition, soustraction,
multiplication et division.
- Connaître les tables d'addition et de multiplication
et les résultats qui en dérivent.
- Multiplier ou diviser un nombre par 10, 100, 1000.
- * Multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.
La maîtrise des tables est consolidée par une
pratique régulière du calcul mental sur des entiers et
des décimaux simples.
La division décimale est limitée à la division d’un
décimal par un entier. En calcul posé, le dividende
comporte au maximum deux chiffres après la
virgule.
Multiples et diviseurs. - Connaître et utiliser les critères de divisibilité par
2, 5 et 10.
- Connaître et utiliser les critères de divisibilité par
3, 4 et 9.
La notion de multiple, introduite à l'école primaire,
est rappelée sur des exemples numériques, en même
temps qu'est introduite celle de diviseur. Les
différentes significations de ce dernier terme doivent

être explicitées.
Sens des opérations. - Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.
Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée à l'aide d'une suite de calculs,
*ou à l'aide de calculs avec parenthèses.
Techniques élémentaires de calcul.
- Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, à la main ou instrumenté.
- Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur, dividende, diviseur, quotient, reste.
La capacité à calculer mentalement est une priorité et fait l'objet d'activités régulières.
La maîtrise des différents moyens de calcul doit devenir suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problèmes.
Concernant le calcul posé, les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée.
Ordre de grandeur. - Établir un ordre de grandeur d'une somme, *d'une différence, d'un produit.
L'objectif est de sensibiliser les élèves à utiliser les ordres de grandeur pour contrôler ou anticiper un résultat.
2.3 Nombres en écriture fractionnaire
Écriture fractionnaire.
À l'école élémentaire, l'écriture fractionnaire est introduite en référence au partage d'une unité. Par exemple 73 est 7 fois un tiers.
* Quotient exact.
* Interpréter a b
comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.
- * Placer le quotient de deux entiers sur une demidroite graduée dans des cas simples.
Le vocabulaire relatif aux écritures fractionnaires est utilisé : numérateur, dénominateur.
*Le programme de la classe de 6e
a pour objectif d'interpréter aussi 7
comme
- le tiers de 7
- le nombre qui multiplié par 3 donne 7 ;

- un nombre dont une valeur approchée est 2,33.
- Prendre une fraction d'une quantité.
*Il s'agit de faire comprendre la modélisation de ce type de problème par une multiplication.
L'utilisation de quotients, sous forme fractionnaire, permet de gérer plus facilement les raisonnements et de repousser la recherche d'une valeur approchée décimale à la fin de la résolution.
* Un quotient ne change pas quand on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre.
* Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.
La connaissance des tables de multiplication est notamment exploitée à cette occasion.
-*GEO6
3. Géométrie
À l'école élémentaire, les élèves ont acquis une première expérience des figures et des solides les plus usuels, en passant d'une reconnaissance perceptive (reconnaissance des formes) à une connaissance plus analytique prenant appui sur quelques propriétés (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, milieu, axes de symétrie), vérifiées à l'aide d'instruments. Ils ont été entraînés au maniement de ces instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, pour construire des figures, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre.
Les travaux conduits en sixième prennent en compte les acquis antérieurs, évalués avec précision et obéissent à de nouveaux objectifs. Ils doivent viser d'une part à stabiliser les connaissances des élèves et d'autre part à les structurer, et peu à peu à les hiérarchiser. L'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. À cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires, occupent une place centrale.
Les travaux géométriques sont conduits dans différents cadres : espace ordinaire (cour de récréation, par exemple), espace de la feuille de papier uni ou quadrillé, écran d'ordinateur. La résolution des mêmes problèmes dans ces environnements différents, et les interactions qu'elle suscite, contribuent à une approche plus efficace des concepts mis en oeuvre.
Les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire. Les formes géométriques (figures planes, solides) se trouvent dans de nombreux domaines : architecture, oeuvres d'art, éléments naturels, objets d'usage courant… Ces mises en

relation permettent peu à peu de dégager le caractère
universel des objets géométriques par rapport à leurs diverses réalisations naturelles ou artificielles.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• de compléter la connaissance des propriétés des figures planes et des solides usuels,
• de maîtriser les techniques de construction (utilisation des instruments et logiciels adaptés, mobilisation des connaissances dans les
raisonnements implicites sous-jacents),
• de reconnaître les figures planes usuelles dans une configuration complexe,
• de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale,
• de passer d'un objet de l'espace à ses représentations.
Connaissances Capacités Commentaires
3.1. Figures planes
Notions de parallèle, de
perpendiculaire.
- Tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la
parallèle à une droite donnée.
- Utiliser différentes méthodes.
- Reporter une longueur.
- * Reproduire un angle.
Il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent
utiliser en situation ces notions, notamment pour la
reconnaissance de deux droites parallèles ou pour leur
tracé.
Ces capacités prennent leur sens lorsqu'elles sont
mobilisées pour résoudre un problème : reproduire une
figure, * en compléter un agrandissement ou une
réduction déjà amorcée, construire une figure d'après
une de ses descriptions.
* Le rapporteur est, pour les élèves de 6e, un nouvel
instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet
d'un apprentissage spécifique.
Cercle. - Savoir que, pour un cercle :
• tout point qui appartient au cercle est à une
même distance du centre ;
• tout point situé à cette distance du centre
appartient au cercle.
On attend des élèves qu'ils sachent utiliser en
situation ces propriétés.
- Construire, à la règle et au compas, un triangle
connaissant les longueurs de ses côtés.
Capacité déjà travaillée au cycle 3.
Propriétés des quadrilatères
usuels.

- Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux
angles, aux diagonales pour le rectangle, le carré et le
losange.
* La symétrie axiale est mise en jeu pour mettre en
évidence certaines propriétés.
Connaissances Capacités Commentaires
Propriétés et construction des
triangles usuels.
- Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux
*angles des triangles suivants : triangle isocèle,
triangle équilatéral, triangle rectangle.
- Utiliser ces propriétés pour reproduire ou construire
des figures simples.
- Construire une figure simple à l'aide d'un logiciel de
géométrie dynamique.
On travaillera à la fois les constructions sur papier par
les outils de dessin traditionnels et les constructions
sur écran à l'aide d'un logiciel de géométrie.
* Médiatrice d'un segment. * Connaître et utiliser la définition de la médiatrice
ainsi que la caractérisation de ses points par la
propriété d'équidistance.
* Bissectrice d'un angle. * Connaître et utiliser la définition de la
bissectrice.
- Utiliser différentes méthodes pour tracer :
• la médiatrice d'un segment ;
• la bissectrice d'un angle.
*La bissectrice d'un angle est définie en sixième
comme la demi-droite qui partage l'angle en deux
angles adjacents de même mesure. La justification
de la construction de la bissectrice à la règle et au
compas est reliée à la symétrie axiale.
Constructions géométriques. Reproduction, construction de figures complexes. Ces
situations nécessitent de reconnaître des figures
simples dans une figure complexe et demandent un
travail d'analyse utile aux apprentissages ultérieurs.
3.2 Symétrie orthogonale
par rapport à une droite
(symétrie axiale)
- Construire le symétrique d'un point, d'une droite,
d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie
coupe ou non la figure).
- Construire ou compléter la figure symétrique d'une
figure donnée ou de figures possédant un axe de
symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de
l'équerre, du compas, * du rapporteur.
- Effectuer les tracés de l'image d'une figure par

symétrie axiale à l'aide des instruments usuels
(règle, équerre, compas).
L'élève peut utiliser la méthode de son choix.
Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de « conservation » de la symétrie axiale (conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires).
* Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence.
3.3 Parallélépipède
rectangle : patrons,
représentation en
perspective
- Fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée du dessin de l'un de ses patrons.
- Reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données à partir
- du dessin d'un de ses patrons,
- d'un dessin le représentant en perspective cavalière.
- Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière du parallélépipède rectangle les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.
- Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle.
À l'école élémentaire les élèves ont déjà travaillé sur des solides droits de l'espace (description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6e en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves.
L'usage d'outils informatiques permet une visualisation de différentes représentations d'un même objet de l'espace.
Même si les compétences attendues ne concernent que le parallélépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace et s'appuient sur l'étude de solides amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.
-*GM6

4. Grandeurs et mesures
En continuité avec le travail effectué à l'école élémentaire, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie
courante. Elle permet d'aborder l'histoire des sciences, d'assurer des liens avec les autres disciplines, en particulier la technologie et les sciences
de la vie et de la Terre, de réinvestir les connaissances acquises en mathématiques, mais aussi d'en construire de nouvelles. Par exemple, le
recours aux longueurs et aux aires permet d'enrichir le travail sur les nombres non entiers et les opérations étudiées en classe de sixième. Il est
important que les élèves disposent de références concrètes pour certaines grandeurs et soient capables d'estimer une mesure (ordre de grandeur).
L'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. À travers
les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent se construire et utiliser un premier répertoire de formules.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aires, masses et durées,
• de savoir choisir une unité appropriée et effectuer des changements d'unités,
• de consolider la notion d'angle, d'assurer la maîtrise des notions d'aire et de périmètre,
• de mettre en place la notion de volume et de commencer l'étude du système d'unités de mesure des volumes.
Connaissances Capacités Commentaires
4.1 Longueurs, masses,
durées
- Effectuer, pour les longueurs et les masses, des
changements d'unités de mesure.
- Comparer géométriquement des périmètres.
- Calculer le périmètre d'un polygone.
- Connaître et utiliser la formule donnant la longueur
d'un cercle.
Il s'agit d'entretenir les connaissances acquises à
l'école élémentaire, de compléter et consolider
l'usage d'instruments de mesure, en s'appuyant sur
les équivalences entre les différentes unités.
La comparaison de périmètres sans avoir recours aux
formules est particulièrement importante pour
affermir le sens de cette notion.
Le travail sur les périmètres permet aussi une
initiation aux écritures littérales.
- Calculer des durées, calculer des horaires.
4.2 Angles - Comparer des angles sans avoir recours à leur
mesure.
* Utiliser un rapporteur pour :
- déterminer la mesure en degré d'un angle,

- construire un angle de mesure donnée en degré.
* Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.

4.3 Aires : mesure, comparaison et calcul d'aires

- Comparer géométriquement des aires.
- Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple.
- Différencier périmètre et aire.
- Calculer l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont données.
- Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un rectangle.
- Calculer l'aire d'un triangle rectangle, *d'un triangle quelconque dont une hauteur est tracée.
- Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un disque.
- Effectuer pour les aires des changements d'unités de mesure.

Poursuivre le travail effectué à l'école élémentaire, en confrontant les élèves à des problèmes.
La comparaison d'aires sans avoir recours à des formules est particulièrement importante pour affermir le sens de cette notion.
Certaines activités proposées conduisent les élèves à comprendre notamment que périmètre et aire ne varient pas toujours dans le même sens.
Une démarche expérimentale permet de vérifier la formule de l'aire du disque.

4.4 Volumes - Déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités,* en utilisant une formule.

- Connaître et utiliser les unités de volume et les relier aux unités de contenance.
- Savoir que 1 L = 1 dm3.
- Effectuer pour les volumes des changements d'unités de mesure.

Comme pour les longueurs et les aires, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.

1.3 Progammes de cinquième

**** *cinquieme_
Classe de cinquième
Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la
phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle
est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de
temps pour la maîtriser.
-*OGD5
1. Organisation et gestion de données, fonctions
En classe de cinquième, la proportionnalité occupe toujours une place centrale. Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité
évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient.
La partie relative au traitement et à la représentation de données a pour objectif d'initier à la lecture, à l'interprétation, à la réalisation et à
l'utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques et de mettre en évidence la relativité de l'information représentée. Les travaux
correspondants sont conduits à partir d'exemples et en liaison, chaque fois qu'il est possible, avec l'enseignement des autres disciplines et
l'étude des thèmes de convergence.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs
• d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité,
• d'initier les élèves au repérage sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère,
• d'acquérir et interpréter les premiers outils statistiques (organisation et représentation de données, fréquences) utiles dans d'autres
disciplines et dans la vie de citoyen, de se familiariser avec des écritures littérales.
Connaissances Capacités Commentaires
1.1. Proportionnalité
Propriété de linéarité.
Tableau de proportionnalité.
Passage à l'unité ou « règle de
trois ».
- Compléter un tableau de nombres représentant une
relation de proportionnalité, en particulier
déterminer une quatrième proportionnelle.
- Reconnaître si un tableau complet de nombres est
ou non un tableau de proportionnalité.
Le travail sur des tableaux de nombres sans lien avec
un contexte doit occuper une place limitée. Les

activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs.
Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur mais toute définition de la notion de fonction est exclue.
Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même nature qu'en classe de sixième.
L'usage du « produit en croix » est exclu en classe de cinquième.
Pour les coefficients de proportionnalité ou les rapports de linéarité exprimés sous forme de quotient, on choisira des nombres qui évitent des difficultés techniques inutiles. En particulier les quotients de nombres décimaux ne sont pas exigibles.
Pourcentage.
Échelle.
[Thèmes de convergence]
- Mettre en oeuvre la proportionnalité dans les cas suivants :
- comparer des proportions,
- utiliser un pourcentage,
- * calculer un pourcentage,
- * utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin,
- calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin,
Un travail doit être conduit sur la comparaison relative d'effectifs dans des populations différentes ou de proportions dans un mélange. Il s'articule avec l'utilisation de l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion.
1.2. Expressions littérales
[Thèmes de convergence]
Utiliser une expression littérale.
Produire une expression littérale.
De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules).
20
Connaissances Capacités Commentaires
1.3. Activités graphiques
Repérage sur une droite graduée.
Sur une droite graduée :
- lire l'abscisse d'un point donné,

- placer un point d’abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte),
- déterminer la distance de deux points d’abscisses données.
Les nombres utilisés dans ces activités peuvent être des entiers, des décimaux ou des quotients simples.
Les activités graphiques conduisent :
- à établir la correspondance entre nombres et points d’une droite graduée (une même droite peut être graduée de plusieurs façons),
- à interpréter l’abscisse d’un point d’une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l’origine,
- à choisir l’échelle permettant de placer une série de nombres sur une portion de droite graduée.
Repérage dans le plan.
[Thèmes de convergence]
Dans le plan muni d’un repère orthogonal :
- lire les coordonnées d’un point donné,
- placer un point de coordonnées données,
Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.
Le repérage est à relier avec des situations de la vie quotidienne, le vocabulaire n’est pas un objet d’apprentissage pour lui-même.
Des activités dans lesquelles les élèves ont euxmêmes à graduer une droite ou à produire un graphique sont proposées.
1.4 Représentation et traitement de données
Effectifs.
*Fréquences.
Classes.
- Calculer des effectifs,
- * Calculer des fréquences.
- Regrouper des données en classes d’égale amplitude.
Les élèves sont entraînés à lire, interpréter et représenter des données en utilisant un vocabulaire adéquat dans des contextes qui leur sont familiers.
Le calcul d’effectifs cumulés n’est pas un attendu.
* Les écritures 4/10, 2/5, 0,4 40 % sont utilisées pour désigner une fréquence : elles permettent d’insister sur les diverses représentations d’un même nombre.
Tableau de données,

représentations graphiques de
données.
[Thèmes de convergence]
- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme).
- Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme (dans ce cas les classes sont toujours de même amplitude).
Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée.
L'utilisation d'un tableur permet d'enrichir ce travail en le prolongeant à des situations plus complexes que celles qui peuvent être traitées « à la main ».
21
-*NBRE5
2. Nombres et Calculs
· Les problèmes proposés associant à une situation donnée une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des diverses écritures
numériques et littérales. Ils sont principalement issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques. Il convient de ne pas
multiplier les activités purement techniques. Toutes les travaux numériques fournissent des occasions de pratiquer le calcul exact ou approché
sous toutes ses formes, utilisées en interaction : calcul mental, à la main ou instrumenté.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• d'entretenir et développer la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ;
• d'assurer la maîtrise des calculs d'expressions numériques sur les nombres décimaux positifs et prévoir l'ordre de grandeur d'un
résultat ;
• d'initier aux nombres relatifs et aux calculs sur les nombres en écriture fractionnaire ;
de familiariser les élèves aux raisonnements conduisant à des expressions littérales ;
• d'apprendre à choisir et interpréter l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation, • d'apprendre
à effectuer des transformations simples d'écriture ;
• d'initier à la notion d'équation.
Connaissances Capacités Commentaires
2.1. Nombres entiers et
décimaux positifs : calcul,
divisibilité sur les entiers
*Enchaînement d'opérations.
- Effectuer une succession d'opérations donnée sous

diverses formes (par calcul mental, à la main ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.
- Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.
L'acquisition des priorités opératoires est un préalable au calcul algébrique. Les questions posées à propos de résultats obtenus à l'aide de calculatrices peuvent offrir une occasion de dégager les priorités opératoires usuelles.
La capacité visée dans le socle commun concerne uniquement un calcul isolé. Pour construire la capacité : « savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires pour résoudre un problème », la succession d'opérations, si elle est nécessaire, se fait étape par étape.
Distributivité de la multiplication
par rapport à l'addition.
- Sur des exemples numériques, utiliser les égalités
$k(a + b) = ka + kb$ et
$k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.
- * Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités
$k(a + b) = ka + kb$ et
$k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.
- Dans le cadre du socle commun il convient de privilégier l'exploitation de cette propriété sur des exemples numériques.
L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique.
Division par un décimal. - Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier.
Ce travail est à conduire en relation avec les égalités d'écritures fractionnaires. Il se conçoit essentiellement dans le cadre de la résolution de problème.
Multiples et diviseurs,
divisibilité.
- Reconnaître, dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.
Les notions de multiple et diviseur sont entretenues.
La reconnaissance de multiples ou de diviseurs est faite soit en utilisant les critères de divisibilité installés en classe de sixième, soit en ayant recours

au calcul mental ou à la division.
22
Connaissances Capacités Commentaires
2.2. Nombres positifs en
écriture fractionnaire :
sens et calculs
Sens de l'écriture fractionnaire.
- Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression
d'une proportion, d'une fréquence.
La classe de cinquième s'inscrit, pour le travail sur
les écritures fractionnaires, dans un processus prévu
sur toute la durée du collège. En classe de 6e,
l'écriture fractionnaire a deux significations :
- le « partage » (
5
3
, c'est 3 fois
5
1) ;
- le quotient:
5
3
désigne le cinquième de 3 (le
nombre dont le produit par 5 est égal à 3).
L'utilisation d'une écriture fractionnaire pour
exprimer une proportion, une fréquence est à relier à
la notion de quotient.
Dans le traitement mathématique des problèmes de
la vie courante, les fractions interviennent rarement
en tant que nombre. L'utilisation des nombres
décimaux est souvent suffisante et doit être
privilégiée tout particulièrement dans le cadre du
socle commun.
- Utiliser sur des exemples numériques des égalités
du type
b
a
bc
ac
= .
L'égalité
b
a
bc
ac
= fait l'objet d'une justification à

l'aide d'un exemple générique.
Addition et soustraction.
*Multiplication.
- Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes *et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.
- *Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.
Des oralisations du type « 3 quarts plus 5 quarts » permettent d'effectuer directement des opérations sans mobiliser explicitement le statut de nombre.
Le travail porte à la fois sur les situations dont le traitement fait intervenir le produit de deux nombres en écritures fractionnaires (en relation avec différentes significations de ces écritures) et sur la justification du procédé de calcul.
2.3. Nombres relatifs entiers
et décimaux :
sens et calculs
Notion de nombre relatif.
*Ordre.
- Utiliser la notion d'opposé.
- *Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.
La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible).
Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, puis de repérer le plan Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux.
*Addition et soustraction de
nombres relatifs.
[Thèmes de convergence]
- *Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs.
- Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, –– et éventuellement des parenthèses.
- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

Les règles de suppression de parenthèses à
l’intérieur d’une somme algébrique sont étudiées en
**** *quatrieme_
classe de quatrième
23
Connaissances Capacités Commentaires
2.4. Initiation à la notion
d’équation
- *Tester si une égalité comportant un ou deux
nombres indéterminés est vraie lorsqu’on leur
attribue des valeurs numériques.
Une attention particulière est apportée à
l’introduction d’une lettre pour désigner un nombre
inconnu dans des situations où le problème ne peut
pas être facilement résolu par un raisonnement
arithmétique.
Les programmes du collège prévoient une initiation
progressive à la résolution d’équations, de manière
à éviter la mise en oeuvre d’algorithmes dépourvus
de véritable sens.
*La classe de cinquième correspond à une étape
importante avec le travail sur des égalités vues
comme des assertions dont la vérité est à examiner.
La notion d’équation ne fait pas partie du socle
commun.
-*GEO5
III. Géométrie
En classe de cinquième, l’étude de la symétrie centrale permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures.
Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées, suivant les cas, à main levée, à l’aide des instruments de
dessin et de mesure, ou dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l’étude des autres rubriques. Les diverses
activités de géométrie habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettent progressivement de s’entraîner à des justifications
mettant en oeuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en classe de sixième.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs de connaître et utiliser les propriétés conservées par symétrie (axiale ou centrale), les
propriétés relatives aux figures usuelles (triangles, parallélogrammes, cercles), d’entretenir la pratique des constructions géométriques
(aux instruments et à l‘aide d’un logiciel de géométrie) et des raisonnements sous-jacents qu’elles mobilisent, de conduire sans
formalisme des raisonnements géométriques simples, de familiariser les élèves avec les représentations de figures de l’espace.
Connaissances Capacités Commentaires

3.1 Figures planes
Parallélogramme.
- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme.
Le travail entrepris sur la symétrie centrale permet de justifier des propriétés caractéristiques du parallélogramme que les élèves doivent connaître.
Dans le cadre du socle commun il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces propriétés, notamment pour la reconnaissance d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange ou pour leur tracé.
- Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.
Les connaissances relatives aux quadrilatères usuels sont sollicitées dans des problèmes de construction et permettent de justifier les procédures utilisées pour construire ces quadrilatères.
Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.
- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.
Un travail de synthèse est réalisé, faisant apparaître chacune de ces figures (rectangle, losange, carré) comme un parallélogramme doté de propriétés particulières, notamment en ce qui concerne les diagonales.
Angles.
[Reprise du programme de 6e]
- Reproduire un angle. Pour la reproduction d'un angle : usage d'un gabarit ou du rapporteur. L'usage du rapporteur doit faire l'objet d'un approfondissement.
24
Connaissances Capacités Commentaires
Propriétés des triangles usuels.
[Reprise du programme de 6e]
Connaître les propriétés relatives aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.
La connaissance ainsi développée des figures cicontre conduit à les situer les unes par rapport aux

autres en mettant en évidence leurs propriétés communes et des propriétés différentes.
Caractérisation angulaire du parallélisme.
- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.
À cette occasion, le vocabulaire suivant est également utilisé : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires.
Les propriétés sont formulées et utilisées dans les deux sens (direct et réciproque), mais certaines réciproques peuvent être déclarées admises sans démonstration.
Triangle, somme des angles d'un triangle.
- Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.
La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés.
Construction de triangles et inégalité triangulaire.
- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.
- Construire un triangle connaissant :
• la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,
• les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
• les longueurs des trois côtés.
- Sur papier uni, reproduire un angle au compas.
Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice et à son milieu.
L'inégalité triangulaire est mise en évidence à cette occasion et son énoncé est admis :
AB + BC = AC.
Le cas de l'égalité AB + BC = AC est reconnu

comme caractéristique de l'appartenance du point B
au segment [AC].
Médiatrice d'un segment.
[Reprise du programme
de 6e]
- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice
ainsi que la caractérisation de ses points par la
propriété d'équidistance.
- Utiliser différentes méthodes pour tracer la
médiatrice d'un segment.
Au niveau des exigibles du socle, il suffit de
connaître une méthode de construction.
Cercle circonscrit à un triangle. - Construire le cercle circonscrit à un triangle. La construction doit être justifiée.
Médianes et hauteurs d'un
triangle.
- Connaître et utiliser la définition d'une médiane et
d'une hauteur d'un triangle.
Ces notions sont à relier au travail sur l'aire d'un
triangle. La démonstration des propriétés de
concours n'est pas envisageable en classe de
cinquième. La notion de hauteur d'un triangle ne fait
pas partie du socle.
25
Connaissances Capacités Commentaires
3.2 Symétries
Symétrie axiale.
[Reprise du programme
de 6e]
- Construire le symétrique d'une droite. Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie
d'un segment est mis en évidence.
Symétrie centrale. - Construire le symétrique d'un point, d'un segment,
d'une droite, d'un cercle.
- Construire le symétrique, d'une demi-droite.
- Construire ou compléter à l'aide des instruments
usuels la figure symétrique d'une figure donnée.
Comme en classe de sixième, un travail
expérimental permet d'obtenir un inventaire
abondant de figures simples.
Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale
sont ainsi progressivement dégagées et comparées
avec les propriétés invariantes dans une symétrie
axiale.
Ces travaux conduisent à :
- l'énoncé et l'utilisation de propriétés

caractéristiques du parallélogramme,
- la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation.
3.3 Prismes droits,
cylindres de révolution
- Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron.
- Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné.
- Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides.
- Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.
Comme en classe de sixième, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail.
L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables.
L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure découverte de ces solides.
26
-*GM5
4. Grandeurs et mesures
Cette rubrique s'appuie notamment sur la résolution de problèmes empruntés à la vie courante. Comme en classe de sixième, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. Les questions de changement d'unités sont reliées à l'utilisation de la proportionnalité de préférence au recours systématique à un tableau de conversion.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux angles, aux masses et aux durées, de calculer les aires ou volumes attachés aux figures planes ou solides usuels, de poursuivre l'étude du système d'unités de mesure des volumes, d'apprendre à choisir les unités adaptées et à effectuer des changements d'unité.
Connaissances Capacités Commentaires
4.1 Longueurs, masses,

durées
- Calculer le périmètre d'une figure.
- Calculer des durées, des horaires.

Pour les polygones (dont le parallélogramme), la compréhension de la notion de périmètre suffit à la détermination de procédés de calcul (les formules sont donc inutiles).

Le calcul sur des durées ou des horaires, à l'aide de procédures raisonnées, se poursuit.

4.2 Angles Maîtriser l'utilisation du rapporteur.

4.3 Aires

Parallélogramme, triangle,
disque.
- Calculer l'aire d'un parallélogramme.
- Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée.
- Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables.

La formule de l'aire du parallélogramme est déduite de celle de l'aire du rectangle.

Le fait que chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire est justifié.

Dans le cadre du socle les élèves peuvent calculer ainsi l'aire d'un parallélogramme.

Les élèves peuvent calculer l'aire latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution à partir du périmètre de leur base et de leur hauteur.

4.4 Volumes

Prisme, cylindre de révolution.
- Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle.
- Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.
- Effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure.

Une relation est établie entre les calculs de volume du prisme droit et du cylindre : dans les deux cas, l'aire de la surface de base du solide est multipliée par sa hauteur.

On travaillera les changements d'unités de volume dans des situations de la vie courante.

Programmes de quatrième
**** *BOS6_quatrieme
Classe de quatrième
Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples)
qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la
phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item
sera exigible pour le socle dans une année ultérieure.
Dire que l'exigibilité pour le socle
est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas
être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves
pourront bénéficier de plus de
temps pour la maîtriser.
-*OGD4
1. Organisation et gestion de données, fonctions
Comme en classe de cinquième, le mot « fonction »
est employé, chaque fois que nécessaire, en situation,
et sans qu'une définition formelle de
la notion de fonction soit donnée.
Les tableurs-grapheurs, dont l'usage a été introduit
dès la classe de cinquième, donnent accès à une
façon particulière de désigner une variable :
par l'emplacement de la cellule où elle se trouve
dans le tableau. Cette nouveauté est un
enrichissement pour le travail sur la notion de variable,
effectué sur des exemples variés.
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• de consolider et d'enrichir les raisonnements
pour traiter des situations de proportionnalité,
pour produire ou interpréter des résumés
statistiques (moyennes, graphiques),
pour analyser la pertinence d'un graphique
au regard de la situation étudiée,
• d'organiser des calculs ou créer un
graphique avec un tableur.
1.1 Utilisation de la
proportionnalité
Quatrième proportionnelle.
- Déterminer une quatrième proportionnelle.
Aux diverses procédures déjà étudiées s'ajoute le
« produit en croix » qui doit être justifié.
Calculs faisant intervenir des
pourcentages.
[Thèmes de convergence]
- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère
d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes
dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce

caractère sont connus.
Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines permettent de mettre en oeuvre un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de pourcentage.
Dans le cadre du socle commun, utiliser l'échelle d'une carte pour calculer une distance, calculer un pourcentage deviennent exigibles.
1.2. Proportionnalité
* Représentations graphiques.
[Thèmes de convergence]
* Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.
Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.
1.3. Traitement des données
Moyennes pondérées.
[Thèmes de convergence]
- Calculer la moyenne d'une série de données.
- Créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule.
- Créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul.
Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en oeuvre :
- somme des n données divisée par n,
- moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs.
Les élèves doivent savoir calculer, pour de petits effectifs, une moyenne par la procédure de leur choix. Pour des effectifs plus grands, cette procédure est basée sur l'usage du tableur ou de la calculatrice.
28
-*NBRE4
2. Nombres et Calculs
La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) permet la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées, l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ainsi que la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.
Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en

classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de
formules issues des sciences et de la technologie.
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• d'entretenir et d'enrichir la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ;
• d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres relatifs et les expressions numériques ;
• de conduire les raisonnements permettant de traiter diverses situations (issues de la vie courante, des différents champs des
mathématiques et des autres disciplines, notamment scientifiques) à l'aide de calculs numériques, d'équations ou d'expressions
littérales ;
• de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.
2.1. Calcul numérique
Opérations (+, – , ´ , :) sur les
nombres relatifs en écriture
décimale.
Produit de nombres positifs en
écriture fractionnaire.
* Opérations (+, – , ´) sur les
nombres relatifs en écriture
fractionnaire (non
nécessairement simplifiée).
- Calculer le produit de nombres relatifs simples.
- Déterminer une valeur approchée du quotient de
deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).
- * Multiplier, additionner et soustraire des nombres
relatifs en écriture fractionnaire.
Les élèves ont une pratique de la multiplication des
nombres positifs en écriture décimale ou
fractionnaire. Les calculs relevant de ces opérations
sont étendus au cas des nombres relatifs.
*L'addition de deux nombres relatifs en écriture
fractionnaire demande un travail sur la recherche
de multiples communs à deux ou plusieurs nombres
entiers dans des cas où un calcul mental est
possible.
Savoir additionner et soustraire des entiers relatifs et
multiplier deux nombres positifs écrits sous forme
décimale ou fractionnaire deviennent des capacités
exigibles dans le cadre du socle commun.
Division de deux nombres
relatifs en écriture fractionnaire.
- Diviser des nombres relatifs en écriture

fractionnaire.
- Connaître et utiliser l'égalité :
a
b
=a ´ 1
b
.
* Un travail est mené sur la notion d'inverse d'un
nombre non nul ; les notations
x
1
et
x–1 sont utilisées, ainsi que les touches
correspondantes de la calculatrice.
Enchaînement d'opérations. - Sur des exemples numériques, écrire en utilisant
correctement des parenthèses, des programmes de
calcul portant sur des sommes ou des produits de
nombres relatifs.
- Organiser et effectuer à la main ou à la
calculatrice les séquences de calcul
correspondantes.
À la suite du travail entrepris en classe de cinquième
les élèves sont familiarisés à l'usage des priorités
ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul
utilisant des parenthèses. En particulier, la
suppression des parenthèses dans une somme
algébrique est étudiée.
Puissances d'exposant entier
relatif.
[Thèmes de convergence]
- Comprendre les notations an et a –n et savoir les
utiliser sur des exemples numériques, pour des
exposants très simples et pour des égalités telles
que : a2 ´ a3 = a5 ; (ab)2 = a2b2 ; = 5
2
a
a a –3, où a et b
sont des nombres relatifs non nuls.
- Utiliser sur des exemples numériques les égalités :
10m ´ 10n = 10 m+n ; 1
10 n
= 10 - n ; (10 m)n = 10 m ´ n
où m et n sont des entiers relatifs.
Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants
très simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus
en s'appuyant sur la signification de la notation

puissance et non par l’application de formules.
Notation scientifique.
[Thèmes de convergence]
- Sur des exemples numériques, écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.
- Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d’un calcul.
Par exemple, le nombre 25 698,236 peut se mettre sous la forme :
2,569 823 6 × 10 4 ou 25 698 236 × 10-3 ou
25,698 236 × 10 3.
2.2. Calcul littéral
Développement.
- Calculer la valeur d’une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.
L’apprentissage du calcul littéral est conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul.
Le travail proposé s’articule autour de trois axes :
- utilisation d’expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ;
- utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers ;
- utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).
- Réduire une expression littérale à une variable, du type : 3x – (4x – 2) , 2x2 – 3x + x2…
Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et viser un objectif précis (résolution d’une équation, gestion d’un calcul numérique, établissement d’un résultat général).
- Développer une expression de la forme
(a + b) (c + d).
L’objectif reste de développer pas à pas puis de réduire l’expression obtenue. Les identités remarquables ne sont pas au programme.
Les activités de factorisation se limitent aux cas où le facteur commun est du type a, ax ou x2.
Comparaison de deux nombres
relatifs.
- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser :
. l’équivalence entre
d

c
b
a
= et ad = bc (b et d étant
non nuls) ;
. l'équivalence entre a =b et a – b =0 ;
. l'équivalence entre a > b et a – b > 0.
- Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que a et b : a + c et b + c ; a – c et b – c
- Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ac et bc sont dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que a et b si c est strictement positif (respectivement négatif).
- Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient …).

La première équivalence est notamment utile pour justifier la propriété dite « d'égalité des produits en croix », relative aux suites de nombres proportionnelles.

Le fait que x est strictement positif (respectivement x strictement négatif) se traduit par x > 0 (respectivement x < 0) est mis en évidence.

Le fait que « comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence », intéressant notamment dans le calcul littéral, est dégagé.

Ces propriétés sont l'occasion de réaliser des démonstrations dans le registre littéral.

Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. À chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

Les élèves, dans le cadre du socle commun, peuvent être amenés à résoudre des problèmes se ramenant à une équation du premier degré sans que la méthode experte soit exigible.

30
-*GEO4
3. Géométrie
Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangles, cercles, quadrilatères particuliers), pour lesquelles il est
indispensable de continuer à faire fonctionner les résultats mis en place. L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle
configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects numériques
fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également
étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de troisième.
Les activités de découverte, d'élaboration et de rédaction d'une démonstration sont de natures différentes et doivent faire l'objet d'une
différenciation explicite. Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane. L'étude de
configurations de géométrie dans l'espace donne des exercices et des illustrations pour différents champs du programme. À ce titre, il convient
d'aborder la géométrie dans l'espace suffisamment tôt dans l'année scolaire.
La résolution de problèmes a pour objectifs :
• de connaître les objets usuels du plan et de l'espace et d'utiliser leurs propriétés géométriques et les relations métriques associées ;
• de développer les capacités heuristiques et de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples utilisant les
propriétés des figures usuelles, les symétries, les relations métriques, les angles ou les aires ;
• d'entretenir en l'enrichissant la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie
dynamique) et des raisonnements sous-jacents ;
• d'initier les élèves à la démonstration ;
• de poursuivre la familiarisation avec les représentations planes des solides de l'espace ;
• de s'initier aux propriétés laissées invariantes par un agrandissement ou une réduction de figure.
3.1 Figures planes
Triangle : milieux et parallèles.
- Connaître et utiliser les théorèmes relatifs aux
milieux de deux côtés d'un triangle.
Ces théorèmes sont démontrés en utilisant la
symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du
parallélogramme ou les aires.
Dans le cadre du socle commun, seules les
propriétés directes de la droite des milieux sont
exigibles.
* Triangles déterminés par deux
parallèles coupant deux demidroites

de même origine.
- *Connaître et utiliser la proportionnalité des
longueurs pour les côtés des deux triangles
déterminés par deux parallèles coupant deux demidroites
de même origine.
Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa
réciproque seront étudiés en classe de troisième.
Triangle rectangle : théorème de
Pythagore.
- Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de
Pythagore.
- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle
rectangle à partir de celles des deux autres.
On ne distingue pas le théorème de Pythagore direct
de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On
considère que l'égalité de Pythagore caractérise la
propriété d'être rectangle.
Triangle rectangle : cosinus d'un
angle.
- Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre
le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés
adjacents.
- Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur
approchée :
- du cosinus d'un angle aigu donné ;
- de l'angle aigu dont le cosinus est donné.
Triangle rectangle : cercle
circonscrit.
- Caractériser le triangle rectangle par son
inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est
un côté du triangle.
- Caractériser les points d'un cercle de diamètre
donné par la propriété de l'angle droit.
Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent (la
longueur d'une médiane d'un triangle est la moitié
de celle du côté correspondant) est étudié.
Distance d'un point à une droite. - Savoir que le point d'une droite le plus proche
d'un point donné est le pied de la perpendiculaire
menée du point à la droite.
Tangente à un cercle. - Construire la tangente à un cercle en l'un de ses
points.
Dans le cadre du socle commun, il est simplement
attendu des élèves qu'ils sachent reconnaître qu'une
droite est tangente à un cercle.
Bissectrice d'un angle.
[reprise des programmes

antérieurs]
- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.
- Utiliser différentes méthodes pour tracer :
- la médiatrice d'un segment ;
- la bissectrice d'un angle.
La bissectrice d'un angle est définie comme la demidroite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.
La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale.
Cette construction n'est pas exigible dans le cadre du socle commun.
Bissectrices et cercle inscrit. - Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donnée par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle.
- Construire le cercle inscrit dans un triangle.
Cette caractérisation permet de démontrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle inscrit. L'analogie est faite avec le résultat concernant les médiatrices des trois côtés du triangle vu en classe de cinquième.
3.2 Configurations dans l'espace
Pyramide et cône de révolution.
- Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.
L'observation et la manipulation d'objets constituent des points d'appui indispensables. Ces activités doivent être complétées par l'observation et la manipulation d'images dynamiques données par des logiciels de géométrie.
Les activités sur les pyramides exploitent des situations simples. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité.
3.3 Agrandissement et réduction
- * Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.
* Des activités de construction (avec éventuellement

l'utilisation de logiciels de construction
géométrique) permettent aux élèves de mettre en
évidence et d'utiliser quelques propriétés :
conservation des angles (et donc de la
perpendicularité) et du parallélisme, multiplication
des longueurs par le facteur k d'agrandissement ou
de réduction…
* Certains procédés de construction peuvent être
analysés en utilisant le théorème de Thalès dans le
triangle.
-*GM4
4. Grandeurs et mesures
Cette rubrique s'appuie notamment sur la résolution de problèmes empruntés à la vie courante et aux autres disciplines.
Les notions de mouvement uniforme et de vitesse ont été travaillées en classe de cinquième dans le cadre de la proportionnalité. La notion de
vitesse en tant que grandeur quotient est abordée pour la première fois en classe de quatrième.
Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le
contrôle et à en soutenir le sens.
La résolution de problèmes a pour objectifs
• d'initier les élèves à des grandeurs quotient,
• de compléter les connaissances et consolider les raisonnements permettant de calculer les grandeurs travaillées antérieurement
(longueurs, angles, aires, volumes),
• de savoir choisir les unités adaptées et d'effectuer les changements d'unités.
4.1 Aires et volumes
Calculs d'aires et volumes.
- Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de
révolution à l'aide de la formule V =
3
1 B h.
L'objectif est, d'une part, d'entretenir les acquis des
classes antérieures et, d'autre part, de manipuler de
nouvelles formules, en liaison avec la pratique du
calcul littéral.
32
4.2 Grandeurs quotients
courantes
Vitesse moyenne.
[Thèmes de convergence]
* Calculer des distances parcourues, des vitesses
moyennes et des durées de parcours en utilisant
l'égalité d = vt.
- * Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde

et kilomètre par heure).
La notion de vitesse moyenne est définie.
Le vocabulaire « kilomètre par heure » et la notation km/h, issus de la vie courante, sont à mettre en relation avec la notation km.h-1
Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unités méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.

1.4 Programme de troisième

**** *troisieme_
Classe de troisième
Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits dans l'introduction générale des programmes de
mathématiques pour le collège demeurent valables pour la classe de troisième : consolider, enrichir et structurer les acquis des classes
précédentes, conforter l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques, développer la capacité à utiliser
les mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines), notamment à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence.
À la fin de cette classe terminale du collège, la maîtrise par les élèves de plusieurs types de savoirs est visée :
· dans le domaine des nombres et du calcul : calcul numérique (nombres entiers, décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, proportionnalité) et
premiers éléments de calcul littéral ;
· dans le domaine de l'organisation et la gestion de données : premiers éléments de base en statistique descriptive et en probabilité ;
· dans le domaine géométrique : figures de base et propriétés de configurations du plan et de l'espace ;
· dans le domaine des grandeurs et de la mesure : grandeurs usuelles, grandeurs composées et changements d'unités ;
· dans le domaine des TICE : utilisation d'un tableur-grapheur et d'un logiciel de construction géométrique.
Note : les points du programme (connaissances et capacités) qui ne sont pas exigibles pour le socle commun des connaissances et des
compétences sont en italiques. Certains commentaires ou exemples d'activités, liés à des connaissances et des capacités qui ne font pas
partie du socle, sont écrits en italique dans la troisième colonne mais correspondent à des situations que doivent travailler tous les élèves
car ces connaissances et ces capacités restent des objectifs d'enseignement du programme.
-*OGD3
1. Organisation et gestion de données, fonctions
L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un
nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les
fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction
de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation f(x). L'usage
du tableur grapheur contribue aussi à la mise en place du concept, dans ses aspects numériques comme dans ses aspects graphiques. La notion
d'équation de droite n'est pas au programme de la classe de troisième.

Pour les séries statistiques, l'étude des paramètres de position est poursuivie : médiane et quartiles. Une première approche de la dispersion est
envisagée. L'éducation mathématique rejoint ici l'éducation du citoyen : prendre l'habitude de s'interroger sur la signification des nombres
utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique. De même, c'est pour permettre au citoyen d'aborder l'incertitude et le hasard dans
une perspective rationnelle que sont introduits les premiers éléments relatifs à la notion de probabilité.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs
• de synthétiser le travail conduit sur la proportionnalité dans les classes antérieures, d'approcher la notion de fonction et d'acquérir une
première connaissance des fonctions linéaires et affines,
• de poursuivre la mise en place de paramètres de position et de dispersion d'une série statistique,
• d'initier à la notion de probabilité par l'étude d'exemples simples.
Connaissances Capacités Commentaires
1.1. Notion de fonction
Image, antécédent, notations
f (x), x a f (x).
[Thèmes de convergence]
- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction
déterminée par une courbe, un tableau de données
ou une formule.
- Déterminer un antécédent par lecture directe dans
un tableau ou sur une représentation graphique.
Toute définition générale de la notion de fonction et
la notion d'ensemble de définition sont hors
programme.
La détermination d'un antécédent à partir de
l'expression algébrique d'une fonction n'est exigible
que dans le cas des fonctions linéaires ou affines.
1.2 Fonction linéaire, fonction
affine.
Proportionnalité.
En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude
de la proportionnalité par une synthèse d'un
apprentissage commencé à l'école primaire.
34
Connaissances Capacités Commentaires
Fonction linéaire.
Coefficient directeur de la droite
représentant une fonction
linéaire.
- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre
donné et l'antécédent d'un nombre donné.

- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.
- Représenter graphiquement une fonction linéaire.
- Connaître et utiliser la relation y=ax entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire xaax.
- Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite

L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par a ». Cette formulation est reliée à xaax.

Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi.

Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.

Fonction affine.

Coefficient directeur et ordonnée
à l'origine d'une droite
représentant une fonction affine.

[Thèmes de convergence]

- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.
- Connaître et utiliser la relation y=ax + b entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire xaax + b.
- Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.
- Représenter graphiquement une fonction affine.
- Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.
- Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.

Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite. Cette remarque peut constituer un point de départ à l'étude des fonctions

affines. Pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de x et y est mise en évidence.
1.3. Statistique
Caractéristiques de position.
- Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique) :
• déterminer une valeur médiane de cette série et en donner la signification ;
Le travail est conduit aussi souvent que possible en liaison avec les autres disciplines dans des situations où les données sont exploitables par les élèves. L'utilisation d'un tableur permet d'avoir accès à des situations plus riches que celles qui peuvent être traitées « à la main ».
Approche de caractéristiques de dispersion.
[Thèmes de convergence]
• déterminer des valeurs pour les premier et troisième quartiles et en donner la signification ;
• déterminer son étendue.
- Exprimer et exploiter les résultats de mesures d'une grandeur.
La notion de dispersion est à relier, sur des exemples, au problème posé par la disparité des mesures d'une grandeur, lors d'une activité expérimentale, en particulier en physique et chimie.
1.4. Notion de probabilité
[Thèmes de convergence]
- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité.
- Calculer des probabilités dans des contextes familiers.
La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.).
La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.
35
-*NBRE3
2. Nombres et Calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la
machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :
- maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées ;
- acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ;
- réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Pour le calcul littéral, l'un des objectifs visés est qu'il prenne sa place dans les moyens d'expression des élèves, à côté de la langue usuelle, de
l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral présente du sens et
où il reste simple à effectuer que l'on amène l'élève à recourir à l'écriture algébrique lorsqu'elle est pertinente.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs
- d'entretenir le calcul mental, le calcul à la main et de l'usage raisonnée des calculatrices,
- d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,
- d'amorcer les calculs sur les radicaux et de poursuivre les calculs sur les puissances,
- de familiariser les élèves aux raisonnements arithmétiques,
- de compléter les bases du calcul littéral et d'en conforter le sens, notamment par le recours à des équations ou des inéquations du
premier degré pour résoudre des problèmes,
- de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

Connaissances Capacités Commentaires
2.1. Nombres entiers et
rationnels
Diviseurs communs à deux
entiers, PGCD.
- Connaître et utiliser un algorithme donnant le
PGCD de deux entiers (algorithme des
soustractions, algorithme d'Euclide).
- Calculer le PGCD de deux entiers.
- Déterminer si deux entiers donnés sont premiers
entre eux.
Plusieurs méthodes peuvent être envisagées.
La connaissance de relations arithmétiques entre
nombres – que la pratique du calcul mental a permis
de développer – permet d'identifier des diviseurs
communs de deux entiers.
Le recours à une décomposition en produits de
facteurs premiers est possible dans des cas simples
mais ne doit pas être systématisée.

Les tableurs, calculatrices et logiciels de calcul
formel sont exploités.
Fractions irréductibles. - Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.
Dans le cadre du socle commun, les élèves utilisent leur calculatrice pour rendre irréductible une fraction donnée.
Opérations sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire.
[Reprise du programme du cycle central]
Dans le cadre du socle commun, l'addition, la soustraction et la multiplication « à la main » de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, sont exigibles seulement dans des cas simples ; pour l'addition et la soustraction, il s'agit uniquement des cas où un calcul mental est possible.
Dans les autres cas, la calculatrice est utilisée.
2.2. Calculs élémentaires sur les radicaux
Racine carrée d'un nombre positif.
- Savoir que, si a désigne un nombre positif, a est le nombre positif dont le carré est a et utiliser les égalités : (a)2
= a, a2 = a .
- Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que x2 = a, où a est un nombre positif.
Dans le cadre du socle commun, la seule capacité exigible, relative à la racine carrée, concerne le calcul à la calculatrice de la valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif.
Produit et quotient de deux radicaux.
- Sur des exemples numériques, où a et b sont deux nombres positifs, utiliser les égalités :
ab = a. b ,
a
b
= a
b
(b non nul).
Ces résultats permettent de transformer l'écriture d'un nombre et de choisir la forme la mieux adaptée à la résolution d'un problème posé.

Connaissances Capacités Commentaires
2.3. Écritures littérales
Puissances.
[Thèmes de convergence]
- Utiliser sur des exemples les égalités :
am.an = a m+n;
am/an = a m-n
(am)n = amn
(ab)n = anbn
(a/b)n = an/bn
où a et b sont des nombres non nuls et m et
n des entiers relatifs.
Comme en classe de quatrième, ces résultats sont
construits et retrouvés, si besoin est, en s'appuyant
sur la signification de la notation puissance qui reste
l'objectif prioritaire. La mémorisation de ces égalités
est favorisée par l'entraînement à leur utilisation en
calcul mental.
Factorisation. - Factoriser des expressions algébriques dans
lesquelles le facteur est apparent.
Les travaux se développent dans trois directions :
- utilisation d'expressions littérales donnant lieu à
des calculs numériques ;
- utilisation du calcul littéral pour la mise en
équation et la résolution de problèmes ;
- utilisation pour prouver un résultat général (en
particulier en arithmétique).
Les activités visent la maîtrise du développement ou
de la factorisation d'expressions simples.
Identités remarquables. - Connaître les identités:
(a + b)(a – b) = a2 – b2
(a + b)2 = a2 + 2ab + b2
(a – b)2 = a2 – 2ab + b2
- Les utiliser dans les deux sens sur des exemples
numériques ou littéraux simples.
Dans le cadre du socle commun, les élèves
connaissent l'existence des identités remarquables et
doivent savoir les utiliser pour calculer une
expression numérique mais aucune mémorisation
des formules n'est exigée.
2.4. Équations et inéquations du
premier degré
Problèmes du premier degré :
inéquation du premier degré à
une inconnue, système de deux

équations à deux inconnues.
- Mettre en équation un problème.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques ; représenter ses solutions sur une droite graduée.
- Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.
La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun. Néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré (méthode arithmétique, méthode par essais successifs, …).
Problèmes se ramenant au premier degré : équations produits.
- Résoudre une équation mise sous la forme A(x).B(x) =0, où A(x) et B(x) sont deux expressions du premier degré de la même variable x.
L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est hors programme.
37
-*GEO3
3. Géométrie
Les objectifs des travaux géométriques demeurent ceux des classes antérieures du collège. L'étude et la représentation d'objets usuels du plan et de l'espace se poursuivent ainsi que le calcul de grandeurs attachées à ces objets. Les travaux sur les solides permettent de mobiliser largement les résultats des classes antérieures. À ce titre, il convient d'aborder la géométrie dans l'espace suffisamment tôt dans l'année scolaire. L'étude des configurations usuelles est enrichie en particulier de la réciproque du théorème de Thalès et de l'étude de l'angle inscrit. Le recours à des logiciels de construction géométrique (par les élèves ou de manière collective) est intégré aux séquences d'enseignement, dans l'approche d'une notion ou dans la résolution de problèmes.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs
• de connaître les objets usuels du plan et de l'espace, de calculer les grandeurs attachées à ces objets,
• de développer les capacités heuristiques, les capacités de raisonnement et les capacités relatives à la formalisation d'une démonstration ;
• d'entretenir la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) et des

raisonnements sous-jacents qu'elles mobilisent ;
• de solliciter dans les raisonnements les propriétés géométriques et les relations métriques associées vues dans les classes antérieures ;
• de familiariser les élèves aux sections de solides de l'espace.
Connaissances Capacités Commentaires
3.1 Figures planes
Triangle rectangle, relations
trigonométriques.
- Connaître et utiliser les relations entre le cosinus,
le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les
longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle.
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, des valeurs
approchées :
• du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle
aigu donné;
• de l'angle aigu dont on connaît le cosinus, le
sinus ou la tangente.
La définition du cosinus a été vue en classe de
quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu
sont introduits comme rapports de longueurs.
Les formules suivantes sont à démontrer :
A
A
A A et A ˆ cos
sin ˆ
cos2 ˆ +sin2 ˆ =1 tan ˆ = .
La seule unité utilisée est le degré décimal.
Configuration de Thalès. - Connaître et utiliser la proportionnalité des
longueurs pour les côtés des deux triangles
déterminés par deux parallèles coupant deux droites
sécantes.
- Connaître et utiliser un énoncé réciproque.
Il s'agit de prolonger l'étude commencée en classe
de quatrième qui, seule, est exigible dans le cadre du
socle commun.
La réciproque est formulée en tenant compte de
l'ordre relatif des points sur chaque droite mais, dans
le cadre du socle commun, les élèves n'ont pas à
distinguer formellement le théorème direct et sa
réciproque.
L'utilisation d'un logiciel de construction
géométrique permet de créer des situations
d'approche ou d'étude du théorème et de sa
réciproque.
Agrandissement et réduction.
[Reprise du programme

de 4e]
- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.
Dans le cadre du socle commun, il est attendu des élèves qu'ils sachent, dans des situations d'agrandissement ou de réduction, retrouver des éléments (longueurs ou angles) de l'une des deux figures connaissant l'autre.
En ce qui concerne les longueurs, ce travail se fait en relation avec la proportionnalité.
Angle inscrit, angle au centre. - Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.
Cette comparaison entre angle inscrit et angle au centre permet celle de deux angles inscrits sur un même cercle interceptant le même arc.
Polygones réguliers. - Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier, un octogone connaissant son centre et un sommet.
3.2 Configurations dans l'espace
Problèmes de sections planes de solides.
- Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête.
- Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre
L'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes.
C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueur
38
de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe.
- Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.
et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. Les élèves sont également confrontés au problème de représentation d'objets à 3 dimensions, ainsi qu'à celle de la représentation en vraie grandeur d'une partie de ces objets dans un plan (par exemple : section plane, polygone déterminé par des points de l'objet…).
Sphère, centre, rayon.
Sections planes d'une sphère.

[Thèmes de convergence]
- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan.
- Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.
- Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.
Les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés sont mis en évidence.
Le fait que le centre du cercle d'intersection est l'intersection du plan et de la perpendiculaire menée du centre de la sphère à ce plan est admis.
Le cas particulier où le plan est tangent à la sphère est également étudié.
Aucune difficulté n'est soulevée sur ces représentations. Le rapprochement est fait avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour le repérage sur la sphère à l'aide des méridiens et des parallèles.
-*GM3
4. Grandeurs et mesures
Les situations mettant en jeu des grandeurs sont souvent empruntées à la vie courante (aires de terrains, volumes de gaz, de liquides, vitesses, débits, coûts, …) mais aussi à d'autres disciplines, notamment scientifiques, et permettent l'interaction entre les mathématiques et d'autres domaines. Les activités de comparaison d'aires d'une part, et de volumes d'autre part, de figures ou d'objets obtenus par agrandissement ou réduction, sont, en particulier, autant d'occasions de manipulations de formules et de transformations d'expressions algébriques. Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.
Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs
• d'entretenir et de compléter les connaissances et les raisonnements relatifs aux calculs d'aires et volumes,
• d'étudier des situations dans lesquelles interviennent des grandeurs composées (produit ou quotient), notamment du point de vue des changements d'unités.
Connaissances Capacités Commentaires
4.1 Aires et volumes
Calculs d'aires et volumes.
Effet d'une réduction ou d'un agrandissement.
- Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.

- Calculer le volume d'une boule de rayon donné.
- Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k,
• l'aire d'une surface est multipliée par k2 ,
• le volume d'un solide est multiplié par k3.

Il s'agit aussi d'entretenir les acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.

Dans le cadre du socle commun, les surfaces dont les aires sont à connaître sont celles du carré, du rectangle, du triangle, du disque et les solides dont les volumes sont à connaître sont le cube, le parallélépipède rectangle, le cylindre droit et la sphère.

Connaissances Capacités Commentaires

4.3 Grandeurs composées, changement d'unités

Vitesse moyenne.

[Thèmes de convergence]

- Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.

Plusieurs grandeurs produits et grandeurs dérivées peuvent être utilisées : passagers ´ kilomètres, kWh, euros/kWh, m3/s ou m3. s–1,…

Les changements d'unités s'appuient, comme dans les classes antérieures, sur des raisonnements directs et non pas sur des formules de transformation.

Dans le cadre du socle commun la capacité ne porte que sur des situations de la vie courante, sur des unités et des nombres familiers aux élèves.

2 Chapitre Pythagore du Nathan Quatrième

2.1 Tableau de traitement des données icônométriques

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1																												
2	Page					170	230	391	100																			
3	Page	Zone	Type	Sous type	Sémio	large	haut	Aire	Aire	Math	BO	tota	y	tota	x	tota	Hist	tota	TIC	Sc.	SVT	Tec	tota	Arts	Lan	tota	Vie	tota
4	1	1	Première page	Titre du chapitre	Texte	170	30	51	13	1		13		0		0		0					0			0		0
5	1	2	Première page	Conseil méthodolo	Texte	35	45	15,8	4		1	4		0		0		0					0			0		0
6	1	3	Première page	Photographie	Image	160	110	176	45			0		0		0		0					0			0	1	45
7	1	4	Première page	Légende	Texte	10	120	12	3			0		0		0		0					0			0	1	3
8	1	5	Première page	Devinette	Mixte	60	40	24	6			0		0		0		0					0			0	1	6
9	1	6	Première page	Devinette	Texte	30	20	6	2	1		2		0		0		0					0			0		0
10	2	1	Evaluation initiale	QCM	Texte	170	140	238	61	1		61		0		0		0					0			0		0
11	2	2	évaluation initiale	Conseil méthodolo	Texte	40	20	8	2			0		0	1	2		0					0			0		0
12	2	3	évaluation initiale	QCM mental	Texte	160	40	64	16	1		16		0		0		0					0			0		0
13	3	1	Activités	AER	Mixte	170	90	153	39			0		0		0	1	39					0			0		0
14	3	2	Activités	AER	Mixte	170	80	136	35			0		0		0		0	1				35			0		0
15	3	3	Activités	Institutionnalisatio	Mixte	90	20	18	5			0		0		0	1	5					0			0		0
16	4	1	Activités	AER	Mixte	170	50	85	22			0		0		0		0					0			0	1	22
17	4	2	Activités	Démonstration	Mixte	170	60	102	26			0		0	1	26		0					0			0		0
18	4	3	Activités	Institutionnalisatio	Texte	30	10	3	1			0		0		0		0					0			0		0
19	4	4	Activités	AER	Mixte	170	60	102	26			0		0	1	26		0					0			0		0
20	4	5	Activités	AER	Texte	170	20	34	9	1		9		0		0		0					0			0		0
21	5	1	Cours	Institutionnalisatio	Mixte	170	60	102	26	1		26		0		0		0					0			0		0
22	5	2	Cours	Institutionnalisatio	Mixte	170	30	51	13	1		13		0		0		0					0			0		0
23	5	3	Cours	Institutionnalisatio	Texte	170	30	51	13	1		13		0		0		0					0			0		0
24	5	4	Cours	Exercices modèles	Mixte	170	70	119	30	1		30		0		0		0					0			0		0
25	6	1	Cours	Institutionnalisatio	Mixte	170	60	102	26	1		26		0		0		0					0			0		0
26	6	2	Cours	Institutionnalisatio	Texte	170	20	34	9	1		9		0		0		0					0			0		0
27	6	3	Cours	Exercices modèles	Mixte	170	100	170	43	1		43		0		0		0					0			0		0
28	6	4	Cours	Institutionnalisatio	Texte	170	10	17	4	1		4		0		0		0					0			0		0
29	7	1	Savoir-faire	Exercices modèle	Mixte	170	110	187	48	1		48		0		0		0					0			0		0
30	7	2	Savoir-faire	Exercices modèles	Texte	170	110	187	48	1		48		0		0		0					0			0		0
31	8	1	Savoir-faire	Exercices modèle	Mixte	170	110	187	48	1		48		0		0		0					0			0		0
32	8	2	Savoir-faire	Exercices	Texte	170	100	170	43	1		43		0		0		0					0			0		0
33	8	3	Savoir-faire	Exercices	Texte	80	30	24	6			0		0	1	6		0					0			0		0
34	9	1	Savoir-faire	Exercices modèle	Mixte	170	200	340	87			0		0		0		0	1				87			0		0
35	9	2	Savoir-faire	Exercices	Texte	170	10	17	4			0		0		0		0	1				4			0		0
36	10	1	Socle commun	Exercices	Mixte	80	70	56	14	1		14		0		0		0					0			0		0
37	10	2	Socle commun	Exercices	Mixte	80	30	24	6			0		0	1	6		0					0			0		0
38	10	3	Socle commun	Exercices	Mixte	80	80	64	16			0		0		0		0					0			0	1	16
39	10	4	Socle commun	Exercices	Texte	80	20	16	4	1		4		0		0		0					0			0		0
40	10	5	Socle commun	Exercices	Mixte	80	100	80	20			0		0		0		0					0			0	1	20
41	10	6	Socle commun	Exercices	Mixte	80	30	24	6	1		6		0		0		0					0			0		0
42	10	7	Socle commun	Exercices	Texte	80	40	32	8	1		8		0		0		0					0			0		0
43	11	1	Exercices	Exercices	Texte	80	20	16	4	1		4		0		0		0					0			0		0
44	11	2	Exercices	Exercices	Mixte	80	60	48	12			0		0		0		0				1	12			0		0
45	11	3	Exercices	Exercices	Mixte	80	60	48	12	1		12		0		0		0					0			0		0
46	11	4	Exercices	Exercices	Texte	80	60	48	12	1		12		0		0		0					0			0		0
47	11	5	Exercices	Exercices	Mixte	80	40	32	8			0		0	1	8		0					0			0		0
48	11	6	Exercices	Exercices	Mixte	80	40	32	8			0		0		0		0					0			0	1	8
49	11	7	Exercices	Exercices	Mixte	170	50	85	22	1		22		0		0		0					0			0		0
50	12	1	Exercices	Exercices	Mixte	80	90	72	18	1		18		0		0		0					0			0		0
51	12	2	Exercices	Exercices	Mixte	80	30	24	6			0		0		0		0					0			0	1	6
52	12	3	Exercices	Exercices	Mixte	80	60	48	12	1		12		0		0		0					0			0		0
53	12	4	Exercices	Exercices	Mixte	80	70	56	14			0		0		0		0				1	14			0		0
54	12	5	Exercices	Exercices	Mixte	80	25	20	5	1		5		0		0		0					0			0		0
55	12	6	Exercices	Exercices	Mixte	80	90	72	18			0		0		0		0				1	18			0		0
56	13	1	Exercices	Exercices	Mixte	80	60	48	12			0		0	1	12		0					0			0		0
57	13	2	Exercices	Travail de groupe	Texte	80	50	40	10			0		0	1	10		0					0			0		0
58	13	3	Exercices	Exercices	Mixte	80	50	40	10	1		10		0		0		0					0			0		0
59	13	4	Exercices	Exercices	Mixte	80	25	20	5			0		0	1	5		0					0			0		0
60	13	5	Exercices	Exercices	Texte	80	20	16	4			0		0	1	4		0					0			0		0
61	13	6	Exercices	Exercices	Texte	80	20	16	4	1		4		0		0		0					0			0		0
62	13	7	Exercices	Exercices	Texte	80	35	28	7			0		0	1	7		0					0			0		0
63	13	8	Exercices	Exercices	Mixte	80	70	56	14	1		14		0		0		0					0			0		0
64	13	9	Exercices	Exercices	Mixte	80	50	40	10			0		0	1	10		0					0			0		0
65	14	1	Exercices	Exercices	Mixte	80	30	24	6			0		0		0		0				1	6			0		0
66	14	2	Exercices	Exercices	Mixte	80	170	136	35	1		35		0		0		0					0			0		0
67	14	3	Exercices	Exercices	Mixte	80	30	24	6	1		6		0		0		0					0			0		0
68	14	4	Exercices	Exercices	Mixte	80	170	136	35			0		0		0		0					0			0	1	35
69	15	1	Exercices		Texte	80	25	20	5	1		5		0		0		0					0			0		0
70	15	2	Exercices		Texte	80	35	28	7			0		0	1	7		0					0			0		0

71	15	3	Exercices		Texte	80	75	60	15	1		15		0		0		0					0			0		0
72	15	4	Exercices		Texte	80	60	48	12	1		12		0		0		0					0			0		0
73	15	5	Exercices	Vrai ou faux	Texte	80	75	60	15	1		15		0		0		0					0			0		0
74	15	6	Exercices	Calcul mental	Mixte	170	50	85	22	1		22		0		0		0					0			0		0
75	16	1	Rédiger	Exercices	Mixte	70	140	98	25			0		0	1	25		0					0			0		0
76	16	2	Rédiger	Exercices	Mixte	70	50	35	9	1		9		0		0		0					0			0		0
77	16	3	Rédiger	Exercices	Mixte	70	80	56	14			0		0	1	14		0					0			0		0
78	16	4	Rédiger	Exercices	Texte	70	35	24,5	6	1		6		0		0		0					0			0		0
79	16	5	Rédiger	Narration de reche	Mixte	70	70	49	13			0		0	1	13		0					0			0		0
80	17	1	Travail autonome	QCM	Mixte	170	110	187	48	1		48		0		0		0					0			0		0
81	17	2	Travail autonome	QCM	Mixte	170	70	119	30	1		30		0		0		0					0			0		0
82	17	3	Travail autonome	Mon score	Mixte	60	10	6	2			0		0	1	2		0					0			0		0
83	18	1	Travail autonome	Exercices	Texte	90	50	45	12	1		12		0		0		0					0			0		0
84	18	2	Travail autonome	Exercices	Mixte	90	60	54	14			0		0	1	14		0					0			0		0
85	18	3	Travail autonome	Exercices	Texte	90	25	22,5	6	1		6		0		0		0					0			0		0
86	18	4	Travail autonome	Exercices	Mixte	90	30	27	7			0		0		0		0					0			0	1	7
87	18	5	Travail autonome	Conseils méthodo	Mixte	60	190	114	29			0		0	1	29		0					0			0		0
88	19	1	Approfondisseme	Exercices	Mixte	80	150	120	31			0		0		0		0					0			0	1	31
89	19	2	Approfondissemen	Exercices	Texte	80	45	36	9	1		9		0		0		0					0			0		0
90	19	3	Approfondissemen	Exercices	Texte	80	20	16	4	1		4		0		0		0					0			0		0
91	19	4	Approfondissemen	Exercices	Mixte	80	85	68	17			0		0		0		0					0			0	1	17
92	19	5	Approfondissemen	Exercices	Mixte	80	85	68	17			0		0		0		0	1				17			0		0
93	20	1	Approfondisseme	Exercices	Mixte	80	20	16	4	1		4		0		0		0					0			0		0
94	20	2	Approfondissemen	Exercices	Texte	80	20	16	4			0		0		0	1	4					0			0		0
95	20	3	Approfondissemen	Sujet d'exposé	Mixte	80	60	48	12			0		0		0	1	12					0			0		0
96	20	4	Approfondissemen	Socle commun	Mixte	170	130	221	57			0		0		0		0					0			0	1	57

2.2 Tableau de synthèse

Page	Disc	Hist	CoD	AD	VC	x	y	vide
Première page	19	0	0	0	54	0	0	27
Evaluation initiale	77	0	0	0	0	2	0	21
Activités	0	44	35	0	0	0	0	21
Activités	9	0	0	0	22	52	0	17
Cours	83	0	0	0	0	0	0	17
Cours	83	0	0	0	0	0	0	17
Savoir-faire	96	0	0	0	0	0	0	4
Savoir-faire	91	0	0	0	0	6	0	3
Savoir-faire	0	0	91	0	0	0	0	9
Socle commun	33	0	0	0	37	6	0	24
Exercices	50	0	12	0	8	8	0	21
Exercices	36	0	33	0	6	0	0	25
Exercices	29	0	0	0	0	49	0	22
Exercices	41	0	6	0	35	0	0	18
Exercices	70	0	0	0	0	7	0	23
Rédiger	15	0	0	0	0	52	0	33
Travail autonome	78	0	0	0	0	2	0	20
Travail autonome	17	0	0	0	7	43	0	33
Approfondissement	13	0	17	0	48	0	0	21
Approfondissement	4	16	0	0	57	0	0	23

2.3

Pages du manuels avec zonage

CHAPITRE 9

Théorème de Pythagore

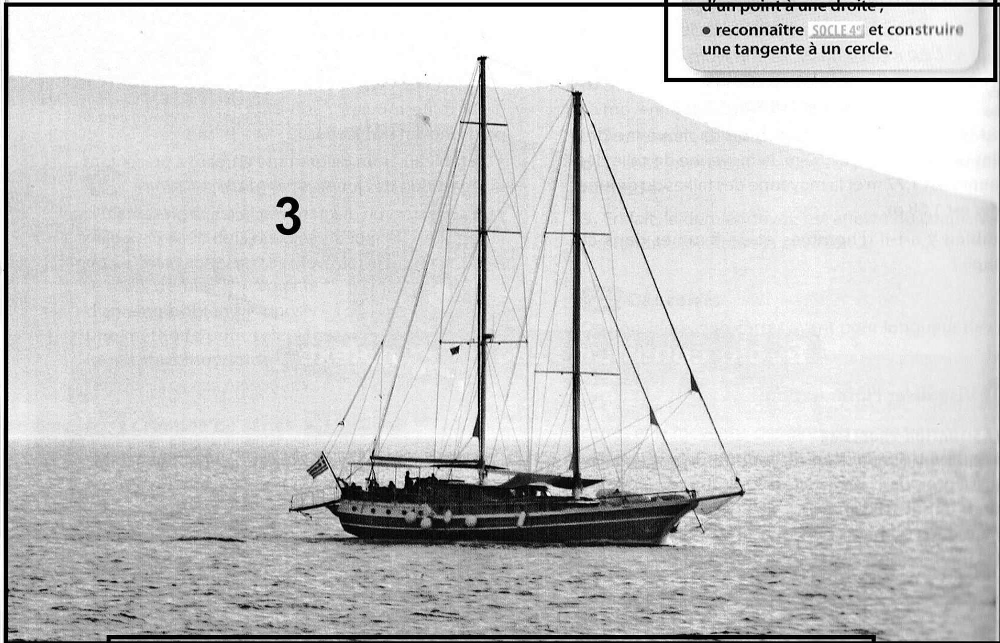
1

2

Je vais apprendre à :

- SOCLE 4e caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore ;
- SOCLE 4e calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres ;
- connaître et utiliser la distance d'un point à une droite ;
- reconnaître SOCLE 4e et construire une tangente à un cercle.

3



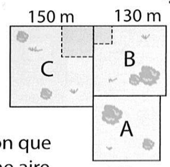
4

Sur un voilier, les haubans (câbles) permettent de maintenir les mâts en position verticale. Ils forment avec la bôme (poutre horizontale) et le mât de nombreux triangles rectangles.

5

Devinette

M. Térien décide de donner un champ carré à chacun de ses trois fils.
Mais il garde pour lui deux parcelles carrées, une dans chacun des champs les plus grands de façon que les champs de ses fils aient la même aire.
Quelles sont les dimensions de ces parcelles ?



6

Devinette

« Je suis le plus petit nombre entier dont le carré est égal à la somme des carrés de deux autres nombres entiers.
Qui suis-je ? »

Je vérifie mes acquis

interactif

Pour chaque exercice, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

1 **Calculer le carré d'un nombre** → voir formulaire § 2 p. 284

8^2 est égal à …

a. 8×2 **b.** 8×8 **c.** $8 + 2$

2 **Utiliser les priorités opératoires** → voir formulaire § 5 p. 285

$8^2 + 6^2$ est égal à …

a. $16 + 12$ **b.** 14^2 **c.** 10^2

1

3 **Exprimer l'aire d'un carré** → voir formulaire § 34 p. 292

L'aire du carré ABCD est égale à …

a. AB × 2 **b.** AB × 4 **c.** AB^2

4 **Calculer un nombre de carré donné** → voir formulaire § 2 p. 284

ABCD est un carré d'aire 36 cm^2. Alors la longueur AB est égale à …

a. 4 cm **b.** 6 cm **c.** 18 cm

5 **Déterminer une valeur approchée** → voir formulaire § 4 p. 284

D'après l'écran de calculatrice ci-contre, la valeur approchée de $\frac{31}{11}$ par excès au dixième près est …

a. 2,8 **b.** 2,82 **c.** 2,9

31 : 11
2,818181818

6 **Connaître les triangles rectangles** → voir formulaire § 27 p. 290

ABC est un triangle rectangle en A. Le côté le plus long est …

a. le côté [AB]
b. l'hypoténuse [BC]
c. le côté [AC]

2

7 **Connaître la définition d'un cercle** → voir formulaire § 26 p. 290

Le cercle de centre O et de rayon 4 cm est l'ensemble des points M tels que …

a. OM < 4 cm **b.** OM = 2 cm **c.** OM = 4 cm

Calcul mental

3

8 Calculer mentalement.

a. 3^2 **b.** 7^2 **c.** 8^2 **d.** $0{,}2^2$ **e.** $0{,}9^2$

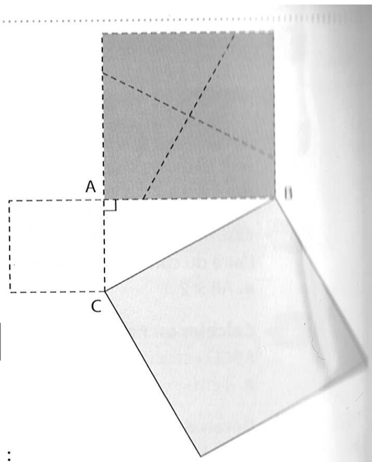
9 Calculer mentalement.

a. $3^2 + 5^2$ **b.** $9^2 - 2^2$ **c.** $(3 + 6)^2$ **d.** $(9 - 4)^2$ **e.** $(8 + 3)^2$

10 Déterminer mentalement le nombre positif dont le carré est égal à :

a. 64 **b.** 100 **c.** 0,09 **d.** 0,002 5 **e.** 0,49

1 Découverte expérimentale



1

1. Un puzzle

Sur cette figure, ABC est un triangle rectangle en A et les trois carrés ont pour côtés [AB], [AC] et [BC].
Un mathématicien amateur, Henry Périgal (1801-1898) a imaginé le puzzle suivant :
« Découper les carrés bleu et rose le long des traits pointillés et avec ces cinq pièces, recouvrir exactement le carré vert ».

a. Utiliser un calque ou une photocopie de cette figure et réaliser ce puzzle.
b. Quelle égalité peut-on en déduire entre les aires de ces trois carrés ?

2. Un nouvel outil

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

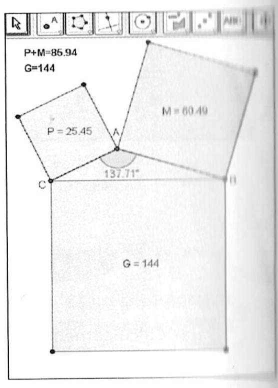
AB = 4 cm et AC = 3 cm.

Que peut-on calculer pour ce triangle avec l'égalité obtenue à la question **1. b.** ?

2 De l'égalité au triangle rectangle B2i C3-6

2

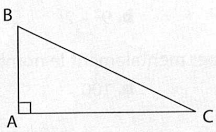
Rachel se demande : « Si le triangle ABC n'est pas rectangle en A, l'aire du grand carré peut-elle être égale à la somme des aires des deux autres carrés ? ».



a. Avec le logiciel GeoGebra, tracer un triangle ABC dont [BC] est le côté le plus long.
b. Utiliser le bouton (Polygone régulier) pour tracer les carrés de côtés [AB], [AC], [BC] extérieurs au triangle.
c. Faire un clic droit sur le petit carré, cliquer sur Propriétés, compléter Nom par P et dans Afficher l'étiquette sélectionner « Nom & Valeur ».
De même, afficher les aires M du carré moyen et G du grand carré.
d. Dans la zone de saisie, taper "P+M="+(P+M) puis Entrée.
De même, taper "G="+G puis Entrée.
e. Déplacer le point A et observer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ et les affichages.
Quelle réponse semble-t-on pouvoir donner à Rachel ?

Info

- **L'égalité $AB^2 + AC^2 = BC^2$ caractérise les triangles ABC rectangles en A. Cette égalité est dite « de Pythagore », du nom d'un mathématicien grec (vers –580 ; vers –497).**



3

Distance d'un point à une droite

3 Problème et expérimentation B2i C3-6

1

Un plongeur est pris de crampes, il souhaite regagner la côte par le trajet le plus court. On se propose de lui indiquer le trajet à suivre.

a. On représente le plongeur par un point P et le bord de la côte par une droite (*d*). Faire cette figure avec un logiciel de géométrie.

b. Placer deux points distincts M et H qui appartiennent à la droite (*d*), tracer les segments [PM] et [PH]. Afficher les longueurs PH et PM (avec 4 décimales). Afficher la mesure de l'angle $\widehat{PHM}$.

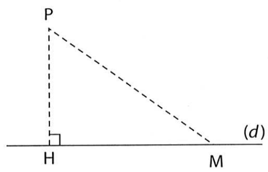
c. Déplacer le point H jusqu'à ce que la distance PH soit minimale. Émettre une conjecture.

4 Une preuve

On reprend la situation et les notations de l'activité 3.

On propose des idées, on argumente.

2



À l'écrit à l'oral

a. Utiliser ce dialogue pour expliquer pourquoi PH < PM.

b. Formuler la propriété ainsi démontrée.

On rédige.

Mettre en forme la démonstration précédente.

3

Info

- **On dit que PH est la distance du point P à la droite (*d*).**

Tangente à un cercle

5 Construction avec la règle et l'équerre

a. Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. Placer un point A sur $\mathscr{C}$, puis tracer avec l'équerre la droite (*d*) perpendiculaire en A à la droite (OA).

On dit que (*d*) est **la tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point A**.

4

b.

PORTER UN REGARD CRITIQUE

Utiliser la propriété énoncée à l'activité 4 pour mettre d'accord Myriam et Bertrand.

6 Construction avec la règle et le compas

5

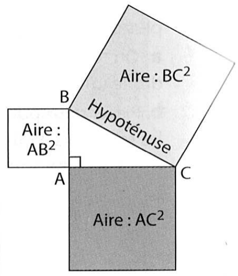
Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et placer un point A sur $\mathscr{C}$.

1 L'égalité de Pythagore

a Théorème de Pythagore

Propriété **Si** un triangle est rectangle, **alors** le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Figure-clé



Donnée		**Conclusion**
ABC est un triangle rectangle en A.	1 donc ⇒	$\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2}$

b Théorème réciproque

Propriété **Si** dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle.

2

Données		**Conclusion**
ABC est un triangle. $BC^2 = AB^2 + AC^2$.	donc ⇒	**ABC est rectangle en A.**

c Caractérisation des triangles rectangles

Vocabulaire

3 Dans un triangle, l'égalité du carré de la longueur du côté le plus long et de la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés est appelée **égalité de Pythagore**.

On résume les propriétés énoncées aux paragraphes a et b en disant que :

L'égalité de Pythagore est une propriété caractéristique des triangles rectangles.

▶ Utilisations

- Dans un triangle **rectangle** lorsqu'on connaît les longueurs de deux côtés, l'égalité de Pythagore permet de **calculer la longueur du troisième côté**.

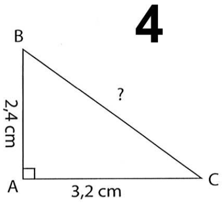
- Lorsqu'on connaît les longueurs de trois côtés d'un triangle, l'égalité de Pythagore permet de **savoir si ce triangle est rectangle ou non**.

Exemple 1

4

ABC est un triangle rectangle en A.
D'après l'égalité de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2$
$BC^2 = 5{,}76 + 10{,}24$
$BC^2 = 16$
donc BC = 4 cm.

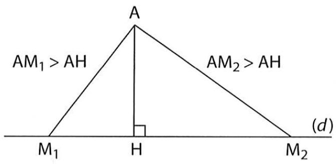


Exemple 2

MNP est un triangle tel que :
MN = 6 cm, MP = 8 cm, NP = 10 cm.
Le côté le plus long est [NP].
$NP^2 = 10^2 = 100$
$MN^2 + MP^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
Ainsi l'égalité de Pythagore,
$NP^2 = MN^2 + MP^2$,
est vérifiée, donc le triangle MNP est rectangle en M.

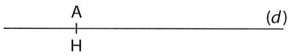
2 Distance d'un point à une droite

Définition La distance d'un point à une droite (d) est **la plus petite distance** entre le point A et un point quelconque de (d).



1 **Propriété** La distance d'un point A à une droite (d) est **la longueur du segment [AH]** où H est le pied de la perpendiculaire à (d) issue de A.

Remarque : dans le cas où le point A appartient à la droite (d), la distance de A à (d) est nulle.

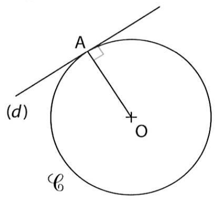


3 Tangente à un cercle

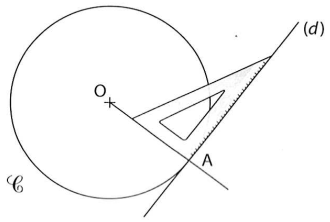
2 **Définition** $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et A est un point de $\mathscr{C}$.
La **tangente** au cercle $\mathscr{C}$ en A est la droite (d) perpendiculaire en A à la droite (OA).

■ **Reconnaître une tangente**

- A est un point du cercle $\mathscr{C}$ de centre O.
- La droite (d) est perpendiculaire en A à (OA).
- **Donc** (d) est la tangente à $\mathscr{C}$ en A.



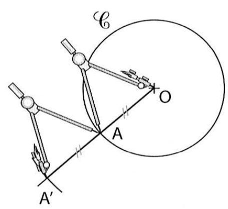
■ **Construire une tangente avec l'équerre**



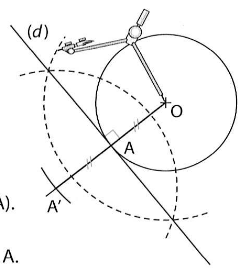
3 Remarque : la distance du centre O à la tangente (d) est égale au rayon OA du cercle.

■ **Construire une tangente avec le compas**

(1) On trace la droite (OA).
Avec le compas, on place le point A' symétrique de O par rapport à A.



(2) Avec le compas, on construit la médiatrice (d) du segment [OA'].
Elle est perpendiculaire en A à la droite (OA).
Donc (d) est la tangente à $\mathscr{C}$ en A.



4 **Propriété** La tangente à un cercle $\mathscr{C}$ en un point A, a pour seul point commun

1 L'égalité de Pythagore

a Théorème de Pythagore

Propriété **Si** un triangle est rectangle, **alors** le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

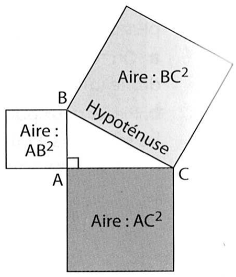
Donnée
ABC est un triangle rectangle en A.

1

donc

Conclusion
$BC^2 = AB^2 + AC^2$

Figure-clé



b Théorème réciproque

Propriété **Si** dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle.

2

Données
ABC est un triangle.
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.

donc

Conclusion
ABC est rectangle en A.

c Caractérisation des triangles rectangles

Vocabulaire

3 Dans un triangle, l'égalité du carré de la longueur du côté le plus long et de la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés est appelée **égalité de Pythagore**.

On résume les propriétés énoncées aux paragraphes a et b en disant que :

L'égalité de Pythagore est une propriété caractéristique des triangles rectangles.

▶ Utilisations

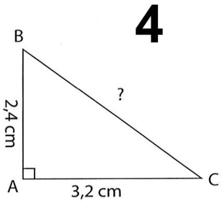
- Dans un triangle **rectangle** lorsqu'on connaît les longueurs de deux côtés, l'égalité de Pythagore permet de **calculer la longueur du troisième côté**.

- Lorsqu'on connaît les longueurs de trois côtés d'un triangle, l'égalité de Pythagore permet de **savoir si ce triangle est rectangle ou non**.

Exemple 1

4

ABC est un triangle rectangle en A.
D'après l'égalité de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2$
$BC^2 = 5{,}76 + 10{,}24$
$BC^2 = 16$
donc BC = 4 cm.

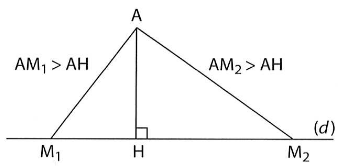


Exemple 2

MNP est un triangle tel que :
MN = 6 cm, MP = 8 cm, NP = 10 cm.
Le côté le plus long est [NP].
$NP^2 = 10^2 = 100$
$MN^2 + MP^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
Ainsi l'égalité de Pythagore,
$NP^2 = MN^2 + MP^2$,
est vérifiée, donc le triangle MNP est rectangle en M.

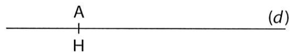
2 Distance d'un point à une droite

Définition La distance d'un point à une droite (*d*) est **la plus petite distance** entre le point A et un point quelconque de (*d*).



1 **Propriété** La distance d'un point A à une droite (*d*) est **la longueur du segment [AH]** où H est le pied de la perpendiculaire à (*d*) issue de A.

Remarque : dans le cas où le point A appartient à la droite (*d*), la distance de A à (*d*) est nulle.

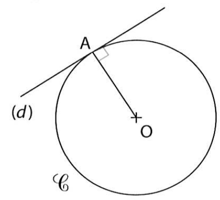


3 Tangente à un cercle

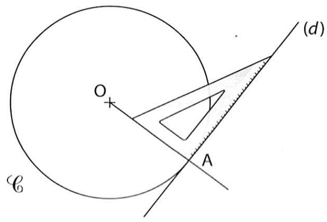
2 **Définition** $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et A est un point de $\mathscr{C}$.
La **tangente** au cercle $\mathscr{C}$ en A est la droite (*d*) perpendiculaire en A à la droite (OA).

■ **Reconnaître une tangente**

- A est un point du cercle $\mathscr{C}$ de centre O.
- La droite (*d*) est perpendiculaire en A à (OA).
- **Donc** (*d*) est la tangente à $\mathscr{C}$ en A.



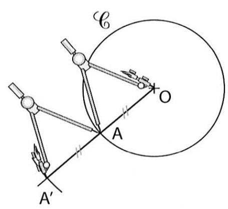
■ **Construire une tangente avec l'équerre**



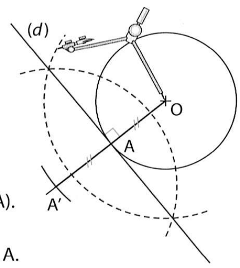
3 Remarque : la distance du centre O à la tangente (*d*) est égale au rayon OA du cercle.

■ **Construire une tangente avec le compas**

(1) On trace la droite (OA).
Avec le compas, on place le point A' symétrique de O par rapport à A.



(2) Avec le compas, on construit la médiatrice (*d*) du segment [OA'].
Elle est perpendiculaire en A à la droite (OA).
Donc (*d*) est la tangente à $\mathscr{C}$ en A.



4 **Propriété** La tangente à un cercle $\mathscr{C}$ en un point A, a pour seul point commun

1 Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

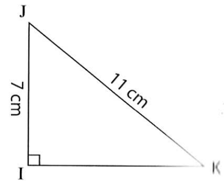
Animation interactive

Énoncé

IJK est un triangle rectangle en I tel que :

IJ = 7 cm et JK = 11 cm.

Calculer la valeur approchée par excès au dixième près de la longueur IK.



Solution

1 Le triangle IJK est rectangle en I, donc d'après l'égalité de Pythagore :

$JK^2 = IJ^2 + IK^2$

$11^2 = 7^2 + IK^2$

$IK^2 = 11^2 - 7^2$

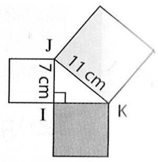
$IK^2 = 121 - 49$

$IK^2 = 72$

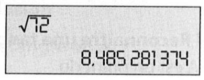
Avec la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, on obtient $IK \approx 8{,}5$ cm.

On indique dans quel triangle rectangle on écrit l'égalité de Pythagore.

L'aire du carré moyen est égale à la différence de l'aire du grand carré et de l'aire du petit carré.



La touche $\sqrt{\ }$ donne une valeur approchée du nombre positif dont le carré est 72.



Je m'exerce : exercices 1 à 4

2 Reconnaître un triangle rectangle

Animation interactive

Énoncé

Dans chaque cas, dire si le triangle est rectangle.

a. DEF est un triangle tel que DE = 11 cm, DF = 13 cm et EF = 7 cm.

b. STU est un triangle tel que ST = 2,9 cm, SU = 2 cm et TU = 2,1 cm.

Solution

a. ① [DF] est le côté le plus long.

② $DF^2 = 13^2 = 169$.

$DE^2 + EF^2 = 11^2 + 7^2 = 121 + 49 = 170$.

③ Ainsi $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$.

2 ④ L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle DEF n'est pas rectangle.

b. ① [ST] est le côté le plus long.

② $ST^2 = 2{,}9^2 = 8{,}41$.

$SU^2 + TU^2 = 2^2 + 2{,}1^2 = 4 + 4{,}41 = 8{,}41$

③ Ainsi $ST^2 = SU^2 + TU^2$.

④ L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle STU est rectangle en U.

① On repère le côté le plus long (l'hypoténuse ne peut être que celui-ci).

② On calcule séparément :

- le carré de la longueur du côté le plus long ;
- la somme des carrés des longueurs des autres côtés.

③ On observe si l'égalité de Pythagore est vérifiée.

④ Si elle est vérifiée, le triangle est rectangle, sinon, le triangle n'est pas rectangle.

Je m'exerce : exercices 5 à 7

3 Utiliser la distance d'un point à une droite

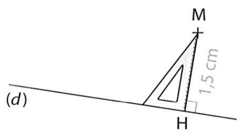
Animation interactive

Énoncé

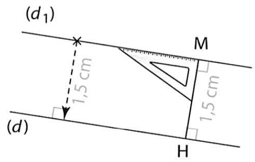
(d) est la droite ci-contre.
Construire l'ensemble des points situés à 1,5 cm de (d).

Solution

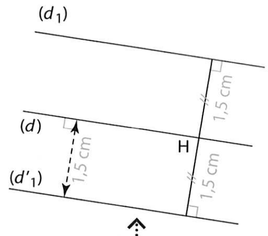
1



Avec l'équerre et la règle graduée, on place un point M à 1,5 cm de (d).



Avec l'équerre et la règle, on construit la droite (d_1) parallèle à (d) passant par M. Tout point de (d_1) est à 1,5 cm de (d).



On construit la symétrique (d'_1) de la droite (d_1) par rapport à (d). **L'ensemble des points à 1,5 cm de (d) est formé des droites (d_1) et (d'_1).**

Je m'exerce : exercice 8

Je m'exerce

1 a. Construire un triangle DEF rectangle en D tel que DE = 1,4 cm et DF = 4,8 cm.
b. Calculer EF. 2
c. Vérifier sur la figure avec la règle graduée.

2 a. Construire un triangle OPM rectangle en P tel que PO = 4,5 cm et OM = 7,5 cm.
b. Calculer PM.
c. Vérifier sur la figure avec la règle graduée.

3 IJK est un triangle rectangle en K tel que :
IJ = 8 cm et IK = 3 cm.
Calculer la valeur approchée par défaut au mm près de la longueur du côté [JK].

4 UVW est un triangle rectangle en U tel que :
UV = 1,2 cm et UW = 2,25 cm.
Jules affirme : « D'après mon dessin, VW = 2,6 cm ».
Anna lui répond : « Ta construction ne te permet d'avoir qu'une valeur approchée du résultat.
Moi, j'ai sa valeur exacte ! »

PORTER UN REGARD

5 MNO est un triangle tel que :
MN = 6,5 cm, MO = 7,2 cm et ON = 9,8 cm.
Démontrer que le triangle MON n'est pas rectangle.

6 OPQ est un triangle tel que :
PQ = 3,5 cm, PO = 2,1 cm et OQ = 2,8 cm.
Démontrer que le triangle OPQ est rectangle.

7 Voici les longueurs des côtés de trois triangles.
- GI = 2,4 cm, IH = 7 cm et GH = 7,4 cm
- PU = 1,6 cm, UF = 6,5 cm et PF = 6,4 cm 3
- KM = 10 cm, ML = 8,5 cm et KL = 5,3 cm

Estelle affirme : « Un seul de ces triangles est rectangle. »
Qu'en pensez-vous ? Justifier.

PORTER UN REGARD CRITIQUE

8 A et B sont deux points tels que AB = 4 cm.
Construire l'ensemble des points M tels que l'aire du triangle AMB soit égale à

PRENDRE DES

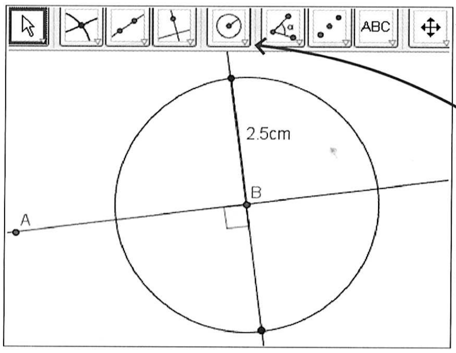
4 Construire un ensemble de points avec GeoGebra

Énoncé

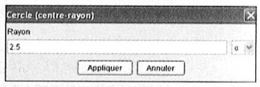
Avec le logiciel GeoGebra, construire l'ensemble des points à 2,5 cm d'une droite (AB).

Solution

1. Préparer la figure

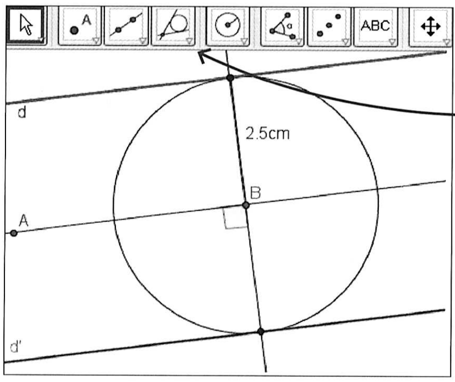


- Cliquer sur « Droite passant par deux points », puis créer la droite (AB).
- Utiliser le bouton pour créer la perpendiculaire en B à la droite (AB).
- Cliquer sur « Cercle (centre-rayon) » puis sur B et renseigner la boîte de dialogue :



- Cliquer sur « Intersection entre deux objets » puis sur le cercle, et sur la perpendiculaire à (AB) passant par B.

2. Tracer des tangentes au cercle



1

- Cliquer sur « Tangentes », puis sur l'un des points d'intersection précédent et sur le cercle.
- Recommencer avec l'autre point d'intersection.

On obtient les tangentes (*d*) et (*d'*).

L'ensemble des points à 2,5 cm de la droite (AB) est formé des droites (*d*) et (*d'*).

Je m'exerce

2

9 Avec le logiciel GeoGebra, placer deux points A et B tels que AB = 5 cm, puis construire l'ensemble des points M tels que l'aire du triangle AMB soit égale à 10 cm^2.

Socle commun de 4e

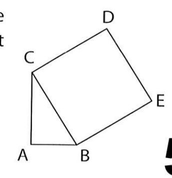
Ces exercices portent sur les parties du programme de 4e qui ne sont pas écrites en italique.

Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

10 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 2,8 cm et AC = 4,5 cm. BCDE est un carré.

a. Construire la figure en vraie grandeur.

b. Calculer l'aire de BCDE.



1 **11** XYZ est un triangle rectangle en Z tel que :

ZX = 3,3 cm et ZY = 5,6 cm.

Sacha affirme que YX = 4,5 cm.

a. Expliquer, sans effectuer de calcul, pourquoi sa réponse est fausse.

b. Calculer la longueur YX.

12 Voici un énoncé.

2 JKL est un triangle rectangle en L tel que JK = 5,2 cm et KL = 2 cm. Calculer JL.

Voici les réponses de quatre élèves.

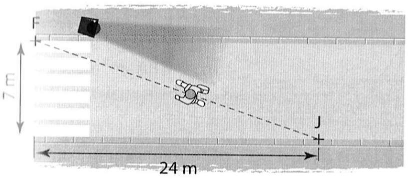
Léo : 4,8 cm ; Mael : 7,3 cm ;
Noé : 3,6 cm ; Eva : 5,6 cm.

PORTER UN REGARD CRITIQUE

L'un de ces élèves a raison ; lequel ? Justifier.

13 **Sécurité routière**

Joris est en retard pour aller à son entraînement de judo, il décide de traverser la route du point J au point F sans utiliser les passages piétons.

3 

a. Calculer la distance qu'il aura ainsi économisée.

b. En moyenne, on met 9 s pour parcourir 10 m à pied. Calculer le temps qu'il aura gagné. Qu'en pensez-vous ?

PORTER UN REGARD CRITIQUE

Info

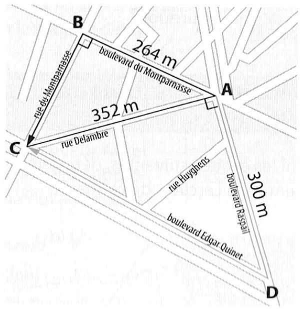
- Chaque année, 3 000 piétons de moins de 15 ans sont victimes d'un accident, une vingtaine perdent la vie.

4 **14** **a.** Construire un triangle EFG rectangle et isocèle en E tel que EF = 4 cm.

b. Calculer la valeur approchée par excès au mm près de la longueur FG.

15 Pour l'enchaînement au sol, les gymnastes utilisent un tapis carré, appelé praticable, de 12 m de côté. Donner la valeur approchée par excès au cm près du nombre de mètres dont ils disposent en diagonale.

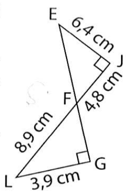
5 **16** Dans Paris, pour aller du point A au point C, Coralie est passée par le boulevard puis par la rue du Montparnasse. Blaise est passé par le boulevard Raspail puis par le boulevard Edgard Quinet. Combien de mètres Coralie a-t-elle parcourus de moins que Blaise ? En donner la valeur approchée par défaut au m près.



17 Les points E, F, G sont alignés ainsi que les points J, F et L.

6 **a.** Utiliser les informations codées sur la figure pour calculer les longueurs EF et FG.

b. Que représente le point F pour le segment [EG] ?



Caractériser un triangle rectangle par l'égalité de Pythagore

7 **18** DEF est un triangle tel que :

DE = 3,3 cm, DF = 6,5 cm et EF = 5,6 cm.

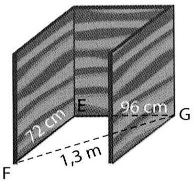
Justine dit : « J'ai fait la figure, j'ai mesuré $\widehat{DEF} = 90°$ ».

Romain : « Pour moi, $\widehat{DEF} = 91°$ ».

PORTER UN REGARD CRITIQUE

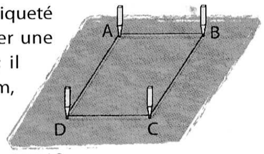
19 **a.** Construire un triangle ASP tel que :
1 AS = 9,7 cm, AP = 6,6 cm et PS = 7,1 cm.
b. Avec l'équerre, ce triangle semble-t-il rectangle ?
c. Confirmer ou infirmer la réponse au **b.** par le calcul.

20 Un menuisier souhaite vérifier que le montant du placard qu'il vient d'installer est bien perpendiculaire au mur ; il mesure les longueurs EF, FG et EG. Peut-il être satisfait de son travail ?



2

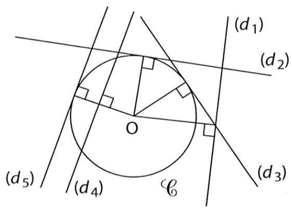
21 Un terrassier a piqueté un terrain pour couler une dalle rectangulaire ; il mesure : AB = CD = 6 m, AD = BC = 6,3 m, AC = 8,7 m.
Il est alors satisfait, pourquoi ?



Reconnaître une tangente à un cercle

22 Parmi les droites suivantes, déterminer celles qui sont tangentes au cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

3



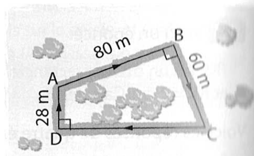
23 **a.** Construire un triangle ABC tel que :
BC = 7 cm, $\widehat{ABC} = 57°$ et $\widehat{ACB} = 33°$.
b. Construire le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB].
c. Murielle affirme : « (AC) est une tangente à $\mathscr{C}$ ».
4 José n'est pas d'accord. Qui a raison ?

PORTER UN REGARD CRITIQUE

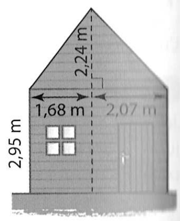
24 **a.** Construire un triangle ABC tel que :
AB = 7,8 cm, AC = 7,2 cm et BC = 3 cm.
b. Tracer le cercle de centre B passant par C.
Johann affirme : « Je peux tracer la tangente à $\mathscr{C}$ passant par C avec la règle uniquement ».
Qu'en pensez-vous ?

Prendre des initiatives

25 Voici une représentation du parcours d'endurance des élèves d'une classe de 4e.
5 Ils doivent parcourir une distance de 1,4 km en partant du point A et en suivant le sens des flèches.
Où doivent-ils arriver ?



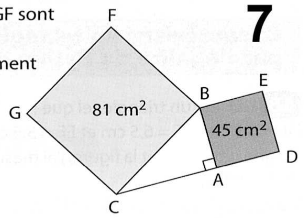
26 Marc fait des plans pour construire un abri de jardin. Il a l'impression
6 que les deux pans de toit sont perpendiculaires.
Qu'en pensez-vous ?



Calcul mental et réfléchi

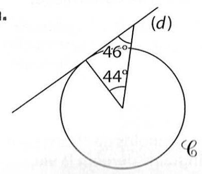
7

27 ABED et BCGF sont des carrés.
Calculer mentalement la longueur AC.

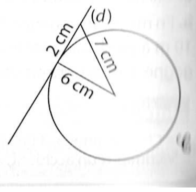


28 Dans chaque cas, déterminer mentalement si la droite (*d*) est une tangente au cercle $\mathscr{C}$.

a.



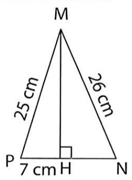
b.



Exercices d'application

Utiliser l'égalité de Pythagore pour calculer

[illegible] Sur la figure ci-contre, [MH] est une hauteur du triangle MPN.

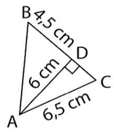


a. Calculer MH, puis HN.

b. Calculer le périmètre et l'aire du triangle MPN.

1 **[illegible]** Sur la figure ci-contre, D est le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC. Calculer l'aire du triangle ABC.

PRENDRE DES INITIATIVES



[illegible] IJK est un triangle rectangle en J tel que :

JK = 6 cm et IK = 6,1 cm.

H est le pied de la hauteur issue de J.

a. Calculer la longueur IJ.

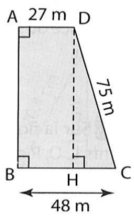
b. En calculant de deux manières différentes l'aire de IJK, 5
déterminer la longueur JH. En donner la valeur approchée par excès au mm près.

[illegible] Ce champ a la forme d'un trapèze rectangle.

Calculer son aire en ares.

2

PRENDRE DES INITIATIVES



6

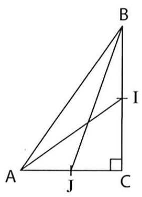
[illegible] ABC est un triangle rectangle en C tel que :

BC = 7,2 cm et AB = 9 cm.

[AI] et [BJ] sont deux médianes de
3 ce triangle.

a. Calculer la longueur AC.

b. Calculer la valeur approchée par excès au mm près de chacune des longueurs BJ et AI.



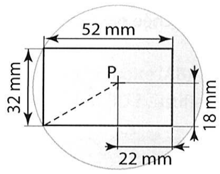
[illegible] **a.** Construire un losange ABCD tel que AB = 3 cm et AC = 4,8 cm.

PORTER UN REGARD CRITIQUE

b. Élodie affirme : « La longueur de la diagonale [BD] est les $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'autre diagonale. »

35 **Math et métier**

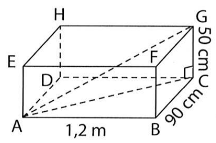
Une cliente a choisi une monture de lunettes rectangulaire. L'opticien détermine la position P de sa pupille derrière le verre. L'opticien commande des verres circulaires ; il les centre en P, puis les taille selon la forme souhaitée (en rouge). Il peut commander des verres de diamètre 55, 60, 65, 70, 75 ou 80 mm. Quel diamètre doit-il choisir pour cette cliente ?



4 **UN MÉTIER**

L'opticien conseille les clients, il les guide dans le choix des verres de lunettes, des montures et aussi des lentilles.
Il taille et monte les verres, puis ajuste les lunettes sur le visage du client.

36 Dans ce parallélépipède rectangle, le triangle ACG est rectangle en C. Calculer la longueur AG et en donner la valeur approchée par défaut au cm près.

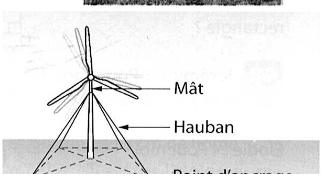


37 **Énergie**

Pour produire son électricité, un particulier peut installer dans son jardin une éolienne à haubanages. Le mât de cette éolienne mesure 6 m, les haubans sont fixés à 1 m de son sommet et, au sol, à 5,16 m du pied du mât.

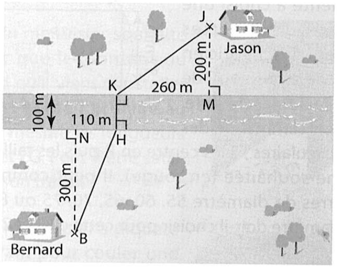
a. Calculer la longueur de chacun des haubans lorsqu'il est tendu (en donner la valeur approchée par excès au cm près).

b. Les quatre piquets d'ancrage des haubans forment un carré. Calculer la valeur approchée du côté de ce carré par



38 Bernard veut se rendre chez son ami Jason en empruntant le trajet rouge ci-dessous.
Quelle distance devra-il parcourir ? Donner la valeur approchée par excès au m près.

1



2

39 **Travail de groupe**

À l'occasion de Noël, une entreprise souhaite fabriquer des colis contenant 4 flacons de parfums.
Chacun de ces flacons est un cylindre de diamètre 4 cm et de hauteur 9 cm. Le groupe doit concevoir, en utilisant le moins de carton possible, une boîte cylindrique permettant de ranger ces 4 flacons.

a. Chaque groupe réalise un patron de chacun des 4 flacons, puis de la boîte et fabrique ces solides.

b. Chaque groupe calcule l'aire de la boîte obtenue.

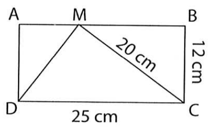
c. Comparer les réponses des différents groupes.

Utiliser l'égalité de Pythagore pour démontrer

40 ABCD est un rectangle et M est un point du côté [AB].

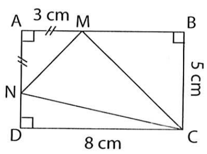
a. Calculer AM, puis DM.

b. Le triangle DMC est-il rectangle ?



3

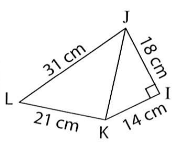
41 ABCD est un rectangle, M et N sont des points des côtés [AB] et [AD].
Le triangle MNC est-il rectangle ?



4

42 Jérémy : « Pour moi, les droites (JK) et (KL) sont perpendiculaires ».
Élodie : « Pour moi, pas tout à fait ».
Qui a raison ? Justifier.

PORTER UN REGARD CRITIQUE



5

43 **a.** Construire un parallélogramme ABCD tel que :
AB = 6,4 cm, BC = 12 cm et AC = 13,6 cm.

b. Marie affirme : « ABCD est un rectangle ».
Qu'en pensez-vous ? Justifier.

PORTER UN REGARD CRITIQUE

6

44 **a.** Construire un parallélogramme EFGH tel que :
EF = 7,3 cm, EG = 11 cm et HF = 9,6 cm.

b. Conjecturer ce qu'a de particulier ce parallélogramme, puis le démontrer.

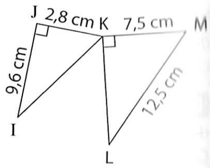
PRENDRE DES INITIATIVES

7

45 ABCD est un rectangle de centre O tel que :
AB = 7,5 cm et AC = 10,6 cm.
Léon dit : « D'après ma figure, ABCD est un carré ».
Tristan lui répond : « Tu as raison, j'ai calculé la longueur BC et j'ai trouvé 7,5 cm. »
Caroline proteste : « Pourtant OA, OB et AB ne vérifient pas l'égalité de Pythagore ! »
Que pensez-vous de chacune de ces affirmations ?

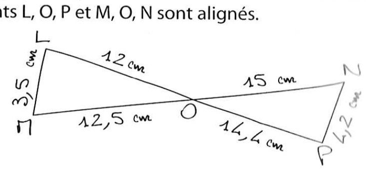
PORTER UN REGARD CRITIQUE

46 D'après les données de la figure ci-contre (non à l'échelle), dire si le point K appartient ou non à la médiatrice du segment [IL].
Justifier.



8

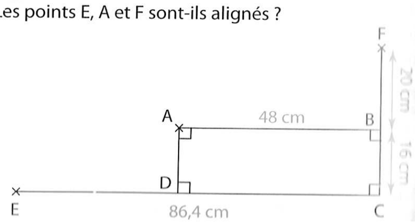
47 Sur la figure ci-dessous réalisée à main levée, les points L, O, P et M, O, N sont alignés.



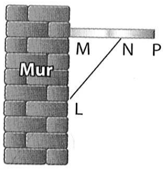
Démontrer que les droites (LM) et (NP) sont parallèles.

9

48 Denis a réalisé cette figure.
Les points E, A et F sont-ils alignés ?

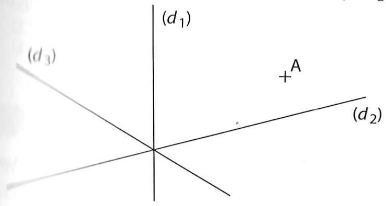


1 **49** Sur un mur vertical, Valérie a posé cette étagère. Voici les mesures qu'elle a effectuées :
MP = NL = 1,2 m,
NP = 48 cm, ML = 96 cm.
L'étagère est-elle horizontale ?



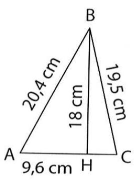
Distance d'un point à une droite

2 **50** Faire un calque de cette figure et visualiser la distance du point A à chacune des droites (d_1), (d_2), (d_3).

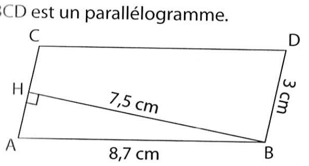


51 a. Construire un triangle EFG rectangle en F tel que :
EF = 3,6 cm et EG = 8,5 cm.
b. Quelle est la distance de E à la droite (FG) ?
c. Calculer la distance de G à la droite (FE).

52 ABC est un triangle et H est un point du côté [AC].
a. Démontrer que [BH] est une hauteur du triangle ABC.
b. Déterminer les distances de A et de C à la droite (BH).
c. Calculer l'aire du triangle ABC et en déduire la valeur approchée par défaut au mm près de distance de A à la droite (BC).



53 ABCD est un parallélogramme.

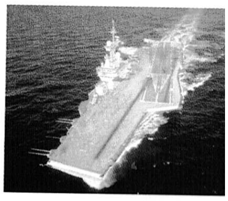


a. Calculer l'aire du parallélogramme ABDC.
b. En déduire la distance de D à la droite (AB). Donner la valeur approchée par excès au mm près.

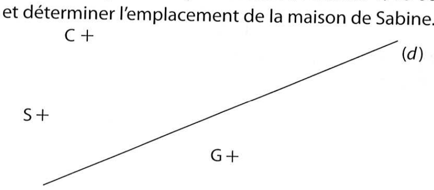
54 a. Tracer une droite (*d*) et placer un point A sur (*d*).
b. Construire tous les points situés à 4 cm de la droite

3 **55** a. Tracer une droite (*d*) et un point A à 3,6 cm de (*d*).
b. Construire le symétrique B de A par rapport à (*d*).
Déterminer la distance de B à la droite (*d*).
c. Construire deux points C et D sur la droite (*d*) situés à 6 cm de A.
d. Calculer les distances de C et de D à la droite (AB).
e. Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifier.

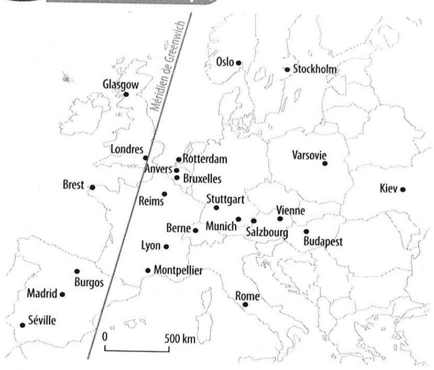
4 **56** On assimile le porte-avions Charles-de-Gaulle à un rectangle de dimensions 260 m sur 65 m.
a. Construire ce rectangle à l'échelle 1/4 000.
b. Sur ce plan, construire toutes les positions d'un bateau situé à 250 m du porte-avions.



57 Sabine dit à Aurélie : « J'habite à 150 m de la voie ferrée (*d*), à moins de 200 m de la gare G et à égale distance du stade S et du collège C ».
Faire un calque de ce plan réalisé à l'échelle 1/10 000 et déterminer l'emplacement de la maison de Sabine.



58 Connaître l'Europe



a. Déterminer la ville d'Europe qui est située sur cette carte : à 6 mm du méridien de Greenwich (en bleu), à 2,7 cm de Stockholm et à moins de 3 cm de Rome.
b. Quel est le rôle de cette ville dans l'Union euro-

Tangente à un cercle

59 **a.** Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB].
1 **b.** Construire les tangentes (d) et (d') au cercle $\mathscr{C}$ en A et B.
c. Que peut-on dire des droites (d) et (d') ? Justifier.

60 **a.** Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, puis placer deux points A et B de $\mathscr{C}$ tels que (OA) et (OB) soient perpendiculaires.
2 **b.** Construire les tangentes au cercle $\mathscr{C}$ en A et B. Elles se coupent en C.
c. Dylan dit : «ACBO est un rectangle ».
Estelle lui répond :« Mais non, c'est un losange ! »
Qu'en pensez-vous ?

PORTER UN REGARD CRITIQUE

61 **a.** Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, puis placer deux points A et B de $\mathscr{C}$ tels que $\widehat{AOB} = 60°$.
3 **b.** Quelle est la nature du triangle AOB ? Justifier.
c. Construire un point C extérieur au cercle tel que ABC soit isocèle en C et tel que $\widehat{ABC} = 30°$.
d. Que représentent les droites (BC) et (AC) pour le cercle $\mathscr{C}$? Justifier.

62 **a.** Tracer deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de centre O, de rayons respectifs 3,6 cm et 4,5 cm. Placer un point A sur $\mathscr{C}'$, puis un point B sur $\mathscr{C}$ tels que AB = 2,7 cm.
b. Démontrer que (AB) est une tangente au cercle $\mathscr{C}$.
c. Tracer la corde [AC] du cercle $\mathscr{C}'$ passant par le point B. Démontrer que B est le milieu du segment [AC].

63 **a.** Tracer une droite (d) puis un point O extérieur à (d).
b. Construire le cercle $\mathscr{C}$ de centre O tangent à la droite (d).

64 **a.** Tracer une droite (d). Placer un point A sur (d).
b. Construire deux cercles tangents à la droite (d) au
4 point A.
c. Où se trouvent les centres de tous les cercles tangents à (d) en A ?

65 **a.** Tracer une droite (d), placer un point A sur (d) puis un point B à l'extérieur de (d).
b. Tracer un cercle passant par B et tangent à la droite (d) au point A.
c. Combien y a-t-il de possibilités ?

66 Tracer une droite (d) et construire l'ensemble des centres des cercles de rayon 3 cm tangents à (d).

Vrai ou faux ?

Pour les exercices 67 à 71, dire si l'affirmation est
5 **vraie ou fausse. Expliquer la réponse.**

67 Si ABC est un triangle rectangle en A, alors BC = AB + AC.

68 Si ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 2 cm et AC = 4 cm, alors BC = 20 cm.

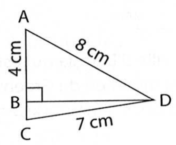
69 Si IJK est un triangle tel que IJ = 6 cm, IK = 10 cm et JK = 8 cm, alors IJK est un triangle rectangle en I.

70 A appartient à un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r. Alors la distance de O à la tangente à $\mathscr{C}$ en A est égale à r.

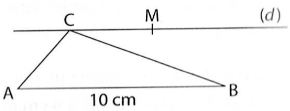
71 Si ABC est un triangle tel que AB = 3 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm, alors la droite (AB) est tangente au cercle de diamètre [AC].

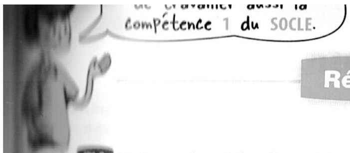
Calcul mental et réfléchi

72 **Enchaîner les étapes**
Calculer mentalement la longueur BC.



6 **73** **Déterminer une distance**
ABC est un triangle d'aire 28 cm² et (AB) // (d).
Déterminer mentalement la distance du point M de (d) à la droite (AB).





Rédiger **Communiquer** **Argumenter**

74 Soigner la rédaction ÉCRIRE

Énoncé.

1 EFG est un triangle tel que :
EF = 3,7 cm, EG = 3,5 cm et FG = 1,3 cm.
Le triangle EFG est-il rectangle ?

Voici la copie de Jean et les annotations de son professeur.

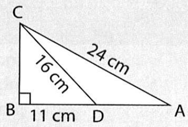
Tu n'as pas encore prouvé cette égalité,
les calculs sont mal rédigés.
$EF^2 = EG^2 + FG^2 = 3,5^2 + 1,3^2 = 12,25 + 1,69 = 13,94$
$EF = 3,7$
Ce n'est pas une égalité.
L'égalité de Pythagore ~~est vérifiée~~ à revoir
donc le triangle EFG est rectangle en G.

À votre tour de rédiger soigneusement la solution de cet exercice.

75 Présenter une recherche ÉCRIRE

Énoncé.

ABC est un triangle rectangle en B et D est un point du côté [AB].
Calculer le périmètre du triangle CDA.



Voici les calculs corrects effectués par Noémie.
Mais elle a oublié d'expliquer les différentes étapes.
À votre tour de rédiger soigneusement cette solution.

$16^2 - 11^2 = 135$
$24^2 - 135 = 441 = 2$
$21 - 11 = 10$
$10 + 16 + 24 = 50$

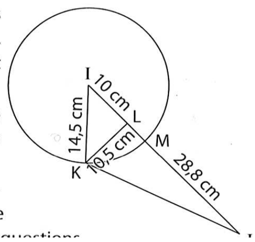
2

76 Écrire lisiblement un texte ÉCRIRE

M et K sont des points d'un cercle de centre I.
Les points I, L, M, J sont alignés.

a. Écrire un programme de construction de cette figure.

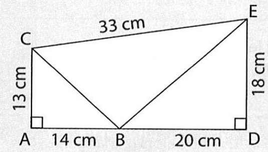
b. Imaginer des questions relatives à cette figure. Répondre à ces questions.



3

77 Participer à un débat DIRE ÉCRIRE

Énoncé.



Déterminer si les droites (CB) et (BE) sont perpendiculaires.

Baptiste dit : « $CB^2 + BE^2 = CE^2 = 1\,089$ donc le triangle CBE est rectangle ».
Léo lui répond : « Tu as mal calculé ! $CB^2 + BE^2$ n'est égal qu'à 1 088,42 ; (CB) et (BE) ne sont pas perpendiculaires ».
Qu'en pensez-vous ?
Justifier.

4

78 Argumenter LIRE ÉCRIRE

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier.

a. Si ABC est un triangle rectangle tel que AB = 4 cm et AC = 3 cm, alors BC = 5 cm.

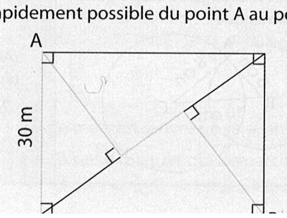
b. Si M est le milieu d'une corde [RS] d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, alors la droite (RS) est tangente au cercle de centre O et de rayon OM.

5

79 Narration de recherche ÉCRIRE DIRE

Racontez vos pistes de recherche, qu'elles vous aient permis de trouver ou non.
Relevez celles qui vous ont fait progresser ou changer de méthode.

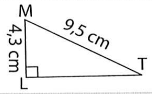
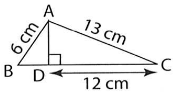
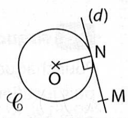
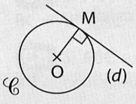
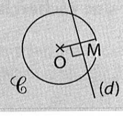
Sachant que l'on ne peut emprunter que les routes bleues, déterminer le chemin qui permet de se rendre le plus rapidement possible du point A au point B.



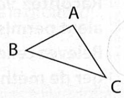
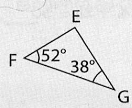
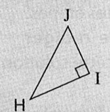
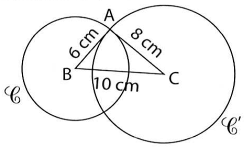
QCM pour s'évaluer

QCM interactif

1

	a	b	c	Si la réponse est fausse revoir :
80 LMN est un triangle rectangle en N. Alors …	$MN^2 = LN^2 + LM^2$	$LN^2 = ML^2 + MN^2$	$ML^2 = NM^2 + NL^2$	§ 1.a., § 1.c. du cours p. 174
81 Dans le triangle TLM, … 	$TL^2 = 9{,}5^2 + 4{,}3^2$	$TL = 9{,}5 - 4{,}3$	$TL^2 = 9{,}5^2 - 4{,}3^2$	§ 1.a., § 1.c. du cours p. 174 et exercice résolu 1 p. 176
82 Si $JK^2 = JL^2 + KL^2$, alors le triangle …	JKL est rectangle en J	JKL est rectangle en K	JKL est rectangle en L	§ 1.b., § 1.c. du cours p. 174
83 OPR est un triangle tel que : OP = 14 cm, PR = 8,5 cm et OR = 11,2 cm. Alors, le triangle OPR est …	rectangle en R	rectangle en O	n'est pas rectangle	§ 1.b., § 1.c. du cours p. 174 et exercice résolu 2 p. 176
84 [AD] est une hauteur du triangle ABC. La distance de A à la droite (BC) est égale à … 	6 cm	5 cm	13 cm	§ 2. du cours p. 175
85 La droite (*d*) est une tangente en M au cercle 𝒞 sur la figure …				§ 3. du cours p. 175

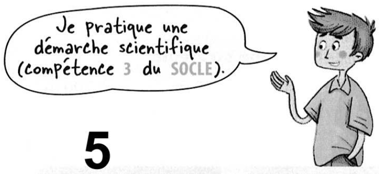
2

	a	b	c	Si la réponse est fausse revoir :
86 L'égalité de Pythagore est vérifiée sur la figure …				§ 1.c. du cours p. 174
87 D'après le codage de cette figure, on peut affirmer que … 	(AB) est une tangente au cercle 𝒞'	(AC) est une tangente au cercle 𝒞	la distance de A à la droite (BC) est égale à 4,8 cm	§ 1.c. du cours p. 174 et § 2., § 3. du cours p. 175

3

Mon score

Je me prépare au contrôle



Reconnaître un triangle rectangle

Dans chaque cas, dire si le triangle est rectangle. Justifier.

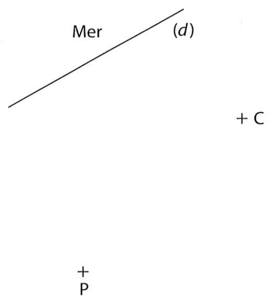
1
a. LU = 3,5 cm, UM = 12,5 cm et LM = 12 cm.
b. NE = 11,9 cm, EP = 10,8 cm et PN = 4,5 cm.
c. $\widehat{RST}$ = 27° et $\widehat{STR}$ = 62°.
d. MA = AN = 4,5 cm et $\widehat{AMN}$ = 45°.

Calculer une longueur

MNPQ est un losange tel que MP = 8 cm et NQ = 5 cm.
a. Faire une figure.
b. Calculer la valeur approchée par défaut au mm près du côté de ce losange.

Respecter des contraintes de distances

2
Ce plan est à l'échelle 1/10 000. On souhaite construire une résidence de vacances R à moins de 500 m du bord de mer (*d*), à moins de 200 m des commerces C et à moins de 300 m de la piscine P.



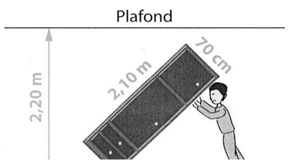
a. Sur un calque ou une photocopie de cette figure, hachurer la zone d'implantation de cette résidence.
b. Les terrains de tennis T sont à égale distance de C et P, et à 500 m de (*d*). Positionner T sur le plan.
c. Est-il possible d'implanter la résidence R à plus de 300 m de T ? Si oui, colorer la zone d'implantation de R.

Émettre une conjecture

3
Construire un parallélogramme ABCD tel que :
AB = 5,7 cm, AC = 7,6 cm et BC = 9,5 cm.
a. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AC].
b. Que semblent représenter les droites (AB) et (CD) pour le cercle $\mathscr{C}$? Démontrer cette conjecture.

Prendre des initiatives

4
Peut-on relever cette armoire ?



5

- Je reconnais des situations déjà connues.
- Je sais expliquer ma démarche.

- Je réalise une construction géométrique simple avec les instruments en autonomie.
- Je reconnais le contexte d'application d'un théorème connu.

- J'extrais des informations à partir d'un document brut.
- Je traduis une information selon une consigne que je dois connaître.

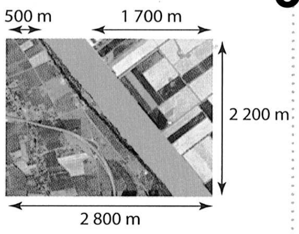
- Je réalise une construction géométrique simple avec les instruments en autonomie.
- Je participe à la proposition d'une conjecture.

- Je mets en œuvre un raisonnement.
- Je sais expliquer ma démarche.

Exercices d'approfondissement

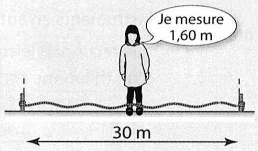
1 **93 Imaginer une stratégie**

Voici une photo de la Seine vue du ciel, prise en Normandie. En admettant que les bords du fleuve sont parallèles, déterminer une valeur approchée de sa largeur à cet endroit.



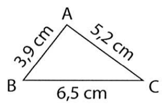
94 Problème ouvert

Une corde non élastique de 30,2 m est attachée au sol entre deux piquets distants de 30 m. En soulevant la corde en son milieu, Oriane pourra-t-elle passer en dessous sans se baisser ?



95 Le flacon

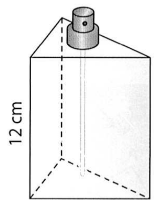
Un flacon d'eau de toilette en forme de prisme droit a pour hauteur 12 cm et pour base le triangle ABC ci-contre.



1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

2. a. Calculer le volume en cm^3 de ce flacon.

b. Un litre de cette eau de toilette coûte 140 €. Sachant que ce flacon est rempli aux deux tiers, calculer le prix de son contenu. En donner la valeur approchée par excès au centime.



3. Réaliser un patron de ce flacon et calculer son aire.

2 **96 Tangentes à un cercle passant par un point** B2i C3-6

1. a. Avec un logiciel de géométrie, tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

b. Construire les tangentes à $\mathscr{C}$ en deux points T et T' de $\mathscr{C}$, et noter A leur point d'intersection.

c. Afficher les longueurs AT et AT'. Déplacer A et T, puis émettre une conjecture.

2. Démontrer cette conjecture en utilisant des égalités de Pythagore.

3 **97 Parallélogramme et triangles**

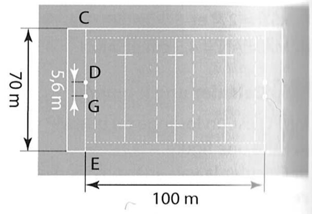
a. Construire un parallélogramme ABCD tel que :

AB = 6 cm, BC = 4 cm et $\widehat{ADC} = 80°$.

b. Construire l'ensemble des points M tels que les triangles AMB et CMD aient la même aire.

98 Au rugby

Aurélien est à 18 m de la ligne d'essai (CE), à 29 m du poteau gauche G, il est plus près du poteau gauche que du poteau droit D.



Morgan est à la même distance des deux poteaux et à 38 m du coin C du terrain.

a. Faire un dessin à l'échelle 1/1 000 de ce terrain.

b. Représenter par le point A la position d'Aurélien sur le terrain et par le point M celle de Morgan.

c. Aurélien lance, à la main, le ballon à Morgan. Fait-il une « passe en avant » c'est-à-dire Morgan est-il plus proche qu'Aurélien de la ligne d'essai ?

d. Vérifier votre réponse en calculant la distance du point M à la droite (CE).

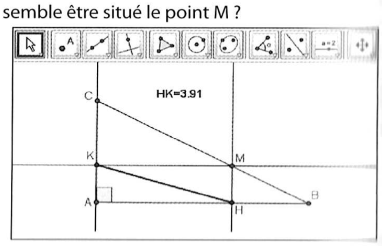
4 **99 Distance minimale** B2i C3-6

1. a. Avec un logiciel de géométrie, tracer un triangle ABC rectangle en A.

b. Placer un point M sur l'hypoténuse, puis tracer la perpendiculaire à (AB) passant par M, elle coupe (AB) en H, et la perpendiculaire à (AC) passant par M, elle coupe (AC) en K.

c. Afficher la distance HK, puis déplacer le point M pour que cette distance soit la plus petite possible.

Où semble être situé le point M ?



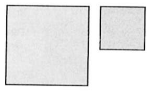
2. Démontrer cette conjecture.

1

Les défis

100 Nouveau carré

Sans mesurer, ni calculer, peut-on construire un carré dont l'aire est la somme des aires de ces deux carrés ?



2

101 La corde à nœuds

Pour tracer des angles droits, les Égyptiens utilisaient une corde à 13 nœuds équidistants.
Comment procédaient-ils ?

3

Sujet d'exposé

102 Il était une fois Pythagore B2i C4-3

Pythagore est un philosophe et un mathématicien très célèbre.
Le théorème qui porte de nos jours son nom était déjà connu des Babyloniens.
Recherchez sur Internet des informations sur la vie de Pythagore.
Présentez les résultats de votre recherche lors d'un exposé.

4

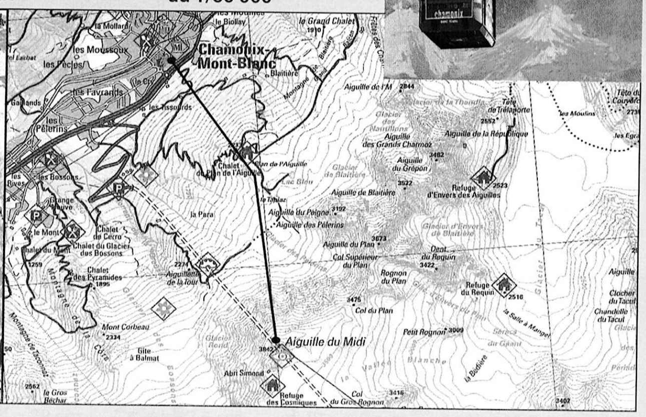
Socle commun : tâche complexe

103 Sur les pistes du Mont Blanc

LA SITUATION-PROBLÈME

Estelle est en visite à Chamonix.
Elle s'apprête à emprunter le téléphérique de l'aiguille du Midi.
Elle aimerait savoir auparavant quelle distance va parcourir la cabine du téléphérique.
Déterminer cette information en s'aidant des documents ci-dessous.

- Doc. 1 : extrait du plan des remontées mécaniques de Chamonix
- Doc. 2 : extrait de la carte IGN au 1/60 000



LES SUPPORTS DE TRAVAIL

La règle graduée, la calculatrice.

LA CONSIGNE

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

ESHM

Tableau récapitulatif des événements

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	**semaines**	**évènements**	équipe pédagogique	communauté éducative	établissement scolaire	parents	éducation nationale	institutions religieuses	institutions sociales
3	36	Journée pédagogique et journées d'intégration des classes	1	1	1	1		1	
4	35	Rencontres des parents par les équipes	1			1			
5	34	Rencontres des parents par les équipes	1			1			
6	33	Rencontres des parents par les équipes rencontres jeunes confirmation et profession de foi	1			1		1	
7	32	Messe de rentrée et week-end des confirmands						1	
8	31	Conseils des professeurs	1						
9	30	Journée des 4ièmes à projet et temps fort diocésain	1					1	1
10	29	Journée pédagogique		1					
11	28	Rencontres des parents des communiants et Conseil d'établissement			1	1		1	
12	27	Rencontres avec le père Philippe et Rencontres Individuelles Parents Professeurs				1		1	
13	26	Rencontres Individuelles Parents Professeurs				1			
14	25	Conseils de Classes	1			1			
15	24	Brevet Blanc, célébration de Noël et spectacle Margalhan Academy	1		1	1		1	
16	23	Stages en entreprises des 3ièmes et sortie pédagogique des 4ièmes projet	1						1
17	22	Journée pédagogique		1			1		
18	21	Rencontres des communiants				1		1	
19	20	échange et partage						1	1
20	19	Journée des 4ièmes à projet et professions de foi	1					1	1
21	18	Journée des 4ièmes à projet et communions	1			1		1	1
22	17	Semaine au ski, retraite aux Lérins et Conseils des professeurs	1		1			1	1
23	16	Temps fort des 5ièmes et Conseil d'établissement			1			1	
24	15	Journée pédagogique, professions de foi et visite de TECHNE 2014		1				1	1

25	14	Rencontre Communion et messe						1	
26	13	échange et partage						1	1
27	12	Conseils de Classes	1			1			
28	11	Rencontres avec le père Philippe, journée Secteur Solidaire et journée 4ième projet	1					1	1
29	10	Voyage linguistique à l'étranger, professions de foi et messe des familles				1		1	1
30	9	Journée pédagogique, Brevet Blanc et journée de la Fraternité	1	1			1		1
31	8	Rien							
32	7	Sorties pédagogiques des 4ièmes à projet	1						1
33	6	Pèlerinage de Lourdes						1	
34	5	épreuve du TOEFL, journée histoire des Arts, tournoi sportif	1		1				
35	4	Messe de la Trinité et Conseil d'établissement			1			1	
36	3	Sixièmes pour du beurre et Fête de la musique			1				1
37	2	Cérémonies des prix et césars, grande kermesse de l'APEL, brevet des collèges et bal des troisièmes			1	1	1		
38	1	Activités en 6ième, 5ième et 4ième			1				
39	0								
40			équipe pédagogique	communauté éducative	établissement scolaire	parents	éducation nationale	institutions religieuses	institutions sociales
41			17	5	10	14	3	20	13

Tableau de co-appartenance à une classe

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
15	***Troisième 3***	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
16		**IB**	**AD**	**JJ**	**AJ**	**CE**	**AB**	**M**	**EL**	**M**	**RX**	**AI**	**C**	**LR**	**SI**	**OI**	**G**	**EF**	**M**	**S**	**BC**	**PE**	**LVI**
17	***IB***	**4**	0	0	0	3	1	3	0	3	1	3	3	1	2	1	1	4	0	4	4	4	4
18	***AD***	0	**4**	0	3	0	1	2	2	1	1	1	2	2	1	1	2	4	3	1	4	2	4
19	***JJS***	0	0	**4**	1	1	2	3	2	1	1	2	1	3	1	1	2	4	2	2	4	3	4
20	***AJ***	0	3	1	**4**	0	0	3	2	1	1	2	3	1	1	2	1	4	2	2	4	3	4
21	***CE***	3	0	1	0	**4**	0	3	0	2	2	4	3	1	3	1	0	4	0	4	4	4	4
22	***AB***	1	0	2	0	0	**3**	2	1	2	0	0	0	3	0	0	3	3	2	1	3	2	3
23	***MR***	3	2	3	3	3	2	**8**	1	5	2	5	4	4	3	2	3	8	2	6	8	8	8
24	***EL***	0	1	2	2	0	1	1	**3**	0	0	1	2	1	1	1	1	3	2	1	3	1	3
25	***MP***	3	1	1	1	2	2	5	0	**5**	0	2	2	3	2	0	3	5	2	3	5	5	5
26	***RX***	1	1	1	1	2	0	2	0	0	**3**	3	2	1	1	2	0	3	0	3	3	3	3
27	***AM***	3	1	2	2	4	0	5	1	2	3	**6**	5	1	3	3	0	6	0	6	6	6	6
28	***CG***	3	2	1	3	3	0	4	2	2	2	5	**6**	0	3	3	0	6	1	5	6	5	6
29	***LR***	1	1	3	1	1	3	4	1	3	1	1	0	**5**	1	0	4	5	3	2	5	4	5
30	***SM***	2	1	1	1	3	0	3	1	2	1	3	3	1	**4**	0	0	4	1	3	4	3	4
31	***OL***	1	1	1	2	1	0	2	1	0	2	3	3	0	0	**3**	0	3	0	3	3	3	3
32	***GSC***	1	1	2	1	0	3	3	1	3	0	0	0	4	0	0	**4**	4	3	1	4	3	4
33	***EF***	4	3	4	4	4	3	8	3	5	3	6	6	5	4	3	4	**11**	4	7	11	9	11
34	***MG***	0	2	2	2	0	2	2	2	2	0	0	1	3	1	0	3	4	**4**	0	4	2	4
35	***SS***	4	1	3	2	4	2	6	2	3	3	6	5	3	3	3	2	8	1	**7**	8	7	8
36	***BGM***	4	3	4	4	4	3	8	3	5	3	6	6	5	4	3	4	11	4	7	**11**	9	11
37	***PB***	4	2	4	3	4	3	8	2	5	3	6	5	5	3	3	4	10	3	7	10	**9**	10
38	***LVD***	4	3	4	4	4	3	8	3	5	3	6	6	5	4	3	4	11	4	7	11	9	**11**
39																							
40		4	4	4	4	4	3	8	3	5	3	6	6	5	4	3	4	11	4	7	11	9	11
41		moyenne			6																		
42		écart typ			3																		

Annexes de la partie IV

ANNEXES DE LA PARTIE 4

1 PER 1 : Cours en ligne de la Classe

2 PER 2 : Cours en ligne de la Classe