



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1

sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne

pour le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Mention : Physique

École Doctorale Sciences de la Matière

présentée par

Hussein ABOU GHADA

préparée au Laboratoire UMR CNRS 6082 FOTON

**Modélisation de l'équilibre
et système de surveillance
posturale**

**Thèse soutenue à Lannion
le 13 octobre 2014**, devant le jury composé de :

Norbert NOURY
Professeur, Université de Lyon / Rapporteur

Olivier REMY-NERIS
Professeur, CHU Brest / Rapporteur

Jacques DUCHÊNE
Professeur, Université Technologique de Troyes /
Président

Paul DELAMARCHE
Professeur, M2S Université de Rennes 2 /
Examineur

Olivier BERDER
Professeur, Université de Rennes 1 / Examineur

Serge MOTTET
Professeur, Université de Rennes 1 / Directeur de
thèse

Jean-Marc GOUJON
Maître de Conférences, Université de Rennes 1 / Co-
directeur

*Je dédie ce mémoire
à mon ange Sara,
à ma Famille.*

Remerciements

Cette thèse a été réalisée dans le laboratoire FOTON (Fonctions Optiques pour les Technologies de l'informatiON) de Lannion au sein de l'équipe « systèmes photoniques » groupe « Optique Guidée et capteurs ». Elle fut financée par une bourse du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

Je remercie Jean-Claude Simon et Pascal Besnard, directeurs du laboratoire FOTON, de m'avoir permis d'y effectuer ma thèse.

Je remercie Olivier Rémy-Néris et Norbert Noury d'avoir accepté d'être rapporteurs et qui n'ont pas seulement apporté quelques corrections ou remarques mais ont également enrichi le manuscrit par leurs commentaires constructifs.

Je voudrais remercier également Jacques Duchêne, Paul Delamarche et Olivier Berder qui ont accepté de participer au jury et évaluer mon travail.

J'aimerais exprimer ma reconnaissance et mes sincères remerciements à mon encadrant Jean-Marc Goujon pour ses encouragements, ses conseils, ses critiques et son aide précieuse.

Merci à Jean Durrmann de m'avoir prêté son matériel pour l'acquisition des données expérimentales et à Dominique Baron pour les discussions constructives. Je remercie également Noël Le Berre, Sébastien Lobo, Eric Borgne et Philippe Quémerais pour leurs aides techniques. Merci aux collègues du laboratoire FOTON qui ont accepté de se prêter aux mesures expérimentales.

Je tiens également à remercier tous les doctorants, et le personnel du laboratoire FOTON et à l'ENSSAT, pour leur aide scientifique, leur soutien, leurs conseils ainsi que pour leurs qualités humaines et les beaux moments que nous avons partagés ensemble.

Je tiens à remercier particulièrement Serge Mottet, mon directeur, qui m'a accompagné tout au long de ce travail de recherche. Serge, merci pour ton accueil, ton amitié, tes conseils et pour tous les bons moments qu'on a passés ensemble.

Je remercie Tarek Tehfe qui m'a aidé à accomplir notre rêve.

Je remercie mon amour Sara qui m'a accompagné et soutenu durant les années de thèse.

Enfin, je remercie mon père, ma mère et toute ma famille qui ont toujours eu confiance en moi. Je leur exprime ma reconnaissance la plus profonde.

Table des matières

Introduction générale	11
Chapitre 1. Modélisation	15
1 Introduction	15
2 Modèle mathématique du pied	15
2.1 Assiette du pied	17
2.2 Forme interne du pied	18
2.3 Milieu élastique	19
2.4 Synthèse	21
3 Détermination de centre de pression à partir d'un nombre limité de capteurs.....	22
3.1 Modèle numérique de la forme interne du pied virtuel.....	22
3.2 Calcul des cartes de pression plantaire et du <i>CoP</i>	23
3.3 Calcul du <i>CoP</i> avec un nombre limité de capteurs.....	24
3.4 Méthode des formes linéaires	25
3.5 Identification des paramètres des formes linéaires	25
3.6 Résultats	27
3.6.1 Cinq capteurs	28
3.6.2 Trois capteurs	29
3.6.3 Simulation du glissement du pied.....	31
4 Conclusion de l'étude numérique	32
Chapitre 2. Prototypes de semelles instrumentées avec 3 capteurs	35
1 Introduction	35
2 Système de référence matriciel F-Scan.....	35
2.1 Résultats expérimentaux à partir des capteurs virtuels de F-Scan.....	37
2.2 Stabilogramme à partir de 3 capteurs virtuels par pied.....	39

2.2.1	Référentiel des pieds.....	39
2.2.2	Calcul de <i>CoPT</i>	40
2.2.3	Comparaison entre les <i>CoPT</i> issus de F-Scan et des 3 capteurs par pied.....	41
3	Semelles instrumentées avec 3 capteurs.....	43
3.1	Le réseau de capteurs.....	44
3.1.1	Caractéristiques des capteurs.....	45
3.1.2	Système d’acquisition du réseau de capteur.....	46
4	Mise en œuvre expérimentale.....	48
4.1	Traitement des signaux des capteurs.....	49
4.1.1	Linéarisation des capteurs.....	49
4.1.2	Filtrage numérique des bruits.....	51
5	Résultats.....	53
6	Synthèse.....	57
7	Conclusion.....	58
Chapitre 3. Cartographie des pressions plantaires à partir de 3 capteurs...59		
1	Introduction.....	59
2	Principe de détermination des paramètres du modèle du pied.....	59
2.1	Cas d’un pied posé sur une surface plane horizontale.....	60
2.2	Cas où la surface d’appui n’est pas horizontale.....	63
3	Extraction expérimentale des paramètres du modèle du pied.....	64
4	Cas d’un pied nu sur un sol plan.....	65
4.1	Extraction de la forme interne du pied.....	65
4.2	Calcul de l’assiette du pied.....	69
4.3	Calcul de la carte de pression.....	70
5	Cas de la marche.....	71
5.1	Forme interne du pied dans une chaussure.....	71
5.2	Cartes de pression plantaire.....	72
6	Cartographie des pressions plantaires à partir de trois capteurs.....	74

7	Calcul du <i>CoPT</i> à partir des cartes de pression calculées	75
7.1	Calcul du <i>CoPT</i> , capteurs virtuels	75
7.2	Calcul du <i>CoPT</i> , semelles instrumentées	76
8	Conclusion.....	77
Chapitre 4. Analyse expérimentale de l'équilibre dynamique		79
1	Introduction	79
2	Extraction des oscillations posturales	80
3	Stabilogramme.....	86
4	Maintien de l'équilibre.....	87
4.1	Déplacement du <i>CoPT</i> yeux fermés	88
4.2	Position de l'équilibre	91
4.3	Oscillations.....	92
5	Conclusion.....	95
Chapitre 5. Simulation de l'équilibre		97
1	Introduction	97
2	Modèle biomécanique	97
3	Modélisation de l'équilibre statique	100
3.1	Equilibre médio-latéral et antéropostérieur.....	100
3.2	Résultats de simulation de l'équilibre statique.....	101
4	Synthèse	106
5	Simulation de l'équilibre dynamique.....	107
5.1	Simulation en deux dimensions (1 pied).....	107
5.1.1	Modèle du pied.....	108
5.1.2	Contre réaction PID	114
5.2	Contre-réaction humaine	116
5.3	Synthèse du modèle à 2 dimensions	118
6	Modélisation de l'équilibre sur deux pieds	119
6.1	Système de coordonnées	119

6.2	Définition des postures.....	120
6.2.1	Posture de repos.....	120
6.2.2	Posture souhaitée	121
6.3	Hypothèses du maintien de l'équilibre dynamique	121
6.4	Résolution mathématique.....	121
6.4.1	Grandeurs physiques.....	122
6.4.2	Déplacement antéropostérieur suivant y	122
6.4.3	Déplacement médio-latéral suivant x.....	123
6.4.4	Paramètres du problème à deux pieds.....	123
6.4.5	Pressions plantaires.....	124
7	Contre réaction humaine	126
7.1	Mouvement antéropostérieur.....	127
7.2	Mouvement médio latéral au niveau des hanches	129
7.3	Résultats	130
7.3.1	Grand déplacement du <i>CoP</i>	130
7.3.2	Petit déplacement.....	134
8	Conclusion.....	134
	Conclusions et perspectives.....	137
	Annexe 1	141
1	Principe du calcul de la forme interne du pied.....	141
2	Méthode.....	142
3	Représentation graphique de la forme interne du pied.	144
	Annexe 2	147
1	Simulation des profils de pression à partir des 3 capteurs	147
1.1	Capteurs virtuels	147
1.2	Vrais capteurs	147
1.3	Numériquement	148
	Annexe 3	151

1	Résolution dynamique du pendule inversé.....	151
1.1	Rappel sur le pendule simple.....	151
1.2	Pendule inversé.....	152
1.3	Cas d'une structure avec 2 points de contact	152
1.3.1	Changement de variable.....	155
1.4	Cas d'une structure cylindrique : Le culbuto	157
1.5	Cas d'une surface inférieure quelconque.	158
1.5.1	Méthode numérique.	158
1.5.2	Méthode	159
1.5.3	Résolution semi implicite.....	161
1.5.4	Test de la méthode	161
1.6	Simulation d'un pied.....	162
1.6.1	Déplacement du centre de pression des trois cas précédents	163
1.7	Stabilité de la solution temporelle	164
1.8	Simulation d'un asservissement PID	165
1.9	Contre réaction humaine	166
2	Simulation de la dynamique de l'équilibre sur deux pieds	168
2.1	Système de coordonnées	168
2.2	Hypothèses	169
2.3	Grandeurs physiques.....	170
2.4	Paramètres du problème à deux pieds.....	173
2.5	Pressions plantaires.....	174
2.6	Mise en œuvre	176
2.7	Contre réaction humaine	177
2.7.1	Mouvement antéropostérieur.....	178
2.7.2	Mouvement médio latéral au niveau des hanches	180
2.8	Remarques.....	180
	Références.....	183

Abréviations et notations	193
Publications et communications	195

Introduction générale

L'équilibre postural a déjà fait l'objet de nombreuses études. Ces études portent principalement sur la compréhension des facteurs affectant l'équilibre et l'identification des paramètres physiologiques assurant cet équilibre [1]–[6]. Actuellement, les progrès de la médecine et le changement du mode de vie ont favorisé le vieillissement de la population. Les problèmes liés à l'équilibre postural sont plus que jamais un sujet d'intérêt pour éventuellement prévenir la chute des personnes âgées [7]–[13] ou encore pour diagnostiquer et soulager la lésion des pieds chez les patients diabétiques [14]–[19].

Les problèmes liés à l'équilibre sont généralement diagnostiqués à l'aide de systèmes de cartographies des pressions plantaires [20], [21] ou de plateformes de forces mesurant le déplacement du centre de pressions [22]. Ces systèmes professionnels sont restreints à une utilisation en milieu médical, et on constate qu'aucun dispositif de surveillance de l'équilibre ne donne entière satisfaction en termes de mobilité et d'acceptabilité.

Au regard de ces problèmes, les nouvelles études ciblent à identifier et à détecter l'asservissement et la perte de l'équilibre. Les études expérimentales ont cherché des corrélations entre les mesures et les paramètres physiologiques des individus à partir d'analyses souvent statistiques [20]–[32]. Des capteurs de pression, d'accélération, des plateformes de force, ou de cartographie des pressions existent et ont fait l'objet de publications [33]–[58].

Des chercheurs ont travaillé sur le développement de semelles instrumentées pour mesurer les pressions plantaires avec un nombre de capteurs limité, mais ce nombre peut atteindre plusieurs dizaines de capteurs par semelle [10]–[12], [17], [18], [59]–[96] et couvrent presque la totalité de la surface de la plante du pied sans aucune connaissance préalable de la position idéale des capteurs sous le pied [67].

Dans le contexte de la télémédecine et l'e-santé, notre objectif est de développer des outils pour la surveillance ambulatoire de l'équilibre postural, et la compréhension du contrôle de l'équilibre. D'une part, nous avons conçu un système embarqué de mesure des pressions plantaires et de déplacement du centre de pression afin de suivre l'équilibre. D'autre part, nous avons étudié le maintien de l'équilibre puis développé un simulateur de l'équilibre basé sur la physiologie humaine afin d'étudier l'influence des différents paramètres.

Pour cela, nous avons été amené à proposer un modèle mathématique simplifié du pied et de l'appui. Il décrit la relation physique entre la posture du pied et la répartition des pressions plantaires suivant ses caractéristiques biomécaniques. Grâce à ce modèle, nous avons mené une étude théorique de faisabilité d'une semelle instrumentée de mesure de pressions plantaires. Nous avons montré que 3 capteurs discrets par pied sont suffisants pour connaître la carte des pressions plantaires et le déplacement dynamique du centre de pression.

Sur la base de cette étude nous avons conçu et réalisé un prototype de semelle instrumentée d'un réseau de 3 capteurs de pression. La validation a été effectuée expérimentalement. Elle

porte sur l'efficacité du système et des méthodes utilisées dans la mesure du stabilogramme et la génération des cartographies de pressions plantaires en position debout et durant la marche.

Le traitement du déplacement du centre de pression, déduit des mesures enregistrées, fournit la signature de l'équilibre, pour exemple la divagation oscillatoire en conservation de la posture debout yeux fermés. Nous avons conçu une méthode numérique de simulation de la dynamique de l'équilibre à trois dimensions en fonction des principaux paramètres physiologiques qui assurent le maintien de l'équilibre postural.

Le mémoire de la thèse est décomposé en trois grandes parties.

En premier temps, une étude théorique montre la faisabilité de l'utilisation d'une semelle instrumentée, avec un nombre limité de capteurs discrets, dans la surveillance de l'équilibre à partir des pressions plantaires. L'étude de la précision et de l'incertitude est détaillée.

En second temps, l'étude théorique est validée par des mesures expérimentales effectuées avec les semelles instrumentées à trois capteurs par pied que nous avons conçues et dont nous avons réalisé les prototypes.

Enfin, la signature de l'équilibre est étudiée à partir des mesures du déplacement du centre de pression acquis par notre prototype de semelles instrumentées. Ceci est complété par un simulateur de l'équilibre permettant d'identifier les paramètres physiologiques qui maintient l'équilibre.

Ces études sont traitées au travers de 5 chapitres :

Le chapitre 1 présente une étude théorique dans laquelle est développé un modèle biomécanique simplifié du pied. Ce modèle décrit la relation entre la posture du pied et la répartition des pressions plantaires suivant les caractéristiques biomécaniques du pied. Dans cette partie, nous utilisons ensuite le modèle du pied pour étudier un système constitué d'un nombre limité de capteurs de mesure de pression plantaire pour déterminer le centre de pression, *CoP*. Ce modèle est aussi utilisé pour déterminer numériquement le nombre et la position optimale des capteurs, indépendamment de toute incertitude liée aux mesures expérimentales.

Le chapitre 2 consiste à valider expérimentalement l'étude théorique qui a montré qu'un nombre limité de 3 ou 5 capteurs discrets permettent de calculer le déplacement du centre de pression. Dans un premier temps, les mesures sont effectuées à l'aide du système de mesure des pressions plantaires F-Scan. Dans un second temps, le développement d'une semelle instrumentée avec 3 capteurs résistifs est présenté. Ensuite la chaîne d'acquisition électronique, la synchronisation des mesures, le filtrage des données et l'apprentissage des capteurs sont détaillés. Enfin, nous présentons les résultats issus des capteurs résistifs et la comparaison des mesures entre systèmes.

Le chapitre 3 est consacré à la génération des cartographies des pressions plantaires à partir des pressions mesurées par les trois capteurs de chaque semelle. Cette application utilise le modèle du pied. Les méthodes développées pour la génération des cartographies des pressions plantaires sont validées et démontrées. A l'issue de la détermination des paramètres du

modèle du pied, on a mené une discussion détaillée sur les résultats expérimentaux des sujets ayant participé aux mesures. Enfin, les résultats des cartes de pression extrapolées sont présentés et discutés.

Le chapitre 4 comporte le traitement des enregistrements du déplacement du centre de pression totale, *CoPT*, (le stabilogramme) pour différents sujets. Le traitement de ces signaux a permis de constater des oscillations périodiques. Dans ce chapitre, notre propos est d'identifier ces oscillations et de les interpréter. Ces oscillations sont indicatives de l'asservissement de l'équilibre dynamique postural. Les résultats sont présentés et interprétés en détail pour quatre sujets afin d'en déduire la qualité de leur équilibre postural.

Le chapitre 5 traite de la simulation de l'équilibre. La première partie est dédiée à l'équilibre statique en position debout. Les cartes des pressions plantaires de chacun des pieds sont simulées pour différentes postures, en fonction des caractéristiques du modèle du pied. Les simulations sont effectuées à partir de formes de pieds extraites de mesures expérimentales de pressions plantaires. La seconde partie du chapitre est consacrée à la simulation dynamique de l'équilibre. La modélisation de l'équilibre dynamique en fonction du temps est d'abord étudiée en deux dimensions pour un seul pied. Puis, un simulateur de l'équilibre dynamique, sur deux pieds, en fonction du temps et des trois dimensions de l'espace est présenté. Un modèle de contre réaction humaine est étudié. Les résultats des simulations numériques du stabilogramme et du déplacement du *CoPT* sont présentés. Les oscillations posturales simulées sont similaires à celles mesurées et présentées au chapitre 4.

Enfin les perspectives sont développées dans la conclusion.

Chapitre 1. Modélisation

1 Introduction

En position debout, l'équilibre postural est contrôlé par l'action des muscles des jambes (tibial antérieur, gastrocnémiens, solaire...) et des muscles des hanches (adducteurs, tenseur du fascia latta) [5]. L'action des muscles fait varier la distribution des pressions plantaires sous chacun des deux pieds. Ils agissent principalement sur la rotation du pied autour de la cheville dans le déplacement antéropostérieur et la répartition du poids total du corps sur les deux pieds suivant le déplacement médio-latéral au niveau des hanches.

La force totale appliquée sur la cheville implique une compression du pied. L'intégrale des pressions exercées sur la surface inférieure des deux pieds correspond au poids total du corps sous l'action de l'accélération de la gravité.

Ce premier chapitre est dédié à la modélisation numérique. (*Wikipédia : Un modèle mathématique est une traduction d'une observation dans le but de lui appliquer les outils, les techniques et les théories mathématiques, puis généralement, en sens inverse, la traduction des résultats mathématiques obtenus en prédictions ou opérations dans le monde réel.*)

La première partie traite du comportement biomécanique du pied. Vu la complexité biomécanique du pied, nous avons été amenés à en développer un modèle mathématique simplifié. Ce modèle se limite à la description de la relation entre la posture du pied et la répartition des pressions plantaires, suivant les caractéristiques biomécaniques du pied. Il s'affranchit de la complexité généralement associée aux modèles 3D par éléments finis.

Dans la seconde partie de ce chapitre, le modèle du pied est utilisé pour analyser numériquement la possibilité de déterminer le centre de pression du pied, *CoP*, à partir d'un nombre réduit de capteurs de pression situé sous le pied.

Pour ce faire, nous avons développé une méthode mathématique originale pour déterminer la position du *CoP* et la force totale appliquée au pied, à partir de trois formes linéaires des pressions fournies par chaque capteur. Nous avons étudié la précision que l'on peut obtenir en fonction du nombre et de la position des capteurs. L'étude montre que 3 capteurs sont suffisants dans le cas de la posture debout d'un pied « normal ».

Les applications de la modélisation font l'objet des chapitres suivants qui traitent des mises en œuvre expérimentales.

2 Modèle mathématique du pied

Le squelette du pied peut être divisé en quatre parties, de l'arrière vers l'avant : le talon, le médio pied, les têtes de métatarsiens et les phalanges. Les os sont liés entre eux par des

matériaux semi rigides internes tels que des ligaments. L'ensemble constitue la « forme interne du pied » que nous considérerons comme rigide et indéformable.

La forme interne du pied est recouverte par un « milieu élastique » constitué des tissus mous dont la peau. La compression du pied induit naturellement une augmentation de la pression plantaire.

La répartition des pressions plantaires sous le pied dépend de la forme de chaque partie du pied, décrit par la forme interne du pied et les propriétés du milieu élastique. La majeure partie des pressions plantaires est supportée par le talon et les têtes de métatarsiens.

La répartition des pressions dépend avant tout de la position du pied par rapport au sol. La position du pied est décrite par **l'altitude** de la cheville par rapport au sol et **les rotations** autour de la cheville. Cette description est similaire aux notions d'altitude et d'assiette utilisées en aéronautique (*L'assiette désigne la position ou l'état d'équilibre d'un élément dans son milieu par rapport au plan horizontal*). On parle en particulier de tangage et de roulis qui pour un pied correspondent aux rotations antéropostérieure et médio-latérale autour de la cheville. Il n'y a pas de lacet pour le pied en dehors de la marche. L'assiette en aéronautique informe des rotations (horizon artificiel gyroscopique), pour connaître la position de l'avion il faut ajouter l'altitude (altimètre), Figure 1.

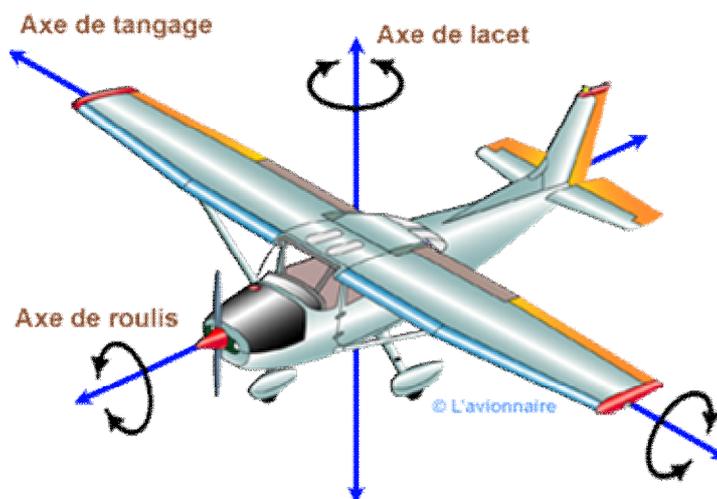


Figure 1 : Assiette d'un avion (<http://www.lavionnaire.fr/>).

Ainsi, pour décrire la relation entre la force appliquée sur la cheville et la répartition des pressions plantaires, nous définissons trois éléments du modèle mathématique du pied :

- L'assiette du pied qui inclut l'altitude,
- La forme interne du pied,
- Le milieu élastique.

Dans ce qui suit nous détaillons ces éléments du pied et les hypothèses.

2.1 Assiette du pied

L'assiette du pied, telle que nous l'utilisons, informe des rotations antéropostérieures et médio-latérales autour de la cheville et inclut l'altitude de celle-ci.

En pratique, il s'agit d'un plan passant par la cheville ayant subi les rotations par rapport au sol, Figure 2.

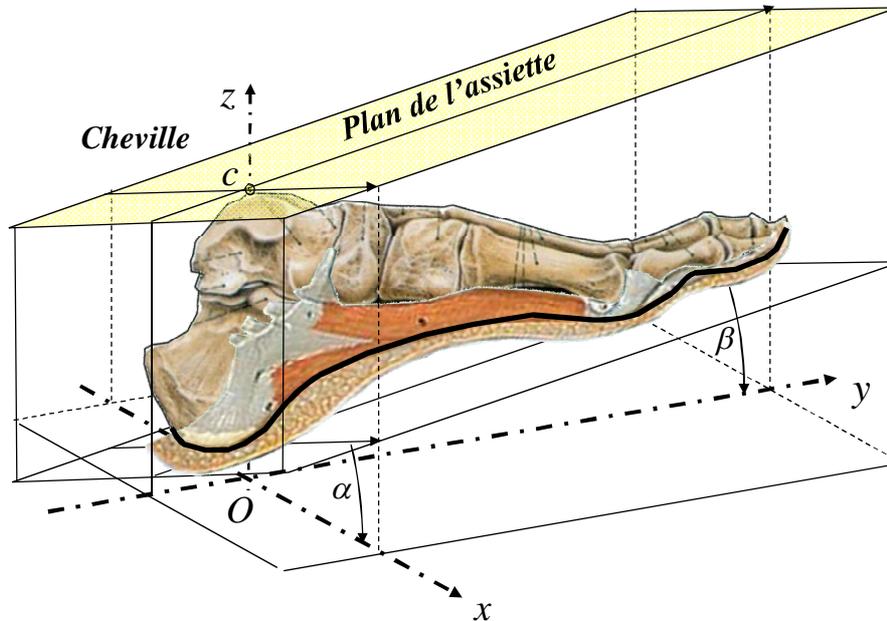


Figure 2 : Assiette du pied.

L'assiette du pied est définie par la position verticale c de la cheville suivant l'axe z , et les rotations α et β autour de la cheville suivant les axes x et y . Le système de coordonnées a pour origine la projection du milieu de la cheville au sol, l'axe z est vertical, l'axe y est la projection de la direction du talon à la deuxième tête de métatarsien et x sa perpendiculaire dans le plan du sol.

Le plan que nous nommons « l'assiette du pied », FS (pour Foot Seat), a pour équation :

$$z_{FS}(x, y) = \tan(\alpha) \cdot x + \tan(\beta) \cdot y + c \quad (1-1)$$

Où :

$\tan(\alpha)$ décrit les rotations latérales suivant x ,

$\tan(\beta)$ décrit les rotations antéropostérieures suivant y ,

c décrit les déplacements verticaux de la cheville.

Pour simplifier les notations, $a = \tan(\alpha)$ et $b = \tan(\beta)$.

Dans toutes nos études, les angles de rotation autour de la cheville sont faibles et inférieurs à 10° lorsque le pied est au sol (ceci est vérifié expérimentalement en position debout statique et durant la marche). Aussi $a \approx \alpha$ et $b \approx \beta$

Dans ce qui suit, l'équation de l'assiette est donc décrite par :

$$z_{FS}(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c \quad (1-2)$$

2.2 Forme interne du pied

Hypothèses de travail

Dans notre modèle, nous proposons la notion de «*forme interne du pied*», *IS* (pour Internal foot Shape), pour décrire la géométrie de la face inférieure du pied en charge par rapport au plan de l'assiette. On peut considérer que la forme interne du pied est constituée du squelette, Figure 3 A, et des ligaments, Figure 3 B.

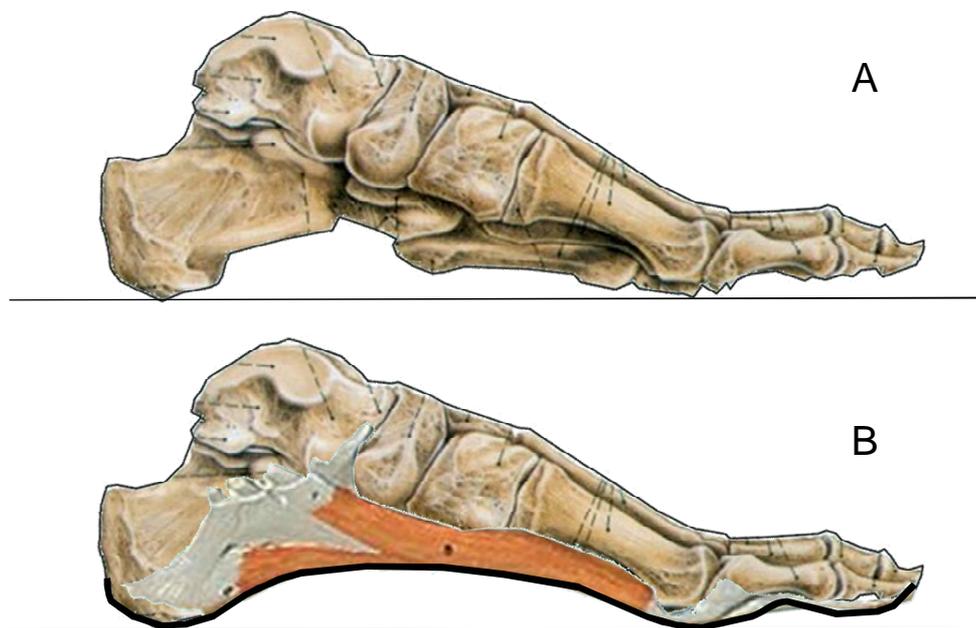


Figure 3 : A) Squelette du pied [106]; B) Forme interne du pied.

La forme interne du pied, par souci de simplification, est supposée rigide. Cette approximation peut se justifier par l'action de maintien exercée par les muscles internes via les tendons. Dans notre cas, seules sont considérées les zones qui font pression au sol via les matériaux élastiques. Il s'agit principalement des têtes de métatarses et du talon, zones constituées des os du squelette et de ligaments. En particulier, dans le cas du pied « normal », les muscles situés sous la voûte plantaire ne pressent généralement pas le sol.

Nous négligeons donc ici toutes les déformations du squelette, en particulier liées à l'articulation des orteils. Nous négligeons également toute compression des matériaux semi rigides. Nous souhaitons montrer que ces hypothèses ne nuisent pas significativement à la qualité de la description des indicateurs souhaités, à savoir la position du *CoP* et la répartition des pressions plantaires sur pied « normal » en position debout.

Description mathématique

La forme interne du pied est décrite par l'écart $z_{IS}(x, y)$ entre la surface des matériaux non compressibles de la plante du pied et le plan de l'assiette du pied, FS.

Les angles de rotation du pied autour de la cheville sont faibles. Aussi, la surface de la forme interne du pied $z_{IS}(x, y)$ par rapport à l'assiette peut-elle être décrite par la seule composante verticale suivant l'axe z .

La forme interne du pied ressemble sensiblement à l'empreinte laissée dans le sable dans le cas d'un pied nu posé à plat. Elle pourrait être obtenue par des techniques de mesure 3D classiques, tel que l'imagerie par résonance magnétique (IRM), CT-Scan ou par reconstruction vidéo [97]–[105].

2.3 Milieu élastique

Le squelette et les matériaux rigides sont couverts par des tissus mous, voir Figure 4 A. L'épaisseur et le comportement en compression des tissus mous dépendent de leurs positions. Par exemple, on rencontre sous l'avant du pied et le talon, une faible épaisseur de forte rigidité, ce qui diffère de la voûte plantaire où l'épaisseur est plus importante alors que la rigidité plus faible.

La force appliquée au niveau de la cheville comprime les tissus mous entre les matériaux rigides (tendons et os) et le sol. Cette compression induit la répartition des pressions plantaires sur les différentes surfaces du pied en fonction des caractéristiques des tissus mous impliqués.

Les caractéristiques des tissus mous qui intéressent notre étude sont l'épaisseur et le comportement en compression, en tout point du pied.

Cependant, dans de nombreux cas (notamment ceux détaillés dans les chapitres suivants), une simplification importante peut être opérée en considérant un matériau d'épaisseur constante, et de caractéristiques de compression pouvant être décrites par un simple coefficient de *raideur*.

Par la suite, nous avons donc supposé que les tissus mous peuvent être décrits approximativement par un milieu élastique moyen uniforme¹. Le milieu élastique est uniforme en termes d'épaisseur et d'élasticité, voir Figure 4 B.

¹ L'hypothèse d'uniformité n'est présentée ici que dans un but de simplification du propos et n'intervient pas dans le calcul du *CoP*.

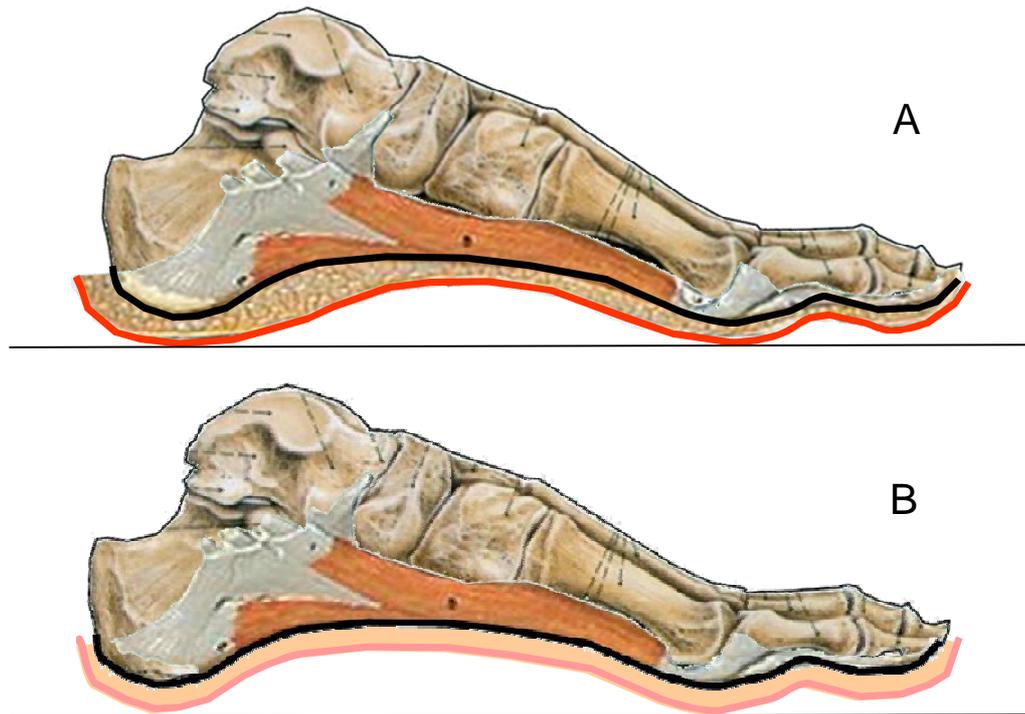


Figure 4 : Milieu élastique : A) en rouge les tissus mous ; B) en rose milieu élastique modélisé.

Avec les hypothèses ci-dessus, la répartition des pressions plantaires sous le pied dépend des caractéristiques du milieu élastique, de la forme interne du pied et de l'assiette du pied.

Pour connaître les pressions plantaires, il faut trouver la relation entre la pression appliquée et la compression du milieu élastique. Le modèle est issu de quelques réflexions de pur bon sens qui pourraient paraître triviales.

- Le milieu élastique n'exerce aucune force si le pied n'est pas en contact. Le milieu élastique ne peut pas être comprimé au-delà de son épaisseur.
- Pour une même compression (diminution de l'épaisseur), la pression dépend de l'épaisseur et la rigidité du milieu élastique.

Une fonction exponentielle constitue le modèle mathématique le plus simple qui satisfasse les propriétés citées avant. Cette fonction relie la compression du milieu à la force appliquée en fonction de l'épaisseur et de la raideur. La relation entre la compression et la pression est :

$$z_c = \text{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{F}{\text{raid}}\right) \right) \text{ pour } F \geq 0. \quad (1-3)$$

Avec :

z_c : La compression du milieu élastique exprimé en m .

epais : L'épaisseur du milieu élastique exprimé en m .

raid : La raideur du milieu élastique exprimé en N pour la surface considérée (pression).

F : La force exprimée en N pour la surface considérée (pression).

La relation exprime la compression en fonction de la force. De même, la force en fonction de la compression, s'exprime en inversant la relation :

$$F = -raid \cdot Ln\left(1 - \frac{z_c}{epais}\right) \text{ pour } 0 \leq z_c < epais. \quad (1-4)$$

Afin de vérifier le comportement exponentiel de la compression d'un milieu élastique, nous avons effectué une mesure expérimentale sur un matériau élastomère utilisé dans la fabrication des semelles de chaussure.

L'élastomère utilisé a une épaisseur de 8 mm et une surface de 25 cm^2 . La surface de 25 cm^2 est comparable à la surface des zones d'appui situées sous le talon ou l'avant pied.

Les mesures expérimentales sont effectuées sur une machine de traction et compression. Le matériau élastomère est placé entre deux plaques métalliques pour uniformiser la pression sur la surface du matériau. La force est appliquée progressivement pour atteindre un maximum de 100 daN .

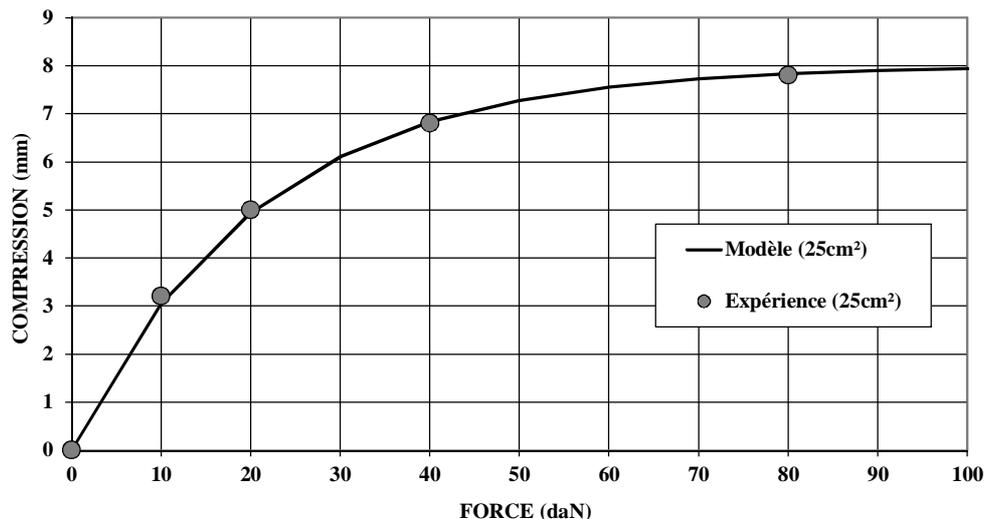


Figure 5 : Validation expérimentale de la loi exponentielle du milieu élastique.

La Figure 5 montre les résultats expérimentaux de la compression de l'élastomère avec une force qui varie entre 0 et 100 daN . Les points montrent la compression de l'élastomère, et la ligne continue est le résultat de l'identification de la fonction exponentielle correspondant à une raideur de $0,2 \text{ daN}$ et une épaisseur de $0,8 \text{ cm}$.

La courbe de compression expérimentale de l'élastomère vérifie la loi de compression de forme exponentielle.

2.4 Synthèse

Dans cette partie nous avons établi un modèle biomécanique du pied. Ce modèle permet de simuler la répartition des pressions plantaires en fonction des paramètres du modèle : la forme interne du pied, l'assiette du pied et le milieu élastique.

Ce modèle sera utilisé dans les chapitres suivants. La validation du modèle sera effectuée au travers de chaque application présentée : notre objectif est de montrer que les hypothèses d'un milieu élastique uniforme et d'une forme interne du pied rigide conviennent aux applications que nous avons développées.

3 Détermination de centre de pression à partir d'un nombre limité de capteurs

Dans cette partie, le modèle du pied est utilisé une première fois pour analyser numériquement la possibilité de déterminer la position du centre de pression CoP sous un pied, à partir d'un nombre réduit de capteurs de pression situés sous le pied.

Nous présentons ici une méthode mathématique spécifique pour déterminer la position du CoP et la force totale. La méthode repose sur la description des moments suivant x et y , et de la force totale par trois formes linéaires des pressions, fournies par chaque capteur.

La méthodologie de validation consiste classiquement à comparer le CoP obtenu avec celui fourni par une méthode de référence.

- La CoP de référence est issu d'un calcul de sommation des moments, sur une carte des pressions. L'originalité est ici que les cartes de pressions sont générées numériquement via le modèle du pied pour différentes assiettes : à chaque assiette correspond une position de centre de pression.
- Le CoP « à partir des capteurs discrets » est ici calculé en appliquant la méthode décrite en section 3.3 sur des capteurs virtuels. Ces capteurs discrets virtuels sont obtenus par une sommation des pressions sur des zones choisies de la même carte des pressions qui sert au calcul de CoP de référence.

La comparaison entre ces résultats purement numériques permettra d'analyser la pertinence de la méthode en fonction du nombre de capteurs et leurs positions, et s'affranchit de toute contrainte technique ainsi que des incertitudes expérimentales.

Nous étudions dans les pages suivantes l'erreur constatée, en fonction du nombre et de la position des capteurs.

La première étape consiste donc à générer les cartes des pressions.

3.1 Modèle numérique de la forme interne du pied virtuel

Le modèle du pied fournit les cartes de pression pour toute assiette, à condition de disposer d'une forme interne du pied et de définir les paramètres du milieu élastique.

Pour cette partie de l'étude nous utilisons la forme interne d'un pied virtuel.

Une forme interne d'un pied virtuel est ici dessinée à partir de différentes photographies d'empreintes, disponibles librement, ainsi que par simple mesure de l'altitude des coussinets du pied par rapport à la voute plantaire chez plusieurs personnes. Notons que la vraisemblance anatomique de cette forme n'est pas cruciale à ce stade de l'étude.

La forme interne du pied est décrite par une fonction $z(x,y)$. En pratique la forme est discrétisée sous forme d'un tableau de valeurs. Le pas de discrétisation spatial est choisi à l'identique de celui des semelles du système de mesure matriciel (F-Scan), utilisé pour les mesures expérimentales. Ces semelles sont composées d'une matrice de 954 capteurs de pression. Chaque capteur a une surface de $5,08 \times 5,08 \text{ mm}^2$. La Figure 6 montre les cartes de pression plantaire mesurées à un instant donné.

La Figure 7 indique le profil d'altitude de la surface interne du pied virtuel exprimé en mm avec le même maillage de $5,08 \times 5,08 \text{ mm}^2$. L'altitude des points varie entre 0 et 6 mm . Le centre des coordonnées interne du pied est la projection du milieu de la cheville. Les deux axes de rotation suivant les axes x et y sont soulignées par les axes de couleur rose.

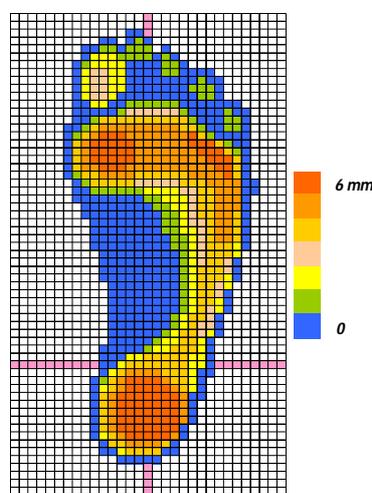
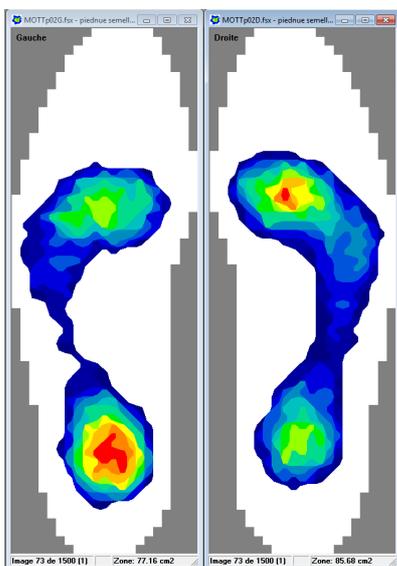


Figure 6 : Exemple de carte de pression donnée par le système F-Scan Figure 7 : Forme interne du pied virtuel.

3.2 Calcul des cartes de pression plantaire et du CoP

La première étape consiste à simuler les cartes de pressions pour différentes assiettes.

Rappelons que la compression du milieu élastique est fonction de l'assiette du pied et de la forme interne du pied. On dispose des coordonnées, x_k , y_k , et de la valeur de la forme interne du pied $z_{IS}^k = z_{IS}(x_k, y_k)$ de chaque pixel $k = 1 \dots N$

$$z_C^k = z_{FS}^k(a, b, c) + z_{IS}^k = a \cdot x_k + b \cdot y_k + c + z_{IS}^k \quad (1-5)$$

Les pressions sont données en fonction des propriétés de compression du milieu élastique selon la fonction logarithmique de l'équation (1-4) :

$$f^k = -raid \cdot \ln\left(1 - \frac{z_C^k}{epais}\right) = -raid \cdot \ln\left(1 - \frac{a \cdot x_k + b \cdot y_k + c + z_{IS}^k}{epais}\right) \quad (1-6)$$

Où : f^k est la force en daN sur l'élément de surface k de la matrice des « pressions » et x_k , y_k les coordonnées de l'élément de surface k . Par simplification on parle de « pression » pour la carte des f^k .

En tout point x_k , y_k , à partir de l'assiette $z_{FS}^k(a,b,c)$, pour la forme interne z_{IS}^k , avec un milieu élastique prédéfini, le simulateur fournit directement la cartographie des pressions f^k .

Différentes cartes de pression sont présentées chapitre 5 section 3.2.

De la carte des pressions on déduit les moments et la force totale :

$$\tilde{M}_x = \sum_{k=1}^N x_k \cdot f^k \quad \text{et} \quad \tilde{M}_y = \sum_{k=1}^N y_k \cdot f^k \quad \text{et la force totale} \quad F = \sum_{k=1}^N f^k .$$

A partir des moments et de la force totale, on calcule les coordonnées du CoP du pied :

$$x_{CoP} = \frac{\tilde{M}_y}{F} \quad \text{et} \quad y_{CoP} = \frac{\tilde{M}_x}{F} .$$

3.3 Calcul du CoP avec un nombre limité de capteurs

Pour calculer le CoP on utilise les moments et la force totale. Nous venons de voir que les moments sont des formes linéaires des pressions locales sur l'ensemble des points et que la force est la somme des pressions locales.

Intuitivement, la question se pose de savoir si un nombre réduit de capteurs, disposés aux principaux points d'appuis, peut permettre l'obtention d'une valeur approchée des moments, utilisable pour le calcul du CoP . L'idée est de décrire les moments par des formes linéaires des seules forces mesurées par les capteurs discrets. De même, la force totale est cherchée sous une forme linéaire des seules forces mesurées par les capteurs, où les coefficients sont la pondération de la contribution de chacun des capteurs.

L'objectif est de calculer la position du CoP . Aussi l'estimation de l'erreur due à l'approximation, est effectuée sur les coordonnées du CoP .

L'objectif est donc qu'un nombre limité de capteurs $j = 1 \dots L$ puissent fournir les mêmes grandeurs que celles calculées par le modèle. Les capteurs sont mis essentiellement sous le talon et les têtes des métatarsiens. Nous nous sommes limités à étudier 3 et 5 capteurs par pied.

Chaque capteur virtuel est constitué de 9 pixels du modèle, et la force fournie est la somme des forces reçues par chaque pixel. Sur la Figure 8, sont représentés 5 capteurs ($L = 5$) d'une surface de $1,5 \times 1,5 \text{ cm}^2$. Soit fc^j le signal du capteur j .

Les capteurs ne fournissent que des pressions locales du pied. Notre idée est de trouver les moments \tilde{M}_x et \tilde{M}_y suivant x et y respectivement, et la force totale F à partir des pressions locales données par les capteurs discrets.

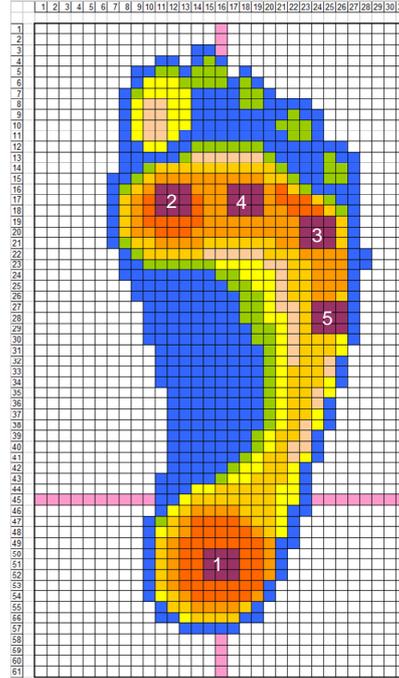


Figure 8 : Position des 5 pseudo-capteurs sous le pied.

3.4 Méthode des formes linéaires

L'idée est de décrire les moments et la force totale sous 3 formes linéaires des pressions des capteurs.

$$\tilde{F} = \sum_{j=1}^L Cf_j \cdot fc^j; \quad \tilde{M}_x = \sum_{j=1}^L Cmx_j \cdot fc^j; \quad \tilde{M}_y = \sum_{j=1}^L Cmy_j \cdot fc^j \quad (1-8)$$

Où fc^j est la pression du capteur j .

Cf_j ; Cmx_j ; Cmy_j sont 3 jeux de coefficients constants inconnus à déterminer pour chaque capteur $j = 1 \dots L$.

3.5 Identification des paramètres des formes linéaires

Soit un ensemble de $i = 1 \dots M$ simulations de cartes de pressions effectuées, pour toutes les combinaisons des 3 paramètres de l'assiette.

Parmi ces paramètres, l'altitude de la cheville, c , est directement liée à la force totale subie par le pied. Pour des raisons de simplicité, on préfère paramétrer les simulations en fonction de la force et en déduire c , que l'inverse.

- La force totale appliquée sur le pied F_{l_f} , $l_f = 1, m_f = 10$. Pour chaque combinaison

i , le paramètre c est autodéterminé pour satisfaire la condition $\sum_{k=1}^N f_i^k = F_i$, où f_i^k

est la force appliquée sur le pixel k . La force est comprise entre 20 et 80 daN .

- La rotation antéropostérieure b_{l_b} , en radian, $l_b = 1, m_b = 5$. Le déplacement antéropostérieur est compris entre -2 et 16 cm par rapport à la cheville. Ce qui correspond à une rotation comprise entre $-1,5^\circ$ et $+1,5^\circ$.
- La rotation médio-latérale a_{l_a} , en radian, $l_a = 1, m_a = 5$. Le déplacement médio-latéral est compris entre 0 et 4 cm par rapport à la cheville. Ce qui correspond à une rotation comprise entre $-1,5^\circ$ et $+1,5^\circ$.

Le nombre M de conditions de mesure simulées est donc $M = m_f \cdot m_b \cdot m_a = 250$.

On remarquera que les angles suivant x et y varient d'une amplitude inférieure à $1,5^\circ$. L'approximation des petits angles est validée.

La raideur du milieu élastique est $0,02 \text{ daN/élément}$, son épaisseur est de 5 mm .

Pour chaque carte des pression simulée, nous calculons les moments suivant les axes x et y , et la force totale sur le pied pour trouver les coordonnées du CoP .

Pour chaque simulation $i = 1 \dots M$, les moments suivant x et y sont :

$$\tilde{M}x_i = \sum_{k=1}^N x_k \cdot f_i^k \quad \text{et} \quad \tilde{M}y_i = \sum_{k=1}^N y_k \cdot f_i^k. \quad \text{La force totale } F_i \text{ est fixée, le paramètre } c \text{ de}$$

l'assiette est calculé afin de satisfaire la valeur de la force.

Considérons les capteurs discrets. En utilisant L capteurs, les $3 \times L$ coefficients de formes linéaires sont à déterminer. Les cartes des pressions simulées sont faites pour M différentes postures (assiettes) du pied qui correspondent à un nombre minimal de cartes de pressions $M > 3 \times L$.

Pour chaque simulation $i = 1 \dots M$, la réponse de chaque capteur j , fc_i^j est calculée à partir des pressions des 9 éléments qui le compose.

Les coefficients sont déterminés par la minimisation du carré des erreurs sur chacune de ces grandeurs :

$$\begin{cases} S_F = \sum_{i=1}^M \left(F_i - \sum_{j=1}^L C f_j \cdot fc_i^j \right)^2 \\ S_{mx} = \sum_{i=1}^M \left(\tilde{M}x_i' - \sum_{j=1}^L C m x_j \cdot fc_i^j \right)^2 \\ S_{my} = \sum_{i=1}^M \left(\tilde{M}y_i' - \sum_{j=1}^L C m y_j \cdot fc_i^j \right)^2 \end{cases} \quad (1-9)$$

Numériquement, la méthode est classique et revient à résoudre 3 systèmes de Cramer de dimension correspondant au nombre de capteurs L , Figure 9.

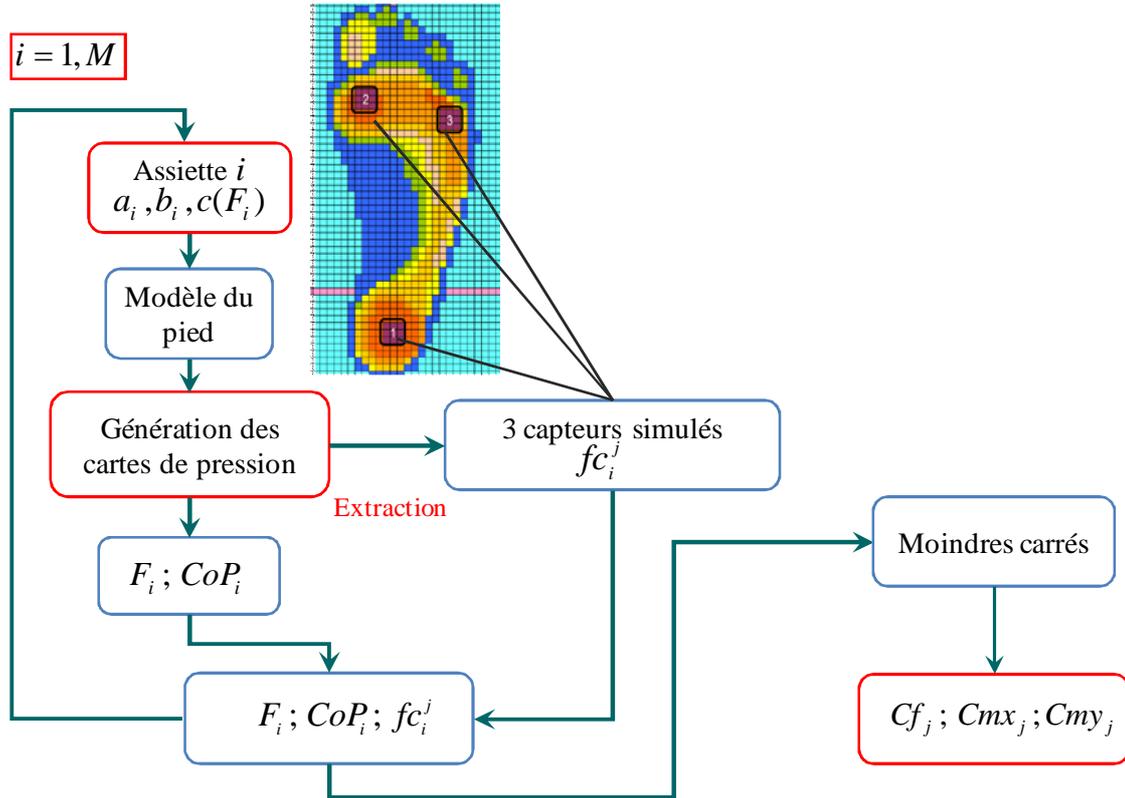


Figure 9 : Méthode de détermination des coefficients des formes linéaires. CoP et force totale de référence issus des cartes de pressions simulés.

Décrire les moments sous la forme $\sum_{j=1}^L Cmx_j \cdot fc_i^j$ ne nécessite pas de connaître les coordonnées (x, y) de chaque capteurs, et par conséquent, on s'affranchit implicitement des problèmes de positionnement des capteurs sous le pied.

3.6 Résultats

A partir des cartes de pression simulées, on dispose de la force appliquée et des coordonnées du CoP du pied pour chaque condition i :

$$F_i; x_{CoP}(i) = \frac{\tilde{M}x_i}{F_i}; y_{CoP}(i) = \frac{\tilde{M}y_i}{F_i} \quad (1-10)$$

De même à partir des capteurs on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{F}_i = \sum_{j=1}^L Cf_j \cdot fc_i^j \\ \tilde{x}_{CoP}(i) = \frac{\sum_{j=1}^L Cmx_j \cdot fc_i^j}{\tilde{F}_i} \\ \tilde{y}_{CoP}(i) = \frac{\sum_{j=1}^L Cmy_j \cdot fc_i^j}{\tilde{F}_i} \end{array} \right. \quad (1-11)$$

On dispose donc des coordonnées du centre de pression à partir des cartes de pressions simulées, pour 5 capteurs et 3 capteurs. A noter que l'utilisation de 5 capteurs correspond à placer un capteur sous le talon et 4 capteurs placés sous les têtes de métatarsiens. Le choix de 3 capteurs correspond au nombre de capteur minimal permettant de calculer les coordonnées du *CoP* en déplacement médio-latéral et antéropostérieur.

On compare les résultats issus des cartes simulées et les résultats issus des capteurs.

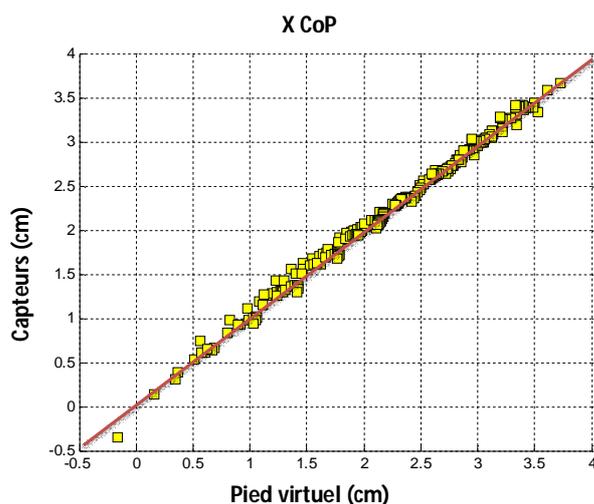
3.6.1 Cinq capteurs

Nous présentons tout d'abord les résultats des *CoP* et des forces totales obtenus avec 5 capteurs, dont les positions sont indiquées dans la Figure 8.

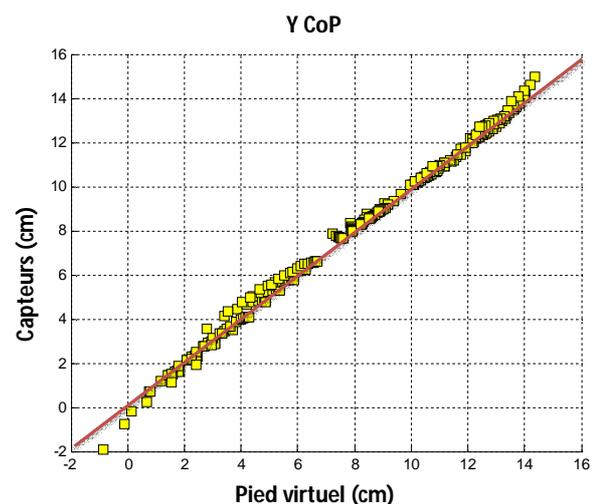
Sur les figures, en ordonnée, les résultats obtenus par les capteurs, et, en abscisse, ceux obtenus par simulation. Ces figures permettent de vérifier la linéarité attendue de la réponse qui doit être une droite de coefficient 1, tracée en rouge.

La Figure 10 et la Figure 11 montrent que l'utilisation de 5 capteurs permet de calculer les coordonnées du *CoP* avec une faible incertitude sur les résultats. Pour cette partie de simulation, nous avons fait varier l'assiette du pied au-delà des valeurs réelles attendues en position debout statique. Suivant l'axe *x*, le déplacement médio-latéral du *CoP* est de l'ordre de 4 *cm* ce qui est supérieur aux déplacements mesurés par la suite. L'incertitude est contenue dans une bande de 3 *mm* de large.

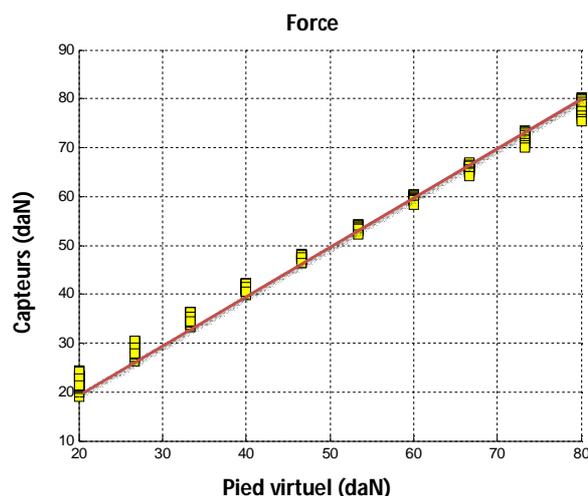
Sur le pied virtuel utilisé, la distance entre le talon et les têtes de métatarsiens est de l'ordre de 15 *cm*. Suivant l'axe *y*, le déplacement antéropostérieur du *CoP* imposé est compris entre -1 *cm* et 14 *cm*, qui correspond au maximum de déplacement possible en conservant l'équilibre. L'incertitude est du même ordre de grandeur que suivant *x*.



**Figure 10 : X *CoP* en *cm*.
Comparaison 5 capteurs / pied virtuel.**



**Figure 11 : Y *CoP* en *cm*.
Comparaison 5 capteurs / pied virtuel.**



**Figure 12 : Force totale appliquée sur le pied en daN .
Comparaison 5 capteurs / pied virtuel.**

Pareillement, la Figure 12 montre la correspondance entre la force totale calculée à partir des cartes des pressions et celle calculée à partir des capteurs en utilisant la méthode des moindres carrés. Le domaine de variation imposé est compris entre 20 daN et 80 daN . Un faible éparpillement de l'ordre de quelque daN peut être observé autour des valeurs obtenues par simulation.

3.6.2 Trois capteurs

Les zones d'appui du pied sont situées généralement sous le talon et l'avant du pied. Un minimum de 3 capteurs disposés en triangle sont nécessaires pour rendre compte des moments suivant x et y . Nous proposons de placer les capteurs sous le talon, le premier et la cinquième tête de métatarsien, voir la Figure 13.

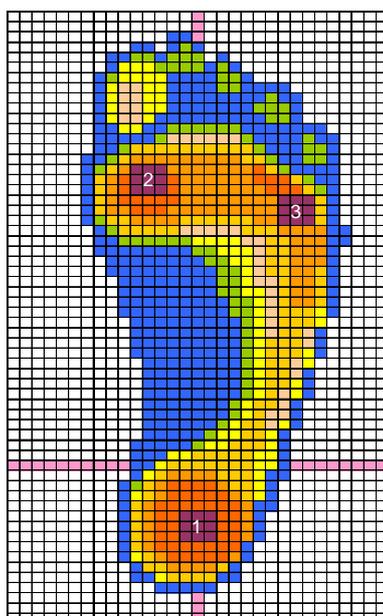
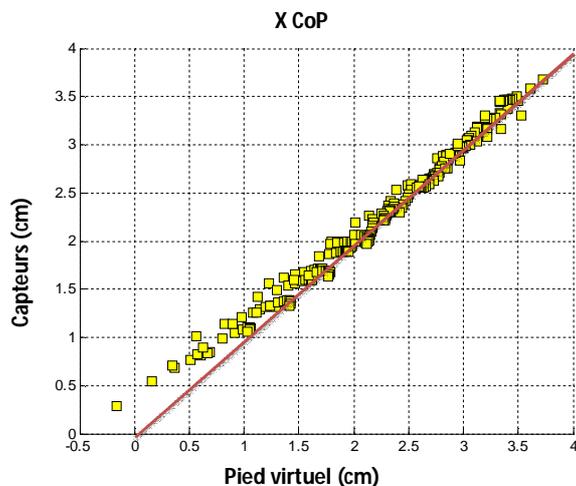


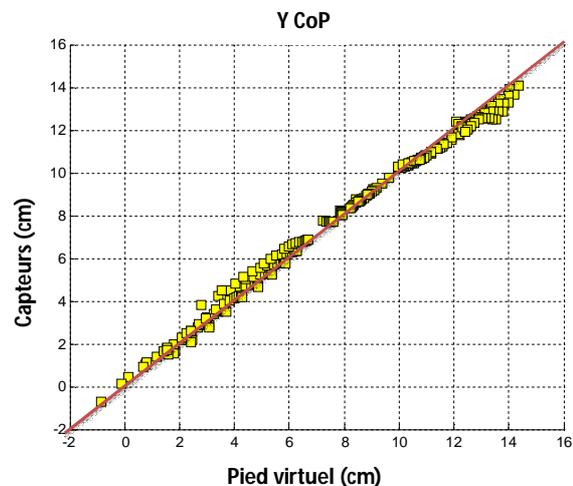
Figure 13 : Position des 3 pseudo-capteurs sous le talon, le 1^{er} et le 5^{ème} métatarse.

Dans les mêmes conditions de simulation appliquées lors de l'étude effectuée sur les 5 capteurs, on étudie la réponse des 3 capteurs. Pour différentes assiettes du pied, les résultats montrent qu'à partir de 3 capteurs le CoP calculé présente une faible dégradation en

comparaison avec les résultats issus de 5 capteurs. La Figure 14 et la Figure 15 montrent le déplacement du *CoP* en direction médio-latéral et antéropostérieur respectivement.



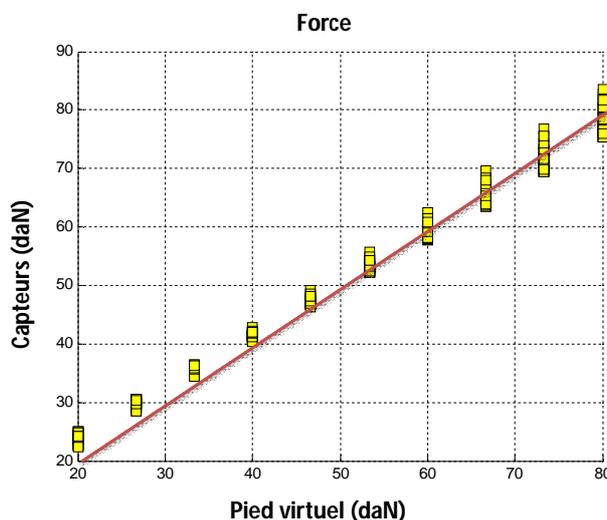
**Figure 14 : X *CoP* en cm.
Comparaison 3 capteurs / pied virtuel.**



**Figure 15 : Y *CoP* en cm.
Comparaison 3 capteurs / pied virtuel.**

Dans le déplacement médio-latéral, le *CoP* calculé à partir de 3 capteurs présente des petits défauts au niveau des faibles amplitudes.

Par contre, dans le déplacement antéropostérieur, le *CoP* issu des 3 capteurs présente une excellente précision. D'autre part, les résultats obtenus sur le calcul de la force totale, présentés dans la Figure 16, montrent une légère augmentation d'erreur.



**Figure 16 : Force totale appliquée sur le pied en daN.
Comparaison 3 capteurs / pied virtuel.**

En conclusion, que ce soit suivant x ou y , l'erreur sur la position du *CoP* reste contenue dans une bande de 3 mm de large avec 5 ou 3 capteurs. Ceci correspond à un écart-type de 1 mm . Les déplacements du *CoP* suivant x et y sont déduits des moments et de la force totale. Sur la force supportée par le pied, l'erreur constatée est de l'ordre de 5 daN pour un poids de 70 kg , soit moins de 10% . La réduction des erreurs apportée par l'utilisation de 5 capteurs au

lieu de 3 ne justifie pas la complication du système. Par la suite, nous optons pour l'utilisation de 3 capteurs par pied.

3.6.3 Simulation du glissement du pied

L'idée est de quantifier l'effet du glissement du pied sur la semelle pendant l'utilisation, après identification des paramètres. Le positionnement de la semelle peut n'être qu'approximatif sous le pied lors de l'utilisation. Le pied étant dans une chaussure, on suppose une zone de glissement maximum de $\pm 5 \text{ mm}$ tant en longueur qu'en largeur.

Ci-après, Figure 17, Figure 18 et Figure 19 montrent les résultats obtenus pour un glissement de $-0,5 \text{ cm}$ et $+0,5 \text{ cm}$ suivant l'axe x ainsi que $+0,5 \text{ cm}$ et $-0,5 \text{ cm}$ suivant l'axe y pour une semelle avec cinq ou trois capteurs. En jaune la réponse centrée, en rouge les écarts apportés par les glissements suivant x et y .

Le CoP calculé suivant l'axe x et y ne présente que peu de différence. La méthode de calcul du CoP à partir des moments et de la force totale est peu dépendante de la position des capteurs. On peut donc considérer que le glissement des capteurs sous le pied induit des variations acceptables pour l'étude de l'équilibre.

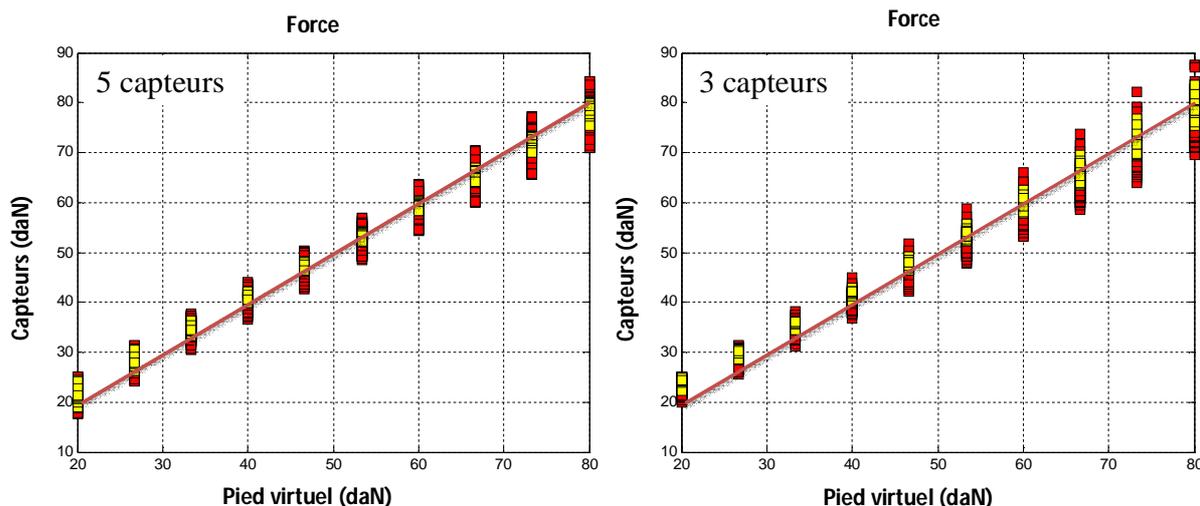


Figure 17 : Effet du glissement des capteurs suivant x et y de $\pm 0.5 \text{ cm}$ sur la force totale.

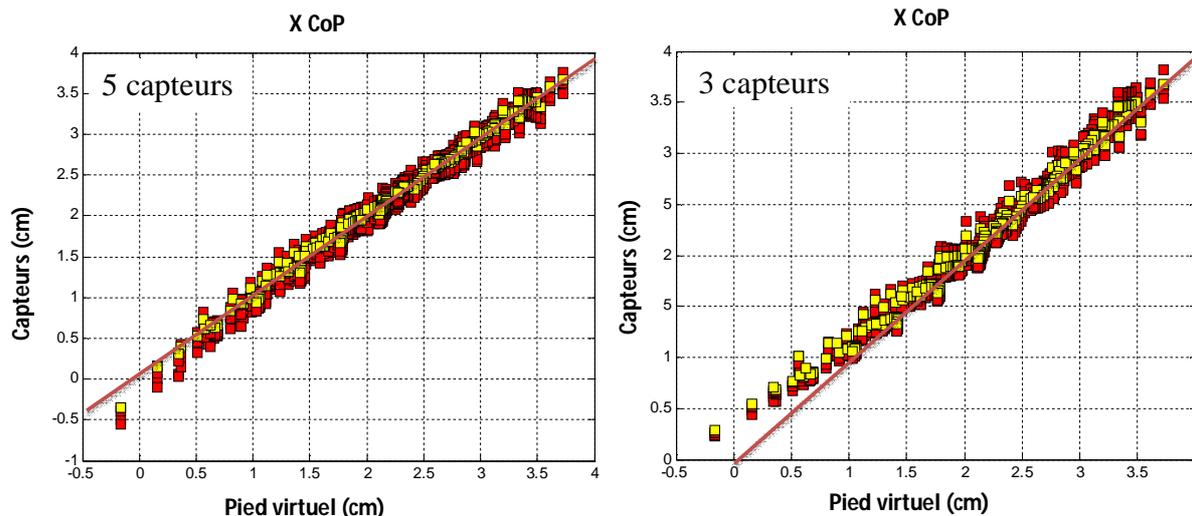


Figure 18 : Effet du glissement des capteurs suivant x et y de ± 0.5 cm sur le calcul médio-latéral du CoP .

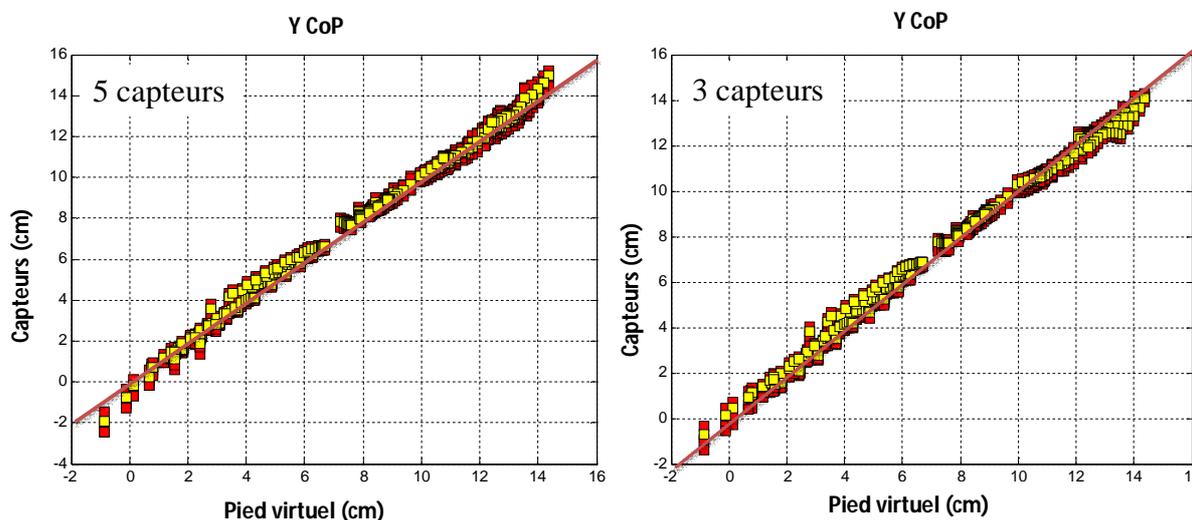


Figure 19 : Effet du glissement des capteurs suivant x et y de ± 0.5 cm sur le calcul antéropostérieur du CoP .

4 Conclusion de l'étude numérique

Dans ce chapitre nous avons établi un modèle biomécanique du pied. Ce modèle nous a permis de simuler la répartition des pressions plantaires en fonction des éléments du modèle ; la forme interne du pied, l'assiette du pied et le milieu élastique.

Grâce aux cartographies des pressions plantaires simulées, nous avons étudié la faisabilité d'utiliser un nombre limité de capteurs discrets sous le pied pour retrouver le déplacement du centre de pression et la force totale sur le pied. On a simulé l'utilisation de 3 et 5 capteurs.

Que ce soit suivant x ou y , l'erreur sur la position du CoP reste inférieure à 3 mm, en présentant un écart-type de 1 mm. Les déplacements du CoP suivant x et y sont déduits des moments et de la force totale. Sur la force supportée par le pied, l'erreur constatée est de l'ordre de 5 daN pour un poids (numériquement simulé) de 70 kg, soit moins de 10 %.

Les résultats montrent que l'erreur numérique introduite par la méthode est compatible avec une utilisation expérimentale.

Dans le chapitre suivant, nous nous proposerons de vérifier ces résultats expérimentalement. Pour ce faire, nous utiliserons les cartes expérimentales de pressions mesurées par F-Scan. Ensuite, nous présenterons la réalisation d'un prototype d'une semelle équipée de capteurs de force résistifs.

Chapitre 2. Prototypes de semelles instrumentées avec 3 capteurs

1 Introduction

L'étude numérique du premier chapitre nous a montré qu'un nombre limité de 3 ou 5 capteurs discrets permet de calculer le déplacement du centre de pression du pied par des formes linéaires. Pour valider ces résultats purement numériques, nous nous proposons de mener une étude expérimentale du calcul du *CoP* par des formes linéaires à partir de capteurs virtuels issus du système de mesure matriciel de référence (F-Scan, voir plus loin), puis de semelles instrumentées de capteurs résistifs.

Dans le premier chapitre les cartes de pressions étaient obtenues par simulation numérique. Les capteurs virtuels étaient obtenus par la sommation des pressions de 9 pixels disposés en carré.

Dans le présent chapitre les cartes de pression sont maintenant obtenues par mesure avec le système F-Scan. Nous ajoutons ainsi un degré d'incertitude expérimentale dans les calculs.

Dans la première partie, nous présentons les résultats de calcul du *CoP* à partir des réponses de capteurs virtuels issus de F-Scan. Comme pour le premier chapitre, les capteurs virtuels sont obtenus par sommation des contributions de 9 pixels en carré de F-Scan.

Dans la deuxième partie nous présentons le développement de semelles instrumentées de 3 capteurs résistifs chacune. Nous détaillons la chaîne d'acquisition électronique, la synchronisation des mesures, le filtrage des données et l'apprentissage. Enfin nous présentons les résultats issus des capteurs résistifs et l'incertitude mesurée sur le *CoP* par comparaison avec les cartes de pression obtenues avec le système F-Scan.

2 Système de référence matriciel F-Scan

Le système F-Scan, Figure 20, permet la mesure de la répartition des pressions plantaires à l'aide de semelles composées d'une matrice de 954 capteurs. Chaque capteur a une surface de $5,08 \times 5,08 \text{ mm}^2$. L'acquisition des données est effectuée à l'aide du boîtier porté à la ceinture. La fréquence d'acquisition des données est ajustable. La fréquence maximale est de 40 images/s.

Nous nous proposons de mesurer les cartographies des pressions plantaires avec F-Scan pour valider l'efficacité de la méthode des formes linéaires pour calculer la force totale et le déplacement médio-latéral et antéro-postérieur du *CoP*. Le calcul est effectué à partir des capteurs discrets virtuels de la même manière qu'au premier chapitre.

La carte de pression de F-Scan comporte N pixels. Pour tout pixel $k = 1 \dots N$ d'un pied, on dispose des coordonnées x_k, y_k et de la force f_i^k appliquée au pixel au temps i . A chaque pas de temps d'acquisition des données $i = 1 \dots M$, on calcule la force totale appliquée au pied $F_i = \sum_{k=1}^N f_i^k$ et les moments suivant x et y , $\tilde{M}x_i = \sum_{k=1}^N x_k \cdot f_i^k$ et $\tilde{M}y_i = \sum_{k=1}^N y_k \cdot f_i^k$.

D'autre part, on fait de même pour les 5 ou 3 capteurs discrets. La force reçue f_i^j par chaque capteur j au temps i est la somme des forces des 9 pixels qu'il recouvre soit une surface d'environ 25mm^2 .



Figure 20 : Semelle F-Scan et centrale d'acquisition de données.

Nous utilisons la méthode du chapitre 1 section 3.4, pour déterminer les coefficients Cf_j ; Cmx_j ; Cmy_j des formes linéaires. Pour ce faire, il faut disposer des pressions pour différentes assiettes. Dans le premier chapitre nous fixions l'assiette. Dans ce qui suit, le déplacement du centre de pression, d'un sujet de 70 kg, est forcé pour faire varier l'assiette de chacun des pieds, en position debout statique pendant une durée de 30 s, Figure 21. L'acquisition des pressions est effectuée toute les 20 ms.

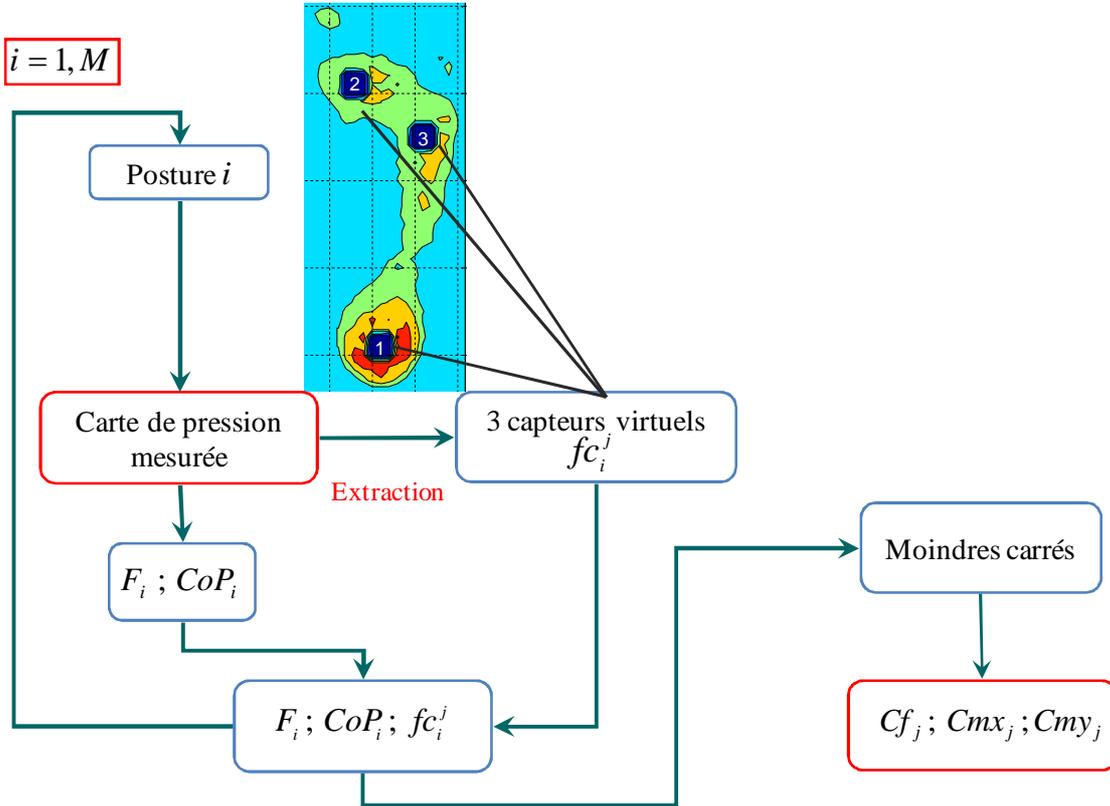


Figure 21 : Méthode de détermination des coefficients des formes linéaires. CoP et force totale de référence issus des cartes de pressions mesurées avec F-Scan.

2.1 Résultats expérimentaux à partir des capteurs virtuels de F-Scan

La Figure 22 présente la force totale d'un des pieds calculée à partir de 5 capteurs et à partir de 3 capteurs virtuels. En ordonnée la force calculée, en abscisse la force mesurée avec F-Scan. Ces figures permettent de vérifier la linéarité attendue de la réponse, droite de coefficient 1 en rouge, et l'écart par rapport à cette droite. A remarquer que l'écart peut être dû à la méthode mais aussi à l'incertitude des mesures de F-Scan. Le sujet porte son poids d'un pied sur l'autre durant les mesures, aussi le domaine de variation est compris entre 20 daN et 70 daN.

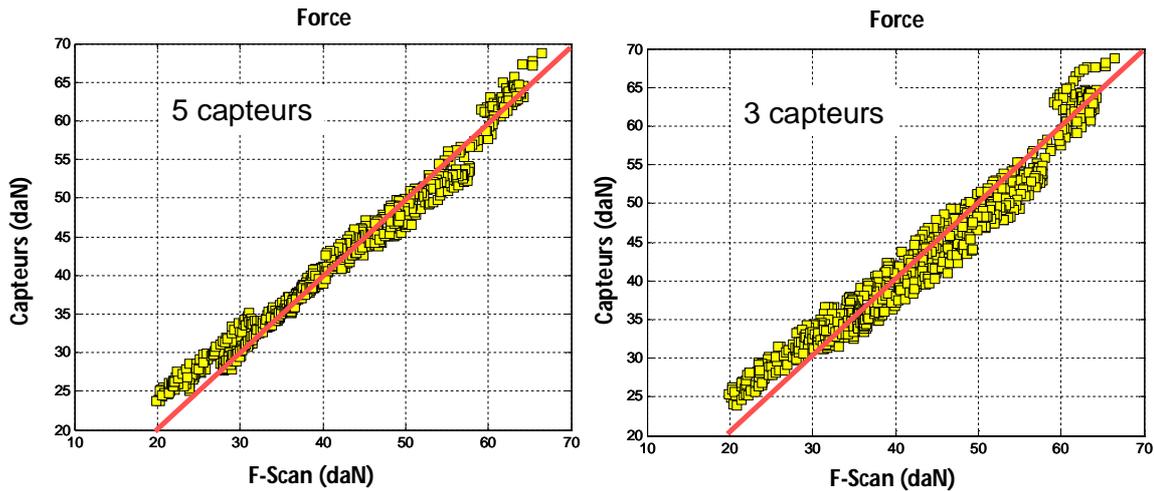


Figure 22 : Force totale mesurée avec 5 et 3 capteurs en ordonnée et F-Scan en abscisse.

La Figure 23 présente les composantes suivant x du CoP d'un des pieds calculées à partir de 5 capteurs et à partir de 3 capteurs. En ordonnée le CoP calculé, en abscisse le CoP déduit des pressions mesurées avec F-Scan. Ces figures sont trompeuses. Les unités sont en $10^{-3} m$. Le déplacement du CoP suivant x est de l'ordre de $1 cm$ et l'incertitude dans une bande de $3 mm$ de large.

La rotation médio-latérale du pied a une amplitude totale de $8 mm$. Ainsi que nous le verrons dans le chapitre 5, les mouvements médio-latéraux du corps sont contrôlés par les hanches et non par les rotations médio-latérales autour des chevilles, qui restent faibles.

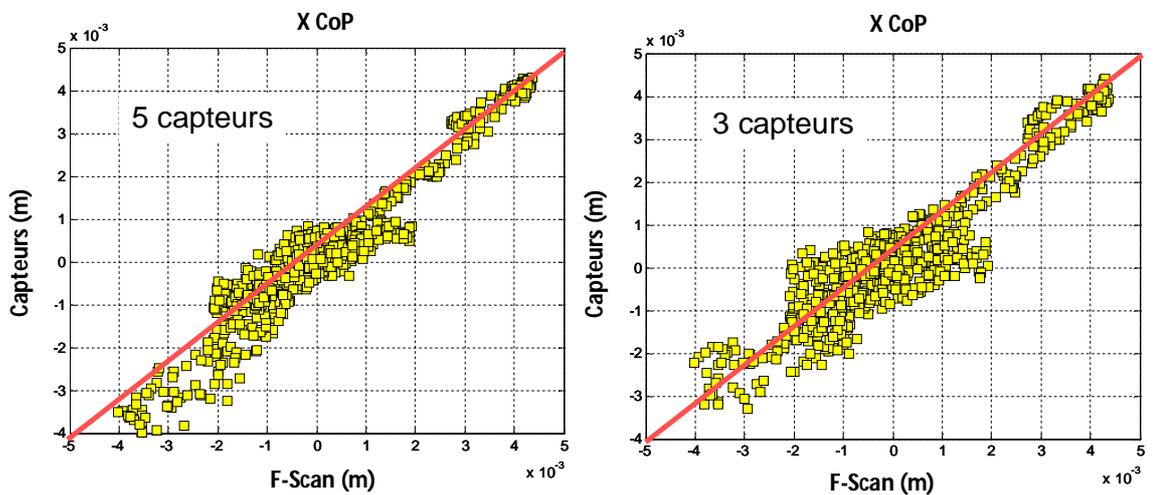


Figure 23 : CoP suivant x calculé à partir de 5 et 3 capteurs en ordonnée, et F-Scan en abscisse.

La Figure 24 présente les composantes suivant y du CoP d'un des pieds calculées à partir de 5 capteurs et à partir de 3 capteurs. En ordonnée le CoP calculé, en abscisse le CoP déduit des mesures de pression de F-Scan. Le déplacement du CoP suivant y est de l'ordre de $10 cm$ et l'incertitude est du même ordre que suivant x .

La rotation antéropostérieure du pied est ample. Les mouvements antéropostérieurs sont contrôlés par la rotation autour de la cheville via les muscles de la jambe. Pour conserver

l'équilibre, le déplacement du *CoP* suivant *y* est borné par la distance entre le talon et les têtes de métatarsiens, de l'ordre de 15 cm.

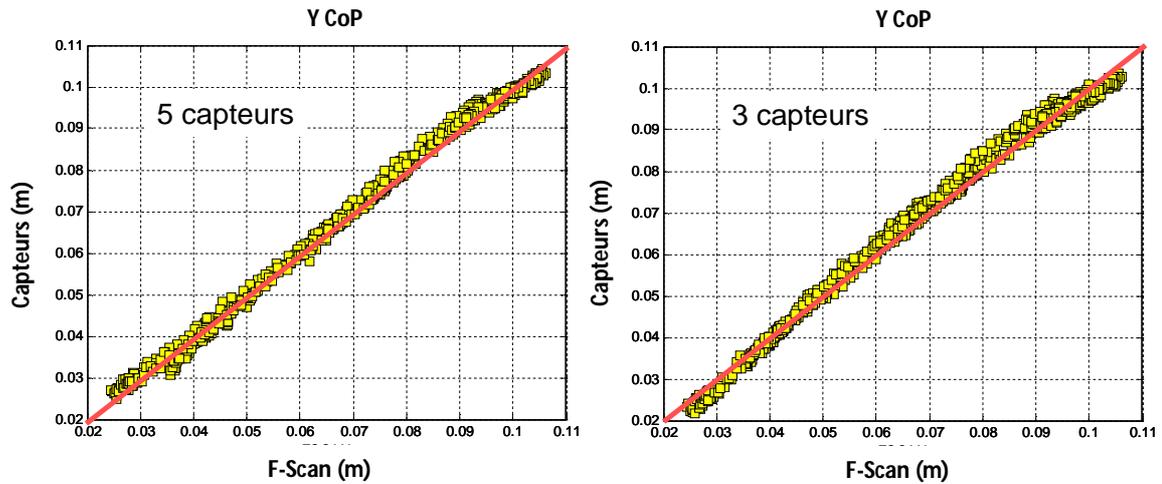


Figure 24 : *CoP* suivant *y* calculé à partir de 5 et 3 capteurs en ordonnée, et F-Scan en abscisse.

Nous pouvons comparer ces résultats à ceux obtenus par pure simulation numérique. Les mesures expérimentales donnent les mêmes résultats. Que ce soit suivant *x* ou *y*, l'incertitude sur la position du *CoP* est dans une bande de 3 mm de large pour 5 ou 3 capteurs. Ceci correspond à un écart-type de 1 mm. Les déplacements du *CoP* suivant *x* et *y* sont déduits des moments et de la force totale. Sur la force supportée par le pied, l'incertitude est de l'ordre de 5 daN pour un sujet de 70 kg, soit moins de 10 %. Cette incertitude contribue pour une part importante à l'incertitude sur la détermination de la position du *CoP*, que ce soit à partir des mesures de F-Scan ou des capteurs virtuels.

La principale différence entre les résultats obtenus par simulation numérique et à partir des capteurs virtuels, issus de F-Scan, est le domaine de variation des mouvements médio-latéraux. Les domaines de variation mesurés sont plus restreints que ceux que nous avons anticipés pour la simulation. Les incertitudes obtenus avec 5 et 3 capteurs sont les mêmes que celles obtenus par pure simulation. La conclusion est la même : 3 capteurs sont suffisants.

Pour l'étude de l'équilibre postural, on mesure le plus souvent le déplacement du centre de pression total, *CoPT*. Cette mesure est généralement effectuée sur une plateforme de force. La trajectoire du déplacement du *CoPT* est nommée « stabilogramme ». L'état de l'équilibre est souvent diagnostiqué à partir du déplacement et de la vitesse de déplacement du *CoPT*.

La prochaine partie sera consacrée à retrouver le déplacement du *CoPT* à partir de 3 capteurs par pied.

2.2 Stabilogramme à partir de 3 capteurs virtuels par pied

2.2.1 Référentiel des pieds

La force et les moments de chaque pied sont exprimés dans le système de coordonnées interne du pied. C'est ainsi que sont calculés les déplacements antéropostérieurs et médio-latéraux du *CoP* sous chaque pied.

Donc pour calculer la position du centre de pression total $CoPT$, il faut définir le référentiel dans lequel se situent les deux pieds. En position debout statique, l'origine (0) des coordonnées au sol est définie par la mi-distance des deux chevilles. Le déplacement médio-latéral suivant x est défini par l'axe orienté de la cheville gauche vers la cheville droite. Le déplacement antéropostérieur suivant l'axe y est perpendiculaire à l'axe x . L'écart entre les milieux des chevilles est noté Δx , voir Figure 25.

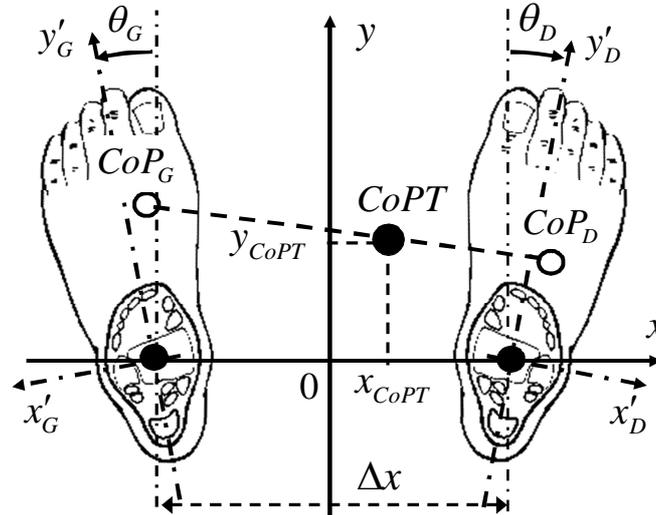


Figure 25 : Système de référence des pieds.

Comme précisé pour l'assiette du pied, la cheville définit le centre des coordonnées internes pour chaque pied (x', y'). Notons la symétrie des systèmes de coordonnées du pied gauche et du pied droit. Les axes x', y', z forment un repère orthonormé direct pour le pied droit. Le repère du pied gauche est inversé. Il en va de même pour les rotations autour de z concernant le pied droit et le pied gauche. Cette représentation basée sur la symétrie des pieds, a été choisie pour satisfaire également les notions courantes d'intérieur et d'extérieur du pied. C'est également le choix fait par F-Scan pour indiquer la table des pressions, de l'intérieur vers l'extérieur et des orteils vers le talon. Un seul type de semelle sert au pied droit ou au pied gauche après retournement.

Les pieds peuvent être tournés vers l'extérieur ou vers l'intérieur. La posture des pieds dépend de l'angle du pied défini par $\theta_{G,D}$, où G correspond au pied gauche et D le pied droit. $\theta_{G,D}$ correspond à l'angle de l'axe ($y'_{G,D}$) par rapport à l'axe principal (y). Les pieds sont supposés tournés vers l'extérieur si $\theta_{G,D} > 0$ et tournés vers l'intérieur si $\theta_{G,D} < 0$.

2.2.2 Calcul de $CoPT$

Les semelles F-Scan ou les semelles à 3 capteurs nous permettent de calculer les moments $\bar{M}_{x'_{G,D}}$, $\bar{M}_{y'_{G,D}}$ et la force totale sur chaque pied $F_{G,D}$. On peut alors calculer la position du $CoPT$ à condition de connaître préalablement la position des deux pieds donnée par l'écart Δx et l'angle de chaque pied $\theta_{G,D}$.

En position debout statique, le maintien de l'équilibre sur les deux pieds est différent d'une personne à l'autre. Mais en général pour une posture confortable, l'écart entre les pieds Δx

est de l'ordre de 20 cm à 25 cm ce qui correspond sensiblement à la largeur des hanches. Les pieds sont tournés d'un angle inférieur à une vingtaine de degrés vers l'extérieur ou vers l'intérieur des pieds [107].

Les coordonnées du *CoPT* sont données par :

$$\begin{cases} x_{CoPT} = \frac{\bar{M}x'_G \cdot \cos\theta_G + \bar{M}x'_D \cos\theta_D - \bar{M}y'_G \cdot \sin\theta_G + \bar{M}y'_D \cdot \sin\theta_D}{F_D + F_G} + \frac{\Delta x}{2} \cdot \left(\frac{F_D - F_G}{F_D + F_G} \right) \\ y_{CoPT} = \frac{\bar{M}y'_G \cdot \cos\theta_G + \bar{M}y'_D \cdot \cos\theta_D + \bar{M}x'_G \cdot \sin\theta_G - \bar{M}x'_D \cdot \sin\theta_D}{F_D + F_G} \end{cases} \quad (2-1)$$

2.2.3 Comparaison entre les *CoPT* issus de F-Scan et des 3 capteurs par pied

Une mesure des pressions plantaires est effectuée avec F-Scan durant une minute. Le déplacement du centre de pression est forcé avec une amplitude élevée pendant 30 s. La force passe ainsi d'un pied à l'autre dans le déplacement médio-latéral et oscille entre le talon et les orteils suivant le déplacement antéro-postérieur. A partir de ces mesures on calcule les coefficients Cf_j ; Cmx_j ; Cmy_j des formes linéaires.

La force considérée pour chaque capteur virtuel, est la somme des forces appliquées aux 9 pixels qui le composent. La position des 3 capteurs par rapport à la cartographie de la répartition des pressions plantaires obtenue avec F-Scan est présentée dans la Figure 26, sous le talon, le premier et le cinquième métatarse.

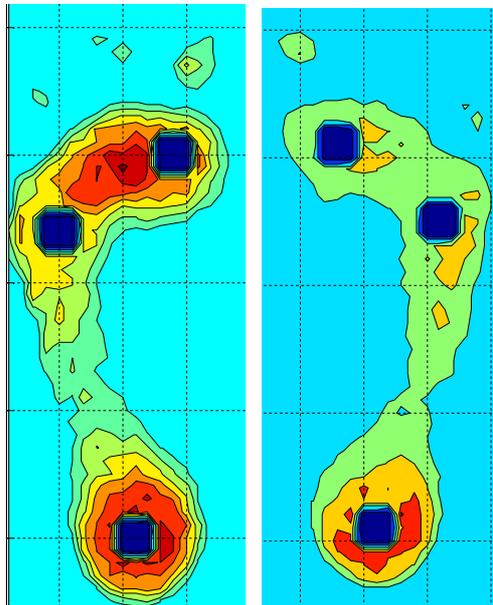


Figure 26 : Position des 3 capteurs virtuels sous chaque pied.

La Figure 27 montre le déplacement forcé du *CoPT* pendant 30 s. La courbe bleue en arrière-plan est obtenue à partir des cartes de pressions de F-Scan, la courbe jaune au premier plan est obtenue avec les 3 capteurs par pied. Le déplacement médio-latéral est de l'ordre de 18 cm. Le déplacement antéro-postérieur varie de 14 cm entre les talons et l'avant des pieds.

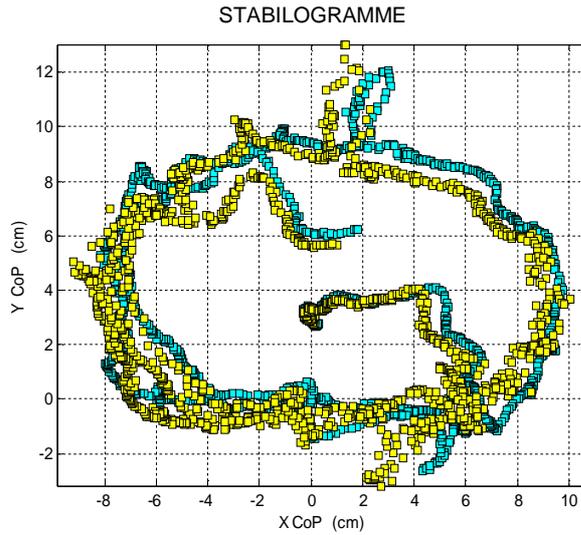


Figure 27 : Stabilogramme mouvement forcé. F-Scan en bleu, capteurs virtuels en jaune.

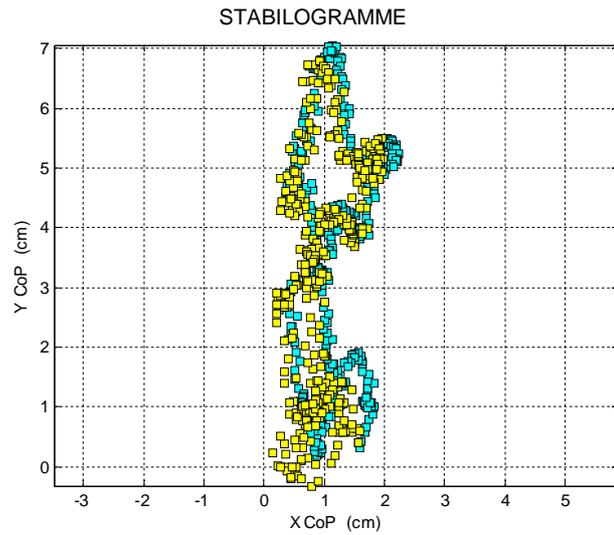


Figure 28 : Stabilogramme maintien de l'équilibre yeux fermés. F-Scan en bleu, capteurs virtuels en jaune.

Après la calibration des capteurs, un test est pratiqué pour mesurer la conservation de l'équilibre yeux fermés, au repos. Le sujet se met debout avec les yeux fermés pendant 30 s. L'absence de la vision réduit les repères spatiaux ce qui génère une faible divagation du *CoPT* essentiellement dans le déplacement antéropostérieur. La Figure 28 montre un extrait du stabilogramme de 10 s. Le déplacement médio-latéral est faible et de l'ordre de 2 cm.

Pour un même sujet, différentes séries de mesures ont été effectuées avec des semelles d'épaisseurs différentes. L'incertitude euclidien moyen et l'écart-type sont calculés pour les déplacements médio-latéral et antéropostérieur.

Expérience	Médio-latéral		Antéropostérieur	
	Incertitude (mm)	Écart-type (mm)	Incertitude (mm)	Écart-type (mm)
1	3.7	2.99	1.93	1.8
2	3.66	2.8	1.31	0.97

Table 1 : Incertitude et écart-type entre le *CoPT* mesuré avec F-Scan et les trois capteurs virtuels.

Les résultats expérimentaux issus de deux expériences d'une minute sont présentés dans la Table 1. Les résultats montrent une bonne corrélation entre les stabilogrammes issus de F-Scan et ceux issus des capteurs virtuels. Dans la première expérience, l'incertitude varie entre 3.7 ± 2.99 mm en médio-latérale et 1.93 ± 1.8 mm en antéropostérieur. Dans la seconde expérience, l'incertitude est un peu plus faible et varie entre 3.66 ± 2.8 mm en médio-latéral et 1.31 ± 0.97 mm en antéropostérieur.

Précédemment nous avons vu que pour un seul pied les incertitudes, générées par la réduction du nombre de capteurs, sont les mêmes sur les déplacements antéropostérieurs et médio-latéraux. Le mouvement antéropostérieur du *CoPT* dépend des rotations autour des chevilles. L'incertitude est donc du même ordre que celle du *CoP* de chaque pied. Les déplacements du *CoP* du pied suivant x sont faibles. Aussi, le déplacement du *CoPT* suivant x dépend essentiellement de la répartition du poids sur chacun des pieds, équation (2-1). Nous

avons vu que l'incertitude sur les forces est plus importantes que sur les déplacements du CoP suivant x et y . Ceci explique que pour le $CoPT$ l'incertitude médio-latérale est supérieure à l'incertitude antéro-postérieure.

Nous déduisons que l'utilisation de 3 capteurs par pied permet de calculer le $CoPT$ avec une faible incertitude par rapport aux résultats issus de F-Scan.

L'étude théorique du chapitre 1 pour trois capteurs par pied est validée par les résultats expérimentaux obtenus avec des capteurs virtuels issus des cartes de F-Scan. Ces résultats expérimentaux valident également indirectement le modèle du pied, du premier chapitre, qui suppose un milieu élastique uniforme.

3 Semelles instrumentées avec 3 capteurs

Forts de ces résultats, nous avons réalisé des prototypes de semelles instrumentées avec trois capteurs. Les capteurs sont de type résistif FSR™ (Force Sensing Resistors), de l'ordre de 10 €. Les 3 capteurs sont placés sous une semelle fine (première de propreté en cuir, de l'ordre de 4 € en grande distribution). Ces semelles de propreté en cuir, au-delà du confort, sont souples, adaptables à la pointure. Les semelles de protection en cuir utilisées sont d'une épaisseur de 2 mm au total. Elle inclut une couche élastomère en dessous qui évite la déformation de la semelle et protège les capteurs de l'humidité.

Comme pour les capteurs virtuels, une phase d'apprentissage est nécessaire, pour identifier les paramètres des formes linéaires liant les mesures des capteurs aux cartes de pression plantaire mesurées avec F-Scan, .

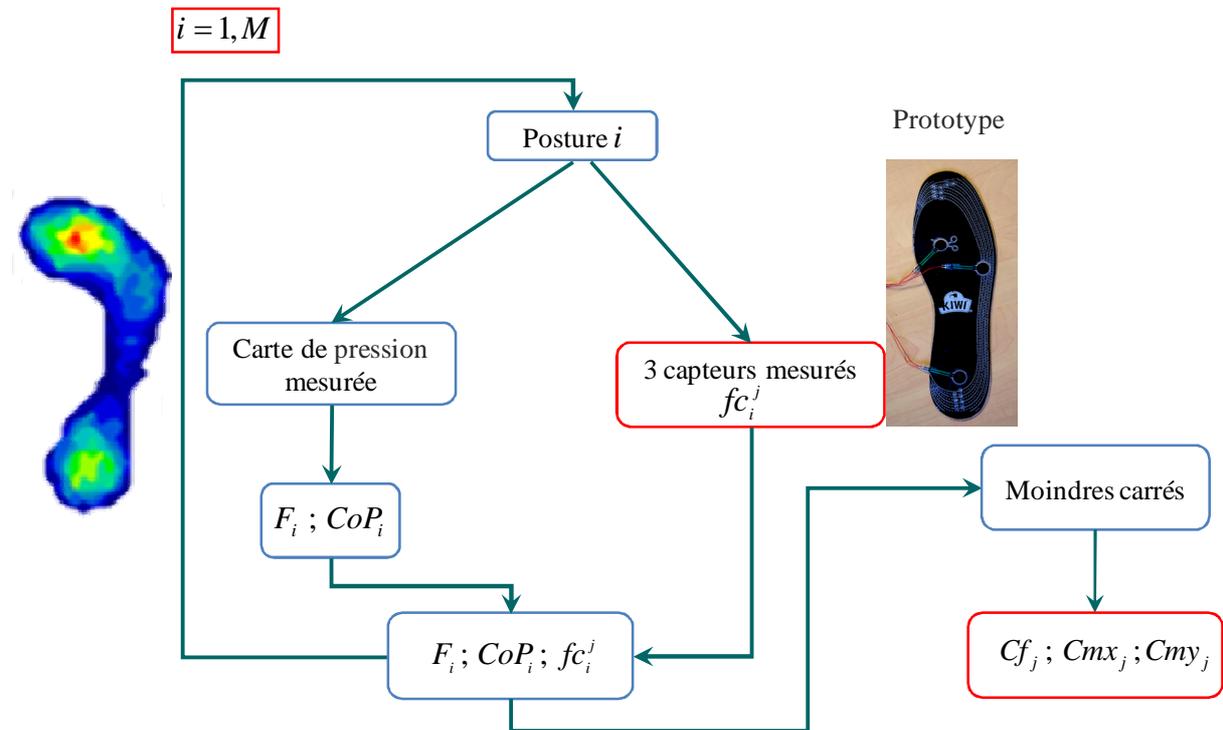


Figure 29 : Méthode de détermination des coefficients des formes linéaires. CoP et force totale de référence issus des cartes de pressions mesurées avec F-Scan. Prototype de semelle instrumentée avec trois capteurs.

Pour l'apprentissage, les semelles instrumentées sont disposées sur les semelles F-Scan pour procéder à des mesures simultanées avec les deux systèmes, Figure 30. La synchronisation temporelle est nécessaire. Pour cela, les acquisitions des données des deux systèmes sont synchronisées. Une fois les forces enregistrées en parallèle, les données sont traitées numériquement sous MATLAB.

Le recueil des forces par F-Scan est assuré par le centre d'acquisition qui stocke les mesures et ensuite permet de les transférer dans un ordinateur via une connexion USB. Le système F-Scan est reconnu par un driver installé dans l'ordinateur.

Les paramètres d'acquisition permettent de choisir la fréquence de mesure. Après déclenchement de l'enregistrement, la synchronisation est assurée par un signal de trigger envoyé par F-Scan à la fréquence de mesure.

3.1 Le réseau de capteurs

Les capteurs ont un diamètre de 12.7 mm. Ils sont fixés sous la semelle en cuir. Les 3 capteurs sont disposés sous les zones d'appui, le talon, le premier et le cinquième métatarse. La semelle est ajustable à la pointure du pied entre 36 et 46. Après la fixation des capteurs, la semelle peut être insérée dans une chaussure.

La photo de gauche de la Figure 30 montre les trois capteurs sous la semelle et les câbles de connexion branchés au système d'acquisition. La photo au centre montre la semelle F-Scan et son réseau de connexion au système d'acquisition.

La semelle instrumentée est ensuite posée sur la semelle F-Scan comme le montre la photo de droite de la Figure 30. Les deux semelles sont positionnées suivant les lignes de découpage visibles sur les photos, qui sont identiques pour les semelles en cuir et F-Scan. Dans cette configuration, les mesures des cartographies de pression peuvent être utilisées pour calculer la forme interne du pied et le reste des analyses.



Figure 30 : La semelle instrumentée. Semelle F-Scan. Semelles superposées.

3.1.1 Caractéristiques des capteurs

Les capteurs, de type résistif FSR™, présentent une résistance qui varie en fonction de la force appliquée. La Figure 31 montre la courbe de variation de la résistance en fonction de la force, fournie par le constructeur [108].

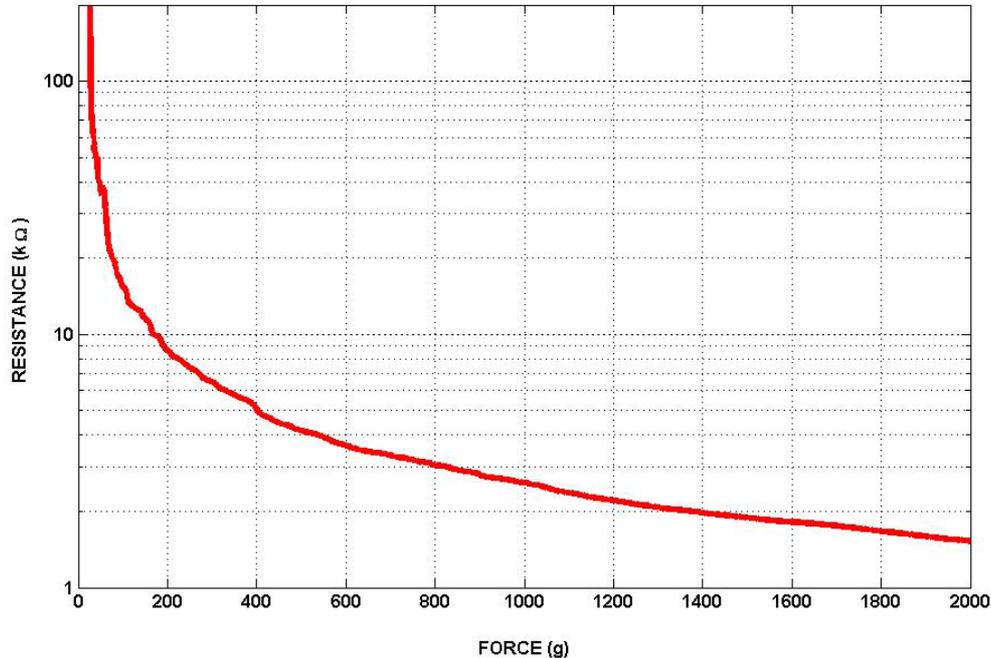


Figure 31 : Réponse d'un capteur résistif FSR™.

Les capteurs sont alimentés sous 5 V. Pour une simple conversion de la force en tension, le capteur FSR est branché en série avec une résistance dans une configuration de diviseur de tension. Le signal de sortie est décrit par l'équation suivante :

$$V_{out} = \frac{R_M \cdot V}{(R_M + R_{FSR})}$$

où V_{out} est la tension à la sortie de l'amplificateur. R_M est la résistance d'amplification du signal du capteur. R_{FSR} est la résistance interne du capteur FSR.

Dans cette configuration, Figure 32, la tension de sortie augmente avec la force.

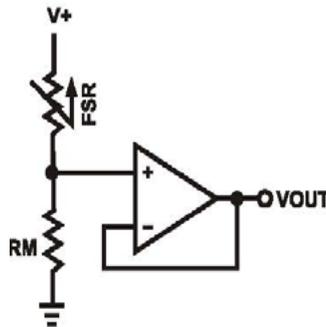


Figure 32 : Convertisseur de la force en tension d'un capteur FSR™.

Un circuit suiveur est utilisé pour adapter l'impédance à une carte d'acquisition analogique numérique. La variation de tension V_{out} à la sortie de chaque suiveur est mesurée par une des 6 entrées de la carte d'acquisition. La résistance R_M fixe l'amplification du signal de sortie. La variation de V_{out} en fonction de la force appliquée est de forme exponentielle.

La résistance R_M , est choisie pour optimiser la plage de variation des forces mesurées. Dans la Figure 33 issue de la fiche technique des capteurs, une série de courbes montre la variation de la tension en fonction de la résistance R_M .

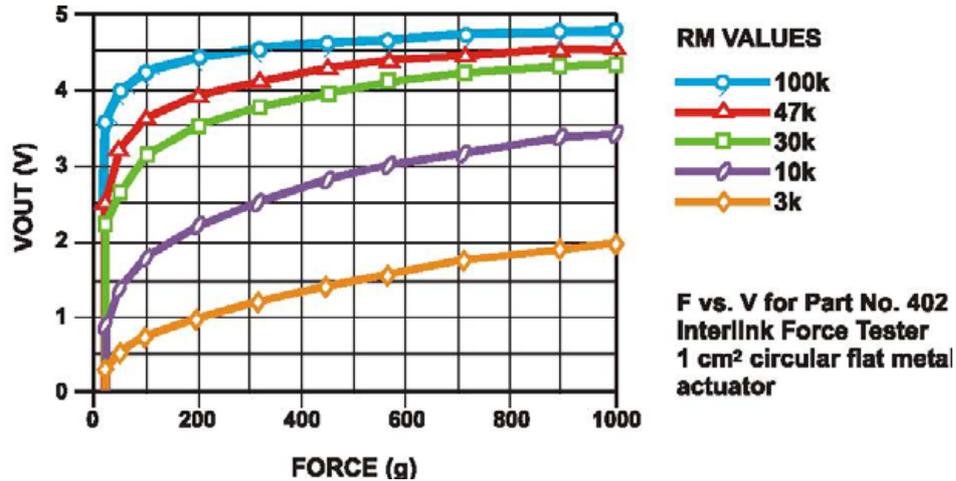


Figure 33 : Courbe de variation de la tension en fonction des forces pour différentes résistances.

Pour un humain, la force appliquée sur un capteur peut dépasser 50 *daN*. Sur les courbes fournies par le constructeur la force maximale mesurée est bornée à 1 *daN*. Nous avons vérifié que des forces supérieures peuvent être appliquées. Pour ce faire, nous avons utilisé des résistances R_M de 220 *Ohms* pour éviter la saturation de la réponse des capteurs.

3.1.2 Système d'acquisition du réseau de capteur

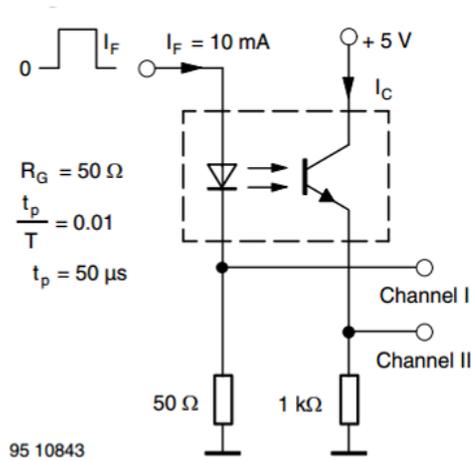
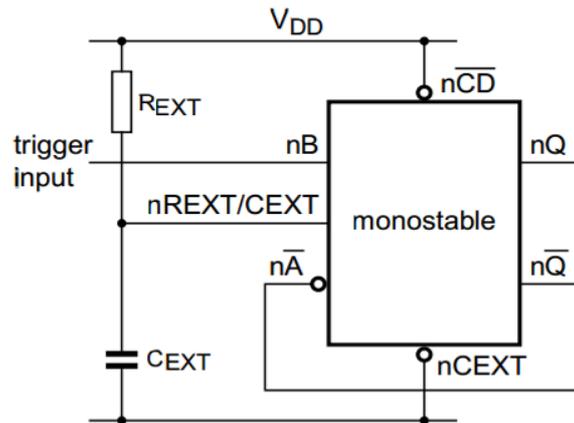
Les forces mesurées par les capteurs sont converties en tension par une carte d'acquisition de type NI USB-6009. Cette carte nous permet d'enregistrer simultanément les tensions de tous les capteurs en synchronisation avec le système F-Scan.

Une connexion USB alimente la carte d'acquisition ainsi que le circuit des capteurs. Elle gère également le transfert des données.

L'interfaçage avec la carte d'acquisition est fait à l'aide du logiciel LabView.

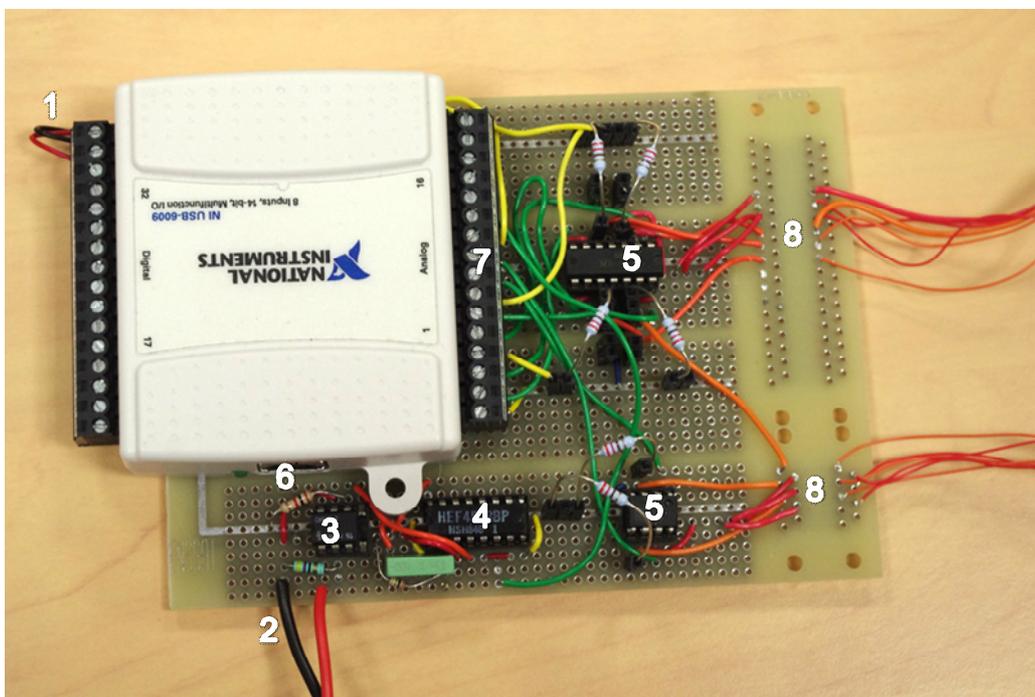
Pour assurer la synchronisation des deux systèmes, il est impératif qu'ils soient cadencés à la même fréquence.

La synchronisation des deux systèmes utilise un câble coaxial. Pour éviter les problèmes de masse et d'alimentation entre systèmes, on utilise une isolation galvanique par photo-coupleur. Le photo-coupleur CNY17-2 est monté selon le schéma de la Figure 34.


Figure 34 : Photo-coupleur.

Figure 35 : Montage du monostable.

Les deux systèmes ont des caractéristiques temporelles très différentes : la carte d'acquisition USB-6009 a une fréquence d'échantillonnage maximale de 5 *KHz*, tandis que le pic du trigger est d'une largeur de 5 μ s, ce qui correspond à une fréquence de l'ordre du *MHz*.

L'impulsion de trigger est initialement trop brève pour être détectée par le système d'acquisition. Le signal de trigger a donc été élargi à l'aide d'un monostable HEF4528B. Le monostable est branché pour être déclenché au front montant. Il génère à la sortie une impulsion dont la largeur dépend de la résistance et la capacitance suivant $T = R \cdot C$. Une résistance de 1 *MOhms* avec un condensateur de 33 *nF* sont utilisés. La Figure 35 décrit le montage.


Figure 36 : Système d'acquisition et montage électronique.

La Figure 36 montre la carte d'acquisition analogique/numérique USB 6009, le module de synchronisation, le module de mesure des forces et l'alimentation du circuit. Les différents modules, les entrées et les sorties sont :

1. Alimentation du circuit électronique assuré par la liaison USB de la carte d'acquisition.
2. Trigger FSCAN pour la synchronisation.
3. Photo-coupleur.
4. Monostable.
5. Les amplificateurs opérationnels liés avec les capteurs de pression.
6. Port USB de la carte d'acquisition sert à l'alimentation de la carte et l'interfaçage avec le logiciel LabView.
7. Entrée analogique.
8. Vers les capteurs de pression.

4 Mise en œuvre expérimentale

Dans un premier temps, les mesures des pressions plantaires sont effectuées en position debout. Les semelles instrumentées et les semelles F-Scan sont fixées sur le sol comme le montre la Figure 37. Les semelles instrumentées sont fixées au-dessus des semelles F-Scan. Les capteurs sont situés sous une première de propreté, protégés de l'humidité par la couche d'élastomère. L'écart entre les chevilles Δx est de l'ordre de 20 cm.

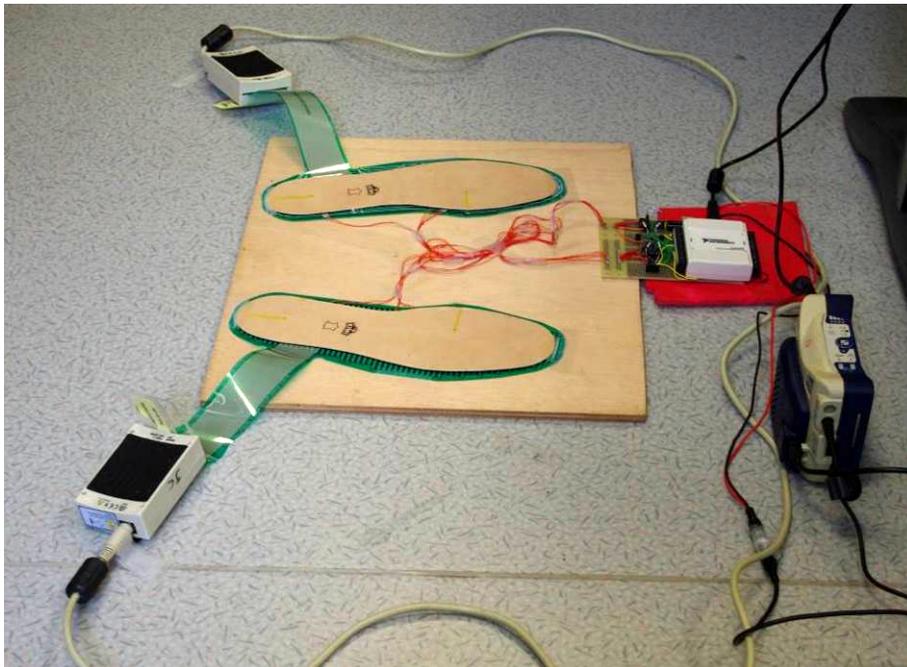


Figure 37 : Semelles instrumentée fixées au-dessus des semelles F-Scan. Cartes d'acquisition USB 6009 et centre d'acquisition de F-Scan.

Les données sont mesurées de façon synchronisée pour l'apprentissage des capteurs. Les mesures sont possibles durant la marche. Dans un premier temps, les mesures sont faites en

position debout. Ceci évite les erreurs dues à la complication de la mise en œuvre du système F-Scan (pliure des semelles dans la chaussure, détachement des connectiques...).

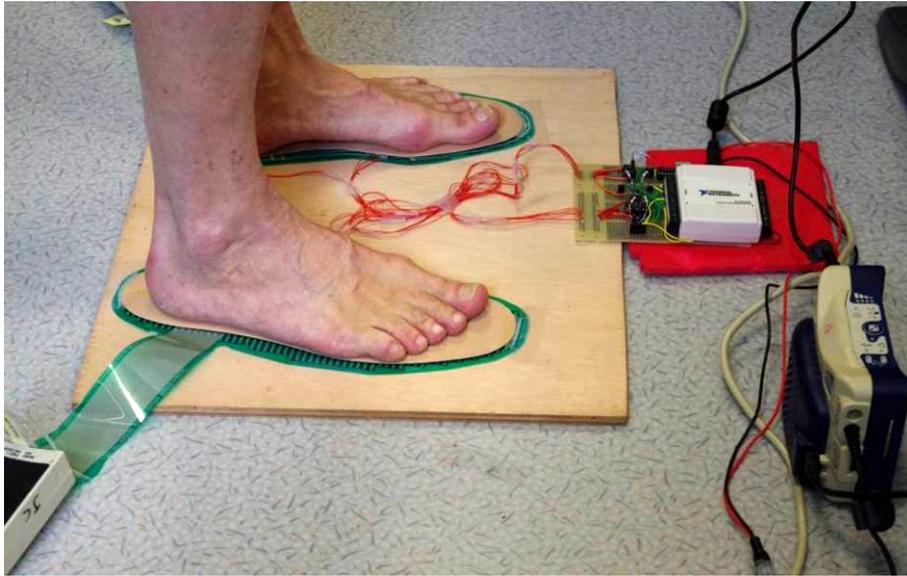


Figure 38 : Position des pieds sur les semelles en position debout.

Plusieurs sujets ont participé aux mesures. Les sujets sont invités à se mettre debout sur les semelles pendant une minute, voir Figure 38. Dans une première phase, il leur est demandé de forcer le déplacement du *CoP* latéralement et antérieurement pendant près de 30 secondes. Cet enregistrement sert à la phase d'apprentissage des capteurs et de tester la validité des capteurs pour de grands déplacements du *CoP*. Durant les 30 secondes suivantes, une mesure de la conservation de la posture debout sans mouvement est effectuée les yeux fermés. Dans cette phase le *CoP* subit une divagation naturelle due à la perte de la référence visuelle. Cette mesure permet entre autre de tester la méthode pour les faibles déplacements du *CoP*.

4.1 Traitement des signaux des capteurs

La réponse des capteurs est non linéaire en fonction de la force. De plus, la carte d'acquisition USB 6009 et l'alimentation des capteurs alimentés par USB ajoute un bruit haute fréquence. Numériquement nous effectuons une linéarisation des réponses des capteurs et un filtrage des données.

4.1.1 Linéarisation des capteurs

Comme il s'agit d'une résistance élastomère, nous supposons sa réponse est exponentielle tout comme pour le modèle du pied. La réponse des capteurs est cherchée sous la forme suivante :

$$V(F) = a_1 \cdot (1 - \exp(-a_2 \cdot F)) + a_3. \quad (2-2)$$

La linéarisation de chaque capteur est faite par l'application des forces allant de 0 à 50 daN. Une mesure de la réponse de chaque capteur est effectuée successivement par pas de force de 10 daN à l'aide d'une balance et d'un voltmètre.

L'identification des paramètres a_i pour chaque capteur est effectuée à partir des mesures. Ces paramètres permettent d'obtenir la force à partir des tensions mesurées suivant la fonction suivante :

$$F(V) = -\frac{1}{a_2} \ln\left(1 - \frac{V - a_3}{a_1}\right) \quad (2-3)$$

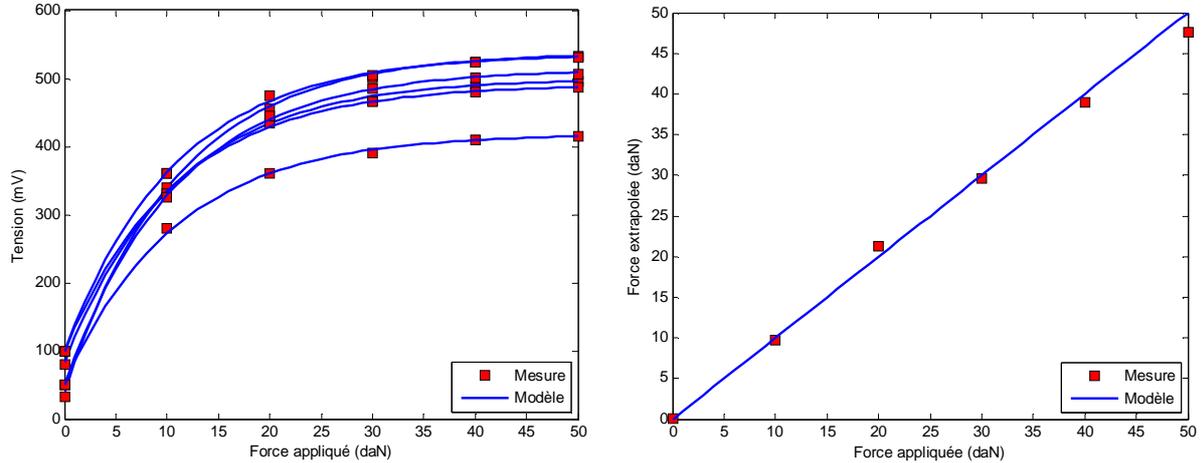


Figure 39 : Réponses expérimentales et modèle. Figure 40 : Réponse linéaire d'un capteur.

La Figure 39 ci-dessus montre les valeurs des tensions mesurées (point rouge) et les courbes de réponse modélisées (en bleu) des 6 capteurs. Les différences de comportement sont liées aux caractéristiques propres de chaque capteur et aux incertitudes des valeurs des résistances utilisées dans les circuits d'amplifications. Cet étalonnage permet d'utiliser des composants à bas coûts.

Une fois connus les coefficients du modèle, l'inversion à partir des tensions permet de calculer directement la force appliquée. La Figure 40 compare la réponse linéaire calculée du capteur (en bleu) aux valeurs mesurées lors de la calibration (en rouge). Les faibles écarts observés sont liés aux incertitudes de mesure et au caractère non parfaitement exponentiel de la réponse des capteurs. Il est à remarquer que F-Scan utilise également des semelles constituées de capteurs résistifs et que toute phase de mesure commence par un étalonnage de chacune des semelles pour lequel il est nécessaire de connaître le poids effectif du patient.

Nous nous servons des mesures de pression données par F-Scan comme référence sachant qu'une marge d'incertitude doit leur être affectée [109]. Ce système est néanmoins le plus utilisé et considéré comme fiable pour les utilisations qui en sont faites.

A titre indicatif, la Figure 41 montre en bleu le stabilogramme issu de F-Scan et en jaune à partir des capteurs non linéarisés. Globalement le comportement se ressemble mais les écarts sont importants. C'est pourquoi il est nécessaire de linéariser les capteurs.

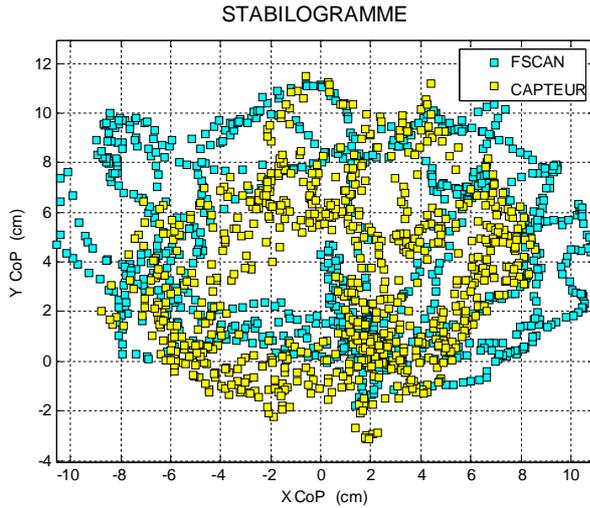


Figure 41 : Capteurs non linéarisés.

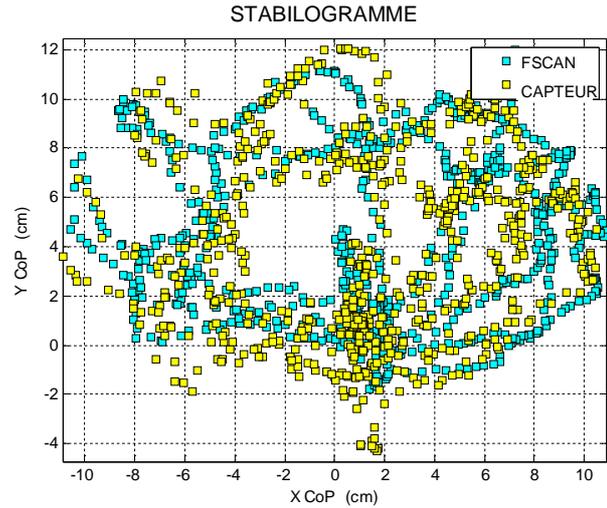


Figure 42 : Capteurs linéarisés.

La Figure 42 montre le stabilogramme des capteurs discrets après linéarisation (en jaune) pour les mêmes mesures. Le stabilogramme issu de F-Scan (en bleu) est rappelé sur la figure. Les stabilogrammes sont désormais comparables bien que non identiques.

Les courbes présentent du bruit, tant pour F-Scan que pour nos semelles instrumentées. Pour F-Scan, le nombre de capteurs est grand (954 capteurs par pied) et on peut supposer une diminution du bruit des capteurs par moyennage statistique. Nos semelles instrumentées n'ont que trois capteurs ce qui permet d'envisager un filtrage du bruit en temps réel. Ce peut être réalisé électroniquement. Mais le filtrage électronique apporte systématiquement un retard (déphasage) et a tendance à rogner les maximas et minimas de la fonction filtrée. De plus augmenter la pente du filtre complexifie le circuit. Donc, nous avons opté pour un filtrage numérique, beaucoup plus efficace.

4.1.2 Filtrage numérique des bruits

Une résistance R_M de faible valeur, 220 Ohms, qui rend le système sensible aux perturbations électromagnétiques extérieures, est utilisée pour amplifier le signal à la sortie de l'amplificateur. D'autres sources de bruit sont l'alimentation électrique par liaison USB du système de mesure et les liaisons filaires non blindées.

Nous utilisons un filtrage numérique dynamique pour éliminer le bruit à haute fréquence. Le filtrage est appliqué aux valeurs des mesures de chacun des capteurs. Notre objectif est d'avoir un filtrage du signal en temps réel qui n'affecte pas la bande de fréquence qui concerne nos études de l'équilibre. Le filtrage utilisé est de type filtre passe bas.

Soit une mesure $f(t)$ décrite par points f_i, t_i avec $t_{i+1} = t_i + \delta t$. Les courbes sont indicées $i = 1 : i_{\max}$.

Les mesures sont discrètes dans le temps. La méthode consiste à supposer qu'en tout point i_0 , correspondant au temps t_{i_0} , la courbe moyenne est localement décrite par une courbe du second degré entre les points $i_0 - \Delta i$ et $i_0 + \Delta i$, donc temporellement dans la durée $\Delta t = 2 \cdot \Delta i \cdot \delta t$ où δt est l'incrément de temps entre deux points successifs, voir Figure 43.

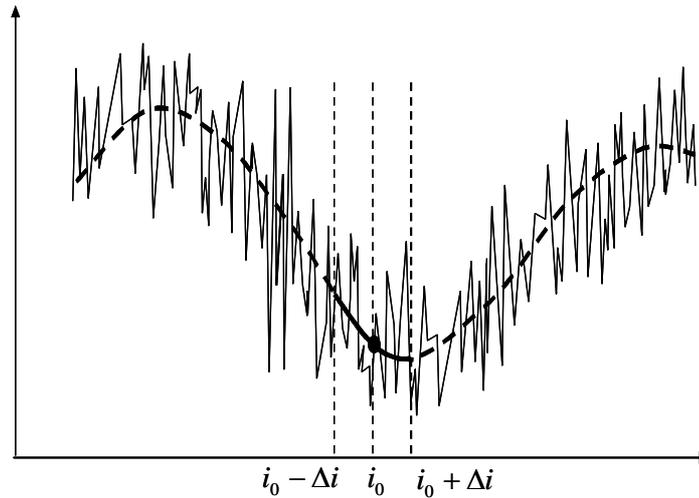


Figure 43 : Bande de filtrage numérique du signal des capteurs.

La forme linéaire en a_j ($j = 1 \dots 3$), décrivant la fonction du second ordre, est :

$$y(i) = a_1 \cdot (i - i_0)^2 + a_2 \cdot (i - i_0) + a_3. \quad (2-4)$$

Les valeurs des 3 coefficients a_j sont déterminées par méthode des moindres carrés pour les points compris entre $i_0 - \Delta i$ et $i_0 + \Delta i$. Pour toute valeur de i_0 , la valeur moyenne est l'application $y(i)$ au point i_0 , soit $\tilde{f}(t_{i_0}) = a_3$. Ceci revient à inverser une matrice 3×3 . Le calcul est totalement explicite.

L'avantage de cette méthode centrée autour du point est de n'apporter qu'un retard temporel de 150 millisecondes correspondant à $\Delta i \cdot \delta t$, avec $\Delta i = 3$ et $\delta t = 50 \text{ ms}$. L'utilisation d'une forme du second ordre est d'assurer la conservation des maxima et minima.

Augmenter la réjection des fréquences hautes, augmenter la raideur du filtre, consiste à passer plusieurs fois par l'algorithme.

La Figure 44 montre le signal d'un des capteurs sans filtrage (points bleu) et après filtrage (ligne rouge). Le filtrage n'enlève que le bruit sans affecter la dynamique des variations de pression. Les maxima et les minima sont conservés sans distorsion.

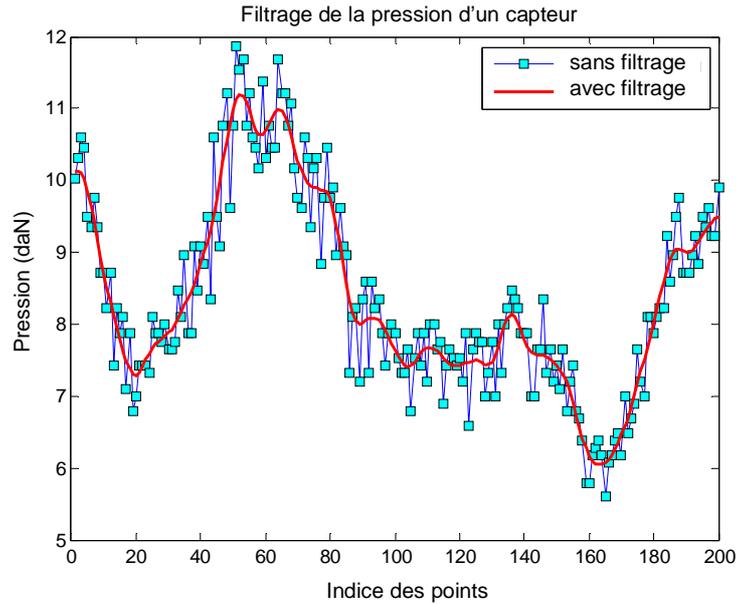


Figure 44 : Filtrage de la force mesurée par un des capteurs du pied gauche.

La Figure 42 montrait le stabilogramme sans filtrage. La Figure 45 montre les mêmes mesures après filtrage. On constate que le filtrage donne des résultats qui présentent moins de bruit que ceux obtenus avec F-Scan qui ne possède pas de filtrage.

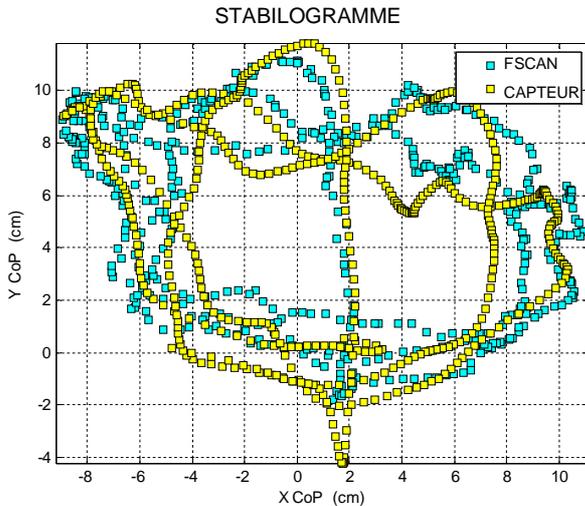


Figure 45 : Stabilogramme en mouvement forcé après filtrage.

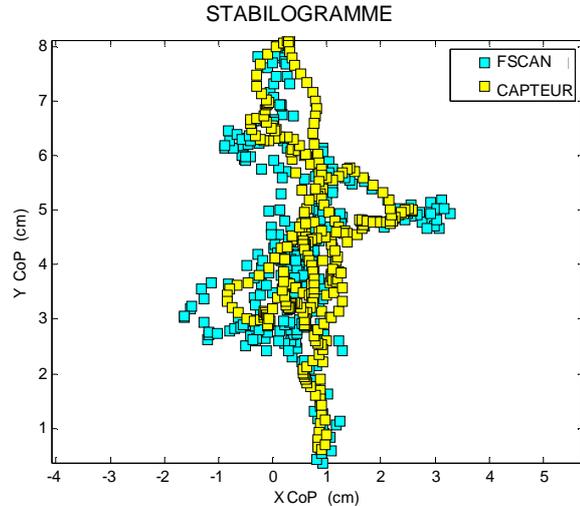


Figure 46 : Stabilogramme en maintien de l'équilibre yeux fermés après filtrage.

5 Résultats

Une femme et huit hommes se sont prêtés aux expériences. Tous les participants sont soumis à une mesure du déplacement du *CoPT* en position debout, les pieds écartés de 22 cm.

Observations générales

La Figure 45 représente le stabilogramme de la phase d'apprentissage des capteurs pour un sujet en bonne santé, les yeux ouverts. La comparaison est faite entre le système à 3 capteurs

par pied (jaune) et le système F-Scan (bleu). Le déplacement médio-latéral du *CoPT* est de l'ordre de 20 cm. Les forces passent d'un pied à un autre. En antéropostérieur, le déplacement du *CoP* est de 14 cm qui correspond à la distance entre le talon et l'avant du pied. Correspondant à ce stabilogramme, la Figure 47 montre les déplacements médio-latéral et antéropostérieur durant les 30 secondes de mesure. Ces figures montrent le peu d'écart entre les deux systèmes, en bleu F-Scan et en jaune nos semelles.

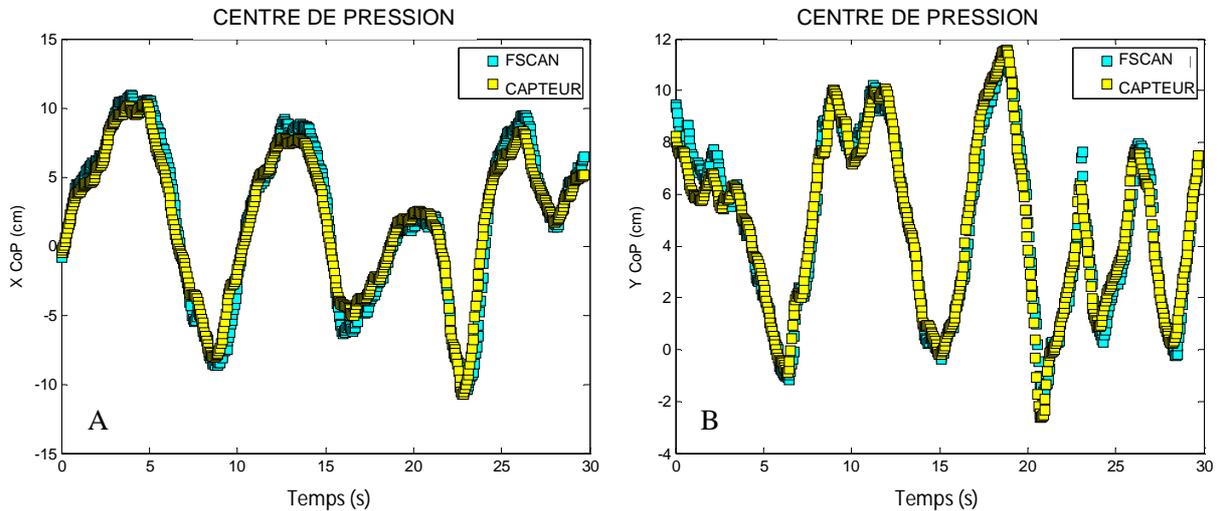


Figure 47 : Déplacement du *CoPT* en fonction du temps en position debout les yeux ouverts. A) Médio-latéral. B) Antéropostérieur.

Après la phase d'apprentissage, on effectue des mesures de maintien d'équilibre du même sujet yeux fermés. La Figure 46 compare le stabilogramme des deux systèmes, en bleu F-Scan et en jaune nos semelles après apprentissage. Le déplacement médio-latéral du *CoPT* suivant x est faible, de quelques cm. Le déplacement antéropostérieur est de 8 cm ce qui fait partie des valeurs normales [110].

La Figure 48 montre les déplacements médio-latéral et antéropostérieur correspondant en fonction du temps, en bleu F-Scan et en jaune nos semelles. Sur les faibles déplacements suivant x , le bruit qui entache les mesures F-Scan apparaît clairement, ce qui n'est pas le cas de nos semelles, du fait du filtrage. Au regard de ces figures il est difficile de savoir quelle est la courbe exacte. Pour l'usage médical qui en est fait, l'un ou l'autre des systèmes peut donc convenir pour détecter l'amplitude des déplacements et la fréquence.

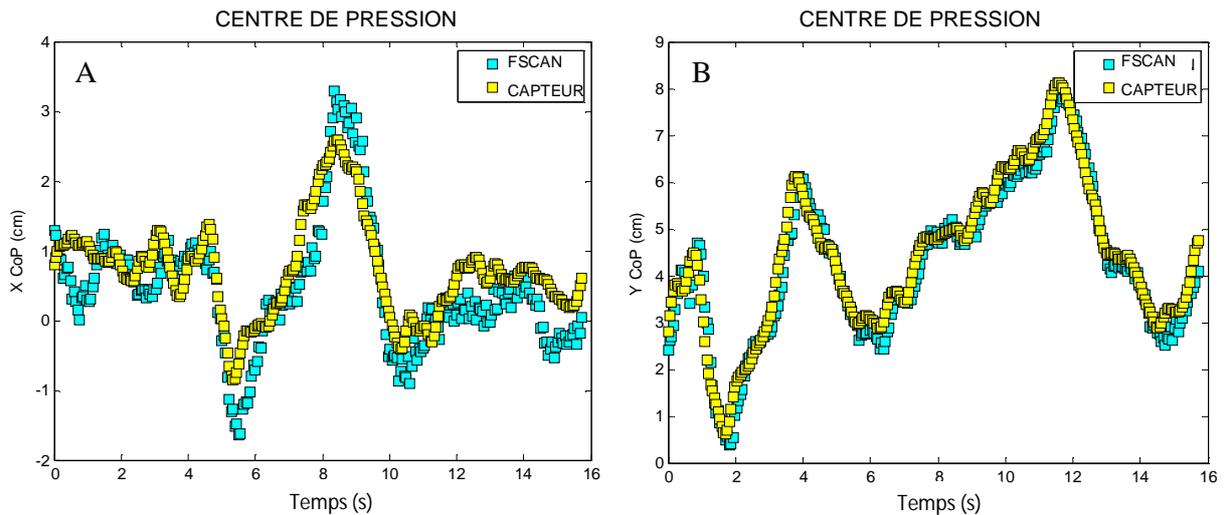


Figure 48 : Déplacement du *CoP* en position debout les yeux fermés en fonction du temps. A) Médio-latéral. B) Antéropostérieur.

De façon générale, les mesures effectuées sur l'ensemble des neuf participants montrent une bonne corrélation entre le déplacement du *CoP* issus de F-Scan et des capteurs.

Ecart quadratique moyen

L'écart quadratique moyen est calculée pour le déplacement médio-latéral et antéropostérieur de chaque sujet.

Les résultats expérimentaux concernent neuf sujets enregistrés durant une minute. On observe, selon les sujets, un écart quadratique moyen variant entre 4.3 mm et 7.8 mm dans le déplacement médio-latéral, et entre 2.4 mm et 5.9 mm dans le déplacement antéropostérieur. La différence calculée pour le déplacement du centre de pression totale *CoPT* (stabilogramme), en posture debout les yeux fermées, varie entre 3 ± 2 mm en médio-latéral et 2 ± 1.5 mm en antéropostérieur. Dyer et Bamberg [84] ont présenté une semelle instrumentée avec 10 capteurs de pression. Ils ont comparé le *CoP* obtenu à partir de leur semelle instrumentée avec une plateforme de force durant un pas. Ils montrent que l'erreur moyenne varie entre 7 et 14 mm suivant le déplacement médio-latéral et entre 13 et 24 mm en déplacement antéropostérieur. En comparant nos résultats avec ceux de Dyer et Bamberg, on constate que notre méthode offre une meilleure précision dans la mesure du déplacement du *CoPT*.

Sensibilité à la position des capteurs

Par ailleurs, nos études théoriques présentées dans le chapitre 1, ont montré que la position exacte des capteurs n'est pas critique. Sachant que les semelles utilisées peuvent être découpées selon la pointure de chaque personne pour être insérées ensuite dans la chaussure, nous avons regardé si une semelle standard est utilisable pour mesurer le déplacement du *CoPT* pour toute pointure de pied.

Nous avons comparé les résultats obtenus sur quatre sujets dont les pointures sont 36, 40, 41 et 46 selon la norme européenne. Les mesures sont effectuées avec la même paire de semelles et les mêmes positions des capteurs. Les Figure 49, Figure 50, Figure 51 et Figure 52

ci-dessous montrent la position des capteurs par rapport aux appuis des différents pieds. Les capteurs sont présentés par les carrés bleu au niveau des têtes de métatarsiens et du talon.

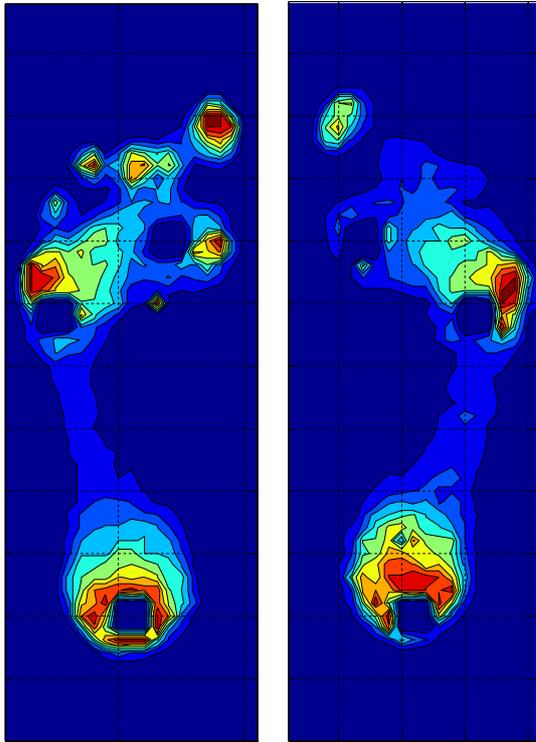


Figure 49 : Pointure 36.

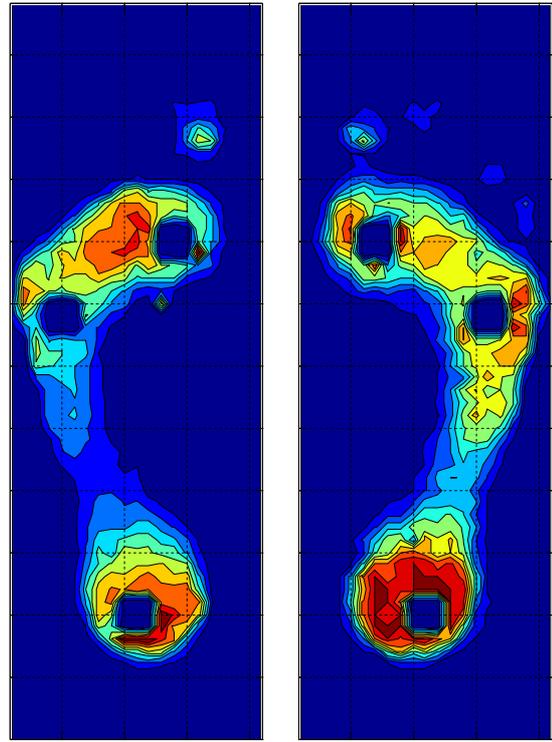


Figure 50 : Pointure 40.

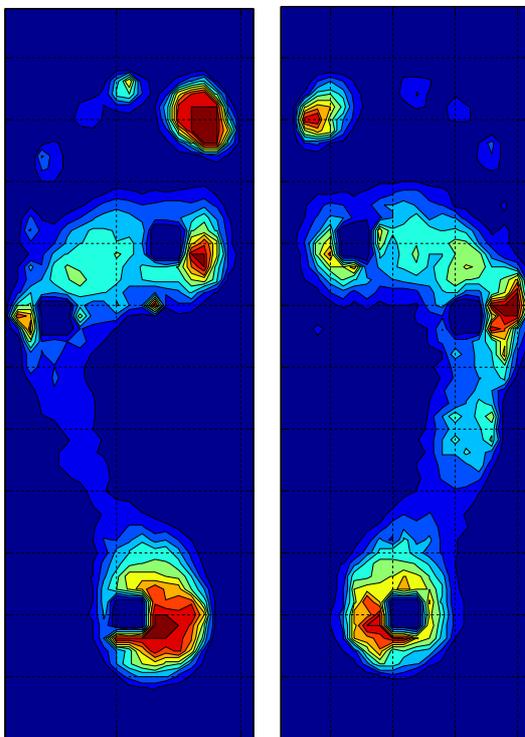


Figure 51 : Pointure 41.

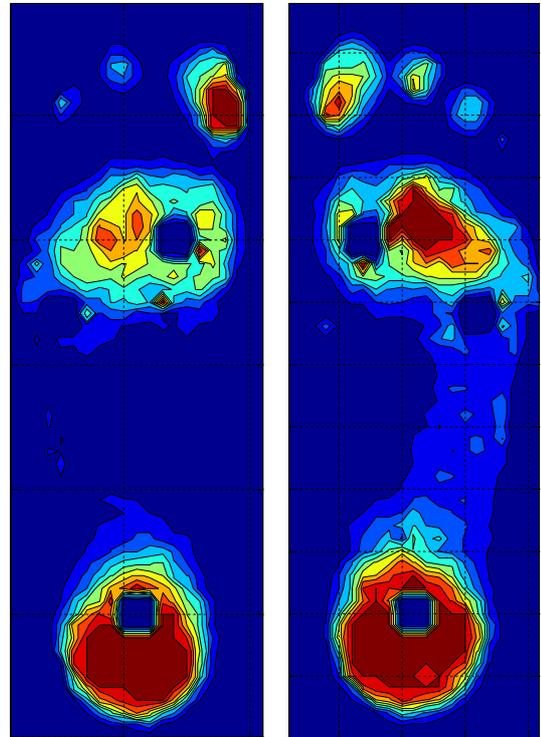


Figure 52 : Pointure 46.

En suivant les découpes préconisées par le fabricant des semelles (les mêmes découpes sont préconisées pour F-Scan), quelle que ce soit la pointure du pied, les deux capteurs situés à l'avant des pieds sont toujours sous les têtes de métatarsien. Tandis que le troisième capteur

se déplace sous le talon. Pour la pointure 36, le capteur sous le talon est situé vers l'arrière du talon. Tandis que pour la pointure 46, ce capteur se situe plutôt vers l'avant du talon. Dans les deux autres cas, pointures 40 et 41, le troisième capteur se situe au centre du talon.

Les comparaisons des mesures effectuées avec nos semelles et F-Scan ne montrent aucun écart particulier lié à la position du capteur postérieur (sous le talon).

6 Synthèse

Le présent chapitre fait suite à l'étude théorique développée dans le chapitre 1 sur la possibilité d'utiliser une semelle avec un nombre réduit de capteur pour mesurer le stabilogramme. Nous avons validé le modèle des formes linéaires présenté par l'équation (1-8), qui permet de calculer les moments et la force totale sur chaque pied.

Dans un premier temps, le calcul a été effectué à partir de trois capteurs virtuels constitués de zones carrés de 9 pixels de la matrice des cartes de pressions issues de F-Scan. Les résultats ont montré que l'utilisation de cinq capteurs, au lieu de trois, n'améliore que très peu la qualité de la mesure du déplacement du *CoP*. Suite à ces résultats, nous avons choisi de n'utiliser que trois capteurs par pied.

Dans un second temps, nous avons présenté les prototypes des semelles instrumentées que nous avons réalisés. Nous avons étudié la chaîne d'acquisition, la linéarisation des capteurs et le traitement numérique des signaux.

La méthodologie d'utilisation est la suivante. Une phase d'apprentissage consiste à mesurer simultanément les *CoP* avec F-Scan et les semelles instrumentées. Elle permet de calculer les paramètres du modèle des formes linéaires. Le calcul dure quelques secondes. Après l'apprentissage, les semelles instrumentées peuvent être utilisées en place de F-Scan. Le filtrage du bruit, le calcul des forces totales, des moments et du *CoPT* se font en temps réel.

Pour les besoins de l'étude, les mesures du *CoPT* issues de nos semelles instrumentées, ont été comparées avec des mesures issues de F-Scan. En grand déplacement, elles ont montré un écart maximum de 7.8 mm en médio-latéral et 5.9 mm en antéropostérieur. En petit déplacement yeux fermés, l'écart est de 3 ± 2 mm en médio-latéral et 2 ± 1.5 mm en antéropostérieur. Nous parlons d'écart car nous ne connaissons pas les erreurs de mesure de F-Scan. Ces résultats restent dans les mêmes ordres de valeur que ceux prédits par les capteurs virtuels, Table 1, totalement mesurés avec F-Scan.

En petit déplacement, les écarts trouvés avec nos semelles instrumentées sont comparables à ceux des capteurs virtuels, voire mieux au niveau du déplacement médio-latéral. Notre système présente moins de bruit que les mesures du système F-Scan. Ceci est lié au filtrage du signal des capteurs et à la méthode des formes linéaires.

Pour un suivi ambulatoire du déplacement et de la fréquence du déplacement du *CoPT*, une erreur de quelque mm est acceptable.

7 Conclusion

Dans ce chapitre les prototypes de semelles instrumentées avec trois capteurs résistifs ont été présentés. La chaîne d'acquisition et de traitement des signaux a été détaillée.

Les incertitudes expérimentales sont comparables aux erreurs du modèle théorique. Nos résultats comparés avec ceux de Dyer et Bamberg, indiquent une meilleure précision dans la mesure du déplacement du *CoPT*. Les 3 capteurs par pied peuvent suffire pour retrouver le *CoPT*, grâce à la méthode des formes linéaires de calcul des moments et de la force totale sur chaque pied. La même semelle instrumentée a été utilisée pour différents sujets ayant différentes pointures. Cette semelle standard est ajustable à la chaussure.

Le prototype de semelle n'avait qu'un but de recherche sur la partie physique d'un système ambulateur basé sur un réseau de capteurs. Il pourra se décliner sous différentes formes suivant les applications et les souhaits des praticiens.

Une des perspectives possibles est de rendre autonome chaque semelle et remplacer les liaisons filaires et le convertisseur analogique/digital par des circuits intégrés résidents dans la chaussure, et de faible consommation. Il dépendra de l'étude de pré-développement de déterminer le mode de communication radio, l'utilisation d'un processeur embarqué pour le traitement numérique et le système de communication extérieur permettant de visualiser en temps réel les mesures après traitement numérique.

Jusqu'à présent nous nous sommes intéressés au seul déplacement du centre de pression. Le modèle du pied présenté au premier chapitre sert également à la génération des cartes de pression à partir de 3 capteurs via la forme interne du pied. Dans le chapitre suivant nous présentons la méthode d'extrapolation de la répartition des pressions plantaires à partir des mesures effectuées avec nos semelles instrumentées.

Chapitre 3. Cartographie des pressions plantaires à partir de 3 capteurs

1 Introduction

Le modèle du pied présenté dans le premier chapitre permet de générer des cartographies des pressions plantaires pour différentes assiettes du pied en connaissant sa forme interne et les caractéristiques du milieu élastique. Dans le deuxième chapitre une semelle instrumentée à trois capteurs par pied a été présentée.

Dans ce troisième chapitre, l'objectif est de générer les cartographies des pressions plantaires à partir de pressions mesurées par les trois capteurs. La reconstitution des cartes de pression plantaire est basée sur le modèle du pied développé au premier chapitre.

Nous présentons dans un premier temps la méthode d'extraction de la forme interne du pied et de la raideur du milieu élastique à partir des cartographies de pression mesurées avec F-Scan. L'assiette du pied, déduite des données des trois capteurs, permet de générer les cartes de pression plantaire à partir de la forme interne et la raideur.

Dans un second temps, les cartes de pression générées par calcul sont présentées et discutées. Puis nous calculons le stabilogramme à partir des cartographies de pressions extrapolées.

Nous procédons à la démonstration et la validation des méthodes en commençant tous d'abord par l'étude théorique, ensuite l'étude avec les capteurs virtuels issus de F-Scan et enfin l'application avec nos semelles instrumentées.

2 Principe de détermination des paramètres du modèle du pied

Pour rappel, dans le chapitre 1, la simulation des cartes des pressions plantaires est faite en utilisant une forme interne numérique du pied construite à partir de photos d'empreintes de pieds. Les cartes de pressions sont calculées pour différentes assiettes du pied en fonction des caractéristiques du milieu élastique (épaisseur et raideur) sous le pied.

Le modèle suppose un milieu élastique uniforme. La compression du milieu élastique induit la répartition des pressions plantaires en fonction de la forme interne du pied.

La relation entre la force appliquée sur la cheville et la répartition des pressions plantaires est définie par les trois éléments du modèle mathématique du pied :

- La forme interne du pied
- Le milieu élastique
- L'assiette du pied.

La problématique développée dans le présent chapitre consiste, à partir de mesures de pressions plantaires, à calculer la forme interne du pied et les caractéristiques du milieu élastique. Nous utilisons des étapes successives de complexité croissante pour expliquer la démarche. La méthode mathématique est détaillée dans l'annexe 1 section 1.

2.1 Cas d'un pied posé sur une surface plane horizontale

- ✓ **Connaissant la carte des pressions, peut-on en déduire le profil interne du pied ?**

Supposons que l'épaisseur *epais* et la raideur *raid* du milieu élastique soient connues. Alors, connaissant la pression locale f^k au point k , on connaît la compression :

$$z_C^k = \textit{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f^k}{\textit{raid}}\right) \right) \quad (3-1)$$

Et donc la forme interne du pied locale par rapport au plan de l'assiette $z_{FS}^k = a \cdot x_k + b \cdot y_k + c$. La forme interne locale est :

$$z_{IS}^k = \textit{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f^k}{\textit{raid}}\right) \right) - (a \cdot x_k + b \cdot y_k + c) \quad (3-2)$$

La forme interne du pied est exprimée par rapport au plan de l'assiette. Il faut donc connaître l'assiette pour calculer l'épaisseur de la forme interne. Dans un premier temps, l'assiette est arbitraire.

Pour déterminer la forme interne complète du pied, il faudrait disposer d'une carte des pressions en tout point de la surface du pied. Ce n'est pas possible. La zone d'appui varie en fonction de l'assiette et ne couvre jamais l'ensemble de la surface du pied.

Si la zone d'appuis ne concerne qu'une partie du pied, il n'est pas possible de déduire la forme du pied pour les zones hors appui.

Aussi on utilise un ensemble de cartes de pression représentatives de différentes postures (phase d'apprentissage) afin d'en déduire la forme interne du pied en totalité. Pour chaque posture on connaît la compression en tout point.

Prenons une première posture, $i=1$. L'assiette du pied est arbitraire. On choisit pour l'assiette arbitraire $a_1 = 0$, $b_1 = 0$ et $c_1 = -1 \text{ m}$. Cette assiette est telle que $\forall k : z_{IS}^k \geq 0$.

Seules certaines parties du pied sont soumises à une pression. Pour tout point tel que $f_1^k > 0$, il est possible de calculer la forme interne, zone rouge sur la Figure 53 :

$$z_{IS}^k = epais \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_1^k}{raid}\right) \right) - z_{FS}^k \quad (3-3)$$

Au terme de cette première posture, on connaît une partie de la forme interne, correspondant aux points sous pression, $f_1^k > 0$.

Soit nd_k un compteur. En tout point k , il indique le nombre de fois où la pression locale en k , f_i^k , a été non nulle pour la posture i , et où z_{IS}^k a pu être calculée. Au départ, $\forall k : nd_k = 0$. Après tout nouveau calcul de la forme interne au point k le compteur est incrémenté de 1, $nd_k = nd_k + 1$.

Les points tels que $nd_k > 0$ définissent la zone où la forme interne du pied est connue. En rouge sur la Figure 53. Après $i=1$, $nd_k = 1$ dans la zone rouge.

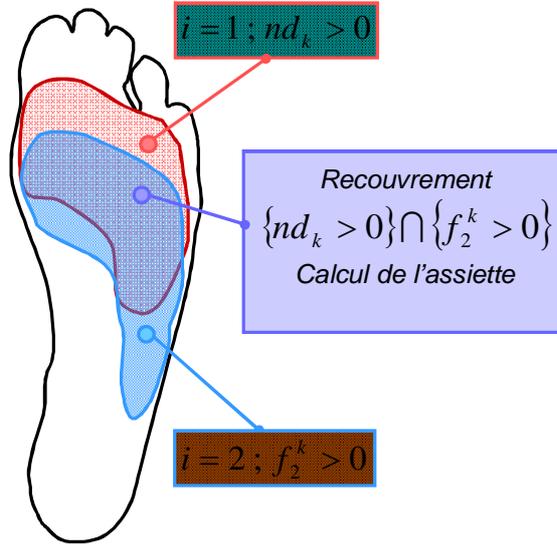


Figure 53 : Détermination de la forme interne par recouvrements des postures.

Changeons de posture, $i = 2$. On dispose d'une nouvelle zone telle que $f_2^k > 0$, en bleu sur la Figure 53.

L'assiette a changé par rapport à la précédente et n'est pas connue. Il faut la déterminer. Considérons la zone de recouvrement en violet. Elle est définie par l'intersection de l'ensemble des points pour lesquels la forme interne est connue, $nd_k > 0$, et l'ensemble des points où la pression est non nulle, $f_2^k > 0$. Dans cette zone, on connaît à la fois la forme interne du pied, pour $i = 1$, et les pressions pour la posture en cours, pour $i = 2$.

On peut donc déduire l'assiette de la posture en cours, $i = 2$, à partir des pressions situées dans la zone de recouvrement, $\{nd_k > 0\} \cap \{f_2^k > 0\}$:

$$z_{FS}^k = a_2 \cdot x_k + b_2 \cdot y_k + c_2 = epais \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_2^k}{raid}\right) \right) - z_{IS}^k \quad (3-4)$$

Connaissant l'assiette de cette nouvelle posture, $i = 2$, on peut calculer la forme interne pour tous les points tels que $f_2^k > 0$, l'ensemble de la zone bleue. Dans la zone rouge non recouverte $nd_k = 1$. Dans la zone bleue non recouverte $nd_k = 1$. Dans la zone de recouvrement violette $nd_k = 2$.

Par itération, $i = 2 \dots M$, on finit par déterminer l'empreinte de tous les points du pied qui ont été soumis au moins une fois à une pression pour l'ensemble des postures, $nd_k > 1$. La taille de la zone où la forme interne du pied est connue croît rapidement avec les itérations.

En pratique un moyennage est effectué sur z_{IS}^k , dépendant de la récurrence du calcul local de la forme interne, nd_k . Les points les plus sollicités, nd_k élevé, sont déterminés avec le plus de précision. Le calcul de l'écart-type, qui dépend fortement de nd_k , est effectué en tout point k .

Il est donc possible de calculer le profil interne du pied connaissant un ensemble de cartes de pressions lorsque l'épaisseur *epais* et la raideur *raid* du milieu élastique sont connues.

Préambule :

- ✓ **Connaissant les cartes des pressions, peut-on en déduire le profil interne du pied et la raideur du matériau élastique pour une épaisseur donnée ?**

Les cartes de pression correspondent à des assiettes différentes et donc localement à des pressions différentes. Si l'épaisseur du milieu élastique est fixée, on peut donc déterminer la raideur supposée uniforme et indépendante de la posture.

La méthode est assez simple. Pour une raideur donnée, on calcule la somme du carré des erreurs lors de la détermination de la moyenne locale de la forme interne du pied. On recherche la valeur de la raideur qui minimise la somme du carré des erreurs par trichotomie.

- ✓ **Peut-on également déduire l'épaisseur du milieu élastique ?**

Malheureusement, l'épaisseur intervient comme un facteur multiplicatif de l'assiette et de la forme interne du pied. On est donc obligé de fixer arbitrairement l'épaisseur.

Une remarque : augmenter l'épaisseur augmente l'amplitude des variations d'assiette et de la forme interne du pied. En pratique, pour une répartition des pressions donnée l'assiette et la forme interne sont proportionnelles à l'épaisseur du milieu élastique. On fixe donc la valeur de l'épaisseur à une valeur réaliste. Mais ainsi que nous allons le voir, ceci est sans importance pour la reconstruction des cartes de pression à partir des informations données par trois capteurs.

- ✓ **Comment peut-on connaître la carte des pressions à partir de 3 capteurs ?**

La position de chacun des trois capteurs par rapport à la semelle F-Scan est connue. Pour chaque posture, l'assiette du pied a été calculée à partir de F-Scan.

La raideur des capteurs dépend de leurs surfaces effectives. De l'ensemble des mesures obtenues pour les différentes postures on déduit la raideur des capteurs, ainsi que la forme interne du pied au-dessus des capteurs. Le calcul est identique à celui utilisé pour les pixels de F-Scan.

Le problème inverse consiste alors, pour chaque nouvelle posture, à déterminer l'assiette à partir des mesures des trois capteurs.

Connaissant la forme interne du pied, l'épaisseur et la raideur du milieu élastique, la carte des pressions est instantanément calculable.

$$f(x, y) = -raid \cdot \ln\left(1 - \frac{z_c(x, y)}{epais}\right) \text{ avec } z_c(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c + z_{IS}(x, y) \quad (3-5)$$

✓ **Représentation graphique de la forme interne du pied. Assiette de référence.**

Dans tout ce qui précède, l'assiette est systématiquement calculée par rapport à l'assiette arbitraire fixée pour la première carte de pression mesurée. Pour la représentation de la forme interne du pied, il est nécessaire de modifier l'assiette du pied afin que la figure ait un sens pour l'observateur.

Par rapport à ses habitudes, l'observateur s'attend à voir une image qui ressemble à l'empreinte laissée dans le sable par un pied posé à plat. Ceci revient à effectuer les transformations, rotations et translations, nécessaires pour que l'image de la forme interne corresponde à celle d'un pied posé à plat lorsque l'assiette, dite de référence, est un plan horizontal, parallèle au sol, Figure 54. Le calcul est expliqué en Annexe 1 section 1.3. Plusieurs exemples de résultat sont montrés Figure 56, et suivantes.

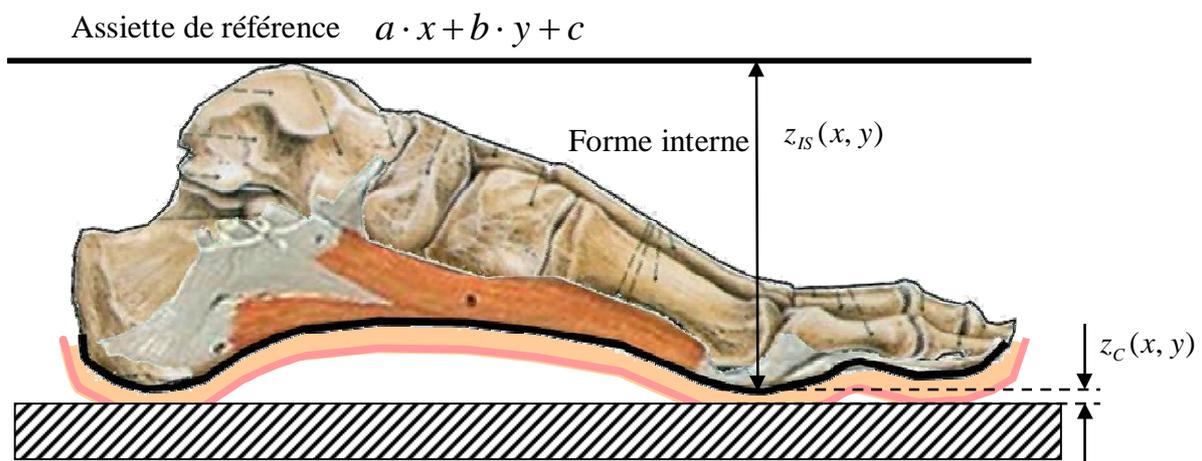


Figure 54 : Forme interne du pied par rapport à l'assiette de référence.

2.2 Cas où la surface d'appui n'est pas horizontale

La surface d'appui n'est pas toujours horizontale. Pour exemple une chaussure à talon, Figure 55.

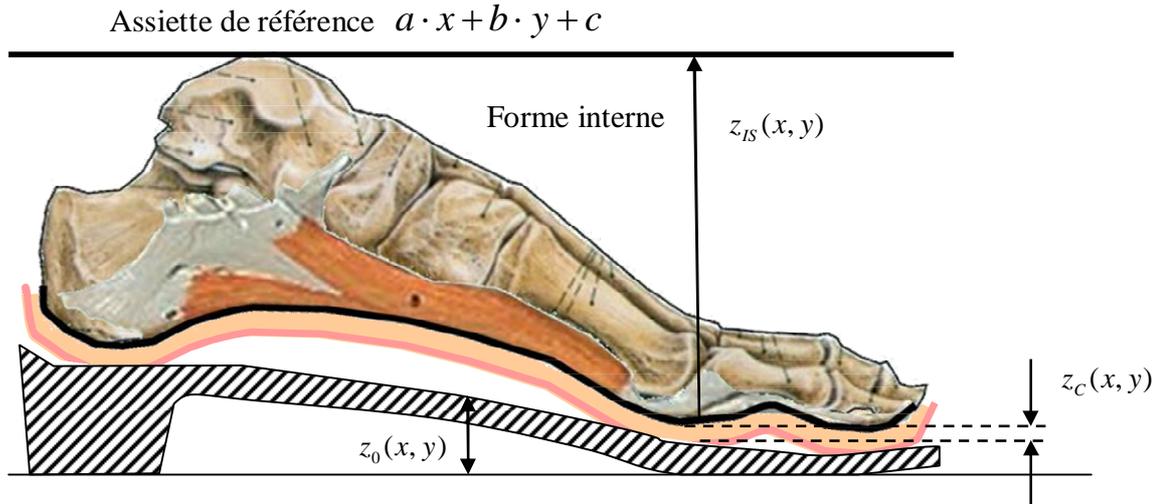


Figure 55 : Surface d'appui non horizontale.

Le modèle peut traiter le cas de surface non plane. Soit $z_0(x, y)$ la fonction qui décrit la surface d'appuis. Du fait que $z_0(x, y) \neq 0$, la forme interne du pied déduite des mesures est $z'_{IS}(x, y) = z_{IS}(x, y) + z_0(x, y)$. Cette forme interne n'a rien de morphologique à moins de soustraire $z_0(x, y)$ si on connaît cette surface.

Pour la suite des calculs rien n'est changé. Le problème inverse consiste, pour chaque nouvelle posture, à déterminer l'assiette à partir des mesures des trois capteurs. Connaissant la forme interne du pied, l'épaisseur et la raideur du milieu élastique, la carte des pressions est instantanément calculée via :

$$f(x, y) = -raid \cdot \ln\left(1 - \frac{z_C(x, y)}{epais}\right) \text{ avec } z_C(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c + z'_{IS}(x, y) \quad (3-6)$$

Dans ce cas, la forme interne du pied calculée, $z'_{IS}(x, y)$, qui n'a pas d'interprétation physiologique directe, ne doit être considérée que comme une étape intermédiaire de la méthode.

3 Extraction expérimentale des paramètres du modèle du pied

Rappelons que les cartes de pressions plantaires sont mesurées avec F-Scan pour différentes assiettes du pied avec une fréquence de 50 scan/seconde. Les cartes sont spatialement discrétisés suivant le maillage de F-Scan, dont la surface de chaque pixel est $S_p = 0.508 \times 0.508 \text{ cm}^2$.

Pour chaque pas de temps $i = 1..M$, la posture change, l'assiette du pied est modifiée et induit une répartition de la pression plantaire différente. En chaque pixel $k = 1..N$ du pied, la force f_i^k est mesurée et enregistrée.

Pour calculer la forme interne du pied, il est nécessaire que les zones de pression de deux postures successives se recouvrent. Du fait de la fréquence de mesure élevée, si le patient se

tient sur les deux pieds sans les déplacer, les zones de pression successives se recouvrent naturellement.

Lors de la marche les zones de pression successives ne se recouvrent pas nécessairement. Néanmoins, on peut trouver, dans l'ensemble des postures enregistrées, des postures qui présentent des zones de pression qui se recouvrent. Par ailleurs, dès que quelques postures ont été utilisées pour le calcul, la zone couverte par la forme interne du pied est déjà suffisamment étendue pour avoir un recouvrement avec toute nouvelle posture.

La relation entre la pression, la forme interne du pied et l'assiette i est :

$$epais \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_i^k}{raid}\right) \right) - z_{IS}^k - a_i \cdot x_k + b_i \cdot y_k + c_i = 0 \quad (3-7)$$

Elle est totalement équivalente à :

$$\left(1 - \exp\left(-\frac{f_i^k}{raid}\right) \right) - \frac{z_{IS}^k}{epais} - \frac{a_i}{epais} \cdot x_k + \frac{b_i}{epais} \cdot y_k + \frac{c_i}{epais} = 0 \quad (3-8)$$

Soit encore :

$$\left(1 - \exp\left(-\frac{f_i^k}{raid}\right) \right) - \tilde{z}_{IS}^k - \tilde{a}_i \cdot x_k + \tilde{b}_i \cdot y_k + \tilde{c}_i = 0 \quad (3-9)$$

Ce qui montre que z_{IS}^k , a_i , b_i et c_i ne peuvent être déterminés qu'à un facteur multiplicatif près, $epais$.

Nous ne pouvons donc pas déterminer l'épaisseur du milieu élastique. Elle est fixée à une valeur arbitraire. Elle est un facteur de proportionnalité pour l'assiette et la forme interne du pied. En général l'épaisseur choisie pour la peau seule est de 5 mm. Si le pied repose sur une semelle élastique, on ajoute l'épaisseur de la semelle à l'épaisseur de la peau. La raideur calculée est une moyenne pondérée des raideurs.

Ci-après, sont détaillés les résultats de calcul de la forme interne du pied pour un pied nu sur un sol plan, puis sur différentes semelles et enfin dans une chaussure durant la marche. La méthode numérique utilise le logiciel MATLAB. Le temps de calcul de la forme interne du pied est de l'ordre de 10 secondes sur un ordinateur de bureautique.

4 Cas d'un pied nu sur un sol plan

4.1 Extraction de la forme interne du pied

Pour obtenir la forme interne du pied, on a d'abord utilisé des mesures effectuées pieds nus. Les semelles F-Scan sont fixées sur un sol plan. Les cartes de pression plantaire sont enregistrées pendant 1 minute à une fréquence de 50 cartes /seconde, ce qui correspond à $M=3000$. Chaque carte de pression, $i = 1..M$, correspond à une assiette du pied différente.

A noter que le système F-Scan nécessite une calibration avant chaque enregistrement. Pour cette calibration, il est demandé le poids du sujet. Le système F-Scan ne sait pas faire des mesures en valeurs absolues.

Un sujet de 70 kg, chaussant du 40 (pointures Européennes) se tient debout les pieds nus sur les semelles. Durant l'enregistrement des cartes de pression, le déplacement du centre de pression est exagéré latéralement (d'un pied à l'autre) et antérieurement (du talon vers l'avant du pied). Cette phase d'apprentissage a pour but de pouvoir calculer la plus grande surface utile de la forme interne du pied.

La méthode consiste à effectuer un mouvement circulaire au niveau du bassin pour assurer la répartition des pressions sur l'intégralité de la surface des deux pieds. Les mesures sont effectuées avec un écart des pieds de 20 à 25 cm mesurées entre les deux chevilles. Ceci correspond à la largeur des hanches en position debout relâchée.

Observation du résultat

La forme interne du pied calculée est présentée dans la Figure 56. Ainsi que nous l'avons vu, la forme interne du pied dépend de l'épaisseur du milieu élastique. Nous avons mesuré expérimentalement l'épaisseur des coussinets sous les zones d'appui qui est de l'ordre de quelques mm. Dans cette mesure, l'épaisseur est fixée arbitrairement à 5 mm ce qui correspond approximativement à l'épaisseur des tissus mous. La raideur du milieu élastique calculée est de l'ordre de 0.2 daN/25 mm².

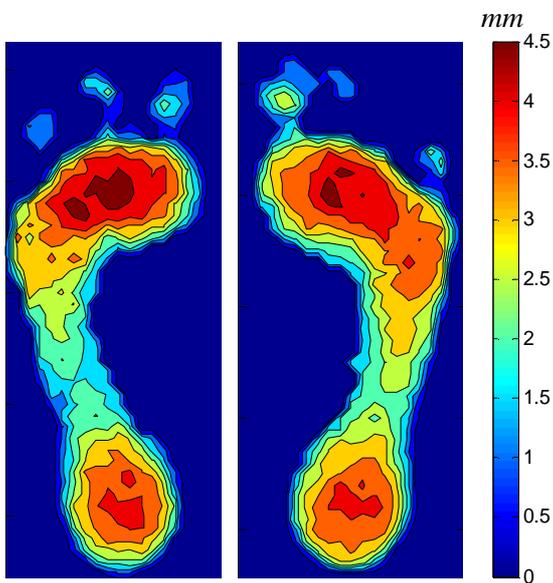


Figure 56 : Forme interne en mm.

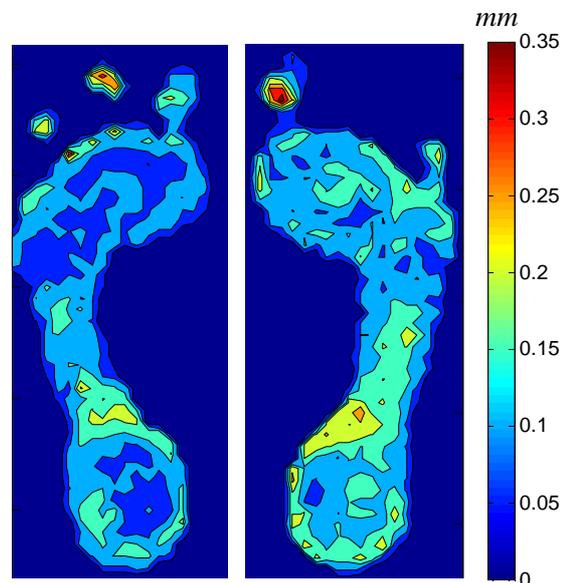


Figure 57 : Écart-type en mm.

Les résultats montrent que la forme interne du pied varie de 3 mm entre le talon ou l'avant du pied et les orteils ou la voûte plantaire. Cette différence d'altitude semble acceptable en comparaison avec la forme de la face inférieure du pied du sujet qui a des pieds ni plats ni creux.

La Figure 57 présente l'écart-type calculé. Cet écart-type inclut les erreurs dues aux hypothèses du modèle du pied et les incertitudes de mesure. Elle est d'autant plus faible que nd_k est élevé.

L'écart-type est inférieur à $0,15 \text{ mm}$ pour les principales zones d'appui plantaire, sous le talon et l'avant pied, nd_k élevé. Cet écart-type correspond à 3 % de l'altitude maximale de la forme interne du pied.

Un écart-type élevé apparaît dans les zones peu sollicitées, nd_k faible. Il correspond à 12 % de la valeur sous les orteils. Dans tous les cas, l'incertitude est inférieure à quelques pourcents.

Influence de l'épaisseur du milieu élastique

La forme interne du pied est indépendante de l'épaisseur du milieu élastique. Ci-après deux exemples de calcul de la forme interne du pied. Le premier sur une semelle en cuir d'une épaisseur de 2 mm , Figure 58 et le deuxième sur un matériau élastomère d'une épaisseur de 8 mm , Figure 59.

Dans les deux cas, la forme interne du pied est identique. Pour les pieds nus ou sur une semelle en cuir, le talon et l'avant du pied sont les plus sollicités. Une semelle de 8 mm permet de mettre en évidence les zones d'appui moins sollicitées qui n'apparaissent pas pied nu. Néanmoins, la forme interne du pied est la même (ne pas se laisser abuser par les échelles de couleur différentes des figures).

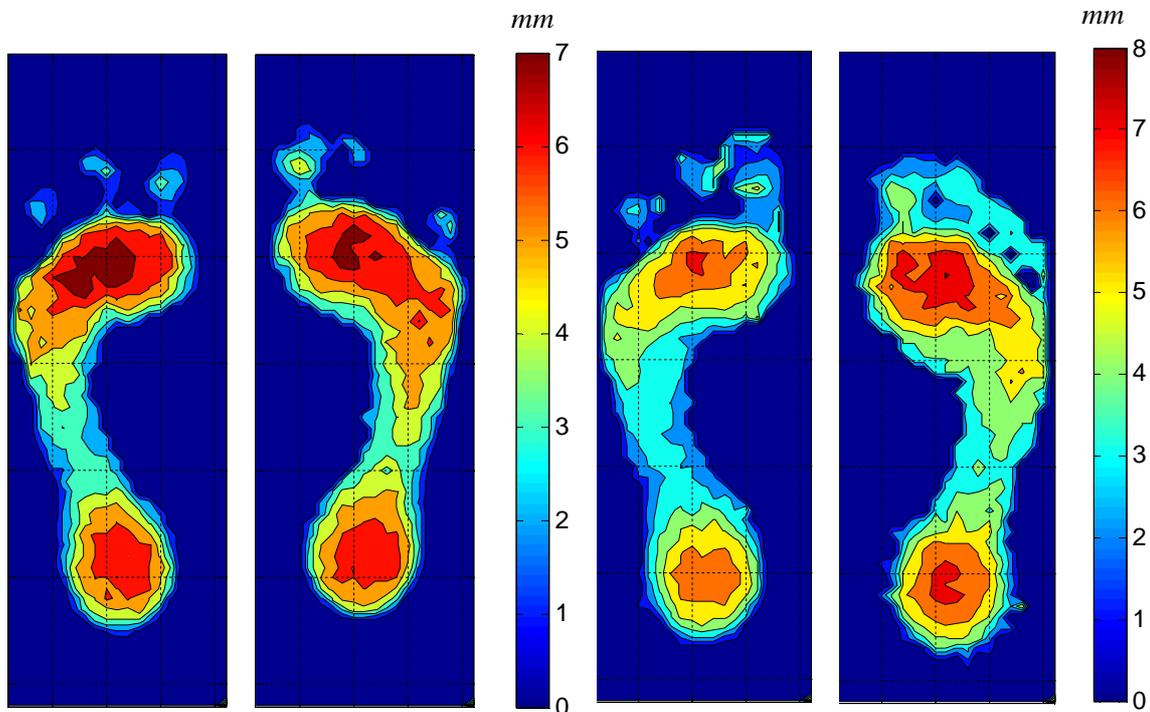


Figure 58 : Forme interne calculée pour un pied sur une semelle en cuir d'épaisseur 2 mm .

Figure 59 : Forme interne calculée pour pied sur un matériau élastomère d'épaisseur 8 mm .

Comparaison entre différents sujets

Dix sujets se sont prêtés aux expériences. Il leur est demandé de se mettre debout pieds nus sur les semelles en cuir d'une épaisseur de 2 mm. Les formes internes des pieds sont calculées. Nous nous sommes ici volontairement limité à présenter 4 sujets représentatifs des différents participants. Les 4 sujets apparaissent de façon récurrente dans les différents chapitres.

Les principales caractéristiques sont rassemblées dans le Table 2. Il s'agit d'une femme et trois hommes de pointures 36, 40, 41 et 46 selon la taille européenne.

L'épaisseur du milieu élastique est fixée à 5 mm. L'altitude maximale est entre 4.5 et 5.5 mm.

Sujet	sexe	âge	Poids (kg)	Pointure
1	F	42	46	36
2	H	67	73	40
3	H	30	64	41
4	H	25	105	46

Table 2 : Sujets récurrents.

A partir des formes internes des pieds de chaque sujet, on peut identifier les zones d'appuis et le type de pied. La Figure 60 et la Figure 61 montrent des formes internes de pied courantes avec des zones d'appui au niveau de l'avant pied et du talon. La Figure 62, présente des zones d'appui très localisées au niveau du talon, du premier métatarse et du cinquième.

Au contraire, sur Figure 63 le maximum de l'appui antérieur se situe entre le deuxième et le troisième métatarse.

Le calcul de la forme interne du pied à partir des cartes des pressions plantaires peut aider au diagnostic des anomalies plantaires. Elle peut être utile à la conception des semelles compensées ou des chaussures médicales chargées de réduire les pics de pressions plantaires et de soulager le patient.

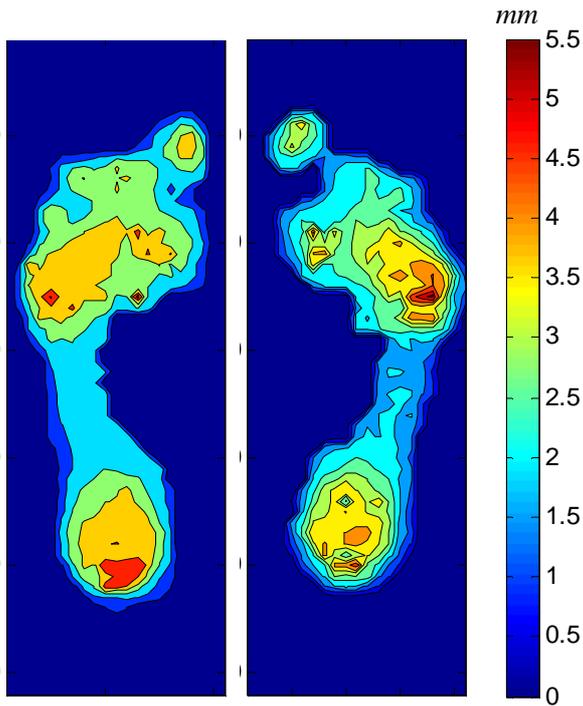


Figure 60 : Sujet 1. Pointure 36.

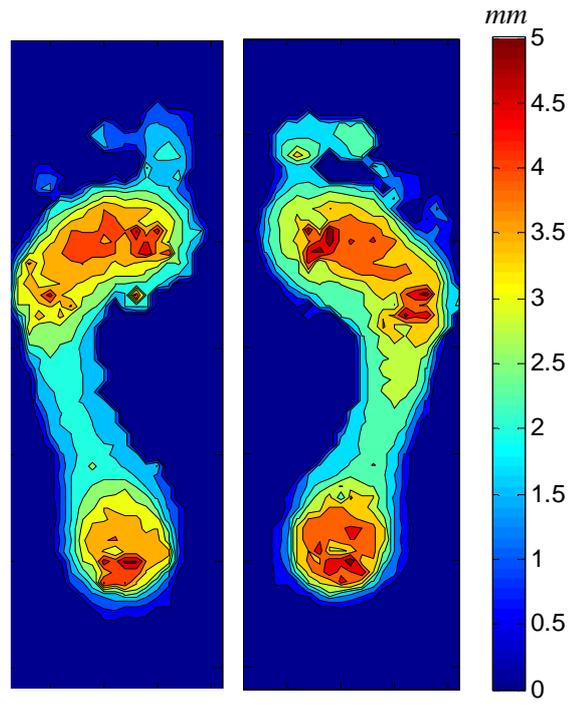


Figure 61 : Sujet 2. Pointure 40.

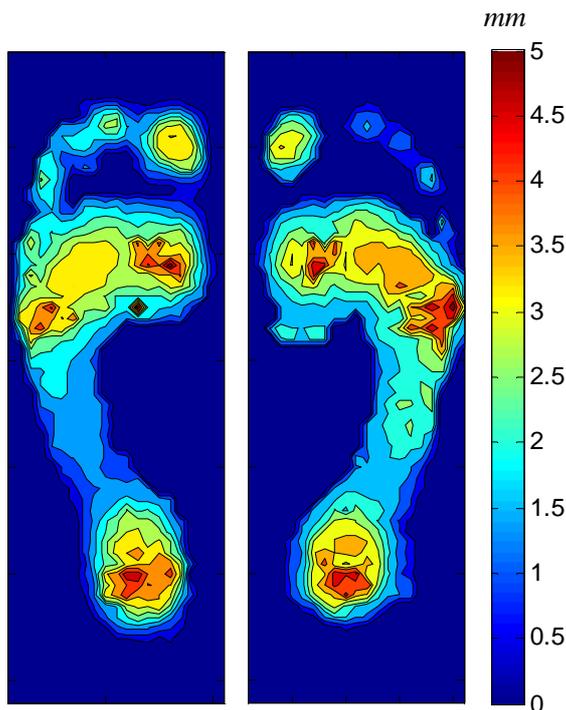


Figure 62 : Sujet 3. Pointure 41.

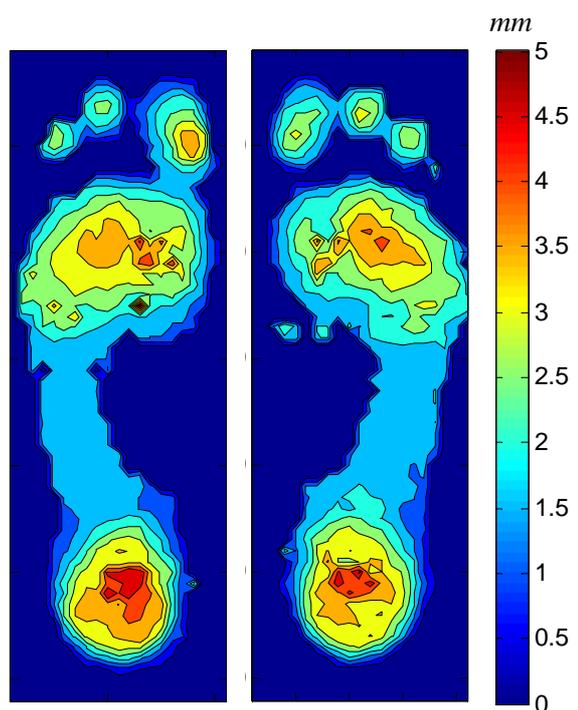


Figure 63 : Sujet 4. Pointure 46.

4.2 Calcul de l'assiette du pied

Pour le système F-Scan.

Considérons la posture i , la compression en tous point k , z_{Ci}^k , dépend de l'assiette z_{FSi} . La compression de chaque point et à chaque pas de temps, est donnée par :

$$z_{Ci}^k = z_{IS}^k + z_{FSi} \quad (3-10)$$

où la forme interne du pied, z_{IS}^k , a été déterminée à partir des cartes de pressions.

Pour les trois capteurs virtuels

Les capteurs virtuels utilisent 9 pixels de F-Scan pour simuler un capteur. Les pressions sont mesurées par trois capteurs par pied. Les positions des capteurs par rapport au pied sont connues. Et donc la position relative de chaque capteur par rapport aux autres est connue.

L'assiette du pied se déduit des trois pressions $j = 1...3$. La pression sur chaque capteur, f_{Ci}^j , est la somme des pressions des 9 pixels. Elle permet de connaître l'écrasement z_{Ci}^j au-dessus de chaque capteur :

$$z_{Ci}^j = epais \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_{Ci}^j}{raid_C}\right) \right) \quad (3-11)$$

La forme interne du pied z_{IS}^k est connue. En connaissant la position de chaque pixel du capteur j , on déduit la forme interne moyenne du pied au niveau du capteur z_{IS}^j . A partir de ces données, l'assiette du pied z_{FSi} est donnée par :

$$\begin{aligned} z_{FSi} &= z_{Ci}^j - z_{IS}^j \\ a_i \cdot x_j + b_i \cdot y_j + c_i &= z_{Ci}^j + z_{IS}^j \end{aligned} \quad (3-12)$$

Les paramètres de l'assiette du pied $(a_i; b_i; c_i)$ sont déterminés à chaque pas de temps $i = 1...M$ à partir des pressions des trois capteurs. Résolution de trois équations à trois inconnues. La méthode de simulation des profils de pressions à partir de trois capteurs est détaillée dans l'annexe 2.

4.3 Calcul de la carte de pression

Connaissant l'assiette déterminée à partir des capteurs virtuels et de la forme interne à partir de F-Scan, on peut calculer directement la carte de pression pour cette assiette à partir du modèle du pied présenté au chapitre 1.

Les mesures sont effectuées pour tester la méthode et valider la possibilité d'extrapoler les cartes de pression à partir de trois capteurs par pied. Pour chaque assiette du pied, les cartographies de pression plantaires sont calculées en temps réelle à partir des pressions des 3 capteurs et comparées à celle directement mesurées avec F-Scan.

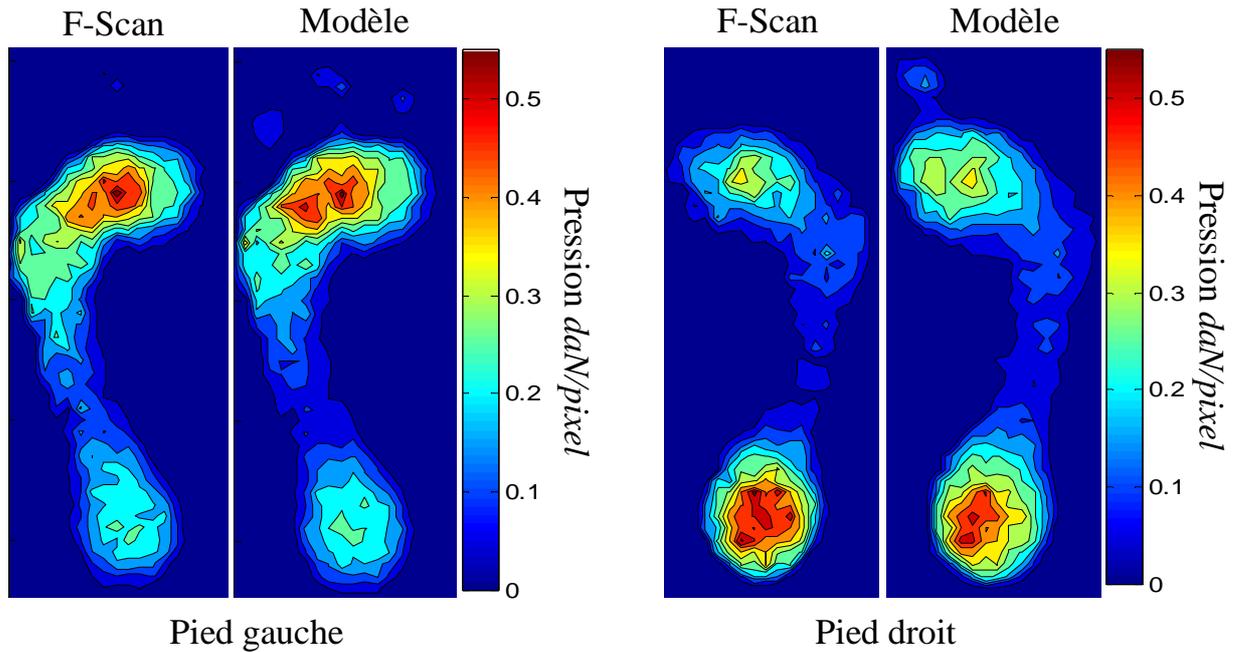


Figure 64 : Cartographies des pressions plantaires du pied gauche et droit mesurées avec F-Scan et simulées avec trois capteurs virtuels.

La Figure 64 montre les cartes de pressions des deux pieds pour une même assiette. On peut constater l'accord entre cartes mesurée et simulée.

Dans cet exemple, les maxima de pression mesurées et simulées sont de l'ordre de 0.5 daN/pixel . Les pressions sous les orteils n'apparaissent pas dans cette position.

L'erreur moyenne sur chaque pixel entre carte simulée et cartes mesurée est de 0.01 daN/pixel avec un écart-type de 0.005 daN/pixel .

Dans ce qui précède les mesures ont été effectuées pieds nus en position debout sur un plan horizontal. Dans ce qui suit les mesures seront faites pour des pieds chaussés en marche.

5 Cas de la marche

5.1 Forme interne du pied dans une chaussure

La semelle instrumentée doit être utilisée en mode ambulateur. La semelle doit donc pouvoir être insérée dans la chaussure pour générer la cartographie des pressions plantaires durant la marche ou en position debout.

Durant la marche, les pressions plantaires sont réparties sur les différentes zones du pied, d'où la possibilité de calculer la forme interne du pied qui permettra par la suite de calculer les cartes de pression plantaire à partir des mesures des 3 capteurs.

Des mesures ont été effectuées sur vingt sujets. Chacun porte ses propres chaussures (chaussure de ville, chaussure de sport, chaussure à talon haut...) dans lesquelles sont insérées les semelles F-Scan. Chacun marche près de 100 pas.

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats pour les sujets 1, 2 et 4. Le sujet 1 est une femme qui porte des chaussures à talons hauts de taille 36. Les sujet 2 et 4 sont des hommes de pointures respectives de 40 et 46.

A titre indicatif et pour comparaison avec les formes internes mesurées pied nu, la Figure 65 montre le calcul de la forme interne pour les trois sujets portant chaussures. Nous rappelons que pour des pieds dans des chaussures, les formes internes calculées ne servent que de calcul intermédiaire à la génération de cartes de pression et n'ont pas d'interprétation directe.

Du fait de la chaussure et des chaussettes, il apparait des points aberrants, pliures de la chaussette ou de la semelle F-Scan qui s'adapte mal aux déformations sphériques. Des compressions latérales sont visibles sur les figures.

Les semelles en cuir instrumentées sont conçues pour s'adapter à l'intérieur des chaussures et ne devraient pas présenter ce défaut.

Concernant la femme portant des chaussures à talon haut, la forme de la semelle modifie l'appui du pied. Le milieu du pied n'est pas impliqué dans l'appui. Les zones d'appui sont réduites au niveau du talon et de l'avant du pied.

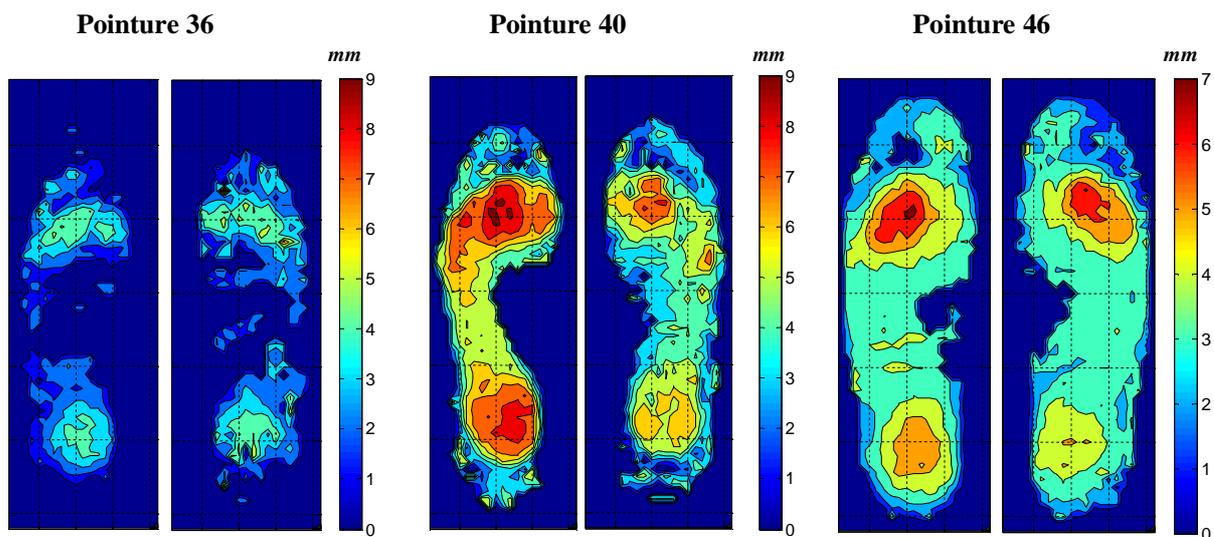


Figure 65 : Forme interne du pied dans les chaussures : sujets 1, 2 et 4.

5.2 Cartes de pression plantaire

Considérons le déroulement d'un pas correspondant à la forme interne du sujet 2 de la Figure 65. La Figure 66 compare les cartes de pression mesurées avec F-Scan et calculées à partir de 3 capteurs virtuels pour trois positions du pied lors du déplacement des pressions du talon vers l'avant. Bien que la forme interne calculée n'ait rien de morphologique, semble bruitée et fasse apparaître des pressions latérales, les cartes de pression simulées sont presque à l'identique des mesures effectuées par F-Scan.

Dans cet exemple, le maximum de pression mesuré et simulé est de l'ordre de 1.4 daN/pixel.

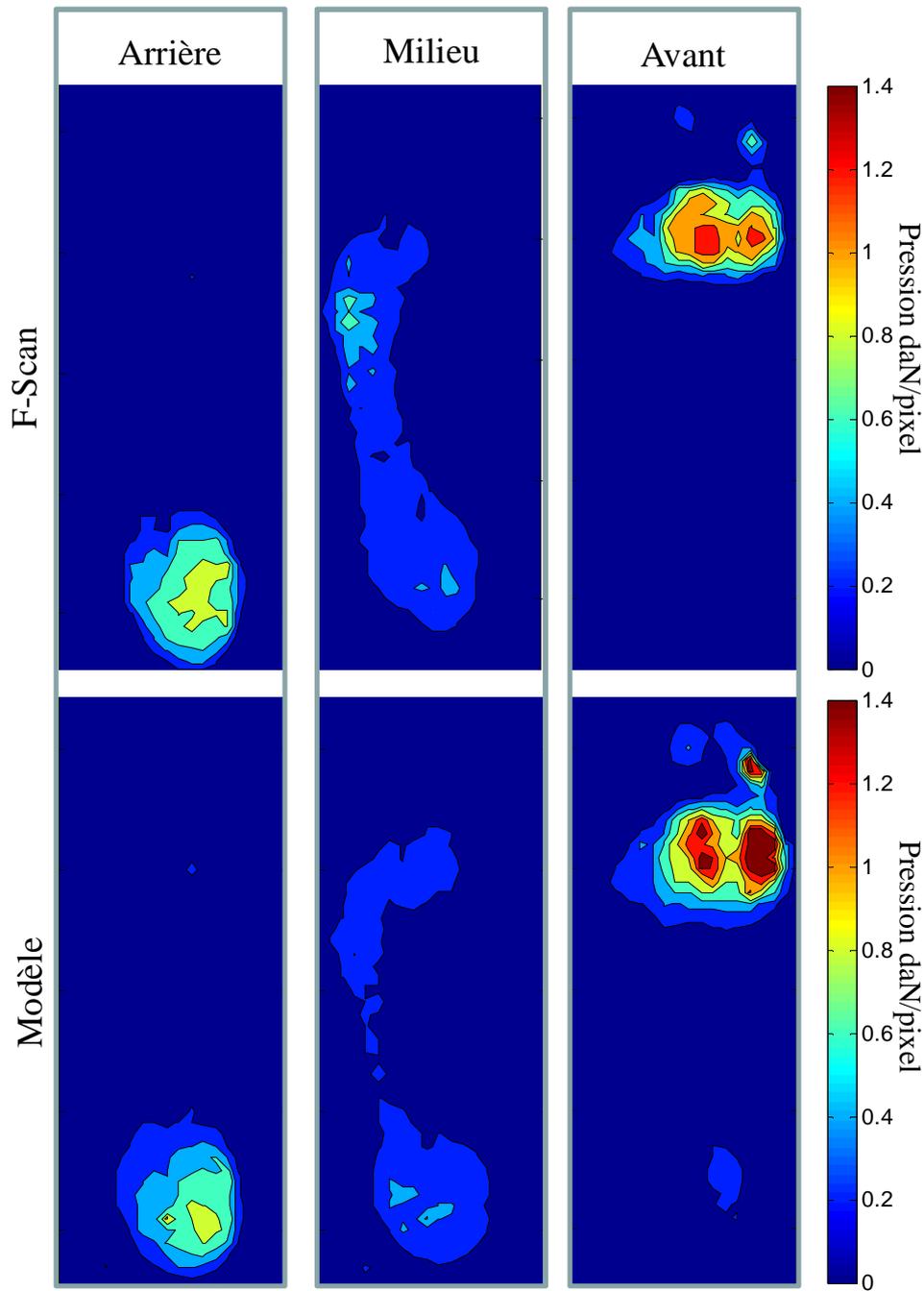


Figure 66 : Cartographies des pressions plantaires du pied gauche durant la marche, F-Scan et modèle à trois capteurs virtuels.

La méthode permet donc un suivi ambulatoire durant les activités journalières. En fonction de la répartition des pressions et de leurs amplitudes, cette méthode offre au patient et au médecin la possibilité d'un suivi et diagnostic à distance.

Jusqu'à présent, des capteurs virtuels ont été utilisés. Dans ce qui suit, nous présentons les résultats obtenus avec le prototype de semelles instrumentées que nous avons développé.

6 Cartographie des pressions plantaires à partir de trois capteurs

Dans ce qui précède, on a présenté l'extrapolation des cartographies des pressions plantaires à partir de trois capteurs virtuels. Dans ce qui suit, la méthode est utilisée à partir des mesures fournies par les semelles instrumentées (voir chapitre 2).

La forme interne du pied reste la même étant donné qu'elle est calculée directement des pressions enregistrées avec F-Scan. La raideur du milieu élastique au-dessus des capteurs est calculée par la même méthode que celle utilisée pour les pixels de F-Scan, lors de la détermination de la forme interne du pied (la raideur dépend de la surface du pixel de F-Scan ou de celle du capteur).

Les cartographies des pressions plantaires sont calculées en temps réel pour chaque assiette du pied déterminée à partir des forces mesurées par les capteurs des semelles instrumentées. La Figure 67 compare les cartes mesurées avec F-Scan et à partir des semelles instrumentées pour le sujet 2.

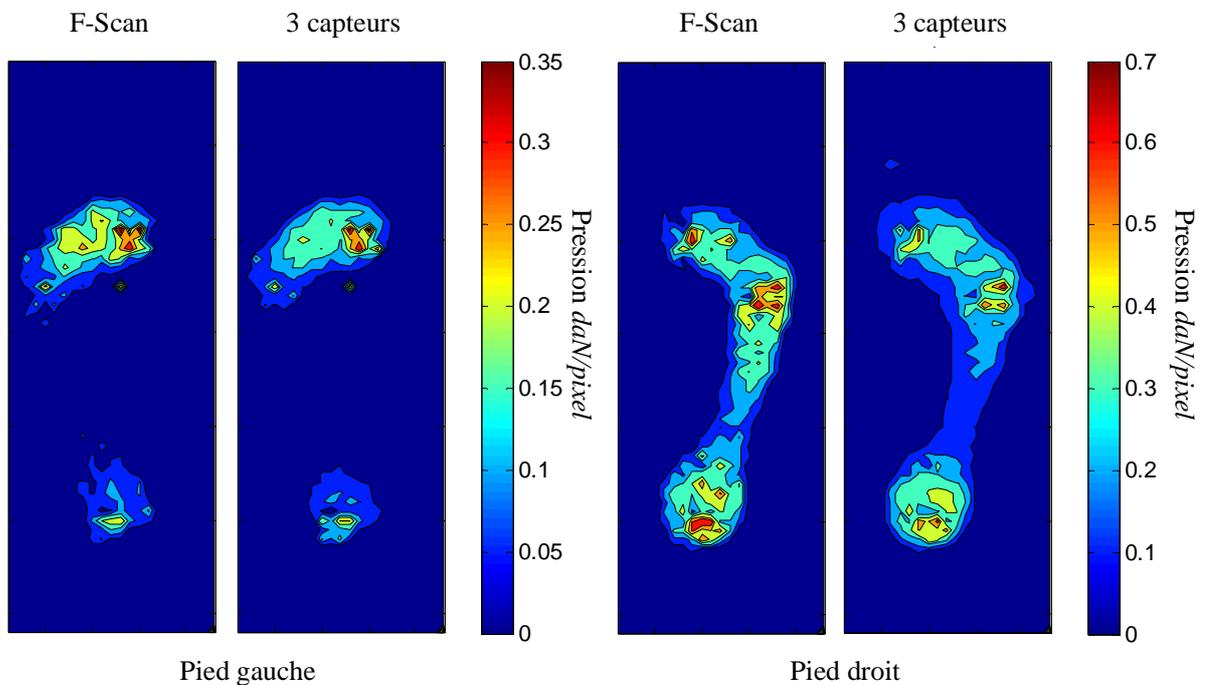


Figure 67 : Cartographies des pressions plantaires du pied gauche et droit mesurées avec F-Scan et simulées avec la semelle instrumentée à trois capteurs.

Les cartes du pied droit montrent des pressions réparties sur la totalité du pied. Une légère différence entre les résultats des deux systèmes peut être observée au milieu du pied. Elle est de faible contribution. Pour le pied gauche, les cartes sont indiscernables.

Pour chaque pixel, l'écart quadratique moyen, entre les cartes mesurées et calculées, est de l'ordre de 0.05 daN/Pixel . Cette erreur est établie à partir d'un ensemble de 1500 cartes de pression correspondant à des assiettes différentes.

Cinq sujets se sont prêtés à plusieurs séries de mesures avec les semelles instrumentées afin de les tester. Les deux semelles instrumentées utilisées étaient les mêmes pour tous les sujets quelle que soit leur pointure.

Durant la phase d'apprentissage, il faut que le pied ne glisse pas par rapport à la semelle F-Scan, afin de ne pas faire d'erreur sur la forme interne du pied. Néanmoins, nous avons vu au chapitre 1 qu'un décalage de plus ou moins 5 mm ne perturbe pas la mesure. Cette condition est remplie pour un pied tenu par la chaussure. C'était le cas également pour les mesures effectuées durant la marche.

7 Calcul du *CoPT* à partir des cartes de pression calculées

7.1 Calcul du *CoPT*, capteurs virtuels

Le chapitre 2, traite du calcul du centre de pression *CoPT* à partir des moments et des forces totales mesurées sur chaque pied par trois capteurs. Les résultats issus de trois capteurs ont été comparés avec ceux calculés à partir des cartes de pression F-Scan.

Nous venons de voir que les cartes des pressions plantaires peuvent être extrapolées pour chaque pas de temps. Il est donc possible de calculer le déplacement du *CoP* à partir de ces cartes de pression.

Les coordonnées du déplacement du *CoPT* sont calculées en position debout dans les mêmes conditions décrites au chapitre 2.

Les coordonnées du déplacement du centre de pression totale *CoPT* à partir de F-Scan et des cartes extrapolés, sont données par :

$$\begin{cases} x_{CoPT} = \frac{\tilde{M}x'_G \cdot \cos\theta_G + \tilde{M}x'_D \cdot \cos\theta_D - \tilde{M}y'_G \cdot \sin\theta_G + \tilde{M}y'_D \cdot \sin\theta_D}{F_D + F_G} + \frac{\Delta x}{2} \cdot \left(\frac{F_D - F_G}{F_D + F_G} \right) \\ y_{CoPT} = \frac{\tilde{M}y'_G \cdot \cos\theta_G + \tilde{M}y'_D \cdot \cos\theta_D + \tilde{M}x'_G \cdot \sin\theta_G - \tilde{M}x'_D \cdot \sin\theta_D}{F_D + F_G} \end{cases} \quad (3-13)$$

Les mesures sont effectuées en position debout et les pieds écartés de 22 cm. Comme au second chapitre, il est demandé au sujet de forcer le déplacement du *CoPT* latéralement et antérieurement pour une phase d'apprentissage. Puis de rester debout avec les yeux fermés pour mesurer les petits déplacements. Notre objectif est de comparer la méthode des formes linéaire du premier chapitre, et les résultats obtenus en calculant les coordonnées du *CoPT* à partir des cartes de pressions extrapolées.

Les résultats sont comparés avec F-Scan. La Figure 68 montre le stabilogramme du déplacement forcée du *CoPT* pendant 30 s. La courbe bleue en arrière-plan est obtenue à partir des cartes de pressions de F-Scan, la courbe rouge au premier plan est obtenue avec les extrapolations obtenues à partir des trois capteurs virtuels par pied. Le déplacement médio-latéral est de l'ordre de 18 cm. Le déplacement antéropostérieur oscille de 14 cm entre les talons et l'avant des pieds.

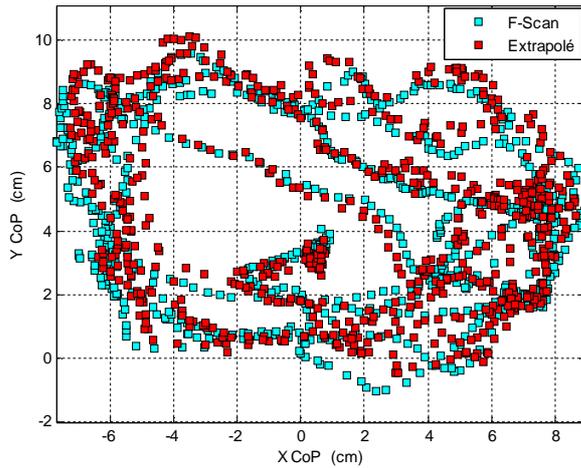


Figure 68 : Grand déplacement.

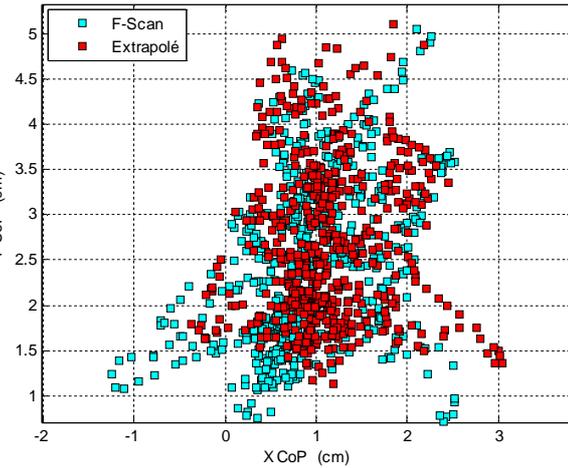


Figure 69 : Maintien de l'équilibre.

La Figure 69 montre le stabilogramme du déplacement du $CoPT$ pour les yeux fermés pendant 10 secondes. Le déplacement médio-latéral est faible de l'ordre de 3 cm. En l'absence de la vision, les repères spatiaux sont réduits ce qui génère une faible divagation du $CoPT$ essentiellement dans le déplacement antéropostérieur.

Les résultats montrent que le $CoPT$ calculé à partir des cartes de pressions extrapolées présente des écarts. En comparant avec F-Scan, on constate un décalage entre les deux courbes de 1 cm.

7.2 Calcul du $CoPT$, semelles instrumentées

Le déplacement du centre de pression est calculé à partir des cartes de pression extrapolées des mesures issues des prototypes de semelles instrumentées. La Figure 70 compare les grands déplacements et la Figure 71 compare le maintien de l'équilibre yeux fermés. F-Scan en bleu, cartes extrapolées en rouge.

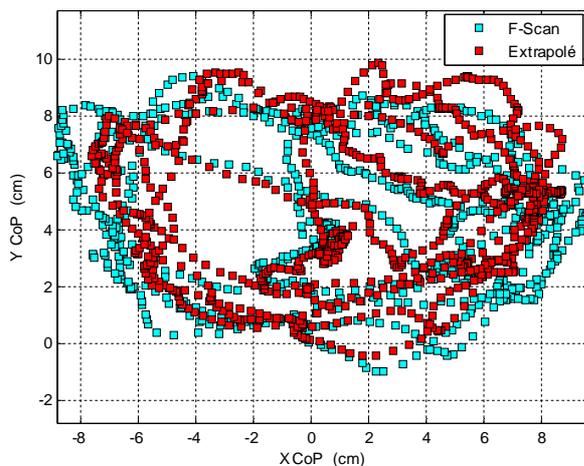


Figure 70 : Grand déplacement.

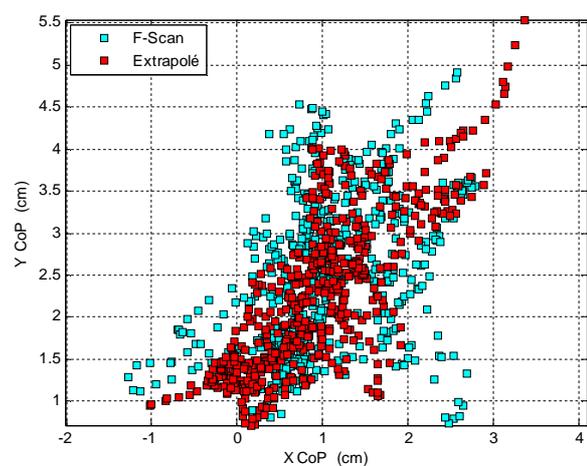


Figure 71 : Maintien de l'équilibre.

Les résultats sont moins bruités que ceux issus des capteurs virtuels, grâce au filtrage. Le petit décalage entre les stabilogrammes subsiste.

Le calcul du stabilogramme par cette méthode passe par la détermination de la forme interne de chaque pied, la mesure des pressions par les capteurs, l'extrapolation des pressions pour enfin calculer le *CoPT* à partir des pressions. Pour calculer le déplacement du *CoPT*, il vaut mieux utiliser la méthode exposée au premier chapitre, basée sur les formes linéaires qui est simple, rapide et cumule moins d'étapes donc moins d'erreurs.

8 Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle numérique du pied du chapitre 1 a permis de développer une méthode d'extraction de la forme interne du pied et de la raideur du milieu élastique à partir des cartographies de pressions plantaires. L'assiette déterminée à partir de la semelle instrumentée permet d'extrapoler les cartes de pressions plantaires, en utilisant le modèle. La carte des pressions plantaires pourra être générée en suivi ambulatoire.

Les cartes de pression extrapolées nous ont permis de calculer le déplacement du centre de pression. Cette méthode de calcul du stabilogramme présente plus d'erreur que la première méthode, développée dans les chapitres 1 et 2, basée sur l'utilisation de formes linéaires pour décrire la force totale et les moments. De plus, cette première méthode ne nécessite aucune connaissance de la position des capteurs et des paramètres du modèle du pied.

Néanmoins, l'intérêt de la méthode développée dans le présent chapitre est l'extrapolation des cartes de pressions en temps réel en position debout statique et durant la marche.

Par la suite, la semelle instrumentée sera utilisée dans l'étude de l'équilibre dynamique et de l'asservissement de l'équilibre physiologique présentée dans les chapitres suivants.

Chapitre 4. Analyse expérimentale de l'équilibre dynamique

1 Introduction

A l'équilibre le centre de masse n'est pas fixe. Le corps et plus précisément le centre de masse oscille en permanence. Quel que soit le déplacement du corps, en grand ou en petit mouvement, les oscillations sont le résultat du maintien de l'équilibre.

Dans les chapitres précédents, nous nous sommes intéressés tout d'abord à la modélisation du pied, puis à la mesure du déplacement du *CoPT* avec un nombre limité de capteurs. Il a été vu qu'un changement de l'assiette faisait varier la position du *CoPT* sous les pieds. Le maintien de l'équilibre est assuré par l'action sur l'assiette du pied qui à son tour change la position du *CoPT*.

A partir des mesures expérimentales des pressions plantaires réalisées précédemment, nous disposons des enregistrements du déplacement du *CoPT* de différents sujets. Nous pouvons observer que le déplacement du *CoPT* en fonction du temps présente de faibles oscillations périodiques. Dans ce chapitre, notre propos est d'identifier ces oscillations et de les interpréter.

Le *CoPT* a été mesuré avec le système F-Scan et à partir des semelles instrumentées avec 3 capteurs résistifs par pied sur le sujet 2.

L'observation d'un agrandissement des mesures du *CoPT* issues de F-Scan pour les grands déplacements, antéropostérieur et médio-latéral, Figure 72, semblent présenter de faibles fluctuations périodiques autour d'une valeur moyenne.

Un filtrage du signal de déplacement du *CoPT* doit permettre de séparer la courbe moyenne et les oscillations autour de cette courbe.

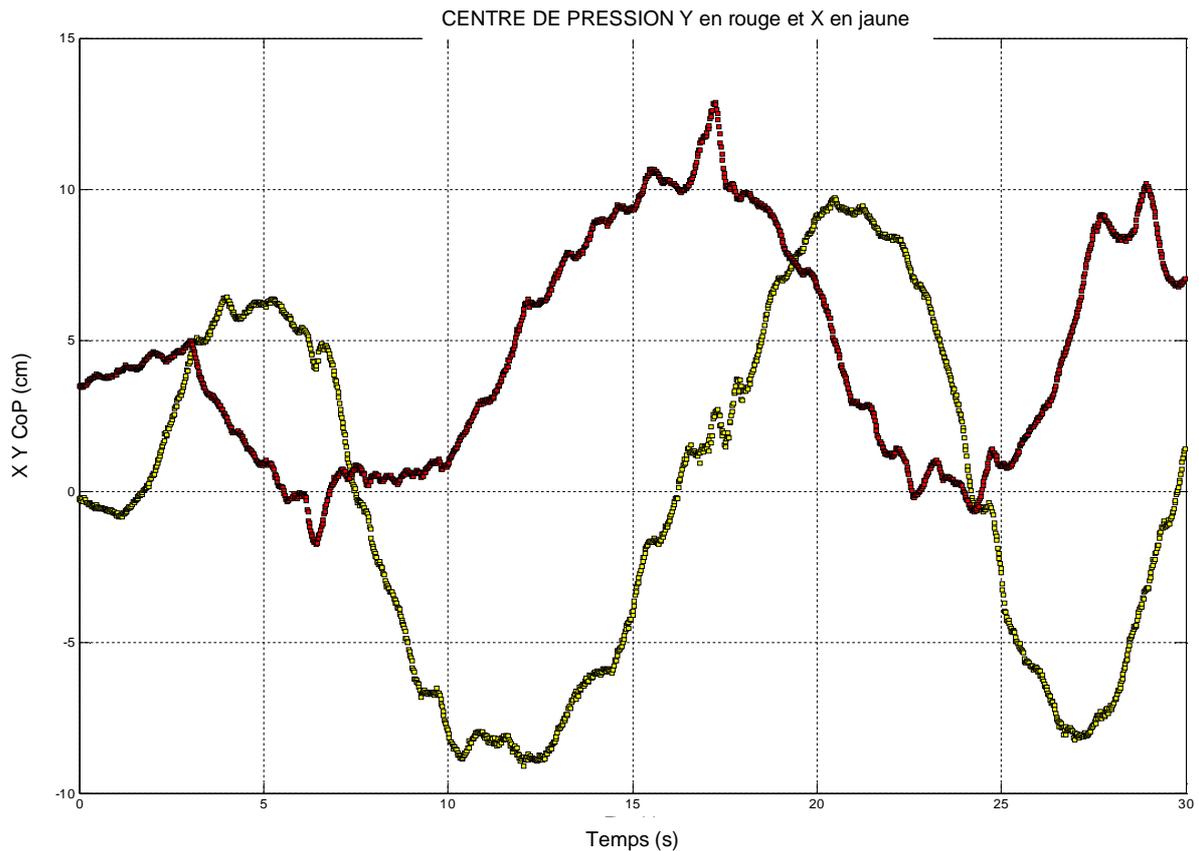


Figure 72 : $CoPT$ (cm) en fonction du temps, (s), suivant x en jaune et y en rouge. (F-Scan)

2 Extraction des oscillations posturales

La courbe moyenne du déplacement du $CoPT$ est obtenue numériquement avec un filtre passe bas à la fréquence de 2 Hz. La méthode est similaire à celle détaillée dans le chapitre 2 sections 4.1.2 pour éliminer le bruit des capteurs à plus haute fréquence.

La Figure 73 montre les courbes moyennes du déplacement du $CoPT$ en jaune suivant x et en rouge suivant y . Les mesures présentées Figure 72 sont en bleu. Des oscillations apparaissent autour des courbes moyennes.

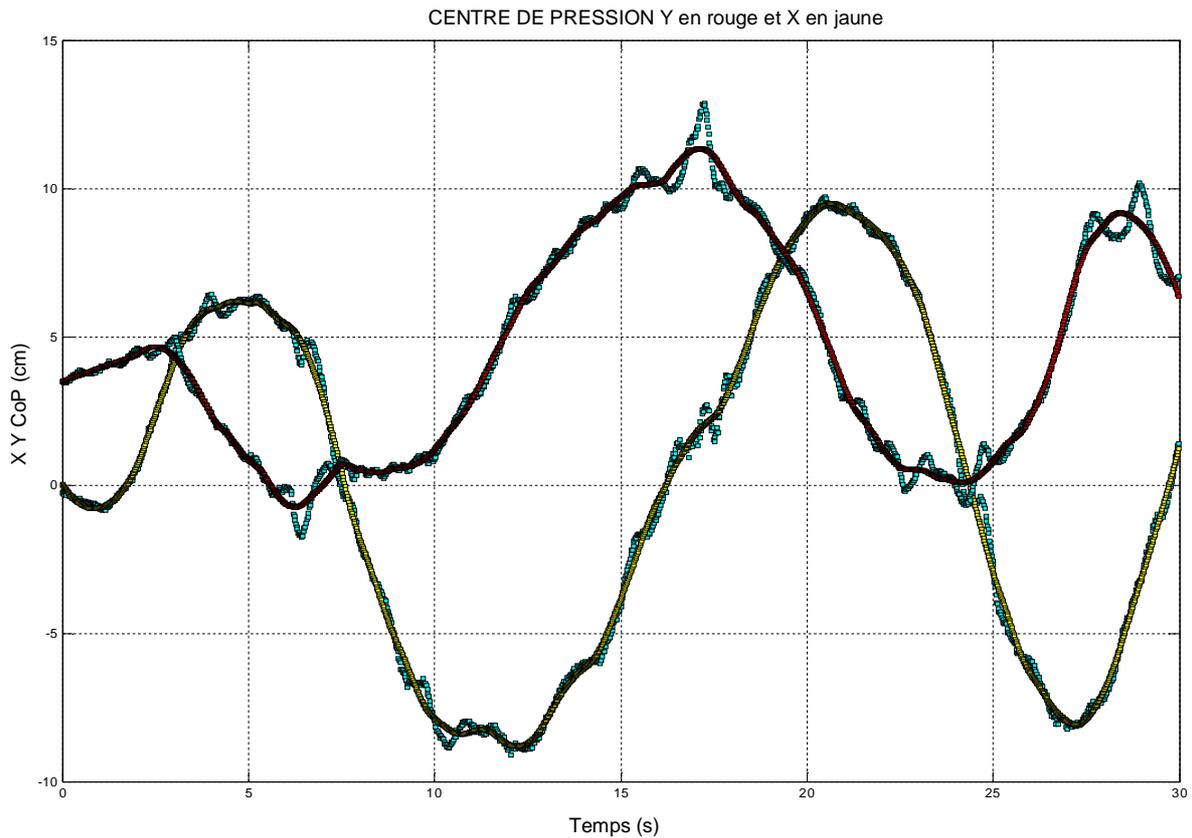


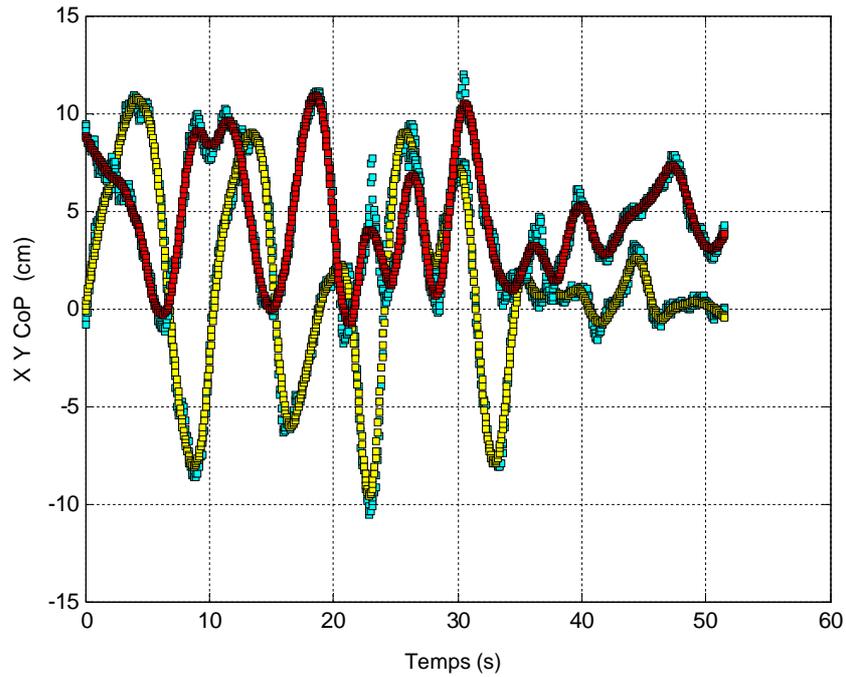
Figure 73 : $CoPT$ suivant x et y en fonction du temps. Les mesures sont en bleu et les courbes moyennes en jaune suivant x et en rouge suivant y . (F-Scan)

Les courbes de déplacement du $CoPT$ sont issues simultanément du système F-Scan et des semelles instrumentées. Dans ce qui suit, on présente une comparaison des résultats obtenus avec les deux systèmes.

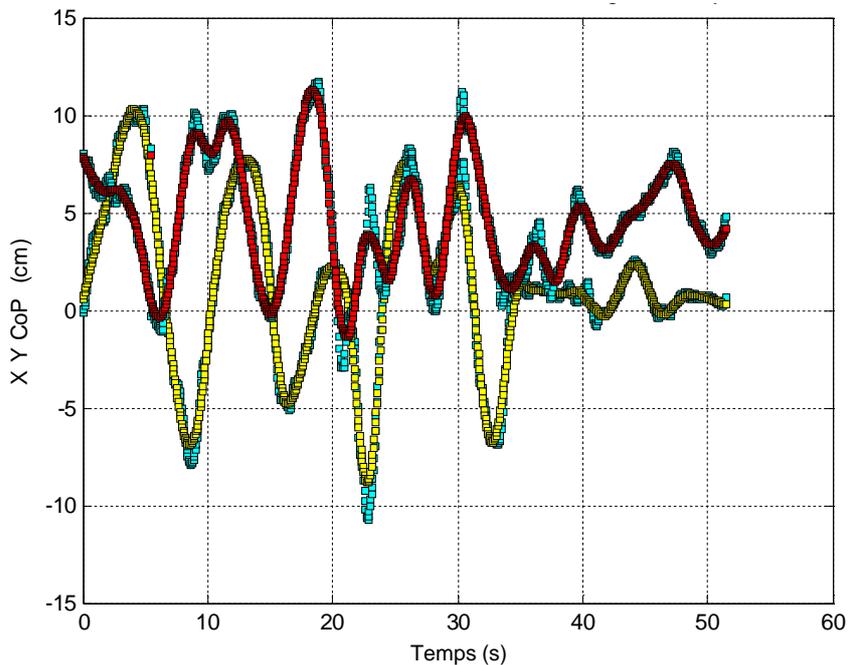
La Figure 74 et la Figure 75 montrent les courbes du déplacement du $CoPT$ mesurées pendant 50 secondes, respectivement, avec F-Scan et les semelles instrumentées. Les mesures effectuées avec les deux systèmes sont synchronisées ce qui permet d'effectuer une comparaison temporelle. Sur les figures, les courbes d'origine de déplacement du $CoPT$ sont présentées en bleu. Les courbes moyennes des déplacements antéropostérieurs sont en rouge et en jaune pour les déplacements médio-latéraux. Les 30 premières secondes correspondent aux grands déplacements volontaires de la phase d'apprentissage ; les 20 dernières secondes correspondent au maintien de l'équilibre statique les yeux fermés (Figure 47 et Figure 48 du chapitre 2).

L'amplitude du déplacement du $CoPT$ est de l'ordre de 10 cm en antéropostérieur et 20 cm en médio-latéral pour les grands déplacements. Par contre les petits déplacements sont de l'ordre de quelques cm dans les deux directions. Les oscillations sont présentes tant pour les grands que pour les petits déplacements.

Les courbes moyennes du $CoPT$ semblent identiques quel que soit le système.



**Figure 74 : Déplacement du *CoPT* mesuré avec F-Scan.
Courbe moyenne en rouge suivant *y* et en jaune suivant *x*.**



**Figure 75 : Déplacement du *CoPT* mesuré avec trois capteurs par pied.
Courbe moyenne en rouge suivant *y* et en jaune suivant *x*.**

Nous allons nous intéresser aux oscillations autour des positions moyennes du *CoPT* que nous appellerons « oscillations posturales ». Ces courbes d'oscillations sont obtenues par soustraction des courbes moyennes aux mesures.

Observations

Nous comparons les résultats obtenus avec chacun des systèmes. La Figure 76 montre les oscillations médio-latérales pour F-Scan, la Figure 77 pour les semelles instrumentées. De même les Figure 78 et Figure 79 montrent les oscillations antéropostérieures pour chacun des systèmes.

On constate tout d'abord que les deux systèmes donnent des résultats quasi identiques. Les oscillations présentent une période quasi constante et une amplitude fluctuante. La période est de l'ordre de 1 s pour les deux directions de déplacement du *CoPT*.

Sur les figures, on constate clairement des pics dans l'oscillation. En comparant avec le comportement et le déplacement du sujet durant les mesures, on peut en déduire que ces pics sont dus aux corrections brutales de l'équilibre du sujet quand le *CoPT* bascule trop vers l'avant du pied ou sur le côté. Dans ce cas, le système nerveux réagit rapidement pour maintenir l'équilibre si le corps est loin de la posture souhaitée. Pour les grands déplacements, la posture souhaitée décrit un cercle, tandis que les petits déplacements correspondent aux fluctuations autour d'une posture de référence fixe, mais yeux fermés.

Commentaires

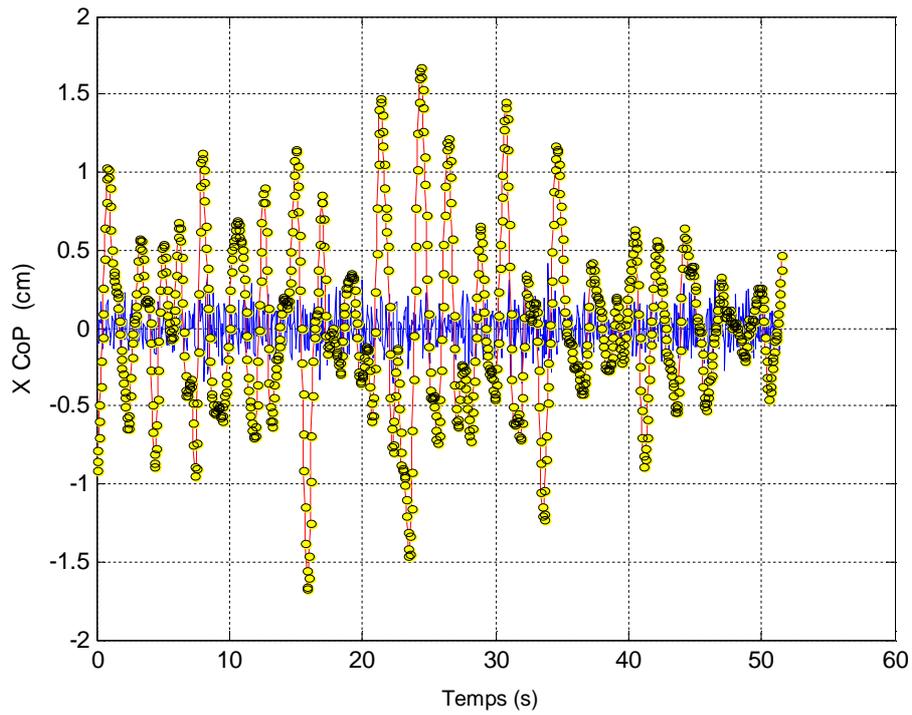
Les oscillations posturales mesurées en position debout avec les yeux fermés ont une amplitude inférieure à 0.5 cm latéralement et antéropostérieurement. L'amplitude des oscillations dans les deux directions dépend de la stratégie de maintien de l'équilibre utilisée.

En tournant autour des chevilles, donc antéropostérieur, les oscillations sont plus rapides en comparaison avec les oscillations médio-latérales autour des hanches. Ceci vient du fait que l'écart entre les deux pieds est de l'ordre de 20 cm ce qui correspond sensiblement à la largeur des hanches. Dans ce cas, les hanches agissent peu pour maintenir l'équilibre. Par contre, la fréquence des oscillations antéropostérieures est plus importante parce que le maintien de l'équilibre se fait autour des chevilles.

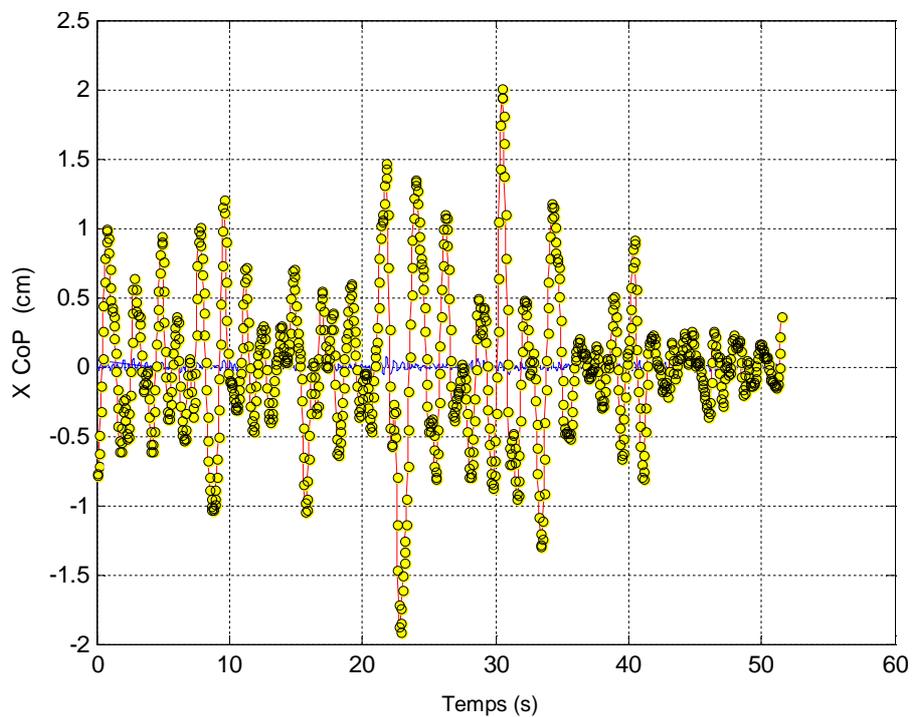
Les pieds ont une longueur totale de 26 cm et une largeur de 10 cm. Les chevilles sont à une distance de 5 cm de l'arrière du pied. Mais en fait les distances de la cheville aux métatarses et au talon sont beaucoup plus faibles et définissent une zone de stabilité d'une longueur totale de l'ordre de 16 cm.

Donc les moments appliqués au niveau des chevilles sont importants et dépendent de la distance entre la cheville et la position du *CoPT*. Alors, maintenir le centre de masse (qui est à une hauteur de près de 1 m) en équilibre sur les deux pieds demande moins d'effort latéralement au niveau des hanches qu'autour des chevilles antéropostérieurement.

Sur les figures, les bruits de mesure obtenus par filtrage sont tracés en bleu. Les signaux issus de F-Scan sont bruités du fait de l'alimentation USB et la chaîne de mesure. L'amplitude des bruits est importante. Filtrer ces bruits de mesure en temps réel est délicat vu le nombre de capteurs de chaque semelle de F-Scan (954 capteurs). Donc au lieu de filtrer les signaux des capteurs, on a filtré le signal du *CoPT*. Les mesures issues de nos semelles instrumentées présentent moins de bruit grâce au filtrage des signaux de chaque capteur effectué en temps réel (voir chapitre 2).



**Figure 76 : Oscillations en déplacement médio-latéral en jaune, bruit en bleu.
Système F-Scan.**



**Figure 77 : Oscillations en déplacement médio-latéral en jaune, bruit en bleu.
Semelles instrumentées.**

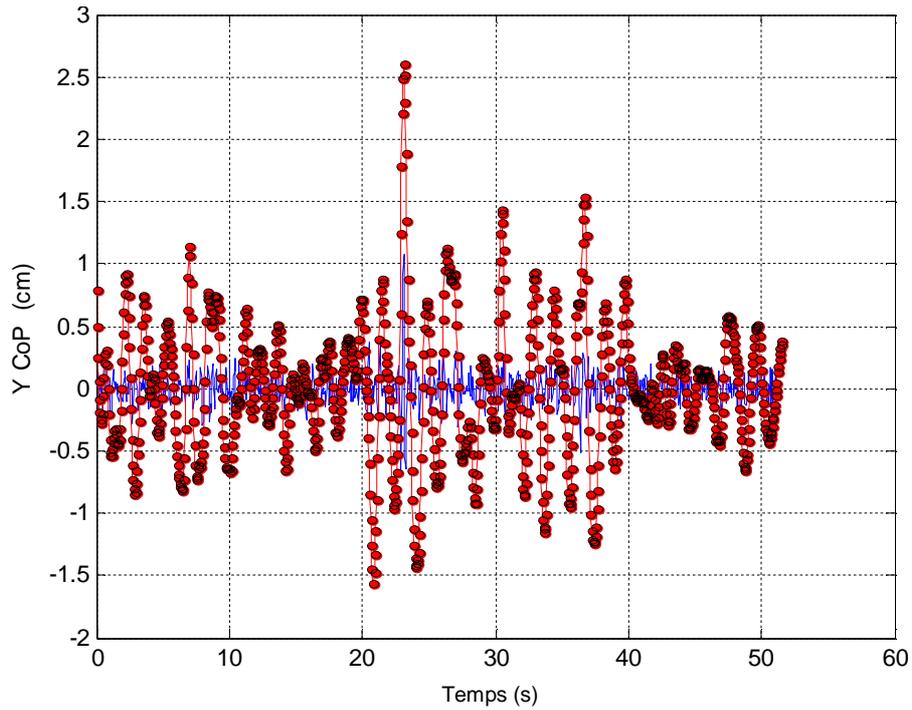


Figure 78 : Oscillations en déplacement antéropostérieur en jaune, bruit en bleu. Système F-Scan.

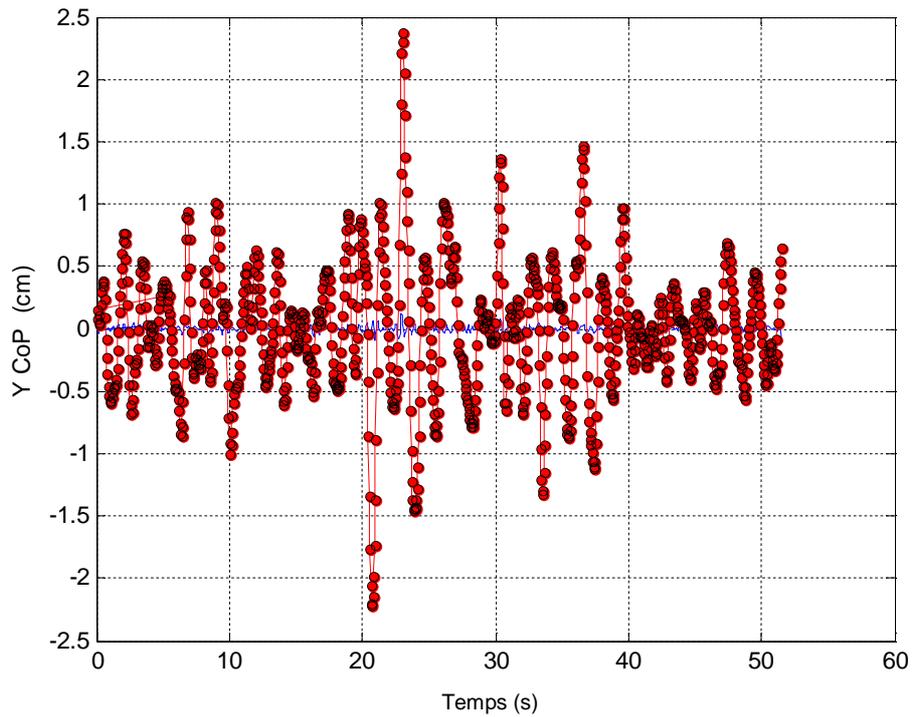


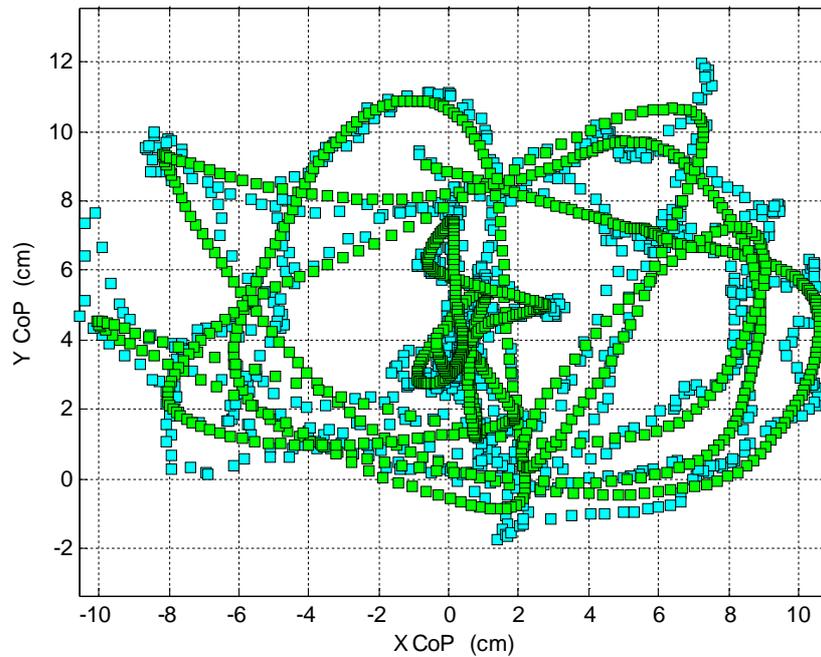
Figure 79 : Oscillations en déplacement antéropostérieur en jaune, bruit en bleu. Semelles instrumentées.

La comparaison des résultats obtenus à partir du système F-Scan avec ceux obtenus à partir des semelles instrumentées montrent un parfait accord. Les fréquences sont totalement identiques. Les écarts en amplitude sont inférieurs au millimètre.

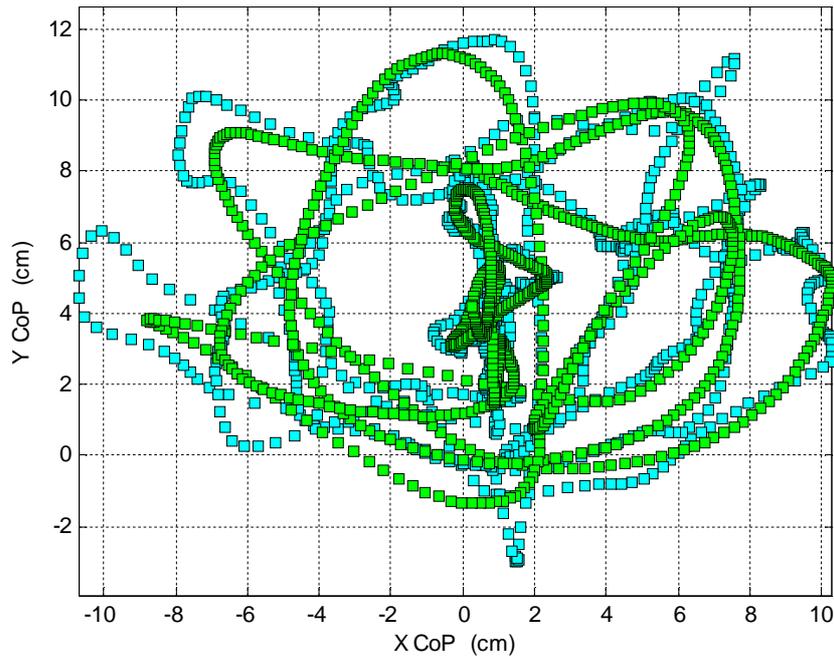
3 Stabilogramme

Les oscillations posturales sont extraites du déplacement temporel du *CoPT*. Les résultats permettent de visualiser le comportement du corps dans le maintien de l'équilibre médio-latéralement et antéropostérieurement. Ceci permet de connaître la stratégie utilisée lors de la recherche de l'équilibre. Par contre, ces résultats ne fournissent aucune indication sur la posture du corps et le déplacement du centre de masse.

Pour ce faire, on présente le déplacement du centre de pression totale, le stabilogramme, en Figure 80 pour le système F-Scan, et en Figure 81 pour les semelles instrumentées. Le stabilogramme est en bleu, le déplacement du *CoPT* moyen sans les oscillations est superposé en vert. Le *CoPT* moyen semble être la projection au sol du déplacement du centre de masse. Les oscillations posturales en bleu, ramène le centre de pression autour de la position souhaitée à chaque fois qu'il y a une divagation qui l'en éloigne. Pour connaître et détailler le comportement du maintien de l'équilibre nous présentons par la suite les résultats trouvés sur différents sujets.



**Figure 80 : Stabilogramme brut (en bleu) et filtré (en vert).
Système F-Scan.**



**Figure 81 : Stabilogramme brut (en bleu) et filtré (en vert).
Semelles instrumentées.**

Pour l'instant, on a comparé les oscillations extraites à partir de F-Scan et des semelles instrumentées. Les résultats ne montrent aucune différence entre les oscillations issues des deux systèmes. Les oscillations extraites des mesures effectuées avec les semelles instrumentées sont moins bruitées. Vu la simplicité d'utilisation des trois capteurs, on présente dans ce qui suit les résultats expérimentaux des oscillations posturales de différents sujets mesurées avec nos semelles instrumentées.

4 Maintien de l'équilibre

Le filtrage du signal du déplacement du *CoPT* nous a permis de mettre en évidence les oscillations posturales. Le système nerveux assure l'équilibre postural à partir des informations provenant des yeux, de l'oreille interne et des sensations somatiques plantaires.

Pour mieux comprendre le maintien de l'équilibre, des mesures du *CoPT* sont faites sur 9 personnes. Les sujets se sont prêtés pour effectuer des mesures en position debout yeux ouverts et yeux fermés pendant près d'une minute.

Il s'est avéré compliqué de tester l'effet de chaque sensation sur l'équilibre. Nous ne disposons pas de technique pour réduire les sensations somatiques ou la perception de l'accélération au niveau de l'oreille interne. Pour cela, nous nous limitons dans nos mesures en testant l'effet des yeux sur le maintien de l'équilibre.

Les mesures effectuées sur les 9 personnes montrent que les périodes d'oscillations posturales mesurées sont entre 1 s et 1,3 s. Ce qui correspond à une fréquence entre 0,8 Hz et 1 Hz. La fréquence de l'oscillation posturale est liée à la vitesse de la réaction physiologique.

Dans ce qui suit nous détaillons les résultats des mesures expérimentales en fonction de l'anatomie de chaque sujet

4.1 Déplacement du *CoPT* yeux fermés

Dans cette partie, le déplacement du *CoPT* s'effectue les yeux fermés. Une comparaison est effectuée sur les mesures enregistrées pour les quatre personnes dont on a présenté précédemment les formes internes de leurs pieds.

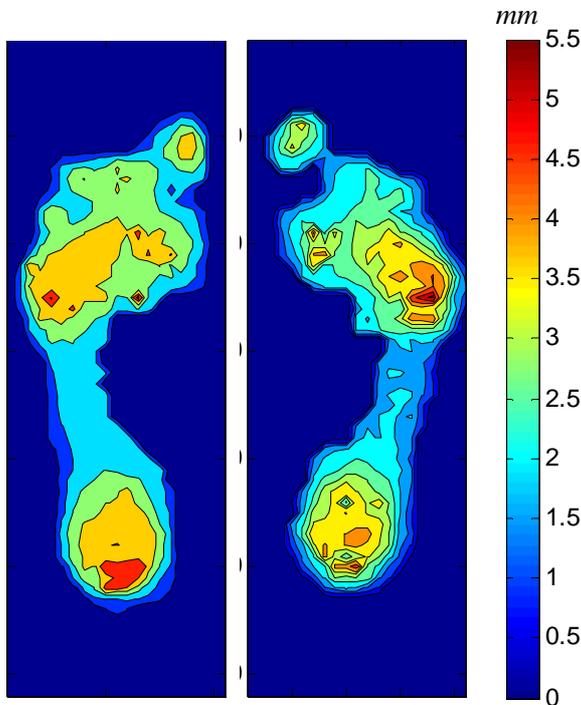


Figure 82 : Sujet 1. Pointure 36.

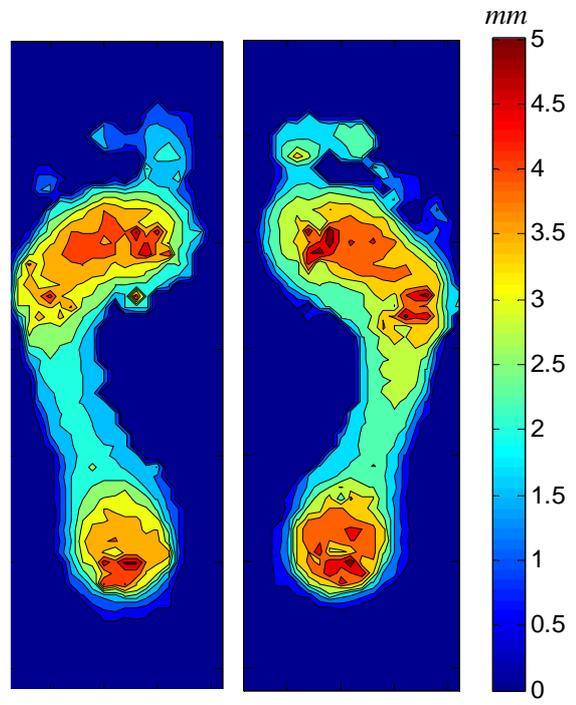


Figure 83 : Sujet 2. Pointure 40.

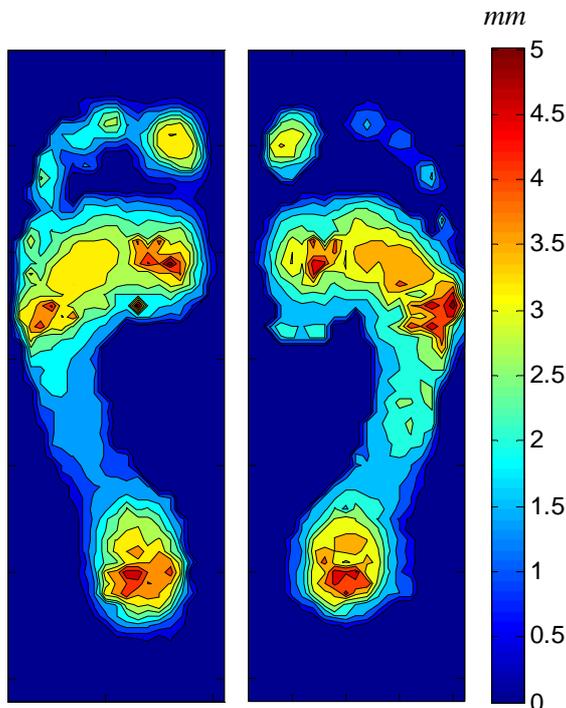


Figure 84 : Sujet 3. Pointure 41.

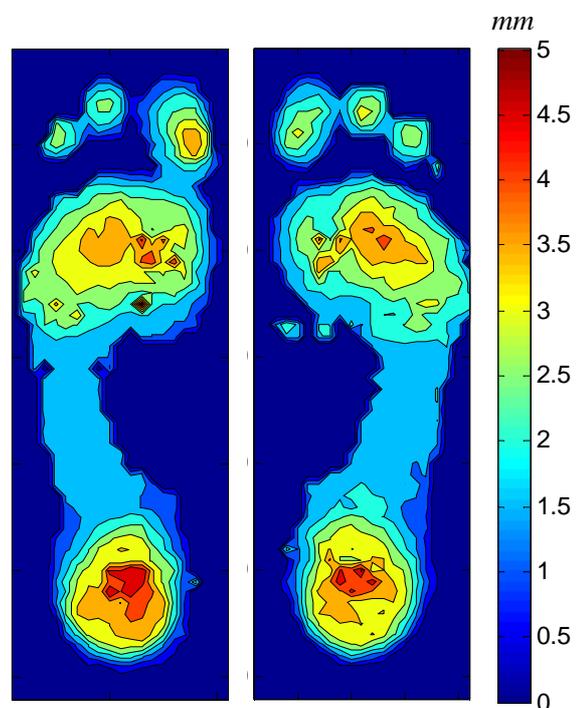


Figure 85 : Sujet 4. Pointure 46.

Comme on l'a déjà précisé, les formes internes interviennent fortement dans le maintien de l'équilibre. Donc pour comprendre la différence dans le déplacement antéro-postérieurs du

CoPT, nous devons connaître les appuis plantaires de chaque sujet, qui sont définis dans notre étude par la forme interne du pied. Les formes internes des pieds de chaque sujet ont été présentées dans le chapitre 3. Elles sont rappelées sur les Figure 82, 86, Figure 84 et Figure 84.

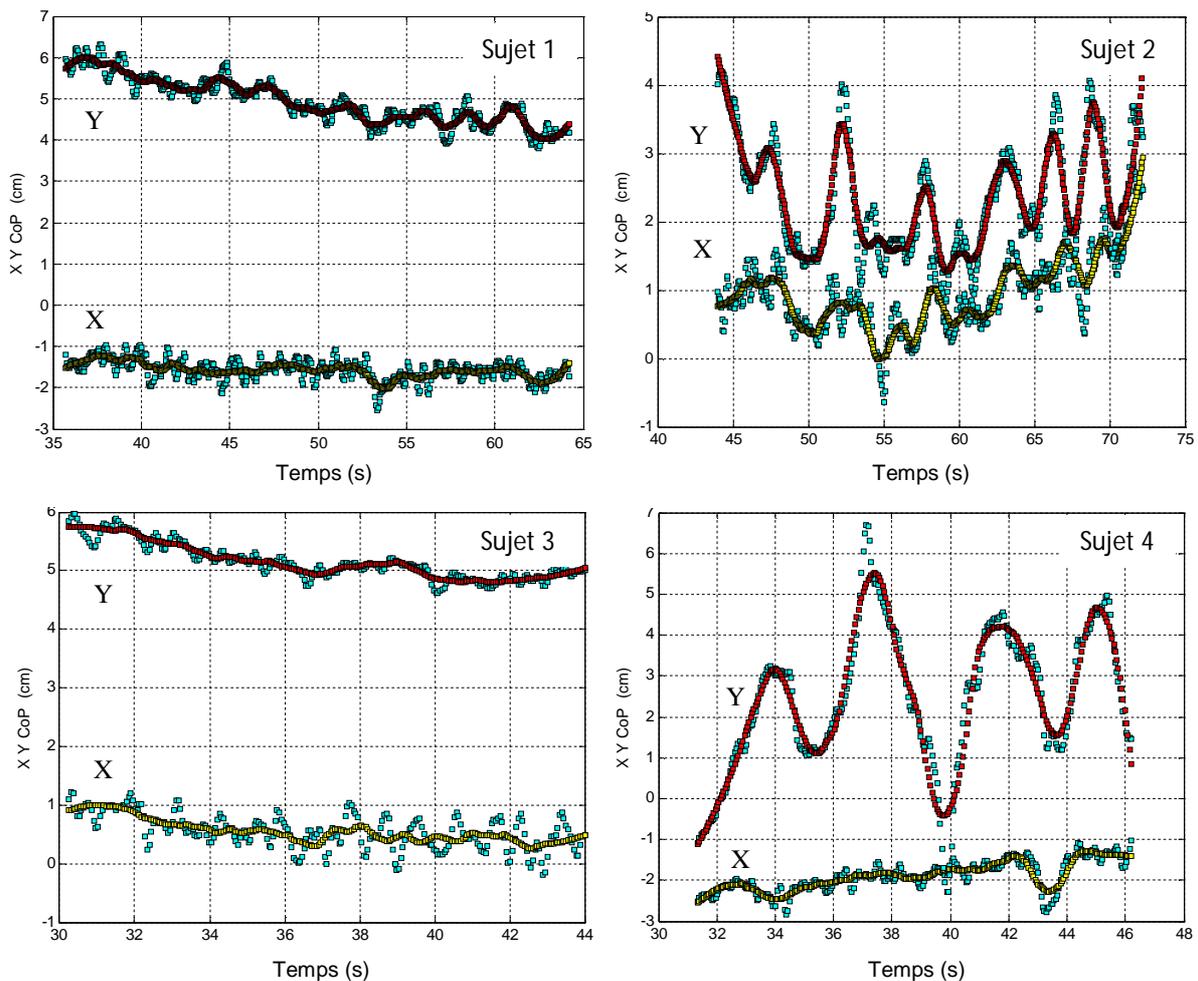
Le premier sujet a une forme interne du pied présentant une zone d'appui avant vers l'extérieur de pied. Il s'agit d'une femme marchant d'habitude avec des talons.

Le deuxième sujet possède une forme interne du pied dont les zones d'appui sous le talon et l'avant du pied différenciées du milieu du pied. L'appui avant est plutôt vers l'intérieur du pied.

Le troisième sujet présente des zones d'appui très localisées au niveau du talon, le premier et le cinquième métatarse.

Le quatrième sujet, présente un appui avant concentré entre le deuxième et le troisième métatarse.

Durant les mesures, la position des pieds est fixée : $\Delta x = 20 \text{ cm}$, $\Delta y = 0 \text{ cm}$ et $\theta_G = \theta_D = 10^\circ$.



**Figure 87 : Déplacement du CoPT dans le temps des 4 sujets.
Antéropostérieur en rouge, médio-latéral en jaune.**

Ci-dessus, (Figure 87), sont présentés le déplacement du *CoPT* des quatre sujets en fonction du temps. Les mesures sont en bleu. Le déplacement antéropostérieur moyen en rouge et le déplacement médio-latéral moyen en jaune. Dans un premier temps nous ne nous intéressons qu'au *CoPT* moyen.

En comparant le déplacement du *CoPT* des sujets, on constate que chacun a un équilibre très différent. L'amplitude des déplacements antéropostérieurs, en rouge, varie largement d'un sujet à l'autre. Par ailleurs, le *CoPT* subit une légère divagation antéropostérieure, en rouge et médio-latérale en jaune.

Les résultats expérimentaux sont synthétisés dans la Table 3. Nous avons porté les valeurs moyennes antéropostérieure et médio-latérales, ainsi que les variations autour de celles-ci en retirant les divagations lentes.

Sujet	sexe	âge	Poids kg	Pointure	X <i>CoPT</i> (cm)	Δ X <i>CoPT</i> (cm)	Y <i>CoPT</i> (cm)	Δ Y <i>CoPT</i> (cm)
1	F	42	46	36	-1,5	0,2	5	0,5
2	H	67	73	40	1,5	0,8	2,5	1,5
3	H	30	64	41	0,5	0,2	5	0,5
4	H	25	105	46	-1,5	0,2	3	3

Table 3 : Mesures expérimentales du déplacement du *CoPT*.

Les sujets ont les yeux fermés et favorisent naturellement leur posture de moindre effort. Les sujets 1 et 4 s'appuient plutôt sur le pied gauche. Au contraire les sujets 2 et 3 ont une tendance d'appui sur le pied droit.

Le déplacement médio-latéral, suivant l'axe x , correspond à la rotation autour des hanches. L'amplitude absolue du déplacement du *CoPT* est inférieure à 5 mm pour les sujets 1, 3 et 4. Cette amplitude est faible par rapport à l'écart entre les deux chevilles Δx qui est de l'ordre de 20 cm. L'équilibre médio-latéral est donc stable. Le sujet 2 présente une oscillation de 8 mm corrélée à un important déplacement antéropostérieur.

Contrairement au déplacement médio-latéral, le déplacement antéropostérieur est très différent entre les sujets. La position moyenne d'équilibre des sujets 1 et 3 se situe très à l'avant de la cheville, sensiblement le milieu du pied. L'amplitude du déplacement est très faible de l'ordre de 5 mm.

Par contre, la position moyenne antéropostérieure des sujets 2 et 4 se situe plus près de la cheville avec des amplitudes du déplacement respectivement de 1,5 cm et 3 cm. En particulier le dernier sujet déplace son centre de pression du talon vers le milieu du pied pour maintenir son équilibre. Ceci est inhabituel parce que les personnes tiennent généralement leur équilibre plus en avant de la cheville pour garantir la conservation du *CoPT* à l'intérieur du quadrilatère de stabilité optimale.

Essayons de relier l'oscillation du *CoPT* avec les caractéristiques anatomiques de chaque sujet.

L'écart entre les principaux points d'appuis semble favoriser un équilibre stable. Parmi les quatre sujets, le troisième sujet présente la meilleure stabilité. La forme interne du pied de ce sujet présente trois points d'appuis bien définis ce qui semble permettre une stabilité maximale et une sensation somatique optimale. Le premier sujet présente également une bonne stabilité du déplacement antéropostérieur. La forme interne de pied présente des appuis localisés sur l'extérieur de l'avant du pied et au talon.

Le deuxième sujet, plus âgé, présente un plus grand déplacement antéropostérieur. La forme interne de pied présente des appuis répartis entre l'avant du pied et le talon. L'appui sur l'avant du pied est localisé à l'intérieur du pied.

Enfin le quatrième sujet appuie sur le talon et le milieu de l'avant du pied. Les zones d'appui sont réduites. Les oscillations sont plus importantes. Les sensations somatiques sont assurées par deux zones d'appuis en comparaison avec trois zones chez le troisième sujet. Avec une pointure de 46, la distance entre les deux zones d'appui est importante. Le maintien de l'équilibre du quatrième sujet est le moins stable en position debout yeux fermés.

En conclusion, le maintien de l'équilibre est plus stable avec des zones d'appui séparées et bien localisées. La focalisation des zones d'appui augmente les pics de pression ressentie et augmente la sensibilité des sensations somatiques.

4.2 Position de l'équilibre

Le corps cherche à rester en équilibre autour d'une posture de référence. Les oscillations posturales sont la conséquence des corrections de l'équilibre. Les Figure 88, Figure 89, Figure 90 et Figure 91 montrent le stabilogramme mesuré, en bleu et celui du *CoPT* moyen, en vert.

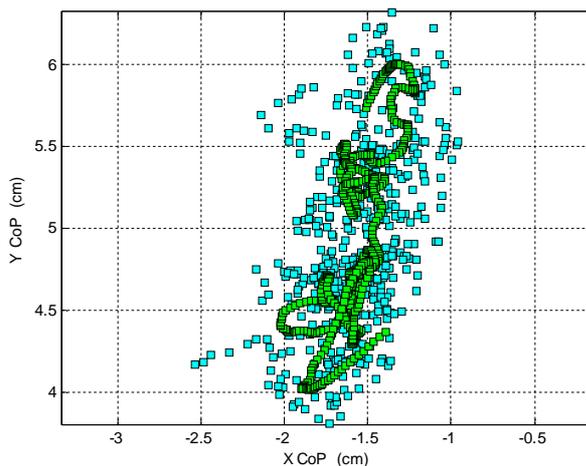


Figure 88 : Sujet 1. Stabilogramme.

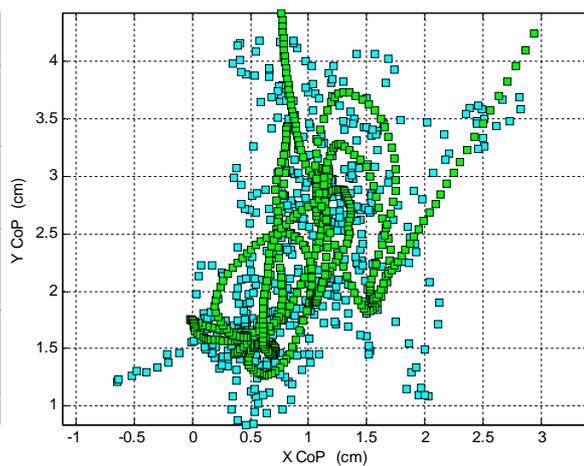


Figure 89 : Sujet 2. Stabilogramme.

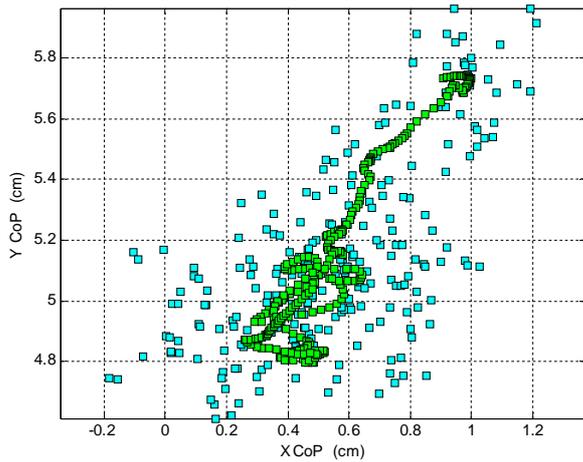


Figure 90 : Sujet 3. Stabilogramme.

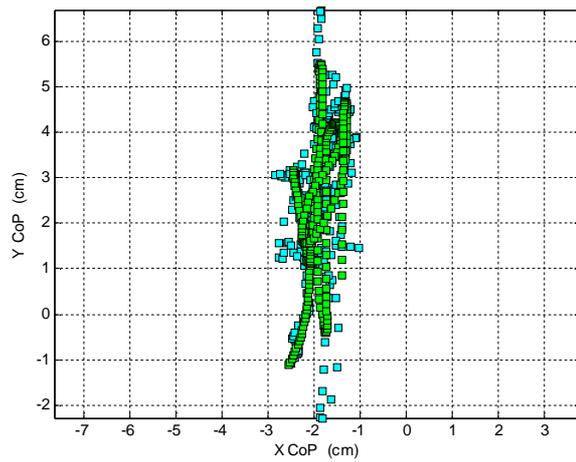


Figure 91 : Sujet 4. Stabilogramme.

Le $CoPT$ se déplace largement dans les deux directions. Mais la position recherchée, chez les quatre sujets, est serrée et ne dépasse pas le $1,5\text{ cm}$ suivant x . L'équilibre est assuré essentiellement en oscillation antéropostérieure par la perception des sensations somatiques au niveau du talon et l'avant du pied.

Les stabilogrammes montrent clairement la position moyenne du centre d'équilibre, en particulier la répartition du poids sur les deux pieds, déplacement médio-latéral du centre de pression.

4.3 Oscillations

On a vu par le stabilogramme de chaque sujet que les déplacements médio-latéraux sont faibles. Ce sont les déplacements antéropostérieurs qui ont la plus grande amplitude. Les oscillations posturales sont extraites pour les quatre sujets. Les figures ci-dessous présentent les oscillations suivant x en jaune et y en rouge.

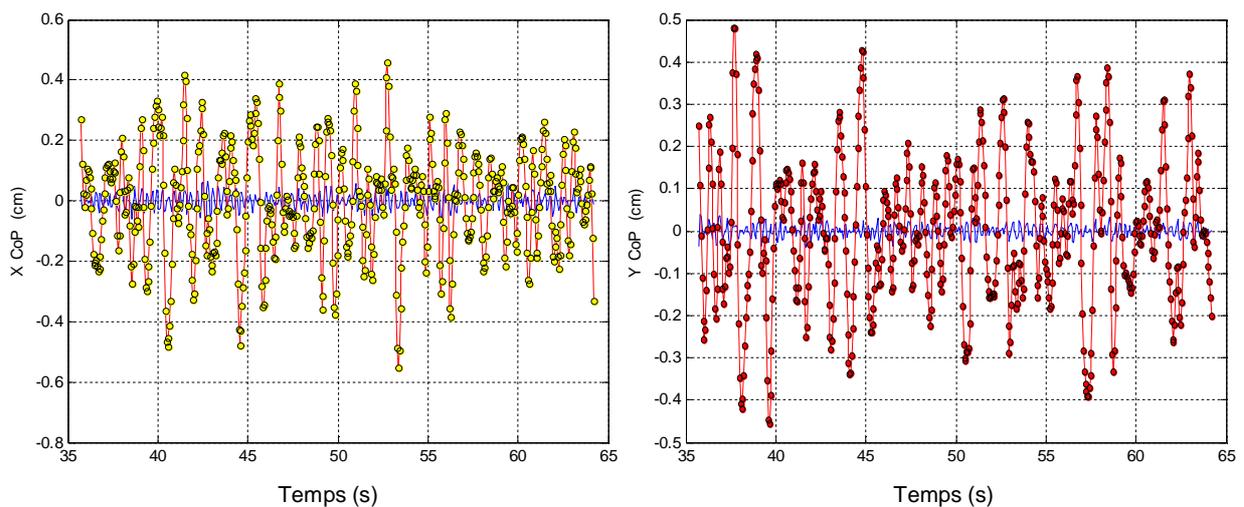


Figure 92 : Oscillations posturales du sujet 1.

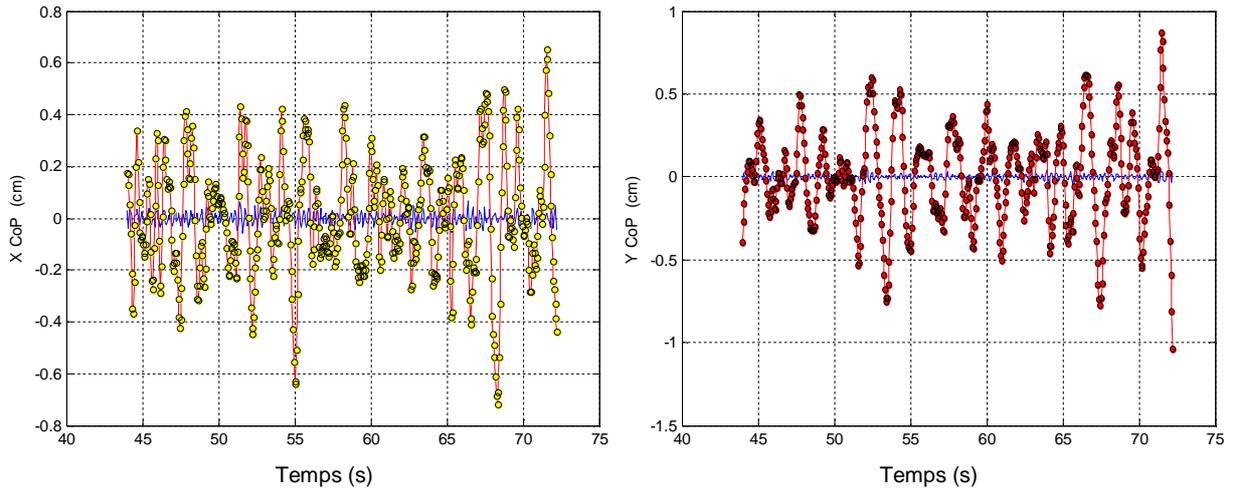


Figure 93 : Oscillations posturales du sujet 2.

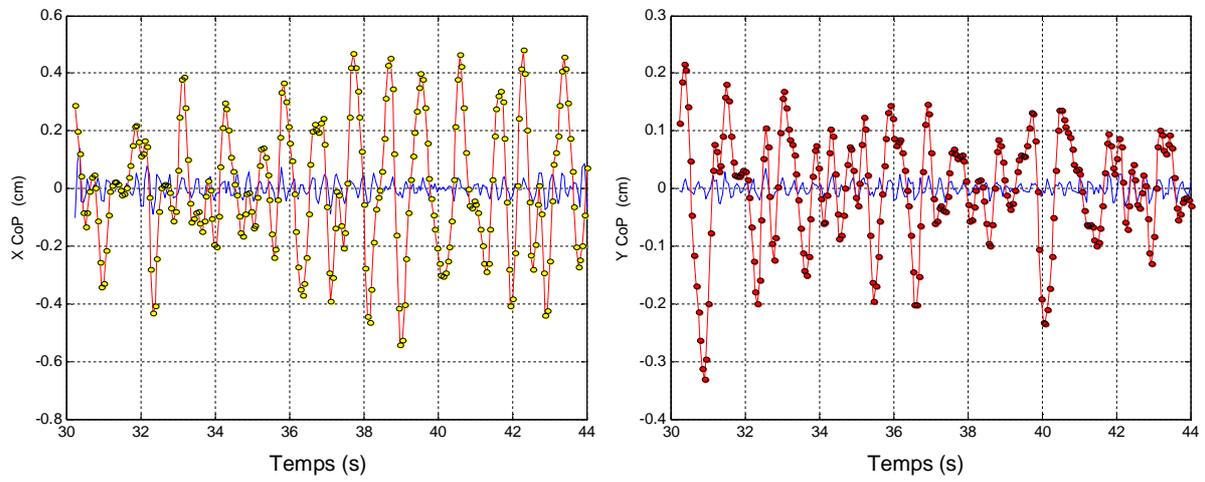


Figure 94 : Oscillations posturales du sujet 3.

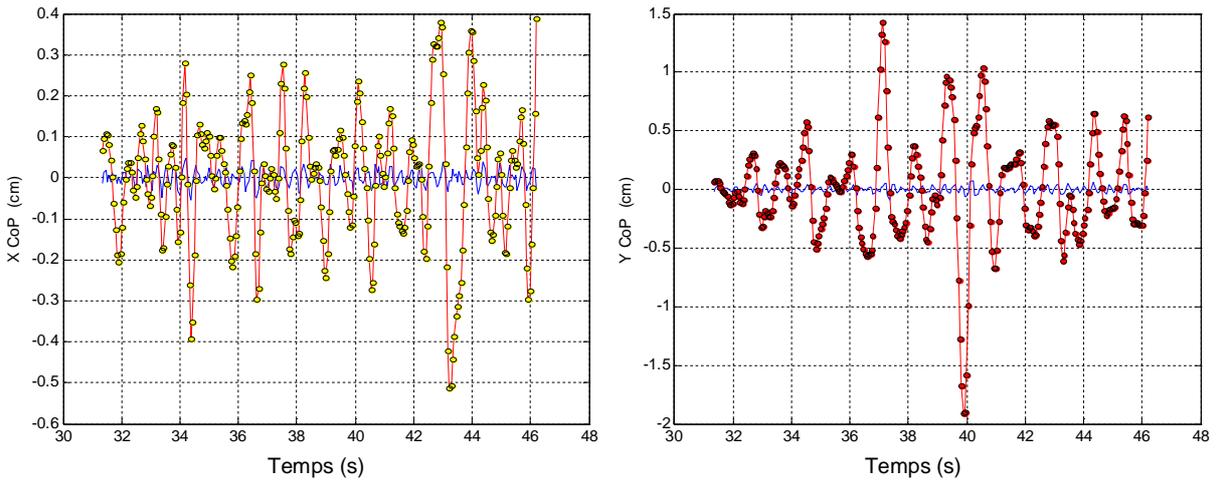


Figure 95 : Oscillations posturales du sujet 4.

Les caractéristiques des oscillations posturales sont présentées dans la Table 4.

Sujet	X $CoPT$ (cm)	Période X (s)	Y $CoPT$ (cm)	Période Y (s)
1	[-0,5 ; 0,4]	1,1886	[-0,45 ; 0,5]	1,2463
2	[-0,7 ; 0,6]	1,3037	[-0,7 ; 0,6]	1,2189
3	[-0,5 ; 0,45]	1,2247	[-0,2 ; 0,2]	1,1929
4	[-0,5 ; 0,4]	1,2760	[-0,6 ; 0,6] pic -2 ; 1,5	1,3292

Table 4 : Oscillations posturales.

Sur les quatre sujets, l'amplitude des oscillations médio-latérales est identique. Des différences sont remarquées sur l'amplitude des oscillations antéropostérieures.

Une stabilité élevée est constaté chez le sujet 3. Les oscillations varient entre -0,2 cm et 0,2 cm, voir Figure 94. Ce qui veut dire que ce sujet ajuste son équilibre avec une perception de 4 mm de l'oscillation du $CoPT$. L'équilibre dynamique de ce sujet est quasi statique. Rappelons que la forme interne de ce même sujet est spécifiée avec trois zones d'appui bien précises qui assurent une sensation somatique optimale. Dans ces conditions, le sujet 3 bénéficie de l'équilibre le plus stable.

En comparant les amplitudes des oscillations, l'équilibre du premier sujet vient en second avec une amplitude des oscillations qui varient entre -0,45 cm et 0,5 cm, Figure 92.

On trouve que le deuxième et le quatrième sujet présentent des amplitudes proches qui varient entre -0,6 cm et 0,6 cm. Avec les résultats de ces deux derniers sujets, un nouveau phénomène est constaté dans leurs oscillations posturales. Des pics d'oscillations d'une amplitude de 1 cm sont observés chez le deuxième sujet, voir Figure 93 et des pics qui atteignent le 2 cm chez le quatrième sujet Figure 95.

Pour comprendre ces pics, il faut préciser que le sujet 2 et le sujet 4 ont un déplacement important du $CoPT$. Le système postural agit rapidement et brutalement pour ramener le corps vers son équilibre à chaque fois qu'il y a un éloignement de la position d'équilibre de référence. D'où les pics importants retrouvés dans les oscillations posturales de ces deux sujets. Un exemple peut expliquer ce phénomène lorsqu'on appuie sur l'avant du pied ou sur l'arrière du talon, l'équilibre est sur un point critique qui demande un réflexe rapide du système postural pour assurer l'équilibre.

La fréquence des oscillations posturales calculée pour les quatre sujets est identique. Suivant les déplacements médio-latéral et antéropostérieur, on a relevé une période de l'ordre de 1,2 secondes qui correspond à une fréquence de 0,83 Hz.

Remarquons que toutes les mesures sont effectuées sur des personnes sans problème d'équilibre. A noter néanmoins que le sujet 2 est plus âgé et fait partie des seniors. Pour juger l'état de l'équilibre suivant la fréquence d'oscillation, il faudrait mener des mesures sur des personnes souffrant de problèmes d'équilibre.

L'augmentation réflexe de la fréquence d'oscillation est généralement considérée comme un signe de perte d'équilibre. Il pourrait être dû à un problème physiologique lié à l'oreille

interne, les yeux ou la perte des sensations somatiques. Parfois la prise des médicaments affecte l'équilibre qui se traduit sur la fréquence des oscillations posturales.

5 Conclusion

Le déplacement du *CoPT* est mesuré avec notre prototype de semelles instrumentées avec trois capteurs par pied. Le filtrage du signal du *CoPT* nous a permis d'extraire les oscillations posturales. Les mesures sont effectuées sur quatre sujets en position debout les yeux fermées et une comparaison est établie entre eux.

La comparaison entre le stabilogramme mesuré et le stabilogramme moyen, permet de connaître la position de l'équilibre recherché duquel le système postural essaie de se rapprocher en permanence.

L'étude des caractéristiques des oscillations posturales permet un diagnostic du maintien de l'équilibre dynamique.

L'équilibre est géré par le cerveau. Pour tenter de rendre compte des observations présentées lors de ce chapitre, nous développons un modèle de l'équilibre dynamique dans le chapitre suivant. Ce modèle tente de prendre en compte l'action du cerveau.

Chapitre 5. Simulation de l'équilibre

1 Introduction

Ce chapitre traite de l'équilibre statique et la conservation dynamique de l'équilibre.

Dans une première partie, nous nous penchons sur l'étude de l'équilibre postural en position debout statique avant d'aborder la simulation de la conservation dynamique de l'équilibre. Cet équilibre, au repos, est assuré par la répartition des forces sur les 2 pieds avec le minimum d'effort [107]. L'équilibre statique est un équilibre parfait pour lequel toutes les forces et les moments des forces s'annulent. L'équilibre statique existe en mécanique des corps solides. En biomécanique, il permet d'étudier la répartition des forces en l'absence de mouvement rapide ou de recherche d'équilibre. Le modèle du pied, décrit dans le premier chapitre, permet de générer la carte des pressions pour toute assiette du pied. A partir des pressions, on déduit la force totale appliquée à chaque pied, ainsi que les différents moments.

Minimiser les efforts fournis par les muscles correspond à trouver les assiettes des pieds qui satisfont l'équilibre tout en minimisant l'amplitude des moments. Le simulateur développé est basé sur ce concept. Il utilise les formes internes de vrais pieds déduites des mesures expérimentales.

La seconde partie traite de la recherche dynamique de l'équilibre. En position debout, le corps est en oscillation permanente. Les oscillations posturales sont indicatives du système de contre réaction humaine sur la stabilité. Pour comprendre l'effet des sensations somatiques, visuelles et de l'oreille interne sur l'équilibre, on a développé un simulateur de l'équilibre dynamique. Comme pour l'équilibre statique on utilise les résultats des mesures pour les paramètres du modèle des pieds.

2 Modèle biomécanique

Physiologiquement, le maintien de l'équilibre en position debout est assuré par les muscles des jambes (tibial antérieur, gastrocnémiens, solaire...) et les muscles des hanches (adducteurs, tenseur du fascia latta). L'action des muscles assure la répartition de la force totale sur chacun des pieds et la distribution des pressions plantaires. Dans l'équilibre médio-latéral, ils agissent par déplacement des hanches, modifiant la répartition du poids total du corps sur chacun des pieds. Dans l'équilibre antéropostérieur ils agissent par rotation du pied autour de la cheville. Traduit dans notre modèle, les muscles maintiennent l'équilibre en agissant sur les hanches et les assiettes des pieds.

Le centre de masse du corps humain est situé en haut du bassin qui repose sur les deux jambes, voir Figure 96. Pour décrire la position statique debout, on fait l'hypothèse que les

genoux ne sont pas articulés. Donc le maintien de l'équilibre est assuré par les rotations des pieds autour des chevilles et par la translation de la cheville en hauteur, suivant z , qui dépend du mouvement des hanches.

Ainsi que le décrivent Bouisset, S., & Maton, B. (1999) [107], la posture debout « commode » est définie par :

- Pieds tournés d'un angle d'une trentaine de degrés vers l'extérieur, les talons étant distants de 20 cm environ ;
- Membres supérieurs pendant naturellement le long du corps ;
- Fixation visuelle d'un point à l'infini, afin de déterminer la position de la tête ;
- Appui également réparti sur les deux pieds ;
- Muscles aussi relâchés que possible.

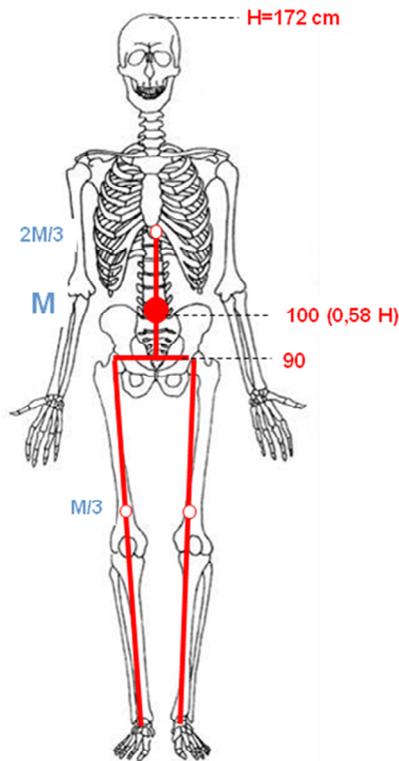


Figure 96 : Modèle simplifié du corps humain à l'équilibre statique.

La répartition des forces sur chaque pied dépend de la position du corps et des pieds au sol, voir Figure 97. Le déplacement médio-latéral suivant x est défini par l'orientation du bassin. En position debout statique, l'origine des coordonnées sur le sol (0) est définie par le milieu des articulations des hanches (bassin), voir Figure 97 et Figure 98.

Le déplacement antéropostérieur suivant l'axe y est la perpendiculaire à l'axe x .

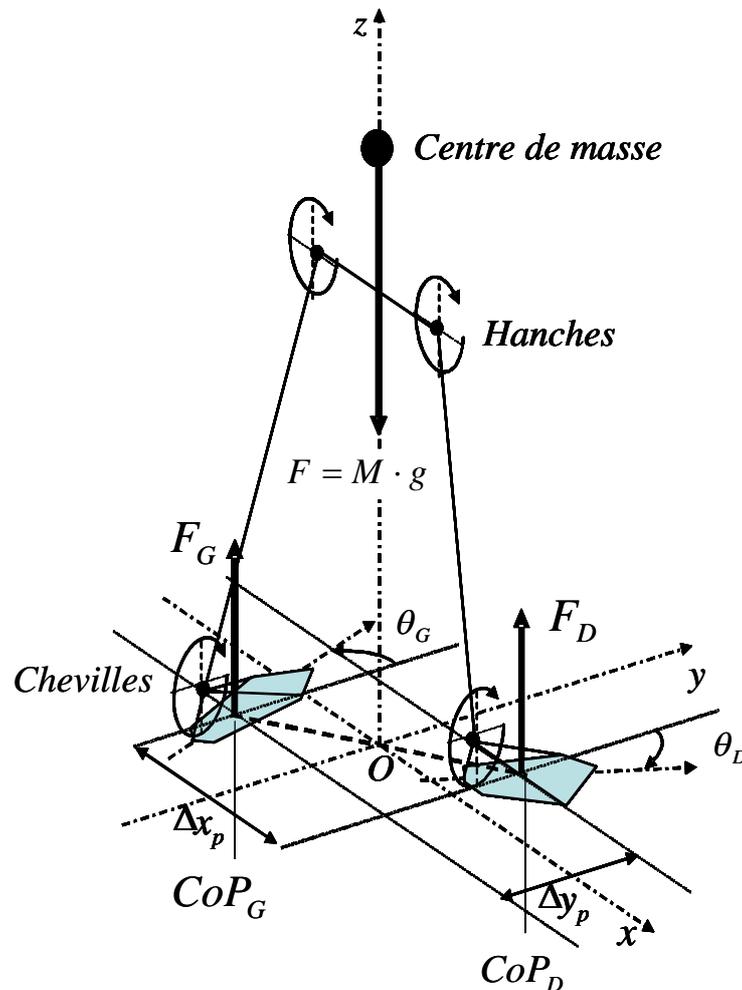


Figure 97 : Modélisation de la posture.

La projection du milieu de la cheville est C , voir Figure 98. L'écart entre les pieds est donné par Δx et Δy . La cheville définit le centre des coordonnées internes du pied. La direction interne y' est suivant l'axe passant par la cheville et le deuxième métatarse. L'axe interne x' est son perpendiculaire.

Les pieds sont tournés vers l'extérieur ou vers l'intérieur. Cette position est décrite par l'angle $\theta_{G,D}$, entre l'axe du pied $y'_{G,D}$ et l'axe principal y (G pour le pied gauche et D pour le pied droit). Le pied est supposé être tourné vers l'extérieur si $\theta_{G,D} > 0$ et tourné vers l'intérieur si $\theta_{G,D} < 0$. (Voir Chapitre 2 section 2.2.1).

Remarque préliminaire :

En position debout, la rotation $\theta_{G,D}$ ne peut pas s'effectuer autour de l'articulation de la cheville ni du genou. La rotation $\theta_{G,D}$ provient de la rotation du col du fémur au niveau des hanches. Par l'effet des muscles et des ligaments, au minimum d'effort, les rotations de la jambe droite et de la jambe gauche sont opposées et de même amplitude ce qui correspond à l'annulation des moments. Aussi, dans nos notations, au minimum d'effort $\theta_G = \theta_D$. Ceci est vrai naturellement en l'absence de déformation du pied ou de la cheville.

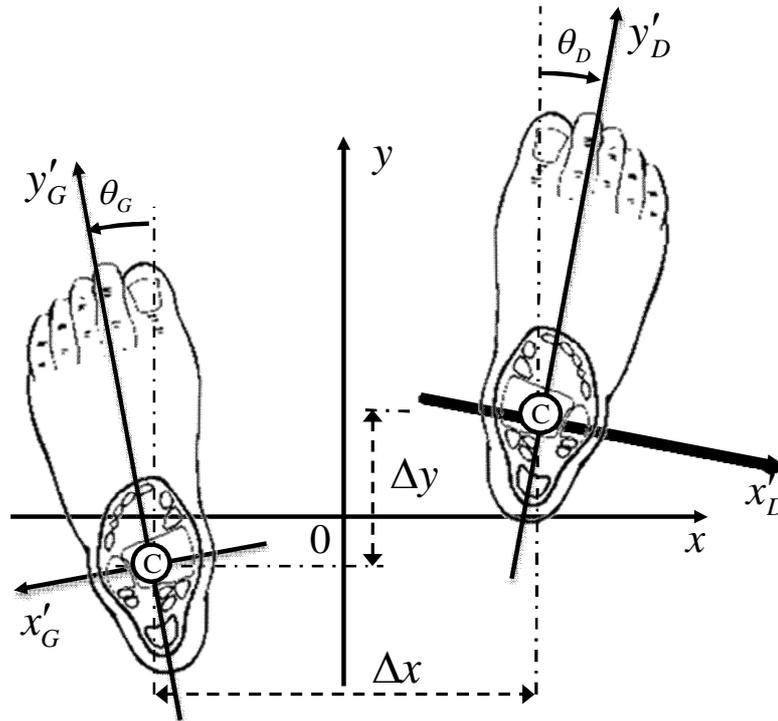


Figure 98 : Système de coordonnées des pieds.

3 Modélisation de l'équilibre statique

Pour maintenir l'équilibre, deux stratégies interviennent aux niveaux des chevilles et des hanches [22], [23].

Les muscles antérieurs et postérieurs des jambes, contrôlent l'équilibre antéropostérieur au niveau des chevilles.

Les hanches maintiennent le corps en équilibre médio-latéral, par les muscles des cuisses, adducteurs, tenseur du fascia latta.

3.1 Equilibre médio-latéral et antéropostérieur

Le problème consiste à calculer les paramètres des assiettes, $a_{G,D}$, $b_{G,D}$ et $c_{G,D}$, qui satisfont les bilans des moments et des forces avec le minimum d'effort suivant le déplacement médio-latéral et antéropostérieur.

Le déplacement des hanches répartit la force totale sur chacune des chevilles. Le moment suivant x dépend de la répartition des forces sur chacune des chevilles et des moments suivant x autour des chevilles. Le moment, suivant x , autour de chevilles se décompose suivant $x'_{G,D}$ et $y'_{G,D}$ en fonction de $\theta_{G,D}$ (Voir Chapitre 2 section 2.2.2). Au minimum d'effort le moment autour de la cheville, suivant x , est nul. Ceci est vérifié tant que le centre de masse est situé entre les deux chevilles. Compte tenu des faibles valeurs de $\theta_{G,D}$, ceci revient à négliger le moment autour de la cheville suivant $x'_{G,D}$.

L'équilibre antéropostérieur dépend des moments, suivant y . Pour la recherche du minimum d'effort, nous cherchons à annuler les efforts antéropostérieurs des hanches. Sous cette condition, l'équilibre antéropostérieur est assuré par les moments des pressions plantaires, suivant y , autour de chacune des chevilles. Générer un moment suivant y autour de la cheville, correspond à exercer un couple sur la jambe. Les couples des deux jambes s'annulent puisqu'il n'y a pas de rotation du bassin.

Le problème revient donc à rechercher les assiettes qui assurent :

1. La répartition de la force totale sur chaque pied suivant x .

$$F_D = \frac{-x_G}{x_D - x_G} \cdot F \text{ et } F_G = \frac{x_D}{x_D - x_G} \cdot F \quad (5-1)$$

2. L'absence de couple aux chevilles suivant x .

$$\sum_{k=1}^N (x_G^k - x_G) \cdot f_G^k = 0, \quad \sum_{k=1}^N (x_D^k - x_D) \cdot f_D^k = 0 \quad (5-2)$$

3. La somme des couples suivant y est nulle. $\sum_{k=1}^N y_G^k \cdot f_G^k + \sum_{k=1}^N y_D^k \cdot f_D^k = 0$ (5-3)

4. Les couples suivant y sont minimum. $\left| \sum_{k=1}^N y_D^k \cdot f_D^k - \sum_{k=1}^N y_G^k \cdot f_G^k \right| = \min$ (5-4)

La solution est obtenue par méthode dichotomique. Le modèle du pied fournit la relation entre assiette et répartition des pressions en fonction de la forme interne du pied et des paramètres du matériau élastique.

3.2 Résultats de simulation de l'équilibre statique

Les simulations consistent à calculer les pressions plantaires qui assurent l'équilibre statique après avoir imposé la position des pieds par rapport à la projection au sol du centre de masse au sens des coordonnées, Figure 98 (matérialisé par la croix rouge sur les figures suivantes). Les simulations utilisent des formes internes de pieds acquises à partir des mesures (Chapitre 3). Le modèle du pied permet d'utiliser différentes caractéristiques du milieu élastique pour une même forme interne du pied.

Nous présentons quelques exemples de résultats. Les formes internes des pieds sont celles du sujet 2, Figure 99.

La Figure 100 et la Figure 101 comparent deux milieux élastiques pour une même forme interne d'un sujet de pointure 40. La posture des pieds est $\Delta x = 20 \text{ cm}$, $\Delta y = 0$ et $\theta_{G,D} = 0^\circ$.

Le milieu élastique de la Figure 100 est mou (raideur de $0,2 \text{ N}$) et épais (épaisseur de $1,5 \text{ cm}$). Le milieu élastique de la Figure 101 est dur (raideur de 1 N) et moins épais (épaisseur de 1 cm).

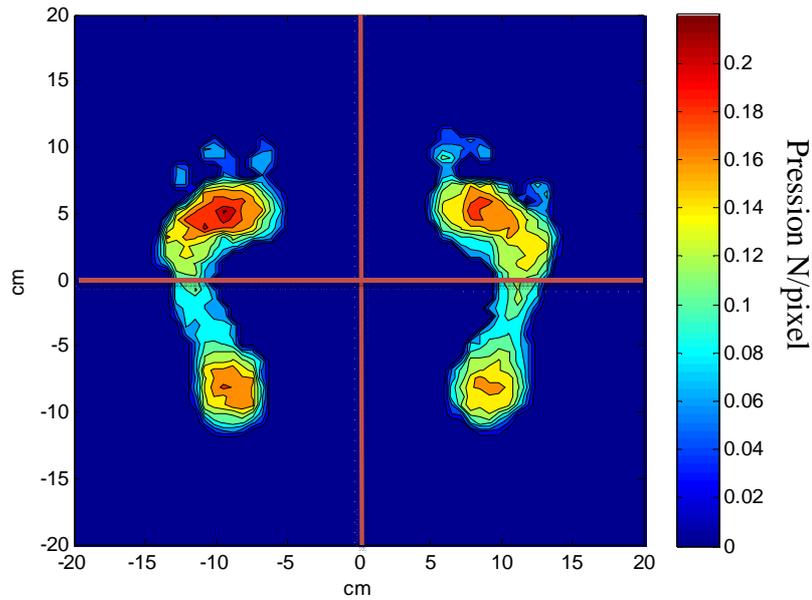


Figure 100 : Milieu élastique mou.

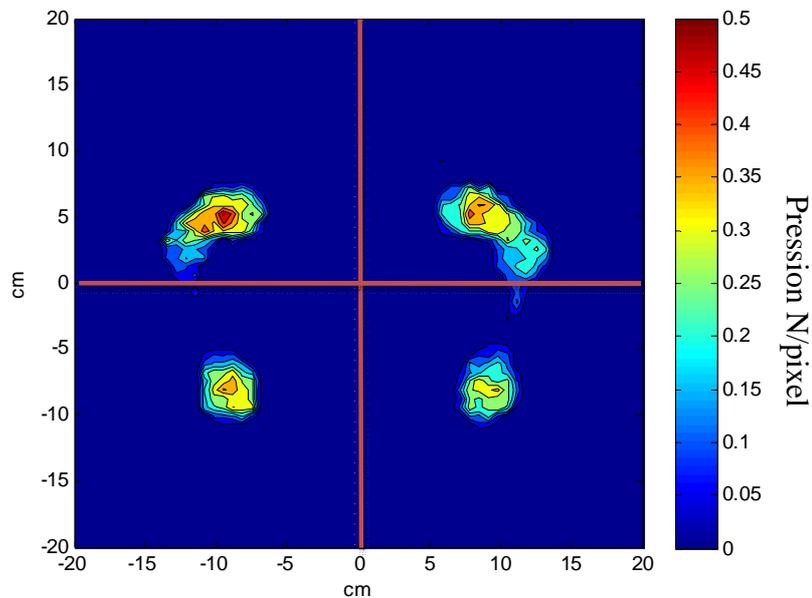


Figure 101 : Milieu élastique dur.

Les résultats de simulation pour une posture parfaitement symétrique ($\Delta x = 20 \text{ cm}$, $\Delta y = 0$ et $\theta_{G,D} = 0^\circ$) vérifient l'équilibre de la répartition des pressions sur les deux pieds. Les pressions sont localisées sous le talon et l'avant-pied. Elles permettent de mettre en évidence la différence de répartition des pression suivant le matériau élastique. Un matériau dur mène à un maximum de pression de $0,5 \text{ N/pixel}$ alors que le matériau mou limite la pression à $0,2 \text{ N/pixel}$. On sait que l'utilisation d'une semelle épaisse ou compensée au niveau de l'arc du pied, favorise la distribution des pressions sous la voûte plantaire et l'arc du pied. Ce type de semelle est utilisée pour soulager les pieds.

La Figure 102 montre l'influence de l'angle du pied au sol. La posture des pieds est $\Delta x = 20 \text{ cm}$, $\Delta y = 0$ et $\theta_{G,D} = 20^\circ$.

Les pieds sont tournés vers l'extérieur d'un angle $\theta_{G,D} = 20^\circ$. En appliquant la condition de minimum d'effort, le résultat de simulation montre des pressions réparties également sous les deux pieds.

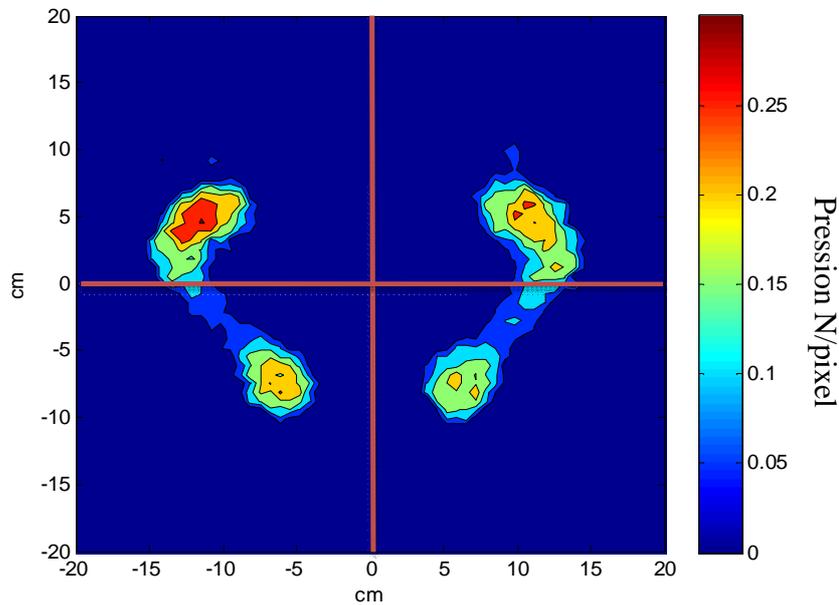


Figure 102 : Pieds écartés de 20 cm avec un angle de 20° .

La Figure 103 montre une dissymétrie de répartition de la force sur les pieds. Le pied gauche supporte plus de force que le pied droit. Dans cet exemple, le pied gauche est à 10 cm de la projection du centre de masse tandis que le pied droit est éloigné de 15 cm du centre de masse, visualisé par la croix rouge.

Dans cet exemple, les pressions maximales sur le pied gauche sont de l'ordre de 0,35 *N/pixel* en comparaison avec une pression maximale de l'ordre de 0,22 *N/pixel* sur le pied droit.

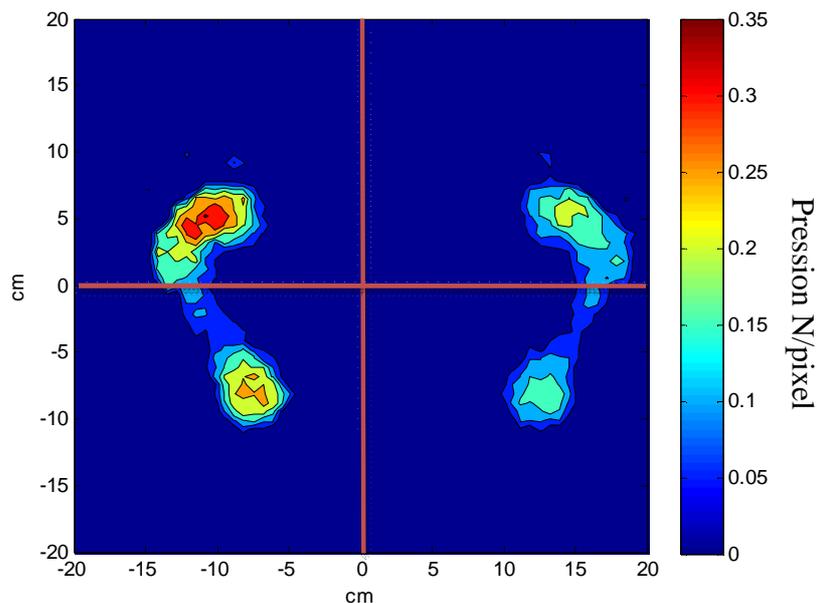


Figure 103 : Pieds écartés de 25 cm, l'angle des pieds 10° . Le pied gauche est porteur.

La Figure 104 présente la simulation de la carte de pressions pour le pied droit de 5 cm devant le centre de masse et le pied gauche est derrière de 5 cm. Les conditions sont les suivantes : pieds tournés d'un angle $\theta_{G,D} = 10^\circ$, $\Delta x = 20$ cm et $|\Delta y| = 10$ cm. Les pressions sont concentrées sous le talon droit et l'avant du pied gauche. Le phénomène de l'expulsion du pied est souligné par la présence des pressions sous les orteils du pied gauche. Ce phénomène est décrit par l'augmentation des pressions sur l'avant du pied et sur les orteils qui appuient sur le sol pour soulever le pied gauche. De l'autre côté, le talon du pied droit reçoit le poids du corps pour être distribué sur le reste du pied en passant par le milieu du pied ensuite l'avant du pied et continué pour effectuer un second pas.

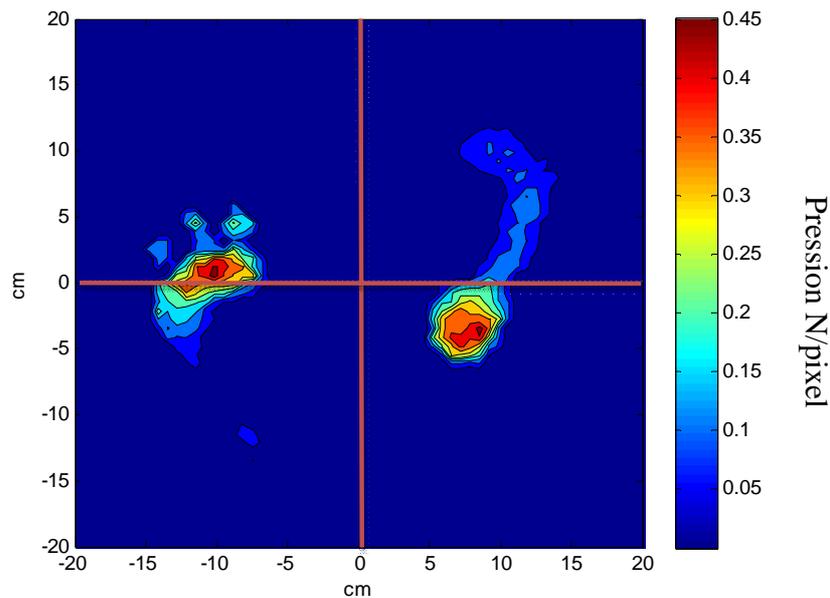


Figure 104 : Simulation des pressions plantaires pour $|\Delta y| = 10$ cm, l'angle des pieds est 10° .

La Figure 105 illustre la simulation des pressions plantaires pour un corps portant plutôt vers l'arrière. Les milieux deux pieds sont situés à 3 cm devant le centre de masse. Le centre de masse est proche de la cheville (à 2 cm).

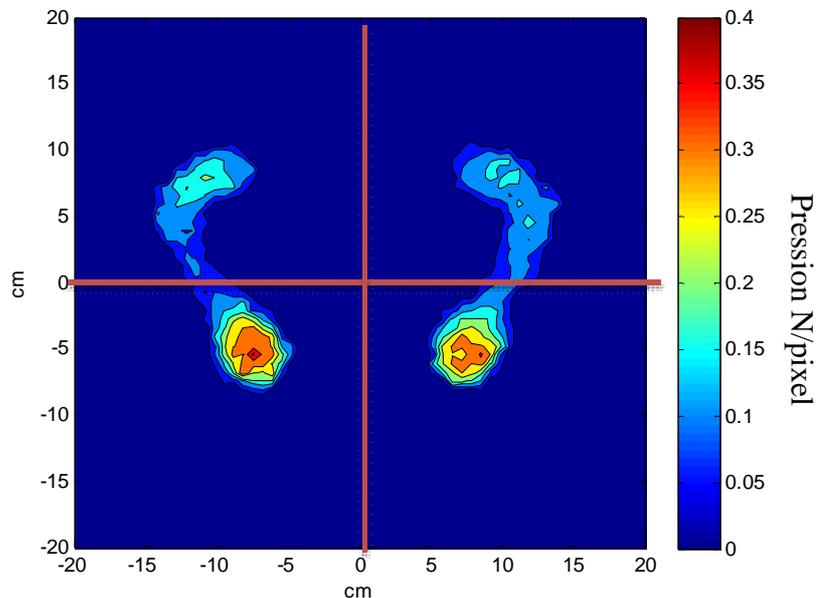


Figure 105 : Corps incliné vers l'arrière.

Pour simuler le corps portant vers l'avant, le centre de masse est situé à 3 cm devant les milieux des pieds. Les pressions sont localisées à l'avant des pieds, voir Figure 106.

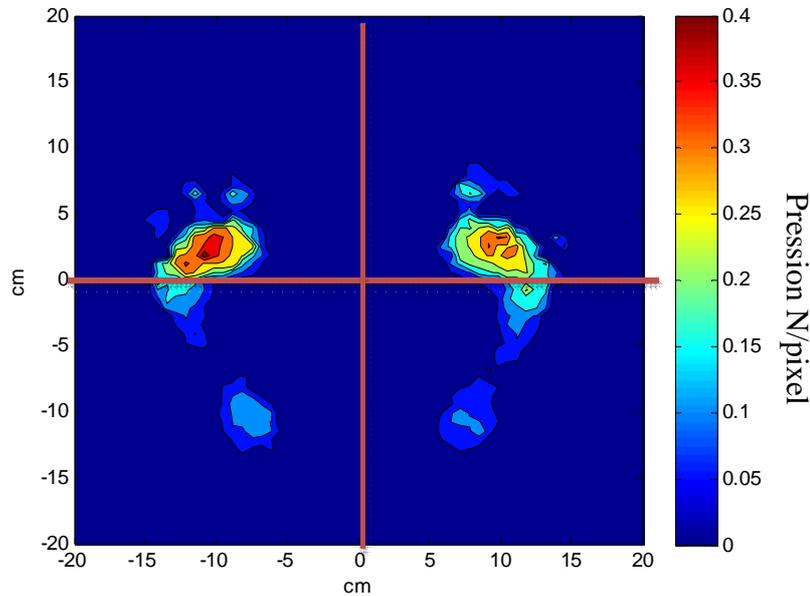


Figure 106 : Corps incliné vers l'avant.

Les pics de pressions sont les mêmes dans les deux cas. Le cas d'un centre de pression vers l'arrière, soit donc proche de la cheville, minimise les moments et donc l'effort des muscles. Par contre, cette posture est précaire car elle ne prévient pas des chutes vers l'arrière. Au contraire, le centre de pression vers l'avant simule le cas des personnes qui cherchent à garder leur équilibre. Par exemple, les personnes âgées craignant de chuter vers l'arrière ou sur sol glissant.

Dans ce qui suit on présente les résultats de simulation pour le sujet 4 ayant une pointure de 46, pesant 100 kg. La Figure 107 présente la simulation de la carte de pressions dans la condition suivantes : pieds tournés d'un angle $\theta_{G,D} = 10^\circ$, $\Delta x = 20 \text{ cm}$ et $\Delta y = 0$. Dans les mêmes positions des pieds, la Figure 108 présente la répartition des pressions simulées pour un milieu élastique d'une épaisseur de 1,5 cm et une raideur de 0,2 N.

La comparaison des deux simulations montre que pour une raideur comparable à celle des tissus mous, les pressions sont localisées sous les zones d'appui liées à la forme interne du pied. Donc au niveau du talon et le milieu de l'avant pied. Le pic de pression est de l'ordre de 0,25 N/pixel. D'autre part, l'utilisation d'un milieu élastique mou montre des pressions apparues au niveau du milieu du pied et sous les orteils. Le pic de pression est plus faible. Il est de l'ordre de 0,18 N/pixel, ce qui est faible pour un sujet de 100 kg.

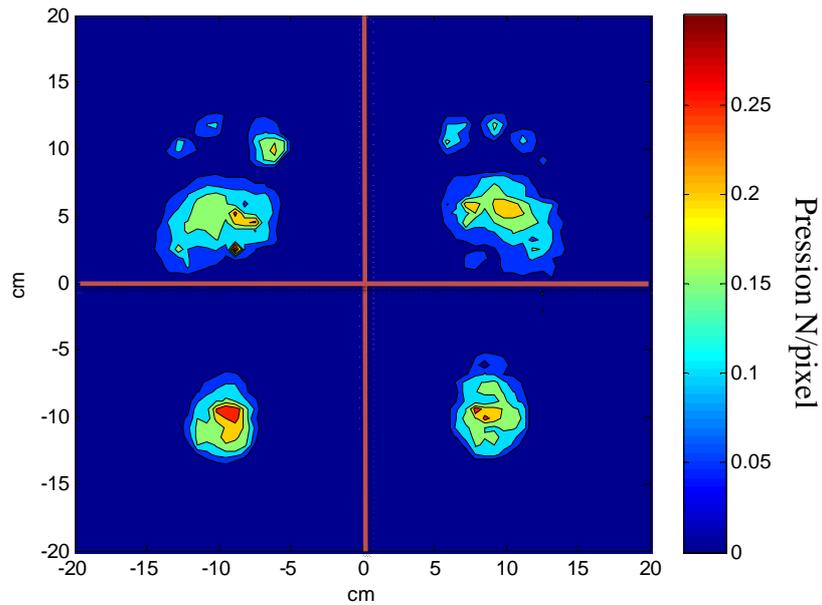


Figure 107 : Milieu élastique dur.

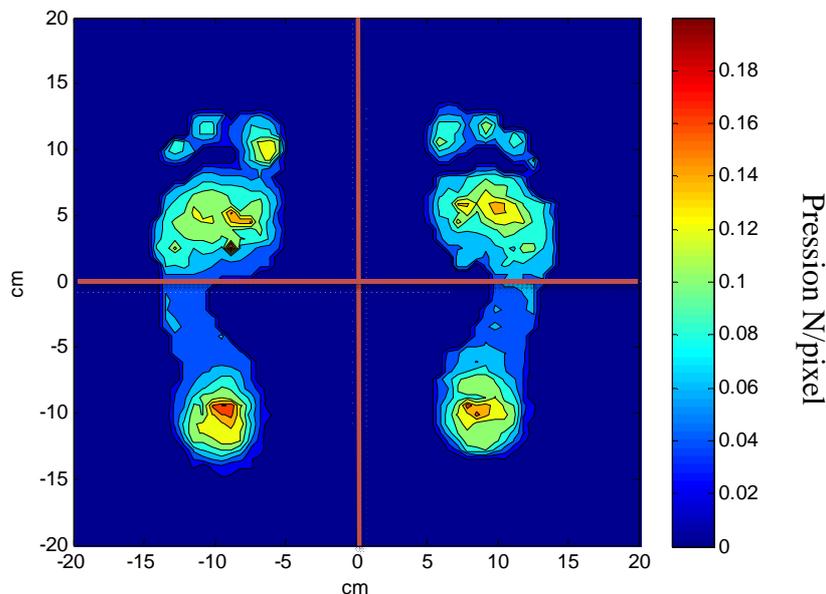


Figure 108 : Milieu élastique mou.

4 Synthèse

Nous venons de montrer que le simulateur de la répartition des pressions plantaires en position debout statique permet de tester l'effet des caractéristiques du milieu élastique, de la posture des pieds, la posture du corps et la forme interne du pied sur la répartition des pressions pour tout individu. En particulier, nous avons pu constater que pour une même personne, se tenir debout les pieds tournés vers l'intérieur ou l'extérieur ne change pas à priori la répartition des pressions plantaires.

Ce type de simulation peut être intéressante pour la conception des semelles orthopédiques. Ces aspects restent des perspectives sur l'utilisation du simulateur. Les interprétations des simulations des postures sont présentées pour montrer l'intérêt de la simulation l'équilibre statique.

Dans la partie suivante, nous nous détaillons l'équilibre dynamique et la modélisation de l'action du cerveau sur le contrôle des muscles posturaux.

L'asservissement de l'équilibre dynamique veille à ce que le corps reste proche de la position d'équilibre qui minimise les efforts. Pour rechercher une posture initiale à la simulation temporelle de l'équilibre dynamique, on utilisera la recherche de l'équilibre statique pour trouver la posture de départ qui minimise les efforts.

Il faut rappeler que les pressions plantaires sont les principales sources de sensations somatiques nécessaires à la connaissance, par l'individu, de sa position d'équilibre. La répartition des pressions joue un rôle important sur cette perception. Ces sensations contribuent à la perception des forces et des moments appliqués sur les deux pieds lorsque le corps est en mouvement. Un milieu élastique mou, représentatif d'une chaussure de sport confortable, diminue la perception de cet équilibre.

5 Simulation de l'équilibre dynamique

Nous avons développé un simulateur de l'équilibre dynamique en fonction du temps sur les deux pieds, en trois dimensions de l'espace.

Afin d'aborder les problèmes de modélisation et de résolution numérique en fonction du temps, nous présentons d'abord une première étude en deux dimensions pour un seul pied.

Dans la seconde partie, le modèle sera étendu à trois dimensions de l'espace. Un modèle de contre réaction humaine sera proposé. Les résultats des simulations numériques de l'équilibre dynamique, stabilogramme et déplacement temporelle du *CoPT*, seront présentés.

5.1 Simulation en deux dimensions (1 pied)

Les muscles des membres inférieurs et supérieurs sont activés pour assurer l'équilibre autour des différentes articulations du corps. En raison du grand nombre de muscles et des processus qui maintiennent l'équilibre, la modélisation est complexe. La méthode la plus connue revient à modéliser le corps par un simple pendule inversé [104], [107], [110], [111], [113]–[116], [118].

Nous étudions tous d'abord la modélisation, en deux dimensions, du corps par un simple pendule inversé. Dans ce modèle, l'oscillation du corps se fait suivant le déplacement antéropostérieur, ce qui correspond à une rotation autour de la cheville. Pour simuler les oscillations du centre de masse pour une forme de pied réaliste, on étudie le cas d'une surface d'appui issue du modèle du pied, voir Figure 109. Cette modélisation est effectuée pour un seul pied ou de façon équivalente pour deux pieds parfaitement symétriques.

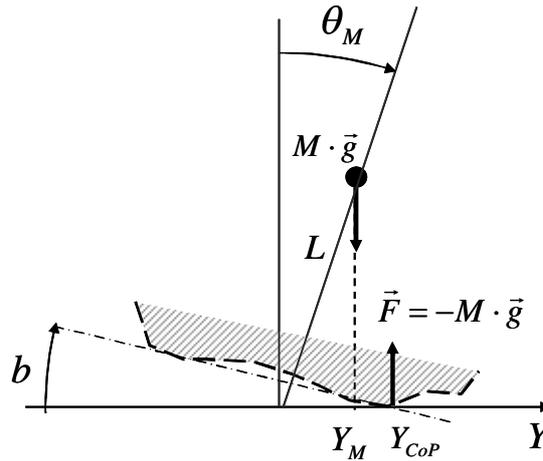


Figure 109 : Surface d'appui issue du modèle du pied.

La simulation consiste à résoudre les équations du temps du centre de masse.

$$\theta_M(t) = A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t} - \frac{Y_{CoP}(t)}{L} \quad (5-5)$$

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial t} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega t} - B \cdot e^{-\omega t}) - \frac{1}{L} \cdot \frac{dY_{CoP}(t)}{dt} \quad (5-6)$$

Où :

θ_M : l'angle du centre de masse

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \approx \sqrt{10}$$

g : l'accélération de la pesanteur (9,81 m/s/s)

L : la hauteur du centre de masse (1 m).

Le problème revient à déterminer les deux inconnues $A(t)$ et $B(t)$ à tout instant t , sachant que la position du centre de pression $Y_{CoP}(t)$ dépend de l'assiette qui varie dans le temps.

Afin de ne pas alourdir le propos du manuscrit, l'approche mathématique est détaillée dans l'annexe 3.

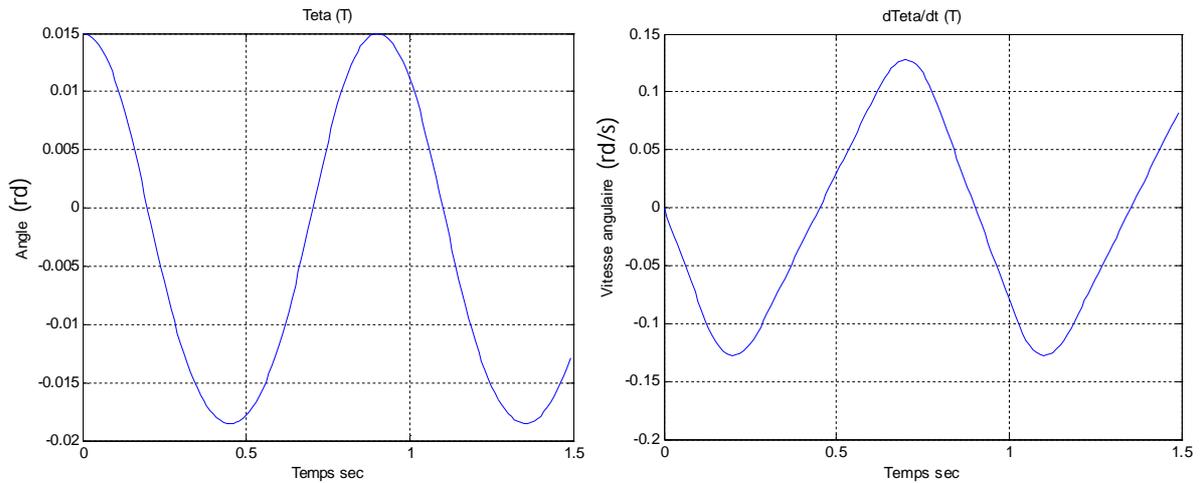
La simulation utilise une méthode de discrétisation temporelle par pas de temps finis. Le CoP se déplace à chaque pas de temps en fonction de l'assiette du pied. La position du CoP dépend de la masse, de l'assiette du pied (l'angle b pour $a \equiv 0$), de la forme interne du pied et des caractéristiques du milieu élastique.

5.1.1 Modèle du pied.

Dans un premier temps nous utilisons la forme interne du pied numérique présentée au chapitre 1.

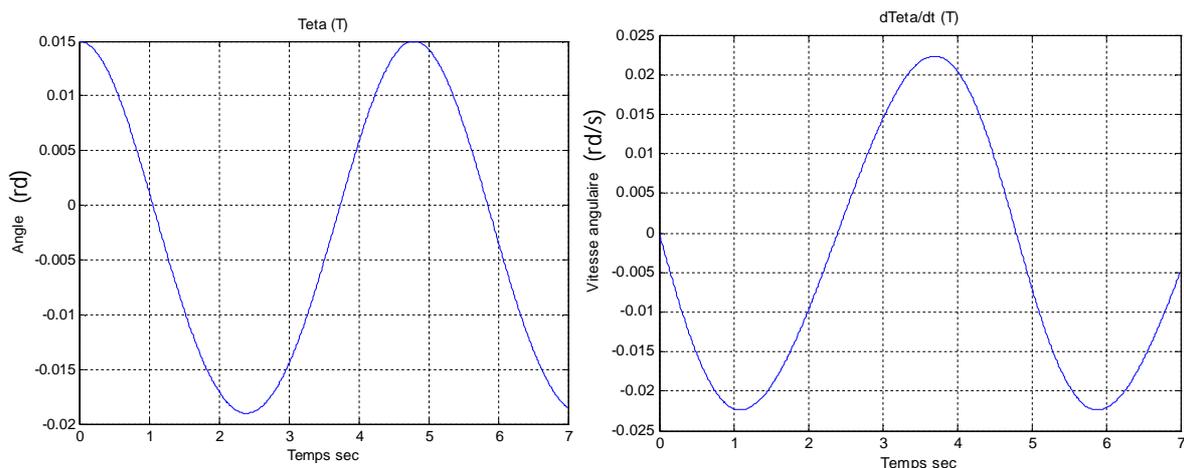
Supposons la cheville bloquée, arthrodèse. Dans ce cas $b(t) = \theta_M(t)$. On peut étudier la fréquence d'oscillation pour différents milieux élastiques.

La Figure 110 présente la simulation de l'oscillation, $\theta_M(t)$ et $\frac{\partial \theta_M(t)}{\partial t}$, sur une période pour un pied nu. L'épaisseur du milieu élastique est limitée à celle de la peau, de l'ordre de 2 mm . Les conditions de simulations sont $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$, $M = 50 \text{ kg}$ demi poids d'un individu sur un pied, $Raideur = 0.2 \text{ N/Pixel}$, $Epaisseur = 0.2 \text{ cm}$ et $\theta_0 = 0.015 \text{ rd}$. La période obtenue par simulation est inférieure à une seconde.



**Figure 110 : Oscillation angulaire du centre de masse et sa dérivée temporelle.
Pied nu avec arthrodèse.**

La Figure 111 présente la simulation en posant le pied sur une semelle de $1,3 \text{ cm}$ d'épaisseur. La période d'oscillation de l'angle $\theta_M(t)$ est aux alentours de 5 s .



**Figure 111 : Oscillation angulaire du centre de masse et sa dérivée temporelle.
Pied avec arthrodèse sur une semelle de $1,3 \text{ cm}$.**

De ces deux simulations on peut constater l'effet du milieu élastique sur la fréquence du déplacement angulaire du centre de masse.

Pour un pied nu, les oscillations ressemblent à celles trouvées pour une structure portant sur deux points d'appuis (avant et arrière). Ceci est similaire au passage de l'appui entre le talon et l'avant du pied. Les oscillations ont à peu près une forme triangulaire (Voir annexe 3 section 1.5.4).

Dans le cas de pied sur une semelle, on se rapproche d'un appui cylindrique. Les oscillations ont à peu près une forme sinusoïdale (Voir annexe 3 section 1.5.4).

Il a été publié que l'équilibre en position debout sur des semelles épaisses était oscillatoire, voire impossible les yeux fermés, alors qu'il est stable yeux ouverts ou nu pied [88]. Nous l'avons vérifié par simulation.

En réalité, l'oscillation du centre de masse est contrôlée par différents paramètres morphologiques. Dans le cas d'une cheville bloquée, le pied constitue une base stable pour l'équilibre du corps. En l'absence d'amortissement, un léger déséquilibre provoque une oscillation. Cette oscillation dépend du milieu élastique, du tonus musculaire et de l'élasticité des muscles et tendons qui n'ont pas été pris en compte jusqu'à présent. Notre objectif est maintenant d'étudier la fréquence et l'amplitude de l'oscillation du *CoP* autour de l'équilibre en fonction du tonus musculaire.

Tonus musculaire

Pour toute articulation, la position angulaire est assurée par deux muscles antagonistes. La position angulaire peut être le résultat d'une faible contraction des muscles antagonistes ou une très forte contraction bloquant la position. Si une faible contraction suffit, il résulte une souplesse lors d'un déséquilibre qui n'apparaît pas pour des muscles totalement contractés. C'est ce qui est recherché dans l'équilibre au minimum d'effort, nécessitant le minimum d'effort, le minimum de tonus musculaire. Le tonus musculaire est la capacité des muscles antagonistes à se contracter.

Supposons le problème à une seule dimension. Les deux pieds sont alors supposés symétriques dans le système de coordonnées. Nous étudions les oscillations suivant y . On ne suppose aucun mouvement suivant x .

Soit Y_{repos_0} la projection du *CoP* à l'équilibre. Y_{M_0} la projection du centre de masse au départ. L'oscillation du centre de masse se fera autour de Y_{repos_0} . L'amplitude de l'oscillation du centre de masse sera $|Y_{M_0} - Y_{repos_0}|$. Nous cherchons l'amplitude de l'oscillation du *CoP* et sa fréquence. La relation entre la variation de l'angle du pied b et l'angle du centre de masse θ_M , est fonction du « coefficient d'élasticité des muscles » de la jambe qui rend compte du « tonus musculaire ». Il n'est plus question d'arthrodèse. L'angle b du pied ne suit plus l'angle de la jambe θ_M . Pied et jambe sont reliés par un système élastique dont le coefficient dépend du tonus musculaire.

Soit $Celast_y$ le coefficient de l'élasticité des muscles antérieurs et postérieurs de la jambe. Les muscles totalement relâchés correspondent à $Celast_y = 0$ alors que les muscles totalement contractés correspondent à $Celast_y = 1$, soit donc la cheville bloquée. Ce coefficient définit la

liaison entre la variation de l'angle du pied et l'angle de l'oscillation du centre de masse. Il vient :

$$b = Celast_y * \left(\theta_M - \frac{Yrepos_0}{L} \right) \quad (5-7)$$

Si $Celast_y = 1$, l'angle de rotation du pied b suit la rotation de la jambe c'est-à-dire la rotation du centre de masse, $\theta_M = b$. Au contraire si $Celast_y = 0$, b ne change pas, la cheville est totalement libre, les muscles n'exercent aucune force. L'équilibre est perdu, et par conséquent le sujet chute.

En fait, un individu contracte rarement totalement ses muscles antagonistes. Aussi, on peut admettre que $0 < Celast_y < 1$. La valeur de $Celast_y$ est représentative de l'énergie de contraction des muscles et de l'élasticité qui en découle.

Le concept est important car $Celast_y \rightarrow 1$ signifie que les forces exercées par les muscles antagonistes tendent vers l'infini, ce qui rend l'effet du moment du *CoP* par rapport à la cheville négligeable. Cette situation de raidissement ou crispation se rencontre lorsque l'individu sent qu'il va glisser ou encore perdre l'équilibre. Cette capacité dépend de l'individu et sa force musculaire.

Rappelons que la force f^k exercée par le pied sur tout élément k de surface est décrite par :

$$f^k = -raid \cdot Ln \left(1 - \frac{z_C^k}{epais} \right) \text{ avec } z_C^k = z_{IS}^k + z_{FS}^k \quad (5-8)$$

Où z_{IS}^k est la forme interne du pied et $z_{FS}^k = a \cdot x_k + b \cdot y_k + c$ est l'assiette.

Pour une empreinte donnée z_{IS}^k , doubler l'épaisseur *epais* du milieu élastique, pour une même raideur *raid*, implique de doubler les angles a et b de l'assiette pour obtenir les mêmes valeurs des forces f^k . Le terme c est une variable auto-ajustée telle que la somme des forces f^k soit égale à la force totale exercée. En d'autres termes, la linéarité du modèle implique que diminuer $Celast_y$ ou augmenter *epais* requiert la même augmentation de l'amplitude de θ_M pour obtenir le même moment.

Résultats de simulation de l'effet du tonus musculaire

Dans ce qui suit, sont présentés les résultats des simulations du comportement oscillatoire propre pour une forme interne de pied déterminée à partir des cartographies de pression issues de F-Scan.

La raideur du milieu élastique est constante. L'étude de l'amplitude du *CoP* et de la fréquence sont faites en fonction de l'épaisseur du milieu élastique et de l'élasticité des muscles de la jambe via $Celast_y$.

Les simulations sont réalisées dans les conditions suivantes :

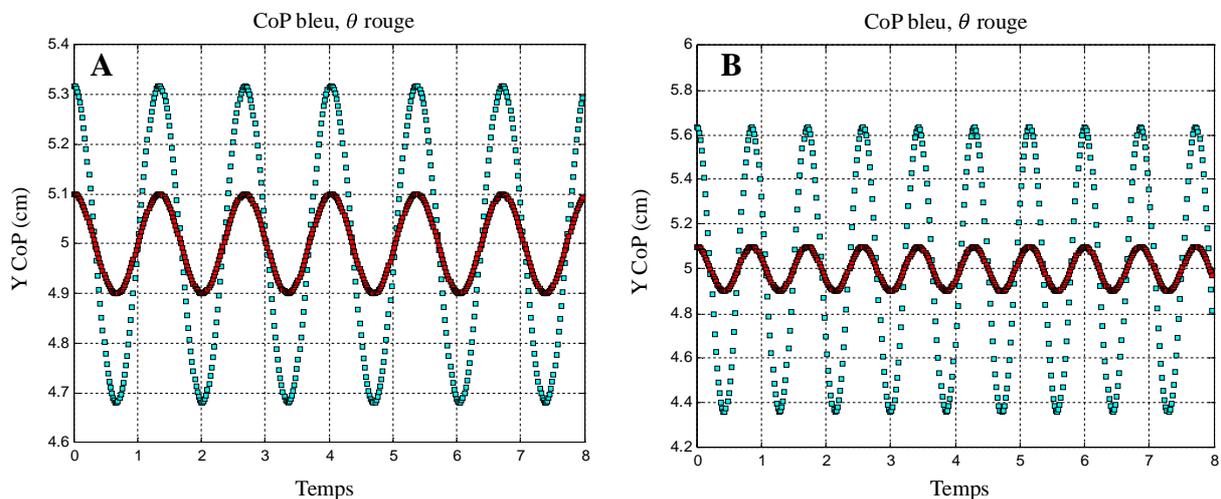
- Les Oscillations sont autour de $Y_{repos_0} = 5 \text{ cm}$, position du CoP du corps au repos par rapport à la cheville. Ceci correspond au milieu du pied.
- Le CoM de départ est à 1 mm de distance de Y_{repos_0} . Le CoM oscille entre $4,9$ et $5,1 \text{ cm}$.

Dans ces conditions, les simulations sont faites pour différentes épaisseur du milieu élastique avec trois valeurs du $Celast_y$, $0,25$; $0,5$ et 1 .

La Figure 112 présente les oscillations du CoP et de l'angle du centre de masse CoM pour $Celast_y = 1$, ce qui correspond à une cheville bloquée par arthrodèse.

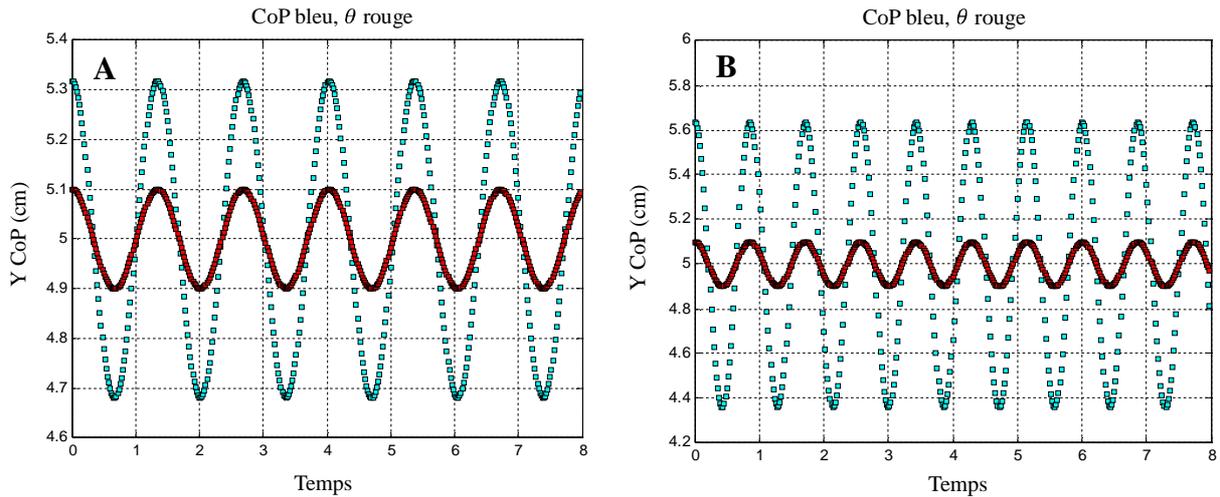
La simulation Figure 112 A, correspond à une épaisseur de 5 mm . On peut observer une amplitude du déplacement du CoP de $6,4 \text{ mm}$, avec une période de $1,3 \text{ s}$. Cette période est comparable avec celle de l'oscillation du corps en position debout. Cette période a été trouvée par les mesures expérimentales effectuées avec les semelles instrumentées.

La simulation Figure 112 B correspond à une épaisseur plus faible de $2,5 \text{ mm}$. L'amplitude observable du déplacement du CoP est de 13 mm avec une période de $0,86 \text{ s}$. C'est le cas d'un pied nu sur un sol rigide. Les oscillations sont donc plus rapides. L'amplitude de déplacement du CoP est alors significativement plus importante et se rapproche du cas d'un support à deux points d'appuis.



**Figure 112 : Oscillations du CoP et du CoM pour $Celast_y=1$.
A) épais = 5 mm , B) épais = $2,5 \text{ mm}$.**

Fixons l'élasticité des muscles de la jambe à $Celast_y = 0,5$, on retrouve les mêmes amplitudes et fréquence du CoP mais pour différentes épaisseurs du milieu élastique de $2,5 \text{ mm}$ et $1,25 \text{ mm}$, voir Figure 113 A et B.



**Figure 113 : Oscillations du CoP et du CoM pour $Celast_y = 0,5$.
A) épais=2,5 mm, B) épais =1,25 mm.**

Le Table 5 synthétise les résultats sur la période T et l'amplitude des oscillations du CoP pour trois valeurs de $Celast_y$, 0,25, 0,5 et 1, pour les différentes valeurs d'épaisseur variant de 0,625 mm à 12 mm qui donnent les mêmes périodes et même amplitudes.

$Celast_y = 1$	Epaisseur (mm)	12	10	5	2,5	1,25
	Période T (s)	6	3,3	1,3	0,86	1,57
	Amplitude (mm)	2,2	2,6	6,4	13	25
$Celast_y = 0,5$	Epaisseur (mm)	6,7	5	2,5	1,25	0,625
	Période T (s)	6	2,5	1,3	0,86	0,57
	Amplitude (mm)	2,2	3,2	6,4	13	25
$Celast_y = 0,25$	Epaisseur (mm)	3,6	2,5	1,25	0,625	
	Période T (s)	6	2,5	1,3	0,86	
	Amplitude (mm)	2,2	3,2	6,4	13	

Table 5 : Amplitude et période des oscillations du CoP pour différentes épaisseurs du milieu élastique, et du coefficient d'élasticité des muscles.

Il est bien confirmé que doubler l'épaisseur de milieu élastique revient à diviser par 2 l'élasticité $Celast_y$.

Pour les faibles épaisseurs du milieu élastique et les fortes valeurs de $Celast_y$ (contraction des muscles), on constate une forte l'amplitude et une fréquence élevée des oscillations du CoP . Forte rapidité de réaction qui assure la stabilité de l'équilibre.

Une comparaison entre les amplitudes et les fréquences trouvées, permet de déduire que l'augmentation de l'épaisseur du milieu élastique implique une augmentation du travail musculaire. Pour retrouver la même amplitude et fréquence en veillant à ce que les muscles soient relâchés, ($Celast_y = 0,5$ et $0,25$) l'épaisseur du milieu élastique doit être réduite à moitié.

Donc maintenir l'équilibre sur un milieu élastique épais fatigue les muscles de la jambe et implique une perte d'énergie élevée. Ce phénomène ressemble au maintien de l'équilibre sur un matelas ou à rester debout en portant des chaussures de sport à semelle molle. L'idéal serait de diminuer l'épaisseur du milieu élastique ou augmenter sa raideur.

Si le coefficient d'élasticité des muscles de la jambe est nul, cela implique la perte de l'équilibre postural. Donc un minimum est essentiel dans le maintien de l'équilibre.

Nous avons évoqué le cas du raidissement des muscles lorsque l'individu sent qu'il va glisser ou perdre l'équilibre. Intuitivement, lorsqu'il a trouvé son équilibre, l'individu a tendance à **relâcher** ses muscles. Au contraire, s'il sent qu'il risque de perdre l'équilibre du fait d'un relâchement et d'une perte d'attention, il va **contracter** ses muscles par reflexe. Ceci revient à dire que le tonus musculaire varie lors de la recherche de l'équilibre et donc que le coefficient d'élasticité n'est pas constant.

Faute de connaître la relation entre le déséquilibre et la tonicité, nous avons choisi de fixer le coefficient d'élasticité à une valeur moyenne, $C_{elast}_y = 0,5$.

5.1.2 Contre réaction PID

L'asservissement de l'équilibre est défini en fonction de l'assiette du pied. Pour assurer le maintien de l'équilibre d'un pendule inversé, nous présentons dans un premier temps un asservissement linéaire de type PID (Proportionnel-Intégral-Différentiel) de l'angle du pied b à partir de l'angle de la jambe $\theta_M(t)$, ainsi que l'ont déjà proposé différents auteurs [104], [107], [110], [111], [113]–[116], [118]. Pour cette partie de l'étude, on négligera l'effet de l'élasticité des muscles ainsi que l'on fait les autres auteurs.

$$b(t) = C_{prop} \cdot \theta_M(t) + C_{Int} \cdot \int_t \frac{\theta_M(u) - 0}{\tau} \cdot du + C_{Deriv} \cdot \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial t} \right|_t \quad (5-9)$$

L'asservissement comporte trois termes :

$$\text{Proportionnel : } C_{prop} \cdot \theta_M(t) \quad (5-10)$$

$$\text{Intégral : } C_{Int} \cdot \int_t \frac{\theta_M(u) - 0}{\tau} \cdot du \quad (5-11)$$

$$\text{Dérivé : } C_{Deriv} \cdot \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial t} \right|_t \quad (5-12)$$

Cette représentation de la contre réaction n'est pas physiologique car elle ne dépend que de $\theta_M(t)$ qui décrit la position angulaire de la tête. Elle ne rend pas compte des sensations somatiques, seul indicateur de la position du centre de pression.

Remarque : fixer $C_{prop} = 1$, avec $C_{Int} = C_{Deriv} = 0$ correspond à la cheville bloquée avec $C_{elast}_y = 1$.

L'objectif de cette première étape est d'étudier la fonction de transfert du milieu élastique qui n'est pas linéaire et change avec l'épaisseur. Pour ce faire on étudie l'effet du milieu élastique sur l'asservissement de l'équilibre.

5.1.2.1 Pied nu :

La Figure 114 présente la simulation numérique du retour à l'équilibre de $\theta_M(t)$ et $\frac{\partial\theta_M(t)}{\partial t}$ pour un pied nu, après un petit déséquilibre (réponse à un échelon). Le déséquilibre est $\theta_0 = 0.05 \text{ rd}$ (soit 3°) qui correspond à un déplacement de la projection du centre de masse de 5 mm . Les conditions de simulations sont $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$, $M = 50 \text{ kg}$, $Raideur = 0,2 \text{ N / Pixel}$, $Epaisseur = 0,2 \text{ cm}$. La valeur des coefficients du PID résulte de l'optimisation du PID afin d'obtenir l'équilibre sans oscillations ni trop de dépassement de la consigne. $\tau = 0.5 \text{ s}$, $C_{prop} = 0.01$, $C_{Int} = 1$, $C_{Deriv} = 1$.

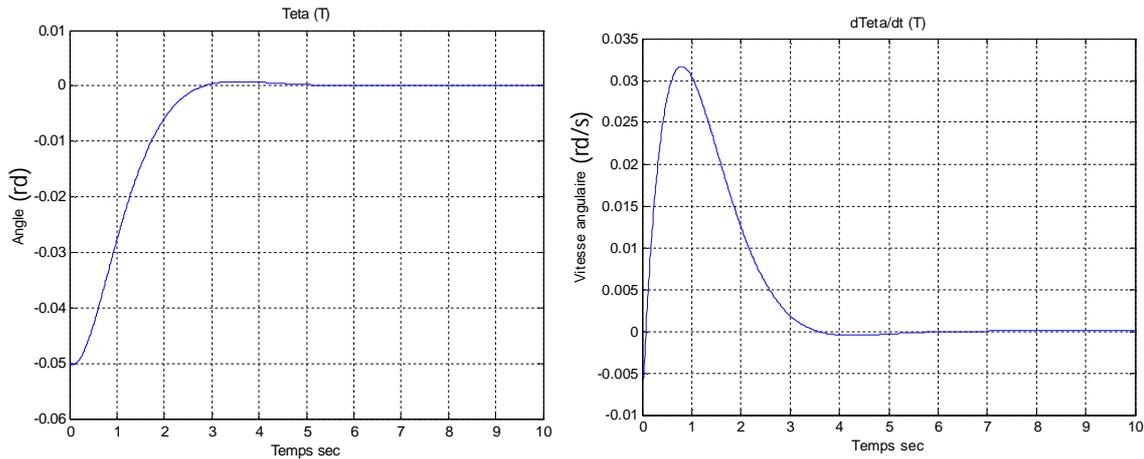


Figure 114 : Réponse du système de contre réaction PID pour un pied nu suite à un déséquilibre.

Dans ces conditions de simulation, le temps de stabilisation de $\theta_M(t)$ et $\frac{\partial\theta_M(t)}{\partial t}$ est environ 2 s . La vitesse angulaire dépasse $0,03 \text{ rd/s}$.

5.1.2.2 Pied sur un milieu élastique épais

Pour voir la différence on effectue la simulation de l'asservissement de l'équilibre pour un pied sur un milieu élastique épais de 1.2 cm pour le même déséquilibre.

La Figure 115 présente la réponse du retour à l'équilibre de $\theta_M(t)$ et $\frac{\partial\theta_M(t)}{\partial t}$ dont les conditions de simulations sont $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$, $M = 50 \text{ kg}$, $Raideur = 0,2$, $Epaisseur = 1,2 \text{ cm}$, $\theta_0 = 0,05 \text{ rd}$, $\tau = 0,5 \text{ s}$, $C_{Prop} = 0,01$, $C_{Int} = 1$, $C_{Deriv} = 2$.

Pour avoir une convergence de la réponse de $\theta_M(t)$ et $\frac{\partial\theta_M(t)}{\partial t}$ sans oscillations ni trop de dépassement de la consigne, la contre-réaction sur la dérivée doit être augmentée à $C_{Deriv} = 2$.

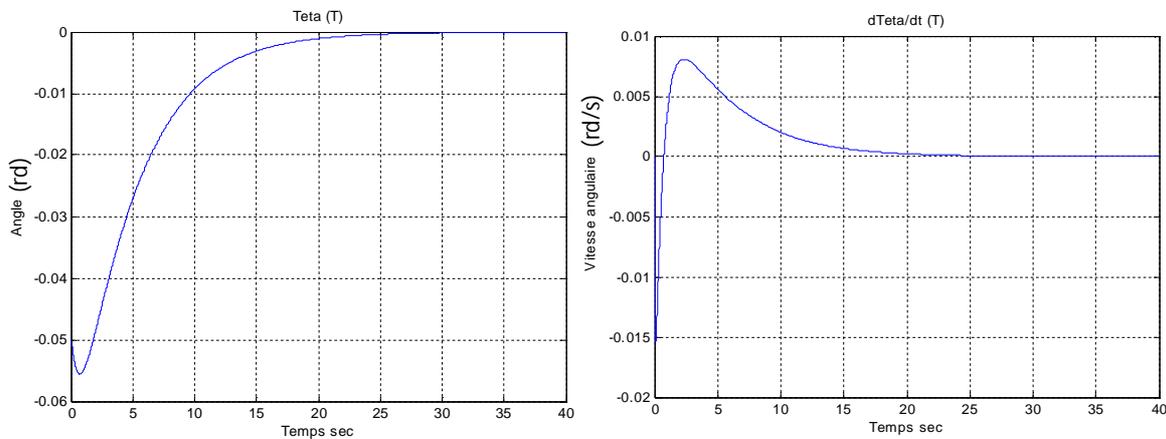


Figure 115 : Réponse du système de contre réaction PID pour un pied sur un milieu élastique épais.

En augmentant l'épaisseur du milieu élastique à 1,2 cm, l'angle $\theta_M(t)$ passe au-dessous de l'angle de départ $\theta_0 = 0.05 rd$ pour ensuite converger à l'équilibre au bout de 15 s. La vitesse angulaire, qui ne dépasse pas 0.007 rd/s, est plus faible que celle retrouvée dans le cas d'un pied nu. Ceci explique la vitesse de passage d'un point à une autre lors de la transition entre l'arrière et l'avant du pied.

De ces deux exemples de simulation, on peut voir comment le milieu élastique affecte l'asservissement de l'équilibre. La présence d'un milieu élastique épais sous le pied demande un coefficient plus élevé sur la perception de la vitesse angulaire qui comme nous le verrons dépend des yeux et de l'oreille interne.

Pour comprendre ces coefficients et l'action du PID sur le maintien de l'équilibre, on s'intéresse par la suite à la contre réaction humaine afin d'établir la liaison entre chaque coefficient avec les paramètres physiologiques impliqués dans l'asservissement de l'équilibre.

5.2 Contre-réaction humaine

L'étude de l'asservissement de l'équilibre dynamique avec un simple PID donne une indication sur l'effet de chaque coefficient sur l'oscillation de centre de masse. L'asservissement d'équilibre est contrôlé par un système de contre-réaction au niveau des muscles. La commande des muscles est assurée en permanence par le système nerveux pour maintenir l'équilibre.

Physiologiquement, trois sensations fournissent les informations nécessaires au contrôle de l'équilibre :

- Les sensations somatiques au niveau des pieds,
- Les yeux,

- L'oreille interne.

✓ **Les sensations somatiques au niveau des pieds :**

Après un déséquilibre, les forces sous les pieds ont changé. La différence de pression sous le talon et l'avant du pied donne une information sur le déplacement du *CoP*. Réciproquement, le moment du *CoP* correspond à sa position et aux sensations somatiques perçues. L'équilibre est assuré lorsque le *CoP* perçu correspond au *CoP* d'équilibre souhaité qui a pour coordonnées $Y_{CoP} = 0$, en prenant pour origine le milieu du pied.

La recherche de l'équilibre a pour consigne $Y_{CoP} = 0$.

✓ **Les yeux et l'oreille interne :**

Les yeux et l'oreille interne fournissent des informations sur la variation de la position de la tête dans le temps. Soit donc sur la vitesse angulaire du centre de masse qui correspond à $\frac{\partial \theta_M}{\partial t}$ si on admet que le bassin est bloqué.

Des études effectuées avec une plateforme de force mobile avec les yeux fermés et d'autres dans un environnement tournant avec les yeux ouverts [5], ont montré que l'équilibre du patient est perturbé dans les deux cas. Donc la perception de la vitesse angulaire par les yeux contribue à l'équilibre.

Par contre, ni les yeux, ni l'oreille interne ne fournissent d'information précise sur la position spatiale du centre de masse par rapport aux pieds.

Mathématiquement, les paramètres d'entrée du modèle physiologique de la contre réaction sont donc différents des précédents qui étaient directement issus de la position θ_M du centre de masse.

Nous proposons comme paramètres d'entrée de l'asservissement :

- La position du *CoP* : Y_{CoP} qui correspond à la position angulaire $\frac{Y_{CoP}}{L}$. Donnée provenant des sensations somatiques du pied.
- La vitesse angulaire : $\frac{\partial \theta_M}{\partial t}$. Donnée provenant de l'oreille interne et des yeux.

Il vient a priori :

$$b(t) = C_{Prop} \cdot \frac{Y_{CoP}(t)}{L} + C_{Int} \cdot \int_t \frac{Y_{CoP}(u) - 0}{L \cdot \tau} \cdot du + C_{Deriv} \cdot \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial t} \right|_t \quad (5-13)$$

Le terme intégral sur les sensations somatiques joue le rôle de recherche de l'équilibre. Le terme dérivé est fondamental, il anticipe les déséquilibres, grâce à la perception de la vitesse angulaire par les yeux et l'oreille interne.

Pour observer l'action de ce type de contre réaction dans le retour à l'équilibre, nous proposons maintenant de simuler l'équilibre sans le coefficient de proportionnalité pour une constante de temps d'intégration $\tau = 0,5 s$. Les simulations sont effectuées pour un pied nu.

La Figure 116 présente la simulation de $\theta(t)$ et $\frac{d\theta(t)}{dt}$ dont les conditions de simulations

sont $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$, $M = 50 kg$, $Raideur = 0.2 N/Pixel$, $Epaisseur = 0,2 cm$, $\theta_0 = 0,05 rd$, $C_{Prop} = 0$, $C_{Int} = 1$, $C_{Deriv} = 0,5$.

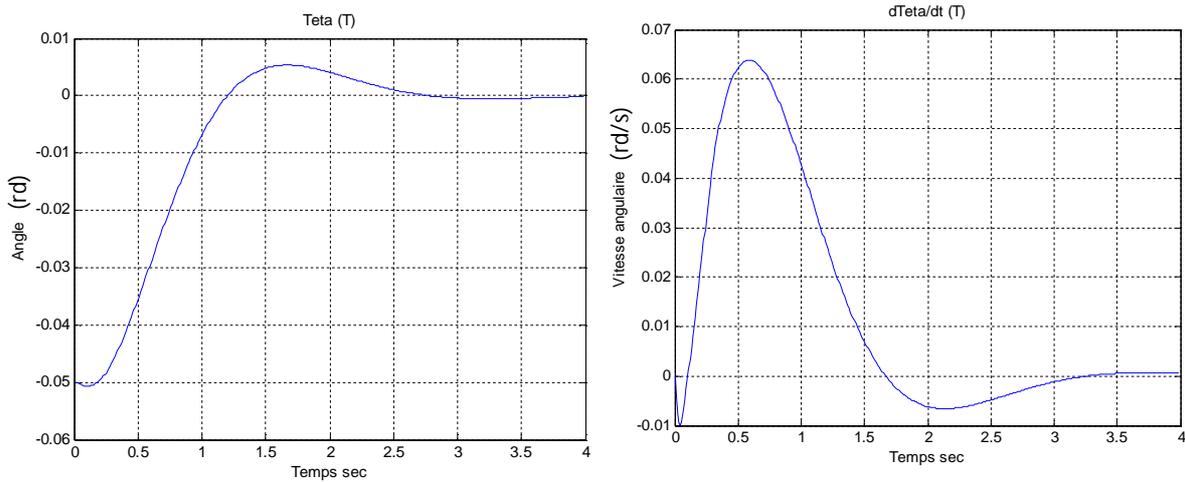


Figure 116 : Réponse du système de contre réaction humaine pour un pied nu.

Dans ces conditions de simulation, le temps de stabilisation de $\theta_M(t)$ et $\frac{\partial\theta_M(t)}{\partial t}$ est environ 1 s. La vitesse angulaire dépasse 0,06 rd/s.

Cette contre-réaction mélangeant sensations somatiques, oreilles internes et les yeux via le centre de pression et la vitesse angulaire assure un retour à l'équilibre très proche de ce qui peut être observé sur un individu en position debout légèrement déséquilibré. Les expériences effectuées au laboratoire donnent un temps de réponse de retour à l'équilibre de l'ordre d'une seconde avec un léger dépassement de consigne avant stabilisation.

5.3 Synthèse du modèle à 2 dimensions

Nous avons proposé une méthode numérique de modélisation du corps, en deux dimensions, basé sur un pendule inversé. Dans ce modèle, l'oscillation du corps se fait suivant le déplacement antéropostérieur, ce qui correspond à une rotation autour de la cheville.

Cette modélisation nous a permis d'effectuer une étude de la fréquence d'oscillation propre en fonction de l'épaisseur du milieu élastique et du tonus musculaire. Pour les faibles épaisseurs du milieu élastique et les fortes valeurs de C_{elast}_y (contraction des muscles), on constate une forte amplitude et une fréquence élevée des oscillations du CoP . Forte rapidité de réaction qui assure la stabilité de l'équilibre. Une comparaison entre les amplitudes et les fréquences trouvées, permet de déduire que l'augmentation de l'épaisseur du milieu élastique

implique une augmentation du travail musculaire. Donc maintenir l'équilibre sur un milieu élastique épais fatigue les muscles de la jambe et implique une perte d'énergie élevée. Ce phénomène ressemble au maintien de l'équilibre sur un matelas ou à rester debout en portant des chaussures de sport à semelle molle. L'idéal serait de diminuer l'épaisseur du milieu élastique ou augmenter sa raideur.

Ainsi qu'il a déjà été publié, nous avons étudié la réponse à un déséquilibre d'un asservissement linéaire du type PID. Nous proposons une contre-réaction non linéaire mélangeant sensations somatiques, oreille interne et les yeux via le centre de pression et la vitesse angulaire. Cette contre-réaction assure un retour à l'équilibre très proche de ce qui peut être observé sur un individu en position debout légèrement déséquilibré. Les expériences effectuées au laboratoire donnent le même temps de réponse de retour à l'équilibre de l'ordre d'une seconde avec un léger dépassement de consigne avant stabilisation.

Ce modèle est limité à l'oscillation antéropostérieure autour de la cheville. Pour simuler le maintien complet de l'équilibre, on présente dans ce qui suit le modèle de l'équilibre humain sur deux pieds. L'asservissement de l'équilibre s'effectue désormais suivant les rotations autour des chevilles et autour des hanches.

6 Modélisation de l'équilibre sur deux pieds

6.1 Système de coordonnées

Le système de coordonnées est identique à celui utilisé pour l'équilibre statique. Il est rappelé Figure 117.

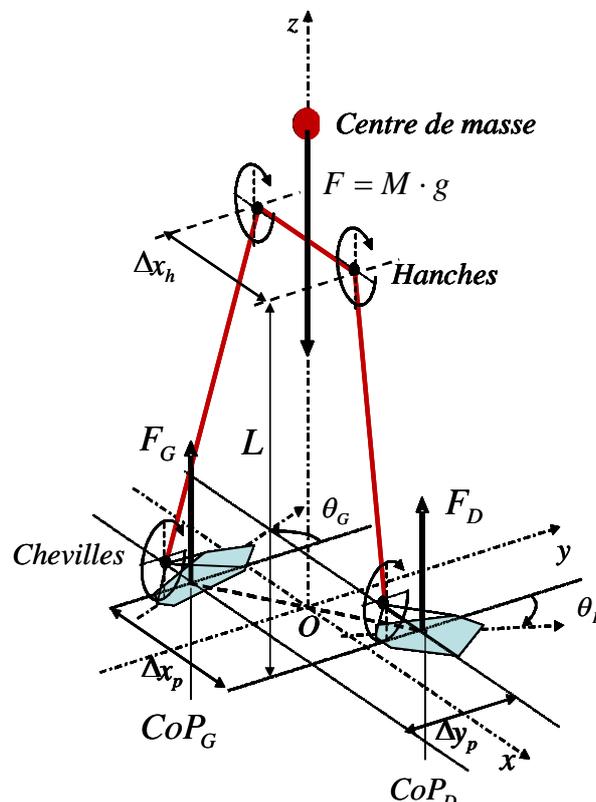


Figure 117 : Géométrie du modèle de simulation de l'équilibre dynamique.

La répartition des forces sur chaque pied dépend de la position du corps et des pieds au sol. En position debout, l'orientation du bassin définit les directions x et y . Le déplacement médio-latéral suivant x est défini par l'axe orienté de la cheville gauche vers la cheville droite. Le déplacement antéropostérieur suivant l'axe y est perpendiculaire à l'axe x .

6.2 Définition des postures

6.2.1 Posture de repos.

Reprenons la description qui est faite pour l'équilibre statique du début du chapitre. L'équilibre au repos est la position qui a priori minimise les moments et assure la plus grande stabilité. Au repos le $CoP_{G,D}$ dépend de la forme interne du pied et de la posture des pieds.

Soit $(\Delta x_p, \Delta y_p)$ l'écart entre les chevilles des pieds au repos. Le centre de masse au repos se projette au milieu du segment reliant les deux $CoP_{G,D}$.

Le déplacement du centre de masse est décrit par les rotations θ_{Mx}, θ_{My} par rapport à la verticale, voir Figure 118. Par définition nous fixons $\theta_{Mx} = \theta_{My} \equiv 0$ en position de repos statique de départ.

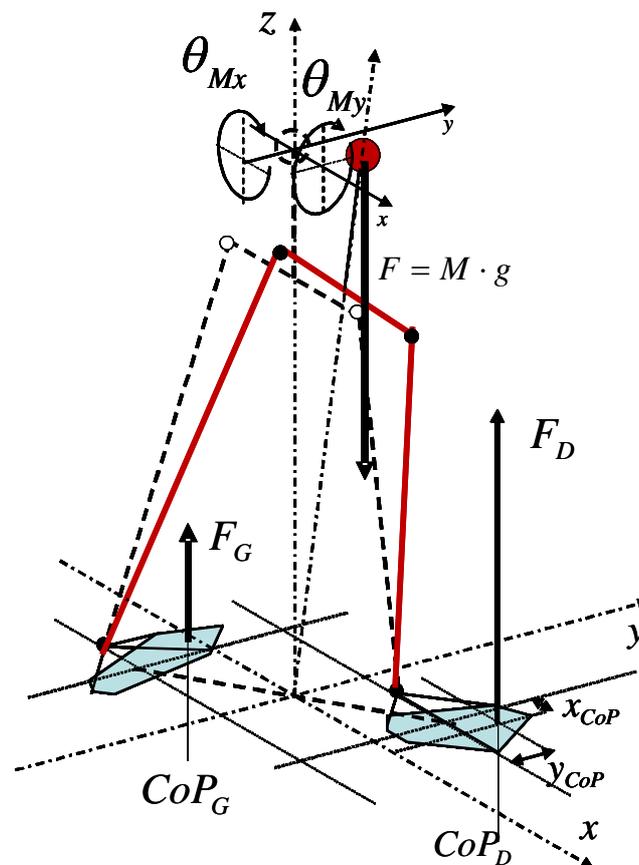


Figure 118 : Angles de rotation du modèle de simulation de l'équilibre dynamique.

6.2.2 Posture souhaitée

En position debout dynamique, pour effectuer un déplacement du centre de masse, l'individu impose la position du *CoPT* qu'il souhaite percevoir au travers des sensations somatiques. La posture de l'équilibre statique correspondant à cette position du *CoPT*, est nommée la « posture souhaitée ». Donc la posture souhaitée est la posture que l'on souhaite obtenir après déplacement du centre de masse du corps. Dans les simulations à deux dimensions, nous avons vu qu'il faut plus d'une seconde pour récupérer d'un déséquilibre autour de la posture souhaitée.

Durant les mesures expérimentales du déplacement du *CoP*, décrites dans le chapitre 2, il était demandé de forcer la posture souhaitée afin de déplacer le *CoP* suivant un cercle (qui n'a jamais été parfaitement obtenu).

Remarque : Si pour la posture souhaitée, le corps est déjà en équilibre statique, il ne bougera pas. Dans la réalité il n'y a jamais équilibre parfait et le moindre de déséquilibre engendre un mouvement du corps. En simulation numérique il en va tout autrement, il n'y aura pas d'évolution au-delà de l'équilibre statique à moins d'imposer une perturbation.

6.3 Hypothèses du maintien de l'équilibre dynamique

Pour simplifier le modèle de l'équilibre dynamique, nous avons posé les hypothèses suivantes :

- Le tronc et le bassin forment un élément rigide. Donc aucun mouvement des vertèbres.
- La jambe et la cuisse forment un élément rigide. Le genou est bloqué.
- Les articulations actives sont les chevilles et les hanches.

Ceci correspond à 8 degrés de libertés, rotations en x et y pour chacune des chevilles et des hanches. Néanmoins, le déplacement du centre de masse ne sollicite pas tous ces degrés de libertés. En position debout, il est décrit par :

- Les déplacements antéropostérieurs qui sont contrôlés par la rotation suivant y de chacune des chevilles.
- Les déplacements medio-latéraux qui sont contrôlés par la rotation suivant x de l'ensemble des hanches. La rotation x des chevilles n'intervient pas.

Ces rotations se retrouvent dans chacune des deux assiettes des pieds au travers des termes b pour les rotations antéropostérieures et c pour les translations verticales dues aux hanches. Soit donc quatre degrés de libertés. Les rotations sont le résultat des couples exercés par les muscles des jambes et ceux des hanches. La cinétique de déplacement du centre de masse dans le temps peut être décomposée en deux rotations dans les directions orthogonales x et y .

6.4 Résolution mathématique

Le détail est donné dans l'**Annexe 3** section **2.3**

6.4.1 Grandeurs physiques

Soient θ_{Mx}, θ_{My} les angles du centre de masse par rapport à la verticale du centre de pression suivant les axes du repos statique de référence. La rotation θ_{Mx} implique un déplacement de la projection de centre de masse $x_M = \theta_{Mx} \cdot L$, où L est la hauteur du centre de masse. La rotation θ_{My} implique un déplacement de la projection de centre de masse $y_M = \theta_{My} \cdot L$.

Dans ce repère, l'accélération de la pesanteur, g , est orientée suivant $-z$. La force exercée par la pesanteur est suivant z : $F_z = -M \cdot g$.

Les angles θ_{Mx}, θ_{My} sont définis par rapport à la verticale du centre de pression du repos statique de référence CoP_0 . Si on écarte le centre de masse de cette position, le corps va osciller pour retrouver cette position.

Mais la posture de repos est le choix de l'individu. Elle peut changer selon l'état anatomique et physiologique de l'individu. Dans les études que nous avons effectuées, il est demandé un déplacement forcé, ce qui revient à changer la position souhaitée de centre de masse.

Il y a donc une posture de repos statique de référence qui sert d'origine aux angles et une position du centre de masse souhaitée qui peut être dynamique.

6.4.2 Déplacement antéropostérieur suivant y

Le déplacement médio-latéral s'effectue autour des hanches. Le moment inertiel (dû à l'accélération de la rotation du centre de masse) est :

$$\tilde{M}_{yy} = L^2 \cdot \frac{d^2\theta_{My}}{dt^2} \cdot M \quad (5-14)$$

Où :

L est l'altitude du centre de masse.

θ_{My} l'angle de rotation du centre de masse suivant y.

M la masse.

Le moment du centre de masse suivant y, sous l'accélération de la pesanteur g , est :

$$\tilde{M}_{My} = -M \cdot g \cdot L \cdot \theta_{My} \quad (5-15)$$

Considérons les moments des contre réaction des pieds. Pour le pied gauche :

$$\tilde{M}_{Gy} = \left[F_G \cdot \left(-\frac{\Delta y_p}{2} \right) + \tilde{M}yG_{CoP} \right] \quad (5-16)$$

où $\tilde{M}_y G_{CoP}$ est le moment suivant y par rapport au CoP_0 .

Pour le pied droit :

$$\tilde{M}_{Dy} = \left[F_D \cdot \left(\frac{\Delta y_p}{2} \right) + \tilde{M}_y D_{CoP} \right] \quad (5-17)$$

où $\tilde{M}_y D_{CoP}$ est le moment suivant y par rapport au CoP_0 .

La somme des moments est nulle, ce qui implique :

$$L^2 \cdot \frac{d^2 \theta_{My}}{dt^2} \cdot M - M \cdot g \cdot L \cdot \theta_{My} + (\tilde{M}_{Gy} + \tilde{M}_{Dy}) = 0 \quad (5-18)$$

$$\frac{d^2 \theta_{My}}{dt^2} - \frac{g}{L} \cdot \theta_{My} + \frac{\tilde{M}_{Gy} + \tilde{M}_{Dy}}{L^2 \cdot M} = 0 \quad (5-19)$$

6.4.3 Déplacement médio-latéral suivant x

La formulation est similaire.

$$L^2 \cdot \frac{d^2 \theta_{Mx}}{dt^2} \cdot M - M \cdot g \cdot L \cdot \theta_{Mx} + (\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}) = 0 \quad (5-20)$$

$$\frac{d^2 \theta_{Mx}}{dt^2} - \frac{g}{L} \cdot \theta_{Mx} + \frac{\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}}{L^2 \cdot M} = 0$$

$$\text{Où } \tilde{M}_{Gx} = \left[F_G \cdot \left(-\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \tilde{M}_x G_{CoP} \right] \text{ et } \tilde{M}_{Dx} = \left[F_D \cdot \left(\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \tilde{M}_x D_{CoP} \right]. \quad (5-21)$$

6.4.4 Paramètres du problème à deux pieds

Pour maintenir l'équilibre postural, les muscles posturaux des membres inférieurs agissent sur l'assiette des pieds. Comme nous avons limité les degrés de liberté à quatre, les rotations de l'assiette du pied sont donc limités à l'angle b et à la translation verticale c de la cheville. Pour résoudre le problème sur deux pieds, on définit Δc la différence d'altitude des deux chevilles.

Rappelons que d'après nos hypothèses, la rotation médio-latérale est effectuée autour des hanches et que les genoux sont bloqués. Donc une différence Δc des altitudes des chevilles implique une rotation de l'angle des hanches $\theta_h = \frac{\Delta c}{\Delta x_h}$ où Δx_h est l'écart entre les hanches.

Les angles b_G, b_D de l'assiette des pieds ainsi que l'angle θ_h des hanches dépendent des forces musculaires commandées par le cerveau en fonction des moments perçus par les pieds et de la vitesse angulaire perçue par l'oreille interne et le mouvement des yeux.

Par convention, une augmentation de b_D déplace le CoP du pied droit vers l'avant (+y), de même une augmentation de Δc déplace le CoP vers la droite (+x)

En d'autres termes, $\bar{M}_G(\bar{M}xG_{CoP}, \bar{M}yG_{CoP})$ et $\bar{M}_D(\bar{M}xD_{CoP}, \bar{M}yD_{CoP})$ sont les sensations somatiques au niveau des pieds qui, avec $\frac{d\theta_M}{dt}$, vont commander les rotations b_G, b_D, θ_h afin d'assurer l'équilibre au plus proche de la position souhaitée, qui est la consigne à atteindre.

La position du centre de masse $(\theta_{Mx}, \theta_{My})$ est le résultat des équations cinétiques. Ces équations dépendent de : $F_G, F_D, \bar{M}xG_{CoP}, \bar{M}xD_{CoP}, \bar{M}yG_{CoP}, \bar{M}yD_{CoP}$.

Les valeurs de ces 6 paramètres sont le résultat de l'action des 3 paramètres b_G, b_D et $\Delta c = \Delta x_h \cdot \theta_h$ fournis par la contre-réaction, et de la relation complémentaire $F_G + F_D = F$. Ce sont des fonctions qui découlent des pressions plantaires des pieds.

6.4.5 Pressions plantaires

Pour traiter l'équilibre dynamique à deux pieds, il est nécessaire, pour une position des pieds et un milieu élastique donné, de connaître les moments suivant x et y de chaque pied par rapport aux CoP_0 et la force totale appliquée à chaque pied en fonction de b_G, b_D et Δc .

L'équilibre dynamique est assuré par :

- La recherche de la position qui permet de situer le CoP des pieds sur la position choisie du centre de masse, voir Figure 119.
- L'égalisation des forces appliquées à chaque pied.

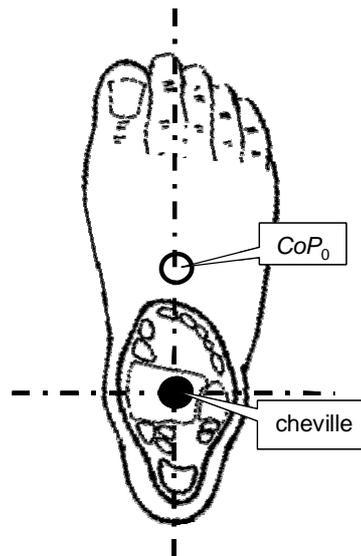


Figure 119 : Position du CoP au repos.

A partir des cartes de la répartition des pressions plantaires, la somme totale des forces est :

$$\sum_G f^k + \sum_D f^k = F \quad (5-22)$$

Les forces appliquées sur chaque pied sont :

$$F_G = \sum_G f^k \text{ et } F_D = \sum_D f^k . \quad (5-23)$$

Chacune des forces locales f^k (*force/pixel*) est donnée en fonction des caractéristiques du milieu élastique, de l'assiette du pied et de la forme interne du pied. Il vient :

$$f^k = f(z^k, \text{epais}, \text{raid}) \quad (5-24)$$

$$\text{Avec } z_i = a_{G,D} \cdot x_i + b_{G,D} \cdot y_i + c_{G,D} + z_{ISi} .$$

La résolution de l'équilibre revient alors à connaître les paramètres de l'assiette de chaque pied.

Nous supposons que la cheville est libre suivant x , les rotations médio-latérales sont au niveau des hanches. Soit donc $a_{G,D} = 0$. Il vient pour les pieds gauche et droit :

$$z_i = b_{G,D} \cdot y_i + c_{G,D} + z_{ISi} . \quad (5-25)$$

Comme il a été vu, chapitre 1, la répartition des pressions plantaires pour une posture donnée dépend de l'assiette des pieds. Dans le cas présent, les pressions plantaires dépendent seulement de 4 paramètres b_G, b_D, c_G, c_D .

b_G et b_D correspondent à l'angle de rotation de chaque pied autour de la cheville suivant l'axe interne du pied y' . $\theta_h = \frac{c_D - c_G}{\Delta x_h}$ correspond à l'angle de rotation des hanches suivant x espacées de Δx_h . Remarquons que nous utilisons Δx_h pour les hanches et Δx_p pour les chevilles. L'augmentation de Δx_p augmente la stabilité. Soit encore, l'écart entre les pieds favorise la conservation de l'équilibre.

La différence d'altitude des chevilles Δc correspond au déplacement vertical dû à l'angle de rotation des hanches θ_h . Les pressions pour une posture donnée dépendent donc de 4 paramètres b_G, b_D, θ_h et F tel que $\sum_{iG} f_i + \sum_{iD} f_i = F$.

$$\text{Soit } \Delta c = c_D - c_G = \theta_h \cdot \Delta x_h . \text{ Soit } c_D = \frac{\Delta c}{2} + c_k \text{ et } c_G = c_k - \frac{\Delta c}{2} \text{ où } c_k \text{ est une constante.}$$

Alors, une fois imposés b_G, b_D, θ_h et F , le problème revient à déterminer c_k .

La connaissance de tous les f_i fournit la position du *CoP* de chaque pied par rapport à son centre d'équilibre CoP_0 et la force totale sur le pied qui servent d'indication des sensations somatiques aux contres réactions angulaires b_G, b_D, θ_h .

7 Contre réaction humaine

Les yeux, l'oreille interne et les sensations somatiques au niveau des pieds fournissent les informations nécessaires au contrôle de l'équilibre.

Les yeux et l'oreille interne fournissent des informations sur la variation de la position de la tête (dans le temps) soit donc sur la vitesse. Ce qui correspond à $\frac{d\theta_{My}}{dt}$ et $\frac{d\theta_{Mx}}{dt}$ en supposant le tronc rigide. Par contre, ni les yeux, ni l'oreille interne ne fournissent d'information précise sur θ_M .

Les sensations somatiques au niveau des pieds informent de la différence de pression entre l'avant et l'arrière du pied, ou encore du CoP par rapport au $CoP_{souhaité}$ souhaité de chaque pied, nécessitant a priori le moindre effort des muscles. Le $CoP_{souhaité}$ peut être le centre de pression au repos, CoP_0 , dans le cas du maintien de l'équilibre autour de la posture de référence. Le $CoP_{souhaité}$ peut également être dynamique dans le cas du changement de posture.

Les paramètres du système de contre réaction humaine sont différents de ceux d'un PID utilisés pour l'asservissement d'un simple pendule inversé.

La simulation nécessite la connaissance du centre de pression de chaque pied en fonction des assiettes. Les simulations sont effectuées en utilisant le modèle linéaire donnant la force totale et les moments de chaque pied en fonction des pressions des capteurs discrets, $j = 1..L$ avec $L = 3$. Les coefficients ont été extraits des mesures expérimentales.

Pour la posture i , il vient :

$$F_i = \sum_{j=1}^L Cf_j \cdot fc_i^j; \quad Mx_i = \sum_{j=1}^L Cmx_j \cdot fc_i^j; \quad My_i = \sum_{j=1}^L Cmy_j \cdot fc_i^j \quad (5-26)$$

Pour chaque pied Cf_j ; Cmx_j ; Cmy_j sont 3 coefficients constants déterminés pour chacun des trois capteurs. Un individu est décrit par 9 coefficients par pied. Des mêmes mesures expérimentales sont connues les forces fc_i^j en fonction de l'assiette du pied :

$$fc_i^j = -raid \cdot \ln\left(1 - \frac{z_{c_j}}{epais}\right) \text{ avec } z_j = a_{G,D} \cdot x_j + b_{G,D} \cdot y_j + c_{G,D} + z_{IS,j} \quad (5-27)$$

où les coordonnées sont exprimées par rapport à la cheville.

Les paramètres d'entrée du système sont liés aux délais de transmission de la réponse musculaire vers le cerveau [126].

La contre réaction dépend de :

- La perception de la vitesse de déplacement du centre de masse en déplacement médio-latéral $\frac{d\theta_{Mx}}{dt}$ et antéropostérieur $\frac{d\theta_{My}}{dt}$. La contribution de la vitesse se fait via les coefficients $Cder_x$ et $Cder_y$ suivant la direction
- Des sensations somatiques, perception du CoP de chacun des pieds par rapport au $CoP_{souhaité}$ souhaité par l'individu : $Xcop_{souhaité} - Xcop$; $Ycop_{souhaité} - Ycop$. Cet écart peut jouer de deux façons : par une commande proportionnelle et par l'intégrale qui permet la stabilisation sur la valeur souhaitée. Les coefficients proportionnel sont $Cpro_x$ et $Cpro_y$ suivant la direction. De même les coefficients de l'intégrale sont Cin_x et Cin_y . La constante de temps d'intégration est $\tau = 1s$.
- Du délai de commande aux muscles du fait des temps de transmission. Le délai de transmission est de $\delta t_R = 150 ms$ [6]. Nous avons testé avec un délai allant jusqu'à $200 ms$ sans différence très notable. Néanmoins il est délicat d'aller au-delà. Remarquons que pour une constante d'oscillation de $1s$ la quadrature de phase correspond à $250 ms$.
- Des seuils de perceptions tant sur la vitesse que sur les variations des sensations somatiques. En dessous du seuil, la perception reste inchangée. Les perceptions dépendent de la qualité du système nerveux au niveau des sensations somatiques, de l'oreille interne et des yeux. Le seuil sur la vitesse est S_v et S_s pour les sensations somatiques.
- Du coefficient d'élasticité des muscles qui a été pris à la valeur moyenne de $0,5$ conformément à l'étude préalablement effectuée à une seule dimension pour un milieu élastique d'une épaisseur de l'ordre de $5 mm$. Soit $Celast_x$ pour les hanches et $Celast_y$ pour les muscles antéropostérieurs

7.1 Mouvement antéropostérieur

Considérons le pied droit.

Suivant y la composante angulaire du CoP du pied droit est $\frac{Ycop_D}{L}$ avec $Ycop_D = \frac{\ddot{M}y_D}{F_D}$ et

la vitesse angulaire est $\frac{d\theta_{My}}{dt}$.

Les différentes contributions angulaires à la commande des muscles antéropostérieurs du pied droit sont a priori :

$$\text{La dérivée est } Cder_y \cdot \frac{d\theta_{My}}{dt} \quad (5-28)$$

$$\text{La contribution proportionnelle } Cpro_y \cdot \frac{(Ycop_{souhaité,D} - Ycop_D)}{L} \quad (5-29)$$

$$\text{Soit } \Delta Y_{cop_D} = Y_{cop_{souhaité,D}} - Y_{cop_D}, \text{ il vient } C_{pro_y} \cdot \frac{\Delta Y_{cop_D}}{L} \quad (5-30)$$

$$\text{L'intégrale } C_{in_y} \cdot \int_0^t \frac{\Delta Y_{cop_D}}{L \cdot \tau} \cdot dt \quad (5-31)$$

Ces relations doivent être modifiées pour tenir compte de l'effet de seuil de perception. L'hypothèse est qu'en dessous d'une intensité minimum l'individu n'a pas la perception de l'information, pour l'oreille interne et les yeux, et pour les sensations somatiques.

Soit $g(seuil, f)$ la fonction utilisée pour décrire la perception en fonction de la variation f est la Figure 120.

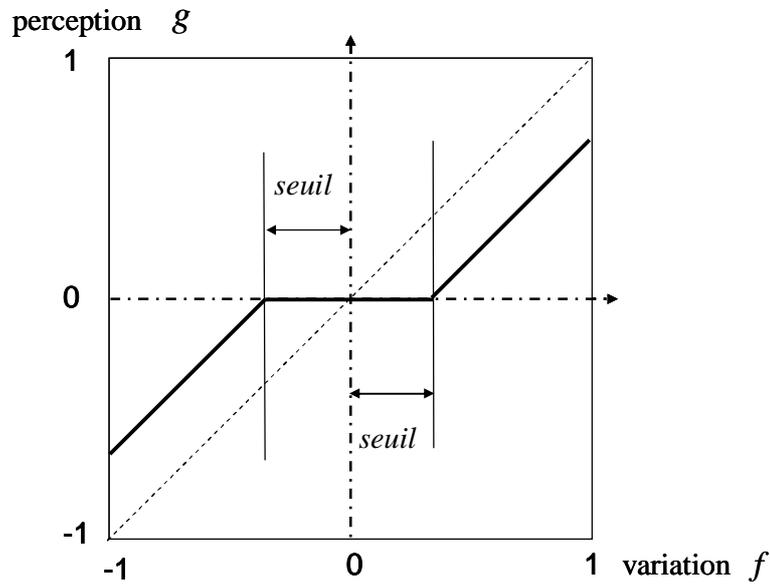


Figure 120 : Le seuil de perception en fonction de la variation.

Les contributions angulaires deviennent :

$$C_{der_y} \cdot g\left(Sy_v, \frac{d\theta_{My}}{dt}\right) \quad (5-32)$$

$$C_{pro_y} \cdot g\left(Sy_s, \frac{\Delta Y_{cop_D}}{L}\right) \quad (5-33)$$

$$C_{in_y} \cdot \int_0^t g\left(Sy_s, \frac{\Delta Y_{cop_D}}{L \cdot \tau}\right) \cdot dt \quad (5-34)$$

La contribution angulaire totale est alors (5-35)

$$\theta_{TD}(t) = C_{der_y} \cdot g\left(Sy_v, \frac{d\theta_{My}}{dt}\right) + C_{pro_y} \cdot g\left(Sy_s, \frac{\Delta Y_{cop_D}}{L}\right) + C_{in_y} \cdot \int_0^t g\left(Sy_s, \frac{\Delta Y_{cop_D}}{L \cdot \tau}\right) \cdot dt$$

A priori θ_{TD} est la valeur affectée à b_D de l'assiette par rapport à l'angle du centre de masse. Mais il y a un retard δt_R de la transmission de la commande musculaire.

Aussi il est affecté un retard:

$$b_D(t) = \theta_{My}(t) + \theta_{TD}(t - \delta t_R) \quad (5-36)$$

Il faut également tenir compte de l'élasticité des muscles. Au final pour le mouvement antéropostérieur du pied droit on obtient :

$$b_D(t) = Celast_y \cdot (\theta_{My}(t) + \theta_{TD}(t - \delta t_R)) \quad (5-37)$$

Le mouvement antéropostérieur du pied gauche est similaire.

7.2 Mouvement médio latéral au niveau des hanches

Soit Δx_p l'écart entre les chevilles. Suivant x la composante angulaire du *CoPT* du corps est $\frac{Xcop}{L}$ avec $Xcop = \frac{\tilde{M}x}{F_D + F_G}$ (5-38)

$$\text{où } \tilde{M}x = \left[F_G \cdot \left(-\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \tilde{M}x_G \right] + \left[F_D \cdot \left(\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \tilde{M}x_D \right] \quad (5-39)$$

La vitesse angulaire est $\frac{d\theta_{Mx}}{dt}$

On retrouve les mêmes types de contribution qu'en mouvement antéropostérieur.

$$Cder_x \cdot g \left(Sx_v, \frac{d\theta_{Mx}}{dt} \right) \quad (5-40)$$

$$Cpro_x \cdot g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L} \right) \text{ avec } \Delta Xcop = Xcop_{souhaité} - Xcop \quad (5-41)$$

$$Cin_x \cdot \int_0^t g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L \cdot \tau} \right) \cdot dt \quad (5-42)$$

$$\text{La contribution angulaire totale est alors :} \quad (5-43)$$

$$\theta_h(t) = Cder_x \cdot g \left(Sx_v, \frac{d\theta_{Mx}}{dt} \right) + Cpro_x \cdot g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L} \right) + Cin_x \cdot \int_0^t g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L \cdot \tau} \right) \cdot dt$$

Comme $\Delta c = \Delta x_h \cdot \theta_h$, compte tenu du retard il vient :

$$c_D(t) - c_G(t) = \Delta c(t) = \Delta x_h \cdot Celast_x \cdot (\theta_{Mx}(t) + \theta_h(t - \delta t_R)) \quad (5-44)$$

7.3 Résultats

7.3.1 Grand déplacement du *CoP*

Dans les mêmes conditions que les mesures expérimentales, on a procédé à la simulation du déplacement forcé du *CoP* suivant un cercle. La Figure 121 montre en vert le *CoP* souhaité, en bleu le *CoP* obtenu. Les Figure 122 et Figure 123 détaillent le déplacement dans le temps du *CoP* respectivement suivant x et y . Cette simulation est effectuée pour les paramètres suivants :

Caractéristiques et posture de départ du sujet simulé :

Masse = 75 kg

Ecart entre les chevilles $\Delta x_p = 20 \text{ cm}$, $\Delta y_p = 0$

Largeur des hanches $\Delta x_h = 20 \text{ cm}$

Hauteur centre de masse $L=1 \text{ m}$

Épaisseur du milieu élastique 7 mm

Période $T = 10 \text{ s}$, durée pour parcourir le cercle.

Contre réactions :

Délais de transmission de la commande vers les muscles $\delta t_R = 150 \text{ ms}$

Constante de temps d'intégration $\tau = 1 \text{ s}$

Déplacement médio-latéral :

- Coefficient de proportionnalité $Cpro_x = 0,01$ (sensation somatique)
- Coefficient de dérivée $Cder_x = 0,07$ (oreille interne et yeux)
- Coefficient d'intégrale $Cin_x = 0.4$ (cerveau)
- Seuil de dérivée $Sx_v = 0,001 \frac{m}{s}$ (seuil de détection de la vitesse)
- Seuil des sensations somatiques $Sx_s = 0,01 \text{ m}$ (seuil de perception des sensations somatiques)
- Coefficient d'élasticité des hanches $Celast_x = 0,5$ (tonus musculaire des hanches)

Déplacement antéropostérieur :

- Coefficient de proportionnalité $Cpro_y = 0,8$ (sensation somatique)
- Coefficient de dérivée $Cder_y = 0,7$ (oreille interne et yeux)

- Coefficient d'intégrale $Cin_y = 0,1$ (cerveau)
- Seuil de dérivée $Sy_v = 0,01 \frac{m}{s}$ (seuil de détection de la vitesse)
- Seuil des sensations somatiques $Sy_s = 0,01 m$ (seuil de perception des sensations somatiques)
- Coefficient d'élasticité des muscles $Celast_y = 0,5$ (tonus musculaire des jambes)

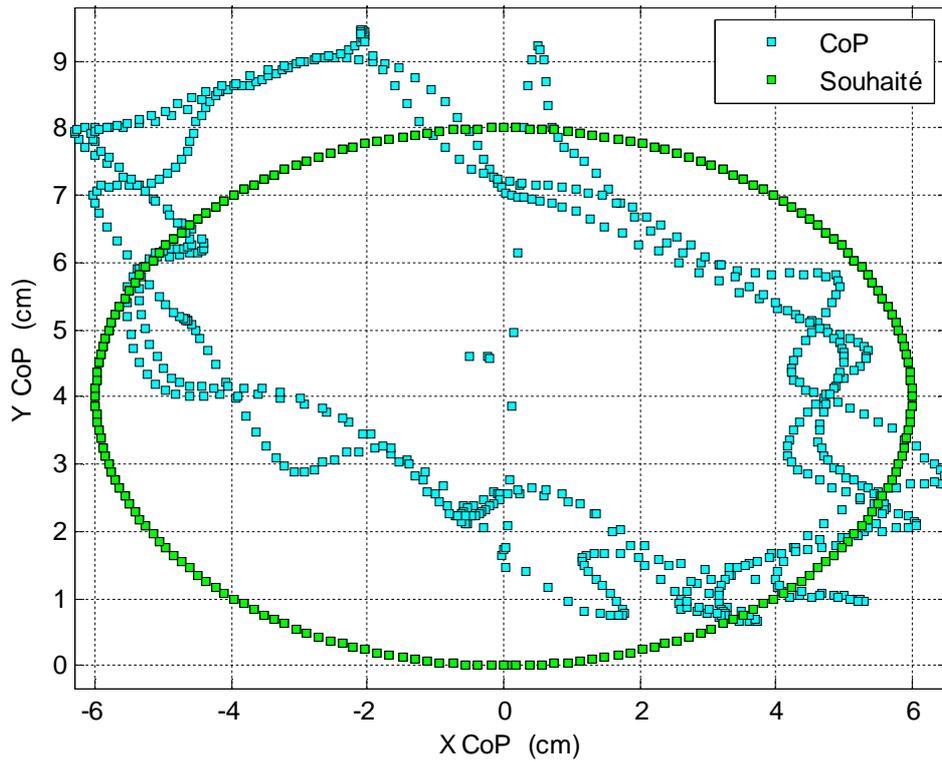


Figure 121 : Stabilogramme simulé en grand déplacement.

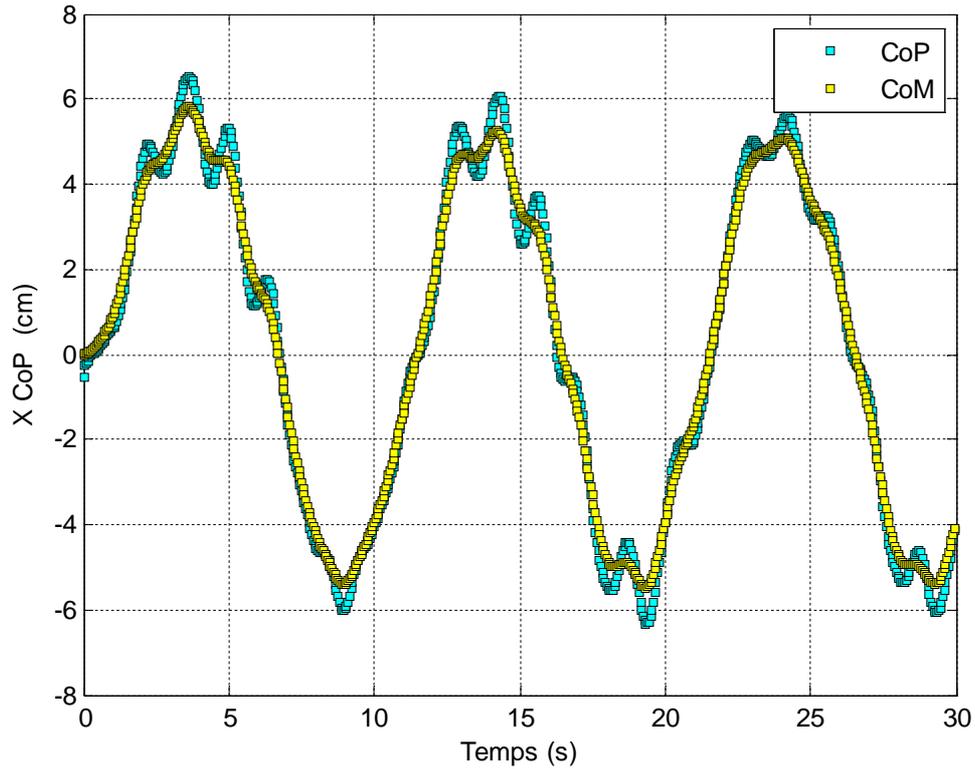


Figure 122 : Déplacement médio-latéral.

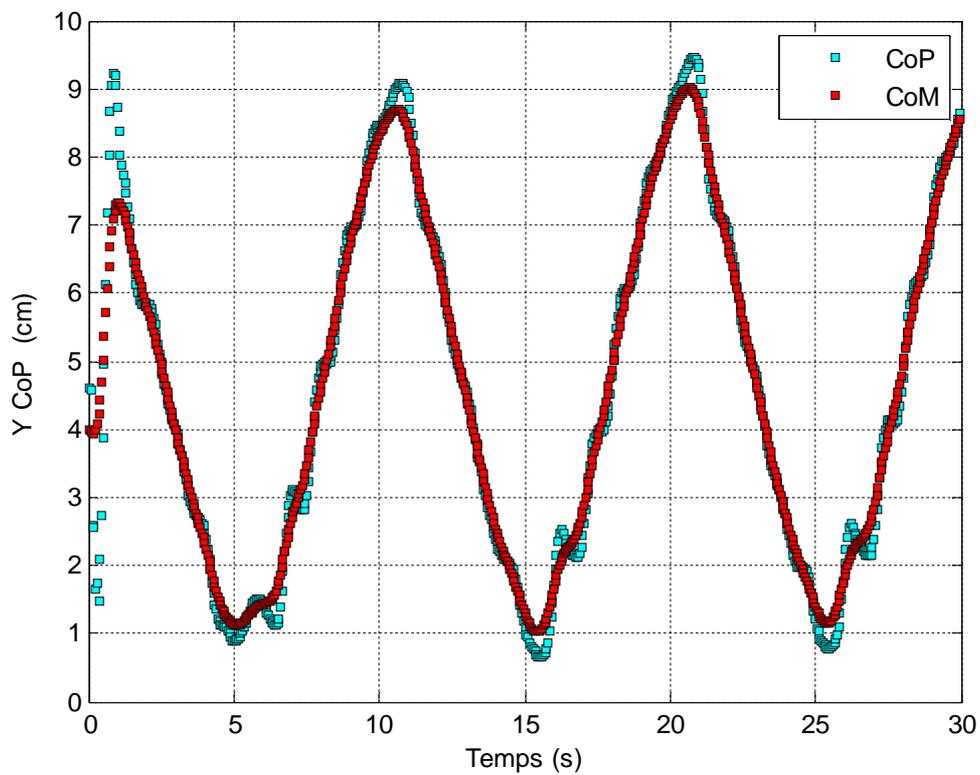


Figure 123 : Déplacement antéro-postérieur.

La Figure 124 et la Figure 125 montrent les oscillations posturales simulées et extraites en utilisant le filtre numérique détaillé dans le chapitre 2 sections 4.1.2. Avec les paramètres de la contre réaction choisi, on retrouve par simulation les oscillations posturales avec la même

amplitude et fréquence que celles qu'on a trouvées à partir des mesures expérimentales, détaillées dans le chapitre 2 section 5.

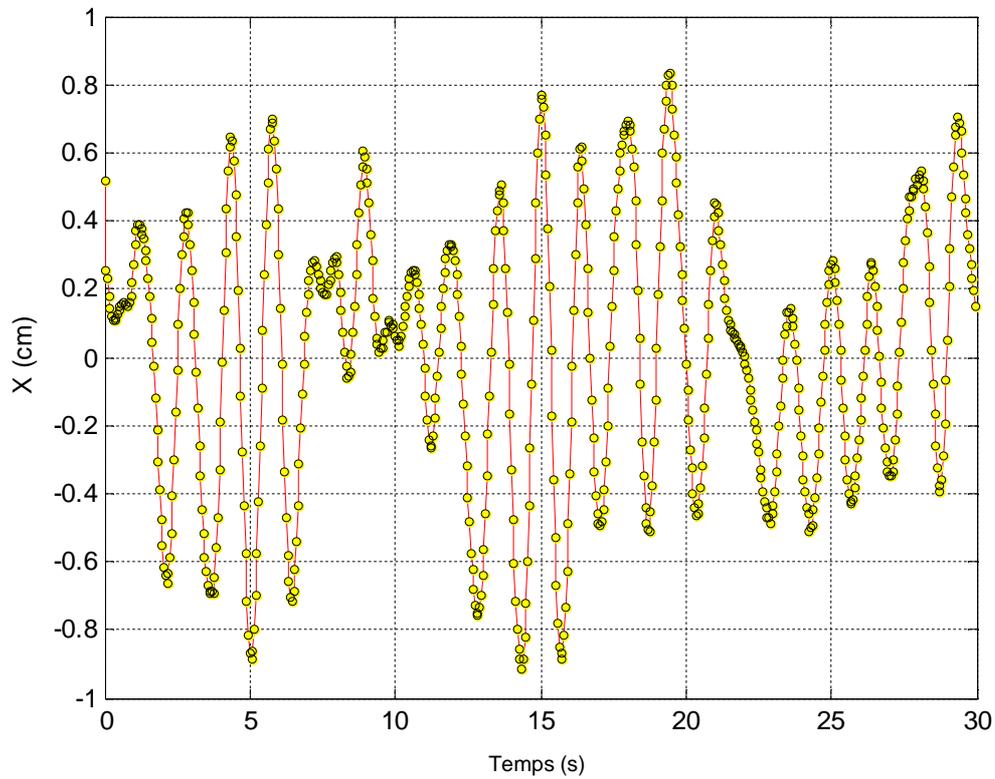


Figure 124 : Oscillations médio-latérales.

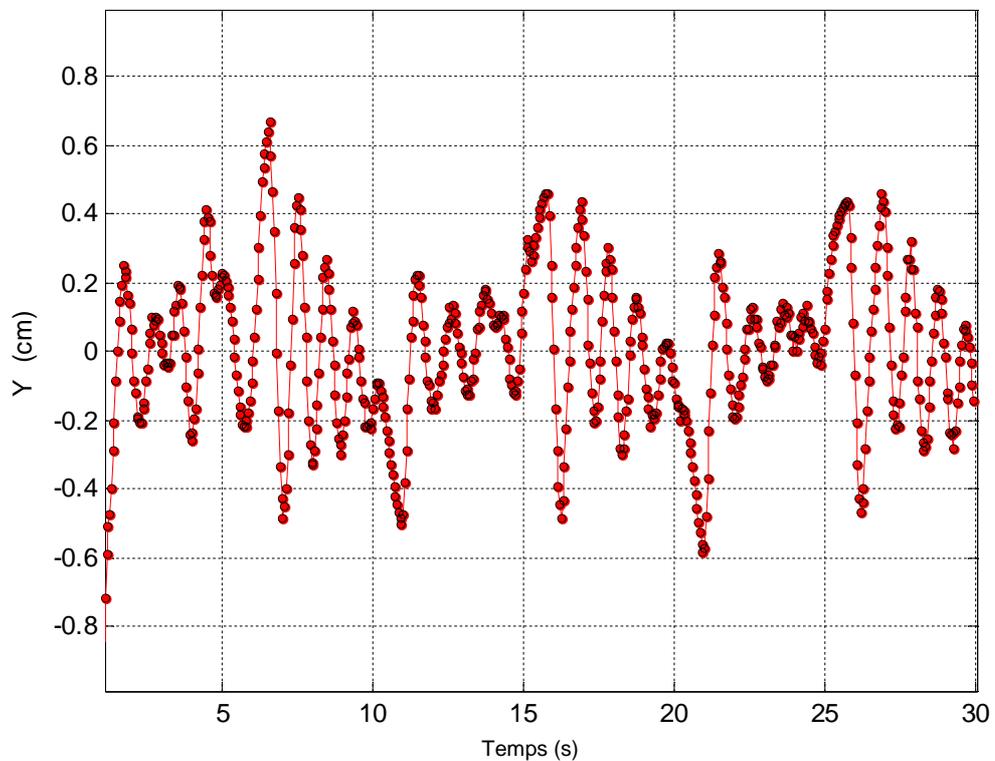


Figure 125 : Oscillations antéro-postérieures.

Les oscillations posturales médio-latéral varient entre $-0,9\text{ cm}$ et $0,8\text{ cm}$. Les oscillations posturales antéro-postérieures varient entre $-0,5\text{ cm}$ et $0,4\text{ cm}$ avec un pic qui dépasse le $0,6\text{ cm}$, tous comme les résultats retrouvés expérimentalement.

En modifiant les paramètres de simulation, tels que la perception des sensations somatique, le coefficient de proportionnalité, le coefficient de dérivée, le coefficient d'élasticité et le coefficient d'intégrale, nous pouvons simuler le maintien et l'asservissement de l'équilibre.

7.3.2 Petit déplacement

Dans les mêmes conditions que les mesures expérimentales, nous avons également procédé à la simulation du maintien de l'équilibre dynamique en position debout yeux fermés. La Figure 126 montre le stabilogramme, en bleu le *CoP* obtenu et en rouge le déplacement du *CoM*. Les seuls paramètres augmentés par rapport à la simulation précédente sont les seuils de perception de la vitesse angulaire du centre de masse, du fait de la fermeture des yeux pour rendre compte de l'absence de leur contribution à la position spatiale.

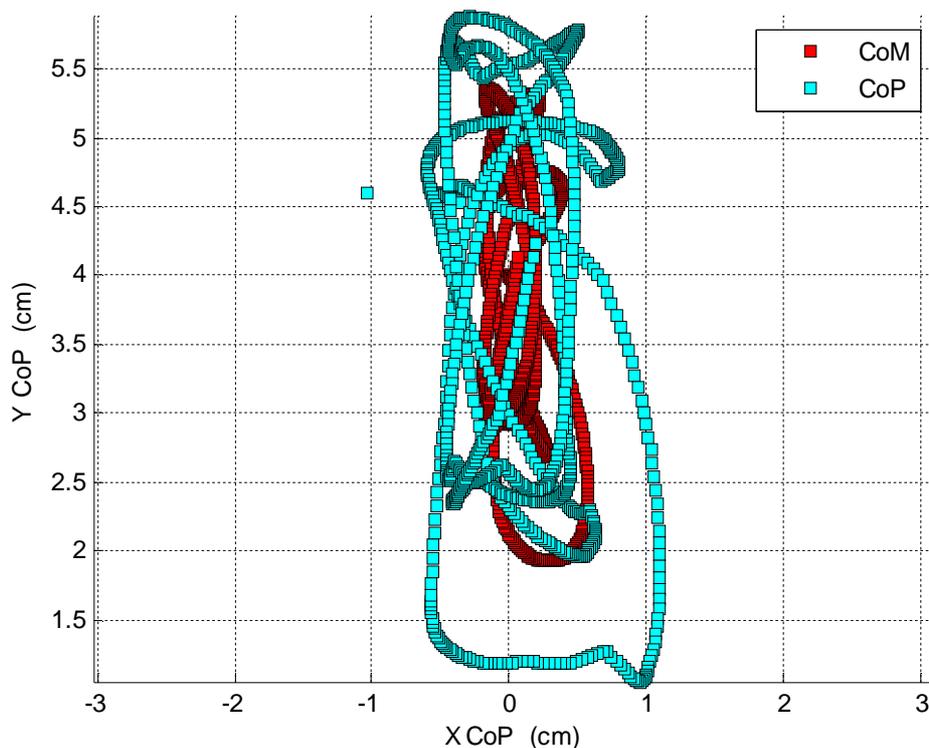


Figure 126 : Stabilogramme simulé en petit déplacement.

8 Conclusion

Dans ce dernier chapitre nous nous sommes intéressés à la modélisation de l'équilibre dynamique, et à l'asservissement de l'équilibre par une contre réaction humaine.

La première approche est un pendule inversé et un système de contre réaction PID. Ce modèle est valable dans le seul cas où le corps oscille antéro-postérieurement autour de la cheville. Un PID est suffisant pour assurer l'équilibre d'un pendule.

Sur deux pieds, le corps oscille dans les deux directions, médio-latéral et antéropostérieur. Pour avoir un modèle complet de l'équilibre dynamique, nous avons développé un modèle à 3D basé sur un pendule inversé. Le système de contre réaction essaie de se rapprocher de la physiologie de l'équilibre humain. Il ne s'agit pas d'un PID mais d'un système de contre réaction non linéaire. Différents paramètres affectant l'équilibre sont étudiés, dont le temps de retard de transmission des signaux musculaire, le temps d'intégration, le seuil des sensations somatiques et les seuils sur les sensations visuels et de l'oreille interne. Pour la réaction des pieds à la compression, nous utilisons le modèle du pied, qui relie l'assiette du pied aux pressions plantaire (premier chapitre). Les formes linéaires utilisées proviennent des résultats de mesures effectuées avec notre prototype de semelles instrumentées.

En utilisant le modèle 3D de l'équilibre dynamique, on peut ainsi rendre compte de l'effet de l'anatomie du pied et de la physiologie de l'individu sur le maintien de l'équilibre postural.

Concernant les oscillations et le maintien de l'équilibre, le simulateur est particulièrement sensible aux seuils de perception des variations de vitesse et de position (perception somatique). Malheureusement, nous ne disposons pas de données précises à ce sujet.

Numériquement, il est a priori possible de décrire toute forme de contre réaction à condition de disposer des modèles pour chacun des mécanismes impliqués.

Limitations actuelles et perspectives

Le modèle utilisé pour les seuils de perception est le plus simple que l'on puisse imaginer. Il est certainement trop sommaire. La valeur du seuil est fixée a priori. En pratique, elle dépend évidemment de la fonctionnalité des organes, mais certainement également de la vigilance du sujet et de son environnement. De même, la tonicité des muscles a été fixée a priori à une valeur moyenne. La réalité est toute autre. Après avoir trouvé son équilibre, le sujet relâche lentement ses muscles. S'il perçoit qu'il va perdre son équilibre, il va augmenter brutalement la tonicité jusqu'à bloquer ses muscles. C'est l'exemple d'une personne qui sent son pied glisser. En pratique, la tonicité fait certainement partie de la contre-réaction. Là encore, nous manquons de données.

Les facteurs physiologiques, anatomiques ou autres qui affectent la qualité de l'équilibre peuvent être étudiés quantitativement en utilisant le simulateur, à condition d'avoir des modèles pour chacun des mécanismes impliqués. Ceci devra reposer sur des mesures biomédicales plus approfondies que celles dont nous disposons.

Conclusions et perspectives

Dans le contexte de la télémédecine et l'e-santé, nous avons développé des outils de surveillance ambulatoire de l'équilibre postural, et de compréhension du contrôle de l'équilibre. Pour ce faire, nous avons utilisé la modélisation mathématique pour relier la position des pieds aux pressions plantaires, et développé un simulateur de l'équilibre humain en position debout.

Grace à la modélisation, nous avons effectué une étude de conception de semelles instrumentées avec un réseau de 3 capteurs discrets, pour la mesure des pressions plantaires et du déplacement dynamique du centre de pression. Suite à cette étude, nous avons réalisé un prototype de semelles. L'ensemble a été validé expérimentalement.

Ensuite nous avons mené une étude sur les paramètres qui agissent sur le maintien de l'équilibre via un modèle basé sur la physiologie.

Le premier chapitre a décrit le modèle biomécanique du pied. Ce modèle nous a permis de simuler la répartition des pressions plantaires en fonction des paramètres du modèle ; la forme interne du pied, l'assiette du pied et le milieu élastique.

Grâce à ces cartographies des pressions plantaires simulées, nous avons étudié la faisabilité d'utiliser un nombre limité de capteurs discrets sous le pied pour retrouver le déplacement du centre de pression et la force totale sur le pied. Nous avons pu montrer que trois capteurs par pied sont suffisants pour retrouver le *CoP* en modélisant les moments et la force totale par des formes linéaires. Nous avons validé de façon purement numérique la possibilité d'utiliser un nombre limité de capteurs, et la précision attendue.

Le deuxième chapitre a décrit la validation expérimentale, effectuée en plusieurs étapes. Nous avons tous d'abord utilisé les cartes expérimentales de pressions mesurées par F-Scan et des capteurs virtuels issus de ces cartes. Puis, nous avons réalisé un prototype de semelles équipées de trois capteurs de force résistifs et validé ce système par comparaison avec F-Scan. Les études expérimentales ont été effectuées sur neuf sujets durant une minute chacun. La comparaison des stabilogrammes issues des semelles instrumentées avec ceux obtenus avec F-Scan ont montré une faible différence. La même semelle instrumentée a été utilisée pour différents sujets ayant différentes pointures. Cette semelle standard est ajustable à la chaussure.

Dans le chapitre trois, nous avons montré que les mesures fournies par les semelles permettent, grâce au modèle du pied, de générer les cartes de pressions plantaires en position debout ou durant la marche. Les semelles sont conçues pour suivre la répartition des pressions plantaires en ambulatoire.

Le chapitre quatre a traité des mesures du déplacement du *CoPT* à partir de semelles instrumentées. L'étude des courbes expérimentales a montré des oscillations plus ou moins régulières. Le filtrage du signal du *CoPT* nous a permis d'extraire les oscillations posturales.

Les mesures sont effectuées sur quatre sujets en position debout les yeux fermées et une comparaison est établie entre eux.

La comparaison entre le stabilogramme mesuré et le stabilogramme moyen (après filtrage), permet de connaître la position de l'équilibre recherché autour de lequel le system postural essaie de se rapprocher en permanence. En plus, on a pu déterminer la stratégie utilisée dans le maintien de l'équilibre de chaque sujet. Les oscillations posturales ont été détaillées largement pour chaque sujet. L'étude sur l'amplitude des oscillations posturales permet une diagnostic sur le maintien de l'équilibre dynamique. Les amplitudes des oscillations sont indicatives de l'état du système postural qui assure l'équilibre en permanence. Les oscillations posturales et les facteurs qui agissent sur le système du maintien de l'équilibre postural sont identifiés. L'action sur l'équilibre est gérée par le cerveau. Décrire l'action du cerveau et du système nerveux permet une diagnostic efficace du maintien de l'équilibre. Pour aboutir à une telle diagnostic, nous avons développé un modèle de l'équilibre dynamique dont l'idée est de voir si on peut retrouver les paramètres qui assurent l'équilibre à partir des mesures du déplacement du *CoPT*.

La première partie du chapitre cinq traite de l'équilibre statique. Nous avons simulé les cartes de pression plantaire pour différents sujets en position debout statique. La condition de minimisation des efforts a été toujours respectée. Via le simulateur, nous avons montré qu'il est possible de tester l'effet des caractéristiques du milieu élastique, de la posture des pieds, la posture du corps et la forme interne du pied sur la répartition des pressions. Cette étude de l'équilibre statique peut trouver des applications pour la conception des semelles orthopédique. Ces aspects constituent des perceptives d'utilisation de ce modèle.

La seconde partie du cinquième chapitre traite de la simulation dynamique sur deux pieds, avec le corps qui oscille dans les deux directions, médio-latéral et antéropostérieur. Pour décrire un modèle complet de l'équilibre dynamique, nous avons développé un modèle à 3D basé sur un pendule inversé. Le système de contre réaction essaie de se rapprocher de la physiologie de l'équilibre humain. Il ne s'agit pas d'un PID mais d'un système de contre réaction non linéaire. Différents paramètres affectant l'équilibre ont été étudiés, dont le temps de retard de transmission des signaux musculaires, le temps d'intégration, le seuil des sensations somatiques et les seuils sur les sensations visuels et de l'oreille interne. Pour la réaction des pieds à la compression, nous utilisons le modèle du pied, qui relie l'assiette du pied aux pressions plantaire (premier chapitre). Les formes linéaires utilisées proviennent des résultats de mesures effectuées avec notre prototype de semelles instrumentées.

En utilisant le modèle 3D de l'équilibre dynamique, on peut rendre compte de l'effet de l'anatomie du pied et de la physiologie de l'individu sur le maintien de l'équilibre postural.

Concernant les oscillations et le maintien de l'équilibre, le simulateur est particulièrement sensible aux seuils de perception des variations de vitesse et de position (perception somatique). Malheureusement, nous ne disposons pas de données précises à ce sujet.

Numériquement, il est a priori possible de décrire toute forme de contre réaction à condition d'avoir des modèles pour chacun des mécanismes impliqués. Le modèle utilisé pour les seuils de perception est le plus simple que l'on puisse imaginer. Il est certainement trop sommaire. La valeur du seuil est fixée a priori. En pratique, elle dépend évidemment de la

fonctionnalité des organes, mais certainement également de la vigilance du sujet et de son environnement. De même, la tonicité des muscles est fixée a priori. Nous avons pris une valeur moyenne. La réalité est toute autre. Après avoir trouvé son équilibre, le sujet relâche lentement ses muscles. S'il perçoit qu'il va perdre son équilibre, il va augmenter brutalement la tonicité jusqu'à bloquer ses muscles. C'est l'exemple d'une personne qui sent son pied glisser. En pratique, la tonicité fait certainement partie de la contre réaction. Là encore, nous manquons de données.

Les facteurs physiologiques, anatomiques ou autres qui affectent la qualité de l'équilibre peuvent être étudiés quantitativement en utilisant le simulateur, à condition d'avoir des modèles pour chacun des mécanismes impliqués. Ceci devra reposer sur des mesures biomédicales plus approfondies que celles dont nous disposons.

Le prototype de semelle n'avait qu'un but de recherche sur la partie physique d'un système ambulateur basé sur un réseau de capteurs. Il pourra se décliner sous différentes formes suivant les applications et les souhaits des praticiens. Notre propos était de faire une recherche relevant de nos compétences et non de développer un produit fini qui relèverait de l'ingénierie et d'une étude de marché préalable.

Néanmoins, une des perspectives possible est de rendre autonome chaque semelle et remplacer les liaisons filaires et le convertisseur analogique digitale par des circuits intégrés résidents dans la chaussure, et de faible consommation. Il dépendra de l'étude de pré développement de déterminer le mode de communication radio, l'utilisation d'un processeur embarqué pour le traitement numérique et le système de communication extérieur permettant de visualiser en temps réel les mesures après traitement numérique.

Par ailleurs ce travail ouvre de nombreuses perspectives d'études sur l'équilibre à partir des modèles développés :

- La prévention de formation d'ulcères chez les patients diabétiques grâce à la méthode de génération des cartes de pressions à partir des 3 capteurs.
- Etude de l'effet des caractéristiques du milieu élastique sur le maintien de l'équilibre, la répartition des pressions plantaires, la fabrication des prothèses plantaires et autres.
- Prévention de la chute chez les personnes âgées assuré par une suivie ambulateur du déplacement du *CoP*. Ceci nécessite de développer des méthodes de reconnaissance de la perte d'équilibre liée aux problèmes physiologiques ou médicamenteux.
- Identification des paramètres du maintien de l'équilibre postural relevant d'une étude neurophysiologique et des mesures biomédicales plus approfondies.

Annexe 1

1 Principe du calcul de la forme interne du pied

Pour chaque mesure (assiette) $i = 1, M$. En chaque point $k = 1, N$ du pied.

Pour une semelle connue la force f_i^k et l'écrasement z_{Ci}^k sont liées par la relation bijective :

$$z_{Ci}^k = \text{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_i^k}{\text{raid}}\right) \right) \quad (\text{A1-1})$$

Le modèle de la compression est :

$$z_{Ci}^k = a_i \cdot x_k + b_i \cdot y_k + c_i + z_{IS}^k \quad (\text{A1-2})$$

$$\text{Le profil interne est } z_{IS}^k = z_{Ci}^k - (a_i \cdot x_k + b_i \cdot y_k + c_i) \text{ ou encore } z_{IS}^k = z_{Ci}^k - z_{FSi}^k \quad (\text{A1-3})$$

où $z_{FSi}^k = a_i \cdot x_k + b_i \cdot y_k + c_i$ est l'assiette du pied.

z_{IS}^k est la forme interne du pied que l'on souhaite déterminer.

Sont inconnus les paramètres de l'assiette du pied $a_i; b_i; c_i$ pour $i = 1, M$ et le profil interne z_{IS}^k pour $k = 1, N$. Pour l'assiette i , $\forall k = 1, N$ on connaît l'écrasement par

$$z_{Ci}^k = \text{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_i^k}{\text{raid}}\right) \right) \quad (\text{A1-4})$$

à condition de connaître *epais* et *raid*. Supposons *epais* et *raid* connus.

Les données sont les z_{Ci}^k au nombre de $N \cdot M$ les inconnues sont les z_{IS}^k au nombre de N et les a_i, b_i, c_i au nombre total de $3 \times M$.

Le nombre de données $N \cdot M$ est supérieur au nombre total d'inconnues $N + 3 \times M$.

N est de l'ordre de 500, M est de l'ordre de 1500.

Dans le principe, par régression linéaire on peut déterminer toutes les inconnues.

Soit f_i^k la force mesurée, on calcule $z_{Ci}^k = \text{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_i^k}{\text{raid}}\right) \right)$. Ce sont les données.

La somme du carré des erreurs est

$$E = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \left(z_{C_i}^k - (a_i \cdot x_k + b_i \cdot y_k + c_i + z_{IS}^k) \right)^2 \quad (\text{A1-5})$$

La recherche du minimum par rapport à $a_i ; b_i ; c_i$ et z_{IS}^k fournit la solution.

Compte tenu du nombre de données $N \cdot \times M \approx 500 \times 1500 = 650000$, la taille des matrices est prohibitive.

2 Méthode

Soient *epais* et *raid* connus.

Considérons chacune des postures successives $i = 1, M$.

Initialisation : Soit nd_k le nombre de fois où z_{IS}^k a été calculé. Au départ $\forall k : nd_k = 0$.

Prenons une assiette du pied arbitraire pour $i = 1$. Par exemple : $a = 0$, $b = 0$ et $c = -1$ m il vient $\forall k ; z_{FS1}^k \equiv -1$. Elle est telle que l'on obtient $\forall k : z_{IS}^k \geq 0$.

Connaissant l'assiette z_{FS1}^k .

Pour tout $f_1^k > 0$, $z_{IS}^k = \text{epais} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{f_1^k}{\text{raid}}\right) \right) - z_{FS1}^k$ et $nd_k = nd_k + 1$.

On connaît alors une partie de la forme interne correspondant aux points sous pression $f_1^k > 0$.

Poursuite de la détermination de la forme interne.

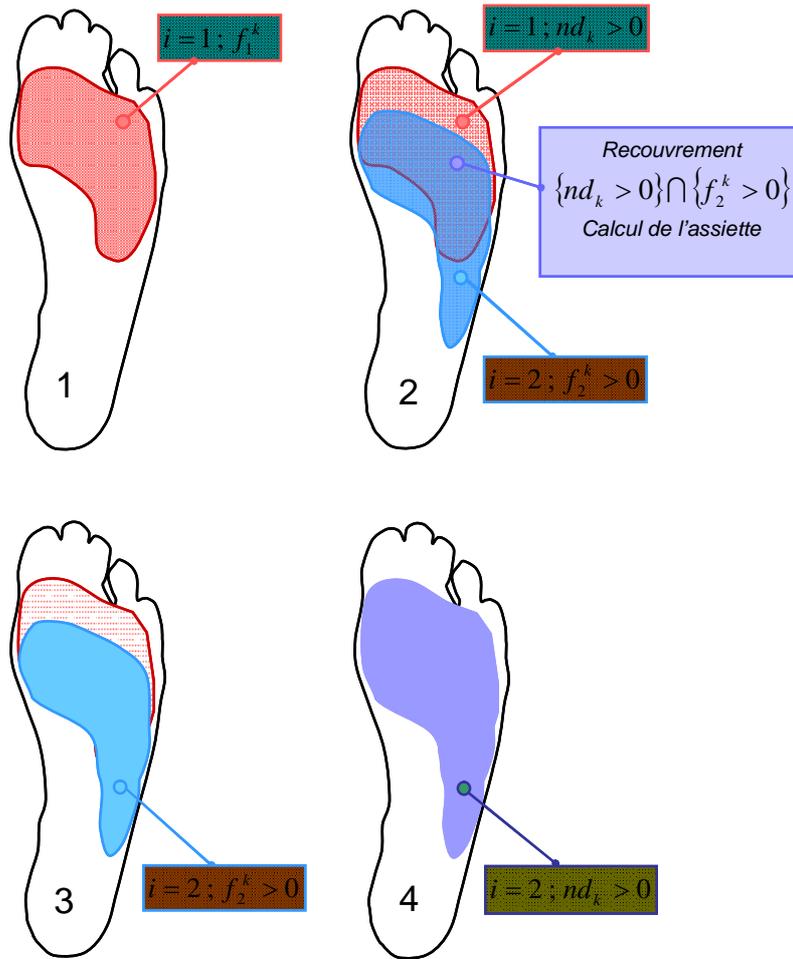


Figure A 1 : Recouvrement des zones de pression.

Connaissant la forme interne partielle, pour les itérations suivantes, $i = 2, M$, la zone de recouvrement telle que $f_i^k > 0$ et $nd_k > 0$ permet de déterminer la nouvelle assiette z_{FSi}^k par moindre carré. Cette assiette nous permet de déterminer la forme interne pour tous les points tels que $f_i^k > 0$. En fait on calcule la moyenne des valeurs calculées.

Si $f_i^k > 0$ alors $nd_k = nd_k + 1$ et $z_{IS}^k = \frac{z_C^k - (a \cdot x_k + b \cdot y_k + c) + (nd_k - 1) \cdot z_{IS}^k}{nd_k}$ qui est la moyenne sur l'ensemble des valeurs obtenues au point k .

Par ailleurs on calcule le carré de l'incertitude

$$ep_k = \frac{(z_C^k - (a \cdot x_k + b \cdot y_k + c) - z_{IS}^k)^2 + (nd_k - 1) \cdot ep_k}{nd_k} \quad (A1-6)$$

Au terme de l'ensemble des postures M , on dispose de la valeur moyenne de la forme interne en tout point k ayant été soumis à une pression et du carré de l'incertitude de cette valeur.

On a supposé que *epais* et *raid* étaient connus.

L'épaisseur ne peut pas être déterminée par calcul. Elle est donc fixée.

La détermination de la raideur s'effectue en essayant différentes valeurs et en recherchant la valeur qui minimise somme du carré des erreurs par trichotomie.

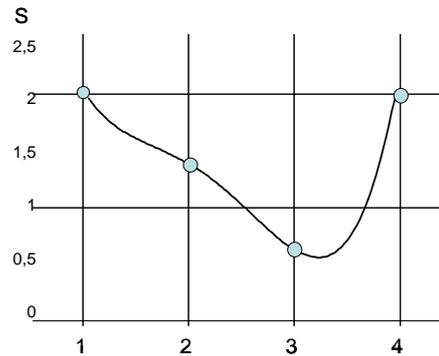


Figure A 2 : Trichotomie.

Le domaine de variation de *raid* est divisé en 3 segments. Pour chacune des 4 valeurs on cherche le minimum de la somme des carrés des incertitudes $S = \sum_k ep_k$. Sur le graphique il s'agit de la valeur numéro 3 de la raideur. A l'étape suivante le domaine de variation sera entre les valeurs adjacentes, soit ici entre 2 et 4, ceci répété jusqu'à la précision requise.

3 Représentation graphique de la forme interne du pied.

La surface de la forme interne du pied est calculée par rapport à une assiette quelconque. Ce qui est sans importance pour la suite des calculs.

Néanmoins il est important de définir une assiette de référence telle que la représentation graphique du profil interne du pied ait du sens pour l'observateur. Par rapport à ses habitudes, l'observateur s'attend à voir une image qui ressemble à l'empreinte laissée dans le sable par un pied posé à plat. C'est-à-dire qu'il ne semble pas reposer sur le seul talon ou de travers.

Au terme du calcul de la forme interne du pied l'assiette de référence est totalement arbitraire. Les trois paramètres $a_i; b_i; c_i$ sont définis chacun à une constante près. Mais la relation entre force et compression n'est pas linéaire aussi un référentiel dépend de la force totale appliquée. Pour une origine connue, pour exemple la cheville, on pourrait décréter que l'assiette de référence est celle qui assure un moment nul suivant x et y ou mieux que l'assiette de référence assure que le CoP pour le demi poids de l'individu est situé au « milieu » du pied. Pour ce faire il suffit de d'effectuer deux rotations (a et b) et une translation (c) au profil interne du pied.

Sachant que la forme interne du pied concerne des matériaux rigides on peut s'affranchir des problèmes liés au comportement non linéaire du milieu élastique.

Pour la représentation graphique, dans un premier temps on recherche l'assiette telle que la moyenne de la surface de la forme interne du pied par rapport au sol est nulle $\sum_{k=1}^N (z_{IS}^k + a \cdot x_k + b \cdot y_k + c) = 0$. Ce qui revient à minimiser la somme des carrés des écarts entre la forme interne et le sol pour calculer les paramètres de l'assiette par moindres carrés :

$$E = \sum_{k=1}^N (z_{IS}^k + a \cdot x_k + b \cdot y_k + c)^2 \quad (\text{A1-7})$$

Soit $a_0 ; b_0 ; c_0$ les paramètres de l'assiette solution.

On effectue les rotations nécessaires pour que la surface de la forme interne ait le sol comme plan de référence :

$$z'_{IS}{}^k = z_{IS}^k + (a_0 \cdot x_k + b_0 \cdot y_k + c_0)$$

L'assiette est telle que $\sum_{k=1}^N z'_{IS}{}^k = 0$

Soit z_{\min} la plus petite valeur de $z'_{IS}{}^k$ ($z_{\min} < 0$).

Pour les graphiques, la surface de la forme interne est $z^{0k}_{IS} = z'_{IS}{}^k - z_{\min}$ qui est de valeurs positives, le zéro étant affecté à la plus petite valeur calculée.

Annexe 2

1 Simulation des profils de pression à partir des 3 capteurs

1.1 Capteurs virtuels

La simulation des capteurs consiste à considérer des capteurs carrés de 9 pixels issus des mesures de F-Scan.

La phase d'apprentissage fournit la forme interne du pied.

L'assiette de référence est celle de la première acquisition utilisée pour l'apprentissage.

On connaît cette assiette de référence, qui est $a=0$; $b=0$; $c=-1$

On connaît la forme interne sous les capteurs. On peut supposer que la forme interne sous le capteur est la moyenne de la forme interne sous les 9 pixels.

Pour toute autre acquisition on connaît les forces sous les capteurs. Il faut diviser la force par 9 pour utiliser la même surface de semelle. On en déduit l'écrasement z_{cj} et donc l'assiette de correspondante et au final la carte des pressions.

1.2 Vrais capteurs

Dans ce qui précède on suppose que z_{cj} est l'écrasement obtenu pour des capteurs de même étalonnage que F-Scan. Pour les vrais capteurs c'est impossible.

Suivant la surface des capteurs et la réponse de l'électronique il y a désaccord entre mesures F-Scan et mesures des capteurs.

Suivant la surface des capteurs et la réponse de l'électronique il n'y a pas correspondance directe entre mesures F-Scan et mesures des capteurs.

Les capteurs sont étalonnés et fournissent directement la force reçue.

Il faut déterminer la raideur des capteurs qui rend compte de la surface des capteurs.

$$z = epais \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{F}{raid}\right) \right] \quad (A2-1)$$

que l'on peut encore écrire

$$z = epais \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot F)], \text{ où } \alpha = 1/raid \quad (A2-2)$$

Le problème revient à déterminer α identique pour tous les capteurs.

Soit α_0 une approximation de α . On cherche la valeur de α sous la forme linéaire $\alpha = \alpha_0 + \delta\alpha$

Il vient :

$$\begin{aligned} z &= epais \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot F)] = epais \cdot [1 - \exp(-(\alpha_0 + \delta\alpha) \cdot F)] \\ &= epais \cdot [1 - \exp(-\alpha_0 \cdot F)] + epais \cdot \exp(-\alpha_0 \cdot F) \cdot \delta\alpha \cdot F \end{aligned} \quad (A2-3)$$

$$\text{Soit } z_0 = epais \cdot [1 - \exp(-\alpha_0 \cdot F)] \text{ il vient } epais \cdot \exp(-\alpha_0 \cdot F) = epais - z_0 \quad (A2-4)$$

D'où

$$z = z_0 + (epais - z_0) \cdot F \cdot \delta\alpha \quad (A2-5)$$

Soit 3 équations pour chaque assiette. Soit j l'indice du capteur : $j=1,3$. Soient z_{isc}^j la forme interne sous le capteur j , z_C^j la compression, f_C^j la force mesurée, x_j et y_j les coordonnées

$$z_{isc}^j + \frac{(z_C^j - epais) \cdot f_C^j \cdot \delta\alpha}{epais} = z_C^j - (a \cdot x_j + b \cdot y_j + c) \quad (A2-6)$$

Les 4 inconnues sont z_{isc}^1 , z_{isc}^2 , z_{isc}^3 et $\delta\alpha$ obtenu par moindre carré sur l'ensemble des assiettes.

Le calcul est itératif jusqu'à convergence à la précision demandée sur α

1.3 Numériquement

Soit G_i un ensemble de valeurs, classées de $i=1,m$, que l'on souhaite décrire par un modèle

$$G_i = \sum_{j=1}^6 \beta_j \cdot F_i^j \text{ où } F_i^j \text{ est la fonctionnelle } j=1,4 \text{ appliquée à la mesure } i$$

Le problème consiste à déterminer les inconnues β_j qui minimisent les erreurs.

$$\text{Soit la somme du carré des erreurs. } S = \sum_{i=1}^m \left(G_i - \sum_{j=1}^n \beta_j \cdot F_i^j \right)^2 \quad (A2-7)$$

Le minimum de S est obtenu pour :

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_k} = 0, \forall k = 1, n \quad (A2-8)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^m 2 \times \left(G_i - \sum_{j=1}^n \beta_j \cdot F_i^j \right) \cdot F_i^k = 0 \quad (A2-9)$$

Soit donc

$$\sum_{j=1}^n \beta_j \cdot \sum_{i=1}^m F_i^j \cdot F_i^k = \sum_{i=1}^m G_i \cdot F_i^k \quad (\text{A2-10})$$

$$\text{Soit } A_k^j = \sum_{i=1}^m F_i^j \cdot F_i^k \text{ et } B_k = \sum_{i=1}^m G_i \cdot F_i^k \quad (\text{A2-11})$$

Soit encore les 3 équations pour chaque assiette i

$$z_{isc}^j + \frac{(z_c^j - \text{epais}) \cdot f_c^j \cdot \delta\alpha}{\text{epais}} = z_c^j - (a \cdot x_j + b \cdot y_j + c) \quad (\text{A2-12})$$

$$\beta_1 = Zcp_1 ; \beta_2 = Zcp_2 ; \beta_3 = Zcp_3 ; \beta_4 = \delta\alpha \quad (\text{A2-13})$$

Equation 1

$$F_{i,1}^1 = 1 ; F_{i,1}^2 = 0 ; F_{i,1}^3 = 0 ; F_{i,1}^4 = (Zc_1 - \text{epais}) \cdot Fc_1 \quad (\text{A2-14})$$

$$G_{i,1} = Zc_1 - (a_i \cdot Xc_1 + b_i \cdot Yc_1) - c \quad (\text{A2-15})$$

Equation 2

$$F_{i,2}^1 = 0 ; F_{i,2}^2 = 1 ; F_{i,2}^3 = 0 ; F_{i,2}^4 = (Zc_2 - \text{epais}) \cdot Fc_2 \quad (\text{A2-16})$$

$$G_{i,2} = Zc_2 - (a_i \cdot Xc_2 + b_i \cdot Yc_2) - c \quad (\text{A2-17})$$

Equation 3

$$F_{i,3}^1 = 0 ; F_{i,3}^2 = 0 ; F_{i,3}^3 = 1 ; F_{i,3}^4 = (Zc_3 - \text{epais}) \cdot Fc_3 \quad (\text{A2-18})$$

$$G_{i,3} = Zc_3 - (a_i \cdot Xc_3 + b_i \cdot Yc_3) - c \quad (\text{A2-19})$$

$$A_k^j = \sum_{i=1}^m F_i^j \cdot F_i^k \text{ et } B_k = \sum_{i=1}^m G_i \cdot F_i^k \quad (\text{A2-20})$$

On obtient un système linéaire de n équations à n inconnues a_j . Sous forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ A_k^j & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \beta_j \\ \cdot \\ \cdot \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cdot \\ B_k \\ \cdot \end{vmatrix} \text{ qui a pour solution } \begin{vmatrix} \cdot \\ \beta_k \\ \cdot \end{vmatrix} = A^{-1} \times \begin{vmatrix} \cdot \\ B \\ \cdot \end{vmatrix}$$

Annexe 3

1 Résolution dynamique du pendule inversé

1.1 Rappel sur le pendule simple

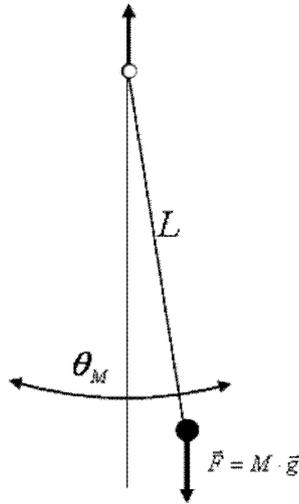


Figure A 3 : Pendule simple.

Dans le cas du pendule simple le mouvement est solution de l'équation :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \frac{d^2\theta_M}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \sin \theta_M = 0 \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (\text{A3-1})$$

Dans l'approximation des petits angles il vient $\frac{d^2\theta_M}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \theta_M = 0$ (A3-2)

qui a pour solution

$$\theta_M(t) = A \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi) \text{ et } \frac{d\theta_M(t)}{dt} = A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi) \quad (\text{A3-3})$$

1.2 Pendule inversé

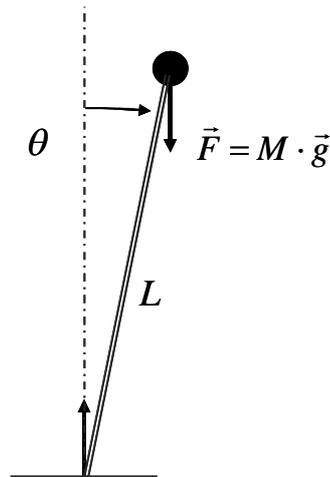


Figure A 4 : Pendule inversé.

Dans le cas du pendule inversé le mouvement est solution de l'équation :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} - \omega_0^2 \cdot \sin \theta = 0 \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (\text{A3-4})$$

Dans l'approximation des petits angles il vient $\frac{d^2\theta}{dt^2} - \omega_0^2 \cdot \theta = 0$ (A3-5)

Qui a pour solution

$$\theta = A \cdot e^{\omega_0 t} + B \cdot e^{-\omega_0 t} \text{ et } \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 (A \cdot e^{\omega_0 t} - B \cdot e^{-\omega_0 t}) \quad (\text{A3-6})$$

1.3 Cas d'une structure avec 2 points de contact

La position debout consiste à maintenir l'équilibre d'un pendule inversé.

Dans un espace à 2 dimensions, considérons une structure rigide de base symétrique avec deux points de contact. La demi-longueur de la base est Y_{\max} . La structure va osciller en basculant d'un point de contact à l'autre.

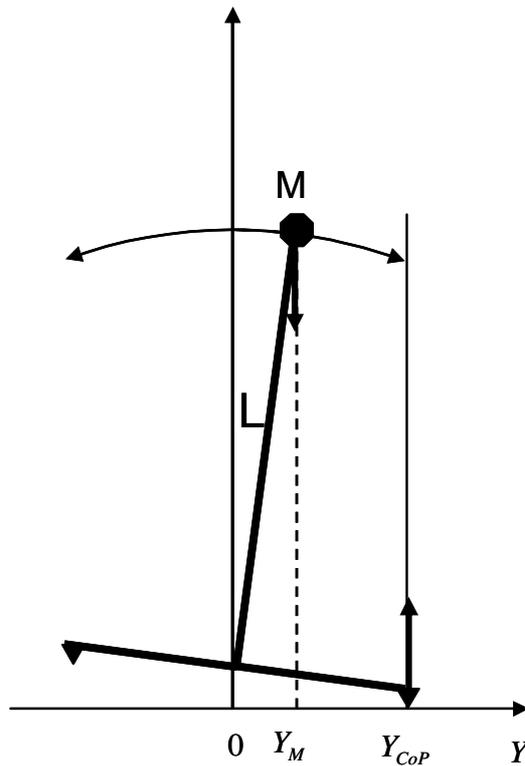


Figure A 5 : Pendule inversé, socle à deux points d'appui.

C'est l'image la plus simplifiée d'une arthrodèse de la cheville, corps oscillant du talon à l'avant du pied, avec une position d'équilibre au milieu du pied. Le contact est sans amortissement.

Dans un premier temps considérons le mouvement pour la structure en appuis sur le contact de droite. D'après la figure ci-après, θ_0 est l'angle de départ du centre de masse par rapport à la verticale du point d'appui Y_{CoP} qui est le centre de pression au sol. La structure va basculer vers la gauche et l'angle du centre de masse par rapport à la verticale du point d'appuis est $\theta_1(t)$.

$$\text{Au départ, pour } t = 0, \theta_1(0) = \theta_0 \text{ et } \left. \frac{d\theta_1}{dt} \right|_0 = 0. \quad (\text{A3-7})$$

$$\text{Nous supposons de petits angles. } \theta_1(t) = \frac{Y_{CoP} - Y_M(t)}{L} \quad (\text{A3-8})$$

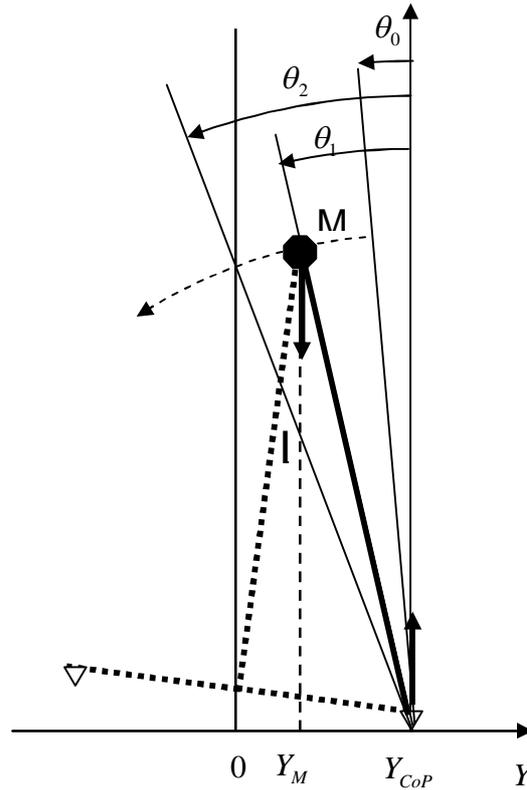


Figure A 6 : Pendule inversé, changement de variables.

La structure bascule vers la gauche jusqu'à θ_2 , qui correspond au changement de contact. Soit en appuis sur les deux contacts, qui est la position stable.

$$\theta_2 = \frac{Y_{\max}}{L} \quad (\text{où } Y_{\max} = Y_{CoP} \text{ est la demi-longueur du pied)} \quad (\text{A3-9})$$

L'équation du mouvement est :

$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} - \omega_0^2 \cdot \sin \theta_1 = 0, \quad \text{où } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (\text{A3-10})$$

Les angles sont petits, aussi $\sin \theta_1 \approx \theta_1$. Il vient :

$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} - \omega_0^2 \cdot \theta_1 = 0 \quad (\text{A3-11})$$

La solution de l'équation est de la forme :

$$\theta_1 = A \cdot e^{\omega_0 t} + B \cdot e^{-\omega_0 t} \quad \text{et} \quad \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_0 (A \cdot e^{\omega_0 t} - B \cdot e^{-\omega_0 t}) \quad (\text{A3-12})$$

$$\text{Pour } t=0; \theta_1 = \theta_0, \quad \frac{d\theta_1}{dt} = 0 : \quad (\text{A3-13})$$

$$\text{Il vient : } A + B = 0 \quad \text{et} \quad A - B = 0. \quad \text{D'où } A = B = \frac{\theta_0}{2}. \quad (\text{A3-14})$$

La solution est

$$\theta_1 = \theta_0 \cdot \cosh(\omega_0 \cdot t) \text{ et donc } \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_0 \cdot \theta_0 \cdot \sinh(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{A3-15})$$

La structure bascule vers la gauche jusqu'à changer de contact. La solution est

$$\theta_1 = \theta_0 \cdot \cosh(\omega_0 \cdot t) \text{ et } \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_0 \cdot \theta_0 \cdot \sinh(\omega_0 \cdot t). \quad (\text{A3-16})$$

La structure change de contact au passage de la verticale $\theta_1 = \theta_2 = \frac{Y_{CoP}}{L}$ ce qui correspond à la position d'équilibre de la structure qui repose sur ses deux appuis.

A cet instant, le temps écoulé est

$$\Delta t = \frac{1}{\omega_0} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{\theta_2}{\theta_0}\right) \quad (\text{A3-17})$$

Le problème est symétrique, aussi, la période est $T = 4 \times \Delta t = \frac{4}{\omega_0} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{\theta_2}{\theta_0}\right)$.

1.3.1 Changement de variable

Soit θ_M l'angle du centre de masse par rapport à la verticale à l'équilibre.

$$\theta_M = \theta_1 - \theta_2 = \frac{Y_{CoP} - Y_M}{L} - \frac{Y_{CoP}}{L} = -\frac{Y_M}{L} \quad (\text{A3-18})$$

$$\text{Il vient encore : } \theta_1 = \theta_M + \theta_2 = \theta + \frac{Y_{CoP}}{L} \quad (\text{A3-19})$$

$$\theta_M = \theta_0 \cdot \cosh(\omega_0 \cdot t) - \theta_2 \quad (\text{A3-20})$$

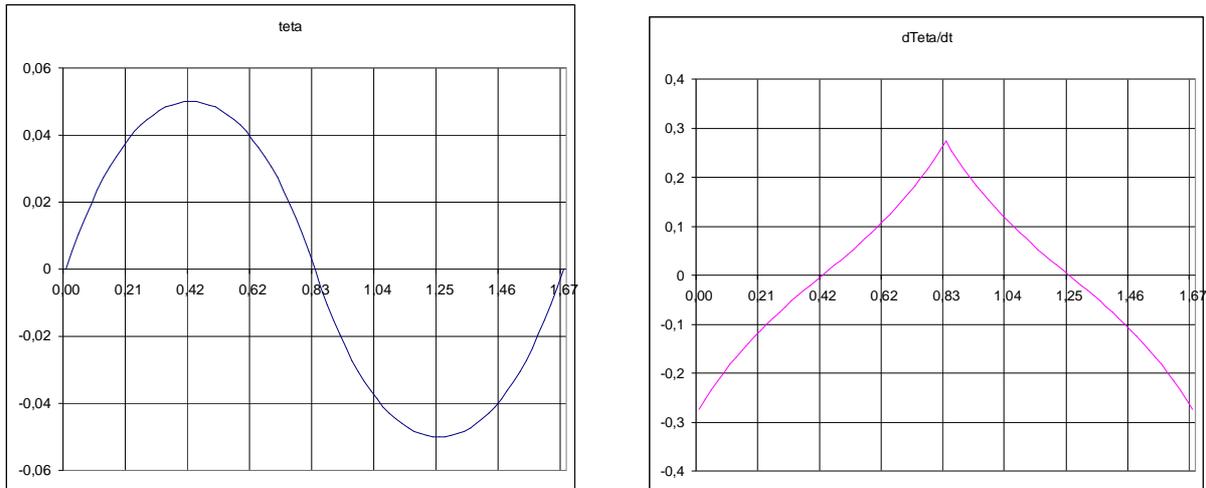
On change de point d'appuis lorsque θ_M change de signe.

On obtient une oscillation de faible amplitude autour de la position d'équilibre.

La solution qui paraît sinusoïdale ne l'est pas au regard de la dérivée.

Pour une altitude du centre de masse de 1 m , un angle $\theta_2 = 0.1 \text{ rad}$ donne $Y_{CoP} = 10 \text{ cm}$, soit donc une longueur d'appuis totale de 20 cm , ce qui correspond à une taille 40. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Il vient $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \approx \sqrt{10} (\text{s}^{-1})$. Le tracé de l'angle en fonction du temps sur une période.

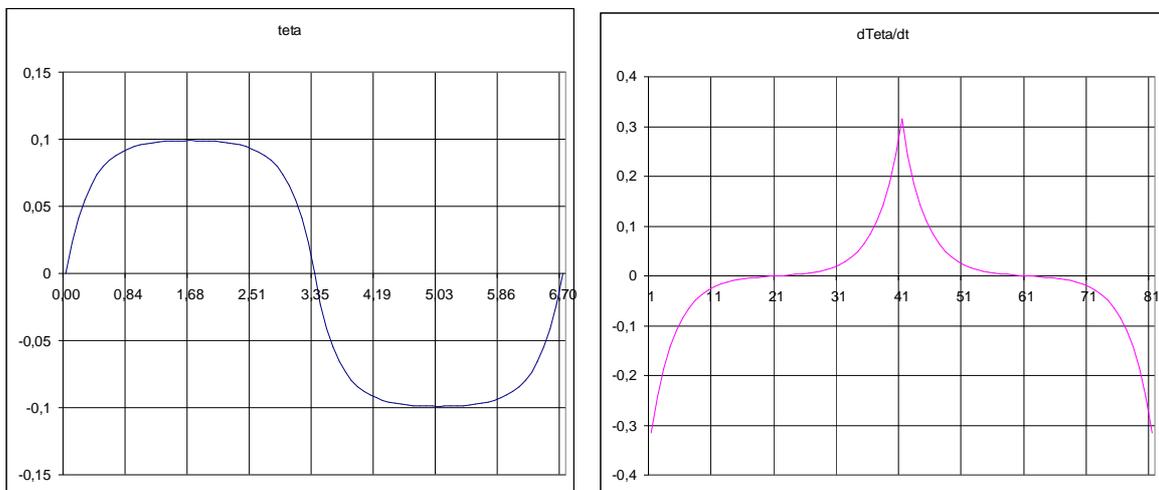
Ci-après simulation de $\theta(t)$ sur une période @ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$; $\theta_0 = 0.05rd$; $\theta_2 = 0.1rd$



**Figure A 7 : Calcul analytique de l'angle et de la vitesse angulaire.
Socle à deux points d'appui. Faible amplitude.**

Considérons des oscillations de forte amplitude autour de la position d'équilibre.

simulation de $\theta(t)$ sur une période @ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$; $\theta_0 = 0.001rd$; $\theta_2 = 0.1rd$



**Figure A 8 : Calcul analytique de l'angle et de la vitesse angulaire.
Socle à deux points d'appui. Forte amplitude.**

1.4 Cas d'une structure cylindrique : Le culbuto

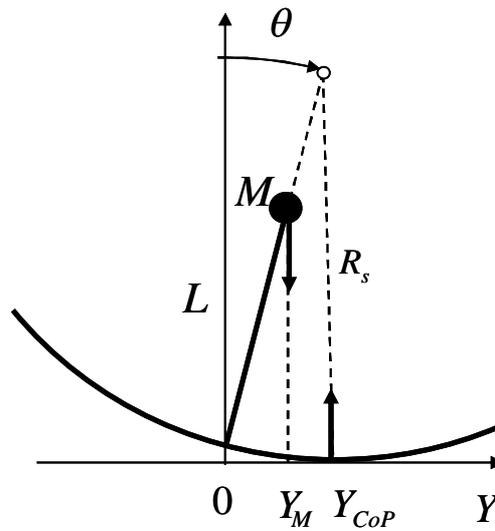


Figure A 9 : Socle cylindrique, le culbuto.

On doit avoir l'égalité des moments

$$|\vec{Mt}| = \left(L \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) \cdot M \cdot L \text{ et } |\vec{Mt}| = -M \cdot (R-L) \cdot \theta \cdot g \quad (\text{A3-21})$$

$$\text{d'où } \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{(R-L)}{L} \cdot \frac{g}{L} \cdot \theta = 0 \quad (\text{A3-22})$$

$$\text{soit donc : } \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \cdot \theta = 0 \text{ avec } \omega = \sqrt{\frac{(R-L)}{L} \cdot \frac{g}{L}} \quad (\text{A3-23})$$

qui a pour solution :

$$\theta(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) \text{ et } \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_t = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad (\text{A3-24})$$

La solution est parfaitement sinusoïdale comme pour le pendule simple.

Ci-après simulation de $\theta(t)$ sur une période @ $\omega = \sqrt{\frac{(R-L)}{L} \cdot \frac{g}{L}} = \sqrt{5}$; $R_s = 1,5$ et $\theta_0 = 0,1$.

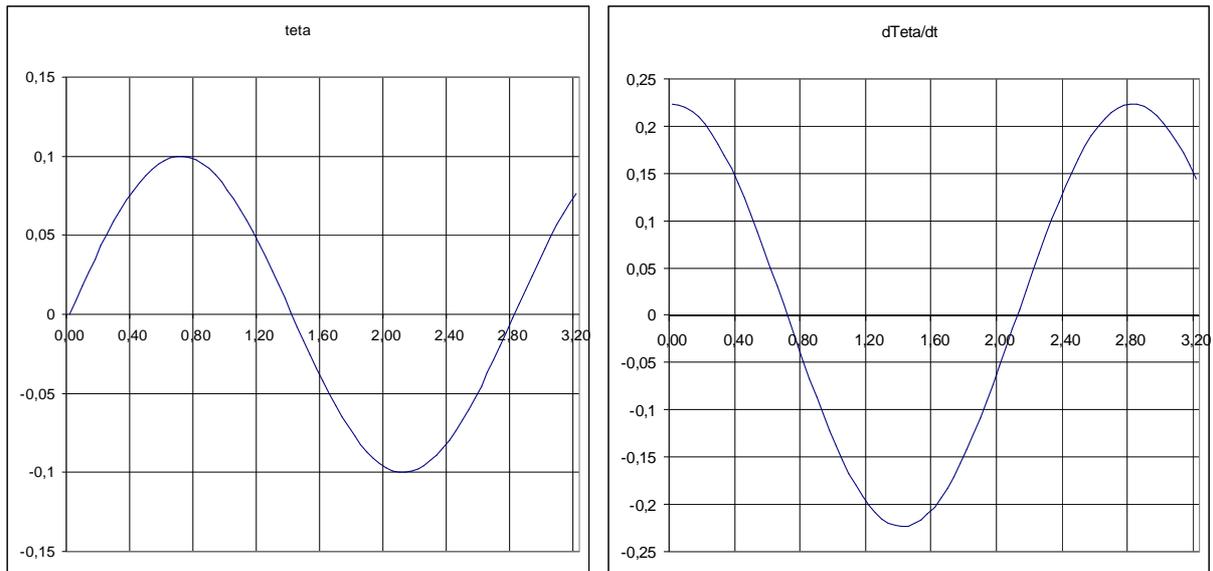


Figure A 10 : Calcul analytique de l'angle et de la vitesse angulaire. Socle cylindrique.

Un pied nu reposant par terre présente deux zones d'appui. C'est assimilable à l'exemple de deux points. Si la cheville est bloquée l'équilibre est stable.

Avec une semelle molle et épaisse (matelas) l'équilibre est critique. On tend vers une semelle cylindrique. Et la stabilité de l'équilibre ne peut être obtenue que si $R > L$. Les deux cas précédents sont les cas extrêmes de l'appui d'un pied avec une semelle plus ou moins molle.

1.5 Cas d'une surface inférieure quelconque.

Supposons une surface inférieure quelconque. La position du point de contact avec le sol, Y_{CoP} dépend de la forme du support. La résolution de l'équation dynamique se fait numériquement.

1.5.1 Méthode numérique.

La simulation temporelle utilise une méthode de discrétisation temporelle par pas de temps finis.

$t_{i+1} = t_i + \Delta t$. Au temps t on connaît $Y_{CoP}(t)$ et $Y_M(t)$. Pour le temps $t + \Delta t$, les valeurs de $Y_{CoP}(t + \Delta t)$ et $Y_M(t + \Delta t)$ sont inconnues.

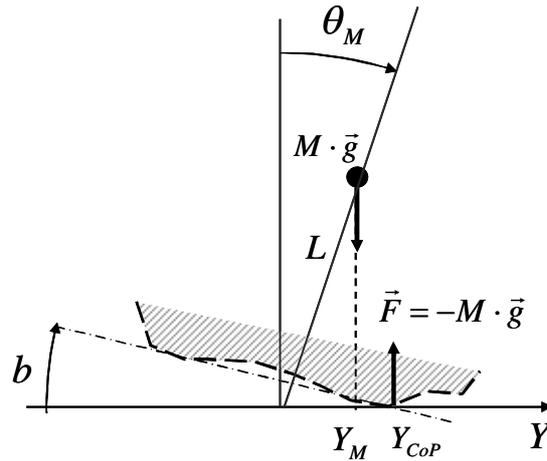


Figure A 11 : Pendule inversé. Socle quelconque.

Le CoP se déplace à chaque pas de temps en fonction de $b(t)$.

La forme est décrite par une fonction $Y_{CoP}(b)$.

1.5.2 Méthode

On considère la surface de contact comme une succession de segments entre deux points.

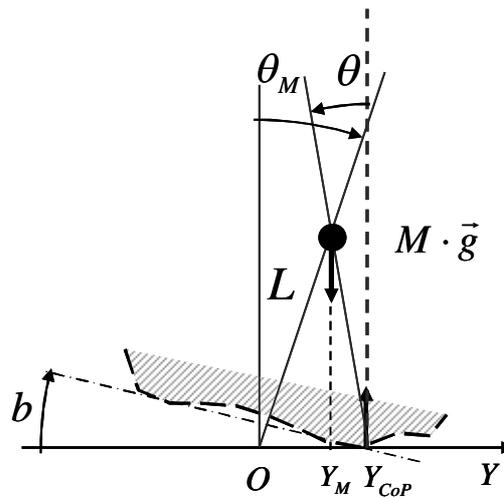


Figure A 12 : Pendule inversé. Socle quelconque. Changement de variable.

Ce qui mène à chercher la fonction locale sous la forme :

$$\theta = A \cdot e^{\omega_0 t} + B \cdot e^{-\omega_0 t} \text{ et } \frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega_0 (A \cdot e^{\omega_0 t} - B \cdot e^{-\omega_0 t}) \quad (\text{A3-25})$$

$$\theta_M = \theta - \frac{Y_{CoP}}{L} \Rightarrow \theta_M(t) = A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t} - \frac{Y_{CoP}(t)}{L} \quad (\text{A3-26})$$

$$\text{et } \frac{\partial \theta_M}{\partial t} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega t} - B \cdot e^{-\omega t}) - \frac{1}{L} \cdot \frac{dY_{CoP}(t)}{dt} \quad (\text{A3-27})$$

avec $Y_{CoP}(t)$ qui varie dans le temps.

Rappel sur les méthodes de résolution implicites [127]–[129].

Soit une équation de la forme.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = S(t)$$

a priori $S(t)$ est une fonction de l'espace x, y, z et de $f(t)$ et du temps t

Connaissant l'état au temps t_0 on va chercher la solution au temps $t = t_0 + \Delta t$.

En première approximation, sachant que Δt est petit, un réflexe est de chercher la solution sous la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t} = S(t_0) \quad (\text{A3-28})$$

Soit donc

$$f(t_0 + \Delta t) = f(t_0) + \Delta t \cdot S(t_0) \quad (\text{A3-29})$$

C'est la méthode explicite qui nécessite des pas de temps très petits et qui en général diverge du fait de la variation dans le temps de $S(t)$.

Aussi a-t-on recours aux méthodes implicites qui prennent en compte l'évolution de $S(t)$ dans le temps et qui s'écrivent :

$$\frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t} = \alpha \cdot S(t_0 + \Delta t) + (1 - \alpha) \cdot S(t_0) \quad (\text{A3-30})$$

où α est le coefficient d'implicité $0 \leq \alpha \leq 1$.

Si $\alpha = 0$ on retrouve la méthode explicite.

Il est montré que la stabilité de la convergence est assurée pour $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$

Par ailleurs, $\alpha = \frac{1}{2}$ minimise les erreurs du second ordre (approximation parabolique de $f(t)$ entre t_0 et $t_0 + \Delta t$). C'est la méthode semi-implicite dite de Cranck Nicolson.

Considérons l'équation sous la forme :

$$f(t_0 + \Delta t) - \Delta t \cdot \alpha \cdot S(t_0 + \Delta t) = f(t_0) + \Delta t \cdot (1 - \alpha) \cdot S(t_0) \quad (\text{A3-31})$$

Le membre de gauche de l'équation est à déterminer en fonction du membre de droite. Le problème est que le membre de gauche est une fonction implicite.

Supposons que sur la durée Δt , le terme $S(t)$ varie peu. Soit S_0 est une approximation de $S(t_0 + \Delta t)$ on peut chercher la solution sous la forme $S(t_0 + \Delta t) = S_0 + \Delta S$ en supposant ΔS petit.

En négligeant ΔS il vient :

$$f(t_0 + \Delta t) = f(t_0) + \Delta t \cdot (1 - \alpha) \cdot S(t_0) + \Delta t \cdot \alpha \cdot S_0 \quad (\text{A3-32})$$

La première approximation est $S_0 = S(t_0)$

Une fois calculé $f(t_0 + \Delta t)$, on calcule S_0 pour cette valeur et on recommence jusqu'à convergence $|\Delta S| < \varepsilon$.

1.5.3 Résolution semi implicite

Nous utilisons une méthode semi implicite (Crank-Nicholson) qui dans le cas présent s'écrit

$$Y_{CoP1/2} = \frac{Y_{CoP}(t) + Y_{CoP}(t + \Delta t)}{2} \quad (\text{A3-33})$$

Elle nécessite un calcul itératif pour déterminer $Y_{CoP}(t + \Delta t)$. Pour la première itération $Y_{CoP}(t + \Delta t) = Y_{CoP}(t)$ ce qui permet de calculer une première valeur de $\theta(t + \Delta t)$, qui modifie $Y_{CoP}(t + \Delta t)$. Le processus est itéré jusqu'à convergence à la précision demandée.

$$\theta_M(t) = A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t} - \frac{Y_{CoP1/2}}{L} \quad \text{et} \quad \frac{d\theta_M}{dt} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega t} - B \cdot e^{-\omega t}) \quad (\text{A3-34})$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\theta_M(t) + \frac{Y_{CoP1/2}}{L} + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\theta_M}{dt} \Big|_t \right) \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{2} \left(\theta_M(t) + \frac{Y_{CoP1/2}}{L} - \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\theta_M}{dt} \Big|_t \right) \quad (\text{A3-35})$$

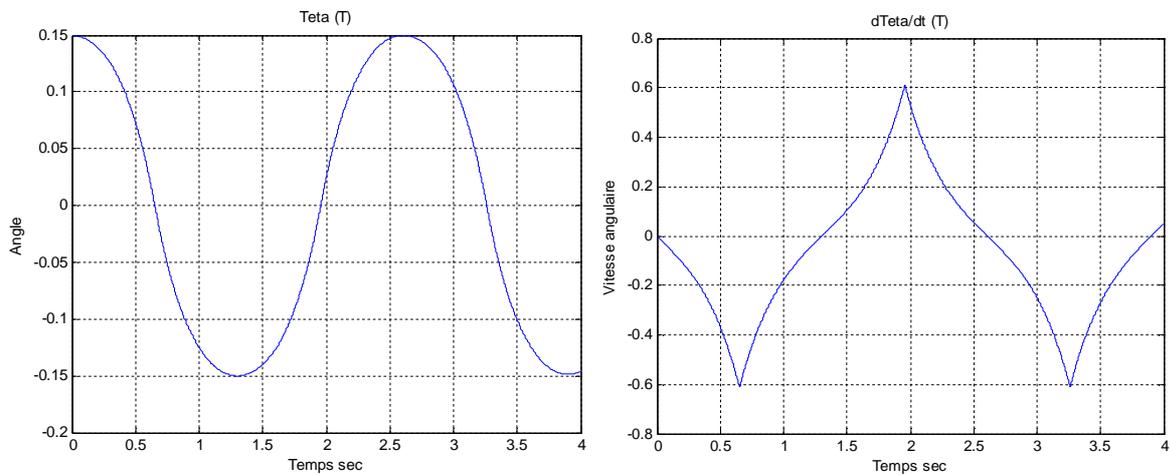
1.5.4 Test de la méthode

On compare les résultats de la méthode avec les solutions analytiques obtenues précédemment.

Cas d'une structure avec 2 points de contact

Simulation des oscillations de forte amplitude.

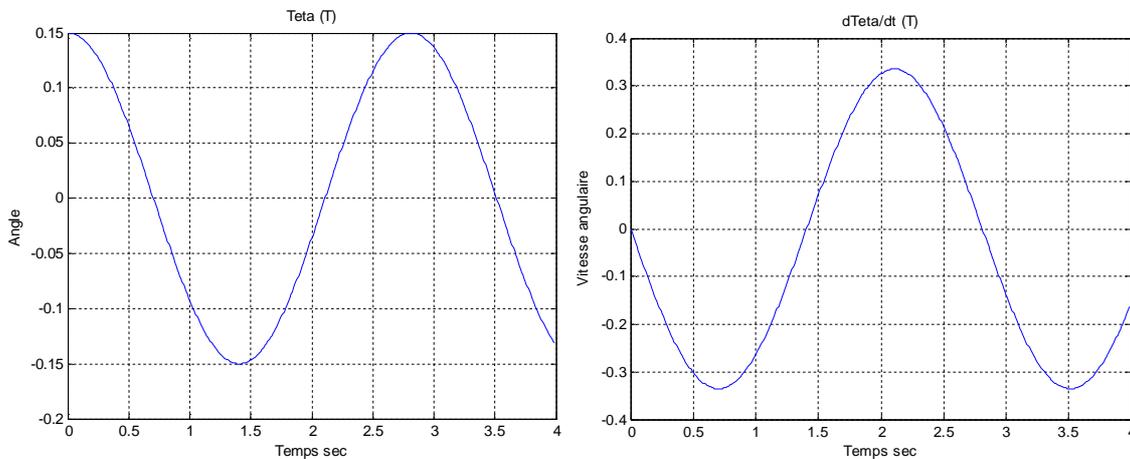
simulation de $\theta(t)$ sur une période @ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$; $\theta_0 = 0.15rd$;



**Figure A 13 : Simulation de l'angle et de la vitesse angulaire.
Pendule inversé. Socle sur deux points.**

Cas d'une structure cylindrique : Le culbuto

simulation de $\theta(t)$ sur une période @ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$; $\theta_0 = 0.15rd$; Rayon $R(\theta) = R_s = 1,5$



**Figure A 14 : Simulation de l'angle et de la vitesse angulaire.
Pendule inversé. Socle cylindrique.**

Il n'y a pas de différence appréciable entre solutions analytiques et simulations

Les résultats confirment la minimisation des erreurs.

1.6 Simulation d'un pied

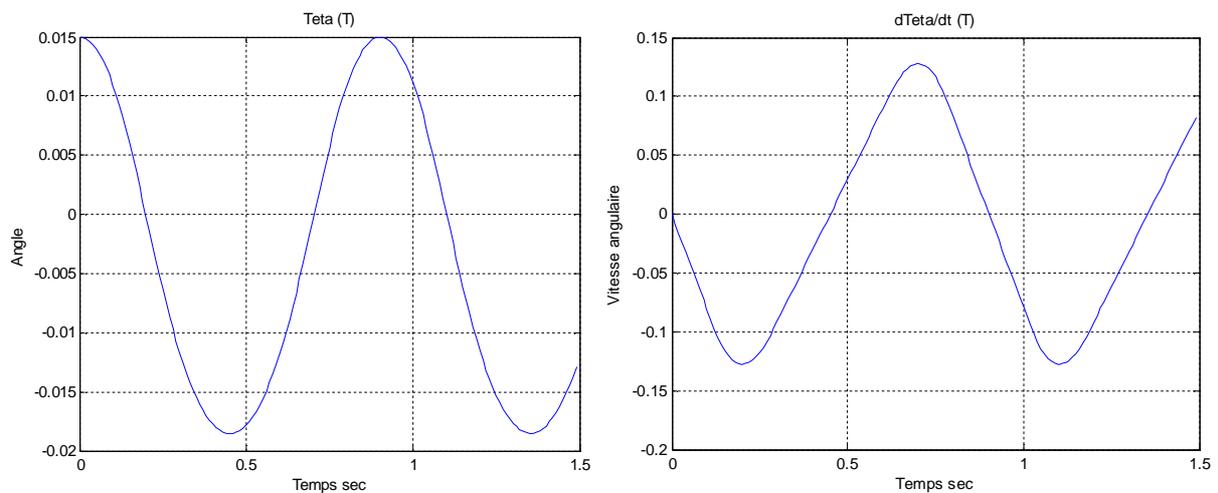
A partir de la forme interne du pied numérique on calcule la position du CoP suivant y en fonction b paramètre de l'assiette en bloquant la rotation suivant x, $a \equiv 0$.

Le calcul dépend des caractéristiques du milieu élastique. Le paramètre c de l'assiette est auto ajusté pour que l'intégrale des pressions plantaires, liées à la compression du milieu élastique, égale la force totale appliquée.

Cas d'un pied nu, cheville bloquée (*arthrodèse de la cheville*) $b(t) = \theta(t)$.

La forme est décrite par une fonction tabulée $Y_{CoP}(b) = Y_{CoP}(semelle, b, M)$.

Simulation de $\theta(t)$ et $\frac{d\theta}{dt}$ @ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$; $M = 50kg$; Raideur=0.2; Epaisseur=0.2 cm ;
 $\theta_0 = 0.015rd$



**Figure A 15 : Simulation de l'angle et de la vitesse angulaire.
Pendule inversé. Pied.**

1.6.1 Déplacement du centre de pression des trois cas précédents

La nature des oscillations dépend de la surface de contact avec le sol.

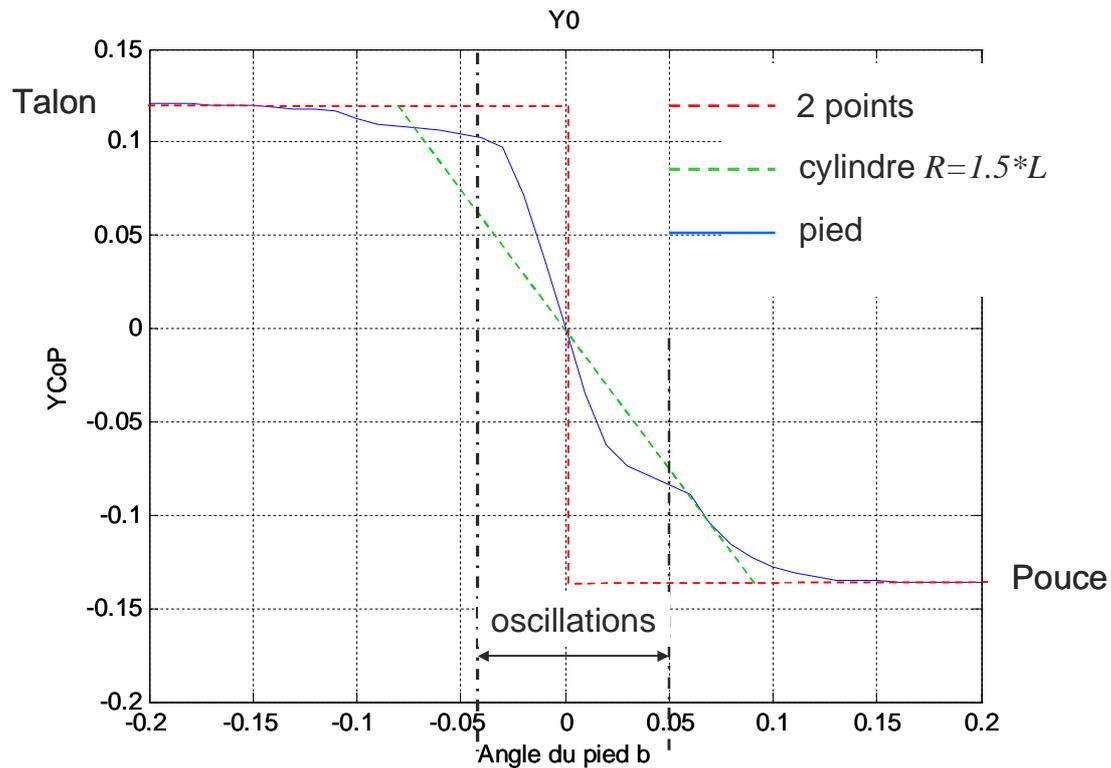


Figure A 16 : Déplacement du centre de pression pour les différents socles.

Sur les trois structures étudiées, deux points, cylindrique et quelconque on a étudié le phénomène oscillatoire de l'asservissement de l'équilibre. La figure montre la variation du centre de pression pour ces trois structures de supports.

En passant du talon vers l'avant, la structure de deux points présente une variation instantanée du CoP qui correspond au changement du point d'appui. La structure cylindrique avec un rayon de courbure de 1.5 m, présente une variation du CoP plus étendu. Par contre, un pied présente une variation du CoP intermédiaire aux deux cas précédents. Cette variation est fonction des caractéristiques du milieu élastique au-dessous du pied. Pour un pied nu, la courbe de variation du CoP rapproche de celle de la structure à deux points. Donc le CoP passe du talon vers le pouce sans passage par le milieu du pied. D'autre part, pour un pied sur une semelle élastique la variation du CoP rapproche de celle de la structure cylindrique. A noter que si le rayon de courbure est important $R_s \rightarrow \infty$, la variation du $CoP \rightarrow \infty$ et en conséquence l'équilibre est perdu. Ce qui correspond à maintenir l'équilibre sur un matelas mou.

1.7 Stabilité de la solution temporelle

Il est fondamental que la résolution numérique n'apporte pas d'erreur significative dans le temps, telle qu'une variation de l'amplitude ou de la fréquence. Ci-après sont présentées les oscillations sur une durée de 50 secondes. La solution ne présente aucune dérive en amplitude et en fréquence qui ne serait pas le cas avec une méthode explicite qui divergerait rapidement.

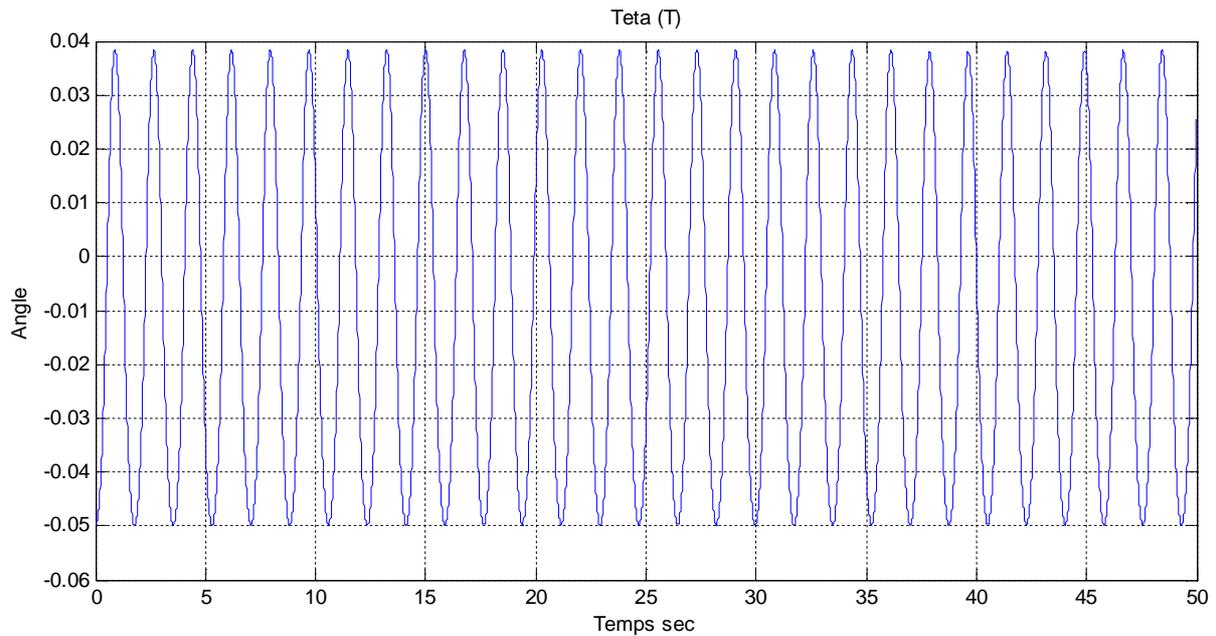


Figure A 17 : Simulation de la stabilité temporelle de l'angle.

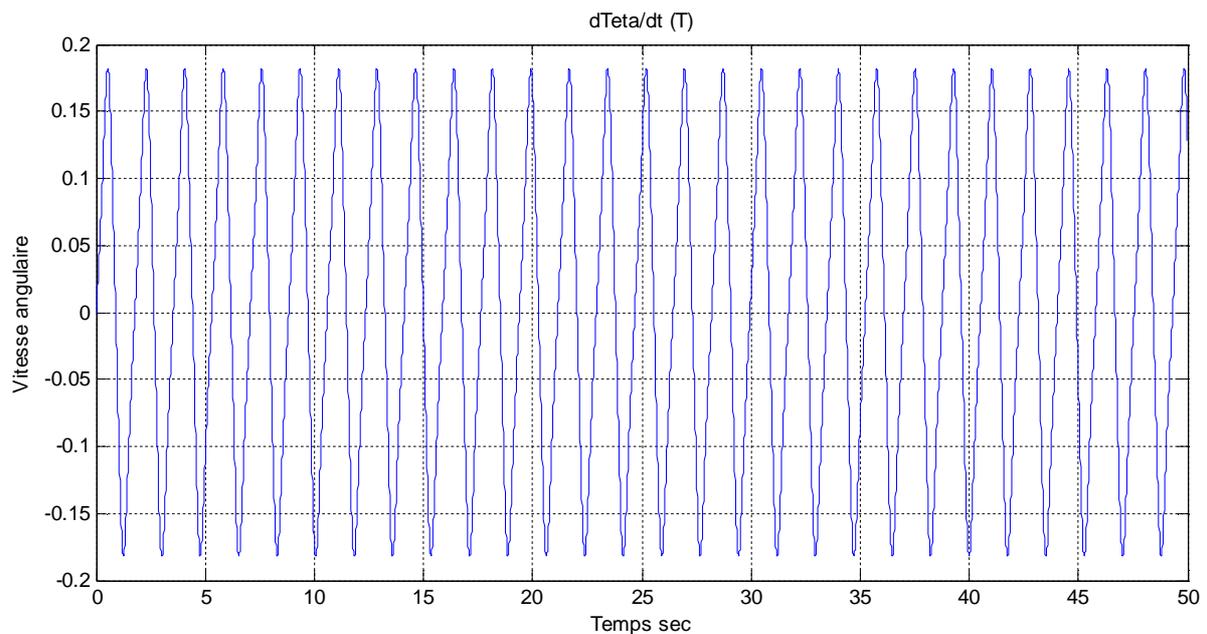


Figure A 18 : Simulation de la stabilité temporelle de la vitesse angulaire.

1.8 Simulation d'un asservissement PID

L'objet de cette première étape est d'avoir une idée de la fonction de transfert de la semelle qui n'est pas linéaire et change avec l'épaisseur. Le système d'asservissement de la position est supposé être du type PID à partir de l'angle de la jambe $\theta(t)$, ce qui n'est pas le cas dans le processus de recherche de l'équilibre du corps humain.

Asservissement PID de l'angle du pied. $b(t)$ à partir de l'angle de la jambe $\theta(t)$.

$$b(t) = C_{Prop} \cdot \theta(t) + C_{Int} \cdot \int_t \frac{\theta(u) - 0}{\tau} \cdot du + C_{Deriv} \cdot \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_t \quad (\text{A3-36})$$

Remarque : $C_{Prop} = 1$, avec $C_{Int} = C_{deriv} = 0$ correspond à la cheville bloquée.

Si la semelle est épaisse, la contre-réaction sur la dérivée doit être augmentée.

Simulation de $\theta(t)$ et $\frac{d\theta}{dt}$ @ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$; Raideur=0.2; Epaisseur=1.2 cm ; $\theta_0 = 0.05rd$;
 $\tau = 0.5\text{sec}$; $C_{Prop} = 0.01$; $C_{Integral} = 1$; $C_{Deriv} = 2$

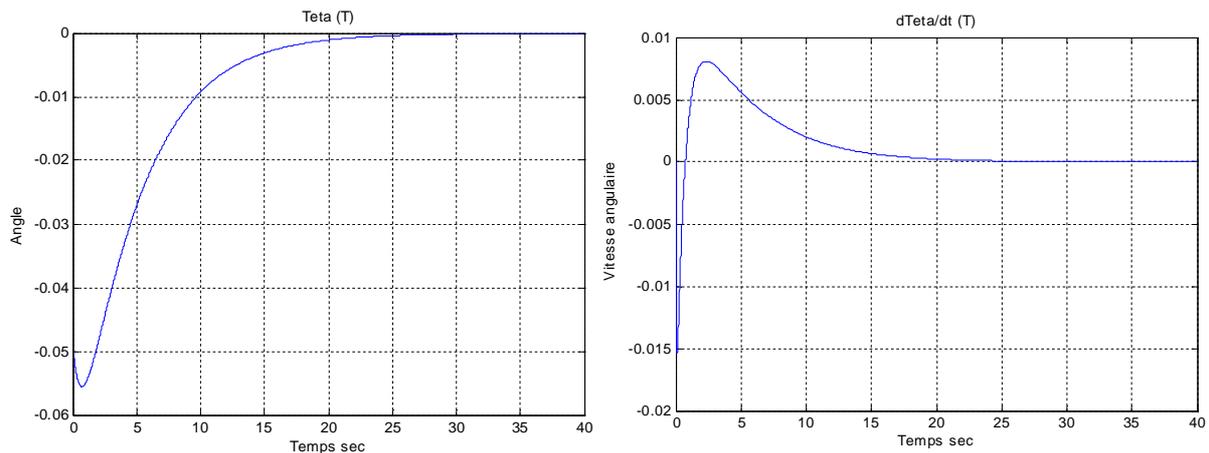


Figure A 19 : Simulation de la réponse du PID à un échelon.

1.9 Contre réaction humaine

L'étude de l'asservissement de l'équilibre dynamique avec un simple PID donne une indication sur l'effet de chaque coefficient sur l'oscillation de centre de masse. L'asservissement d'équilibre est généré par un système de contre réaction au niveau des muscles. La commande des muscles est assurée en permanent par le système nerveux pour maintenir l'équilibre.

Physiologiquement, trois sensations fournissent les informations nécessaires au contrôle de l'équilibre :

- Les sensations somatiques au niveau des pieds
- Les yeux
- L'oreille interne

✓ Les sensations somatiques au niveau des pieds

Après un déséquilibre, les forces sous les pieds ont changé. La différence de pression sous le talon et l'avant du pied donne une information sur le déplacement du *CoP*. Réciproquement le moment du *CoP* correspond à sa position et aux sensations somatiques perçues. L'équilibre est assuré lorsque le *CoP* perçu correspond au *CoP* d'équilibre souhaité qui a pour coordonner $Y_{CoP} = 0$ en prenant pour origine le milieu du pied.

La recherche de l'équilibre a pour consigne $Y_{CoP} = 0$.

Le déplacement du CoP dans le temps ne peut pas être utilisé comme terme dérivé.

✓ Les yeux et l'oreille interne

Les yeux et l'oreille interne fournissent des informations sur la variation de la position de la tête dans le temps. Soit donc sur la vitesse angulaire du centre de masse qui correspond à $\frac{\partial\theta_M}{\partial t}$ si on admet que le bassin est bloqué.

Des études sont faites sur plateforme de force mobile avec les yeux fermés et d'autres dans un environnement tournant avec les yeux ouverts [5]. Dans les deux cas l'équilibre du patient est perturbé. Donc la perception de la vitesse angulaire par les yeux donne une information sur l'état du déséquilibre.

Par contre, ni les yeux, ni l'oreille interne ne fournissent d'information précise sur l'angle du centre de masse θ_M qui correspond à la position spatiale précise par rapport aux pieds que l'on ne regarde pas.

Mathématiquement, les paramètres d'entrée de la contre réaction sont différents des précédents qui étaient directement issus de la position θ_M du centre de masse.

Ils pourraient être :

- La position du CoP : Y_{CoP} qui correspond à la position angulaire $\frac{Y_{CoP}}{L}$.
- La vitesse angulaire : $\frac{\partial\theta_M}{\partial t}$.

Il vient a priori :

$$b(t) = C_{Prop} \cdot \frac{Y_{CoP}(t)}{L} + C_{Int} \cdot \int_t \frac{Y_{CoP}(u) - 0}{L \cdot \tau} \cdot du + C_{Deriv} \cdot \frac{\partial\theta_M}{\partial t} \Big|_t \quad (A3-37)$$

En pratique, aucune sensation ne permet de connaître la position angulaire du centre de masse. Le terme intégrale joue le rôle de recherche de l'équilibre et rend compte du temps mis en œuvre de la réponse au déséquilibre détecté par la position du centre de masse. Le terme proportionnel est moins essentiel. Par contre, le terme dérivé est fondamental. C'est la perception de la vitesse angulaire par les yeux et l'oreille interne.

Pour voir l'action de la contre réaction dans l'asservissement de l'équilibre, des simulations sont faites sans le coefficient de proportionnalité pour différents constantes de temps de la réponse des sensations somatique. Les simulations sont faites pour un pied nu.

Prenant tous d'abord un temps d'intégration $\tau = 0.5$ sec. La Figure 116 présente la simulation de $\theta(t)$ et $\frac{d\theta(t)}{dt}$ dont les conditions de simulations sont $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{10}$,

$M = 50 \text{ kg}$, $Raideur = 0.2$, $Epaisseur = 0.2 \text{ cm}$, $\theta_0 = 0.05 \text{ rd}$, $\tau = 0.5 \text{ sec}$, $C_{Prop} = 0$,
 $C_{Int} = 1$, $C_{Deriv} = 0.5$.

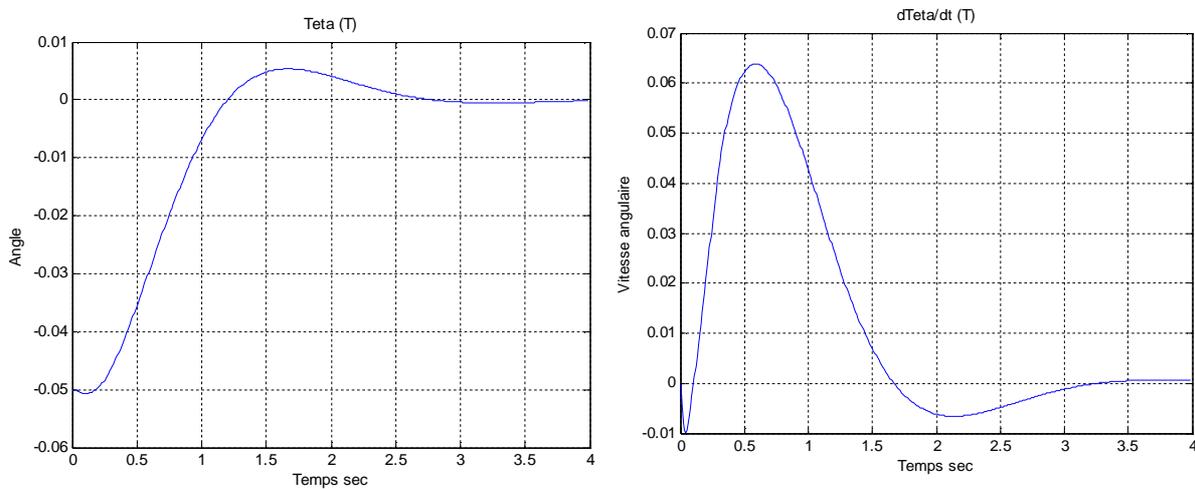


Figure A 20 : Réponse du système de contre réaction pour un pied nu.

2 Simulation de la dynamique de l'équilibre sur deux pieds

2.1 Système de coordonnées

L'orientation du bassin définit les directions x et y . Les pieds sont positionnés sur le plan x, y .

Au repos le centre de masse se projette en x_{M0}, y_{M0} au barycentre des deux $CoP_{G,D}$ des pieds. Le point x_{M0}, y_{M0} .

On utilise deux types de rotations orthogonales : les rotations x dans le plan x,z et les rotations y dans le plan y,z .

Les angles de rotation du centre de masse θ_{Mx} et θ_{My} sont exprimés à partir de Oz .

Description à l'équilibre au repos :

L'équilibre au repos est la position recherchée qui a priori minimise les moments et assure la plus grande stabilité. Au repos le $CoP_{G,D}$ d'un pied (arbitraire) est situé vers le milieu du pied. Il dépend de la forme du pied, de la musculature et de la position naturelle de l'individu.

Dans ce repère chacun des pieds présente une rotation autour de z , respectivement θ_D, θ_G qui dépend de la posture habituelle de l'individu. En position de repos debout statique, nous avons vu que $\theta_D = \theta_G$. Par convention $\theta_D = \theta_G > 0$ correspond aux pieds ouverts.

Une fois fixées les rotations, on définit les positions relatives des deux pieds.

Soit $(\Delta x_p, \Delta y_p)$ l'écart entre les chevilles des pieds au repos.

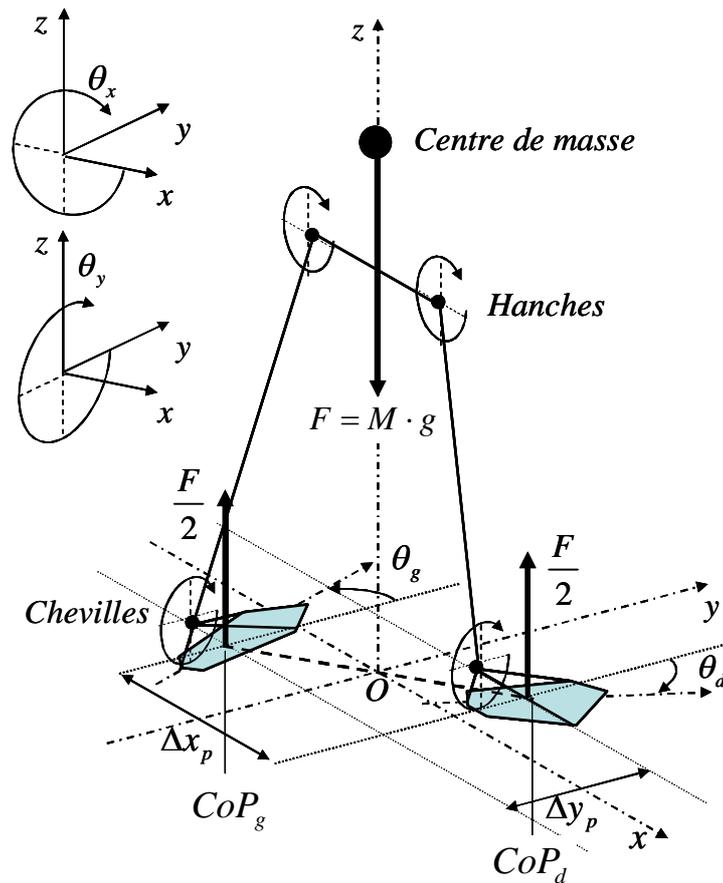


Figure A 21 : Géométrie du modèle de simulation de l'équilibre dynamique.

Au repos, il y a équilibre des moments et des forces sur chacun des pieds. Supposons pour exemple que les forces soient égales sur chacun des pieds. $F_D = F_G = \frac{F}{2}$.

Aussi le centre de masse au repos se projette au milieu du segment reliant les deux $CoP_{G,D}$.

Le déplacement du centre de masse est décrit par les rotations $\theta_{M_x}, \theta_{M_y}$ par rapport à la verticale. Par définition nous fixons $\theta_{M_x} = \theta_{M_y} \equiv 0$ en position de repos statique de départ.

2.2 Hypothèses

Le tronc et le bassin forment un élément rigide. Aucun mouvement des vertèbres.

La jambe et la cuisse forment un élément rigide. Le genou est bloqué.

Les articulations actives sont les chevilles et les hanches.

Ceci correspond à 8 degrés de libertés, rotations en x et y pour chacune des chevilles et des hanches.

Les déplacements antéropostérieurs sont contrôlés par la rotation y de chacune des chevilles.

Les déplacements medio latéraux sont contrôlés par la rotation x de l'ensemble des hanches. La rotation x des chevilles n'intervient pas.

Ces hypothèses limitent à 4 le nombre de degrés de liberté. Ces rotations sont le résultat des couples exercés par les muscles des jambes et des hanches.

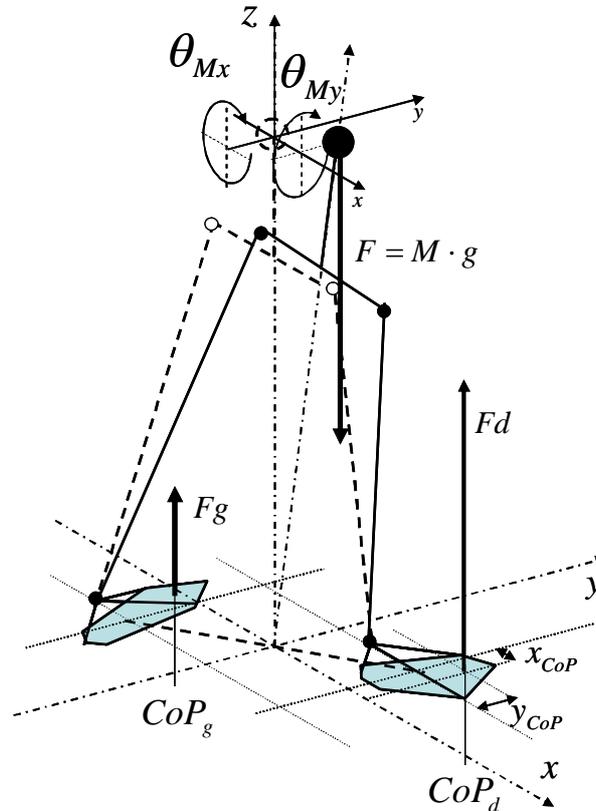


Figure A 22 : Angles de rotation du modèle de simulation de l'équilibre dynamique.

La cinétique de déplacement du centre de masse dans le temps peut être décomposée en deux rotations dans les directions orthogonales x et y .

2.3 Grandeurs physiques

Soit θ_{Mx}, θ_{My} les angles du centre de masse par rapport à la verticale du centre de pression du repos statique de référence.

La rotation θ_{Mx} implique un déplacement de la projection de centre de masse $x_M = \theta_{Mx} \cdot L$.

La rotation θ_{My} implique un déplacement de la projection de centre de masse $y_M = \theta_{My} \cdot L$.

Dans ce repère, l'accélération de la pesanteur est g suivant $-z$. La force exercée par la pesanteur est suivant z : $F_z = -M \cdot g$.

Les angles θ_{Mx}, θ_{My} sont définis par rapport à la verticale du centre de pression du repos statique CoP_0 . Si on écarte le centre de masse de cette position le corps va osciller pour retrouver cette position.

Mais le centre de repos est le choix de l'individu. Il peut également en changer. Dans les études que nous avons effectuées, il est demandé un déplacement forcé, ce qui revient à changer la position de centre de masse souhaitée.

Il y a donc un centre de repos statique qui sert d'origine aux angles et une position du centre de masse souhaitée qui peut être dynamique.

Suivant y :

$$\text{Le moment inertiel est } \check{M}_{yy} = L^2 \cdot \frac{d^2\theta_{My}}{dt^2} \cdot M . \quad (\text{A3-38})$$

$$\text{Le moment du centre de masse suivant } y \text{ est } \check{M}_{My} = -M \cdot g \cdot L \cdot \theta_{My} . \quad (\text{A3-39})$$

Considérons les moments des contre réaction des pieds.

$$\text{Pour le pied gauche } \check{M}_{Gy} = \left[F_G \cdot \left(-\frac{\Delta y_p}{2} \right) + \check{M}yG_{CoP} \right], \quad (\text{A3-40})$$

où $\check{M}yG_{CoP}$ est le moment suivant y par rapport au CoP_0 .

$$\text{Pour le pied droit } \check{M}_{Dy} = \left[F_D \cdot \left(\frac{\Delta y_p}{2} \right) + \check{M}yD_{CoP} \right], \quad (\text{A3-41})$$

où $\check{M}yD_{CoP}$ est le moment suivant y par rapport au CoP_0 .

Remarque : Les contre réactions dépendent des moments et non du seul déplacement du CoP . D'autre part, il est impossible de déterminer le CoP lorsque la force est nulle. Par contre, le moment est calculable. Pour ces raisons nous exprimons les équations à partir des moments et non des CoP .

La somme des moments est nulle :

$$L^2 \cdot \frac{d^2\theta_{My}}{dt^2} \cdot M - M \cdot g \cdot L \cdot \theta_{My} + (\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}) = 0 \quad (\text{A3-42})$$

$$\frac{d^2\theta_{My}}{dt^2} - \frac{g}{L} \cdot \theta_{My} + \frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L^2 \cdot M} = 0 \quad (\text{A3-43})$$

Soit $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$. Supposons $\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L^2 \cdot M}$ constant.

Cherchons la solution sous la forme :

$$\theta_{My} = A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t} + C \quad (\text{A3-44})$$

$$\frac{d\theta_{My}}{dt} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega t} - B \cdot e^{-\omega t}) \quad (\text{A3-45})$$

$$\frac{d^2\theta_{My}}{dt^2} = \omega^2 \cdot (A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t}) \quad (\text{A3-46})$$

Il vient $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

Comme $\frac{d^2\theta_{My}}{dt^2} - \frac{g}{L} \cdot \theta_{My} + \frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L^2 \cdot M} = 0$ il vient

$$-\frac{g}{L} \cdot C + \frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L^2 \cdot M} = 0 \quad (\text{A3-47})$$

$$\text{Et donc } C = \frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \quad (\text{A3-48})$$

$$\theta_{My} = A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t} + \frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \quad (\text{A3-49})$$

Entre t et $t + \Delta t$ on utilise le schéma semi-implicite avec :

$$\left(\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)(t) + \left(\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)(t + \Delta t) \right] \quad (\text{A3-50})$$

Soit alors

$$\theta_{My}(t) = A \cdot e^{\omega t} + B \cdot e^{-\omega t} + \left(\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} \quad (\text{A3-51})$$

$$\frac{d\theta_{My}}{dt} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega t} - B \cdot e^{-\omega t}) \quad (\text{A3-52})$$

Soit $t = t_0 + \delta t$ où $0 \leq \delta t \leq \Delta t$

$$\theta_{My}(t_0 + \delta t) = A \cdot e^{\omega \delta t} + B \cdot e^{-\omega \delta t} + \left(\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} \quad (\text{A3-53})$$

$$\frac{d\theta_{My}}{dt} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega \delta t} - B \cdot e^{-\omega \delta t})$$

Supposons que pour $t = 0$ on ait $\theta_{My} = \theta_{My}(t_0)$ et $\frac{d\theta_{My}}{dt} = \frac{d\theta_{My}}{dt} \Big|_{t_0}$, il vient ;

$$A = \frac{1}{2} \left(\theta_{My}(t_0) - \left(\frac{\check{M}_{Gy} + \check{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\theta_{My}}{dt} \Big|_{t_0} \right) \quad (\text{A3-54})$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\theta_{My}(t_0) - \left(\frac{\tilde{M}_{Gy} + \tilde{M}_{Dy}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\theta_{My}}{dt} \Big|_{t_0} \right) \quad (\text{A3-55})$$

Suivant x :

La solution est similaire.

$$L^2 \cdot \frac{d^2\theta_{Mx}}{dt^2} \cdot M - M \cdot g \cdot L \cdot \theta_{Mx} + (\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}) = 0 \quad (\text{A3-56})$$

$$\frac{d^2\theta_{Mx}}{dt^2} - \frac{g}{L} \cdot \theta_{Mx} + \frac{\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}}{L^2 \cdot M} = 0 \quad (\text{A3-57})$$

$$\text{Où } \tilde{M}_{Gx} = \left[F_G \cdot \left(-\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \tilde{M}_x G_{CoP} \right] \text{ et } \tilde{M}_{Dx} = \left[F_D \cdot \left(\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \tilde{M}_x D_{CoP} \right]. \quad (\text{A3-58})$$

Soit $t = t_0 + \delta t$ où $0 \leq \delta t \leq \Delta t$

$$\theta_{Mx}(t_0 + \delta t) = A \cdot e^{\omega \cdot \delta t} + B \cdot e^{-\omega \cdot \delta t} + \left(\frac{\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} \quad (\text{A3-59})$$

$$\frac{d\theta_{Mx}}{dt} = \omega \cdot (A \cdot e^{\omega \cdot \delta t} - B \cdot e^{-\omega \cdot \delta t}) \quad (\text{A3-60})$$

Supposons que pour $t=0$ on ait $\theta_{Mx} = \theta_{Mx}(t_0)$ et $\frac{d\theta_{Mx}}{dt} = \frac{d\theta_{Mx}}{dt} \Big|_{t_0}$, il vient ;

$$A = \frac{1}{2} \left(\theta_{Mx}(t_0) - \left(\frac{\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\theta_{Mx}}{dt} \Big|_{t_0} \right) \quad (\text{A3-61})$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\theta_{Mx}(t_0) - \left(\frac{\tilde{M}_{Gx} + \tilde{M}_{Dx}}{L \cdot g \cdot M} \right)_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\theta_{Mx}}{dt} \Big|_{t_0} \right) \quad (\text{A3-62})$$

2.4 Paramètres du problème à deux pieds

Les angles b_G, b_D des pieds ainsi que l'angle $\theta_h = \frac{\Delta c}{\Delta x_h}$ des hanches dépendent des forces musculaires commandées par le cerveau en fonction des moments perçus par les pieds et de la vitesse perçue par l'oreille interne et les yeux.

Convention : Une augmentation de b_D déplace le CoP du pied droit vers l'avant (+y), de même une augmentation de Δc déplace le CoP vers la droite (+x)

En d'autres termes, $\tilde{M}_G(\tilde{M}xG_{CoP}, \tilde{M}yG_{CoP})$ et $\tilde{M}_D(\tilde{M}xD_{CoP}, \tilde{M}yD_{CoP})$ sont les sensations somatiques au niveau des pieds qui, avec $\frac{d\theta_M}{dt}$, vont commander les rotations b_G, b_D, θ_h afin d'assurer l'équilibre au plus proche de la position de repos, qui est la consigne à atteindre.

La position du centre de masse $(\theta_{Mx}, \theta_{My})$ est le résultat des équations cinétiques. Ces équations dépendent de : $F_G, F_D, \tilde{M}xG_{CoP}, \tilde{M}xD_{CoP}, \tilde{M}yG_{CoP}, \tilde{M}yD_{CoP}$.

Les valeurs de ces 6 paramètres sont le résultat de l'action des 3 paramètres b_G, b_D et $\Delta c = \Delta x_h \cdot \theta_h$ fournis par la contre-réaction, et de la relation complémentaire $F_G + F_D = F$. Ce sont des fonctions qui découlent des pressions plantaires des pieds.

2.5 Pressions plantaires

Pour traiter l'équilibre dynamique à deux pieds, il est nécessaire pour une position des pieds et des semelles données de connaître les moments suivant x et y de chaque pied par rapport aux CoP_0 et la force totale appliquée à chaque pied en fonction de b_G, b_D et Δc .

Les coordonnées des points de chaque pied sont exprimées par rapport à la cheville du pied.

L'équilibre dynamique est la recherche de la position qui permet de situer le CoP des pieds sur le correspondant à la position choisie du centre de masse et d'égaliser les forces appliquées à chaque pied.

La somme totale des forces est

$$\sum_G f^k + \sum_D f^k = F \quad (\text{A3-63})$$

Les forces appliquées sur chaque pied sont :

$$F_D = \sum_D f^k \text{ et } F_G = \sum_G f^k \quad (\text{A3-64})$$

Chacune des forces locale f^k (*force/pixel*) est donnée par :

$$f^k = f(z_C^k, \text{epais}, \text{raid}) \text{ avec } z_C^k = a_{G,D} \cdot x_k + b_{G,D} \cdot y_k + c_{G,D} + z_{IS}^k. \quad (\text{A3-65})$$

La fonction z_C^k est la compression du milieu élastique. Si $z_C^k \leq 0$ aucune pression sur le milieu élastique, aucune force de contre réaction. L'amplitude de la compression est au mieux l'épaisseur du milieu élastique $z_C^k < \text{epais}$.

Nous supposons que la cheville est libre suivant x . Soit donc $a_{G,D} = 0$.

Il vient $z_C^k = b_{G,D} \cdot y_k + c_{G,D} + z_{IS}^k$

Les pressions pour une position donnée dépendent de 4 paramètres b_G, b_D, c_G, c_D .

b_G et b_D correspondent à l'angle de rotation de chaque pied en y .

$$\theta_h = \frac{c_D - c_G}{\Delta x_h} \quad (\text{A3-66})$$

correspond à l'angle de rotation des hanches en x espacées de Δx_h .

La différence d'altitude (z) des chevilles ($z=c$) correspond au déplacement vertical dû à l'angle de rotation des hanches θ_h .

Les pressions pour une position donnée dépendent de 4 paramètres b_G, b_D, θ_h et F tel que

$$\sum_G f^k + \sum_D f^k = F \quad (\text{A3-67})$$

$$\text{Soit } \Delta c = c_D - c_G = \theta_h \cdot \Delta x_h. \quad (\text{A3-68})$$

$$\text{Soit } c_D = \frac{\Delta c}{2} + c_k \text{ et } c_G = c_k - \frac{\Delta c}{2} \text{ où } c_k \text{ est une constante} \quad (\text{A3-69})$$

Alors, une fois imposés b_G, b_D, θ_h et F , le problème revient à déterminer c_k tel que

$$\sum_G f^k + \sum_D f^k = F.$$

La connaissance de tous les F_i fournit la position du CoP de chaque pied par rapport à son centre d'équilibre CoP_0 et la force totale sur le pied qui servent d'indication des sensations somatiques aux contres réactions angulaires b_G, b_D, θ_h .

A chaque pas de temps, une fois imposés b_G, b_D, θ_h et F , déterminer c_k tel que

$$\sum_G f^k + \sum_D f^k = F$$

mènerait à des temps de calcul prohibitifs.

L'idée est de générer des tables paramétrées de valeurs prédéterminées, avec extrapolations entre valeurs. Pour cela il est plus simple d'utiliser Δc en place de θ_h . Pour les mêmes pieds et les mêmes semelles, ce paramétrage permet d'utiliser les mêmes tables indépendamment de la position des pieds au sol.

2.6 Mise en œuvre

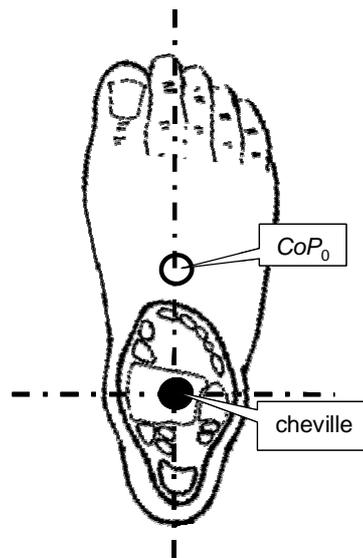


Figure A 23 : Position du CoP au repos.

Les coordonnées du profil du pied sont données ci-dessus. L'origine est le centre de pression au repos CoP_0 . La cheville est à $4,5\text{ cm}$ en dessous de l'origine.

L'axe x du repère général est donné par la direction des hanches.

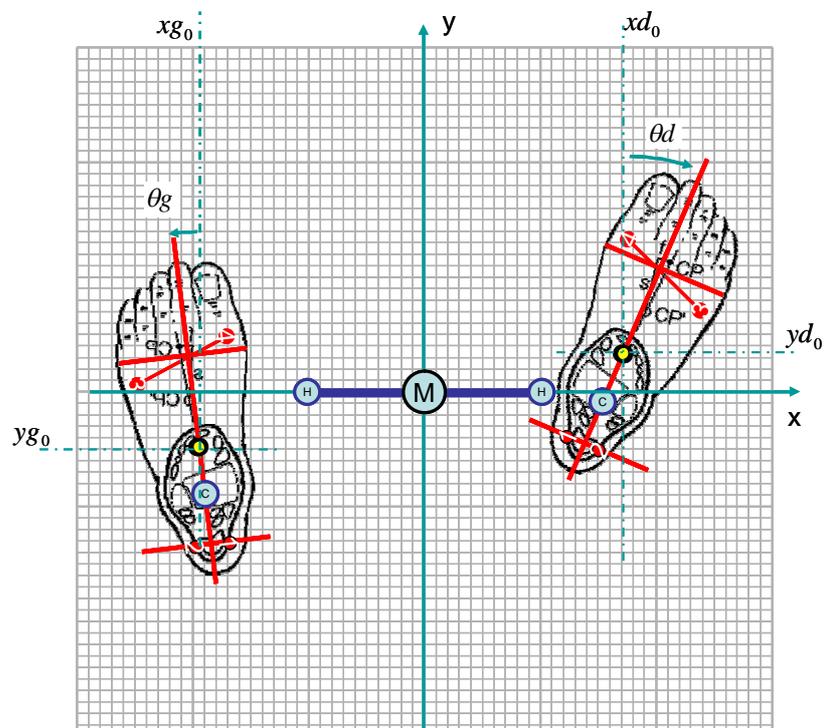


Figure A 24 : Position des pieds au sol.

Dans ce repère chacun des pieds a une rotation par rapport à z , respectivement θ_D, θ_G .

Les coordonnées de chacun des points des pieds sont exprimées par rapport au CoP_0 du pied après rotation.

Pour les pieds, les rotations en x et y se font au niveau de la cheville.

Nous supposons par la suite que la cheville est libre suivant x . Soit donc $a_{D,G} = 0$.

$$z_C^k = b_{G,D} \cdot y_k + c_{G,D} + z_{IS}^k$$

$\theta_h = \frac{c_D - c_G}{\Delta x_h}$ est l'angle de rotation des hanches suivant x espacées de Δx_h , qui est utilisé

pour la contre-réaction.

2.7 Contre réaction humaine

La simulation se fait à partir des coefficients donnant la force et les moments de chaque pied en fonction des pressions des capteurs discrets, $j=1,L$ avec $L=3$, extraits des mesures expérimentales. Pour la posture i , il vient

$$F_i = \sum_{j=1}^L Cf_j \cdot fc_i^j; \quad Mx_i = \sum_{j=1}^L Cmx_j \cdot fc_i^j; \quad My_i = \sum_{j=1}^L Cmy_j \cdot fc_i^j \quad (\text{A3-70})$$

Pour chaque pied Cf_j ; Cmx_j ; Cmy_j sont 3 coefficients constants déterminés pour chacun des trois capteurs. Un individu est décrit par 9 coefficients par pied. Des mêmes mesures expérimentales sont connues les forces fc_i^j en fonction de l'assiette du pied

$fc_i^j = -raid \cdot \ln\left(1 - \frac{z_{Cj}}{epais}\right)$ avec $z_j = a_{G,D} \cdot x_j + b_{G,D} \cdot y_j + c_{G,D} + z_{IS,j}$ où les coordonnées sont exprimées par rapport à la cheville.

Les yeux, l'oreille interne et les sensations somatiques au niveau des pieds fournissent les informations nécessaires au contrôle de l'équilibre.

Les yeux et l'oreille interne fournissent des informations sur la variation de la position de la tête (dans le temps) soit donc sur la vitesse. Ce qui correspond à $\frac{d\theta_{My}}{dt}$ et $\frac{d\theta_{Mx}}{dt}$ en supposant le tronc rigide. Par contre, ni les yeux, ni l'oreille interne ne fournissent d'information précise sur θ_M .

Les sensations somatiques au niveau des pieds informent de la différence de pression entre l'avant et l'arrière du pied, ou encore du CoP par rapport au $CoP_{souhaité}$ souhaité de chaque pied, nécessitant a priori le moindre effort des muscles. Le $CoP_{souhaité}$ peut être le centre de pression au repos, CoP_0 , dans le cas du maintien de l'équilibre autour de la posture de référence. Le $CoP_{souhaité}$ peut également être dynamique dans le cas du changement de posture.

Les paramètres du système de contre réaction humaine sont différents de ceux d'un PID utilisés pour l'asservissement d'un simple pendule inversé.

Les paramètres d'entrée du système sont liés aux délais de transmission de la réponse musculaire vers le cerveau. L'asservissement de l'équilibre dépend de :

- La perception de la vitesse de déplacement du centre de masse en déplacement médio-latéral $\frac{d\theta_{Mx}}{dt}$ et antéropostérieur $\frac{d\theta_{My}}{dt}$. La contribution de la vitesse se fait via les coefficients $Cder_x$ et $Cder_y$ suivant la direction
- Des sensations somatiques, perception du CoP de chacun des pieds par rapport au $CoP_{souhaité}$ souhaité par l'individu : $Xcop_{souhaité} - Xcop$; $Ycop_{souhaité} - Ycop$. Cet écart peut jouer de deux façons : par une commande proportionnelle et par l'intégrale qui permet la stabilisation sur la valeur souhaitée. Les coefficients proportionnel sont $Cpro_x$ et $Cpro_y$ suivant la direction. De même les coefficients de l'intégrale sont Cin_x et Cin_y . La constante de temps d'intégration est τ .
- Du délai de commande aux muscles du fait des temps de transmission. Le retard de transmission est δt_R .
- Des seuils de perceptions tant sur la vitesse que sur les variations des sensations somatiques. En dessous du seuil, la perception reste inchangée. Le seuil sur la vitesse est S_v et S_s pour les sensations somatiques.
- Les coefficients d'élasticité des muscles sont pris en compte. $Celast_x$ pour les hanches et $Celast_y$ pour les muscles antéropostérieurs.

2.7.1 Mouvement antéropostérieur

Considérons le pied droit.

Suivant y la composante angulaire du CoP du pied droit est $\frac{Ycop_D}{L}$ avec $Ycop_D = \frac{\tilde{M}y_D}{F_D}$ et la vitesse angulaire est $\frac{d\theta_{My}}{dt}$.

Les différentes contributions angulaires à la commande des muscles antéropostérieurs du pied droit sont a priori :

$$\text{La dérivée est } Cder_y \cdot \frac{d\theta_{My}}{dt} \quad (\text{A3-71})$$

$$\text{La contribution proportionnelle } Cpro_y \cdot \frac{(Ycop_{souhaité,D} - Ycop_D)}{L} \quad (\text{A3-72})$$

$$\text{Soit } \Delta Ycop_D = Ycop_{souhaité,D} - Ycop_D, \text{ il vient } Cpro_y \cdot \frac{\Delta Ycop_D}{L} \quad (\text{A3-73})$$

$$\text{L'intégrale } Cin_y \cdot \int_0^t \frac{\Delta Ycop_D}{L \cdot \tau} \cdot dt \quad (\text{A3-74})$$

Ces relations doivent être modifiées pour tenir compte de l'effet de seuil de perception. L'hypothèse est qu'en dessous d'une intensité minimum l'individu n'a pas la perception de l'information, pour l'oreille interne et les yeux, et pour les sensations somatiques.

Soit $g(\text{seuil}, f)$ la fonction utilisée pour décrire la perception en fonction de la variation f est la suivante.

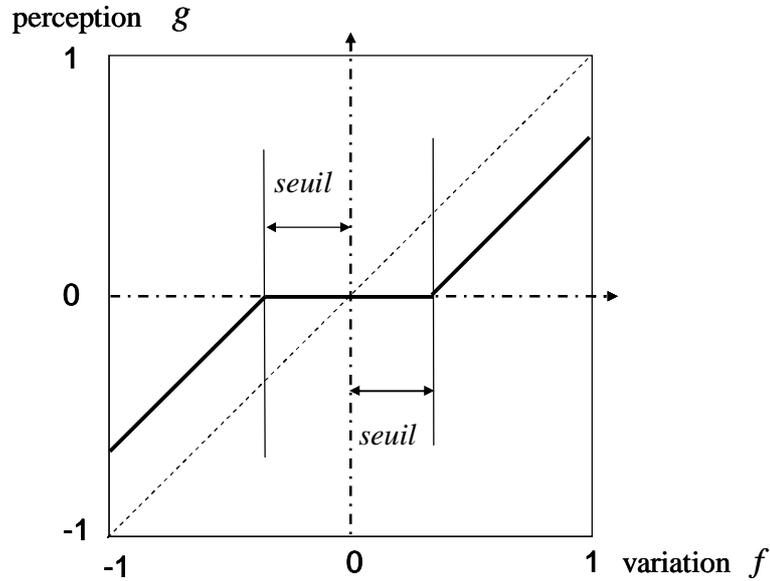


Figure A 25 : Fonction seuil.

Les contributions angulaires deviennent :

$$Cder_y \cdot g\left(Sy_v, \frac{d\theta_{My}}{dt}\right) \quad (\text{A3-75})$$

$$Cpro_y \cdot g\left(Sy_s, \frac{\Delta Ycop_D}{L}\right) \quad (\text{A3-76})$$

$$Cin_y \cdot \int_0^t g\left(Sy_s, \frac{\Delta Ycop_D}{L \cdot \tau}\right) \cdot dt \quad (\text{A3-77})$$

La contribution angulaire totale est alors (A3-78)

$$\theta_{TD}(t) = Cder_y \cdot g\left(Sy_v, \frac{d\theta_{My}}{dt}\right) + Cpro_y \cdot g\left(Sy_s, \frac{\Delta Ycop_D}{L}\right) + Cin_y \cdot \int_0^t g\left(Sy_s, \frac{\Delta Ycop_D}{L \cdot \tau}\right) \cdot dt$$

A priori θ_{TD} est la valeur affectée à b_D de l'assiette par rapport à l'angle du centre de masse. Mais il y a un retard δt_R de la transmission de la commande musculaire.

Aussi il est affecté un retard:

$$b_D(t) = \theta_{My}(t) + \theta_{TD}(t - \delta t_R) \quad (\text{A3-79})$$

Il faut également tenir compte de l'élasticité des muscles. Au final pour le mouvement antéropostérieur du pied droit on obtient :

$$b_D(t) = Celast_y \cdot (\theta_{M_y}(t) + \theta_{TD}(t - \delta t_R)) \quad (\text{A3-80})$$

Le mouvement antéropostérieur du pied gauche est similaire.

2.7.2 Mouvement médio latéral au niveau des hanches

Soit Δx_p l'écart entre les chevilles. Suivant x la composante angulaire du *CoPT* du corps est $\frac{Xcop}{L}$ avec $Xcop = \frac{\check{M}x}{F_D + F_G}$ (A3-81)

$$\text{où } \check{M}x = \left[F_G \cdot \left(-\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \check{M}x_G \right] + \left[F_D \cdot \left(\frac{\Delta x_p}{2} \right) + \check{M}x_D \right] \quad (\text{A3-82})$$

La vitesse angulaire est $\frac{d\theta_{M_x}}{dt}$

On retrouve les mêmes types de contribution qu'en mouvement antéropostérieur.

$$Cder_x \cdot g \left(Sx_v, \frac{d\theta_{M_x}}{dt} \right) \quad (\text{A3-83})$$

$$Cpro_x \cdot g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L} \right) \text{ avec } \Delta Xcop = Xcop_{souhaité} - Xcop \quad (\text{A3-84})$$

$$Cin_x \cdot \int_0^t g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L \cdot \tau} \right) \cdot dt \quad (\text{A3-85})$$

La contribution angulaire totale est alors : (A3-86)

$$\theta_h(t) = Cder_x \cdot g \left(Sx_v, \frac{d\theta_{M_x}}{dt} \right) + Cpro_x \cdot g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L} \right) + Cin_x \cdot \int_0^t g \left(Sx_s, \frac{\Delta Xcop}{L \cdot \tau} \right) \cdot dt$$

Comme $\Delta c = \Delta x_h \cdot \theta_h$, compte tenu du retard il vient :

$$c_D(t) - c_G(t) = \Delta c(t) = \Delta x_h \cdot Celast_x \cdot (\theta_{M_x}(t) + \theta_h(t - \delta t_R)) \quad (\text{A3-87})$$

2.8 Remarques

Le retard de transmission peut être considéré comme identique pour les muscles des hanches et de pieds. D'autant plus que les informations de position proviennent des pressions plantaires. De même le temps d'intégration peut être identique.

Par contre l'action des muscles des hanches et de la jambe n'est pas comparable. De même, la perception de la vitesse suivant x et y , peut être différente. Aussi les autres coefficients sont a priori différents suivant x et y .

Dans tout ce qui précède nous avons supposé que la seule force extérieure verticale est liée à la pesanteur. En toute rigueur ceci est faux. En fait des mesures expérimentales il ressort que l'inertie verticale de la masse doit être prise en compte. Sauf si la vitesse de déplacement du centre de masse est extrêmement faible, toute correction de position peut nécessiter une variation rapide de l'altitude de la cheville ce qui modifie la force verticale appliquée à la cheville du fait de l'inertie de la masse. Les enregistrements sous F-Scan montrent clairement une variation de la force totale reçue par les deux pieds.

Références

- [1] M. Carpenter, J. Allum, and F. Honegger, “Vestibular influences on human postural control in combinations of pitch and roll planes reveal differences in spatiotemporal processing,” *Exp. Brain Res.*, vol. 140, no. 1, pp. 95–111, Sep. 2001.
- [2] C. Maurer, T. Mergner, and R. J. Peterka, “Multisensory control of human upright stance.,” *Exp. Brain Res.*, vol. 171, no. 2, pp. 231–50, May 2006.
- [3] R. J. Peterka, “Comparison of human and humanoid robot control of upright stance.,” *J. Physiol. Paris*, vol. 103, no. 3–5, pp. 149–58, 2009.
- [4] B. N. Smetanin, G. V. Kozhina, and A. K. Popov, “Effects of Manipulations with Visual Feedback on Postural Responses in Humans Maintaining an Upright Stance,” *Neurophysiology*, vol. 43, no. 1, pp. 30–37, Jun. 2011.
- [5] L. M. Nashner and G. McCollum, “The organization of human postural movements: a formal basis and experimental synthesis,” *Behav Brain Sci*, vol. 8, no. 1, pp. 135–150, 1985.
- [6] F. B. Horak and L. M. Nashner, “Central programming of postural movements: adaptation to altered support-surface configurations,” *J. Neurophysiol.*, vol. 55, no. 6, pp. 1369–81, Jun. 1986.
- [7] N. Noury, A. Fleury, P. Rumeau, A. K. Bourke, G. O. Laighin, V. Rialle, and J. E. Lundy, “Fall detection--principles and methods,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2007, pp. 1663–6, Jan. 2007.
- [8] D. McGrath, E. P. Doheny, L. Walsh, D. McKeown, C. Cunningham, L. Crosby, R. A. Kenny, N. Stergiou, B. Caulfield, and B. R. Greene, “Taking balance measurement out of the laboratory and into the home: discriminatory capability of novel centre of pressure measurement in fallers and non-fallers.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2012, pp. 3296–9, Jan. 2012.
- [9] D. L. Sturnieks, R. St George, and S. R. Lord, “Balance disorders in the elderly.,” *Neurophysiol. Clin.*, vol. 38, no. 6, pp. 467–78, Dec. 2008.
- [10] B. E. Maki, K. M. Sibley, S. B. Jaglal, M. Bayley, D. Brooks, G. R. Fernie, A. J. Flint, W. Gage, B. a. Liu, W. E. McIlroy, A. Mihailidis, S. D. Perry, M. R. Popovic, J. Pratt, and J. L. Zettel, “Reducing fall risk by improving balance control: Development, evaluation and knowledge-translation of new approaches,” *J. Safety Res.*, vol. 42, no. 6, pp. 473–485, Nov. 2011.
- [11] S. D. Perry, A. Radtke, W. E. McIlroy, G. R. Fernie, and B. E. Maki, “Efficacy and effectiveness of a balance-enhancing insole,” *Journals Gerontol. Ser. A Biol. Sci. Med. Sci.*, vol. 63, no. 6, p. 595, 2008.
- [12] Y. Hayakawa, “Study on Development of High Performance Shoes with Human Compatibility,” *SICE-ICASE, 2006. Int. Jt.*, pp. 658–661, 2006.

- [13] A. Miraoui, H. Snoussi, J. Duchêne, and N. Azzaoui, “On the detection of elderly equilibrium degradation using multivariate-EMD,” in *GLOBECOM Workshops (GC Wkshps)*, 2010 *IEEE*, 2010, pp. 2049–2053.
- [14] N. L. W. Keijsers, N. M. Stolwijk, J. W. K. Louwerens, and J. Duysens, “Classification of forefoot pain based on plantar pressure measurements.,” *Clin. Biomech. (Bristol, Avon)*, vol. 28, no. 3, pp. 350–6, Mar. 2013.
- [15] A. Amemiya and H. Noguchi, “Relationship between elevated plantar pressure of toes and forefoot and gait features in diabetic patients,” ... *Med. ...*, pp. 4633–4636, 2013.
- [16] W. R. Ledoux, J. B. Shofer, M. S. Cowley, J. H. Ahroni, V. Cohen, and E. J. Boyko, “Diabetic foot ulcer incidence in relation to plantar pressure magnitude and measurement location.,” *J. Diabetes Complications*, Aug. 2013.
- [17] M. do Carmo Dos Reis, F. a Soares, A. F. da Rocha, J. L. a Carvalho, and S. S. R. Rodrigues, “Insole with pressure control and tissue neoformation induction systems for diabetic foot.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2010, pp. 5748–51, Jan. 2010.
- [18] S. Ostadabbas, A. Saeed, M. Nourani, and M. Pompeo, “Sensor architectural tradeoff for diabetic foot ulcer monitoring.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2012, pp. 6687–90, Aug. 2012.
- [19] G. Luo, V. L. Houston, M. A. Garbarini, A. C. Beattie, and C. Thongpop, “Finite element analysis of heel pad with insoles,” *J. Biomech.*, vol. 44, no. 8, pp. 1559–1565, 2011.
- [20] “Teckscan, Inc USA. n.d.” [Online]. Available: <http://www.teckscan.com>.
- [21] “Novel, GmbH. n.d.” [Online]. Available: <http://www.novel.de>.
- [22] D. Winter, “Motor mechanisms of balance during quiet standing,” *J. Electromyogr. Kinesiol.*, vol. 13, no. 1, pp. 49–56, Feb. 2003.
- [23] S. Sasagawa, J. Ushiyama, M. Kouzaki, and H. Kanehisa, “Effect of the hip motion on the body kinematics in the sagittal plane during human quiet standing.,” *Neurosci. Lett.*, vol. 450, no. 1, pp. 27–31, Jan. 2009.
- [24] P. W. Hodges, V. S. Gurfinkel, S. Brumagne, T. C. Smith, and P. C. Cordo, “Coexistence of stability and mobility in postural control: evidence from postural compensation for respiration,” *Exp. Brain Res.*, vol. 144, no. 3, pp. 293–302, Jun. 2002.
- [25] B. Day, M. Steiger, P. Thompson, and C. Marsden, “Effect of vision and stance width on human body motion when standing: implications for afferent control of lateral sway,” *J. Physiol.*, vol. 469, no. 1, p. 479, 1993.
- [26] P. Morasso, L. Baratto, R. Capra, and G. Spada, “Internal models in the control of posture,” *Neural Networks*, vol. 12, pp. 1173–1180, 1999.

- [27] P. G. Morasso and M. Schieppati, “Can muscle stiffness alone stabilize upright standing?,” *J. Neurophysiol.*, vol. 82, no. 3, pp. 1622–1626, 1999.
- [28] Y. Suzuki, T. Nomura, M. Casadio, and P. Morasso, “Intermittent control with ankle, hip, and mixed strategies during quiet standing: a theoretical proposal based on a double inverted pendulum model,” *J. Theor. Biol.*, vol. 310, pp. 55–79, Oct. 2012.
- [29] A. Woodhull, K. Maltrud, and B. L. Mello, “Alignment of the human body in standing,” *Eur J Appl Physiol Occup Physiol*, vol. 54, pp. 109–115, 1985.
- [30] B. E. Maki, P. J. Holliday, and G. R. Fernie, “A Posture Control Model and Balance Test for the Prediction of Relative Postural Stability,” *October*, vol. VOL. BME-3, no. 10, pp. 797–810, 1987.
- [31] C. W. L. Almeida, C. H. M. Castro, P. G. Pedreira, R. E. Heymann, and V. L. Szejnfeld, “Percentage height of center of mass is associated with the risk of falls among elderly women: A case-control study,” *Gait Posture*, vol. 34, no. 2, pp. 208–12, Jun. 2011.
- [32] S. J. Park, C. B. Kim, and S. C. Park, “Anthropometric and biomechanical characteristics on body segments of Koreans,” *Appl. Human Sci.*, vol. 18, no. 3, pp. 91–9, May 1999.
- [33] N. Noury, A. Dittmar, C. Corroy, R. Baghai, J. Weber, D. Blanc, F. Klefstat, A. Blinovska, S. Vaysse, and B. Comet, “A smart cloth for ambulatory telemonitoring of physiological parameters and activity: the VTAMN project,” in *Enterprise Networking and Computing in Healthcare Industry, 2004. HEALTHCOM 2004. Proceedings. 6th International Workshop on*, 2004, pp. 155–160.
- [34] P. Barralon, N. Noury, and N. Vuillerme, “Classification of daily physical activities from a single kinematic sensor,” in *Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS 2005. 27th Annual International Conference of the*, 2006, pp. 2447–2450.
- [35] X. Yu, “Approaches and principles of fall detection for elderly and patient,” in *e-health Networking, Applications and Services, 2008. HealthCom 2008. 10th International Conference on*, 2008, pp. 42–47.
- [36] T. Liu, Y. Inoue, and K. Shibata, “A Wearable Force Plate System Designed Using Small Triaxial Force Sensors and Inertial Sensors,” *Adv. Biomed. Sensing, Meas. Instrum. Syst.*, vol. Volume 55, pp. 61–73, 2010.
- [37] O. Postolache, P. S. Girao, M. Ribeiro, M. Guerra, J. Pincho, F. Santiago, and A. Pena, “Enabling telecare assessment with pervasive sensing and Android OS smartphone,” in *Medical Measurements and Applications Proceedings (MeMeA), 2011 IEEE International Workshop on*, 2011, pp. 288–293.
- [38] F. Bloch, V. Gautier, N. Noury, J.-E. Lundy, J. Poujaud, Y.-E. Claessens, and a-S. Rigaud, “Evaluation under real-life conditions of a stand-alone fall detector for the elderly subjects,” *Ann. Phys. Rehabil. Med.*, vol. 54, no. 6, pp. 391–8, Sep. 2011.

- [39] C. Park, J. Kim, and H. Choi, “A watch-type human activity detector for the aged care,” ... *Commun. Technol. (ICACT)*, ..., pp. 648–652, 2012.
- [40] N. Noury, P. Barralon, G. Virone, P. Boissy, M. Hamel, and P. Rumeau, “A smart sensor based on rules and its evaluation in daily routines,” in *Engineering in Medicine and Biology Society, 2003. Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE*, 2003, vol. 4, no. fig 1, pp. 3286–3289.
- [41] N. Noury, G. Virone, J. Ye, V. Rialle, and J. Demongeot, “Nouvelles directions en habitats intelligents pour la santé: New trends in health smart homes,” *ITBM-RBM*, vol. 24, no. 3, pp. 122–135, 2003.
- [42] M. Alwan, P. Rajendran, and S. Kell, “A smart and passive floor-vibration based fall detector for elderly,” , 2006. *ICTTA'06.*, pp. 3–7, 2006.
- [43] U. Maurer, a. Smailagic, D. P. Siewiorek, and M. Deisher, “Activity Recognition and Monitoring Using Multiple Sensors on Different Body Positions,” *Int. Work. Wearable Implant. Body Sens. Networks*, pp. 113–116, 2006.
- [44] N. Vuillerme, O. Chenu, N. Pinsault, A Moreau-Gaudry, A Fleury, J. Demongeot, and Y. Payan, “Pressure sensor-based tongue-placed electrotactile biofeedback for balance improvement--biomedical application to prevent pressure sores formation and falls.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2007, no. 1, pp. 6114–7, Jan. 2007.
- [45] A. Lymberis and A. Dittmar, “Advanced wearable health systems and applications--research and development efforts in the European Union,” *Eng. Med. Biol. Mag. IEEE*, vol. 26, no. 3, pp. 29–33, 2007.
- [46] A. Fleury, N. Noury, M. Vacher, H. Glasson, and J. F. Seri, “Sound and speech detection and classification in a health smart home,” in *Engineering in Medicine and Biology Society, 2008. EMBS 2008. 30th Annual International Conference of the IEEE*, 2008, pp. 4644–4647.
- [47] M. Berenguer, M. Giordani, F. Giraud-By, and N. Noury, “Automatic detection of activities of daily living from detecting and classifying electrical events on the residential power line,” in *e-health Networking, Applications and Services, 2008. HealthCom 2008. 10th International Conference on*, 2008, pp. 29–32.
- [48] N. Noury, a Galay, J. Pasquier, and M. Ballussaud, “Preliminary investigation into the use of Autonomous Fall Detectors.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2008, pp. 2828–31, Jan. 2008.
- [49] A. K. Bourke, P. van de Ven, M. Gamble, R. O'Connor, K. Murphy, E. Bogan, E. McQuade, P. Finucane, G. ÓLaighin, and J. Nelson, “Assessment of waist-worn tri-axial accelerometer based fall-detection algorithms using continuous unsupervised activities,” in *Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2010 Annual International Conference of the IEEE*, 2010, pp. 2782–2785.
- [50] B. Nguyen and J. Tomkun, “Hybrid System for Fall Detection & Fall Prevention,” *Electr. Eng.*, 2010.

- [51] P. Mellodge and C. Vendetti, “Remotely Monitoring a Patient’s Mobility: A Digital Health Application,” *Potentials, IEEE*, vol. 30, no. 2, pp. 33–38, 2011.
- [52] Y. Tao, H. Qian, M. Chen, X. Shi, and Y. Xu, “A Real-time intelligent shoe system for fall detection,” *2011 IEEE Int. Conf. Robot. Biomimetics*, pp. 2253–2258, Dec. 2011.
- [53] M. Kaenampornpan, T. Anuchad, and P. Supaluck, “Fall detection prototype for Thai elderly in mobile computing era,” *8th Electr. Eng. Electron. Comput. Telecommun. Inf. Technol. Assoc. Thail. - Conf. 2011*, pp. 446–449, May 2011.
- [54] M. Kangas, I. Vikman, L. Nyberg, R. Korpelainen, J. Lindblom, and T. Jämsä, “Comparison of real-life accidental falls in older people with experimental falls in middle-aged test subjects,” *Gait Posture*, Dec. 2011.
- [55] Y. Hayashi and K. Kiguchi, “Stairs-ascending/descending assist for a lower-limb power-assist robot considering ZMP,” in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, 2011, pp. 1755–1760.
- [56] D. Liang, G. Zhao, Y. Guo, and L. Wang, “Pre-impact & impact detection of falls using wireless Body Sensor Network,” *Biomed. Heal. ...*, vol. 25, no. Bhi, pp. 763–766, 2012.
- [57] N. Pannurat and P. Theekakul, “Toward real-time accurate fall/fall recovery detection system by incorporating activity information,” *Biomed. Heal. Informatics (BHI), 2012 IEEE-EMBS Int. Conf.*, vol. 25, no. Bhi, pp. 196–199, 2012.
- [58] S. Fang, Y. Liang, and K. Chiu, “Developing a mobile phone-based fall detection system on Android platform,” 2012, pp. 143–146.
- [59] T. R. Han, N. J. Paik, and M. S. Im, “Quantification of the path of center of pressure (COP) using an F-scan in-shoe transducer.,” *Gait Posture*, vol. 10, no. 3, pp. 248–54, Dec. 1999.
- [60] S. J. Morris and J. A. Paradiso, “Shoe-integrated sensor system for wireless gait analysis and real-time feedback,” in *[Engineering in Medicine and Biology, 2002. 24th Annual Conference and the Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society] EMBS/BMES Conference, 2002. Proceedings of the Second Joint*, 2002, vol. 3, pp. 2468–2469.
- [61] F. Arnaud, “Conception et validation d’un nouvel outil d’analyse de la marche,” 2003.
- [62] A. Forner-Cordero, H. J. F. M. Koopman, and F. C. T. van der Helm, “Use of pressure insoles to calculate the complete ground reaction forces.,” *J. Biomech.*, vol. 37, no. 9, pp. 1427–32, Sep. 2004.
- [63] K. Zhang, M. Sun, D. K. Lester, F. X. Pi-Sunyer, C. N. Boozer, and R. W. Longman, “Assessment of human locomotion by using an insole measurement system and artificial neural networks.,” *J. Biomech.*, vol. 38, no. 11, pp. 2276–87, Nov. 2005.
- [64] S. M. Bamberg, P. Lastayo, L. Dibble, J. Musselman, and S. K. D. Raghavendra, “Development of a quantitative in-shoe measurement system for assessing balance:

- sixteen-sensor insoles.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 1, pp. 6041–4, Jan. 2006.
- [65] A. Forner-Cordero, H. J. F. M. Koopman, and F. C. T. van der Helm, “Inverse dynamics calculations during gait with restricted ground reaction force information from pressure insoles.,” *Gait Posture*, vol. 23, no. 2, pp. 189–99, Feb. 2006.
- [66] S. D. Perry, A. Radtke, and C. R. Goodwin, “Influence of footwear midsole material hardness on dynamic balance control during unexpected gait termination.,” *Gait Posture*, vol. 25, no. 1, pp. 94–8, Jan. 2007.
- [67] M. Zequera, S. Stephan, and J. Paul, “The position of the centres of the sensors of the Parotec pressure measurement insoles system related to the anatomy centres of the metatarsal heads by means of radiological records.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2007, pp. 4453–6, Jan. 2007.
- [68] H. Jagos and J. Oberzaucher, “Development of a Wearable Measurement System to Identify Characteristics in Human Gait-eSHOE,” *Comput. Help. People with Spec.*, vol. 5105, pp. 1301–1304, 2008.
- [69] M. L. Wilson, K. Rome, D. Hodgson, and P. Ball, “Effect of textured foot orthotics on static and dynamic postural stability in middle-aged females.,” *Gait Posture*, vol. 27, no. 1, pp. 36–42, Jan. 2008.
- [70] T. Salpavaara, J. Verho, and J. Lekkala, “Capacitive insole sensor for hip surgery rehabilitation,” in *Pervasive Computing Technologies for Healthcare, 2008. PervasiveHealth 2008. Second International Conference on*, 2008, pp. 311–314.
- [71] T. J. Salpavaara, J. a Verho, J. O. Lekkala, and J. E. Halttunen, “Embedded capacitive sensor system for hip surgery rehabilitation: online measurements and long-term stability.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2008, pp. 935–8, Jan. 2008.
- [72] C. Lebosse, B. Bayle, and M. de Mathelin, “Nonlinear modeling of low cost force sensors,” *IEEE Int. Conf. Robot. Autom. 2008*, pp. 3437–3442, 2008.
- [73] F. Chedevergne, “Baropodomètre écologique : développement d’un chausson à semelle instrumentée pour l’analyse de la marche,” Université de Franche-comté. UFR des sciences et techniques, 2008.
- [74] T. Salpavaara, J. Verho, and J. Lekkala, “Wireless insole sensor system for plantar force measurements during sport events,” *IMEKO XIX World*, pp. 2118–2123, 2009.
- [75] K. Kong, “A gait monitoring system based on air pressure sensors embedded in a shoe,” *Mechatronics, IEEE/ASME*, vol. 14, no. 3, pp. 358–370, 2009.
- [76] S. Bamberg and P. Dyer, “Just enough measurement: A proposed paradigm for designing medical instrumentation,” ... *Med. ...*, pp. 1746–1750, 2010.
- [77] H. Jagos, J. Oberzaucher, M. Reichel, W. L. Zagler, and W. Hlauschek, “A multimodal approach for insole motion measurement and analysis,” *Procedia Eng.*, vol. 2, no. 2, pp. 3103–3108, Jun. 2010.

- [78] S. Sabut and R. Kumar, “Design of an insole embedded foot pressure sensor controlled FES system for foot drop in stroke patients,” *Syst. Med.*, no. December, pp. 237–241, 2010.
- [79] L. S. Lincoln and S. J. Bamberg, “Insole sensor system for real-time detection of biped slip.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2010, pp. 1449–52, Jan. 2010.
- [80] D. C. Low and S. J. Dixon, “Footscan pressure insoles: accuracy and reliability of force and pressure measurements in running.,” *Gait Posture*, vol. 32, no. 4, pp. 664–6, Oct. 2010.
- [81] L. Shu, T. Hua, Y. Wang, Q. Qiao Li, D. D. Feng, and X. Tao, “In-shoe plantar pressure measurement and analysis system based on fabric pressure sensing array.,” *IEEE Trans. Inf. Technol. Biomed.*, vol. 14, no. 3, pp. 767–75, May 2010.
- [82] S. M. M. De Rossi, T. Lenzi, N. Vitiello, M. Donati, A. Persichetti, F. Giovacchini, F. Vecchi, and M. C. Carrozza, “Development of an in-shoe pressure-sensitive device for gait analysis.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 33, pp. 5637–40, Jan. 2011.
- [83] A. L. Hatton, J. Dixon, K. Rome, and D. Martin, “Standing on textured surfaces: effects on standing balance in healthy older adults.,” *Age Ageing*, vol. 40, no. 3, pp. 363–8, May 2011.
- [84] P. S. Dyer and S. J. M. Bamberg, “Instrumented insole vs. force plate: A comparison of center of plantar pressure.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2011, pp. 6805–9, Aug. 2011.
- [85] E. Parikesit, T. Mengko, and H. Zakaria, “Wearable gait measurement system based on accelerometer and pressure sensor,” in *Instrumentation, Communications, Information Technology, and Biomedical Engineering (ICICI-BME), 2011 2nd International Conference on*, 2011, no. November, pp. 395–398.
- [86] M. Saito, K. Nakajima, C. Takano, Y. Ohta, C. Sugimoto, R. Ezoe, K. Sasaki, H. Hosaka, T. Ifukube, S. Ino, and K. Yamashita, “An in-shoe device to measure plantar pressure during daily human activity.,” *Med. Eng. Phys.*, vol. 33, no. 5, pp. 638–45, Jun. 2011.
- [87] C. Gerlach, J. Lange, and O. Kanoun, “Carbon nanotube composite for application in gait analysis,” *Int. Multi-Conference Syst. Signals Devices*, pp. 1–4, Mar. 2012.
- [88] M. E. Losa Iglesias, R. Becerro de Bengoa Vallejo, and D. Palacios Peña, “Impact of soft and hard insole density on postural stability in older adults.,” *Geriatr. Nurs. (Minneap.)*, vol. 33, no. 4, pp. 264–271, 2012.
- [89] L. S. Lincoln, S. J. M. Bamberg, E. Parsons, C. Salisbury, and J. Wheeler, “An elastomeric insole for 3-axis ground reaction force measurement,” *2012 4th IEEE RAS EMBS Int. Conf. Biomed. Robot. Biomechatronics*, pp. 1512–1517, Jun. 2012.
- [90] F. Qiu, M. H. Cole, K. W. Davids, E. M. Hennig, P. a Silburn, H. Netscher, and G. K. Kerr, “Enhanced somatosensory information decreases postural sway in older people.,” *Gait Posture*, Jan. 2012.

- [91] G. Chakraborty, T. Dendou, D. Kikuchi, and K. Chiba, “How much information could be revealed by analyzing data from pressure sensors attached to shoe insole?,” *2012 IEEE Int. Instrum. Meas. Technol. Conf. Proc.*, pp. 1963–1967, May 2012.
- [92] O. Mazumder, “Development of wireless insole foot pressure data acquisition device,” *Commun. Devices ...*, pp. 302–305, 2012.
- [93] Y. Hayakawa, “Development of high performance shoes with human compatibility,” *Control. Autom. Syst. (ICCAS), 2012*, pp. 770–772, 2012.
- [94] A. Razak, A. Zayegh, and R. Begg, “A wireless system-on-chip for MEMS biomedical plantar pressure sensor,” *Intell. Adv. Syst. (ICIAS), 2012 4th Int. Conf.*, vol. 1, pp. 78–81, 2012.
- [95] D. Novak and P. Rebersek, “Early recognition of gait initiation and termination using wearable sensors,” *(BioRob), 2012 4th*, pp. 1937–1942, 2012.
- [96] K. Ishida, T.-C. Huang, K. Honda, Y. Shinozuka, H. Fuketa, T. Yokota, U. Zschieschang, H. Klauk, G. Tortissier, T. Sekitani, H. Toshiyoshi, M. Takamiya, T. Someya, and T. Sakurai, “Insole Pedometer With Piezoelectric Energy Harvester and 2 V Organic Circuits,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 48, no. 1, pp. 255–264, Jan. 2013.
- [97] A. Luximon and R. S. Goonetilleke, “Foot shape modeling,” *Hum. Factors*, vol. 46, no. 2, pp. 304–315, 2004.
- [98] A. Luximon, R. S. Goonetilleke, and M. Zhang, “3D foot shape generation from 2D information,” *Ergonomics*, vol. 48, no. 6, pp. 625–641, 2005.
- [99] E. Amstutz, T. Teshima, M. Kimura, M. Mochimaru, and H. Saito, “PCA based 3D shape reconstruction of human foot using multiple viewpoint cameras,” in *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 2008, vol. 5008 LNCS, pp. 161–170.
- [100] L. Guozhong, W. Boxiong, S. Hui, L. Xiuzhi, and W. Rui, “Measurement system for 3-D foot shapes under different loads,” pp. 246–250, 2006.
- [101] J. Wang, H. Saito, M. Kimura, M. Mochimaru, and T. Kanade, “Shape reconstruction of human foot from multi-camera images based on PCA of human shape database,” in *Proceedings of International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 3DIM*, 2005, pp. 424–431.
- [102] T. Coudert and P. Vacher, “A method to obtain 3D foot shape deformation during the gait cycle,” *9th Int. Symp. 3D Anal. Hum.*, pp. 3–6, 2006.
- [103] A. K. Thabet, E. Trucco, J. Salvi, W. Wang, and R. J. Abboud, “A dynamic 3D foot reconstruction system,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2011, pp. 599–602, Jan. 2011.
- [104] “Footscanner.” [Online]. Available: <http://www.ideas.be/>.
- [105] “Shoemaster.” [Online]. Available: <http://www.shoemaster.co.uk/>.

- [106] “Corpshumain.”[Online].Available:
[http://www.corpshumain.ca/en/images/Squelette_pied_mediale \(FF\)_en.jpg](http://www.corpshumain.ca/en/images/Squelette_pied_mediale_(FF)_en.jpg).
- [107] S. Bouisset and B. Maton, *Muscles, posture et mouvement: Bases et applications de la méthode électromyographie*. 1999.
- [108] “Interlink Electronics-FSR®, Force Sensors.” [Online]. Available:
<http://www.interlinkelectronics.com/>.
- [109] A. G. Herbert-Copley, E. H. Sinitski, E. D. Lemaire, and N. Baddour, “Temperature and measurement changes over time for F-Scan sensors,” *2013 IEEE Int. Symp. Med. Meas. Appl.*, pp. 265–267, May 2013.
- [110] S. Baig, R. M. Dansereau, A. D. C. Chan, A. Remaud, and M. Bilodeau, “Cluster Analysis of Center-of-Pressure Measures,” *Int. J. Electr. Comput. Eng.*, vol. 1, no. 1, 2012.
- [111] R. Creath, T. Kiemel, F. Horak, R. Peterka, and J. Jeka, “A unified view of quiet and perturbed stance: simultaneous co-existing excitable modes,” *Neuroscience letters*, vol. 377, no. 2. pp. 75–80, 29-Mar-2005.
- [112] H. G. Kang, L. Quach, W. Li, and L. a Lipsitz, “Stiffness control of balance during dual task and prospective falls in older adults: The MOBILIZE Boston Study,,” *Gait Posture*, Apr. 2013.
- [113] K. Mauritz, “Characteristics of postural instability induced by ischemic blocking of leg afferents,” *Exp. Brain Res.*, vol. 119, pp. 117–119, 1980.
- [114] R. J. Peterka, “Postural control model interpretation of stabilogram diffusion analysis,,” *Biol. Cybern.*, vol. 82, no. 4, pp. 335–43, Apr. 2000.
- [115] R. Peterka, “Simplifying the complexities of maintaining balance,” *Eng. Med. Biol. Mag. IEEE*, vol. 22, no. 2, pp. 63–68, 2003.
- [116] D. Winter, “Human balance and posture control during standing and walking,” *Gait Posture*, vol. 3, no. 4, pp. 193–214, 1995.
- [117] M. L. Corradini, S. Fioretti, T. Leo, and R. Piperno, “Early Recognition of Postural Disorders in Multiple Sclerosis Through Movement Analysis: A Modeling Study,” vol. 44, no. 11, pp. 1029–1038, 1997.
- [118] A. H. Vette, K. Masani, J.-Y. Kim, and M. R. Popovic, “Closed-loop control of functional electrical stimulation-assisted arm-free standing in individuals with spinal cord injury: a feasibility study,,” *Neuromodulation*, vol. 12, no. 1, pp. 22–32, Jan. 2009.
- [119] R. Peterka, “Sensorimotor integration in human postural control,” *J. Neurophysiol.*, vol. 88, pp. 1097–1118, 2002.
- [120] R. J. Peterka and P. J. Loughlin, “Dynamic regulation of sensorimotor integration in human postural control,,” *J. Neurophysiol.*, vol. 91, no. 1, pp. 410–23, Jan. 2004.

- [121] C. Maurer and R. J. Peterka, “A new interpretation of spontaneous sway measures based on a simple model of human postural control.,” *J. Neurophysiol.*, vol. 93, no. 1, pp. 189–200, Jan. 2005.
- [122] R. J. Peterka, “Use of galvanic vestibular feedback for a balance prosthesis.,” *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, vol. 2012, pp. 6137–40, Jan. 2012.
- [123] M. H. Honarvar and M. Nakashima, “Prediction of postural risk of fall initiation based on a two-variable description of body dynamics: Position and velocity of center of mass.,” *Hum. Mov. Sci.*, Apr. 2013.
- [124] T. Ersal and K. Sienko, “A mathematical model for incorporating biofeedback into human postural control,” *J. neuroengineering ...*, 2013.
- [125] Y. Li and W. S. Levine, “An optimal control model for human postural regulation,” in *American Control Conference, 2009. ACC'09.*, 2009, vol. 20740, pp. 4705–4710.
- [126] S. Allain, L. Carbonnell, B. Burle, T. Hasbroucq, and F. Vidal, “On-line executive control: an electromyographic study.,” *Psychophysiology*, vol. 41, no. 1, pp. 113–6, Jan. 2004.
- [127] S. Mottet and J. E. Viallet, “Hot electron transient behavior,” in *Int. Conf. on Simulation of Semiconductor Devices and Processes Vol. 2*, Pineridge Press, Swansea UK, 1986, p. 68.
- [128] S. Mottet and J. E. Viallet, “Solution to some transient problems,” in *Int. Conf. on the Numerical Analysis of Semiconductor Devices and Integrated Circuits (NASECODE VI)*, Ed. J.J.H. Miller, Boole Press, Dublin, Ireland, 1989, p. 172.
- [129] J. E. Viallet and S. Mottet, “Transient simulations of heterostructures,” in *Int. Conf. on the Numerical Analysis of Semiconductor Devices and Integrated Circuits (NASECODE IV)*, Ed. J.J.H. Miller, Boole Press, Dublin, Ireland, 1985, p. 536.

Abréviations et notations

Abréviations :

CoP : Center of Pressure (centre de pression)

CoPT : Center of Pressure Total (Centre de Pression Total)

CoM : Center of Mass (centre de masse)

FS : Foot Seat (plan de l'assiette du pied)

IS : Internal foot Shape (forme interne du pied)

EM : Elastic Medium (milieu élastique)

epais : L'épaisseur du milieu élastique

raid : La raideur du milieu élastique

FSR : Force Sensing Resistors

PID : Proportionnel-Intégral-Différentiel

Notation :

f^k force en daN sur l'élément de surface k de la matrice des « pressions ».

x_k, y_k les coordonnées de l'élément de surface k .

f_C^j force en daN du capteur discret j

$F_{G,D}$ forces exercées sur le pied Gauche, Droit

$F = F_G + F_D$ force totale

\tilde{M}_x moment des pressions suivant x (rotation autour de y)

\tilde{M}_y moment des pressions suivant y (rotation autour de x)

$z_{FS}(x, y)$ plan de l'assiette du pied par rapport au sol

$z_{IS}(x, y)$ profil de la surface inférieure de la forme interne du pied par rapport à l'assiette.

$z_C(x, y)$ compression du milieu élastique.

a et b angles de l'assiette du pied : roulis et tangage du pied autour de la cheville

c altitude de la cheville

x_{CoP} , y_{CoP} les coordonnées du centre de pression

$\theta_{G,D}$ l'angle au sol du pied. G correspond au pied gauche et D le pied droit

θ_M l'angle de rotation du centre de masse par rapport à la verticale

$\frac{\partial \theta_M(t)}{\partial t}$ la vitesse angulaire du centre de masse

g : l'accélération de la pesanteur (9,81 m/s/s)

L : la hauteur du centre de masse (1 m).

C_{elast}_y le coefficient de l'élasticité des muscles antéropostérieurs de la jambe

Y_{repos}_0 la projection au sol du centre de pression à l'équilibre

C_{prop} coefficient de terme proportionnel de contre réaction

C_{Int} coefficient du terme intégral de contre réaction

C_{Deriv} coefficient du terme dérivé de contre réaction

τ constante de temps d'intégration de contre réaction

$\Delta x_p, \Delta y_p$ l'écart entre les pieds suivant x et y

Δc la différence d'altitude des deux chevilles

θ_h l'angle de rotation des hanches

Δx_h l'écart entre les hanches

Publications et communications

Revue internationale avec comité de lecture :

- 1) Hussein Abou Ghaida, Serge Mottet, and Jean-Marc Goujon, « Foot modelling and smart plantar pressure reconstruction from 3 sensors ». The Open Biomedical Engineering Journal. "A peer reviewed Open Access journal". ISSN: 1874-1207 - Volume 8, 2014.
- 2) Hussein Abou Ghaida, Serge Mottet, and Jean-Marc Goujon, « A Real Time Study of the Human Equilibrium Using an Instrumented Insole with 3 Pressure Sensors ». 36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, (EMBS) Chicago, Illinois, August 26-30, 2014.
- 3) Hussein Abou Ghaida, Serge Mottet, and Jean-Marc Goujon, « Plantar pressure cartography reconstruction from 3 sensors ». 36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, (EMBS) Chicago, Illinois, August 26-30, 2014.
- 4) Hussein Abou Ghaida, Serge Mottet, and Jean-Marc Goujon, « 3D Foot Shape Reconstruction from Plantar Pressure Cartographies ». The 11th IASTED International Conference on Biomedical Engineering (BioMed 2014), June 23 – 25, 2014, Zurich, Switzerland.
- 5) Hammoud, J. Duchêne, H. Abou-Ghaida, S. Mottet, J.-M. Goujon, and D.J. Hewson, « Validation of a smartphone gait analysis system ». 6th European Conference of the International Federation for Medical and Biological Engineering. September 7-11, 2014, Dubrovnik, Croatia.

Communication nationale sans comité de lecture :

- 6) Hussein Abou Ghaida, Serge Mottet, Jean-Marc Goujon, Ronan Le Page, Luiz Poffo. « Modèle 3D du pied pour traitement ambulatoire des cartes des pressions et du stabilogramme, à partir de 3 capteurs ». Journées Électroniques 2013 « Électronique et Santé » du Club EEA GDR SoC-SIP/GDR Stic-Santé/ SEE/CNFM, Novembre 2013, Limoges, France.
- 7) Hussein Abou Ghaida, Serge Mottet, Jean-Marc Goujon. « Mesure ambulatoire du stabilomètre avec des semelles à 3 capteurs de pression ». Journées Électroniques 2013 « Électronique et Santé » du Club EEA GDR SoC-SIP/GDR Stic-Santé/ SEE/CNFM, Novembre 2013, Limoges, France.

Résumé

Les problèmes liés à l'équilibre sont diagnostiqués à l'aide de systèmes de cartographies des pressions plantaires ou de plateformes de force mesurant le déplacement du centre de pression. Ces systèmes professionnels sont restreints à une utilisation en milieu médical, et on constate qu'aucun dispositif de surveillance de l'équilibre ne donne entière satisfaction en termes de mobilité et d'acceptabilité. Dans le contexte de la télémédecine et de l'e-santé, notre objectif a consisté à développer des outils pour la surveillance ambulatoire de l'équilibre postural, et contribuer à la compréhension du contrôle de l'équilibre.

Nous avons d'abord entrepris une étude théorique de la faisabilité de la mesure des pressions plantaires et du déplacement dynamique du centre de pression, à partir d'un nombre très réduit de capteurs. Nous avons proposé pour cela un modèle mécanique simplifié du pied, ainsi que les hypothèses spécifiques à ces applications. Le modèle décrit la relation physique entre la posture du pied et la répartition des pressions plantaires suivant ses caractéristiques biomécaniques. Sur la base d'un prototype de semelle instrumentée à 3 capteurs uniquement, nous avons vérifié expérimentalement la capacité du système et des méthodes à générer le stabilogramme et les cartographies de pression plantaire. Celui-ci a été comparé à un système matriciel de référence, et caractérisé en termes d'incertitude dans le cas du pied normal en position debout et durant la marche. Les stabilogrammes ainsi mesurés peuvent être analysés pour caractériser la signature de l'équilibre. Nous proposons un modèle spécifique à trois dimensions, décrivant la dynamique de l'équilibre et permettant d'identifier, par simulation, les principaux paramètres physiologiques qui assurent le maintien de l'équilibre postural.

Mots-clés : équilibre, stabilogramme, capteurs, biomécanique, traitement du signal, surveillance ambulatoire, modèle du pied, pression plantaire, semelles instrumentées.

Abstract

Problems of balance are often diagnosed thanks to plantar pressure cartography systems or forces platform that measure the center of pressure displacement. These professional systems are restricted in use to medical environments, and until now, the balance monitoring systems do not offer complete satisfaction in terms of mobility and acceptability. In order to overcome these limitation and in the context of telemedicine and e-health, we aimed to develop tools for ambulatory monitoring of postural equilibrium and to understand the balance control.

We have first undertaken a theoretical study on the feasibility of measuring plantar pressure and dynamic displacement of the center of pressure, from a very small number of sensors. For these applications, we have proposed a simplified mechanical foot model, as well as related assumptions. The model describes the physical relationship between foot posture and distribution of plantar pressures following its biomechanical characteristics. Based on a prototype of an instrumented insole with only 3 sensors, we have verified experimentally the ability of the system and the methods to generate both the stabilogram and the plantar pressure maps. Comparison is made with a matrix reference system, and characterization in terms of uncertainty in the case of normal foot in standing position and during walking is detailed. The measured stabilogram can be analyzed to characterize the signature of balance. We have also proposed a specific three-dimensional model describing the dynamics of balance. Based on simulation, it leads to identify the main physiological parameters related to balance control.

Keywords: balance, stabilogram, sensors, biomechanics, signal processing, ambulatory monitoring, foot modeling, plantar pressure, instrumented insoles.