

Caractérisation de sources large bande dans le domaine temporel sans contraintes sur le nombre de capteurs

Guilhem Villemin

▶ **To cite this version:**

Guilhem Villemin. Caractérisation de sources large bande dans le domaine temporel sans contraintes sur le nombre de capteurs. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Ecole Centrale de Marseille, 2013. Français. NNT : . tel-00927102

HAL Id: tel-00927102

https://theses.hal.science/tel-00927102

Submitted on 10 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE CENTRALE MARSEILLE
UNIVERSITÉ AIX MARSEILLE

N°attribué : —

THÈSE :
POUR OBTENIR LE GRADE DE :
DOCTEUR EN SCIENCES DE L'ÉCOLE CENTRALE MARSEILLE
Ecole Doctorale : Physique et Sciences de la Matière
Mention : Optique, Photonique et Traitement des Images

CARACTÉRISATION DE SOURCES LARGE BANDE DANS LE DOMAINE TEMPOREL SANS CONTRAINTES SUR LE NOMBRE DE CAPTEURS

Présentée et soutenue publiquement par :

Guilhem VILLEMIN

le 30 Septembre 2013

JURY :

Rapporteurs :	**Pr. Jérôme MARS** GIPSA-LAB, Grenoble-INP **DR. Jean-Pierre SESSAREGO** LMA, CNRS-Marseille
Examinateurs :	**Pr. Philippe BOLON** Polytech Annecy-Chambéry **Dr. Véronique SERFATY** Responsable Scientifique, MRIS, DGA
Directeurs de thèse :	**Dr. Caroline FOSSATI** Institut Fresnel, Ecole Centale de Marseille **Pr. Salah BOURENNANE** Institut Fresnel, Ecole Centale de Marseille

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier le tandem Caroline Fossati - Salah Bourennane qui m'a encadré tout au long de cette thèse, pour m'avoir guidé et fait confiance et cela même avant, pendant ma formation à l'Ecole Centrale de Marseille, puis pour m'avoir encouragé, conseillé, tout en me laissant une grande liberté dont j'espère avoir été à la hauteur.

Je ne sais comment exprimer ma gratitude à ces deux personnes autrement qu'en leur promettant d'agir comme eux avec des étudiants, si un jour l'occasion m'en est donnée.

Mes remerciements vont également à Mme Veronique Serfaty, responsable du domaine scientifique Ingénierie de l'information et robotique à la Direction Générale de l'Armement, qui m'a fait l'honneur de bien vouloir participer au jury de ma thèse.

Messieurs Jean-Pierre Sessarego et Jérôme Mars, ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et je les en remercie, de même que pour leur participation au Jury. Ils ont également contribué par leurs nombreuses remarques et suggestions à améliorer la qualité de ce mémoire, et je leur en suis très reconnaissant.

Monsieur Philippe Bolon m'a fait l'honneur de présider le Jury de soutenance ; je l'en remercie profondément.

Je remercie de plus tous les auteurs des programmes du domaine public que j'ai utilisés intensément durant cette thèse, à savoir tous les contributeurs à LaTeXet linux. Sans eux, mes conditions de travail auraient sans doute été très différentes et beaucoup moins agréables.

Pour ses encouragements, son assistance et son amour qui m'a permis de faire cette thèse dans de bonnes conditions, je remercie chaudement Delguira, mon épouse. Je remercie également mes parents et l'ensemble de ma famille pour son soutien et son intérêt toujours constant pour mes travaux.

Je tiens aussi à souligner le plaisir que j'ai eu à travailler au sein de l'Institut Fresnel, et j'en remercie ici tous les membres.

Enfin, ces remerciements ne seraient pas complets sans mentionner la Direction Générale de l'Armement qui m'a selectionné et a financé mes travaux.

TABLE DES MATIÈRES

1 Introduction générale **1**
- 1.1 Contexte général . . . 1
- 1.2 Objectif de la thèse . . . 3
- 1.3 Organisation du manuscrit . . . 3

2 Introduction aux méthodes haute résolution **5**
- 2.1 Introduction . . . 5
- 2.2 Formulation du problème . . . 6
  - 2.2.1 Description géométrique . . . 6
  - 2.2.2 Modèle des observations . . . 7
  - 2.2.3 Matrice inter-spectrale des signaux . . . 8
  - 2.2.4 Estimation du nombre de sources . . . 9
- 2.3 Rappel de quelques méthodes haute résolution pour l'estimation des directions d'arrivée . . . 10
  - 2.3.1 MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) . . . 10
  - 2.3.2 Min-Norm (Minimal-Norm) . . . 11
  - 2.3.3 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) . . . 12
  - 2.3.4 MPO (Méthode du propagateur orthogonal) . . . 14
  - 2.3.5 SWEDE (Subspace method Without EigenDEcomposition) . . . 15
- 2.4 Adaptation du modèle du signal observé pour l'application des méthodes haute résolution à l'estimation des temps d'arrivée . . . 16
- 2.5 Méthode hybride : MUSICAL (MUSIC Actif Large bande) . . . 17
- 2.6 Conclusion . . . 19

3 Méthode proposée pour la localisation de sources à partir de l'estimation des temps d'arrivée **21**
- 3.1 Introduction . . . 21
- 3.2 Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur (MITIC) 22
  - 3.2.1 Méthode d'association TDA - sources . . . 24
    - 3.2.1.1 Linéarisation . . . 24

3.2.1.2 Critère d'association des TDA par minimisation d'un critère de variation des combinaisons . . . 26
3.2.1.3 Itérative - plus proche proposition . . . 27
3.2.2 Méthode proposée pour la localisation des sources . . . 30
3.3 Qualité de l'estimation par la méthode MITIC . . . 31
3.3.1 Evaluation du biais d'estimation . . . 31
3.3.2 Influence de l'erreur d'estimation de la matrice inter-spectrale sur l'estimation des TDA . . . 32
3.3.3 Influence de l'erreur d'estimation de la matrice inter-spectrale sur l'estimation des paramètres de localisation . . . 35
3.4 Amélioration de l'estimation . . . 37
3.4.1 Algorithme de Levenberg-Marquardt . . . 37
3.4.2 Critère d'évaluation de la qualité d'estimation . . . 39
3.4.3 Correction des erreurs d'estimation par reconstruction du spectre à posteriori . . . 41
3.5 Conclusion . . . 45

4 Estimation des temps d'arrivée en présence de sources totalement corrélées 47
4.1 Introduction . . . 47
4.2 Méthodes de décorrélation . . . 47
4.2.1 Lissage spatial . . . 47
4.2.2 Lissage fréquentiel . . . 48
4.2.3 Moyennage en sous-bandes . . . 49
4.3 Lissage spatial appliqué à la problématique . . . 52
4.3.1 Méthode cohérente - smoothing-MUSICAL . . . 52
4.3.2 Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur avec Amélioration par Lissage - MITICAL . . . 53
4.3.2.1 Influence du nombre et de fréquences et de la largeur de la sous-bande . . . 54
4.3.2.2 Choix optimal des fréquences d'une sous-bande pour améliorer le pouvoir de résolution . . . 55
4.3.2.3 Pré-traitement pour conserver les propriétés statistiques du bruit blanc . . . 60
4.3.2.4 Influence d'une approximation du signal émis sur la localisation . . . 62
4.3.2.5 Indépendance de la méthode vis-à-vis du nombre de réalisations temporelles . . . 63
4.4 Conclusion . . . 64

5 Résultats expérimentaux sur données simulées et réelles- application à la détection d'objets enfouis 65
5.1 Introduction . . . 65
5.2 Application à des signaux simulés . . . 65
5.2.1 Description des signaux . . . 65
5.2.2 Comparaison avec des méthodes classiques . . . 66
5.2.2.1 MUSIC et lissage spatial . . . 66
5.2.2.2 MUSIC et lissage fréquentiel . . . 67

5.2.2.3 smoothing-MUSICAL 69
5.2.3 Performances en fonction du RSB 70
5.3 Signaux réels - détection d'objets enfouis 70
5.3.1 Description des conditions expérimentales 70
5.3.2 Signaux expérimentaux 76
5.3.3 Évaluation des performances de MITICAL et MUSIC 76
5.4 Conclusion 76

6 Conclusion générale et perspectives **79**

Liste des Figures **81**

Liste des Algorithmes **84**

Liste des Tableaux **85**

Bibliographie **94**

SYMBOLES

Symboles liés aux sources

P : Nombre de sources

ρ_n : Distance euclidienne entre une source et le $n^{\text{ième}}$ capteur de l'antenne

θ_n : Angle formé entre la normale à l'antenne et l'axe $n^{\text{ième}}$ capteur - objet

Symboles relatifs au réseau de capteurs

N : Nombre de capteurs

d : Distance entre deux capteurs consécutifs

Symboles relatifs aux signaux

f : Fréquence du signal émis

M : Nombre de fréquences

f_{min} : Fréquence minimale

f_{max} : Fréquence maximale

f_0 : Fréquence centrale

N_r : Nombre de réalisations

r : Vecteur des observations

a : Vecteur directionnel

c : Vecteur des coefficients d'amplitude

b : Vecteur de bruit additif

σ^2 : Variance du bruit

I : Matrice identité

S : Matrice diagonale du signal connu

A : Matrice de transfert

Γ : Matrice inter-spectrale

$\mathbf{\Gamma}_c$: Matrice de covariance des sources

$\mathbf{\Gamma}_b$: Matrice inter-spectrale du bruit

V : Matrice des vecteurs propres de la matrice inter-spectrale

λ : Valeur propre associée à un vecteur propre de la matrice inter-spectrale

$\mathbf{V}_s$: Matrice des vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs propres

$\mathbf{V}_b$: Matrice des vecteurs propres associées aux plus petites valeurs propres

Symboles relatifs au milieu de propagation

v : Vitesse de propagation dans le milieu considéré

NOTATIONS MATHÉMATIQUES

$x \in \mathbb{R}$: Scalaire.

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{I_1}$: Vecteur de dimension I_1.

$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$: Matrice de dimension $I_1 \times I_2$.

$diag(x_1, \cdots, x_N)$: Matrice diagonale de dimension $(N \times N)$ dont les éléments diagonaux sont les $(x_1, \cdots, x_N)$

$(\cdot)^\star$: Conjugaison matricielle ou scalaire

$(\cdot)^T$: Transposition matricielle.

$(\cdot)^H$: Transposition-conjugaison matricielle

$|\cdot|$: Valeur absolue

$\|\cdot\|_F$: Norme de Frobenius

$E[\cdot]$: Espérance mathématique

$\det(\mathbf{X})$: Déterminant de la matrice $\mathbf{X}$

ABRÉVIATIONS

AIC : Critère d'information d'Akaike

DDA : Direction D'Arrivée

ESPRIT : Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique

HR : Haute Résolution

LS : Moindres carrés (Least Squares)

MDL : Longueur de description minimale (Minimum Description Length)

MITIC : Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur

MITICAL : Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur avec Amélioration par Lissage

MUSIC : MUltiple SIgnal Classification

MUSICAL : MUSIC Actif Large bande

REQM : Racine carrée de l'Erreur Quadratique Moyenne

REQMN : Racine carrée de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisé

RSB : Rapport Signal sur Bruit

SVD : Décomposition en Valeurs Singulières

SWEDE : Subspace method Without EigenDEcomposition

TDA : Temps D'Arrivée

TLS : Moindres carrés totaux (Total Least Squares)

CHAPITRE 1

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1.1 Contexte général

De nombreux domaines tels que la géophysique, le génie civil, la médecine, la télédétection ... , utilisent des techniques d'identification et caractérisation d'un milieu par auscultation. Les méthodes utilisées pour cela sont fondées sur les propriétés de propagation des ondes (électromagnétiques, acoustiques, ...) dont les paramètres (amplitude, phase, retard, ...) peuvent être modifiés par la présence d'objets (à localiser et identifier) ou la variation du milieu (à caractériser).
En raison des évolutions au cours de ces dernières décennies en termes de moyens de calcul et de qualité de capteurs, les techniques récentes de localisation de sources utilisent des réseaux de capteurs pour estimer les directions d'arrivée et les coordonnées géographiques des sources [11, 79]. Les méthodes utilisées sont issues du traitement d'antenne.

De nombreux systèmes d'auscultation active se trouvent confrontés à la réponse multiple d'un signal témoin qui correspond à un nombre multiple de trajets de ce même signal au travers du milieu ausculté. Il peut s'agir des échos de ce signal sur les différents objets ou couches observées ou de la simple propagation de ce signal par différents chemins au travers du milieu étudié. Ces échos peuvent par exemple être issus de la rétro-propagation d'un signal sur des objets enfouis (des mines ou des preuves dissimulées dans le domaine militaire, des câbles, des canalisations, des épaves ou même des sites archéologiques dans le domaine civil, des défauts dans le revêtement des chaussées en génie civil, ...). Il peut aussi s'agir des différents trajets d'un signal à travers un environnement complexe (milieu urbain dans le domaine des télécommunications, guide d'onde en acoustique sous-marine, ...).

Pour la détection d'objets enfouis par exemple, qui peut, comme on l'a vu, avoir de nombreuses applications civiles et militaires, des techniques basées sur le traitement d'antenne ont été largement étudiées [2–4, 47, 49, 56, 64]. De nombreuses méthodes nécessitant des ondes électromagnétiques ont été proposées, en particulier le radar à pénétration de sol (RPS, que l'on retrouve aussi sous l'appellation radar géologique ou géoradar), qui a fait la preuve que l'utilisation d'ondes électromagnétiques pouvait donner de bon résultats dans le cadre de la recherche d'objets enfouis [18, 21, 80], en

particulier lorsque ces ondes sont associées à des traitements utilisant des méthodes à haute résolution [37]. Cependant, la portée d'un sondage avec un RPS dépend de la conductivité électrique du sol et des fréquences utilisées.
Par la suite il a été proposé de remplacer ces ondes électromagnétiques par des ondes acoustiques toujours combinées à des méthodes haute résolution de traitement d'antenne afin d'augmenter à la fois la portée de sondage et la résolution [25, 57].

Le caractère multitrajet de la propagation des ondes acoustiques sous-marines (tomographie, communication, sismique, ...) offre des informations complémentaires, étant donné que chaque trajet caractérise la zone de l'océan parcouru. Ceci étant, lorsque deux trajets sont très proches, c'est à dire que leurs temps d'arrivée sont équivalents, il peut s'avérer très compliqué d'en extraire des informations pertinentes, comme le temps de parcours et la direction d'arrivée, par exemple. C'est pour répondre à cette problématique qu'il a été proposé d'utiliser des méthodes de traitement du signal afin de séparer ces trajets proches. Les premiers travaux effectués par Munk [46] en SISO (Single Input, Single Output) ne permettaient pas de séparer des trajets trop proches. Il a donc été proposé d'utiliser des méthodes de formation de voies dans une configuration SIMO (Single Input, Multiple Output), ce qui permet de mieux séparer les trajets [46] en offrant un paramètre discriminant supplémentaire, la direction d'arrivée (DDA). Ces techniques ont été ensuite enrichies pour des systèmes MIMO (Multiple Input, Multiple Output) [29, 30, 53, 54].

Le traitement d'antenne s'intéresse au problème de signaux spatiaux temporels échantillonnés en temps et en espace par un réseau de capteurs. les signaux délivrés par ces capteurs contiennent des informations sur les sources, en particulier la direction d'arrivée (DDA) et leur distance à l'antenne. La formation de voies est parmi les premières méthodes utilisée pour la localisation de sources rayonnantes [67]. Elle est basée sur le calcul de l'énergie reçue dans une direction privilégiée en réalisant des rotations virtuelles de l'antenne. Cette méthode est dite faible résolution car sa résolution spatiale dépend de la largeur du diagramme de réception de l'antenne qui est à son tour liée à la longueur de l'antenne. C'est pour cela que cette méthode est limitée pour localiser des sources proches et que des méthodes plus sophistiquées comme la méthode du minimum de variance de Capon [15] ont été développées.

Par la suite des méthodes, dites à haute résolution, telles que la méthode MUSIC ont vu le jour. Elles sont basées sur la projection d'un modèle de vecteur directionnel des sources sur les vecteurs du sous-espace bruit [58]. Ces méthodes [8, 15, 58], développées initialement à partir des années 1970 pour des problématiques de traitement d'antenne, liées au SONAR dans des contextes de guerre froide, ont par la suite été élargies à de nombreuses problématiques (sismique, tomographie océanique, acoustique sous-marine, autocalibration d'antenne, radiogoniométrie, etc) et se sont diversifiées [39]. Sous certaines conditions, ces méthodes peuvent offrir des résolutions supérieures aux méthodes classiques et des performances asymptotiquement non-biaisées. Néanmoins, de manière générale, ces méthodes sont limitées par quatre facteurs principaux :

- la nécessité d'observer moins de signaux que de capteurs disponibles sur l'antenne,
- la nécessité de connaitre ou d'estimer le nombre de signaux pour effectuer les traitements,

– l'hypothèse souvent contraignante d'observer des signaux décorrélés,
– de nombreuses limitations sur la nature du bruit.

En effet, en particulier dans le cas de MUSIC, les performances se dégradent fortement lorsque les signaux sont corrélés, lorsque les positions des capteurs de l'antenne sont inconnues et lorsque le bruit est important.

Plusieurs méthodes ont été envisagées pour palier à ces difficultés comme le lissage spatial et fréquentiel en vue de décorréler les signaux [49, 59, 60, 65, 66, 71, 74, 76], les méthodes de blanchiment, de soustraction de la matrice du bruit utilisant des statistiques d'ordre supérieur [57] et des méthodes d'estimation de front d'onde distordu [12], sans toutefois que n'aient été proposées des solutions au problème du nombre de capteurs.

1.2 Objectif de la thèse

Dans le cadre de cette thèse, nous envisageons de nous intéresser plus particulièrement à la localisation d'objets qui peuvent être des sources réelles (émettrices) ou de simple réflecteurs qu'il peut être nécessaire de géolocaliser avec précision dans des conditions peu favorables comme par exemple :

– peu de capteurs,
– beaucoup de trajets,
– en présence de bruit,
– avec peu d'échantillons.

Pour cela, au vue des précédents constats nous nous placerons dans le cas d'un système détectant l'arrivée multiple d'un signal témoin lié à la caractéristique multitrajet de la propagation d'une onde de nature quelconque dans un milieu que l'on cherche à ausculter.

Nous proposons de nous inspirer des méthodes à haute résolution dans des conditions qui sont pourtant peu favorables à leur mise en œuvre, c'est à dire en dehors des limitations précédemment évoquées, pour développer une méthode de localisation de sources à large bande de fréquences dans le domaine temporel. Cette méthode devra permettre l'estimation des paramètres de localisation géographique d'émetteurs dans le contexte de trajets multiples avec un faible nombre de capteurs (inférieur au nombre de sources) et un environnement bruité.

1.3 Organisation du manuscrit

L'ensemble du document est constitué de 5 chapitres organisés comme suit :

– le chapitre 2, après avoir explicité le modèle à priori des signaux observés, présente les principales méthodes à haute résolution d'estimation de direction d'arrivée des signaux (MUSIC, Min-Norm, ESPRIT, OPM, SWEDE). L'analogie faite pour l'estimation des directions d'arrivée par l'estimation des temps d'arrivée des différents signaux sur un capteur est aussi abordée. La méthode MUSICAL qui s'appuie sur un super-vecteur de données pour l'estimation des paramètres de localisation est présentée.

- Dans le chapitre 3 nous proposons une méthode de localisation de sources en exploitant l'estimation des temps d'arrivée. Cette méthode incohérente, après avoir estimé capteur par capteur l'ensemble des temps d'arrivée de différents trajets, les associe par source pour ensuite estimer les paramètres de localisation. Elle est complétée par une approche numérique pour l'amélioration et la validation des résultats obtenus en s'appuyant en particulier sur des méthodes de résolutions de moindres carrés non-linéaires. Il est établi également dans ce chapitre une formalisation de l'influence de différentes erreurs (modèle, estimation de la matrice inter-spectrale, ...) sur l'estimation des paramètres de localisation. Des méthodes d'amélioration de cette estimation sont alors proposées.
- Le chapitre 4 aborde le problème de la corrélation des signaux et propose une évolution originale de pré-traitement de décorrélation qui permet d'optimiser la résolution temporelle des méthodes haute résolution lorsqu'elles sont appliquées aux données ainsi traitées. La possibilité d'une estimation des paramètres de localisation ne nécessitant qu'une seule réalisation des observations est aussi discutée dans ce chapitre.
- Le chapitre 5 permet de confirmer les performances de la méthode développée sur des signaux simulés. Une application à des signaux réels est aussi présentée.
- Le chapitre 6 conclue le manuscrit et présente quelques perspectives à ce travail.

CHAPITRE 2

INTRODUCTION AUX MÉTHODES HAUTE RÉSOLUTION

2.1 Introduction

Les méthodes à Haute Résolution (HR) ont été initialement développées pour estimer des Directions D'Arrivée (DDA), ou des fréquences pures noyées dans du bruit. Elles sont apparues dans les années 1970 dans les domaines de l'acoustique sous-marine (W.S Ligget, ...), de la sysmique (V.F Pisarenko, ...) et de la radioastronomie (I.N El-Behery, ...) [39]. Elles offrent en termes de résolution des performances asymptotiquement illimitées et indépendantes du rapport signal sur bruit, ce qui est un avantage certain par rapport aux méthodes paramétriques plus classiques. Ces méthodes sont apparues en France sous l'impulsion de la Direction Générale de l'Armement (DGA) dans un contexte de guerre froide avec pour objectif d'améliorer la résolution angulaire des sonars passifs existants. Elles ont étés appliquées également dans le domaine de la sismologie par Pisarenko et Capon en particulier [39].

Dès 1980 les méthodes HR ont vu leur popularité augmenter, après la publication rapprochée et indépendante de deux algorithmes : MUSIC par Schmidt [58] et la méthode du goniomètre par Bienvenu et Kopp [8]. Ces deux méthodes décomposent l'espace des observations en deux sous-espaces vectoriels orthogonaux, en exploitant les propriétés de la matrice de covariance des observations. Par la suite, de nombreuses autres méthodes à sous-espaces ont vu le jour.

Des méthodes HR linéaires telles que BEWE, PM, OPM et SWEDE sont apparues dans le courant des années 1990. Elles conservent les performances haute résolution des méthodes à sous-espace mais proposent une plus grande simplicité calculatoire étant donné qu'elles n'impliquent que des opérations linéaires sur les données et ne nécessitent plus de décomposition en éléments propres de la matrice inter-spectrale des observations. Elles sont donc mieux adaptées au traitement en temps réel ou tout du moins au traitement rapide d'un grand volume de données.

Les modèles classiques d'estimation des DDA par les méthodes HR exploitent la diversité spatiale d'information en bande étroite, c'est-à-dire la géométrie de l'an-

tenne pour estimer les paramètres de localisation. Ces méthodes ont aussi été adaptées [6, 30, 75] à l'estimation des Temps D'Arrivée (TDA) dans le cadre de la résolution et détection d'échos pour des applications en génie civil (caractérisation des revêtements de chaussée par exemple), en remplaçant la dimension spatiale par la dimension fréquentielle d'information large bande.

Dans ce chapitre, après avoir formulé le problème et sa géométrie, nous présenterons de manière non exhaustive les principales méthodes haute résolution utilisées en traitement d'antenne pour l'estimation des DDA (nécessitant ou pas une décomposition en éléments simples), puis nous rappellerons comment ces méthodes ont pu être adaptées à l'estimation des TDA en redéfinissant dans le modèle le cas de signaux large bande.

2.2 Formulation du problème

2.2.1 Description géométrique

Considérons une antenne rectiligne composée de N capteurs équirépartis avec d la distance entre deux capteurs consécutifs. On note ρ_n la distance euclidienne entre un objet et le $n^{\text{ième}}$ capteur du réseau d'antenne ainsi que θ_n l'angle formé entre la normale à l'antenne et l'axe $n^{\text{ième}}$ capteur - objet, comme il est présenté dans la figure 2.1.

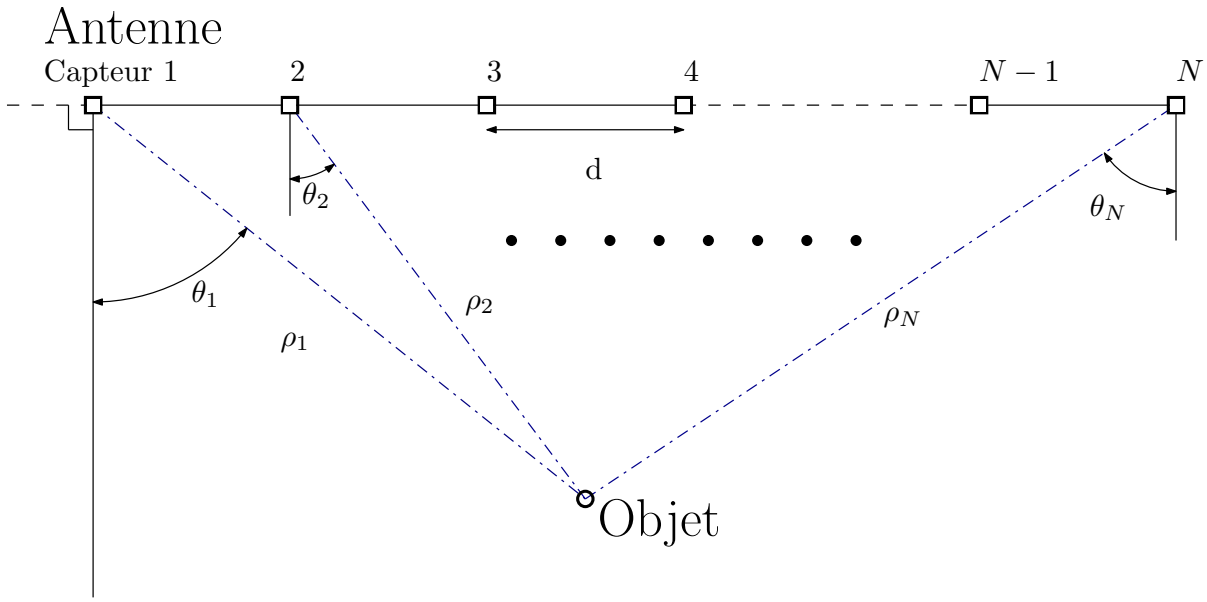


FIGURE 2.1 – *Position d'un objet par rapport aux différents capteurs d'une antenne rectiligne*

Si l'on se donne comme référence la distance ρ_1 et l'angle θ_1 par rapport au premier capteur, on peut écrire à partir du théorème d'Al-Kashi, l'ensemble des relations qui

existent entre les différents ρ_n et θ_n pour $n = 2, \ldots, N$:

$$\rho_n = \sqrt{\rho_{n-1}^2 + d^2 + 2d\rho_{n-1}\sin(\theta_{n-1})} \tag{2.1}$$

$$\theta_n = \arcsin\left(\frac{\rho_{n-1}^2 + d^2 - \rho_n^2}{2d\rho_{n-1}}\right) \tag{2.2}$$

et en particulier :

$$\rho_n = \sqrt{\rho_1^2 + (n-1)^2 d^2 + 2(n-1)d\rho_1\sin(\theta_1)} \tag{2.3}$$

$$\theta_n = \arcsin\left(\frac{\rho_n^2 + (n-1)^2 d^2 - \rho_1^2}{2(n-1)d\rho_n}\right) \tag{2.4}$$

Si l'on considère un modèle d'onde sphérique on peut écrire simplement que le temps de vol τ_n d'un signal entre un objet et le $n^{\text{ième}}$ capteur de l'antenne est donné par :

$$\tau_n = \frac{\rho_n}{v} \tag{2.5}$$

où v correspond à la célérité de l'onde dans le milieu considéré.

Dans la suite on fera la distinction entre le champ proche et le champ lointain. En champ lointain, on considère que la source se situe à une distance suffisamment importante de l'antenne pour que l'on puisse considérer la distance comme infinie et de cette manière supposer que le déphasage du signal émis par une source et reçu sur un capteur n par rapport au premier capteur, se simplifie de la manière suivante :

$$\tau_n - \tau_1 = \frac{2(n-1)d\sin(\theta_1)}{v} \tag{2.6}$$

En champ proche, le rayon ρ_1 est pris en compte dans le calcul des déphasages [26].

2.2.2 Modèle des observations

Les principales techniques de traitement haute résolution présentées dans ce chapitre font appel à un modèle de signal à priori. Il s'agit d'un modèle unidimensionnel, adapté aux antennes considérées dans cet ouvrage.

Si l'on considère une antenne rectiligne composée de N capteurs équirépartis, séparés par une distance d, le modèle temporel du signal reçu à priori sur le $n^{\text{ième}}$ capteur $r_n(t)$ peut s'écrire comme la somme des signaux émis par les différentes sources $s_p(t)$ à laquelle vient s'ajouter un bruit $b_n(t)$:

$$r_n(t) = \sum_{p=1}^{P} s_p(t - \tau_{p,n}) + b_n(t) \tag{2.7}$$

avec :

- P : le nombre de sources
- $s_p(t)$: le signal émis par la source p

- $\tau_{p,n}$: le déphasage du signal issu d'un objet p entre le premier et le $n^{\text{ième}}$ capteur de l'antenne
- $b_n(t)$: un bruit blanc gaussien

On peut exprimer la transformée de Fourier de $r_n(t)$ comme il suit :

$$r_n(f) = \sum_{p=1}^{P} s_p(f) \exp(-2i\pi f \tau_{p,n}) + b_n(f) \tag{2.8}$$

De manière générale, dans le cadre de l'estimation des DDA, on se place dans le cadre des champs lointains et on utilise le modèle simplifié de déphasage présenté dans l'équation (2.6), qui varie uniquement en fonction de l'angle θ_p entre la $p^{\text{ie]me}}$ source et la normale à l'antenne.

On opte alors pour un formalisme matriciel :

$$\mathbf{r}(f) = \mathbf{A}(f)\mathbf{s}(f) + \mathbf{b}(f) \tag{2.9}$$

avec :

- $\mathbf{r}(f) = [r_1(f), \ldots, r_N(f)]^T$, le vecteur des observations le long de l'antenne,
- $\mathbf{A}(f) = [\mathbf{a}(f, \theta_1), \ldots, \mathbf{a}(f, \theta_P)]$, la matrice de transfert du système composé des vecteurs directionnels dépendant du paramètre θ à déterminer :

$$\mathbf{a}(f, \theta_p) = [1, \exp(-2i\pi f \sin(\theta_p)), \ldots, \exp(-2i\pi f(N-1)\sin(\theta_p))]^T \tag{2.10}$$

- $\mathbf{s}(f) = [s_1(f), \ldots, s_P(f)]^T$, le vecteur des signaux émis, $\mathbf{b}(f) = [b_1(f), \ldots, b_N(f)]^T$ le vecteur du bruit supposé centré et d'écart-type σ.

2.2.3 Matrice inter-spectrale des signaux

Les méthodes de traitement présentées par la suite se formulent à partir de la matrice inter-spectrale des observations $\mathbf{\Gamma}$. Celle-ci est fonction de la fréquence f que l'on omettra de faire apparaitre dans cette partie pour simplifier les notations. On écrira donc :

$$\mathbf{\Gamma} = E\left[\mathbf{r}\mathbf{r}^H\right] \tag{2.11}$$

la matrice $\mathbf{\Gamma}$ est de dimension $(N \times N)$. Elle est estimée en pratique à partir de N_r réalisations indépendantes du vecteur des observations $\mathbf{r}$. On notera $\mathbf{r}_k$ sa $k^{\text{ième}}$ réalisation.

$$\hat{\mathbf{\Gamma}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^H \tag{2.12}$$

Le bruit étant par définition indépendant du signal, en utilisant l'équation (2.9), la matrice inter-spectrale des observations s'écrit :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{A}^H + \mathbf{\Gamma}_b \tag{2.13}$$

avec $\mathbf{\Gamma}_c = E\left[\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^H\right]$ et $\mathbf{\Gamma}_b = E\left[\mathbf{b}_k\mathbf{b}_k^H\right]$ les matrices inter-spectrales des sources et du bruit respectivement définies de la même manière que $\mathbf{\Gamma}$. Dans le cas d'un bruit blanc

et centré, la matrice $\mathbf{\Gamma}_b$ se réduit à $\mathbf{\Gamma}_b = \sigma^2 \mathbf{I}_N$, où $\mathbf{I}_N$ est la matrice identité de taille $(N \times N)$.

Cette matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}$ possède la propriété d'être hermitienne et définie non négative. Par conséquent, elle admet une décomposition en éléments propres, dont les valeurs propres sont toutes positives ou nulles et les vecteurs propres forment une base orthonormée.

Dans la suite, nous verrons comment les méthodes HR exploitent ces propriétés pour séparer et caractériser les différentes sources. D'autre part, pour l'ensemble des méthodes proposées, il est primordial que le nombre de sources P soit correctement estimé. Le paragraphe suivant rappelle quelques méthodes qui peuvent être utilisées pour estimer P, cependant, dans la suite du document on le supposera préalablement connu.

2.2.4 Estimation du nombre de sources

La détermination de P peut être appréhendée comme un problème de sélection d'ordre de modèle pour lequel on peut utiliser des critères issus de la théorie de l'information [1,52]. Les plus connus sont les critères AIC (Akaike Information Criterion) et MDL (Minimum Description Length) [78], dont on rappelle l'expression ci dessous :

$$\hat{P}_{AIC} = \underset{p}{argmin} \left(K \log \left(\frac{\prod_{n=p}^{N} \lambda_n}{\left((N-p) \left(\sum_{n=p}^{N} \lambda_n^{-1} \right)^{-1} \right)^{N-p}} \right) + p(2N-p) \right) \tag{2.14}$$

$$\hat{P}_{MDL} = \underset{p}{argmin} \left(K \log \left(\frac{\prod_{n=p}^{N} \lambda_n}{\left((N-p) \left(\sum_{n=p}^{L} \lambda_n^{-1} \right)^{-1} \right)^{N-p}} \right) + \frac{p(2N-p)\log(K)}{2} \right) \tag{2.15}$$

avec λ_n la $n^{\text{ième}}$ valeur propre de la matrice $\mathbf{\Gamma}$ calculée en utilisant la décomposition en éléments propres.

On peut aussi envisager la détermination de P comme un test d'hypothèses multiples, où le nombre P de sources doit être choisi entre 0 et $N-1$. L'inconvénient majeur de ces méthodes vient de la difficulté qu'il y a à les étendre aux cas pratiques [65]. De plus, ces critères sont peu performants quand on dispose de peu d'observations.

Pour pallier ces inconvénients, certains auteurs ont proposé des critères purement heuristiques pour l'estimation de P comme [31]. Par exemple, dans [43], le critère empirique proposé se base sur des observations expérimentales et propose un modèle de décroissance exponentielle du spectre des valeurs propres de la matrice inter-spectrale $\mathbf{\Gamma}$:

$$\hat{P}_{exp} = \underset{p}{argmax} \left(\left(\frac{\lambda_N}{\lambda_{N-p-1}} \right)^{\frac{1}{p+1}} - \left(\frac{\lambda_N}{\lambda_{N-p}} \right)^{\frac{1}{p}} \right) \tag{2.16}$$

Ces critères sont basés sur des modèles qui permettent de prendre en compte la limitation induite par le faible nombre d'échantillons.

2.3 Rappel de quelques méthodes haute résolution pour l'estimation des directions d'arrivée

2.3.1 MUSIC (MUltiple SIgnal Classification)

La méthode MUSIC a été proposée à la fois par Schmidt [58] et par Bienvenu et Kopp [8]. Elle exploite les propriétés de décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations $\mathbf{\Gamma}$. Cette décomposition permet de séparer l'espace des observations en deux sous-espaces vectoriels orthogonaux : le sous-espace signal et son complément orthogonal, le sous-espace bruit.

Sous l'hypothèse que la matrice $\mathbf{\Gamma}$ est de rang plein (N), celle-ci peut se décomposer selon une base orthonormée de N vecteurs propres $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_N]$ associés à N valeurs propres $[\lambda_1, \ldots, \lambda_N]$. Si la condition $N \geqslant P + 1$ est vérifiée, c'est à dire que l'on dispose de plus de capteurs que de sources, on peut exploiter la distribution des valeurs propres de la matrice $\mathbf{\Gamma}$ pour faire la distinction entre un sous-espace bruit et un sous-espace signal. Les $N - P$ vecteurs propres de la matrice inter-spectrale associés aux $N - P$ valeurs propres égales à la variance du bruit σ^2 engendrent ce que l'on appelle le sous-espace bruit et constituent la matrice $\mathbf{V}_b = [\mathbf{v}_{P+1}, \mathbf{v}_{P+2}, \ldots, \mathbf{v}_N]$, tandis que les P vecteurs propres de la matrice inter-spectrale restants engendrent le sous-espace signal et sont regroupés dans la matrice $\mathbf{V}_s = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_P]$.

La matrice inter-spectrale peut donc s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma} = \sum_{n=1}^{P} (\lambda_n + \sigma^2)\mathbf{v}_n\mathbf{v}_n^H + \sum_{n=P+1}^{N} \sigma^2\mathbf{v}_n\mathbf{v}_n^H \tag{2.17}$$

Par construction, les vecteurs directionnels définis par l'équation (2.10) appartiennent au sous-espace signal. On peut dès lors construire une fonctionnelle $f_{MUSIC}(\theta)$ que l'on appelle pseudo-spectre dans la littérature [58] :

$$f_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\sum_{n=P+1}^{N} \left|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{v_n}\right|^2} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{\Pi}_b\mathbf{a}(\theta)} \tag{2.18}$$

avec $\mathbf{\Pi}_b = \sum_{n=P+1}^{N} \mathbf{v}_n\mathbf{v}_n^H$ le projecteur sur le sous-espace bruit. La quantité $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{\Pi}_b\mathbf{a}(\theta)$ s'annule lorsque $\theta = \theta_p$. En pratique, les valeurs des angles sont déduites en fonction de la position des maxima de cette fonction de coût. Son amplitude n'a aucune signification physique, puisqu'elle représente uniquement une mesure de l'orthogonalité entre les deux sous-espaces signal et bruit.

L'algorithme MUSIC a donné lieu à différentes extensions, pour des mesures en champ proche, au cas multidimensionnel, pour un modèle comportant plusieurs paramètres et l'exploitation d'autres caractéristiques (physiques [72] ou statistiques [16, 17, 57]). Il existe également une formulation polynomiale [5] de la fonctionnelle $f_{MUSIC}(\theta)$, $P(z)$ qui possède $2N - 2$ racines, dont $2P$ zéros sur le cercle unité dont les

arguments correspondent aux angles θ_p. Cette version polynomiale présente l'intérêt d'être beaucoup moins coûteuse en temps de calcul et de posséder un pouvoir de résolution supérieur à sa version pseudo-spectrale [41].

Afin de fournir des résultats corrects, l'algorithme MUSIC nécessite une matrice inter-spectrale des observations $\mathbf{\Gamma}$ de rang plein. Si les signaux sont corrélés, la matrice $\mathbf{\Gamma}$ perd cette propriété et il devient théoriquement impossible de détecter l'ensemble des signaux, dans la mesure où le sous-espace signal est mal estimé. Une solution à ce problème sera proposée dans le chapitre 4.

2.3.2 Min-Norm (Minimal-Norm)

Par comparaison avec la méthode MUSIC, la méthode Min-Norm définit le pseudo-spectre d'un vecteur $\mathbf{x}$ du sous-espace bruit ayant une norme minimale. Le calcul de $\mathbf{x}$ se fait donc selon trois contraintes :

- $\mathbf{x}$ appartient au sous-espace bruit, il est donc orthogonal au projecteur $\mathbf{V}_s$ sur le sous-espace signal défini par :

$$\mathbf{V}_s = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_P] \tag{2.19}$$

$$\mathbf{V}_s^H \mathbf{x} = 0 \tag{2.20}$$

- le premier élément de $\mathbf{x}$ est égal à 1, et on a :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\mathbf{x}_d \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

- la norme Euclidienne de $\mathbf{x}$ est minimale

Pour la suite, on isole le premier vecteur ligne $\mathbf{g}_s$ de dimension $(1 \times P)$ de la matrice $\mathbf{V}_s$ et les $N-1$ autres lignes $\mathbf{G}_s$, de dimension $(N-1 \times P)$, de telle sorte que :

$$\mathbf{V}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_s^T \\ \mathbf{G}_s \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

En combinant les relations (2.22), (2.21) et (2.20), on obtient :

$$\mathbf{G}_s^H \mathbf{x}_d = \mathbf{g}_s \tag{2.23}$$

Étant donné que ce système est sous-déterminé ($N-1$ inconnues et P équations), il existe une multitude de solution. La contrainte de norme minimale nous permet d'obtenir une solution unique, qui est obtenue grâce à :

$$\mathbf{x}_d = \frac{\mathbf{G}_s \mathbf{g}_s^*}{1 - \mathbf{g}_s^H \mathbf{g}_s} \tag{2.24}$$

et ainsi, on a :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\mathbf{G}_s \mathbf{g}_s^*}{1 - \mathbf{g}_s^H \mathbf{g}_s} \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

Enfin, on définit la fonctionnelle pseudo-spectre associée $f_{Min-Norm}(\theta)$ [39] :

$$f_{Min-Norm}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}^H\mathbf{x}\mathbf{a}(\theta)} \tag{2.26}$$

et de la même manière que pour l'algorithme MUSIC, les valeurs des directions d'arrivée sont déduites des positions des maxima de cette fonctionnelle. La littérature précise que cette méthode est plus sensible que MUSIC à la bonne estimation de la matrice inter-spectrale des observations [41]. Il a été montré que Min-Norm présente un meilleur pouvoir séparateur que MUSIC, mais une plus grande variance d'estimation [39]. De la même manière que pour MUSIC, il existe une version polynomiale de cet algorithme [33].

2.3.3 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)

Dans une logique de réduction du coût de calcul des méthodes HR assez lourdes nécessitant le calcul d'un pseudo-spectre (MUSIC, Min-Norm), Roy a proposé [55] la méthode ESPRIT. Celle-ci exploite la relation linéaire existant entre les données de deux sous-antennes adjacentes. Généralement, pour ne pas altérer le pouvoir de résolution de l'algorithme, la taille et le recouvrement des sous-antennes sont maximaux : on considère donc deux sous-antennes de $N-1$ capteurs, se recouvrant sur $N-2$ capteurs. La matrice de transfert $\mathbf{A}$ est partitionnée en deux matrices-blocs adjacentes de $N-1$ lignes, $\mathbf{A}_u$ et $\mathbf{A}_d$, respectivement composées des $N-1$ premières et $N-1$ dernières lignes de $\mathbf{A}$. On a la relation suivante :

$$\mathbf{A}_d = \mathbf{\Phi}\mathbf{A}_u \tag{2.27}$$

La matrice $\mathbf{\Phi}$ est une matrice diagonale de dimension $(P \times P)$ dont les éléments sont fonctions des angles recherchés :

$$\mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} \exp(-2i\pi f \sin(\theta_1)) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \exp(-2i\pi f \sin(\theta_2)) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \exp(-2i\pi f \sin(\theta_P)) \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

Les éléments de cette matrice $\mathbf{\Phi}$ que l'on peut considérer comme une matrice de rotation, peuvent être estimés à partir du sous-espace signal.

Afin de le démontrer, on reprend la décomposition en éléments propres de la matrice $\mathbf{\Gamma}$ comme il suit :

$$\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{A}^H\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda} \tag{2.29}$$

avec :

- $\mathbf{V}_s$ la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres associés au P plus grandes valeurs propres qui engendrent le sous-espace signal
- $\mathbf{\Lambda}$ la matrice diagonale comportant les valeurs propres associées aux vecteurs propres considérés, auxquelles ont a retranché la plus petite valeur propre, c'est à dire : $\mathbf{\Lambda} = diag(\lambda_1 - \sigma^2, \ldots, \lambda_P - \sigma^2)$

En combinant cette décomposition (2.29) avec la décompostion de la matrice $\mathbf{A}$, on obtient les deux relations suivantes :

$$\mathbf{A}_u \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{V}_s = \mathbf{V}_{su} \mathbf{\Lambda} \tag{2.30}$$

$$\mathbf{A}_d \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{V}_s = \mathbf{V}_{sd} \mathbf{\Lambda} \tag{2.31}$$

$$\tag{2.32}$$

avec de la même manière les matrices $\mathbf{V}_{su}$ et $\mathbf{V}_{sd}$ composées respectivement des $N-1$ premières et $N-1$ dernières lignes de $\mathbf{V}_s$. Enfin, en utilisant l'invariance par rotation exprimée à l'équation (2.27), on aboutit à l'expression suivante :

$$\mathbf{V}_{sd} = \mathbf{V}_{su} \mathbf{K} \tag{2.33}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{\Phi} \mathbf{F} \tag{2.34}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Pi}_s \mathbf{\Lambda}^{-1} \tag{2.35}$$

D'après l'équation (2.34), les deux matrices $\mathbf{\Phi}$ et $\mathbf{K}$ sont similaires et elles ont donc la propriété de partager les mêmes valeurs propres. De ce fait, on peut estimer les éléments diagonaux de $\mathbf{\Phi}$ à partir des valeurs propres de la matrice $\mathbf{K}$, qui selon l'équation (2.33) peut s'exprimer en fonction de la matrice $\mathbf{V}_s$. Il existe deux méthodes pour calculer la matrice $\mathbf{K}$ à partir de l'équation (2.33). Une solution au sens des moindres carrés (LS), exprimée dans la relation suivante :

$$\mathbf{K}_{LS} = \left(\mathbf{V}_{su}^H \mathbf{V}_{su} \right)^{-1} \mathbf{V}_{su}^H \mathbf{V}_{sd} \tag{2.36}$$

Et une solution au sens des moindres carrés totaux (TLS), qui permet de tenir compte des erreurs sur l'estimation de $\mathbf{V}_{su}$ et $\mathbf{V}_{sd}$. Pour cela, il est nécessaire de construire la matrice $\mathbf{T}$ de dimension $((N-1) \times 2P)$:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{sd} & \mathbf{V}_{su} \end{pmatrix} \tag{2.37}$$

Cette matrice est ensuite décomposée en éléments singuliers, de telle manière que :

$$\mathbf{T} = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{X}^H \tag{2.38}$$

avec $\mathbf{U}$ et $\mathbf{X}$ deux matrices unitaires. La matrice $\mathbf{X}$, de dimension $(2P \times 2P)$, est ensuite partitionnée en quatre blocs de dimension $(P \times P)$:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

Finalement, la solution au sens des moindres carrés totaux s'exprime comme il suit [55] :

$$\mathbf{K}_{TLS} = -\mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{22}^{-1} \tag{2.40}$$

La solution TLS est plus performante que la solution LS [24] et la méthode ESPRIT présente une variance inférieure à celle de la méthode MUSIC [32].

2.3.4 MPO (Méthode du propagateur orthogonal)

La méthode MPO est une des évolutions de la méthode MP (Méthode du Propagateur) proposée pour estimer des DDA [13, 38, 40, 45] qui présente des performances non asymptotiques proches de celles de MUSIC [40].

Si l'on suppose que l'ensemble des θ_p sont différents, la matrice de transfert $\mathbf{A}$ est de rang plein égal à P, on peut donc considérer qu'il existe P lignes de la matrice $\mathbf{A}$ qui sont linéairement indépendantes. Le fonctionnement de l'algorithme MPO est basé sur un partitionnement de la matrice $\mathbf{A}$ en deux sous-matrices $\mathbf{A}_u$ et $\mathbf{A}_d$ composées respectivement des P premières lignes et des $(N-P)$ dernières lignes de $\mathbf{A}$. De plus, on suppose que $N > 2P$.

On définit le propagateur $\mathbf{\Psi}$ comme l'unique opérateur de dimension $(P \times (N-P))$ défini [40] tel que :

$$\mathbf{\Psi}^H \mathbf{A}_u = \mathbf{A}_d \iff \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}^H & -\mathbf{I}_{N-P} \end{bmatrix} \mathbf{A} = \mathbf{Q}^H \mathbf{A} = \mathbf{0} \tag{2.41}$$

avec :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}^H & -\mathbf{I}_{N-P} \end{bmatrix}^H \tag{2.42}$$

et $\mathbf{I}_{N-P}$ la matrice identité de dimension $\big((N-P) \times (N-P)\big)$ et $\mathbf{0}$ la matrice nulle de taille $\big((N-P) \times P\big)$.

Les vecteurs colonnes de la matrice $\mathbf{Q}$ engendrent un sous-espace qui est par définition orthogonal au sous-espace engendré par les colonnes de la matrice $\mathbf{A}$, c'est-à-dire orthogonal au sous-espace signal. Cependant, les colonnes de la matrice $\mathbf{Q}$ ne forment pas une base orthonormée. Afin d'améliorer les performances de cette méthode, la méthode MPO propose [40] de remplacer la matrice $\mathbf{Q}$ par sa version orthonormalisée :

$$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}(\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})^{-\frac{1}{2}} \tag{2.43}$$

Comme dans MUSIC, on peut ensuite définir une fonctionnelle "pseudo-spectre" $f_{OPM}(\theta)$:

$$f_{MPO}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_0^H\mathbf{a}(\theta)} \tag{2.44}$$

Les maxima de la fonction $f_{MPO}(\theta)$ correspondent aux DDA θ_p.

Le propagateur $\mathbf{\Psi}$ peut être calculé en utilisant la matrice inter-spectrale des observations $\mathbf{\Gamma}$, que l'on partitionne en deux sous-matrices $\mathbf{G}$ et $\mathbf{H}$, respectivement de dimension $(N \times P)$ et $(N \times (N-P))$, telles que :

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \tag{2.45}$$

il est possible de montrer que le propagateur vérifie la propriété suivante :

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}\mathbf{\Psi} \tag{2.46}$$

On obtient le propagateur $\mathbf{\Psi}$ comme il suit :

$$\mathbf{\Psi} = (\mathbf{G}^H\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^H\mathbf{H} \tag{2.47}$$

De la même manière que pour l'algorithme MUSIC, une version polynomiale, root-MPO a été proposée afin de diminuer la complexité calculatoire de cette méthode [6].

2.3.5 SWEDE (Subspace method Without EigenDEcomposition)

la méthode SWEDE [23] est une généralisation de l'algorithme MP présenté ci-dessus et de l'alogrithme BEWE (Bearing Estimation Without Eigendecomposition) [63]. Le fonctionnement de cet algorithme se base, sous l'hypothèse $N > 3P$ sur le partitionnement de la matrice de transfert $\mathbf{A}$ suivant :

$$\mathbf{A}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^H & \mathbf{A}_2^H & \mathbf{A}_3^H \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

avec $\mathbf{A}_1$ $\mathbf{A}_2$ et $\mathbf{A}_3$ trois matrices de dimensions respectives $(P \times P)$, $(P \times P)$ et $((N - 2P) \times P)$.

De la même manière que pour la méthode MP, on suppose que la matrice $\mathbf{A}$ est de rang plein. De cette manière les matrices $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$ ne sont pas singulières et on peut définir une matrice $\mathbf{Y}$ de dimension $(N \times 2(N - 2P))$ telle que :

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Psi}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Psi}_2 \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \tag{2.49}$$

avec :

$$\mathbf{\Psi}_1 = \mathbf{A}_1^{H^{-1}} \mathbf{A}_3^H \mathbf{\Psi}_2 = \mathbf{A}_2^{H^{-1}} \mathbf{A}_3^H \tag{2.50}$$

On a par définition $\mathbf{AY} = \mathbf{0}$, ce qui implique encore une fois que le sous-espace engendré par les colonnes de la matrice $\mathbf{A}$ (i.e. le sous-espace signal) est orthogonal au sous-espace engendré par les colonnes de la matrice $\mathbf{Y}$.

Dans le cas où la matrice du bruit est bloc-diagonale, les deux matrices $\mathbf{\Psi}_1$ et $\mathbf{\Psi}_2$ peuvent être estimées à partir des matrices blocs de la matrice inter-spectrale des observations $\mathbf{\Gamma}$. Pour cela, celle-ci est partitionnée en blocs comme il suit :

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Gamma}_{11} & \mathbf{\Gamma}_{12} & \mathbf{\Gamma}_{13} \\ \mathbf{\Gamma}_{21} & \mathbf{\Gamma}_{22} & \mathbf{\Gamma}_{23} \\ \mathbf{\Gamma}_{31} & \mathbf{\Gamma}_{32} & \mathbf{\Gamma}_{33} \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

de telle manière que chaque bloc puisse s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{\Gamma}_{ij} = \mathbf{A}_i \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_j + \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{bij} \; \forall (i,j) \in [1,2,3]^2 \tag{2.52}$$

Ainsi, les matrices $\mathbf{\Psi}_1$ et $\mathbf{\Psi}_2$ peuvent être estimées à partir des matrices-blocs non diagonales de la matrice inter-spectrale des observations de la manière suivante :

$$\mathbf{\Psi}_1 = -\mathbf{\Gamma}_{21}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{32}^H \tag{2.53}$$

$$\mathbf{\Psi}_2 = -\mathbf{\Gamma}_{12}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{31}^H \tag{2.54}$$

$$\tag{2.55}$$

L'avantage de la méthode SWEDE est de ne pas nécessiter l'usage des blocs diagonaux de la matrice inter-spectrale des observations. Par conséquent, elle n'est théoriquement pas perturbée par la présence de bruit, si celui-ci présente une matrice de covariance diagonale par blocs.

Dans [23], sept manières d'obtenir l'opérateur de projection sur la matrice $\mathbf{Y}$, plus ou moins complexes et offrant différentes précisions d'estimation sont proposées. Parmi celles-ci, nous utiliserons dans notre étude la version notée G, qui propose un projecteur défini comme il suit :

$$\mathbf{\Pi}_V = \mathbf{V}_G(\mathbf{V}_G^H\mathbf{V}_G)^{-1}\mathbf{V}_G^H \tag{2.56}$$

$$\mathbf{V}_G = \begin{pmatrix} -\mathbf{\Gamma}_{21}^{-1}\mathbf{\Gamma}_{32}^H\mathbf{\Gamma}_{31}(\mathbf{\Gamma}_{31}^H\mathbf{\Gamma}_{31})^{-1} & -\mathbf{\Gamma}_{21}^{-1}\mathbf{\Gamma}_{32}^H \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \tag{2.57}$$

Comme dans MUSIC, on peut ensuite définir une fonctionnelle "pseudo-spectre" $f_{SWEDE}(\theta)$:

$$f_{SWEDE}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{\Pi}_V\mathbf{a}(\theta)} \tag{2.58}$$

dont les maxima correspondent aux DDA θ_p.

2.4 Adaptation du modèle du signal observé pour l'application des méthodes haute résolution à l'estimation des temps d'arrivée

L'ensemble des méthodes HR présentées ci-dessus ont été adaptées [6,75] à l'estimation des TDA sur un capteur pour des signaux large bande. L'analogie se fait de la manière suivante : on considère que les signaux émanant des différentes sources correspondent aux échos d'un même signal large bande $s(f)$ et que les différents $s_p(f)$ lui sont proportionnels, c'est-à-dire que :

$$s_p(f) = c_{p,n}s(f) \tag{2.59}$$

où $c_{p,n}$ représente un coefficient complexe caractérisant l'amplitude des différents échos, qui dépend de la nature des objets desquels ils sont issus. Si l'on considère M fréquences de travail $[f_1, f_2 \ldots, f_M]$ on peut, à partir de l'équation (2.8), opter pour le formalisme matriciel suivant :

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{S}\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{b}_n \tag{2.60}$$

où :

- $\mathbf{r}_n = [r_n(f_1), r_n(f_2), \ldots, r_n(f_M)]^T$ est le vecteur des observations dans le domaine de Fourier,
- $\mathbf{S} = diag(s(f_1), s(f_2), \ldots, s(f_M))$ la matrice diagonale composée des valeurs de la transformée de Fourier du signal de référence aux fréquences considérées,
- $\mathbf{c}_n = [c_{1,n}, c_{2,n}, \ldots, c_{P,n}]^T$ le vecteur des amplitudes des signaux,
- $\mathbf{A}_n$ la matrice de transfert du système, composée des vecteurs colonne $\mathbf{a}$, $\mathbf{A}_n = [\mathbf{a}(\tau_{1,n}), \mathbf{a}(\tau_{2,n}), \ldots, \mathbf{a}(\tau_{P,n})]$ avec :

$$\mathbf{a}(\tau_{p,n}) = [\exp(-2i\pi f_1\tau_{p,n}), \exp(-2i\pi f_2\tau_{p,n}), \ldots, \exp(-2i\pi f_M\tau_{p,n})]^T \tag{2.61}$$

– et $\mathbf{b}_n = [b_n(f_1), b_n(f_2), \ldots, b_n(f_M)]^T$ le vecteur de la transformée de Fourier du bruit aux fréquences considérées.

L'adaptation revient à substituer à la notion d'espace la notion de fréquence. Ce modèle de données nous permet d'utiliser les méthodes à haute résolution présentées dans le paragraphe 2.3 afin d'estimer les valeurs des $\tau_{p,n}$ pour $p = 1, \ldots, P$ et $n = 1, \ldots, N$. Le tableau 2.1 présente l'analogie entre l'estimation des DDA et des TDA.

Direction d'Arrivée (DDA)	Temps d'Arrivée (TDA)
Paramètre à estimer	
angle θ	retard τ
Modèle de signal à priori	
$\mathbf{r}(f) = \mathbf{A}(f)\mathbf{c}(f) + \mathbf{b}(f)$ $\mathbf{r}(f) = [r_1(f), \ldots, r_N(f)]^T$ $\mathbf{A}(f) = [\mathbf{a}(f, \theta_1), \ldots, \mathbf{a}(f, \theta_P)]$ $\mathbf{c}(f) = [\mathbf{s}_1(f), \ldots, \mathbf{s}_P(f)]^T$ $\mathbf{b}(f) = [b_1(f), \ldots, b_N(f)]^T$ Antenne rectiligne, capteurs équirépartis	$\mathbf{r}_n = \mathbf{S}\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{b}_n$ $\mathbf{r}_n = [r_n(f_1), \ldots, r_n(f_M)]^T$ $\mathbf{S} = diag(s(f_1), \ldots, s(f_M))$ $\mathbf{A}_n = [\mathbf{a}(\tau_{1,n}), \ldots, \mathbf{a}(\tau_{P,n})]$ $\mathbf{c}_n = [c_{1,n}, \ldots, c_{P,n}]^T$ $\mathbf{b}_n = [b_n(f_1), \ldots, b_n(f_M)]^T$
Vecteur directionnel	
$\mathbf{a}(f, \theta_p) = \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(2i\pi d \sin(\theta_p) f) \\ \vdots \\ \exp(2i\pi d(N-1)\sin(\theta_p) f) \end{pmatrix}$	$\mathbf{a}(\tau_{p,n}) = \begin{pmatrix} \exp(2i\pi f_1 \tau_{p,n}) \\ xp(2i\pi f_2 \tau_{p,n}) \\ \vdots \\ xp(2i\pi f_M \tau_{p,n}) \end{pmatrix}$
Dimensions principales	
N : Nombre de capteurs	M : Nombre de fréquences
P : Nombre de sources	P : Nombre de trajets

TABLE 2.1 – *Modèles matriciels comparés pour les méthodes à haute résolution dans le cadre d'estimation des Directions d'Arrivée (DDA) et des Temps d'Arrivée (TDA)*

2.5 Méthode hybride : MUSICAL (MUSIC Actif Large bande)

La méthode MUSICAL présentée par Bozinoski [13] comme une évolution de la formulation temporelle de la méthode MUSIC, propose de compacter l'ensemble des observations spatiales sur les N capteurs et des observations fréquentielles sur les M fréquences de travail, dans un super-vecteur $\mathbf{r}_g$ de dimension $(NM \times 1)$, défini comme suit :

$$\mathbf{r}_g = [\mathbf{r}(f_1), \mathbf{r}(f_2), \ldots, \mathbf{r}(f_M)]^T \tag{2.62}$$

$$\mathbf{r}(f_m) = [r_1(f_m), r_2(f_m), \ldots, r_N(f_m)] \tag{2.63}$$

Si l'on considère que les coefficients $c_{p,n}$, définis dans l'équation (2.59), ne varient pas en fonction de n, on peut retrouver le modèle matriciel usuel :

$$\mathbf{r}_g = \mathbf{S}_g \mathbf{A}_g \mathbf{c} + \mathbf{b}_g \tag{2.64}$$

avec :

- $\mathbf{S}_g = diag(\overbrace{s(f_1), \ldots, s(f_1)}^{N \text{ fois}}, s(f_2), \ldots, s(f_M))$ la matrice diagonale de dimension $(NM \times NM)$, composée des valeurs de la transformée de Fourier du signal de référence aux fréquences considérées répétées N fois,
- $\mathbf{A}_g$ la matrice de transfert globale du système capteurs-objets à toutes les fréquences, de dimension $(NM \times P)$ composée des vecteurs colonne $\mathbf{a}_p$, tels que $\mathbf{A}_g = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots, \mathbf{a}_P]$, avec :

$$\mathbf{a}_p = \begin{bmatrix} \exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,1}) \\ \exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,2}) \\ \vdots \\ \exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,N}) \\ \exp(-2i\pi f_2 \tau_{p,1}) \\ \vdots \\ \exp(-2i\pi f_M \tau_{p,N}) \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

- $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \ldots, c_P]^T$ le vecteur des amplitudes des signaux,
- et $\mathbf{b}_g = [b_1(f_1), \ldots, b_N(f_1), b_1(f_2), \ldots, b_N(f_M)]^T$ le vecteur de la transformée de Fourier des composantes du bruit aux fréquences considérées.

En reprenant l'expression (2.64), on définit la matrice inter-spectrale généralisée $\mathbf{\Gamma}_g$ de dimension $(NM \times NM)$, de manière similaire à (2.11) par :

$$\mathbf{\Gamma}_g = E[\mathbf{r}_g \mathbf{r}_g^H] \tag{2.66}$$

La matrice inter-spectrale généralisée $\mathbf{\Gamma}_g$ présente les mêmes propriétés que la matrice de covariance inter-spectrale définie par l'équation (2.11), et en particulier on peut lui appliquer les méthodes haute résolution à condition que l'on ait $NM > P$ et que $\mathbf{\Gamma}_g$ soit de rang plein.

Cette méthode peut être étendue à un ensemble de P signaux s_p, en prenant en compte la transformée de Fourier des P signaux dans le vecteur directionnel $\mathbf{a}_p$ comme il suit :

$$\mathbf{a}_p = \begin{bmatrix} s_p(f_1) \exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,1}) \\ s_p(f_1) \exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,2}) \\ \vdots \\ s_p(f_1) \exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,N}) \\ s_p(f_2) \exp(-2i\pi f_2 \tau_{p,1}) \\ \vdots \\ s_p(f_M) \exp(-2i\pi f_M \tau_{p,N}) \end{bmatrix} \tag{2.67}$$

Il est à noter que par cette méthode, la recherche des paramètres de localisation (ρ, θ) des sources se fera de manière bidimensionnelle et simultanée.

De plus, comme signalé plus haut, il est nécessaire de considérer que les amplitudes $c_{p,n}$ ne varient pas spatialement et que $\mathbf{\Gamma}_g$ soit de rang plein, ce qui n'est pas nécessairement vérifié. Dans [57] une évolution des méthodes haute résolution a été proposée. Elle prend en compte dans l'écriture du vecteur directionnel $\mathbf{a}_p$, la variation de ce coefficient en fonction de la position du capteur, selon la physique du problème, dans le cas particulier de la recherche d'objets enfouis en milieu sous-marin par des méthodes acoustiques.

On peut noter également qu'il est nécessaire, afin d'effectuer le traitement, de supposer que le bruit ne présente pas de cohérence spatiale, c'est-à-dire qu'il ne doit exister aucune corrélation entre le bruit mesuré sur les différents capteurs, sinon la matrice inter-spectrale du bruit ne présentera pas les propriétés nécessaires à un traitement haute résolution.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit quelques outils et notions de base de traitement d'antenne qui seront utilisés au cours des chapitres suivants. La méthode MUSIC sera retenue dans la plupart des cas, de part ses bonnes performances, sa facilité de mise en œuvre et son caractère de méthode de référence dans la plupart des travaux existants. Dans un cas particulier, nous retiendrons également la méthode SWEDE pour sa particularité à ne pas prendre en compte les éléments diagonaux de la matrice inter-spectrale des observations, ce qui sera considéré comme un avantage dans ce cas.

Après avoir présenté la géométrie du problème et défini le modèle d'observation dans le cas de signaux en bande étroite adapté à l'utilisation des méthodes haute résolution pour l'estimation de DDA, nous avons montré comment le modèle peut être adapté à l'estimation, par ces mêmes méthodes, des TDA dans le cas de signaux large bande.

On proposera dans le chapitre 3 une méthode HR qui permet d'exploiter ce formalisme afin d'estimer des paramètres de localisation.

CHAPITRE 3

MÉTHODE PROPOSÉE POUR LA LOCALISATION DE SOURCES À PARTIR DE L'ESTIMATION DES TEMPS D'ARRIVÉE

3.1 Introduction

La loi de variation des temps d'arrivée d'un même signal sur les différents capteurs d'un réseau de géométrie connue est porteuse d'une information qui peut nous permettre de localiser les sources dans le cas où la physique de propagation des ondes est maîtrisée.

Dans ce chapitre nous proposons de nous intéresser à l'expression des temps d'arrivée en fonction des paramètres de localisation des différentes sources dans le cadre d'ondes sphériques.

Par opposition à la méthode MUSICAL, présentée au chapitre 2, qui permet d'accéder à une estimation des paramètres de localisation des sources en utilisant d'emblée la totalité de l'information spatiale et spectrale, nous proposerons d'utiliser un modèle incohérent qui présente moins de contraintes et utilise plutôt l'ensemble de l'information spectrale capteur par capteur pour évaluer par des méthodes HR les paramètres.

Nous mettrons en relief l'importance de l'association des différents temps d'arrivée d'un capteur à l'autre, nous proposerons pour cela deux méthodes. Après avoir évalué le biais que l'on peut avoir sur l'estimation de l'angle et de la distance d'une source, nous montrerons qu'il est possible d'améliorer la précision d'estimation par une analyse numérique itérative et nous proposerons une manière d'évaluer la qualité de l'estimation.

Enfin nous proposerons une méthode de correction des erreurs d'estimation dans le cas où le spectre du signal est connu.

3.2 Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur (MITIC)

Supposons que nous sommes en présence d'un mélange de P signaux identiques provenant de P objets que l'on cherche à localiser. On propose dans cette partie une méthode incohérente. La méthode proposée d'abord estime les temps d'arrivée des différents trajets indépendamment sur chaque capteur et après les avoir associés entre eux, estime les paramètres de localisation, comme représenté dans la figure 3.1.

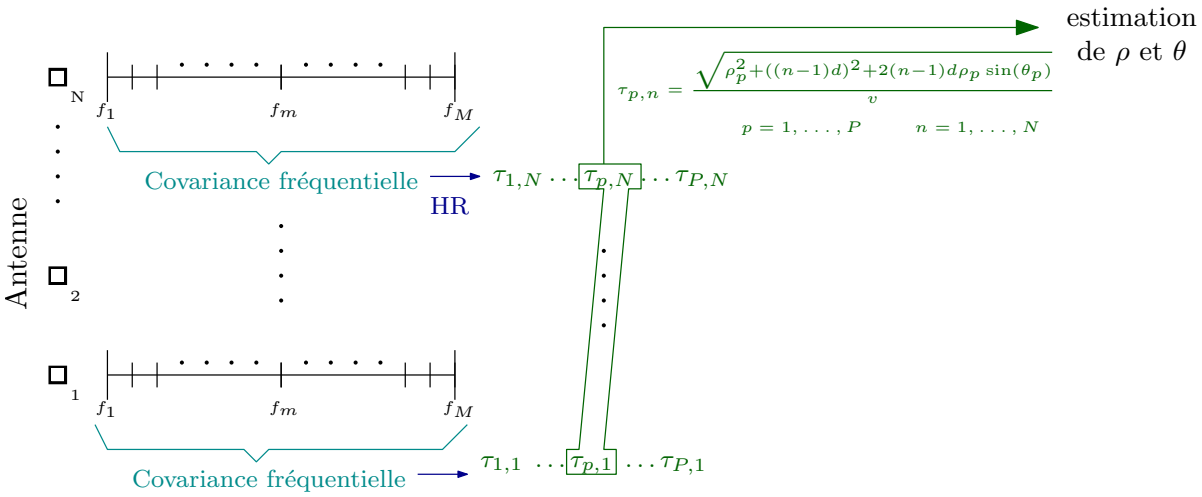


FIGURE 3.1 – *Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur (MITIC) pour l'estimation des paramètres de localisation de sources*

Conformément au formalisme décrit dans le chapitre 2, on peut modéliser le vecteur des observations du signal reçu sur le $n^{\text{ième}}$ capteur de l'antenne dans le domaine fréquentiel suivant l'équation (2.60), $\mathbf{r}_n = \mathbf{S}\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{b}_n$.

Ce modèle de données nous permet d'utiliser les méthodes à haute résolution afin d'estimer les valeurs des $\tau_{p,n}$ pour $p = 1, \ldots, P$ et $n = 1, \ldots, N$ [70]. Notons que pour tout $p = 1, \ldots, P$, chaque ensemble de $\tau_{p,n}$, $n = 1, \ldots, N$ est estimé à une constante près et l'on a :

$$\hat{\tau}_{p,n} = T_p + \tau_{p,n} \tag{3.1}$$

On peut interpréter cette constante T_p comme la prise en compte de l'instant d'émission du signal témoin, du temps de parcours entre l'émetteur et l'objet et de l'instant de début de l'enregistrement, comme le résume la figure 3.2. On peut noter que si l'émetteur et le réseau de capteurs sont synchronisés et que l'on connait leurs positions respectives, il est possible d'exprimer T_p en fonction des paramètres de localisation (ρ_1, θ_1) d'une manière similaire aux équations (2.3) et (2.4).

L'ensemble des TDA $\tau_{p,n}$ sont estimés capteur par capteur, sans connaissance à priori du lien entre chaque TDA et l'objet dont il est issu. Il est donc nécessaire d'associer les différents TDA estimés $\hat{\tau}_{p,n}$ d'un capteur à l'autre avant d'aller plus loin dans le traitement des données. La figure 3.3 illustre la difficulté d'associer un ensemble de TDA à une source donnée. En effet, le seul tri "naturel" (par ordre croissant

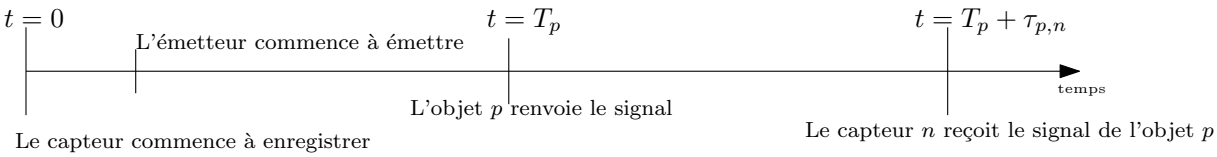


FIGURE 3.2 – *Description de T_p, $\tau_{p,n}$ et $\hat{\tau}_{p,n}$*

ou décroissant) des temps estimés d'un capteur à l'autre n'est pas pertinent pour associer les TDA à une source donnée.

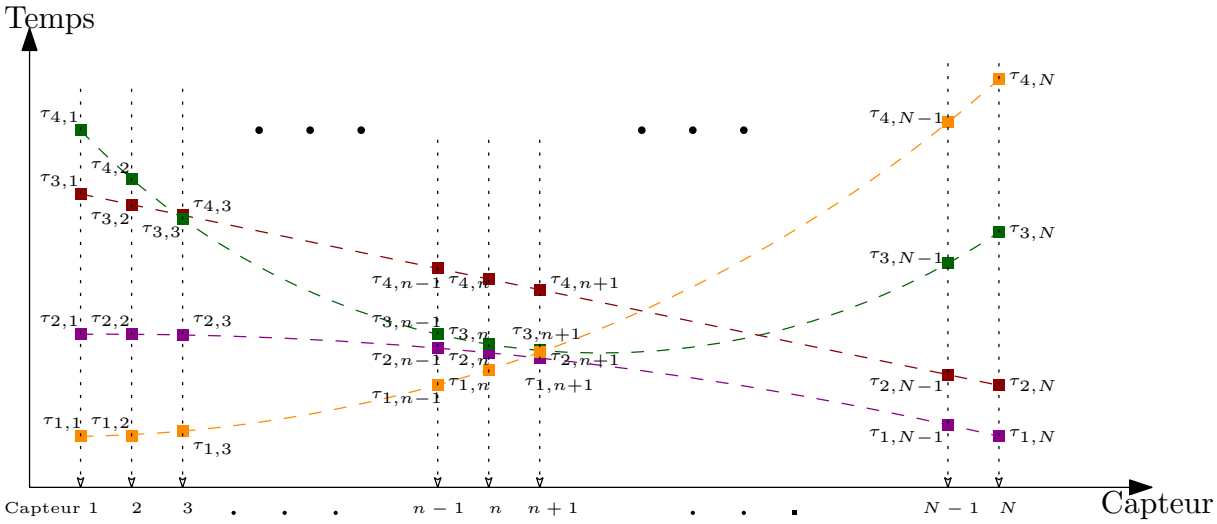


FIGURE 3.3 – *Illustration de la difficulté d'associer des TDA à une source donnée d'un capteur à l'autre*

Une fois l'association effectuée entre les TDA et les sources correspondantes, une approche directe pour l'estimation des paramètres de localisation consisterait à effectuer une estimation multidimensionnelle des $(\hat{T}_p, \hat{\rho}_{p,1}, \hat{\theta}_{p,1})$ pour $p = 1, \dots P$ de telle manière que l'on ait :

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{p=1}^{P} \left(\hat{\tau}_{p,n} - \hat{T}_p - \frac{\hat{\rho}_{p,n}}{v} \right)^2 = 0 \tag{3.2}$$

avec $\hat{\rho}_{p,n}$ calculé grâce à l'équation (2.3) en utilisant $\hat{\rho}_{p,1}$ et $\hat{\theta}_{p,1}$.

Cette méthode nécessite une recherche multidimensionnelle complexe ($3P$ inconnues), non linéaire, avec un système surdéterminé (NP équations) dès lors que l'on a plus de 3 capteurs et donc éventuellement une infinité de solutions.

Nous proposerons au paragraphe 3.2.2 une méthode permettant d'estimer les paramètres de localisation à partir des TDA estimés pour une valeur de p donnée mais commençons par nous intéresser à une méthode fiable d'association des TDA et des sources.

3.2.1 Méthode d'association TDA - sources

Comme il a été signalé auparavant, les TDA $\hat{\tau}_{p,n}$ sont estimés capteur par capteur et ne présentent à priori aucun lien évident à leur source d'origine. Pour prendre cela en compte, on introduit l'indice q que l'on substitue à l'indice p, qui correspond à une numérotation propre à chaque capteur n, par exemple liée à un tri croissant des valeurs des TDA estimés pour ce capteur. Par la suite on numérotera $\hat{\tau}_{q,n}$ pour un tri quelconque et $\hat{\tau}_{p,n}$ pour un tri par source.

Une recherche globale sur l'ensemble de ces TDA risque d'être longue, laborieuse et surtout infructueuse. Il existe dans la littérature de nombreuses méthodes qui dans l'absolu peuvent résoudre ce problème. On peut citer en particulier les algorithmes génétiques dont le but est d'obtenir une solution approchée à un problème d'optimisation, lorsqu'il n'existe pas de méthode exacte, par des principes de sélection naturelle [44]. Ces algorithmes restent cependant limités essentiellement par le temps de calcul nécessaire à la recherche d'une solution ainsi que la lourdeur de mise en œuvre et la difficulté de détermination des paramètres.

On peut également citer l'algorithme forward-backward qui permet de calculer la probabilité d'une séquence observée dans le contexte des modèles de Markov cachés [50]. L'algorithme commence par effectuer un calcul progressif des probabilités, un calcul « en avant », qui donne la probabilité d'obtenir p premières observations dans une séquence donnée, en terminant dans chaque état possible du modèle de Markov. La principale difficulté liée à cet algorithme réside dans la nécessité d'établir un modèle de Markov en adéquation avec notre problématique. De plus, là aussi le temps de calcul reste très important, surtout si le nombre d'états possibles est conséquent. On peut citer aussi l'algorithme d'Island qui offre de meilleures performances calculatoires [9].

On propose dans les paragraphes suivants d'exploiter une relation de linéarisation afin d'établir deux fonctions de coût qui permettent d'effectuer l'association des TDA estimés à leurs sources respectives.

3.2.1.1 Linéarisation

Afin de faciliter l'association des TDA, on propose d'exploiter les relations qui les lient et en particulier les expressions (2.3) et (3.1). Si l'on considère la différence entre $\hat{\tau}_{p,1}$ et les $\hat{\tau}_{p,n}$ pour $n = 2, \ldots, N$, on peut écrire la relation suivante :

$$\hat{\tau}_{p,1} - \hat{\tau}_{p,n} = \tau_{p,1} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{\tau_{p,n}^2 - \tau_{p,1}^2}{\tau_{p,1}^2}} \right) \tag{3.3}$$

Par construction, on a $\tau_{p,1} = \frac{\rho_{p,1}}{v}$. On définit $h(n)$ comme étant :

$$h(n) = \frac{\tau_{p,n}^2 - \tau_{p,1}^2}{\tau_{p,1}^2} = \frac{(n-1)^2 d^2 + 2(n-1) d\rho \sin(\theta_{p,1})}{\rho_{p,1}^2} \tag{3.4}$$

En multipliant l'équation (3.3) par la célérité de l'onde v, on obtient alors :

$$\left(\hat{\tau}_{p,1} - \hat{\tau}_{p,n} \right) v = \rho_{p,1} \left(1 - \sqrt{1 + h(j)} \right) \tag{3.5}$$

Si l'on a $\left|h(n)\right| < 1$ pour tout $n = 1, \dots, N$, on peut utiliser le développement en série de Taylor au point 1 de la fonction racine carrée, qui s'obtient à partir de la formule du binôme généralisée :

$$\sqrt{1+h(n)} = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{\binom{2j}{j}}{(2j-1)2^{2j}} h(n)^j = 1 + \frac{1}{2}h - \frac{1}{8}h^2 + \frac{1}{16}h(n)^3 - \frac{5}{128}h(n)^4 + \cdots \tag{3.6}$$

On a l'encadrement suivant :

$$\forall n = 1, \dots, N, \quad -1 \leqslant h(n) \leqslant \frac{(N-1)^2 d^2 + 2(N-1) d\rho_{p,1}}{\rho_{p,1}^2} \tag{3.7}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \forall n = 1, \dots, N, \left|h(n)\right| < 1 \iff & \quad \frac{(N-1)^2 d^2 + 2(N-1) d\rho_{p,1}}{\rho_{p,1}^2} < 1 \\ \iff & \quad d(N-1)(1+\sqrt{2}) < \rho_{p,1} \end{aligned} \tag{3.8}$$

et qui revient à supposer que :

$$\frac{d(N-1)}{\sqrt{2}-1} < \rho_{p,1} \tag{3.9}$$

Ainsi, si la condition (3.9) est satisfaite, on peut développer l'expression (3.5) en utilisant (3.6) :

$$\begin{aligned} P(n+1) = & \left(\hat{\tau}_{p,1} - \hat{\tau}_{p,n+1}\right) v \\ = & \rho_{p,1} \left(1 - \sqrt{1+h(n+1)}\right) = \rho_{p,1} \left(\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{\binom{2j}{j}}{(2j-1)2^{2j}} h(n+1)^j \right) \\ = & \rho_{p,1} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{j} (-1)^j \frac{(2j-2)!}{(j-1)!2^{j+i-1}(j-i)!} \left(\frac{d}{\rho_{p,1}}\right)^{j+i} \sin(\theta_{p,1})^{j-i} n^{j+i} \end{aligned} \tag{3.10}$$

On peut noter que les trois premiers coefficients de ce polynôme en n, $P(n+1) = A_0 + A_1 n + A_2 n^2 + A_3 n^3 \cdots + A_j n^j \cdots$ sont :

$$A_0 = 0 \tag{3.11}$$

$$A_1 = -d \sin(\theta_{p,1}) \tag{3.12}$$

$$A_2 = \frac{d^2 \left(\sin(\theta_{p,1})^2 - 1\right)}{2\rho_{p,1}} \tag{3.13}$$

et plus généralement :

$$A_k = \rho_{p,1} \sum_{\substack{(j,i) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N} \\ j+i=k,\, i \leqslant j}} \frac{(2j-2)!}{(j-1)!2^{j+i-1}(j-i)!} \left(\frac{d}{\rho_{p,1}}\right)^{j+i} \sin(\theta_{p,1})^{j-i} \tag{3.14}$$

Nous proposons maintenant deux algorithmes d'association des TDA estimés basés sur des fonctions de coûts.

3.2.1.2 Critère d'association des TDA par minimisation d'un critère de variation des combinaisons

Afin de considérer qu'un ensemble des TDA estimés sur des capteurs différents sont issus de la même source, il est nécessaire d'établir un indicateur qui nous permet de l'affirmer.

Dans un premier temps nous proposons d'établir une fonctionnelle $f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \dots \hat{\tau}_{q_N,N})$ qui sera minimale lorsque les $\hat{\tau}_{q_n,n}$, $n = 1, \dots, N$, sont issus de la même source.

En combinant les expressions (3.1) et (2.3),on obtient, pour tout $n \in [1, \dots, N-1]$ et pour tout $(q_{n+1}, q_n) \in [1, \dots, P]^2$:

$$\hat{\tau}^2_{q_{n+1},n+1} - \hat{\tau}^2_{q_n,n} = T^2_{q_{n+1}} - T^2_{q_n} + \tau^2_{q_{n+1},n} - \tau^2_{q_n,n} + 2(T_{q_{n+1}}\tau_{q_{n+1},n+1} - T_{q_n}\tau_{q_n,n}) \tag{3.15}$$

et en particulier dans le cas ou $\hat{\tau}_{q_{n+1},n+1}$ et $\hat{\tau}_{q_n,n}$ sont issus de la même source, on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{\tau}^2_{p,n+1} - \hat{\tau}^2_{p,n} &= \tau^2_{p,n+1} - \tau^2_{p,n} + 2T_p(\tau_{p,n+1} - \tau_{p,n}) \\ &= \frac{(2n+1)d^2 + 2d\rho_p \sin(\theta_p)}{v^2} + 2T_p(\tau_{p,n+1} - \tau_{p,n}) \end{aligned} \tag{3.16}$$

On peut donc, pour tout $n = 1, \dots, N-1$, $q_{n+1} = 1, \dots, P$ et $q_n = 1, \dots, P$ calculer la quantité :

$$O^n_{q_{n+1},q_n} = \frac{v^2(\hat{\tau}^2_{q_{n+1},n+1} - \hat{\tau}^2_{q_n,n}) - (2n+1)d^2}{2d} \tag{3.17}$$

qui, dans le cas ou $\hat{\tau}_{q_{n+1},n+1}$ et $\hat{\tau}_{q_n,n}$ sont issus de la même source, vaut :

$$O^n_{p,p} = \rho_p \sin(\theta_p) + \frac{v^2 T_p(\tau_{p,n+1} - \tau_{p,n})}{d} \tag{3.18}$$

Le critère que nous proposons revient à quantifier l'évolution de cette quantité en fonction de n. Considérons la fonctionnelle suivante :

$$f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \dots \hat{\tau}_{q_n,N}) = \frac{\sum_{n=1}^{N-1}\left(O^n_{q_{n+1},q_n}\right)^2}{N-2} - \frac{N-1}{N-2}\left(\frac{\sum_{n=1}^{N-1} O^n_{q_{n+1},q_n}}{N-1}\right)^2 \tag{3.19}$$

On supposera que les $\hat{\tau}_{q_n,n}$, $n = 1, \dots, N$, sont issus de la même source lorsque $f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \dots \hat{\tau}_{q_n,N})$ est minimum, on a d'ailleurs :

$$f(\hat{\tau}_{p,1}, \hat{\tau}_{p,2}, \dots \hat{\tau}_{p,N}) = \frac{v^4 T_p^2}{d^2}\left(\frac{\sum_{n=1}^{N-1}\left(\tau_{p,n+1} - \tau_{p,n}\right)^2}{N-2} - \frac{\left(\tau_{p,N} - \tau_{p,1}\right)^2}{(N-2)(N-1)}\right) \tag{3.20}$$

Lorsque $T_p = 0$, une série de TDA issus de la même source conduit à $f(\hat{\tau}_{p,1}, \hat{\tau}_{p,2}, \dots \hat{\tau}_{p,N}) = 0$. Si T_p n'est pas nul, on cherche à caractériser le résidu sur cette mesure. En reprenant l'expression du polynôme P dans (3.10), on peut écrire :

$$f(\tau_{p,1}, \tau_{p,2}, \dots, \tau_{p,N}) = \frac{\sum_{n=1}^{N-1}\left(P(n) - P(n+1)\right)^2}{N-2} - \frac{P(N)^2}{(N-2)(N-1)} \tag{3.21}$$

Au premier ordre on trouve que $f(\tau_{p,1}, \tau_{p,2}, \ldots, \tau_{p,N}) = 0$.

Le tableau 3.1 donne les valeurs maximales en fonction de $\theta_{p,1}$ de $f(\tau_{p,1}, \tau_{p,2}, \ldots, \tau_{p,N})$ pour différentes valeurs de N, d et $\rho_{p,1}$. On constate que plus l'objet est "éloigné" de l'antenne, c'est-à-dire que le produit $d(N-1)$ est petit par rapport à $\rho_{p,1}$, plus la quantité $f(\tau_{p,1}, \tau_{p,2}, \ldots, \tau_{p,N})$ est faible.

$d = 0.1m$			
	$N = 3$	$N = 5$	$N = 10$
$\rho_{p,1} = 10m$	$2.5 \times 10^{-07} s^2$	$1.25 \times 10^{-06} s^2$	$6.68 \times 10^{-06} s^2$
$\rho_{p,1} = 50m$	$9.99 \times 10^{-09} s^2$	$4.99 \times 10^{-08} s^2$	$2.66 \times 10^{-07} s^2$
$\rho_{p,1} = 100m$	$2.49 \times 10^{-09} s^2$	$1.24 \times 10^{-08} s^2$	$6.66 \times 10^{-08} s^2$
$d = 0.5m$			
	$N = 3$	$N = 5$	$N = 10$
$\rho_{p,1} = 10m$	$0.000156 s^2$	$0.000788 s^2$	$0.00437 s^2$
$\rho_{p,1} = 50m$	$6.25 \times 10^{-06} s^2$	$3.12 \times 10^{-05} s^2$	$0.000166 s^2$
$\rho_{p,1} = 100m$	$1.56 \times 10^{-06} s^2$	$7.81 \times 10^{-06} s^2$	$4.16 \times 10^{-05} s^2$
$d = 1m$			
	$N = 3$	$N = 5$	$N = 10$
$\rho_{p,1} = 10m$	$0.0025 s^2$	$0.0129 s^2$	$0.0846 s^2$
$\rho_{p,1} = 50m$	$0.0001 s^2$	$0.0005 s^2$	$0.00268 s^2$
$\rho_{p,1} = 100m$	$2.50 \times 10^{-05} s^2$	$0.00012 s^2$	$0.000667 s^2$

TABLE 3.1 – *Valeurs maximale de $f(\tau_{p,1}, \tau_{p,2}, \ldots \tau_{p,N})$ en fonction de $\theta_{p,1}$ pour différentes configuration de d, $\rho_{p,1}$ et N.*

La procédure est décrite dans l'algorithme 3.1 et schématisée sur la figure 3.4.

Algorithme 3.1 Méthode de comparaison deux à deux pour l'association des TDA

Pour tout q_1 parmi $1, \ldots, P$:

1. Pour toutes les combinaisons de $(q_2, \ldots, q_n) \in [1, \ldots, P]^{N-1}$ on calcule l'indicateur $f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \ldots \hat{\tau}_{q_n,N})$
2. la série $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ minimisant $f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \ldots \hat{\tau}_{q_n,N})$ est associée à la source q_1

Le principal inconvénient de cette technique reste son coût calculatoire très important, étant donné qu'il existe P^{N-1} combinaisons possibles des $\hat{\tau}_{p,n}$ pour un p donné. Il est possible de réduire ce temps en soumettant en amont les différentes combinaisons à des tests simples qui peuvent nous permettent d'éliminer des combinaisons impossibles de $\hat{\tau}_{p,n}$. Cela a conduit à la mise au point d'un algorithme prédictif, proposé dans section suivante.

3.2.1.3 Itérative - plus proche proposition

Le temps de calcul trop important de l'algorithme précédent limite trop fortement le champ d'application à des antennes possédant un nombre réduit de capteurs pour

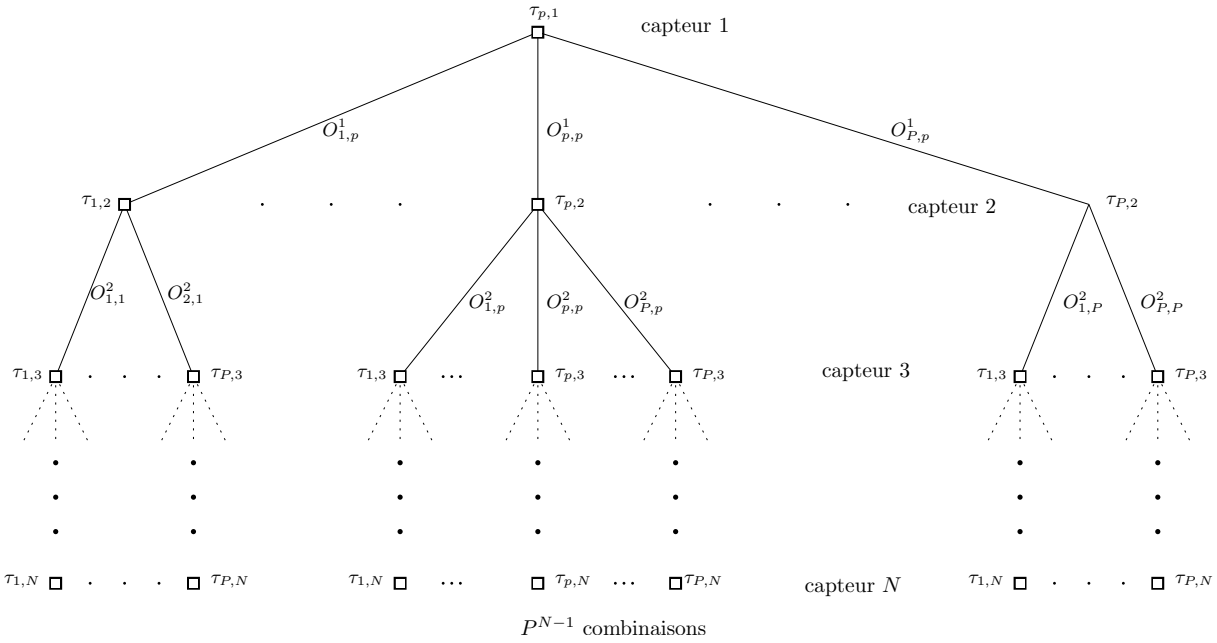


FIGURE 3.4 – *Association des TDA estimés par comparaison deux à deux*

un faible nombre de sources.

Nous proposons ici de limiter le nombre de paramètres de notre fonction de coût, afin de limiter le nombre de combinaisons possible et ainsi, de limiter le temps de calcul. Pour ce faire nous proposons de construire à priori les différentes séries possibles, en exploitant les relations itératives (2.1) et (2.2), que l'on aura pris soin d'initialiser à partir de :

- un couple $(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2})$,
- une DOA $\bar{\theta}_{q_1,1}$ variable dans $[-\pi, \pi]$.

A partir de cette initialisation on calcule :

- une estimation simple de la distance $\bar{\rho}_{q_1,1}$ basée sur le régression linéaire proposée précédemment,
- une estimation de la quantité $\bar{T}_{q_1}$,
- les $\bar{\tau}_{q_1,n}$ pour $n = 2, \ldots, N$ en exploitant (2.1), (2.2) et (3.1).

On cherche ensuite à associer à cette série de TDA construite à priori, la série la plus proche issue des données lui correspondant. Pour chaque n dans $[2, \ldots, N]$, on sélectionne le $\hat{\tau}_{q_n,n}$ le plus proche de $\bar{\tau}_{q_1,n}$. La série associée à la source q_1, sera celle qui minimisera, en fonction de $\tau_{q_2,2}$ et $\bar{\theta}_{q_1,1}$, la fonction de coût suivante :

$$f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \bar{\theta}_{q_1,1}) = \sum_{n=2}^{N} \left(\hat{\tau}_{q_n,n} - \bar{\tau}_{q_1,n} \right)^2 \tag{3.22}$$

L'ensemble de cette démarche est résumée dans l'algorithme 3.2.

Cette méthode offre un temps de calcul plus faible. En effet, le nombre d'opérations pour la détermination d'une série est proportionnel à $P^2N^2N_\theta$ si N_θ correspond au nombre de valeurs testées pour $\hat{\theta}_{q_1,1}$ lors de la recherche.

Algorithme 3.2 Méthode de comparaison par estimation à priori pour l'association des TDA

Pour tout q_1 parmi $1, \ldots, P$

1. pour tout $\bar{\theta}_{q_1,1}$ parmi $[-\pi, \pi]$ et pour tout q_2 parmi $1, \ldots, P$:
   (a) On estime $\bar{\rho}_{q_1,1}$ par :

$$\bar{\rho}_{q_1,1} = \frac{d^2}{2(v(\hat{\tau}_{q_2,2} - \hat{\tau}_{q_1,1}) - 2d\sin(\theta_{q_1,1}))} \tag{3.23}$$

   (b) pour n variant de 2 à N, si $\bar{\rho}^2_{q_1,n-1} + d^2 + 2d\bar{\rho}_{q_1,n-1}\sin\bar{\theta}_{q_1,1} \geqslant 0$ et $\left|\frac{\bar{\rho}^2_{q_1,n-1}+d^2-\bar{\rho}^2_{q_1,n}}{2d\bar{\rho}_{q_1,n-1}}\right| \leqslant 1$, on calcule $\bar{\rho}_{q_1,n}$ et $\bar{\theta}_{q_1,n}$ en utilisant les équations (2.1) et (2.2).
   (c) Si le couple q_2, $\bar{\theta}_{q_1,1}$ nous permet d'effectuer l'ensemble des estimations, on cherche, pour n variant entre 3 et N, on cherche les valeurs de $\bar{\tau}_{p,n}$ avec :

$$\bar{\tau}_{p,n} = \bar{T}_{q_1} + \frac{\bar{\rho}_{q_1,n}}{v} \tag{3.24}$$

$$\bar{T}_{q_1} = \hat{\tau}_{q_1,1} - \frac{\bar{\rho}_{q_1,1}}{v} \tag{3.25}$$

   (d) pour $n = 2, \ldots, N$, on identifie les $\hat{\tau}_{q_n,n}$ les plus proches des $\bar{\tau}_{p,n}$ et on calcule la fonction de coût pour cette série :

$$f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \bar{\theta}_{q_1,1}) = \sum_{n=2}^{N}\left(\hat{\tau}_{q_n,n} - \frac{\hat{\rho}_{q_n,n}}{v} - \hat{T}_p\right)^2 \tag{3.26}$$

2. le couple $(\hat{\tau}_{q_2,2}, \bar{\theta}_{q_1,1})$ minimisant $f(\hat{\tau}_{q_1,1}, \hat{\tau}_{q_2,2}, \bar{\theta}_{q_1,1})$ et la série des $\hat{\tau}_{q_n,n}$ associée sera considérée issue de la source q_1

3.2.2 Méthode proposée pour la localisation des sources

En reprenant les équations (3.10) et (3.14), nous proposons ici une relation linéaire qui permet d'estimer les paramètres de localisation. En notant que $A_0 = 0$, on définit le polynôme P' tel que :

$$P'(n) = \frac{P(n+1)}{n} = A_1 + A_2 n + A_3 n^2 \cdots + A_{j+1} n^j \cdots \tag{3.27}$$

On peut écrire ce système linéaire, dès que $N > 3$:

$$\mathbf{p}_N = \mathbf{M}_N \boldsymbol{\alpha}_N + \boldsymbol{\epsilon}_N \tag{3.28}$$

Avec :

- $\mathbf{p}_N$ le vecteur des $N-1$ valeurs de P' :

$$\mathbf{p}_N = \left[P'(1), P'(2), \ldots, P'(N-1)\right]^T \tag{3.29}$$

- $\mathbf{M}_N$ la matrice carrée de Vandermonde associée au vecteur $[1, 2, \ldots, N-1]$ telle que :

$$\mathcal{V}_{N-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 2^{N-2} \\ 1 & 3 & \cdots & 3^{N-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & (N-1) & \cdots & (N-1)^{N-2} \end{pmatrix} \tag{3.30}$$

- $\boldsymbol{\alpha}_N$ le vecteur des $N-1$ premiers coefficients de P' :

$$\boldsymbol{\alpha}_N = [A_1, A_2, \ldots, A_{N-1}]^T \tag{3.31}$$

- et $\boldsymbol{\epsilon}_N$ le vecteur lié à la troncature au degré $N-2$ du polynôme P' :

$$\boldsymbol{\epsilon}_N = \left[\sum_{j=N-1}^{\infty} A_{j+1}, \sum_{j=N-1}^{\infty} A_{j+1} 2^j \ldots, \sum_{j=N-1}^{\infty} A_{j+1}(N-1)^j\right]^T \tag{3.32}$$

Cette approche nous permet, lorsque $N \geqslant 3$, d'estimer les coefficients $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N = [\hat{A}_1, \hat{A}_2, \ldots, \hat{A}_{N-1}]^T$, en inversant la matrice $\mathbf{M}_N$:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N = \mathbf{M}_N^{-1} \mathbf{p}_N \tag{3.33}$$

ce qui revient à un estimateur par la méthode des moindres carrés.

Ensuite, on estime la distance et l'angle de la source par rapport au premier capteur :

$$\hat{\theta}_{p,1} = \arcsin\left(-\frac{\hat{A}_1}{d}\right) \tag{3.34}$$

$$\hat{\rho}_{p,1} = \frac{\hat{A}_1^2 - d^2}{2\hat{A}_2} \tag{3.35}$$

On note qu'il existe dans la littérature de nombreux algorithmes pour l'inversion de la matrice $\mathbf{M}_N$ [22], sachant que l'élément (i, j), de celle-ci vaut :

$$m_{ij} = \frac{\sum_{\substack{1 \leqslant x_1 < \ldots < x_{N-1-i} \leqslant N-1 \\ x_1, \ldots, x_{N-1-i} \neq j}} (-1)^{i-1} x_1 \ldots x_{N-1-i}}{\prod_{\substack{1 \leqslant x \leqslant N-1 \\ x \neq j}} (x - j)} \tag{3.36}$$

Cette méthode permet simplement d'obtenir une estimation des paramètres de localisation des différentes sources.

On proposera dans les sections suivantes, d'estimer l'erreur induite par cette méthode, puis, une méthode itérative qui permettra d'améliorer cette première estimation.

3.3 Qualité de l'estimation par la méthode MITIC

3.3.1 Evaluation du biais d'estimation

Le biais d'estimation sur les $\hat{A}_j$ s'exprime en fonction du vecteur $\boldsymbol{\epsilon}_N$, lié à la troncature au degré $N-2$ du développement du polynôme P', et de la matrice de Vandermonde $\mathbf{M}_N$ qui régit le système linéaire liant les coefficients de P' et ses valeurs, de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\mu}_N = \left[\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{N-1}\right]^T = \mathbf{M}_N^{-1} \boldsymbol{\epsilon}_N \tag{3.37}$$

le biais sur l'estimation des paramètres de localisation est donc, au premier ordre :

$$\mu_\theta = \frac{\mu_1}{\sqrt{1 - A_1^2}} \tag{3.38}$$

$$\mu_\rho = \frac{\mu_2(A_1^2 - d^2) - \mu_1(2A_1A_2 - A_2\mu_1)}{2A_2(A_2 + \mu_2)} \tag{3.39}$$

On peut généraliser le système (3.28) par :

$$\mathbf{p}_N = \mathbf{M}_{N,k} \boldsymbol{\alpha}_{N-k} + \boldsymbol{\epsilon}_{N-k} \tag{3.40}$$

avec $1 \leqslant k \leqslant N-2$ et $\mathbf{M}_{N,k}$ la matrice composée des $N-k$ premières colonnes de $\mathbf{M}_N$. Dans le cas où $k > 1$, la matrice $\mathbf{M}_{N,k}$ n'est pas carrée, et son inversion nécessite l'utilisation de sa pseudo-inverse de Moore $\left(\mathbf{M}_{N,k}\mathbf{M}_{N,k}^H\right)^{-1}$ et ainsi :

$$\boldsymbol{\alpha}_N = \left(\mathbf{M}_{N,k}\mathbf{M}_{N,k}^H\right)^{-1} \mathbf{M}_{N,k}^H \mathbf{p}_N \tag{3.41}$$

Cependant, on peut noter que par définition, la valeur absolue des éléments de $\boldsymbol{\epsilon}_{N-k}$ est minimum pour $k = 0$.

3.3.2 Influence de l'erreur d'estimation de la matrice inter-spectrale sur l'estimation des TDA

Parmi toutes les sources d'erreurs possibles, les effets de bruit d'observation dûs au nombre fini d'échantillons et les effets d'erreur sur les capteurs (erreur de calibration), ainsi que la méconnaissance de la corrélation entre ces deux types de bruit, sont des facteurs majeurs de perturbation des algorithmes.

Nous reprenons ici une étude analytique, inspirée des travaux de Li et Vaccaro [35, 42] et développée par Bozinoski [13], qui établit la perturbation liée à l'adjonction d'une perturbation additive sur la matrice de covariance (ou sur les données de manière équivalente) sur l'estimation des paramètres recherchés.

On considère une matrice de covariance perturbée $\tilde{\mathbf{\Gamma}}$:

$$\tilde{\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Delta\Gamma} \tag{3.42}$$

avec $\mathbf{\Delta\Gamma}$ une matrice de perturbation additive.

Cette perturbation va agir sur la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance, ce qui va entraîner une mauvaise détermination du projecteur qui est à l'origine de l'estimation des paramètres et on aura alors :

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}}_n = \boldsymbol{\tau}_n + \mathbf{\Delta}\boldsymbol{\tau}_n \tag{3.43}$$

avec :

- $\boldsymbol{\tau}_n = [\tau_{1,n}, \ldots, \tau_{P,n}]$: les valeurs exactes des temps d'arrivée,
- $\tilde{\boldsymbol{\tau}}_n = [\tilde{\tau}_{1,n}, \ldots, \tilde{\tau}_{P,n}]$: les valeurs des temps d'arrivée estimées à partir de la matrice inter-spectrale perturbée,
- $\mathbf{\Delta}\boldsymbol{\tau}_n = [\Delta\tau_{1,n}, \ldots, \Delta\tau_{P,n}]$: les perturbations additives sur les temps d'arrivée

Dans un premier temps, nous cherchons à évaluer la perturbation sur la formation des sous-espaces de cette perturbation additive des données. Les sous-espaces signal et bruit obtenus à partir de la décomposition en éléments propres de la matrice inter-spectrale non bruitée $\mathbf{\Gamma}$:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_s & \mathbf{V}_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_s^H \\ \mathbf{V}_b^H \end{pmatrix} \tag{3.44}$$

La perturbation de la matrice inter-spectrale transforme les sous-espaces issus de la matrice perturbée $\tilde{\mathbf{\Gamma}}$ de manière non linéaire. Cependant, pour des perturbations suffisamment faibles, un développement au premier ordre de la perturbation permet d'avoir une approximation linéaire des sous-espaces perturbés. On suppose donc que la perturbation $\mathbf{\Delta\Gamma}$ engendre une perturbation additive sur les vecteurs propres des deux sous-espaces bruit et signal. C'est-à-dire :

$$\tilde{\mathbf{V}}_s = \mathbf{V}_s + \mathbf{\Delta}\mathbf{V}_s \tag{3.45}$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_b = \mathbf{V}_b + \mathbf{\Delta}\mathbf{V}_b \tag{3.46}$$

Dans un deuxième temps, on va relier les perturbations du sous-espace bruit aux erreurs sur l'estimation des paramètres $\mathbf{\Delta}\boldsymbol{\tau}_n$ puisque dans la plupart des méthodes c'est à l'aide des vecteurs propres du sous-espace bruit que l'on calcule la fonctionnelle qui

permet in fine l'estimation des temps d'arrivée.
A cette fin, on exprime ces écarts $\Delta\tau_{p,n}$ en fonction de la dérivée de la fonctionnelle perturbée $\tilde{f}_{MUSIC}(\tau)$ comme définie par l'équation (2.18) :

$$\tilde{f}_{MUSIC}(\tau) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\mathbf{a}(\tau)} \tag{3.47}$$

avec $\tilde{\mathbf{\Pi}}_b = \tilde{\mathbf{V}}_b\tilde{\mathbf{V}}_b^H = \mathbf{\Pi}_b + \mathbf{\Delta\Pi}_b = \underbrace{\mathbf{V}_b\mathbf{V}_b^H}_{\mathbf{\Pi}_b} + \mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H + \mathbf{V}_b\mathbf{\Delta V}_b^H$.

On peut écrire $\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\mathbf{a}(\tau)$, en utilisant les composante du vecteur $\mathbf{a}^H(\tau) = [a_1(\tau), \dots a_M(\tau)]^T$ et du projecteur $\tilde{\mathbf{\Pi}}_b$, $\tilde{\Pi}_{b,i,j} \quad \forall(i,j) \in [1,N]^2$ de la manière suivante :

$$\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\mathbf{a}(\tau) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} a_i^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,i,j}a_j(\tau) \tag{3.48}$$

En dérivant par rapport à τ on obtient :

$$\frac{d\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\mathbf{a}(\tau)}{d\tau} = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}\left(\dot{a}_i^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,i,j}a_j(\tau) + a_i^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,i,j}\dot{a}_j(\tau)\right) \tag{3.49}$$

En constatant que $\tilde{\Pi}_{b,i,j} = \tilde{\Pi}_{b,j,i}^\star$, on a :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\mathbf{a}(\tau)}{d\tau} &= \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}\left(\dot{a}_i^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,i,j}a_j(\tau) + \left(\dot{a}_j^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,j,i}a_i(\tau)\right)^\star\right)\\ &= \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} 2\Re\left(\dot{a}_i^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,i,j}a_j(\tau)\right)\\ &= \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} 2\Re\left(a_i^\star(\tau)\tilde{\Pi}_{b,i,j}\dot{a}_j(\tau)\right)\end{aligned} \tag{3.50}$$

La dérivée de $\tilde{f}_{MUSIC}(\tau)$ s'exprime comme :

$$\dot{\tilde{f}}_{MUSIC}(\tau) = \frac{-2\Re\left(\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau)\right)}{\left(\mathbf{a}^H(\tau)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\mathbf{a}(\tau)\right)^2} \tag{3.51}$$

Comme on a à $\tau = \tilde{\tau}_{p,n}$, $\dot{\tilde{f}}_{MUSIC}(\tilde{\tau}_{p,n}) = 0$, on peut écrire :

$$\Re\left(\mathbf{a}^H(\tilde{\tau}_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tilde{\tau}_{p,n})\right) = 0 \tag{3.52}$$

comme on se limite au premier ordre, on a :

$$\dot{\mathbf{a}}(\tilde{\tau}_{p,n}) = \dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) \tag{3.53}$$

$$\mathbf{a}(\tilde{\tau}_{p,n}) = \mathbf{a}^H(\tau_{p,n}) + \Delta\tau_{p,n}\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n}) \tag{3.54}$$

on a donc :

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^H(\tilde{\tau}_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tilde{\tau}_{p,n}) &= \left(\mathbf{a}^H(\tau_{p,n}) + \Delta\tau_{p,n}\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n})\right)\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) \\ &= \mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) + \Delta\tau_{p,n}\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) \\ &= \mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) + \Delta\tau_{p,n}\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Pi}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) \end{aligned} \tag{3.55}$$

et ainsi :

$$\Delta\tau_{p,n} = -\frac{\Re\left(\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})\right)}{\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Pi}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})} \tag{3.56}$$

on simplifie $\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})$, sachant que $\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_b = \mathbf{0}$, comme il suit :

$$\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\tilde{\mathbf{\Pi}}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) = \mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n}) \tag{3.57}$$

On cherche ensuite à exprimer $\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H$ en fonction de $\mathbf{\Delta\Gamma}$. On peut écrire :

$$\mathbf{\Delta\Gamma} = \mathbf{\Delta V}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{V}_s^H + \mathbf{V}_s\mathbf{\Delta\Lambda}_s\mathbf{V}_s^H + \mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{\Delta V}_s^H \tag{3.58}$$

et ainsi :

$$\begin{aligned}&\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{V}_s^H\mathbf{\Delta\Gamma} = \\ &\qquad \mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{V}_s^H\left(\mathbf{\Delta V}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{V}_s^H + \mathbf{V}_s\mathbf{\Delta\Lambda}_s\mathbf{V}_s^H + \mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{\Delta V}_s^H\right)\end{aligned} \tag{3.59}$$

En multipliant à droite par $\mathbf{\Pi}_b$, on trouve :

$$\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{V}_s^H\mathbf{\Delta\Gamma\Pi}_b = \mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Delta V}_s^H\mathbf{\Pi}_b \tag{3.60}$$

De plus, en combinant les deux équations suivantes :

$$\tilde{\mathbf{\Pi}}_s = \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{\Pi}}_b \tag{3.61}$$

$$\mathbf{\Pi}_s = \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_b \tag{3.62}$$

on peut obtenir la relation suivante :

$$\mathbf{V}_s\mathbf{\Delta V}_s^H + \mathbf{\Delta V}_s\mathbf{V}_s^H = \mathbf{\Delta\Pi}_s = -\mathbf{\Delta\Pi}_b = -\mathbf{V}_b\mathbf{\Delta V}_b^H - \mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H \tag{3.63}$$

qu'on peut utiliser pour retrouver une expression équivalente à (3.60) :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_s\mathbf{\Delta V}_s^H &= -\mathbf{V}_b\mathbf{\Delta V}_b^H - \mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H - \mathbf{\Delta V}_s\mathbf{V}_s^H \\ \mathbf{V}_s\mathbf{\Delta V}_s^H\mathbf{\Pi}_b &= -\mathbf{V}_b\mathbf{\Delta V}_b^H - \mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H \\ \mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Delta V}_s^H\mathbf{\Pi}_b &= -\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H\end{aligned} \tag{3.64}$$

Et ainsi, en combinant (3.60) et (3.64) :

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Delta V}_b\mathbf{V}_b^H &= -\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Delta V}_s^H\mathbf{\Pi}_b \\ &= -\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{V}_s^H\mathbf{\Delta\Gamma\Pi}_b\end{aligned} \tag{3.65}$$

puis (3.56) et (3.57) :

$$\Delta\tau_{p,n} = \frac{\Re\left(\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{V}_s^H\mathbf{\Delta\Gamma\Pi}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})\right)}{\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Pi}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})} \tag{3.66}$$

Dans le cas d'une perturbation de type "bruit de mesure", que l'on peut raisonnablement supposer stationnaire, centré, blanc et de variance σ^2, on peut exprimer l'erreur quadratique moyenne des TDA, estimée à partir de l'équation (3.66) :

$$\sigma^2_{\tau_{p,n}} = E(\Delta\tau^2_{p,n}) = \frac{\left\|\mathbf{a}^H(\tau_{p,n})\mathbf{V}_s\mathbf{\Lambda}_s^{-1}\mathbf{V}_s^H\right\|^2\left\|\mathbf{\Pi}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})\right\|^2\sigma^2}{2\left(\dot{\mathbf{a}}^H(\tau_{p,n})\mathbf{\Pi}_b\dot{\mathbf{a}}(\tau_{p,n})\right)^2} \tag{3.67}$$

3.3.3 Influence de l'erreur d'estimation de la matrice inter-spectrale sur l'estimation des paramètres de localisation

Si l'on reprend la méthode des moindres carrés appliquée à l'estimation des paramètres de localisation proposée dans la section 3.2.2, on peut introduire la variance d'estimation des $\hat{\tau}_{p,n}$ calculée plus haut. En reprenant les équations (3.5)et (3.27) de la section précédente, on peut modifier le système (3.28), afin d'obtenir un système qui prend en compte à la fois le biais lié à la linéarisation et les erreurs liées à l'estimation des TDA :

$$\mathbf{p}_N = \mathbf{M}_N\boldsymbol{\alpha}_N + \boldsymbol{\epsilon}_N + \mathbf{\Delta}_N \tag{3.68}$$

avec $\mathbf{\Delta}_N$ le vecteur d'erreur, qui peut s'exprimer grâce aux erreurs d'estimation des $\hat{\tau}_{p,n}$ en se souvenant de la formation des éléments de $\mathbf{p}_N$, décrite par les équations (3.10) et (3.27) :

$$\mathbf{\Delta}_N = \left[\Delta\tau_{p,1} - \Delta\tau_{p,2}, \frac{\Delta\tau_{p,1} - \Delta\tau_{p,3}}{2}, \ldots, \frac{\Delta\tau_{p,1} - \Delta\tau_{p,N}}{N-1}\right]^T \tag{3.69}$$

La méthode des moindres carrés suppose une matrice de covariance des erreurs de type $\sigma^2\mathbf{I}$ afin de proposer un estimateur de variance minimale. Ici ce n'est pas le cas. Si l'on note $\mathbf{\Omega}_N$ la matrice de covariance des erreurs $\mathbf{\Delta}_N$:

$$\mathbf{\Omega}_N = E\left[\mathbf{\Delta}_N\mathbf{\Delta}_N^H\right] \tag{3.70}$$

Comme l'on a considéré dans la partie 3.3.2 que les erreurs de mesures sont centrées et indépendantes d'un capteur à l'autre, l'élément (i,j) de la matrice $\mathbf{\Omega}_N$ s'écrit, en référence à l'expression (3.67) :

$$\Omega_{i,j} = E\left[\left(\frac{\Delta\tau_{p,1} - \Delta\tau_{p,i+1}}{i}\right)\left(\frac{\Delta\tau_{p,1} - \Delta\tau_{p,j+1}}{j}\right)\right] = \begin{cases} \frac{\sigma^2_{\tau_{p,1}}}{ij} & \text{si} \quad i \neq j \\ \frac{\sigma^2_{\tau_{p,1}} + \sigma^2_{\tau_{p,i}}}{i^2} & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.71}$$

Les propriétés asymptotiques de notre estimateur des coefficients du polynôme P' par la méthode des moindres carrés généralisée [20] peuvent s'écrire comme il suit :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N \sim \mathcal{N}\left(\boldsymbol{\alpha}_N + \boldsymbol{\mu}_N ; \boldsymbol{\Sigma}_N\right) \tag{3.72}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_N = \mathbf{M}_N^{-1} \boldsymbol{\Omega}_N {\mathbf{M}_N^{-1}}^T \tag{3.73}$$

Dans le cas généralisé de la méthode des moindres carrés, l'estimateur proposé n'est pas de variance minimale [20]. Si la matrice $\boldsymbol{\Omega}_N$ est connue, la méthode des moindres carrés pondérés peut être utilisée avec le nouvel estimateur suivant :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N = \mathbf{M}_N^{-1} \boldsymbol{\Omega}_N^{-1} \mathbf{p}_N \tag{3.74}$$

et dès lors, la matrice de covariance de notre estimateur devient :

$$\boldsymbol{\Sigma}_N = \left(\mathbf{M}_N \boldsymbol{\Omega}_N^{-1} {\mathbf{M}_N}^T\right)^{-1} \tag{3.75}$$

La méthode des moindres carrés pondérés offre un estimateur non biaisé et à variance minimale.

On notera $f_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N}([x_1, \ldots, x_{N-1}]^T)$ la densité de probabilité associée à l'estimation du vecteurs des coefficients $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N$:

$$f_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N}(\mathbf{x}) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\mathbf{x} - \boldsymbol{\alpha}_N - \boldsymbol{\mu}_N\right)^T \boldsymbol{\Sigma}_N^{-1} \left(\mathbf{x} - \boldsymbol{\alpha}_N - \boldsymbol{\mu}_N\right)\right)}{2\pi^{\frac{N-1}{2}} \sqrt{\det\left(\boldsymbol{\Sigma}_N\right)}} \tag{3.76}$$

Dans le cas général, la matrice $\boldsymbol{\Omega}_N$ n'est pas connue. On se contentera donc de la méthode des moindres carrés généralisée qui est sous-optimale.

On peut calculer la probabilité conjointe d'estimer à la fois l'angle d'arrivée et la distance dans un certain intervalle :

$$\mathbb{P}\left(\theta_1 \leqslant \hat{\theta} \leqslant \theta_2 \bigcap \rho_1 \leqslant \hat{\rho} \leqslant \rho_2\right) = \int_{\substack{-d\sin(\theta_2) \leqslant x_1 \leqslant -d\sin(\theta_1) \\ \frac{x_1^2 - d^2}{2\rho_1} \leqslant x_2 \leqslant \frac{x_1^2 - d^2}{2\rho_2} \\ [x_3, \ldots, x_{N-1}] \in \mathbb{R}^{N-3}}} \cdots \int f_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}_N}(\mathbf{x}) \, \mathrm{d}x_1 \, \mathrm{d}x_2 \ldots \mathrm{d}x_{N-1} \tag{3.77}$$

Le tableau 3.2 montre la valeur moyenne de cette probabilité en pourcentage, pour une antenne composée de $N = 3$ capteurs espacés de $d = 5m$, en présence de $P = 2$ sources totalement décorrélées, situées à ($\rho_1 = 100m$, $\theta_1 = -20^\circ$) et ($\rho_2 = 101m$, $\theta_2 = 20^\circ$). On suppose que l'on observe $M = 50$ fréquences entre $1500kHz$ et $1680kHz$. Les différentes valeurs sont exprimées en fonction de $\Delta\theta$, $\Delta\rho$ et du rapport signal sur bruit (RSB) exprimé en décibels, de telle manière que pour tout $p = 1, 2 \quad \theta_p - \Delta\theta \leqslant \hat{\theta}_p \leqslant \theta_p + \Delta\theta$, $\rho_p - \Delta\rho \leqslant \hat{\rho}_p \leqslant \rho_p + \Delta\rho$ et $RSB = 10\log\left(\frac{\|\boldsymbol{\Gamma}\|^2}{\sigma^2}\right)$.

On constate que c'est en premier lieu la qualité de l'estimation de ρ qui souffre de la baisse du RSB, puisque lorsque $\Delta\rho$ est multiplié par 2, la probabilité l'est à peu près également. A fort RSB, l'estimation de θ est de qualité, puisque la probabilité varie peu lorsque $\Delta\theta$ augmente au-delà de 0.5°. De manière générale, la probabilité diminue rapidement avec le RSB. Dans la section suivante, nous présentons une méthode pour améliorer les performances de l'estimation.

	$\Delta\theta = 0.1^\circ$	$\Delta\theta = 0.5^\circ$	$\Delta\theta = 1^\circ$	$\Delta\theta = 0.1^\circ$	$\Delta\theta = 0.5^\circ$	$\Delta\theta = 1^\circ$
	$RSB = 15dB$			$RSB = 10dB$		
$\Delta\rho = 5m$	46	46.5820	46.5822	32.6927	48.8076	48.8378
$\Delta\rho = 10m$	99.4476	99.9999	99.9999	73.9671	96.1497	96.1648
	$RSB = 5dB$			$RSB = 0dB$		
$\Delta\rho = 5m$	13.5225	30.1466	37.9614	1.9835	8.9298	13.5852
$\Delta\rho = 10m$	24.6308	68.0907	68.7339	3.8987	17.5725	26.8089
	$RSB = -5dB$			$RSB = -10dB$		
$\Delta\rho = 5m$	0.2075	0.7343	1.9791	0.0208	0.1041	0.2074
$\Delta\rho = 10m$	0.4158	2.0615	3.9724	0.0420	0.2097	0.4173

TABLE 3.2 – *Valeurs de* $\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{2}\mathbb{P}\left(\theta_p - \Delta\theta \leqslant \hat{\theta}_p \leqslant \theta_p + \Delta\theta \bigcap \rho_p - \Delta\rho \leqslant \hat{\rho}_p \leqslant \rho_p + \Delta\rho\right)$ *(en pourcentage) pour* $N = 3$, $d = 5m$ *et différents RSB.*

3.4 Amélioration de l'estimation

La méthode de régression linéaire proposée permet d'estimer de manière simple les paramètres de localisation des objets via les relations (3.34) et (3.35). Cependant les performances de cette méthode restent assez sensibles aux erreurs d'estimation. En effet, elle exploite un modèle de régression linéaire où l'unique variable est l'espace, et les paramètres de ce modèle sont liés aux informations de localisation.

C'est pourquoi nous proposons dans ce qui suit d'utiliser ces estimations comme variables d'initialisation dans un schéma d'analyse numérique itératif afin d'améliorer la précision de l'estimation.

3.4.1 Algorithme de Levenberg-Marquardt

Nous proposons d'utiliser l'algorithme de Gauss-Newton et son évolution l'algorithme de Levenberg-Marquardt [34], qui sont spécifiques à la minimisation d'une somme de fonctions au carré et présentent le grand avantage de ne pas nécessiter de dérivées secondes, complexes à calculer dans notre cas.

Afin de simplifier les expressions [70], nous définissons deux variables x et y comme :

$$x = \sin(\theta) \tag{3.78}$$

$$y = \frac{1}{\rho} \tag{3.79}$$

L'algorithme de Levenberg-Maquardt va affiner l'estimation de $\boldsymbol{\chi} = [x, y]$ en minimisant la quantité :

$$e(\boldsymbol{\chi}) = \sum_{n=2}^{N} (K_n(\boldsymbol{\chi}))^2 \tag{3.80}$$

avec :

$$K_n(\boldsymbol{\chi}) = \left(P'(\boldsymbol{\chi}, n) - \frac{(\hat{\tau}_1 - \hat{\tau}_n)\, v}{n}\right) \quad \forall\, 2 \leqslant n \leqslant N \tag{3.81}$$

où $P'(\boldsymbol{\chi}, n)$ est défini en utilisant la relation (3.10) :

$$P'(\boldsymbol{\chi}, n) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{n} (-1)^n \frac{(2j-2)!}{(j-1)!2^{j+i-1}(j-i)!} d^{j+i} y^{j+i-1} x^{j-i} (n-1)^{j+i} \tag{3.82}$$

La distance $\hat{\rho}$ et l'angle $\hat{\theta}$ estimés par (3.34) et (3.35) sont utilisés pour initialiser le vecteur des paramètres $\boldsymbol{\chi}_0 = [x_0, y_0]$:

$$x_0 = \sin(\hat{\theta}) \tag{3.83}$$

$$y_0 = \frac{1}{\hat{\rho}} \tag{3.84}$$

A la $j^{\text{ième}}$ itération, $\boldsymbol{\chi}_j = [x_j, y_j]$ est remplacée par une nouvelle valeur :

$$\boldsymbol{\chi}_{j+1} = \boldsymbol{\chi}_j + \boldsymbol{\kappa}_j \tag{3.85}$$

Afin de déterminer la valeur de $\boldsymbol{\kappa}_j$, les fonctions K_n sont linéarisées selon l'expression suivante :

$$K_n(\boldsymbol{\chi}_{j+1}) \approx K_n(\boldsymbol{\chi}_j) + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\kappa}_j \tag{3.86}$$

avec $\boldsymbol{\Omega}$, qui est la matrice Jacobienne, de dimension $(N-1) \times 2$, des $(N-1)$ dérivées des fonctions K_n, $n = 2, \cdots, N$ et :

$$\boldsymbol{\Omega}_j = \begin{pmatrix} \frac{\partial K_2}{\partial x}(\boldsymbol{\chi}_j) & \frac{\partial K_2}{\partial y}(\boldsymbol{\chi}_j) \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial K_n}{\partial x}(\boldsymbol{\chi}_j) & \frac{\partial K_n}{\partial y}(\boldsymbol{\chi}_j) \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial K_N}{\partial x}(\boldsymbol{\chi}_j) & \frac{\partial K_N}{\partial y}(\boldsymbol{\chi}_j) \end{pmatrix} \tag{3.87}$$

En combinant les expressions (3.85) et (3.86), on obtient la relation suivante :

$$e(\boldsymbol{\chi}_{j+1}) = \sum_{n=2}^{N} (K_n(\boldsymbol{\chi}_j) + \boldsymbol{\Omega}_j \boldsymbol{\kappa}_j)^2 \tag{3.88}$$

Dans un formalisme matriciel, cette expression devient :

$$e(\boldsymbol{\chi}_{j+1}) = \left\| \mathbf{k}(\boldsymbol{\chi}_j) + \boldsymbol{\Omega}_j \boldsymbol{\kappa}_j \right\|^2 \tag{3.89}$$

avec $\mathbf{k}(\boldsymbol{\chi}_j) = [K_1(\boldsymbol{\chi}_j), \cdots, K_n(\boldsymbol{\chi}_j), \cdots, K_N(\boldsymbol{\chi}_j)]^T$. Si l'on suppose que $e(\boldsymbol{\chi}_{j+1})$ atteint une valeur minimum, alors sa dérivée en fonction de $\boldsymbol{\kappa}_j$ est nulle et l'équation (3.88) devient :

$$\left(\boldsymbol{\Omega}_j^T \boldsymbol{\Omega}_j\right) \boldsymbol{\kappa}_j = -\boldsymbol{\Omega}_j^T \mathbf{k}(\boldsymbol{\chi}_j) \tag{3.90}$$

$$\boldsymbol{\kappa}_j = -\left(\boldsymbol{\Omega}_j^T \boldsymbol{\Omega}_j\right)^{-1} \boldsymbol{\Omega}_j^T \mathbf{k}(\boldsymbol{\chi}_j) \tag{3.91}$$

Le point essentiel de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est d'approcher cette équation (3.91), en "l'amortissant" un peu, on parle alors de "chargement de la diagonale" afin de contourner le mauvais conditionnement [34] :

$$\left(\mathbf{\Omega}^T\mathbf{\Omega} + \lambda_a \, diag\left(\mathbf{\Omega}^T\mathbf{\Omega}\right)\right)\boldsymbol{\kappa} = -\mathbf{\Omega}^T\mathbf{K} \tag{3.92}$$

$$\boldsymbol{\kappa} = -\left(\mathbf{\Omega}^T\mathbf{\Omega} + \lambda_a \, diag\left(\mathbf{\Omega}^T\mathbf{\Omega}\right)\right)^{-1}\mathbf{\Omega}^T\mathbf{K} \tag{3.93}$$

le facteur d'amortissement (non-négatif) λ_a évolue à chaque itération. De nombreux arguments, plus ou moins heuristiques ont été proposés afin de déterminer le meilleur facteur d'amortissement λ_a. Des démonstrations théoriques montrent que certains choix garantissent une convergence locale - mais peuvent afficher une convergence faible près de l'optimum. Si $e(\boldsymbol{\chi})$ décroit rapidement, une plus faible valeur de λ_a peut être utilisée, rapprochant l'algorithme de celui de Gauss–Newton, tandis que si le résidu ne diminue pas de manière significative, λ_a peut être augmenté, afin de se rapprocher de la direction de descente d'un algorithme de type gradient [10]. L'algorithme s'arrête à l'itération j_e lorsque la différence entre $e(\boldsymbol{\chi}_{j_e-1})$ et $e(\boldsymbol{\chi}_{j_e})$ est inférieure à un certain seuil donné. Ensuite θ et ρ sont estimés comme suit :

$$\hat{\theta} = \arcsin(x_{j_e}) \tag{3.94}$$

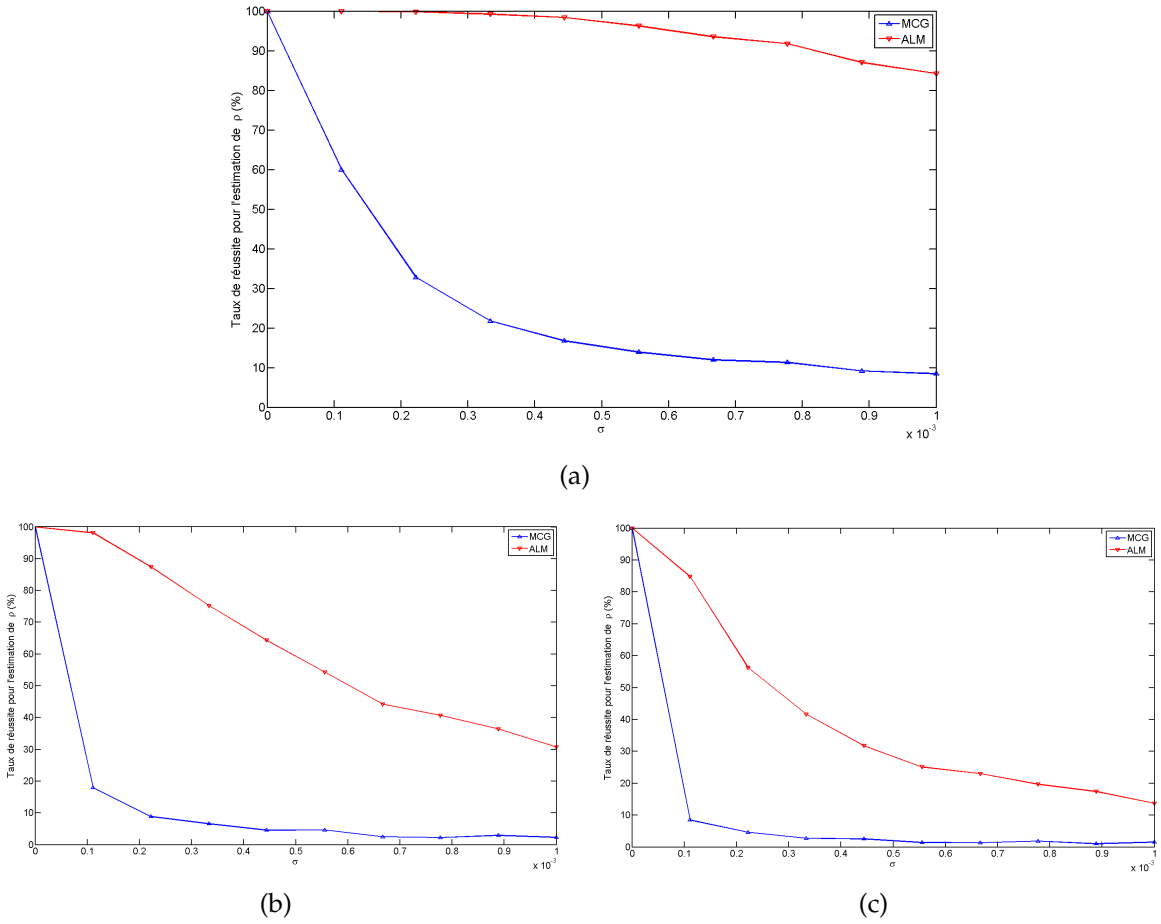
$$\hat{\rho} = \frac{1}{y_{j_e}} \tag{3.95}$$

La figure 3.5, présente le taux de réussite moyen pour l'ensemble des angles θ dans $[-60\circ, 60\circ]$ de l'évaluation de ρ pour différentes valeurs de ρ, $T = 1s$, $N = 4$ et $d = 1m$, en fonction de la variance de l'erreur sur l'estimation des temps d'arrivée centrée, blanche et gaussienne, pour la méthode des moindres carrés généralisée (MCG) et la proposition d'amélioration avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt (ALM). On considère que l'estimation est réussie si l'écart absolu entre la valeur estimée et la valeur réelle de ρ est inférieure à $3m$. Cette technique n'améliore pas la qualité de l'estimation de θ.

On constate que la qualité de l'estimation de ρ diminue très rapidement avec l'apparition du bruit sur l'estimation des temps d'arrivée. L'algorithme de Levenberg-Marquardt offre la possibilité d'augmenter la robustesse de l'estimation. Cependant, si la distance est trop grande, cette robustesse diminue.

3.4.2 Critère d'évaluation de la qualité d'estimation

Dans la section précédente, on a présenté une formulation de l'algorithme de Levenberg-Marquart afin d'affiner l'estimation des paramètres de localisation $\hat{\rho}$ et $\hat{\theta}$. On propose dans cette section un deuxième système d'équation dans lequel on cherche à estimer T et $z = \rho\sin(\theta)$. En reprenant l'équation (3.18) et par analogie avec



(a)

(b) (c)

FIGURE 3.5 – *Taux de réussite moyen pour l'ensemble des angles θ de l'évaluation de ρ, en fonction de la variance de l'erreur sur l'estimation des temps d'arrivée centrée, blanche et gaussienne, pour la méthode des moindres carrés généralisée (MCG) et la proposition d'amélioration avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt (ALM), pour (a) $\rho = 50m$, (b) $\rho = 100m$, (c) $\rho = 150m$, avec $T = 1s$, $N = 4$ et $d = 1m$.*

l'équation (3.80) on pose :

$$e(T,z) = \sum_{n=1}^{N} (K_n(T,z))^2 \tag{3.96}$$

$$K_n(T,z) = (\hat{\tau}_{n+1} - \hat{\tau}_n)(\hat{\tau}_{n+1} + \hat{\tau}_n - 2T) - \frac{((2n+1)d^2 + 2dz}{v^2} \tag{3.97}$$

On peut appliquer l'algorithme de Levenberg-Marquart à ce système d'équations, en l'initialisant avec les valeurs $\hat{\tau}_1$, $\hat{\rho}$ et $\hat{\theta}$ comme il suit :

$$T_0 = \hat{\tau}_1 - \frac{\hat{\rho}}{v} \tag{3.98}$$

$$z_0 = \hat{\rho}\sin(\hat{\theta}) \tag{3.99}$$

On peut également proposer une initialisation alternative pour T_0 :

$$T_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\hat{\tau}_n - \frac{\sqrt{\hat{\rho}^2 - \left((n-1)\,d\right)^2 + 2(n-1)d\hat{\rho}\sin(\hat{\theta})}}{v}\right) \tag{3.100}$$

De le même manière que dans la section précédente, l'algorithme de Levenberg-Marquart nous donne une estimation de T et z :

$$\hat{T} = T_{j_e} \tag{3.101}$$

$$\hat{z} = z_{j_e} \tag{3.102}$$

On peut alors utiliser les estimées θ, ρ, $\hat{z}$ et $\hat{T}$ pour définir un critère d'évaluation de la qualité de l'estimation Δ, qui va comparer les résultats obtenus par l'algorithme de Levenberg-Marquart pour les deux systèmes d'équation définis précédemment :

$$\Delta = \left|\hat{\rho}\sin(\hat{\theta}) - \hat{z}\right| \tag{3.103}$$

La figure 3.6 résume l'évolution de Δ lorsque l'erreur est nulle, pour différentes valeurs de ρ et θ avec $T = 1s$.

On constate que la quantité Δ reste faible pour l'ensemble des angles parcourus. On propose de mettre en place le taux de réussite, défini par :

$$\begin{cases} 1 & si \quad \Delta \leqslant 2m \\ 0 & sinon \end{cases} \tag{3.104}$$

La figure 3.7, présente l'évolution du taux de réussite moyen pour différentes erreurs d'estimation sur les $\hat{\tau}$ et plusieurs configuration de ρ et θ avec $T = 1s$.

3.4.3 Correction des erreurs d'estimation par reconstruction du spectre à posteriori

Dans la mesure où le spectre du signal est connu, on peut envisager la reconstruction à posteriori des spectres enregistrés sur les différents capteurs afin de corriger

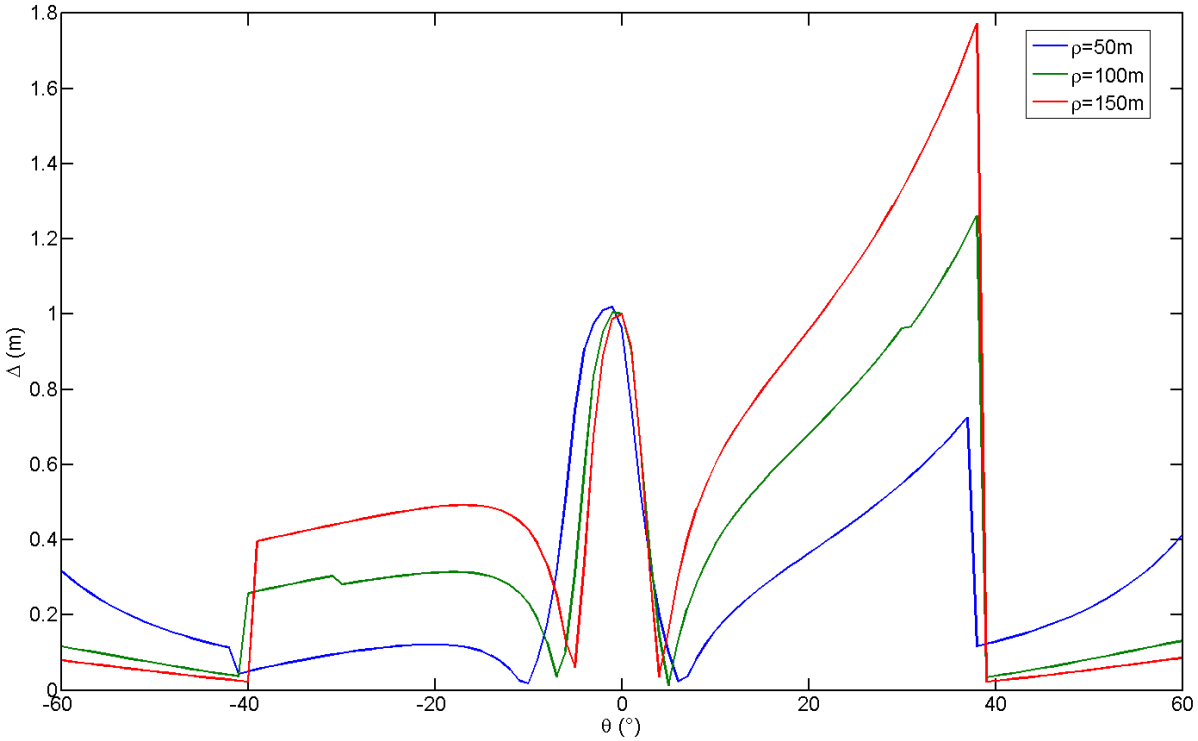


FIGURE 3.6 – *Evolution du critère d'évaluation de la qualité Δ en fonction de θ pour différentes valeurs de ρ et avec $T = 1s$, sans erreur d'estimation sur les $\hat{\tau}$*

les différentes erreurs d'estimation des $\hat{\tau}_{p,n}$. Pour cela on propose, encore une fois, d'utiliser l'algorithme de Levenberg-Marquart.

Les coefficients $c_{p,n}$ sont estimés en utilisant les $\hat{\tau}_{p,n}$ de la manière suivante :

$$\hat{\mathbf{c}}_n = (\hat{\mathbf{A}}_n^H \hat{\mathbf{A}}_n)^{-1} \hat{\mathbf{A}}_n^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{r}_n \tag{3.105}$$

avec $\hat{\mathbf{A}}_n$ la matrice de transfert estimée, dont les P vecteurs colonnes sont les $\mathbf{a}_n(\hat{\tau}_{p,n})$ définis par l'équation (2.61) pour $P = [1, \ldots, N]$.
Le spectre reçu sur le capteur n est reconstruit de la manière suivante :

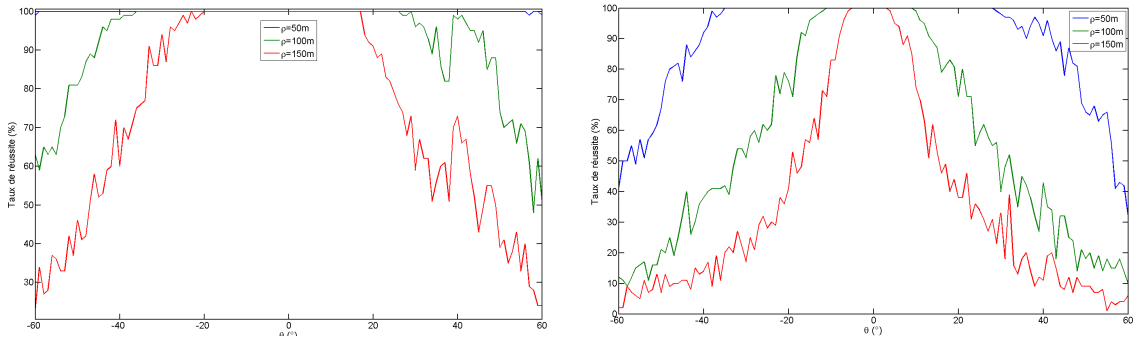
$$\hat{r}_n(f) = s(f) \sum_{p=1}^{P} \hat{c}_{p,n} \exp(-2i\pi f \hat{\tau}_{p,n}) \tag{3.106}$$

Ensuite, sur chaque capteur n on utilise l'algorithme de Levenberg-Marquart pour la fonction de coût suivante :

$$e(\tau_{p,n}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{\hat{r}_n(f_m) - r_n(f_m)}{s(f_m)} \right)^2 \tag{3.107}$$

La dérivée de $\frac{\hat{r}_n(f_m) - r_n(f_m)}{s(f_m)}$ par rapport à $\tau_{p,n}$, $p = 1, \ldots, N$, est exprimée comme il suit :

$$\frac{\partial \frac{\hat{r}_n(f_m) - r_n(f_m)}{s(f_m)}}{\partial \tau_{p,n}} = -2i\pi f_m \hat{c}_{p,n} \exp(-2i\pi f_m \hat{\tau}_{p,n}) \tag{3.108}$$



(a) Erreur de variance $1 \times 10^{-5}s$

(b) Erreur de variance $5 \times 10^{-5}s$

(c) Erreur de variance $1 \times 10^{-4}s$

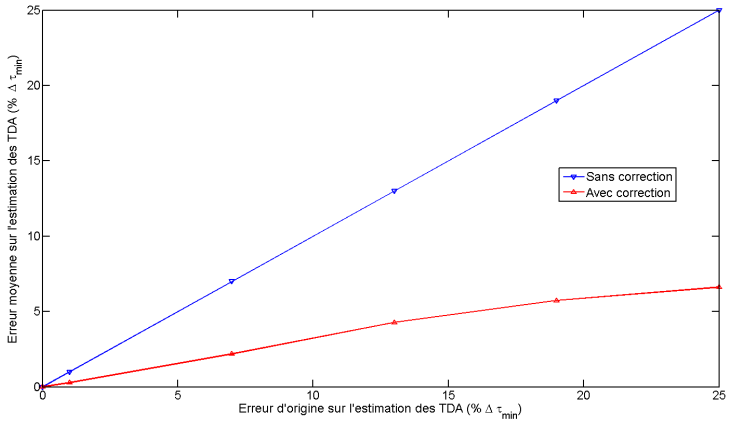
(d) Erreur de variance $1 \times 10^{-3}s$

FIGURE 3.7 – *Evolution du taux de réussite en fonction de θ pour différentes valeurs de ρ et avec $T = 1s$ avec une erreur d'estimation sur les $\hat{\tau}$ centrée gaussienne de variance $1 \times 10^{-5}s$ (a), $5 \times 10^{-5}s$ (b), $1 \times 10^{-4}s$ (c) et $1 \times 10^{-3}s$ (d), avec $N = 5$ capteurs et $d = 1m$.*

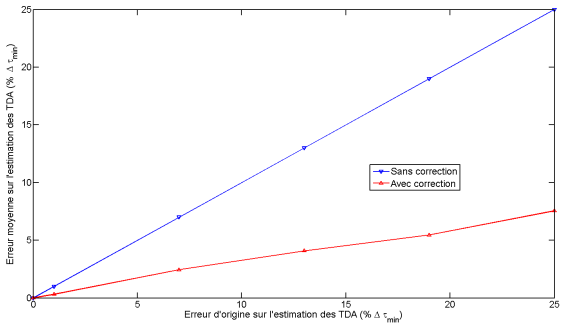
A chaque itération de l'algorithme, les coefficients $c_{p,n}$ et la matrice $\hat{\mathbf{A}}_n$ sont estimés à nouveau, en utilisant les valeurs courantes de $\hat{\tau}_{p,n}$.

Cette amélioration de l'estimation des TDA peut être utilisée avant la localisation, afin d'offrir aux méthodes de localisation proposée des estimations moins bruitées qui fourniront un meilleur résultat.

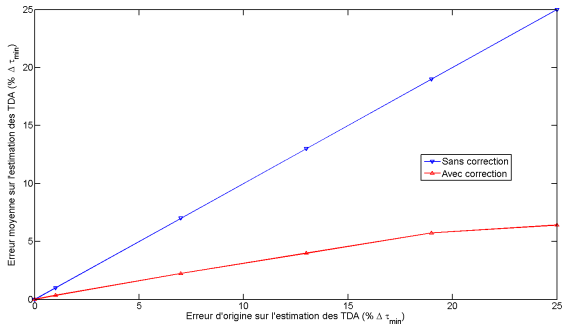
Afin d'illustrer l'intérêt de ce post-traitement, on se propose d'étudier pour un ensemble de $P = 20$ sources, dont les TDA τ sont répartis dans $[67, 93]ms$ et l'écart minimal entre deux TDA est $\Delta\tau_{min} = 1.5ms$. On se propose de représenter dans les figures 3.8(a), 3.8(b) et 3.8(c), pour différents rapports signal sur bruit (RSB), l'erreur absolue moyenne obtenue après correction en fonction de l'erreur absolue moyenne sur l'estimation d'origine des TDA.



(a) $RSB = 10dB$



(b) $RSB = 5dB$



(c) $RSB = 0dB$

FIGURE 3.8 – *Erreur absolue moyenne obtenue après correction par comparaison des spectres pour un ensemble de 20 TDA répartis dans* $[67, 93]ms$ *espacés au minimum de* $\Delta\tau_{min} = 1.5ms$ *pour différents RSB.*

Ce traitement permet de pallier une erreur d'estimation des TDA de manière efficace et robuste, en divisant par un facteur 4 l'erreur d'estimation initiale.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode originale d'estimation des paramètres de localisation de sources en utilisant l'estimation des temps d'arrivée du signal large bande qu'elles émettent sur un réseau de capteurs (antenne rectiligne).

En nous inspirant de la méthode haute résolution MUSICAL nous avons proposé la méthode MITIC. A l'aide d'un modèle linéaire simple qui traite l'information spectrale par le biais de l'association d'une série de TDA capteur par capteur et permet d'estimer les paramètres ρ et θ à partir de l'estimation des TDA, cette méthode plus souple ne nécessite pas de supposer le bruit indépendant d'un capteur à l'autre et permet une variation du coefficient d'amplitude des sources d'un capteur à l'autre.

Compte tenu de l'importance de l'association TDA-sources dans cette méthode, nous avons proposé deux algorithmes basés sur des fonctions de coût afin de réaliser cette opération, dans un soucis de réduction du temps de calcul.

L'influence de l'erreur d'estimation de la matrice de covariance sur l'estimation des paramètres ρ et θ par notre méthode a été évaluée, de même que le biais induit par la linéarisation proposée.

Nous avons proposé une méthode d'analyse numérique itérative basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt dans le but d'améliorer la precision de cette estimation, et avons défini un critère d'évaluation de la qualité de cette estimation.

Enfin, partant du principe que la méthode est utilisée avec un signal de spectre connu, nous avons montré que les erreurs d'estimation peuvent être corrigées par reconstitution du spectre à posteriori.

Comme on l'a déjà fait remarquer précédemment, les méthodes HR ne fonctionnent pas correctement en présence de signaux corrélés. Or le fait de supposer que pour tout $p \in [1, \ldots, P]$, $s_p(f) = c_{p,n} s(f)$, revient à considérer les signaux comme totalement corrélés. Il est donc nécessaire avant d'utiliser les algorithmes HR, d'appliquer une méthode de moyennage qui réduira artificiellement cette corrélation. C'est le cadre de la discussion du chapitre suivant.

CHAPITRE 4

ESTIMATION DES TEMPS D'ARRIVÉE EN PRÉSENCE DE SOURCES TOTALEMENT CORRÉLÉES

4.1 Introduction

Dans toutes les méthodes haute résolution présentées dans le chapitre 2 et en particulier la méthode MUSIC, on suppose que la matrice inter-spectrale des signaux $\mathbf{\Gamma}$ est de rang plein. En effet, si ce n'est pas le cas, l'estimation du sous-espace signal est erronée, en particulier parce que sa dimension est mal évaluée. Or, lorsque les sources sont corrélées, ce qui est le cas dans notre problématique, le rang de la matrice $\mathbf{\Gamma}_c$ n'est pas maximum ce qui par conséquent entraine une chute du rang de la matrice $\mathbf{\Gamma}$. De nombreuses méthodes ont été proposées [27, 36, 59, 66, 71, 73, 76, 77] pour apporter une réponse à ce problème. Dans ce chapitre nous proposons de présenter les différentes méthodes qui permettent de pallier les problèmes de corrélation, puis nous discuterons du choix du paramétrage d'une méthode en particulier, afin d'optimiser les résultats.

4.2 Méthodes de décorrélation

4.2.1 Lissage spatial

Les méthodes de lissage spatial sont les premières méthodes de lissage qui ont été proposées, puisque adaptées à la formulation initiale du problème d'estimation de DDA pour des signaux en bande étroite. La méthode consiste à subdiviser l'antenne principale en un ensemble de sous-antennes présentant les mêmes caractéristiques, calculer la matrice de covariance des observations sur chacune de ces sous-antenne et enfin de moyenner les résultats obtenus sur l'ensemble des sous-réseaux. En particulier dans ce cas, il existe une relation simple qui permet de lier la matrice de transfert

d'un sous-réseau à l'autre, ce qui permet de conserver un modèle de données compatible avec les méthodes à haute résolution.

Si l'on a N capteurs, on peut subdiviser l'antenne en K sous-antennes de L capteurs de telle manière que deux sous-antennes consécutives ont un recouvrement maximum ($L-2$ capteurs en commun). On a la relation entre N, K et L :

$$N = K + L - 1 \tag{4.1}$$

Le vecteur des observations dans chaque sous-réseau :

$$\mathbf{r}_k(f) = [r_k(f), r_{k+1}(f), \ldots, r_{k+L-1}(f)]^T \tag{4.2}$$

est un sous-vecteur du vecteur des observations sur l'ensemble de l'antenne $\mathbf{r}(f)$. Dans chaque sous-réseau, on a :

$$\mathbf{r}_k(f) = \mathbf{A}_k\mathbf{c} + \mathbf{b}_k \tag{4.3}$$

avec $\mathbf{A}_k$, la matrice de transfert, composée des lignes k à $k+L-1$ lignes de la matrice de transfert complète $\mathbf{A}$ et $\mathbf{b}_k$ le vecteur du bruit sur la sous-antenne.

On note que les matrices $\mathbf{A}_k$ peuvent s'exprimer en fonction de la matrice $\mathbf{A}_1$ de la manière suivante :

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_1\mathbf{D}^{k-1} \tag{4.4}$$

avec $\mathbf{D}$ une matrice diagonale telle que :

$$\mathbf{D} = diag(\exp(-2i\pi f \sin(\theta_1))), \exp(-2i\pi f \sin(\theta_2))), \ldots, \exp(-2i\pi f \sin(\theta_P)))) \tag{4.5}$$

Par la suite, une matrice de covariance moyennée $\bar{\mathbf{\Gamma}}(f)$ est utilisée pour l'estimation des paramètres de localisation :

$$\bar{\mathbf{\Gamma}}(f) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\hat{\mathbf{\Gamma}}_k(f) \tag{4.6}$$

avec $\hat{\mathbf{\Gamma}}_k(f)$ la matrice de covariance inter-spectrale des observations sur le $k^{\text{ième}}$ sous-réseau.

Cependant, la mise en place d'une telle méthode nécessite un nombre important de capteurs afin d'obtenir des résultats satisfaisants.

4.2.2 Lissage fréquentiel

De nombreuses méthodes ont été développées pour l'analyse de signaux large bande [7, 14, 19, 28, 51]. On peut les regrouper en deux catégories : les méthodes à sous-espace signal incohérents et les méthodes à sous-espace signal cohérents.

Les méthodes à sous-espaces incohérents (ISSM) [73] ont été proposées en premier pour résoudre le problème de la corrélation dans le cas de signaux large bande. Elles combinent l'ensemble des observations pour toutes les fréquences, sans les réorganiser au préalable. Si les observations se font à un ensemble de fréquences $(f_1, \ldots f_M)$, les matrices inter-spectrales estimées aux différentes fréquences $\hat{\mathbf{\Gamma}}_{f_m}$, $m = 1, \ldots, M$,

sont décomposées en sous-espace $\mathbf{V}_{s,f_m}$ et $\mathbf{V}_{b,f_m}$ selon les méthodes usuelles. Puis les méthodes haute résolution sont appliquées à chaque fréquence afin d'estimer les paramètres de localisation et ces résultats sont finalement moyennés. Ces méthodes souffrent d'un important temps de calcul ainsi que d'un manque de robustesse.

Les méthodes à sous-espaces cohérents transfèrent les différents sous-espaces vers un sous-espace prédéfini en focalisant les matrices $\mathbf{V}_{b,f_m}$. Les matrices de focalisation $\mathbf{T}(f_0, f_m)$ compensent les variations de matrice de transfert $\mathbf{A}_{f_m}$ avec la fréquence :

$$\mathbf{T}(f_0, f_m)\mathbf{A}_{f_m} = \mathbf{A}_{f_0} \tag{4.7}$$

avec f_0 la fréquence à laquelle sont focalisés les sous-espaces.

Il existe plusieurs méthodes d'estimation des matrices de focalisation $\mathbf{T}(f_0, f)$. Cette opération doit satisfaire les contraintes suivantes [66] :

$$\begin{cases} \min\limits_{\mathbf{T}(f_0,f_m)} \left\| \mathbf{A}(f_0) - \mathbf{T}(f_0, f_m)\mathbf{A}(f_m) \right\|_F, \\ avec\ \mathbf{T}(f_0, f_m)\mathbf{T}^H(f_0, f_m) = \mathbf{I} \end{cases} \tag{4.8}$$

L'opérateur de focalisation adaptative est basé sur la rotation entre le sous-espace généré par les vecteurs propres de la matrice inter-spectrale à la fréquence f_m et ceux de la matrice inter-spectrale à la fréquence f_0. La solution optimale à l'équation (4.8)est donnée par Valaee dans [66] :

$$\mathbf{T}(f_0, f_m) = \mathbf{V}_{f_0}\mathbf{V}_{f_m}^H \tag{4.9}$$

avec $\mathbf{V}(f_m) = [\mathbf{V}_s(f_m)\mathbf{V}_b(f_m)]$. L'opérateur bilinéaire [66] est un opérateur de focalisation qui transforme la matrice spectrale en sa version sans bruit :

$$\mathbf{T}_s(f_0, f_m) = \mathbf{V}_{s,f_0}\mathbf{V}_{s,f_m}^H \tag{4.10}$$

Une méthode simple de lissage fréquentiel est proposée [25] dans l'algorithme 4.1.

Par la suite, de nombreuses améliorations ont été apportées à ces méthodes afin de créer un opérateur de focalisation avec un faible biais. On peut citer par exemple les travaux de Hung [27] avec la méthode RSS (Rotational Signal-Subspace) et ceux de Valaee [66] qui propose la méthode TCT (Two-sidede Correlation Transformation).

Bien que ces méthodes augmentent la résolution et réduisent le biais d'estimation, leurs performances dépendent essentiellement de l'estimation des angles initiaux. La méthode TOPS (Test of Orthogonality of Projected Subspaces) proposée par Yoon [76] ne nécessite par d'initialisation particulière et offre des performances meilleures que les autres méthodes pour des rapports signal sur bruit (RSB) moyens. Cependant, elle ne permet pas d'empêcher les fausses détections au sein du pseudo-spectre.

4.2.3 Moyennage en sous-bandes

Cette technique s'inspire des méthodes de filtrage spatial qui ont été adaptées pour l'estimation des TDA dans le cas d'un bruit blanc [75]. Elle fait appel à un découpage de la bande totale de fréquences en sous-bandes, selon le schéma de principe de la figure 4.1.

Algorithme 4.1 Algorithme de focalisation

1. utiliser la formation de voie pour estimer $\widehat{\theta_{0k}}$, avec $k = 1, \cdots, P_0$, pour $P_0 \leqslant P$.
2. pour chaque fréquence $f_m \in [f_1, \ldots, f_M]$
   (a) estimer la matrice de transfert $\hat{\mathbf{A}}_{f_m}$
   (b) estimer la matrice de covariance inter-spectrale $\hat{\mathbf{\Gamma}}_{f_m}$
   (c) estimer la covariance du bruit $\sigma^2_{f_m} = \frac{1}{N-P_0} \sum_{p=P_0+1}^{N} \lambda_{p,f_m}$, avec λ_{p,f_l} la $p^{\text{ième}}$ valeur propre de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_{f_l}$.
   (d) calculer la matrice d'intercorrélation des sources $\hat{\mathbf{\Gamma}}_{c,f_m} = (\hat{\mathbf{A}}^H_{f_m} \hat{\mathbf{A}}_{f_m})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H_{f_m} \times [\hat{\mathbf{\Gamma}}_{f_m} - \sigma^2_{f_m} \mathbf{I}_N]$, avec $\mathbf{I}_N$ la matrice identité de dimension $N \times N$
   (e) décomposer $\hat{\mathbf{\Gamma}}_{f_m}$ en valeurs propres pour obtenir $\hat{\mathbf{V}}_{s,f_m}$,
3. calculer la moyenne des matrices d'intercorrélation des sources $\bar{\mathbf{\Gamma}}_{c,f_0} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{\Gamma}_{c,f_m}$, avec f_0, une fréquence choisie parmi $(f_1, \ldots, f_M)$.
4. calculer $\hat{\mathbf{\Gamma}}(f_0) = \hat{\mathbf{A}}_{f_0} \bar{\mathbf{\Gamma}}_{c,f_0} \hat{\mathbf{A}}^H_{f_0}$, et la décomposer en valeurs propres pour obtenir $\mathbf{V}_{s,f_0}$,
5. pour chaque f_m, calculer l'opérateur $\mathbf{T}_s(f_0, f_m) = \mathbf{V}_{s,f_0} \mathbf{V}^H_{s,f_m}$
6. calculer la matrice de covariance inter-spectrale estimée $\bar{\mathbf{\Gamma}}_{f_0} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{T}_s(f_0, f_m) [\mathbf{\Gamma}_{f_m} - \sigma^2_{f_m} \mathbf{I}_N] \mathbf{T}_s{}^H(f_0, f_n)$ et la décomposer en éléments propres pour estimer $\bar{\mathbf{V}}_{b,f_0}$,
7. utiliser $\bar{\mathbf{V}}_{b,f_0}$ pour estimer les paramètres de localisation

Pour un capteur n donné, l'ensemble des M fréquences qui composent le spectre observé est découpé en K sous-bandes composées de L fréquences consécutives. En général, le découpage est effectué avec un recouvrement maximal des sous-bandes. Ainsi, la relation entre M, K et L s'écrit :

$$M = K + L - 1 \tag{4.11}$$

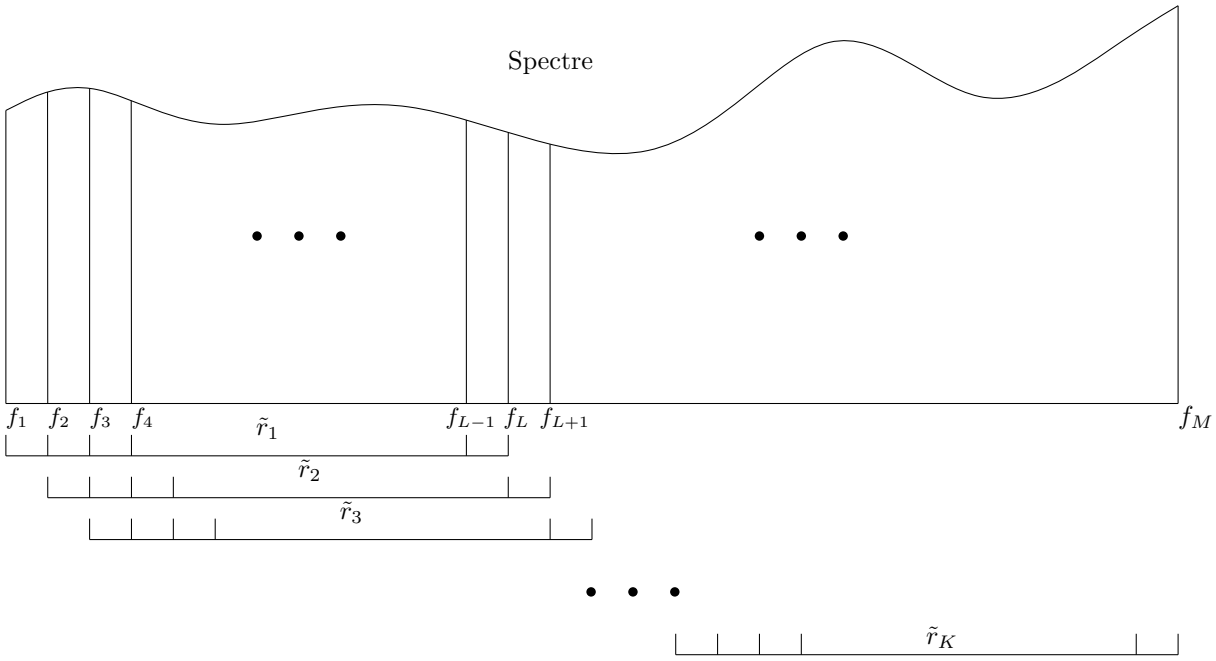


FIGURE 4.1 – *Illustration du découpage en sous-bande des observations*

Le vecteur des observations sur la $k^{\text{ième}}$ sous-bande peut s'écrire comme un sous-vecteur $\mathbf{r}_{n,k}$ des observations $\mathbf{r}_n$ sur la bande $[f_k, f_{k+L-1}]$:

$$\mathbf{r}_{n,k} = \mathbf{S}_k \mathbf{A}_{n,1} \mathbf{D}_n^{k-1} \mathbf{c}_n + \mathbf{b}_{n,k} \tag{4.12}$$

avec :

- $\mathbf{S}_k$ la matrice diagonale comportant la transformée de Fourier du signal émis dans la $k^{\text{ième}}$ sous-bande
- $\mathbf{A}_{n,1}$ la sous-matrice de dimension $(L \times P)$ de la matrice de transfert, composée des L premières lignes de $\mathbf{A}_n$ dont les vecteurs directionnels sont :

$$\mathbf{a}_1(\tau_{p,n}) = [\exp(-2i\pi f_1 \tau_{p,n}), \exp(-2i\pi f_2 \tau_{p,n}), \ldots, \exp(-2i\pi f_L \tau_{p,n})]^T \tag{4.13}$$

- $\mathbf{D}_n$ est une matrice diagonale de dimension $(P \times P)$ qui correspond à la matrice de transfert des observations de la première sous-bande à la $k^{\text{ième}}$ sous-bande, définie telle que :

$$\mathbf{D}_n = diag\left(\exp(-2i\pi\Delta f \tau_{1,n}), \exp(-2i\pi\Delta f \tau_{2,n}), \ldots, \exp(-2i\pi\Delta f \tau_{P,n})\right) \tag{4.14}$$

- $\mathbf{b}_{n,k}$ le vecteur de bruit additif observé dans la $k^{\text{ième}}$ sous-bande.

Par la suite nous n'utiliserons plus la référence au capteur n pour ne pas alourdir les notations. Les techniques présentées s'appliquent indépendamment du capteur.

Ce moyennage nécessite que les signaux reçus soient rendus indépendants de l'évolution du spectre du signal s, ce qui requiert la connaissance de la matrice $\mathbf{S}$. On définit le vecteur $\mathbf{y}_k$ des observations modifiées en utilisant $\mathbf{S}_k^{-1}$:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{r}_k = \mathbf{A}_1\mathbf{D}^{k-1}\mathbf{c} + \mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{b}_k \tag{4.15}$$

On associe à $\mathbf{y}_k$ la matrice de covariance :

$$\mathbf{\Gamma}_k = E[\mathbf{y}_k\mathbf{y}_k^H] \tag{4.16}$$

A partir de cette équation on peut considérer une matrice de covariance rectifiée $\mathbf{\Gamma}_F$ comme étant la moyenne directe des matrices de covariance de chaque sous-bande :

$$\mathbf{\Gamma}_F = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{\Gamma}_k \tag{4.17}$$

$$\mathbf{\Gamma}_F = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^F\mathbf{A}_1^H + \mathbf{\Gamma}_b^F \tag{4.18}$$

avec $\mathbf{\Gamma}_c^F = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{D}^{k-1}\mathbf{\Gamma}_c{\mathbf{D}^{k-1}}^H$ et $\mathbf{\Gamma}_b^F = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{S}_k^{-1}E[\mathbf{b}_k\mathbf{b}_k^H]{\mathbf{S}_k^{-1}}^H$ les nouvelles matrices de covariance des sources et du bruit respectivement.

Il est possible d'enrichir la matrice $\mathbf{\Gamma}_F$ en y intégrant la moyenne dans le sens inverse des matrices $\mathbf{\Gamma}_k$, c'est-à-dire en intégrant à la fois le sens direct et le sens rétrograde des observations. Cette matrice s'exprime sous la forme suivante :

$$\mathbf{\Gamma}_{FB} = \frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{K}\left(\mathbf{\Gamma}_k + \mathbf{J}\mathbf{\Gamma}_k^{\star}\mathbf{J}\right) \tag{4.19}$$

$$\mathbf{\Gamma}_{FB} = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^{FB}\mathbf{A}_1^H + \mathbf{\Gamma}_b^{FB} \tag{4.20}$$

$$\mathbf{\Gamma}_b^{FB} = \mathbf{\Gamma}_b^F + \mathbf{J}\mathbf{\Gamma}_b^{F\star}\mathbf{J} \tag{4.21}$$

$$\mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^{FB}\mathbf{A}_1^H = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^F\mathbf{A}_1^H + \mathbf{J}\left(\mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^F\mathbf{A}_1^H\right)^{\star}\mathbf{J} \tag{4.22}$$

avec $\mathbf{J}$ la matrice antidiagonale de permutation, qui permet de générer les observations dans le sens rétrograde :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \iddots & \iddots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ 0 & 1 & \iddots & \iddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{4.23}$$

4.3 Lissage spatial appliqué à la problématique

4.3.1 Méthode cohérente - smoothing-MUSICAL

La question de la corrélation des trajets a été traitée de deux manières. D'une part, on peut supposer que les termes d'amplitude $c_{p,n}$ sont aléatoires et totalement

ou partiellement décorrelés pour pouvoir mettre en œuvre un algorithme à haute résolution.

Le terme amplitude s'entend sous la forme module et phase. Les fluctuations de cette amplitude complexe sont liées aux conditions de propagations. Ainsi, si les temps d'arrivées $\tau_{p,n}$ présentent une fluctuations $\delta\tau_{p,n}$, le signal correspondant à un seul écho peut s'écrire :

$$c_{p,n}\exp(2i\pi f\delta\tau_{p,n})s(\tau_{p,n}+\delta\tau_{p,n})\,,\quad \forall\, p=1,\ldots,P \tag{4.24}$$

Si on considère $C_{p,n} = c_{p,n}\exp(2i\pi f\delta\tau_{p,n})$ comme étant le nouveau terme d'amplitude complexe, l'hypothèse de décorrélation peut maintenant être faite à partir d'une décorrélation des fluctuations $c_{p,n}\exp(2i\pi f\delta\tau_{p,n})$ uniquement. Le problème des fluctuations dans le modèle $s(\tau_{p,n}+\delta\tau_{p,n})$ peut être négligé en supposant que le signal varie peu par rapport à $s(\tau_{p,n}+\delta\tau_{p,n})$. On pourra donc appliquer des méthodes à haute résolution de type MUSIC, mais les algorithmes seront alors sous-optimaux.

D'un autre coté, si l'on ne peut pas valider les hypothèses présentées ci-dessus, par manque de réalisations par exemple, ou bien par absence de fluctuations indépendantes, une méthode de double lissage spatio-fréquentiel du modèle MUSICAL, smoothing-MUSICAL a été proposée [30]. En reprenant le modèle présenté dans l'équation (2.64), il est proposé dans le cadre d'un signal témoin de spectre constant sur les fréquences observées, qui peut s'étendre à un signal blanchi $\mathbf{y}_g = \mathbf{S}_g^{-1}\mathbf{r}_g$, d'effectuer une double subdivision des observations d'abord en K_s sous-antennes $\mathbf{y}_{g,k_s}$, $k_s = 1,\ldots,K_s$ puis en K_f sous-bandes $\mathbf{y}_{g,k_s,k_f}$, $k_f = 1,\ldots,K_f$ pour estimer une matrice de covariance définie comme il suit :

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_g = \frac{1}{K_sK_f}\sum_{k_s=1}^{K_s}\sum_{k_f=1}^{K_f} E[\mathbf{y}_{g,k_s,k_f}\mathbf{y}_{g,k_s,k_f}^H] \tag{4.25}$$

On note que ce modèle offre une bonne robustesse et la capacité de fonctionner pour un nombre d'échantillons restreint, voir réduit à un, la diversité des réalisation étant substituée par la double diversité des sous-bandes et des sous-antennes. Cette méthode permet également de pallier à un nombre de capteurs restreint qui ne permettrait pas un lissage spatial efficace [48].

4.3.2 Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur avec Amélioration par Lissage - MITICAL

Le faible nombre de capteurs disponibles ne permet pas de réaliser un lissage purement spatial avec des résultats satisfaisants. D'autre part la méthodologie d'estimation des temps d'arrivée ne permet pas non plus d'utiliser une des méthodes de lissage fréquentiel incohérent ou cohérent proposées précédemment, étant donné qu'elles réduisent l'ensemble des observations fréquentielles à une seule fréquence, ne nous permettant pas par la suite d'appliquer les méthodes à haute résolution. La méthode la plus adaptée est celle de lissage en sous-bandes, qui répond à notre problématique [69, 70]. Elle entraine un désavantage certain qui est la nécessité de la connaissance à priori du spectre du signal $\mathbf{S}$.

4.3.2.1 Influence du nombre et de fréquences et de la largeur de la sous-bande

Pour un nombre de fréquences M donné, on peut s'intéresser essentiellement à deux paramètres, à la fois le nombre de sous-bandes K et le nombre de fréquences qu'elles comprennent L. Ces deux quantités sont liées par la relation (4.11). Il faut noter qu'afin d'appliquer les méthodes haute résolution, la matrice $\mathbf{\Gamma}_{FB}$ doit être de dimension supérieure ou égale $(P+1 \times P+1)$, c'est-à-dire que l'on doit avoir $L \geqslant P+1$.

De plus, selon [60, 74], afin d'obtenir une matrice de covariance moyennée contenant l'information nécessaire à la bonne utilisation des méthodes haute résolution, la moyenne doit être calculée sur au moins P matrices différentes. Cela revient à dire que si l'on calcule $\mathbf{\Gamma}_F$ on doit avoir $K \geqslant P$ et donc :

$$M \geqslant 2P \tag{4.26}$$

Tandis que si l'on calcule $\mathbf{\Gamma}_{FB}$, le nombre de moyenne est doublé [49] et l'on a $K \geqslant \frac{P}{2}$ et donc :

$$M \geqslant \frac{3P}{2} \tag{4.27}$$

De plus, on peut s'intéresser à la qualité de la décorrélation de cette méthode. Supposons pour un capteur donné que l'on soit en présence de deux sources caractérisées par leur coefficients c_1 and c_2. Soit γ leur coefficient de corrélation, défini en utilisant les éléments de la matrice $\mathbf{\Gamma}_c$:

$$\gamma = \frac{\mathbf{\Gamma}_c(1,2)}{\sqrt{\mathbf{\Gamma}_c(1,1)\mathbf{\Gamma}_c(2,2)}} \tag{4.28}$$

avec $\mathbf{\Gamma}_c(i,j) = E[c_i c_j^\star]$. Lorsque les sources sont totalement corrélées, le module de γ vaut 1.

Soit $\mathbf{\Gamma}_c^F = \frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{K} \mathbf{D}^{k-1}\mathbf{\Gamma}_c(\mathbf{D}^{k-1})^+$ et $\mathbf{\Gamma}_c^B$ de telle manière que $\mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^B\mathbf{A}_1^+ = \frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{J}\mathbf{\Gamma}_k^*\mathbf{J}$. Nous pouvons réécrire l'équation (4.20) comme :

$$\mathbf{\Gamma}_{FB} = \mathbf{A}_1\left(\mathbf{\Gamma}_c^F + \mathbf{\Gamma}_c^B\right)\mathbf{A}_1 + \mathbf{\Gamma}_b^{FB} \tag{4.29}$$

L'élément $(1,2)$ de la matrice $\mathbf{\Gamma}_c^F$ peut s'écrire comme :

$$\mathbf{\Gamma}_c^F(1,2) = \frac{\Gamma_c(1,2)}{K}\sum_{k=1}^{K}\exp(-2i\pi\Delta f\Delta\tau(k-1)) \tag{4.30}$$

avec $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2$. Le nouveau coefficient de corrélation calculé avec $\mathbf{\Gamma}_c^F$ est :

$$\gamma_F = \gamma\left(\frac{\sin(K\alpha)}{K\sin(\alpha)}\right)\exp(-i(K-1)\alpha) \tag{4.31}$$

où $\alpha = \pi\Delta f\Delta\tau$. Le module de γ_F est $|\gamma_F| = |\gamma|\left|\frac{\sin(K\alpha)}{K\sin(\alpha)}\right|$. Ce coefficient de corrélation correspond à celui obtenu lorsque le moyennage est effectué uniquement de manière directe.

L'expression $\mathbf{J}\boldsymbol{\Gamma}_k^*\mathbf{J}$, revient à effectuer une double symétrie selon les lignes et les colonnes de la matrice $\boldsymbol{\Gamma}_k^*$. Ainsi l'élément $(1,2)$ de $\boldsymbol{\Gamma}_c^B$ peut s'écrire comme :

$$\boldsymbol{\Gamma}_c^B(1,2) = \frac{\Gamma_c(1,2)^\star}{K} \sum_{k=1}^{K} \exp(2i\pi \left(2f_1 + (2k + L - 2)\,\Delta f\right) \Delta\tau) \tag{4.32}$$

Le nouveau coefficient de corrélation γ_{FB} peut s'exprimer de cette façon [75] :

$$\gamma_{FB} = \gamma \frac{\sin(K\alpha)}{K\sin(\alpha)} \left(\exp(-i(K-1)\alpha) + \frac{\Gamma_c^\star(2,1)}{\Gamma_c(2,1)} \exp(-i\beta) \right) \tag{4.33}$$

avec $\beta = 2\alpha(2 - L - \frac{K+1}{2}) - 4\pi f_1 \Delta\tau$. De cette manière le module de γ_{FB} est :

$$|\gamma_{FB}| = |\gamma_F| \left|\cos\left(arg(c_2) - arg(c_1) + \alpha(2 - L - K) - 2\pi f_1 \Delta\tau\right)\right| \tag{4.34}$$

Ce nouveau module $|\gamma_{FB}|$ est inférieur à l'original $|\gamma|$ et diminue lorsque la quantité $K\Delta f\Delta\tau$ augmente. La figure 4.2 représente l'évolution de ce module pour différents paramétrages.

4.3.2.2 Choix optimal des fréquences d'une sous-bande pour améliorer le pouvoir de résolution

La méthode de moyennage directe-rétrograde proposée permet d'augmenter le rang de la matrice $\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_c$. Cependant, le rang de la matrice spectrale $\bar{\boldsymbol{\Gamma}}$ peut toujours être inférieur à P puisque la matrice de transfert du système $\mathbf{A}_1$ peut éventuellement ne pas être de rang plein. En effet, si l'on considère cette décomposition de la matrice $\mathbf{A}_1$ [69] :

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_1^\alpha \mathbf{A}_1^\beta = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \alpha_1 & \cdots & \alpha_P \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_1^{L-1} & \cdots & \alpha_P^{L-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \beta_P \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

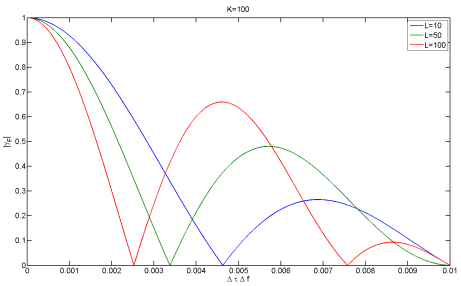
avec $\alpha_p = exp(-2i\pi\Delta f\tau_{p,n})$ et $\beta_p = exp(-2i\pi f_1\tau_{p,n})$, l'équation (4.20) devient :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{FB} = \mathbf{A}_1^\alpha \mathbf{A}_1^\beta \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_c^{FB} \mathbf{A}_1^{\beta H} \mathbf{A}_1^{\alpha H} + \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_b^{FB} \tag{4.36}$$

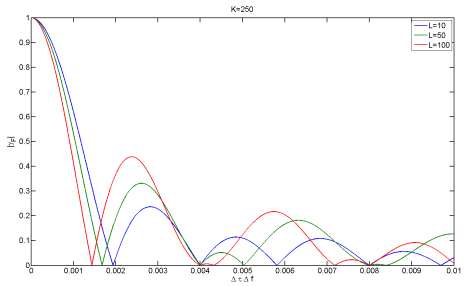
Le rang de la matrice $\mathbf{A}_1$ doit être égal à P. Cela signifie que les vecteurs colonne de la matrice $\mathbf{A}_1^\alpha$ doivent être différents deux à deux, c'est-à-dire que $\alpha_i \neq \alpha_j \; \forall\, i,j = 1,\ldots,P$.

Afin d'évaluer la colinéarité de deux vecteurs colonne de la matrice $\mathbf{A}_1^\alpha$, nous considérons le produit scalaire normalisé $\Delta\alpha_{i,j} = \frac{\left|\mathbf{a}_i^{\alpha H}\mathbf{a}_j^\alpha\right|}{L}$, avec $\mathbf{a}_i^\alpha = [1, \alpha_i, \alpha_i^2, \ldots, \alpha_i^{L-1}]^T$ et $\mathbf{a}_j^\alpha = [1, \alpha_j, \alpha_j^2, \ldots, \alpha_j^{L-1}]^T$. Nous avons :

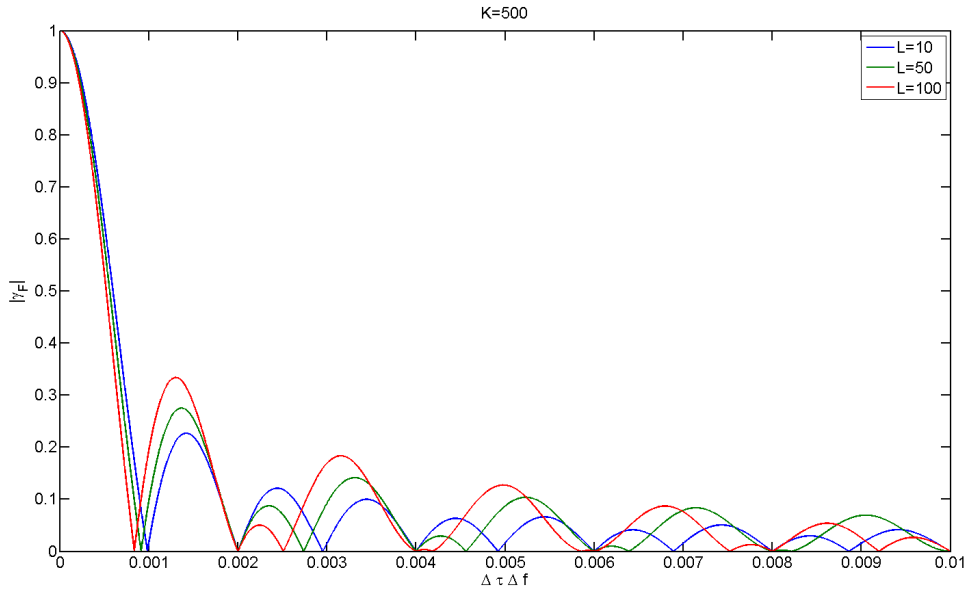
$$\Delta\alpha_{i,j} = \frac{\left|\mathbf{a}_i^{\alpha H}\mathbf{a}_j^\alpha\right|}{L} = \frac{1}{L}\left|\sum_{l=1}^{L} exp\left(-2i\pi\left(l-1\right)\Delta f\Delta\tau_{i,j}\right)\right| = \left|\frac{\sin(L\pi\Delta f\Delta\tau_{i,j})}{L\sin(\pi\Delta f\Delta\tau_{i,j})}\right| \tag{4.37}$$



(a) $K = 100$



(b) $K = 250$



(c) $K = 500$

FIGURE 4.2 – *Evolution du nouveau module du coefficient de corrélation* $|\gamma_{FB}|$ *en fonction du produit* $\Delta\tau\Delta f$ *pour différentes valeurs de* L *et pour* $K = 100$ *(a)* $K = 250$ *(b) et* $K = 500$ *(c).*

où $\Delta\tau_{i,j} = \tau_i - \tau_j$. La valeur de $\Delta\alpha_{i,j}$ n'est pas affectée par le processus de moyennage.

Afin d'illustrer l'impact de cette quantité sur le pouvoir de séparation, nous utilisons le modèle décrit dans l'équation (4.20) pour deux sources décorrélées ($|\gamma_{FB}| = 0$) pour une impulsion ($\mathbf{S} = \mathbf{I}_M$) et un bruit additif blanc et gaussien ($\mathbf{\Gamma}_n = \sigma^2\mathbf{I}_M$), avec un rapport signal sur bruit de -10dB. Nous utilisons les critères AIC (Akaike Information Criterion) et MDL (Minimum Description Length) [78] présenté dans les équations (2.14) et (2.15), pour différentes valeurs de $\Delta\tau_{1,2}$, $K = 500$ sous-bandes, $L = 20$ et $\Delta f = 75$Hz pour estimer le nombre de sources P. La figure 4.3 résume l'évolution de ces deux critères en fonction de $\Delta\tau$ et $\Delta\alpha$.

Lorsque $\Delta\tau_{1,2} > 350\mu$s ($\Delta\alpha_{1,2} < 0.6$) le critère MDL évalue le bon nombre de sources. Tandis que le critère AIC estime P correctement lorsque $\Delta\tau_{1,2} > 225\mu$s ($\Delta\alpha_{1,2} < 0.8$). On peut donc choisir une valeur seuil $\epsilon_\alpha = 0.6$ telle que lorsque $\Delta\alpha_{i,j} < \epsilon_\alpha \ \forall i,j = 1,\ldots,P$, on peut considérer que la matrice $\mathbf{A}_1$ est de rang maximal. Afin d'obtenir une meilleure résolution en $\Delta\tau$, un traitement au préalable est nécessaire.

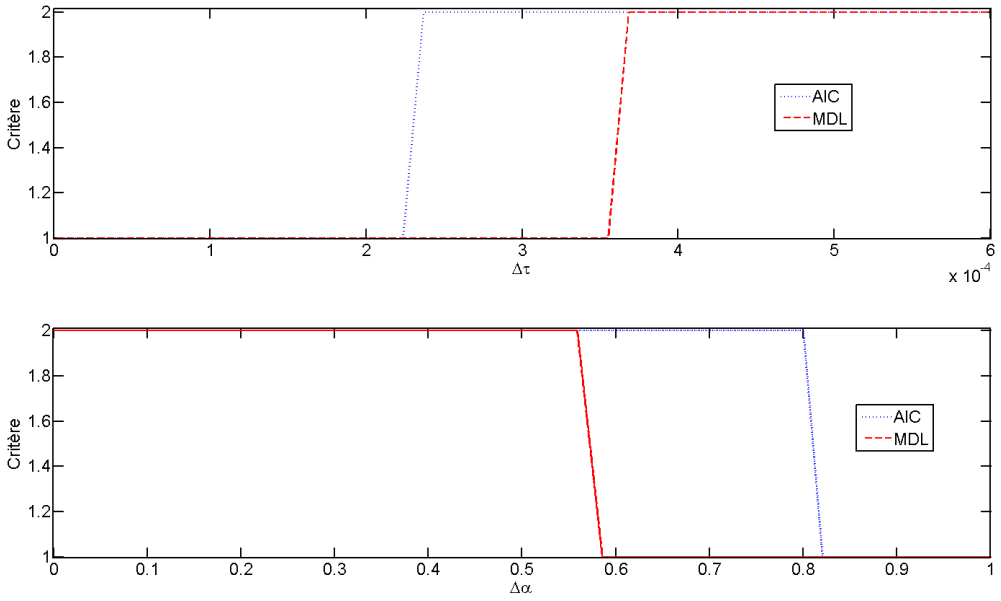


FIGURE 4.3 – *Evolution des critères AIC et MDL en fonction de $\Delta\tau$ et $\Delta_a lpha$*

Pour obtenir une matrice de transfert $\mathbf{A}_1$ de rang plein, nous proposons une nouvelle manière d'organiser et d'exploiter les observations dans les différentes fréquences en introduisant la quantité h qui représente un pas supplémentaire entre deux fréquences consécutives comme présenté dans la figure 4.4. Les M fréquences sont divisées en K^h sous-bandes de L fréquences. La $k^{\text{ième}}$ sous-bande est constituée des fréquences $\{f_k, f_{k+h}, \ldots, f_{k+h(L-1)}\}$. Nous avons la relation suivante entre M, K^h, h et L :

$$M = K^h + h(L-1) \tag{4.38}$$

Grâce à ce réarrangement des fréquences, dans l'équation (4.17), la matrice $\mathbf{\Gamma}_c^F$

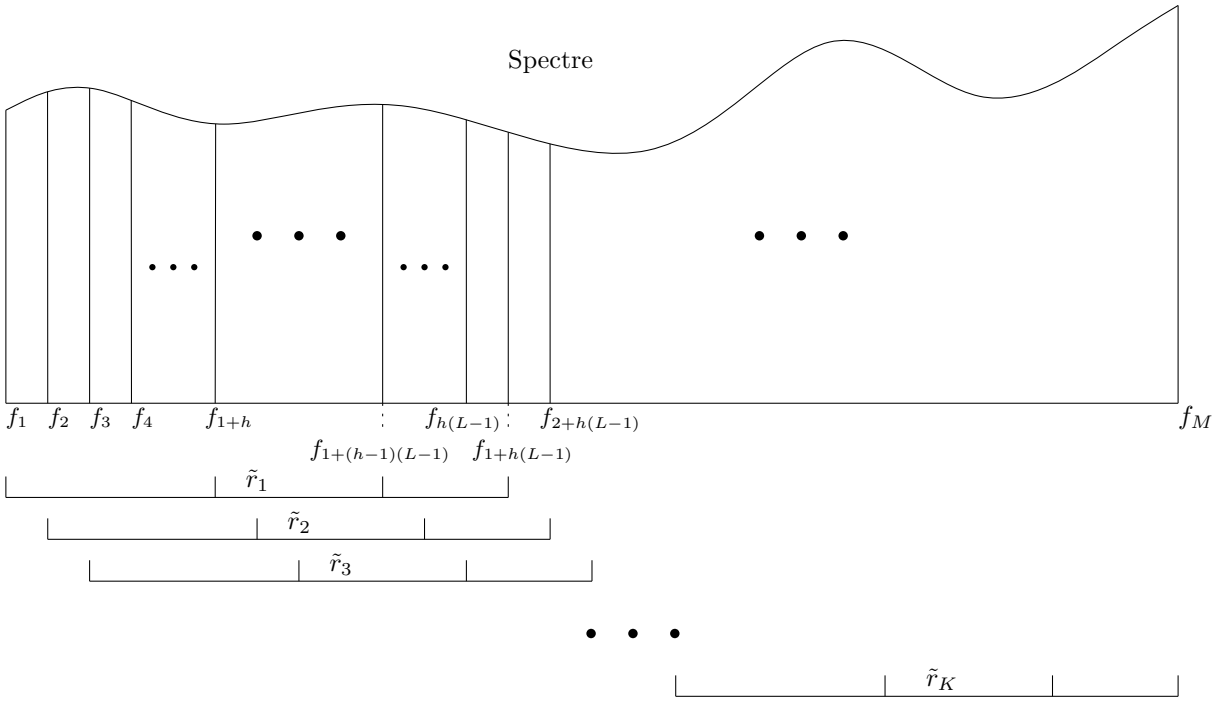


FIGURE 4.4 – *Illustration du découpage en sous-bande des observations modifiées avec un pas h supplémentaire*

devient $\mathbf{\Gamma}_c^{F^h} = \frac{1}{K^h}\sum_{k=1}^{K^h}\mathbf{D}_k\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{D}_k^H$ avec, en utilisant les équations (4.38) et (4.11), $K^h = K-(L-1)(h-1)$. La matrice de transfert $\mathbf{A}_1$ devient $\mathbf{A}_1^h$, composée des $(1+h(l-1))^{\text{th}}$, $l \in [1, L]$, lignes de la matrice $\mathbf{A}$, c'est-à-dire :

$$\mathbf{a}_1^h(.) = \left[\exp(-2i\pi f_1(.)), \exp(-2i\pi f_{1+h}(.)), \ldots, \exp(-2i\pi f_{1+h(L-1)}(.))\right]^T \tag{4.39}$$

Ainsi, dans l'équation (4.37), la quantité $\Delta f \Delta\tau_{i,j}$ est remplacée par la quantité $h\Delta f\Delta\tau_{i,j}$ ce qui donne :

$$\Delta\alpha_{i,j}^h = \left|\frac{\sin(L\pi h\Delta f\Delta\tau_{i,j})}{L\sin(\pi h\Delta f\Delta\tau_{i,j})}\right| \tag{4.40}$$

c'est-à-dire que si l'on considère que $\Delta\tau_1$ correspond à la résolution des méthodes usuelles ($h = 1$), la méthode que l'on propose offre la nouvelle résolution suivante :

$$\Delta\tau_h = \frac{\Delta\tau_1}{h} \tag{4.41}$$

La figure 4.5 présente l'évolution de $\Delta\alpha^h$ en fonction de $\Delta\tau$, avec $L = 20$ et $\Delta f = 75$Hz, pour différentes valeurs de h, $h = 1$ correspondant aux techniques usuelles. Pour $h = 2$ la résolution en $\Delta\tau$ est réduite de moitié. Pour $h = 8$, on a $\Delta\tau_8 = \frac{\Delta\tau}{8}$.

La figure 4.6 présente différents pseudo-spectres calculés avec l'algorithme MUSIC pour différentes valeurs de h, dans le cadre d'un signal réfléchi par $P = 6$ sources, $M = 980$ fréquences, $\Delta f = 75$Hz, $\Delta\tau$ varie entre 30 et 177μs et $L = 20$. Les six TDA sont bien estimés dès lors que $h = 30$.

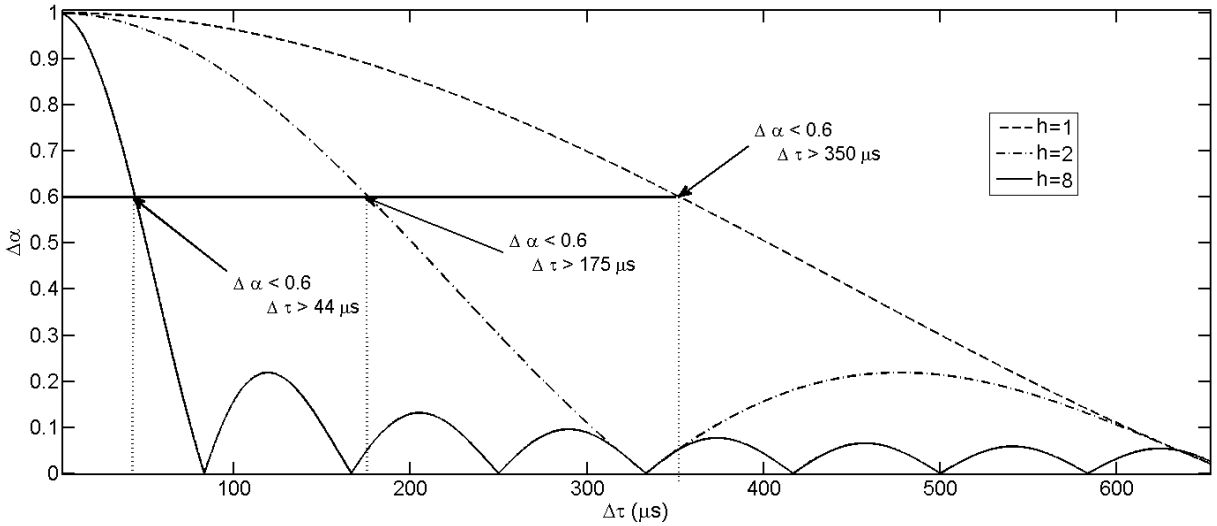


FIGURE 4.5 – $\Delta\alpha^h$ *en fonction de* $\Delta\tau$*, avec* $L = 20$ *et* $\Delta f = 75$*Hz, pour différentes valeurs de* h

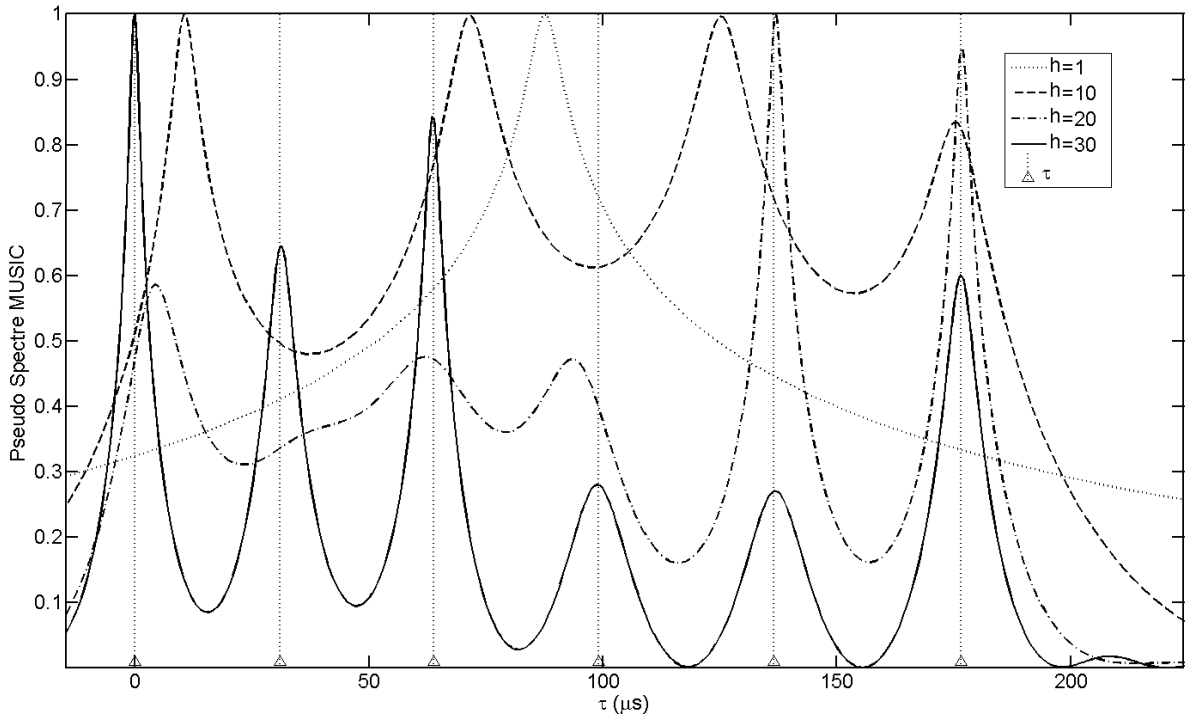


FIGURE 4.6 – *Différents pseudo-spectres MUSIC, tracés pour différentes valeurs de* h*, avec* $P = 6$ *sources,* $M = 980$ *fréquences,* $\Delta f = 75$*Hz,* $L = 20$*.*

En ce qui concerne le choix de la valeur h, celui-ci est limité par deux relations. D'une part, d'après les équations (4.27) et (4.38), on a $h \leqslant \frac{2K^h-3P}{2(L-1)}$. D'autre part, selon le théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon [62], on doit avoir $h \leqslant \frac{1}{\Delta f \Delta\tau}$. Si l'on combine ces deux relations on obtient :

$$h \leqslant min\left(\frac{2K^h-3P}{2L}, \frac{1}{\Delta f \Delta\tau_{max}}\right) \tag{4.42}$$

avec $\Delta\tau_{max} = \underset{i,j\, i\neq j}{max}(\Delta\tau_{i,j})$. Afin d'offrir la meilleure résolution en $\Delta\tau$, on peut choisir h tel que :

$$h = \underset{h}{argmax}\left(h \leqslant min\left(\frac{2K^h-3P}{2L}, \frac{1}{\Delta f \Delta\tau_{max}}\right)\right) \tag{4.43}$$

Dans la suite, on utilisera cette méthode modifiée de lissage par sous-bandes pour la méthode MITIC que l'on nommera MITICAL pour Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur avec Amélioration par Lissage.

4.3.2.3 Pré-traitement pour conserver les propriétés statistiques du bruit blanc

Les méthodes à haute résolution telles que MUSIC, supposent la présence d'un bruit blanc et gaussien, ce qui signifie que la matrice de covariance du bruit est égale à $\sigma^2\mathbf{I}_M$, avec σ la puissance du bruit sur le $n^{\text{ième}}$ capteur. Afin d'appliquer ces méthodes suite au lissage fréquentiel présenté dans la chapitre 4, la matrice de covariance du bruit, $\mathbf{\Gamma}_b^{FB}$ doit être de la forme $\sigma_{FB}^2\mathbf{I}_L$. Si l'on suppose que l'on a $\mathbf{\Gamma}_b = \sigma^2\mathbf{I}_M$, on peut écrire la relation suivante [70] :

$$\mathbf{\Gamma}_b^{FB} = \frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{K}\left(\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{\Gamma}_b{\mathbf{S}_k^{-1}}^H + \mathbf{J}\left(\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{\Gamma}_b{\mathbf{S}_k^{-1}}^H\right)^\star\mathbf{J}\right) = \frac{\sigma^2}{2K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{\Phi}_k \tag{4.44}$$

avec $\mathbf{\Phi}_k$ la matrice diagonale de taille $L \times L$ dont le $l^{\text{ième}}$ élément de la diagonale vaut :

$$\mathbf{\Phi}_k(l,l) = \frac{1}{|\tilde{s}(f_{k+l-1})|^2} + \frac{1}{|\tilde{s}(f_{k+L-l})|^2} \tag{4.45}$$

On peut constater que la matrice $\mathbf{\Gamma}_b^{FB}$ n'est pas de la forme $\sigma_{FB}^2\mathbf{I}_L$ étant donné que dans le cas général, ses termes diagonaux ne sont pas égaux. Cette non-égalité des termes diagonaux de la matrice $\mathbf{\Gamma}_b^{FB}$ entraine à la fois le risque d'une mauvaise évaluation du nombre de sources P selon le critère retenu, mais également celui d'une mauvaise évaluation des deux sous-espaces signal et bruit, dans la mesure où le tri des vecteurs propres selon l'évolution de leurs valeurs propres respectives est faussé. En particulier, la décomposition proposée dans l'équation (2.17) devient :

$$\mathbf{\Gamma} = \sum_{l=1}^{P}(\lambda_l + \sigma_l^2)\mathbf{v}_l\mathbf{v}_l^H + \sum_{l=P+1}^{L}\sigma_l^2\mathbf{v}_l\mathbf{v}_l^H \tag{4.46}$$

avec σ_l^2 le $l^{\text{ième}}$ élément de la diagonale de $\mathbf{\Gamma}_b^{FB}$. La décomposition sera toujours valide, c'est-à-dire que les P vecteurs associés aux P plus grandes valeurs propres correspondront aux P vecteurs qui forment le sous-espace signal, tant que :

$$\forall P \leqslant l_1 < L \; \forall 0 \leqslant l_2 < P,$$
$$\frac{\sigma^2}{2K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+l_1-1})\right|^2}+\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+L-l_1})\right|^2} < \lambda_{l_2}+\frac{\sigma^2}{2K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+l_2-1})\right|^2}+\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+L-l_2})\right|^2} \tag{4.47}$$

On peut remarquer que si l'amplitude du spectre du signal émis reste supérieur à 1 pour toutes les fréquences considérées on a :

$$\forall m \in [1,\ldots,M]\;,\; \left|\tilde{s}(f_m)\right| \geqslant 1 \quad \Longrightarrow \quad \sigma_l^2 \leqslant \sigma^2 \tag{4.48}$$

On peut également renforcer cette exigence en proposant la condition :

$$\text{si} \quad \forall l \in [0,\ldots,L-1]\;,\; \sum_{k=1}^{K}\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+l})\right|^2}+\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+L-l})\right|^2} \leqslant 2K \quad \text{alors} \quad \sigma_l^2 \leqslant \sigma^2 \tag{4.49}$$

Si la relation (4.47) n'est pas vérifiée, on propose de considérer l'écriture suivante :

$$\mathbf{\Gamma}_b^{FB} = \sigma^2\mathbf{\Sigma}^2 \tag{4.50}$$

avec $\mathbf{\Sigma}$ une matrice diagonale de taille $L \times L$ dont l'élément (l,l) vaut :

$$\mathbf{\Sigma}_{l,l} = \sqrt{\frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+l-1})\right|^2}+\frac{1}{\left|\tilde{s}(f_{k+L-l})\right|^2}} \tag{4.51}$$

l'équation(4.20) devient :

$$\mathbf{\Gamma}^{FB} = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^{FB}\mathbf{A}_1^H + \sigma^2\mathbf{\Sigma}^2 \tag{4.52}$$

On peut simplement modifier la matrice $\mathbf{\Gamma}^{FB}$ afin d'annuler l'impact de la compensation du spectre du signal effectué dans l'équation (4.15) sur le bruit en utilisant l'inverse de la matrice $\mathbf{\Sigma}$:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{\Gamma}}^{FB} &= \mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{\Gamma}^{FB}\mathbf{\Sigma}^{-1}\\ &= \mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^{FB}\mathbf{A}_1^H\mathbf{\Sigma}^{-1} + \sigma^2\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{\Sigma}^{-1}\\ &= \mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^{FB}\mathbf{A}_1^H\mathbf{\Sigma}^{-1} + \sigma^2\mathbf{I}_L\end{aligned} \tag{4.53}$$

Les méthodes à haute résolution peuvent s'appliquer sur la matrice $\bar{\mathbf{\Gamma}}^{FB}$, en prenant en compte l'impact de la matrice $\mathbf{\Sigma}^{-1}$ sur la matrice de transfert. Le nouveau vecteur directionnel $\bar{\mathbf{a}}_1$ s'exprime comme :

$$\bar{\mathbf{a}}_1 = \mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{a}_1 \tag{4.54}$$

4.3.2.4 Influence d'une approximation du signal émis sur la localisation

La méthode retenue nécessite la connaissance du spectre signal s émis. Dans les domaines d'applications où le signal émis est maitrisé, cette hypothèse est légitime. Cependant le milieu dans lequel se propage le signal peut induire une certaine modification de celui-ci. C'est ce que l'on appelle l'effet canal. Dans cette partie, nous discuterons de l'impact de cet effet canal sur la connaissance de s.

Supposons que le signal témoin connu diffère du signal à l'origine du mélange observé. Cette différence peut être quantifiée sur chaque capteur par la quantité $\Delta s_n(f)$, de telle manière que les observations deviennent :

$$r_n(f) = \sum_{p=1}^{P} s(f)(1 + \Delta s_n(f)) \exp(-2i\pi f \tau_{p,n}) c_{p,n} + b_n(f) \tag{4.55}$$

En référence à l'équation (2.60), l'expression précédente devient, dans un formalisme matriciel :

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{S}\left(\mathbf{I} + \mathbf{\Delta S}_n\right)\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{b}_n = \mathbf{S}\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{S}\mathbf{\Delta S}_n\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{b}_n \tag{4.56}$$

avec $\mathbf{\Delta S}_n$ la matrice diagonale composée des valeurs de $\Delta s_n(f)$ sur l'ensemble des M fréquences de travail.

Les données modifiées par le spectre du signal deviennent :

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{\Delta S}_n\mathbf{A}_n\mathbf{c}_n + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{b}_n \tag{4.57}$$

Dans la suite on ne mentionne plus l'indice n afin de simplifier les notations.

Si l'on s'intéresse à l'impact de cette erreur sur la formation de $\mathbf{\Gamma}_{FB}$, on peut, en supposant l'erreur indépendante du signal, adopter le formalisme suivant, en référence à l'équation (4.20) :

$$\mathbf{\Gamma}_{FB} = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^{FB}\mathbf{A}_1^H + \mathbf{\Gamma}_b^{FB} + \mathbf{\Delta\Gamma}_{FB} \tag{4.58}$$

$$\mathbf{\Delta\Gamma}_{FB} = \frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{K}\left(\mathbf{\Delta\Gamma}_F + \mathbf{J}\mathbf{\Delta\Gamma}_F^{\star}\mathbf{J}\right) \tag{4.59}$$

$$\mathbf{\Delta\Gamma}_F = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{\Delta S}_k\mathbf{A}_1\mathbf{D}^{k-1}\mathbf{\Gamma}_c{\mathbf{D}^{k-1}}^H\mathbf{A}_1^H\mathbf{\Delta S}_k^H \tag{4.60}$$

avec $\mathbf{\Delta S}_k$ la sous-matrice de $\mathbf{\Delta S}$ dans la $k^{\text{ième}}$ sous-bande.

On peut écrire l'élément (i,j) de la matrice $\mathbf{\Delta\Gamma}_F$ comme il suit :

$$\mathbf{\Delta\Gamma}_{Fi,j} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\Delta S(f_{i+k-1})\Delta S(f_{j+k-1})^{\star}\sum_{p_1,p_2=1}^{P}\exp(-2i\pi f_{i+k-1}\tau_{p_1})c_{p_1}c_{p_2}^{\star}\exp(2i\pi f_{j+k-1}\tau_{p_2}) \tag{4.61}$$

Si l'on suppose que les éléments de $\mathbf{\Delta S}$ sont indépendants deux à deux, les éléments non diagonaux de $\mathbf{\Delta\Gamma}_F$ tendent vers 0 et la matrice $\mathbf{\Delta\Gamma}_F$ est une matrice diagonale, dont les éléments diagonaux valent :

$$\mathbf{\Delta\Gamma}_{Fi,i} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left|\Delta S(f_{i+k-1})\right|^2\sum_{p=1}^{P}\left|c_p\right|^2 + 2\Re(c_p) \tag{4.62}$$

La perturbation liée à la mauvaise connaissance à priori du signal s revient à transformer le bruit blanc d'origine en un bruit coloré qui peut, s'il est trop puissant, empêcher l'application de méthodes à haute résolution classique. Afin de compenser cette perturbation, on propose d'utiliser la methode SWEDE. En effet, celle-ci n'utilise pas les éléments diagonaux de la matrice d'intercorrélation des observations et donc est à priori insensible à la perturbation $\mathbf{\Delta\Gamma}$ induite par l'erreur de modèle. La figure 4.7 présente la comparaison des pseudos spectres comparés des méthodes MUSIC et SWEDE, dans le cas où $\Delta s(f)$ est caractérisé par une loi normale centrée de variance 25. On y constate que la méthode MUSIC ne permet pas d'effectuer une estimation pertinente, tandis que la méthode SWEDE offre des résultats tout à fait satisfaisants.

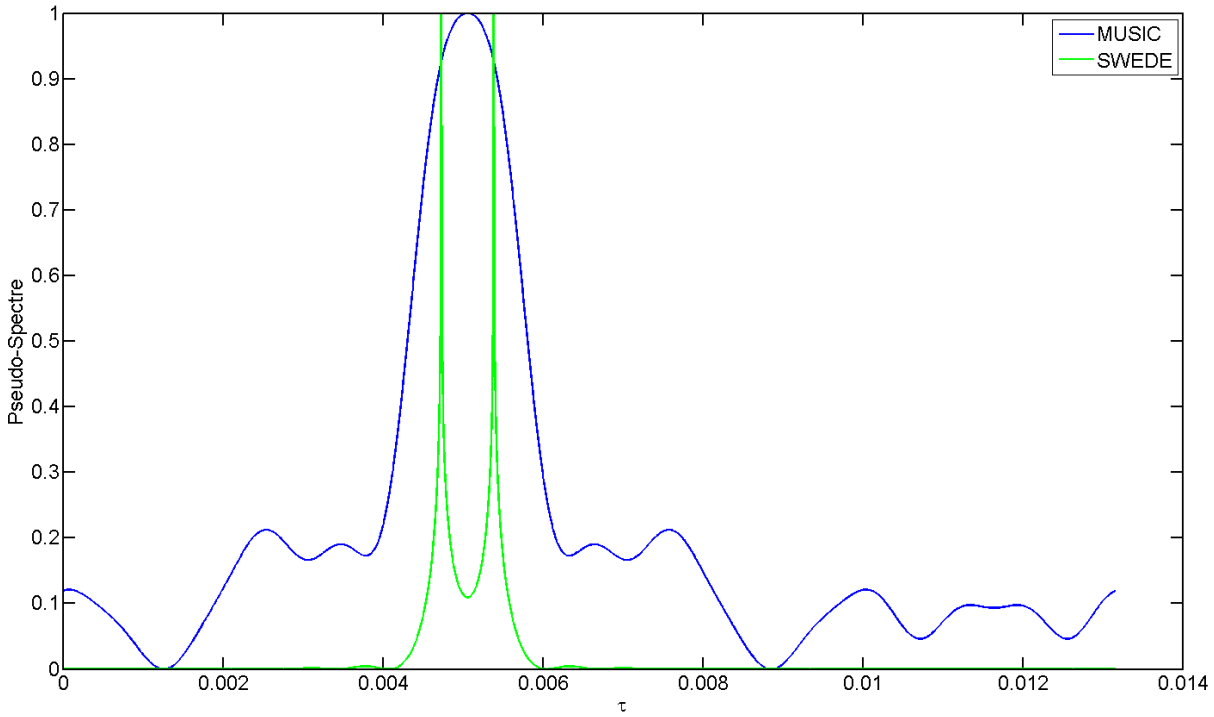


FIGURE 4.7 – *Pseudo-Spectres des méthodes MUSIC et SWEDE pour* $\Delta s(f) \sim \mathcal{N}(0, 25)$

4.3.2.5 Indépendance de la méthode vis-à-vis du nombre de réalisations temporelles

Jusqu'à présent on a toujours supposé que l'estimation de la matrice de covariance se faisait à partir d'un certain nombre de réalisations, comme précisé dans la relation (2.12). On a défini les matrices $\mathbf{\Gamma}_k$ de la même manière dans la relation (4.16). Si l'on ne dispose que d'une ou de peu de réalisations, on ne pourra pas effectuer une estimation des matrices $\mathbf{\Gamma}_k$ par la moyenne sur les réalisations. Cependant, on peut tout de même écrire :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{y}_k\mathbf{y}_k^H = \mathbf{A}_1\mathbf{D}^{k-1}\mathbf{c}\mathbf{c}^H{\mathbf{D}^{k-1}}^H\mathbf{A}_1^H + \mathbf{C}_k + \mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{b}_k\mathbf{b}_k^H{\mathbf{S}_k^{-1}}^H + \mathbf{C}_k^H \tag{4.63}$$

avec $\mathbf{C}_k$ correspondant aux termes croisés, tels que :

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{b}_k\mathbf{c}^H\mathbf{D}^{k-1^H}\mathbf{A}_1^H \tag{4.64}$$

La matrice $\mathbf{\Gamma}_F$ est construite de la même manière que dans (4.17) :

$$\mathbf{\Gamma}_F = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^F\mathbf{A}_1^H + \mathbf{\Gamma}_b^F + \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k^H\right) \tag{4.65}$$

Dans la mesure où le bruit est indépendant du signal par définition, on peut considérer que, lorsque K est suffisamment grand, $\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k^H\right) = 0$. Et dès lors, pour une unique réalisation, on obtient :

$$\mathbf{\Gamma}_F = \mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c^F\mathbf{A}_1^H + \mathbf{\Gamma}_b^F \tag{4.66}$$

On peut donc se permettre de travailler avec une seule réalisation des observation, si le nombre de sous-bandes K est suffisamment important.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé le problème de la cohérence des signaux émis par les objets et la nécessité d'effectuer un pré-traitement afin de réduire cette corrélation. Pour cela nous avons présenté les principales solutions qui existent à ce jour dans la littérature pour remédier à ce problème.

Nous avons retenu une méthode de lissage spatial modifiée, adaptée au domaine fréquentiel, qui divise les observations en sous-bandes pour ensuite les moyenner. Cependant, nous avons montré que selon les paramètres utilisés pour sa mise en œuvre, ce pré-traitement peut rapidement et fortement dégrader les performances des algorithmes haute résolution. En effet, ce traitement a pour effet d'améliorer le rang de la matrice de covariance des amplitudes des signaux uniquement, mais utilise une nouvelle matrice de transfert dont les colonnes, c'est-à-dire les vecteurs directionnels, risquent d'être "trop" colinéaire, entrainant une difficulté numérique pour les distinguer. Afin de réduire cette colinéarité, nous avons proposé de redéfinir les sous-bandes, qui sont habituellement composées de fréquences consécutives, pour un ensemble de fréquences non-consécutives. Cette solution permet d'augmenter de la résolution de manière inversement proportionnelle au saut de fréquences choisi.

Étant donné que la méthode de décorrélation retenue nécessite la connaissance du signal émis afin d'effectuer le pré-traitement, nous avons discuté de l'impact d'une mauvaise connaissance du signal émis sur la localisation. Nous avons montré que si cette erreur pouvait être assimilée à un bruit blanc gaussien, l'erreur sur l'estimation de la matrice de covariance inter-spectrale des observations était confinée sur sa diagonale. Dans ce cadre, nous avons proposé d'exploiter la méthode HR SWEDE présentée dans le chapitre 2 qui a l'avantage de ne pas exploiter les termes diagonaux de la matrice de covariance.

Finalement nous avons fait remarquer que ce traitement ne nécessitait pas plusieurs réalisations de l'observation puisque la phase de moyennage est équivalente à l'estimation de la matrice inter-spectrale des observations, présentée dans le chapitre 2.

CHAPITRE 5

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX SUR DONNÉES SIMULÉES ET RÉELLES- APPLICATION À LA DÉTECTION D'OBJETS ENFOUIS

5.1 Introduction

Dans ce chapitre nous proposons d'évaluer les performances de la méthode que nous avons développée. Pour cela nous utiliserons successivement des données simulées et réelles, ces dernières étant issues de campagnes de mesures en cuve (se rapprochant à plus petite échelle des conditions marines) pour des objets enfouis dans le sédiment marin. Nous comparerons les performances de notre méthode avec celles de méthodes HR habituelles utilisant un lissage spatial et fréquentiel.

5.2 Application à des signaux simulés

Dans un premier temps, nous avons cherché à valider notre étude et la méthode MITIC proposée sur des données simulées. Pour cela nous avons choisi un cadre de travail décrit dans ce qui suit.

5.2.1 Description des signaux

Dans toutes nos simulations, nous considérons le signal émis suivant :

$$s(t) = \begin{cases} e^{i2\pi\left(f_0+\frac{\Delta f}{2T}.t-\frac{\Delta f}{2}\right)t} & \text{si } 0 \leqslant t < T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.1}$$

qui correspond à un chirp linéaire de durée $T = 0.25s$ pour une bande de fréquence de $\Delta f = 1.5\,kHz$ centrée sur $f_0 = 2.25\,kHz$. Les signaux reçus sur les capteurs sont

crées comme il suit :

$$r_j(t) = \sum_{i=1}^{P} c_{i,j} s(t - \tau_{i,j}) + n_j(t) \tag{5.2}$$

avec un bruit $n_j(t)$ blanc et gaussien de variance σ^2 et des coefficients $c_{i,j}$ choisis au hasard sur le cercle unité ($|c_{i,j}| = 1$). On supposera que le milieu de propagation est l'eau, c'est à dire que $v = 1500\,m/s$. Les différents $\tau_{i,j}$ sont calculés selon l'équation (2.5). On définit le rapport signal sur bruit comme $RSB = 10 \log\left(\frac{|s|^2}{\sigma^2}\right)$. Les signaux reçus sont échantillonnés à $7\,kHz$, c'est à dire que l'on dispose de $M = 3500$ fréquences utiles.

5.2.2 Comparaison avec des méthodes classiques

5.2.2.1 MUSIC et lissage spatial

L'objectif ici est d'étudier et de comparer le comportement de MUSIC associé à un lissage spatial avec celui de MITICAL lorsque l'on augmente le nombre de sources en étant particulièrement vigilant lorsque le nombre de sources P dépasse le nombre de capteurs N. La méthode HR MUSIC est utilisée dans MITIC pour l'estimation des TDA.

Nous proposons de localiser un nombre de sources P variant de 1 à 6, situées, selon leur ordre d'apparition, aux coordonnées suivantes : $(100\,m, -10°)$; $(98\,m, -2.5°)$; $(102\,m, 2.5°)$; $(96\,m, -5°)$; $(104\,m, 5°)$; $(94\,m, -7.5°)$. L'antenne considérée est constituée de $N = 4$ capteurs, répartis tous les $0.5m$. L'algorithme MUSIC [58] est utilisé sur la fréquence centrale de la bande, en considérant que l'on est en champ lointain. Afin de décorréler les signaux, une méthode simple de lissage spatial est utilisée [60]. Cette méthode nécessite un nombre de capteurs N supérieur à $\frac{3P}{2}$.

Pour chaque simulation, $N_r = 500$ réalisations sont effectuées, et le lissage fréquentiel proposé pour MITICAL est effectué sur $K = 150$ sous-bandes contenant $L = 50$ fréquences.

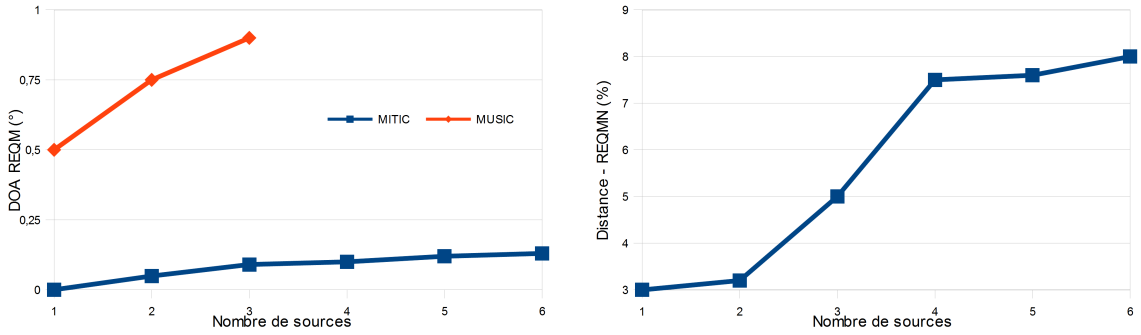
On définit la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (REQM) pour l'estimation des DDA par :

$$REQM(\theta) = \sqrt{\frac{1}{PN_r} \sum_{i=1}^{P} \sum_{j=1}^{N_r} \left(\theta_i - \hat{\theta}_i^j\right)^2} \tag{5.3}$$

et la racine carré de l'erreur quadratique moyenne normalisée (REQMN) pour l'estimation de la distance par :

$$REQMN(\rho) = \sqrt{\frac{1}{PN_r} \sum_{i=1}^{P} \sum_{j=1}^{N_r} \left(\frac{\rho_i - \hat{\rho}_i^j}{\rho_i}\right)^2} \tag{5.4}$$

Les figures 5.1(a) et 5.1(b) représentent respectivement les $REQM(\theta)$ comparées de MUSIC et MITICAL et le $REQMN(\rho)$ pour MITICAL.



(a) (b)

FIGURE 5.1 – *REQM des DDA en fonction du nombre de sources pour MUSIC et MITICAL (a) et REQMN de la distance en fonction du nombre de sources pour MITICAL (b)*

Tant que $P < N$, les deux méthodes permettent d'estimer les DDA et MITICAL offre de meilleurs résultats. Dès que $P \geqslant N$, MUSIC n'est plus en mesure de fournir une estimation des DDA, tandis que MITICAL y parvient avec la même précision.

Cela nous permet donc de confirmer la capacité de MITICAL à fonctionner aussi bien lorsque le nombre de capteurs est inférieur que supérieur au nombre de sources. De plus, les performances asymptotiques en terme d'erreur d'estimation sur les paramètres de localisation sont supérieures à celles de la méthode MUSIC associée à un lissage spatial.

5.2.2.2 MUSIC et lissage fréquentiel

On propose ici de comparer MITICAL avec une méthode de lissage fréquentiel à sous-espace cohérent usuelle [66]. On se place dans le cas d'une antenne de N capteurs, avec N variant entre 4 et 10 et $d = 1\ m$. Comme il a été validé précédemment que MITICAL fonctionne quel que soit le nombre de capteurs (même s'il est inférieur au nombre de sources), on cherche ici à valider sa supériorité par rapport aux méthodes classiques, en terme de capacité à décorréler les signaux.

On suppose que l'on est en présence de $P = 4$ sources dont les DDA et les distance sont : $(119\ m, 14.5°)$; $(116\ m, 18°)$; $(113\ m, 16°)$ et $(110\ m, 21°)$.

Afin d'appliquer les méthodes de lissage fréquentiel classique, on supposera que les sources sont situées à une distance moyenne de $r_m = 114.5\ m$ et que les vecteurs directionnels sont calculés en fonction du caractère sphérique de la propagation des ondes. MITICAL est appliquée sur $L = 15$ fréquences avec $h = 50$. Ces choix sont justifiés par le fait que de plus faibles valeurs de h réduisent les performances du lissage en réduisant le rang de la matrice de transfert, tandis que des hautes valeurs de h réduisent les performances de la décorrélation puisqu'elles limitent le nombre de sous bandes K_h. De plus faibles valeurs de L réduisent l'efficacité des algorithmes haute résolution, tandis que de plus hautes valeurs de L augmentent le temps de calcul et diminuent K_h sans offrir de meilleurs résultats, comme nous l'avons présenté dans le chapitre 4. Le tableau 5.1 présente pour un RSB de $10dB$ et $N_r = 1000$ réalisations, le

biais μ_e et la variance σ_e de l'estimation définis par :

$$\mu_e = \frac{1}{PT} \sum_{p=1}^{P} \sum_{tr=1}^{T} \left| \hat{Z}_{i,tr} - Z_i \right| \tag{5.5}$$

$$\sigma_e = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^{P} \left(\left(\frac{\sum_{tr=1}^{T} \left(\hat{Z}_{i,tr}^2 \right)}{T} - \left(\frac{\sum_{tr=1}^{T} \hat{Z}_{i,tr}}{T} \right)^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \tag{5.6}$$

en fonction du nombre de capteurs N.

	Nombre de capteurs N						
	4	5	6	7	8	9	10
estimation des DDA - MUSIC (10^{-3} °)							
Biais	N/A	484	482	480	478	477	476
Variance	N/A	290	289	287	285	284	283
estimation des DDA - MITICAL (10^{-3} °)							
Biais	15	12	11	10	9.5	9	8
Variance	19	14	12	12	11	9.5	8.2
Estimation des distances - MITICAL (m)							
Biais	2.5	1.5	1.1	1	0.7	0.5	0.5
Variance	3.1	1.8	1.1	1	0.8	0.6	0.5

TABLE 5.1 – *Performances d'estimation (biais et variance) des DDA et des N distances pour MUSIC associée à un lissage fréquentiel et MITICAL en présence de $P = 4$ sources pour un RSB de $10dB$.*

Comme précédemment, MITICAL offre de meilleurs résultats tout en continuant de fonctionner dans des conditions où MUSIC associée au lissage fréquentiel ne peut pas fonctionner (limitations exposées dans le chapitre 2) et offre la possibilité d'estimer correctement la distance des sources. Les performances d'estimation ne varient que très peu en fonction du nombre de capteurs pour MUSIC, tandis que pour MITICAL les performances sont quasiment doublées pour l'estimation des angles et multipliées par 5 pour l'estimation des distances lorsque la taille de l'antenne est multipliée par 2.5. Le tableau 5.2 présente le taux de succès des deux méthodes que l'on définit de la manière suivante :

$$\begin{cases} \text{si} \quad \forall p = 1, \ldots, P \qquad \hat{\theta}_p \in [9.5°, 26°] \quad \text{et} \quad \rho_p \in [100\ m, 129\ m] & \text{succès} \\ \text{sinon} & \text{échec} \end{cases} \tag{5.7}$$

Les deux taux de réussite évoluent peu en fonction du nombre de capteurs, cependant, on constate que MUSIC présente un taux d'échec de 8% dans le meilleur des cas, tandis que MITICAL offre des résultats tout à fait fiables dès que le nombre de capteurs est suffisant (98 à 100%).

Cette campagne de simulations nous a permis de valider la supériorité de MITICAL dans le cadre proposé par rapport à la méthode MUSIC qui nous sert de

	Nombre de capteurs N						
	4	5	6	7	8	9	10
	Taux de succès (%)						
MUSIC	N/A	90	91	91	91	92	92
MITICAL	98	99	100	100	100	100	100

TABLE 5.2 – *Taux de succès en fonction du nombre de capteurs N pour MUSIC doublée d'un lissage fréquentiel et MITICAL en présence de $P = 4$ sources pour un RSB de $10dB$.*

référence, associée à un lissage fréquentiel à sous-espace cohérent classique. Les performances asymptotiques comparées montrent en effet de meilleures performances de MITICAL doublées d'un taux de réussite de l'estimation plus élevé.

5.2.2.3 smoothing-MUSICAL

Le but de cette campagne de simulations est d'observer et de comparer les performances de smoothing-MUSICAL et MITICAL dans un cadre similaire à celui de la tomographie sous-marine [30].

Nous comparerons de manière simple la méthode smoothing-MUSICAL présentée dans le chapitre 4 avec MITICAL, en se plaçant dans le cadre du champ lointain. En reprenant l'équation (2.6), on se propose d'utiliser les temps d'arrivée suivants :

$$\tau_{p,n} = T_p + \frac{(n-1)d\sin(\theta_{p,1})}{v} \quad \forall p, n \in [1,\dots,P] \times [1,\dots,N] \tag{5.8}$$

On adoptera pour la méthode smoothing-MUSICAL le formalisme proposé dans le chapitre 3 et le lissage décrit dans la relation (4.25). Pour MITICAL, nous supposerons simplement que les temps d'arrivée estimés $\hat{\tau}_{p,n}$ s'écrivent sous la même forme que les $\tau_{p,n}$ dans (5.8). L'association se fera beaucoup plus simplement en remarquant que $\tau_{p,n+1} - \tau_{p,n} = \frac{d\sin(\theta_{p,1})}{v} \quad \forall p, n \in [1,\dots,P] \times [1,\dots,N-1]$. L'estimation de $\theta_{p,1}$ et T_p pourra se faire de la manière suivante :

$$\hat{\theta}_{p,1} = \frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N-1} \arcsin\left(\frac{v\left(\tau_{p,n+1} - \tau_{p,n}\right)}{d}\right) \tag{5.9}$$

$$\hat{T}_p = \hat{\tau}_{p,1} \tag{5.10}$$

Dans ce cadre, nous allons comparer l'erreur d'estimation pour $\theta_{p,1}$ et T_p, obtenue avec les deux méthodes, pour un RSB de $10dB$, en considérant un ensemble de $P = 10$ sources et un réseau de $N = 10$ capteurs espacés consécutivement de $d = 0.5m$. Pour tout $p \in [1,\dots,P]$, on suppose $\theta_{p,1} \in [-20^\circ, 20^\circ]$ et $T_p \in [0.05s, 0.25s]$. On choisira des sous bandes de $L = 50$ fréquences et 6 sous-antennes de 5 capteurs. Pour le choix des fréquences des sous-bandes dans MITICAL, on choisira $h = 10$. Les figures 5.2(a) et 5.2(b) représentent respectivement ces résultats lorsque les coefficient d'amplitude $c_{p,n}$ sont constants (respectivement variable) sur l'ensemble des capteurs. Ils sont choisis de manière aléatoire dans le plan complexe avec un module compris entre 1 et 10.

Le tableau 5.3, résume le temps de calcul moyen nécessaire pour l'estimation des paramètres de localisation, dans le cas où les coefficients sont constants sur l'ensemble des capteurs.

	Temps de calcul moyen		
	Lissage	Localisation	Total
MUSICAL	$12s$	$124s$	$136s$
MITICAL	$2.1s$	$0.01s$	$2.11s$

TABLE 5.3 – *Temps de calcul moyen nécessaire pour l'estimation des paramètres de localisation pour les méthodes smoothing-MUSICAL et MUSIC, sur une machine équipée d'un CPU AMD Phenom II X4 965 (3.4GHz) et doté de 8Go de RAM*

On constate que MITICAL offre des performances supérieures à smoothing-MUSICAL pour l'estimation des paramètres T_p et θ_p lorsque les coefficients d'amplitude sont constants le long de l'antenne. De plus, lorsque ces coefficients d'amplitude varient le long de l'antenne, smoothing-MUSICAL ne parviens pas à une localisation correcte de toutes les sources tandis que MITICAL ne voit pas ses performances changer par rapport à la configuration précédente. On observe également que MITICAL nécessite un temps de calcul largement inférieur (environ 64 fois) à celui de smoothing-MUSICAL.

5.2.3 Performances en fonction du RSB

Dans cette partie on s'attache à évaluer la robustesse de MITICAL face au bruit. Pour cela, on se replace dans les conditions présentées dans la partie 5.2.2.1 en fixant le nombre de sources à $P = 4$.

Les figures 5.3(a) et 5.3(b) présentent respectivement l'évolution de la REQM pour l'estimation des DDA et de la REQMN pour l'estimation des distances en fonction du RSB.

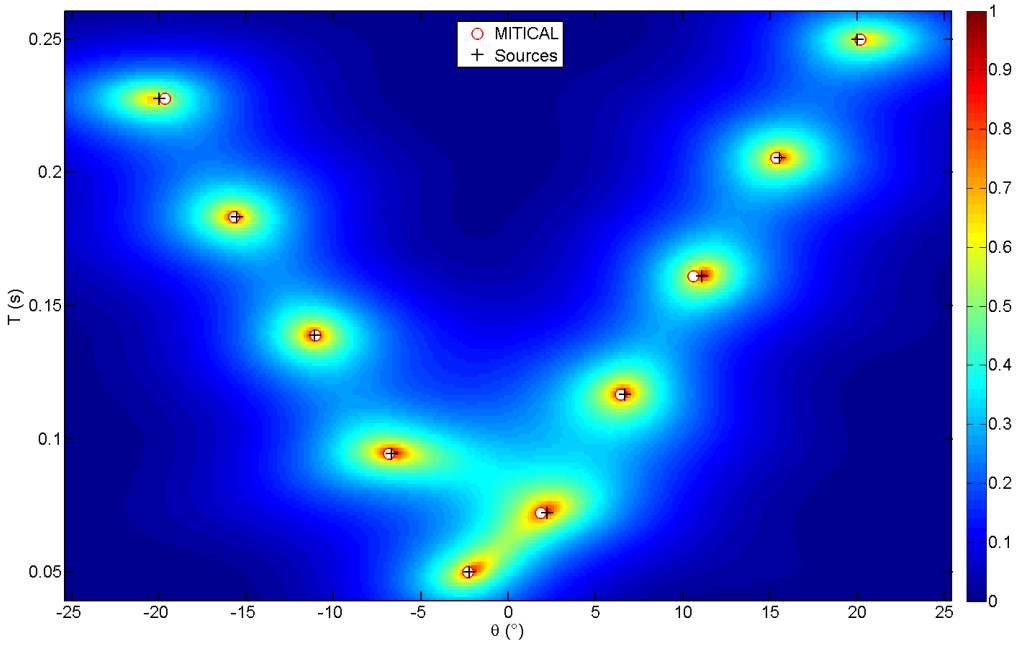
Les figures 5.4(a) 5.4(b) et 5.4(c) représentent respectivement l'évolution des performances d'estimation de la DDA, de la distance et du taux de succès de MITICAL pour différentes valeurs de RSB dans les conditions de la partie 5.2.2.2. Lorsque le RSB augmente, les performances de MITICAL augmentent également.

Ces séries de simulations nous permettent de confirmer la robustesse de MITICAL face au bruit. Jusqu'à des RSB de $-7dB$, MITICAL permet une estimation de qualité satisfaisante avec un taux de réussite supérieur à 90%, avec des biais de l'estimation de l'angle et de la distance respectivement inférieurs à 0.024° et de $4m$.

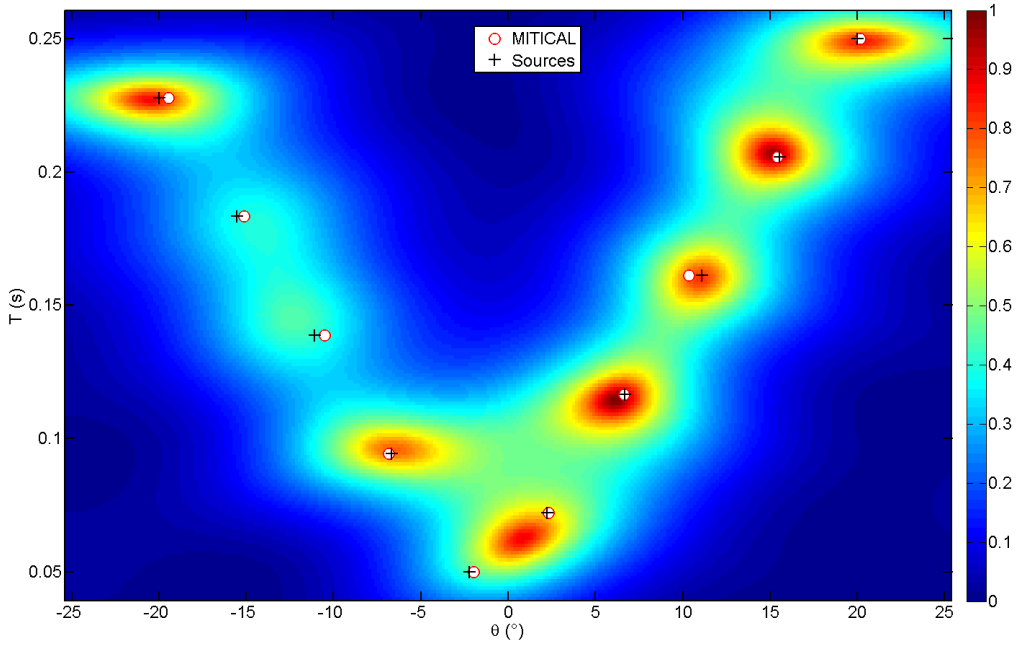
5.3 Signaux réels - détection d'objets enfouis

5.3.1 Description des conditions expérimentales

Les résultats obtenus sur données simulées que nous avons présentés dans la section précédente sont encourageants. Cependant, la validation de ces résultats sur des données expérimentales est également extrêmement importante. Afin de mener à bien

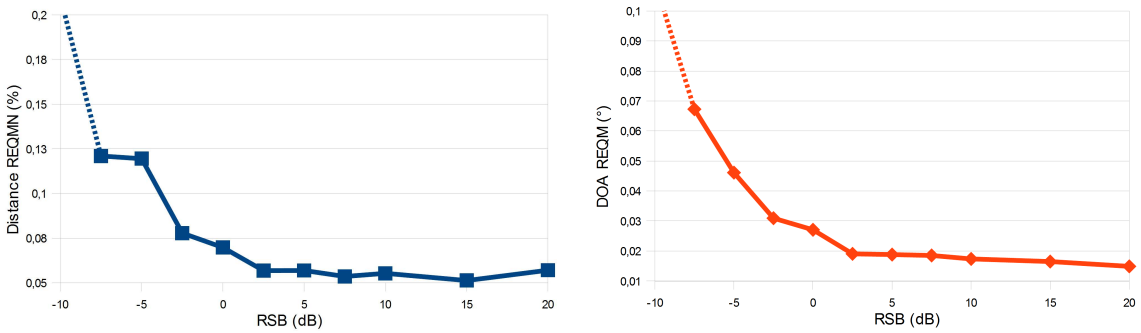


(a)



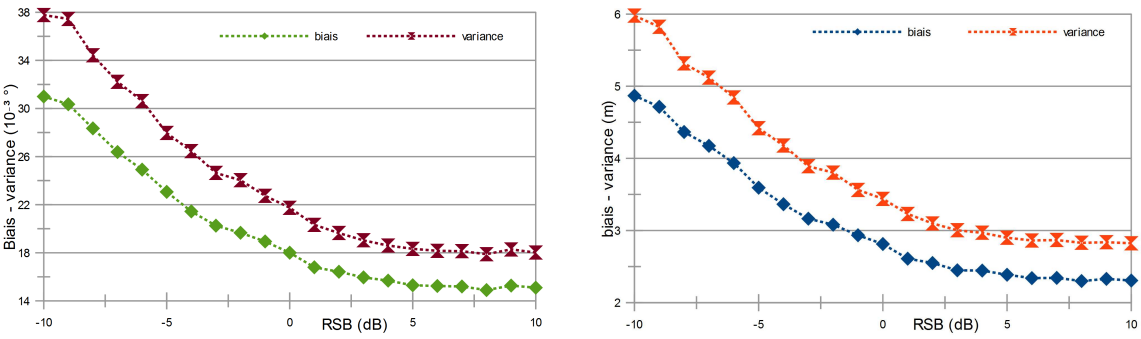
(b)

FIGURE 5.2 – *Superposition des résultats d'estimation de $\theta_{p,1}$ et T_p selon les deux méthodes smoothing-MUSICAL et MITICAL, pour $P = 10$ sources et $N = 10$ capteurs. Les coefficients d'amplitude sont (a) constants et (b) variables le long de l'antenne.*

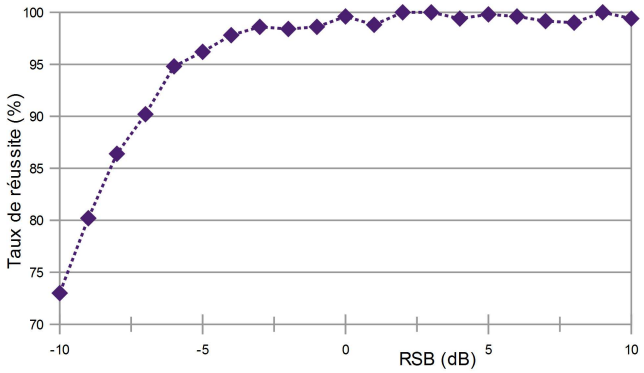


(a) (b)

FIGURE 5.3 – *REQMN de la distance (a) et REQM des DDA (b) en fonction du RSB pour MITICAL avec $P = 4$ sources*



(a) (b)



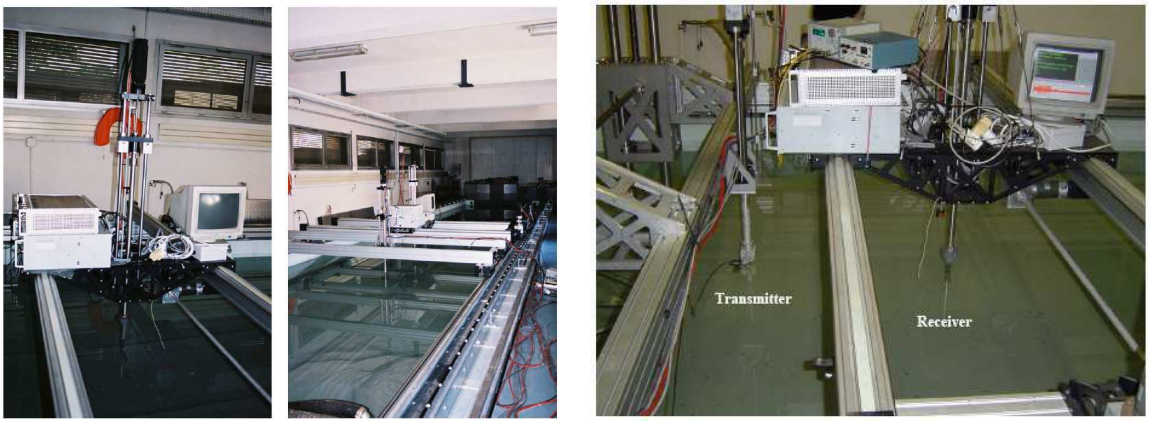
(c)

FIGURE 5.4 – *(a) Performances de l'estimation des DDA pour MITICAL avec $P = N = 4$ en fonction du RSB (b) Performance de l'estimation des distances pour la méthode proposée avec $P = N = 4$ en fonction du RSB (c) Taux de succès pour la méthode proposée avec $P = N = 4$ en fonction du RSB*

cette validation, nous avons utilisé des données issues de plusieurs séries de mesures qui ont été réalisées au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) dans une cuve expérimentale représentée à la figure 5.5(a). Celle-ci est remplie d'eau à hauteur de 60cm et son fond est couvert de sable fin de 15cm d'épaisseur. Les caractéristiques physiques de l'eau et du sable sont données dans le tableau 5.4.

	Eau	Sable
Densité (Kg/m^3)	$D_E = 1000$	$D_S = 1451$
Vitesse des ondes acoustiques (m/s)	$c_E = 1480$	$c_S = 1661$

TABLE 5.4 – *Caractéristiques physiques de l'eau et du sable utilisés à l'intérieur de la cuve*



(a) (b)

FIGURE 5.5 – *(a) Cuve expérimentale (b) Les chariots mobiles de la cuve*

Au dessus de la cuve deux chariots sont installés. L'un supporte un émetteur et le second un capteur (voir figure 5.5(b)). L'ensemble est contrôlé par un ordinateur. Les principales caractéristiques de l'émetteur et du capteur sont condensées dans le tableau 5.5.

Le objets utilisés (voir figure 5.6) dans l'étude sur laquelle se basent nos travaux ont été choisis pour leurs propriétés physiques et en particulier acoustiques. Il s'agit de :

- 2 petites billes creuses remplies d'air (O_1, O_2) d'un rayon extérieur de 0.03m,
- 6 petits cylindres creux en duralumin dont :
  - deux remplis d'air (O_3, O_4), de rayon extérieur 0.01m et de longueur respective 0.258m et 0.690m,
  - deux autres remplis d'eau (O_5 et O_6) de rayon extérieur 0.018m et de longueur respective 0.372m et 0.396m,
  - et deux remplis d'air (O_7 et 0_8) de rayon extérieur 0.02m et de longueur respective 0.630m et 0.240m,

Ces objets ont été ensuite enfouis dans le sable au fond de la cuve à une profondeur de 5cm et sont répartis par couples suivant la description précédente comme le

Émetteur	
Angle d'incidence	$\theta_i = 60^\circ$
Diamètre	$0.03m$
Bande de fréquence	$[f_{min} = 150, f_{max} = 250]kHz$
Fréquence centrale	$f_0 = 200kHz$
durée du signal	$15\mu s$
Capteur	
Diamètre	$0.005m$
Durée de réception	$750\mu s$
Fréquence d'échantillonnage	$f_e = 2MHz$

TABLE 5.5 – *Caractéristiques de l'émetteur et du capteur*

présente la figure 5.7. Le couple (O_1, O_2), respectivement (O_3, O_4), (O_5, O_6) et (O_7, O_8), sont enfouis avec une distance entre les deux objets de $0.33m$, respectivement, $0.13m$, $0.16m$ et $0.06m$.



FIGURE 5.6 – *Les objets*

Les paramètres de localisation dans la cuve des différents couples et les différentes séries de mesures sont résumés dans le tableau 5.6. L'objet numéroté 1 correspond au premier du couple, le deuxième étant numéroté 2.

Comme nous l'avons précisé plus haut, l'émetteur possède un angle d'incidence de 60° et un angle d'ouverture de 5°. Le capteur est omnidirectionnel et se déplace pas à pas le long d'un axe XX' avec un pas de $d = 0.002m$ sur une distance totale de $0.8m$, c'est à dire $N = 400$ positions. Pour l'ensemble des 8 réalisations expérimentales E_i, $i = 1, \ldots, 8$, l'émetteur a été placé en retrait de $0.8m$ d'un axe vertical RR' en aplomb du premier objet du couple considéré. Pour chacun des quatre couples, l'expérience a été menée deux fois, avec une première fois le capteur positionné à $0.2m$ (E_1 à E_4) du fond de la cuve et une deuxième fois à $0.4m$ du fond de celle-ci (E_5 à E_8). L'ensemble

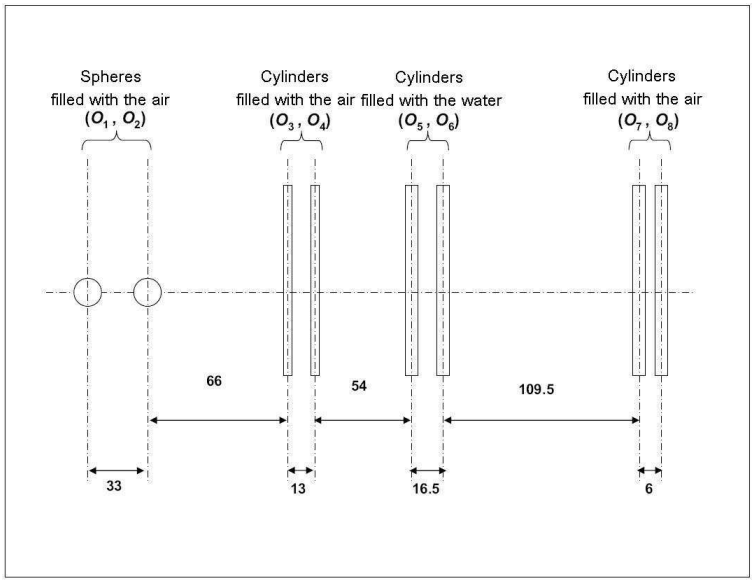


FIGURE 5.7 – *Enfouissement des objets dans la cuve - vue de dessus (données en cm)*

	$E_1(O_1, O_2)$	$E_2(O_3, O_4)$	$E_3(O_5, O_6)$	$E_4(O_7, O_8)$
$\theta_1(\circ)$	20	23	33.2	32.4
$\rho_1(m)$	0.3	0.24	0.26	0.26
$\theta_2(\circ)$	22	9.2	20	5.8
$\rho_2(m)$	0.32	0.22	0.24	0.22
	$E_5(O_1, O_2)$	$E_6(O_3, O_4)$	$E_7(O_5, O_6)$	$E_8(O_7, O_8)$
$\theta_1(\circ)$	-50	-52.1	-70	-51.6
$\rho_1(m)$	0.65	0.65	1.24	0.65
$\theta_2(\circ)$	-22	-41	-65.3	-49
$\rho_2(m)$	0.45	0.56	1.17	0.64

TABLE 5.6 – *Paramètres de localisation θ et ρ des objets enfouis pour les différentes séries de mesure*

de ces informations est résumé dans la figure 5.8(a).

5.3.2 Signaux expérimentaux

Comme nous l'avons précisé plus haut, chaque série de mesures se fait sur $N = 400$ signaux correspondant aux 400 positions du capteur. Cependant, étant donné que pour chaque expérience nous sommes en présence de 2 sources, on se contente des 10 premières positions du capteur. Les signaux enregistrés pour l'expérience E_3 sont représentés dans la figure 5.8(b).

Le rapport signal sur bruit des ces enregistrements équivaut à $20dB$. La figure 5.8(c) représente la densité spectrale de puissance (PSD : power spectral density) du signal reçu sur la $5^{\text{ième}}$ position du capteur pour la série de mesure E_3 et illustre le caractère large bande ($f_{min} = 150kHz$, $f_{max} = 250kHz$) de nos signaux.

Afin de se rapprocher de conditions que l'on aurait dans un environnement bruité, il a été proposé de rajouter dans le bassin une source émettant un bruit blanc Gaussien afin d'obtenir un RSB de $0dB$. La figure 5.8(d) représente les données enregistrées dans la série de mesure E_3 dans avec un RSB de $0dB$. Dans ce cas de figure, les échos sont "noyés" dans le bruit.

5.3.3 Évaluation des performances de MITICAL et MUSIC

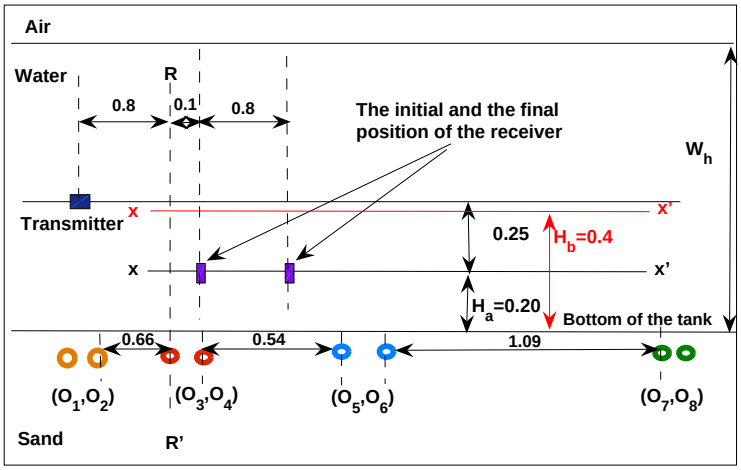
Ici, nous proposons de comparer les performances de MITICAL par rapport à la méthode MUSIC avec une prise en compte des propriétés physique du champ acoustique dans les vecteurs directionnels, associée à un lissage fréquentiel par focalisation [68]. Nous reprenons ici les mesures effectuées pour les différents couples présentés dans le tableau 5.7. On constate que MITICAL offre des résultats équivalents, voire meilleurs et cela quelque soit la configuration des sources.

5.4 Conclusion

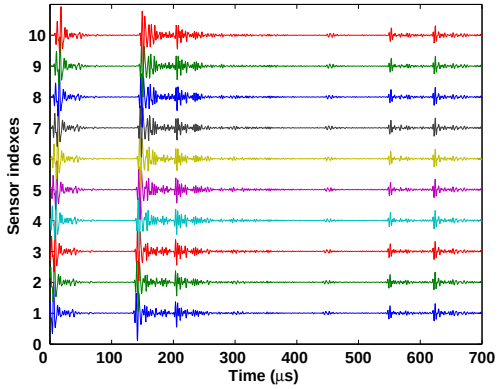
Dans ce chapitre nous avons regroupé l'ensemble des résultats obtenus sur des données à la fois simulées et réelles.

Les différentes simulations effectuées nous ont permis de montrer la meilleure qualité des résultats obtenus par MITICAL par rapport à ceux de MUSIC avec une prise en compte des propriétés physique du champ acoustique dans les vecteurs directionnels, associée à un lissage fréquentiel par focalisation. Nous avons pu valider la capacité de MITICAL à fonctionner en dehors du cadre défini pour les méthodes usuelles. Nous avons pu aussi évaluer la robustesse de la méthode développée face à la puissance du bruit.

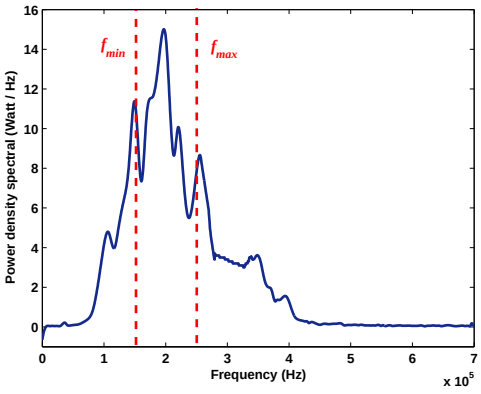
Les performances obtenues sur des données simulées, ont été confirmées par l'application sur des données réelles, issues de campagnes de mesures, conduites lors de travaux plus anciens portant sur la détection d'objets enfouis.



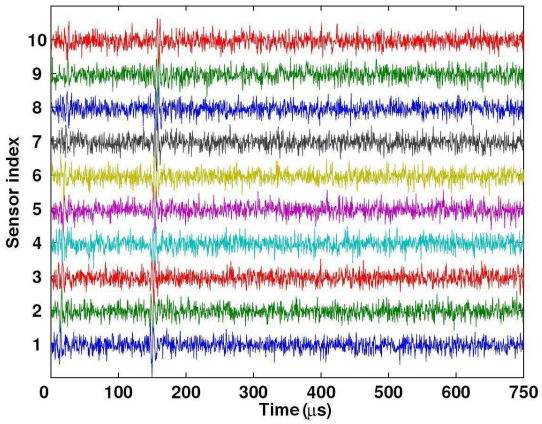
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 5.8 – *(a) Configuration des différentes séries de mesure (b) Données expérimentales enregistrées sur les dix premières positions du capteur pour l'expérience E_3 (c) Densité spectrale de puissance pour le signal reçu à la $5^{\text{ième}}$ position du capteur pour la série E_3 de mesure (d) Données expérimentales enregistrées sur les dix premières positions du capteur pour l'expérience E_3 pour un RSB de $0dB$*

	Positions initiales							
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
$\theta_{1exp}(^\circ)$	20	23	33.2	32.4	-50	-52.1	-70	-51.6
ρ_{1exp}(m)	0.3	0.24	0.26	0.26	0.65	0.65	1.24	0.65
$\theta_{2exp}(^\circ)$	22	9.2	20	5.8	-22	-41	-65.3	-49
ρ_{2exp}(m)	0.32	0.22	0.24	0.22	0.45	0.56	1.17	0.64
	MUSIC							
$\theta_{1est}(^\circ)$	20	23	33	32	-49	-52	-70	-52
ρ_{1est}(m)	0.31	0.25	0.29	0.28	0.65	0.63	1.21	0.63
$\theta_{2est}(^\circ)$	22.5	9	20	6	-22	-40	-65	-50
ρ_{2est}(m)	0.33	0.25	0.25	0.23	0.44	0.53	1.2	0.63
	MITICAL							
$\theta_{1est}(^\circ)$	20	23	33	32	-50	-52	-70	-51
ρ_{1est}(m)	0.31	0.245	0.25	0.26	0.65	0.64	1.25	0.64
$\theta_{2est}(^\circ)$	22.1	8.95	20	5.9	-22	-41	-65	-49
ρ_{2est}(m)	0.32	0.23	0.23	0.22	0.45	0.55	1.2	0.64

TABLE 5.7 – *Valeurs attendues (exp) et estimées (est) de la distance et de l'angle auxquels se situent les objets, estimés selon une MUSIC et MITICAL*

CHAPITRE 6

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Cette thèse a été consacrée à la localisation de sources, qui peuvent être des émetteurs ou des réflecteurs d'un signal connu, dans un contexte large bande et multitrajets. Notre objectif principal était de proposer une méthode offrant une haute résolution dans un cadre moins contraignant que celui qui régit les méthodes habituelles proposées dans la littérature. Nous avons pu mettre en avant les difficultés rencontrées par ces méthodes de traitement d'antenne, aussi bien en termes de faible nombre de capteurs, de multitude des trajets, de nombre d'échantillons et de nature de bruit. Nous avons proposé des solutions pour obtenir une meilleure évaluation des paramètres de localisation des objets lorsque ces limitations sont atteintes voire même dépassées, en particulier sans conditions sur le nombre de capteurs.

Le chapitre 2, nous a permis de définir les modèles utilisés, que ce soit le modèle géométrique ou le modèle des observations et de rappeler les propriétés de la matrice inter-spectrale des observations, qui est à la base des méthodes à haute résolution. Nous avons aussi dans ce chapitre présenté des méthodes, telles que MUSIC, issues du traitement d'antenne pour l'estimation de paramètres de localisation. Ces méthodes sont basées sur la décomposition en sous-espaces de la matrice inter-spectrale des observations, certaines d'entre elles ne nécessitent pas de décomposition en éléments propres (ESPRIT, OPM, SWEDE, ...). Notre attention s'est particulièrement portée sur les méthodes haute résolution car elles présentent l'avantage d'offrir en termes de résolution des performances asymptotiquement illimitées et indépendantes de la puissance du bruit. Ce chapitre nous a donné également l'occasion d'évoquer la problématique de l'estimation du nombre de sources recherchées et de présenter un certain nombre de méthodes répondant à cet objectif, telles que les critères bien connus AIC et MDL, mais également des critères purement heuristiques basés sur des observations expérimentales afin de prendre en compte la limitation induite par le faible nombre d'échantillons.

En lien avec cela nous avons choisi, dans le chapitre 3, de développer une méthode originale d'estimation de paramètres de localisation : MITIC pour Méthode

Incohérente de Traitement Indépendant par Capteur. Cette méthode exploite de manière incohérente l'ensemble des informations spectrales capteur par capteur, afin d'estimer l'ensemble des temps d'arrivée des signaux issus des différentes sources rayonnantes que l'on cherche à localiser en utilisant des algorithmes haute résolution à sous-espace. Nous avons effectivement noté comme point négatif pour les méthodes cohérentes, telles que MUSICAL, le fait qu'elles imposent une stricte égalité de l'intensité des signaux reçus sur l'ensemble des capteurs, mais également la recherche nécessairement simultanée et multidimensionnelle des paramètres de localisation. Nous avons proposé d'utiliser l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour réduire la possible erreur d'estimation sur les temps d'arrivée, en minimisant la distance entre un spectre reconstruit à partir de ceux-ci et le spectre observé.

En prenant en compte la géométrie du système d'acquisition, nous avons développé une technique permettant d'associer chaque temps d'arrivée ainsi estimé à la source émettrice du signal. La loi d'évolution des temps d'arrivée d'une même source le long de l'antenne est ainsi connue. A partir de là, nous avons proposé une méthode simple des moindres carrés généralisés, établie à partir de la linéarisation de la différence entre deux temps d'arrivée, afin d'estimer la position géographique de chaque source. Les résultats obtenus par cette méthode servent d'initialisation à l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour, encore une fois, optimiser l'estimation des paramètres de localisation en exploitant la non-linéarité du système d'équations proposé. En introduisant un double système d'équations, nous avons proposé de comparer les différents résultats obtenus, ce qui constitue une indication sur la qualité de l'estimation.
Nous nous sommes également attachés dans ce chapitre à évaluer de manière quantitative l'impact de l'erreur d'estimation de la matrice inter-spectrale des observations sur la qualité de l'estimation des paramètres de localisation. Cela nous a permis d'introduire une formulation de l'erreur statistique sur l'estimation des temps d'arrivée que l'on a étendue à l'estimation des paramètres de localisation.

Cependant, la corrélation des différents signaux émis diminue les performances des algorithmes haute résolution, étant donné que la matrice inter-spectrale, estimée à partir des observations, n'est plus de rang plein. Le chapitre 4 est consacré à ce problème. A partir de pré-traitements décrits dans la littérature, nous avons proposé de procéder à un lissage dans le domaine fréquentiel découpant en sous-bandes de fréquences les observations.
Nous avons proposé de faire évoluer la définition des sous-bandes, ce qui a permis de maintenir et renforcer de manière très satisfaisante la résolution obtenue avec l'algorithme MITICAL pour MITIC avec Amélioration par Lissage. Nous avons aussi traité la question du nombre de réalisations et mis en avant l'atout du lissage fréquentiel qui permet une bonne estimation de la matrice inter-spectrale des observations, même avec un faible nombre d'échantillons, voire même un seul. Une faiblesse de la méthode restant liée à la difficulté de connaitre de manière exacte le spectre du signal émis, nous avons proposé d'utiliser l'algorithme haute résolution SWEDE qui n'exploite pas les termes diagonaux de la matrice inter-spectrale des observations, permettant ainsi une plus grande souplesse vis-à-vis de l'exigence sur la qualité de la connaissance du spectre du signal émis. De plus, après avoir souligné le changement des propriétés de la matrice inter-spectrale du bruit causé par la méthode de lissage fréquentiel retenue, nous avons proposé une méthode permettant de prendre

en compte cette modification.

Les performances de la méthode proposée ont été évaluées dans le chapitre 5 à travers de nombreuses simulations qui ont permis à la fois de valider la capacité de MITICAL à fonctionner hors des limites fixées par les méthodes classiques, mais également de présenter des performances statistiques très satisfaisantes et robustes au bruit, supérieures à celles des méthodes classiques auxquelles nous l'avons comparée. Dans un deuxième temps, l'exploitation de données réelles issues de campagnes de mesures dans le cadre de détection d'objets enfouis en milieu sous-marin nous a permis de confirmer les résultats obtenus lors des simulations.

Cette thèse a permis d'apporter plusieurs contributions dans les domaines du traitement du signal et du traitement d'antenne en particulier, concernant les méthodes de localisation mais également concernant les problématiques de décorrélation des signaux. Les résultats expérimentaux obtenus sont prometteurs, certaines améliorations sont envisagées et constituent des perspectives à ce travail.

Pour l'ensemble des résultats présentés dans le chapitre 5, nous avons utilisé la méhtode HR MUSIC dans l'étape d'estimation des TDA de MITIC. On pourrait envisager d'évaluer les performances de MITIC selon la méthode HR sélectionnée. Les premiers résultats en utilisant la méthode ESPRIT semblent prometteurs.

Nous avons montré l'intérêt de l'exactitude de la connaissance du spectre du signal émis, en raison de son caractère central dans la méthode de décorrélation proposée. Il serait bon dans l'immédiat, d'envisager des hypothèses plus faibles quant à sa connaissance ou bien de développer des méthodes d'estimation à priori de celui-ci, afin d'élargir le champ d'application des solutions abordées dans cette thèse.

D'autre part, l'algorithme d'estimation des paramètres de localisation à partir des temps d'arrivée a été proposé dans un cadre général. Cependant, cette notion de temps d'arrivée peut voir sa définition évoluer en fonction des différentes applications, selon les milieux auscultés, les ondes utilisées, les paramètres pertinents recherchés, ... Il peut donc être intéressant de proposer des modèles d'évolution des temps d'arrivée comportant des paramètres différents, qui prendraient en compte la physique du problème considéré.

Enfin, une étude statistique plus approfondie mériterait d'être menée pour déterminer avec plus de précision les performances et les limitations pratiques des outils proposés dans le cadre de cette thèse.

La prise d'envol de la puissance de calcul des machines actuelles, mais surtout leur capacité croissante à mener rapidement et efficacement des calculs en parallèle, encourage la mise en place d'algorithmes de traitement facilement ou naturellement parallélisables. Celle-ci est de plus en plus envisagée. Il peut donc être très intéressant dans ce contexte d'évaluer le temps global de calcul de la méthode proposée, étape par étape, et de le comparer avec d'autres méthodes remplissant les mêmes objectifs.

LISTE DES FIGURES

2.1 Position d'un objet par rapport aux différents capteurs d'une antenne rectiligne 6

3.1 Méthode Incohérente par Traitement Indépendant par Capteur (MITIC) pour l'estimation des paramètres de localisation de sources 22
3.2 Description de T_p, $\tau_{p,n}$ et $\hat{\tau}_{p,n}$ 23
3.3 Illustration de la difficulté d'associer des TDA à une source donnée d'un capteur à l'autre 23
3.4 Association des TDA estimés par comparaison deux à deux 28
3.5 Taux de réussite moyen pour l'ensemble des angles θ de l'évaluation de ρ, en fonction de la variance de l'erreur sur l'estimation des temps d'arrivée centrée, blanche et gaussienne, pour la méthode des moindres carrés généralisée (MCG) et la proposition d'amélioration avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt (ALM), pour (a) $\rho = 50m$, (b) $\rho = 100m$, (c) $\rho = 150m$, avec $T = 1s$, $N = 4$ et $d = 1m$. 40
3.6 Evolution du critère d'évaluation de la qualité Δ en fonction de θ pour différentes valeurs de ρ et avec $T = 1s$, sans erreur d'estimation sur les $\hat{\tau}$ 42
3.7 Evolution du taux de réussite en fonction de θ pour différentes valeurs de ρ et avec $T = 1s$ avec une erreur d'estimation sur les $\hat{\tau}$ centrée gaussienne de variance $1 \times 10^{-5}s$ (a), $5 \times 10^{-5}s$ (b), $1 \times 10^{-4}s$ (c) et $1 \times 10^{-3}s$ (d), avec $N = 5$ capteurs et $d = 1m$. 43
3.8 Erreur absolue moyenne obtenue après correction par comparaison des spectres pour un ensemble de 20 TDA répartis dans $[67, 93]ms$ espacés au minimum de $\Delta\tau_{min} = 1.5ms$ pour différents RSB. 44

4.1 Illustration du découpage en sous-bande des observations 51
4.2 Evolution du nouveau module du coefficient de corrélation $|\gamma_{FB}|$ en fonction du produit $\Delta\tau\Delta f$ pour différentes valeurs de L et pour $K = 100$ (a) $K = 250$ (b) et $K = 500$ (c). 56
4.3 Evolution des critères AIC et MDL en fonction de $\Delta\tau$ et Δ_alpha 57
4.4 Illustration du découpage en sous-bande des observations modifiées avec un pas h supplémentaire 58

4.5 $\Delta\alpha^h$ en fonction de $\Delta\tau$, avec $L = 20$ et $\Delta f = 75$Hz, pour différentes valeurs de h 59
4.6 Différents pseudo-spectres MUSIC, tracés pour différentes valeurs de h, avec $P = 6$ sources, $M = 980$ fréquences, $\Delta f = 75$Hz, $L = 20$. 59
4.7 Pseudo-Spectres des méthodes MUSIC et SWEDE pour $\Delta s(f) \sim \mathcal{N}(0, 25)$ 63

5.1 REQM des DDA en fonction du nombre de sources pour MUSIC et MITICAL (a) et REQMN de la distance en fonction du nombre de sources pour MITICAL (b) 67
5.2 Superposition des résultats d'estimation de $\theta_{p,1}$ et T_p selon les deux méthodes smoothing-MUSICAL et MITICAL, pour $P = 10$ sources et $N = 10$ capteurs. Les coefficients d'amplitude sont (a) constants et (b) variables le long de l'antenne. 71
5.3 REQMN de la distance (a) et REQM des DDA (b) en fonction du RSB pour MITICAL avec $P = 4$ sources 72
5.4 (a) Performances de l'estimation des DDA pour MITICAL avec $P = N = 4$ en fonction du RSB (b) Performance de l'estimation des distances pour la méthode proposée avec $P = N = 4$ en fonction du RSB (c) Taux de succès pour la méthode proposée avec $P = N = 4$ en fonction du RSB 72
5.5 (a) Cuve expérimentale (b) Les chariots mobiles de la cuve 73
5.6 Les objets 74
5.7 Enfouissement des objets dans la cuve - vue de dessus (données en cm) 75
5.8 (a) Configuration des différentes séries de mesure (b) Données expérimentales enregistrées sur les dix premières positions du capteur pour l'expérience E_3 (c) Densité spectrale de puissance pour le signal reçu à la $5^{\text{ième}}$ position du capteur pour la série E_3 de mesure (d) Données expérimentales enregistrées sur les dix premières positions du capteur pour l'expérience E_3 pour un RSB de $0dB$ 77

LISTE DES ALGORITHMES

3.1 Méthode de comparaison deux à deux pour l'association des TDA . . . 27
3.2 Méthode de comparaison par estimation à priori pour l'association des TDA . . . 29
4.1 Algorithme de focalisation . . . 50

LISTE DES TABLEAUX

2.1 Modèles matriciels comparés pour les méthodes à haute résolution dans le cadre d'estimation des Directions d'Arrivée (DDA) et des Temps d'Arrivée (TDA) 17

3.1 Valeurs maximale de $f(\tau_{p,1}, \tau_{p,2}, \ldots \tau_{p,N})$ en fonction de $\theta_{p,1}$ pour différentes configuration de d, $\rho_{p,1}$ et N. 27

3.2 Valeurs de $\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{2} \mathbb{P}\left(\theta_p - \Delta\theta \leqslant \hat{\theta}_p \leqslant \theta_p + \Delta\theta \bigcap \rho_p - \Delta\rho \leqslant \hat{\rho}_p \leqslant \rho_p + \Delta\rho\right)$ (en pourcentage) pour $N = 3$, $d = 5m$ et différents RSB. 37

5.1 Performances d'estimation (biais et variance) des DDA et des N distances pour MUSIC associée à un lissage fréquentiel et MITICAL en présence de $P = 4$ sources pour un RSB de $10dB$. 68

5.2 Taux de succès en fonction du nombre de capteurs N pour MUSIC doublée d'un lissage fréquentiel et MITICAL en présence de $P = 4$ sources pour un RSB de $10dB$. 69

5.3 Temps de calcul moyen nécessaire pour l'estimation des paramètres de localisation pour les méthodes smoothing-MUSICAL et MUSIC, sur une machine équipée d'un CPU AMD Phenom II X4 965 (3.4GHz) et doté de 8Go de RAM 70

5.4 Caractéristiques physiques de l'eau et du sable utilisés à l'intérieur de la cuve 73

5.5 Caractéristiques de l'émetteur et du capteur 74

5.6 Paramètres de localisation θ et ρ des objets enfouis pour les différentes séries de mesure 75

5.7 Valeurs attendues (exp) et estimées (est) de la distance et de l'angle auxquels se situent les objets, estimés selon une MUSIC et MITICAL . . 78

BIBLIOGRAPHIE

[1] H. Akaike : A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):716 – 723, Décembre 1974.

[2] H. Ammari, E. Iakovleva et H. Kang : Reconstruction of a small inclusion in a 2-d open waveguide. *Journal on Applied Mathematical*, 65(6):2107–2127, 2005.

[3] H. Ammari, E. Iakovleva, H. Kang et K. Kim : Direct algorithm for thermal imaging of small inclusions. *SIAM, Multiscale Modeling and Simulation*, 4(4):1116–1136, 2005.

[4] H. Ammari, E. Iakovleva et D. Lesselier : A music algorithm for locating small inclusions buried in a half-space from the scattering amplitude at a fixed frequency. *SIAM, Multiscale Modeling and Simulation*, 3(3):597–628, 2005.

[5] A.J. Barabell : Improving the resolution performance of eigenstructure based direction finding algorithms. *In IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, pages 336–339, 1983.

[6] C. Le Bastard : *Apport de techniques de traitement du signal super et haute résolution à l'amélioration des performances du radar-chaussée*. Thèse de doctorat, Laboratoire Central des ponts et Chaussées, Novembre 2007.

[7] A. Bendjama, S. Bournnane et M. Frikel : Direction finding after blind identification of source steering vectors. *In IASTED International Conference Signal and Image Processing (SIP'98)*, pages 491–494, Octobre 1998.

[8] G. Bienvenu et L. Kopp : Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 31(5):1235 – 1248, Octobre 1983.

[9] J. Binder, K. Murphy et S. Russell : Space-efficient inference in dynamic probabilistic networks. *In Proceedings of the Fifteenth international joint conference on Artifical intelligence - Volume 2*, IJCAI'97, pages 1292–1296, San Francisco, CA, USA, 1997. Morgan Kaufmann Publishers Inc.

[10] A. Bjorck : *Numerical Methods for Least Squares Problems*. Siam Philadelphia, 1996.

[11] L. Blanco, J. Serra et M. Nájar : Minimum variance time of arrival estimation for positioning. *Signal Processing*, 90(8):2611 – 2620, 2010. <ce :title>Special

Section on Processing and Analysis of High-Dimensional Masses of Image and Signal Data</ce :title>.

[12] S. Bourennane et M. Frikel : Localization of the wideband sources with estimation of the antenna shape. *In 8th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing, 1996*, pages 97 –100, Juin 1996.

[13] S. Bozinoski : *Analyse spatio-temporelle de signaux large bande en vue de la tomographie acoustique océanique*. Thèse de doctorat, INPG, 1996.

[14] K. M. Buckley et L. J. Griffiths : Eigenstructure based broadband source location estimation. *In IEEE 11th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-1986)*, pages 1869–1872, Avril 1986.

[15] J. Capon : High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8):1408 – 1418, Août 1969.

[16] P. Chargé, Y. Wang et J. Saillard : An extended cyclic music algorithm. *IEEE transaction on Signal processing*, 51(7):1695–1701, 1999.

[17] P. Chargé, Y. Wang et J. Saillard : Un algorithme efficace pour la localisation de sources non circulaires. *Traitement du Signal*, 17(5/6):433–440, 2000.

[18] G. Cheng : Accurate toa-based {UWB} localization system in coal mine based on {WSN}. *Physics Procedia*, 24, Part A(0):534 – 540, 2012. <ce :title>International Conference on Applied Physics and Industrial Engineering 2012</ce :title>.

[19] M. Cooker et E. Ferrara : A new method for multiple source location. *In IEEE 7th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-1982)*, pages 411–415, Mai 1982.

[20] P. Cornillon et É. Matzner-Løbe : Moindres carrés généralisés. *In Régression*, Statistique et probabilités appliquées, pages 179–196. Springer Paris, 2007.

[21] X Dérobert, C. Fauchard, Ph. Côte, E. Le Brusq, E. Guillanton, J.Y. Dauvignac et Ch. Pichot : Step-frequency radar applied on thin road layers. *Journal of Applied Geophysics*, 47(3–4):317 – 325, 2001.

[22] A. Eisinberg et G. Fedele : On the inversion of the vandermonde matrix. *Applied Mathematics and Computation*, 174(2):1384 – 1397, 2006.

[23] A. Eriksson, P. Stoica et T. Soderstrom : On-line subspace algorithms for tracking moving sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(9):2319–2330, 1994.

[24] G. Golub, P. Stoica et T. Söderström : An analysis of the total least square problem. *SIAM Journal of numerical Analysis*, 17(6), 1980.

[25] D. Han : *Caractérisation Des Objets Enfouis Par Les Méthodes de Traitement D'antenne*. Thèse de doctorat, Université Paul Cézanne (AIX-MARSEILLE III), 2011.

[26] Y.D. Huang et M. Barkat : Near-field multiple source localization by passive sensor array. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 39(7):968–975, 1991.

[27] H. Hung et M. Kaveh : Focussing matrices for coherent signal-subspace processing. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 36(8):1272 –1281, Août 1988.

[28] H. Hung et M. Kaveh : Coherent wideband esprit method for direction-of-arrival estimation of multiple wideband sources. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 38(2):354–356, Février 1990.

[29] I. Iturbe, P. Roux, B. Nicolas et J. Mars : Ocean acoustic tomography using an double beamforming algorithm. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5), 2008.

[30] L. Jiang : *Séparation et détection de trajets dans un guide d'onde en eau peu profonde*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012.

[31] L. Jiang et J.I. Mars : Automatic detection of the number of raypaths. *In OCEANS 2011*, pages 1–4, 2011.

[32] S.M. Kay et S.L.Jr. Marple : Spectral analysis - a modern perspective. *Proceeding of IEEE*, 69(11), Novembre 1981.

[33] H. Krim, P. Foster et J.G. Proakis : Operator approach to performance analysis of roo-music and root-min-norm. *IEEE transactions on Signal Processing*, 33(7): 1687–1695, 1992.

[34] K. Levenberg : A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *The Quarterly of Applied Mathematics*, 2:164–168, 1944.

[35] F. Li et R.J. Vaccaro : Unified analysis for doa estimation algorithms in array signal processing. *Signal Processing*, 1991.

[36] W.K. Ma, T.H. Hsieh et C.Y. Chi : Doa estimation of quasi-stationary signals with less sensors than sources and unknown spatial noise covariance : A khatri-rao subspace approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(4):2168 –2180, Avril 2010.

[37] S. S. Man et A. Ikuo : Signal processing of ground penetrating radar using spectral estimation techniques to estimate the position of buried targets. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2003(12):970543, 2003.

[38] S. Marcos : Méthodes "linéaires" haute résolution pour l'estimation de directions d'arrivée de sources. performances asymptotiques et complexité. *Traitement du Signal*, 14(2):99–116, 1997.

[39] S. Marcos : *Les Méthodes à Haute Résolution : traitement d'antenne et analyse spectrale*. Hermès, 1998.

[40] S. Marcos et A. Marsal adn M. Benidir : The propagator method for source bearing estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(5):2319–2330, Septembre 1995.

[41] S.L.Jr. Marple : *Digital Spectral Analysis with Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987.

[42] A. Marsal et S. Marcos : Influence d'erreurs de modèle sur diverses méthodes d'analyse spatiale. *Revue Traitement du Signal*, 1993.

[43] O. Michel, P. Larzabal et H. Clergeot : Critères de détection du nombre de sources correlées pour les méthodes "h.r" en traitement d'antenne. pages 692–696, 1991.

[44] M. Mitchell : *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1998.

[45] J. Munier et G.Y. Delisle : Spatial analysis using new properties of the cross-spectral matrix. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 39(3):746–749, 1991.

[46] W. Munk, P. Worcester et C. Wunsch : *Ocean acoustic tomography*. Cambridge University Press, 1995.

[47] Prabhakar S. Naidu : *Sensor Array Signal Processing*. CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 2000.

[48] C. Paulus et J.I. Mars : New multicomponent filters for geophysical data processing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(8):2260–2270, 2006.

[49] S. U. Pillai et B. H. Kwon : Foward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 37(1):8–15, Janvier 1989.

[50] L. Rabiner : A tutorial on hidden markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE*, 77(2):257–286, 1989.

[51] K. M. Reddy et V. U. Reddy : Futher results in spatial smoothing. *Signal Processing*, 48(3):217–224, Février 1996.

[52] J. Rissanen : Modeling by shortest data description. *Automatica*, 14(5):465 – 471, 1978.

[53] P. Roux, B. Cronuelle, W. Kuperman et W. Hodgkiss : The structure of raylike arrivals in a shallow-water waveguide. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124:3430, 2008.

[54] P. Roux, I. Iturbe, B. Nicolas, J. Virieux et J. Mars : Travel-time tomography in shallow water. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130:1232, 2011.

[55] R. Roy et T. Kailath : Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(7):984–995, Juillet 1989.

[56] Z. Saidi et S. Bourennane : Bearing and range estimation of buried cylindrical shell in presence of sensor phase errors. *In Proceedings 14th European Signal Processing Conference*, EUSIPCO'06, 2006.

[57] Z. Saidi et S. Bourennane : Cumulant-based coherent signal subspace method for bearing and range estimation. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2007(1):084576, 2007.

[58] R. O. Schmidt : Multiple emitter location and signal parameters estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 34(3):276–280, Mars 1986.

[59] F. Sellone : Robust auto-focusing wideband doa estimation. *Signal Processing*, pages 17–37, 2006.

[60] T. J. Shan, M. Wax et T. Kailath : On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 33(4):806–811, Août 1985.

[61] F. Shang, B. Champagne et I. Psaromiligkos : Time of arrival and power delay profile estimation for ir-uwb systems. *Signal Processing*, 93(5):1317 – 1327, 2013.

[62] C.E. Shannon : Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IEEE*, 86(2):447–457, 1998.

[63] P. Stoica et T. Soderstrom : Statistical analysis of a subspace method for bearing estimation without eigendecomposition. *IEE Proceedings on Radar and Signal Processing*, 139(4):301–305, 1992.

[64] H-P. Tan, R. Diamant, W. K.G. Seah et M. Waldmeyer : A survey of techniques and challenges in underwater localization. *Ocean Engineering*, 38(14–15):1663 – 1676, 2011.

[65] I Tas et J.L. Lacoume : Performance des lissages spatio-fréquentiels pour l'identification de sources corrélées. pages 561–564, 1989.

[66] S. Valaee et P. Kabal : Wideband array processing using a two-sided correlation transformation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(1):160–172, Janvier 1995.

[67] B.D. Van Veen et K.M. Buckley : Beamforming : a versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Magazine*, 5(2):4–24, 1988.

[68] G. Villemin, C. Fossati et S. Bourennane : Alternative to coherent signal subspace based method for buried objects localization. *In 21st European Signal Processing Conference 2013 - Sensor array and multi-channel processing*, 2013.

[69] G. Villemin, C. Fossati et S. Bourennane : Efficient time of arrival estimation in the presence of multipath propagation. *JASA Express Letters*, 2013.

[70] G. Villemin, C. Fossati et S. Bourennane : Spatio-temporal-based joint range and angle estimation for wideband signals. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2013(1):131, 2013.

[71] H. Wang et M. Kaveh : Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 33(4):823 – 831, Août 1985.

[72] Y. Wangand et J. Saillard : Apport de la polarisation pour caractériser une cible radar par une méthode à haute résolution. *Traitement du Signal*, 16(4):295–302, 1999.

[73] M. Wax, S. Tie-Jun et T. Kailath : Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 32(4):817–827, 1984.

[74] R.T. Williams, S. Prasad, A.K. Mahalanabis et L.H. Sibul : An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 36(4):425 –432, Avril 1988.

[75] H. Yamada, M. Ohmiya, Y. Ogawa et K. Itoh : Superresolution techniques for time-domain measurements with a network analyzer. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 39(2):177 –183, Février 1991.

[76] Y.S. Yoon, L.M. Kaplan et J.H. McClellan : Tops : new doa estimator for wideband signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(6):1977 – 1989, Juin 2006.

[77] J. Zhang, J. Dai et Z. Ye : An extended tops algorithm based on incoherent signal subspace method. *Signal Processing*, pages 3317–3324, 2010.

[78] Q.-T. Zhang, Max Wong Kon, P.C. Yip et J.P. Reilly : Statistical analysis of the performance of information theoretic criteria in the detection of the number of signals in array processing. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 37(10):1557–1567, 1989.

[79] Z. Zhou, J-H. Cui et S. Zhou : Efficient localization for large-scale underwater sensor networks. *Ad Hoc Networks*, 8(3):267 – 279, 2010.

[80] A. M. Zoubir, I. J. Chant, C. L. Brown, B. Barkat et C. Abeynayake : Signal processing techniques for landmine detection using impulse ground penetrating radar. *IEEE Sensors Journal*, 2:41–51, 2002.

LISTE DES PUBLICATIONS

Guilhem Villemin, Caroline Fossati, Salah Bourennane : Spatio-temporal-based joint range and angle estimation for wideband signals, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2013

Abstract : Object localization using active sensor network exploiting the scattering of the emitted waves by a transmitter has been drawing a lot of research interest in the last years. For most applications, the environment leads to the arrival of multiple signals corresponding to emitted signal, signals which are scattered by the objects, and noise. In practical systems, the signals impinging on an array are frequently correlated and the object number rapidly exceeds the number of sensors, making unsuitable most high resolution methods used in array processing. We propose a solution to overcome these two experimental constraints. Firstly, frequential smoothing is used to decorrelate the scattered signals, enabling the estimation of their time delays of arrival (TDOA), using subspace based methods. Secondly, an efficient algorithm for source localization using the TDOA is proposed. The advantage of the developed method is its efficiency even if the number of sources is larger than the number of sensors, in the presence of correlated signals. The performances of the proposed method is assessed on simulated signals. The results on real-world data are also presented and analyzed.

Guilhem Villemin, Caroline Fossati, Salah Bourennane : Efficient time of arrival estimation in the presence of multipath propagation, *JASA Express Letters*, 2013

Abstract : Most of acoustical experiments face multipath propagation issues. The times of arrival of different raypaths on a sensor can be very close. To estimate them, high resolution algorithms have been developed. The main drawback of these methods is their need of a full rank spectral matrix of the signals. Frequential smoothing technique overcome this issue by dividing the received signal spectrum into several overlapping sub-bands. This division yields a transfer matrix which may suffer rank deficiency. We propose in this paper a new criterion to optimally choose the sub-band frequencies. Encouraging results were obtained on real-world data.

Guilhem Villemin, Caroline Fossati, Salah Bourennane, Alternative to Coherent Signal Subspace Based Method for Buried Objects Localization, *21st European Signal Processing Conference 2013 - Sensor array and multi-channel processing*, 2013

Abstract : In this paper, a new method for simultaneous range and bearing estimation for buried objects in the presence of an unknown colored noise is proposed. We propose a method based on MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) which evaluates the time delay of arrival (TDOA) of the reflection of an emitted signal on objects.

This is achieved by exploiting the wideband of the signal and the assumption that the emitted signal spectrum is known. The bearing and the range objects are expressed as a function of those TDOA. The proposed algorithm is compared with a classical coherent signal subspace method on experimental data recorded during underwater acoustic experiments.

Résumé : Cette thèse est consacrée à l'estimation des temps d'arrivée de signaux dans le cadre de la localisation active d'objets dans un contexte large bande et multitrajets sans contraintes sur le nombre de capteurs déployés. En s'inspirant des méthodes de traitement d'antenne, adaptées à l'estimation des temps d'arrivée, nous avons proposé une méthode afin d'estimer les paramètres de localisation d'un ensemble de sources ou d'objets réflecteurs d'un signal large bande connu. L'originalité de la méthode présentée réside dans le traitement spatialement incohérent des données, à savoir que l'information est traitée indépendamment sur chaque capteur. Les temps d'arrivée estimés sont ensuite associés à leurs sources respectives, ce qui permet de déterminer leurs positions géographiques. Pour s'affranchir de la corrélation des signaux reçus nous avons mis au point une méthode de lissage fréquentiel qui conserve toutefois une résolution temporelle optimale. Les performances de la méthode globale sont validées sur des données simulées et expérimentales.

Mots-Clés : Traitement du signal, localisation d'objets, réseau de capteurs, méthode haute résolution, lissage fréquentiel

---

Abstract : This thesis is devoted to object localization, using high resolution methods, in a large band and multipath background. From array processing algorithms adapted to time of arrival estimation, we propose a new method for the localization of real (broadcasting) or virtual (reflective) sources of a known, large band signal. The originality lays in the incoherent way of treating data. On each sensor, time of arrival are estimated. Then, they are linked to a source, enabling its localization. However, this methods suffers from the signals coherence. That is why we propose a frequential smoothing preprocessing that helps lowering this correlation while maintaining an optimum resolution. The performances of the whole method are shown on both simulated and experimental data.

Keywords : Signal processing, object localization, sensor array, high resolution method, frequential smoothing

---

Adresse :
Institut Fresnel - Campus Universitaire de Saint Jérôme - Avenue Escadrille Normandie-Niemen - 13397 Marseille Cedex
Ecole Centrale Marseille - Pôle de l'Etoile - Technopôle de Château Gombert - 38 rue Joliot Curie - 13451 MARSEILLE Cedex 20