

Thèse de doctorat

Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRESIS

Spécialité Automatique

Présentée et soutenue par Sabrina, DELROT. Le 04/06/2012, à Valenciennes

Ecole doctorale :

Sciences Pour l'Ingénieur (SPI)

Equipe de recherche, Laboratoire :

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH)

Détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques par observateurs de type Takagi-Sugeno

JURY

Président du jury

- Guerra, Thierry Marie. Professeur, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis.

Rapporteurs

- Guelton, Kevin. Maître de Conférences HdR, Université de Reims.

- M'Saad, Mohammed. Professeur, Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de CAEN.

Examineurs

- Guerra, Thierry Marie. Professeur, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis.

- Busawon, Krishna. Docteur, Université de Northumbria.

Directeurs de thèse

- Dambrine, Michel. Professeur, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis.

- Co-directeur de thèse : Delmotte, François. Professeur, Université d'Artois.

Remerciements

Lors de cette thèse j'ai eu l'occasion de rencontrer beaucoup de personnes que je tiens à remercier tout particulièrement.

Tout d'abord je tiens à remercier Kevin Guelton Professeur au CReSTIC ainsi que Mohammed M'Saad Professeur au GREYC qui ont accepté de rapporter ma thèse. Je remercie également Thierry-Marie Guerra Professeur et directeur du LAMIH ainsi que Krishna Busawon Professeur à l'Université de Northumbria qui ont accepté de faire partie du jury et qui ont participé à la problématique de ma thèse.

Je remercie bien entendu les membres de l'équipe ASHM du LAMIH dont je fais partie avec tout particulièrement mes directeurs de thèse, Michel Dambrine et François Delmotte sans qui je ne serais pas là pour écrire ces mots. Je remercie aussi le pro du mode glissant Mohamed Djemai ainsi que Jimmy Lauber qui s'est HDRisé, Sébastien Delprat et son véhicule hybride, Mickael Delfoort le dernier maître de conférence arrivé, Antoine Dequidt qui garde toujours le sourire et Laurent Vermeiren le premier à m'avoir fait découvrir l'automatique lors de mon cursus universitaire. Passons aux docteurs et doctorants. Commençons par les docteurs, Milka et sa légendaire bonne humeur et ceux qui sont partis avant moi Elhadi, Hichem et Souad égale à elle-même et le dernier docteur de l'équipe Sami, et les doctorants Doudou, Clément, Viet, Abdelhafidh et bien sûr tout ceux que je n'ai pas cités.

Je tiens à remercier aussi le professeur Sylvain Lalot pour m'avoir fourni les données de l'échangeur thermique.

Je voudrais rajouter mes "voisins et voisines de bureau" faisant partie de l'équipe de biomécanique qui mettaient de la bonne humeur.

Je tiens pour finir à remercier ma famille et mes amis. Tout particulièrement mon mari qui m'a soutenu tout au long de ce travail et notre petit garçon Clément qui lui, est arrivé en cours de route et a mis de la joie dans ce long parcours. Et je rajoute Pernelle et Séb qui m'ont motivé pour commencer cette thèse et me soutenaient régulièrement par mail.

Enfin, je remercie tous ceux que je n'ai pas cités et qui m'ont soutenu ou qui ont contribué à la finalité de cette thèse.

Sommaire

NOTATIONS.....	5
INTRODUCTION GENERALE	6
CHAPITRE 1. ENCRASSEMENT ET ECHANGEUR THERMIQUE.....	9
1.1 INTRODUCTION.....	10
1.2 GENERALITES SUR LES ECHANGEURS DE CHALEUR ET ENCRASSEMENT.....	10
1.2.1 <i>Le principe de fonctionnement.....</i>	10
1.2.2 <i>Différents types d'échangeurs thermiques</i>	11
1.2.3 <i>L'encrassement</i>	14
1.3 MODELISATION D'UN ECHANGEUR THERMIQUE	16
1.3.1 <i>Modèle avec une section.....</i>	17
1.3.2 <i>Modèle général.....</i>	19
1.3.3 <i>Amélioration du modèle et prise en compte de l'encrassement.....</i>	20
1.3.3.1 Coefficient de transfert thermique global	20
1.3.3.2 Effet de l'encrassement sur les paramètres du modèle.....	22
1.3.4 <i>Modèle de l'échangeur retenu.....</i>	22
1.4 CONCLUSION	24
CHAPITRE 2. UN BREF ETAT DE L'ART SUR L'OBSERVATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES	26
2.1 INTRODUCTION.....	27
2.2 OBSERVABILITE	27
2.2.1 <i>Définitions</i>	27
2.2.2 <i>Test d'observabilité locale faible.....</i>	29
2.3 QUELQUES RAPPELS SUR LES OBSERVATEURS	31
2.4 OBSERVATEURS DE TYPE TAKAGI-SUGENO.....	35
2.4.1 <i>Généralités sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno.....</i>	35
2.4.2 <i>Construction d'un modèle Takagi-Sugeno.....</i>	37
- Cas d'une seule non-linéarité.....	37
- Cas général.....	37
2.4.3 <i>Les observateurs de type Takagi-Sugeno avec prémisses mesurables.....</i>	39
2.4.4 <i>Les observateurs de type Takagi-Sugeno avec prémisses non mesurables.....</i>	41
2.4.5 <i>Les observateurs à entrées inconnues</i>	43
2.5 CONCLUSION	44
CHAPITRE 3. BATTERIE D'OBSERVATEURS.....	45
3.1. INTRODUCTION.....	46
3.2. PRINCIPE	46
3.3. APPLICATION A L'ECHANGEUR THERMIQUE.....	47
3.3.1. <i>Représentation sous forme Takagi-Sugeno de l'échangeur de chaleur.....</i>	47
3.3.2. <i>Synthèse de l'observateur.....</i>	48
3.3.3. <i>Batterie d'observateurs.....</i>	49
3.4 SIMULATIONS	50
3.4.1. <i>Batterie de 6 observateurs sur le modèle à deux sections</i>	51
3.4.2. <i>Batterie de 6 observateurs avec le système de dimension infinie</i>	55
3.4.3. <i>Variation du nombre d'observateurs</i>	59
3.4.4. <i>Facteur d'encrassement.....</i>	61
3.5 CONCLUSION	63
CHAPITRE 4. LES OBSERVATEURS FLOUS POLYNOMIAUX.....	64
4.1. INTRODUCTION.....	65
4.2. OBSERVATEUR FLOU POLYNOMIAL	65
4.2.1. <i>Modèle flou polynomial.....</i>	65
4.2.2. <i>Polynômes sommes de carrés.....</i>	66

4.2.3. Observateur flou polynomial	68
4.2.3.1. Cas d'un système nominal	68
4.2.3.2. Cas d'un système incertain	70
4.3. APPLICATION A L'ECHANGEUR THERMIQUE	71
4.3.1. Modèle polynomial flou incertain.....	71
4.3.2. Observateur	73
4.3.3. Résultats	73
4.3.3.1 Synthèse de l'observateur	73
4.3.3.3 Simulations	74
4.4. CONCLUSION	80
CHAPITRE 5. OBSERVATEURS FLOUS TS A ENTREES INCONNUES	81
5.1 INTRODUCTION.....	82
5.2 OBSERVATEUR FLOU DE TYPE TS AVEC PERTURBATIONS.....	82
5.2.1 Construction de l'observateur TS avec perturbations	82
5.2.2 Prise en compte de performance par placement de pôles	85
5.2.3 Application à l'échangeur thermique	87
5.3 RESULTATS OBTENUS	90
5.3.1 Simulation sur le modèle à deux sections	91
5.3.2 Simulation sur le modèle de dimension infinie	95
5.4 CONCLUSION	99
CONCLUSION GENERALE	101
LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX	110
RÉFÉRENCES PERSONNELLES	113
ANNEXE.....	114

Notations

$T_{h,in}$	Température du fluide chaud en entrée de l'échangeur thermique	(°C)
$T_{c,in}$	Température du fluide froid en entrée de l'échangeur thermique	(°C)
$T_{h,1}$	Température du fluide chaud de la première section de l'échangeur	(°C)
$T_{c,1}$	Température du fluide froid de la première section de l'échangeur	(°C)
$T_{h,2}$	Température du fluide chaud de la deuxième section de l'échangeur	(°C)
$T_{c,2}$	Température du fluide froid de la première section de l'échangeur	(°C)
\dot{m}_h	Débit massique du fluide chaud en entrée de l'échangeur thermique	(kg.s ⁻¹)
\dot{m}_c	Débit massique du fluide froid en entrée de l'échangeur thermique	(kg.s ⁻¹)
τ_c^*	Paramètre constant dépendant du système particulier	(s)
τ_h^*	Paramètre constant dépendant du système particulier	(s)
α^*	Paramètre relatif à l'encrassement	
β^*	Paramètre relatif à l'encrassement	
R_f	Facteur d'encrassement	
A_c	Aire de surface d'échange thermique du fluide froid	(m ²)
A_h	Aire de surface d'échange thermique du fluide chaud	(m ²)
c_c	Capacités thermiques massiques du fluide froid	(J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
c_h	Capacités thermiques massiques du fluide chaud	(J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
M_h	Masse du fluide chaud dans l'échangeur	(kg)
M_c	Masse du fluide froid dans l'échangeur	(kg)
U	Coefficient de transfert thermique global	(W/m ² .K)
h_h	Coefficient de transfert thermique du côté chaud de l'échangeur	(W/m ² .K)
h_c	Coefficient de transfert thermique du côté froid de l'échangeur	(W/m ² .K)

Introduction générale

Le phénomène d'encrassement dans les échangeurs thermiques est un sujet d'actualité. En effet, l'encrassement résulte de la boue causée par des suspensions insolubles, de la rouille causée par la corrosion et pour finir d'un dépôt (du tartre). Tout ceci, s'il est pris à temps, peut être nettoyé à moindre coût. On ne peut pas se permettre non plus une fréquence de nettoyage trop grande, cela augmenterait les coûts de production des usines par des pertes de productions dues aux arrêts nécessaires au nettoyage ou par une augmentation des coûts d'entretien. Mais à l'inverse, si on ne prend pas en compte le phénomène d'encrassement dans les échangeurs thermiques, il y aura une augmentation des pertes énergétiques, une hausse de la consommation de l'eau, de l'électricité et de carburant - ce qui apportera aussi un impact sur l'environnement dû à une augmentation de CO². Mais pour des gros échangeurs thermiques où l'accessibilité est réduite il est difficile de savoir si celui-ci est encrassé ou non. En effet, les méthodes utilisées le plus couramment pour détecter l'encrassement reposent sur l'utilisation de capteurs spécifiques souvent coûteux et ne permettant qu'une détection localisée, sur la mesure de la variation de masse de l'échangeur ou de l'efficacité de l'échangeur à travers le coefficient de transfert – ces deux dernières méthodes exigeant des conditions de fonctionnement très particulières : l'arrêt pour la première et un fonctionnement en régime permanent pour la seconde. Ces méthodes se révèlent donc restrictives et coûteuses

D'où le sujet de la thèse qui rentre en jeu et qui consiste à détecter l'encrassement dans les échangeurs thermiques suffisamment tôt pour mettre en place un système d'entretien. Il existe de nombreuses méthodes permettant la détection de défauts telles que des techniques de reconnaissances de formes, de classification ou encore des techniques nécessitant un modèle du processus. C'est cette dernière méthode que nous allons développer par l'intermédiaire d'observateurs non linéaires.

La thèse consiste à concevoir des techniques de détection de l'encrassement dans des échangeurs thermiques basées sur le développement d'observateurs non linéaires. Différentes structures d'observateurs seront définies afin de pouvoir observer la variation de deux paramètres caractérisant l'état d'encrassement à partir de la connaissance uniquement des débits ainsi que des températures en entrée et en sortie de l'échangeur thermique. Par la même occasion, ces observateurs permettront d'estimer l'état du système (températures internes de l'échangeur).

Nous verrons dans le premier chapitre le principe de fonctionnement d'un échangeur thermique ainsi qu'une classification des échangeurs de chaleur avec leurs différents modes de transfert. Des types d'encrassements seront abordés ainsi que leurs effets non désirables. L'échangeur tubulaire à contre courant sera modélisé afin de pouvoir l'utiliser par la suite et répondre à la problématique.

Le chapitre 2, quant à lui, consiste en un état de l'art des principaux types d'observateurs existants pour des systèmes linéaires ou non linéaires. Pour commencer la notion d'observabilité est abordée dans ce chapitre. Puis un récapitulatif sur les observateurs est présenté en commençant par les méthodes les plus simples développées dans le cadre des systèmes linéaires pour continuer vers des méthodes plus complexes applicables aux cas non linéaires telles que la prise en compte de perturbations ou d'entrées inconnues. Ce chapitre consacre une grande partie aux observateurs de systèmes non linéaires en passant par un modèle de type Takagi-Sugeno qui a une part importante pour cette thèse.

Les trois chapitres suivants présenteront des méthodes pour la détection d'encrassement à travers différentes méthodes d'observateurs se basant sur un modèle de Takagi-Sugeno. Pour ces trois chapitres, des tests de validation par simulation sont réalisés. Une première simulation sera effectuée sur le modèle simplifié vu au chapitre 1 et une deuxième simulation sera faite à partir du modèle physique, sous forme de dérivées partielles, validé expérimentalement.

Le chapitre 3 présente une première méthode basée sur les observateurs de type Takagi-Sugeno. Étant donné que pour notre modèle de l'échangeur thermique, un observateur classique de type Takagi-Sugeno n'est pas possible (dû à un certain nombre de non-linéarités et d'inconnues), le problème a été contourné en mettant en œuvre une batterie d'observateurs. L'estimation des paramètres relatifs à l'encrassement est effectuée par interpolation. La méthode de cette batterie d'observateur est détaillée en première partie. Pour continuer avec l'application de cette méthode adaptée au modèle de l'échangeur thermique. Une troisième partie montrera les résultats de simulations ainsi que l'influence du nombre d'observateurs dans la batterie.

Un observateur polynomial de type Takagi-Sugeno est créé au chapitre 4. Le principe est le même qu'un observateur classique mais toutes les matrices utilisées seront polynomiales. Les solveurs de LMIs rencontrant de nombreux problèmes numériques, l'intérêt de travailler avec des polynômes revient à simplifier l'écriture du modèle en réduisant le nombre de non-linéarités qui doivent être décomposées dans l'approche de découpage par secteurs non linéaires. Les polynômes positifs sont donc réécrit sous forme de

somme de carrés (ou SOS pour Sum Of Squares), ce qui permet de trouver des solutions numériques plus facilement et réduit le conservatisme lié à l'approche classique par modèle de Takagi-Sugeno. De plus, un certain nombre de contraintes peuvent être ajoutées aux problèmes SOS ce qui permet de rajouter toutes les connaissances telles que les bornes. Nous verrons la résolution de système non linéaire dans le cas certain mais aussi de système non linéaire dans le cas incertain.

Pour finir au chapitre 5, nous avons appliqué une méthode d'observateur de type Takagi-Sugeno en considérant les termes affectés par les paramètres d'encrassement comme des entrées inconnues. Ainsi une approche d'observateurs à entrées inconnues se basant sur l'emploi d'un modèle dynamique de ces entrées inconnues est utilisée pour reconstruire l'état ainsi que les perturbations. La méthode de D-stabilité complétera l'observateur afin de pouvoir agir sur les performances dynamiques de l'observateur.

Enfin, pour conclure, nous verrons un tableau comparatif des différentes méthodes existantes et celles que nous avons développées dans le cadre de cette thèse et terminerons sur quelques perspectives concernant ce projet.

Chapitre 1. Encrassement et échangeur thermique

1.1 INTRODUCTION	10
1.2 GENERALITES SUR LES ECHANGEURS DE CHALEUR ET ENCRASSEMENT	10
1.2.1 <i>Le principe de fonctionnement</i>	10
1.2.2 <i>Différents types d'échangeurs thermiques</i>	11
1.2.3 <i>L'encrassement</i>	14
1.3 MODELISATION D'UN ECHANGEUR THERMIQUE.....	16
1.3.1 <i>Modèle avec une section</i>	17
1.3.2 <i>Modèle général</i>	19
1.3.3 <i>Amélioration du modèle et prise en compte de l'encrassement</i>	20
1.3.3.1 Coefficient de transfert thermique global.....	20
1.3.3.2 Effet de l'encrassement sur les paramètres du modèles	22
1.3.4. <i>Modèle de l'échangeur retenu</i>	22
1.4 CONCLUSION	24

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons aborder l'échangeur thermique et le phénomène d'encrassement. En premier lieu, nous aborderons le dispositif de l'échangeur thermique, son principe de fonctionnement et les différents échangeurs thermiques existants. Nous détaillerons ensuite le phénomène de l'encrassement et citerons les différents aspects indésirables de l'encrassement pour un échangeur thermique, ce qui nous amènera à l'importance de la détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques. La modélisation physique de l'échangeur y sera ensuite exposée.

1.2 Généralités sur les échangeurs de chaleur et encrassement

1.2.1 Le principe de fonctionnement

Un échangeur de chaleur est un dispositif permettant la récupération de l'énergie thermique d'un fluide par un autre. Le flux thermique traverse la paroi de séparation des différents fluides. En effet, la chaleur peut être caractérisée comme un transfert d'énergie d'un système à un autre dû à une différence de température (Cengel 2002). Selon la deuxième loi de la thermodynamique, ce transfert d'énergie s'effectue de la température la plus importante vers la plus faible. Il s'arrête donc lorsque les deux milieux sont de températures identiques.

La chaleur peut être transférée par trois modes différents : la conduction, la convection et le rayonnement.

- La conduction est un mode de transfert de chaleur dû à une différence de température entre deux milieux en contact. A l'inverse de la convection il s'effectue sans déplacement global de matière. C'est le transfert d'énergie des particules les plus énergétiques aux particules les moins énergétiques qui leur sont adjacentes. La conduction peut s'effectuer dans les solides, les liquides ou les gaz. La grandeur physique caractérisant le comportement des matériaux lors de ce phénomène est la conductivité thermique. Dans les échangeurs thermiques, la conduction apparaît principalement dans la paroi séparant les deux fluides. Cette paroi est généralement métallique et de faible épaisseur, elle a donc une résistance thermique faible.

- La convection s'effectue par un déplacement de matière dans le milieu. C'est le transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz adjacent. C'est le mode le

plus important pour les échangeurs de chaleur mais aussi le plus difficile à estimer, il dépend du type de fluide, des vitesses et du type de l'échangeur.

- Le rayonnement est un transfert d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques résultant des changements dans les configurations électroniques des atomes ou des molécules. Au niveau des échangeurs thermiques, c'est le moins prépondérant des modes de transfert thermique, néanmoins il n'est pas négligeable lors de certaines applications telle qu'une chaudière avec brûleur.

Les échangeurs thermiques sont utilisés dans un grand nombre d'applications. Voici une petite liste où l'on peut trouver ces échangeurs de chaleur : système à air conditionné d'un habitat, radiateurs de voiture, planchers chauffants, chaudières, distillerie, réchauffement d'une piscine, centrale thermique... Le fait d'avoir une paroi qui sépare les fluides permet à ceux-ci de ne pas se mélanger et, ainsi, l'un des fluides pourra, suivant l'application, subir un changement d'état (condensation, vaporisation, ébullition). Les échangeurs permettent aussi de réchauffer ou refroidir un liquide ou un gaz lorsque cette opération ne peut s'effectuer directement (par exemple : l'eau d'un circuit de refroidissement d'une centrale nucléaire).

1.2.2 Différents types d'échangeurs thermiques

On peut classer les échangeurs thermiques selon le sens de l'écoulement des fluides. On distingue alors les échangeurs

- à courants parallèles : les deux fluides circulent parallèlement et vont dans le même sens (Figure 1-1)
- à contre-courants : les deux fluides circulent parallèlement mais vont dans le sens opposé (Figure 1-2).
- à courants croisés : les deux fluides circulent perpendiculairement.
- à tête d'épingle : un des fluides fait demi-tour dans un conduit plus large tandis que le deuxième le traverse. On peut considérer que cela correspond à un courant parallèle sur une moitié de la distance de l'échangeur et sur l'autre moitié à un contre-courant.
- à contact direct ou à mélange : les deux fluides sont mis en contact, (tour de refroidissement, par exemple).

On peut également les classer selon leurs géométries :

- Echangeurs à tubes : cet échangeur étant le plus simple, il est composé d'un tube à l'intérieur d'un autre tube où des fluides traversent les deux tubes. Les deux types de déplacement à courant parallèle ou à contre-courant existent. (cf. Figure 1-1 et Figure 1-2).

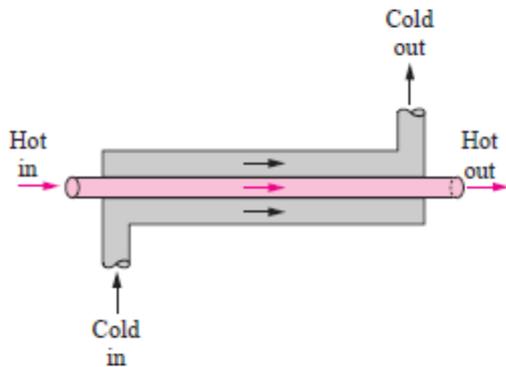


Figure 1-1 : Echangeur à tube à courant parallèle (Cengel 2002)

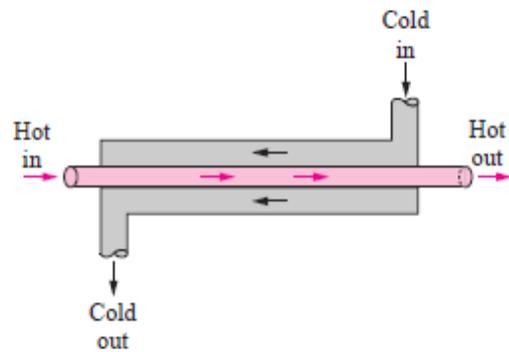


Figure 1-2 : Echangeur à tube à contre courant (Cengel 2002)

- Echangeurs compacts : ces échangeurs sont habituellement à courants croisés, les mouvements des deux fluides sont perpendiculaires l'un à l'autre. Nous en retrouvons dans les radiateurs de voitures (cf. Figure 1-3).

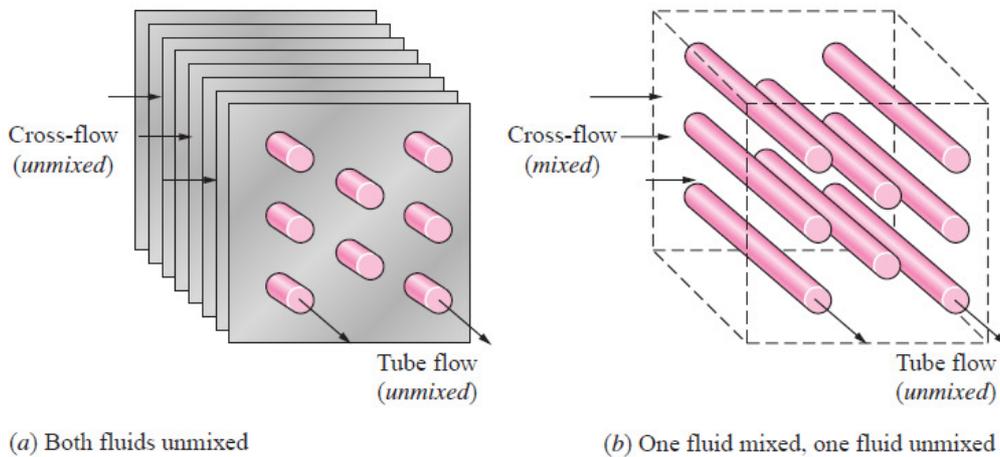


Figure 1-3 : Echangeur compact à courant croisé (Cengel 2006)

- Echangeurs à faisceau tubulaire : l'échangeur est constitué d'un faisceau de tubes, se trouvant à l'intérieur d'une carcasse (l'échangeur est aussi appelé tubes et calandre – ou par l'expression anglaise « shell-and-tube ». L'un des fluides circule à l'intérieur des tubes et l'autre dans la carcasse, autour des tubes. A l'intérieur de la carcasse sont rajoutés des chicanes afin d'influencer l'écoulement du fluide dans la carcasse. Cela permet d'améliorer le transfert de chaleur et de maintenir un espacement uniforme entre les tubes (cf Figure 1-4).

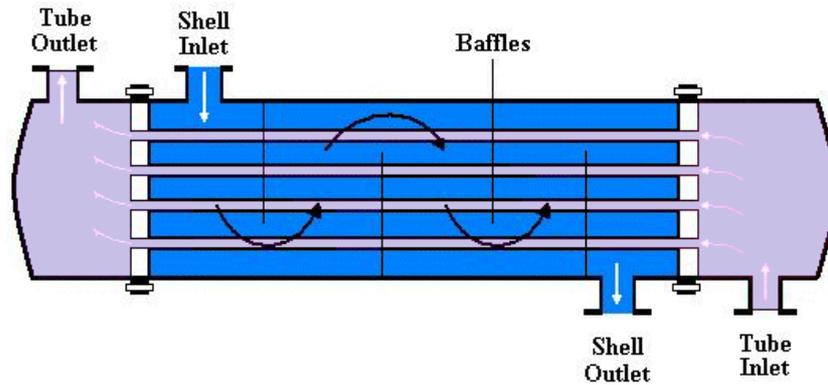


Figure 1-4 : Echangeur à faisceau tubulaire (Guo, Xu et al. 2009)

- échangeurs à plaques : ceux sont des échangeurs composés d'un nombre variant de plaques disposées les unes à coté des autres et séparées par un espace. Les fluides chauds et froids circulent en passages alternés, chaque fluide froid est entouré par deux fluides chauds et inversement. Du fait de leur compacité, ces échangeurs permettent une grande surface d'échange dans un volume limité (cf. Figure 1-5).

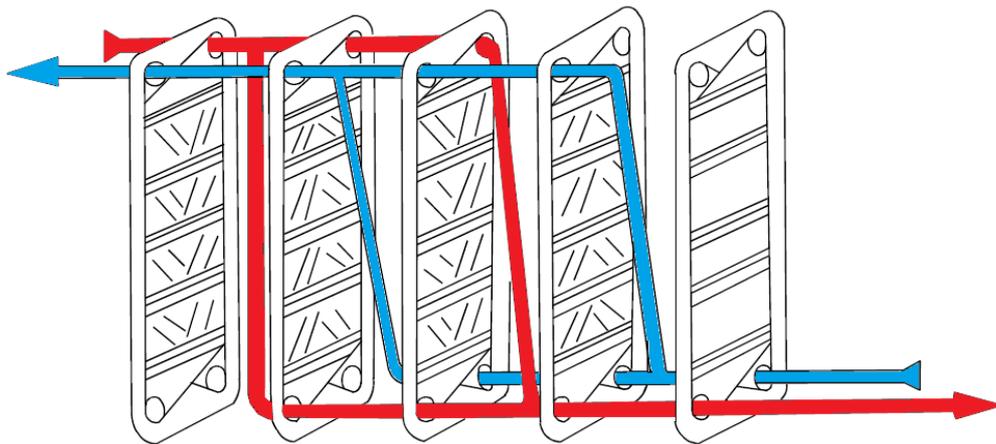


Figure 1-5 : Echangeur à plaques (Lund 1998)

Il existe encore bien d'autres types d'échangeurs thermiques, certains comportent des caractéristiques communes à ceux décrits précédemment, tels que les échangeurs à serpentins, les échangeurs à double enveloppe, les échangeurs à spirales, les échangeur à surface raclée, les échangeurs en graphite (échangeurs à bloc), les aéroréfrigérants ou tours de refroidissement, les échangeurs à ailettes, les régénérateurs, ... (Fraas 1989; Schou, Deans et al. 1997; Mabit, Loisel et al. 2004; Shao, Yang et al. 2009).

1.2.3 L'encrassement

Les transferts thermiques dans les échangeurs thermiques sont favorables au développement de phénomènes d'encrassement dans les liquides et sur les parois thermiques. Ils se traduisent par l'accumulation d'éléments solides indésirables sur les surfaces d'échange (Bell and Mueller 2001; Cengel 2002). Il existe différents types d'encrassement comme, par exemple, l'encrassement particulaire dû aux particules telles des oxydes et hydroxydes de fer transportés par les fluides en milieu industriel, la corrosion, l'entartrage, l'encrassement biologique dû aux algues ou champignons, ... (Marvillet, Bontemps et al. 1995). Cette couche représente une résistance additionnelle au transfert thermique. Le produit de cette résistance thermique par la surface d'échange thermique est appelé facteur d'encrassement. Le facteur d'encrassement pour un nouvel échangeur thermique sera égal à 0 et augmentera avec le temps lorsque les dépôts solides s'accumuleront sur les parois de l'échangeur, et ce, jusqu'au nettoyage de l'échangeur. L'encrassement s'accroîtra d'autant plus si la température augmente et la vitesse des fluides diminue. Il existe des tables donnant des valeurs représentatives du facteur d'encrassement recommandées par la TEMA (Tubular Exchanger Manufacturers Association) pouvant servir au dimensionnement des échangeurs (cf. (TEMA 1988) par exemple). La plupart de ces valeurs ont un ordre de grandeur de $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$, ce qui correspond à la résistance thermique d'une couche de calcaire de 0,2 mm d'épaisseur et d'un mètre carré de surface.

L'encrassement des échangeurs thermiques induit un certain nombre d'effets indésirables ayant un coût économique ou environnemental non négligeable, ainsi :

- L'encrassement diminuant le coefficient de transfert thermique, le coût pour obtenir un coefficient de transfert thermique voulu augmente.
- L'encrassement peut provoquer un écart de température supérieur à la normale et ainsi augmenter les consommations énergétiques. Ceci peut aussi engendrer des pannes des équipements (surchauffe des compresseurs).
- Les coûts d'entretien sont plus élevés afin de supprimer les dépôts d'encrassement avec des produits chimiques et des dispositifs antisalissure ou mécanique ou encore le remplacement des équipements corrodés.
- Les coûts de consommation d'eau, d'électricité et de carburant augmentent pour compenser les effets de l'encrassement.
- Des pertes de production liées aux arrêts d'exploitation – planifiés ou non – causés par l'encrassement entraînent une augmentation des coûts d'exploitation.

- L'encrassement apporte aussi un risque environnemental. En effet, dans la référence (T.Casanueva-Robles and Bott 2005), il est montré que, lorsqu'il y a de l'encrassement, pour compenser la perte d'efficacité des échangeurs, la production est activée entraînant ainsi une augmentation de l'émission de dioxyde de carbone. Ainsi, l'existence d'un bio-film microbien d'une épaisseur de 300 μm dans les condenseurs d'une station thermique au charbon de 550MW peut entraîner une production supplémentaire de 970 kg par heure de dioxyde de carbone.

Les conséquences de l'encrassement sont donc nombreuses et il s'avère indispensable de lutter contre ce phénomène. En effet, différentes méthodes existent afin de limiter l'encrassement des échangeurs. On peut citer, à titre d'exemple, le traitement des fluides (filtrage, traitement chimique, ...) ou également le nettoyage des parois pendant les phases de fonctionnement par procédé mécanique (brossage, injection de boules en caoutchouc spongieux, ...) ou par traitement chimique (détartrant, ...), cf. (Marvillet, Bontemps et al. 1995; Kuppan 2000). Ces méthodes ne font que ralentir l'encrassement et un nettoyage complet des installations reste indispensable. Cela nécessite bien souvent l'arrêt complet de la production entraînant un coût non négligeable. Afin de réduire ces coûts de maintenance, il est intéressant de pouvoir détecter en temps réel l'état d'encrassement des dispositifs. Les méthodes classiques de détection sont basées sur le pesage de l'échangeur ou d'une de ses parties, sur l'examen du coefficient d'échange thermique ou de l'efficacité, sur l'observation simultanée des chutes de pression et du taux de débit massique, sur la mesure de la variation de température en entrée et en sortie d'un des deux fluides, sur l'utilisation d'outils de mesure à ultrasons ou électriques (Jonsson, Lalot et al. 2007). Aucune de ces solutions n'est parfaite et toutes exigent des conditions d'emploi particulières. Ainsi, la première nécessite l'arrêt de fonctionnement du processus, les trois suivantes nécessitent un fonctionnement en régime stationnaire (les débits massiques des fluides ne doivent pas trop varier). De même, outre leurs coûts, l'utilisation de capteurs ne constitue qu'une solution locale, l'efficacité dépendant fortement de leur placement.

Une autre classe de méthodes repose sur une modélisation du processus et de l'utilisation de techniques d'estimation en temps réel des paramètres ou des variables d'état du modèle retenu. Différentes méthodes de diagnostic, de classification ou d'observation sont possibles afin de détecter l'encrassement. Ainsi, l'utilisation de modèles type boîte noire tels que les réseaux de neurones a été proposée dans (Lalot, Palsson et al. 2007) ; la référence

(Jonsson, Lalot et al. 2007) est basée quant à elle sur la modélisation physique du processus et de l'emploi d'un filtre de Kalman étendu. Cette technique nécessite un modèle que nous allons découvrir et utiliser dans la suite de ce mémoire afin de pouvoir construire des observateurs permettant de détecter l'encrassement.

1.3 Modélisation d'un échangeur thermique

Nous considérons ici un échangeur tubulaire avec une circulation à contre-courant des deux fluides et représenté sur la Figure 1-6. Dans l'échangeur, un transfert thermique s'effectue entre un liquide chaud et un liquide froid sans contact entre ces deux liquides qui circulent le long d'une paroi de séparation métallique. Le liquide des deux fluides pour notre échangeur est de l'eau.

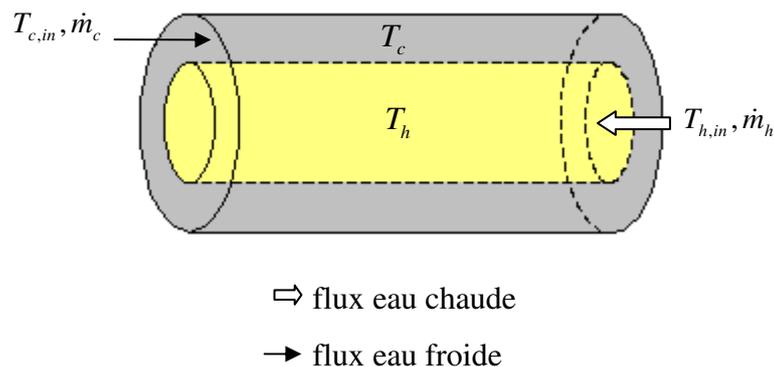


Figure 1-6 : Représentation du système réel : échangeur thermique

Nous reprenons ici la modélisation de l'échangeur proposée dans (Jonsson 1990; Jonsson, Lalot et al. 2007). Il nécessite les hypothèses suivantes :

- le transfert thermique vers l'environnement extérieur est négligeable ;
- les phénomènes de conduction thermique dans la paroi métallique et dans les fluides sont négligés ;
- les capacités thermiques massiques sont constantes ;
- les deux fluides sont supposés incompressibles.

L'échangeur est décomposé en un nombre N de sections supposées identiques. Les températures des fluides chaud et froid seront supposées uniformes dans chaque section. Elles seront indexées dans le sens du fluide (cf. Figure 1-7).

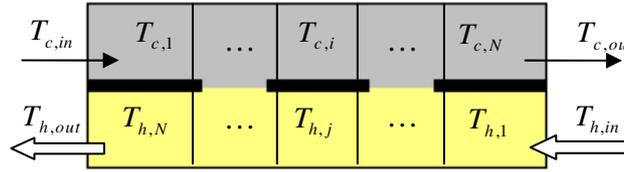


Figure 1-7 : Représentation d'un demi-échangeur avec N cellules

Par la suite, les indices h et c seront employés pour représenter, respectivement, les propriétés des fluides chaud et froid (*hot, cold*). Les notations suivantes seront utilisées :

- $T_{c,in}, T_{h,in}$: températures des fluides en entrée de l'échangeur ;
- $T_{c,i}, T_{h,N+1-i}$: températures des fluides dans la i -ème section ;
- $T_{c,out}, T_{h,out}$: températures des fluides en sortie de l'échangeur (et donc $T_{*,out} = T_{*,N}$) ;
- \dot{m}_h, \dot{m}_c : débits massiques ;
- A_h et A_c : aires des surfaces d'échange thermique ;
- c_c et c_h : capacités thermiques massiques ;
- M_h et M_c : masses des fluides dans l'échangeur ;
- U le coefficient de transfert thermique global.

Nous commencerons par le cas d'une cellule élémentaire ($N = 1$), le cas général correspondant à l'association en série de N cellules élémentaires.

1.3.1 Modèle avec une section

Le bilan énergétique s'écrit

$$\begin{cases} M_h c_h \frac{dT_{h,1}(t)}{dt} = \dot{m}_h(t) c_h [T_{h,in}(t) - T_{h,1}(t)] - A_h U(t) \Delta T(t) \\ M_c c_c \frac{dT_{c,1}(t)}{dt} = \dot{m}_c(t) c_c [T_{c,in}(t) - T_{c,1}(t)] + A_c U(t) \Delta T(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

où $A_h U(t) \Delta T(t)$ et $A_c U(t) \Delta T(t)$ représentent le transfert d'énergie entre les sections chaudes et froides. La quantité $\Delta T(t)$ représente la différence moyenne de température entre le fluide chaud et le fluide froid. Il existe dans la littérature différentes définitions de $\Delta T(t)$:

- la plus simple consiste en la différence des températures dans chaque section :

$$\Delta T(t)_{TD} = T_{h,1}(t) - T_{c,1}(t), \quad (1.2)$$

- la différence de températures arithmétique moyenne:

$$\Delta T(t)_{AMTD} = \frac{[T_{h,in}(t) + T_{h,1}(t)]}{2} - \frac{[T_{c,in}(t) + T_{c,1}(t)]}{2}, \quad (1.3)$$

- et enfin la différence de températures logarithmique moyenne :

$$\Delta T(t)_{LMTD} = \frac{(T_{h,1}(t) - T_{c,1}(t)) - (T_{h,in}(t) - T_{c,in}(t))}{\ln\left(\frac{(T_{h,1}(t) - T_{c,1}(t))}{(T_{h,in}(t) - T_{c,in}(t))}\right)} \quad (1.4)$$

Cette dernière se justifie dans le cadre d'un régime stationnaire obtenu pour des débits massiques des fluides constants. D'après (Jonsson 1990), la première expression conduit à des valeurs trop faibles de $\Delta T(t)$ ce qui entraîne soit une surestimation du coefficient de transfert thermique global via une méthode d'identification, soit une mauvaise précision du modèle en régime statique en utilisant des valeurs tabulées des paramètres. Les deux dernières expressions sont d'une précision équivalente. Du fait de sa simplicité, l'expression (1.3) de $\Delta T(t)$ sera utilisée par la suite.

Le modèle (1.1) peut être reformulé en introduisant le vecteur de paramètres suivant :

$$\theta(t) = [\alpha(t) \beta(t) \tau_h(t) \tau_c(t)]^T, \quad (1.5)$$

où :

$$\alpha(t) = \frac{A_h U(t)}{\dot{m}_h(t) c_h}, \beta(t) = \frac{A_c U(t)}{\dot{m}_c(t) c_c}, \tau_h(t) = \frac{M_h}{\dot{m}_h(t)}, \tau_c(t) = \frac{M_c}{\dot{m}_c(t)}, \quad (1.6)$$

Les paramètres $\alpha(t), \beta(t)$ sont sans dimension et correspondent au nombre d'unités de transfert lorsque la valeur minimale de $\dot{m}_c(t) c_c$ et $\dot{m}_h(t) c_h$ est atteinte. Les paramètres $\tau_h(t)$ et $\tau_c(t)$ sont homogènes au temps. Sous l'hypothèse (1.3), le modèle précédent peut s'écrire sous la forme de la représentation d'état d'un système linéaire à paramètres variants :

$$\begin{pmatrix} \dot{T}_{h,1}(t) \\ \dot{T}_{c,1}(t) \end{pmatrix} = A(\theta(t)) \begin{pmatrix} T_{h,1}(t) \\ T_{c,1}(t) \end{pmatrix} + B(\theta(t)) \begin{pmatrix} T_{h,in}(t) \\ T_{c,in}(t) \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

avec

$$A(\theta(t)) = \begin{pmatrix} -\frac{(1+\alpha(t)/2)}{\tau_h(t)} & \frac{\alpha(t)}{2\tau_h(t)} \\ \frac{\beta(t)}{2\tau_h(t)} & -\frac{(1+\beta(t)/2)}{\tau_c(t)} \end{pmatrix}, \quad B(\theta(t)) = \begin{pmatrix} \frac{(1-\alpha(t)/2)}{\tau_h(t)} & \frac{\alpha(t)}{2\tau_h(t)} \\ \frac{\beta(t)}{2\tau_h(t)} & \frac{(1-\beta(t)/2)}{\tau_c(t)} \end{pmatrix}.$$

Il est à noter que le même modèle serait obtenu dans le cas d'un écoulement à courant parallèle.

1.3.2 Modèle général

Le cas général s'obtient en associant en série N cellules élémentaires. En notant $A_{*,N} = A_* / N$ l'aire de la surface d'échange thermique, $M_{*,N} = M_* / N$ la masse du fluide $*$ pour chaque section, il vient le modèle général sous forme d'un système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} M_{h,N}c_h \frac{dT_{h,i}(t)}{dt} = \dot{m}_h(t)c_h [T_{h,i-1}(t) - T_{h,i}(t)] - A_{h,N}U(t) \left(\frac{T_{h,i-1}(t) + T_{h,i}(t)}{2} - \frac{T_{c,j-1}(t) + T_{c,j}(t)}{2} \right) \\ M_{c,N}c_c \frac{dT_{c,j}(t)}{dt} = \dot{m}_c(t)c_c [T_{c,j-1}(t) - T_{c,j}(t)] + A_{c,N}U(t) \left(\frac{T_{h,i-1}(t) + T_{h,i}(t)}{2} - \frac{T_{c,j-1}(t) + T_{c,j}(t)}{2} \right) \end{cases} \quad (1.8)$$

avec $j = N + 1 - i$ et la convention $T_{*,0} = T_{*,in}$ (pour $* \in \{h, c\}$). Ces indices varient de 0 à n avec 0 représentant la température d'entrée et n la température de sortie.

On peut reformuler ce système sous forme matricielle. Pour cela, notons

$$X(t) = \left[x_{[1]}^T \ x_{[2]}^T \ \dots \ x_{[N]}^T \right]^T \text{ avec } x_{[i]}(t) = \left[T_{h,i}(t) \ T_{c,N+1-i}(t) \right]^T, \quad \theta_N(t) = \theta(t) / N \text{ ainsi que}$$

$$B_1(\theta(t)) = B(\theta(t)) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B_2(\theta(t)) = B(\theta(t)) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Notons que B_1 est déduite de B en remplaçant sa deuxième colonne par un vecteur nul, tandis que B_2 s'obtient en remplaçant la première colonne. Une représentation d'état du système s'écrit alors :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} A(\theta_N(t)) & B_2(\theta_N(t)) & 0 & \cdots & 0 \\ B_1(\theta_N(t)) & A(\theta_N(t)) & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & B_2(\theta_N(t)) \\ 0 & \cdots & 0 & B_1(\theta_N(t)) & A(\theta_N(t)) \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} B_1(\theta_N(t)) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B_2(\theta_N(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{h,in} \\ T_{c,in} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$y = \begin{bmatrix} T_{h,out} \\ T_{c,out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} X$$

Remarque : lorsque $N \rightarrow \infty$, on obtient le modèle de dimension infinie décrit par les équations à dérivées partielles :

$$\rho \bar{A}_h c_h \frac{dT_h(t,x)}{dt} + \rho \bar{A}_h c_h v_h \frac{\partial T_h(t,x)}{\partial x} = P_h U(t) [T_c(t,x) - T_h(t,x)] \quad (1.11)$$

$$\rho \bar{A}_c c_c \frac{dT_c(t,x)}{dt} + \rho \bar{A}_c c_c v_c \frac{\partial T_c(t,x)}{\partial x} = P_c U(t) [T_h(t,x) - T_c(t,x)]$$

et $T_c(t,0) = T_{c,in}$; $T_h(t,0) = T_{h,in}$

où :

- P_h et P_c : périmètres thermiques,
- \bar{A}_h et \bar{A}_c : aires de la section traversée par chacun des flux,
- v la vitesse du flux
- ρ la densité

1.3.3 Amélioration du modèle et prise en compte de l'encrassement

1.3.3.1 Coefficient de transfert thermique global

Le coefficient de transfert thermique global correspond à la mise en série des résistances thermiques associées aux deux phénomènes de convection fluide/paroi. Il est donc défini par la relation :

$$\frac{1}{U(t) A_{h,N}} = \frac{1}{h_h A_{h,N}} + \frac{1}{h_c A_{c,N}} \quad (1.12)$$

Il a été montré dans (Jonsson and Palsson 1994) que la prise en compte de la dépendance du coefficient de transfert global vis-à-vis des débits massiques permet d'améliorer significativement la précision du modèle.

À partir de la formule empirique de Dittus-Boelter (cf. (Cengel 2002) p 441), il est possible de déduire l'expression des coefficients de transfert thermique :

$$h_*(t) = K_* \cdot \dot{m}_*^y(t), \quad * \in \{c, h\} \quad (1.13)$$

avec K_c , K_h et y constants. L'écoulement étant turbulent, la valeur de l'exposant y pourra être prise égale à 0,8.

En substituant (1.13) dans (1.12), nous pouvons écrire :

$$U(t) = \frac{A_{c,N} h_h(t) h_c(t)}{A_{h,N} h_h(t) + A_{c,N} h_c(t)} = \frac{A_{c,N} K_h K_c (\dot{m}_h(t) \dot{m}_c(t))^y}{A_{h,N} K_h \dot{m}_h^y(t) + A_{c,N} K_c \dot{m}_c^y(t)} \quad (1.14)$$

De plus, en posant $e = \frac{A_{h,N} K_h}{A_{c,N} K_c}$, il vient

$$U(t) = K_h \frac{(\dot{m}_c(t) \dot{m}_h(t))^y}{\dot{m}_c^y(t) + e \dot{m}_h^y(t)} \quad (1.15)$$

Considérons des valeurs de références (constantes) \dot{m}_h^* et \dot{m}_c^* pour les débits massiques des fluides chaud et froid. Pour ces débits massiques, le coefficient de transfert thermique global vaut :

$$U^* = K_h \frac{(\dot{m}_c^* \dot{m}_h^*)^y}{\dot{m}_c^{*y} + e \dot{m}_h^{*y}} \quad (1.16)$$

Nous pouvons ainsi réécrire les paramètres (1.6) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha^* \frac{\dot{m}_h^*}{\dot{m}_h(t)} \frac{U(t)}{U^*} & \text{avec} & \quad \alpha^* = \frac{A_{h,N} U^*}{\dot{m}_h^* c_h} \\ \tau_h(t) &= \tau_h^* \frac{\dot{m}_h^*}{\dot{m}_h(t)} & \text{avec} & \quad \tau_h^* = \frac{M_{h,N}}{\dot{m}_h^*} \\ \beta(t) &= \beta^* \frac{\dot{m}_c^*}{\dot{m}_c(t)} \frac{U(t)}{U^*} & \text{avec} & \quad \beta^* = \frac{A_{c,N} U^*}{\dot{m}_c^* c_c} \\ \tau_c(t) &= \tau_c^* \frac{\dot{m}_c^*}{\dot{m}_c(t)} & \text{avec} & \quad \tau_c^* = \frac{M_{c,N}}{\dot{m}_c^*}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Ce modèle peut encore être amélioré en prenant en compte l'influence de la température sur les coefficients de transfert thermique. Cependant, l'expérience (cf. (Jonsson and Palsson 1994)) montre que, du fait de l'augmentation du nombre de paramètres à identifier, le gain en précision n'est pas aussi significatif que celui obtenu en prenant en compte seulement l'influence des débits massiques et, par conséquent, ne justifie pas forcément l'utilisation de ce modèle plus complexe.

1.3.3.2 Effet de l'encrassement sur les paramètres du modèle

La modélisation précise du phénomène d'encrassement est délicate. Elle dépend du type d'encrassement et fait l'objet de nombreux travaux de recherche actuels (Müller-Steinhagen, Malayeri et al. 2009).

Lorsque l'encrassement est présent, la résistance thermique de la paroi augmente et conduit à une diminution du coefficient de transfert thermique global. Cette augmentation de la résistance thermique est mesurée au travers du facteur d'encrassement R_f défini par (Cengel 2002) :

$$\frac{1}{U(t)A_{h,N}} = \frac{1}{h_h A_{h,N}} + \frac{1}{h_c A_{c,N}} + \frac{R_f}{A_{h,N}}. \quad (1.18)$$

Le coefficient thermique global U dépend donc de l'état d'encrassement de l'échangeur, mais aussi des débits massiques. Nous avons donc choisi dans cette thèse de caractériser l'encrassement à travers l'évolution des paramètres α^* et β^* . Ce choix a également été fait dans les travaux (Jonsson, Lalot et al. 2007; Lalot, Palsson et al. 2007) et nous permettra donc de comparer les résultats de nos approches avec les leurs.

1.3.4. Modèle de l'échangeur retenu

Dans le cadre du projet DESURENEIR (DEtection et SURveillance de l'ENcrassement dans les Echangeurs de chaleur Isolés ou en Réseau) du programme interdisciplinaire Energie du CNRS, nous avons retenu comme banc d'essai un échangeur tubulaire à contre courant.

Le fluide considéré est de l'eau en phase liquide. Les dimensions du tube en acier inoxydable séparant les deux fluides sont de 14 mm pour le diamètre intérieur et de 18 mm pour son diamètre extérieur. Le diamètre intérieur du tube extérieur est de 26 mm. Pour finir la longueur de l'échangeur de chaleur est de 11 m.

Au moment de l'écriture de ce mémoire, le procédé expérimental n'avait pas encore été disponible. Nous travaillerons donc avec des données issues d'une modélisation fine du procédé et basée sur l'utilisation d'un logiciel CFD professionnel (Fluent de Ansys) et fournies par M. Lalot, professeur à l'UVHC et membre du laboratoire TEMPO. Ces données ont été également utilisées dans des travaux antérieurs de certains membres du projet DESURENEIR (Jonsson, Lalot et al. 2007; Lalot, Palsson et al. 2007), ceci nous permettant ainsi d'effectuer un bilan comparatif de méthodes d'estimation en ligne de l'encrassement.

Pour la modélisation, il a été montré (Jonsson 1990) que, pour ce type d'échangeur de dimension relativement modeste, il est suffisant d'effectuer une discrétisation en deux sections du procédé (Figure 1-8).

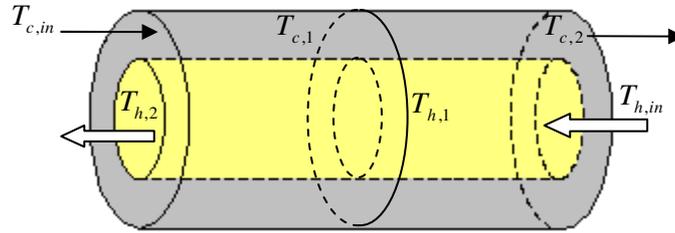


Figure 1-8 : Échangeur thermique avec 2 sections

En utilisant les résultats des paragraphes précédents, le modèle du système peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta, u)x + B(\theta, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1.19)$$

avec :

- l'état du système x défini par :

$$x = (T_{h,1} \quad T_{h,2} \quad T_{c,1} \quad T_{c,2})^T, \quad (1.20)$$

- les variables d'entrées correspondant aux températures d'entrées ainsi qu'au débits des fluides chaud et froid :

$$u = [T_{h,in} \quad T_{c,in} \quad \dot{m}_h \quad \dot{m}_c]^T \quad (1.21)$$

- le vecteur des mesures au sein duquel on supposera que, outre les entrées précédentes, seules les températures en sortie sont mesurées,

$$y = [T_{h,2} \quad T_{c,2}]^T$$

- le vecteur de paramètres relatif à l'encrassement $\theta(t)$ donné par :

$$\theta = [\alpha^*, \beta^*] \quad (1.22)$$

- les matrices du système définies par :

$$A(\theta, u) = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*} - \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U & 0 & \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U & \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U \\ \frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*} - \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U & -\frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*} - \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U & \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U & 0 \\ \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U & \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U & -\frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*} - \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U & 0 \\ \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U & 0 & \frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*} - \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U & -\frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*} - \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U \end{bmatrix},$$

$$B(\theta, u) = \begin{bmatrix} \frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*} - \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U & 0 \\ 0 & \frac{\alpha^*}{2\tau_h^*} \gamma_U \\ 0 & \frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*} - \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U \\ \frac{\beta^*}{2\tau_c^*} \gamma_U & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où $\gamma_U = \gamma_U(\dot{m}_c, \dot{m}_h) = \frac{U(t)}{U^*} = \frac{(\dot{m}_h \dot{m}_c)^y (\dot{m}_c^{*y} + e \dot{m}_h^{*y})}{(\dot{m}_h^* \dot{m}_c^*)^y (\dot{m}_c^y + e \dot{m}_h^y)}$. Les autres paramètres sont définis

comme au paragraphe 1.3.3.

Nous prendrons dans les chapitres suivants les valeurs suivantes :

$$\dot{m}_h^* = 0,1083 \text{ kg.s}^{-1} ; \dot{m}_c^* = 0,1803 \text{ kg.s}^{-1} ;$$

$$\tau_h^* = 7,7392 \text{ s} ; \tau_c^* = 8,3502 \text{ s} ;$$

$$e = 1,11 ; y = 0,8.$$

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté différents types d'échangeurs thermiques, ainsi que leur principe de fonctionnement. Nous avons énuméré les problèmes environnementaux ou économiques qui peuvent être engendrés par l'encrassement dans les échangeurs de chaleur. La détection de l'encrassement est un problème actuel et faisant l'objet de nombreuses recherches. Dans ce mémoire, nous voulons traiter la détection en temps réel et ainsi pouvoir

estimer son évolution au court du temps. Pour cela, le modèle d'un échangeur thermique tubulaire a été considéré dans ce chapitre et sera utilisé tout au long de ce mémoire.

Nous avons pu voir dans ce modèle que l'encrassement est lié à deux paramètres principaux. Des méthodes permettant de les estimer seront proposées dans les chapitres suivants. Celles-ci seront basées sur la reconstruction d'état et utiliseront des observateurs non linéaires. Nous allons présenter dans le chapitre suivant un état de l'art sur la théorie de l'observation.

Chapitre 2. Un bref état de l'art sur l'observation des systèmes dynamiques

2.1 INTRODUCTION	27
2.2 OBSERVABILITE.....	27
2.2.1 Définitions	27
2.2.2 Test d'observabilité locale faible	29
2.3 QUELQUES RAPPELS SUR LES OBSERVATEURS	31
2.4 OBSERVATEURS DE TYPE TAKAGI-SUGENO.....	35
2.4.1 Généralités sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno	35
2.4.2 Construction d'un modèle Takagi-Sugeno	37
- Cas d'une seule non-linéarité	37
- Cas général.....	37
2.4.3 Les observateurs de type Takagi-Sugeno avec prémisses mesurables.....	39
2.4.4 Les observateurs de type Takagi-Sugeno avec prémisses non mesurables.....	41
2.4.5 Les observateurs à entrées inconnues.....	43
2.5 CONCLUSION	44

2.1 Introduction

Il existe de nombreuses méthodes dédiées à la détection de défauts. Certaines utilisent des techniques de reconnaissance de formes, de classification, ..., d'autres nécessitent la connaissance d'un modèle du processus ou du signal (cf. (Isermann 2006)). Dans cette thèse, nous nous plaçons plus particulièrement dans le cadre de cette deuxième classe de méthodes et avons choisi pour la détection de l'encrassement d'estimer en ligne les paramètres α et β définis au premier chapitre – cette identification se fera à l'aide d'observateurs non linéaire que nous allons développer dans les chapitres suivants.

Lorsque l'état d'un système n'est pas entièrement mesurable, on peut arriver - sous certaines conditions dites d'observabilité - à le reconstruire à partir des entrées et sorties connues par l'intermédiaire d'un observateur. Preuve de l'importance pratique et théorique, ainsi que de la complexité du sujet, la littérature sur le domaine est abondante. Aussi, sans viser à l'exhaustivité, ce chapitre fait un récapitulatif des principaux types d'observateurs existant. Il est décomposé en trois parties principales. La première partie aborde la propriété d'observabilité des systèmes. La deuxième partie, quant à elle, présente différents types d'observateurs en commençant par le cadre plus simple des systèmes linéaires, puis celui des systèmes non linéaires. La troisième et dernière section de ce chapitre est dédiée à la synthèse d'observateurs de systèmes non linéaires représentés par un modèle de type Takagi-Sugeno qui est l'objet principal des travaux de cette thèse. Après avoir défini ce type de modèles non linéaires, nous rappelons comment obtenir un modèle sous cette forme à partir de la représentation d'état usuelle d'un système non linéaire. Enfin, nous présentons quelques résultats concernant la synthèse d'observateurs utilisant ce formalisme.

2.2 Observabilité

2.2.1 Définitions

Prenons un système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.1)$$

où $x(t) \in X \subset \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $y(t) \in \mathbb{R}^p$. Les entrées u admissibles seront des fonctions mesurables bornées à valeur dans un ensemble $\Omega \subset \mathbb{R}^m$. Les applications f et h seront supposées suffisamment dérivables afin de garantir l'existence et l'unicité de solutions définies sur \mathbb{R} . Nous noterons $x(t, x_0, u)$ et $y(t, x_0, u)$ l'état et la sortie du système (2.1) pour une entrée $u(t)$ et une condition initiale x_0 .

La propriété d'observabilité correspond à la possibilité de pouvoir reconstruire l'état $x(t)$ du système (2.1) à partir de l'observation des entrées et sorties du système sur un horizon de temps fini. Pour une entrée donnée, la solution $x(t)$ est définie de manière unique par son état initial. Ce fait essentiel a conduit (Hermann and Krener 1977) aux définitions suivantes (cf. aussi (Bornard, Celle-Couenne et al. 1993) et (Besançon 2007)).

- *Indiscernabilité* : Soit U un sous-ensemble de \mathbb{R}^n . Deux états initiaux x_0 et \tilde{x}_0 de U sont dits *indiscernables* sur U si, pour toute entrée admissible u , et pour tout instant $t \geq 0$ tel que les états $x(t, x_0, u)$ et $x(t, \tilde{x}_0, u)$ restent dans U , alors les sorties $y(t, x_0, u)$ et $y(t, \tilde{x}_0, u)$ sont identiques. Nous noterons $I_U(x)$ l'ensemble des états indiscernables sur U de x .
- *Observabilité* : Le système (2.1) est dit *observable en* x_0 si $I_X(x_0) = \{x_0\}$ et s'il n'existe aucune paire indiscernable sur l'espace d'état X , c'est-à-dire, $I_X(x) = \{x\}$ pour tout $x \in X$; il est dit *localement observable en* x_0 si, pour tout voisinage ouvert U de x_0 , $I_U(x_0) = \{x_0\}$; il est dit *localement observable* s'il est localement observable en tout point x_0 de X .
- *Observabilité faible* : Le système (2.1) est dit *faiblement observable en* x_0 si, dans un voisinage de x_0 , il n'existe pas d'état indiscernable de x_0 ; il est dit *faiblement observable* s'il est faiblement observable en tout point x_0 de X .
- *Observabilité locale faible* : Le système (2.1) est dit *localement faiblement observable en* x_0 s'il existe un voisinage U de x_0 tel que, pour tout voisinage V de x_0 contenu dans U , on a $I_V(x_0) = \{x_0\}$; il est dit *localement faiblement observable* s'il est faiblement localement observable en tout point x_0 de X .

Remarquons que, dans les définitions précédentes, le choix de l'entrée permettant de discerner deux états initiaux peut dépendre de ces états initiaux, ceci conduit à la notion d'entrée universelle (Bornard, Celle-Couenne et al. 1993) et à la nouvelle notion d'observabilité dite uniforme.

- *Entrée universelle* : une entrée u est *universelle* sur $[0, T]$ si pour tout couple d'états initiaux $x_0 \neq \tilde{x}_0$, il existe $t \in [0, T]$ tel que $y(t, x_0, u(t)) \neq y(t, \tilde{x}_0, u(t))$. Une entrée non universelle est dite singulière.
- *Observabilité uniforme* : le système (2.1) est dit uniformément observable si toute entrée admissible est universelle.

2.2.2 Test d'observabilité locale faible

L'observabilité est une propriété difficile à analyser dans le cas des systèmes non linéaires du fait qu'elle dépend de l'entrée appliquée. Cependant, pour la propriété d'observabilité locale faible, il existe un critère analytique appelé condition du rang et basé sur la détermination de la dimension d'un sous-espace vectoriel de fonctions particulier nommé l'espace d'observation.

Définition (Espace d'observation) : L'espace d'observation \mathcal{O} du système (2.1) est le plus petit \mathbb{R} -espace vectoriel de fonctions définies sur X à valeurs réelles contenant les fonctions h_1, \dots, h_p (fonctions composantes de h) et fermé pour la dérivation de Lie par rapport à tous les champs de vecteurs de la forme $f_u(x) = f(x, u)$ où u est une entrée constante à valeur dans Ω .

On notera également $d\mathcal{O}$ l'espace des différentielles des fonctions dans \mathcal{O} et $d\mathcal{O}(x)$ l'espace des vecteurs obtenus en évaluant les éléments de $d\mathcal{O}$ en x . On a alors le résultat suivant :

Théorème (Hermann and Krener 1977) : Si $\dim d\mathcal{O}(x_0) = n$, alors, le système (2.1) est faiblement localement observable en x_0 .

- **Cas particulier des systèmes linéaires stationnaires**

Dans le cas des systèmes linéaires de représentation d'état

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

où A, B, C et D sont des matrices de tailles appropriées, en appliquant le critère précédent, on montre que le système est faiblement localement observable si et seulement si

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n. \quad (2.3)$$

Remarquons que pour cette classe de systèmes, la propriété d'observabilité faible locale est équivalente à celle d'observabilité. La condition (2.3) est appelée critère d'observabilité de Kalman.

- **Application au modèle de l'échangeur thermique**

Reprenons le modèle de l'échangeur thermique vu au chapitre 1 et mettons le sous la forme suivante afin de vérifier son observabilité.

$$\begin{cases} \dot{T}_{h,1} = u_h (T_{h,in} - T_{h,1}) + c_h \alpha (T_{c,2} + T_{c,1} - T_{h,1} - T_{h,in}) \\ \dot{T}_{h,2} = u_h (T_{h,1} - T_{h,2}) + c_h \alpha (-T_{h,2} + T_{c,1} - T_{h,1} + T_{c,in}) \\ \dot{T}_{c,1} = u_c (T_{c,in} - T_{c,1}) + c_c \beta (T_{h,2} - T_{c,1} + T_{h,1} - T_{c,in}) \\ \dot{T}_{c,2} = u_c (T_{c,1} - T_{c,2}) + c_c \beta (-T_{c,2} - T_{c,1} + T_{h,1} + T_{h,in}) \\ y_1 = T_{h,2} \\ y_2 = T_{c,2} \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec

$$u_h = \frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* m_h}, u_c = \frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* m_c}$$

$$c_h = \frac{\gamma_U}{2\tau_h^*}, c_c = \frac{\gamma_U}{2\tau_c^*}$$

Cherchons la matrice d'observabilité en prenant $\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} dh_1 \\ dh_1^1 \\ dh_2 \\ dh_2^1 \end{pmatrix}$.

Nous avons

$$\begin{aligned}
 dh_1 &= \left(\frac{\partial h_1}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_3} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_4} \right) = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \\
 dh_1^1 &= \left(\frac{\partial L_{f+gu} h_1}{\partial T_{h,1}} \quad \frac{\partial L_{f+gu} h_1}{\partial T_{h,2}} \quad \frac{\partial L_{f+gu} h_1}{\partial T_{c,1}} \quad \frac{\partial L_{f+gu} h_1}{\partial T_{c,2}} \right) = (u_h - c_h \alpha \quad -u_h - c_h \alpha \quad c_h \alpha \quad 0) \\
 L_{f+gu} h_1 &= u_h (T_{h,1} - T_{h,2}) + c_h \alpha (-T_{h,2} + T_{c,1} - T_{h,1} + T_{c,in}) \\
 dh_2 &= \left(\frac{\partial h_2}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h_2}{\partial x_2} \quad \frac{\partial h_2}{\partial x_3} \quad \frac{\partial h_2}{\partial x_4} \right) = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1) \\
 dh_1^1 &= \left(\frac{\partial L_{f+gu} h_2}{\partial T_{h,1}} \quad \frac{\partial L_{f+gu} h_2}{\partial T_{h,2}} \quad \frac{\partial L_{f+gu} h_2}{\partial T_{c,1}} \quad \frac{\partial L_{f+gu} h_2}{\partial T_{c,2}} \right) = (c_c \beta \quad 0 \quad -u_c - c_c \beta \quad u_c - c_c \beta) \\
 L_{f+gu} h_2 &= u_c (T_{c,1} - T_{c,2}) + c_c \beta (-T_{c,2} - T_{c,1} + T_{h,1} + T_{h,in})
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Ainsi la matrice d'observabilité est de la forme suivante :

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ u_h - c_h \alpha & -u_h - c_h \alpha & c_h \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ c_c \beta & 0 & -u_c - c_c \beta & u_c - c_c \beta \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

Nous pouvons facilement voir que lorsque les paramètres de α et β sont fixés à une certaine valeur (période clean de l'échangeur thermique), il existe au moins une entrée u universelle où l'on obtient la matrice d'observabilité de rang 4. Ce qui permet de dire que lorsque le modèle de l'échangeur est dans la période d'encrassement (α et β varient), il existera aussi une entrée u où l'on obtiendra la matrice d'observabilité de rang 4. On peut quand même voir que pour certaines valeurs ce modèle admet aussi des entrées singulières.

Nous pouvons ainsi conclure d'après les définitions d'observabilité que le système est localement faiblement observable.

2.3 Quelques rappels sur les observateurs

Un observateur ou reconstituteur d'état est un système dynamique permettant de reconstruire en temps réel l'état courant d'un système à partir de ses entrées et sorties. Ceci est illustré à travers la figure suivante où le vecteur d'état estimé est noté \hat{x} .

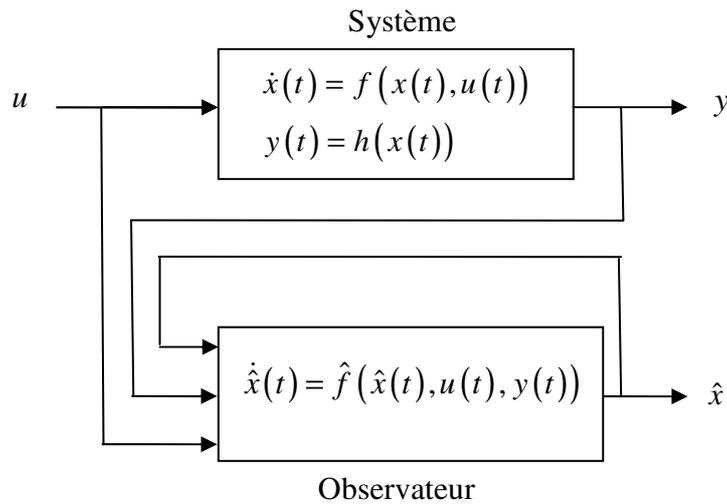


Figure 2-1 Représentation d'un observateur

On souhaite en général les caractéristiques suivantes :

- la convergence asymptotique de $\hat{x}(t)$ vers $x(t)$ (globalement ou localement) :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{x}(t) - x(t)\| = 0$$

- une estimation exacte lorsque l'initialisation est identique :

$$\text{si } \hat{x}(0) = x(0) \text{ alors } \forall t \geq 0, \hat{x}(t) = x(t)$$

Ces caractéristiques sont celles d'un observateur asymptotique.

La dynamique de l'observateur est en général fixée de la façon suivante :

$$\hat{f}(\hat{x}, u, y) = f(\hat{x}, u) + G(t, u, y)(y(t) - h(\hat{x}(t))) \quad (2.7)$$

où le gain d'observation $G(t, u, y)$ est déterminé afin d'assurer la convergence de l'état estimé vers l'état réel.

- *Cas des systèmes linéaires :*

Lorsque le système est linéaire et stationnaire, il est possible de choisir un gain d'observation constant $G(t, u, y) = K$ conduisant à un observateur dit de Luenberger. Si le système est observable, le gain K peut être réglé de façon à avoir une convergence exponentielle avec un taux de convergence arbitraire. (Luenberger 1964; Bonnans and Rouchon 2003). Dans le cas des systèmes linéaires non stationnaires, il existe, sous certaines conditions d'observabilité, des observateurs asymptotiques de type Kalman où le gain d'observation est obtenu en résolvant en ligne des équations différentielles de type Riccati ou Lyapunov (Besançon 2007).

Le cas des systèmes non linéaires est bien sur plus complexe. Il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode universelle de synthèse d'observateurs pouvant être appliquée à tous les modèles non linéaires et garantissant la convergence vers zéro de l'erreur d'observation. Par contre, différents auteurs ont mis en évidence des structures de modèles pour lesquelles, moyennant certaines conditions, des observateurs asymptotiques peuvent leur être associées.

- *Filtre de Kalman étendu*

Le filtre de Kalman étendu est une extension directe du filtre de Kalman classique aux cas des systèmes non linéaires : il est basé sur la structure (2.7) où le gain d'observation se calcule en appliquant les techniques du filtre de Kalman classique en remplaçant le système non linéaire par son linéarisé tangent évalué le long de la trajectoire estimée. Il est très utilisé en pratique, bien que la convergence de l'observateur ne soit prouvée que localement ou pour des structures spécifiques (Besançon 2007).

Dans le cadre de la détection d'encrassement dans les échangeurs thermique, les auteurs de (Jonsson, Lalot et al. 2007) ont utilisé le filtre de Kalman étendu dans un cadre stochastique. Cette méthode nécessite un grand nombre d'essais lors de la partie apprentissage pour que le filtre de Kalman étendu fonctionne.

- *Observateur à dynamique de l'erreur linéaire*

La synthèse d'un observateur peut être particulièrement simplifiée si le système possède une structure adaptée, ainsi, pour tout système s'écrivant sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(y, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.8)$$

où la paire de matrices (A, C) est observable, il est aisé de voir qu'en utilisant un observateur de Luenberger de gain K , la dynamique de l'erreur d'observation peut s'écrire sous la forme

$$\dot{e} = (A - KC)e \quad (2.9)$$

Le gain de l'observateur peut alors être calculé en utilisant les techniques du linéaire.

L'existence d'un changement de variable permettant de passer d'une représentation générale (2.1) à la forme (2.8) a été étudiée par plusieurs auteurs (Bestle et Zeit, 1983), (Krener et Isidori, 1983). Si des conditions nécessaires et suffisantes de l'existence de ce changement de variables sont disponibles (Krener et Respondek, 1985), cette méthode est cependant difficile

à utiliser en pratique, car elle nécessite la résolution d'équations aux dérivées partielles et la résolution de systèmes d'équations non linéaires (Zeitz, 1987).

– *Observateur de Thau-Luenberger*

Il est aussi possible d'utiliser un observateur de Luenberger à gain constant pour reconstruire l'état d'un système non linéaire. Ainsi, dans les travaux (Thau, 1973), (Kou, Elliott et al. 1975), les auteurs considèrent les systèmes de la classe (2.1) s'écrivant sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \phi(x, u) \\ y = Cx \end{cases}, \quad (2.10)$$

où la paire de matrices (A, C) est observable et la fonction ϕ est uniformément lipschitzienne en x . Si la constante de Lipschitz de cette fonction n'est pas trop grande, alors il est possible de déterminer un observateur pour le système (2.10) de la forme

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \phi(\hat{x}, u) + K(y - \hat{y}). \quad (2.11)$$

On pourra également se référer aux publications (Levine 2009), (Robertsson 1999) pour plus de détails concernant cette technique.

- *Observateurs à grand gain*

Il existe de nombreux travaux concernant une classe particulière de systèmes (2.8) dits à structure triangulaire. Dans le cas mono-sortie, ces systèmes peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + g_1(x_1, u) \\ x_3 + g_2(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ x_n + g_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, u) \\ f_n(x) + g_n(x, u) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

avec $y = x_1$. Il est possible de trouver (Gauthier, Hammouri et al. 1992) une famille de gains d'observateur K paramétrée par un scalaire θ telle que l'observateur (2.7) associé est exponentiellement convergent si ce paramètre θ est choisi suffisamment grand. De plus, le taux de convergence exponentielle peut être choisi arbitrairement. Un tel observateur est dit à grand gain. Des extensions aux cas multi-sortie existent (Busawon, Farza et al. 1996; Farza, Busawon et al. 1998). Notons que cette structure triangulaire a aussi été exploitée pour la synthèse d'observateurs à modes glissants (cf. (Barbot, Boukhobza et al. 1996; Boukhobza, Djemai et al. 2003; Floquet and Barbot 2007)).

- *Observateurs adaptatifs*

Les techniques précédentes nécessitent la connaissance du modèle du système pour pouvoir reconstruire l'état. Lorsque certains paramètres du modèle sont inconnus, il est parfois possible d'estimer simultanément leurs valeurs ainsi que l'état avec un observateur dit adaptatif. Une solution simple consiste à considérer un système augmenté obtenu en ajoutant aux variables d'état les paramètres et d'utiliser les techniques d'observation précédentes. La synthèse d'un observateur adaptatif est aussi simplifiée si le système est mis sous une forme adéquate comme, par exemple, la forme observateur adaptatif proposé dans (Besancon 2000) et (Landau and Besançon-Voda 2001).

Les techniques présentées ci-dessus nécessitent la mise en forme du système sous une structure particulière. L'objectif visé dans le cadre de cette thèse est de dégager une méthodologie de détection de l'encrassement pouvant être utilisée pour différents types d'échangeurs de chaleur, voire même à des réseaux d'échangeurs. La synthèse d'observateurs basée sur la représentation de Takagi-Sugeno est applicable sans modification profonde du système. Elle semble donc particulièrement intéressante dans le cadre de notre projet. C'est pour ces raisons que nous allons traiter la section suivante à la présentation de cette méthode.

2.4 Observateurs de type Takagi-Sugeno

2.4.1 Généralités sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno

La logique floue est extrêmement utilisée dans les domaines de l'automatique et de l'industrie. En effet, elle peut être appliquée dans différentes disciplines telles que la gestion de base de données, le traitement du signal, la commande de systèmes automatiques, etc. Mais elle s'applique surtout dans le domaine suivant : la conception de régulateurs pour des procédés difficilement modélisables ou des procédés modélisables (voir par exemple (Guelton 2003; Mansouri 2005; Lendek 2009)).

Un modèle flou de type Takagi-Sugeno est une description d'un système sous la forme suivante (Takagi and Sugeno 1985; Morère 2001; Tanaka and Wang 2001) :

$$R_i : \text{Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i \text{ et } \dots \text{ et } z_p(t) \text{ est } F_p^i \text{ alors}$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (2.13)$$

où $z(t) = [z_1(t) \ \dots \ z_p(t)]^T$ est le vecteur des prémisses, F_p^i sont les sous-ensembles flous du modèle, les vecteurs x , u et y représentent les variables d'état, d'entrée et de sortie du système.

Chaque règle R^i est pondérée par un poids $w_i(z(t))$ qui dépend des degrés d'appartenance des $z_j(t)$ aux F_j^i , notés $F_j^i(z_j(t))$. Le connecteur "et" reliant les prémisses est choisi comme produit conduisant à l'expression

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.14)$$

avec $\forall t, w_i(z(t)) \geq 0$

Les sorties finales des modèles flous sont alors calculées comme suit :

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (2.15)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (2.16)$$

Avec $h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$ qui vérifie la propriété de somme convexe suivante :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \text{ et } h_i(z(t)) \geq 0 \text{ pour tout } t \quad (2.17)$$

Ces modèles peuvent être obtenus de différentes façons : soit directement par identification (cf. Takagi et Sugeno 1985, Gasso 2000), soit à partir d'un modèle non linéaire classique. Dans ce dernier cas, le modèle Takagi-Sugeno peut être obtenu par approximation des équations du modèle non linéaire (par exemple, à partir de linéarisations du modèle en différents points de fonctionnement – approche multi-modèle) ou au contraire décrire

exactement le modèle non linéaire. C'est cette dernière approche que nous allons développer ci-dessous.

2.4.2 Construction d'un modèle Takagi-Sugeno

Nous présentons ci-dessous l'approche par secteurs non linéaires proposée par (Tanaka and Wang 2001) permettant de passer d'un modèle non linéaire affine en la commande à un modèle Takagi-Sugeno.

- Cas d'une seule non-linéarité

Nous allons voir un exemple de modèle Takagi-Sugeno (Morère 2001) avec une seule non-linéarité appelée ici m

$$\dot{x}(t) = m(x(t))x(t) + u(t) \quad (2.18)$$

La non-linéarité m est supposée bornée sur un domaine \mathcal{D} donné, nous noterons \underline{m} son minimum et \bar{m} son maximum.

Posons :

$$h_1(x) = \frac{\bar{m} - m(x)}{\bar{m} - \underline{m}} \text{ et } h_2(x) = 1 - h_1(x) \quad (2.19)$$

On peut remarquer que, par construction, $h_1(x)$ et $h_2(x)$ sont telles que :

$$\begin{aligned} i) \quad & h_1(x) \geq 0 \text{ et } h_2(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{D} \\ ii) \quad & h_1(x) + h_2(x) = 1, \forall x \in \mathcal{D} \\ iii) \quad & m(x) = h_1(x)\underline{m} + h_2(x)\bar{m} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Le système (2.18) peut être réécrit sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x)(a_i x + b_i u) \quad (2.21)$$

où $a_1 = \underline{m}$, $a_2 = \bar{m}$ et $b_1 = b_2 = 1$

Nous avons deux fonctions linéaires interconnectées par les fonctions non-linéaires h_i . Ce modèle constitue une représentation exacte du modèle initial dans le domaine \mathcal{D} .

- Cas général

Considérons un modèle non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(x)x + G(x)u \\ y = C(x)x \end{cases} \quad (2.22)$$

avec $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$. Supposons que les matrices $A(\cdot)$, $G(\cdot)$ et $H(\cdot)$ peuvent se décomposer sous la forme

$$A(x) = \bar{A}_0 + \sum_{i=1}^q \bar{A}_i z_i(x) \quad G(x) = \bar{G}_0 + \sum_{i=1}^q \bar{G}_i z_i(x) \quad C(x) = \bar{C}_0 + \sum_{i=1}^q \bar{C}_i z_i(x)$$

où les $z_i(x)$ sont des fonctions de x à valeurs réelles représentant les non-linéarités du modèle. On suppose ces fonctions bornées dans un domaine \mathcal{D} et on note \bar{z}_i et \underline{z}_i leur maximum et minimum sur \mathcal{D} . En utilisant les résultats précédents, il existe des fonctions positives $\alpha_i^j(z_i)$ pour $i \in \{1, \dots, r\}$, $j \in \{0, 1\}$ telles que :

$$\begin{aligned} z_i &= \alpha_i^0(z_i) \underline{z}_i + \alpha_i^1(z_i) \bar{z}_i \\ \alpha_i^0(z_i) + \alpha_i^1(z_i) &= 1. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Soit k un nombre entier compris entre 1 et $r = 2^q$, alors la décomposition en binaire de $k-1$ peut s'écrire sous la forme : $k = k_1 + 2k_2 + \dots + 2^{r-1}k_{q-1}$ (avec $k_i \in \{0, 1\}$). Posons

$$h_k(z) = \prod_{1 \leq i \leq q} \alpha_i^{k_i}(z_i).$$

On a alors $h_k(z) \geq 0$, $\sum_{k=1}^{2^q} h_k = 1$ et $\alpha_i^j = \alpha_i^j \prod_{k \neq i} (\alpha_k^0 + \alpha_k^1) = \sum_{1 \leq k \leq 2^q : k_i = j} h_k$,

Définissons alors les matrices $A_k = \bar{A}_0 + \sum_{i=1}^r ((1-k_i) \underline{z}_i + k_i \bar{z}_i) \bar{A}_i$, et de même pour les matrices

B_k , C_k , il vient alors l'écriture du système sous la forme de Takagi-Sugeno :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{k=1}^{2^q} h_k(z) (A_k x + B_k u) \\ y = \sum_{k=1}^{2^q} h_k(z) C_k x \end{cases} \quad (2.24)$$

Remarques :

- Lorsque le modèle non linéaire initial possède q non-linéarités, alors le modèle de Takagi-Sugeno possède $r = 2^q$ règles.
- La décomposition du système quasi-linéaire (2.17) n'est pas unique.
- Dans la méthode décrite ci-dessus, les variables de prémisses $z(t)$ dépendent uniquement de l'état. On peut considérer de la même manière le cas où elles dépendent aussi de l'entrée, de signaux exogènes, ...

- Pour simplifier l'écriture du système, nous introduisons la convention suivante :

la combinaison convexe $\sum_{i=1}^r h_i(z) X_i$ sera notée X_z . Le modèle de Takagi-Sugeno

(2.24) s'écrit alors sous la forme condensée

$$\begin{cases} \dot{x} = A_z x + B_z u \\ y = C_z x \end{cases} \quad (2.25)$$

2.4.3 Les observateurs de type Takagi-Sugeno avec prémisses mesurables

Une structure d'observateur de type Takagi-Sugeno (Tanaka and Wang 2001) pour un modèle (2.24) est représenté par le schéma suivant :

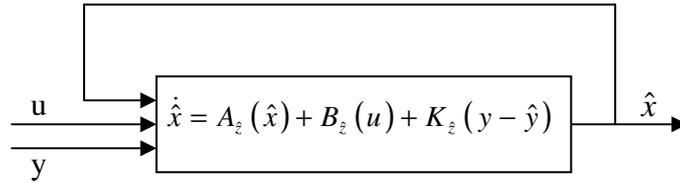


Figure 2-2 : Schéma d'un observateur

En entrée de l'observateur, nous avons la commande et la sortie du modèle et en sortie de l'observateur nous obtenons une estimation de l'état.

Les observateurs basiques de type Takagi-Sugeno sont définis comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) (C_i \hat{x}(t)) \end{cases} \quad (2.26)$$

où $\hat{x}(t)$ représente le vecteur d'état reconstruit et les K_i sont les gains de l'observateur.

Pour assurer la convergence de l'observateur flou (2.26), on considère l'erreur d'estimation du vecteur d'état donnée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.27)$$

Tenant compte du modèle TS (2.24) et de l'observateur (2.26), la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x + B_i u) - \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t))) \quad (2.28)$$

et si on admet que $z = \hat{z}$, (cas où z est mesurable), on peut simplifier l'expression précédente :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - K_i C_j) e(t) \quad (2.29)$$

Le but est alors de déterminer les valeurs des gains K_i permettant d'assurer la convergence vers zéro de la dynamique de l'erreur d'estimation.

Pour cela, considérons la fonction quadratique de Lyapunov candidate définie positive

$$V(e) = e^T P e \quad (2.30)$$

Pour que e converge asymptotiquement vers 0, il nous suffit que sa dérivée soit définie négative ainsi que la matrice symétrique P .

$$\dot{V}(e) = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} < 0 \quad (2.31)$$

Nous obtenons la condition suffisante pour la stabilité de l'équilibre $e = 0$ de (2.29) :

$$\dot{V}(e) = e^T [A_z^T P + P A_z - C_z^T K_z^T P - P K_z C_z] e < 0 \quad (2.32)$$

\dot{V} est définie négative si P et K_z sont tels que :

$$A_z^T P + P A_z - C_z^T K_z^T P - P K_z C_z < 0, P > 0 \quad (2.33)$$

Cette inégalité matricielle n'est pas linéaire car le dernier terme comporte un produit des deux variables inconnues P et K_z .

Posons maintenant $N_z = P K_z$ et

$$\Upsilon_{ij} = A_i^T P + P A_i - C_i^T N_j^T - N_j C_i \quad (2.34)$$

Alors l'inégalité (2.33) s'écrit sous la forme d'une PLMI (inégalité matricielle linéaire paramétrisée) :

$$\Upsilon_{zz} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z) h_j(z) \Upsilon_{ij} < 0 \quad (2.35)$$

Une condition suffisante pour que Υ_{zz} soit définie négative pour tous les $h_i(z) \in [0,1]$ est obtenue en utilisant le **théorème de relaxation** de Tanaka et al. (Tanaka, Ikeda et al. 1998).

On déduit que si les LMIs :

$$\begin{aligned} \Upsilon_{ii} &< 0 & \forall i \in \{1, \dots, r\} \\ \Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji} &< 0 & \forall i, j \in \{1, \dots, r\}, i < j \end{aligned} \quad (2.36)$$

sont vérifiées alors l'équilibre $e = 0$ de (2.29) est asymptotiquement stable.

Si cet ensemble de LMI est réalisable, alors il est possible d'obtenir les valeurs des matrices P et N_i , et donc les gains matriciels K_i de l'observateur par la relation : $K_i = P^{-1}N_i$.

Remarques : Dans le cas où la fonction de sortie est linéaire (cas où toutes les matrices C_i sont égales à une matrice C), alors les conditions (2.36) se réduisent aux r LMIs suivantes :

$$A_i^T P + P A_i - C^T N_i^T - N_i C < 0, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, r\} \quad (2.37)$$

Nous pouvons aussi remarquer qu'en utilisant le système étendu du modèle de l'échangeur thermique (2.4) c'est-à-dire en utilisant le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_{h,1} = u_h (T_{h,in} - T_{h,1}) + c_h \alpha (T_{c,2} + T_{c,1} - T_{h,1} - T_{h,in}) \\ \dot{T}_{h,2} = u_h (T_{h,1} - T_{h,2}) + c_h \alpha (-T_{h,2} + T_{c,1} - T_{h,1} + T_{c,in}) \\ \dot{T}_{c,1} = u_c (T_{c,in} - T_{c,1}) + c_c \beta (T_{h,2} - T_{c,1} + T_{h,1} - T_{c,in}) \\ \dot{T}_{c,2} = u_c (T_{c,1} - T_{c,2}) + c_c \beta (-T_{c,2} - T_{c,1} + T_{h,1} + T_{h,in}) \\ \dot{\alpha} = 0 \\ \dot{\beta} = 0 \\ \begin{cases} y_1 = T_{h,2} \\ y_2 = T_{c,2} \end{cases} \end{cases} \quad (2.38)$$

Ce modèle non linéaire fait intervenir des produits de variables non mesurées.

Il n'est donc pas possible d'en déduire un modèle flou à prémisses mesurables.

2.4.4 Les observateurs de type Takagi-Sugeno avec prémisses non mesurables

Nous venons de voir qu'il est facile de trouver un observateur convergeant lorsque les prémisses sont mesurables. Différents auteurs ((Bergsten 2001), (Bergsten, Palm et al. 2001), (Ichalal, Marx et al. 2010), (Ichalal, Marx et al. 2008), (Guerra, Kruszewski et al. 2006), (Tseng, Chen et al. 2009), (Lendek, Lauber et al. 2010)) ont travaillé sur le problème de la synthèse d'un observateur TS lorsque les prémisses ne sont pas mesurables. Il est plus complexe d'assurer la convergence de l'observateur dans ce cas, des solutions ont été proposées par Tanaka et ses collaborateurs ((Tanaka and Wang 1997), (Tanaka, Ikeda et al. 1998)) au prix d'un conservatisme important. Pour trouver des conditions moins pessimistes,

il faut ajouter certaines conditions supplémentaires telles que des conditions de Lipschitz sur certaines des non-linéarités.

Soit le modèle TS suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i (C_i x(t)) \end{cases} \quad (2.39)$$

Considérons un observateur de la forme

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i (\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.40)$$

Contrairement au cas des prémisses mesurables, la dynamique de l'erreur d'estimation n'est plus simplifiable :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i (z(t)) [A_i x + B_i u] - \sum_{i=1}^r h_i (\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t))) \quad (2.41)$$

Dans (Bergsten 2001), les auteurs décident de réécrire cette dynamique sous la forme :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i (\hat{z}(t)) (A_i + K_i C) e(t) + \Delta(x, \hat{x}, u) \quad (2.42)$$

$$\text{avec } \Delta(x, \hat{x}, u) = \sum_{i=1}^r (h_i (z(t)) - h_i (\hat{z}(t))) (A_i x + B_i u).$$

On suppose que $\Delta(z, \hat{z}, u)$ vérifie sur le domaine considéré la condition Lipschitz suivante :

$$\|\Delta(x, \hat{x}, u)\| \leq \alpha \|x - \hat{x}\|.$$

En utilisant une fonction de Lyapunov quadratique, il est alors possible de trouver des gains assurant la convergence de l'observateur sous réserve de l'existence de solutions vérifiant les contraintes LMIs suivantes : il existe des matrices $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$ et N_i telles que les inégalités suivantes soient vraies.

$$\begin{aligned} A_i^T P + P A_i - C^T N_i^T - N_i C &< -Q, \quad i \in \{1, \dots, r\} \\ \begin{bmatrix} -Q + \alpha^2 & P \\ P & -I \end{bmatrix} &< 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Les gains s'obtenant alors par la relation $N_i = P^{-1} K_i$.

D'autres résultats se basent sur le même principe en exploitant des décompositions différentes du système ou des majorations plus fines ((Ichalal, Marx et al. 2008; Ichalal, Marx et al. 2010)).

Une autre technique consiste à voir le terme $\Delta(z, \hat{z}, u)$ comme une perturbation et les gains de l'observateur sont calculés à partir de l'approche L_2 permettant de réduire l'influence de ce terme sur l'erreur d'estimation. On assure alors, non plus la convergence vers 0 de l'erreur d'estimation, mais l'existence d'une borne sur sa norme.

Les approches développées ci-dessus ont été données dans le cas de modèles nominaux, mais il est possible sans modification majeure de prendre en compte des incertitudes paramétriques structurées ou non, on peut, à titre d'exemple, consulter les références ((Akhenak, Chadli et al. 2004; Chadli and Hajjaji 2006; Ichalal, Marx et al. 2008)).

2.4.5 Les observateurs à entrées inconnues

De nombreuses études ont été réalisées ces dernières années sur les observateurs à entrées inconnues (Akhenak, Chadli et al. 2004; Marx, Koenig et al. 2007; Ichalal, Marx et al. 2008; Lendek, Lauber et al. 2010). Ces observateurs connaissent un succès certain du fait de leur application à la détection des défauts (cf., dans le cadre linéaire, (Maquin and Ragot 2000)). Deux types d'approches sont utilisés dans le cadre d'une modélisation du système sous forme de Takagi-Sugeno. La première suppose que l'entrée inconnue possède une structure particulière, à savoir, satisfait une équation dynamique autonome comme par exemple une entrée polynomiale ((Guelton, Delprat et al. 2008), (Lendek, Lauber et al. 2010)). L'idée consiste alors à définir un système augmenté (système non linéaire + dynamique de l'entrée inconnue) et d'utiliser les résultats présentés ci-dessus pour la synthèse de l'observateur. La deuxième approche étend aux cas des modèles de Takagi-Sugeno la méthode de (Darouach, Zasadzinski et al. 1994) valable pour les systèmes linéaires stationnaires. Considérons un système décrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) + Gd(t) \end{cases} \quad (2.44)$$

où $d(t)$ représente le vecteur des entrées inconnues.

La structure de l'observateur est choisie sous la forme suivante (on suppose les prémisses mesurables) :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(N_i z + G_i u + L_i y) \\ \hat{x}(t) = z(t) - Hy(t) \end{cases}$$

Si les relations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned}
 P &= I + HC \\
 HG &= 0 \\
 N_i &= PA_i - K_i C \\
 PB_i &= G_i \\
 PE_i &= K_i G \\
 L_i &= K_i - N_i H
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

alors, la dynamique de l'erreur d'observation d'état est donnée par :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) N_i e(t) \tag{2.46}$$

Il reste alors à s'assurer de la stabilité de la solution nulle du système précédent. Les détails de la démonstration peuvent être trouvés dans (Akhenak, Chadli et al. 2004). Cette approche a été étendue aux cas des systèmes de Takagi-Sugeno sous forme descripteur dans (Marx, Koenig et al. 2007) et au cas des prémisses non mesurables dans (Ichalal, Marx et al. 2008).

2.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de faire un bref rappel sur l'observabilité et la synthèse d'observateurs en général. De nombreuses méthodes de synthèses d'observateurs nécessitent une structure particulière ou le calcul souvent complexe d'une transformation permettant de s'y ramener. Ces calculs se révélant de plus en plus lourd suivant la complexité du modèle. Les observateurs flous de type Takagi-Sugeno semblent être une piste intéressante du fait de leur simplicité de mise en œuvre. Nous nous focaliserons par la suite sur ce type d'observateurs pour notre système d'échangeur thermique.

Ce chapitre n'aborde qu'une partie des observateurs, il en existe encore bien d'autres : les observateurs ensemblistes (Valdes-Gonzalez 2002; Ramdani 2005) qui permettent de caractériser toutes les solutions ou au contraire son inexistence en manipulant des sous-ensembles de \mathbb{R}^n ; des observateurs à mode glissant étape par étape (Zheng, Boutat et al. 2005; Floquet and Barbot 2007)...

Chapitre 3. Batterie d'observateurs

3.1. INTRODUCTION	46
3.2. PRINCIPE.....	46
3.3. APPLICATION A L'ECHANGEUR THERMIQUE	47
3.3.1. <i>Représentation sous forme Takagi-Sugeno de l'échangeur de chaleur</i>	47
3.3.2. <i>Synthèse de l'observateur</i>	48
3.3.3. <i>Batterie d'observateurs</i>	49
3.4 SIMULATIONS	50
3.4.1. <i>Batterie de 6 observateurs sur le modèle à deux sections</i>	51
3.4.2. <i>Batterie de 6 observateurs avec le système de dimension infinie</i>	55
3.4.3. <i>Variation du nombre d'observateurs</i>	59
3.4.4. <i>Facteur d'encrassement</i>	61
3.5 CONCLUSION	63

3.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une première méthode de détection du phénomène d'encrassement de l'échangeur de chaleur tubulaire basée sur les observateurs de type Takagi-Sugeno. La technique repose sur la construction d'une batterie d'observateurs, l'estimation des paramètres caractérisant l'encrassement se faisant par interpolation. Dans une première section de ce chapitre, nous précisons plus en détail le principe de cette méthode. Puis, nous verrons son application au problème de la détection d'encrassement de l'échangeur thermique étudié dans le cadre de ce mémoire. Pour cela, nous présentons successivement l'écriture du modèle non linéaire sous une forme Takagi-Sugeno, la méthode de synthèse des différents observateurs basée sur une approche LMI, le principe de fusion à la base de l'estimation des paramètres d'encrassement. La dernière section présente les tests de validation effectués par simulation en considérant deux modèles différents : le modèle simplifié développé au premier chapitre et le modèle physique de base formulé sous forme d'équations aux dérivées partielles et validé expérimentalement. Une étude comparative de l'influence du nombre d'observateurs de la batterie sur la précision des résultats est également présentée.

3.2. Principe

La technique retenue consiste à partitionner l'ensemble des valeurs pouvant être atteintes physiquement par le couple des paramètres d'encrassement (α, β) en un nombre fini de sous-ensembles numérotés de 1 à N_o et définir une batterie d'observateurs de type Takagi-Sugeno, chacun étant associé à un couple de valeurs choisi dans l'un de ces sous-ensemble. Nous noterons (α_j, β_j) les valeurs retenues pour le j -ième sous-ensemble, \hat{y}_j l'estimation du vecteur de sortie obtenue à partir du j -ième observateur et $e_j = \hat{y}_j - y$ l'erreur d'estimation de sortie. L'estimation des paramètres d'encrassement α et β se fait alors par une interpolation des α_j et β_j pondérés suivant les différentes erreurs d'observation e_j . La figure suivante donne le schéma général de l'approche.

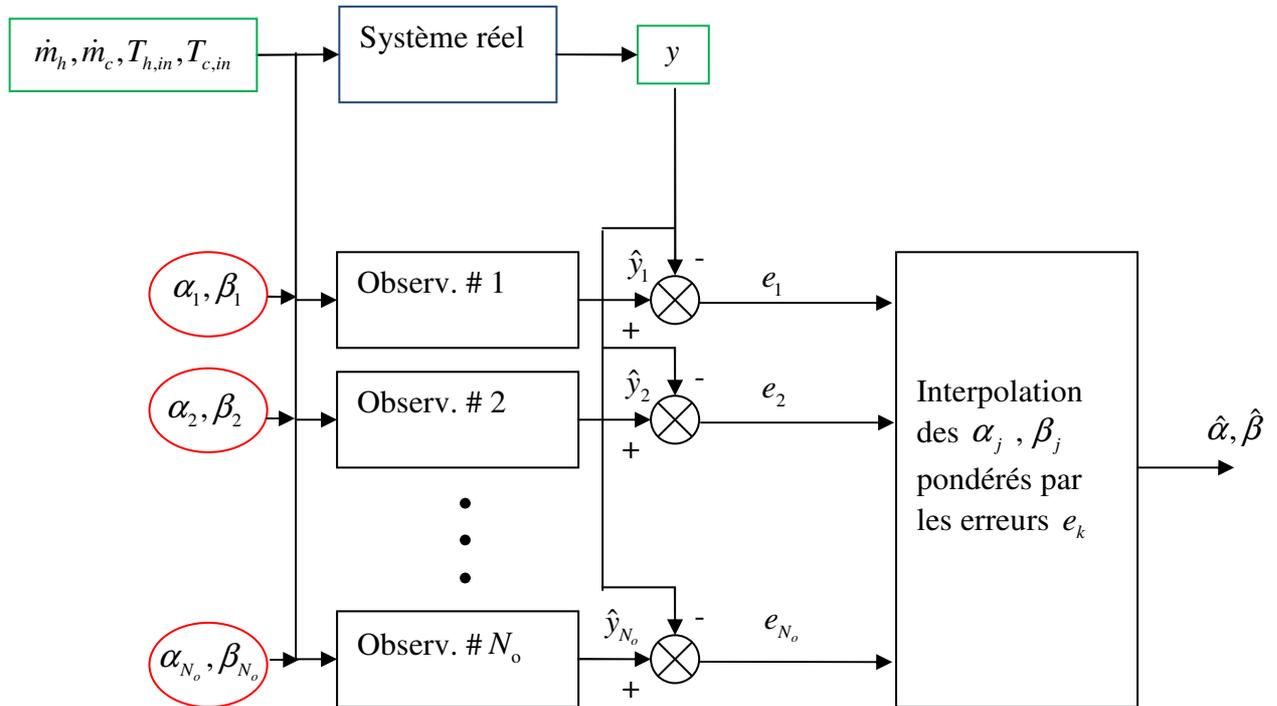


Figure 3-1 : Batterie d'observateurs

3.3. Application à l'échangeur thermique

3.3.1. Représentation sous forme Takagi-Sugeno de l'échangeur de chaleur

Reprenons le modèle de l'échangeur thermique du chapitre 1, nous allons le mettre sous la forme d'un modèle de type Takagi-Sugeno. Afin de simplifier la synthèse des observateurs, nous considérons une représentation sous forme Takagi-Sugeno du modèle de l'échangeur de chaleur en supposant connues les valeurs des paramètres α et β . Chacun des observateurs de la batterie sera alors obtenu en fixant à (α_j, β_j) leurs valeurs. Le modèle (3.1) comprend ainsi 4 variables de prémisses avec 16 règles. Nous aurons pour vecteur d'état $x = [T_{h,1} \ T_{h,2} \ T_{c,1} \ T_{c,2}]^T$, pour la commande $u = [T_{h,in} \ T_{c,in}]^T$, pour la sortie $y = [T_{h,2} \ T_{c,2}]^T$ et pour le vecteur des prémisses $z = [\alpha^* \ \beta^* \ \dot{m}_h \ \dot{m}_c]$. Nous supposons que les paramètres α^* et β^* évoluent entre 0 et 2, les différentes températures entre 40 et 100 °C, et, enfin, les débits massiques sont compris entre 0,4 et 1 kg/s. Afin de simplifier le modèle, nous supposons que le paramètre γ_U est constant de valeur 3,65. Une analyse de la convergence de

l'observateur prenant en compte la variation de ce paramètre a été réalisée a fortiori. Le modèle Takagi-Sugeno s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum h_i(z)(A_i x + B_i u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

avec

$$A_i = \begin{bmatrix} -\bar{u}_h - \bar{c}_\alpha & 0 & \bar{c}_\alpha & \bar{c}_\alpha \\ \bar{u}_h - \bar{c}_\alpha & -\bar{u}_h - \bar{c}_\alpha & \bar{c}_\alpha & 0 \\ \bar{c}_\beta & \bar{c}_\beta & -\bar{u}_c - \bar{c}_\beta & 0 \\ \bar{c}_\beta & 0 & \bar{u}_c - \bar{c}_\beta & -\bar{u}_c - \bar{c}_\beta \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} \bar{u}_h - \bar{c}_\alpha & 0 \\ 0 & \bar{c}_\alpha \\ 0 & \bar{u}_c - \bar{c}_\beta \\ \bar{c}_\beta & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où $\bar{u}_h = \frac{\vec{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*}$, $\bar{c}_\alpha = \frac{\vec{\alpha}^*}{2\tau_h^*} \gamma_U$, $\bar{u}_c = \frac{\vec{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*}$, $\bar{c}_\beta = \frac{\vec{\beta}^*}{2\tau_c^*} \gamma_U$. Les coefficients \vec{m}_h , \vec{m}_c , $\vec{\alpha}^*$ et $\vec{\beta}^*$ représentent les maxima ou minima des 4 prémisses \dot{m}_h , \dot{m}_c , α , β . Ainsi, comme nous l'avons vu précédemment, les éléments des matrices A_i , B_i sont obtenus par combinaisons des maximums et minimums des non-linéarités du modèle (cf. chapitre 2 sur les observateurs de type Takagi-Sugeno). Il est à remarquer que dans ce cas la matrice C est constante.

3.3.2. Synthèse de l'observateur

Nous utilisons les observateurs de type Takagi-Sugeno vus dans le chapitre 2 et construisons un observateur pour le modèle (3.1) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum h_i(z)(A_i \hat{x} + B_i u + K_i (y - \hat{y})) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (3.2)$$

Les gains de cet observateur sont calculés à partir des conditions LMIs (2.37) vues au chapitre 2. Afin d'améliorer les performances en rapidité, nous avons cherché à optimiser le taux de décroissance exponentielle. Pour cela, il suffit de rechercher la plus grande valeur α telle que la dérivée de la fonction de Lyapunov $V(e) = e^T P e$ vérifie l'inégalité $\dot{V}(e) < -\omega V(e)$. On retrouve alors les mêmes résultats que dans la section 2.4.3 en remplaçant les matrices Υ_{ij} par $\Upsilon_{ij} + \omega P$. De manière similaire à (Boyd, Ghaoui et al. 1994), la recherche de la plus grande valeur α vérifiant les inégalités (2.36) peut alors être reformulée comme un problème de minimisation de valeurs propres généralisées.

La résolution numérique des LMIs conduit à un taux de décroissance exponentielle de 0,67. Il apparaît également que les gains K_i sont très proches les uns des autres et qu'un gain constant suffit pour l'observateur, de valeur

$$K = \begin{bmatrix} 2.95 & 0.95 \\ 2.91 & 0.76 \\ 15.9 & 20.27 \\ -3.67 & 14.45 \end{bmatrix}.$$

Le j^e observateur de la batterie sera donc de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_j = \sum h_i(z_j)(A_i \hat{x}_j + B_i u + K(y - \hat{y}_j)) \\ \hat{y}_j = C \hat{x}_j \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec $z_j = [\alpha_j^* \ \beta_j^* \ \dot{m}_h \ \dot{m}_c]$

3.3.3. Batterie d'observateurs

La synthèse des observateurs étant effectuée, il nous reste maintenant à estimer les paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$. L'estimation se fera à l'aide d'une interpolation de tous les paramètres α_j, β_j des différents observateurs pondérés par une fonction dépendant des erreurs de sortie $e_j(t) = \|y(t) - \hat{y}_j(t)\|$ de tous les observateurs.

Ainsi, plus les valeurs de α et β sont différentes de leur vraie valeur, plus la valeur de \hat{y} (sortie de l'observateur) est différente de la vraie valeur de y (sortie du système réel). Aussi plus l'erreur $e_j(t)$ est relativement grande, plus le poids k_j sur les valeurs de α et β est petit.

Pour effectuer cette interpolation nous nous sommes basé sur les travaux (Delmotte 1997; Dubois, Delmotte et al. 1998).

L'interpolation est donc la suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \sum_{j=1}^{N_o} k_j \alpha_j \\ \hat{\beta} &= \sum_{j=1}^{N_o} k_j \beta_j \end{aligned} \quad (3.4)$$

avec $\sum_{j=1}^{N_o} k_j = 1$.

Reste à trouver la meilleure manière de calculer les poids k_j . Dans (Delmotte 1997), il est démontré empiriquement que la formule suivante est la plus intéressante :

$$k_j = \frac{1}{e_j \sum_{i=1}^{N_o} \left(\frac{1}{e_i} \right)} \quad (3.5)$$

En outre, si l'erreur est nulle pour un observateur, le poids affecté à cet observateur est pris égal à 1 et les autres sont pris égaux à 0. Avec cette méthode la convergence de $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ n'est pas prouvée. Cependant les observateurs partiels ont une sortie bornée en fonction de l'erreur d'observation, aussi nous pouvons affirmer que l'estimation globale, basée sur une somme convexe des observations partielles, restera elle aussi bornée. Tout au plus l'observation fournie par (3.4) pourra osciller autour des vraies valeurs.

Le paragraphe suivant donne les résultats de cette approche avec l'échangeur thermique.

3.4 Simulations

Des simulations ont été réalisées à partir du logiciel Matlab/Simulink.

Deux types de simulations ont été faites. Le premier étant celui sur le modèle non linéaire à dimension finie (3.1). Celui-ci permettra de vérifier l'efficacité de l'observateur en comparant l'état complet du système et ses paramètres avec leurs estimations.

Le deuxième type de simulations étant basé sur un modèle aux dérivées partielles (sorties du système obtenu à l'aide du logiciel Fluent) afin de pouvoir vérifier que les paramètres relatifs à l'encrassement peuvent être détectés suffisamment tôt. Deux jeux de données seront utilisés.

Les entrées utilisées pour la simulation du modèle à deux sections seront les mêmes que pour le premier essai du modèle aux dérivées partielles.

Ainsi, sur les Figure 3-2 et Figure 3-3 sont représentées les entrées \dot{m}_h , $T_{h,in}$, \dot{m}_c , $T_{c,in}$ du modèle de l'échangeur thermique pour le premier essai. La période d'échantillonnage utilisée est de 1 seconde.

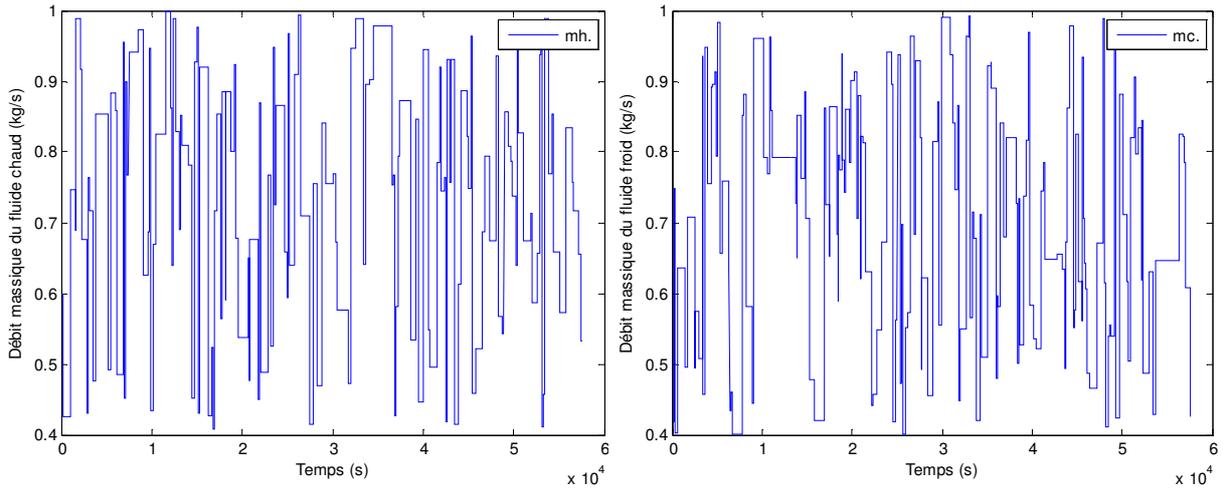


Figure 3-2 : à gauche \dot{m}_h et à droite \dot{m}_c pour le premier essai.

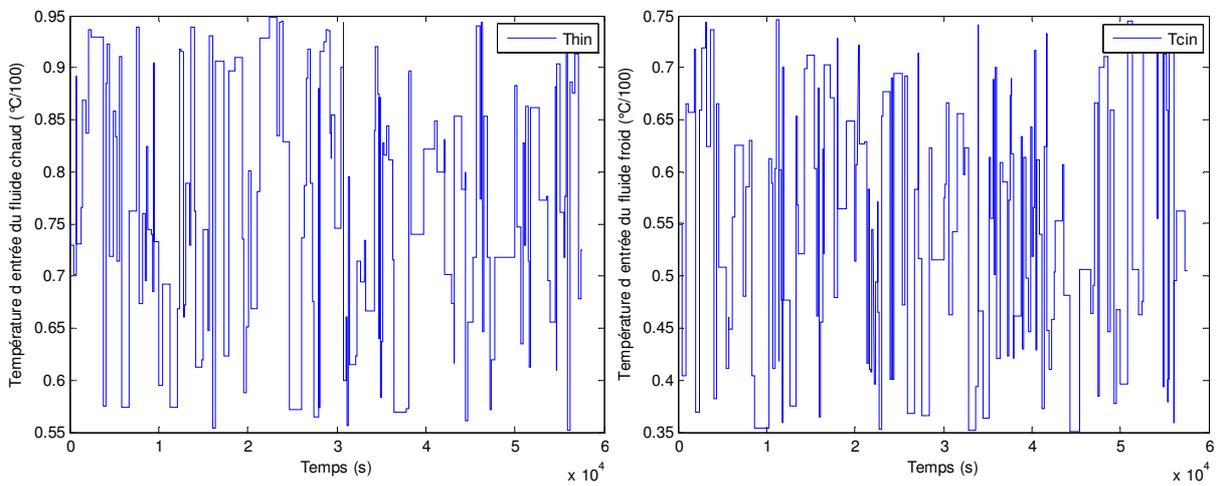


Figure 3-3 : à gauche $T_{h,in}$ et à droite $T_{c,in}$ pour le premier essai.

3.4.1. Batterie de 6 observateurs sur le modèle à deux sections

La première simulation est réalisée avec une batterie de 6 observateurs. Les paramètres α et β du modèle non linéaire à deux sections ont été fixés respectivement à 1.4 et 0.8. Les paramètres α_k et β_k pour la batterie d'observateur ont été pris égaux à :

Observateurs j	1	2	3	4	5	6
α_j^*	0.1	0.1	1	1	2	2
β_j^*	0.1	2	0.1	2	0.1	2

Sur les figures suivantes, nous pouvons comparer l'état estimé (obtenu par l'interpolation vue au paragraphe 3.3.3) avec l'état du système non linéaire.

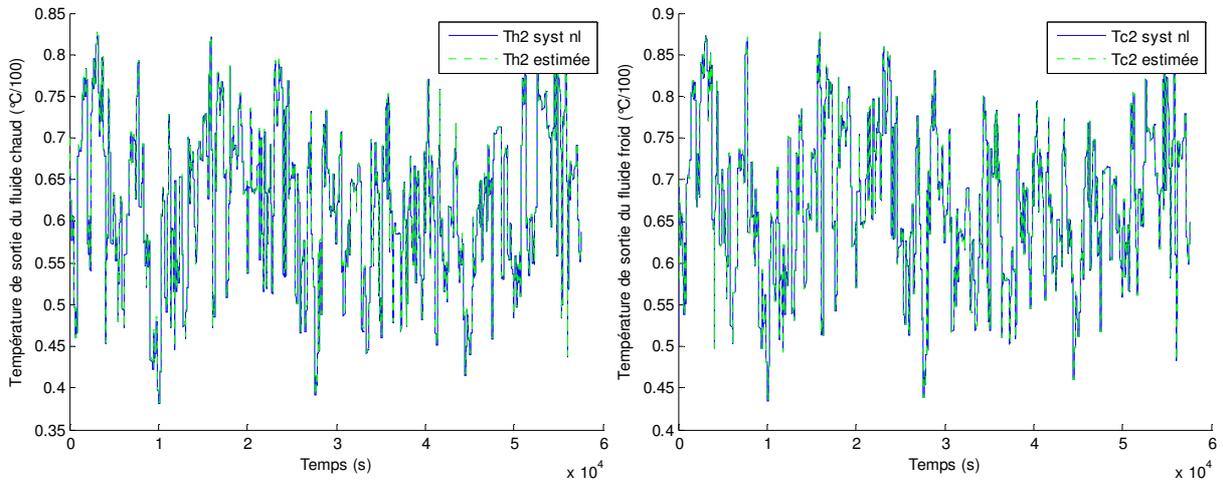


Figure 3-4 : comparaison du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) pour le premier essai.

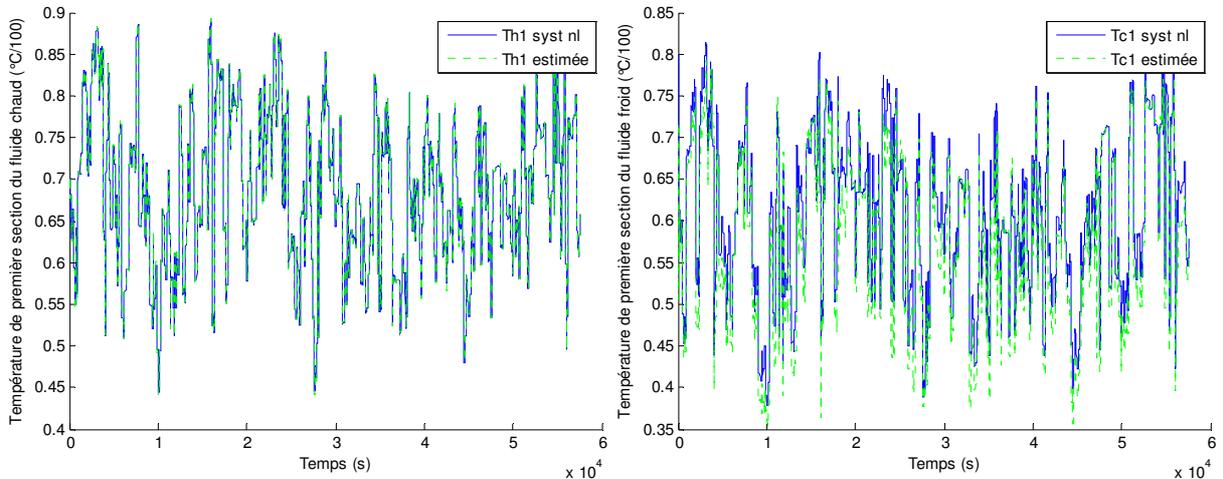


Figure 3-5 : comparaison du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,1}$ (à gauche) et $T_{c,1}$ (à droite) pour le premier essai.

Nous pouvons ainsi voir sur les Figure 3-4 et Figure 3-5 que l'estimation est correcte, ceci est confirmé par les figures suivantes représentant l'erreur d'observation : cette dernière est inférieure à 1 °C pour les températures de sortie et elle est inférieure à 5 °C pour les températures de la première section ce qui nous donne une erreur inférieure à 10%.

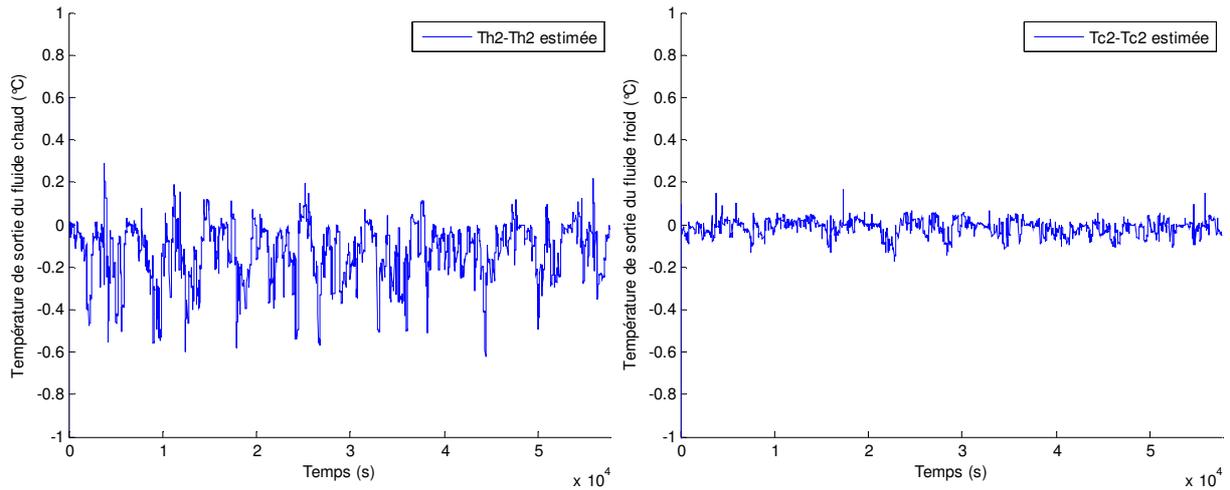


Figure 3-6 : Erreur absolue du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) pour le premier essai.

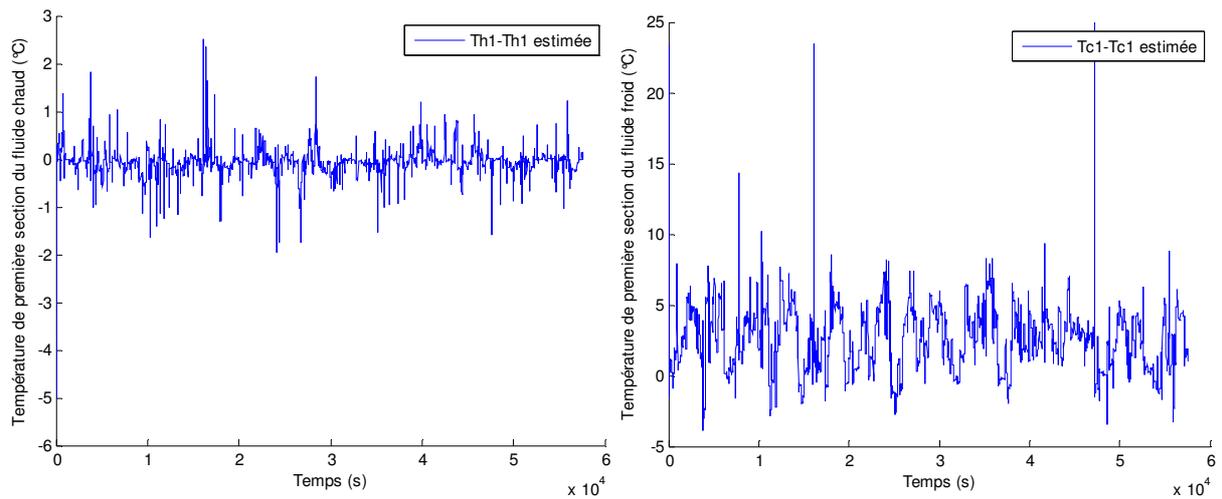


Figure 3-7 : Erreur absolue du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,1}$ (à gauche) et $T_{c,1}$ (à droite) pour le premier essai.

Les figures suivantes donnent les estimations des paramètres d'encrassement.

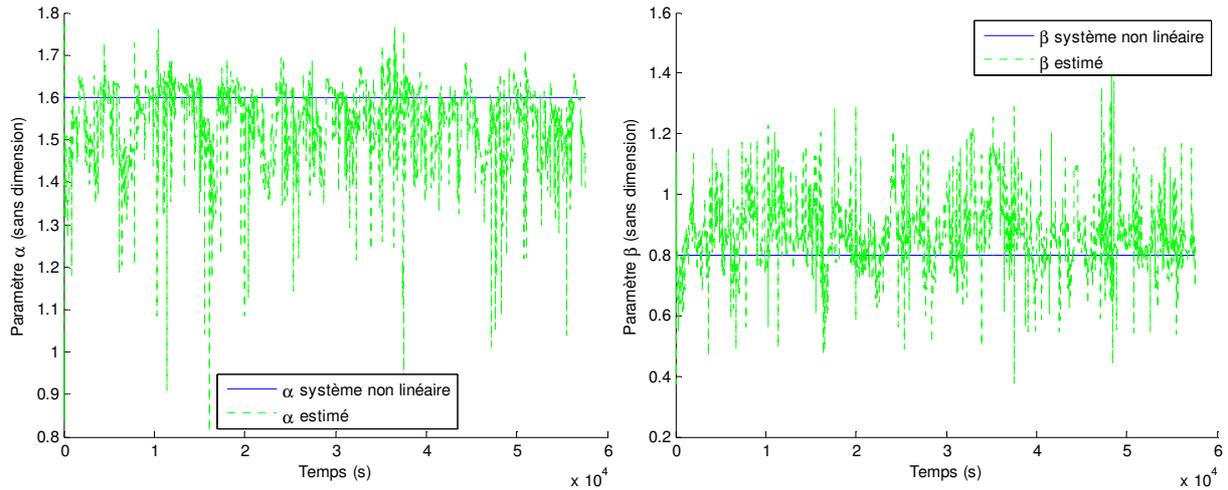


Figure 3-8 : comparaison des paramètres $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) du système non linéaire et de l'observateur pour le premier essai.

Un filtre a été appliqué pour remédier aux oscillations autour d'une valeur moyenne. Le filtrage est réalisé en prenant les valeurs moyennes des signaux sur une fenêtre glissante d'une période T de 2000s. Afin d'effectuer ce filtrage nous utilisons cette formule :

$$\alpha_{filter}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \hat{\alpha}(t) dt \quad (3.6)$$

$$\beta_{filter}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \hat{\beta}(t) dt$$

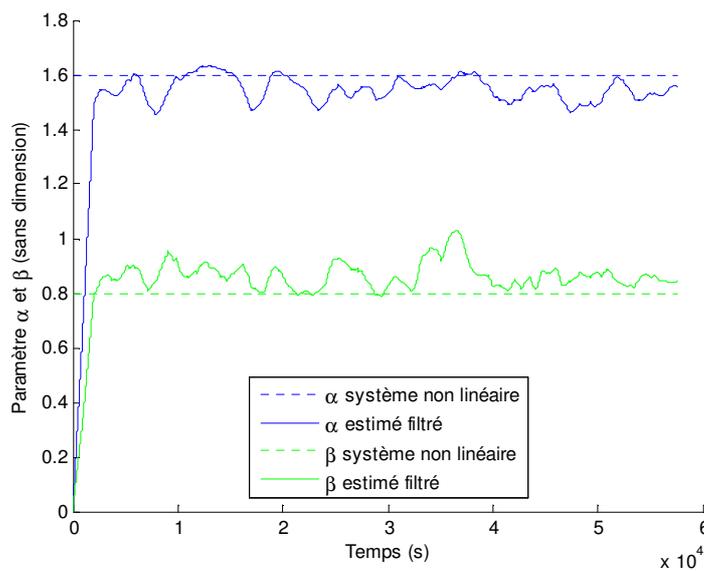


Figure 3-9 : $\hat{\alpha}$ (en haut) et $\hat{\beta}$ (en bas) filtrés.

Sur cette figure, nous pouvons voir que les paramètres estimés après filtrage sont très proches des paramètres du système non linéaire avec une erreur bien inférieure à l'unité correspondant grosso modo au pas de la subdivision retenue pour les paramètres.

3.4.2. Batterie de 6 observateurs avec le système de dimension infinie

Nous effectuons cette fois des simulations à partir des données entrées/sorties obtenues à partir d'un modèle plus réaliste de l'échangeur. Ces données nous ont été fournies par Sylvain Lalot, professeur de l'UVHC et membre du laboratoire TEMPO. Les simulations sur le modèle aux dérivées partielles ont été obtenues à l'aide d'un logiciel CFD (Computational Fluid Dynamics), appelé Fluent de ANSYS. Ce logiciel conçu pour la modélisation de l'écoulement a de grandes capacités concernant la modélisation physique des flux du modèle, des turbulences de l'air, des transferts de chaleur...

Étant donné que l'encrassement fait diminuer le coefficient de transfert thermique global, afin de faire varier l'encrassement, il a été choisi de diminuer artificiellement la conductivité thermique du tube intérieur pour simuler l'augmentation de l'encrassement. Le facteur d'encrassement de l'échangeur thermique est calculé en simulation en utilisant l'équation (3.7) suivante et est représenté sur la Figure 3-10.

$$R_f = A_h (R_{th}(t) - R_{th}(t=0)) \quad (3.7)$$

Lors de la conception de l'échangeur de chaleur un facteur d'encrassement est choisi afin de pouvoir résister aux effets de l'encrassement. Pour un échangeur transportant de l'eau, le facteur d'encrassement est compris dans un intervalle entre 0.0001 et 0.0007. Cet intervalle est indiqué sur la figure, aussi nous pouvons voir que pour avoir une bonne détection d'encrassement, il faut arriver à le détecter dans l'intervalle de temps adimensionnel [0.663, 0.949]. Ce paramètre d'encrassement n'intervient pas directement dans le modèle décrit par (3.1). En effet, la relation entre le facteur d'encrassement et les paramètres α et β est complexe. Nous allons ainsi dire que le facteur d'encrassement sera « grossièrement » et proportionnellement représenté sous la forme suivante : $f = (1/\hat{\alpha}) + (1/\hat{\beta})$ afin de le détecter et pour qu'il soit sous la même représentation que sur la Figure 3-10.

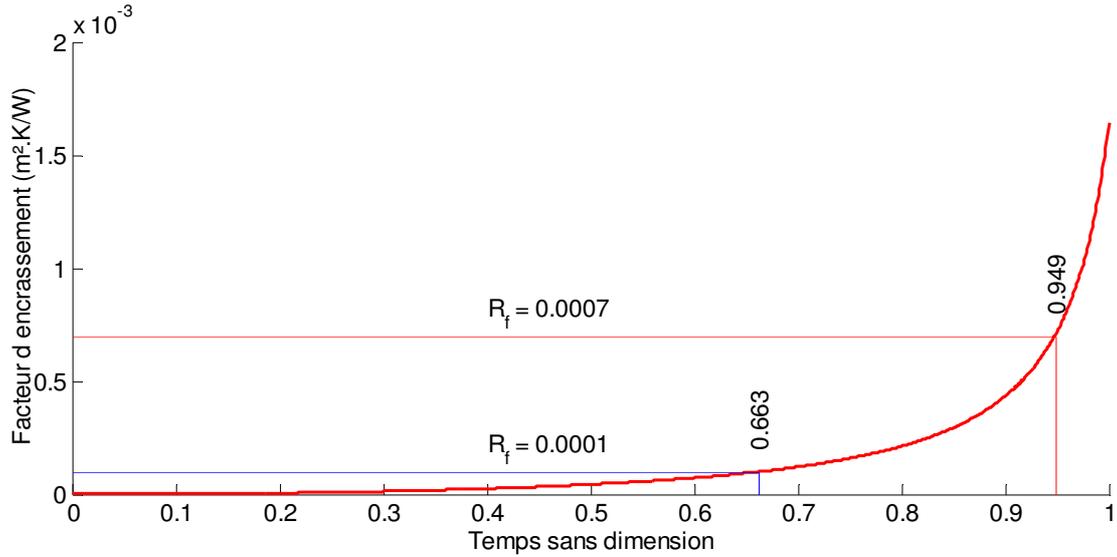


Figure 3-10: Facteur d'encrassement pour les deux essais.

Deux essais ont été réalisés : le premier essai dure 54644 s et le second 28880 s. Dans les séries, l'encrassement commence aux 2/3 de la durée, soit 39000s pour le premier essai et soit 19000s pour le deuxième essai.

Sur les figures suivantes, nous pouvons comparer l'état estimé avec la sortie du système.

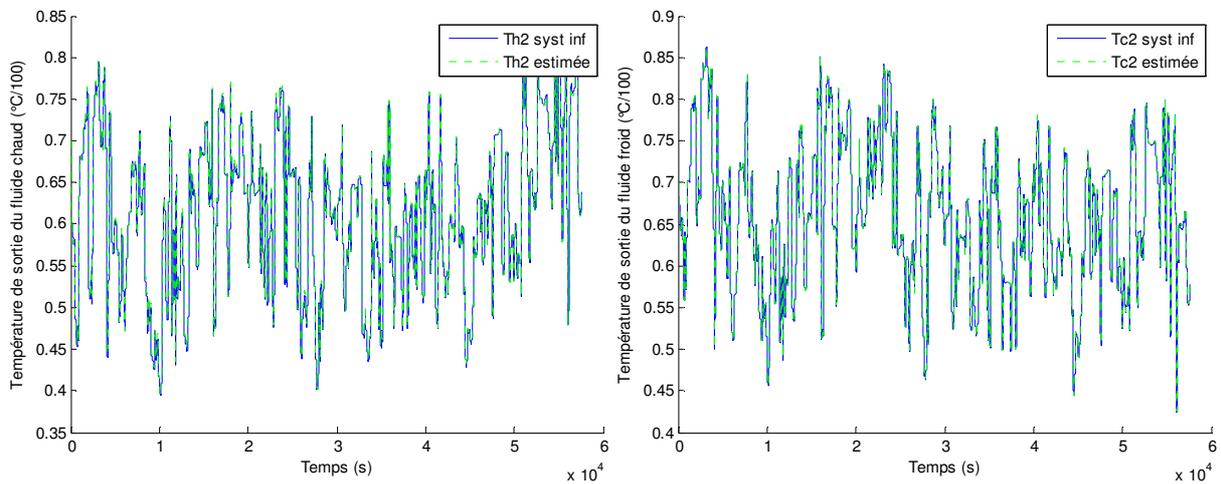


Figure 3-11 : comparaison des sorties du modèle et de l'observateur $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) pour le premier essai.

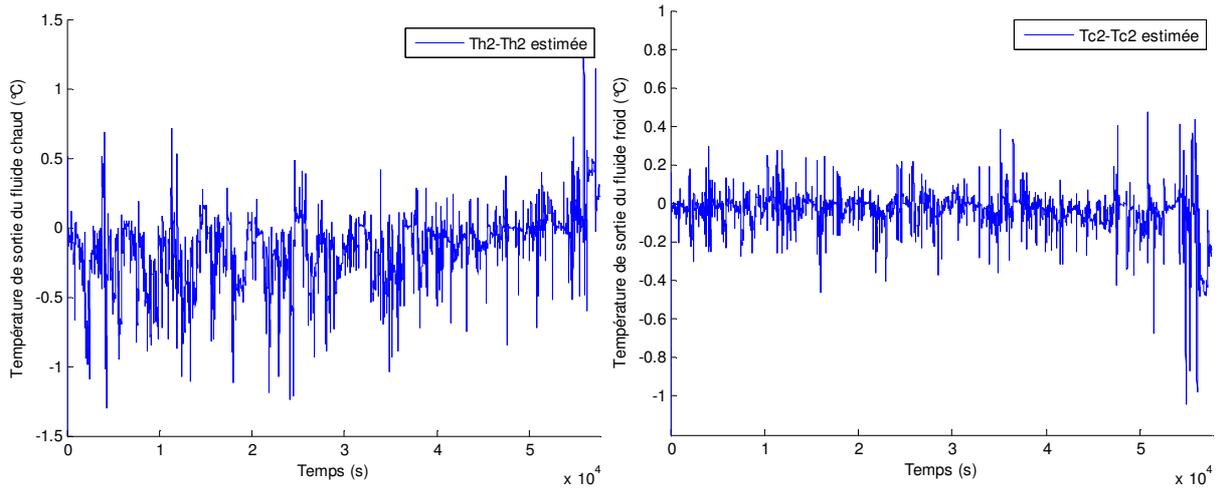


Figure 3-12 : Erreur absolue des températures $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) et de leur estimé.

Nous pouvons ainsi voir sur les Figure 3-11 et Figure 3-12 que l'estimation des températures de sortie est correcte étant donné que l'erreur absolue est faible.

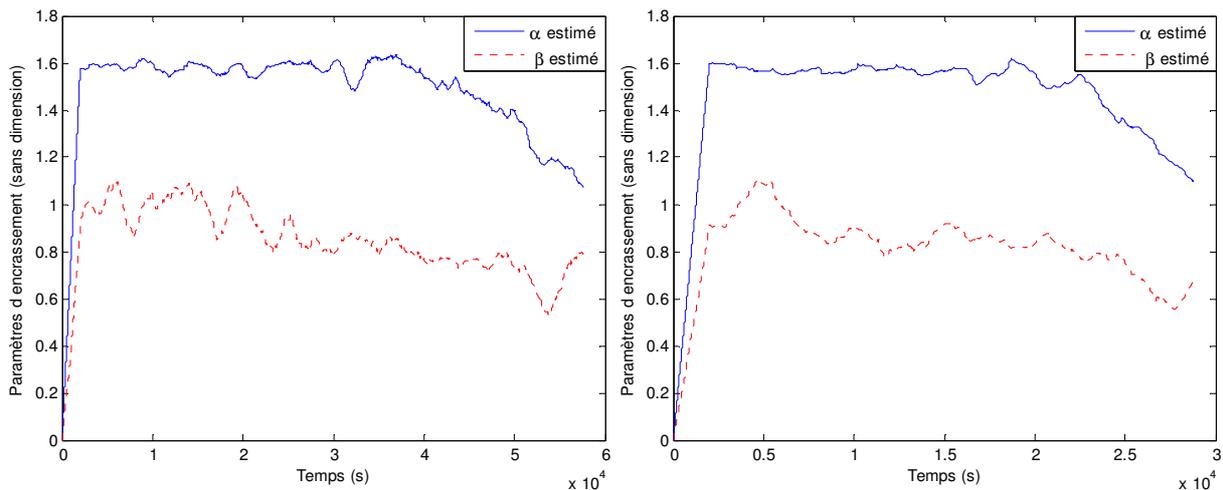


Figure 3-13 : $\hat{\alpha}$ (en trait plein) et $\hat{\beta}$ (en pointillé) estimés sur le système à états infinis pour le premier essai (à gauche) et pour le second essai (à droite)

Sur la Figure 3-13 présentant les estimations des paramètres d'encrassement pour les deux essais, nous pouvons voir apparaître au alentour des $2/3$ du temps final une diminution du paramètre $\hat{\alpha}$, pour le paramètre $\hat{\beta}$ la diminution est très légère. Afin de pouvoir vérifier une variation quelconque, le test statistique CUSUM a été utilisé (NIST/SEMATECH 2006). Notons que ce test a été appliqué sur les estimations non filtrées, puisqu'il tient compte directement de la variance des signaux étudiés.

Ce test est simple et rapide à exécuter, et surtout il est celui qui est le plus robuste quant à la nature des évolutions des signaux.

Étant donnée une variable aléatoire x dont on cherche à détecter les variations de moyenne, il suffit de calculer les deux indicateurs suivants :

$$\begin{aligned} S_h(i) &= \max(0, S_h(i-1) + x_i - \bar{x} - k) \\ S_l(i) &= \max(0, S_l(i-1) + \bar{x} - k - x_i) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Où \bar{x} représente la valeur moyenne de la variable x en régime nominal. k est un paramètre à ajuster conjointement avec les seuils de détection $S_h(i) > s$ ou $S_l(i) > s$ qui déclenchent un test positif. C'est un multiple de l'écart type. Dans notre application, seule une diminution de $\hat{\alpha}$ ou $\hat{\beta}$ peut se produire, due à l'encrassement. Donc, seul $S_l(i)$ a été utilisé. Les coefficients k et s ont été ajustés manuellement afin de ne pas avoir trop de fausses détections c'est-à-dire de faux positifs ou négatifs suivant le test utilisé (S_l ou S_h). Remarquons qu'il est possible de les calculer suivant la nature des hypothèses sur x ainsi que sur la quantité de faux positifs et ou de faux négatifs (NIST/SEMATECH 2006). La valeur moyenne pour $\hat{\alpha}$ est d'environ 1.6 et l'écart type est de 0.01. La valeur moyenne de $\hat{\beta}$ est d'environ 0.9 et son écart type est de 0.02. Afin d'éviter les fausses alarmes nous avons choisi k égal à 1.5 fois l'écart type.

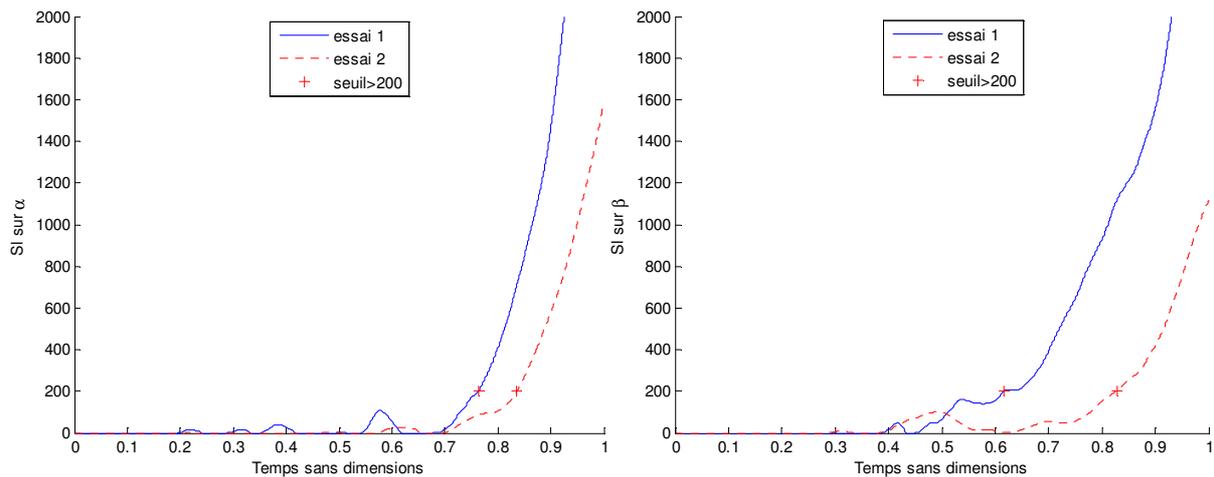


Figure 3-14: test cusum sur l'essai 1 (à gauche) et sur l'essai 2 (à droite)

Comme nous pouvons le voir, la détection déclenchera un peu plus tôt pour l'essai 1 que pour l'essai 2 si nous prenons le même seuil. Pour les 2 essais, nous voyons que pour $\hat{\beta}$

l'estimation reste assez bruitée malgré le filtrage effectué. Or en considérant uniquement la détection à partir de $\hat{\alpha}$, en prenant un seuil $s = 200$, nous obtenons pour l'essai 1 un temps de détection $t = 0.76$ et pour l'essai 2 $t = 0.84$. Pour β on remarquera que la détection de l'encrassement pour l'essai 1 arrive plus tôt que celle pour l'essai 2. Comme nous l'avons dit précédemment, les valeurs typiques du facteur d'encrassement retenues industriellement pour l'eau sont comprises entre 0.0001 et 0.0007. Le test réalisé à partir de l'estimation de α permet une détection suffisamment précoce et ce pour deux dynamiques d'encrassement différentes. Si le test réalisé à partir de l'estimation de β donne la détection la plus rapide de l'encrassement pour le premier essai, il présente également une sensibilité importante vis-à-vis de la dynamique d'encrassement ce qui remet en question son utilisation en pratique.

3.4.3. Variation du nombre d'observateurs

Afin de voir l'influence du nombre d'observateurs sur la qualité des résultats, nous allons comparer les résultats obtenus avec 6, 12, 16 et 20 observateurs sur les deux essais obtenus à partir du logiciel Fluent comme dans le paragraphe précédent.

Pour une batterie de 12 observateurs, les paramètres d'encrassement pour chaque observateur ont été fixés de la manière suivante :

Observateur j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
α_j^*	0.1	0.1	0.1	0.7	0.7	0.7	1.4	1.4	1.4	2	2	2
β_j^*	0.1	1	2	0.1	1	2	0.1	1	2	0.1	1	2

Pour une batterie de 16 observateurs les paramètres sont :

Observateur j	1	2	3	4	5	6	7	8
α_j^*	0.1	0.1	0.1	0.1	0.7	0.7	0.7	0.7
β_j^*	0.1	0.7	1.4	2	0.1	0.7	1.4	2
Observateur j	9	10	11	12	13	14	15	16
α_j^*	1.4	1.4	1.4	1.4	2	2	2	2
β_j^*	0.1	0.7	1.4	2	0.1	0.7	1.4	2

Et enfin pour 20 observateurs :

Observateur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j										
α_j^*	0.1	0.1	0.1	0.1	0.5	0.5	0.5	0.5	1	1
β_j^*	0.1	0.7	1.4	2	0.1	0.7	1.4	2	0.1	0.7
Observateur	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
j										
α_j^*	1	1	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	2	2
β_j^*	1.4	2	0.1	0.7	1.4	2	0.1	0.7	1.4	2

Les figures suivantes donnent les résultats pour les différentes batteries d'observateurs sur les deux essais.

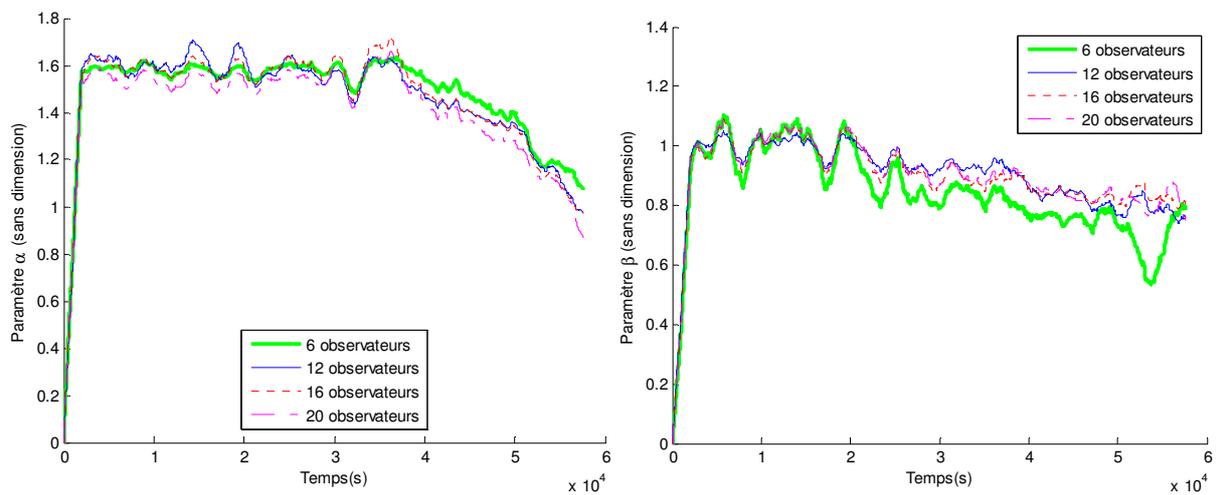


Figure 3-15 : Évolution des paramètres $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) estimés pour 6, 12, 16 et 20 observateurs pour l'essai 1

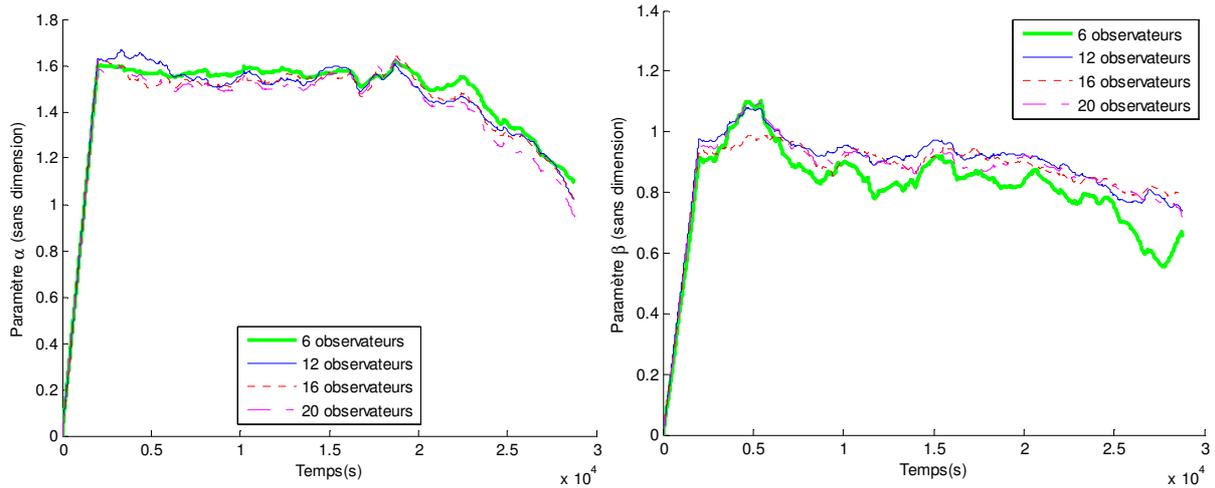


Figure 3-16 : Évolution des paramètres $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) estimés pour 6, 12, 16 et 20 observateurs pour l'essai 2

On peut tout d'abord remarquer que les variations des paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ évoluent de la même manière d'un essai à un autre. Nous pouvons voir sur la Figure 3-15 que pour le paramètre $\hat{\beta}$, une meilleure précision est obtenue avec un nombre d'observateurs supérieur ou égale à 12.

Ainsi avec une batterie de 12 observateurs, nous pouvons dire que nous avons un nombre suffisant d'observateurs qui nous permet d'évaluer les paramètres relatif à l'encrassement.

3.4.4. Facteur d'encrassement

Nous pouvons voir sur les figures suivantes les évolutions du facteur $f = (1/\hat{\alpha}) + (1/\hat{\beta})$ caractérisant le facteur d'encrassement.

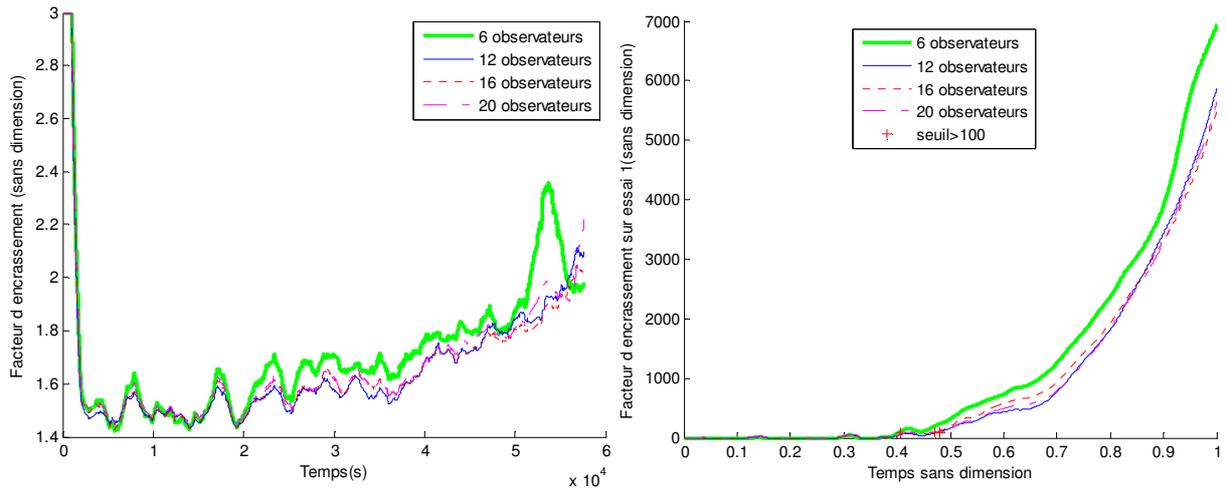


Figure 3-17 : Facteur d'encrassement (à gauche) pour 6, 12, 16 et 20 observateurs et le test CUSUM (à droite) pour l'essai 1

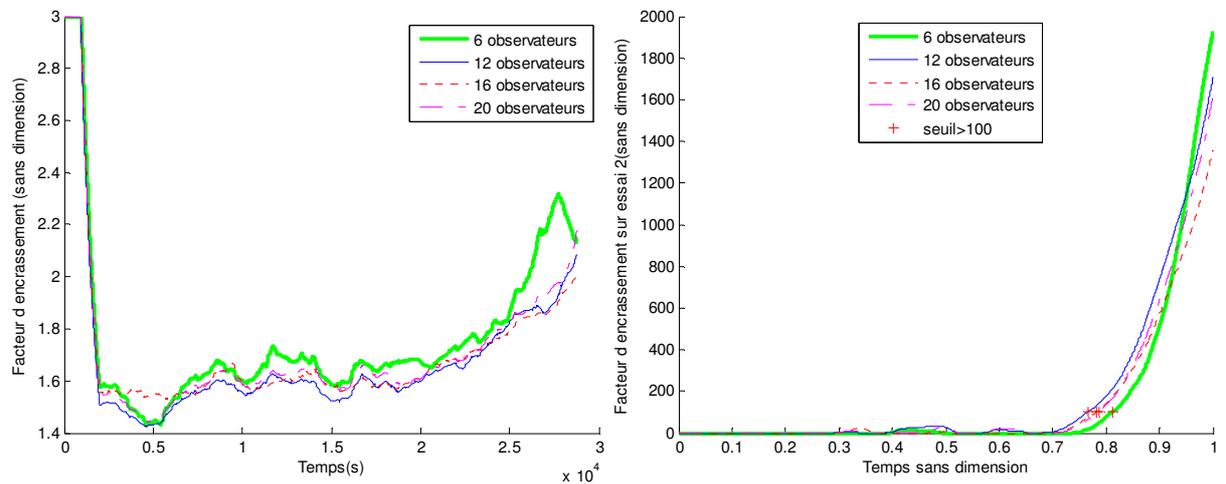


Figure 3-18 : Facteur d'encrassement (à gauche) pour 6, 12, 16 et 20 observateurs et le test CUSUM (à droite) pour l'essai 2

Nous pouvons remarquer sur la Figure 3-17 qu'à partir des 2/3 de l'estimation il y a une hausse du facteur d'encrassement ce qui est tout à fait normal par rapport à son déclenchement. Pour les 4 batteries d'observateurs (6, 12, 16 et 20), nous pouvons voir une courbe similaire avec de légères différences pour la batterie de 6 observateurs. On peut ainsi remarquer qu'il faut un nombre d'observateurs suffisamment grand pour avoir une estimation correcte. Dans notre cas une batterie de 12 observateurs est suffisante.

Sur la Figure 3-17, à droite, nous pouvons voir que les résultats des tests CUSUM sont similaires pour les 4 batteries d'observateurs et que le test est détecté aux alentours de 0.5 ce qui correspond à un facteur d'encrassement inférieur à $0.0001 \text{ m}^2.\text{K}/\text{W}$ ce qui nous permet de

dire que la détection pour cet essai peut être effectuée avant la limite inférieure de l'intervalle de résistance d'encrassement $[0.0001 ; 0.0007]$. Et sur la Figure 3-18, à droite, nous pouvons voir que le test CUSUM pour le second essai est aussi similaire pour les 4 batteries d'observateurs mais le test est détecté plus tard c'est-à-dire aux alentours de 0.76 ce qui correspond à un facteur d'encrassement de $0.00017 \text{ m}^2.\text{K}/\text{W}$ c'est-à-dire moins de 12% de la borne inférieure de la résistance d'encrassement de l'eau.

Ces résultats ont fait l'objet d'une communication : [Delmotte et al., 2008].

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu voir la mise en place d'une batterie d'observateurs flous de type TS appliquée à la détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques. Nous avons pu tester l'influence du nombre d'observateurs pour la batterie d'observateurs.

Finalement nous avons vu que les résultats étaient plutôt réalistes, et cela nous a donné une première approche sur l'estimation des paramètres d'encrassement. Nous avons ainsi pu voir que les deux paramètres relatifs à l'encrassement diminuent lorsque l'encrassement s'accroît. Par rapport aux publications déjà existantes sur ce sujet, nous observons directement une fonction dépendante des paramètres relatifs à l'encrassement (paramètres estimés séparément par les observateurs) qui est grosso modo proportionnelle au facteur d'encrassement ce qui nous permet de pouvoir détecter directement lorsque l'encrassement est trop élevé. Mais, nous ne pouvons affirmer que ces résultats convergent car nous ne prouvons que la stabilité de tous les observateurs partiels et non pas de la batterie d'observateur. Dans les chapitres suivants nous avons cherché à affiner ces résultats.

Chapitre 4. Les observateurs flous polynomiaux

4.1. INTRODUCTION	65
4.2. OBSERVATEUR FLOU POLYNOMIAL.....	65
4.2.1. <i>Modèle flou polynomial</i>	65
4.2.2. <i>Polynômes sommes de carrés</i>	66
4.2.3. <i>Observateur flou polynomial</i>	68
4.2.3.1. Cas d'un système nominal.....	68
4.2.3.2. Cas d'un système incertain.....	70
4.3. APPLICATION A L'ECHANGEUR THERMIQUE.....	71
4.3.1. <i>Modèle polynomial flou incertain</i>	71
4.3.2. <i>Observateur</i>	73
4.3.3. <i>Résultats</i>	73
4.3.3.1 Synthèse de l'observateur.....	73
4.3.4.3 Simulations.....	74
4.4. CONCLUSION	80

4.1. Introduction

Depuis quelques années une nouvelle approche a été proposée. Les observateurs flous de type TS peuvent être remplacés par des observateurs flous polynomiaux (Tanaka, Ohtake et al. 2008; Tanaka, Ohtake et al. 2009). En effet, de nombreux problèmes numériques sont rencontrés par les solvers de LMIs, pour des problèmes de taille. La nouvelle approche s'applique si le modèle non linéaire contient des termes polynômiaux. En effet de récents résultats concernant les polynômes positifs ont permis de les réécrire sous forme de somme de carrés (Sum Of Squares : SOS), et la recherche de ces carrés est en fait un problème semi-défini (SDP), qui est facilement résolvable (comme les LMIs classiques). Ce chapitre propose d'appliquer ces résultats à l'échangeur thermique. Nous verrons cependant que si certains problèmes disparaissent, d'autres apparaissent.

4.2. Observateur flou polynomial

4.2.1. Modèle flou polynomial

La principale différence avec les observateurs flous classiques est que le modèle flou fait intervenir des matrices A_i, B_i qui peuvent contenir des termes polynomiaux.

On part d'un modèle non linéaire de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = k(x(t)) \end{cases} \quad (4.1)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur des sorties mesurées, et $u(t) \in \mathbb{R}^m$ et le vecteur d'entrées. Les fonctions f et k sont supposées lisses.

Son modèle flou polynomial est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i(z'(t))x(t) + B_i(z'(t))u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (4.2)$$

Avec : $z(t)$ le vecteur des prémisses connues qui dépend de $u(t)$ et/ou $y(t)$,

$z'(t)$ une variable qui dépend de $u(t)$ et/ou $y(t)$,

r le nombre de règles,

h_i les fonctions d'appartenances telles que $h_i(z) \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, r\}$ et $\sum_{i=1}^r h_i(z) = 1$,

C_i sont des matrices constantes,

$A_i(z'(t)), B_i(z'(t))$ sont des matrices polynomiales.

Par simplicité d'écriture on remplacera $\sum_{i=1}^r h_i(z(t))M_i$ par M_z .

Le modèle polynomial flou (4.2) peut être réécrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_z(z'(t))x(t) + B_z(z'(t))u(t) \\ y(t) = C_z x(t) \end{cases} \quad (4.3)$$

L'obtention de tels modèles, par comparaison avec un modèle flou classique, est facile à comprendre : toutes les non linearités non polynomiales sont gérées comme dans un modèle flou classique, et les non linearités polynomiales sont conservées et directement injectées dans les matrices du modèle flou (Sala 2008; Tanaka, Ohtake et al. 2011).

4.2.2. Polynômes sommes de carrés

Un polynôme réel f à n indéterminées X_1, \dots, X_n est dit somme de carrés (ou SOS de l'expression anglaise Sum Of Squares) s'il existe des polynômes réels f_1, \dots, f_k tels que

$$f = \sum_{i=1}^k f_i^2. \quad (4.4)$$

Tout polynôme SOS est bien sûr positif. La réciproque est fautive sauf dans des cas très particuliers (polynômes à une ou deux variables ou de degré inférieur ou égal à 2, ...). Un des atouts des polynômes SOS est qu'il est simple de déterminer si un polynôme donné est SOS ou non (alors que tester s'il est positif peut se révéler plus problématique) (Parrilo 2000). En effet, un polynôme f de degré $2m$ est SOS si, et seulement si, il peut être réécrit sous la forme

$$f(x) = \tilde{x}^T Q \tilde{x}, \quad (4.5)$$

où \tilde{x} est un vecteur contenant tous les monômes de degré inférieur ou égal à m , et Q est une matrice semi-définie positive. La décomposition (4.5) n'est pas unique, mais par identification, il est facile de montrer que l'ensemble des matrices Q vérifiant (4.5) est un

sous-espace vectoriel – déterminer si l’une d’elles est semi-définie positive est un problème LMI. On peut facilement étendre ce résultat au cas d’une famille de polynômes $f(x, \lambda)$, où $f(x, \lambda)$ est affine en λ , ces paramètres pouvant vérifier des contraintes de type semi définies. Ceci conduit à la notion de problèmes SOS (cf. (Prajna, Papachristodoulou et al. 2005)). Notons qu’il existe des boîtes à outils Matlab tels que SOSTOOLS . (Prajna, Papachristodoulou et al. 2005) ou YALMIP (Löfberg 2004) qui, couplés à des solveurs LMI tels que SEDUMI (Sturm 2001), peuvent résoudre numériquement les problèmes SOS sans avoir à détailler le problème LMI associé.

Nous utiliserons également dans la suite de ce chapitre les notions de matrice SOS ou SOS stricte définies initialement dans (Parrilo 2005; Peyrl and Parrilo 2008).

Définitions : Soit $S(x)$ une matrice polynomiale carrée, symétrique, d’ordre m et $z = [z_1, \dots, z_m]^T$ un nouveau vecteur d’indéterminées. La matrice polynomiale $S(x)$ est dite

- SOS si le polynôme $z^T S(x) z$ en les $(n+m)$ indéterminées x, z est SOS.
- SOS stricte s’il existe un réel $\varepsilon > 0$ tel que la matrice polynomiale $S(x) - \varepsilon I_m$ soit SOS.

Si l’on ne veut assurer le caractère positif d’un polynôme f que localement, il est possible d’utiliser une extension simple de la S-procédure aux cas des polynômes. Soient f_1, \dots, f_k des polynômes à n indéterminées et considérons un ensemble Ω vérifiant

$$\Omega \subset \{x \in \mathbb{R}^n : f_i(x) \geq 0, \forall i \in \{1, \dots, k\}\}.$$

Alors, une condition suffisante pour que le polynôme f soit positif sur Ω est qu’il existe des polynômes SOS q_1, \dots, q_ℓ et des polynômes g_1, \dots, g_ℓ appartenant au monoïde multiplicatif engendré par les f_i tels que le polynôme

$$f(x) - \sum_{i=1}^{\ell} q_i(x) g_i(x)$$

soit SOS.

Notons que ce résultat est un corollaire très simple d’un théorème plus général appelé *positivstellensatz* (Parrilo 2000).

4.2.3. Observateur flou polynomial

4.2.3.1. Cas d'un système nominal

On considère le modèle polynomial flou (4.3) et un observateur flou polynomial de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_z(z')\hat{x}(t) + B_z(z')u(t) + K_z(z')(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C_z\hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.6)$$

La dynamique de l'erreur d'observation $e = x - \hat{x}$ est donnée par :

$$\dot{e} = [A_z(z') - K_z(z')C_z]e \quad (4.7)$$

Le résultat suivant donne des conditions SOS assurant l'existence d'un observateur asymptotique de type (4.6) pour le système (4.3).

Théorème 1 : L'erreur d'observation e entre le modèle polynomial flou (4.2) et l'observateur (4.6) converge vers zéro s'il existe des matrices $P > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $S_i \in \mathbb{R}^{2m \times n}$ et $N_i \in \mathbb{R}^{m \times n}[z']$, $i \in \{1, \dots, r\}$ telles que les matrices polynomiales $\Upsilon_{ii}(z')$ et $\Upsilon_{ij}(z') + \Upsilon_{ji}(z')$ pour $i, j \in \{1, \dots, r\}, i < j$, soient des SOS, avec :

$$\Upsilon_{ij}(z') = -S_i \begin{bmatrix} A_j(z') & -I_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_j(z') & -I_n \end{bmatrix}^T S_i^T - \begin{bmatrix} -N_j(z')C_i - C_i^T N_j^T(z') & P \\ P & 0_n \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Le cas échéant, les gains de l'observateur sont donnés par

$$K_i(z') = P^{-1}N_i(z'), \quad i \in \{1, \dots, r\}. \quad (4.9)$$

Preuve : Considérons la fonction de Lyapunov de type quadratique :

$$V(e) = e^T P e, \quad \text{avec } P > 0 \quad (4.10)$$

La dérivée de V le long des trajectoires de (4.3) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T (A_z^T(z')P + PA_z(z') - PK_z(z')C_z - C_z^T K_z^T(z')P)e \\ &= e^T (A_z^T(z')P + PA_z(z') - N_z(z')C_z - C_z^T N_z^T(z')P)e \end{aligned} \quad (4.11)$$

Soit $\Upsilon_{zz}(z')$ la matrice définie par

$$\begin{aligned} \Upsilon_{zz}(z') &= \sum_{i=1}^r \left(h_{ii}^2(z) \Upsilon_{ii}(z') + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^r h_i(z) h_j(z) \Upsilon_{ij}(z') \right) \\ &= -S_z \begin{bmatrix} A_z(z') & -I_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_z(z') & -I_n \end{bmatrix}^T S_z^T - \begin{bmatrix} -N_z(z')C_z - C_z^T N_z^T(z') & P \\ P & 0_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Si les conditions du théorème sont vérifiées alors, d'après le théorème de relaxation de Tuan et al. (2001), la matrice $\Upsilon_{zz}(z')$ est toujours définie positive. Par transformation de congruence avec la matrice de rang plein $\begin{bmatrix} I_n & A_z^T(z') \end{bmatrix}$, il vient de manière équivalente

$$\begin{bmatrix} I_n & A_z^T(z') \end{bmatrix} \Upsilon_{zz}(z') \begin{bmatrix} I_n \\ A_z(z') \end{bmatrix} > 0, \quad (4.12)$$

soit, en développant :

$$A_z^T(z')P + PA_z(z') - N_z(z')C_z - C_zN_z^T(z') < 0. \quad (4.13)$$

Ceci prouve en tenant compte de la relation (4.9) que la fonction \dot{V} est définie négative (si $P > 0$), et donc que l'erreur d'observation e converge vers 0.

Notons que ce résultat établit une convergence globale de l'observateur lorsque le modèle (4.3) est valable globalement. Dans le cas contraire, le résultat précédent risque d'être trop restrictif, puisque les inégalités requises doivent être vérifiées globalement en z' . Afin de réduire le pessimisme, il est possible pour la synthèse d'un observateur d'inclure les informations disponibles sur les bornes des signaux physiques. On supposera que ces différentes contraintes peuvent être décrites par des inégalités polynomiales de la forme

$$c_k(z') \geq 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, s\} \quad (4.14)$$

Remarquons que ces contraintes (4.14) apparaissent naturellement dans l'obtention d'un modèle flou classique, au travers des bornes de variation des prémisses.

En utilisant l'approche basée sur le positivstellensatz décrite à la sous-section 4.2.2, il est possible d'obtenir le résultat suivant.

Théorème 2 : Considérons le modèle flou (4.3) et l'observateur flou (4.6) avec les contraintes (4.14). L'erreur d'observation e converge vers 0 s'il existe des matrices $P > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $S_i \in \mathbb{R}^{2n \times n}$, $N_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$, pour $i \in \{1, \dots, r\}$ et des polynômes SOS $\sigma_k(z')$ pour $k \in \{1, \dots, s\}$ tels que les matrices

$$\Upsilon_{ii}(z') - \sum_{k=1}^s \sigma_k(z') c_k(z') \quad (\text{pour } i = 1, \dots, r)$$

et

$$\Upsilon_{ij}(z') + \Upsilon_{ji}(z') - 2 \sum_{k=1}^s \sigma_k(z') c_k(z') \quad (\text{pour } (i, j) \in \{1, \dots, r\}^2, \text{ avec } i < j)$$

soient strictement SOS. Les expressions des matrices $\Upsilon_{ij}(z')$ et des gains de l'observateur restent les mêmes que celles données au Théorème 1.

4.2.3.2. Cas d'un système incertain

Considérons ici un modèle incertain de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_z(z'(t)) + \Delta A_z]x(t) + [B_z(z'(t)) + \Delta B_z]u(t) \\ y(t) = C_z x(t) \end{cases} \quad (4.15)$$

L'observateur est celui donné par (4.6). La dynamique de l'erreur d'observation devient cette fois :

$$\dot{e} = [A_z(z') - K_z(z')C_z]e + v(t) \quad (4.16)$$

où le signal de perturbation $v(t)$ est défini par : $v(t) = \Delta A_z x(t) + \Delta B_z u(t)$. Le résultat suivant permet de quantifier l'influence des incertitudes sur la précision de l'état estimé.

Théorème 3 : on suppose remplies les conditions du théorème 1. Alors, l'équation (4.16) sur l'erreur d'estimation de l'état est stable entrée-état vis-à-vis de l'entrée de perturbation $v(t) = \Delta A_z x(t) + \Delta B_z u(t)$.

Preuve : Soit une fonction quadratique $V(e) = e^T P e$ où P est une matrice vérifiant les hypothèses du Théorème 1. La dérivée de V le long des trajectoires de (4.16) a pour expression :

$$\dot{V}(t) = e^T (A_z^T(z')P + PA_z(z') - PK_z(z')C_z - C_z^T K_z^T(z')P)e + 2e^T P v \quad (4.17)$$

D'après le Théorème 1 (et la définition d'une matrice strictement SOS), il existe un nombre réel $\varepsilon > 0$ tel que :

$$\dot{V}(t) \leq -\varepsilon^2 \|e\|^2 + 2\|P\|\|v\|\|e\|$$

En décomposant le premier terme et par complétion du carré, il vient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -0.75\varepsilon^2 \|e\|^2 - \left(0.5\varepsilon \|e\| - 2\frac{\|P\|}{\varepsilon} \|v\| \right)^2 + 4\frac{\|P\|^2}{\varepsilon^2} \|v\|^2 \\ &\leq -0.75\varepsilon^2 \|e\|^2 + 4\frac{\|P\|^2}{\varepsilon^2} \|v\|^2 \end{aligned}$$

Ceci assure la stabilité entrée-état de l'équation (4.16) (cf. (Sontag 1995; Sontag and Wang 1995)).

4.3. Application à l'échangeur thermique

4.3.1. Modèle polynomial flou incertain

Reprenons le modèle (2.4) de l'échangeur thermique considéré dans ce mémoire afin de le mettre sous forme flou polynomiale :

$$\begin{cases} \dot{T}_{h,1} = u_h (T_{h,in} - T_{h,1}) + c_h \alpha (T_{c,2} + T_{c,1} - T_{h,1} - T_{h,in}) \\ \dot{T}_{h,2} = u_h (T_{h,1} - T_{h,2}) + c_h \alpha (-T_{h,2} + T_{c,1} - T_{h,1} + T_{c,in}) \\ \dot{T}_{c,1} = u_c (T_{c,in} - T_{c,1}) + c_c \beta (T_{h,2} - T_{c,1} + T_{h,1} - T_{c,in}) \\ \dot{T}_{c,2} = u_c (T_{c,1} - T_{c,2}) + c_c \beta (-T_{c,2} - T_{c,1} + T_{h,1} + T_{h,in}) \end{cases} \quad (4.18)$$

$$\text{Avec } u_h = \frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*}, \quad c_h = \frac{\gamma_U}{2\tau_h^*}, \quad u_c = \frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*}, \quad c_c = \frac{\gamma_U}{2\tau_c^*}$$

A ce modèle, on ajoute les équations

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = 0 \\ \dot{\beta} = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Rappelons tout d'abord que nous supposons que les différentes données vérifient certaines contraintes rappelées ci-dessous :

$$\alpha \in [0, 5], \beta \in [0, 2.5]; T_{h,2}, T_{c,2}, \dot{m}_h, \dot{m}_c, T_{h,in}, T_{c,in} \in [0.4, 1]; \gamma_U \in [2, 5] \quad (4.20)$$

Ceci nous permettra de rechercher une solution locale à la décomposition des termes polynomiaux intervenant dans les matrices du modèle flou polynomial.

Le modèle augmenté ne peut pas se mettre sous la forme (4.3) sauf à avoir des composantes de z ou z' dépendant de variables d'état non mesurées du fait de la présence des deux termes $\alpha(T_{c,1} - T_{h,1}), \beta(T_{c,1} - T_{h,1})$. Pour remédier à ce problème, nous allons représenter le modèle sous la forme du système incertain (4.21) :

$$\begin{cases} \dot{T}_{h,1} = u_h (T_{h,in} - T_{h,1}) + c_h \alpha (T_{c,2} - T_{h,in}) - \alpha c_h \delta_d \\ \dot{T}_{h,2} = u_h (T_{h,1} - T_{h,2}) + c_h \alpha (-T_{h,2} + T_{c,in}) - \alpha c_h \delta_d \\ \dot{T}_{c,1} = u_c (T_{c,in} - T_{c,1}) + c_c \beta (T_{h,2} - T_{c,in}) + \beta c_c \delta_d \\ \dot{T}_{c,2} = u_c (T_{c,1} - T_{c,2}) + c_c \beta (-T_{c,2} + T_{c,in}) + \beta c_c \delta_d \\ \dot{\alpha} = 0 \\ \dot{\beta} = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

où $\delta_d = T_{h,1} - T_{c,1}$ est vu comme une incertitude du modèle.

Compte tenu des contraintes (4.20), Ce système peut être représenté de manière équivalente sous forme du modèle flou polynomial à 8 règles décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = [A_z(z') + \Delta A_z]x + g(y, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.22)$$

où les variables sont :

- $x = [T_{h,1} \ T_{h,2} \ T_{c,1} \ T_{c,2} \ \alpha \ \beta]^T$ (vecteur d'état),
- $z = [\dot{m}_h \ \dot{m}_c \ \gamma_U]$ (vecteur des prémisses),
- $z' = [T_{h,2} \ T_{c,2} \ T_{h,in} \ T_{c,in}]$ (variables des matrices polynomiales),
- $u = [T_{h,in} \ T_{c,in} \ \dot{m}_h \ \dot{m}_c]^T$ (entrées du système),
- $y = [T_{h,2} \ T_{c,2}]^T$ (mesures du système),

et les matrices et champs de vecteurs du modèle sont définis par

- $g(y, u) = [u_h T_{h,in} \ -u_h T_{h,2} \ u_c T_{c,in} \ -u_c T_{c,2} \ 0 \ 0]^T$,
- $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,
- $A_i = \begin{bmatrix} -\bar{u}_h & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_h (T_{c,2} - T_{h,in}) & 0 \\ \bar{u}_h & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_h (-T_{h,2} + T_{c,in}) & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{u}_c & 0 & 0 & \bar{c}_c (T_{h,2} - T_{c,in}) \\ 0 & 0 & \bar{u}_c & 0 & 0 & \bar{c}_c (-T_{c,2} + T_{h,in}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(les termes \bar{u}_h , \bar{u}_c , \bar{c}_h et \bar{c}_c correspondant aux optimums (minimum ou maximum) des fonctions u_h , u_c , c_c et c_h dans les domaines définies en (4.20)),

$$- \Delta A_z = \delta_d \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

4.3.2. Observateur

L'observateur adapté à notre modèle sera de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_z(z')\hat{x} + g(y, u) + K(z')(y - C\hat{x}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (4.23)$$

Comme dans le Théorème 2, nous avons pris en compte les contraintes pour les variables connues $z' = [T_{h,2} \ T_{c,2} \ T_{h,in} \ T_{c,in}]$. Ainsi, le fait que la variable $T_{c,2}$ évolue dans l'intervalle $[0,4 \ 1]$ a été traduit par la contrainte polynomiale :

$$c(T_{c,2}) = (T_{c,2} - 0.4)(1 - T_{c,2}) \geq 0.$$

Nous avons procédé ainsi pour les 3 autres composantes de z' .

Dans le cas du modèle (4.22), les mesures sont des fonctions linéaires des composantes de l'état. Ceci simplifie la synthèse de l'observateur. En effet, puisque les matrices C_i sont constantes ($C_i = C$), l'utilisation d'un gain constant $K_i(z') = K(z')$ permet de réduire considérablement le nombre de contraintes SOS (car dans ce cas $\Upsilon_{ij} = \Upsilon_{ji} = \Upsilon_{ii} = \Upsilon_i$). Il s'ensuit que la charge de calcul du solveur est fortement diminuée.

4.3.3. Résultats

4.3.3.1 Synthèse de l'observateur

La synthèse de l'observateur a été réalisée grâce à la boîte à outil SOSTOOLS de Matlab, (Prajna, Papachristodoulou et al. 2004; Prajna, Papachristodoulou et al. 2005). Cette dernière permet de définir les variables intervenant dans les polynômes, ainsi que les contraintes SOS. Le solveur de SDP est le logiciel Sedumi (Sturm 2001) qui permet de résoudre les problèmes

d'optimisations sur des contraintes matricielles linéaires. Notons que SOSTOOLS n'est plus mis à jour, mais que YALMIP le remplace parfaitement¹.

Plusieurs ensembles de contrainte SOS ont été essayé afin d'améliorer les résultats de l'observation. Nous présentons ici le problème SOS le plus simple, qui a donné des résultats similaires aux autres problèmes testés. Le théorème 2 a été appliqué avec les matrices $\Upsilon_i(z')$ suivantes :

$$\Upsilon_i(z') = - \begin{bmatrix} XA_i(z') + A_i^T(z')X - C^T L^T - LC & (*) \\ L^T - G^T C & G + G^T - R^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$R = 10^{-6} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, L et G des matrices non structurées de taille $(2,6)$ et $(2,2)$.

Comme il y a 8 règles, le problème SOS comporte donc 8 contraintes du type :

$$\Upsilon_i(z') + \Upsilon_i^T(z') \text{ SOS} \quad (4.25)$$

Si le théorème 2 a une solution, le gain de l'observateur est donné par :

$$K = X^{-1}CR^{-T} \quad (4.26)$$

Ce problème SOS est issu d'un résultat publié dans (Delmotte, Guerra et al. 2007) à propos du régulateur en commande. Nous avons simplement utilisé la classique dualité commande/observation du cas linéaire, ainsi que des matrices polynomiales $A_i(z')$. Nous avons pensé à cette approche car le régulateur donne des résultats intéressant en commande. Ici en l'occurrence, il permet d'avoir un gain d'observation assez faible. Notons qu'avec ce problème, le gain d'observation n'est plus polynomial, mais constant.

4.3.4.3 Simulations

Simulation sur le modèle à deux sections

Comme dans les autres chapitres nous avons réalisé les tests sur le modèle non linéaire (4.18) afin de valider la construction de notre observateur. Par l'intermédiaire du solveur Sedumi, nous avons obtenu le gain K suivant :

$$K = \begin{bmatrix} -11.4 & 31.6 & -0.08 & 0.2 & -8.09 & 0.07 \\ -0.09 & 0.2 & -2.3 & 18.1 & -0.03 & 5.46 \end{bmatrix}^T$$

¹ Bien évidemment la syntaxe YALMIP est différente de celle de SOSTOOLS, et une petite adaptation du code est requise.

La simulation avec le système non linéaire a été réalisée et nous pouvons voir sur les figures suivantes Figure 4-1 et Figure 4-2, les températures de la première section et de sortie du système non linéaire (en bleu) et de l'observateur (en rouge). Les données d'entrées pour le système non linéaire sont celles de l'essai 1. Les simulations sont réalisées sur 20000s afin de voir une évolution des paramètres d'encrassement.

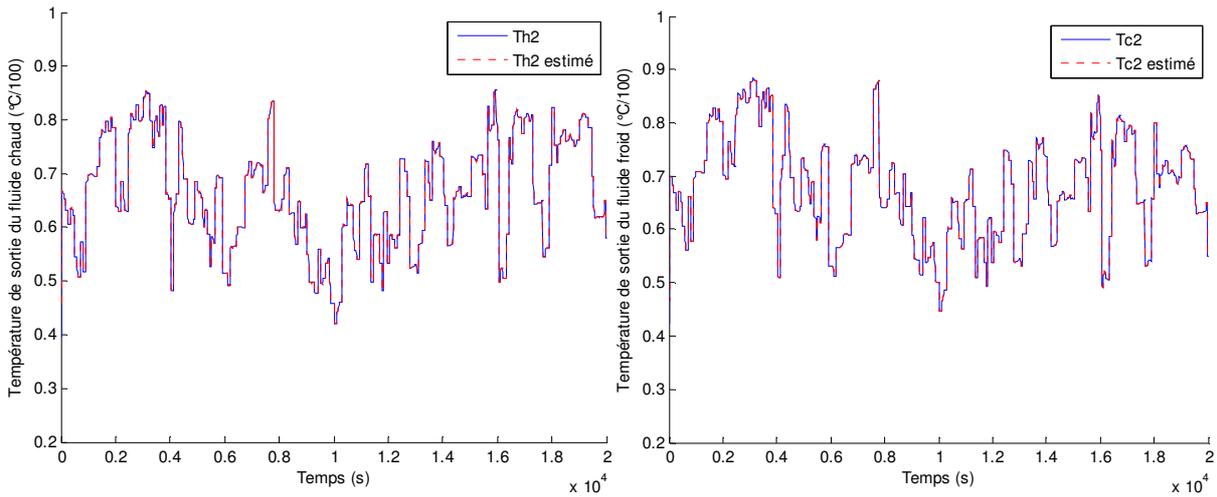


Figure 4-1 : $T_{h,2}$ et $\hat{T}_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ et $\hat{T}_{c,2}$ (à droite) pour 1000s pour le système non linéaire.

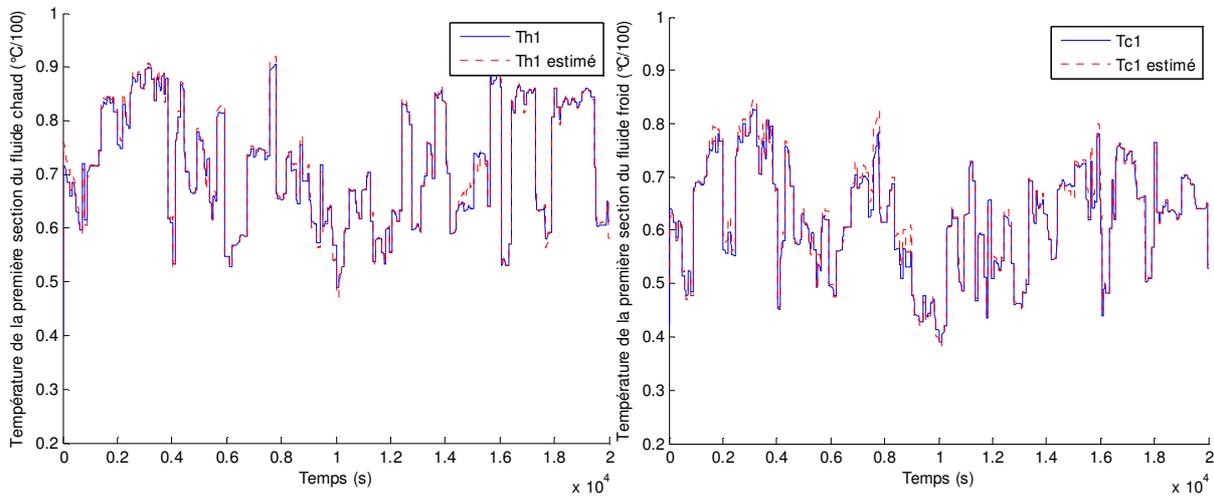


Figure 4-2 : $T_{h,1}$ et $\hat{T}_{h,1}$ (à gauche) $T_{c,1}$ et $\hat{T}_{c,1}$ (à droite) pour 1000s pour le système non linéaire.

Sur la Figure 4-3 sont représentées les variables d'encrassement. Comme dans le chapitre précédent la comparaison avec α et β se fait sur une variation commençant ici à 5000 (afin de pouvoir obtenir une évolution sur l'estimé) et initialisé respectivement à 1.2 et 0.8.

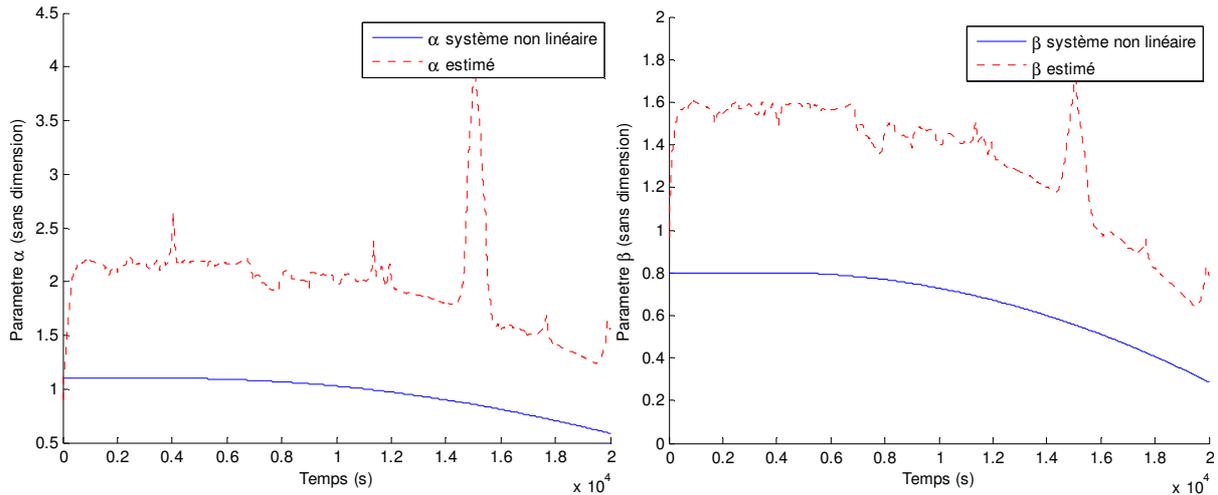


Figure 4-3 : α et $\hat{\alpha}$ (à gauche) β et $\hat{\beta}$ (à droite) sur l'essai 1 pour le système non linéaire.

D'après ces courbes, nous pouvons conclure que l'état de l'observateur converge mais on remarquera qu'il comporte aussi un biais important sur l'encrassement, ainsi qu'un pic autour de 15000s. Ceci reste inexpliqué à ce jour. Cependant il apparaît une nette corrélation entre les facteurs d'encrassement réels et estimés. Comme l'étape finale de la détection utilise un test Cusum, qui diagnostique uniquement des variations, cette méthode est validée. Notons enfin que les écarts sont minimes sur les autres variables.

Une comparaison avec la méthode de (Ichalal, Marx et al. 2008) a été réalisée. En effet cette approche permet d'estimer aussi bien le vecteur de prémisses que l'état. Ceci permet alors d'injecter dans les prémisses les variables α et β , et de les estimer simultanément, ce que nous ne pouvons faire. Pour cela le système initial est réécrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_z x(t) + B_z u(t) = A_z x(t) + B_z u(t) + w(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ w(t) = \sum_{i=1}^r (h_i(z) - h_i(\hat{z})) (A_i x(t) + B_i u(t)) \end{cases} \quad (4.27)$$

Une étape d'optimisation est alors effectuée dans (Ichalal, Marx et al. 2008), ainsi que dans d'autres articles des mêmes auteurs, afin de minimiser l'influence de $w(t)$. La méthode utilisée est similaire à celle d'un critère H_∞ . Si la méthode semble élégante dans leurs articles, les résultats obtenus ne sont pas pertinents dans notre cas. En effet, comme cela l'est

montré sur la figure suivante les facteurs d'encrassement réels et estimés semblent totalement décorrélés. Notons que les autres variables sont cependant bien estimées.

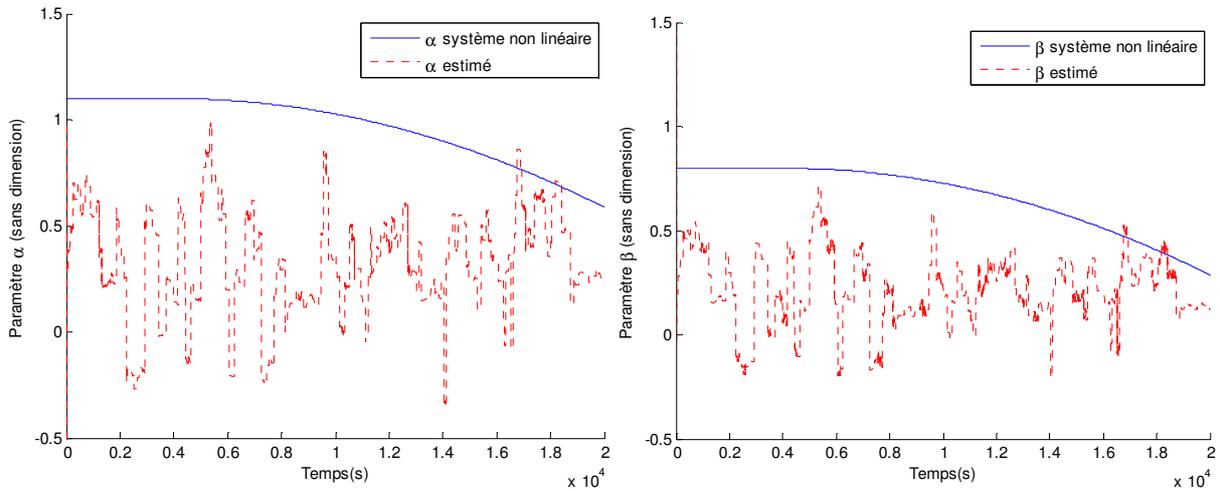


Figure 4-4 : α et $\hat{\alpha}$ (à gauche) β et $\hat{\beta}$ (à droite) sur l'essai 1 pour le système non linéaire de (Ichalal, Marx et al. 2008).

Simulation sur le système à dimension infinie

Comme dans le chapitre 3, nous avons effectué une simulation sur 2 essais de durées différentes. Les courbes utilisent une échelle des temps normalisée afin de superposer les deux résultats.

Nous pouvons ainsi voir sur la Figure 4-5 la représentation de l'estimation des paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ sur les 2 essais.

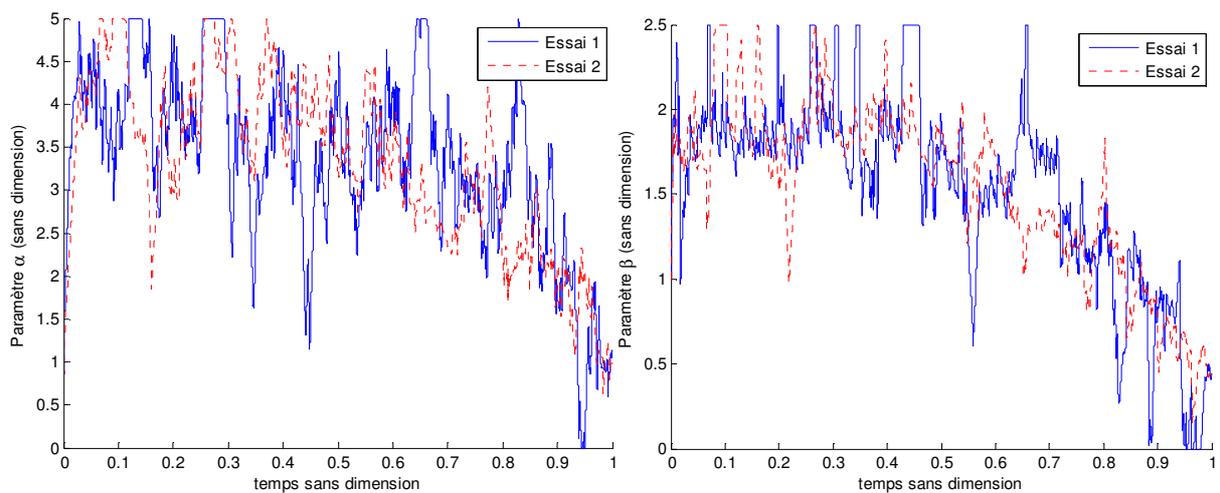


Figure 4-5 : $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) sur les 2 essais.

Nous allons filtrer les deux dernières figures à l'aide d'une moyenne glissante (moyenne de 1000 valeurs de chaque coté du point à filtrer).

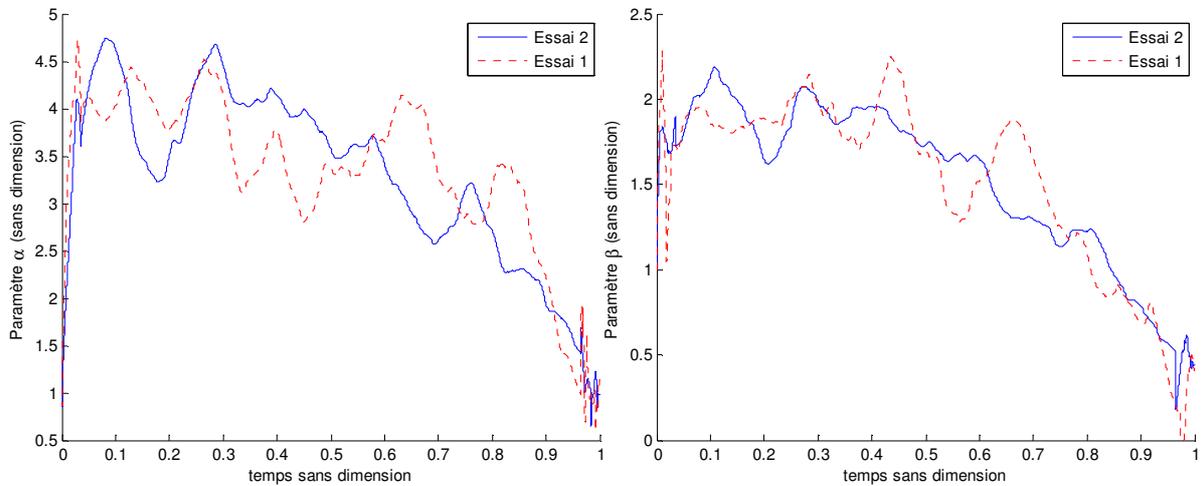


Figure 4-6 : $\hat{\alpha}$ filtré (à gauche) et $\hat{\beta}$ filtré (à droite) sur les 2 essais.

Nous pouvons voir une évolution de la valeur moyenne au cours du temps. L'étape finale de la détection est le test Cusum. Notons que ce dernier est appliqué directement sur les données non filtrées, puisque le test du Cusum utilise explicitement les variances des variables à surveiller. Il est inutile de les filtrer au préalable.

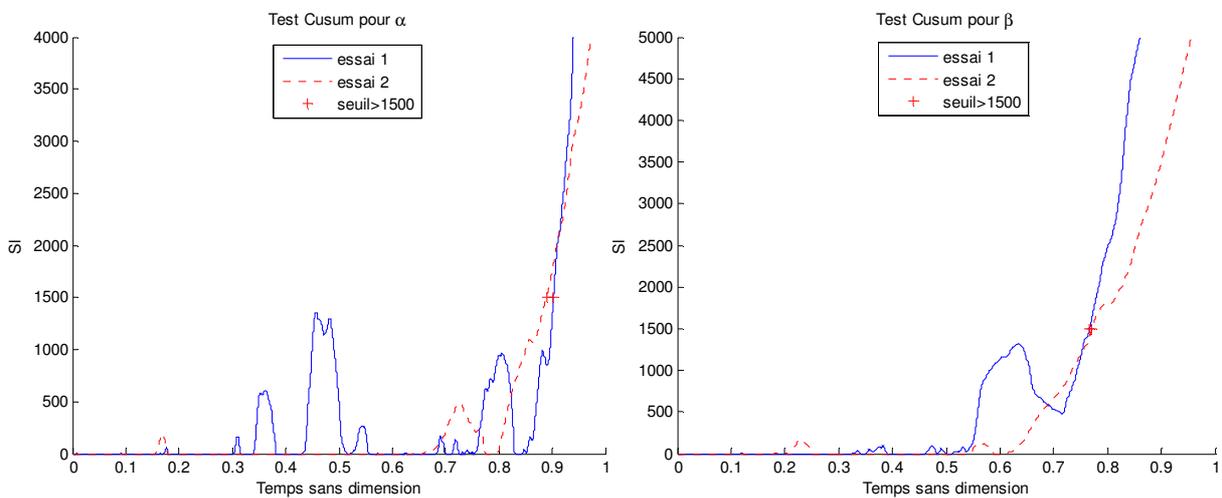


Figure 4-7 : test Cusum sur $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) sur les 2 essais.

Les paramètres du test Cusum ont été fixés empiriquement. Les croix rouges sur la figure 0-6 indiquent les seuils de détection. Afin de détecter maintenant l'encrassement, nous allons approximativement le représenter pour les 2 essais sur la Figure 4-8 (non filtré et filtré). Pour

cela nous utilisons la formule vue dans le chapitre précédent : $R_f = \frac{1}{\hat{\alpha} + 0.1} + \frac{1}{\hat{\beta} + 0.1}$. Le test

Cusum est fourni sur la Figure 4-9.

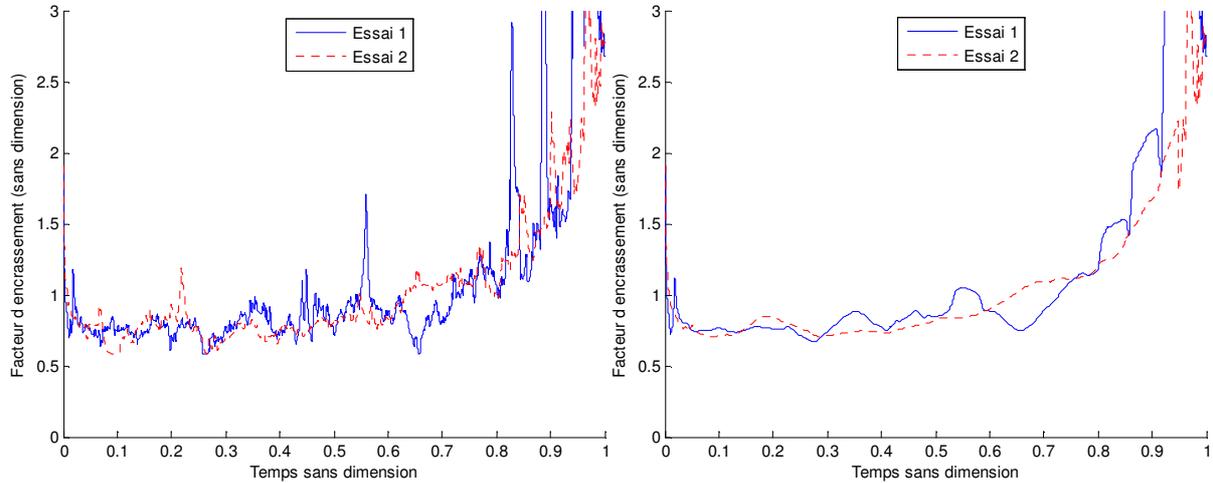


Figure 4-8 : représentation de l'encrassement par la fonction $R_f = \frac{1}{\hat{\alpha} + 0.1} + \frac{1}{\hat{\beta} + 0.1}$ non filtré (à gauche) filtré (à droite).

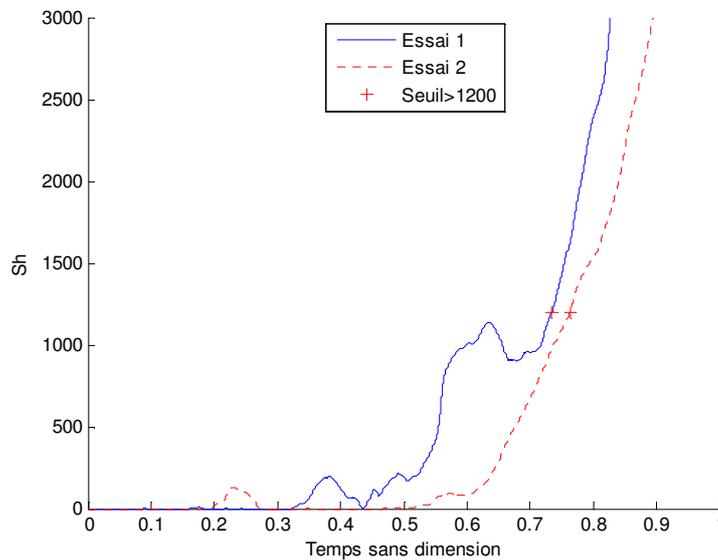


Figure 4-9 : test Cusum sur la fonction $R_f = \frac{1}{\hat{\alpha} + 0.1} + \frac{1}{\hat{\beta} + 0.1}$.

Sur la Figure 4-8, nous voyons clairement une variation de l'encrassement au cours du temps. Nous voyons bien que l'encrassement commence à augmenter au alentour de 0.7. En effectuant le test Cusum avec un seuil de 1200 (Figure 4-9) on remarque que la détection d'encrassement s'effectue au même moment pour les 2 essais (autour de 0.7, 0.75).

Le test Cusum permet donc une détection de l'encrassement en se basant sur un modèle polynomial flou.

4.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une représentation floue polynomiale de l'échangeur thermique a été étudiée. Un observateur dans le cas incertain en a été déduit, et il a permis une détection de l'encrassement comparable aux autres méthodes précédentes.

Chapitre 5. Observateurs flous TS à entrées inconnues

5.1 INTRODUCTION	82
5.2 OBSERVATEUR FLOU DE TYPE TS AVEC PERTURBATIONS	82
5.2.1 Construction de l'observateur TS avec perturbations	82
5.2.2 Prise en compte de performance par placement de pôles.....	85
5.2.3 Application à l'échangeur thermique.....	87
5.3 RESULTATS OBTENUS	90
5.3.1 Simulation sur le modèle à deux sections.....	91
5.3.2 Simulation sur le modèle de dimension infinie.....	95
5.4 CONCLUSION	99

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons une nouvelle technique pour estimer l'état d'encrassement d'un échangeur de chaleur. La technique développée ci-dessous utilise comme dans les chapitres précédents une représentation du système sous forme Takagi-Sugeno. L'idée ici repose sur une réécriture du système en considérant les termes du modèle affectés par les paramètres d'encrassement comme des entrées inconnues. En utilisant une approche de synthèse d'observateur à entrée inconnue basée sur l'emploi d'un modèle dynamique de ces dernières, il est possible de reconstruire l'état du système, ainsi que les perturbations. Dans une première section, la synthèse de l'observateur flou de type TS avec perturbations sera présentée. Nous montrons ensuite comment des performances dynamiques peuvent être prises en compte à l'aide d'une technique de placement de pôles assurant la D-stabilité des sous-modèles de l'observateur. Enfin, des résultats de simulation sont présentés démontrant l'efficacité de ce type d'observateur.

5.2 Observateur flou de type TS avec perturbations

5.2.1 Construction de l'observateur TS avec perturbations

On considère dans cette section un système non linéaire soumis à des perturbations supposés non mesurés et représenté sous la forme de Takagi-Sugeno par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_z x(t) + B_z u(t) + D_z d(t) \\ y(t) = C_z x(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$, $z(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ représentent, respectivement, le vecteur d'état, le vecteur d'entrée de commande (ou de perturbation mesurée), le vecteur des mesures et le vecteur des prémisses (supposées mesurables). La variable $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ représente le vecteur des perturbations ou entrées inconnues. La notation A_z représente comme aux chapitres précédents la matrice $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x(t)$.

Il existe principalement deux classes de méthodes pour la synthèse d'observateurs pour des systèmes possédant des entrées inconnues.

La première consiste à définir des transformations de façon à ce que la dynamique de l'erreur d'observation soit indépendante des entrées inconnues. Cela n'est évidemment possible que sous certaines hypothèses sur la structure du système. Parmi les travaux utilisant cette approche dite des observateurs à entrées inconnues, nous pouvons mentionner (Bhattacharyya 1978; Hou and Müller 1992; Darouach, Zasadzinski et al. 1994) dans le cadre des systèmes linéaires. Des extensions aux cas des systèmes non linéaires sous forme de Takagi-Sugeno sont décrites dans (Akhenak, Chadli et al. 2003; Marx, Koenig et al. 2007) ou encore (Chadli 2010).

La deuxième classe de méthodes nécessite la connaissance d'un modèle dynamique des perturbations. Cette approche a été employée initialement dans (Meditch and Hostetter 1974), ainsi que (Johnson 1975) dans le cadre des systèmes linéaires et redéveloppée dans le cadre des modèles TS par (Lendek, Lauber et al. 2010). Cette méthode a pour avantages sa simplicité et la possibilité de reconstruire aisément les entrées inconnues. C'est celle que nous développerons dans ce chapitre.

Nous supposons que les signaux de perturbation sont des fonctions polynomiales du temps. Il existe donc un entier p tel que la dérivée $p^{\text{ième}}$ de d soit nulle ($d^{(p)}(t) = 0$). Ceci permet de considérer des perturbations sous forme d'échelon, de rampe, et ainsi de suite. Dans le cadre de l'échangeur, cette hypothèse semble compatible avec l'application du fait que les paramètres caractérisant l'échangeur varient lentement.

Le but étant de prouver la convergence de la perturbation estimée vers la perturbation du système, nous allons réécrire le système sous la forme d'un système étendu :

Pour cela, notons $d_d(t)$ le vecteur composé par $d(t)$, ainsi que ses dérivées jusqu'à l'ordre $p-1$:

$$d_d(t) = \begin{bmatrix} d(t) \\ \vdots \\ d^{(p-1)}(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{p n_d}.$$

et considérons le vecteur d'état étendu obtenu en combinant le vecteur d'état du système (5.1) et le vecteur $d_d(t)$:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ d_d(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+p \times m} \quad (5.2)$$

Alors, le modèle (5.1) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_z \bar{x}(t) + \bar{B}_z u(t) \\ y(t) = \bar{C}_z \bar{x}(t) \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\text{où } \bar{A}_z = \begin{bmatrix} A_z & D_z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \ddots & 0 \\ & & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & I \\ 0 & 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_z = \begin{bmatrix} B_z \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{C}_z = [C_z \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

L'observateur du système (5.3) est choisi de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}_z \hat{x}(t) + \bar{B}_z u(t) + \bar{K}_z (y(t) - \hat{y}(t)) \\ y(t) = \bar{C}_z \hat{x}(t) \end{cases} \quad (5.4)$$

Soit $e_d(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ d_d(t) - \hat{d}_d(t) \end{bmatrix}$ l'erreur d'observation. Il est clair que si nous

prouvons que $e_d(t)$ tende vers 0, alors nous aurons prouvé que $e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0$ et que $d(t) - \hat{d}(t) \rightarrow 0$.

La dynamique de l'erreur est donnée par :

$$\dot{e}_d(t) = (\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z) e_d(t) \quad (5.5)$$

Considérons la fonction quadratique $V(e_d) = e_d^T(t) P e_d(t)$ où P est une matrice symétrique, définie positive. Pour que l'erreur tende vers 0, il suffit que la fonction $\dot{V}(e_d)$ soit définie négative, soit:

$$\dot{V}(e_d) = e_d^T(t) \left(P(\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z) + (\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z)^T P \right) e_d(t) \quad (5.6)$$

qui est vérifié si :

$$P(\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z) + (\bar{A}_z - \bar{K}_z \bar{C}_z)^T P < 0, \quad \forall z \quad (5.7)$$

ou encore, en posant $M_z = P \bar{K}_z$

$$(P \bar{A}_z - M_z \bar{C}_z) + (\bar{A}_z^T P - \bar{C}_z^T M_z^T)^T < 0. \quad (5.8)$$

Des conditions LMI de convergence peuvent être obtenue en utilisant alors des théorèmes de relaxation comme celui donné dans (Tuan, Apkarian et al. 2001). Dans le cas où la sortie est une fonction linéaire de l'état ($\bar{C}_z = \bar{C}$), les conditions s'exprime sous la forme du système de LMI suivant :

$$(P \bar{A}_i - M_i \bar{C}) + (\bar{A}_i^T P - \bar{C}^T M_i^T)^T < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (5.9)$$

Ainsi, s'il existe une matrice $P = P^T > 0$, $P \in \mathbb{R}^{(n_x + p_{n_d}) \times (n_x + p_{n_d})}$ et des matrices M_1, \dots, M_r , telles que (5.9) soit vérifiée alors l'erreur d'estimation converge et les gains d'observation sont calculés de la manière suivante :

$$\bar{K}_i = P^{-1}M_i \quad (5.10)$$

5.2.2 Prise en compte de performance par placement de pôles

Afin d'améliorer les performances dynamiques de l'observateur, il est possible de considérer des contraintes additionnelles sur les gains de l'observateur. Pour cela, nous allons contraindre les pôles des sous modèles du système TS (5.5) à appartenir à une région choisie du plan complexe. Cette propriété est appelée D-stabilité (Chilali and Gahinet 1994; Chilali and Gahinet 1996; Toulotte 2006).

Une région du plan complexe D est une région LMI lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$D = \{z \in \mathbb{C} : X + zY + \bar{z}Y^T < 0\}, \quad (5.11)$$

où $X = X^T$ et Y sont des matrices réelles et \bar{z} représente le conjugué de z . La fonction $f_D(z) = X + zY + \bar{z}Y^T$ est dite fonction caractéristique de la région LMI D . Pour la suite, il faut savoir que l'intersection de régions LMI reste une région LMI. En effet, nous allons choisir plusieurs contraintes sur les pôles, comme cela est indiqué sur la figure suivante.

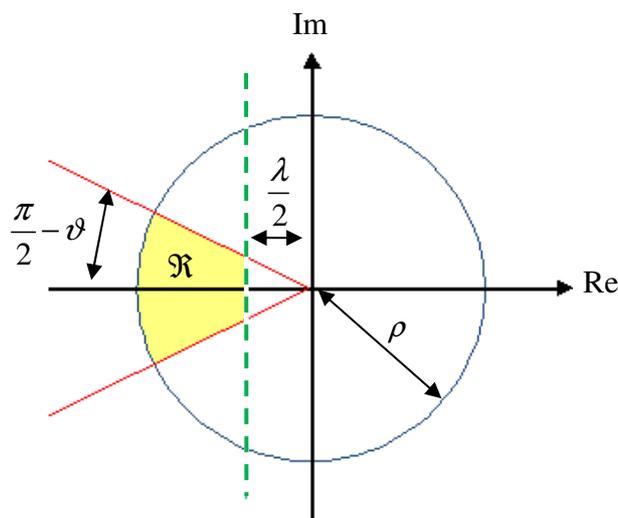


Figure 5-1 : D-stabilité

Les régions LMI qui sont utilisées (demi-plan, cercle et cône) sont définies comme suit :

- Le demi-plan (tracé en pointillé) $\text{Re}(z) < -\frac{\lambda}{2}$:

$f_D(z) = \lambda + z + \bar{z} < 0$ (permet de fixer un taux de convergence exponentielle minimal).

- Le disque de rayon ρ centré au point d'origine

$f_D(z) = \begin{bmatrix} -\rho & z \\ \bar{z} & -\rho \end{bmatrix} < 0$ (permet de fixer une pulsation naturelle, ce qui revient à

limiter l'amplitude des gains).

- Le cône partant de l'origine et d'angle 2ϑ :

$f_D(z) = \begin{bmatrix} (z + \bar{z})\sin(\vartheta) & (z - \bar{z})\cos(\vartheta) \\ (\bar{z} - z)\cos(\vartheta) & (z + \bar{z})\sin(\vartheta) \end{bmatrix} < 0$ (permet d'assurer un amortissement

minimal).

Enfin les contraintes sur les pôles peuvent être exprimées sous forme de nouvelles contraintes LMI qui s'ajoutent à celles données en (5.9) en utilisant le résultat suivant :

Théorème (Gahinet, Nemirovskii et al. 1994) : Une matrice A est D-stable si, et seulement si, il existe une matrice $P = P^T > 0$ telle que :

$$X \otimes P + Y \otimes AP + Y^T \otimes (AP)^T < 0 \quad (5.12)$$

où \otimes symbolise le produit de Kronecker.

Les PLMI correspondant aux contraintes définies précédemment sont alors :

$$\begin{aligned} & \bar{A}_z^T P + P \bar{A}_z - \bar{C}^T M_z^T - M_z \bar{C} + \lambda P < 0 \\ & \begin{bmatrix} -\rho P & \bar{A}_z^T P - \bar{C}^T M_z^T \\ P \bar{A}_z - M_z \bar{C} & -\rho P \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} \cos \vartheta (\bar{A}_z^T P + P \bar{A}_z - \bar{C}^T M_z^T - M_z \bar{C}) & \sin \vartheta (-\bar{A}_z^T P + P \bar{A}_z + \bar{C}^T M_z^T - M_z \bar{C}) \\ \sin \vartheta (\bar{A}_z^T P - P \bar{A}_z - \bar{C}^T M_z^T + M_z \bar{C}) & \cos \vartheta (\bar{A}_z^T P + P \bar{A}_z - \bar{C}^T M_z^T - M_z \bar{C}) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

5.2.3 Application à l'échangeur thermique

Les paramètres d'encrassement du modèle de l'échangeur thermique vus au chapitre 1 varient lentement vis-à-vis de la dynamique du processus. Aussi, seules les variations autour de leurs valeurs moyennes vont être estimées.

Notons α_0 et β_0 les valeurs des paramètres d'encrassement initiaux correspondant, par exemple, à un échangeur de chaleur neuf ou nettoyé. On suppose ces valeurs connues suite à une étape d'identification préalable. Les variations d'encrassement $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ sont alors déterminés par :

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 + \Delta\alpha \\ \beta &= \beta_0 + \Delta\beta\end{aligned}\quad (5.14)$$

Avec ces expressions, le modèle flou de l'échangeur thermique est réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \dot{T}_{h1} \\ \dot{T}_{h2} \\ \dot{T}_{c1} \\ \dot{T}_{c2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -u_h - \alpha_0 \gamma_h & 0 & \alpha_0 \gamma_h & \alpha_0 \gamma_h \\ u_h - \alpha_0 \gamma_h & -u_h - \alpha_0 \gamma_h & \alpha_0 \gamma_h & 0 \\ \beta_0 \gamma_c & \beta_0 \gamma_c & -u_c - \beta_0 \gamma_c & 0 \\ \beta_0 \gamma_c & 0 & u_c - \beta_0 \gamma_c & -u_c - \beta_0 \gamma_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{h1} \\ T_{h2} \\ T_{c1} \\ T_{c2} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \dot{m}_h / c_h - \alpha_0 \gamma_{u_h} & 0 \\ 0 & \alpha_0 \gamma_{u_h} \\ 0 & \dot{m}_c / c_c - \beta_0 \gamma_{u_c} \\ \beta_0 \gamma_{u_c} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{hin} \\ T_{cin} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_h (-T_{h1} + T_{c1} + T_{c2} - T_{hin}) \Delta\alpha \\ \gamma_h (-T_{h1} - T_{h2} + T_{c1} + T_{cin}) \Delta\alpha \\ \gamma_c (T_{h1} + T_{h2} - T_{c1} - T_{cin}) \Delta\beta \\ \gamma_c (T_{h1} - T_{c1} - T_{c2} + T_{hin}) \Delta\beta \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (5.15)$$

$$\text{Avec } u_h = \frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*}, \quad u_c = \frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*}, \quad \gamma_h = \frac{\gamma_U}{2\tau_c^*}, \quad \gamma_c = \frac{\gamma_U}{2\tau_h^*}$$

ou encore, de manière plus compacte :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u, \alpha_0, \beta_0) x + B(u, \alpha_0, \beta_0) T_{in} + v(t) \\ y = Cx \end{cases}$$

où la perturbation $v(t)$ a pour expression :

$$v(t) = \begin{pmatrix} \gamma_h (-T_{h1} + T_{c1} + T_{c2} - T_{hin}) \Delta\alpha \\ \gamma_h (-T_{h1} - T_{h2} + T_{c1} + T_{cin}) \Delta\alpha \\ \gamma_c (T_{h1} + T_{h2} - T_{c1} - T_{cin}) \Delta\beta \\ \gamma_c (T_{h1} - T_{c1} - T_{c2} + T_{hin}) \Delta\beta \end{pmatrix}, \quad (5.16)$$

Comme il n'y a que deux sorties, il est impossible d'estimer indépendamment chacune des composantes de $v(t)$. Remarquons que, si la longueur de l'échangeur est suffisamment grande, on a $T_{c,2} \approx T_{h,in}$ et $T_{h,2} \approx T_{c,in}$, c'est-à-dire, les deux premières composantes de v sont approximativement égales et de même pour les deux dernières composantes. Aussi nous supposons que $v_1(t) = v_2(t)$ et $v_3(t) = v_4(t)$.

Le modèle sera donc de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u, \alpha_0, \beta_0)x + B(u, \alpha_0, \beta_0)T_{in} + D \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \\ y = Cx \end{cases}$$

avec $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, ou encore, de manière équivalente, sous la forme TS :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5.17)$$

avec comme vecteur de prémisses $z = \begin{pmatrix} \dot{m}_h \\ \dot{m}_c \\ \gamma_u \end{pmatrix}$, ce qui donne un modèle flou à 8 règles.

Les entrées des matrices A_i et B_i sont données dans la table suivante.

i	1	2	3	4
A_i	$\begin{bmatrix} -0.59 & 0 & 0.15 & 0.15 \\ 0.29 & -0.59 & 0.15 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & -0.34 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.14 & -0.34 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.8 & 0 & 0.37 & 0.37 \\ 0.07 & -0.8 & 0.37 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & -0.48 & 0 \\ 0.25 & 0 & -0.01 & -0.48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.59 & 0 & 0.15 & 0.15 \\ 0.29 & -0.59 & 0.15 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & -0.85 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.65 & -0.85 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.8 & 0 & 0.37 & 0.37 \\ 0.07 & -0.8 & 0.37 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & -1 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.5 & -1 \end{bmatrix}$
B_i	$\begin{bmatrix} 0.29 & 0 \\ 0 & 0.15 \\ 0 & 0.14 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.07 & 0 \\ 0 & 0.37 \\ 0 & -0.01 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.29 & 0 \\ 0 & 0.15 \\ 0 & 0.65 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.07 & 0 \\ 0 & 0.37 \\ 0 & 0.5 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}$
i	5	6	7	8
A_i	$\begin{bmatrix} -1.49 & 0 & 0.15 & 0.15 \\ 1.2 & -1.49 & 0.15 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & -0.34 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.14 & -0.34 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1.7 & 0 & 0.37 & 0.37 \\ 0.98 & -1.71 & 0.37 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & -0.48 & 0 \\ 0.25 & 0 & -0.01 & -0.48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1.49 & 0 & 0.15 & 0.15 \\ 1.2 & -1.49 & 0.15 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & -0.85 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.65 & -0.85 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1.71 & 0 & 0.37 & 0.37 \\ 0.98 & -1.71 & 0.37 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & -1 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.5 & -1 \end{bmatrix}$

B_i	$\begin{bmatrix} 1.2 & 0 \\ 0 & 0.15 \\ 0 & 0.14 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.98 & 0 \\ 0 & 0.37 \\ 0 & -0.01 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.2 & 0 \\ 0 & 0.15 \\ 0 & 0.65 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.98 & 0 \\ 0 & 0.37 \\ 0 & 0.5 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}$
-------	--	---	--	---

Tableau 5-1 : Matrices du modèle TS de l'échangeur thermique

Pour estimer les variables d_1 et d_2 , nous supposons qu'elles peuvent être approchées de manière suffisamment précise par des polynômes de degré 2 (correspondant à un ordre de dérivation p fixé à 3), ce qui conduit au système étendu suivant

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \\ \ddot{\ddot{d}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_z & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ d \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [C \ 0 \ 0 \ 0] \begin{pmatrix} x \\ d \\ \dot{d} \\ \ddot{d} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

ainsi qu'à l'observateur

$$\begin{pmatrix} \hat{\dot{x}} \\ \hat{\dot{d}} \\ \hat{\ddot{d}} \\ \hat{\ddot{\ddot{d}}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_z & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{d} \\ \hat{\dot{d}} \\ \hat{\ddot{d}} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} K_{z,1} \\ K_{z,2} \\ K_{z,3} \\ K_{z,4} \end{bmatrix} [C \ 0 \ 0 \ 0] \begin{pmatrix} e \\ \bar{d} \\ \dot{\bar{d}} \\ \ddot{\bar{d}} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Les paramètres $\Delta\hat{\alpha}$ et $\Delta\hat{\beta}$ sont solution du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} f_1(\hat{x}, u) \Delta\hat{\alpha} = \hat{d}_1 \\ f_2(\hat{x}, u) \Delta\hat{\alpha} = \hat{d}_1 \\ g_1(\hat{x}, u) \Delta\hat{\beta} = \hat{d}_2 \\ g_2(\hat{x}, u) \Delta\hat{\beta} = \hat{d}_2 \end{cases} \quad (5.20)$$

avec

$$\begin{pmatrix} f_1(\hat{x}, u) \\ f_2(\hat{x}, u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_h T_{h1} + \gamma_h T_{c1} + \gamma_h T_{c2} - \gamma_h T_{hin} \\ -\gamma_h T_{h1} - \gamma_h T_{h2} + \gamma_h T_{c1} + \gamma_h T_{cin} \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

$$\begin{pmatrix} g_1(\hat{x}, u) \\ g_2(\hat{x}, u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_c T_{h1} + \gamma_c T_{h2} - \gamma_c T_{c1} - \gamma_c T_{cin} \\ \gamma_c T_{h1} - \gamma_c T_{c1} - \gamma_c T_{c2} + \gamma_c T_{hin} \end{pmatrix}$$

On résout alors par la méthode des moindres carrés, $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ sont alors donnés par

$$\hat{\Delta\alpha} = \begin{pmatrix} f_1(\hat{x}, u) \\ f_2(\hat{x}, u) \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_1 \end{pmatrix}, \hat{\Delta\beta} = \begin{pmatrix} g_1(\hat{x}, u) \\ g_2(\hat{x}, u) \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} \hat{d}_2 \\ \hat{d}_2 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

(où l'exposant + représente la pseudo-inverse), soit encore :

$$\Delta\hat{\alpha} = \frac{f_1(\hat{x}, u) + f_2(\hat{x}, u)}{f_1^2(\hat{x}, u) + f_2^2(\hat{x}, u)} \hat{d}_1, \quad \Delta\hat{\beta} = \frac{g_1(\hat{x}, u) + g_2(\hat{x}, u)}{g_1^2(\hat{x}, u) + g_2^2(\hat{x}, u)} \hat{d}_2. \quad (5.23)$$

5.3 Résultats obtenus

Comme dans les chapitres précédents, deux jeux de simulations seront effectués. Le premier est basé sur le modèle non linéaire de l'échangeur, le second, sur un modèle de dimension infinie et l'utilisation du logiciel Fluent.

Les valeurs initiales α_0 et β_0 ont été prises respectivement égales à 1.8 et 0.8.

Concernant les contraintes en performance, les caractéristiques de la région D décrite en 5.2.2 ont été choisies de la façon suivante : $\lambda = 1.1$; $\vartheta = \pi / 4$; $\rho = 10$.

Sachant que nous avons 3 prémisses donc 8 sous-modèles et 8 gains pour chaque sous-modèles, voici les représentations des gains de 2 sous modèles sur 8 :

$$\bar{K}_1 = \begin{bmatrix} 9.7561 & 0.3922 \\ 9.8909 & 0.0991 \\ -1.8928 & 8.5329 \\ 0.1166 & 9.6109 \\ 29.4809 & -0.2440 \\ 0.2452 & 27.4381 \\ 30.4083 & -0.1963 \\ -0.0720 & 26.8663 \\ 12.6614 & 0.8526 \\ 0.9315 & 10.0515 \end{bmatrix} \quad \bar{K}_8 = \begin{bmatrix} 9.5130 & 0.7180 \\ 9.3290 & 0.2013 \\ -1.1181 & 9.7824 \\ 0.2047 & 9.3820 \\ 30.3578 & -1.6818 \\ 0.2130 & 27.2466 \\ 31.4458 & -2.1956 \\ -0.0778 & 26.8604 \\ 12.8948 & -0.7871 \\ 0.8767 & 9.7057 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

La représentation des pôles pour les 8 matrices $\bar{A}_i - \bar{K}_i \bar{C}$ est donnée dans la figure suivante.

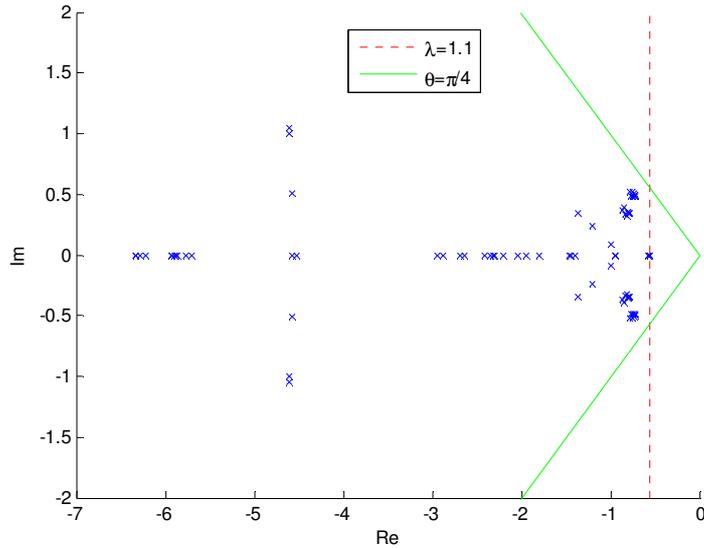


Figure 5-2 : Pôles dans le plan complexe

5.3.1 Simulation sur le modèle à deux sections

Afin de tester la qualité des résultats, nous avons d'abord réalisé des simulations en utilisant le modèle non linéaire présenté précédemment. Ceci autorise de pouvoir juger de la qualité des estimations des états (en particulier pour les états non accessibles à la mesure), ainsi que de l'estimation des paramètres d'encrassement. Nous avons considéré les évolutions $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ représentées sur la figure 5.3 ($\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ varient identiquement). Les simulations ont été réalisées à l'aide du logiciel Matlab/Simulink.

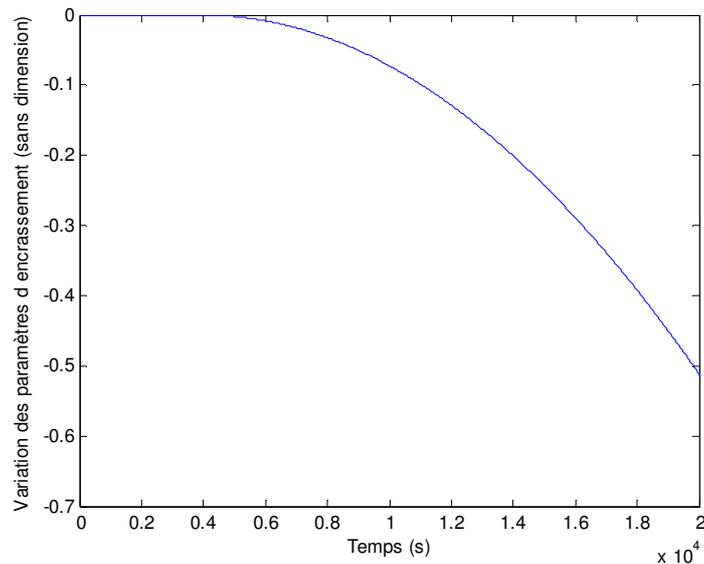


Figure 5-3 : Évolution fixée de $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$.

Les figures suivantes (5-4 et 5-5) représentent l'évolution des différentes températures de l'échangeur thermique ainsi que celle de leurs estimations.

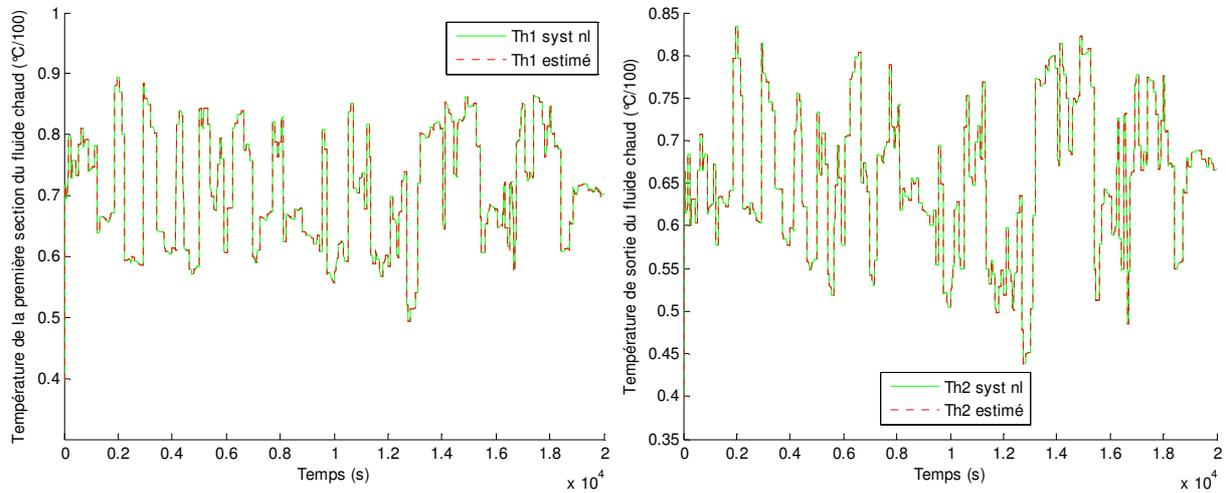


Figure 5-4 : Évolution des températures du fluide chaud (en trait plein) et de leurs estimations (en pointillé), à gauche pour la première section et à droite pour la seconde (fluide chaud en sortie)

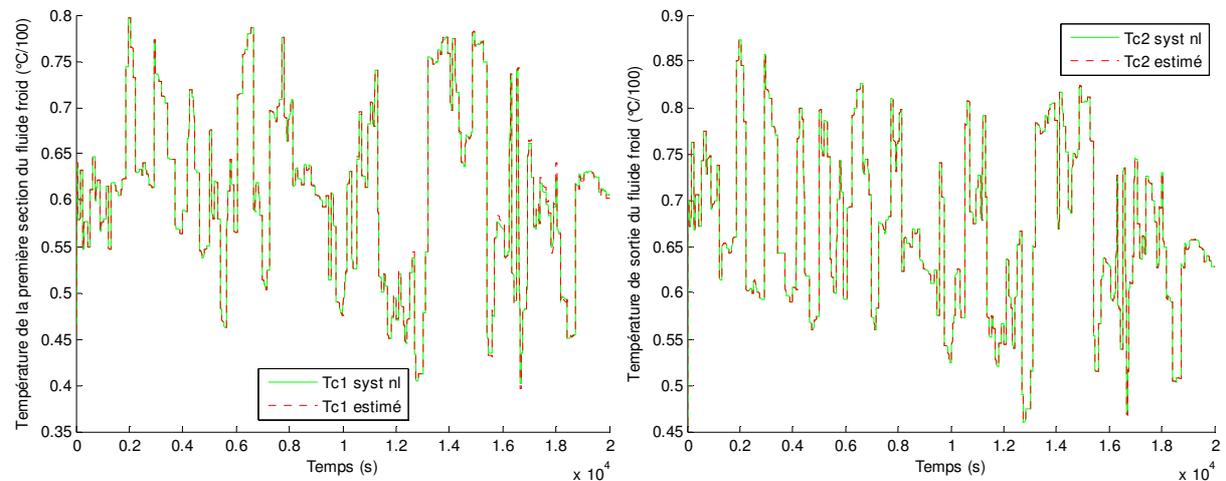


Figure 5-5 : Évolution des températures du fluide froid (en trait plein) et de leurs estimations (en pointillé), à gauche pour la première section et à droite pour la seconde (fluide froid en sortie)

Nous pouvons voir que les estimations des températures mesurées ($T_{h,2}$ et $T_{c,2}$) sont assez fidèles. Il en va de même pour $T_{h,1}$ et $T_{c,1}$ bien que l'on puisse remarquer quelques écarts plus importants lorsque les variations $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ passent en dessous de $-0,1$. Les Figure 5-6 et Figure 5-7 représentant les différentes erreurs relatives nous le confirment et indiquent aussi qu'elles sont inférieures à 3%, ce qui est raisonnable.

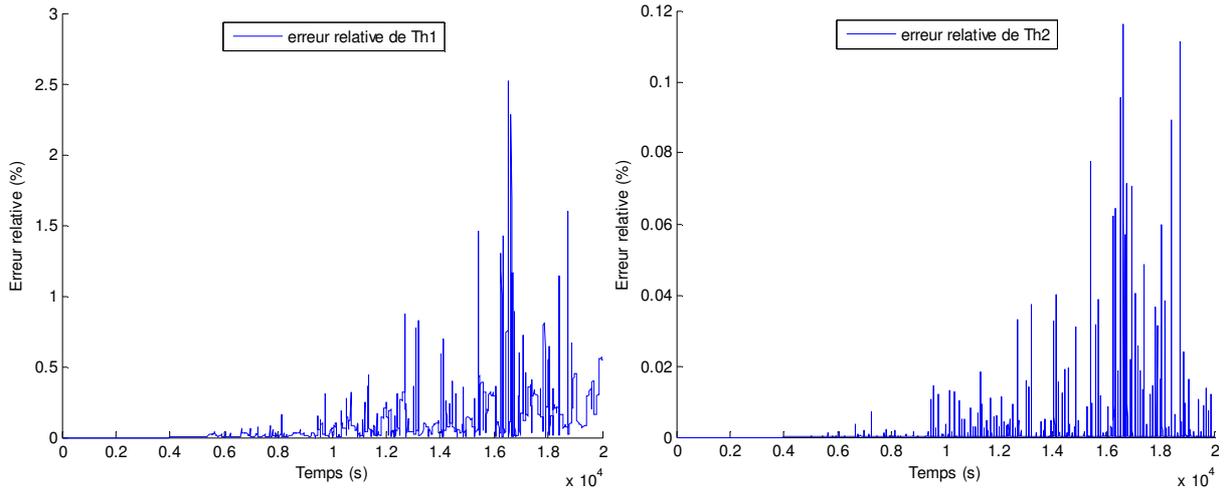


Figure 5-6 : erreur relative entre l'état du modèle TS et de son estimé pour le fluide chaud de la première section (à gauche) et le fluide chaud de sortie (à droite).

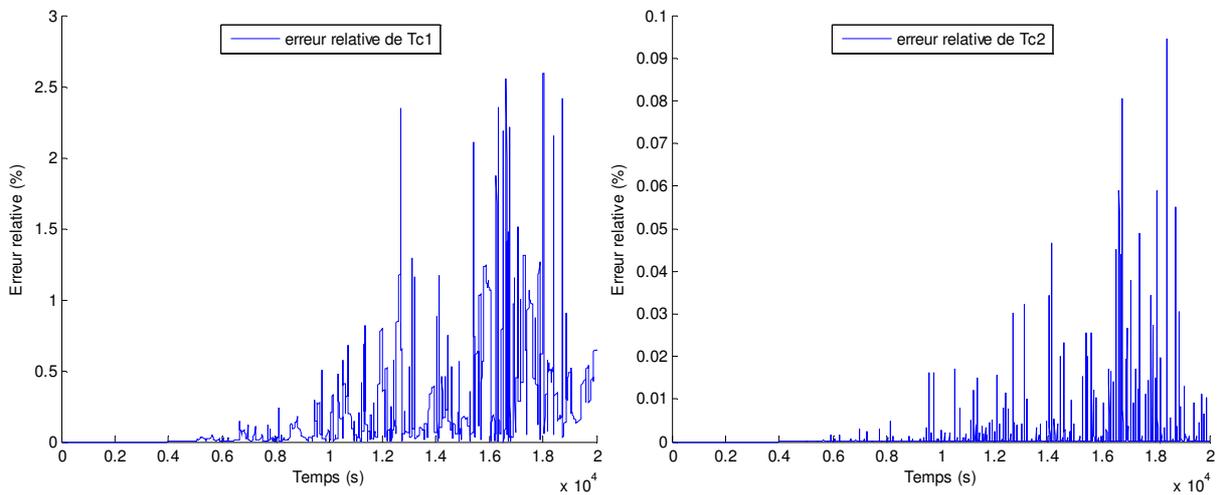


Figure 5-7 : erreur relative entre l'état du modèle TS et de son estimé pour le fluide froid de la première section (à gauche) et le fluide froid de sortie (à droite).

Sur la figure suivante, les signaux v_1 à v_4 sont représentés, ainsi que les perturbations \hat{d}_1 et \hat{d}_2 . Pour des raisons de clarté, seules leurs évolutions entre les instants 5000 s et 10000 s ont été tracées. Nous pouvons ainsi remarquer que la perturbation \hat{d}_1 est encadrée par v_1 et v_2 , de même que la perturbation \hat{d}_2 par v_3 et v_4 . Ceci justifie l'approximation de l'équation (5.23).

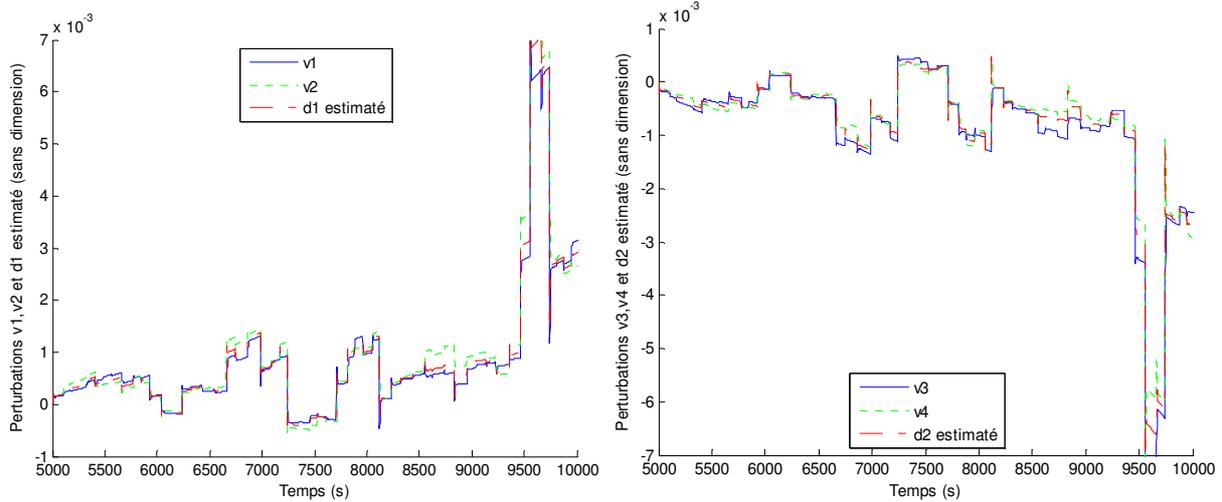


Figure 5-8 : Comparaison entre v_1 , v_2 et \hat{d}_1 (à gauche) et entre v_3 , v_4 et \hat{d}_2 (à droite)

En utilisant l'équation (5.22), les paramètres $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ peuvent être estimés et comparés au modèle TS (cf. figure 5-10)

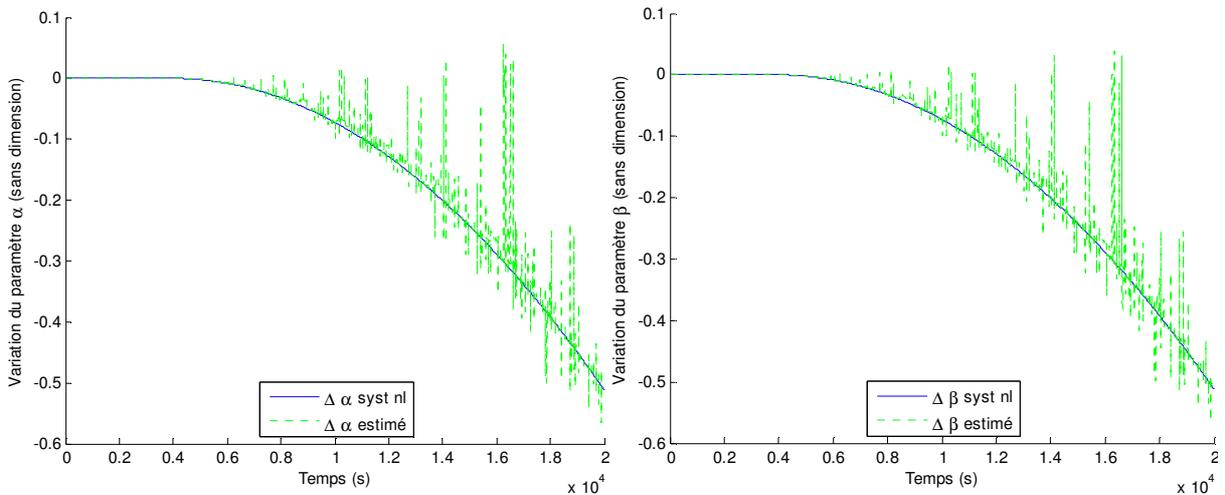


Figure 5-9 : Évolutions des paramètres d'encrassement (en trait plein) et leur estimés (en pointillé) :
à gauche $\Delta\alpha$ et $\Delta\hat{\alpha}$, à droite $\Delta\beta$ et $\Delta\hat{\beta}$.

L'observateur arrive à estimer la perturbation, mais s'y ajoute du bruit. Afin de l'atténuer, un filtre a été rajouté. Nous avons considéré un filtre à moyenne glissante sur 800. Sur la figure suivante est représenté $\hat{\Delta\alpha}$ filtré.

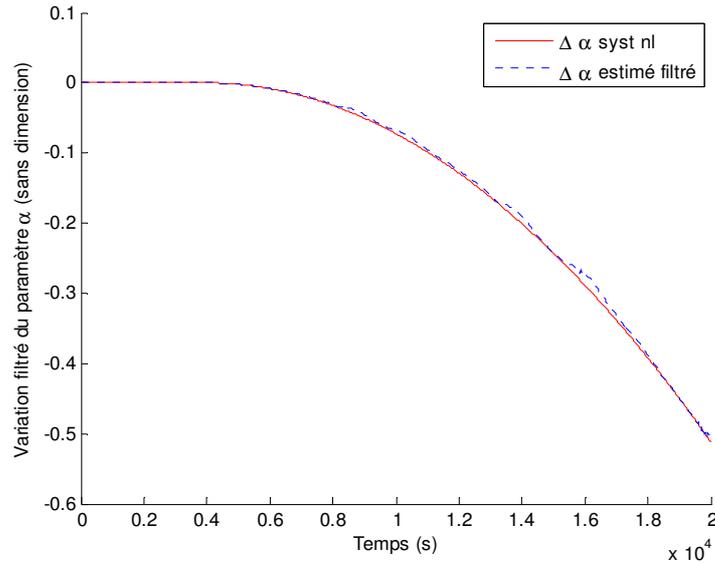


Figure 5-10 : $\hat{\Delta \alpha}$ filtré.

Nous pouvons voir que le filtre a réduit les pics précédents et confirme le fait que l'observateur permet une estimation correcte des paramètres d'encrassement du système.

5.3.2 Simulation sur le modèle de dimension infinie

Nous allons maintenant réaliser des simulations en utilisant les données de simulation obtenues à l'aide du logiciel Fluent (cf . chapitre 3).

Comme il a été dit dans les chapitres précédents, les simulations consistent en 2 jeux d'essais qui ont servi dans les travaux (Jonsson, Lalot et al. 2007) et (Lalot, Palsson et al. 2007). Le premier essai a une durée de 54644 s et le second de 28880 s. Pour les deux essais, l'encrassement commence aux alentours des 2/3 de la durée de l'essai.

Nous présentons sur la figure suivante les évolutions des signaux de sortie de l'échangeur, ainsi que leurs estimations obtenues en utilisant l'observateur décrit précédemment pour le deuxième essai - les résultats sont similaires lorsqu'on utilise le premier essai.

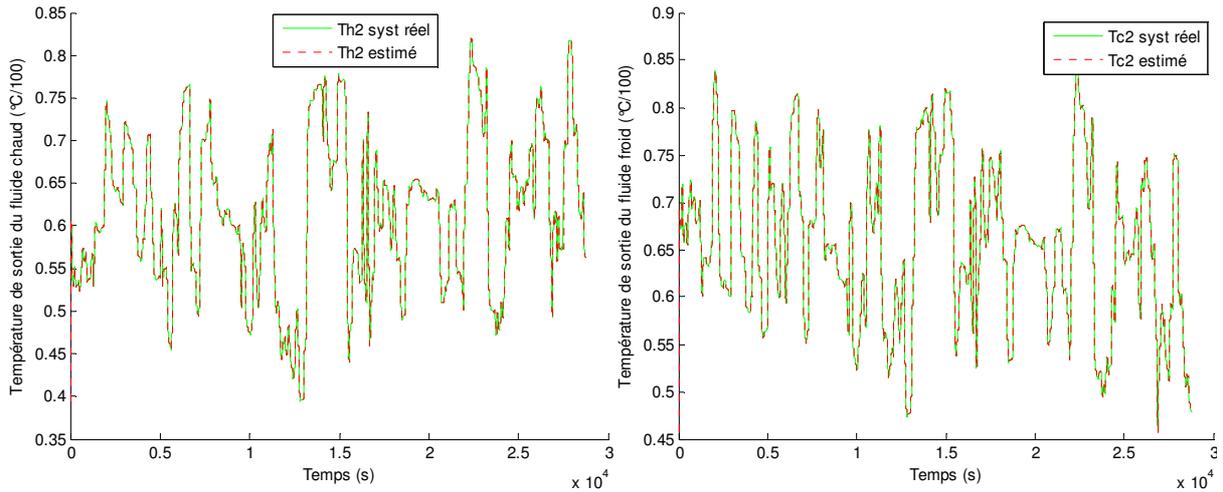


Figure 5-11 : Évolution des sorties (en trait plein) et de leurs estimés (en pointillé). Gauche : fluide chaud. Droite : fluide froid. 2^e jeu de données.

Nous pouvons remarquer que la précision de l'estimation est très bonne, l'écart maximal entre température réelle et estimée est de l'ordre de grandeur d'un degré celsius.

Les figures suivantes présentent les évolutions des paramètres d'encrassement estimés et ce pour les deux essais. L'échelle de temps a été normalisée afin de pouvoir comparer plus facilement les résultats.

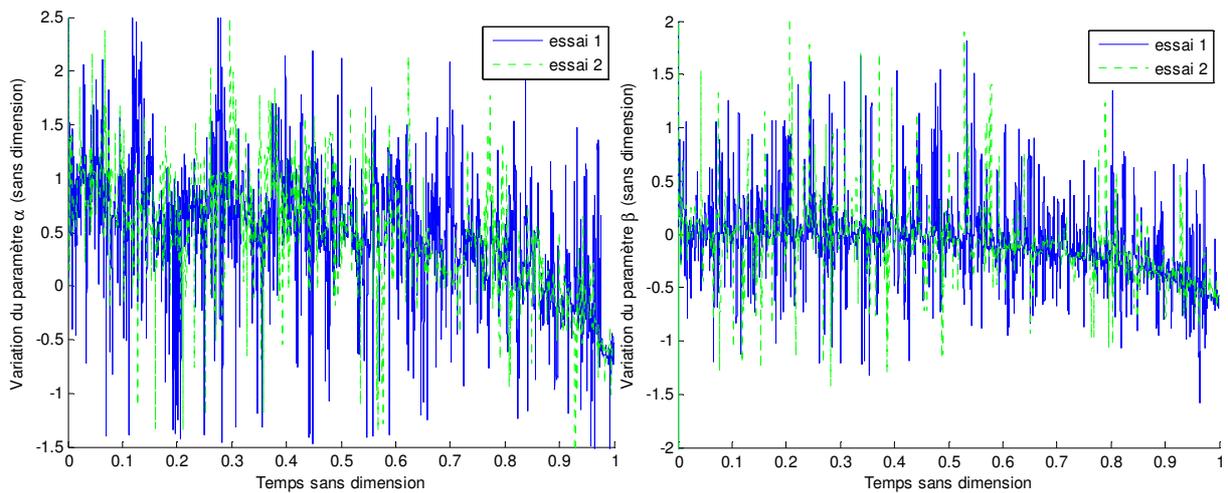


Figure 5-12 : Évolutions de $\Delta\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\Delta\hat{\beta}$ (à droite) pour les deux essais (1^{er} essai en trait plein, 2^e essai en pointillé).

Après filtrage, on obtient :

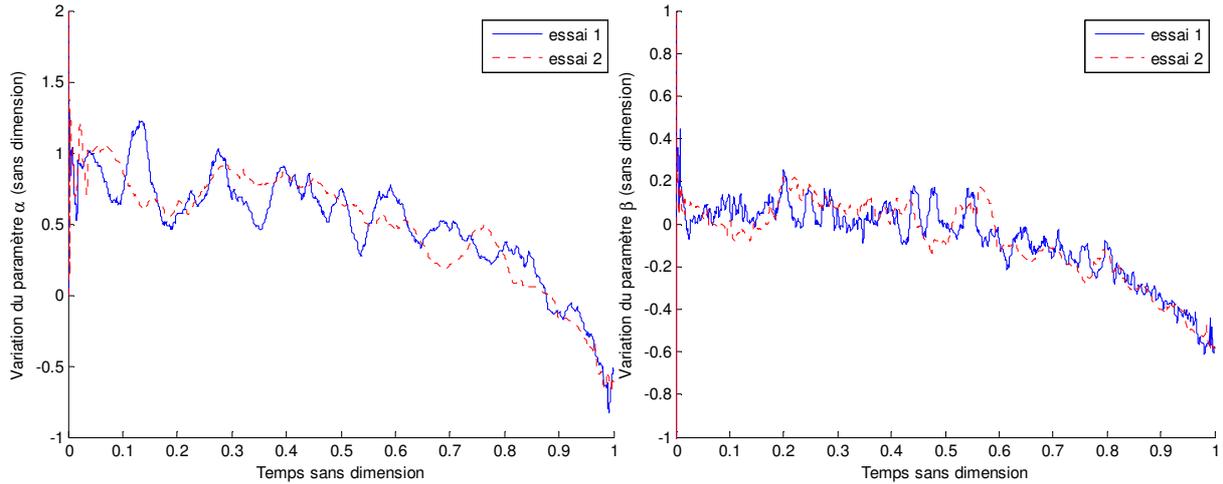


Figure 5-13 : $\hat{\Delta\alpha}$ filtré (à gauche) et $\hat{\Delta\beta}$ filtré (à droite)

Les évolutions de $\hat{\Delta\alpha}$ et $\hat{\Delta\beta}$ sont plus claires. Il est possible d'aborder maintenant les estimations des paramètres d'encrassement. Pour cela, nous devons rajouter les valeurs nominales:

$$\hat{\alpha} = \alpha_0 + \hat{\Delta\alpha} \quad (5.25)$$

$$\hat{\beta} = \beta_0 + \hat{\Delta\beta}$$

Ces valeurs permettent d'estimer à son tour le facteur d'encrassement donné par :

$$R_f = (1 / \hat{\alpha}) + (1 / \hat{\beta}) \quad (5.26)$$

et tracé ci-dessous.

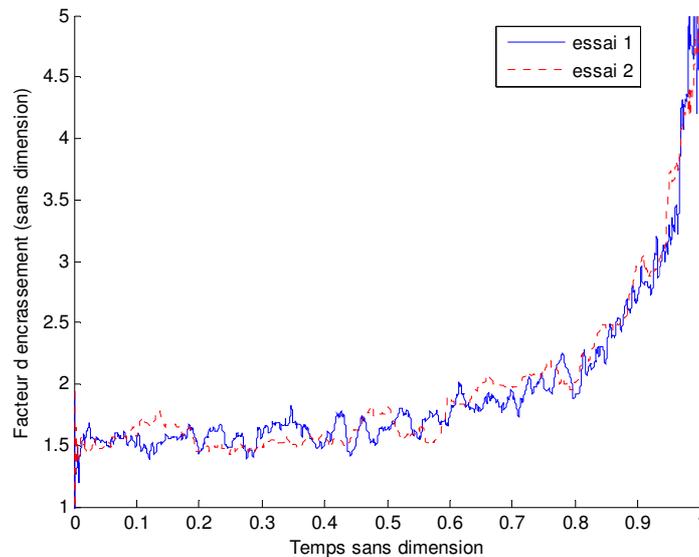


Figure 5-14 : facteur d'encrassement.

Finalement, malgré la présence de bruit, nous voyons clairement la hausse de l'encrassement qui se matérialise vraiment aux alentours des 2/3 de la simulation pour les deux essais et pouvons ainsi dire qu'en fixant un seuil, nous pouvons arriver à détecter l'encrassement. Ainsi, nous allons effectuer un test CUSUM (cf. chapitre 3) directement sur les valeurs des paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ estimés non filtrés.

Rappelons tout de même les équations du test :

$$\begin{aligned} S_h(i) &= \max(0, S_h(i-1) + x_i - \bar{x} - k) \\ S_l(i) &= \max(0, S_l(i-1) + \bar{x} - k - x_i) \end{aligned} \quad (5.27)$$

k étant un multiple de l'écart type nous permettant de détecter une variation, nous avons pris $k = 0.5\sigma_\beta$ pour $\hat{\beta}$ et $k = 1.1\sigma_\alpha$, pour $\hat{\alpha}$. $S_h(i)$ est utilisé pour détecter une croissance du signal x (cas des signaux $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$) et $S_l(i)$ une décroissance du signal (cas de R_f). La détection se fait lorsque $S_h(i)$ ou $S_l(i)$ dépasse un certain seuil.

Nous pouvons voir sur la Figure 5-15 la détection pour un seuil de 800 pour $\hat{\alpha}$ et un seuil de 200 pour $\hat{\beta}$. Les croix rouges dessinées étant la limite pour la détection d'encrassement (seuil de détection fixé arbitrairement).

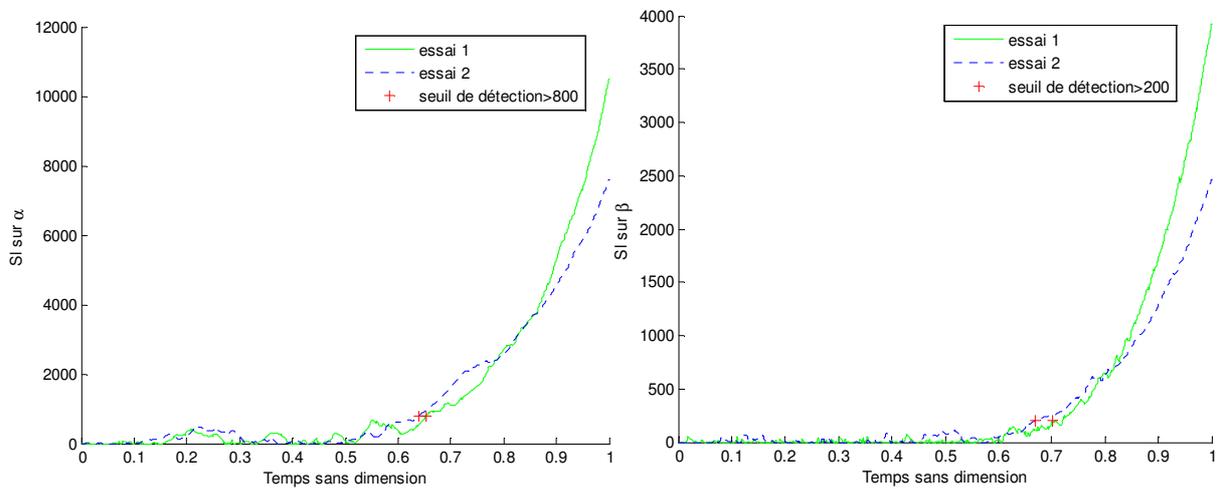


Figure 5-15 : Test CUSUM pour les 2 essais sur $\hat{\alpha}$ (à gauche) et sur $\hat{\beta}$ (à droite)

Nous pouvons faire le même test directement sur le facteur d'encrassement.

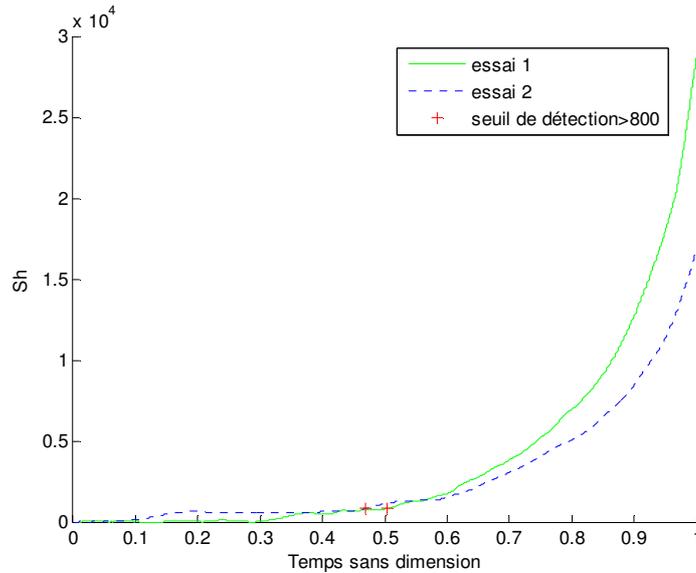


Figure 5-16 : Test Cusum sur le facteur d'encrassement

Nous pouvons ainsi observer Figure 5-15 qu'en utilisant $\hat{\alpha}$ ou $\hat{\beta}$ comme indicateur de l'encrassement, nous obtenons une détection aux alentours de 0.65 (correspondant à un facteur d'encrassement d'environ 0,0001 - cf. Fig. 3-10.) et, sur la Figure 5-16, nous pouvons aller jusqu'à une détection de l'encrassement à 0.5 en utilisant R_f comme indicateur. Suivant le seuil, le test se déclenche plus ou moins tôt mais on peut remarquer que pour les deux essais, le seuil étant le même, l'encrassement sera détecté à une période pratiquement identique, ce qui montre l'insensibilité de la détection à la dynamique d'encrassement. Nous pouvons ainsi conclure que la détection d'encrassement s'effectue correctement avec cet observateur à entrée inconnue et elle s'effectue relativement tôt.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu voir un observateur flou de type TS permettant d'estimer les états du système ainsi que les entrées inconnues. Cet observateur est basé sur un modèle polynomial des entrées inconnues. La technique de D-stabilité permettant de spécifier certaines performances dynamiques par placement de pôles a été abordée. Cet observateur a été utilisé dans le cadre de la détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques. Nous avons pu remarquer la présence de bruits affectant les estimations des paramètres d'encrassement. Un simple filtrage permet d'obtenir une détection de l'encrassement correspondant à des facteurs d'encrassement raisonnables et qui ne nécessite pas de modèle du phénomène d'encrassement (complexe à obtenir) ou de capteurs additionnels. On aurait pu

aussi en lieu et place du filtre et de la technique de placement de pôles (voire en combinaison avec ces approches) utiliser une approche basée sur les critères H_2 ou H_∞ pour atténuer l'effet des perturbations ou des bruits de mesure. Cette dernière s'intègre parfaitement dans le cadre de notre méthodologie basée sur les LMI (cf. (Yoneyama 2009; Lendek, Guerra et al. 2010), (Nguang and Assawinchaichote 2003)) Notons aussi que la technique présentée dans ce chapitre est d'une simplicité remarquable et pourrait être utilisée pour le problème plus délicat de la détection d'encrassement d'un réseau d'échangeur.

CONCLUSION GENERALE

Nous avons pu rencontrer dans le premier chapitre les différents problèmes que pouvaient occasionner l'encrassement pour des échangeurs thermiques. Le fait de pouvoir le détecter permettrait de mettre en place un système de nettoyage effectué au meilleur moment, ce qui pourrait minimiser les pertes d'énergie et les coûts que l'on avait jusqu'à maintenant dû à un nettoyage trop récurrent ou au contraire trop tardif.

Afin de palier au problème de détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques, des méthodes permettant de détecter l'encrassement le plus tôt possible basées sur des observateurs non linéaires ont été mises en place. Un état de l'art sur le problème de l'observation de l'état d'un système non linéaire a tout d'abord été exposé.

Le travail de détection d'encrassement a ensuite été réalisé sur un modèle d'échangeur thermique tubulaire à contre courant détaillé au début de cette thèse. Différentes méthodes d'observation évaluant l'encrassement plus ou moins tôt ont ensuite été exposées et appliquées à ce modèle. Nous avons pu voir plusieurs observateurs basées sur la modélisation du système sous forme de Takagi-Sugeno tels que la batterie d'observateurs (fixant arbitrairement les valeurs des paramètres recherchées) (Delmotte, Delrot et al. 2008) (cf chapitre 3), un observateur polynomial dans le cas incertain (Delmotte, Dambrine et al. 2010 soumis) (cf chapitre 4) et l'observateur à entrées inconnues (Delrot, T.M.Guerra et al. 2011 soumis) (cf chapitre 5). Pour ces trois observateurs, les paramètres relatifs à l'encrassement α et β ont été estimés. Un nouveau critère R_f dépendant des paramètres α et β est mis en place afin d'obtenir un paramètre évoluant de la même manière que le facteur d'encrassement. Des tests CUSUM ont été réalisés afin de déterminer le moment où la détection d'encrassement s'effectue pour chacune des trois méthodes vues dans cette thèse ainsi que pour deux autres méthodes effectuées en 2007 sur le même modèle : le réseau de neurones (Lalot, Palsson et al. 2007) et le filtre de Kalman étendu (Jonsson, Lalot et al. 2007)). Un tableau avec des temps de détection est présenté ci-dessous. Ces temps de détections sont représentés sur une échelle normalisée afin de pouvoir les comparer sur deux essais de durées différentes et ce pour une dynamique d'encrassement différente.

	Essai 1 (encrassement lent)			Essai 2 (encrassement rapide)		
	α	β	R_f	α	β	R_f
Réseau de Neurones (Lalot, Palsson et al. 2007)	0.91	0.78	*	0.46	0.90	*
Filtre de Kalman étendu (Jonsson, Lalot et al. 2007)	0.88	0.60	*	0.90	0.88	*
Batterie d'observateurs TS (Delmotte, Delrot et al. 2008)	0.76	0.61	0.48	0.84	0.82	0.78
Observateur TS Polynomial (Delmotte, Dambrine et al. 2010 soumis)	0.89	0.77	0.55	0.90	0.76	0.66
Observateur à entrées inconnues de type TS (Delrot, T.M.Guerra et al. 2011 soumis)	0.65	0.70	0.50	0.64	0.67	0.47

Tableau 5-2 : Temps de détection de l'encrassement sur plusieurs méthodes

Comparons d'abord les paramètres relatifs à l'encrassement.

- Nous pouvons remarquer que dans les méthodes basées sur l'utilisation de réseau de neurones, d'un filtre de Kalman étendu ou d'un observateur TS polynomial, la détection pour le paramètre d'encrassement α se fait aux alentours de 0.9 excepté pour le réseau de neurone pour le deuxième essai qui se fait bien plus tôt. Cela correspond à un facteur d'encrassement de 0.00043 m².K/W en considérant l'intervalle [0.0001, 0.0007] correspondant aux valeurs typiques du facteur d'encrassement.
- Au travers du paramètre β , la détection de l'encrassement dans les cas du réseau de neurones et du filtre de Kalman étendu est plus tardive que pour les méthodes vues précédemment sauf pour l'essai 1 du filtre de Kalman étendu. Ainsi cette dernière méthode présente une sensibilité vis-à-vis de la dynamique d'encrassement. Nous pouvons voir que cette sensibilité apparaît également pour la batterie d'observateur, en effet pour le premier essai la valeur de détection pour β est de 0.61 ce qui correspond à un facteur d'encrassement de 0.000077 (qui est en dessous de la borne inférieure du facteur d'encrassement de l'eau) tandis que pour le deuxième essai il correspond à 0.00024 m².K/W qui correspond à 23% de la borne minimale.

- Concernant l'observateur TS à entrées inconnues, nous pouvons remarquer que pour les deux essais le paramètre α est détecté à environ 0.65 ce qui correspond à un facteur d'encrassement de 0.000094 m².K/W et β est détecté à environ 0.7 ce qui correspond à 0.00012 m².K/W. La variation des paramètres relative à l'encrassement est donc détectée plus tôt pour cette méthode que pour les précédentes et ce pour deux dynamiques d'encrassement différentes.

Continuons la comparaison maintenant avec le facteur d'encrassement afin de conclure sur la méthode la plus performante de cette thèse.

- Le temps de détection du facteur d'encrassement du premier essai est relevé pour la batterie d'observateur aux alentours de 0.63 ce qui correspond à un facteur d'encrassement de 0.000085 m².K/W ce qui nous permet de dire que la détection pour cet essai peut être effectuée avant la limite inférieure de l'intervalle du facteur d'encrassement [0.0001 ; 0.0007]. Tandis que pour l'essai 2 le facteur d'encrassement est réalisé à 0.78 ce qui correspond à un facteur d'encrassement de 0.00019 m².K/W ce qui correspond à 15% de la borne inférieure. Comme pour les paramètres d'encrassement on remarquera que cet observateur n'est pas robuste pour des dynamiques différentes d'encrassement.
- La méthode d'observateur TS polynomial a un temps de détection pour le facteur d'encrassement du premier essai de 0.55 ce qui est équivalent à 0.00006 m².K/W et pour le deuxième essai le temps de détection est de 0.66 correspondant à 0.0001 m².K/W. La différence entre les deux essais est moins grande que pour la batterie d'observateur, de plus pour les deux essais on arrive à détecter le facteur d'encrassement proche de la borne inférieure 0.0001 m².K/W. On peut conclure que cet observateur est plus performant que la batterie d'observateurs.
- Quand à l'observateur à entrée inconnue, c'est la méthode où l'on constate que l'on peut arriver à détecter le facteur d'encrassement le plus tôt c'est-à-dire à 0.47 pour le premier essai et à 0.5 pour le second ce qui correspond respectivement à un facteur d'encrassement de 0.000044 m².K/W et 0.000038 m².K/W. Cet observateur est robuste pour des dynamiques d'encrassement différentes et peut détecter l'encrassement avant la borne inférieure de référence du facteur d'encrassement de l'eau.

On peut ainsi conclure que concernant la détection d'encrassement, la méthode d'observateur à entrées inconnues est la plus performante quand à la rapidité de détection, ce qui permet d'avoir une marge de sécurité concernant la détection d'encrassement et de pouvoir agir en conséquence.

En ce qui concerne les perspectives de nos travaux, quelques pistes peuvent être explorées :

- Tester expérimentalement nos résultats : un banc d'essai d'un échangeur tubulaire à contre courant devrait être prochainement à disposition au laboratoire. On pourra ainsi effectuer une comparaison entre ces différents observateurs sur leur robustesse, leur rapidité et leur facilité de mise en place.
- Améliorer les performances de l'observateur TS polynomial. Pour cela, plusieurs approches sont envisageables : améliorer la convergence en considérant un observateur TS polynomial à prémisses non mesurables en utilisant une approche à la Thau-Luenberger ou étendant les travaux de (Marx, Koenig et al. 2007). On peut aussi envisager un choix plus général de la fonction de Lyapunov qui serait polynomiale de degré supérieur à deux.
- Tester nos approches sur d'autres classes d'échangeurs thermiques comme les échangeurs à courants croisés. Un modèle physique a été récemment développé (Gudmundsson, Palsson et al. 2009) et permet d'envisager la synthèse d'un observateur par nos techniques. On peut aussi envisager de détecter l'encrassement d'un ensemble d'échangeurs mis en réseau.

Enfin, dans le cadre d'échangeur en réseau, il serait intéressant de développer nos travaux afin de non plus seulement détecter l'encrassement de l'ensemble, mais isoler le ou les échangeurs les plus encrassés. L'intérêt bien sûr est de pouvoir réaliser une maintenance plus rapide en limitant le nettoyage à quelques composants. Cela nécessite bien sur quelques études préliminaires comme l'identifiabilité assurant qu'une telle approche est réalisable.

BIBLIOGRAPHIE

- Akhenak, A., Chadli, M., Ragot, J., & Maquin, D. (2003). *State Estimation via Multiple Observer with Unknown Input. Application to the Three-Tank System*. Communication présentée in Proc. of the 5th IFAC SAFEPROCESS, Washington USA.
- Akhenak, A., Chadli, M., Ragot, J., & Maquin, D. (2004a, 18 et 19 novembre). *Conception d'un observateur flou à entrées inconnues*. Communication présentée 12ème rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, LFA, Nantes, France.
- Akhenak, A., Chadli, M., Ragot, J., & Maquin, D. (2004b, 25-29 July). *Design of robust observer for uncertain Takagi-Sugeno models*. Communication présentée IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Budapest, Hungary.
- Barbot, J. P., Boukhobza, T., & Djemai, M. (1996). *Sliding mode observer for triangular input form*. Communication présentée IEEE Conf. Decision Control, Kobe.
- Bell, K. J., & Mueller, A. C. (2001). Wolverine Engineering Heat transfer Data Book II. *Wolverine Tube Inc.*
- Bergsten, P. (2001). *Observers and Controllers for Takagi-Sugeno Fuzzy Systems*. (Thesis, Orebro university, Sweden).
- Bergsten, P., Palm, R., & Driankov, D. (2001). *Fuzzy Observers*. Communication présentée Proc. 10th IEEE Internat. Conf. on Fuzzy Systems, Melbourne, Australia.
- Besançon, G. (2000). Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & control letters*, 41(4), 271-280.
- Besançon, G. (2007a). An overview on observer tools for nonlinear systems. Dans G. Besançon (dir.), *Nonlinear Observers and Applications* (Vol. Lecture Notes in Control and Information Sciences 363, p. 1-33): Springer.
- Besançon, G. (Dir.). (2007b). *Nonlinear Observers and Applications* (Vol. 363).
- Bhattacharyya, S. P. (1978). Observer design for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. Automat. Control*, 23, 483-484.
- Bonnans, F., & Rouchon, P. (Dir.). (2003). *Analyse et commande de systèmes dynamiques*.
- Bornard, G., Celle-Couenne, F., & Gilles, G. (1993). Observabilité et observateurs. Dans A. J. Fossard & D. Normand-Cyrot (dir.), *Systèmes non linéaires : modélisation - estimation* (p. 117-221): Masson.
- Boukhobza, T., Djemai, M., & Barbot, J. P. (2003). Implicit triangular observer from dedicated to a sliding mode observer for systems with unknown inputs. *Asian Journal of Control*, 5(D).
- Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E., & Balakrishnan, V. (Dir.). (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* (Vol. 15). Philadelphia PA.
- Busawon, K., Farza, M., & Hammouri, H. (1996). A Simple Observer for a Class of Nonlinear Systems. *Applied Mathematics Letters*, 11(3), 27-31.
- Cengel, Y. A. (2002). *Heat transfer.. a practical approach*. (2^e éd.). McGraw-Hill.
- Cengel, Y. A. (2006). *Heat and mass transfer: a practical approach*. (3^e éd.). McGraw-Hill.
- Chadli, M. (2010). An LMI approach to design observer for unknown inputs Takagi-Sugeno fuzzy models. *Asian Journal of Control*, 12(4), 524-530.
- Chadli, M., & Hajjaji, A. E. (2006). Comment on "Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties". *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 1276-1281.

- Chilali, M., & Gahinet, P. (1994). H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 1, 551-558.
- Chilali, M., & Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 41(3), 358-367.
- Darouach, M., Zasadzinski, M., & Xu, S. J. (1994). Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33, 606-609.
- Delmotte, F. (1997, April 1997). *Multi-Models and Self Reconfiguration*. Communication présentée IFAC CACSD 97, Gent, Belgique.
- Delmotte, F., Dambrine, M., Delrot, S., & Lalot, S. (2010 soumis). Polynomial Fuzzy Observers with Application to the Fouling Detection of a Heat Exchanger.
- Delmotte, F., Delrot, S., Lalot, S., & Dambrine, M. (2008, 15-18 august). *Fouling Detection in Heat Exchangers with Fuzzy Models*. Communication présentée 19th International Symposium on Transport Phenomena, Reykjavic, Iceland.
- Delmotte, F., Guerra, T. M., & Ksontini, M. (2007). Continuous Takagi-Sugeno's Models: Reduction of the Number of LMI conditions in various fuzzy control design techniques. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(3), 426-438.
- Delrot, S., T.M.Guerra, Dambrine, M., & Delmotte, F. (2011 soumis). Fouling Detection in a Heat Exchanger by Unknown Input Observer of Takagi-Sugeno type. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*.
- Dubois, L., Delmotte, F., Borne, P., & Fukuda, T. (1998). Stability analysis of a multi-model controller for constrained uncertain nonlinear systems. *Int. Journal of Control*, 69(4), 519-538.
- Farza, M., Busawon, K., & Hammouri, H. (1998). Simple Nonlinear Observers for On-line Estimation of Kinetic Rates in Bioreactors. *Automatica*, 34(3), 301-318.
- Floquet, T., & Barbot, J. P. (2007). Super twisting algorithm based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs. *International Journal of Systems Science*, 2.
- Fluent Flow Modeling Software. at <http://www.fluent.com/software/fluent/index.htm>.
- Fraas, A. P. (1989). *Heat exchanger design*. Wiley.
- Gahinet, P., Nemirovskii, A., Laub, A. J., & Chilali, M. (1994). The LMI control toolbox. *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 3, 2038-2041.
- Gauthier, J. P., Hammouri, H., & Othman, S. (1992). A simple observer for nonlinear-systems applications to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(6), 875-880.
- Gudmundsson, O., Palsson, O. P., Palsson, H., & Lalot, S. (2009). *Fouling detection in a cross-flow heat exchanger based on physical modeling*. Communication présenté 447-454. In Proceedings of International Conference on Heat Exchanger Fouling and Cleaning.
- Guelton, K. (2003). *Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en oeuvre d'observateurs flous sous forme descripteur*. (LAMIH).
- Guelton, K., Delprat, S., & Guerra, T. M. (2008). An alternative to inverse dynamics joint torques estimation in human stance based on a Takagi-Sugeno unknown-inputs observer in the descriptor form. *Control Engineering Practice*, 16, 1414-1426.
- Guerra, T. M., Kruszewski, A., Vermeiren, L., & Tirmant, H. (2006). Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form. *Fuzzy Sets & Systems*, 157(9), 1248-1259.
- Guo, J., Xu, M., & Cheng, L. (2009). The application of field synergy number in shell-and-tube heat exchanger optimization design. *Applied Energy*, 29, 2708-2717.
- Hermann, R., & Krener, A. J. (1977). Nonlinear Controllability and Observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-22, 728-740.

- Hou, M., & Müller, P. C. (1992). Design of observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. Automat. Control*, 37, 871-875.
- Ichalal, D., Marx, B., Ragot, J., & Maquin, D. (2008, 3-5 septembre 2008). *Multi-observateurs à entrées inconnues pour un système de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables*. Communication présentée 5ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA, Bucarest : Roumanie.
- Ichalal, D., Marx, B., Ragot, J., & Maquin, D. (2010). State estimation of Takagi-Sugeno systems with unmeasurable premise variables. *IET Control Theory and Applications*, 4(5), 897-908.
- Isermann, R. (2006). *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer.
- Johnson, C. D. (1975). On observers for systems with unknown and inaccessible inputs. *International Journal of Control*, 21(5), 825-831.
- Jonsson, G. (1990). *Parameter estimation in models of heat exchangers and geothermal reservoirs*. (Lund Institute of Technology).
- Jonsson, G., & Palsson, O. P. (1994). An application of extended Kalman Filtering to heat exchanger models. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 116.
- Jonsson, G. R., Lalot, S., Palsson, O. P., & Desmet, B. (2007). Use of extended Kalman filtering in detecting fouling in heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50, 2643–2655.
- Kou, S. R., Elliott, D. L., & Tarn, T. J. (1975). Exponential Observers for Nonlinear Dynamic Systems. *Information and Control*, 29, 204-216.
- Kuppan, T. (2000). *Heat exchanger design handbook*. Marcel Dekker.
- Lalot, S., Palsson, O. P., Jonsson, G. R., & Desmet, B. (2007). Comparison of neural networks and Kalman filters performances for fouling detection in a heat exchanger. *International Journal of Heat Exchangers* 1524-5608, VIII 151-168.
- Landau, I. D., & Besançon-Voda, A. (Dir.). (2001). *Identification des systèmes*: Hermes Science Publications.
- Lendek, Z. (2009). *Distributed fuzzy and stochastic observers for nonlinear systems*. (Delft University of Technology, Pays bas).
- Lendek, Z., Guerra, T. M., Babuska, R., & Schutter, B. D. (Dir.). (2010). *Stability analysis and nonlinear observer design using Takagi-Sugeno fuzzy models* (Vol. 262): Springer-Verlag.
- Lendek, Z., Lauber, J., M. Guerra, T., Babuška, R., & DeSchutter, B. (2010). Adaptive observers for TS fuzzy systems with unknown polynomial inputs. *Fuzzy Sets and Systems*. doi: 10.1016/j.fss.2010.03.010
- Levine, W. S. (2009). *The Control Systems Handbook, Second Edition: Control System Advanced Methods, Second Edition*. Taylor and Francis.
- Löfberg, J. (2004). *YALMIP : A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB*. Communication présentée CACSD Conference, Taipei, Taiwan.
- Luenberger, D. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE Trans. Military Electronics*, 8, 74-80.
- Lund, J. W. (1998). Geothermal Direct-use Equipment Overview. *Geo Heat Center*.
- Mabit, J., Loisel, C., Fayolle, F., & Legrand, J. (2004). Relation between mechanical treatment of starch and flow conditions in a scraped surface heat exchanger. *Food Research International*, 37(5), 505-515.
- Mansouri, B. (2005). *Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de type Takagi-Sugeno incertains*. (Centre de Recherche en STIC).

- Maquin, D., & Ragot, J. (2000). *Diagnostic des systèmes linéaires. Collection pédagogique d'automatique*. Hermès Science Publications.
- Marvillet, C., Bontemps, A., Garrigue, A., Huetz, J., Goubier, C., Vidil, R. (1995). Échangeurs de chaleur. Problèmes de fonctionnement. *Techniques de l'Ingénieur*.
- Marx, B., Koenig, D., & Ragot, J. (2007). Design of observers for Takagi-Sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory and Applications*, 1(5), 1487-1495.
- Meditch, J. S., & Hostetter, G. H. (1974). Observers for systems with unknown and inaccessible inputs. *International Journal of Control*, 19(3), 473-480.
- Morère, Y. (2001). *Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. (Valenciennes).
- Müller-Steinhagen, H., Malayeri, M. R., & Watkinson, A. P. (Dir.). (2009). *Proceedings of International Conference on Heat Exchanger Fouling and Cleaning VIII*. Schlading, Austria.
- Nguang, K., & Assawinchaichote, W. (2003). H_∞ Filtering for Fuzzy Dynamical Systems with D Stability Constraints. *IEEE Trans. Circuits Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 50, 1503–1508.
- NIST/SEMATECH. (2006). (Last updated: 7/18/2006, available in 2008), e Handbook of Statistical Methods, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>.
- Parrilo, P. A. (2000). *Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization*. (CA, Pasadena).
- Parrilo, P. A. (2005). Exploiting algebraic structure in sum of squares programs. Dans Springer (dir.), *Positive polynomials in Control* (Vol. 312, p. 181-194).
- Peyrl, H., & Parrilo, P. A. (2008). Computing sum of squares decompositions with rational coefficients. *Theoretical Computer Science*, 409(2), 269-281.
- Prajna, S., Papachristodoulou, A., Seiler, P., & Parrilo, P. A. (2004). *SOSTOOLS: Sum of squares optimization toolbox for Matlab* <http://www.cds.caltech.edu/sostools> or <http://www.mit.edu/~parrilo/sostools>.
- Prajna, S., Papachristodoulou, A., Seiler, P., & Parrilo, P. A. (2005) *SOSTOOLS and its Control applications*. [Lecture Notes in Control and Information Sciences]. Springer.
- Ramdani, N. (2005). *Méthodes Ensemblistes pour l'Estimation*. (Université Paris XII Val de Marne).
- Robertsson, A. (1999). *On observer-based control of nonlinear systems*. (Lund Institute of Technology). Repéré à <http://books.google.fr/books?id=MLftMQAACAAJ>
- Sala, A. (2008). *Introducing shape-dependent relaxed conditions in fuzzy control of nonlinear systems in Takagi-Sugeno form*. Communication présentée Ieee International Conference On Fuzzy Systems.
- Schou, G., Deans, J., Künzel, J., & Müller-Steinhagen, H. (1997). Thermal and hydraulic performance of a graphite block heat exchanger. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 36(5), 371-384.
- Shao, L.-L., Yang, L., Zhang, C.-L., & Gu, B. (2009). Numerical modeling of serpentine microchannel condensers. *international Journal of Refrigeration*, 32, 1162-1172.
- Sontag, E. D. (1995). On the Input-to-State Stability Property. *Systems & Control Letters*, 24, 351-359.
- Sontag, E. D., & Wang, Y. (1995). On characterizations of the Input to State Stability property. *Systems and Control Letters*, 24, 351-359.
- Sturm, J. F. (2001). Using Sedumi, a Matlab Toolbox for optimization over symmetric cones. *Sedumi 1.05 software*.

- T.Casanueva-Robles, & Bott, T. R. (2005, June 5 - 10). *The environmental effect of heat exchanger fouling: a case study*. Communication présenté Engineering Conferences International, Kloster Irsee, Germany.
- Takagi, T., & Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans Syst Man Cybern B Cybern*, 15(1), 116–132.
- Tanaka, K., Ikeda, T., & Wang, H. (1998). Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(2), 250-265.
- Tanaka, K., Ohtake, H., Seo, T., & Wang, H. O. (2011, June 29-July 01). *An SOS-based observer design for polynomial fuzzy systems*. Communication présentée American Control Conference, O'Farrell Street, San Francisco, CA, USA.
- Tanaka, K., Ohtake, H., Wada, M., Wang, H. O., & Chen, Y. J. (2009, 15-18 Dec. 2009). *Polynomial Fuzzy Observer Design: A Sum of Squares Approach*. Communication présenté 48th IEEE Conference on Decision and Control, 28th Chinese Control Conference, Shanghai, P.R. China.
- Tanaka, K., Ohtake, H., & Wang, H. O. (2008, July 6-11). *A Sum of Squares Approach to Guaranteed Cost Control of Polynomial Discrete Fuzzy Systems*. Communication présentée the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea.
- Tanaka, K., & Wang, H. (1997). *Fuzzy regulators and fuzzy observers: a linear matrix inequality approach*. Communication présentée Proc. 36th IEEE Conf. on Decision and Control, San Diego, California.
- Tanaka, K., & Wang, H. O. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. John Wiley & Sons, Inc.
- TEMA (Dir.). (1988). *Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association* (7ème^e éd.). New York: Tubular Exchanger Manufacturers Association .
- Toulotte, P.-F. (2006). *Attelage virtuel pour véhicules automatisés*. (Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, Valenciennes).
- Tseng, C. S., Chen, B. S., & Y.Fli. (2009). Robust fuzzy observer-based fuzzy control design for nonlinear systems with persistent bounded disturbances : A novel decoupled approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(19), 2824-2843.
- Tuan, H. D., Apkarian, P., Narikiyo, T., & Yamamoto, Y. (2001). Parameterized Linear Matrix Inequality Techniques in Fuzzy Control System Design. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 9(2).
- Valdes-Gonzalez, H. M. (2002). *Contribution à l'Estimation d'Etat à Horizon Glissant par Méthodes Ensemblistes : Applications à la Surveillance et Détection des Dysfonctionnements sur des Bioprocédés*. (L'Université Joseph Fourier - Grenoble I, Grenoble).
- Yoneyama, J. (2009). H_∞ filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables: An uncertain system approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 160, 1738-1748.
- Zheng, G., Boutat, D., & Barbot, J. P. (2005). Discussion sur les Formes Normales d'Observabilité et les Observateurs à Modes Glissants Etape par Etape. *JDMACS*

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Liste des figures :

Figure 1-1 : Echangeur à tube à courant parallèle (Cengel 2002).....	12
Figure 1-2 : Echangeur à tube à contre courant (Cengel 2002)	12
Figure 1-3 : Echangeur compact à courant croisé (Cengel 2006).....	12
Figure 1-4 : Echangeur à faisceau tubulaire (Guo, Xu et al. 2009).....	13
Figure 1-5 : Echangeur à plaques (Lund 1998).....	13
Figure 1-6 : Représentation du système réel : échangeur thermique	16
Figure 1-7 : Représentation d'un demi-échangeur avec N cellules.....	17
Figure 1-8 : Échangeur thermique avec 2 sections	23
Figure 2-1 Représentation d'un observateur.....	32
Figure 2-2 : Schéma d'un observateur	39
Figure 3-1 : Batterie d'observateurs	47
Figure 3-2 : à gauche \dot{m}_h et à droite \dot{m}_c pour le premier essai.....	51
Figure 3-3 : à gauche $T_{h,in}$ et à droite $T_{c,in}$ pour le premier essai.....	51
Figure 3-4 : comparaison du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) pour le premier essai.....	52
Figure 3-5 : comparaison du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,1}$ (à gauche) et $T_{c,1}$ (à droite) pour le premier essai.	52
Figure 3-6 : Erreur absolue du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) pour le premier essai.....	53
Figure 3-7 : Erreur absolue du système non linéaire et de l'observateur pour $T_{h,1}$ (à gauche) et $T_{c,1}$ (à droite) pour le premier essai.	53
Figure 3-8 : comparaison des paramètres $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) du système non linéaire et de l'observateur pour le premier essai.	54
Figure 3-9 : $\hat{\alpha}$ (en haut) et $\hat{\beta}$ (en bas) filtrés.	54
Figure 3-10: Facteur d'encrassement pour les deux essais.....	56
Figure 3-11 : comparaison des sorties du modèle et de l'observateur $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) pour le premier essai.....	56
Figure 3-12 : Erreur absolue des températures $T_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ (à droite) et de leur estimé.	57
Figure 3-13 : $\hat{\alpha}$ (en trait plein) et $\hat{\beta}$ (en pointillé) estimés sur le système à états infinis pour le premier essai (à gauche) et pour le second essai (à droite)	57
Figure 3-14: test cusum sur l'essai 1 (à gauche) et sur l'essai 2 (à droite).....	58
Figure 3-15 : Évolution des paramètres $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) estimés pour 6, 12, 16 et 20 observateurs pour l'essai 1.....	60
Figure 3-16 : Évolution des paramètres $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) estimés pour 6, 12, 16 et 20 observateurs pour l'essai 2.....	61
Figure 3-17 : Facteur d'encrassement (à gauche) pour 6, 12, 16 et 20 observateurs et le test CUSUM (à droite) pour l'essai 1	62

Figure 3-18 : Facteur d'encrassement (à gauche) pour 6, 12, 16 et 20 observateurs et le test CUSUM (à droite) pour l'essai 2	62
Figure 4-1 : $T_{h,2}$ et $\hat{T}_{h,2}$ (à gauche) et $T_{c,2}$ et $\hat{T}_{c,2}$ (à droite) pour 1000s pour le système non linéaire.	75
Figure 4-2 : $T_{h,1}$ et $\hat{T}_{h,1}$ (à gauche) $T_{c,1}$ et $\hat{T}_{c,1}$ (à droite) pour 1000s pour le système non linéaire.	75
Figure 4-3 : α et $\hat{\alpha}$ (à gauche) β et $\hat{\beta}$ (à droite) sur l'essai 1 pour le système non linéaire.	76
Figure 4-4 : α et $\hat{\alpha}$ (à gauche) β et $\hat{\beta}$ (à droite) sur l'essai 1 pour le système non linéaire de (Ichalal, Marx et al. 2008).	77
Figure 4-5 : $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) sur les 2 essais.	77
Figure 4-6 : $\hat{\alpha}$ filtré (à gauche) et $\hat{\beta}$ filtré (à droite) sur les 2 essais.	78
Figure 4-7 : test Cusum sur $\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\hat{\beta}$ (à droite) sur les 2 essais.	78
Figure 4-8 : représentation de l'encrassement par la fonction $R_f = \frac{1}{\hat{\alpha} + 0.1} + \frac{1}{\hat{\beta} + 0.1}$ non filtré (à gauche) filtré (à droite).	79
Figure 4-9 : test Cusum sur la fonction $R_f = \frac{1}{\hat{\alpha} + 0.1} + \frac{1}{\hat{\beta} + 0.1}$	79
Figure 5-1 : D-stabilité	85
Figure 5-2 : Pôles dans le plan complexe.	91
Figure 5-3 : Évolution fixée de $\Delta\alpha$ et $\Delta\beta$	91
Figure 5-4 : Évolution des températures du fluide chaud (en trait plein) et de leurs estimations (en pointillé), à gauche pour la première section et à droite pour la seconde (fluide chaud en sortie).	92
Figure 5-5 : Évolution des températures du fluide froid (en trait plein) et de leurs estimations (en pointillé), à gauche pour la première section et à droite pour la seconde (fluide froid en sortie).	92
Figure 5-6 : erreur relative entre l'état du modèle TS et de son estimé pour le fluide chaud de la première section (à gauche) et le fluide chaud de sortie (à droite).	93
Figure 5-7 : erreur relative entre l'état du modèle TS et de son estimé pour le fluide froid de la première section (à gauche) et le fluide froid de sortie (à droite).	93
Figure 5-8 : Comparaison entre v_1, v_2 et \hat{d}_1 (à gauche) et entre v_3, v_4 et \hat{d}_2 (à droite).	94
Figure 5-9 : Évolutions des paramètres d'encrassement (en trait plein) et leur estimés (en pointillé) : à gauche $\Delta\alpha$ et $\Delta\hat{\alpha}$, à droite $\Delta\beta$ et $\Delta\hat{\beta}$	94
Figure 5-10 : $\hat{\Delta\alpha}$ filtré.	95
Figure 5-11 : Évolution des sorties (en trait plein) et de leurs estimés (en pointillé). Gauche : fluide chaud. Droite : fluide froid. 2 ^e jeu de données.	96
Figure 5-12 : Évolutions de $\Delta\hat{\alpha}$ (à gauche) et $\Delta\hat{\beta}$ (à droite) pour les deux essais (1 ^{er} essai en trait plein, 2 ^e essai en pointillé).	96
Figure 5-13 : $\hat{\Delta\alpha}$ filtré (à gauche) et $\hat{\Delta\beta}$ filtré (à droite)	97
Figure 5-14 : facteur d'encrassement.	97
Figure 5-15 : Test CUSUM pour les 2 essais sur $\hat{\alpha}$ (à gauche) et sur $\hat{\beta}$ (à droite).	98
Figure 5-16 : Test Cusum sur le facteur d'encrassement	99

Liste des tableaux :

Tableau 5-1 : Matrices du modèle TS de l'échangeur thermique.....	89
Tableau 5-2 : Temps de détection de l'encrassement sur plusieurs méthodes	102

RÉFÉRENCES PERSONNELLES

Revues internationales (en cours de soumission / révision) :

DELMOTTE, F., DAMBRINE, M., DELROT, S., LALOT, S., (2012) soumis. Polynomial Fuzzy Observers with Application to the Fouling Detection of a Heat Exchanger. *Control Engineering Practice*.

DELROT, S., T.M.GUERRA, DAMBRINE, M., DELMOTTE, F., (2012) soumis. Fouling Detection in a Heat Exchanger by Unknown Input Observer of Takagi-Sugeno type. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*.

Communication en conférences internationales

DELMOTTE F., DELROT S., LALOT S., DAMBRINE M. (2008). Fouling detection in heat exchangers with fuzzy models. *ISTP-19*, Reykjavik, Iceland, août.

DELROT S., BUSAWON K., DJEMAI M., DELMOTTE F. (2010). Détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques. *IEEE CIFA*, Nancy, France, juin.

DELROT S., BUSAWON K., DJEMAI M., DELMOTTE F., DAMBRINE M. (2010). Monitoring of thermal efficiency in heat exchangers. *EFEEA'10 International Symposium on Environment Friendly Energies in Electrical Applications*, Ghardaïa, Algeria, novembre.

DELROT S., BUSAWON K., DJEMAI M., DELMOTTE F., DAMBRINE M. (2011). Fouling Detection in Heat Exchangers. *18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, septembre

ANNEXE

Publication permettant de détecter l'encrassement dans les échangeurs thermiques au travers d'un observateur adaptatif :

DELROT S., BUSAWON K., DJEMAI M., DELMOTTE F., DAMBRINE M. (2011). Fouling Detection in Heat Exchangers. *18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, septembre

Fouling detection in heat exchangers

S. Delrot¹, K. Busawon³, M. Djemai¹, F. Delmotte^{1,2} and M. Dambrine¹

¹Univ Lille Nord de France, F-59000 Lille, France

UVHC, LAMIH, F-59313 Valenciennes, France

CNRS, UMR 8530, F-59313 Valenciennes, France

²LG2IA, Faculté des Sciences Appliquées, TechnoParc Futura, 62400 Béthune, France

sabrina.delrot@univ-valenciennes.fr, mohamed.djemai@univ-valenciennes.fr, francois.delmotte@univ-artois.fr

³Northumbria University, School of Computing, Engineering and Information Sciences

Newcastle Upon Tyne, NE1 8ST, UK

krishna.busawon@northumbria.ac.uk

Abstract: This paper deals with the design of a nonlinear observer for the purpose of detecting the fouling phenomenon that commonly occurs in heat exchangers. First, the general model of the heat exchanger is presented in terms of partial differential equations. Next, a simplified lump model is derived that is suitable for the observer design. The observer gains are generated by using appropriate Lyapunov functions, equations and inequalities.

Keywords: Heat exchanger, fouling, nonlinear observer, detection.

1. INTRODUCTION

The purpose of a heat exchanger is to transfer heat from one fluid to another. The heat transfer takes place between a hot and a cold fluid without contact between the two fluids, which flow along by a divided inner surface. We consider a tubular heat exchanger with two fluids with counter flow as illustrated in Figure 1.

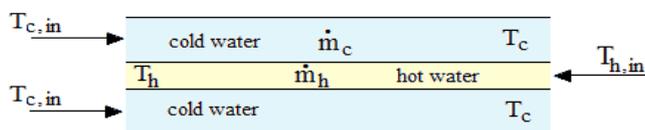


Fig. 1. Schematic of a tubular heat exchanger.

The following are employed throughout the paper :

Notations:

$T_{h,in}$: Inlet temperature on the hot side

$T_{c,in}$: Inlet temperature on the cold side

\dot{m}_h (\dot{m}_c) : Mass flow of hot (cold) fluid

T_h (T_c) : Temperature in hot (cold) section

Additionally, h and c are used to represent hot and cold fluids respectively. These cold and hot fluids are opposite direction to have regular heat exchange. The heat transfer in heat exchangers is conducive to variations of fouling in fluids, which can cause corrosion, increase energy loss in the latter [Wolverine Tube Inc. (2001)].

In practice, it is important to measure the fouling by some means or other for diagnostic, monitoring and maintenance purpose (see e.g.[Hammouri et al. (2001)][Hammouri et al. (2002)][Kabore et al. (2001)][Kinnaert et al. (1999)]...). However, fouling is measured by sensors that are generally expensive. Consequently, a more suitable solution would be

to employ an observer in order to estimate the degree of fouling. However, the design of an observer for the heat exchanger is not an easy matter due to the highly nonlinear nature of the exchanger model. Furthermore, a precise model of the heat exchanger is described in terms of partial differential equations (PDE), and the design for nonlinear observers for systems described by PDEs is still an open problem. Consequently, one solution would be to derive an approximate model of the heat exchanger in terms of ordinary differential equations. As a matter of fact, some ODE-based observers such as the extended Kalman filter [Jonsson et al. (2007)], the neural Networks [Lalot et al.(2007)] and the use of fuzzy model [Delmotte et al. (2008)] have been used for that purpose.

In this paper, we propose a new observer for estimating the fouling in a heat exchanger based on a simplified model of the latter [Delrot et al. (2010)]. Unlike existing observers that are used for that purpose, the propose observer employs an appropriate Lyapunov equation, inequalities and function in order to update its gain. As a result, it imparts an adaptive characteristic to the propose observer. Simulation results are provided in order to show the performance of the observer using real measured data from a laboratory heat exchanger. Some comparative work is also carried out, in simulation, with respect to the estimation method used in [Delmotte et al. (2008)] to show the performance of the proposed observer for fouling detection. Finally some conclusions are presented.

2. THE MODEL OF THE HEAT EXCHANGER

The model of the heat exchanger presented hereafter the paper is borrowed from [6]. It is represented by the following partial differential equations:

$$\rho \bar{A}_h c_h \frac{dT_h(t, x)}{dt} + \rho \bar{A}_h c_h v_h \frac{\partial T_h(t, x)}{\partial x} = A_h U(t) [T_c(t, x) - T_h(t, x)]$$

$$\rho \bar{A}_c c_c \frac{dT_c(t, x)}{dt} + \rho \bar{A}_c c_c v_c \frac{\partial T_c(t, x)}{\partial x} = A_c U(t) [T_h(t, x) - T_c(t, x)]$$

(28)

$$\text{and } T_c(t, 0) = T_{c,in} \quad ; \quad T_h(t, 0) = T_{h,in}$$

where:

A_h : Area of the convection surface,

\bar{A}_h and \bar{A}_c : Areas of sections swept by the flow,

U : Overall heat transfer coefficient,

v : Speed of the flow, ρ : Density, and c : Specific heat capacity.

A finite state model can be obtained by deriving a lump model of the process [Jonsson (1990)]. If we consider only one section the equation (28) yields:

$$\begin{cases} M_h c_h \frac{dT_{h,1}(t)}{dt} = \dot{m}_h(t) c_h [T_{h,in}(t) - T_{h,1}(t)] - A_h U(t) \Delta T(t) \\ M_c c_c \frac{dT_{c,1}(t)}{dt} = \dot{m}_c(t) c_c [T_{c,in}(t) - T_{c,1}(t)] + A_c U(t) \Delta T(t) \end{cases}$$

(29)

$$\text{with: } \Delta T(t) = [T_{h,in} + T_{h,1}] / 2 - [T_{c,in} + T_{c,1}] / 2 ;$$

$$M_h = \rho \bar{A}_h ; M_c = \rho \bar{A}_c ;$$

$$\dot{m}_h(t) = \rho \bar{A}_h v_h(t) \text{ et } \dot{m}_c(t) = \rho \bar{A}_c v_c(t) \text{ and}$$

$$\frac{\partial T_{h,i}}{\partial x} = \frac{T_{h,i} - T_{h,i-\Delta x}}{\Delta x} = T_{h,i} - T_{h,i-1} ;$$

and M represent the mass for the hot and cold fluid.

Then, we replace equation (29) by this state space form:

$$\begin{pmatrix} \dot{T}_{h,1} \\ \dot{T}_{c,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) / \tau_h & \frac{\alpha}{2\tau_h} \\ \frac{\beta}{2\tau_c} & -\left(1 + \frac{\beta}{2}\right) / \tau_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{h,1} \\ T_{c,1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) / \tau_h & \frac{\alpha}{2\tau_h} \\ \frac{\beta}{2\tau_c} & \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) / \tau_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{h,in} \\ T_{c,in} \end{pmatrix}$$

(30)

with

$$\alpha(t) = \frac{A_h U}{\dot{m}_h(t) c_h} ; \tau_h(t) = \frac{M_h}{\dot{m}_h(t)} ; \beta(t) = \frac{A_c U}{\dot{m}_c(t) c_c} ;$$

$$\tau_c(t) = \frac{M_c}{\dot{m}_c(t)} ; \text{ and } \alpha, \beta, \tau_h, \tau_c \text{ are the model parameters.}$$

Generally, (30) can be written as :

$$\frac{d}{dt} T = A(\dot{m}) T + B(\dot{m}) T_{in} \quad (31)$$

With T and \dot{m} are state vectors.

To have many sections instead of one, the outputs of the previous section will become the inputs of the next section. The number of sections in the model may of course be increased but in [Jonsson (1990)], it is shown that it is sufficient to cut the process in two sections (even if we can extend the number of section) in order to obtain a reliable lump model. We obviously assume homogeneity inside each four areas defined as can be seen in Figure 2.

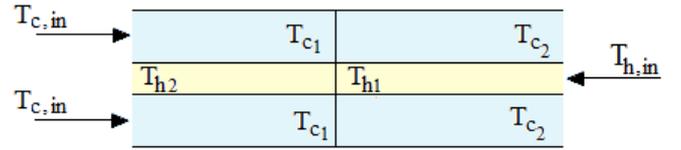


Fig. 2 : Heat exchanger with two sections.

With these assumptions, the model obtained will be in the form of differential equations.

The input variables are the temperatures and flows of cold and hot fluids (here is water) : $u = [T_{h,in} \ T_{c,in} \ \dot{m}_h \ \dot{m}_c]^T$

The complete state vector of system is given by:

$$x = (T_{h,1} \ T_{h,2} \ T_{c,1} \ T_{c,2})^T . \text{ And the parameters vector to}$$

estimate is given by : $z = (\alpha \ \beta)^T$, where α and β are the parameters that depend on estimating fouling state. We assume that these two parameters vary slowly in the time and so their derivatives are almost zero.

As a result, the physical model of system with two sections represented by the following form:

$$\frac{dx}{dt} = A(z, u) x + B(z, u) \quad (32)$$

$$A(z, u) = \begin{bmatrix} -c_h - c_\alpha & 0 & c_\alpha & c_\alpha \\ c_h - c_\alpha & -c_h - c_\alpha & c_\alpha & 0 \\ c_\beta & c_\beta & -c_c - c_\beta & 0 \\ c_\beta & 0 & c_c - c_\beta & -c_c - c_\beta \end{bmatrix}$$

$$B(z, u) = \begin{bmatrix} c_h - c_\alpha & 0 \\ 0 & c_\alpha \\ 0 & c_c - c_\beta \\ c_\beta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{And } c_h = \frac{\dot{m}_h}{\tau_h^* \dot{m}_h^*}, c_\alpha = \frac{\alpha}{2\tau_h^*} \gamma_U, c_c = \frac{\dot{m}_c}{\tau_c^* \dot{m}_c^*}, c_\beta = \frac{\beta}{2\tau_c^*} \gamma_U$$

$$\dot{m}_h^* = 0.1083 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}, \dot{m}_c^* = 0.1803 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}, \tau_h^* = 7.7392 \text{ s},$$

$\tau_c^* = 8.3502 \text{ s}$ are parameters depending on the particular heat exchanger.

We introduce the parameter γ_U which satisfies :

$$\gamma_U = \frac{(\dot{m}_h \dot{m}_c)^y (\dot{m}_c^{*y} + e \dot{m}_h^{*y})}{(\dot{m}_h^* \dot{m}_c^*)^y (\dot{m}_c^{*y} + e \dot{m}_h^{*y})}$$

$$y = 0.8 \text{ and } e = \frac{A_h K_h}{A_c K_c} \approx 1.11 \text{ are parameters representing}$$

the relative regime of flow and depend on heat geometry.

Thanks to data supplied by chemists, we know the various domains of variation of following variables :

$$\alpha, \beta \in [0, 2]; T_{h,i}, T_{c,i} \in [0.4, 1]; \dot{m}_h, \dot{m}_c \in [0.4, 1]$$

Finally, we can notice that the model is nonlinear or more precisely bilinear.

The problem is to estimate the parameters α et β by using input/output data of the developed model. We will see various solutions brought this problem.

3. OBSERVER BASED ON ALGEBRAIC LYAPUNOV EQUATIONS AND INEQUALITIES

We start by rewriting the system in the following form:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u)x + F(\alpha, \beta)x + b(u, \alpha, \beta) + B(u) \\ \dot{\alpha} = 0 \\ \dot{\beta} = 0 \\ y = Cx \end{cases}$$

$$x = \begin{pmatrix} T_{h,1} & T_{h,2} & T_{c,1} & T_{c,2} \end{pmatrix}^T \quad (33)$$

With:

$$A(u) = \begin{pmatrix} -u_2 & 0 & 0 & 0 \\ u_2 & -u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -u_4 & 0 \\ 0 & 0 & u_4 & -u_4 \end{pmatrix}$$

$$F(\alpha, \beta) = \gamma \begin{pmatrix} -\alpha & 0 & \alpha & \alpha \\ -\alpha & -\alpha & \alpha & 0 \\ \beta & \beta & -\beta & 0 \\ \beta & 0 & -\beta & -\beta \end{pmatrix}$$

$$b(u, \alpha, \beta) = \begin{pmatrix} -\gamma\alpha u_1 \\ \gamma\alpha u_3 \\ -\gamma\beta u_3 \\ \gamma\beta u_1 \end{pmatrix} \quad B(u) = \begin{pmatrix} u_2 u_1 \\ 0 \\ u_4 u_3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

To simplify the writing of (32) we set:

$$\gamma = \gamma_u \text{ and } u = [T_{h,in} \ T_{c,in} \ \dot{m}_h \ \dot{m}_c]^T$$

$$u_1 = T_{h,in}, u_2 = c_h, u_3 = T_{c,in}, u_4 = c_c, \alpha = \frac{\alpha}{2\tau_h^*}, \beta = \frac{\beta}{2\tau_c^*}$$

The proposed observer takes the following form :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}))\hat{x} + b(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) + B(u) \\ \quad + K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})(y - C\hat{x}) \\ \quad \dot{\hat{\alpha}} = g_1(u, y, \hat{x}) \\ \quad \dot{\hat{\beta}} = g_2(u, y, \hat{x}) \\ \quad \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (34)$$

where:

- the gain $K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})$, depends on the inputs and fouling parameters is chosen such that $(A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta})) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C$ is stable.

- the functions $g_1(u, y, \hat{x})$ and $g_2(u, y, \hat{x})$ are to be determined.

In what follows the methodologies employed for deriving the above gains and functions are presented.

3.1 Computation of $K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})$

We choose $K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})$ such that the following Lyapunov inequality is satisfied:

$$(A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C) +$$

$$(A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C)^T < 0$$

(35)

For this, we choose:

$$K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ k_5 & k_6 & k_7 & k_8 \end{pmatrix}^T$$

$$k_1 = u_2 - \hat{\alpha}\gamma; k_3 = k_5 = \hat{\alpha}\gamma + \hat{\beta}\gamma;$$

With

$$k_6 = k_4 = 0; k_7 = u_4 - \hat{\beta}\gamma; k_2, k_8 > 0$$

Some gains (whenever possible) will be fixed to 0 in order to simplify the matrix and to make it easier to search other gains while satisfying (35) at the same time. Note here that we basically tried to have all the terms on the diagonal negative in our case, in our domain of variation of variables. Indeed, the choice of K matrix satisfied (35) because in our case α and β are positives.

3.2 Determination of functions $g_1(u, y, \hat{x})$ and $g_2(u, y, \hat{x})$

In order to derive the functions $g_1(u, y, \hat{x})$ and $g_2(u, y, \hat{x})$, we compute the dynamical errors of the observer:

$$\varepsilon = x - \hat{x} \text{ and } \xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - \hat{\alpha} \\ \beta - \hat{\beta} \end{pmatrix} \quad (36)$$

It can be shown that:

$$\dot{\varepsilon} = \{A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C\}\varepsilon + \{F(\alpha, \beta) - F(\hat{\alpha}, \hat{\beta})\}x + \{b(u, \alpha, \beta) - b(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})\} \quad (37)$$

Due to the special form F , one can observe that:

$$\{F(\alpha, \beta) - F(\hat{\alpha}, \hat{\beta})\} = F(\xi_1, \xi_2)$$

$$\{b(u, \alpha, \beta) - b(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})\} = b(u, \xi_1, \xi_2)$$

Consequently, we obtain the following dynamical errors:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = \{A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C\}\varepsilon \\ \quad + F(\xi_1, \xi_2)x + b(u, \xi_1, \xi_2) \\ \dot{\xi}_1 = -g_1(u, y, \hat{x}) \\ \dot{\xi}_2 = -g_2(u, y, \hat{x}) \end{cases} \quad (38)$$

Now, let $V(\cdot)$ be the following Lyapunov function:

$$V(\varepsilon, \xi) = \varepsilon^T \varepsilon + \gamma \xi^T \xi \quad (39)$$

We shall determine the functions g_1 and g_2 such that

$$\dot{V}(\varepsilon, \xi) < 0 \quad (40)$$

From the above inequalities, there exist Q and S symmetric positive definite such that:

$$(A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C)$$

$$+ (A(u) + F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) - K(u, \hat{\alpha}, \hat{\beta})C)^T = -Q$$

Consequently,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon, \xi) &= \varepsilon^T \dot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon}^T \varepsilon + \gamma \xi^T \dot{\xi} + \gamma \dot{\xi}^T \xi \\ &= -\varepsilon^T Q \varepsilon + 2\varepsilon^T F(\xi_1, \xi_2)x + 2\varepsilon^T b + 2\gamma \xi^T \dot{\xi} \end{aligned} \quad (41)$$

By developing the term, $2\varepsilon^T F(\xi_1, \xi_2)x + 2\varepsilon^T b + 2\gamma \xi^T \dot{\xi}$ we get:

$$\begin{aligned} &2\varepsilon^T Fx + 2\varepsilon^T b + 2\gamma \xi^T \dot{\xi} \\ &= 2\gamma \xi_1 (\dot{\xi}_1 + \varepsilon_2 u_3 - \varepsilon_2 x_2) + 2\gamma \xi_2 (\dot{\xi}_2 + \varepsilon_4 u_1 - \varepsilon_4 x_4) \\ &\quad + 2\gamma (-x_1 \varepsilon_1 + x_3 \varepsilon_1 + x_4 \varepsilon_1 - x_1 \varepsilon_2 + x_3 \varepsilon_2) \xi_1 \\ &\quad + 2\gamma (x_1 \varepsilon_3 + x_2 \varepsilon_3 - x_3 \varepsilon_3 + x_1 \varepsilon_4 - x_3 \varepsilon_4) \xi_2 \\ &\quad - 2\gamma (\varepsilon_1 u_1 \xi_4 + \varepsilon_3 u_3 \xi_2) \end{aligned} \quad (42)$$

Next, we set $\dot{\xi}_1 + \varepsilon_2 u_3 - \varepsilon_2 x_2 = 0$ et $\dot{\xi}_2 + \varepsilon_4 u_1 - \varepsilon_4 x_4 = 0$ so that

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \varepsilon_2 (-u_3 + x_2) \\ \dot{\xi}_2 &= \varepsilon_4 (-u_1 + x_4) \end{aligned} \quad (43)$$

Recalling that $\dot{\xi}_1 = -\dot{\hat{\alpha}}$ et $\dot{\xi}_2 = -\dot{\hat{\beta}}$, we obtain the expression of g_1 and g_2 :

$$\dot{\hat{\alpha}} = \varepsilon_2 (u_3 - x_2) = (y_1 - \hat{x}_2)(u_3 - x_2) = g_1(u, y, \hat{x}) \quad (44)$$

$$\dot{\hat{\beta}} = \varepsilon_4 (u_1 - x_4) = (y_2 - \hat{x}_4)(u_1 - x_4) = g_2(u, y, \hat{x})$$

The remaining terms $-2\gamma(\varepsilon_1 u_1 \xi_4 + \varepsilon_3 u_3 \xi_2) < 0$, $2\gamma(-x_1 \varepsilon_1 + x_3 \varepsilon_1 + x_4 \varepsilon_1 - x_1 \varepsilon_2 + x_3 \varepsilon_2) \xi_1$ and

$2\gamma(x_1 \varepsilon_3 + x_2 \varepsilon_3 - x_3 \varepsilon_3 + x_1 \varepsilon_4 - x_3 \varepsilon_4) \xi_2$ can be bounded by a term of the form $c_1 \|\varepsilon\| \|\xi\|$ where $c_1 > 0$.

Also,

$$2\|\varepsilon\| \|\xi\| \leq \rho \|\varepsilon\|^2 + \frac{1}{\rho} \|\xi\|^2 \quad (45)$$

with $\rho > 0$

Hence,

$$\dot{V}(\varepsilon, \xi) \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\varepsilon\|^2 + c\rho \|\varepsilon\|^2 + \frac{c}{\rho} \|\xi\|^2 \quad (46)$$

$$\dot{V}(\varepsilon, \xi) \leq -(\lambda_{\min}(Q) - c\rho) \|\varepsilon\|^2 + \frac{c}{\rho} \|\xi\|^2 \quad (47)$$

To have the error converge to 0 and $\dot{V}(\varepsilon, \xi) < 0$, we choose the gains k_2, k_8 large to minimise the influence of ρ in order to obtain $\lambda_{\min}(Q) > c\rho$. We can choose the constant ρ large enough to minimise the effect of $\|\xi\|$.

Finally accounting for different constraints on the gains previously discussed, we obtain an asymptotic observer with $k_2, k_8 > 0$ given by:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= u_2(u_1 - \hat{x}_1) + \gamma_u \hat{\alpha}(\hat{x}_3 + \hat{x}_4 - \hat{x}_1 - u_1) + (u_2 - \gamma_u \hat{\alpha})(y_1 - \hat{x}_2) \\
&\quad + \gamma_u (\hat{\alpha} + \hat{\beta})(y_2 - \hat{x}_4) \\
\dot{\hat{x}}_2 &= u_2(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \gamma_u \hat{\alpha}(-\hat{x}_1 - \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + u_3) + (k_2)(y_1 - \hat{x}_2) \\
\dot{\hat{x}}_3 &= u_4(u_2 - \hat{x}_3) + \gamma_u \beta(\hat{x}_1 + \hat{x}_2 - \hat{x}_3 - u_3) + \gamma_u (\hat{\alpha} + \hat{\beta})(y_1 - \hat{x}_2) \\
&\quad + (u_4 - \gamma_u \hat{\beta})(y_2 - \hat{x}_4) \\
\dot{\hat{x}}_4 &= u_4(\hat{x}_3 - \hat{x}_4) + \gamma_u \beta(\hat{x}_1 - \hat{x}_3 - \hat{x}_4 + u_1) + (k_8)(y_2 - \hat{x}_4) \\
\dot{\hat{\alpha}} &= (u_3 - y_1)(y_1 - \hat{x}_2) \\
\dot{\hat{\beta}} &= (u_1 - y_2)(y_2 - \hat{x}_4)
\end{aligned} \tag{48}$$

3.3 Simulations result

The simulation is realized on 2 drifts used in [Jonsson et al. (2007)] and [Lalot et al.(2007)]. The first drift lasts 54644s and the second lasts 28880s. For the two drifts, the fouling begins about two third of the drift stay. The inputs of the heat exchanger are chosen random. The fouling is the same for the two drifts and is represented on the Figure 3. This parameter does not appear in the model described by (30) ; but it is used during the simulation by the Fluent software [Fluent]. The relation between the fouling factor and both α and β is complex but the fouling factor is roughly proportional to

$$\frac{1}{\hat{\alpha}} + \frac{1}{\hat{\beta}}$$

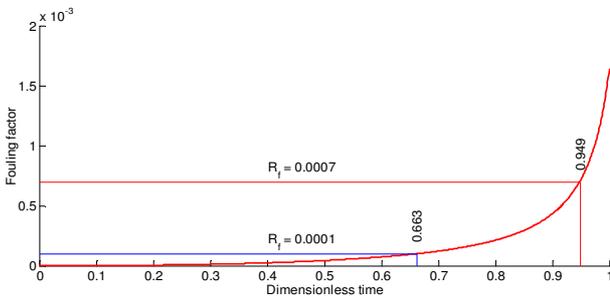


Fig. 3. Fouling factor for the two drifts

The fouling is modified thanks to the variation of the parameters c_h and c_c . For the observation of parameters relation to the fouling, the both drifts will be presented with a normalized unitary time scale in order to compare results. Figure 4 shows the profile of the estimation of parameter $\hat{\alpha}$ and Figure 5 that of the parameter $\hat{\beta}$.

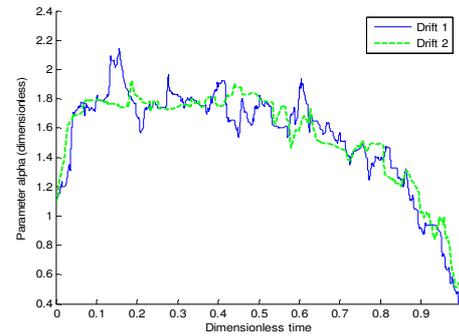


Fig. 4. Estimation of $\hat{\alpha}$ on two drifts.

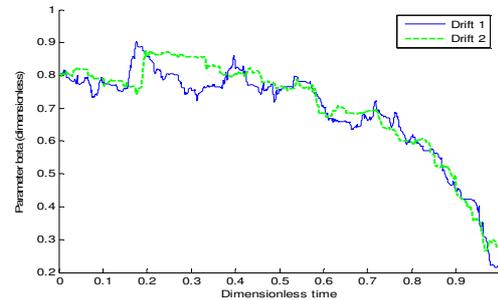


Fig. 5. Estimation of $\hat{\beta}$ on two drifts

One can see that the both drifts are similar. We can say that this method performs well on various data. To check if the results follow the reality, we compare the known real temperature data obtained from a laboratory heat exchanger (the output temperatures of the heat exchanger) with the estimated temperatures on the Figure 6 and 7. This comparison takes place on the second drift.

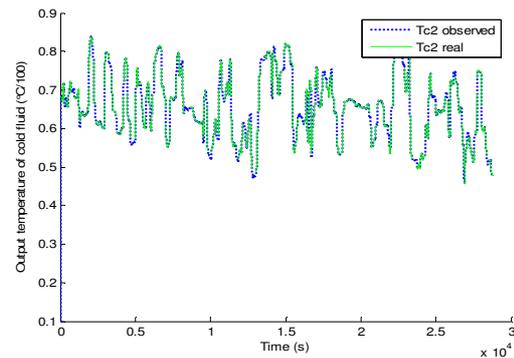


Fig. 6. Comparison of the output temperature of cold fluid of real system and the observer on the second drift.

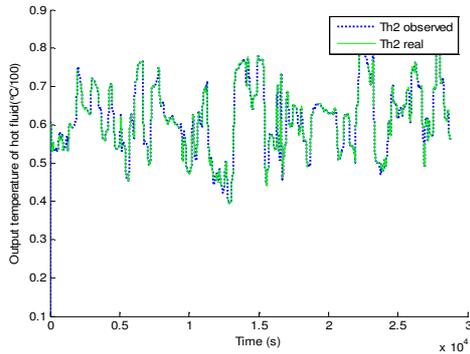


Fig. 7. Comparison of the output temperature of hot fluid of real system and the observer on the second drift.

We can note that the both temperatures have similar profile, showing that the observer works well. From Figures 8 and 9, we can see that the relative errors of these temperatures are negligible, they are less than 2.5 %.

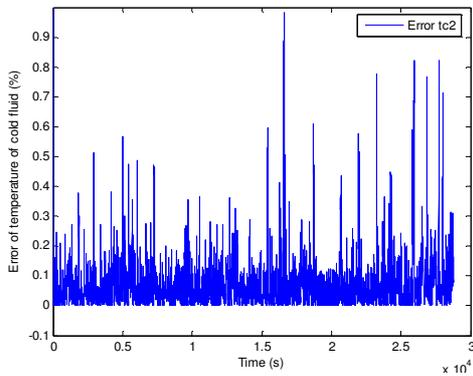


Fig. 8. Relative error between the temperature of the output cold fluid of the real system and the estimated temperature of the observer.

We can see, in the Figure 10, the term :

$\frac{1}{\hat{\alpha}} + \frac{1}{\hat{\beta}}$, follows a similar pattern to the fouling pattern shown in Figure 3.

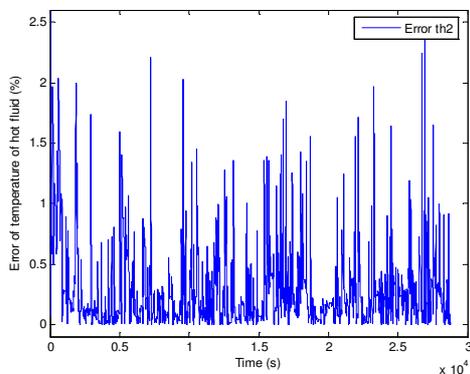


Fig. 9. Relative error between the temperature of the output hot fluid of the real system and the estimated temperature of the observer.

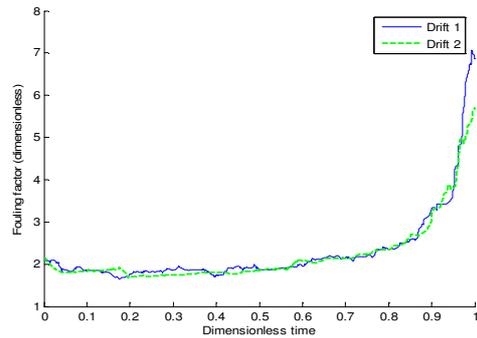


Fig. 10. Fouling factor for the two drifts.

We note that the fouling begin as we wished namely 2/3 of the simulation. The results of the both drifts are equivalent and are similar to Figure 3, representing the fouling. Consequently, we can conclude that the fouling is detectable using this observer method.

In Figure 11 a comparative results is shown using the proposed observer and that proposed [Delmotte et al. (2008)].

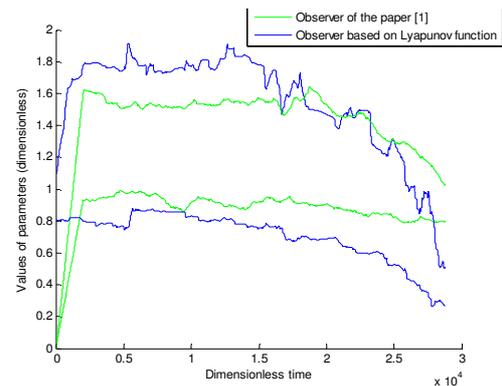


Fig. 11. Parallel between this method and the method see into [Delmotte et al. (2008)].

We can see that the curves of α and β decreases considerable as a of fouling whereas in the results of paper [Delmotte et al. (2008)], only α decreases at the end of simulation. Moreover, [Delmotte et al. (2008)] use a filter after the simulation of the set of observer whereas our method uses only one observer and without any filter.

4. CONCLUSIONS

This paper presented a new technique for the detection of the fouling in a heat exchanger. The observer is designed by exploiting the bilinear structure of a simplified model of the heat exchanger. Suitable Lyapunov equations and functions are used to obtain the gain of the observer. The good performance of the observer in detecting the fouling is shown via simulation using real data obtained from a laboratory heat exchanger.

KNOWLEDGMENT

This work has been supported by International Campus on Safety and Intermodality in Transportation, the European

Community, the Delegation Regionale a la Recherche et a la Technologie, the Ministere de l'Enseignement superieur et de la Recherche, the Region Nord Pas de Calais and the Centre National de la Recherche Scientifique.

REFERENCES

Delmotte F., Delrot S., Lalot S. et Dambrina M. Fouling Detection in Heat Exchangers with Fuzzy Models. 19th International Symposium on Transport Phenomena, Iceland, 15-18 august 2008.

Delrot S., Busawon K., Djemai M., Delmotte F. Fouling detection in the heat exchangers. 6^{eme} Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010, Nancy, France, 2-4 juin 2010.

Hammouri, H.; Kabore, P.; Kinnaert, M.; "A geometric approach to fault detection and isolation for bilinear systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 46, Issue 9, Sept. 2001 Page(s):1451 – 1455.

Hammouri, H.; Kabore, P.; Othman, S.; Biston, J. "Failure diagnosis and nonlinear observer. Application to a hydraulic process", in Journal of The Franklin Institute Volume: 339, Issue: 4-5, July - August, 2002, pp. 455-478.

Jonsson G. R. Parameter estimation in models of heat exchangers and geothermal reservoirs. Ph.D. thesis, Department of Mathematical Statistics, Lund Institute of Technology, 1990.

Jonsson G. R., Lalot S., Palsson O. P. et Desmet B. Use of extended Kalman filtering in detecting fouling in heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 2643-2655, 2007.

Kabore, R.; Wang, H.; "Design of fault diagnosis filters and fault-tolerant control for a class of nonlinear systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 46, Issue 11, Nov. 2001 Page(s):1805 – 1810.

Kinnaert, M.Michel, "Robust fault detection based on observers for bilinear systems", in Automatica Volume: 35, Issue: 11, November, 1999, pp. 1829-1842.

Lalot S., Palsson O. P., Jonsson G. R. et Desmet B. Comparison of neural networks and Kalman filters performances for fouling detection in a heat exchanger. *International Journal of Heat Exchangers*, Vol VIII, 1524-5608, pp. 151-168, 2007.

Wolverine Tube, Inc. *Wolverine engineering databook II*. Electronic distribution, Research and development team, 2001.

Fluent Flow Modeling Software, at <http://www.fluent.com/software/fluent/index.htm>.

APPENDIX

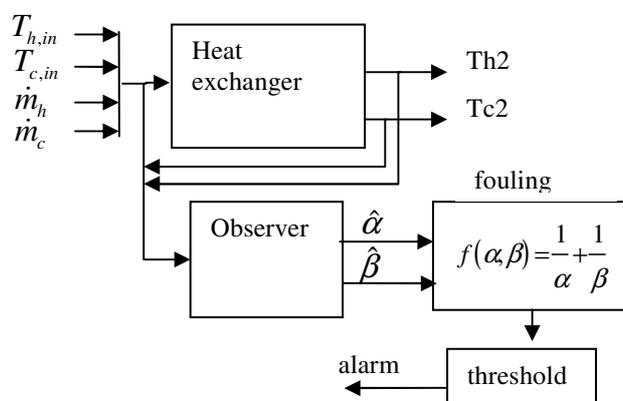


Fig. A.1 Block diagram of the Heat exchanger

Résumé : Le phénomène d'encrassement dans les échangeurs thermiques est actuellement un sujet important. En effet l'encrassement est un phénomène couteux qui provoque (directement ou indirectement via un surdimensionnement des installations) une augmentation des pertes énergétiques, une hausse de la consommation d'eau. Par effet lié, l'encrassement a un impact environnemental non négligeable dû principalement à une augmentation de l'émission de dioxyde de carbone. La détection de l'encrassement peut se faire de manière très ponctuelle en utilisant des capteurs spécifiques et coûteux ou, globalement, soit en mesurant la variation de masse de l'échangeur, soit en évaluant l'efficacité de l'échangeur à travers le coefficient de transfert – ces deux dernières méthodes exigeant des conditions de fonctionnement très particulières : l'arrêt pour la première et un fonctionnement en régime permanent pour la seconde. Les travaux présentés dans cette thèse consistent au développement d'observateurs non linéaires qui permettent de détecter l'encrassement suffisamment tôt pour mettre en place un système d'entretien efficace. Pour cela, un modèle de dimension finie d'un échangeur tubulaire à contre courant a été défini en début de thèse.

Trois solutions basées sur le développement d'observateurs non linéaires de type Takagi-Sugeno appliqués au problème de détection d'encrassement dans les échangeurs thermiques sont proposées. La première consiste en une batterie d'observateurs qui estime les paramètres d'encrassement par une méthode d'interpolation. La deuxième propose un observateur polynomial de type Takagi-Sugeno en utilisant la théorie des sommes de carrés. Enfin, un observateur de type Takagi-Sugeno à entrées inconnues est développé. Une comparaison entre ces différentes méthodes est effectuée en conclusion cette thèse.

Mots clés : observateurs non linéaires, détection, encrassement, échangeur thermique, batterie d'observateur, observateur Takagi-Sugeno, entrées inconnues, observateurs polynomiaux.

Abstract: The phenomenon of fouling in heat exchangers is currently an important topic. Indeed, the fouling is a costly issue that increases the energy loss (directly or indirectly through an over-sizing of the equipment), and therefore increases the water consumption.

As a side effect, fouling increases CO² consumption that leads to environmental consequences. Fouling can be detected either on local scale, using expensive and specific sensors or on global scale. Global estimation of fouling can be done by measuring the variation of the mass of the exchanger, or by estimating the efficiency of the exchanger through the transfer coefficient. These two methods require very restricting conditions: a powered exchanger to measure mass variation and a steady state exchanger to estimate the efficiency. The work introduced in this thesis deals with the development of non-linear observers that detect fouling early enough to start an efficient cleaning process. As a beginning, a finite element model of a counter current tubular exchanger was proposed. Then three approaches, based on non-linear Takagi-Sugeno observers, were suggested to detect early fouling in heat exchangers. First approach consisted in a set of observers that estimated the parameters of fouling effect through an interpolation method. The second approach proposed a polynomial Takagi-Sugeno observer, using the theory of sums of squares. Finally, a observer of Takagi-Sugeno type with unknown inputs was developed. As a conclusion, a comparison between those different methods was done.

Keywords: Nonlinear observers, detection, fouling, heat exchanger, set of observers, Takagi-Sugeno's observers, unknown inputs, polynomial observer.