N° d'ordre : 2010-10 ANNÉE 2010

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Alexios KORAKAS

APPROCHE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA PROPAGATION SONORE EN ENVIRONNEMENTS OCÉANIQUES TRIDIMENSIONNELS : APPLICATION AUX PROBLÈMES INVERSES

Soutenue le 17 mai 2010 devant la Commission d'Examen

JURY

Président :	M.	J.-P.	SESSAREGO	
Examinateurs :	M.	Ph.	ROUX	(Rapporteur)
	M.	M.	TAROUDAKIS	(Rapporteur)
	M.	D.	JUVÉ	
	M.	D.	FATTACCIOLI	
	M.	Ph.	BLANC-BENON	(Directeur de thèse)
	M.	F.	STURM	(Co-directeur de thèse)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon - Université Claude Bernard Lyon 1 -
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

N° d'ordre : 2010-10 ANNÉE 2010

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Alexios KORAKAS

APPROCHE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA PROPAGATION SONORE EN ENVIRONNEMENTS OCÉANIQUES TRIDIMENSIONNELS : APPLICATION AUX PROBLÈMES INVERSES

Soutenue le 17 mai 2010 devant la Commission d'Examen

JURY

Président :	M.	J.-P.	SESSAREGO	
Examinateurs :	M.	Ph.	ROUX	(Rapporteur)
	M.	M.	TAROUDAKIS	(Rapporteur)
	M.	D.	JUVÉ	
	M.	D.	FATTACCIOLI	
	M.	Ph.	BLANC-BENON	(Directeur de thèse)
	M.	F.	STURM	(Co-directeur de thèse)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon - Université Claude Bernard Lyon 1 -
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

À Éliane,
à Stratis.

Remerciements

Les travaux effectués durant cette thèse ont été menés au sein du Centre Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA). Je tiens ainsi, tout d'abord, à remercier Michel Lance, professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1 et directeur du LMFA, ainsi que Daniel Juvé, professeur à l'Ecole Centrale de Lyon et responsable du Centre Acoustique, pour leur chaleureux accueil au sein de leurs structures et pour avoir mis à disposition les moyens matériels qui m'ont permis de mener à bien cette recherche. Le travail expérimental de cette thèse a été réalisé au sein du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) de Marseille avec Jean-Pierre Sessarego, directeur de recherche, que je remercie également à ce titre.

Je remercie vivement Philippe Blanc-Benon, directeur de recherche au CNRS, et Frédéric Sturm, Maître de Conférences à l'INSA de Lyon, pour avoir accepté d'encadrer cette thèse. Je les remercie de m'avoir permis d'intégrer l'équipe de propagation sonore en milieux complexes du Centre Acoustique et d'avoir mis ainsi à ma disposition leurs compétences dans le domaine. Particulièrement, j'ai grandement apprécié l'approche, à la fois scientifique et pédagogique, de Frédéric Sturm, qui a profondément influencé ma réflexion tant sur le fond que sur la forme de ce travail. Les nombreux échanges et débats se sont avérés essentiels quant aux choix et orientations à prendre tout au long de cette thèse. L'étroitesse de notre collaboration a permis de maintenir, au fil des mois, mon intérêt le plus vif. Ses qualités humaines combinées à sa grande disponibilité ont été d'un soutien indispensable et décisif.

Je tiens à remercier Philippe Roux, directeur de recherche au LGIT (Grenoble), ainsi que Michael Taroudakis, professeur à l'Université de Crète (Grèce), tous deux rapporteurs de cette thèse, pour la lecture de ce mémoire et pour leurs remarques constructives et pertinentes. Les échanges que nous avons eu à cette occasion ont été très enrichissants. Je renouvelle mes remerciements à Jean-Pierre Sessarego pour avoir accepté de présider le Jury de ma thèse. Merci aussi à Daniel Juvé (LMFA) et Dominique Fattaccioli (DGA Techniques navales, Toulon) d'avoir accepter d'y participer en qualité d'examinateurs.

Je remercie également Ross Chapman, professeur à l'University of Victoria (Canada), qui m'a fourni des données synthétiques issues de cas test reconnus et qui m'ont permis de valider les codes développés durant ce travail.

Mes remerciements vont aussi à tous ceux qui ont favorisé, dans ce lieu de travail, un cadre convivial et agréable. J'ai une pensée chaleureuse et amicale pour tous ceux avec qui j'ai passé des moments festifs et agréables durant cette période. Un grand merci aussi à ma famille pour son soutien inconditionnel.

Je garde le mot de la fin pour Nora qui, face à l'épreuve humaine que la réalisation d'une thèse peut parfois représenter, m'a épaulé avec désintéressement tout au long de cette période. Sa présence au quotidien fut un précieux soutien. Je ne sais comment la remercier.

Résumé

On s'intéresse dans ce travail à l'aspect tridimensionnel (3D) de la propagation sonore en milieux océaniques petits fonds dans le cadre des problèmes inverses. Les problèmes inverses en acoustique sous-marine se basent sur la modélisation bidimensionnelle (2D) de la propagation, ignorant ainsi les effets de réfraction horizontale, qualifiés d'effets 3D. Toutefois, la propagation acoustique en environnements petits fonds, tels le plateau continental, peut être affectée par des effets 3D, leur prise en compte nécessitant l'utilisation de modèles pleinement 3D. Une inversion basée sur un modèle 3D devient inabordable pour plus de deux paramètres à la fois en raison de temps CPU particulièrement élevés. L'objectif de ce travail est d'examiner l'importance des effets 3D sur la performance et la fiabilité des procédures d'inversion habituellement utilisées dans les problèmes de l'acoustique sous-marine.

Pour cela, on se place dans un guide d'onde océanique à géométrie inclinée. Des expérimentations à échelle réduite sont menées afin d'identifier et d'interpréter les effets 3D. Une procédure d'inversion par champs d'onde adaptés, formulée dans un cadre Bayesien et basée sur la recherche exhaustive dans l'espace des paramètres, est élaborée. L'inversion s'effectue en comparant des données basse fréquence du champ acoustique, recueillies le long d'antennes linéaires verticales ou horizontales, aux répliques générées par des modèles d'équation parabolique 2D et 3D. Les paramètres importants sont identifiés au moyen d'une étude de sensibilité de la fonction de coût. Dans une étape préliminaire, la performance de l'inversion est étudiée, sur données synthétiques bruitées, dans un cas simple permettant l'utilisation de modèles 2D. Une stratégie d'inversion en sous-espaces résultant en une réduction importante des temps CPU pour l'inversion, est examinée. L'inversion est ensuite abordée en présence d'un fond incliné. La possibilité et les limites d'une inversion basée sur un modèle 2D sont explorées. Cette approche, mise en oeuvre sur données synthétiques, met en évidence la pertinence de l'utilisation de modèles 2D en champ relativement proche. Une inversion basée sur un modèle 3D n'étant alors nécessaire que pour la pente, des temps CPU raisonnables sont ainsi réalisés. En revanche, en champ lointain, nous sommes confrontés à un risque potentiel d'estimation erronée et le recours à une modélisation 3D devient nécessaire.

Abstract

This work deals with the three-dimensional (3D) aspect of sound propagation in shallow-water oceanic environments with respect to inverse problems. Inverse problems in underwater acoustics are based on two-dimensional (2D) modeling of sound propagation, hence ignoring the effects of horizontal refraction, referred to as 3D propagation effects. However, the acoustic propagation in shallow-water environments, like the continental shelf, may be affected by 3D effects requiring 3D modeling to be accounted for. An inversion based on a 3D model for more than two parameters at a time becomes prohibitive due to dramatically increased CPU times. The aim of this work is to investigate the importance of the 3D effects with respect to the performance and reliability of the inversion procedures typically applied in problems of underwater acoustics.

To this aim, we focus on a wedge-shaped oceanic waveguide. Laboratory scale experiments of long-range acoustic propagation are performed to identify and interpret the 3D effects due to a sloping bottom, as predicted by numerical simulations. A matched-field inversion procedure implemented within a Bayesian framework and based on the exhaustive search over the parameter space is elaborated. The inversion is performed by comparing low frequency acoustic field data, collected along vertical or horizontal line arrays, to replica generated from 2D and 3D parabolic equation codes. The recoverable parameters are identified by means of a sensitivity study of the cost function. In a preliminary step, the inversion performance is investigated on noisy synthetic data in a simple waveguide where 2D codes apply. A subspace inversion strategy providing significant reduction in CPU times is examined. The inversion in the presence of a sloping bottom is then considered. The feasibility and the limits of an inversion matching replica from a 2D code are explored. This approach, applied on synthetic data, highlights the relevance of using 2D codes at relatively short ranges. An inversion based on a 3D code is thus only needed for the slope, and reasonable CPU times are achieved. On the other hand, important mismatch might occur at farther ranges and 3D modeling is required.

Table des matières

Remerciements **i**

Résumé **iii**

Abstract **v**

Table des matières **v**

Introduction **1**

1 Problèmes inverses en acoustique sous-marine **7**

1.1 Formulation du problème inverse 7

1.1.1 Positionnement du problème 7

1.1.2 Problème inverse linéaire 9

1.1.3 Problème inverse non linéaire 10

1.2 Élaboration d'une inversion par champs d'onde adaptés 12

1.2.1 Données observées et information *a priori* sur les paramètres 13

1.2.2 Modéles de prédiction de la propagation 15

1.2.3 Fonction de coût 21

1.2.4 Algorithme d'optimisation 23

1.2.5 Choix d'une procédure d'inversion et implémentation 24

1.3 Validation de la procédure d'inversion 24

1.3.1 Localisation de source 25

1.3.2 Inversion géoacoustique 31

2 Expérimentation en cuve : mise en évidence des effets 3D **35**

2.1 Cadre expérimental 35

2.2 Calibration : propagation dans un guide d'onde à fond plat 36

2.2.1 Mise en place du modèle expérimental 2D 37

2.2.2 Résultats expérimentaux : description des données 2D 38

2.2.3 Interprétation : modes propres du guide d'onde 39

2.2.4 Confrontation aux prédictions d'un modèle numérique 2D 51

2.3 Propagation sonore dans un guide d'onde à fond incliné 53

2.3.1 Mise en place du modèle expérimental à fond incliné 53

2.3.2 Résultats expérimentaux : description des données expérimentales 3D 53

2.3.3 Interprétation des effets 3D 56

2.3.4 Pertes par transmission en fonction de la distance . . . 58
2.3.5 Comparaison aux prédictions d'un modèle numérique 3D . . . 61

3 Inversion dans un environnement à géométrie simple 67
3.1 Étude de sensibilité . . . 67
3.1.1 Rappels et discussion . . . 67
3.1.2 Antenne linéaire verticale . . . 69
3.1.3 Antenne linéaire horizontale . . . 73
3.2 Inversion géoacoustique sur données synthétiques . . . 75
3.2.1 Rappels et discussion . . . 75
3.2.2 Premiers résultats d'inversion . . . 77
3.2.3 Erreurs de discrétisation . . . 83
3.2.4 Impact des incertitudes associées aux paramètres du système opérationnel . . . 84
3.2.5 Présence d'un gradient de célérité du son dans le fond . . . 86
3.3 Élaboration d'une stratégie d'inversion . . . 88
3.4 Inversion sur données réelles . . . 92
3.4.1 Contexte expérimental (rappel et discussions) . . . 92
3.4.2 Étude de sensibilté . . . 94
3.4.3 Mise en place de l'inversion . . . 94
3.4.4 Inversion sur données réelles . . . 95

4 Inversion dans un environnement à géométrie tridimensionnelle 99
4.1 Description de la propagation dans un guide d'onde tridimensionnel à fond incliné . . . 99
4.1.1 Analyse des effets 3D . . . 99
4.1.2 Comparaison à un calcul 2D équivalent . . . 104
4.2 Étude de sensibilité . . . 105
4.2.1 Antenne linéaire horizontale . . . 106
4.2.2 Antenne linéaire verticale . . . 115
4.3 Inversion sur données synthétiques . . . 115
4.3.1 Inversion par un modèle de propagation 2D . . . 115
4.3.2 Inversion par un modèle 3D : impact des erreurs environnementales . . . 119

Conclusion 123

A Étude de sensibilité 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) pour le guide d'onde de Pekeris 127

B Inversion sur données synthétiques pour le guide d'onde de Pekeris 137

C Décomposition modale du champ acoustique pour le cas du fond incliné 147

Bibliographie 156

Introduction

Les océans recouvrent plus de 70% de la superficie de la Terre. L'étude et la maîtrise de l'environnement océanique représentent un enjeu majeur corollaire d'activités d'ordre aussi bien social, économique ou écologique telles que la navigation, la pêche, l'exploitation d'hydrocarbures, la surveillance du climat, *etc.* La caractérisation du milieu marin par des mesures directes (*in situ*) nécessite le déploiement de moyens importants et très coûteux. Souvent, ces mesures s'avèrent insuffisantes par rapport à l'étendue et la variabilité spatiale et/ou temporelle du domaine océanique. Le recours à des méthodes de mesures indirectes semble dès lors plus approprié.

Les ondes électromagnétiques, utilisées dans l'atmosphère et dans l'espace (applications radar, surveillance par satellite, télécommunications, *etc*), sont rapidement atténuées en mer en raison de la forte conductivité de l'eau salée. En revanche, les ondes acoustiques peuvent se propager dans l'océan sur des centaines, voire des milliers de kilomètres, lorsque les conditions propices sont rassemblées [Heaney91]. Le son s'avère ainsi être le moyen le plus efficace pour l'exploration de l'environnement océanique. Depuis le début du XX^{e} siècle, l'utilisation du son a donné naissance à de multiples applications en acoustique sous-marine, comprenant, entre autres, la localisation d'objets immergés ou enfouis dans le fond, la cartographie, l'estimation à distance de paramètres océanographiques ou encore le sondage de la nature et de la structure du fond.

En se propageant dans le milieu océanique, les ondes acoustiques subissent diverses modifications. Le son est donc porteur d'informations sur le milieu océanique et ses hétérogénéités. Les méthodes de mesures indirectes consistent alors à extraire une partie de ces informations par inversion de signaux acoustiques enregistrés dans la colonne d'eau. Cela nécessite une bonne compréhension des processus physiques dans l'océan à l'origine des modifications subies par les signaux. Le milieu océanique présente une variabilité spatiale et temporelle à différentes échelles qui affectent plus ou moins le son à différentes fréquences. Ainsi, l'océan est un milieu hétérogène possédant un indice de réfraction (ou, de manière équivalente, une célérité du son) variable en immersion en conséquence de la variation de la pression hydrostatique, de la température et de la salinité. Les fines structures du milieu océanique (par exemple, les bulles d'air) et de ses interfaces physiques (par exemple, leur rugosité) sont à l'origine de la diffusion de l'énergie sonore (notamment à haute fréquence). À une plus grande échelle, la propagation est affectée par les divers aspects du relief océanique (*cf.* Fig. 1). En mer profonde (plaine abyssale, bassin océanique) les ondes acoustiques (notamment à basse fréquence) peuvent se propager sur de grandes distances sans pertes significatives. Elle peuvent toutefois être réflechies sur des obstacles (îles, monts sous-marins, *etc*) ou réfractées par les structures dynamiques de l'océan (courants, tourbillons, ondes de gravité, *etc*). En revanche, en mer peu profonde (plateau continental, talus continental), la propagation acoustique (notamment à basse fréquence) peut être affectée par de multiples réflexions sur la surface de la mer et sur l'interface eau/fond. L'interaction avec le fond devient alors importante et la propagation dans la colonne d'eau est fortement affectée par la structure interne du fond. Ce dernier peut être composé de multiples couches sédimentaires ou rocheuses présentant des gradients de la cé-

lérité du son ou, encore, pouvant supporter des ondes de cisaillement. Les plus basses fréquences se retrouvent plus affectées par la structure profonde du fond océanique alors que les plus hautes fréquences y pénètrent à un moindre degré. Des processus de conversion de l'énergie sonore en énergie thermique conduisent aussi à atténuer le son dans le fond et, dans un moindre degré, dans l'eau.

La prédiction de la propagation sonore en milieu océanique est donc une partie intégrante des problèmes inverses en acoustique sous-marine. La propagation acoustique est régie par l'équation des ondes. Cette dernière tient compte du milieu océanique par le biais des paramètres acoustiques (par exemple, célérité des ondes de compression et/ou de cisaillement, densités des différentes strates, atténuation des ondes) et les interfaces physiques sont prises en compte au moyen de conditions aux limites. Cependant, en pratique, la complexité du milieu océanique rend la résolution directe de l'équation des ondes difficile (même à basse fréquence), voire inabordable, surtout à haute fréquence. Dans le même temps, la propagation n'est affectée que par certains aspects de l'océan. Il s'agit alors d'identifier les processus qui affectent la propagation sonore de manière importante ainsi que ceux dont les effets peuvent être négligés. On arrive ainsi à une représentation simplifiée du milieu océanique permettant d'une part la résolution de l'équation des ondes et d'autre part une description satisfaisante des effets de propagation subis par les signaux enregistrés. Citons ici les ouvrages de [Tolstoy66], de [Brekhovskikh02] ou encore de [Frisk94], qui sont consacrés à la modélisation théorique des phénomènes de la propagation acoustique en milieu océanique.

Toutefois, malgré ces éventuelles simplifications, l'équation des ondes ne possède des solutions analytiques que pour des cas simples souvent d'intérêt académique. Dès lors, nous avons recours aux techniques de résolution numériques. Au cours des dernières décennies, une grande variété de méthodes basées sur des hypothèses physiques simplificatrices et des techniques numériques approchées ont été développées [Jensen94]. Elles ont donné naissance à des modèles de prédiction de la propagation, dont OASES [Schmidt04], KRAKEN [Porter01] ou RAM [Collins93], qui sont d'un usage répandu en acoustique sous-marine. Le lecteur intéressé pourra se référer à [Etter03] ou [Buckingham92] pour une présentation quasi-complète des codes de propagation en acoustique sous-marine. Le développement de machines de calcul de plus en plus performantes a permis, durant les dernières décennies, la modélisation de la propagation dans des configurations de plus en plus réalistes, c'est-à-dire se rapprochant d'environnements réels et non limitées aux basses fréquences, pour des temps de calcul, à présent, raisonnables.

Contexte

La majorité des modèles de prédiction s'appuient sur l'hypothèse de symétrie (localement) cylindrique du milieu permettant d'appréhender le problème dans un plan vertical, dit plan de propagation. On parle alors de modélisation bidimensionnelle (2D) ou de modèle 2D. D'un point de vue physique, cela revient à supposer que l'énergie sonore est conservée dans le plan de propagation initial. Ces modèles décrivent la propagation de manière satisfaisante dans une multitude de configurations et sont, encore de nos jours, utilisés dans la quasi-totalité des problèmes inverses en acoustique sous-marine ; en témoignent les travaux présentés lors des plus récents colloques dédiés à ce sujet [Tolstoy94a, Chapman98, Chapman03, Caiti06]. En particulier, l'avantage principal des modèles 2D réside dans leur rapidité de calcul. Cette caractéristique a permis l'émergence de procédures d'inversion itératives qui comparent le champ de pression mesuré à des prédictions obtenues pour différents jeux de paramètres jusqu'à l'obtention d'un bon accord. Ces procédures itératives, connues en tant que méthodes d'inversion par champs d'onde adaptés, font l'objet, depuis le début des années 80, d'un nombre croissant de publications.

Cependant, l'environnement océanique réel comporte, dans le cas général, une variabilité spatiale dans

les trois dimensions de l'espace. Cette variabilité peut parfois entraîner la réfraction horizontale des ondes acoustiques, autrement dit, la déviation de l'énergie sonore hors du plan de propagation initial, l'hypothèse inhérente à la modélisation 2D n'étant, dès lors, plus vérifiée. Ainsi, les effets de propagation dus à la réfraction horizontale ne peuvent être décrits par les modèles 2D et l'on a recours à une modélisation dans les trois dimensions. Les effets de réfraction horizontale, souvent qualifiés d'effets tridimensionnels (3D), peuvent se manifester notamment dans deux types de situation : en présence d'une variation 3D des paramètres de la colonne d'eau (courants, structures tourbillonnaires, *etc*) ou en présence d'une variation 3D de la géométrie du fond (pente, canyon sous-marin, île, *etc*).

Dans le premier cas, la célérité du son dans la colonne d'eau varie dans les trois dimensions. [Heaney91], suivis plus tard par [Munk94], ont mené des expériences en mer profonde afin d'explorer la propagation sonore sur de très grandes distances (à échelle globale). Les signaux basse fréquence émis à Perth, sur la côte ouest de l'Australie, ont été enregistrés aux Bermudes, au large de la côte est des USA, représentant une distance de propagation d'environ 18000 km. [Heaney91] ont mis en évidence la déviation horizontale des trajectoires des signaux reçus, les arrivées directes (en ligne droite) étant empêchées par le continent africain. Cette déviation a été attribuée en grande partie à la variation 3D des paramètres dans la colonne d'eau. À une plus petite échelle, [Baer81] s'est intéressé à la propagation en présence de structures tourbillonnaires dans la colonne d'eau. Il a développé une modélisation 3D permettant de tenir compte de la variation 3D des paramètres dans la colonne d'eau et a pu mettre en évidence des effets de réfraction horizontale. Les temps de calculs élevés d'une telle modélisation ont amené [Perkins82] à examiner une approche alternative dite modélisation $N\times$2D. Dans cette approche, un modèle 2D est appliqué sur N tranches verticales, correspondant à N directions azimutales, permettant ainsi de reconstituer une image 3D du champ acoustique. Bien que ce calcul tienne compte de la variation 3D des paramètres dans chaque plan vertical, il néglige cependant la déviation de l'énergie sonore d'un plan vertical à un plan vertical adjacent lors de la propagation. Malgré cela, l'approche $N\times$2D, qui offrait une réduction considérable en temps de calcul (40 à 50%), s'est avérée être une très bonne approximation du modèle 3D (écart de 10% dans des conditions extrêmes). Il est apparu ainsi que la réfraction horizontale due à la variabilité 3D dans la colonne d'eau affecte notamment la propagation à très longue distance.

Dans le second cas, les effets 3D sont de natures très différentes. [Harrison79] a étudié, au moyen d'un

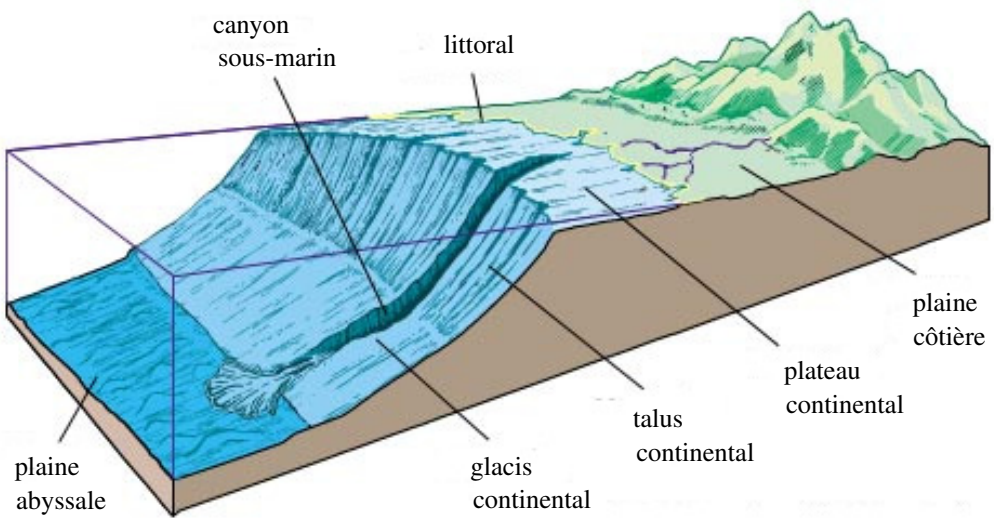


FIG. 1 – Éléments de la marge continentale (illustration provenant de Encyclopædia Britannica, Inc.).

tracé de rayons, l'interaction du son avec des géométries de fond non horizontales, telles que le fond incliné ou le mont sous-marin conique. Il a décrit la réfraction horizontale d'un rayon comme le résultat accumulé des multiples réflexions sur la géométrie inclinée, chaque rélexion modifiant légèrement la direction horizontale de propagation du rayon. Cette représentation intuitive a été confirmée expérimentalement par [Doolittle88] lors d'essais effectués en mer dans une région du plateau continental présentant une pente de 1.2°. Cet effet peut s'avérer important dans les environnements par *petits fonds* où l'interaction des ondes acoustiques avec le fond est forte. Le terme *petits fonds* sous-entend ici une longueur d'onde acoustique comparable à la hauteur de la colonne d'eau. Dans ce cas, l'interaction du son avec les interfaces du milieu domine la propagation. En environnement réel, les petits fonds se rencontrent notamment dans des régions d'eau peu profonde, telles le plateau continental ou le talus, *cf.* Fig. 1, qui représentent un grand intérêt (activités commerciales, industrielles, sociales, ressources en hydrocarbures, *etc*). Ces régions sont caractérisées par un fond en pente, plus faible pour le plateau continental (1° en moyenne) et plus abrupte dans la région du talus (3° à 4° en moyenne). Le fond incliné en environnement petits fonds a ainsi reçu une attention particulière au sein de la communauté acoustique sous-marine (*cf.* [Tolstoy96a]) qui a donné lieu à un cas test 3D, nommé 3D ASA Wedge (correspondant à l'extension en 3D du cas test ASA Wedge [Jensen90]). Dans un travail récent, [Sturm05] a pu mettre en évidence l'apparition d'effets 3D importants pour ce cas test, en comparant les prédictions de calculs pleinement 4D (3D + temps) aux prédictions d'un calcul $N\times$2D fournies par un code de propagation parabolique. L'étude a alors été répétée pour d'autres configurations (canyon gaussien [Sturm04], fond sinusoïdal [Sturm07a], mont conique [Sturm08]) et a permis une description qualitative et quantitative des effets 3D (sur signaux large bande). L'approche N×2D s'est avérée, dans chacune de ces configurations, incapable de prédire les effets 3D.

La modélisation pleinement 3D s'effectue à partir de l'équation des ondes en trois dimensions. Cela accroît la complexité de modélisation et alourdit considérablement les calculs. Pour donner un ordre de grandeur, une inversion par champs d'onde adaptés nécessitant un jour de temps de calcul avec un modèle 2D, pourrait nécessiter deux ans avec un modèle pleinement 3D. De nos jours, il n'est toujours pas clair si et comment les effets 3D peuvent affecter la performance de l'inversion dans les applications réelles. La communauté acoustique sous-marine n'est pas convaincue de la nécessité et de l'utilité d'une modélisation pleinement 3D dans les problèmes inverses.

Récemment, [Chapman04] ont entrepris une inversion à partir de données acoustiques obtenues lors de campagnes expérimentales menées par [DeFerrari02] près des côtes de Floride, dans une région similaire à la région du plateau continental de la Fig. 1. Leur objectif était de tester leur procédure d'inversion pour retrouver les paramètres du fond, ces derniers étant connus en certains lieux dans la région où l'expérience a été menée, par des mesures *in situ* effectuées antérieurement. La géométrie du fond dans la zone de l'expérimentation était connue par cartographie et présentait une faible pente (environ 1.5°). Lors des campagnes expérimentales, les signaux acoustiques émis par une source sonore située dans la colonne d'eau étaient enregistrés au niveau d'une antenne verticale positionnée à une distance d'environ 10 km de la source. La hauteur de l'eau le long de l'axe reliant source et antenne réceptrice pouvait être considérée constante ($\approx$ 150 m). [Chapman04] ont entrepris leur inversion à partir des signaux mesurés en utilisant un modèle 2D. L'inversion ne leur a pas permis de retrouver les valeurs des paramètres obtenus par les mesures directes. La présence d'une pente relativement plus abrupte ($\approx$ 5.1°) à quelques kilomètres vers le rivage suggérait l'arrivée d'échos 3D dans les signaux enregistrés [Jiang06]. L'utilisation de modèles 2D pour la description des effets de propagation dans les signaux enregistrés est donc très discutable.

Objectifs et approche proposée

L'objectif de ce travail est d'apporter des éléments de réponse à la question remise en perspective par les travaux de [Jiang06] qui peut se formuler de la manière suivante :

> *Dans quelle mesure est-il nécessaire/pertinent de considérer une modélisation pleinement 3D lors d'inversions à partir de données acoustiques correspondant à un environnement réel pouvant comporter des effets 3D (par exemple, en présence d'une géométrie 3D) ?*

Un corollaire à ce questionnement est :

> *Peut-on, à partir de ces données, mener à bien une inversion en n'utilisant qu'un modèle 2D, c'est-à-dire en négligeant la réfraction horizontale des ondes acoustiques en raison de la variabilité 3D de l'environnement ?*

Pour répondre à ces questions, nous menons notre étude sur un environnement 3D présentant des effets de propagation bien connus. L'étude se porte en particulier sur un environnement par petits fonds et en présence d'un fond incliné. Ce type d'environnement a fait l'objet de plusieurs publications [Harrison79, Buckingham87, Westwood92, Fawcett93b, Deane98, Sturm02, Sturm05]. Ce mémoire est organisé en quatre chapitres.

La première étape consiste à mettre en place une procédure d'inversion. Elle fait l'objet du premier chapitre. Dans un premier temps, nous positionnons et formulons le problème inverse dans un cadre relativement général. On s'intéresse ici aussi bien aux problèmes linéaires qu'aux problèmes non linéaires. Nous abordons les questions d'existence et d'unicité de la solution ou, plus généralement, celles du contenu de l'information des données par rapport aux paramètres à déduire. Appliqué en acoustique sous-marine, le problème inverse peut se décliner suivant une multitude d'approches selon, entre autres, l'information que l'on désire exploiter. On s'intéresse en particulier aux techniques d'inversion par champs d'onde adaptés qui exploitent le champ de pression acoustique. Nous détaillons les étapes de mise en place de notre procédure d'inversion et exposons les enjeux que l'on rencontre dans chacune de celles-ci (configuration expérimentale, modèles de propagation, paramétrisation, fonction de coût, exploration de l'espace des paramètres). Ici, notre choix se porte sur une procédure simple et robuste. En particulier, l'espace des paramètres est exploré par recherche exhaustive. Enfin, la procédure d'inversion implémentée est testée et validée sur des cas test ; étape nécessaire afin de vérifier notre procédure.

Le deuxième chapitre est consacré à la description des effets de propagation 3D dans le guide d'onde que nous avons choisi d'étudier : le guide d'onde à fond incliné. La description des effets 3D s'effectue à partir de signaux acoustiques obtenus lors d'expérimentations à échelle réduite réalisées dans la grande cuve océanique du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA UPR-CNRS 7051) de Marseille. La propagation guidée présentant un caractère modal et dispersif, il est apparu nécessaire de rappeler, dans la première partie de ce deuxième chapitre, les divers aspects de la propagation guidée (propagation modale, dépendance fréquentielle, dispersion des signaux transitoires, effet d'un fond atténuant, *etc*). Dans cette partie, la description s'effectue à partir de mesures en présence d'un fond plat qui ont été effectuées lors d'une première étape de calibration de la cuve. Cette étude préalable permet de mieux cerner les effets de propagation propres à la géométrie 3D du fond, ces derniers étant discutés dans la seconde partie du chapitre. Les signaux enregistrés dans chacune des configurations sont analysés, aussi bien dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel. Les signaux expérimentaux sont confrontés à des simulations numériques où l'on retrouve bien tous les effets escomptés.

L'inversion est abordée dans les troisième et quatrième chapitres. Tout d'abord, dans le troisième chapitre, nous nous plaçons dans un environnement à fond plat. L'objectif de ce chapitre est d'appréhender

l'effet de la propagation guidée sur la performance de l'inversion avant d'aborder l'inversion en présence d'effets 3D. Les temps CPU modérés des modèles 2D permettent ici d'étudier une multitude de configurations expérimentales. Dans un premier temps, on s'intéresse à la quantité d'information que l'on peut extraire des données par rapport aux paramètres. Celle-ci dépend de la configuration expérimentale, notamment de la fréquence et de la distance d'observation. Une étude de sensibilité permet, à titre indicatif, d'identifier les paramètres importants du problème. L'inversion s'effectue sur données synthétiques, c'est-à-dire en simulant une acquisition réelle. Nous examinons l'inversion en présence d'erreurs qui peuvent se produire lors d'applications sur données réelles (erreurs de discrétisation, erreurs de paramétrisation). Nous illustrons ensuite une inversion en sous-espaces de l'espace des paramètres, permettant de réduire significativement les temps CPU de la procédure d'inversion. L'inversion s'effectue en plusieurs étapes, chacune visant à la déduire un nombre réduit de paramètres. Elle nous sera utile lors de l'inversion dans notre cas 3D. Le chapitre conclut par une inversion sur les données expérimentales obtenues lors de l'étape de calibration de la cuve.

L'inversion dans le guide d'onde à fond incliné est abordée dans le quatrième et dernier chapitre de ce mémoire. C'est ici que nous nous interrogeons sur la faisabilité d'une inversion par un modèle 2D. Nous explorons ses limitations et abordons la question de la nécessité d'une modélisation pleinement 3D. Dans un premier temps, il s'agit d'appréhender l'effet de la pente sur la performance de l'inversion. La première partie est ainsi consacrée à l'analyse des effets 3D en préparation de l'inversion. Une étude de sensibilité offre ensuite des premières indications sur la faisabilité d'une inversion par un modèle 2D. Cette dernière est testée sur données 3D synthétiques. Nous discutons les différentes possibilités qui s'en dégagent. L'approche est enfin testée sur les données expérimentales obtenues dans la grande cuve océanique. Enfin, ce mémoire conclut par un résumé des résultats importants de ce travail. Les perspectives qui s'en dégagent sont également discutées.

Chapitre 1

Problèmes inverses en acoustique sous-marine

1.1 Formulation du problème inverse

1.1.1 Positionnement du problème

Nous présentons ici la formulation générale du problème inverse. Définissons $\mathbf{m} \in \mathcal{M}$ le vecteur contenant les paramètres qu'on utilise afin de décrire le système physique, $\mathcal{M}$ désignant l'espace des paramètres. D'un point de vue acoustique, les paramètres peuvent comprendre, par exemple, la célérité du son, la densité, l'atténuation des différents milieux, ou encore la hauteur de la colonne d'eau, la position des sources et des récepteurs dans la couche d'eau, *etc.* Le choix particulier d'un ensemble de paramètres $\mathbf{m} = [m_1, m_2, \ldots, m_M]^T$ est qualifié de *paramétrisation*. Ici, M définit la dimension de l'espace $\mathcal{M}$ des paramètres. Pour une paramétrisation donnée, un point dans l'espace $\mathcal{M}$ représente un ensemble de valeurs que nous qualifions de *jeu de paramètres*.

Définissons à présent $\mathbf{d} \in \mathcal{D}$ le vecteur contenant les données ou *observables*[1] en sortie du système physique, $\mathcal{D}$ désignant l'espace des observables. Le vecteur des observables peut posséder plusieurs composantes, c'est-à-dire $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \ldots, d_N]^T$ où N définit la dimension de l'espace $\mathcal{D}$ des observables. En acoustique sous-marine, le vecteur des observables peut comporter, par exemple, le champ de pression acoustique au niveau d'une antenne constituée de N récepteurs et située dans la colonne d'eau ou encore d'autres grandeurs obtenues à partir de celui-ci.

Le problème inverse est formulé à partir d'une relation entre les observables $\mathbf{d}$ et les paramètres $\mathbf{m}$. Dans notre cas, celle-ci est régie par l'équation d'onde et donne lieu au *problème direct*, qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{d} = \mathcal{G}(\mathbf{m}) \tag{1.1}$$

où $\mathcal{G}$ représente ici une fonctionnelle traduisant la prédiction des observables à partir d'un jeu de paramètres décrivant l'environnement. Le problème inverse consiste alors à déterminer le jeu de paramètres qui décrit l'environnement, à partir de données *observées*, c'est-à dire à partir de mesures des observables, en exploitant la relation entre observables et paramètres.

L'écriture (1.1) suppose que $\mathcal{G}$ représente une théorie parfaite, c'est-à-dire pouvant prédire les données observées à l'issue d'une expérience d'une précision parfaite. En pratique, le problème direct fait l'objet d'une

1. C'est-à-dire, pouvant être observées.

modélisation moyennant hypothèses physiques simplificatrices et approximations donnant lieu aux modèles directs. On obtient alors des prédictions approchées des observables avec néanmoins une précision souvent très satisfaisante. En outre, les données observées contiennent des erreurs, aucune mesure n'étant parfaite. En somme, dans le cadre du problème inverse, nous sommes confrontés à deux types d'erreurs :

- incertitudes ou erreurs d'observation (instrumentation, bruit ambiant, ...)
- erreurs de modélisation du problème direct (hypothèses simplificatrices, approximations)

en notant que les erreurs de modélisation comprennent aussi les erreurs de paramétrisation qui sont dues à l'impossibilité de décrire un environnement réel par un nombre fini de paramètres discrets. Ainsi, on devrait remplacer $\mathbf{d}$ dans (1.1) par $\mathbf{d} + \mathbf{n}_d$ où $\mathbf{n}_d$ désigne un vecteur décrivant les erreurs d'observations. On devrait remplacer aussi $\mathcal{G}(\mathbf{m})$ par $\mathcal{G}(\mathbf{m}) + \mathbf{n}_t$ où $\mathbf{n}_t$ désigne un vecteur décrivant les erreurs de modélisations. De manière générale, ces erreurs sont décrites par du bruit additif dans les données, ce qui revient à écrire

$$\mathbf{d} = \mathcal{G}(\mathbf{m}) + \mathbf{n} \tag{1.2}$$

où $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \ldots, n_N]^T$ désigne un vecteur à N composantes décrivant, à présent, les erreurs de toutes natures [Tarantola86, Duijndam88a].

Les erreurs dans les données ne sont généralement pas connues. Le problème inverse s'inscrit alors dans un cadre probabiliste où l'on décrit les observables, $\mathbf{d}$, par un vecteur aléatoire suivant une loi de probabilité donnée, à moyenne $\mathcal{G}(\mathbf{m})$ et possédant une matrice de variance, notée C_D, égale à la matrice de variance de $\mathbf{n}$. Cette dernière consiste donc en une matrice $N \times N$ dont l'élément ij, $1 \leqslant i, j \leqslant N$, vaut $\mathrm{var}(n_i)$ lorsque $i = j$ et $\mathrm{cov}(n_i, n_j)$ lorsque $i \neq j$. Autrement dit, les éléments diagonaux représentent la variance dans les données et les éléments hors-diagonaux représentent la covariance entre les erreurs dans les données qui consistent en une mesure de la corrélation entre ces erreurs. L'hypothèse de loi normale (ou loi de Gauss) est couramment adoptée dans la littérature, souvent en lien avec le théorème de limite centrale (voir par exemple [Tarantola86, Menke89, Box73] pour une discussion sur cette hypothèse). Sous cette hypothèse, le vecteur des observables suit une loi dite normale multidimensionnelle ou multinormale, de densité de probabilité :

$$\mathrm{p}(\mathbf{d}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\mathrm{C}_D|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\big(\mathbf{d} - \mathcal{G}(\mathbf{m})\big)^* \mathrm{C}_D^{-1}\big(\mathbf{d} - \mathcal{G}(\mathbf{m})\big)\right] \tag{1.3}$$

où $|\mathrm{C}_D|$ désigne le déterminant de la matrice de variance des données et * désigne l'opération de conjugaison-transposition. Notons que la matrice C_D est supposée inversible.

Le problème inverse est un problème généralement difficile et l'unicité de la solution, lorsque cette dernière existe, n'est pas assurée. Dans le meilleur des cas, nous obtenons une estimation du jeu de paramètres. Les problèmes inverses appartiennent à deux grandes classes en fonction de la relation entre observables et paramètres : les problèmes inverses linéaires et les problèmes inverses non linéaires. Les problèmes linéaires sous l'hypothèse d'erreurs à loi Gaussienne possèdent une théorie rigoureuse permettant l'analyse complète de la solution du problème et de ses incertitudes [Menke89]. Pour les problèmes non linéaires, nous aurons recours à la théorie de l'inférence Bayesienne [Tarantola86, Sen85, Duijndam88a]. Nous verrons que lorsque les observables sont le champ de pression acoustique, le problème est non linéaire. Toutefois, le problème peut être linéarisé localement lorsque d'autres grandeurs sont utilisées (par exemple, temps d'arrivées, nombres d'onde modaux, vitesses de groupe, *etc*).

1.1.2 Problème inverse linéaire

Le problème inverse est qualifié de linéaire lorsque la relation entre observables et paramètres est linéaire. Le problème direct (1.1) peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{d} = \mathrm{G}\mathbf{m} \tag{1.4}$$

qui, dans le cadre du problème inverse, représente un système de N équations linéaires à M inconnues, où G désigne la matrice de type $N \times M$ contenant les coefficients du système. Lorsque $N = M$, le problème inverse possède une solution exacte et unique à condition que la matrice G soit régulière, c'est-à-dire à condition que les équations du système soient linéairement indépendantes. D'un point de vue physique, cela signifie que les données contiennent toute l'information nécessaire et suffisante permettant de déduire tous les paramètres du problème.

Lorsque $N \neq M$, nous retrouvons dans la littérature une théorie complète permettant de traiter les questions d'existence et d'unicité de la solution ainsi que de quantifier ses incertitudes [Menke89], [Tarantola86]. Dans les problèmes sur-déterminés ($N > M$), lorsque les équations sont linéairement indépendantes, les données contiennent une information plus abondante par rapport aux paramètres ; une solution unique ne peut alors être obtenue en présence de bruit dans les données. On obtient alors une approximation de la solution, par exemple, au sens des moindres carrés, conduisant à un jeu de paramètres qui décrit ainsi au mieux les données observées. En revanche, dans un problème sous-déterminé ($N < M$), lorsque les équations sont linéairement indépendantes, les données ne contiennent pas suffisamment d'information et une infinité de solutions peut exister. Il est alors nécessaire de réduire le spectre des solutions possibles au moyen de contraintes qui quantifient certaines attentes par rapport au comportement de la solution ou par rapport à la solution elle-même. Cette information supplémentaire qui permet de restreindre les solutions possibles est obtenue indépendamment des données observées utilisées lors de l'inversion et est qualifiée d'information *a priori*.

Le problème inverse en acoustique sous-marine est souvent mal posé. C'est le cas, par exemple, lorsque plusieurs équations du système (1.4) sont linéairement dépendantes. Le rang de la matrice G s'avère alors inférieur au nombre M de paramètres. D'un point de vue physique, cela se traduit par plusieurs récepteurs étant corrélés entre eux, c'est-à-dire plusieurs composantes du vecteur des données observées contiennent une information redondante par rapport aux paramètres que l'on cherche à estimer.

Une approche générale pour traiter ce type de problème est celle de la méthode du maximum de vraisemblance. En raison des incertitudes ou erreurs dans les données, le problème s'inscrit dans un cadre probabiliste. Le point de départ est la relation entre observables et paramètres (1.2) qui, dans le cas linéaire, s'écrit comme suit :

$$\mathbf{d} = \mathrm{G}\mathbf{m} + \mathbf{n} \tag{1.5}$$

où, rappelons-le, $\mathbf{d}$ désigne le vecteur des observables, $\mathbf{m}$ désigne le vecteur des paramètres et $\mathbf{n}$ désigne le vecteur du bruit additif décrivant les erreurs d'observations et les erreurs théoriques. Ici, la matrice G désigne l'opérateur de modélisation directe permettant d'obtenir des prédictions des observables en fonction de $\mathbf{m}$. Les observables, $\mathbf{d}$, représentent un vecteur aléatoire à moyenne $\mathrm{G}\mathbf{m}$ et à matrice de variance C_D suivant une densité de probabilité donnée. Sous l'hypothèse des distributions Gaussiennes, la densité de probabilité des données s'exprime comme suit :

$$\mathrm{p}(\mathbf{d}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\mathrm{C}_D|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathrm{G}\mathbf{m})^* \mathrm{C}_D^{-1}(\mathbf{d} - \mathrm{G}\mathbf{m})\right]. \tag{1.6}$$

En remplaçant $\mathbf{d}$ par le vecteur des données observées $\mathbf{d}_{\text{obs}}$, cette probabilité ne dépend plus que de $\mathbf{m}$ et est interprétée comme la *fonction de vraisemblance*, notée $\mathcal{L}(\mathbf{m})$. On a donc, $\mathcal{L}(\mathbf{m}) = \text{p}(\mathbf{d}_{\text{obs}})$, d'où :

$$\mathcal{L}(\mathbf{m}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\text{C}_D|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{d}_{\text{obs}} - \text{G}\mathbf{m})^* \text{C}_D^{-1}(\mathbf{d}_{\text{obs}} - \text{G}\mathbf{m})\right]. \tag{1.7}$$

Autrement dit, la fonction de vraisemblance représente une probabilité qui est entièrement déterminée par $\mathbf{m}$. On recherche alors le jeu de paramètres qui maximise la fonction de vraisemblance.

On obtient ainsi l'estimation $\hat{\mathbf{m}}$, nommée maximum de vraisemblance, selon [Menke89] :

$$\hat{\mathbf{m}} = (\text{G}^* \text{C}_D^{-1} \text{G})^{-1} \text{G}^* \text{C}_D^{-1} \mathbf{d}_{\text{obs}} \tag{1.8}$$

Lorsque les erreurs sont indépendantes (donc, non corrélées), les éléments hors diagonaux de la covariance des données sont nuls et la solution (1.8) équivaut à celle obtenue par la méthode des moindres carrés.

1.1.3 Problème inverse non linéaire

Dans les problèmes inverses non linéaires, la solution ne s'exprime plus sous une forme explicite. On a recours à la théorie de l'inférence Bayesienne qui offre un cadre favorable à l'interprétation de la solution et l'analyse des incertitudes. Dans l'approche Bayesienne, la solution du problème inverse est entièrement décrite par la densité de probabilité *a posteriori* des paramètres recherchés. Celle-ci s'obtient en combinant l'information *a priori* sur les paramètres et l'information apportée par les données observées en exploitant les relations entre données et paramètres. L'inférence Bayesienne s'applique dans une multitude de domaines [Box73]. [Tarantola86] a posé les bases de l'approche Bayesienne dans les applications en géophysique et en séismologie. Il a été suivi ensuite par de nombreux auteurs qui ont examiné différents aspects pratiques de l'approche. Nous citons ici les travaux de [Duijndam88a], [Duijndam88b] et [Sen95], [Cary88]. En acoustique sous-marine, l'approche Bayesienne a été introduite par [Gerstoft98]. Nous présentons ici la formulation générale du problème.

Le point de départ est la loi de Bayes sur les densités de probabilité conditionnelles. La densité de probabilité conditionnelle de $\mathbf{m}$ sachant $\mathbf{d}$, notée $\text{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ est obtenue suivant :

$$\text{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \frac{\text{p}(\mathbf{d}|\mathbf{m})\text{p}(\mathbf{m})}{\text{p}(\mathbf{d})}. \tag{1.9}$$

Le terme $\text{p}(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ désigne la densité de probabilité conditionnelle de $\mathbf{d}$ sachant $\mathbf{m}$. Il contient l'information sur les relations entre observables et paramètres ainsi que l'information sur la forme des erreurs dans les données. Lorsque $\mathbf{d}$ est remplacé par le vecteur des observations, $\mathbf{d}_{\text{obs}}$, ce terme s'interprète comme la fonction de vraisemblance [Box73], [Duijndam88a], [Cary88]. Le terme $\text{p}(\mathbf{m})$ désigne la densité de probabilité des paramètres indépendamment de $\mathbf{d}$ qui, de ce fait, décrit l'information *a priori* sur les paramètres. Enfin, le terme $\text{p}(\mathbf{d})$ désigne la densité de probabilité des données indépendamment de $\mathbf{m}$. Dans le cadre du problème inverse, ce dernier terme est connu (puisque $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{\text{obs}}$) et ne représente alors qu'une constante multiplicative [Duijndam88a] ; l'équation (1.9) peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\text{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}}) \propto \mathcal{L}(\mathbf{m})\text{p}(\mathbf{m}) \tag{1.10}$$

où $\text{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})$ désigne la densité de probabilité *a posteriori* et $\mathcal{L}(\mathbf{m})$ désigne la fonction de vraisemblance. La forme de la fonction de vraisemblance dépend de la distribution des erreurs d'observations et de mo-

délisation qui n'est généralement pas connue. Sous l'hypothèse de distributions Gaussiennes, la fonction de vraisemblance s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathcal{L}(\mathbf{m}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\mathrm{C}_D|^{1/2}} \exp[-\phi(\mathbf{m})] \tag{1.11}$$

avec $\phi(\mathbf{m})$ la fonction de coût du problème, définie par :

$$\phi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{d}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\right]^* \mathrm{C}_D^{-1} \left[\mathbf{d}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\right]. \tag{1.12}$$

Ici, $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ est utilisé à la place de $\mathcal{G}(\mathbf{m})$ pour indiquer les prédictions des observables par un modèle direct en fonction de $\mathbf{m}$ et C_D désigne la matrice de covariance des données. Rappelons que C_D décrit aussi bien les erreurs d'observation que celles de modélisation [Tarantola86]. Les éléments diagonaux représentent la variance des données et les éléments hors-diagonaux, les corrélations des erreurs dans les données.

Dans sa version normalisée, la densité de probabilité *a posteriori* des paramètres s'écrit sous la forme :

$$\mathrm{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}) = \frac{\exp\left[-\phi(\mathbf{m})\right] \mathrm{p}(\mathbf{m})}{\int_{\mathcal{M}} \exp\left[-\phi(\mathbf{m}')\right] \mathrm{p}(\mathbf{m}') \mathrm{d}\mathbf{m}'} \tag{1.13}$$

où l'intégrale au dénominateur est évaluée sur tout l'espace des paramètres. La densité de probabilité *a posteriori* constitue la solution générale du problème inverse. Il s'agit d'une fonction multidimensionnelle de dimension égale au nombre de paramètres considérés dans l'inversion. Certaines mesures statistiques sont alors introduites pour l'interprétation de la solution. La description de chaque paramètre s'effectue par le vecteur des moyennes *a posteriori* des paramètres $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \ldots, \mu_M]^T$ avec $\mu_i = \mathrm{E}(m_i)$ où

$$\forall i \in \{1, \ldots, M\} \quad \mathrm{E}(m_i) = \int_{\mathcal{M}} m_i \, \mathrm{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}) \mathrm{d}\mathbf{m} \tag{1.14}$$

et la qualité de l'estimation peut être quantifiée par la matrice de covariance des paramètres, notée $\mathrm{C}_M = [\mathrm{cov}(m_i, m_j)]_{1 \leqslant i,j \leqslant M}$ où :

$$\forall (i,j) \in \{1, \ldots, M\} \times \{1, \ldots, M\} \quad \mathrm{cov}(m_i, m_j) = \mathrm{E}\left[(m_i - \mu_i)(m_j - \mu_j)\right]. \tag{1.15}$$

La matrice de covariance des paramètres contient sur sa diagonale les variances $\mathrm{var}(m_i) = \mathrm{cov}(m_i, m_i)$, $1 \leqslant i \leqslant M$, des paramètres estimés $m_1, m_2, \ldots, m_M$, et les éléments hors-diagonaux donnent une mesure des corrélations entre ces paramètres. L'écart-type de l'estimation d'un paramètre m_i avec $i \in \{1, \ldots, M\}$, défini par $\sigma_i = \sqrt{\mathrm{var}(m_i)}$, offre ainsi une mesure de la dispersion de l'estimation autour de sa moyenne. Les corrélations entre paramètres sont quantifiées en considérant le coefficient de corrélation $\mathrm{cor}_{(i,j)}$ entre les paramètres m_i et m_j :

$$\forall (i,j) \in \{1, \ldots, M\} \times \{1, \ldots, M\} \quad \mathrm{cor}_{(i,j)} = \frac{\mathrm{cov}(m_i, m_j)}{\sigma_i \, \sigma_j} \tag{1.16}$$

de valeur égale à 1 pour une corrélation positive parfaite (ou -1 pour une corrélation négative) et une valeur nulle pour des paramètres indépendants. D'après (1.16), $\mathrm{cor}_{(i,i)} = 1$ pout tout $i \in \{1, \ldots, M\}$.

Notons ici qu'en raison de la non-linéarité de la relation entre observables et paramètres, la densité de probabilité *a posteriori* ne suit plus nécessairement une loi Gaussienne. Ainsi, l'interprétation de la solution par la moyenne et l'écart-type doit se faire avec prudence. Plus particulièrement, nous aurons recours aux densités marginales *a posteriori* 1D pour chacun des paramètres $m_1, m_2, \ldots, m_M$ considérés.

Celles-ci s'obtiennent en intégrant $M-1$ fois la densité de probabilité *a posteriori* comme suit :

$$\mathrm{p}(m_i|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}) = \int_{m_1} \cdots \int_{m_{i-1}} \int_{m_{i+1}} \cdots \int_{m_M} \mathrm{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}) \mathrm{d}m_1 \ldots \mathrm{d}m_{i-1} \mathrm{d}m_{i+1} \ldots \mathrm{d}m_M. \tag{1.17}$$

Ainsi, la moyenne et l'écart-type sont des mesures représentatives de la qualité de l'estimation lorsque les densités de probabilité marginales 1D sont unimodales [2] et symétriques. Dans le cas contraire, d'autres mesures peuvent être envisagées. [Box73] préconisent l'utilisation d'intervalles de confiance mieux adaptés aux densités marginales non symétriques.

L'interprétation de la solution par ces mesures permet de vérifier la fiabilité de la solution et la performance de l'inversion. En pratique, lorsqu'il s'agit de comparer les observations aux prédictions à l'issue de l'inversion, plusieurs auteurs considèrent l'estimation par le maximum *a posteriori* (MAP) (voir par exemple [Chapman98]). Il s'agit du jeu de paramètres, $\mathbf{m}_{\mathrm{MAP}}$, qui maximise la densité de probabilité *a posteriori* :

$$\mathrm{p}(\mathbf{m}_{\mathrm{MAP}}|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}) = \max_{\mathbf{m}\in\mathcal{M}} \{\mathrm{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}})\} \tag{1.18}$$

ou, de manière équivalente, qui minimise la fonction de coût :

$$\phi(\mathbf{m}_{\mathrm{MAP}}) = \min_{\mathbf{m}\in\mathcal{M}} \{\phi(\mathbf{m})\}. \tag{1.19}$$

Ainsi, l'estimation MAP offre l'avantage de ne pas nécessiter l'évaluation de l'intégrale au dénominateur de (1.13). La valeur de la fonction de coût évaluée au point MAP donne une indication sur la correspondance entre observations et prédictions à l'issue de l'inversion. En revanche, elle n'offre aucune indication sur la qualité de l'estimation elle-même. Lorsque les densités de probabilité marginales 1D sont symétriques, l'estimation MAP coïncide avec la moyenne. De plus, comme nous le verrons plus loin, le MAP ne coïncide pas toujours avec le maximum des densités de probabilité marginales 1D puisqu'il ne tient pas compte des corrélations entre paramètres. Il est utile ainsi de visualiser l'estimation sur les densités marginales *a posteriori* 2D, obtenues de manière similaire à (1.17), en intégrant la densité de probabilité *a posteriori* $M-2$ fois.

1.2 Élaboration d'une inversion par champs d'onde adaptés

Le problème inverse exploitant l'amplitude et la phase du champ acoustique est un problème non linéaire. On parle d'inversion par champs d'onde adaptés. Le problème est souvent posé comme un problème d'optimisation. On recherche le jeu de paramètres qui optimise la fonction de coût qui compare le champ acoustique mesuré aux prédictions ou *répliques* de celui-ci obtenues par un modèle de propagation. Le jeu de paramètres est recherché dans l'espace des paramètres par un algorithme d'optimisation. La fontion de coût présente un grand nombre d'optima locaux et l'on a recours aux algorithmes de recherche globale dans l'espace des paramètres qui ne se font pas piéger dans les minima locaux. On obtient ainsi l'estimation MAP qui donne la meilleure correspondance entre mesures et prédictions. Dans le cadre de l'inversion Bayesienne, il s'agit d'échantillonner suffisamment l'espace des paramètres afin de pouvoir évaluer les intégrales qui interviennent dans la normalisation de la densité de probabilité *a posteriori* (1.13) ainsi que lors de l'interprétation de la solution (1.14)–(1.17).

Une inversion par champs d'onde adaptés comporte les quatre composantes suivantes :

2. Le terme *unimodale* est utilisé ici pour désigner les distributions ne présentant qu'un seul sommet (ou point culminant) par opposition au terme *multimodale* signifiant que la distribution en présente plusieurs.

- données observées et information *a priori* sur les paramètres,
- modèle de prédiction de la propagation,
- fonction de coût,
- algorithme de recherche.

Lors de l'élaboration de l'inversion nous sommes amenés à effectuer un certain nombre de choix par rapport à ces composantes, choix dont peut dépendre la performance de l'inversion. Nous discutons les enjeux soulevés dans chacune des quatre composantes. Nous présentons ensuite la procédure d'inversion que nous avons choisie d'implémenter.

1.2.1 Données observées et information *a priori* sur les paramètres

La première composante de l'inversion comporte toute l'information ou connaissance préalable dont on dispose : les observations expérimentales et la connaissance préalable sur le système physique. D'une part, l'information apportée par les données observées dépend de la configuration expérimentale, c'est-à-dire du signal source et de la géométrie expérimentale. D'autre part, l'information *a priori* est définie sur l'espace des paramètres. Cela nécessite une paramétrisation qui se base, dans un premier temps, sur toute connaissance préalable du système physique et, dans un second temps, sur une étude de sensibilité. Cette dernière permet d'identifier les paramètres importants de notre problème. Ces points sont discutés ici.

Configuration expérimentale

Signal source et bande fréquentielle Un signal source large-bande contient une quantité d'information plus importante par rapport à un signal monochromatique. La bande fréquentielle affecte le nombre de modes propagatifs contribuant au champ acoustique dans le guide d'onde. Un grand nombre de modes accroît la complexité de la structure spatiale du champ acoustique et améliore ainsi la résolution des paramètres géométriques, comme la hauteur de la colonne d'eau ou la position de la source. En outre, les modes d'ordre élevé présentent une interaction croissante avec le fond et sont ainsi favorables à l'inversion des paramètres du fond. Toutefois, les hautes fréquences subissent une forte atténuation dans le fond et sont inaptes à résoudre les paramètres géoacoustiques les plus profonds.

Géométrie de l'antenne de récepteurs De par leur conception, les antennes visent à échantillonner la structure verticale du champ acoustique. Les antennes linéaires verticales (ALV) sont d'un usage répandu en acoustique sous-marine car elles reçoivent l'énergie sonore correspondant à un grand nombre d'angles de propagation [Tolstoy96b], [Siderius02]. Ces antennes présentent un certain désavantage lorsqu'une partie non négligeable de l'énergie sonore se propage dans le fond et n'est donc pas interceptée par l'antenne. C'est le cas, par exemple, en présence d'un profil d'été de la célérité du son dans l'eau (réfractant vers l'interface eau/fond) et d'un gradient positif de la célérité du son dans le fond. Une antenne linéaire horizontale (ALH) peut remédier au problème. Elle permet d'intercepter l'énergie ressortant du fond sur plusieur distances. Toutefois, la résolution de la structure verticale du champ nécessite des antennes relativement longues, les rendant souvent difficiles à mettre en oeuvre en pratique car difficiles à contrôler. Dans les environnements à dépendance radiale, les antennes horizontales deviennent quasiment indispensables, les antennes verticales ne pouvant fournir que des valeurs des paramètres moyennées en fonction de la coordonnée radiale [Siderius03].

Longueur de l'antenne et nombre de récepteurs Dans le cas d'une antenne verticale, la performance maximale est assurée lorsqu'elle recouvre toute la colonne d'eau. Ceci est dû au fait que les modes vérifient la condition d'orthogonalité dans celle-ci. Ils peuvent ainsi être résolus indépendamment [Tantum00],

[Bogart94]. Pour les antennes horizontales, une longueur supérieure ou égale à la distance de cycle minimum des rayons associés aux modes propagatifs devrait permettre la résolution de la structure verticale du champ acoustique [Tantum00]. Le nombre de récepteurs est choisi une fois la longueur de l'antenne définie. Le choix s'effectue sur la base du nombre de modes propagatifs reçus au niveau de l'antenne. En général, un nombre de récepteurs égal au nombre de modes reçus devrait suffire. Toutefois, un nombre supérieur peut être nécessaire, plusieurs récepteurs pouvant être corrélés entre eux [Tantum00].

Position de l'antenne La position de l'antenne peut affecter la performance de l'inversion de manière importante. Par exemple, en champ lointain, le champ acoustique est fortement affecté par les paramètres du fond en raison de l'interaction continue du son avec le fond en fonction de la distance. Ainsi, le champ lointain est favorable à l'inversion des paramètres superficiels du fond. En revanche, en champ proche, l'interaction avec le fond est moindre et les effets de propagation sont principalement dus aux paramètres géométriques (hauteur de l'eau, immersion de la source, *etc*). Le champ proche est alors plus favorable à l'inversion de ces derniers. En outre, la performance d'une inversion à partir d'une antenne horizontale peut être affectée par l'immersion de l'antenne. On évitera de positionner l'antenne horizontale au niveau des noeuds modaux car cela enlève de l'information [Tantum00].

Paramétrisation et information *a priori*

La paramétrisation du système physique se base, dans un premier temps, sur toute forme de connaissance que l'on possède sur celui-ci indépendamment des données observées (par exemple, y-a-t il un gradient de célérité du son dans le fond ?). Dans un second temps, il s'agit de savoir si les paramètres impliqués affectent les données observées (par exemple, est-ce que l'effet du gradient de célérité dans le fond est important ?). Pour ce dernier, nous avons recours à une étude de sensibilité. L'information *a priori* est alors établie en définissant, dans un premier temps, des intervalles de valeurs possibles pour chaque paramètre impliqué. Ces intervalles reflètent notre connaissance sur les paramètres. S'agissant d'une mesure (par exemple *in situ*), ces intervalles reflètent l'incertitude de la mesure. En revanche, lorsqu'aucune mesure n'est disponible, ces intervalles représentent les valeurs physiquement admissibles. Ainsi, des études de caractérisation acoustique de sédiments [Hamilton80] permettent de restreindre les valeurs possibles pour les paramètres du fond qui sont, dans le cas général, difficiles à mesurer directement. Cela permet de réduire le nombre de solutions possibles. Dans un second temps, ces intervalles sont représentés par des densités de probabilité. Une distribution uniforme donne le même poids à toutes les valeurs dans l'intervalle alors qu'une distribution Gaussienne privilégie les valeurs autour de la moyenne. La définition de l'information *a priori* se base en partie sur notre intuition. Elle peut toutefois affecter la solution de manière importante. En cas d'hésitation, on préférera des intervalles exagérés [Mosegaard02].

Étude de sensibilité

L'étude de sensibilité permet d'apprécier l'influence des paramètres sur l'inversion. Un paramètre influent est favorable à l'inversion. On procède par évaluation de la sensibilité (ou de la réponse) de la fonction de coût du problème inverse à la variation des paramètres du problème. On s'intéresse aussi au couplage des paramètres. Le couplage apparaît lorsque l'effet de la variation d'un paramètre peut être compensé par la variation d'un autre. Étant donné une paramétrisation $\mathbf{m} = [m_1, \ldots, m_M]^T$ du problème, l'étude de

sensibilité consiste à évaluer les grandeurs S_i, $1 \leqslant i \leqslant M$ et S_{ij}, $1 \leqslant i, j \leqslant M$, définies par :

$$S_i = \frac{\partial \phi}{\partial m_i}(\mathbf{m}) \quad \text{et} \quad S_{ij} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial m_i \partial m_j}(\mathbf{m}). \tag{1.20}$$

La grandeur S_i permet d'obtenir une indication sur la contribution du i-ème paramètre à la fonction de coût et la grandeur S_{ij} d'identifier d'éventuels couplages entre les paramètres m_i et m_j. Cependant, une expression analytique de la fonction de coût $\phi(\mathbf{m})$ en fonction des paramètres ne peut être obtenue. Nous avons alors recours à la représentation graphique de la réponse de la fonction de coût aux variations des paramètres et les grandeurs (1.20) sont évaluées de manière qualitative (visuelle). En pratique, nous définissons, pour chaque paramètre décrivant notre problème, un intervalle de valeurs possibles. La fonction de coût est alors évaluée en faisant varier un ou deux paramètres à la fois sur des valeurs discrètes des intervalles des paramètres respectifs.

L'étude de sensibilité est un outil permettant la paramétrisation du problème inverse. Les paramètres importants, c'est-à-dire ceux qui présentent une contribution importante à la fonction de coût (S_i grand), sont pris en compte dans la paramétrisation. De plus, deux paramètres couplés (S_{ij} grand) sont inclus tous les deux dans la paramétrisation. Dans le cas contraire, la valeur fixe du premier fixerait la valeur du second dans l'inversion. L'influence et le couplage des paramètres dépendent de la configuration expérimentale considérée (fréquence, géométrie expérimentale). L'étude de sensibilité est aussi un outil de planification d'expériences, par exemple, dans le cadre de l'étude de systèmes physiques.

1.2.2 Modéles de prédiction de la propagation

Les modèles de prédiction sont une partie intégrante des problèmes inverses. La prise en compte des effets de propagation dans les données est d'une importance décisive par rapport à l'issue de l'inversion. Les modèles sont développés à partir d'hypothèses physiques simplificatrices. L'implémentation numérique des différentes approches qui s'en déduisent mène à différents codes de propagation (*cf.* [Jensen94]). Nous présentons ici quatre d'entre eux que nous avons utilisé. Il s'agit des codes OASES [Schmidt04], KRAKEN [Porter01], RAM [Collins93] et 3DWAPE [Sturm01]. Nous discutons le domaine de validité ainsi que les limitations de chacun des codes.

La Fig. 1.1 schématise une représentation simplifiée d'un environnement océanique réel. Une couche d'épaisseur h repose sur un fond semi-infini souvent supposé fluide. La colonne d'eau est caractérisée par une célérité du son c_{e} et une densité ρ_{e}. Le fond est décrit par une célérité du son c_{f}, une densité ρ_{f}, ainsi qu'une atténuation du son α_{f}. On montre aussi le système opérationnel considéré, c'est-à-dire la source d'émission sonore S et le récepteur R. Le plan vertical de la Fig. 1.1 représente alors le domaine de propagation que l'on qualifie de plan de propagation.

La propagation sonore dans l'environnement de la Fig. 1.1 est régie par l'équation des ondes. Le milieu de propagation est décrit par le biais des paramètres acoustiques des différentes couches et les effets de propagation au niveau des interfaces les séparant sont pris en compte au moyen des conditions aux limites. La propagation acoustique est décrite dans le repère cylindrique (r, θ, z) où r et z désignent respectivement la distance horizontale par rapport à la source et l'immersion dans le plan de propagation, et où θ désigne l'azimut du plan de propagation, c'est-à-dire son orientation verticale dans le domaine 3D par rapport à la source. L'équation des ondes pour la pression acoustique, $p(\mathbf{r}; t)$, correspondant à une source située en $\mathbf{r}_0$,

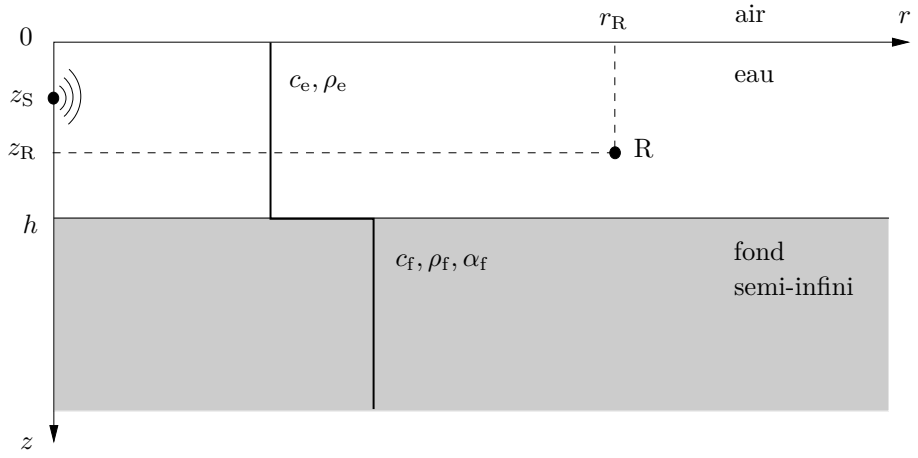


FIG. 1.1 – Représentation simplifiée d'un environnement océanique réel dans une coupe verticale.

s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho(\mathbf{r})\nabla\cdot\left(\frac{1}{\rho(\mathbf{r})}\nabla p(\mathbf{r};t)\right)-\frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2 p(\mathbf{r};t)}{\partial t^2}=f(\mathbf{r}_0;t) \tag{1.21}$$

où $f(\mathbf{r}_0;t)$ désigne le terme source qui décrit la position de la source et la dépendance temporelle du signal émis à la source. Il existe de nombreuses approches pour résoudre cette équation directement dans le domaine temporel comme, par exemple, les méthodes par différences finies ou par éléments finis. Cependant, dans les problèmes de l'acoustique sous-marine, le son peut subir de multiples interactions avec les interfaces de l'environnement et les temps de calcul de ces approches deviennent prohibitifs [Jensen94]. Afin d'alléger la résolution du problème, la modélisation s'effectue dans le domaine fréquentiel. Les paramètres acoustiques étant supposés indépendants de la variable temporelle, la dimension du problème peut être réduite en appliquant la transformée de Fourier :

$$p(\mathbf{r};t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}p(\mathbf{r};\omega)\exp(-\mathrm{i}\omega t)\mathrm{d}\omega \tag{1.22}$$

où $\omega=2\pi f$ désigne la fréquence angulaire. On obtient ainsi l'équation d'Helmholtz qui, pour une source ponctuelle en $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0$, s'écrit sous la forme suivante :

$$\left[\rho(\mathbf{r})\nabla\cdot\left(\frac{1}{\rho(\mathbf{r})}\nabla\right)+k^2(\mathbf{r})\right]p(\mathbf{r};\omega)=-4\pi\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r_0}) \tag{1.23}$$

avec $k(\mathbf{r})$ désignant le nombre d'onde du milieu qui se définit selon :

$$k(\mathbf{r})=\frac{\omega}{c(\mathbf{r})}\left[1+\mathrm{i}\eta\alpha\right]. \tag{1.24}$$

Ici, α désigne le coefficient d'atténuation du son exprimé en dB/λ et $\eta=1/40\pi\log_{10}(\mathrm{e})$. Malgré la réduction de la complexité du problème, l'équation d'Helmholtz demeure, dans le cas général, encore difficile à résoudre directement. Des hypothèses physiques et des approximations permettent alors d'obtenir des codes rapides et efficaces. L'hypothèse la plus courante en acoustique sous-marine est celle de la symétrie cylindrique. Nous supposons un environnement indépendant de la coordonnée azimutale, θ, permettant la modélisation de la propagation sonore dans le plan vertical (r,z). Nous sommes ainsi ramenés aux modèles dits modèles bidimensionnels (2D). Bien qu'approchées, les solutions des modèles 2D représentent le champ de pression

acoustique dans le domaine de propagation de manière très satisfaisante, lorsque la dépendance en azimut est faible. Des hypothèses supplémentaires permettent de simplifier encore davantage la modélisation.

Environnement indépendant de la coordonnée radiale

Lorsque nous supposons que les paramètres décrivant l'environnement ne présentent pas de dépendance en fonction de la coordonnée radiale r, nous pouvons réduire encore davantage la dimension du problème au moyen d'une transformée de Hankel :

$$p(r,z;\omega) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} g(k_r,z;\omega)H_0^{(1)}(k_r r)k_r \mathrm{d}k_r \tag{1.25}$$

où k_r est le nombre d'onde horizontal (associé à la variable r), $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre zéro représentant une onde sortante et $g(k_r,z;\omega)$ est la fonction de Green qui équivaut à la représentation spectrale de la pression acoustique dans le domaine du nombre d'onde k_r. Utilisant la transformée de Hankel (1.25), l'équation d'Helmholtz (1.23) devient :

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + \rho(z)\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{d}{dz}\right) + k^2(z) - k_r^2\right] g(k_r,z;\omega) = -2\delta(z-z_\mathrm{S}) \tag{1.26}$$

en notant que la célérité du son $c(z)$ et la densité $\rho(z)$ ne dépendent ici plus que de l'immersion z. Examinons les deux approches les plus courantes pour le calcul de la pression acoustique.

Intégration spectrale (OASES) Dans cette approche, le champ de pression acoustique dans le plan de propagation (r,z) est obtenu en évaluant l'intégrale du second membre de (1.25) par une technique numérique. Le calcul de la pression acoustique dans le plan de propagation (r,z) par cette approche nécessite, dans un premier temps, le calcul de $g(k_r,z;\omega)$ à partir de (1.26) (complétée avec les conditions aux interfaces et aux limites du domaine).

Une technique rapide et efficace consiste à utiliser la forme asymptotique de la fonction de Hankel :

$$H_0^{(1)}(k_r r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_r r}}\exp\left[\mathrm{i}\left(k_r r - \frac{\pi}{4}\right)\right], \tag{1.27}$$

permettant de résoudre l'intégrale (1.25) par une transformée de Fourier rapide (FFT). L'implémentation de cette approche donne lieu aux codes de propagation dits FFP (pour *Fast Field Programs*). Le code OASES [Schmidt04] en fait partie. Dans les environnements à symétrie cylindrique et indépendants de la coordonnée radiale, les prédictions du code OASES sont utilisées comme solutions de référence pour la validation de codes en développement. Les données synthétiques (c'est-à-dire simulées) présentées lors d'un colloque récent aux différents participants étaient calculées par ce code [Chapman98] (ou, plus précisément, par son prédécesseur, SAFARI [Schmidt87]). Le code OASES tient compte de milieux multicouches avec des paramètres variables en immersion et constants en distance. Il permet la prise en compte de termes d'atténuation du son et d'ondes de cisaillement dans le fond.

Modes normaux (KRAKEN) Une alternative au calcul direct de (1.25) consiste à décomposer la fonction de Green sur une base de fonctions orthogonales, $\phi_m(z)$, nommées fonctions modales :

$$g(k_r,z;\omega) = \sum_{m=1}^{M} A_m \phi_m(z)$$

où M désigne ici le nombre de modes propagatifs dans le guide d'onde. Chacune des fonctions modales vérifie le problème aux valeurs propres suivant :

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + \rho(z)\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{d}{dz}\right) + k^2(z)\right]\phi_m(z) = k_{r,m}^2\phi_m(z). \tag{1.28}$$

Lorsque l'interface eau/fond est parfaitement réfléchissante, les fonctions modales forment une base complète et des solutions exactes de (1.28) sont obtenues. D'autres techniques permettent de traiter le problème d'un fond pénétrable et atténuant où le nombre d'onde du milieu devient complexe en raison de l'atténuation du son dans le fond. L'intégrale (1.25) est donc évaluée dans le plan complexe k_r. Le théorème des résidus permet alors de remplacer l'intégrale (1.25) par une somme discrète sur les résidus au niveau des pôles, $k_{r,m}$, de la fonction de Green et par une intégrale de branche, $I(r)$, comme suit :

$$p(r,z;\omega) = \frac{\mathrm{i}\pi}{\rho_\mathrm{e}}\sum_{m=1}^{M}\phi_m(z_\mathrm{S})\phi_m(z)H_0^{(1)}(k_{r,m}r) + I(r). \tag{1.29}$$

Cette approche n'a d'intérêt qu'en champ lointain où l'intégrale de branche $I(r)$, correspondant à la partie continue du spectre k_r, devient négligeable. En utilisant la forme asymptotique de la fonction de Hankel nous obtenons la solution sous la forme suivante :

$$p(r,z;\omega) \approx \frac{\mathrm{i}\sqrt{2\pi}\exp(-\mathrm{i}\pi/4)}{\rho_\mathrm{e}\sqrt{r}}\sum_{m=1}^{M}\phi_m(z_\mathrm{S})\phi_m(z)\frac{\exp(\mathrm{i}k_{r,m}r)}{\sqrt{k_{r,m}}}. \tag{1.30}$$

En pratique, l'approche nécessite le calcul des pôles $k_{r,m}$ et des fonctions modales par une technique numérique. Le champ acoustique est alors calculé par (1.30). Le code KRAKEN est un code de modes normaux qui tient compte de milieux multicouches fluides et de paramètres variables en fonction de la profondeur.

Environnement dépendant de la coordonnée radiale

Lorsque la variabilité des paramètres de l'environnement en fonction de la coordonnée radiale ne peut être négligée, l'équation d'Helmholtz n'est plus séparable et les deux approches présentées ci-dessus ne sont plus appliquables. L'approche la plus répandue pour ce type de problèmes en acoustique sous-marine est l'équation parabolique.

Équation parabolique 2D (code RAM) Dans un premier temps, l'équation d'Helmholtz homogène est formulée, pour $r > 0$, comme suit :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \rho\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + k_0^2 n_\alpha^2 p = 0 \tag{1.31}$$

où $p = p(r,z;\omega)$, $k_0 = \omega/c_0$, c_0 étant une célérité de référence et où n_α désigne l'indice de réfraction selon :

$$n_\alpha = \frac{c_0}{c}\left[1 + \mathrm{i}\eta\alpha\right].$$

On procède alors à un changement d'inconnue en exprimant le champ de pression sous la forme suivante :

$$p(r,z;\omega) = \psi(r,z;\omega)H_0^{(1)}(k_0 r) \tag{1.32}$$

qui représente une onde cylindrique sortante modulée par une enveloppe $\psi(r,z;\omega)$. La dépendance radiale du champ acoustique étant contenue dans la fonction de Hankel, l'enveloppe $\psi(r,z;\omega)$ présente désormais une variation plus lente en fonction de r. En remplaçant (1.32) dans (1.31), l'enveloppe $\psi(r,z)$ vérifie, en champ lointain, l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + 2\mathrm{i}k_0\frac{\partial\psi}{\partial r} + k_0^2\mathcal{X}\psi = 0 \tag{1.33}$$

avec $\mathcal{X}$ l'opérateur défini par

$$\mathcal{X} = \frac{\rho}{k_0^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\right) + \left(n_\alpha^2 - 1\right)\mathcal{I} \tag{1.34}$$

où $\mathcal{I}$ désigne l'opérateur identité. Sous l'hypothèse de variation lente du milieu par rapport à r et en ne retenant que la partie représentant une onde progressive, nous obtenons l'équation qui est à la base des modèles paraboliques 2D :

$$\frac{\partial\psi}{\partial r} = \mathrm{i}k_0\left(\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}} - \mathcal{I}\right)\psi. \tag{1.35}$$

Cette démarche consiste à ne considérer que la partie de l'énergie sonore se propageant vers l'avant (en s'éloignant de la source) négligeant ainsi les effets de rétrodiffusion par le milieu. Sous l'hypothèse de variation lente en r ces derniers peuvent en effet être négligés. En outre, l'équation parabolique (1.35) est exacte en champ lointain pour les environnements indépendant de r.

L'équation (1.35) est de type évolutif en fonction de la variable r (problème à condition initiale), d'où elle tire tout son avantage. En effet, son utilisation permet une réduction considérable des temps calcul (par rapport à un code de modes couplés [COUPLE]), qualité désirable notamment dans les environnements variables en r. La résolution de cette équation nécessite, à chaque pas de calcul en r, le calcul de l'opérateur $\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}}$ dans (1.35). On procède par approximation, différentes approximations résultant ainsi en différents modèles paraboliques. Cette démarche est nommée approximation *paraxiale* ou *paraxialisation*. En effet, les formes approchées de $\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}}$ supposent $\mathcal{X}$ petit. D'un point de vue physique, l'approximation paraxiale revient à ne tenir compte que de l'énergie sonore qui se propage dans un angle autour de la direction horizontale, l'angle dépendant de l'approximation utilisée. Ainsi, [Tappert77] utilise un développement de Taylor de premier ordre :

$$\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}} = \mathcal{I} + \frac{1}{2}\mathcal{X} + \mathcal{O}(\mathcal{X}^2)$$

pour implémenter le modèle parabolique dit *petit angle en immersion*. Celui-ci possède une limitation angulaire de $\pm 10^\circ - 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. De meilleures approximations permettent d'augmenter la validité angulaire du modèle [Jensen94]. Ainsi, [Claerbout76] utilise un développement rationnel :

$$\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}} = \frac{\mathcal{I}+\frac{3}{4}\mathcal{X}}{\mathcal{I}+\frac{1}{4}\mathcal{X}} + \mathcal{O}(\mathcal{X}^3)$$

pour implémenter le modèle parabolique *grand angle en immersion*, possédant une limitation angulaire de $\pm 25 - 35^\circ$ par rapport à l'horizontale. Une meilleure approximation s'effectue par un développement de Padé [Collins91] :

$$\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}} = \mathcal{I} + \sum_{k=1}^{n_\mathrm{p}} \frac{a_{k,n_\mathrm{p}}\mathcal{X}}{1+b_{k,n_\mathrm{p}}\mathcal{X}} + \mathcal{O}(\mathcal{X}^{2n_\mathrm{p}+1})$$

pour implémenter ainsi le modèle parabolique *très grand angle en immersion* où a_{k,n_p} et b_{k,n_p} désignent les coefficients Padé et n_p désigne l'ordre de l'approximation de Padé. Lorsque $n_\mathrm{p} = 5$, la limitation angulaire s'étend jusqu'à $\pm 75^\circ$ par rapport à l'horizontale. Selon [Collins89] cinq termes au plus permettent

de traiter tous les problèmes envisageables en acoustique sous-marine. En insérant l'approximation de Padé dans l'équation parabolique (1.35) nous obtenons l'équation parabolique *très grand angle en immersion généralisée* :

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \mathrm{i}k_0 \left(\sum_{k=1}^{n_\mathrm{p}} \frac{a_{k,n_\mathrm{p}} \mathcal{X}}{1 + b_{k,n_\mathrm{p}} \mathcal{X}} \right) \psi. \tag{1.36}$$

Cette équation, étant de type évolutif en distance (problème à condition initiale), est souvent résolue par une méthode à pas fractionnaires. À partir d'un champ initial en r, elle peut être, à chaque pas en distance r, résolue en immersion z (problème avec conditions aux limites) par une technique de différences finies ou d'éléments finis. D'un point de vue numérique, les codes paraboliques sont sujets à des tests de convergence qui permettent de déterminer le pas Δr de discrétisation en distance, le pas Δz de discrétisation en immersion, ainsi que l'ordre de l'approximation de Padé. Le domaine semi-infini en z est terminé par une couche artificielle absorbante d'une épaisseur h_abs située à une profondeur z_abs strictement supérieure à la profondeur de la dernière interface. La position et l'épaisseur de la couche absorbante doivent être aussi déterminées lors du test de convergence. Il est à noter que les plus hautes fréquences nécessitent une maillage plus fin en distance et en immersion. Par conséquent, les temps de calcul augmentent en fonction de la fréquence. Le code RAM utilise une technique dite Split Step Padé [Collins93] qui permet l'utilisation d'un pas de calcul relativement grand ($\geqslant \lambda$) en r, sans perte de précision, et par conséquent une réduction notable des temps de calcul. Le code RAM tient compte de milieux multicouches fluides et de paramètres pouvant varier aussi bien en immersion qu'en distance.

Environnement à variabilité tridimensionnelle (3D)

La variabilité 3D de l'environnement implique une variabilité 3D du champ acoustique. Dans ce cas, la modélisation 2D ne permet plus la description correcte des effets de propagation. Lorsque la réfraction horizontale de l'énergie sonore peut être négligée, une approche N×2D permet de constituer l'image du champ acoustique dans les trois dimensions en appliquant un calcul 2D dans différents azimuts et en tenant compte, dans chaque calcul, de la variation du milieu [Perkins82]. En revanche, lorsque la réfraction horizontale est importante une modélisation pleinement 3D, c'est-à-dire à partir de l'équation d'Helmholtz 3D, s'impose. La modélisation pleinement 3D augmente la complexité du problème et alourdit considérablement les temps de calcul. Aujourd'hui, les modèles les plus efficaces se basent sur la théorie des rayons [Westwood92, Westwood01, Ivansson06] et l'équation parabolique [Smith99, Collins90, Botseas87, Lee92, Brooke01, Chen99, Fawcett93a, Sturm01]. On s'intéresse ici aux codes paraboliques.

Équation parabolique 3D (code 3DWAPE) En supposant ici que les variations du champ acoustique suivant l'azimut θ ne peuvent être négligées, nous déduisons de l'équation d'Helmholtz, l'équation parabolique 3D suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \mathrm{i}k_0 \left(\sqrt{\mathcal{I} + \mathcal{X} + \mathcal{Y}} - \mathcal{I} \right) \psi \tag{1.37}$$

où $\mathcal{X}$ est donné par (1.34) et $\mathcal{Y}$ rend compte désormais de la dépendance azimutale du champ acoustique :

$$\mathcal{Y} = \frac{1}{(k_0 r)^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}. \tag{1.38}$$

On procède alors à l'approximation de l'opérateur $\sqrt{\mathcal{I} + \mathcal{X} + \mathcal{Y}}$. On peut procéder en deux étapes. La première étape consiste à écrire une approximation en azimut. Par exemple, un développement de Taylor en

$\mathcal{Y}$, conduit à :

$$\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}+\mathcal{Y}} = \sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}} + \frac{1}{2}\mathcal{Y} + \mathcal{O}(\mathcal{Y}^2)$$

ce qui correspond à un modèle parabolique *petit angle en azimuth*. Dans un second temps, on procède, comme dans le cas 2D, à l'approximation de l'opérateur $\sqrt{\mathcal{I}+\mathcal{X}}$. Le code 3DWAPE [Sturm01, Sturm03, Sturm05] est implémenté à partir d'un modèle parabolique *très grand angle en azimut et en immersion* :

$$\frac{\partial\psi}{\partial r} = \mathrm{i}k_0 \left(\sum_{k=1}^{n_\mathrm{P}} \frac{a_{k,n_\mathrm{p}}\mathcal{X}}{1+b_{k,n_\mathrm{p}}\mathcal{X}} + \sum_{k'=1}^{n'_\mathrm{P}} \frac{a'_{k',n'_\mathrm{p}}\mathcal{Y}}{1+b'_{k',n'_\mathrm{p}}\mathcal{Y}} \right) \psi. \tag{1.39}$$

La méthode numérique pour la résolution du problème (à condition initiale et avec conditions aux limites) est basé sur une méthode à pas fractionnaires. À chaque pas en r, le problème est discrétisé par une technique d'éléments finis en z et par un technique de différences finies en θ. Notons, à présent, que les temps CPU augmentent davantage en fonction de la fréquence, une fréquence plus élevée nécessitant une discrétisation plus fine en azimut aussi. Le code 3DWAPE tient compte de milieux fluides et d'interfaces pouvant varier dans les trois dimensions. La prise en compte de signaux source large bande s'effectue par synthèse de Fourier. Le code 3DWAPE est ainsi un code 4D (3D en espace + le temps).

1.2.3 Fonction de coût

La fonction de coût $\phi(\mathbf{m})$ du problème inverse, *cf.* (1.12), peut prendre différentes formes en fonction des informations que l'on dispose et que l'on désire exploiter. [Mecklenbrauker00] consacrent leur article aux fonctions de coût que l'on obtient par le biais de la fonction de vraisemblance (intervenant dans l'approche Bayesienne) sous l'hypothèse d'erreurs Gaussiennes. Ils présentent plusieurs expressions de fonctions de coût qui diffèrent en fonction des points suivants :

- inversion monofréquentielle ou (pseudo-)large bande,
- signal source connu ou non,
- phase des signaux enregistrés connue ou non,
- erreurs dans les données connues ou non.

On examine ici les fonctions de coût obtenues pour une inversion monofréquentielle sans connaissance du signal source et qui exploite aussi bien la phase que l'amplitude du signal reçu. Celles obtenues pour des erreurs connues et inconnues sont toutes deux examinées.

Procédons d'abord à quelques rappels. Le vecteur $\mathbf{d}_\mathrm{obs}$ du champ de pression acoustique mesuré au niveau d'une antenne contenant N hydrophones est lié au vecteur $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ des prédictions des données en fonction des paramètres $\mathbf{m}$ suivant :

$$\mathbf{d}_\mathrm{obs} = \mathbf{d}(\mathbf{m}) + \mathbf{n}$$

où $\mathbf{n}$ désigne le vecteur aléatoire des erreurs dans les données décrivant aussi bien les erreurs d'observation que les erreurs de modélisation. Les données observées $\mathbf{d}_\mathrm{obs}$ correspondent ici au champ acoustique à une seule fréquence. Cependant, les mesures s'obtiennent dans le domaine temporel. Les données observées sont alors obtenues par transformée de Fourier des signaux temporels. En outre, les prédictions des données $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ s'obtiennent au moyen d'un code de propagation qui ne tient pas compte du signal émis à la source lors des mesures. Nous notons $\mathbf{d}(\mathbf{m}) = S_\omega \mathbf{w}(\mathbf{m})$ où S_ω décrit la puissance et la phase spectrale du signal source à la fréquence considérée et $\mathbf{w}(\mathbf{m})$ désigne le vecteur des répliques du champ de pression acoustique obtenues par un code de propagation à cette même fréquence.

On suppose que le vecteur $\mathbf{n}$ des erreurs dans les données suit une distribution Gaussienne (complexe) à moyenne nulle et de matrice de variance diagonale, $\mathrm{C}_D = \nu_D \mathrm{I}$ (erreurs spatialement non corrélées d'un récepteur à l'autre). Par conséquent, le vecteur $\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}$ des données observées suit une distribution Gaussienne de moyenne $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ et de matrice de variance diagonale, égale à la matrice de variance C_D du vecteur des erreurs. Sous ces hypothèses, la fonction de vraisemblance $\mathcal{L}(\mathbf{m})$ s'écrit comme suit :

$$\mathcal{L}(\mathbf{m}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\mathrm{C}_D|^{1/2}} \exp[-\frac{\phi(\mathbf{m})}{2}]$$

où la fonction de coût $\phi(\mathbf{m})$ est donnée suivant :

$$\phi(\mathbf{m}) = [\mathbf{d}_{\mathrm{obs}} - \mathbf{d}(\mathbf{m})]^* \, \mathrm{C}_D^{-1} \, [\mathbf{d}_{\mathrm{obs}} - \mathbf{d}(\mathbf{m})] \, .$$

En remplaçant $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ par $S_\omega \mathbf{w}(\mathbf{m})$ et C_D par $\nu_D \mathrm{I}$, nous obtenons la forme suivant :

$$\phi(\mathbf{m}) = \frac{\|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}} - S_\omega \mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2}{\nu_D} \tag{1.40}$$

Lorsque S_ω n'est pas connue, on procède en remplaçant, dans (1.40), S_ω par la valeur $\hat{S}_\omega$ qui maximise la fonction de vraisemblance (ou qui minimise, de manière équivalente, la fonction de coût) [Gerstoft98, Mecklenbrauker00]. En imposant $[\partial\mathcal{L}/\partial S_\omega](\hat{S}_\omega) = 0$, nous obtenons :

$$\hat{S}_\omega = \frac{\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}}{\|\mathbf{w}(\mathbf{m}\|^2}$$

et, en remplaçant cette valeur dans la fonction de coût (1.40), on obtient :

$$\phi(\mathbf{m}) = \left(1 - \frac{|\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}|^2}{\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2 \|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\|^2}\right) \frac{\|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\|^2}{\nu_D} \tag{1.41}$$

où la quantité entre parenthèses est connue sous le nom de corrélateur de Bartlett, est notée $\mathcal{B}(\mathbf{m})$:

$$\mathcal{B}(\mathbf{m}) = 1 - \frac{|\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}|^2}{\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2 \|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\|^2}. \tag{1.42}$$

Les données observées sont parfois présentées sous la forme de matrices de densité inter-spectrale de puissance. Notons K cette matrice. Celle-ci est souvent liée aux données observées par

$$\mathrm{K} = \frac{1}{N_R} \sum_{\ell=1}^{N_R} \mathbf{d}_{\mathrm{obs},\ell} \mathbf{d}^*_{\mathrm{obs},\ell}$$

où N_R désigne le nombre de réalisations (ou acquisitions) du vecteur des données observées et * désigne l'opération de conjugaison-transposition. On obtient alors une formulation plus générale pour (1.42) :

$$\mathcal{B}(\mathbf{m}) = 1 - \frac{\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathrm{K}\mathbf{w}(\mathbf{m})}{\mathrm{tr}(\mathrm{K})\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2} \tag{1.43}$$

où tr(K) désigne la trace de la matrice K. L'expression (1.43) est utile lorsque les données observées sont données sous la forme de la matrice K.

Nous utiliserons ainsi la fonction de coût (1.41) lorsque la variance dans les données, ν_D, est supposée connue. C'est le cas, par exemple, lorsqu'on effectue une inversion sur données synthétiques (simulées) où

les erreurs sont imposées de manière artificielle et sont donc connues. En revanche, lorsqu'on effectue une inversion sur données réelles, les erreurs dans les données (aussi bien d'observation que de modélisation) ne sont généralement pas connues et (1.41) ne peut être utilisée. [Mecklenbrauker00] suggèrent alors de traiter la variance inconnue en tant que paramètre de nuisance (voir, par exemple, [Box73] pour une discussion sur les paramètres de nuisance). Dans un premier temps, il s'agit de déterminer la variance $\hat{\nu}_D$ qui minimise la fonction de coût (1.41). Dans un second temps, la variance qui en découle est évaluée pour le jeu de paramètres $\mathbf{m}_{\mathrm{ML}}$ correspodant au maximum de vraisemblance et est ensuite remplacée dans (1.41). On obtient ainsi la variance $\hat{\nu}_D$ suivant [Mecklenbrauker00, Dosso02b] :

$$\hat{\nu}_D = \mathcal{B}(\mathbf{m}_{\mathrm{ML}})\|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\|^2/N. \tag{1.44}$$

Rappelons que cette formulation est obtenue sous l'hypothèse d'erreurs indépendantes en chacun des N récepteurs. Toutefois, dans les applications à données réelles, il se peut que les erreurs soient spatialement corrélées. [Gerstoft98] préconisent alors l'utilisation d'un nombre équivalent de récepteurs indépendants, noté N_{eq}, qu'il est possible d'obtenir, par exemple, au moyen d'une analyse en composantes principales de la matrice de densité inter-spectrale de puissance. Ainsi,

$$\hat{\nu}_D = \mathcal{B}(\mathbf{m}_{\mathrm{ML}})\|\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}\|^2/N_{\mathrm{eq}}. \tag{1.45}$$

Généralement, le nombre de récepteurs indépendants (qui est lié aux degrés de liberté dans les données) est à peu près égal au nombre de modes propagatifs reçus au niveau de l'antenne réceptrice [Gerstoft98].

1.2.4 Algorithme d'optimisation

L'inversion par champs d'onde adaptés se pose comme un problème d'optimisation : on recherche le jeu de paramètres qui minimise la fonction de coût $\phi(\mathbf{m})$ du problème. En pratique, l'espace des paramètres est discrétisé et la recherche du jeu de paramètres optimal s'effectue sur les valeurs discrètes des paramètres. Dans les problèmes typiques de l'acoustique sous-marine, la dimension de l'espace des paramètres peut être grande. La fonction de coût est caractérisée par une nombre important de minima locaux qui augmentent en fonction de la dimension de l'espace des paramètres. On a alors recours aux méthodes d'optimisation globale. L'approche la plus directe consiste en une recherche exhaustive dans l'espace des paramètres. Dans cette approche, on procède par évaluation de la fonction de coût en chaque point de l'espace des paramètres discrétisé. Toutefois, cela nécessite l'évaluation de répliques du champ acoustique pour toutes les combinaisons possibles des valeurs discrètes des paramètres. La recherche exhaustive est ainsi inabordable lorsque l'espace des paramètres est large. Pour donner un ordre de grandeur, une inversion à 6 paramètres, chacun comprenant 20 valeurs discrètes, nécessite la génération de répliques pour $20^6 = 6.4 \times 10^7$ jeux de paramètres. En supposant que notre code de propagation nécessite 0.1 seconde de temps CPU par jeu de paramètres, le temps CPU pour l'inversion peut atteindre un peu plus de deux mois. Nous avons alors recours aux méthodes d'optimisation globale de type Monte Carlo ou Monte Carlo guidée, telles les algorithmes génétiques ou le recuit simulé [Sen85]. Ces techniques parviennent à une réduction significative des temps CPU en échantillonnant un nombre réduit de points de l'espace des paramètres. Citons ici [Gerstoft94] qui a introduit les algorithmes génétiques dans les applications en acoustique sous-marine ainsi que [Lindsay93] pour le recuit simulé.

L'analyse des incertitudes dans le cadre Bayesien nécessite l'évaluation d'intégrales définies sur tout l'espace des paramètres, aussi bien pour la normalisation de la densité de probabilité *a posteriori* (1.13) que pour

son interprétation (1.14)–(1.17). Pour cela, on procède par intégration numérique en évaluant l'intégrand dans l'espace des paramètres discrétisé. La recherche exhaustive combinée, par exemple, avec la méthode des trapèzes est l'approche la plus robuste ; à condition que l'espace des paramètres soit discrétisé de manière suffisamment fine. Celle-ci est généralement recommandée lorsque la dimension de l'espace des paramètres est relativement réduite (inférieure ou égale à quatre) [Tarantola82, Sen85, Mosegaard95]. Toutefois, lorsque la dimension de l'espace des paramètres est grande, on a recours aux méthodes de type Monte Carlo avec échantillonnage par importance qui favorise l'échantillonage des valeurs de l'intégrand à contribution importante sur l'intégrale. Notons enfin que la recherche exhaustive est souvent utilisée pour la vérification des solutions obtenues par des méthodes de type Monte Carlo [Sen95].

1.2.5 Choix d'une procédure d'inversion et implémentation

La procédure d'inversion mise en place consiste en une procédure itérative explorant l'espace des paramètres par recherche exhaustive. Pour chaque jeu de paramètres, les répliques du champ de pression acoustique sont générées le long de l'antenne considérée par un code de propagation et la fonction de coût est calculée en comparant les répliques aux données observées. Les valeurs de la fonction de coût pour toutes les combinaisons possibles des paramètres sont stockées et l'analyse *a posteriori* s'effectue séparément.

La procédure d'inversion est implémentée sous FORTRAN. Le code d'inversion reçoit en entrée la géométrie de l'environnement (2D ou 3D), la matrice de densité inter-spectrale des données observées (synthétiques ou réelles) le long de l'antenne considérée, le code de propagation utilisé pour générer les répliques, la géométrie de l'antenne utilisée pour l'inversion ainsi que l'espace des paramètres et sa discrétisation. Les codes de propagation considérés pour l'inversion sont RAM et 3DWAPE. Notons que, par défaut, les codes de propagation présentent en sortie les pertes par transmission. Ainsi, ils ont été modifiés afin de fournir le champ de pression au module d'inversion et ont été incorporés dans ce dernier. La procédure d'inversion est implémentée pour des antennes verticales ou horizontales avec des récepteurs équidistants. Le nombre de paramètres pour l'inversion n'est pas limité. Les paramètres représentent l'environnement considéré indépendamment du format spécifique de l'entrée de chacun des codes de propagation. À chaque nouveau jeu de paramètres, l'entrée du code de propagation considéré est reconstituée et le code exécuté. La fonction de coût implémentée dans le code d'inversion est le corrélateur de Bartlett. Un module séparé reçoit en entrée les valeurs de la fonction de coût pour tous les jeux de paramètres. Il permet le calcul de la densité de probabilité *a posteriori* ainsi que le calcul des estimations par MAP, celles des moyennes et variances, le calcul des corrélations entre les paramètres et les densités de probabilité marginales 1D et 2D.

1.3 Validation de la procédure d'inversion

Dans cette section, la procédure d'inversion est illustrée et validée sur des cas test synthétiques (c'est-à-dire pour des données observées simulées) qui ont été élaborés lors de deux différents colloques : le MFP Workshop 93 (ou AMSP pour *Acoustic Models in Signal Processing*) [Tolstoy94a] organisé pour établir l'état de l'art dans la localisation de source par des techniques de traitement par champs d'onde adaptés, et le Workshop 97 [Chapman98] organisé afin de recueillir les techniques d'inversion par champs d'onde adaptés appliquées à l'inversion géoacoustique. L'avantage de tester les techniques d'inversion sur des cas test synthétiques réside dans la connaissance exacte des valeurs vraies. La performance de l'inversion peut ainsi être évaluée directement.

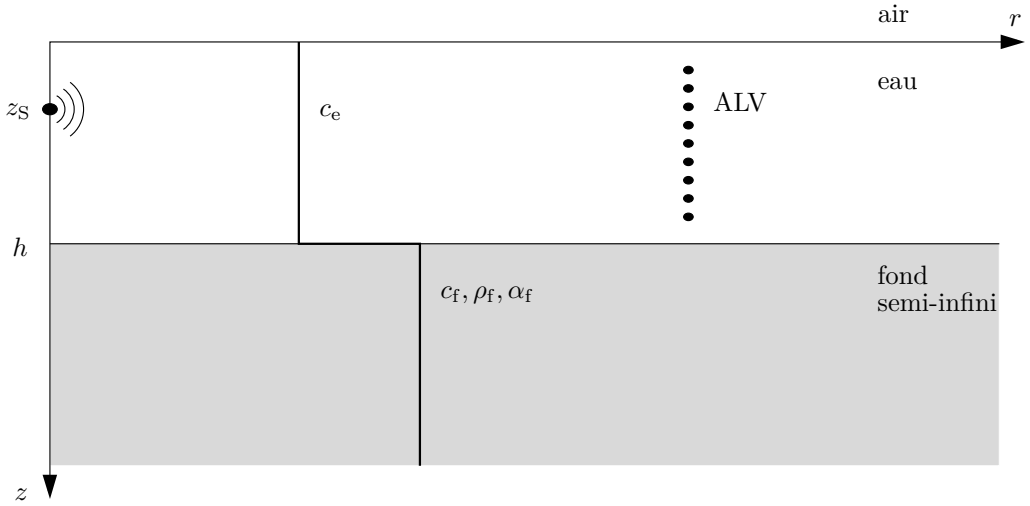


FIG. 1.2 – Environnement considéré pour le cas test CALIB.

1.3.1 Localisation de source

Lors du colloque 1993 MFP Workshop [Tolstoy94a], cinq cas test synthétiques étaient proposés simulant des scénarios réalistes à difficulté croissante afin de tester les différentes techniques de traitement par champs d'onde adaptés ainsi que les codes de propagation sonore développés au sein de la communauté acoustique sous-marine. Nous abordons ici les trois premiers, respectivement nommées CALIB, COLNOISE et SSPMIS.

L'environnement considéré lors du colloque est de la forme générale schématisée sur la Fig. 1.2. Il s'agit d'un environnement à symétrie cylindrique (2D) constitué d'une couche d'eau reposant sur un fond fluide et semi-infini. L'environnement est décrit par les paramètres suivants : la hauteur h de la colonne d'eau, considérée constante et égale à 100 m, les célérités du son dans l'eau, c_e, et dans le fond, c_f, qui peuvent varier en fonction de l'immersion, ainsi que la densité du fond, ρ_f, et l'atténuation du son dans le fond, α_f, qui ont des valeurs constantes. Chacun des cas test considère une source d'émission ponctuelle en régime harmonique (fréquence d'émission de 250 Hz).

Les données synthétiques ont été générées par le code de modes normaux KRAKEN. Celles-ci correspondent au champ de pression acoustique calculé au niveau d'une antenne verticale constituée de $N = 20$ récepteurs positionnés entre 5 et 100 m de profondeur dans la couche d'eau. L'espacement entre les récepteurs est de 5 m. Les données ont été bruitées à l'aide d'un générateur de nombres pseudo-aléatoires et moyennées sur un nombre N_R de réalisations, simulant ainsi une acquisition réelle de données. Pour chaque cas test, des rapports de signal-sur-bruit de 40 dB, 10 dB et -5 dB étaient proposés. Les données étaient présentées aux participants sous la forme d'une matrice de densité inter-spectrale de taille 20×20 le long de l'antenne de récepteurs, notée K et définie par :

$$\mathrm{K} = \frac{1}{N_R} \sum_{\ell=1}^{N_R} \mathbf{d}_{\mathrm{obs},\ell} \mathbf{d}_{\mathrm{obs},\ell}^{*} \tag{1.46}$$

où $\mathbf{d}_{\mathrm{obs},\ell}$ désigne la ℓ-ème réalisation du vecteur des données bruitées le long de l'antenne, dont la i-ème composante représente le champ acoustique bruité au niveau du i-ème récepteur de l'antenne, $*$ désigne l'opération de conjugaison-transposition et N_R désigne le nombre de réalisations du vecteur bruité. Les données sous cette forme sont accessibles sur la base de données OALIB [OAL].

Dans chacun des cas test, nous recherchons la position de la source dans la colonne d'eau. Pour la

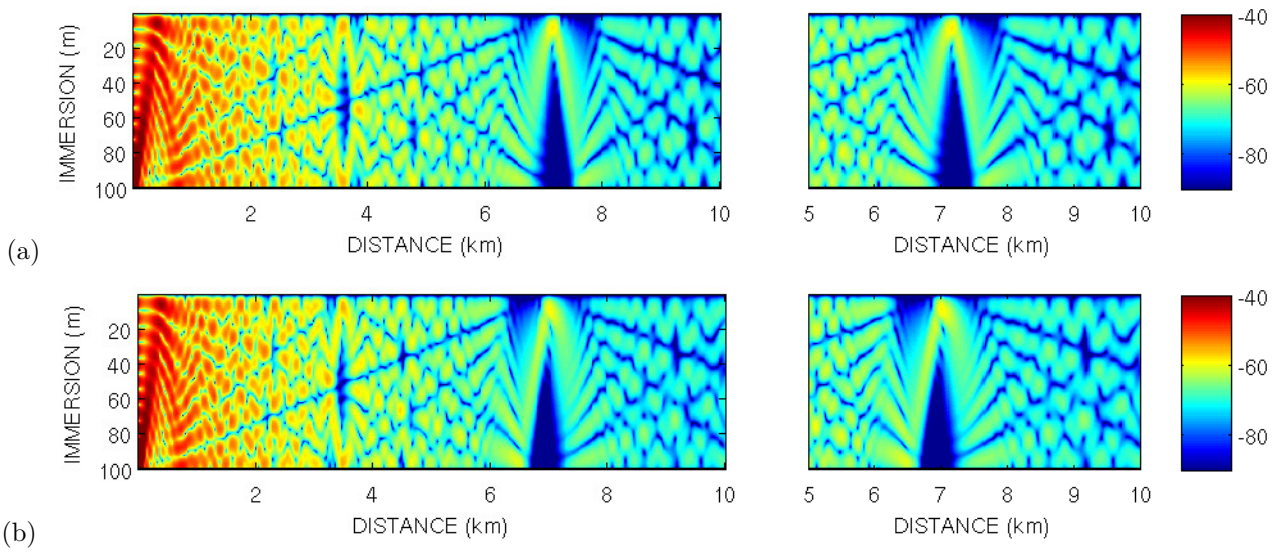


FIG. 1.3 – Pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion dans le plan de propagation de l'environnement considéré pour le cas test CALIB. Les pertes sont obtenues au moyen d'un calcul 2D du code 3DWAPE utilisant une approximation (a) du premier ordre (développement de Tappert) et (b) de Padé au deuxième ordre ($n_{\mathrm{p}} = 2$).

génération des répliques du champ acoustique au niveau de l'antenne verticale nous utilisons les codes paraboliques RAM et 3DWAPE. La procédure consiste à générer les répliques pour différentes positions de la source sur un maillage de positions possibles dans la colonne d'eau. Pour chaque nouvelle position de la source les répliques sont comparées aux données synthétiques au moyen de la puissance de Bartlett :

$$\mathcal{P}_B(\mathbf{m}) = 10\log_{10}\left(N\frac{\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\ \mathrm{K}\ \mathbf{w}(\mathbf{m})}{\mathrm{tr}(\mathrm{K})\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2}\right) \tag{1.47}$$

où $\mathbf{w}(\mathbf{m})$ désigne le vecteur des répliques générées pour une source positionnée à une immersion z_{S} et une distance r_{S} par rapport à l'antenne et tr(K) désigne la trace de la matrice K. Notons que la correspondance parfaite entre données et répliques s'obtient pour une valeur de $\mathcal{P}_B = 10\log_{10}(N)$; dans notre cas $N = 20$ et $\mathcal{P}_B \approx 13.01$ dB. Ici $\mathbf{m} = [z_{\mathrm{S}}, r_{\mathrm{S}}]$. Les intervalles de recherche dans chacun des cas sont $[0, 100]$ m pour l'immersion de la source avec un pas de 2 m et $[5, 10]$ km pour la distance avec un pas de 0.1 km.

Cas test CALIB

Le cas test CALIB a été mis en place afin de permettre aux participants de vérifier leur procédure d'inversion et notamment la compatibilité du code de propagation qu'ils utilisent pour la génération des répliques avec le code KRAKEN. Ce dernier considère par défaut une source d'excitation $\exp(\mathrm{i}\omega t)$ alors que d'autres codes, comme RAM et 3DWAPE, sont implémentés pour une excitation $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$. Dans ce cas, le conjugué des répliques doit être utilisé pour l'inversion.

L'environnement pour ce cas test est illustré sur la Fig. 1.2. Les paramètres de l'environnement sont constants par couche. Ils sont donnés : $c_{\mathrm{e}} = 1500$ m/s, $c_{\mathrm{f}} = 1590$ m/s, $\rho_{\mathrm{e}} = 1$ g/cm^3, $\rho_{\mathrm{f}} = 1.2$ g/cm^3 et $\alpha_{\mathrm{f}} = 0.5$ dB/λ. La hauteur de l'eau est constante et égale à $h = 100$ m. La source est positionnée à une immersion de 50 m et la distance de l'antenne verticale par rapport à la source est de 7.5 km. La fréquence d'émission est de 250 Hz.

Dans un premier temps, nous effectuons les tests de convergence pour les codes RAM et 3DWAPE.

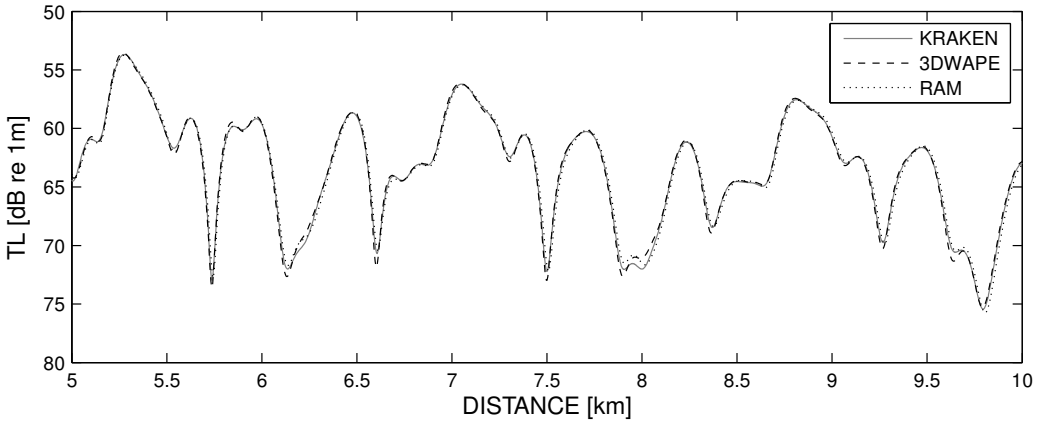


FIG. 1.4 – Comparaison des prédictions des pertes par transmission en fonction de la distance calculées au moyen des codes KRAKEN, RAM et 3DWAPE pour le cas test CALIB. Le récepteur est situé à une immersion de 50 m.

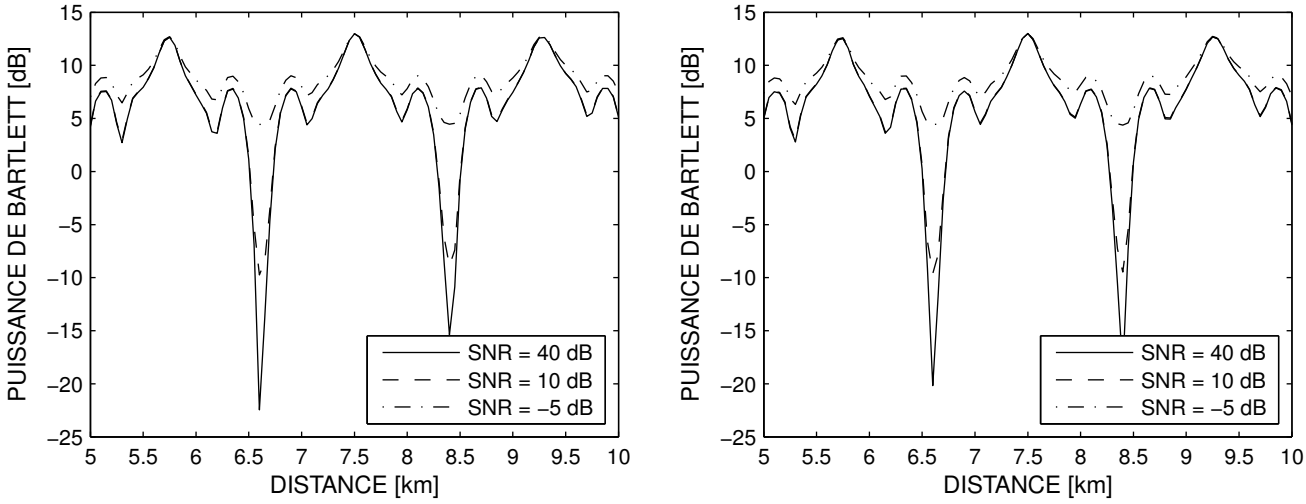


FIG. 1.5 – Localisation de source en distance pour le cas test CALIB avec (a) le code RAM et (b) le code 3DWAPE pour différents rapports signal-sur-bruit (SNR = 40 dB, 10 dB et −5 dB). L'immersion de la source est connue et égale à 50 m.

Il s'agit de déterminer l'ordre de l'approximation de Padé, les pas de calcul en distance et en immersion, respectivement, Δr et Δz, ainsi que la profondeur et l'épaisseur de la couche absorbante simulant le fond semi-infini. La Fig. 1.3 illustre l'effet de l'ordre de l'approximation de Padé sur les pertes par transmission dans l'environnement de la Fig. 1.2. Les pertes sont obtenues à partir d'un calcul 2D effectué par le code 3DWAPE utilisant des approximations au premier ordre développée par Tappert (Fig. 1.3(a)) et de Padé au deuxième ordre ($n_{\mathrm{p}} = 2$) (Fig. 1.3(b)). Les sous-figures de droite mettent en évidence les disparités entre ces différentes approximations au niveau de la zone d'ombre qui apparaît à environ 7.5 km. La Fig. 1.4 compare les prédictions de RAM et 3DWAPE (après réglage des paramètres numériques) à celles de KRAKEN. On montre les pertes par transmission en fonction de la distance par rapport à la source correspondant à une immersion de 50 m et pour chacun des trois codes considérés. À l'exception des légères disparités observées qui sont dues aux différentes hypothèses et approximations de modélisation, nous observons une très bonne concordance entre les solutions correspondant aux trois codes utilisés.

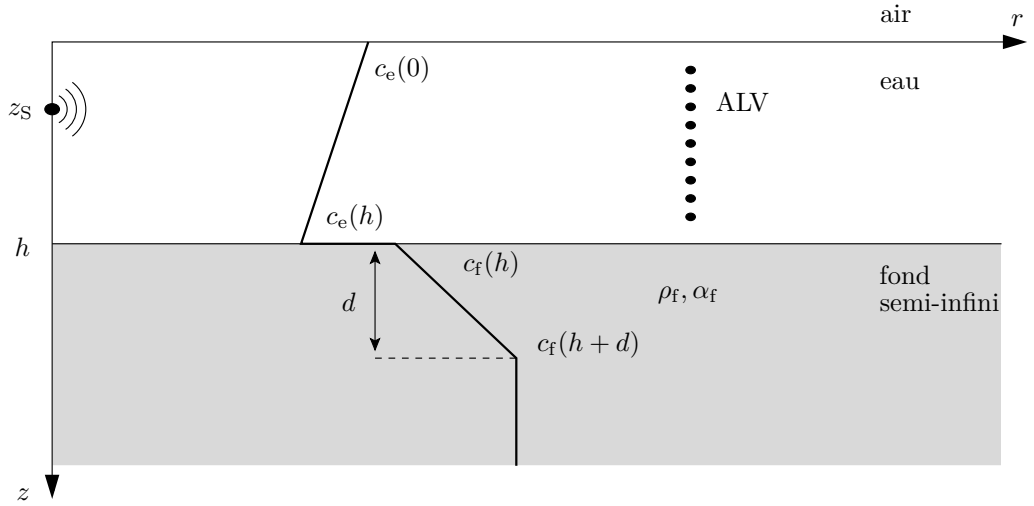


FIG. 1.6 – Environnement considéré pour le cas test COLNOISE et le cas test SSPMIS.

La première étape de validation consiste à déterminer la distance de la source par rapport à l'antenne, en supposant l'immersion de la source connue et égale à 50 m. Les données sont bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle et trois variances différentes sont considérées conduisant à des rapports de signal-sur-bruit (SNR pour *signal-to-noise ratio*) de 40, 10 et -5 dB. La Figure 1.5 montre les résultats obtenus par cette procédure en utilisant RAM [Fig. 1.5(a)] et 3DWAPE [Fig. 1.5(b)]. Ces résultats se trouvent en accord avec la Fig. 3 de [Tolstoy94b]. Plus précisément, le maximum de la puissance de Bartlett est obtenu pour la distance correcte de la source (7.5 km) dans les deux cas, présentant une valeur de 12.98 dB lorsque RAM est utilisé et une valeur de 13.00 dB lorsque 3DWAPE est utilisé. Nous observons aussi des lobes secondaires importants aux distances voisines de 5.7 km (correspondant à 12.71 dB pour RAM et 12.59 dB pour 3DWAPE) et 9.3 km (correspondant à 12.69 dB pour RAM et 12.79 dB pour 3DWAPE). Ces lobes, ainsi que les lobes moins prononcés, peuvent être à l'origine d'une estimation erronée de la position de la source. Cet effet est d'autant plus important que le rapport signal-sur-bruit est faible. En effet, le niveau des lobes secondaires sur la Fig. 1.5 a tendance à être plus élevé lorsque le rapport signal-sur-bruit se dégrade.

Cas test COLNOISE

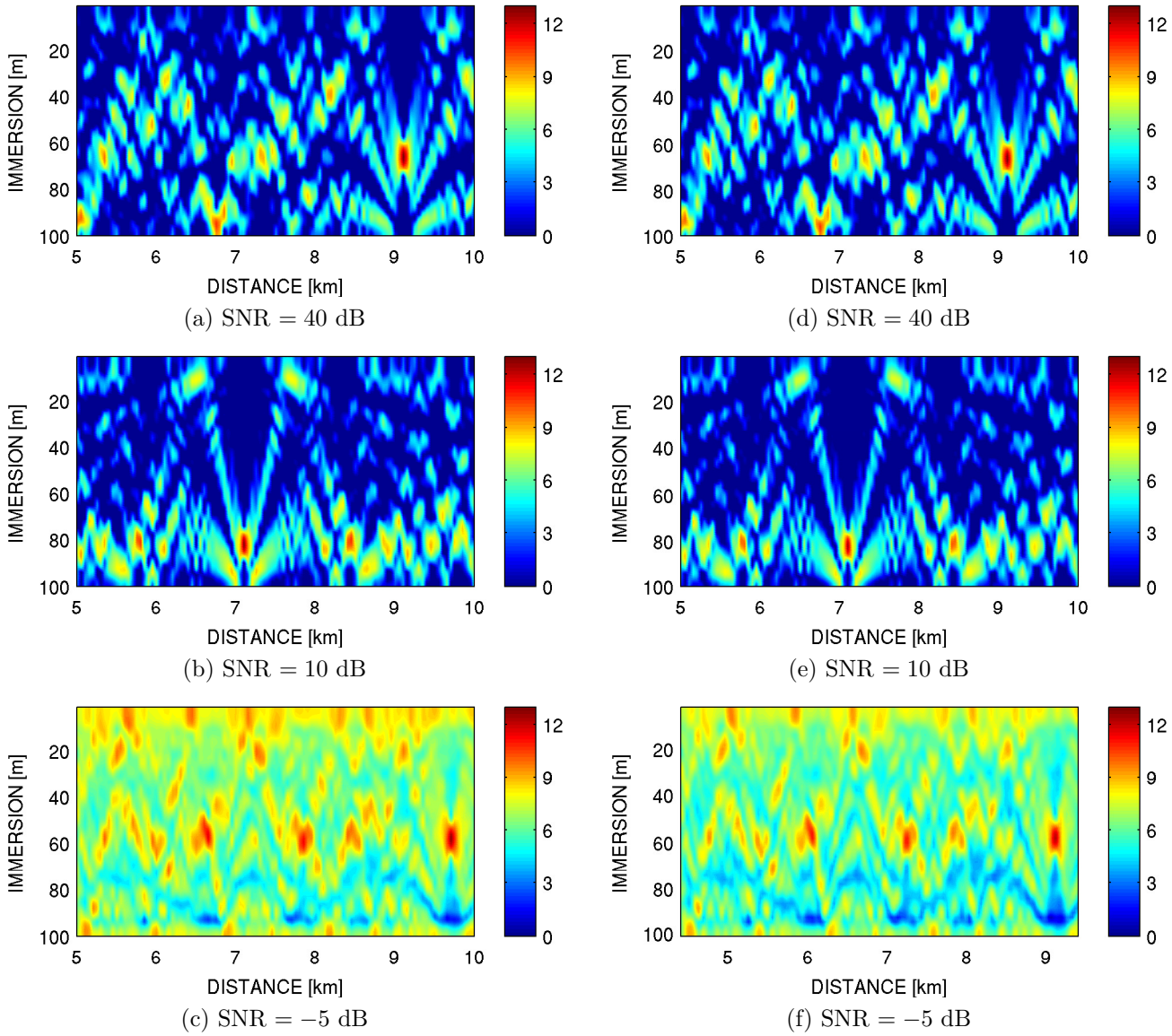
Le cas test COLNOISE consiste en un problème de localisation de source en présence de bruit, dit coloré, représentant du bruit de surface qui est souvent présent dans les applications réalistes (par exemple le déferlement des vagues). Le bruit blanc simule du bruit électronique qui est donc indépendant des caractéristiques de l'environnement et non corrélé d'un récepteur à l'autre le long de l'antenne. En revanche, le bruit coloré simule un bruit affecté par l'environnement et hérite ainsi des caractéristiques du signal source reçu au niveau de l'antenne. Cela se traduit par des éléments hors-diagonaux de la matrice de densité inter-spectrale du bruit qui ne sont plus nuls.

L'environnement considéré pour le cas test COLNOISE est schématisé sur la Fig. 1.6. Ici, la célérité du son dans l'eau présente un gradient négatif en fonction de l'immersion et la célérité du son dans le fond présente un gradient positif. Plus précisément, les paramètres sont donnés comme suit : $h = 100$ m, $c_e(0) = 1500$ m/s, $c_e(h) = 1480$ m/s, $\rho_f = 1$ g/cm^3, $c_f(h) = 1600$ m/s, $c_f(h+d) = 1750$ m/s où $d = 100$ m, $\rho_f = 1.8$ g/cm^3 et $\alpha_f = 0.2$ dB/λ.

L'objectif à présent est la localisation de la source aussi bien en immersion qu'en distance. Les données synthétiques sont générées le long de l'antenne verticale et bruitées par du bruit de surface pour des rapports

TAB. 1.1 – Valeurs vraies des paramètres, intervalles de recherche et discrétisation pour le cas test COLNOISE.

	Valeur vraie				
Paramètre	SNR = 40 dB	SNR = 10 dB	SNR = −5 dB	Intervalle	Pas
z_S [m]	66.0	82.0	58.0	[0.0, 100.0]	2.00
r_S [km]	9.1	7.1	9.7	[5.0, 10.0]	100.00



(a) SNR = 40 dB (d) SNR = 40 dB

(b) SNR = 10 dB (e) SNR = 10 dB

(c) SNR = −5 dB (f) SNR = −5 dB

FIG. 1.7 – Localisation de la source pour le cas test COLNOISE avec le code RAM (à gauche) pour un rapport signal-sur-bruit de (a) 40 dB, (b) 10 dB, (c) −5 dB et avec le code 3DWAPE (à droite) pour un rapport signal-sur-bruit de (d) 40 dB, (e) 10 dB, (f) −5 dB

TAB. 1.2 – Valeurs vraies, espace des paramètres et discrétisation pour le cas test SSPMIS.

Paramètre	Valeur vraie	Intervalle	Pas	Échantillons
z_S [m]	78.0	$[0.0, 100.0]$	2.00	51
r_S [km]	9.3	$[5.0, 10.0]$	100.0	51
$c_e(0)$ [m/s]	1499.4	$[1497.5, 1502.5]$	0.1	51
$c_e(h)$ [m/s]	1481.6	$[1477.5, 1482.5]$	0.1	51

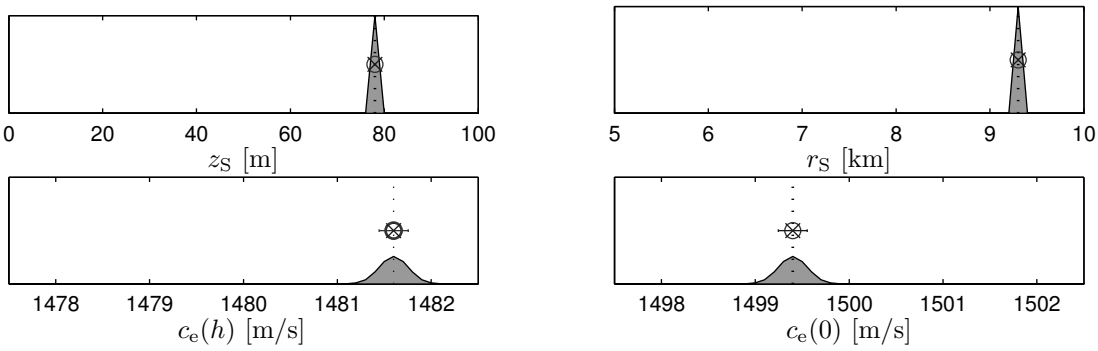


FIG. 1.8 – Densités marginales *a posteriori* 1D pour le cas test SSPMIS utilisant la paramétrisation suivante : $\mathbf{m} = [z_S, r_S, c_e(0), c_e(h)]^T$. La ligne pointillée représente la valeur vraie, le cercle représente l'estimation MAP et la croix avec barre horizontale représente l'estimation par la moyenne et l'écart-type.

de signal-sur-bruit de 40, 10 et -5 dB. Le bruit de surface est simulé comme le bruit provenant d'une distribution continue et homogène de sources sonores contenues dans un plan horizontal situé à 1 m en dessous de la surface de la mer. Le calcul du bruit reçu au niveau de l'antenne verticale s'effectue au moyen d'une formule analytique développée par [Kuperman77]. La position vraie de la source est différente pour chacun des rapports signal-sur-bruit étudiés. Les positions vraies de la position de la source, les intervalles de recherche ainsi que leur discrétisation sont précisés dans le Tab. 1.1. Nous utilisons les codes RAM et 3DWAPE pour la génération des répliques.

Nous montrons sur la Fig. 1.7 la puissance de Bartlett en fonction de la distance r_S et de l'immersion z_S de la source pour des rapports signal-sur-bruit de 40 dB (en haut), 10 dB (au milieu) et -5 dB (en bas). Les sous-figures 1.7(a)-(c) sont obtenues avec RAM et les sous-figures 1.7(d)-(f) sont obtenues avec 3DWAPE. Pour chacun des cas, nous obtenons une valeur maximale de puissance à la position correcte de la source. Nous notons toutefois les lobes secondaires (couleur rouge) qui deviennent d'autant plus importants que le rapport signal-sur-bruit baisse. Ces figures sont en accord avec la Fig. 8 de [Tolstoy94a].

Cas test SSPMIS

Le cas test SSPMIS consiste en un problème de localisation de source avec une connaissance incertaine du profil de la célérité du son. L'environnement considéré ici est identique à celui du cas test précédent, *cf.* Fig. 1.6. De plus, les données ont été générées pour les mêmes valeurs des paramètres de l'environnement, à l'exception du profil de la célérité du son dans l'eau. La seule information dont disposaient les participants du colloque était que les valeurs de $c_e(0)$ et de $c_e(h)$ pour la génération des données synthétiques étaient choisies de manière aléatoire, respectivement, dans les intervalles $[1497.5, 1502.5]$ m/s pour la première et $[1477.5, 1482.5]$ m/s pour la seconde. Les valeurs vraies étaient $c_e(0) = 1499.4$ m/s et $c_e(h) = 1481.6$ m/s. Les données synthétiques ont été bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle, comme dans le cas test CALIB. Ainsi, en utilisant les valeurs du cas test précédent ($c_e(0) = 1500$ m/s et $c_e(h) = 1480$ m/s)

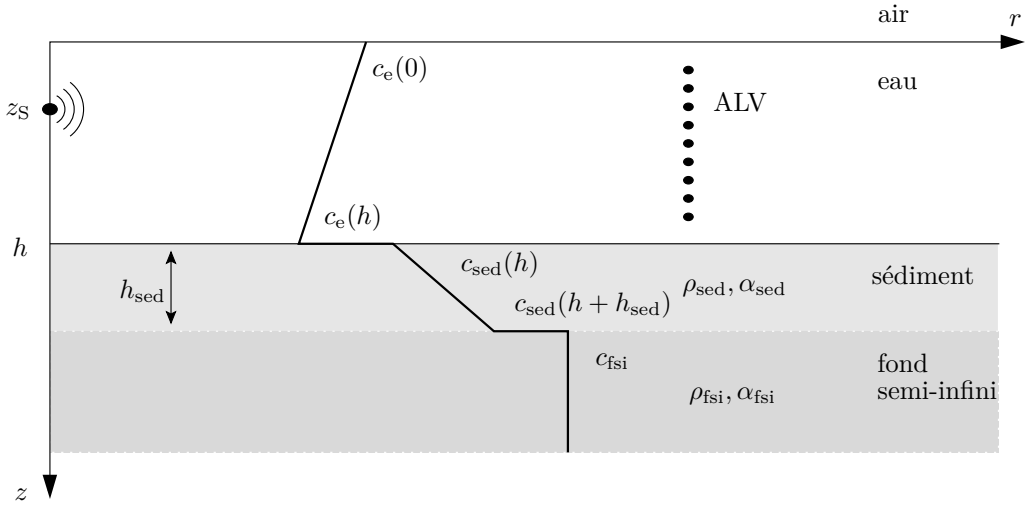


FIG. 1.9 – Environnement considéré pour le cas test SDc.

pour la localisation de la source, l'estimation de sa position s'avère erronée, notamment lorsque le rapport signal-sur-bruit est faible.

Nous proposons ici de suivre la démarche proposée par [Gerstoft98]. Il s'agit d'effectuer l'inversion en incluant $c_e(0)$ et $c_e(h)$ dans l'espace des paramètres et de rechercher leur valeurs vraies conjointement à la position de la source. Ce procédé, connu sous le nom de focalisation, a été initialement introduit par [Collins91].

Pour effectuer l'inversion à quatre paramètres, nous utilisons ici l'approche Bayesienne. Les données synthétiques sont générées au niveau de l'antenne verticale par le code RAM et bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle et à variance résultant en un rapport signal-sur-bruit de 20 dB. Le Tableau 1.2 précise les valeurs vraies des paramètres, l'espace des paramètres ainsi que sa discrétisation. L'espace des paramètres est exploré par recherche exhaustive. Cela revient à examiner $51 \times 51 \times 51 \times 51 \approx 6.7 \times 10^6$ jeux de paramètres. Pour chaque jeu de paramètres les répliques sont générées au moyen du même code (RAM) qui a été utilisé pour la génération des données synthétiques. De cette manière, la seule source d'erreur est le bruit blanc et la fonction de coût formulée pour des erreurs connues peut être utilisée. Notons que les 51 distances de source examinées ne nécessitent qu'une seule exécution de RAM. La procédure nécessite ainsi un peu plus de 1.3×10^5 exécutions du code.

Les résultats de l'inversion sont regroupés sur la Fig. 1.8 qui représente les densités marginales *a posteriori* 1D pour chacun des paramètres. La ligne verticale pointillée représente la valeur vraie. Le cercle représente l'estimation MAP et la croix avec barre horizontale représente l'estimation par la moyenne et l'écart-type. Les marginales 1D sont unimodales et les valeurs vraies des paramètres sont correctement retrouvées avec une précision satisfaisante.

1.3.2 Inversion géoacoustique

Lors du colloque Workshop97 [Chapman98], six cas test synthétiques étaient proposés (chacun comportant trois sous-cas a, b et c) afin de tester différentes approches pour l'inversion géoacoustique développées au sein de la communauté acoustique sous-marine. Ici, l'objectif de l'inversion est le sondage de la structure du fond et l'estimation des paramètres de celui-ci. Les cas test proposés représentent des scénarios réalistes. Tous les cas test possèdent un fond composé d'une ou plusieurs couches sédimentaires et certains considèrent du cisaillement. La prise en compte du cisaillement nécessite une modélisation plus complexe qui est en

TAB. 1.3 – Valeurs vraies des paramètres pour le cas test SDc, définition de l'espace des paramètres et discrétisation

Paramètre	Valeur vraie	Intervalle	Pas	Échantillons
h_{sed} [m]	30.6873	$[10.0, 50.0]$	1.0	41
$c_{\text{sed}}(h)$ [m/s]	1530.44	$[1500.0, 1600.0]$	2.5	41
$c_{\text{sed}}(h + h_{\text{sed}})$ [m/s]	1604.15	$[1550.0, 1750.0]$	5.0	41
ρ_{sed} [g/cm^3]	1.50088	$[1.4, 1.85]$	0.01	46

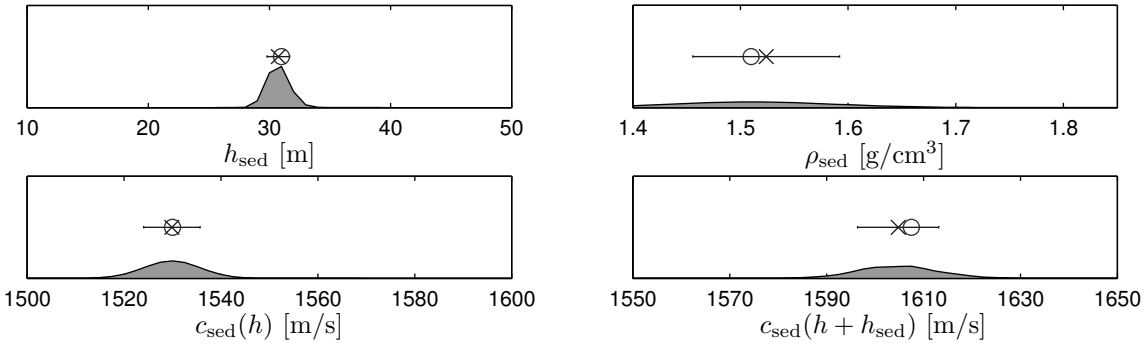


FIG. 1.10 – Densités marginales *a posteriori* 1D obtenues pour le cas test SDc pour la paramétrisation suivante : $\mathbf{m} = [h_{\text{sed}}, c_{\text{sed}}(h), c_{\text{sed}}(h + h_{\text{sed}}), \rho_{\text{sed}}]^T$. La ligne pointillée représente la valeur vraie, le cercle représente l'estimation MAP et la croix avec barre horizontale représente l'estimation par la moyenne et l'écart-type.

dehors des objectifs de cette thèse. Notons néanmoins que le cisaillement peut être pris en compte dans un modèle à fond fluide au moyen de paramètres équivalents [Chapman01]. Ici, seul le cas test SDc comportant un fond fluide est abordé.

L'environnement pour le cas test SDc est schématisé sur la Fig. 1.9. Il s'agit d'un environnement à symétrie cylindrique (2D) constitué d'une couche d'eau reposant sur un fond fluide. Ce dernier est constitué de deux couches successives, la première d'épaisseur constante et la seconde semi-infinie. Les paramètres pour la description de l'environnement sont les suivants : la hauteur h de la colonne d'eau, le gradient négatif de la célérité du son dans l'eau, décrit par $c_{\text{e}}(0)$ et $c_{\text{e}}(h)$, la densité de l'eau, ρ_{e}, l'épaisseur h_{sed} de la couche sédimentaire, le gradient positif de la célérité du son dans le sédiment, décrit par $c_{\text{sed}}(h)$ et $c_{\text{sed}}(h + h_{\text{sed}})$, la densité du sédiment ρ_{sed}, l'atténuation α_{sed} du son dans le sédiment et, enfin, la célérité c_{fsi} du son dans le fond semi-infini, sa densité ρ_{fsi} et l'atténuation α_{fsi} du son dans celui-ci qui sont constants en fonction de la profondeur.

Le cas test SDc comporte à l'origine six inconnues, à savoir h_{sed}, $c_{\text{sed}}(h)$, $c_{\text{sed}}(h + h_{\text{sed}})$, ρ_{e}, c_{fsi} et ρ_{fsi}. Cependant, les temps CPU pour effectuer l'inversion par recherche exhaustive ne nous le permettent pas. Plutôt, nous abordons ici une inversion à quatre paramètres pour les paramètres suivants : h_{sed}, $c_{\text{sed}}(h)$, $c_{\text{sed}}(h + h_{\text{sed}})$ et ρ_{sed}. Ainsi, les paramètres connus pour le cas test SDc sont donnés comme suit : $h = 100$ m, $c_{\text{e}}(0) = 1480$ m, $c_{\text{e}}(h) = 1460$ m/s, $\alpha_{\text{sed}} = 0.23$ dB/λ, $c_{\text{fsi}} = 1689$ m/s, $\rho_{\text{fsi}} = 1.7$ g/cm^3, $\alpha_{\text{fsi}} = 0.23$ dB/λ. L'inversion est illustrée ici pour une source harmonique de fréquence 100 Hz ainsi que pour une antenne verticale constituée de 20 récepteurs entre 5 et 100 m tous les 5 m et située à une distance de 1 km par rapport à la source.

Les données synthétiques sont générées par le code RAM. Elle sont bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle pour un rapport signal-sur-bruit de 20 dB. Le Tableau 1.3 précise les valeurs vraies des paramètres recherchés ainsi que les intervalles de recherche pour chacun d'entre eux et leur discrétisation. En somme, les répliques sont générées pour $41 \times 41 \times 41 \times 46 \approx 3.2 \times 10^6$ jeux de paramètres différents.

Le code RAM est utilisé pour la génération des répliques. Notons que l'inversion a nécessité un peu plus de 10 heures de temps CPU. Les résultats de l'inversion sont représentés sur la Fig. 1.10. On observe, comme dans le cas test précédent, des densités marginales 1D unimodales et les valeurs vraies sont correctement retrouvées. Nous observons, toutefois, une certaine dispersion de l'estimation autour de sa valeur moyenne pour $c_{\text{sed}}(h)$ et $c_{\text{sed}}(h + h_{\text{sed}})$ alors que pour ρ_{sed} la dispersion est plus importante. Bien que l'estimation MAP soit très proche des valeurs vraies, l'incertitude dans l'estimation de ρ_{sed} demeure importante. En effet, à une distance de 1 km de la source, le champ ne contient pas suffisamment d'information par rapport à la densité du sédiment [Dosso02a].

Chapitre 2

Expérimentation en cuve : mise en évidence des effets 3D

2.1 Cadre expérimental

Les expériences présentées dans ce chapitre ont été réalisées au sein du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) de Marseille. Le LMA dispose d'une cuve océanique par petits fonds permettant de simuler des guides d'onde réalistes à échelle réduite [Sessarego02, Cristini99]. L'expérimentation à échelle réduite repose sur le principe d'invariance du rapport d'une longueur caractéristique (par exemple, de la hauteur de l'eau) sur la longueur d'onde acoustique. Cela revient à écrire :

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{\tilde{h}}{\tilde{\lambda}} \tag{2.1}$$

où h et λ désignent respectivement la hauteur de l'eau et la longueur d'onde à l'echelle réelle et où $\tilde{h}$ et $\tilde{\lambda}$ désignent les paramètres respectifs à l'echelle réduite. On définit alors le facteur d'échelle, $\mathcal{F}$, comme suit :

$$\mathcal{F} = \frac{\tilde{h}}{h} = \frac{\tilde{\lambda}}{\lambda} = \frac{f}{\tilde{f}} \tag{2.2}$$

où f et $\tilde{f}$ désignent la fréquence du signal sonore respectivement à l'échelle réelle et à l'échelle réduite. Ainsi, par exemple, la propagation d'un signal harmonique de fréquence $f = 150$ Hz dans un guide d'onde à échelle réelle présentant une hauteur d'eau $h = 50$ m, correspond, pour un facteur d'échelle de 1/1000, aux valeurs de $\tilde{f} = 150$ kHz et $\tilde{h} = 50$ mm à l'échelle réduite.

La cuve océanique, illustrée sur la Fig. 2.1, mesure 3 m de large et 10 m de long. Sa longueur est parfaitement adaptée à l'étude de la propagation sonore guidée sur de longues distances. Plus particulièrement, nous nous intéressons aux environnements présentant un rapport h/λ (ou, de manière équivalente, un rapport de $\tilde{h}/\tilde{\lambda}$) relativement faible. Dans le cadre des expériences à échelle réduite présentées dans ce chapitre nous considérons des fréquences de l'ordre de la centaine de kHz pour une hauteur d'eau de l'ordre de plusieurs dizaines de mm. De plus, nous qualifions de *longues distances*, les distances qui sont largement supérieures à une longeur d'onde ($\gg \lambda$). Une coupe verticale de la cuve est schématisée sur la Fig. 2.2. Une lame d'eau repose sur une couche de sable de rivière calibré et saturé en eau. La taille des grains de sable varie entre 200 et 300 μm [Papadakis08]. L'épaisseur de la couche de sable est d'environ 50 cm et la hauteur de l'eau, $\tilde{h}$, au dessus de celle-ci peut être modifiée à volonté jusqu'à 50 cm.

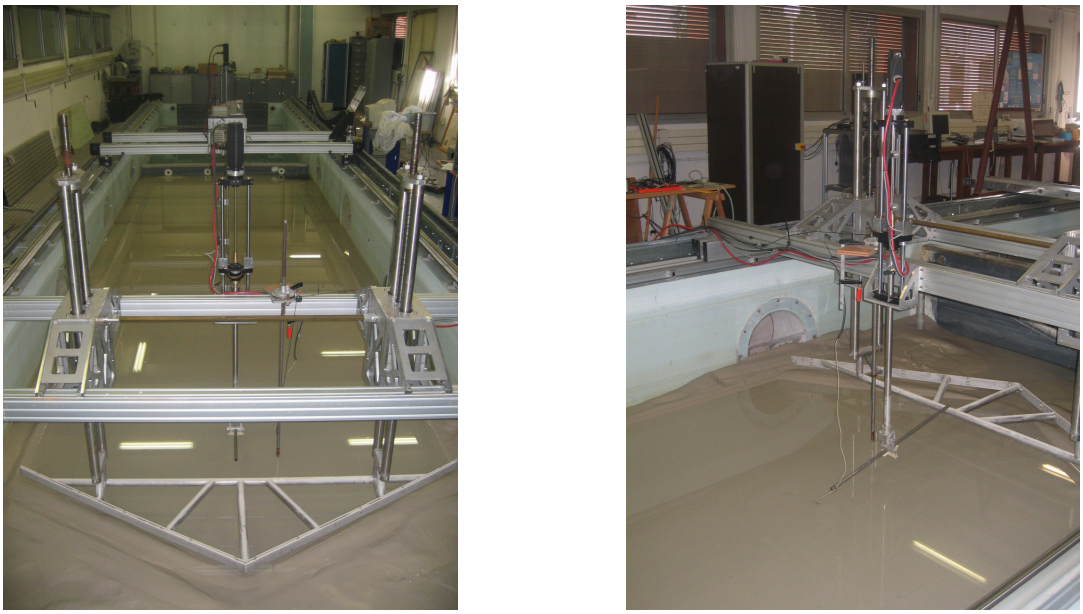


FIG. 2.1 – Cuve océanique petits fonds du LMA.

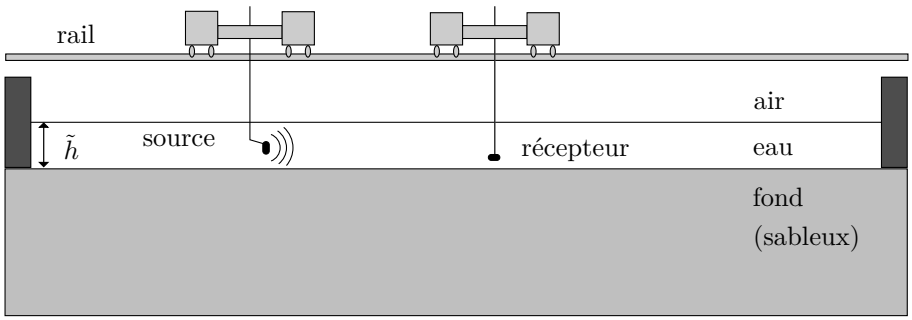


FIG. 2.2 – Représentation schématique d'une coupe verticale de la cuve océanique petits fonds du LMA.

L'émission et la réception des signaux acoustiques est assurée par des transducteurs piézoélectriques d'un diamètre d'environ 6 mm que l'on qualifie, respectivement, de source et de récepteur. La source et le récepteur sont montés sur des chariots qui sont posés sur des rails le long de la cuve, *cf.* Fig. 2.2. Ce dispositif permet leurs déplacement et positionnement dans la colonne d'eau. Il est contrôlé à partir d'un ordinateur central. En mode opérationnel, la source peut être positionnée à l'immersion souhaitée. Le récepteur est libre de se déplacer dans les trois directions. L'ordinateur central gère la chaîne d'émission-acquisition dans son ensemble. Le signal d'émission est généré au niveau de celui-ci, puis transmis vers la source après amplification. Une carte d'acquisition, placée sur le chariot du récepteur, permet le fenêtrage et l'échantillonnage du signal analogique reçu sans perte importante d'information. Le signal digital est moyenné sur un nombre prédéfini d'enregistrements (généralement fixé à 1024) visant à réduire le bruit parasite. Il est ensuite récupéré au niveau de l'ordinateur central.

2.2 Calibration : propagation dans un guide d'onde à fond plat

L'étape de calibration consiste à mettre en place un modèle expérimental présentant des effets de propagation sonore simples et bien connus. Cette démarche nous permet de vérifier et de maîtriser le comportement

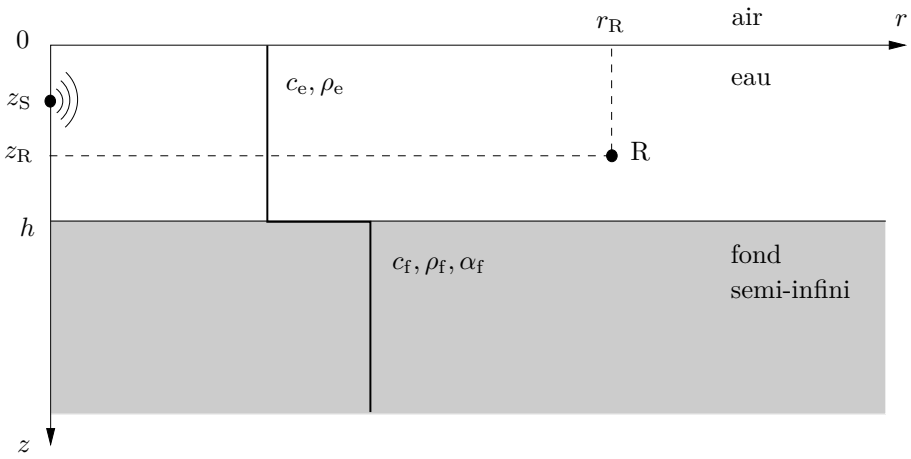


FIG. 2.3 – Guide d'onde de type Pekeris

de la cuve océanique avant de passer à l'étude de configurations tridimensionnelles plus complexes (voir § 2.3).

2.2.1 Mise en place du modèle expérimental 2D

Le modèle expérimental développé ici est destiné à simuler un guide d'onde proche du guide d'onde de Pekeris avec atténuation [Jensen94]. Rappelons ce qu'est un guide d'onde de Pekeris. Il est schématisé sur la coupe verticale de la Fig. 2.3. Une couche d'eau homogène de hauteur h constante repose sur un fond fluide homogène et semi-infini. Le guide d'onde de Pekeris avec atténuation comporte un fond atténuant. La colonne d'eau est caractérisée par une célérité du son c_e et une densité ρ_e. Le fond est caractérisé par une célérité du son $c_f > c_e$, une densité ρ_f et un terme d'atténuation α_f. Cet environnement présente une symétrie cylindrique qui permet la modélisation de la propagation sonore dans le plan vertical contenant la source et le récepteur, que l'on nomme *plan de propagation*. On parle alors de modélisation 2D. La source sonore étant ponctuelle, la description de la propagation sonore s'effectue dans un repère de coordonnées cylindriques (r, z) avec la source S située en $(r = 0, z = z_S)$, voir Fig. 2.3. Le champ de pression acoustique est récupéré au niveau d'un récepteur, R, positionné en (r_R, z_R).

Le guide d'onde de Pekeris représente un cas d'étude académique. Certaines dispositions expérimentales permettent cependant de s'en rapprocher. Ainsi, le fond sableux est nivelé au moyen d'un râteau. Des absorbeurs sont placés le long des parois de la cuve afin d'éliminer les réflexions parasites sur les parois. De manière alternative, il a été démontré que la création de bourrelets sableux au niveau des parois, au lieu des absorbeurs, donnait des meilleurs résultats. L'hypothèse de symétrie cylindrique est ainsi vérifiée. L'épaisseur de la couche de sable dans la cuve correspond à plusieurs longueurs d'onde aux fréquences opérationnelles (quelques centaines de kHz) et, par conséquent, l'énergie sonore qui y pénètre y est entièrement dissipée et ne revient plus dans la colonne d'eau. En outre, la taille des grains de sable est largement inférieure à une longueur d'onde à ces fréquences. Ainsi, l'hypothèse de fond fluide et de fond semi-infini sont aussi vérifiées. Enfin, les valeurs des paramètres des deux milieux peuvent être considérées constantes en fonction de la distance.

Toutefois, certaines conditions ne peuvent être remplies dans le cadre expérimental. À savoir, notamment une source et un récepteur ponctuels. De plus, une connaissance absolue des paramètres du fond sableux ainsi que de leur dépendance en immersion s'avère difficile, voire impossible. Nous aurons, dès lors, recours à des notions d'équivalence entre modèle expérimental et modèle numérique. Ce sujet sera abordé au long

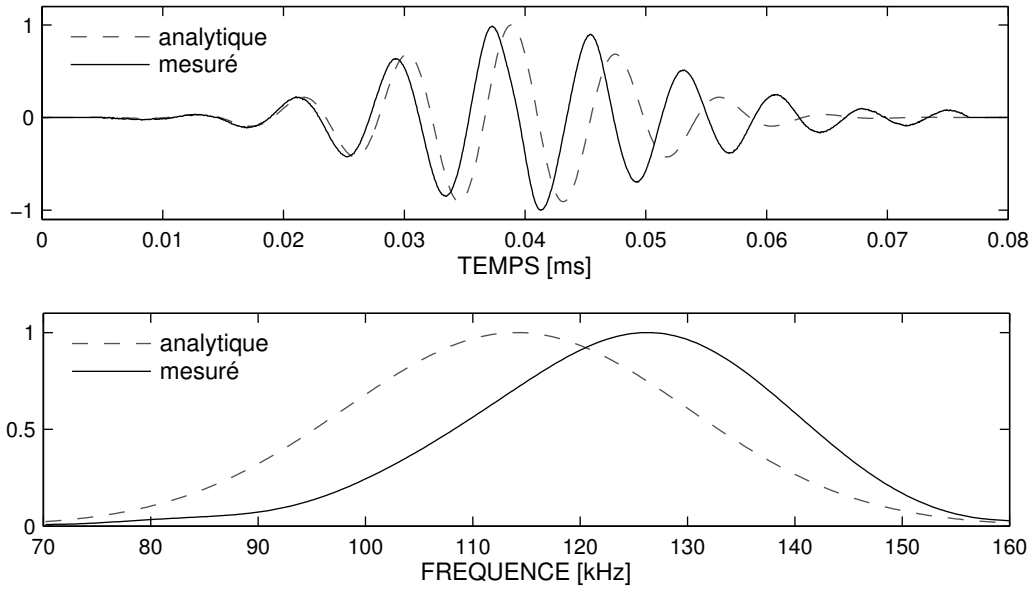


FIG. 2.4 – Signal analytique (courbes en pointillés) utilisé en émission dans la phase de calibration de la cuve et signal mesuré (courbes solides) dans la cuve profonde à une distance de 68 mm de la source avec leurs spectres fréquentiels respectifs (sous-figure du bas).

de ce chapitre.

2.2.2 Résultats expérimentaux : description des données 2D

Les valeurs des paramètres caractérisant le modèle expérimental sont mesurées préalablement aux campagnes expérimentales. Lors de la campagne expérimentale présentée ici, la valeur moyenne de la hauteur de la colonne d'eau a été mesurée à $38.4\,(\pm 1.0)$ mm. La température de l'eau était de $18.62\,(\pm 0.02)$ °C résultant en une célérité du son dans l'eau de $1477.9\,(\pm 0.2)$ m/s [Bilaniuk93]. La caractérisation du fond a été effectuée lors d'études antérieures sur des échantillons de sable saturé en eau, une mesure *in situ* pouvant endommager la géométrie du guide d'onde. Nous retenons les valeurs de 1660 m/s pour la célérité du son, 0.5 dB/λ (λ désignant la longueur d'onde) pour l'atténuation du son et 1.99 g/cm^3 pour la densité [Papadakis08]. Toutefois, le compactage du sable dans la cuve dû au lissage du fond pourrait impliquer des valeurs différentes.

Le signal source analytique généré au niveau de l'ordinateur central est représenté par la courbe discontinue de la Fig. 2.4 avec son spectre fréquentiel. Il s'agit d'un signal à enveloppe Gaussienne de 5 cycles et d'une durée de 60 μs, présentant une fréquence centrale de 114 kHz et une largeur de bande de 110 kHz. La courbe solide de la Fig. 2.4 représente le signal enregistré dans la cuve profonde à une distance de 68 mm de la source. Il apparaît déformé, très probablement par la fonction de transfert de la chaîne d'émission. Sa durée est désormais d'environ 70 μs et son spectre présente une bande fréquentielle de $80 - 160$ kHz avec un maximum à la fréquence de 126 kHz.

Durant l'expérience, la source est fixée à une immersion de 10 mm. Le récepteur est positionné à une distance de 5 m de la source (environ 400λ à 126 kHz) et les signaux sont enregistrés à plusieurs profondeurs entre 5 et 34 mm, par pas de 1 mm. Nous noterons que les positions des transducteurs (source et récepteur) sont définies par rapport à leur centre géométrique. À chaque immersion, les signaux enregistrés sont moyennés sur 1024 enregistrements. Les résultats sont présentés sur la Fig. 2.5.

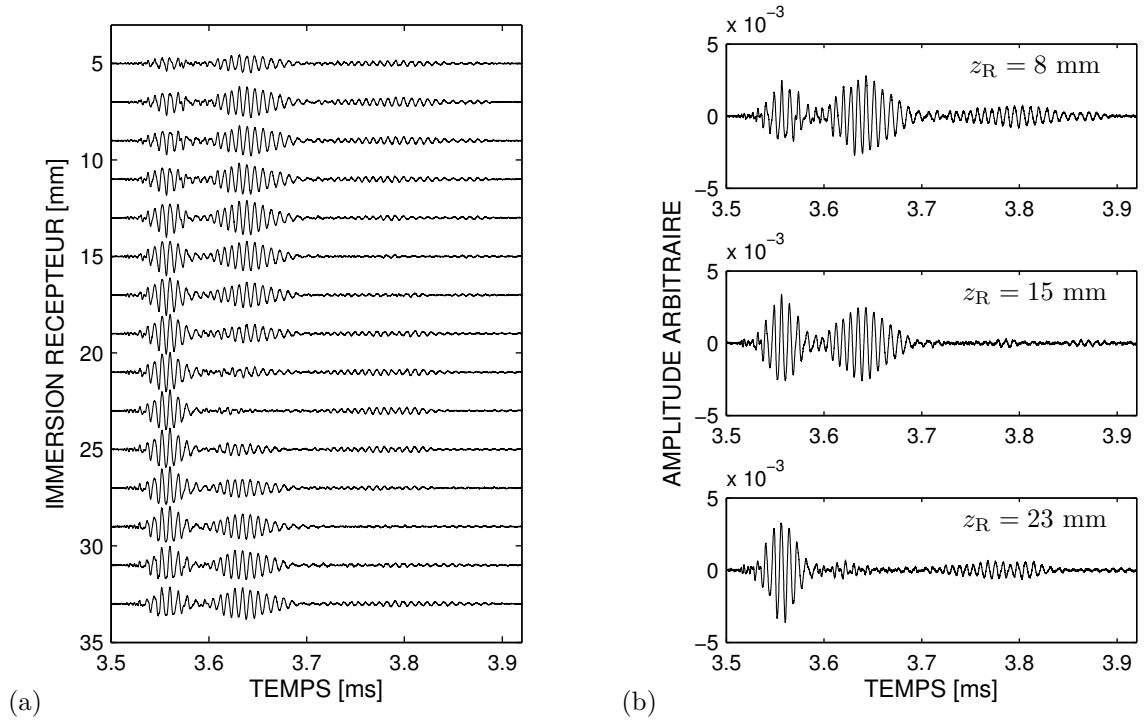


FIG. 2.5 – Signaux temporels enregistrés à une distance de 5 m de la source (a) en fonction de l'immersion et (b) détaillés pour trois profondeurs caractéristiques : à 8 mm où les trois modes contribuent, à 15 mm proche d'un noeud du mode 3 et à 23 mm proche d'un noeud du mode 2.

Nous y observons l'arrivée de trois paquets d'onde bien séparés en temps. Le troisième apparaît fortement atténué par rapport aux deux premiers. La variation de l'enveloppe de ces paquets d'onde en fonction de l'immersion du récepteur suggère qu'ils sont associés aux trois premiers modes de résonance du guide d'onde. En effet, le premier paquet d'onde ne possède aucun noeud alors que les deuxième et troisième possèdent, respectivement, un et deux noeuds. Ces arrivées présentent une dispersion importante par rapport au signal source. Ainsi, le premier paquet d'onde présente une durée approximative de 80 μs, le deuxième paquet d'onde présente une durée d'environ 110 μs et le dernier paquet d'onde une durée d'environ 180 μs (en rappelant que la durée du signal initial est d'environ 70 μs). La dispersion est donc plus importante pour les modes d'ordre plus élevé. Nous observons encore les temps d'arrivée des trois paquets d'onde qui sont ordonnés par ordre de mode croissant. Enfin, une observation plus méticuleuse révèle que les paquets d'onde associés aux deuxième et troisième modes se trouvent en opposition de phase de part et d'autre leurs noeuds respectifs.

2.2.3 Interprétation : modes propres du guide d'onde

Les effets de propagation observés expérimentalement (Fig. 2.5) peuvent être directement interprétés par la théorie des modes normaux. Nous formulons le problème appliqué au guide d'onde de Pekeris avec atténuation de la Fig. 2.3 et discutons les résultats fondamentaux. Dans un premier temps, le problème est traité à une fréquence f donnée.

Considérons une source sonore ponctuelle et monochromatique (c'est-à-dire, dont la dépendance temporelle est en $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$, $\omega = 2\pi f$ désignant la fréquence angulaire) située en $(r = 0, z = z_S)$ avec $z_S < h$ et notons $p(r, z; \omega)$ le champ de pression acoustique en un point du repère, (r, z). Le champ de pression

acoustique sur le domaine défini par $(r > 0,\ z > 0)$ vérifie alors l'équation d'Helmholtz [Jensen94] :

$$\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \rho(z)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{\partial}{\partial z}\right) + k^2(z)\right] p(r,z;\omega) = -2\frac{\delta(r)}{r}\delta(z - z_{\mathrm{S}}) \tag{2.3}$$

où $\rho(z)$ désigne la densité du milieu (ou masse volumique) en fonction de z, qui est constante par couche :

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho_{\mathrm{e}}, & 0 < z < h \\ \rho_{\mathrm{f}}, & z > h \end{cases} \tag{2.4}$$

et où $k(z)$ désigne le nombre d'onde du milieu. Ce dernier possède généralement une partie imaginaire afin de prendre en compte l'atténuation du son dans la couche sédimentaire. En notant k_{e} et k_{f}, respectivement, les nombres d'onde de la colonne d'eau et du fond, on a :

$$k(z) = \begin{cases} k_{\mathrm{e}} \overset{\text{déf.}}{=} \dfrac{\omega}{c_{\mathrm{e}}}, & 0 < z < h \\ k_{\mathrm{f}} \overset{\text{déf.}}{=} \dfrac{\omega}{c_{\mathrm{f}}}\left[1 + \mathrm{i}\eta\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}\right], & z > h \end{cases} \tag{2.5}$$

où $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$ désigne le coefficient d'atténuation exprimé en dB/λ et $\eta = 1/40\pi\log_{10}(e)$ [1]. Le terme k_{e} est strictement positif ($k_{\mathrm{e}} > 0$) alors que k_{f} présente une partie réelle strictement positive ($\Re(k_{\mathrm{f}}) > 0$) et une partie imaginaire positive ou nulle ($\Im(k_{\mathrm{f}}) \geqslant 0$). Elle est nulle lorsque $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)} = 0$. La solution de (2.3) doit satisfaire une condition de surface libre (pression nulle) en $z = 0$, des conditions de transmission en $z = h$ (continuité de la pression et de la vitesse normale particulaire) ainsi que des conditions de radiation lorsque $r \to \infty$ et $z \to \infty$ (traduisant une condition d'onde sortante et une solution bornée à l'infini).

Rappelons que les paramètres caractérisant les deux milieux sont constants en fonction de la coordonnée radiale r. Nous pouvons dès lors réduire la dimension du problème au moyen de la transformée de Hankel :

$$\psi(k_r, z;\omega) = \int_0^\infty p(r,z;\omega)J_0(k_r r)r\mathrm{d}r \tag{2.6}$$

et la transformée de Hankel inverse :

$$p(r,z;\omega) = \int_0^\infty \psi(k_r,z;\omega)J_0(k_r r)k_r\mathrm{d}k_r \tag{2.7}$$

où k_r désigne le nombre d'onde horizontal (associé à la variable r), J_0 désigne la fonction de Bessel d'ordre zéro et $\psi(k_r, z;\omega)$ désigne la pression acoustique dans le domaine du nombre d'onde horizontal, k_r. Utilisons la transformée (2.6) et écrivons les équations pour $\psi(k_r, z;\omega)$ dans chaque milieu séparément. Afin de simplifier l'écriture, notons $\psi(k_r, z;\omega) = \psi(z)$. En outre, notons $\psi_{\mathrm{e}}(z)$ la solution dans la colonne d'eau et $\psi_{\mathrm{f}}(z)$ la solution dans le fond. Nous obtenons alors deux équations différentielles du second ordre en z et à coefficients constants :

$$\begin{cases} \psi_{\mathrm{e}}''(z) + \eta_{\mathrm{e}}^2\psi_{\mathrm{e}}(z) = -2\delta(z - z_{\mathrm{S}}), & 0 < z < h \\ \psi_{\mathrm{f}}''(z) + \eta_{\mathrm{f}}^2\psi_{\mathrm{f}}(z) = 0, & z > h \end{cases} \tag{2.8}$$

où les primes désignent l'opération de différentiation par rapport à z et où les termes η_{e} et η_{f} sont définis

1. On définit aussi le coefficient d'atténuation exprimé en nepers/m comme suit : $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\mathrm{n})} = (\omega/c_{\mathrm{f}})\eta\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$. Le coefficient d'atténuation sous cette forme est plus intuitive, car elle donne la décroissance exponentielle d'une onde plane en fonction de la distance parcourue.

comme suit :

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{e}} &\overset{\text{déf.}}{=} \sqrt{k_{\mathrm{e}}^2 - k_r^2}, \\ \eta_{\mathrm{f}} &\overset{\text{déf.}}{=} \sqrt{k_{\mathrm{f}}^2 - k_r^2}. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Ici, η_{e} et η_{f} désignent les nombres d'onde verticaux, respectivement, dans l'eau et le fond. Les équations (2.8) admettent des solutions analytiques connues [Arfken95]. Après prise en compte des conditions aux limites et d'interfaces, nous obtenons les solutions dans la colonne d'eau et le fond [Frisk94] :

$$\psi_{\mathrm{e}}(z) = 2\frac{\sin(\eta_{\mathrm{e}} z_<)}{\eta_{\mathrm{e}}} \frac{\eta_{\mathrm{e}} \cos\left(\eta_{\mathrm{e}}(h - z_>)\right) - \mathrm{i}(\rho_{\mathrm{e}}/\rho_{\mathrm{f}})\eta_{\mathrm{f}} \sin(\eta_{\mathrm{e}}(h - z_>))}{D(\eta_{\mathrm{e}}, \eta_{\mathrm{f}})}, \qquad 0 \leqslant z \leqslant h \tag{2.10}$$

$$\psi_{\mathrm{f}}(z) = 2\frac{\sin(\eta_{\mathrm{f}} z_{\mathrm{S}}) \exp\left(\mathrm{i}\eta_{\mathrm{f}}(z - h)\right)}{D(\eta_{\mathrm{e}}, \eta_{\mathrm{f}})}, \qquad z \geqslant h \tag{2.11}$$

où $z_< = \min\{z, z_{\mathrm{S}}\}$, $z_> = \max\{z, z_{\mathrm{S}}\}$ et

$$D(\eta_{\mathrm{e}}, \eta_{\mathrm{f}}) = \eta_{\mathrm{e}} \cos(\eta_{\mathrm{e}} h) - \mathrm{i}\frac{\rho_{\mathrm{e}}}{\rho_{\mathrm{f}}} \eta_{\mathrm{f}} \sin(\eta_{\mathrm{e}} h). \tag{2.12}$$

Nous notons que la solution (2.11) vérifie la condition de radiation en immersion uniquement lorsque $\Im(\eta_{\mathrm{f}}) > 0$ (solution bornée lorsque $z \to \infty$) et $\Re(\eta_{\mathrm{f}}) \geqslant 0$ (condition d'onde sortante). La représentation spatiale de la pression acoustique est alors obtenue par la transformée inverse (2.7) qui s'écrit aussi sous la forme suivante (voir par exemple [Frisk94], p. 90)

$$p(r, z; \omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(k_r, z; \omega) H_0^{(1)}(k_r r) k_r \mathrm{d}k_r \tag{2.13}$$

où $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre zéro. L'avantage de cette écriture apparaît dans la forme asymptotique de la fonction de Hankel :

$$H_0^{(1)}(k_r r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_r r}} \exp\left[\mathrm{i}\left(k_r r - \frac{\pi}{4}\right)\right], \quad k_r r \gg 1 \tag{2.14}$$

Ainsi, cette forme permet de satisfaire la condition de radiation lorsque $r \to \infty$. Il suffit pour cela d'imposer $\Re(k_r) \geqslant 0$ et $\Im(k_r) > 0$.

Le calcul de la pression acoustique par la transformée (2.13) revient à l'évaluation de l'intégrale du second membre de (2.13) dans le plan complexe k_r, pour chacune des couches. À ce stade, nous avons recours au théorème des résidus de l'analyse complexe [Arfken95]. L'intégrant dans (2.13) possède des points de branchement en $k_r = \pm k_{\mathrm{f}}$ (identiques pour les deux milieux). On procède alors à la définition d'une coupure, connue sous le nom de coupure EJP (d'après Ewing, Jadzertsky et Press), reliant les points du plan complexe qui vérifient $\Im(\eta_{\mathrm{f}}) = 0$. Cette coupure, permet alors de définir le contour d'intégration sur le feuillet de Riemann respectant la contrainte $\Im(\eta_{\mathrm{f}}) > 0$. Les pôles de l'intégrand sont déterminés par les zéros du dénominateur commun à ψ_{e} et ψ_{f}, $D(\eta_{\mathrm{e}}, \eta_{\mathrm{f}}) = 0$. Ces derniers vérifient ainsi l'équation suivante :

$$\tan(\eta_{\mathrm{e}} h) = -\mathrm{i}\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{\rho_{\mathrm{e}}} \frac{\eta_{\mathrm{e}}}{\eta_{\mathrm{f}}} \tag{2.15}$$

qui constitue l'équation caractéristique du problème. En posant $\eta_{\mathrm{f}} = \mathrm{i}\gamma$ avec $\gamma = \sqrt{k_r^2 - k_{\mathrm{f}}^2}$, cette dernière

s'écrit sous la forme suivante :

$$\tan(\eta_{\mathrm{e}} h) = -\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{\rho_{\mathrm{e}}} \frac{\eta_{\mathrm{e}}}{\gamma}. \tag{2.16}$$

Notons qu'à présent, la condition de solution bornée lorsque $z \to \infty$ se traduit par $\Re(\gamma) > 0$ et la condition d'onde sortante se traduit par $\Im(\gamma) \leqslant 0$. En remplaçant η_{e} par $\sqrt{k_{\mathrm{e}}^2 - k_r^2}$ et γ par $\sqrt{k_r^2 - k_{\mathrm{f}}^2}$, nous obtenons l'équation caractéristique en fonction des pôles de l'intégrand :

$$\tan(h\sqrt{k_{\mathrm{e}}^2 - k_r^2}) = -\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{\rho_{\mathrm{e}}} \frac{\sqrt{k_{\mathrm{e}}^2 - k_r^2}}{\sqrt{k_r^2 - k_{\mathrm{f}}^2}} \tag{2.17}$$

Le calcul des pôles à partir de (2.17) nécessite l'utilisation d'une technique numérique appropriée. En respectant la contrainte $\Im(\eta_{\mathrm{f}}) > 0$, (2.17) possède un nombre fini, M, de solutions complexes, notées $k_{r,m}$, $m = 1, \ldots, M$. Ces solutions vérifient $0 < \Re(k_{r,m}) < k_{\mathrm{e}}$ et sont ordonnées de la façon suivante : $\Re(k_{r,m}) < \Re(k_{r,n})$ et $\Im(k_{r,m}) > \Im(k_{r,n})$ lorsque $m > n$.

Le théorème des résidus permet ainsi de remplacer l'intégrale (2.13) par une somme sur les résidus au niveau des pôles de l'intégrand et une intégrale de branche le long de la coupure EJP. Nous obtenons alors une expression du champ de pression acoustique qui, pour un récepteur situé en $(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}})$ dans la colonne d'eau ($z_{\mathrm{R}} < h$), peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}}; \omega) = \frac{\mathrm{i}\pi}{\rho_{\mathrm{e}}} \sum_{m=1}^{M} \phi_m(z_{\mathrm{S}}) \phi_m(z_{\mathrm{R}}) H_0^{(1)}(k_{r,m} r_{\mathrm{R}}) - \frac{1}{2} \int_{\mathrm{EJP}} \psi(k_r, z_{\mathrm{R}}; \omega) H_0^{(1)}(k_r r_{\mathrm{R}}) k_r \mathrm{d}k_r \tag{2.18}$$

avec les fonctions $\phi_m(z)$, $1 \leqslant m \leqslant M$, définies par

$$\phi_m(z) = \begin{cases} \xi_m \sin(\eta_{\mathrm{e},m} z), & 0 \leqslant z \leqslant h \\ \xi_m \sin(\eta_{\mathrm{e},m} h) \exp(-\gamma_m (z - h)), & z \geqslant h \end{cases} \tag{2.19}$$

où

$$\xi_m = \sqrt{2} \left[\frac{1}{\rho_{\mathrm{e}}} \left(h - \frac{\sin(2\eta_{\mathrm{e},m} h)}{2\eta_{\mathrm{e},m}} \right) + \frac{\sin^2(\eta_{\mathrm{e},m} h)}{\gamma_m \rho_{\mathrm{f}}} \right]^{-1/2}. \tag{2.20}$$

Ici, $\eta_{\mathrm{e},m} = \sqrt{k_{\mathrm{e}}^2 - k_{r,m}^2}$ et $\eta_{\mathrm{f},m} = \mathrm{i}\gamma_m = \sqrt{k_{\mathrm{f}}^2 - k_{r,m}^2}$ désignent respectivement les nombres d'onde verticaux dans l'eau et dans le sédiment, correspondant au pôle $k_{r,m}$. L'expression du champ acoustique sous cette forme nécessite l'évaluation de l'intégrale de branche. Nous anticipons ici que l'intégrale de branche représente deux entités physiques bien identifiées : d'une part, le champ acoustique continu (que l'on retrouve dans des environnements d'eau profonde) et d'autre part les ondes de surface qui se propagent le long de l'interface eau/fond [Buckingham06]. Le champ continu représente la part de l'énergie sonore correspondant au spectre k_r continu. Au delà d'une distance de quelques longueurs d'onde, le spectre continu est entièrement transmis dans le fond et seul le spectre discret (correspondant à la somme dans (2.18)) demeure dans la colonne d'eau. En outre, les ondes de surface retransmettent une part de l'énergie dans la colonne d'eau mais présentent une partie évanescente dans le fond. Au delà d'une distance de quelques hauteurs d'eau, leur contribution peut être négligée [Frisk94], [Jensen94]. Ainsi la contribution de l'intégrale de branche peut être négligée en champ lointain. En utilisant la forme asymptotique de la fonction de Hankel (2.14) nous obtenons l'expression de la pression acoustique en champ lointain :

$$p(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}}; \omega) \approx \frac{\mathrm{i}\sqrt{2\pi} \exp(-\mathrm{i}\pi/4)}{\rho_{\mathrm{e}} \sqrt{r_{\mathrm{R}}}} \sum_{m=1}^{M} \phi_m(z_{\mathrm{S}}) \phi_m(z_{\mathrm{R}}) \frac{\exp(\mathrm{i}k_{r,m} r_{\mathrm{R}})}{\sqrt{k_{r,m}}}. \tag{2.21}$$

Ainsi, selon (2.21), la pression acoustique au niveau d'un récepteur situé en $(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}})$ en champ lointain résulte de la contribution de M entitées que l'on nomme *modes propres*[2] du guide d'onde. Les fonctions $\phi_m(z)$, dites fonctions modales, caractérisent la dépendance en immersion des modes. Elles présentent un caractère sinusoïdal dans la colonne d'eau et une décroissance exponentielle dans le fond en fonction de l'immersion (*cf.* (2.19)). Chaque mode se propage en fonction de la distance, r, en s'éloignant de la source et avec une atténuation définie par la partie imaginaire du pôle associé. Enfin, le champ de pression acoustique décroît en fonction de la distance avec un facteur en $r^{-1/2}$ en raison de l'étalement cylindrique de l'énergie sonore.

En pratique, le problème est réduit à l'évaluation des nombres d'onde horizontaux (ou pôles) $k_{r,m}$ à partir de l'équation caractéristique (2.17). Les expressions analytiques (2.19) et (2.21) permettent ensuite d'obtenir les fonctions modales et de surcroît le champ acoustique dans le guide d'onde. Un code basé sur la méthode de Newton-Raphson permettant le calcul approché des nombres d'onde horizontaux a été développé au sein du LMFA [Sturm09]. La méthode utilisée est similaire à celle exposée dans [Buckingham06].

Nous examinons à présent un exemple d'application se rapprochant du modèle expérimental, ramené à une échelle de 1/1000, et pour la fréquence centrale du signal source. Autrement dit, nous considérons $f = 126$ Hz, $h = 38.4$ m, et $z_{\mathrm{S}} = 10$ m. De plus, nous utilisons les valeurs suivantes pour les paramètres de l'eau et du fond : $c_{\mathrm{e}} = 1477.9$ m/s, $\rho_{\mathrm{e}} = 1$ g/cm^3, $c_{\mathrm{f}} = 1700$ m/s, $\rho_{\mathrm{f}} = 1.99$ g/cm^3, $\alpha_{\mathrm{f}} = 0.5$ dB/λ. Notons que ces valeurs sont identiques à celles mesurées préalablement aux expériences de la section précédente, à l'exception de la valeur de c_{f}. En effet, comme discuté antérieurement, le compactage du sable dû au lissage du fond suggère des valeurs pour les paramètres du fond qui sont différentes de celles qui ont été mesurées sur les échantillons de sable. Plus particulièrement, une étude antérieure considérant la propagation de signaux harmoniques avait démontré qu'en augmentant uniquement la valeur de la célérité du son dans le fond, on arrivait à une relativement meilleure concordance entre expérience et prédictions numériques [Sturm06].

Dans un premier temps, nous examinons le cas d'un fond non atténuant. Cette démarche facilite l'interprétation des effets de propagation dans le guide d'onde et permet d'examiner l'effet de l'atténuation du son dans le fond séparément.

En absence d'atténuation dans le fond, le nombre d'onde du fond, k_{f}, est purement réel (*cf.* (2.5)). Les pôles $k_{r,m}$ associés aux modes propres sont réels aussi. Plus particulièrement, ces pôles vérifient $k_{\mathrm{f}} < k_{r,m} < k_{\mathrm{e}}$. Notons M_0 le nombre de modes propres en absence d'atténuation. Dans ce cas, les modes sont qualifiés de propagatifs en raison du caractère purement propagatif qu'ils présentent en fonction de la distance (*cf.* (2.21)). La simulation fait apparaitre à trois modes propagatifs dans le guide d'onde ($M_0 = 3$). La Fig. 2.6 montre les positions des pôles associés (disques noirs) dans le plan complexe k_r. Ils sont positionnés sur l'axe réel positif et confinés entre k_{f} et k_{e} (lignes verticales). La Fig. 2.7(a) montre les fonctions modales associées à chacun des modes propagatifs. Nous y observons des effets similaires aux observations expérimentales de la Fig. 2.5 : chaque mode m présente $m-1$ noeuds en immersion et change de signe de part et d'autre du noeud. De plus, nous observons le caractère sinusoïdal des fonctions modales dans la colonne d'eau ainsi que leur décroissance exponentielle dans le fond. Nous notons, enfin, une décroissance moins rapide pour les modes d'ordre plus élevé.

La contribution de chaque mode propagatif dans (2.21) est déterminée par l'excitation modale qui est directement liée à la fonction modale évaluée au niveau de la source, $\phi_m(z_{\mathrm{S}})$. Il est ainsi possible d'annuler la contribution d'un mode donné en plaçant la source sur un noeud de celui-ci. Le principe de réciprocité étant implicite dans l'expression (2.21), le même résultat peut être obtenu au moyen du récepteur. Nous

2. Le terme "propre" est utilisé ici pour caractériser les modes qui sont bornés à l'infini, en contraste avec les modes que l'on pourrait qualifié *non propres* (non physiques) pour lesquels $\Im(\eta_{\mathrm{f}}) < 0$.

illustrons cet effet sur la Fig. 2.8. Les courbes représentent les pertes par transmission, TL (acronyme du terme anglais *transmission loss*), en fonction de la distance source/récepteur, r_{R}, définies comme suit :

$$TL(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}}) = 20 \log_{10} \frac{|p(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}}; \omega)|}{|p_0|} \tag{2.22}$$

où p_0 est une pression de référence évaluée à 1 m de la source en champ libre. Les trois courbes sont obtenues pour une immersion fixe de la source ($z_{\mathrm{R}} = 10$ m) et pour trois immersions distinctes du récepteur : $z_{\mathrm{R}} = 10$ m où les trois modes contribuent [Fig. 2.8(a)], $z_{\mathrm{R}} = 22.5$ m correspondant à un noeud du mode 2 [Fig. 2.8(b)] et $z_{\mathrm{S}} = 15$ m correspondant à un noeud du mode 3 [Fig. 2.8(c)]. Les courbes de pertes par transmission présentent des minima successifs à des intervalles réguliers qui sont dus aux interférences spatiales des modes dans le guide d'onde. On montre que pour les modes m et n, ces intervalles ont une longueur caractéristique $\Lambda_{m,n}$ égale à [Jensen94] :

$$\Lambda_{m,n} = \frac{2\pi}{k_{r,m} - k_{r,n}} \tag{2.23}$$

En rappelant que $k_{r,n'} < k_{r,n}$ lorsque $n' > n$, les longueurs caractéristiques des schémas d'interférence respectifs vérifient $\Lambda_{1,2} > \Lambda_{1,3}$. Cet effet est visible sur les Figs. 2.8(b) et (c) respectivement. Les schémas d'interférence plus complexes de la Fig. 2.8(a) sont dus à la contribution des trois modes. Enfin, nous notons la décroissance de l'enveloppe de ces courbes en $r^{-1/2}$ due à l'étalement géométrique de l'énergie acoustique (*cf.* (2.21)).

Revenons à l'expression de la pression acoustique en champ lointain (2.21). Le champ acoustique au niveau du récepteur s'exprime comme une somme sur les modes propagatifs du guide d'onde, pondérée par l'excitation modale respective. Les fonctions modales déterminent la distribution verticale de la pression acoustique et les modes se propagent horizontalement à une vitesse de phase modale $c_m = \omega / k_{r,m}$. D'un point de vue physique, l'interprétation se retrouve dans l'analogie mode/rayon. Les rayons subissent des réflexions multiples au niveau des interfaces du guide d'onde sur un continuum d'angles de propagation (définis par rapport à l'horizontale). Les angles de propagation résultant en une résonance le long de la colonne d'eau dominent le champ acoustique. Inversement, un mode donné peut être localement décomposé

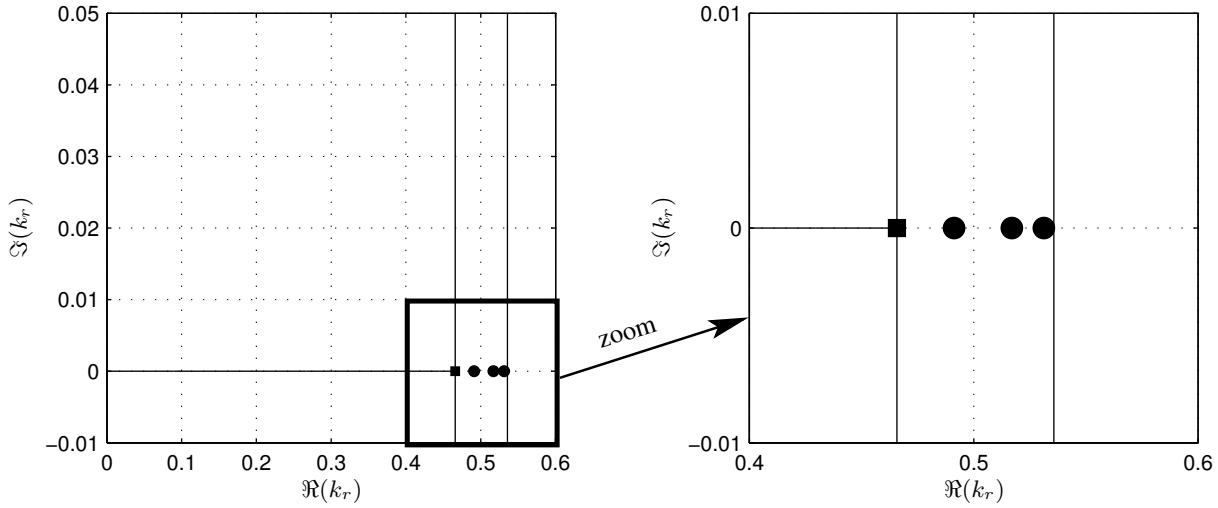


FIG. 2.6 – Positions des pôles (disques noirs) associés aux modes propres du guide d'onde de Pekeris avec fond non atténuant, dans le plan complexe k_r. Les pôles sont positionnés sur l'axe réel et sont confinés entre k_{f} et $k_{\mathrm{e}} > k_{\mathrm{f}}$ (lignes verticales).

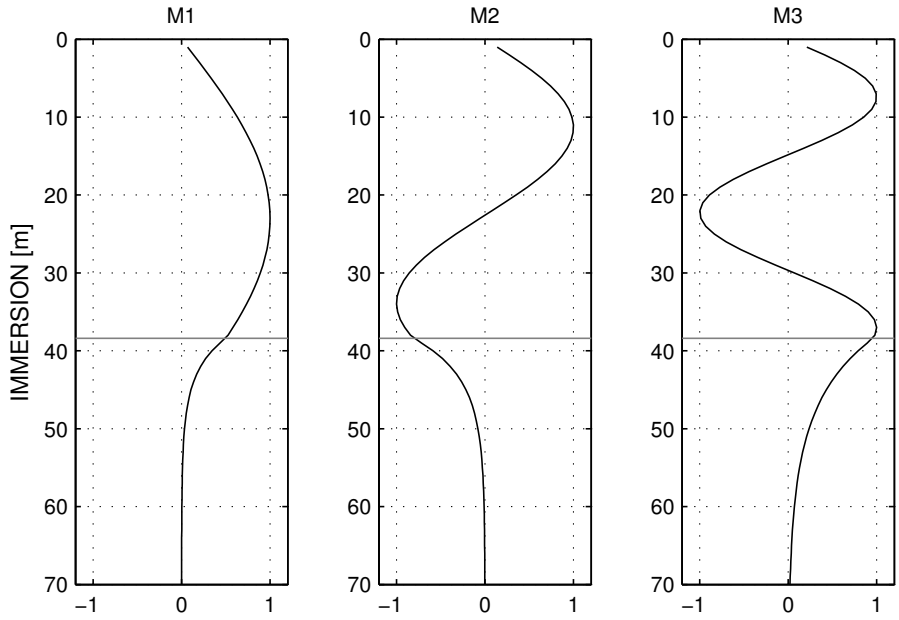


FIG. 2.7 – Fonctions modales des trois modes propagatifs (respectivement, M1, M2 et M3) d'un guide d'onde proche du modèle expérimental avec fond non atténuant ($\alpha_\mathrm{f} = 0$).

en une combinaison d'une onde plane montante et d'une onde plane descendante. L'analogie est alors établie en lui attribuant un angle de propagation équivalent, $\vartheta_m \overset{\text{déf.}}{=} \arccos(k_{r,m}/k_\mathrm{e})$. Cela permet de définir un angle d'incidence critique, ϑ_c, au niveau de l'interface eau/fond lorsque $k_{r,m} = k_\mathrm{f}$, soit $\vartheta_\mathrm{c} = \arccos(k_\mathrm{f}/k_\mathrm{e})$. Ainsi, lorsque $\vartheta_m < \vartheta_\mathrm{c}$ (ou, de manière équivalente, lorsque $k_{r,m} > k_\mathrm{f}$) le mode subit une réflexion totale au niveau de l'interface eau/fond accompagnée d'un déphasage χ_m (entre $-\pi$ et 0) dont la valeur dépend de l'angle d'incidence ϑ_m :

$$\tan\frac{\chi_m}{2} = -\frac{\rho_\mathrm{e}}{\rho_\mathrm{f}}\frac{\sqrt{\cos^2\vartheta_m - (c_\mathrm{e}/c_\mathrm{f})^2}}{\sin\vartheta_m}.$$

Le mode se propage alors sur de longues distances sans perte significative d'énergie (hormis les pertes géométriques). En revanche, lorsque $\vartheta_m > \vartheta_\mathrm{c}$ (ou $k_{r,m} < k_\mathrm{f}$), le mode subit une transmission partielle au niveau de l'interface eau/fond. Après quelques réflexions, ce dernier peut être considéré comme entièrement transmis dans le fond.

Nous avons vu que le nombre d'onde horizontal, $k_{r,m}$, d'un mode donné dépend de la fréquence. Il en est de même pour l'angle de propagation équivalent, ϑ_m, qui augmente lorsque la fréquence décroît. Ainsi, en dessous d'une certaine fréquence, que nous noterons $f_{0,m}$, la condition $\vartheta_m < \vartheta_\mathrm{c}$ est violée et le mode devient évanescent. Cette fréquence, nommée *fréquence de coupure*, est donnée par [Jensen94] :

$$f_{0,m} = \frac{(m-1/2)c_\mathrm{e}}{2h\sqrt{1-\cos^2(\vartheta_\mathrm{c})}} \tag{2.24}$$

où $\cos(\vartheta_\mathrm{c}) = c_\mathrm{e}/c_\mathrm{f}$. Ainsi, la fréquence de coupure d'un mode dépend de la hauteur de l'eau mais aussi du rapport des célérités dans les deux milieux, *cf.* (2.24). En effet, nous avons vu que la variation de la hauteur de l'eau est apte à modifier le nombre de modes contribuant dans le guide d'onde. Le rapport des célérités agit de façon similaire, mais cette fois-ci en modifiant aussi l'angle d'incidence critique au niveau de l'interface eau/fond. En remplaçant les valeurs mesurées du modèle expérimental dans (2.24), nous obtenons $f_{0,1} = 21.1$ kHz, $f_{0,2} = 63.4$ kHz, $f_{0,3} = 105.7$ kHz et $f_{0,4} = 147.9$ kHz. Ainsi, à la fréquence centrale du

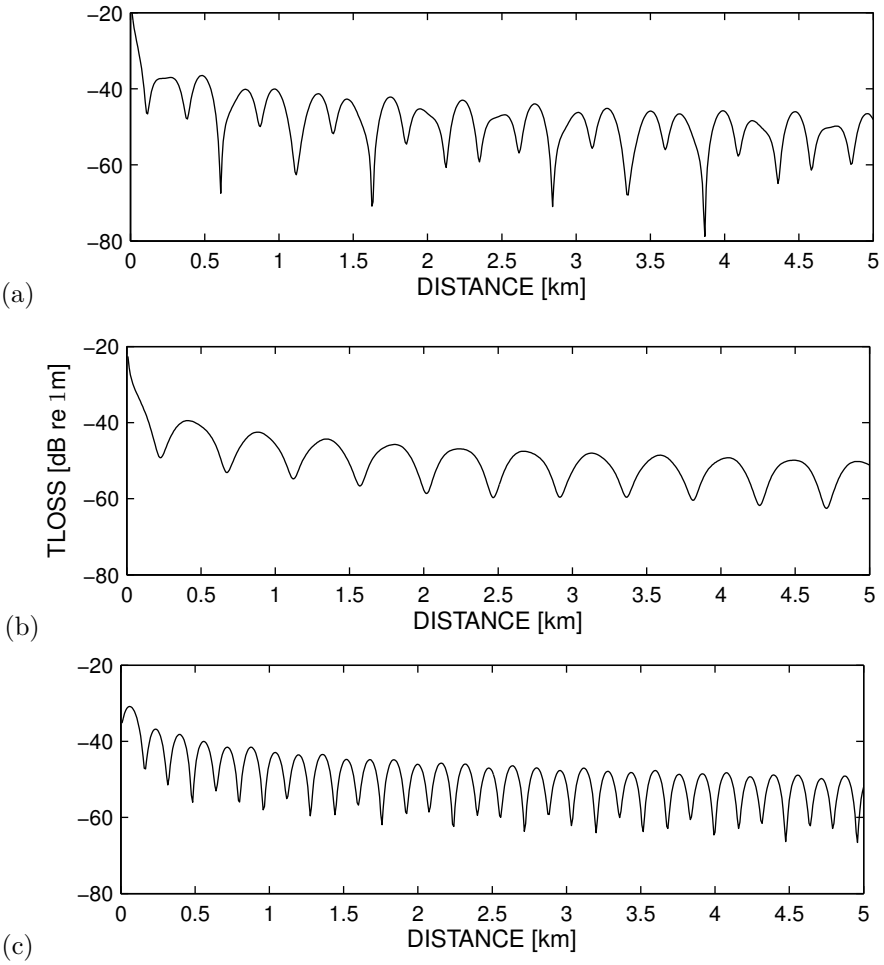


FIG. 2.8 – Pertes par transmission (TL) en fonction de la distance source-récepteur pour un récepteur situé à une immersion de (a) 10 m où les trois modes contribuent au champ acoustique, (b) 15 m sur un noeud du mode 3 et (c) 22.5 m sur un noeud du mode 2.

signal source (126 kHz) seuls trois modes propagatifs contribuent à la propagation dans le guide d'onde.

Examinons à présent le cas d'une impulsion large bande émise au niveau de la source. La grandeur pertinente pour la description de la propagation guidée de signaux large bande est la vitesse de groupe modale, définie par $c_m^{(g)} \overset{\text{déf.}}{=} \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k_{r,m}$. Elle représente la vitesse horizontale de transport des composantes fréquentielles de l'impulsion. Nous montrons sur la Fig. 2.9 la vitesse de groupe en fonction de la fréquence, calculée à partir d'expressions analytiques [Frisk94] appliquées au modèle expérimentale avec une échelle de 1/1000. Nous observons cinq courbes correspondant aux cinq modes propagatifs dans la bande fréquentielle de 0 – 200 Hz. Les fréquences auxquelles surviennent les minima des courbes sont nommées *phases d'Airy*. En pratique, un mode n'est que très faiblement excité entre sa fréquence de coupure et sa phase d'Airy. Les lignes verticales grises sur la Fig. 2.9 délimitent le contenu fréquentiel de notre signal source. On constate ainsi que la vitesse de groupe est inférieure pour les modes d'ordre plus élevé. Cet effet explique les différentes arrivées qu'on observe expérimentalement, mais aussi l'ordre temporel des arrivées. De plus, pour un mode donné, la vitesse de groupe au delà de la phase d'Airy augmente en fonction de la fréquence. En d'autres termes, les hautes fréquences sont reçues en premier au niveau des récepteurs et les basses arrivent ensuite. Cet effet est à l'origine de la dispersion modale des signaux expérimentaux. Plus particulièrement, la variation de la vitesse de groupe le long de la courbe d'un mode dans la bande fréquentielle considérée s'avère plus importante pour

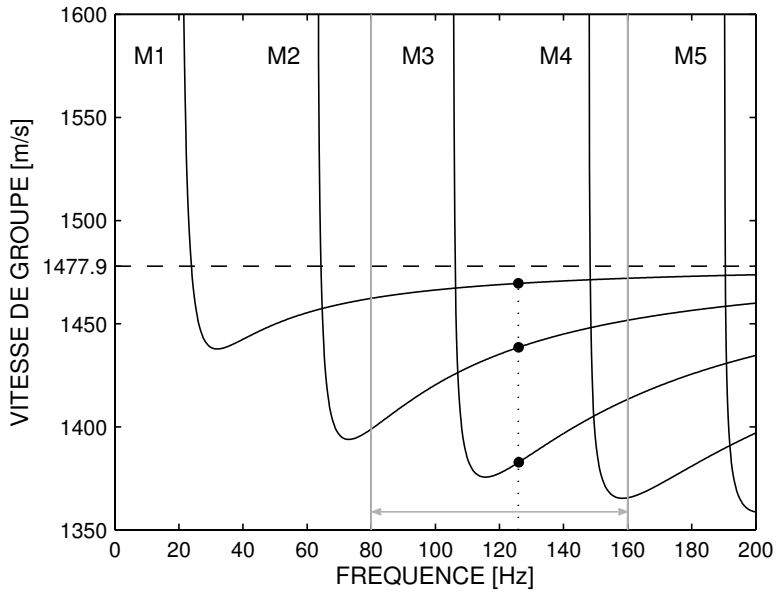


FIG. 2.9 – Vitesse de groupe en fonction de la fréquence pour les cinq premiers modes propagatifs.

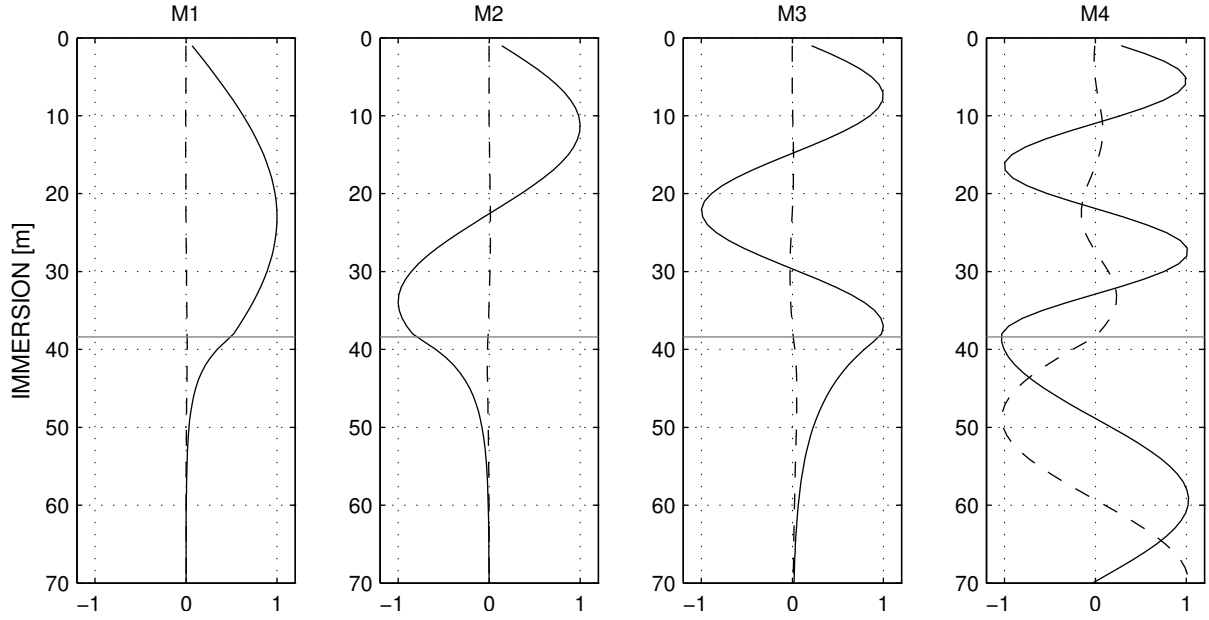


FIG. 2.10 – Fonctions modales des trois modes propres (respectivement M1, M2 et M3) et du mode dissipatif (M4) pour une valeur d'atténuation du son dans le fond de 0.5 dB/λ.

un mode d'ordre élevé. Par conséquent, les modes d'ordre élevé sont plus dispersés. Notons encore que le contenu spectral de chaque mode n'est pas forcément identique au signal source. Par exemple, le mode 3 ne transporte pas de composante spectrale dans la bande 100 – 105.7 Hz. De plus, toujours selon la Fig. 2.9, le mode 4 n'est que faiblement excité. Le spectre Gaussien du signal source utilisé durant l'expérience, explique que le mode 4 ne soit pas observé dans les signaux enregistés.

Lorsque le fond est atténuant ($\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)} \neq 0$), le nombre d'onde k_{f} devient complexe, la partie imaginaire définissant alors l'atténuation du son dans le fond, *cf.* (2.5). Le nombre M de modes propres contribuant au champ acoustique peut alors devenir supérieur ou égal à M_0. Les $M - M_0$ modes supplémentaires sont alors

qualifiés de modes dissipatifs et ce afin de les distinguer des M_0 modes propagatifs en absence d'atténuation [Buckingham06]. Il se peut bien sûr que $M = M_0$ lorsque l'atténuation est faible. Il n'y a, dans ce cas, aucun mode dissipatif. Les pôles et les fonctions modales des modes propres associés possèdent aussi une partie imaginaire. La partie imaginaire des pôles induit une atténuation des modes associés en fonction de la distance (*cf.* (2.21)) que l'on nomme atténuation modale, notée $\alpha_m^{(\mathrm{n})} = \Im(k_{r,m})$. Elle est exprimée en nepers/m. L'atténuation modale est faible pour les modes d'ordre bas mais augmente en fonction de l'ordre du mode au carré. Ainsi, les modes d'ordre élevé sont plus rapidement atténués en fonction de la distance. La partie réelle des pôles vérifie $0 < \Re(k_{r,m}) < k_\mathrm{e}$ et n'est maintenant plus minorée par $\Re(k_\mathrm{f})$. Adaptons la définition de l'angle de propagation équivalent d'un mode selon $\vartheta_m = \arccos(\Re(k_{r,m})/k_\mathrm{e})$. Les fonctions modales des modes pour lesquels $\vartheta_m < \vartheta_\mathrm{c}$ présentent une partie imaginaire négligeable. Ces modes ont un comportement proche des modes propagatifs. Ainsi, ils sont parfois qualifiés (de manière abusive) de *modes propagatifs*. En revanche, la fonction modale d'un mode pour lequel $\vartheta_m > \vartheta_\mathrm{c}$ a une partie imaginaire comparable à sa partie réelle. L'atténuation modale est alors importante et le mode correspondant est fortement atténué. Les modes de dissipation en font partie et sont généralement difficilement observables à longues distances. Il existe néanmoins un comportement mixte lorsque un mode "propagatif" présente un angle ϑ_m proche de ϑ_c. L'atténuation modale et la partie imaginaire de la fonction modale deviennent alors importantes et le mode est plus affaibli en fonction de la distance.

En reprenant le calcul précédant avec une atténuation de $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ, on obtient un mode supplémentaire ($M = 4 > M_0 = 3$) identifié comme unique mode dissipatif. La Fig. 2.11 présente la position des pôles associés dans le plan complexe k_r et le Tab. 2.1 précise les valeurs calculées ainsi que les angles de propagation équivalents. En notant que l'angle d'incidence critique est égal à $\vartheta_\mathrm{c} = 25.3°$, nous constatons que l'angle équivalent du mode 3 est très proche de l'angle critique. Nous notons aussi l'atténuation modale du mode dissipatif qui est largement supérieure à celle des modes propagatifs. Les fonctions modales respectives sont représentées sur la Fig. 2.10 (partie réelle en traits continus et partie imaginaire en pointillés).

Procédons enfin au calcul de la solution dans le domaine temporel. Celle-ci peut être obtenue par synthèse de Fourier. Nous calculons le champ de pression (2.21) à plusieurs fréquences du spectre du signal source considéré et appliquons ensuite la transformée de Fourier inverse pour obtenir la pression acoustique $p(r_\mathrm{R}, z_\mathrm{R}; t)$ dans le domaine temporel :

$$p(r_\mathrm{R}, z_\mathrm{R}; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{S}(\omega) p(r_\mathrm{R}, z_\mathrm{R}; \omega) \exp(-\mathrm{i}\omega t) \mathrm{d}\omega \tag{2.25}$$

où $\widehat{S}(\omega)$ est le spectre du signal source en fonction de la fréquence. Sous l'hypothèse de champ lointain qui permet de négliger la contribution due à l'intégrale de branche et de ne retenir que les $M(\omega)$ modes propres,

TAB. 2.1 – Valeurs modales caractéristiques ($\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ, $\theta_\mathrm{c} = 25.3°$).

m	$k_{r,m}$	$\vartheta_m(°)$
1	$0.531326 + 0.000047\mathrm{i}$	7.3
2	$0.517313 + 0.000152\mathrm{i}$	15.1
3	$0.491999 + 0.000371\mathrm{i}$	23.3
4	$0.452673 + 0.004442\mathrm{i}$	32.3

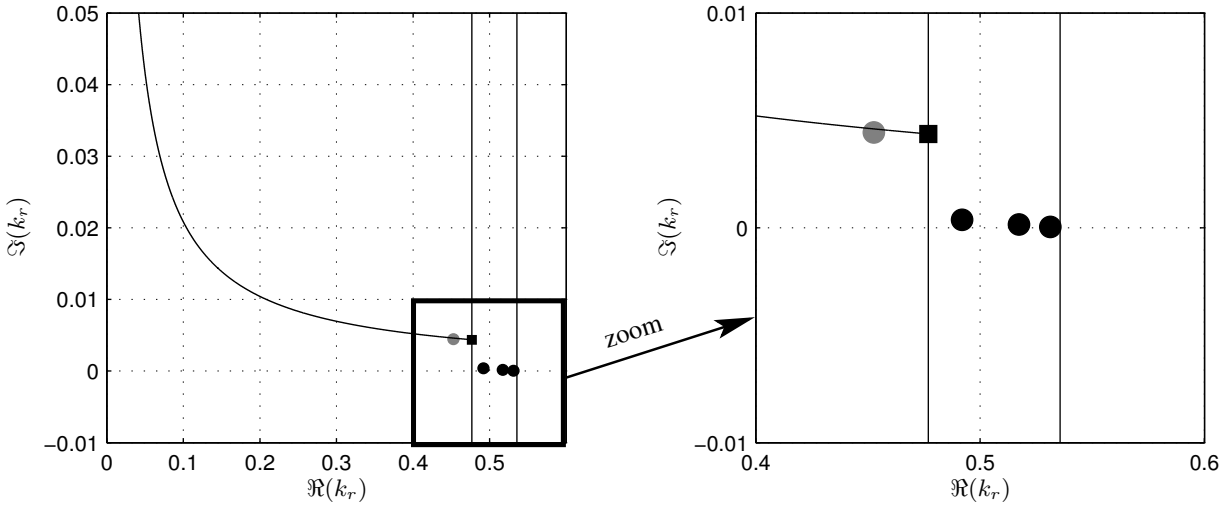


FIG. 2.11 – Positions des pôles associés aux modes propres du guide d'onde de type Pekeris avec fond atténuant ($\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ), dans le plan complexe k_r. Les disques noirs correspondent aux pôles associés aux trois modes propagatifs du guide d'onde ; le disque gris correspond au pôle associé au mode dissipatif.

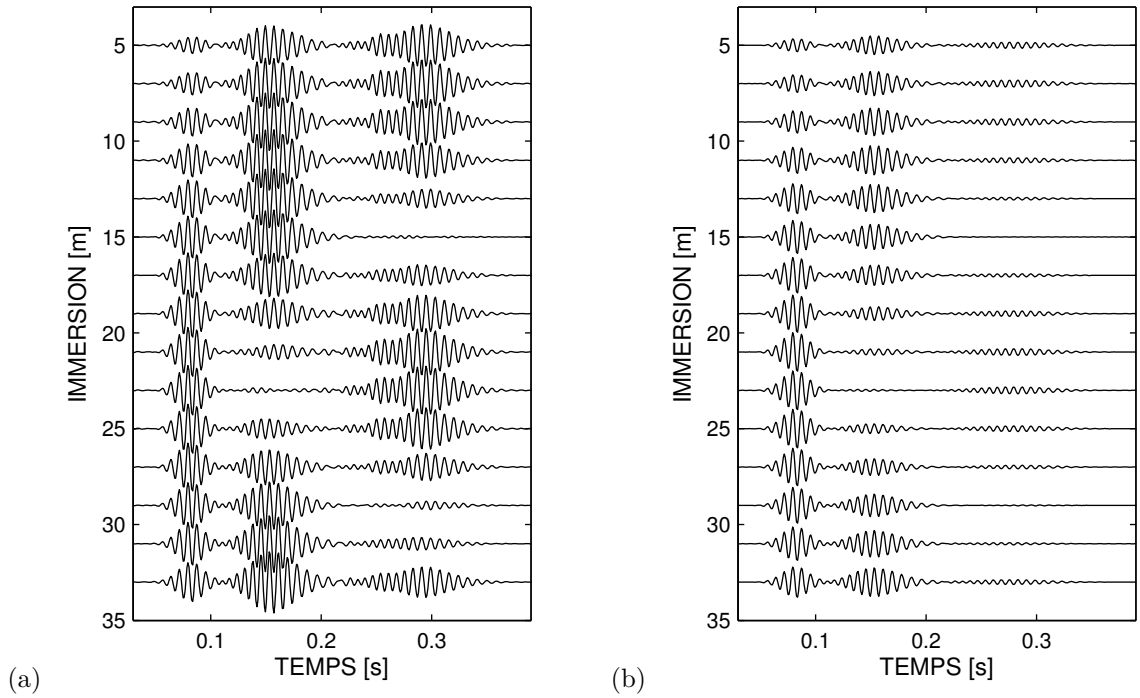
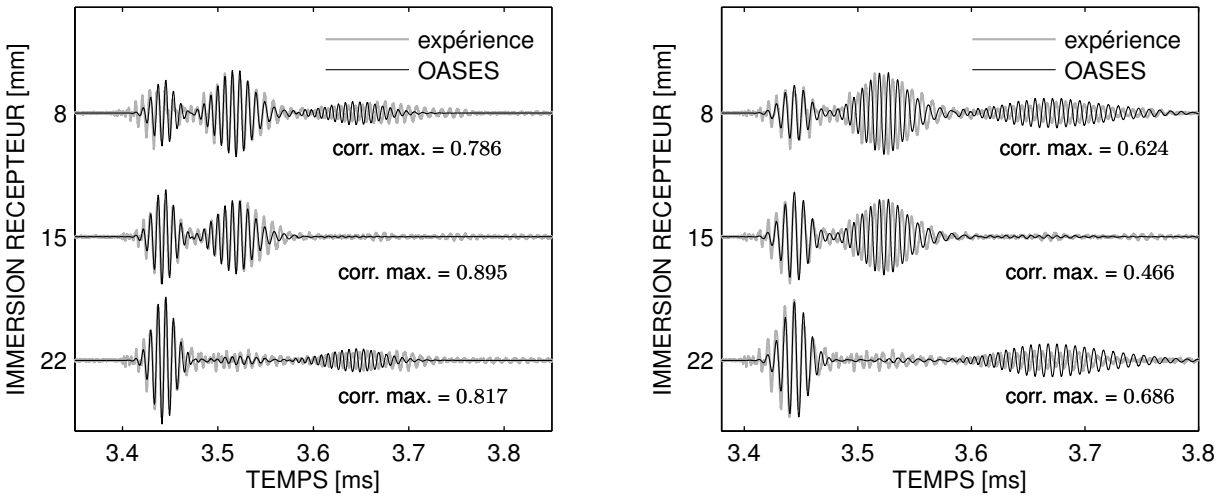


FIG. 2.12 – Prédictions numériques des signaux reçus à une distance de 5 km de la source en fonction de l'immersion (a) sans atténuation du son dans le fond et (b) avec une atténuation de 0.5 dB/λ.

la pression acoustique s'exprime sous la forme suivante :

$$p(r_{\mathrm{R}}, z_{\mathrm{R}}; t) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\mathcal{S}}(\omega) \left\{ \sum_{m=1}^{M(\omega)} \kappa_m \phi_m(z_{\mathrm{R}}) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_{r,m} r_{\mathrm{R}} - \omega t)}}{\sqrt{k_{r,m} r_{\mathrm{R}}}} \right\} \mathrm{d}\omega$$

où $\kappa_m \overset{\text{déf.}}{=} \mathrm{i}\sqrt{2\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \phi_m(z_S)/\rho_{\mathrm{e}}$, $1 \leqslant m \leqslant M(\omega)$ et où $\widehat{\mathcal{S}}(\omega)$ désigne le spectre du signal émis par la source acoustique positionnée dans l'eau en $r = 0$ à l'immersion z_S. Ici, $k_{r,m}$ désigne le nombre d'onde horizontal



(a) $h = 38.4$ mm, $c_\mathrm{f} = 1660$ m/s (b) $h = 38.4$ mm, $c_\mathrm{f} = 1740$ m/s

FIG. 2.13 – Confrontation des signaux enregistrés à une distance de 5 m et aux immersions de 8, 15 et 22 mm aux prédictions numériques(code OASES).

associé au mode m et à la pulsation ω et $\phi_m(z)$ désigne la fonction modale correspondante. Supposons alors un spectre à bande étroite centré autour d'une fréquence f_c et désignons par M_c le nombre de modes propres correspondant à la fréquence f_c. Inversant alors intégration continue (par rapport à ω) et somme discrète (sur le nombre de modes propres), et négligeant la dépendance fréquentielle des fonctions modales $\phi_m(z)$, $1 \leqslant m \leqslant M_\mathrm{c}$, et, par voie de conséquence, aussi celle des coefficients κ_m, $1 \leqslant m \leqslant M_\mathrm{c}$, on obtient :

$$p(r_\mathrm{R}, z_\mathrm{R}; t) \approx \sum_{m=1}^{M_\mathrm{c}} \mathcal{S}_m(r_\mathrm{R}, t)\phi_m(z_\mathrm{R}) \tag{2.26}$$

où, pour tout $m \in \{1, \ldots, M_\mathrm{c}\}$, $\mathcal{S}_m(r_\mathrm{R}, t)$ est défini par

$$\mathcal{S}_m(r_\mathrm{R}, t) \overset{\text{déf.}}{=} \frac{\kappa_m}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\mathcal{S}}(\omega) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_{r,m} r_\mathrm{R} - \omega t)}}{\sqrt{k_{r,m} r_\mathrm{R}}} \mathrm{d}\omega.$$

Pour tout $m \in \{1, \ldots, M_\mathrm{c}\}$, $\mathcal{S}_m$ s'interprète comme un paquet d'onde associé au mode m. Les $\mathcal{S}_m(r_\mathrm{R}, t)$, $1 \leqslant m \leqslant M_\mathrm{c}$ représentent ainsi des paquets d'onde associés à chacun des modes, se propageant en distance avec la vitesse de groupe modale $c_m^{(\mathrm{g})}$. Le champ de pression acoustique dans le domaine temporel, (2.26), s'exprime alors comme une somme sur les paquets d'onde modaux pondérée par les fonctions modales respectives.

Nous appliquons la synthèse de Fourier, (2.25), en considérant un spectre $\widehat{S}(\omega)$ du signal source Gaussien centré à 126 Hz, d'une largeur de bande de 100 – 160 Hz. Nous utilisons pour le calcul du champ lointain à chaque fréquence considérée les valeurs des paramètres considérées le long de cette section : $h = 38.4$ m, $z_\mathrm{S} = 10$ m, $c_\mathrm{e} = 1477.9$ m/s, $\rho_\mathrm{e} = 1$ g/cm^3, $c_\mathrm{f} = 1700$ m/s, $\rho_\mathrm{f} = 1.99$ g/cm^3, $\alpha_\mathrm{f} = 0.5$ dB/λ. La Figure 2.12 montre les résultats obtenus pour un récepteur situé à 5 km par rapport à la source et pour plusieurs immersions du récepteur de 5 à 34 m par pas de 1 m. Plus particulièrement, La Fig. 2.12(a) correspond à une calcul sans atténuation dans le fond ($\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0$ dB/λ) alors que $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ pour la Fig. 2.12(b). On reconnaît les trois paquets d'onde associés aux modes propagatifs dans les deux cas. Nous notons aussi l'effet de l'atténuation dans le fond qui affecte les trois modes mais plus particulièrement le troisième mode.

2.2.4 Confrontation aux prédictions d'un modèle numérique 2D

Au terme de la discussion précédente nous avons validé le modèle expérimental 2D qui reproduit bien les effets de propagation pour l'environnement qu'il est destiné à simuler. Nous abordons ici une première tentative de comparaisons quantitatives entre les mesures expérimentales et les prédictions théoriques. Les séries temporelles de la Fig. 2.5 sont confrontées aux prédictions du code OASES [Schmidt04]. Le code OASES procède au calcul des fonctions de transfert entre la source et le récepteur à plusieurs fréquences du spectre du signal source.

Les temps absolus du signal émis et des signaux reçus sont généralement difficiles à obtenir. Par conséquent, les comparaisons sont effectuées au moyen de la fonction d'intercorrélation dans le domaine temporel. En notant $p_{\text{exp}}(t) = p_{\text{exp}}(r_{\text{R}}, z_{\text{R}}; t)$ le signal expérimental et $p_{\text{sim}}(t) = p_{\text{sim}}(r_{\text{R}}, z_{\text{R}}; t)$ le signal simulé, nous obtenons :

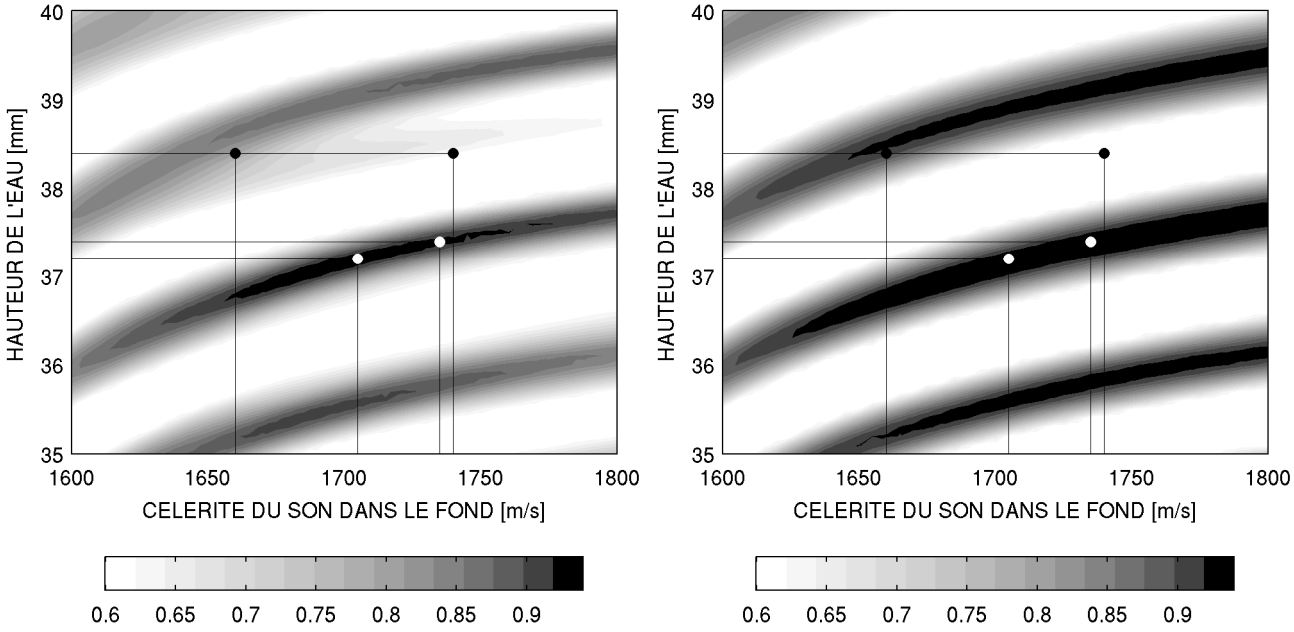
$$\mathcal{R}_{\text{exp,sim}}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T p_{\text{exp}}(t)\, p^*_{\text{sim}}(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2.27}$$

où * désigne l'opération de conjuguaison, τ désigne le retard temporel entre les deux signaux et T représente la durée des signaux. Il s'agit ainsi d'obtenir le retard temporel entre les signaux expérimentaux et simulés qui conduit à la meilleure correspondance possible. De plus, la valeur maximale de la fonction d'intercorrélation sert de mesure de ressemblance entre signaux expérimentaux et signaux simulés. Nous notons que la normalisation adoptée résulte en une valeur unité de la fonction d'autocorrélation lorsque $\tau = 0$. Notons encore que les comparaisons au moyen de la fonction d'intercorrélation impliquent un échantillonage identique des signaux expérimentaux et simulés. Pour cela, les signaux expérimentaux sont rééchantillonnés.

Dans les simulations qui suivent, le facteur d'échelle de 1/1000 a été utilisé. Le signal enregistré dans la cuve profonde est défini en entrée du code OASES. La Fig. 2.13 montre les comparaisons pour trois immersions du récepteur : à 8 mm où les trois modes sont présents, à 15 mm où le mode 3 est annulé et à 22 mm où le mode 2 est annulé. Les courbes épaisses (grises) représentent les signaux expérimentaux et les courbes fines (noires) représentent les prédictions. Les valeurs des paramètres de $h = 38.4$ mm et $c_{\text{f}} = 1660$ m/s sont utilisées pour les comparaisons de la Fig. 2.13(a), correspondant aux valeurs mesurées dans le modèle expérimental. Par contre, la valeur $c_{\text{f}} = 1740$ m/s est utilisée pour les comparaisons sur la Fig. 2.13(b). Cette dernière avait permis une bonne concordance entre les données expérimentales en régime continu et les prédictions d'un modèle numérique 2D [Papadakis08]. La valeur du maximum de la fonction d'intercorrélation est affichée sur les figures pour chaque comparaison.

Bien que les effets de propagation prédits soient similaires à l'expérience, nous observons sur la Fig. 2.13(a) des disparités au niveau de la séparation des modes en temps ainsi qu'au niveau de la dispersion en temps de chacun d'entre eux. Les causes à l'origine de telles disparités sont vraisemblablement les incertitudes associées aux paramètres du guide d'onde et notamment celles de h et de c_{f}. Notons ici que l'atténuation affecte principalement l'amplitude des signaux et notamment celle du mode 3. Des essais effectués au préalable pour différentes valeurs de $\alpha_{\text{f}}^{(\lambda)}$ ont montré que la valeur de 0.5 dB/λ donne la meilleure correspondance des amplitudes expérimentales et simulées pour chacun des modes. De plus, la correction des positions de la source et/ou du récepteur n'a apporté aucune amélioration significative. En utilisant à présent $c_{\text{f}} = 1740$ m/s, nous observons que les disparités sont maintenues, *cf.* Fig. 2.13(b).

Une approche plus systématique consiste alors à itérer les calculs avec le code OASES pour plusieurs combinaisons de valeurs de h et c_{f}. La Fig. 2.14 représente la valeur maximum de la fonction d'intercorrélation en fonction de h et de c_{f}. La valeur de h varie entre 35 et 40 mm par pas de 0.1 mm et la valeur de c_{f} entre 1600 et 1800 m/s par pas de 5 m/s. La Fig. 2.14(a) correspond à une immersion de récepteur de 8 m et la Fig. 2.14(b) correspond à une immersion de 15 mm. Dans chacune de celles-ci, trois bandes présentant des



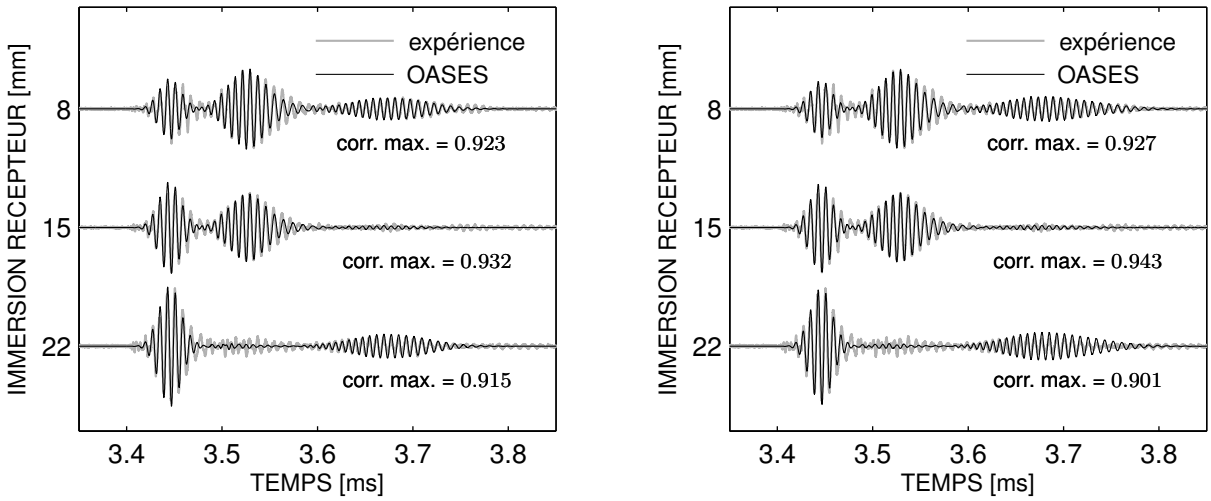
(a) Immersion récepteur : 8 mm (b) Immersion récepteur : 15 mm

FIG. 2.14 – Maximum de la fonction d'intercorrélation entre signaux expérimentaux et prédictions numériques (code OASES) en fonction de la célérité du son dans le fond, c_{f}, et de la hauteur de l'eau, h.

valeurs élevées d'intercorrélation maximum sont observées, témoignant d'un couplage important entre les paramètres respectifs. Elles sont notées A, B et C sur la Fig. 2.14. En absence du mode 3, *cf.* Fig. 2.14(b), les bandes sont plus épaisses et une résolution plus grossière est obtenue.

La Fig. 2.14(a) suggère que les valeurs recherchées des paramètres se situent le long de la bande B. Plus précisément, cette bande suggère une valeur de h comprise entre 36.5 et 37.5 mm plutôt que 38.4 mm comme suggéré par l'expérience et utilisée dans les comparaisons de la Fig. 2.13 (voir disques noirs sur la Fig. 2.14). Ce résultat renforce un doute sur une éventuelle surestimation lors de la mesure de la hauteur de l'eau, liée à des effets de tensions surfaciques au niveau du transducteur haute-fréquence utilisé lors des mesures. En revanche, nous observons que toute valeur de c_{f} comprise entre 1650 et 1750 m/s est apte à produire une haute valeur d'intercorrélation maximum. Cela est démontré sur la Fig. 2.15 où les comparaisons sont effectuées pour les combinaisons $h = 37.2$ mm, $c_{\mathrm{f}} = 1705$ m/s et $h = 37.4$ mm, $c_{\mathrm{f}} = 1735$ m/s, correspondant aux disques blancs de la Fig. 2.14.

À ce stade, l'analyse précédente a permis de mettre en évidence les sources éventuelles des disparités entre théorie et expérience, à savoir, les incertitudes associées aux paramètres du modèle expérimental. Plus particulièrement, la Fig. 2.14 nous dicte qu'une meilleure précision dans la mesure de la hauteur de l'eau (par exemple ± 0.1 mm) réduirait de manière significative la marge des valeurs possibles pour la célérité du son dans le fond. Cependant, cette analyse préliminaire ne tient pas compte de tous les facteurs étant aptes à contribuer aux disparités. En effet, il se peut que certaines hypothèses adoptées lors de cette analyse ne soient pas vérifiées, comme par exemple l'éventualité d'un gradient de célérité dans le fond. Ce sujet sera abordé dans le chapitre suivant dans le cadre de l'inversion géoacoustique.



(a) $h = 37.2$ mm, $c_\mathrm{f} = 1705$ m/s (b) $h = 37.4$ mm, $c_\mathrm{f} = 1735$ m/s

FIG. 2.15 – Confrontation des signaux enregistrés à une distance de 5 m et aux immersions de 8, 15 et 22 mm aux prédictions numériques (code OASES).

2.3 Propagation sonore dans un guide d'onde à fond incliné

La phase de calibration a été achevée avec succès. Nous procédons à présent à la mise en place d'un modèle expérimental qui va permettre d'étudier les effets tridimensionnels (3D) de la propagation en présence d'un fond incliné.

2.3.1 Mise en place du modèle expérimental à fond incliné

L'objectif ici est de simuler un guide d'onde avec un fond plan et incliné afin d'étudier la propagation sonore en travers de la pente, dans la direction perpendiculaire à la pente. La géométrie du guide d'onde est illustrée sur la Fig. 2.16. Sur ce schéma sont représentés le repère cartésien (x, y, z) ainsi que le repère cylindrique (r, θ, z). La direction de la pente est parallèle à la direction de la coordonnée x (ou, de manière équivalente, à la direction $\theta = 0°$) et perpendiculaire à la direction de la coordonnée y (ou, de manière équivalente, à la direction $\theta = 90°$). La coupe verticale yz dans la direction perpendiculaire (ou, rz avec $\theta = 90°$) constitue le plan vertical dans lequel nous allons positionner nos récepteurs. Sur la Fig. 2.16, il est délimité par la ligne épaisse. La hauteur de l'eau le long de ce plan est constante et égale à la hauteur de l'eau, h_S, au niveau de la source. Le fond est considéré semi-infini. Les paramètres caractérisant les deux milieux sont constants pour chacun d'entre eux.

Afin de simuler ce guide d'onde, le ratissage de la surface du fond sableux est effectué avec un râteau incliné à environ 4.5°. Le modèle expérimental, que nous qualifierons de tridimensionnel (3D), est visible sur la Fig. 2.17. La source et le récepteur utilisés sont les mêmes que lors de la phase de calibration.

2.3.2 Résultats expérimentaux : description des données expérimentales 3D

Durant la campagne expérimentale présentée ici, la hauteur de l'eau au niveau de la source a été mesurée à 48.0 mm (±1.0 mm). La température de l'eau était de 19.62°C résultant en une célérité du son dans l'eau de 1488.9 m/s (±0.2 m/s). Les valeurs des paramètres du fond n'ont pas pu être mesurées *in situ* pour les raisons évoquées dans la section précédente. Rappelons les valeurs mesurées sur les échantillons de sable :

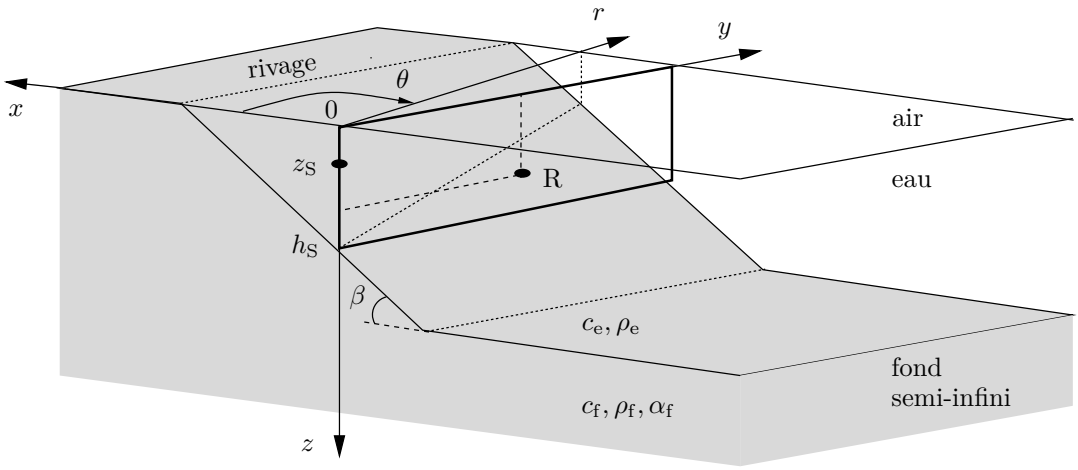


FIG. 2.16 – Représentation schématique du guide d'onde à fond incliné.

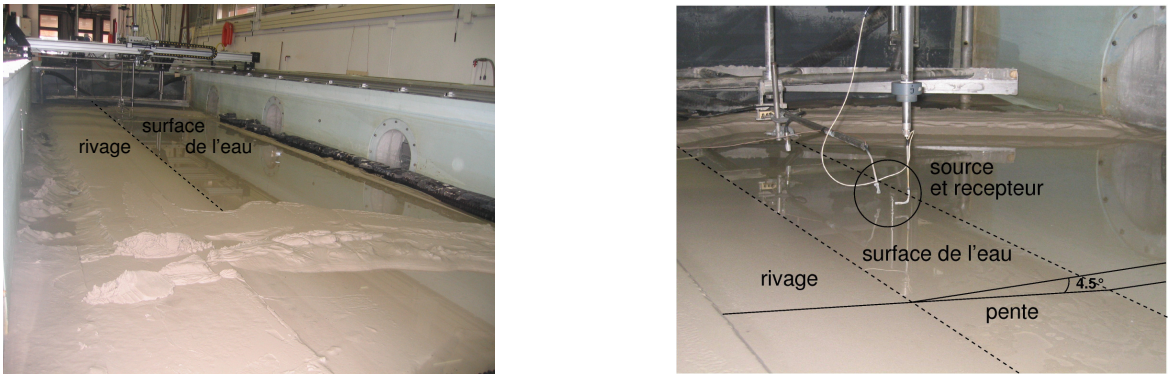


FIG. 2.17 – Modèle expérimental du guide d'onde à fond incliné présentant une pente d'environ 4.5°.

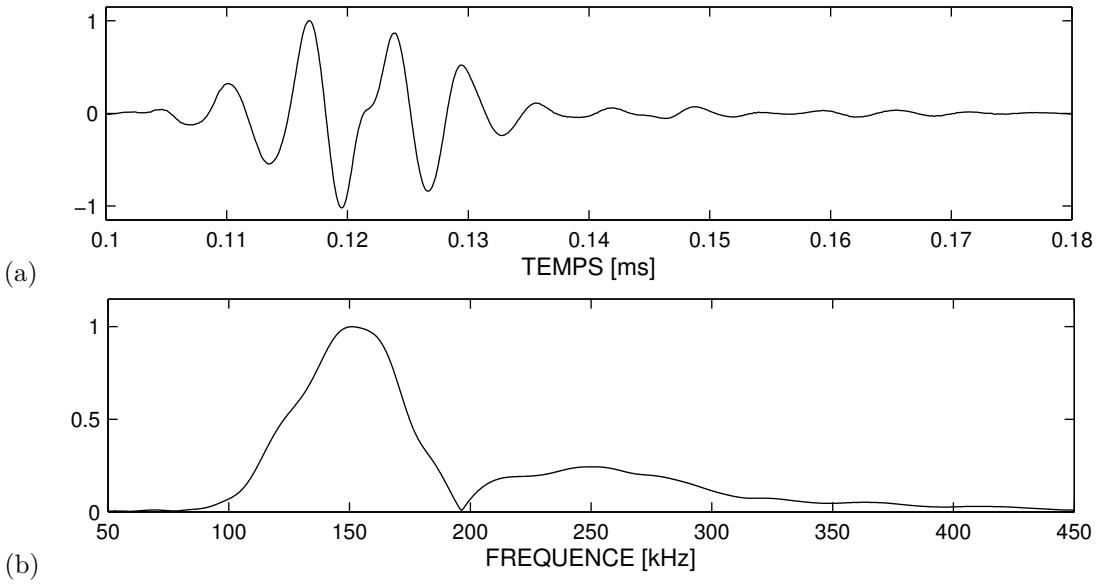


FIG. 2.18 – Signal source avec son spectre fréquentiel.

1660 m/s pour la célérité du son dans le fond, 1.99 g/cm^3 pour la densité du fond et 0.5 dB/λ. Toutefois, l'analyse de la section précédente suggère une valeur de 1700 (±50) m/s pour la célérité du son dans le fond.

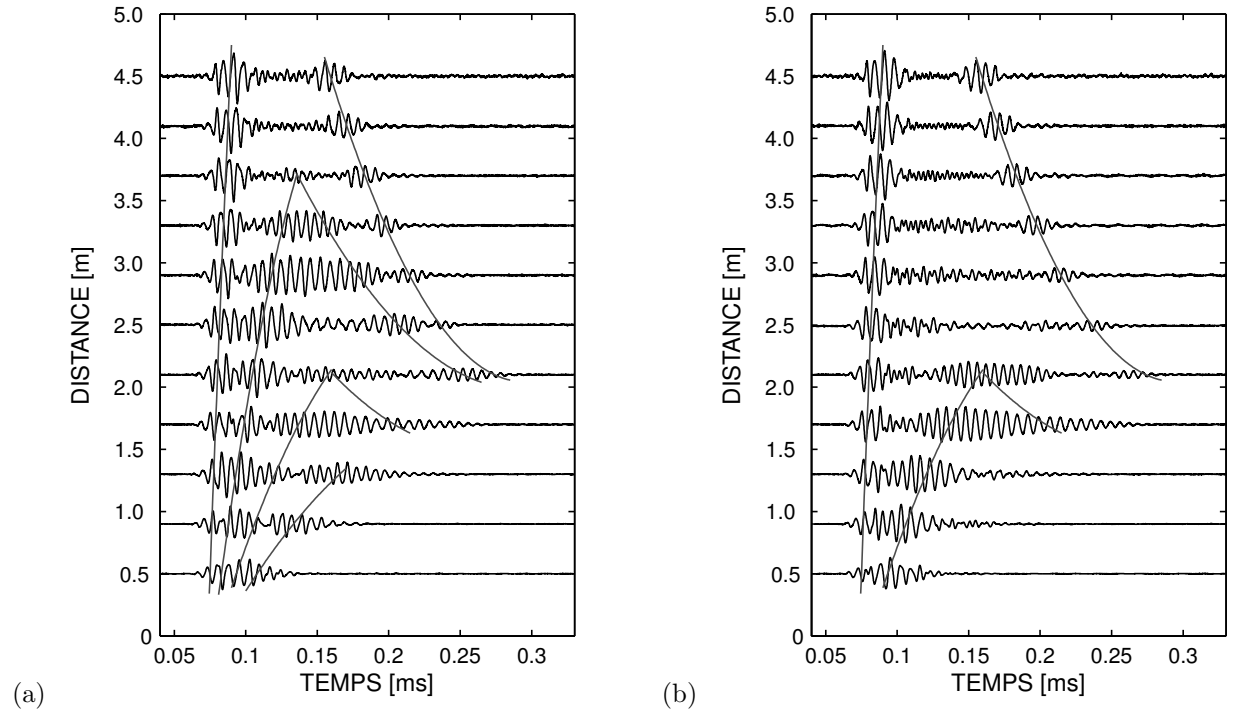


FIG. 2.19 – Résultats expérimentaux 3D montrant les signaux enregistrés en fonction de la distance à une immersion de récepteur de (a) 20 mm et (b) 26 mm.

Le signal source est analysé dans la cuve profonde. La Fig. 2.18 illustre le signal temporel enregistré à une distance de 68 mm de la source ainsi que son spectre fréquentiel. Il s'agit d'un signal de 5 cycles d'une durée d'environ 40 μs. Il est suivi d'une queue d'une durée similaire due à la réponse mécanique du transducteur. Son spectre présente un lobe principal avec un maximum à une fréquence de 150 kHz et une largeur de bande d'environ 100 kHz ainsi qu'un second lobe avec un maximum à une fréquence voisine de 250 kHz. Une simulation préliminaire avec un code de modes normaux, pour les valeurs de paramètres mesurés (à l'exception de la célérité du son dans le fond pour laquelle la valeur de 1700 m/s a été utilisée) prédit la présence de 4 modes propres au niveau de la source à la fréquence centrale du lobe principal ($f = 150$ kHz).

Lors de la campagne expérimentale présentée ici, la source a été fixée à une immersion de 10 mm. Les signaux ont été enregistrés à plusieurs distances entre 0.1 et 5 m par pas de 0.1 m et, à chaque distance, à plusieurs immersions entre 4 et 45 mm par pas de 1 mm. Les résultats sont représentés sur les Figs. 2.19 et 2.20.

La Fig. 2.19 donne l'évolution du signal temporel en fonction de la distance pour des immersions du récepteur de 20 mm [Fig. 2.19(a)] et 26 mm [Fig. 2.19(b)]. Nous noterons que les signaux sont multipliés par un facteur $\sqrt{r_{\mathrm{R}}}$ pour compenser les pertes dues à l'étalement cylindrique de l'énergie sonore. Les courbes superposées sur les signaux indiquent l'évolution des différents paquets d'onde intervenant dans les signaux reçus. Quatre modes distincts sont identifiés à partir de la variation des enveloppes des paquets d'onde en fonction de l'immersion à chaque distance (à l'exception du champ proche). Par exemple, la Fig. 2.20 illustre les signaux reçus à trois distances de la source en fonction de l'immersion du récepteur. À une distance de 2.1 m [Fig. 2.20(a)] les modes 1 à 3 sont clairement identifiés, à une distance de 2.9 m [Fig. 2.20(b)] les modes 1 et 2 sont identifiés et à une distance de 4.1 m seul le mode 1 apparaît [Fig. 2.20(c)].

Au delà de la distance de 1 m (correspondant à environ 100λ à 140 kHz) sur la Fig. 2.19, les signaux reçus présentent de remarquables effets 3D. Chaque mode, à l'exception du mode 4, présente deux arrivées

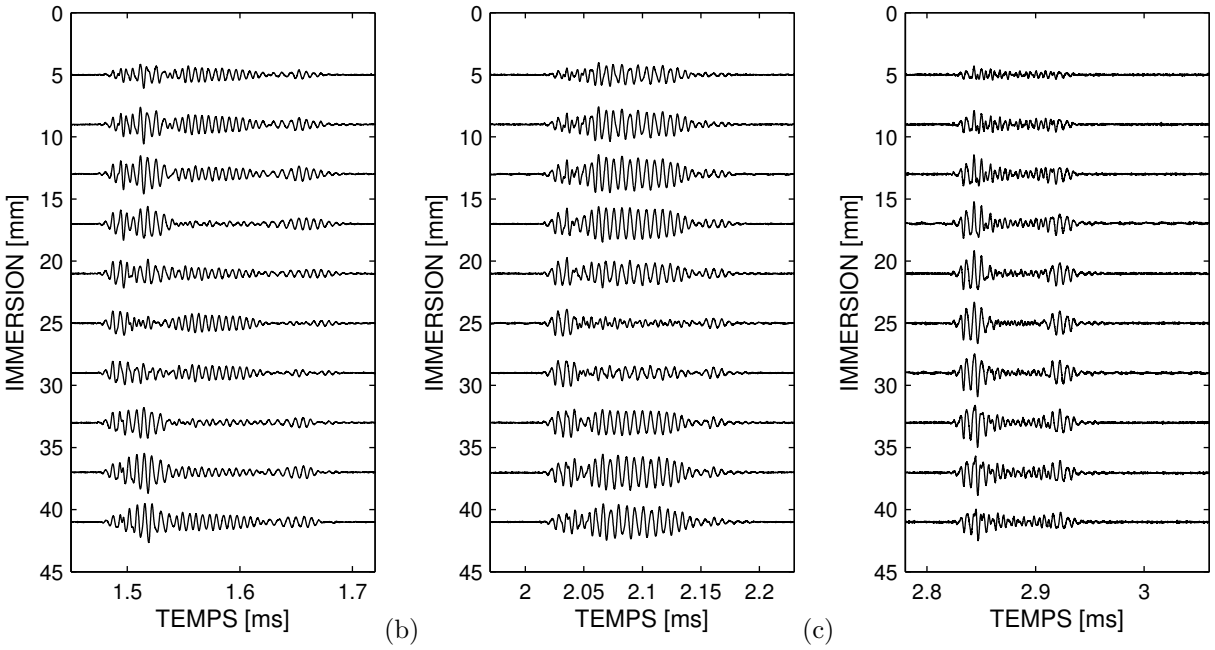


FIG. 2.20 – Résultats expérimentaux 3D montrant les signaux enregistrés en fonction de l'immersion pour des distances du récepteur de (a) 2.1 m, (b) 2.9 m et (c) 4.1 m.

distinctes du paquet d'onde respectif associé. Le retard temporel entre ces arrivées décroît en fonction de la distance. À une certaine distance, les deux arrivées se recouvrent partiellement et forment un unique paquet d'onde qui apparaît fortement dispersé. Plus loin en distance, ce paquet apparaît raccourci en temps et affaibli en amplitude, avant de se retrouver dans sa zone d'ombre. La zone d'ombre survient à des distances plus courtes pour les modes d'ordre plus élevé. Sur la Fig. 2.19(b), c'est-à-dire pour une immersion du récepteur de 26 mm, les modes 2 et 4 sont quasiment éteints. Les modes 1 et 3 apparaissent bien séparés en temps, même en champ relativement proche. Notons enfin que les signaux ressemblant à du bruit entre les deux arrivées du mode 1 dans la Fig. 2.20(c), présentent une largeur de bande spectrale appartenant au second lobe du signal source. Toutefois, leur faible rapport signal-sur-bruit ne permet pas une analyse plus détaillée.

2.3.3 Interprétation des effets 3D

L'analogie mode/rayon offre une interprétation intuitive des effets 3D dans le guide d'onde à fond incliné [Harrison79], [Buckingham87]. Considérons dans un premier temps le problème à une fréquence donnée. Un mode particulier est perçu comme un rayon se propageant le long d'une trajectoire hyperbolique dans le plan horizontal, ce dernier étant progressivement réfracté vers les zones de plus grandes profondeurs. Des trajectoires de ce type sont schématisées, vues du haut, sur la Fig. 2.21. Un rayon modal lancé depuis la source S dans une direction oblique vers le rivage du guide d'onde, quitte le plan vertical de propagation contenant la source et le récepteur (direction perpendiculaire à la pente, $\theta = 90°$) pour l'intersecter ensuite au point R, avant de se diriger vers les zones de plus grandes profondeurs. La courbure de la trajectoire du rayon modal croît en fonction de l'angle de lancé, noté ici φ. En conséquence, un récepteur positionné en r_{R} sur la Fig. 2.21, enregistre deux arrivées distinctes du même mode : une première arrivée correspondant à un angle de lancé φ et une deuxième correspondant à un angle de lancé $\varphi' > \varphi$. Lorsqu'un rayon modal traverse des régions moins profondes, son angle vertical de propagation (angle de rasance), ϑ_m, augmente

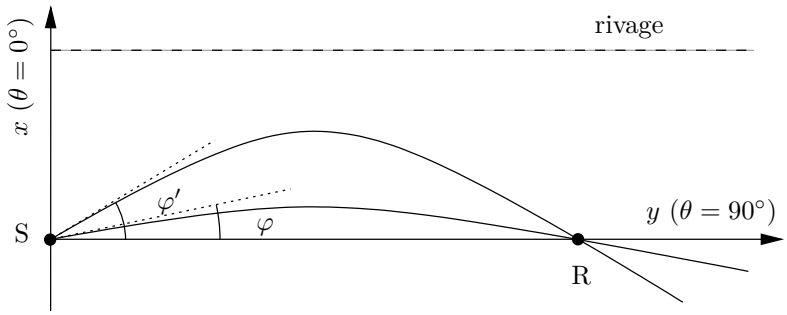


FIG. 2.21 – Coupe horizontale (vue du haut) du guide d'onde à fond incliné montrant les trajectoires horizontales de deux rayons modaux reliant la source S et le récepteur R.

et une partie de son énergie est transmise, voire dissipée dans le fond [Jensen80]. Plus particulièrement, le rayon modal de la seconde arrivée (correspondant à un angle initial φ') traverse des regions moins profondes que celui de la première arrivée (correspondant à un angle initial φ) et une plus grande partie de son énergie est dissipée dans le fond. Ainsi, la seconde arrivée est plus affaiblie. Au delà d'un angle initial, φ, pour lequel le rayon modal franchit sa profondeur de coupure (et, par conséquent, $\vartheta_m > \vartheta_c$), il est entièrement transmis dans le fond. Cela explique que les modes 1 à 3 dans la Fig. 2.19 présentent une seconde arrivée mais pas en champ relativement proche. En revanche, le mode 4 n'en présente pas. Inversement, le rayon modal subit moins de pertes dans le fond s'il est lancé à un angle plus faible. Cela explique à présent l'amplification de la seconde arrivée du mode 1 dans la Fig. 2.19 lorsque la distance source/récepteur, r_R, augmente.

En continuant l'analyse, la distance de la source au récepteur parcourue par un rayon lancé à un angle φ' est plus grande que celle parcourue par le rayon lancé à un angle φ. Lorsque r_R augmente, la différence entre la longueur parcourue par chaque arrivée du même mode diminue. En conséquence, le retard temporel entre les deux arrivées se retrouve lui aussi réduit. En outre, l'énergie sonore étant constamment réfractée vers le bas de la pente, chaque mode atteint une *distance de coupure* au delà de laquelle s'étend sa zone d'ombre. Les modes d'ordre plus élevé ayant un angle de rasance équivalent, ϑ_m, plus grand, subissent une plus forte réfraction vers le bas de la pente. Il en découle que les modes d'ordre plus élevé entrent dans leurs zones d'ombre respectives à des distances plus courtes.

On s'intéresse à présent à la dépendance fréquentielle du champ sonore. Plusieurs publications ont montré que la distance de coupure d'un mode donné en travers de la pente augmente en fonction de la fréquence [Westwood92, Buckingham87, Castor08]. En conséquence, le contenu spectral initial d'un paquet d'onde associé à un mode donné devrait être graduellement réduit le long de la direction transversale à la pente, la partie basse fréquence étant progressivement réfractée vers le bas de la pente. Autrement dit, la coupure du spectre d'un paquet d'onde devrait se produire progressivement le long de cette direction, en commençant par les basses fréquences. La Fig. 2.22 montre les paquets d'onde associés au mode 3 et leur spectres respectifs pour trois distances distinctes : $r_R = 1.4$, 1.8 et 2.2 m. Ceux-ci sont obtenus par extraction des signaux reçus (voir Fig. 2.19(b)) et pondérés par une fenêtre de Hanning. Les spectres sont obtenus par transformées de Fourier des signaux fenêtrés.

À une distance de 1.4 m, [*cf.* Fig. 2.22(a)], une seule arrivée du mode 3 est enregistrée alors que deux arrivées sont reçues aux distances suivantes. Les spectres respectifs, visibles sur la Fig. 2.22(b), affichent une dépendance évidente de la fréquence de coupure en fonction de la distance. À 1.4 m, le contenu spectral initial du mode est conservé et la fréquence de coupure survient à environ 100 kHz. À 1.8 m, la fréquence de coupure est voisine de 130 kHz, la partie inférieure du spectre initial se retrouvant dans la zone d'ombre. Plus loin en travers de la pente, à 2.2 m, la fréquence de coupure du mode 3 est d'environ 160 kHz. En

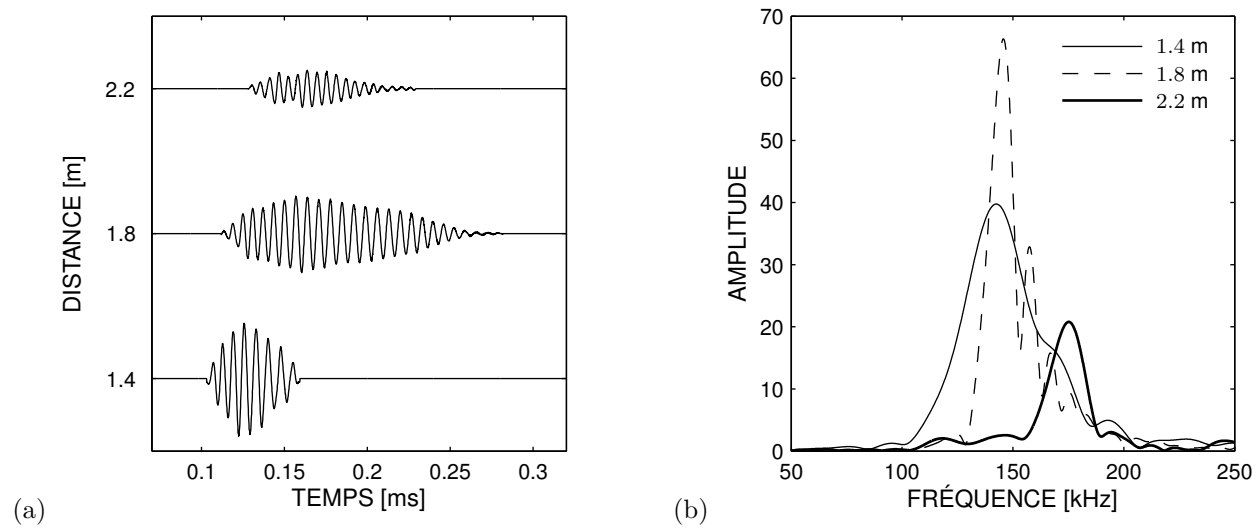


FIG. 2.22 – Résultats expérimentaux montrant l'évolution en fonction de la distance source/récepteur (a) du paquet d'onde associé au mode 3 et (b) de son spectre.

outre, l'amplitude du spectre correspondant à la distance de 1.8 m est quasiment doublée par rapport à celle du spectre correspondant à la distance de 1.4 m, témoignant d'une seconde arrivée du mode 3. Nous notons encore les interférences dans le spectre à 1.8 m. Celles-ci sont attribuées à un effet connu dans la littérature sous le nom d'*interférence intra-modale*, c'est-à-dire, l'interférence résultant de différentes arrivées du même mode, plus ou moins séparées en temps. La longueur des interférences dépend de la séparation temporelle des arrivées. Plus précisément, lorsque la séparation des paquets d'onde en temps diminue, la longueur des interférences augmente. Enfin, à une distance de 2.2 m, les deux arrivées surviennent quasi-simultanément et les interférences ne sont alors que faiblement observées. Enfin, la Figure 2.23 montre l'évolution du spectre des paquets d'onde associés au mode 3 en fonction de la distance et pour plusieurs distances supplémentaires ($r_{\mathrm{R}} = 1.4, 1.6, \ldots, 2.6$ m).

2.3.4 Pertes par transmission en fonction de la distance

Les pertes par transmission sont obtenues à la fréquence désirée au moyen de transformées de Fourier des séries temporelles. Pour cela, une seconde campagne d'expériences a été effectuée avec un échantillonage plus fin en fonction de la distance source/récepteur. La hauteur de l'eau au niveau de la source est de 48($\pm$1.0) mm et la célérité du son dans l'eau est de 1488.6 m/s. Quatre modes sont excités au niveau de la source. Le récepteur est fixé à une immersion de 10 mm et les signaux sont enregistrés pour des distances de $r_{\mathrm{R}} = 0.01$ m à $r_{\mathrm{R}} = 5$ m par pas de 0.005 m. Les mesures ont été effectuées pour trois profondeurs de source différentes :

- $z_{\mathrm{S}} = 10$ mm où tous les modes sont excités,
- $z_{\mathrm{S}} = 26.9$ mm où les modes 2 et 4 sont très faiblement excités
- $z_{\mathrm{S}} = 19$ mm où le mode 3 est faiblement excité.

Sur la Figure 2.24 sont représentées les courbes de pertes par transmission en fonction de la distance pour une immersion de source et de récepteur toutes deux égales à 10 mm et pour trois fréquences distinctes pour lesquelles quatres modes sont présents :

- $f = 122$ Hz légèrement supérieure à la fréquence de coupure du mode 4, Fig. 2.24(a),
- $f = 141.6$ Hz, Fig. 2.24(b),

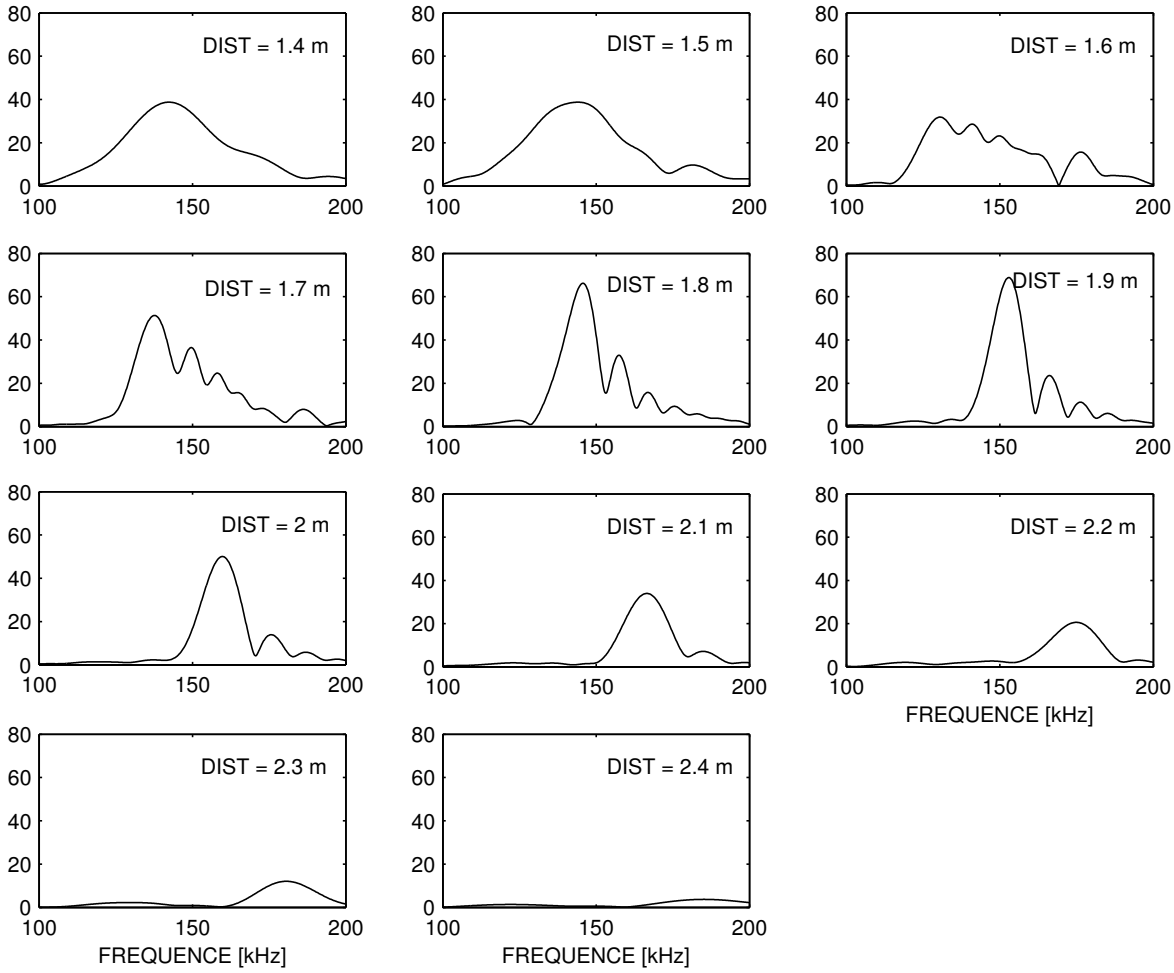


FIG. 2.23 – Évolution du spectre expérimental du paquet d'onde associé au mode 3 en fonction de la distance.

- $f = 161.1$ Hz, Fig. 2.24(c).

Les schémas d'interférence sont maintenant plus complexes par rapport à ceux du guide d'onde de Pekeris étudié dans la section précédente, présentant un régime variable en fonction de la distance source/récepteur. Pour les trois fréquences, les schémas d'interférence sont similaires mais apparaissent plus étirés lorsque la fréquence croît. Ce comportement a déjà été noté dans [Harrison79, Castor08].

La compréhension des schémas d'interférence sur ces figures est facilitée par la Fig. 2.25. Sur cette dernière sont représentées les pertes par transmission en fonction de la distance à la fréquence de 122 kHz pour une immersion du récepteur fixe et égale à 10 mm et pour trois profondeurs de la source :

- à $z_S = 10$ mm, (courbe du haut), identique à la Fig. 2.24(a),
- à $z_S = 19$ mm (courbe du milieu) où la contribution du mode 3 est faible,
- à $z_S = 26.9$ mm (courbe inférieure) où les contributions de modes 2 et 4 sont faibles.

La présence du mode 4 apparait maintenant clairement sur la courbe du milieu jusqu'à une distance d'environ 0.9 m. Ensuite, des schémas d'interférence entre mode 1 et mode 2 sont visibles jusqu'à une distance voisine de 1.9 m. Ceux-ci sont légèrement perturbés par la présence relativement faible du mode 3. Sur la courbe inférieure, pour laquelle les modes 2 et 4 sont faiblement excités, nous reconnaissons les schémas d'interférence entre mode 1 et mode 3 jusqu'à une distance voisine de 1.7 m. De plus, le maximum prononcé sur cette courbe, à environ 1.5 m, est caractéristique d'une seconde arrivée du mode 3. Au delà d'une distance voisine de 1.7 m, le mode 3 se trouve (pour la fréquence de 122 kHz) dans sa zone d'ombre. En d'autres termes,

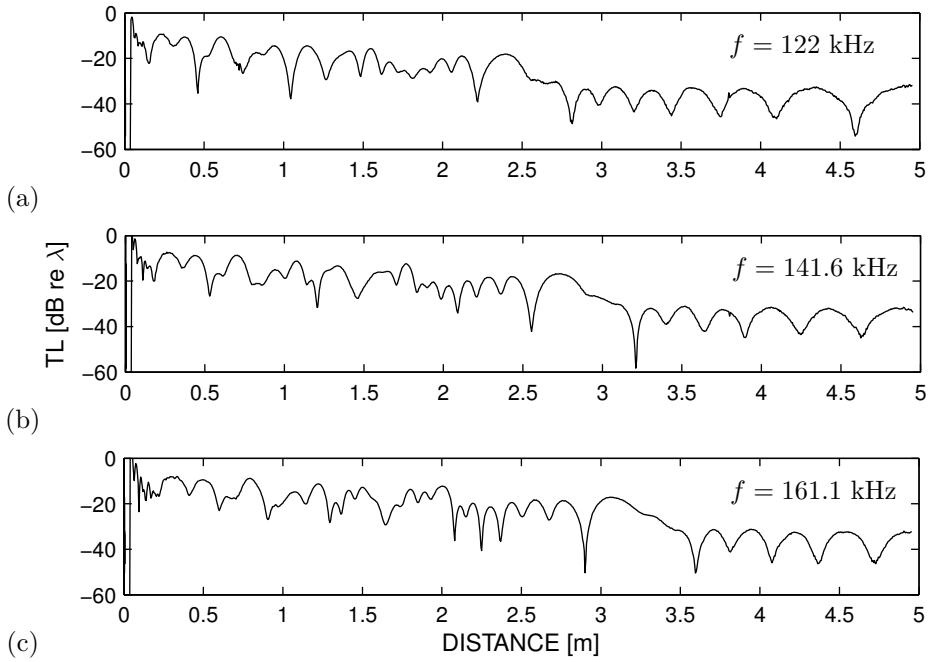


FIG. 2.24 – Résultats expérimentaux montrant les pertes par transmission en fonction de la distance source/récepteur pour trois fréquences différentes : (a) $f = 122$ kHz, (b) $f = 141.6$ kHz et (c) $f = 161.6$ kHz. Source et récepteur sont positionnés à la même immersion ($z_S = z_R = 10$ mm).

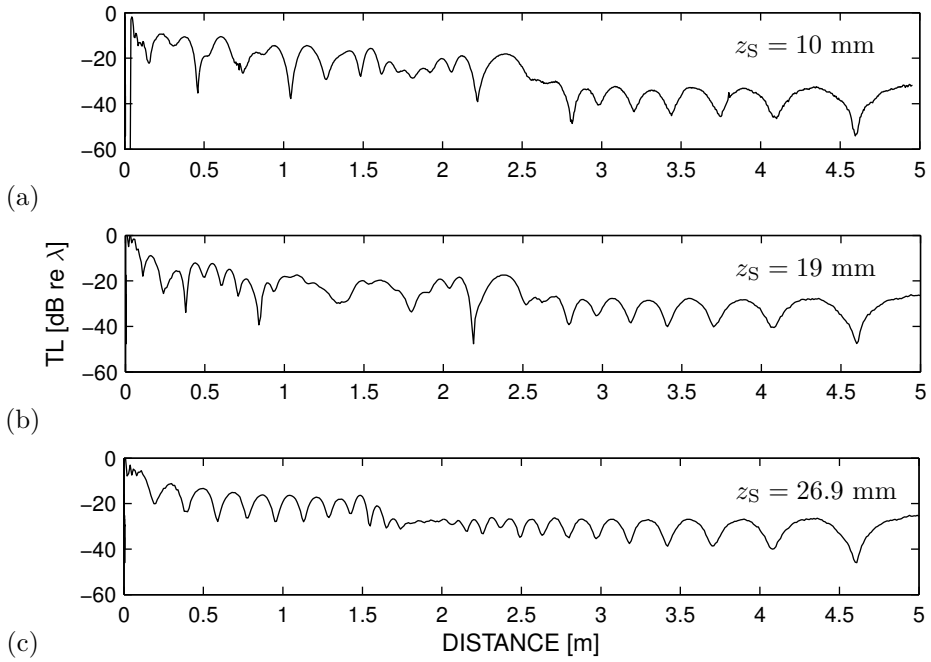
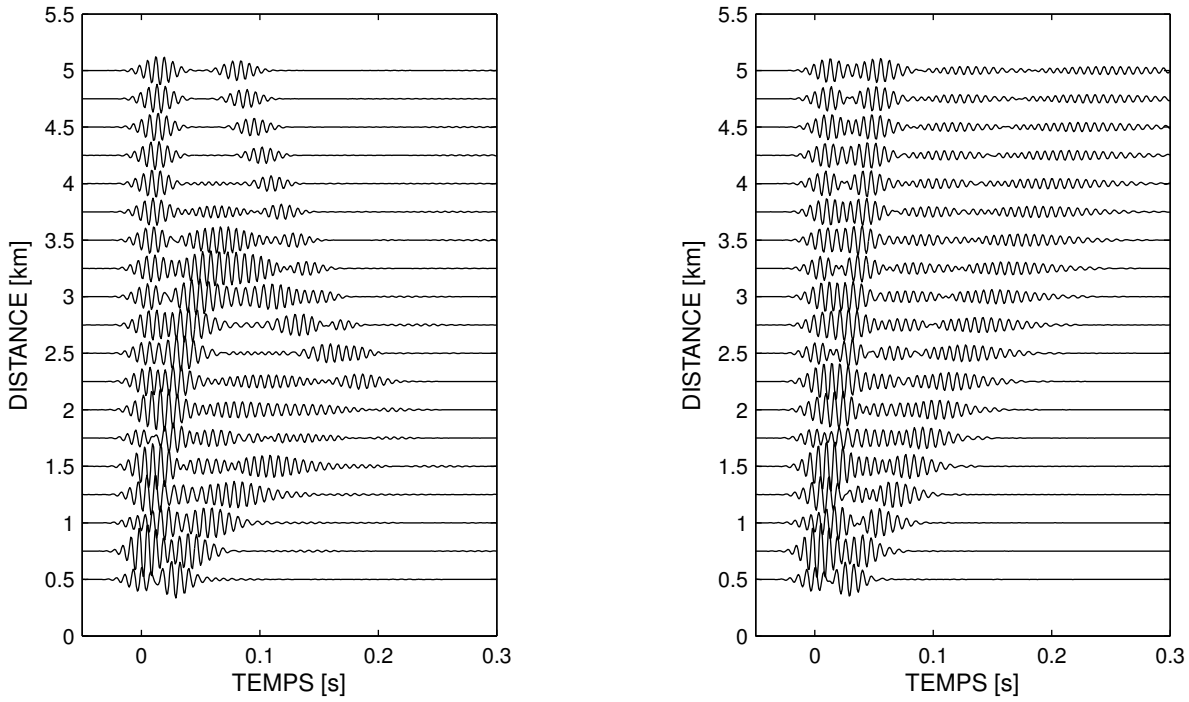


FIG. 2.25 – Résultats expérimentaux montrant les pertes par transmission en fonction de la distance source/récepteur pour trois immersions de source différentes : (a) $z_S = 10$ mm, (b) $z_S = 19$ mm et (c) $z_S = 26.9$ mm. La fréquence est de 122 kHz. L'immersion du récepteur est fixe ($z_R = 10$ mm).

la partie de l'énergie du mode 3 correspondant à la fréquence de 122 kHz est entièrement refractée hors du plan de propagation vertical contenant la source et le récepteur. Ainsi, seul le mode 1 contribue au champ acoustique au delà de la distance de 1.7 m. Les interférences apparaissant à environ 2.1 m sur la Fig. 2.25(c) peuvent être attribuées à la seconde arrivée du mode 1. Cette dernière remarque suggère que les interférences



(a) Calcul 3D (b) Calcul 2D

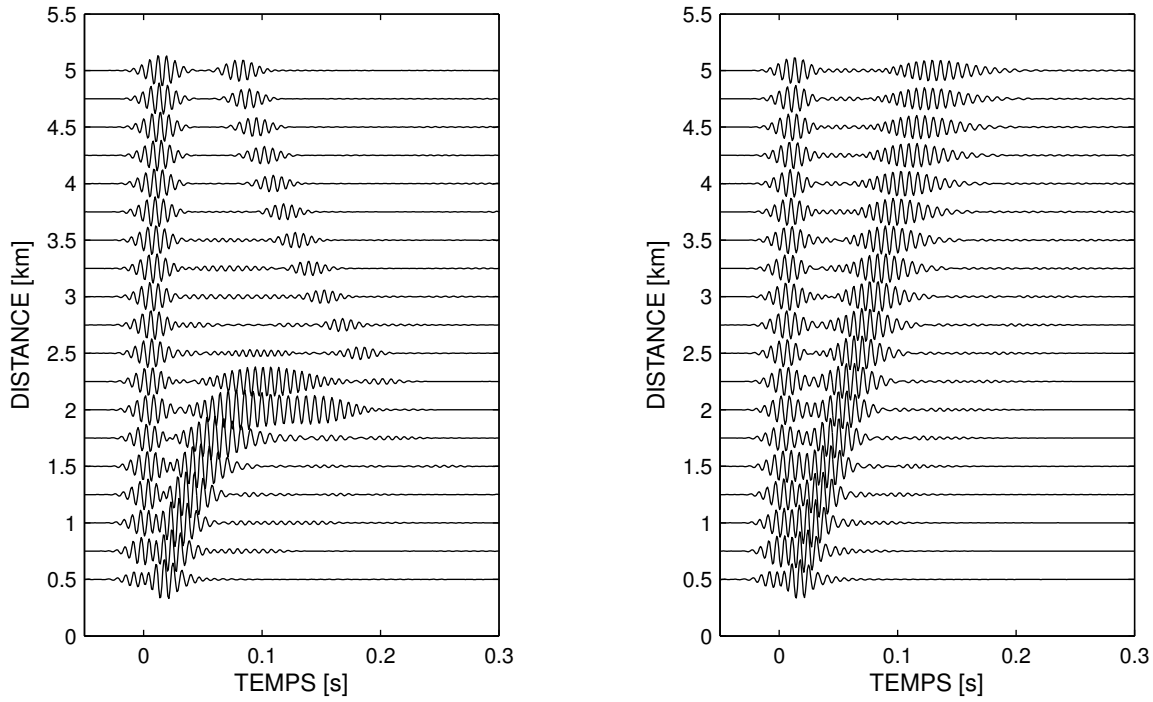
FIG. 2.26 – Prédictions numériques (code 3DWAPE) pour les signaux temporels reçus en fonction de la distance, pour une immersion de récepteur de 20 m. (a) Calcul 3D et (b) calcul 2D. L'immersion de la source est $z_S = 10$ m).

entre 1.9 et 2.1 m sur la Fig. 2.25(a) sont dues à l'unique arrivée du mode 1 et les deux arrivées du mode 2. Ensuite, jusqu'à une distance de 2.5 m, la seconde arrivée du mode 1 s'ajoute aussi. Au delà de cette distance le mode 2 entre dans sa zone d'ombre et le mode 1 interfère avec lui-même. Les lobes de ces interférences s'élargissent à des distances plus grandes. Au delà d'une certaine distance le mode 1 devrait aussi entrer dans sa zone d'ombre, l'énergie entière du signal initial étant réfractée vers le bas de la pente. Bien que cet effet n'ait pas été observé durant cette campagne en raison d'une longueur de cuve insuffisante, il a été observé lors d'une autre campagne de mesures où la profondeur de l'eau était inférieure.

2.3.5 Comparaison aux prédictions d'un modèle numérique 3D

Les données du modèle expérimental 3D montrent un comportement consistant par rapport aux prédictions théoriques pour le guide d'onde à fond incliné que le modèle est destiné à simuler. Nous procédons à présent à la confrontation des données expérimentales 3D aux prédictions numériques obtenues par le code parabolique 3DWAPE [Sturm05]. Le passage au 3D implique une augmentation notable des temps de calcul. Ainsi, pour donner un ordre de grandeur, les simulations dans le domaine temporel présentées ci-après ont nécessitè approximativement 3 jours de temps CPU, alors que le calcul 2D s'effectue en seulement quelques minutes. En conséquence, la procédure itérative du § 2.2.4 pour la confrontation des simulations numériques aux données expérimentales n'est plus envisageable : les 1071 itérations de celle-ci demanderaient, à présent, environ 9 ans de temps CPU. Nous nous contentons ici d'une comparaison qualitative.

Nous effectuons le calcul pour l'environnement schématisé sur la Fig. 2.16 et à une échelle de 1/1000 du modèle expérimental 3D. En émission, nous considérons un signal à enveloppe Gaussienne centré à une fréquence de 141.6 Hz et recouvrant une bande fréquentielle de 100 à 180 Hz. Lors des simulations, l'immersion



(a) Calcul 3D (b) Calcul 2D

FIG. 2.27 – Prédictions numériques (code 3DWAPE) pour les signaux temporels reçus en fonction de la distance, pour une immersion de récepteur de 26 m. (a) Calcul 3D et (b) calcul 2D. L'immersion de la source est $z_S = 10$ m).

de la source est $z_S = 10$ m et la hauteur de l'eau au niveau de la source est $h_S = 48$ m. Pour les paramètres des deux milieux nous utilisons les valeurs suivantes : $c_e = 1488.9$ m/s, $\rho_e = 1$ g/cm^3, $c_f = 1740$ m/s, $\rho_f = 1.99$ g/cm^3 et $\alpha_f = 0.5$ dB/λ. Il est à noter que la valeur de c_f nous a été suggérée par des comparaisons entre expériences et simulations lors de l'étape de calibration de la cuve [Papadakis08]. De plus, malgré la fréquence de centrage légèrement modifiée, un calcul 2D préliminaire suggère la présence de 4 modes propres au niveau de la source. Les calculs à fréquence fixe ont été effectués en considérant des développements de Padé grand angle aussi bien en immersion qu'en azimut, et en initialisant par une source de Greene. Les arrivées temporelles ont alors été reconstruites par synthèse de Fourier (*cf.* (2.25)).

Les Figs. 2.26(a) et 2.27(a) représentent les prédictions numériques pour l'évolution du signal source en fonction de la distance en travers de la pente jusqu'à une distance de 5 km pour deux immersions du récepteur distinctes : à 20 m [Fig. 2.26(a)] où quatres modes contribuent au champ acoustique et à 26 m [Fig. 2.27(a)] à proximité des noeuds des modes 2 et 4. Pour des raisons de comparaison, nous montrons sur les Figs. 2.26(b) et 2.27(b) les résultats correspondant à un calcul 2D ne tenant pas compte de la géométrie tridimensionnelle du fond. Les effets de propagation observés sur les Figs. 2.26(a) et 2.27(a) sont identiques aux observations expérimentales. Nous notons ainsi les doubles arrivées des paquets d'onde associés aux modes 1 à 3. Nous notons aussi les zones d'ombre pour chaque mode, qui surviennent approximativement aux distances observées expérimentalement, *cf.* Fig. 2.19.

Examinons à présent l'évolution du contenu spectral des paquets d'onde associés aux modes en fonction de la distance dans la direction transversale ($\theta = 90°$). La connaissance exacte des fonctions modales nous permet désormais d'isoler les paquets d'onde associés à chacun des modes au moyen d'une méthode de filtrage modal [Tindle93]. Celle-ci repose sur l'orthogonalité des fonctions modales : les signaux temporels enregistrés le long d'une antenne verticale sont projetés sur la base orthogonale des fonctions modales.

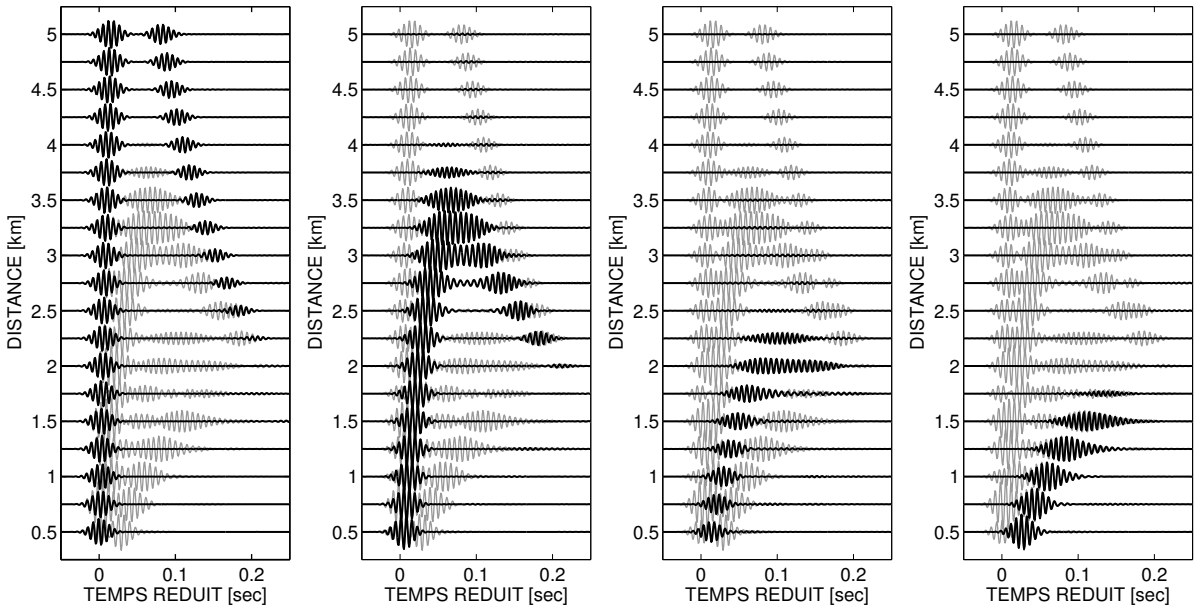


FIG. 2.28 – De gauche à droite (courbes en noir) : prédictions numériques (3DWAPE) montrant l'évolution des signaux associés aux modes 1, 2, 3 et 4 en fonction de la distance source/récepteur (en travers de la pente, immersion : 20 m). Pour chaque distance, les signaux complets, avant filtrage, sont représentés en gris sur chacune des sous-figures.

Présentons le développement de la méthode de filtrage modal développée initialement pour un guide d'onde de type Pekeris [Tindle93]. Considérons N récepteurs positionnés à la même distance $\tilde{r}_{\mathrm{R}}$ et aux immersions $\tilde{z}_{\mathrm{R},1}$, $\tilde{z}_{\mathrm{R},2}$, $\tilde{z}_{\mathrm{R},3}$, …, $\tilde{z}_{\mathrm{R},N}$, toutes distinctes deux à deux. Écrivons alors (2.26) en chacun de ces récepteurs. Pour cela, fixons t et notons

$$p_j \overset{\text{not.}}{=} p(\tilde{r}_{\mathrm{R}}, \tilde{z}_{\mathrm{R},j}; t), \quad 1 \leqslant j \leqslant N,$$
$$s_m \overset{\text{not.}}{=} \mathcal{S}_m(\tilde{r}_{\mathrm{R}}, t), \quad 1 \leqslant m \leqslant M_{\mathrm{c}}.$$

On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_N \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \phi_1(\tilde{z}_{\mathrm{R},1}) & \phi_2(\tilde{z}_{\mathrm{R},1}) & \cdots & \phi_{M_{\mathrm{c}}}(\tilde{z}_{\mathrm{R},1}) \\ \phi_1(\tilde{z}_{\mathrm{R},2}) & \phi_2(\tilde{z}_{\mathrm{R},2}) & \cdots & \phi_{M_{\mathrm{c}}}(\tilde{z}_{\mathrm{R},2}) \\ \phi_1(\tilde{z}_{\mathrm{R},3}) & \phi_2(\tilde{z}_{\mathrm{R},3}) & \cdots & \phi_{M_{\mathrm{c}}}(\tilde{z}_{\mathrm{R},3}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(\tilde{z}_{\mathrm{R},N}) & \phi_2(\tilde{z}_{\mathrm{R},N}) & \cdots & \phi_{M_{\mathrm{c}}}(\tilde{z}_{\mathrm{R},N}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{M_{\mathrm{c}}} \end{bmatrix}. \tag{2.28}$$

Notons à présent $\mathbf{p} \overset{\text{not.}}{=} (p_1, p_2, p_3, \ldots, p_N)^T$ et $\mathbf{s} \overset{\text{not.}}{=} (s_1, s_2, \ldots, s_{M_{\mathrm{c}}})^T$. Le vecteur $\mathbf{p}$ contient les signaux reçus (au temps t) en chacun des N récepteurs, tandis que le vecteur $\mathbf{s}$ contient les signaux (au temps t) transportés par chacun des M_{c} modes propres correspondant à la fréquence centrale f_{c}. Rechercher la meilleure solution (au sens des moindres carrés discrets) de (2.28) revient à chercher le vecteur $\mathbf{s}$ vérifiant l'équation normale :

$$\mathrm{U}^* \mathrm{U}\, \mathbf{s} = \mathrm{U}^* \mathbf{p} \tag{2.29}$$

où la matrice rectangulaire U contient, sur sa m-ième colonne, les valeurs de la fonction modale ϕ_m en chacune des immersions $\tilde{z}_{\mathrm{R},1}$, $\tilde{z}_{\mathrm{R},2}$, $\tilde{z}_{\mathrm{R},3}$, …, $\tilde{z}_{\mathrm{R},N}$, c'est-à-dire :

$$\mathrm{U} \overset{\text{déf.}}{=} (\phi_m(\tilde{z}_{\mathrm{R},j}))_{1 \leqslant j \leqslant N, 1 \leqslant m \leqslant M_{\mathrm{c}}}$$

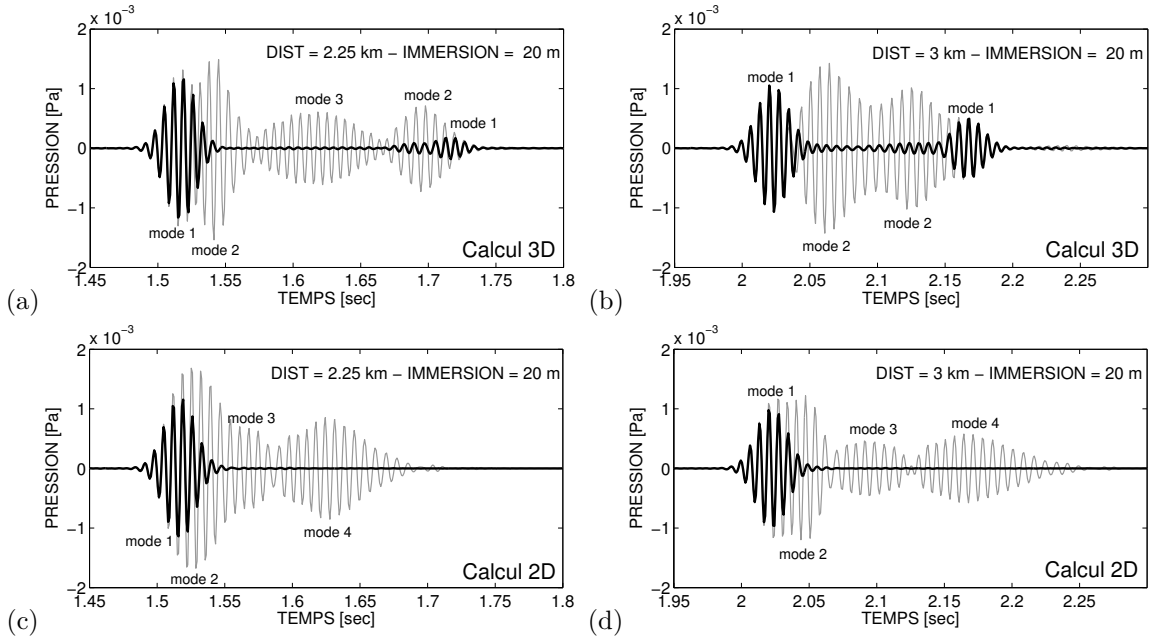


FIG. 2.29 – Prédictions numériques montrant les signaux reçus (courbes en gris) en travers de la pente à l'immersion $z_{\mathrm{R}} = 20$ m aux distances $r_{\mathrm{R}} = 2.25$ km (à gauche) et $r_{\mathrm{R}} = 3$ km (à droite) correspondant à un calcul 3D (sous-figures (a) et (b)) et un simple calcul 2D (sous-figures (c) et (d)). Les arrivées associées au mode 1 obtenues après filtrage sont tracées en noir.

et où U* désigne la matrice adjointe de U. Les colonnes de U étant linéairement indépendantes, la matrice U*U, matrice d'ordre M_{c}, est inversible. D'où

$$\mathbf{s} = \left(\mathrm{U}^*\mathrm{U}\right)^{-1}\mathrm{U}^*\mathbf{p}. \tag{2.30}$$

Les signaux ont été calculés en travers de la pente pour différentes distances variant de 0.5 km à 5 km avec un pas de 0.25 km et, pour chacune de ces distances, aux immersions $\tilde{z}_{\mathrm{R},1} = 2$ m, $\tilde{z}_{\mathrm{R},2} = 4$ m, ..., $\tilde{z}_{\mathrm{R},23} = 46$ m. Le calcul des fonctions modales permettant de reconstruire la matrice U a été effectué à l'aide d'un code de modes normaux. Les arrivées modales associées aux différents modes propagatifs, contenues dans $\mathbf{s}$, sont alors calculées par (2.30). Les courbes en noir représentées sur les quatre sous-figures de la Fig. 2.28 montrent l'évolution du signal temporel en fonction de la distance (en travers de la pente, à une immersion de 20 m) correspondant à chacun des quatre modes propagatifs. Les signaux complets (c'est-à-dire avant filtrage) sont représentés sur chacune des sous-figures par les courbes grises. En particulier, les signaux reçus en travers de la pente aux deux distances $r_{\mathrm{R}} = 2.25$ km et $r_{\mathrm{R}} = 3$ km (à l'immersion $z_{\mathrm{R}} = 20$ m) sont aussi représentés sur la Fig. 2.29. Pour comparaison, le signal obtenu par un simple calcul 2D est représenté sur la Fig. 2.29. Pour compenser les pertes par divergence cylindrique de l'énergie sonore, les signaux filtrés (courbes en noir) et non filtrés (courbes en gris) de la Fig. 2.28 ont été multipliés par un facteur $\sqrt{r_{\mathrm{R}}}$.

On distingue à présent clairement l'évolution de chaque mode en fonction de la distance, les doubles arrivées des modes 1 à 3 ainsi que les zones d'ombres de chaque mode respectif (à l'exception du mode 1).

Examinons à présent l'évolution, en travers de la pente, du contenu spectral des paquets d'onde associés aux modes en fonction de la distance. Les spectres, obtenus par transformée de Fourier des paquets d'onde associés à chacun des modes et obtenus par filtrage modal, sont représentés sur la Fig. 2.30. On y observe notamment l'écartement des franges d'interférence sur les spectres associés au mode 1 (courbes en bleu) en fonction de la distance source/récepteur. Il est à noter que jusqu'à la distance de 4.75 km, le mode 1 préserve

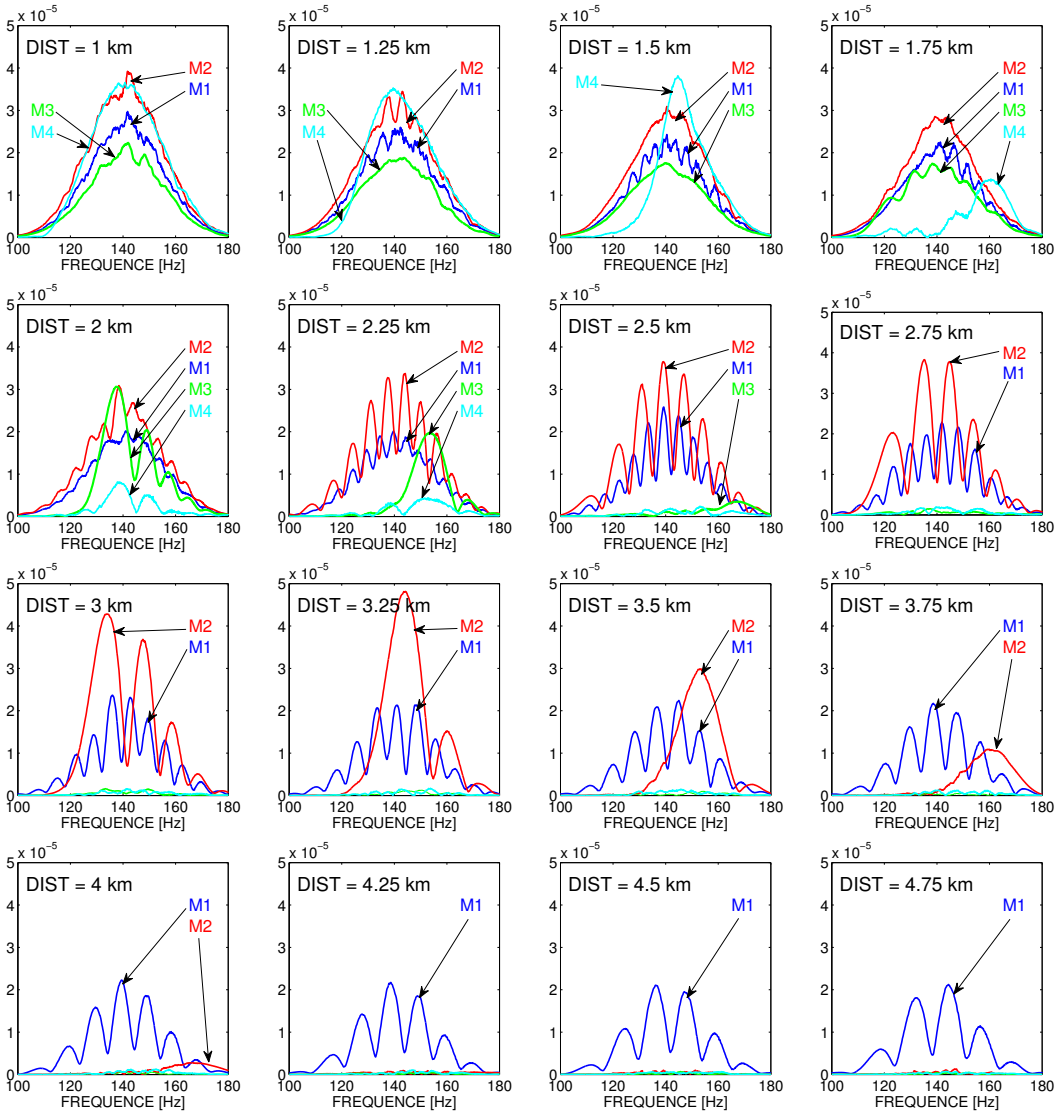


FIG. 2.30 – Spectres numériques associés aux quatre modes propagatifs en fonction de la distance (immersion : 20 m). En bleu : mode 1, en rouge : mode 2, en vert : mode 3, en cyan : mode 4.

son contenu spectral initial. Le mode 2 (courbes en rouge) présente un comportement similaire au mode 1 jusqu'à la distance de 3.25 km puis, au delà de cette distance, entre progressivement dans sa zone d'ombre. En outre, on observe que le comportement des spectres simulés correspondant au mode 3 est très proche des résultats expérimentaux donnés sur la Fig. 2.23. Enfin, le mode 4 ne présente aucune interférence.

En conclusion, le modèle expérimental 3D reproduit bien les effets prédits pour le guide d'onde à fond incliné. Nous notons ici, que la technique de filtrage modal aurait pu être appliquée aux données expérimentales. Cependant, cela nécessite la connaissance précise des fonctions modales le long de la colonne d'eau. Autrement dit, cela nécessite la conaissance précise des paramètres du guide d'onde. À ce stade, les incertitudes sur les paramètres du guide d'onde sont importantes et une analyse plus rigoureuse doit être envisagée afin d'y remédier. Cette analyse fait l'objet des chapitres suivants.

Chapitre 3

Inversion dans un environnement à géométrie simple

3.1 Étude de sensibilité

3.1.1 Rappels et discussion

Dans cette section, nous étudions la sensibilité de la fonction de coût du problème inverse aux variations de chaque paramètre décrivant l'environnement. Cette démarche permet de déterminer la paramétrisation minimale permettant la description des effets de propagation dans les données observées de manière satisfaisante. Nous procédons en deux temps. Dans un premier temps, l'influence de chaque paramètre sur la fonction de coût est évaluée. Un paramètre qui s'avère influent est un paramètre à contribution importante. Il devra alors être pris en compte dans la paramétrisation. Dans un second temps, le couplage entre paramètres est examiné. Le couplage apparaît lorsque l'effet de la variation d'un paramètre sur la fonction de coût peut être compensé par la variation d'un autre. Dès lors, ces deux paramètres ne peuvent être inversés indépendamment l'un de l'autre. Ainsi, un paramètre non influent mais couplé à des paramètres importants devra aussi être pris en compte dans la paramétrisation.

Nous avons vu (*cf.* § 1.2.3) que, sous l'hypothèse d'erreurs Gaussiennes à moyenne nulle et à variance ν_D, spatiallement non corrélées (d'un récepteur à l'autre), la fonction de coût du problème, lorsque le signal source est inconnu, s'écrit :

$$\phi(\mathbf{m}) = \mathcal{B}(\mathbf{m})\|\mathbf{d}_{\text{obs}}\|^2/\nu_D \tag{3.1}$$

où le corrélateur de Bartlett $\mathcal{B}(\mathbf{m})$ est donné par

$$\mathcal{B}(\mathbf{m}) = 1 - \frac{|\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathbf{d}_{\text{obs}}|^2}{\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2\|\mathbf{d}_{\text{obs}}\|^2}. \tag{3.2}$$

où $\mathbf{m} = [m_1, m_2, \ldots, m_M]^T$ désigne le vecteur des paramètres, $\mathbf{d}_{\text{obs}}$ désigne le vecteur du champ de pression mesuré au niveau d'une antenne réceptrice, $\mathbf{w}(\mathbf{m})$ désigne le vecteur des répliques du champ acoustique générées au niveau de l'antenne par un modèle de propagation et * désigne l'opération de conjuguaison-transposition. À fréquence fixe, $\|\mathbf{d}_{\text{obs}}\|^2$ et ν_D dans (3.1) sont constants. L'étude de sensibilité de la fonction de coût revient alors à l'étude de sensibilité du corrélateur de Bartlett. Ce dernier a ses valeurs comprises entre 0 et 1. Lorsque $\mathbf{w}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}_{\text{obs}}$, c'est-à-dire pour une correspondance parfaite entre répliques et données observées, la valeur du corrélateur de Bartlett est nulle.

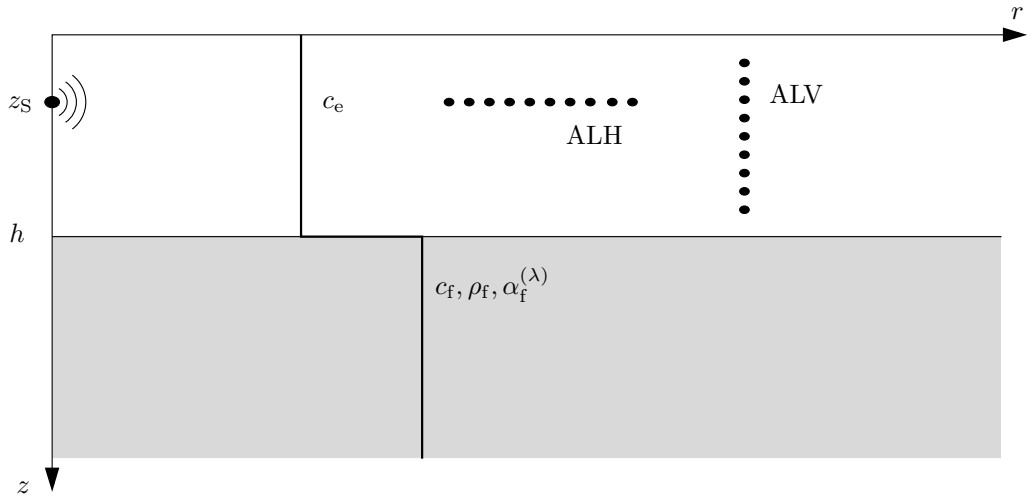


FIG. 3.1 – Guide d'onde à géométrie de type Pekeris.

L'étude de sensibilité s'effectue par simulation. Autrement dit, les données observées au niveau de l'antenne sont générées par un code de propagation à partir d'un jeu de paramètres de référence représentant les valeurs *vraies* des paramètres. On parle alors de *données synthétiques*.

La génération des répliques s'effectue par le même code utilisé pour la génération des données synthétiques. Dans le cas contraire, une erreur de modélisation inconnue intervient et (3.1) ne peut être utilisée. Dans l'étude présente nous utilisons le code parabolique RAM.

La sensibilité de la fonction de coût à la variation des paramètres est évaluée de manière qualitative. Un intervalle de valeurs possibles est défini pour chaque paramètre. Cet intervalle est ensuite discrétisé. On procède alors à l'évaluation de la réponse du corrélateur de Bartlett (3.2) en faisant varier un ou deux paramètres à la fois sur les valeurs discrètes des intervalles des paramètres respectifs. Cela revient à la génération de répliques par un code de propagation pour chaque nouveau jeu de paramètres ainsi obtenu.

Nous appliquons l'étude de sensibilité au guide d'onde de type Pekeris, schématisé sur la Fig. 3.1. Notons que le guide d'onde de Pekeris possède un fond non atténuant. Ici, on considère le même environnement avec

TAB. 3.1 – Valeurs vraies, espace des paramètres et discrétisation pour l'étude de sensibilité de la fonction de coût dans le guide d'onde de type Pekeris.

Paramètre	Symbole	Valeur vraie	Intervalle	Pas
Géométrique				
Hauteur de la colonne d'eau [m]	h	200.0	$[190.0, 210.0]$	1.0
Profondeur de la source [m]	z_S	40.0	$[25.0, 55.0]$	1.0
Décalage de l'antenne en immersion [m]	δz_R	0.0	$[-9.0, 9.0]$	1.0
Décalage de l'antenne en distance [m]	δr_R	0.0	$[-15, 15.0]$	1.0
Acoustique				
Colonne d'eau				
Célérité du son dans l'eau [m/s]	c_e	1500.0	$[1495.0, 1505.0]$	0.5
Géoacoustique				
Célérité du son dans le fond [m/s]	c_f	1700.0	$[1600.0, 1800.0]$	5.0
Densité du fond [g/cm^3]	ρ_f	1.5	$[1.0, 2.0]$	0.05
Atténuation du son dans le fond [dB/λ]	$\alpha_f^{(\lambda)}$	0.5	$[0.1, 1.0]$	0.05

atténuation dans le fond. Une couche d'eau de hauteur h, de célérité du son c_{e} et de densité ρ_{e} repose sur un fond fluide, semi-infini, d'une célérité du son c_{f}, d'une densité ρ_{f} et d'une atténuation du son $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$ (la colonne d'eau est supposée non atténuante). La Figure 3.1 représente aussi la configuration expérimentale considérée dans le cadre de l'inversion. Une source monochromatique est située à une immersion z_{S}. Le champ acoustique est enregistré au niveau d'une antenne linéaire de récepteurs à géométrie verticale (notée ALV sur la Fig. 3.1) ou horizontale (notée ALH). L'antenne considérée est entièrement située dans la couche d'eau. Nous décrivons la position de l'antenne réceptrice par l'immersion z_{R} du premier récepteur de l'antenne ainsi que par la distance r_{R} de son centre géométrique (par rapport à la source). Les positions des autres récepteurs sont alors définies par rapport à celles-ci.

Nous nous plaçons dans un cadre d'inversion géoacoustique en présence d'incertitudes dans les valeurs des autres paramètres. Ainsi, l'étude de sensibilité consiste ici à examiner la faisabilité d'une inversion pour les paramètres du fond ainsi qu'à évaluer l'impact que peuvent avoir les incertitudes des autres paramètres. L'espace des paramètres pour cette étude de sensibilité est alors défini comme suit : on considère de larges intervalles de valeurs pour les paramètres du fond reflétant des valeurs physiquement admissibles (*cf.* [Hamilton80]) ; en revanche, les autres paramètres sont étudiés dans des intervalles plus étroits représentant des incertitudes expérimentales. Le Tableau 3.1 donne les valeurs vraies des paramètres pour la génération des données synthétiques, les intervalles de recherche pour chaque paramètre ainsi que le pas de discrétisation. La discrétisation des intervalles est déterminée par rapport à l'échelle des fluctuations de la valeur du corrélateur de Bartlett : elle doit être suffisamment fine afin de pouvoir tenir compte des éventuelles variations rapides.

Les paramètres importants sont ceux qui influencent le champ acoustique de manière significative. En conséquence, l'importance de chaque paramètre peut varier en fonction de la configuration expérimentale considérée, c'est-à-dire en fonction de la fréquence d'émission de la source, en fonction de l'immersion de la source ainsi qu'en fonction de la géométrie de l'antenne et de sa position dans le guide d'onde. Pour toutes ces raisons, nous considérons deux géométries d'antenne différentes qui sont d'un usage répandu [Chapman98] : une antenne linéaire verticale et une antenne linéaire horizontale, *cf.* Fig. 3.1. Plusieurs positions d'antennes sont examinées et, pour chaque position, plusieurs fréquences (15, 25, 50 et 100 Hz) sont étudiées. Convenons, pour cette étude, de qualifier de hautes fréquences les fréquences de 50 et 100 Hz et de basses fréquences, les fréquences de 25 et 50 Hz. Les modes contribuant au champ acoustique dans la colonne d'eau à ces quatre fréquences sont, respectivement, au nombre de 2, 3, 6 et 13. Toutefois, aux fréquences de 50 et 100 Hz, les modes 5 et 6 et les modes 5, 7, 10 et 11, respectivement, ne sont que faiblement excités au niveau de la source.

3.1.2 Antenne linéaire verticale

Les antennes verticales sont couramment utilisées lorsque les paramètres de l'environnement ne présentent pas de dépendance radiale (voir par exemple [Tolstoy94a, Chapman98]). La réponse du corrélateur de Bartlett peut être affectée par les caractéristiques de l'antenne, à savoir, par sa longueur et par le nombre de récepteurs qui la constituent ou, de manière équivalente, par l'espacement des récepteurs. Une antenne recouvrant la quasi-totalité de la colonne d'eau est généralement recommandée car elle permet d'exploiter un maximum d'angles de propagation. En outre, le facteur déterminant dans une inversion par champs d'onde adaptés est le nombre de récepteurs que l'antenne contient. Idéalement, un nombre de récepteurs égal au nombre de modes propagatifs présents au niveau de l'antenne de réception permettrait d'exploiter toute l'information disponible. Toutefois, un nombre généralement supérieur est recommandé en raison d'éventuelles corrélations entre les données enregistrées au niveau de chacun des récepteurs.

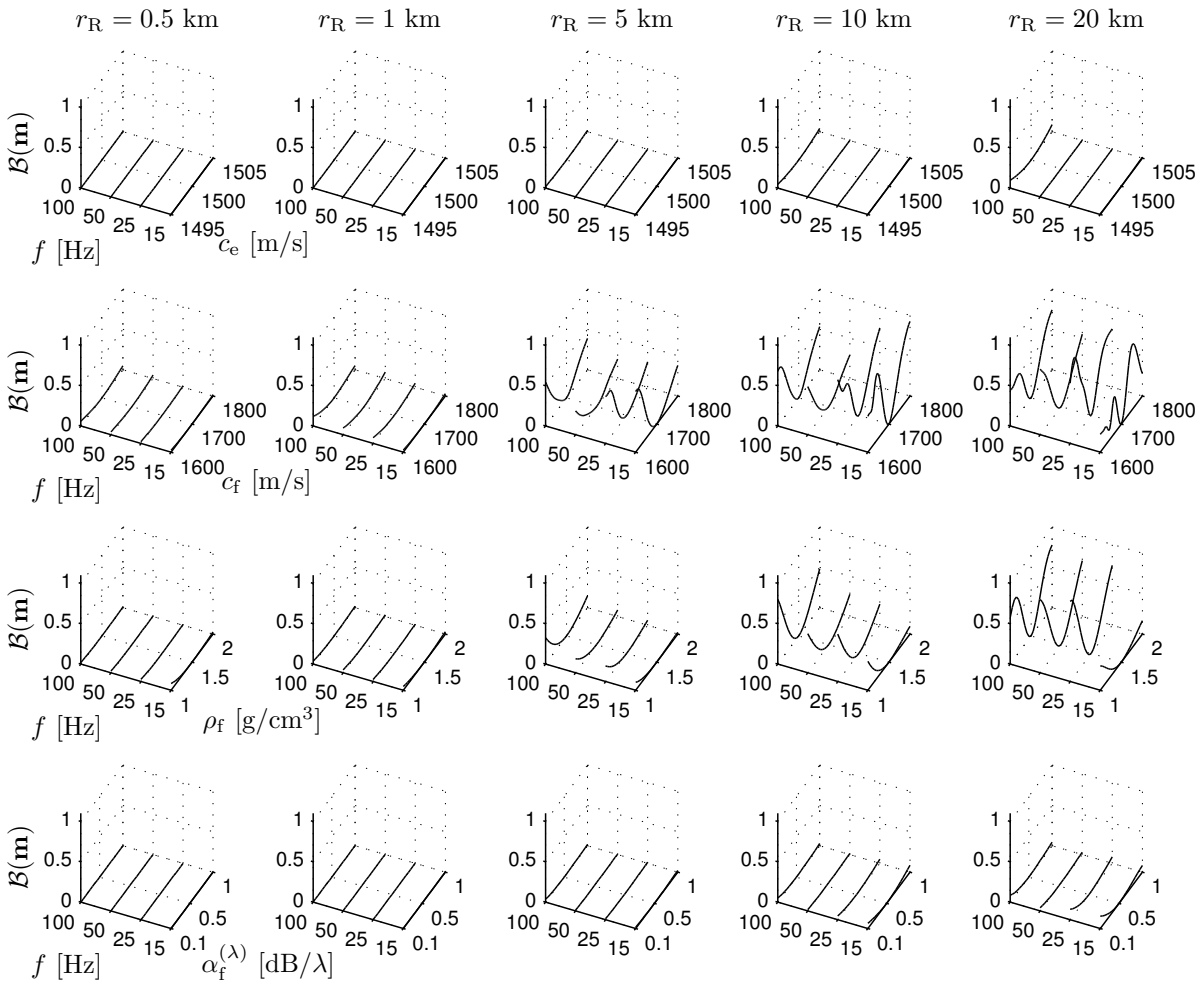


FIG. 3.2 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett par rapport aux paramètres acoustiques, c_e, c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ (de haut en bas) du guide d'onde pour une antenne linéaire verticale, en fonction de la fréquence (dans chaque sous-figure) et de la distance de l'antenne par rapport à la source (de gauche à droite).

Plusieurs configurations d'antenne verticale ont été testées en fonction de la longueur de l'antenne et du nombre de récepteurs qui la constituent. Notre choix se porte sur une antenne verticale recouvrant la quasi-totalité de la colonne d'eau, de 10 à 190 m de profondeur, constituée de 19 récepteurs positionnés à intervalle régulier ; l'espacement entre les récepteurs est donc de 10 m. Sur les Figs 3.2 et 3.3 on représente, de haut en bas, la réponse du corrélateur de Bartlett (3.2) à la variation de chaque paramètre en fonction :

- de la fréquence (15, 25, 50 et 100 Hz) dans chaque sous-figure,
- de la distance qui sépare la source de l'antenne verticale pour les distances de 0.5, 1, 5, 10 et 20 km, présentées en colonne de gauche à droite.

Les paramètres sont regroupés en paramètres acoustiques (c_e, c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$) sur la Fig. 3.2 et en paramètres géométriques (h, z_S, δr_R, δz_R) sur la Fig. 3.3. Notons que la variation de la position de l'antenne est exprimée par les décalages en immersion, δz_R, et en distance, δr_R, par rapport à la position considérée. Les trois valeurs sur les axes des paramètres dans chaque sous-figure, représentent les bornes de l'intervalle et la valeur vraie du paramètre respectif.

Les effets observés sur les Figs. 3.2 et 3.3 sont globalement similaires aux effets de la propagation sonore dans le guide d'onde. Nous en relevons les tendances générales en fonction de la fréquence et de la distance. À une fréquence donnée, les paramètres géoacoustiques deviennent plus influents en fonction de la distance.

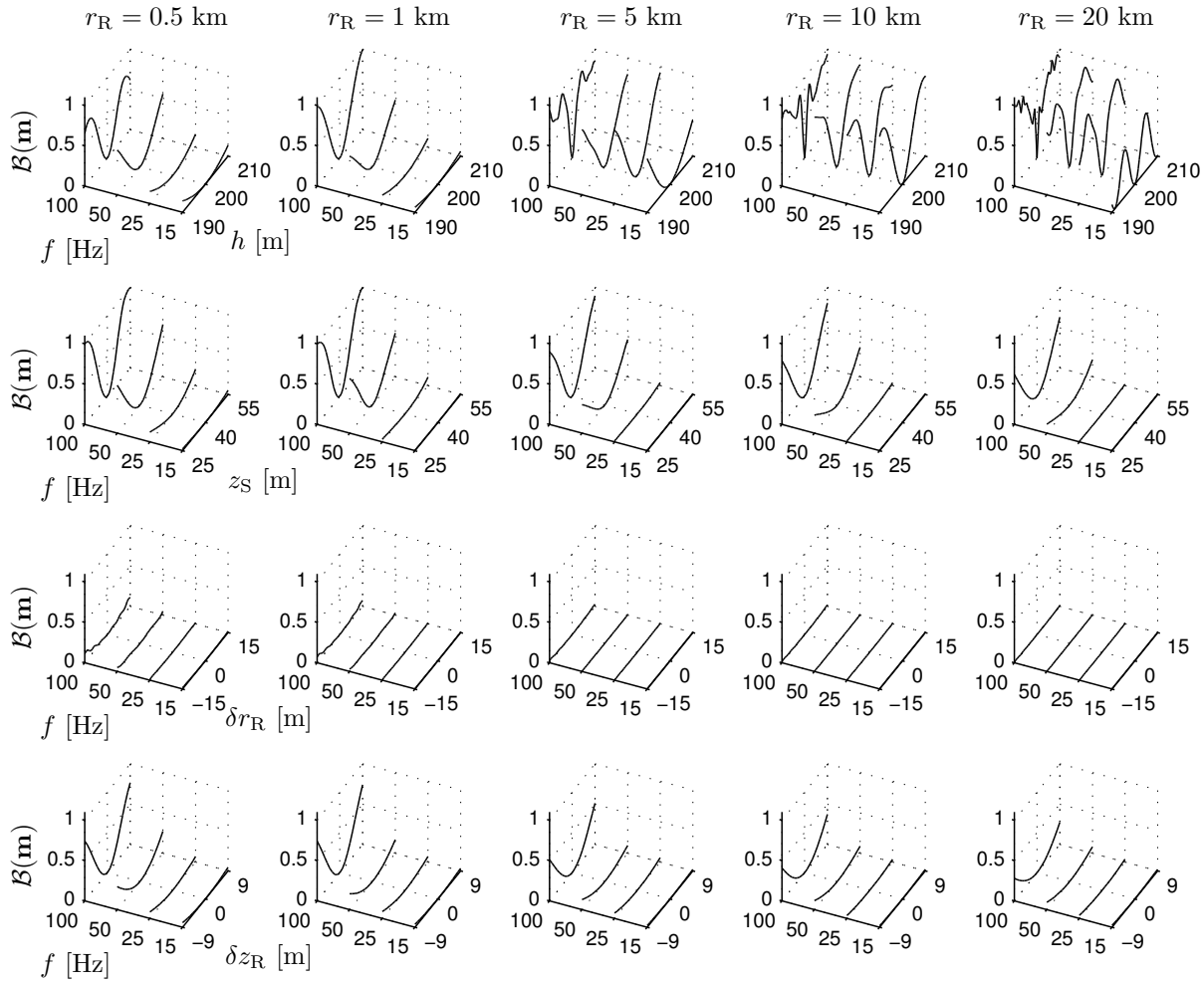


FIG. 3.3 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett par rapport aux paramètres géométriques, h, z_S, δr_R et δz_R (de haut en bas) du guide d'onde pour une antenne linéaire verticale, en fonction de la fréquence (dans chaque sous-figure) et de la distance de l'antenne par rapport à la source (de gauche à droite).

Il en est de même pour la hauteur de l'eau. Cela apparaît comme un effet accumulé que l'on peut attribuer à l'interaction continue de l'énergie sonore avec les interfaces du guide d'onde. La position de la source et les décalages de la position de l'antenne, bien qu'influents à courte distance (notamment aux plus hautes fréquences), deviennent moins influents en fonction de la distance. À une distance donnée, la sensibilité de la fonction de coût par rapport aux paramètres géométriques augmente significativement en fonction de la fréquence. Cela s'explique par le nombre de modes supplémentaires présents dans le guide d'onde qui résulte en une plus grande complexité de la structure spatiale du champ acoustique. Nous notons que les décalages de la position de l'antenne n'ont quasiment pas d'influence aux plus basses fréquences. En effet, il est généralement reconnu que les incertitudes associées aux positions précises des récepteurs de l'antenne peuvent être negligées lorsqu'elles sont inférieures à une longueur d'onde [Gingras95].

Plus particulièrement, nous observons une certaine dégradation de la résolution de c_f à la fréquence de 50 Hz qui est liée à la faible excitation des modes d'ordre élevé pour la profondeur de source considérée. Une source positionnée à une immersion moins profonde, qui favorise l'excitation des modes d'ordre élevé, pourrait y remédier. La Figure 3.4 montre par exemple la sensibilité du corrélateur de Bartlett par rapport à h [Fig. 3.4(a)] et à c_f [Fig. 3.4(b)] pour une distance d'antenne de 5 km et pour deux immersions de source

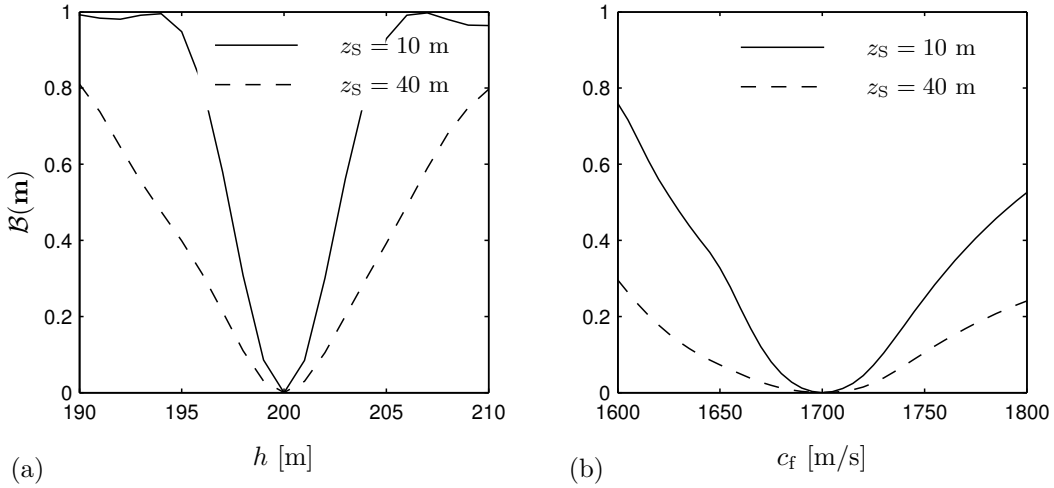


FIG. 3.4 – Sensibilité de la fonction de coût à la variation de h et de c_f pour une fréquence de 50 Hz et une distance de 5 km. Comparaison pour deux immersions de sources différentes : $z_S = 40$ m et $z_S = 10$ m. Les immersions de sources moins profondes favorisent l'excitation des modes d'ordre élevé.

différentes : une à 40 m (comme dans notre cas d'étude) et une, moins profonde, à 10 m. Notons aussi que l'amélioration de la résolution de h et de c_f s'accompagne d'une apparition de lobes secondaires au delà de 10 km et aux fréquences les plus basses, de 15 et 25 Hz. Ces lobes témoignent d'une information insuffisante sous ces configurations pour la résolution du paramètre considéré. Une connaissance *a priori* plus précise réduirait les intervalles respectifs et permettrait d'éviter toute ambiguïté. Une dernière remarque concerne la symétrie des courbes de sensibilité autour de la valeur vraie des paramètres : toutes les courbes présentent une certaine symétrie à l'exception de la courbe de c_f à 20 km pour la fréquence de 15 Hz. Cette dissymétrie témoigne d'un nombre de modes contribuant à la propagation qui varie en fonction de c_f entre 1600 et 1800 m/s. Plus précisément, alors que deux modes de propagation sont excités au niveau de la source à la fréquence de 15 Hz le long de cet intervalle, l'angle équivalent de propagation du deuxième mode se rapproche progressivement de l'angle d'incidence critique lorsque c_f décroît. Ainsi, l'atténuation du mode augmente et sa contribution au champ acoustique à 20 km est de plus en plus faible. Lorsque $c_f < 1700$ m/s, la contribution du deuxième mode à 20 km est moindre.

En somme, dans le cadre de l'inversion géoacoustique, l'étude ci-dessus suggère une estimation satisfaisante de c_f et ρ_f en plaçant l'antenne verticale à de grandes distances de la source, avec une précision qui s'améliore en fonction de la distance et à une fréquence présentant un nombre de modes relativement modéré. En revanche, $\alpha_f^{(\lambda)}$ apparaît difficile à estimer et ce indépendamment de la configuration. Le paramètre dominant, c'est-à-dire le paramètre auquel la fonction de coût est le plus sensible, est la hauteur de l'eau, h, dans la plupart des configurations. Autrement dit, les incertitudes présentes dans la hauteur de l'eau sont aptes à dégrader de manière significative la performance de l'inversion. En conséquence, elles ne peuvent être négligées dans le cadre de l'inversion. Les incertitudes dans les positions de la source et de l'antenne ont un impact important relativement près de la source et notamment pour les deux fréquences 50 et 100 Hz. Enfin, nous constatons que d'éventuelles incertitudes dans la valeur de la célérité du son dans l'eau, c_e, peuvent avoir un impact non négligeable loin de la source et aux plus hautes fréquences étudiées ici. Plus généralement, ce paramètre devient important aux fréquences encore plus élevées.

Regardons à présent le couplage entre les paramètres. Les paramètres couplés ne peuvent être estimés indépendamment. L'étude de sensibilité s'effectue à présent en faisant varier deux paramètres à la fois, les autres paramètres étant fixés à leur valeurs vraies. Nous montrons les résultats de cette procédure pour trois

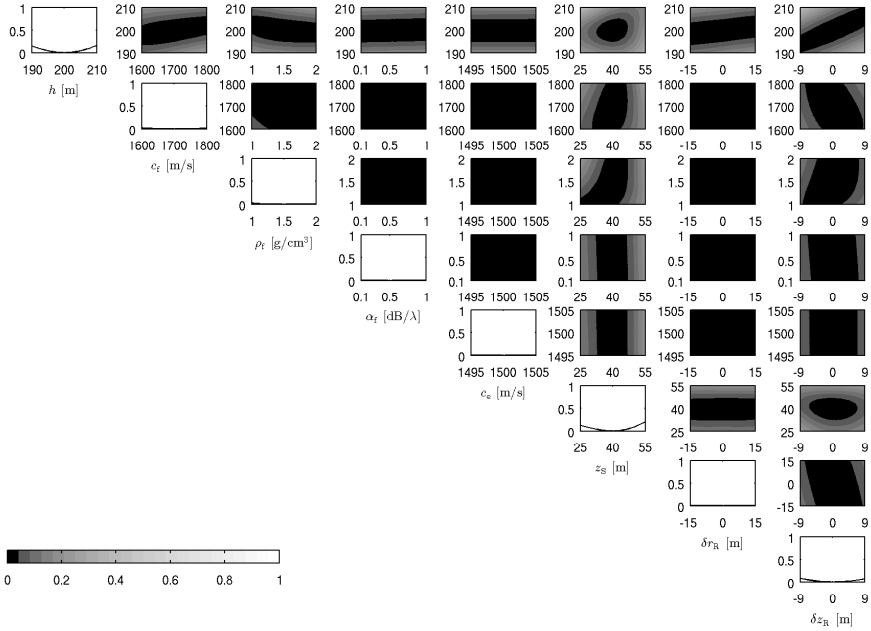


FIG. 3.5 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à $r_R = 0.5$ km et pour une fréquence de 25 Hz.

configurations choisies : une configuration à 0.5 km pour une fréquence de 25 Hz (Fig. 3.5), une à 5 km et 25 Hz (Fig. 3.6) et une à 5 km et 100 Hz (Fig. 3.7). Les résultats pour les autres configurations sont reportés en Annexe A. Les courbes en diagonale représentent la sensibilité du corrélateur de Bartlett à la variation du paramètre considéré. Elles sont identiques aux courbes des Figs. 3.2 et 3.3 pour les configurations respectives. Les surfaces 2D hors diagonale représentent la réponse du corrélateur de Bartlett en fonction de deux paramètres à la fois pour les paramètres respectifs. Le couplage sur ces surfaces apparaît sous la forme de zones étroites disposées de manière oblique qui résultent en une bonne valeur de la fonction de coût. On parle aussi de paramètres corrélés pour mettre l'accent sur le fait qu'ils ne sont pas indépendants, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent pas être inversés indépendamment l'un de l'autre.

Nous observons ainsi d'importantes corrélations entre h et c_f et entre h et ρ_f, d'autant plus importantes que la distance augmente. Nous notons aussi la corrélation entre h et δz_R à 0.5 km qui, cependant, a tendance à disparaître à 5 km. En revanche, les corrélations sont moins prononcées aux plus hautes fréquences.

3.1.3 Antenne linéaire horizontale

Les antennes horizontales sont considérées lorsque les paramètres de l'environnement présentent une variabilité horizontale. Le champ acoustique a tendance à s'adapter à cette variabilité et les antennes horizontales visent alors à intégrer cette variabilité du champ acoustique dans la direction radiale. Les cas les plus communs sont les environnements présentant une bathymétrie variable dans la direction de la propagation [Chapman03]. Notre objectif est ici de comparer les résultats de l'étude de sensibilité pour une antenne horizontale à ceux obtenus avec une antenne verticale et d'en discuter les différences. Ainsi, nous présentons les mêmes essais en utilisant des antennes centrées aux distances étudiées au paragraphe précédent avec une antenne verticale.

Nous avons choisi d'utiliser pour cette étude une antenne horizontale d'une longueur de 1 km, contenant 21 récepteurs, soit un espacement entre les récepteurs de 50 m. Des essais préliminaires ont montré que pour une distance supérieure à 0.5 km entre la source et l'entête de l'antenne, la longueur de l'antenne ainsi que

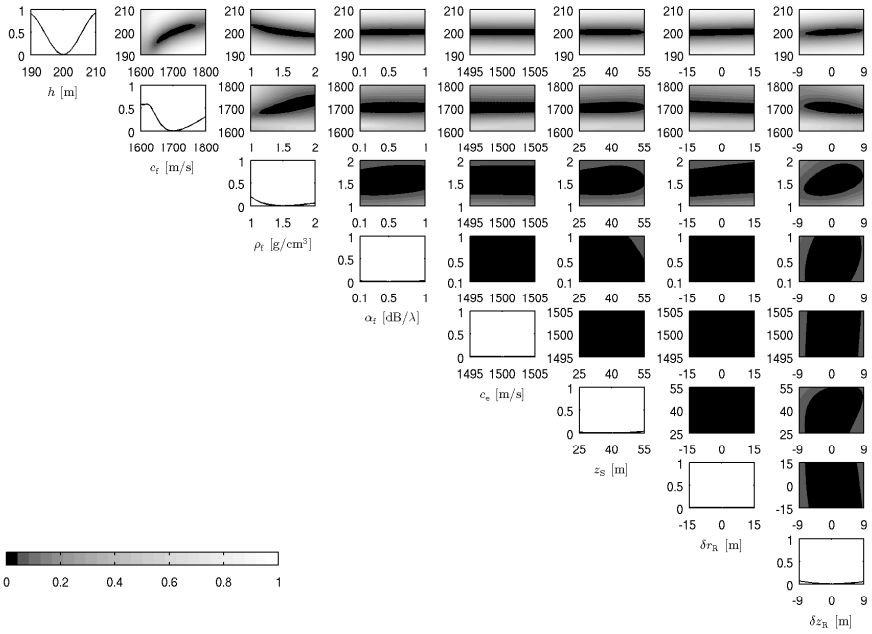


FIG. 3.6 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à $r_R = 5$ km et pour une fréquence de 25 Hz.

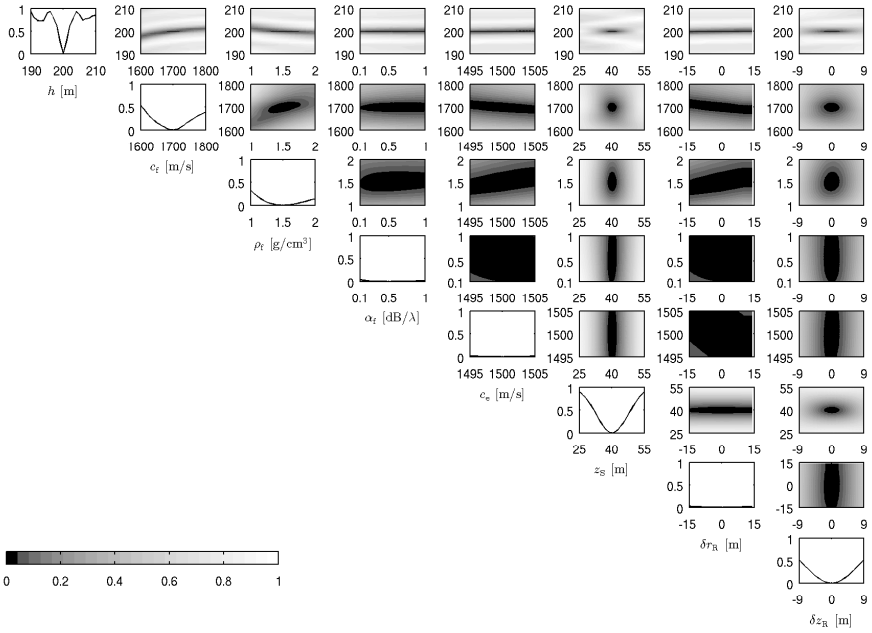


FIG. 3.7 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à $r_R = 5$ km et pour une fréquence de 100 Hz.

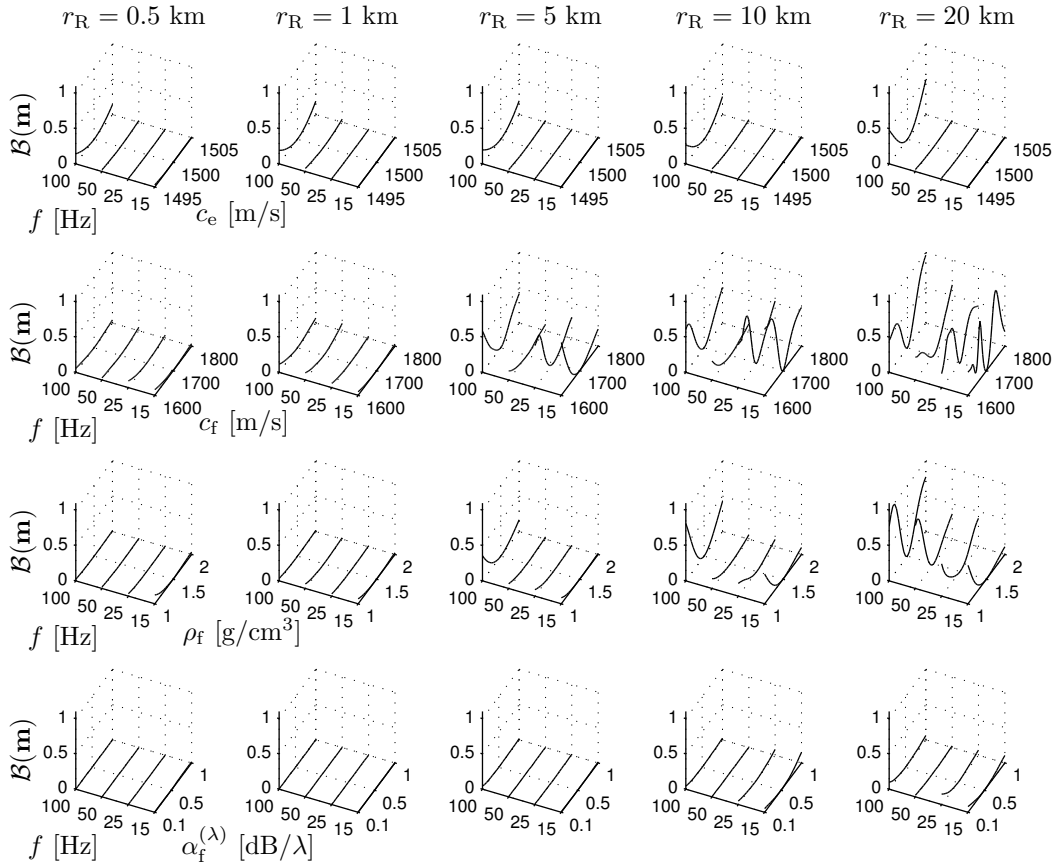


FIG. 3.8 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett par rapport aux paramètres acoustiques (de haut en bas) du guide d'onde pour une antenne linéaire horizontale, en fonction de la fréquence (dans chaque sous-figure) et de la distance du centre de l'antenne par rapport à la source (de gauche à droite).

l'espacement des récepteurs n'ont pas d'influence significative sur les résultats.

Les résultats obtenus avec l'antenne horizontale sont présentés sur les Figs. 3.8 et 3.9, respectivement, pour les paramètres acoustiques et pour les paramètres géométriques. Dans le cas présent, δr_R représente le décalage en distance de chaque élément de l'antenne alors que δz_R représente le décalage en immersion de l'antenne entière. Globalement, le comportement observé sur ces figures est très similaire aux résultats obtenus avec une antenne linéaire verticale. Nous notons ici l'instabilité des courbes de sensibilité à une distance de 20 km pour h et c_f qui confirment que les antennes horizontales sont généralement plus sensibles à la phase radiale que les antennes verticales. De plus, à une fréquence de 25 Hz, le corrélateur de Bartlett devient légèrement sensible à δr_R.

3.2 Inversion géoacoustique sur données synthétiques

3.2.1 Rappels et discussion

Dans cette section, la performance de l'inversion géoacoustique est examinée sur données synthétiques pour le cas d'étude de la Fig. 3.1. Nous effectuons l'inversion dans un cadre Bayesien par recherche exhaustive dans l'espace des paramètres. Compte tenu des temps CPU, la recherche exhaustive nous limite à un nombre réduit de paramètres (généralement inférieur ou égal à quatre) [Tarantola82, Sen85, Mosegaard95]. L'étude de sensibilité a montré que sous certaines configurations, les incertitudes dans les paramètres géométriques

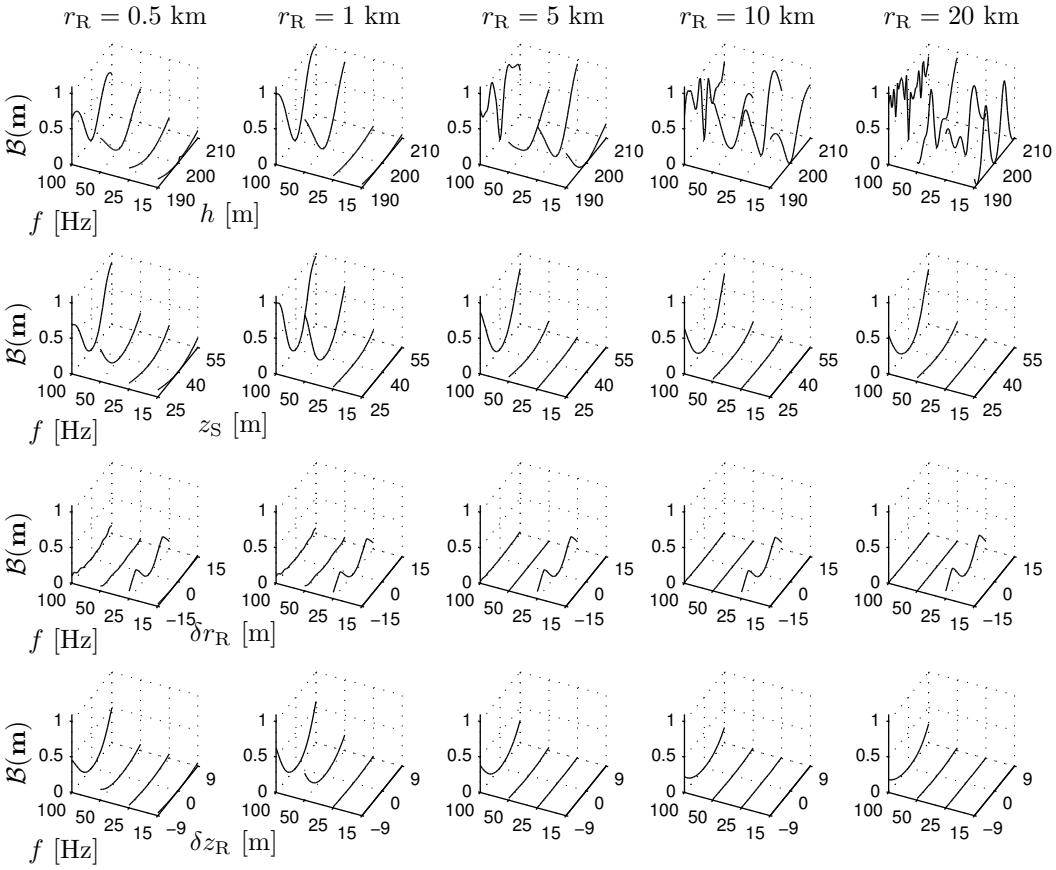


FIG. 3.9 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett par rapport aux paramètres géométriques (de haut en bas) du guide d'onde pour une antenne linéaire horizontale, en fonction de la fréquence (dans chaque sous-figure) et de la distance du centre de l'antenne par rapport à la source (de gauche à droite).

peuvent avoir un impact sur l'inversion ; ils doivent alors être pris en compte dans la paramétrisation. Plus particulièrement, la hauteur de la colonne d'eau s'avère être le paramètre dominant indépendamment de la configuration. Nous proposons alors la démarche suivante. Dans un premier temps, nous considérons une inversion pour l'estimation des trois paramètres du fond, c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$, et de la hauteur de l'eau, h. Dans un second temps, nous examinons séparément l'impact des incertitudes présentes dans la profondeur de la source, z_S, ainsi que dans la position précise de l'antenne au moyen des décalages, δz_R et δr_R. Pour commodité, ces trois paramètres seront désignés *paramètres du système opérationnel* ou simplement *paramètres du système*.

Rappelons l'approche Bayesienne. La solution générale du problème inverse est décrite par la densité de probabilité *a posteriori* des paramètres qui s'obtient en combinant l'information apportée par les données observées avec l'information *a priori* sur les paramètres (*cf.* §1.1.3) :

$$\mathrm{p}(\mathbf{m}|\mathbf{d}_\mathrm{obs}) = \frac{\exp\left[-\phi(\mathbf{m})\right]\mathrm{p}(\mathbf{m})}{\int_\mathcal{M} \exp\left[-\phi(\mathbf{m}')\right]\mathrm{p}(\mathbf{m}')\mathrm{d}\mathbf{m}'} \tag{3.3}$$

où $\mathbf{m}$ désigne le vecteur des paramètres défini dans l'espace $\mathcal{M}$ des paramètres, $\mathbf{d}_\mathrm{obs}$ désigne le vecteur des données observées (ici le champ de pression acoustique au niveau d'une antenne réceptrice), $\mathrm{p}(\mathbf{m})$ désigne la densité de probabilité *a priori* des paramètres et $\phi(\mathbf{m})$ désigne la fonction de coût du problème qui compare les données observées aux prédictions (ou répliques) obtenues par un modèle de propagation. La fonction de coût nous est donnée par (3.1) lorsque le signal source est supposé inconnu et la variance dans les données

est supposée connue. Pour l'interprération de la solution (3.3), nous avons recours aux mesures suivantes. L'estimation maximum *a posteriori* (MAP), qui maximise (3.3), correspond au jeu de paramètres qui résulte en la meilleure correspondance entre données observées et répliques. L'estimation par la moyenne et l'écart-type offre une mesure de la dispersion de la solution autour de sa moyenne. Enfin, les marginales 1D et 2D *a posteriori* des paramètres permettent une interprétation visuelle.

L'inversion dans cette section s'effectue sur données synthétiques simulant une acquisition réelle. Pour ce faire, les données synthétiques sont générées au moyen d'un modèle de propagation pour un jeu de paramètres $\mathbf{m}_{\text{vrai}}$ représentant l'environnement réel. Elles sont ensuite bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle et à variance ν_D. Le bruit est spatialement non corrélé d'un récepteur à un autre. La matrice K de densité inter-spectrale des données synthétiques peut alors s'écrire sous la forme suivante (*cf.* § 1.3.1) :

$$\mathrm{K} = \mathbf{w}(\mathbf{m}_{\text{vrai}})\mathbf{w}(\mathbf{m}_{\text{vrai}})^* + \nu_D \mathrm{I}$$

où $\mathbf{w}(\mathbf{m}_{\text{vrai}})$ désigne le vecteur contenant le champ acoustique calculé par un modèle de propagation au niveau de l'antenne considérée pour le jeu de paramètres $\mathbf{m}_{\text{vrai}}$ et I désigne la matrice unité d'ordre N. La fonction de coût du problème est alors calculée à partir de la forme plus générale [Mecklenbrauker00] (*cf.* § 1.2.3) :

$$\phi(\mathbf{m}) = \left(1 - \frac{\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathrm{K}\mathbf{w}(\mathbf{m})}{\mathrm{tr}(\mathrm{K})\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2}\right)\frac{\mathrm{tr}(\mathrm{K})}{\nu_D} \tag{3.4}$$

où tr(K) désigne la trace de la matrice K. Nous rappelons que cette formule est valable lorsque la variance dans les données est connue. Ainsi, le même modèle de propagation doit être utilisé pour la génération des répliques $\mathbf{w}(\mathbf{m})$. Dans le cas contraire, les disparités entre différents modèles de prédiction induisent des erreurs inconnues.

3.2.2 Premiers résultats d'inversion

Nous examinons ici la performance de l'inversion pour l'estimation des paramètres du fond dans un guide d'onde de type Pekeris en présence d'incertitudes dans la hauteur de l'eau. La paramétrisation du problème est la suivante : $\mathbf{m} = \left[h, c_{\mathrm{f}}, \rho_{\mathrm{f}}, \alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}\right]^T$. Les paramètres du système, z_{S}, r_{R} et z_{R}, ainsi que la célérité du son dans l'eau, c_{e}, et la densité de l'eau, ρ_{e}, sont considérés parfaitement connus. Nous considérons, dans cette étude, l'antenne verticale utilisée dans l'étude de sensibilité, c'est-à-dire une antenne constituée de 19 récepteurs recouvrant la colonne d'eau de 10 à 190 m avec un espacement de 10 m entre récepteurs. Nous examinons plusieurs distances de l'antenne par rapport à la source (0.5, 1, 5 et 10 km). Pour chacune de ces distances, plusieurs fréquences d'émission (15, 25, 50 et 100 Hz) sont étudiées.

Mise en place de l'inversion

Les données synthétiques sont générées au moyen du code parabolique RAM et sont bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle pour un rapport de signal-sur-bruit de 20 dB, correspondant à une variance $\nu_D = 5.2642 \times 10^{-4}$. Nous utilisons le même code RAM pour le calcul des répliques, $\mathbf{w}(\mathbf{m})$, du champ acoustique au niveau de l'antenne. Pour chacune des fréquences étudiées, nous effectuons un test de convergence au préalable afin de déterminer les paramètres numériques propres au code RAM. La convergence est atteinte en comparant les prédictions obtenues par le code RAM avec celles obtenues par le code OASES. Le Tableau 3.2 précise, pour chacune des quatre fréquences étudiées, les paramétres de calcul les plus significatifs utilisés dans le code RAM ; à savoir, le pas de calcul en immersion et en distance, respectivement, Δz et Δr, ainsi que la profondeur et l'épaisseur de la couche absorbante, respectivement, z_{abs} et

TAB. 3.2 – Paramétrage du code RAM pour chaque fréquence étudiée.

f [Hz]	Δr [m]	Δz [m]	z_{abs} [m]	h_{abs} [m]
15	25.0	0.50	600	900
25	20.0	0.25	450	750
50	10.0	0.25	350	450
100	5.0	0.10	300	350

h_{abs}, permettant de simuler un fond semi-infini en fonction de la profondeur.

Le Tableau 3.3 précise les valeurs vraies des paramètres utilisées pour la génération des données synthétiques, l'espace des paramètres défini par les intervalles de recherche pour chacun des paramètres, ainsi que la discrétisation des ces intervalles. Nous supposons une densité de probablité *a priori* des paramètres, p($\mathbf{m}$), uniforme dans les intervalles [1]. De cette manière, l'information *a priori* n'aura pas d'influence sur les résultats de l'inversion et la solution du problème sera entièrement définie par la fonction de vraisemblance à l'intérieur des intervalles de recherche. Dans ce cas, l'estimation MAP est identique à l'estimation du maximum de vraissemblance. La densité de probabilité *a posteriori* (3.3) est échantillonnée par recherche exhaustive sur les valeurs discrètes de l'espace des paramètres. Les intervalles sont discrétisés de manière suffisamment fine jusqu'à obtention de la convergence de la solution du problème inverse. La convergence est obtenue lorsque la solution ne change plus avec une discrétisation plus fine. La discrétisation adoptée ici est commune à toutes les configurations, ce afin de permettre une comparaison des temps CPU entre les différentes configurations. Elle est identique à celle utilisée lors de l'étude de sensibilité.

Résultats de l'inversion

La Figure 3.10 représente les densités marginales *a posteriori* 1D pour chacun des quatre paramètres étudiés (de haut en bas) en fonction des quatre fréquences considérées (15, 25, 50 et 100 Hz) dans chaque sous-figure, et en fonction de la distance (pour les distances de 0.5, 1, 5 et 10 km de gauche à droite). Les traits verticaux dans chaque sous-figure correspondent aux valeurs vraies des paramètres.

Les densités marginales correspondant aux paramètres h, c_{f} et ρ_{f} sont, dans la plupart des configurations, unimodales, quasi symétriques et étroites autour de la valeur vraie. Nous notons les exceptions remarquables au delà de 5 km où les densités marginales de h, c_{f} et ρ_{f} pour la fréquence de 15 Hz sont quasi uniformes ou encore, à une fréquence de 25 Hz, où les densités marginales de h et c_{f} présentent une plus grande dispersion autour de la valeur vraie et deviennent multimodales. Les densités marginales de $\alpha_{\text{f}}^{(\lambda)}$ sont généralement uniformes mais deviennent plus étroites pour les plus grandes distances et les plus grandes fréquences (par exemple au delà de 5 km pour les fréquences de 50 et 100 Hz).

Le Tableau 3.4 précise, pour chacune des configurations, les estimations MAP des paramètres et les estimations par la moyenne et l'écart-type. Les résultats sont présentés dans le même ordre que celui de la Fig. 3.10. Nous observons que l'estimation MAP correspond exactement aux valeurs vraies des paramètres, indépendamment de la configuration. L'estimation par la moyenne est généralement très proche de la valeur vraie, voire égale. Nous notons encore une fois l'exception pour les positions d'antennes au delà de 5 km et pour les fréquences de 15 et 25 Hz qui présentent des moyennes fortement décalées par rapport à la valeur vraie. Toutefois, la valeur vraie est prise en compte par l'écart-type dans toutes les configurations. La précision de l'estimation (comme donnée par l'écart-type) présente une tendance à s'améliorer en fonction de la fréquence. Elle s'améliore aussi en fonction de la distance, notamment pour les plus hautes fréquences

1. c'est-à-dire, localement uniforme, vue comme la limite d'une densité de probabilité Gaussienne lorsque la variance tend vers l'infini ; voir [Box and Tiao] pour une discussion sur le sujet.

TAB. 3.3 – Valeurs vraies, espace des paramètres et discrétisation pour l'inversion à quatre paramètres sur données synthétiques dans le guide d'onde de type Pekeris.

Paramètre	Valeur vraie	Intervalle	Pas	Échantillons
h [m]	200.00	$[190.00, 210.00]$	1.00	21
c_f [m/s]	1700.00	$[1600.00, 1800.00]$	5.00	41
ρ_f [g/cm^3]	1.50	$[1.00, 2.00]$	0.05	21
$\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ [dB/λ]	0.50	$[0.10, 1.00]$	0.05	19

de 50 et 100 Hz. Notons ici qu'un écart-type égal au quart de l'intervalle de recherche représente une densité marginale quasi uniforme sur cet intervalle. Dans ce cas, la moyenne est proche de la moyenne arithmétique des bornes de l'intervalle de recherche. C'est le cas par exemple de $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ à 0.5 km et à 15 Hz. À l'opposé, nous notons que dans certaines configurations la précision de l'estimation est limitée par le pas de discrétisation. C'est le cas par exemple pour h, c_f et ρ_f à 5 km et 100 Hz. Une discrétisation plus fine permettrait d'obtenir une meilleure précision.

Information apportée par les données observées

On se pose à présent la question de savoir si l'information contenue dans les données observées, sous une configuration précise, est suffisante pour permettre la résolution d'un paramètre particulier, considérant un choix de paramétrisation donné. Nous recherchons des éléments de réponse en examinant de plus près les résultats de l'inversion obtenus à 25 Hz. Les Figures 3.11 et 3.12 détaillent les résultats obtenus à 0.5 km et 5 km, respectivement. Les Figures 3.11(a) et 3.12(a) donnent une représentation graphique des valeurs de corrélation entre les paramètres, obtenues selon (1.16). Les Figures 3.11(b) et 3.12(b) représentent en diagonale les densités marginales 1D des paramètres respectifs (identiques à celles de la Fig. 3.10) et hors diagonale les densités marginales 2D.

À 0.5 km, à partir des marginales 1D de la Fig. 3.11(b), nous obtenons une estimation de h avec une précision satisfaisante ainsi qu'une connaissance améliorée de c_f et de ρ_f par rapport à l'information *a priori* (densité uniforme). Par contre, la marginale 1D de α_f n'offre aucune information supplémentaire par rapport à l'information *a priori* sur ce paramètre. En résumé, l'information apportée par les données observées sous cette configuration (à la distance de 0.5 km et pour la fréquence de 25 Hz) permet d'améliorer notre connaissance sur les trois paramètres h, c_f et ρ_f par rapport à la connaissance *a priori* ; en revanche, les données ne contiennent aucune information concernant le quatrième paramètre $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$. Ce résultat n'est pas surprenant. En effet, nous savons, par la physique de la propagation guidée, que h et, dans une moindre mesure, c_f et ρ_f, déterminent le nombre de modes propres présents dans le guide d'onde. De plus, l'effet des paramètres du fond sur les données observées est d'autant plus important que la distance par rapport à la source est grande. Ainsi, à 0.5 km, leur contribution est faible, voire inexistante comme dans le cas de l'atténuation, $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$.

Lorsqu'on se déplace à 5 km, Fig. 3.12(b), nous observons une légère dégradation de l'estimation de h et une forte dégradation pour c_f. La différence principale réside, à présent, dans les corrélations entre $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ et les trois autres paramètres : elles sont négligeables à 0.5 km mais elles deviennent importantes à 5 km. On peut le constater soit en regardant les marginales 2D sur la dernière colonne des Figs. 3.11(b) et 3.12(b), soit par les valeurs des corrélations pour la rangée inférieure sur les Figs. 3.11(a) et 3.12(a). Or, ces corrélations, qui apparaissent à 5 km entre $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ et les autres paramètres, sont très vraisemblablement à l'origine de la dégradation dans les estimations de h et de c_f. On démontre cela en effectuant une inversion à trois paramètres à une distance de 5 km, en fixant $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ à sa valeur vraie. La Figure 3.13(a) montre les densités marginales

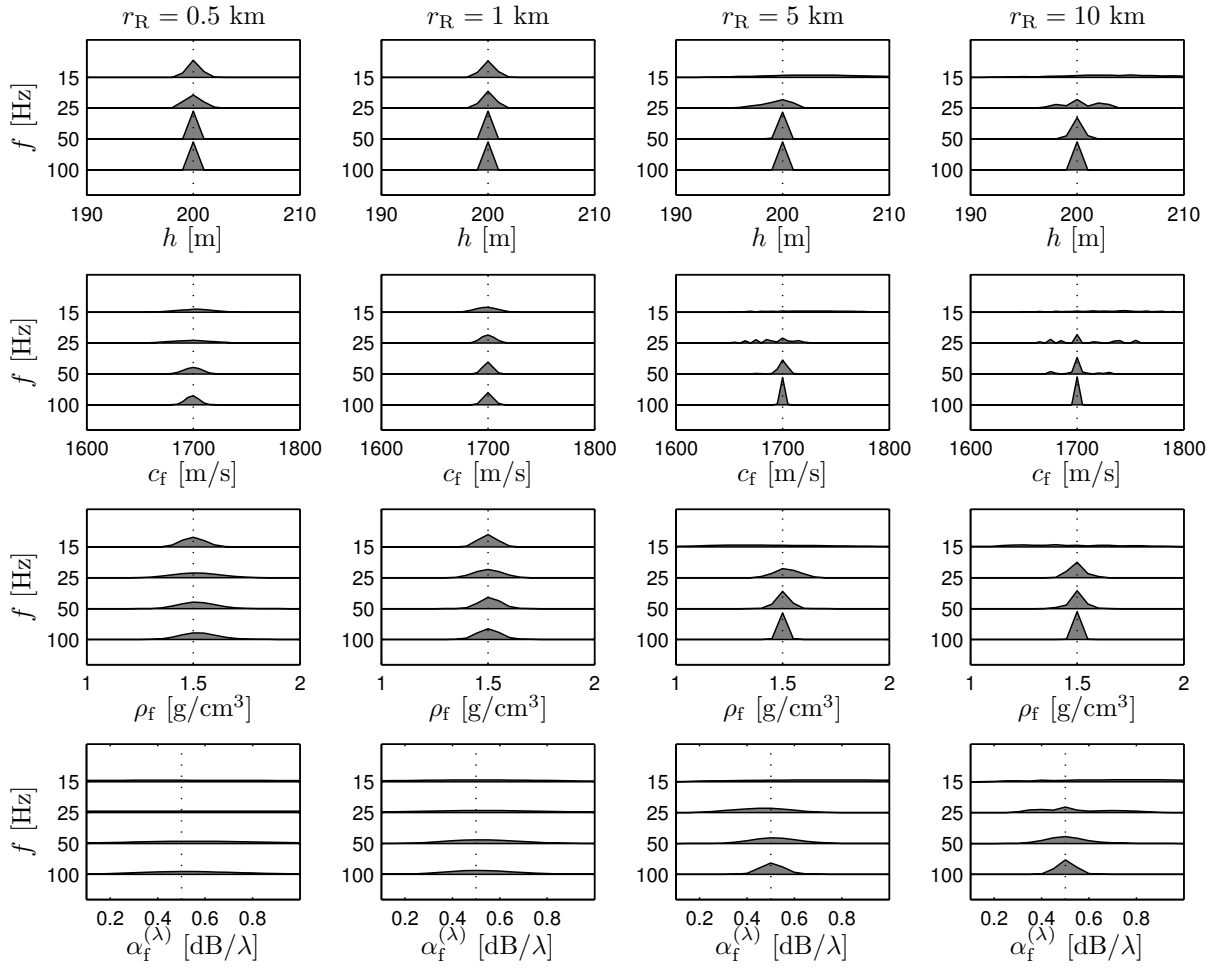


FIG. 3.10 – Densités marginales 1D de la hauteur h de l'eau et des paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ (de haut en bas) à partir d'inversions pour quatre fréquences (dans chaque sous-figure) et pour quatre distances (de gauche à droite).

TAB. 3.4 – Résultats de l'inversion de la hauteur h de l'eau et des paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ pour quatres fréquences et quatres distances, arrangés dans l'ordre de la Fig. 3.10. Valeurs vraies des paramètres : $h_{vrai} = 200$ m, $c_{f,vrai} = 1700$ m/s, $\rho_{f,vrai} = 1.5$ g/cm^3, $\alpha_{f,vrai}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ.

		$r_R = 0.5$ km		$r_R = 1$ km		$r_R = 5$ km		$r_R = 10$ km	
m_i	f (Hz)	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$
h [m]	15	200.00	200.06 ± 0.64	200.00	200.03 ± 0.67	200.00	202.42 ± 4.18	200.00	202.60 ± 4.31
	25	200.00	200.03 ± 0.86	200.00	200.06 ± 0.64	200.00	199.33 ± 1.47	200.00	200.35 ± 1.75
	50	200.00	200.00 ± 0.03	200.00	200.00 ± 0.04	200.00	199.97 ± 0.21	200.00	200.01 ± 0.48
	100	200.00	200.00 ± 0.00	200.00	200.00 ± 0.00	200.00	200.00 ± 0.01	200.00	200.00 ± 0.00
c_f [m/s]	15	1700.00	1701.74 ± 18.50	1700.00	1698.49 ± 11.09	1700.00	1724.36 ± 35.96	1700.00	1727.41 ± 37.18
	25	1700.00	1698.19 ± 21.58	1700.00	1700.07 ± 6.93	1700.00	1692.56 ± 18.26	1700.00	1709.40 ± 28.28
	50	1700.00	1699.52 ± 8.56	1700.00	1699.84 ± 4.78	1700.00	1699.69 ± 6.07	1700.00	1700.59 ± 12.64
	100	1700.00	1699.16 ± 6.10	1700.00	1700.20 ± 4.68	1700.00	1699.97 ± 0.92	1700.00	1700.00 ± 0.40
ρ_f [g/cm^3]	15	1.50	1.50 ± 0.06	1.50	1.50 ± 0.04	1.50	1.46 ± 0.25	1.50	1.47 ± 0.25
	25	1.50	1.52 ± 0.12	1.50	1.50 ± 0.07	1.50	1.52 ± 0.06	1.50	1.50 ± 0.04
	50	1.50	1.52 ± 0.09	1.50	1.51 ± 0.05	1.50	1.50 ± 0.03	1.50	1.50 ± 0.04
	100	1.50	1.53 ± 0.08	1.50	1.50 ± 0.05	1.50	1.50 ± 0.01	1.50	1.50 ± 0.00
$\alpha_f^{(\lambda)}$ [dB/λ]	15	0.45	0.54 ± 0.25	0.50	0.53 ± 0.24	0.50	0.62 ± 0.23	0.50	0.64 ± 0.22
	25	0.45	0.55 ± 0.26	0.50	0.54 ± 0.22	0.50	0.46 ± 0.12	0.50	0.55 ± 0.15
	50	0.50	0.56 ± 0.22	0.50	0.53 ± 0.15	0.50	0.52 ± 0.10	0.50	0.51 ± 0.09
	100	0.50	0.54 ± 0.19	0.50	0.53 ± 0.15	0.50	0.51 ± 0.05	0.50	0.50 ± 0.04

1D et 2D qui en découlent. Désormais, elles s'avèrent unimodales et d'une qualité et précision nettement meilleures. Toutefois, la dégradation n'est pas l'effet propre de l'atténuation ; l'atténuation représente ici un quatrième paramètre dans l'inversion qui est corrélé avec les autres. Pour s'en convaincre, nous avons effectué une inversion à trois paramètres, en fixant cette fois-ci le paramètre h à sa valeur vraie ($h = 200$ m). Les résultats sont donnés sur la Fig. 3.13(b). L'estimation des paramètres du fond est très satisfaisante, même pour $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$. On peut à présent expliquer la qualité des résultats de l'inversion à 0.5 km donnés sur la Fig. 3.11 : $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$ présente une densité marginale 1D uniforme et des corrélations négligeables avec les autres paramètres. Autrement dit, $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$ n'a aucune influence significative sur les résultats de l'inversion à 0.5 km. Plus précisément, les mêmes résultats peuvent être obtenus par une inversion à trois paramètres, en fixant la valeur de $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$ de manière arbitraire. En résumé, il s'avère qu'en présence de telles corrélations, l'information apportée par les données observées à une fréquence de 25 Hz, ne permet la résolution que de trois paramètres à la fois.

En continuant cette analyse, rappelons que deux paramètres sont corrélés lorsque l'effet de la variation du premier sur les données observées (et, par conséquent sur la fonction de coût) peut être compensé par la variation du deuxième. Autrement dit, l'effet de la variation de chacun de ces paramètres n'est pas séparable. Cette non-séparabilité est liée au nombre restreint de degrés de liberté que présentent les données observées. Par exemple, à 25 Hz, 3 modes de propagation sont présents dans le guide d'onde alors qu'à 100 Hz, 13 modes y sont présents. De plus, à la distance de 5 km, les paramètres s'avèrent fortement corrélés pour la fréquence de 25 Hz, *cf.* Fig. 3.12, alors que pour la fréquence de 100 Hz, les corrélations sont considérablement affaiblies, voire inexistantes. Ici, le nombre de modes propagatifs dans le guide d'onde représente une mesure du nombre du nombre de degrés de liberté des données observées. En ce sens, l'inversion à 5 km et à 25 Hz se trouve en analogie avec un problème sous-déterminé [Menke89]. Cela peut provenir soit d'un manque d'information pour un paramètre spécifique, soit d'un nombre de degrés de liberté insuffisant dans les données par rapport au nombre de paramètres à résoudre.

En conclusion, nous résumons cette analyse par deux observations qui répondent à la question posée initialement : un paramètre peut être déduit à partir des données observées lorsque :

- le paramètre en question affecte les données observées de manière importante,
- l'effet du paramètre en question sur les données peut être séparé de l'effet des autres paramètres.

Ces observations vont nous être utiles dans les sections suivantes ainsi que dans le quatrième chapitre où l'on examinera l'inversion dans un environnement 3D.

Fiabilité de l'étude de sensibilité

Nous nous intéressons à présent à la fiabilité de l'étude de sensibilité. Plus particulièrement, la question est de savoir si les conclusions de l'analyse précédente auraient pu être anticipées sans le recours à l'inversion. Cela peut s'avérer utile lorsqu'on ne pourra plus envisager une inversion à quatre paramètres, par exemple,

TAB. 3.5 – Temps CPU pour une inversion à quatre paramètres (h, c_{f}, ρ_{f} et α_f), utilisant le code parabolique RAM, en fonction de la fréquence et de la distance de l'antenne par rapport à la source. Les temps correspondent à $21 \times 41 \times 21 \times 19 = 343\,539$ exécutions du code RAM.

f	$r_{\mathrm{R}} = 0.5$ km	$r_{\mathrm{R}} = 1$ km	$r_{\mathrm{R}} = 5$ km	$r_{\mathrm{R}} = 10$ km
15 Hz	21 min	33 min	128 min	245 min
25 Hz	33 min	53 min	213 min	421 min
50 Hz	38 min	65 min	287 min	567 min
100 Hz	126 min	233 min	1088 min	2180 min

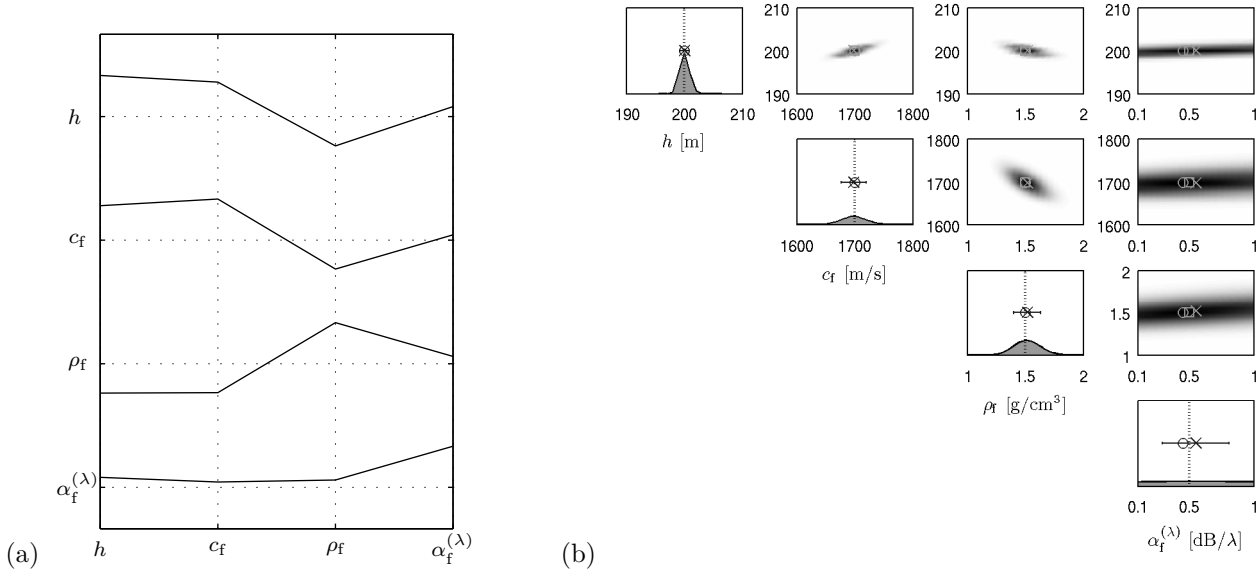


FIG. 3.11 – (a) Corrélations entre les paramètres h, c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ pour une antenne verticale située à une distance de 0.5 km et pour une fréquence de 25 Hz. (b) Densités marginales *a posteriori* 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) des paramètres.

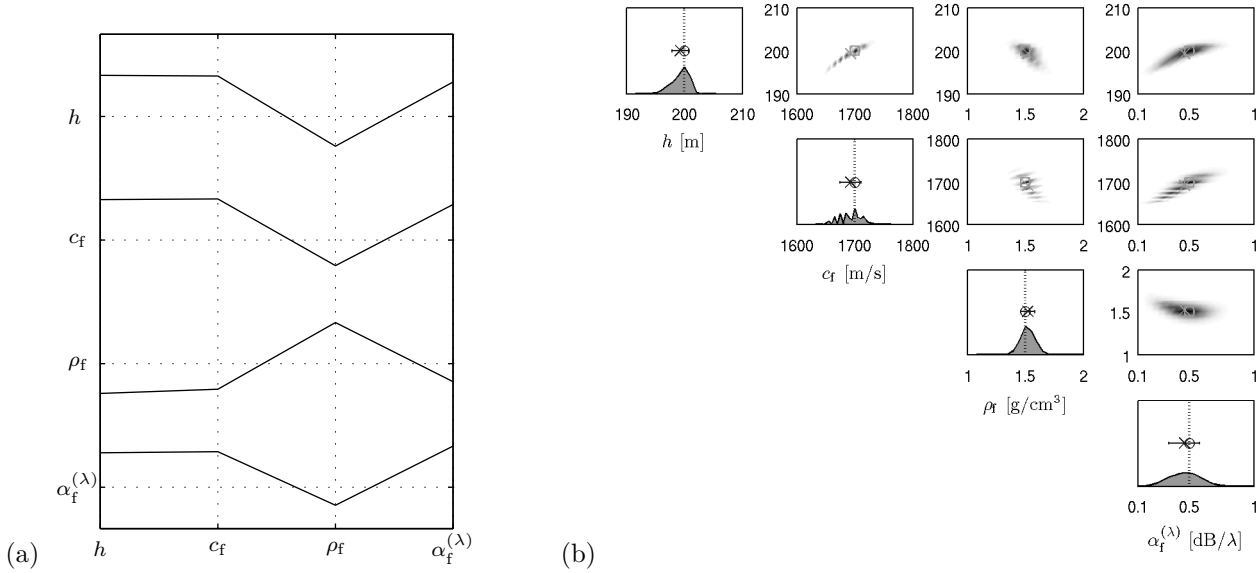


FIG. 3.12 – (a) Corrélations entre les paramètres h, c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ pour une antenne verticale située à une distance de 5 km et pour une fréquence de 25 Hz. (b) Densités marginales *a posteriori* 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) des paramètres.

avec un calcul pleinement 3D. Les tendances en fonction de la distance et de la fréquence présentes dans les résultats de l'inversion sont en accord avec l'étude de sensibilité de la section précédente. Cependant, nous notons la relativement bonne qualité de l'estimation de h, c_f et ρ_f à courte distance (ici 0.5 km) et ce même pour une fréquence de 15 Hz, ou, encore, la bonne qualité de l'estimation de $\alpha_f^{(\lambda)}$ au delà de 5 km à 50 et 100 Hz. Revenons sur les résultats des Figs. 3.11 et 3.12. Ces figures montrent les corrélations entre paramètres (à gauche) et les densités marginales 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une fréquence de 25 Hz et aux distances, respectivement, de 0.5 km (Fig. 3.11) et de 5 km (Fig. 3.12). Nous y observons une forte corrélation positive entre h et c_f et une forte corrélation négative entre h et ρ_f,

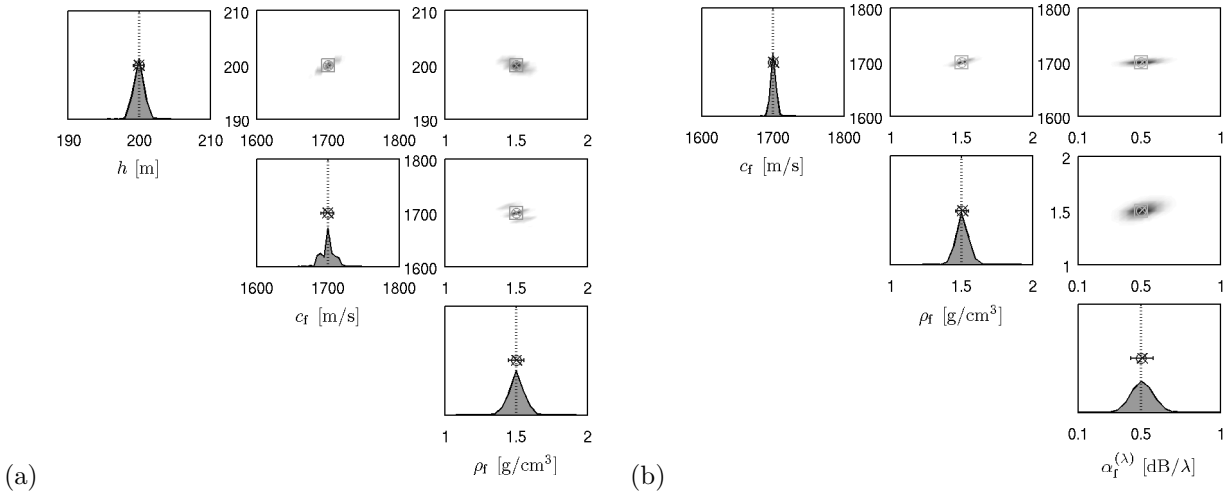


FIG. 3.13 – Densités marginales 1-D et 2-D pour (a) $\mathbf{m} = [h, c_f, \rho_f]^T$ et (b) $\mathbf{m} = [c_f, \rho_f, \alpha_f^{(\lambda)}]^T$ pour une antenne verticale placée à une distance de 5 km et pour une fréquence de 25 Hz.

en accord avec l'étude de sensibilité (*cf.* Figs. 3.5 et 3.6). En revanche, l'étude de sensibilité suggère une corrélation positive entre c_f et ρ_f plutôt que négative comme elle s'avère à l'issue de l'inversion. De plus, à 5 km, nous remarquons une forte corrélation entre $\alpha_f^{(\lambda)}$ et les trois autres paramètres contrairement aux suggestions de la Fig. 3.6. Ces disparités sont dues aux corrélations multidimensionnelles entre paramètres qui ne sont pas prises en compte dans l'étude de sensibilité. Ainsi, l'étude de sensibilité, bien que très utile à titre indicatif, n'est cependant pas fiable à 100% et doit être interprétée avec prudence.

Temps CPU

Nous avons vu dans l'ensemble que la performance de l'inversion s'améliore en fonction de la distance et en fonction de la fréquence notamment pour les plus hautes fréquences étudiées. Toutefois, le temps CPU pour le calcul des répliques (ici par un code d'équation parabolique) augmente de manière significative en fonction de la distance et de la fréquence. Dans le contexte de l'inversion par recherche exhaustive considérée dans ce mémoire, le champ acoustique est calculé pour toutes les combinaisons des valeurs discrètes des paramètres, à savoir pour $21 \times 41 \times 21 \times 19 = 343\ 539$ jeux de paramètres, pour chaque fréquence et pour chaque distance. Le Tableau 3.5 résume les temps CPU d'une inversion pour chaque configuration. De plus, ces temps augmentent de manière géométrique pour chaque paramètre supplémentaire considéré dans l'inversion. Ainsi, un compromis doit être recherché entre qualité d'estimation et temps CPU. Dans la section suivante nous envisagerons une stratégie visant à réduire les temps de calcul de manière significative. Avant cela, nous examinons les éventuelles sources d'erreurs auxquelles nous pouvons être confrontés lorsque l'inversion s'effectue à partir de données réelles.

3.2.3 Erreurs de discrétisation

L'inversion du paragraphe précédent représente un cas idéal dans le sens où les valeurs vraies des paramètres sont contenues dans l'espace de recherche discrétisé. Toutefois, dans les applications avec données réelles, les valeurs vraies ne sont généralement pas contenues dans l'espace des paramètres discrétisé. Nous appliquons les mêmes séries d'inversion en modifiant légèrement les valeurs des paramètres utilisés pour la génération des données synthétiques. Nous utilisons à présent les valeurs suivantes : $h = 199.6$ m, $c_f = 1698.3$ m/s, $\rho_f = 1.47$ g/cm^3 et $\alpha_f^{(\lambda)} = 0.52$ dB/λ. L'espace des paramètres et sa discrétisation sont

inchangés (*cf.* Tab. 3.3). Les résultats de l'inversion sont représentés sur la Fig. 3.14 et les estimations sont précisées dans le Tab. 3.6. Notons que les lignes en pointillés représentent désormais les valeurs vraies modifiées. Les résultats sont à présent légèrement dégradés bien que satisfaisants dans la plupart des configurations. La dégradation est moindre pour h, plus prononcée pour $c_\mathrm{f}, \rho_\mathrm{f}$ et relativement forte pour $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$. En regardant les valeurs du Tab. 3.6, nous constatons aussi que l'estimation par la moyenne présente l'avantage de ne pas être limitée aux seules valeurs du maillage.

Nous observons un effet intéressant, par rapport à l'estimation des paramètres du fond, qui apparaît à la fréquence de 100 Hz : l'estimation des paramètres est erronée et les valeurs vraies ne sont plus prédites par les densités de probabilité. Cet effet, connu sous le nom de erreur (*mismatch* en anglais) de discrétisation, est dû au non-échantillonage de la valeur vraie et, par conséquent, à l'absence d'un minimum bien prononcé de la fonction de coût. L'estimation se matérialise alors de manière plus ou moins aléatoire le long des densités marginales 2D. De plus, à 10 km, la densité marginale 1D devient multimodale présentant deux lobes étroits et bien distincts de part et d'autre de la valeur vraie. Nous notons, dans ce cas, que l'interprétation par la moyenne et l'écart-type n'a plus de sens. En revanche, l'estimation MAP, bien qu'erronée, résulte en une bonne valeur du corrélateur de Bartlett. Autrement dit, l'estimation MAP peut être utilisée afin d'obtenir une comparaison satisfaisante entre données observées et répliques. Cette approche présente cependant l'inconvénient de n'être valable que pour la configuration précise considérée. Plus généralement, on peut remédier aux erreurs de discrétisation par une discrétisation plus fine de l'espace des paramètres.

3.2.4 Impact des incertitudes associées aux paramètres du système opérationnel

Jusqu'ici nous avons traité les paramètres opérationnels, z_S, r_R et z_R, commme exactement connus. Plus précisément, cela revient à supposer que leurs incertitudes ont un impact négligeable sur l'inversion. En réalité, cette hypothèse n'est pas toujours valable. L'étude de sensibilité a démontré que ces paramètres pouvaient avoir une contribution importante sur la fonction de coût et ce en champ relativement proche et pour les plus hautes fréquences. Nous regardons ici l'impact des incertitudes associées à la profondeur de la source z_S sur l'inversion réalisée au paragraphe précédent.

À partir de l'étude de sensibilité (*cf.* Annexe A) nous choisissons d'examiner deux configurations distinctes : la première à 1 km et 25 Hz où z_S ne contribue pas à la fonction de coût mais présente une forte corrélation avec c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ et la deuxième à 1 km et 50 Hz où z_S domine la fonction de coût mais présente des corrélations négligeables (*cf.* Annexe A). Pour étudier l'impact d'une connaissance incertaine de z_S nous procédons comme suit. La valeur de z_S utilisée pour la génération des répliques est constante et égale à 40 m. En revanche les données synthétiques sont générées pour des valeurs différentes de celle utilisée pour la génération des répliques. Les Figures 3.15(a) et 3.15(b) montrent les densités marginales 1D pour ces deux configurations, utilisant $z_{\mathrm{S,vraie}} = 47$ m (sous-figures de gauche) et $z_{\mathrm{S,vraie}} = 33$ m (sous-figures de droite) pour les données synthétiques. On remarque que l'estimation de h n'est que faiblement affectée. En revanche les estimations de c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ présentent un écart important par rapport à leur valeur vraie. Les densités marginales ne tiennent pas compte de la valeur vraie et la matérialisation des estimations est dictée par les corrélations entre ces paramètres. On parle alors d'erreur (ou *mismatch*) environnementale.

Nous notons plus particulièrement les valeurs du corrélateur de Bartlett pour l'estimation MAP [donnée par les cercles rouges sur la Fig. 3.15] : $\mathcal{B}(\mathbf{m}_\mathrm{MAP}) = 0.0016$ à 25 Hz et $\mathcal{B}(\mathbf{m}_\mathrm{MAP}) = 0.1960$ à 50 Hz. Ces valeurs témoignent d'une contribution négligeable des incertitudes associées à z_S sur la fonction de coût à 25 Hz mais importante à 50 Hz. Cependant, la valeur de la fonction de coût au point MAP ne donne aucune indication sur les corrélations entre paramètres. Ainsi, alors qu'à 50 Hz on a une indication nette de la dégradation de la performance de l'inversion, à 25 Hz on est potentiellement confronté à un risque

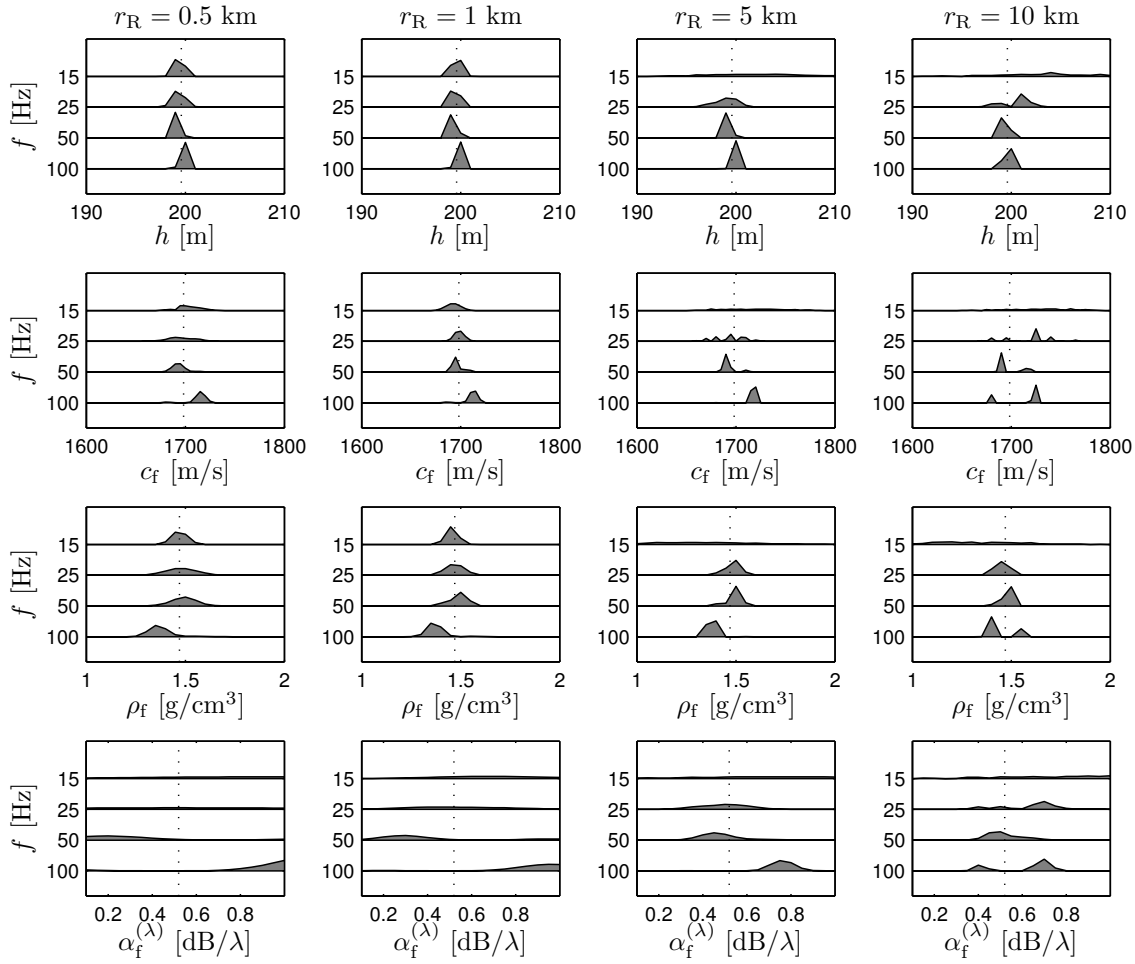


FIG. 3.14 – Étude des erreurs de discrétisation. Densités marginales 1D de la hauteur h de l'eau et des paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ (de haut en bas) à partir d'inversions pour quatre fréquences (dans chaque sous-figure) et pour quatre distances (de gauche à droite).

TAB. 3.6 – Résultats de l'inversion de la hauteur h de l'eau et des paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ pour quatres fréquences et quatres distances, arrangés dans l'ordre de la Fig. 3.10. Valeurs vraies des paramètres : $h_{vrai} = 199.6$ m, $c_{f,vrai} = 1698.3$ m/s, $\rho_{f,vrai} = 1.47$ g/cm^3, $\alpha_{f,vrai}^{(\lambda)} = 0.52$ dB/λ.

		$r_R = 0.5$ km		$r_R = 1$ km		$r_R = 5$ km		$r_R = 10$ km	
m_i	f [Hz]	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$
h	15	199.00	199.37 ± 0.51	200.00	199.60 ± 0.52	204.00	201.67 ± 4.28	199.00	202.70 ± 4.25
[m]	25	199.00	199.34 ± 0.63	199.00	199.41 ± 0.52	199.00	198.96 ± 1.19	201.00	200.52 ± 1.47
	50	199.00	199.08 ± 0.27	199.00	199.17 ± 0.38	199.00	199.09 ± 0.31	199.00	199.28 ± 0.45
	100	200.00	199.94 ± 0.24	200.00	199.96 ± 0.20	200.00	200.00 ± 0.05	200.00	199.71 ± 0.45
c_f	15	1695.00	1703.55 ± 12.86	1690.00	1692.58 ± 7.76	1735.00	1717.47 ± 32.69	1695.00	1727.16 ± 33.60
[m/s]	25	1690.00	1696.65 ± 15.11	1695.00	1698.66 ± 5.13	1695.00	1693.95 ± 15.23	1725.00	1718.21 ± 22.81
	50	1690.00	1693.94 ± 7.86	1695.00	1696.46 ± 5.65	1690.00	1692.22 ± 6.74	1690.00	1697.04 ± 11.85
	100	1715.00	1713.56 ± 9.30	1715.00	1711.97 ± 6.59	1720.00	1717.71 ± 3.20	1725.00	1711.70 ± 20.14
ρ_f	15	1.50	1.47 ± 0.04	1.45	1.46 ± 0.03	1.30	1.39 ± 0.24	1.45	1.36 ± 0.21
[g/cm^3]	25	1.45	1.48 ± 0.08	1.50	1.47 ± 0.05	1.50	1.48 ± 0.04	1.45	1.45 ± 0.04
	50	1.50	1.49 ± 0.06	1.50	1.49 ± 0.05	1.50	1.49 ± 0.04	1.50	1.48 ± 0.03
	100	1.35	1.37 ± 0.06	1.35	1.38 ± 0.05	1.40	1.38 ± 0.03	1.40	1.44 ± 0.07
$\alpha_f^{(\lambda)}$	15	0.65	0.61 ± 0.25	0.75	0.63 ± 0.21	0.70	0.62 ± 0.24	0.50	0.67 ± 0.22
[dB/λ]	25	0.20	0.55 ± 0.25	0.40	0.54 ± 0.21	0.50	0.49 ± 0.11	0.70	0.64 ± 0.14
	50	0.20	0.33 ± 0.21	0.30	0.40 ± 0.24	0.45	0.48 ± 0.10	0.50	0.52 ± 0.08
	100	1.00	0.86 ± 0.19	0.95	0.85 ± 0.16	0.80	0.76 ± 0.06	0.70	0.61 ± 0.13

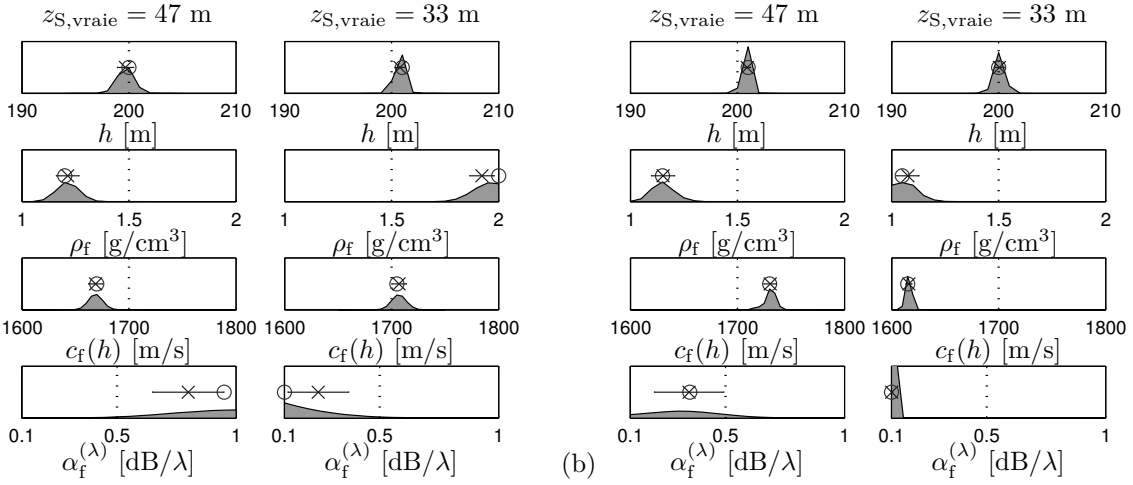


FIG. 3.15 – Densités marginales pour une antenne verticale située à $r_R = 1$ km pour une fréquence de (a) 25 Hz et (b) 50 Hz. L'immersion vraie de la source est $z_{S,vraie} = 47$ m (sous-figures gauches) et $z_{S,vraie} = 33$ m (sous-figures droites). Valeurs vraies des paramètres : $h_{vrai} = 200$ m, $c_{f,vrai} = 1700$ m/s, $\rho_{f,vrai} = 1.5$ g/cm^3, $\alpha_{f,vrai}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ.

d'estimation erronée.

Les deux cas étudiés ici montrent la nécessité de prendre en compte un paramètre supplémentaire dans la paramétrisation, augmentant ainsi la dimension de l'espace des paramètres. S'agissant de r_R et z_R (pris en compte, respectivement, par le biais de δr_R et δz_R), cela ne demande pas d'effort de calcul (temps CPU) supplémentaire. En effet, dans les modèles paraboliques, la solution est calculée sur un maillage en distance et en immersion. Les différentes positions des récepteurs de l'antenne sont alors prises en compte par interpolation des solutions sur les points du maillage. En revanche, pour chaque nouvelle valeur de z_S considérée, le champ doit être à nouveau calculé. En conséquence, si l'on discrétise l'intervalle de recherche de z_S en 20 valeurs, les temps CPU du Tab. 3.5 sont multipliés par 20. On arrive alors à des temps de calcul variant entre 6 heures (pour 0.5 km et 15 Hz) à quelques dizaines de jours (pour 10 km et 100 Hz). Dans la section § 3.3 nous examinerons une stratégie qui va nous permettre d'effectuer l'inversion pour tous les paramètres en essayant de contourner au mieux ce problème.

3.2.5 Présence d'un gradient de célérité du son dans le fond

Le fond marin présente généralement une célérité du son qui varie en fonction de l'immersion [Frisk94]. Un gradient positif constant de la célérité du son dans le fond est souvent utilisé pour décrire cette variation. La description de la célérité c_f du son dans le fond nécessite alors deux paramètres : la célérité du son dans le fond $c_f(h)$ au niveau de l'interface eau/fond et le gradient δc_f de la célérité du son dans le fond en fonction de l'immersion. Nous examinons ici l'erreur qu'un gradient peut induire sur l'inversion, lorsque il n'est pas pris en compte dans la génération des répliques. Avant de procéder, nous discutons brièvement de l'impact du gradient dans le fond sur la propagation sonore dans la colonne d'eau.

Lorsque la célérité du son dans le fond est constante en fonction de l'immersion, l'énergie qui y est transmise ne revient plus dans la colonne d'eau. En revanche, un gradient positif réfracte cette énergie vers l'interface eau/fond et une partie est alors éventuellement retransmise dans la colonne d'eau. En conséquence, l'angle d'incidence critique augmente. Des modes supplémentaires peuvent ainsi apparaître dans le guide d'onde. La Figure 3.16 illustre cet effet pour chacune des fréquences considérées jusqu'à présent (de haut en bas : 15, 25, 50 et 100 Hz). Les sous-figures de gauche représentent la fonction de Green (parfois nommée

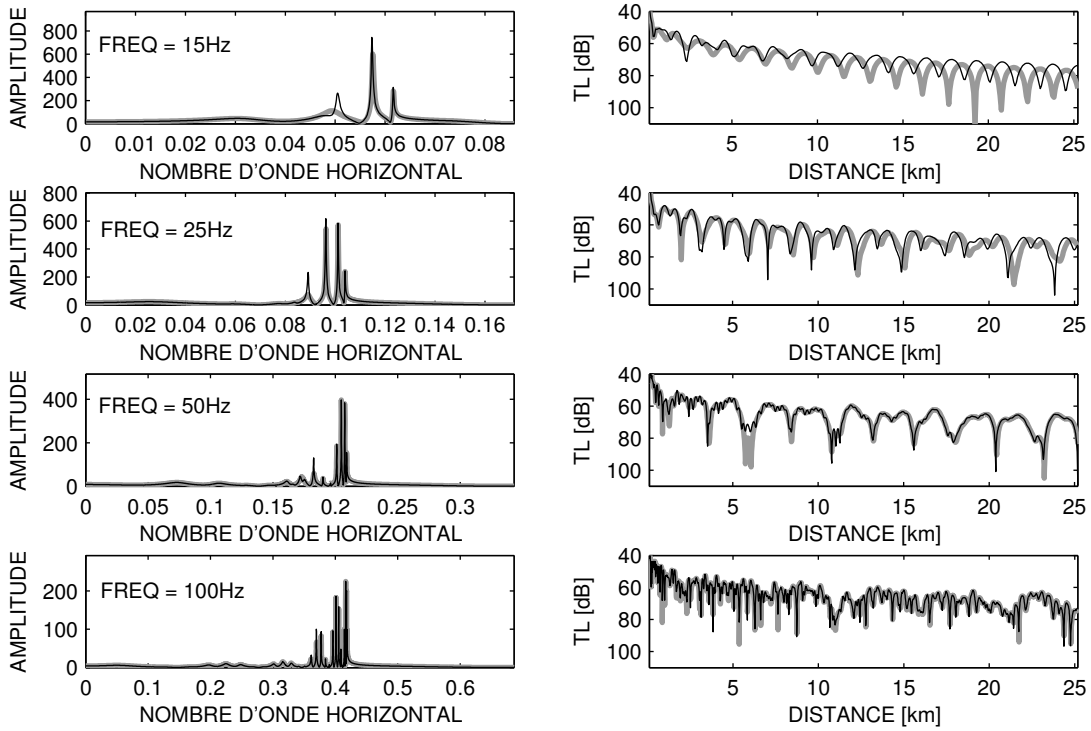


FIG. 3.16 – Effet d'un gradient de célérité du son dans le fond sur l'amplitude de la fonction de Green (sous-figures de gauche) et sur les pertes par transmission (sous-figures de droite) pour les fréquences de 15, 25, 50 et 100 Hz (de haut en bas). Les courbes grises correspondent à une célérité du son dans le fond constante et les courbes noires correspondent à un gradient positif de célérité du son dans le fond. Source et récepteur sont à la même immersion ($z_S = z_R = 40$ m).

fonction de transfert du guide d'onde) en fonction du nombre d'onde horizontal, pour des immersions de la source et du récepteur toutes deux égales à 40 m. La fonction de Green est obtenue au moyen du code OASES. Les courbes épaisses (grises) correspondent à une célérité du son dans le fond constante et égale à 1700 m/s alors que les courbes fines (noires) correspondent à un gradient de 2 s^{-1}, la célérité du son au niveau de l'interface eau/fond étant égale à 1700 m. La fonction de Green présente des pics de résonance qui correspondent aux modes de propagation du guide d'onde. À 15 Hz nous observons l'apparition d'un mode supplémentaire et à 25 Hz le quatrième mode est renforcé. En revanche, aux fréquences de 50 et 100 Hz la fonction de transfert est affectée à un moindre degré. L'effet du gradient s'observe aussi sur les courbes de pertes par transmission en fonction de la distance (sous-figures de droite). À 15 Hz et, dans un moindre degré à 25 Hz, les franges d'interférence se décalent en distance et le décalage est d'autant plus important que la distance est grande. Aux fréquences de 50 et 100 Hz aucun décalage n'est observé. Cet effet est lié à la pénétration du son dans le fond : plus la fréquence est basse et plus le son pénétre dans le fond. Les basses fréquences sont ainsi plus affectées par la structure profonde du fond.

Nous nous intéressons à présent à l'effet du gradient dans le fond sur l'inversion, lorsque celui-ci n'est pas pris en compte. Nous procédons de la manière suivante. Les données synthétiques sont générées pour un environnement comportant un gradient δc_f de célérité du son dans le fond de 2 s^{-1} et $c_f(h) = 1700$ m/s. Les répliques sont générées pour un environnement comportant une célérité du son dans le fond constante et égale à 1700 m/s. Avant de procéder à l'inversion, nous examinons la sensibilité de la fonction de coût à la variation de c_f pour chacune des fréquences étudiées (15, 25, 50 et 100 Hz) et pour une distance de 5 km par rapport à la source. Les résultats sont donnés sur la Fig. 3.17(a). Nous observons deux effets intéressants.

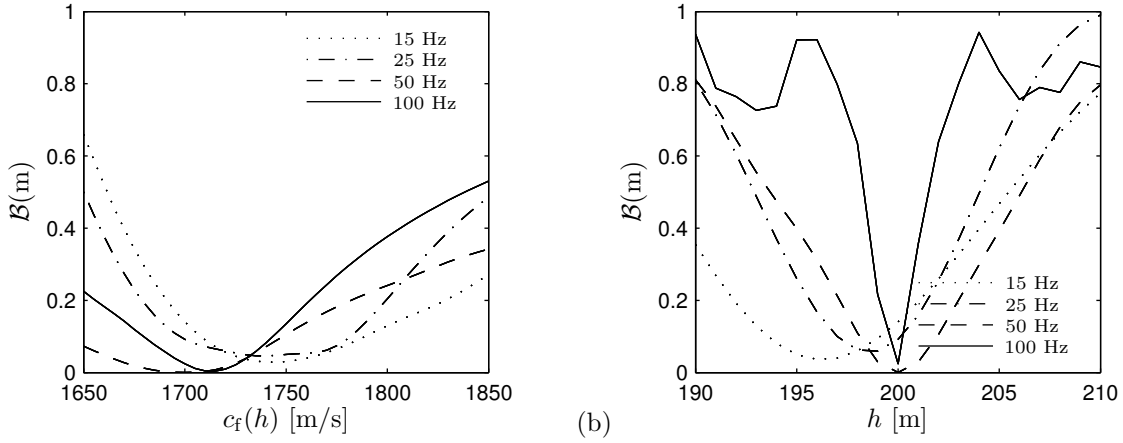


FIG. 3.17 – Effet d'un gradient de célérité du son dans le fond sur l'estimation (a) de c_f et (b) de h lorsque le gradient n'est pas pris en compte dans la génération des répliques pour différentes fréquences et pour une antenne verticale située à une distance de 5 km de la source.

Tout d'abord, le minimum du corrélateur de Bartlett s'adapte de manière à compenser l'effet du gradient. Pour les fréquences les plus basses, le minimum s'adapte à des valeurs de célérité du son plus grandes alors que pous les plus hautes fréquences, il se rapproche de la valeur de la célérité du son au niveau de l'interface eau/fond. Ensuite, nous observons que la valeur minimale du corrélateur de Bartlett est plus grande pour les plus basses fréquences. Pour les plus hautes fréquences, elle est quasi-nulle. Autrement dit, lorsque l'impact du gradient est important (à basse fréquence), une bonne correspondance entre données et répliques ne peut être obtenue. En revanche, à haute fréquence la correspondance peut être considérée satisfaisante. En somme, la procédure se fixe sur une valeur équivalente de c_f en fonction de la pénétration du son dans le fond. On peut, de la même manière, compenser l'impact du gradient en modifiant la hauteur de l'eau utilisée dans les répliques. La Fig. 3.17(b) montre que cela revient à diminuer la hauteur de l'eau d'autant plus que la fréquence est grande.

Nous examinons à présent une inversion aux fréquences de 15, 25, 50 et 100 Hz et pour les distances d'antenne de 0.5, 1 et 5 km. Les résultats sont représentés sur la Fig. 3.18. Nous observons une adaptation des valeurs estimées des paramètres de manière à compenser l'effet du gradient. Plus précisément, nous obtenons des valeurs surestimées pour h et c_f et des valeurs sous-estimées pour ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$. Cette tendance est plus prononcée pour les plus basses fréquences et pour les plus grandes distances. En outre, la valeur du corrélateur de Bartlett au niveau du MAP dans chacune des configurations est particulièrement bonne. On est ainsi potentiellement confrontés à un risque d'estimation erronée, par exemple, lors d'une inversion sur données réelles. Nous n'avons, dans ce cas, aucune indication sur l'erreur de l'estimation. Toutefois, la caractéristique de ce type d'erreur réside dans sa dépendance fréquentielle et, dans un moindre degré, de la distance. Autrement dit, l'inversion à différentes fréquences et/ou distances résulte en différentes valeurs estimées.

3.3 Élaboration d'une stratégie d'inversion

Nous examinons à présent une stratégie visant à réduire les temps de calcul pour l'inversion. Dans la section précédente, nous avons rencontré des situations qui nécessitaient la prise en compte d'un nombre de paramètres supérieur à 4 pour la description des données observées. Nous avons vu que l'inversion de quatre paramètres à la fois peut atteindre plusieurs heures en temps CPU. Or, un cinquième paramètre

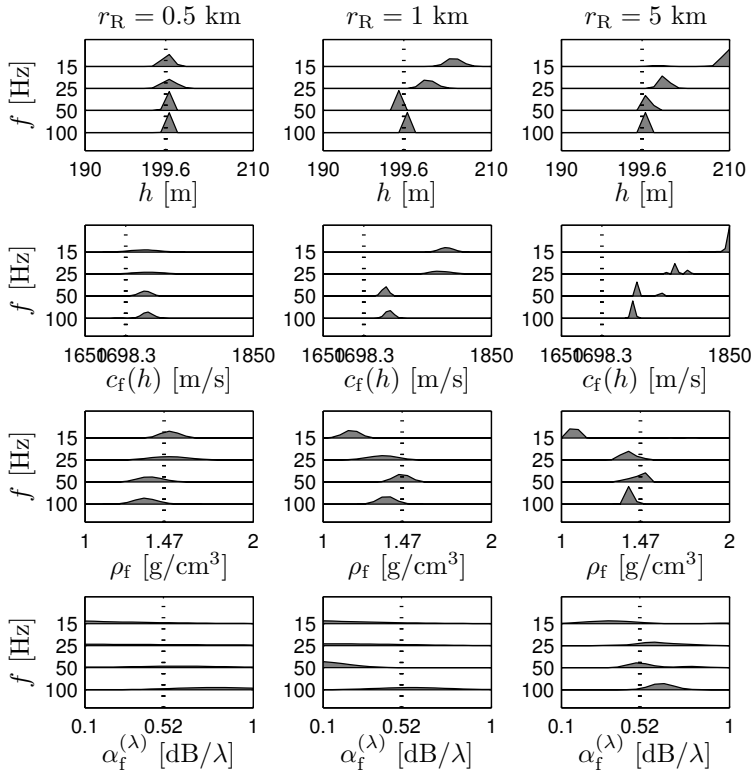


FIG. 3.18 – Étude des erreurs induites par un gradient positif de la célérité du son dans le fond non pris en compte dans la génération des répliques. Densités marginales 1D de la hauteur h de l'eau et des paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ (de haut en bas) à partir d'inversions pour quatre fréquences (dans chaque sous-figure) et pour trois distances (de gauche à droite).

TAB. 3.7 – Résultats de l'inversion de la hauteur h de l'eau et des paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_f^{(\lambda)}$ pour quatre fréquences et trois distances, arrangés dans l'ordre de la Fig. 3.10. Valeurs vraies des paramètres : $h_{vrai} = 199.6$ m, $c_{f,vrai}(h) = 1698.3$ m/s, $\rho_{f,vrai} = 1.47$ g/cm^3, $\alpha_{f,vrai}^{(\lambda)} = 0.52$ dB/λ

		$r_R = 0.5$ km		$r_R = 1$ km		$r_R = 5$ km	
m_i	f [Hz]	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$
h	15	200.00	199.79 ± 0.63	205.00	205.58 ± 0.92	210.00	208.64 ± 2.52
[m]	25	200.00	200.06 ± 0.89	202.00	202.57 ± 0.89	202.00	202.23 ± 0.64
	50	200.00	199.95 ± 0.22	199.00	199.00 ± 0.03	200.00	200.26 ± 0.44
	100	200.00	199.99 ± 0.08	200.00	200.00 ± 0.00	200.00	200.00 ± 0.00
c_f	15	1725.00	1719.58 ± 17.92	1795.00	1796.74 ± 8.92	1850.00	1844.07 ± 13.58
[m/S]	25	1725.00	1725.90 ± 22.01	1785.00	1791.92 ± 14.43	1785.00	1789.55 ± 9.40
	50	1720.00	1720.66 ± 8.49	1725.00	1723.82 ± 4.19	1740.00	1747.40 ± 12.64
	100	1725.00	1724.09 ± 6.93	1730.00	1728.53 ± 5.05	1735.00	1735.25 ± 1.82
ρ_f	15	1.45	1.51 ± 0.06	1.20	1.17 ± 0.05	1.05	1.14 ± 0.19
[g/cm^3]	25	1.45	1.50 ± 0.12	1.40	1.35 ± 0.09	1.40	1.40 ± 0.05
	50	1.40	1.39 ± 0.08	1.45	1.47 ± 0.05	1.50	1.46 ± 0.05
	100	1.35	1.36 ± 0.07	1.40	1.38 ± 0.05	1.40	1.41 ± 0.02
$\alpha_f^{(\lambda)}$	15	0.10	0.39 ± 0.23	0.10	0.37 ± 0.21	0.40	0.41 ± 0.20
[dB/λ]	25	0.15	0.50 ± 0.25	0.20	0.41 ± 0.22	0.55	0.63 ± 0.13
	50	0.60	0.57 ± 0.22	0.10	0.21 ± 0.09	0.50	0.59 ± 0.14
	100	0.75	0.73 ± 0.17	0.55	0.58 ± 0.18	0.65	0.64 ± 0.06

augmenterait les temps de calcul à plusieurs jours. En pratique, le nombre de paramètres pour la description des données observées peut varier jusqu'à 10. [Sen85] proposent différentes techniques d'échantillonnage de l'espace des paramètres basées sur des méthodes de type Monte Carlo (algorithmes génétiques, recuit simulé, *etc*) qui permet de réduire de manière significative le nombre de jeux de paramètres échantillonnés et, par conséquent, les temps de calcul. Toutefois, nous avons vu qu'un paramètre non influent ne peut être estimé. De plus, lorsque le paramètre en question est couplé à d'autres paramètres, l'inversion peut se dégrader de manière considérable. Une technique d'échantillonnage efficace ne résout potentiellement pas ce type de problèmes. À partir d'une idée originale de [Siedenburg95], de nombreux auteurs s'appuyent sur une bonne compréhension des phénomènes physiques sous-jacents à la propagation afin de diviser l'espace des paramètres en plusieurs sous-espaces et d'effectuer l'inversion pour les paramètres de chaque sous-espace séparément [Ratilal98, Hamson98, Ainslie00]. Cette approche permet de réduire les temps de calcul de manière significative, tout en améliorant la qualité de l'estimation des paramètres. Cette approche est adoptée ici.

L'inversion en sous-espaces consiste à identifier des configurations où les paramètres non influents sont faiblement corrélés avec les autres. En d'autres termes, il s'agit d'identifier des sous-espaces de l'espace des paramètres qui, sous une configuration donnée, décrivent suffisament bien les données observées. L'inversion est alors effectuée en plusieurs étapes pour l'estimation des paramètres dans chacun des sous-espaces. Les valeurs estimées des paramètres à chaque étape sont ensuite utilisées pour l'inversion à l'étape suivante. Une alternative consiste à inclure les densités marginales des paramètres obtenues à chaque étape dans l'information *a priori* de l'étape suivante. Les différentes étapes sont itérées jusqu'à la stabilisation des valeurs estimées. Généralement, le choix des différentes configurations pour la mise en place d'une inversion en sous-espaces fait l'objet de plusieurs essais [Ainslie00]. Néanmoins, les indications de l'étude de sensibilité s'avèrent ici très utiles.

Nous proposons ici la démarche suivante. Nous avons vu que les incertitudes dans les paramètres géométriques peuvent avoir un impact non négligeable sur l'inversion pour les paramètres du fond. Dans ce cas leur prise en compte est nécessaire. La paramétrisation du problème est alors la suivante :

$$\mathbf{m} = \left[h, z_{\mathrm{S}}, z_{\mathrm{R}}, r_{\mathrm{R}}, c_{\mathrm{f}}, \rho_{\mathrm{f}}, \alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}\right]^T.$$

La dimension du problème est donc égale à 7. Ici, l'objectif est de s'affranchir des quatre paramètres géométriques, h, z_{S}, z_{R} et r_{R} afin de pouvoir estimer les paramètres du fond, c_{f}, ρ_{f} et $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$, par une inversion à trois paramètres. Pour ce faire, nous effectuons l'inversion en deux phases successives, la première visant à estimer les valeurs des paramètres géométriques et la seconde visant à estimer les paramètres du fond en fixant les paramètres géométriques à leurs valeurs estimées lors de la première phase. Tenant compte des temps CPU (*cf.* Tab. 3.5), nous nous limitons ici aux fréquences allant jusqu'à 50 Hz et aux distances allant jusqu'à 5 km. Nous décomposons la mise en place de l'inversion en deux phases.

- Première phase : En rappelant que l'influence des paramètres du fond est faible en champ proche, nous recherchons les configurations candidates pour l'inversion de la première phase à une distance de 0.5 km. Dans un premier temps, l'étude de sensibilité (*cf.* Annexe A) indique qu'à une fréquence de 15 Hz, la hauteur de l'eau est le paramètre dominant alors que les autres paramètres apparaissent non influents. De plus, les corrélations entre la hauteur de l'eau et les autres paramètres sont relativement faibles. Ainsi, une première étape consiste à effectuer une inversion à 0.5 km et à 15 Hz pour l'estimation de la hauteur h de l'eau. Dans un second temps, nous observons qu'à une fréquence de 50 Hz (pour la distance de 0.5 km) les paramètres du système opérationnel deviennent influents. Une deuxième étape

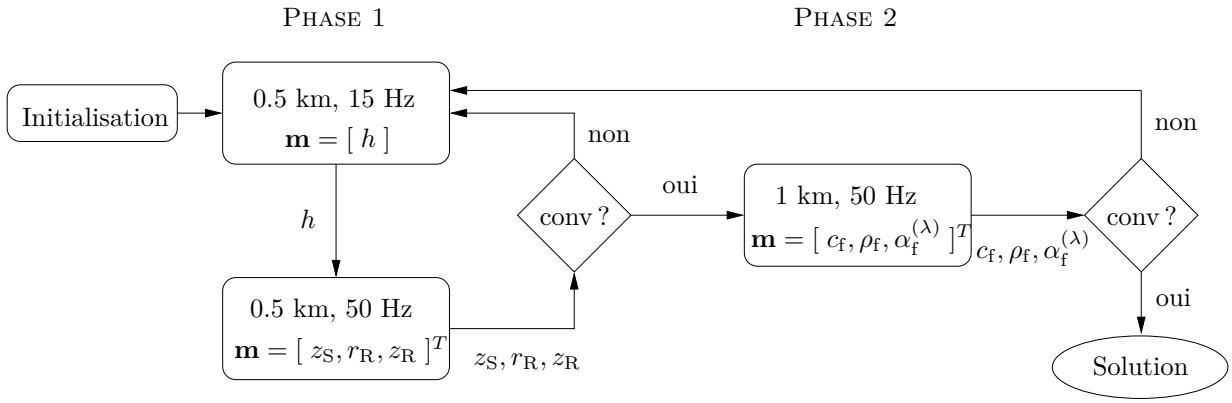


Fig. 3.19 – Diagramme d'inversion en sous espaces, présentant les différentes phases de l'algorithme itératif.

consiste alors à effectuer une inversion à 0.5 km et 50 Hz pour l'estimation des paramètres du système z_S, z_R et r_R. Notons qu'en temps de calcul, la deuxième étape équivaut en pratique à une inversion à un paramètre puisque les positions des récepteurs de l'antenne sont pris en compte par interpolation de la solution sur les points de maillage par le code parabolique. Les deux étapes de la première phase sont alors itérées jusqu'à ce que l'estimation se stabilise. À chaque étape, les paramètres estimés de l'étape précédente sont fixés à leur valeurs MAP respectives.

- Deuxième phase : Nous recherchons à présent une configuration candidate où les paramètres du fond c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ deviennent influents et les corrélations entre paramètres sont relativement faibles. Nous identifions la configuration à 1 km et 50 Hz. Les valeurs des paramètres géométriques sont fixées à leur valeurs MAP obtenues lors de la première phase. À l'issue de la seconde phase, nous utilisons l'estimation MAP des valeurs des paramètres du fond et effectuons à nouveau l'inversion de la première phase. Les deux phases sont alors itérées jusqu'à obtention de la convergence.

La procédure proposée est schématisée sur la Fig. 3.19. Nous rappelons que cette procédure n'est pas unique. Elle est généralement le résultat de plusieurs tentatives. L'étape d'initialisation consiste à définir les valeurs pour les paramètres qui ne prennent pas part à l'inversion de la première étape, celles-ci étant supposées inconnues.

Afin d'illustrer la performance de l'inversion en sous-espaces nous utilisons des valeurs initiales présentant un écart important par rapport aux valeurs vraies de l'environnement : $z_\mathrm{S} = 46$ m ($z_{\mathrm{S,vrai}} = 40$ m), $\delta r_\mathrm{R} = 15$ m ($\delta r_{\mathrm{R,vrai}} = 0$ m), $\delta z_\mathrm{R} = 3$ m ($\delta z_{\mathrm{R,vrai}} = 0$ m), $c_\mathrm{f} = 1642$ m/s ($c_{\mathrm{f,vrai}} = 1700$ m/s), $\rho_\mathrm{f} = 1.33$ g/cm^3 ($\rho_{\mathrm{f,vrai}} = 1.50$ g/cm^3) et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.58$ dB λ ($\alpha_{\mathrm{f,vrai}} = 0.50$ dB λ). Les résultats de cette inversion sont obtenus comme suit.

À l'issue de la première itération de la première phase on obtient pour les paramètres géométriques, les estimations MAP suivantes : $h = 204$ m, $z_\mathrm{S} = 41$ m, $\delta r_\mathrm{R} = 15$ m, $\delta z_\mathrm{R} = 2$ m. Après 5 itérations de la première phase nous convergeons aux valeurs suivantes : $h = 200$ m, $z_\mathrm{S} = 41$ m, $\delta r_\mathrm{R} = 1$ m, $\delta z_\mathrm{R} = 0$ m. Les estimations des paramètres géométriques obtenues ainsi sont très satisfaisantes. En retenant ces valeurs, nous procédons à la deuxième phase pour l'estimation des paramètres du fond. Nous obtenons les estimations suivantes : $c_\mathrm{f} = 1690$ m/s, $\rho_\mathrm{f} = 1.55$ g/cm^3 et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.55$ dB/λ. À présent, les valeurs estimées sont beaucoup plus proches des valeurs vraies. En fixant les paramètres du fond à ces valeurs nous revenons à la première phase. Nous obtenons après une seule itération les valeurs suivantes : $h = 200$ m, $z_\mathrm{S} = 40$ m, $\delta r_\mathrm{R} = 1$ m, $\delta z_\mathrm{R} = 0$ m. En réitérant la seconde phase nous obtenons avec ces valeurs $c_\mathrm{f} = 1700$ m/s, $\rho_\mathrm{f} = 1.50$ g/cm^3 et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.45$ dB/λ. On arrive ainsi à l'estimation de 7 paramètres avec un résultat très satisfaisant en un temps de calcul considérablement réduit : la première phase nécessite environ 15 sec de temps CPU et

la seconde environ 3 min. En somme, le temps de calcul nécessaire pour l'estimation de 7 paramètres (5 équivalents pour le code parabolique) est égal à environ 7 minutes et 30 secondes.

3.4 Inversion sur données réelles

Nous abordons dans cette dernière section l'inversion sur données réelles. L'inversion s'effectue ici à partir des données enregistrées dans le modèle expérimental 2D que l'on a présenté au le second chapitre, § 2.2.2. Après un bref rappel du contexte expérimental, nous discutons de la faisabilité de l'inversion à partir de ces données. Pour cela, nous effectuons, dans un premier temps, une étude de sensibilité dans un environnement proche du modèle expérimental à une échelle de 1/1000. Une inversion sur données synthétiques précède l'inversion sur les données expérimentales.

3.4.1 Contexte expérimental (rappel et discussions)

Rappelons d'abord le contexte expérimental. Le modèle expérimenal 2D a été mis en place lors de la phase de calibration de la grande cuve océanique du LMA. Il était destiné à simuler la propagation à longue distance dans un guide d'onde de type Pekeris (avec fond atténuant). Pour faciliter l'analyse des effets de propagation dans la cuve, la configuration a été intentionnellement choisie pour avoir un nombre de modes propagatifs relativement réduit. De plus, un signal large bande a été utilisé en émission. Cela a permis de clairement identifier les effets de propagation dans le guide d'onde. Lors de l'expérience, la hauteur de l'eau a été mesurée à 38.4 ($\pm$1.0) mm et la célérité du son dans l'eau était de 1477.9 ($\pm$0.2) m/s. Les paramètres du fond ont été mesurés sur des échantillons : 1660 m/s pour la célérité du son, 1.99 g/cm^3 pour la densité et 0.5 dB/λ pour l'atténuation. Toutefois, rappelons que des études antérieures [Sturm07b, Papadakis08], ainsi que l'analyse préliminaire du second chapitre (*cf.* § 2.2.4), suggèrent une valeur de célérité du son dans le fond autour de 1700 m/s. En outre, l'analyse effectuée au § 2.2.4 a montré de fortes corrélations entre la hauteur de l'eau et la célérité du son dans le fond et a mis en évidence une éventuelle surestimation d'environ 1 mm lors de la mesure de la hauteur de l'eau. Le signal source consistait en un signal à enveloppe Gaussienne d'une durée de 70 μs avec un spectre présentant un maximum à la fréquence de 126 kHz et recouvrant la bande fréquentielle de 80 à 160 kHz. La source été fixée à une immersion de 10 mm. Les signaux reçus ont été enregistrés à 5 m de la source (environ 400λ à 126 kHz) et à plusieurs immersions du récepteur entre 5 et 34 mm par pas de 1 mm. Les signaux reçus ont mis en évidence trois paquets d'onde bien séparés en temps, chacun associé à un mode de propagation, le troisième étant fortement atténué.

Les données expérimentales simulent ainsi une antenne verticale recouvrant la quasi totalité de la colonne d'eau. Le problème ici se pose comme un problème d'inversion géoacoustique en présence d'incertitudes dans les autres paramètres et notamment dans la hauteur de l'eau. La bande fréquentielle du signal source et la distance unique des enregistrements ne permettent pas le recours à une inversion en sous-espaces. Plus précisément, la configuration expérimentale équivaut, à peu près, au cas d'étude que l'on a considéré au long de ce chapitre, pour une fréquence centrale d'environ 24 Hz (de largeur de bande 15–30 Hz) et pour une antenne placée à une distance d'environ 26.5 km par rapport à la source. Or, l'inversion sur données synthétiques a démontré que l'information apportée par les données dans ce cas est généralement insuffisante pour l'estimation d'un nombre de paramètres supérieur ou égal à quatre à la fois, notamment à grande distance où les corrélations entre les paramètres peuvent être importantes.

TAB. 3.8 – Valeurs vraies, espaces des paramètres et discrétisation pour un environnement proche de modèle expérimental à fond plat.

Paramètre	Symbole	Valeur vraie	Intervalle	Pas
Géométrique				
Hauteur de la colonne d'eau [m]	h	37.2	$[36.0, 40.0]$	0.1
Profondeur de la source [m]	z_{S}	10.0	$[7.0, 13.0]$	0.2
Décalage de l'antenne en immersion [m]	δz_{R}	0.0	$[-3.0, 3.0]$	1.0
Décalage de l'antenne en distance [m]	δr_{R}	0.0	$[-2.0, 2.0]$	1.0
Acoustique				
Colonne d'eau				
Célérité du son dans l'eau [m/s]	c_{e}	1478.00	$[1475.00, 1485.00]$	0.25
Géoacoustique				
Célérité du son dans le fond [m/s]	c_{f}	1705.0	$[1600.0, 1800.0]$	5.0
Densité du fond [g/cm^3]	ρ_{f}	2.0	$[1.5, 2.5]$	0.05
Atténuation du son dans le fond [dB/λ]	$\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$	0.5	$[0.1, 1.0]$	0.05

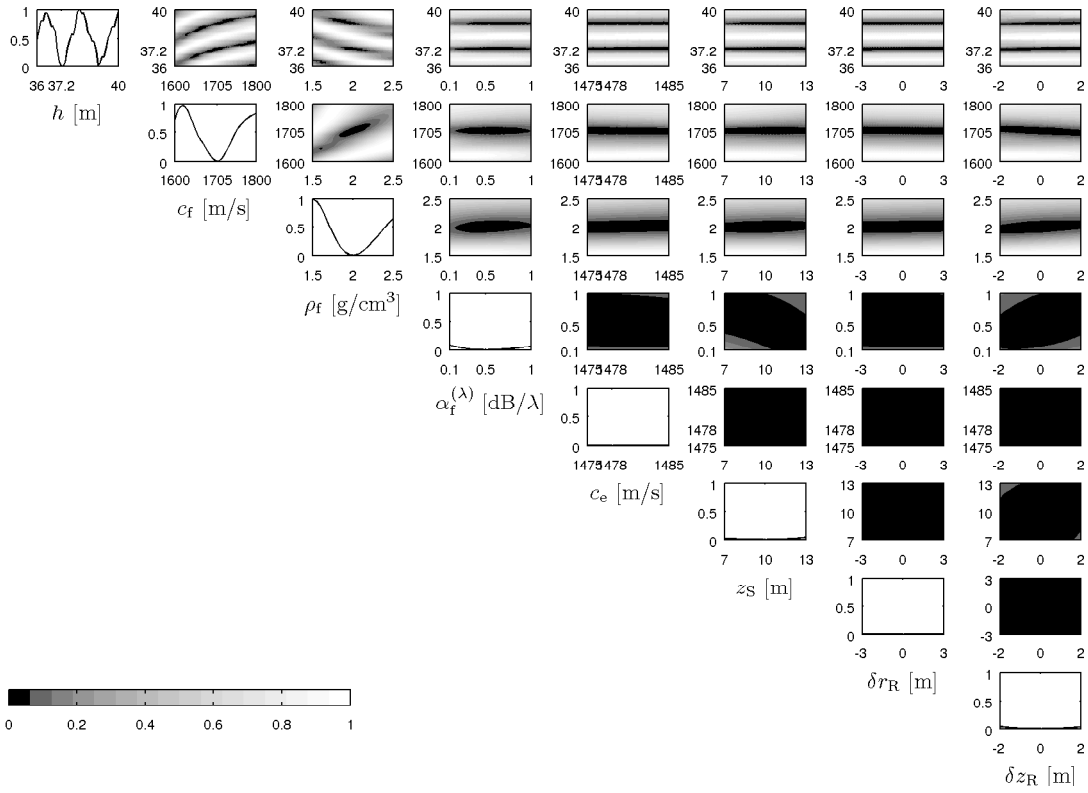


FIG. 3.20 – Étude de sensibilité dans un environnement proche de la configuration expérimentale 2D. Les paramètres étudiés sont h, c_{f}, ρ_{f}, $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)}$, c_{e}, z_{S}, δr_{R} et δz_{R}, notés respectivement WD, CB, DB, AB, CW, SD, SR et RD

3.4.2 Étude de sensibilté

L'étude de sensibilité est réitérée ici pour un environnement proche du modèle expérimental 2D à une échelle de 1/1000. L'environnement considéré est de type Pekeris (avec fond atténuant). Les valeurs vraies des paramètres sont précisées dans le Tab. 3.8. Notons que les valeurs choisies pour la hauteur de l'eau et la célérité du son dans le fond avaient permis un bon accord entre signaux expérimentaux et signaux simulés dans le § 2.2.4. Un signal harmonique de fréquence d'émission de 126 Hz est considéré. L'antenne verticale est située à une distance de 5 km. Elle recouvre la colonne d'eau de 5 à 34 m avec un espacement de 1 m entre récepteurs. Le Tab. 3.8 précise aussi les intervalles dans lesquels nous effectuons l'étude de sensibilité ainsi que leur discrétisation. Les intervalles pour les paramètres du système et la célérité du son dans l'eau sont choisis sur la base de leurs incertitudes expérimentales. L'intervalle pour la hauteur de l'eau est légèrement exagéré afin d'examiner davantage la question de la surestimation. Pour les paramètres du fond, les intervalles sont choisis larges. La Fig. 3.20 montre les résultats de l'étude de sensibilité.

Les paramètres h, c_f et ρ_f sont les paramètres dominants. Nous observons de fortes corrélations entre ces paramètres et un lobe secondaire important pour la hauteur de l'eau à environ 39 m. Ces résultats rappelent l'analyse du § 2.2.4. En effet, les corrélations entre h et c_f se manifestent comme des bandes étroites correspondant à de bonnes valeurs du corrélateur de Bartlett et disposées de manière oblique. Le même type de comportement est à présent observé entre h et ρ_f. Ces lobes secondaires peuvent être à l'origine d'une estimation erronée. Les autres paramètres apparaissent non influents, présentant de faibles, voire négligeables, corrélations. Toutefois, nous avons vu qu'à cette fréquence, l'atténuation $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$ est d'autant plus corrélée avec les paramètres h, c_f et ρ_f que la distance augmente (*cf.* § 3.2.2, Fig. 3.12) ; cela n'apparaissant pas lors de l'étude de sensibilité. Ces corrélations, pour la fréquence considérée (25 Hz), étaient à l'origine de la dégradation de la performance de l'inversion à quatre paramètres (pour h, c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$).

3.4.3 Mise en place de l'inversion

L'inversion sur données réelles présente deux particularités par rapport à celle sur données synthétiques : les données sont enregistrées dans le domaine temporel et la variance dans les données est désormais inconnue. Le problème inverse nécessite alors quelques modifications.

Les signaux expérimentaux obtenus dans le modèle expérimental 2D sont enregistrés sur 10^4 échantillons à une fréquence d'échantillonnage de 10 MHz. Durant l'acquisition, ils sont moyennés sur 1024 enregistrements afin de réduire le bruit blanc dans les signaux. Notons $\mathbf{p}(t) \overset{\text{not.}}{=} [p(z_{\mathrm{R},1};t),\ldots,p(z_{\mathrm{R},N};t)]^T$ le vecteur contenant les signaux temporels enregistrés et moyennés en chacune des N immersions du récepteur. Les données dans le domaine fréquentiel s'obtiennent alors par transformée de Fourier des signaux moyennés. Notons $\mathbf{p}(\omega) \overset{\text{not.}}{=} [p(z_{\mathrm{R},1};\omega),\ldots,p(z_{\mathrm{R},N};\omega)]^T$ le vecteur contenant la composante spectrale des signaux enregistrés sur chacune des immersions du récepteur, correspondant à la fréquence ω. La fonction de coût du problème s'écrit comme suit :

$$\phi(\mathbf{m}) = \mathcal{B}(\mathbf{m})\|\mathbf{p}(\omega)\|^2/\nu_D$$

où $\mathcal{B}(\mathbf{m})$ désigne le corrélateur de Bartlett. Il est défini par :

$$\mathcal{B}(\mathbf{m}) = 1 - \frac{|\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathbf{p}(\omega)|^2}{\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2\|\mathbf{p}(\omega)\|^2}$$

où $\mathbf{w}(\mathbf{m})$ désigne le vecteur des répliques du champ acoustique sur chacune des immersions du récepteur, * désigne l'opération de conjugaison-transpostion et ν_D désigne la variance dans les données.

La variance dans les données est à présent inconnue. Nous utilisons ici l'approche proposée par [Mecklenbrauker00]

qui consiste à remplacer la variance par (*cf.* § 1.2.3) :

$$\hat{\nu}_D = \mathcal{B}(\mathbf{m}_{\mathrm{ML}})\|\mathbf{p}(\omega)\|^2/N_{\mathrm{eq}}$$

où $\mathbf{m}^{\mathrm{ML}}$ désigne l'estimation du maximum de vraisemblance (équivalant à l'estimation MAP lorsque la densité de probabilité *a priori* est uniforme) et N_{eq} désigne le nombre de récepteurs indépendants.

3.4.4 Inversion sur données réelles

Nous abordons à présent l'inversion sur données réelles. L'étude de sensibilité suggère la paramétrisation suivante : $\mathbf{m} = [h, c_{\mathrm{f}}, \rho_{\mathrm{f}}]^T$. Nous gardons toutefois à l'esprit que, dans cette configuration, l'atténuation est fortement corrélée avec ces trois paramètres, une valeur erronée de celle-ci pouvant affecter de manière importante le résultat de l'inversion. L'information apportée par les données expérimentales ne permet pas la prise en compte d'un quatrième paramètre. Nous nous contentons ici de la valeur de 0.5 dB/λ qui avait permis un bon accord entre signaux expérimentaux et signaux simulés dans le § 2.2.4.

Dans un premier temps nous examinons l'inversion dans les intervalles utilisés lors de l'étude de sensibilité (*cf.* Tab. 3.8). Les répliques sont générées par le code parabolique RAM avec une échelle de 1/1000. L'inversion a été testée à plusieurs fréquences. Nous montrons sur les Figs. 3.21(a)–3.23(a) les densités marginales 1D et 2D *a posteriori* des paramètres obtenues à partir des données expérimentales aux trois fréquences suivantes : 114.7 kHz, 128.2 kHz et 140.3 kHz. Les Figs. 3.21(b)–3.23(b) comparent, pour chacune des fréquences, les données expérimentales (courbes épaisses grises) aux prédictions du code RAM obtenues à partir de l'estimation MAP (courbes fines noires) et de l'estimation des moyennes (courbes en pointillés). La grandeur comparée représente une mesure de l'intensité acoustique normalisée [Gingras95] qui s'obtient suivant $|\mathbf{p}(\omega)|^2/\|\mathbf{p}(\omega)\|^2$ pour les données expérimentales, avec $|\mathbf{p}(\omega)|^2 \overset{\text{déf.}}{=} [p(z_{\mathrm{R},1};\omega)p^*(z_{\mathrm{R},1};\omega), \ldots, p(z_{\mathrm{R},N};\omega)p^*(z_{\mathrm{R},N};\omega)]^T$ et, de manière équivalente, suivant $|\mathbf{w}(\mathbf{m}_{\mathrm{MAP}})|^2/\|\mathbf{w}(\mathbf{m}_{\mathrm{MAP}})\|^2$ pour les répliques.

Inversion à la fréquence de 114.7 kHz, [Fig. 3.21(a)].

Nous observons des densités marginales 1D très dispersées. En regardant les densités marginales 2D, nous notons que les régions de haute probabilité, contenant l'estimation MAP, correspondent à la borne supérieure de l'intervalle de recherche de ρ_{f} ainsi qu'à une valeur de la hauteur de l'eau voisine de 39 mm. Malgré la mauvaise qualité de l'estimation, la comparaison expérience–simulation (Fig. 3.21(b)) est relativement bonne.

Inversion à la fréquence de 128.2 kHz, [Fig. 3.22(a)].

Les densités marginales 1D de h et de ρ_{f} sont unimodales et l'estimation a une précision améliorée. De plus, la densité marginale 1D de c_{f}, bien que multimodale, présente une dispersion relativement faible compte tenu de l'important couplage avec h. Les corrélations entre c_{f} et h apparaissent clairement sur les densités marginales 2D. On constate aussi que la densité ρ_{f} du fond n'est que faiblement corrélée avec c_{f} et h. Notons que l'estimation MAP coïncide ici avec l'estimation des moyennes. La comparaison expérience–simulation à cette fréquence [Fig. 3.22(b)] est relativement bonne.

Inversion à la fréquence de 140.3 kHz, [Fig. 3.23(a)].

Enfin, l'inversion à la fréquence de 140.3 kHz fait bien apparaître l'effet des lobes secondaires que l'on avait identifié lors de l'étude de sensibilité pour la hauteur de l'eau. La densité marginale 1D de h présente deux lobes bien distincts, la plus haute probabilité étant concentrée autour de 39 mm. La densité mariginale

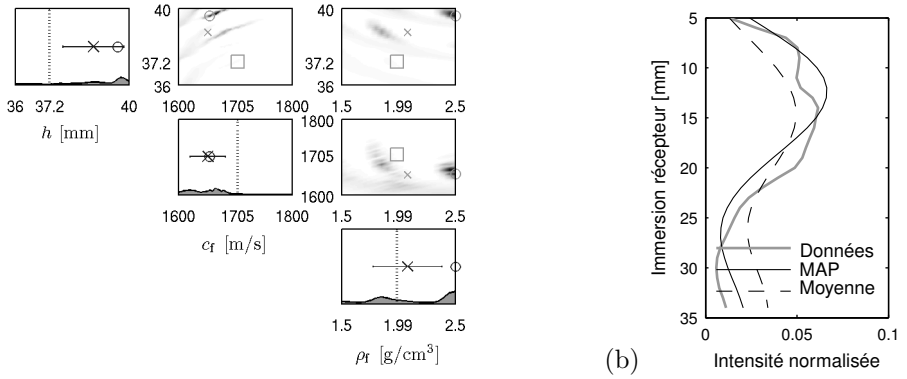


FIG. 3.21 – Résultats d'inversion sur données réelles à 114.7 kHz dans un espace de recherche large. (a) Densités marginales 1D et 2D des paramètres $\mathbf{m} = [h, c_f, \rho_f]^T$. (b) Comparaison des données réelles (courbe épaisse grise) aux prédictions obtenues pour l'estimation MAP (courbe fine noire) et l'estimation des moyennes (courbe en pointillés).

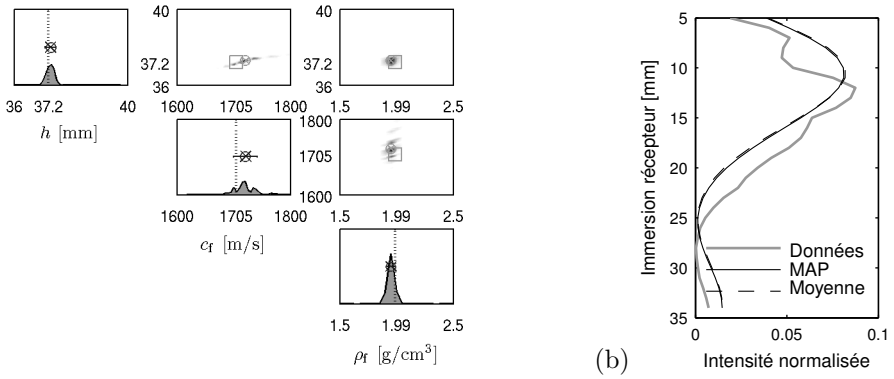


FIG. 3.22 – Résultats d'inversion sur données réelles à 128.2 kHz dans un espace de recherche large. (a) Densités marginales 1D et 2D des paramètres $\mathbf{m} = [h, c_f, \rho_f]^T$. (b) Comparaison des données réelles (courbe épaisse grise) aux prédictions obtenues pour l'estimation MAP (courbe fine noire) et l'estimation des moyennes (courbe en pointillés).

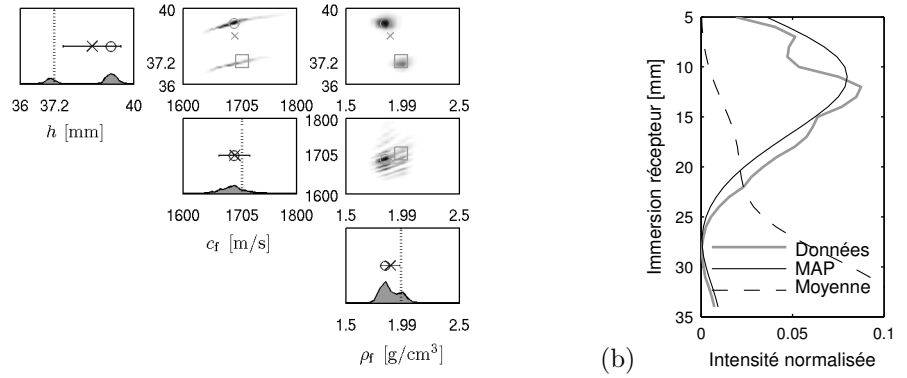


FIG. 3.23 – Résultats d'inversion sur données réelles à 140.3 kHz dans un espace de recherche large. (a) Densités marginales 1D et 2D des paramètres $\mathbf{m} = [h, c_f, \rho_f]^T$. (b) Comparaison des données réelles (courbe épaisse grise) aux prédictions obtenues pour l'estimation MAP (courbe fine noire) et l'estimation des moyennes (courbe en pointillés).

TAB. 3.9 – Espace des paramètres réduit et discrétisation pour l'inversion sur données réelles.

Paramètre	Intervalle	Pas	Échantillons
h [mm]	$[36.50, 38.50]$	0.10	21
c_f [m/s]	$[1650.00, 1750.00]$	5.00	21
ρ_f [g/cm^3]	$[1.70, 2.30]$	0.05	13

TAB. 3.10 – Résultats de l'inversion sur données réelles avec un espace de paramètres réduit.

	$f = 114.7$ Hz		$f = 128.2$ Hz		$f = 140.3$ Hz	
m_i	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$	MAP	$\mu_i \pm \sigma_i$
h [mm]	38.50	37.60 ± 0.70	37.30	37.25 ± 0.12	37.10	37.11 ± 0.18
c_f [m/s]	1665.00	1673.81 ± 23.69	1720.00	1717.25 ± 15.062	1690.00	1697.03 ± 27.33
ρ_f [g/cm^3]	1.90	1.95 ± 0.10	1.95	1.95 ± 0.05	1.95	1.99 ± 0.05

1D de c_f est unimodale et relativement dispersée alors que celle de ρ_f est peu dispersée présentant toutefois deux sommets. En regardant les marginales 2D, on constate que ces deux sommets correspondent chacun, à un des lobes de h. Nous notons les fortes corrélations entre h et c_f. Notons enfin que l'estimation des moyennes à cette fréquence n'a pas de sens, car elle correspond à des valeurs présentant une probabilité quasi-nulle. Cela se reflète aussi sur la Fig. 3.23(b) où les répliques obtenues pour les moyennes ne correspond plus aux données observées.

En somme, ces trois fréquences fournissent des estimations différentes en raison des fortes corrélations à la distance des données expérimentales mais aussi en raison du lobe secondaire pour la hauteur de l'eau. L'information dans les données ne suffit pas pour la résolution des paramètres de l'inversion. Une manière de remédier à ce type de problème est de réduire le spectre de solutions possibles. L'analyse du § 2.2.4 suggérait une valeur de la hauteur de l'eau autour de 37 mm plutôt que de 38.4 mm comme donné par la mesure expérimentale. Nous réitérons alors les mêmes inversions en réduisant les intervalles des paramètres. Les intervalles utilisés sont précisés dans le Tab. 3.9. Les résultats de l'inversion pour les intervalles réduits sont représentés sur les Figs. 3.24–3.26 et les estimations sont données dans le Tab. 3.10. Globalement, les résultats sont améliorés. En particulier, l'estimation de la densité ρ_f du fond est très proche de sa valeur mesurée sur l'échantillon de sable, pour chacune des trois fréquences examinées. De plus, l'estimation pour la hauteur de l'eau aux fréquences de 128.2 et 140.3 kHz est proche des valeurs que l'analyse du § 2.2.4 suggérait. Cependant, les corrélations entre h et c_f demeurent dominantes et ne permettent pas la résolution de la célérité du son dans le fond.

En conclusion, les données enregistrées dans le modèle expérimental 2D s'avèrent insuffisantes pour retrouver les paramètres du fond dans le cuve océanique. Cela est dû en partie aux incertitudes associées à la mesure de la hauteur de l'eau ; une meilleure précision de mesure permettrait de réduire les valeurs possibles de la célérité du son dans le fond. Néanmoins, les résultats que nous avons obtenus pour la hauteur de l'eau et la densité du fond sont très encourageants. Nous sommes toutefois arrivés à ces estimations en privilégiant l'un des deux lobes observés pour la hauteur de l'eau. Nous nous sommes basés pour cela sur l'analyse préliminaire des signaux expérimentaux. Il existe néanmoins certains aspects qui ne sont pas entièrement maîtrisés. Par exemple, on peut se poser la question de savoir si la description du fond par une célérité du son constante interprète correctement les effets de la propagation. Les données dont nous disposons ne permettent pas d'approfondir notre analyse davantage.

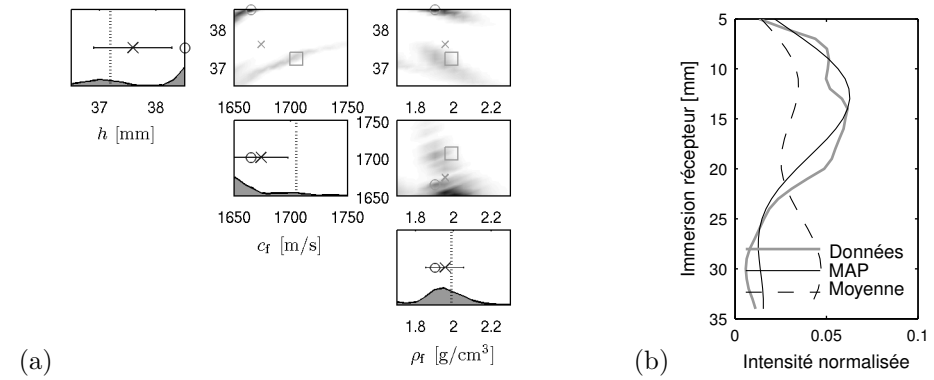


FIG. 3.24 – Résultats d'inversion sur données réelles à 114.7 kHz dans un espace de recherche réduit. (a) Densités marginales 1D et 2D des paramètres $\mathbf{m} = [h, c_\mathrm{f}, \rho_\mathrm{f}]^T$. (b) Comparaison des données réelles (courbe épaisse grise) aux prédictions obtenues pour l'estimation MAP (courbe fine noire) et l'estimation des moyennes (courbe en pointillés).

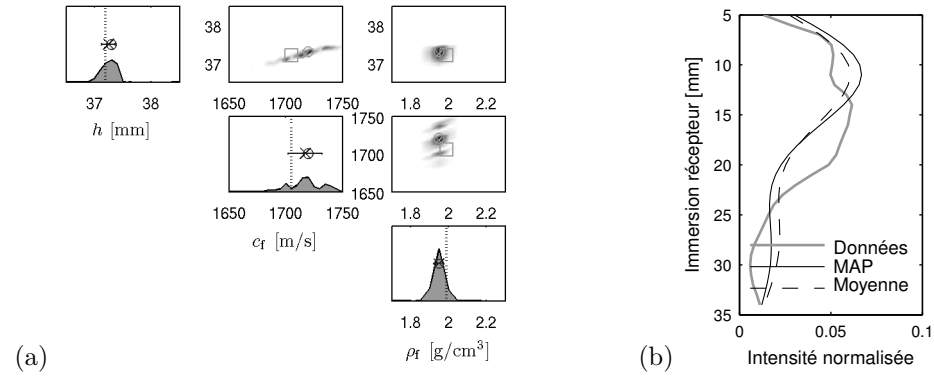


FIG. 3.25 – Résultats d'inversion sur données réelles à 128.2 kHz dans un espace de recherche réduit. (a) Densités marginales 1D et 2D des paramètres $\mathbf{m} = [h, c_\mathrm{f}, \rho_\mathrm{f}]^T$. (b) Comparaison des données réelles (courbe épaisse grise) aux prédictions obtenues pour l'estimation MAP (courbe fine noire) et l'estimation des moyennes (courbe en pointillés).

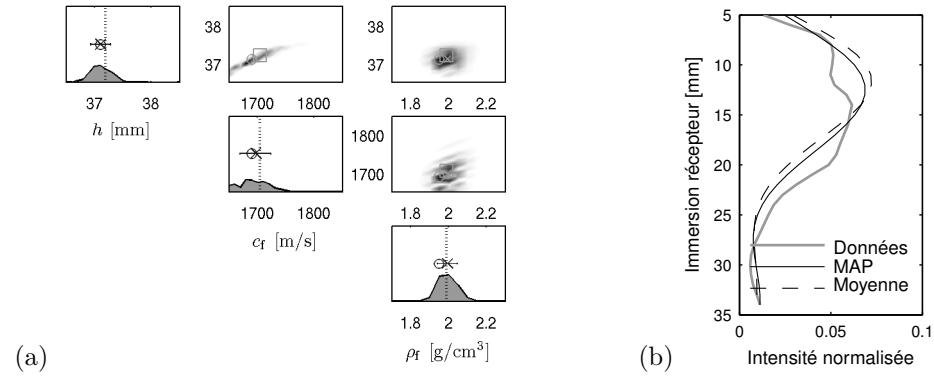


FIG. 3.26 – Résultats d'inversion sur données réelles à 140.3 kHz dans un espace de recherche large. (a) Densités marginales 1D et 2D des paramètres $\mathbf{m} = [h, c_\mathrm{f}, \rho_\mathrm{f}]^T$. (b) Comparaison des données réelles (courbe épaisse grise) aux prédictions obtenues pour l'estimation MAP (courbe fine noire) et l'estimation des moyennes (courbe en pointillés).

Chapitre 4

Inversion dans un environnement à géométrie tridimensionnelle

4.1 Description de la propagation dans un guide d'onde tridimensionnel à fond incliné

Dans cette première section nous décrivons les effets de la propagation sonore dans un guide d'onde à fond incliné. Ces effets, qualifiés d'effets tridimensionnels (3D), ont fait l'objet d'une discussion dans le second chapitre (*cf.* § 2.3.3) lors de la description des signaux temporels enregistrés dans le modèle expérimental 3D. L'objectif ici est d'identifier les effets 3D dans des configurations spécifiques. Cela va nous permettre d'effectuer des choix et de prendre des décisions en vue de l'étude de l'inversion en leurs présences.

Le cas d'étude considéré dans ce chapitre est le 3D ASA Wedge. Il est représenté sur le schéma tridimensionnel de la Fig. 4.1 à l'aide du repère cartésien (x, y, z) ou, de manière équivalente, du repère cylindrique (r, θ, z). Il comporte trois régions distinctes en fonction de la coordonnée x (correspondant à la direction $\theta = 0°$) : une région profonde à profondeur constante, suivie d'une région de pente β constante, qui aboutit au rivage. La couche d'eau est homogène et le fond est considéré fluide et semi-infini. Les paramètres caractérisant les deux milieux sont constants. Les valeurs des paramètres pour le cas test 3D ASA Wedge sont : $c_{\mathrm{e}} = 1500$ m/s, $\rho_{\mathrm{e}} = 1$ g/cm^3, $c_{\mathrm{f}} = 1700$ m/s, $\rho_{\mathrm{f}} = 1.5$ g/cm^3 et $\alpha_{\mathrm{f}}^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ. La pente est égale à $\beta \approx 2.86°$ (équivalant à une pente de 5%).

Nous nous intéressons, en particulier, aux effets de propagation 3D dans le plan vertical dans la direction perpendiculaire à la pente, c'est-à-dire dans la direction $(0y)$ ou, de manière équivalente, dans la direction azimutale $\theta = 90°$. Ce plan est démarqué par une ligne épaisse sur la Fig. 4.1. Il est aussi représenté sur la coupe verticale du schéma de la Fig. 4.2. La hauteur de l'eau dans cette direction est constante et égale à la hauteur de l'eau au niveau de la source, h_{S}. Elle est donnée $h_{\mathrm{S}} = 200$ m pour le cas test 3D ASA Wedge. La Fig. 4.2 montre aussi le système opérationnel utilisé pour l'inversion, c'est-à-dire une source située en $r = 0$ et en $z = z_{\mathrm{S}}$ et une antenne réceptrice linéaire horizontale (notée ALH) ou verticale (notée ALV). La profondeur de la source dans notre cas d'étude nous est donnée : $z_{\mathrm{S}} = 40$ m.

4.1.1 Analyse des effets 3D

Les effets 3D sont dus à la réfraction horizontale des ondes acoustiques. Dans le second chapitre, nous avions observé, à certaines distances par rapport à la source, des doubles arrivées modales ainsi que des

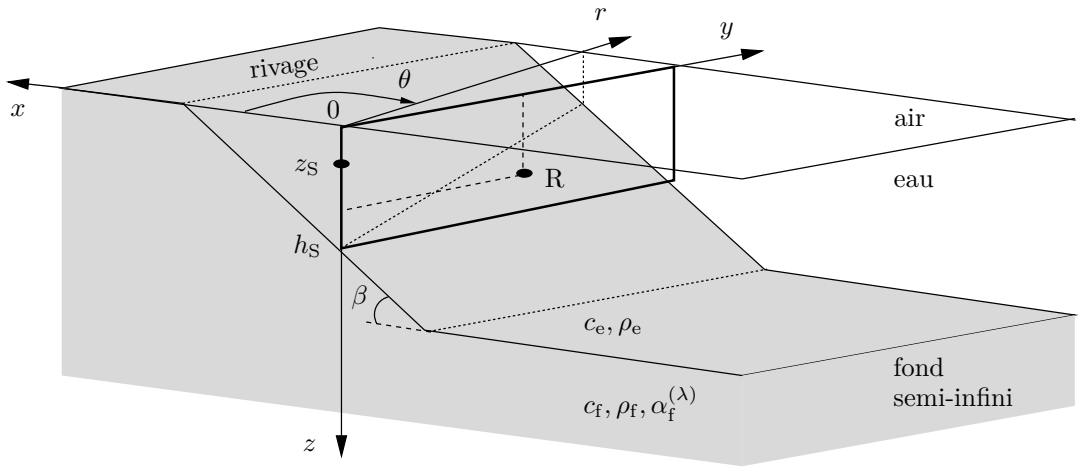


FIG. 4.1 – Représentation schématique du guide d'onde à fond incliné.

zones d'ombre modales. Nous avions vu aussi comment les effets 3D se manifestent au niveau des franges d'interférences dans les pertes par transmission dans la direction transverse à la pente. On procède ici à la description des effets 3D pour notre cas d'étude à partir des pertes par transmission dans le plan vertical de la Fig. 4.2. Le calcul des pertes par transmission s'effectue au moyen du code parabolique 3DWAPE. Les temps CPU des calculs 3D sont particulièrement élevés par rapport à ceux des calculs 2D. Nous limitons ainsi notre étude aux seules fréquences de 15, 25 et 35 Hz. Le Tableau 4.1 précise les paramètres numériques du code pour chacune des fréquences. À présent, les temps CPU augmentent en fonction de la distance, non seulement en raison de l'augmentation des points de maillage en distance et en immersion, mais aussi en raison d'une discrétisation plus fine en azimut, afin d'assurer la convergence à la distance voulue. Les temps CPU pour le calcul jusqu'à une distance de 25 km est de 4 min pour une fréquence de 15 Hz, 8.5 min pour une fréquence de 25 Hz et 20 min pour une fréquence de 35 Hz. Le nombre de modes propres présents au niveau de la source pour chacune des fréquences étudiées est, respectivement, 2, 3 et 4. Nous montrons les pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion sur la Fig. 4.3 pour chacune des trois fréquences considérées.

On distingue, dans chaque sous-figure de la Fig. 4.3, en fonction de la distance r, des régions caractérisées par des contributions modales différentes. Ces régions sont délimitées par des zones de transition plus ou moins abruptes. Elles correspondent aux caustiques et aux distances de coupure des modes. Procédons à présent à la description détaillée des effets 3D pour chaque fréquence. On s'appuie pour cela, sur les pertes prédites pour chacun des modes séparément. Celles-ci sont calculées en initialisant le code 3DWAPE par la fonction modale correspondant au mode souhaité (*cf.* § 1.2.2). Les résultats sont donnés en Annexe C. Les effets 3D que l'on identifie ainsi sont résumés, pour chaque fréquence, dans le Tab.3. La Figure 4.4 schématise les différentes zones modales que l'on distingue.

TAB. 4.1 – Paramétrage du code 3DWAPE à chaque fréquence étudiée.

f [Hz]	Δr [m]	Δz [m]	$M^\dagger$	z_{abs} [m]	h_{abs} [m]
15	15.0	2.50	2000	800	1100
25	10.0	2.00	3240	450	600
35	5.0	1.00	4500	400	550

† Uniquement pour un calcul 3D

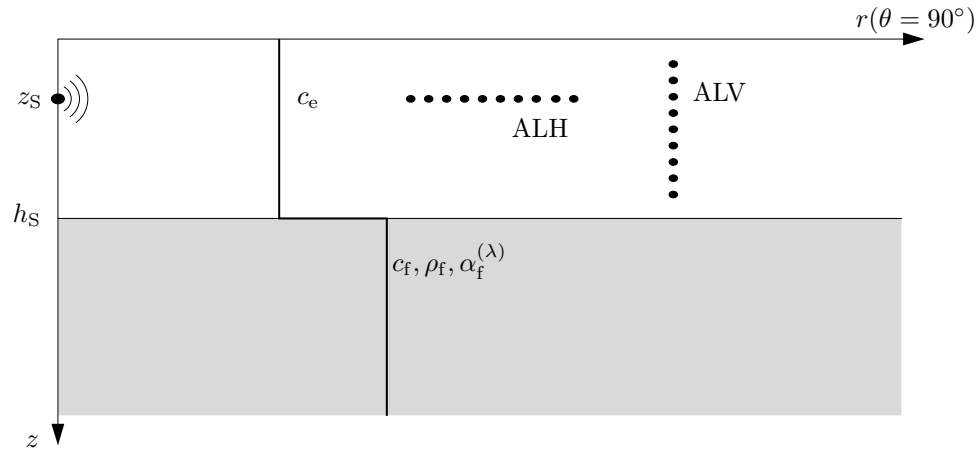


FIG. 4.2 – Coupe verticale du guide d'onde à fond incliné dans la direction perpendiculaire à la pente ($\theta = 90°$).

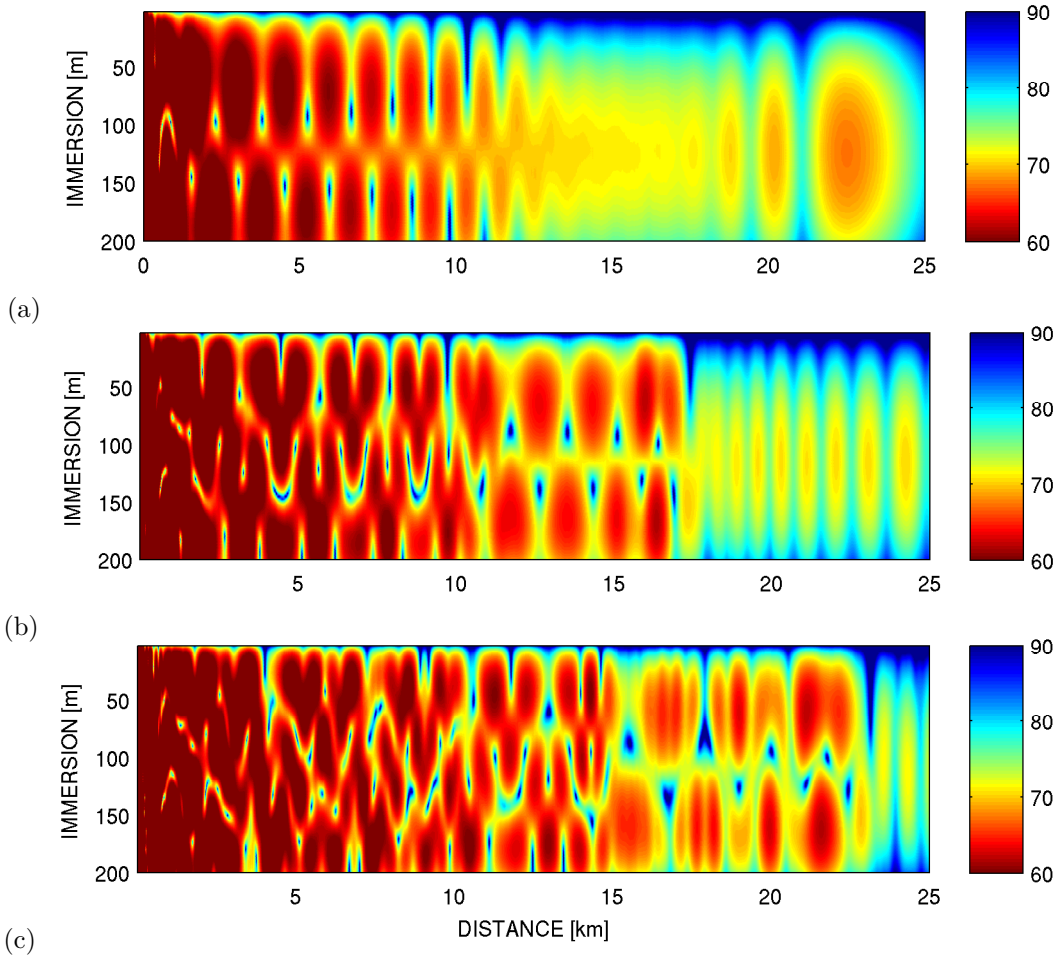


FIG. 4.3 – Pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion dans le plan vertical en travers de la pente ($\theta = 90°$) pour les fréquences de (a) 15 Hz, (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.

Analyse à la fréquence de 15 Hz

À 15 Hz, *cf.* Fig 4.3(a), deux modes propagatifs sont présents au niveau de la source. Ici, on distingue trois régions différentes. La première région s'étend de la source jusqu'à environ 12.5 km. Elle est caractérisée par des franges typiques d'interférence entre les arrivées uniques des modes 1 et 2. Nous remarquons le décalage des franges d'interférence de part et d'autre du noeud du mode 2 (à une immersion d'environ 110 m) en raison du changement de signe de sa fonction modale. Le long de cette première région, les schémas d'interférence rétrécissent en fonction de la distance et le mode 2 s'affaiblit considérablement en raison de l'étalement géométrique qu'il subit le long de sa trajectoire hyperbolique hors du plan de propagation. À environ 12.5 km, le mode 2 atteint sa distance de coupure. Nous observons, au delà de celle-ci, une baisse considérable de l'énergie sonore dans le plan vertical. La deuxième région s'étend ensuite jusqu'à environ 16 km. Elle est caractérisée par la contribution d'une seule arrivée du mode 1 s'affaiblissant en fonction de la distance. Au delà de 16 km, les franges d'interférence intramodale correspondent à deux arrivées du mode 1. La seconde arrivée provoque une hausse de l'énergie d'autant plus importante que la distance augmente. Les franges d'interférence intramodale s'élargissent en raison du rapprochement des deux arrivées modales du même mode 1 en fonction de la distance. Enfin, la distance de coupure du mode 1 survient à une distance légèrement supérieure à 25 km.

Analyse à la fréquence de 25 Hz

À 25 Hz, *cf.* Fig 4.3(b), trois modes sont présents au niveau de la source. Nous distinguons ici quatre régions différentes. La première s'étend de la source jusqu'à environ 11 km. On y observe des franges typiques d'interférence entre les arrivées uniques des modes 1, 2 et 3. Ces franges rétrécissent en fonction de la distance. Au delà de 11 km, le mode 3 entre dans sa zone d'ombre provoquant ainsi une légère baisse de l'énergie sonore. Ensuite, jusqu'à environ 14.5 km, on observe des franges d'interférence entre les arrivées uniques des modes 1 et 2. À 14.5 km, nous observons une faible contribution du mode 2 qui se renforce rapidement avec la distance. Le mode 2 atteint sa distance de coupure à environ 17.5 km. De plus, à environ 16 km une seconde arrivée du mode 1 contribue. Ainsi, cette région, entre 14.5 et 17.5 km, présente une hausse de l'énergie sonore. Cependant, des schémas d'interférence entre les deux arrivées du mode 2 ne sont pas observés. En effet, un peu avant la distance de coupure d'un mode donné, le retard entre les deux arrivées est négligeable. Au delà de 17.5 km l'énergie baisse considérablement. Nous y observons des franges d'interférence entre les deux arrivées du mode 1 qui s'élargissent en fonction de la distance. Enfin, la zone d'ombre du mode 1 apparaît bien au delà de 25 km (non visible sur le schéma).

Analyse à la fréquence de 35 Hz

À 35 Hz, *cf.* Fig 4.3(c), quatre modes sont présents au niveau de la source. Ici, les franges d'interférence présentent une plus grande complexité. Sept régions différentes peuvent néanmoins être distinguées. La première s'étend de la source jusqu'à environ 11 km et comprend la contribution des arrivées uniques des quatre modes. À cette distance, le mode 4 atteint sa distance de coupure. De 11 à environ 12 km, on observe des schémas d'interférence entre les arrivées uniques des modes 1, 2 et 3. Ensuite, au delà de 12 km, une seconde arrivée du mode 3 s'ajoute avant que celui-ci n'atteigne sa distance de coupure à environ 15 km. Entre 15 et 16 km, seuls les arrivées uniques des modes 1 et 2 contribuent. Une seconde arrivée du mode 2 contribue au delà de 16 km puis une seconde arrivée du mode 1 contribue aussi au delà de 17 km. À environ 23 km le mode 2 atteint sa distance de coupure provoquant une baisse de l'énergie sonore au delà de cette distance où seules les deux arrivées du mode 1 interfèrent. Nous notons la ressemblance des franges d'interférence entre

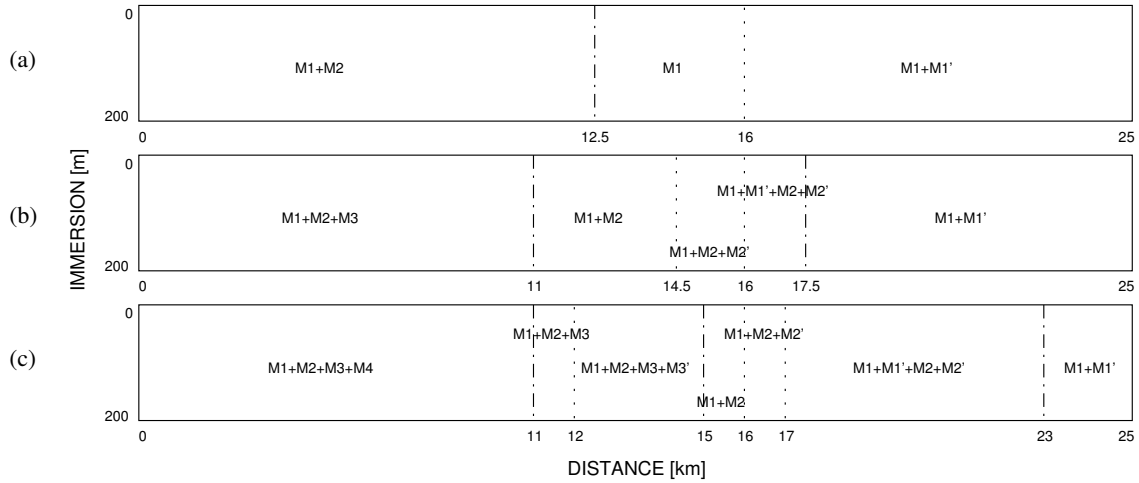


FIG. 4.4 – Représentation schématique des effets 3D en fonction de la distance dans la direction transverse à la pente ($\theta = 90°$) pour les fréquences de (a) 15 Hz, (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.

environ 21 et 23 km (un peu avant la distance de coupure du mode 2) avec les franges respectives entre 16 et 17.5 km (un peu avant la distance de coupure du mode 2) de la Fig. 4.3(b) correspondant à la fréquence de 25 Hz. Enfin, le mode 1 atteint sa distance de coupure bien au delà de la distance de 25 km.

On peut, à partir de ces observations, anticiper l'impact des effets 3D sur l'inversion dans un guide d'onde à fond incliné. Dans un environnement à fond plat, la variation du champ acoustique en fonction de la distance dans le plan de propagation est principalement due à l'étalement cylindrique de l'énergie sonore ainsi qu'à l'atténuation du son dans le fond. Autrement dit, cette variation est lente et progressive. Cette caractéristique nous a permis, au cours du chapitre précédent, de relever certaines tendances en fonction de la distance sur lesquelles on a pu construire une stratégie d'inversion. Par exemple, le champ acoustique et notamment les modes d'ordre élevé se retrouvent plus affectés par les paramètres du fond à grande distance. Ceux-ci contiennent alors une information plus riche pour les paramètres du fond. En revanche, dans un environnement 3D, en plus de la variation progressive en fonction de la distance, le champ acoustique subit des variations abruptes le long d'un plan vertical dans la direction transverse à la pente en raison de la réfraction horizontale des modes. À présent, les modes d'ordre élevé sont réfractés hors du plan de propagation à des distances plus courtes. Les effets 3D rendent alors l'inversion pour les paramètres du fond plus difficile.

TAB. 4.2 – Effets de propagation 3D apparaissant dans le guide d'onde à fond incliné dans la direction transverse à la pente.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
$f = 15$ Hz, *cf.* Fig 4.3(a)				
Seconde arrivée	$\gtrapprox 16$ km	aucune	–	–
Distance de coupure	> 25 km	≈ 12.5 km	–	–
$f = 25$ Hz, *cf.* Fig 4.3(b)				
Seconde arrivée	$\gtrapprox 16$ km	$\gtrapprox 14.5$ km	aucune	–
Distance de coupure	> 25 km	≈ 17.5 km	≈ 11 km	–
$f = 35$ Hz, *cf.* Fig 4.3(c)				
Seconde arrivée	$\gtrapprox 17$ km	$\gtrapprox 16$ km	$\gtrapprox 12$ km	aucune
Distance de coupure	> 25 km	≈ 23 km	≈ 15 km	≈ 11 km

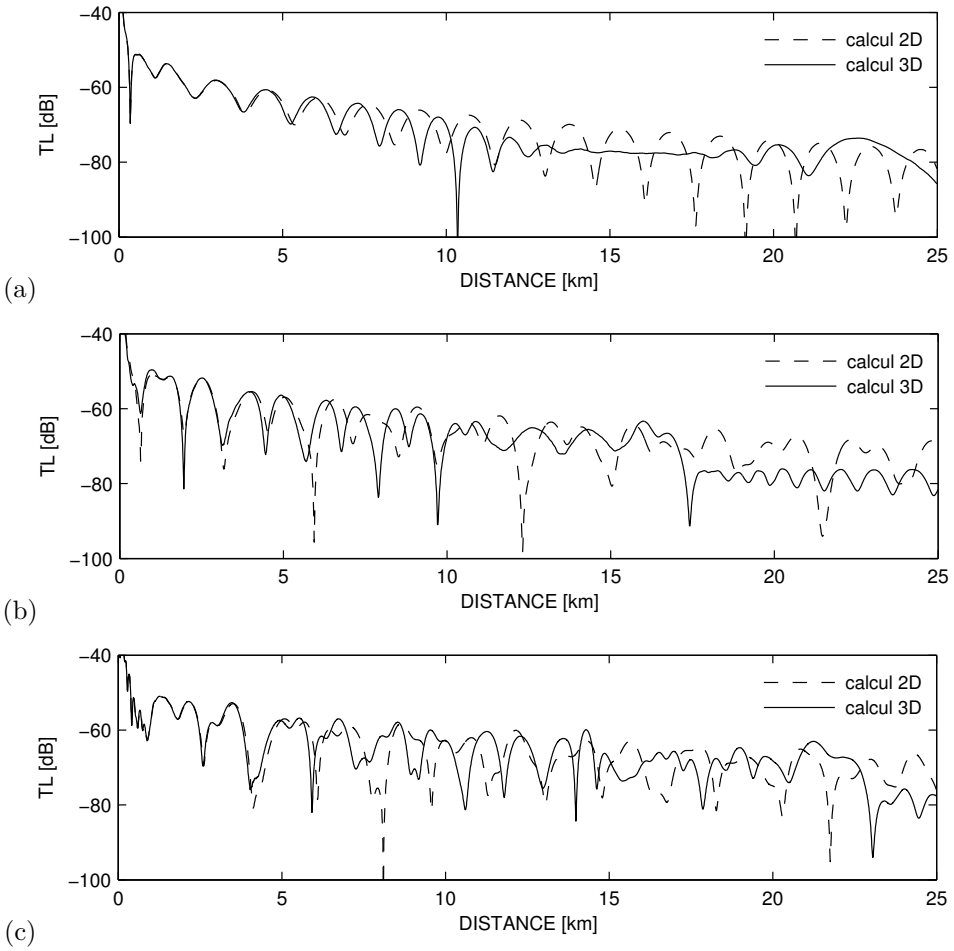


FIG. 4.5 – Comparaison des pertes par transmission en fonction de la distance dans la direction perpendiculaire à la pente par un calcul 2D (courbe épaisse) avec un calcul pleinement 3D (courbe fine) pour les fréquences de (a) 15 Hz, (b) 25 Hz et (c) 35 Hz. Immersion du récepteur : $z_{\mathrm{R}} = 40$ m.

4.1.2 Comparaison à un calcul 2D équivalent

La pente est le paramètre à l'origine des effets 3D et n'a aucun impact sur le nombre de modes initialement présents au niveau de la source. De plus, les effets 3D sont le résultat d'une interaction de l'énergie sonore avec le fond. On s'attend alors à ce qu'ils soient d'autant plus prononcés que la distance est grande. On est ainsi amené à supposer que l'aspect 3D de la propagation peut être négligé jusqu'à une certaine distance. Nous vérifions cela sur la Fig. 4.5 qui compare, pour chacune des fréquences considérées, les pertes par transmission (en fonction de la distance) obtenues par un calcul 3D avec celles obtenues par un simple calcul 2D. Ici, la profondeur du récepteur est égale à 40 m. Jusqu'à une distance d'environ 5 km, les courbes correspondant au calcul 3D sont relativement très proches de celles correspondant au calcul 2D. Nous constatons donc qu'en champ relativement proche, les champs sonores ne sont quasiment pas affectés par la géométrie tridimensionnelle du fond.

Cette observation ouvre la perspective d'une inversion de données 3D en champ relativement proche en utilisant un code de propagation 2D. Nous avons vu que le champ proche favorise l'inversion de la hauteur de l'eau et des paramètres du système. Or, cette démarche peut s'avérer utile dans la première phase d'une inversion en sous-espaces visant à s'affranchir de ces derniers et obtenir une réduction significative du nombre de paramètres lors de l'inversion par un code 3D. La faisabilité d'une telle approche dépend de la sensibilité

de la fonction de coût du problème inverse à la variation de la pente. L'étude de sensibilité de la fonction de coût fait l'objet de la section suivante.

4.2 Étude de sensibilité

Nous étudions ici la sensibilité de la fonction de coût du problème inverse à la variation de chacun des paramètres décrivant le guide d'onde à fond incliné (*cf.* Fig 4.1). L'étude de sensibilité s'effectue à présent en tenant compte de la variabilité tridimensionnelle du champ acoustique. Désormais, un paramètre supplémentaire est nécessaire pour la description de la géométrie du fond : il s'agit de la pente β du fond. Comme dans le chapitre précédent, cette étude va nous permettre d'identifier les paramètres importants dans le processus de l'inversion ainsi que les éventuelles corrélations entre les paramètres. Cette démarche nous permettra ainsi de mettre en place une stratégie d'inversion adaptée à notre problème. Rappelons la démarche suivie. La fonction de coût du problème inverse est liée au corrélateur de Bartlett, $\mathcal{B}(\mathbf{m})$, défini comme suit :

$$\mathcal{B}(\mathbf{m}) = 1 - \frac{|\mathbf{w}^*(\mathbf{m})\mathbf{d}_{\text{obs}}|^2}{\|\mathbf{w}(\mathbf{m})\|^2\|\mathbf{d}_{\text{obs}}\|^2}. \tag{4.1}$$

où $\mathbf{m}$ désigne le vecteur des paramètres, $\mathbf{w}(\mathbf{m})$ désigne le vecteur des répliques du champ acoustique au niveau de l'antenne réceptrice calculées par un modèle de propagation, * désigne l'opération de conjuguaison-transposition et $\mathbf{d}_{\text{obs}}$ désigne le vecteur des données observées au niveau de l'antenne. Le corrélateur de Bartlett donne une mesure de la correspondance entre répliques et données observées. Une valeur nulle du corrélateur (4.1) représente une correspondance parfaite entre répliques et données observées, c'est-à-dire lorsque $\mathbf{w}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}_{\text{obs}}$. L'étude de sensibilité consiste alors à représenter graphiquement la réponse du corrélateur de Bartlett en faisant varier un ou deux paramètres à la fois.

Nous appliquons l'étude de sensibilité pour le cas du guide d'onde à fond incliné et plus précisément pour le cas test 3D ASA Wedge. La sensibilité de la fonction coût est étudiée dans le plan vertical de la Fig. 4.2 correspondant à la direction perpendiculaire à la pente ($\theta = 90°$). Le système opérationnel pour l'étude de

Tab. 4.3 – Paramètres du guide d'onde à fond incliné, espaces des paramètres et discrétisation pour l'étude de sensibilité.

Paramètre	Symbole	Valeur vraie	Intervalle	Pas
Géométrique				
Guide d'onde				
Pente du fond [m]	β	5	$[1, 10]$	0.2
Hauteur de la colonne d'eau ($\theta = 90°$) [m]	h_{S}	200.0	$[190.0, 210.0]$	1.0
Système opérationnel				
Profondeur de la source [m]	z_{S}	40.0	$[25.0, 55.0]$	1.0
décalage en immersion de l'antenne [m]	δz_{R}	0.0	$[-9.0, 9.0]$	1.0
décalage en distance de l'antenne [m]	δr_{R}	0.0	$[-15, 15.0]$	1.0
Acoustique				
Colonne d'eau				
Célérité du son dans l'eau [m/s]	c_{e}	1500.0	$[1495.0, 1505.0]$	0.5
Fond sédimentaire				
Célérité du son dans le fond [m/s]	c_{f}	1700.0	$[1600.0, 1800.0]$	5.0
Densité du fond [g/cm^3]	ρ_{f}	1.5	$[1.0, 2.0]$	0.05
Atténuation du son dans le fond [dB/λ]	$\alpha_{\text{f}}^{(\lambda)}$	0.5	$[0.1, 1.0]$	0.05

† Correspond à l'élévation par mètre dans la direction $\theta = 0°$.

sensibilité est représenté sur cette même figure : une source sonore d'émission harmonique est située à une immersion z_S et le champ acoustique est reçu au niveau d'une antenne linéaire verticale (notée ALV sur la Fig. 4.2) ou horizontale (notée ALH sur la Fig. 4.2). Dans chacun des cas, l'antenne est immergée dans la colonne d'eau. La position de l'antenne est décrite par la distance r_R du centre géométrique de l'antenne par rapport à la source et par l'immersion z_R du premier récepteur. Les positions des autres récepteurs de l'antenne sont alors définies par rapport à celles-ci.

Les données observées au niveau de l'antenne sont générées par simulation. Nous utilisons ici le code 3DWAPE permettant le calcul du champ acoustique tridimensionnel. La génération des répliques s'effectue, pour chaque nouveau jeu de paramètres, par le même code. Nous notons qu'à présent les temps CPU pour l'étude de sensibilité pour chacun des paramètres peuvent être particulièrement élevés. L'étude de sensibilité s'applique à tous les paramètres décrivant le guide d'onde. Les valeurs vraies pour la simulation des données observées ainsi que l'espace de recherche des paramètres sont précisées dans le Tab. 4.3. Les intervalles et le pas de discrétisation pour chacun des paramètres sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre précédent. En d'autres termes, nous considérons des intervalles larges pour les paramètres du fond (c_f, ρ_f, $\alpha_f^{(\lambda)}$) et des intervalles étroits pour les autres paramètres (c_e, h_S, z_S, r_R, z_R) reflétant notre connaissance sur ceux-ci. Rappelons que la position de l'antenne est étudiée par les décalages δr_R et δz_R par rapport à sa position actuelle. De plus, nous choisissons d'examiner le paramètre supplémentaire, β, dans un intervalle relativement large entre 1% et 10% (qui équivaut à une pente variant entre 0.57° et 5.71°) avec un pas de discrétisation de 0.2% (ou 0.12°). Nous rappelons que le domaine de validité des solutions du code 3DWAPE ne permet pas une pente trop abrupte.

Bien que les paramètres du guide d'onde soient indépendants de la coordonnée radiale r dans le plan vertical ($\theta = 90°$) de la Fig. 4.2, la propagation sonore est fortement tridimensionnelle. En effet, le champ acoustique dans ce plan présente variation graduelle ou abrupte en fonction de la distance. Par conséquent, l'utilisation d'une antenne horizontale semble à présent plus appropriée car elle permet d'exploiter cette variation. Nous basons l'étude sur les antennes horizontales ; les antennes verticales seront considérées pour des raisons de comparaison. L'étude de sensibilité s'effectue ici pour les fréquences de 15, 25 et 35 Hz. Plusieurs distances de l'antenne par rapport à la source sont examinées. Sous les conditions de propagation présentes, l'emplacement de l'antenne dans le guide d'onde fait l'objet d'un choix basé sur l'analyse de la section précédente. Nous aurons souvent recours au Tab. 4.2 et au schéma de la Fig. 4.4.

4.2.1 Antenne linéaire horizontale

La fonction de coût le long de l'antenne horizontale dépend des caractéristiques de celle-ci. Nous reprenons ici l'antenne considérée dans le chapitre précédent, c'est-à-dire une antenne horizontale d'une longueur de 1 km constituée de 21 récepteurs, soit avec un espacement entre récepteurs de 50 m. L'antenne est immergée à une profondeur égale à la profondeur de la source, $z_R = 40$ m, afin d'éviter l'annulation d'un mode initialement présent au niveau de celle-ci. Nous montrons ici les résultats obtenus pour les paramètres dominants qui sont la pente β, la hauteur de l'eau h_S, la célérité du son dans le fond c_f et la densité du fond ρ_f. Les autres paramètres (c_e, $\alpha_f^{(\lambda)}$, z_S, δr_R et δz_R) s'avèrent non influents aux fréquences étudiées. Les Figs. 4.6–4.8 montrent les résultats obtenus aux trois fréquences (15, 25 et 35 Hz) pour les quatre paramètres dominants (présentés en colonnes) et plusieurs distances de l'antenne horizontale par rapport à la source (présentées en lignes). À chaque fréquence, les distances de l'antenne sont choisies à l'aide de la Fig. 4.4 schématisant les effets 3D en fonction de la distance dans la direction transverse à la pente. Nous analysons les résultats pour chaque fréquence séparément.

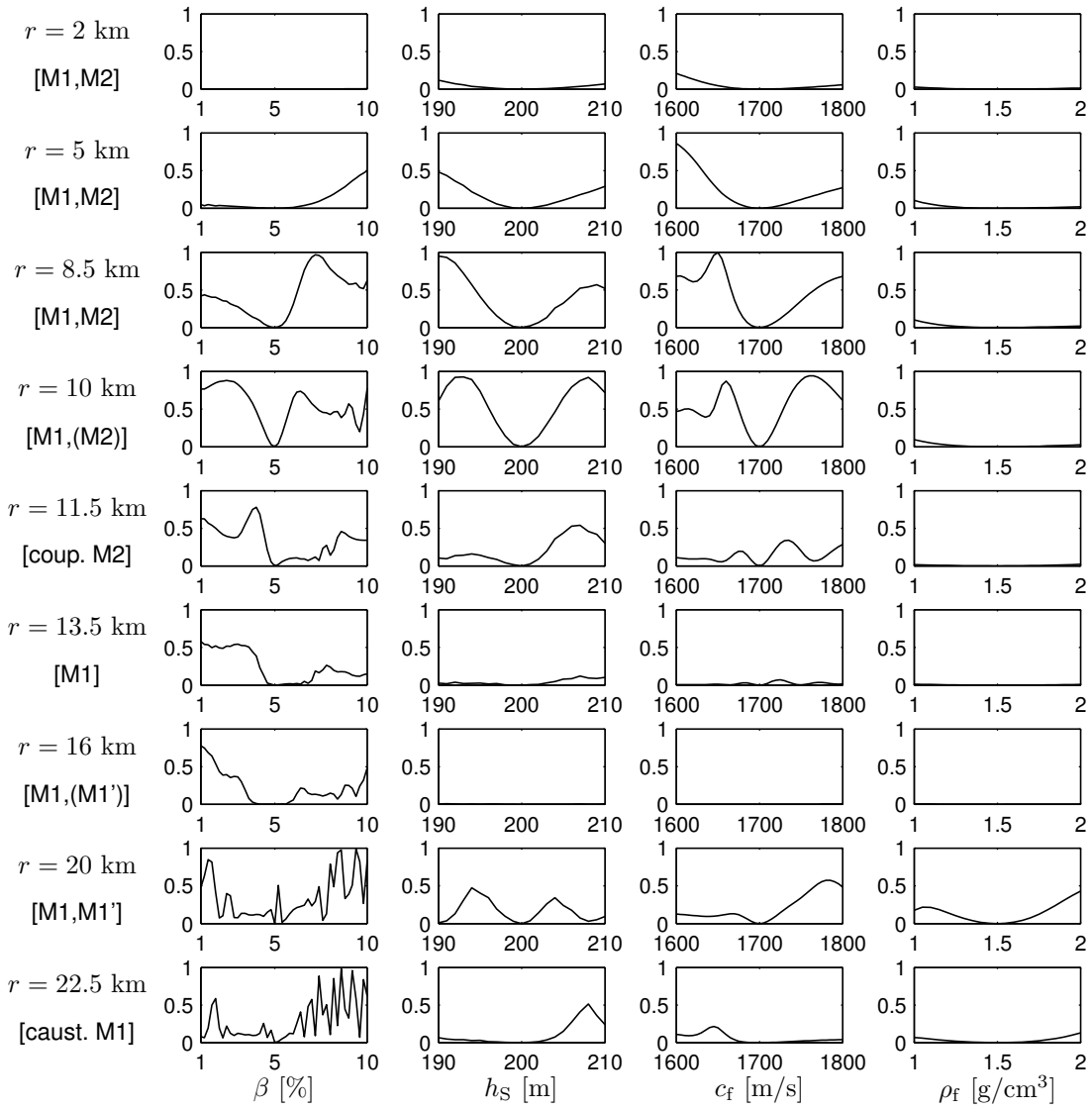


FIG. 4.6 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett à la variation de β, h_{S}, c_{f} et ρ_{f} pour une antenne linéaire horizontale, en fonction de la distance et pour une fréquence de 15 Hz.

Analyse à la fréquence de 15 Hz

Les résultats obtenus à une fréquence de 15 Hz sont présentés sur la Fig. 4.6. Des antennes horizontales centrées aux distances suivantes sont examinées :

- 2, 5 et 8.5 km où des arrivées uniques des deux modes initialement présents au niveau de la source contribuent,
- 10 km où le mode 2 est affaibli, un peu avant sa distance de coupure,
- 11.5 km correspondant environ à la distance de coupure du mode 2,
- 13.5 et 16 km où seule une arrivée unique du mode 1 contribue avec, à 16 km, une faible seconde arrivée du même mode,
- 20 km où deux arrivées du mode 1 contribuent,
- 22.5 km au niveau de la caustique du mode 1 (deux arrivées en phase).

Jusqu'à une distance de 10 km, la sensibilité de la fonction de coût à la variation des paramètres accroît en fonction de la distance, rappelant ainsi la tendance observée dans le chapitre précédent et qui était attribuée

à une interaction continue de l'énergie avec le fond. Notons toutefois qu'à présent les modes parcourent des trajectoires plus longues et, par conséquent, sont plus affectés par le fond. Ainsi, par exemple, la sensibilité par rapport à h_S et c_f s'accroît de manière significative à des distances plus courtes. Notons encore la tendance d'apparition de lobes secondaires pour ces derniers à la distance de 10 km. La pente, β, en accord avec les remarques des sections précédentes, n'a aucun impact à 2 km. Elle devient plus influente en fonction de la distance et, à 10 km, devient le paramètre le plus important. Enfin, ρ_f ne présente aucune influence significative.

À 11.5 km, au niveau de la distance de coupure du mode 2, nous observons une nette dégradation de la sensibilité de la fonction de coût à la variation de tous les paramètres. Pour la pente, la dégradation est observée notamment pour des valeurs supérieures à sa valeur vraie. Aux distances de 13.5 et 16 km où seule une arrivée unique du mode 1 contribue le long de l'antenne (la seconde arrivée à 16 km est très faible), les paramètres h_S, c_f et ρ_f n'ont plus aucun impact sur la fonction de coût, alors que la courbe de sensibilité pour la pente β est quasi plate autour de sa valeur vraie. Ici, l'arrivée unique du mode 1 n'apporte pas suffisamment d'information pour la résolution de la valeur vraie des paramètres. À 20 km, où la contribution de la seconde arrivée du mode 1 devient importante, la réponse de la fonction de coût à la variation de β devient fortement oscillante. Une amélioration est observée pour h_S, c_f et ρ_f. Enfin, au niveau de la caustique du mode 1, à 22.5 km, les résultats se dégradent davantage.

Analyse à la fréquence de 25 Hz

Les résultats obtenus à une fréquence de 25 Hz sont présentés sur la Fig. 4.7. Des antennes horizontales centrées aux distances suivantes sont examinées :

- 2, 5 et 8.5 km où des arrivées uniques des trois modes initialement présents au niveau de la source contribuent,
- 10 km où le mode 3 est affaibli, un peu avant sa distance de coupure,
- 11 km correspondant à la distance de coupure du mode 3,
- 13.5 km où seules des arrivées uniques des modes 1 et 2 contribuent,
- 15 km où une arrivée du mode 1 et deux arivées du mode 2 contribuent,
- 16 km au niveau de la caustique du mode 2,
- 17.5 km correspondant à la distance de coupure du mode 2,
- 23 km où deux arrivées du mode 1 contribuent.

La tendance observée à la fréquence de 15 Hz est observée ici aussi jusqu'à la distance de 10 km. Toutefois, un mode 3 qui s'affaiblit graduellement à partir de 8.5 km pourrait être à l'origine de l'apparition des lobes secondaires au delà de cette distance. À 11 km, au niveau de la distance de coupure du mode 3, les résultats se dégradent davantage pour la pente (présence de lobes secondaires de plus en plus importants). Une amélioration est ensuite observée à 13.5 km où des arrivées uniques des modes 1 et 2 contribuent et ce notamment pour la pente β. Cette amélioration se poursuit jusqu'à la distance de coupure du mode 2, à 17.5 km. Plus particulièrement, nous notons une remarquable sensibilité de la fonction de coût autour de la valeur vraie de la pente au niveau de la caustique et de la distance de coupure du mode 2, respectivement à 16 et 17.5 km, s'accompagnant toutefois de lobes secondaires importants (oscillations de la fonction de coût). De plus, l'influence de h_S, c_f devient importante à la distance de 17.5 km. Cette remarque s'applique aussi à ρ_f qui s'était avérée généralement peu influente, devient importante à la distance de 17.5 km. Enfin, au delà de la distance de coupure du mode 2, seules deux arrivées du mode 1 contribuent, n'apportant pas suffisamment d'information pour discerner les paramètres, comme en témoigne la sensibilité du corrélateur de Bartlett à la distance de 23 km.

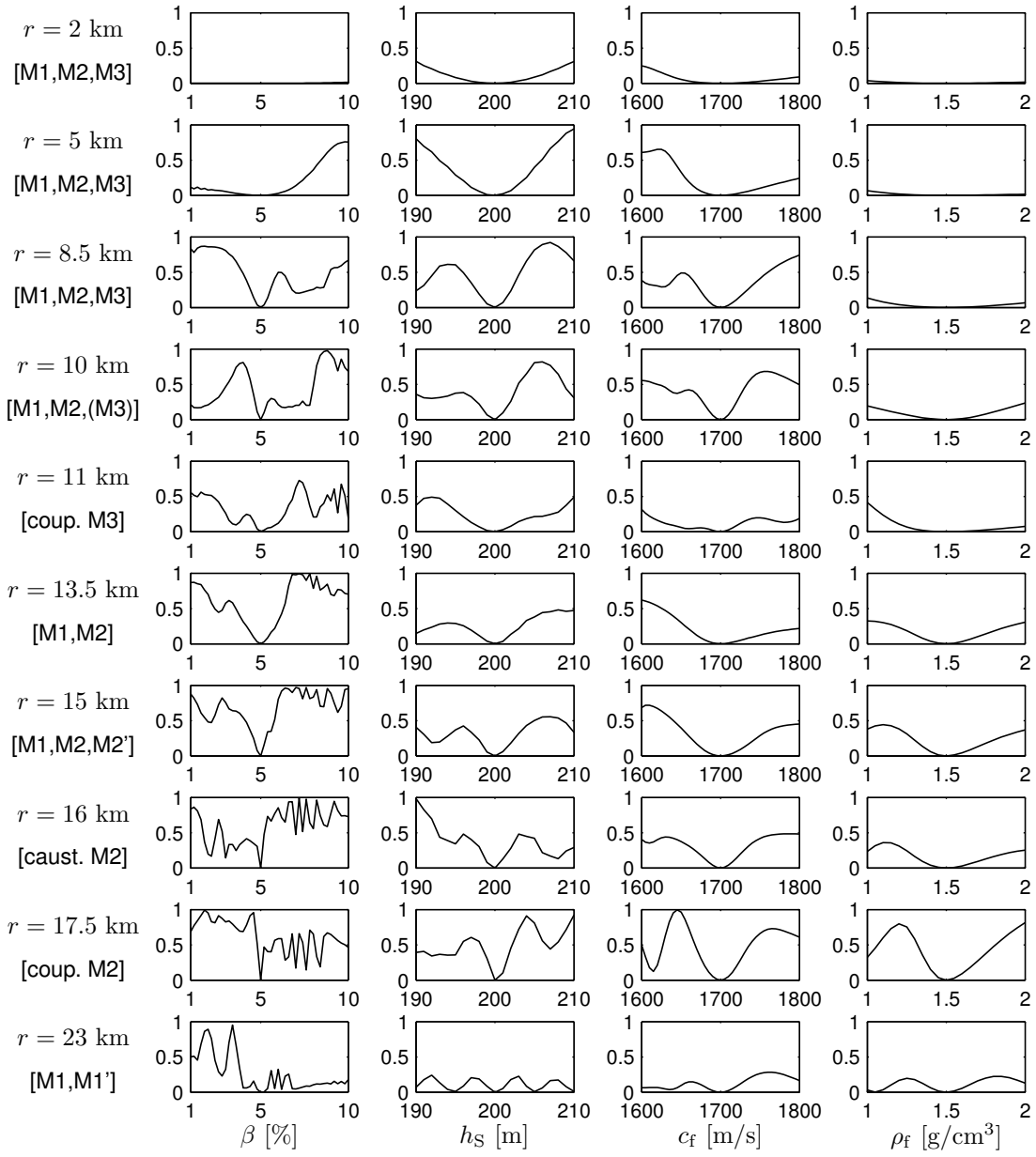


FIG. 4.7 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett à la variation de β, h_{S}, c_{f} et ρ_{f}, pour une antenne linéaire horizontale en fonction de la distance et pour une fréquence de 25 Hz.

Analyse à la fréquence de 35 Hz

Les résultats obtenus à une fréquence de 35 Hz sont présentés sur la Fig. 4.8. Les distances suivantes sont examinées :

- 2, 5 et 8.5 km où les quatres modes initialement présents au niveau de la source contribuent,
- 11 km correspondant à la distance de coupure du mode 4,
- 12 km où seules des arrivées uniques des modes 1, 2 et 3 contribuent,
- 14 km un peu avant la coupure du mode 3 où des arrivées uniques des modes 1 et 2 ainsi que deux arrivées du mode 3 contribuent,
- 15 km correspondant à la distance de coupure du mode 3,
- 16 km où des arrivées uniques des modes 1 et 2 contribuent,

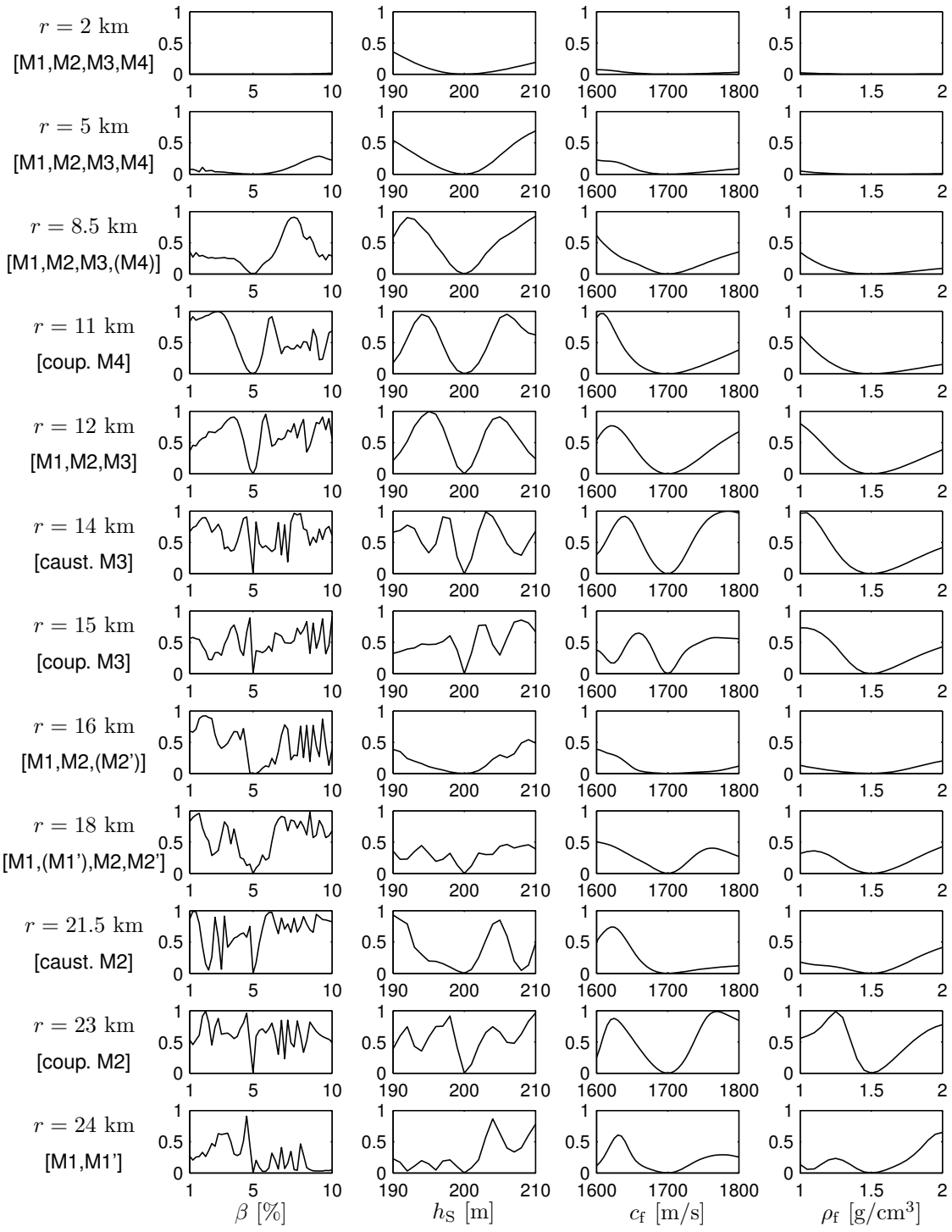


FIG. 4.8 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett à la variation de β, h_S, c_f et ρ_f pour une antenne linéaire horizontale en fonction de la distance et pour une fréquence de 35 Hz.

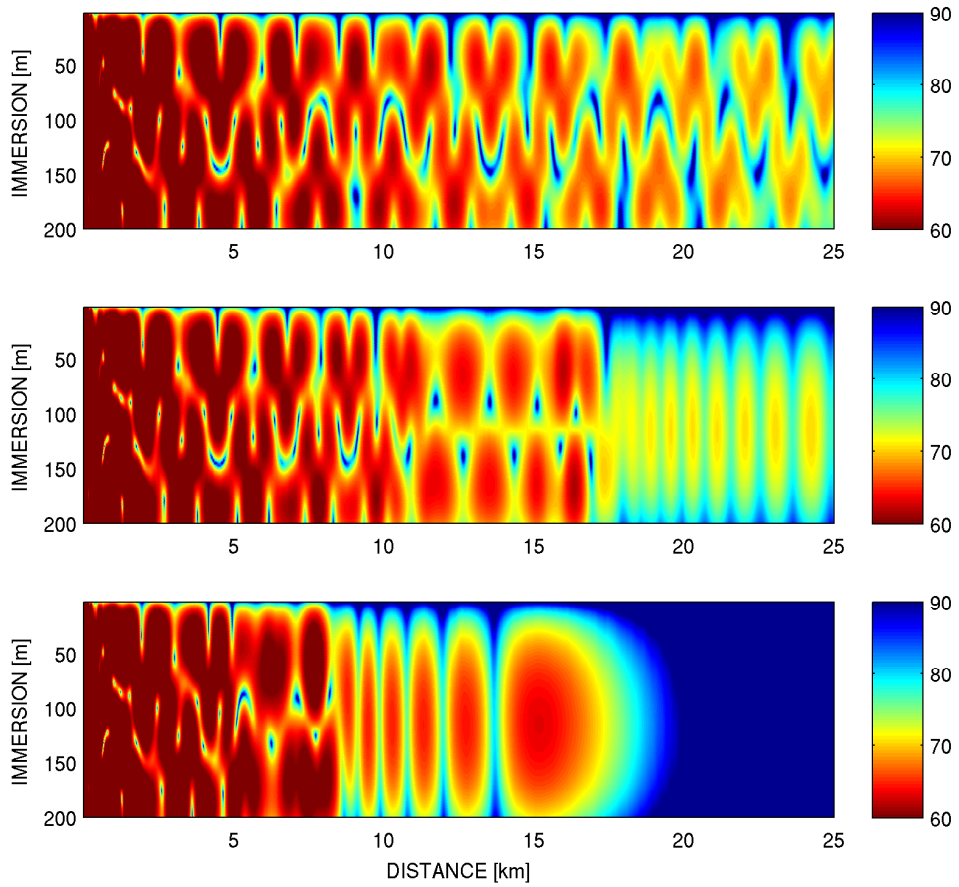


FIG. 4.9 – Pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion dans le plan vertical en travers de la pente, calculées pour trois valeurs de pente : 1% (en haut), 5% (au milieu) et 10% (en bas).

- 18 km où une deuxième arrivée du mode 2 s'ajoute,
- 21.5 km au niveau de la caustique du mode 2,
- 23 km correspondant à la distance de coupure du mode 2,
- 24 km où seules deux arrivées du mode 1 contribuent.

Ici, la tendance observée dans les cas précédents se poursuit jusqu'à la distance de 15 km, au niveau de la coupure du mode 3 et malgré la coupure du mode 4 à environ 11 km. Au delà de 15 km, nous observons une dégradation probablement liée à la coupure du mode 3. Une légère amélioration est observée lorsqu'une seconde arrivée du mode 2 contribue, à 18 km, qui se poursuit jusqu'à la distance de 23 km au niveau de la distance de coupure du mode 2 où les quatre paramètres deviennent très influents. Enfin, à 24 km, le mode 1, qui interfère avec lui-même, ne contient pas suffisamment d'information et les résultats se dégradent. Nous notons particulièrement, comme dans le cas précédent, la remarquable sensibilité de la fonction de coût autour de la valeur vraie de la pente, β, au niveau des caustiques et des distances de coupure des modes 2 et 3, respectivement, à 14 et 15 km pour le mode 3, ainsi qu'à 21.5 et 23 km pour le mode 2.

Discussion

À l'issue de cette étude de sensibilité, essayons de résumer les points importants. Tout d'abord, la fonction de coût s'avère insensible à la pente à la distance de 2 km. En rappelant que la pente est le seul paramètre à l'origine des effets 3D, cette observation renforce la possibilité d'une inversion par un modèle 2D en champ

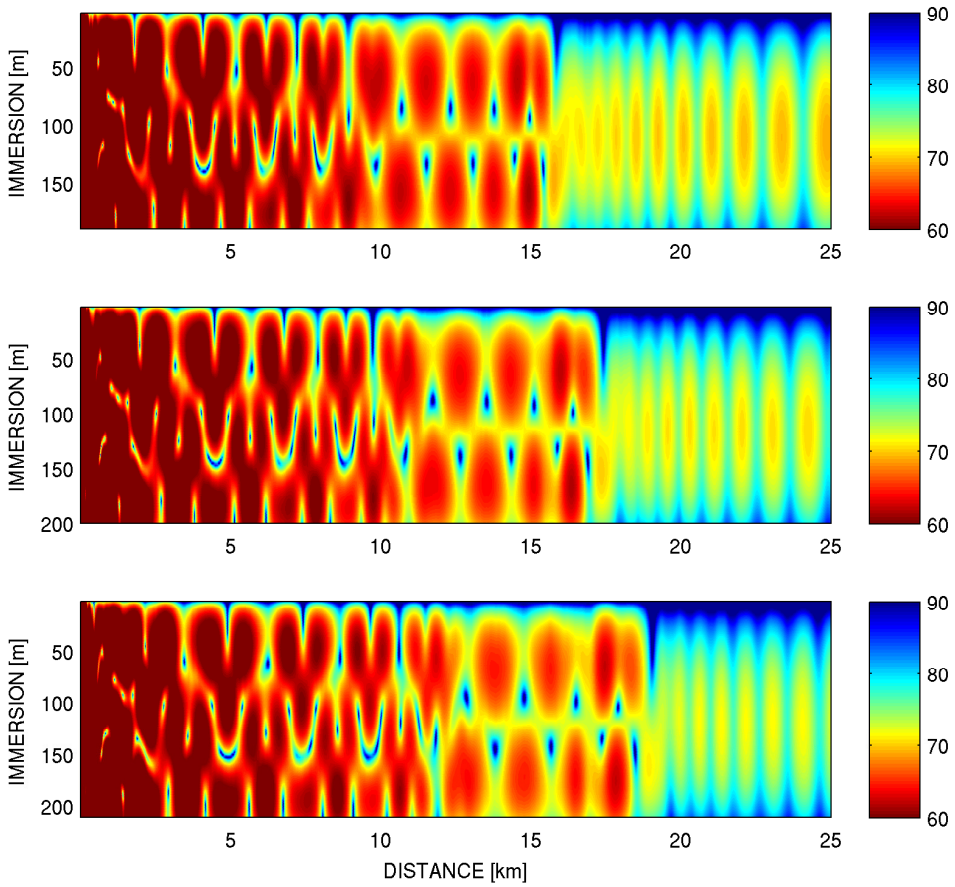


FIG. 4.10 – Pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion dans le plan vertical en travers de la pente, calculées pour trois valeurs de la hauteur de la colonne d'eau : 190 m (en haut), 200 m (au milieu) et 210 m (en bas).

proche ; à condition que le couplage de la pente avec les autres paramètres soit faible, voire négligeable. Dans un second temps, l'étude confirme la dégradation de la sensibilité lorsqu'on entre dans la zone d'ombre d'un mode (perte d'information). Toutefois, les secondes arrivées contribuent, à un moindre degré, à améliorer la sensibilité de la fonction de coût (gain d'information). Autrement dit, les secondes arrivées ajoutent de la complexité dans le champ acoustique (c'est-à-dire des degrés de liberté au problème) permettant d'améliorer légèrement la résolution des paramètres. Cela est notable, par exemple, à la fréquence de 15 Hz pour la distance de 20 km où une seconde arrivée du mode 1 contribue au champ acoustique. Enfin, nous notons l'importante sensibilité de la fonction de coût à la variation, notamment, de la pente autour de sa valeur vraie, au niveau des caustiques et des distances de coupures, indépendamment du nombre de modes contribuant au niveau de l'antenne. Cela est vraisemblablement lié à la nature des caustiques : elles se produisent par deux arrivées modales arrivant en phase. Ainsi, d'une part, la caustique se produit en une région restreinte et localisée en distance et, d'autre part, elle correspond à une hausse importante de l'énergie en ce point. Il s'agit ici d'un trait spécifique auquel la fonction de coût s'avère être très sensible.

Regardons l'effet de la pente sur les pertes par transmission. La Figure 4.9 montre les pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion dans la direction perpendiculaire à la pente, calculées par le code 3DWAPE pour trois valeurs distinctes de la pente correspondant aux bornes de son intervalle de recherche et à sa valeur vraie : 1% (sous-figure du haut), 5% (sous-figure du milieu) et 10% (sous-figure du

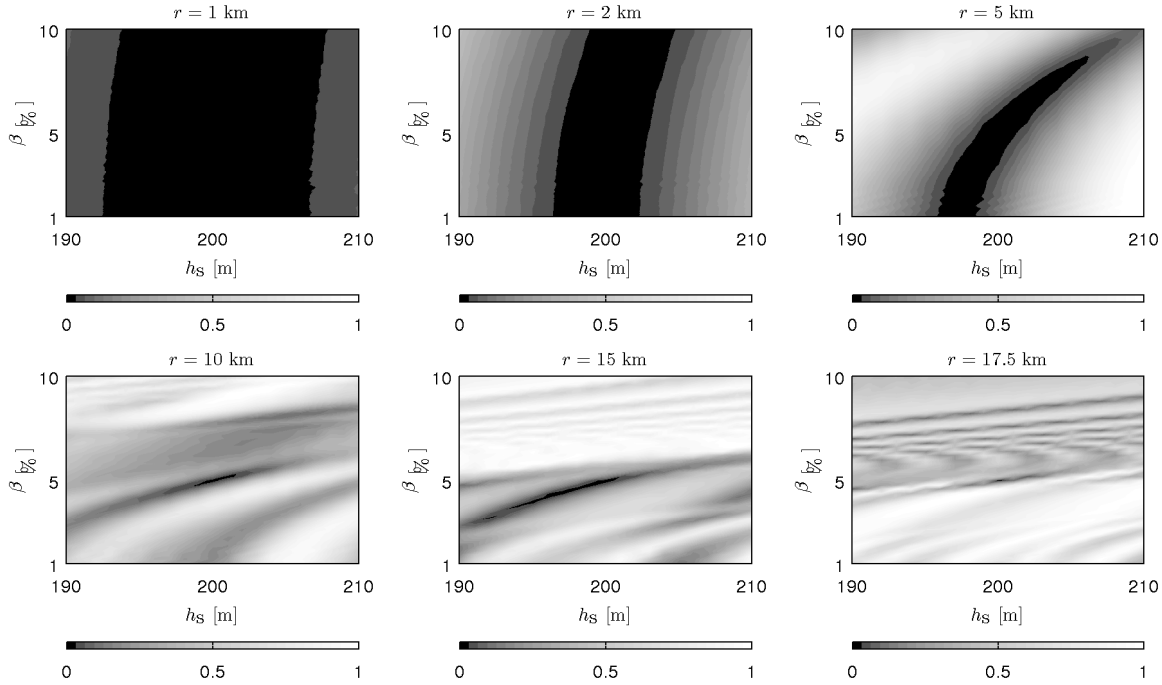


FIG. 4.11 – Corrélations entre β et h_S pour différentes positions de l'antenne horizontale dans la direction transverse à la pente et pour une fréquence de 25 Hz.

bas). Lorsque β augmente, on constate que les franges d'interférence se rétrécissent et les effets 3D se décalent alors vers des distances plus courtes. Avec une pente de 1% ($\approx 0.57°$), les trois modes sont encore présents à la distance de 25 km alors qu'avec une pente de 10% ($\approx 5.71°$), on ne reçoit plus d'énergie sonore dans le plan vertical au delà de 20 km. L'effet de la pente étant plus important à de plus grandes distances, les décalages des effets 3D le sont aussi. Ainsi, les franges d'interférence dans les trois sous-figures sont identiques jusqu'à environ 3 km alors qu'à 15 km ils n'ont rien en commun. Ainsi, une antenne située à une distance de 17.5 km (sur la caustique du mode 2) avec une pente de 5%, reçoit sur une partie de ses récepteurs le supplément d'énergie lié à la seconde arrivée en phase du mode 2. Une petite variation de la valeur de la pente décale le supplément vers d'autres récepteurs. Cela provoque la dégradation de la valeur de la fonction de coût.

Corrélations

On s'intéresse à présent aux corrélations entre les paramètres. En raison des temps CPU élevés, une étude des corrélations entre tous les paramètres du problème à plusieurs fréquences et distances n'est pas envisageable. Dans le chapitre précédent, nous avons étudié les corrélations entre les paramètres décrivant un guide d'onde de Pekeris, c'est-à-dire sous des conditions de propagation guidée. On peut alors supposer que ces corrélations sont à peu près les mêmes dans le cas présent mais un peu plus prononcées en fonction de la distance. Ici, on se focalise plutôt sur la pente. Avant de procéder, il est intéressant de regarder l'effet de la hauteur de la colonne d'eau sur les pertes par transmission. Dans la Fig. 4.10, celles-ci sont obtenues pour trois valeurs distinctes de la hauteur de l'eau, comme dans le cas de la pente, correspondant aux bornes de son intervalle de recherche et à sa valeur vraie : 190 m (sous-figure du haut), 200 m (sous-figure du milieu) et 210 m (sous-figure du bas). La hauteur de la colonne d'eau présente ici l'effet inverse de la pente : les franges d'interférence s'élargissent lorsque la hauteur de l'eau augmente et ce dans un moindre degré. Ainsi, les effets 3D se décalent à présent vers de plus grandes distances. Nous avons, dès lors, toutes les raisons de penser que

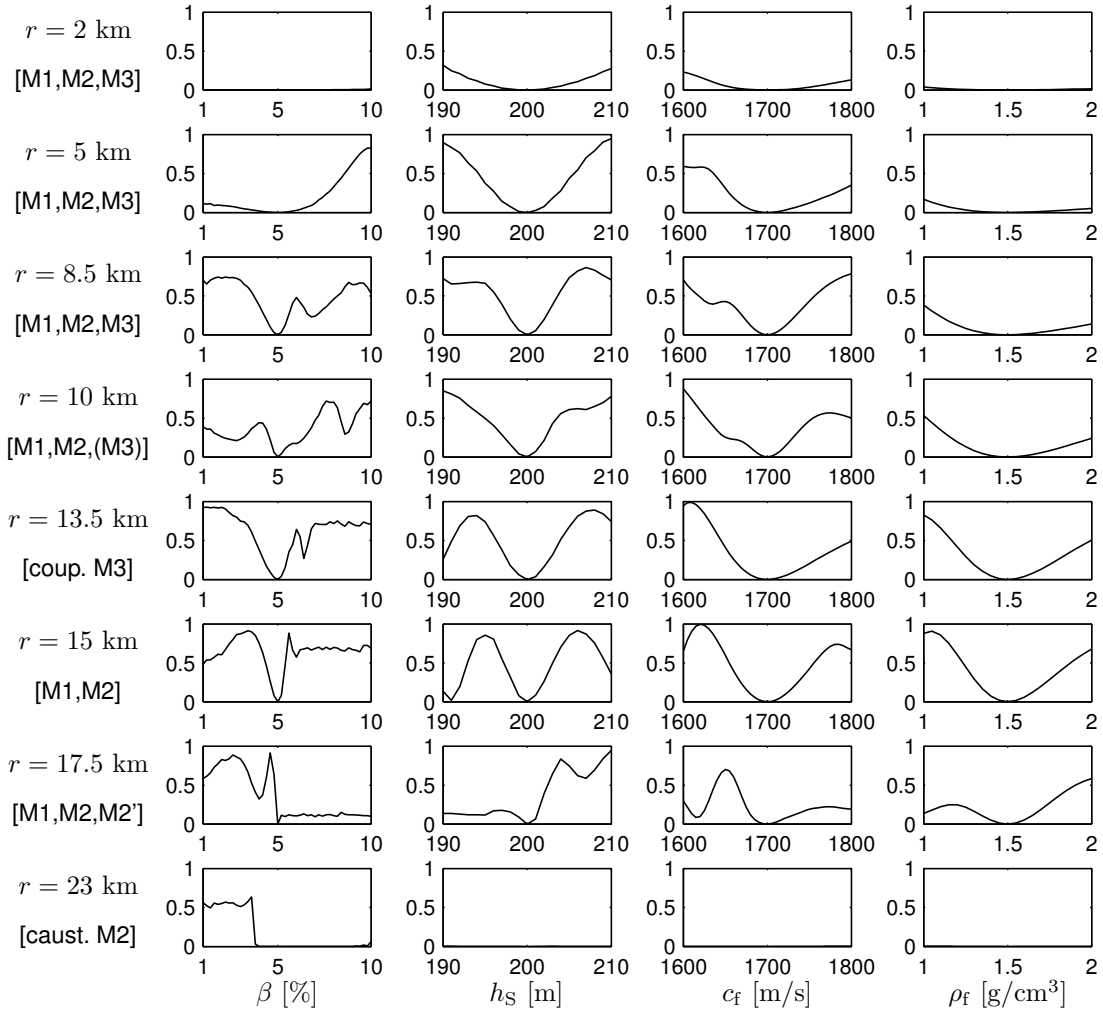


FIG. 4.12 – Sensibilité du corrélateur de Bartlett par rapport à β, h_{S}, c_{f} et ρ_{f} pour une antenne linéaire verticale, en fonction de la distance et pour une fréquence de 25 Hz.

la pente et la hauteur de l'eau sont des paramètres couplés, l'augmentation de la valeur du premier pouvant être compensée par l'augmentation de la valeur du second et inversement (corrélation positive).

Ainsi, dans un premier temps, nous examinons les éventuelles corrélations entre β et h_{S}. La fonction de coût est évaluée en faisant varier les deux paramètres à la fois. La Figure 4.11 montre le résultat de cette procédure pour une fréquence de 25 Hz et pour les six distances d'antenne suivantes : 1, 2, 5, 10, 15 et 17.5 km. Il est à noter que cette étude a nécessité, pour chaque distance, la génération de répliques 3D pour les $46 \times 21 = 966$ combinaisons possibles des valeurs discrètes de ces paramètres (*cf.* Tab. 4.3). Cela représente environ trois heures de temps de calcul pour la distance de 1 km et plus de deux jours de temps de calcul pour la distance de 17.5 km. Pour cette raison, seule la fréquence de 25 Hz a été considérée. De plus, les corrélations avec les autres paramètres seront examinées indirectement dans la section suivante, lors de l'étude de l'inversion en présence d'erreurs environnementales.

Nous relevons sur la Figure 4.11 une corrélation positive entre β et h_{S} qui est quasi inexistante à la distance de 1 km mais devient très forte en fonction de la distance. En particulier, nous notons qu'à la distance de 2 km, le couplage entre ces deux paramètres ne peut être négligé. Ainsi, alors que l'étude de sensibilité suggère une inversion à cette distance par un modèle 2D (influence négligeable de la pente sur la fonction de coût), le couplage entre β et h_{S} risque d'entraîner des estimations erronées des paramètres. La

distance de 1 km semble ici mieux adaptée pour une inversion par un modèle 2D.

4.2.2 Antenne linéaire verticale

La sensibilité de la fonction de coût sur une antenne verticale est examinée ici pour des raisons de comparaison. Seule la fréquence de 25 Hz est examinée. Nous considérons l'antenne utilisée dans le chapitre précédent, c'est-à-dire une antenne verticale contenant 19 récepteurs recouvrant la colonne d'eau de 10 à 190 m de profondeur, soit avec un espacement entre récepteurs de 10 m. Les résultats de l'étude sont représentés sur la Fig. 4.12. Les résultats pour la pente sont similaires à l'antenne horizontale jusqu'à la distance de 15 km. Toutefois, à 17.5 km au niveau de la distance de coupure du mode 2, la sensibilité se dégrade fortement, notamment pour des valeurs supérieures à sa valeur vraie. En outre, les paramètres h_{S}, c_{f} et ρ_{f} sont, à présent, plus influents par rapport à l'antenne horizontale jusqu'à la distance de 15 km.

4.3 Inversion sur données synthétiques

Nous abordons à présent l'inversion sur données synthétiques 3D. Ici, une inversion à plus de deux paramètres à la fois n'est plus envisageable. En effet, les temps CPU pour l'inversion de deux paramètres par un calcul 3D peuvent atteindre quelques dizaines d'heures. L'objectif de cette section est l'inversion de la valeur de la pente qui est à l'origine des effets 3D. Deux approches se dégagent de l'analyse des sections précédentes. Une première consiste en une inversion en sous-espaces, visant dans un premier temps à s'affranchir des valeurs des autres paramètres (h_{S}, c_{f} et ρ_{f}) en champ relativement proche par une approche 2D pour pouvoir, dans un second temps, estimer la pente par une approche 3D en déplaçant l'antenne à des distances où la pente devient influente. La seconde découle de la particulièment forte sensibilité de la fonction de coût à la pente au niveau des caustiques des modes. Il s'agit dans cette seconde approche d'examiner la possibilité d'estimer la pente du fond lorsque la connaissance des autres paramètres est erronée.

4.3.1 Inversion par un modèle de propagation 2D

Nous examinons ici la faisabilité ainsi que les limitations d'une inversion pour le cas du fond incliné par un code de propagation 2D. Les données synthétiques sont générées par un calcul 3D alors que les répliques sont générées par un calcul 2D équivalent. Alors que cette démarche ne permet pas d'obtenir une estimation pour la valeur de la pente, elle peut néanmoins, le cas échéant, fournir des estimations pour les autres paramètres et nous permettre de s'en affranchir lors d'une inversion par un code 3D. La mise en place de l'inversion est similaire à celle du chapitre précédent. Les données synthétiques sont générées le long d'une antenne verticale contenant 19 récepteurs positionnés aux immersions de 10 à 190 m tous les 10 m. Elles sont bruitées par du bruit blanc Gaussien à moyenne nulle pour un rapport de signal-sur-bruit de 20 dB. Le code 3DWAPE est utilisé aussi bien pour la génération des données synthétiques (calcul 3D) que pour la génération des répliques (calcul 2D). Dans chaque cas, les paramètres numériques du code sont identiques (*cf.* Tab. 4.1). Nous évitons ainsi les erreurs inconnues qu'induisent les différences de modélisation entre différents codes. La faisabilité de cette approche est examinée pour les fréquences de 15, 25 et 35 Hz et, à chaque fréquence, pour plusieurs distances de l'antenne.

Rappelons qu'aux fréquences de 15 et 25 Hz l'information dans les données observées s'était avérée suffisante pour la résolution d'au plus trois paramètres à la fois (*cf.* § 3.2.2). Nous limitons ainsi notre étude à la hauteur h_{S} de l'eau, la célérité c_{f} du son dans le fond et la densité ρ_{f} du fond. Les autres paramètres sont fixés à leurs valeurs vraies correspondant au cas test 3D ASA Wedge : $c_{\mathrm{e}} = 1500$ m/s, $\rho_{\mathrm{e}} = 1$ g/cm^3,

$\alpha_f^{(\lambda)} = 0.5$ dB/λ, $z_S = 40$ m. Les valeurs vraies des paramètres de l'inversion, les intervalles définissant l'espace des paramètres ainsi que leur discrétisation sont précisés dans le Tab. 4.4. L'inversion s'effectue par recherche exhaustive dans l'espace des paramètres.

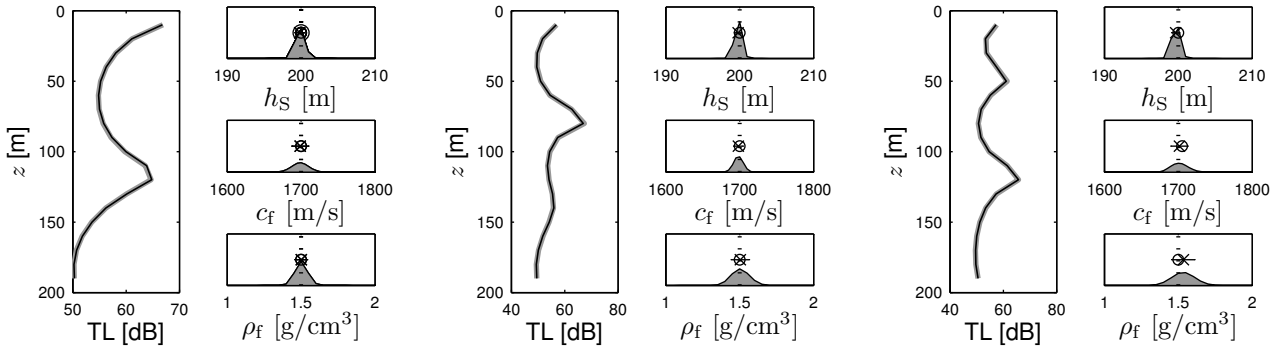
Regardons dans un premier temps les résultats de l'inversion pour une antenne verticale contenue dans la région qui s'étend jusqu'à 10 km de la source. Pour les trois fréquences étudiées, comme exposé sur la Fig. 4.4, cette région est caractérisée par la contribution d'arrivées uniques de tous les modes initialement présents au niveau de la source. Les Figs. 4.13–4.15 présentent les résultats pour trois distances d'antennes : à 1 km où, selon l'étude de sensibilité, la pente n'a pas d'influence sur la fonction de coût, puis à 5 km et à 10 km où l'effet de la pente est de plus en plus important. Chaque figure comporte trois sous-figures correspondant aux trois fréquences étudiées. On montre sur ces figures les densités marginales 1D ainsi que les comparaisons des pertes par transmission le long de l'antenne verticale considérée, correspondant aux données synthétiques (ligne épaisse grise) avec celles obtenues au moyen du code 3DWAPE pour l'estimation MAP (ligne fine noire). Les valeurs du corrélateur de Bartlett correspondant à l'estimation MAP sont données dans le Tab. 4.5.

Les résultats obtenus pour l'antenne à 1 km, Fig. 4.13, sont très encourageants. Pour chacune des fréquences à cette distance, l'estimation des paramètres est particulièrement bonne. Les valeurs correctes sont retrouvées et l'on observe une superposition parfaite des courbes de pertes par transmission pour chacune des trois fréquences. Les valeurs non nulles du corrélateur de Bartlett pour l'estimation MAP à cette distance (*cf.* Tab. 4.5) sont principalement dues au bruit blanc dans les données. À 5 km, l'estimation des paramètres est erronée. Les résultats obtenus à la fréquence de 15 Hz se dégradent à cette distance en raison des corrélations apparaissant entre les paramètres ; l'information ne suffit plus pour la résolution des trois paramètres. En revanche, aux fréquences de 25 et 35 Hz, l'estimation est obtenue avec une bonne précision (écart-type faible) malgré l'écart important des valeurs estimées par rapport aux valeurs vraies. De plus, nous observons une très bonne, voire parfaite, concordance entre les courbes de pertes pour chacune des fréquences. Les valeurs du corrélateur de Bartlett pour l'estimation MAP sont similaires à celles correspondant à la distance de 1 km. Les résultats à cette distance s'inscrivent dans le cadre de l'inversion en présence d'erreurs environnementales que l'on a rencontré dans le chapitre précédent (*cf.* § 3.2.4). En d'autres termes, nous n'avons aucune indication sur les erreurs de l'estimation : lors d'applications réelles, on est potentiellement confronté à un grand risque d'estimation erronée.

Rappelons à ce stade que, malgré la contribution d'arrivées uniques de tous les modes initialement présents au niveau de la source, ceux-ci se propagent hors du plan contenant source et récepteur sur des trajectoires hyperboliques et instersectent le plan transverse à la pente au niveau de l'antenne considérée. La trajectoire parcourue étant ainsi plus longue, les modes sont plus affaiblis par rapport à la propagation 2D (qui s'effectue en ligne droite). De plus, la phase modale de chaque mode en est aussi affectée. Toutefois, les arrivées uniques de tous les modes initialement présents au niveau de la source, permet une adaptation des valeurs des paramètres de manière à compenser l'effet de la pente. À 8.5 km, la valeur du corrélateur de Bartlett se dégrade légèrement et l'on observe des disparités entre les courbes de pertes. À cette distance, nous obtenons néanmoins une indication que notre estimation est potentiellement erronée.

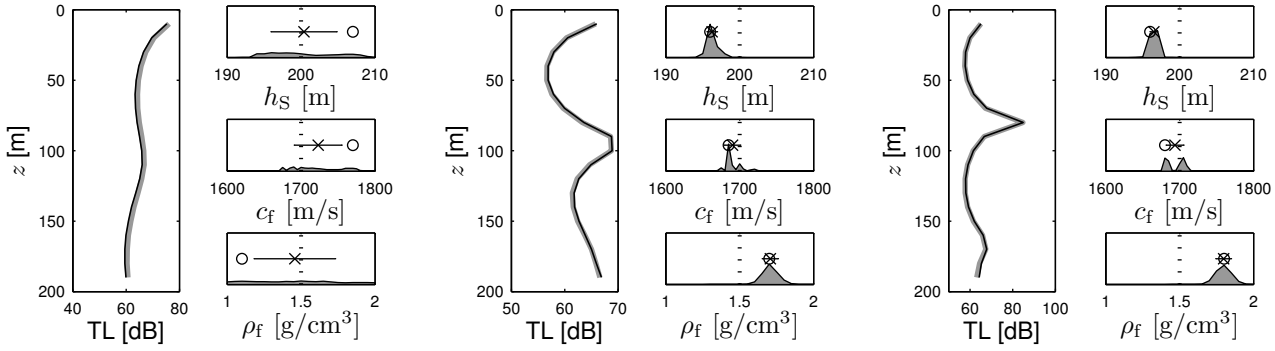
Tab. 4.4 – Valeurs vraies, espace des paramètres et discrétisation pour l'inversion par un modèle 2D.

Paramètre	Valeur vraie	Intervalle	Pas
h_S [m]	200.00	$[190.00, 210.00]$	1.00
c_f [m/s]	1700.00	$[1600.00, 1800.00]$	5.00
ρ_f [g/cm^3]	1.50	$[1.00, 2.00]$	0.05



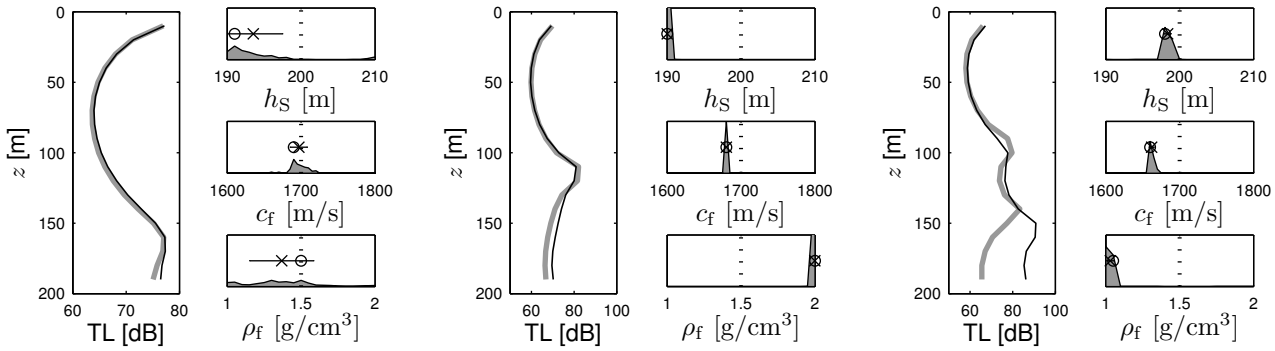
(a) $f = 15$ Hz (b) $f = 25$ Hz (c) $f = 35$ Hz

FIG. 4.13 – Densités marginales *a posteriori* des paramètres $\mathbf{m} = [h_S, c_f, \rho_f]^T$ pour une inversion par un modèle 2D sur une antenne verticale située à 1 km de la source pour les fréquences de (a) 15 Hz (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.



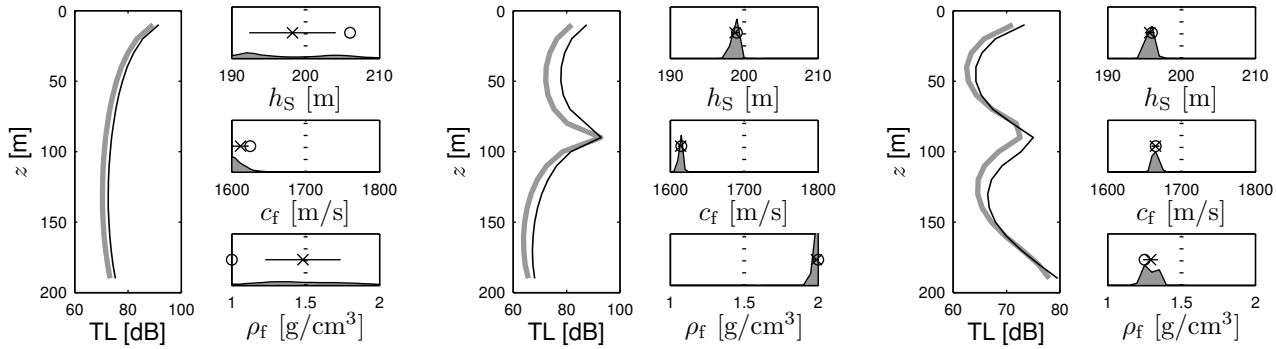
(a) $f = 15$ Hz (b) $f = 25$ Hz (c) $f = 35$ Hz

FIG. 4.14 – Densités marginales *a posteriori* des paramètres $\mathbf{m} = [h_S, c_f, \rho_f]^T$ pour une inversion par un modèle 2D sur une antenne verticale située à 5 km de la source pour les fréquences de (a) 15 Hz (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.



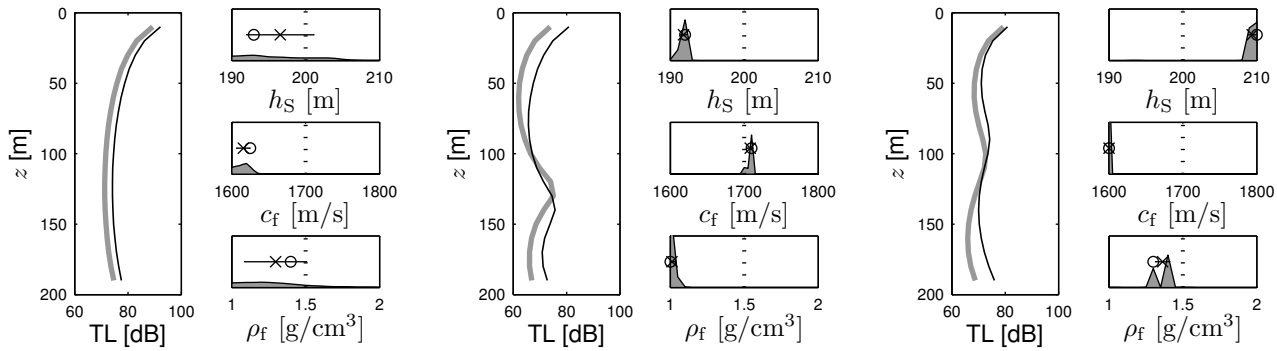
(a) $f = 15$ Hz (b) $f = 25$ Hz (c) $f = 35$ Hz

FIG. 4.15 – Densités marginales *a posteriori* des paramètres $\mathbf{m} = [h_S, c_f, \rho_f]^T$ pour une inversion par un modèle 2D sur une antenne verticale située à 8.5 km de la source pour les fréquences de (a) 15 Hz (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.



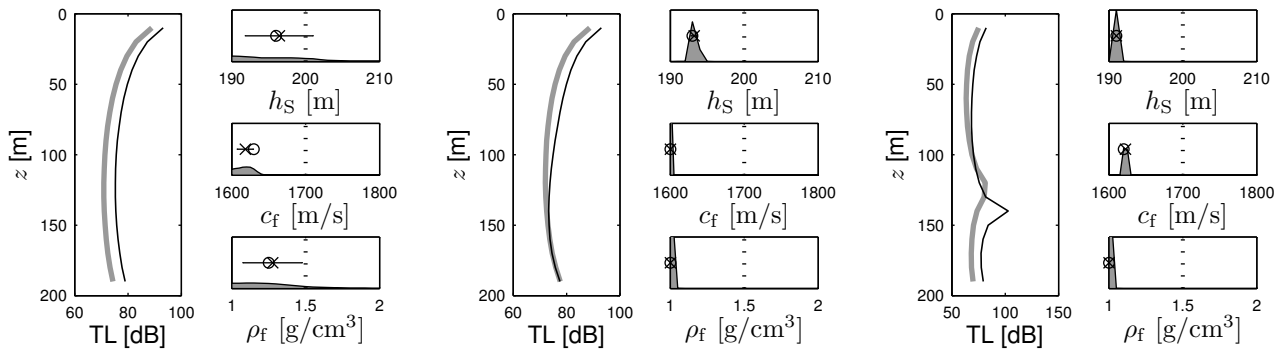
(a) $f = 15$ Hz (b) $f = 25$ Hz (c) $f = 35$ Hz

FIG. 4.16 – Densités marginales *a posteriori* des paramètres $\mathbf{m} = [h_S, c_f, \rho_f]^T$ pour une inversion par un modèle 2D sur une antenne verticale située à 13.5 km de la source pour les fréquences de (a) 15 Hz (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.



(a) $f = 15$ Hz (b) $f = 25$ Hz (c) $f = 35$ Hz

FIG. 4.17 – Densités marginales *a posteriori* des paramètres $\mathbf{m} = [h_S, c_f, \rho_f]^T$ pour une inversion par un modèle 2D sur une antenne verticale située à 16 km de la source pour les fréquences de (a) 15 Hz (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.



(a) $f = 15$ Hz (b) $f = 25$ Hz (c) $f = 35$ Hz

FIG. 4.18 – Densités marginales *a posteriori* des paramètres $\mathbf{m} = [h_S, c_f, \rho_f]^T$ pour une inversion par un modèle 2D sur une antenne verticale située à 19 km de la source pour les fréquences de (a) 15 Hz (b) 25 Hz et (c) 35 Hz.

Tab. 4.5 – Valeurs du corrélateur de Bartlett pour l'estimation MAP en fonction de la distance et de la fréquence pour l'inversion par un modèle 2D.

r_R [km]	$f = 15$ Hz	$f = 25$ Hz	$f = 35$ Hz
1.0	0.018	0.019	0.019
5.0	0.019	0.019	0.019
8.5	0.019	0.030	0.042
13.5	0.019	0.033	0.045
16.0	0.019	0.095	0.082
19.0	0.019	0.134	0.148

Examinons à présent le comportement de l'inversion lorsque l'antenne est placée au delà de 10 km ou des zones d'ombres et des arrivées secondes apparaissent. Les Figures 4.16–4.18 donnent les résultats pour trois distances supplémentaires : 13.5 km, 16 km et 19 km. Les effets 3D présents au niveau de chacune de ces antennes pour chaque fréquence sont facilement identifiables à l'aide de la Fig. 4.4. À ces distances, les effets 3D sont d'autant plus importants que la distance est grande. Les résultats dans cette région se dégradent comme en témoignent, pour les fréquences de 25 et 35 Hz, la valeur du corrélateur de Bartlett (*cf.* Tab. 4.5) pour les trois distances étudiées, ainsi que les disparités entres les courbes de pertes à ces distances. Nous portons notre attention sur la fréquence de 25 Hz. L'antenne à 13.5 km reçoit des arrivées uniques des deux premiers modes et se trouve dans la zone d'ombre du troisième. Cela se reflète sur la courbe de pertes par transmission correspondant aux données synthétiques [Fig. 4.16(b)] qui présente un maximum bien défini à une immersion voisine de 90 m. Le processus de l'inversion retrouve alors une valeur de la célérité du son dans le fond résultant en deux modes de propagation dans le guide d'onde. En effet, la courbe de pertes obtenue pour l'estimation MAP témoigne de la contribution de deux modes de propagation. À 19 km, [Fig. 4.18(b)], deux arrivées du mode 1 contribuent et la courbe des pertes ne présente plus de maximum prononcé. Désormais, le processus de l'inversion adapte aussi la hauteur de la colonne d'eau permettant de réduire le nombre de modes à un, comme en témoigne la courbe des pertes pour l'estimation MAP. Malgré les adaptations des valeurs des paramètres, une bonne correspondance entre données synthétiques et répliques ne peut être obtenue. En d'autres termes, le modèle 2D peine à interpréter les effets 3D.

4.3.2 Inversion par un modèle 3D : impact des erreurs environnementales

Lorsque les effets de propagation 3D deviennent importants, les modèles 2D échouent et l'on a recours à une modélisation pleinement 3D. Cependant, une inversion utilisant des répliques à partir d'un calcul pleinement 3D nous limite, du moins lorsque l'inversion s'effectue par recherche exhaustive, à deux paramètres au plus. Rappelons que lors de l'étude des corrélations entre β et h_S, les temps de calcul pouvaient varier de plusieurs heures, lorsque l'antenne est placée en champ proche, à quelques jours, lorsque celle-ci est placée en champ lointain. Sachant que la modélisation pleinement 3D devient nécessaire, notamment en champ lointain, une étude de l'inversion par un modèle 3D, même pour deux paramètres, peut devenir inabordable. Nous proposons ici d'examiner l'inversion uniquement pour la valeur de la pente, qui est le paramètre à l'origine des effets 3D. Plus précisément, nous nous interrogeons sur la possibilité d'une telle inversion en présence d'une connaissance incertaine des valeurs des autres paramètres. Nous examinons l'impact des erreurs environnementales sur une inversion pour la pente au moyen de calculs pleinement 3D.

Nous avons vu lors des sections précédentes que l'effet de la pente est d'autant plus important que la distance par rapport à la source est grande. En particulier, la fonction de coût du problème inverse s'est avérée être extrêmement sensible à la variation de la pente lorsque l'antenne est placée à des distances

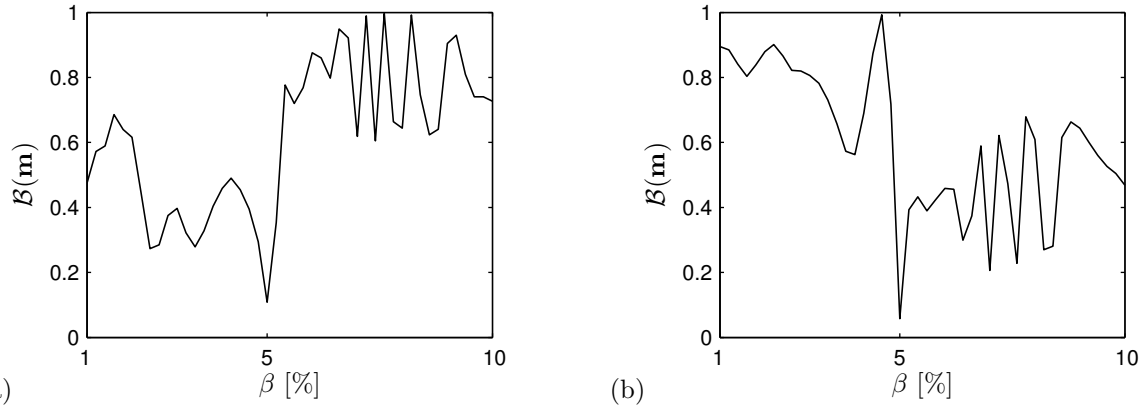


FIG. 4.19 – Réponse du corrélateur de Bartlett à la variation de la fonction de coût en présence d'erreurs dans les valeurs des paramètres du fond à une fréquence de 25 Hz pour une antenne placée aux distances de (a) 16 km au niveau de la caustique du mode 2 et (b) 17.5 km au niveau de la distance de coupure du mode 2.

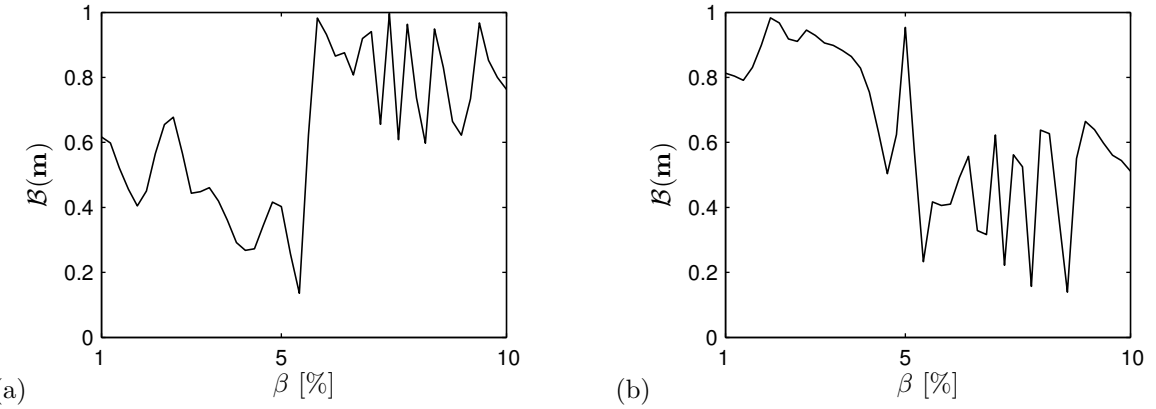


FIG. 4.20 – Réponse du corrélateur de Bartlett à la variation de la fonction de coût en présence d'erreurs dans les valeurs des paramètres du fond et de la hauteur de l'eau à une fréquence de 25 Hz pour une antenne placée aux distances de (a) 16 km au niveau de la caustique du mode 2 et (b) 17.5 km au niveau de la distance de coupure du mode 2.

voisines de la caustique d'un mode ainsi que de sa distance de coupure suivant la caustique. Nous choisissons alors d'examiner l'inversion à ces distances précises où la pente est le paramètre dominant.

Selon l'étude de sensibilité, la pente est fortement couplée à la hauteur de la colonne d'eau, notamment à grande distance. On peut alors supposer qu'une inversion pour la pente en présence d'incertitudes dans la hauteur de l'eau peut conduire à une estimation erronée de la valeur de la pente. Ainsi, nous examinons, dans un premier temps, l'inversion lorsque les valeurs des paramètres du fond (c_f, ρ_f et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)}$) ne sont pas pris en compte correctement. Nous choisissons de travailler à une fréquence de 25 Hz. Ici, les données synthétiques sont générées à partir des valeurs vraies de l'environnement correspondant au cas test 3D ASA Wedge. En revanche, les valeurs suivantes pour les paramètres du fond sont utilisées lors de la génération des répliques : $c_\mathrm{f} = 1672$ m/s, $\rho_\mathrm{f} = 1.33$ g/cm^3 et $\alpha_\mathrm{f}^{(\lambda)} = 0.58$ dB/λ ; les autres paramètres sont identiques au cas test 3D ASA Wedge ($h_\mathrm{S} = 200$ m, $z_\mathrm{S} = 40$ m). Aussi bien les données synthétiques que les répliques sont générées par un calcul pleinement 3D au moyen du code 3DWAPE. L'inversion s'effectue ici uniquement pour la pente.

Nous montrons sur la Fig. 4.19 la réponse de la fonction de coût à la variation de la pente à la distance de 16 km [Fig. 4.19(a)] au niveau de la caustique du mode 2 et à la distance de 17.5 km [Fig. 4.19(b)] au niveau de sa distance de coupure. Cette représentation est similaire à l'étude de sensibilité à l'exception de

la valeur minimale du corrélateur de Bartlett qui n'est pas nulle en raison du bruit dans les données. Malgré l'important écart des valeurs des paramètres utlisées pour les répliques par rapport aux valeurs vraies, le minimum se produit à la valeur correcte de la pente. Ce résultat suggère que les corrélations entre la pente et les trois paramètres du fond ne sont pas corrélés. La même procédure est appliquée en considérant en plus une valeur de la hauteur de l'eau différente de sa valeur vraie pour la génération des répliques. En utilisant $h_{\mathrm{S}} = 204$ m, nous obtenons les résultats de la Fig. 4.20. Le minimum du corrélateur de Bartlett se produit à présent pour une valeur de pente légèrement décalée et les valeurs du corrélateur de Bartlett sont aussi dégradées.

Conclusion

Dans ce mémoire on s'est focalisé sur l'aspect tridimensionnel (3D) de la propagation sonore en milieu océanique dans le cadre des problèmes inverses en acoustique sous-marine. La prise en compte des effets de propagation 3D lors de l'inversion de données acoustiques enregistrées en environnements réels, tels les régions du plateau continental, fait encore débat au sein de la communauté acoustique sous-marine. Le compromis entre précision et rapidité de l'inversion penche en faveur des modèles 2D. Il n'est cependant pas clair si la précision est le seul prix à payer lorsqu'on néglige les éventuels effets 3D. Dans le présent travail on a été appelé à s'interroger sur la pertinence du recours à une modélisation pleinement 3D dans ce type de situation. Pour répondre à cette question, nous avons choisi de mener notre étude sur un guide d'onde à fond incliné, qui présente des effets de propagation bien connus. Nous avons cherché à comprendre la nature exacte des effets de propagation 3D, comme étape préalable et indispensable à celle de l'inversion. Ce travail s'inscrit ainsi à la jonction de la propagation sonore en milieu océanique et des problèmes inverses en acoustique sous-marine.

Dans un premier temps, nous avons mis en place l'outil qui nous a permis de mener notre étude : la procédure d'inversion. Parmi les différents choix d'implémentation proposés dans la littérature (que l'on a présenté dans le premier chapitre), nous avons opté pour une procédure simple et robuste. En particulier, nous avons implémenté une technique d'inversion par champs d'onde adaptés, basée sur la recherche exhaustive dans l'espace des paramètres. Dans la procédure d'inversion, nous avons utilisé des modèles paraboliques, ceux-ci étant mieux adaptés au traitement d'environnements variables en distance et/ou en azimut. Nous avons mis en place des outils pour l'interprétation de la solution ainsi que pour l'appréciation de sa qualité. La procédure d'inversion a été validée sur des cas test.

Dans un second temps, des expérimentations à échelle réduite en laboratoire nous ont permis d'identifier et de quantifier des effets de propagation 3D dans une configuration à fond incliné. Afin de distinguer les effets 3D de ceux qui sont propres à la propagation guidée, on s'est d'abord intéressé à la propagation dans un guide d'onde à fond plat. Les résultats expérimentaux obtenus lors d'une première étape de calibration ont permis d'analyser divers aspects de la propagation guidée en présence d'un fond plat. Cette étape nous a ainsi permis de mieux cerner les effets propres à la variabilité 3D de la géométrie du fond. Dans les signaux enregistrés en présence d'un fond incliné, nous avons observé les effets 3D suivants :

- arrivées modales multiples,
- distances de coupure et zones d'ombres modales,
- interférences intra-modales.

Nous avons démontré la dépendance fréquentielle de la distance de coupure des modes (ou, de manière équivalente, la dépendance en distance de la fréquence de coupure des modes) en examinant l'évolution du contenu spectral des modes expérimentaux en fonction de la distance. Les effets 3D observés sont en accord avec les effets mis en évidence par le biais de simulations numériques.

Nous avons ensuite entrepris l'étude de la performance de l'inversion dans un guide d'onde à fond plat,

comme étape préalable à l'inversion dans notre cas d'étude 3D. En particulier, on s'est intéressé à l'équivalent 2D du cas test 3D ASA Wedge. Nous nous sommes placés dans le cadre d'une inversion géoacoustique en présence d'incertitudes dans les valeurs des paramètres géométriques ainsi que dans les valeurs des paramètres du système opérationnel. L'étude de sensibilité de la fonction de coût pour une antenne verticale, en fonction de la fréquence de la source et de la distance de l'antenne par rapport à la source, a fait ressortir les points suivants.

- Les incertitudes dans la hauteur de l'eau peuvent affecter l'inversion de manière importante.
- Les incertitudes dans les paramètres du système opérationnel n'ont pas d'influence significative pour les fréquences examinées (15 à 100 Hz), hormis en champ proche et à haute fréquence.
- Les paramètres du fond deviennent de plus en plus influents en fonction de la distance, l'atténuation étant le paramètre le moins influent.

En conséquence, nous avons étudié la performance de l'inversion sur données synthétiques pour remonter à quatre paramètres (les trois paramètres du fond et la hauteur de l'eau) en fonction de la fréquence et de la distance. On s'est intéressé ici au contenu de l'information des données par rapport aux paramètres de l'inversion. Diverses dispositions ont été prises afin d'examiner l'inversion en présence d'erreurs de paramétrisation ou de discrétisation. Nous avons illustré une inversion en sous-espaces permettant de s'affranchir des incertitudes dans les valeurs des paramètres géométriques. Celle-ci a consisté en une première phase en champ proche où les paramètres du fond sont peu influents et sont faiblement corrélés avec les paramètres géométriques. Une seconde phase en champ lointain a permis ensuite de remonter aux paramètres du fond. Cette procédure permet de réduire les temps CPU de manière significative ainsi que de remonter à plus de paramètres que le contenu de l'information ne le permet. On s'est enfin intéressé à l'inversion des données expérimentales obtenues lors de l'étape de calibration. Ici, la bande fréquentielle des données n'a pas permis de remonter aux paramètres désirés (notamment la hauteur de l'eau et la célérité du son dans le fond) qui s'avèrent fortement corrélés à la distance d'observation (environ 400 longueurs d'onde). Toutefois, une inversion pour remonter à la hauteur de l'eau, à la célérité du son dans le fond ainsi qu'à la densité du fond a néanmoins permis de vérifier que les valeurs mesurées de la densité et de l'atténuation dans le fond étaient raisonnables. Ce résultat permet d'éviter d'en tenir compte dans l'inversion sur données réelles, inversion abordée dans la partie suivante.

C'est dans la dernière partie de ce mémoire que nous avons entrepris l'étude de l'inversion dans le guide d'onde à fond incliné. On s'est placé pour cela dans le cas test 3D ASA Wedge. On s'est limité ici aux très basses fréquences en raison des limitations imposées par les temps CPU. Une analyse de la propagation en perspective à l'inversion nous a permis de choisir les distances des antennes afin d'examiner l'influence des effets 3D sur l'inversion. L'étude de sensibilité de la fonction de coût a fait ressortir, à titre indicatif, la possibilité d'une inversion par un modèle 2D en champ proche. En champ lointain, la pente s'est avérée le paramètre le plus important, étant particulièrement influente au niveau des caustiques. Nous avons ensuite entrepris une inversion par un modèle 2D. Le contenu de l'information des données aux fréquences étudiées a limité l'inversion à trois paramètres. Nous avons choisi d'effectuer l'inversion pour retrouver la hauteur de l'eau, la célérité du son dans le fond et la densité du fond. Plusieurs distances d'antenne ont été examinées. Dans un premier temps, on s'est intéressé aux distances d'antenne comprenant la contribution d'arrivées uniques de tous les modes initialement présents au niveau de la source. Nous avons pu ainsi constater les faits suivants.

- Une inversion par un modèle 2D en champ relativement proche conduit à une estimation très satisfaisante des paramètres.
- À des distances plus grandes nous obtenons une estimation erronée mais avec une précision néanmoins

satisfaisante. Toutefois, la valeur du corrélateur de Bartlett pour l'estimation MAP se dégrade en fonction de la distance.

Ces effets ont été interprétés comme suit : à une distance où l'effet de la pente devient important, les modes reçus au niveau de l'antenne ont parcouru une plus grande distance (trajectoire hyperbolique en dehors du plan vertical reliant la source avec l'antenne) que celle prédite par un simple modèle 2D. Jusqu'à une certaine distance, les valeurs estimées des paramètres permettent de compenser cette différence. Cela explique la bonne valeur du corrélateur de Bartlett. Toutefois, les modes se propagent le long de trajectoires de différentes longueurs. Cette différence est d'autant plus marquée que la distance est grande. Ainsi, à des distances plus grandes, les prédictions du modèle 2D ne permettent plus l'interprétation des données et la valeur du corrélateur de Barttlet se dégrade. Dans un second temps on s'est intéressé aux distances comprennant la contribution d'arrivées multiples des modes ou dans les zones d'ombre de certains modes. À présent, les valeurs estimées des paramètres s'obtiennent de manière aléatoire et la valeur du corrélateur de Barttlet se dégrade davantage, souvent de manière significative.

Au terme de ce mémoire, revenons aux travaux de Chapman et Jiang qui ont motivé ce travail de thèse. Rapelons d'abord le contexte. [DeFerrari02] avaient mené une campagne expérimentale dans le détroit de Floride au large des côtes. [Chapman04] ont voulu testé leur procédure d'inversion à partir des signaux enregistrés lors de cette campagne. Leur objectif était de retrouver les paramètres du fond. Ils pourraient ensuite les comparer à des mesures directes effectuées antérieurement en certains lieux dans la même région. La géométrie du fond dans le détroit (connue par cartographie) présente, dans la région où l'exprérience a été menée, une pente constante d'environ 1.5° dans la direction du rivage. À une distance plus proche du rivage, la pente augmente de manière abrupte et discontinue pour une valeur, à présent, d'environ 5.1°. La configuration expérimentale avait consisté en une source sonore et une antenne de récepteurs verticale située à 10 km de la source. La hauteur de l'eau le long du plan vertical contenant la source et l'antenne pouvait être considérée constante et égale à 150 m, la propagation des signaux s'effectuant alors dans une direction transversale à la pente.

Une première tentative d'inversion utilisant un modèle 2D à partir des signaux enregistrés sur l'antenne ne leur avait pas permis de retrouver les valeurs dites "vraies" des paramètres du fond, c'est-à-dire les valeurs mesurées *in situ* (par carottage). Cela a été attribué aux arrivées tardives observées dans les signaux enregistrés. En effet, une seconde tentative d'inversion excluant ces arrivées tardives leur a permis une estimation des paramètres du fond très proche des valeurs "vraies". Une analyse des arrivées tardives a montré qu'elles correspondaient à des angles d'arrivées voisines de 40° au niveau de l'antenne par rapport à l'axe horizontal liant la source à l'antenne et en provenance du rivage. Les arrivées tardives ont été initialement expliquées par un simple tracé de rayons : un rayon lancé de la source horizontalement dans une direction oblique vers le rivage, est réfractée par la pente, voire réflechie au niveau de la discontinuité de la pente dans cette direction. Des simulations numériques au moyen d'un code parabolique ainsi que d'un code basé sur une méthode de type rayon ont renforcé l'hypothèse des effets 3D [Sturm08]. Rappelons ici que le signal émis à la source se propage en travers de la pente, certes faible, mais non négligeable. [Jiang06] ont effectué leurs inversions aux fréquences de 100 et de 200 Hz. Essayons à présent d'établir un équivalent avec le cas du fond incliné que nous avons étudié. Un simple calcul permet de trouver que la configuration à 100 Hz (ou 200 Hz) de [Jiang06] équivaut au cas test 3D ASA Wedge pour une fréquence de 112.5 Hz (ou 125 Hz) et une distance d'antenne équivalente égale à 13 km de la source, à l'exception de la pente qui, à présent, est presque deux fois plus faible que celle de notre cas test. Nous avons vu que, hormis l'augmentation du nombre de modes initialement présents à la source, les effets 3D se décalent en fonction de la fréquence à des plus grandes distances par rapport à la source. Nous avons vu encore qu'une pente plus faible décale

davantage en distance les effets 3D. Sous ces conditions, on peut argumenter, que les premières arrivées reçues sur l'antenne à partir desquelles [Jiang06] ont effectué l'inversion ne sont que faiblement affectées par la pente pour la distance d'antenne considérée. Ainsi, ils ont pu estimer des valeurs proches des valeurs "vraies" des paramètres du fond, en négligeant la variabilité 3D du fond. En revanche, l'inversion à partir de l'intégralité des signaux reçus aurait nécessité le recours à une modèlisation pleinement 3D.

Perspectives

Dans la majeure partie des travaux présentés dans ce mémoire on s'est interrogé sur la faisabilité de l'inversion en environnements réels en négligeant l'aspect 3D du problème sous-jacent et nous avons exploré les limites au delà desquelles la prise en compte de l'aspect 3D devient nécessaire. Ainsi, nous avons eu recours à des méthodes et des outils existants. À l'issue de ce travail, diverses perspectives s'offrent à nous.

Dans un premier temps, concernant la procédure d'inversion, l'exploration de l'espace des paramètres par une technique d'optimisation globale peut être envisagée. Pour cela, on peut avoir recours, par exemple, aux algorithmes génétiques, aux techniques de recuit simulé ou, encore, aux algorithmes de type Metropolis-Hastings. Ainsi, le nombre de jeux de paramètres explorés et, par conséquent, le nombre d'exécutions du code de propagation, diminue de manière significative par rapport à la recherche exhaustive. Cela diminuerait de manière significative les temps de calcul pour l'inversion et permettrait ainsi l'inversion dans des configurations plus réalistes (couches sédimentaires, gradients de la célérié du son dans le fond, *etc*). Néanmoins, les temps de calcul des modèles 3D demeureraient particulièrement élevés.

Dans un second temps, on peut s'intéresser à l'exploration de différentes approches, existantes ou non, visant à contourner les problèmes des temps CPU liés aux modèles 3D. Récemment, [Harrison09] a présenté des relations analytiques basées sur l'analogie mode/rayon, décrivant les trajectoires hyperboliques des rayons modaux pour, entre autres, le cas du fond incliné. Celles-ci pourraient permettre d'établir une relation simple liant la distance de la caustique d'un mode donné à la valeur de la pente. Une technique visant alors à identifier expérimentalement la distance de la dite caustique permettrait de remonter directement à la valeur de la pente. D'autres pistes peuvent être envisagées, exploitant les aspects spécifiques des effets 3D.

Nous avons proposé dans ce mémoire une approche générale pouvant ainsi s'étendre à d'autres environnements réalistes. Précisons ici que les effets 3D observés dans le cas du fond incliné, sont certes dus à la pente, mais ils sont dus notamment à l'intéraction du son avec le fond à géométrie 3D. Ainsi, les résultats de ce travail devraient être applicables généralement aux environnements à géométrie 3D. Plus particulièrement, il serait intéressant d'étudier le canyon sous-marin qui se rencontre dans le talus de la marge continentale. Cet environnement présente des effets 3D connus qui ont été mis en évidence par le biais de simulations [Sturm05]. D'autres configurations peuvent aussi être envisagées.

D'autres pistes de recherche sont aussi à explorer à un niveau expérimental. Nous avons étudié dans le troisième chapitre la performance de l'inversion sur données synthétiques pour différentes configurations expérimentales. Cette étude s'inscrit ainsi dans le cadre de la planification expérimentale. Les résultats de cette étude ainsi que les conclusions qui s'en suivent peuvent être utiles afin, par exemple, de mener de nouvelles campagnes expérimentales visant à caractériser pleinement la cuve océanique, et notamment les paramètres du fond sableux. L'inversion en sous-espaces propose une approche pour s'affranchir dans un premier temps des incertitudes dans les paramètres géométriques de la configuration.

Annexe A

Étude de sensibilité 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) pour le guide d'onde de Pekeris

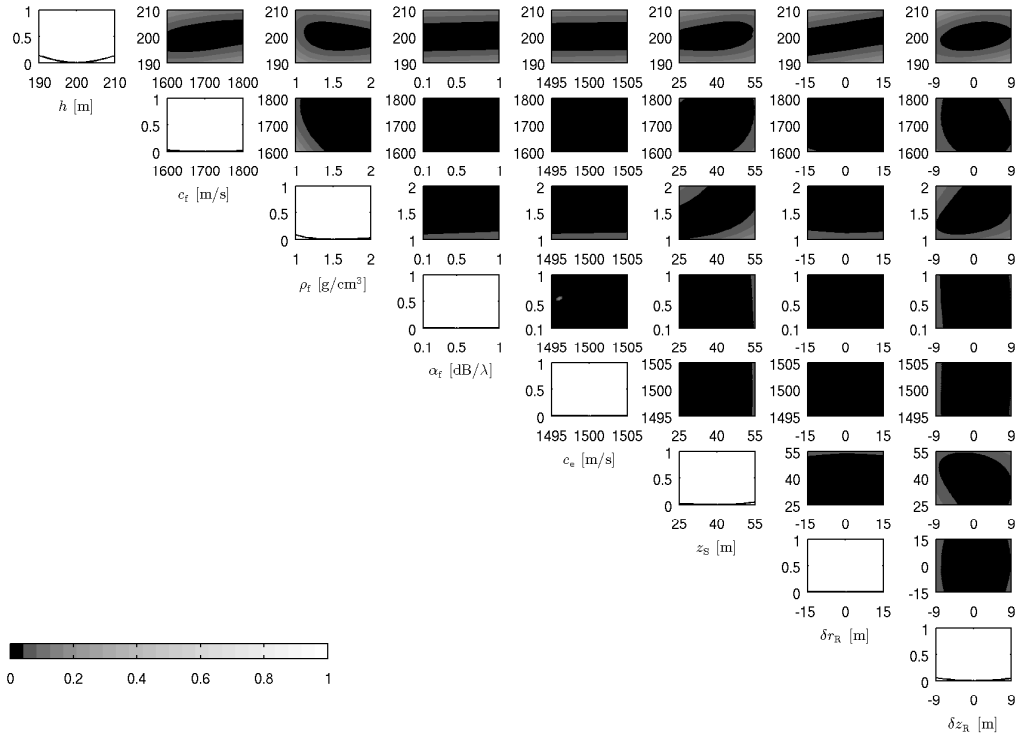


FIG. A.1 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 500 m et pour une fréquence de 15 Hz.

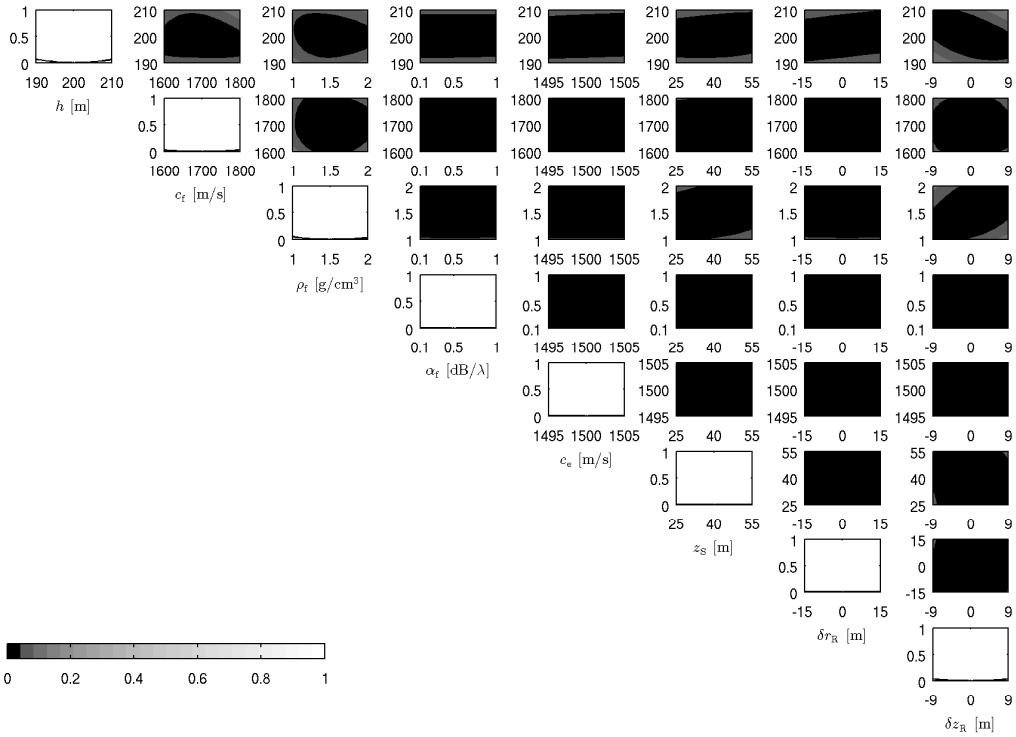


Fig. A.2 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 1000 m et pour une fréquence de 15 Hz.

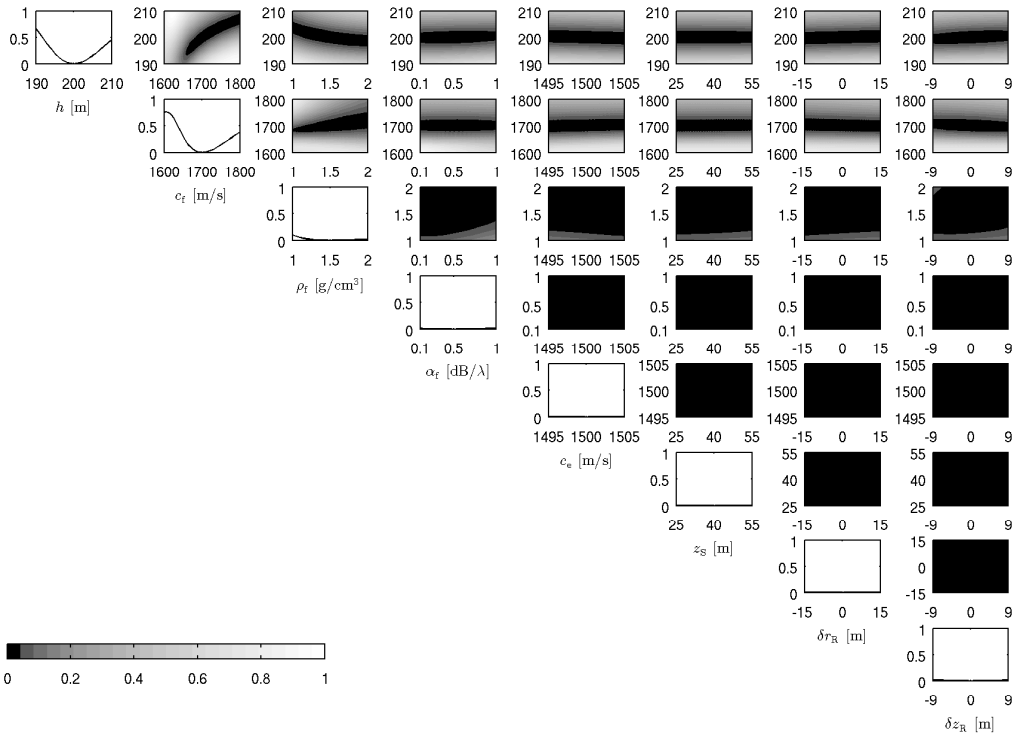


Fig. A.3 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 5000 m et pour une fréquence de 15 Hz.

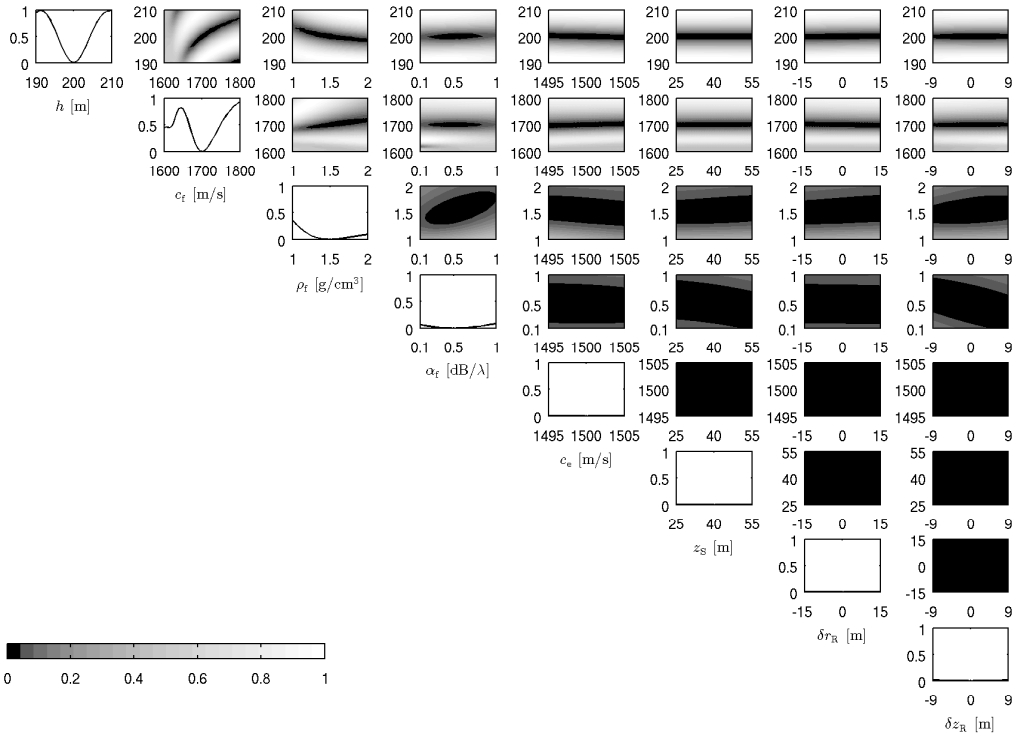


FIG. A.4 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 10000 m et pour une fréquence de 15 Hz.

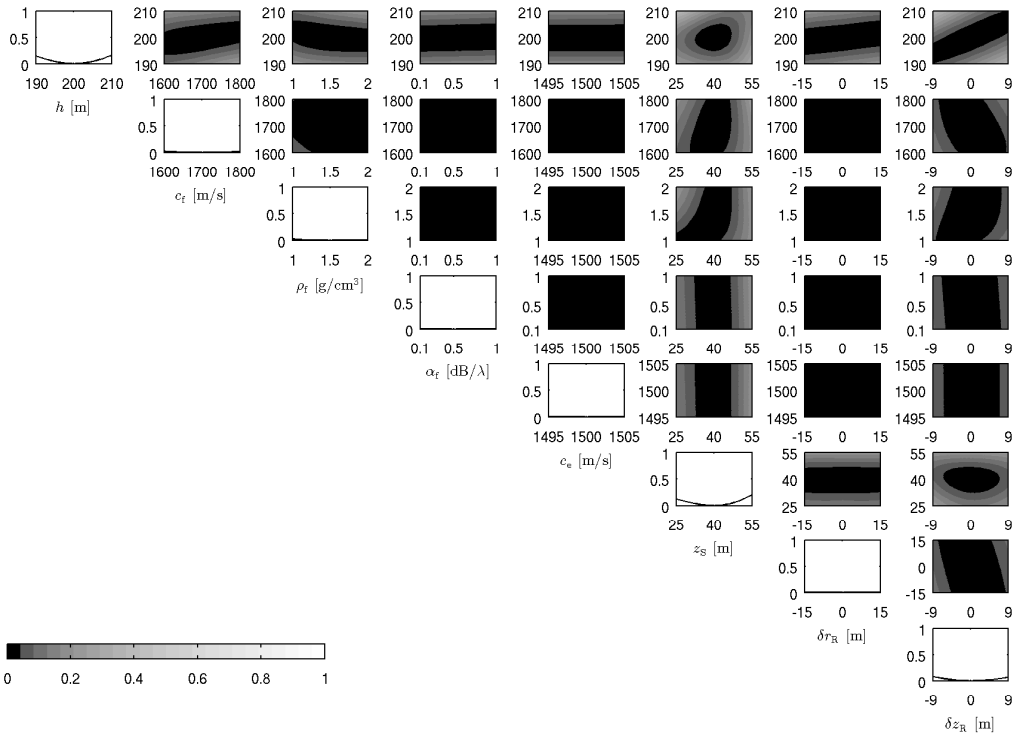


FIG. A.5 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 500 m et pour une fréquence de 25 Hz.

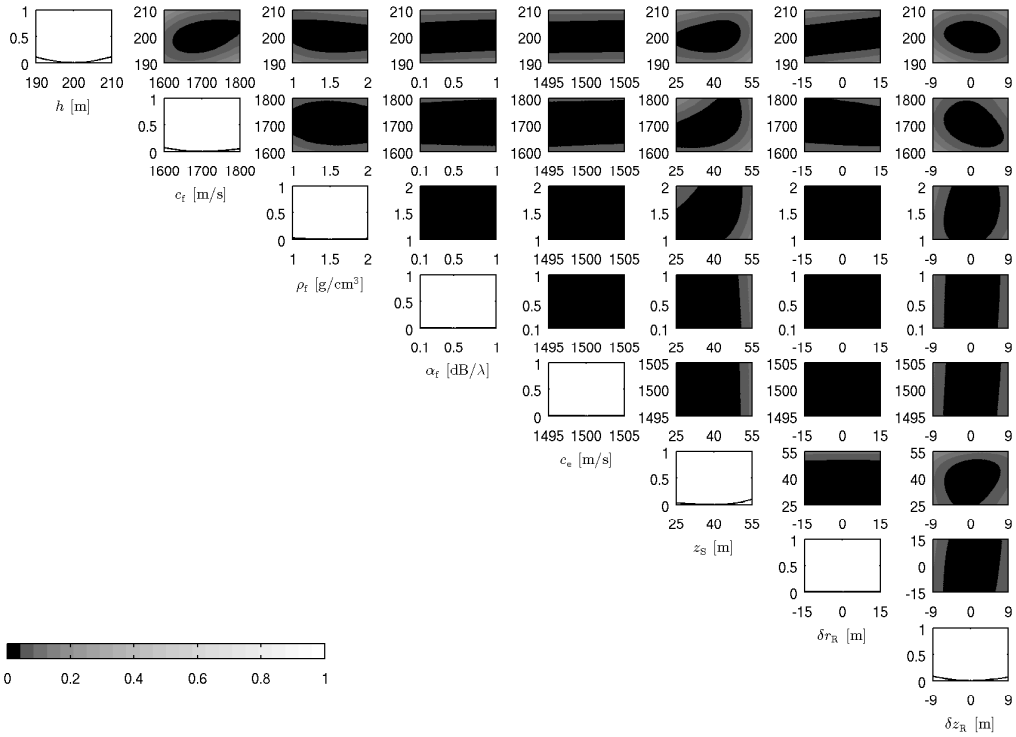


Fig. A.6 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 1000 m et pour une fréquence de 25 Hz.

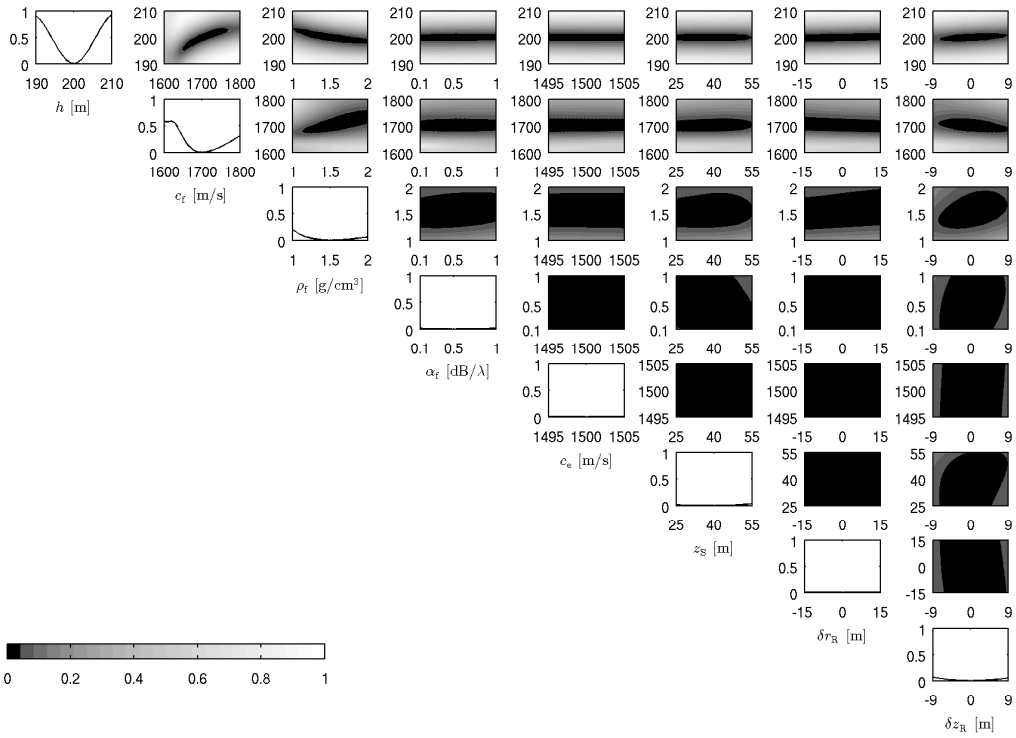


Fig. A.7 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 5000 m et pour une fréquence de 25 Hz.

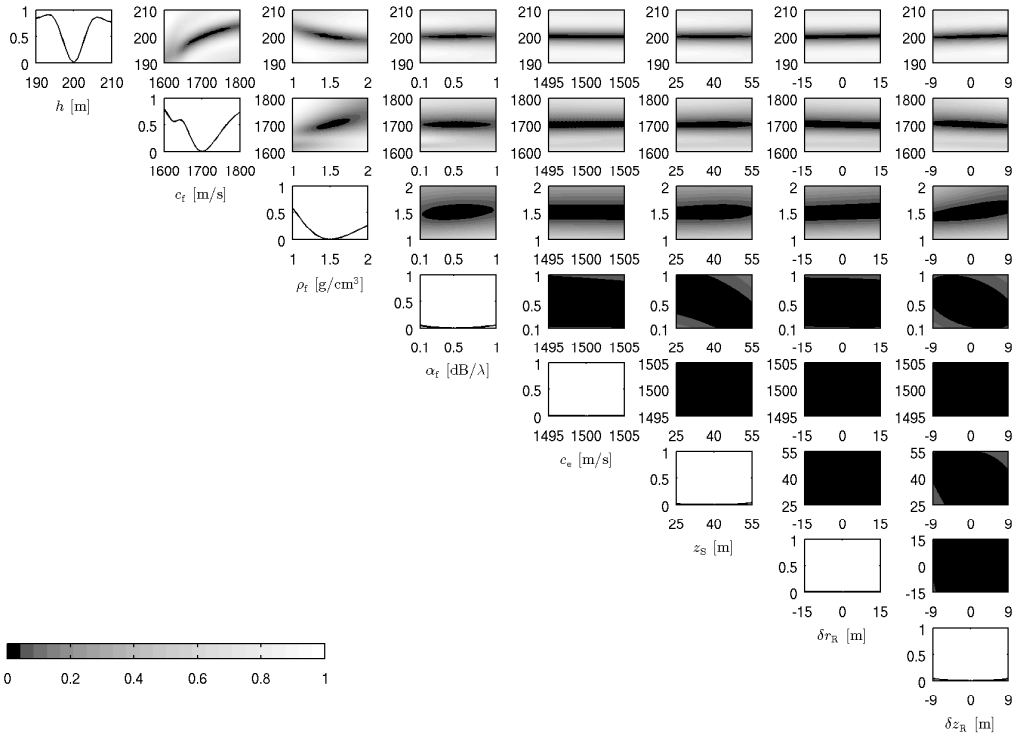


FIG. A.8 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 10000 m et pour une fréquence de 25 Hz.

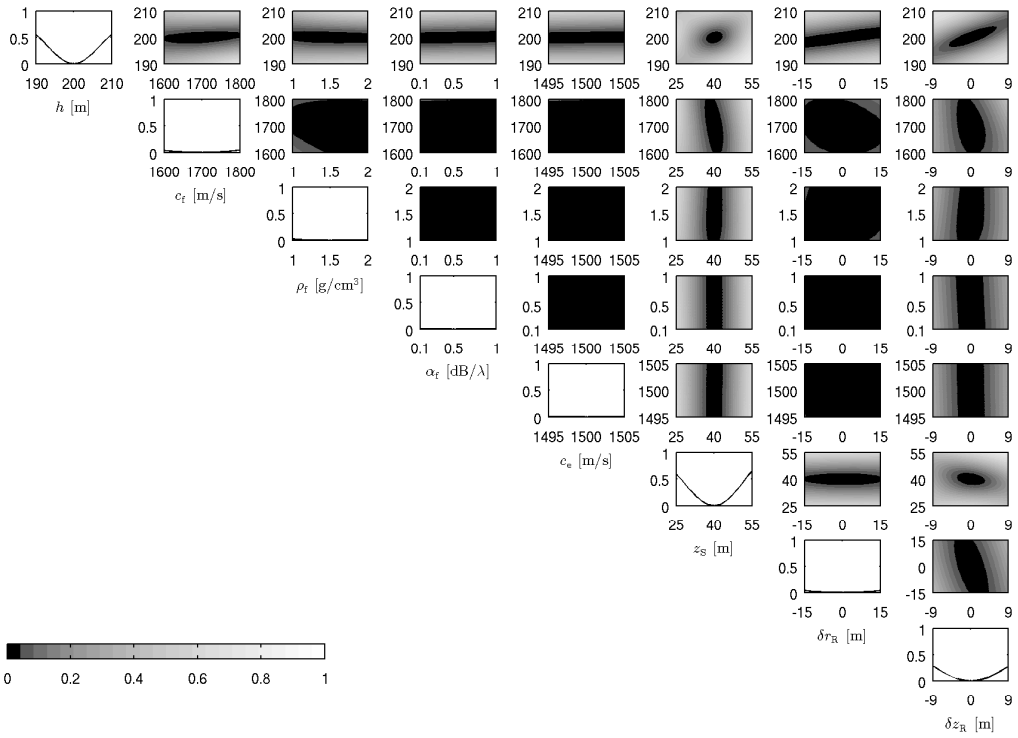


FIG. A.9 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 500 m et pour une fréquence de 50 Hz.

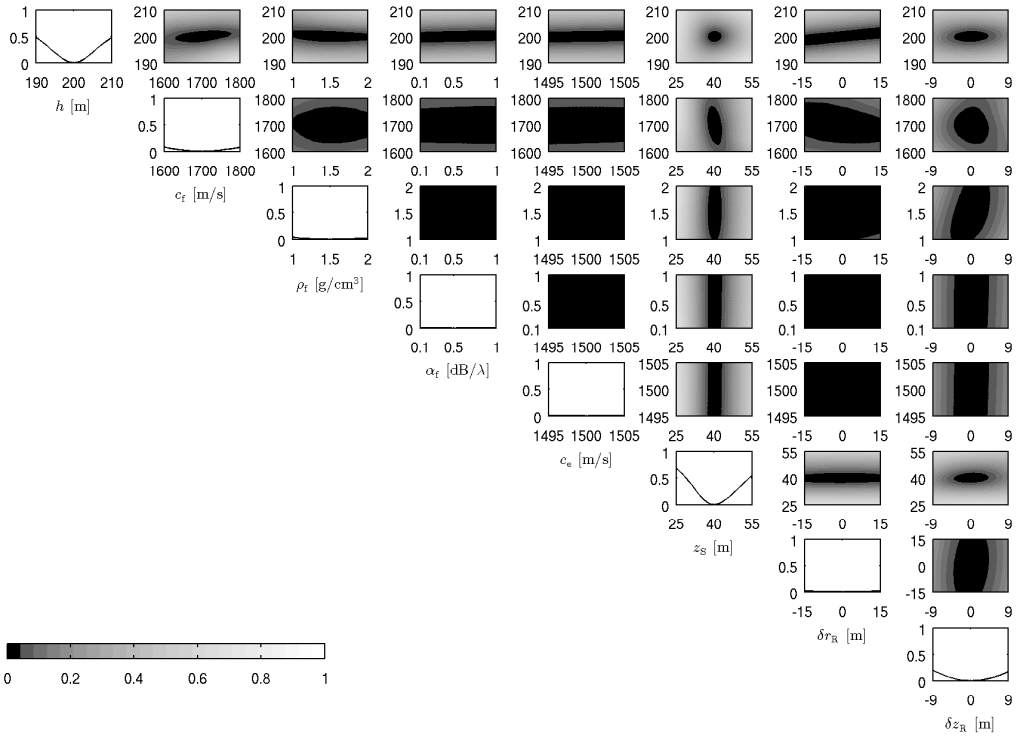


FIG. A.10 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 1000 m et pour une fréquence de 50 Hz.

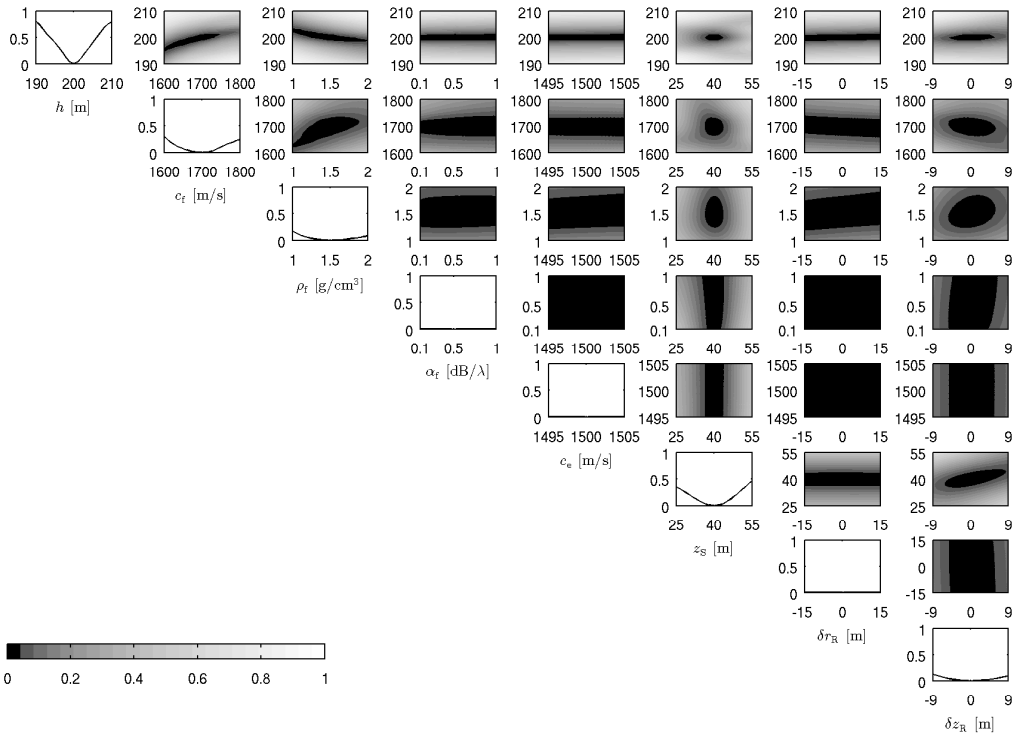


FIG. A.11 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 5000 m et pour une fréquence de 50 Hz.

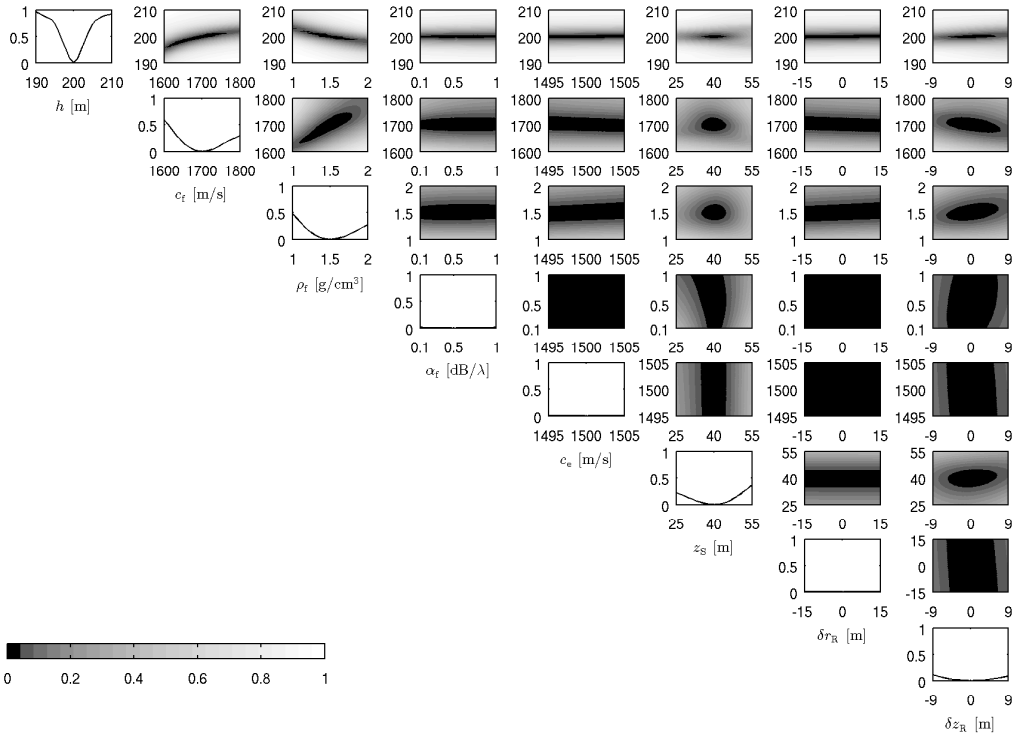


FIG. A.12 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 10000 m et pour une fréquence de 50 Hz.

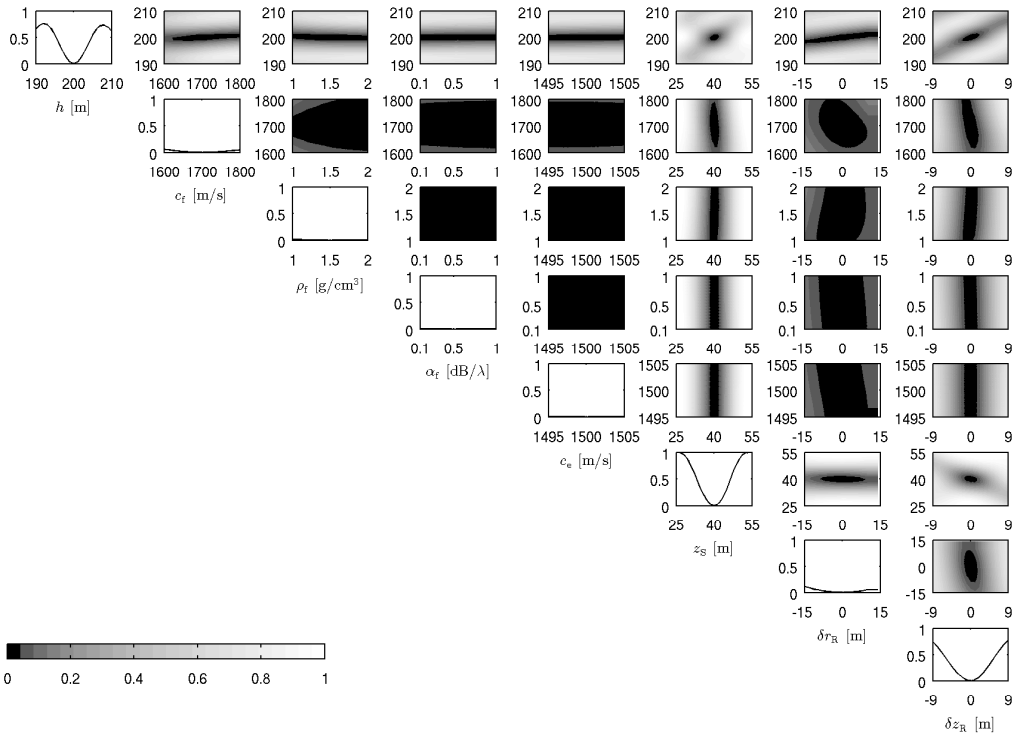


FIG. A.13 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 500 m et pour une fréquence de 100 Hz.

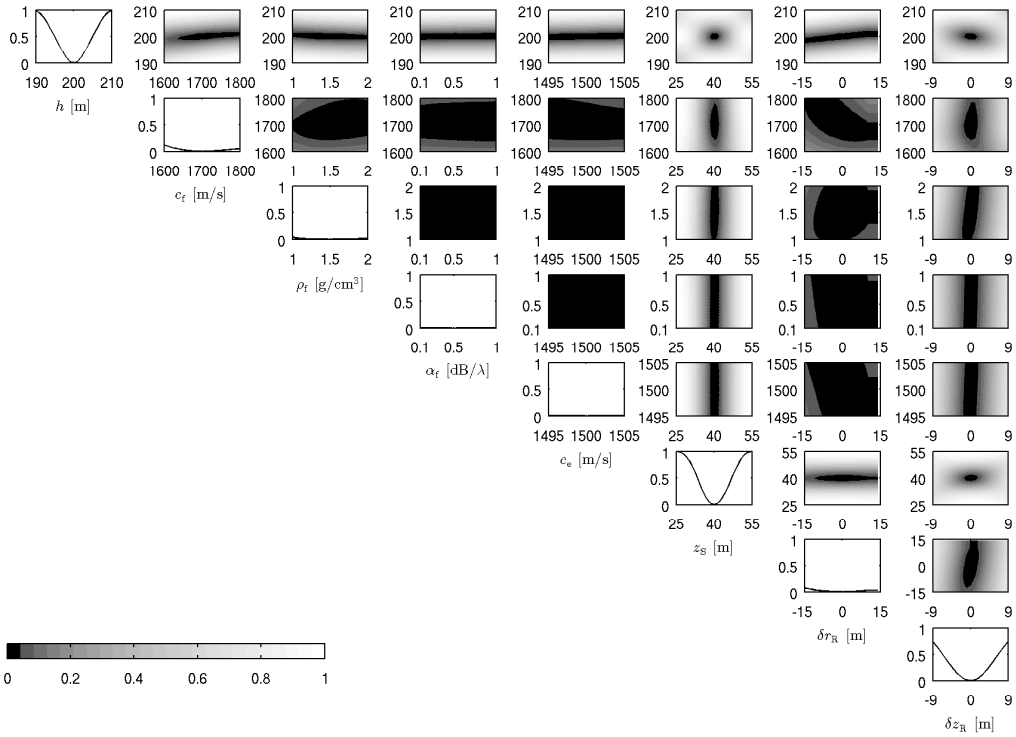


FIG. A.14 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 1000 m et pour une fréquence de 100 Hz.

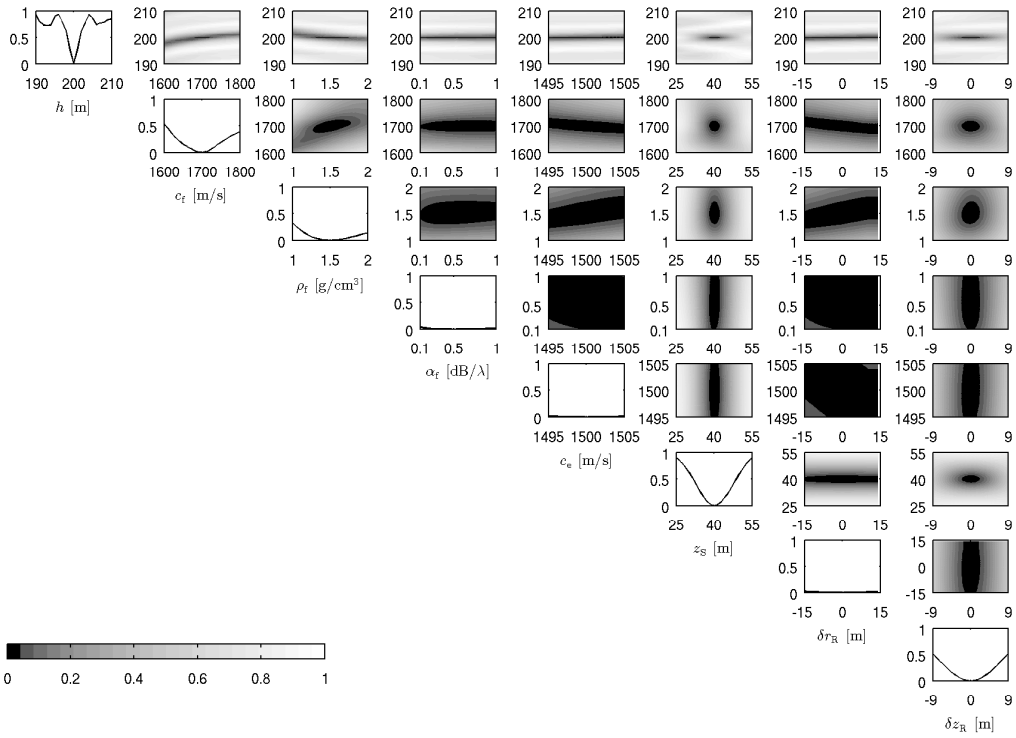


FIG. A.15 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 5000 m et pour une fréquence de 100 Hz.

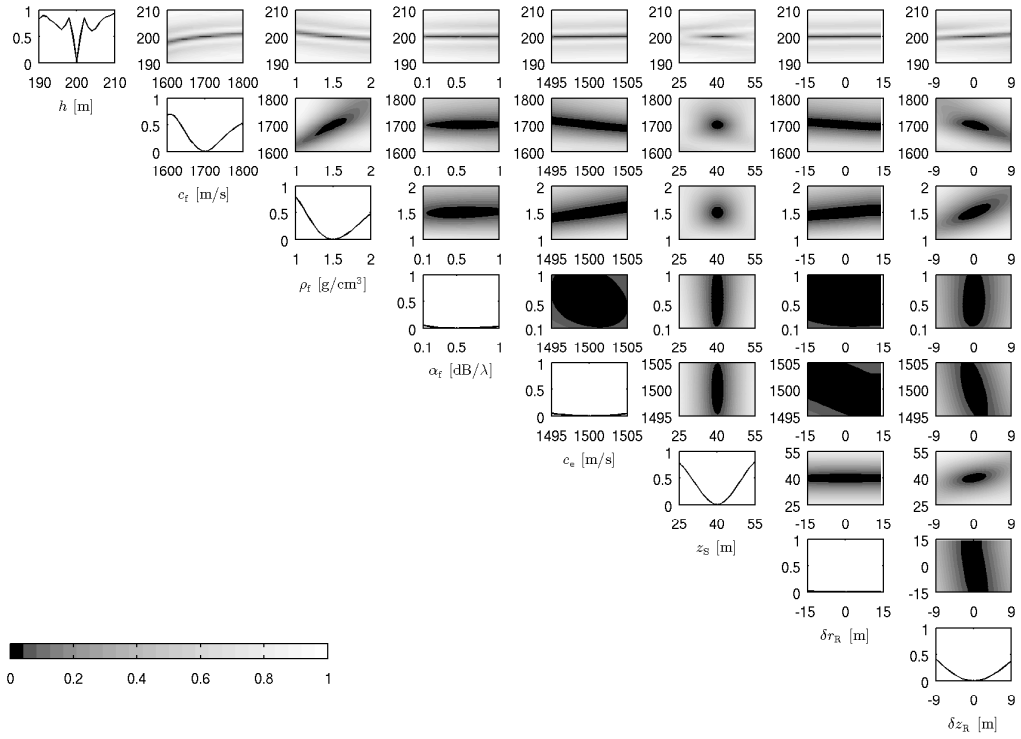


FIG. A.16 – Coupes 1D (en diagonale) et 2D (hors diagonale) du corrélateur de Bartlett pour une antenne verticale située à une distance de 10000 m et pour une fréquence de 100 Hz.

Annexe B

Inversion sur données synthétiques pour le guide d'onde de Pekeris

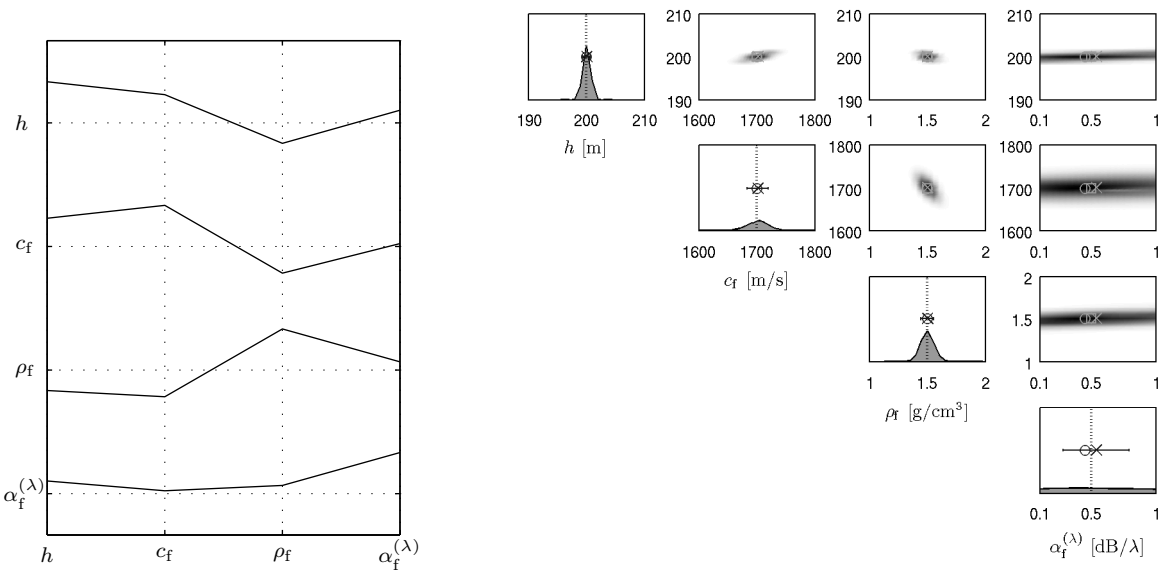


FIG. B.1 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 0.5 km pour une fréquence de 15 Hz.

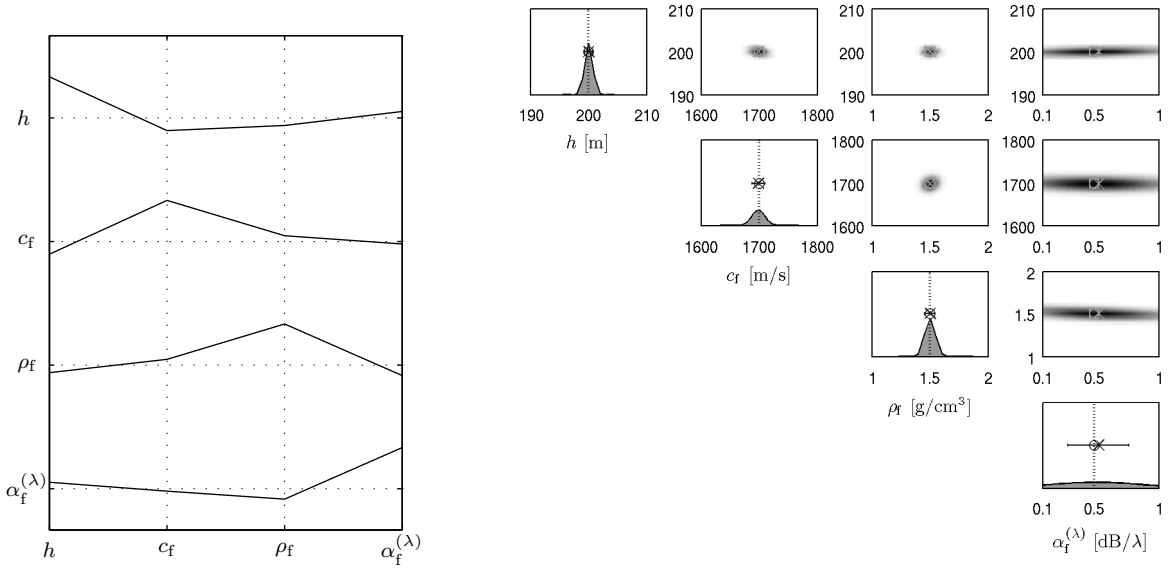


FIG. B.2 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 1 km pour une fréquence de 15 Hz.

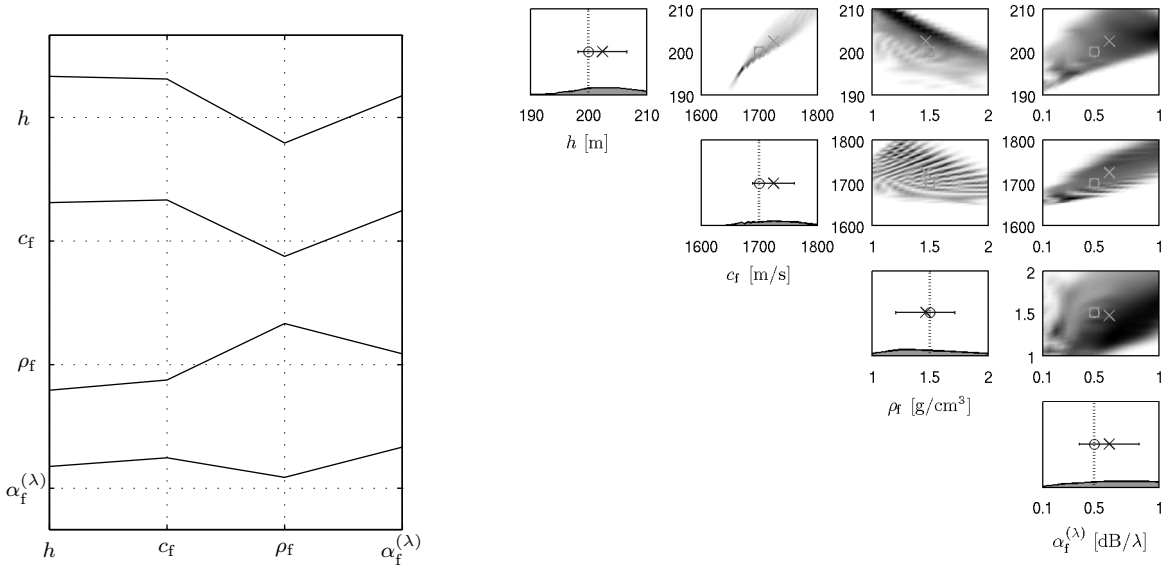


FIG. B.3 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 5 km pour une fréquence de 15 Hz.

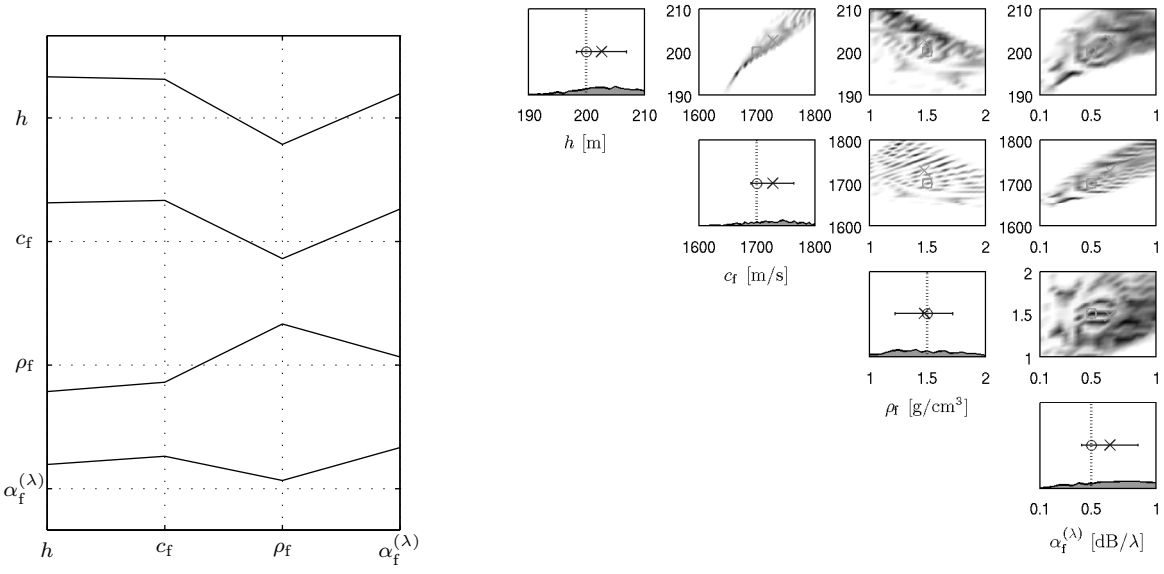


FIG. B.4 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 10 km pour une fréquence de 15 Hz.

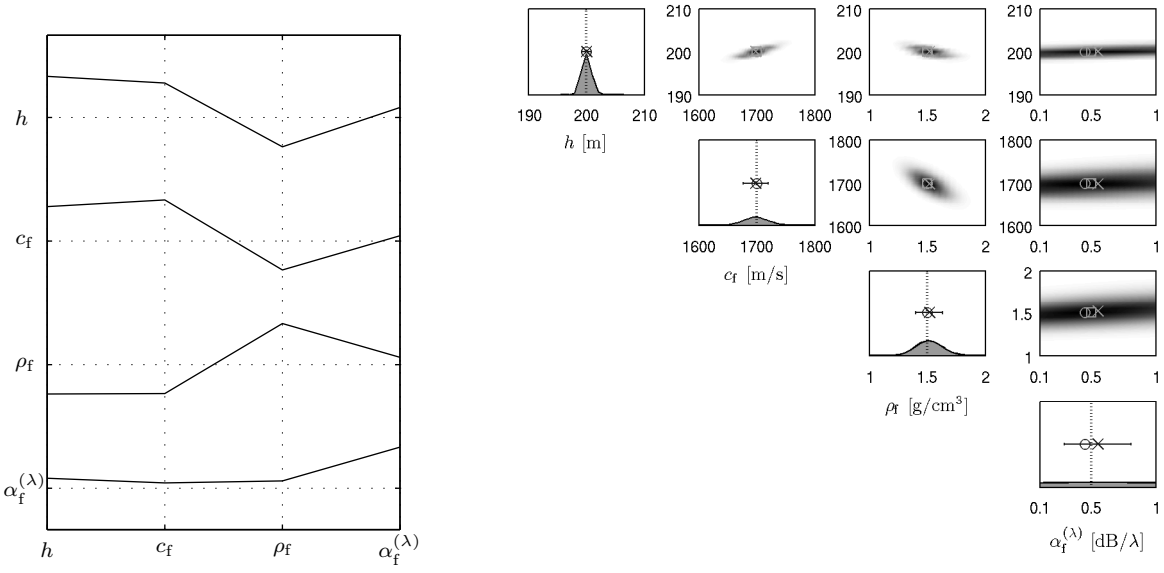


FIG. B.5 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 0.5 km pour une fréquence de 25 Hz.

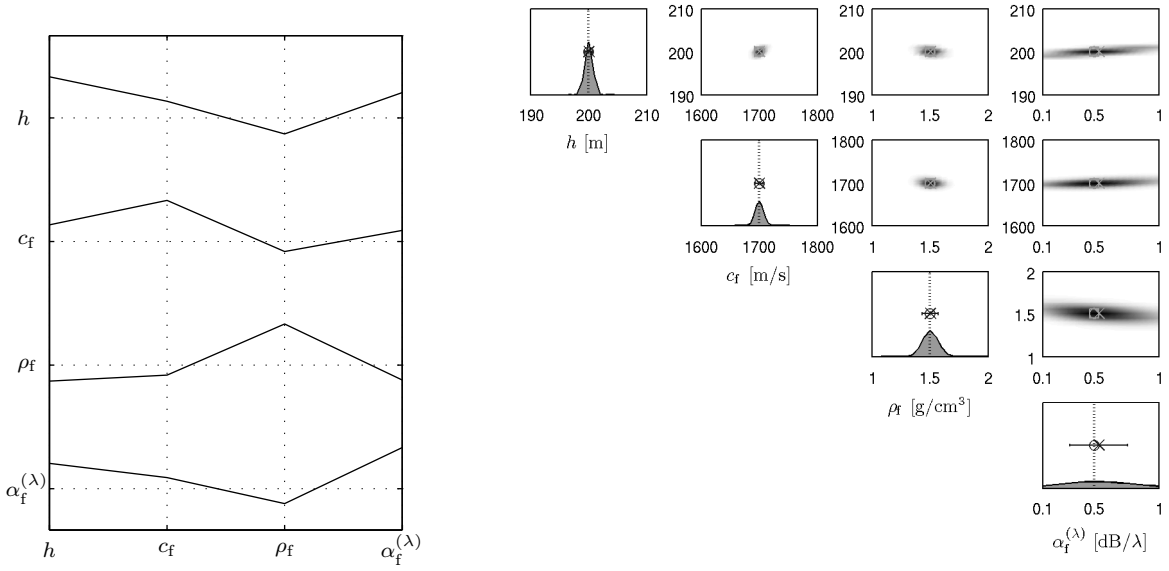


FIG. B.6 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 1 km pour une fréquence de 25 Hz.

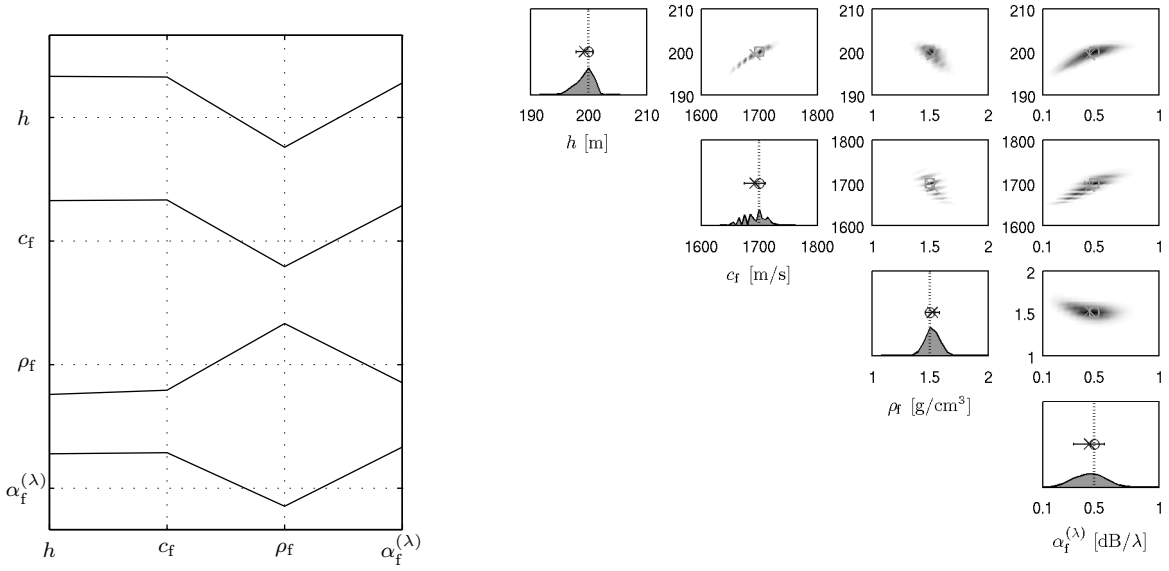


FIG. B.7 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 5 km pour une fréquence de 25 Hz.

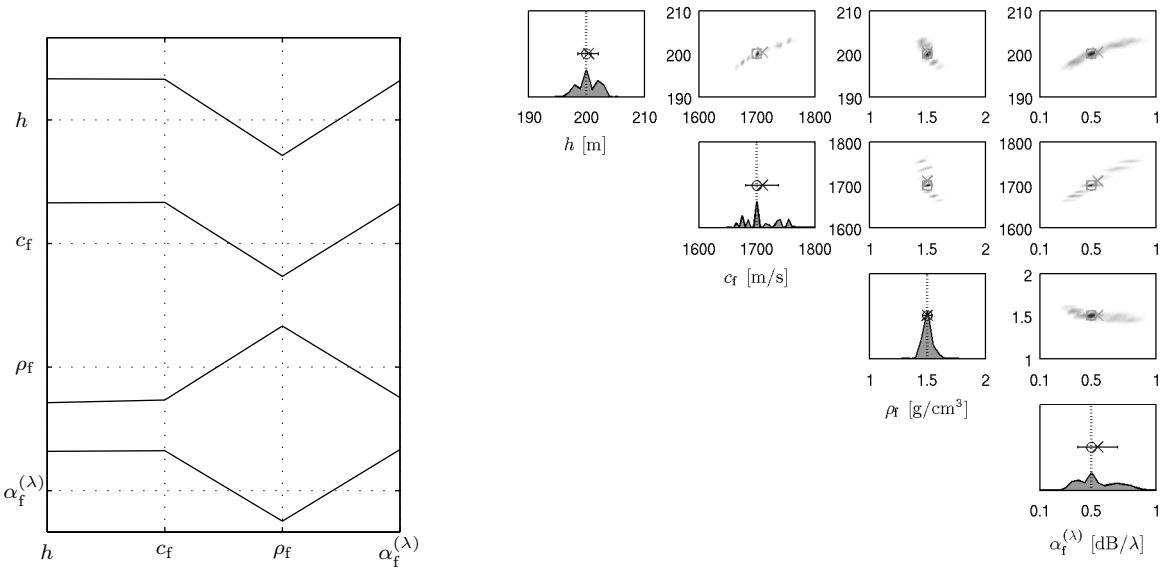


FIG. B.8 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 10 km pour une fréquence de 25 Hz.

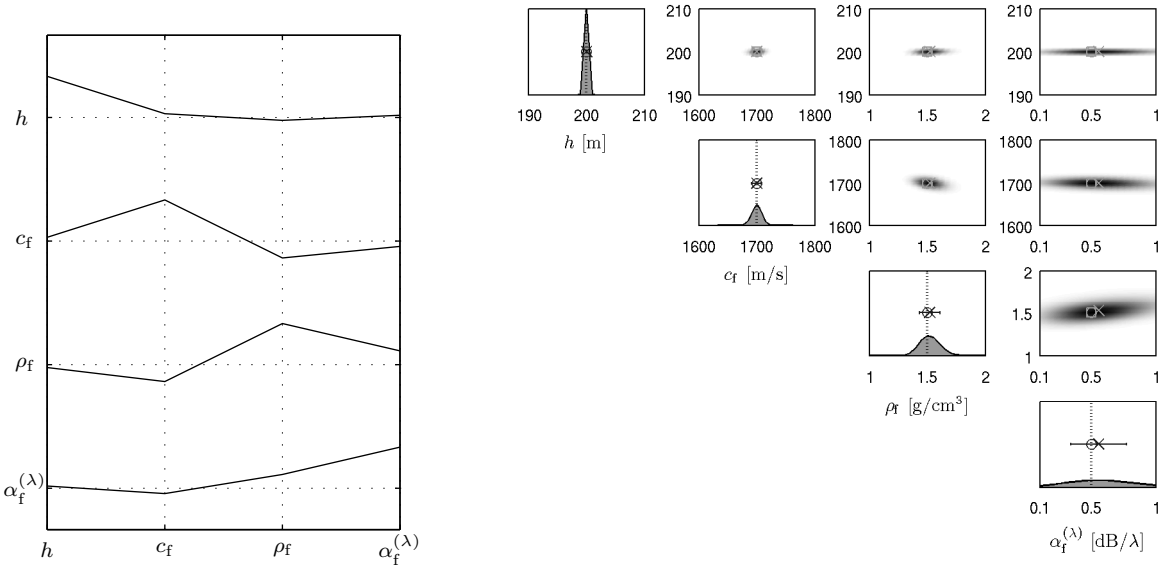


FIG. B.9 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 0.5 km pour une fréquence de 50 Hz.

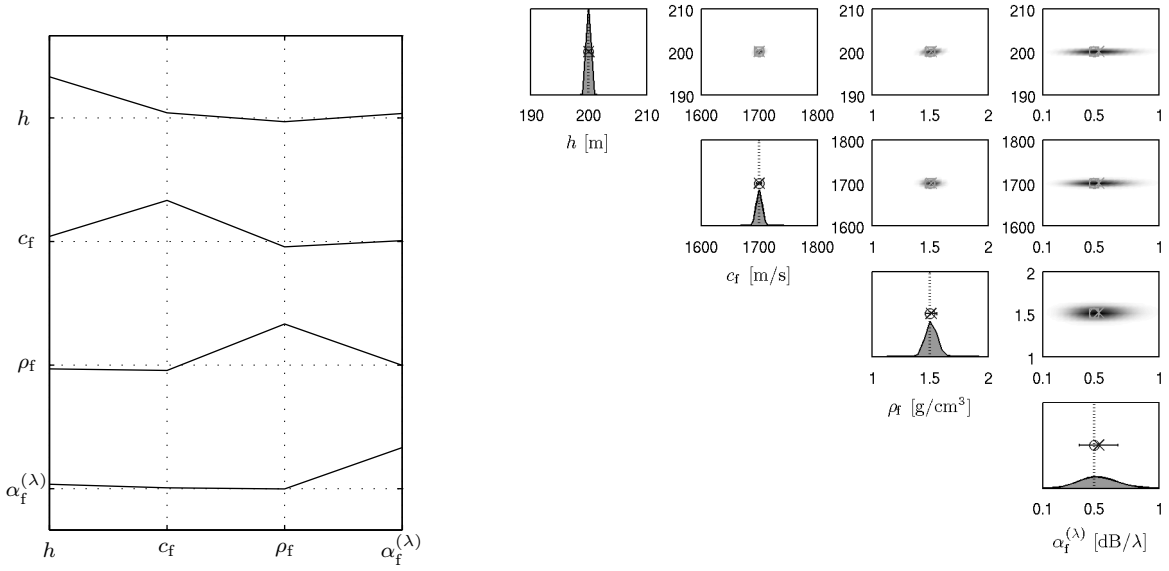


FIG. B.10 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 1 km pour une fréquence de 50 Hz.

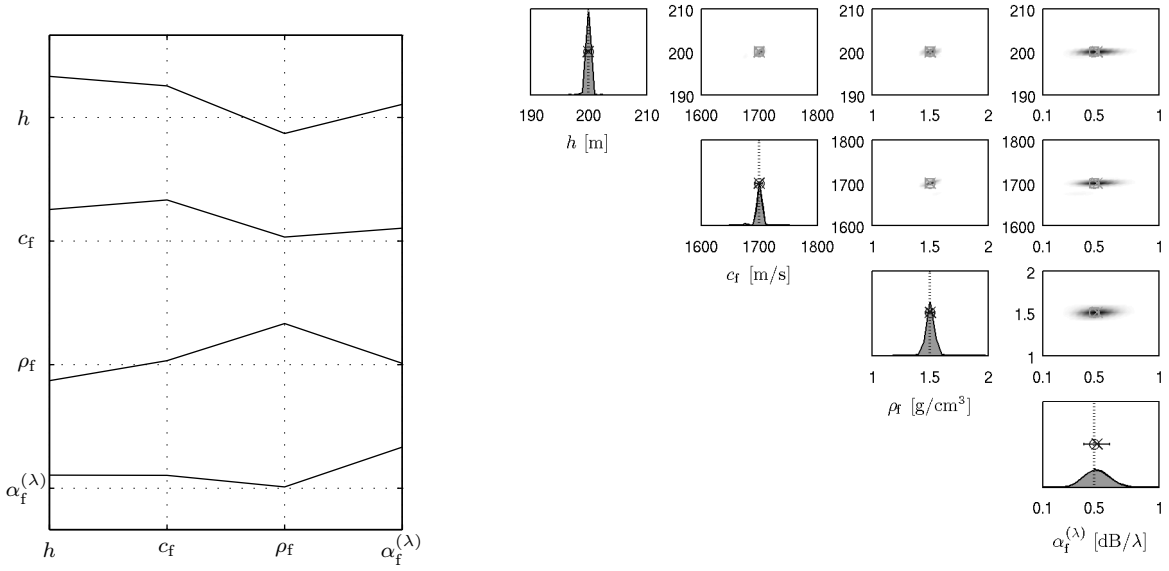


FIG. B.11 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 5 km pour une fréquence de 50 Hz.

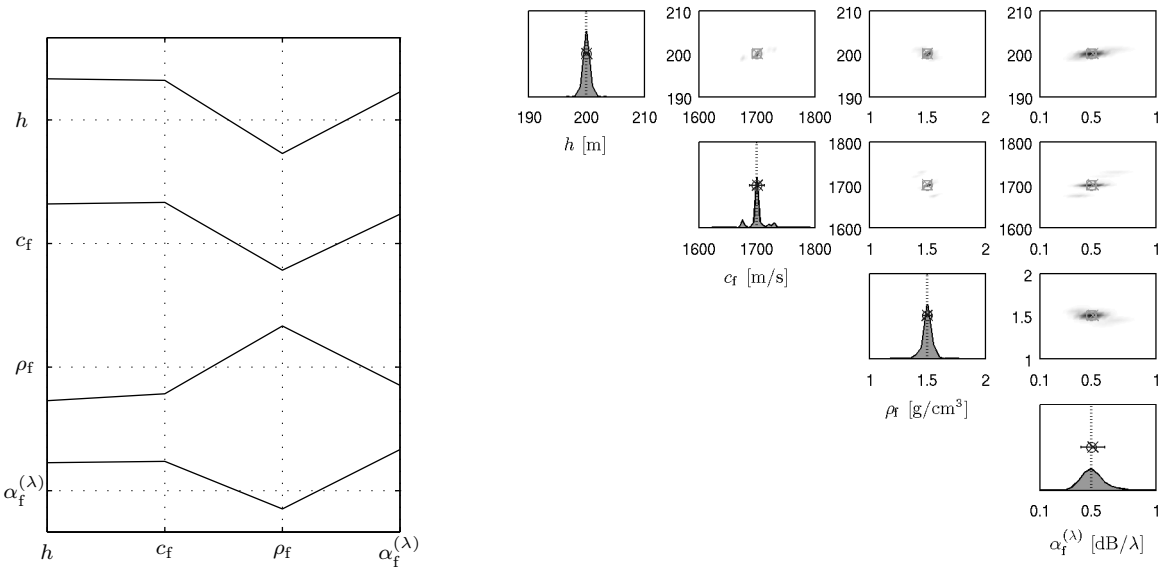


FIG. B.12 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 10 km pour une fréquence de 50 Hz.

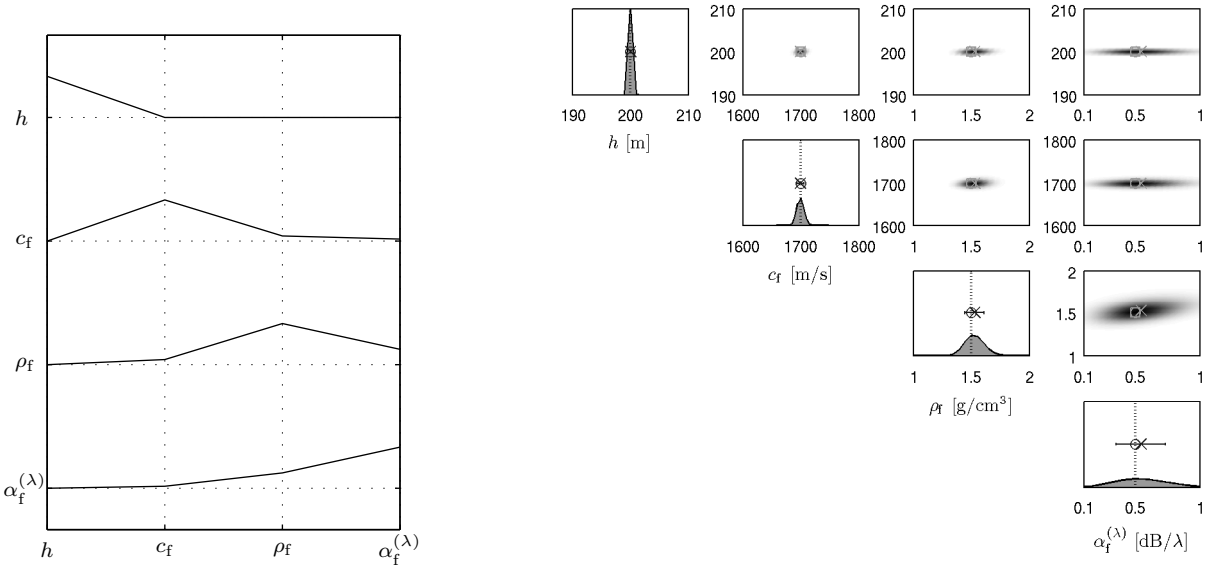


FIG. B.13 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 0.5 km pour une fréquence de 100 Hz.

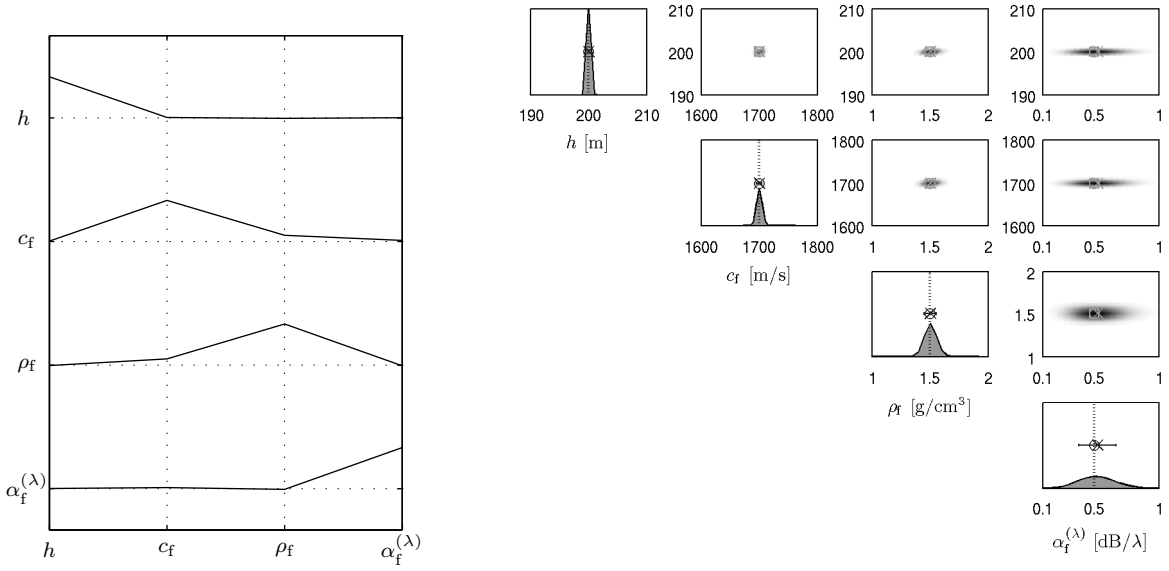


FIG. B.14 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 1 km pour une fréquence de 100 Hz.

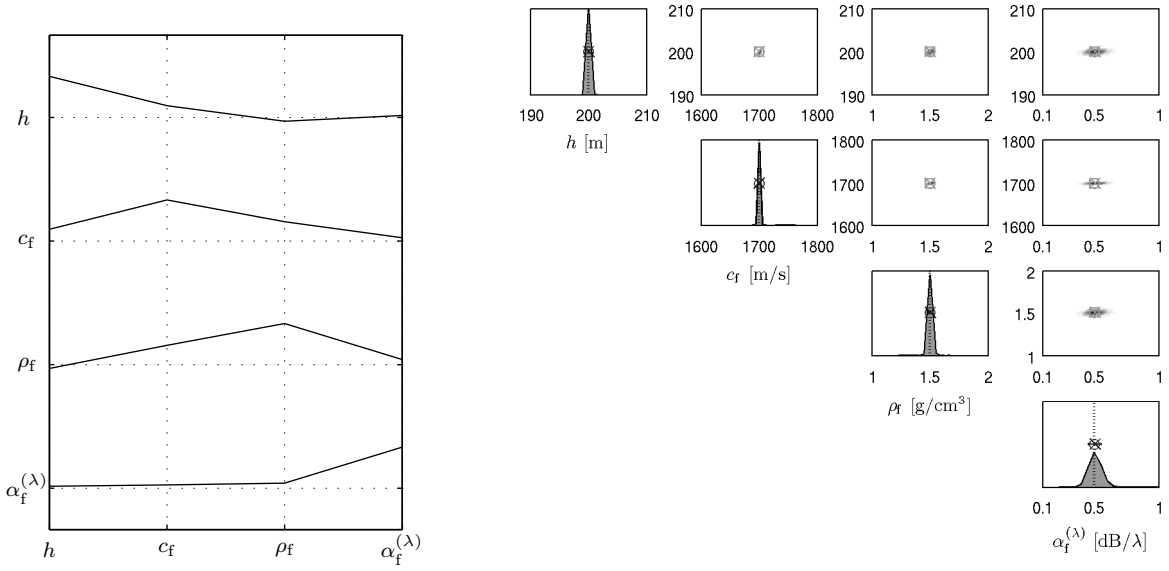


FIG. B.15 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 5 km pour une fréquence de 100 Hz.

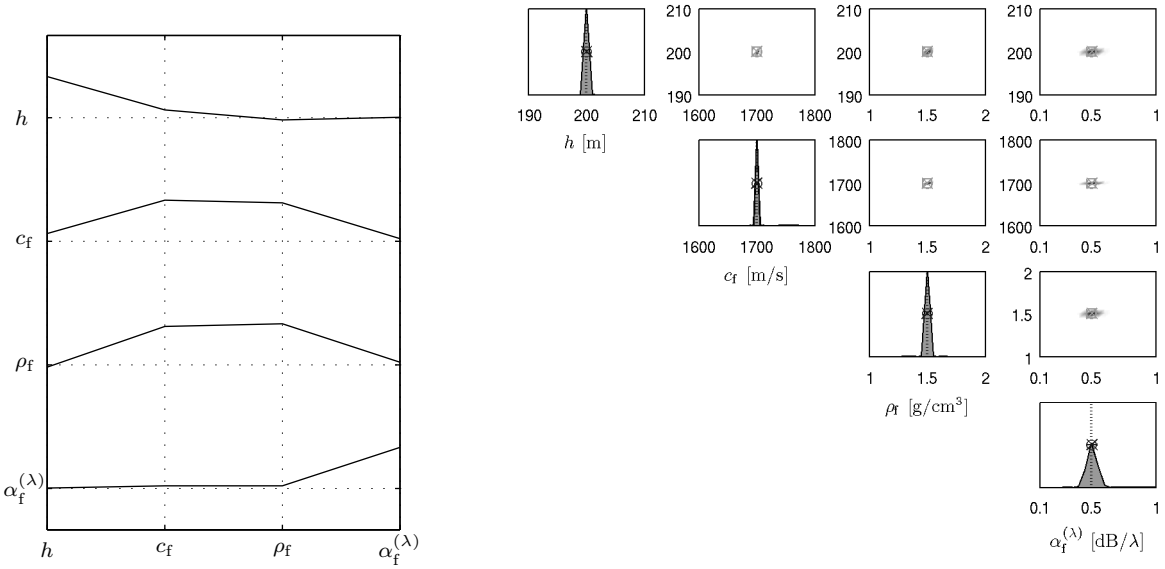


FIG. B.16 – Corrélations entre paramètres (à gauche) et densités marginales *a posteriori* 1D (à droite en diagonale) et 2D (à droite hors diagonale) pour une antenne verticale située à une distance de 10 km pour une fréquence de 100 Hz.

Annexe C

Décomposition modale du champ acoustique pour le cas du fond incliné

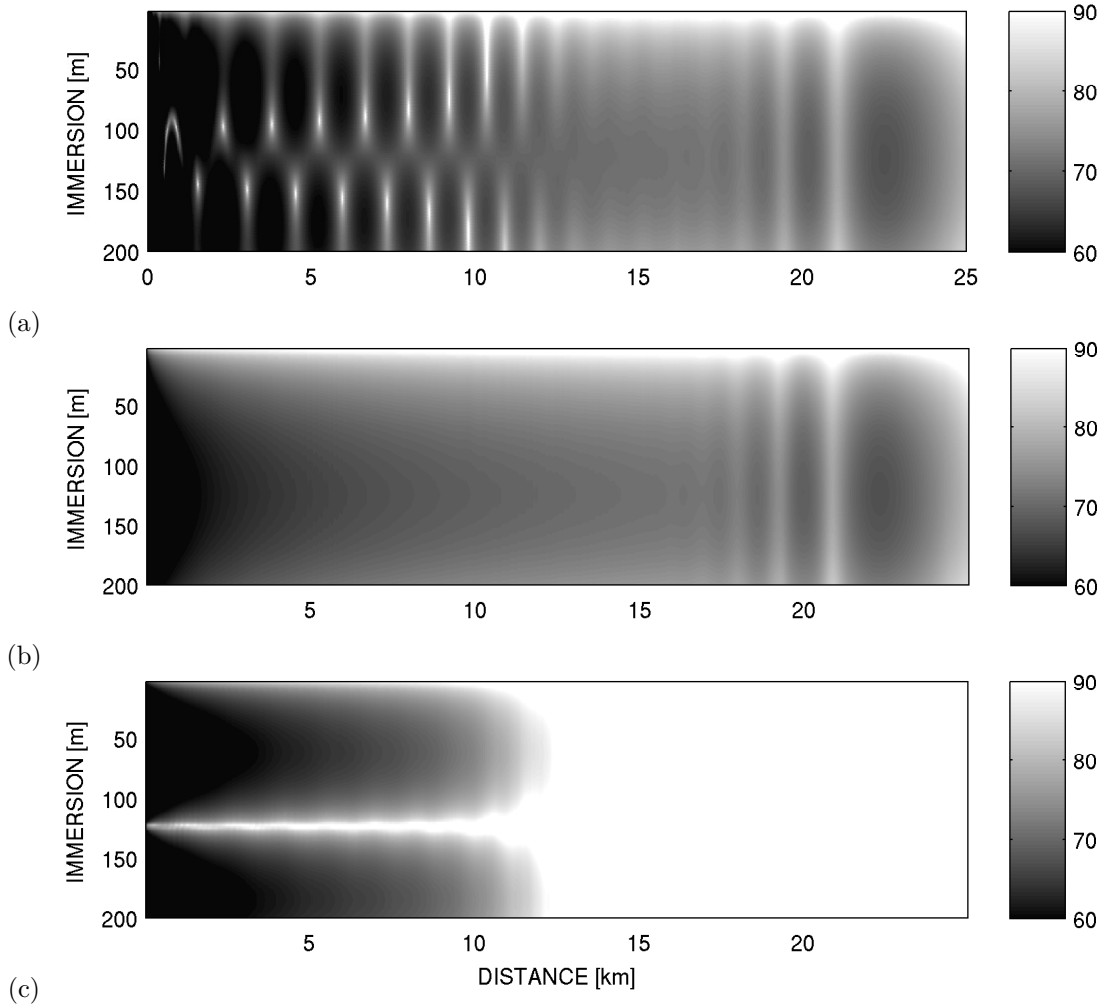


FIG. C.1 – Champs de pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion pour une fréquence de 15 Hz. (a) Champ total, (b) Mode 1 et (c) Mode 2.

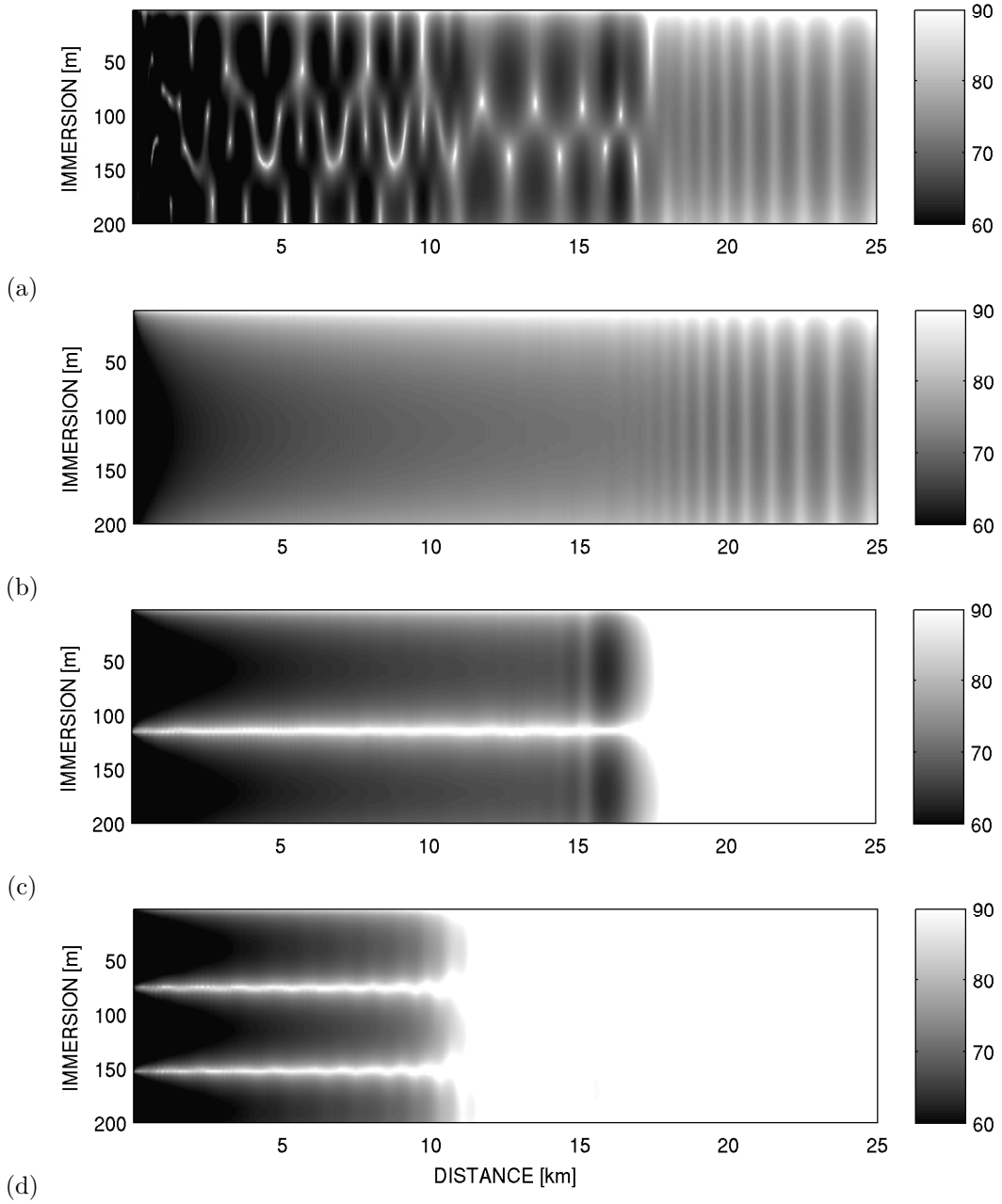


FIG. C.2 – Champs de pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion pour une fréquence de 25 Hz. (a) Champ total, (b) Mode 1, (c) Mode 2 et (d) Mode 3.

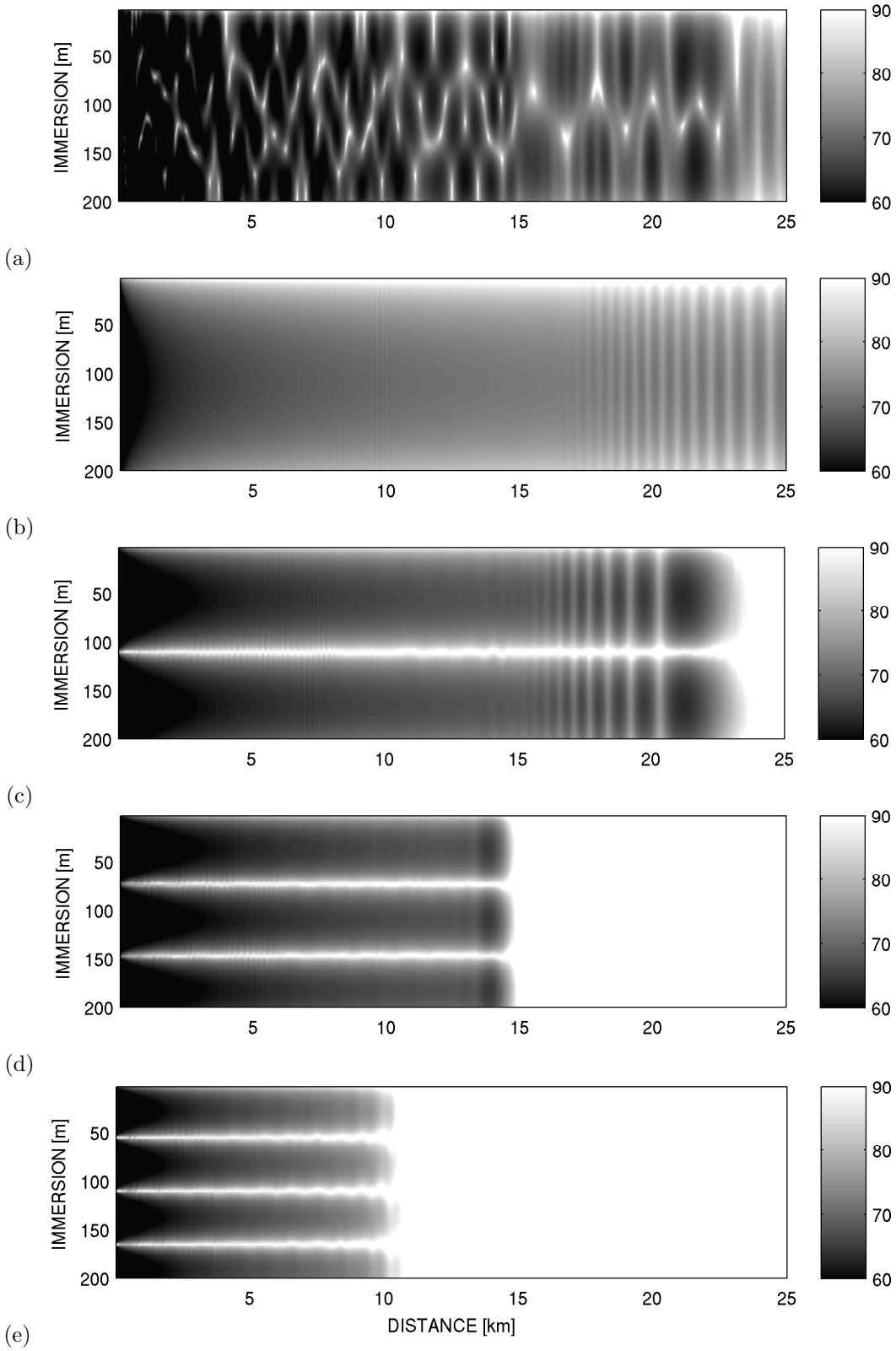


FIG. C.3 – Champs de pertes par transmission en fonction de la distance et de l'immersion pour une fréquence de 35 Hz. (a) Champ total, (b) Mode 1, (c) Mode 2, (d) Mode 3 et (e) Mode 4.

Bibliographie

[Ainslie00] M. A. Ainslie, R. M. Hamson, G. D. Horsley, A. R. James, R. A. Laker, M. A. Lee, D. A. Miles, and S. D. Richards, Deductive multi-tone inversion of seabed parameters, *J. Comput. Acoust.*, **8**(2), 271–284, 2000.

[Arfken95] G. Arfken, *Mathematical methods for physiscists*, Academic Press, 1995.

[Baer81] R. Baer, Propagation through a three-dimensional eddy including effects on an array, *J. Acoust. Soc. Am.*, **69**(2), 70–75, 1981.

[Bilaniuk93] N. Bilaniuk and G. Wong, Speed of sound in pure water as a function of temperature, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**, 1609–1612, 1993.

[Bogart94] C. Bogart and T. Yang, Source localization with horizontal arrays in shallow water : Spatial sampling and effective aperture, *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**(3), 1677–1686, 1994.

[Botseas87] G. Botseas, D. Lee, and D. King, FOR3D : A computer model for solving the LSS three-dimensional wide angle wave equation, Tech. rep., Naval Underwater Systems Center, Technical Document 7934, New London, CT, 1987.

[Box73] G. Box and G. Tiao, *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, John Wiley & Sons Inc, 1973.

[Brekhovskikh02] L. M. Brekhovskikh and Y. P. Lysanov, *Fundamentals of Ocean Acoustics*, Springer-Verlag, New York, 2002.

[Brooke01] G. Brooke, D. Thomson, and G. Ebbeson, PECan : A canadian parabolic equation model for underwater sound propagation, *Journal of Computational Acoustics*, **9**, 69–100, 2001.

[Buckingham87] M. J. Buckingham, Theory of three-dimensional acoustic propagation in a wedgelike ocean with a penetrable bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, **82**, 198–210, 1987.

[Buckingham92] M. J. Buckingham, Ocean-acoustic propogation models, *J. Acoustique*, **43.30**, 223–287, 1992.

[Buckingham06] M. Buckingham and E. Giddens, On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space, *J. Acoust. Soc. Am.*, **119**(1), 123–142, 2006.

[Caiti06] A. Caiti, N. Chapman, J.-P. Hermand, and S. Jesus, eds., *Acoustic Sensing Techniques for the Shallow Water Environment : Inversion Methods and Experiments*, Springer, 2006.

[Cary88] P. W. Cary and C. H. Chapman, Automatic 1-D waveform inversion of marine seismic refraction data, *Geophysical journal*, **93**(3), 527–546, 1988.

[Castor08] K. Castor and F. Sturm, Investigation of 3-D acoustical effects using a multiprocessing parabolic equation based algorithm, *J. Comput. Acoust.*, **16**(2), 137–162, 2008.

[Chapman98] N. Chapman and A. Tolstoy, Benchmarking geoacoustic inversion methods, *J. Comput. Acoust.*, **6**(1 & 2), 1998.

[Chapman01] D. M. Chapman, What are we inverting for ?, in *Inverse problems in underwater acoustics*, edited by M. I. Taroudakis and G. N. Makrakis, chap. 1, pp. 1–14, Springer Verlag, New York, 2001.

[Chapman03] R. Chapman, S. Ching-Bing, D. King, and R. Evans, Guest editorial special issue on geoacoustic inversion in range-dependent shallow-water environmentsparameter estimation using multi-frequency range-dependent acoustic data in shallow water, *IEEE J. Oceanic Eng.*, **28**(3), 2003.

[Chapman04] N. R. Chapman and Y. Jiang, Geoacoustic inversion of broadband data from the florida straits, in *High Frequency Ocean Acoustics*, edited by M. Porter, M. Siderius, and W. A. Kuperman, pp. 40–46, Springer, New York, 2004.

[Chen99] C. F. Chen, Y.-T. Lin, and D. Lee, A three-dimensional azimuthal wide-angle model, *Journal of Computational Acoustics*, **7**(4), 269–288, 1999.

[Claerbout76] J. Claerbout, *Fundamentals of geophysical data processing*, McGraw Hill, New York, 1976.

[Collins89] M. Collins, A higher-order parabolic equation for wave propagation in an ocean overlying an elastic bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, **86**(4), 1459–1464, 1989.

[Collins90] M. Collins and S. Ching-Bing, A three-dimensional parabolic equation model that includes the effects of rough boundaries, *J. Acoust. Soc. Am*, **87**(3), 1104–1109, 1990.

[Collins91] M. D. Collins and W. Kuperman, Focalization : Environmental focusing and source localization, *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**(3), 1410–1422, 1991.

[Collins93] M. Collins, The split-step Padé solution for the parabolic equation method, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**(4), 1736–1742, 1993.

[Cristini99] P. Cristini, J. Piraux, J.-P. Sessarego, F. Jensen, and D. Morisset, Experimental benchmarks for numerical propagation models : comparison between numerical results and tank experiments for deep and shallow water environments, in *Theoretical and Computational Acoustics 1997*, edited by Y.-C. Teng, E.-C. Shang, Y.-H. Pao, M. Schultz, and A. Pierce, 1, p. 667, World Scientific Publishing, Newark, USA, 1999.

[Deane98] G. Deane, The penetrable wedge as a three-dimensional benchmark, *J. Acoust. Soc. Am.*, **103**(6), 2989, 1998.

[DeFerrari02] H. A. DeFerrari, N. J. Williams, and H. B. Nguyen, Variability, coherence and predictability of shallow water acoustic propagation in the straits of florida, in *Impact of Littoral Environmental Variablility on Acoustic Predictions and Sonar Performance*, edited by N. G. Pace, Finn, and B. Jensen, pp. 245–254, Kluwer Academic Publishers, Dodrecht/Boston/London, 2002.

[Doolittle88] R. Doolittle, A. Tolstoy, and M. Buckingham, Experimental confirmation of horizontal refraction of cw acoustic radiation from a point source in a wedge-shaped ocean environment, *J. Acoust. Soc. Am.*, **83**(6), 2117–2125, 1988.

[Dosso02a] S. Dosso and G. Birdsall, Quantifying uncertainty in geoacoustic inversion. I. A fast Gibbs sampler approach, *J. Acoust. Soc. Am.*, **111**, 129–142, 2002.

[Dosso02b] S. Dosso and G. Birdsall, Quantifying uncertainty in geoacoustic inversion. II. Application to broadband, shallow-water data, *J. Acoust. Soc. Am.*, **111**, 143–159, 2002.

[Duijndam88a] A. Duijndam, Bayesian estimation in seismic inversion. Part I : Principles, *Geophysical Prospecting*, **36**, 878–898, 1988.

[Duijndam88b] A. Duijndam, Bayesian estimation in seismic inversion. Part II : Uncertainty analysis, *Geophysical Prospecting*, **36**, 899–918, 1988.

[Etter03] P. C. Etter, *Underwater Acoustic Modeling and Simulation*, Spon Press, New York, 2003.

[Fawcett93a] J. Fawcett, Modeling three-dimensional propagation in an oceanic wedge using parabolic equation methods, *J. Acoust. Soc. Am*, **93**(5), 2627–2632, 1993.

[Fawcett93b] J. A. Fawcett, Modeling three-dimensional propagation in an oceanic wedge using parabolic equation methods, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**, 2627–2632, 1993.

[Frisk94] G. Frisk, *Ocean and Seabed Acoustics : A theory of wave propagation*, Prentice Hall, 1994.

[Gerstoft94] P. Gerstoft, Inversion of seismoacoustic data using genetic algorithms and *a posteriori* probability distributions, *J. Acoust. Soc. Am.*, **95**, 770–782, 1994.

[Gerstoft98] P. Gerstoft and C. Mecklenbrauker, Ocean acoustic inversion with estimation of a posteriori probability distributions, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**(2), 808–819, 1998.

[Gingras95] D. Gingras and P. Gerstoft, Inversion for geometric and geoacoustic parameters in shallow water : Experimental results, *J. Acoust. Soc. Am.*, **97**(6), 3589–3598, 1995.

[Hamilton80] E. Hamilton, Geoacoustic modelling of the sea floor, *J. Acoust. Soc. Am.*, **68**(5), 1313–1340, 1980.

[Hamson98] R. M. Hamson and M. A. Ainslie, Broadband geoacoustic deduction, *J. Comput. Acoust.*, **6**(1–2), 45–59, 1998.

[Harrison79] C. H. Harrison, Acoustic shadow zones in the horizontal plane, *J. Acoust. Soc. Am.*, **65**, 56–61, 1979.

[Harrison09] C. Harrison, Some rules-of-thumb for calculating 3d ray paths, modal refraction and modal shadows in shallow water, in *3nd International Conference & Exhibition on Underwater Acoustic Measurements : Technologies & Results*, edited by S. Papadakis and L. Bjorno, pp. 975–982, Nafplion, Greece, 2009.

[Heaney91] K. D. Heaney, W. A. Kuperman, and B. E. McDonald, Perth-Bermuda sound propagation (1960) : Adiabatic mode interpretation, *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**(5), 2586–2594, 1991.

[Ivansson06] S. Ivansson, Stochastic ray-trace computations of transmission loss and reverberation in 3-D range-dependent environments, in *8th European Conference on Underwater Acoustics*, edited by S. M. Jesus and O. C. Rodriguez, 1, pp. 131–136, Carvoeiro, Portugal, 2006.

[Jensen80] F. B. Jensen and W. A. Kuperman, Sound propagation in a wedge-shaped ocean with a penetrable bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, **67**, 1564–1566, 1980.

[Jensen90] F. Jensen and C. Ferla, Numerical solutions of range-dependent benchmark problems in ocean acoustics, *J. Acoust. Soc. Am.*, **87**(4), 1499–1510, 1990.

[Jensen94] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, American Institute of Physics Press, 1994.

[Jiang06] Y. Jiang, N. R. Chapman, and H. A. DeFerrari, Geoacoustic inversion of broadband data by matched beam processing, *J. Acoust. Soc. Am.*, **119**(6), 3707–3716, 2006.

[Kuperman77] W. A. Kuperman and F. Ingenito, Attenuation of the coherent component of sound propagation in shallow water with rough boundaries, *J. Acoust. Soc. Am.*, **61**(5), 1178–1187, 1977.

[Lee92] D. Lee, G. Botseas, and W. Siegmann, Examination of three-dimensionnal effects using a propagation model with azimuth-coupling capability (FOR3D), *J. Acoust. Soc. Am*, **91**(6), 3192–3202, 1992.

[Lindsay93] C. E. Lindsay and N. R. Chapman, Matched field inversion for geoacoustic model parameters using adaptive simulated annnealing, *IEEE J. Oceanic Eng.*, **18**, 224–231, 1993.

[Mecklenbrauker00] C. Mecklenbrauker and P. Gerstoft, Objective functions for ocean acoustic inversion derived by likelihood methods, *J. Comput. Acoust.*, **8**(2), 259–270, 2000.

[Menke89] W. Menke, *Geophysical Data Analysis : Discrete inverse theory*, Academic Press, San Diego, 1989.

[Mosegaard95] K. Mosegaard and A. Tarantola, Monte carlo sampling of solutions to inverse problems, *Journal of Geophysical Research*, **100**(B7), 12431–12447, 1995.

[Mosegaard02] K. Mosegaard and A. Tarantola, Probabilistic approach to inverse problems, in *International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology (Part A)*, edited by W. H. Lee, H. Kanamori, P. Jennings, and C. Kisslinger, pp. 237–265, Academic Press, 2002.

[Munk94] W. H. Munk, R. C. Spindel, and A. Baggeroer, The heard island feasibility test, *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**(4), 2330–2342, 1994.

[OAL] Ocean acoustics library, `http://oalib.hlsresearch.com/Other/index.html`.

[Papadakis08] P. Papadakis, M. Taroudakis, F. Sturm, P. Sanchez, and J.-P. Sessarego, Scaled laboratory experiments of shallow water acoustic propagation : Calibration phase, *Acta Acustica United with Acustica*, **94**, 676–684, 2008.

[Perkins82] J. Perkins and R. Baer, An approximation to the three-dimensional parabolic-equation method for acoustic propagation, *J. Acoust. Soc. Am.*, **72**(2), 515–522, 1982.

[Porter01] M. B. Porter, *The KRAKEN normal mode program*, SACLANT Undersea Research Centre, La Spezia, Italy, 2001.

[Ratilal98] P. Ratilal and J. T. Goh, Subspace approach to inversion by genetic algorithms involving multiple frequencies, *J. Comput. Acoust.*, **6**(1–2), 99–115, 1998.

[Schmidt87] H. Schmidt, *SAFARI : Seismo-acoustic fast field algorithm for range independent environments. User's Guide. SR 113*, SACLANT ASW Research Centre, La Spezia, Italy, 1987.

[Schmidt04] H. Schmidt, *OASES Version 3.1 User Guide and Reference Manual*, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Washington, 2004.

[Sen85] M. Sen and P. Stoffa, *Global Optimization Methods In Geophysical Inversion*, Elsevier Science Ltd, 1985.

[Sen95] M. K. Sen and P. L. Stoffa, Bayesian inference, gibbs' sampler and uncertainty estimation in geophysical inversion, *Geophysical Prospecting*, **4**(2), 313–350, 1995.

[Sessarego02] J.-P. Sessarego, Scaled models for underwater acoustics and geotechnics applications, in *6th European Conference on Underwater Acoustics*, edited by R. Salamon and A. Partyka, pp. 359–364, Gdansk, Poland, 2002.

[Siderius02] M. Siderius, P. Nielsen, and P. Gerstoft, Range-dependent seabed characterization by inversion of acoustic data from a towed receiver array, *J. Acoust. Soc. Am.*, **112**(4), 1523–1535, 2002.

[Siderius03] M. Siderius, P. L. Nielsen, and P. Gerstoft, Performance comparison between vertical and horizontal arrays for geoacoustic inversion, *IEEE J. Oceanic Eng.*, **28**(3), 424 – 431, 2003.

[Siedenburg95] C. Siedenburg, N. Lehtomaki, J. Arvelo, K. Rao, and H. Schmidt, Iterative full-field inversion using simulated annealing, in *Full-Field Inversion Methods in Ocean and Seismo-acoustics*, edited by O. Diachok and et al., pp. 121–126, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.

[Smith99] K. Smith, A three-dimensional propagation algorithm using finite azimuthal aperture, *J. Acoust. Soc. Am*, **106**(6), 3231–3239, 1999.

[Sturm01] F. Sturm, Numerical simulations with 3DWAPE considering shallow water range-dependent environments, *J. Acoust. Soc. Am.*, **105**(5), 2334–2335, 2001.

[Sturm02] F. Sturm, Examination of signal dispersion in a 3-D wedge-shaped waveguide using 3DWAPE, *Acta Acustica united with Acustica*, **88**, 714–717, 2002.

[Sturm03] F. Sturm and J. Fawcett, On the use of higher-order azimuthal schemes in 3-D PE modelling, *J. Acoust. Soc. Am*, **113**(6), 3134–3145, 2003.

[Sturm04] F. Sturm, Broadband propagation results for a shallow water gaussian canyon test case using a 3-D parabolic equation model, in *Theoretical and Computational Acoustics 2003*, edited by A. Tolstoy, Y.-C. Teng, and E. C. Shang, 1, pp. 355–365, World Scientific Publishing, Newark, USA, 2004.

[Sturm05] F. Sturm, Numerical study of broadband sound pulse propagation in three-dimensional ocean waveguides, *J. Acoust. Soc. Am.*, **117**(3), 1058–1079, 2005.

[Sturm06] F. Sturm, J.-P. Sessarego, and P. Sanchez, Comparison of parabolic equation based codes with tank experiments for shallow water environments, in *Proceedings of the 8th ECUA*, edited by S. Jesus and O. Rodriguez, 1, p. 427, Carvoeiro, Portugal, 2006.

[Sturm07a] F. Sturm, Computation of broadband sound signal propagation in a shallow water environment with sinusoidal bottom using a 3-D PE model, *Acta Acustica united with Acustica*, **93**(6), 899–908, 2007.

[Sturm07b] F. Sturm, J.-P. Sessarego, and D. Ferrand, Laboratory scale measurements of across-slope sound propagation over a wedge-shaped bottom, in *2nd International Conference & Exhibition on Underwater Acoustic Measurements : Technologies & Results*, edited by J. S. Papadakis and L. Bjorno, Vol. III, pp. 1151–1156, Heraklion, Crete, Greece, 2007.

[Sturm08] F. Sturm, S. Ivansson, Y. Jiang, and N. R. Chapman, Numerical investigation of out-of-plane sound propagation in a shallow water experiment, *J. Acoust. Soc. Am.*, **124**(6), EL341–EL346, 2008.

[Sturm09] F. Sturm, Notes sur le guide d'ondes de Pekeris, Tech. rep., LMFA, 2009.

[Tantum00] S. Tantum and L. Nolte, On array design for matched-field processing, *J. Acoust. Soc. Am.*, **107**(4), 2101–2111, 2000.

[Tappert77] F. Tappert, The parabolic approximation method, in *Lecture notes in physics*, edited by J. Keller and J. Papadakis, 70, pp. 224–287, Springer, Berlin, 1977.

[Tarantola82] A. Tarantola and B. Valette, Inverse problems = quest for information, *J. Geophys.*, **50**, 159–170, 1982.

[Tarantola86] A. Tarantola, *Inverse Problem Theory and Methods for model parameter estimations*, SIAM, 1986.

[Tindle93] C. T. Tindle, K. M. Guthrie, G. E. J. Bold, M. D. Johns, D. Jones, K. O. Dixon, and T. G. Birdsall, Measurements of the frequency dependence of normal modes, *J. Acoust. Soc. Am.*, **64**, 2627–2632, 1993.

[Tolstoy66] I. Tolstoy and C. S. Clay, *Ocean acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1966.

[Tolstoy94a] A. Tolstoy and M. Porter, Benchmarking matched-field processing methods, *J. Comput. Acoust.*, **2**(3), 1994.

[Tolstoy94b] A. Tolstoy and M. Porter, The matched field processing benchmark problems, *J. Comput. Acoust.*, **2**(3), 161–185, 1994.

[Tolstoy96a] A. Tolstoy, 3-D propagation issues and models, *J. Comput. Acoust.*, **4**, 243–271, 1996.

[Tolstoy96b] A. Tolstoy, Using matched-field processing to estimate shallow-water bottom properties from shot data taken in the mediterranean sea, *IEEE J. Oceanic Eng.*, **21**(4), 471 – 479, 1996.

[Westwood92] E. K. Westwood, Broadband modeling of the three-dimensional penetrable wedge, *J. Acoust. Soc. Am.*, **92**, 2212–2222, 1992.

[Westwood01] E. Westwood, Complex ray solutions to the 3-D wedge asa benchmark problems, *J. Acoust. Soc. Am*, **109**(5), 2333 :2aAOa6, 2001.

ECOLE CENTRALE DE LYON

DIRECTION DE LA RECHERCHE

Liste des personnes Habilitées à Diriger des Recherches en poste à l'Ecole Centrale de Lyon

Nom-Prénom	*Corps grade*	Laboratoire ou à défaut département ECL	Etablissement
AURIOL Philippe	*professeur*	AMPERE	ECL
BEROUAL Abderrahmane	*professeur*	AMPERE	ECL
BURET François	*maître de conférences*	AMPERE	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
KRÄHENBÜHL Laurent	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
MARTELET Claude	*professeur*	AMPERE	ECL
NICOLAS Alain	*professeur*	AMPERE	ECL
NICOLAS Laurent	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	*chargé de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	*professeur*	AMPERE	ECL
VOLLAIRE Christian	*maître de conférences*	AMPERE	ECL
		Nbre Ampère 11	
HELLOUIN Yves	*maître de conférences*	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	*professeur*	DER EEA	ECL
		Nbre DER EEA 2	
GUIRALDENQ Pierre	*professeur émérite*	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	*professeur*	DER STMS	ECL
		Nbre DER STMS 2	
LOHEAC Jean-Pierre	*maître de conférences*	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	*professeur émérite*	ICJ	ECL
MARION Martine	*professeur*	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	*professeur*	ICJ	ECL
MUSY François	*maître de conférences*	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	*professeur*	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	*maître de conférences*	ICJ	ECL
		Nbre ICJ 7	
DAVID Bertrand	*professeur*	ICTT	ECL
		Nbre ICTT 1	
CALLARD Anne-Ségolène	*maître de conférences*	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	*maître de conférences*	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	*professeur*	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	*maître de conférences*	INL	ECL
GARRIGUES Michel	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL

JOSEPH Jacques	*professeur*	INL	ECL
KRAWCZYK Stanislas	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
LETARTRE Xavier	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
MARTIN Jean-René	*professeur émérite*	INL	ECL
O'CONNOR Ian	*maître de conférences*	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	*professeur*	INL	ECL
ROBACH Yves	*professeur*	INL	ECL
SAINT-GIRONS Guillaume	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
SEASSAL Christian	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL

Nbre INL 20

CHEN Liming	*professeur*	LIRIS	ECL

Nbre LIRIS 1

BAILLY Christophe	*professeur*	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN J-Claude	*professeur émérite*	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT geneviève	*professeur émérite*	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	*maître de conférences*	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
GOROKHOVSKI Mikhail	*professeur*	LMFA	ECL
HENRY Daniel	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	*professeur*	LMFA	ECL
JUVE Daniel	*professeur*	LMFA	ECL
LE RIBAULT Catherine	*chargée de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	*professeur*	LMFA	ECL
PERKINS Richard	*professeur*	LMFA	ECL
ROGER Michel	*professeur*	LMFA	ECL
SCOTT Julian	*professeur*	LMFA	ECL
SHAO Liang	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	*maître de conférences*	LMFA	ECL

Nbre LMFA 23

BENAYOUN Stéphane	*professeur*	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	*professeur*	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	*maître de conférences*	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	*maître de conférences*	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfrid	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	*professeur émérite*	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	*past*	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	*maître de conférences*	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	*professeur*	LTDS	ECL
JUVE Denyse	*ingénieur de recherche*	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL

LOUBET Jean-Luc	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	*professeur*	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	*professeur*	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	*maître de conférences*	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	*maître de conférences*	LTDS	ECL
SIDOROFF François	*professeur*	LTDS	ECL
SINOU Jean-Jacques	*maître de conférences*	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	*professeur*	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	*professeur*	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	*professeur*	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	*professeur émérite*	LTDS	ECL
		Nbre LTDS 25	
	Total HdR ECL	91	

dernière page de la thèse

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur Ph. BLANC-BENON

et les rapports de

Monsieur Ph. ROUX
Directeur de Recherche CNRS - LGIT - Maison des Géosciences - 1381 rue de la Piscine - BP 53
38041 GRENOBLE cedex 9

Et de

Monsieur M. TAROUDAKIS
Professeur - Départment of Mathematics - University of Crete - 71409 Heraklion - Crete - GRECE

Monsieur KORAKAS Alexios

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 10 mai 2010

P/Le Directeur de l'E.C.L.
La Directrice des Etudes

ECOLE CENTRALE DE LYON
SCOLARITE
M. ACOLAND

APPROCHE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA PROPAGATION SONORE EN ENVIRONNEMENTS OCÉANIQUES TRIDIMENSIONNELS : APPLICATION AUX PROBLÈMES INVERSES

On s'intéresse dans ce travail à l'aspect tridimensionnel (3D) de la propagation sonore en milieux océaniques petits fonds dans le cadre des problèmes inverses. Les problèmes inverses en acoustique sous-marine se basent sur la modélisation bidimensionnelle (2D) de la propagation, ignorant ainsi les effets de réfraction horizontale, qualifiés d'effets 3D. Toutefois, la propagation acoustique en environnements petits fonds, tels le plateau continental, peut être affectée par des effets 3D, leur prise en compte nécessitant l'utilisation de modèles pleinement 3D. Une inversion basée sur un modèle 3D devient inabordable pour plus de deux paramètres à la fois en raison de temps CPU particulièrement élevés. L'objectif de ce travail est d'examiner l'importance des effets 3D sur la performance et la fiabilité des procédures d'inversion habituellement utilisées dans les problèmes de l'acoustique sous-marine.
Pour cela, on se place dans un guide d'onde océanique à géométrie inclinée. Des expérimentations à échelle réduite sont menées afin d'identifier et d'interpréter les effets 3D. Une procédure d'inversion par champs d'onde adaptés, formulée dans un cadre Bayesien et basée sur la recherche exhaustive dans l'espace des paramètres, est élaborée. L'inversion s'effectue en comparant des données basse fréquence du champ acoustique, recueillies le long d'antennes linéaires verticales ou horizontales, aux répliques générées par des modèles d'équation parabolique 2D et 3D. Les paramètres importants sont identifiés au moyen d'une étude de sensibilité de la fonction de coût. Dans une étape préliminaire, la performance de l'inversion est étudiée, sur données synthétiques bruitées, dans un cas simple permettant l'utilisation de modèles 2D. Une stratégie d'inversion en sous-espaces résultant en une réduction importante des temps CPU pour l'inversion, est examinée. L'inversion est ensuite abordée en présence d'un fond incliné. La possibilité et les limites d'une inversion basée sur un modèle 2D sont explorées. Cette approche, mise en oeuvre sur données synthétiques, met en évidence la pertinence de l'utilisation de modèles 2D en champ relativement proche. Une inversion basée sur un modèle 3D n'étant alors nécessaire que pour la pente, des temps CPU raisonnables sont ainsi réalisés. En revanche, en champ lointain, nous sommes confrontés à un risque potentiel d'estimation erronée et le recours à une modélisation 3D devient nécessaire.

Mots clés : acoustique sous-marine, petits fonds, propagation longue distance, effets 3D, expérimentation à échelle réduite, modèles paraboliques, problèmes inverses, inversion par champs d'onde adaptés.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL APPROACH TO SOUND PROPAGATION IN THREE-DIMENSIONAL OCEANIC ENVIRONMENTS : APPLICATION TO INVERSE PROBLEMS

This work deals with the three-dimensional (3D) aspect of sound propagation in shallow-water oceanic environments with respect to inverse problems. Inverse problems in underwater acoustics are based on two-dimensional (2D) modeling of sound propagation, hence ignoring the effects of horizontal refraction, referred to as 3D propagation effects. However, the acoustic propagation in shallow-water environments, like the continental shelf, may be affected by 3D effects requiring 3D modeling to be accounted for. An inversion based on a 3D model for more than two parameters at a time becomes prohibitive due to dramatically increased CPU times. The aim of this work is to investigate the importance of the 3D effects with respect to the performance and reliability of the inversion procedures typically applied in problems of underwater acoustics.
To this aim, we focus on a wedge-shaped oceanic waveguide. Laboratory scale experiments of long-range acoustic propagation are performed to identify and interpret the 3D effects due to a sloping bottom, as predicted by numerical simulations. A matched-field inversion procedure implemented within a Bayesian framework and based on the exhaustive search over the parameter space is elaborated. The inversion is performed by comparing low frequency acoustic field data, collected along vertical or horizontal line arrays, to replica generated from 2D and 3D parabolic equation codes. The recoverable parameters are identified by means of a sensitivity study of the cost function. In a preliminary step, the inversion performance is investigated on noisy synthetic data in a simple waveguide where 2D codes apply. A subspace inversion strategy providing significant reduction in CPU times is examined. The inversion in the presence of a sloping bottom is then considered. The feasibility and the limits of an inversion matching replica from a 2D code are explored. This approach, applied on synthetic data, highlights the relevance of using 2D codes at relatively short ranges. An inversion based on a 3D code is thus only needed for the slope, and reasonable CPU times are achieved. On the other hand, important mismatch might occur at farther ranges and 3D modeling is required.

Keywords : underwater acoustics, shallow water, long-range propagation, 3D effects, tank experiments, parabolic equation models, inverse problems, matched-field inversion.