

Etude des risques de défaillances d'un réseau de télécommunications soumis aux effets directs ou indirects de la foudre

José Ribeiro

▶ **To cite this version:**

José Ribeiro. Etude des risques de défaillances d'un réseau de télécommunications soumis aux effets directs ou indirects de la foudre. Electromagnétisme. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2005. Français. NNT : 2005CLF21621 . tel-00684078

HAL Id: tel-00684078

https://theses.hal.science/tel-00684078

Submitted on 30 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N ° D'ORDRE: D.U. 1621
EDSPIC: 340

Thèse de Doctorat de l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand

Spécialité :
Électromagnétisme

présentée par :
José RIBEIRO

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Blaise Pascal

ÉTUDE DES RISQUES DE DÉFAILLANCES D'UN RÉSEAU DE TÉLÉCOMMUNICATIONS SOUMIS AUX EFFETS DIRECTS OU INDIRECTS DE LA FOUDRE

soutenue le : 07 Décembre 2005

devant le jury composé de :

M^{elle} Françoise PALADIAN	Directrice de thèse
M. Ahmed ZEDDAM	Co-directeur de thèse
M. Pierre DEGAUQUE	Rapporteur
M. Philippe AURIOL	Rapporteur
M. Leonid GRCEV	Examinateur
M. Jean-Paul GERMAIN	Examinateur
M. Pierre BONNET	Examinateur

A ma famille, à mes amis,

Remerciements

Ce travail a été effectué à la Division Recherche & Développement de FRANCE TELECOM de Lannion en collaboration avec le laboratoire LASMEA (LAboratoire des Sciences et Matériaux pour l'Électronique et d'Automatique) de l'Université Blaise Pascal situé à Clermont-ferrand.

A la fin de ma thèse, je tiens à adresser quelques remerciements :

Je remercie Messieurs A. VELLARD et B. DESPRES de m'avoir permis d'intégrer le Groupe FRANCE TELECOM. J'ai pu ainsi découvrir le monde des télécommunications, et en particulier la technologie des systèmes et des réseaux au niveau de la CEM, dont j'ignorais la grande richesse.

Je remercie, tout particulièrement Monsieur A. ZEDDAM qui m'a accueilli dans le laboratoire FACE (Fréquences, Antennes, CEM, Environnement) et qui m'a également encadré lors de mon travail. Il m'a été d'une aide précieuse de par ses conseils et son expérience.

Un grand et sincère merci à Monsieur Pierre Bonnet pour l'aide précieuse et pour les connaissances manquantes à mon bagage, nécessaires pour mener à bien le projet que je me suis vue confié.

Je tiens aussi à remercier très chaleureusement Mademoiselle Françoise PALADIAN qui a assurée la direction de ma thèse avec une grande disponibilité malgré l'éloignement géographique.

Mes remerciements vont également à toutes les personnes du département RESA (RÉSeau d'Accès) et du laboratoire LASMEA, pour leur accueil chaleureux, les bons moments passés en leur compagnie ainsi que pour le soutien qu'ils m'ont apporté durant toute la durée de ma thèse.

De plus, j'ai eu l'opportunité de travailler en étroite collaboration avec le groupe Électricité de France et Hydro-Québec. Je remercie donc en particulier Messieurs Alain XEMARD et Niko QAKO pour leurs conseils techniques.

Merci aussi à Monsieur François ISSAC, ingénieur à l'ONERA pour ses précieux conseils en simulation numérique q'il m'a donné.

Je ne pourrais terminer sans remercier sincèrement, les stagiaires et thésards avec lesquels j'ai pu partager mes connaissances et entretenu des relations amicales.

Merci à tous et enfin je terminerais par mon expression favorite « C'est le jeu ma petite Lucette ! ».

Table des matières

Remerciements **iii**

Introduction **1**

1 La foudre et ses effets sur un réseau de télécommunications **5**

1.1 La formation des nuages orageux 5
1.2 L'électrisation des nuages 5
1.3 La formation des éclairs et le déclenchement artificiel de la foudre 7
1.4 La classification des coups de foudre 7
1.5 Le processus de la décharge négative nuage-sol 9
1.5.1 Le traceur par bond 9
1.5.2 Le processus d'attachement 10
1.5.3 L'arc en retour 10
1.5.4 Le traceur continu et les arcs en retour subséquents . . . 10
1.6 Les effets de la foudre sur le réseau de télécommunications . . . 11
1.7 Les réseaux de télécommunications 12
1.8 Les différents systèmes de protection 12
1.8.1 La protection électromagnétique des bâtiments contre les coups de foudre directs 13
1.8.2 La protection contre les effets indirects de la foudre . . . 14
1.9 Conclusion 14

2 Couplage électromagnétique entre une décharge atmosphérique et un réseau de télécommunications **15**

2.1 Modélisation du champ électromagnétique produit par une décharge atmosphérique 16
2.1.1 Expression analytique du courant à la base du canal de foudre 16
2.1.2 Modélisation de la distribution de courant dans le canal de foudre 18
2.1.3 Modélisation de la distribution du courant de l'arc en retour le long d'une structure «éclair pylône» 22
2.1.4 Rayonnement du canal de foudre 25

2.2 Couplage entre le champ électromagnétique rayonné par la foudre et un réseau de télécommunications 32
2.2.1 Hypothèses de base 33
2.2.2 Équations de couplage dans le domaine fréquentiel 33
2.2.3 Principe de la méthode utilisée dans EMTP 37
2.2.4 Calcul des sources pour un conducteur 38
2.2.5 Équations de couplage dans le domaine temporel 40
2.3 Validation du code de calcul par comparaison avec des résultats expérimentaux 42
2.3.1 Validation par comparaison avec des résultats bibliographiques 42
2.3.2 Comparaison mesure/simulation 45
2.4 Étude paramétrique 50
2.4.1 Influence de la conductivité du sol 50
2.4.2 Influence de la mise à la terre de l'écran du câble 52
2.4.3 Étude d'une configuration complexe 54
2.4.4 Champ électromagnétique rayonné par une structure «pylône-éclair» 54
2.5 Conclusion 62

3 Étude du couplage entre une décharge atmosphérique et le réseau de terre d'une structure foudroyée 65

3.1 Les différentes approches 66
3.1.1 La théorie des circuits 66
3.1.2 La théorie des lignes de transmission 67
3.1.3 La théorie des antennes 68
3.2 Détermination de l'élévation de potentiel d'un réseau de terre parcouru par un courant de foudre 72
3.2.1 La théorie des lignes de transmission 72
3.2.2 Validation 80
3.2.3 Étude paramétrique 93
3.3 Calcul des courants générés sur un câble connecté au réseau de terre parcouru par un courant de foudre 93
3.4 Conclusion 96

4 Étude des effets d'une décharge atmosphérique sur une structure 3D 99

4.1 La méthode des Différences Finies 100
4.1.1 Les équations de Maxwell 100
4.1.2 Principe des différences finies centrées 102
4.1.3 Discrétisation spatiale et temporelle 103

4.1.4 Critère de stabilité 106
4.1.5 Prise en compte des interfaces entre deux milieux diélectriques 106
4.1.6 Modélisation de l'espace libre 108
4.1.7 Prise en compte des fils minces dans l'algorithme de FDTD 108
4.2 Description des modèles proposés pour l'extension des fonctionnalités de la méthode 114
4.2.1 Prise en compte du phénomène d'ionisation dans la simulation des fils 115
4.2.2 Simulation des câbles de télécommunications 116
4.2.3 Mise au point d'un modèle pour la simulation de structures filaires en milieu dispersif 120
4.3 Modélisation du canal de foudre 130
4.4 Modélisation d'une décharge atmosphérique sur une structure 3D 130
4.5 Conclusion 136

5 Modélisation des dispositifs de protections **139**

5.1 Protection des équipements électroniques contre la foudre 140
5.2 Modélisation des parafoudres à gaz 142
5.2.1 Principe de fonctionnement 142
5.2.2 Modèle physique 142
5.2.3 Modélisation sous le code SIMULINK 144
5.2.4 Modélisation à l'aide de PSPICE 145
5.2.5 Modélisation sous le logiciel EMTP 147
5.3 Validation expérimentale des macro-modèles 148
5.3.1 Présentation du banc d'essai 148
5.3.2 Comparaison expérimentation/simulation 149
5.4 Étude de la présence des parafoudres sur les courants conduits sur un câble connecté au réseau de terre 151
5.5 Influence des parafoudres sur les tensions induites par le rayonnement du canal de foudre 152
5.6 Conclusion 152

Conclusion **155**

Bibliographie **157**

Introduction

Le monde des télécommunications est aujourd'hui en constante évolution avec notamment l'apparition de nouvelles technologies et la mise en place d'architectures de réseaux de plus en plus complexes. Cette mutation engendre l'émergence de nouveaux besoins en matière de haut débit, de téléphonie mobile et d'Internet.

De par son étendue et la nature métallique de sa structure, le réseau de télécommunications est susceptible de capter des perturbations électromagnétiques d'origines naturelles (foudre....) ou artificielles (Réseaux d'énergie, émetteurs radioélectriques,...).
Dans ce contexte et pour répondre de façon optimale à ces besoins, l'opérateur France Télécom doit maîtriser les problèmes liés à l'environnement électromagnétique en abaissant à un niveau suffisamment bas la probabilité de dégâts matériels et de dommages corporels tout en offrant une qualité de service satisfaisante.

Parmi les diverses sources électromagnétiques, la foudre par ses effets directs ou indirects demeure l'une des premières causes de dérangements et de destructions d'équipements de télécommunications.

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent plus particulièrement ce dernier aspect et visent une meilleure connaissance des effets de la foudre sur un réseau de télécommunications afin d'optimiser les moyens de protection. En effet, l'objectif premier de notre travail concerne la prédiction des surtensions et surintensités aux extrémités du réseau de télécommunication soumis à des impacts directs ou indirects de la foudre. Afin de correspondre au mieux à un problème réel, cette étude à donné lieu à l'analyse et au développement d'outils de simulation adaptés aux configurations les plus représentatives d'un système incluant un réseau de télécommunications équipé de dispositifs de protection.

Depuis les années 70, de nombreuses études à la fois théoriques et expérimentales ont été menées afin de mieux appréhender le processus de la décharge nuage-sol, les mécanismes de couplage sur les lignes de télécommunications et les phénomènes transitoires sur les réseaux de terre.

Les premières études ont concerné le développement de modèles reproduisant au mieux le processus de la décharge nuage-sol. Des formules mathématiques de la distribution du courant le long du canal ont ainsi été établies à partir de l'analyse de mesures du courant à la base du canal de foudre, et du champ électromagnétique rayonné par l'arc. La plus utilisée à ce jour est connue sous le nom de « ligne de transmission modifiée » [1]. Plus récemment, des modèles fondés sur la théorie des antennes dans le domaine fréquentiel, et dont la mise en œuvre devient plus complexe, on été mis au point. Il faut noter que ces modèles ne sont pas équivalents dans la mesure où l'évaluation numérique de la forme d'onde associée au champ électromagnétique rayonné ne reproduit pas les détails relevés expérimentalement.

Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude du couplage de l'onde électromagnétique produit par l'arc en retour sur des structures filaires. On notera en particulier, les travaux de Ahmed Zeddam [2], à partir de la théorie des lignes de transmission, ont permis la détermination des signaux parasites résultant du couplage d'une onde électromagnétique avec des configurations de lignes relativement simples. Il a ainsi été étudié le comportement d'une ligne monofilaire aérienne ou enterrée, chargée à ses extrémités par des résistances, ce pour différentes localisations du point d'impact de la foudre.

Enfin, l'évaluation du potentiel d'un réseau de terre parcouru par un courant de foudre a donné lieu à un certain nombre de recherches. Citons en particulier, les travaux de Leonid Grcev [3], les plus rigoureux et les plus complets dans le domaine. L'auteur a notamment utilisé plusieurs approches, telles que la théorie des lignes et la théorie des antennes, ses résultats ayant été validés à partir de comparaisons avec des données expérimentales.

Plus récemment, et au niveau de France Télécom, plusieurs études associées à des travaux de thèse [4,5] ont été menées sur les perturbations induites par la foudre sur un réseau de télécommunications. L'originalité de ce travail se situe dans la mise ou point d'un outil numérique permettant de simuler d'une configuration complexe comprenant le canal de foudre, un pylone associé au réseau de terre d'un bâtiment de télécommunications et les réseaux filaires qui pénètrent dans le bâtiment.

Le premier chapitre aborde un bref rappel du mécanisme de la décharge nuage-sol ainsi que les différents modes de couplage de la foudre sur le réseau de télécommunications.

Le couplage rayonné par l'arc en retour d'une décharge atmosphérique et un réseau de télécommunications fait l'objet du second chapitre. Tout d'abord, la présentation des modèles existant à ce jour pour la modélisation de l'arc en retour est suivi d'une analyse des performances des différents modèles. Après un

rappel de la formulation des équations de rayonnement d'un dipôle électrique au dessus d'un sol de conductivité finie, une méthode originale pour l'étude du couplage d'une onde électromagnétique et une ligne est décrite. Le développement du logiciel associé découle d'une collaboration entre France telecom R&D, EDF et Hydro Quebec. L'approche mise au point consiste à caractériser l'illumination de la ligne multifilaire par une onde électromagnétique externe via des sources de courant placées aux extrémités des conducteurs. Cette méthode qui associe le modèle de Bergeron évolué à l'approche topologique du code EMTP (Electromagnetic Transient Program) [6], permet ainsi la simulation de configurations complexes. Après une validation de cet outil à partir de résultats théoriques et expérimentaux, un exemple de calcul, représentatif d'un cas réel, est présenté et analysé.

L'état de l'art relatif à la modélisation d'un réseau de terre parcouru par un courant de foudre est abordé dans le troisième chapitre. Ainsi, la détermination des courants générés couplage conductif sur un conducteur connecté à un réseau de terre peut être effectuée, soit rigoureusement à l'aide du formalisme des antennes, soit d'une manière approchée à partir de modèles basés sur la Théorie des Lignes de Transmission. Compte tenu de la longueur des câbles connectés à ce réseau, la Théorie des Lignes de Transmissions, conduisant à la fois à une précision suffisante et des temps de calcul non prohibitifs, est la méthode choisie pour notre étude. Cependant, nous sommes amenés à prendre un certain nombre de précautions pour que cette approche fournisse des résultats convenables. A titre d'exemple, le choix des paramètres admittances et impédances associés à une électrode enterrée s'est avèré primordial. De manière à préciser ce point, nous comparons la répartition de potentiel d'un réseau de terre donnée par les différentes formulations des paramètres issues de la littérature à celle obtenue par l'utilisation de la théorie des antennes. Nous montrons en particulier que les potentiels calculés au moyen des paramètres linéiques, déterminés à partir d'approximations quasi-statique, sont erronés lorsque le signal appliqué présente des temps de montée brefs. Ainsi, le courant induit par couplage conductif sur un conducteur raccordé à ce réseau terre est évalué à partir des formules des paramètres impédances et admittances que nous considérons comme les mieux adaptées à cette étude. Il s'agit des formulations proposées par E.D. Sunde [7], découlant directement de la théorie des antennes.

La quatrième partie de ce mémoire traite de la simulation des effets directs et indirects de la foudre sur une installation complexe comprenant à la fois une structure filaire aérienne et un réseau de terre. Pour ce faire, nous présentons le principe de la méthode des «Différences Finies dans le Domaine Temporel (FDTD)» utilisée dans notre étude en insistant plus particulièrement sur le formalisme des fils minces proposé par Holland [8]. Des modèles théoriques originaux, dont le principe est détaillé, sont mis au point dans le but de conduire à une meilleure représentation du cas réel. Nous nous attachons à établir un

formalisme des fils minces en milieu dispersif et nous concluons le chapitre par une application relative à la simulation de la configuration complète.

Enfin, la protection contre la foudre étant l'une des préoccupations majeures de France Télécom, le cinquième chapitre concerne l'analyse de l'influence de la présence des parafoudres sur le comportement électrique d'un réseau de télécommunication. Le fonctionnement du parafoudre et le modèle mis au point pour la caractérisation de ce composant non linéaire sont présentés. Pour des configurations simples illustrant la problématique, la réduction apportée par l'introduction de dispositifs de protection sur les tensions de mode commun induites par le champ électromagnétique ou par le courant associé à une décharge atmosphérique, est analysée de manière quantitative et qualitative.

Chapitre 1

La foudre et ses effets sur un réseau de télécommunications

Parmi les diverses sources de perturbations électromagnétiques, la foudre demeure, par son caractère imprévisible et ses effets directs ou indirects, l'une des premières causes de dérangements et de destructions d'équipements de télécommunications.

1.1 La formation des nuages orageux

La foudre, phénomène naturel extrêmement répandu est une manifestation spectaculaire des orages. Les orages se développent à partir de nuages électrisés de type cumulo-nimbus occupant une surface de plusieurs dizaines de km^2. Leurs extensions verticales, pouvant atteindre 15 km, nécessitent pour leur formation une instabilité atmosphérique importante. En effet, ces nuages se forment dans une masse d'air chaud et instable et se développent là où la nature et la topographie du sol favorisent la surchauffe de masses d'air. Sous l'effet de la circulation générale, les masses d'air chaud s'élèvent à des vitesses importantes, entraînant dans ces turbulences des centaines de milliers de tonnes d'eau. Le mouvement est si puissant que le sommet du nuage se heurte à la couche supérieure de l'atmosphère (la stratosphère) ce qui explique sa forme caractéristique dite «en enclume».

1.2 L'électrisation des nuages

Le processus d'électrisation du nuage et la répartition des charges résulte de phénomènes complexes non parfaitement connus. De multiples théories reposant sur les principes fondamentaux de la gravitation ou de la convection, expliquent les mécanismes de transferts et de séparations des charges dans le nuage. Ces hypothèses n'ont jamais été corroborées par des mesures qui sont en fait difficiles

à réaliser. Néanmoins, nous retiendrons les éléments de ces travaux qui semblent aujourd'hui admis par la majorité de la communauté scientifique. Ces différents mécanismes aboutissent à une accumulation de porteurs de charges de signes opposés permettant l'initiation de la décharge. La partie supérieure d'un nuage orageux constituée de cristaux de glace est donc chargée positivement, alors que sa partie inférieure contenant des gouttelettes d'eau est chargée négativement. Cependant, des petites poches de charges positives peuvent éventuellement être localisées à la base du nuage, phénomène certainement dû aux recombinaisons possibles «ions-gouttelettes». Cette distribution de charge dans un orage est représentée sur la figure (Fig. 1.1).

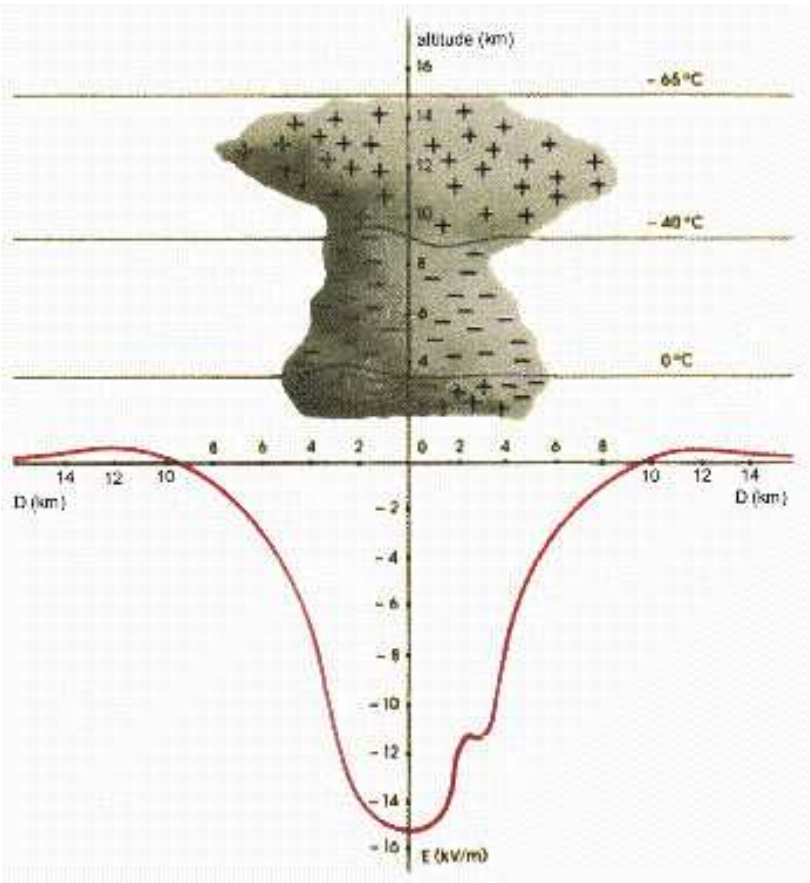


FIG. 1.1: *Distribution des charges électriques dans la masse d'un cumulo-nimbus et la répartition du champ électrique au sol, au moment où va éclater la foudre*

La structure électrostatique de la cellule orageuse est proche de celle d'un dipôle d'axe vertical formé de deux poches de charges de signes opposés et évaluées à plusieurs dizaines de Coulombs. Au niveau du sol, le champ électrique, de l'ordre de la centaine de volts par mètre par beau temps, s'inverse sous l'effet de la cellule orageuse, et son amplitude évolue jusqu'à atteindre 250 fois sa valeur initiale.

1.3 La formation des éclairs et le déclenchement artificiel de la foudre

Dans sa phase de maturité, le nuage génère des phénomènes électriques et lumineux qui sont dûs aux mouvements et aux rééquilibrages des charges dans le nuage ou entre le nuage et le sol. Les éclairs ainsi produits sont des manifestations lumineuses des décharges électriques qui sont à l'origine de perturbations électromagnétiques (Fig. 1.2). Celles émises par les décharges intra-nuages seront négligées, leurs amplitudes étant nettement inférieures à celles d'une décharge nuage-sol. Dans ce dernier cas, l'éclair peut être assimilé à un gigantesque court-circuit permettant la recombinaison des charges électriques positives et négatives ainsi que le rééquilibrage des différents potentiels.



FIG. 1.2: *Un éclair*

1.4 La classification des coups de foudre

Dans un schéma classique, une décharge nuage-sol est toujours précédée d'une première décharge peu lumineuse, appelée traceur, qui progresse à travers l'air neutre avec une faible vitesse. On distingue les décharges de foudre nuage-sol (Fig. 1.3) par :

- la direction ascendante ou descendante du traceur,
- le signe des charges portées à l'extrémité du traceur.

Les décharges électriques déclenchées par traceurs ascendants sont relativement rares et apparaissent aux sommets des montagnes ou au niveau de structures élevées. Les coups de foudre descendants positifs représentent environ 8% de l'ensemble des décharges nuage-sol. Dans les régions tempérées, 90% des

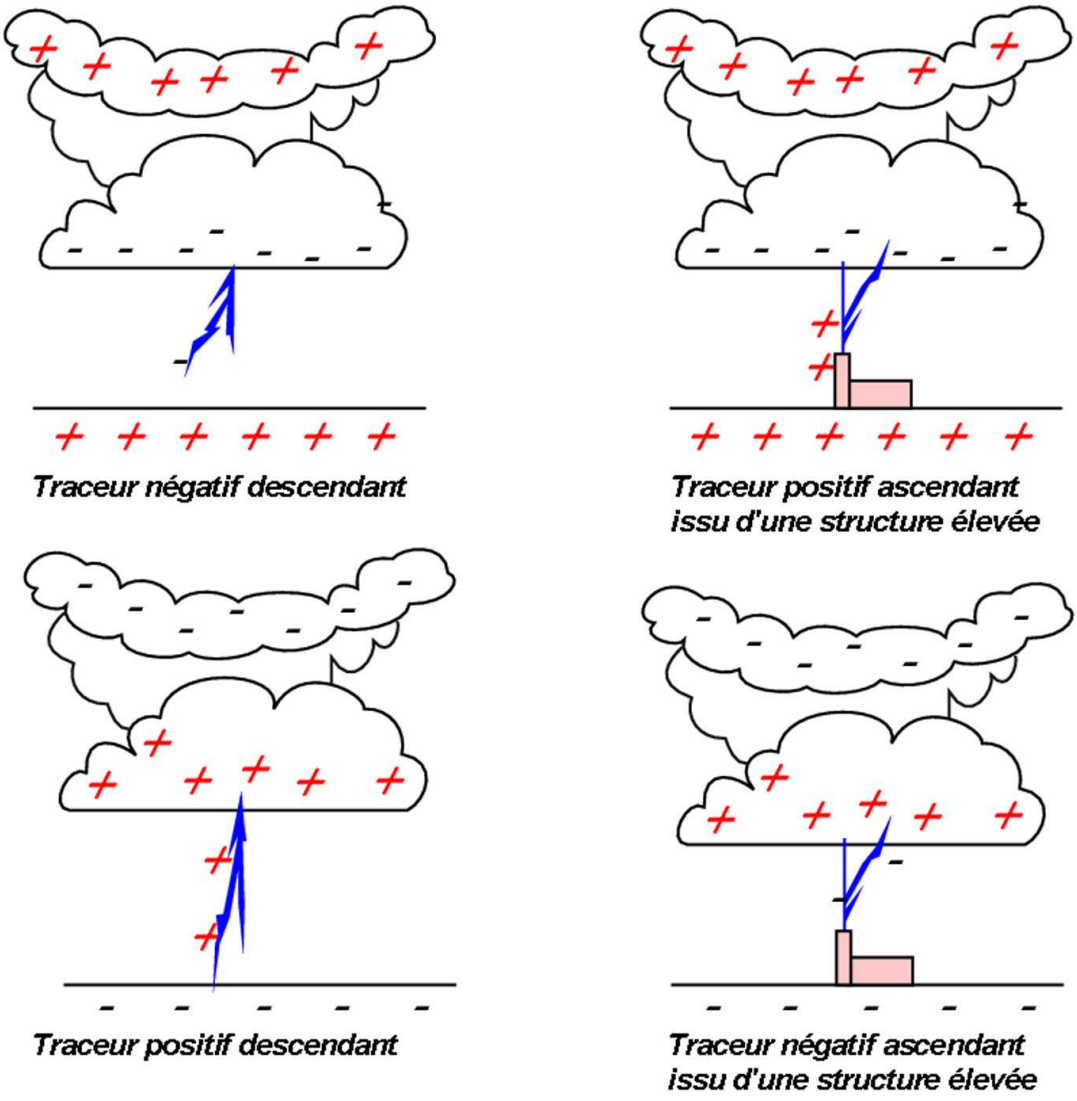


FIG. 1.3: *Classification des coups de foudre*

coups de foudre sont de types négatifs descendants. Ce type de décharge, le plus répandu en France, sera étudié en détail dans le paragraphe suivant.

1.5 Le processus de la décharge négative nuage-sol

Le processus de la décharge négative nuage-sol représenté sur la figure (Fig. 1.4) peut se scinder en 4 étapes :

- le traceur par bond,
- le processus d'attachement,
- l'arc en retour,
- le traceur continu et les arcs en retour subséquents.

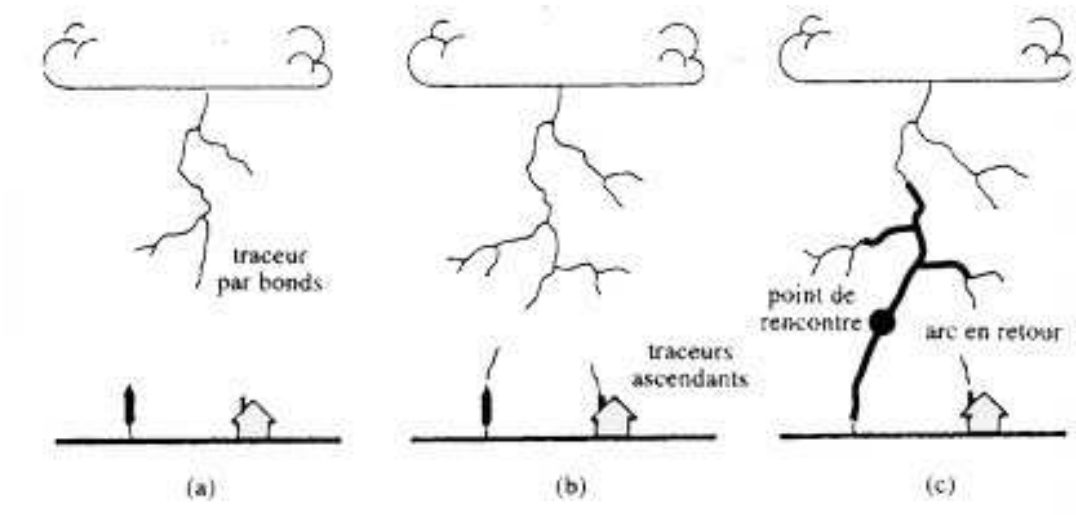


FIG. 1.4: *Le processus de la décharge négative nuage-sol*

1.5.1 Le traceur par bond

Le traceur n'est qu'un pont suffisamment conducteur pour préparer la voie au coup de foudre proprement dit. Sa progression s'effectue par une succession de bonds lumineux ayant une longueur de quelques dizaines de mètres et d'une durée avoisinant la micro-seconde. Deux bonds successifs sont espacés d'une pause de l'ordre de 500 micro-secondes. Chaque bond du traceur correspond à une impulsion de courant dépassant le kilo-Ampère. Ces fluctuations de courant sont associées à des variations de champ électrique de l'ordre de 0,1 micro-seconde de durée. Au fur et à mesure de sa progression vers le sol, on assiste à une ramification de l'éclair.

1.5.2 Le processus d'attachement

Du fait de son potentiel élevé, le traceur à l'approche du sol provoque une intensification du champ de l'ordre de 500 $kV.m^{-1}$, et initie une ou plusieurs décharges ascendantes (upward-connecting leader) dont l'origine est liée aux aspérités du sol ou aux structures. L'effet de pointe créé par les aspérités du relief (végétation, constructions, relief) favorise l'apparition des coups de foudre à cet endroit (Fig.1.5). Ce phénomène s'appelle **l'effet de couronne.**

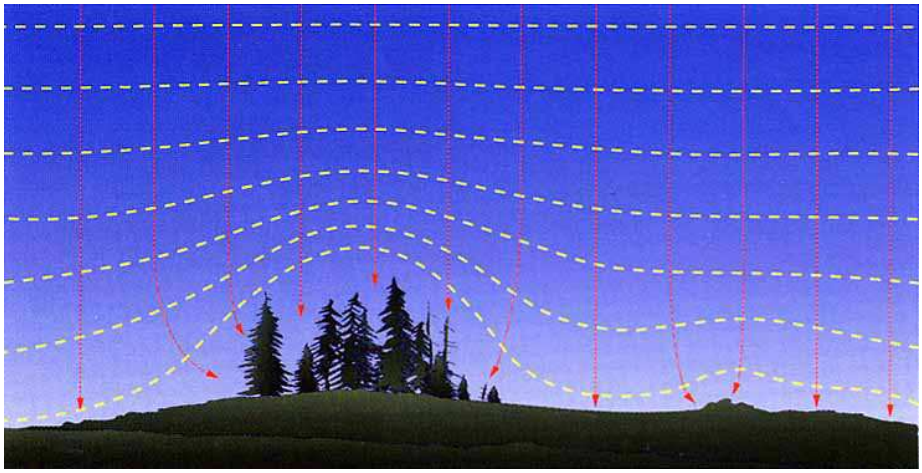


FIG. 1.5: *Effet de couronne*

1.5.3 L'arc en retour

Lorsque la jonction entre le précurseur ascendant et le traceur est établie, une onde de potentiel se propage du sol vers le nuage avec une vitesse de l'ordre $1{,}1.10^8$ $m.s^{-1}$ et neutralise le canal chargé par le traceur. Le premier arc de retour produit alors un courant au niveau du sol de valeur crête typique 15 kA et d'une durée de quelques dizaines de micro-secondes. L'élévation rapide de la température du canal atteignant jusqu'à 30000°K provoque une onde de choc appelée tonnerre. Le premier arc de retour constitue, de par son énergie, la plus grande manifestation lumineuse communément appelée éclair.

1.5.4 Le traceur continu et les arcs en retour subséquents

Néanmoins, plusieurs décharges peuvent succéder au premier arc en retour (10 à 70 ms). Il s'agit des arcs en retour subséquents provenant d'une quantité éventuelle de charge résiduelle au sommet du canal. Il se développe dans ce même canal un traceur continu beaucoup plus rapide que le premier appelé trait pilote.

L'amplitude des arcs subséquents associés aux coups de foudre négatifs est inférieure à celle du premier arc de retour, tandis que leurs temps de montée

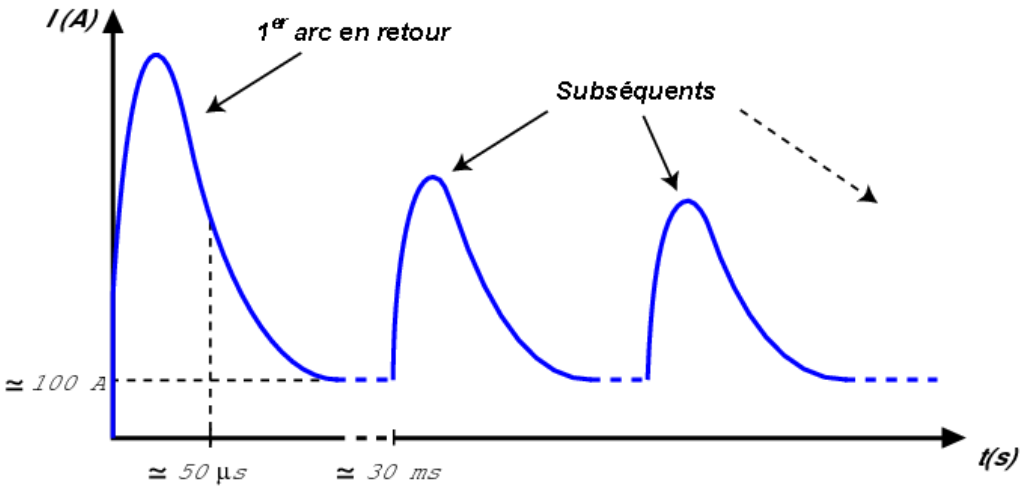


FIG. 1.6: *Évolution du courant à la base du canal de foudre*

sont beaucoup plus rapides (Fig. 1.6). Entre deux décharges consécutives, il reste toujours un courant d'une centaine d'Ampères, appelé «courant persistant». Ce phénomène, s'écoulant à travers le canal, est à l'origine des effets thermiques les plus importants.

1.6 Les effets de la foudre sur le réseau de télécommunications

La foudre peut affecter les réseaux de télécommunications par divers mécanismes d'agression :

- **l'impact direct sur les conducteurs filaires :** la décharge atteint directement les conducteurs de la ligne ; le courant de foudre se répartit dans la ligne et circule dans les deux sens . Il se crée alors des surtensions électriques fonction du courant de foudre. Très perturbatrices pour les équipements, on s'en protège par exemple, dans le cas de réseaux d'énergie, au moyen de dispositifs tels que des câbles de garde, situés au sommet des pylônes.
- **l'impact direct sur les pylônes :** lorsque la foudre frappe directement un pylône, le courant de foudre s'écoule à la terre. Le pylône subit alors une élévation de potentiel qui est fonction de l'impédance de mise à la terre du pylône. Cette élévation de potentiel peut donner lieu à des surtensions à l'intérieur du bâtiment associé généralement au pylône et pouvant endommager les équipements.
- **le rayonnement électromagnétique :** la foudre génère un champ électromagnétique transitoire qui induit des surtensions sur les lignes de transmission aériennes proches. De par la forte radiation électromagnétique

générée, le courant des arcs en retour est considéré comme la source principale des surtensions induites. Ces surtensions occasionnent des dysfonctionnements et peuvent endommager dans certains cas les circuits électroniques, les calculateurs et automates.

1.7 Les réseaux de télécommunications

Dans le réseau d'accès, l'architecture classique d'un raccordement classique entre le central et le client s'effectue à l'aide d'un câble multipaires écranté et de grande capacité (quelques centaines de paires). Généralement, le parcours est souterrain en partant du central pour aboutir chez les clients au moyen de câbles aériens écrantés ou non (Fig.1.7). La protection des équipements et des infrastructures de télécommunications est assurée par la mise en place de dispositifs de protection (parafoudres) disposés tout au long du réseau.

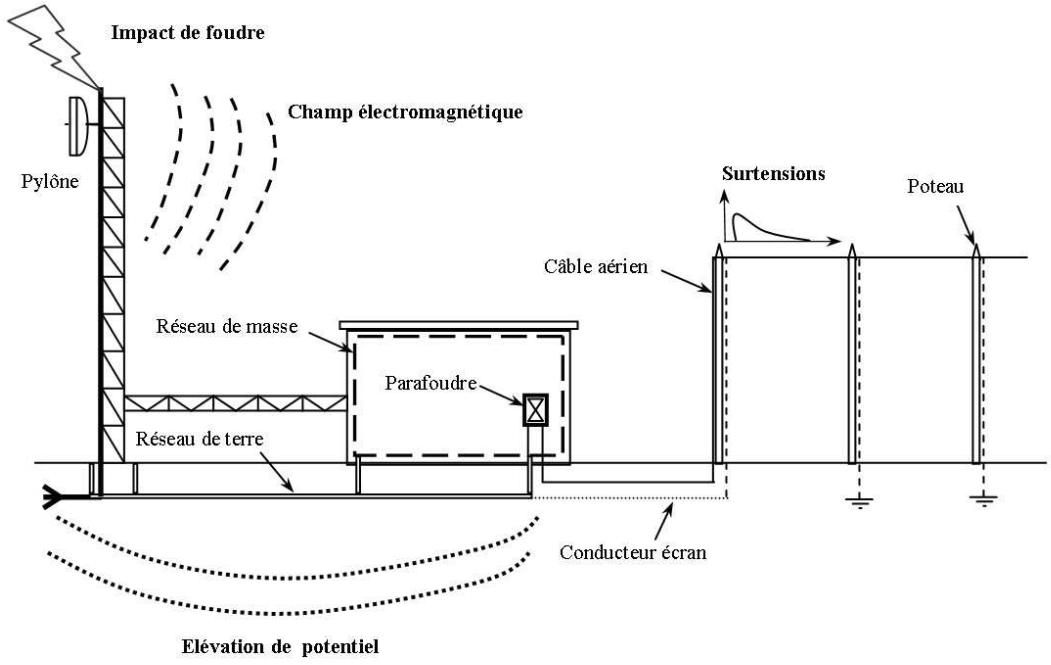


FIG. 1.7: *Mécanismes d'agression de la foudre sur un réseau de télécommunications*

1.8 Les différents systèmes de protection

On peut distinguer la protection contre les effets directs de la foudre et celle contre les effets indirects.

1.8.1 La protection électromagnétique des bâtiments contre les coups de foudre directs

Ce type de protection doit assurer la maîtrise de la connexion de la foudre sur les structures et évacuer le courant de foudre à la terre. Elle peut être constituée par des paratonnerres ou des cages maillées.

■ **Les paratonnerres**

Le rôle du paratonnerre est de protéger les bâtiments (Fig.1.8) contre les impacts directs de foudre, et de canaliser ensuite les charges électriques vers la terre («descente» et «prise de terre»).

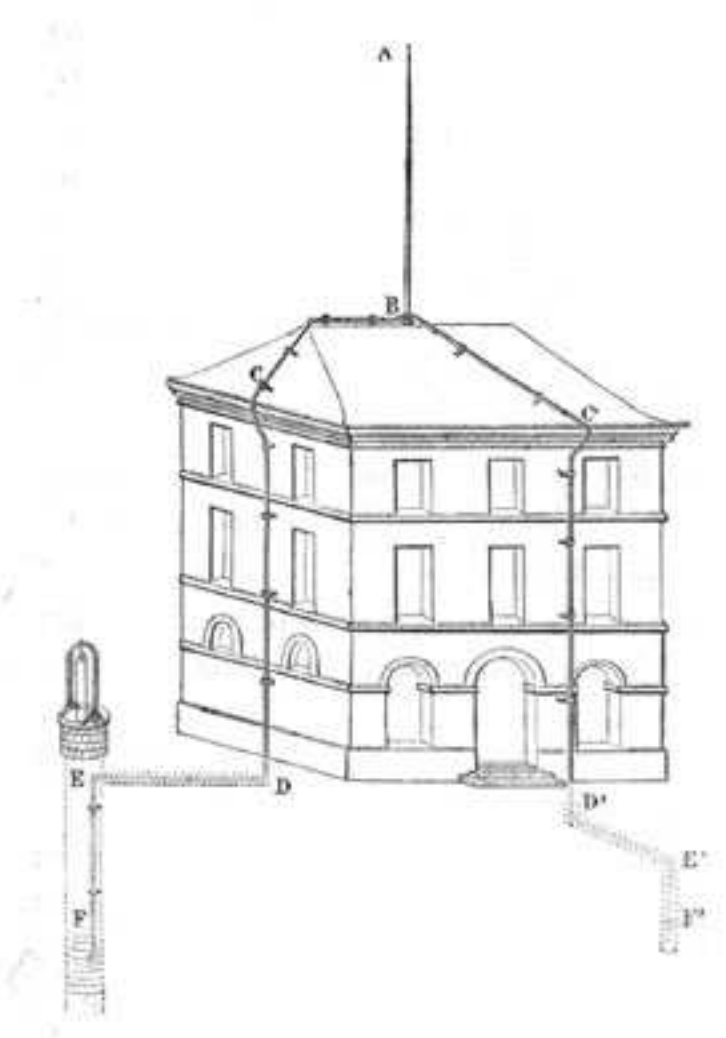


FIG. 1.8: *Installation d'un paratonnerre*

■ **Les cages maillées**

Le principe d'une protection par cage maillée consiste à favoriser la répartition et l'écoulement vers le terre du courant de foudre par un ensemble de conducteurs et prises de terre. Une cage maillée est constituée d'un nombre important de conducteurs de descente ; elle constitue de ce fait une solution intéressante lorsque le matériel situé à l'intérieur du bâtiment est sensible aux perturbations électromagnétiques. En effet, le courant de foudre obéit à la loi de Kirchoff, et la faible valeur du courant circulant dans les mailles crée peu de perturbations par induction.

Une installation de cage maillée doit inclure :

- des dispositifs de capture des décharges atmosphériques constitués par des pointes de choc,
- des conducteurs de toiture,
- des conducteurs de descente,
- des prises de terre,
- une liaison équipotentielle déconnectable entre chaque prise de terre et le circuit de terre général de la structure.

1.8.2 La protection contre les effets indirects de la foudre

Ces dispositifs de protection sont destinés à limiter les surtensions transitoires provoquées par la foudre sur les accès filaires. En particulier, les éclateurs à gaz disposent d'un fort pouvoir d'écoulement. Ils sont généralement placés en tête de câble et connectés entre un fil et la terre. Ils ont pour principal objectif, l'évacuation des courants et ainsi la protection des équipements électroniques se situant à l'intérieur du bâtiment de télécommunications.

1.9 Conclusion

Les différents effets de la foudre et les moyens permettant de les réduire au niveau des équipements de télécommunications, ont été décrits d'une manière générale. Dans ce contexte, l'étude des phénomènes de couplage entre le champ électromagnétique généré par un impact de foudre et un réseau de télécommunications, est un problème complexe qui doit être traité dans sa globalité. La méthodologie adoptée pour aborder l'étude des risques associés au niveau des équipements est présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Couplage électromagnétique entre une décharge atmosphérique et un réseau de télécommunications

---

Le chapitre précédent a mis en évidence la complexité du mécanisme de la décharge nuage-sol et ses possibles effets sur un réseau de télécommunications. En effet, les câbles de télécommunications peuvent être assimilés à une gigantesque antenne susceptible de recevoir le rayonnement des perturbations électromagnétiques produit par la foudre. Des signaux parasites vont être ainsi transmis jusqu'aux extrémités des réseaux filaires où ils peuvent altérer le bon fonctionnement des équipements électroniques, voire les endommager.

Une perturbation électromagnétique de grande amplitude comme celle due à la foudre illuminant un câble multipaires de télécommunications, se présente sous la forme de tensions de mode commun (tensions entre un conducteur ou un ensemble de conducteurs et la référence de masse) ainsi que sous la forme de tensions de mode différentiel (tensions entre deux conducteurs d'une paire). Il est important de pouvoir quantifier ces surtensions afin d'accroître l'immunité du réseau en optimisant par exemple l'installation des dispositifs de protection.

Après une brève comparaison des différents modèles d'arcs en retour disponibles dans la littérature, nous rappellerons dans un premier temps les différentes formulations analytiques temporelles et fréquentielles du champ électromagnétique associées à ces modèles. Nous nous attacherons en particulier à décrire le calcul, à l'aide d'approximations des intégrales de Sommerfeld, du champ rayonné par un dipôle au dessus d'un sol de conductivité finie.

En second lieu, nous aborderons les différentes formulations permettant de traiter le couplage entre un champ électromagnétique et des lignes multifilaires.

La troisième partie présentera ensuite, les résultats expérimentaux utilisés pour valider le code utilisé dans notre étude.

Enfin, une étude paramétrique sera menée pour déterminer les zones du réseau de télécommunications les plus sensibles et pour identifier les facteurs aggravants du risque foudre.

2.1 Modélisation du champ électromagnétique produit par une décharge atmosphérique

Le passage du courant de foudre de la base du canal au nuage constitue la source principale de champ électromagnétique. Le calcul du champ électromagnétique nécessite :

- une expression analytique de la forme du courant de foudre mesuré à la base du canal,
- une modélisation spatio-temporelle de la distribution du courant dans le canal de foudre.

2.1.1 Expression analytique du courant à la base du canal de foudre

Plusieurs auteurs ont proposé des expressions mathématiques pour la modélisation du courant à la base du canal.

Parmi celles-ci, les fonctions exponentielles, fréquemment utilisées par un certain nombre d'auteurs, présentent l'avantage d'avoir des transformées de Fourier analytiques, ce qui permet ensuite de faire aisément une analyse directe dans le domaine fréquentiel (Fig. 2.1). Ces expressions se présentent sous la forme suivante :

$$i(0,t) = I_0.(e^{-\alpha.t} - e^{-\beta.t}) \tag{2.1}$$

avec I_0 qui correspond à l'amplitude du courant à $t = 0$. Quant aux variables α et β, elles représentent des valeurs constantes.

Une autre expression généralement utilisée pour décrire la forme d'onde à la base du canal dans le cas d'arcs subséquents est la somme de deux fonctions d'Heidler (Fig. 2.2) :

$$i(0,t) = i_1(t) + i_2(t) \tag{2.2}$$

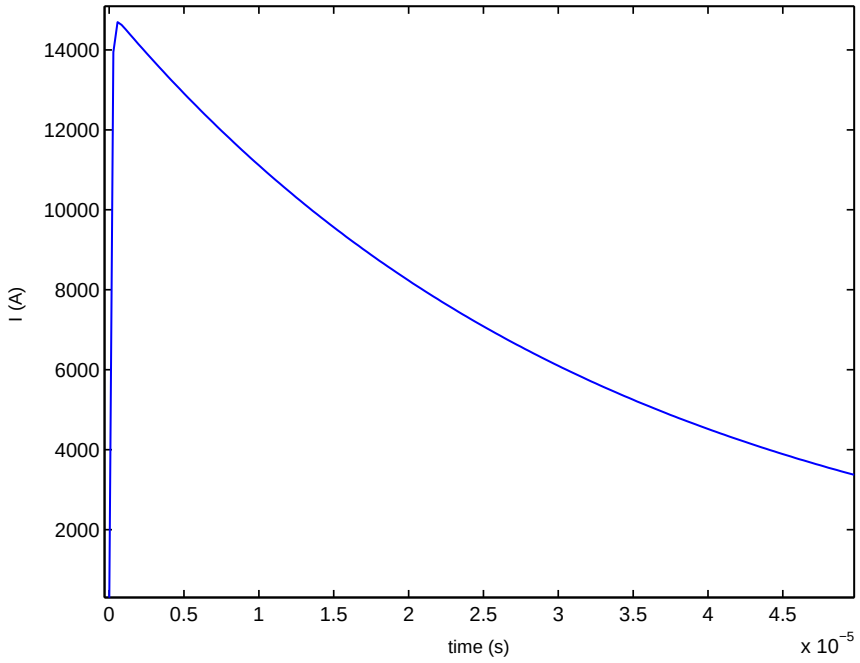


FIG. 2.1: *Courant de forme biexponentielle (I_0=15 kA, $\alpha = 3.10^4\ s^{-1}$, $\beta = 1,10^7\ s^{-1}$)*

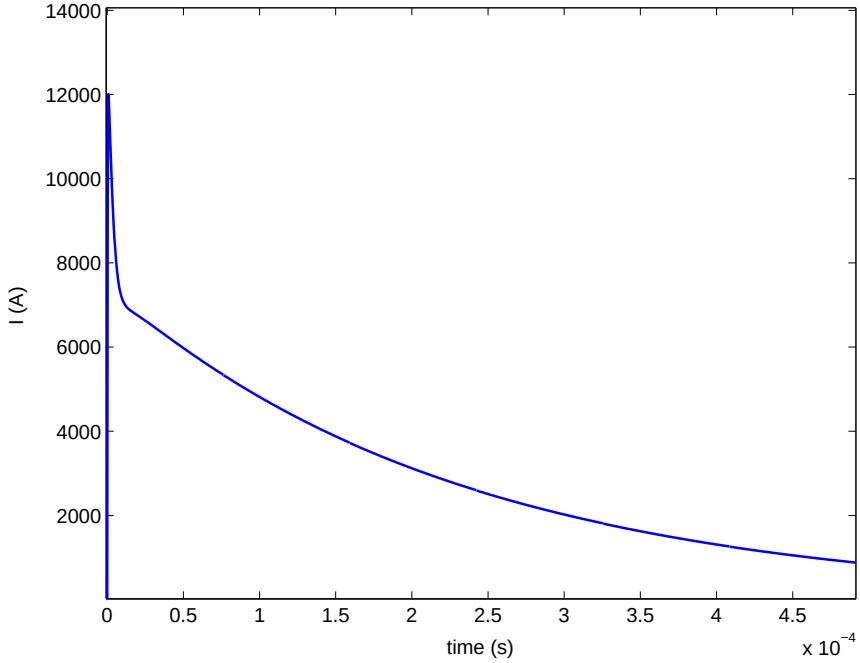


FIG. 2.2: *Courant de Heidler*

où :

$$i_1(t) = \frac{I_{01}}{\eta_1}.\frac{\left(\frac{t}{\tau_{11}}\right)^{n_1}}{1+\left(\frac{t}{\tau_{11}}\right)^{n_1}}\exp\left(\frac{-t}{\tau_{12}}\right) \tag{2.3}$$

$$i_2(t) = \frac{I_{02}}{\eta_2}.\frac{\left(\frac{t}{\tau_{21}}\right)^{n_2}}{1+\left(\frac{t}{\tau_{21}}\right)^{n_2}}\exp\left(\frac{-t}{\tau_{22}}\right) \tag{2.4}$$

$$\eta_1 = \exp\left[\frac{-\tau_{11}}{\tau_{12}} \times \left(\frac{n_1.\tau_{12}}{\tau_{11}}\right)^{\frac{1}{n_1}}\right] \tag{2.5}$$

avec :

- I_{01} : l'amplitude de $i_1(t)$,
- τ_{11} : le temps de montée de $i_1(t)$,
- τ_{12} : la durée de l'impulsion $i_1(t)$,
- η_1 : un paramètre permettant de faire coïncider le maximum de $i_1(t)$ avec I_{01}.

Par une simple analogie, on obtient les mêmes définitions pour les variables associées à $i_2(t)$.

Cette équation permet d'obtenir une dérivée nulle à $t = 0$, contrairement à la fonction biexponentielle qui est généralement privilégiée. L'avantage majeur réside dans le fait que les ajustements de l'amplitude du courant, de la dérivée maximale du courant et de la charge transférée s'effectuent de manière quasi indépendante respectivement grâce à I_{01}, τ_{11} et τ_{12}.

2.1.2 Modélisation de la distribution de courant dans le canal de foudre

Le calcul du champ électromagnétique généré par la foudre exige la connaissance de la distribution de courant le long du canal. Ces dernières années, une multitude de modèles a été développée afin de reproduire au mieux les phénomènes physiques. La diversité de ces modèles peut s'expliquer par la complexité du phénomène de propagation du courant dans le canal ionisé. Cependant, les différents modèles peuvent être scindés en deux catégories :

- les modèles «ingénieur»,
- les modèles antennes.

Les modèles «ingénieur»

Dans cette catégorie, les modèles utilisent le courant mesuré à la base du canal comme donnée du problème, ce qui semble une démarche légitime dans la mesure où ce dernier est une grandeur mesurable. Voici un récapitulatif des principales formulations mathématiques :

- **Modèle de Bruce et Golde (BG)** en 1941.
- **Modèle « Ligne de Transmission »** (*ou Transmission Line*, **TL**) en 1969.

Ce modèle présenté par Uman et McLain est largement utilisé. Il assimile le canal de foudre à une ligne de transmission de très faible section sans perte, dans laquelle une impulsion de courant se propage à partir du sol avec une vitesse v de l'arc en retour généralement très inférieure à la vitesse de la lumière c_0. La distribution du courant est définie :

- si $z_c \leq v.t$ par :

$$i(z_c, t) = i.\left(0, t - \frac{z_c}{v}\right) \tag{2.6}$$

- si $z_c > v.t$ par :

$$i(z_c, t) = 0 \tag{2.7}$$

L'inconvénient du modèle réside dans le fait que l'intensité du courant le long du canal reste constante car le modèle TL ne permet aucun transfert de charge entre le traceur et l'arc en retour. Or, les mesures des variations du champ électrique associé au traceur ont mis en évidence que le traceur est bel et bien porteur d'une certaine densité de charge. Les différentes études concordent sur le fait que le premier arc en retour a une vitesse de propagation plus lente que les arcs en retour secondaires.

- **Modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS)** en 1980.
- **Modèle « Source de courant mobile »** (*ou Traveling Current Source*, **TCS**) en 1985.
- **Modèle de Diendorfer et Uman (DU)** en 1990.
- **Modèle « Ligne de Transmission Modifié »** (*ou Modified Transmission Line*, **MTL)** en 1990.

Ce modèle a l'avantage de pallier les défauts du modèle TL tout en gardant sa simplicité qui permet une utilisation aisée dans les calculs de couplage. La distribution du courant est définie :

- si $z_c \leq v.t$ par :

$$i(z_c, t) = e^{-\frac{z_c}{\lambda}}.i\left(0, t - \frac{z_c}{v}\right) \tag{2.8}$$

- si $z_c > v.t$ par :

$$i(z_c, t) = 0 \tag{2.9}$$

Le paramètre λ indique la distance par rapport au sol pour laquelle le courant de foudre a diminué «e» fois (où «e» correspond au nombre de Neper) et représente donc le taux de décroissance de l'intensité du courant le long du canal qui est dûe à la recombinaison des charges emmagasinées dans le traceur pendant la phase d'arc en retour .

▶ **Modèle de Y. Baba et V.A. Rakov** en 2005.

Ce modèle considère le canal comme une ligne de transmission sans perte caractérisée par son coefficient de réflexion à sa base ρ_{gr}.

$$i(z_c, t) = \frac{1 + \rho_{gr}}{2}.i\left(0, t - \frac{z_c}{v}\right) \tag{2.10}$$

La valeur du coefficient de réflexion ρ_{gr} peut être calculée à l'aide de l'équation suivante :

$$\rho_{gr} = \frac{Z_{lc} - Z_g}{Z_{lc} + Z_g} \tag{2.11}$$

où Z_{lc} et Z_g représentent respectivement les impédances du canal de foudre et de prise de terre.

Enfin, signalons qu'aucun de ces sept modèles ne reproduit la structure fine des champs observés expérimentalement.

Les modèles de type antenne

La théorie des antennes dans le domaine fréquentiel a été très récemment utilisée pour étudier le couplage entre le champ rayonné par la foudre et les réseaux électriques. La résolution de l'équation intégrale s'effectue généralement grâce à la méthode des moments qui consiste à associer l'équation intégrale à un système d'équations algébriques linéaires équivalent à une équation matricielle (2.12).

Dans le formalisme, le canal foudre est représenté par des fils minces afin de déterminer la distribution de courant. Cependant, une contrainte importante de la théorie des antennes est le temps de calcul qui peut devenir très vite prohibitif. A titre d'exemple, pour une fréquence de 4,1 Mhz, la méthode impose de décomposer le canal foudre en cellules élémentaires dont la longueur ne doit pas excéder 3 m. Ainsi pour traiter le cas d'un canal foudre, de l'ordre de 7,5 km de long, il est nécessaire de le décomposer en 2500 segments. De plus, l'application de la forme voulue (biexponentielle ou Heildler) du courant à la base du canal

peut se révéler difficile.

Nous distinguons alors deux types d'injections :

- l'injection d'une source de tension V_g :
  Ce type d'injection est la plus répandue dans la théorie des antennes. Dans le cas d'une injection en tension V_g pour un canal de foudre discrétisé en N segments, l'équation matricielle peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

  Au préalable, une première simulation permet la détermination de l'impédance d'entrée de la structure. Une fois celle-ci connue, la valeur de la tension à appliquer pour obtenir la forme du courant voulue à la base du canal désiré, peut être simplement calculée en utilisant la loi d'Ohm.
- l'injection d'une source de courant Ig :
  Cette méthode nettement moins répandue que l'injection en tension présente l'avantage d'être directe, mais nécessite une modification de la matrice impédance généralisée obtenue en utilisant la théorie des antennes. En notant I_g le courant injecté, le système matriciel peut se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

En comparant les équations (2.12) et (2.13), on peut remarquer que dans le cas de l'injection en courant, seule la ligne de la matrice impédance généralisée typique correspondant au segment où se situe le générateur, est modifiée. De plus, cette modification implique le rejet du potentiel à l'infini, ce qui est *primordial pour la modélisation du canal de foudre.* Enfin la dernière difficulté réside dans la détermination de la vitesse de propagation et l'atténuation du courant le long du canal de foudre. Dans la littérature, si les différents auteurs s'accordent pour modéliser l'atténuation du courant par ajout de résistances distribuées le long du canal de hauteur H, il n'en est pas de même concernant la modélisation de la vitesse de propagation qui est généralement choisie autour $1.10^8\ m.s^{-1}$. En effet, cette dernière peut être obtenue par différentes méthodes :

- la première consiste à ajouter des inductances distribuées le long du canal. Dans l'hypothèse d'une propagation en mode TEM, la relation déterminant l'inductance linéique L' a ajouter en série le long du canal pour

obtenir la vitesse v de propagation désirée, s'écrit comme suit :

$$L' = L.\left(\left(\frac{c_0}{v}\right)^2 - 1\right) \tag{2.14}$$

où L représente l'inductance physique du conducteur vertical qui peut s'estimer grâce à l'équation suivante :

$$L = \frac{\mu_0}{2.\pi}.\left[ln\left(\frac{2.\sqrt{2}.H}{r}\right) - 2\right] \tag{2.15}$$

où c_0 et r représentent respectivement la célérité de la lumière et le rayon du conducteur.

- la deuxième impose que le calcul de la distribution du courant soit effectué avec une permittivité relative du sol environ égale à 5,3.

Compte-tenu de la complexité de mise en œuvre des modèles antennes, nous privilégierons les modèles mathématiques dans la suite de notre étude.

2.1.3 Modélisation de la distribution du courant de l'arc en retour le long d'une structure «éclair pylône»

De nombreuses observations expérimentales ont mis en évidence que la présence d'un pylône modifie la distribution du courant le long du canal.

▶ **Modèle « Ligne de Transmission Modifié étendu »** (*Extended Modified Transmission Line*, **extended MTL**) en 2001 [9].

Ce modèle considère le pylône comme une ligne de transmission monofilaire idéale caractérisée par sa hauteur h_p et ses coefficients de réflexion au sommet ρ_t et à la base ρ_g de la structure (Fig.2.3).

Les équations du modèle MTL étendu dans le domaine temporel sont rappelées ci-dessous :

- pour $0 \leq z \leq h_p$:

$$\begin{aligned} i(z,t) = (1-\rho_t).\sum_{n=0}^{\infty}\Bigg[\rho_t^n.\rho_g^n.i\left(h_p\,, t - \frac{h_p - z}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right) \\ + \rho_t^n.\rho_g^{n+1}.i\left(h_p\,, t - \frac{h_p + z}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right)\Bigg] u\left(t - \frac{h_p + z}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right) \end{aligned} \tag{2.16}$$

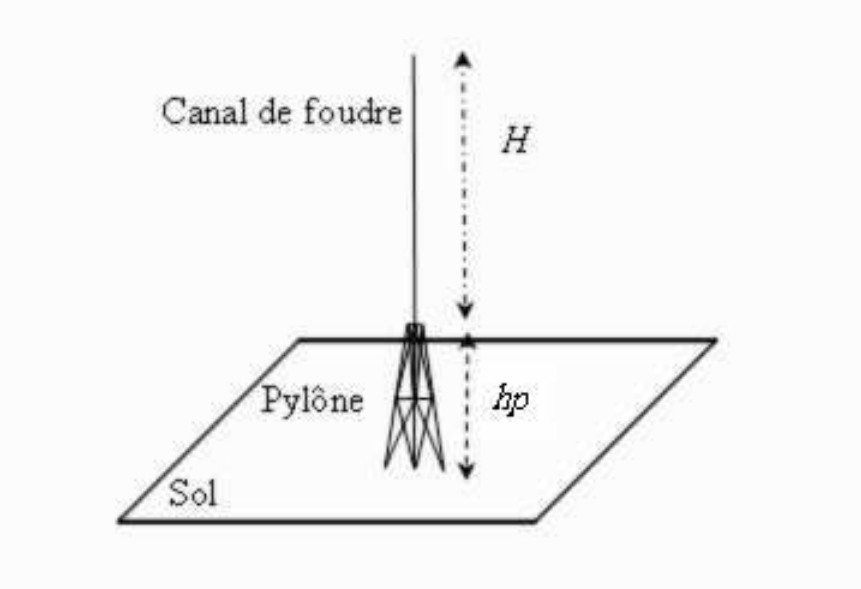


FIG. 2.3: *Structure «éclair-pylône»*

- pour $z > h_p$:

$$i(z,t) = i\left(h_p\,, t - \frac{z-h_p}{v}\right).\exp\left(-\frac{z-hp}{\lambda}\right) - \rho_t.i\left(h_p\,, t - \frac{z-h_p}{c}\right) + \sum_{n=0}^{\infty}\left[\rho_t^n.\rho_g^{n+1}.(1+\rho_t).(1-\rho_t).i\left(h_p\,, t - \frac{z+h_p}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right)\right] u\left(t - \frac{z-h_p}{v}\right) \tag{2.17}$$

► **Modèle étendu de Y. Baba et V.A. Rakov** en 2005 [10].

Baba et Rakov ont proposé une extension de leur modèle de l'arc en retour précédemment explicité, pour décrire la distribution de courant le long d'une structure «éclair-pylône». Leur modèle assimile aussi le pylône à une ligne de transmission sans perte caractérisée par sa hauteur h_p et ses coefficients de réflexion au sommet ρ_t et à la base ρ_g de la structure (Fig.2.3).

Les équations de la distribution de courant sont définies par :

- pour $0 \leq z \leq h_p$:

$$i(z,t) = \frac{(1-\rho_t)}{2}.\sum_{n=0}^{\infty}\left[\rho_t^n.\rho_g^n.i\left(h_p\,, t - \frac{h_p-z}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right) + \rho_t^n.\rho_g^{n+1}.i\left(h_p\,, t - \frac{h_p+z}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right)\right] u\left(t - \frac{h_p+z}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right) \tag{2.18}$$

- pour $z > h_p$:

$$i(z,t) = \frac{(1-\rho_t)}{2}. \left[i\left(h_p\,, t - \frac{z-h_p}{v}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\rho_t^{n-1}.\rho_g^n.(1+\rho_t).i\left(h_p\,, t - \frac{z+h_p}{c} - \frac{2.n.h_p}{c}\right)\right]\right] u\left(t - \frac{z-h_p}{v}\right) \tag{2.19}$$

Les coefficients de réflexion ρ_g et ρ_t peuvent être déterminés au moyen de données expérimentales donnant le courant circulant dans le pylône [11]. Cependant, une méthode théorique peut être envisagée pour évaluer ces coefficients [12]. En effet, les pylônes de télécommunications comportent généralement trois ou quatre pieds qui peuvent être modélisés par des conducteurs verticaux. Les coefficients de réflexion associés au pylône sont évalués en étant considérés constants et indépendants de la fréquence, et ceci dans l'hypothèse d'une propagation en mode TEM. Ils sont alors donnés par les équations suivantes :

$$\rho_t = \frac{Z_{ce} - Z_{lc}}{Z_{ce} + Z_{lc}} \tag{2.20}$$

$$\rho_g = \frac{Z_{ce} - Z_g}{Z_{ce} + Z_g} \tag{2.21}$$

où Z_{ce} correspond à l'impédance caractéristique équivalente du pylône.

L'impédance caractéristique équivalente d'un système multiconducteur, constitué de deux, trois ou quatre cylindres verticaux placés au dessus d'un sol parfaitement conducteur, est donnée par la relation suivante :

$$Z_{ce} = 60. \left[ln\left(\frac{2\sqrt{2}.h_p}{r_e}\right) - 2\right] \tag{2.22}$$

où r_e est le rayon équivalent du système multiconducteur, défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} r^{\frac{1}{2}}.R^{\frac{1}{2}} \\ r^{\frac{1}{3}}.R^{\frac{2}{3}} \\ 2^{\frac{1}{8}}.r^{\frac{1}{4}}.R^{\frac{3}{4}} \end{array} \right\} \quad pour \quad \left\{ \begin{array}{l} n=2 \\ n=3 \\ n=4 \end{array} \right\} \tag{2.23}$$

où R représente la distance inter-jambes du pylône.

2.1.4 Rayonnement du canal de foudre

Le calcul du champ électromagnétique rayonné par un arc en retour repose sur l'hypothèse que le canal de foudre peut être assimilé à une gigantesque antenne verticale filiforme, de hauteur H et dans laquelle un courant se propage du sol à une vitesse v vers le nuage selon l'axe vertical z. Dans la réalité, le canal n'est pas rectiligne et comporte une succession de petits segments, dont les directions suivraient une loi de distribution de type gaussienne. Mais vu le caractère aléatoire de cette tortuosité, on se limitera dans notre étude au cas simple du canal vertical (Fig. 2.4).

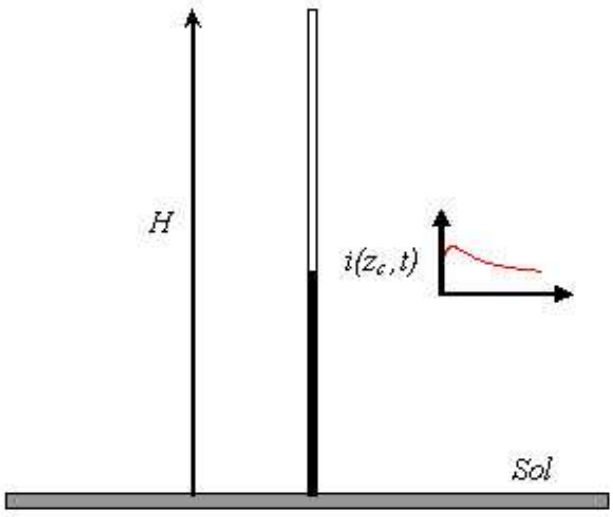


FIG. 2.4: *Géométrie du problème*

En premier lieu, on établit les équations de rayonnement d'un «dipôle» vertical de hauteur dh, placé à une hauteur h au-dessus du sol et parcouru par un courant i variant en fonction du temps. Le principe du calcul consiste alors à découper le canal de foudre en un grand nombre de dipôles, à déterminer le champ rayonné par un dipôle, puis à intégrer numériquement la contribution de tous les dipôles de l'antenne pour obtenir le champ rayonné total en un point quelconque de l'espace. Ce faisant, il faut tenir compte des temps de retard liés à la propagation du courant le long du canal.

Géométrie du problème

Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale unidimensionnelle de hauteur H. L'arc en retour se propage verticalement à partir du sol avec une vitesse v. Il est parcouru par un courant dont la distribution spatio-temporelle $i(z_c, t)$ détermine le champ électromagnétique en un point quelconque de l'espace. De plus, la symétrie cylindrique du problème rend les composantes

du champ électromagnétique indépendantes de l'angle azimutal ϕ. Le champ sera donc défini par :

- le champ électrique vertical E_z,
- le champ électrique radial E_r,
- le champ magnétique radial H_ϕ.

Rayonnement du canal foudre en présence d'un sol parfaitement conducteur

Les équations du champ électromagnétique produit par un dipôle électrique vertical peuvent être obtenues soit dans le domaine fréquentiel, soit directement dans le domaine temporel. Dans ce dernier cas, le calcul de la composante vertical du champ électrique s'effectue généralement dans le cas d'un sol parfaitement conducteur. Les autres composantes du champ sont ensuite déterminées, pour une conductivité finie du sol σ, grâce à des relations approchées qui relient ces composantes à σ et E_{rp}.

Les relations temporelles du champ rayonné par un dipôle électrique sont déduites des équations de Maxwell et de la théorie des images. Elles sont définies par les relations suivantes :

$$H_{\phi p}(r,z,t) = \frac{1}{4.\pi}.\left[\underbrace{\int_{-H}^{H} \frac{r}{R^3}.i\left(z_c, t-\frac{R}{c_0}\right)\,dz_c}_{induction} + \underbrace{\int_{-H}^{H} \frac{r}{c_0.R^2}.\frac{\partial i}{\partial t}\left(z_c, t-\frac{R}{c_0}\right)\,dz_c}_{rayonnement}\right] \tag{2.24}$$

$$E_{zp}(r,z,t) = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0}.\left[\begin{array}{l} \underbrace{\int_{-H}^{H}\left(\frac{2.(z-z_c)^2-r^2}{R^5}.\int_0^t i\left(z_c,\tau-\frac{R}{c_0}\right)d\tau\right)dz_c}_{électrostatique} \\ \underbrace{+\int_{-H}^{H}\left(\frac{2.(z-z_c)^2-r^2}{c_0.R^4}.i\left(z_c,t-\frac{R}{c_0}\right)\right)dz_c}_{inductif} \\ \underbrace{+\int_{-H}^{H}\left(\frac{r^2}{c_0^2.R^3}.\frac{\partial i}{\partial t}\left(z_c,t-\frac{R}{c_0}\right)\right)dz_c}_{rayonnement} \end{array}\right] \tag{2.25}$$

$$E_{rp}(r,z,t) = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0}.\left[\begin{array}{l} \underbrace{\int_{-H}^{H}\left(\frac{3.r\,(z-z_c)}{R^5}\,.\int_0^t i\left(z_c,\tau-\frac{R}{c_0}\right)d\tau\right)dz_c}_{électrostatique} \\ \underbrace{+\int_{-H}^{H}\left(\frac{2.r.\,(z-z_c)}{c_0.R^4}\,.i\left(z_c,t-\frac{R}{c_0}\right)\right)dz_c}_{induction} \\ \underbrace{+\int_{-H}^{H}\left(\frac{r.(z-z_c)}{c_0^2.R^3}\cdot\frac{\partial i}{\partial t}\left(z_c,t-\frac{R}{c_0}\right)\right)dz_c}_{rayonnement} \end{array}\right] \quad (2.26)$$

Le premier terme des équations (2.25) et (2.26) est généralement appelé composante électrostatique du champ et a pour source l'intégrale du courant de foudre, correspondant à la charge déposée dans le canal ; le second terme apparaissant dans les équations (2.24), (2.25) et (2.26) est appelé terme d'induction et a pour source le courant de foudre ; quant au dernier terme, il correspond à la composante rayonnée du champ et a pour source la dérivée du courant de foudre.

Rayonnement électromagnétique du canal de foudre en présence d'un sol de conductivité finie

Soit le plan $z = 0$ correspondant à l'interface de deux milieux homogènes et isotropes de conductivités différentes. Le demi-milieu (1) est le sol de conductivité σ_1 finie, de permittivité relative ε_0 et de perméabilité μ_0. Le demi-milieu (2) est l'air.

Considérons un dipôle électrique vertical de longueur dz_c , parcouru par un courant I et placé dans l'air à une hauteur z_c du sol. Le dipôle est placé dans l'axe Oz ; son image se trouve symétriquement par rapport au plan séparateur $z = 0$. Le point d'observation $M(r, \phi, z)$ en coordonnées cylindriques, se trouve aux distances R_2 du dipôle, R_1 de son image et R de l'origine.

La prise en compte rigoureuse de la conductivité finie du sol implique le calcul d'équations complexes contenant des intégrales de Sommerfeld (intégrales lentement convergentes). De nombreuses formules analytiques simplificatrices permettent le calcul rapide de ces équations.

Dans notre étude, nous retiendrons les approximations de Norton et la formule de Cooray-Rubinstein qui fournissent un très bon compromis entre temps

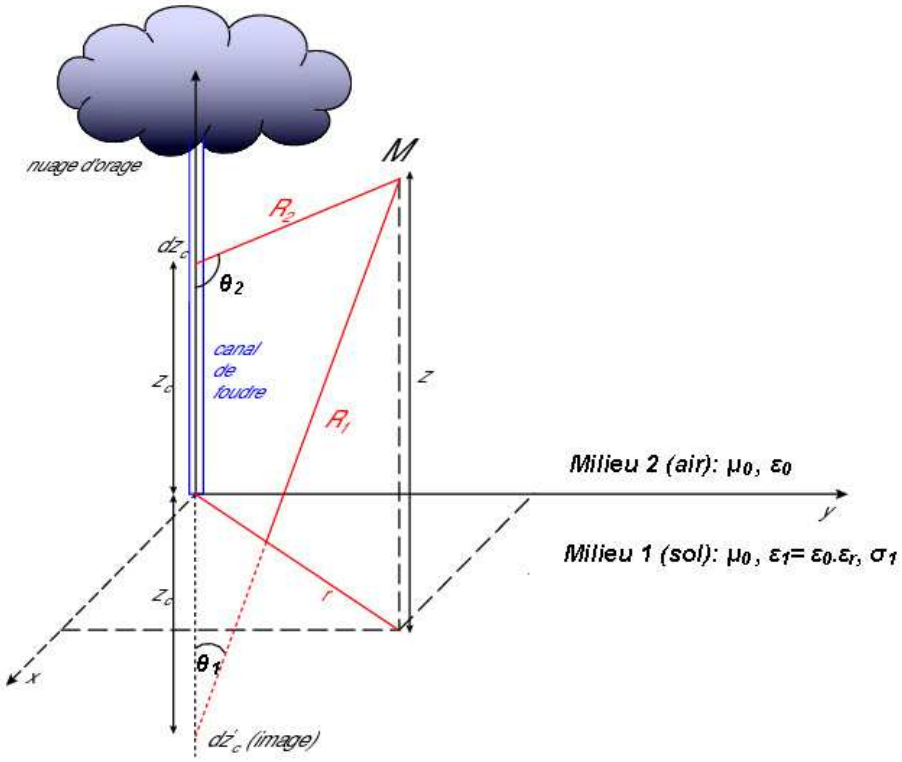


FIG. 2.5: *Représentation des coordonnées*

de calcul et précision. La formule de Cooray-Rubinstein est facilement transportable dans le domaine temporel et repose sur l'hypothèse que l'influence de la conductivité du sol à la fois sur la composante verticale du champ électrique et sur la composante azimutale du champ magnétique, est négligeable. Il est évident que cette approximation devient de moins en moins valide au fur et à mesure que la distance du point d'observation est grande. Généralement, cette approximation devient fausse pour des distances supérieures à environ 2 km.

▶ Domaine temporel

La formule proposé par Cooray-Rubinstein permettant d'obtenir la valeur du champ électrique horizontal pour un sol de conductivité finie est donnée par :

$$E_r(r,z,jw) = E_{rp}(r,z,jw) - H_{\phi p}(r,0,j.w).\frac{1+j}{\sigma_1.\delta} \tag{2.27}$$

La composante azimutale du champ magnétique, qui est une fonction linéaire, peut s'écrire dans le domaine temporel :

$$\begin{aligned} H_\phi(t) = p_0.(t-t_0).\Gamma(t-t_0) + (p_1-p_0).(t-t_1).\Gamma(t-t_1) + ... \\ +(p_{nbp}-p_{nbp-1}).(t-t_{nbp}).\Gamma(t-t_{nbp}) \end{aligned} \tag{2.28}$$

où p_k est la pente entre t_{k+1} et t_k de $H_\phi(t)$ et $\Gamma(t-t_k)$ représente un échelon unité.

On peut démontrer que l'équation (2.27) peut se mettre la forme temporelle suivante :

$$E_r(r,z,t_n) = E_{rp}(r,z,t_n) - Bessel(tn).p_0 - \sum_{k=1}^{nbp} Bessel(t_n - t_k).(p_k - p_{k-1}) \tag{2.29}$$

$$Bessel(t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}.t\left\{I_0(at) + I_1(at)\right\}.e^{-at}.\Gamma(t) \tag{2.30}$$

avec $a = \frac{\sigma_1}{2.\varepsilon_r.\varepsilon_0}$

Au final, le système à résoudre comporte les équations (2.24), (2.25) et (2.29).

► **Domaine fréquentiel**

En coordonnées cylindriques, les équations du champ électromagnétique, créé par un dipôle électrique vertical placé à une hauteur z_c, sont données par les expressions suivantes dans le domaine fréquentiel :

$$dE_r(r,z,j.w) = \frac{j.w.I(z_c).\mu_0}{4.\pi.k_2^2}.\left[\frac{\partial^2}{\partial r\,\partial z}\left(G_{22} - G_{21} + k_1^2.V_{22}\right)\right]dz_c \tag{2.31}$$

$$dE_z(r,z,j.w) = \frac{j.w.I(z_c).\mu_0}{4.\pi.k_2^2}.\left[(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_2^2)\left(G_{22} - G_{21} + k_1^2.V_{22}\right)\right]dz_c \tag{2.32}$$

$$dH_\phi(r,z,j.w) = \frac{-I(z_c)}{4.\pi}.\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(G_{22} - G_{21} + k_1^2.V_{22}\right)\right]dz_c \tag{2.33}$$

où G_{22} et G_{21} sont les fonctions de Green exprimées par les intégrales suivantes :

$$G_{21} = \frac{e^{(j.k_2.R_1)}}{R_1} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{(-\gamma_2.(z_c+z))}}{\gamma_2}.J_0(\lambda.r).\,\lambda.\,d\lambda \tag{2.34}$$

$$G_{22} = \frac{e^{(j.k_2.R_2)}}{R_2} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{(-\gamma_2.|z_c-z|)}}{\gamma_2}.J_0(\lambda.r)\,.\lambda.\,d\lambda \tag{2.35}$$

$$V_{22} = 2.\int_0^{+\infty} \frac{e^{(-\gamma_2.(z_c+z))}}{k_2^2.\gamma_1 + k_1^2.\gamma_2}.J_0.(\lambda.r)\,.\lambda.\,d\lambda \tag{2.36}$$

avec :

$$R_1 = \sqrt{r^2 + (z_c + z)^2} \tag{2.37}$$

$$R_2 = \sqrt{r^2 + (z_c - z)^2} \tag{2.38}$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \tag{2.39}$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} \tag{2.40}$$

$$k_1 = \sqrt{w^2.\mu_0.\varepsilon_1 + j.w.\mu_0.\sigma_1} \tag{2.41}$$

$$k_2 = w.\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0} \tag{2.42}$$

Dans ces intégrales, J_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0. Les quantités $I(z_c)$, k_1 et k_2 désignent respectivement la transformée de Fourier de la distribution du courant $i(z_c, t)$ le long du canal et les constantes de propagation dans le sol et l'air. Les expressions (2.34), (2.35) et (2.36) sont connues sous le nom des intégrales de Sommerfeld et expriment l'interaction de la source électromagnétique avec le sol.

L'approximation des équations du champ électromagnétique par le formalisme de Norton est une des toutes premières approximations du champ rayonné par un dipôle électrique vertical proposée par Norton en 1937. Ce dernier a approché les ondes sphériques, rayonnées par le dipôle vertical, par des ondes planes au niveau de l'interface air-sol et a exprimé analytiquement le potentiel de Hertz à partir des coefficients de réflexion en mode TM, Γ_{TM} ainsi qu'à l'aide de la fonction d'onde de surface de Sommerfeld F_e.

$$\Gamma_{TM} = \frac{n^2.\cos\theta_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}}{n^2.\cos\theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}} \tag{2.43}$$

est le coefficient de réflexion du sol d'une onde polarisée horizontalement ;

$${\Gamma_{TM}}^n = \frac{n-1}{n+1} \tag{2.44}$$

$$n^2 = \varepsilon_r - j.\frac{\sigma_1}{w.\varepsilon_0} \tag{2.45}$$

$F_e = F\left(P_e\right)$ avec P_e la distance complexe de Sommerfeld

$$P_e = \frac{-j.k_2.R_1}{2.\sin^2\theta_1}\left(\cos\theta_1 + \frac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}{n^2}\right)^2 \tag{2.46}$$

et $F_e = F(P_e) = 1 - j.\sqrt{\pi.P_e}.e^{(-P_e)}.erfc\left(j.\sqrt{P_e}\right)$

$erfc$ étant la fonction d'erreur complémentaire définie par :

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}.\int_x^\infty e^{(-t^2)}dt \tag{2.47}$$

où x est un argument complexe.

$$\cos\theta_2 = \frac{z - z_c}{R_2} \tag{2.48}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{r}{R_2} \tag{2.49}$$

$$\cos\theta_1 = \frac{z + z_c}{R_1} \tag{2.50}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{r}{R_1} \tag{2.51}$$

Les expressions des composantes horizontales E_r et verticales E_z du champ électrique créé par un dipôle placé à la hauteur z_c sont données par les relations suivantes dans le domaine fréquentiel :

$$dE_r(r,z,jw) = C_1.\left\{\begin{array}{l}
\cos\theta_2.\sin\theta_2.\frac{e^{-j.k_2.R_2}}{R_2} + \Gamma_{TM}.\cos\theta_1.\sin\theta_1.\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{R_1} \\
-(1-\Gamma_{TM}).F_e.\sin\theta_1.\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}{n^2}\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{R_1} \\
+3.\cos\theta_2.\sin\theta_2.\left[\frac{1}{j.k_2.R_2} + \frac{1}{(j.k_2.R_2)^2}\right].\frac{e^{-j.k_2.R_2}}{R_2} \\
+3.{\Gamma_{TM}}^n.\cos\theta_1.\sin\theta_1.\left[\frac{1}{j.k_2.R_1} + \frac{1}{(j.k_2.R_1)^2}\right].\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{R_1} \\
-(1-\Gamma_{TM}).\cos\theta_1.\sin\theta_1.\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{j.k_2.R_1^2} \\
-(1-\Gamma_{TM}).\sin\theta_1.\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}{n^2}.\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{2.j.k_2.R_1^2}
\end{array}\right\} \tag{2.52}$$

$$dE_z(r,z,jw) = -C_1.\left\{\begin{array}{l} \sin^2\theta_2 \frac{e^{-j.k_2.R_2}}{R_2} + \Gamma_{TM}.\sin^2\theta_1.\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{R_1} \\ +(1-\Gamma_{TM}).F_e.\sin^2\theta_1.\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{R_1} \\ +(1-3.\cos^2\theta_2).\left[\frac{1}{j.k_2.R_2}+\frac{1}{(j.k_2.R_2)^2}\right].\frac{e^{-j.k_2.R_2}}{R_2} \\ +\Gamma_{TM}^n(1-3.\cos^2\theta_1).\left[\frac{1}{j.k_2.R_1}+\frac{1}{(j.k_2.R_1)^2}\right].\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{R_1} \\ +2.\cos\theta_1.\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}{n^2}.\frac{e^{-j.k_2.R_1}}{j.k_2.R_1^2} \end{array}\right\} \tag{2.53}$$

$$C_1 = \frac{j.w.\mu_0}{4.\pi}.I(z_c, j.w)dz_c \tag{2.54}$$

Zeddam [2] en effectuant des comparaisons entre les expressions analytiques rigoureuses des intégrales de Sommerfeld et les approximations de Norton a mis en évidence que ces dernières permettent d'obtenir de très bons résultats pour des distances ne dépassant pas 5 km avec une erreur relative qui reste inférieure à 1% pour une large gamme de fréquences .

2.2 Couplage entre le champ électromagnétique rayonné par la foudre et un réseau de télécommunications

L'étude des courants et tensions induits sur une ligne de télécommunications par un champ électromagnétique associé a une décharge orageuse s'effectue généralement à l'aide de la théorie des lignes couplées.

Ce paragraphe présente la méthode utilisée pour calculer les expressions des sources équivalentes représentant l'effet du couplage du champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre avec une ligne de transmission. Ces sources équivalentes sont définies à partir des équations fréquentielles de couplage du modèle d'Agrawal [13].

Ensuite, on rappelle brièvement les équations de couplage écrites dans le domaine temporel dans le cas d'un sol considéré comme parfaitement conducteur et on montre leurs discrétisations par la méthode des différences finies.

2.2.1 Hypothèses de base

Parmi les différentes formulations des équations de couplage entre champ électromagnétique et ligne de transmission, le modèle d'Agrawal présente l'avantage d'utiliser seulement les composantes du champ électrique.

Les hypothèses de base nécessaires à sa mise en œuvre sont :

- le rayon de la ligne est très inférieur à sa hauteur : $a \ll h$,
- le mode de propagation transverse électromagnétique (TEM) est prépondérant le long de la ligne,
- les dimensions transversales de la ligne sont inférieures à la plus petite longueur d'onde mise en jeu. Pour les lignes aériennes, cette contrainte impose une fréquence maximale de quelques MHz,
- la distance entre le point d'impact du coup de foudre et la ligne doit être au moins égale à 50 m.

De plus, nous introduisons les grandeurs suivantes :

- $\boldsymbol{E}^i$: le champ électrique incident,
- $\boldsymbol{E}^r$: le champ électrique réfléchi (résultat de la réflexion sur le sol du champ incident, en l'absence de la ligne),
- $\boldsymbol{E}^e$: le champ électrique excitateur (résultat de la somme du champ incident et du champ réfléchi),
- $\boldsymbol{E}^s$: le champ électrique diffracté,
- $\boldsymbol{E}$: le champ électrique total (résultat de la somme du champ excitateur et du champ diffracté),
- $\boldsymbol{I}$: le vecteur du courant total induit,
- $\boldsymbol{I}_m$: le vecteur du courant modal,
- $\boldsymbol{U}_e$: le vecteur de la tension excitatrice,
- $\boldsymbol{U}_s$: le vecteur de la tension diffractée,
- $\boldsymbol{U}_{sm}$: le vecteur de la tension modale,
- $\boldsymbol{U}$: le vecteur de la tension totale induite,
- $\boldsymbol{Z}_{cph}$: la matrice d'impédance caractéristique de la ligne en grandeurs de phase,
- $\boldsymbol{Z}_c$: la matrice d'impédance caractéristique de la ligne en grandeurs modales,
- $\boldsymbol{\gamma}$: la matrice de propagation.

2.2.2 Équations de couplage dans le domaine fréquentiel

Les équations fréquentielles de couplage d'Agrawal obtenues à partir des équations de Maxwell s'expriment à l'aide de tension diffractée U_s et de courant

total I avec comme terme source le champ électrique excitateur tangentiel à la ligne [14].

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{U}_s}{\partial x} + \boldsymbol{Z'}.I = \boldsymbol{E}_x^e(x, h_j) \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{I}}{\partial x} + \boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{U}_s = 0 \end{cases} \tag{2.55}$$

Les matrices impédance $\boldsymbol{Z'}$ et admittance $\boldsymbol{Y'}$ linéiques peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{Z'} = \boldsymbol{Z}_{int} + \boldsymbol{Z}_{bl} + \boldsymbol{Z}_{sol} \tag{2.56}$$

$$\boldsymbol{Y'} = j\omega \cdot \boldsymbol{P}^{-1} \tag{2.57}$$

où :

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{int} + \boldsymbol{P}_{bl} + \boldsymbol{P}_{sol} \tag{2.58}$$

avec :

- $\boldsymbol{P}$: la matrice potentiel,
- $\boldsymbol{Z}_{int}$ et $\boldsymbol{P}_{int}$: les matrices des paramètres propres des conducteurs internes d'un câble par rapport au blindage qui les entoure,
- $\boldsymbol{Z}_{bl}$ et $\boldsymbol{P}_{bl}$: les matrices des impédances de connexion entre les surfaces internes ou externes de chaque blindage,
- $\boldsymbol{Z}_{sol}$ et $\boldsymbol{P}_{sol}$: les matrices relatives à l'influence du milieu extérieur aux câbles.

Les conditions aux deux extrémités (en $x = 0$ et $x = L$) sont :

$$\boldsymbol{U}_s(0) = -\boldsymbol{Z}_0.\boldsymbol{I}(0) + \left[\int_0^{h_j} \boldsymbol{E}_z^e(0, z)dz\right] \tag{2.59}$$

$$\boldsymbol{U}_s(L) = +\boldsymbol{Z}_L.\boldsymbol{I}(L) + \left[\int_0^{h_j} \boldsymbol{E}_z^e(L, z)dz\right] \tag{2.60}$$

où $\boldsymbol{Z}_0$ et $\boldsymbol{Z}_L$ correspondent aux matrices impédances aux extrémités de la ligne.

Calcul analytique des surintensités induites dans une ligne multifilaire adaptée

A partir des équations du système (2.55), on déduit que :

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{I}}{\partial x^2} - \boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{Z'}.\boldsymbol{I} = -\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{E}_x^e(x, h_j) \tag{2.61}$$

Aux deux extrémités de la ligne multifilaire adaptée, en utilisant la deuxième équation du système (2.55) ainsi que les équations (2.59) et (2.60), on peut écrire :

$$\frac{\partial \boldsymbol{I}}{\partial x}(0) = \boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{Z}_{cph}.\boldsymbol{I}(0) - \boldsymbol{Y}.\left[\int_0^{h_j} \boldsymbol{E}_z^e(0, z)dz\right] \tag{2.62}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{I}}{\partial x}(L) = -\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{Z}_{cph}.I(L) - \boldsymbol{Y'}.\left[\int_0^{h_j} \boldsymbol{E}_z^e(L, z)dz\right] \tag{2.63}$$

Si on note $\boldsymbol{T}_v$ et $\boldsymbol{T}_i$ les matrices qui diagonalisent respectivement $\boldsymbol{Z'}.\boldsymbol{Y'}$ et $\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{Z'}$, on a alors :

$$\boldsymbol{U}_s = \boldsymbol{T}_v.\boldsymbol{U}_{sm} \tag{2.64}$$

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{T}_i.\boldsymbol{I}_m \tag{2.65}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \boldsymbol{T}_i^{-1}.\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{Z'}.\boldsymbol{T}_i \tag{2.66}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \boldsymbol{T}_v^{-1}.\boldsymbol{Z'}.\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{T}_v \tag{2.67}$$

$$\boldsymbol{Z}_{cph} = \boldsymbol{T}_v.\boldsymbol{Z}_c\boldsymbol{T}_i^{-1} \tag{2.68}$$

A partir de l'équation (2.61), on déduit que :

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{I}_m}{\partial x^2} - \boldsymbol{\gamma}^2.\boldsymbol{I}_m = -\boldsymbol{T}_i^{-1}.\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{E}_x^e(x, h_j) \tag{2.69}$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \boldsymbol{I}_m}{\partial x}(0) = \boldsymbol{T}_i^{-1}.\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{T}_v.\boldsymbol{Z}_c.\boldsymbol{I}_m(0) - \boldsymbol{T}_i^{-1}.\boldsymbol{Y'}.\left[\int_0^{h_j} \boldsymbol{E}_z^e(0, z, p)dz\right] \tag{2.70}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{I}_m(L)}{\partial x} = -\boldsymbol{T}_i^{-1}.\boldsymbol{Y'}.\boldsymbol{T}_v.\boldsymbol{Z}_c.\boldsymbol{I}_m(L) - \boldsymbol{T}_i^{-1}.\boldsymbol{Y'}.\left[\int_0^{h_j} \boldsymbol{E}_z^e(L,z)dz\right] \tag{2.71}$$

Les équations différentielles peuvent être traitées séparément pour chaque mode ; ceci implique que le calcul des surintensités induites sur une ligne multifilaire adaptée à ses deux extrémités peut être traité en considérant chaque mode séparément.

En réécrivant l'équation (2.69) et les équations des conditions aux limites (2.70) et (2.71), pour chaque mode il vient que :

$$\frac{\partial^2 I_m}{\partial^2 x} - \gamma^2.I_m = J_m(x) \tag{2.72}$$

où :

$$J_m(x) = -T_i^{-1}.Y'.E_x^i(x,h_j) \tag{2.73}$$

$$\frac{\partial I_m}{\partial x}(0) = \gamma_{ext}.I_m(0) - J_{ext}(0) \tag{2.74}$$

$$\frac{\partial I_m}{\partial x}(L) = -\gamma_{ext}.I_m(L) - J_{ext}(L) \tag{2.75}$$

avec :

$$\gamma_{ext} = T_i^{-1}.Y.T_v.Z_c \tag{2.76}$$

$$J_{ext}(x) = T_i^{-1}.Y'.\left[\int_o^{h_j} E_z^e(x,z)dz\right] \tag{2.77}$$

Après résolution des équations différentielles par la méthode de la variation de la constante, les courants aux extrémités de la ligne pour un seul mode sont les suivants :

- en $x = 0$:

$$I_m(0) = I_{mEz}(0) + I_{mEr}(0) \tag{2.78}$$

avec :

$$I_{mEz}(0) = \frac{1}{\det}.\left\{2.J_{ext}(L).\gamma - J_{ext}(0).\left[(\gamma_{ext}+\gamma).e^{\gamma L} - (\gamma_{ext}-\gamma).e^{-\gamma L}\right]\right\} \tag{2.79}$$

$$I_{mEr}(0) = \frac{1}{\det}.\left\{\int_0^L J_m(x).\left[e^{\gamma(L-x)}.(\gamma_{ext}+\gamma) - e^{-\gamma(L-x)}.(\gamma_{ext}-\gamma)\right]\,dx\right\} \tag{2.80}$$

où I_{mEz} et I_{mEr} représentent les courants issus des contributions respectives du champ vertical et du champ horizontal .

- en $x = L$:

$$I_m(L) = I_{mEz}(L) + I_{mEr}(L) \tag{2.81}$$

avec :

$$I_{mEz}(L) = \frac{1}{\det}.\left\{\left[\,(\gamma_{ext}+\gamma).e^{\gamma L} - (\gamma_{ext}-\gamma).e^{-\gamma L}\right].J_{ext}(L) - 2.J_{ext}(0).\gamma\right\} \tag{2.82}$$

$$I_{mEr}(L) = \frac{1}{\det}\left\{\int_0^L J_m(x).\left[\,e^{\gamma x}.(\gamma_{ext}+\gamma) - e^{-\gamma x}.(\gamma_{ext}-\gamma)\,\right]\,dx\right\} \tag{2.83}$$

$$\det = -4.\left(\gamma_{ext}.ch\frac{\gamma.L}{2} + \gamma.sh\frac{\gamma.L}{2}\right)\left(\gamma_{ext}.sh\frac{\gamma.L}{2} + \gamma.ch\frac{\gamma.L}{2}\right) \tag{2.84}$$

où I_{mEz} et I_{mEr} représentent également les courants issus des contributions respectives du champ vertical et du champ horizontal.

2.2.3 Principe de la méthode utilisée dans EMTP

L'originalité de notre méthode repose sur l'ajout d'une source de courant équivalente placée à chaque extrémité de la ligne traduisant l'illumination de l'onde électromagnétique. Cette méthode est très adaptée à un programme comme EMTP, car elle ne nécessite pas le développement d'un autre modèle de ligne [15].

Ce circuit représenté sur la figure (Fig. 2.6) est composé de :

- une ligne de transmission,
- deux sources de courants $F_0(p)$ et $F_L(p)$.

Remarque : *les coefficients de réflexion R_1 et R_2 sont égales à zéro si la ligne est adaptée. L'effet de la propagation le long de la ligne de longueur L est représenté par la fonction de propagation constituée de deux termes :*

$$e^{-\gamma.L} = a(p).e^{-\tau.p} \tag{2.85}$$

avec :

$$p = j.w \tag{2.86}$$

Le premier terme représente l'atténuation de l'onde due à la propagation et le second terme le temps requis pour la propagation de l'onde d'une extrémité à l'autre.

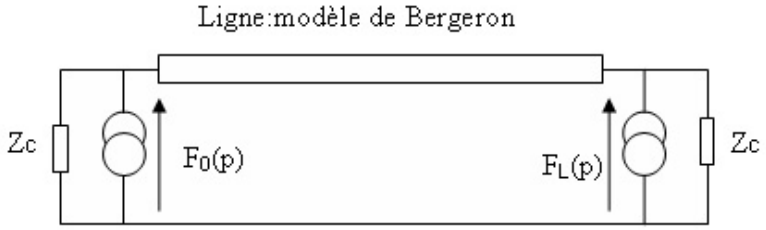


FIG. 2.6: *Circuit simplifié d'une ligne perturbée par une onde électromagnétique*

2.2.4 Calcul des sources pour un conducteur

Les notations adoptées dans ce paragraphe sont :

- $U^+(x)$ pour l'onde de tension positive, dûe à la source à l'extrémité 2 et au couplage du champ horizontal Ex avec la partie horizontale de la ligne, qui peut exister si une ligne de longueur infinie de mêmes caractéristiques que la ligne de la figure (Fig. 2.7) est connectée à l'extrémité 2,
- $U^-(x)$ pour l'onde de tension positive, dûe à la source à l'extrémité 1 et au couplage du champ horizontal Ex avec la partie horizontale de la ligne, qui peut exister si une ligne de longueur infinie de mêmes caractéristiques que la ligne de la figure (Fig. 2.7) est connectée à l'extrémité 1.

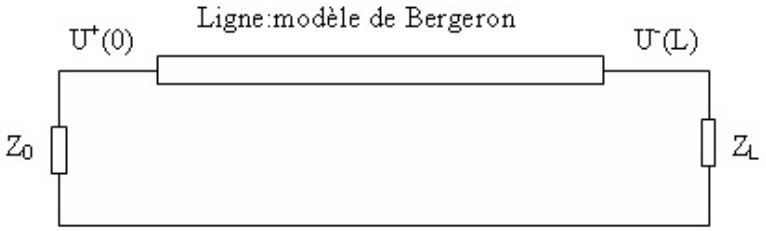


FIG. 2.7: *Circuit simplifié d'une ligne non adaptée*

La tension totale à l'extrémité 1, dans le cas d'une ligne non adaptée, est exprimée par l'équation :

$$\begin{aligned} U(0) = &\left(U^+(0) + U^+(0).R_1(p)\right) \\ &+ \left(U^+(0).R_1(p).R_2(p).a(p)^2.e^{-2.\tau p} + U^+(0).R_1(p)^2.R_2(p).a(p)^2.e^{-2.\tau p}\right) + .. \\ &+ \left(U^+(0)\, R_1(p)^j.R_2(p)^j.a(p)^{2.j}.e^{-2.j.\tau p} + U^+(0).R_1(p)^{j+1}.R_2(p)^j.a(p)^{2.j}.e^{-2.j.\tau p}\right) + .. \\ &+ \left(U^-(L).R_2(p).a(p).e^{-\tau p} + U^-(L).R_1(p).R_2(p).a(p).e^{-taup}\right) + .. \\ &+ \left(U^-(L).R_1(p).R_2(p)^2.a(p)^3.e^{-3.\tau p} + U^-(L).R_2(p)^2.R_1(p)^2 a(p)^3.e^{-3.\tau p}\right) + .. \\ &+ U^-(L).R_1(p)^i.R_2(p)^{i+1}.a(p)^{2.i+1}.e^{-(2.i+1).\tau p} + .. \\ &U^-(L).R_2(p)^{i+1}.R_1(p)^{i+1}.a(p)^{2.i+1}.e^{-(2.i+1).\tau p} + .. \end{aligned} \tag{2.87}$$

Une expression similaire existe pour l'extrémité 2.

Si la ligne est adaptée à ses deux extrémités, les expressions précédentes sont simplifiées à :

$$U(0) = U^+(0) \tag{2.88}$$

$$U(L) = U^-(L) \tag{2.89}$$

Pour représenter l'illumination de la ligne adaptée par un champ électromagnétique externe, les deux sources $F_0(p)$ et $F_L(p)$ représentées sur la figure (Fig.2.6), doivent vérifier les deux équations suivantes :

$$Z_c.F_0(p) + Z_c.a(p).e^{-\tau p}.F_L(p) = 2.U^+(0) \tag{2.90}$$

$$Z_c.F_L(p) + Z_c.a(p).e^{-\tau p}.F_0(p) = 2.U^-(L) \tag{2.91}$$

Enfin, les expressions des sources de courant placées aux deux extrémités de la ligne, pour représenter l'effet de l'illumination par un champ externe, sont les suivantes :

$$F_0(p) = \frac{-2.I^+(0) - 2.a(p).e^{-\tau p}.I^-(L)}{1 - a(p)^2.e^{-2\tau p}} \tag{2.92}$$

$$F_L(p) = \frac{2.I^-(L) + 2.a(p).e^{-\tau p} I^+(0)}{1 - a(p)^2.e^{-2\tau p}} \tag{2.93}$$

avec :

$$I^+(0) = I(0) = -\frac{U^+(0)}{Z_c} \tag{2.94}$$

$$I^+(L) = I(L) = \frac{U^+(L)}{Z_c} \tag{2.95}$$

Quand les équations (2.90) et (2.91) sont vérifiées, les sources F_0 et F_L génèrent les ondes U^+ et U^- aux deux extrémités de la ligne, la tension à l'extrémité 1 de la ligne est donnée par l'équation (2.87), la tension à l'extrémité 2 est donnée par une expression similaire. Ceci prouve que le modèle proposé de la figure (Fig. 2.6) est adéquat pour représenter l'illumination de la ligne.

2.2.5 Équations de couplage dans le domaine temporel

Principe

On considère une ligne monofilaire horizontale de longueur L située à une hauteur h au dessus d'un sol supposé parfaitement conducteur. Deux charges R_0 et R_l relient les extrémités de la ligne au sol. Le schéma équivalent électrique du modèle d'Agrawal, nous conduit à écrire le système suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_s}{\partial x} + L\dfrac{\partial I}{\partial t} + R.I = E_x^e(x, h_j) \\ \dfrac{\partial I}{\partial x} + C\dfrac{\partial U_s}{\partial t} + G.U_s = 0 \end{cases} \tag{2.96}$$

où R, L, C et G représentent les paramètres linéiques donnés par les formules usuelles.

Pour des charges résistives linéaires, les terminaisons peuvent être caractérisées par les équations :

$$\begin{aligned} U_s(0) &= -R_0.I(0) + \left[\int_0^{h_j} E_z^e(0, z)dz\right] \\ &= -R_0.I(0) + V_0 \end{aligned} \tag{2.97}$$

$$\begin{aligned} U_s(L) &= +R_L.I(L) + \left[\int_0^{h_j} E_z^e(L, z)dz\right] \\ &= +R_L.I(L) + V_l \end{aligned} \tag{2.98}$$

Discrétisation par la méthode des différences finies

Le principe de la méthode des différences finies est rappelé dans le chapitre suivant.

En posant $t = n.dt$ et $x = k.dx$, les expressions du système (2.96) après différenciation linéaire deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{U_s^{n+1}(k+1) - U_s^{n+1}(k)}{dx} + L.\frac{I^{n+\frac{3}{2}}(k) - I^{n+\frac{1}{2}}(k)}{dt} + \\ R.\frac{I^{n+\frac{3}{2}}(k) + I^{n+\frac{1}{2}}(k)}{2} = {E_x}^{n+1} \\ \frac{I^{n+\frac{1}{2}}(k) - I^{n+\frac{1}{2}}(k-1)}{dx} + C.\frac{U_s^{n+1}(k) - U_s^{n}(k)}{dt} + \\ G.\frac{U_s^{n+1}(k) + U_s^{n}(k)}{2} = 0 \end{aligned} \tag{2.99}$$

En considérant $G = 0$, les formulations discrétisées des conditions aux limites aux extrémités de la ligne sont [16] :

- pour $x = 0$ ou $k = 1$:

$$\begin{aligned} U_s^{n+1}(1) = \left[\frac{dx}{dt}.R_0.C + 1\right]^{-1} \\ \left\{\left[\frac{dx}{dt}.R_0C - 1\right] U_s^n(1) - 2.R_0.I^{n+\frac{1}{2}}(1) + \left(V_0^{n+1} + V_0^n\right)\right\} \end{aligned} \tag{2.100}$$

- pour $x = L$ ou $k = n.dx + 1$:

$$\begin{aligned} U_s^{n+1}(n.dx+1) = \left[\frac{dx}{dt}.R_l.C + 1\right]^{-1} \\ \left\{\left[\frac{dx}{dt}.R_l.C - 1\right] U_s^n(n.dx+1) + 2.R_l.I^{n+\frac{1}{2}}(n.dx+1) + \left(V_l^{n+1} + V_l^n\right)\right\} \end{aligned} \tag{2.101}$$

Prise en compte de la dépendance fréquentielle des paramètres linéiques

La difficulté dans l'approche temporelle est la prise en compte de la dépendance fréquentielle des paramètres linéiques introduite par l'effet de peau et la conductivité finie du sol. Certains auteurs ont tenté de pallier ces limitations. On citera en particulier Clayton qui développa un algorithme qui permet de prendre en compte l'effet de peau intervenant dans la résistance linéique ou encore Orzan [17] qui proposa des relations temporelles basées sur l'approximation basse fréquence de Carson pour tenir compte de la conductivité finie du sol.

2.3 Validation du code de calcul par comparaison avec des résultats expérimentaux

Un certain nombre de tests a été effectué en vue de valider le code utilisé dans notre étude. On s'intéresse dans un premier temps à valider l'implémentation des équations du champ électromagnétique dans le code de calcul. En second lieu, on valide les équations de couplage à l'aide de résultats bibliographiques. Enfin, on effectue une confrontation entre les résultats de notre simulation et les résultats de mesures.

2.3.1 Validation par comparaison avec des résultats bibliographiques

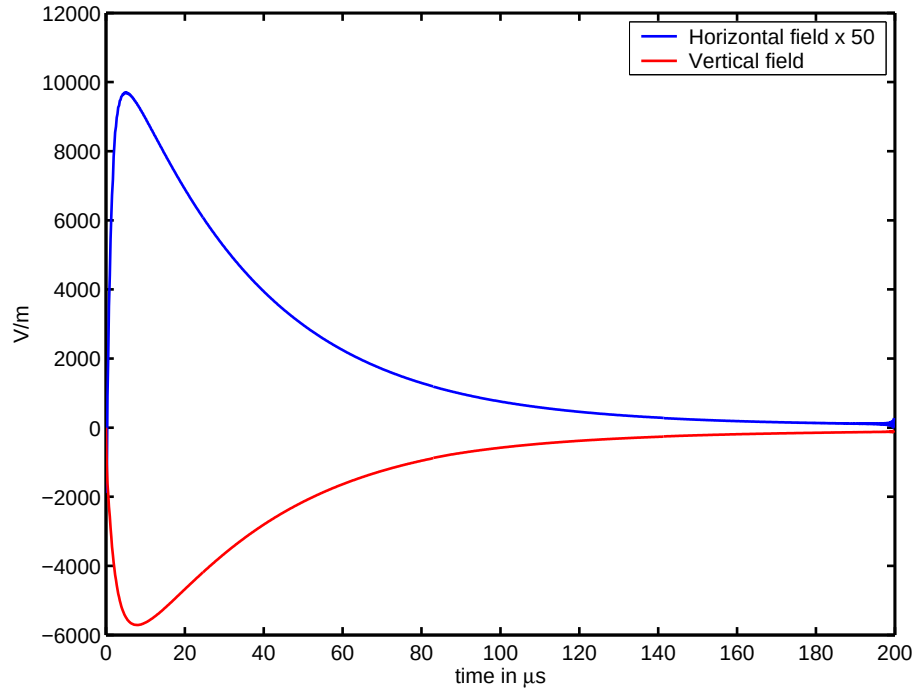
Validation des équations du champ électromagnétique

Dans un premier temps, la validation de l'implémentation des équations du champ électromagnétique est faite en comparant nos résultats à ceux obtenus par une approche fréquentielle similaire à la nôtre [2]. Puis, en second lieu, nous les comparons à ceux obtenus par l'approche temporelle évoquée précédemment [17].

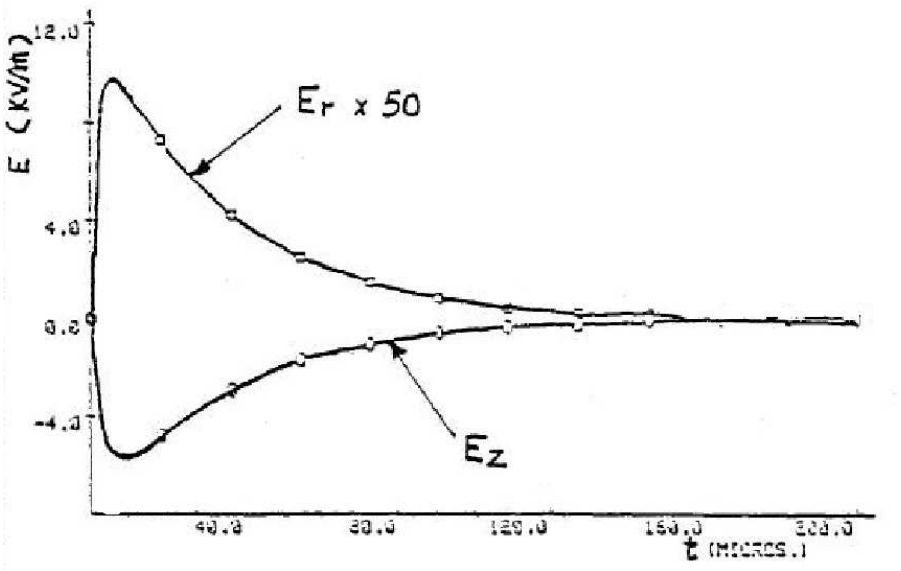
La figure (Fig. 2.8) représente le champ rayonné par le canal de foudre à une distance égale à 200 m et à une hauteur de 6 m en considérant une conductivité du sol et la permittivité relative respectivement égales à 1.10^{-2} S.m^{-1} et 10. L'évaluation du courant le long du canal s'effectue avec le modèle ligne de transmission (TL). Les paramètres relatifs à la forme du courant de base de type biexponentielle sont indiqués sur la figure (Fig. 2.1).

La figure (Fig. 2.9) représente le champ rayonné par le canal de foudre à une distance de 2000 m et à une hauteur de 10 m en considérant un courant de base de forme d'Heilder dont les paramètres sont donnés dans le tableau (Tab. 2.2) dans le cas du subséquent. La conductivité et la permittivité relative du sol sont respectivement égales à 1.10^{-2} S.m^{-1} et 10. La modélisation spatio-temporelle de la distribution du courant de foudre dans le canal s'effectue avec le modèle ligne de transmission modifié (MTL) avec une vitesse de propagation du courant égale à $1{,}3.10^{8}$ m.s^{-1} et un facteur d'atténuation λ égal à 1700 m.

L'implémentation du modèle M.T.L étendu est ensuite validée, en comparant les résultats obtenus avec ceux donnés par F. Rachid qui évalue le champ électrique à l'aide du modèle M.T.L. étendu dans le domaine temporel, le sol étant par ailleurs considéré comme parfaitement conducteur [9]. Dans cette étude, il considère un pylône de 553 m de hauteur et choisit pour les coefficients de réflexions au sommet et à la base des valeurs valant respectivement à -0.48 et 0.5. Le courant de foudre considéré à la base de la structure reproduit la forme

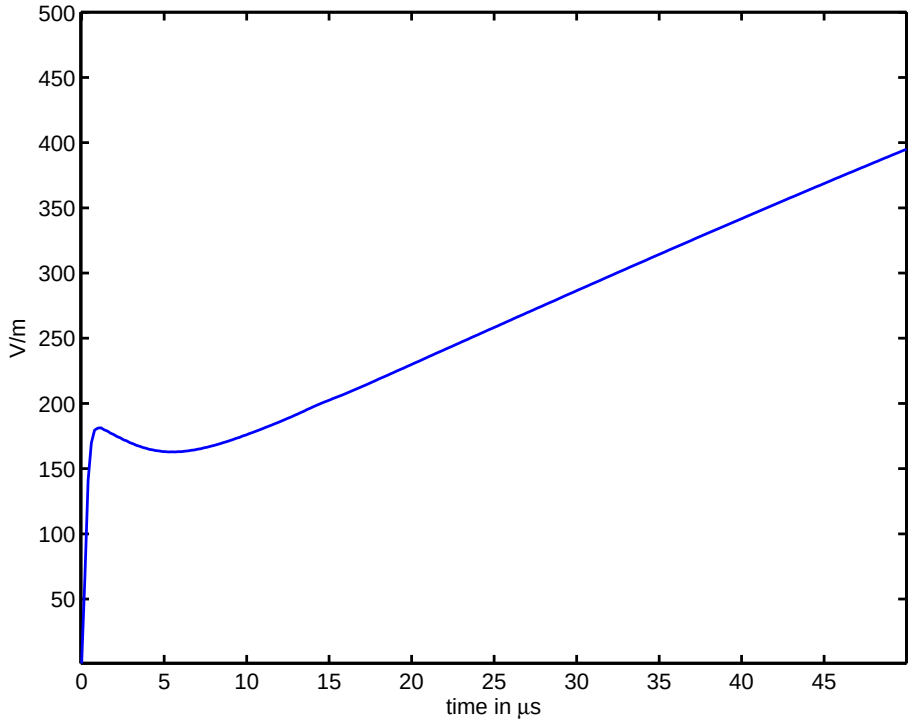


(a) Résultat simulé (approche fréquentielle)

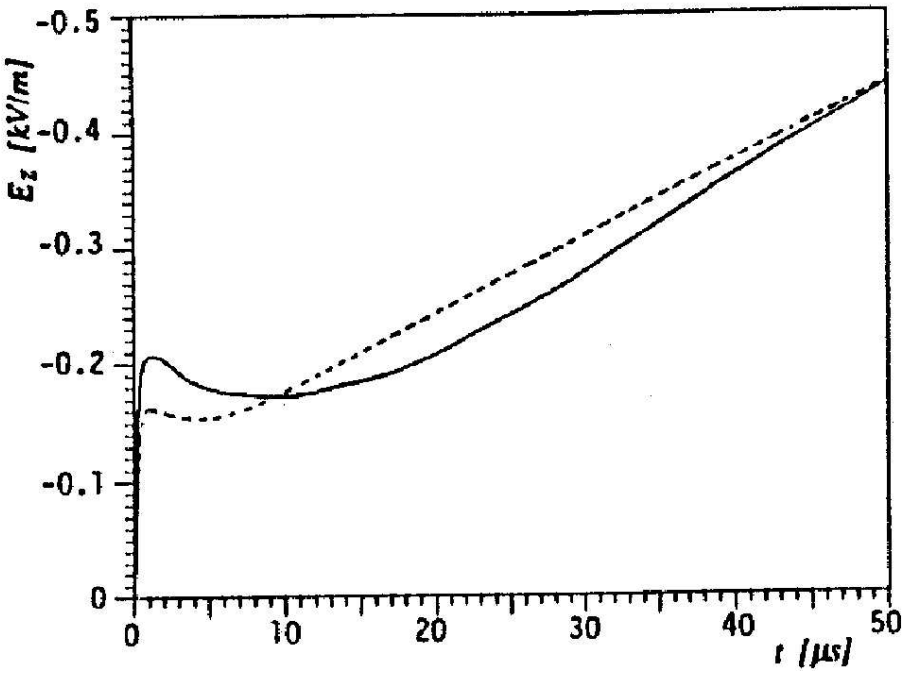


(b) Résultat bibliographique [2]

FIG. 2.8: *Champ rayonné par le canal de foudre à une distance égale à 200 m*



(a) Résultat simulé (approche fréquentielle)



(b) Résultat bibliographique (approche temporelle) [17]

FIG. 2.9: *Comparaison approche temporelle/ fréquentielle du champ rayonné par le canal de foudre à une distance égale à 2000 m*

typique d'un arc subséquent et est obtenue à l'aide du modèle d'Heilder dont les paramètres sont donnés dans le tableau 2.2.

Cette comparaison est effectuée sur les courbes de la figure (Fig. 2.10). Le bon accord obtenu montre que le modèle MTL étendu a été correctement implémenté dans notre code. Le bon accord entre nos résultats et ceux trouvés dans la littérature valide l'implémentation du calcul du champ électromagnétique. Les bons résultats obtenus lors de cette comparaison valident donc le code de calcul du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre.

Validation des équations de couplage

Compte-tenu du grand nombre de résultats disponibles dans la littérature, nous avons choisi celui qui nous paraît le plus complet. La validation présentée ici est faite en comparant nos résultats avec ceux donnés par une approche temporelle [17].

La ligne étudiée est constituée de trois conducteurs disposés en une nappe horizontale placée à une hauteur de 10 m au dessus du sol considéré comme parfaitement conducteur. La longueur de la ligne est de 1 km et le rayon des conducteurs est de 9,14 mm. Les conducteurs sont espacés de 3,66 m. Le point d'impact de foudre de forme typique d'un subséquent (Tab. 2.2) se situe à 50 m de la ligne centrale (Fig. 2.11).

La figure (Fig.2.12) présente le courant induit dans le fil 1 à l'extrémité 2 pour des charges purement résistives de valeurs suivantes :

- Fil 1 : $R_1 = 441\ \Omega$ et $R_2 = 5\ \Omega$,
- Fil 2 : $R_1 = 500\ k\Omega$ et $R_2 = 445\ \Omega$,
- Fil 3 : $R_1 = 5\ \Omega$ et $R_2 = 500\ k\Omega$.

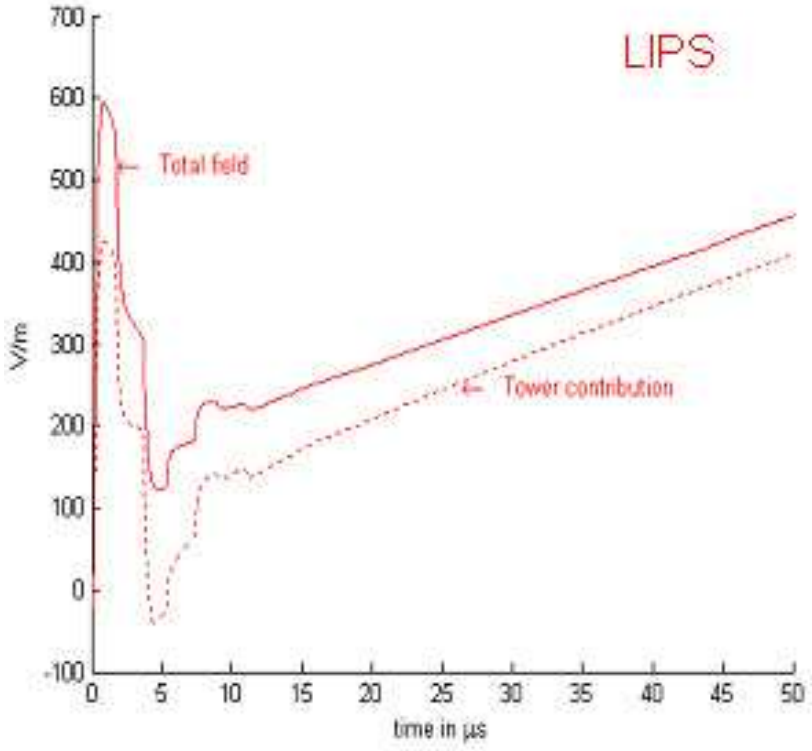
Les résultats obtenus avec les deux approches concordent parfaitement, ce qui valide l'implémentation des équations de couplage que nous avons développé.

2.3.2 Comparaison mesure/simulation

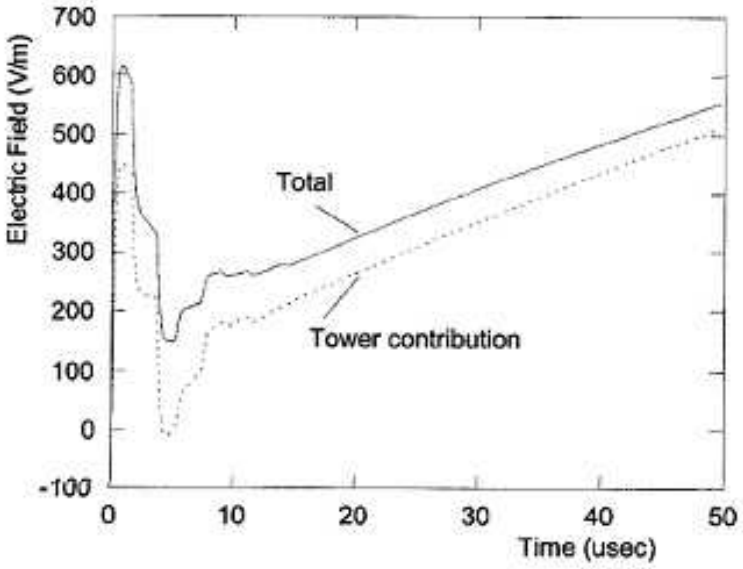
Cette partie est consacrée à une confrontation théorie expérience à l'aide des résultats obtenus en 2002, lors d'un campagne de déclenchement artificiel de la foudre au Brésil à laquelle était associé France Télécom [18].

Itinéraire de la ligne

L'itinéraire de la ligne de télécommunications représenté en bleu sur la figure (Fig. 2.13) partant de l'armoire 2 (point p01), près du secteur de déclenchement, allant jusqu'à la station de mesure (point p19) peut être décrit par 18 segments



(a) Résultat simulé (approche fréquentielle)



(b) Résultat bibliographique (approche temporelle) [9]

FIG. 2.10: *Champ électrique rayonné à une distance égale à 2000 m et à une hauteur de 10 m : comparaison des résultats fournis par notre code et [9]*

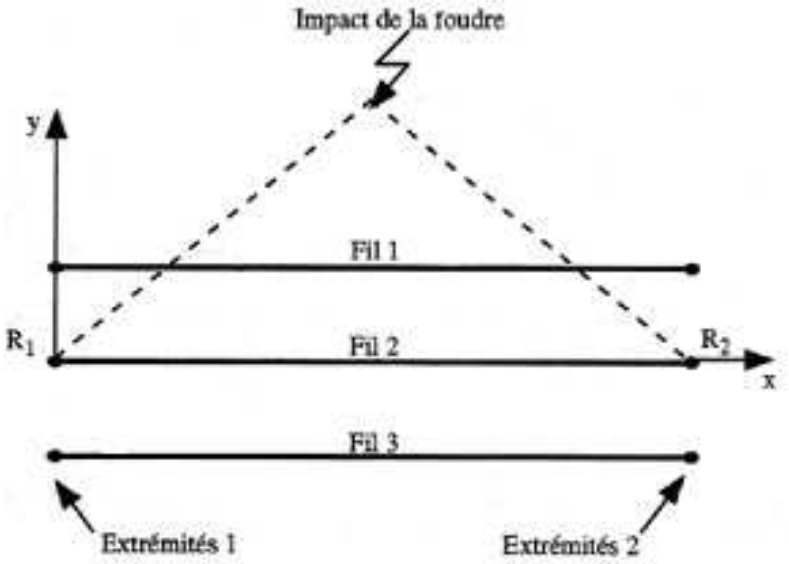
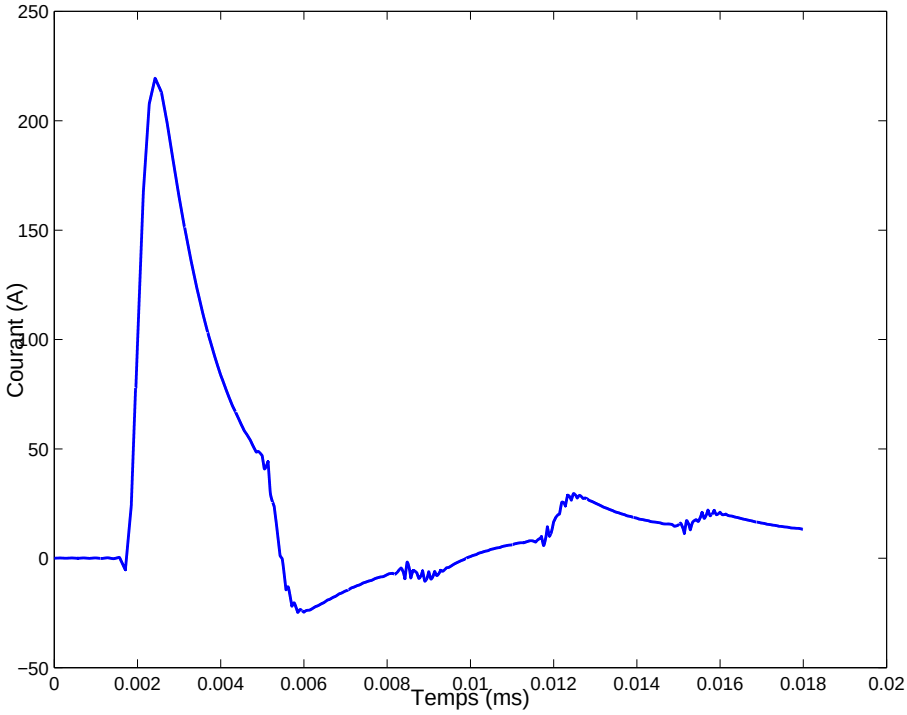


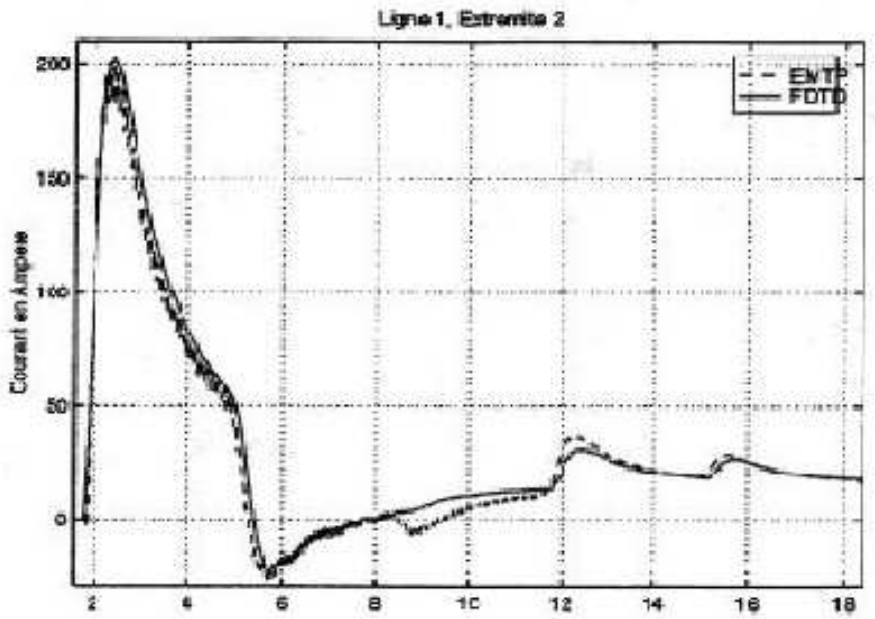
FIG. 2.11: *Vue de dessus de la ligne trifilaire*

Point	Reference	x (m)	y (m)	Distance (m)
Coup de Foudre	Lanceur Indelec	0	710	-
p01	Armoire 2	20	528	137
p02	Au niveau de l'Abri 4	139	596	92
p03	Au niveau de l'Abri 2	231	590	57
p04	Au niveau de la Boîte 5	287	576	160
p05	Boîte 5	408	470	121
p06	Water turn	497	387	43
p07	Water turn	508	345	49
p08	Water turn	555	361	33
p09	Monkey crossing	576	387	110
p10	Monkey crossing	674	335	178
p11	Bambuzal	832	418	195
p12	Atoleiro	852	224	324
p13	Atoleiro	1172	173	147
p14	Atoleiro	1308	115	259
p15	Paiol	1392	360	220
p16	Au niveau de la Boîte 1	1611	335	122
p17	Au niveau de la Boîte 1	1732	355	271
p18	Au niveau de l'Abri 1	2003	355	62
P19	Abri 1	2062	335	-

TAB. 2.1: *Les coordonnées des points de la ligne*



(a) Résultat simulé (approche fréquentielle)



(b) Résultat bibliographique (approche temporelle) [17]

FIG. 2.12: *Courant dans le fil 1 à l'extrémité 2*

droits. Les coordonnées des points de la ligne représentés sur le schéma (Fig. 2.13), sont données dans la table (Tab. 2.1).

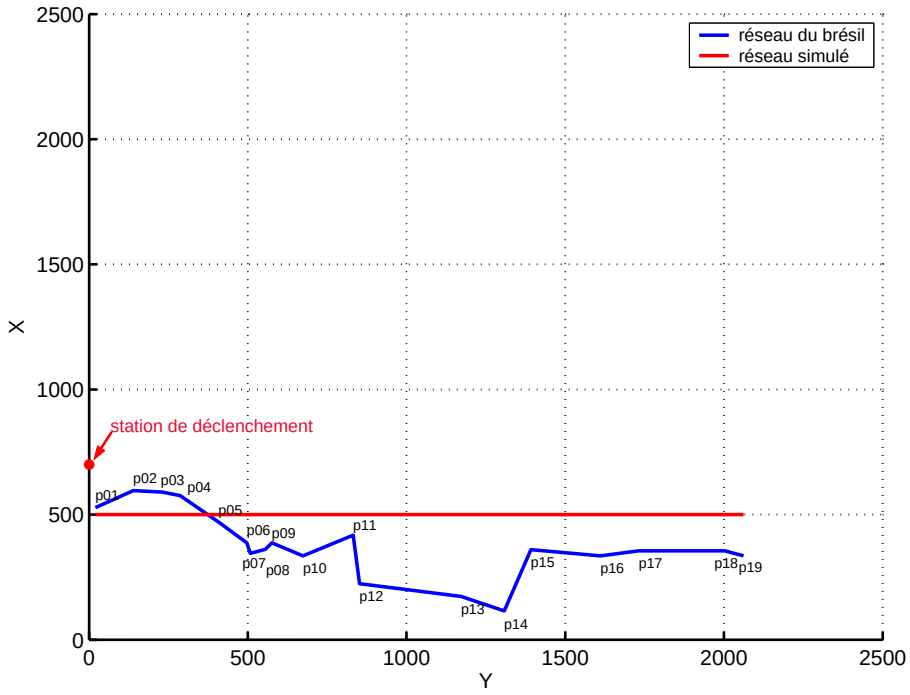


FIG. 2.13: *Synoptique*

Configuration de charge de la ligne

La configuration de charge de la ligne est indiquée sur la figure (Fig. 2.14). Le courant de mode commun a été mesuré à l'abri 1 (point p19) par une sonde courante de Pearson 110 (0.1 V.A^{-1} - 5 kA). La résistance de blindage est de 2,9 Ω.km^{-1} et la résistivité moyenne du sol est d'environ 100 Ω.m du point p01 au point p05 et de 1000 Ω.m du point p05 au p19.

La configuration de la ligne est comme suit :

- les paires au niveau de l'armoire 2 (point p01) sont reliées au blindage,
- le blindage est mis à la terre au niveau de l'armoire 2 (point p01) avec 40 Ω,
- le blindage est mis à la terre à l'abri 1 (point p19) avec 228 Ω,
- le porteur est mis à la terre à la boîte 5 (point p05) avec 60 Ω.

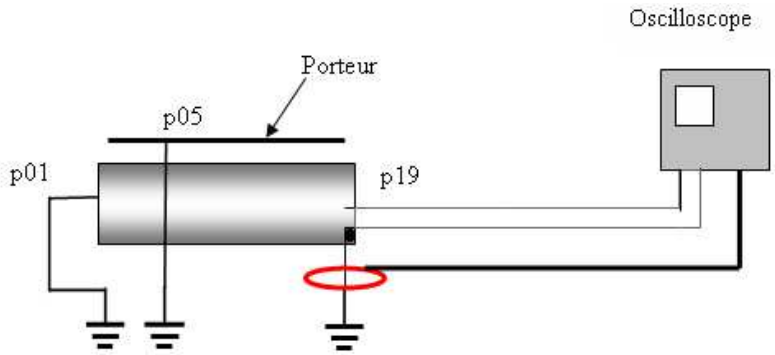


FIG. 2.14: *Configuration de la ligne*

Le courant de foudre

Les données suivantes ont été obtenues à partir des oscillogrammes du courant de foudre correspondant à un éclair déclenché :

- la valeur crête est de 17 kA,
- le temps de montée est de 2 μs,
- le temps à mi-hauteur est de 20 μs.

Le courant de blindage

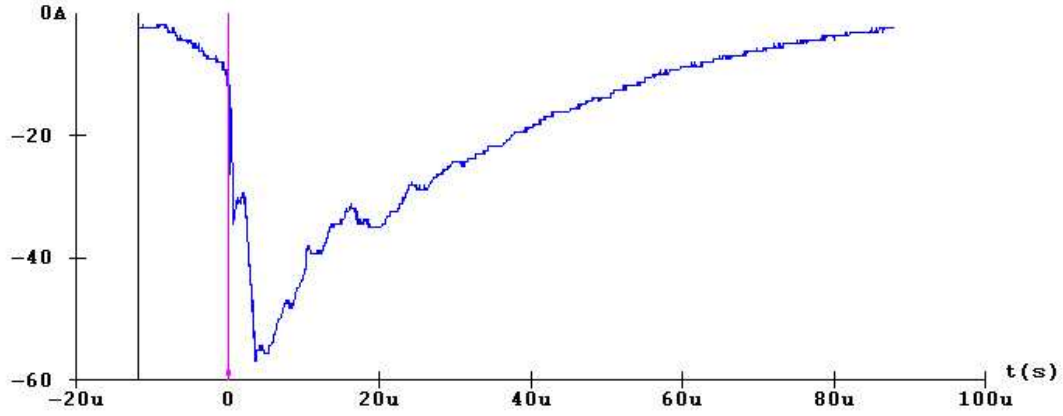
La figure (Fig. 2.15) représente le courant de mode commun au niveau du point p19. Par souci de simplicité, l'itinéraire de la ligne adopté pour la simulation représenté en rouge sur la figure (Fig. 2.13) est rectiligne et l'ensemble porteur-câble est assimilé à deux conducteurs de diamètre 1 cm espacés d'un 1 cm et situés à une hauteur constante de 4 m. Le bon accord entre les résultats obtenus par la simulation et ceux issus de l'expérimentation montre la validité de notre code de calcul.

2.4 Étude paramétrique

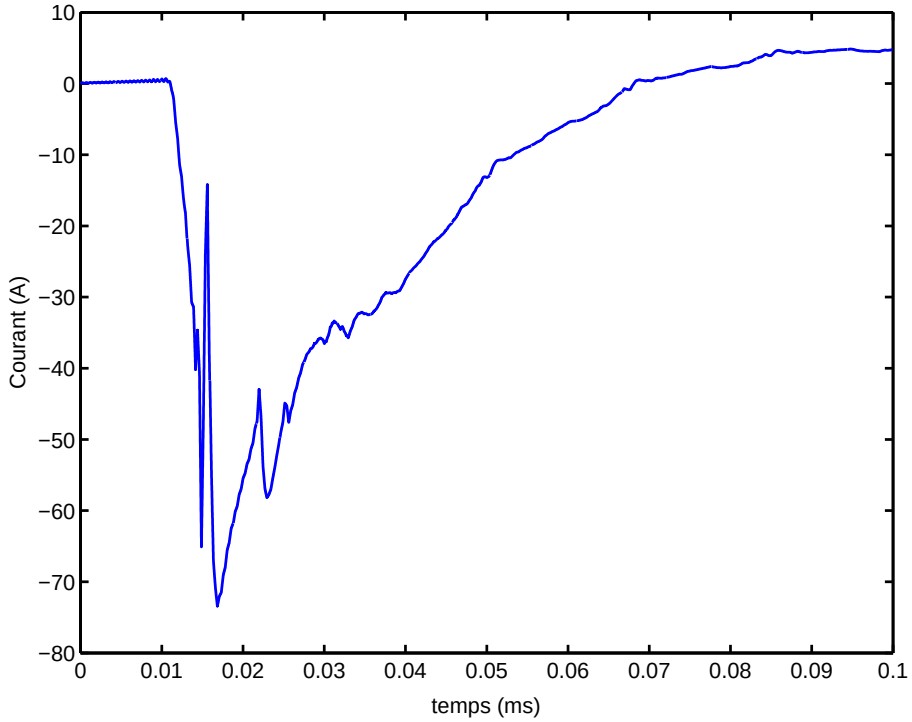
2.4.1 Influence de la conductivité du sol

On étudie en premier lieu l'influence de la conductivité du sol sur le courant de blindage de la ligne évoquée précédemment. La conductivité est cette fois-ci considérée comme uniforme le long de la ligne.

On note que la conductivité influe de manière prépondérante sur l'amplitude des perturbations induites sur les lignes de télécommunications. En effet, l'amplitude du courant passe de 40 A pour une conductivité de 1.10^{-2} à 100 A pour une conductivité de 1.10^{-3} (Fig.2.16).



(a) Mesure



(b) Simulation

FIG. 2.15: *Comparaison expérimentation/simulation*

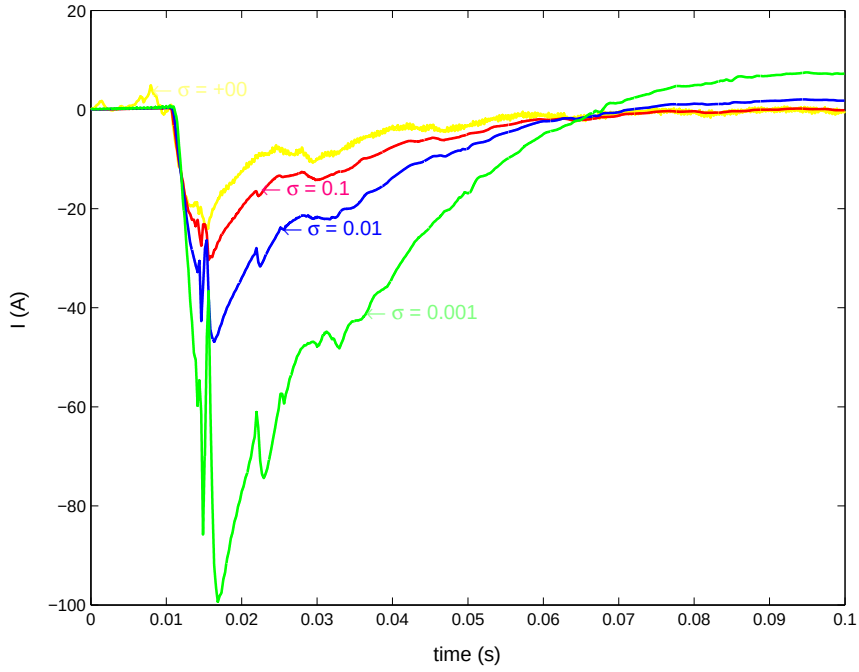


FIG. 2.16: *Courant de blindage*

2.4.2 Influence de la mise à la terre de l'écran du câble

Parmi les diverses règles d'ingénierie et de protection en vigueur, la connexion de l'écran des câbles à la terre peut se révéler un rempart efficace contre les perturbations électromagnétiques.

On se propose de montrer l'effet de la mise à la terre de l'écran de télécommunications situé à une hauteur de 6 m et ayant une longueur égale à 200 m. Les équipements de télécommunications d'extrémités sont simulés par des résistances de 120 Ω placées en mode différentiel (Fig. 2.17). Les calculs sont effectués pour une conductivité du sol σ égale à 1.10^{-2} S.m^{-1}, pour une permittivité relative ε_r égale à 10 et pour deux configurations de câblage de l'écran à la terre correspondant respectivement à une ligne non blindée ($Z_0 = Z_L = \infty$), puis à une ligne dont l'écran est connecté à la terre aux deux extrémités via une résistance de 30 Ω ($Z_0 = Z_L = 30$ Ω).

Les composantes du champ électrique sont déterminées en supposant un courant de foudre ayant une forme biexponentiellle et dont la forme d'onde a été représentée sur la figure (Fig. 2.1). La tension de mode commun V_a est représentée sur la figure (Fig. 2.18) pour chacune des deux configurations.

On note que la connexion aux deux extrémités de l'écran du câble à la terre réduit fortement la tension de mode commun.

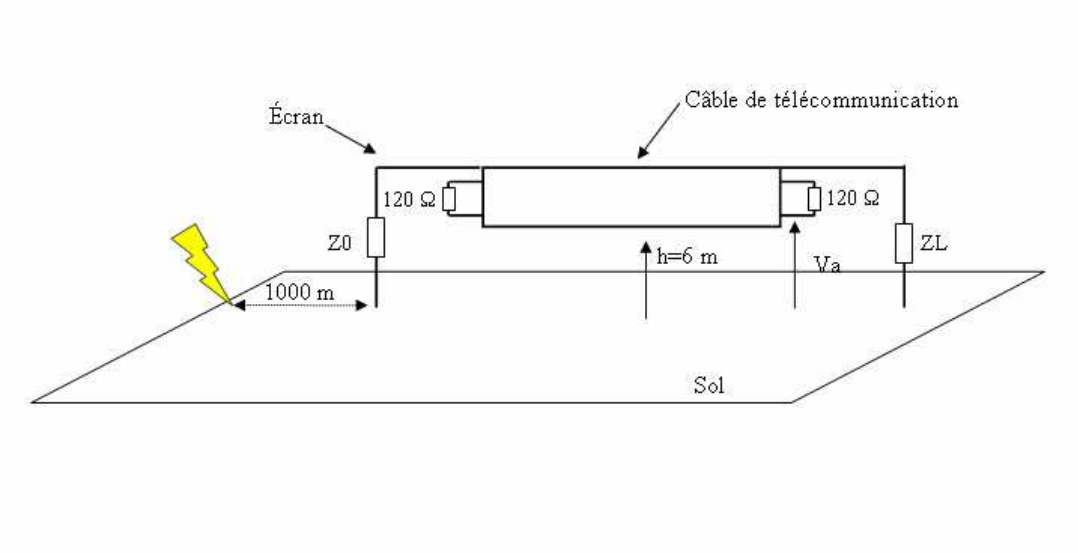


FIG. 2.17: *Configuration de la ligne*

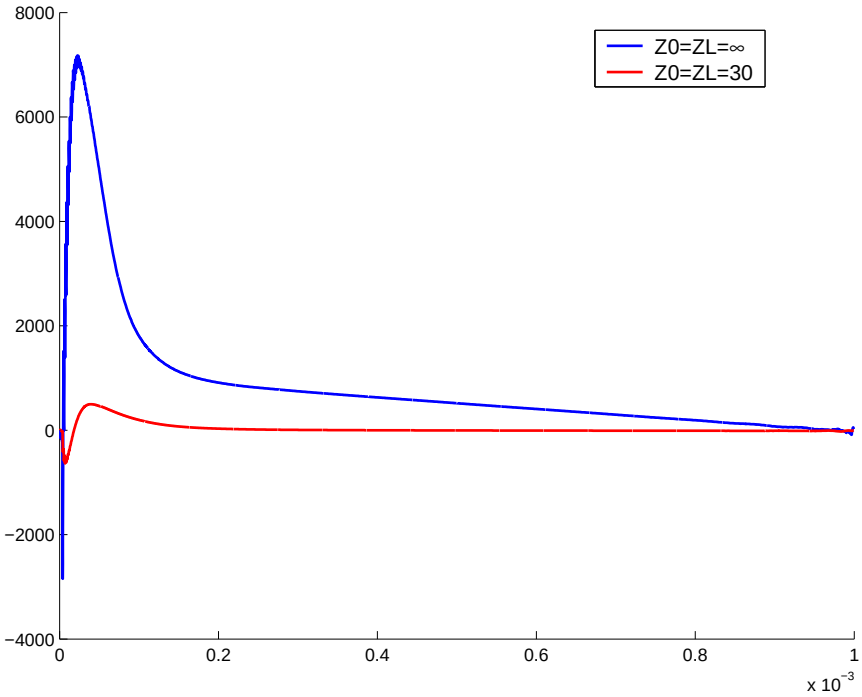


FIG. 2.18: *Tension de mode commun V_a en volts*

2.4.3 Étude d'une configuration complexe

La majeure partie du réseau filaire de France Telecom est constituée de câbles écrantés dont l'écran est relié à la terre tous les 500 m. Néanmoins, le dernier tronçon reliant le client au réseau est souvent composé pour des raisons de sécurité (élévation de potentiel au niveau de la terre du client) d'un câble non écranté ou d'un câble écranté dont le blindage n'est pas connecté à la terre au niveau du client. On se propose d'étudier le comportement de cette configuration beaucoup plus proche de la réalité.

La ligne décrite sur la figure (Fig. 2.21) comporte trois tronçons constitués de câbles blindés et un dernier tronçon constitué d'un câble non écranté. Tous ces tronçons ont une longueur identique égale à 500 m.

Les calculs sont effectués pour une valeur de conductivité de sol égale 1.10^{-2} et pour cinq postions du point d'impact de la foudre situé à une distance d de la ligne. On fixe tout d'abord cette dernière quantité à 1 km, puis à 200 m dans un second temps. Ces points d'impact sont respectivement désignés par les lettres A, B, C, D et E. L'allure du courant de foudre est identique à celle choisie lors de l'étude précédente.

Les signaux calculés pour ces différentes configurations évoquées ci-dessus sont représentés sur les courbes des figures (Fig. 2.19) et (Fig. 2.20).

En analysant ces courbes, les remarques suivantes peuvent être faites :

- pour les points d'impact situés à une distance égale à 1 km, l'amplitude des tensions de mode commun oscille vers une valeur moyenne proche de 800 V pour V_b et 400 V pour V_a,
- à l'inverse, lorsque que l'on se rapproche de la ligne de télécommunications (c'est à dire lorsque la distance d vaut 200 m), les amplitudes des tensions de mode commun dépendent fortement de la localisation d'un point d'impact,
- on peut noter que le niveau des perturbations est nettement plus élevé lorsque l'impact de foudre a lieu à proximité du tronçon constitué d'un câble non écranté (points B et C).

2.4.4 Champ électromagnétique rayonné par une structure «pylône-éclair»

On s'intéresse à l'influence de la présence d'un pylône sur le champ électromagnétique rayonné lors d'un impact foudre sur le pylône. Dans le cadre de notre étude, le pylône de télécommunications est constitué de quatre conducteurs verticaux de 2 cm de rayon et 40 m de hauteur. La distance entre deux

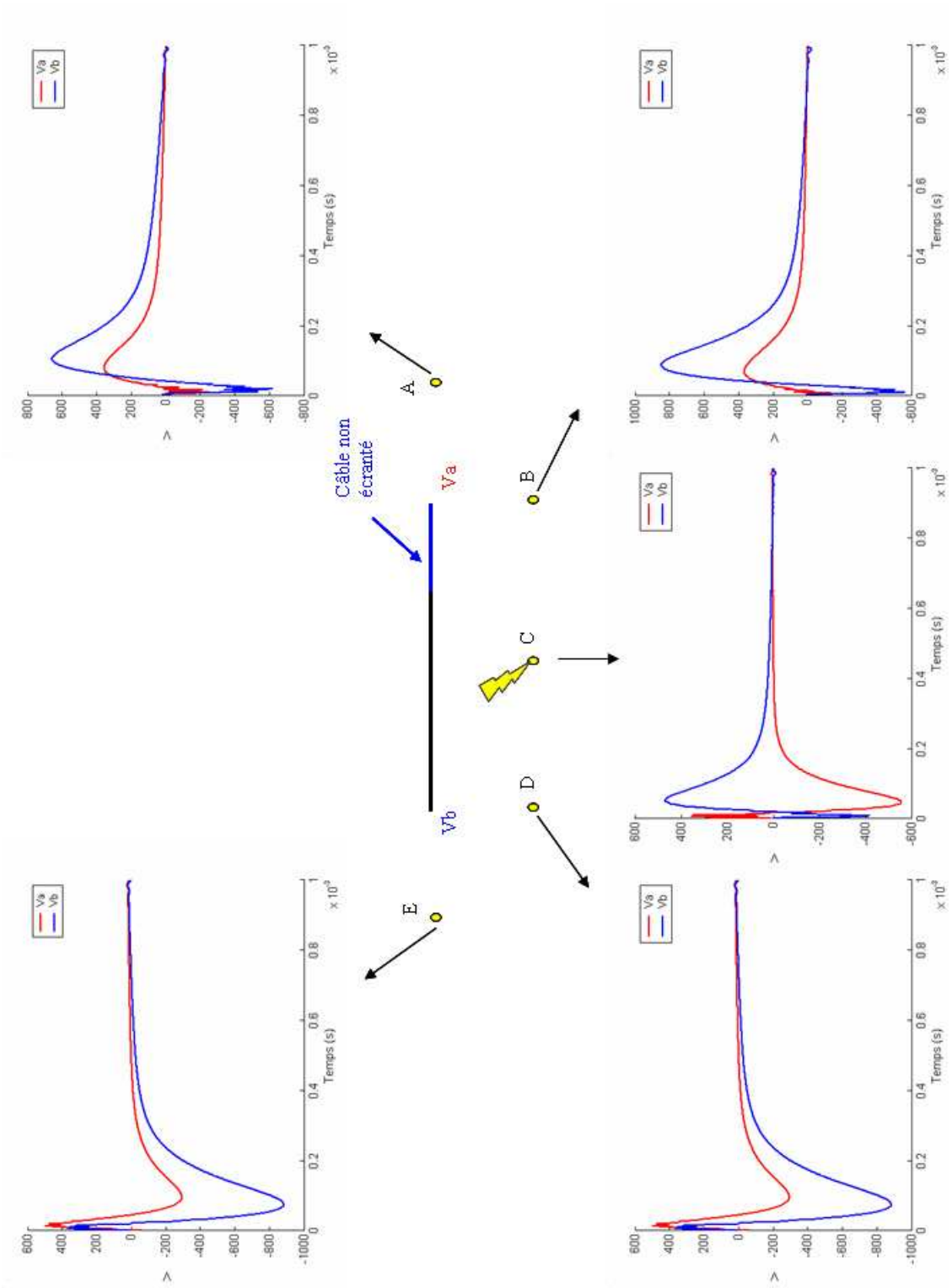


FIG. 2.19: *Tension de mode commun $d = 1\ km$*

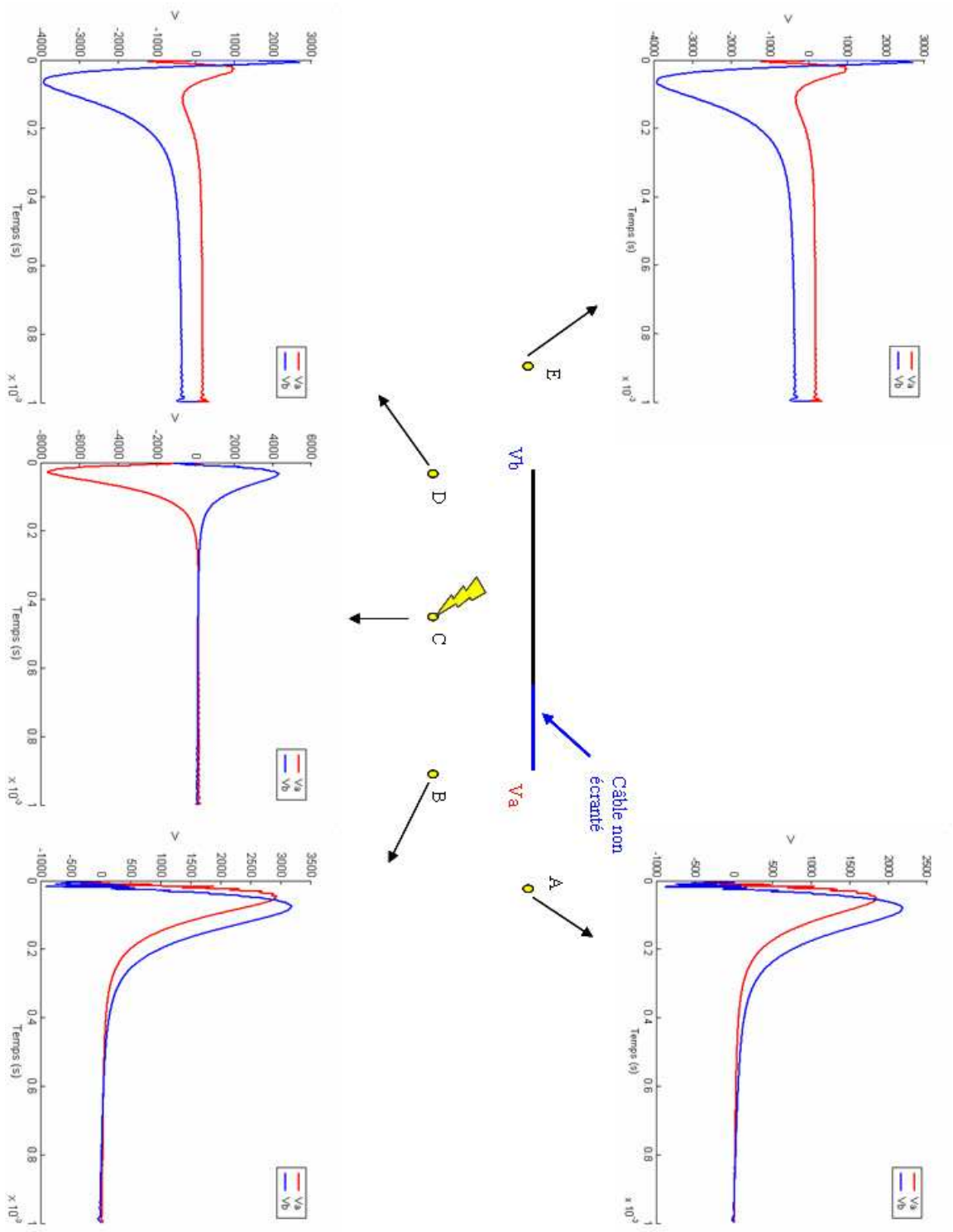


FIG. 2.20: *Tension de mode commun d = 200 m*

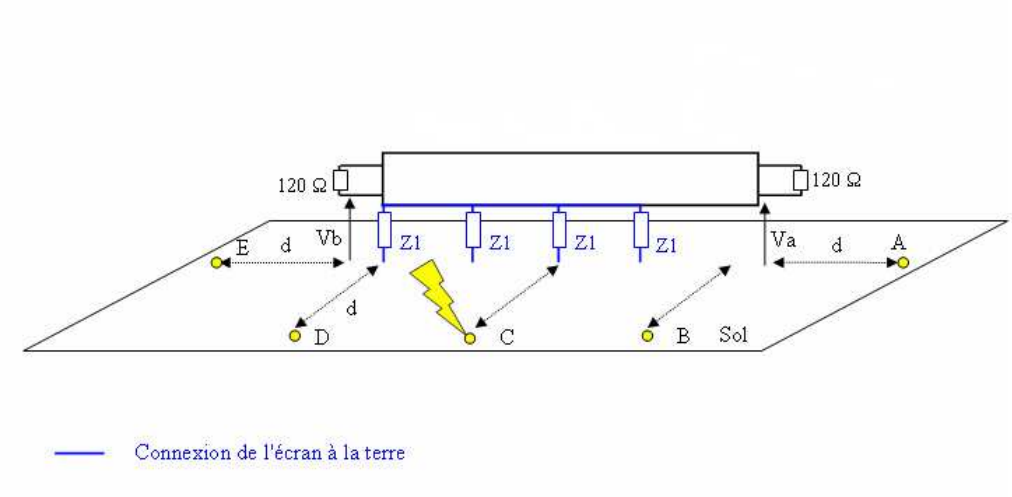


FIG. 2.21: *Configuration du réseau de télécommunications ($Z1 = 30\ \Omega$)*

conducteurs voisins est égale à 1 m. L'impédance caractéristique équivalente est de l'ordre de 210 Ω et on considère une valeur de prise de terre de 30 Ω. Ces caractéristiques conduisent à un ρ_g de 0,7. L'impédance du canal foudre et le coefficient de réflexion au sommet sont respectivement 1500 Ω et -0,7. Concernant le courant de foudre à la base de la structure, on considère deux formes d'onde reproduisant respectivement la forme typique du premier arc en retour et celle d'un arc subséquent. Le courant de base du canal de foudre «non contaminé» est modélisé à l'aide de deux fonctions d'Heilder définies par les paramètres indiqués dans le tableau (Tab. 2.2). Les formes d'ondes du courant de foudre sont représentées sur les courbes de la figure (Fig. 2.22). La vitesse le long du canal de foudre est considérée égale à $1,8.10^8$ m.s^{-1} et la valeur de l'atténuation λ est de 2 km [19].

type	Io1 (kA)	$\tau_{11}(\mu s)$	$\tau_{21}(\mu s)$	N1	I_{02} (kA)	$\tau_{12}(\mu s)$	$\tau_{22}(\mu s)$	N2
1er arc	28	1.8	95	2	-	-	-	-
Subséquent	10.7	0.25	2.5	2	6.5	2	230	2

TAB. 2.2: *Paramètres du courant de foudre à la base du canal (avec les fonctions d' Heidler)*

En analysant les résultats reportés sur la figure (Fig. 2.24), on note que la présence du pylône augmente de façon significative les amplitudes du champ électrique dans les premières micro-secondes. Pour l'arc subséquent, ce phénomène est encore plus accentué (facteur 3). La contribution du pylône au champ électrique total est indiquée dans la figure (Fig. 2.23) où l'on a représenté en fonction de la distance le rapport entre l'amplitude du champ électrique dû au pylône et l'amplitude du champ total produit par le pylône et le canal de foudre. On remarque que ce rapport passe de 0,6 pour une distance de 500 m à 0,05

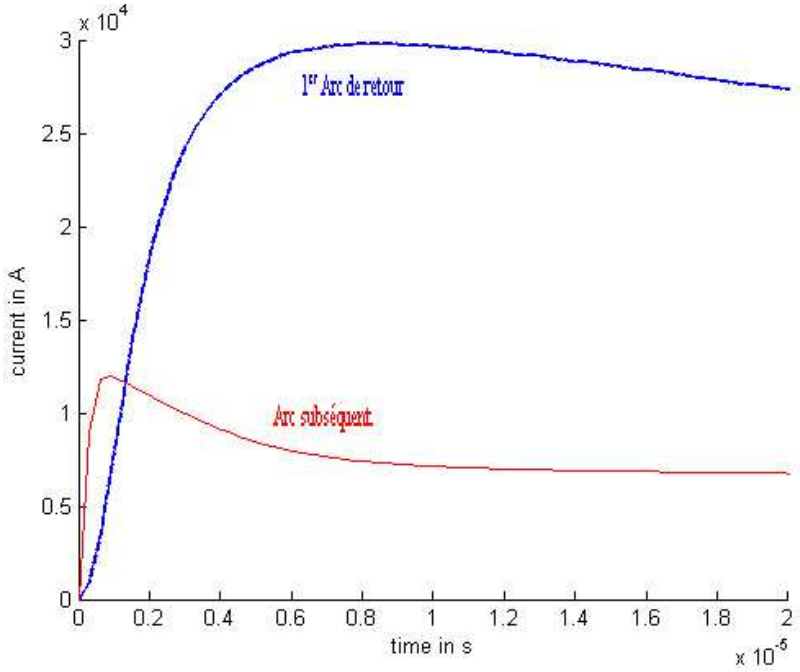


FIG. 2.22: *Représentation du courant de foudre*

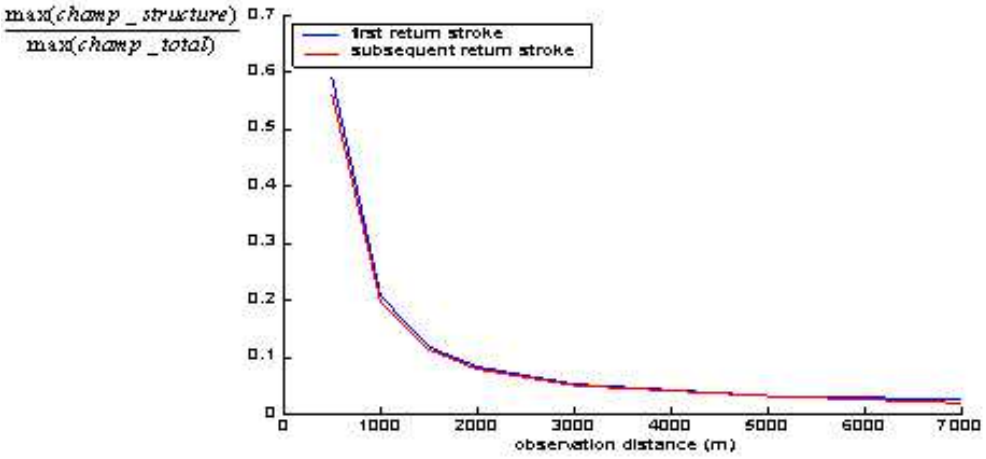
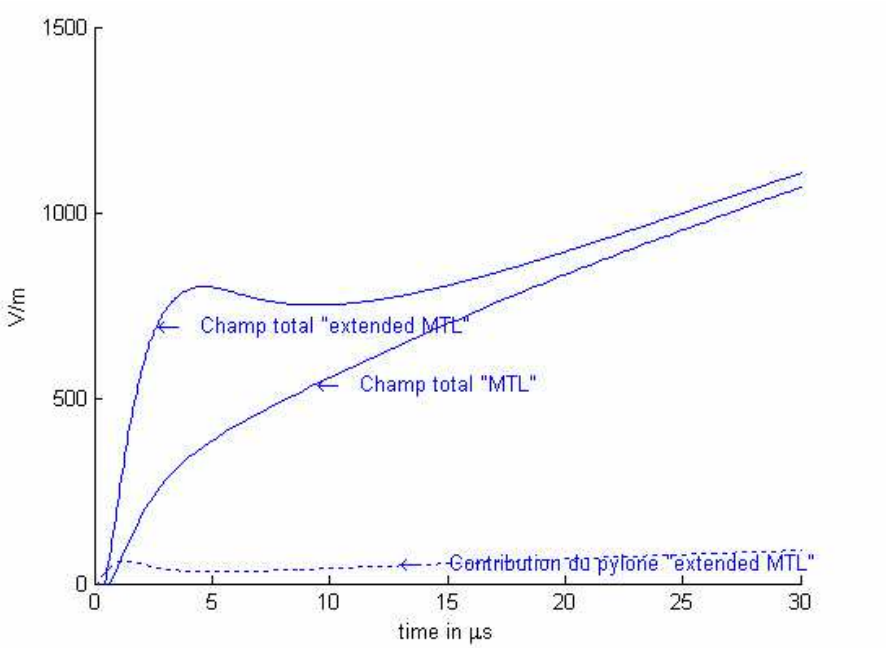
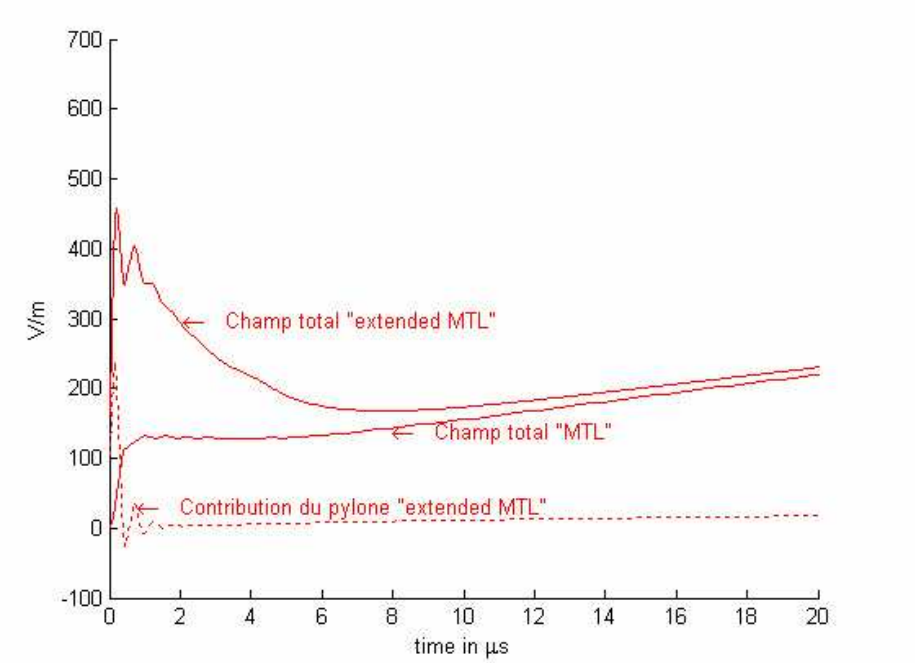


FIG. 2.23: *Contribution du pylône au champ électrique rayonné en fonction de la distance*



(a) Premier arc en retour



(b) Arc subséquent

FIG. 2.24: *Champ électrique rayonné calculé à 2000 m par le modèle MTL et le modèle MTL étendu*

pour 5000m.

On note cependant que les réflexions sont moins visibles sur les signaux expérimentaux que sur les courbes simulées du champ électromagnétique rayonné par la structure «éclair- pylône». Il s'avère cependant difficile de conclure à partir des rares enregistrements disponibles d'autant plus qu'il est également délicat d'accéder avec précision aux différents paramètres du modèle.

Afin de bien comprendre l'influence de ces différents paramètres, nous donnons ici une synthèse de l'article publié tout récemment par Baba et Rakov [10]. Ces auteurs ont effectué sur la base des modèles mathématiques sont données par les équations (2.10), (2.18) et (2.19), une étude paramétrique pour montrer l'influence de certains paramètres tels que la hauteur de la structure ou encore la vitesse et le temps de montée de l'arc en retour. Ils se sont en particulier intéressés à l'évolution du rapport entre les champs électrique et magnétique rayonnés par la foudre en absence de structure ($E_{z_{flat}}$ et H_{flat}), et les champs en présence de cette dernière ($E_{z_{tall}}$ et H_{tall}).

Les figures (Fig. 2.25) et (Fig. 2.26) représentent quelques exemples de résultats obtenus par ces auteurs. La Figure (Fig.2.25) montre l'influence du temps de montée de l'arc en retour sur le rapport des champs en fonction de la distance du point d'observation où se fait l'évaluation des champs. Dans ce cas précis, la vitesse de l'arc en retour est égale à la moitié de la vitesse de la lumière et la structure considérée a une hauteur de 100 m. Les coefficients de réflexion au sommet et à la base du pylône valent respectivement à -0.5 et 1. Le coefficient ρ_{gr} est considéré égale à 1.

On note que le renforcement du champ électromagnétique dû à la présence de la structure augmente lorsque le temps de montée du courant de foudre diminue. Les rapports des champs approchent la valeur de 2,23 pour des distances supérieures à 3 km lorsque le temps de montée du courant est égal à 0,15 μs. Ce rapport passe à 1,13 pour des distances supérieures à 10 km et pour un temps de montée du courant de 1,4 μs.

Les auteurs montrent en particulier que le renforcement du champ électromagnétique peut être estimé à grande distance par la formule suivante :

$$k_{tall} = (1 - \rho_t) \cdot \left(\frac{\frac{c_0}{v} + 1}{1 + \rho_{gr}} \right) \tag{2.102}$$

Il faut cependant noter que cette formule n'est valide que pour des temps de montée du courant de foudre plus petits que le temps de propagation du courant du sommet de la structure jusqu'à sa base, à savoir ($\frac{h}{c}$ = 0,33 pour h = 100 m).

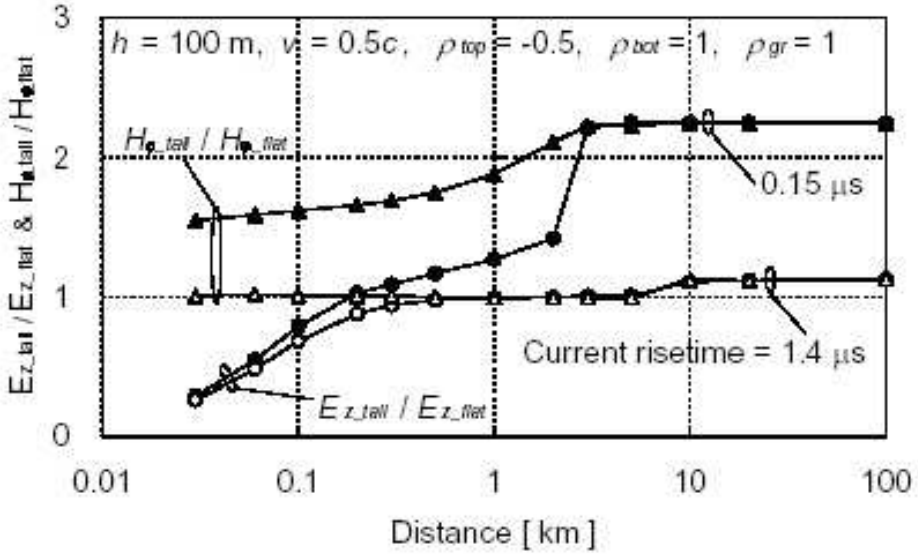


FIG. 2.25: *Rapport* $\frac{E_{z_{tall}}}{E_{z_{flat}}}$ *et* $\frac{H_{tall}}{H_{flat}}$ *en fonction de la distance horizontale d à partir du canal foudre pour deux valeurs différentes du temps de montée du courant de foudre 0,15 μs (cercles et triangles pleins) et 1,4 μs (cercles et triangles vides)*

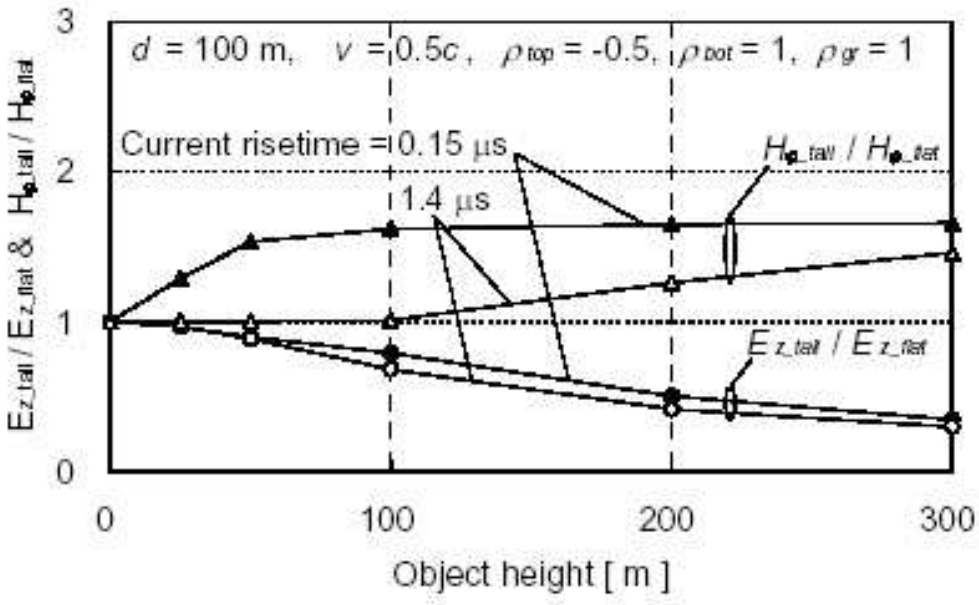


FIG. 2.26: *Rapport* $\frac{E_{z_{tall}}}{E_{z_{flat}}}$ *et* $\frac{H_{tall}}{H_{flat}}$ *en fonction de la hauteur h de la structure à une distance de 100 m du canal foudre et pour deux valeurs différentes du temps de montée du courant de foudre 0,15 μs (cercles et triangles pleins) et 1,4 μs (cercles et triangles vides)*

Ainsi le facteur 2,25 précédent correspond bien au facteur prédit par la formule (2.102) dans le cas où le temps de montée du courant de foudre est égal 0,15 μs. En revanche, cette formule n'est plus valide dans le cas d'un temps de montée de 1,4 μs puisque ce dernier est supérieur à $\frac{h}{c}$ =0,33 μs.

La figure (Fig. 2.26) montre quant à elle, l'influence de la hauteur de la structure sur le rapport des champs pour les deux temps de montée du courant de foudre. Dans ce cas précis, la vitesse de l'arc en retour est égale à la moitié de la vitesse de la lumière et le calcul du champ électromagnétique se fait à une distance de 100 m.

On remarque que le rapport $\frac{H_{tall}}{H_{flat}}$ augmente lorsque la hauteur h de la structure augmente tandis que le rapport $\frac{E_{z_{tall}}}{E_{z_{flat}}}$ diminue, quant à lui. De plus, il apparaît que les deux rapports diminuent lorsque le temps de montée du courant de foudre augmente. Ce phénomène est plus accentué dans le cas du champ électrique (Fig. 2.26).

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, l'étude du couplage entre une onde électromagnétique rayonnée par la foudre et une ligne de télécommunications située au dessus d'un sol a été faite en utilisant la théorie des lignes de transmission dans le domaine fréquentiel.

De manière à calculer le rayonnement électromagnétique émis par une décharge atmosphérique, nous avons analysé les différents modèles de l'arc en retour disponibles dans la littérature en soulignant plus particulièrement la complexité de mise en œuvre des modèles antennes.

Nous avons ensuite rappelé les différentes expressions mathématiques permettant de calculer le champ rayonné par un canal de foudre et nous avons notamment décrit les principales approximations des intégrales de Sommerfeld intervenant dans le calcul du champ électrique pour un sol de conductivité finie.

S'agissant de l'étude du couplage avec la ligne, une méthode originale adaptée à un code de type EMTP et qui repose sur l'ajout d'une source de courant équivalente placée à chaque extrémité de la ligne traduisant le couplage de la décharge atmosphérique, a été utilisée. Ces sources de courant ont été calculées à l'aide du modèle d'Agrawal.

La validité des résultats fournis par le code que nous avons développés a été montrée en effectuant une comparaison, tout d'abord avec des résultats issus de la littérature, puis avec des résultats expérimentaux obtenus à l'aide d'éclairs

déclenchés lors d'expériences effectuées au Brésil par France Télécom.

Enfin, une analyse paramétrique a été menée en vue d'exhiber les facteurs aggravant les risques de défaillance et les zones sensibles d'un réseau de télécommunications.

Les principales constatations faites à l'issue de cette étude ont été les suivantes :

- la conductivité du sol joue un rôle prépondérant sur le niveau des surtensions induites par la foudre,
- la connexion de l'écran du câble de télécommunications à la terre en plusieurs endroits réduit de manière significative les tensions de mode commun aux bornes du réseau,
- la présence d'un pylône a pour conséquence une augmentation non négligeable de l'amplitude du champ électrique rayonné par une structure pylône-éclair lors des premières micro-secondes. Pour approfondir ce point, nous avons rappelé les principaux résultats d'une étude paramétrique récemment publiée et qui montre l'impact de différents paramètres sur le renforcement du champ dû à la présence de la structure.

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence l'influence d'un pylône sur le champ électromagnétique rayonné par une telle structure foudroyée. Cependant, il existe généralement dans le réseau de télécommunications, des structures constituées par un pylône associé à un bâtiment mitoyen et reliées à des câbles de télécommunications et d'énergie. Les différents conducteurs de ces câbles sont le plus souvent connectés au réseau de terre du bâtiment directement ou à travers des parafoudres.

Dans le prochain chapitre, nous allons nous intéresser plus particulièrement à la détermination de l'élévation de potentiel du réseau terre associé à une structure foudroyée ainsi qu'à l'évaluation du couplage conductif avec un câble de télécommunications connecté à ce réseau de terre.

Chapitre 3

Étude du couplage entre une décharge atmosphérique et le réseau de terre d'une structure foudroyée

---

Le fort développement des réseaux mobiles a conduit une multiplication des sites remplissant les fonctions d'émetteurs radioélectriques. Ces stations de base sont situées en altitude ou à des hauteurs importantes de la surface du sol. Ainsi, ces sites qui incluent des équipements devant assurer la continuité de service, sont naturellement exposés aux coups de foudre directs ou proches. Ils nécessitent par conséquent une protection électromagnétique fiable. Il convient donc de protéger le plus efficacement possible l'ensemble des systèmes intégrés au site, en tenant compte également de la présence de réseaux de télécommunications et d'énergie.

Dans cette partie de l'étude, nous rappelons en premier lieu, les différentes méthodes disponibles dans la littérature pour modéliser le couplage d'une décharge atmosphérique avec un réseau de terre associé à la structure foudroyée. Nous présenterons en particulier, les avantages et les inconvénients de chaque méthode.

Nous présentons ensuite l'approche utilisée pour la détermination de l'élévation de potentiel produite sur un réseau de terre maillé par le foudroiement du pylône situé à proximité d'un bâtiment de télécommunications. Cette méthodologie, fondée sur l'utilisation de la Théorie des Lignes de Transmission, permet également de déterminer le courant induit au niveau d'un conducteur connecté au réseau de terre.

3.1 Les différentes approches

Ce paragraphe est relatif aux différentes approches présentées dans la littérature pour modéliser l'impact d'une décharge atmosphérique sur une structure filaire comportant une partie enterrée. Les spécificités liées à la modélisation d'une décharge orageuse sur un réseau de terre seront mises en avant. Trois types d'approches peuvent être envisagées dans le cadre de cette étude :

- la théorie des circuits,
- la théorie des lignes de transmission,
- la théorie des antennes.

3.1.1 La théorie des circuits

Afin de déterminer par la théorie des réseaux la répartition des potentiels et des courants, l'électrode de terre (électrode enterrée horizontalement ou verticalement, grille...) est assimilée à des cellules R, L, C et G équivalentes. La dimension des cellules doit rester très inférieure à la longueur d'onde. Le calcul de répartition des courants est effectué en résolvant l'équation matricielle nodale suivante :

$$\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{i}(t) - \boldsymbol{d}(t - \Delta t, ..) \tag{3.1}$$

avec :

$\boldsymbol{Y}$: la matrice d'admittance nodale,

$\boldsymbol{u}(t)$: le vecteur des tensions nodales,

$\boldsymbol{i}(t)$: le vecteur des sources des courants,

$\boldsymbol{d}(t - \Delta t, ..)$: le vecteur des courants connus à l'instant antérieur.

Cette approche a été utilisée pour la première fois par Meliopoulos et al. [20] en 1983 : les paramètres R, L, C et G caractérisant la cellule sont alors considérés comme étant indépendants de la fréquence. Puis, Papalexopoulos [21] développa des formules basées sur les équations quasi-statiques de Maxwell où chaque cellule et courant antérieur dépendent de la fréquence. En 1989, Ramamoorty [22] proposa un modèle simplifié d'un réseau de terre pour lequel une électrode est représentée par des cellules L et G .

Enfin, un certain nombre d'auteurs se sont intéressés à la prise en compte du phénomène d'ionisation en faisant varier la capacité et la conductance en fonction du champ radial autour de l'électrode [23,24]. Or, ce type d'approche nécessite généralement un nombre important de cellules et conduit donc à des temps de calcul prohibitifs.

3.1.2 La théorie des lignes de transmission

La Théorie des Lignes de Transmission (TLT) est souvent utilisée pour l'étude des phénomènes transitoires dans les structures filaires situées au dessus d'un sol où d'un plan de masse. Elle permet le calcul du courant et de la tension le long d'un fil conducteur ou d'un réseau de câbles. Une application particulière de la TLT correspond à l'évaluation de la distribution de courant sur un réseau de terre complexe. La première étape de cette approche est liée à la détermination des paramètres linéiques de la structure. La littérature étant prolixe sur ce thème particulier, nous retiendrons uniquement les formulations les plus couramment rencontrées que nous associerons à deux types de méthodes :

- les paramètres linéiques déterminés grâce à des approximations quasi-statiques ,
- les paramètres impédances et admittances découlant de la théorie des antennes.

Dans le cas d'une électrode enterrée horizontalement, des formules pour le calcul des paramètres impédances et admittances, issues de la théorie des antennes, ont été proposées par Sunde [7]. La variation du courant en fonction de l'abscisse x du conducteur est donnée par :

$$I(x) = I_0.\exp(-\Gamma.x) \tag{3.2}$$

où Γ est l'exposant linéique de propagation avec $\Gamma = \sqrt{i.w.\mu_0.(\sigma_{sol} + i.w.\varepsilon_{sol})}$. Les termes ε_{sol} et σ_{sol} correspondent respectivement à la permittivité et à la conductivité du sol.

De plus, la constante de propagation γ peut s'exprimer en fonction des paramètres impédance Z et admittance Y comme suit :

$$\gamma = \sqrt{Z.Y} \tag{3.3}$$

avec :

$$Z = Z_i + \frac{i.w.\mu_0}{2.\pi}.log\left[\frac{1,85}{\sqrt{\gamma^2 + \Gamma^2}.\sqrt{2.a.d}}\right] \tag{3.4}$$

$$Y^{-1} = Y_i^{-1} + \frac{1}{2.\pi.(\sigma_{sol} + i.w.\varepsilon_{sol})}.log\left[\frac{1.12}{\gamma.\sqrt{2.a.d}}\right] \tag{3.5}$$

où d, a, Z_i et Y_i représentent respectivement la profondeur, le rayon, l'impédance et l'admittance interne du conducteur.

Établies à partir de l'expression analytique de la résistance d'un conducteur enterré horizontalement de longueur l développée par Sunde [7], des formules relatives aux paramètres linéiques ont également été proposées :

$$L \approx \frac{\mu_0}{\pi}.\left[ln\left(\frac{2.l}{\sqrt{2.a.d}}\right)-1\right] \tag{3.6}$$

$$C \approx \frac{\pi.\varepsilon_{sol}}{ln\left(\frac{2.l}{\sqrt{2.a.d}}\right)-1} \tag{3.7}$$

$$G \approx \frac{\pi}{\rho_{sol}.\left[ln\left(\frac{2.l}{\sqrt{2.a.d}}\right)-1\right]} \tag{3.8}$$

où la quantité ρ_{sol} représente la résistivité du sol.

Compte-tenu des erreurs inhérentes à l'application de ces expressions, nous considérerons par la suite des expressions plus pertinentes, en accord avec les travaux de Liu Yaqing [25]. Dans ceux-ci, elle assimila l'électrode à une ligne de transmission non uniforme et développa des relations déterminant les matrices inductances, résistances et susceptances d'un système multiconducteur enterré. La méthode ainsi développée, permet d'améliorer les modèles existants et de prendre en compte la notion de longueur effective du conducteur. Il est à noter que la TLT, si les résultats auxquels elle conduit restent peu précis, présente l'avantage d'être associée à des temps de calculs très faibles.

3.1.3 La théorie des antennes

La théorie des antennes représente une méthode plus rigoureuse pour l'étude des phénomènes transitoires sur les réseaux de terre. Cette approche est en effet établie à partir des équations de Maxwell avec un nombre réduit d'hypothèses simplificatrices. Les équations de Maxwell peuvent s'écrire sous forme différentielle ou intégrale. Dans ce dernier cas, la résolution numérique de l'équation intégrale est effectuée généralement par la méthode des moments. La recherche des solutions de la forme différentielle de ces équations fait le plus souvent appel à la méthode des différences finies.

Formulation Intégrale

Le modèle d'une électrode fondé sur une formulation intégrale dans le domaine fréquentiel et sur sa résolution numérique par la méthode des moments, a été initialement présenté par Grcev [3]. Cette méthode est établie à partir de l'équation intégrale du champ électrique (E.F.I.E.) :

$$\overrightarrow{E_s} = \frac{1}{4\pi j w\,\varepsilon_c}\left[\nabla\nabla - \Gamma^2\right]\int_l t'.\overrightarrow{I}\,(\overrightarrow{r}')\,G_n(\overrightarrow{r},\overrightarrow{r'})dl, \tag{3.9}$$

avec :

- $G_n(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r'}) = G_1(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r'}) + G_s(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r'}) + G_i(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r'})$,
  $G_n(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r'})$ correspond à la fonction de Green composée d'un terme source G_1 et d'un terme image G_i , ainsi que d'un facteur correctif G_s tenant compte de la présence du sol et incluant les intégrales de Sommerfeld.
- E_s : le champ total diffracté le long du conducteur,
- $t'.\overrightarrow{I}\ (\overrightarrow{r}')$: le courant circulant dans le conducteur,
- $\varepsilon_c = \varepsilon_{sol} - j\frac{\sigma_{sol}}{w}$: la permittivité complexe.

La conductivité du fil est supposée infinie. Par conséquent, l'application des conditions aux limites à la surface du conducteur conduit à l'annulation des composantes tangentielles du champ électrique :

$$t.\left(\overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{E_s}\right) = \overrightarrow{0} \tag{3.10}$$

où E_i représente le champ électrique incident.

L'équation intégrale ne présente pas de solution analytique. La Méthode des Moments permet alors d'évaluer numériquement le courant le long de la structure par la résolution d'un système matriciel linéaire.

L'électrode de terre est alors subdivisée en N petits segments de longueur Δl, chacun d'eux étant représentatif d'un dipôle élémentaire.

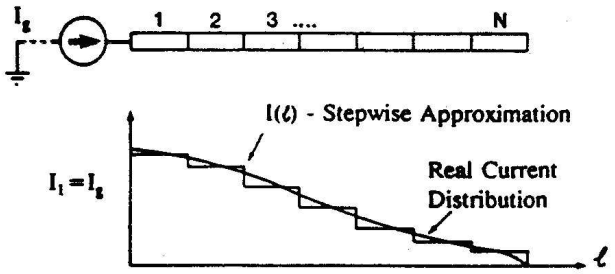


FIG. 3.1: *Courant approximé le long d'un conducteur enterré*

La distribution du courant est approximée par une combinaison linéaire de M fonctions de base $P_i(z')$, le courant en un point z' étant donné par :

$$I(z') = \sum_{i=1}^{M} C_i P_i(z') \tag{3.11}$$

Par exemple, dans le cas des fonctions «portes», on a :

$$P_i(z') = \begin{cases} 1 & \text{sur le segment d'ordre } i \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{3.12}$$

$$C_i(z') = \begin{cases} I_i & \text{sur le segment d'ordre } i \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{3.13}$$

où I_i correspond au courant de l'i^{ème} segment.

Au final, on obtient le système matriciel suivant :

- pour une injection en courant :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ig \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

- pour une injection en tension :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Vg \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

où Ig et Vg représentent respectivement le courant injecté et la tension appliquée sur un segment.

Comme dans le chapitre précèdent relatif à la modélisation du canal de foudre, la modélisation de l'injection de courant de foudre sur un réseau de terre requiert une modification de la matrice d'impédance généralisée.

Enfin, la réponse transitoire du système est obtenue à l'aide d'une Transformée de Fourier Inverse. Cette approche présente l'inconvénient, de par sa formulation dans le domaine fréquentiel, de ne pas prendre en compte facilement les non-linéarités dûes aux phénomènes d'ionisations et à la présence de parafoudres connectés aux réseaux de terre.

Il est à noter qu'une formulation dans le domaine temporel de l'équation intégrale du champ électrique est envisageable. Cependant, des problèmes de stabilité numérique peuvent apparaître dans certains cas..

Formulation différentielle

La méthode TLM (Transmission Line Matrix) et la méthode FDTD sont associées à des techniques de résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel.

■ La FDTD

La méthode FDTD permet d'accéder directement aux solutions des équations de Maxwell pour les champs électrique et magnétique, aux points d'un volume maillé. Le maillage est souvent orthogonal, mais non nécessairement uniforme. Toutefois, Holland [26] recommande que deux cellules voisines ne diffèrent pas en dimensions de plus de 30%. La modélisation des fils peut être réalisée au moyen de trois approches différentes.

Une première solution consiste à considérer un fil comme l'arête parfaitement conductrice d'une cellule du maillage ($E_{Tangentiel} = 0$). La deuxième méthode, proposée par Taflove, revient à forcer un champ à zéro sur une arête, mais considère une variation en $\frac{1}{r}$ (approximation quasi-statique) pour le champ radial autour de l'axe du fil. Enfin, le formalisme de Holland introduit deux nouvelles grandeurs dans le schéma de la cellule de Yee. Il s'agit du courant I circulant dans le fil et de la densité linéique de charge Q le long du fil. Ces deux grandeurs sont évaluées en plus des composantes du champ électrique et du champ magnétique à partir des hypothèses de l'électrostatique.

Contrairement au premier modèle, l'approche de Taflove et le formalisme de Holland permettent de prendre en compte les caractéristiques physiques des fils dont les dimensions sont très inférieures à la taille des mailles. Cependant, le formalisme de Holland permet l'application de conditions aux limites particulières aux extrémités des fils. En effet, il est possible d'appliquer une condition d'adaptation à une extrémité du fil et donc de simuler un fil infiniment long, ce qui est nécessaire pour modéliser le canal de foudre. S'agissant de méthodes temporelles, la prise en compte de non-linéarités est facilitée. De plus, nous verrons que ce formalisme peut s'étendre aux câbles de télécommunications.

■ La TLM

La méthode TLM est très voisine de la méthode FDTD. Golberi [27] utilisa cette méthode pour déterminer le potentiel d'un réseau de terre. La propagation des ondes électromagnétiques est représentée par un réseau fictif de lignes de transmission orthogonales. Les jonctions entre les lignes sont caractérisées par des matrices S de répartition. A l'emplacement où se situent les structures métalliques, le champ électrique tangentiel est considéré comme nul. La modélisation du canal est effectuée par le prolongement d'un fil dans les couches

absorbantes. Cependant, cette méthode est plus gourmande en termes de capacité mémoire que la FDTD et les temps de calcul sont deux fois plus élevés par rapport à la méthode FDTD.

Ce paragraphe nous a permis de dresser un tableau sur l'état de l'art dans le domaine de la modélisation du couplage conductif de la foudre avec un réseau de terre à partir de divers formalismes. Les avantages et inconvénients de ces différentes approches sont récapitulés dans le tableau (Tab. 3.1). Notons que la théorie des circuits n'y figure pas car elle est la méthode la moins précise et nous paraît être dépassée. La théorie des antennes, quant ? elle, constitue le formalisme le plus rigoureux permettant de rendre parfaitement compte des interactions possibles entre l'ensemble des éléments après discrétisation. Si le formalisme des antennes est le plus complet, sa mise en œuvre informatique n'est pas aisée et les temps de calcul deviennent prohibitifs dès que l'on est amené à traiter de grandes structures. La théorie des lignes demeure donc la méthode la plus adaptée pour la détermination du courant généré par couplage conductif sur un conducteur de grande longueur raccordé à un réseau de terre. Après une brève présentation de la théorie des lignes, nous allons dans le paragraphe suivant comparer les résultats obtenus à l'aide des différentes approches utilisées pour calculer l'élévation de potentiel d'un réseau de terre parcouru par un courant de foudre.

3.2 Détermination de l'élévation de potentiel d'un réseau de terre parcouru par un courant de foudre

3.2.1 La théorie des lignes de transmission

La TLT permet permet l'étude des phénomènes de propagation le long d'un support filaire. Cette méthode est basée sur la résolution d'un système de deux équations différentielles qui régissent la propagation du courant et de la tension le long d'un fil conducteur. Ces équations peuvent être obtenues de trois façons différentes : soit à partir des formes intégrales ou différentielles des équations de Maxwell, soit à partir d'un schéma électrique de ligne équivalent. Ce principe de calcul approximatif des courants et tensions le long d'un conducteur repose sur trois hypothèses principales :

- la ligne de transmission est considérée comme une succession de multipôles de longueur très inférieure à la longueur d'onde en cascade.
- le courant varie lentement sur la ligne. Cette hypothèse implique un critère d'échantillonnage : $\Delta x << \lambda$ avec Δx la longueur d'un segment.
- les ondes se propageant sur le conducteur sont de type quasi-TEM (Transverse ElectroMagnétique). Les champs électriques et magnétiques autour du fil sont perpendiculaires ou tranverses à son axe.

	Théorie des lignes			Théorie des antennes				
	Uniforme Approche		Non uniforme	Formulation intégrale		Formulation différentielle		
				Temporel	Fréquentiel	FDTD		TLM
Fil au dessus d'un plan de masse	Résultat correct		Résultat correct	Résultat correct Problème de stabilité dans l'algorithme	Résultat correct	Formalisme ETangentiel =0	Résultat correct	Formalisme ETangentiel=0 Résultat correct
						Formalisme de Taflove	Résultat correct	
						Modèle de Holland	Résultat correct	
Fil enterré	Approche sunde: résultat convenable	Approche quasi-statique: résultat passable	Résultat correct	Problème de stabilité dans l'algorithme	Résultat correct	Formalisme ETangentiel =0	Résultat correct	Formalisme ETangentiel=0 Résultat correct
						Formalisme de Taflove	Résultat correct	
						Modèle de Holland	Résultat correct	
Modélisation Du canal de foudre	Pas de modélisation du canal de foudre : Générateur de courant			Oui	Oui mais modification de l'impédance de la matrice généralisée	Formalisme ETangentiel =0	Résultat passable	Formalisme ETangentiel=0 Résultat Passable
						Formalisme de Taflove	Résultat passable	
						Modèle de Holland	Résultat correct	
Modélisation des câbles de télécommunication	Oui			Difficile	Difficile	Possible		Difficile
Elément non linéaire : parafoudre	Oui			Oui	Non	Oui		Oui

Résultat passable : formalisme incomplet ou méthode difficile à mettre en œuvre

TAB. 3.1: *Tableau comparatif des différentes méthodes*

Les équations des télégraphistes

■ **Principe**

Sous l'approximation quasi-TEM, les courants et tensions sont solutions en tout point de l'axe x d'une ligne monofilaire de longueur l du système suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dU}{dx} = -Z.I \\ \dfrac{dI}{dx} = -Y.u \end{cases} \tag{3.16}$$

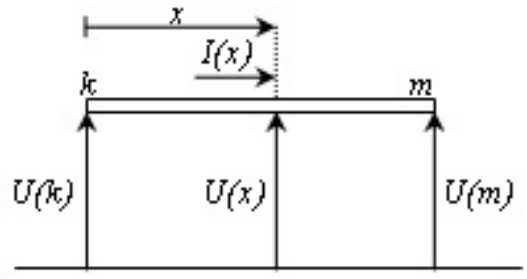


FIG. 3.2: *Ligne de transmission monofilaire*

En combinant les équations du système (3.16), les équations décrivant la propagation du courant et de la tension s'écrivent :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2U}{dx^2} = \gamma^2.U \\ \dfrac{d^2I}{dx^2} = \gamma^2.I \end{cases} \tag{3.17}$$

où $U = U(x, j.w)$ et $I = I(x, j.w)$ sont la tension et le courant se propageant le long de la ligne. Quant à la quantité $\gamma = \sqrt{Z.Y}$, elle représente le coefficient de propagation de l'onde avec :

$$Z = R + j.w.L \tag{3.18}$$

$$Y = G + j.w.C \tag{3.19}$$

Ce système a comme solution :

$$U(x, j.w) + Z_c.I(x, j.w) = \left(I(k, j.w) + Z_c.I(k, j.w)\right).e^{-\gamma.x} \tag{3.20}$$

où R, L, C et G sont respectivement la résistance, l'inductance, la capacité et la conductance linéique de la ligne considérée.

Cette relation montre que la quantité $U(x, j.w) + Z_c.I(x, j.w)$ entrant au début de la ligne est transmise en un point x selon une fonction de propagation $e^{-\gamma.x}$. En particulier, la relation (3.20) peut être utilisée pour relier la tension et le courant d'entrée ($V(k, j.w)$, $I(k, j.w)$) avec la tension et le courant de sortie ($V(m, j.w), I(m, j.w)$) d'une ligne de transmission de longueur l :

$$U(m, j.w) + Z_c.I(m, j.w) = (U(k, j.w) + Z_c.I(k, j.w)) .e^{-\gamma.l} \tag{3.21}$$

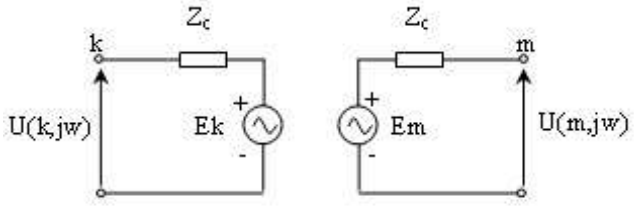


FIG. 3.3: *Modèle de Bergeron*

De cette dernière équation, nous pouvons dresser le schéma électrique ou modèle de Bergeron :

$$E_m(j.w) = (U(k, j.w) + Z_c.I(k, j.w)) .e^{-\gamma.l} = F_k.e^{-\gamma.l} \tag{3.22}$$

$$E_k(j.w) = (U(m, j.w) + Z_c.I(m, j.w)) .e^{-\gamma.l} = F_m.e^{-\gamma.l} \tag{3.23}$$

■ Modèle temporel d'une ligne idéale [28]

Considérons le cas d'une ligne sans perte avec des paramètres L et C constants, la relation (3.22) sous sa forme temporelle s'écrit alors :

$$e_m(t) = U(k, t - \tau) + Z_c.I(k, t - \tau) \tag{3.24}$$

avec $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ et $\tau = l.\sqrt{L.C}$.

Ainsi, nous en déduisons la représentation temporelle d'une ligne idéale :

La représentation d'une ligne sous EMTP reprend le modèle de la ligne idéale en y insérant des résistances réparties le long dans le but de prendre en compte les pertes par effet Joule.

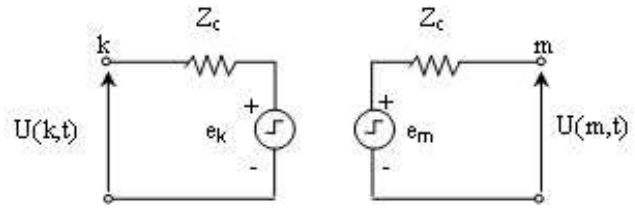


FIG. 3.4: *Représentation temporelle d'une ligne de transmission idéale*

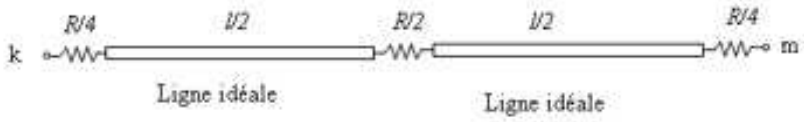


FIG. 3.5: *Modèle de ligne sous EMTP*

Ce modèle donne des résultats avec un taux d'erreur acceptable si la condition $R.l \leq Z_c$ est respectée.

Le circuit équivalent représenté sur la figure (Fig. 3.3), présente le modèle générale d'une ligne avec son impédance caractéristique $Z_c(w)$ et sa fonction de propagation $e^{-\gamma.l}$. La difficulté majeure dans la modélisation des lignes de transmission réside dans la prise en compte des pertes et des dépendances fréquentielles des paramètres linéiques dans le domaine temporel. Dans le domaine fréquentiel, une voie consiste à synthétiser $Z_c(w)$ en un réseau de circuits $R'C'$ équivalents avec R' et C' constants. Ainsi, ce circuit représenté sur la figure (Fig. 3.6) peut être converti directement dans le domaine temporel.

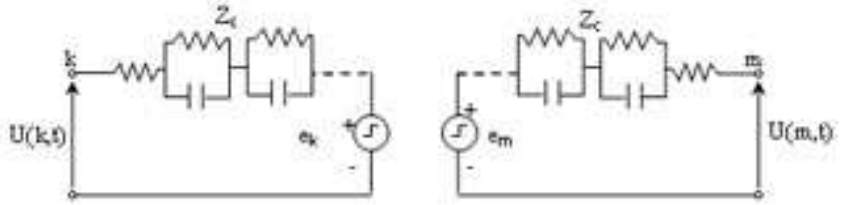


FIG. 3.6: *Modèle de ligne sous EMTP avec les paramètres linéiques dépendants de la fréquence*

La relation (3.22) écrite sous sa forme temporelle devient :

$$e_m(t) = \int_{\tau}^{\infty} \left(U(k, t-u) + Z_c.I(k, t-u)\right).ap(u)\ du \tag{3.25}$$

où $ap(t) = f^{-1}\left(e^{-\gamma(w).l}\right)$.

La dernière étape consiste a évaluer l'intégrale de convolution à chaque itération en synthétisant $e^{-\gamma(j.w).l}$ par une somme de pôles du premier ordre :

$$e^{-\gamma(w).l} = \left(\frac{k_1}{j.w+p_1} + \frac{k_2}{j.w+p_2} + ...\frac{k_m}{j.w+p_m}\right).e^{-j.w.\tau} \tag{3.26}$$

En utilisant cette expression dans la relation (3.22), nous obtenons :

$$E_m(j.w) = F_k(j.w).e^{-\gamma(j.w).l} = F_k(j.w)\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{k_i}{j.w+p_i}\right).e^{-j.w.\tau} \tag{3.27}$$

$$E_m(j.w) = \sum_{i=1}^{m} E_{m_i}(j.w) \tag{3.28}$$

La fonction de E_m est ainsi décomposée en m sources connectées en série dont la valeur de chaque terme est donnée par la relation suivante :

$$E_{m_i}(j.w) = F_k(j.w).\frac{k_i}{j.w+p_i}.e^{-j.w.\tau} \tag{3.29}$$

L'équation (3.28) peut être directement transférée dans le domaine temporel :

$$e_m(t) = \sum_{i=1}^{m} e_{m_i}(t) \tag{3.30}$$

où $e_{m_i}(t)$ est obtenue après discrétisation avec une méthode d'intégration :

$$e_{m_i}(t) = a_i.e_{m_i}(t-\Delta t) + b_i.f_k(t-\tau) + c_i.f_k(t-\tau-\Delta t) \tag{3.31}$$

avec, si l'on utilise la méthode des trapèzes est utilisée pour la discrétisation, les coefficients suivants :

$$a_i = \frac{2-pi.\Delta t}{2+pi.\Delta t} \tag{3.32}$$

$$b_i = c_i = \frac{k_i.\Delta t}{2+pi.\Delta t} \tag{3.33}$$

Calcul des paramètres linéiques

Le formalisme des lignes de transmission implique le calcul des paramètres linéiques. A ce stade de l'étude, nous présentons des formules pertinentes des paramètres linéiques qui découlent de l'expression analytique de la résistance dans un milieu conducteur.

■ Électrode dans un milieu infini homogène

En premier lieu, un conducteur de longueur l et de rayon a est supposé dans un milieu homogène et infini. Un courant I pénètre ce conducteur en un point central $x = 0$.

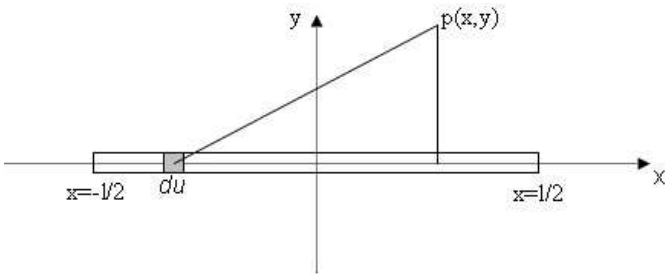


FIG. 3.7: *Conducteur horizontal dans un milieu dissipatif*

Le potentiel élémentaire en un point $p(x, y)$ dû au courant $I(u)$ circulant dans un élément du est défini par :

$$dU\,(x,y) = \frac{dI}{du}(u).\frac{\rho}{4.\pi}.\left[(x-u)^2+y^2\right]^{-\frac{1}{2}}\ du \tag{3.34}$$

Le potentiel total s'assimile à l'intégrale de toutes les contributions des éléments du :

$$U\,(x,y) = \frac{\rho}{4.\pi}.\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}.\frac{dI}{du}(u).\left[(x-u)^2+y^2\right]^{-\frac{l}{2}}du \tag{3.35}$$

où $\frac{dI}{du}(u)$ représente la distribution de courant de fuite le long de l'électrode.

En supposant cette distribution uniforme, soit $\frac{dI}{du}(u) = \frac{I}{l} = \frac{2.I(0)}{l}$, la relation (3.35) peut être intégrée directement :

$$U\,(x,y) = \frac{\rho.I}{4.\pi.l}.ln\,(\alpha(x,y)) = \frac{2.\rho.I(0)}{4.\pi.l}.ln\,(\alpha(x,y)) \tag{3.36}$$

avec $\alpha\,(x,y) = \frac{\left(x+\frac{l}{2}\right)+\sqrt{\left(x+\frac{l}{2}\right)^2+y^2}}{\left[x-\frac{l}{2}\right]+\sqrt{\left(x-\frac{l}{2}\right)^2+y^2}}$.

A la surface de l'électrode $(y = a)$, on a :

$$\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2+a^2\right]^{\frac{l}{2}}-\frac{l}{2}\cong\frac{a^2}{l} \tag{3.37}$$

Le potentiel moyen est évalué en intégrant la relation entre ($x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$). La résistance de l'électrode est obtenue en divisant le résultat par le courant total :

$$R = \frac{\rho}{2.\pi.l}.\left[ln\left(\frac{l}{a}.\left(1+\sqrt{1+\left(\frac{a}{l}\right)^2}\right)\right)+\frac{a}{l}-\sqrt{1+\left(\frac{a}{l}\right)^2}\right] \tag{3.38}$$

Pour les longueurs telles que $l >> a$, on peut faire l'approximation suivante :

$$R \approx \frac{\rho}{2.\pi.l}.\left[ln\left(\frac{2.l}{a}\right)-1\right] \tag{3.39}$$

Pour le calcul de la capacité (3.40), les facteurs $\frac{\rho}{4.\pi}$ et $\frac{dI}{du}(u)$ sont respectivement remplacés dans l'équation (3.35) par le coefficient $\frac{1}{4.\pi.\varepsilon}$ et la densité de charge $Q(u)$. Ce terme pour une distribution de charge uniforme vaut $\frac{Q_0}{l}$, où Q_0 est la charge totale.

$$C \approx \frac{2.\pi.\varepsilon.l}{\left[ln\left(\frac{2.l}{a}\right)-1\right]} \tag{3.40}$$

L'inductance du conducteur s'obtient en remplaçant dans la formule de la résistance le facteur $\frac{\rho}{4.\pi.l}$ par $\frac{\mu.l}{4.\pi}$, et le courant de fuite par le courant longitudinal I_0 qui est considéré constant le long du conducteur. Ainsi, ce paramètre peut être approximé par :

$$L \approx \frac{\mu_0}{2.\pi.l}\left[ln\left(\frac{2.l}{a}\right)-1\right] \tag{3.41}$$

$$\tag{3.42}$$

■ **Électrode enterrée horizontalement**

Dans beaucoup de situations où il est souhaitable d'obtenir une prise de terre faible, il peut être commode d'installer un conducteur enterré dans le sol. Pour obtenir la résistance d'une telle prise de terre, il suffit d'imaginer un plan perpendiculaire à l'axe du conducteur considéré précédemment. Le milieu environnant, le conducteur et le courant de conducteur correspondant à un côté du plan de coupe peuvent être supprimés sans que le potentiel soit modifié. Le courant circulant dans le conducteur devient alors égal à $I(0)$ au lieu $2.I(0)$. La résistance, deux fois plus élevée que la valeur correspondant à l'équation (3.39) est alors donnée par :

$$R \approx \frac{\rho}{\pi.l}.\left[ln\left(\frac{2.l}{a}\right)-1\right] \tag{3.43}$$

Cette formule peut rester valable dans le cas où le conducteur se situe à la surface du sol. Dans ce cas, la difficulté réside dans la prise en compte de l'interface air-sol.

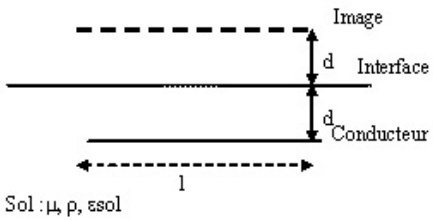


FIG. 3.8: *Conducteur horizontal et son image*

Lorsque le conducteur est enterré à une profondeur d, la résistance est obtenue en considérant deux conducteurs espacés d'une distance égale à $2.d$ et situés dans un milieu infini (Fig. 3.8).

$$R = R(a) + R(2.d) \tag{3.44}$$

Pour le calcul de l'inductance, l'air et le sol ont la même perméabilité, donc dans ce cas, l'image n'existe pas. On en déduit que la valeur de l'inductance reste inchangée par rapport à une électrode située dans un milieu homogène.

$$L \approx \frac{\mu_0}{2.\pi.l}\left[ln\left(\frac{2.l}{a}\right) - 1\right] \tag{3.45}$$

La capacité linéique est obtenue à partir de la théorie modifiée des images :

$$C \approx \frac{2.l.\pi.\varepsilon_{sol}}{\left[ln\left(\frac{2.l}{a}\right) - 1\right] + \frac{\varepsilon_{sol}-\varepsilon_{air}}{\varepsilon_{sol}+\varepsilon_{air}}.\left[ln\left(\frac{2.l}{2.d}\right) - 1\right]} \tag{3.46}$$

On peut noter que cette formulation est valable pour un sol ayant une perméabilité identique à celle de l'air : on retrouve ainsi la valeur de la capacité d'un fil en espace libre. La résistance linéique de l'électrode est donnée simplement par l'expression suivante :

$$R = \rho_c.\frac{1}{\pi.a^2} \tag{3.47}$$

où ρ_c représente la résistivité du matériau.

3.2.2 Validation

Le réseau de terre représenté sur la figure (Fig. 3.9) est constitué de 84 électrodes horizontales de diamètre 1.4 cm enterrées à une profondeur de 50 cm dans un sol caractérisé par $\rho = 1000$ Ω.m et $\varepsilon_{sol} = 9$. Le courant de foudre de type $\frac{1,2}{50}$ μs d'amplitude 1 kA est injecté sur une arête du réseau de terre.

Les résultats correspondant à l'évolution du potentiel en fonction du temps, obtenus avec la théorie des lignes basée sur l'approche de Sunde, sont en concordance avec ceux résultant de la théorie des antennes (Fig. 3.11, 3.13 et 3.12).

Néanmoins, les potentiels donnés par l'approche quasi-statique pour des fronts raides (Fig. 3.11) ne sont pas justes et, par la suite nous utiliserons l'approche de Sunde pour évaluer le courant induit sur un câble connecté à ce réseau.

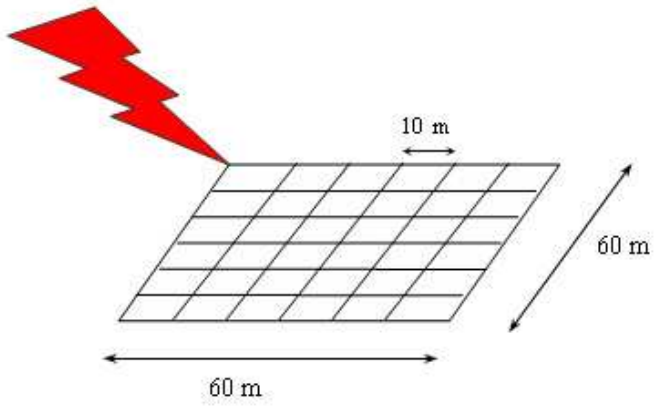


FIG. 3.9: *Modèle du réseau de terre avec 1 impact*

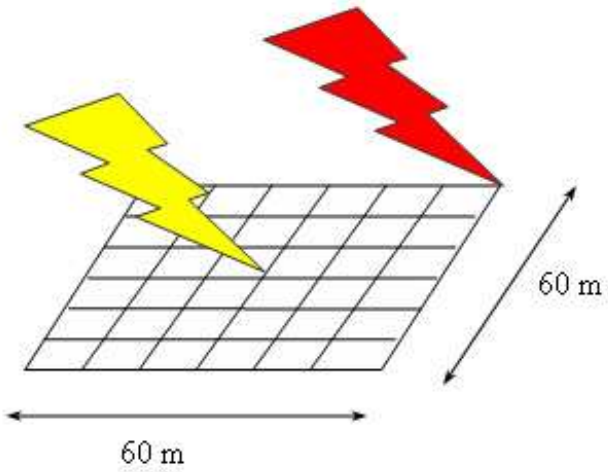


FIG. 3.10: *Modèle du réseau de terre avec 2 impacts*

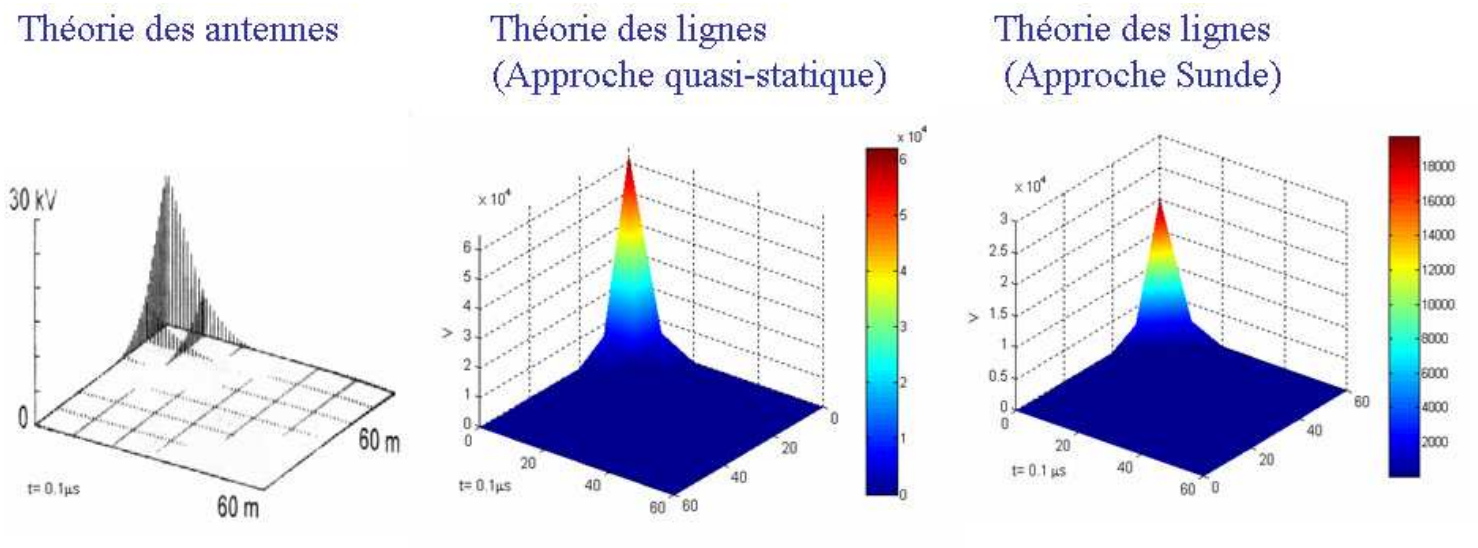


FIG. 3.11: *Comparaison théorie des lignes / théorie des antennes*

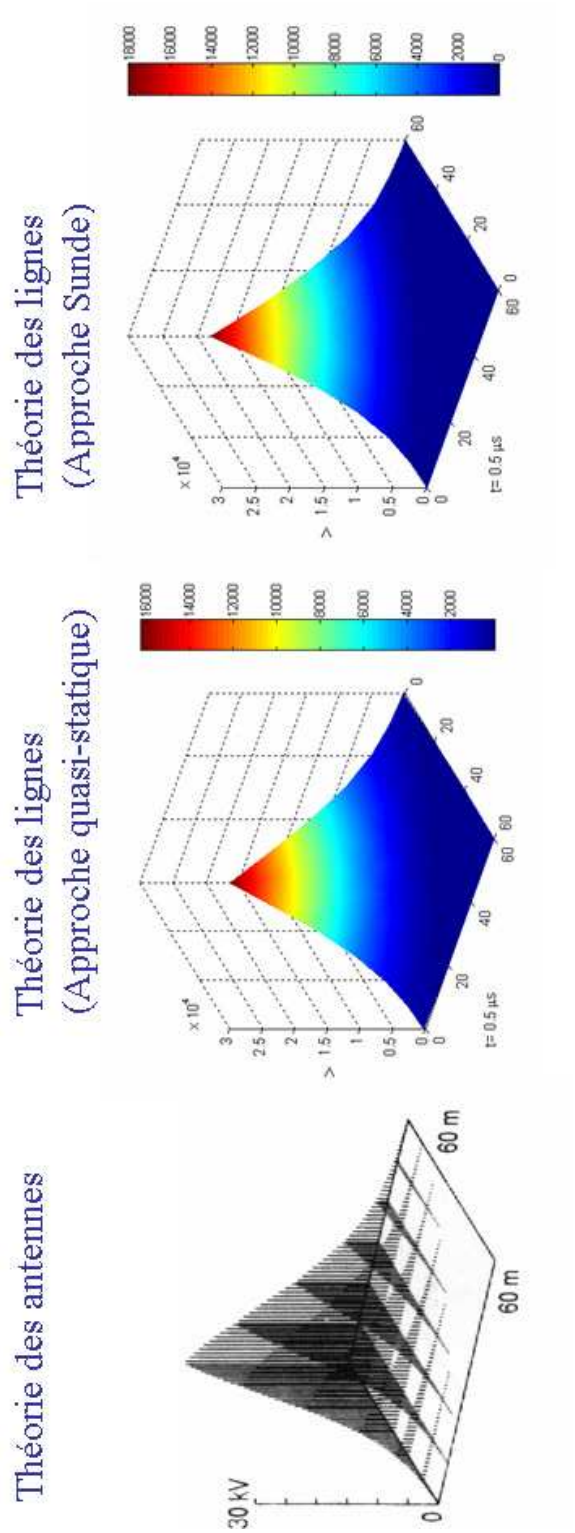


FIG. 3.12: *Comparaison théorie des lignes / théorie des antennes*

FIG. 3.13: *Comparaison théorie des lignes / théorie des antennes*

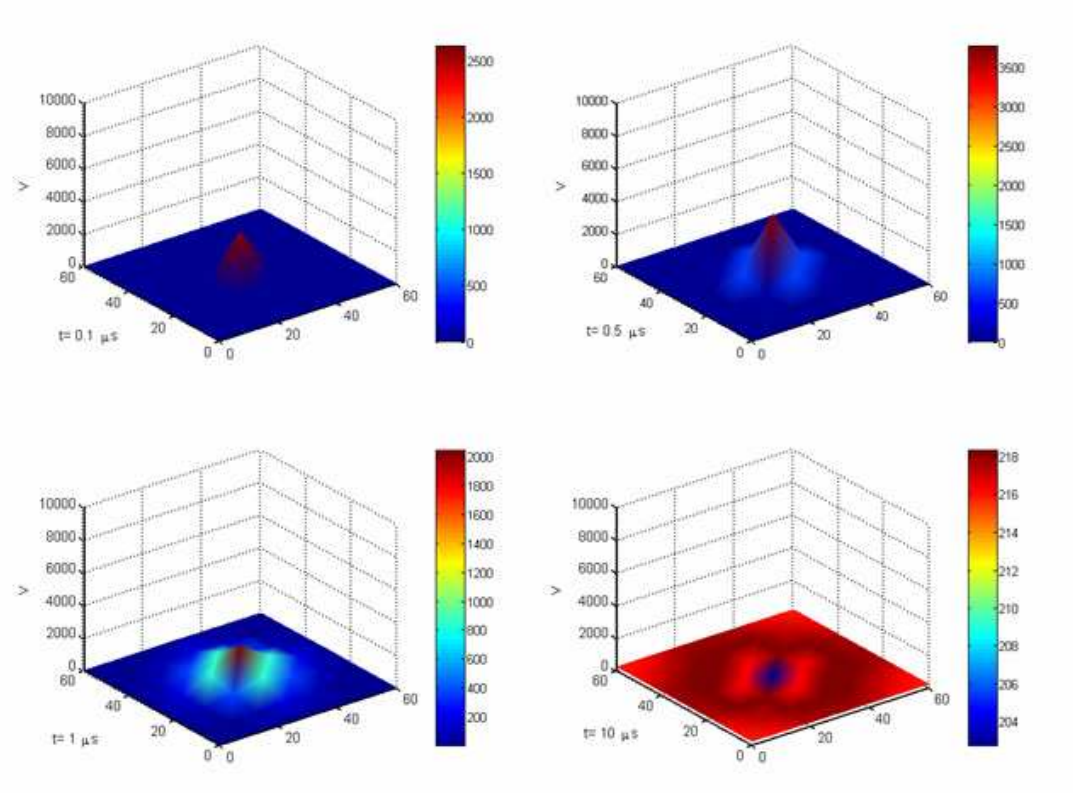


FIG. 3.14: *Évolution du potentiel en fonction du temps avec* $\rho = 100\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 36$

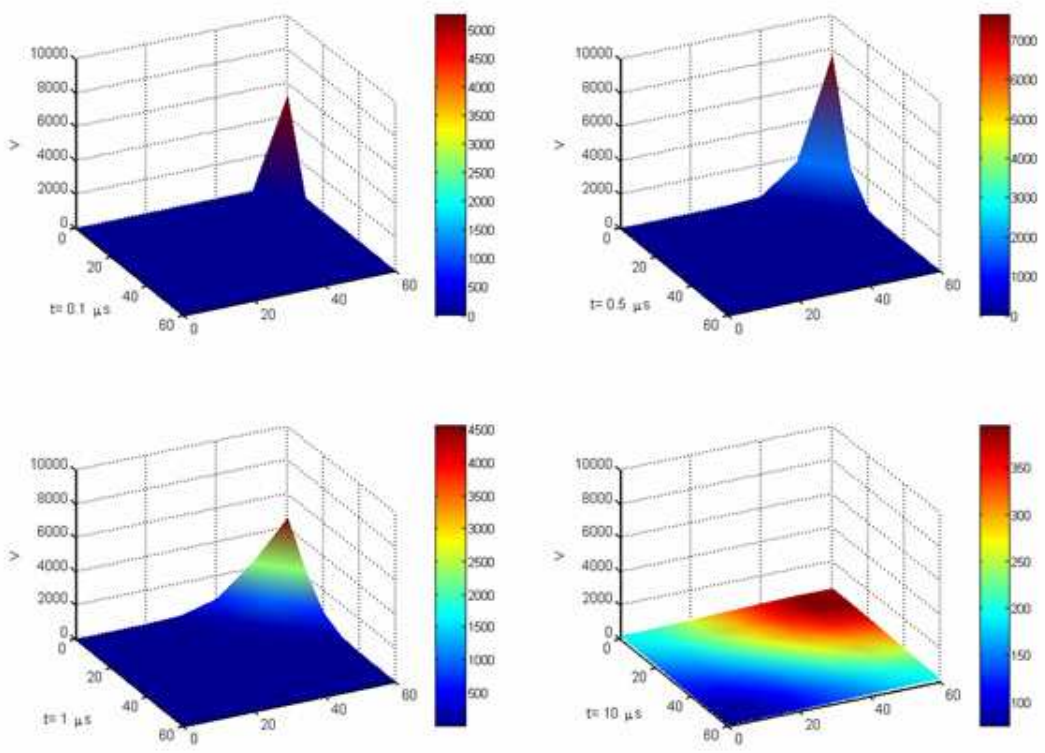


FIG. 3.15: *Évolution du potentiel en fonction du temps avec* $\rho = 100\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 36$

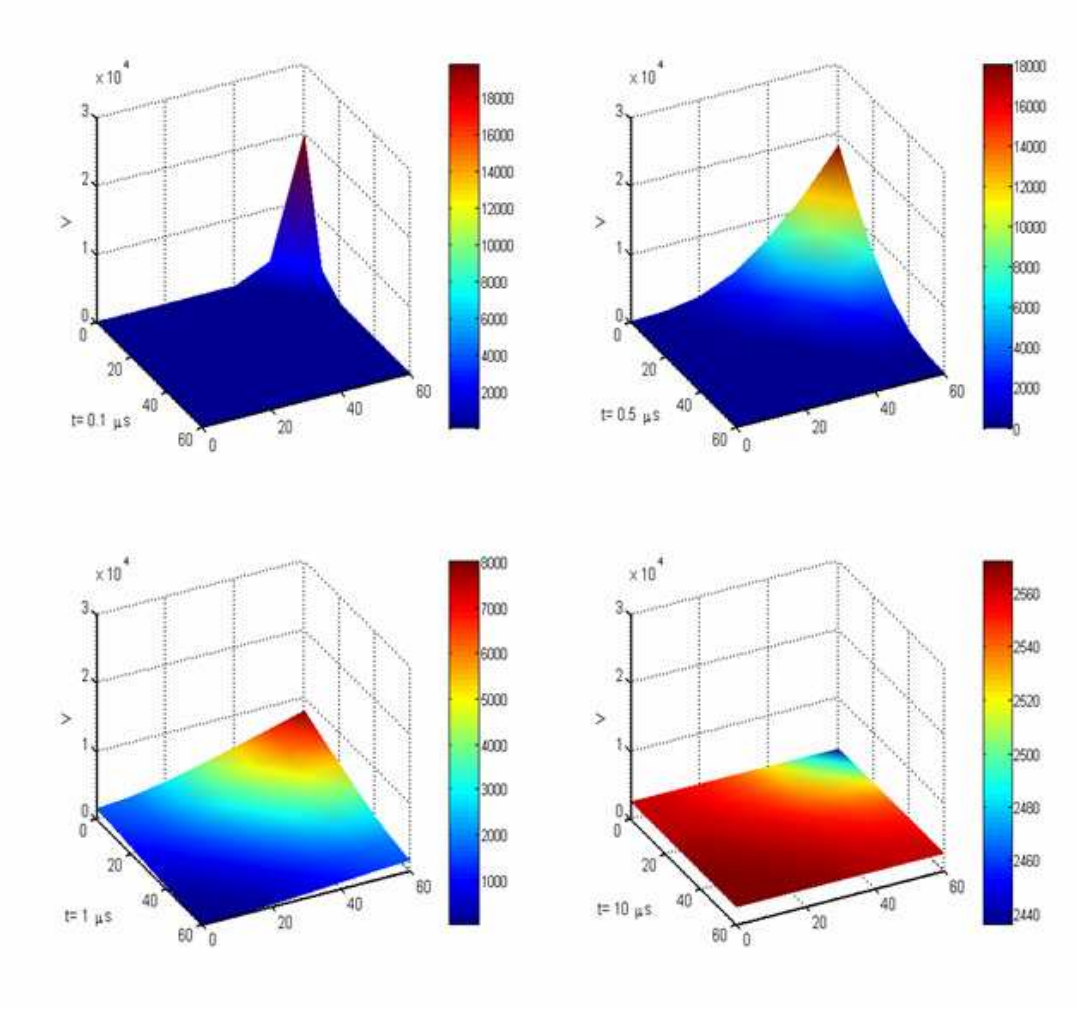


FIG. 3.16: *Évolution du potentiel en fonction du temps avec* $\rho = 1000\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 9$

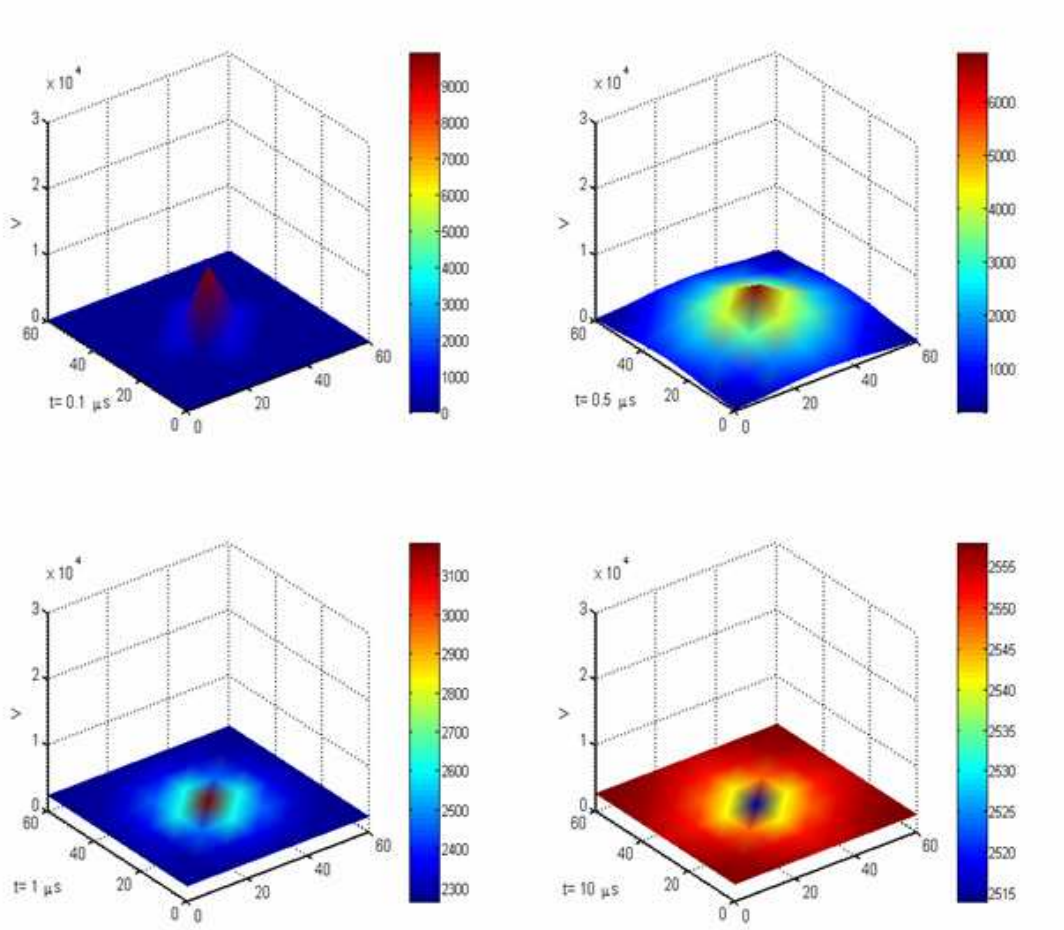


FIG. 3.17: *Évolution du potentiel en fonction du temps avec* $\rho = 1000\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 9$

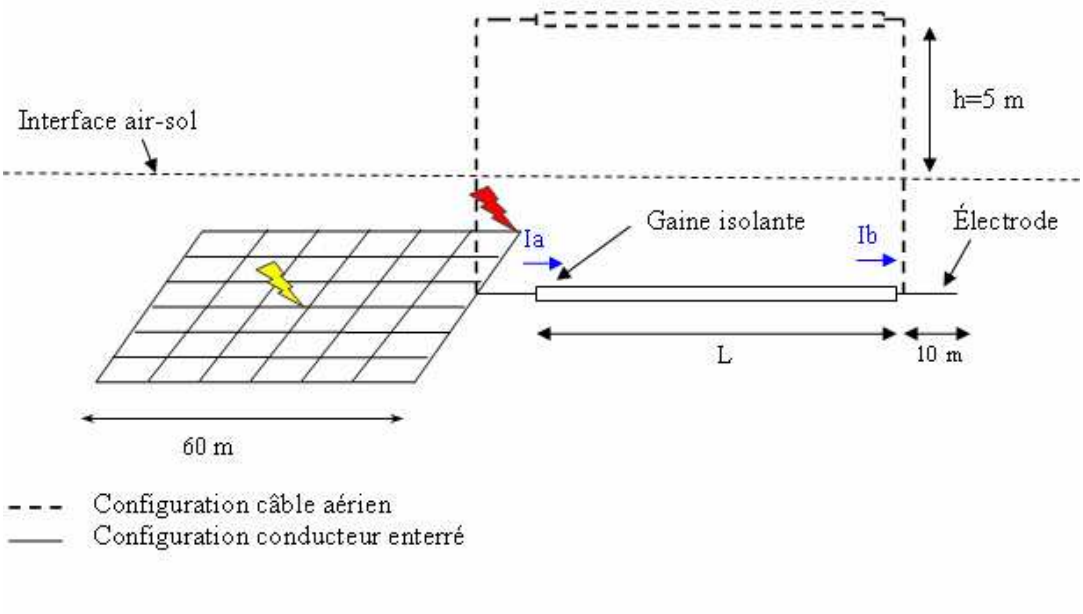


FIG. 3.18: *Configuration du câble*

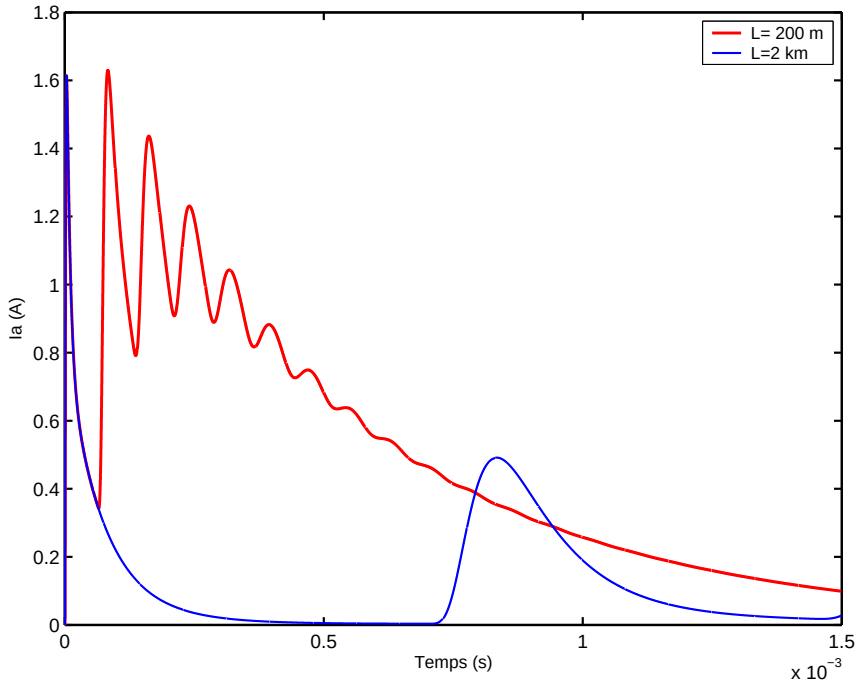


FIG. 3.19: *$I_a(A)$ pour une injection sur une arête avec $\rho = 100\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 36$ (câble enterré)*

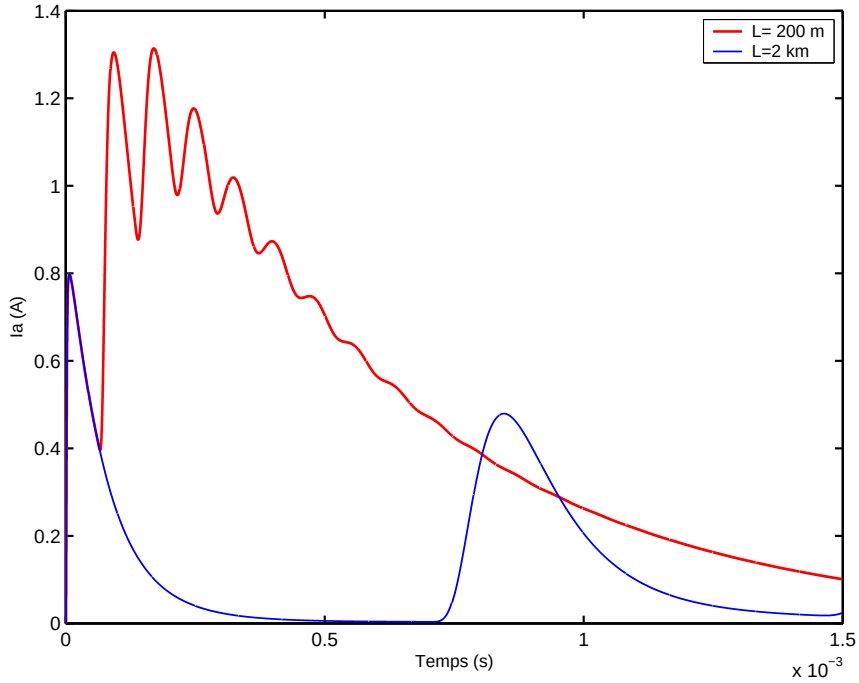


FIG. 3.20: *$I_a(A)$ pour une injection au centre avec $\rho = 100\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 36$ (câble enterré)*

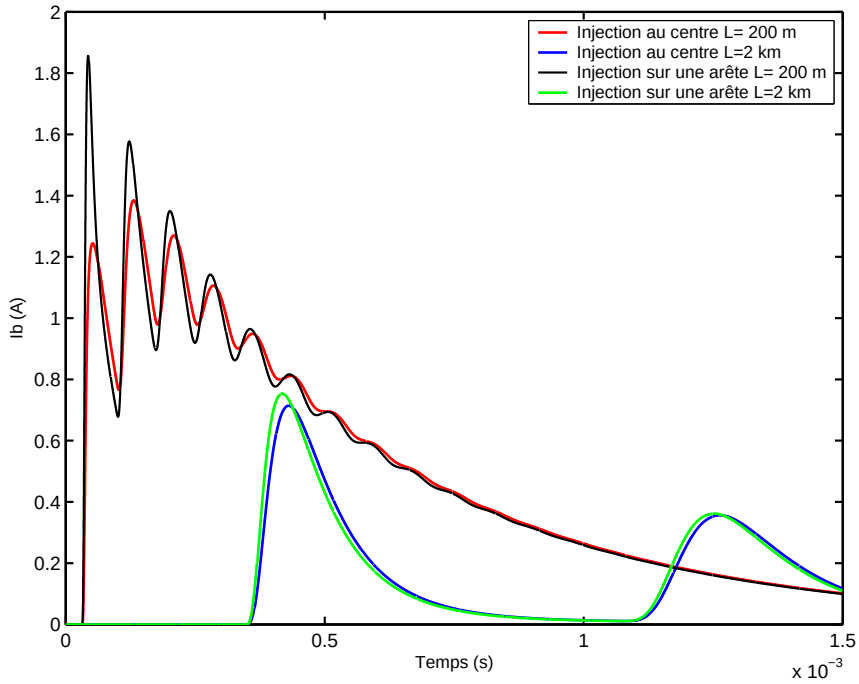


FIG. 3.21: *$I_b(A)$ avec $\rho = 100\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 36$ (câble enterré)*

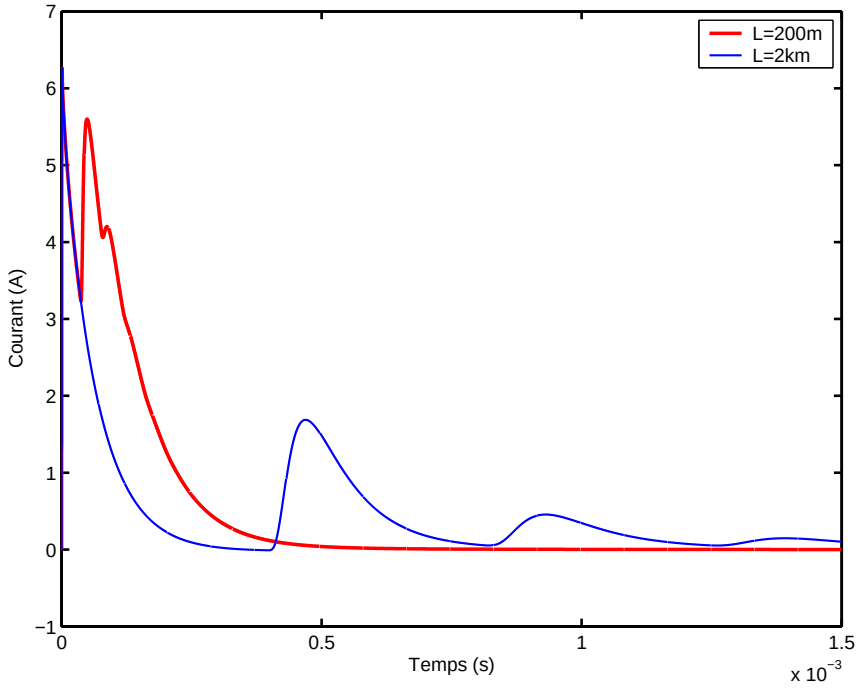


FIG. 3.22: *$I_a(A)$ pour une injection au centre avec $\rho = 1000\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 9$ (câble enterré)*

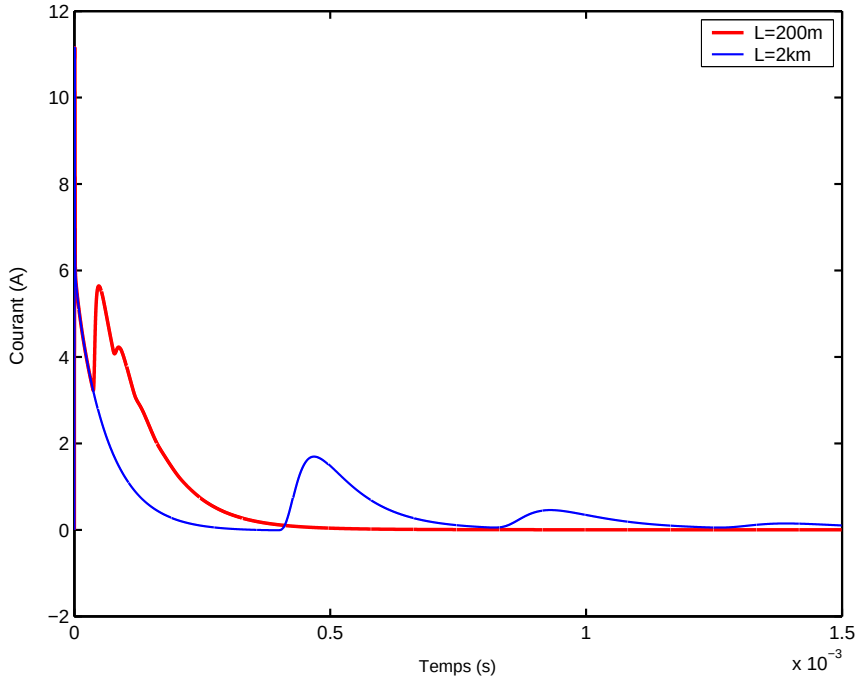


FIG. 3.23: *$I_a(A)$ pour une injection sur une arête avec $\rho = 1000\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 9$(câble enterré)*

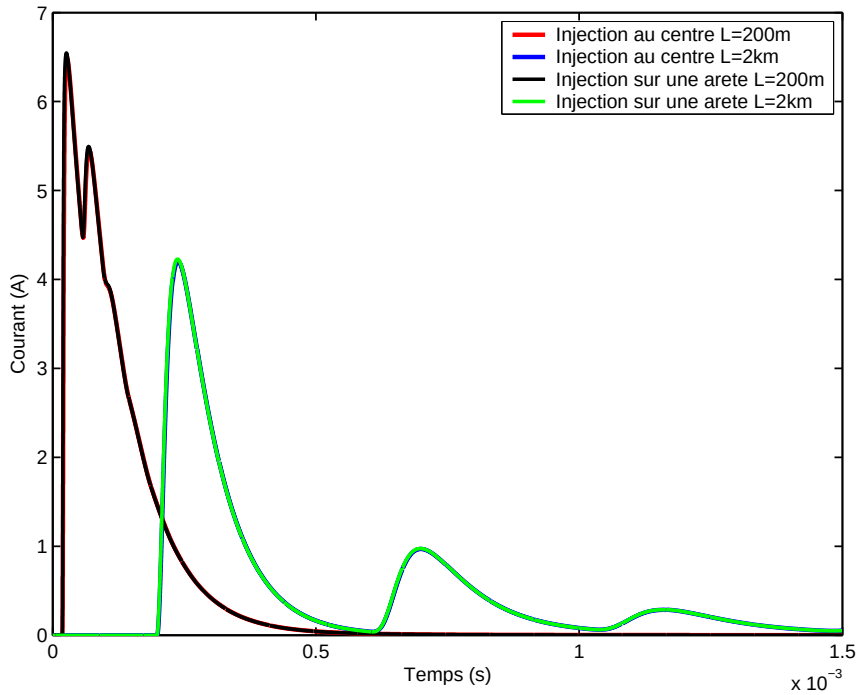


FIG. 3.24: $I_b(A)$ *avec* $\rho = 1000\ \Omega m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 9$ *(câble enterré)*

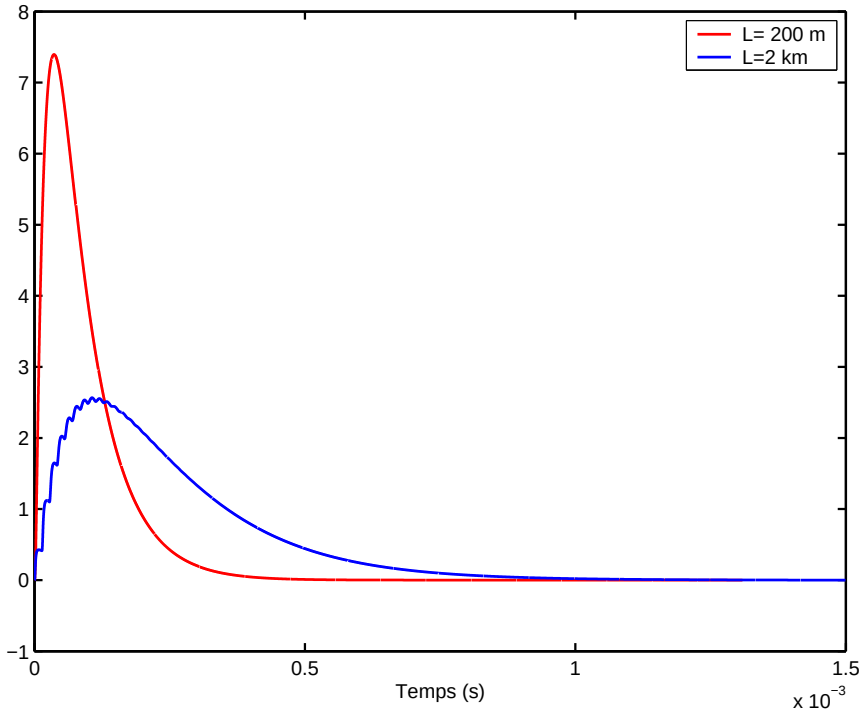


FIG. 3.25: $I_a(A)$ *pour une injection au centre avec* $\rho = 100\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 36$ *(câble aérien)*

3.2.3 Étude paramétrique

Nous considérons le réseau décrit précédemment et deux types de sol : un sol humide ($\rho = 100$ Ω.m , $\varepsilon_{sol} = 36$) et un sol sec ($\rho = 1000$ Ω.m , $\varepsilon_{sol} = 9$). Le courant de foudre de type $\frac{1,2}{50}$ μs d'amplitude 1 kA est injecté au centre ou sur une arête du réseau de terre (Fig. 3.10).

L'analyse de l'évolution du potentiel en fonction du temps pour chaque configuration représentée sur les figures (Fig. 3.14, 3.15, 3.16 et 3.17), montre l'influence importante de la conductivité sur la valeur de l'élévation du potentiel. Pour une variation de la conductivité du sol de 100 Ω.m à 1000 Ω.m , la valeur maximale du potentiel est multipliée par 3. La localisation du point d'impact joue également un rôle important sur le niveau du potentiel. En effet, le potentiel est augmenté d'un facteur 3 lors d'impact de foudre sur une arête.

3.3 Calcul des courants générés sur un câble connecté au réseau de terre parcouru par un courant de foudre

Après avoir déterminé les caractéristiques de l'élévation de potentiel d'un réseau de terre parcouru par un courant de foudre, il s'agit maintenant de quantifier le courant induit par couplage conductif sur un conducteur raccordé à ce réseau de masse. Par la suite, on considère un câble de diamètre 10 mm et de longueur L, entouré d'une gaine isolante d'épaisseur 1 mm. Cette structure est supposée, dans un premier temps, enterrée à une profondeur $h = 0,5$ m, puis, ensuite, située à 5 m au dessus du sol. Dans les deux configurations, le câble est connecté à une extrémité au réseau de terre. A l'autre extrémité, ce câble est relié à une électrode horizontale de longueur 10 m et de diamètre 1,4 cm, enterrée à une profondeur de 50 cm dans un sol (Fig. 3.18).

Pour la configuration constituée d'un câble enterré, et dans le cas d'un sol fortement résistif ($\rho = 1000$ Ω.m , $\varepsilon_{sol} = 9$), les amplitudes maximales des courants circulant à l'entrée du câble pour les longueurs de 200 m et 2 km représentées sur la figure (Fig. 3.23) sont identiques.

Cette constatation reste valable pour le cas d'un sol peu résistif, néanmoins pour une longueur de câble de 200 m, on voit apparaître des réflexions qui entraînent une augmentation du niveau du courant à l'entrée du câble (Fig. 3.23). De plus, en comparant les courbes représentées sur les figures (Fig. 3.22 et 3.23), on constate que l'impact de foudre situé sur une arête de la grille entraîne une augmentation d'un facteur 2 de l'amplitude maximale du courant circulant dans le câble.

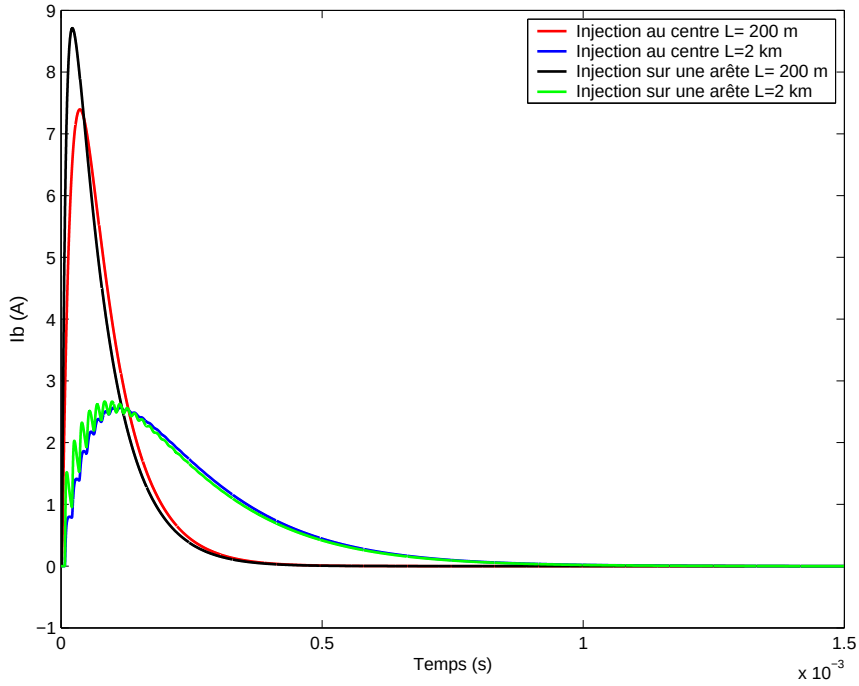


FIG. 3.26: *Ib (A) avec* $\rho = 100\Omega m$ $\varepsilon sol = 36$ *(câble aérien)*

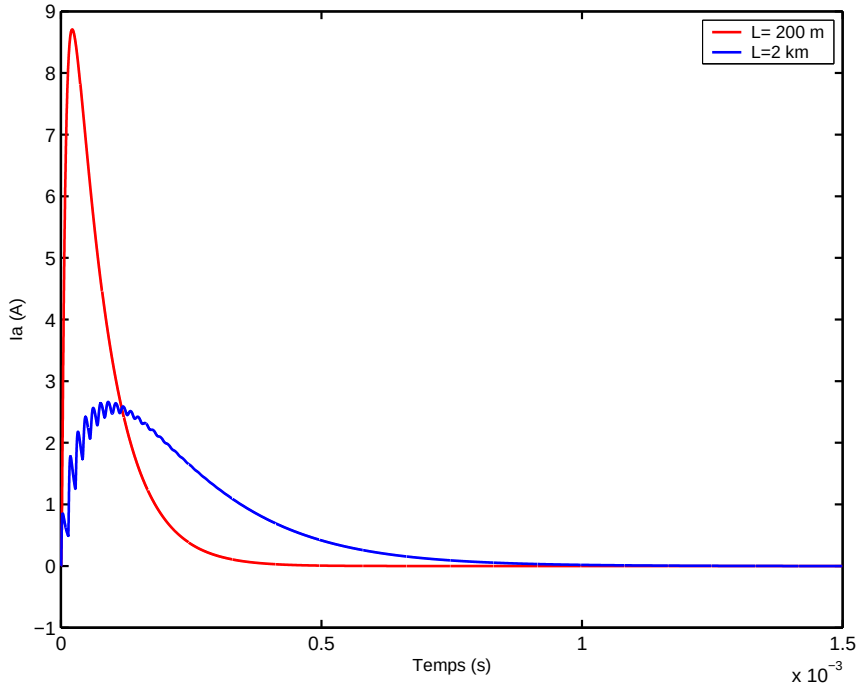


FIG. 3.27: $I_b(A)$ *avec* $\rho = 100\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 36$ *(câble aérien)*

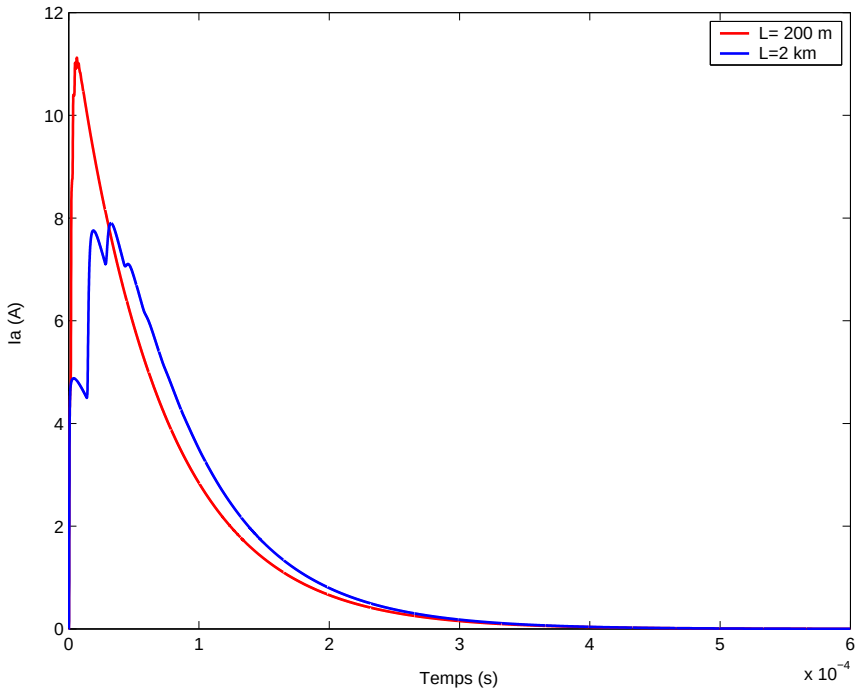


FIG. 3.28: *$I_a(A)$ pour une injection au centre avec $\rho = 1000\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 9$ (câble aérien)*

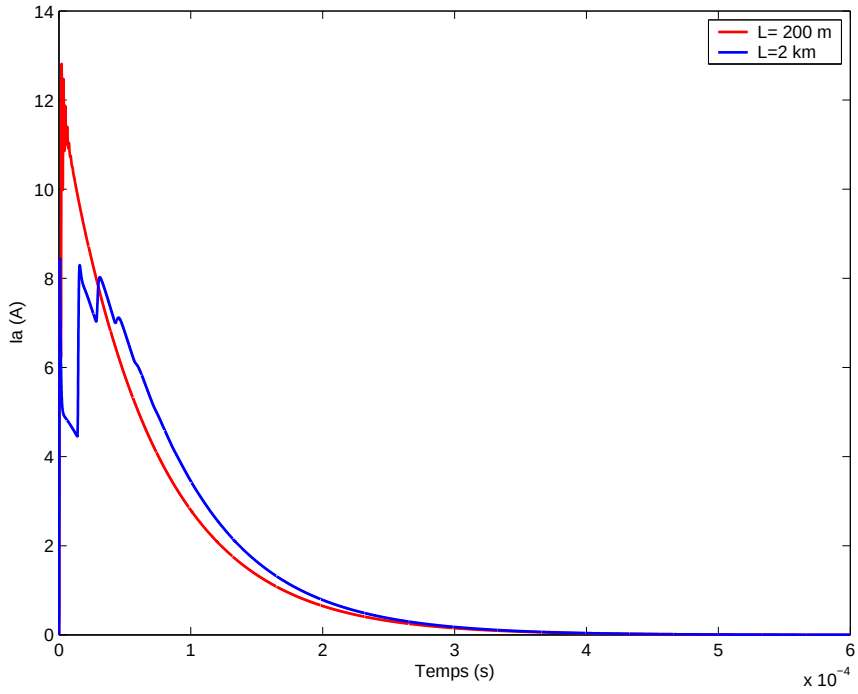


FIG. 3.29: *$I_a(A)$ pour une injection sur une arête avec $\rho = 1000\ \Omega.m$ et $\varepsilon_{sol} = 9$ (câble aérien)*

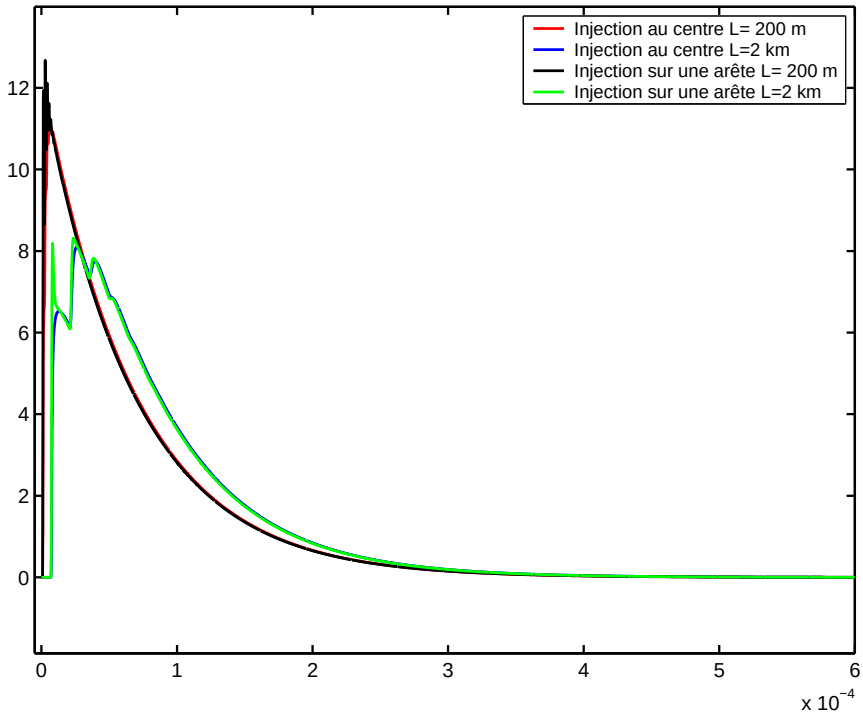


FIG. 3.30: $I_b(A)$ *avec* $\rho = 1000\ \Omega.m$ *et* $\varepsilon_{sol} = 9$ *(câble aérien)*

Dans la majorité des cas, le passage de la conductivité du sol de 100 Ω.m à 1000 Ω.m entraîne une augmentation du courant circulant dans le câble d'un facteur 5.

Pour la configuration constituée d'un câble aérien, les réflexions dues à la désadaptation jouent un rôle important sur l'amplitude du courant à l'entrée du câble. En effet, en analysant les courbes représentées sur les figures (Fig. 3.25 et 3.27), on note que pour des longueurs de câble courtes (200 m), le courant est nettement plus élevé. Cette constatation était moins visible que pour le cas d'un câble enterré du fait que le courant transmis au niveau de l'électrode était nettement moins élevé. Dans tous les cas, l'amplitude du courant au niveau de l'électrode est quasi identique à celle de l'entrée du câble (Fig. 3.25, 3.27, 3.26, 3.28, 3.29 et 3.30).

3.4 Conclusion

Sous l'hypothèse d'un sol homogène, la Théorie des Lignes de Transmission peut fournir, moyennant certaines hypothèses simplificatrices, une bonne estimation de l'élévation du potentiel d'un pylône foudroyé.

Nous avons tenté, dans un premier temps, de mettre en évidence quelques-unes des difficultés qui interviennent dans la modélisation des effets de la foudre sur un réseau de terre. La complexité et la taille du problème nous ont naturellement orienté vers des approches conduisant à la fois à une précision suffisante et à des temps de calculs non prohibitifs. Parmi ces méthodes, nous avons opté pour l'utilisation de la Théorie des Lignes de Transmission.

En second lieu, nous avons montré l'adéquation des résultats obtenus par la théorie des lignes. Les formulations considérées dans l'étude relatives aux impédance et admittance linéiques de l'électrode, sont directement issues des équations de Maxwell avec celles données par la théorie des antennes. De plus, nous avons fait le point sur les relations des paramètres linéiques dont le calcul est fait sous l'approximation quasi-statique des équations de Maxwell.

Ensuite, à l'aide d'exemples numériques, nous avons étudié l'influence de la conductivité du sol et de la position du point d'impact sur l'élévation de potentiel d'un réseau de terre. Enfin, nous avons déterminé le courant généré sur un câble aérien ou enterré, connecté à ce réseau de terre pour plusieurs conductivités de sol et pour différentes localisations du point d'impact de la décharge atmosphérique.

Dans ce chapitre, nous avons montré que la Théorie des Lignes de Transmission associée à une approche topologique permettait d'effectuer de manière simple le calcul des phénomènes transitoires générés par la foudre dans un réseau complexe de télécommunications.

Néanmoins, au-delà du couplage conductif dû au courant de foudre, il convient également de prendre en considération le champ éléctromagnétique rayonné à l'intérieur du bâtiment foudroyé. Ce champ pouvant générer sur le câblage interne au bâtiment des surtensions qui peuvent endommager les équipements électroniques sensibles. Le chapitre suivant va aborder cette problématique en étudiant en particulier, le champ électromagnétique rayonné à l'intérieur d'un bâtiment situé à proximité d'un pylône impacté par la foudre.

Chapitre 4

Étude des effets d'une décharge atmosphérique sur une structure 3D

D'après les résultats obtenus dans le chapitre précédent, dans le cas d'un pylône foudroyé, la théorie des lignes de transmission permet, sous certaines hypothèses, la prédiction des courants induits dans le réseau de terre. Le problème se complexifie lorsqu'il s'agit de prendre en compte un bâtiment de télécommunications, connecté à ce même réseau de terre. En effet, des perturbations électromagnétiques, par couplage avec les câbles et les systèmes électroniques internes au bâtiment, peuvent générer des dysfonctionnements du réseau de télécommunications.

Dans l'optique de simuler numériquement l'ensemble de la configuration, il est nécessaire de développer un outil fondé sur la résolution des équations de Maxwell. Le choix de la méthode s'est orienté vers la méthode «Finite Difference Time Domain Method» (FDTD), dont le principe général est brièvement présenté en insistant néanmoins sur le formalisme relatif à l'introduction des fils minces.

La structure étudiée étant partiellement enterrée, il s'agit dans notre étude de développer des modèles permettant de conduire à une meilleure représentation du cas réel. Dans ce cadre, la prise en compte de la dépendance fréquentielle des paramètres électriques du sol est un élément important. Les différentes techniques de discrétisation du champ électrique, dans le cas d'un milieu dispersif, sont présentées.

Dans un second temps, la simulation des structures filaires (grille correspondant au réseau de terre, bâtiment) nécessite le développement du formalisme des fils minces en milieu dispersif. Une approche originale fondée sur une analogie

entre le formalisme de Holland et le modèle d'Agrawal est présentée.

Enfin, nous détaillons la procédure mise en œuvre pour la modélisation du canal de foudre, procédure qui s'appuie sur la nécessité d'adapter le fil simulant le canal aux deux extrémités.

Une application correspondant à l'ensemble de la configuration illustre l'approche adoptée. L'exemple présenté correspond à l'évaluation du champ électromagnétique induit à l'intérieur d'un bâtiment de télécommunications par une décharge atmosphérique se produisant à proximité.

4.1 La méthode des Différences Finies

La méthode des différences finies dans le domaine temporel ou encore «Finite Difference Time Domain» (FDTD) est une méthode de résolution numérique des équations de Maxwell écrites sous forme différentielle. Appliquée pour la première fois aux problèmes électromagnétiques en 1966 par Yee [32], l'auteur proposa un schéma de discrétisation associé aux six composantes du champ électromagnétique pour la résolution temporelle des équations de Maxwell. La FDTD eut un départ timide du fait de l'importance des ressources informatiques qu'elle nécessite. A partir des années 1980, le développement fort de l'outil informatique favorisa l'usage de cette méthode. Aujourd'hui, elle est largement utilisée pour la résolution de problèmes en électromagnétisme. L'utilisation intensive de la FDTD s'explique par les nombreux avantages qu'elle présente. Il s'agit d'une méthode de résolution en trois dimensions ayant une formulation à la fois simple, générale et «rigoureuse». Elle permet de décrire facilement des structures de géométries diverses et associant plusieurs types de matériaux : diélectriques (parfaits ou à pertes), conducteurs (parfaits ou non) ou encore des milieux non linéaires. Les phénomènes transitoires peuvent être directement visualisés dans le domaine de calcul, favorisant ainsi la compréhension de certains phénomènes physiques.

Ces dernières années, la mise au point de nouveaux modèles est venue enrichir les applications de cette méthode pluridisciplinaire. Notamment, un formalisme de fils minces proposé par Holland [8], permet la résolution de problèmes électromagnétiques comportant des structures filaires.

4.1.1 Les équations de Maxwell

Les équations de Maxwell en régime temporel constituent la base de la méthode FDTD. Elles sont données par les équations suivantes :

- ***Équation de Maxwell-Faraday :***

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.1}$$

- ***Équation de conservation du flux magnétique :***

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}, t) = 0 \tag{4.2}$$

- ***Équation de Maxwell-Ampère :***

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H}(\overrightarrow{r}, t) = \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}(\overrightarrow{r}, t) + \overrightarrow{J_c}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.3}$$

- ***Équation de Maxwell-Gauss :***

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) = 0 \tag{4.4}$$

Dans ces relations, $\overrightarrow{E}$ désigne le vecteur électrique, $\overrightarrow{D}$ le vecteur induction électrique, $\overrightarrow{H}$ le vecteur magnétique, $\overrightarrow{B}$ le vecteur induction magnétique et $\overrightarrow{J_c}$ le vecteur densité de courant électrique de conduction. Le vecteur $\overrightarrow{r}$ repère le point de l'espace considéré et t l'instant d'observation.

Dans le cas particulier de milieux linéaires, isotropes, homogènes non magnétiques et non dispersifs, les vecteurs électrique et magnétique sont reliés aux vecteurs inductions correspondants par les relations suivantes :

$$\overrightarrow{D}(\overrightarrow{r}, t) = \varepsilon . \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.5}$$

$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}, t) = \mu_0 . \overrightarrow{H}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.6}$$

où ε et μ_0 représentent respectivement la permittivité électrique du milieu et la perméabilité magnétique du vide.

La densité de courant électrique est définie comme suit :

$$\overrightarrow{J_c}(\overrightarrow{r}, t) = \sigma . \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.7}$$

où σ désigne la conductivité volumique électrique du milieu.

Si les milieux sont considérés non conducteurs, σ vaut zéro. En appliquant les hypothèses précédemment exposées, les équations deviennent alors :

$$\frac{\partial \overrightarrow{H}}{\partial t}(\overrightarrow{r}, t) = -\frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.8}$$

$$\sigma.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)+\varepsilon.\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=\overrightarrow{\nabla}\times\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r},t) \tag{4.9}$$

Ces relations vectorielles sont ensuite projetées (en général) sur les axes d'un système de coordonnées cartésiennes pour obtenir les six équations scalaires suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial H_x}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=-\dfrac{1}{\mu_0}.\left(\dfrac{\partial E_z}{\partial y}(\overrightarrow{r},t)-\dfrac{\partial E_y}{\partial z}(\overrightarrow{r},t)\right) \\ \dfrac{\partial H_y}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=-\dfrac{1}{\mu_0}.\left(\dfrac{\partial E_x}{\partial z}(\overrightarrow{r},t)-\dfrac{\partial E_z}{\partial x}(\overrightarrow{r},t)\right) \\ \dfrac{\partial H_z}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=-\dfrac{1}{\mu_0}.\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial x}(\overrightarrow{r},t)-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}(\overrightarrow{r},t)\right) \end{cases} \tag{4.10}$$

$$\begin{cases} \sigma.E_x(\overrightarrow{r},t)+\varepsilon.\dfrac{\partial E_x}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=\left(\dfrac{\partial H_z}{\partial y}(\overrightarrow{r},t)-\dfrac{\partial H_y}{\partial z}(\overrightarrow{r},t)\right) \\ \sigma.E_y(\overrightarrow{r},t)+\varepsilon.\dfrac{\partial E_y}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=\left(\dfrac{\partial H_x}{\partial z}(\overrightarrow{r},t)-\dfrac{\partial H_z}{\partial x}(\overrightarrow{r},t)\right) \\ \sigma.E_z(\overrightarrow{r},t)+\varepsilon.\dfrac{\partial E_z}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=\left(\dfrac{\partial H_y}{\partial x}(\overrightarrow{r},t)-\dfrac{\partial H_x}{\partial y}(\overrightarrow{r},t)\right) \end{cases} \tag{4.11}$$

On peut constater que ces relations font apparaître des dérivées spatiales et temporelles du premier ordre. La méthode FDTD consiste à approximer ces dérivées partielles.

4.1.2 Principe des différences finies centrées

Soit une fonction de variable x, continue et dérivable, connue de part et d'autre de x_0 en $(x_0+\frac{dx}{2})$ et $(x_0-\frac{dx}{2})$.

La fonction peut se développer en séries de Taylor autour du point x_0 et pour un accroissement de $\frac{dx}{2}$ et $-\frac{dx}{2}$:

$$f\left(x_0+\frac{dx}{2}\right)=f(x_0)+\frac{dx}{2}.f'(x_0)+\frac{1}{2}.\left(\frac{dx}{2}\right)^2.f''(x_0)+\frac{1}{6}.\left(\frac{dx}{2}\right)^3.f'''(x_0)+... \tag{4.12}$$

$$f\left(x_0-\frac{dx}{2}\right)=f(x_0)-\frac{dx}{2}.f'(x_0)+\frac{1}{2}.\left(\frac{dx}{2}\right)^2.f''(x_0)-\frac{1}{6}.\left(\frac{dx}{2}\right)^3.f'''(x_0)+... \tag{4.13}$$

Après soustraction de ces deux expressions, on obtient :

$$f'(x_0)=\frac{f(x_0+\frac{dx}{2})-f(x_0-\frac{dx}{2})}{dx}+0(dx^2) \tag{4.14}$$

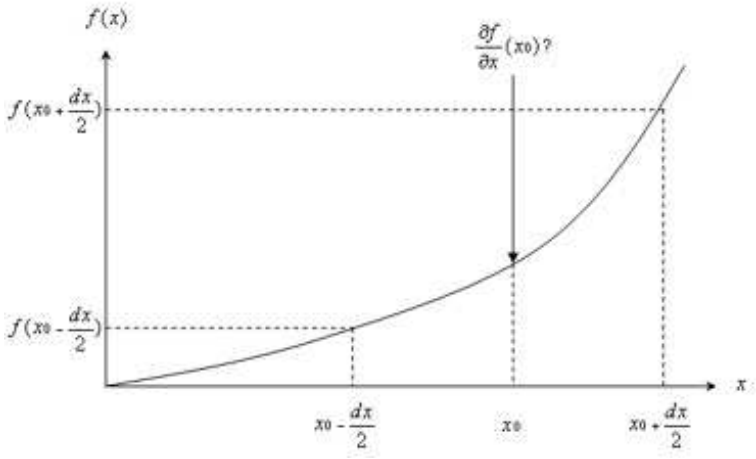


FIG. 4.1: *Approximation centrée de la dérivée première de f au point* x_0

Cette équation constitue la formulation des différences finies centrées (Fig. 4.1). Elle permet l'évaluation de la dérivée de f par rapport à x en x_0 à partir de ses valeurs aux points $\left(x_0 + \frac{dx}{2}\right)$ et $\left(x_0 - \frac{dx}{2}\right)$. Le terme dx représente le pas de discrétisation suivant la variable x et $O(dx^2)$ constitue l'erreur d'ordre 2 commise. Il existe des schémas de différences finies d'ordre 4, néanmoins l'amélioration apportée par de tels schémas ne se justifie pas dans notre problème.

4.1.3 Discrétisation spatiale et temporelle

Ce principe est appliqué dans un premier temps pour évaluer les dérivées spatiales des équations de Maxwell. Par exemple, la composante y de la loi de Faraday dans le système de coordonnées cartésiennes peut s'exprimer à partir de quatre valeurs discrètes du champ électrique vérifiant le schéma géométrique imposé par le centrage des dérivées spatiales (Fig. 4.2).

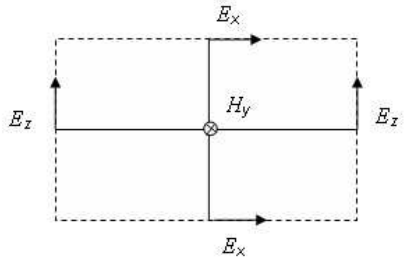


FIG. 4.2: *Discrétisation spatiale*

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_y}{\partial t}(x,y,z,t) = &-\frac{1}{\mu_0.dz}.\left[E_x\left(x,y,z+\frac{dz}{2},t\right)-E_x\left(x,y,z-\frac{dz}{2},t\right)\right]\\ &+\frac{1}{\mu_0.dx}.\left[E_z\left(x+\frac{dx}{2},y,z,t\right)-E_z\left(x-\frac{dx}{2},y,z,t\right)\right]\end{aligned} \tag{4.15}$$

En développant de la même façon les équations du système et en faisant correspondre les points du calcul du champ avec les nœuds d'un maillage tridimensionnel, l'espace de calcul se trouve ainsi discrétisé en cellules de forme parallélépipédique, appelées cellules de Yee [32]. En prenant les conventions de la figure (Fig. 4.2), l'équation se réécrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_y}{\partial t}(x,y,z,t) = &-\frac{1}{\mu_0.dz}.\left[E_x(i,j,k+1,t)-E_x(i,j,k,t)\right]\\ &+\frac{1}{\mu_0.dx}.\left[E_z(i+1,j,k,t)-E_z(i,j,k,t)\right]\end{aligned} \tag{4.16}$$

La dernière étape consiste à approximer les dérivées temporelles présentes dans les équations du système. Comme pour les dérivées spatiales, la dérivée temporelle est approchée par le principe des différences finies. Il apparaît alors que le champ électrique et le champ magnétique sont décalés d'un demi-pas temporel. En posant $t = n.dt$, le schéma de discrétisation temporelle est représenté sur la figure (Fig. 4.3).

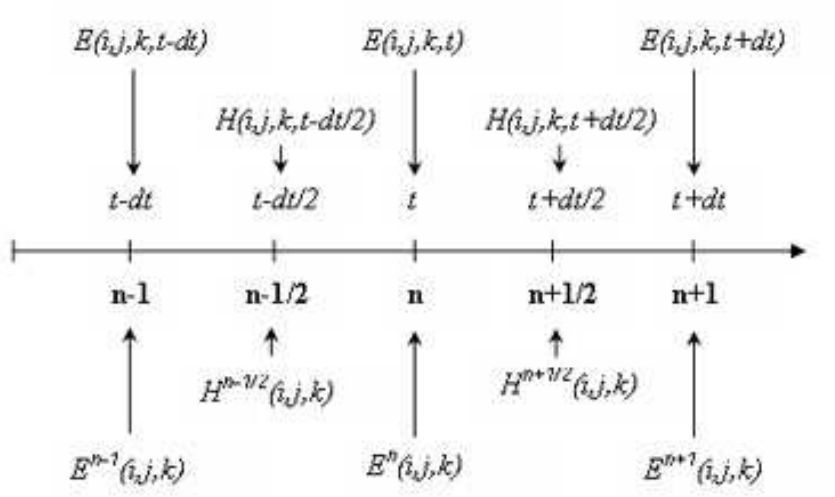


FIG. 4.3: *Schéma «saute-mouton»*

$$\begin{aligned}H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) &-\frac{dt}{\mu_0.dy}.\left[E_z^n(i,j+1,k)-E_z^n(i,j,k)\right]\\ &+\frac{dt}{\mu_0.dz}.\left[E_y^n(i,j,k+1)-E_y^n(i,j,k)\right]\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) - \frac{dt}{\mu_0.dz}.\left[E_x^n(i,j,k+1) - E_x^n(i,j,k)\right] + \frac{dt}{\mu_0.dx}.\left[E_z^n(i+1,j,k) - E_z^n(i,j,k)\right] \tag{4.18}$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) - \frac{dt}{\mu_0.dx}.\left[E_y^n(i+1,j,k) - E_y^n(i,j,k)\right] + \frac{dt}{\mu_0.dy}.\left[E_x^n(i,j+1,k) - E_x^n(i,j,k)\right] \tag{4.19}$$

$$E_x^{n+1}(i,j,k) = \frac{2.\varepsilon - \sigma.dt}{2.\varepsilon + \sigma.dt}.E_x^n(i,j,k) + \frac{2.dt}{(2.\varepsilon + \sigma.dt).dy}.\left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j-1,k)\right] - \frac{2.dt}{(2.\varepsilon + \sigma.dt).dz}.\left[Hy^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k-1)\right] \tag{4.20}$$

$$E_y^{n+1}(i,j,k) = \frac{2.\varepsilon - \sigma.dt}{2.\varepsilon + \sigma.dt}.E_y^n(i,j,k) + \frac{2.dt}{(2.\varepsilon + \sigma.dt).dz}.\left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k-1)\right] - \frac{2.dt}{(2.\varepsilon + \sigma.dt).dx}.\left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i-1,j,k)\right] \tag{4.21}$$

$$E_z^{n+1}(i,j,k) = \frac{2.\varepsilon - \sigma.dt}{2.\varepsilon + \sigma.dt}.E_z^n(i,j,k) + \frac{2.dt}{(2.\varepsilon + \sigma.dt).dx}.\left[H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i-1,j,k)\right] - \frac{2.dt}{(2.\varepsilon + \sigma.dt).dy}.\left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j-1,k)\right] \tag{4.22}$$

Remarque 1 : *dans les équations discrétisées précédentes, la permittivité et la conductivité peuvent être elles-aussi discrétisées ($\varepsilon \rightarrow \varepsilon(i,j,k)$ et $\sigma \rightarrow \sigma(i,j,k)$). Cette propriété pourrait être utilisée pour modéliser un sol inhomogène en affectant une valeur particulière de la conductivité et de la permittivité pour chaque cellule.*

Remarque 2 : *ces relations mettent en évidence le caractère explicite et itératif de la formulation FDTD. En effet, la valeur d'une composante de $\overrightarrow{H}$ à un instant donné ne dépend que des valeurs de la même composante magnétique*

et des composantes transverses électriques aux instants antérieurs. Une formulation implicite des équations de Maxwell ou FDTD ADI présente l'avantage d'être inconditionnellement stable [36]. Cependant, une telle méthode augmente les ressources informatiques nécessaires en termes de mémoire. Une formulation implicite est généralement dédiée aux problèmes d'électromagnétisme nécessitant un faible nombre de cellules de discrétisation. Le problème électromagnétique considéré dans ce manuscrit demande déjà des ressources informatiques considérables, c'est pourquoi la méthode ADI n'a pas été implémentée.

4.1.4 Critère de stabilité

Pour assurer la stabilité de l'algorithme des différences finies, le critère de stabilité appelé critère «Courant Friedrichs Lewy» (CFL) doit être respecté [31] :

$$dt \leq \frac{1}{v}.\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{dx^2}+\frac{1}{dy^2}+\frac{1}{dz^2}}} \tag{4.23}$$

où v désigne la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu.

Dans notre problématique, le spectre du signal du courant de foudre varie dans une plage de fréquences entre 0 et 30 MHz. En pratique, il convient de considérer la plus haute fréquence contenue dans le signal source qui correspond donc à la plus petite longueur d'onde. Par convention, la discrétisation spatiale requiert un pas de l'ordre du dixième de la plus petite longueur d'onde. Ayant défini les pas spatiaux, la formule (4.23) donne le pas de temps maximal. Cependant, en présence d'un milieu à pertes, il convient de réduire les pas spatiaux.

4.1.5 Prise en compte des interfaces entre deux milieux diélectriques

La structure d'un sol réel est constituée par un empilement de couches diélectriques avec pertes. L'interface entre deux couches de nature différente constitue une zone de transition où les équations classiques des différences finies ne sont plus applicables. Un formalisme particulier relatif aux composantes du champ électrique est donc nécessaire. En revanche, si l'on considère que les couches sont caractérisées par la même valeur de perméabilité, les équations précédentes en champ magnétique restent valables.

Considérons le calcul de la composante y du champ électrique au niveau de l'interface entre deux diélectriques de permittivités électriques ε_1 et ε_2 et conductivités σ_1 et σ_2 (Fig. 4.4).

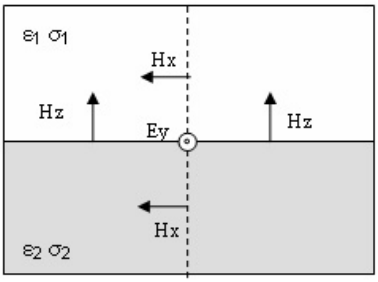


FIG. 4.4: *Configuration comprenant deux milieux diélectriques*

Réécrivons l'équation (4.9) dans les deux milieux où l'indice sur les composantes dénote le milieu d'appartenance :

$$\sigma_1.E_y + \varepsilon_1.\frac{\partial E_y}{\partial t} = \left(\frac{\partial H_x\,|_1}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \tag{4.24}$$

$$\sigma_2.E_y + \varepsilon_2.\frac{\partial E_y}{\partial t} = \left(\frac{\partial\, H_x|_2}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \tag{4.25}$$

L'application des conditions aux limites à l'interface entre les deux milieux conduit aux relations suivantes :

$$E_y = E_y|_1 = E_y|_2 \tag{4.26}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial\, H_z|_1}{\partial x} = \frac{\partial\, H_z|_2}{\partial x} \tag{4.27}$$

L'étape suivante consiste à introduire une composante intermédiaire pour l'évaluation, dans chaque équation, du terme en $\frac{\partial H_x}{\partial z}$ par différences finies :

$$\frac{\partial\, H_x|_1}{\partial z} = \frac{H_x(k) - H_x(k-\frac{1}{2})}{\frac{dz}{2}} \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial\, H_x|_2}{\partial z} = \frac{H_x(k-\frac{1}{2}) - H_x(k-1)}{\frac{dz}{2}} \tag{4.29}$$

En faisant la somme des expressions, on obtient :

$$\frac{\sigma_2+\sigma_1}{2}.E_y + \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}.\frac{\partial E_y}{\partial t} = \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \tag{4.30}$$

L'expression du champ électrique à l'interface reste identique à celle définie dans un milieu homogène ; seules les valeurs de la permittivité et de la conductivité nécessitent un traitement particulier. En effet, ces valeurs sont égales aux moyennes des permittivités et des conductivités de part et d'autre de l'interface.

$$\sigma = \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \tag{4.31}$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2} \tag{4.32}$$

4.1.6 Modélisation de l'espace libre

Quelques contraintes sont toutefois inhérentes à cette méthode volumique. En effet, il est nécessaire de mailler le volume correspondant au domaine de calcul dans sa totalité, la propagation du champ s'effectuant de cellule à cellule. Par conséquent, les ressources informatiques étant limitées, le domaine de calcul doit rester fini. Pour pallier ce problème, un certain nombre de méthodes a été proposé, ayant toutes en commun l'introduction des conditions de non-réflexion. Parmi celles-ci, les conditions de murs électriques ont été choisies pour résoudre notre problème, en raison de leur simplicité et de leur relativement bonne absorption. Cependant, pour améliorer l'absorption des ondes sortantes, des couches absorbantes peuvent être utilisées, comme par exemple celles proposées par J.P. Berenger [33].

4.1.7 Prise en compte des fils minces dans l'algorithme de FDTD

Dans ce problème de CEM, les câbles de télécommunications et le réseau filaire sont les principales composantes de la structure étudiée. Dans l'optique de calculer la distribution de courant sur cette structure, il est nécessaire de rappeler le formalisme des fils minces.

Principe

Le formalisme des fils minces, proposé par Holland [8], est basé sur la notion de maille équivalente, représentant la référence de potentiel dans laquelle chemine un fil conducteur (Fig. 4.5).

Son principe repose sur l'introduction de deux grandeurs supplémentaires dans le schéma de la cellule de Yee : le courant I circulant dans le fil et la densité de charge Q le long du fil. Les relations qui régissent la propagation de I et de Q sont obtenues à partir des équations de Maxwell-Faraday (4.33) et Maxwell-Ampère (4.34) ainsi que des expressions du rayonnement d'un fil en coordonnées cylindriques (r, θ, z) selon les hypothèses de l'électrostatique et

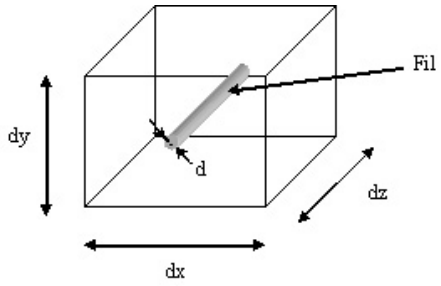


FIG. 4.5: *Le formalisme des fils minces*

de la magnétostatique du champ magnétique azimutal H_θ (4.35) et du champ électrique radial E_r (4.36).

$$\frac{\partial \overrightarrow{H}}{\partial t}(\overrightarrow{r},t) = -\frac{1}{\mu_0}\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) \tag{4.33}$$

$$\sigma.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) + \varepsilon\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H}(\overrightarrow{r},t) \tag{4.34}$$

$$H_\theta(r) = \frac{I}{2.\pi.r} \tag{4.35}$$

$$E_r(r) = \frac{Q}{2.\pi.r.\varepsilon} \tag{4.36}$$



(a) Fil non isolé *(b) Fil isolé*

FIG. 4.6: *Différents types de fils*

En projetant l'équation (4.33) sur l'axe des θ et en introduisant les relations (4.35) et (4.36), on obtient l'expression suivante :

$$\frac{1}{2.\pi.r.\varepsilon}.\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu_0.\frac{1}{2.\pi.r}.\frac{\partial I}{\partial t} \tag{4.37}$$

Dans le cas d'un fil non isolé (Fig. 4.6.a), en intégrant cette équation de 0 à r, on obtient :

$$\begin{cases} E_z(r) - E_z(r_1) = -\dfrac{\mu_0}{2.\pi}.\ln\left(\dfrac{r}{r_1}\right).\left(\dfrac{\partial I}{\partial t} + \dfrac{{c_0}^2}{\varepsilon_r}.\dfrac{\partial Q}{\partial z}\right) \\ E_z(r) = 0 \end{cases} \tag{4.38}$$

où r_1 est le rayon du fil et $E_z(r_1)$ est la composante verticale du champ électrique à la périphérie du fil. Cette composante est nulle dans le cas où le fil est considéré comme parfaitement conducteur. Pour un fil chargé d'une résistance linéique, elle s'exprime de la manière suivante :

$$E_z(r_1) = r_{fil}.I = \frac{R_s}{dz}.I \tag{4.39}$$

Pour s'affranchir de la dépendance en r dans l'équation (4.38), l'idée consiste à exprimer la valeur moyenne du champ $E_z(r)$ en réalisant une moyenne arithmétique sur la section perpendiculaire au fil.

Pour des cellules de forme parallélépipédique, l'expression pour un fil non isolé devient :

$$\langle E_z(r)\rangle - E_z(r_1) = L.\left(\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{{c_0}^2}{\varepsilon_r}.\frac{\partial Q}{\partial z}\right) \tag{4.40}$$

où $\langle E_z\rangle$ est la moyenne du champ électrique dans un rectangle défini par dx et dy. Quant à L, elle correspond à l'inductance de maille définie par :

$$L = \frac{\mu_0}{4.\pi}\left[ln\left(\frac{dx^2+dy^2}{4.r_1^2}\right) + \frac{dy}{dx}.arctg\left(\frac{dx}{dy}\right) + \frac{dx}{dy}.arctg\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\pi.r_1^2}{dx.dy} - 3\right] \tag{4.41}$$

Dans le cas d'un fil isolé (Fig. 4.6.b), l'intégrale de l'équation (4.37) est scindée en deux parties. Le premier terme pour lequel les bornes d'intégration correspondent à r_1 et r_2, est associé à la charge Q_d. Le second est relatif aux bornes r_2 et r et à la charge Q_e. On obtient alors :

$$\langle E_z(r)\rangle - E_z(r_1) = L.\frac{\partial I}{\partial t} + L_e.\frac{{c_0}^2}{\varepsilon_r}.\frac{\partial Q_e}{\partial z} + L_d.\frac{{c_0}^2}{\varepsilon_r}.\frac{\partial Q_d}{\partial z} \tag{4.42}$$

où L_d représente l'inductance de la gaine diélectrique et L_e l'inductance de maille équivalente du milieu environnant :

$$L_d = \frac{\mu_0}{2.\pi}.ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \tag{4.43}$$

$$L_e = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\left[ln\left(\frac{dx^2+dy^2}{4.r_2^2}\right) + \frac{dy}{dx}.arctg\left(\frac{dx}{dy}\right) + \frac{dx}{dy}.arctg\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\pi.r_2^2}{dx.dy} - 3\right] \tag{4.44}$$

L'expression du courant après différenciation exponentielle devient :

- pour un fil non isolé :

$$\begin{aligned} I^{n+\frac{1}{2}}(k) &= I^{n-\frac{1}{2}}(k).e^{-\frac{r_{fil}.dt}{L}} \\ +\frac{1-e^{-\frac{r_{fil}.dt}{L}}}{r_{fil}}.&\left[\langle E_z^n(i,j,k)\rangle - \frac{L.{c_0}^2}{\varepsilon_r.dz}.(Q^n(k+1)-Q^n(k))\right] \end{aligned} \tag{4.45}$$

- pour un fil isolé :

$$\begin{aligned} I^{n+\frac{1}{2}}(k) &= I^{n-\frac{1}{2}}(k).e^{-\frac{r_{fil}.dt}{L}} + \frac{1-e^{-\frac{r_{fil}.dt}{L}}}{r_{fil}} \\ \left[\langle E_z^n(i,j,k)\rangle - \frac{L_e.{c_0}^2}{\varepsilon_r.dz}.(Q_e^n(k+1)-Q_e^n(k)) - \frac{L_d.{c_0}^2}{\varepsilon_r.dz}.(Q_d^n(k+1)-Q_d^n(k))\right] \end{aligned} \tag{4.46}$$

En partant de la seconde équation de Maxwell (4.34), en introduisant les expressions (4.35) et (4.36) et en prenant en compte la symétrie de révolution de la structure, on obtient alors les équations de l'évolution de la charge, soit :

- pour un fil non isolé :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon}.Q + \frac{\partial I}{\partial z} = 0 \tag{4.47}$$

- pour un fil isolé :

$$\frac{\partial Q_d}{\partial t} + \frac{\sigma_d}{\varepsilon_d}.Q_d + \frac{\partial I}{\partial z} = 0 \tag{4.48}$$

$$\frac{\partial Q_e}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon}.Q_e + \frac{\partial I}{\partial z} = 0 \tag{4.49}$$

Les formules d'itération des charges s'obtiennent par différenciations linéaires :

- pour un fil non isolé :

$$Q^{n+1}(k) = \frac{2.\varepsilon - \sigma.dt}{2.\varepsilon + \sigma.dt}.Q^n(k) - \frac{2.\varepsilon.dt}{dz.(2.\varepsilon+\sigma.dt)}.\left(I^{n+\frac{1}{2}}(k) - I^{n+\frac{1}{2}}(k-1)\right) \tag{4.50}$$

- pour un fil isolé :

$$Q_e^{n+1}(k) = \frac{2.\varepsilon - \sigma.dt}{2.\varepsilon + \sigma.dt}.Q_e^n(k) - \frac{2.\varepsilon.dt}{dz.(2.\varepsilon + \sigma.dt)}.\left(I^{n+\frac{1}{2}}(k) - I^{n+\frac{1}{2}}(k-1)\right) \tag{4.51}$$

$$Q_d^{n+1}(k) = \frac{2.\varepsilon_d - \sigma_d.dt}{2.\varepsilon_d + \sigma_d.dt}.Q_d^n(k) - \frac{2.\varepsilon_d.dt}{dz.(2.\varepsilon_d + \sigma_d.dt)}.\left(I^{n+\frac{1}{2}}(k) - I^{n+\frac{1}{2}}(k-1)\right) \tag{4.52}$$

où ε_d et σ_d sont respectivement la permittivité et la conductivité de la gaine diélectrique.

Les équations (4.45), (4.46), (4.50), (4.51) et (4.52) régissent la propagation du courant et de la charge sur un fil conducteur en fonction des composantes longitudinales des champs électriques les plus proches du fil. Cependant, il convient de tenir compte de l'influence du courant I sur le champ électrique. Pour cela, on considère que le courant sur le fil est réparti uniformément dans la section de la maille équivalente où l'on définit la densité de courant j par :

$$j = \frac{I}{dx.dy} \tag{4.53}$$

Cette densité correspond au terme source de courant électrique introduit dans l'équation de Maxwell-Ampère qui devient :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H}(\overrightarrow{r}, t) = \sigma \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) + \varepsilon \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}(\overrightarrow{r}, t) + \overrightarrow{j} \tag{4.54}$$

Remarque : *ce formalisme est valable lorsque le diamètre du fil est faible devant les dimensions transverses de la maille équivalente, i.e.* $2.r_1 < \frac{min(dx,dy)}{10}$. *La prise en compte des fils dont les diamètres ne respectent pas cette condition, nécessite une modification de l'inductance de la maille équivalente. La condition de stabilité (4.23) devient alors plus restrictive [40].*

Application des conditions aux limites

Les conditions aux limites jouent un rôle important sur la propagation du courant et de la charge le long du fil. Lorsqu'un conducteur est situé en espace libre, on doit imposer une valeur nulle du courant aux extrémités. Si, pour un fil dont l'extrémité est connectée à un plan de masse, il paraît évident que la charge Q vaut zéro, il n'en est pas de même lorsque le fil est adapté. L'analogie entre les équations proposées par Holland et les équations de propagation de la théorie des lignes permet de comprendre la démarche adoptée pour adapter un

conducteur dans le formalisme des fils minces.

Les deux systèmes d'équations différentielles relatifs au formalisme de Holland et au formalisme d'Aggrawal sont rappelés ci-dessous dans le cas d'un fil parallèle à l'axe des z :

$$\begin{cases} L.\left(\dfrac{\partial I}{\partial t} + \dfrac{{c_0}^2}{\varepsilon_r}.\dfrac{\partial Q}{\partial z}\right) = \langle E_z(r)\rangle \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t} + \dfrac{\sigma}{\varepsilon}.Q + \dfrac{\partial I}{\partial z} = 0 \end{cases} \tag{4.55}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial z} + l.\dfrac{\partial I}{\partial t} = E_{ex} \\ \dfrac{\partial I}{\partial z} + c.\dfrac{\partial V}{\partial t} + g.V = 0 \end{cases} \tag{4.56}$$

où E_{ex}, l, c et g représentent respectivement le champ électrique généré par la perturbation, l'inductance, la capacité et la conductance linéiques de la ligne.

En remplaçant V par $\frac{Q}{c}$, le système des équations de couplage (4.56) s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{c}.\dfrac{\partial Q}{\partial z} + l.\dfrac{\partial I}{\partial t} = E_{ex} \\ \dfrac{\partial I}{\partial z} + \dfrac{\partial Q}{\partial t} + \dfrac{g}{c}.Q = 0 \end{cases} \tag{4.57}$$

Par identification, on en déduit :

$$\begin{cases} l = L \\ c = \dfrac{\varepsilon_r}{L.{c_0}^2} \\ \dfrac{g}{c} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} \end{cases} \tag{4.58}$$

On peut donc conclure que l'inductance de maille représente l'inductance linéique d'une ligne de transmission équivalente de type coaxial : le cœur est le fil équivalent et le retour du courant s'effectue suivant la maille entourant le fil. On retrouve également les relations évoquées dans (4.58) entre les paramètres linéiques dans le cas d'un milieu inter-conducteur homogène.

Considérons à présent une ligne de transmission sans perte de longueur l, adaptée et située au dessus d'un plan de masse. Les conditions aux limites se situant en $z = 0$ et en $z = l$ sont données par les relations suivantes :

$$V(0) = -Z_c.I(0) \tag{4.59}$$

$$V(l) = +Z_c.I(l) \tag{4.60}$$

où Z_c est l'impédance caractéristique avec $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

En remplaçant V par $\frac{Q}{c}$, les équations aux extrémités (4.59) et (4.60) s'écrivent alors :

$$Q(0) = -\frac{I(0)}{c_0} \tag{4.61}$$

$$Q(l) = +\frac{I(l)}{c_0} \tag{4.62}$$

Ces deux relations seront utilisées pour la modélisation du canal de foudre. Elle représentent les conditions d'adaptation à appliquer aux extrémités du fil dans le formalisme des fils minces.

Les équations discrétisées sont analogues aux équations (2.101) et (2.100) pour un conducteur situé au dessus d'un plan de masse. Il faut juste remplacer V par $\frac{Q}{c}$ tout en considérant les résistances R_0 et R_1 égales à Z_c.

Cependant, les bâtiments de télécommunications sont des structures métalliques complexes nécessitant le traitement des jonctions entre fils, qui est la transposition des lois de Kirchoff. En effet, au niveau des nœuds considérés, il est nécessaire d'imposer la continuité du courant et l'égalité des charges [8].

4.2 Description des modèles proposés pour l'extension des fonctionnalités de la méthode

Les modèles présentés précédemment (discrétisation en différences finies, modèles de fils minces, prise en compte des diélectriques à pertes, modèle de l'espace libre) suffiraient pour effectuer une simulation numérique de notre problème. Toutefois, la réalité physique étant plus complexe, cette première approche pourrait se révéler insuffisante. En effet, un certain nombre de paramètres tels que la dispersion du sol, la prise en compte des câbles de télécommunications ou encore le phénomène d'ionisation, peuvent avoir une influence importante sur la valeur des résultats attendus. Ainsi, nous détaillerons dans ce paragraphe trois modèles qui à nos yeux, sont primordiaux dans l'étude réaliste des risques de défaillance d'un réseau de télécommunications suite à des coups de foudre directs ou indirects.

4.2.1 Prise en compte du phénomène d'ionisation dans la simulation des fils

Les fortes intensités des courants mis en jeu par la foudre font apparaître un phénomène important : sous l'effet des intensités élevées des courants, **au voisinage immédiat de l'électrode**, les gradients de potentiel dans le sol peuvent atteindre des valeurs suffisantes pour provoquer de véritables claquages diélectriques locaux (Fig. 4.7).

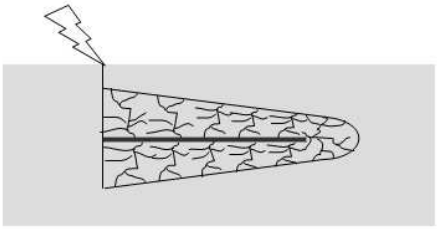


FIG. 4.7: *Localisation du phénomène d'ionisation*

Lorsque le champ radial $E(r)$ excède la valeur critique du champ de claquage E_c, une gaine ionisée se forme autour de l'électrode de rayon r_1. Le rayon r_c de cette gaine est définie par la relation suivante (Fig. 4.8) :

$$r_c = r_1.\frac{E(r)}{E_c} \tag{4.63}$$

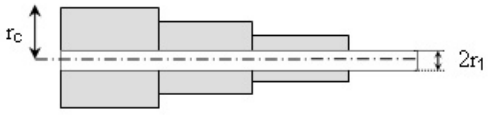


FIG. 4.8: *Représentation de la gaine ionisée autour de l'électrode*

La prise en compte de ce phénomène dans l'algorithme de la théorie des lignes nécessite à chaque itération, le calcul du champ à une distance r de l'électrode. Ce dernier dépend du courant I circulant sur le segment considéré comme l'indique la relation suivante :

$$E\,(r) = \frac{\rho.I}{2.\pi.r.dz} \tag{4.64}$$

Les courants de fuites engendrés par l'ionisation sont ensuite traduits par une variation du rayon de l'électrode dans le calcul de la conductance. De l'analogie

entre le formalisme de Holland et les équations des télégraphistes, il résulte :

$$g = \frac{4.\pi.\sigma}{ln\left(\frac{dx^2+dy^2}{4.r_1^2}\right) + \frac{dy}{dx}.arctg\left(\frac{dx}{dy}\right) + \frac{dx}{dy}.arctg\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\pi.r_1^2}{dx.dy} - 3} \quad (4.65)$$

Lors de l'ionisation, la conductance ou la conductivité dans le formalisme des fils minces augmente d'un facteur η défini par :

$$\eta = \frac{ln\left(\frac{dx^2+dy^2}{4.r_1^2}\right) + \frac{dy}{dx}.arctg\left(\frac{dx}{dy}\right) + \frac{dx}{dy}.arctg\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\pi.r_1^2}{dx.dy} - 3}{ln\left(\frac{dx^2+dy^2}{4.r_c^2}\right) + \frac{dy}{dx}.arctg\left(\frac{dx}{dy}\right) + \frac{dx}{dy}.arctg\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\pi.r_c^2}{dx.dy} - 3} \quad (4.66)$$

Le système (4.55) prenant en compte l'ionisation devient alors :

$$\begin{cases} L.\left(\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{{c_0}^2}{\varepsilon_r}.\frac{\partial Q}{\partial z}\right) = \langle E_z(r)\rangle \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \eta.\frac{\sigma}{\varepsilon}.Q + \frac{\partial I}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (4.67)$$

En dépit d'une relative facilité, le modèle proposé nécessiterait cependant la réalisation d'une étude plus approfondie.

4.2.2 Simulation des câbles de télécommunications

La structure typique d'un centre de télécommunications constituée d'un pylône et d'un bâtiment, est généralement reliée à des câbles de télécommunications et d'énergie connectés au réseau de terre du bâtiment directement ou à travers des parafoudres. Deux approches peuvent être utilisées pour traiter le couplage électromagnétique sur un câble blindé.

La première approche consiste à scinder le problème en deux étapes. La première phase est la détermination du courant induit sur l'écran du câble. Pour ce faire, le câble de télécommunication est assimilé à un fil isolé. Ce courant est ensuite calculé à l'aide des équations (4.46), (4.51) et (4.52). Le calcul de signaux induits sur les conducteurs est effectué à l'aide de la théorie des lignes, généralisée en prenant en compte l'impédance de transfert caractérisant le couplage avec le conducteur interne du câble.

La deuxième approche traite le problème de façon globale par la théorie des lignes couplées, en considérant le blindage comme un conducteur de la configuration. La maille est considérée comme référence, contrairement au cas précédent où les tensions des conducteurs internes étaient évaluées par rapport au blindage.

Résolution du problème de couplage dans les câbles multipaires blindés en deux étapes

L'hypothèse de base de cette méthode est de considérer que la réaction des conducteurs intérieurs sur le blindage est négligeable. Le calcul du courant induit sur l'écran se fait alors à l'aide des équations (4.46), (4.51) et (4.52), régissant la propagation du courant et des charges sur un fil conducteur isolé.

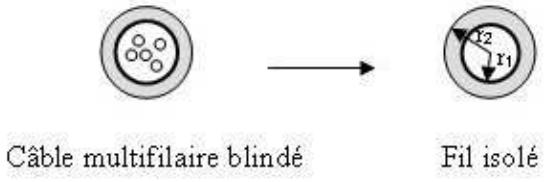


FIG. 4.9: *Simplification pour la résolution du problème en deux étapes*

Le problème interne est résolu à l'aide de la théorie des lignes couplées en considérant le blindage interne comme référence de potentiel. Les équations des télégraphistes généralisées sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z} + \boldsymbol{L}.\dfrac{\partial \boldsymbol{I}}{\partial t} + \boldsymbol{R}.\boldsymbol{I} = \boldsymbol{R}_t.\boldsymbol{I}_{ex} + \boldsymbol{L}_t.\dfrac{\partial \boldsymbol{I}_{ex}}{\partial t} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{I}}{\partial z} + \boldsymbol{C}.\dfrac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \boldsymbol{G}.\boldsymbol{V} = 0 \end{cases} \tag{4.68}$$

où $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{C}$, et $\boldsymbol{G}$ correspondent aux matrices des paramètres linéiques des conducteurs internes définies par rapport au blindage. Ces paramètres sont déterminés expérimentalement à l'aide d'un banc de mesure. De plus, $\boldsymbol{I}$ et $\boldsymbol{V}$ sont les vecteurs courants et tensions calculés par rapport au blindage, tandis que $\boldsymbol{I}_{ex}$ correspond au courant circulant sur le fil isolé. Enfin, $\boldsymbol{R}_t$ et $\boldsymbol{L}_t$ représentent respectivement la résistance et l'inductance de transfert.

Les conditions aux limites se situent aux extrémités de la ligne de longueur l, c'est-à-dire en $z = 0$ et en $z = l$. Pour des charges résistives linéaires, les extrémités peuvent être caractérisées par les équations des générateurs équivalents de Thévenin suivantes :

$$\boldsymbol{V}(0) = \boldsymbol{V}_s - \boldsymbol{R}_s.\boldsymbol{I}(0) \tag{4.69}$$

$$\boldsymbol{V}(l) = \boldsymbol{V}_l + \boldsymbol{R}_l.\boldsymbol{I}(l) \tag{4.70}$$

avec $\boldsymbol{V}_l$ et $\boldsymbol{V}_s$ qui correspondent aux vecteurs des générateurs de tension situés aux deux extrémités du câble. Quant aux quantités $\boldsymbol{R}_l$ et $\boldsymbol{R}_s$, elles représentent les matrices des charges résistives.

En posant $t = n.dt$ et $z = k.dz$, les expressions du courant et de la tension du système (4.68) après différenciation linéaire deviennent :

$$\frac{\boldsymbol{V}^{n+1}(k+1) - \boldsymbol{V}^{n+1}(k)}{dz} + \boldsymbol{L}.\frac{\boldsymbol{I}^{n+\frac{3}{2}}(k) - \boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k)}{dt} + \boldsymbol{R}.\frac{\boldsymbol{I}^{n+\frac{3}{2}}(k) + \boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k)}{2} = \boldsymbol{R}_t.\frac{\boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{3}{2}}(k) + \boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{1}{2}}(k)}{2} + \boldsymbol{L}_t.\frac{\boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{3}{2}}(k) - \boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{1}{2}}(k)}{dt} \tag{4.71}$$

$$\frac{\boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k) - \boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k-1)}{dz} + \boldsymbol{C}.\frac{\boldsymbol{V}^{n+1}(k) - \boldsymbol{v}^{n}(k)}{dt} + \boldsymbol{G}.\frac{\boldsymbol{V}^{n+1}(k) + \boldsymbol{V}^{n}(k)}{2} = 0 \tag{4.72}$$

où n et k sont des entiers.

Les relations récursives à résoudre sont alors :

$$\left(\boldsymbol{L}.\frac{dz}{dt} + \boldsymbol{R}.\frac{dz}{2}\right).\boldsymbol{I}^{n+\frac{3}{2}}(k) = \left(\boldsymbol{L}.\frac{dz}{dt} - \boldsymbol{R}.\frac{dz}{2}\right).\boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k) - \left(\boldsymbol{V}^{n+1}(k+1) - \boldsymbol{V}^{n+1}(k)\right) + \frac{dz}{2}.\boldsymbol{R}_t.\left(\boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{3}{2}}(k) + \boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{1}{2}}(k)\right) + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{L}_t.\left(\boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{3}{2}}(k) - \boldsymbol{I}_{ex}^{n+\frac{1}{2}}(k)\right) \tag{4.73}$$

$$\left(\boldsymbol{C}.\frac{dz}{dt} + \boldsymbol{G}.\frac{dz}{2}\right)\boldsymbol{V}^{n+1}(k) = \left(\boldsymbol{C}.\frac{dz}{dt} - \boldsymbol{G}.\frac{dz}{2}\right)\boldsymbol{V}^{n}(k) - \left(\boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k) - \boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(k-1)\right) \tag{4.74}$$

En négligeant les pertes dans le milieu inter-conducteur, les formulations des conditions aux limites aux extrémités de la ligne (en $z = 0$ et $z = l$) sont données par les relations suivantes [16] :

- pour $z = 0$ où $k = 1$:

$$\boldsymbol{V}^{n+1}(1) = \left[\frac{dz}{dt}.\boldsymbol{R}_s.\boldsymbol{C} + 1\right]^{-1} \left\{\left[\frac{dz}{dt}.\boldsymbol{R}_s.\boldsymbol{C} - 1\right]\boldsymbol{V}^{n}(1) - 2.\boldsymbol{R}_s.\boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(1) + \left(\boldsymbol{V}_s^{n+1} + \boldsymbol{V}_s^{n}\right)\right\} \tag{4.75}$$

- pour $z = l$ où $k = n.dz + 1$:

$$\boldsymbol{V}^{n+1}(n.dz+1) = \left[\frac{dz}{dt}.\boldsymbol{R}_l.\boldsymbol{C} + 1\right]^{-1} \left\{\left[\frac{dz}{dt}.\boldsymbol{R}_l.\boldsymbol{C} - 1\right].\boldsymbol{V}^{n}(n.dz+1) + 2.\boldsymbol{R}_l.\boldsymbol{I}^{n+\frac{1}{2}}(n.dz+1) + \left(\boldsymbol{V}_l^{n+1} + \boldsymbol{V}_l^{n}\right)\right\} \tag{4.76}$$

Résolution du problème de couplage par une approche globale

Cette méthode considère le blindage comme un conducteur à part entière du faisceau de câbles. Toutes les tensions des conducteurs sont alors référencées par rapport à la cellule FDTD (Fig. 4.10). Dans le cas d'une illumination électromagnétique, les sources de courants et de tensions réparties caractérisant les perturbations, sont appliquées sur l'ensemble constitué du blindage et des conducteurs internes.

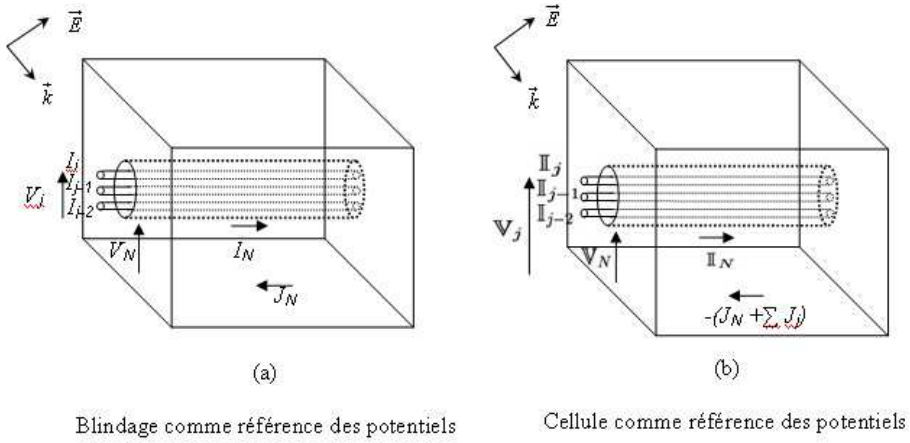


FIG. 4.10: *Différentes approches pour la modélisation d'un câble de télécommunications*

Les équations relatives à la configuration (b) qui lient les courants et les tensions pour un câble blindé constitué de $(N-1)$ conducteurs internes dont le blindage représente le $N^{ème}$ conducteur, sont exprimées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbb{V}}{\partial z} + \boldsymbol{L}_c.\dfrac{\partial \mathbb{I}}{\partial t} + \boldsymbol{R}_c.\mathbb{I} = \boldsymbol{E}_{ex} \\ \dfrac{\partial \mathbb{I}}{\partial z} + \boldsymbol{C}_c.\dfrac{\partial \mathbb{V}}{\partial t} + \boldsymbol{G}_c.\mathbb{V} = \boldsymbol{0} \end{cases} \tag{4.77}$$

où $\mathbb{V}$ et $\mathbb{I}$ sont les vecteurs tensions et courants référencés à la maille. $\boldsymbol{L}_c$, $\boldsymbol{R}_c$, $\boldsymbol{C}_c$, et $\boldsymbol{G}_c$ représentent les matrices des paramètres linéiques par rapport à la cellule.

Les signaux obtenus par l'approche globale s'expriment alors en fonction de ceux définis dans l'approche en deux étapes (4.68) par les relations suivantes :

$$\mathbb{I}_N = I_N + \sum_{k=1}^{N-1} I_k \tag{4.78}$$

$$\mathbb{V}_k = V_k + V_N \tag{4.79}$$

avec $k \in [1, N-1]$.

Cette approche présente l'avantage de prendre en considération les interactions exercées entre les conducteurs internes et le blindage.

Pour un câble sans perte, les relations qui lient les paramètres inductifs référencés au blindage et ceux lorsque la maille est considérée comme référence sont :

$$\begin{cases} L_c(i,i) = L(i,i) + L(N,N) - 2L_t(i) \\ L_c(i,j) = L(i,j) + L(N,N) - L_t(i) - L_t(j) \\ L_c(i,N) = L(N,N) - L_t(i) \\ L_c(N,N) = L(N,N) \end{cases} \tag{4.80}$$

La matrice des paramètres capacitifs peut être obtenue à l'aide des équations suivantes :

$$\begin{cases} C_c(i,i) = C(i,i) \\ C_c(i,j) = C(i,j) \\ C_c(i,N) = -\sum_{j=1}^{N-1} C(i,j) \\ C_c(N,N) = \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=1}^{N-1} C(i,j) + C(N,N) \end{cases} \tag{4.81}$$

La densité de courant correspondant au terme source de courant électrique introduit dans l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit alors :

$$j = \frac{\sum_{k=1}^{N} \mathbb{I}_k}{dx.dy} \tag{4.82}$$

Pour l'application des conditions aux limites, il convient d'utiliser la théorie nodale modifiée qui permet de prendre en compte les diverses jonctions selon un système matriciel.

4.2.3 Mise au point d'un modèle pour la simulation de structures filaires en milieu dispersif

Dans les cas réels, la permittivité électrique et la conductivité du sol sont des grandeurs dépendant de la fréquence. Un certain nombre de modèles a été élaboré pour tenir compte de cette dépendance fréquentielle.

Rappel sur le modèle de Debye

Nous rappelons les équations de Maxwell définissant la propagation des champs électromagnétiques du modèle de Debye [34] qui nous paraît le plus

approprié pour nos simulations. Elles sont données par les relations suivantes :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H}(\overrightarrow{r}, t) = \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.83}$$

$$\overrightarrow{D}(\overrightarrow{r}, w) = \frac{\sigma}{j.w}.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, w) + \varepsilon_0.\varepsilon_\infty.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, w) + \sum_{h=1}^{m} \frac{\chi_h.\varepsilon_0}{1 + j.w.\tau_h}.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, w) \tag{4.84}$$

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) = -\mu_0.\frac{\partial \overrightarrow{H}}{\partial t}(\overrightarrow{r}, t) \tag{4.85}$$

avec $\chi_h = \varepsilon_{s_h} - \varepsilon_\infty$ et dans lesquelles ε_∞, χ_h et τ_h sont les paramètres caractéristiques du milieu dispersif.

Les deux méthodes existantes pour discrétiser ce système d'équations sont soit l'intégration, soit la polarisation (ou différenciation).

■ La méthode d'intégration

L'équation (4.84) peut s'écrire sous sa forme temporelle [34] :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{D}(\overrightarrow{r}, t) = \sigma.\int_0^t \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t')\ dt' + \varepsilon_0.\varepsilon_\infty.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) \\ + \sum_{h=1}^{m} \frac{\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}.\int_0^t e^{-\frac{(t'-t)}{\tau_h}} \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t')\ dt' \end{aligned} \tag{4.86}$$

Chaque composante du vecteur induction est alors échantillonnée dans le temps avec un pas temporel dt ; à l'instant $t = n.dt$, ces composantes peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{D}^n = \boldsymbol{I}^n + \varepsilon_0.\varepsilon_\infty.\boldsymbol{E}^n + \boldsymbol{S}^n \tag{4.87}$$

avec :

$$\boldsymbol{I}^n = \sigma.dt.\sum_{i=0}^{n} \boldsymbol{E}^i \tag{4.88}$$

$$\boldsymbol{S}^n = \sum_{h=1}^{m} \left[\frac{dt.\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}.\sum_{i=0}^{n} e^{-\frac{(n-i).dt}{\tau_h}}.\boldsymbol{E}^i \right] \tag{4.89}$$

Afin de calculer $\boldsymbol{E}^n$ en fonction de $\boldsymbol{D}^n$, il est commode de réécrire les équations (4.88) et (4.89) de la manière suivante :

$$\boldsymbol{I}^n = \sigma.dt.\boldsymbol{E}^n + \sigma.dt.\sum_{i=0}^{n-1} \boldsymbol{E}^i \tag{4.90}$$

$$\boldsymbol{S}^n = \sum_{h=1}^{m} \boldsymbol{S}_h^n \tag{4.91}$$

avec :

$$\boldsymbol{S}_h^n = \frac{dt.\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}.\left(\boldsymbol{E}^n + \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\frac{(n-i).dt}{\tau_h}}.\boldsymbol{E}^i\right) \tag{4.92}$$

Si on détermine l'expression de $\boldsymbol{S}_h^{n-1}$ (4.93), on remarque qu'elle apparaît quasi explicitement dans l'égalité (4.92). Il est alors trivial d'en déduire une formule de récurrence (4.94).

$$\boldsymbol{S}_h^{n-1} = \frac{dt.\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}.e^{\frac{dt}{\tau_h}}.\left(\sum_{i=0}^{n-1} e^{-\frac{(n-i).dt}{\tau_h}}.\boldsymbol{E}^i\right) \tag{4.93}$$

$$\boldsymbol{S}_h^n = \frac{dt.\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}.\boldsymbol{E}^n + e^{-\frac{dt}{\tau_h}}.\boldsymbol{S}_h^{n-1} \tag{4.94}$$

Le système initial (4.87) peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{D}^n = \boldsymbol{I}^{n-1} + \sigma.dt.\boldsymbol{E}^n + \varepsilon_0.\varepsilon_\infty.\boldsymbol{E}^n + \sum_{h=1}^{m}\left[\frac{dt.\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}.\boldsymbol{E}^n + e^{-\frac{dt}{\tau_h}}.\boldsymbol{S}_h^{n-1}\right] \tag{4.95}$$

Il en résulte les expressions ci-dessous :

$$\boldsymbol{E}^n = \frac{\boldsymbol{D}^n - \boldsymbol{I}^{n-1} - \sum_{h=1}^{m} e^{-\frac{dt}{\tau_h}}.\boldsymbol{S}_h^{n-1}}{\sigma.dt + \varepsilon + \sum_{h=1}^{m} \frac{dt.\chi_h.\varepsilon_0}{\tau_h}} \tag{4.96}$$

$$\boldsymbol{I}^n = \boldsymbol{I}^{n-1} + \sigma.dt.\boldsymbol{E}^n \tag{4.97}$$

Le calcul des composantes du vecteur $\boldsymbol{E}$ nécessite la connaissance des composantes du vecteur induction. Si on pose $\sigma = 0$ et $\varepsilon_r = 1$, celles-ci peuvent être calculées en remplaçant $\boldsymbol{E}$ par $\boldsymbol{D}$ dans les équations du champ électrique pour un milieu avec pertes. Les relations discrétisées des composantes du champ magnétique sont identiques au cas de milieux non dispersifs (cf section 4.1.3).

■ **La méthode de la polarisation (ou de la différenciation)**

L'équation (4.83) peut se réécrire en faisant intervenir le vecteur de polarisation $\overrightarrow{P_h}(\overrightarrow{r},t)$ de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\nabla}\times\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r},t)-\sum_{h=1}^{m}\frac{1}{\tau_h}.\left[\left(\varepsilon_{s_h}-\varepsilon_\infty\right).\varepsilon_0.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)-\overrightarrow{P_h}(\overrightarrow{r},t)\right]\\ =\sigma.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)+\varepsilon_0.\varepsilon_\infty.\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)\end{aligned} \tag{4.98}$$

avec :

$$\frac{\partial\overrightarrow{P_h}}{\partial t}(\overrightarrow{r},t)=\frac{1}{\tau_h}.\left[\left(\varepsilon_{s_h}-\varepsilon_\infty\right).\varepsilon_0.\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t)-\overrightarrow{P_h}(\overrightarrow{r},t)\right] \tag{4.99}$$

Ensuite, ces relations vectorielles sont projetées sur les axes d'un système de coordonnées cartésiennes et le principe des différences finies centrées est appliquée pour évaluer les dérivées spatiales et temporelles. La composante suivant l'axe y du vecteur de polarisation peut alors être formulée comme suit :

$$P_{y_h}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)=\alpha_h.P_{y_h}^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k)+\frac{\beta_h.dt}{\tau_h}.(\varepsilon_{s_h}-\varepsilon_\infty).\varepsilon_0.E_y^n(i,j,k) \tag{4.100}$$

avec :

$$\alpha_h=\frac{2.\tau_h-dt}{2.\tau_h-dt} \tag{4.101}$$

$$\beta_h=\frac{2.\tau_h}{2.\tau_h-dt} \tag{4.102}$$

De manière identique, on obtient la composante y du champ électrique :

$$\begin{aligned}E_y^{n+1}(i,j,k)=c_1.E_y^n(i,j,k)+\frac{c_2.dt}{dz}.\left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)-H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k-1)\right]\\ -\frac{c_2.dt}{dx}.\left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)-H_z^{n-\frac{1}{2}}(i-1,j,k)\right]+c_2.dt.\sum_{h=1}^{m}\frac{P_{y_h}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\tau_h}\end{aligned} \tag{4.103}$$

avec :

$$c_1=\left[\varepsilon_\infty-\frac{\sigma.dt}{2}-\frac{dt}{2}.\sum_{h=1}^{m}\frac{\varepsilon_{s_h}-\varepsilon_\infty}{\tau_h}\right].\left[\varepsilon_\infty+\frac{\sigma.dt}{2}+\frac{dt}{2}.\sum_{h=1}^{m}\frac{\varepsilon_{s_h}-\varepsilon_\infty}{\tau_h}\right]^{-1} \tag{4.104}$$

$$c_2 = \left[\varepsilon_0.\varepsilon_\infty + \frac{\sigma.dt}{2} + \frac{dt}{2}.\sum_{h=1}^{m} \frac{\left(\varepsilon_{s_h} - \varepsilon_\infty\right).\varepsilon_0}{\tau_h} \right]^{-1} \tag{4.105}$$

Chacune des composantes du vecteur de polarisation et du champ électrique est calculée au même point sur la cellule de Yee. Néanmoins, la discrétisation temporelle implique que les calculs des composantes du vecteur de polarisation et du champ magnétique soient effectués simultanément. Des équations similaires peuvent être obtenues pour les deux autres composantes du champ électrique. Les relations des composantes du champ magnétique s'obtiennent de manière analogue au cas des milieux non dispersifs (cf section 4.1.3).

Adaptation du formalisme des fils minces au cas des milieux dispersifs [39]

Nous avons démontré qu'un fil situé dans une maille pouvait être assimilé à une ligne de transmission équivalente de type coaxial : le cœur et le retour s'assimilent respectivement au fil et à la maille entourant le fil. Une autre façon de calculer les paramètres linéiques d'un câble coaxial consiste à utiliser l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \sigma.\overrightarrow{E} + j.w.\varepsilon.\overrightarrow{E} \tag{4.106}$$

que l'on peut également écrire sous la forme :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j_t} \tag{4.107}$$

avec $div(\overrightarrow{j_t}) = \overrightarrow{0}$.

On en déduit immédiatement que j_t s'apparente à $\frac{J_0}{2.\pi.r}$, où J_0 correspond à une constante.

Ensuite, à partir de la tension V (4.108) issue de la différence de potentiels entre le cœur et le retour du câble coaxial, on obtient l'admittance linéique Y (4.109) :

$$V = \frac{J_0}{2.\pi.(j.w.\varepsilon + \sigma)}.\int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r} = \frac{J_0}{2.\pi.(j.w.\varepsilon + \sigma)}.log\left(\frac{r}{r_1}\right) = \frac{J_0}{Y} \tag{4.108}$$

$$Y = \frac{2.\pi.(j.w.\varepsilon + \sigma)}{log\left(\frac{r}{r_1}\right)} = j.w.c + g \tag{4.109}$$

Quant à l'inductance linéique, elle se calcule à partir du théorème d'Ampère :

$$l = \frac{\mu}{2.\pi}.log\left(\frac{r}{r_1}\right) \tag{4.110}$$

Dans le cas d'un conducteur coaxial où le milieu entre le fil et le conducteur de retour est dispersif, l'équation de Maxwell-Ampère devient :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \sigma.\overrightarrow{E} + j.w.\varepsilon_0.\varepsilon_\infty.\overrightarrow{E} + \sum_{h=1}^{m} j.w.\varepsilon_0.\frac{\chi_h}{1+j.w.\tau_h}.\overrightarrow{E} \tag{4.111}$$

La tension V et l'admittance linéique Y se formulent alors de la manière suivante :

$$V = \frac{J_0}{2.\pi.\left(j.w.\varepsilon_0.\varepsilon_\infty + \sigma. + \sum_{h=1}^{m} j.w.\varepsilon_0.\frac{\chi_h}{1+j.w.\tau_h}\right)}.log\left(\frac{r}{r_1}\right) \tag{4.112}$$

$$Y = \frac{2.\pi.\left(j.w.\varepsilon_0.\varepsilon_\infty + \sigma. + \sum_{h=1}^{m} j.w.\varepsilon_0.\frac{\chi_h}{1+j.w.\tau_h}\right)}{log\left(\frac{r}{r_1}\right)} \tag{4.113}$$

Une fois le calcul des paramètres linéiques effectué, il est possible d'insérer ce fil dans un schéma FDTD. Vu que le formalisme proposé par Agrawall est équivalent à celui d'Holland (cf section 4.1.7), il peut alors se transposer dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial z} + Z.I = E_{ex} \\ \dfrac{\partial I}{\partial z} + Y.V = 0 \end{cases} \tag{4.114}$$

avec :

$$Y = \frac{2.\pi.\left(j.w.\varepsilon_0.\varepsilon_\infty + \sigma + \sum_{h=1}^{m} j.w.\varepsilon_0.\frac{\chi_h}{1+j.w.\tau_h}\right)}{log\left(\frac{r}{r_1}\right)} = j.w.c + g \tag{4.115}$$

$$Z = \frac{j.w.\mu}{2.\pi}.log\left(\frac{r}{r_1}\right) = j.w.l \tag{4.116}$$

Comme pour la discrétisation des équations du champ électrique, les méthodes d'intégration et de différenciation peuvent être utilisées pour approximer le produit de convolution apparaissant dans la deuxième équation du système (4.114). Si on considère la méthode d'intégration, cette équation doit être reformulée de la manière suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -j.w.c.B \tag{4.117}$$

avec :

$$B = \left[1 + \frac{\sigma}{j.w.\varepsilon_0.\varepsilon_\infty} + \sum_{h=1}^{m} \frac{K_h}{(1 + j.w.\tau_h)}\right].V \tag{4.118}$$

$$K_h = \frac{\chi_h}{\varepsilon_\infty} \tag{4.119}$$

Mais si l'étude a lieu dans le domaine temporel, comme dans notre cas, alors le système initial (4.114) devient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial z} + l.\dfrac{\partial I}{\partial t} = E_{ex} \\ \dfrac{\partial I}{\partial z} + c.\dfrac{\partial B}{\partial t} = 0 \end{cases} \tag{4.120}$$

dans laquelle pour un instant $t = n.dt$, la quantité B vaut :

$$B^n = IF^n + V^n + SF^n \tag{4.121}$$

avec :

$$IF^n = IF^{n-1} + \frac{\sigma.dt}{\varepsilon_0.\varepsilon_\infty}.V^n \tag{4.122}$$

$$SF^n = \sum_{h=1}^{m} SF_h^n \tag{4.123}$$

$$SF_h^n = \frac{dt.K_h}{\tau_h}.V^n + e^{-\frac{dt}{\tau_h}}.SF_h^{n-1} \tag{4.124}$$

La résolution de ce système d'équations différentielles (4.120) nécessite obligatoirement une correspondance entre les variables V et B, établie par :

$$V^n = \frac{B^n - IF^{n-1} - \sum_{h=1}^{m} e^{-\frac{dt}{\tau_h}}.SF_h^{n-1}}{\frac{\sigma.dt}{\varepsilon_0.\varepsilon_\infty} + 1 + \sum_{h=1}^{m} \frac{dt.K_h}{\tau_h}} \tag{4.125}$$

avec :

$$IF^n = IF^{n-1} + \frac{\sigma.dt}{\varepsilon_0.\varepsilon_\infty}.V^n \tag{4.126}$$

$$SF_h^n = \frac{dt.K_h}{\tau_h}.V^n + e^{-\frac{dt}{\tau_h}}.SF_h^{n-1} \tag{4.127}$$

Validation du formalisme des fils minces dans un milieu dispersif

■ Validation des équations du champ électromagnétique

Avant d'établir une quelconque procédure de validation numérique, il est impératif de spécifier la configuration d'étude considérée. Discrétisé de façon uniforme ($dx = dy = dz = 0.1m$), notre domaine de calcul limité par des conditions d'absorption de murs électriques, comporte 30 cellules suivant les axes x et y, et 35 suivant l'axe z. Le milieu dispersif considéré, dont les caractéristiques sont précisées par le tableau (Tab. 4.1) et par la figure (Fig. 4.12), correspond au parallélépipède *abcdefgh* de la figure (Fig. 4.11). Sur cette même figure, la représentation d'un fil en espace libre délimité par les points I et J est donnée ; ce conducteur est alimenté en son centre par un générateur de tension dont la forme d'onde gaussienne est représentée sur la figure (Fig. 4.13).

La validation numérique des équations du champ électromagnétique s'effectue alors par une comparaison de résultats fournis par les méthodes d'intégration et de polarisation. Dans notre cas, ces résultats correspondent aux valeurs de E_x relevées en un point K (Tab. 4.2) situé dans le milieu dispersif. La bonne concordance entre les deux méthodes permet de valider l'implémentation des équations du champ (Fig. 4.14).

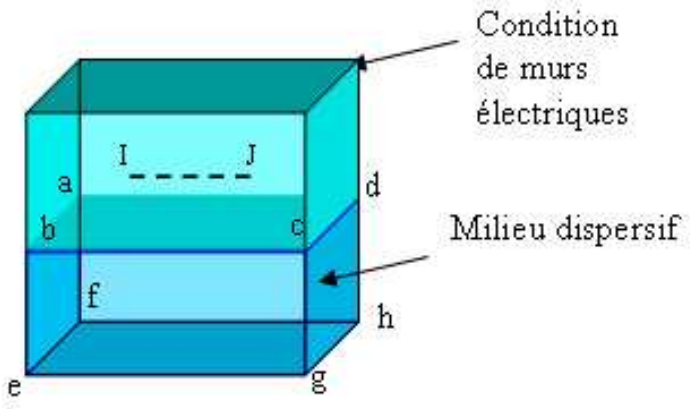


FIG. 4.11: *Configuration des simulations numériques*

Variables	χ_1	$\sigma(S.m^{-1})$	ε_∞	$\tau_1(s)$
Valeurs	6	1.10^{-2}	2	1.10^{-9}

TAB. 4.1: *Caractéristiques du milieu de Debye étudié*

Points	x	y	z
a	0	30	20
b	0	0	20
c	30	0	20
d	30	30	20
e	0	0	0
f	0	30	0
g	30	0	0
h	30	30	0
I	10	15	25
J	25	15	25
K	10	15	13
M	10	15	10
N	25	15	10

TAB. 4.2: *Coordonnées des points en maille*

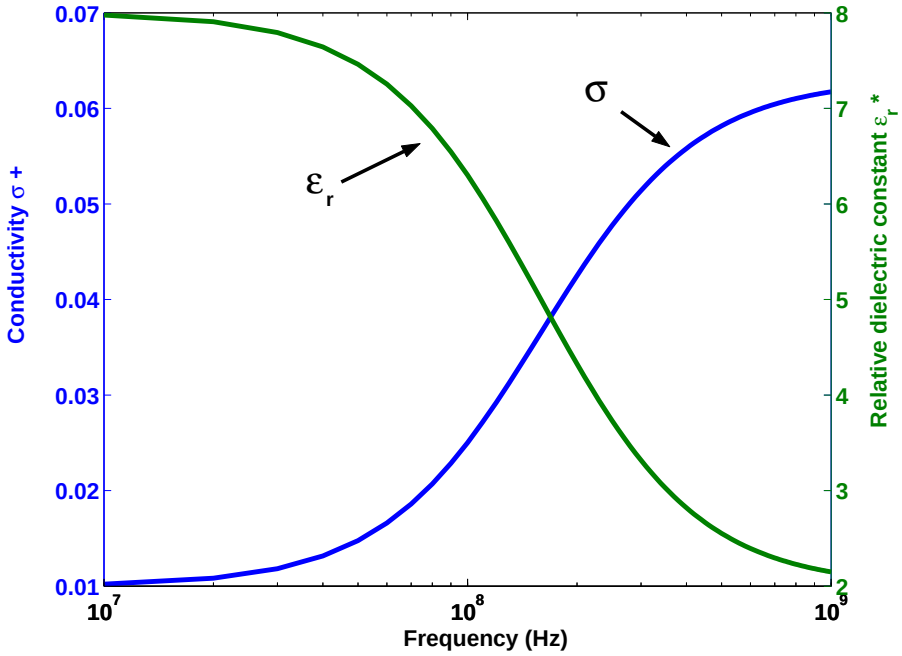


FIG. 4.12: *Permittivité électrique relative et conductivité du milieu considéré*

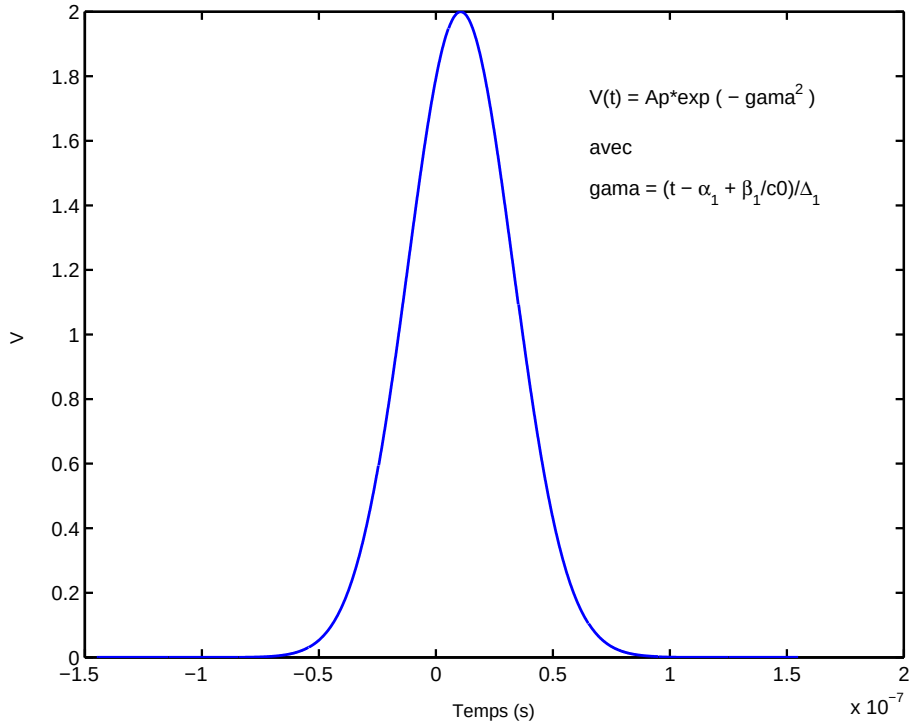


FIG. 4.13: *Onde de forme gaussienne (avec A_p=2 V, α_1=1.10^{-8} s, β_1=-0,19807 et Δ_1=3,1831.10^{-8})*

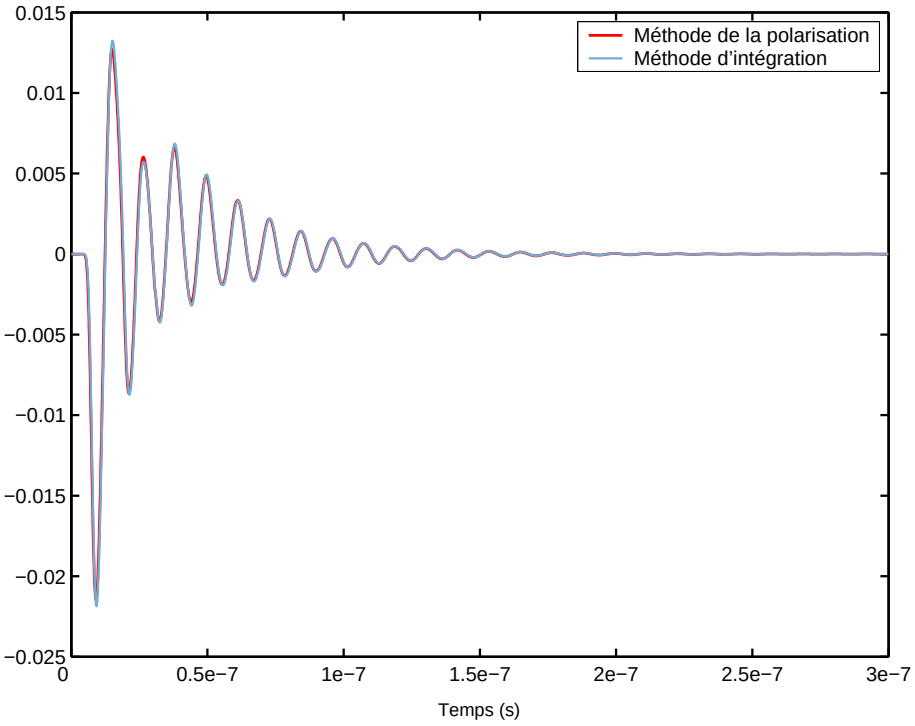


FIG. 4.14: *Champ électrique E_x ($V.m^{-1}$) au point K*

■ **Validation du formalisme des fils minces**

Nous voulons ensuite de valider le formalisme des fils minces dans les milieux dispersifs. Le fil situé en espace libre est maintenant alimenté en son centre par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence 10 MHz et d'amplitude 1 V. Puis, un second fil est placé entre les points M et N dans un milieu non dispersif de paramètres $\varepsilon_r = 8$ et $\sigma = 1.10^{-2}$ S.m^{-1}. Ce même fil est ensuite immergé dans le milieu dispersif évoqué précédemment (Fig. 4.15). En analysant les courbes solutions décrites sur la figure (Fig. 4.17) qui représentent le courant au milieu du second fil calculé avec les deux formalismes différents, on note la similitude des valeurs pour les deux types de milieux. Le formalisme des fils minces dans les milieux dispersifs peut donc être validé numériquement.

L'amélioration apportée par le formalisme dans les milieux dispersifs est mise en évidence sur la figure (Fig. 4.16) qui représente le courant au centre du conducteur «enterré» pour le fil aérien alimenté par un générateur de tension de type gaussien utilisé pour la validation des équations du champ électromagnétique.

4.3 Modélisation du canal de foudre

Le canal de foudre constitue un des éléments à prendre en compte dans la modélisation . Pour l'évaluation du champ proche rayonné, nous considérons un «petit» canal de foudre représenté par un fil vertical de longueur égale à 100 m dont le couplage du champ rayonné vers le canal a été supprimé (Fig. 4.18).

Le domaine de calcul comporte 120 mailles suivant l'axe z, et 20 suivant les axes x et y avec des pas spatiaux identiques de 1 m. Le fil de 5 mm de rayon situé entre les points O et P est alimenté à une extrémité par un générateur de tension d'onde de type $\frac{1,2}{50}$ μs d'amplitude 15 MV.

Les courbes décrites sur la figure (Fig. 4.19) représentent le courant au milieu du conducteur en considérant dans un premier temps un fil non adapté, puis dans un second temps un fil adapté à ses deux extrémités. On note alors l'importance de l'adaptation pour réaliser le modèle du canal de foudre.

4.4 Modélisation d'une décharge atmosphérique sur une structure 3D

La configuration représentée sur la figure (Fig. 4.20) est composée d'un réseau de terre constitué de 82 électrodes horizontales de longueur 1 m enterrées à une profondeur de 70 cm et d'un bâtiment de télécommunications d'une hauteur

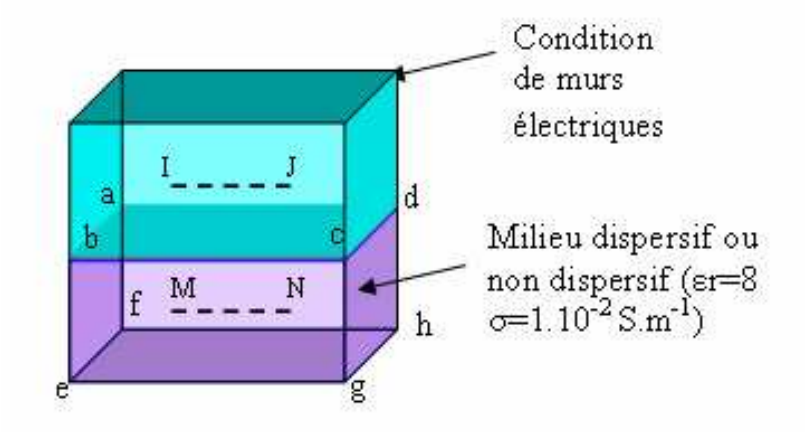


FIG. 4.15: *Configuration du fil placé dans le milieu dispersif*

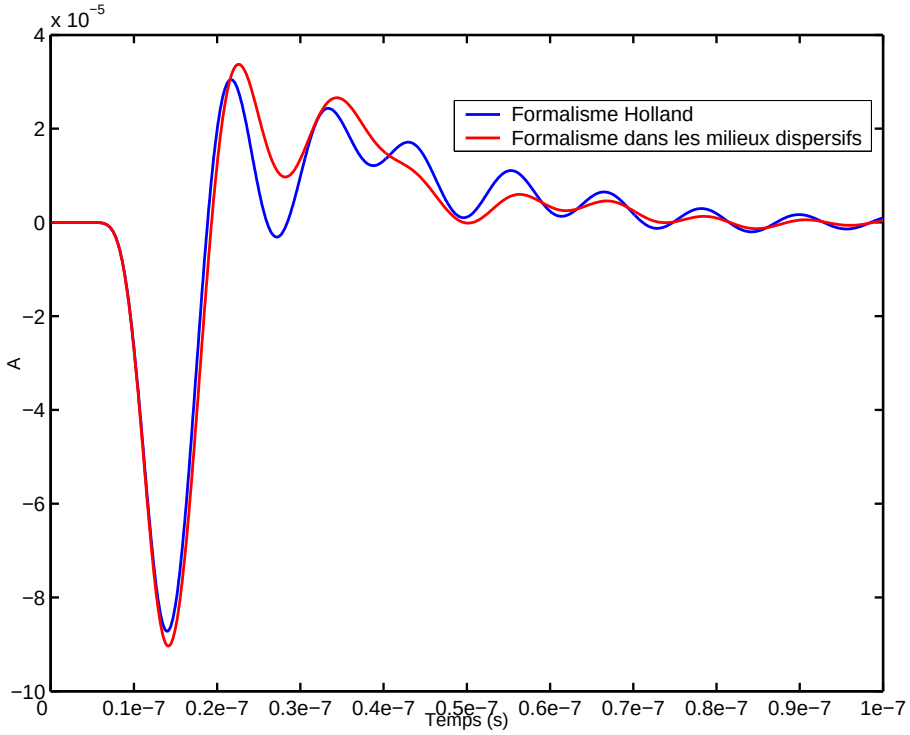
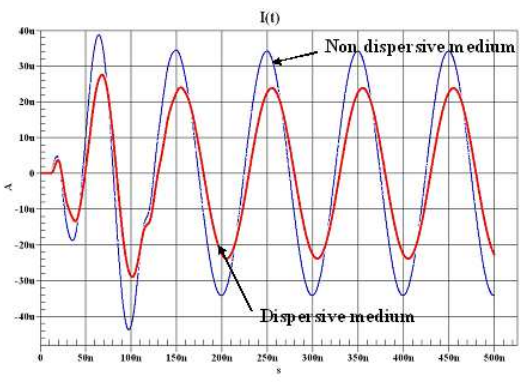
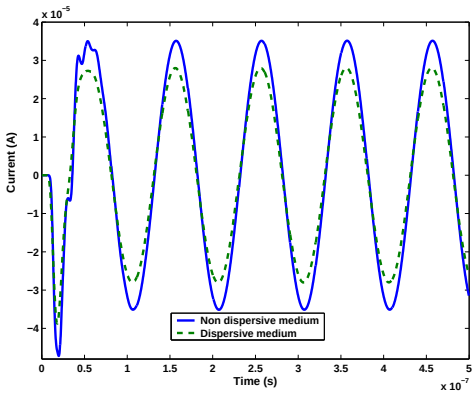


FIG. 4.16: *Comparaison entre le modèle de Holland et le formalisme des fils dans les milieux dispersifs*



Formalisme $E_{tangentiel}$=0



Formalisme de fil mince

FIG. 4.17: *Comparaison entre le formalisme $E_{tangentiel}$=0 et le formalisme de fil mince*

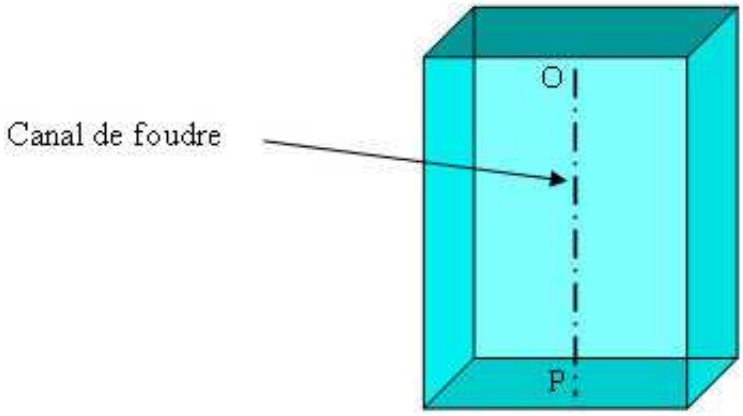
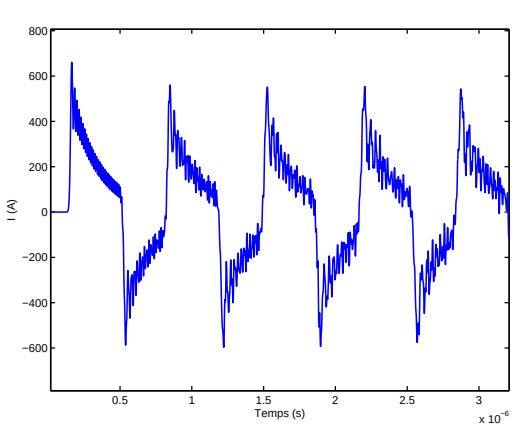
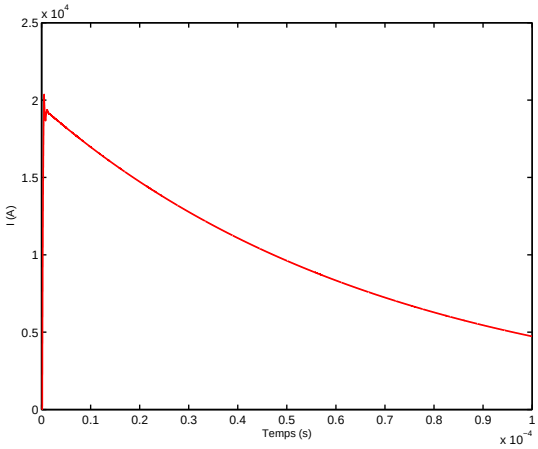


FIG. 4.18: *Canal de foudre* P=(10,10,10), O=(10,10,110)



(a) Fil non adapté



(b) Fil adapté

FIG. 4.19: *Courant au milieu du conducteur*

Numéro de la cellule (d)	dz (m)
1-37	0.1
38-66	$dz(d)$=$dz(d\text{-}1).0{,}08$+$dz(d\text{-}1)$
67-83	1.0
84-92	$dz(d)$=$dz(d\text{-}1).0{,}08$+$dz(d\text{-}1)$
93-143	2.0

TAB. 4.3: *Pas de discrétisation suivant l'axe z*

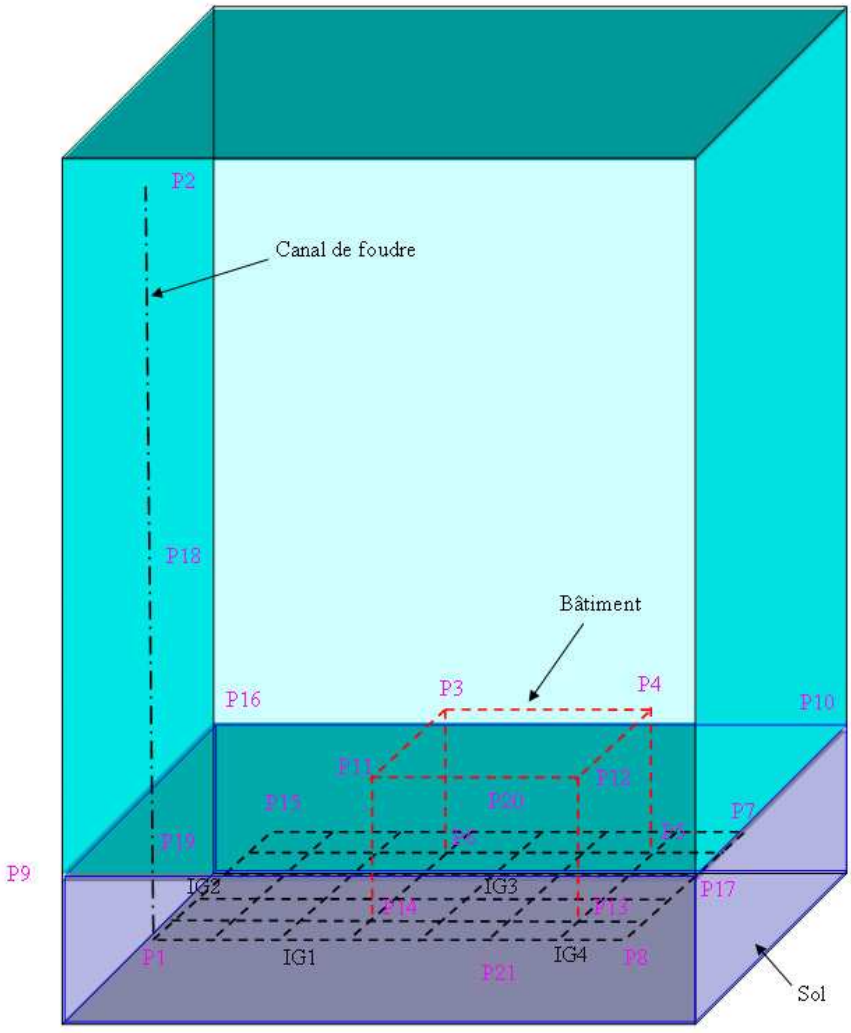


FIG. 4.20: *Configuration du réseau de télécommunications avec un sol où* $\varepsilon_r = 10$ *et* $\sigma = 1.10^{-2}\ S.m^{-1}$

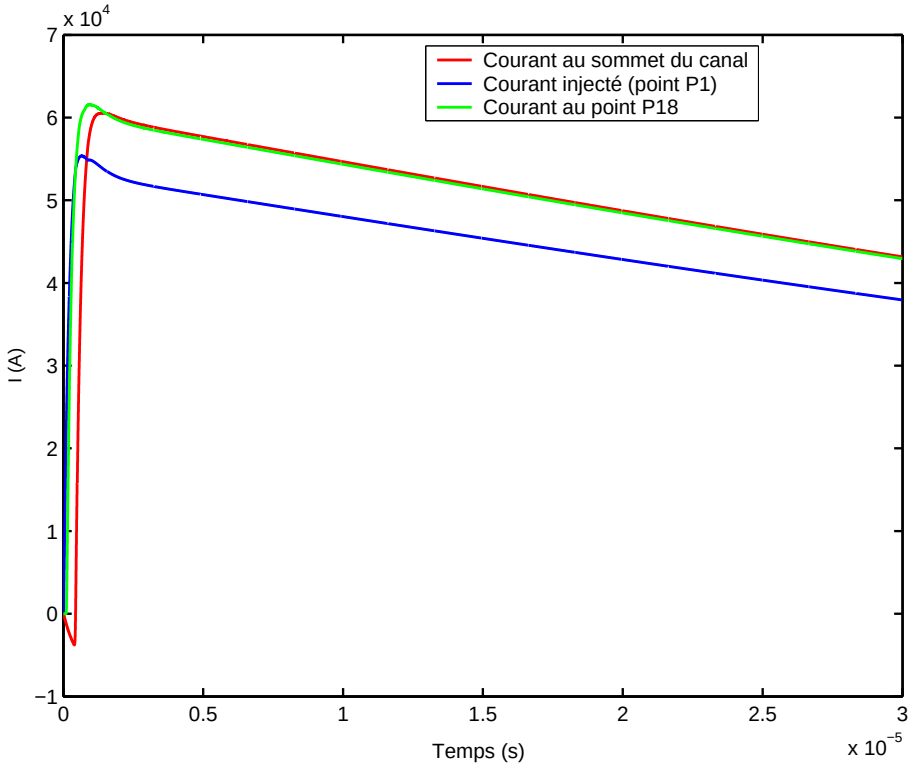


FIG. 4.21: *Courants circulant le long du canal de foudre*

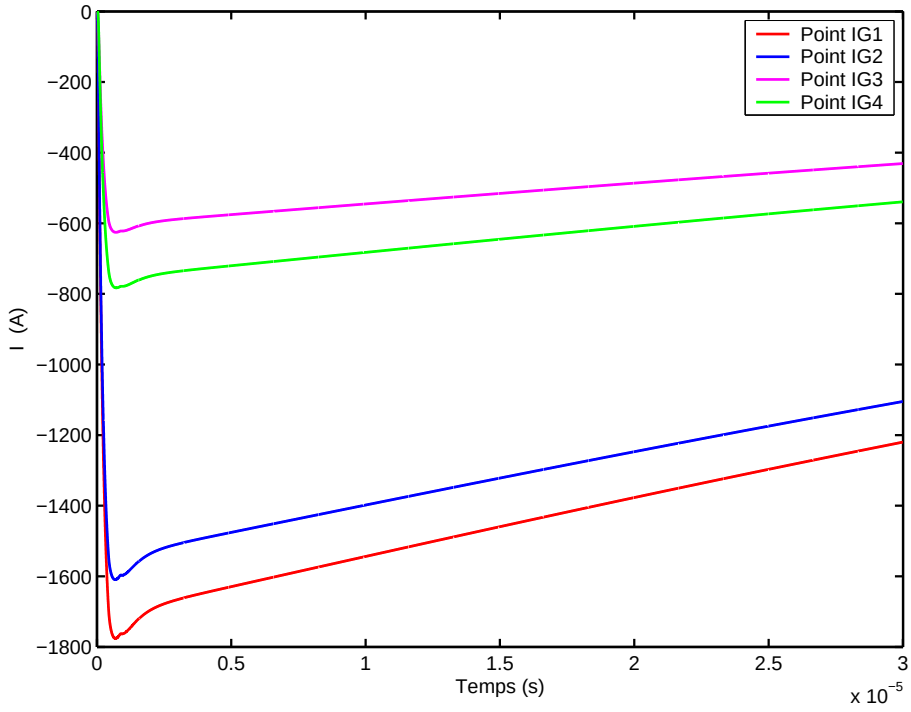


FIG. 4.22: *Courants circulant dans la grille*

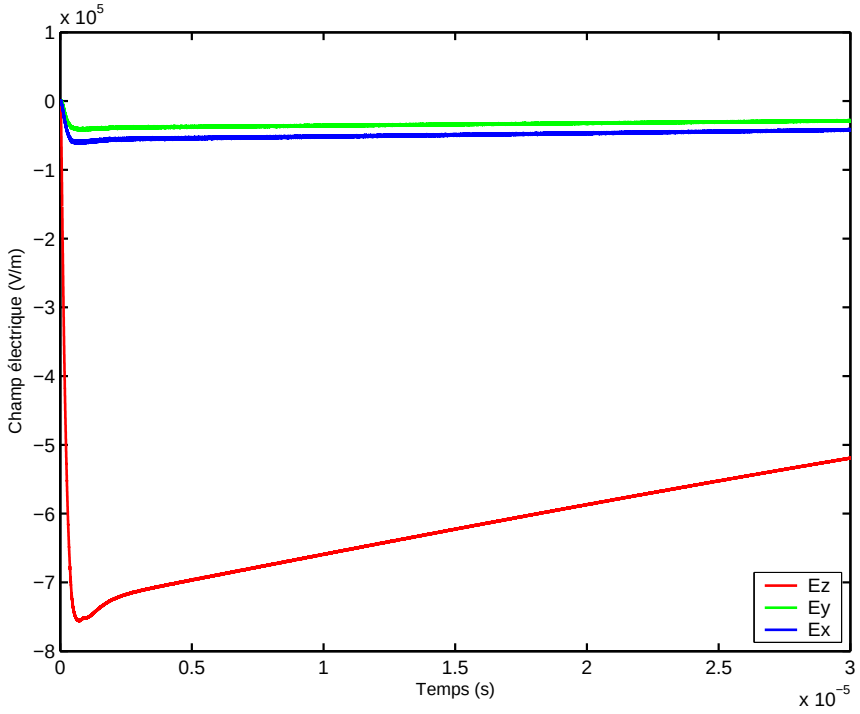


FIG. 4.23: *Champ électrique dans le bâtiment au point P20*

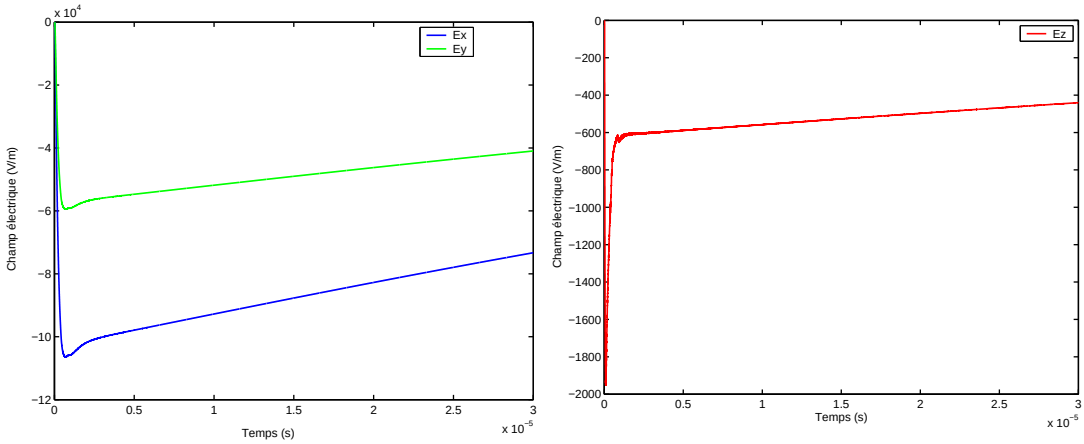


FIG. 4.24: *Champ électrique dans le sol au point P21*

Points	x	y	z
P1	10	10	10
P2	10	10	135
P3	40	50	37
P4	70	50	37
P5	70	50	10
P6	40	50	10
P7	80	60	10
P8	80	10	10
P9	1	1	17
P10	90	70	17
P11	40	20	37
P12	70	20	37

Points	x	y	z
P13	70	20	10
P14	40	20	10
P15	10	60	10
P16	1	70	17
P17	90	1	17
P18	10	10	83
P19	10	10	18
P20	55	35	30
P21	55	35	11
IG1	31	10	10
IG2	10	31	10
IG3	61	30	10
IG4	71	10	10

TAB. 4.4: *Coordonnées des points en mailles*

égale à 2 m. Le canal de foudre est modélisé par un fil vertical situé entre les points $P1$ et $P2$ dont le couplage champ à fil a été enlevé. Il est alimenté à sa base (correspondant au point $P19$) par un générateur de tension de type $\frac{1,2}{50}$ μs d'amplitude 15 MV. Tous les conducteurs du réseau ont un diamètre égal à 1 cm. Le domaine de calcul comporte respectivement 90, 70 et 143 cellules suivant les axes x, y et z. Les pas spatiaux suivant les x et y sont identiques et valent 0,1 m. Les données relatives au pas variable selon l'axe z sont répertoriées dans le tableau (Tab. 4.3). Les allures des courants circulant le long du canal et dans la grille sont décrites sur les figures (Fig. 4.21) et (Fig. 4.22). En comparant les courbes représentées sur les figures (Fig. 4.23) et (Fig. 4.24), on note que le champ E_z prédomine sur les autres composantes du champ électrique dans le bâtiment. Cette tendance s'inverse pour le champ au niveau du sol. Ce phénomène est dû à la présence du canal de foudre qui rayonne un champ important en espace libre selon l'axe z et qui s'atténue progressivement dans le sol.

4.5 Conclusion

Dans ce quatrième chapitre, nous avons tout d'abord rappelé le principe de la méthode FDTD. De manière à pouvoir modéliser le canal de foudre et la structure filaire d'un réseau de télécommunications, nous avons ensuite présenté le formalisme des fils minces. Différentes améliorations possibles pour être pour plus représentatif de la réalité ont été proposées. Notamment, sur la base du modèle de Holland, nous avons donc développé de nouveaux modèles dans le schéma de Yee concernant les câbles de télécommunications et les fils dans un milieu dispersif.

Ce dernier a été ensuite validé à l'aide d'une comparaison entre les résultats obtenus avec ceux utilisant le formalisme considérant le champ tangentiel égal à zéro. Nous avons mis en avant l'amélioration apportée par ce nouveau modèle.

Enfin, un dernier exemple relativement simple a été présenté afin de valider l'approche proposée dans ce chapitre.

La démarche semble prometteuse néanmoins d'autres simulations numériques et confrontations avec des données expérimentales devrons être menées.

Chapitre 5

Modélisation des dispositifs de protections

La protection des installations contre les effets directs et indirects de la foudre demeure une préoccupation majeure de France Télécom. Cependant, la présence de dispositifs actifs de protections non linéaires influe notablement sur le comportement électrique d'un réseau de télécommunication. En effet, les niveaux et les formes des signaux obtenus aux extrémités d'un réseau filaire en présence de systèmes non linéaires sont nettement modifiés.

Par conséquent, il semble primordial de prendre compte ces dispositifs dans la modélisation ce qui justifie le choix d'une approche temporelle suivant laquelle l'introduction d'éléments non linéaires est directe.

La première partie de ce chapitre présente les performances et limitations des principaux composants utilisables dans les systèmes de protections.

Après la description du fonctionnement du parafoudre, nous abordons les différentes approches possibles pour modéliser un élément non linéaire. Nous nous attacherons à mettre en évidence les principaux avantages et inconvénients des différentes méthodes. Ces aspects sont ensuite illustrés par une confrontation entre les résultats de simulations et des données expérimentales.

Enfin, dans le cas de configurations simples mais représentatives de la réalité, nous mettons en évidence l'amélioration apportée par la présence de dispositifs de protection sur les tensions de mode commun induites par le champ électromagnétique, où le courant associé à une décharge atmosphérique.

5.1 Protection des équipements électroniques contre la foudre

Une multitude de composants de protection peut être utilisée en vue d'augmenter l'immunité des systèmes. De ce fait, la mise en œuvre d'un dispositif de protection nécessite de connaître les performances et les limites des composants utilisés. Selon l'importance des phénomènes transitoires susceptibles d'être appliqués à l'équipement, le circuit de protection peut être constitué d'un unique étage ou bien scindé en deux parties. Dans ce dernier cas, on parle alors de protections primaires et de protections secondaires (Fig. 5.1). Dans le cas d'une protection à deux étages, le premier absorbe ou dérive la majeure partie de l'énergie et le second minimise la surtension sur le circuit à protéger (temps de réaction rapide).

L'étage secondaire peut être de deux types :

- une protection série qui isole et évite le transfert de l'énergie de la perturbation au circuit à protéger,
- une protection parallèle qui écoule une partie de l'énergie à travers la masse ou la terre.

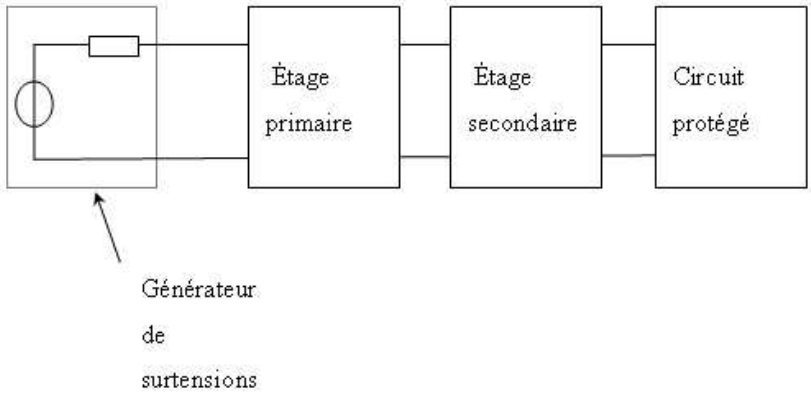


FIG. 5.1: *Schéma global d'un dispositif de protection*

Dans les deux cas, le système de protection doit rester transparent en régime de fonctionnement normal. Ainsi, une protection série doit avoir une faible impédance en fonctionnement normal pour basculer en forte impédance en régime de surcharge. A l'inverse, une protection parallèle a une forte impédance d'entrée en régime de fonctionnement normal et commute en basse impédance en régime de surcharge. Il faut noter que la protection de type parallèle est privilégiée dans beaucoup de situations.

Les avantages et inconvénients des principaux composants utilisables dans les systèmes sont récapitulés dans le tableau (Tab. 5.1).

Composants	Avantages	Inconvénients
Éclateurs à gaz	Fort pouvoir d'écoulement Bidirectionnel Capacité très faible	Incertitude sur la tension d'amorçage Gaz pouvant rester inerte
Varistance	Bidirectionnelle Capacité à évacuer d'importantes énergies	Phénomène de vieillissement non contrôlable Élévation de la tension sur la ligne protégée en régime de surcharge
Thermistance	Bidirectionnelle	Caractéristique dépendante de la température environnante Temps de réaction important en fonction de la surcharge
Diode Transil	Fiable élévation de la tension sur la ligne protégée Commutation rapide	Capable d'écouler de faible énergie Unidirectionnelle
Semi-conducteur à retournement	Bidirectionnelle Capacité à évacuer d'importantes énergies	Influence sur le circuit en régime de surcharge

TAB. 5.1: *Avantages et inconvénients des principaux composants électroniques*

Le parasurtenseur à gaz semble le composant le plus approprié pour constituer l'étage primaire. En effet, France Telecom utilise ce dispositif le plus souvent, comme seul moyen de protection actif du fait de son fort pouvoir d'écoulement. Les autres composants sont généralement utilisés dans l'étage secondaire d'un système de protection. Il faut noter que dans le cadre de la protection contre la foudre, la mise en œuvre d'un dispositif de protection à deux étages est clairement difficile. De plus, le vieillissement des circuits à deux étages, très mauvais, fait apparaître des problèmes de commutations.

5.2 Modélisation des parafoudres à gaz

5.2.1 Principe de fonctionnement

Son principe de base repose sur le schéma de décharge contrôlée dans un gaz entre deux électrodes. La caractéristique $v(i)$ représentée sur la figure (Fig. 5.2) décrivant son fonctionnement, fait apparaître trois régimes de fonctionnement :

- **le régime d'amorçage :** cette phase correspond à un niveau de protection inactif, le parafoudre présente une impédance interne élevée. Pour qu'il commute, il suffit de lui appliquer une tension supérieure à sa tension d'amorçage V_a.
- **le régime d'effluve :** ce régime intermédiaire est la phase d'ionisation du gaz dans le parasurtenseur.
- **le régime d'arc :** dans cette étape, le parafoudre est actif, i.e. il écoule un maximum de courant à la terre où à la masse.

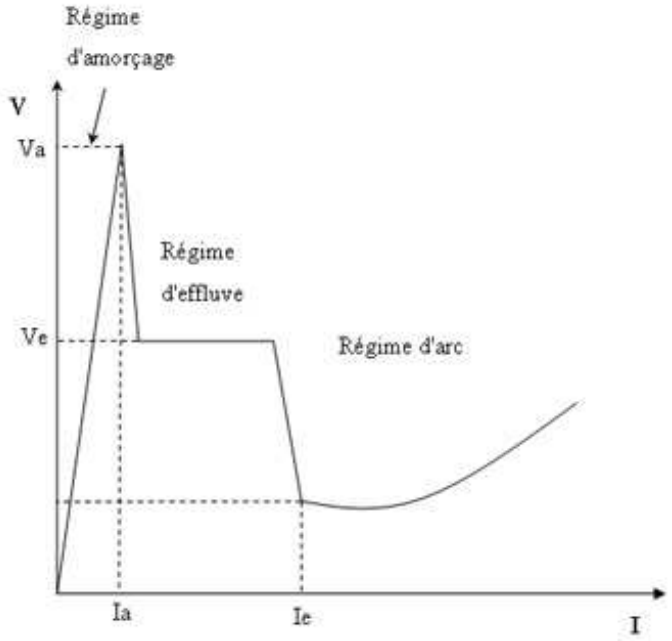


FIG. 5.2: *Caractéristique $V_e(I_e)$ du parafoudre à gaz*

5.2.2 Modèle physique

Le point de départ de la définition du modèle proposé par Riaublac et Renard [41] repose sur l'exploitation des mesures expérimentales de la tension V_e et du courant I_e aux bornes du parafoudre.

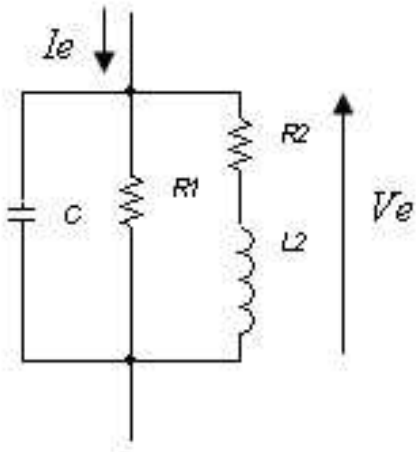


FIG. 5.3: *Modèle physique de l'éclateur à gaz*

Le modèle physique utilise des éléments passifs localisés dont les valeurs sont fonctions du temps, du courant ou de l'énergie.

Le noyau du modèle est la résistance R_1, fonction du temps et de l'énergie stockée dans le parafoudre qui obéit à la loi de type ROMPE et WEIZEL :

$$R_1 = \frac{K}{W(t)} \tag{5.1}$$

où $W(t)$, l'énergie à l' instant t, vérifie l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$\frac{dW(t)}{dt} = V_e.I_e - P_{pertes} \tag{5.2}$$

avec

$$P_{pertes} = \min\left\{\frac{W(t)}{\tau}, P_{max}\right\} \tag{5.3}$$

où K et τ sont des constantes.

Le terme P_{pertes} correspond à la puissance dissipée au milieu extérieur. Il dépend de l'énergie stockée par le parafoudre et est borné supérieurement par la valeur limite susceptible d'être transmise P_{max} au milieu environnant.

Le jeu de paramètres K et τ régissant le comportement aux premiers instants du parasurtenseur et apparaissant dans les équations (5.1) et (5.3), est déterminé par de multiples essais. On peut ainsi remarquer que ce couple de paramètres converge vers un point unique [41]. De plus, ces constantes sont reliées à la

valeur de la tension statique par la relation suivante :

$$dW(t) = 0 \Longrightarrow R_1 = \frac{K}{\tau} \tag{5.4}$$

Le modèle constitué de la résistance R_1 et la capacité C entre les électrodes du parafoudre est valable jusqu'à l'amorçage. La modélisation du régime d'arc s'obtient par ajout d'une résistance en parallèle qui est considérée comme infinie tant que le courant circulant dans le parafoudre n'atteint pas une valeur de seuil I_{seuil}. Ensuite, sa valeur est donnée par :

$$R_2 = \frac{V_{arc}}{I_e} \tag{5.5}$$

où V_{arc} est la tension d'arc.

L'introduction de l'inductance L_2 en série avec la résistance R_2 permet de rendre compte du régime d'effluve. Sa valeur est donnée par la relation suivante :

$$L_2 = L_0.\left(\frac{I_0}{I_e} - 1\right) \tag{5.6}$$

avec $L_2 \geq 0$.

L'implémentation de ce type de modèle nécessite le choix d'un logiciel de circuit ou l'utilisation d'un code de résolution d'équations différentielles. En effet, certains auteurs ont optés pour la modélisation de l'éclateur à gaz sous PSPICE [42].

Ce logiciel de circuit présente l'avantage de disposer d'une importante librairie de modèles de composants électroniques (diodes, transistors, thermistances...), permettant ainsi la réalisation et l'optimisation de dispositifs de protection. Le modèle de ligne de transmission dont dispose PSPICE, est cependant trop simpliste [35]. A l'inverse, d'autres ont préféré l'utilisation d'un code de type simulink dont l'interfaçage complexe avec un code de lignes tel qu'EMTP est possible [4]. Cette approche permet de disposer des modèles de lignes avancées d'EMTP. Cependant, la dernière version d'EMTP permet la modélisation de systèmes non linéaires complexes évitant ainsi le développement d'une interface.

5.2.3 Modélisation sous le code SIMULINK

La modélisation sous le code SIMULINK requiert l'établissement de l'équation des nœuds du schéma représenté sur la figure (Fig. 5.4).

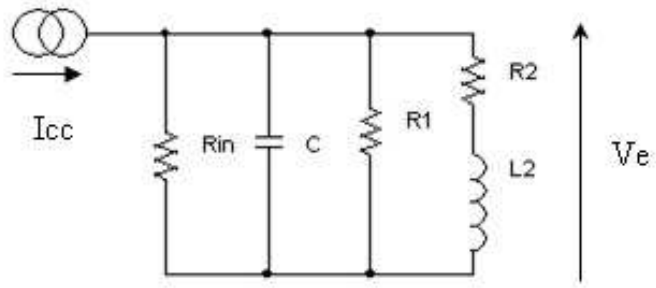


FIG. 5.4: *Modèle de l'éclateur à gaz sous simulink*

On voit apparaître sur le schéma deux nouvelles grandeurs I_{cc} et R_{in} relatives au générateur de Norton équivalent à la perturbation appliquée au parafoudre. De là, découle l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dV_e}{dt} = \frac{V_e}{R_1.C} - \frac{Ve}{R_{in}.C} + \frac{I_{cc}}{C} \tag{5.7}$$

La dernière équation relative au modèle du parafoudre reliant le courant I_e et la tension V_e à ses bornes a pour expression :

$$I_e = I_{cc} - \frac{V_e}{R_{in}} \tag{5.8}$$

Le synoptique du programme SIMULINK représenté sur la figure (Fig. 5.5) montre les quatre blocs principaux relatifs aux équations (5.2), (5.5), (5.7) et (5.8).

5.2.4 Modélisation à l'aide de PSPICE

PSPICE est l'un des plus célèbres logiciels de simulation et d'analyse de circuits électroniques. Il permet la réalisation de schémas de montages électroniques quelconques, dont les composants sont décrits de manière à reproduire aussi fidèlement que possible des composants réels. L'analyse du montage peut alors être effectuée à partir des résultats de simulation des montages [35].

Son principe de base repose sur la résolution d'un système d'équations basées sur la loi de Kirchoff. De plus, PSPICE dispose d'une bibliothèque de composants primitifs tels que les éléments passifs (résistances, inductances, capacitances...), des sources indépendantes et dépendantes et des modèles non linéaires de bas niveau comme les diodes et les transistors. Les sources contrôlées (dépendantes) sont des éléments idéaux qui permettent de définir des relations mathématiques entre courants et tensions.

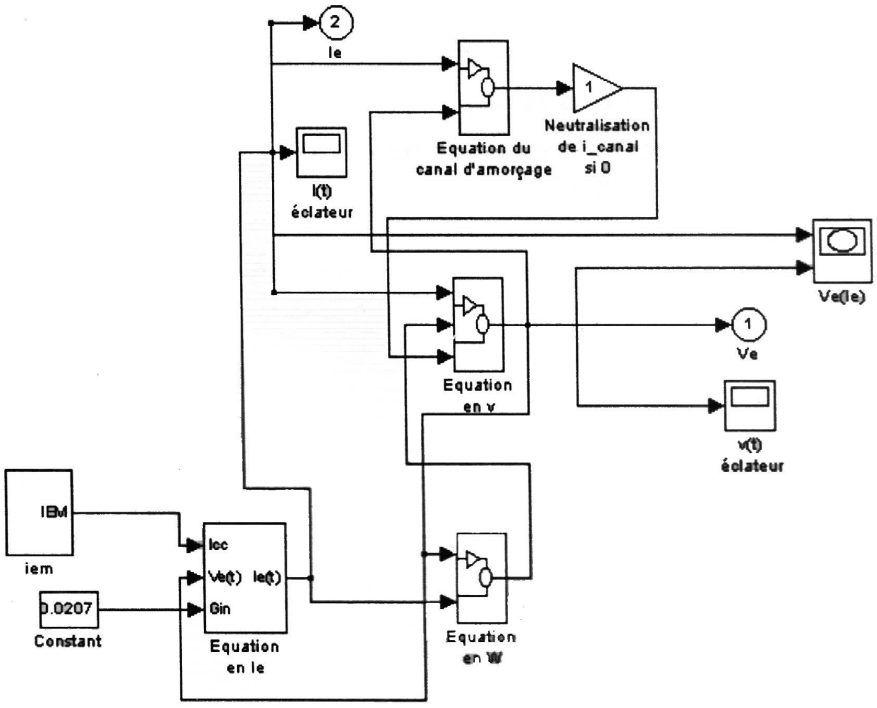


FIG. 5.5: *Synoptique du programme simulink* [4]

PSPICE utilise quatre types de sources contrôlées :

- la source de tension V_E contrôlée par une tension V_c, de la forme :

$$V_E = E.V_c \tag{5.9}$$

- la source de tension V_E contrôlée par un courant I_c, de la forme :

$$V_E = H.I_c \tag{5.10}$$

- la source de courant I_E contrôlée par une tension V_c, de la forme :

$$I_E = G.V_c \tag{5.11}$$

- la source de courant I_E contrôlée par une tension I_c, de la forme :

$$I_E = F.I_c \tag{5.12}$$

où E, F, G et H sont des gains.

Les éléments passifs sont utilisés pour réaliser des opérations d'intégration ou de différentiation. Tous ces composants primitifs peuvent servir à la réalisation de macro-modèles. La macro-modélisation consiste à remplacer un circuit ou un

système par un modèle équivalent. Ainsi, le parafoudre à gaz peut être défini selon le macro-modèle décrit sur la figure (Fig. 5.6). Les résistances non-linéaires R_1 et R_2 sont remplacées respectivement par des sources de courant G_G_{r1} et G_G_{r2} commandées en tension et l'inductance L_2 est modélisée par une source de tension E_EL contrôlée en tension. Les générateurs de tension 0V localisés servent à la mesure des courants et des tensions en différents points du circuit.

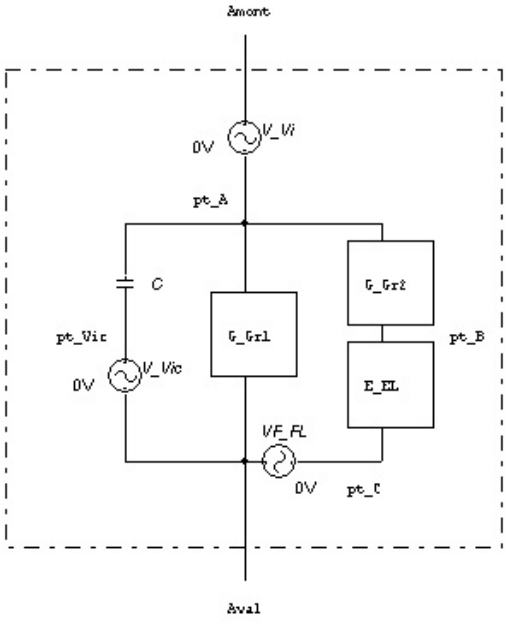


FIG. 5.6: *Modèle de l'éclateur à gaz sous PSPICE*

5.2.5 Modélisation sous le logiciel EMTP

Le logiciel ElectroMagnetic Transient Program (EMTP) est un outil fréquemment utilisé dans le monde de la R&D. Il permet la simulation et l'analyse des phénomènes transitoires dans les réseaux électriques et de télécommunications. Ces phénomènes transitoires peuvent être causés par des phénomènes électriques, magnétiques et/ou mécaniques (coups de foudre). Ce logiciel, dont le développement a débuté dans les années 70, est considéré comme le plus complet et le plus avancé dans son domaine. Cependant, du fait des progrès techniques actuels, le Development Coordination Group (DCG), groupe rassemblant les entreprises responsables du développement de EMTP, a décidé en 1997 de redévelopper entièrement le logiciel : il s'agit de la version restructurée EMTP-RV (ElectroMagnetic Transient Program - Restructured Version). Les développeurs se sont inspirés de l'interface graphique et des diverses fonctionnalités de PSPICE. De la même manière que cet outil, il dispose de composants primitifs et permet aussi la conception de macro-modèles. Cependant, compte

tenu des domaines d'applications des logiciels, les composants de base des deux logiciels ne sont pas identiques. La bibliothèque d'EMTP-RV inclut deux types seulement de sources commandées :

- la source de tensions contrôlée en tension,
- la source de courant contrôlée en courant.

Néanmoins, EMTP-RV propose un modèle de résistance non linéaire contrôlée qui sera utile dans la conception du modèle de parafoudre à gaz. La structure du macro-modèle sous EMTP du parasurtenseur est décrite sur la figure (Fig. 5.7).

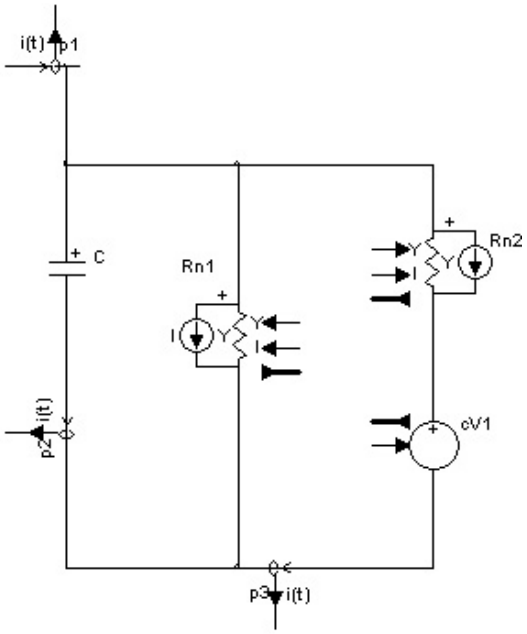


FIG. 5.7: *Modèle de l'éclateur à gaz sous EMTP*

Les deux éléments passifs R_1 et R_2 sont modélisés à l'aide de résistances non linéaires contrôlées. L'inductance L_2 est remplacée par un générateur de tension commandée par une tension. Les marqueurs p_1, p_2 et p_3 servent à la mesure du courant en différents points du circuit.

5.3 Validation expérimentale des macro-modèles

5.3.1 Présentation du banc d'essai

Afin de valider ce modèle de composant, nous avons procédé à la mise au point d'un banc de mesures. Le banc d'essai réalisé (Fig. 5.8) est principalement constitué d'un générateur de formes d'ondes $\frac{1.2}{50}$ μs, d'un montage de test

destiné à recevoir l'éclateur à gaz et d'un oscilloscope équipé d'une sonde de tension et de courant. Plus particulièrement, nous avons fait le choix de considérer uniquement le type d'éclateur le plus utilisé dans les dispositifs de protections. L'éclateur à gaz retenu est de marque EPCOS dont les principales caractéristiques sont décrites dans le tableau (Tab. 5.2). La technologie du parafoudre est de type céramique-métal et il s'agit d'un modèle de grande diffusion (tension d'amorçage de 230V).

Variables	C	I_0	I_{seuil}	K	L_0	τ	P_{max}	V_{arc}
Valeurs	$1.5pF$	$8.5A$	$0.27A$	$0.055\Omega.J$	$200\mu H$	$1.035\mu s$	$50W$	$30V$

TAB. 5.2: *Paramètres de l'éclateur à gaz*

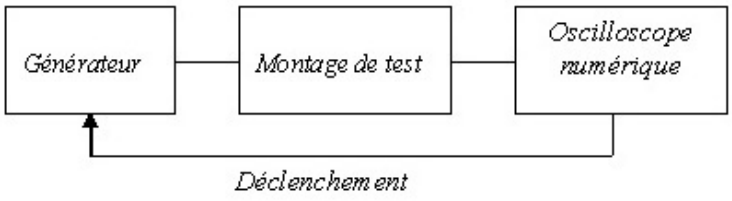


FIG. 5.8: *Principe du banc d'essai*

Le banc d'essai réalisé (Fig. 5.8) est principalement constitué d'un générateur de formes d'ondes $\frac{1.2}{50}$ μs, d'un montage de test destiné à recevoir l'éclateur à gaz et d'un oscilloscope équipé d'une sonde de tension et de courant.

5.3.2 Comparaison expérimentation/simulation

Les résultats obtenus par les différentes méthodes de simulation sont similaires. Nous avons donc représenté sur la figure (Fig. 5.9) la comparaison entre l'expérimentation et une méthode simulation de la forme des signaux obtenus sur un parafoudre à gaz relié à un générateur d'onde de type foudre. Le bon accord obtenu permet la validation du modèle de parasurtenseur à gaz.

Le modèle de parafoudre étant validé, nous allons analyser le comportement d'un réseau de télécommunications suite à des coups de foudre directs ou indirects.

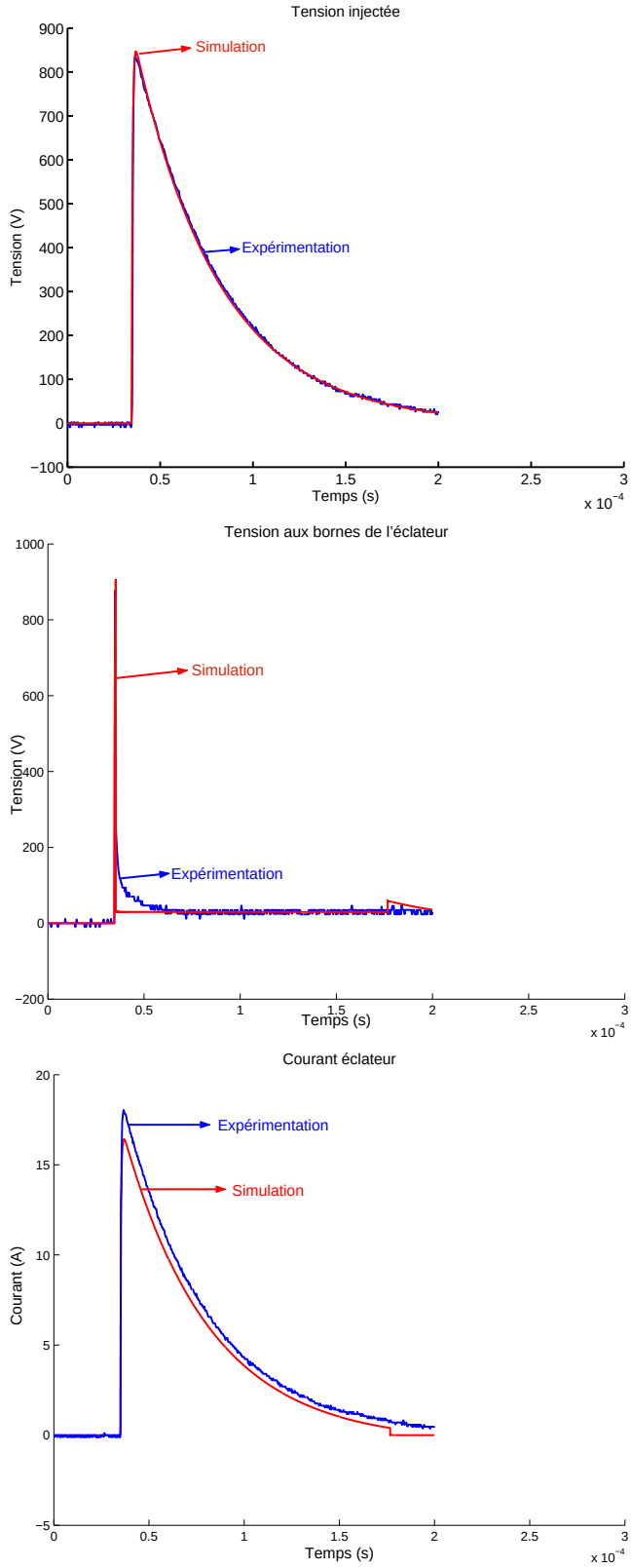


FIG. 5.9: *Comparaison Expérimentation/Simulation*

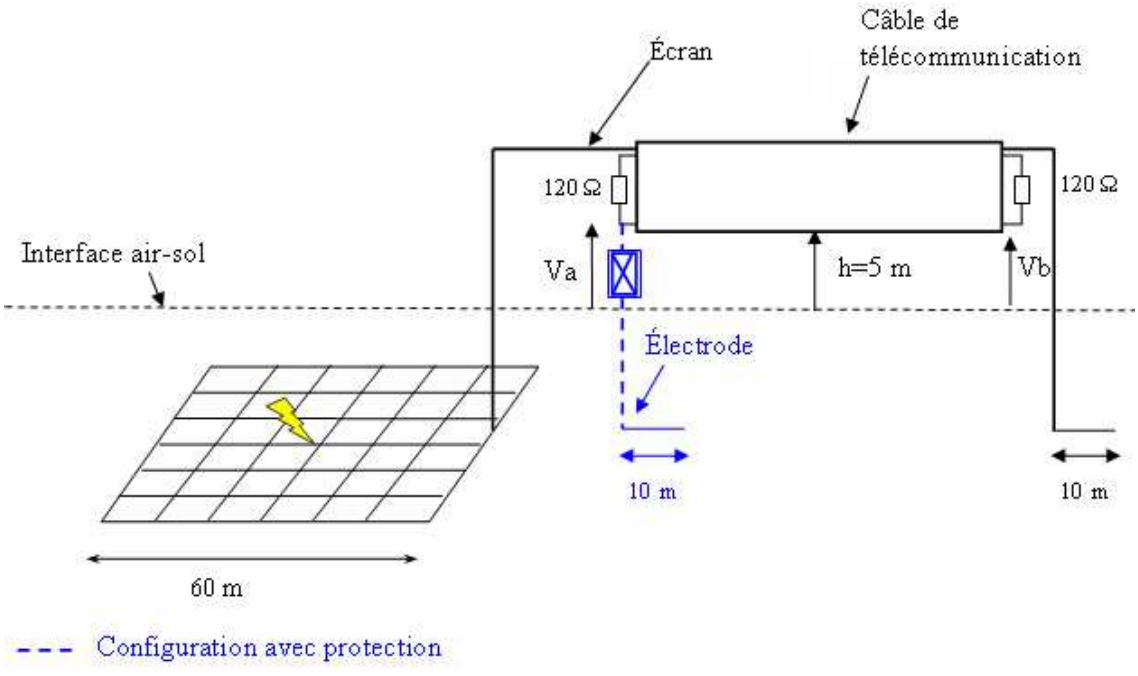


FIG. 5.10: *Configuration du câble de télécommunication*

5.4 Étude de la présence des parafoudres sur les courants conduits sur un câble connecté au réseau de terre

La configuration étudiée est représentée sur la figure (Fig. 5.10) et est constituée du réseau de terre décrit dans le troisième chapitre et d'un câble de télécommunications situé à une hauteur de 5 m dont l'écran est connecté à une extrémité du réseau de terre et à l'autre à une électrode horizontale. La résistivité et la permittivité relative du sol sont respectivement égales à 100 Ω.m et 36. L'impact de foudre de type $\frac{1,2}{50}$ μs se situe au centre de la grille enterrée.

Dans le cas où aucun dispositif de protection n'est mis en place, en analysant les courbes décrites sur la figure (Fig. 5.11) donnant les tensions de mode commun V_a et V_b aux bornes d'une paire différentielle adaptée par des résistances de 120 Ω, on note que la tension de mode commun pour une amplitude de courant de foudre de 15 kA est d'environ 3000 V aux deux extrémités.

En rajoutant un éclateur à gaz, connecté à une extrémité à un fil d'une paire différentielle et à l'autre à une électrode horizontale de 10 m enterrée à une profondeur de 0.5 m, la tension de mode commun représentée sur la figure (Fig. 5.12) au niveau du central téléphonique diminue d'un facteur deux. Néanmoins, la l'amorçage du parafoudre provoque une importante réflexion entraînant une

augmentation de la tension V_b.

5.5 Influence des parafoudres sur les tensions induites par le rayonnement du canal de foudre

A l'aide d'un exemple simple mais représentatif de la réalité, on se propose d'étudier le comportement, suite à coup de foudre indirect, d'une ligne monofilaire. D'une longueur de 200 m et de diamètre 1 cm, elle comporte à une extrémité une charge non linéaire et à l'autre une résistance de 500 Ω. Cette ligne est située à 6 m au dessus du sol dont les paramètres caractéristiques ρ et ε_{sol} sont respectivement égaux à 100 Ω.m et 10. La géométrie du système étudié est représentée sur la figure (Fig. 5.13). Le point d'impact de la foudre dont l'allure du courant à la base du canal est décrite sur la figure (Fig. 2.1) est situé à 200 m du milieu de la ligne.
Les tensions V_a et V_b induites aux extrémités de la ligne en l'absence et en présence du dispositif de protection sont présentées respectivement (Fig.5.14) et (Fig.5.15).On note que le parafoudre permet de diminuer l'amplitude la tension V_a d'un facteur trois.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord comparé les avantages et inconvénients des différents systèmes de protection disponibles pour améliorer l'immunité du réseau de télécommunications.

Nous avons opté pour l'étude du composant ayant le comportement dynamique le plus adapté le plus adapté pour la protection contre la foudre à savoir l'éclateur à gaz.

Parmi les différentes approches possibles pour modéliser l'éclateur, notre choix s'est orienté vers l'utilisation du logiciel EMTP dont les résultats ont été comparés à ceux issus de la mesure. Le modèle mis au point étant validé, nous avons mis en évidence l'intérêt du dispositif de protection en soulignant néanmoins son influence sur les signaux correspondant au fonctionnement nominal du réseau.

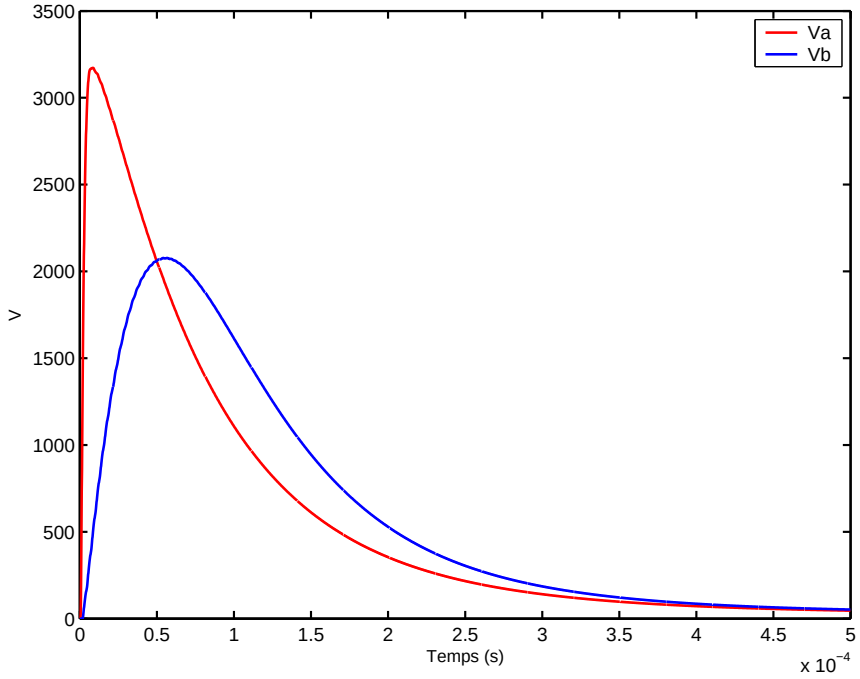


FIG. 5.11: *Tensions de mode commun sans dispositif de protection*

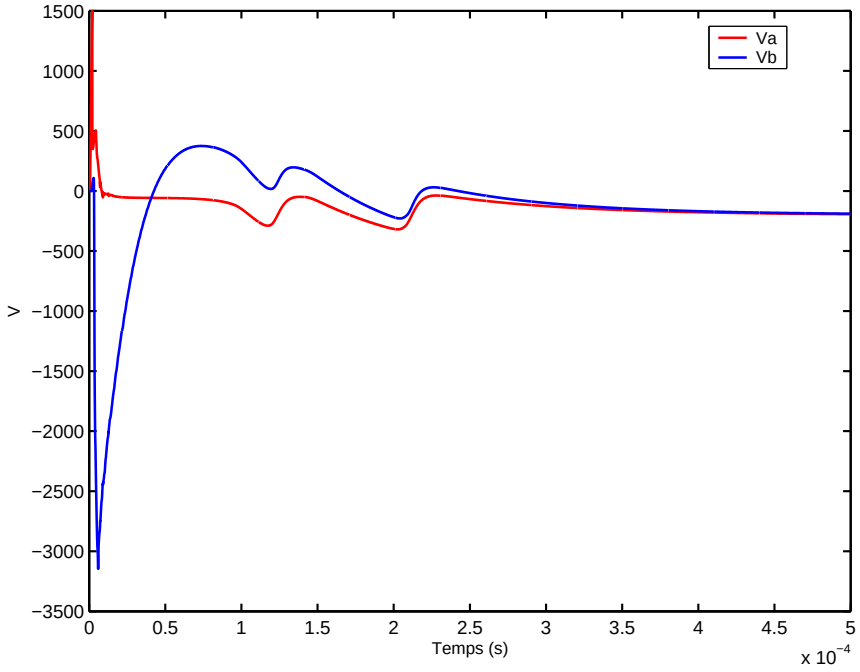


FIG. 5.12: *Tensions de mode commun avec un éclateur à gaz*

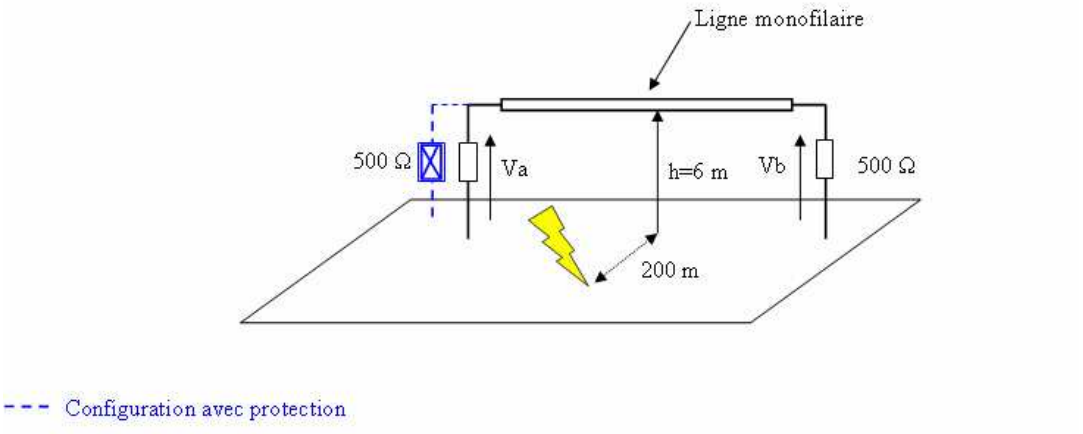
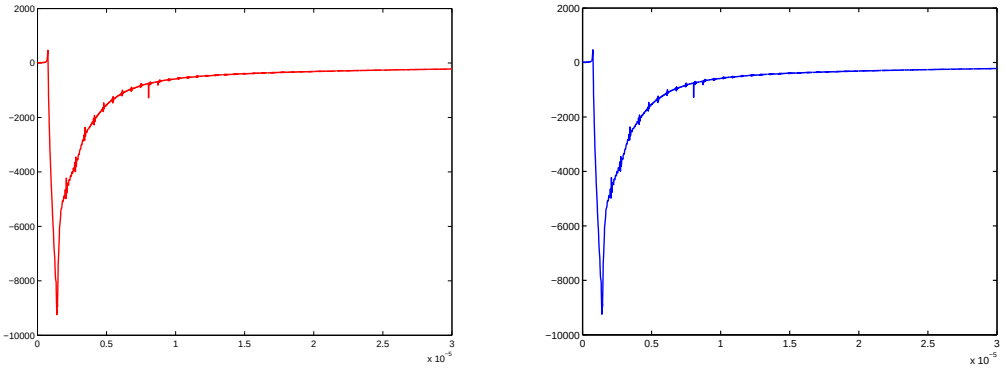
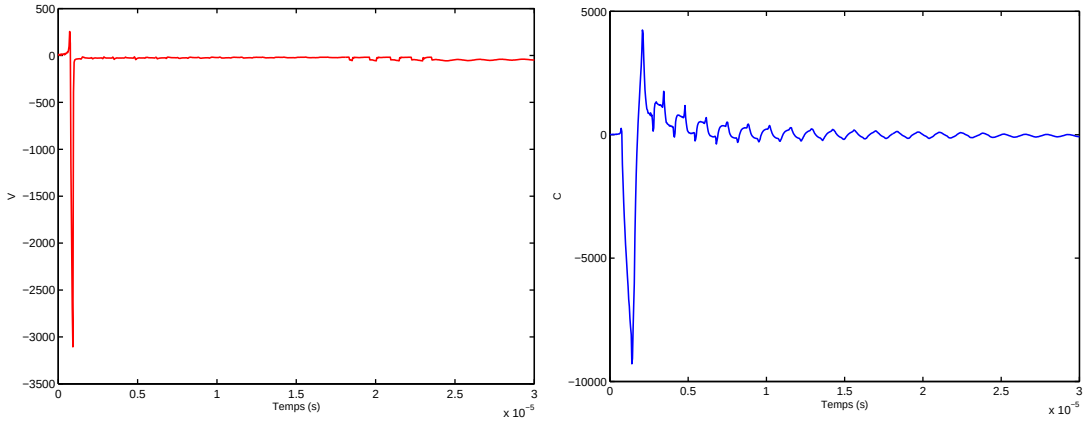


FIG. 5.13: *Configuration du parafoudre*



Va *Vb*

FIG. 5.14: *Tensions pour la configuration sans système de protection*



Va *Vb*

FIG. 5.15: *Tensions pour la configuration avec parafoudre*

Conclusion

L'optimisation des dispositifs et des méthodes de protection du réseau de télécommunications vis à vis des perturbations électromagnétiques générées par la foudre, est indissociable de la connaissance de phénomènes mis en jeu dans les mécanismes de couplage. En effet, le processus de la décharge nuage-sol, les modes de couplage avec les lignes de télécommunications, ainsi que les phénomènes transitoires sur les réseaux de terre sont associés à un certain nombre de paramètres qu'il s'agit de bien maîtriser.

Dans ce mémoire, une première partie a été consacrée à l'étude des phénomènes de couplage entre une décharge atmosphérique et un réseau de câbles multipaires de télécommunications. Dans ce cadre, une méthode originale pour l'analyse du couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne de transmission basée sur le formalisme d'Aggrawal, a été présentée. Cette approche a conduit à caractériser la perturbation électromagnétique par des sources de courant localisées aux deux extrémités de la lignes. En combinant cette méthode avec l'approche topologique du code EMTP, l'étude du comportement d'un réseau complexe de télécommunication suite à un impact indirect de foudre a été ensuite développée. Ainsi, dans l'objectif de définir les facteurs aggravants des risques de défaillances et les zones sensibles de ce réseau, il a été procédé à une étude paramétrique assez exhaustive. En particulier, l'influence de la présence d'un pylône sur le champ électromagnétique rayonné par une telle structure foudroyée a été mise en évidence.

Dans la mesure où certains câbles du réseau sont connectés via le réseau de terre à un pylône, nous avons montré que cet ensemble de conducteurs dont l'une des fonctions est d'écouler le courant de foudre, joue un rôle important. Par la suite, nous nous sommes alors intéressés à la détermination de l'élévation de potentiel d'un réseau de terre associé à une structure foudroyée. Notre analyse s'est fondée sur l'utilisation de la théorie des lignes de transmission. La comparaison des résultats obtenus avec ceux issus de la théorie des antennes a permis de valider notre approche. Cette étude a notamment donné lieu à l'évaluation du courant généré par couplage conductif sur un câble aérien ou enterré, connecté à ce réseau de terre. Plusieurs valeurs de la conductivité de sol, ainsi que différents points de localisation de l'impact de la décharge atmosphérique

ont été considérés.

De manière à simuler la configuration dans sa globalité, il s'est avéré indispensable de développer un outil pour la résolution numérique des équations de Maxwell. Compte tenu des spécificités de l'étude, notre choix s'est porté sur la méthode FDTD. Cependant, notre objectif étant de prendre en compte l'ensemble des phénomènes rencontrés dans la réalité, le développement de nouveaux modèles a été nécessaire. Citons pour mémoire, l'adaptation du formalisme des fils minces en milieu dispersif, ou encore que l'extension de ce formalisme aux câbles de télécommunication. L'outil mis au point offre ainsi la possibilité de modéliser une configuration complexe comportant une partie aérienne connectée à un système enterré.

Enfin, les performances d'un dispositif de protection, à savoir un éclateur à gaz, ont été mises en évidence dans des cas représentatifs d'une installation de télécommunication. A terme, l'utilisation de cet outil de simulation doit permettre la prédiction des perturbations électromagnétiques générées par la foudre pour un dimensionnement optimal des dispositifs de protection.

Signalons que le logiciel mis au point permet de prendre en compte simultanément les effets directs et indirects de la foudre. Cependant, des axes d'amélioration de l'outil subsistent. Ainsi, l'introduction d'un modèle de parafoudre dans le formalisme des fils minces constituerait sans conteste un enrichissement des fonctionnalités du code. Enfin, dans la mesure où il s'agit d'une méthode temporelle, des extensions peuvent être aisément intégrées à l'outil telles que la prise en compte du phénomène d'ionisation ou encore l'amélioration du modèle du canal de foudre.

Bibliographie

[1] **V.A. Rakov and A. A. Dulzon**
A modified transmission line model for lightning return stroke field caclulations,in. Proc. 9th Int. Zurich. Symp. Electromagn. Compat., Zurich, Switzerland, pp 229–235, 1991.

[2] **A. Zeddam**
Couplage d'une onde électromagnétique rayonnée par un décharge orageuse à un câble de télécommunication, PhD Thesis, Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois, 1988.

[3] **L. Grcev and M. Heimbach**
Frequency dependent ant transient characteristics of substation grounding system,IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 12, pp 172–178, 1997.

[4] **R. Tarafi**
Etude des perturbations électromagnétiques induites dans une installation domestique complète, PhD Thesis, Université de Bretagne Occidentale, 1998.

[5] **M. Vautier**
Étude des phénomènes de couplage électromagnétique dans les faisceaux de câbles multifilaires de télécommunications , PhD Thesis, Université Blaise-Pascal à Clermont-Ferrand, 1993.

[6] **Electromagnetic Transient Program (EMTP)**, EMTP-V3, Development Coordination Group of EMTP.

[7] **E.D. Sunde**
Earth conduction effects in transmission systems, 2nd edition, New York : Dover publications, 1968.

[8] **R. Holland, L. Simpson**
Finite-difference analysis of EMP Coupling to thin struts and wires, IEEE Transactions on electromagnetic compatibility, vol. 23, n ° 2, pp 88–97, 1981.

[9] **F. Rachidi, W. Janischewskyj, A. Hussein, C. A. Nucci, S. Guerrieri, B. Kordi, and J. Chang**
Current and Electromagnetic Field Associated With Lightning Return Strokes to Tall Tower, IEEE Transactions on Electromagnectic Compatibility, vol. 43, n ° 3, pp 356–367, 2001.

[10] **Y. Baba and V.A. Rakov**
Influence of the presence of a tall strike object on lightning electromagnetic fields, J. Geophys. Res., 2005.

[11] **J.L. Bermudez, M. Rubinstein, F. Rachidi, M. Paolone**
A method to find the reflexion coefficients at the top and the bottom of elevated strike objects from measured lightning currents, ICLP, 2002.

[12] **J. Ribeiro, A. Zeddam et R. Tarafi**
Modélisation du couplage entre une décharge atmosphérique et un réseau de télécommunications lors d'un impact sur un bâtiment ou un pylône, Revue de l'Électricité et de Électronique, n ° 8, 2004.

[13] **A.K. Agrawal, H.J. Price, S.H. Gurbaxani**
Transient reponse of a multiconductor transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field, IEEE Transactions on electromagnetic compatibility, vol. 22, n ° 2, May, 1980.

[14] **A. Xémard, P. Baraton, L. Bressac, N.Qako, J. Mahserdjian, G. Simard, J. Ribeiro, R. tarafi , A. Zeddam**
Presentation of an approach based on EMTP for the calculation of lightning induced voltage, IPST, 2003.

[15] **Nasr Farhat**
Validation du Programme LIPS : Calcul du couplage induit d'un coup de foudre à une ligne de transmission, Rapport de DEA, 2002.

[16] **C.R. Paul**
Incorporation of terminal constraints in the FDTD analysis of transmission lines, IEEE Transactions on electromagnetic compatibility, vol. 36, n ° 2, pp 85–91, 1994.

[17] **D. Orzan**
Couplage externe et interne entre un champ électromagnétique et un réseau de lignes multifilaires, PhD Thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.

[18] **J. Ribeiro, R. Tarafi, S. Lemasson, A. Zeddam**
Etude du comportement d'un réseau de télécommunication complexe vis à vis d'un perturbation électromagnétique de type foudre, CEM04, 2004.

[19] **J. Ribeiro, S. Lemasson, R. Tarafi, A. Zeddam**
Lightning Impact on a Telecommunication Network : Prediction of the Surges due to a direct lightning stroke on a tall structure, ICLP, 2004.

[20] **A. P. Meliopoulos and M. G. Moharam**
Transient analysis of grounding systems, IEEE Transaction on Power Appartus and systems, vol. 102, n ° 2, pp 389–399, 1983.

[21] **A.D. Papalexopoulos and A. P. Meliopoulos**
Frequency dependent characteristics of grounding systems, IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 2, pp 1073–1081, 1989.

[22] **R. Luebbers and F. Hunsberger and K. Kunz and R. Standler and M. Schneider**
Transient performance of grounding grids, IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 4, pp 2053–2059, 1989.

[23] **A.F. Otero, J. Cidras and J. L. del Alamo**
Frequency dependent grounding systems calculation buy means of a convential nodal analysis technique, IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 14, n ° 3, pp 873–878, 1999.

[24] **J. Cidras, A. F. Otero and C. Garrido**
Nodal frequency analysis of grounding systems considering the soil ionization effect, IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 15, n ° 1, pp 103–107, 2000.

[25] **Yaqing Liu, Nelson Theethayi and Rajeev Thottappillil**
A non-uniform transmission line approach for transient analysis of grounding system under lightning impulse, ICLP, pp 536–541, 2004.

[26] **P. Degauque, J. Hamelin**
Compatibilité électromagnétique : bruits et perturbations radioélectriques, Collection technique et scientifique des télécommunications, DUNOD, 1990.

[27] **Golberi S. Ferreira, Jony L. Silveira, Androaldo Raizer**
T. L. M. applied to grounding systems, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility,pp 1123–1126, 2001.

[28] **J.R. Marti, L. Marti and H.W. Dommel**
Transmission Line Models for Steady-State and Transients Analysis, IEEE Transaction on Power Delivery, 1993.

[29] **F.E. Menter and L. Grcev**
EMTP-based model for grounding system analysis,IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 9, n ° 4, pp 172–178, 1994.

[30] **W. Xiong and F.P. Dawalibi**
Transient performance of substation grounding systems subjected to ligthning and similar surge currents,IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 9, pp 1412–1420, 1994.

[31] **A. Taflove, S.C. Hagness**
Computational electrodynamics, Artech House, 2000.

[32] **K.S. Yee**
Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media, IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 14, pp 302–307, 1966.

[33] **Bérenger**
A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, J.Computation Phys., vol. 114, n ° 2, pp.185–200, 1994.

[34] **R. Luebbers and F. Hunsberger and K. Kunz and R. Standler and M. Schneider**
A frequency-dependent Finite Difference Time-Domain formulation for dispersive materials, IEEE Transactions on Electromagnectic Compatibility, pp 222–227, 1990.

[35] **PSPICE reference guide**.

[36] **Charlie C. P. Chen, Tae-Woo Lee, Narayanan Murugesan and Susan C. Hagness**
Generalized FDTD-ADI : an unconditionally stable full-wave Maxwell's equations solver for VLSI interconnect modeling, International Conference on Computer Aided Design, pp 156–164, 2000.

[37] **J. Ribeiro, P. Bonnet, and A. Zeddam**
Prediction of the electromagnetic surges inside a Telecommunication building struck by lightning, article envoyé, ICLP, 2006.

[38] **J. Ribeiro and A. Zeddam**
Modélisation du couplage entre une décharge atmosphérique et un réseau de télécommunications lors d'un impact direct, résumé soumis à CEM06, 2006.

[39] **J. Ribeiro, P. Bonnet, S. Lalléchère and A. Zeddam**
FDTD thin Wire Formalism in Frequency-dependent media, ANTEM, 2005.

[40] **J. Grando and F. Issac and M. Lemistre and JC. Alliot**
Stability analysis including wires of arbitrary radius in FDTD code, IEEE Transactions on Electromagnectic Compatibility, 1993.

[41] **P. Riaubanc et M. Renard**
Modélisation physique des éclateurs à gaz, Colloque CEM, 1992.

[42] **J.Monclard, C.Migeon, et M.Renard**
Validation expérimentale d'un modèle SPICE du comportement dynamique d'un éclateur à gaz, Colloque CEM, 1998.