

ÉCOLE CENTRALE DE LYON
École Doctorale M.E.G.A.

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

Discipline : Mécanique

présentée et soutenue par

Dominique CHARBONNIER

le 17 décembre 2004

Développement d'un modèle de
tensions déterministes instationnaires
adapté à la simulation de
turbomachines multi-étagées

Jury :

B. AUPOIX	Directeur de recherche - ONERA-DMAE Toulouse	<i>Rapporteur</i>
F. BARDOUX	Ingénieur de recherche - SNECMA	
P. FERRAND	Directeur de recherche CNRS - LMFA - ECL	
F. LEBOEUF	Professeur - Ecole centrale de Lyon / LMFA	<i>Directeur de thèse</i>
O. LEONARD	Professeur - Université de Liège, Belgique	<i>Rapporteur</i>
M. ROGER	Professeur - Ecole centrale de Lyon / LMFA	

Résumé

Les phénomènes physiques rencontrés en turbomachines dépendent de nombreux paramètres comme la nature du fluide utilisé, la géométrie de la machine, les conditions d'utilisation... Ces phénomènes sont généralement tridimensionnels et instationnaires. La forte déviation de l'écoulement dans les canaux inter-aubes crée des zones tourbillonnaires favorisant la tridimensionnalité de l'écoulement. La succession de roues mobiles et de roues fixes, qui constituent les turbomachines, source de nombreux phénomènes d'interactions entre les différentes roues, favorise l'instationnarité de l'écoulement.

Un travail de recherche récent a révélé qu'une simulation stationnaire tridimensionnelle de l'écoulement dans une turbine transsonique peut reproduire les phénomènes instationnaires moyennés en temps, dès lors que les équations du champ stationnaire intègrent des termes supplémentaires, appelés "tensions déterministes".

L'objectif de ce travail de thèse est donc de développer un modèle pour les tensions déterministes instationnaires adapté à la simulation de turbomachines multi-étagées. Le développement du modèle constitue la partie modélisation théorique, tandis que l'implantation du modèle dans un code de calcul stationnaire constitue la partie numérique de ce travail de thèse. L'analogie avec la turbulence permet d'écrire des équations de transport pour les tensions déterministes qui sont capables de transmettre les informations, contenues dans le champ fluctuant déterministe, au champ moyen. Ces équations de transport, avec une fermeture pour les termes inconnus de corrélation vitesse-gradient de pression, sont implantées dans un code de calcul stationnaire. Un modèle pour la partie énergétique des corrélations déterministes est également développé et implanté dans le code de calcul. Plusieurs simulations stationnaires sont réalisées pour valider étape par étape, l'implantation du modèle et la qualité des résultats obtenus.

Ce travail montre finalement qu'une simulation stationnaire tridimensionnelle, avec prise en compte d'effets instationnaires par la résolution d'équations de transport de tensions déterministes, n'augmente le temps de calcul que d'environ 30% par rapport à une simulation stationnaire, ce qui reste très performant par rapport à une simulation instationnaire.

Abstract

The physical phenomena observed in turbomachines depend on many parameters such as the characteristics of the fluid, the geometry of the machine, the operating conditions... These phenomena are generally three-dimensional and unsteady. The strong flow deviation in the blade-to-blade channels creates swirling zones involving a three-dimensional flow. Succession of mobile blade rows and fixed blade rows, which constitute the turbomachine, is responsible for many interactions phenomena between the various rows, implying the unsteadiness of the flow. A recent research program revealed that a three-dimensional steady simulation in a transonic turbine can reproduce the time-averaged unsteady phenomena, since the steady flow field equations integrate additional terms, so-called “deterministic stresses”.

The objective of this thesis work is thus to develop an unsteady deterministic stresses model adapted to multistage turbomachines simulations. The development of the model constitutes the theoretical part of this work, while the implementation of the model in a steady flow solver constitutes the numerical part of this study. The analogy with turbulence makes it possible to write transport equations for the deterministic stresses which are able to transmit information, contained in the deterministic fluctuating field, with the average field. These transport equations, with a closure for the unknown terms of velocity-pressure gradient correlation, are implemented in steady flow solver. A model for the energy part of the deterministic correlations is also developed and implemented in the computer code. Several steady simulations are carried out to validate the model integration and the quality of the results obtained.

Finally, this work shows that a three-dimensional steady simulation, by taking into account unsteady effects with transport equations of deterministic stresses, increases the computing time by only approximately 30% compared to a steady simulation, which remains very interesting compared to an unsteady simulation.

Table des matières

Introduction	1
I Turbomachines et tensions déterministes	3
1 Écoulements en turbomachines	5
1.1 Instationnarités dans les turbomachines	5
1.1.1 Phénomènes non-périodiques	5
1.1.2 Phénomènes périodiques	6
1.1.2.1 Phénomènes périodiques décorrélés avec la vitesse de rotation	6
1.1.2.2 Phénomènes périodiques corrélés avec la vitesse de rotation	8
1.2 Simulation numérique des écoulements	11
1.2.1 Simulations stationnaires	11
1.2.2 Simulations instationnaires	11
1.2.3 Modélisation de la turbulence	13
1.2.3.1 Équations de Navier-Stokes moyennées	13
1.2.3.2 Fermetures turbulentes	14
2 Modélisation des tensions déterministes	19
2.1 Système d'Équations du Canal Moyenné	19
2.1.1 Opérateurs de moyenne	20
2.1.1.1 Moyenne d'ensemble	20
2.1.1.2 Moyenne temporelle	20
2.1.1.3 Moyenne apériodique par canaux	21
2.1.2 Fermeture du SECM	22
2.1.2.1 Décomposition du champ déterministe	23
2.1.2.2 Hypothèse majeure d'Adamczyk	24
2.1.2.3 Autres fermetures	24
2.1.3 Synthèse des équations de Navier-Stokes moyennées	25
2.2 Limites du "SECM"	27
2.3 Méthodologie de modélisation	30
3 Cas test et bases de données	31
3.1 Turbine transsonique Vega2	31
3.1.1 Caractéristiques	32
3.1.2 Géométrie	32
3.1.3 Base de données instationnaires	33
3.1.3.1 Maillage	33
3.1.3.2 Données	34
3.2 Compresseur centrifuge	35
3.2.1 Caractéristiques	35
3.2.2 Géométrie	36
3.2.3 Base de données instationnaires	36
3.2.3.1 Maillage	36

3.2.3.2	Données	38
II	Développement d'un modèle de tensions déterministes	39
4	Équations de transport des tensions déterministes	41
4.1	Équations de transport	42
4.1.1	Écriture des équations de transport	42
4.1.2	Description des différents termes	43
4.2	Analyse des différents termes	44
4.2.1	Turbine axiale Vega2	44
4.2.2	Compresseur centrifuge	46
4.3	Bilan sur les équations de transport	54
5	Fermeture du modèle de tensions déterministes	55
5.1	Fermetures de la corrélation vitesse-gradient de pression	55
5.1.1	Hypothèses et description des fermetures	55
5.1.1.1	Hypothèse 1	56
5.1.1.2	Hypothèse 2	58
5.1.1.3	Fermeture 1	59
5.1.1.4	Fermeture 2	59
5.1.2	Validation numérique	60
5.1.2.1	Turbine axiale Vega2	60
5.1.2.2	Compresseur centrifuge	65
5.2	Modélisation de la corrélation d'énergie déterministe	69
5.2.1	Hypothèse et description de la modélisation	69
5.2.2	Validation numérique	70
III	Implantation du modèle dans un code de calcul	73
6	Simulation stationnaire Vega2	75
6.1	Code CANARI	75
6.1.1	Discrétisation temporelle	76
6.1.2	Discrétisation spatiale	77
6.1.3	Dissipation artificielle	78
6.1.4	Lissage implicite des résidus	79
6.2	Simulation stationnaire avec modèle de Michel	80
6.2.1	Initialisation et données du calcul	80
6.2.2	Résultats et analyse	83
6.3	Simulation stationnaire avec modèle $k-l$ de Smith	88
6.3.1	Initialisation et données du calcul	88
6.3.2	Résultats et analyse	90
7	Simulation stationnaire Vega2 avec tensions déterministes	93
7.1	Implantation du modèle de tensions déterministes	93
7.1.1	Corrélations déterministes dans la résolution du champ moyen	93
7.1.2	Procédure de résolution des équations de transport	95
7.2	Simulation stationnaire avec termes sources	96
7.2.1	Initialisation	96
7.2.2	Résultats et analyse	96
7.3	Simulation stationnaire avec équations de transport	103
7.3.1	Initialisation	103
7.3.2	Résultats et analyse	104
	Conclusions et perspectives	113

A Grandeurs aérodynamiques en turbomachines

121

Liste des figures

1.1	Déplacement d'une "poche de débit" lors du décrochage tournant	7
1.2	Instantanés du module du gradient de pression statique ($\Delta T = T/10$)	9
1.3	Entropie à mi-envergure - Transport et déformation des sillages	9
1.4	Vitesse de glissement des particules des sillages (V_g)	10
1.5	Modification de géométrie pour la turbine transsonique Vega2	12
2.1	Schématisation du modèle SECM	22
2.2	Schématisation du modèle SECM - Découplage des trois phénomènes, turbulent, déterministe instationnaire et déterministe stationnaire aperiodique spatialement	22
2.3	Schématisation dans l'espace spectral du découplage entre champ turbulent et champ déterministe instationnaire	23
2.4	Contours d'entropie dans le plan aube-à-aube à mi-envergure du rotor de la turbine Vega2	28
2.5	Profils radiaux dans un plan situé à l'aval du bord de fuite du rotor de la turbine Vega2	29
3.1	Turbine transsonique Vega2	31
3.2	Géométrie turbine transsonique Vega2	33
3.3	Maillage du rotor de la turbine transsonique Vega2 (1pt/2)	34
3.4	Maillage du rotor Vega2 à mi-hauteur de veine	34
3.5	Coupe méridienne compresseur centrifuge	35
3.6	Géométrie compresseur centrifuge	36
3.7	Maillage du diffuseur à mi-envergure	37
3.8	Maillage du diffuseur du compresseur centrifuge (1pt/3)	37
4.1	Schématisation dans l'espace spectral du terme visqueux ϵ_{ij} noté \bar{E}_{ij} , responsable d'un transfert vers le champ turbulent ou d'une destruction en chaleur	44
4.2	Moyenne azimutale et radiale des différents termes des équations de transport des tensions déterministes (convection, production, diffusions, redistribution et dissipation) - Turbine axiale	48
4.3	Moyenne azimutale et radiale des différents termes de pression dans les équations de transport des tensions déterministes (diffusion par les fluctuations de pression D_{ij} , redistribution R_{ij} et corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) - Turbine axiale	49
4.4	Balance monodimensionnelle du premier membre (convection C_{ij}) et du second membre simplifié (production P_{ij} + corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) des équations de transport des tensions déterministes - Turbine axiale	50
4.5	Représentation tridimensionnelle du premier membre (convection C_{ij}) et du second membre simplifié (production P_{ij} + corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) des équations de transport des tensions déterministes - Turbine axiale	51
4.6	Balance monodimensionnelle des différents termes des équations de transport des tensions déterministes (convection, production, corrélation vitesse-gradient de pression et dissipation) dans des plans perpendiculaires à la direction radiale - Compresseur centrifuge	52

4.7	Balance monodimensionnelle du premier membre (convection C_{ij}) et du second membre simplifié (production P_{ij} + corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) des équations de transport des tensions déterministes dans des plans perpendiculaires à la direction radiale - Compresseur centrifuge	53
5.1	Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes de l'équation (5.3) pour la turbine axiale à l'instant $T/2$	56
5.2	Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes de l'équation (5.3) pour le compresseur centrifuge à l'instant $T/2$	56
5.3	Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes $\text{div}(\rho''\vec{U})$ et $\text{div}(\bar{\rho}u'')$ pour la turbine transsonique à l'instant $T/2$	57
5.4	Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes A_i et B_i pour la turbine transsonique à l'instant $T/2$	58
5.5	Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression issue des résultats instationnaires - Turbine axiale Vega2	62
5.6	Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 1 - Turbine axiale Vega2	63
5.7	Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 2 - Turbine axiale Vega2	64
5.8	Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression issue des résultats instationnaires - Compresseur centrifuge	66
5.9	Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 1 - Compresseur centrifuge	67
5.10	Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 2 - Compresseur centrifuge	68
5.11	Composantes tridimensionnelles de la corrélation d'énergie déterministe exacte $\overline{\rho h'_0 u'_i}$ et modélisée $U \overline{\rho u'_i u'_\theta}$ - Turbine axiale Vega2	71
6.1	Conditions limites imposées sur la frontière amont du domaine de calcul "H"	81
6.2	Évolution des débits amont et aval - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle de Michel	81
6.3	Evolution des résidus moyens - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle de Michel	82
6.4	Simulation stationnaire avec modèle de Michel - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	85
6.5	Base de données stationnaires - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	86
6.6	Comparaison des résultats de la base de données stationnaires et de la simulation stationnaire avec modèle de Michel - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$	87
6.7	Evolution des débits amont, aval et des résidus moyens - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle $k-l$ de Smith	89
6.8	Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	91
6.9	Comparaison des résultats de la base de données stationnaires, de la simulation stationnaire avec modèle de Michel et de la simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$	92
7.1	Evolution des débits amont, aval et des résidus moyens - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle $k-l$ de Smith / Tensions déterministes en termes sources	99
7.2	Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes en termes sources - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	100
7.3	Moyenne temporelle simulation instationnaire avec modèle de Michel (Résultats base de données) - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	101
7.4	Comparaison des différentes simulations - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$	102
7.5	Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes mécaniques modélisées et flux d'énergie déterministes en termes sources - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	107

7.6	Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes mécaniques en termes sources et flux d'énergie déterministes modélisés - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	108
7.7	Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes mécaniques modélisées et flux d'énergie déterministes modélisés - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure	109
7.8	Comparaison des différentes simulations - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$	110
7.9	Comparaison des résultats des différentes simulations - Cartes de entropie à mi-envergure dans le plan aube-à-aube	111
7.10	Comparaison des résultats des différentes simulations - Cartes de rothalpie à mi-envergure dans le plan aube-à-aube	112

Introduction

La course aux progrès techniques, aux performances optimales, dans les milieux industriels passe par la recherche incessante de nouvelles solutions, de nouveaux concepts. Les turbomachines n'échappent pas à cette règle.

Les phénomènes physiques rencontrés en turbomachines dépendent de nombreux paramètres comme la nature du fluide utilisé, la géométrie de la machine, les conditions d'utilisation... Ces phénomènes sont généralement tridimensionnels et instationnaires. La forte déviation de l'écoulement dans les canaux inter-aubes, couplée à l'existence de couches visqueuses, crée des zones tourbillonnaires favorisant la tridimensionnalité de l'écoulement. La succession de roues mobiles et de roues fixes, qui constituent les turbomachines, source de nombreux phénomènes d'interactions entre les différentes roues, favorise l'instationnarité de l'écoulement.

L'amélioration des performances des turbomachines, pour une application aéronautique par exemple, passe fréquemment par une recherche de réduction de la masse et de la taille de celles-ci. Cette réduction de la taille des machines implique également une réduction des espaces inter-roues, qui conduit généralement à une augmentation de la charge aérodynamique des roues et donc des phénomènes instationnaires et tridimensionnels rencontrés.

L'optimisation aérodynamique des turbomachines multi-étagées, passe donc par la connaissance de ces nombreux phénomènes physiques tridimensionnels et instationnaires. Cette connaissance est rendue possible grâce à l'utilisation conjointe de techniques expérimentales et numériques, mais reste encore limitée.

En effet, d'un point de vue numérique, la simulation des écoulements dans une turbomachine multi-étagée bute sur la difficulté de gestion d'un très grand nombre de phénomènes à reproduire. Une simulation "correcte" des écoulements en turbomachines devrait prendre en compte tous les canaux de toutes les roues fixes et mobiles, ce qui est encore inabordable pour une utilisation réaliste dès que le nombre de roues dépasse quelques unités. La recherche de nouveaux modèles numériques apparaît donc comme une priorité à l'heure actuelle, afin de faire face aux performances des calculateurs encore insuffisantes pour réaliser, à coût raisonnable, de telles études.

Un travail de recherche récent (Bardoux [7]) a révélé qu'une simulation stationnaire tridimensionnelle de l'écoulement dans une turbine transsonique peut reproduire les phénomènes instationnaires moyennés en temps, dès lors que les équations du champ stationnaire intègrent des termes supplémentaires, appelés "tensions déterministes". Ce travail, a également montré que la démarche habituellement utilisée pour modéliser ces tensions (Adamczyk [1], [2]) ignorait une grande partie de leur contenu, et pouvait en conséquence se révéler impropre à un usage systématique.

Cette étude semble donc être une piste intéressante pour rechercher et proposer un nouveau modèle numérique permettant une meilleure connaissance et prise en compte des phénomènes instationnaires rencontrés en machines multi-étagées, toujours dans un objectif d'optimisation aérodynamique avancée des turbomachines, à applications industrielles.

L'objectif de ce travail de thèse, dont le point de départ est fondé sur les résultats de l'étude évoquée précédemment, est donc de développer un modèle pour les tensions déterministes instationnaires adapté à la simulation de turbomachines multi-étagées. Le développement du modèle constitue la partie modélisation théorique, tandis que l'implantation du modèle dans un code de calcul stationnaire constitue la partie numérique de ce travail de thèse. Au final, le code de cal-

cul stationnaire, incluant un modèle de tensions déterministes instationnaires développé, devra permettre d'obtenir des résultats comparables à ceux issus de la moyenne temporelle d'un calcul instationnaire.

Ce document, reprenant de manière détaillée, les recherches, développements, et analyses, effectués au cours de ce travail de thèse, se décompose en trois grandes parties.

La première partie, intitulée “ **Turbomachines et tensions déterministes**” se compose de trois chapitres.

Le premier chapitre présente les écoulements en turbomachines : tout d'abord d'un point de vue théorique, avec une présentation des différents phénomènes tridimensionnels et instationnaires existants, et notamment ceux qui sont caractéristiques des interactions entre roues successives, puis d'un point de vue numérique, avec une synthèse non exhaustive des simulations utilisées en turbomachines pour prédire les écoulements, avec leurs principales caractéristiques.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des modélisations des tensions déterministes existantes. La modélisation proposée par Adamczyk [1],[2], fondement de tous les modèles de tensions déterministes, est détaillée dans la première partie de ce chapitre. La deuxième partie de ce chapitre reprend, quant à elle, les résultats proposés par Bardoux [7] pour détailler l'objectif de ce travail de thèse, à savoir proposer un nouveau modèle pour les tensions déterministes étant donné l'incapacité des modélisations existantes à reproduire certains phénomènes instationnaires.

Enfin le troisième chapitre présente les deux cas tests utilisés au cours de ce travail, pour le développement du modèle et des fermetures ainsi que la réalisation de simulations numériques. Il donne en détails, les principales caractéristiques de ces cas tests et de leurs bases de données numériques stationnaires et instationnaires associées.

Ces trois premiers chapitres fixent donc le cadre de ce travail de thèse.

La deuxième partie, comportant deux chapitres, s'intitule “ **Développement d'un modèle de tensions déterministes**”. Elle constitue la partie modélisation théorique de cette étude.

Le premier chapitre de cette partie, détaille les équations de transport des tensions déterministes, écrites par analogie avec les modèles utilisés en turbulence pour les tensions de Reynolds. Le modèle proposé pour les tensions déterministes repose sur la résolution de ces équations de transport, pour lesquelles des fermetures sont nécessaires.

Le développement de ces fermetures constitue le deuxième chapitre de cette partie, complété par le développement d'un modèle pour la partie énergétique des corrélations déterministes. Chaque développement repose sur une étude rationnelle des termes à modéliser, avec de nombreuses validations successives d'hypothèses, jusqu'à la validation complète de la fermeture rendue possible par l'utilisation de bases de données instationnaires.

Enfin, la troisième et dernière partie de ce document, intitulée “ **Implantation du modèle dans un code de calcul**”, constitue la partie numérique de ce travail de thèse. Les deux chapitres de cette partie présentent les différentes simulations réalisées sur le cas test de turbine transsonique, avant et après implantation du modèle de tensions déterministes.

Le premier chapitre, donne une description détaillée du code de calcul utilisé pour les différentes simulations. Puis les résultats de deux simulations stationnaires avec des modèles de turbulence différents sont présentés et comparés aux résultats issus de la base de données stationnaires.

Le deuxième chapitre, détaille dans un premier temps l'implantation du modèle de tensions déterministes dans le code de calcul. Ensuite, les résultats de quatre simulations stationnaires sont présentés. Une première simulation où les tensions déterministes sont prises en compte par l'intermédiaire de termes sources issus de la base de données instationnaires. Deux simulations, où une moitié seulement du modèle de tensions déterministes est activée, et l'autre moitié est imposée par des termes sources. Et enfin, une simulation stationnaire, où le modèle complet de tensions déterministes instationnaires est activé.

Une comparaison des résultats de toutes ces simulations avec ceux d'une simulation stationnaire et ceux issus de la base de données instationnaires, permet de dégager les principales conclusions de ce travail de thèse.

Première partie

Turbomachines et tensions
déterministes

Chapitre 1

Écoulements en turbomachines

Nous allons, dans ce premier chapitre à caractère bibliographique, présenter dans un premier temps, les principaux phénomènes instationnaires rencontrés en turbomachine. Cette description succincte nous permettra de mieux situer le cadre dans lequel s'inscrit ce travail. Puis nous présenterons alors, dans la deuxième partie de ce chapitre, les différents types de solutions proposés pour prendre en compte certains de ces phénomènes instationnaires lorsque que l'on souhaite réaliser des simulations numériques des écoulements dans les turbomachines.

1.1 Instationnarités dans les turbomachines

Les écoulements dans les turbomachines sont fortement instationnaires. Cette affirmation repose sur le fait que la géométrie et la nature du fluide dans une turbomachine restent très complexes. L'écoulement va donc varier de manière incessante au cours du temps.

En effet, d'un point de vue mécanique, une turbomachine est constituée pour sa partie compresseur ou turbine, d'une succession de roues mobiles et de roues fixes qui vont interagir entre elles. À ce stade, la nature de l'écoulement va être fortement perturbée par cet enchaînement de géométries complexes qui vont évoluer au cours du temps les unes par rapport aux autres lors du fonctionnement de la machine.

Au niveau de la nature du fluide présent dans les turbomachines, la viscosité est un des paramètres qui favorise les instationnarités. Le développement de couches limites, de tourbillons sont quelques uns de ces phénomènes dus à la viscosité qui vont avoir une forte influence sur l'écoulement.

Nous allons essayer de classifier les principaux phénomènes instationnaires rencontrés dans les turbomachines. Lorsqu'un phénomène évolue au cours du temps, il peut le faire de manière périodique ou non-périodique. Nous allons donc regarder ces deux aspects.

1.1.1 Phénomènes non-périodiques

On distingue deux sources d'effets instationnaires non-périodiques : le régime de fonctionnement de la machine et la nature chaotique du fluide.

Le fonctionnement de la machine est source d'instationnarités non-périodiques dans le cas où celui-ci est transitoire, c'est-à-dire lorsque la vitesse de rotation de la machine évolue au cours du temps. En effet, lorsque la vitesse de rotation varie, le mouvement relatif des roues mobiles par rapport aux roues fixes évolue et intrinsèquement génère un écoulement fortement différent d'un instant à l'autre. Ces phases de transition du régime de fonctionnement, sont par exemple rencontrées dans les turbomachines, utilisées en propulsion aéronautique, dans les phases de décollage ou d'atterrissage d'un avion.

La deuxième source d'instationnarités non-périodiques est donc liée à la nature chaotique du fluide et plus précisément la nature turbulente de l'écoulement. Turbulence que l'on peut rencon-

trer dans les couches limites, les sillages, les jets qui se développent à l'intérieur d'une turbomachine.

Nous ne nous attarderons pas plus dans la description de ces phénomènes non-périodiques puisque, dans le cadre de notre étude, nous considérons une turbomachine fonctionnant à un régime établi. De plus, nous aborderons plus en détail, la nature turbulente des écoulements par la suite.

1.1.2 Phénomènes périodiques

Dans les phénomènes instationnaires périodiques en turbomachine, nous distinguons deux grandes catégories. Ceux qui sont corrélés avec la vitesse de rotation Ω de la machine, et ceux qui en sont décorrélés. Ainsi, nous allons détailler ces deux catégories dans les paragraphes suivants.

1.1.2.1 Phénomènes périodiques décorrélés avec la vitesse de rotation

On notera principalement, dans les mécanismes instationnaires périodiques décorrélés avec Ω , l'existence des phénomènes de décrochage tournant, de pompage, et de flottement [10]. Les deux premiers phénomènes étant des mécanismes d'instabilités aérodynamiques, tandis que le flottement est un mécanisme qui résulte de l'interaction entre le fluide et la structure solide de la machine. Le décrochage tournant et le pompage sont des phénomènes caractéristiques des compresseurs ou d'un système incluant un dispositif de compression, tandis que le flottement se rencontre aussi bien dans les turbines que dans les compresseurs.

– Le décrochage tournant

Le décrochage tournant se définit par la formation dans les canaux inter-aubes de zones à débit variable, appelées aussi "poches de débit". Ces zones à débit réduit, nul ou négatif, qui peuvent s'étendre de manière variable dans toute ou une partie seulement d'une section de canal inter-aubes, tournent à vitesse angulaire constante, mais dans le sens opposé au sens de rotation de la machine dans le repère lié à la roue et dont la périodicité n'est pas forcément liée à Ω . À l'apparition de ce phénomène de décrochage tournant, un grand nombre de cellules de décrochage peut être observé, puis lors de l'organisation de celui-ci, le nombre de cellules diminue. D'après Spakovszky [55], cela résulte du fait que certains modes circonférentiels particuliers sont amplifiés en fonction du point de fonctionnement.

On illustre ce phénomène sur la figure 1.1 dans le cas d'un décollement de couche limite. Le décollement de la couche limite dans le canal 3 provoque une augmentation de l'incidence dans les canaux 2 et 3. Cette forte incidence dans le canal 2 va provoquer à son tour le décollement de la couche limite dans ce canal. Ainsi, la diminution d'incidence dans les canaux 3 et 4 va provoquer le recollement de la couche limite en 3. On observe donc bien que la poche de débit se déplace, dans le repère relatif, dans la direction circonférentielle mais dans le sens opposé à celui de la rotation de la machine.

On observe sur le schéma 1.1 que le décollement de la couche limite est à l'origine de la formation de la poche de débit, mais elle peut très bien être aussi liée à des effets d'oscillation d'une couche limite ou encore à la présence d'ondes circonférentielles en dehors des zones aubées.

Ce mécanisme de décrochage tournant change donc fortement la nature de l'écoulement dans des canaux adjacents et donc affecte le fonctionnement de la machine d'un point de vue aérodynamique mais aussi mécanique puisque les fortes incidences peuvent être source de fatigue pour les aubages, à cause de la variation de forces de pression sur l'aube qui en résulte, et par conséquent cause de rupture mécanique.

– Le pompage

Le pompage est un phénomène proche du décrochage tournant puisqu'il apparaît dans une machine pour une vitesse de rotation plus importante que dans le cas d'un décrochage, mais

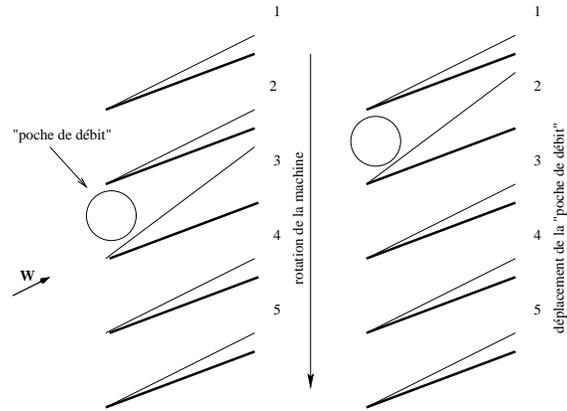


FIG. 1.1 – Déplacement d’une “poche de débit” lors du décrochage tournant

dont la cause reste la même, à savoir un décollement de la couche limite dans un canal inter-aubes ou sur une des parois du moyeu ou du carter. Le pompage produit un aller-retour cyclique du débit dans la direction de l’écoulement à une fréquence faible donc énergétique et de grande amplitude. Ce phénomène que l’on peut qualifier de quasi-stationnaire est caractérisé par une instabilité quasi-uniforme sur la circonférence.

Ce mécanisme oscillatoire, qui peut apparaître brutalement, est une source de fatigue mécanique non négligeable pour la machine et peut conduire à la rupture.

Cependant des moyens existent afin d’éviter ce phénomène, où la limite de fonctionnement de sécurité de la machine est atteinte. On procède alors à un “dévannement” rapide à l’aval, ce qui consiste à augmenter rapidement le débit à l’aval par un système d’ouverture de vannes par exemple, produisant une brusque augmentation du débit, une diminution du taux de compression et donc permettant de faire recoller les couches limites.

– Le flottement

La structure des turbomachines, notamment celle des aubages, n’étant pas parfaitement rigide, il peut se produire un couplage entre la déformation mécanique des aubages et l’écoulement externe. Ceci est qualifié de flottement aéroélastique. Ce phénomène de flottement résulte donc d’une interaction forte entre les modes vibratoires des structures et l’aérodynamique de l’écoulement. Différents types de flottement apparaissent si les aubages sont dans un mode de flexion, de torsion ou une combinaison de ces deux modes, et sont aussi déclenchés pour des régimes de fonctionnement hors adaptation. Le flottement s’organise aussi de façon circonférentielle sous l’influence du nombre d’aubages constituant la roue.

Outre la variation significative des caractéristiques aérodynamiques de l’écoulement dans le cas de flottement, comme pour le décrochage tournant et le pompage, la structure de la machine peut subir une sollicitation mécanique importante conduisant à la fatigue et éventuellement à la rupture.

Il existe aussi certaines méthodes pour contrer l’apparition du flottement dans une turbomachine. Ces méthodes consistent à modifier la structure géométrique des aubages par l’ajout de nageoires profilées ou de fils entre les aubes conduisant à augmenter la rigidité de ceux-ci. Cependant, ces méthodes accroissent le poids de la machine et modifient fortement les trajectoires locales de l’écoulement ; elles ont, par conséquent, une influence sur les performances de la machine.

– Les tourbillons de Von Karman

Les tourbillons de Von Karman caractérisent un écoulement instable derrière un profil; plus particulièrement dans la zone du sillage qui est alors qualifié d'instable. Ces structures tourbillonnaires contra-rotatives s'échappent périodiquement à l'aval du profil et peuvent engendrer de graves problèmes de flottement aéroélastique, comme décrits précédemment.

1.1.2.2 Phénomènes périodiques corrélés avec la vitesse de rotation

Dans cette catégorie de mécanismes instationnaires corrélés avec Ω , on retrouve les phénomènes d'interactions rotor-stator [7],[36],[10]. Il s'agit des phénomènes aérodynamiques résultants du mouvement relatif entre deux roues adjacentes. Cette partie est intéressante pour notre étude, car c'est dans ce domaine d'instationnarités que se situent celles qui nous concernent dans la recherche de modélisation des tensions déterministes. On distingue alors plusieurs effets d'interactions rotor-stator que nous détaillons dans les paragraphes qui suivent.

– Les effets potentiels

Les effets potentiels sont caractérisés par la présence d'ondes de pression qui se propagent en amont et en aval des canaux inter-aubes, sous l'effet des aubages, induisant une hétérogénéité de l'écoulement dans la direction azimutale. Ces ondes de pression se répercutent sur les roues amont ou aval. On retrouve ces effets sur la figure 1.2 où le module du gradient de pression statique est observé à différents instants dans le cas d'une turbine axiale. On remarque des ondes de pression qui émanent du canal inter-aubes du rotor et se réfléchissent sur l'extrados du stator.

– Les effets d'ondes de choc

En turbine, des ondes de choc peuvent se former au bord de fuite des aubages du stator. Ces ondes vont balayer de manière rétrograde l'extrados des aubes du rotor situé à l'aval. Dans le cas d'un compresseur, les ondes de choc attachées au bord d'attaque du rotor peuvent remonter l'écoulement et impacter une roue directrice amont. Dans les deux cas, on aura une forte interaction périodique entre ces ondes de choc et les sillages ou les couches limites présentes dans l'écoulement. Ces effets d'ondes de choc s'observent aussi sur la figure 1.2. On distingue une onde de choc attachée au bord de fuite du stator, qui impacte l'extrados du rotor.

– Les effets de sillage

Contrairement aux effets potentiels ou aux effets d'ondes de choc, les effets de sillage ont une influence uniquement dans le sens de l'écoulement. Le sillage issu d'une roue amont est transporté dans une roue aval. Il est alors haché et dévié dans le canal inter-aubes de la roue aval. Ces morceaux de sillage vont alors interagir avec les couches limites, les écoulements secondaires de type tourbillonnaire et ainsi augmenter la tridimensionnalité et les instationnarités de l'écoulement. La figure 1.3 représente l'entropie du champ aérodynamique à mi-envergure dans un étage de turbine. Cette carte permet de visualiser le transport de sillage issu du stator dans la roue mobile et le tronçonnage des sillages par celle-ci. Les schémas 1.4(a) et 1.4(b) représentant les triangles de vitesse entre les roues mobiles et fixes pour une turbine et un compresseur, mettent en évidence, à l'aide de la vitesse de glissement (V_g), le transport du sillage de l'intrados vers l'extrados dans le cas d'une turbine et le transport du sillage de l'extrados vers l'intrados dans un compresseur.

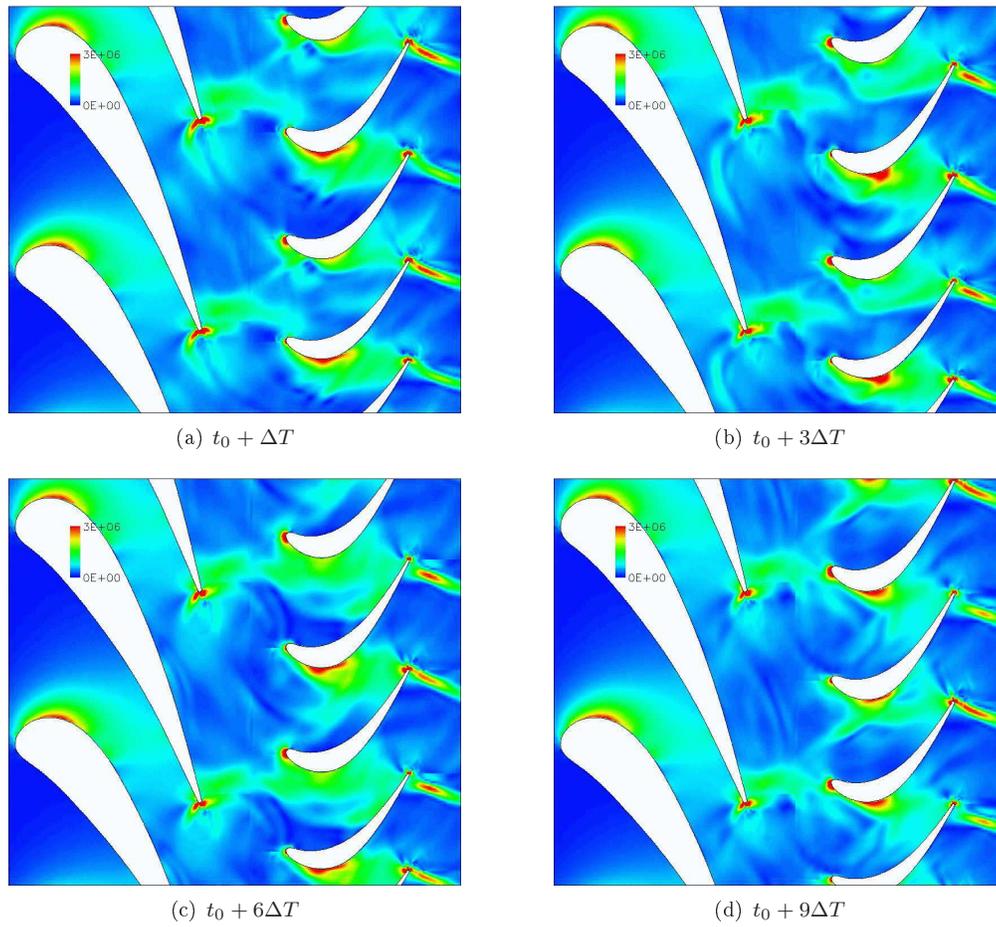


FIG. 1.2 – Instantanés du module du gradient de pression statique ($\Delta T = T/10$)

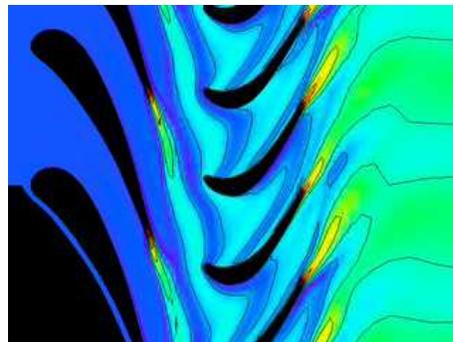


FIG. 1.3 – Entropie à mi-envergure - Transport et déformation des sillages

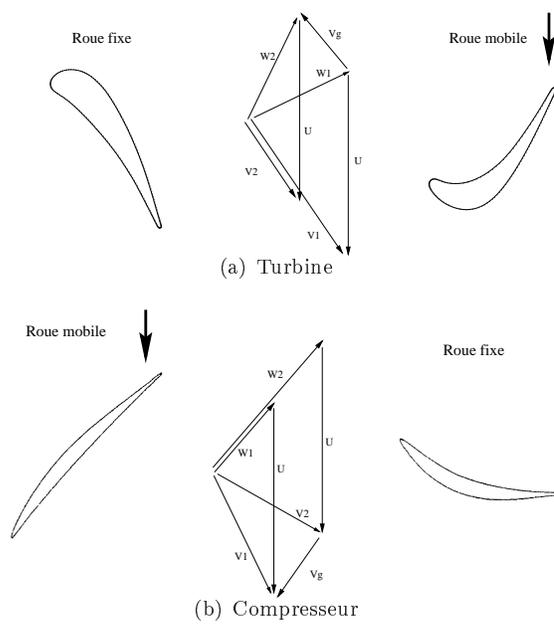


FIG. 1.4 – Vitesse de glissement des particules des sillages (V_g)

1.2 Simulation numérique des écoulements

Le recours à la simulation numérique de l'écoulement dans une turbomachine est indispensable à la conception de nouvelles machines toujours plus performantes, économiques et fiables. Cet outil, couplé dans la majorité des cas à des études expérimentales, permet d'étudier les phénomènes physiques qui régissent les écoulements au coeur d'une turbomachine. Suivant leurs caractéristiques, les simulations vont fournir plus ou moins d'informations, globales ou locales, sur la physique de l'écoulement. Nous détaillons dans les paragraphes suivants, les simulations numériques les plus couramment utilisées dans l'étude des turbomachines. Elles peuvent se décomposer en deux catégories, les simulations stationnaires et instationnaires.

1.2.1 Simulations stationnaires

Les simulations numériques stationnaires, qu'elles soient monodimensionnelles, bidimensionnelles ou tridimensionnelles, en écoulement compressible ou incompressible, visqueux ou non visqueux, sont largement utilisées et maîtrisées dans l'étude des turbomachines, dans un contexte industriel ou de recherche plus fondamentale. Les moyens informatiques, et la puissance des calculateurs, rendent ces simulations rapides et peu coûteuses. Elles permettent d'accéder à de nombreuses informations réalistes sur les performances globales d'une machine.

Ces simulations stationnaires sont réalisées à l'aide de codes de calcul résolvant les équations de la mécanique des fluides discrétisées. La viscosité des fluides, présents dans les turbomachines, ayant dans la majorité des cas de nombreuses répercussions sur la nature de l'écoulement, il convient de prendre en compte les phénomènes turbulents dans ces simulations stationnaires. On utilise alors une approche statistique de la turbulence [50] qui consiste à utiliser un système d'équations de Navier-Stokes moyenné et à proposer des fermetures pour les termes turbulents inconnus qui apparaissent après ces opérations de moyenne. Nous détaillons plus longuement, en fin de chapitre, cette approche statistique de la modélisation de la turbulence, puisque nous utilisons ce type de simulations dans notre travail.

Bien que la turbulence puisse être prise en compte dans les simulations stationnaires, il reste bien d'autres phénomènes physiques sources d'instationnarités, tels que ceux que nous avons décrit au début de ce chapitre, qui demeurent inaccessibles avec ce type de simulation. C'est pourquoi, dans un souci constant de prédictions de plus en plus précises des écoulements en turbomachines, l'utilisation de simulations instationnaires semble incontournable.

1.2.2 Simulations instationnaires

Les simulations instationnaires permettent de prendre en compte l'évolution des différentes grandeurs aérodynamiques d'un écoulement au cours du temps. Cette évolution pouvant être considérée comme périodique lors de l'étude d'une turbomachine à un régime de fonctionnement établi. On accède donc, avec ce type de simulation, aux instationnarités périodiques de l'écoulement, décrites dans la section 1.1.2. La précision des résultats fournis par ces simulations nous donne donc des informations sur les performances globales de la machine, mais aussi sur le comportement local de certaines grandeurs évoluant au cours du temps, au sein de l'écoulement traversant la machine.

La simulation de la turbulence [50], outre l'approche statistique comme pour les simulations stationnaires, peut se faire par simulation directe appelée aussi DNS¹ ou par simulation des grandes échelles ou grandes structures notée couramment LES². La simulation directe s'attaque à la résolution directe des équations de Navier-Stokes. La simulation des grandes échelles est une approche intermédiaire entre la DNS et le traitement statistique de la turbulence. La méthode consistant à la résolution directe pour les grandes échelles de la turbulence, sur des mailles de taille semblable à ces

¹Direct Numerical Simulation

²Large Eady Simulation

grandes échelles, tandis que les plus petites structures de l'écoulement turbulent sont modélisées. L'augmentation de la taille mémoire et de la rapidité de calcul des ordinateurs actuels permet ce type de traitement de l'écoulement turbulent dans des configurations relativement simples. Leurs utilisations ne restent, à l'heure actuelle, que très occasionnelles dans les simulations en turbomachines de part leur coût prohibitif dans un contexte industriel.

Cependant, les simulations instationnaires en turbomachines, même avec une simulation de la turbulence par approche statistique, demeurent encore très coûteuses en temps de calcul et en espace mémoire à cause de la non-périodicité azimutale, en deçà de 2π dans la plupart des configurations de machines réelles, qui oblige à prendre en compte l'ensemble des canaux de chaque roue. Cette non-périodicité azimutale de l'écoulement provient du fait qu'une machine possède très rarement le même nombre d'aubes d'une roue à l'autre pour des raisons liées aux vibrations des structures. Il existe alors plusieurs méthodes pour simplifier les simulations instationnaires.

On citera en premier, une méthode qui consiste à modifier légèrement la géométrie de la machine utilisée afin d'obtenir une périodicité spatiale permettant de ne pas être obligé de simuler tous les canaux de chaque roue. On peut illustrer cette méthode sur le cas de la turbine transsonique Vega2, que nous utilisons comme test pour notre travail, qui comporte 23 aubages pour son stator et 37 aubages pour son rotor en configuration réelle. Une modification de la géométrie a consisté à redessiner une géométrie comportant 46 aubages dans le rotor, afin d'avoir une périodicité spatiale entre le stator et le rotor [7]. La simulation instationnaire d'un canal de stator pour deux canaux de rotor est alors possible. Cette modification de géométrie est illustrée sur la figure 1.5. Cette technique modifie donc la structure de l'écoulement et la fréquence des instationnarités mais l'étude qualitative des phénomènes physiques instationnaires reste très intéressante.

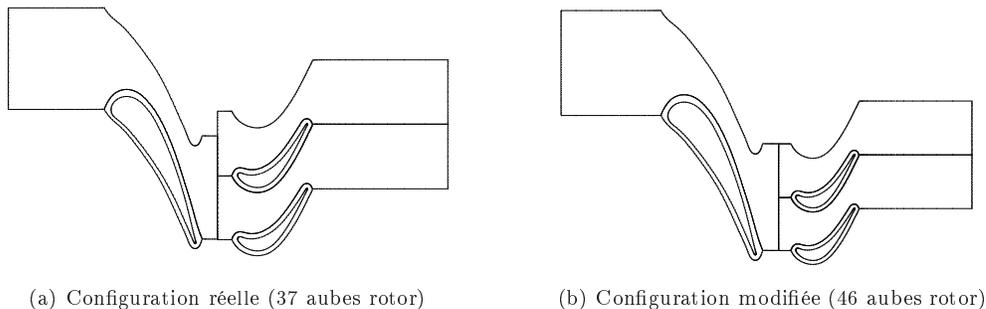


FIG. 1.5 – Modification de géométrie pour la turbine transsonique Vega2

Une deuxième méthode de simplification repose sur l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle de l'écoulement en turbomachines. De nombreux travaux [22],[11],[10] ont montré que la structure de l'écoulement instationnaire d'interactions rotor-stator est équivalent à des ondes tournantes dans la direction circonférentielle. Des modèles reposant sur cette périodicité spatio-temporelle, ou encore appelée périodicité chorochronique, permettent de ne prendre en compte qu'un seul canal par roue, grâce à l'application de conditions de périodicité appropriées. Cette méthode reste cependant limitée, sans approximation supplémentaire, à des calculs mono-étage ou multi-étages mais avec une géométrie répétitive. À noter qu'un travail intéressant d'extension de la technique de périodicité spatio-temporelle (ou chorochronique) a été proposé récemment par Neubauer [44] pour le cas d'une machine comportant plus d'un étage.

Enfin, une autre solution pour la simplification des simulations numériques en turbomachines, repose sur les travaux d'Adamczyk [1],[2],[48]. La méthode proposée constitue une solution intermédiaire entre les simulations stationnaires et les simulations instationnaires. Elle consiste à utiliser une simulation stationnaire dans laquelle, les effets instationnaires moyennés sont pris en compte sous forme de termes sources dans le champ stationnaire au travers de tenseur de corrélations aussi appelées tensions déterministes. Ce travail de thèse étant consacré à la modélisation de ces tensions

déterministes, il paraît nécessaire de consacrer un chapitre à la description de la méthode proposée par Adamczyk. Ce sera l'objet du chapitre 2.

1.2.3 Modélisation de la turbulence

Comme nous venons de le voir dans les paragraphes précédents, la modélisation de la turbulence la plus utilisée dans les simulations numériques des écoulements en turbomachines reste, à l'heure actuelle, l'approche statistique souvent appelée méthode RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Cette méthode permet une bonne prise en compte des phénomènes turbulents pour un temps de calcul et une occupation mémoire tout à fait raisonnable pour une utilisation systématique dans un contexte industriel ou de recherche.

Cette approche consiste à utiliser les équations de Navier-Stokes auxquelles on applique une moyenne d'ensemble. Ces équations moyennées font apparaître des corrélations inconnues du fait de la non-linéarité des termes convectifs. Ces corrélations inconnues sont les tensions de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$ qui apparaissent après application de la moyenne d'ensemble dans les équations de conservation de la quantité de mouvement et les flux de chaleur turbulents $\overline{\rho e' u'_i}$ pour l'équation de conservation de l'énergie. La résolution du système d'équations moyennées nécessite donc la détermination de ces moments turbulents. C'est ce que nous détaillons dans les sections suivantes.

1.2.3.1 Équations de Navier-Stokes moyennées

L'approche statistique de la modélisation de la turbulence consiste à utiliser les équations de Navier-Stokes moyennées. Pour ce faire, on décompose les différentes variables du calcul en une valeur moyenne et une fluctuation.

La moyenne de Reynolds, ou moyenne d'ensemble, $\bar{\phi}$ est utilisée pour décomposer la pression et la masse volumique. On décompose ces deux grandeurs en une partie moyenne, notée $\bar{\phi}$, et en une partie fluctuante, notée ϕ^* , de moyenne nulle $\bar{\phi}^* = 0$. Dans la littérature, on retrouve fréquemment la fluctuation turbulente notée ϕ'' , mais nous gardons cette notation pour les fluctuations déterministes.

$$\begin{array}{ll} \text{masse volumique} & \rho = \bar{\rho} + \rho^* \\ \text{pression} & P = \bar{P} + p^* \end{array}$$

En compressible, afin d'éviter l'apparition des fluctuations de masse volumique dans les équations, on utilise pour la vitesse, la température et l'énergie, la moyenne de Favre $\tilde{\phi}$ ou moyenne pondérée par la masse. Cette moyenne est définie par $\tilde{\phi} = \frac{\rho \bar{\phi}}{\bar{\rho}}$. Ainsi on décompose ces différentes grandeurs, en une partie moyenne notée $\tilde{\phi}$ et une partie fluctuante notée ϕ' qui ne s'annule pas lorsqu'on applique la moyenne d'ensemble $\overline{\phi'} \neq 0$.

$$\begin{array}{ll} \text{vitesse (composante } i) & U_i = \tilde{U}_i + u'_i \\ \text{température} & T = \tilde{T} + T' \\ \text{énergie totale} & E = \tilde{E} + e' \end{array}$$

En appliquant ces deux décompositions, et en prenant la moyenne d'ensemble de l'équation de continuité, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

On écrit aussi les équations moyennées en compressibles de la conservation de la quantité de mouvement, en l'absence de forces extérieures, sous la forme :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_i \tilde{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (1.2)$$

Dans cette équation, valable pour $i = 1, 2, 3$ avec sommation sur l'indice j , $\overline{\tau_{ij}}$ désigne les contraintes visqueuses, que l'on exprime en fonction des contraintes de déformation de la façon suivante :

$$\overline{\tau_{ij}} = \bar{\mu} \left[\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \bar{\mu} \frac{\partial \widetilde{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (1.3)$$

La viscosité dynamique μ s'exprime à partir de la loi de Sutherland dans le cas de l'air :

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left[\frac{T}{T_{ref}} \right]^{3/2} \frac{T_{ref} + 110}{T + 110} \quad (1.4)$$

On retrouve dans l'équation de quantité de mouvement (1.2), les tensions de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$ provenant de la non-linéarité des termes convectifs après application de la moyenne d'ensemble. Ces tensions inconnues traduisent l'interaction entre le champ fluctuant et le champ moyen.

Le système composé des équations (1.1)-(1.2) comportant plus d'inconnues que d'équations, est qualifié de système ouvert. La perte d'information, due à la procédure de moyenne, doit être compensée par l'introduction d'hypothèses physiques afin de fermer le système. Ces hypothèses de fermeture traduisent le mouvement turbulent, et permettent d'avoir un nombre d'inconnues et d'équations égal que l'on peut résoudre numériquement par la suite. Dans le cas présent, il convient donc de relier les tensions de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$ au champ moyen. C'est ce que nous présentons dans le paragraphe suivant.

On écrirait de la même façon l'équation de conservation de l'énergie totale sous forme moyennée. On retrouverait dans cette équation les flux de chaleur turbulents $\overline{\rho e' u'_i}$, inconnus pour l'équation d'énergie. Nous ne détaillons pas ici les modélisations existantes de ces corrélations d'énergie.

1.2.3.2 Fermetures turbulentes

Comme nous l'avons décrit précédemment, la modélisation de la turbulence avec approche statistique repose sur l'écriture des équations moyennées et la formulation d'hypothèses de fermeture pour les termes inconnus. Il existe de nombreuses méthodes [50] pour modéliser les tensions de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$, nous présentons ici uniquement celles qui sont utilisées couramment en turbomachines et plus particulièrement dans ce travail de thèse.

Les fermetures présentées ci-après reposent sur l'hypothèse de Boussinesq. Ces fermetures sont qualifiées de modèles d'ordre 0 et 1 suivant si elles sont algébriques ou à équations de transport. L'hypothèse de Boussinesq relie les tensions de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$ au champ moyen par l'intermédiaire d'une viscosité turbulente notée μ_t .

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left[\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial \widetilde{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \overline{\rho k} \delta_{ij} \quad (1.5)$$

Le travail de modélisation des tensions de Reynolds est donc simplifié car, au lieu de devoir modéliser les 6 composantes du tenseur $\overline{\rho u'_i u'_j}$, il reste seulement à modéliser la viscosité turbulente μ_t . Le principe de modélisation de la viscosité turbulente repose sur une analyse dimensionnelle :

$$[\mu_t] \equiv \rho V L \equiv \rho V^2 T \quad (1.6)$$

La viscosité est reliée à différentes échelles, à savoir V l'échelle de vitesse du phénomène turbulent, L l'échelle de longueur et T l'échelle de temps. Ces échelles s'expriment alors soit par des relations analytiques, soit en fonction de nouvelles inconnues dont les équations de transport doivent aussi être résolues.

Modèle algébrique

Le modèle algébrique le plus utilisé en simulation numérique en turbomachines, dans la communauté scientifique française, est le modèle de Michel [42]. Ce modèle consiste à exprimer la viscosité turbulente à partir d'une échelle de longueur. Cette échelle, appelée longueur de mélange " l ", est déduite d'observations expérimentales dans le cadre de configurations géométriques simples et est représentative de la taille des tourbillons porteurs d'énergie. Elle est donc généralement proportionnelle à la distance à la paroi notée y . L'échelle de vitesse V est alors exprimée en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement.

$$V = l \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right| \quad (1.7)$$

Cette relation implique que l'échelle de temps de la turbulence soit identique à l'échelle caractéristique du cisaillement du mouvement moyen qui produit la turbulence.

La viscosité turbulente est alors formulée par une relation implicite fonction de plusieurs paramètres :

$$\mu_t = \rho l^2 F^2 \|\vec{\omega}\| \quad (1.8)$$

avec la longueur de mélange définie par :

$$l = 0.085\delta \tanh\left(\frac{\kappa}{0.085} \frac{d}{\delta}\right) \quad (1.9)$$

où

- F est la fonction d'amortissement de Van Driest dans la sous-couche visqueuse

$$F(\zeta) = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{\zeta}}{26\kappa}\right)$$

avec $\zeta = \rho l^2 \frac{\mu + \mu_t}{\mu^2} \|\vec{\omega}\|$

- $\|\vec{\omega}\|$ est la norme du vecteur rotationnel du champ de vitesse

$$\|\vec{\omega}\| = \|\vec{\nabla} \wedge \vec{V}\|$$

- δ est l'épaisseur de couche limite. Elle est déterminée comme le point sur une ligne de maillage normale à la paroi où le rotationnel de vitesse est égal à un pourcentage du rotationnel maximum.
- $\kappa = 0.41$ est la constante de Von Karman
- d est la distance à la paroi

Bien que ce modèle soit destiné essentiellement aux couches limites pariétales, il donne des résultats satisfaisant dans le cadre de calcul 3D en turbomachines [58], pour un coût de calcul peu élevé, donc appréciable dans ce domaine. Ce modèle algébrique manquant d'universalité, il peut s'avérer nécessaire d'introduire certaines corrections pour prendre en compte les effets de courbure, de sillages ou de transition entre les régimes laminaire et turbulent.

Modèle à deux équations de transport

Dans ce type de fermetures turbulentes, l'échelle de vitesse V est reliée à l'intensité des fluctuations turbulentes au travers de l'énergie cinétique turbulente k :

$$V \approx \sqrt{k} \approx \sqrt{\frac{1}{2} u'_i u'_j} \quad (1.10)$$

Le choix de la deuxième échelle peut être directement une échelle de longueur L ou toute combinaison linéaire $\phi = V^m L^n$. Les modèles à deux équations de transport consistent donc à résoudre deux équations de transport pour k et ϕ , afin de calculer la viscosité turbulente à partir de ces grandeurs. Un modèle très utilisé actuellement est le modèle $k-\epsilon$, où la grandeur ϕ est choisie égale

à ϵ le taux de dissipation de k . Dans le cadre de ce travail nous utilisons un modèle $k-l$ proposé par Smith [53],[54]. Au lieu de résoudre une équation de transport pour ϵ , ce modèle s'intéresse directement à la variable l équivalente à $k^{3/2}/\epsilon$.

L'équation de transport de k est obtenue en faisant la somme des équations de transport des tensions de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_i}$. Cette équation s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho k}}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\rho k \widetilde{U}_j}}{\partial x_j}}_{\text{convection}} &= \underbrace{-\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j}}_{\text{production}} - \underbrace{\frac{\partial (\overline{\rho u'_j k} + \overline{p^* u'_j} - \overline{\tau'_{ij} u'_i})}{\partial x_j}}_{\text{diffusions}} \\ &+ \underbrace{\overline{p^* \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}}}_{\text{redistribution}} - \underbrace{\overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}}_{\text{dissipation}} - \underbrace{\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} u'_i + \frac{\partial \overline{\tau'_{ij}}}{\partial x_j} u'_i}_{\text{compressibilité}} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Le premier terme du membre de droite désigne la production d'énergie cinétique P_k , le second correspond à la diffusion turbulente par les fluctuations de vitesse et de pression d'une part et à la diffusion moléculaire d'autre part. Le troisième terme s'identifie à la redistribution par la pression et le quatrième terme au taux de dissipation. Les deux derniers termes sont liés à la compressibilité de l'écoulement et sont souvent négligés en turbomachine en dehors des chambres de combustion. Il en est de même pour le terme de redistribution. Seul le terme de diffusion turbulente est donc modélisé, le taux de dissipation étant obtenu par la résolution de son équation de transport ou celle d'une grandeur proportionnelle.

L'équation de transport de l est, quant à elle, formulée en prenant l'équation de transport du taux de dissipation ϵ obtenue par la relation

$$\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [\text{équation}(u'_i)]}$$

où [équation(u'_i)] désigne l'équation de transport de la composante u'_i et en introduisant la grandeur $l = k^{3/2}/\epsilon$ définie par Smith.

Smith propose, après modélisation des termes inconnus prédominants de ces équations de transport, les deux équations suivantes pour k et l :

$$\frac{\partial \rho q^2}{\partial t} + \frac{\partial \rho q^2 \widetilde{U}_i}{\partial x_i} = 2P_k - \frac{2\rho q^3}{B_1 l} - 2\mu \left(\frac{\partial q}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + S_q \mu_t) \frac{\partial q^2}{\partial x_i} \right] \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho l}{\partial t} + \frac{\partial \rho l \widetilde{U}_i}{\partial x_i} &= (2 - E_2) \frac{\rho q}{B_1} \left[1 - \left(\frac{l}{\kappa y} \right)^2 \right] - \frac{\mu_t}{l} S_q \left(\frac{\partial l}{\partial x_i} \right)^2 \left(\frac{l}{\kappa y} \right)^2 \\ &+ 2S_q \left(\frac{\mu_t}{q^2} \right) \frac{\partial l}{\partial x_i} \frac{\partial q^2}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + S_q \mu_t) \frac{\partial l}{\partial x_i} \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

avec $q^2 = 2k$ et y la distance à la paroi.

La viscosité turbulente μ_t est alors définie par :

$$\mu_t = \mu \chi \psi \quad (1.14)$$

où

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{\rho q l}{\mu B_1^{\frac{1}{3}}} \\ \psi &= \left(\frac{C_1^4 f_1 + C_2^2 \chi^2 + \chi^4}{C_1^4 + C_2^2 \chi^2 + \chi^4} \right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

$$f_1 = \exp \left[-50 \left(\frac{l}{\kappa L} \right)^2 \right]$$

avec

$$[B_1, S_q, \kappa, C_1, C_2, E_1, E_2]$$

des constantes du modèle respectivement égales à

$$[18, 0.7, 0.41, 25.5, 2.0, 2.0, 1.2]$$

L'énergie cinétique turbulente k et la grandeur l s'annulent à la paroi. Le modèle $k-l$ offre des propriétés attractives [54] :

- Modèle relativement simple.
- Modèle qui simule avec précision les profils de vitesse et d'énergie cinétique turbulente dans la couche limite turbulente.
- La variable l varie moins que ϵ dans la couche limite et en écoulement libre.
- Modèle numériquement plus stable qu'un modèle $k-\epsilon$ car l'évolution de la variable l est presque linéaire dans la sous-couche visqueuse.
- Modèle moins sensible aux effets de compressibilité qu'un modèle $k-\epsilon$.

Nous utilisons, dans la partie simulation numérique de ce travail ce modèle, du fait de son implémentation existante dans le code utilisé et de sa capacité à simuler les phénomènes physiques rencontrés en turbomachines, notamment sur les interactions rotor-stator de type sillage [17].

Chapitre 2

Modélisation des tensions déterministes

Nous avons présenté dans le premier chapitre, les principaux phénomènes physiques instationnaires que l'on peut rencontrer dans les écoulements en turbomachines. Nous avons aussi détaillé brièvement les différentes simulations numériques utilisées dans ce domaine. Les simulations stationnaires sont très bien maîtrisées actuellement tant au niveau industriel qu'au niveau de la recherche. Cependant, les nombreux phénomènes instationnaires présents dans les écoulements ne sont pas pris en compte dans ces simulations stationnaires. C'est pourquoi, depuis quelques années, beaucoup d'efforts sont portés au niveau de la recherche pour pouvoir utiliser des simulations instationnaires dans le plus grand nombre d'études possibles afin de prendre en compte le caractère instationnaire des écoulements. L'augmentation actuelle de la puissance des calculateurs indique que dans un futur assez proche, les simulations instationnaires deviendront raisonnables, en temps de calcul et donc en coût de mise en oeuvre, pour une application en turbomachines.

Cependant, d'autres méthodes alternatives, comme celles que nous avons décrites dans le chapitre précédent, peuvent déjà, à l'heure actuelle, permettre de réaliser des simulations prenant en compte une certaine part des instationnarités présentes dans les écoulements. Ce sont, soit des simulations instationnaires avec des simplifications et des hypothèses qui permettent de réduire le domaine de calcul, soit des simulations stationnaires avec prise en compte d'effets instationnaires au moyen de termes sources supplémentaires.

Nous nous intéressons dans ce deuxième chapitre à ce dernier type de simulation et tout particulièrement à une méthode proposée par Adamczyk [1],[2]. Nous présentons dans une première partie le "Système d'Équations du Canal Moyenné" proposé par Adamczyk ainsi que les hypothèses de fermeture qui lui sont associées. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présentons brièvement les résultats d'une étude de cette modélisation dans le cas d'une turbine transsonique proposée par Bardoux [7],[8],[9] qui montrent que les hypothèses de fermeture proposées par Adamczyk ne sont pas toujours valables. Enfin, en s'appuyant sur les résultats proposés par Bardoux, nous terminons ce chapitre par la méthodologie adoptée pour proposer une autre modélisation des corrélations déterministes apparaissant dans le système d'équations du canal moyenné d'Adamczyk.

2.1 Système d'Équations du Canal Moyenné

Adamczyk [1] a créé le "Système d'Équation du Canal Moyenné" encore appelé SECM afin de modéliser les interactions instationnaires déterministes dans le cadre d'écoulements stationnaires. Adamczyk a déterminé trois opérateurs mathématiques destinés à moyenniser l'écoulement. Ces moyennes appliquées aux équations de Navier-Stokes permettent d'obtenir le SECM.

Ce système d'équations conduit à un écoulement stationnaire équivalent pour tous les canaux inter-aubes d'une même roue. Les effets instationnaires de l'écoulement réel sont pris en compte grâce à des termes sources supplémentaires et des corrélations de fluctuations qui doivent être modélisés.

2.1.1 Opérateurs de moyenne

Les trois opérateurs mathématiques de moyenne appliqués aux équations de Navier-Stokes sont détaillés dans les paragraphes suivants. Chaque moyenne appliquée au système d'équations élimine un type de fluctuation bien déterminé, à savoir les fluctuations stochastiques ou turbulentes, les fluctuations déterministes et les fluctuations apériodiques propres aux interactions entre roues successives.

2.1.1.1 Moyenne d'ensemble

Le première moyenne appliquée aux équations de Navier-Stokes est une moyenne d'ensemble. Cette moyenne permet de filtrer les échelles de temps non-corrélées avec la vitesse de rotation, donc de s'affranchir de la part turbulente de l'écoulement. Il est nécessaire à ce niveau que le fonctionnement global de la machine soit stationnaire, ce qui exclut tout phénomène transitoire ou instable. Cet opérateur s'écrit :

$$\bar{f}^e = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_1^N f \quad (2.1)$$

avec N le nombre de réalisation, c'est-à-dire le nombre de rotations du rotor prises en compte.

Comme pour la moyenne de Reynolds en turbulence, on peut écrire une variable sous la forme d'une valeur moyenne et d'une fluctuation. On décompose la variable f de la façon suivante :

$$f = \bar{f}^e + f' \quad (2.2)$$

et dans le cas compressible, on utilise une moyenne pondérée par la masse $\tilde{f}^e = \frac{\overline{\rho f^e}}{\bar{\rho}^e}$.

\bar{f}^e est un champ instationnaire déterministe car les instationnarités restant après application de cet opérateur de moyenne sont liées à la rotation de la machine. Ces instationnarités sont de type interactions rotor-stator comme par exemple le hachage des sillages par une roue située à l'aval de la roue considérée. Cette moyenne d'ensemble permet d'éliminer de \bar{f}^e , les instationnarités aléatoires dues à la turbulence f' . Les effets de la turbulence sont néanmoins pris en compte au travers des tensions de Reynolds et du flux d'énergie présents dans le système d'équations résultant de cette moyenne. Les tensions de Reynolds traduisent donc les échanges entre le champ instationnaire déterministe et le champ turbulent.

Les équations de Navier-Stokes obtenues après application de ce premier opérateur de moyenne sont détaillées dans la section 2.1.3 de ce chapitre.

2.1.1.2 Moyenne temporelle

La seconde moyenne appliquée aux équations de Navier-Stokes est une moyenne temporelle. Elle intègre en temps sur une période de rotation, en chaque point d'espace, les équations instationnaires déterministes obtenues après application de la moyenne d'ensemble. Elle permet d'éliminer les instationnarités relatives à la rotation de la machine. Cette moyenne est la suivante :

$$\bar{f}^t = \frac{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} H \bar{f}^e dt}{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} H dt} \quad (2.3)$$

avec T la période de rotation, H une fonction porte prenant en compte les aubages. Cette fonction prend la valeur 1 pour tous les points qui pour un instant donné t ($t_1 \leq t \leq t_1 + T$) sont dans le domaine du fluide ou sur ses frontières, et la valeur 0 sinon. La présence de cette fonction porte

dans l'opérateur de moyenne temporelle implique sa commutativité avec les dérivées spatiales et temporelles.

Le champ déterministe \bar{f}^e est la somme d'un champ stationnaire \bar{f}^t et d'un champ de fluctuation déterministe f'' :

$$\bar{f}^e = \bar{f}^t + f'' \quad (2.4)$$

et dans le cas compressible, $\tilde{f}^t = \frac{\rho f^t}{\bar{\rho}^t}$.

Cette moyenne appliquée au système d'équations obtenu après application du premier opérateur de moyenne, fait apparaître des corrélations de fluctuations de vitesse et d'énergie. Les corrélations doubles de fluctuation de vitesse sont semblables aux tensions de Reynolds, mais les fluctuations qui les composent sont déterministes. Ce sont ces corrélations, caractéristiques des interactions rotor-stator, qui sont appelées tensions déterministes dans ce travail de thèse. Elles sont représentatives de l'échange de quantité de mouvement entre le champ déterministe et le champ stationnaire. Par analogie, les corrélations de fluctuations de vitesse et d'énergie, que l'on nommera par la suite corrélations déterministes d'énergie ou flux d'énergie déterministes, représentent le transport d'énergie entre les champs, déterministe et stationnaire. Notons que les corrélations déterministes contiennent également l'échange entre le champ turbulent et le champ purement instationnaire déterministe.

Les équations de Navier-Stokes obtenues après application de ce deuxième opérateur de moyenne sont détaillées dans la section 2.1.3 de ce chapitre.

2.1.1.3 Moyenne apériodique par canaux

La troisième moyenne appliquée aux équations de Navier-Stokes est une moyenne spatiale apériodique par canaux. Cette moyenne permet d'arriver à un système d'équations pouvant s'appliquer sur un canal unique par roue dans le cas où la machine ne possède pas de périodicité spatiale. Elle intègre les détails des variations de l'écoulement de passage inter-aubes en passage inter-aubes pour une roue donnée. Cette moyenne s'écrit :

$$\bar{f}^a = \frac{\sum_0^{n_{aubes}-1} G \bar{f}^t}{\sum_0^{n_{aubes}-1} G} \quad (2.5)$$

avec G une fonction porte qui élimine la non-périodicité spatiale.

Le champ \bar{f}^t stationnaire apériodique en azimuth est alors composé d'un champ périodique en azimuth \bar{f}^a , d'une période circonférentielle égale au pas inter-aubes de la roue considérée, et d'une fluctuation spatiale apériodique f''' :

$$\bar{f}^t = \bar{f}^a + f''' \quad (2.6)$$

et dans le cas compressible, $\tilde{f}^a = \frac{\rho \bar{f}^a}{\bar{\rho}^a}$

Le système issu de l'application de ces trois opérateurs aux équations de Navier-Stokes est le "Système d'Équation du Canal Moyenné". Ce système gouverne un écoulement stationnaire identique d'un canal à l'autre pour chaque roue. Il est donc appliqué dans les simulations numériques d'un canal unique par grille d'aubes. Ce système contient des corrélations inconnues provenant de la turbulence, de l'écoulement déterministe instationnaire et des variations du champ stationnaire de passage en passage. À ce niveau, le schéma 2.1 permet de résumer le modèle SECM. On regroupe les différentes corrélations sous la forme :

$$R_{ij} = R_{ij}^e + R_{ij}^t + R_{ij}^a = \overline{\rho u_i' u_j'^e} + \overline{\rho u_i'' u_j''^t} + \overline{\rho u_i''' u_j'''^a} \quad (2.7)$$

Les corrélations données par l'équation (2.7) sont équivalentes au tenseur des contraintes de Rey-

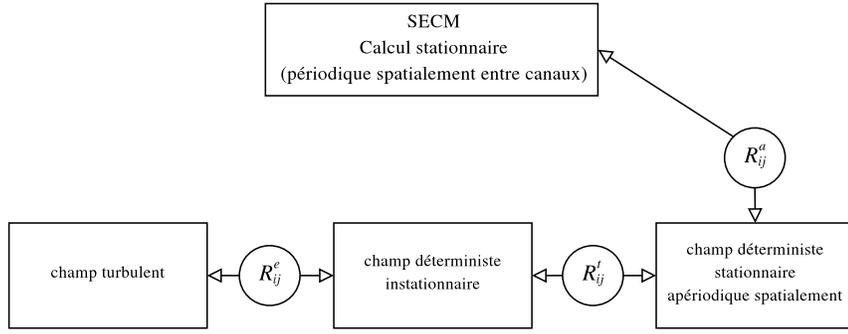


FIG. 2.1 – Schématisation du modèle SECM

nolds dans les équations de Navier-Stokes associées à la moyenne de Reynolds. Ces corrélations inconnues doivent être modélisées pour pouvoir être prises en compte dans la simulation numérique du SECM. Dans le bilan d'énergie totale, on obtient également des corrélations du type $\overline{\rho e' u_i^e} + \overline{\rho e'' u_i^t} + \overline{\rho e''' u_i^{t'a}}$ qui devront être modélisées.

Considérons l'hypothèse sous-jacente à l'équation (2.7) : le comportement additif des trois corrélations R_{ij}^e , R_{ij}^t et R_{ij}^a implique un découplage entre les trois phénomènes, turbulent, déterministe instationnaire et déterministe stationnaire apériodique spatialement. On peut représenter celui-ci par le schéma 2.2.

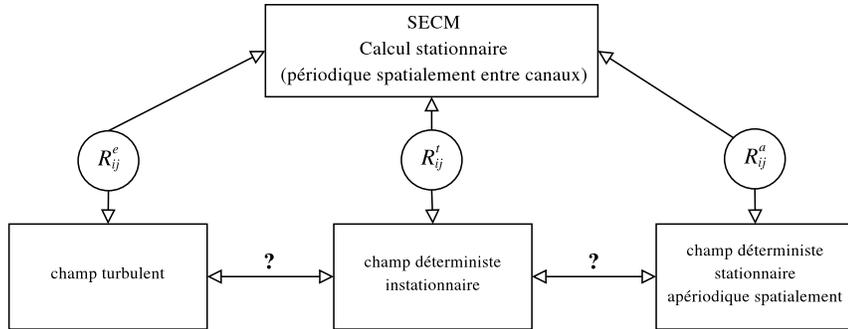


FIG. 2.2 – Schématisation du modèle SECM - Découplage des trois phénomènes, turbulent, déterministe instationnaire et déterministe stationnaire apériodique spatialement

Le découplage entre les champs turbulent et déterministe instationnaire peut également se représenter dans l'espace spectral, par le schéma 2.3. À ce niveau, il subsiste une possibilité d'échanges directes entre les deux champs. Dans le sens du champ turbulent vers le champ déterministe instationnaire, on le supposera faible, ce qui permet de bâtir les fermetures nécessaires au modèle de turbulence à l'aide de grandeurs issues du calcul stationnaire uniquement.

2.1.2 Fermeture du SECM

Le fermeture de ce système telle que la propose Adamczyk [1] consiste à ne prendre en compte qu'un seul étage. En conséquence, on peut s'affranchir des termes apparaissant après application de la troisième moyenne (moyenne apériodique par canaux) en conservant uniquement ceux issus de la moyenne d'ensemble et de la moyenne temporelle. Il reste donc à déterminer, les tensions de Reynolds, mais c'est le rôle des modèles de turbulence que nous avons détaillés dans le premier chapitre, et les tensions déterministes (corrélations comportant les fluctuations obtenues par la moyenne temporelle f'') pour lesquelles il faut proposer une modélisation.

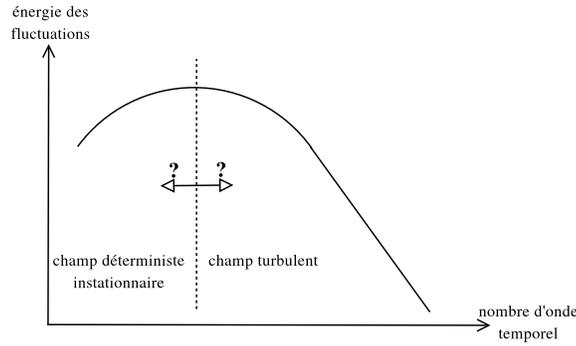


FIG. 2.3 – Schématisation dans l'espace spectral du découplage entre champ turbulent et champ déterministe instationnaire

2.1.2.1 Décomposition du champ déterministe

Pour ce faire, Adamczyk propose de décomposer le champ aérodynamique déterministe en quatre parties dans un repère fixe :

1. *le champ axisymétrique de l'étage* qui est défini comme étant le champ issu de la moyenne azimutale appliquée à la moyenne temporelle du champ déterministe.
2. *la contribution moyenne de la roue 1* qui est égale à la moyenne temporelle de la roue 1 moins le champ axisymétrique.
3. *la contribution moyenne de la roue 2* qui est égale à la moyenne temporelle de la roue 2 moins le champ axisymétrique
4. *le champ purement instationnaire*

En appliquant cette décomposition au champ de vitesse déterministe u :

$$\begin{aligned}
 u(x, r, \theta, t) &= U_{axi}(x, r) \\
 &+ \widetilde{U}_1^t(x, r, \theta + \Omega_1 t) - U_{axi}(x, r) \\
 &+ \widetilde{U}_2^t(x, r, \theta + \Omega_2 t) - U_{axi}(x, r) \\
 &+ u^*(x, r, \theta, t)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

On utilise dans cette décomposition un nouvel opérateur mathématique : la moyenne azimutale. Celui-ci s'écrit de la façon suivante :

$$\overline{f}^\theta(x, r) = \frac{\frac{n_{aubes}}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_\theta(x, r, \theta) \overline{f}^t(x, r, \theta) d\theta}{\frac{n_{aubes}}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_\theta(x, r, \theta) d\theta} \tag{2.9}$$

avec H_θ une fonction porte prenant en compte les aubages.

En compressible, on a alors : $\widetilde{f}^\theta = \frac{\overline{\rho f}^\theta}{\overline{\rho}^\theta}$

Le champ axisymétrique est évidemment unique sur un étage :

$$U_{axi}(x, r) = \widetilde{U}^\theta(x, r) = \widetilde{U}_1^t = \widetilde{U}_2^t \tag{2.10}$$

Les fluctuations azimutales relatives à la roue 1 peuvent alors s'écrire :

$$u_1^{\theta'}(x, r, \theta + \Omega_1 t) = \widetilde{U}_1^t(x, r, \theta + \Omega_1 t) - U_{axi}(x, r) \tag{2.11}$$

De même les fluctuations azimuthales relatives à la roue 2 s'écrivent :

$$u_2^{\theta'}(x, r, \theta + \Omega_2 t) = \widetilde{U}_2^t(x, r, \theta + \Omega_2 t) - U_{axi}(x, r) \quad (2.12)$$

Les fluctuations déterministes associées au système d'équations moyenné en temps dans le repère de la roue 1 sont les suivantes :

$$u_1''(x, r, \theta + \Omega_1 t, t) = u(x, r, \theta + \Omega_1 t, t) - \widetilde{U}_1^t(x, r, \theta + \Omega_1 t) \quad (2.13)$$

$$= u_2^{\theta'}(x, r, \theta + \Omega_2 t) + u^*(x, r, \theta, t) \quad (2.14)$$

L'équation (2.14) est déduite de la décomposition du champ déterministe (2.8) d'après l'équation (2.13). Elle exprime la fluctuation déterministe du champ déterministe relatif à la roue 1 en fonction de la fluctuation spatiale du champ stationnaire relatif à la roue 2 et de la fluctuation purement instationnaire.

On peut alors enfin déterminer les corrélations déterministes associées au système d'équations moyenné en temps dans le repère de la roue 1 :

$$\begin{aligned} \overline{\rho u_1'' u_1''} &= \overline{\rho u_2^{\theta'} u_2^{\theta'}} \\ &+ \overline{\rho u_2^{\theta'} u^*} \\ &+ \overline{\rho u^* u_2^{\theta'}} \\ &+ \overline{\rho u^* u^*} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dans l'équation (2.15), quatre nouvelles corrélations apparaissent. Le premier terme du second membre est une corrélation purement spatiale qui prend en compte les fluctuations spatiales dans la roue 2. Ce premier terme est accessible dans une simulation stationnaire. Le second et le troisième termes sont des corrélations spatio-temporelles mettant en jeu les fluctuations spatiales de la roue 2 et la fluctuation instationnaire du champ déterministe. Enfin, le dernier terme du second membre de l'équation (2.15) est une corrélation purement instationnaire. Ces trois termes, comportant la fluctuation u^* instationnaire, sont inaccessibles dans une simulation stationnaire.

2.1.2.2 Hypothèse majeure d'Adamczyk

Adamczyk [1] introduit alors une hypothèse majeure dans la modélisation des tensions déterministes. Il considère que la contribution des fluctuations instationnaires est d'ordre très inférieur aux contributions de la partie purement spatiale et néglige donc les trois derniers termes de l'équation (2.15). Cette hypothèse conduit donc à l'approximation suivante :

$$\overline{\rho u_1'' u_1''} \approx \overline{\rho u_2^{\theta'} u_2^{\theta'}} \quad (2.16)$$

Les tensions déterministes dans une roue sont finalement accessibles par une simulation stationnaire au travers des corrélations spatiales dans l'autre roue de l'étage.

2.1.2.3 Autres fermetures

Plusieurs modèles de fermeture du Système d'Équations du Canal Moyenné peuvent être trouvés dans la littérature. Nous donnons quelques détails, ci-dessous, sur deux d'entre eux.

Citons le modèle élaboré par Rhie [48] qui propose une méthode de calcul multi-étages prenant en compte les interactions instationnaires entre les roues par l'intermédiaire de tensions déterministes et de forces d'aubages. Les hypothèses de ce modèle sont semblables à celles proposées par Adamczyk dans la résolution du problème multi-étagé : les fluctuations a périodiques provenant du troisième opérateur de moyenne sont négligées. Cette hypothèse conduit à une fermeture des équations ne tenant compte que des tensions déterministes. Ces dernières sont modélisées en utilisant

l'hypothèse d'Adamczyk. La fermeture s'affranchi donc des fluctuations purement instationnaires. Rhie propose enfin, de découper la machine en un domaine par roue chevauchant la roue suivante. Ainsi, chacun des calculs sur chacun des domaines permet d'obtenir les tensions déterministes qui seront prises en compte pour la roue suivante, et ceci de façon itérative entre l'amont et l'aval de la machine.

Le modèle de Hall [25],[26] repose quant à lui sur une analyse du développement des sillages dans le cas d'un compresseur multi-étagé. L'étude des tensions déterministes issues d'une simulation instationnaire montre que toutes les roues assujetties à un sillage amont ont un niveau de corrélation très fort en amont de la roue, qui diminue ensuite progressivement vers l'aval. Il analyse ce comportement comme le reflet d'un développement spatial et stationnaire du sillage. Ainsi, il exprime les tensions déterministes en fonction des fluctuations spatiales générées par le sillage, ce qui conduit à la même hypothèse qu'Adamczyk. Pour construire un sillage sans avoir recours à des maillages recouvrant comme Adamczyk [2] ou Rhie [48], Hall propose d'utiliser des modèles analytiques de sillages existants, essentiellement valables pour des parois moyeu et carter et pour des envergures d'aubes importantes.

Ces modèles, bien que conduisant à des résultats intéressants, reposent tous sur l'hypothèse majeure d'Adamczyk, à savoir l'approximation des tensions déterministes par les corrélations de fluctuations spatiales de la roue adjacente après avoir négligé les fluctuations purement instationnaires. La section 2.2 de ce chapitre met en évidence que cette hypothèse n'est pas forcément valable dans toutes les configurations de machines.

Plus récemment, Van de Wall [60] a proposé un modèle pour le transport des tensions déterministes, sans avoir recours à l'hypothèse majeure d'Adamczyk. Le modèle prend en compte les effets liés au tronçonnage des sillages issus d'une roue par la roue aval ; ces effets étant principalement bidimensionnels. Cependant Bardoux [7],[8],[9] a montré pour une turbine que les effets instationnaires de mélange radial sont dominants par rapport aux effets de tronçonnage des sillages, et fortement tridimensionnels. Un phénomène similaire a été observé par Oliveira [45] dans un étage de compresseur axial supersonique.

2.1.3 Synthèse des équations de Navier-Stokes moyennées

Afin d'identifier les corrélations apparaissant dans les équations de Navier-Stokes après application des opérateurs de moyenne d'Adamczyk, nous proposons une synthèse des équations moyennées dans un repère fixe cartésien et orthogonal $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Considérons dans un premier temps le système d'équation de Navier-Stokes, auquel on applique la moyenne d'ensemble définie dans la section 2.1.1.1. On obtient l'équation de continuité, les trois équations de la conservation de la quantité de mouvement et l'équation de conservation de l'énergie suivantes :

$$\frac{\partial \bar{\rho}^e}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{U}_y^e}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{U}_z^e}{\partial z} = 0 \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e \widetilde{U}_x^e + \bar{P}^e - \overline{\tau_{xx}^e} + \overline{\rho u'_x u'_x}^e \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e \widetilde{U}_y^e - \overline{\tau_{xy}^e} + \overline{\rho u'_x u'_y}^e \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e \widetilde{U}_z^e - \overline{\tau_{xz}^e} + \overline{\rho u'_x u'_z}^e \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{U}_y^e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e \widetilde{U}_y^e - \overline{\tau_{xy}^e} + \overline{\rho u'_x u'_y{}^e} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_y^e \widetilde{U}_y^e + \bar{P}^e - \overline{\tau_{yy}^e} + \overline{\rho u'_y u'_y{}^e} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_y^e \widetilde{U}_z^e - \overline{\tau_{yz}^e} + \overline{\rho u'_y u'_z{}^e} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{U}_z^e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_x^e \widetilde{U}_z^e - \overline{\tau_{xz}^e} + \overline{\rho u'_x u'_z{}^e} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_y^e \widetilde{U}_z^e - \overline{\tau_{yz}^e} + \overline{\rho u'_y u'_z{}^e} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{U}_z^e \widetilde{U}_z^e + \bar{P}^e - \overline{\tau_{zz}^e} + \overline{\rho u'_z u'_z{}^e} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho}^e \widetilde{E}_t^e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{h}_0^e \widetilde{U}_x^e + \bar{q}_x^e - \overline{\tau_{xj}^e} \widetilde{U}_j^e + \overline{\rho h'_0 u'_x{}^e} - \overline{\tau'_{xj} u'_j{}^e} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{h}_0^e \widetilde{U}_y^e + \bar{q}_y^e - \overline{\tau_{yj}^e} \widetilde{U}_j^e + \overline{\rho h'_0 u'_y{}^e} - \overline{\tau'_{yj} u'_j{}^e} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^e \widetilde{h}_0^e \widetilde{U}_z^e + \bar{q}_z^e - \overline{\tau_{zj}^e} \widetilde{U}_j^e + \overline{\rho h'_0 u'_z{}^e} - \overline{\tau'_{zj} u'_j{}^e} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

avec $\bar{P}^e = (\gamma - 1) \left(\bar{\rho}^e \widetilde{E}_t^e - \frac{1}{2} \bar{\rho}^e \widetilde{U}_i^e \widetilde{U}_i^e - \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i{}^e} \right)$ et l'enthalpie totale définie comme étant h_0 tel que $h_0 = E_t + \frac{P}{\rho}$.

On retrouve, dans ce système (équations (2.18) à (2.20)) les termes $\overline{\rho u'_i u'_j{}^e}$. Ces corrélations de fluctuation de vitesse turbulentes sont les tensions de Reynolds décrites dans le chapitre précédent, dans la section 1.2.3. Les corrélations $\overline{\rho h'_0 u'_i{}^e}$ de l'équation d'énergie (2.21) sont les flux d'enthalpie turbulente qui représentent l'échange d'énergie entre le champ turbulent et le champ déterministe. Les corrélations contrainte visqueuse-vitesse $\overline{\tau'_{ij} u'_j{}^e}$ présentes dans l'équation (2.21) participent également à l'échange d'énergie entre le champ fluctuant et le champ moyen. Cependant, ces corrélations sont généralement négligées dans les modèles de turbulence devant les autres corrélations.

On applique dans un second temps la moyenne temporelle, proposée par Adamczyk et détaillée dans la section 2.1.1.1, au système d'équations précédemment obtenu (équations (2.17) à (2.21)). Le nouveau système s'écrit alors :

$$\frac{\partial \bar{\rho}^t}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{U}_y^t}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{U}_z^t}{\partial z} = 0 \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t \widetilde{U}_x^t + \bar{P}^t - \overline{\tau_{xx}^t} + \overline{\rho u'_x u'_x{}^t} + \overline{\rho u''_x u''_x{}^t} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t \widetilde{U}_y^t - \overline{\tau_{xy}^t} + \overline{\rho u'_x u'_y{}^t} + \overline{\rho u''_x u''_y{}^t} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t \widetilde{U}_z^t - \overline{\tau_{xz}^t} + \overline{\rho u'_x u'_z{}^t} + \overline{\rho u''_x u''_z{}^t} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{U}_y^t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t \widetilde{U}_y^t - \overline{\tau_{xy}^t} + \overline{\rho u'_x u'_y{}^t} + \overline{\rho u''_x u''_y{}^t} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_y^t \widetilde{U}_y^t + \bar{P}^t - \overline{\tau_{yy}^t} + \overline{\rho u'_y u'_y{}^t} + \overline{\rho u''_y u''_y{}^t} \right) \\
 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_y^t \widetilde{U}_z^t - \overline{\tau_{yz}^t} + \overline{\rho u'_y u'_z{}^t} + \overline{\rho u''_y u''_z{}^t} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{U}_z^t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_x^t \widetilde{U}_z^t - \overline{\tau_{xz}^t} + \overline{\rho u_x^t u_z^t} + \overline{\rho u_x'' u_z''^t} \right) \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_y^t \widetilde{U}_z^t - \overline{\tau_{yz}^t} + \overline{\rho u_y^t u_z^t} + \overline{\rho u_y'' u_z''^t} \right) \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^t \widetilde{U}_z^t \widetilde{U}_z^t + \bar{P}^t - \overline{\tau_{zz}^t} + \overline{\rho u_z^t u_z^t} + \overline{\rho u_z'' u_z''^t} \right) = 0 \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \bar{\rho}^t \widetilde{E}_t^t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\rho}^t h_0^t \widetilde{U}_x^t + \bar{q}_x^t - \overline{\tau_{xj}^t} \widetilde{U}_j^t + \overline{\rho h_0' u_x^t} + \overline{\rho h_0'' u_x''^t} - \overline{\tau_{xj}^t u_j^t} - \overline{\tau_{xj}'' u_j''^t} \right) \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho}^t h_0^t \widetilde{U}_y^t + \bar{q}_y^t - \overline{\tau_{yj}^t} \widetilde{U}_j^t + \overline{\rho h_0' u_y^t} + \overline{\rho h_0'' u_y''^t} - \overline{\tau_{yj}^t u_j^t} - \overline{\tau_{yj}'' u_j''^t} \right) \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho}^t h_0^t \widetilde{U}_z^t + \bar{q}_z^t - \overline{\tau_{zj}^t} \widetilde{U}_j^t + \overline{\rho h_0' u_z^t} + \overline{\rho h_0'' u_z''^t} - \overline{\tau_{zj}^t u_j^t} - \overline{\tau_{zj}'' u_j''^t} \right) = 0 \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } \bar{P}^t = (\gamma - 1) \left(\bar{\rho}^t \widetilde{E}_t^t - \frac{1}{2} \bar{\rho}^t \widetilde{U}_i^t \widetilde{U}_i^t - \frac{1}{2} \overline{\rho u_i^t u_i^t} - \frac{1}{2} \overline{\rho u_i'' u_i''^t} \right)$$

Les termes $\overline{\rho u_i'' u_j''^t}$ des équations (2.23) à (2.25) sont les tensions déterministes cinématiques et les termes $\overline{\rho h_0'' u_i''^t}$ de l'équation (2.26), les flux d'énergie déterministes. Ces corrélations de fluctuations déterministes représentent le transfert de quantité de mouvement ou d'énergie du champ déterministe vers le champ stationnaire. On trouve également dans l'équation d'énergie (2.26) les corrélations contrainte visqueuse-vitesse $\overline{\tau_{ij}'' u_j''^t}$ qui participent aussi à l'échange d'énergie entre le champ fluctuant et le champ moyen. Étant donné les faibles valeurs des contraintes visqueuses, on suppose que leurs fluctuations sont tout aussi faibles, ce qui conduit à les considérer comme négligeables par la suite devant les autres corrélations.

2.2 Limites du “SECM”

Un travail de recherche récent, Bardoux [7], constitué d'une étude détaillée et approfondie du Système d'Équations du Canal Moyenné, a permis de mettre en avant les limites du modèle d'Adamczyk dans la prédiction des phénomènes instationnaires des écoulements en turbomachines. Nous ne détaillons pas dans ce document toutes les limites formulées et démontrées par Bardoux [7], mais seulement celles qui vont constituer le point de départ de ce travail de thèse.

La principale hypothèse d'Adamczyk consiste à négliger les corrélations de fluctuations spatio-temporelles et purement temporelles par rapport aux corrélations de fluctuations spatiales dans l'écriture des tensions déterministes comme décrit dans la section 2.1.2.2 de ce chapitre. Bardoux [7] a réalisé une simulation instationnaire et plusieurs simulations stationnaires dans le cas d'une turbine transsonique. Cette machine fait l'objet d'une description plus particulière dans le troisième chapitre de ce document étant donné qu'elle constitue le cas test privilégié de ce travail de thèse. Ces simulations ont permis de calculer les différentes contributions de la décomposition en tensions déterministes, et de vérifier l'hypothèse majeure d'Adamczyk.

La figure 2.4 représente, à mi-envergure du rotor de turbine, dans le plan aube-à-aube, les contours d'entropie issus des différentes simulations réalisées par Bardoux. La figure 2.4(a) a été obtenue avec une simulation stationnaire sans terme source supplémentaire. La figure 2.4(b) est le résultat d'une simulation stationnaire prenant en compte les corrélations spatiales $\overline{\rho u^{\theta'} u^{\theta'}}$. Cette simulation est donc le reflet de l'hypothèse majeure d'Adamczyk, à savoir que les tensions déterministes sont approchées par les corrélations spatiales uniquement, les corrélations de fluctuations instationnaires étant négligées. Le résultat d'une simulation stationnaire avec les tensions déterministes complètes est représenté sur la figure 2.4(c). Ces tensions déterministes complètes $\overline{\rho u_i'' u_j''^t}$ sont obtenues grâce à la simulation instationnaire. Enfin, la figure 2.4(d) représente la moyenne temporelle d'une simulation instationnaire.

Les simulations stationnaires 2.4(a), (b) et (c) utilisent des conditions aux limites amont issues de la moyenne temporelle du calcul instationnaire 2.4(d). Sans aucune corrélation, la simulation stationnaire ne présente pas de gradient d'entropie, caractéristiques des effets de "mélange" provenant des sillages amont et des écoulements secondaires, dans le canal inter-aubes. Dans la simulation stationnaire avec corrélations spatiales 2.4(b), le niveau d'entropie est légèrement augmenté dans la zone située en amont du bord d'attaque. Ce comportement est lié au fait que les corrélations spatiales sont importantes dans cette zone. Avec les corrélations déterministes complètes, la simulation stationnaire 2.4(c) donne d'excellents résultats, en accord avec ceux obtenus par la moyenne temporelle de la simulation instationnaire 2.4(d). Nous observons, outre la non-uniformité circumférentielle des conditions aux limites amont correctement représentée, une très bonne reproduction des gradients d'entropie dans le passage inter-aubes.

Ces résultats de différentes simulations montrent donc que l'hypothèse majeure d'Adamczyk est mise en défaut dans ce cas de turbine transsonique, car on observe clairement que seule la simulation stationnaire avec tensions déterministes complètes s'accorde avec la moyenne temporelle de la simulation instationnaire. Cette simulation stationnaire avec tensions déterministes reproduit les effets instationnaires liés au tronçonnage des sillages issus du stator par le rotor. Les gradients d'entropie étant correctement reproduits.

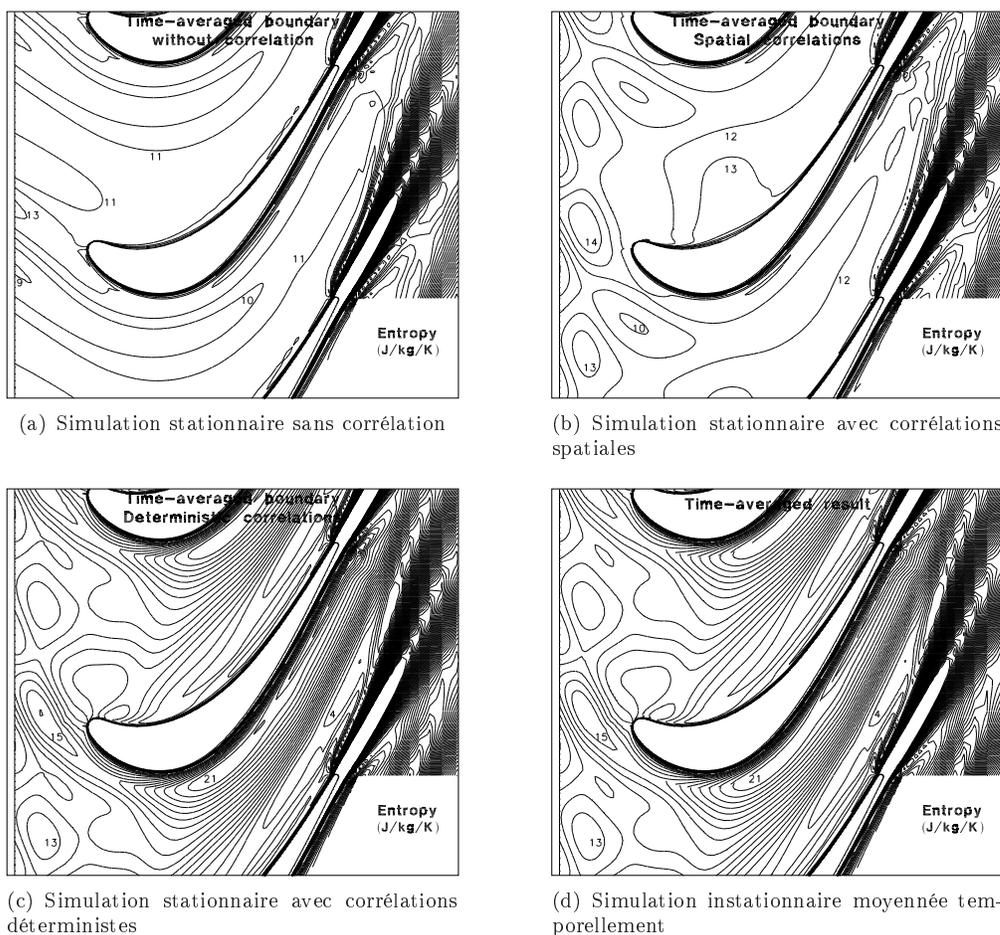


FIG. 2.4 – Contours d'entropie dans le plan aube-à-aube à mi-envergure du rotor de la turbine Vega2

Pour compléter cette analyse, Bardoux [7] propose des distributions radiales d'entropie et de pression statique pour étudier l'influence des corrélations prises en compte dans la simulation

stationnaire sur les pertes dans le rotor de la turbine. La figure 2.5 présente ces profils radiaux d'entropie et de pression statique à l'aval du rotor pour quatre simulations. On retrouve les résultats de la moyenne temporelle du calcul instationnaire (*time-averaged result*), et les résultats de simulations stationnaires sans corrélations (*without correlations*), avec corrélations spatiales (*with spatial correlations*) et avec tensions déterministes complètes (*with deterministic correlations*).

La figure 2.5(a), représentant la distribution radiale d'entropie à l'aval du rotor, permet de mettre en évidence les écoulements secondaires et notamment les tourbillons de passage du rotor. Une étude de Bardoux [8],[9] a montré que le tourbillon de passage instationnaire possède un comportement oscillatoire. Ce comportement oscillatoire, se retrouve après une moyenne temporelle sous forme d'une diffusion radiale du profil d'entropie en comparaison du profil d'un tourbillon stationnaire. C'est ce que l'on observe sur la figure 2.5(a), où le profil d'entropie pour la moyenne temporelle de la simulation instationnaire est plus étendu dans la direction radiale, dans la zone située entre 10% et 40% de la hauteur de veine. Cette figure montre aussi que seule la simulation stationnaire avec tensions déterministes complètes reproduit cette diffusion radiale de l'entropie. La simulation stationnaire avec corrélations spatiales accroît le niveau de concentration d'entropie en comparaison de la simulation sans aucune corrélation, mais la position du centre du tourbillon de passage du moyeu, est déplacée dans la direction radiale. Cette remarque est confirmée par la distribution radiale de pression statique 2.5(b), où un déficit de pression est observé à 30% de hauteur de veine. La diminution du déficit de pression dans cette zone est la conséquence d'une diminution de l'intensité du tourbillon de passage du moyeu.

Ces figures 2.5(a) et 2.5(b) confirment que seule la simulation stationnaire avec tensions déterministes reproduit les résultats de la moyenne temporelle de la simulation instationnaire. De plus, l'utilisation des corrélations spatiales, comme le propose Adamczyk dans sa modélisation, peut dégrader les résultats d'une simulation, notamment sur la prédiction de la position du tourbillon de passage de moyeu comme le montre la figure 2.5(a).

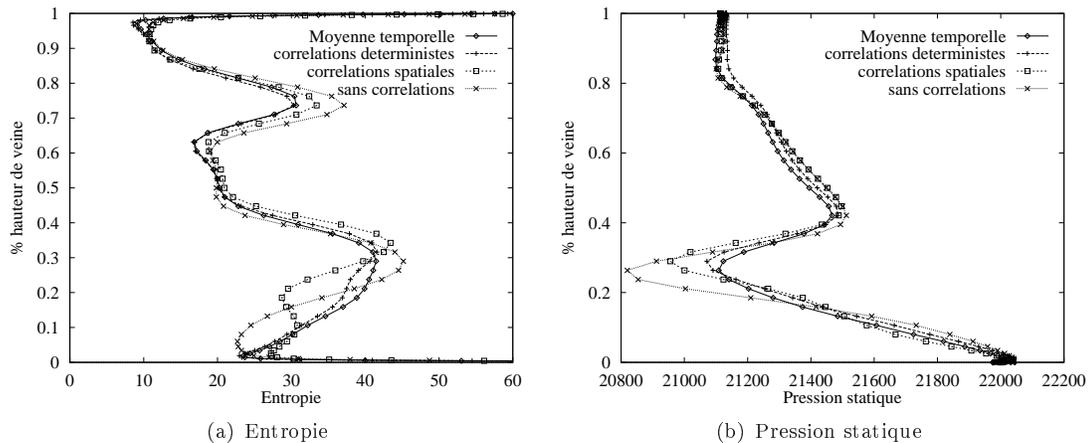


FIG. 2.5 – Profils radiaux dans un plan situé à l'aval du bord de fuite du rotor de la turbine Vega2

Citons également une étude expérimentale des interactions instationnaires dans un compresseur, proposée par Arnaud [3]. Cette étude a montré, par des mesures instationnaires périodiques réalisées par anémométrie laser, que les corrélations purement temporelles sont localement beaucoup plus importantes que les corrélations spatiales, contrairement à l'hypothèse majeure d'Adamczyk.

2.3 Méthodologie de modélisation

Comme nous venons de le voir dans la section précédente, l'hypothèse majeure d'Adamczyk, consistant à négliger les corrélations instationnaires devant les corrélations spatiales dans la modélisation des tensions déterministes, peut s'avérer trop restrictive dans certains cas, et notamment celui de la turbine transsonique étudiée par Bardoux [7]. Son étude constitue donc le point de départ de ce travail de thèse, puisque fort des conclusions établies par Bardoux concernant la modélisation des tensions déterministes, nous proposons dans ce travail une nouvelle modélisation prenant en compte les corrélations instationnaires. De ce fait, par la suite, l'hypothèse d'Adamczyk ne sera pas utilisée et les tensions déterministes $\overline{\rho u_i'' u_j''}$ comporteront en un seul terme les trois parties précédemment distinguées, à savoir la partie spatiale $\overline{\rho u^{\theta'} u^{\theta'}}$, les parties spatio-temporelles $\overline{\rho u^{\theta'} u^*}$ et $\overline{\rho u^* u^{\theta'}}$, et la partie purement temporelle $\overline{\rho u^* u^*}$.

Pour développer le nouveau modèle de tensions déterministes instationnaires, nous utilisons la base de données instationnaire produite par Bardoux [7], dont nous détaillons les caractéristiques dans le chapitre 3. Ainsi, nous pouvons accéder directement, par l'intermédiaire des résultats instationnaires, aux tensions déterministes complètes $\overline{\rho u_i'' u_j''}$ et chercher à les relier au champ moyen. Du fait de la similitude formelle, au niveau des équations du champ moyen, qui existe entre les tensions déterministes et les tensions de Reynolds pour la turbulence, la recherche de modélisation des tensions déterministes se fait par analogie avec les modélisations de la turbulence. Ce travail est présenté dans la partie II de ce document. L'intégration du nouveau modèle de tensions déterministes dans une simulation stationnaire est réalisée à l'aide des équations moyennées présentées dans la section 2.1.3 de ce chapitre, où les termes de corrélations déterministes sont obtenus par le modèle ou introduits sous forme de termes sources issus de la simulation instationnaire dans les premières étapes de validation du modèle. Ceci constitue la partie III de ce travail.

Chapitre 3

Cas test et bases de données

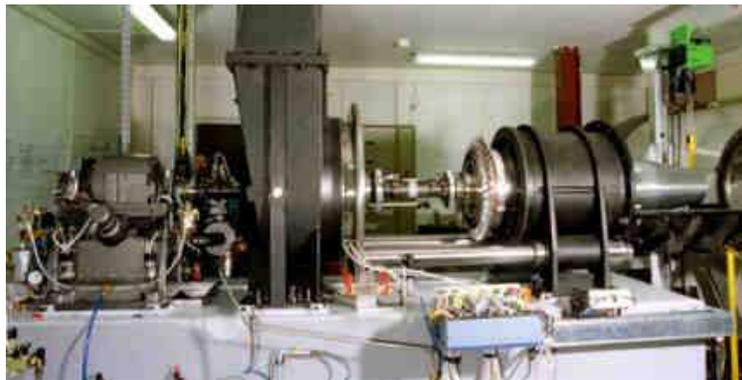
Ce chapitre présente les deux différents cas test qui sont utilisés pour le développement d'un nouveau modèle de tensions déterministes. Ces deux cas test, à géométries très différentes, disposent d'une base de données instationnaires existante, ce qui permet d'obtenir directement les tensions déterministes exactes et ainsi tester et valider le nouveau modèle. Nous détaillons dans ce chapitre les deux cas, à savoir une turbine axiale transsonique et un compresseur centrifuge supersonique, en donnant les principales caractéristiques géométriques et aérodynamiques, les maillages utilisés et les principaux éléments constituant la base de données.

3.1 Turbine transsonique Vega2

Le premier et principal cas test que nous utilisons, est une turbine transsonique Vega2 de l'ONERA¹. Nous avons choisi ce cas test car il s'agit de la turbine étudiée par Bardoux [7] qui met en évidence l'importance des tensions déterministes dans la roue mobile.



(a) Roue mobile



(b) Banc d'essai

FIG. 3.1 – Turbine transsonique Vega2

Historiquement, l'ONERA a constitué, avec trois partenaires industriels, EDF, SNECMA et TURBOMECA, un groupe d'étude pour définir un moyen d'essai et les méthodes d'investigations appropriées afin de disposer d'un banc capable de fournir des mesures aérodynamiques sur un étage complet de turbine haute pression représentatif de la technologie actuelle. Le premier projet nommé Vega1 était constitué d'un distributeur de turbine, auquel une roue mobile instrumentée a été adjointe dans le projet Vega2. Depuis 1991, le Département d'Aérodynamique Fondamentale

¹Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

et Expérimentale (DAFE) de l'ONERA assure la maîtrise d'oeuvre du banc turbine Vega2, en collaboration avec ses partenaires industriels. Le banc turbine Vega2 est installé en dérivation sur le circuit de la soufflerie supersonique S5Ch de l'ONERA à Meudon. Il s'agit d'une installation de dimensions modestes où, en général, des essais sont effectués sur des maquettes simples afin de documenter des bases de données nécessaires à la validation de codes de calcul en cours de développement. S5Ch est une soufflerie à retour et à fonctionnement continu transsonique et supersonique. La première rotation s'est déroulée à la fin du premier semestre 1998. Les mesures de qualification du banc ont été réalisées au cours des années 2000 et 2001. Les premières mesures en instationnaire, très attendues, devraient être réalisées fin 2004-début 2005 puis suivront des mesures optiques et de visualisations par plans lasers. Deux photographies (FIG. 3.1) illustrent ce banc avec uniquement la roue mobile.

3.1.1 Caractéristiques

La machine réelle Vega2 (telle qu'elle est installée sur le banc expérimental) est constituée de 23 aubes pour son distributeur et 37 aubes pour sa roue mobile. Le rapport du nombre d'aubes du stator et du rotor étant premier, la périodicité spatiale à respecter pour réaliser une simulation instationnaire, oblige à prendre en compte l'ensemble des canaux. Cette simulation étant beaucoup trop coûteuse, comme expliqué dans le chapitre 1 de ce document, Bardoux [7] a utilisé dans son travail une méthode de modification de géométrie, aussi détaillée dans le chapitre 1. Cette méthode consiste à conserver le nombre d'aubes du stator et à augmenter le nombre d'aubes du rotor à 46. Ainsi, le rapport entre le distributeur et la roue mobile est de 1/2 et permet donc de réaliser une simulation instationnaire d'un canal de stator pour deux canaux de rotor. La géométrie du rotor a donc été modifiée par rapport à la machine réelle pour prendre en compte le nouveau pas inter-aubes. Cette modification des coupes du profil des aubages a été réalisée de telle sorte que les triangles de vitesse restent inchangés. Ainsi, la ligne du bord d'attaque est conservée et une homothétie de rapport 37/46 est appliquée pour obtenir les coordonnées géométriques de l'aubage. La solidité du rotor est conservée pour obtenir le même débit que dans la machine réelle. Cette modification de géométrie est illustrée sur la figure 1.5.

Les principales caractéristiques aérodynamiques de l'étage de la turbine transsonique Vega2 (utilisées comme conditions de calcul) sont les suivantes :

Température totale amont	$Ti_0 = 400$ K
Pression totale amont	$Pi_0 = 80000$ Pa
Nombre de Mach en entrée	$M_0 = 0.15$
Rapport de chaleur spécifique	$\gamma = 1.3953$
Taux de pression	$\Pi = 4$
Angle absolu moyen en entrée de stator	$\alpha = 0$ deg
Angle absolu moyen en sortie de stator	$\alpha = 75$ deg
Angle absolu moyen en sortie de rotor	$\alpha = 0$ deg
Vitesse de rotation du rotor	$\Omega = 13000$ tours/min
Nombre de Reynolds dans le stator	$Re \geq 310000$
Nombre de Reynolds dans le rotor	$Re \geq 230000$

3.1.2 Géométrie

La géométrie de la turbine utilisée pour les simulations numériques est représentée sur la figure 3.2. La figure 3.2(a) est une vue tridimensionnelle de l'étage complet, tandis que la figure 3.2(b) représente le rotor seul. Le moyeu est représenté en bleu pour sa partie fixe et en rouge pour sa partie mobile.

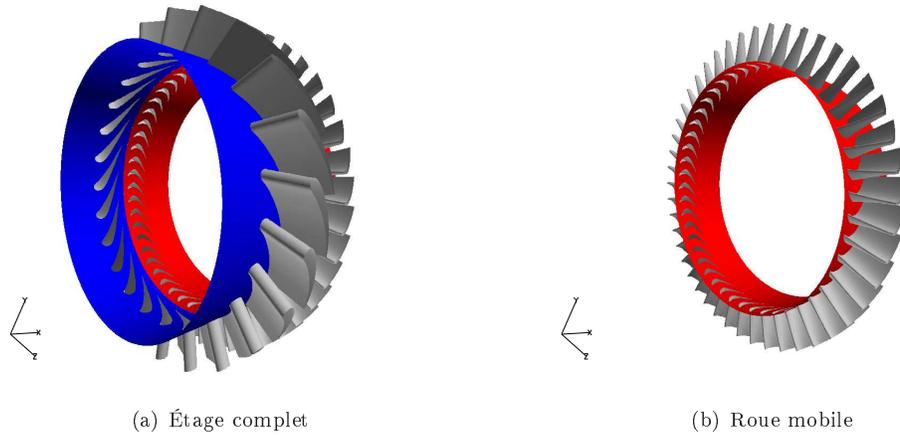


FIG. 3.2 – Géométrie turbine transsonique Vega2

3.1.3 Base de données instationnaires

La base de données instationnaires dont nous disposons pour ce travail de thèse est issue des travaux de Bardoux [7]. Il s'agit des résultats d'une simulation instationnaire sur l'étage complet de la turbine Vega2. Nous donnons dans la section 3.1.3.1 quelques détails sur le maillage utilisé (réalisé par l'ONERA). Cependant, étant donné que nous utilisons par la suite uniquement un canal inter-aubes du rotor, nous ne présentons pas ici le maillage utilisé par Bardoux pour la partie stator. Nous détaillons dans la section 3.1.3.2 les différentes grandeurs à notre disposition dans cette base de données.

3.1.3.1 Maillage

Le maillage d'un canal du rotor est constitué de deux blocs représentés sur la figure 3.3. Un maillage en "H" est utilisé dans le canal inter-aubes composé de 338209 points : 113 points dans la direction axiale, 41 points dans la direction circonférentielle et 73 points suivant l'envergure. Un domaine en "O" composé de 285795 points est utilisé pour entourer l'aubage : 145 points dans la direction entourant l'aubage, 27 points dans la direction perpendiculaire à la surface solide de l'aubage et 73 points suivant l'envergure. Ce maillage en "O" permet de respecter l'orthogonalité des mailles à la paroi. On distingue sur la figure 3.4 un raffinement du maillage près des parois de l'aubage assurant une bonne description des couches limites. Les frontières communes entre le "O" et le "H" sont dites à "points coïncidents". Pour conserver le maximum d'orthogonalité aux parois de l'aubage dans le domaine en "O", les lignes du maillage en "H" n'ont pas d'évolution rectiligne. Cette méthode est contraignante pour le maillage en "H" mais elle ne nécessite pas d'interpolation lors de la transmission des grandeurs calculées d'un domaine à l'autre au passage de cette frontière. Les caractéristiques du maillage (y-compris celui du stator) sont résumées dans le tableau 3.1.

	i	j	k
stator "O"	173	29	73
stator "H"	123	51	73
rotor "O"	145	27	73
rotor "H"	113	41	73

TAB. 3.1 – Caractéristiques maillage Vega2

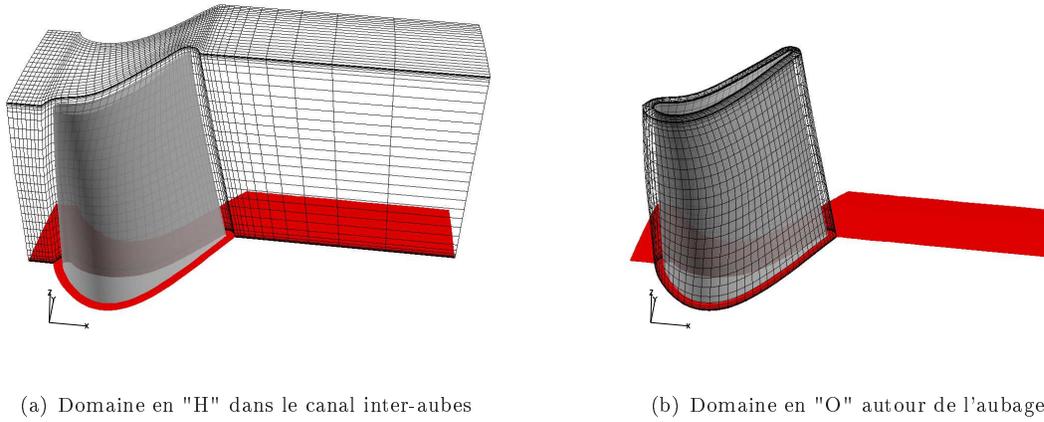


FIG. 3.3 – Maillage du rotor de la turbine transsonique Vega2 (1pt/2)

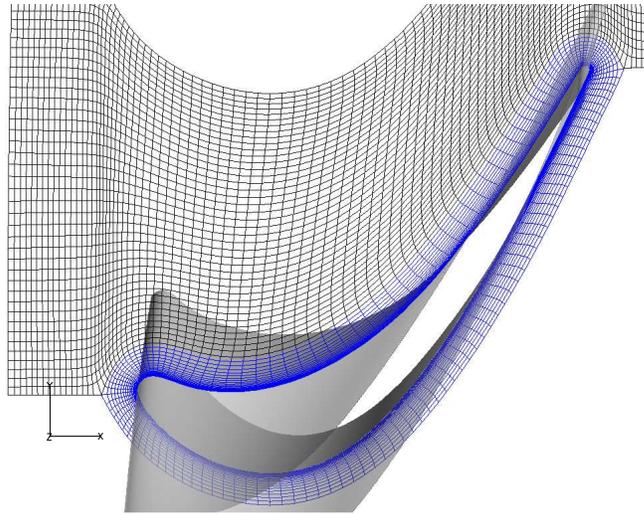


FIG. 3.4 – Maillage du rotor Vega2 à mi-hauteur de veine

3.1.3.2 Données

La base de données instationnaires réalisée par Bardoux [7] est constituée d'une série d'instantanés formant un cycle complet de simulation instationnaire. Le nombre d'instantanés choisis par Bardoux permet d'obtenir une précision pour la discrétisation temporelle équivalente à la discrétisation spatiale dans la direction azimutale. Ainsi, le maillage comportant 41 points dans la direction azimutale pour le rotor, et la simulation instationnaire nécessitant le calcul de deux canaux de rotor, le minimum d'instantanés nécessaire est de 81 instantanés.

La base de données instationnaires obtenue par le code 3D CANARI² "Comet" de l'ONERA est donc constituée de 100 instantanés correspondant à un cycle de passage d'un canal inter-aubes du distributeur devant deux canaux de rotor. Les variables aérodynamiques stockées pour chaque instant sur le maillage détaillé précédemment sont : la masse volumique ρ , les trois composantes de la vitesse ρu_i dans un repère cartésien, l'énergie totale ρE_t ainsi que la vitesse de rotation ω . Ces grandeurs sont données dans le repère absolu et permettent d'accéder à toutes les grandeurs aérodynamiques détaillées en annexe A.

²Code pour l'Analyse par les équations de Navier-Stokes de l'Aérodynamique d'une Roue Isolée

3.2 Compresseur centrifuge

Le deuxième cas test utilisé dans ce travail de thèse est un étage de compresseur centrifuge de TURBOMECA. Ce cas test, à géométrie et propriétés aérodynamiques très différentes de la turbine transsonique Vega2, a été choisi pour tester la validité de certaines hypothèses formulées dans le développement du modèle de tensions déterministes. Il est utilisé dans les chapitres 4 et 5 pour l'analyse des équations de transport des tensions déterministes mais n'est pas utilisé dans les simulations numériques présentées dans la partie III de ce document.

3.2.1 Caractéristiques

Nous ne détaillons pas les principales caractéristiques aérodynamiques de ce cas test dans ce document étant donné le caractère confidentiel de cet étage de compresseur encore en développement dans la société TURBOMECA. Les résultats utilisés ont été obtenus pour une vitesse de rotation équivalente à 92.7% de la vitesse nominale. Le rapport de pression de l'étage complet vaut $\Pi = 6.75$ et les valeurs spécifiques de débit masse et de vitesse de rotation données par les équations (3.1) et (3.2) sont, respectivement, de 0.38 et 0.30.

$$\dot{m}_{spe} = \frac{\dot{m} \sqrt{\gamma r T_{0a}}}{P_{0a} D^2} \quad (3.1)$$

$$N_{spe} = \frac{ND}{\sqrt{\gamma r T_{0a}}} \quad (3.2)$$

avec T_{0a} et P_{0a} , température et pression totale amont.

Cet étage de compresseur se compose d'une roue mobile centrifuge à aubes intercalaires et d'un diffuseur radial aubé dit à "aubes minces". La hauteur de la veine dans le diffuseur aubé est constante et de faible dimension devant la corde ($H/C < 0.1$). On présente une coupe méridienne de la géométrie sur la figure 3.5.

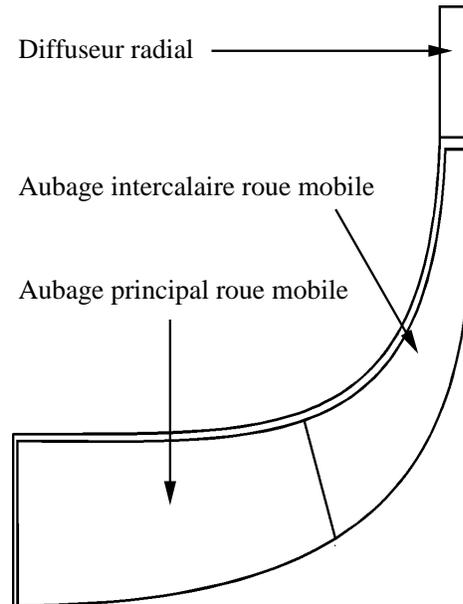


FIG. 3.5 – Coupe méridienne compresseur centrifuge

3.2.2 Géométrie

La géométrie du compresseur est représentée sur la figure 3.6. La figure 3.6(a) est une vue tridimensionnelle de l'étage complet, tandis que la figure 3.6(b) représente le diffuseur seul. Le moyeu est représenté en rouge pour sa partie mobile et bleu pour sa partie fixe. La confidentialité de ce cas test implique une modification du nombre d'aubages représentés sur la figure 3.6. Ainsi cette représentation de la géométrie ne correspond pas au cas test réel.

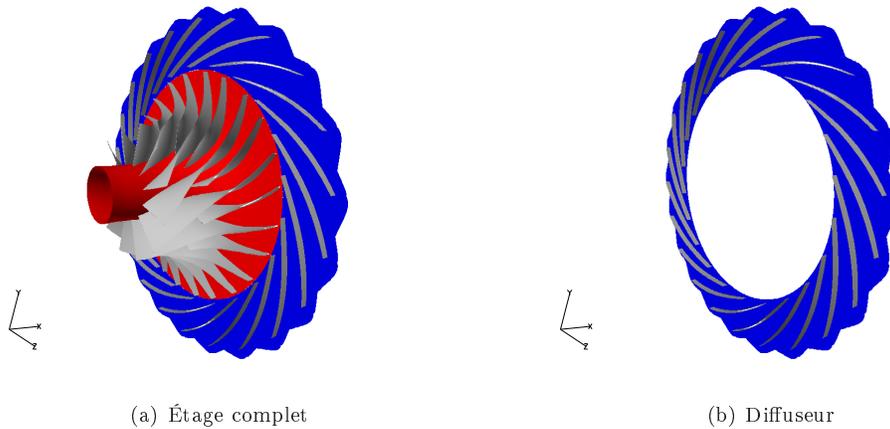


FIG. 3.6 – Géométrie compresseur centrifuge

3.2.3 Base de données instationnaires

La base de données instationnaires dont nous disposons pour ce travail de thèse est constituée des résultats d'une simulation instationnaire sur l'étage complet du compresseur centrifuge, réalisée par l'ONERA. Nous donnons dans la section 3.2.3.1 quelques détails sur le maillage utilisé. Cependant, étant donné que nous utilisons par la suite uniquement la partie diffuseur de la machine, nous ne présentons pas ici le maillage utilisé pour la simulation instationnaire dans la partie roue mobile. Nous détaillons dans la section 3.2.3.2 les différentes grandeurs à notre disposition dans cette base de données.

3.2.3.1 Maillage

Le maillage du diffuseur radial est composé de 4 blocs pour chaque aubage (FIG. 3.7). Un domaine en "O" entourant l'aubage constitué de 306432 points (FIG. 3.8(a)), et trois domaines en "H" : un à l'amont comportant 16815 points (FIG. 3.8(b)), un dans le canal inter-aubes avec 170259 points (FIG. 3.8(c)) et un en aval des aubages du diffuseur constitué de 104253 points (FIG. 3.8(d)). Au total le maillage du stator comporte donc environ 600000 points.

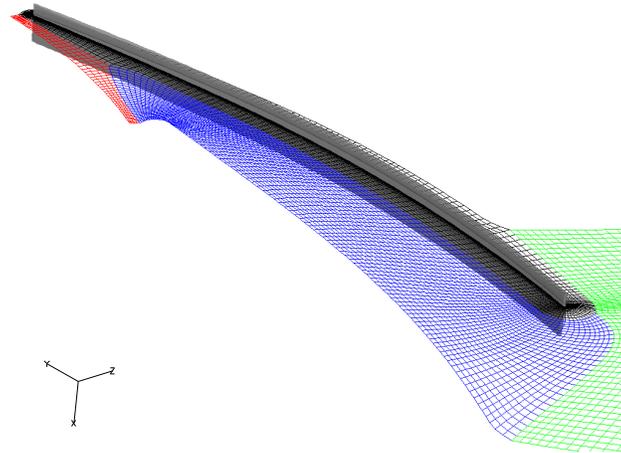


FIG. 3.7 – Maillage du diffuseur à mi-envergure

Il convient également de noter que les raccords entre domaines se font à points coïncidents, et qu'un raffinement aux parois est observé afin d'obtenir une bonne prise en compte des couches limites dans les simulations numériques.

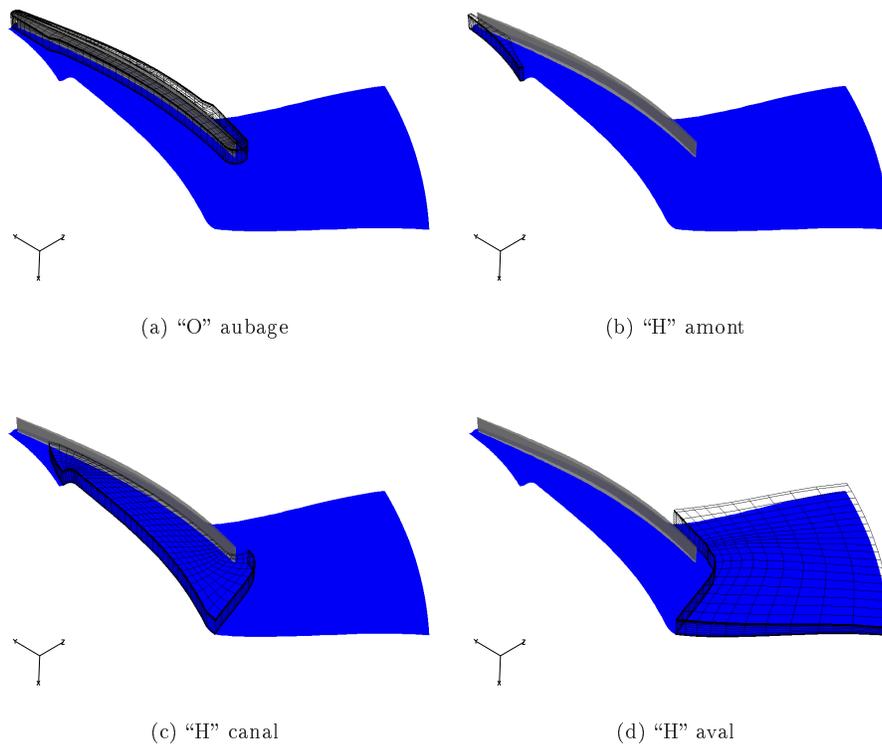


FIG. 3.8 – Maillage du diffuseur du compresseur centrifuge (1pt/3)

Le détail du nombre de points utilisés pour chaque domaine et dans chacune des directions est précisé dans le tableau 3.2.

	i	j	k
stator "O" aubage	256	21	57
stator "H" amont	5	59	57
stator "H" canal	103	29	57
stator "H" aval	31	59	57

TAB. 3.2 – Caractéristiques maillage diffuseur

3.2.3.2 Données

La base de données instationnaires est constituée d'une série d'instantanés formant un cycle complet de simulation instationnaire. Elle a été obtenue par le code 3D CANARI "Comet" de l'ONERA et est composée de 95 instantanés représentant une période. Les variables aérodynamiques stockées pour chaque instant sur le maillage détaillé précédemment sont : la masse volumique ρ , les trois composantes de la vitesse ρu_i dans un repère cartésien ainsi que l'énergie totale ρE_t . Ces grandeurs sont données dans le repère absolu et permettent d'accéder à toutes les grandeurs aérodynamiques détaillées en annexe A.

Deuxième partie

Développement d'un modèle de tensions déterministes

Chapitre 4

Équations de transport des tensions déterministes

Cette deuxième partie présente les différentes étapes de la modélisation des tensions déterministes proposée dans ce travail de thèse. Avant de détailler ces différentes étapes, à savoir, l’écriture des équations de transport dans ce présent chapitre, puis les différentes fermetures proposées pour les termes inconnus de ces équations dans le chapitre 5, nous allons revenir brièvement sur d’autres modélisations testées au cours de ce travail.

Nous avons évoqué dans les deux premiers chapitres de ce document, une similitude entre les tensions déterministes liées aux interactions de type rotor-stator et les tensions de Reynolds représentatives des phénomènes turbulents. C’est pourquoi nous avons axé notre recherche de modélisations des tensions déterministes sur des analogies avec les modélisations turbulentes existantes. Nous avons notamment testé dans un premier temps de nombreux modèles présents dans la littérature, de type viscosité de la turbulence, ou encore à une ou deux équations de transport, linéaires ou non, au travers d’une hypothèse équivalente à l’hypothèse de Boussinesq utilisée en turbulence. On citera parmi les modèles testés, ceux de Rodi [49], Leschziner [38], Pourahmadi [46], Lakshminarayana [32], Speziale [56] et Taveau-Fick [57].

Ces différentes modélisations, appliquées au cas des tensions déterministes, n’ont pas donné de résultats probants sur l’obtention des tensions déterministes en comparaison de celles issues de la base de données instationnaires. C’est pourquoi ces différents modèles ne sont pas détaillés et présentés dans ce document. Les résultats incorrects obtenus par ces différentes modélisations semblent être liés aux difficultés rencontrées pour établir une “viscosité déterministe” par analogie avec la viscosité turbulente utilisée pour l’application de ces modèles dans leur contexte original. Ceci peut être justifié par le fait que les échanges entre le champ fluctuant déterministe et le champ moyen sont importants. Par conséquent, les termes de production dans ces modélisations doivent être réversibles, ce qui implique de fortes variations de la “viscosité déterministe” et donc une grande difficulté à établir celle-ci. En particulier, nous avons observé qu’une valeur strictement positive de la “viscosité déterministe” n’est pas un bon choix.

Nous avons alors choisi d’orienter le développement d’un nouveau modèle, toujours par analogie avec la turbulence, vers un modèle à équations de transport pour chaque composante des tensions déterministes. En turbulence, ces modèles, à équations de transport des tensions de Reynolds, s’avèrent plus généraux que les modèles algébriques, ou à une ou deux équations de transport par une description plus réaliste des phénomènes turbulents. La contrepartie de ce type modélisation, est une plus grande difficulté de mise au point car les hypothèses de fermetures et les constantes sont plus nombreuses à déterminer.

Pour commencer, nous détaillons l’écriture des équations de transport de tensions déterministes dans la section 4.1 de ce chapitre, puis nous analysons les différents termes de ces équations dans

la section 4.2 pour les deux cas test présentés dans le chapitre 3.

4.1 Équations de transport

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les différents modèles algébriques et à une ou deux équations de transport testés n'ont pas aboutis à des résultats probants. Il paraît judicieux encore une fois de revenir à la similitude qui existe entre les tensions de Reynolds et les tensions déterministes et donc d'essayer d'écrire les équations de transport complètes des tensions déterministes.

4.1.1 Écriture des équations de transport

Par analogie avec la modélisation en turbulence, nous écrivons tout d'abord, l'équation de quantité de mouvement moyennée à l'aide de la moyenne d'ensemble détaillée dans le chapitre 2 et son équation moyennée temporellement :

$$\frac{\partial \overline{\rho^e \widetilde{U}_i^e}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho^e \widetilde{U}_i^e \widetilde{U}_k^e}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{\rho u_i' u_k'^e}}{\partial x_k} = - \frac{\partial \overline{P^e}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ik}^e}}{\partial x_k} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho^t \widetilde{U}_i^t}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho^t \widetilde{U}_i^t \widetilde{U}_k^t}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{\rho u_i' u_k'^t}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_k''^t}}{\partial x_k} = - \frac{\partial \overline{P^t}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ik}^t}}{\partial x_k} \quad (4.2)$$

En soustrayant (4.2) à (4.1) on obtient l'équation de Navier-Stokes régissant le mouvement fluctuant déterministe :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_i''}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \widetilde{U}_i^t u_k'' + \rho u_i'' \widetilde{U}_k^t + \rho u_i'' u_k'' \right] \\ + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u_i' u_k'^e} - \overline{\rho u_i' u_k'^t} \right] - \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_k''^t}}{\partial x_k} = - \frac{\partial p''}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}''}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Si on note Σ_i cette équation (4.3), on forme l'équation moyennée $\overline{u_i'' \Sigma_j + u_j'' \Sigma_i^t}$ pour obtenir l'équation de transport relative à la corrélation déterministe $\overline{\rho u_i'' u_j''^t}$. En faisant apparaître les groupements suivants :

$$\left\{ \begin{aligned} u_i'' \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_j'' \widetilde{U}_k^t + u_j'' \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_i'' \widetilde{U}_k^t &= \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i'' u_j'' \widetilde{U}_k^t) \\ u_i'' \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_k'' \widetilde{U}_j^t + u_j'' \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_k'' \widetilde{U}_i^t &= \rho u_i'' u_k'' \frac{\partial \widetilde{U}_j^t}{\partial x_k} + \rho u_j'' u_k'' \frac{\partial \widetilde{U}_i^t}{\partial x_k} \\ u_i'' \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_j'' u_k'' + u_j'' \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_i'' u_k'' &= \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i'' u_j'' u_k'') \end{aligned} \right. \quad (4.4)$$

on a finalement l'équation de transport :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''^t}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_i'' u_j''^t \widetilde{U}_k^t} \right) = & - \frac{\overline{\rho u_i'' u_k''^t}}{\partial x_k} \frac{\partial \widetilde{U}_j^t}{\partial x_k} - \frac{\overline{\rho u_j'' u_k''^t}}{\partial x_k} \frac{\partial \widetilde{U}_i^t}{\partial x_k} \\ & - u_i'' \frac{\partial p''^t}{\partial x_j} - u_j'' \frac{\partial p''^t}{\partial x_i} \\ & + u_i'' \frac{\partial \tau_{jk}''^t}{\partial x_k} + u_j'' \frac{\partial \tau_{ik}''^t}{\partial x_k} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''^t} \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Après simplification, en supprimant l'indice t de la moyenne temporelle pour alléger l'écriture et en décomposant le terme relatif à la fluctuation de pression déterministe, on obtient l'équation de transport de la corrélation déterministe $\overline{\rho u_i'' u_j''}$ suivante :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''} \widetilde{U}_k}{\partial x_k}}_{C_{ij}} = & - \underbrace{\frac{\overline{\rho u_i'' u_k''} \partial \widetilde{U}_j}{\partial x_k} - \frac{\overline{\rho u_j'' u_k''} \partial \widetilde{U}_i}{\partial x_k}}_{P_{ij}} \\
 & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \overline{p'' u_i''} \delta_{jk} + \overline{p'' u_j''} \delta_{ik} \right)}_{T_{ij} + D_{ij}} \\
 & + \underbrace{\overline{p''} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \overline{p''} \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}}_{R_{ij}} + \underbrace{u_i'' \frac{\partial \tau_{jk}''}{\partial x_k} + u_j'' \frac{\partial \tau_{ik}''}{\partial x_k}}_{\epsilon_{ij}} \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

4.1.2 Description des différents termes

L'équation de transport (4.6), valable pour les six composantes du tenseur des corrélations déterministes, fait apparaître les six termes suivants :

- C_{ij} : terme de convection $\frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''} \widetilde{U}_k}{\partial x_k}$
- P_{ij} : terme de production $-\overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_k}$
- T_{ij} : terme de diffusion par les fluctuations de vitesse $-\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} \right)$
- D_{ij} : terme de diffusion par les fluctuations de pression $-\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{p'' u_i''} \delta_{jk} + \overline{p'' u_j''} \delta_{ik} \right)$
- R_{ij} : terme de redistribution $\overline{p''} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \overline{p''} \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}$
- ϵ_{ij} : terme visqueux $u_i'' \frac{\partial \tau_{jk}''}{\partial x_k} + u_j'' \frac{\partial \tau_{ik}''}{\partial x_k}$

On trouve tout d'abord, le terme de convection C_{ij} qui correspond au transport des corrélations déterministes par le champ moyen. Ensuite, vient le terme de production P_{ij} qui traduit un échange entre les champs moyen et fluctuant ; il correspond à un terme source tout comme le terme de redistribution R_{ij} . Ce dernier étant responsable d'une redistribution suivant les diverses composantes du tenseur des corrélations déterministes. Puis apparaît un terme de diffusion, qui est en réalité une convection au niveau des agitations déterministes, qui peut être décomposé en deux parties. Une partie diffusion par les fluctuations de vitesse T_{ij} correspondant au gradient d'une corrélation triple et une autre appelée diffusion par les fluctuations de pression D_{ij} faisant intervenir une fluctuation de pression. Enfin, le terme visqueux ϵ_{ij} , autrement nommé terme de "dissipation", qui est responsable du transfert de quantités fluctuantes vers le champ turbulent ou d'une destruction en chaleur.

Revenons à ce niveau au schéma 2.2 de description du modèle SECM, proposé au chapitre 2. Si ϵ_{ij} ne traduit qu'une destruction en chaleur du champ déterministe purement instationnaire, alors il n'existe pas d'échange entre ce champ déterministe et le champ turbulent dans l'espace spectral (schéma 2.3). Plus probablement, on peut supposer que ϵ_{ij} est transféré en grande partie vers le champ turbulent et en constitue donc une production. Cette démarche s'apparente aux modèles multi-échelles en turbulence (Schiestel [50]). On le représente, dans l'espace spectral, par le schéma 4.1.

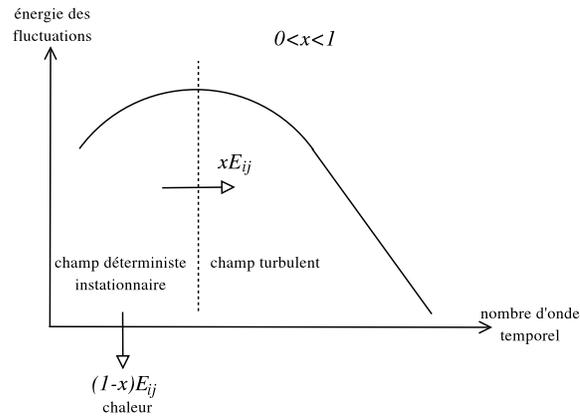


FIG. 4.1 – Schématisation dans l'espace spectral du terme visqueux ϵ_{ij} noté E_{ij} , responsable d'un transfert vers le champ turbulent ou d'une destruction en chaleur

L'équation de transport des tensions déterministes (4.6), telle qu'elle est écrite, correspond à un développement analytique semblable à celui effectué en turbulence. Dans l'état, aucune hypothèse ou simplification, prenant en compte le fait que cette équation régit des tensions déterministes, n'ont encore été réalisées. Il paraît donc essentiel, dans un premier temps, d'analyser plus en détail chaque terme de cette équation, à l'aide de bases de données instationnaires, avant de poursuivre la modélisation des termes inconnus dans un second temps. C'est ce que nous traitons dans la section suivante 4.2 à l'aide des bases de données des deux cas test présentés dans le chapitre 3.

4.2 Analyse des différents termes

Afin d'évaluer l'importance de chacun des termes, convection, production, diffusions, redistribution et dissipation, dans les équations de transport des tensions déterministes, on calcule ceux-ci à l'aide des bases de données instationnaires de la turbine axiale Vega2 et du compresseur centrifuge, puis on trace différentes représentations de ces termes.

4.2.1 Turbine axiale Vega2

L'étude des différents termes de l'équation (4.6) pour chaque composante du tenseur des corrélations déterministes permet de déterminer la part de chaque terme du second membre (production, diffusion, dissipation et redistribution) dans le terme de convection. Pour ce faire, nous représentons la double moyenne azimutale et radiale de chaque composante du tenseur (FIG. 4.2).

Globalement, comme le montre les différentes courbes, les termes de production, diffusion par les fluctuations de pression et redistribution sont les termes dominants du second membre des équations de transport pour chaque composante. Le terme de production ayant une forte contribution dans la zone située entre le bord d'attaque (BA) et le bord de fuite (BF), tandis que les termes de pression (diffusion et redistribution) sont dominants dans une zone s'étendant plus largement de l'amont du rotor à l'aval de la zone aubée avec de fortes valeurs très près du bord d'attaque et du bord de fuite. Toutefois, ces fortes valeurs sont certainement influencées par le maillage, étant donné que des dérivées spatiales sont calculées dans une zone d'interface entre deux domaines. De plus, ces fortes valeurs, de diffusion par les fluctuations de pression et de redistribution, semblent être équivalentes mais de signes opposés. Les termes de diffusion par les fluctuations de vitesse (gradient de corrélations déterministes triples) et visqueux peuvent être considérés dans un premier temps comme négligeables devant les autres. On remarquera cependant que si la dissipation est prise en compte, sa contribution reste faible et relativement constante dans l'ensemble domaine aubé, en particulier, pour les composantes (x,x) , (x,y) , (y,y) et (z,z) . La diffusion par les fluctuations de

vitesse étant, quant à elle, quasiment nulle pour chaque composante.

Les termes de pression jouant un rôle important dans le second membre des équations de transport des tensions déterministes comme nous venons de le voir précédemment ; il paraît donc nécessaire de regarder plus en détail chacun des deux termes faisant intervenir une fluctuation de pression. On représente à nouveau (FIG. 4.3) la moyenne azimutale et radiale des termes de diffusion par les fluctuations de pression et de redistribution pour chaque composante du tenseur des corrélations déterministes. On ajoute à ces tracés, la somme de ces deux termes, c'est-à-dire la corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij} qui s'écrit de la façon suivante :

$$\underbrace{u''_i \frac{\partial p''}{\partial x_j} + u''_j \frac{\partial p''}{\partial x_i}}_{\Pi_{ij}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (p'' u''_i \delta_{jk} + p'' u''_j \delta_{ik})}_{D_{ij}} - \underbrace{p'' \frac{\partial u''_i}{\partial x_j} + p'' \frac{\partial u''_j}{\partial x_i}}_{R_{ij}} \quad (4.7)$$

Les termes de diffusion et de redistribution sont donc importants depuis l'amont de la roue mobile, jusqu'à l'aval du bord de fuite. On remarque des extrema au niveau des zones du bord d'attaque et du bord de fuite. Comme nous l'avons décrit précédemment, ces extrema sont d'amplitude similaire mais de signes opposés. Effectivement, si on observe la courbe représentative de la corrélation vitesse-gradient de pression pour chaque composante, somme de ces deux termes de pression, les zones du bord d'attaque et du bord de fuite ne présentent plus de fortes valeurs. Les termes de diffusion et de redistribution pour les composantes (x,x), (x,y) et (x,z) apportent une contribution à peu près équivalente dans le terme de corrélation vitesse-gradient de pression, tandis que pour les composantes (y,y), (y,z) et (z,z) le terme de redistribution est largement prépondérant. Les termes faisant intervenir une fluctuation de pression nécessitant une fermeture par la suite pour la résolution des équations de transport, il paraît judicieux dans ce cas, étant donnée l'importance de ceux-ci dans la balance monodimensionnelle des termes du premier et du second membre, de proposer une fermeture pour le terme de corrélation vitesse-gradient de pression. Cela afin d'éviter de modéliser séparément, la diffusion par les fluctuations de pression et la redistribution, ce qui aurait pour conséquence d'accentuer certainement les erreurs dues aux imperfections des fermetures. De plus, comme on peut le voir sur les figures 4.3, les tracés de la corrélation vitesse-gradient de pression sont plus lissés que ceux de la diffusion et de la redistribution.

En tenant compte de l'analyse des différents termes établie précédemment, on peut écrire de manière simplifiée l'équation de transport (4.6) des tensions déterministes, en ne conservant que le terme de convection C_{ij} , production P_{ij} et corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij} , sous la forme suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial \rho u''_i u''_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho u''_i u''_j \widetilde{U}_k}{\partial x_k}}_{C_{ij}} \approx \underbrace{-\rho u''_i u''_k \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_k} - \rho u''_j u''_k \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_k}}_{P_{ij}} - \underbrace{u''_i \frac{\partial p''}{\partial x_j} + u''_j \frac{\partial p''}{\partial x_i}}_{\Pi_{ij}} \quad (4.8)$$

Afin de tester la validité de cette équation de transport simplifiée (4.8), la balance des membres de gauche et droite de cette équation est représentée sur les figures 4.4 et 4.5. La figure 4.4 représente la balance monodimensionnelle après application d'une moyenne azimutale et radiale aux termes de convection et à la somme des termes de production et de corrélation vitesse-gradient de pression. La figure 4.5, quant à elle, permet une vision tridimensionnelle de ces termes avec des iso-surfaces pour les faibles et fortes valeurs de ceux-ci ainsi qu'une coupe dans le plan aube-à-aube.

On remarque, sur les tracés (a) à (f) de la figure 4.4, que la balance entre le membre de droite et le membre de gauche de l'équation de transport (4.8) est relativement satisfaisante, pour chaque composante, excepté dans les zones du bord d'attaque (BA) et du bord de fuite (BF) pour des raisons probablement liées au maillage, évoquées précédemment. On retrouve sensiblement les mêmes variations pour les deux membres avec cependant un niveau plus élevé pour le second membre. Cet écart peut s'expliquer par le fait que l'on a négligé le terme visqueux pourtant relativement faible comme constaté sur les figures 4.2. Dans l'équation de transport, le rôle de la dissipation est

“d’évacuer” du champ fluctuant, vers le champ turbulent ou en chaleur, les fluctuations créées par le terme de production. Si on néglige cette dissipation, nécessairement une partie des fluctuations n’est pas détruite et donc le niveau de fluctuation est plus élevé. Cependant l’écart étant relativement faible et constant, dans un premier temps, on peut considérer la balance de ces deux termes satisfaisante.

L’observation des représentations tridimensionnelles de ces différents termes (FIG. 4.5) est essentielle et confirme cette analyse. En effet, la moyenne azimutale et radiale, appliquée au premier membre et second membre de l’équation de transport simplifiée (4.8), peut masquer une partie de l’information plus locale, par compensation de zones de fortes valeurs avec des zones de faibles valeurs. La modélisation des tensions déterministes devant s’inclure dans une simulation tridimensionnelle, il paraît évident que le modèle doit reproduire fidèlement ces informations locales et non se contenter de fournir un niveau moyen correct. On observe un très bon accord entre les deux membres de l’équation de transport pour les composantes (x,x) , (x,z) , (y,y) et (y,z) . Pour les deux autres composantes, (x,y) et (z,z) , l’absence de dissipation se remarque par un écart plus grand entre le premier et le second membre, notamment à proximité des parois solides comme le moyeu, le carter ou la surface des aubes.

Cette première étude de l’équation de transport (4.6) des tensions déterministes, pour le cas test de turbine transsonique, nous a permis d’écrire l’équation de transport sous forme simplifiée (4.8). Les différentes visualisations ont montré que la balance des deux membres de cette équation est acceptable pour continuer à développer le modèle de tensions déterministes dans le cas de la turbine axiale. Cependant il paraît intéressant de vérifier si les simplifications effectuées s’avèrent toujours valides dans le cas du compresseur centrifuge.

4.2.2 Compresseur centrifuge

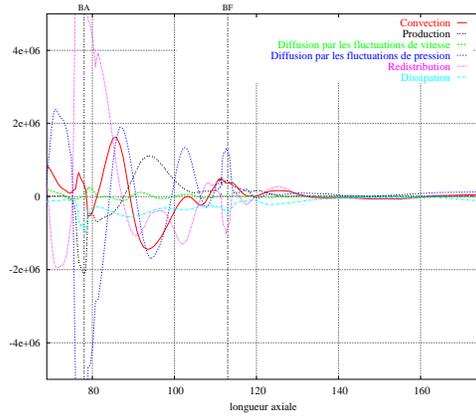
On réalise, à l’aide de la base de données instationnaires du compresseur centrifuge décrit dans le chapitre 3, une analyse des différents termes des équations de transport des tensions déterministes, sur le même principe que l’analyse réalisée dans le cas test de turbine.

La figure 4.6 représente, pour chaque composante du tenseur des corrélations déterministes, la double moyenne azimutale-axiale des différents termes de l’équation de transport des tensions déterministes (4.6), dans des plans perpendiculaires à la direction radiale. Cependant, les termes de pression, diffusion par les fluctuations de pression D_{ij} et redistribution R_{ij} , sont à nouveau regroupés en un terme de corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij} comme décrit par l’équation (4.7). De plus, la diffusion par les fluctuations de vitesse T_{ij} n’est pas représentée du fait de sa très faible valeur en comparaison de celle des autres termes. Les fortes variations observées, pour certains termes et certaines composantes, à l’extrémité droite des courbes, correspondent à des erreurs numériques dues au calcul des gradients et à la procédure de moyenne dans la zone située près du bord de fuite des aubages du diffuseur.

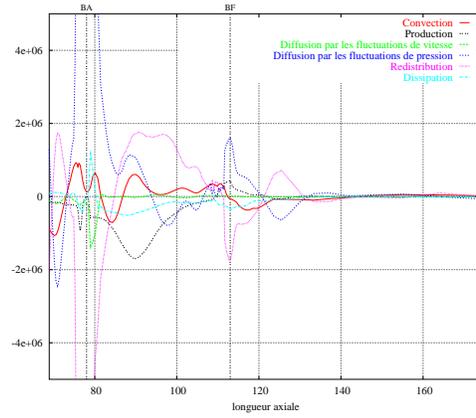
On retrouve, comme pour la turbine axiale, une prédominance du terme de corrélation vitesse-gradient de pression dans le second membre de l’équation. Le terme de production est, quant à lui, relativement important dans la première moitié du canal inter-aubes. À la différence de la turbine axiale, le terme de dissipation se révèle être plus important dans le compresseur, notamment pour les composantes (y,y) et (z,z) . Le niveau de dissipation est assez élevé, mais les variations restent faibles. Il paraît donc intéressant de regarder, de manière plus globale, la balance du premier membre et du second membre de l’équation de transport des tensions déterministes simplifiée (4.8). On obtient les tracés de la figure 4.7.

On observe, sur la figure 4.7, un bon accord, en terme de variation, entre le premier et le second membre de l’équation de transport simplifiée (4.8). En terme de niveau, l’absence de dissipation et des termes τ_{ij} dans le second membre provoque des écarts relativement importants pour certaines composantes, notamment (y,y) et (z,z) . On retrouve donc dans le cas du compresseur centrifuge

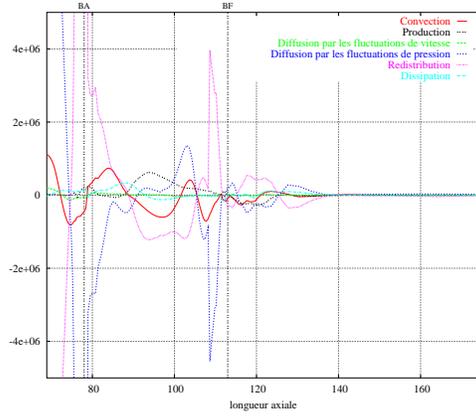
des résultats semblables à ceux observés pour la turbine axiale.



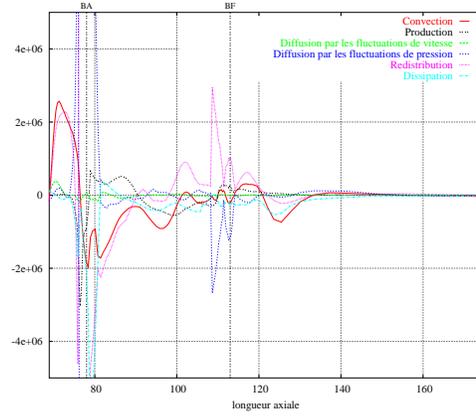
(a) Composante axiale-axiale (x,x)



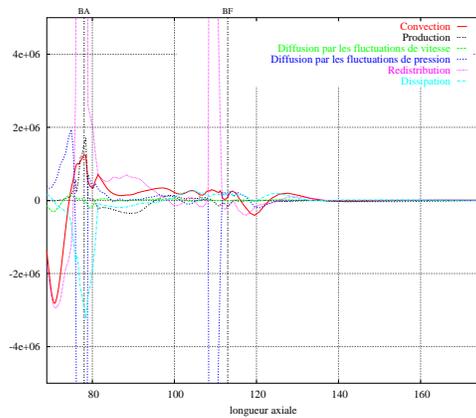
(b) Composante axiale-azimutale (x,y)



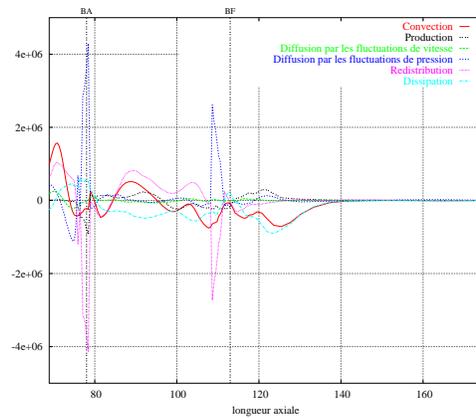
(c) Composante axiale-radiale (x,z)



(d) Composante azimutale-azimutale (y,y)



(e) Composante azimutale-radiale (y,z)



(f) Composante radiale-radiale (z,z)

FIG. 4.2 – Moyenne azimutale et radiale des différents termes des équations de transport des tensions déterministes (convection, production, diffusions, redistribution et dissipation) - Turbine axiale

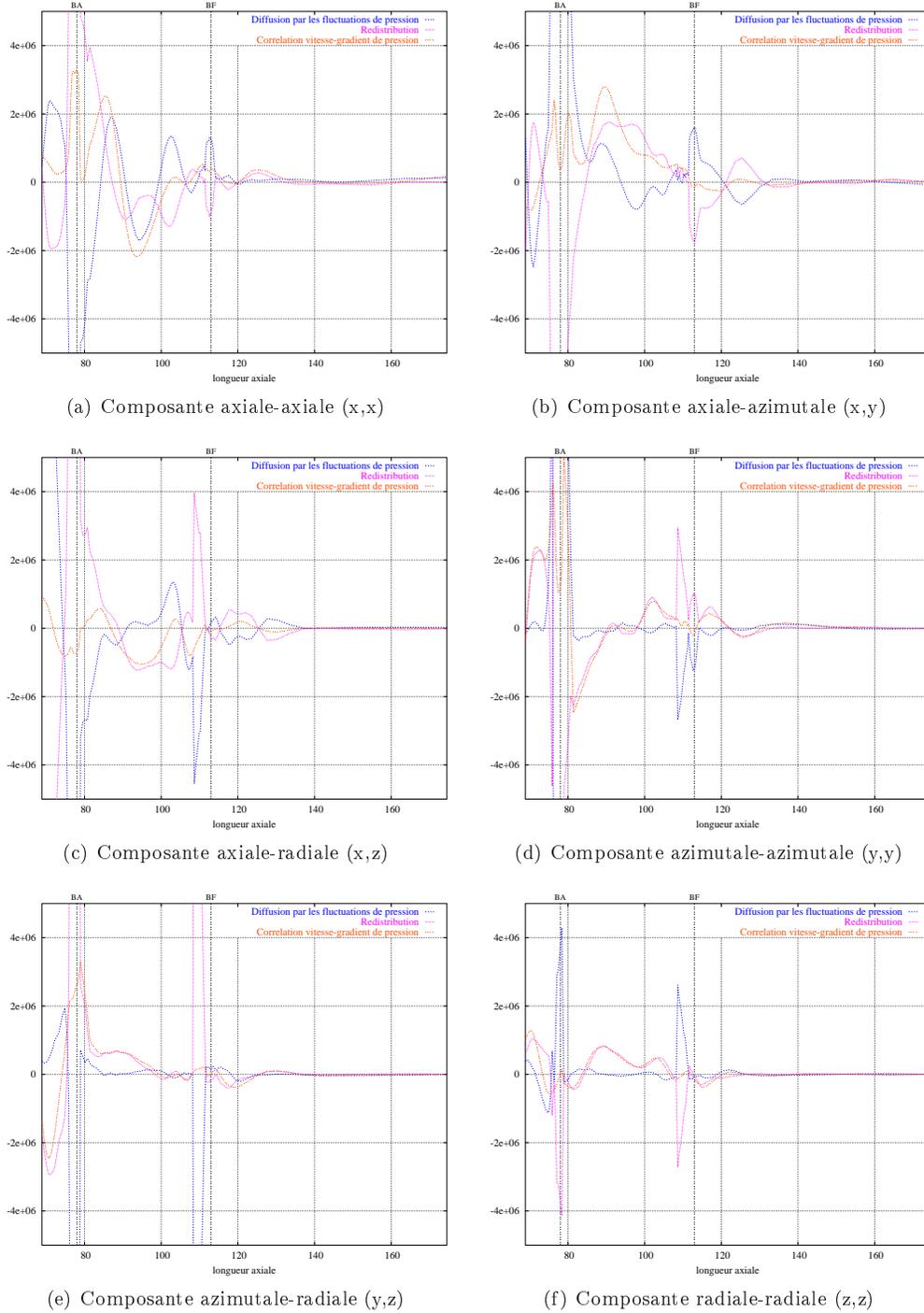
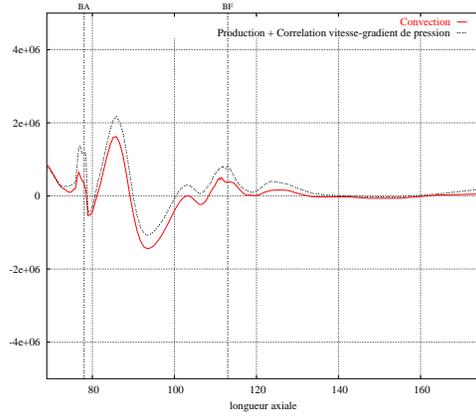
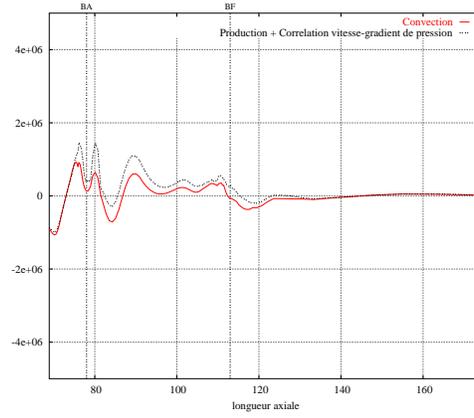


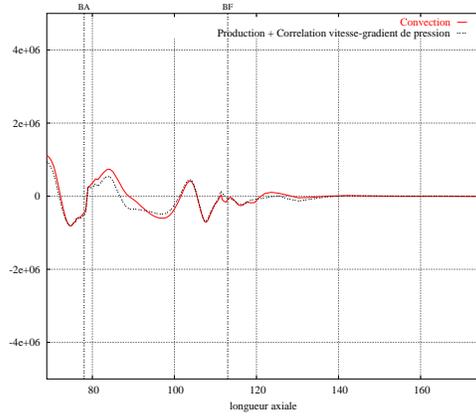
FIG. 4.3 – Moyenne azimutale et radiale des différents termes de pression dans les équations de transport des tensions déterministes (diffusion par les fluctuations de pression D_{ij} , redistribution R_{ij} et corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) - Turbine axiale



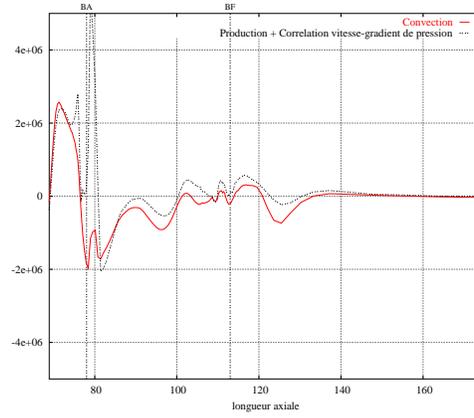
(a) Composante axiale-axiale (x,x)



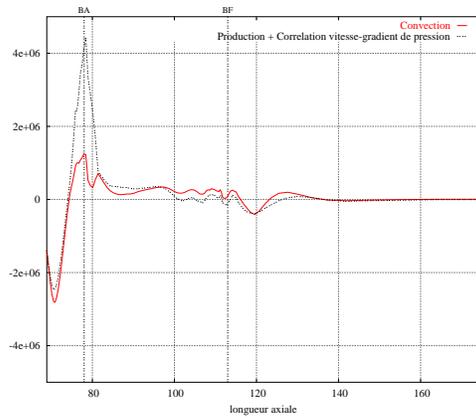
(b) Composante axiale-azimutale (x,y)



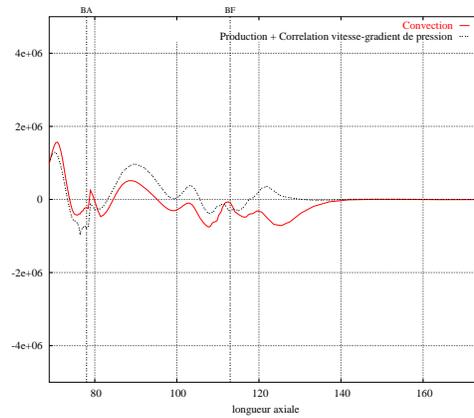
(c) Composante axiale-radiale (x,z)



(d) Composante azimutale-azimutale (y,y)



(e) Composante azimutale-radiale (y,z)



(f) Composante radiale-radiale (z,z)

FIG. 4.4 – Balance monodimensionnelle du premier membre (convection C_{ij}) et du second membre simplifié (production P_{ij} + corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) des équations de transport des tensions déterministes - Turbine axiale

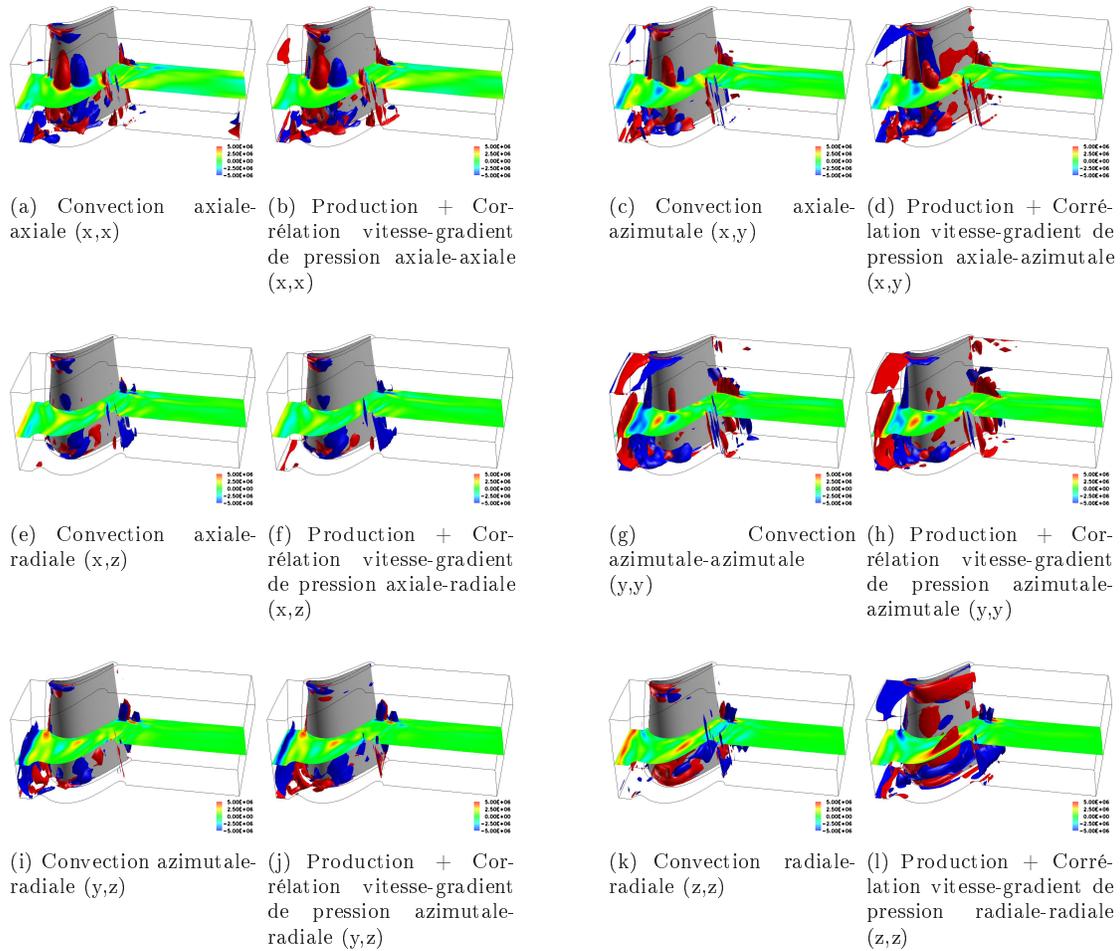
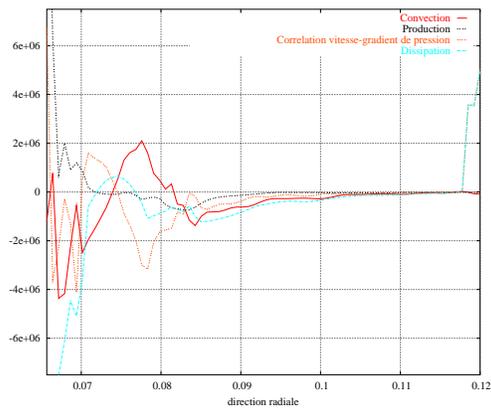
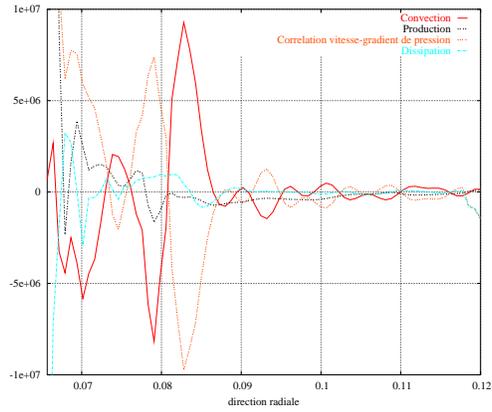


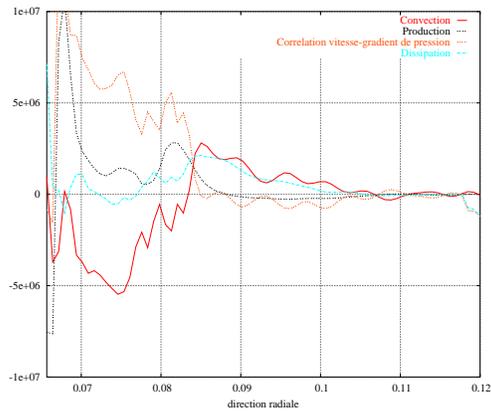
FIG. 4.5 – Représentation tridimensionnelle du premier membre (convection C_{ij}) et du second membre simplifié (production P_{ij} + corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) des équations de transport des tensions déterministes - Turbine axiale



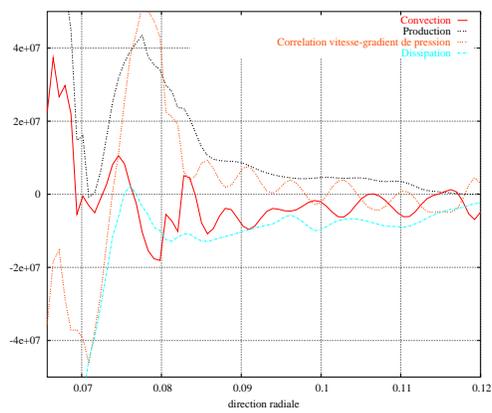
(a) Composante axiale-axiale (x,x)



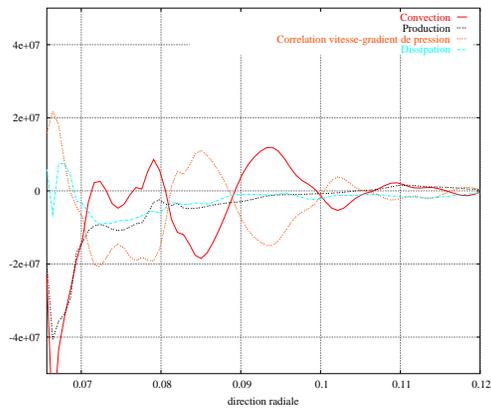
(b) Composante axiale-azimutale (x,y)



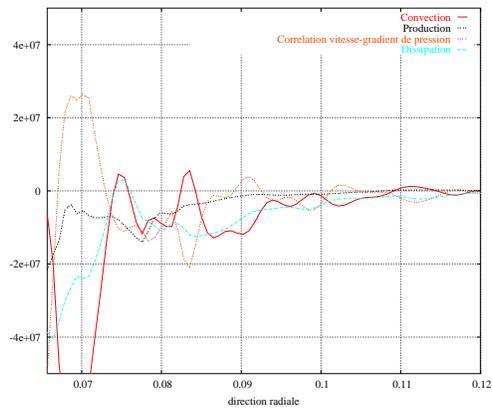
(c) Composante axiale-radiale (x,z)



(d) Composante azimutale-azimutale (y,y)



(e) Composante azimutale-radiale (y,z)



(f) Composante radiale-radiale (z,z)

FIG. 4.6 – Balance monodimensionnelle des différents termes des équations de transport des tensions déterministes (convection, production, corrélation vitesse-gradient de pression et dissipation) dans des plans perpendiculaires à la direction radiale - Compresseur centrifuge

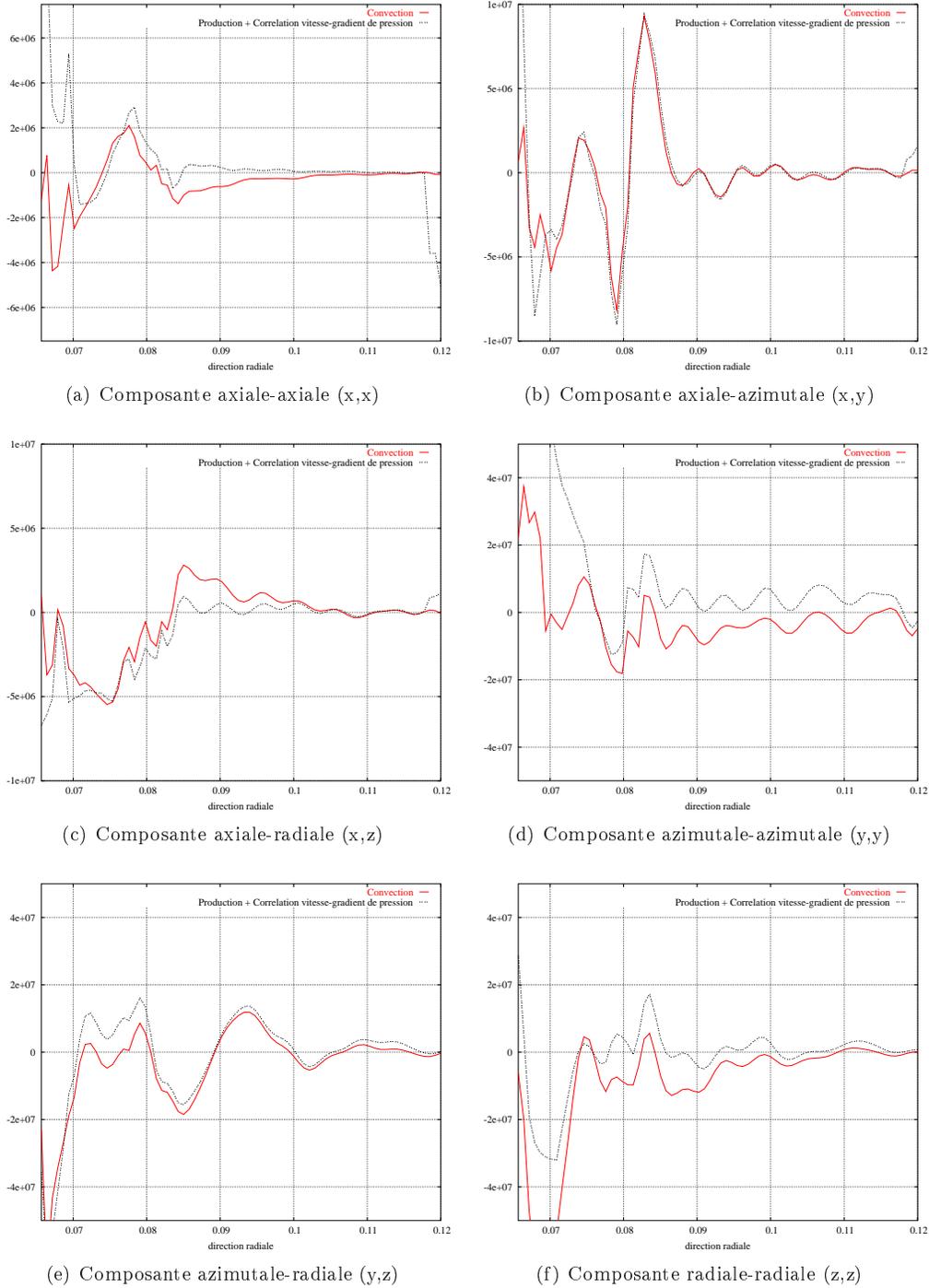


FIG. 4.7 – Balance monodimensionnelle du premier membre (convection C_{ij}) et du second membre simplifié (production P_{ij} + corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij}) des équations de transport des tensions déterministes dans des plans perpendiculaires à la direction radiale - Compresseur centrifuge

4.3 Bilan sur les équations de transport

Nous avons écrit, dans la première section de ce chapitre, l'équation de transport complète des tensions déterministes (4.6), valable pour les six composantes du tenseur des corrélations déterministes. L'étude détaillée des différents termes de cette équation de transport, dans le cas de la turbine axiale et du compresseur centrifuge, nous a conduit à simplifier celle-ci en formulant plusieurs hypothèses.

Tout d'abord, le terme de diffusion par les fluctuations de vitesse T_{ij} , ou gradient de corrélations triples, a été négligé du fait de sa très faible valeur par rapport aux autres termes. L'impact de ce terme sur la balance globale du premier et second membre de l'équation de transport étant négligeable.

Ensuite, par observation des différents termes contenant une fluctuation de pression, à savoir la diffusion par les fluctuations de pression D_{ij} et la redistribution R_{ij} , nous avons choisi de regrouper ces deux termes en un seul terme de corrélation vitesse-gradient de pression Π_{ij} , afin d'avoir une seule fermeture à proposer par la suite.

Enfin, bien qu'elle ne soit pas négligeable pour toutes les composantes du tenseur des corrélations déterministes, nous avons choisi, dans un premier temps, de ne pas tenir compte de la dissipation ϵ_{ij} dans l'équation de transport simplifiée. Il est en effet délicat de se prononcer sur la part du terme visqueux qui correspond à une production directe de chaleur ou à un transfert intermédiaire vers le champ turbulent. Dans ce dernier cas, il nous faudrait modifier le modèle de turbulence en introduisant une production supplémentaire représentée par $(-xE_{ij})$ sur le schéma 4.1 d'après Schiestel [50]. Nous avons choisi, dans un premier temps, d'ignorer ce point, étant donné l'inconnue sur la valeur de la variable x .

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j'' \widetilde{U}_k}}{\partial x_k} \approx -\overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_k} - u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j} - u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i} \quad (4.9)$$

Dans cette équation de transport, le terme de corrélation vitesse-gradient de pression est une nouvelle inconnue du problème. Disposant déjà de six tensions déterministes inconnues pour six équations de transport, le système comporte alors trop d'inconnues. Il est qualifié de système ouvert et ne peut pas être résolu en l'état. Il faut donc chercher à fermer le problème en proposant une modélisation de la corrélation vitesse-gradient de pression tenant compte uniquement de grandeurs connues, comme celles issues du champ moyen, et des inconnues du système, à savoir les six tensions déterministes. C'est ce que nous détaillons dans le prochain chapitre.

Chapitre 5

Fermeture du modèle de tensions déterministes

Nous avons écrit dans le chapitre 4 de ce document, les équations de transport des tensions déterministes. Après avoir établi plusieurs hypothèses et réalisé quelques simplifications, nous avons obtenu l'équation de transport simplifiée (4.9), valable pour les six composantes du tenseur des corrélations déterministes. Comme nous l'avons vu précédemment, afin de fermer le système d'équations, il est nécessaire de trouver une modélisation pour le terme de corrélation vitesse-gradient de pression qui demeure une inconnue du problème. C'est ce que nous détaillons dans la section suivante 5.1, où nous proposons deux fermetures pour ce terme de corrélation, dont le développement a constitué une majeure partie de ce travail de thèse.

A ce stade, le modèle pour les tensions déterministes n'est pas complètement établi. En effet, la résolution des équations de transport des tensions déterministes associées à une fermeture de la corrélation vitesse-gradient de pression nous donne accès aux tensions déterministes mécaniques $\overline{\rho u_i'' u_j''}$. Cependant, les équations du champ moyenné, détaillées dans le chapitre 2, section 2.1.3, font apparaître des corrélations d'énergie déterministes $\overline{\rho h_0'' u_j''}$ également appelées "flux d'énergie déterministes". Ces corrélations sont aussi des inconnues supplémentaires du problème. Ainsi, nous proposons une modélisation de celles-ci dans la section 5.2 de ce chapitre.

5.1 Fermetures de la corrélation vitesse-gradient de pression

Dans cette première section, nous présentons deux fermetures pour la corrélation vitesse-gradient de pression. La première, développée au début de ce travail, donne des résultats encourageants pour le cas test de turbine axiale, mais s'avère incorrecte dans le cas du compresseur centrifuge. C'est pourquoi, une deuxième fermeture est proposée, conduisant à des résultats semblables à ceux obtenus avec la première fermeture sur le cas test de turbine, mais améliorant les résultats obtenus avec le compresseur.

5.1.1 Hypothèses et description des fermetures

Les deux fermetures proposées pour la corrélation vitesse-gradient de pression reposent sur des hypothèses permettant de relier la corrélation inconnue à des grandeurs connues issues du champ moyen ou aux tensions déterministes mécaniques, principales inconnues du système. Dans la corrélation vitesse-gradient de pression, dont nous rappelons l'expression ci-dessous, la principale grandeur à déterminer demeure la fluctuation déterministe de pression p'' .

$$\overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i}} \quad (5.1)$$

La détermination d'une fluctuation de pression pourrait s'apparenter à un problème typique d'acoustique. On pourrait alors essayer de déterminer une modélisation de la fluctuation de pression déterministe par analogie avec les méthodes existantes en acoustique. Nous avons évalué cette possibilité, cependant, la plupart des méthodes acoustiques reposent sur la notion de sources ponctuelles, surfaciques ou volumiques. Ainsi de nombreuses méthodes utilisent la connaissance des fluctuations de pression aux frontières d'un domaine pour déterminer la fluctuation de pression en un point particulier. Dans notre cas, nous ne connaissons pas les fluctuations de pression déterministes sur les frontières du domaine étudié. Il nous est alors difficile de faire le parallèle entre les méthodes acoustiques et notre problème. Nous cherchons un modèle local permettant de relier les fluctuations de pression déterministes au champ moyen local.

5.1.1.1 Hypothèse 1

La première hypothèse que nous formulons pour déterminer la fluctuation de pression déterministe p'' , hypothèse identique pour les deux fermetures, résulte de la loi d'état des gaz parfaits :

$$P = \rho r T \quad (5.2)$$

En considérant les fluctuations déterministes, et en négligeant le produit $\rho'' \cdot T''$ devant $\bar{\rho} \cdot \bar{T}$, on obtient :

$$\frac{p''}{\bar{P}} \approx \frac{\rho''}{\bar{\rho}} + \frac{T''}{\bar{T}} \quad (5.3)$$

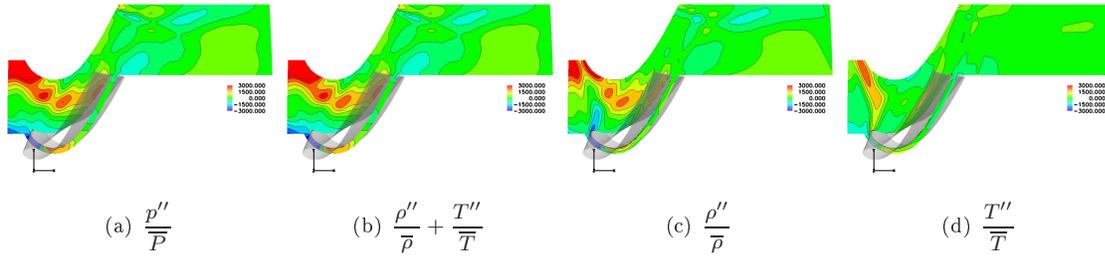


FIG. 5.1 – Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes de l'équation (5.3) pour la turbine axiale à l'instant $T/2$

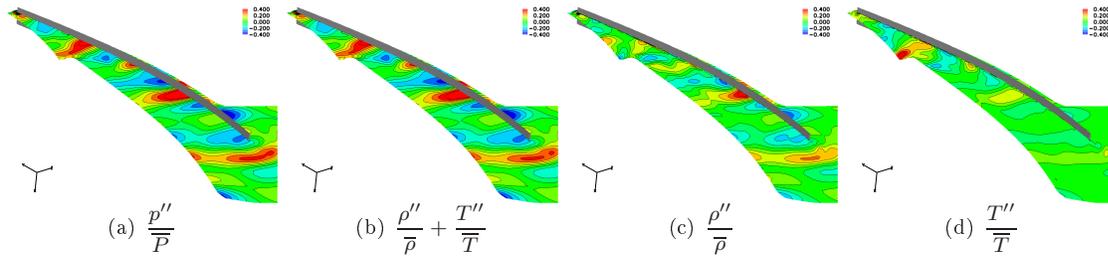


FIG. 5.2 – Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes de l'équation (5.3) pour le compresseur centrifuge à l'instant $T/2$

Les figures 5.1 et 5.2 représentent les différents termes de l'équation (5.3) issue de la loi des gaz parfaits. Ils sont calculés pour un instant donné équivalent à la moitié de la période de rotation à partir des bases de données instationnaires. La figure 5.1 représente des coupes à mi-envergure pour le rotor de la turbine axiale Vega2, tandis que la figure 5.2 représente des coupe à mi-envergure pour le diffuseur du compresseur centrifuge. Ces observations, valables à un instant donné mais représentatives des phénomènes en jeu, permettent de valider l'équation (5.3). En effet, si on compare

les figures 5.1(a) et 5.1(b) ainsi que les figures 5.2(a) et 5.2(b), on remarque que l'approximation faite pour écrire l'équation (5.3) est valide : les fluctuations $\rho'' \cdot T''$ sont négligeables devant $\bar{\rho} \cdot \bar{T}$ puisque l'accord entre le premier et le second membre est excellent.

Les figures 5.1(c) et (d), et 5.2(c) et (d), permettent de visualiser le second membre décomposé de l'équation (5.3). On peut alors déterminer l'influence des effets de compressibilité et thermique sur la fluctuation de pression. Il apparaît que, dans les deux configurations étudiées, la fluctuation de masse volumique ρ'' joue un rôle plus important que la fluctuation de température T'' , sauf à proximité du bord d'attaque. Elle joue un rôle prépondérant dans le canal inter-aubes. Les structures observées sur les figures 5.1(c) et 5.2(c) étant relativement proches de celles observées sur les figures 5.1(a) et 5.2(a), avec cependant un niveau légèrement inférieur. Nous considérons donc que la conséquence principale de la fluctuation de pression p'' est de générer un effet de compressibilité $\frac{\rho''}{\bar{\rho}}$, tandis que la fluctuation de température $\frac{T''}{\bar{T}}$ est négligée dans un premier temps. Autrement dit, la fluctuation de pression génère plus d'effets volumiques que d'effets thermiques. En première approximation, on peut donc estimer que la fluctuation de pression s'écrit :

$$p'' \approx \bar{P} \frac{\rho''}{\bar{\rho}} \quad (5.4)$$

Afin de relier cette fluctuation de pression à une fluctuation de vitesse, on utilise l'équation de conservation de la masse, que l'on écrit en compressible, pour un champ instantané, sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \vec{u}) \quad (5.5)$$

En considérant la fluctuation de masse volumique déterministe, en négligeant $\text{div}(\rho'' \vec{U})$ devant $\text{div}(\bar{\rho} \vec{u}'')$, et en reliant la dérivée temporelle à une échelle de temps dt , on obtient :

$$\rho'' \approx -dt \cdot \text{div}(\bar{\rho} \vec{u}'') \quad (5.6)$$

On admet effectivement, d'après la figure 5.3 que le terme $\text{div}(\rho'' \vec{U})$ est suffisamment faible dans le canal inter-aubes devant le terme $\text{div}(\bar{\rho} \vec{u}'')$ pour pouvoir le négliger. Cette représentation à l'instant $T/2$ est caractéristique des autres instants. On peut appliquer la même simplification dans le cas du compresseur centrifuge. À noter que cette simplification est erronée dans la zone du choc fort qui apparaît en aval du canal sur l'extrados des aubes : la vibration du choc induit en effet une forte variation temporelle de masse volumique.

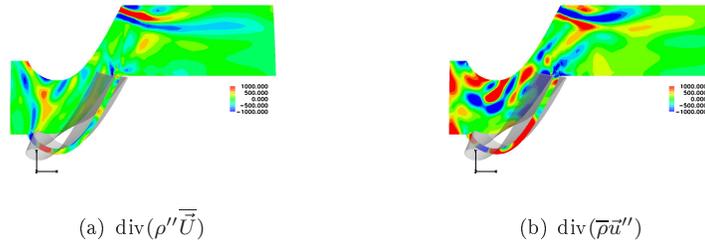


FIG. 5.3 – Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes $\text{div}(\rho'' \vec{U})$ et $\text{div}(\bar{\rho} \vec{u}'')$ pour la turbine transsonique à l'instant $T/2$

En reportant l'équation (5.6) dans l'équation (5.4), on écrit la fluctuation de pression déterministe de la manière suivante :

$$p'' \approx -dt \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho} u_i'' \right) \quad (5.7)$$

avec dt une échelle de temps qui devra être déterminée.

5.1.1.2 Hypothèse 2

Pour la seconde hypothèse, nous écrivons une équation homogène qui relie les gradients des moments instationnaires au gradient de pression moyenne. L'hypothèse de base étant de considérer que l'effet dominant du gradient de pression moyenne est de générer un moment instationnaire suivant les mêmes directions que le gradient.

$$\frac{\partial \rho u_i''}{\partial x_j} \approx -\rho u_i'' \frac{1}{\bar{P}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} = -\rho u_i'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_j} \quad (5.8)$$

La représentation graphique de cette hypothèse, d'après la base de données instationnaires, sous forme bidimensionnelle ou tridimensionnelle, à un instant donné, ne permet pas de conclure à la validité de celle-ci. En effet, l'étude rationnelle de cette hypothèse conduirait à observer les 9 composantes de cette matrice, pour chacun des 100 instants de la base de données instationnaires. Contrairement aux premières hypothèses décrites dans cette section, où les instants représentés étaient caractéristiques des autres instants, on ne peut arriver à la même conclusion avec cette hypothèse. Cependant, l'utilisation de cette hypothèse, au sein de termes moyennés temporellement, peut nous permettre de conclure à la validité de celle-ci, ou tout du moins, à sa capacité à reproduire certains phénomènes physiques.

On écrit, dans un premier temps, la corrélation vitesse-gradient de pression (5.1), à l'aide de l'équation (5.7), sous la forme :

$$\overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i}} \approx \overline{-dt \frac{\bar{P}}{\rho} u_i'' \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_k'' \right)} - \overline{dt \frac{\bar{P}}{\rho} u_j'' \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_k'' \right)} \quad (5.9)$$

Cette équation (5.9) est obtenue en considérant les termes $A_i = \left(\sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_k'' \right) \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} \frac{1}{\bar{\rho}} \right)$ négligeables devant les termes $B_i = \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} \rho u_k'' \right)$. Cette hypothèse est vérifiée sur la figure 5.4 pour l'instant $T/2$ à mi-envergure du canal inter-aubes de la turbine transsonique pour la composante $x_i = x$. Encore une fois, elle reflète les résultats obtenus à d'autres instants, pour d'autres composantes.

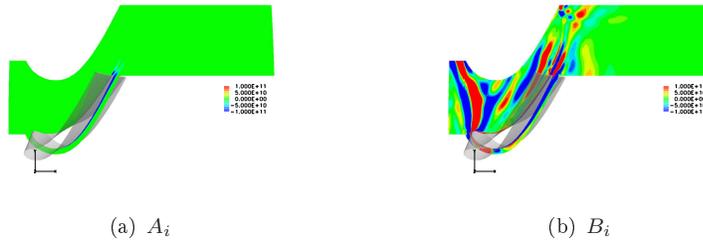


FIG. 5.4 – Coupe à mi-envergure - Évaluation des termes A_i et B_i pour la turbine transsonique à l'instant $T/2$

En introduisant la deuxième hypothèse (5.8) dans l'équation (5.9), on obtient alors l'équation suivante :

$$\overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i}} \approx dt \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \overline{u_i'' \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sum_k \rho u_k'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k} \right)} + dt \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \overline{u_j'' \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_k \rho u_k'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k} \right)} \quad (5.10)$$

5.1.1.3 Fermeture 1

L'équation (5.10) constitue la base de départ des deux fermetures que nous avons développées et testées au cours de ce travail de thèse. La corrélation de vitesse-gradient de pression ne peut pas encore être déterminée à partir de l'équation (5.10), puisqu'il subsiste encore des inconnues. La première fermeture que nous proposons repose sur une simplification des dérivées spatiales $\partial/\partial x_i$ et $\partial/\partial x_j$. Nous associons les dérivées spatiales les plus externes du second membre à une échelle de longueur L , caractéristique d'une longueur géométrique propre à la machine. On choisit également de relier l'échelle de temps dt à la vitesse de rotation ω de la machine. On obtient donc :

$$\overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i}} \approx \frac{C_{ij} \bar{P}}{\omega L \bar{\rho}} \left[\sum_k \left(\overline{\rho u_i'' u_k'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k}} \right) + \sum_k \left(\overline{\rho u_j'' u_k'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k}} \right) \right] \quad (5.11)$$

où C_{ij} est une constante dépendant de chaque composante du tenseur des corrélations déterministes, introduite afin de conserver les effets liés à la non-uniformité des dérivées spatiales dans chaque direction.

Pour l'échelle de longueur L , nous utilisons dans le cas test de turbine axiale le pas inter-aubes g du rotor. Ceci est justifié par le fait que les effets instationnaires sont principalement dus au tronçonnage des sillages issus du stator par les aubages du rotor. Ce tronçonnage amplifie les fluctuations de vitesse, et la taille des structures concernées est fortement liée au pas inter-aubes. Celui-ci s'exprime de la façon suivante :

$$g = \frac{2\pi R}{N_{rotor}} \quad (5.12)$$

avec R la distance à l'axe de la machine et N_{rotor} , le nombre d'aubes constituant le rotor.

La première fermeture établie pour le terme de corrélation vitesse-gradient de pression s'écrit donc :

$$\overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i}} \approx \frac{C_{ij} N_{rotor} \bar{P}}{2\pi\omega R \bar{\rho}} \left[\sum_k \left(\overline{\rho u_i'' u_k'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k}} \right) + \sum_k \left(\overline{\rho u_j'' u_k'' \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k}} \right) \right] \quad (5.13)$$

Cette fermeture fait apparaître uniquement des grandeurs connues, liées au champ moyen comme la pression et la masse volumique ou caractéristiques du fonctionnement de la machine, et des tensions déterministes, inconnues du problème. La validation numérique de cette fermeture, à l'aide des bases de données instationnaires des cas test de turbine et de compresseur, constitue l'objet de la section 5.1.2 de ce chapitre.

5.1.1.4 Fermeture 2

L'analyse numérique de la première fermeture pour la corrélation vitesse-gradient de pression, détaillée dans la section 5.1.2, montre que cette fermeture donne de très bons résultats dans le cas de la turbine axiale, mais s'avère incorrecte dans le cas du compresseur centrifuge. C'est pourquoi nous avons développé une deuxième fermeture, pour essayer d'améliorer les résultats obtenus pour le compresseur.

À partir de l'équation (5.10), la première fermeture repose sur une simplification des dérivées spatiales $\partial/\partial x_i$ et $\partial/\partial x_j$. Nous pensons que dans le cadre du compresseur, les proportions géométriques du canal inter-aubes ayant de grandes disparités suivant la direction considérée, la dérivée spatiale d'une grandeur est fortement influencée par la direction prise en compte. Ainsi, nous choisissons de ne pas appliquer cette simplification pour cette deuxième fermeture, mais de développer complètement le second membre de l'équation (5.10). On obtient alors pour la partie (i, j) de la corrélation vitesse-gradient de pression (la partie (j, i) s'obtenant directement par permutation des indices) :

$$\overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} \approx dt \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \overline{u_i'' \sum_k \left(\frac{\partial \rho u_k''}{\partial x_j} \frac{\partial \text{Log} \bar{P}}{\partial x_k} + \rho u_k'' \frac{\partial^2 \text{Log} \bar{P}}{\partial x_j \partial x_k} \right)} \quad (5.14)$$

On introduit alors de nouveau la deuxième hypothèse (5.8) dans cette équation (5.14) :

$$\overline{u''_i \frac{\partial p''}{\partial x_j}} \approx dt \frac{\overline{P}}{\overline{\rho}} \left[\sum_k \left(-\overline{\rho u''_i u''_k} \frac{\partial \text{Log} \overline{P}}{\partial x_k} \frac{\partial \text{Log} \overline{P}}{\partial x_j} \right) + \sum_k \left(\overline{\rho u''_i u''_k} \frac{\partial^2 \text{Log} \overline{P}}{\partial x_j \partial x_k} \right) \right] \quad (5.15)$$

Finalement, la deuxième fermeture proposée pour la corrélation vitesse-gradient de pression s'écrit :

$$\begin{aligned} \overline{u''_i \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u''_j \frac{\partial p''}{\partial x_i}} &\approx dt \frac{\overline{P}}{\overline{\rho}} \left[\sum_k \left(-\overline{\rho u''_i u''_k} \frac{\partial \text{Log} \overline{P}}{\partial x_k} \frac{\partial \text{Log} \overline{P}}{\partial x_j} \right) + \sum_k \left(\overline{\rho u''_i u''_k} \frac{\partial^2 \text{Log} \overline{P}}{\partial x_j \partial x_k} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_k \left(-\overline{\rho u''_j u''_k} \frac{\partial \text{Log} \overline{P}}{\partial x_k} \frac{\partial \text{Log} \overline{P}}{\partial x_i} \right) + \sum_k \left(\overline{\rho u''_j u''_k} \frac{\partial^2 \text{Log} \overline{P}}{\partial x_i \partial x_k} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

Pour la validation numérique de cette fermeture, l'échelle de temps dt est reliée, comme pour la première fermeture, à la vitesse de rotation de la machine ω . Cette échelle de temps $dt = \frac{C}{\omega}$, où C est une constante arbitraire, est considérée comme constante dans tout le canal inter-aubes.

5.1.2 Validation numérique

L'objectif de cette section est de valider à l'aide des bases de données instationnaires, les différentes fermetures proposées précédemment. On représente donc pour chaque cas test, et pour chaque composante (i, j) , le terme exact de corrélation vitesse-gradient de pression $\overline{u''_i \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u''_j \frac{\partial p''}{\partial x_i}}$ ainsi que les deux fermetures développées dans les paragraphes 5.1.1.3 et 5.1.1.4. On choisit d'utiliser des visualisations tridimensionnelles de ces différents termes étant donné le caractère fortement tridimensionnel des phénomènes liés aux tensions déterministes. Dans un premier temps la validation concerne le cas test de turbine axiale transsonique, puis dans une deuxième section, le cas test de compresseur centrifuge supersonique.

5.1.2.1 Turbine axiale Vega2

On représente sur la figure 5.5 la corrélation vitesse-gradient de pression $\overline{u''_i \frac{\partial p''}{\partial x_j}} + \overline{u''_j \frac{\partial p''}{\partial x_i}}$ exacte, intervenant dans chacune des six équations de transport des tensions déterministes. Cette corrélation exacte est obtenue à partir des résultats de la base de données instationnaires proposée par Bardoux [7]. On visualise donc sur les figures 5.5(a) à 5.5(f), les six composantes de la corrélation de vitesse-gradient de pression, par une coupe à mi-hauteur de veine dans le plan aube-à-aube, et par des iso-surfaces. Les iso-surfaces délimitent les zones de fortes valeurs de corrélation, qu'elles soient positives (en rouge) ou négatives (en bleu).

Par une première observation de ces résultats, on remarque que l'ordre de grandeur des corrélations est sensiblement le même quelque soit la composante (i, j) . Les zones de forte concentration se situent plutôt sur l'extrados de l'aubage pour les composantes (x, x) , (x, y) et (y, y) , dans la région à l'amont du canal inter-aubes pour les composantes (y, y) et (y, z) et dans la partie du canal inter-aubes sous le plan à mi-envergure pour les composantes (x, z) , (y, z) et (z, z) . On observe également quelques "poches" de forte valeur de corrélation au niveau du bord d'attaque près du carter et de la zone du choc attaché au bord de fuite de l'aube, pour chacune des six composantes.

On représente maintenant sur les figures 5.6(a) à 5.6(f), la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la première fermeture détaillée dans la section 5.1.1.3 et donnée par l'équation (5.13). Ces résultats sont obtenus, à partir de la base de données instationnaires pour les tensions déterministes, et à partir de la base de données stationnaires pour les grandeurs liées au champ moyen, apparaissant dans la modélisation. Les constantes C_{ij} , présentes dans l'équation (5.13) de la corrélation modélisée, sont déterminées arbitrairement, en fonction de l'ordre de grandeur de chacun des termes. Les constantes $[C_{xx}, C_{xy}, C_{xz}, C_{yy}, C_{yz}, C_{zz}]$ prennent respectivement pour valeur $[1, 0.25, 0.5, 0.55, 0.25, 1]$.

Si on compare les résultats de la première fermeture (FIG. 5.6) avec les résultats de la corrélation exacte (FIG. 5.5), on trouve en premier lieu, un bon accord au niveau de l'ordre de grandeur des termes, et au niveau des structures représentées. Plus en détail, on observe sur les figures 5.6(a), 5.6(b) et 5.6(d) un excellent accord, entre la fermeture et le terme exact, concernant la zone de forte concentration de corrélation située sur l'extrados de l'aubage. Les zones de forte concentration s'étendant du bord d'attaque près du moyeu au bord de fuite à mi-envergure sont aussi correctement reproduites par la fermeture, notamment pour la composante radiale (z, z) . La fermeture reproduit également les zones situées près du bord d'attaque au carter et près du bord de fuite dans la région du choc, avec quelques inversions de signe suivant certaines composantes. En revanche, la zone de forte concentration située en amont du bord d'attaque et présente sur les composantes (y, y) et (y, z) , n'est pas reproduite par la fermeture (5.13). Toutefois, comme nous l'avons détaillé dans le chapitre 4, la zone d'influence du terme de corrélation vitesse-gradient de pression dans les équations de transport des tensions déterministes est plutôt localisé dans la première moitié du canal inter-aubes. Il est possible que la mauvaise prédiction en amont du bord d'attaque soit liée à l'élimination de l'effet thermique instationnaire dans l'équation (5.3). Ainsi, nous pouvons considérer que, dans son ensemble, la première fermeture proposée pour la corrélation vitesse-gradient de pression est capable de prendre en compte les principales zones de forte concentration de corrélation.

On représente sur la figure 5.7, de façon identique à celle utilisée pour la corrélation exacte et la première fermeture, la seconde fermeture proposée au cours de ce travail, donnée par l'équation (5.16). Ces résultats sont obtenus à partir des bases de données stationnaires et instationnaires, et la valeur de la constante C de l'échelle de temps dt de l'équation (5.16) est fixée arbitrairement à 7.10^3 pour respecter le niveau des corrélations non modélisées.

L'ordre de grandeur de chacune des composantes de cette fermeture correspond à celui obtenu pour la corrélation exacte. Cette seconde fermeture semble reproduire correctement les diverses zones de forte concentration de corrélation, notamment pour les composantes (x, x) , (x, y) et (y, y) au niveau de l'extrados de l'aubage, et pour les composantes radiales (x, z) , (y, z) et (z, z) pour la zone s'étirant de l'amont près du moyeu à l'aval à mi-envergure. On retrouve également, en comparaison de l'observation faite pour la première fermeture, une meilleure prise en compte des zones de forte corrélation situées au bord d'attaque et au bord de fuite au niveau du choc. Cette modélisation présente aussi plus de "parasites" que la première fermeture. La présence d'une dérivée seconde dans l'équation (5.16) provoque naturellement des gradients plus importants, et particulièrement au niveau des parois et des interfaces entre les domaines du maillage; une partie des phénomènes présentés sur la figure 5.7 est sans doute liée à des erreurs numériques.

En conclusion de cette analyse des fermetures proposées pour la corrélation vitesse-gradient de pression, dans le cas de la turbine transsonique Vega2, on peut dire qu'elles sont toutes les deux capables de reproduire les zones de forte concentration de corrélation, avec plus ou moins de précision et d'erreurs intrinsèques au calcul numérique de dérivées. La première fermeture permet une meilleure prise en compte des zones d'extrados et de moyeu, tandis que la seconde présente un atout dans la seconde partie du canal inter-aubes, notamment au niveau du bord de fuite. L'implantation du modèle dans un code de calcul stationnaire fera l'objet du chapitre 7 de ce document.

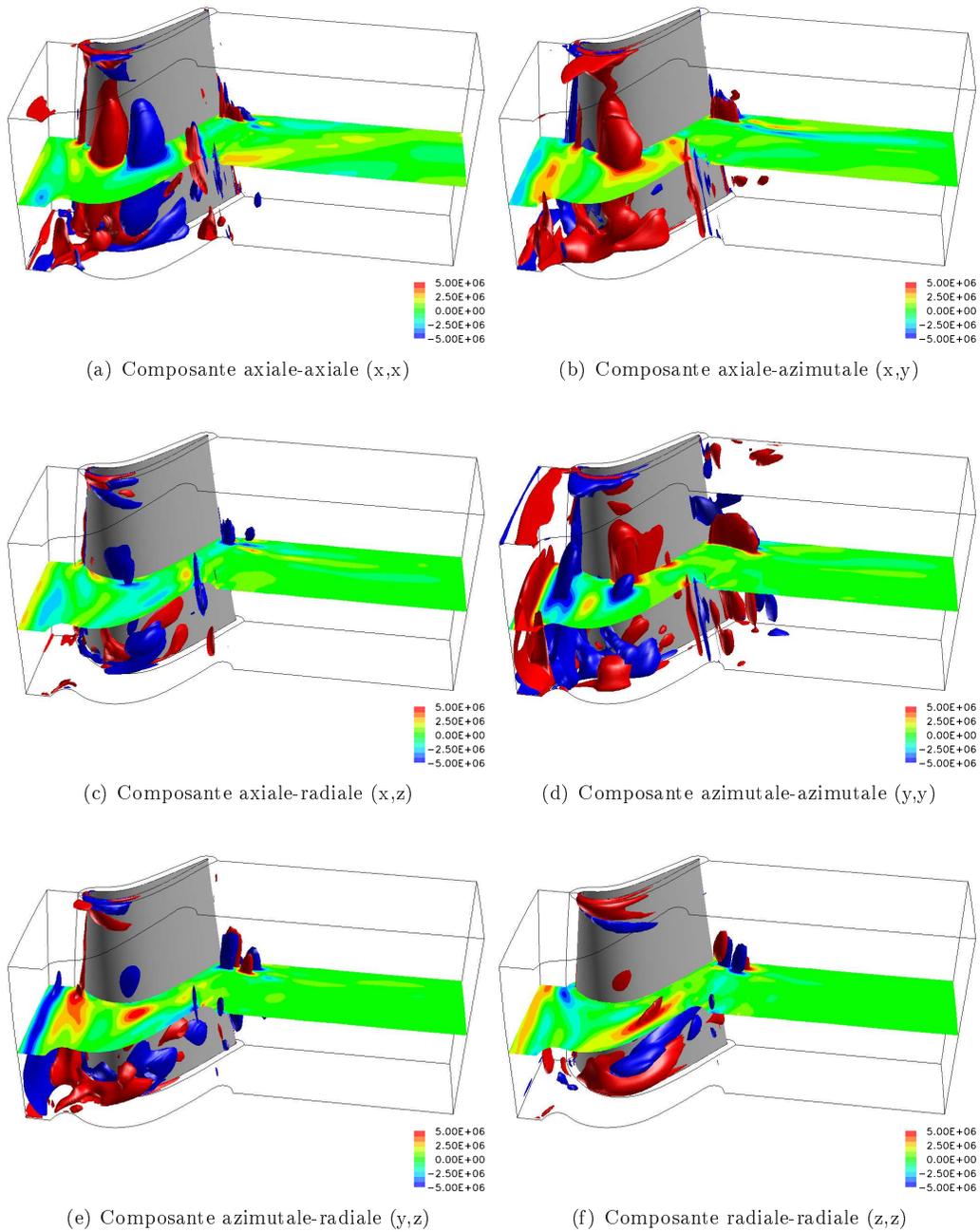


FIG. 5.5 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression issue des résultats instationnaires - Turbine axiale Vega2

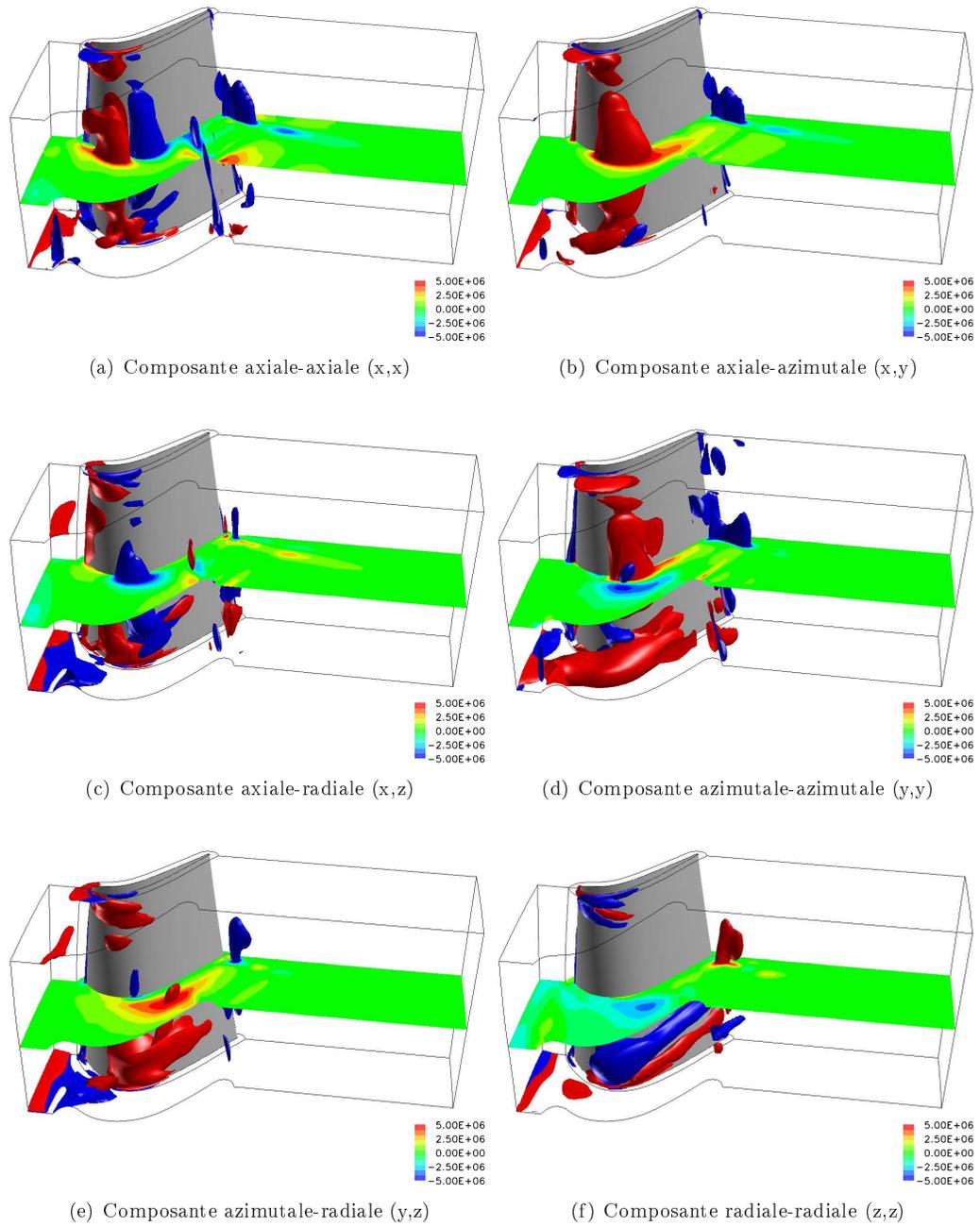


FIG. 5.6 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 1 - Turbine axiale Vega2

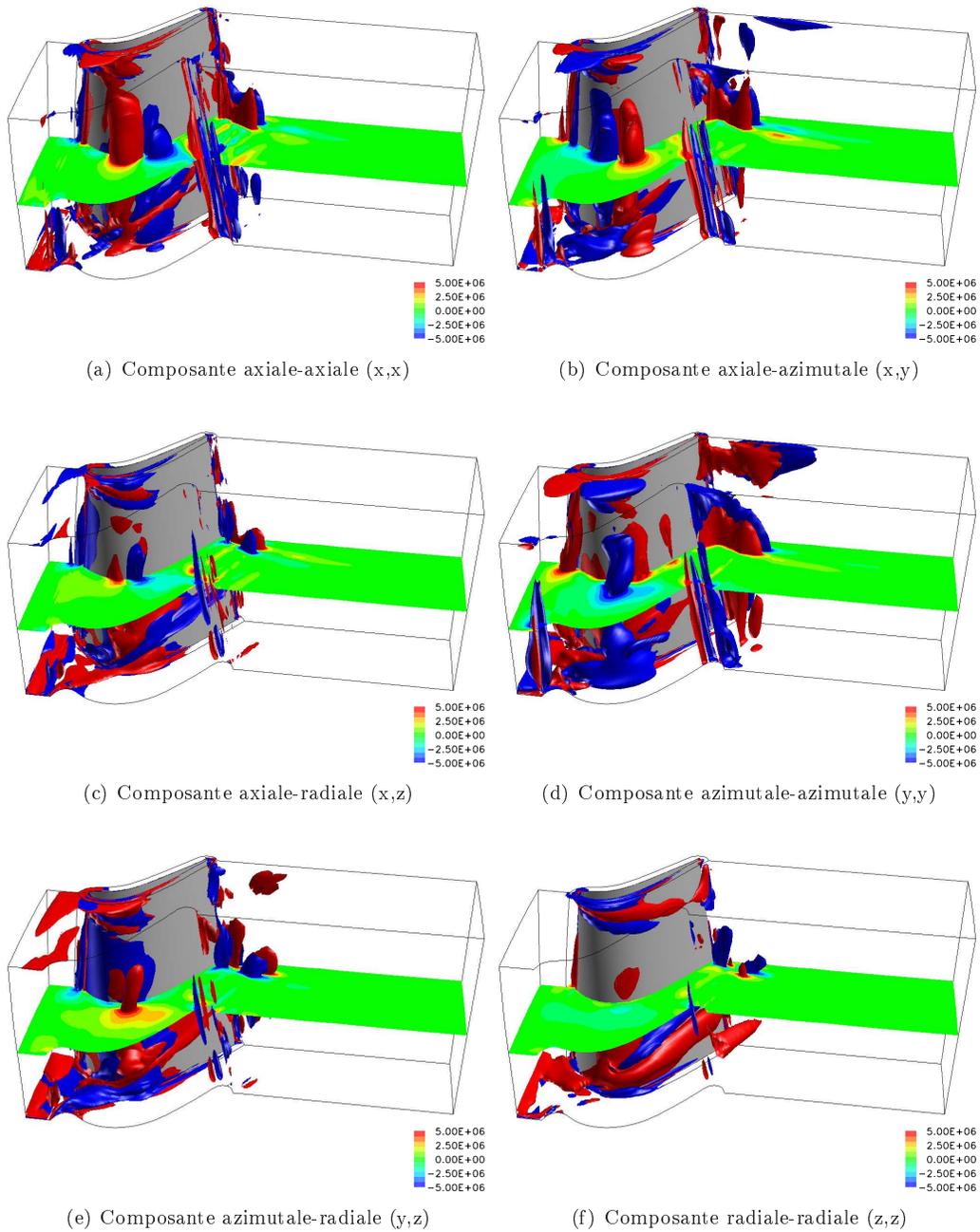


FIG. 5.7 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 2 - Turbine axiale Vega2

5.1.2.2 Compresseur centrifuge

Dans cette section consacrée au cas test de compresseur centrifuge, nous allons évaluer la validité des deux fermetures proposées pour la corrélation vitesse-gradient de pression, paragraphes 5.1.1.3 et 5.1.1.4, sur une géométrie très différente du cas test de turbine axiale. La démarche rationnelle de développement des fermetures, avec validation successive des différentes hypothèses, a été réalisée en privilégiant le cas test de turbine axiale, étant donné le souhait de tester, en priorité, le modèle complet de tensions déterministes dans un calcul stationnaire sur ce cas test. Ainsi les différentes hypothèses conduisant aux fermetures (5.13) et (5.16) n'ont pas été testées de manière aussi approfondie que pour le cas test de turbine. C'est-à-dire que certaines composantes, certains instants, n'ont pas fait l'objet d'autant d'attention dans le cas du compresseur que dans celui de la turbine; l'objectif étant de déterminer une fermeture sur un cas particulier, puis d'essayer d'élargir son champ d'application à d'autres cas par la suite.

Afin d'analyser la validité des fermetures (5.13) et (5.16) sur le cas test de compresseur centrifuge, nous représentons, de manière similaire à celle utilisée pour la turbine, les différentes composantes du terme de corrélation vitesse-gradient de pression, puis du terme modélisé par la fermeture (5.13) et enfin du terme fermé par l'équation (5.16). Ces différentes visualisations correspondent au terme exact pour la figure 5.8, au terme modélisé par la première fermeture (5.13) pour la figure 5.9 et enfin au terme modélisé par la seconde fermeture (5.16) pour la figure 5.10. Les dimensions du canal inter-aubes du compresseur étant très différentes de celles rencontrées dans le cas de la turbine, la représentation d'iso-surfaces de forte concentration de corrélation n'est pas très lisible sans modification. C'est pourquoi nous représentons, sur les figures 5.8, 5.9 et 5.10, le canal inter-aubes dilaté suivant l'envergure. Les proportions du canal sont donc multipliées par 5 sur les figures dans la direction axiale, et conservées identiques dans les autres directions.

Il est à noter que les valeurs utilisées pour les constantes C_{ij} de la première fermeture ont été multipliées par un facteur arbitraire égal à 10 par rapport au cas de la turbine, tandis que la constante C de l'échelle de temps dt de la deuxième fermeture est fixée arbitrairement égale à $2,4 \cdot 10^4$.

L'accord entre les fermetures et le terme exact de corrélation vitesse-gradient de pression est loin d'être aussi satisfaisant que dans le cas de la turbine. On remarquera cependant, que certaines structures présentes dans les corrélations ayant une composante axiale (x) sont globalement reproduites par les deux fermetures. Par exemple, on observe sur les figures 5.8(a) et 5.8(c) une structure longitudinale de forte concentration de corrélation au milieu du canal inter-aubes à mi-envergure, s'étirant de l'amont jusqu'au deuxième tiers du canal, pour les composantes (x, x) et (x, z) . On retrouve ces structures pour la première fermeture sur les figures 5.9(a) et 5.9(c) ainsi que pour la seconde fermeture, figures 5.10(a) et 5.10(c). Aussi, on remarque un bon accord entre la corrélation non modélisée et celle fermée par la deuxième fermeture, à proximité du moyeu et du carter dans la zone amont, pour les trois composantes axiales, figures 5.8(a),(b),(c) et 5.10(a),(b),(c). On notera également que certaines zones de forte concentration de corrélation où l'on rencontre des chocs, à proximité des bords d'attaque et de fuite, sont présentes dans les termes modélisés, et plus particulièrement ceux modélisés à l'aide de la seconde fermeture. Cette constatation rejoint les observations faites dans le cas de la turbine.

En l'état, nous considérons que les résultats obtenus sur le cas test de compresseur centrifuge ne permettent pas d'envisager une simulation stationnaire sur ce cas test avec le modèle de tensions déterministes incluant l'une ou l'autre des fermetures proposées. Les proportions géométriques du canal inter-aubes du stator du compresseur centrifuge étant très différentes de celles rencontrées dans le cas du rotor de la turbine axiale, nous considérons que certaines hypothèses utilisées pour développer les fermetures sont trop fortes dans le cas du compresseur. Nous avons par exemple utilisé une hypothèse implicite d'isotropie des gradients dans le développement des fermetures, plus particulièrement pour la deuxième hypothèse (5.8) reliant les gradients des moments instationnaires au gradient de pression moyenne. Ainsi, il conviendrait d'affiner certaines hypothèses pour pouvoir étendre le champ d'application d'une fermeture. Ceci ne constituant pas l'un des objectifs principaux de ce travail de thèse, nous ne poursuivrons pas plus en avant la recherche de fermetures.

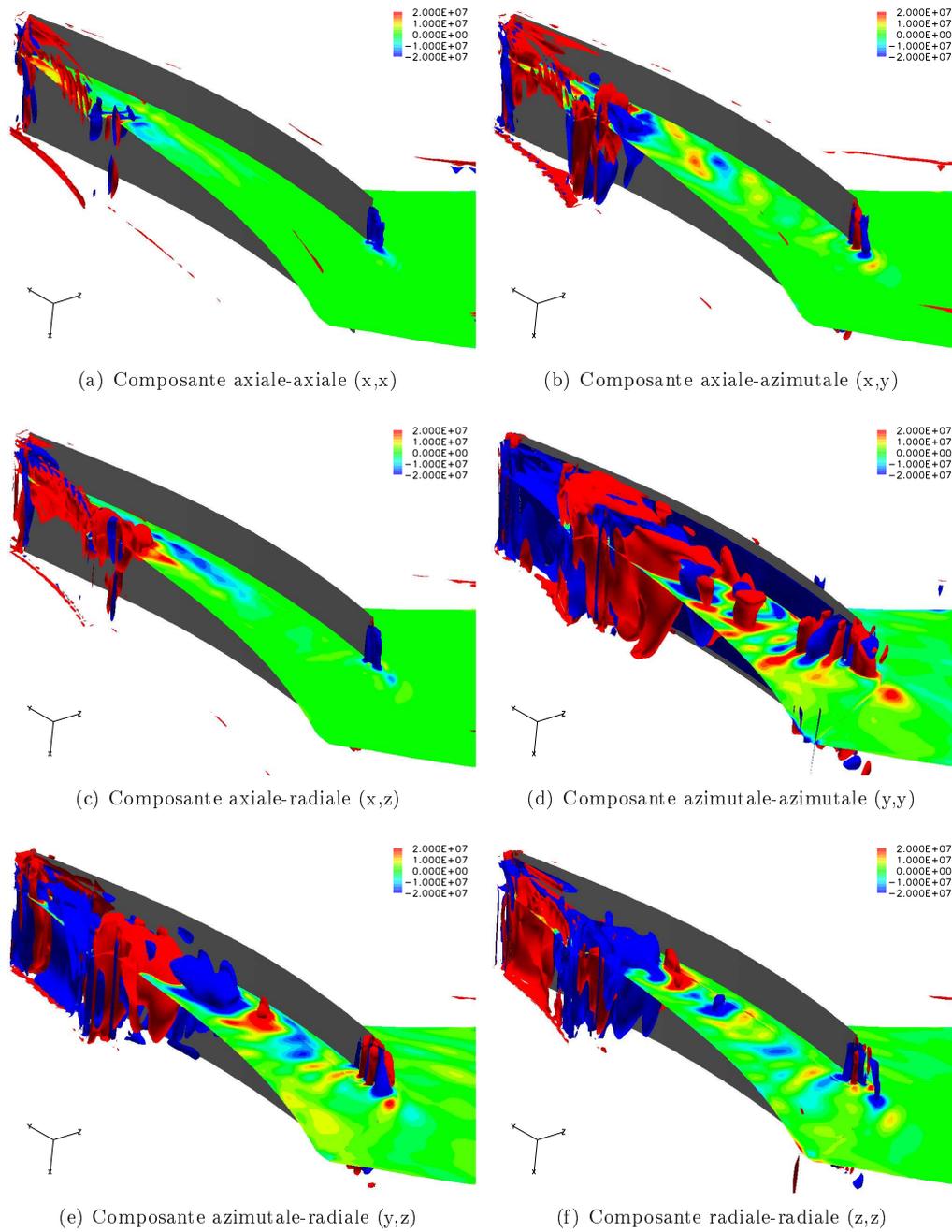


FIG. 5.8 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression issue des résultats instationnaires - Compresseur centrifuge

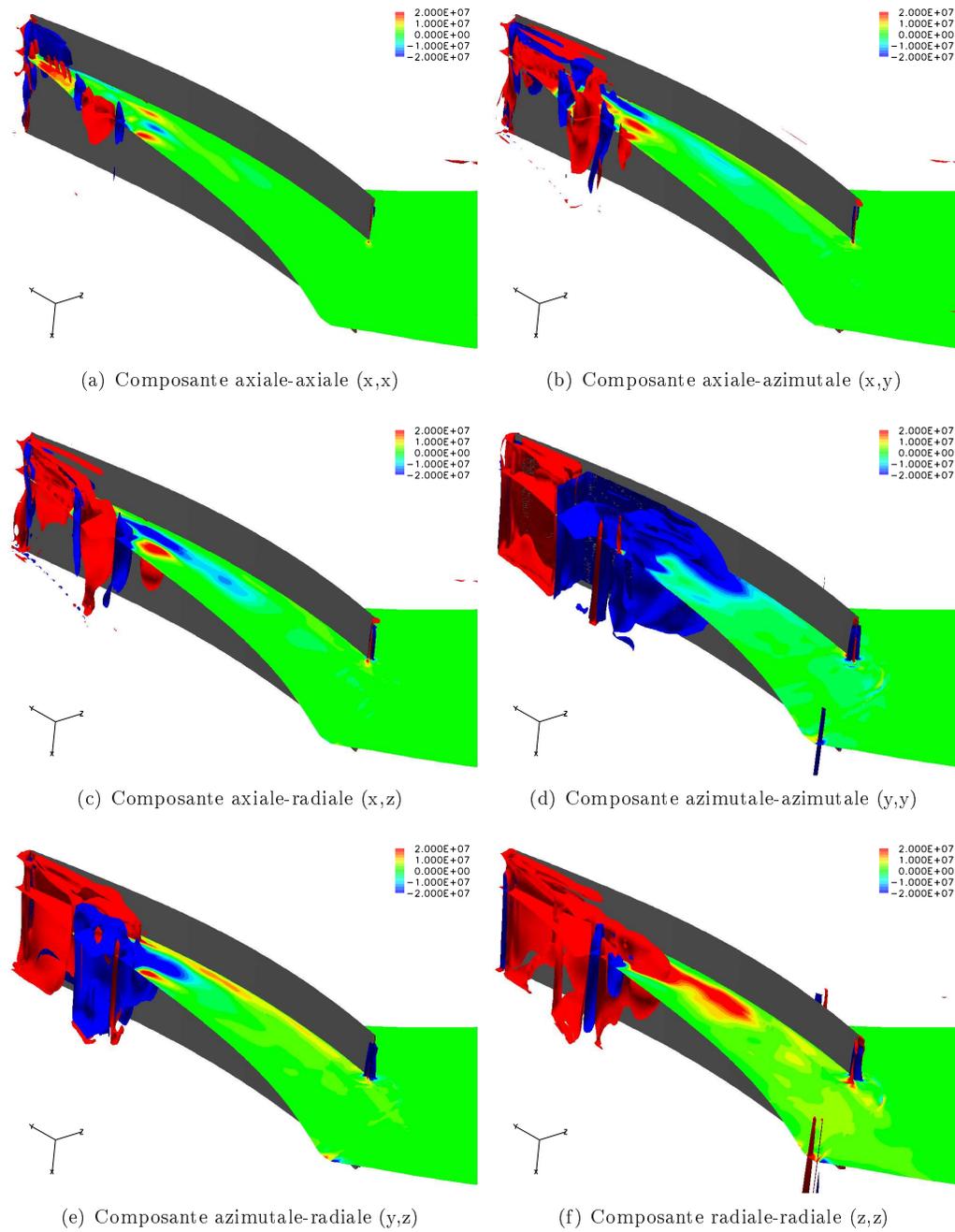


FIG. 5.9 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 1 - Compresseur centrifuge

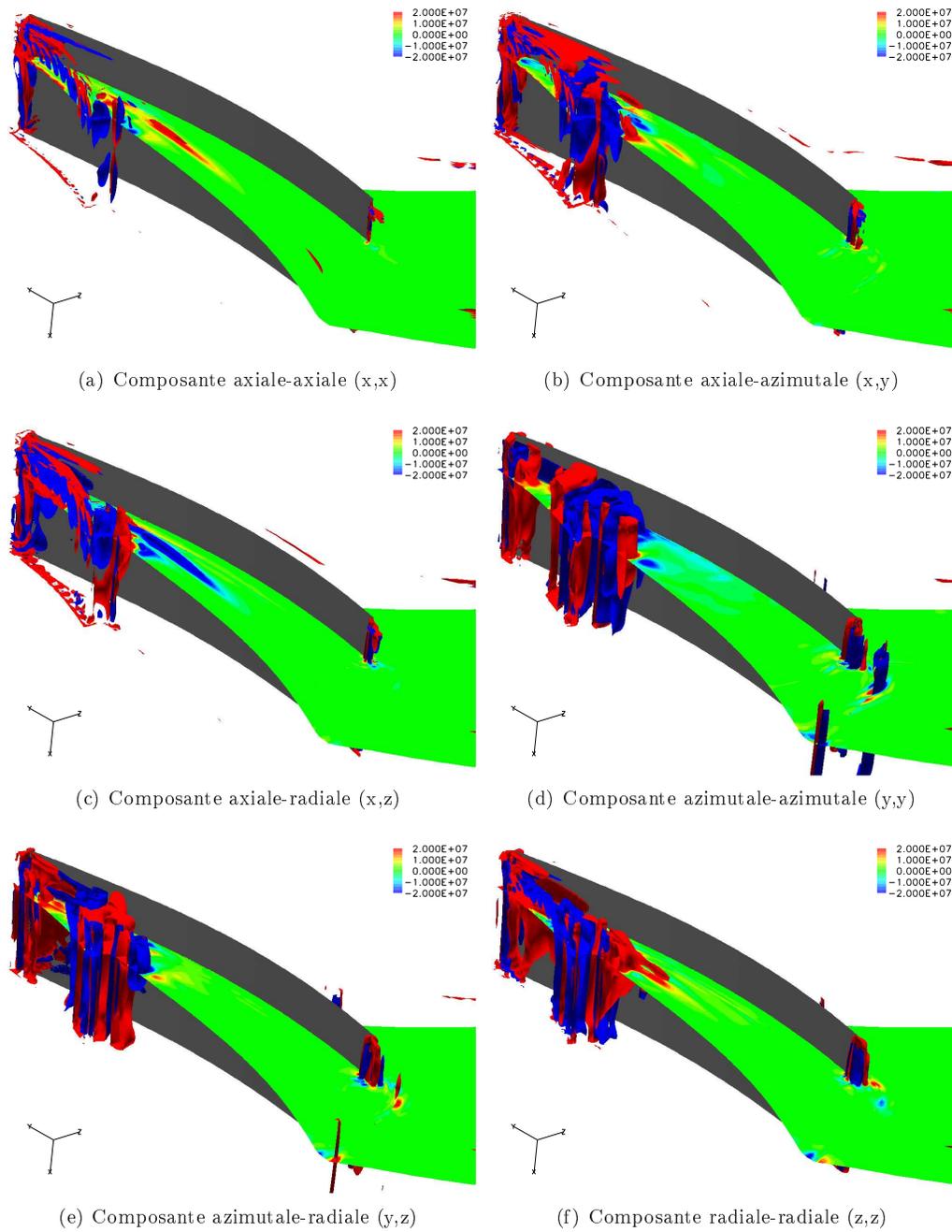


FIG. 5.10 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation vitesse-gradient de pression modélisée par la fermeture 2 - Compresseur centrifuge

5.2 Modélisation de la corrélation d'énergie déterministe

Afin de prendre en compte les effets instationnaires d'interactions rotor-stator dans une simulation stationnaire, nous introduisons la partie mécanique $\overline{\rho u_i'' u_j''}$ des tensions déterministes dans les équations de conservation de la quantité de mouvement. En outre, il est nécessaire d'introduire la partie énergétique $\overline{\rho h_0'' u_i''}$ des corrélations déterministes, dans l'équation d'énergie du champ moyen, comme décrit dans le chapitre 2. Le flux d'énergie déterministe étant inconnu, il faut donc proposer une modélisation de celui-ci. Comme pour les fermetures des termes inconnus des équations de transport des tensions déterministes, nous cherchons à relier ce flux d'énergie déterministe inconnu, à des grandeurs issues du champ moyen et aux tensions déterministes cinématiques $\overline{\rho u_i'' u_j''}$.

5.2.1 Hypothèse et description de la modélisation

La modélisation de la corrélation d'énergie déterministe $\overline{\rho h_0'' u_i''}$, repose sur l'équation de conservation de l'énergie, connue sous le nom d'équation d'Euler pour les turbomachines. En supposant que les forces extérieures sont négligeables, et en négligeant le transfert de chaleur, on obtient en suivant une ligne de courant pour un écoulement stationnaire :

$$h_{01} - U_1 V_{\theta 1} = h_{02} - U_2 V_{\theta 2} \quad (5.17)$$

avec h_0 l'enthalpie totale, $U = \omega R$ la vitesse de rotation de la machine et V_θ la composante circonférentielle de la vitesse. Les indices 1 et 2 correspondent à deux sections le long de la ligne de courant.

Cette relation unidimensionnelle, valable sur une ligne de courant, est représentative des échanges globaux d'énergie dans une turbomachine, même si l'écoulement est fortement tridimensionnel. On écrit aussi cette équation d'Euler sous forme d'un équation de conservation le long d'une ligne de courant :

$$h_0 - UV_\theta = cste \quad (5.18)$$

Dans les écoulements compressibles à forts échanges de chaleur, cette relation n'est pas applicable. Cependant, nous faisons l'hypothèse, dans notre cas de turbine axiale, que les échanges de chaleur sont relativement faibles pour la génération de fluctuation d'enthalpie d'arrêt. Ainsi, nous écrivons cette relation pour les fluctuations déterministes :

$$h_0'' \approx U u_\theta'' \quad (5.19)$$

On exprime alors le corrélation d'énergie déterministe $\overline{\rho h_0'' u_i''}$ sous la forme :

$$\overline{\rho h_0'' u_i''} \approx U \overline{\rho u_i'' u_\theta''} \quad (5.20)$$

Dans cette équation, u_θ'' est la fluctuation de vitesse circonférentielle déterministe, que l'on peut exprimer, dans le cas de la turbine axiale où x est l'axe de rotation de la machine, par :

$$u_\theta'' = -u_y'' \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} + u_z'' \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} \quad (5.21)$$

On obtient alors :

$$\overline{\rho h_0'' u_i''} \approx \omega \left(y \cdot \overline{\rho u_i'' u_z''} - z \cdot \overline{\rho u_i'' u_y''} \right) \quad (5.22)$$

puisque $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ et $U = \omega r$.

La corrélation d'énergie déterministe ainsi modélisée (5.22), ne fait apparaître que la vitesse de rotation ω , connue, et les tensions déterministes mécaniques $\overline{\rho u_i'' u_j''}$ inconnues du problème. L'équation (5.22) reportée dans l'équation d'énergie du champ moyen (2.26) nous permet donc de fermer le système.

5.2.2 Validation numérique

Afin de valider cette modélisation, nous utilisons la base de données instationnaires de la turbine axiale Vega2. Nous représentons donc sur la figure 5.11 les différentes composantes de la corrélation d'énergie déterministe $\overline{\rho h_0'' u_i''}$ exacte ainsi que les composantes correspondantes, modélisées par l'équation (5.22). On utilise comme pour la validation des fermetures de la corrélation vitesse-gradient de pression, une coupe à mi-envergure dans le plan aube-à-aube, ainsi que des iso-surfaces de forte valeur de flux d'énergie déterministe.

Globalement, l'accord entre les termes exacts, et les termes modélisés est satisfaisant. On observe plus particulièrement un très bon accord pour les trois composantes dans la partie du domaine situé à l'amont des aubages. Que ce soit au moyeu, à mi-envergure ou au carter, les structures représentées par les iso-surfaces sont très similaires entre les corrélations exactes et les corrélations modélisées dans cette zone. Plus en aval, dans le canal inter-aubes, les zones de forte valeur de corrélation s'étendent du moyeu jusqu'à la mi-hauteur de veine, mais aussi au niveau de l'extrados de l'aubage. Là aussi, le modèle se montre performant pour les trois composantes excepté dans la zone du moyeu pour la composante axiale. Enfin, au niveau de la zone située à l'aval du canal inter-aubes, seule la composante azimutale est correctement reproduite par le modèle.

Nous considérons les résultats de la modélisation de la corrélation déterministe d'énergie, présentés sur la figure 5.11, acceptables pour poursuivre le développement du modèle complet de tensions déterministes instationnaires, et l'implantation dans un code de calcul stationnaire. N'ayant pas pour objectif dans un premier temps de réaliser un calcul stationnaire avec le modèle de tensions déterministes pour le cas test de compresseur centrifuge, nous ne présentons pas dans ce document une validation de cette modélisation des flux d'énergie déterministes sur ce second cas test.

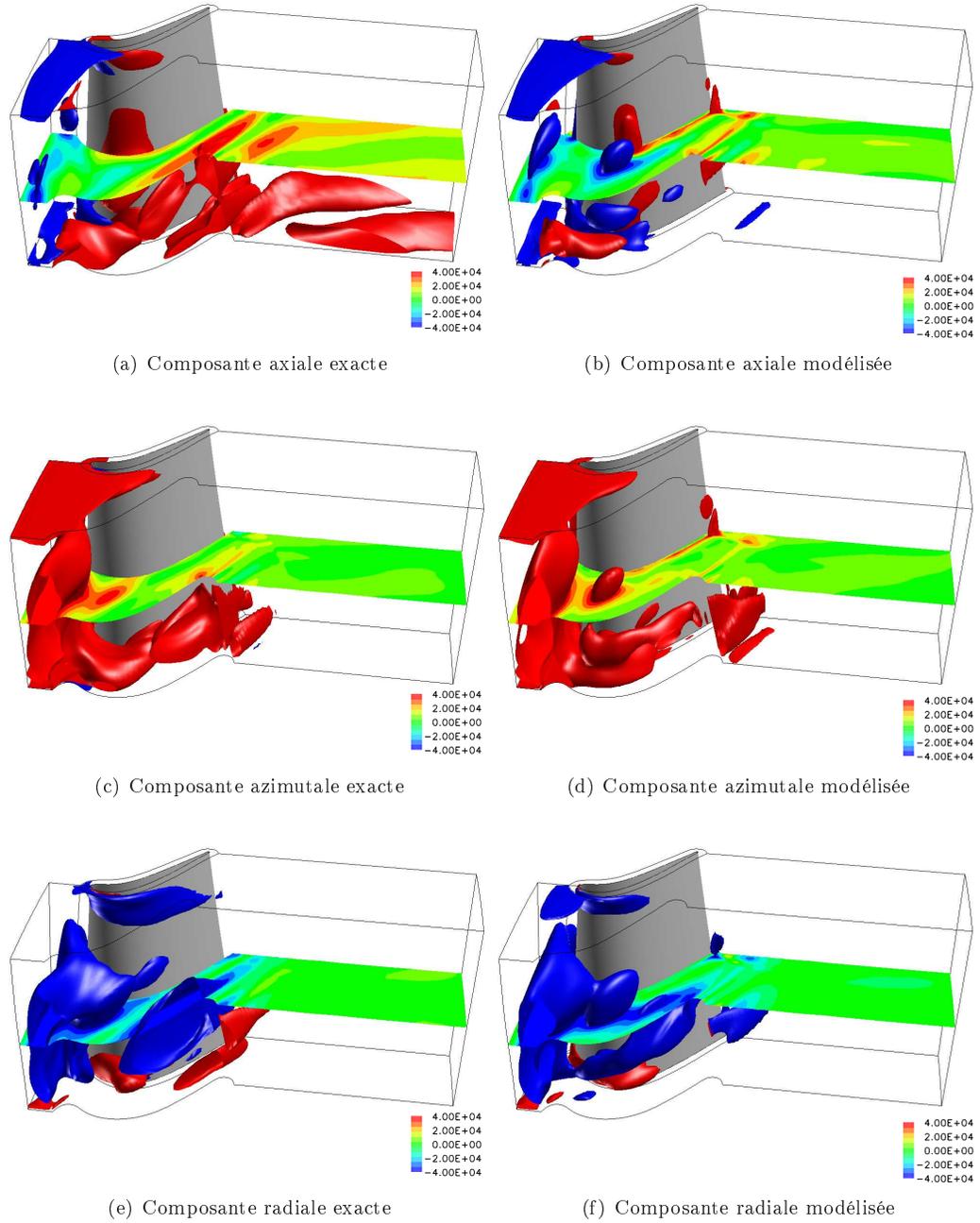


FIG. 5.11 – Composantes tridimensionnelles de la corrélation d'énergie déterministe exacte $\overline{\rho h_0'' u_i''}$ et modélisée $U \overline{\rho u_i'' u_\theta''}$ - Turbine axiale Vega2

Troisième partie

Implantation du modèle dans un
code de calcul

Chapitre 6

Simulation stationnaire Vega2

Après avoir présenté, dans la deuxième partie de ce document, le développement d'un modèle pour la prise en compte des tensions déterministes dans une simulation stationnaire, nous détaillons dans cette troisième partie, l'aspect numérique proprement dit de ce travail de thèse. Le premier chapitre de cette partie a pour but de présenter le code de calcul utilisé pour les différentes simulations numériques réalisées au cours de ce travail, ainsi que de fournir les premiers résultats obtenus pour des simulations stationnaires avec différents modèles de turbulence sur le cas test de turbine axiale transsonique Vega2 présentée dans le chapitre 3. Le deuxième chapitre de cette partie III propose les résultats obtenus après implantation du modèle de tensions déterministes dans le code de calcul stationnaire.

6.1 Code CANARI

Le code de calcul utilisé dans ce travail de thèse est le code CANARI, dans sa version 450, développé par l'ONERA. Ce code a été choisi car la base de données instationnaires Vega2 utilisée pour le développement du modèle de tensions déterministes a été réalisée avec une version précédente du code CANARI. Nous n'avons pas repris cette ancienne version du code, car elle ne proposait qu'un seul modèle de turbulence, de type échelle de longueur. Pour l'implantation des équations de transport des tensions déterministes, il nous a paru plus judicieux d'utiliser un code où des sous-programmes gérant des équations de transport sont déjà existants. C'est le cas de la version 450 du code CANARI, qui dispose de plusieurs modèles à équations de transport pour la turbulence. Les sections 6.2 et 6.3 de ce chapitre ont pour but de vérifier si les résultats stationnaires obtenus par cette nouvelle version sont compatibles avec ceux de la base de données.

Le code CANARI permet la résolution des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles compressibles avec une discrétisation spatiale de type volumes finis sur un maillage structuré. L'approche multi-domaine est rendue possible grâce à l'utilisation de techniques telles que les raccords jointifs ou le recouvrement entre domaine. De plus, cette version du code utilise une discrétisation spatiale centrée, ce qui permet d'éliminer les problèmes liés aux points multiples puisque les conditions aux limites sont appliquées par " facette frontière " et non par point frontière.

Au niveau de la discrétisation temporelle, ce code utilise un schéma numérique de Runge-Kutta d'ordre quatre et centré en espace. Ce schéma temporel est associé à une phase de lissage implicite des résidus. La résolution comporte donc trois phases : la première qui correspond à l'utilisation d'un schéma explicite, la seconde où l'on ajoute une dissipation artificielle, et enfin la dernière qui est une phase implicite.

La seconde étape permet une stabilisation du calcul grâce à l'utilisation d'un modèle de dissipation artificielle élaboré par Jameson [30] et modifié au niveau de l'opérateur aux frontières par Eriksson [19]. Cette modélisation consiste en l'ajout de termes du deuxième et quatrième ordre à la solution obtenue par le schéma explicite.

Les propriétés de conservation, de précision et de dissipation de la phase explicite sont préservées par l'utilisation du lissage implicite des résidus proposé par Lerat [37]. De plus, l'accroissement du domaine de stabilité permet d'accélérer la réduction des résidus.

Le rapport entre la convection et la diffusion permet de déterminer localement le pas de temps.

Enfin, la fermeture du modèle de turbulence est réalisée en employant un modèle de turbulence associé à l'hypothèse de Boussinesq sur les composantes du tenseur des contraintes de Reynolds. L'évaluation de la viscosité turbulente μ_t est réalisée soit par le modèle de turbulence de Michel [42], soit par un modèle à deux équations de transport de type $k-l$ proposé par Smith [53],[54]. Le premier modèle de turbulence est de type longueur de mélange et a été développé pour la description des couches limites. Le second modèle repose sur deux équations de transport des quantités turbulentes k et l . Ce modèle est utilisé pour sa précision dans la simulation des profils de vitesse et de l'énergie cinétique turbulente dans la couche limite turbulente.

Pour la partie thermique, on relie le flux de chaleur turbulent au gradient de température moyenne par une diffusivité thermique turbulente et un nombre de Prandtl turbulent Pr_t .

Ces différentes caractéristiques, discrétisations spatiale et temporelle, dissipation artificielle et lissage des résidus, sont détaillées dans les sections suivantes tandis que les modélisations de la turbulence ont déjà été détaillées dans la section 1.2.3 du chapitre 1.

6.1.1 Discrétisation temporelle

Équations de Navier-Stokes

Dans un repère fixe, le système d'équations de Navier-Stokes (2.17) à (2.21), détaillé dans la section 2.1.3 du chapitre 2, peut s'écrire sous forme conservative, de la façon suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(F - F_v) = 0 \quad (6.1)$$

avec f les variables conservatives, F les termes convectifs et F_v les termes visqueux.

On explicite ces grandeurs sous la forme :

$$\begin{aligned} - f &= [\bar{\rho}, \bar{\rho}\tilde{U}, \bar{\rho}\tilde{E}_t] \\ - F &= [\bar{\rho}\tilde{U}, \bar{\rho}\tilde{U} \otimes \tilde{U} + \bar{P}\bar{I}, \bar{\rho}\tilde{h}_0] \\ - F_v &= [0, \tau - \tau_R, \tau\tilde{U} - \bar{q} - \phi_t] \end{aligned}$$

avec U le vecteur vitesse, E_t l'énergie totale, τ le tenseur des contraintes visqueuses, τ_R le tenseur de Reynolds, q le flux de chaleur, ϕ_t le flux d'enthalpie turbulente et \bar{I} le tenseur unitaire.

La pression statique est égale à $\bar{P} = (\gamma - 1) \left(\bar{\rho}\tilde{E}_t - \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{U}\tilde{U} - \frac{1}{2}\overline{\rho u' u'} \right)$ et l'enthalpie totale s'exprime par la relation suivante $h_0 = E_t + \frac{P}{\rho}$.

Le système des équations de Navier-Stokes (6.1) est résolu par un schéma explicite en temps à quatre pas, de type Runge-Kutta, tel que le propose Jameson [30]. Ce schéma permet d'obtenir la solution du système f^{n+1} à l'instant $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, avec n correspondant à chaque itération du calcul et Δt le pas de temps séparant deux itérations. Dans ce type de schéma, ce pas de temps Δt est divisé en quatre sous-pas que l'on notera (rk). On a donc pour rk de 1 à 4 :

$$f^{(0)} = f^n \quad (6.2)$$

$$f^{(rk)} = f^{(0)} - a_{rk}\Delta t \text{div} \left(F^{(rk-1)} - F_v^{(0)} \right) \quad (6.3)$$

$$f^{n+1} = f^{(4)} \quad (6.4)$$

avec les coefficients a_{rk} de Runge-Kutta suivants :

$$a_1 = \frac{1}{4} \quad a_2 = \frac{1}{3} \quad a_3 = \frac{1}{2} \quad a_4 = 1 \quad (6.5)$$

L'erreur de troncature de ce schéma est d'ordre 1 en temps (Hirsch [28]). Le pas de temps caractéristique des effets visqueux est plus grand que le pas de temps des effets convectifs. Il n'y a donc pas d'évolution des termes visqueux à chaque sous-pas (rk), et ils ne sont donc pas recalculés pour chaque sous-pas.

Équations de k et l

De la même façon que pour les équations de Navier-Stokes, on peut écrire les équations de transport des quantités turbulentes k et l , du modèle de Smith, sous forme conservative. On obtient :

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \text{div}(G - G_v) = S \quad (6.6)$$

avec g les variables conservatives, G les termes convectifs, G_v les termes diffusifs et S les termes sources.

On explicite ces grandeurs sous la forme :

$$\begin{aligned} - g &= [\overline{\rho k}, \overline{\rho l}] \\ - G &= [\overline{\rho k \tilde{U}}, \overline{\rho l \tilde{U}}] \\ - G_v &= [D_{vk} + D_{tk}, D_{vl} + D_{tl}] \\ - S &= [P_k - \overline{\rho l}, P_l - \Gamma + E] \end{aligned}$$

avec D_v, D_t les termes de diffusion et P_k, P_l les termes de production.

La discrétisation temporelle de l'équation (6.6) est identique à celle du système des équations de Navier-Stokes, avec un schéma de type Runge-Kutta à quatre pas comportant les coefficients a_{rk} donnés par l'expression (6.5).

$$g^{(0)} = g^n \quad (6.7)$$

$$g^{(rk)} = g^{(0)} - a_{rk} \Delta t \left[\text{div} \left(G^{(rk-1)} - G_v^{(0)} \right) + S^{(rk-1)} \right] \quad (6.8)$$

$$g^{n+1} = g^{(4)} \quad (6.9)$$

Calcul du pas de temps

Le pas de temps est déterminé dans le code CANARI par une méthode de calcul de pas de temps local. Ce pas de temps local Δt prend en compte les phénomènes convectifs et diffusifs locaux et permet d'accélérer la convergence des calculs. On établit ce pas de temps local de la manière suivante :

$$\Delta t = CFL. \min \left[\frac{h}{U + c}, \frac{\rho h^2}{2\gamma \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)} \right] \quad (6.10)$$

avec h une échelle de longueur caractéristique du maillage et c la vitesse locale du son.

Le terme CFL (Courant-Friedrichs-Levy) correspond à un critère de stabilité du schéma en temps. Pour un schéma de type Runge-Kutta, ce critère doit être inférieur ou égal à $2\sqrt{2}$ pour que le schéma en temps reste stable.

6.1.2 Discrétisation spatiale

Le discrétisation spatiale des équations du champ moyen et de la turbulence repose sur la méthode des volumes finis. Les équations (6.1) et (6.6) sont discrétisées spatialement sur un maillage structuré. Ce maillage peut comporter plusieurs domaines comme c'est le cas pour le maillage de la turbine axiale Vega2 utilisée dans nos simulations numériques. Nous détaillons succinctement ci-après la méthode des volumes finis pour les équations de la turbulence (6.6). On procéderait de même pour les équations de Navier-Stokes en prenant $S = 0$ dans le cas où le système considéré est fixe.

Les équations (6.6) intégrées sur une cellule de contrôle Ω , de volume V , nous donnent :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial g}{\partial t} dV + \int_{\Omega} \frac{\partial(G - G_v)_i}{\partial x_i} dV = \int_{\Omega} S dV \quad (6.11)$$

Le théorème de Gauss appliqué à cette équation conduit à :

$$V \frac{\partial \hat{g}}{\partial t} + \int_{\Omega} (G - G_v)_i ds_i = \hat{S}V \quad (6.12)$$

où \hat{g} et \hat{S} sont les moyennes de g et S sur la cellule de contrôle Ω définies par :

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \alpha dV \quad (6.13)$$

La somme des flux de chaque face du volume de contrôle conduit donc au bilan des flux sur la cellule Ω :

$$\int_{\Omega} (G - G_v)_i ds_i = \sum_{\text{facette}} \int_{\text{facette}} (G - G_v)_i ds_i \quad (6.14)$$

En considérant que $(G - G_v)_i$ demeure constant sur chaque facette, on obtient alors :

$$\sum_{\text{facette}} \int_{\text{facette}} (G - G_v)_i ds_i = \sum_{\text{facette}} (G - G_v)_i^{\text{facette}} s_i^{\text{facette}} \quad (6.15)$$

avec s_i^{facette} le vecteur normal à la facette considérée, et dont la norme est équivalente à l'aire de celle-ci.

On écrit alors les équations de transport des quantités turbulentes sous forme discrétisées :

$$V \frac{\partial \hat{g}}{\partial t} + \sum_{\text{facette}} (G - G_v)_i^{\text{facette}} s_i^{\text{facette}} = \hat{S}V \quad (6.16)$$

De même, on obtient pour les équations de Navier-Stokes :

$$V \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \sum_{\text{facette}} (F - F_v)_i^{\text{facette}} s_i^{\text{facette}} = 0 \quad (6.17)$$

Le schéma spatial centré appliqué à ces équations permet le calcul du flux dans la direction x_k de la variable conservative α à travers une facette :

$$\frac{\alpha_{i,j+1} + \alpha_{i,j}}{2} s_{x_k}^{\text{facette}} \quad (6.18)$$

$s_{x_k}^{\text{facette}}$ correspond à la projection du vecteur normal à la facette dans la direction x_k . L'erreur de troncature de ce type de schéma est d'ordre 2. Cette erreur dégénère d'un ordre aux frontières à cause de l'utilisation de points fictifs aux facettes frontières pour satisfaire le schéma centré.

6.1.3 Dissipation artificielle

Le code CANARI utilise un modèle de dissipation artificielle développé par Jameson [30] pour stabiliser le schéma centré de la discrétisation spatiale. En effet, le schéma centré utilisé dans CANARI se montre fortement non-dissipatif tel que l'a décrit Hirsh [28]. Ce modèle se compose de deux termes et prend en compte une modification de l'opérateur aux frontières proposée par Eriksson [19]. Le terme d'ordre 2 permet de capter correctement les discontinuités de l'écoulement. Il a pour effet de supprimer les oscillations non-physiques engendrées par l'utilisation d'un schéma centré et pouvant se produire autour d'une discontinuité physique (saut de pression). Le terme d'ordre 4 permet quant à lui, d'amortir les instabilités numériques de haute fréquence engendrées

par la non-linéarité des équations.

Ce modèle de dissipation artificielle est appliqué à chaque sous-pas Runge-Kutta (rk) aux variables conservatives de la façon suivante :

$$f_{ijk}^{rk,ED} = f_{ijk}^{rk,E} + \frac{a_{rk}\Delta t}{h} \sum_{K=i,j,k} D_K^n \quad (6.19)$$

avec f^{rk} les variables conservatives au sous-pas (rk) et a_{rk} les coefficients de la méthode Runge-Kutta. Cette équation fait apparaître la dissipation artificielle D_K^n définie dans la direction i par la relation :

$$D_i^n = \underbrace{\delta_i \left[\varepsilon^{(2)} \delta_i f \right]_{ijk}^n}_{\text{ordre 2}} - \underbrace{\delta_i^2 \left[\varepsilon^{(4)} \delta_i^2 f \right]_{ijk}^n}_{\text{ordre 4}} \quad (6.20)$$

Les coefficients $\varepsilon_{i\pm\frac{1}{2}jk}^{(2)}$ et $\varepsilon_{ijk}^{(4)}$ dépendent de la géométrie locale et du champ aérodynamique. Ils sont définis ci-dessous par :

$$\varepsilon_{i\pm\frac{1}{2}jk}^{(2)} = K^{(2)} \max \left(v_{ijk}^{(i)}, v_{i\pm 1jk}^{(i)} \right) \lambda_{i\pm\frac{1}{2}jk} \quad (6.21)$$

$$\varepsilon_{ijk}^{(4)} = \max \left(0, K^{(4)} - \mu_i \varepsilon_{ijk}^{(2)} \right) \quad (6.22)$$

avec

$$\lambda_{i\pm\frac{1}{2}jk} = \lambda_{i\pm\frac{1}{2}jk} \left[1 + \xi_1 \max_{K=j,k} \left(\frac{\mu_K \mu_i \lambda_{i\pm\frac{1}{2}jk}}{\lambda_{i\pm\frac{1}{2}jk}} \right)^{\xi_2} \right] \quad (6.23)$$

où λ représente le rayon spectral de la matrice $(A^x S^x + A^y S^y + A^z S^z)$ donné par :

$$\lambda = |V \cdot S| + \alpha |S| \quad (6.24)$$

Le terme $v_{ijk}^{(i)}$ est une combinaison des dérivées secondes de la pression et de la vitesse, pour prendre en compte les discontinuités du champ dans la direction i . On écrit finalement ce terme sous la forme :

$$v_{ijk}^{(i)} = \sigma g^{(i)}(P) + (1 - \sigma) g^{(i)}(|V|) \quad (6.25)$$

avec

$$g^{(i)}(\zeta) = \frac{|\zeta_{i+1jk} - 2\zeta_{ijk} + \zeta_{i-1jk}|}{\zeta_{i+1jk} + 2\zeta_{ijk} + \zeta_{i-1jk} + \epsilon} \quad (6.26)$$

Les coefficients ξ_1 , ξ_2 , $K^{(2)}$, $K^{(4)}$ et σ sont respectivement choisis égaux à 1, 1/5, 1, 0.032 et 1.

6.1.4 Lissage implicite des résidus

Le lissage des résidus, tel qu'il a été développé et proposé par Lerat [37] dans le cas des équations d'Euler couplées à un schéma de type Runge-Kutta, ne modifie pas les propriétés de la solution explicite. Cependant, il permet d'accélérer la réduction des résidus par l'accroissement du domaine de stabilité. Son utilisation permet donc d'augmenter le pas de temps au travers du CFL sans dégrader la stabilité du schéma, et ainsi d'accélérer la convergence.

Ce lissage est appliqué à chaque sous-pas Runge-Kutta après la dissipation artificielle. Cette méthode consiste à modifier les résidus de la façon suivante :

$$\left[\prod_{l=i,j,k} I_l \right] R_I^{(rk)} = R_{ed}^{(rk)} \quad (6.27)$$

$R_{ed}^{(rk)}$ désigne ici le résidu obtenu après application d'un sous-pas Runge-Kutta (rk) aux variables conservatives f entre les itérations n et $n + 1$

$$R_{ed}^{(rk)} = f_{ed}^{(rk)} - f^n \quad (6.28)$$

I_l est l'opérateur spatial défini de la façon suivante :

$$I_l = \left[1 + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x_l} \delta_l \left(\frac{\Delta t}{\Delta x_l} \lambda^2 \delta_l \right) \right] \quad (6.29)$$

avec δ_l l'opérateur différence centrée dans la direction l . λ est le rayon spectral de la matrice $\sum A_{x_i} dS_{x_i}$ avec A_{x_i} la matrice jacobienne des flux convectifs dans la direction x_i et $d\vec{S}$ le vecteur surface de la facette considérée. β est le facteur de pondération temporelle.

$R_I^{(rk)}$ correspondent aux résidus modifiés par application de la méthode implicite. Les variables conservatives deviennent alors, pour chaque sous-pas Runge-Kutta (rk) :

$$f_I^{(rk)} = f_{ed}^{(rk)} + R_I^{(rk)} \quad (6.30)$$

Cette méthode implicite de lissage des résidus est appliquée aussi bien aux variables conservatives du champ moyen qu'aux variables des équations de transport des quantités turbulentes.

6.2 Simulation stationnaire avec modèle de Michel

La première simulation numérique, réalisée au cours de ce travail de thèse, est une simulation stationnaire utilisant le modèle de Michel [42] pour la prise en compte de la turbulence, dans le cas test de la roue mobile de la turbine transsonique Vega2. Ce premier calcul a pour objectif principal de comparer les résultats obtenus, avec ceux issus de la base de données stationnaires obtenue par Bardoux [7] avec une précédente version du code CANARI et détaillée dans le chapitre 3. Cette comparaison est importante pour la suite de ce travail, afin d'évaluer les écarts obtenus avec deux versions différentes du code sur une géométrie identique, avec les mêmes conditions limites et initiales, et le même modèle de turbulence. En effet, nous n'envisageons pas au cours de ce travail d'effectuer une nouvelle simulation instationnaire de la géométrie Vega2. La version du code dans lequel le nouveau modèle de tensions déterministes est introduit n'étant pas la même que celle de la base de données instationnaires, il est donc nécessaire que ces écarts soient les plus faibles possibles.

6.2.1 Initialisation et données du calcul

La simulation stationnaire avec le modèle de Michel est réalisée pour le cas test de turbine transsonique Vega2 dont les principales caractéristiques aérodynamiques sont données dans le chapitre 3.

Le maillage utilisé est celui détaillé dans la section 3.1.3.1. Il comporte un domaine en "O" autour de l'aubage et en "H" dans le canal inter-aubes. Au niveau du calcul, la frontière entre le domaine en "O" et celui en "H" est dite à "raccords coïncidents". Les grandeurs calculées sont donc transmises directement d'un domaine à l'autre sans interpolation. Concernant le traitement des autres frontières des deux domaines, la paroi de l'aubage et du moyeu est considérée comme adiabatique, avec une condition d'adhérence. La paroi du carter quant à elle, est considérée comme mobile. Enfin, une condition de périodicité est appliquée aux frontières restantes, exceptées amont-aval, où des conditions limites particulières sont imposées.

L'écoulement en amont de la roue mobile dans cette turbine étant subsonique, on impose la pression totale, la température totale et la direction de l'écoulement à l'entrée du domaine sur la frontière amont du domaine "H", et une contre-pression en sortie sur la frontière aval du domaine "H". Les conditions limites amont sont issues de la base de données stationnaires du calcul sur l'étage complet réalisé par Bardoux [7]. Elles correspondent aux grandeurs échangées à l'interface entre le stator et le rotor. La pression totale, la température totale, ainsi que la direction de l'écoulement sur la frontière amont sont représentées sur la figure 6.1 dans le plan (z, y) équivalent à (r, θ) .

La pression statique, constante, imposée à l'aval du domaine de calcul correspond à la pression relevée dans la base de données stationnaires sur la frontière aval du domaine "H". Cette pression

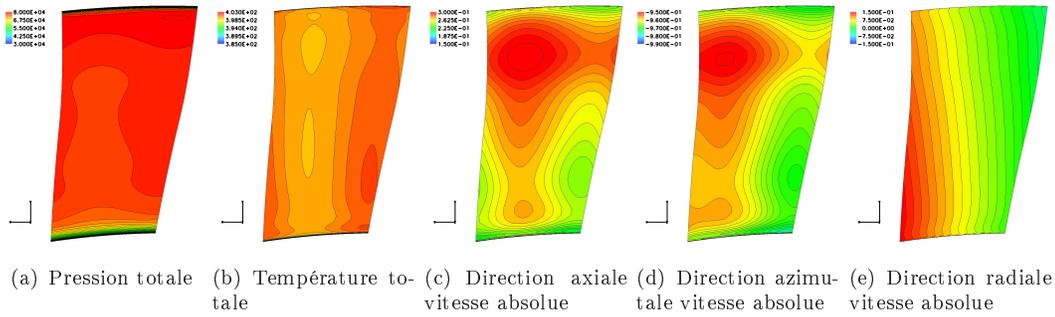


FIG. 6.1 – Conditions limites imposées sur la frontière amont du domaine de calcul “H”

statique est égale à $P_s = 21280$. L’usage d’une pression uniforme en aval, et non pas d’un équilibre radial, se justifie par l’utilisation d’un maillage assez grossier au delà d’une corde à l’aval du bord de fuite, ce qui permet d’uniformiser numériquement l’écoulement sur le plan aval. Cependant la convergence du calcul n’a pas été obtenue en imposant dès le départ cette pression statique. Il a fallu amorcer la convergence en imposant une pression plus faible sur les premières itérations puis augmenter progressivement cette pression jusqu’à obtenir la valeur souhaitée. Sur les 400 premières itérations, $P_s = 8900$, puis $P_s = 15100$ jusqu’à l’itération 800, et enfin $P_s = 21280$ jusqu’à la convergence.

La convergence de cette simulation stationnaire a été obtenue après 2400 itérations, sur un ordinateur vectoriel NEC SX5 de l’IDRIS¹, pour un temps CPU d’environ 3400 secondes. En terme de performance, ces résultats donnent approximativement $2.3\mu s/pt/it$. Le CFL a été adapté en cours de calcul après 1600 itérations pour obtenir la convergence. Il a été fixé à 8 pour les 1600 premières itérations et 4 pour les 800 dernières.

La convergence des calculs est observée sur deux critères :

- La chute des résidus des équations
- La conservation du débit entre l’amont et l’aval

Ces critères sont représentés sur la figure 6.2 pour le débit et sur les figures 6.3 pour les résidus. Le débit amont-aval est conservé à moins de 0.01% près et les résidus ont chuté d’environ trois à quatre ordres de grandeur.

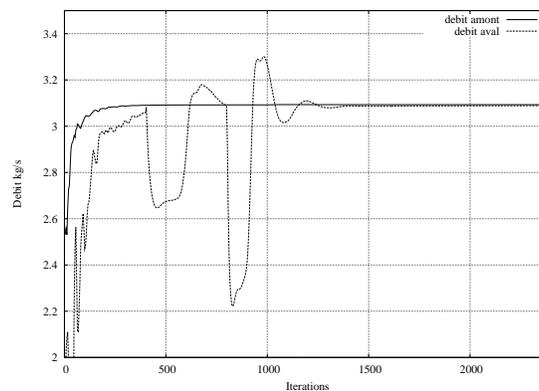


FIG. 6.2 – Évolution des débits amont et aval - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle de Michel

¹Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique

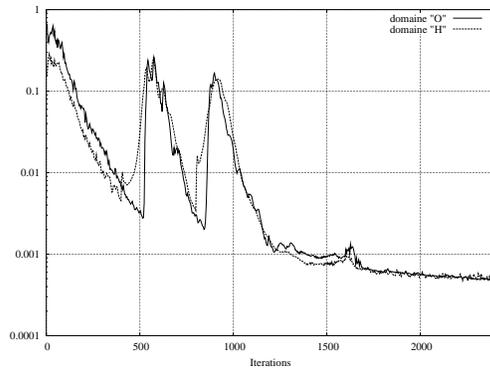
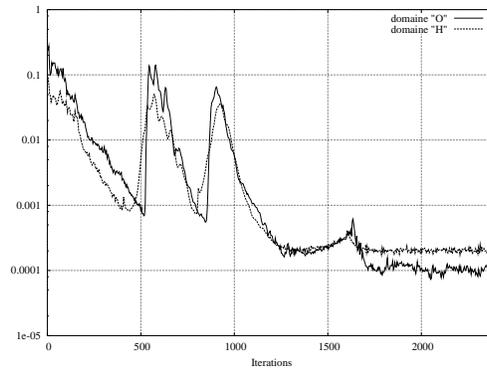
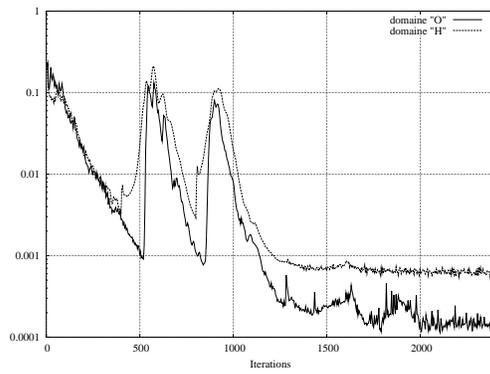
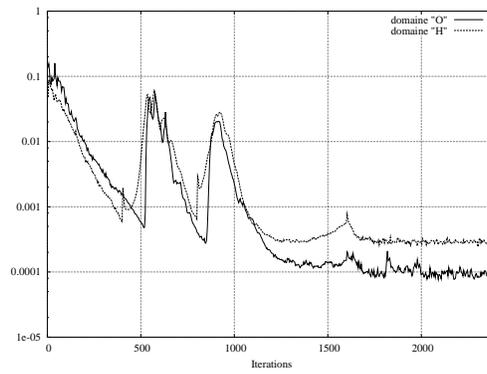
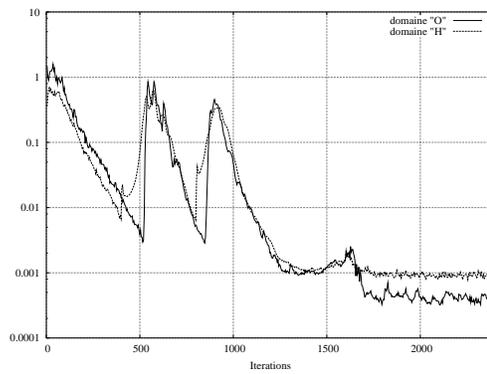
(a) Résidus moyens ρ (b) Résidus moyens ρU_x (c) Résidus moyens ρU_y (d) Résidus moyens ρU_z (e) Résidus moyens ρE_t

FIG. 6.3 – Evolution des résidus moyens - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle de Michel

6.2.2 Résultats et analyse

On représente sur la figure 6.4 différentes grandeurs calculées à partir des résultats de la simulation stationnaire avec modèle de Michel, dans le plan aube-à-aube à mi-envergure. Les résultats obtenus dans un canal sont simplement recopiés par périodicité spatiale dans la direction azimutale.

La figure 6.4(a) représente l'angle absolu formé entre la direction du vecteur vitesse absolue et la direction axiale, axe de rotation de la machine. L'entropie est représentée sur la figure 6.4(b). Cette grandeur est caractéristique des effets de sillage ou tourbillonnaires. On représente ensuite la pression totale absolue et la température totale absolue, sur les figures 6.4(c) et 6.4(d) respectivement. Ces deux grandeurs nous donnent des informations sur les échanges d'énergie dans la roue. Enfin, le nombre de Mach absolu sur la figure 6.4(e) et le nombre de Mach relatif sur la figure 6.4(f), permettent de caractériser l'écoulement d'un point de vue dynamique, et aussi d'identifier la présence de chocs dans l'écoulement.

L'objet de cette simulation stationnaire n'est pas d'analyser de manière fine l'écoulement et ses différentes caractéristiques mais de comparer les résultats obtenus à ceux de la base de données stationnaires proposée par Bardoux [7], comme expliqué au début de cette section 6.2. On représente donc les mêmes grandeurs que celles de la figure 6.4, à partir de la base de données stationnaires, sur la figure 6.5.

Globalement, les résultats de la simulation stationnaire avec modèle de Michel sont très proches de ceux issus de la base de données stationnaires. De l'amont jusqu'à la moitié du canal inter-aubes, toutes les grandeurs représentées sont quasiment identiques sur les figures 6.4 et 6.5. On distingue dans la deuxième moitié du canal inter-aubes et dans la zone située à l'aval du rotor de très légères différences, en terme de niveau, pour chaque grandeur. On constate par exemple un niveau d'entropie plus élevé dans le sillage derrière les aubages du rotor pour la présente simulation stationnaire. Différence de niveau que l'on retrouve, à l'inverse, pour le nombre de Mach relatif dans la zone du sillage.

L'écoulement étant fortement tridimensionnel dans ce cas test de turbine, il paraît intéressant de compléter cette comparaison par une observation, suivant l'envergure, de ces différentes grandeurs. Les faibles différences constatées sur les coupes dans le plan aube-à-aube à mi-envergure se situant principalement à l'aval du bord de fuite des aubes du rotor. On choisit alors de représenter des profils radiaux des différentes grandeurs dans une section située derrière le bord de fuite. On trace, sur les figures 6.6(a) à 6.6(f), les distributions radiales d'angle absolu, d'entropie, de pression totale absolue, de température absolue, de pression statique et du nombre de Mach à partir des résultats de la simulation stationnaire et de ceux issus de la base de données.

On retrouve, dans un premier temps, sur les différents tracés, un niveau semblable pour chaque grandeur à 50% de hauteur de veine. Les faibles différences observées dans la zone aval sur les coupes à mi-envergure sont donc atténuées par la moyenne azimutale. L'allure générale des différents profils est sensiblement la même pour les résultats de la simulation stationnaires et ceux issus de la base de données. Cependant, on observe sur chaque grandeur des écarts à environ 30% et 80% de hauteur de veine. Ces deux zones correspondent au lieu où se situent les tourbillons de passage créés sous l'effet du gradient de pression et de la courbure des lignes de courant dans le canal inter-aubes du rotor au niveau du moyeu et du carter. Ces zones tourbillonnaires sont fortement énergétiques comme le montre les profils de pression totale et de température totale (figures 6.6(c) et 6.6(d)). Les pertes sont sensiblement plus importantes dans ces tourbillons, comme le montre le profil radial d'entropie (figure 6.6(b)). Les fortes valeurs du nombre de Mach observées sur la figure 6.6(f) dans ces zones sont la conséquence directe du déficit de pression statique induit par le mouvement tourbillonnaire. Ce déficit de pression est plus important dans le cas de la simulation stationnaire en comparaison de celui observé pour la base de données. On peut supposer que notre simulation stationnaire est moins "numériquement dissipative", ce qui explique la forte variation de pression statique P_s sur la figure 6.6(e). Ainsi, on retrouve des niveaux de vitesse, de pertes et d'énergie plus élevés pour cette simulation stationnaire. On remarque aussi un déplacement du centre du tourbillon de passage du carter, vers celui-ci, d'environ 5% de hauteur de veine.

Ces premiers résultats montrent qu'à géométrie, maillages, conditions limites et modèle de turbulence identiques, les deux versions du code CANARI, celle utilisée par Bardoux [7] et celle que nous avons utilisée, ne conduisent pas exactement à la même solution. Ces écarts sont certainement liés à l'utilisation d'une discrétisation centrée en espace dans le cas de la simulation que nous avons réalisée, contrairement à la base de données produite par Bardoux [7]. Nous considérons cependant ces écarts relativement faibles pour pouvoir poursuivre l'implantation du modèle de tensions déterministes dans le code CANARI sans avoir à réaliser une nouvelle simulation instationnaire avec cette version du code.

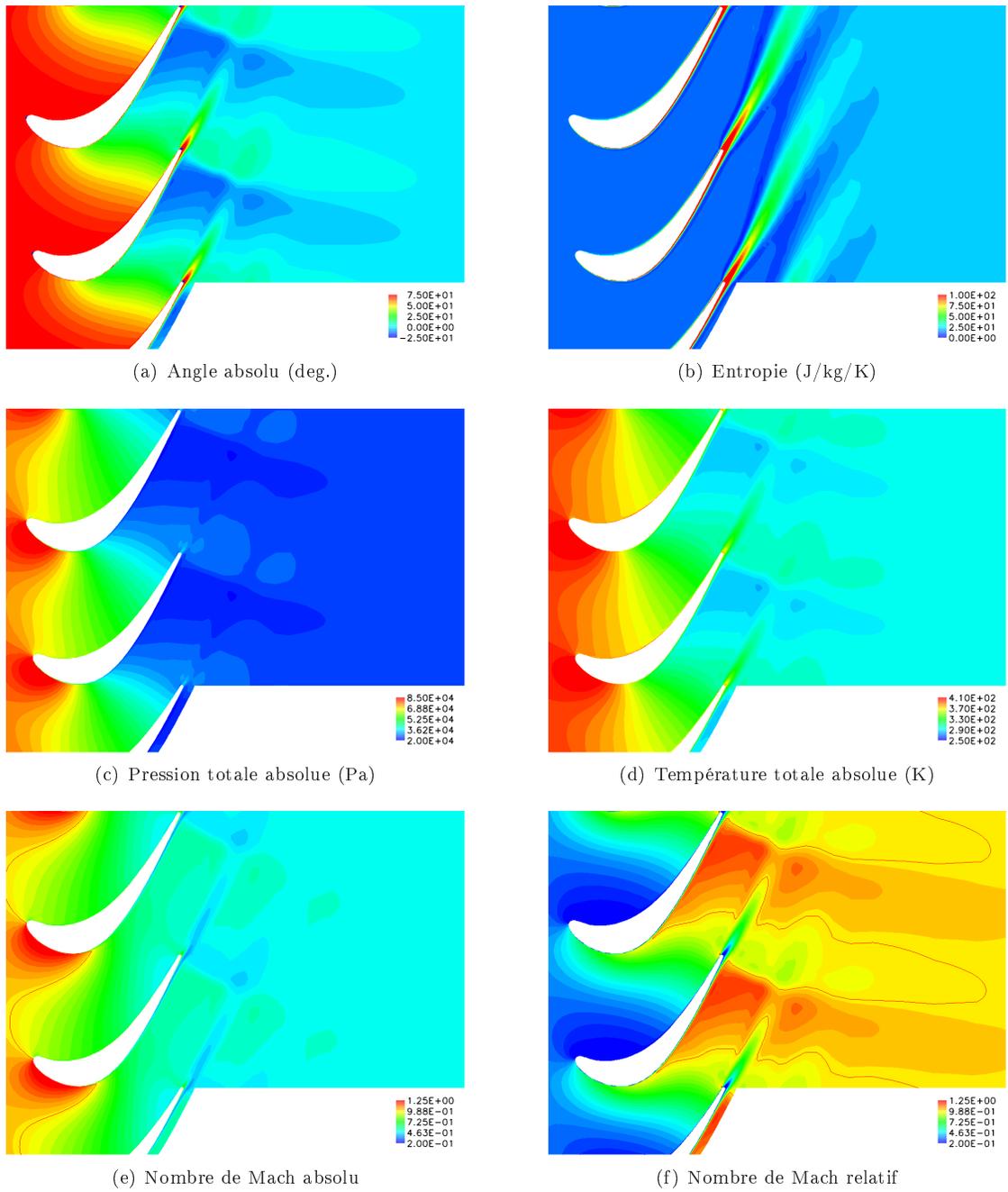


FIG. 6.4 – Simulation stationnaire avec modèle de Michel - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure

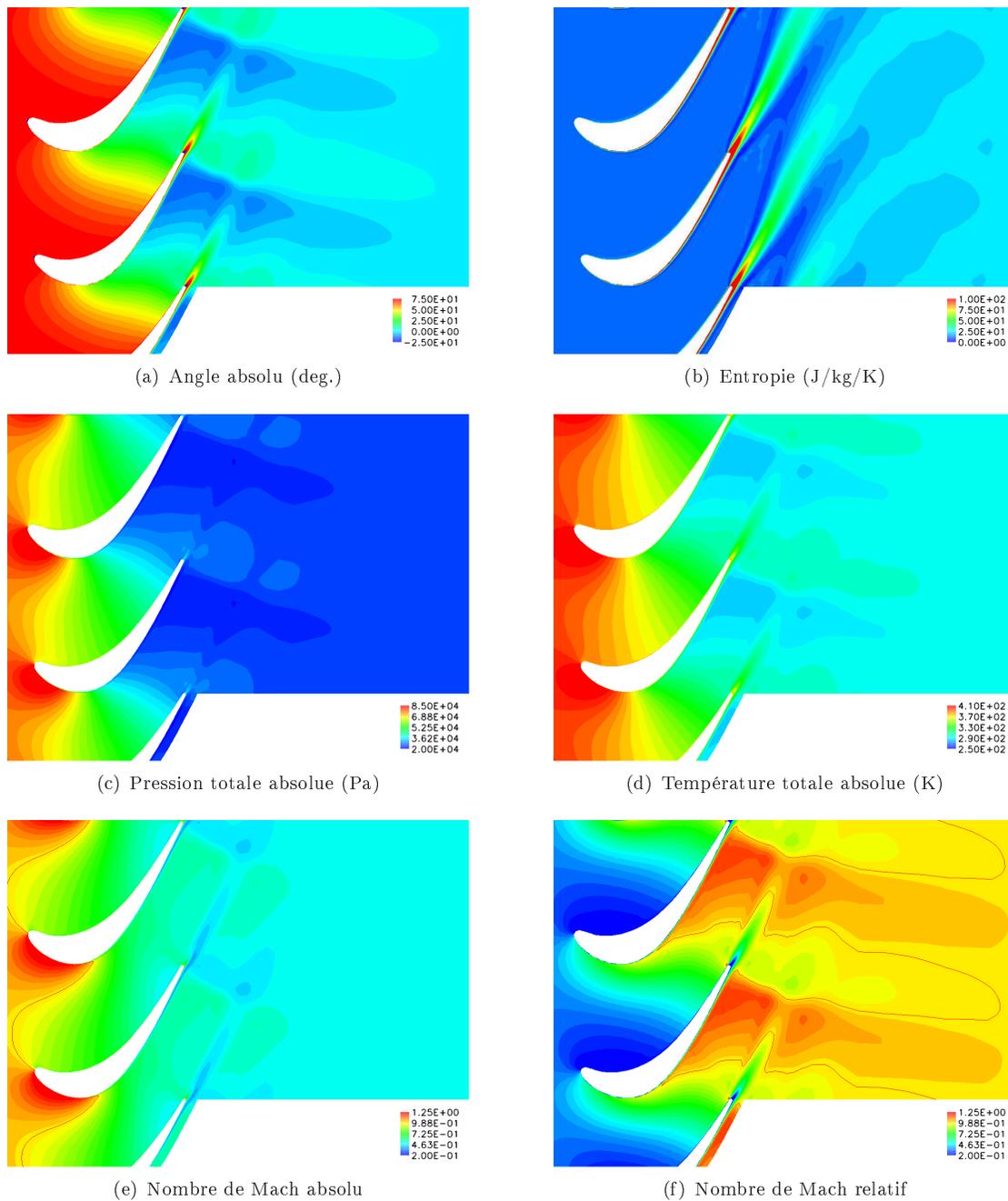


FIG. 6.5 – Base de données stationnaires - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure

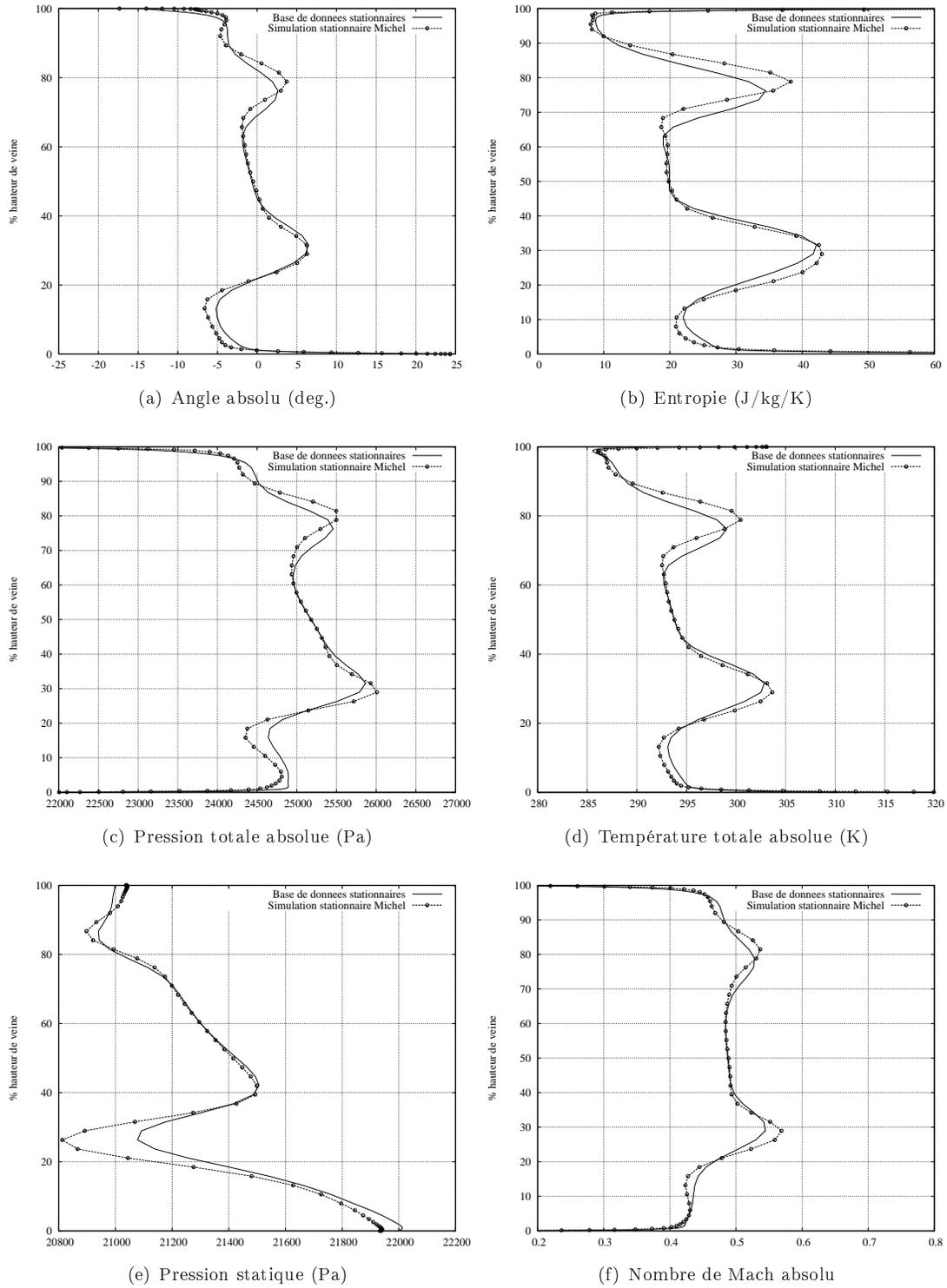


FIG. 6.6 – Comparaison des résultats de la base de données stationnaires et de la simulation stationnaire avec modèle de Michel - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$

6.3 Simulation stationnaire avec modèle $k - l$ de Smith

Comme nous l'avons précisé en début de chapitre, nous souhaitons implanter le modèle à équations de transport des tensions déterministes dans un code où des sous-programmes de résolution d'équations de transport pour la turbulence existent déjà. C'est le cas du code CANARI de l'ONERA que nous avons utilisé pour la simulation stationnaire détaillée dans la section précédente.

L'objectif de cette deuxième simulation est de réaliser un calcul stationnaire, dans les mêmes conditions que le calcul stationnaire avec le modèle de Michel, mais avec un modèle de turbulence à équations de transport. La comparaison des résultats de ces deux simulations stationnaires, nous permettra de voir l'influence du modèle de turbulence sur le calcul du champ moyen. Si cette influence est faible, alors nous garderons les équations de transport de la turbulence auxquelles nous ajouterons les équations de transport des tensions déterministes. Ceci dans le but de garder une certaine homogénéité dans le code entre la modélisation des tensions déterministes et la modélisation de la turbulence.

6.3.1 Initialisation et données du calcul

On réalise la simulation stationnaire avec le modèle de turbulence $k - l$ de Smith [54] dans les mêmes conditions que le précédent calcul avec le modèle de Michel. Les détails concernant le modèle de turbulence de Smith ont été développés dans le premier chapitre de ce document, section 1.2.3.2.

Les conditions limites imposées à l'amont sont celles représentées sur la figure 6.1. En sortie de domaine, on impose aussi une pression statique $P_s = 21280$. Comme pour la simulation stationnaire avec le modèle de Michel, il a fallu adapter cette pression statique pour obtenir la convergence du calcul. Ainsi, nous avons appliqué une pression statique $P_s = 8900$ sur les 400 premières itérations puis une pression $P_s = 15100$ sur les 400 suivantes. Le CFL utilisé pour tout le calcul est égal à 8.

L'utilisation d'équations de transport pour les quantités turbulentes impose de se donner des conditions limites pour celles-ci. Ces conditions sont déterminées à partir d'un taux de turbulence Tu_∞ et d'une échelle de longueur caractéristique L_∞ . La grandeur turbulente ρk_∞ est obtenue par la relation suivante :

$$k_\infty = \frac{3}{2} (Tu_\infty U_\infty)^2 \quad (6.31)$$

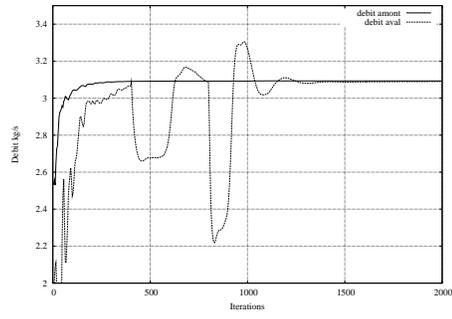
La grandeur ρl_∞ est directement reliée à l'échelle de longueur caractéristique. Le taux de turbulence extérieur est fixé à 10%, ce qui correspond à une turbulence largement établie en entrée de domaine. Pour la longueur caractéristique, on prend 1% du pas de la grille. Les conditions limites pour les grandeurs turbulentes sont donc les suivantes :

- $\rho k_\infty = 3.9 \cdot 10^{-3}$
- $\rho l_\infty = 2.94 \cdot 10^{-2}$

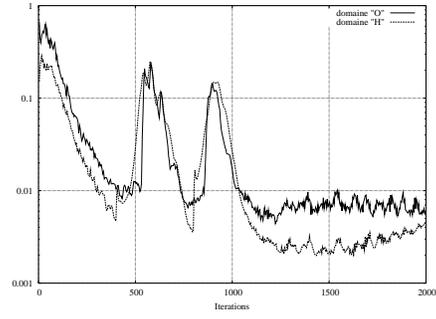
Enfin, notons que la simulation est considérée comme turbulente dans tout le domaine de calcul.

Le convergence de cette simulation stationnaire a été obtenue après 2000 itérations, pour un temps CPU d'environ 4400 secondes. En terme de performance, ces résultats donnent approximativement $3.5 \mu s / pt / it$, soit environ 50% de temps de calcul en plus par rapport à la simulation avec le modèle de Michel. La convergence des calculs est de nouveau observée sur la chute des résidus des équations et la conservation du débit entre l'amont et l'aval.

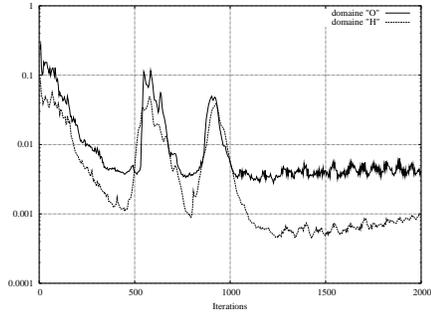
Ces critères sont représentés sur la figure 6.7(a) pour le débit et sur les figures 6.7(b) à 6.7(h) pour les résidus. Le débit amont-aval est conservé à moins de 0.01% près et les résidus ont chuté d'environ deux à trois ordres de grandeur.



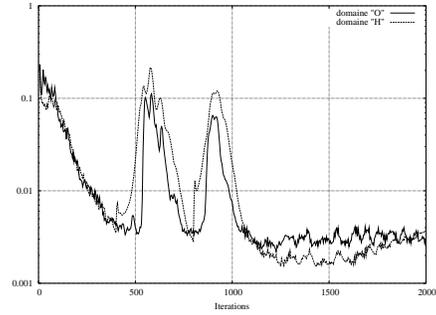
(a) Débits amont et aval



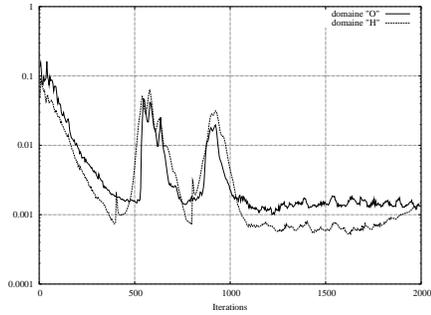
(b) Résidus moyens ρ



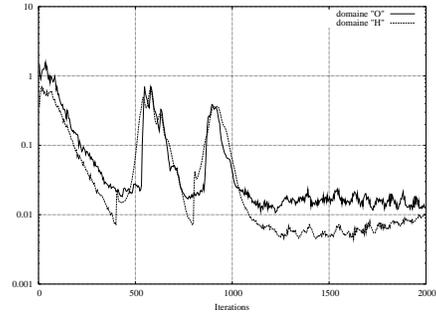
(c) Résidus moyens ρU_x



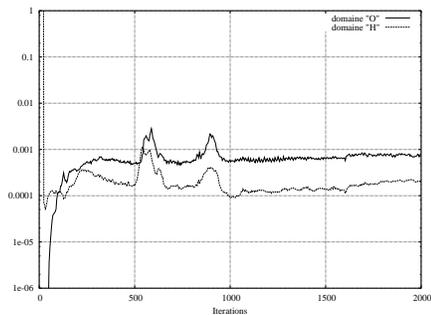
(d) Résidus moyens ρU_y



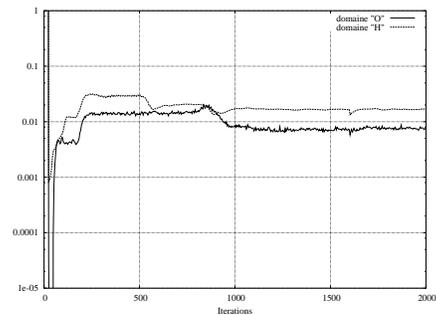
(e) Résidus moyens ρU_z



(f) Résidus moyens ρE_t



(g) Résidus moyens ρk



(h) Résidus moyens ρl

FIG. 6.7 – Evolution des débits amont, aval et des résidus moyens - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle $k-l$ de Smith

6.3.2 Résultats et analyse

On représente sur la figure 6.8, à mi-hauteur de veine, dans le plan aube-à-aube, différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Ces grandeurs sont identiques à celles représentées dans la section 6.2. Ainsi on peut effectuer une comparaison entre les résultats de cette nouvelle simulation, avec modèle de Smith $k-l$, les résultats de la simulation stationnaire avec modèle de Michel, et les résultats issus de la base de données stationnaires.

On constate qu'à mi-envergure, la simulation stationnaire avec le modèle de Smith $k-l$ fournit quasiment les mêmes résultats que le calcul stationnaire avec modèle de Michel. On relève sur la figure 6.8 une très légère différence de niveau dans la deuxième partie du canal inter-aubes et dans la zone à l'aval du bord de fuite, en comparaison de la figure 6.4. On remarque plus particulièrement, sur la carte d'entropie, figure 6.8(b), un sillage moins prononcé que dans le cas de la simulation stationnaire avec modèle de Michel. On observe également des pressions et températures totales plus faibles dans la zone située juste en amont du choc issu du bord de fuite sur les figures 6.8(c) et 6.8(d), avec donc un nombre de Mach relatif légèrement plus faible dans cette zone. L'accord entre les résultats du calcul stationnaire avec modèle de Smith et la base de données stationnaires est, lui aussi, satisfaisant à mi-hauteur de veine. L'utilisation d'un modèle de turbulence à équations de transport conduit donc à des résultats très proches de ceux issus de la base de données stationnaires, qui ont été obtenus avec un modèle algébrique. D'un point de vue tridimensionnel, on s'attend à retrouver des écarts semblables à ceux observés dans la section précédente 6.2, pour les différents profils radiaux figure 6.6.

On représente à nouveau, sur les figures 6.9(a) à 6.9(f), les distributions radiales d'angle absolu, d'entropie, de pression totale absolue, de température absolue, de pression statique et du nombre de Mach à partir des résultats de la base de données stationnaires et des deux simulations stationnaires avec modèle de Michel et de Smith.

On retrouve qualitativement les mêmes résultats pour la simulation stationnaire avec le modèle de Smith que pour la simulation stationnaire avec le modèle de Michel. Quantitativement, certaines grandeurs diffèrent un peu, notamment dans les zones de tourbillons de passage. On trouve par exemple sur les figures 6.9(c) et 6.9(d), à environ 80% de hauteur de veine, un niveau énergétique plus faible dans le tourbillon de passage du carter, pour la simulation avec le modèle à équations de transport. Ceci se répercutant au niveau des pertes, puisqu'on retrouve également un niveau d'entropie plus faible pour cette simulation. Au niveau du tourbillon de passage du moyeu, on observe un déficit de pression statique plus faible dans le cas de la simulation stationnaire avec modèle de Smith que dans le cas du calcul stationnaire avec modèle de Michel.

Nous avons comparés dans ce chapitre les résultats de deux simulations stationnaires, avec modèle de turbulence algébrique ou à équations de transport, avec les résultats issus de la base de données stationnaires proposée par Bardoux [7]. Les résultats, obtenus avec les deux différents modèles de turbulence, sont sensiblement les mêmes, comme nous venons de le constater sur les figures 6.4, 6.8 et 6.9. De plus, même si l'accord entre les simulations stationnaires et la base de données stationnaires n'est pas parfait, les résultats demeurent qualitativement et quantitativement proches. Les écarts observés concernent principalement les zones tourbillonnaires avec en particulier, un positionnement spatial de ces zones légèrement différent dans le cas des simulations stationnaires et dans le cas de la base de données. Compte-tenu de ces observations, nous considérons qu'il n'est pas nécessaire de réaliser un nouveau calcul instationnaire sur le cas test de turbine avec la version 450 du code CANARI pour valider à nouveau le modèle de tensions déterministes instationnaires développé au chapitre 5. Nous choisissons donc d'implanter le modèle de tensions déterministes dans le code CANARI parallèlement au modèle de turbulence $k-l$ de Smith. C'est ce que nous allons détailler dans le chapitre 7 de ce document.

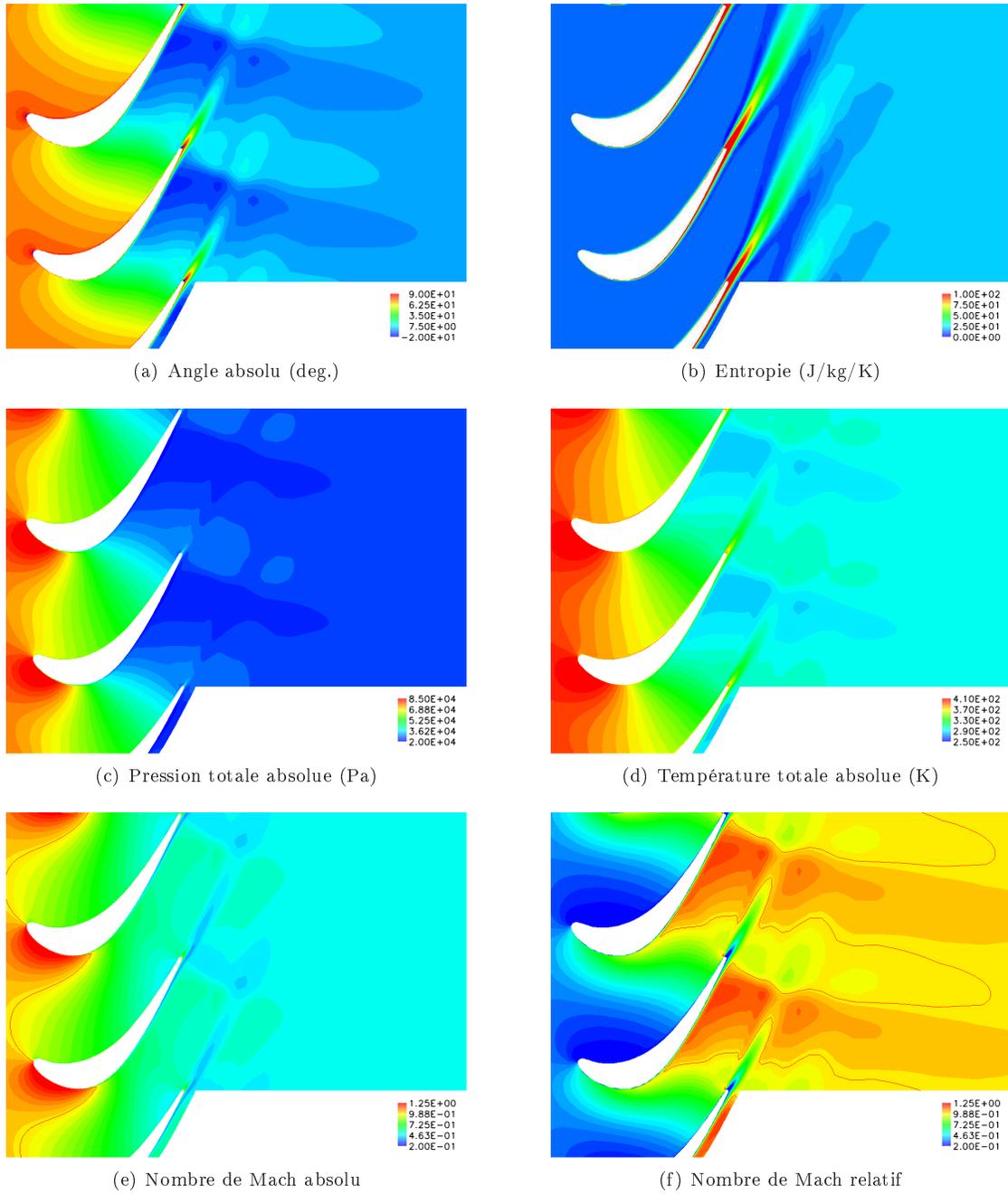
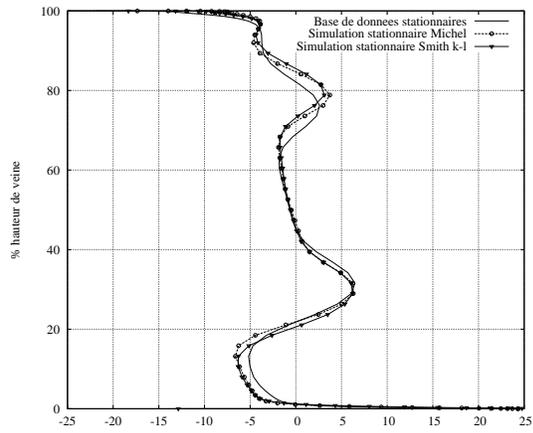
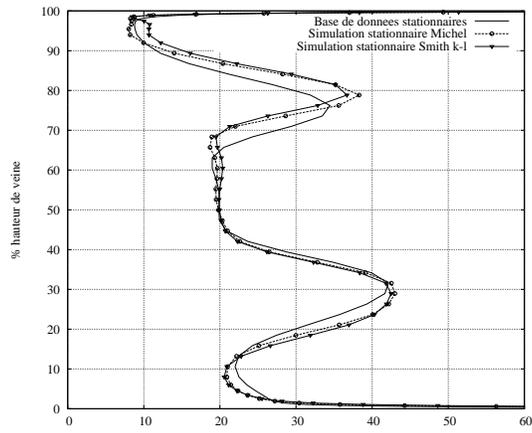


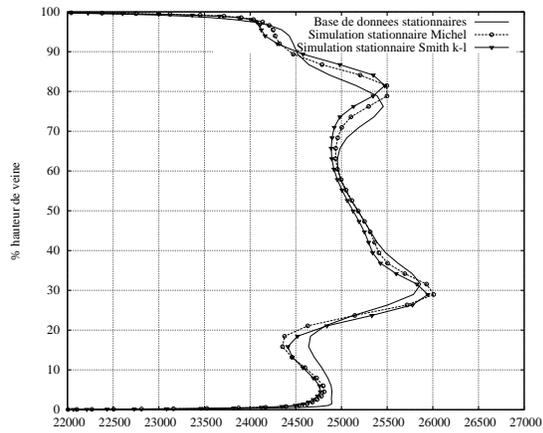
FIG. 6.8 – Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure



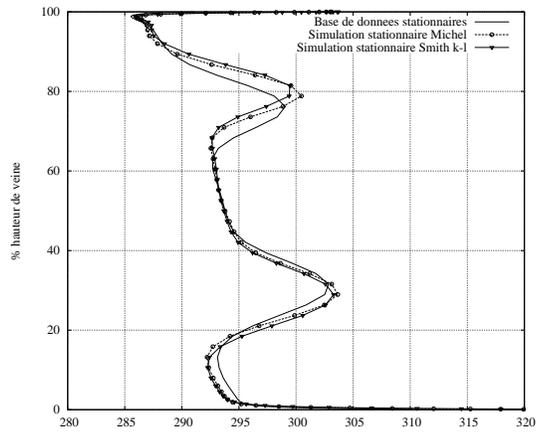
(a) Angle absolu (deg.)



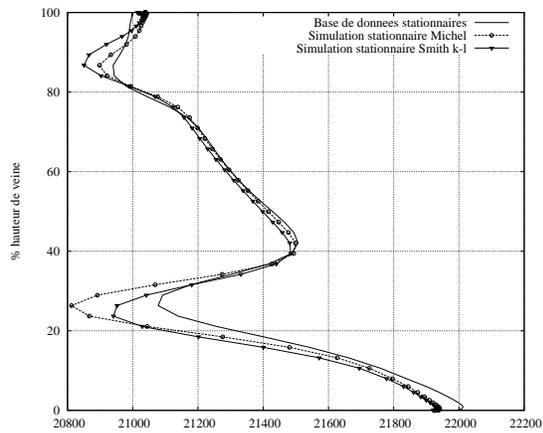
(b) Entropie (J/kg/K)



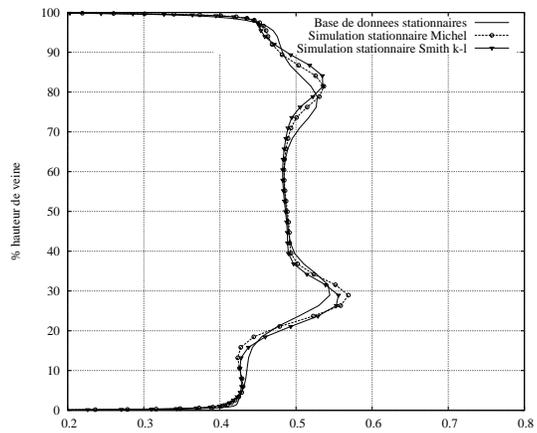
(c) Pression totale absolue (Pa)



(d) Température totale absolue (K)



(e) Pression statique (Pa)



(f) Nombre de Mach absolu

FIG. 6.9 – Comparaison des résultats de la base de données stationnaires, de la simulation stationnaire avec modèle de Michel et de la simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$

Chapitre 7

Simulation stationnaire Vega2 avec tensions déterministes

Dans ce dernier chapitre, nous présentons l'implantation du modèle de tensions déterministes complet développé dans les chapitres 4 et 5 dans le code stationnaire CANARI présenté dans le chapitre 6, et les résultats obtenus pour différentes configuration de simulation. Dans cette partie numérique, seul le cas test de turbine axiale transsonique Vega2 est utilisé.

Dans un souci de validation du modèle, nous procédons à l'introduction des différents éléments composant le modèle dans le code de calcul CANARI, de manière la plus rationnelle possible, étape par étape. La première étape consiste à introduire les termes contenant les tensions déterministes mécanique et les flux d'énergie déterministes dans la résolution du champ moyen. C'est l'objet du paragraphe 7.1.1. Dans un premier temps, une simulation stationnaire est réalisée, en considérant ces tensions déterministes comme termes sources issus de la base de données instationnaires. Ce calcul fait l'objet de la section 7.2. La seconde étape correspond à l'implantation du modèle à équations de transport des tensions déterministes, avec les fermetures proposées dans le chapitre 5, dans le code de calcul. À cela est ajoutée l'implantation du modèle pour les flux d'énergie déterministes. Ces deux intégrations sont explicitées dans le paragraphe 7.1.2. Enfin, on retrouve dans la dernière section 7.3, les résultats de simulations stationnaires avec le modèle à équations de transport des tensions déterministes, où chaque fermeture est activée au fur et à mesure, jusqu'à arriver au modèle complet.

7.1 Implantation du modèle de tensions déterministes

L'implantation du modèle à équations de transport des tensions déterministes dans le code de calcul stationnaire CANARI, se décompose en deux parties. La première partie consiste à modifier les équations du champ moyen résolues pour la prise en compte des tensions déterministes. La deuxième partie consiste à intégrer parallèlement aux équations de transport de la turbulence, les équations de transport des tensions déterministes ainsi que leurs fermetures correspondantes.

7.1.1 Corrélations déterministes dans la résolution du champ moyen

La prise en compte des corrélations déterministes dans le champ moyen, qu'elles soient mécaniques ou énergétiques, se fait par l'intermédiaire des équations de conservation du champ moyen. Comme nous l'avons détaillé dans le chapitre 2, elles apparaissent après application des opérateurs de moyenne d'Adamczyk. On retrouve ces équations complètes de Navier-Stokes moyennées dans la section 2.1.3, équations (2.22) à (2.26).

Les équations simplifiées de conservation de la quantité de mouvement, telles qu'elles sont implantées dans le code CANARI, s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial \widetilde{\rho U}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\widetilde{\rho U}_i \widetilde{U}_j + \overline{P} \delta_{ij} - \overline{\tau}_{ij} + \overline{\rho u'_i u'_j} \right) = 0 \quad (7.1)$$

D'après les équations (2.23) à (2.25) du chapitre 2, les nouvelles équations de conservation de la quantité de mouvement doivent s'écrire, pour la prise en compte des tensions déterministes, de la façon suivante :

$$\frac{\partial \widetilde{\rho U}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\widetilde{\rho U}_i \widetilde{U}_j + \overline{P} \delta_{ij} - \overline{\tau}_{ij} + \overline{\rho u'_i u'_j} + \overline{\rho u''_i u''_j} \right) = 0 \quad (7.2)$$

pour la composante i de la quantité de mouvement avec sommation sur l'indice j .

La définition de la pression statique, est elle aussi modifiée par l'application des opérateurs de moyenne. Elle s'écrit, de manière à intégrer les tensions déterministes, sous la forme :

$$\overline{P} = (\gamma - 1) \left(\overline{\rho E}_t - \frac{1}{2} \overline{\rho U}_i \widetilde{U}_i - \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i} - \frac{1}{2} \overline{\rho u''_i u''_i} \right) \quad (7.3)$$

Enfin, l'équation de conservation de l'énergie totale, initialement écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \widetilde{\rho E}_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\widetilde{\rho h}_0 \widetilde{U}_i + \overline{q}_i - \overline{\tau}_{ij} \widetilde{U}_j + \overline{\rho h'_0 u'_i} - \overline{\tau'_{ij} u'_j} \right) = 0 \quad (7.4)$$

devient d'après l'équation (2.26) du chapitre 2 :

$$\frac{\partial \widetilde{\rho E}_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\widetilde{\rho h}_0 \widetilde{U}_i + \overline{q}_i - \overline{\tau}_{ij} \widetilde{U}_j + \overline{\rho h'_0 u'_i} + \overline{\rho h''_0 u''_i} - \overline{\tau'_{ij} u'_j} \right) = 0 \quad (7.5)$$

Les trois équations de conservation de la quantité de mouvement (7.2) utilisent donc les six composantes du tenseur des corrélations déterministes mécaniques $\overline{\rho u''_i u''_j}$, tandis que l'équation de conservation de l'énergie totale (7.5) intègre les trois composantes des flux d'énergie déterministes $\overline{\rho h''_0 u''_i}$.

Sous forme conservative, le système d'équations de Navier-Stokes, résolu dans le code CANARI par discrétisation spatiale et temporelle, est donné par l'équation (6.1) décrite dans le précédent chapitre. Ce système sous forme conservative demeure inchangé :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(F - F_v) = 0 \quad (7.6)$$

mais le terme F_v intègre désormais les efforts déterministes :

$$F_v = \left[0, \tau - \tau_R - \tau_D, \tau \widetilde{U} - \overline{q} - \phi_t - \phi_D \right] \quad (7.7)$$

avec τ_D le tenseur des corrélations déterministes mécaniques $\overline{\rho u''_i u''_j}$ et ϕ_D les flux d'énergie déterministes autrement appelés corrélations déterministes d'énergie $\overline{\rho h''_0 u''_i}$.

Les équations ainsi modifiées dans le code CANARI vont nous permettre de prendre en compte les tensions déterministes dans le calcul du champ moyen, en conservant le processus de résolution décrit dans la section 6.1 du chapitre précédent. Dans un premier temps, afin de valider l'implantation de ces termes supplémentaires, nous réalisons un calcul stationnaire où les tensions déterministes sont considérées comme des termes sources provenant de la base de données instationnaires. Cette première simulation fait l'objet de la section 7.2 et permet une comparaison avec les résultats obtenus par Bardoux [7].

7.1.2 Procédure de résolution des équations de transport

Les tensions déterministes sont obtenues par la résolution du système d'équations de transport détaillées dans le chapitre 4, associées aux fermetures décrites dans le chapitre 5, et sont réintroduites dans le champ moyen par l'intermédiaire des équations modifiées précédemment.

Pour ce faire, nous choisissons, par analogie avec les procédures de résolution des équations de transport des quantités turbulentes, d'implanter les équations de transport des quantités déterministes parallèlement à celles de la turbulence. On écrit alors les équations de transport des tensions déterministes (4.9) sous forme conservative. Le système (4.9) devient donc :

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \text{div}(A - A_v) = B \quad (7.8)$$

avec a les variables conservatives, A les termes convectifs, A_v les termes diffusifs et B les termes sources.

On explicite ces grandeurs sous la forme :

$$\begin{aligned} - a &= \overline{\rho u_i'' u_j''} \\ - A &= \overline{\rho u_i'' u_j'' \tilde{U}} \\ - A_v &= [0] \\ - B &= \left[P_{td} - \overline{u_i'' \frac{\partial p''}{\partial x_j}} - \overline{u_j'' \frac{\partial p''}{\partial x_i}} \right] \end{aligned}$$

valables pour les six composantes, avec P_{td} les termes de production donnés par :

$$P_{td} = \sum_k \left[-\overline{\rho u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_k}} - \overline{\rho u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k}} \right] \quad (7.9)$$

La discrétisation temporelle de l'équation (7.8) est identique à celle du système des équations de Navier-Stokes et de transport des quantités turbulentes, avec un schéma de type Runge-Kutta à quatre pas utilisant les coefficients a_{rk} donnés dans le chapitre 6 par l'expression (6.5).

$$a^{(0)} = a^n \quad (7.10)$$

$$a^{(rk)} = a^{(0)} - a_{rk} \Delta t \left[\text{div} \left(A^{(rk-1)} - A_v^{(0)} \right) + B^{(rk-1)} \right] \quad (7.11)$$

$$a^{n+1} = a^{(4)} \quad (7.12)$$

De même, pour la discrétisation spatiale, les équations de transport des tensions déterministes, s'écrivent sous forme discrétisées :

$$V \frac{\partial \hat{a}}{\partial t} + \sum_{\text{facette}} (A - A_v)_i^{\text{facette}} s_i^{\text{facette}} = \hat{B}V \quad (7.13)$$

Comme pour la résolution des équations de Navier-Stokes et de transport des quantités turbulentes, on ajoute à la résolution des équations de transport des tensions déterministes, une dissipation artificielle pour stabiliser le schéma centré de la discrétisation spatiale, ainsi qu'une méthode de lissage implicite des résidus pour accélérer la convergence. Ces deux méthodes sont identiques à celles déjà utilisées dans le code et décrites dans la section 6.1.

Enfin, la résolution des équations de transport des tensions déterministes est réalisée à chaque itération, comme pour la résolution des équations de transport des grandeurs turbulentes. Les tensions déterministes ne sont donc pas recalculées à chaque sous-pas Runge-Kutta de calcul du champ moyen.

L'une ou l'autre des fermetures de la corrélation vitesse-gradient de pression développée dans le chapitre 5 est introduite directement dans le calcul des termes sources B de l'équation (7.8). Le modèle pour les flux d'énergie déterministes, détaillé dans la section 5.2 du chapitre 5, est quant à

lui, introduit directement dans les nouvelles équations du champ moyen au travers des flux d'enthalpie déterministe ϕ_D .

Les simulations numériques réalisées après implantation du modèle de tensions déterministes instationnaires sont détaillées dans la section 7.3 de ce chapitre.

7.2 Simulation stationnaire avec termes sources

La première simulation stationnaire Vega2 avec tensions déterministes est réalisée sans activer le modèle complet de tensions déterministes, mais en introduisant celles-ci en termes sources calculés à partir de la base de données instationnaires proposée par Bardoux [7]. Le modèle de turbulence associé à cette simulation est le modèle à équations de transport $k-l$ de Smith. L'objectif de cette simulation est de valider l'implantation des tensions déterministes, dans le système d'équations du champ moyen détaillé dans la première section de ce chapitre. Cette validation se fait par comparaison des résultats obtenus avec ceux proposés par Bardoux [7] et présentés dans le chapitre 2, figures 2.4 et 2.5. Les écarts observés, dans le chapitre précédent, entre les résultats de notre simulation stationnaire avec modèle de Smith et ceux issus de la base de données stationnaires de Bardoux, doivent également être retrouvés dans cette comparaison.

7.2.1 Initialisation

Pour initialiser la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources, on utilise le champ aérodynamique convergé issu de la simulation stationnaire avec modèle $k-l$ de Smith, dont les résultats sont présentés section 6.3 du chapitre 6.

Les conditions limites imposées à l'amont sont identiques à celles utilisées pour les simulations stationnaires, et représentées sur la figure 6.1. A l'aval, la pression statique est conservée égale à $P_s = 21280$. Le CFL est fixé à 7 pour obtenir la convergence du calcul. Enfin, les tensions déterministes mécaniques et les flux d'énergie déterministes issus de la base de données instationnaires sont imposés jusqu'à convergence vers la nouvelle solution stationnaire avec tensions déterministes en termes sources.

La convergence de cette simulation a été obtenue après 500 itérations, pour un temps CPU d'environ 1200 secondes. Ce temps de calcul nous donne des performances équivalentes à celles obtenues pour la simulation stationnaire $k-l$ sans tension déterministe en termes sources, de l'ordre de $3.5\mu s/pt/it$.

On donne, sur la figure 7.1, l'évolution du débit amont-aval et des résidus. Les 2000 premières itérations correspondent à la simulation stationnaire avec modèle $k-l$ de Smith, tandis que les 500 suivantes correspondent à la simulation stationnaire avec prise en compte des tensions déterministes en termes sources. On observe que le débit amont-aval est conservé très rapidement après introduction des tensions déterministes. Les courbes d'évolutions des résidus montrent également que la convergence est obtenue rapidement à partir de la prise en compte de ces tensions.

7.2.2 Résultats et analyse

Dans un premier temps, on représente, sur la figure 7.2, de manière similaire à celle utilisée dans le chapitre 6 pour les simulations stationnaires, les résultats de la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources.

Si on compare ces résultats à ceux issus de la simulation stationnaire avec modèle $k-l$ de Smith, représentés sur la figure 6.8 du chapitre précédent, on retrouve sensiblement les mêmes résultats, excepté pour les cartes d'entropie. On remarque effectivement, sur la figure 7.2(b), une variation

significative d'entropie, dans la direction circonférentielle, dans le canal inter-aubes qui n'est pas présente dans le cas sans tension déterministe, figure 6.8(a).

Ces gradients d'entropie, caractéristiques des effets de "mélange", ont été évoqués dans le chapitre 2, section 2.2. On retrouve donc les résultats proposés par Bardoux [7], à savoir : la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources reproduit correctement ces zones de "mélange" provenant des sillages amonts et des écoulements secondaires dans le canal inter-aubes. Pour confirmer cette prise en compte, dans la simulation stationnaire avec tensions déterministes, de phénomènes liés aux instationnarités des écoulements en turbomachines, on représente également les résultats issus de la base de données instationnaires sur la figure 7.3. On retrouve alors, sur la carte d'entropie 7.3(b), les gradients d'entropie dans le canal inter-aubes à mi-envergure.

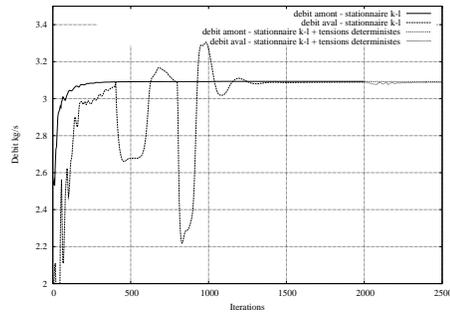
Comme nous l'avons fait pour les simulations stationnaires dans le chapitre précédent, nous représentons également, les profils radiaux d'angle absolu, d'entropie, de pression totale absolue, de température totale absolue, de pression statique et de nombre de Mach absolu dans une section située à l'aval du bord de fuite de rotor. Ces profils sont représentés sur la figure 7.4, et reprennent les résultats de quatre simulations : la simulation stationnaire $k-l$ détaillée dans le chapitre 6, les simulations stationnaire et instationnaire réalisées par Bardoux avec une version antérieure du code CANARI, et enfin la simulation stationnaire $k-l$ avec tensions déterministes en termes sources (mentionnées comme exactes sur la figure).

On retrouve les résultats décrits précédemment, concernant les écarts entre la simulation stationnaire $k-l$ et la base de données stationnaires. L'observation, plus en détail de chacune des grandeurs, pour les résultats de la simulation stationnaire avec tensions déterministes et les résultats issus de la base de données instationnaires, nous conduit à remarquer deux choses : une allure générale des différents profils relativement proche pour ces deux simulations, mais également des différences de niveau et de positionnement. En tout état de cause, on aurait souhaité retrouver entre ces deux simulations un accord presque parfait, comme l'avait montré Bardoux [7], représenté sur la figure 2.5 dans le chapitre 2 de ce document. Le constat fait dans le chapitre précédent sur les écarts obtenus entre deux simulations stationnaires dans des conditions identiques, en terme de conditions limites, maillages et modèles de turbulence, avec deux versions différentes du code CANARI, peut s'avérer également valable dans cette comparaison. En effet, la base de données instationnaires a également été réalisée avec une version du code CANARI antérieure à celle que nous avons utilisée pour la simulation stationnaire avec tensions déterministes. On remarque par exemple sur la figure 7.4(b), dans la zone située à 80% de hauteur de veine, un écart similaire en termes de positionnement et de niveau, entre les deux simulations stationnaires, et entre les résultats de la base de données instationnaires, et ceux de la simulation stationnaire avec tensions déterministes. Cette remarque se révèle également pertinente pour les autres grandeurs représentées sur la figure 7.4. L'écart maximum observé, entre la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources et la base de données instationnaires, est pour l'entropie à 30% de hauteur de veine, figure 7.4(b). Pour toutes les autres courbes, les écarts ne sont pas aussi importants, y compris dans cette zone du tourbillon de passage du moyeu.

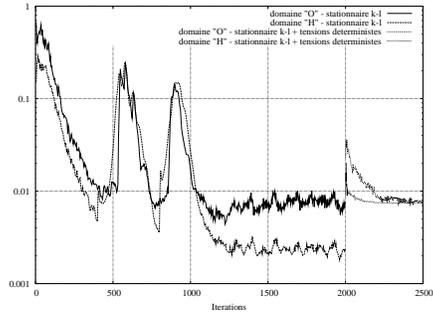
On considère donc que les écarts observés entre la simulation stationnaire avec tensions déterministes et la base de données instationnaires sont liés à la différence de version du code CANARI, et du modèle de turbulence utilisé. On suppose donc que si on avait réalisé une nouvelle simulation instationnaire avec la version 450 du code CANARI et le modèle de turbulence $k-l$ de Smith, on aurait obtenu des résultats semblables à ceux proposés par Bardoux et représentés sur la figure 2.5. Ainsi, dans la section suivante 7.3, où nous présentons les résultats de la simulation stationnaire après implantation du modèle complet de tensions déterministes, nous considérons les résultats de la simulation stationnaire avec termes sources issus de la base de données comme résultats de référence pour la validation du modèle complet. Si les résultats obtenus avec le modèle complet sont proches de ceux obtenus avec les tensions déterministes en termes sources, alors nous estimons qu'ils sont également en accord avec la moyenne temporelle d'une simulation instationnaire réalisée dans des conditions identiques.

Ces premiers résultats confirment donc l'importance de la prise en compte des tensions déterministes dans une simulation stationnaire pour reproduire les phénomènes instationnaires, et par conséquent, d'un point de vue purement numérique, l'implantation correcte des tensions dé-

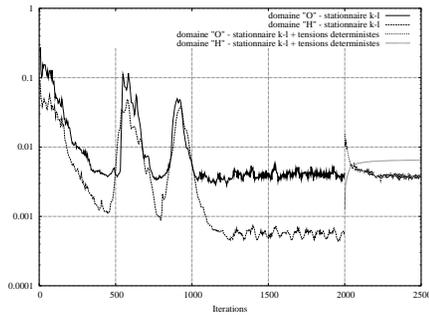
terministes dans la résolution des équations du champ moyen, dans le code de calcul CANARI. Cette conclusion valide donc la première étape d'implantation du modèle de tensions déterministes complet dans le code CANARI.



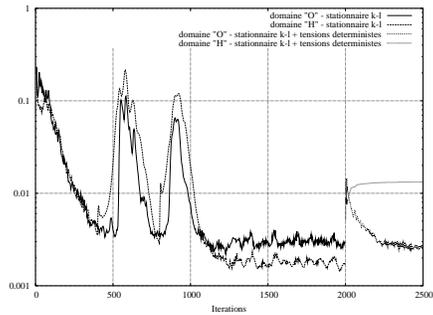
(a) Débits amont et aval



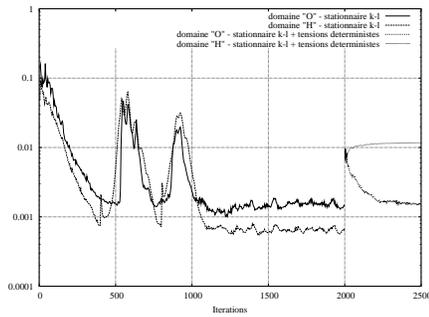
(b) Résidus moyen ρ



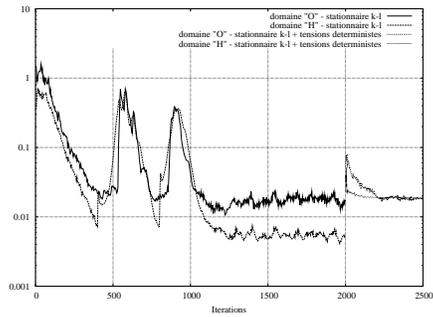
(c) Résidus moyen ρU_x



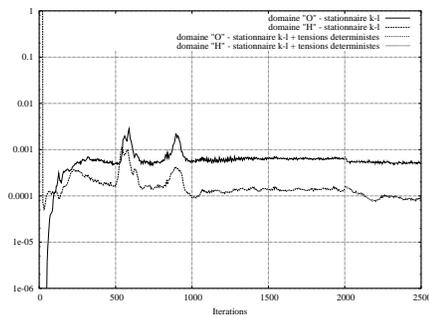
(d) Résidus moyen ρU_y



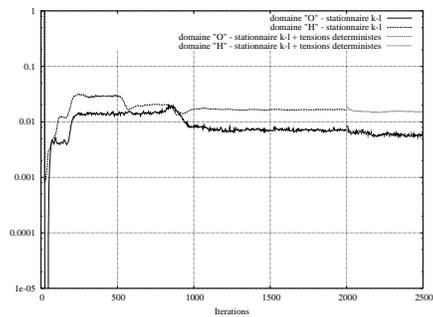
(e) Résidus moyen ρU_z



(f) Résidus moyen ρE_t



(g) Résidus moyen ρk



(h) Résidus moyen ρl

FIG. 7.1 – Evolution des débits amont, aval et des résidus moyens - Calcul stationnaire Vega2 / Modèle $k-l$ de Smith / Tensions déterministes en termes sources

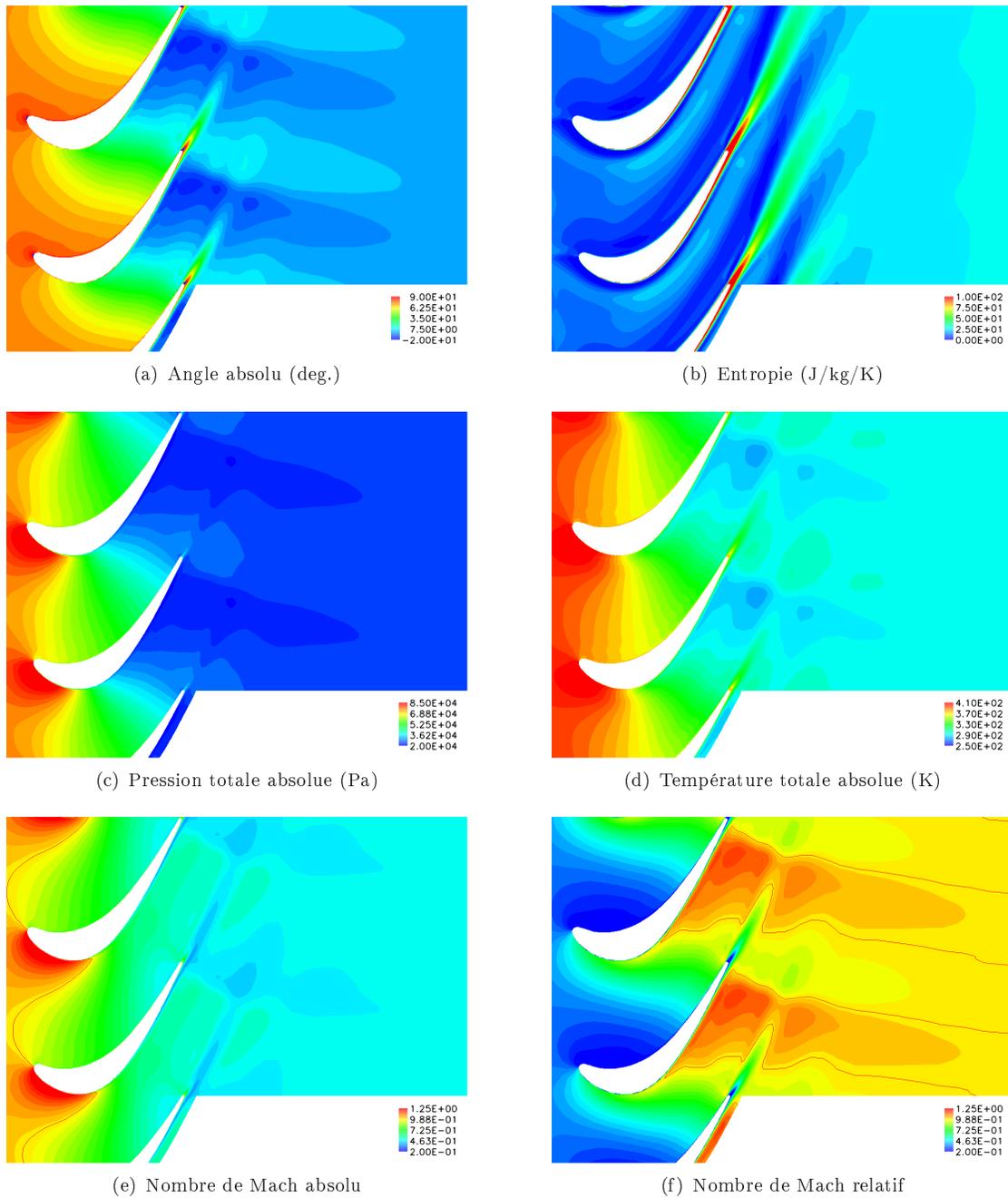


FIG. 7.2 – Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes en termes sources - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure

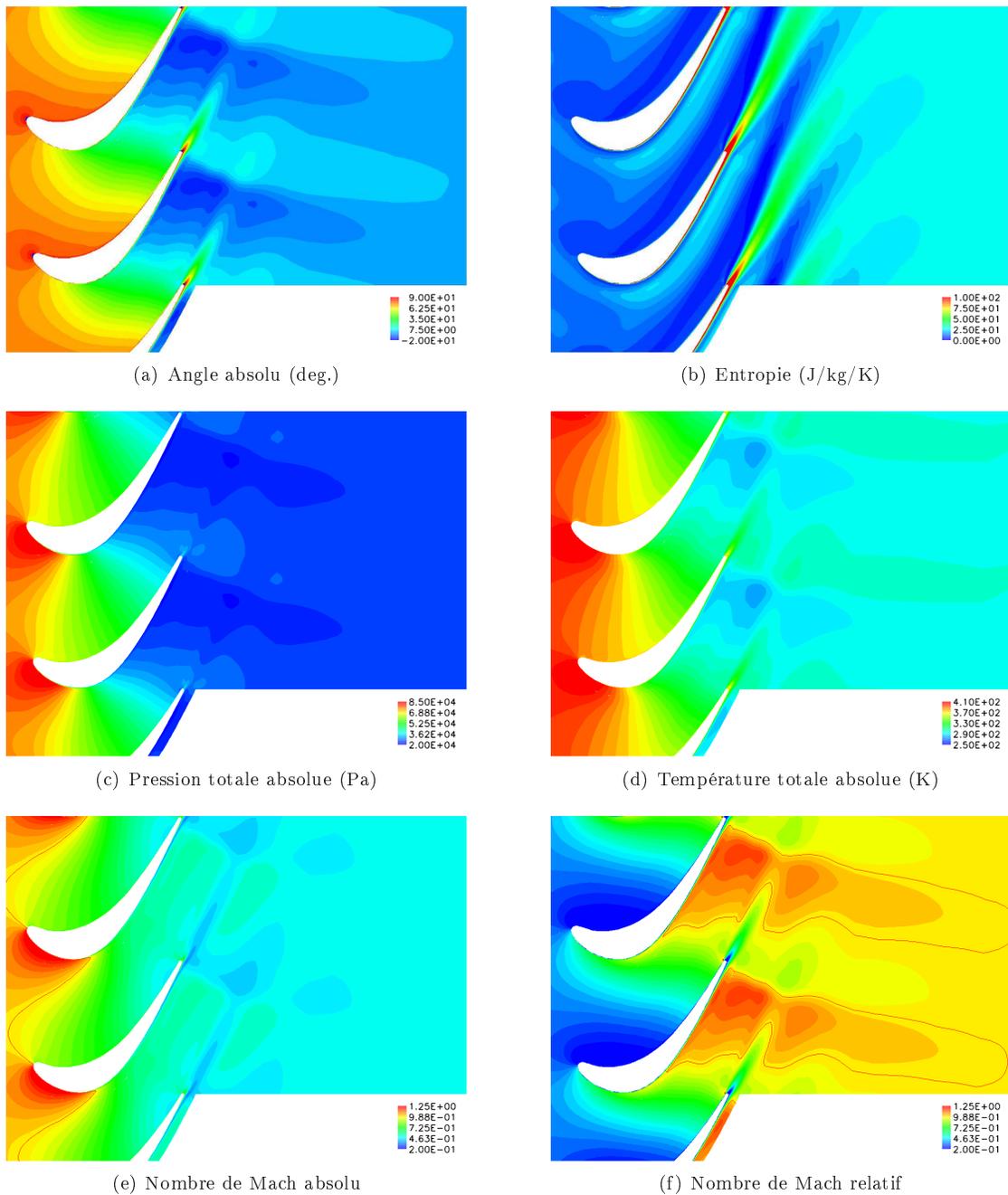
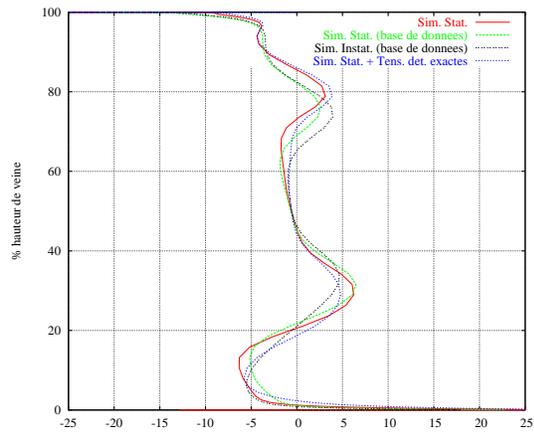
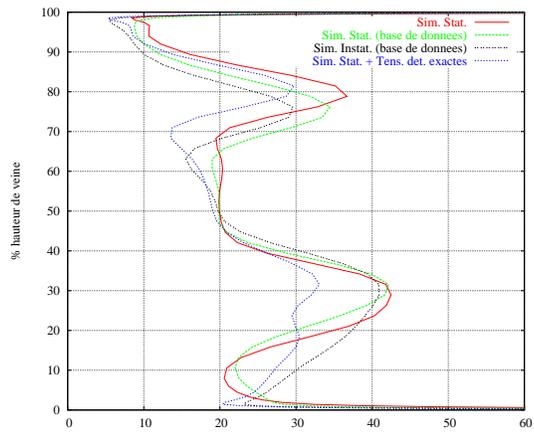


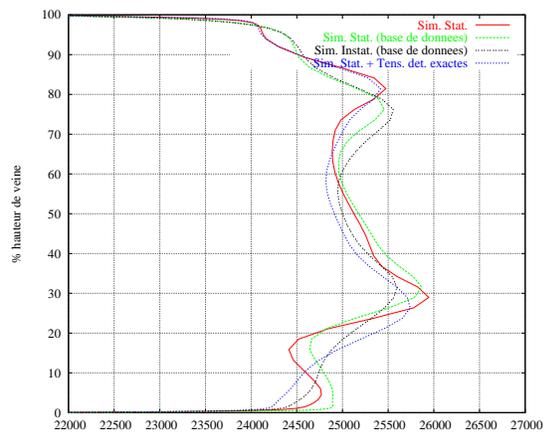
FIG. 7.3 – Moyenne temporelle simulation instationnaire avec modèle de Michel (Résultats base de données) - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure



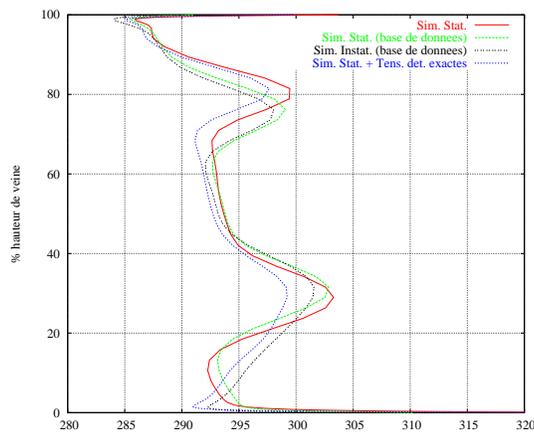
(a) Angle absolu (deg.)



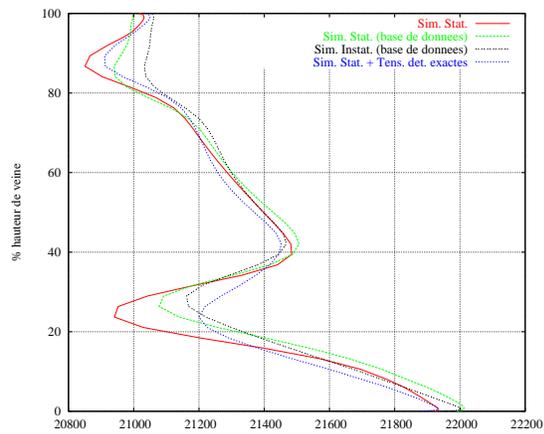
(b) Entropie (J/kg/K)



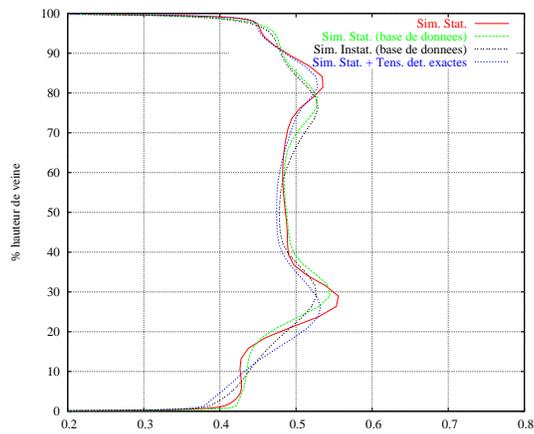
(c) Pression totale absolue (Pa)



(d) Température totale absolue (K)



(e) Pression statique (Pa)



(f) Nombre de Mach absolu

FIG. 7.4 – Comparaison des différentes simulations - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$

7.3 Simulation stationnaire avec équations de transport

Dans cette dernière section de ce document, nous présentons en quelque sorte l’objectif ultime de ce travail de thèse, à savoir l’implantation complète, dans un code de calcul stationnaire, du modèle à équations de transport des tensions déterministes développé au cours de ce travail et présenté dans les chapitres 4 et 5.

Comme pour le développement du modèle, nous avons procédé de manière rationnelle à la validation de l’implantation du modèle de tensions déterministes dans le code CANARI, en décomposant cette implantation en plusieurs étapes. Nous présentons donc dans cette section, les résultats de trois simulations. La première est réalisée en activant la résolution des équations de transport des tensions déterministes mécaniques présentées dans le chapitre 4, mais en conservant les flux d’énergie issus de la base de données sous forme de termes sources. La seconde simulation utilise les tensions déterministes mécaniques issues de la base de données en termes sources, mais intègre le modèle pour les flux d’énergie déterministes détaillés dans la section 5.2 du chapitre 5. Enfin, la troisième simulation est réalisée avec le modèle complet, comprenant la résolution des équations de transport des tensions déterministes mécaniques et la modélisation des corrélations déterministes d’énergie.

Les deux simulations stationnaires, où les équations de transport des tensions déterministes sont résolues, utilisent la deuxième fermeture pour la corrélation vitesse-gradient de pression décrite dans la section 5.1.1.4 du chapitre 5. Notre choix s’est porté sur cette fermeture plutôt que la première étant donné sa capacité à reproduire de façon plus correcte les zones de forte corrélation dans la seconde partie du canal inter-aubes et à proximité du bord de fuite du rotor. Nous avons également vu dans la section précédente, notamment sur les cartes d’entropie 7.2(b) et 7.3(b), que l’influence des tensions déterministes dans le calcul stationnaire est plus importante dans la seconde moitié du canal inter-aubes. C’est pourquoi nous avons privilégié, dans un premier temps, cette seconde fermeture.

7.3.1 Initialisation

Comme pour la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources décrite dans la section précédente 7.2, nous initialisons les trois simulations, présentées dans cette section, avec le champ aérodynamique convergé de la simulation stationnaire $k-l$ sans terme source déterministe détaillé dans le chapitre précédent.

Les conditions limites imposées à l’amont demeurent celles des précédentes simulations et représentées sur la figure 6.1. De même, la pression statique uniforme imposée à l’aval reste égale à $P_s = 21280$. Le CFL est également fixé à 7 comme pour la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources.

Le modèle de tensions déterministes, que ce soit les équations de transport des tensions mécaniques ou la modélisation des corrélations d’énergie, nécessite des conditions limites et initiales. On impose donc, à l’initialisation du calcul, un niveau constant de corrélations déterministes, dans tout le domaine de calcul, égal à environ $50 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, correspondant au niveau moyen de tensions déterministes obtenu à partir de la base de données instationnaires. Sur la frontière amont, on applique les tensions déterministes issues de la base de données instationnaires pendant toute la durée du calcul. Cette méthode est semblable à celle utilisée pour la modélisation de la turbulence, où l’on impose un niveau de turbulence moyen, à l’initialisation du calcul et en conditions limites. Dans le cas des tensions déterministes, on applique des tensions déterministes non-uniformes sur la frontière amont, car on peut obtenir ces valeurs à partir d’une simulation stationnaire dans le stator précédent la roue mobile. On applique également une condition d’adhérence aux parois solides, ce qui se traduit par des tensions déterministes nulles sur ces parois. Cette condition n’est pas strictement compatible avec l’absence de dissipation dans les équations de transport des tensions déterministes, cependant elle n’a pas posé de problèmes numériques particuliers.

La convergence des trois simulations est obtenue, en moyenne, après 500 itérations. Pour la simulation stationnaire, sans résolution des équations de transport des tensions déterministes mécaniques, mais avec le modèle pour les flux d'énergie, le temps CPU pour les 500 itérations est d'environ 1200 secondes, soit un temps équivalent à celui de la simulation avec termes sources réalisée précédemment. En revanche, le temps CPU pour 500 itérations, pour les deux simulations stationnaires où les équations de transport des tensions déterministes sont résolues, est doublé puisqu'il atteint 2500 secondes. En terme de performance, sur les 500 itérations avec tensions déterministes, on obtient $3.5\mu s/pt/it$ sans équation de transport, contre $8\mu s/pt/it$ avec équations de transport. Cependant, ces simulations ont été réalisées en partant d'une solution stationnaire convergée. Si on regarde les performances au niveau global, sur l'ensemble de la simulation, on arrive à $3.5\mu s/pt/it$ sans équation de transport et environ $4.4\mu s/pt/it$ avec résolution des équations de transport.

L'introduction du modèle de tensions déterministes à équations de transport dans un calcul stationnaire tridimensionnel, augmente donc le temps de calcul d'environ 30% par rapport à un calcul stationnaire, ce qui reste très performant par rapport à une simulation instationnaire.

Les courbes d'évolution du débit amont-aval et des résidus ne sont pas représentés pour les trois simulations, du fait de leur grande similitude par rapport à celles obtenues dans le cas stationnaire avec tensions déterministes en termes sources de la section précédente. La chute des résidus étant également plus faible pour le domaine en "H" que pour le domaine en "O" comme observé sur la figure 7.1.

7.3.2 Résultats et analyse

On représente sur les figures 7.5, 7.6 et 7.7, l'angle absolu, l'entropie, la pression totale absolue, la température totale absolue, le nombre de Mach absolu et le nombre de Mach relatif, dans le plan aube-à-aube, à mi-hauteur de veine, pour chacune des trois simulations.

L'observation globale de ces figures, pour les trois simulations, montre que les niveaux et les évolutions des différentes grandeurs sont sensiblement les mêmes à mi-envergure, sauf pour l'entropie. On remarque également la présence de variations brusques dans la zone située vers la frontière aval du domaine de calcul. Ces variations, plus prononcées dans le cas des deux simulations avec résolutions des équations de transport des tensions déterministes, sont certainement dues au calcul de dérivées dans une zone où le maillage n'est pas raffiné.

On observe maintenant de manière plus précise et localisée, l'évolution de l'entropie à mi-envergure, pour les trois simulations, figures 7.5(b), 7.6(b) et 7.7(b). En comparaison des résultats obtenus précédemment avec les tensions déterministes en termes sources, figure 7.2(b), on remarque tout d'abord, dans le cas de la simulation avec résolution des équations de transport mais avec tensions d'énergie exacte, figure 7.5(b), une localisation de la zone de forts gradients d'entropie légèrement plus en aval dans ce cas. Pour la simulation stationnaire avec tensions mécaniques exactes et flux d'énergie déterministes modélisés, figure 7.6(b), cette zone est positionnée approximativement au même endroit, mais s'étend plus largement à l'aval, au delà du bord de fuite. Enfin, dans le cas de la simulation stationnaire avec le modèle complet (équations de transport et modélisation de l'énergie), on retrouve un résultat semblable à celui d'une simulation stationnaire sans tensions déterministes, qui ne comporte pas de gradients d'entropie dans le canal inter-aubes.

Cette première analyse conduirait à penser que chaque partie, mécanique ou énergétique, du modèle de tensions déterministes prises séparément, permettent de prendre en compte une partie des phénomènes instationnaires présents en turbomachines, tandis que l'utilisation conjointe des équations de transport des tensions mécaniques et de la modélisation des flux d'énergie, ne permet pas de "capter" les instationnarités. Cette constatation se confirme également à mi-envergure pour les autres grandeurs, notamment la pression et la température totale absolue, ou le nombre de Mach absolu, pourtant moins représentatives des effets instationnaires. Nous allons poursuivre nos observations pour affirmer ou infirmer cette première analyse.

Nous représentons alors sur la figure 7.8 des profils radiaux à l’aval du rotor, pour différentes grandeurs, comme pour les précédentes simulations. On trace les profils de cinq simulations : la simulation stationnaire $k-l$, la simulation stationnaire $k-l$ avec tensions déterministes en termes sources, ainsi que les trois simulations présentées dans ce chapitre.

On remarque tout d’abord, que les profils obtenus avec uniquement la modélisation des flux d’énergie déterministes sont très proches de ceux de la simulation avec termes sources (courbes turquoise et bleu). L’accord est même quasiment parfait pour l’angle absolu, la pression totale absolue, la pression statique et le nombre de Mach absolu, figures 7.8(a), (c), (e) et (f). Les écarts les plus importants entre ces deux simulations sont observés pour l’entropie 7.8(b) et la température totale absolue 7.8(d), dans la zone située en dessous de 50% de hauteur de veine. Cette remarque peut se justifier par le fait que les flux d’énergie déterministes, jouent un rôle plus important dans les grandeurs énergétiques, comme l’entropie ou la température. Ainsi, à tensions déterministes mécaniques équivalentes, ce sont les écarts de flux d’énergie qui vont influencer l’évolution de l’entropie et de la température. Par cette observation, on constate donc que le modèle pour les flux d’énergie déterministes proposé dans la section 5.2 du chapitre 5, est capable de reproduire, tant le niveau d’entropie et de température totale dans la zone du tourbillon de passage du moyeu (30% de hauteur de veine), que l’étalement radial du maximum d’entropie (effet de mélange radial). Cependant, tous les détails ne sont pas reproduits. Ainsi, en comparaison de la simulation stationnaire sans aucune tension, les résultats de la simulation avec tensions mécaniques exactes et flux d’énergie modélisés, dans la zone du bord de fuite, sont relativement convaincants. Même en évoquant les écarts cités précédemment, en termes d’allure générale, de niveau d’entropie et de température totale, dans les zones tourbillonnaires, les résultats de cette simulation sont plus proches de ceux obtenus avec tensions déterministes complètes, donc voisins de la moyenne temporelle d’un calcul instationnaire, que de ceux issus d’une simulation stationnaire sans tension.

L’observation des résultats de la simulation stationnaire avec les tensions déterministes mécaniques modélisées par les équations de transport et avec les flux d’énergie exacts (courbe fuchsia), montre que le modèle à équations de transport est également capable de reproduire fidèlement l’évolution radiale de certaines grandeurs comparée à l’évolution de ces grandeurs issues de la simulation avec tensions déterministes en termes sources. Excepté pour la pression statique, ces deux simulations ont des niveaux et des évolutions très proches dans la zone du tourbillon de passage du carter située entre 70 et 90% de hauteur de veine. Dans la zone du tourbillon de passage du moyeu, le profil radial des différentes grandeurs issues de la simulation avec tensions déterministes mécaniques modélisées et flux d’énergie exacts, est compris entre celui de la simulation stationnaire sans tension et celui de la simulation avec tensions déterministes exactes. On remarque également que l’influence de la modélisation des tensions déterministes mécaniques, concerne plus les grandeurs cinématiques qu’énergétiques. Ainsi les défauts du modèle se font ressentir sur des grandeurs telles que la pression statique 7.8(e), ou le nombre de Mach absolu 7.8(f), dans la zone du moyeu.

Enfin, on observe les profils radiaux de la simulation stationnaire avec le modèle de tensions déterministes complet. On retrouve globalement, la même conclusion que pour l’analyse bidimensionnelle à mi-envergure de cette simulation. Les évolutions des différentes grandeurs sont nettement plus proches de celles concernant la simulation stationnaire sans tension que celles concernant la simulation avec les tensions en termes sources. Le modèle complet n’est donc pas capable de prendre correctement en compte les instationnarités, notamment dans les zones tourbillonnaires. Si on observe le profil radial d’entropie, figure 7.8(b), dans la zone du tourbillon de passage du moyeu, ce constat est flagrant. Même si le niveau d’entropie à 30% de hauteur de veine est plus faible pour la simulation avec le modèle complet que pour la simulation sans tension, il reste quand même beaucoup plus éloigné du niveau obtenu pour la simulation avec tensions déterministes en termes sources. Ce résultat paraît même surprenant par rapport aux résultats des deux autres simulations, où seulement une partie du modèle est activé. En effet, à 30% de hauteur de veine le niveau d’entropie pour la simulation avec termes sources est proche de 33 J/kg/K. Avec le modèle pour les tensions mécaniques et les flux d’énergie exacts, ce niveau est supérieur d’environ 3 J/kg/K, tandis qu’avec le modèle pour les flux d’énergie et les tensions mécaniques exactes, il s’avère inférieur d’environ 3 J/kg/K. On s’attendrait donc à obtenir un niveau d’entropie proche

de 33 J/kg/K en associant les deux modèles pour la partie mécanique et la partie énergétique des corrélations déterministes.

Cette analyse conduit donc à penser que les deux modèles que nous avons considéré jusqu'alors comme linéaire l'un vis-à-vis de l'autre ne le sont pas. Effectivement on a vu que le modèle d'énergie est capable de reproduire convenablement les effets instationnaires dans une simulation stationnaire du moment que les tensions déterministes mécaniques qu'on lui associe sont exactes. De plus, de part son écriture, ce modèle dépend des tensions déterministes mécaniques. Mais à l'inverse, le modèle à équations de transport pour les tensions déterministes mécaniques, ne dépend pas des flux d'énergie. Il semblerait donc qu'il faille aussi faire porter l'influence des flux d'énergie, sur les équations de transport des tensions mécanique, pour que les deux modèles interagissent. La prise en compte des flux d'énergie déterministes, au travers de la fluctuation de température négligée lors du développement de la fermeture du modèle à équations de transport (détaillée dans la section 5.1.1.1 du chapitre 5), est sans doute une piste intéressante pour rétablir l'interaction nécessaire entre les deux modèles.

A ce stade du développement, le modèle complet de tensions déterministes instationnaires n'est donc pas capable de reproduire fidèlement les effets instationnaires dans une simulation stationnaire. Cependant, chacune des deux parties composant ce modèle, intégrées indépendamment l'une de l'autre à une simulation stationnaire a fourni de très bons résultats. Pour visualiser de nouveau ces résultats, nous représentons, dans le plan aube-à-aube, deux grandeurs fortement influencées par les effets instationnaires présents en turbomachines : l'entropie et la rothalpie. La figure 7.9 propose donc six cartes d'entropie, pour les cinq principales simulations réalisées au cours de ce travail de thèse, et pour la moyenne temporelle du calcul instationnaire provenant de la base de données. Même si nous avons vu dans la section précédente que la comparaison de nos résultats avec ceux issus de la base de données instationnaires n'est pas viable étant donné la différence au niveau du code utilisé, cette représentation de la moyenne temporelle d'un résultat instationnaire nous donne cependant une idée des instationnarités présentes dans l'écoulement d'un point de vu purement qualitatif. La figure 7.10 propose, quant à elle, les cartes de rothalpie pour ces mêmes simulations. On observe nettement sur ces deux figures que les simulations avec les tensions en termes sources, ou avec l'un des deux modèles activés, conduisent à des résultats très proches de ceux obtenus par la moyenne temporelle d'une simulation instationnaire.

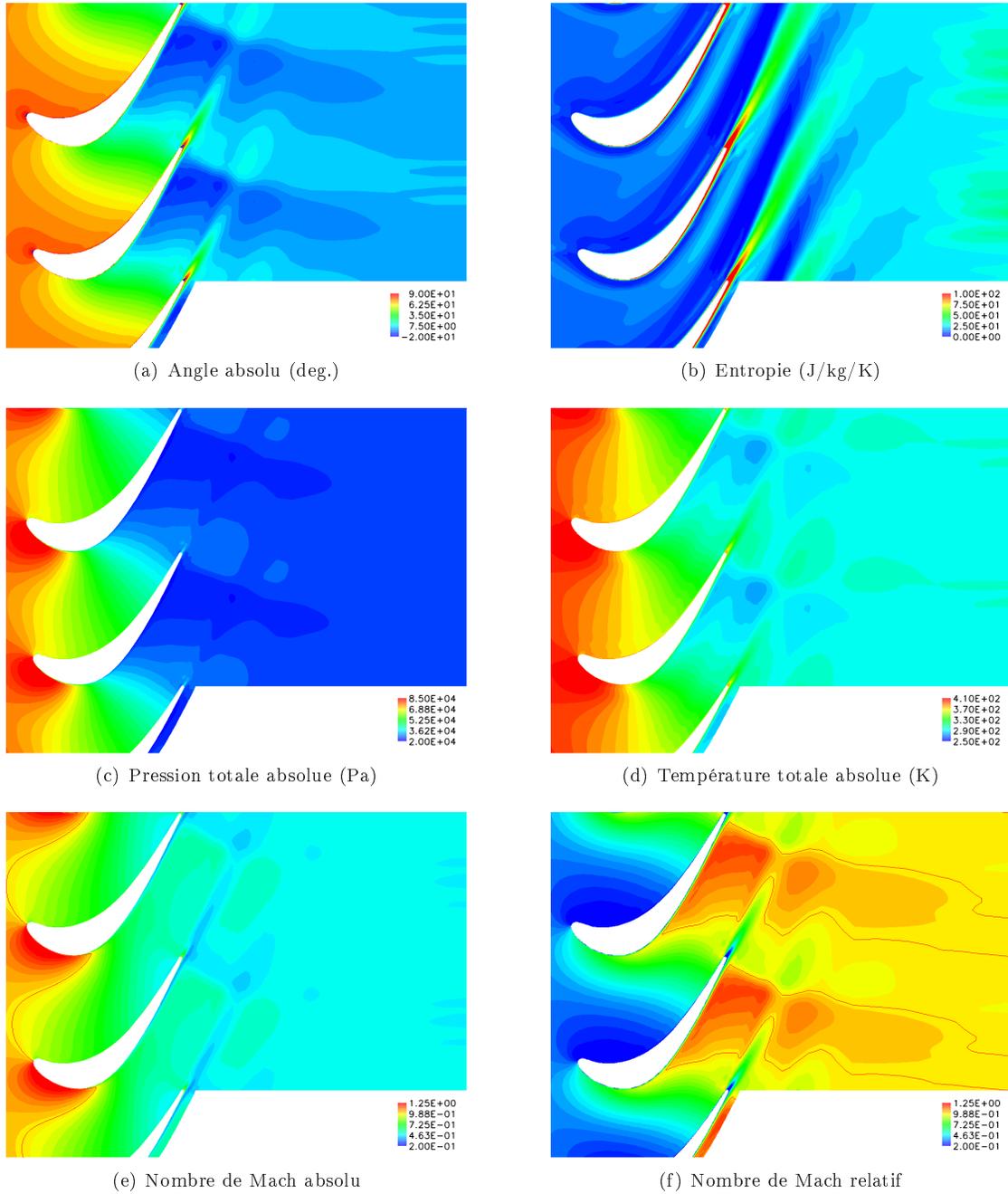


FIG. 7.5 – Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes mécaniques modélisées et flux d'énergie déterministes en termes sources - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure

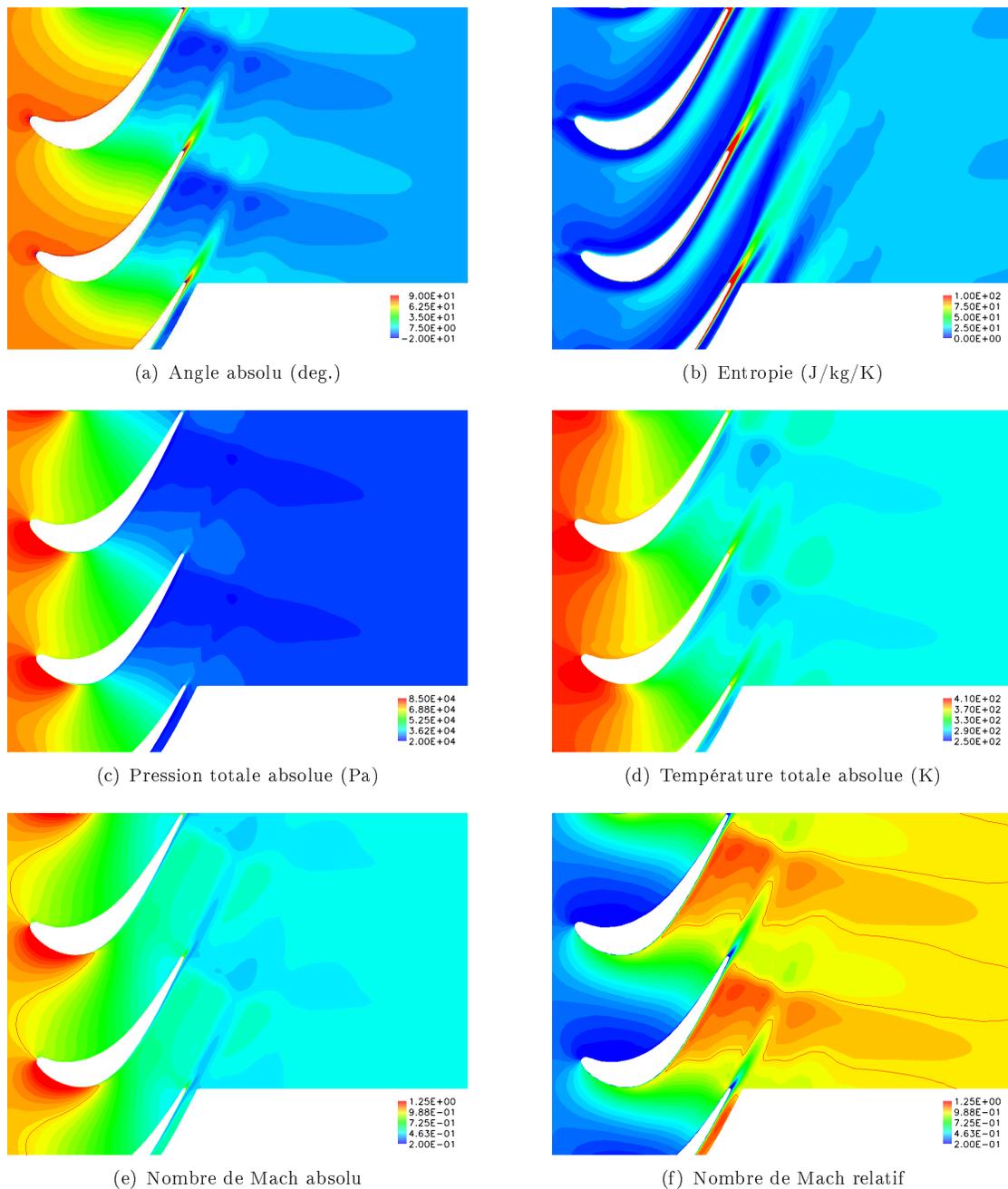


FIG. 7.6 – Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes mécaniques en termes sources et flux d'énergie déterministes modélisés - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure

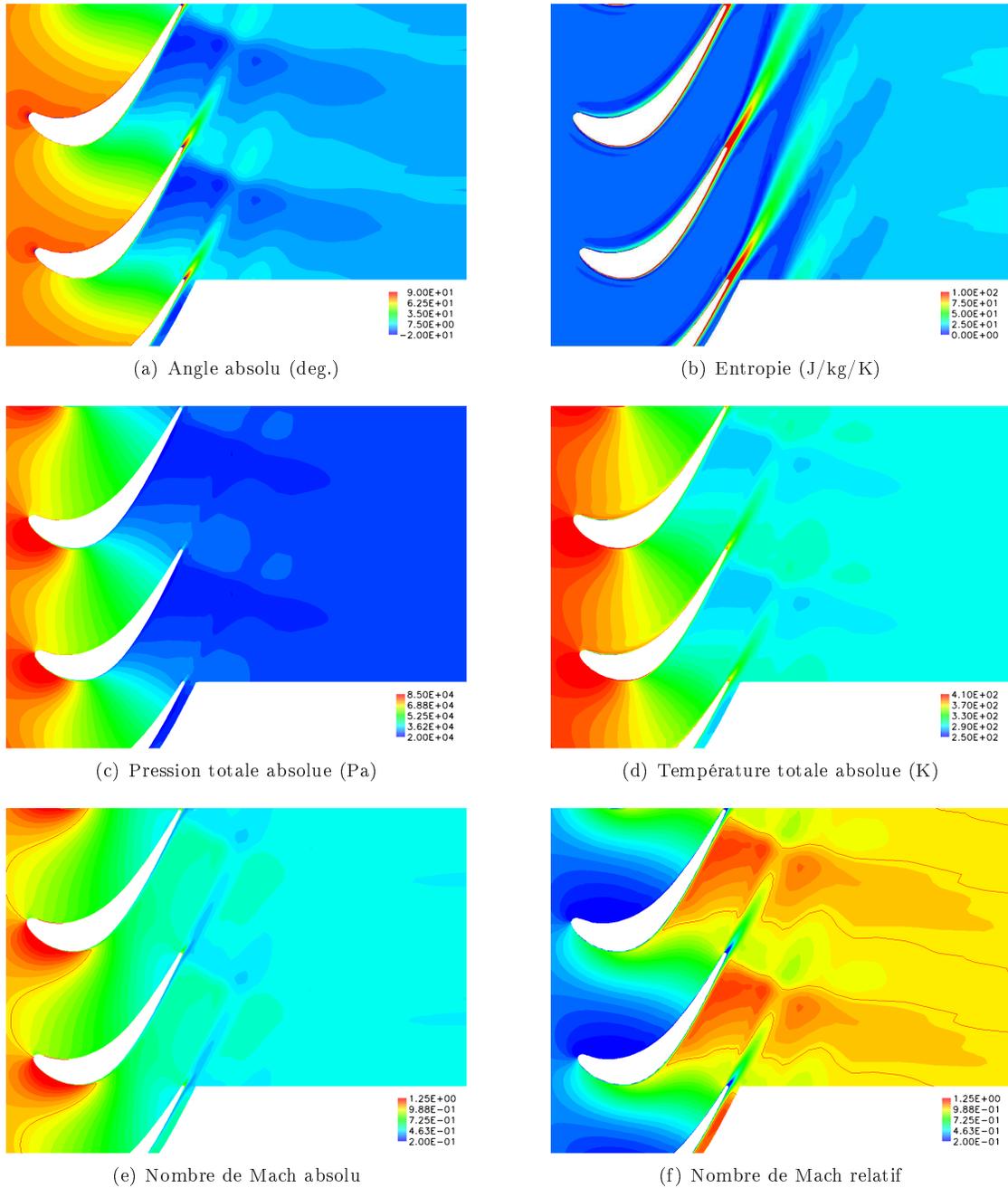
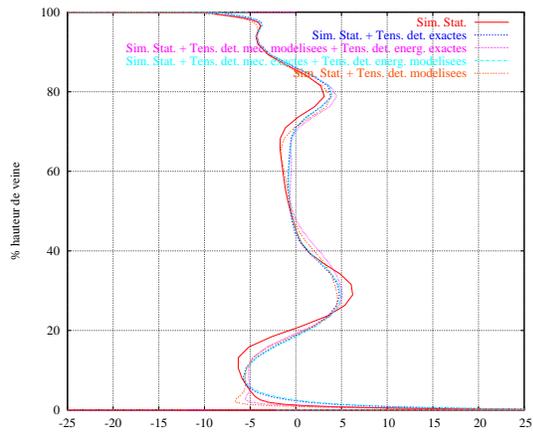
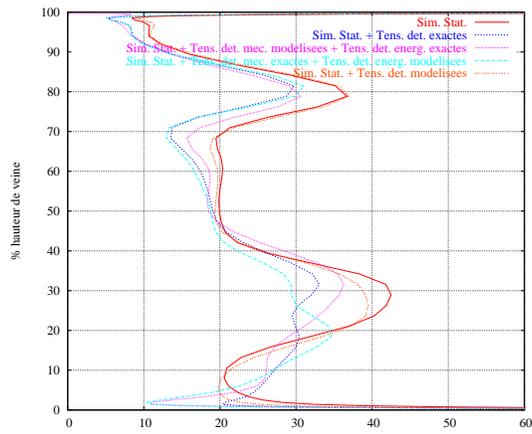


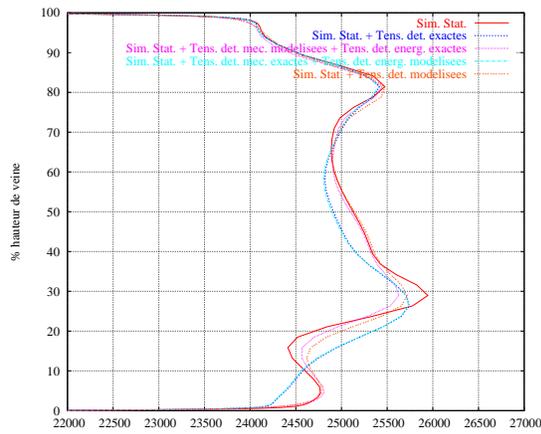
FIG. 7.7 – Simulation stationnaire avec modèle de Smith $k-l$ + tensions déterministes mécaniques modélisés et flux d'énergie déterministes modélisés - Coupe dans le plan aube-à-aube à mi-envergure



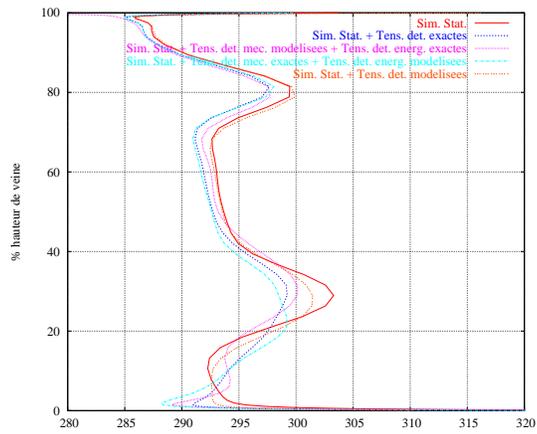
(a) Angle absolu (deg.)



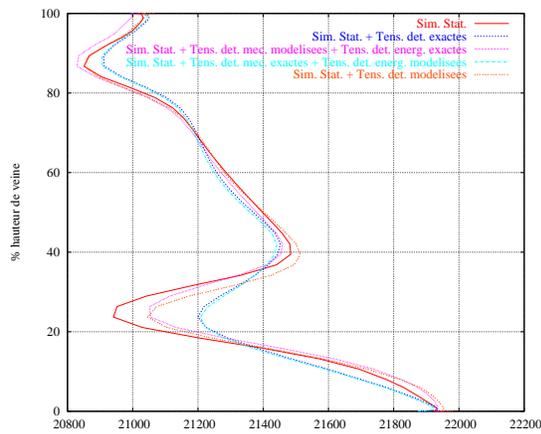
(b) Entropie (J/kg/K)



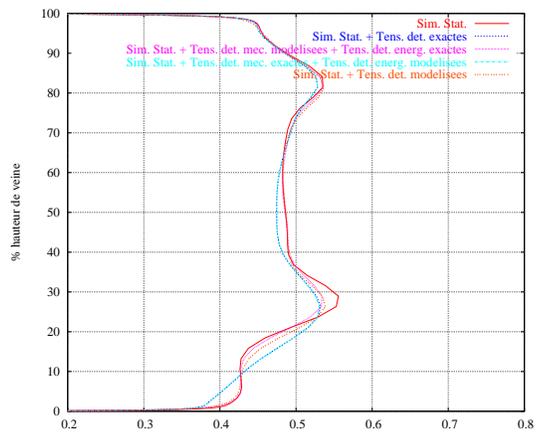
(c) Pression totale absolue (Pa)



(d) Température totale absolue (K)

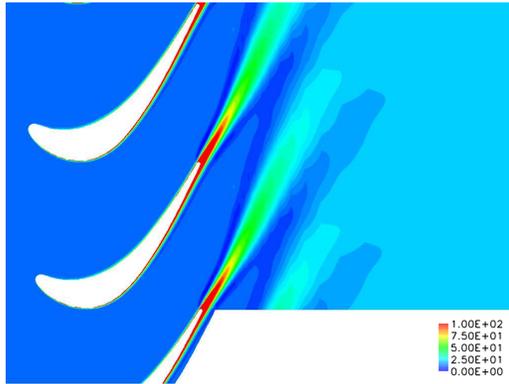


(e) Pression statique (Pa)

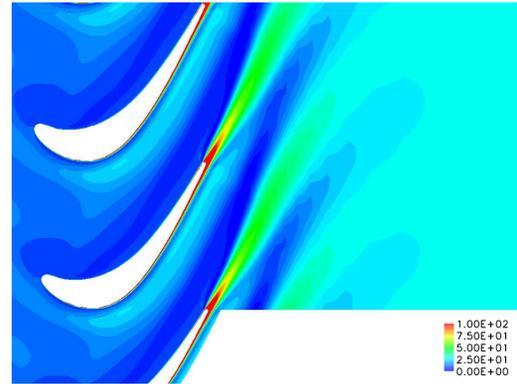


(f) Nombre de Mach absolu

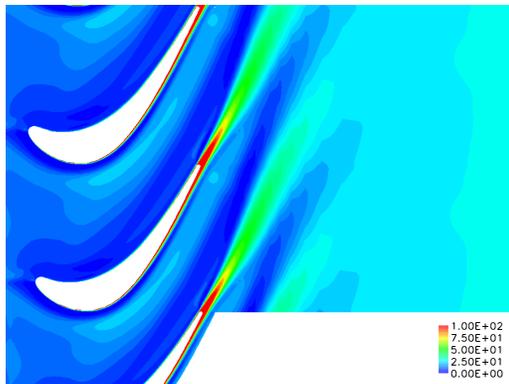
FIG. 7.8 – Comparaison des différentes simulations - Profils radiaux à l'aval du rotor $x=0.118$



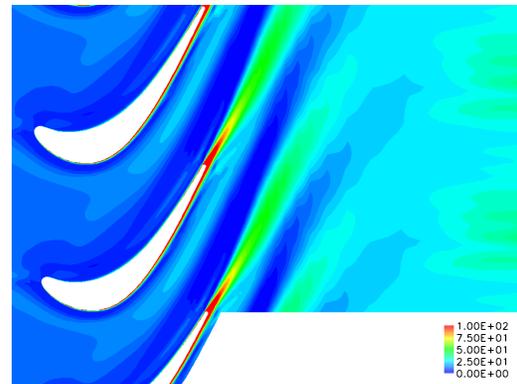
(a) Simulation stationnaire



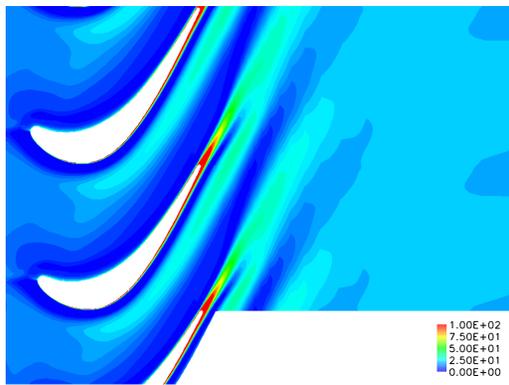
(b) Moyenne temporelle simulation instationnaire



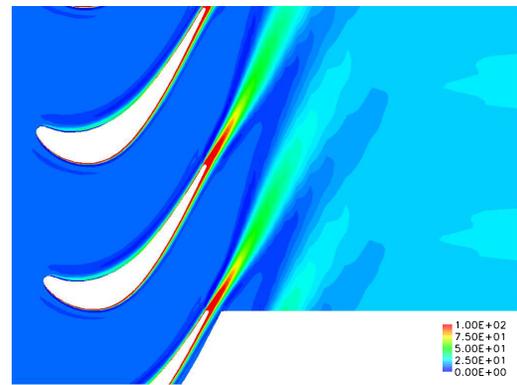
(c) Simulation stationnaire + Tensions déterministes en termes sources



(d) Simulation stationnaire + Tensions déterministes mécaniques modélisées et flux d'énergie déterministes en termes sources

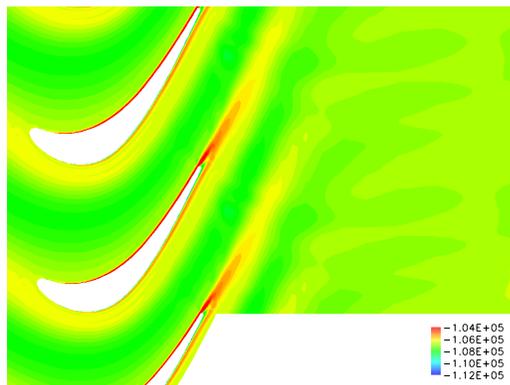


(e) Simulation stationnaire + Tensions déterministes mécaniques en termes sources et flux d'énergie déterministes modélisés

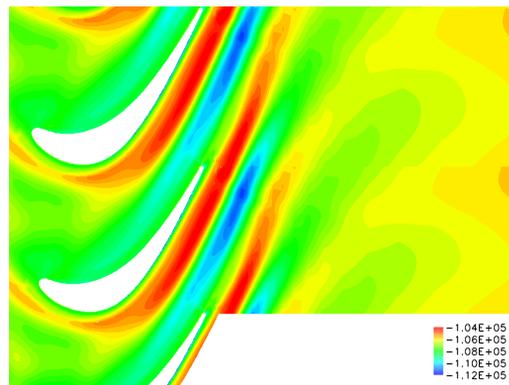


(f) Simulation stationnaire + Tensions déterministes mécaniques modélisées

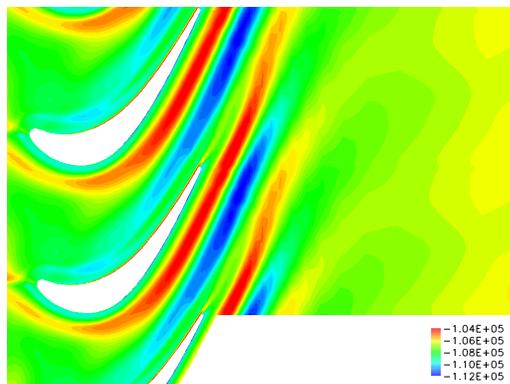
FIG. 7.9 – Comparaison des résultats des différentes simulations - Cartes de entropie à mi-envergure dans le plan aube-à-aube



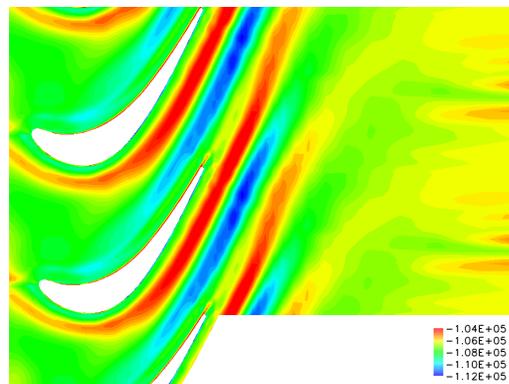
(a) Simulation stationnaire



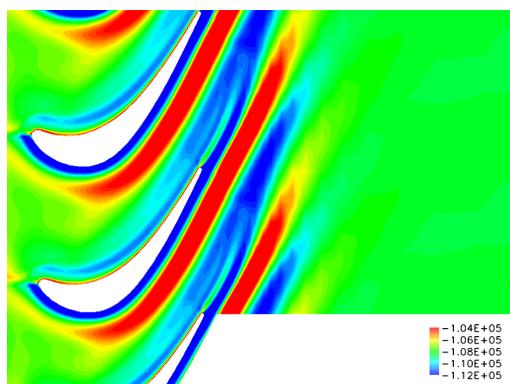
(b) Moyenne temporelle simulation instationnaire



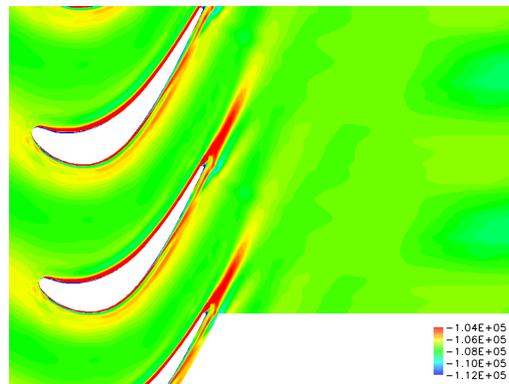
(c) Simulation stationnaire + Tensions déterministes en termes sources



(d) Simulation stationnaire + Tensions déterministes mécaniques modélisées et flux d'énergie déterministes en termes sources



(e) Simulation stationnaire + Tensions déterministes mécaniques modélisées



(f) Simulation stationnaire + Tensions déterministes modélisées

FIG. 7.10 – Comparaison des résultats des différentes simulations - Cartes de rothalpie à mi-envergure dans le plan aube-à-aube

Conclusion

Nous avons développé dans ce travail de thèse un modèle de tensions déterministes instationnaires adapté à la simulation de turbomachines multi-étagées.

Pourquoi? Comment? Ce sont les deux questions auxquelles nous nous sommes efforcés de répondre au cours de cette étude et donc dans ce document.

Pour clarifier et justifier l’objectif de ce travail de thèse, nous avons présenté dans un premier temps, le contexte scientifique de cette étude, en précisant dans le premier chapitre, les principaux phénomènes physiques rencontrés en turbomachines ainsi que les solutions numériques existantes et utilisées pour prendre en compte ces différents phénomènes. La première partie de ce chapitre nous a permis de rappeler que ces phénomènes ne sont pas anodins, et conduisent à des écoulements complexes, fortement tridimensionnels et instationnaires, dans les différentes roues successives qui composent les étages de turbomachines. La deuxième partie du premier chapitre, consacrée aux simulations numériques existantes des écoulements en turbomachines, a présenté succinctement les différentes méthodes disponibles pour gérer au mieux les effets instationnaires présents dans ces écoulements. Les simulations stationnaires sont largement utilisées à l’heure actuelle dans l’industrie pour la conception et le développement de nouvelles machines. Cependant, elles butent sur la difficulté à reproduire les phénomènes instationnaires décrits précédemment. C’est pourquoi de nombreuses études récentes ou actuelles cherchent à proposer de nouvelles méthodes permettant la prise en compte des phénomènes instationnaires dans la simulation des écoulements.

La méthode proposée par Adamczyk [1], et détaillée dans les premiers paragraphes du deuxième chapitre, constitue une de ces méthodes alternatives aux simulations instationnaires, encore trop coûteuses pour une application industrielle, pour prendre en compte une partie des effets instationnaires. Cette méthode s’intéresse plus particulièrement aux phénomènes instationnaires d’interactions entre deux roues successives. Par l’intermédiaire d’un système d’équations moyennées, et de termes sources supplémentaires appelés “tensions déterministes”, cette méthode permet de réaliser des simulations stationnaires avec prise en compte des interactions instationnaires entre deux roues. Cependant, et c’est ce que nous avons repris dans la deuxième partie du second chapitre, la méthode d’Adamczyk, et d’autres modèles qui en sont inspirés, comportent certaines limites qu’une étude récente (Bardoux [7]) a mise en avant pour un cas test de turbine transsonique. La partie instationnaires des tensions déterministes, négligée dans le modèle d’Adamczyk, devrait être prise en compte pour reproduire correctement les effets instationnaires d’interactions rotor-stator, présents dans la moyenne temporelle d’une simulation instationnaire. Cela a finalement constitué le point de départ de ce travail de thèse, avec donc pour objectif de proposer une nouvelle modélisation pour les tensions déterministes instationnaires.

La première partie de ce document, intitulée “ **Turbomachines et tensions déterministes**”, avait donc pour objectif principal de répondre à la question “Pourquoi?”

La deuxième partie de ce document, “ **Développement d’un modèle de tensions déterministes**” est donc censée avoir répondu à la deuxième question “Comment?”

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté et détaillé les équations de transport des tensions déterministes. La nature des tensions déterministes, et la similitude de celles-ci par rapport aux tensions de Reynolds, caractéristiques des phénomènes turbulents, nous a conduit à rechercher une modélisation des tensions déterministes, par analogie avec les méthodes existantes en turbu-

lence. L'étude de différents modèles de turbulence de type algébriques, à une ou deux équations de transport, n'a pas permis de proposer un modèle équivalent pour les tensions déterministes. C'est pourquoi, nous avons opté pour une modèle à six équations de transport, pour chaque composantes du tenseur des corrélations déterministes. L'étude terme à terme des ces équations, à l'aide de résultats de base de données instationnaires, a permis de démontrer la validité de ces équations de transport pour les tensions déterministes, ainsi que l'importance relative de chacun des termes présents dans celles-ci. Les termes de convection, production et corrélation vitesse-gradient de pression, se révèlent être les termes dominants dans ces équations. Il est à noter également que ces équations de transport ne gèrent que la partie mécanique des corrélations déterministes.

Le chapitre 5 de ce document, a été consacré à la fermeture du modèle de tensions déterministes. En effet, les différents termes apparaissant dans les équations de transport, développées au quatrième chapitre, conduisent à un système d'équations qualifié d' "ouvert", car ils sont plus nombreux que les inconnues principales du problème. Les termes de corrélation vitesse-gradient de pression sont donc apparus comme des inconnues supplémentaires du système d'équations de transport, et ont donc nécessité le développement de fermeture. Deux fermetures ont été développées dans le cinquième chapitre. Elles ont fait l'objet de validations numériques à l'aide de bases de données instationnaires de deux cas tests détaillés dans le chapitre 3. Les résultats obtenus ont montré que les deux fermetures proposées sont capables de reproduire correctement la plupart des zones de forte valeur des termes de corrélation vitesse-gradient de pression, dans le cas test de turbine axiale transsonique. En revanche, les résultats obtenus pour le cas test de compresseur centrifuge supersonique sont moins satisfaisants. Les nombreuses hypothèses utilisées dans les fermetures, et validées principalement sur le cas test de turbine, sont sans doute à l'origine de la défaillance des fermetures dans le cas du compresseur. Cependant, les bons résultats concernant la turbine transsonique, nous ont conduit à poursuivre le développement du modèle de tensions déterministes. La dernière partie de ce cinquième chapitre a été consacrée au développement d'un modèle pour la partie énergétique des corrélations déterministes, afin de fermer complètement le modèle de tensions déterministes instationnaires. La validation, à l'aide d'une base de données instationnaires, de ce modèle sur la cas test de turbine a fourni de très bons résultats. Le modèle est capable de reproduire, en grande partie, les flux d'énergie déterministes, à partir de la connaissance des tensions déterministes mécaniques.

Enfin, les chapitres 6 et 7, constituant la troisième partie de ce document, intitulée "**Implantation du modèle dans un code de calcul**", ont présenté la partie numérique de ce travail de thèse. Le sixième chapitre a été consacré à la présentation du code de calcul tridimensionnel stationnaire utilisé dans ce travail, ainsi qu'à la présentation des résultats de deux simulations stationnaires pour le cas test de turbine transsonique. Le septième chapitre, quant à lui, a présenté l'implantation du modèle de tensions déterministes instationnaires dans le code de calcul, et les résultats de quatre simulations stationnaires avec prise en compte des tensions déterministes par l'intermédiaire de termes sources ou du modèle développé dans la deuxième partie de ce travail. Plus qu'à la question "Comment ?", cette partie répond finalement à une troisième question : "Est-ce que les résultats obtenus par le modèle sont de bonne qualité?".

Les derniers résultats, présentés dans le dernier chapitre de ce document, concernant une simulation stationnaire avec le modèle complet de tensions déterministes pourraient conduire à une réponse négative. Cependant, les nombreuses étapes intermédiaires réalisées avant cette simulation stationnaire avec le modèle complet de tensions déterministes, conduisent à des conclusions beaucoup plus optimistes quant à la validité du modèle de tensions déterministes développé au cours de ce travail. Tout d'abord, la simulation stationnaire avec tensions déterministes en termes sources a permis de retrouver les résultats proposés par Bardoux [7], à savoir, la capacité d'une simulation stationnaire, avec tensions déterministes instationnaires, à reproduire les effets instationnaires d'interactions rotor-stator présents dans la moyenne temporelle d'une simulation instationnaire. Ensuite, deux autres simulations stationnaires avec une partie du modèle de tensions déterministes ont été réalisées. La première a été réalisée avec résolution des équations de transport des tensions déterministes mécaniques et avec les flux d'énergie déterministes en termes sources. La seconde a été réalisée avec les tensions déterministes mécaniques en termes sources et les flux d'énergie déter-

ministes modélisés. les résultats de ces deux simulations ont montré, en comparaison des résultats avec les corrélations déterministes mécaniques et énergétiques en termes sources, que chacune des deux parties du modèle étaient capable de reproduire un certain nombre de phénomènes instationnaires liés aux interactions rotor-stator, de nature mécanique dans le premier cas et de nature énergétique dans le second. Ces deux simulations reproduisent globalement, par exemple, la diffusion radiale du profil d'entropie dans la zone du tourbillon de passage du moyeu, correspondant au comportement oscillatoire instationnaire de celui-ci, à l'aval du rotor de turbine. Elles prennent également en compte un certain étalement radial du déficit de pression statique dans cette zone, caractéristique de la diminution de l'intensité du tourbillon de passage instationnaire. Les résultats de ces deux simulations sont donc encourageants quant à la capacité du modèle de tensions déterministes à reproduire certains des phénomènes d'interactions rotor-stator instationnaires.

Il reste néanmoins le fait que le couplage entre les deux parties du modèle, les équations de transport pour les tensions mécaniques, et le modèle pour les flux d'énergie, ne conduise pas à des résultats aussi probants. Certaines hypothèses utilisées lors du développement des fermetures, comme le fait d'avoir négligé les effets thermiques devant les effets volumiques, sont sans doute trop fortes pour pouvoir prendre en compte correctement l'influence des tensions déterministes mécaniques sur les flux d'énergie déterministes et inversement. On peut également s'interroger sur l'influence, notamment à proximité des parois, de l'absence de termes de dissipation dans les équations de transport des tensions déterministes. En effet, lors de l'étude des équations de transport des tensions déterministes, nous avons négligé en première approximation les termes visqueux devant les autres, par une observation de la moyenne azimutale et radiale de chacun de ces termes. Cette représentation, sous forme monodimensionnelle, masque certainement des zones où les termes visqueux peuvent avoir une forte influence sur les équations de transport.

De manière plus globale et générale, on peut conclure, de ce travail de thèse, qu'il a permis de mettre en avant et de proposer une démarche rationnelle concernant le développement d'un modèle pour les tensions déterministes instationnaires. L'analogie avec la turbulence a permis d'écrire des équations de transport pour les tensions déterministes mécaniques qui sont capables de transmettre les informations, contenues dans le champ fluctuant déterministes, au champ moyen. L'utilisation d'une base de données instationnaires pour valider des hypothèses, proposer des fermetures ou "calibrer" un modèle, constitue une alternative intéressante pour développer de nouvelles méthodes lorsque l'accès à des résultats expérimentaux n'est pas possible. Enfin, cette étude aura également permis de montrer qu'une simulation stationnaire tridimensionnelle, avec prises en compte d'effets instationnaires par la résolution d'équations de transport de tensions déterministes, n'augmente le temps de calcul que d'environ 30% par rapport à une simulation stationnaire, ce qui reste très performant par rapport à une simulation instationnaire. Et pour autant que les fermetures soient correctes, cette démarche peut fournir des résultats permettant de caractériser les phénomènes instationnaires présents dans les écoulements en turbomachines, comme le ferait ceux issus de la moyenne temporelle d'un calcul instationnaire.

Les perspectives s'ouvrant à l'issue de ce travail sont nombreuses. On peut les détailler en deux catégories : celles qui concernent les modifications à apporter au modèle pour améliorer les résultats obtenus, et celle, d'ordre plus général, qui affirment l'intérêt de ce type de modélisation.

Dans un premier temps, il serait nécessaire de reprendre le couplage entre les équations de transport des tensions déterministes mécaniques et le modèle pour les flux d'énergie déterministes. L'utilisation d'une modélisation pour les fluctuations de température, similaire à celle utilisée pour les flux d'énergie déterministes, à implanter dans la fermeture du terme de corrélation vitesse-gradient de pression, est certainement la première modification à effectuer. Cette modification permettrait de s'affranchir d'une hypothèse sans doute trop forte. La fermeture du terme de corrélation vitesse-gradient de pression reste un point clef de la modélisation des tensions déterministes ; de l'étendue de son domaine de validité, dépend le champ d'application du modèle à différentes configurations de machine. Cela reste donc un point à travailler, à l'aide d'autres bases de données instationnaires, ou également de résultats expérimentaux. L'implantation d'un modèle pour les termes de dissipation dans les équations de transport des tensions déterministes semble être également un travail à effectuer pour améliorer la validité du modèle de tensions déterministes. Il

sera alors nécessaire de préciser si cette dissipation correspond à une génération nette de chaleur, ou si une partie alimente le champ turbulent au niveau des grandes structures turbulentes.

Par la suite, il serait intéressant de tester et valider ce type de modélisation sur plusieurs roues successives d'une machine. Ainsi, on pourrait simuler de manière stationnaire plusieurs étages d'une turbomachine, en conservant les effets fortement instationnaires et tridimensionnels des écoulements, dont la connaissance est nécessaire à l'amélioration des performances des machines, tout en profitant du faible coût de ce type de simulation.

Références

- [1] J.J. ADAMCZYK. Model equation for simulating flows in multistage turbomachinery. NASA Technical Memorandum 86869, 1984.
- [2] J.J. ADAMCZYK, R.A. MULAC & M.L. CELESTINA. A model for closing the inviscid form of the average-passage equation system. *Journal of Turbomachinery*, 108, 1986.
- [3] D. ARNAUD. *Analyse expérimentale des phénomènes instationnaires dans un compresseur multi-étages à forte charge aérodynamique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2003.
- [4] C. BAILLY & G. COMTE-BELLOT. *Turbulence*. Cours 3^e année Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [5] A.J. BAKER & J.A. ORZECOWSKI. An interaction algorithm for three-dimensional turbulent subsonic aerodynamic juncture region flow. *AIAA Journal*, 21(4), 1993.
- [6] B. BALDWIN & G. LOMAX. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper 78-257*, 1978.
- [7] F. BARDOUX. *Modélisation des interactions instationnaires rotor-stator en turbomachine multi-étages*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2000.
- [8] F. BARDOUX, F. LEBOEUF, C. DANO & C. TOUSSAINT. Characterization of deterministic correlations for a turbine stage. part 1 : Time-averaged flow analysis. *ASME 99-GT-100*, 1999.
- [9] F. BARDOUX, F. LEBOEUF, C. DANO & C. TOUSSAINT. Characterization of deterministic correlations for a turbine stage. part 2 : Unsteady flow analysis. *ASME 99-GT-101*, 1999.
- [10] S. CALLOT. *Analyse des mécanismes macroscopiques produits par les interactions rotor-stator dans les turbomachines*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [11] S. CALLOT & P. FERRAND. An analysis of the spatio-temporal periodicity based on a full stage computation of a transonic turbine. 2000. 9th ISUAAT.
- [12] S. CALLOT & P. FERRAND. An analysis of the spatial fluctuations at the stator-rotor interface in transonic turbine. 2001. ASME TurboExpo 2001.
- [13] D. CASALINO. *Analytical and numerical methods in vortex-body aeroacoustics*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [14] D. CHARBONNIER & F. LEBOEUF. Development of a model for the deterministic stresses in a transonic turbine stage. 2003. 5th European Conference on Turbomachinery.
- [15] D. CHARBONNIER & F. LEBOEUF. Simulation stationnaire des interactions rotor-stator avec un nouveau modèle d'effets instationnaires - application au cas d'une turbine transsonique. 2003. 16^e Congrès Français de Mécanique.
- [16] B.J. DALY & F.H. HARLOW. Transport equations in turbulence. *The physics of fluids*, 13(11), 1970.
- [17] C. DANO. *Evaluation de modèles de turbulence pour la simulation d'écoulements tridimensionnels instationnaires en turbomachines*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2003.
- [18] F. DESBOIS-LAVERGNE, A. FOURMAUX, I. TREBINJAC & G. LEROY. Experimental and numerical investigation of the flow in a high-pressure centrifugal compressor stage. 2003. 5th European Conference on Turbomachinery.
- [19] L.E. ERIKSSON. *Boundary conditions for artificial dissipation operator*. FFA TN 53, 1984.

- [20] P. FERRAND, H.M. ATASSI & S. AUBERT. Unsteady flow amplification produced by upstream or downstream disturbances. 1995. AGARD PEP 85th Symposium on "Loss Mechanisms and unsteady flows in turbomachines".
- [21] S. FU. Modelling of the pressure-velocity correlation in turbulence diffusion. *Computers Fluids*, 22(2/3), 1993.
- [22] G.A. GEROLYMOS & V. CHAPIN. Generalized expression of chorochronic periodicity in turbomachinery blade row interaction. *La Recherche Aéropatiale*, 5, 1991.
- [23] G.A. GEROLYMOS & I. VALLET. Near-wall reynolds-stress three-dimensional transonic flow computation. *AIAA Journal*, 35(2), 1997.
- [24] G.A. GEROLYMOS & I. VALLET. Wall-normal-free reynolds-stress closure for three-dimensional compressible separated flows. *AIAA Journal*, 39(10), 2001.
- [25] E.J. HALL. Aerodynamic modeling of multistage compressor flowfields - part 1 : Analysis of rotor-stator-rotor aerodynamic interaction. *ASME Paper 97-GT-344*, 1997.
- [26] E.J. HALL. Aerodynamic modeling of multistage compressor flowfields - part 2 : Modeling deterministic stresses. *ASME Paper 97-GT-345*, 1997.
- [27] B. HARDY & H.M. ATASSI. Interaction of acoustic, entropic, and vortical waves with a plane shock. 1997. Conference Proceedings AIAA-97-1614.
- [28] C. HIRSCH. *Numerical computation of internal and external flows. Volume 1 : Fundamentals of numerical discretization*. J. Wiley, 1988.
- [29] C. HIRSCH. *Numerical computation of internal and external flows. Volume 2 : Computational Methods for inviscid and viscous flows*. J. Wiley, 1990.
- [30] A. JAMESON, W. SCHMIDT & E. TURKEL. Numerical solution of euler equations by finite volume methods using runge-kutta time stepping schemes. 1981. Conference Proceedings AIAA-81-1259.
- [31] L. KOZUCH. *Etude de l'écoulement dans une turbomachine axiale transsonique en présence ou non d'une distorsion amont. Validation d'un outil de simulation et d'analyse instationnaire*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [32] B. LAKSHMINARAYANA. Turbulence modeling for complex shear flows. *AIAA Journal*, 24(12), 1986.
- [33] B.E. LAUNDER, G.J. REECE & W. RODI. Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, 68, 1975.
- [34] F. LEBOEUF. *Écoulements 3D dans les turbomachines*. Cours 3^e année Ecole Centrale de Lyon, 2000.
- [35] F. LEBOEUF. *Écoulements transsoniques dans les turbomachines*. Cours 3^e année Ecole Centrale de Lyon, 2000.
- [36] F. LEBOEUF. Recent developments in numerical methods for turbomachinery flows. *VKI Lecture Series 2002-01*, 2001.
- [37] A. LERAT, J. SIDES & V. DARUT. *An implicit finite-volume method for solving the Euler equations*, pages 343–349. Lecture notes in Physics 177, 1982.
- [38] M.A. LESCHZINER & W. RODI. Calculation of annular and twin parallel jets using various discretization schemes and turbulence-model variations. *Journal of Fluids Engineering*, 103, 1981.
- [39] N.N. MANSOUR, J. KIM & P. MOIN. Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 194, 1988.
- [40] N. MARCINIAK. *Modélisation aérothermique à bas nombre de Reynolds des écoulements en turbines*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [41] C. MENEVEAU & J. KATZ. A deterministic stress model for rotor-stator interactions in simulations of average-passage flow. *Journal of Fluids Engineering*, 124, 2002.
- [42] R. MICHEL, C. QUÉMARD & R. DURANT. Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre. ONERA NT n° 154, 1969.

- [43] R. MÖNIG, F. MILDNER & R. RÖPER. Viscous-flow 2d-analysis including secondary flow effects. 2000. ASME TurboExpo 2000-GT-628.
- [44] J. NEUBAUER. *Aérodynamique 3-D instationnaire des turbomachines axiales multi-étages*. PhD thesis, Université Paris 6, 2004.
- [45] G.L. OLIVEIRA. *Analyse numérique de l'effet du défilement des sillages liés aux interactions rotor-stator en turbomachines*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [46] F. POURAHMADI & J.A.C. HUMPHREY. Prediction of curved channel flow with an extended $k - \epsilon$ model of turbulence. *AIAA Journal*, 21(10), 1983.
- [47] J. PRATO & B. LAKSHMINARAYANA. Investigation of compressor rotor wake structure at peak pressure rise coefficient and effects of loading. *ASME Paper 92-GT-32*, 1992.
- [48] C.M. RHIE, A.J. GLEIXNER, D.A. SPEAR, C.J. FISCHBERG & R.M. ZACHARIAS. Development and application of a multistage navier-stokes solver. part 1 : Multistage modeling using bodyforces and deterministic stresses. *ASME Paper 95-GT-342*, 1995.
- [49] W. RODI. A new algebraic relation for calculating the reynolds stresses. *ZAMM* 56 T219-221, 1976.
- [50] R. SCHIESTEL. *Les écoulements turbulents : modélisation et simulation*. Hermes, 1998.
- [51] N. SHIMA. Prediction of turbulent boundary layers with a second-moment closure. part 1 : Effects of periodic pressure gradient, wall transpiration, and free-stream turbulence. *Journal of Fluids Engineering*, 115, 1993.
- [52] N. SHIMA. Prediction of turbulent boundary layers with a second-moment closure. part 2 : Effects of streamline curvature and spanwise rotation. *Journal of Fluids Engineering*, 115, 1993.
- [53] B.R. SMITH. The $k - kl$ turbulence model and wall layer model for compressible flows. *AIAA Paper 90-1483*, 1990.
- [54] B.R. SMITH. A near wall model for the $k - l$ equation turbulence model. *AIAA Paper 94-2386*, 1994.
- [55] Z.S. SPAKOVSKY. *Applications of axial and radial compressor dynamic system modelling*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [56] C.G. SPEZIALE. On non-linear $k - l$ and $k - \epsilon$ models of turbulence. *Journal of Fluids Mechanics*, 178, 1987.
- [57] C. TAVEAU-FICK. *Modélisation de la turbulence dans les écoulements de fluide compressible en rotation, dans le cadre de turbomachine*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [58] C. TOUSSAINT, A. FOURMAUX & G. BILLONNET. Comparison of steady and unsteady 3d viscous flow computations through a transonic turbine stage. 1997. International Symposium on Airbreathing Engines.
- [59] I. VALLET. *Aérodynamique numérique 3-D instationnaire avec fermeture bas-Reynolds au second ordre*. PhD thesis, Université Paris 6, 1995.
- [60] A.G. VAN DE WALL, J.R. KADAMBI & J.J. ADAMCZYK. A transport model for the deterministic stresses associated with turbomachinery blade row interactions. 2000. ASME TurboExpo 2000-GT-0430.
- [61] M. VON HOYNINGEN-HUENE, W. FRANK & A.R. JUNG. Three-dimensional time-resolved flow field in the first and last turbine stage of a heavy duty gas turbine, part 1 : Secondary flow field. 2000. ASME TurboExpo 2000-GT-0438.
- [62] M. VON HOYNINGEN-HUENE, W. FRANK & A.R. JUNG. Three-dimensional time-resolved flow field in the first and last turbine stage of a heavy duty gas turbine, part 2 : Interpretation of blade pressure fluctuations. 2000. ASME TurboExpo 2000-GT-0439.

Annexe A

Grandeurs aérodynamiques en turbomachines



Soit (x, y, z) les coordonnées des points dans un repère cartésien ortho-normalisé. Les composantes du vecteur vitesse dans le repère relatif sont : V_x dans la direction axiale, W_y dans la direction azimutale et W_z dans la direction radiale. On dispose aussi de la masse volumique ρ , de la vitesse de rotation ω et de l'énergie totale relative notée E_{tr} .

Vitesse d'entraînement :

$$U = \omega \sqrt{y^2 + z^2}$$

Composante radiale de la vitesse relative :

$$W_r = V_r = \frac{W_y y}{\sqrt{y^2 + z^2}} + \frac{W_z z}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

Composante circumférentielle de la vitesse relative :

$$W_\theta = \frac{-W_y z}{\sqrt{y^2 + z^2}} + \frac{W_z y}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

Vitesse relative à la roue :

$$W = \sqrt{V_x^2 + W_r^2 + W_\theta^2}$$

Composante circumférentielle de la vitesse absolue :

$$V_\theta = W_\theta + U$$

Vitesse absolue :

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_r^2 + V_\theta^2}$$

Angle α relatif :

$$\alpha_{rel} = \text{atan} \left(\frac{W_\theta}{V_x} \right) \frac{180}{\pi}$$

Angle α absolu :

$$\alpha_{abs} = \text{atan} \left(\frac{V_\theta}{V_x} \right) \frac{180}{\pi}$$

Pression statique :

$$P_s = (\gamma - 1) \left(\rho E_{tr} - \frac{1}{2} \rho W^2 \right)$$

Température statique :

$$T_s = \frac{P_s}{\rho r_{gaz}}$$

Mach relatif :

$$M_{rel} = \frac{W}{\sqrt{\gamma r_{gaz} T_s}}$$

Pression totale relative :

$$P_{trel} = P_s \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{rel}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Température totale relative :

$$T_{trel} = T_s \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{rel}^2 \right)$$

Énergie totale absolue :

$$E_{tr} + \frac{V^2 - W^2}{2}$$

Mach absolu :

$$M_{abs} = \frac{V}{\sqrt{\gamma r_{gaz} T_s}}$$

Pression totale absolue :

$$P_{tabs} = P_s \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{abs}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Température totale absolue :

$$T_{tabs} = T_s \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{abs}^2 \right)$$

Entropie :

$$E_{tr} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} r_{gaz} \ln \frac{T_s}{T_{ref}} - r_{gaz} \ln \frac{P_s}{P_{ref}}$$

Enthalpie :

$$E_{nth} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} r_{gaz} T_s$$

Enthalpie totale relative :

$$E_{nth_{trel}} = E_{nth} + \frac{W^2}{2}$$

Enthalpie totale absolue :

$$E_{nth_{tabs}} = E_{nth} + \frac{V^2}{2}$$

Rothalpie :

$$Roth = E_{nth_{trel}} - \frac{U^2}{2}$$

Viscosité moléculaire (loi de Sutherland) :

$$\mu = 1.711 e^{-0.5} \frac{1 + \frac{110.4}{273.04}}{1 + \frac{110.4}{T_s}} \sqrt{\frac{T_s}{273.04}}$$

Rapport de chaleur spécifique :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Relation de Mayer :

$$r_{gaz} = C_p - C_v$$