

**ECOLE DOCTORALE Physique et Chimie-Physique (ED182)**  
**Institut de Physique et de Chimie des Matériaux de Strasbourg**  
**UMR 7504**

**THÈSE** présentée par :  
**Kévin LÉVÊQUE-SIMON**  
soutenue le : **25 Septembre 2020**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Strasbourg**  
Discipline/S spécialité : Physique des particules

<b>COLLISIONS ASSISTÉES PAR LASER POUR LA FORMATION D'ANTIMATIÈRE</b>
---

**THÈSE** dirigée par :

<b>Mr. HERVIEUX Paul-Antoine</b>	Professeur, Université de Strasbourg, IPCMS
<b>Mr. MANFREDI Giovanni</b>	Directeur de recherche, IPCMS

**RAPPORTEURS :**

<b>Mr. DAL CAPPELLO Claude</b>	Professeur, Université de Lorraine, LPCT
<b>Mme. VÉNIARD Valérie</b>	Directeur de recherche, Ecole Polytechnique à Palaiseau, LSI

---

**AUTRES MEMBRES DU JURY :**

<b>Mme. COMINI Pauline</b>	Chercheur, Paris, CEA
<b>Mr. LAZAUSKAS Rimantas</b>	Chargé de recherche, Université de Strasbourg, IPHC



## Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer mes remerciements et ma gratitude à mes encadrants, pour tout le soutien et les encouragements qu'ils m'ont apportés durant ces dernières années. Je leur suis reconnaissant de tout le savoir-faire qu'ils m'ont transmis, et ce fut un vrai plaisir de travailler à leurs côtés. Plus singulièrement, je tiens à remercier Paul-Antoine pour m'avoir offert cette chance inouïe de réaliser cette thèse. Au pied de la cathédrale, la transition de garçon de café à doctorant à bel et bien été la plus belle transition de ma vie! Mes pensées vont également aux membres de l'équipe et tout particulièrement à Jérôme Hurst, qui m'a accompagné dès mes débuts lors de mon stage de Master, et quelque part, transmis cette passion pour la physique.

Je continuerai en m'adressant aux membres de l'Institut de physique et de chimie des matériaux de Strasbourg. Je tiens à remercier chaleureusement l'ensemble des membres de l'équipe informatique, et notamment Christine Tugène, pour toute l'aide qu'elle a pu me fournir afin de pouvoir lancer les calculs sur le mésocentre. J'en profite également pour remercier Olivier Bengone, qui à mon sens, est un programmeur et un nageur plus qu'aguerri. Parmi les membres du département, je tiens à saluer François Frasnier, Marie Barthelemy, ainsi que Olivier Crégut, pour toutes leurs expertises dans le domaine de la physique des lasers. Merci également à Alex Boeglin, pour m'avoir éclairé à de nombreuses reprises sur des questions d'ordres théoriques. Salutations amicales à mes collègues de bureau Damien Cianfarani, Pauline Gosset, Issatay Nadinov, Ziyad Chaker, Rémi Muller, ainsi que Marc Ziegler, crossfiteur dans l'âme.

Parmi les membres du jury, je tiens à remercier Valérie Vénier. À travers les nombreux échanges que nous avons pu avoir, ses connaissances dans le domaine des collisions assistées ont été déterminantes dans la réalisation de ce travail de thèse. Un grand merci également à Pauline Comini, pour ses apports aussi bien sur le plan théorique, qu'expérimental. Son travail de thèse considérable m'a notamment permis d'aborder (durement!) l'étude du sujet sur des bases solides.

Je remercie également Mathéo Valdes, ancien doctorant à l'IPHC, ainsi que Fabrice Catoire, du laboratoire CELIA à Bordeaux, pour leurs apports et leurs conseils sur les méthodes numériques.

Enfin, mes pensées s'adressent à mes proches pour tout le soutien qu'ils m'ont apporté. Je ne remercierai jamais assez ma mère et mon frère pour m'avoir soutenu au quotidien depuis le début de mes études dans l'enseignement supérieur.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Antimatière et gravité . . . . .	1
1.2	L'expérience GBAR . . . . .	3
1.3	But et organisation de notre étude . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Calcul des sections efficaces pour la production de <math>\bar{\text{H}}</math></b>	<b>13</b>
2.1	Collisions assistées par laser . . . . .	13
2.2	Considérations générales . . . . .	14
2.3	Interaction électron-(anti)atome . . . . .	15
2.4	Interaction électron-laser . . . . .	20
2.5	Interaction positronium-laser . . . . .	24
2.6	Section efficace de diffusion . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Calcul des sections efficaces pour la production de <math>\bar{\text{H}}^+</math></b>	<b>33</b>
3.1	Conséquence du postulat de symétrisation pour la voie initiale . . . . .	33
3.2	Approximations des états asymptotiques de la voie finale . . . . .	34
3.3	Section efficace de diffusion . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Simulations</b>	<b>39</b>
4.1	Aspects numériques . . . . .	39
4.2	Sections efficaces en champ nul . . . . .	41
4.3	Sections efficaces en présence du champ . . . . .	50
4.4	Taux de production de $\bar{\text{H}}$ et $\bar{\text{H}}^+$ . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>74</b>
5.1	Conclusions générales . . . . .	74
5.2	Perspectives . . . . .	74
	<b>Compléments</b>	<b>76</b>
A	Représentation position des états propres d'un atome hydrogénoïde . . . . .	76
B	Représentation position des kets $ v_{n_p}^\pm\rangle$ dans le référentiel du laboratoire . . . . .	77
C	Composantes radiales de la fonction de Green coulombienne . . . . .	78
D	Implémentation des éléments de la matrice $\mathcal{T}$ pour la réaction à 3 corps . . . . .	80
E	Implémentation des éléments de la matrice $\mathcal{T}$ pour la réaction à 4 corps . . . . .	81
	<b>Bibliographie</b>	<b>87</b>

# 1 Chapitre I

## Introduction

### 1.1 Antimatière et gravité

En 1928, le physicien britannique Paul Adrien Maurice Dirac prédit l'existence de l'antimatière [1]. Son équation décrit la mécanique quantique relativiste de l'électron et, plus généralement, celle des particules élémentaires de spin demi-entiers appelées fermions. Celle-ci visait au départ à rendre invariante l'équation de Schrödinger par l'action du groupe de Lorentz, c'est à dire à la rendre compatible avec les principes de la relativité restreinte. Son équation laisse à supposer qu'une particule habituellement caractérisée par la donnée de sa masse et de son spin, pourrait avoir une charge électrique négative ou positive. Trois ans plus tard, la première antiparticule élémentaire fut découverte par Carl D. Anderson lors de ses observations sur les rayons cosmiques [2]. Ce dernier réalisa ces expériences à l'aide d'une chambre à brouillard dans laquelle la vapeur se condense en de fines gouttelettes le long de la trajectoire lorsqu'une particule porteuse d'une charge électrique la traverse. Un champ magnétique issu d'une bobine courbant les trajectoires des particules permettait par ailleurs de déterminer le signe de la charge électrique. Ces photographies ont montré des traces qui semblaient correspondre à des particules de masse similaires à celle de l'électron, mais de charge électrique opposée. Prédit par Dirac, le positon noté  $e^+$  venait d'être mis en évidence. D'autres antiparticules élémentaires ont été mises en évidence par la suite, à savoir l'antiproton  $\bar{p}$  en 1955 [3], puis l'antineutron  $\bar{n}$  en 1956 [4] par la collision entre un proton et son antiparticule. Aujourd'hui l'antimatière, qui est quasiment inexistante dans l'Univers, du moins en apparence, soulève de nombreuses questions au sein de la communauté scientifique : l'une d'elle concerne son comportement vis-à-vis de la gravité.

L'un des principes fondamentaux de la relativité générale est le principe d'équivalence faible d'Einstein WEP<sup>1</sup> postulé en 1907 [5]. Ce principe stipule que la trajectoire d'un corps soumis aux seules forces gravitationnelles est indépendante de sa composition et de sa structure interne. Il a pour conséquence, que matière et antimatière devraient admettre un comportement strictement identique dans le champ gravitationnel, la masse inertielle  $m_i$  et la masse gravitationnelle  $m_g$  de tout corps devant être rigoureusement égales. Rappelons que la première intervient dans la seconde loi de Newton  $F = m_i a$  qui relie la force  $F$  exercée sur un corps à son accélération  $a$ , et que la seconde intervient dans la loi universelle de la gravitation. Celle-ci s'écrit pour un corps situé au voisinage de la Terre  $F = m_g g$  où  $g \sim 9.8 \text{ m/s}^2$  est l'accélération normale de la pesanteur. Ainsi, un bilan des forces conduisant à  $a = (m_g/m_i)g$  permet de retrouver par le WEP que deux corps de masse distinctes tombent avec la même accélération  $g$  dans le champ de pesanteur.

Ce principe a été largement vérifié pour la matière par des mesures d'autant plus précises au fil

1. Weak Equivalence Principle.

du temps. Dès les années 1920, Eötvös [6] atteignit une précision de

$$\delta(\alpha, \beta) = 2(a_\alpha - a_\beta)/(a_\alpha + a_\beta) \quad (1.1)$$

$$= 2 \frac{(m_g/m_i)_\alpha - (m_g/m_i)_\beta}{(m_g/m_i)_\alpha + (m_g/m_i)_\beta} = (4 \pm 1) \times 10^{-9}, \quad (1.2)$$

lors de la mesure relative entre les accélérations d'un corps  $\alpha$  fait de magnalium (alliage composé à 50% d'aluminium et à 50% de magnésium) et  $\beta$  fait de platinium. En décembre 2017, les résultats intermédiaires du satellite français Microscope<sup>2</sup> lancé par le CNES<sup>3</sup>, ont été publiés [7]. Cette expérience réalisée dans l'espace a notamment permis de s'affranchir des contraintes liées à l'environnement terrestre. Les résultats obtenus en comparant, dans des conditions identiques, un corps fait de platine et de titane de masse distinctes, ont montré que le WEP était respecté avec une précision de  $\delta(\text{Ti, Pt}) \sim 2 \times 10^{-14}$ .

En ce qui concerne l'antimatière, ce principe n'a encore jamais été vérifié expérimentalement. Cela suscite un regain d'intérêt dans la mesure où toute différence entre masse inerte et masse grave aurait des conséquences importantes du point de vue cosmologique. En effet, le modèle standard implique une création de matière et d'antimatière en quantité égale dans l'Univers primordial, alors qu'aujourd'hui seulement une infime proportion d'antimatière est observée dans l'Univers. C'est pourquoi les études menées sur l'antimatière visent en grande partie à expliquer la rareté de celle-ci, qui se manifeste dans les rayons cosmiques, la radioactivité  $\beta^+$ , et qui peut également être produite en laboratoire par des collisions de particules.

L'une des argumentations en faveur de ce déséquilibre est l'existence d'une asymétrie entre matière et antimatière, par violation de la symétrie CP (inversion de la charge et de la parité) pour l'antimatière. Cela impliquerait a priori que les lois de la physique ne seraient pas les mêmes pour une particule et son antiparticule. Ce raisonnement est basé sur le fait que si matière et antimatière étaient parfaitement symétriques, toute la matière et l'antimatière en proportions égales à l'issue du Big-Bang auraient dû s'annihiler, auquel cas notre existence n'aurait pu être possible. Cette brisure de symétrie a été démontrée expérimentalement en étudiant des kaons neutres, qui sont des particules qui se transforment spontanément en leurs propres antiparticules et vice versa. La première expérience menée en 1964 a montré que les transitions  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  et  $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$  lors de la désintégration  $\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  (la notation  $\pi^\pm$  désignant un pion de charge positive ou négative) par interaction faible ne se produisent pas avec la même probabilité [8], la première étant de 0.2% plus probable que la seconde (voir également [9, 10] à ce sujet). Plus récemment, l'expérience LHCb<sup>4</sup> menée dans le secteur des baryons a également permis de mettre en évidence cette violation de symétrie [11]. Néanmoins, la violation CP décrite dans le modèle standard n'est pas suffisamment importante pour expliquer le déséquilibre conséquent qui existe entre matière et antimatière dans l'Univers. En effet, il est tout aussi probable que l'antimatière ait des propriétés inconnues qui violeraient d'autres principes fondamentaux de la physique, comme le WEP par exemple.

De plus, les observations de l'Univers issues de la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle ont montré que celui-ci est en expansion, et l'on sait même depuis 1998 que cette expansion est accélérée [12]. Cela a donné lieu à plusieurs modèles cosmologiques qui ont aujourd'hui abouti au modèle cosmologique standard, dit modèle  $\Lambda$ CDM [13], où  $\Lambda$  est la constante cosmologique associée à l'énergie noire qui est responsable de l'accélération de l'expansion, et CDM (Cold Dark Matter) se réfère à la matière noire froide. Dans ce modèle largement adopté par la communauté scientifique, l'univers est

2. Pour Micro-satellite à traînée compensée pour l'observation du principe d'équivalence.
3. Centre National d'Études Spatiales.
4. Large Hadron Collider beauty.

approximativement composé de matière baryonique à 5%, de matière noire à 25%, et d'énergie noire à 70%. Cela implique qu'environ 95% de la composition de l'univers reste méconnue dans la mesure où la matière noire n'a jamais été observée directement. Cette situation étonnante a plus récemment motivé les scientifiques à élaborer d'autres modèles, dont l'un deux est le modèle de Dirac-Milne [14]. Dans ce modèle, qui ne présente ni accélération ni décélération de l'expansion, l'antimatière aurait une masse gravitationnelle négative. Le modèle de Dirac-Milne suppose également que l'univers est composé de matière et d'antimatière en proportions égales. Bien que matière noire et énergie noire n'y apparaissent pas explicitement, les effets qui leur sont d'ordinaire attribués proviennent de l'existence de masses négatives. Par ailleurs ce modèle reproduit assez fidèlement les différentes étapes de l'évolution de l'univers, dont la nucléosynthèse primordiale. Dans l'univers de Dirac-Milne si la matière se rassemble bien en structures (étoiles, galaxies, amas...) sous l'effet de la gravité, la répulsion matière-antimatière aurait conduit l'antimatière à se diluer dans tout l'espace, en particulier entre les galaxies.

## 1.2 L'expérience GBAR

### 1.2.1 Des premières tentatives de mesure aux défis actuels

Les premières tentatives de mesures de la chute libre d'antiparticules ont été réalisées il y a une quarantaine d'année sur des positons [15], et d'autres mesures sur les antiprotons ont également été tentées au milieu des années 1990. Cependant à l'échelle atomique, les champs électriques résiduels auxquels ces antiparticules sont soumises se sont avérés trop intenses pour réaliser ces mesures, l'interaction gravitationnelle étant entièrement dominée par l'interaction coulombienne. Cela provient du bruit aléatoire associé au mouvement thermique des porteurs de charge dans la matière environnante, également appelé bruit de Johnson-Nyquist. Ce dernier constitue inéluctablement un obstacle dans la réalisation d'une expérience faisant intervenir des antiparticules chargées, et impose l'utilisation d'antiparticules neutres. Potentiellement, les candidats sont les antineutrons [16] dont les méthodes de synthèse sont connues depuis les années 1960 [4, 17], ainsi que les antihydrogènes produits pour la première fois au CERN<sup>5</sup> en 1996 [18]. Se pose alors la question des techniques de piégeage et de refroidissement utilisées sur ces antiparticules, difficilement manipulables par leur neutralité. Les antineutrons ne pouvant pas être utilisés dans ce but puisqu'on ne sait ni les piéger, ni les refroidir, les expériences visant à effectuer un test direct du WEP ont choisi d'utiliser des atomes d'antihydrogènes (voir [19] pour plus de détails sur les techniques de manipulation des  $\bar{H}$ , qui sont possibles grâce au moment magnétique que possède l'antihydrogène). L'expérience GBAR<sup>6</sup> [20] dont l'installation au CERN a débuté en 2016 est basée sur une technique proposée par Jochen Walz et Theodor W. Hänsch [21]. Il s'agit dans un premier temps de produire la forme ionique  $\bar{H}^+$  de l'antihydrogène composé d'un antiproton et de deux positons, et dont l'équivalent de matière n'est autre que  $H^-$  [22]. Concrètement, la production de  $\bar{H}^+$  passe par deux réactions d'échanges de charges faisant intervenir des antiprotons  $\bar{p}$  et des atomes de positronium Ps (états liés instables électron-positon). Celles-ci sont respectivement données par



où la notation  $(^*)$  précise que les atomes peuvent être produits dans des états excités : la première réaction à trois corps permet d'obtenir les antihydrogènes, qui sont produits à l'issue des processus

5. Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire.

6. Gravitational Behaviour of Antihydrogen at Rest.

de capture électronique des positons par les antiprotons ; dans la seconde, qui est une réaction à quatre corps, une partie des ces antihydrogènes interagit à nouveau avec du positronium pour former des ions  $\bar{H}^+$ . Compte tenu de leurs charges positives, ces derniers sont plus facilement manipulables avec des champs électromagnétiques afin d'être isolés dans un piège à ions. Ils peuvent alors être refroidis jusqu'à une température de l'ordre du microkelvin (soit des vitesses de l'ordre du m/s), de sorte que les antiatomes ultra-froids soient obtenus par photo-détachement des positons excédentaires des ions.

Toutefois, d'autres alternatives aux mécanismes réactionnels utilisés dans GBAR peuvent également conduire à la formation de l'antihydrogène et de sa forme ionique :

- la recombinaison  $\bar{p} + 2e^+ \rightarrow \bar{H} + e^+$  permet notamment la formation de  $\bar{H}$  lorsque les positons sont suffisamment refroidis [23], voir de l'ion  $\bar{H}^+$  suivant le mécanisme  $\bar{H} + 2e^+ \rightarrow \bar{H}^+ + e^+$  si la densité d'antiprotons est suffisamment importante.
- le mécanisme d'attachement radiatif  $e^+ + \bar{H} \rightarrow \bar{H}^+ + \gamma$  au cours duquel un positon dont l'énergie avoisine 1 eV est capturé par  $\bar{H}$ , permet la création de l'ion  $\bar{H}^+$  qui s'accompagne de l'émission d'un photon  $\gamma$  [24, 25].

D'un point de vue expérimental, le piégeage des ions  $\bar{H}^+$  dans GBAR impose de ralentir les antiprotons à des énergies de l'ordre du keV [26]. Comme la vitesse des ions  $\bar{H}^+$  formés dans la réaction (1.4) est approximativement celle des antiprotons incidents dans la réaction (1.3), il s'agit en fait d'un compromis : les antiprotons doivent être relativement lents pour pouvoir piéger efficacement les ions, mais pas trop lents non plus, auquel cas l'élargissement du faisceau d'antiprotons par la charge d'espace serait trop important. Compte tenu des taux de production de  $\bar{H}^+$  extrêmement faibles, le faisceau de positons lents (dont l'énergie cinétique est comprise entre l'électronvolt et le keV) utile à la production des atomes de positronium doit également être très intense (de l'ordre de  $2 \times 10^{10} e^+$  par paquet). Ces deux aspects techniques sont, en plus de l'optimisation des éléments de la chaîne de production, les principaux défis pour GBAR. Cette collaboration internationale comprenant 19 instituts est actuellement en concurrence directe avec deux autres collaborations dans l'observation de l'effet de la gravitation sur des atomes d'antihydrogènes : AEgIS<sup>7</sup> [27, 28] et ALPHA-g<sup>8</sup> [29]. Ces deux collaborations également basées au CERN utilisent d'autres techniques d'observation et de production de l'antihydrogène.

- La collaboration AEgIS propose de mesurer la déviation verticale de la trajectoire d'antihydrogènes (initialement horizontale) due à la gravitation. Celle-ci devrait être de l'ordre de quelques microns sur des distances de quelques mètres. Contrairement à GBAR, AEgIS n'a pas choisi de passer par une deuxième étape en produisant des ions  $\bar{H}^+$ . Les antihydrogènes produits ne sont pas autant refroidis que dans GBAR, et atteignent une température de l'ordre de 0.1 kelvin.
- La collaboration ALPHA-g dispose actuellement d'une grande expérience dans la capture d'antihydrogènes. Cela provient du fait que cette collaboration s'est formée en parallèle de la collaboration ALPHA, qui est une collaboration plus ancienne visant à faire des mesures de spectroscopie (les avancées technologiques dans l'expérience ont conduit plus récemment à l'appellation ALPHA-2, qui est peu employée). En utilisant un piège à gradient de champ magnétique d'axe horizontal, la collaboration ALPHA a notamment permis pour la première fois en 2017 de mesurer l'énergie de la transition électronique  $1s-2s$  de  $\bar{H}$ . Il s'est avéré, à une précision de mesure de l'ordre  $2 \times 10^{-8}$  près, que cette énergie est identique à celle de l'hydrogène, qui prend place aux environs de 10.2 eV [30]. Cette même collaboration a ensuite mesuré en 2020 la fréquence de la transition  $2s_{1/2}-2p_{1/2}$  de  $\bar{H}$ , et en a déduit son décalage

7. Pour Antihydrogen Experiment : Gravity, Interferometry, Spectroscopy.

8. ALPHA pour Antihydrogen Laser PHysics Apparatus.

de Lamb (déplacement dû à l'interaction de l'atome avec le vide). Ce dernier est identique à celui de H pour une incertitude de mesure de l'ordre de 11% [31]. L'idée de la collaboration ALPHA-g, basée sur un test préliminaire réalisé en utilisant le piège disponible sur ALPHA, consiste à utiliser un nouveau piège orienté verticalement pour observer le comportement gravitationnel de l'antimatière.

Précisons enfin que davantage de détails sur les techniques utilisées dans ces trois expériences sont indiqués dans [32]. Chacune d'elle espère être prête pour l'année 2021, année qui marque la fin d'un arrêt complet de deux ans des accélérateurs de particules du CERN pour des raisons de maintenance.

D'un point de vue théorique, les physiciens de GBAR tentent d'aider les expérimentateurs en déterminant l'ensemble des conditions initiales pour lesquelles la formation de l'ion  $\bar{H}^+$  est optimale (vitesse d'impact de l'antiproton, états quantiques du positronium...). Cela passe par le calcul des sections efficaces de diffusion des deux réactions, qui sont des grandeurs liées à la probabilité d'interaction des particules qui collisionnent, et qui sont directement proportionnelles aux taux de production de  $\bar{H}$  et  $\bar{H}^+$ . Bien que les modèles visant à calculer les sections efficaces sont nombreux, ils peuvent être regroupés en deux grandes catégories : ils s'agit des méthodes non-perturbatives et perturbatives. Celles-ci se distinguent par leur niveau de précision et leur domaine d'application, qui dépend notamment de la gamme énergétique des antiprotons dans le référentiel du laboratoire (le positronium étant considéré comme une cible fixe).

- En effet, un calcul très précis par des méthodes non-perturbatives ne converge qu'à de très basses énergies d'antiproton qui sont voisines du seuil de réaction. Celles-ci incluent les équations de Faddeev-Merkuriev [33, 34] traitant du problème à trois corps ainsi que les méthodes de canaux couplés convergents (CCC<sup>9</sup>) [35]. Dans la mesure où elles impliquent de lourds développements, peu d'entre elles font mention de la réaction à quatre corps dans la littérature. En 2019 puis 2020, une équipe de la collaboration GBAR est tout de même parvenue à obtenir des résultats concernant les couples  $\bar{H}(1s) - \text{Ps}^{(*)}$  [36, 37].
- En contrepartie, les méthodes perturbatives issues d'un développement en série de Born dans le traitement de l'interaction électron-atome restent valables dans un régime de moyenne-haute énergie. Ceci implique généralement de considérer des énergies d'antiprotons éloignées du seuil de réaction. Une classification complète des énergies de seuil en fonction des énergies de liaison atomique pour les deux réactions de GBAR est indiquée dans les compléments de la thèse [38].

Bien que différentes, ces méthodes s'accordent à dire que les sections efficaces sont plus importantes lorsque le positronium est préparé dans un état excité (en particulier  $\text{Ps}(3d)$ ) que dans l'état fondamental. De plus, l'étude menée par Comini *et al.* [39] a permis d'obtenir à partir des sections efficaces calculées dans l'approximation CDW<sup>10</sup> (discutée en 2.3) les taux de production de  $\bar{H}^+$ . Il en résulte qu'une production de  $1.5\bar{H}^+$  est attendue lorsqu'un nuage homogène de  $\text{Ps}(3d)$  est bombardé par des antiprotons à 1 keV. Cela suppose que le faisceau incident composé de  $3 \times 10^6 \bar{p}$  soit mono-énergétique, et que ce dernier puisse être modélisé par une enveloppe maxwellienne en temps dont l'écart type vaut 210 ns. Le nombre d'orthopositronium  $\text{Ps}(1s)$  entrant dans la chambre de collision est par ailleurs pris à  $7.4 \times 10^9$  (en considérant initialement un faisceau délivrant  $3 \times 10^{10}$  positons par paquet), et l'enveloppe utilisée pour décrire leurs productions est également une maxwellienne, dont l'écart type vaut 75 ns.

9. Convergent Close-Coupling.

10. Continuum Distorted Waves.

### 1.2.2 Précisions sur l'état fondamental du positronium

Comme le positronium est atome instable composé d'un électron et d'un positon, il existe dans son état fondamental sous deux configurations. Ces configurations résultent du couplage des spins  $1/2$  des deux fermions élémentaires constituant l'atome : le parapositronium noté p-Ps désigne l'état singulet  $^1S_0$  de spins antiparallèles, et l'orthopositronium noté o-Ps désigne le triplet  $^3S_1$  de spins parallèles. Les probabilités pour que le positronium soit obtenu dans une configuration para ou ortho lors de sa formation sont respectivement égales à  $1/4$  et  $3/4$ . De plus, ces deux configurations conduisent vers des niveaux d'énergies atomiques qui se distinguent par leurs structures fines et, plus particulièrement, par des temps d'annihilation électron-positon différents. Calculés à partir de l'équation de Breit qui tient compte des interactions électromagnétiques électron-positon, ces derniers sont respectivement de 125 ps pour le parapositronium, contre 142 ns pour l'orthopositronium. Cela provient du fait que l'annihilation en  $2\gamma$  du parapositronium est plus probable que l'annihilation en  $3\gamma$  de l'orthopositronium, l'énergie totale du nombre de photons créés étant de 1.022 MeV en vertu de la relation d'équivalence masse-énergie. Compte tenu de son temps de vie plus long, l'orthopositronium est privilégié pour la réalisation de l'expérience.

Bien que l'équation de Breit fournisse une description appropriée du positronium, celle-ci présente plusieurs limitations. En effet, elle inclut uniquement les corrections en  $1/c^{2n}$  (où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $n = 1, 2, \dots$  un entier) du premier ordre ( $n = 1$ ) et n'est pas invariante par transformation de Lorentz. Ces corrections impliquent des termes supplémentaires (d'orbitales, de spin-orbite et de Darwin) vis-à-vis de l'hamiltonien non-relativiste (incluant uniquement les énergies cinétiques et l'interaction de Coulomb) conduisant à l'hamiltonien de Dirac-Coulomb-Breit, qui sont à l'origine de la structure fine de l'atome [40]. Un calcul plus précis des niveaux d'énergies peut par ailleurs être obtenu en utilisant l'équation covariante de Bethe-Salpeter [41]. Au second ordre ( $n = 2$ ), cela nécessiterait un traitement par l'électrodynamique quantique (QED<sup>11</sup>) puisqu'il apparaît dans le traitement des termes en  $1/c^3$  les décalages de Lamb. Il en résulte que les fonctions d'ondes du positronium sont plus ou moins sensibles au niveau de description adopté (voir [42] pour l'expression des fonctions d'onde incluant le terme de Breit).

Néanmoins pour notre étude, la dérivation des niveaux d'énergies par la résolution de l'équation de Schrödinger d'un système de deux fermions en interaction de Coulomb est amplement suffisante. En conséquence, les niveaux d'énergie du positronium sont simplement deux fois moins espacés que ceux de l'hydrogène, et l'énergie de liaison de l'état fondamental est prise à  $-6.8$  eV. Quand aux fonctions d'onde, nous les obtenons directement à partir de celles des hydrogénoïdes (se référer au compl. A). Il est également admis que les niveaux d'énergies de  $\bar{H}$  sont strictement identiques à ceux de H, la force électromagnétique étant la même pour matière et antimatière.

### 1.2.3 Description de l'expérience GBAR

Dans cette partie, nous décrivons brièvement le protocole utilisé pour la production de  $\bar{H}^+$ , ainsi que la manière dont la mesure de la chute libre de  $\bar{H}$  est réalisée. Notons qu'en l'absence de toute source laser, l'orthopositronium est le seul état produit dans l'expérience que nous considérons ici.

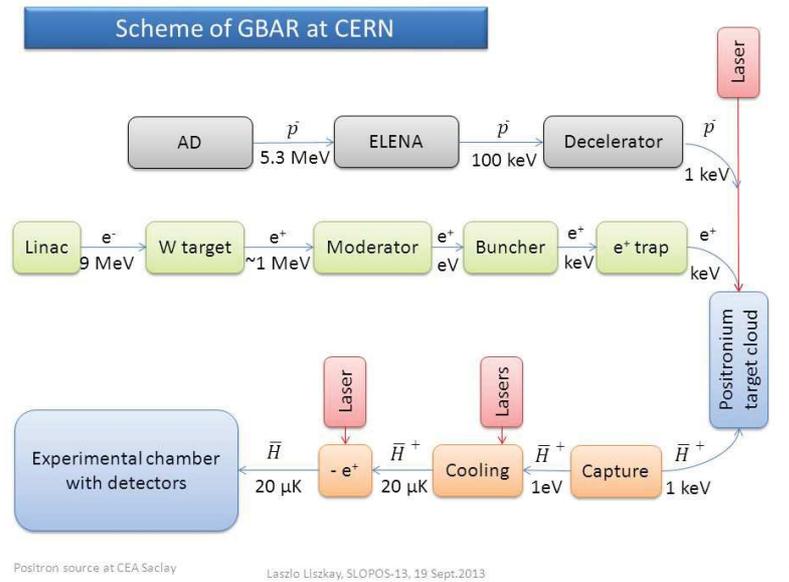
#### Source d'antiprotons

Les antiprotons sont initialement produits par le synchrotron à protons (PS<sup>12</sup>), par collisions entre un faisceau de protons et une cible métallique. Ces collisions produisent diverses particules secondaires, dont de nombreux antiprotons<sup>13</sup>. Toutefois, les antiprotons produits qui se déplacent de

11. Quantum ElectroDynamics.

12. Proton Synchrotron.

13. Source : <https://home.cern/fr/science/accelerators/antiproton-decelerator>.



**Figure 1.1** – Schéma synoptique de l'expérience GBAR par L. Liskay, CEA Saclay.

façon désordonnée ont des énergies beaucoup trop importantes pour être directement utilisés dans l'expérience ( $\sim$  GeV), le piégeage des ions  $\bar{H}^+$  nécessitant d'utiliser des antiprotons à des énergies de l'ordre du keV. C'est pourquoi ces derniers sont soumis à trois phases de décélération avant d'atteindre la gamme en énergie requise pour GBAR, qui est comprise entre 1 et 10 keV. Le décélérateur d'antiprotons AD<sup>14</sup> permet dans un premier temps de transformer ces particules en un faisceau de basse énergie, en délivrant des paquets composés d'environ  $10^7$  antiprotons toutes les 110 s à une énergie de 5.3 MeV. L'anneau de décélération ELENA (Extra Low ENergy Antiproton) permet ensuite à ces antiprotons d'atteindre une énergie de 100 keV, en délivrant des paquets plus petits composés de  $3 \times 10^6 \bar{p}$ . Un troisième décélérateur formé d'une électrode tubulaire à potentiel variable permet finalement de ralentir ces paquets à des énergies de l'ordre du keV, avant d'être orientés vers un nuage dense de positronium (voir figure 1.1).

### Source de positons et production de positronium

En parallèle, un accélérateur linéaire d'électrons LINAC (LINear ACcelerator) placé dans un bunker irradie une cible métallique de tungstène avec des électrons de 10 MeV. Les électrons sont alors freinés et déviés par le champ électrique des noyaux de la cible, en émettant des rayonnements  $\gamma$ . Ce mécanisme est connu sous le nom de rayonnement de freinage, ou encore Bremsstrahlung. Certains des photons émis ont ainsi une énergie suffisante (supérieure à 1.022 MeV) pour conduire à la formation de paires électron-positon aux abords de la cible. La création de paires étant d'autant plus probable que la charge électrique du noyau est importante, le tungstène dont le numéro atomique vaut  $Z = 74$  est un élément chimique adéquat. L'énergie des positons obtenus à l'issue de ce mécanisme est de l'ordre du MeV [43].

Un modérateur permet dans un second temps de « stopper » une partie des positons du vide environnant, de sorte que leur dispersion en énergie atteigne 3 eV. Ces positons sont ensuite réaccélérés pour être transportés par guidage magnétique en sortie du bunker. Leur énergie est alors de  $50 \pm 3$  eV. Un premier piège à gaz tampon (BGT<sup>15</sup>) dont le principe est indiqué dans [44] permet de réduire davantage leur dispersion en énergie (à environ 1 eV), ce qui est plus favorable pour l'étape de

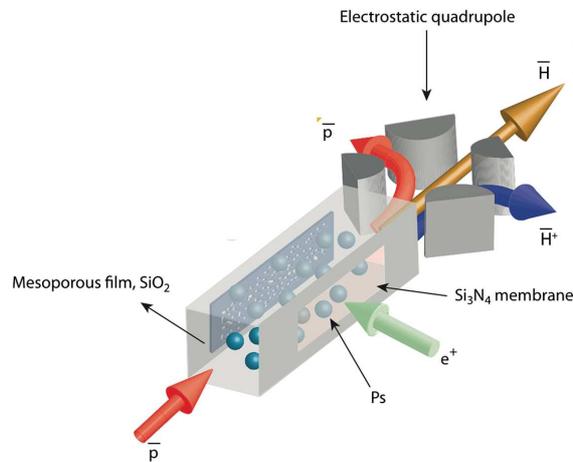
14. Pour Antiproton Decelerator.

15. Buffer Gas Trap.

stockage à venir. Notons que les positons sont freinés en entrée BGT dans la mesure où, pour être efficaces, les collisions avec les molécules de diazote  $N_2$  doivent se réaliser à des énergies de l'ordre de 9–11 eV. Le BGT permet également de mettre en forme les paquets de positons (compression spatiale et temporelle, pré-accumulation des positons) avant d'être transférés dans un second piège.

Le stockage des positons est réalisé à l'aide d'un piège HFT (High Field Trap) à haut champ magnétique de 5 teslas [32]. L'objectif visé dans GBAR étant d'accumuler  $2 \times 10^{10}$  positons sur un temps de l'ordre de 100 s, qui est un temps comparable à la cadence de tir du faisceau d'antiprotons. Ceci avant d'orienter le paquet de positons en direction d'un tube rectangulaire de dimension  $1 \text{ mm}^2 \times 20 \text{ mm}$  formant la chambre de collision (voir figure 1.2).

Le paquet de positons pénètre alors dans la chambre de collision à une énergie de 3–4 keV, en traversant une membrane de nitrure de silicium ( $Si_3N_4$ ). Cette membrane d'une épaisseur de 30 nm permet au positons injectés dans la chambre de collision de ne pas en ressortir. Un film de silice nanoporeux ( $SiO_2$ ) situé dans la chambre de collision permet à une partie des positons d'interagir avec les électrons locaux, pour former un nuage dense de positronium. L'efficacité de conversion  $e^+/\text{o-Ps}$  sortant « vivant » du film de silice nanoporeux dépend notamment de l'énergie d'implantation des positons et du diamètre des pores de la silice. Un diamètre des pores de la silice de 3–4 nm utilisé dans GBAR conduit, en tenant compte des processus d'annihilation pouvant survenir dans le film de silice, à une efficacité de conversion de l'ordre 35%. Compte tenu des contraintes expérimentales ne pouvant être optimisées davantage, cette valeur comparable au 40% prédit par les auteurs de [45] est une valeur bien représentative de ce qui peut être fait actuellement. Toutefois puisque cette efficacité n'inclut pas les fuites aux deux extrémités de la chambre de collision, la fraction d'orthopositronium susceptible d'interagir avec les antiprotons peut être en réalité plus petite que  $0.35 \times 2 \times 10^{10} e^+$ .



**Figure 1.2** – Schéma de la chambre de collision issu de la référence [46].

Compte tenu du diamètre des pores, nous précisons enfin que l'énergie cinétique du positronium émis depuis le film de silice nanoporeux est de 48 meV. En effet, le gaz de positronium formé n'étant pas mono-énergétique, il possède une certaine distribution de vitesse décrite par la statistique de Maxwell-Boltzmann. Ce déséquilibre énergétique tend à disparaître au bout d'un certain temps de thermalisation, puisque les atomes de positronium formés dans les pores de la silice vont progressivement perdre de l'énergie par diffusion sur les parois de ces pores [43]. Ainsi à l'issue de ce processus, le positronium émis depuis la silice possède une certaine énergie de confinement  $\langle E_{ps} \rangle$ . À priori cette énergie correspond à l'énergie d'agitation thermique  $E_{th} = k_B T$  de l'atome, qui est égale à 25 meV pour une température ambiante d'environ 290 K. Cependant, cela n'est vrai que si les pores de la silice ont un diamètre relativement large, supérieur à  $d \geq 5.5 \text{ nm}$  [47]. Si les pores

ont un diamètre plus petit que ce seuil, le processus de thermalisation se fait sur des temps plus courts et l'énergie du système atome-pore  $E_{ap} = (\hbar\pi)^2/(m_e d^2)$  prend des valeurs supérieures à l'énergie d'agitation thermique, augmentant ainsi l'énergie du positronium émis :  $\langle E_{ps} \rangle = \max(E_{th}, E_{ap})$ . Des études sur la dynamique du nuage de positronium dans la silice nano-poreuse ont notamment été réalisées par les membres de notre équipe à l'IPCMS dans le cadre de la collaboration GBAR [48, 49].

### Refroidissement des ions $\bar{H}^+$ et neutralisation

Une fois produits, les ions  $\bar{H}^+$  sont isolés des antiprotons et des  $\bar{H}$  sortant à l'aide d'un séparateur électrostatique, qui est représenté sur la figure 1.2. Ce dernier est situé à un bon mètre de distance de la chambre de collision. Il s'ensuit le processus de refroidissement des ions  $\bar{H}^+$ , qui vise à réduire l'agitation thermique des atomes  $\bar{H}$  obtenus en bout de chaîne, afin de minimiser les incertitudes sur la mesure de leurs chutes libres. Ce processus de refroidissement dit sympathique est réalisé en deux étapes.

- Refroidissement Doppler : les ions  $\bar{H}^+$  sont stockés dans un premier piège à ions de Paul (RF Paul Trap) situé à l'intérieur de la chambre de la chute libre, qui est une chambre à vide cylindrique pouvant atteindre une pression d'au moins  $10^{-11}$  mbar [50]. Ce piège est pré-rempli d'un nuage mixte d'ions béryllium  $Be^+$  et d'ions  $HD^+$ , où le deutérium noté D est un isotope stable de l'hydrogène [32]. Le principe du refroidissement Doppler repose sur le fait que les ions  $Be^+$  sont refroidis par laser [51], ce qui a pour effet de diminuer leur énergie cinétique. En conséquence, les interactions de Coulomb mutuelles entre les ions permettent d'obtenir un mélange d'ions froids par transfert d'énergie cinétique des ions rapides vers celle des ions lents. Néanmoins, la température des ions  $\bar{H}^+$  ne peut descendre en dessous d'un certain seuil de thermalisation, donné par  $T_D = \hbar\Gamma/(2k_B)$ . Celui-ci dépend du nombre de cycles d'absorption-émission par unité de temps effectués par l'espèce ionique refroidie par laser. Dans le cas du  $Be^+$ , la longueur d'onde de transition associée au processus d'absorption à un photon est de 313 nm et le taux de désexcitation correspondant vaut  $\Gamma = 2\pi \times 19.4$  MHz [20]. Il en résulte que  $T_D = 0.47$  mK.
- Refroidissement Raman par bandes latérales : les ions refroidis par le premier piège sont transférés dans un second du même type. Ce principe de refroidissement permet la formation de paires  $Be^+/\bar{H}^+$  pouvant être obtenues dans leurs états quantiques vibrationnels fondamentaux. Celles-ci atteignent alors des températures de l'ordre de  $10 \mu K$  (ce qui équivaut à des énergies de l'ordre de 1 neV), qui sont inférieures à la température de thermalisation obtenue par refroidissement Doppler.

Un laser construit au LKB<sup>16</sup> permet ensuite le photo-détachement des positons excédentaires des ions  $\bar{H}^+$ .

### Détection des $\bar{H}$ et mesure de la force gravitationnelle

Il est prévu dans l'expérience que le module de la force gravitationnelle soit déterminé par la mesure du temps de chute de  $\bar{H}$  défini par  $t = t_1 - t_0$ . L'origine des temps  $t_0$  est choisie comme étant l'instant où l'ion  $\bar{H}^+$  initialement contenu dans le piège est neutralisé : la hauteur de l'antiatome  $\bar{H}$  correspondante est noté  $z(t_0)$  et la vitesse  $v_z(t_0)$ . La mesure prend fin à l'instant  $t_1$  pour lequel  $\bar{H}$  s'annihile au contact de la matière, sur les parois de la chambre de la chute libre. Dans la mesure où cette annihilation a pour effet de libérer des photons et de pions chargés provenant respectivement du positon et de l'antiproton constituant  $\bar{H}$ , des détecteurs Micromegas<sup>17</sup> permettant de détecter les pions sont utilisés. Ces derniers sont placés en dehors de la chambre de la chute libre. Ainsi,

16. Laboratoire Kastler-Brossel

17. Pour MICRO MESH Gaseous Structure.

l'instant de détection indique l'instant  $t_1$ , et la position dans la direction verticale  $z(t_1)$  de  $\bar{\text{H}}$  est obtenue par reconstruction des traces laissées par les pions dans les Micromegas. Suivant l'équation classique du mouvement [38]

$$z = 1/2(\bar{m}_g/\bar{m}_i)\bar{g}t^2 + v_z(t_0)t, \quad (1.5)$$

la mesure de la hauteur de chute  $z = z(t_1) - z(t_0)$  permet d'en déduire la valeur de  $\bar{m}_g\bar{g}$ . Il est admis dans cette relation que  $\bar{m}_i = m_i$ , égalité qui a pu être vérifiée expérimentalement [52]. Aussi, nous constatons que plusieurs facteurs peuvent être à l'origine des incertitudes de mesure. Ces derniers sont, par ordre d'importance [43] :

- la vitesse verticale de l'antiatome contenu dans le piège à l'instant  $z(t_0)$ ,
- la mesure du temps de la chute libre,
- la position de l'antiatome dans le piège au début de la chute.

Le premier facteur résulte du processus de photo-détachement des ions  $\bar{\text{H}}^+$ , impliquant un certain recul subi par les antiatomes  $\bar{\text{H}}$  obtenus [53].

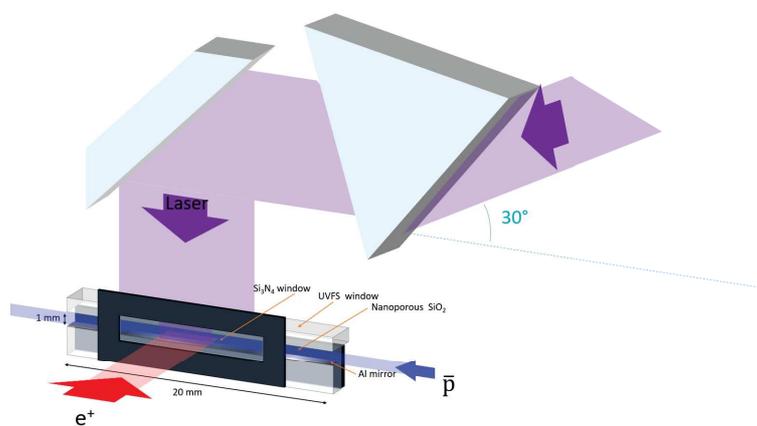
- a) Un premier recul de l'antiatome survient lorsque celui-ci absorbe un photon émis du laser. Toutefois pour un rayonnement incident se propageant dans une direction orthogonale à celle de la chute libre, ce recul n'affecte pas la dynamique de  $\bar{\text{H}}$  dans la direction verticale à l'instant  $t_0$  (on entend par là  $z(t_0)$  et  $v_z(t_0)$ ).
- b) Un second recul de  $\bar{\text{H}}$  provient de l'éjection du positon excédentaire de l'ion  $\bar{\text{H}}^+$ . Bien que la polarisation de la lumière laser favorise une éjection du positon dans la direction horizontale [54], ce recul peut à priori affecter la dynamique de  $\bar{\text{H}}$  à l'instant  $t_0$  dans chaque direction de l'espace. Pour minimiser ce recul, le photo-détachement de l'ion est réalisé au niveau du seuil en considérant une longueur d'onde laser de  $1.64 \mu\text{m}$ , ce qui équivaut à une énergie de photons d'environ  $E_{\text{ph}} \sim 0.76 \text{ eV}$  : l'énergie du positon éjecté vaut alors  $\delta E = E_{\text{ph}} - E_{\text{det}}$ , où  $E_{\text{det}} = 755 \text{ meV}$  est l'affinité électronique de  $\bar{\text{H}}^+$ . Actuellement, la valeur de  $\delta E$  est en cours d'optimisation. Celle-ci doit être relativement faible pour limiter le recul dû à l'émission du positon, mais suffisamment grande pour avoir une probabilité de photo-détachement décente : la source laser retenue conduirait à  $\delta E \sim 30 \mu\text{eV}$ .

Il en résulte que l'incertitude sur la vitesse initiale de  $\bar{\text{H}}$  dans la direction verticale possède deux contributions : celle due à l'agitation thermique de l'antiatome, et celle due à son recul décrit en b). En considérant une distribution gaussienne de la vitesse initiale dans la direction verticale [20], celle-ci est donnée par la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta v_z(t_0) = (2 \ln 2)^{1/2} \sigma_{v_z}$  où

$$\sigma_{v_z} = \left( \frac{k_{\text{B}}T}{m_h} + 2/5 \frac{m_e \delta E}{m_h^2} \right)^{1/2}, \quad (1.6)$$

compte tenu de la polarisation de la lumière laser. Dans la relation (1.6),  $m_e$  et  $m_h$  sont respectivement les masses de l'électron et de l'hydrogène. Si l'antihydrogène est refroidi à une température de  $10 \mu\text{K}$ , les contributions d'agitation thermique et de recul prises à part dans la relation (1.6) conduisent respectivement à une incertitude de 34% et 93% sur la valeur de  $v_z(t_0)$  ; la considération des deux conduit à  $\Delta v_z(t_0) = 99\%$ . Néanmoins, cette estimation reste uniquement valable lorsque l'on considère la chute libre d'un unique  $\bar{\text{H}}$ . En effet, l'incertitude  $\Delta v_z(t_0)$  résultante de la chute libre de  $\mathcal{N}$  antiatomes décroît approximativement en  $1/\sqrt{\mathcal{N}}$ . Cela nous permet d'en déduire que la contribution de l'incertitude  $\Delta v_z(t_0)$  sur le résultat final reste inférieure à 1% ( $\Delta v_z(t_0)/\sqrt{\mathcal{N}} < 1\%$ ) lorsque les chutes libres de  $\mathcal{N} \sim 9800$  antiatomes peuvent être mesurées. Le nombre d'antiatomes qu'il faut produire est donc sept fois plus important que celui initialement prévu dans la proposition de projet GBAR [20], qui est de l'ordre de  $\mathcal{N} \sim 1500$ , et qui est obtenu en effectuant le même calcul pour  $\delta E \sim 1 \mu\text{eV}$ .

En fait, les autres incertitudes intervenant dans la relation (1.5) restent négligeables pour obtenir une précision de 1% sur la valeur de  $\bar{m}_g \bar{g}$ . En effet, l'instant de départ  $t_0$  de la chute libre de  $\bar{H}$  est déterminée avec une précision de  $150 \mu\text{s}$ , et l'instant d'annihilation  $t_1$  avec une précision encore meilleure. De plus, la position de l'antiatome dans le piège au début de la chute libre ne dépend que des caractéristiques du piège. C'est donc dans un premier temps la précision de mesure que GBAR espère obtenir, pour ensuite viser une précision de l'ordre de  $10^{-5} - 10^{-6}$  [50]. Une telle précision de mesure implique néanmoins de tenir compte du fait que les  $\bar{H}$  produits peuvent rebondir sur les parois de la chambre de la chute libre, sans pour autant s'annihiler au contact de la matière. Ce phénomène dont l'origine provient de l'effet Casimir [55] peut être décrit en incluant des corrections quantiques à l'équation classique du mouvement (1.5).



**Figure 1.3** – Chemin optique du laser dédié à la production de  $\text{Ps}^{(*)}$  vers la chambre de collision, par Comini *et al.* [26].

### 1.3 But et organisation de notre étude

À travers ce travail de thèse intitulé « Collisions assistées par laser pour la formation d'anti-matière », nous proposons d'étudier la possibilité d'augmenter les taux de production de  $\bar{H}$  et de  $\bar{H}^+$  en assistant les processus de capture électronique par laser. Cette démarche est essentiellement motivée par le fait que les interactions entre le rayonnement électromagnétique et les particules qui collisionnent devraient conduire à une modification significative des sections efficaces.

En ce qui concerne les états atomiques du positronium, cela peut être interprété en remarquant qu'une modification de la polarisation des orbitales par le laser pourrait augmenter les chances de réaliser la capture d'un positon. De plus, les états excités du positronium devraient être plus sensibles aux interactions rayonnement-(anti)matière. Ceux pouvant être initialement produits dans l'expérience constitueront alors un point de départ pour notre étude. Leurs productions nécessitent en fait une ou plusieurs sources laser primaire résonante (voir figure 1.3), qui sont déjà intégrées dans l'expérience (les prochains tests visent à obtenir 100% $\text{Ps}(3d)$  à partir de  $\text{o-Ps}(1s)$ ). C'est pourquoi nous envisageons d'étudier l'excitation de ces états, en considérant une deuxième source laser quasi-résonante. Celle-ci pourrait, à moyen terme, prêter main forte à GBAR. Outre les aspects techniques, nous nous efforcerons de tenir compte des contraintes expérimentales dans notre modèle. Ceci implique notamment :

- de considérer des intensités laser n'engendrant pas prématurément le photo-détachement de l'ion  $\bar{H}^+$  et, dans le même ordre d'idée, la photo-ionisation des états de  $\bar{H}$ .

- d'utiliser un laser à large bande spectrale conduisant à un recouvrement appréciable de l'élargissement Doppler dû à l'énergie de confinement du nuage de positronium.

Les thématiques qui sont évoquées dans chaque chapitre sont indiquées ci-dessous.

- Dans le chapitre II, nous présentons l'approche semi-perturbative utilisée pour le calcul des sections efficaces de la réaction assistée par laser (1.3). Celle-ci permet de décrire, en plus de l'interaction électron-(anti)atome, les interactions particules-champ à un certain niveau d'approximation que nous précisons.

- Le chapitre III est consacré au calcul des sections efficaces de la réaction (1.4). Il constitue entre autre une adaptation du formalisme introduit dans le chapitre précédent, accompagnée d'une interaction supplémentaire : celle de l'ion  $\bar{H}^+$  avec le laser. Cela implique plusieurs limitations dans la description de la collision qui seront discutées.

- Le chapitre IV regroupe l'ensemble des simulations. Il débute en précisant les états du positronium pouvant être produits et la manière dont nous pouvons concilier notre modèle avec les contraintes expérimentales. Après avoir présenté les sections efficaces en l'absence de champ pour les deux réactions, nous proposons d'étudier le couplage  $1s-2p$  résultant de l'interaction dipolaire pour une préparation du positronium dans son état fondamental. Il s'ensuit respectivement l'étude des couplages  $3s-5p$  et  $3d-5f(p)$  pour une préparation du positronium dans l'état  $3s$  et  $3d$ . Enfin, nous présentons les taux de production de  $\bar{H}$  et  $\bar{H}^+$ . Ces derniers sont calculés en utilisant les sections efficaces obtenues à partir de notre modèle.

## 2 Chapitre II

### Présentation du modèle à travers le calcul des sections efficaces pour la production de $\bar{H}$

#### 2.1 Collisions assistées par laser

La première discussion concernant les processus de collision électron-atome en présence d'un champ électromagnétique se trouve dans la thèse de Maria Goeppert-Mayer, connue pour ses travaux théoriques sur les transitions électroniques à deux photons [56]. Par rapport aux processus de collision non-assistés, les processus de collision assistés nécessitent la présence d'un faisceau de photons en plus des faisceaux de particules impliqués dans la collision. Il en résulte la non-conservation de l'énergie totale par échange de ces photons avec le système de particules (relation de Planck-Einstein), qui émane du passage d'un système collisionnel isolé vers un système collisionnel ouvert en interaction permanente avec son environnement. L'originalité des collisions assistées réside dans la combinaison simultanée des interactions des particules qui provoquent la collision et des mécanismes d'interaction rayonnement-matière, tels que l'absorption ou encore l'émission induite décrite par Einstein en 1917. De plus, le développement de lasers capables de produire des faisceaux impulsionnels de haute intensité à partir des années 1960 a permis d'étudier plus amplement la dynamique de ces processus. Un article intitulé « Le laser, histoire d'une découverte lumineuse » de X. Müller paru dans le journal du CNRS en 2015 retrace l'histoire de cet instrument devenu incontournable dans les domaines de l'industrie et de la science. En astrophysique, l'étude des collisions assistées par laser a notamment permis de décrire l'opacité aux rayonnements infrarouges des étoiles froides et du soleil [57]. Celles-ci trouvent également de nombreuses applications dans le domaine de la physique des plasmas [58].

Les modèles théoriques visant à décrire ces processus utilisent des méthodes variées. Celles-ci dépendent en plus de la gamme en énergie d'impact comme nous l'avons précisé en 1.2.1, de l'intensité laser appliquée et de l'énergie des photons produits. Cela peut être interprété en remarquant qu'à de faibles intensités, les processus de collision s'accompagnent rarement de l'échange net d'au plus un photon entre le système de particules et le champ. En conséquence, un traitement de l'interaction atome-laser au premier ordre de la théorie des perturbations dépendantes du temps est envisageable, mais cela implique de considérer une fréquence de rayonnement en désaccord avec les fréquences de Bohr (cas non-résonant). C'est pourquoi des méthodes non-perturbatives dans le traitement des interactions rayonnement-matière, qui permettent de traiter le cas à résonance, sont également utilisées. Celles-ci construites à partir des états de Floquet [59, 60] sont bien adaptées dans la description des collisions multiphotoniques induisant l'ionisation de la cible [61]. Parmi les collisions assistées dites inélastiques n'impliquant qu'un électron, on retrouve le processus de capture électronique et le processus de collision ( $e, 2e$ ). Ils sont tous deux issus d'une certaine transformation de la cible lors de son interaction avec le projectile, dont la réalisation dépend de la charge relative entre les deux partenaires collisionnels ainsi que de la vitesse d'impact du projectile

vis-à-vis de celle de l'électron dans la cible [62].

### Capture électronique

Ce processus intervient dans les deux réactions de GBAR, où l'on assiste à la capture du positon issu du positronium. En ce qui concerne la première réaction (1.3), l'étude menée par Voitkiv *et al.* [63] constitue une base pour notre travail. Ces derniers ont porté leur attention sur le rôle joué par les états habillés de l'électron sur les sections efficaces. Ceci pour le couple  $\text{Ps}(1s) - \text{H}(1s)$  et plusieurs fréquences angulaires du champ électrique, en considérant un état de polarisation circulaire. Ces mêmes auteurs ont également étudié une collision assistée par laser impliquant un projectile ionique [64]. Bien que cette étude ne concerne pas la capture électronique, elle présente l'avantage de traiter des autres états de polarisation (linéaire et elliptique).

### Collision ( $e, 2e$ )

Ce processus correspond à l'éjection d'un électron d'une cible atomique par interaction avec un électron incident. Il sous-entend l'ionisation de la cible qui, dans la voie finale, est nécessairement décrite par les états du continuum. Comparativement à la capture électronique, le traitement de la collision ( $e, 2e$ ) requiert habituellement de décrire les échanges quantiques provenant de l'indiscernabilité des électrons dans la voie finale. Ceci à moins que ces derniers soient en situation asymétrique d'émergence, c'est à dire que l'électron diffusé soit beaucoup plus rapide que l'électron éjecté [65]. Une étude approfondie de l'influence du champ laser sur la collision  $e^- + \text{H}(1s) \rightarrow p + 2e^-$  dans une géométrie de type Ehrhardt asymétrique [66, 67] est établie dans les références [68, 69]. Cette géométrie a notamment permis de réaliser les premières mesures expérimentales sur les processus de collision ( $e, 2e$ ) non-assistés. Dans [68], l'électron éjecté est décrit par une fonction d'onde généralisant celle initialement proposée par Jain et Tzoar [70], et qui est elle-même reprise dans [71]. Cela montre l'évolution des méthodes de description, qui ont finalement pu être adaptées à une cible d'hélium [72]. Bien que nous n'étudierons pas les collisions ( $e, 2e$ ), les méthodes perturbatives utilisées pour le traitement des interactions laser-atomes qui en découlent nous ont permis de mener à bien les calculs dans ce travail de thèse.

## 2.2 Considérations générales

Utilisant les nombres quantiques habituels caractérisant les états atomiques et introduisant la fréquence angulaire  $\omega_0$  du rayonnement émis ou absorbé, nous considérons sous ces hypothèses la réaction assistée par champ laser suivante

$$\bar{p} + \text{Ps}(n_p, l_p, m_p) - p\omega_0 \longrightarrow \bar{H}(n_h, l_h, m_h) + e^-, \quad (2.1)$$

où dans l'équation bilan ci-dessus, les valeurs positive et négative de l'entier  $p$  décrivent respectivement les processus d'émission et d'absorption de  $p$  photons par le système de particules. Si  $p = 0$ , le processus de collision assisté par champ laser est décrit en l'absence de tout échange d'énergie. De manière à décrire la présence d'un rayonnement électromagnétique en plus de la collision en elle même, qui habituellement est décrite suivant un formalisme indépendant du temps, nous envisageons d'utiliser une approche semi-perturbative (du deuxième ordre) proposée par Byron et Joachain [73]. Considérant que l'antiproton incident n'interagit que faiblement avec le rayonnement externe puisque ce dernier possède une masse  $m_{\bar{p}} = 1836.15m_e$  (où  $m_e$  est la masse de l'électron), nous inclurons dans notre modèle :

- 2.3 l'interaction électron-(anti)atome perturbativement par un développement en série de Born du premier ordre,
- 2.4 l'interaction électron-laser de manière non-perturbative,

2.5 les interactions atomes-laser par un développement au premier ordre de la théorie des perturbations dépendantes du temps.

Dans la section 2.5, nous porterons un intérêt particulier au traitement de l'interaction positronium-laser, en précisant que le traitement de l'interaction antihydrogène-laser est semblable. Nous utiliserons le système d'unités atomiques où les normalisations des grandeurs liées au champ électrique, issues de la référence [74], sont reportées dans le tableau 2.1. Dans ce système d'unité la constante de structure fine vaut  $\alpha = 1/c \sim 1/137$  u.a., et la fréquence angulaire  $\omega_0$  s'obtient directement à partir de la longueur d'onde en utilisant la relation  $\omega_0(\text{u.a.}) = 45.5633526/\lambda_0(\text{nm})$ .

Grandeur	Normalisation	Valeur
charge	$ e $	$1.602177 \times 10^{-19}$ C
masse	$m_e$	$9.109383 \times 10^{-31}$ kg
action	$\hbar$	$1.054572 \times 10^{-34}$ Js
longueur	$a_0 = \hbar^2/(m_e e^2)$	$5.291772 \times 10^{-11}$ m
énergie	$E_H = \hbar^2/(m_e a_0^2)$	$4.359744 \times 10^{-18}$ J
temps	$\hbar/E_H$	$2.418884 \times 10^{-17}$ s
vitesse	$a_0 E_H/\hbar = \alpha c$	$2.187691 \times 10^6$ m/s
amplitude	$e/a_0^2$	$5.142208 \times 10^9$ V/cm
intensité	$ce^2/(8\pi a_0^4)$	$3.509447 \times 10^{16}$ W/cm <sup>2</sup>

**Table 2.1** – Unité atomique de base de quelques grandeurs définies suivant la charge et la masse de l'électron ; l'unité atomique de distance est le rayon de Bohr  $a_0$  et l'unité atomique d'énergie  $E_H$  est appelée énergie de Hartree.

### 2.3 Interaction électron-(anti)atome

commençons tout d'abord par rappeler les hypothèses que nous utilisons pour simplifier notre étude, et qui figurent dans le chapitre traitant des problèmes de diffusion par un potentiel central dans l'ouvrage de Cohen-Tannoudji [75] :

- les antiprotons du faisceau incident ainsi que les particules formées à l'issue du processus de capture n'interagissent pas entre elles,
- la cible atomique est suffisamment mince et la densité du nuage de positronium suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les processus de collision multiple au cours desquels un antiproton incident interagit successivement avec plusieurs positronium de la cible,
- les antiprotons du faisceau incident se déplacent dans une même direction  $\hat{z}$  de l'espace (voir figure 2.1),
- les particules sont supposées sans spin,
- nous adoptons un cadre de travail non-relativiste en considérant des vitesses d'impact  $v_{\bar{p}} \ll c$ ,
- nous supposons que les interactions entre les particules qui collisionnent peuvent être décrites par des énergies potentielles ne dépendant que de la position relative entre les constituants de chacune des particules.

En fait, les deux premières hypothèses reviennent à supposer qu'un seul antiproton du faisceau incident interagit avec un seul positronium de la cible. Comme les grands nombres de particules présentes au sein du faisceau incident et de la cible atomique permettent de réaliser indépendamment un grand nombre de collisions quasiment simultanées, nous pouvons interpréter l'expérience décrite comme un grand nombre d'expériences de collision antiproton-positronium ; la troisième hypothèse assure que toutes ces expériences sont réalisées dans des conditions identiques.

D'une part, nous devrions pour décrire quantiquement le processus de diffusion d'une particule incidente par une particule de la cible étudier l'évolution au cours du temps du paquet d'ondes

$|\Psi(t)\rangle$  représentant l'état du système de particules. Habituellement, nous supposons pour cela que le potentiel d'interaction est centré en un point  $O$  de l'espace et fixons l'origine des temps  $t = 0$  à l'instant où le centre du paquet d'ondes atteint ce point. En introduisant le paramètre d'impact  $b$  défini comme étant la distance perpendiculaire entre la trajectoire de l'antiproton incident et le point  $O$ , nous pouvons décrire le processus collisionnel comme suit, en distinguant trois intervalles de temps :

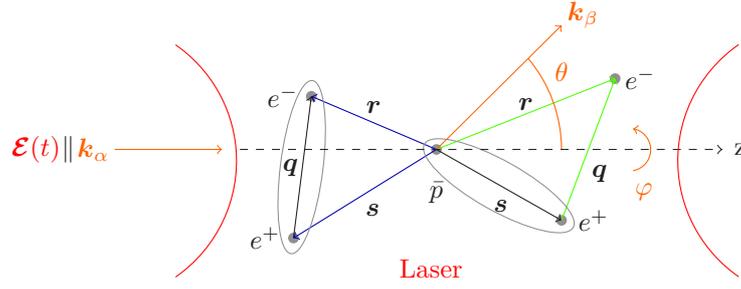
- le paquet d'ondes planes incident situé en sortie du collimateur à l'instant  $t = -\infty$  et se dirige vers la zone d'action du potentiel,
- il interagit sur un temps  $-t_c/2 \leq t \leq t_c/2$  de l'ordre du temps de collision  $t_c = b/v_{\bar{p}}$  avec le potentiel d'interaction : la résultante correspond à une superposition d'un paquet d'ondes planes prolongeant le paquet d'ondes planes incident le long de l'axe ( $Oz$ ) et d'un paquet d'ondes diffusé divergeant dans toutes les régions de l'espace,
- la détection des ondes diffusées prend place suffisamment loin de la zone d'interaction du potentiel à l'instant  $t = +\infty$ .

Cela signifie que le mouvement des particules qui collisionnent devient libre aux instants passé ( $t = -\infty$ ) et futur ( $t = +\infty$ ) lointain de l'instant de collision, au sens où il ne reste pas d'interaction entre les particules qui collisionnent. Ainsi, les caractéristiques du ket physique  $|\Psi(t)\rangle$  recherché décrivant l'évolution de la particule incidente sont bien connues dans les limites où  $t \rightarrow \mp\infty$ . Néanmoins, la résolution de l'équation de Schrödinger en temps nous conduirait à de trop lourds développements et c'est pourquoi nous raisonnerons dans la suite directement sur les états stationnaires de diffusion. Bien que ces derniers ne soient pas physiques puisqu'ils représentent des solutions qui ne sont pas de carré sommable, nous adoptons cette démarche dans la mesure où elle nous conduit aux mêmes résultats qu'une description rigoureuse. Suivant le principe d'intertitide, la considération d'une particule incidente ayant une impulsion donnée implique nécessairement un manque d'information sur la position de celle-ci qui est délocalisée dans tout l'espace. Qui plus est, nous comprenons que ces états ne seront plus « stationnaires » au sens propre du terme lorsque le processus de diffusion est assisté par champ laser.

D'autre part, bien que l'antiproton incident est produit à des énergies bien plus importantes que celles du positronium, nous allons supposer dans la suite qu'un positronium incident arrive sur un antiproton immobile. Comme il ne s'agit que d'une question de point de vue, nous précisons qu'une telle description se fait sans pour autant perdre en généralité et que nous pourrions, afin d'interpréter par la suite les résultats, reconsidérer la situation expérimentale en utilisant la relation de passage entre ces deux énergies  $E_{\bar{p}}/m_{\bar{p}} \sim 1/2 E_{ps}/m_e$ .

### 2.3.1 Matrice de diffusion

Soient  $\alpha$  et  $\beta$  les états initial et final du système de particules, caractérisés par les nombres quantiques introduits dans l'équation bilan (2.1) mais aussi par les impulsions  $\mathbf{k}_\alpha$  du positronium incident et  $\mathbf{k}_\beta$  de l'électron diffusé. Généralement, la direction et la norme du vecteur d'onde incident sont fixées par les conditions expérimentales. Ainsi, la norme du vecteur d'onde sortant  $k_{\beta(p)}$  correspondant à l'échange net de  $p$  photons est imposée par la loi de conservation de l'énergie. Utilisant les coordonnées sphériques, nous introduisons les angles  $(\theta, \varphi)$  repérant la direction de l'électron diffusé. Introduisant par ailleurs  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  et  $|\Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t)\rangle$  les états libres du système en interaction avec le champ externe aux instants  $t = \mp\infty$  nous pouvons, à partir de l'équation de Schrödinger



**Figure 2.1** – Coordonnées utilisées pour décrire le processus de capture : les états liés présents au sein de chaque voie sont entourés ; les lignes bleues et vertes définissent respectivement les potentiels d’interaction  $V_\alpha$  et  $V_\beta$  ; le problème est à symétrie sphérique pour une polarisation rectiligne du champ suivant  $\hat{z}$  ; le collimateur du faisceau laser est situé dans le plan transverse à la direction du faisceau incident ; l’angle de diffusion est représenté par  $\theta = (\hat{k}_\alpha, \hat{k}_\beta)$ .

dépendante du temps, nous ramener à la résolution du problème aux limites suivant

$$i\partial_t |\Psi(t)\rangle = \mathcal{H} |\Psi(t)\rangle, \quad (2.2a)$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\Psi(t)\rangle = |\Phi_{k_\alpha}(t)\rangle, \quad (2.2b)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |\Psi(t)\rangle = |\Phi_{k_\beta}(t)\rangle, \quad (2.2c)$$

où  $\mathcal{H}$  est l’hamiltonien total du système. De plus, il est particulièrement avantageux pour la description théorique d’un processus de diffusion inélastique de décomposer l’hamiltonien total du système comme suit

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_\alpha + \mathcal{H}_I(t) + V_\alpha = \mathcal{H}_\beta + \mathcal{H}_I(t) + V_\beta. \quad (2.3)$$

Dans la relation ci-dessus,  $\mathcal{H}_\alpha$  et  $\mathcal{H}_\beta$  sont les hamiltoniens non-pertubés du système incluant uniquement les énergies cinétiques et les énergies potentielles d’interactions internes des particules qui collisionnent. Les potentiels  $V_\alpha$  et  $V_\beta$  décrivent les interactions entre ces particules, et le terme d’interaction  $\mathcal{H}_I(t)$  dépendant du temps décrit leurs interactions avec le rayonnement externe. Compte tenu des vecteurs  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{s}$  réperant la position de l’électron et du positon par rapport à l’antiproton supposé immobile (fig. 2.1), il vient que

$$\mathcal{H}_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = -1/2(\Delta_r + \Delta_s) - |\mathbf{r} - \mathbf{s}|^{-1}, \quad (2.4)$$

$$\mathcal{H}_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = (-1/2\Delta_s - |\mathbf{s}|^{-1}) - 1/2\Delta_r, \quad (2.5)$$

$$V_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = |\mathbf{r}|^{-1} - |\mathbf{s}|^{-1}, \quad (2.6)$$

$$V_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = |\mathbf{r}|^{-1} - |\mathbf{r} - \mathbf{s}|^{-1}. \quad (2.7)$$

Précisons que les énergies potentielles d’interaction sont asymptotiquement nulles, c’est à dire  $V_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = V_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = 0$  lorsque  $r, s \rightarrow \infty$ . De plus, l’équation de Schrödinger (2.2a) incluant l’une des conditions aux limites (2.2b) où (2.2c) peut être transformée en une équation intégrale de Lippman-Schwinger [76], qui résulte de la résolution de l’une où l’autre équation

$$(i\partial_t - \mathcal{H}_\alpha - \mathcal{H}_I(t)) |\Psi_{k_\alpha}(t)\rangle = V_\alpha |\Psi_{k_\alpha}(t)\rangle, \quad (2.8a)$$

$$(i\partial_t - \mathcal{H}_\beta - \mathcal{H}_I(t)) |\Psi_{k_\beta}(t)\rangle = V_\beta |\Psi_{k_\beta}(t)\rangle. \quad (2.8b)$$

Comme les solutions homogènes (membre de droite nul) de (2.8) sont par définition les états libres du système en interaction avec le champ externe, nous obtenons en y ajoutant une solution particulière

pour la voie initiale

$$|\Psi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(+)}(t)\rangle = |\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle + \int_{-\infty}^t dt' G_\alpha^{(+)}(t, t') V_\alpha |\Psi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(+)}(t')\rangle, \quad (2.9)$$

où l'opérateur  $G_\alpha^{(+)}$  est le propagateur causal (retardé en temps) de la voie initiale, solution de l'équation

$$(i\partial_t - \mathcal{H}_\alpha - \mathcal{H}_I(t))G_\alpha^{(+)}(t, t') = \delta(t - t'), \quad (2.10)$$

suivant la condition au bord  $G_\alpha^{(+)}(t, t') = 0$  pour  $t < t'$ . Ce dernier peut être construit une fois que les états  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  et leurs valeurs propres sont connues, ce qui est précisément l'un des buts de notre étude. En utilisant la représentation position, il peut être interprété comme étant l'amplitude de probabilité pour que le positronium se déplace d'un endroit à un autre en un temps donné

$$\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = \int_{\mathbb{R}^6} d\mathbf{r}' d\mathbf{s}' G_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t; \mathbf{r}', \mathbf{s}', t') \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(\mathbf{r}', \mathbf{s}', t'), \quad (2.11)$$

au sens où il permet de définir la fonction d'onde localisée en  $(\mathbf{r}, \mathbf{s})$  à l'instant  $t$ , à partir de la fonction d'onde qui était précisément localisée en  $(\mathbf{r}', \mathbf{s}')$  à l'instant antérieur  $t'$ . Bien qu'ici nous ne cherchons pas à le calculer, cet opérateur dont les propriétés sont indiqués dans [77, 78] intervient couramment dans les processus de collision assistés par champ laser.

De plus, l'information sur les phénomènes physiques se produisant dans la région de l'espace proche de la zone de collision ne peut être obtenue qu'en comparant les caractéristiques des voies initiale et finale. C'est pourquoi nous introduisons l'opérateur unitaire de diffusion  $\mathcal{S}$ , qui est un outil mathématique indépendant du temps connectant l'état initial et l'état final du système, et dont les éléments de matrice sont donnés par [60]

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \langle \Psi_{\mathbf{k}_\beta}^{(-)}(t) | \Psi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(+)}(t) \rangle, \quad (2.12a)$$

$$= -i \int_{\mathbb{R}} dt \langle \Psi_{\mathbf{k}_\beta}^{(-)}(t) | V_\alpha | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t) \rangle, \quad (2.12b)$$

$$= -i \int_{\mathbb{R}} dt \langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | V_\beta | \Psi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(+)}(t) \rangle. \quad (2.12c)$$

C'est d'ailleurs par la détermination de ces éléments de matrice que nous obtenons l'amplitude de transition  $\alpha \rightarrow \beta$  du système de particules collisionnel, qui est directement proportionnelle aux grandeurs physiques mesurables telles que les sections efficaces. Comme l'obtention des états stationnaires de diffusion  $|\Psi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(+)}(t)\rangle$  est une question délicate, nous avons recours dans la plupart des cas à des méthodes approximatives : l'une d'elle, qui est une méthode perturbative, consiste en un développement en série de Born des éléments de la matrice de diffusion [76]. Ce développement s'applique lorsque l'électron formé à l'issue du processus de capture est suffisamment rapide pour atteindre des énergies d'au moins 100 eV. Il est obtenu en résolvant par itération l'équation de Lippman-Schwinger (2.9), puis en reportant celle-ci dans la relation (2.12c). Ainsi, nous obtenons un développement à l'ordre  $q$  des éléments de la matrice de diffusion faisant intervenir une fois le potentiel d'interaction  $V_\beta$  et  $q - 1$  fois le potentiel  $V_\alpha$ . Cette méthode est illustrée ci-dessous jusqu'à l'ordre deux

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha} \sim \sum_{k=1}^q \mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha}^{\text{Bk}}, \quad (2.13)$$

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha}^{\text{B1}} = -i \int_{\mathbb{R}} dt \langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | V_\beta | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t) \rangle, \quad (2.14)$$

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha}^{\text{B2}} = -i \int_{\mathbb{R}} dt \int_{\mathbb{R}} dt' \langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | V_\beta G_\alpha^{(+)}(t, t') V_\alpha | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t') \rangle. \quad (2.15)$$

Dans ce travail, nous nous limiterons à l'ordre un (2.14) et utiliserons par conséquent uniquement l'opérateur de Green coulombien obtenu dans un formalisme indépendant du temps (voir complément C). Nous invitons toutefois le lecteur à consulter [79, 80] pour plus de détails sur l'ordre deux nécessitant l'utilisation du propagateur causal défini en (2.10), et plus particulièrement [81] qui étudie la réaction inverse conjugué à (1.3).

### 2.3.2 CBA versus CDW-IS

Comme au premier ordre du développement en série de Born la propagation de l'électron dans le champ coulombien de  $\bar{H}$  est a fortiori décrite par une onde plane dans les états  $|\Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t)\rangle$ , nous distinguons ici deux types d'approximations suivant la description adoptée pour la voie initiale [38] :

- l'approximation CDW-IS<sup>1</sup> tient compte dans  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  du mouvement perturbé de l'antiproton par le champ coulombien de l'électron et du positon ; la propagation de ce dernier est alors décrite par des fonctions d'onde coulombiennes (se référer au compl. A).
- l'approximation CBA<sup>2</sup> décrit la propagation de l'antiproton incident à même niveau de description que la voie finale.

Une troisième approximation dérivée de la première est également utilisée par la communauté. Celle-ci connue sous le nom de CDW-EIS<sup>3</sup> a été introduite au départ par Crothers et McCann afin de décrire l'ionisation dans les processus de collision ion-atome [82]. Elle consiste en une approximation des fonctions d'onde coulombiennes, qui se traduit par des termes de phases additionnels dans les fonctions d'onde planes [83].

Bien que le formalisme CDW-IS soit plus raffiné, nous considérerons pour la première réaction l'approximation CBA en nous basant sur le fait que cette dernière permet d'obtenir des sections efficaces plus proches [38] des mesures expérimentales réalisées pour l'état fondamental du positronium [84]. Comme à l'issue du réarrangement des particules les atomes intervenant dans les deux voies ne sont pas indentiques, les coordonnées qui définissent le potentiel d'interaction perturbant la voie initiale (2.6) diffèrent de celles qui définissent le potentiel d'interaction perturbant la voie finale (2.7). Ainsi, nous devons faire un choix lors du calcul des éléments de la matrice de diffusion. En effet, le développement en série de Born de (2.12b) obtenu en utilisant l'équation de Lippman-Schwinger satisfaite par  $\langle \Psi_{\mathbf{k}_\beta}^{(-)}(t) |$  nous aurait conduit vers des éléments de matrice (2.14) faisant intervenir  $V_\alpha$  : la différentiation entre l'une ou l'autre forme possible se fait suivant l'appellation *prior* lorsque nous considérons  $V_\alpha$ , et *post* lorsque nous considérons  $V_\beta$ . Ces deux formes ne conduisent habituellement pas aux mêmes probabilités de transition lorsque les états asymptotiques  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  et  $|\Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t)\rangle$  ne sont pas états propres des hamiltoniens respectifs  $\mathcal{H}_\alpha + \mathcal{H}_I(t)$  et  $\mathcal{H}_\beta + \mathcal{H}_I(t)$ . Par conséquent, nous retrouvons cette contradiction aussi bien dans un calcul CDW-IS à champ nul ( $\mathcal{H}_I(t) = 0$ ) que dans un calcul CBA lorsque la réaction est assistée par champ laser, puisque nous traiterons l'interaction atome-laser approximativement. Par la suite, nous vérifierons que les sections efficaces obtenues à champ nul dans l'approximation CBA en considérant la forme *prior* sont identiques à celles obtenues par Comini *et al.* [85] dans la forme *post*

$$\langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | V_\alpha | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t) \rangle = \langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | \mathcal{H}_\beta + V_\beta - \mathcal{H}_\alpha | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t) \rangle, \quad (2.16a)$$

$$= \langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | E_\beta + V_\beta - E_\alpha | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t) \rangle, \quad (2.16b)$$

$$= \langle \Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) | V_\beta | \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t) \rangle, \quad (2.16c)$$

1. Continuum Distorted Waves - Initial State.
2. Coulomb Born Approximation.
3. Continuum Distorted Waves - Eikonal Initial State.

puisque dans ce cas particulier,  $E_\alpha = E_\beta$  compte tenu de la loi de conservation de l'énergie [86]. Une discussion plus approfondie sur la contradiction *post-prior* dans l'approximation CDW est disponible dans [87]. Celle-ci est faite à travers l'étude de la formation de positronium par la collision positon-atome.

## 2.4 Interaction électron-laser

### 2.4.1 Traitement du champ électromagnétique

Nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation dipolaire qui rappelons le, consiste à négliger les variations spatiales du champ électromagnétique au sein de l'atome. Celle-ci est valide lorsque la longueur d'onde du rayonnement est très grande devant les dimensions atomiques. En ce qui concerne les atomes hydrogénoïdes, les raies d'émission sont localisées à des longueurs d'ondes  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 \geq 91.13$  nm (il s'agit de la limite de la série de Lyman pour  $\bar{\text{H}}$ ) tandis que les dimensions atomiques du système sont de l'ordre du rayon de Bohr  $a_0$ . Si  $\mathbf{r}_0$  désigne la position du noyau atomique, le champ électromagnétique classique caractérisé par les vecteurs  $(\mathcal{E}(\mathbf{r}_0, t), \mathcal{B}(\mathbf{r}_0, t))$  est donc purement électrique compte tenu de l'équation de Maxwell dans le vide  $\mathcal{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0}$ , où  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_0, t)$  est le potentiel vecteur pris en jauge de Coulomb (automatiquement satisfaite dans l'approximation dipolaire) vérifiant

$$\partial_t \mathbf{A}(\mathbf{r}_0, t) = -c\mathcal{E}(\mathbf{r}_0, t). \quad (2.17)$$

Par la suite, nous considérons  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$  et adoptons la notation  $\mathbf{A}(t) \equiv \mathbf{A}(\mathbf{r}_0, t)$  pour l'ensemble des grandeurs issues du champ. Comme nous ne décrivons pas le spin des particules, seul le module au carré de l'opérateur moment cinétique orbital intervient dans l'hamiltonien total (2.3), et cela que le processus de collision soit assisté par champ laser ou non. C'est pourquoi nous donnerons les sections efficaces indépendamment des nombres quantiques magnétiques intervenant dans (2.1), en moyennant la probabilité de transition de l'état initial vers l'état final sur l'ensemble des valeurs accessibles dans la voie initiale et en considérant l'ensemble des valeurs accessibles dans la voie finale.

Aussi, nous adopterons une description classique du champ électromagnétique en remarquant que, si  $\mathcal{N}$  désigne le nombre de photons de fréquence angulaire  $\omega_0$  contenus dans une cavité de volume  $V = \lambda_0^3$ , les lasers produisant des rayonnements électromagnétiques cohérents (au sens de cohérence spatiale) décrits habituellement par les états de l'électrodynamique quantique convergent vers les états classiques du champ lorsque  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ . Ce comportement peut être interprété en remarquant qu'à l'échelle de l'atome, les corrections quantiques tenant compte des fluctuations du vide de photons induisent de faibles variations sur le champ électromagnétique classique lorsque le nombre de photons environnant est relativement important [88]. Cela provient du fait que le rapport entre les densités d'énergies associées aux fluctuations quantiques du vide et aux fluctuations classique du champ est directement proportionnel à ce nombre de photons. Utilisant la relation liant l'intensité  $I_0$  du champ à la densité d'énergie  $\rho = I_0/c$ , il vient que

$$\mathcal{N} = \frac{\rho V}{\hbar\omega_0}. \quad (2.18)$$

Bien évidemment, l'absorption d'un certain nombre d'entre eux par le système de particules lors de la collision ne doit pas conduire à un nombre de photons environnant (2.18) trop faible, auquel cas le présent traitement ne serait plus valide et nous devrions utiliser les opérateurs d'annihilation et de création de l'électrodynamique quantique. A titre d'illustration, le rayonnement émis par un laser Nd :YAG (de longueur d'onde  $\lambda_0 = 1064$  nm) d'intensité  $I_0 = 10^8$  W/cm<sup>2</sup> nous conduit à  $\mathcal{N} \sim 2 \times 10^4$ ,

et ce même calcul pris à longueur d'onde  $\lambda_0 = 243$  nm de la raie Lyman- $\alpha$  du positronium nous conduit à  $\mathcal{N} \sim 60$ . Comme il sera développé plus tard, nous considérerons des lasers conduisant à une modification appréciable des sections efficaces. Celle-ci peut provenir de la contribution des états habillés de l'électron nécessitant de considérer des longueurs d'ondes de l'ordre de 800 nm et plus, où des phénomènes de transitions atomiques qui prennent place lorsque les longueurs d'ondes sont voisines de celles des raies spectrales. Il est également intéressant de signaler qu'une description quantique du champ par les états cohérents de la lumière [89] (états quantiques d'un oscillateur harmonique minimisant les fluctuations du vide) conduit approximativement aux mêmes résultats que la mécanique classique pour  $\mathcal{N} \geq 10$ .

Bien que les sections efficaces dépendent de l'état de polarisation du champ [64], nous ne considérerons ici que le cas d'un champ électrique polarisé rectilignement et orienté suivant la direction du vecteur d'onde incident

$$\mathcal{E}(t) = f_\tau(t)\mathcal{E}_0 \sin(\omega_0 t)\hat{z}. \quad (2.19)$$

Précisons que ce choix sur l'état de polarisation du champ présente l'avantage de pas alourdir nos développements puisqu'il impose à notre problème d'être à symétrie sphérique (voir fig. 2.1), traduisant ainsi l'invariance du système collisionnel suivant la rotation d'angle  $\varphi$  autour de l'axe  $z$ . Dans la relation ci-dessus, les fonctions  $f_\tau$  à valeurs sur  $[0:1]$  modélisent l'enveloppe de l'impulsion laser ayant pour largeur à mi-hauteur  $\tau$ . Asymptotiquement, elles vérifient la condition  $f_\tau(\pm\infty) = 0$  et leur décroissance à partir de leur maximum se fait plus ou moins rapidement suivant la largeur de l'impulsion. Dans la littérature [90, 91], l'utilisation d'un sinus carré défini par morceaux ( $f_\tau(t) = \sin^2(\pi t/\tau)$  si  $0 < t < \tau$ , 0 sinon) est un exemple de profil d'enveloppe couramment utilisé. Néanmoins, considérer l'une de ces enveloppes variables en temps nous demanderait de résoudre les équations de Schrödinger associées aux états  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  et  $|\Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t)\rangle$  par des méthodes purement numériques, dans la mesure où aucune approche analytique n'est possible. Initialement, nous avons utilisé le développement en série de Fourier de (2.19) afin d'inclure cet aspect dans notre formalisme. Cependant, cela nous a défavorablement conduit vers un produit de distributions  $\delta$  à l'issue de l'intégration sur le temps des éléments de la matrice  $\mathcal{S}$ , qui ne nous a pas permis d'obtenir de façon univoque la loi de conservation de l'énergie lorsque le processus de capture s'accompagne de l'échange net de  $p \neq 0$  photons.

C'est pourquoi dans la suite nous n'envisageons de décrire, parmi tous les processus de capture assistés par champ laser (2.1), que ceux pour lesquels le déphasage entre l'instant de collision  $t = 0$  et le maximum de l'impulsion incidente est quasiment nul. De plus, nous supposerons que la durée d'impulsion est relativement longue, de sorte qu'en moyenne, l'intensité du laser varie faiblement de son intensité maximale sur des temps de l'ordre du temps de collision  $t_c = b/v_{\bar{p}}$  (voir fig. 2.2). Dans ce cadre, le champ électrique du laser est modélisé par une onde plane monochromatique  $f_\tau(t) = 1$ , qui provient d'un branchement adiabatique au système de particules à l'instant passé lointain de l'instant de collision  $t_0 = -\infty$ .

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} A(t) = 0 \quad (2.20)$$

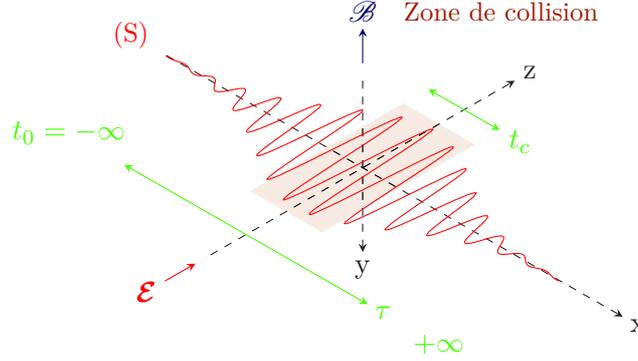
Il est important de préciser qu'un tel raisonnement s'applique uniquement pour :

- une durée d'impulsion sus-picoseconde, conduisant à  $t_c \ll \tau$  au vu des temps caractéristiques  $t_c \sim 0.1$  fs des processus de collision inélastique rapide (H,  $e^-$ ) [59].
- une longueur d'onde prise en adéquation avec le temps de collision et vice versa, de sorte que la condition

$$t_c \gg 2\pi/\omega_0, \quad (2.21)$$

soit satisfaite. Celle-ci traduit du fait qu'au moins quelques oscillations du champ doivent se manifester sur un temps de l'ordre du temps de collision. Considérant par exemple longueur

d'onde  $\lambda_0 = 243$  nm (raie Lyman- $\alpha$  du positronium), nous obtenons une période d'oscillation du champ de 0.81 fs. Ainsi pour une énergie d'antiproton de 1 keV, nous constatons que  $b \geq 1.42$  nm pour qu'au moins quatre oscillations se produisent sur l'intervalle de temps  $t_c$ . Comparativement avec le modèle Bohr, la valeur du paramètre d'impact obtenue ici est 13 fois plus élevée que la valeur minimale, qui correspond au rayon atomique  $r = 2a_0$  de la couche K du positronium.



**Figure 2.2** – Illustration des processus de collision assistés par champ laser au voisinage du maximum de l'impulsion  $f_\tau(0) = 1$ ; l'origine du faisceau laser est représentée par (S) et l'orientation du champ magnétique est imposée par la direction de propagation du champ, arbitrairement choisie suivant  $\hat{x}$ ; pour des temps d'interaction de l'ordre de  $-1/2t_c \leq t \leq 1/2t_c$ , l'amplitude du champ électrique ne varie que faiblement de son maximum lorsque  $t_c \ll \tau$ .

#### 2.4.2 Etats de Gordon-Volkov

Les états de l'électron habillés par le champ sont décrits par la composante non-relativiste des états de Gordon-Volkov pour une particule de spin  $1/2$  [92, 93]. En utilisant une description semi-classique ces états sont, dans l'approximation dipolaire, solutions de l'équation de Schrödinger suivante

$$\left[ i\partial_t - 1/2(-i\nabla_r + \alpha\mathbf{A}(t))^2 \right] \chi_{\mathbf{k}_\beta}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.22)$$

où  $\alpha$  désigne la constante de structure fine et  $\mathbf{A}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega_0 t)/(\alpha\omega_0)$  le potentiel vecteur donné en (2.17). Utilisant le fait que l'équation de Schrödinger (2.22) est invariante par transformation de jauge [60], nous pouvons éliminer la composante quadratique du potentiel vecteur par le biais de la transformation

$$\chi_{\mathbf{k}_\beta}(\mathbf{r}, t) = \chi_{\mathbf{k}_\beta}^{\text{V}}(\mathbf{r}, t) e^{-i/2\alpha^2 \int_{-\infty}^t A^2(t') dt'}, \quad (2.23)$$

et par suite déterminer les solutions de l'équation de Schrödinger

$$\left[ i\partial_t + 1/2\Delta_r - \mathcal{H}_I^{\text{V}}(\mathbf{r}, t) \right] \chi_{\mathbf{k}_\beta}^{\text{V}}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.24)$$

$$\mathcal{H}_I^{\text{V}}(\mathbf{r}, t) = -i\alpha\nabla_r \cdot \mathbf{A}(t), \quad (2.25)$$

exprimées en jauge vitesse. Celle-ci met en avant le couplage entre le potentiel vecteur et l'impulsion de l'électron, contrairement à la jauge longueur que nous utiliserons ultérieurement, et qui couple l'amplitude du champ électrique à la position de la particule. De plus, l'hamiltonien présent dans (2.24) commute avec l'opérateur impulsion  $-i\nabla_r$  et les ondes planes sont fonctions propres de cet

opérateur, avec comme valeurs propres  $\mathbf{k}_\beta$ . Ainsi, les solutions peuvent être obtenues en séparant les variables d'espace et de temps comme suit

$$\chi_{\mathbf{k}_\beta}^V(\mathbf{r}, t) = (2\pi)^{-3/2} e^{i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r}} \phi_{\mathbf{k}_\beta}(t), \quad (2.26)$$

où les fonctions  $\phi_{\mathbf{k}_\beta}$  sont solutions de l'équation différentielle du premier ordre

$$\dot{\phi}_{\mathbf{k}_\beta}(t) = \left[ 1/2k_\beta^2 + \mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{A}(t) \right] \phi_{\mathbf{k}_\beta}(t). \quad (2.27)$$

Intégrant cette équation, il vient que

$$\phi_{\mathbf{k}_\beta}(t) = \gamma e^{-i/2k_\beta^2 t - i\alpha \mathbf{k}_\beta \cdot \int_{-\infty}^t \mathbf{A}(t') dt'}, \quad (2.28)$$

où la constante  $\gamma = 1$  est choisie pour fixer la normalisation  $\langle \chi_{\mathbf{k}_\beta}^V | \chi_{\mathbf{k}_\alpha}^V \rangle = \delta(\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\beta)$ . Utilisant (2.23), nous obtenons explicitement les solutions de l'équation de Schrödinger originelle (2.22)

$$\chi_{\mathbf{k}_\beta}(\mathbf{r}, t) = (2\pi)^{-3/2} e^{-i/2k_\beta^2 t + i\mathbf{k}_\beta \cdot (\mathbf{r} - \boldsymbol{\alpha}(t)) - i\phi(t)}, \quad (2.29)$$

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \alpha \int_{-\infty}^t \mathbf{A}(t') dt' = \alpha_0 \sin(\omega_0 t) \hat{\mathbf{z}}, \quad (2.30)$$

$$\phi(t) = 1/2\alpha^2 \int_{-\infty}^t A^2(t') dt' = \langle U \rangle t + 1/8 \frac{\mathcal{E}_0^2}{\omega_0^3} \sin(2\omega_0 t), \quad (2.31)$$

qui correspondent à des fonctions d'onde planes se propageant dans la direction  $\hat{\mathbf{k}}_\beta$  lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$ . Si  $\mathcal{E}_0 \neq 0$ , nous distinguons dans (2.29) la présence de trois phases additionnelles dépendantes du temps :

- la première phase fait intervenir le vecteur de déplacement (2.30) défini en fonction de l'amplitude  $\alpha_0 = \mathcal{E}_0/\omega_0^2$ , et permet de décrire le mouvement classique des oscillations de l'électron dans la direction de polarisation du champ  $z(t) = \alpha(t)$  indépendamment des considérations faites sur  $\mathcal{B}$ . Celui-ci est régi par l'équation du mouvement classique

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}}(t) = \alpha \dot{\mathbf{A}}(t) = -\boldsymbol{\mathcal{E}}(t). \quad (2.32)$$

En utilisant l'identité de Jacobi-Anger [77]

$$e^{iz \sin(\omega_0 t)} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(z) e^{ip\omega_0 t}, \quad (2.33)$$

dans la relation (2.26) où  $J_p$  sont les fonctions de Bessel d'ordre  $p$  et d'argument  $\alpha_l = \boldsymbol{\alpha}_0 \cdot \mathbf{k}_\beta$ , nous obtenons

$$\chi_{\mathbf{k}_\beta}^V(\mathbf{r}, t) = (2\pi)^{-3/2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(\alpha_l) e^{i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r} - it(1/2k_\beta^2 + p\omega_0)}, \quad (2.34)$$

Cette réécriture nous permet de constater que les états de Gordon-Volkov décrivent l'interaction électron-laser à tous les ordres, au sens où le présent traitement non-perturbatif peut s'écrire comme un développement en série infinie dont les termes successifs décrivent respectivement les échanges de  $p$  photons entre l'électron et le rayonnement ; l'influence du champ laser sur l'électron est par ailleurs caractérisée par le paramètre de couplage  $\alpha_l$ , qui croît naturellement en fonction de l'amplitude des oscillations (plus l'amplitude du mouvement est grande, plus l'électron est susceptible d'interagir avec un nombre de photons important) et qui nous renseigne sur le nombre de photons réellement impliqués dans le processus collisionnel [63].

- les deux autres phases, sont issues de la transformation de jauge (2.23). D'une part, nous reconnaissons dans (2.31) l'expression de l'énergie pondéromotrice classique  $\langle U \rangle = 1/4(\mathcal{E}_0/\omega_0)^2$  qui apparaît ici comme une correction à l'énergie cinétique de l'électron lorsque celui-ci est habillé par le champ. Cette quantité correspond à l'énergie moyenne acquise par l'électron sur un cycle optique dans son mouvement oscillatoire dans la direction de polarisation. Elle peut être interprétée comme le déplacement Stark quadratique<sup>4</sup> d'un système à deux niveaux, obtenu par application d'un champ électrique  $\mathcal{E}_0 \cos(\omega_0 t)$  lorsque  $\omega_0$  est très grand devant la pulsation de Bohr du système (il s'agit de la limite de l'électron libre) [94]. En toute rigueur, les états Gordon-Volkov décrivent également le déplacement du centre des oscillations dans la direction de propagation du champ  $x(t) = \alpha\phi(t)$  (par exemple, suivant  $\hat{x}$  comme indiqué fig. 2.2). Cela implique que lorsque l'électron est au repos  $k_\beta = 0$ , le mouvement bidimensionnel résultant de la superposition des mouvements  $z(t)$  et  $x(t)$  forme un noeud de huit inscrit dans le plan  $x-z$ , dont l'axe majeur est  $z$ .

Néanmoins, le mouvement  $x(t)$  ne peut être décrit dans l'approximation dipolaire puisque la phase (2.31) se réduit à une phase à l'origine variable en temps pour des champs spatialement homogène. Cette lacune est une conséquence directe du fait que l'équation de Lorentz décrivant le mouvement de l'électron dans la direction de propagation du champ dépend de la composante magnétique (orientée suivant  $-\hat{y}$  sur le schéma), considérée ici comme nulle.

Au-delà de l'approximation dipolaire, la valeur  $\chi_0 = 1/2\alpha\pi\mathcal{E}_0^2/\omega_0^3$  du déplacement du centre des oscillations par cycle optique dans la direction de propagation du champ [60] nous permet de déterminer approximativement le seuil en intensité au-dessus duquel l'approximation dipolaire n'est plus valide. Pour cela, nous résolvons l'équation  $\chi \sim a_0$  représentative d'un déplacement de l'ordre des dimensions atomiques qui, à la longueur d'onde de la raie Lyman- $\alpha$ , nous conduit vers une intensité de seuil  $I_0 \sim 2 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$ . Considérant par ailleurs la longueur d'onde  $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$  du laser Ti :Saphir, ce même calcul nous conduit à  $I_0 \sim 10^{15} \text{ W/cm}^2$ . Ces exemples, montrent que le traitement de l'interaction électron-laser dans l'approximation dipolaire reste valide dans un régime de basse-moyenne intensité, lorsque  $I_0 < 10^{15} - 10^{16} \text{ W/cm}^2$ .

## 2.5 Interaction positronium-laser

### 2.5.1 Premier ordre de la théorie des perturbations dépendantes du temps

Il s'agit à présent de déterminer les états asymptotiques  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  solutions homogènes de l'équation (2.8a), qui s'écrit

$$\left[ i\partial_t - 1/2(-i\nabla_r + \alpha\mathbf{A}(t))^2 - 1/2(-i\nabla_s - \alpha\mathbf{A}(t))^2 - |\mathbf{r} - \mathbf{s}|^{-1} \right] \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = 0, \quad (2.35)$$

où les termes d'interaction avec le champ externe sont une combinaison linéaire de l'hamiltonien (2.22) obtenue en utilisant les charges  $-1$  et  $+1$  de l'électron et du positon. Séparant ces derniers, nous pouvons réécrire (2.35) sous la forme

$$\left[ i\partial_t - \mathcal{H}_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{s}) - \mathcal{H}_I(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) \right] \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = 0, \quad (2.36)$$

$$\mathcal{H}_I(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = i\alpha(\nabla_s - \nabla_r) \cdot \mathbf{A}(t) + \alpha^2 A^2(t), \quad (2.37)$$

où l'hamiltonien non-perturbé  $\mathcal{H}_\alpha$  est défini par la relation (2.4). Comme le potentiel intervenant dans  $\mathcal{H}_\alpha$  est un potentiel central symétrique, nous pouvons nous ramener à l'étude du mouvement

4. Selon un traitement au deuxième ordre des perturbations.

d'une particule fictive de masse  $\mu = 1/2$  dans le référentiel du centre de masse du positronium, en introduisant respectivement les coordonnées  $\boldsymbol{\rho} = 1/2(\mathbf{r} + \mathbf{s})$  et  $\mathbf{q} = \mathbf{r} - \mathbf{s}$  (voir fig. 2.1). On peut ainsi réécrire  $\mathcal{H}_\alpha$  comme

$$\mathcal{H}_\alpha(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{q}) = -1/4\Delta_\rho - \Delta_q - \frac{1}{q} \equiv \mathcal{H}_\alpha^\rho(\boldsymbol{\rho}) + \mathcal{H}_\alpha^q(\mathbf{q}). \quad (2.38)$$

Cela nous permet, puisque les variables  $(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{q})$  sont entièrement découplées l'une de l'autre, d'obtenir les solutions de (2.36) sous la forme [63]

$$\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{q}, t) = (2\pi)^{-3/2} e^{i(\mathbf{k}_\alpha \cdot \boldsymbol{\rho} - v^2 t)} e^{-i\alpha \mathbf{A}(t) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{s})} \xi_\alpha^L(\mathbf{q}, t), \quad (2.39)$$

où la première phase de (2.39) décrit le mouvement du centre de masse d'impulsion  $\mathbf{k}_\alpha = 2v\hat{z}$  et de vitesse  $v$ ; la seconde phase, qui correspond à la transformation de jauge de Goeppert-Mayer [95], nous permet d'obtenir l'équation de Schrödinger associée aux états  $|\xi_\alpha^L(t)\rangle$  en jauge longueur. Ces derniers décrivent le mouvement de l'électron dans le champ coulombien du positon en présence du rayonnement incident

$$i\partial_t |\xi_\alpha^L(t)\rangle = \left[ \mathcal{H}_\alpha^q + \mathcal{H}_I^L(\mathbf{q}, t) \right] |\xi_\alpha^L(t)\rangle, \quad (2.40)$$

$$\mathcal{H}_I^L(\mathbf{q}, t) = \mathcal{E}(t) \cdot \mathbf{q}. \quad (2.41)$$

Comme l'équation (2.40) n'admet pas de solutions analytiques exactes, nous envisageons de déterminer approximativement les solutions en utilisant un développement au premier ordre de la théorie des perturbations dépendantes du temps [68]. Ceci suppose que l'amplitude du champ électrique est faible, c'est à dire  $\mathcal{E}_0 \ll e/a_0^2$ . Ainsi, l'interaction entre le positronium et le rayonnement incident est vue comme une perturbation devant l'interaction coulombienne présente entre les constituants de l'atome. Utilisant la notation abrégée  $|\psi_{n_p}\rangle \equiv |\psi_{n_p l_p m_p}\rangle$  et  $\epsilon_{n_p} = -1/2\mu/(2n_p^2)$  pour l'énergie de liaison, nous supposons pour ce faire qu'un seul état propre de  $\mathcal{H}_\alpha^q$  est initialement occupé

$$\lim_{\mathcal{E}_0 \rightarrow 0} |\xi_\alpha^L(t)\rangle = |\psi_{n_p}\rangle e^{-i\epsilon_{n_p} t}, \quad (2.42)$$

en amont du branchement adiabatique du champ à l'instant  $t_0 = -\infty$ . Sur le modèle développé dans la référence [75], nous supposons que le spectre de  $\mathcal{H}_\alpha^q$  comprend :

- un ensemble d'états discrets  $|\psi_k\rangle \equiv |\psi_{klm}\rangle$  d'énergie  $\epsilon_k < 0$ , possédant  $k - 1$  orbitales  $2l + 1$  fois dégénérées

$$\mathcal{H}_\alpha^q |\psi_k\rangle = \epsilon_k |\psi_k\rangle, \quad (2.43)$$

- un ensemble d'états  $|\psi_\kappa\rangle$  d'énergies  $E_\kappa > 0$  formant un continuum

$$\mathcal{H}_\alpha^q |\psi_\kappa\rangle = E_\kappa |\psi_\kappa\rangle. \quad (2.44)$$

Les expressions de ces états en représentation position sont données dans le complément A. Contrairement aux états liés électron-positon, les états du continuum décrivant le mouvement de l'électron d'énergie  $E_\kappa = \kappa^2/(2\mu)$  dans le champ coulombien du positon résiduel sont infiniment dégénérés. En effet, la donnée de l'énergie  $E_\kappa$  ne permet pas de définir entièrement ces états caractérisés en plus par les angles précisant la direction de propagation. De plus, nous supposons que les états propres de  $\mathcal{H}_\alpha^q$  satisfont à la relation de fermeture et aux relations d'orthogonalité suivantes

$$\sum_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k| + \int_{\mathbb{R}^3} d\boldsymbol{\kappa} |\psi_\kappa\rangle \langle \psi_\kappa| = \mathbb{I}, \quad (2.45a)$$

$$\langle \psi_k | \psi_n \rangle = \delta_{kn}, \quad (2.45b)$$

$$\langle \psi_\kappa | \psi_\gamma \rangle = \delta(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\gamma}), \quad (2.45c)$$

et considérons le développement du ket  $|\xi_\alpha^L(t)\rangle$  sur la base complète des états propres de  $\mathcal{H}_\alpha^q$

$$|\xi_\alpha^L(t)\rangle = \sum_k \gamma_k(t) e^{-i\epsilon_k t} |\psi_k\rangle + \int_{\mathbb{R}^3} d\boldsymbol{\kappa} \gamma(\boldsymbol{\kappa}, t) e^{-iE_\boldsymbol{\kappa} t} |\psi_\boldsymbol{\kappa}\rangle. \quad (2.46)$$

Remarquons que si  $\mathcal{H}_I(t)$  est nul, les coefficients  $\gamma_k(t)$  et  $\gamma(\boldsymbol{\kappa}, t)$  sont constants. Si nous portons (2.46) dans l'équation de Schrödinger (2.40), nous obtenons un système d'équation intégrodifférentielle que nous ne savons pas résoudre. C'est pourquoi nous déterminons les solutions de ce système sous la forme d'un développement en série de puissances de  $\mathcal{E}_0$ .

$$\gamma_k(t) = \gamma_k^{(0)}(t) + \mathcal{E}_0 \gamma_k^{(1)}(t) + \mathcal{E}_0^2 \gamma_k^{(2)}(t) + \dots \quad (2.47a)$$

$$\gamma(\boldsymbol{\kappa}, t) = \gamma^{(0)}(\boldsymbol{\kappa}, t) + \mathcal{E}_0 \gamma^{(1)}(\boldsymbol{\kappa}, t) + \mathcal{E}_0^2 \gamma^{(2)}(\boldsymbol{\kappa}, t) + \dots \quad (2.47b)$$

Cela nous permet d'obtenir de proche en proche les solutions d'ordre  $r$  à partir de l'ordre  $r - 1$  suivant le schéma

$$i\dot{\gamma}_n^{(r)}(t) e^{-i\epsilon_n t} = \left( \sum_k \gamma_k^{(r-1)}(t) e^{-i\epsilon_k t} \langle \psi_k | + \int_{\mathbb{R}^3} d\boldsymbol{\kappa} \gamma^{(r-1)}(\boldsymbol{\kappa}, t) e^{-iE_\boldsymbol{\kappa} t} \langle \psi_\boldsymbol{\kappa} | \right) \mathcal{H}_I(t) |\psi_n\rangle, \quad (2.48a)$$

$$i\dot{\gamma}^{(r)}(\boldsymbol{\gamma}, t) e^{-iE_\boldsymbol{\gamma} t} = \left( \sum_k \gamma_k^{(r-1)}(t) e^{-i\epsilon_k t} \langle \psi_k | + \int_{\mathbb{R}^3} d\boldsymbol{\kappa} \gamma^{(r-1)}(\boldsymbol{\kappa}, t) e^{-iE_\boldsymbol{\kappa} t} \langle \psi_\boldsymbol{\kappa} | \right) \mathcal{H}_I(t) |\psi_\boldsymbol{\gamma}\rangle. \quad (2.48b)$$

Compte tenu de la relation (2.42), les conditions initiales sont données par

$$\gamma_k^{(0)}(t = -\infty) = \delta_{kn_p}, \quad \gamma^{(0)}(\boldsymbol{\kappa}, t = -\infty) = 0, \quad (2.49)$$

et la relation (2.46) obtenue à l'ordre le plus bas en  $\mathcal{E}_0$  s'écrit par conséquent

$$|\xi_\alpha^L(t)\rangle = \sum_k \left[ \gamma_k^{(0)}(t) + \mathcal{E}_0 \gamma_k^{(1)}(t) \right] e^{-i\epsilon_k t} |\psi_k\rangle + \mathcal{E}_0 \int_{\mathbb{R}^3} d\boldsymbol{\kappa} \gamma^{(1)}(\boldsymbol{\kappa}, t) e^{-iE_\boldsymbol{\kappa} t} |\psi_\boldsymbol{\kappa}\rangle + o(\mathcal{E}_0). \quad (2.50)$$

Les coefficients  $\gamma_k^{(1)}(t)$  et  $\gamma^{(1)}(\boldsymbol{\kappa}, t)$  de (2.50) sont, d'après les relations (2.48), donnés par

$$\gamma_k^{(1)}(t) = -i \int_{-\infty}^t dt' e^{i(\epsilon_k - \epsilon_{n_p})t'} \langle \psi_k | V(t') |\psi_{n_p}\rangle, \quad (2.51a)$$

$$\gamma^{(1)}(\boldsymbol{\kappa}, t) = -i \int_{-\infty}^t dt' e^{i(E_\boldsymbol{\kappa} - \epsilon_{n_p})t'} \langle \psi_\boldsymbol{\kappa} | V(t') |\psi_{n_p}\rangle, \quad (2.51b)$$

où nous avons introduit  $V(t) \equiv \mathcal{H}_I(t)/\mathcal{E}_0$ . Intégrant les relations (2.51), nous obtenons finalement les solutions approximatives de (2.40)

$$|\xi_\alpha^L(t)\rangle = e^{-i\epsilon_{n_p} t} \left[ |\psi_{n_p}\rangle + i \left( |v_{n_p}^+\rangle e^{i\omega_0 t} - |v_{n_p}^-\rangle e^{-i\omega_0 t} \right) \right] + o(\mathcal{E}_0), \quad (2.52)$$

$$|v_{n_p}^\pm\rangle = 1/2 \left[ \sum_k \frac{|\psi_k\rangle \langle \psi_k|}{\epsilon_k - \epsilon_{n_p} \pm \omega_0} + \int_{\mathbb{R}^3} d\boldsymbol{\kappa} \frac{|\psi_\boldsymbol{\kappa}\rangle \langle \psi_\boldsymbol{\kappa}|}{E_\boldsymbol{\kappa} - \epsilon_{n_p} \pm \omega_0} \right] \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \mathbf{q} |\psi_{n_p}\rangle, \quad (2.53)$$

$$= -1/2 G_c(\epsilon_{n_p} \mp \omega_0) \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \mathbf{q} |\psi_{n_p}\rangle, \quad (2.54)$$

où  $G_c$  est l'opérateur de Green coulombien évalué à l'énergie  $\epsilon_{n_p} \mp \omega_0$  [96]; la représentation position de (2.54) ainsi que la méthode utilisée pour évaluer numériquement les composantes radiales de  $G_c$  sont données respectivement dans les compléments B et C.

Sur le même modèle, les états de  $\bar{H}$  en interaction avec le champ externe sont donnés par

$$\xi_\beta(\mathbf{s}, t) = e^{i\alpha \mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{s}} \xi_\beta^L(\mathbf{s}, t), \quad (2.55)$$

$$|\xi_\beta^L(t)\rangle = e^{-i\epsilon_{n_h} t} \left[ |\psi_{n_h}\rangle - i(|v_{n_h}^+\rangle e^{i\omega_0 t} - |v_{n_h}^-\rangle e^{-i\omega_0 t}) \right] + o(\mathcal{E}_0), \quad (2.56)$$

$$= -1/2 G_c(\epsilon_{n_h} \mp \omega_0) \mathcal{E}_0 \cdot \mathbf{q} |\psi_{n_h}\rangle, \quad (2.57)$$

où le signe devant les corrections du premier ordre de (2.56) opposé à (2.52) vient de la transformation de jauge (2.55).

### 2.5.2 Validité du traitement perturbatif

Considérons les processus de transition entre deux états discrets, impliquant l'état initial  $|\psi_{n_p}\rangle$  de moment angulaire  $l_p$  et un certain état final  $|\psi_k\rangle$  de moment angulaire  $l$  pouvant prendre de multiples valeurs quand  $k \neq n_p$ . Compte tenu des règles de sélections obtenues pour une polarisation rectiligne du champ, seules les transitions de  $|\psi_{n_p l_p m_p}\rangle$  vers les états  $|\psi_{k l m}\rangle$  pour lesquels  $l = l_p \pm 1$  et  $m = m_p$  sont permises. De plus, puisque la probabilité de transition qui en résulte s'écrit comme la somme de deux termes complexes

$$\mathcal{P}_{n_p \rightarrow k}(t) = |\mathcal{E}_0 \gamma_k^{(1)}(t)|^2 = 1/4 \Omega_1^2 |e^{i\omega_0 t} (\omega_{kn_p} + \omega_0)^{-1} - e^{-i\omega_0 t} (\omega_{kn_p} - \omega_0)^{-1}|^2, \quad (2.58)$$

où  $\omega_{kn_p} = \omega_k - \omega_{n_p}$  et  $\Omega_1 = |\langle \psi_k | \mathcal{E}_0 \cdot \mathbf{q} | \psi_{n_p} \rangle|$  sont respectivement les pulsations de Bohre et de Rabi, nous constatons que nous devons nous placer dans des conditions où l'un des dénominateurs de (2.58) est très petit devant l'autre pour obtenir une probabilité de transition décelable. Introduisant le désaccord en fréquence du champ électrique vis-à-vis de la résonance atomique

$$\Delta\omega \equiv \omega_0 - |\omega_{kn_p}|, \quad (2.59)$$

ces conditions dites d'excitation quasi-résonante sont obtenues lorsque [97]

$$|\Delta\omega| \ll \omega_0. \quad (2.60)$$

Dès lors, nous distinguons suivant le signe de la valeur absolue dans (2.59) les cas suivants :

- Si  $\epsilon_k \sim \epsilon_{n_p} - \omega_0$ , un phénomène de résonance se produit au niveau du premier terme de (2.58) et l'atome cède un quanta d'énergie  $\omega_0$  au champ externe (émission induite). Ce processus n'est possible que si l'état initial diffère de l'état fondamental.
- Si  $\epsilon_k \sim \epsilon_{n_p} + \omega_0$ , un phénomène de résonance se produit au niveau du second terme et l'atome reçoit un quanta d'énergie  $\omega_0$  de la part du champ externe (absorption induite).

Une première observation à propos du choix de la jauge : la dérivation de  $\mathcal{H}_I$  à l'approximation des grandes longueurs d'ondes conduit aux mêmes probabilités de transitions, même si l'excitation n'est pas exactement résonnante [98]. Ceci découle du fait que les amplitudes de transitions atomiques dépendent uniquement des champs et que la transformation de Goepfert-Mayer laisse les champs invariants, dans la mesure où les états propres de  $\mathcal{H}_\alpha^q$  intervenant au sein des éléments de matrice de l'interaction dipolaire électrique sont connus exactement. Cependant, il est possible que l'une des deux jauges soit mieux adaptée pour décrire les phénomènes de transition lorsque les états propres intervenant au sein des éléments de matrice de (2.53) sont obtenus approximativement. Dans ce cas, la représentation  $\mathcal{E} \cdot \mathbf{r}$  (jauge longueur) de  $\mathcal{H}_I$  conduit généralement à de meilleurs résultats lorsque l'on traite une transition entre deux états discrets, tandis que la représentation  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{p}$  (jauge vitesse,  $\mathbf{p}$  désignant l'impulsion) donne des résultats plus précis dans le cas d'une transition vers un continuum d'états.

Une seconde observation, issue de la théorie des processus multiphotoniques, concerne le traitement des interactions laser-electron et laser-positronium à un niveau de description inégal : l'interaction positronium-laser étant traitée au premier ordre de la TPDT<sup>5</sup>, les états (2.52) décrivent appréciablement l'atome en présence d'au plus un photon ( $|p| \leq 1$ ) contrairement aux états de Gordon-Volkov qui, comme nous l'avons déjà mentionné, décrivent appréciablement les échanges d'énergies entre l'électron et le champ à tous les ordres (2.34). Bien que nous discuterons plus tard de la possibilité pour les atomes d'être photo-ionisés, nous précisons d'ores et déjà que la condition  $\mathcal{E}_0 \ll 1$  est en fait une condition nécessaire pour que les processus d'ionisations multiphotonique ne prennent pas place lors de l'expérience.

Néanmoins, la description du champ externe en une onde plane monochromatique nous conduit vers une probabilité de transition divergente pour des temps d'interaction infiniment longs. De plus, elle ne permet pas non plus de considérer des conditions d'excitation résonante puisqu'il apparaît dans (2.52) une multitude de singularités en  $\Delta\omega = 0$ . Cela nous amène à nous demander quelles sont les conséquences du présent traitement perturbatif sur la description du processus de collision et, par la même occasion, de quelle manière les états  $|\psi_k\rangle$  peuvent-ils être peuplés lorsque  $\Delta\omega \neq 0$ . Commençons pour répondre à cela par regarder le comportement du taux de transition  $w_{n_p \rightarrow k}(t)$  à l'instant futur lointain  $t = +\infty$  de l'instant de collision, qui n'est autre que la probabilité de transition par unité de temps et donc la quantité physique interprétable. Pour ce faire, l'idée proposée par Wigner et Weisskopf était de recalculer (2.58) mais en augmentant cette fois légèrement la perturbation, en considérant un branchement progressif du champ à l'instant  $t = -\infty$ . Multiplions (2.41) par  $e^{\eta t}$  où  $\eta \ll 1$  puis à la fin du calcul, faisons tendre  $\eta \rightarrow 0$  pour retomber exactement sur l'expression de départ de l'hamiltonien d'interaction [78]. Supposant que la condition (2.60) est satisfaite en émission ou absorption, il vient que

$$\mathcal{P}_{n_p \rightarrow k}(t) \sim 1/4 \Omega_1^2 e^{2\eta t} \left[ (\omega_0 - |\omega_{kn_p}|)^2 + \eta^2 \right]^{-1}, \quad (2.61)$$

soit en dérivant (2.61) puis en faisant tendre  $\eta \rightarrow 0$

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} w_{n_p \rightarrow k}(t) \sim 1/2 \Omega_1^2 \lim_{\eta \rightarrow 0} e^{2\eta t} \left( \eta \left[ (\omega_0 - |\omega_{kn_p}|)^2 + \eta^2 \right]^{-1} \right) = 1/2 \Omega_1^2 \pi \delta(\omega_0 - |\omega_{kn_p}|). \quad (2.62)$$

Ce résultat, qui à facteur  $1/4$  près correspond à la règle d'or de Fermi, montre d'une part que le processus de collision est décrit suivant des taux de transition atomique indépendants du temps. Il en va ainsi de même pour l'amplitude de transition  $\alpha \rightarrow \beta$ , dans la mesure où l'intégration en temps dans (2.14) conduisant à la loi de conservation de l'énergie implique l'ensemble des phases temporelles des différentes fonctions d'onde [60].

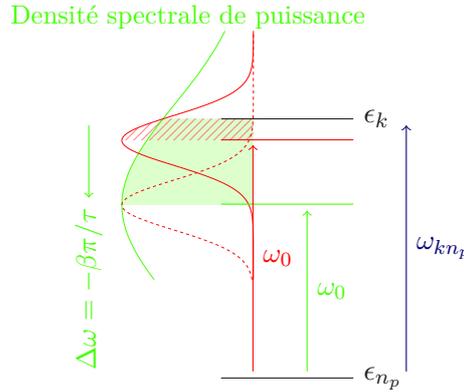
Il montre également en vue de la seconde question que les processus de transition pour lesquels  $\Delta\omega \neq 0$  ne peuvent eux non plus prendre place, puisqu'alors  $w_{n_p \rightarrow k}(t) = 0$  par la présence de la fonction  $\delta$  dans (2.62) ce qui est absurde. En fait, notre formalisme idéalise les choses au sens où du point de vue expérimental, les temps d'interaction sont nécessairement de durées finies impliquant des processus de transition d'un état initial vers un groupe d'états finaux. C'est la raison pour laquelle notre modèle, bien qu'invalidé à résonance, peut fournir des informations utiles sur le comportement des sections efficaces au voisinage des résonances atomiques. Ces durées d'interaction impliquent nécessairement une distribution de fréquence du rayonnement émis, appelée largeur spectrale du laser impulsionnel. Optiquement, celle-ci dépend de plusieurs paramètres qui sont notamment le facteur de qualité de la cavité, la distance entre les miroirs ainsi que les coefficients de réflexion qui leur sont associés. Néanmoins, elle est fondamentalement limitée par la transformée

5. Théorie des perturbations dépendantes du temps.

de Fourier du spectre émis par le laser en vertu du principe d'incertitude temps-énergie  $\Delta\nu_0 \geq \beta/\tau$ , où  $\beta$  est une constante proche de l'unité qui varie selon le profil de l'enveloppe :  $\beta = 0.441$  pour une enveloppe de profil Gaussien, et  $\beta = 0.315$  pour une enveloppe de profil sécante hyperbolique carré  $f_\tau(t) = \text{sech}^2(t/\tau)$ . Ainsi, les processus d'absorption et d'émission induite peuvent prendre place lors de l'expérience à condition qu'approximativement, les écarts entre la fréquence propre et les fréquences de Bohr restent inférieurs à la demi bande passante de la source laser. Dans le cas d'un laser impulsionnel limité par transformée de Fourier, nous considérons

$$\Delta\omega = 2\pi \times (1/2 \min \Delta\nu_0), \quad (2.63)$$

et précisons alors que dans ce cas, la durée d'impulsion impose les valeurs prises par  $\Delta\omega$  au détriment d'avoir négligé l'enveloppe de l'impulsion dans la description du champ (voir figure 2.3). Comme pour notre étude  $\tau \gg 2\pi/\omega_0$  (fig. 2.2), la considération de (2.63) qui implique nécessairement (2.60) montre qu'il ne peut y avoir de recouvrement possible entre les deux bandes passantes de largeur  $2|\Delta\omega|$ , respectivement centrées aux énergies  $\epsilon_{n_p} + \omega_0$  et  $\epsilon_{n_p} - \omega_0$ . Il en résulte que les niveaux d'énergies  $\epsilon_k \sim \epsilon_{n_p} + \omega_0$  et  $\epsilon_k \sim \epsilon_{n_p} - \omega_0$  ne peuvent être peuplés simultanément de manière appréciable, et que l'un des termes de (2.58) est négligeable devant l'autre.



**Figure 2.3** – Illustration du processus d'absorption induite via une approche du niveau excité par le bas  $\Delta\omega < 0$  pour des lasers impulsionnels limités par TF (profil vert). Lorsque la durée d'impulsion augmente (du profil vert aux pointillés rouges), nous nous rapprochons davantage de la résonance en considérant une pulsation plus élevée (profil rouge) pour conserver une densité de photons appréciable au voisinage du niveau excité.

Notons qu'il existe toutefois d'autres lasers utilisant la technique d'amplification à dérive de fréquence (CPA<sup>6</sup>). Ces derniers présentent l'avantage de fournir des impulsions qui, à même largeur spectrale qu'un laser impulsionnel limité par transformée de Fourier, ont des durées plus longues. Citons par exemple la relation  $\Delta\nu_0\tau = 0.441(1 + \alpha^2)^{1/2}$  dans le cas d'un profil Gaussien [99], où  $\alpha$  est un réel positif. Appliqué à notre étude, nous verrons que ces lasers sont un bon compromis lorsque nous souhaitons obtenir un recouvrement appréciable des élargissements Doppler extrêmes (définis en 4.3.2) à des durées d'impulsion comparables aux temps

$$t_{\text{int}} = \frac{l}{v_p}, \quad (2.64)$$

pour lesquels un antiproton du faisceau incident est susceptible d'interagir avec un positronium de la cible [47]. Ce dernier étant défini comme le rapport entre la longueur de la chambre de collision

6. Chirped Pulse Amplification.

$l = 20$  mm (voir figure 1.3) et la vitesse de l'antiproton incident  $v_{\bar{p}} = (2E_{\bar{p}}/m_{\bar{p}})^{1/2}$ , il vient pour une énergie d'antiproton comprise entre 1 et 12 keV que  $t_{\text{int}} \sim 13\text{--}46$  ns.

Une fois  $\Delta\omega$  choisi, nous considérons des amplitudes de champ  $\mathcal{E}_0$  conduisant à

$$\Omega_1 < |\Delta\omega|, \quad (2.65)$$

de sorte que les valeurs prises par la probabilité de transition restent inférieures à l'unité (plus précisément,  $\sup \mathcal{P}_{n_p \rightarrow k}(t) = 1/4$  pour  $\Omega_1 = |\Delta\omega|$ ). Cette condition, qui montre qu'il nous faut perturber l'atome en utilisant des intensités d'autant plus faibles que les écarts à la résonance atomique sont petits, est en fait nécessaire pour que le présent traitement perturbatif soit valide. Dans le cas d'un laser impulsif limité par transformée de Fourier, elle implique directement la condition  $\tau \ll \pi/\Omega_1$ . Ceci illustre du fait que nous devrions normalement considérer des durées d'impulsion faibles devant le temps caractéristique d'une impulsion  $-\pi$ , temps sur lequel la probabilité (2.58) reproduit fidèlement le comportement de la probabilité obtenue non-perturbativement suivant le modèle de Rabi (il s'agit du cas perturbatif de l'oscillation de Rabi). Bien évidemment, un déphasage entre ces deux probabilités peut prendre place au temps long lorsque nous considérons un laser impulsif utilisant la technique d'amplification à dérive de fréquence. Cependant, puisque les amplitudes de transition  $\alpha \rightarrow \beta$  sont obtenues indépendamment du temps, nous ne nous soucierons pas de ce dernier et précisons que l'information de phase ne peut impacter le calcul des sections efficaces s'inscrivant sur des temps de collision instantanés.

Enfin, la dérivation des états  $|\xi_{\alpha}^{\text{L}}(t)\rangle$  en utilisant une description classique du champ ne permet pas de tenir compte du processus d'émission spontanée ou, plus généralement, de l'instabilité des niveaux atomiques caractérisés par leur durée de vie radiative. Pour cela il faudrait traiter le champ en utilisant les outils de l'électrodynamique quantique ou, lorsque le champ est décrit classiquement, utiliser le formalisme de la matrice densité faisant appel aux équations de Bloch optiques. Comme nos développements reposent sur un formalisme basé sur des vecteurs d'états, nous ne pourrions tenir compte que partiellement de cela en incluant dans l'opérateur de Green de (2.54) une partie complexe à l'énergie. Cette démarche nous conduirait de façon similaire à l'équation (2.61) vers un profil Lorentzien non normalisé de la probabilité de transition, centrée en  $\epsilon_k \sim \epsilon_{n_p} \pm \omega_0$  et de largeur à mi-hauteur correspondante au taux de désexcitation radiatif de l'état final [59, 78]. Cependant, cela n'affecterait pas de façon significative le calcul des sections efficaces dans la mesure où le recouvrement des élargissements Doppler extrêmes nous impose de considérer  $|\Delta\omega|/(2\pi) \sim 10^2$  GHz, et que comparativement les taux de désexcitation radiatif des états excités du positronium restent inférieures à 1 GHz (soit une durée de vie minimale de quelques nanosecondes). Ces derniers seront précisés ultérieurement dans la sous-section 4.3.1 pour les états du positronium que nous considérerons.

## 2.6 Section efficace de diffusion

Comme les états asymptotiques  $|\Phi_{\mathbf{k}_{\beta}}(t)\rangle$  solutions homogènes de (2.8b) sont de la forme

$$|\Phi_{\mathbf{k}_{\beta}}(t)\rangle = |\chi_{\mathbf{k}_{\beta}}(t)\rangle \otimes |\xi_{\beta}(t)\rangle, \quad (2.66)$$

où les représentations position de  $|\chi_{\mathbf{k}_{\beta}}(t)\rangle$  et  $|\xi_{\beta}(t)\rangle$  sont données respectivement par (2.29) et (2.55), la forme *prior* des éléments de la matrice de diffusion (2.14) est, en utilisant (2.39), donnée par

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_{\beta}, \mathbf{k}_{\alpha}}^{\text{CBA}} = -(2\pi)^{-3} i \int_{\mathbb{R}^6} d\mathbf{r} d\mathbf{s} e^{i(\mathbf{k}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{\rho} - \mathbf{k}_{\beta} \cdot \mathbf{r})} V_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \int_{\mathbb{R}} dt e^{i\gamma(\mathbf{r}, t)} \xi_{\beta}^{\text{L}*}(\mathbf{s}, t) \xi_{\alpha}^{\text{L}}(\mathbf{q}, t), \quad (2.67)$$

où  $\gamma(\mathbf{r}, t) \equiv \gamma_0 t + \gamma_1(\mathbf{r}, t)$ ; le terme de phase  $\gamma_0 = 1/2 k_\beta^2 + \epsilon_{n_h} - v^2 - \epsilon_{n_p}$  n'est autre que la loi de conservation de l'énergie obtenue en champ libre, et le terme additionnel  $\gamma_1$  correspond aux corrections énergétiques en présence du champ. Compte tenu des relations (2.30) et (2.31), ce dernier a pour expression

$$\gamma_1(\mathbf{r}, t) = \alpha_l \sin(\omega_0 t) - \beta_l \sin(\omega_0 t + \pi/2) + \gamma_l \sin(2\omega_0 t) + \langle U \rangle t, \quad (2.68)$$

où les paramètres adimensionnés de couplage électron-laser de la relation (2.68) sont définis par  $\alpha_l = \boldsymbol{\alpha}_0 \cdot \mathbf{k}_\beta$ ,  $\beta_l = \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \mathbf{r} / \omega_0$  et  $\gamma_l = \mathcal{E}_0^2 / (8\omega_0^3)$ . En utilisant la fonction génératrice des fonctions de Bessel généralisées à deux dimensions [77] définie par (2.69), le terme exponentiel dépendant explicitement des grandeurs liées aux champ et qui intervient dans (2.67) peut s'écrire sous la forme d'un développement en série donné par (2.70). Grâce à la linéarité de la fonction génératrice et à l'utilisation du changement d'indice  $p = q - k$ , la relation (2.70) prend la forme (2.71). Finalement, l'utilisation du théorème d'addition de Graf [100] sur la série d'indice  $k$  conduit au résultat (2.72)

$$J_k(\alpha_l, \gamma_l) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{k-2q}(\alpha_l) J_q(\gamma_l), \quad (2.69)$$

$$e^{i\gamma_1(\mathbf{r}, t)} = e^{i\langle U \rangle t} \sum_{k, q=-\infty}^{\infty} J_k(\alpha_l, \gamma_l) J_q(\beta_l) e^{i(k\omega_0 t - q(\omega_0 t + \pi/2))}, \quad (2.70)$$

$$\sum_{k, q} J_k(\alpha_l, \gamma_l) J_q(\beta_l) e^{i(k\omega_0 t - q(\omega_0 t + \pi/2))} = \sum_p e^{-ip(\omega_0 t + \pi/2)} \sum_k J_k(\alpha_l, \gamma_l) J_{p+k}(\beta_l) e^{-ik\pi/2}, \quad (2.71)$$

$$e^{i\gamma_1(\mathbf{r}, t)} = e^{i\langle U \rangle t} \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip\omega_0 t} \chi_p \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-)^k J_{p-2k}(c_l) J_k(\gamma_l) e^{-i(p-2k)\xi_l}, \quad (2.72)$$

où  $\chi_p = e^{ip\pi/2(1 - \text{sgn}(\alpha_l/\beta_l))}$ ,  $c_l = (\alpha_l^2 + \beta_l^2)^{1/2}$  et  $\xi_l = \arctan(\beta_l/\alpha_l)$ . Utiliser directement ce résultat pour mener à bien le calcul nous demanderait de traiter l'intégrale portant sur la variable d'espace de (2.67) en considérant les fonctions de Bessel d'ordre  $p - 2k$  dans l'intégrale, puisque leur argument commun  $c_l$  dépend de la coordonnée repérant la position l'électron par le biais du coefficient  $\beta_l$ . Cependant, ce dernier admet une forme relativement simple dans la description des processus de collision (H,  $e^-$ ) rapide. En effet, puisque la valeur prise par l'impulsion finale peut être grossièrement estimée à  $k_\beta \sim \sqrt{2}v$ , la valeur absolue du quotient  $|\beta_l/\alpha_l| \sim \omega_0/(\sqrt{2}v)$  qui diminue lorsque l'énergie d'impact augmente prédit que la contribution de  $\beta_l$  reste faible devant celle de  $\alpha_l$ . Ainsi, nous supposons pour le calcul que l'argument des fonctions de Bessel est indépendant des coordonnées spatiales, impliquant  $c_l \sim |\alpha_l|$  et  $\xi_l \sim \beta_l/\alpha_l \equiv \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}$  où  $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_0/(\alpha_l \omega_0)$ . De plus, le terme de phase  $\chi_p$  qui n'affecte pas les sections efficaces peut être négligé et, au vu des intensités laser utilisés, la somme sur l'indice  $k$  disparaît conformément au comportement des fonctions de Bessel  $J_k(\gamma_l) \sim \delta_{0k}$  lorsque  $\gamma_l \ll 1$  (voir l'argumentation faite en 2.4). Comme les variables d'espace et de temps dans (2.67) sont maintenant entièrement séparables, l'intégration en temps amène à une distribution  $\delta$  ce qui permet d'écrire les éléments de la matrice  $\mathcal{S}$  comme

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha}^{\text{CBA}} = -2\pi i \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(\gamma_0 + \langle U \rangle + p\omega_0) \mathcal{T}_p^{\text{CBA}} + o(\mathcal{E}_0), \quad (2.73)$$

$$\mathcal{T}_p^{\text{CBA}} \equiv \mathcal{T}_p^1 + \mathcal{T}_p^2 + \mathcal{T}_p^3. \quad (2.74)$$

Dans la relation (2.73),  $\mathcal{T}_p^{\text{CBA}}$  sont les éléments de la matrice de transition associés à l'échange net de  $p$  photons entre le système de particules et le champ. La distribution de Dirac, qui implique

des énergies accessibles équidistantes de  $\omega_0$  pour l'électron de la voie finale, est caractéristique du comportement de Floquet de l'amplitude de transition. A l'ordre le plus bas en  $\mathcal{E}_0$ , les éléments partiels  $\mathcal{T}_p^j$  de la matrice de transition décrivent respectivement l'interaction entre la particule  $j$  qui collisionne et le champ externe. Choissant d'attribuer  $j = 1$  à l'électron,  $j = 2$  au positronium et  $j = 3$  à l'antihydrogène, ces derniers sont donnés par

$$\mathcal{T}_p^j(\mathbf{k}_\beta) = (2\pi)^{-3} \int_{\mathbb{R}^6} d\mathbf{r} d\mathbf{s} e^{i((\mathbf{v} - \mathbf{k}_\beta) \cdot \mathbf{r} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{s})} V_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{s}) h_p^j(\mathbf{r}, \mathbf{s}), \quad (2.75a)$$

$$h_p^1 = J_p(|\alpha_l|) e^{-ip\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} \psi_{n_h}^*(\mathbf{s}) \psi_{n_p}(\mathbf{r} - \mathbf{s}), \quad (2.75b)$$

$$h_p^2 = i\psi_{n_h}^*(\mathbf{s}) \left[ J_{p-1}(|\alpha_l|) e^{-i(p-1)\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} v_{n_p}^+(\mathbf{r} - \mathbf{s}) - J_{p+1}(|\alpha_l|) e^{-i(p+1)\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} v_{n_p}^-(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \right], \quad (2.75c)$$

$$h_p^3 = i \left[ J_{p+1}(|\alpha_l|) e^{-i(p+1)\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} v_{n_h}^{+*}(\mathbf{s}) - J_{p-1}(|\alpha_l|) e^{-i(p-1)\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} v_{n_h}^{-*}(\mathbf{s}) \right] \psi_{n_p}(\mathbf{r} - \mathbf{s}). \quad (2.75d)$$

Les développements multipolaires utilisés pour le calcul des expressions ci-dessus sont donnés dans le complément D. Selon la règle d'or de Fermi, la section efficace différentielle de diffusion obtenue pour une projection des moments angulaires s'écrit

$$d\sigma_{m_p m_h}^{\text{CBA}} = 2\pi v^{-1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} |\mathcal{T}_{m_p m_h}^{\text{CBA}}(\mathbf{k}_\beta)|^2 \delta(\gamma_0 + \langle U \rangle + p\omega_0) d\rho_\beta, \quad (2.76)$$

où  $d\rho_\beta = (2\pi)^{-3} d\mathbf{k}_\beta$  est la densité d'états finaux [101]. En utilisant les coordonnées sphériques  $(k_\beta, \theta, \varphi)$ , l'élément infinitésimal s'écrit  $d\mathbf{k}_\beta = k_\beta d(k_\beta^2/2) d\hat{\mathbf{k}}_\beta$  où  $d\hat{\mathbf{k}}_\beta = \sin\theta d\theta d\varphi$  désigne l'angle solide. En intégrant la relation (2.76) sur  $d(k_\beta^2/2)$  et au vu du choix de normalisation adopté pour les fonctions d'ondes, nous obtenons finalement

$$\sigma^{\text{CBA}} = (2\pi)^4 (v\hat{l}_p)^{-1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} k_\beta(p) \int_{\Omega} d\hat{\mathbf{k}}_\beta \sum_{m_p m_h} |\mathcal{T}_{m_p m_h}^{\text{CBA}}(\mathbf{k}_\beta)|^2 \equiv \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sigma_p, \quad (2.77)$$

où  $\hat{l}_p \equiv 2l_p + 1$ . L'état de polarisation du champ a été choisi de telle manière que  $\boldsymbol{\kappa} \parallel \boldsymbol{\mathcal{E}}_0$  ce qui implique que le module des éléments de la matrice  $\mathcal{T}$  est indépendant de  $\varphi$ ; par ailleurs la dépendance en  $\theta$  de ces derniers se situe dans les coefficients  $\alpha_l(\theta, p) = \alpha_0 k_\beta(p) \cos\theta$  et  $\kappa(\theta, p) = \omega_0 / (k_\beta(p) \cos\theta)$ . De plus, nous devons nous assurer que la condition  $k_\beta(p) \geq 0$  soit satisfaite pour que la relation (2.77) puisse être utilisée. Comme la norme du vecteur d'onde final est imposée par la distribution  $\delta$  qui intervient dans (2.76), nous constatons que celle-ci est toujours satisfaite pour l'absorption net de  $p$  photons ( $p < 0$ ), mais nécessite dans le cas de l'émission net de  $p$  photons ( $p > 0$ ) d'imposer la contrainte  $p \leq \lfloor \omega_0^{-1}(v^2 + \epsilon_{n_p} - \epsilon_{n_h} - \langle U \rangle) \rfloor$  à chaque valeur positive de  $p$ .

### 3 Chapitre III

## Adaptation du formalisme au calcul des sections efficaces pour la production de $\bar{H}^+$

### 3.1 Conséquence du postulat de symétrisation pour la voie initiale

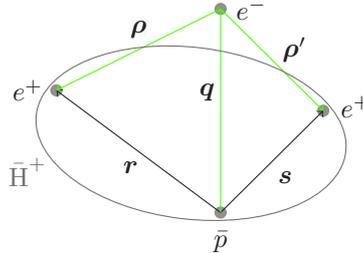
Considérons à présent la réaction assistée par champ laser suivante

$$Ps(n_p, l_p, m_p) + \bar{H}(n_h, l_h, m_h) - p\omega_0 \longrightarrow \bar{H}^+(1s^2) + e^-, \quad (3.1)$$

où le traitement des interactions atomes-laser est le même que celui utilisé dans le chapitre II. Comparativement à la première réaction, le formalisme CBA est ici mal adapté pour décrire le processus de capture (3.1) dans la mesure où aucun des partenaires ( $\bar{H}^+, e^-$ ) n'est de charge nulle. Comme nous souhaitons comparer nos sections efficaces avec celles obtenues par Comini *et al.* [38] dans l'approximation CDW-FS, nous optons pour la forme *post* des éléments de la matrice de diffusion. Il en résulte par construction d'un potentiel d'interaction de courte portée que les formulations CDW-FS-*post* et CBA-*post* sont identiques. Ce point sera illustré à la section 4.2, où nous comparons les sections efficaces obtenues dans divers modèles. Précisons qu'en l'absence de champ la formulation CBA-*prior* est établie dans [102], et que celle-ci ne conduit pas aux mêmes résultats que la formulation CBA-*post* dans la mesure où la fonction d'onde de l'ion  $\bar{H}^+$  est approximative (voir section 3.2.2). Afin d'obtenir un potentiel d'interaction asymptotiquement neutre, nous considérons une fois de plus l'interaction coulombienne  $\bar{p} - e^-$  dans le potentiel d'interaction  $V_\beta$ , qui est initialement défini par la combinaison linéaire des trois interactions coulombiennes indiquées sur la figure 3.1. Cette opération nous conduisant à

$$V_\beta(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}) = 2|\mathbf{q}|^{-1} - |\mathbf{q} - \mathbf{r}|^{-1} - |\mathbf{q} - \mathbf{s}|^{-1}, \quad (3.2)$$

nous permet de satisfaire à la condition de validité du traitement perturbatif de l'interaction  $\bar{H}^+ - e^-$ . C'est précisément cette opération qui implique, par souci de cohérence, de décrire la propagation de l'électron dans le champ coulombien de l'ion  $V(\mathbf{q}) = -|\mathbf{q}|^{-1}$ .



**Figure 3.1** – Coordonnées utilisées pour décrire le processus de capture avec  $\boldsymbol{\rho} \equiv \mathbf{q} - \mathbf{r}$  et  $\boldsymbol{\rho}' \equiv \mathbf{q} - \mathbf{s}$  : l'état lié formant l'ion  $\bar{H}^+$  de la voie de sortie est entouré ; les lignes vertes définissent initialement le potentiel d'interaction  $V_\beta$ .

Bien que nous ne tenons pas compte du spin des particules dans notre modèle, le postulat de symétrisation implique une fonction d'onde qui est globalement antisymétrique pour notre système de particules fermionique. Comme l'état de spin de l'ion  $\bar{\text{H}}^+(1s^2)$  formé est l'état singulet  $^1\text{S}_0$  [103], la composante spatiale de la fonction d'onde de la voie finale est nécessairement symétrique, et il en va de même pour la voie initiale. C'est pourquoi nous adoptons la forme suivante des états asymptotiques décrivant le système de particules en amont du transfert de charge

$$\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = (\sqrt{2})^{-1} \left[ \Phi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(1,2)}(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}, t) + \mathbf{r} \leftrightarrow \mathbf{s} \right], \quad (3.3)$$

où la notation (1, 2) réfère aux coordonnées  $\mathbf{q} - \mathbf{r}$  du positronium et  $\mathbf{s}$  de l'antihydrogène; la configuration (2, 1) qui intervient dans le second membre de droite de (3.3) est bien entendu obtenue par la permutation des coordonnées  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{s}$ . Cette symétrie nous permet de nous contenter d'utiliser la configuration (1, 2) pour le calcul dans la mesure où

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha} = \sqrt{2} \mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha}^{(1,2)}. \quad (3.4)$$

Sur le même modèle que (2.39), nous obtenons pour cette configuration

$$\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}^{(1,2)}(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = (2\pi)^{-3/2} e^{i(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{d} - v^2 t)} e^{-i\alpha \mathbf{A}(t) \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{r} - \mathbf{s})} \xi_\alpha^{\text{L}}(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}, t), \quad (3.5)$$

$$\xi_\alpha^{\text{L}}(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}, t) \equiv \xi_\alpha^{\text{L}'}(\mathbf{q} - \mathbf{r}, t) \xi_\alpha^{\text{L}''}(\mathbf{s}, t), \quad (3.6)$$

où  $\mathbf{d} = 1/2(\mathbf{q} + \mathbf{r})$  est la coordonnée relative repérant la position du centre de masse du positronium. Dans la relation (3.6), les états  $|\xi_\alpha^{\text{L}'}(t)\rangle$  et  $|\xi_\alpha^{\text{L}''}(t)\rangle$  respectivement associés au positronium et à l'antihydrogène sont donnés par les relations (2.52) et (2.56).

## 3.2 Approximations des états asymptotiques de la voie finale

### 3.2.1 Solutions approchées de Coulomb-Volkov

Compte tenu du remaniement de (3.2), les états de l'électron intervenant aux sein des états asymptotiques de la voie finale (voir équation 2.66) sont solutions de l'équation de Schrödinger

$$\left[ i\partial_t - 1/2(-i\nabla_{\mathbf{q}} + \alpha \mathbf{A}(t))^2 - V(\mathbf{q}) \right] \chi_{\mathbf{k}_\beta}(\mathbf{q}, t) = 0, \quad (3.7)$$

Comme le problème de l'électron libre en la présence d'un champ laser et d'un champ coulombien n'est pas exactement soluble, nous avons recours à des méthodes d'approximations. Ces dernières conduisent, dans des limites que nous préciserons, vers des corrections relativement simples des états de Gordon-Volkov initialement obtenus pour  $V(\mathbf{q}) = 0$ . Aussi, nous adoptons pour la dérivation des solutions approchées de (3.7) la jauge vitesse (2.23), et introduisons les fonctions  $\phi_{\mathbf{k}_\beta}$  définies par la transformation de Kramers-Henneberger [104]

$$\chi_{\mathbf{k}_\beta}^{\text{V}}(\mathbf{q}, t) = e^{-\alpha(t) \cdot \nabla_{\mathbf{q}}} \phi_{\mathbf{k}_\beta}(\mathbf{q}, t), \quad (3.8)$$

où  $\alpha(t)$  est le vecteur de déplacement (voir équation (2.30)). Cette transformation, qui n'est autre qu'une opération de translation, nous permet d'exprimer (3.7) dans un nouveau référentiel oscillant de la même façon que l'électron dans le référentiel du laboratoire. Utilisant le théorème de Baker-Hausdorff

$$V(\mathbf{q} + \alpha(t)) = e^{\alpha(t) \cdot \nabla_{\mathbf{q}}} V(\mathbf{q}) e^{-\alpha(t) \cdot \nabla_{\mathbf{q}}}, \quad (3.9)$$

nous obtenons au vu de (2.32) une équation de Schrödinger qui est indépendante du potentiel vecteur. Celle-ci fait par ailleurs intervenir le vecteur de déplacement dans le potentiel coulombien.

$$\left[ i\partial_t + 1/2\Delta_q - V(\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}(t)) \right] \phi_{\mathbf{k}_\beta}(\mathbf{q}, t) = 0 \quad (3.10)$$

Sur le modèle développé dans la référence [105], nous envisageons de déterminer approximativement les solutions stationnaires de (3.10) par la construction d'un pseudo-potentiel central symétrique, via un développement en série du potentiel translaté.

$$V(\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}(t)) = \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{r} (r^2)^{-1} e^{i\mathbf{r} \cdot (\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}(t))} \quad (3.11)$$

$$J_k(z) = (\pi i^k)^{-1} \int_0^\pi d\gamma e^{iz \cos \gamma} \cos(k\gamma) \quad (3.12)$$

Utilisant pour ce faire la représentation intégrale (3.11) puis reportant respectivement dans celle-ci les relations (2.33) et (3.12), nous aboutissons à la relation (3.13). Considérant par suite la moyenne de (3.13) sur un cycle optique, nous constatons que seul le terme obtenu pour  $k = 0$  est non nul, et que ce dernier admet l'expression (3.14).

$$V(\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}(t)) = - \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\pi i^k)^{-1} e^{ik\omega_0 t} \int_0^\pi d\gamma \frac{\cos(k\gamma)}{|\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}_0 \cos \gamma|} \quad (3.13)$$

$$\langle V(\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}(t)) \rangle = -(\pi)^{-1} \int_0^\pi \frac{d\gamma}{|\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}_0 \cos \gamma|} \quad (3.14)$$

$$= -((q^2 + \alpha_0^2)^{1/2} \pi)^{-1} \int_0^\pi d\gamma \left[ 1 + (q^2 + \alpha_0^2)^{-1} (2\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\alpha}_0 \cos \gamma - \alpha_0^2 \sin^2 \gamma) \right]^{-1/2} \quad (3.15)$$

Comme l'intégrale présente dans (3.15) contient une partie symétrique et antisymétrique, les corrections coulombiennes que nous devons apporter à (2.29) peuvent être rapidement évaluées en négligeant la partie antisymétrique, c'est à dire le terme en  $2\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\alpha}_0 \cos \gamma / (q^2 + \alpha_0^2)$ . Cette démarche est essentiellement motivée par la limitation qui émerge du développement multipolaire d'un potentiel de la forme  $|\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}_0|^{-1}$ . En effet, la résolution de (3.10) par la considération des termes de (E.2) succédant le premier ordre ( $l = 0$ ) serait impossible, puisqu'il n'en résulterait pas un potentiel central. Hormis le terme antisymétrique de (3.15), nous reconnaissons le double d'une intégrale elliptique de première espèce  $F(\pi/2|m)$ , de paramètre  $m = \alpha_0^2 / (q^2 + \alpha_0^2)$ . Utilisant finalement le développement en série entière qui lui est associée, nous obtenons l'expression explicite du pseudo-potentiel recherché à l'ordre  $k$  souhaité

$$\langle V(\mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha}(t)) \rangle \sim -((q^2 + \alpha_0^2)^{1/2} \pi)^{-1} 2F(\pi/2|m), \quad (3.16)$$

$$= -(q^2 + \alpha_0^2)^{-1/2} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 m + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 m^2 + \dots + \left(\frac{(2k-1)!!}{(2k)!!}\right)^2 m^k \right], \quad (3.17)$$

où !! est la factorielle double. Comme le détaille l'auteur, le résultat (3.17) permet de déterminer numériquement les composantes radiales de  $\phi_{\mathbf{k}_\beta}$  et par suite, de connaître entièrement ces fonctions dans le référentiel du laboratoire en appliquant les transformations de jauges inverses. Cependant,



deux positons porte l'appellation UC<sup>2</sup>. Cette solution qui tient compte uniquement des corrélations radiales est donnée par

$$\phi_0(r, s) = \frac{\gamma}{4\pi} (e^{-\alpha r - \beta s} + e^{-\beta r - \alpha s}), \quad (3.21)$$

où  $\alpha = 1.0392$  et  $\beta = 0.2831$  sont les charges effectives, et  $\gamma = 0.3948$  la constante de normalisation. Celle-ci nous amène à considérer  $\epsilon_0 = -0.5133$  u.a. pour l'énergie de l'état fondamental, qui comparativement est légèrement au-dessus de la valeur exacte de  $-0.5277$  u.a. [108]. En terme de stabilité, nous constatons qu'elle prédit une configuration spatiale où l'un des positons reste proche de l'antiproton formant un sous-système hydrogénoïde quasiment neutre, et où l'autre situé à une distance de  $4-5 a_0$  du noyau ressent une charge effectivement quasiment nulle. Notons qu'un terme additionnel dont la dépendance est en  $|\hat{r} - \hat{s}|$  est requis dans (3.21) pour décrire les corrélations angulaires  $e^+ - e^+$ , et que la comparaison entre les sections efficaces obtenues pour ces deux fonctions d'onde est largement développée dans [38].

En ce qui concerne le traitement de l'interaction laser-ion, nous avons initialement pensé adapter un *ansatz* proposé par Joachain *et al.* [72] pour la description de He en interaction avec un champ laser. Celui-ci consiste à négliger la contribution des états électroniques doublement excités, et dont la contribution est faible dans les processus d'excitations de He. Il présente l'avantage de faire intervenir l'opérateur de Green à une particule dans la fonction d'onde obtenue par la TPDT. Cependant, la grande différence avec  $\bar{H}^+$  réside dans le fait que l'ion ne possède pas d'états excités mono-électronique. Ainsi, la seule manière de traiter cette interaction est de résoudre directement l'équation de Schrödinger dépendante du temps en effectuant un développement de la fonction d'onde sur la base corrélée de Hylleraas [109]. Comme cette méthode nécessite de lourds développements du point de vue numérique, nous n'inclurons pas par la suite l'interaction laser-ion. Ceci suppose de travailler à des énergies de photons situés en-dehors de la gamme 10.95–14.35 eV sur laquelle les phénomènes de résonance prennent place, pour que les sections efficaces ne soient pas affectées significativement.

### 3.3 Section efficace de diffusion

Utilisant les outils du chapitre II, les éléments de la matrice de transition

$$\mathcal{T}_p^{\text{CDW-FS}} \equiv \mathcal{T}_p^1 + \mathcal{T}_p^2 + \mathcal{T}_p^3, \quad (3.22)$$

peuvent être définis suivant les éléments partiels  $\mathcal{T}_p^j$  en utilisant les mêmes conventions que celles adoptées dans les équations (2.75).

$$\mathcal{S}_{\mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\alpha}^{\text{CDW-FS}} = -2i\pi \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(1/2 k_\beta^2 - v^2 - \epsilon_{n_p} - \epsilon_{n_h} + \epsilon_0 + \langle U \rangle + p\omega_0) \mathcal{T}_p^{\text{CDW-FS}} + o(\mathcal{E}_0) \quad (3.23a)$$

$$\mathcal{T}_p^j(\mathbf{k}_\beta) = \sqrt{2}(2\pi)^{-3/2} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{q} \psi_{\mathbf{k}_\beta}^{(-)*}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{q}} \int_{\mathbb{R}^6} d\mathbf{r} d\mathbf{s} e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} V_\beta(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}) h_p^j(\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}) \quad (3.23b)$$

$$h_p^1 = J_p(|\alpha_l|) e^{-i p \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{q}} \phi_0(r, s) \psi_{n_p}(\mathbf{q} - \mathbf{r}) \psi_{n_h}(\mathbf{s}) \quad (3.23c)$$

$$h_p^2 = i\phi_0(r, s) \left[ J_{p-1}(|\alpha_l|) e^{-i(p-1)\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{q}} v_{n_p}^+(\mathbf{q} - \mathbf{r}) - (p-1, +) \rightarrow (p+1, -) \right] \psi_{n_h}(\mathbf{s}) \quad (3.23d)$$

$$h_p^3 = i\phi_0(r, s) \psi_{n_p}(\mathbf{q} - \mathbf{r}) \left[ J_{p+1}(|\alpha_l|) e^{-i(p+1)\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{q}} v_{n_h}^-(\mathbf{s}) - (p+1, -) \rightarrow (p-1, +) \right] \quad (3.23e)$$

2. Pour Uncorrelated Chandrasekhar.

Enfin, nous précisons que les développements multipolaires utilisés pour le calcul des expressions ci-dessus sont donnés dans le complément E, et que la section efficace de diffusion est donnée par

$$\sigma^{\text{CDW-FS}} = (2\pi)^4 (v\hat{l}_p\hat{l}_h)^{-1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} k_\beta(p) \int_{\Omega} d\hat{\mathbf{k}}_\beta \sum_{m_p m_h} |\mathcal{T}_{pm_p m_h}^{\text{CDW-FS}}(\mathbf{k}_\beta)|^2. \quad (3.24)$$

## 4 Chapitre IV

### Simulations

Dans tout le chapitre, les sections efficaces sont données en unité de  $\pi a_0^2 = 0.88 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$  et sont représentées en fonction de l'énergie de l'antiproton.

#### 4.1 Aspects numériques

##### 4.1.1 Programmation parallèle par échange de message

Comme l'obtention des sections efficaces requiert un temps calcul relativement long, nous avons parallélisé notre programme en utilisant la librairie MPI<sup>1</sup>. Ce programme, écrit en Fortran, présente l'avantage de traiter des cas  $\mathcal{E}_0 = 0$  et  $\mathcal{E}_0 \neq 0$ . L'objectif de la démarche consiste en la séparation de tâches séquentielles qui peuvent être réalisées simultanément. Pour notre étude, il s'agit d'effectuer un calcul en parallèle de la boucle permettant d'obtenir la section efficace totale (à savoir (2.77) ou (3.24)) à partir des sections efficaces différentielles décrivant l'échange net de  $p$  photons.

$$\sigma = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \int_{\Omega} d\hat{\mathbf{k}}_{\beta} \left( \frac{d\sigma_p(\hat{\mathbf{k}}_{\beta})}{d\hat{\mathbf{k}}_{\beta}} \right) \sim 2\pi \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^n w_q \left( \frac{d\sigma_p(t_q)}{d\hat{\mathbf{k}}_{\beta}} \right) \quad (4.1)$$

Dans cette relation, les coefficients  $t_q$  et  $w_q$  correspondent aux noeuds et aux poids de la méthode de quadrature de Gauss-Legendre à  $n$  points. Cette méthode nous permet d'évaluer numériquement l'intégrale sur l'angle de diffusion. En conséquence nous constatons qu'à une énergie d'antiproton donné, le calcul de l'ensemble des éléments  $d\sigma_p(t_q)/d\hat{\mathbf{k}}_{\beta}$  nous permet de reconstruire entièrement la section efficace (4.1). Plus précisément si  $\dim p$  est le nombre de termes intervenant dans la somme sur  $p$ , nous devons calculer  $\dim p \times n$  éléments. Par comparaison avec les sections efficaces obtenues par Comini *et al.* [38] pour lesquelles l'intégrale sur l'angle  $\theta$  est analytique (cas  $\mathcal{E}_0 = 0$ ), nous obtenons la convergence de nos résultats pour  $n = 32$ .

L'environnement MPI est initialisé par l'appel de la fonction `mpi_init()` et du communicateur `mpi_comm_world()` qui sert à désigner les processeurs intervenant dans les communications. Ces processeurs forment un groupe dont la taille `nproc` est déterminée par la fonction `mpi_comm_size()`. Il est assigné à chaque processeur du communicateur un entier `rank` par l'appel de la fonction `mpi_comm_rank()`. Cet entier compris sur l'intervalle  $0, 1, \dots, nproc-1$  permet d'identifier les processeurs et de leur attribuer des tâches bien définies; les autres fonctions de la librairie MPI sont répertoriées dans l'aide mémoire<sup>2</sup> disponible sur le site de l'IDRIS<sup>3</sup>.

La parallélisation de la somme double intervenant dans (4.1) nous impose de définir, au préalable, une nouvelle variable dans laquelle est contenue l'information sur les valeurs prises par le

1. Message Passing Interface.

2. Voir le lien <http://www.idris.fr/media/formations/mpi/idrismpiaidefortran.pdf>.

3. Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique.

```

subroutine para_mpi
  implicit integer*4 (a-z)
  integer :: nr
  call mpi_comm_size(mpi_comm_world,nproc,ierr)
  call mpi_comm_rank(mpi_comm_world,rank,ierr)
  !(a)
  no=xmax/nproc; nr=mod(xmax,nproc)
  do iproc=0,nr-1
    if (iproc.eq.rank) no=no+1
  end do
  !(b)
  fx_in(:)=0.d0; fx_ox(:)=0.d0
  do x_mpi=1,no
    x=(x_mpi-1)*nproc+rank+1
    call sigma_mpi(x)
  end do
  !(c)
  call mpi_barrier(mpi_comm_world,ierr)
  call mpi_reduce(fx_in,fx_ox,xmax,mpi_real8,mpi_sum,0,mpi_comm_world,ierr)
end subroutine para_mpi

```

**Figure 4.1** – Subroutine traitant de la répartition des tâches dans notre programme.

couple  $(p, t_q)$ . Ces variables forment un vecteur de dimension  $\mathbf{xmax} = \dim p \times n$  qui nous permet de travailler avec une seule boucle. A l'exécution du programme lancé par la commande `mpirun`, chaque processeur exécute le même programme. En conséquence, nous devons indiquer comment exécuter celui-ci pour que chaque processeur effectue le même calcul de  $\sigma_p(t_q) = d\sigma_p(t_q)/d\hat{k}_\beta$ , mais pour des valeurs de  $\mathbf{x} = (p, t_q)$  distinctes. Ce point réalisé en trois étapes est illustré figure 4.1.

- (a) Attribution des tâches : on attribue à chaque processeur un nombre `no` de tâches initialement donné par `no=xmax/nproc`. Si le reste `nr` de la division euclidienne `xmax/nproc` est non nul, ce dernier est équitablement réparti entre les processeurs. Cela peut impliquer que davantage de tâches sont attribuées à certains processeurs.
- (b) Exécution des tâches : chaque processeur exécute un certain nombre de fois le calcul pour une ou plusieurs valeurs de  $\mathbf{x}$ , puis stocke le ou les résultats obtenus dans un tableau `fx_in(1:xmax)` qui lui est propre (celui-ci est inclus dans le sous-programme `sigma_mpi`).
- (c) Synchronisation et écriture : l'appel de la fonction `mpi_barrier()` permet d'attendre que tous les processeurs aient bien effectué les tâches qui leur étaient attribuées : les tableaux `fx_in` restent incomplets (les valeurs non-calculées étant initialisées à zéro) puisque chaque processeur ne sait pas ce que les autres ont fait. Il s'agit alors de récupérer les données, en sachant que plusieurs processeurs ne peuvent accéder simultanément à un fichier pour écrire dedans. Cela passe par une étape de communication, où les données de `nproc-1` processeurs sont transmises au processeur maître (arbitrairement le `rank 0`) par l'appel de la fonction `mpi_reduce()`. Lui seul dispose alors de toute l'information sur le calcul, qui est contenu dans le tableau `fx_ox`. Enfin, le processeur maître écrit la valeur de  $\sigma$  dans un fichier, et une boucle englobant ce calcul parallèle permet de recommencer le processus (a) pour une autre énergie d'antiproton.

Pour des questions d'optimisation, l'ensemble des fonctions spéciales (fonctions de Bessel sphériques, fonctions de Green coulombiennes...) évaluées en un certain nombre de points sont appelées en amont de ce calcul parallèle dans le programme. Ces valeurs sont stockées dans des tableaux dynamiques qu'il est facile d'allouer ou de désallouer au moment opportun pour libérer de la mé-

moire vive. Les amplitudes de transitions individuelles, associées aux états habillés de l'électron et aux états atomiques en présence du laser, peuvent être branchées ou débranchées indépendamment les unes des autres. Enfin si  $\mathcal{E}_0 = 0$ ,  $p = 0$  et les tableaux impliquant les grandeurs issues du champ électrique ne sont pas alloués.

#### 4.1.2 Architecture de la plateforme d'exécution HPC <sup>4</sup>

En ce qui concerne les partitions du mésocentre de l'Unistra, celles-ci sont composées de noeuds de calcul comprenant plusieurs coeurs chacun : il faut alors indiquer le nombre de noeuds que l'on souhaite allouer pour le calcul, ainsi que le nombre de coeurs par noeud. Considérant une architecture comprenant 16 coeurs par noeuds, l'allocation de 4 noeuds est optimale pour un calcul de  $\sigma$  impliquant la contribution adiabatique ( $p = 0$ ) et l'une des contributions d'échange à un photon ( $p = \pm 1$ ). En effet, cela requiert le calcul de  $2 \times 32 = 64$  éléments alors que 64 coeurs sont justement disponibles, ce qui implique que chaque coeur exécute une seule tâche.

#### 4.1.3 Paramètres numériques

En plus du nombre de points utilisés pour l'intégration sur les angles, les autres paramètres intervenant pour le calcul de  $\sigma$  sont :

- le nombre de points considérés pour les autres méthodes de quadrature de Gauss(-Legendre, -Laguerre). Ces derniers qui sont compris sur la gamme 74 – 96 dépendent de la famille de polynômes orthogonaux considérés. Par la suite, les amplitudes de transition sont calculées en considérant 96 points pour la méthode de Gauss-Laguerre. Précisons également que dans des conditions d'excitation laser quasi-résonante, le nombre de points utilisés pour évaluer les corrections atomiques du premier ordre (voir compl. B) reste relativement élevé ( $> 40$ ) compte tenu du comportement oscillant des fonctions de Green coulombiennes en  $r \rightarrow \infty$  [96].
- les bornes supérieures d'au moins deux moments angulaires lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$  et trois lorsque  $\mathcal{E}_0 \neq 0$  (voir compl. D). Concrètement, le nombre d'ondes partielles pris en compte pour le calcul varie entre 16 et 24 suivant l'énergie d'impact de l'antiproton et les états atomiques considérés (se référer à la table 4.1).

## 4.2 Sections efficaces en champ nul

### 4.2.1 Sections efficaces pour la production de $\bar{\text{H}}$

Dans la mesure où les états quantiques de  $\bar{\text{H}}$  ne peuvent être résolus expérimentalement, nous raisonnons directement sur des sections efficaces dites inclusives. Ces sections efficaces sont, pour une énergie d'antiproton et un état du positronium donné, obtenues en considérant l'ensemble des canaux de sortie. Ainsi pour la première réaction, l'équation bilan associée aux différents états quantiques du positronium s'écrit

$$\text{Ps}(n_p, l_p) + \bar{p} \rightarrow \sum_{n_h=1}^{\sup n_h} \sum_{l_h=0}^{n_h-1} \bar{\text{H}}(n_h, l_h) + e^-, \quad (4.2)$$

où  $\sup n_h$  est un paramètre que nous choisissons. Les premières mesures expérimentales pour  $\text{Ps}(1s)$  ont notamment permis d'accéder à des sections efficaces du type (4.2). Ces mesures représentées

4. High-Performance Computing.

sur la figure 4.2a ont été obtenues par Merrison *et al.* (1997) aux énergies d’antiproton respectives de 11.3 keV, 13.3 keV, et 15.8 keV [84].

Du point de vue numérique, l’erreur globale commise sur de tels résultats provient non seulement du nombre d’ondes partielles considéré pour le calcul, mais aussi du nombre d’états quantiques pris pour  $\bar{H}$ . C’est pourquoi nous proposons une étude de la convergence des sections efficaces inclusives obtenues lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$ . Cela pourrait nous fournir par la suite un ordre de grandeur sur l’erreur commise dans le cas où  $\mathcal{E}_0 \neq 0$ , le but recherché à travers ce travail étant de ne pas excéder 15% pour les états du positronium les plus sensibles au champ externe (à savoir  $\text{Ps}(n_p = 3)$ ). En ce qui concerne la première réaction, les deux facteurs d’erreurs que nous venons de mentionner s’illustrent respectivement à travers la table 4.1 (nombre d’ondes partielles variable) et la figure 4.2b (nombre d’états quantiques variable).

<b>Ps(1s)</b>	16	24		
6 keV	35.846227	35.835848		
12 keV	16.685241	16.689054		
24 keV	3.405892	3.408796		
<b>Ps(2p)</b>	16	18	24	
6 keV	102.986044 (1.56%)	104.061860 (0.54%)	104.623711	
12 keV	8.520600 (3.43%)	8.681298 (1.61%)	8.823069	
24 keV	0.413205 (5.20%)	0.422131 (3.16%)	0.435892	
<b>Ps(3s)</b>	16	18	24	
1 keV	10084.694369 (0.65%)	10132.907326 (0.17%)	10150.579572	
6 keV	31.420427 (3.41%)	32.018294 (1.58%)	32.530896	
12 keV	2.027811 (0.92%)	2.034698 (0.59%)	2.046700	
<b>Ps(3d)</b>	16	18	20	24
1 keV	7806.195806 (0.21%)	7814.090859 (0.11%)	7819.834556 (0.04%)	7822.913965
6 keV	31.096011 (15.7%)	33.662122 (8.70%)	35.305107 (4.24%)	36.869709
12 keV	0.997226 (11.1%)	1.046699 (6.69%)	1.081401 (3.60%)	1.121788

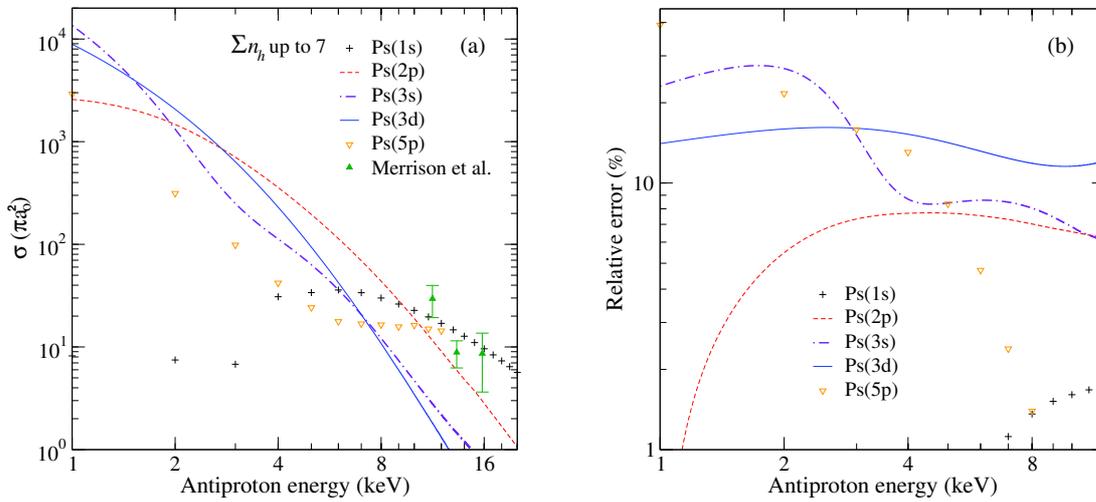
**Table 4.1** – Sections efficaces inclusives (4.2) à champ nul (en unité de  $\pi a_0^2$ ) en fonction de l’énergie d’antiproton (lignes) et du nombre d’ondes partielles (colonnes). Celles-ci incluent les 21 premiers états de  $\bar{H}$  (de 1s à 6h), et sont obtenus en considérant 71 points de quadrature de Gauss-Laguerre ; les écarts relatifs vis-à-vis des résultats obtenus pour  $\sup l = \sup l_f = 24$  sont indiqués entre parenthèses.

Comparativement à une préparation du positronium dans l’état fondamental, les sections efficaces inclusives obtenues pour  $\sup n_h = 7$  (voir fig. 4.2a) aux environs de 1 keV prédisent une meilleure production de  $\bar{H}$  pour  $\text{Ps}(n_p = 3)$ . Cela implique, au vu des protocoles expérimentaux utilisés dans GBAR pour la préparation des états excités, de privilégier  $\text{Ps}(3d)$  à basse énergie d’antiproton. Toutefois, nos résultats laissent à penser que cela n’est plus vrai aux environs de 6 keV et plus, gamme d’énergie pour laquelle  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s)) < \sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3d))$ . À 6 keV, la section efficace inclusive  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s))$  est par ailleurs proche de son maximum, et vaut précisément  $35.8812 \pi a_0^2$ .

Globalement, le comportement décroissant des sections efficaces obtenues (à l’exception du cas  $\text{Ps}(1s)$ ) s’explique par le fait que la capture du positon par l’antiproton est d’autant moins probable que la vitesse de l’antiproton est grande. Si le positronium est initialement produit dans un état fortement excité, comme par exemple  $\text{Ps}(5p)$  dont l’énergie de liaison vaut  $-0.272$  eV, nous constatons que la section efficace qui en découle devient rapidement inférieure à celles obtenues dans les autres cas ( $n_p \leq 3$ ). Ce comportement peut être interprété en remarquant que la formation de  $\bar{H}$  par la collision inélastique  $e^+ + \bar{p} \rightarrow \bar{H}$  est quasiment impossible si un troisième corps

susceptible d'emporter l'impulsion nécessaire (l'électron dans le cas du positronium) n'est mis en jeu. En d'autres termes, la capture est d'autant moins probable si la fraction d'énergie emportée par l'électron (moins lié pour un niveau de départ est élevée) n'est plus suffisante pour permettre au positon de rester en orbite autour de l'antiproton [98].

Le comportement croissant de la section efficace inclusive obtenue pour  $\text{Ps}(1s)$  s'explique par le fait que la formation de tous les états excités de  $\bar{\text{H}}$  n'est pas accessible à basse énergie d'antiproton  $\sim 1$  keV. En effet, seul  $\bar{\text{H}}(1s)$  peut être produit au vu de la loi de conservation de l'énergie, et cela tant que l'énergie de l'antiproton reste inférieure à 3.12 keV. Immédiatement après ce seuil, les états  $\bar{\text{H}}(n_h = 2)$  peuvent être produits, ce qui se traduit par un premier saut dans la section efficace inclusive. De la même manière les autres sauts, qui prennent place aux environs de 5 keV pour  $n_h = 3$ , et 6 keV pour  $n_h \geq 4$ , traduisent l'ouverture progressive des différents canaux de sortie. En revanche, cela n'intervient quasiment pas dans les sections efficaces inclusives relatives aux états excités du positronium, dans la mesure où tous les canaux vérifiant  $\epsilon_{n_h} \leq -0.278$  eV (soit  $\text{sup } n_h = 7$ ) sont ouverts au-delà de 1.31 keV pour  $\text{Ps}(2p)$ , et 0.44 keV pour  $\text{Ps}(n_p = 3)$ .

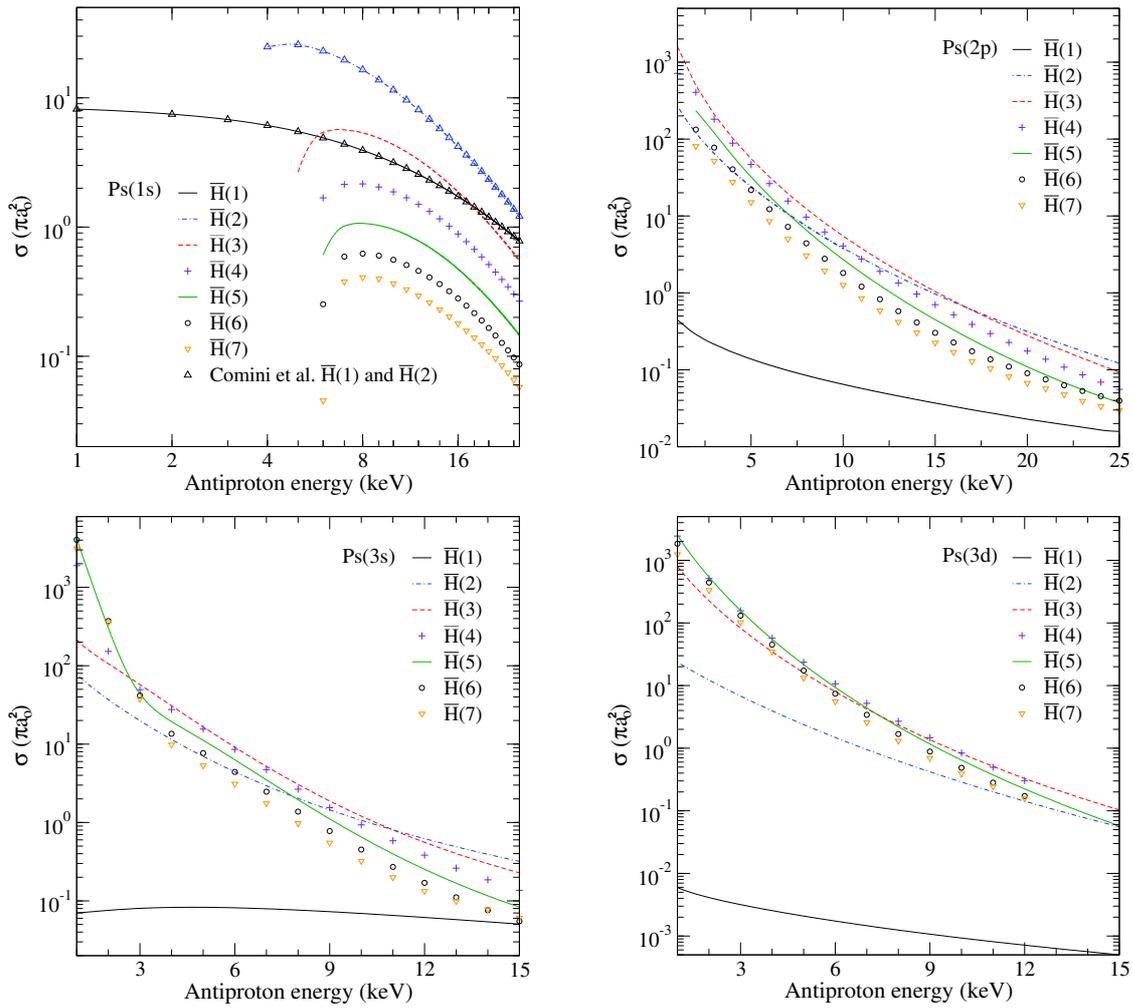


**Figure 4.2** – (a) Sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p, l_p))$  en fonction de l'énergie d'antiproton, obtenues en considérant les 28 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  (de  $1s$  à  $7i$ ) et 24 ondes partielles; (triangle haut toutes couleurs confondues) mesures expérimentales issues de [84]. (b) Erreurs relatives entre les sections efficaces obtenues en (a) et les sections efficaces inclusives incluant les 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$ .

Comme nous ne considérerons pas les canaux de sortie dont l'énergie est supérieure à  $-0.278$  eV, nous continuons la discussion en regardant l'erreur relative

$$\epsilon_r = \left| \frac{\sum_{n_h=1}^6 \sum_{l_h=0}^{n_h-1} \sigma_{n_h l_h}}{\sum_{n_h=1}^7 \sum_{l_h=0}^{n_h-1} \sigma_{n_h l_h}} - 1 \right|, \quad (4.3)$$

afin d'estimer la contribution des 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  vis-à-vis des 28 que nous avons considérés pour le calcul de (4.2). Dans la région où  $E_{\bar{p}} \leq 12$  keV, l'erreur relative (4.3) est respectivement d'au plus égale à 2% pour  $\text{Ps}(1s)$  (inférieure à 1% en-dessous de 6 keV), 8% pour  $\text{Ps}(2p)$ , 28% pour  $\text{Ps}(3s)$  (l'extremum atteint un peu avant 2 keV, décroît rapidement puis se stabilise autour de 9% à partir de 4 keV) et enfin 16% pour  $\text{Ps}(3d)$  (variation d'au plus 4% sur la gamme d'énergie d'impact). Notons qu'à basse énergie d'antiproton où l'approximation CBA est faible, l'erreur relative  $\epsilon_r$  prend des valeurs d'autant plus importantes que la couche électronique  $n_p$  est élevée.



**Figure 4.3** – Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{H}(n_h))$  obtenues dans la forme *prior*, en fonction de l'énergie d'antiproton ; (triangle haut toutes couleurs confondues) sections efficaces partielles dans la forme *post* issues de [38].

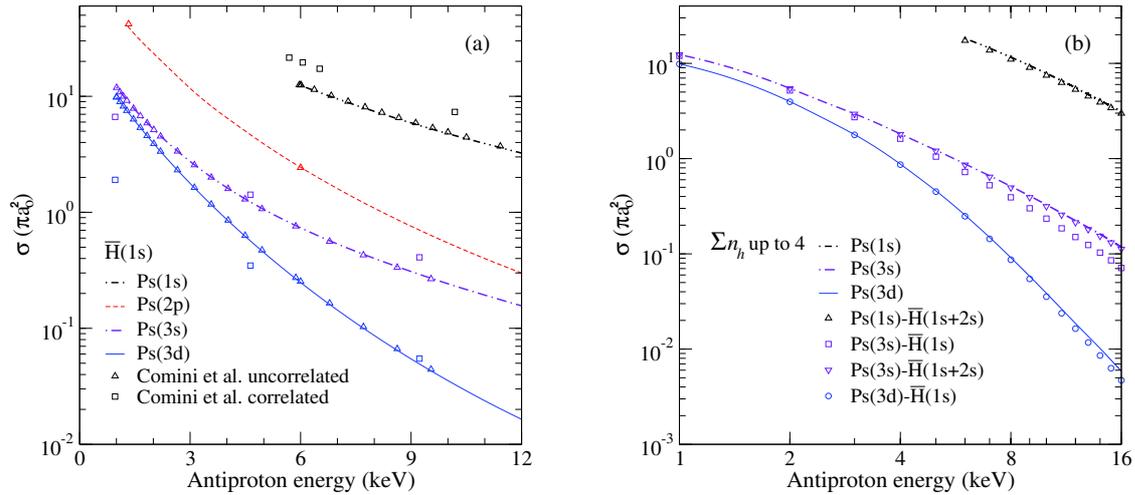
De plus, la faible contribution des canaux  $\bar{H}(n_h > 5)$  à la section efficace inclusive dans le cas Ps(1s) (moins de 5%) nous fait remarquer que nous pourrions d'or et déjà nous limiter aux 15 premiers états de  $\bar{H}$  pour le calcul de (4.2), qui converge plus rapidement que pour les cas Ps( $n_p = 3$ ). En effet, la contribution des canaux  $\bar{H}(n_h = 6) + \bar{H}(n_h = 7)$  à la section efficace inclusive de Ps(3s) est de l'ordre de 55% à 2 keV, puis comprise entre 14–21% au-delà de 6 keV. Pour Ps(3d), celle-ci est de 37% à 2 keV, puis comprise entre 24–30% au-delà de 6 keV. Cela implique lorsque nous traiterons le cas  $\mathcal{E}_0 \neq 0$  de considérer aux moins les canaux  $\bar{H}(n_h = 6)$ , qui sont légèrement dominants devant les canaux  $\bar{H}(n_h = 7)$ . Ces observations étant directement déduites du comportement des sections efficaces partielles représentées figure 4.3, nous précisons également que :

- la formation de  $\bar{H}(n_h = 2)$  est fortement probable dans le cas Ps(1s). Ces canaux représentent respectivement 80% de la section efficace inclusive à 4 keV, 64% à 6 keV, et 48% à 12 keV.
- la formation de  $\bar{H}(4 \leq n_h \leq 6)$  est fortement probable dans les cas Ps( $n_p = 3$ ). Pour Ps(3s), ces canaux représentent 75% de la section efficace inclusive à 1 keV, et 37% à 12 keV. Pour Ps(3d), leurs contributions est de 77% à 1 keV, et 52% à 12 keV.

Enfin, la comparaison des sections efficaces partielles Ps(1s)– $\bar{H}(1s)$  et Ps(1s)– $\bar{H}(2s + 2p)$  faite sur la figure 4.3 montre que la contradiction *post-prior* n'intervient pas ici.

### 4.2.2 Sections efficaces pour la production de $\bar{H}^+$

D'une part, nous commençons par regarder les sections efficaces partielles  $\bar{H}(1s)$  qui sont représentées sur la figure 4.4a. Cette étape nous a permis, par comparaison avec les sections efficaces obtenues par Comini *et al.*, de valider notre code dans le cas où  $\mathcal{E}_0 \neq 0$ . Toutefois, les méthodes de calcul utilisées dans ces deux travaux de thèse se distinguent aussi bien sur le plan analytique que numérique. En ce qui nous concerne, nous effectuons un calcul des sections efficaces dans le sens direct de la réaction. Comparativement, les sections efficaces issues de [38] sont initialement obtenues en sens inverse, puis le principe du bilan détaillé est utilisé. À un niveau de description plus élevé, nous représentons également les sections efficaces obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar corrélée (tenant compte des corrélations angulaires entre les deux positons de  $\bar{H}^+$ ), qui sont issues de [38]. Celles-ci montrent que les sections efficaces  $\text{Ps}(n_p = 3)$  obtenues en considérant la forme non-corrélée de la fonction d'onde de l'ion sont surévaluées aux environs de 1 keV. En ce qui concerne  $\text{Ps}(3s)$ , nous constatons que ces sections efficaces diffèrent d'un facteur deux (de l'ordre de  $6.64 \pi a_0^2$  à 0.97 keV pour la forme corrélée, contre  $12.04 \pi a_0^2$  à 1 keV pour la forme non-corrélée). Pour  $\text{Ps}(3d)$ , les écarts atteignent un facteur cinq (de l'ordre de  $1.90 \pi a_0^2$  à 0.97 keV pour la forme corrélée, contre  $9.84 \pi a_0^2$  à 1 keV pour la forme non-corrélée). En revanche, les écarts sont moins marquants aux énergies d'antiproton comprises entre 4 keV et 10 keV (moins d'un facteur deux), et il en va de même pour  $\text{Ps}(1s)$ .



**Figure 4.4** – (a) (lignes) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{H}(1s))$  obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar non-corrélée et 16 ondes partielles, en fonction de l'énergie d'antiproton. Sections efficaces partielles issues de [38] obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar : (triangle) non-corrélée ; (carré) corrélée. (b) Comparaison entre les sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p))$  et les sections efficaces partielles incluant les canaux  $\bar{H}(1s)$  et  $\bar{H}(1s + 2s)$ .

D'autre part, le comportement des sections efficaces partielles pour les autres états de  $\bar{H}$  (voir figure 4.5) montre que les sections efficaces sont plus importantes pour le canal  $\bar{H}(1s)$  que pour les canaux  $\bar{H}(n_h = 2)$ ,  $\bar{H}(n_h = 3)$  et  $\bar{H}(n_h = 4)$ . Il en résulte, au vu de la hiérarchie des sections efficaces partielles associées à chaque état du positronium

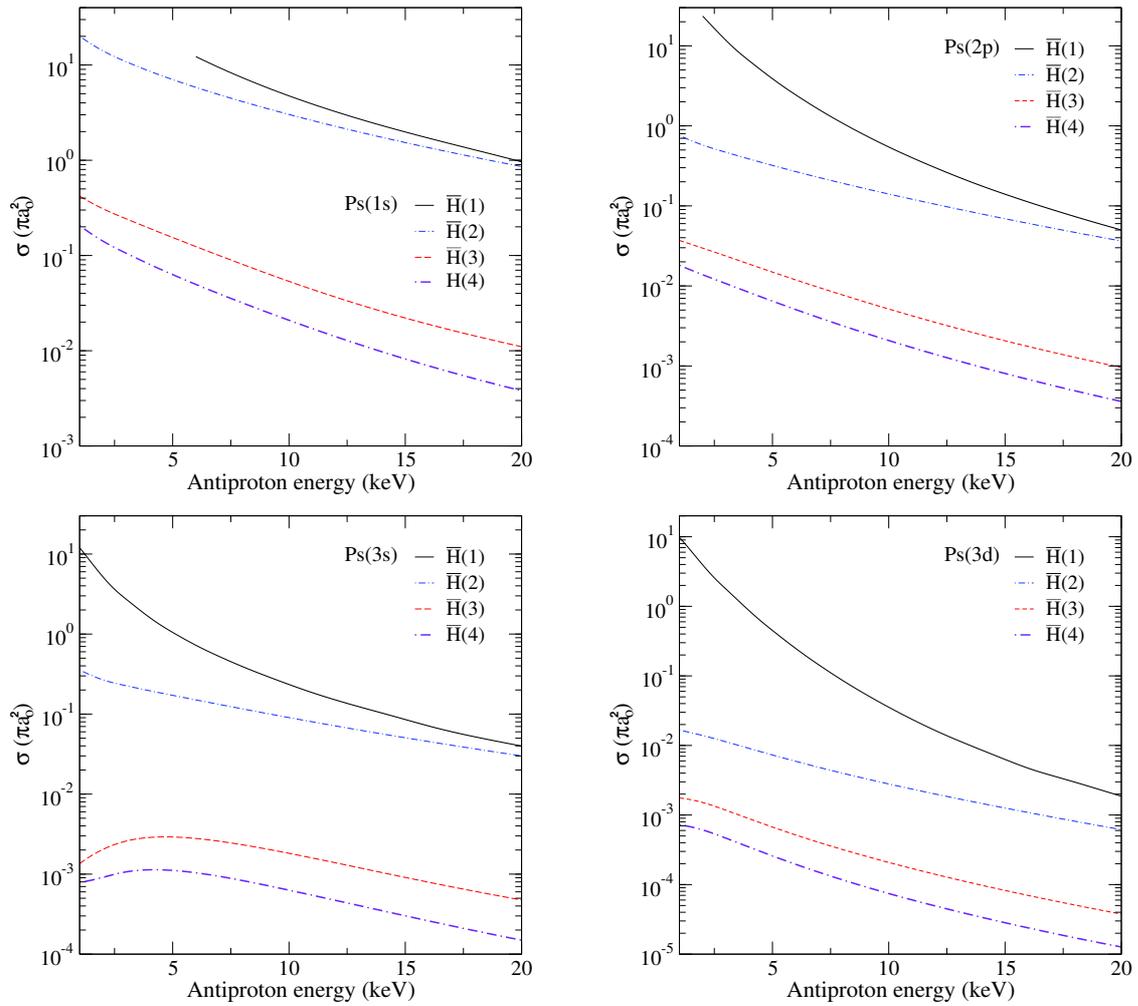
$$\sigma(\bar{H}(1)) > \sigma(\bar{H}(2)) > \sigma(\bar{H}(3)) > \sigma(\bar{H}(4)), \quad (4.4)$$

que les sections efficaces inclusives de la deuxième réaction convergent plus rapidement que celles de la première. Ce point est illustré sur la figure 4.4b, où les sections efficaces inclusives sont obtenues

en considérant  $\sup n_h = 4$ . En comparant ces résultats avec les sections partielles  $\bar{H}(1s)$  et  $\bar{H}(1s + 2s)$ , nous en déduisons que :

- la contribution du canal  $\bar{H}(2s)$  à la section efficace inclusive pour  $\text{Ps}(1s)$  est de 85% à 2 keV, et celle des canaux  $\bar{H}(1s + 2s)$  est d'au moins 84% pour une énergie d'antiproton comprise entre 6 keV et 20 keV.
- la contribution des canaux  $\bar{H}(1s + 2s)$  à la section efficace inclusive pour  $\text{Ps}(3s)$  est de 99.8% à 2 keV, et d'au moins 96% en dessous de 20 keV. À lui seul, le canal  $\bar{H}(1s)$  contribue à 95% à 2 keV, à 67% à 12 keV, et à au moins 57% en dessous de 20 keV.
- la contribution du canal  $\bar{H}(1s)$  à la section efficace inclusive pour  $\text{Ps}(3d)$  est de 99.6% à 2 keV, 88.2% à 12 keV, et d'au moins 74% en dessous 20 keV.

Ces estimations montrent que pour les cas  $\text{Ps}(1s)$  et  $\text{Ps}(3d)$ , la section efficace inclusive est entièrement dominée par le canal  $\bar{H}(1s)$  sur la gamme en énergie de l'antiproton utilisée dans GBAR. Dans le cas  $\text{Ps}(3s)$ , le canal  $\bar{H}(1s)$  reste dominant au voisinage de 2 keV, et une bonne approximation de la section efficace inclusive est obtenue en considérant les canaux  $\bar{H}(1s + 2s)$  à plus haute énergie d'antiproton. En conséquence, nous considérerons uniquement ces canaux de sortie pour la représentation des sections efficaces inclusives dans le cas où  $\mathcal{E}_0 \neq 0$ .



**Figure 4.5** – Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{H}(n_h))$  obtenues dans la forme *post*, en fonction de l'énergie d'antiproton.

Notons que les sections efficaces partielles résultantes de la considération de  $\bar{\text{H}}(1s)$  et  $\bar{\text{H}}(1s + 2s)$  sont également intéressantes pour la première réaction. En effet, il est fortement probable lors d'une expérience de collision que les états stable et métastable de  $\bar{\text{H}}$  interviennent simultanément dans les deux réactions. Cela peut être également vrai pour les autres états de  $\bar{\text{H}}$  mais, dans la mesure où ces derniers se désexcitent beaucoup plus vite, le temps de passage (2.64) des antiprotons dans la cellule de positronium ne doit alors pas excéder  $\sim 10$  ns.

Enfin, nous proposons de donner les valeurs des sections efficaces aux énergies d'antiproton voisines du seuil de réaction. Dans le référentiel du laboratoire, l'énergie d'antiproton minimale requise pour réaliser la capture est donnée par

$$E_{\bar{p}} = (\epsilon_0 - \epsilon_{n_p} - \epsilon_{n_h})E_{\text{H}}m_{\bar{p}}/m_{ps}, \quad (4.5)$$

où  $\epsilon_0$  est l'énergie de liaison de  $\text{H}^+(1s^2)$ . Dans la table 4.2, les sections efficaces partielles  $\bar{\text{H}}(1s)$  obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar UC ( $\epsilon_0 = -0.5133$  u.a.) pour un écart aux énergies de seuil de 0.01 eV, de 0.1 eV et de 0.5 eV dans le référentiel de centre de masse du positronium sont respectivement indiquées. Précisons néanmoins que les seuils énergétiques qui en découlent sont supérieurs à ceux obtenus en considérant la valeur exacte  $\epsilon_0 = -0.5277$  u.a. de l'énergie de liaison de  $\text{H}^+(1s^2)$ . Ceci conduisant respectivement à  $E_{\bar{p}} = 5.5535$  keV pour  $n_p = 1$  (contre 5.9133 keV dans le cas présent),  $E_{\bar{p}} = 8.6938 \times 10^{-1}$  keV pour  $n_p = 2$  (contre 1.2291 keV), et  $E_{\bar{p}} = 1.9431 \times 10^{-3}$  keV pour  $n_p = 3$  (contre 0.3617 keV) dans le référentiel du laboratoire.

$E_{ps}$ (eV)		+0.01 eV	+0.1 eV	+0.5 eV
6.44093	Ps(1s)	12.531382	12.244982	11.071174
1.33880	Ps(2s)	42.358891	38.338003	25.674158
	Ps(2p)	46.264981	42.563849	30.374865
0.39396	Ps(3s)	23.984506	21.816145	14.416635
	Ps(3d)	18.075412	16.851208	11.752469

**Table 4.2** – Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{\text{H}}(1s))$  (en unité de  $\pi a_0^2$ ) aux énergies d'antiprotons voisines du seuil de réaction, obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar UC ;  $E_{ps}$  désigne l'énergie de seuil dans le référentiel de centre de masse du positronium.

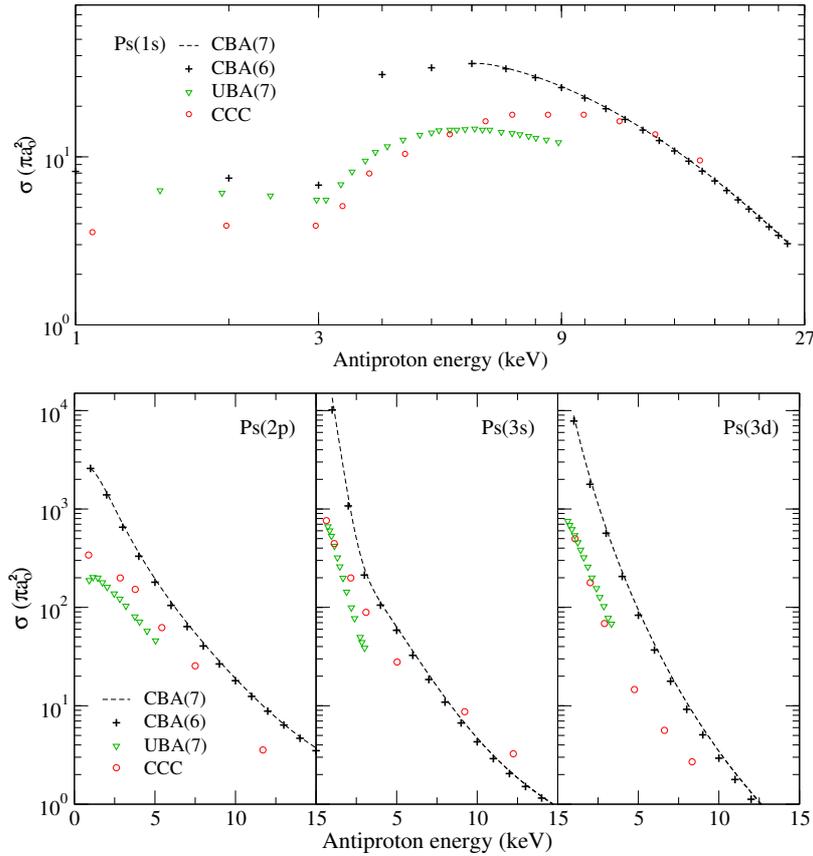
### 4.2.3 Comparaisons avec les modèles antérieurs

De manière similaire au travail effectué au chapitre sept de la thèse de P. Comini (2014), nous comparons les sections efficaces obtenues pour les deux réactions avec d'autres modèles.

#### Première réaction

Dans la mesure où nous considérons uniquement les énergies d'antiproton utilisées dans l'expérience pour effectuer les comparaisons, nous ne présenterons pas les sections efficaces respectivement obtenues par les équations de Faddeev [34] et les équations de Faddeev modifiées [33]. Toutefois, nous précisons que la comparaison entre les sections efficaces  $\text{Ps}(n_p = 2) - \bar{\text{H}}(n_h \leq 2)$  issues de [33] et celles obtenues dans l'approximation CBA est faite dans [38].

La nouveauté étant, pour la première réaction, une comparaison avec les sections efficaces inclusives issues des études menées par Kadyrov *et al.* (2015) [35]. Ces sections efficaces qui sont représentées sur la figure 4.6, ont été obtenues par la méthode des canaux couplés convergents (voir [110] pour plus de détails). Globalement, nous constatons que les sections efficaces CBA



**Figure 4.6** – Comparaison entre le formalisme CBA (ligne discontinue et croix) et les autres formalismes traitant des sections efficaces inclusives de la première réaction. La notation (6) ou (7) précise la valeur prise par  $\sup n_h$  dans la relation (4.2); (triangle bas) calculs dans l’approximation UBA (Unitarized Born Approximation) faits par Mitroy et Ryzhikh [111, 112]; (cercle) calculs par la méthode des canaux couplés (labellisé CCC) faits par Kadyrov *et al.* [35].

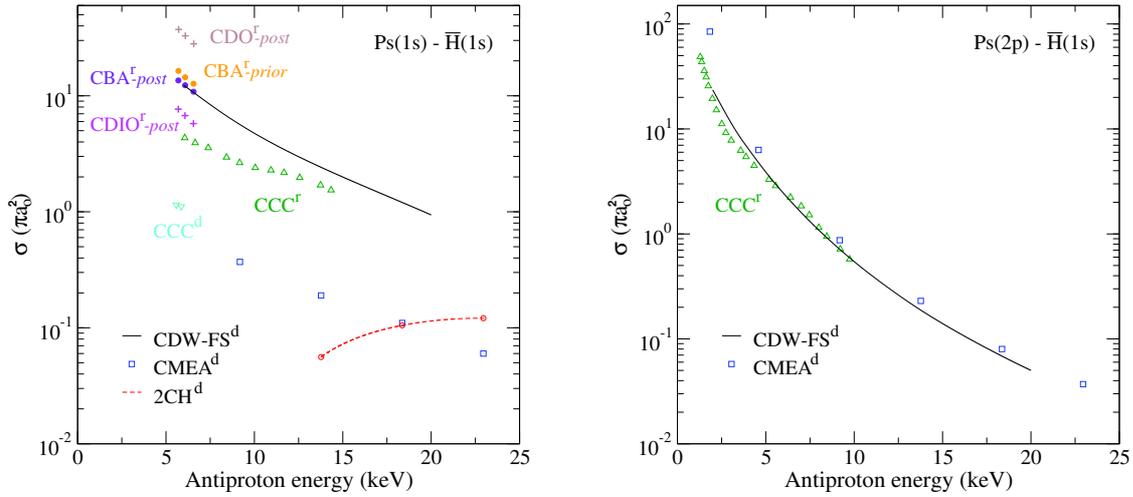
restent supérieures aux sections efficaces CCC à des énergies d’antiprotons n’excédant pas 10 keV. A basse énergie d’antiproton  $\sim 1$  keV, les écarts observés entre ces modèles pour les états excités du positronium sont approximativement d’un ordre de grandeur ( $\sim 10 \pi a_0^2$ ). De plus, seuls les cas Ps(1s) et Ps(3s) semblent s’accorder aux énergies d’antiprotons de 10 keV et plus.

En contrepartie, les sections efficaces obtenues dans l’approximation UBA<sup>5</sup> par Mitroy et Ryzhikh [111, 112] sont également représentées. Cette approximation, qui consiste en une modification de la série de Born [113], permet d’étendre la gamme en énergie sur laquelle le développement du premier ordre (2.14) reste valide. En conséquence, l’approximation UBA conduit à des sections efficaces qui sont plus proches des sections efficaces CCC. Ceci dans la mesure où à basse énergie d’antiproton, l’approximation UBA décrit de manière plus appropriée la collision que l’approximation CBA.

### Deuxième réaction

En ce qui concerne la deuxième réaction, les données disponibles concernent uniquement  $\bar{H}(1s)$  : nous proposons d’effectuer les comparaisons dans les cas Ps(1s) et Ps(2p), qui sont représentés sur la figure 4.7.

5. Unitarized Born Approximation



**Figure 4.7** – Comparaison entre le formalisme  $\text{CDW-FS}^{\text{d-post}}$  (ligne continue) et les autres formalismes traitant des sections efficaces partielles  $\bar{H}(1s)$ . Les résultats proviennent d’un calcul dans le sens direct de la réaction (labellisé par la lettre d), ou dans le sens inverse (labellisé par la lettre r) en utilisant le principe du bilan détaillé [38]; (carré) le calcul dans l’approximation  $\text{CMEA}^{\text{d-prior}}$  (Coulomb Modified Eikonal Approximation) est issu de Roy et Sinha [102]; (ligne discontinue) le calcul dans l’approximation des deux canaux couplés labellisé  $2\text{CH}^{\text{d}}$  aux énergies d’antiproton comprises entre 14–23 keV est issu de Biswas [114]; (triangle bas) un premier calcul par la méthode des canaux couplés (labellisé  $\text{CCC}^{\text{d}}$ ) a été fait par Blackwood *et al.* [115], aux énergies d’antiprotons voisines du seuil de réaction pour  $\text{Ps}(1s)$ ; (triangle haut) un second calcul du même type obtenu par la méthode des pseudo-états (labellisé  $\text{CCC}^{\text{r}}$ ) a été fait par McAliden *et al.* [116]; (cercle) les calculs  $\text{CBA}^{\text{r}}$  dans les formes *prior* et *post* ont été faits par Straton et Drachman [117]; (croix) les mêmes auteurs ont également obtenus des résultats labellisés  $\text{CDO}^{\text{r}}$  et  $\text{CDIO}^{\text{r}}$  en utilisant la représentation de Fock-Tani [118].

Parmi les nombreux formalismes traitant du cas  $\text{Ps}(1s) - \bar{H}(1s)$ , nous distinguons d’une part le formalisme CBA qui a été établi par Straton et Drachman [117]. Celui-ci témoigne, aux environs de 6 keV, de l’équivalence entre les formalismes  $\text{CDW-FS}^{\text{d-post}}$  et  $\text{CBA}^{\text{d-post}}$ . Il laisse également à penser que les écarts obtenus en considérant les formes *post* et *prior* du potentiel d’interaction ne devraient pas excéder 10% [38].

Un autre formalisme intéressant est le formalisme  $\text{CMEA}^6$ , qui est proposé par Roy et Sinha [102]. Il présente l’avantage de traiter de la collision en considérant également la fonction d’onde de Chandrasekhar UC, et reste par conséquent relativement proche de celui de notre étude. Comparativement à la formulation  $\text{CDW-FS}$ , la formulation  $\text{CMEA}$  implique un terme de phase additionnel (terme eikonal) dans la fonction d’onde coulombienne de la voie finale. Ce terme de phase est introduit afin d’obtenir une description plus précise de l’interaction coulombienne ( $\bar{H}^+, e^-$ ) à longue portée. Les auteurs précisent également que cet aspect n’est pas pris en compte dans la méthode des deux canaux couplés, qui est proposée par Biswas [114]. Globalement, les écarts observés entre les sections efficaces  $\text{CMEA}$  et  $\text{CDW-FS}$  peuvent être interprétés en remarquant que ces deux formalismes sont mal adaptés pour une description de la collision à basse énergie. Comme nous pouvons le constater pour  $\text{Ps}(2p)$ , ces derniers sont également sensibles à la contradiction *post-prior*, qui est encore plus marquante aux énergies d’antiproton voisine du seuil de réaction. Il en résulte que les sections efficaces partielles  $\text{Ps}(2p) - \bar{H}(1s)$  obtenues dans l’approximation  $\text{CMEA}$  et  $\text{CDW-FS}$  s’accordent aux environs de 5 keV et plus. Cependant pour  $\text{Ps}(1s)$ , les écarts entre ces deux ap-

6. Coulomb Modified Eikonal Approximation.

proximations sont d'au moins un ordre de grandeur, pour des énergies comprises entre 9 keV et 20 keV. Cela vient probablement du fait que le potentiel d'interaction  $V_\beta$  adopté au chapitre 3 est sensiblement différent de celui utilisé dans [102]. En effet, l'utilisation de la fonction de Chandrasekhar UC permet une certaine décomposition de l'amplitude de diffusion, dont l'origine provient de l'indiscernabilité des deux positons de l'ion (voir [38] pour plus de détails). Il en résulte que les termes décrivant l'interaction ( $\bar{H}^+, e^-$ ) ne contribuent pas de la même manière dans le calcul de l'amplitude de diffusion, suivant que l'on considère la forme *post* ou *prior* du potentiel d'interaction. De plus, nous avons pu constater numériquement que ces termes influencent fortement le calcul des sections efficaces lorsque les états excités du positronium sont considérés. En revanche, leur contribution est beaucoup plus faible pour Ps(1s), ce qui expliquerait dans ce cas précis que les sections efficaces CDW-FS sont plus importantes que les sections efficaces CMEA. Cette argumentation suggère néanmoins de recalculer les sections efficaces CDW-FS en adoptant la forme *prior*, afin d'observer si les différences de comportement entre les sections efficaces CMEA et CDW-FS persistent.

Enfin, les valeurs obtenues par la méthode des canaux couplés ne s'accordent pas entre elles. Les sections efficaces calculées par McAlinden *et al.* [116] diffèrent de moins d'un ordre de grandeur des nôtres pour Ps(1s), et reproduisent assez fidèlement le comportement des sections efficaces CDW-FS pour Ps(2p). Cela montre que le formalisme CDW-FS fournit tout de même un niveau de description approprié à basse énergie d'antiproton. Toutefois, les sections efficaces calculées par Blackwood *et al.* [115] aux énergies d'antiprotons voisines du seuil de réaction pour Ps(1s), viennent contredire cela. Ces résultats labéllisés CCC<sup>d</sup> sur la figure 4.7 semblent être davantage en accord avec le formalisme CMEA.

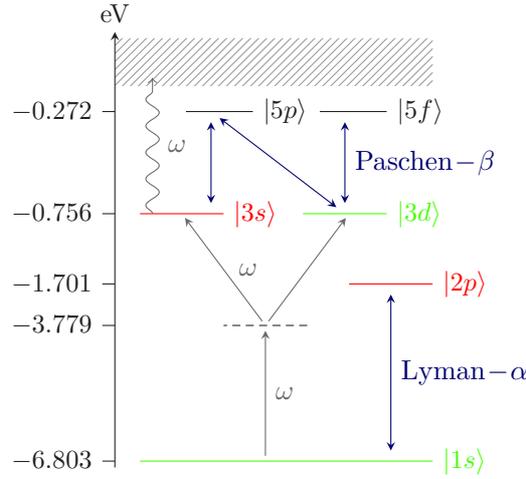
### 4.3 Sections efficaces en présence du champ

#### 4.3.1 États du positronium produits dans GBAR

Dans cette section nous regardons, à l'exception de l'orthopositronium qui est obtenu naturellement, les états ( $n_p, l_p$ ) du positronium pouvant être initialement produits dans l'expérience : leurs productions requièrent bien évidemment l'utilisation d'une ou plusieurs sources laser primaires, qui interviennent en plus de la source laser que nous considérons afin de les exciter (voir figure 4.8). Considérer des états excités du positronium est même obligatoire pour produire des ions  $\bar{H}^+$  à des énergies d'antiproton inférieures à 6 keV. En effet, les sections efficaces partielles obtenues pour Ps(1s) (voir figures 4.3 et 4.5) montrent que seul  $\bar{H}(1s)$  peut être produit à l'issue de la première réaction, et que paradoxalement, la réaction  $\text{Ps}(1s) + \bar{H}(1s)$  ne peut avoir lieu à de telles énergies.

- La production de Ps(2p) par le processus de transition à un photon en partant de l'état fondamental nécessite l'utilisation d'une source laser primaire UV-C<sup>7</sup> d'une longueur d'onde de 243 nm. Celle-ci est pour le moment improbable, puisque la période de répétition du laser pouvant être construit au CERN de 13 ns (ce qui équivaut à un taux de répétition de 76.9 MHz) reste pour le moment supérieure au temps de vie de cet état, égal à  $\tau_{2p} = 3.2$  ns : l'atome retombe ainsi dans son état fondamental avant d'interagir avec une autre impulsion laser, et cela tant qu'une cadence de tir trois fois plus élevée ne peut être obtenue. Comme nous le verrons plus tard, l'effet Doppler du premier ordre est également un obstacle majeur à la production de cet état. En conséquence, nous présenterons uniquement les sections efficaces pour Ps(2p) lorsque la collision est non-assistée.

7. Lasers dont la longueur d'onde du rayonnement ultraviolet émis est comprise entre 280 nm et 100 nm.



**Figure 4.8** – Diagramme énergétique du positronium incluant les états initialement produits dans Gbar (vert), les états ne pouvant être produits au sein de l’expérience (rouge), ainsi que l’excitation des états du positronium par la deuxième source laser (bleu).

- La production de Ps(3d) dont le temps de vie vaut  $\tau_{3d} = 31$  ns est obtenue par le processus de transition à deux photons de fréquence  $\omega = 3.024$  eV (ce qui équivaut à une longueur d’onde de 410 nm) en partant de l’état fondamental. Ceci en utilisant deux faisceaux laser contra-propageants Ti :Saphir doublé en fréquence permettant de compenser l’effet Doppler du premier ordre.
- Ps(3s) ne peut être produit selon le protocole expérimental utilisé pour Ps(3d), dans la mesure où cet état est plus sensible au processus de photo-ionisation (un troisième photon issu du rayonnement est absorbé). On pourrait espérer produire cet état en utilisant deux lasers de longueurs d’ondes distinctes, auquel cas l’effet Doppler du premier ordre viendrait nécessairement prendre place (rendement de production plus faible). Néanmoins, le temps de vie conséquent de cet état  $\tau_{3s} = 320$  ns en fait tout de même un candidat intéressant, d’autant plus les sections efficaces pour l’orbitale  $s(l_p = 0)$  peuvent être obtenues beaucoup plus rapidement que pour l’orbitale  $d(l_p = 2)$ . C’est pourquoi nous étudierons Ps(3s) au même titre que Ps(3d).

Notons que les temps de vie naturels des états du positronium que nous venons de mentionner peuvent être déduits de ceux obtenus pour l’atome d’hydrogène. Ces derniers, qui sont répertoriés dans [119], sont en fait deux fois plus faibles. Un changement de variable simple au sein des éléments de matrice intervenants dans les taux partiels de désexcitation radiatif

$$\Gamma_{\text{rad}}(n_p, l_p, n, l) = (2l_p + 1)^{-1} \sum_{m_p m} 4/3 (\omega_{n_p n} \alpha)^3 |\langle n, l | \mathbf{r} | n_p, l_p \rangle|^2, \quad (4.6)$$

permet de le montrer. Si plusieurs voies de désexcitation  $|n_p, l_p\rangle \rightarrow |n, l\rangle$  sont permises, le taux de désexcitation radiatif de l’état  $|n_p, l_p\rangle$ , qui correspond à l’inverse du temps de vie naturel qui lui est associé, s’obtient finalement en considérant l’ensemble de ces voies :  $1/\tau_{n_p l_p} = \sum_{n < n_p, l} \Gamma_{\text{rad}}(n_p, l_p, n, l)$ . Sur le modèle de [20], nous introduisons afin de comparer les chances de survie des états  $n_p = 3$  produits dans l’expérience, le taux de transition  $\Gamma_g$  à deux photons en partant de l’état fondamental. À la résonance atomique, son expression est donnée par

$$\Gamma_g = 4(4\pi\alpha)^2 |\langle e | Q_{2\text{ph}} | g \rangle|^2 I^2 \tau \times \begin{cases} 1 & \text{trans. 1S-3S,} \\ \sqrt{7/15} & \text{trans. 1S-3D,} \end{cases} \quad (4.7a)$$

$$(4.7b)$$

transition	$ \langle e Q_{2\text{ph}} g\rangle $ (u.a.)
1S-3S	17.12
1S-3D	46.96

**Table 4.3** – Éléments de matrice  $|\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle|$  associés aux transitions à deux photons du positronium.

suivant la transition considérée. Dans ces relations,  $\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle$  sont les éléments de matrice de l'interaction dipolaire,  $I$  est l'intensité du champ appliqué, et  $\tau = (\Gamma_e)^{-1}$  est le temps de vie naturel de l'état excité ( $\tau = 320$  ns pour l'état  $3s$ , et  $\tau = 31$  ns pour l'état  $3d$ ). De plus, les éléments de matrice  $\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle$  peuvent être définis suivant l'opérateur de transition à deux photons. Ce dernier s'écrit, pour un état de polarisation rectiligne du champ électrique orienté suivant  $\hat{z}$ , de la manière suivante

$$Q_{2\text{ph}} = zG_c(\epsilon_1 + \omega)z, \quad (4.8)$$

où  $G_c$  est l'opérateur de Green coulombien introduit au préalable, et  $\epsilon_1 = -6.8$  eV l'énergie de l'état fondamental. Les valeurs des éléments de matrice  $\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle$  issues de la proposition de projet GBAR [20] sont indiquées dans la table 4.3. Celles-ci sont huit fois plus faibles que celles obtenues pour l'hydrogène [120]. D'une part, il est important de remarquer que la condition  $\Gamma_g\tau \geq 1$  doit être satisfaite pour qu'une proportion importante d'orthopositronium soit excitée. En d'autre terme, les états  $n_p = 3$  ne peuvent être appréciablement peuplés tant que le taux de transition à deux photons reste inférieur au taux de désexcitation radiatif de l'état excité, c'est à dire tant que l'intensité du champ appliqué reste inférieure à un certain seuil que nous noterons  $I_{\text{min}}$ . Résolvant  $\Gamma_g\tau = 1$ , nous obtenons après application numérique que  $I_{\text{min}} = 1.55 \times 10^5$  W/cm<sup>2</sup> pour la production de Ps( $3s$ ), et que  $I_{\text{min}} = 7.06 \times 10^5$  W/cm<sup>2</sup> pour la production de Ps( $3d$ ). En introduisant le coefficient de proportionnalité réel  $\xi \geq 1$  tel que

$$\Gamma_g = \xi\Gamma_e, \quad (4.9)$$

nous en déduisons que les intensités favorables à la production de Ps( $n_p = 3$ ) s'écrivent  $I = \sqrt{\xi}I_{\text{min}}$  [38]. D'autre part, le taux de photo-ionisation à un photon des états excités produits en utilisant deux faisceaux laser contra-propageants s'écrit  $\Gamma_{\text{ph}} = 4\pi\alpha I\gamma_{\text{ph}}$ , où  $\gamma_{\text{ph}}$  est la partie imaginaire du déplacement lumineux de l'état excité. Ses valeurs sont respectivement de  $\gamma_{\text{ph}} = 34.5184$  u.a. pour l'état  $3s$ , et de  $\gamma_{\text{ph}} = 3.6676$  u.a. pour l'état  $3d$  [20]. Ainsi, nous en déduisons en utilisant les relations (4.7) que pour la transition

$$1\text{S-}3\text{S} : \quad \Gamma_{\text{ph}}\tau = 4\pi\alpha(I\tau)\gamma_{\text{ph}}, \quad (4.10\text{a})$$

$$= (2|\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle|)^{-1}\gamma_{\text{ph}}\sqrt{\xi} \sim \sqrt{\xi}. \quad (4.10\text{b})$$

$$1\text{S-}3\text{D} : \quad \Gamma_{\text{ph}}\tau = (2^4\sqrt{7/15}|\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle|)^{-1}\gamma_{\text{ph}}\sqrt{\xi} \sim 0.047\sqrt{\xi}. \quad (4.10\text{c})$$

Ces relations montrent que les chances de survie maximales de Ps( $3s$ ), qui sont obtenues en considérant  $\xi = 1$  dans (4.9), sont de l'ordre de  $\exp(-\Gamma_{\text{ph}}\tau) \sim 37\%$ . En contrepartie, celles de Ps( $3d$ ) sont de l'ordre de 95%. Par ailleurs puisque ces estimations sont obtenues indépendamment de la valeur de  $\tau$ , il en va de même pour l'énergie par impulsion  $E_\tau = I\tau S$  minimale qui doit être délivrée par les deux faisceaux laser. En admettant que la surface de la chambre de collision illuminée par le rayonnement vaut  $S = 1$  mm<sup>2</sup> lorsque les sources laser sont placées sur le même axe que le faisceau d'antiprotons, ces minimums en énergie sont respectivement de 495.85  $\mu\text{J}$  pour la production de Ps( $3s$ ), et de 218.71  $\mu\text{J}$  pour la production de Ps( $3d$ ). Toutefois, il a été plus récemment choisi [121] de placer les sources laser de telle manière à ce que le rayonnement émis pénètre par le dessus et

le dessous de la chambre de collision, dans une direction transverse à la direction du faisceau d'antiprotons (comme indiqué sur la figure 1.3). Il en résulte que la surface illuminée vaut  $S = 10 \text{ mm}^2$ , ce qui implique de considérer des énergies par impulsion dix fois plus élevées. Nous reviendrons sur ce point dans la dernière sous-section de ce chapitre.

### 4.3.2 Élargissements Doppler dans les transitions à un photon

En toute rigueur, la description du champ externe en une onde plane monochromatique nous demanderait de déterminer les sections efficaces en présence du champ pour plusieurs valeurs de fréquence, puis de convoluer ces résultats avec l'enveloppe de l'impulsion laser. Cependant, nous n'adopterons pas cette démarche, dans la mesure où l'obtention des sections efficaces inclusives nous demande d'effectuer un grand nombre de simulations. Ce nombre s'accroît lorsque l'on souhaite tenir compte de l'effet Doppler du premier ordre dans notre modèle, qui prend nécessairement place dans les processus de transition à un photon (indiqués en bleu sur la figure 4.8). En effet, les sections efficaces traduisant de l'excitation par laser des états du positronium initialement produits ne sont pas représentatives pour une seule valeur de fréquence. L'élargissement Doppler résultant de la distribution de vitesse du nuage de positronium [122] est donnée par la largeur à mi-hauteur

$$\Delta\nu_{\text{D}} = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{8\langle E_{ps} \rangle \ln 2 / m_{ps}}, \quad (4.11)$$

où  $\nu_0 = \omega_0 / (2\pi)$  est la fréquence du laser, et  $\langle E_{ps} \rangle$  l'énergie du positronium émis depuis la silice nanoporeuse introduite en 1.2.3. Au vu de l'approximation monochromatique du champ, nous proposons dans un premier temps de déterminer les sections efficaces dans le cas idéal où la cible atomique est au repos ( $\Delta\nu_{\text{D}} = 0$ ), puis de recalculer celles-ci en incluant la contribution issue du mouvement thermique de la cible. Pour ce faire, nous considérons les désaccords à résonance  $\Delta\nu := \Delta\nu \pm 1/2\Delta\nu_{\text{D}}$  obtenus aux élargissements Doppler extremums, où  $\Delta\nu$  est initialement donné par la relation (2.63).

### 4.3.3 Excitation de l'état fondamental du positronium

Au voisinage de la raie Lyman- $\alpha$  ( $\nu_{21} = 1.23 \text{ PHz}$ ), l'élargissement Doppler résultant de la distribution de vitesse du nuage de positronium est relativement important. Ceci peut être interprété en remarquant que  $\Delta\nu_{\text{D}} \propto 1/\lambda_0$ , et que  $\lambda_{21} = 243 \text{ nm} \sim \lambda_0$  est la plus petite des longueurs d'ondes associées aux fréquences de Bohr. Par ailleurs, l'excitation de  $\text{Ps}(1s)$  via la transition à un photon implique de considérer une largeur spectrale  $\Delta\nu_0$  conduisant à un recouvrement appréciable de l'élargissement Doppler. C'est pourquoi nous considérons dans cette sous-section  $\langle E_{ps} \rangle = 25 \text{ meV}$ , ce qui revient à considérer une distribution de vitesse à  $T \sim 290 \text{ K}$ . L'étude du cas  $\langle E_{ps} \rangle = 48 \text{ meV}$  qui est plus proche de la réalité expérimentale dans GBAR n'est toutefois pas exclue, à condition que les sections efficaces obtenues aux élargissements Doppler extremums pour  $\langle E_{ps} \rangle = 25 \text{ meV}$  ne retombent pas complètement sur les sections efficaces obtenues en l'absence de champ. Ceci étant dit, il vient d'après la relation (4.11) que  $\Delta\nu_{\text{D}} = 454.3 \text{ GHz}$ , valeur que nous pouvons comparer avec la valeur expérimentale de  $672 \pm 43 \text{ GHz}$  obtenue à  $T \sim 300 \text{ K}$  [47].

Afin d'étudier le couplage  $1s-2p$ , nous avons retenu les lasers suivants :

- le laser pouvant être construit au CERN (labellisé L1) est un laser impulsionnel limité par transformée de Fourier. Ce dernier possède une énergie par impulsion  $E_{\tau} = 10 \mu\text{J}$ , une taille de faisceau à son origine  $w_0 = 0.5 \text{ mm}$ , et une durée d'impulsion minimale de  $\tau = 2 \text{ ps}$ . Ces paramètres conduisent à un étalement spectral  $\Delta\nu_0 = 0.441/\tau = 220.5 \text{ GHz}$  dans le cas d'un faisceau Gaussien, et à une intensité crête  $I_{\text{cr}} = E_{\tau}/(\pi w_0^2 \tau) = 6.37 \times 10^8 \text{ W/cm}^2$  (ce qui équivaut à  $\mathcal{E}_{\text{cr}} = 6.93 \times 10^5 \text{ V/cm}$ ). Il présente l'inconvénient majeur de disposer d'une impulsion brève devant le temps (2.64) pour lequel un antiproton du faisceau incident est susceptible

d'interagir avec un positronium contenu dans la cellule tubulaire, impliquant une augmentation quasi nulle du nombre de  $\bar{\text{H}}$  produit en l'absence de champ.

- un laser impulsionnel utilisant la technique d'amplification à dérive de fréquence (labellisé L2) construit par Deller *et al.* [47]. Ce dernier présente l'avantage de disposer d'une largeur spectrale  $\Delta\nu_0 = 225 \pm 3$  GHz comparable à celle du laser impulsionnel limité par TF pour une durée d'impulsion  $\tau = 8 \pm 1$  ns. Utilisant l'énergie par impulsion  $E_\tau = 1.2 \pm 0.3$  mJ disponible en sortie du montage, l'intensité crête prise à même taille de faisceau que le laser L1 vaut alors  $I_{\text{cr}} = 1.91 \times 10^7$  W/cm<sup>2</sup>, soit  $\mathcal{E}_{\text{cr}} = 1.22 \times 10^5$  V/cm.

Comme les paramètres des deux sources laser décrites ci-dessus sont relativement proches, à l'exception de leur durée d'impulsion qui n'intervient pas explicitement dans le calcul des sections efficaces, nous choisirons arbitrairement d'utiliser le laser L1 pour le calcul des sections efficaces en présence du champ. Cela nous amène à considérer  $\Delta\nu = 1/2\Delta\nu_0 = -110.25$  GHz au vu de l'argumentation faite en 2.5.2, ce qui équivaut à une fréquence propre

$$\nu_0 = \nu_{21} + 1/2\Delta\nu_0 = 1.23358 \text{ PHz} \sim \nu_{21} = 1.23369 \text{ PHz}. \quad (4.12)$$

Notons que la durée d'impulsion du laser L2 qui est plus longue que celle du laser L1 sera considérée ultérieurement, lors des simulations en temps traitant des taux de production de  $\bar{\text{H}}$  et  $\bar{\text{H}}^+$  (se référer à la sous-section 4.4.1). De sorte que le traitement perturbatif au premier ordre de l'interaction positronium-laser reste valide (voir la condition (2.65)), nous considérons des amplitudes de champ vérifiant  $\mathcal{E}_0 \leq 5 \times 10^4$  V/cm. Notons que ces amplitudes respectent également les contraintes de puissance du laser L1, puisqu'elles vérifient  $\mathcal{E}_0 < \mathcal{E}_{\text{cr}}$ . Les amplitudes de la probabilité de transition qui en découle vérifient par conséquent  $(\Omega_1/\Delta\omega)^2 \leq 0.747$ , où  $\Omega_1 \leq 2\pi \times 95.32$  GHz. De plus en remarquant que  $\Delta\nu \gg \Gamma_{\text{rad}} = (\tau_{2p})^{-1} = 0.313$  GHz, nous constatons que la largeur de raie induite par le processus de relaxation radiatif de l'état  $2p$  reste négligeable pour le calcul. Cela illustre l'argumentation faite en 2.5.2, qui implique que les énergies intervenantes dans l'opérateur de Green coulombien peuvent être prises à valeurs réelles.

Le paramètre de Keldysh associé à l'état fondamental du positronium est par ailleurs donné par  $\gamma = (I_p/(2\langle U \rangle))^{1/2}$ , où  $I_p = 6.8$  eV est le potentiel d'ionisation, et  $\langle U \rangle = \mathcal{E}_0^2/(4\mu\omega_0^2)$  le potentiel pondéromoteur. À l'énergie de photons  $\omega_0 = 5.102$  eV, nous en déduisons en utilisant la relation  $I_0 = 1/2c\epsilon_0\mathcal{E}_0^2$  liant l'intensité à l'amplitude du champ électrique que  $\gamma = (3.08 \times 10^{14}/I_0[\text{W/cm}^2])^{1/2}$ . Cela implique au vu de l'intensité crête du laser L1 que  $\gamma \gg 1$ , condition traduisant du régime multiphotonique d'ionisation [123]. Ainsi, nous pouvons évaluer la probabilité de photo-ionisation à deux photons de Ps(1s), afin de vérifier que les paramètres de champ considérées n'engendrent pas la destruction de la cible atomique. Les sections efficaces relatives à ce processus pouvant être directement déduites de celles obtenues pour l'hydrogène en utilisant la relation [91]

$$\sigma_{2\text{ph}}(\text{Ps}, \omega_0) = 2^5 \times \sigma_{2\text{ph}}(\text{H}, 2\omega_0), \quad (4.13)$$

nous devons estimer la valeur de  $\sigma_{2\text{ph}}(\text{H}, \omega = 2\omega_0)$  à une énergie de photons  $\omega = 10.2$  eV. Celle-ci peut être extraite du chapitre trois de la thèse [124], et vaut approximativement  $10^{-47}$  cm<sup>4</sup>.s pour un état de polarisation rectiligne du champ électrique. Cela nous permet d'en déduire que le taux de photo-ionisation à deux photons vaut

$$\Gamma_{2\text{ph}} = \sigma_{2\text{ph}}(\text{H}, \omega)\phi^2 \sim 5.3 \text{ kHz}, \quad (4.14)$$

lorsque  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm, où  $\phi = \omega^{-1}I_0$  est le flux de photons [60]. Il en résulte que même en considérant la durée d'impulsion  $\tau = 8$  ns du laser construit par Deller *et al.*, la probabilité de photo-ionisation à deux photons qui en découle reste extrêmement faible

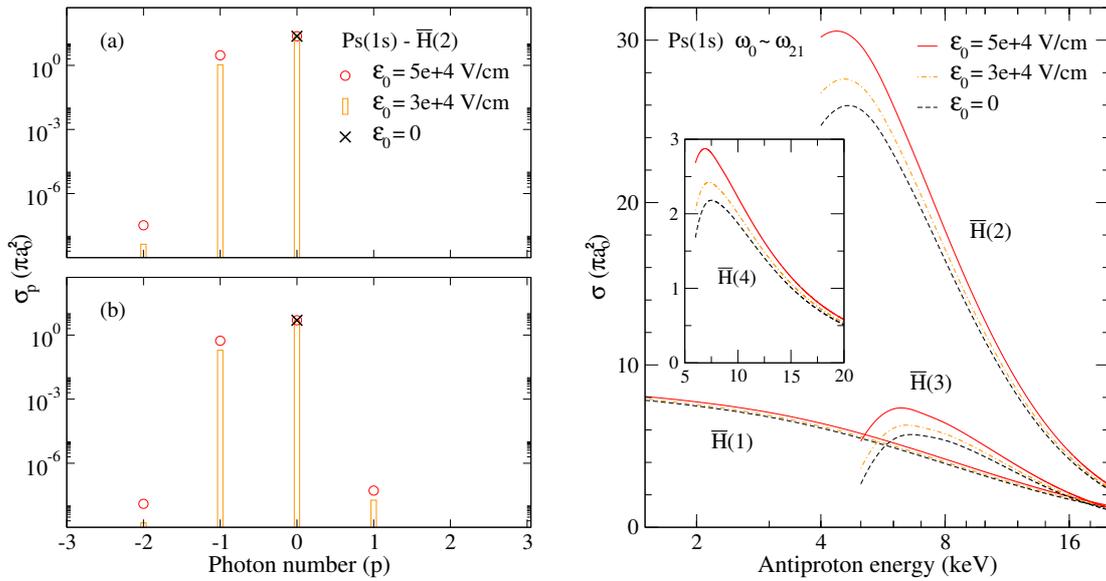
$$\mathcal{P}_{2\text{ph}} = 1 - \exp(-\Gamma_{2\text{ph}}\tau) \sim 4 \times 10^{-5}. \quad (4.15)$$

### Première réaction

Au vu des amplitudes de champ considérées ( $\mathcal{E}_0 \leq 5 \times 10^4$  V/cm), les paramètres de couplage électron-champ  $|\alpha_l|_{p=0} \leq 4 \times 10^{-4}$  restent relativement faibles pour des énergies d'antiproton inférieures à 20 keV. En conséquence, les états habillés de l'électron ne contribuent pas de manière significative au calcul de  $\sigma^{\text{CBA}}$  [72]. En d'autres termes, le comportement des fonctions de Bessel au voisinage de l'origine nous indique que pour  $p = 0$ , le terme  $\mathcal{T}_0^1$  (2.75b) est dominant au sein des éléments de la matrice  $\mathcal{T}$ . Ceci implique  $\sigma_0 \sim \sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  au sein de la section efficace totale (2.77), dont la convergence s'obtient finalement en tronquant la somme infinie à  $|p| \leq 1$ . Isolant le terme à caractère résonant  $G_c(\epsilon_{n_p} + \omega_0)$  modulé par la fonction  $J_{p+1}$  au sein du terme  $\mathcal{T}_p^2$  (2.75c), nous remarquons que le processus d'absorption net d'un photon par le système de particule ( $p = -1$ ) est dominant vis-à-vis du processus d'émission ( $p = +1$ ) pour  $p \neq 0$ . Ceci permet de réaliser l'approximation de la section efficace totale comme suit

$$\sigma^{\text{CBA}} \sim \sigma_0 + \sigma_{-1}. \quad (4.16)$$

Cette approximation se vérifie aisément sur la figure 4.9g., où les sections efficaces partielles  $\sigma_p$  décrivant l'échange net de  $p$  photons sont représentées pour les canaux de sortie  $\bar{\text{H}}(2s + 2p)$ .



**Figure 4.9** – (g.) Sections efficaces partielles  $\sigma_p(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(2s + 2p))$  décrivant l'échange de  $p$  photons lors de la réaction, pour  $\Delta\nu = -110.25$  GHz et plusieurs valeurs de  $\mathcal{E}_0$ . (a) À une énergie d'antiproton de 6 keV. (b) À une énergie d'antiproton de 15 keV. (dr.) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(n_h))$  en fonction de l'énergie d'antiproton (pour  $n_h = 1 \dots 4$ ).

Concernant le comportement des sections efficaces  $\sigma^{\text{CBA}}$ , nous distinguons les cas suivants :

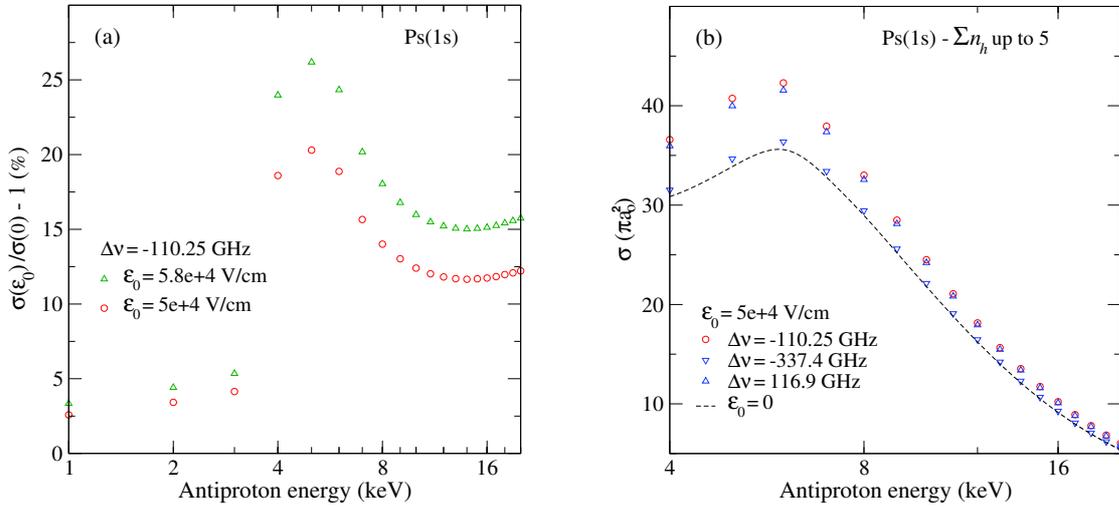
- $\Delta\nu_{\text{D}} = 0$  : les sections efficaces partielles (voir figure 4.9dr.) obtenues pour  $\mathcal{E}_0 = 3 \times 10^4$  V/cm restent proches de celles obtenues à champ nul. Les écarts deviennent significatifs pour  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm, à l'exception du canal  $\bar{\text{H}}(1s)$ . À 6 keV, nous constatons par comparaison avec le cas  $\mathcal{E}_0 = 0$  que notre modèle prédit une augmentation de la section efficace inclusive de 18.9%. Ceci pour une amplitude de champ  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm, comme nous pouvons le constater sur la figure 4.10a. Une simulation à paramètre de champ critique (limite du domaine de validité de notre modèle) conduisant à  $(\Omega_1/\Delta\omega)^2 = 0.966$  prédit enfin, à même énergie d'antiproton, une augmentation d'au plus 24.3%.

- $\Delta\nu_D \neq 0$  : nous recalculons sur la figure 4.10b la section efficace inclusive initialement obtenue pour  $\Delta\nu_D = 0$  en considérant les désaccords à résonance

$$\Delta\nu := \Delta\nu + 1/2 \Delta\nu_D = +116.9 \text{ GHz}, \quad (4.17a)$$

$$\Delta\nu := \Delta\nu - 1/2 \Delta\nu_D = -337.4 \text{ GHz}. \quad (4.17b)$$

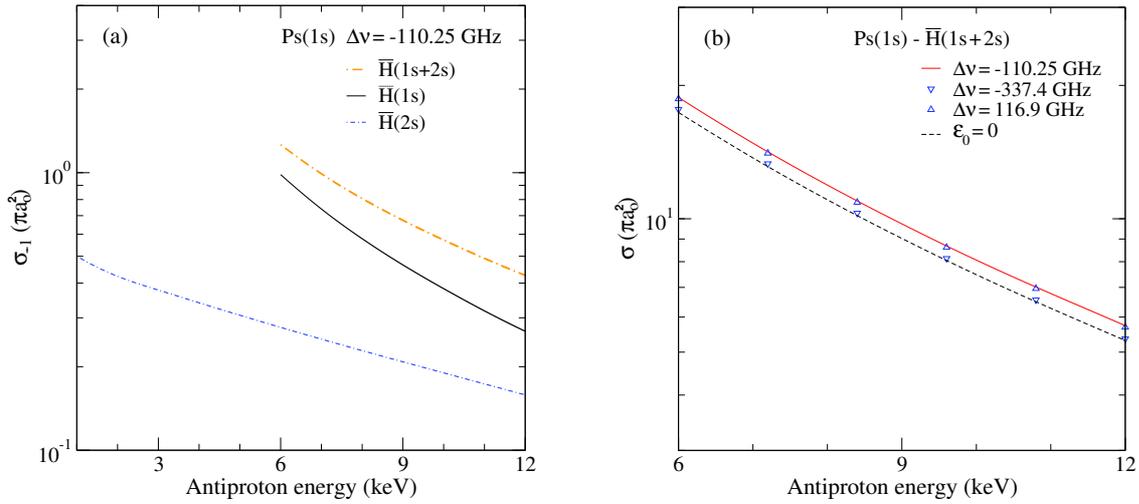
Considérant d'abord (4.17a), nous constatons que l'approche du niveau  $n_p = 2$  par le haut ou par le bas selon le signe de  $\Delta\nu$  conduit sensiblement aux mêmes résultats. Néanmoins au plus loin de la résonance (4.17b), nous nous situons défavorablement dans un régime de fréquence où la densité de photon est faible puisque  $|\Delta\nu| \sim 1.5\Delta\nu_0$ . Nous observons également une chute complète de la section efficace initialement obtenue pour  $\Delta\nu_D = 0$ , ce qui s'explique par le fait que  $|\Delta\nu| < 1/2\Delta\nu_D$ . Il n'est donc pas nécessaire, vu l'argumentation faite au début de la présente sous-section, de considérer le cas  $\langle E_{ps} \rangle = 48 \text{ meV}$ .



**Figure 4.10** – (a) Gains inclusifs vis-à-vis du cas obtenu à champ nul pour  $\text{sup } n_h = 5$  et deux valeurs du champ électrique, en fonction de l'énergie d'antiproton. (b) Sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s))$  obtenues en considérant :  $\mathcal{E}_0 = 0$ ;  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}$  et  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler), puis  $\Delta\nu_D = 454.3 \text{ GHz}$  (avec élargissement Doppler) conduisant respectivement à  $\Delta\nu = 116.9 \text{ GHz}$  et  $\Delta\nu = -337.4 \text{ GHz}$ .

## Deuxième réaction

Sur la figure 4.11, nous représentons les sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction, ainsi que les sections efficaces  $\sigma^{\text{CDW-FS}}$  correspondantes. Ceci en considérant les canaux d'entrée  $\bar{\text{H}}(1s + 2s)$ , qui donnent une bonne estimation de la section efficace inclusive pour la deuxième réaction (voir l'argumentation faite en 4.2.2). À 6 keV, nous en déduisons que la section efficace inclusive  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  augmente approximativement de 7.2% lorsque  $\Delta\nu_D = 0$ . Cela montre que, dans des conditions identiques d'excitation, la section efficace inclusive de la première réaction ( $\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0)/\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0) = 18.9\%$ ) est plus fortement modifiée que celle de la deuxième réaction. Les gains indiqués dans la table 4.4 permettent de généraliser cette observation aux énergies d'antiprotons de 4 keV et plus, énergies pour lesquelles la contribution des canaux  $\bar{\text{H}}(2s + 2p)$  prend place au sein de la section efficace inclusive de la première réaction. Comparativement, nous constatons pour la deuxième réaction que la contribution de  $\bar{\text{H}}(2s)$  à la section efficace inclusive (à partir de 6 keV) n'implique pas une augmentation significative des gains inclusifs obtenus à basse énergie d'antiproton.



**Figure 4.11** – (a) Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(1s, 2s, 1s + 2s))$  issues de l’absorption d’un photon lors de la réaction, pour  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(1s + 2s))$  obtenues pour  $\Delta\nu_{\text{D}} = 0$  (sans élargissement Doppler), puis  $\Delta\nu_{\text{D}} = 454.3$  GHz (avec élargissement Doppler) conduisant respectivement à  $\Delta\nu = 116.9$  GHz et  $\Delta\nu = -337.4$  GHz.

$E_{\bar{p}}$ (keV)	$\sigma^{\text{CBA}}$ (3 corps)		$\sigma^{\text{CDW-FS}}$ (4 corps)	
	$\sigma(\mathcal{E}_0)$ ( $\pi a_0^2$ )	$\sigma(\mathcal{E}_0) \sigma(0)$	$\sigma(\mathcal{E}_0)$ ( $\pi a_0^2$ )	$\sigma(\mathcal{E}_0) \sigma(0)$
1	8.3961	1.026	1.8619 [1]	1.028
2	7.7251	1.034	1.2841 [1]	1.034
3	7.0703	1.041	9.8146	1.040
4	3.6590 [1]	1.186	7.8439	1.045
5	4.0744 [1]	1.203	6.4441	1.050
6	4.2299 [1]	1.189	1.8785 [1]	1.072
8	3.3018 [1]	1.140	1.1911 [1]	1.073
10	2.4507 [1]	1.124	8.0661	1.076
12	1.8148 [1]	1.118	5.7375	1.080

**Table 4.4** – Sections efficaces inclusives Ps(1s) et gains correspondants pour les deux réactions, obtenus en considérant  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz (sans élargissement Doppler). Le nombre entre crochets indique l’exposant de la multiplication par puissance de 10 ([2] pour  $10^2$ , etc.).  $\sigma^{\text{CBA}}$  Calcul incluant les canaux  $\bar{\text{H}}(n_h \leq 5)$ .  $\sigma^{\text{CDW-FS}}$  Calcul incluant les canaux  $\bar{\text{H}}(1s + 2s)$ .

#### 4.3.4 Excitation des états $n_p = 3$ du positronium

Pour l’étude de la physique au voisinage de la raie Paschen- $\beta$  ( $\nu_{53} = 0.117$  PHz), nous considérons un laser IR-B<sup>8</sup> dont la longueur d’onde d’émission se situe aux alentours de 2563 nm. Au vu de l’étude menée pour Ps(1s), un laser impulsif utilisant la technique d’amplification à dérive de fréquence s’avère plus prometteur dans la conciliation des contraintes théoriques et expérimentales. En effet, un tel laser permettrait de travailler dans des conditions où  $|\Delta\nu| \gg 1/2 \Delta\nu_{\text{D}}$ . Comme les largeurs spectrales  $\Delta\nu_{\text{D}}$  sont ici réduites d’un ordre de grandeur (la longue d’onde de la transition étant supérieure d’un ordre de grandeur), cette condition devrait être plus aisément satisfaite que précédemment. Aux énergies de confinement de  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV et  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV, celles-ci

8. Lasers dont la longueur d’onde du rayonnement infrarouge émis est comprise entre 1400 nm et 3000 nm.

sont respectivement égales à  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz. Afin d'obtenir un recouvrement complet des bandes spectrales induites par élargissement Doppler, nous proposons d'utiliser un laser disposant d'une largeur spectrale comparable à celle du laser construit par Deller *et al.*. En ce sens, nous optons pour le même désaccord à résonance que celui pris pour l'étude de Ps(1s). Cela nous amène à considérer la fréquence propre

$$\nu_0 = \nu_{53} + 1/2 \Delta\nu_0 = 0.116862 \text{ PHz} \sim \nu_{53} = 0.116972 \text{ PHz}. \quad (4.18)$$

Précisons qu'un tel laser peut être obtenu en adaptant le montage décrit dans [47], dans la mesure où ce dernier est muni d'un oscillateur paramétrique optique (OPO).

### Première réaction

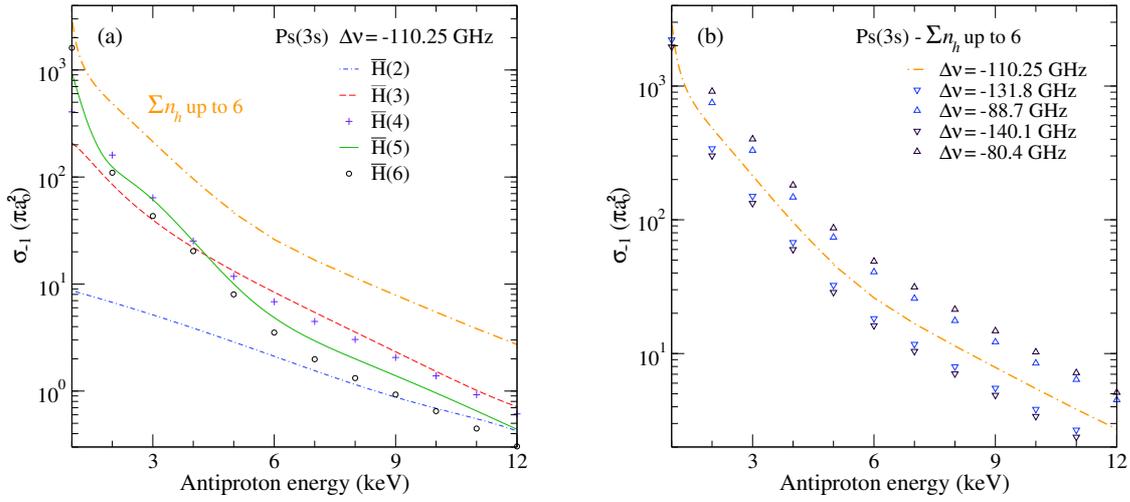
**Ps(3s)** Considérant d'abord la transition  $3s \rightarrow 5p$  (voir figure 4.8), nous constatons que le taux de désexcitation radiatif de l'état final donné par  $\Gamma_{\text{rad}} = (\tau_{5p})^{-1} = 21.46$  MHz reste faible devant le désaccord à résonance considéré. Comparativement au cas Ps(1s), nous considérons une amplitude de champ plus faible  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm qui devrait néanmoins nous conduire vers une modification plus importante des sections efficaces (l'état 3s étant moins lié, il devrait être naturellement plus sensible à la présence d'une perturbation externe). L'amplitude de la probabilité de transition qui en résulte vaut alors  $(\Omega_1/\Delta\omega)^2 = 0.573$ , où  $\Omega_1 = 2\pi \times 83.46$  GHz.

Sur la figure 4.12a, nous commençons par représenter les sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}$  (le canal  $\bar{\text{H}}(1s)$  n'est pas représenté) issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction, dans le cas  $\Delta\nu_D = 0$ ; la section efficace inclusive qui en résulte en considérant les 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  est également représentée. Bien que le comportement de ces sections efficaces partielles se distingue de celles obtenues en l'absence de champ (voir figure 4.3), nous constatons que la hiérarchie des canaux  $\bar{\text{H}}(n_h)$  est sensiblement la même. En ce qui concerne les autres figures, les sections efficaces sont représentées aux trois énergies de confinement du positronium ( $\langle E_{ps} \rangle = 0, 25$  meV, et 48 meV). Les désaccords à résonance et les amplitudes de probabilité correspondantes, prises aux élargissements Doppler extrêmes pour  $\langle E_{ps} \rangle \neq 0$ , sont indiquées dans la table 4.5.

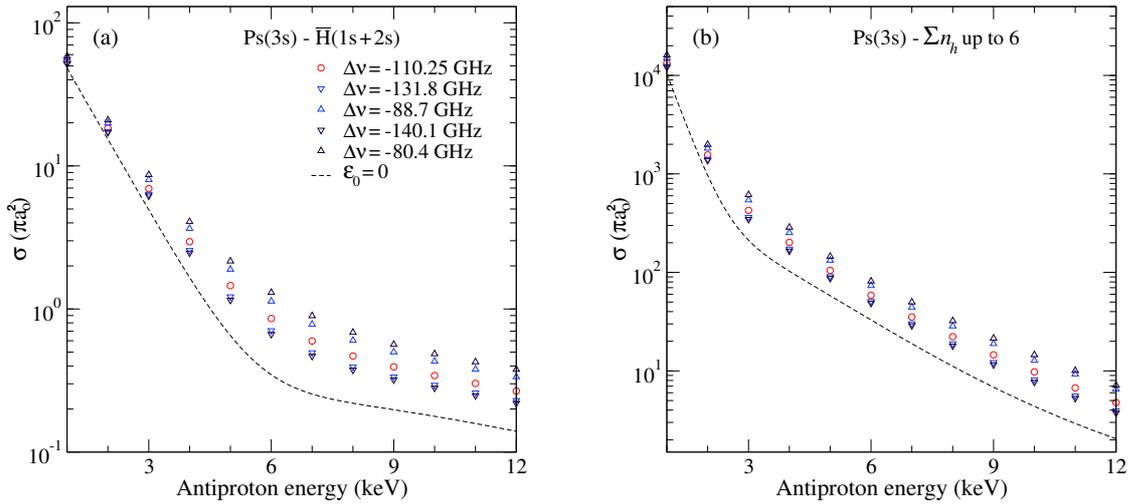
$\langle E_{ps} \rangle$ (meV)	$\Delta\nu_D$ (GHz)	$\Delta\nu$ (GHz)	$(\Omega_1/\Delta\omega)^2$
25	43.04	min. -131.8	0.401
		max. -88.7	0.885
48	59.64	min. -140.1	0.355
		max. -80.4	1.077

**Table 4.5** – Désaccords à résonance  $\Delta\nu := \Delta\nu \pm 1/2 \Delta\nu_D$  et amplitudes de probabilité obtenues aux élargissements Doppler extrêmes, en considérant initialement  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz ( $\langle E_{ps} \rangle = 0$ ).

À 2 keV, nous constatons sur la figure 4.13b que notre modèle prédit idéalement ( $\langle E_{ps} \rangle = 0$ ) une augmentation de la section efficace inclusive  $\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  de 61.1%. Cette augmentation diminue de 24.5% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV, et de 31.3% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV, conduisant respectivement à une augmentation minimale de 46.1% et 42%. Néanmoins, l'incertitude de ces estimations ( $\epsilon_r \sim 28\%$ ) issue de la troncation faite sur (4.3), nous amène à rappeler que les sections efficaces inclusives obtenues aux énergies d'antiproton de 4 keV et plus sont davantage plus fiables (voir l'argumentation faite à la sous-section 4.2.1). Celles-ci sont, avec les gains inclusifs  $\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0)/\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  correspondants, indiquées dans la table 4.6.



**Figure 4.12** – (a) Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3s) - \bar{H}(n_h))$  issues de l’absorption d’un photon lors de la réaction ( $2 \leq n_h \leq 6$ ), pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces inclusives  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3s))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler) ;  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler).



**Figure 4.13** – (a) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3s) - \bar{H}(1s + 2s))$  obtenues en considérant  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler) ;  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler). (b) Sections efficaces inclusives correspondante (légende identique).

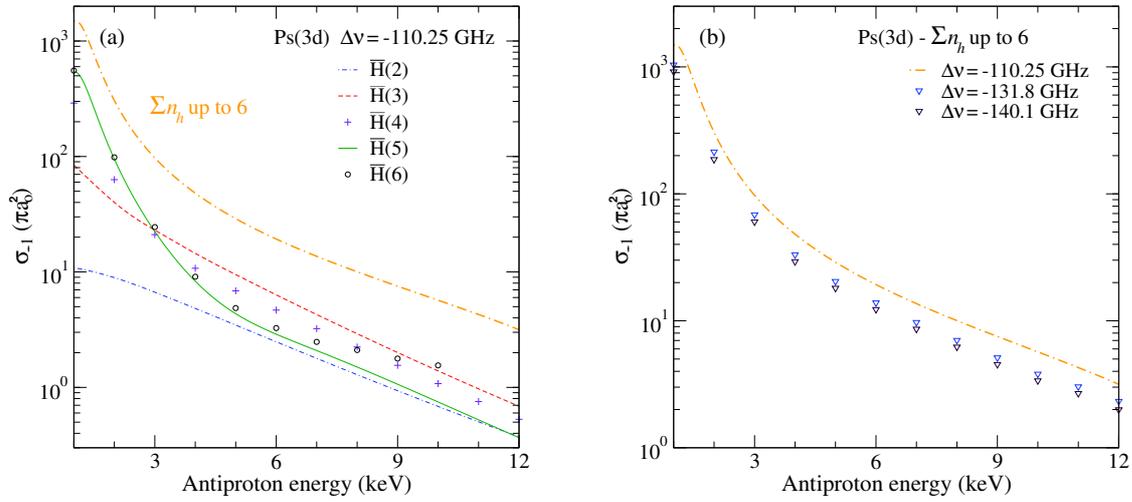
**Ps(3d)** Considérant maintenant la transition  $3d \rightarrow n_p = 5$  en utilisant les mêmes paramètres de champ que pour Ps(3s), nous constatons que le taux de désexcitation radiatif de l’état final (pouvant prendre deux valeurs de moment angulaire orbital) vaut  $\Gamma_{\text{rad}} = (\tau_{5p})^{-1} + (\tau_{5f})^{-1} \sim (\tau_{5p})^{-1}$  où  $(\tau_{5f})^{-1} = 3.57$  MHz. En conséquence, la condition  $\Delta\nu = -110.25$  GHz  $\gg \Gamma_{\text{rad}}$  reste valide. L’amplitude de la probabilité de transition obtenue pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 0$  vaut par ailleurs  $(\Omega_1/\Delta\omega)^2 = 0.752$ , où  $\Omega_1 = 2\pi \times 95.62$  GHz. De plus, nous constatons que le couplage de l’état  $|3d\rangle$  avec l’état  $|5f\rangle$  ( $\mathcal{L}_p = l_p + 1$ ) est dominant devant celui avec l’état  $|5p\rangle$  ( $\mathcal{L}_p = l_p - 1$ ). En effet, la fréquence de Rabi admet la forme suivante

$$\Omega_1 = 2\pi \times \mathcal{E}_0 \sqrt{|\langle 5p | \hat{z} \cdot \mathbf{r} | 3d \rangle|^2 + |\langle 5f | \hat{z} \cdot \mathbf{r} | 3d \rangle|^2}, \quad (4.19)$$

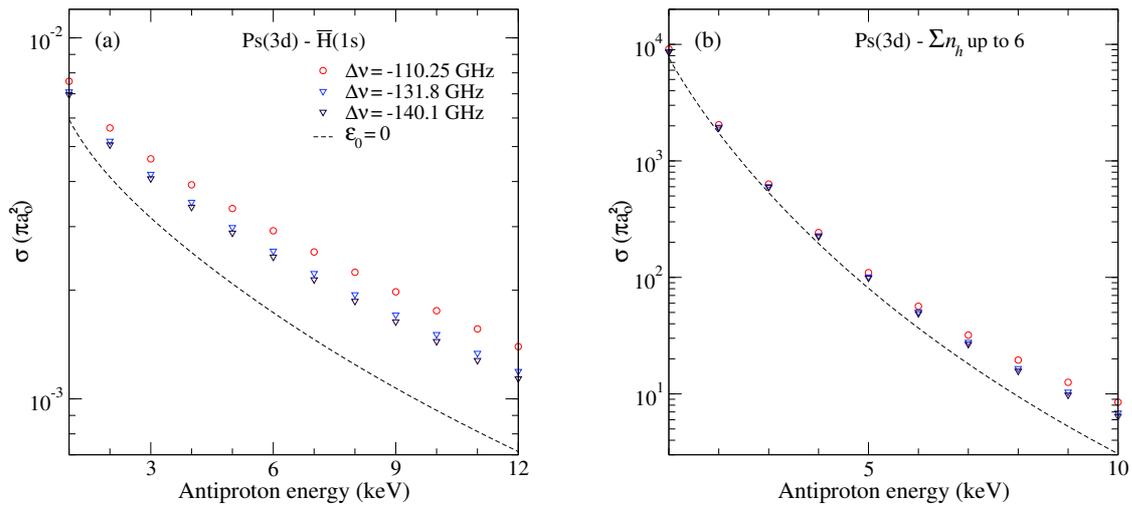
et les éléments de matrice sont respectivement évalués à  $|\langle 5p | \hat{z} \cdot \mathbf{r} | 3d \rangle| = 4.51 \times 10^{-4}$  Hz cm/V et

$|\langle 5f | \hat{z} \cdot \mathbf{r} | 3d \rangle| = 3.80 \times 10^{-3} \text{ Hz cm/V}$ , ce qui montre que  $|\langle 5f | \hat{z} \cdot \mathbf{r} | 3d \rangle| \sim 10 |\langle 5p | \hat{z} \cdot \mathbf{r} | 3d \rangle|$ .

Sur la figure 4.14a, nous représentons les sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction. Comme la fréquence de Rabi obtenue est légèrement plus importante que dans le cas  $\text{Ps}(3s)$ , la condition (2.65) ne peut être satisfaite au plus près de la résonance atomique. C'est pourquoi nous recalculons uniquement les sections efficaces en incluant la contribution thermique de la cible au plus loin de la résonance, pour les énergies de confinement de  $\langle E_{ps} \rangle = 25 \text{ meV}$  et  $\langle E_{ps} \rangle = 48 \text{ meV}$  (voir les figures 4.14b et 4.15). Les amplitudes de probabilité qui en découlent sont respectivement données par  $\min(\Omega_1/\Delta\omega)^2 = 0.527$  pour  $\Delta\nu = -131.8 \text{ GHz}$ , et  $\min(\Omega_1/\Delta\omega)^2 = 0.466$  pour  $\Delta\nu = -140.1 \text{ GHz}$ . Aussi, nous nous limiterons à des énergies d'anti-protons inférieures à  $10 \text{ keV}$ , la convergence des sections efficaces partielles impliquant les canaux  $\bar{\text{H}}(n_h = 6)$  étant difficilement obtenue aux plus hautes énergies.



**Figure 4.14** – (a) Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(n_h))$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction ( $2 \leq n_h \leq 6$ ), pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4 \text{ V/cm}$  et  $\Delta\nu = -110.25 \text{ GHz}$ . (b) Sections efficaces inclusives  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3d))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler) ;  $\Delta\nu_D = 43.04 \text{ GHz}$  et  $\Delta\nu_D = 59.64 \text{ GHz}$  (avec élargissement Doppler).



**Figure 4.15** – (a) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(1s))$  obtenues en considérant  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4 \text{ V/cm}$  pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler) ;  $\Delta\nu_D = 43.04 \text{ GHz}$  et  $\Delta\nu_D = 59.64 \text{ GHz}$  (avec élargissement Doppler). (b) Sections efficaces inclusives correspondante (légende identique).

À 2 keV, nous constatons une augmentation de la section efficace inclusive  $\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  de 17.6% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 0$ . Cette augmentation diminue de 30.1% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV, et de 39.2% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV, conduisant respectivement à une augmentation minimale de 12.3% et 10.7%. En comparant ces estimations avec le cas Ps(3s), nous en déduisons que l'effet Doppler obstrue davantage à l'augmentation de la production de  $\bar{\text{H}}(n_h \leq 6)$  lorsque le positronium est préparé dans l'état 3d. Néanmoins, les présentes estimations sont plus fiables que celles obtenues précédemment. Ceci dans la mesure où à basse énergie d'antiproton, l'erreur relative (4.3) obtenue à champ nul est plus faible pour l'orbitale d que l'orbitale s ( $\epsilon_r \sim 16\%$  pour Ps(3d)).

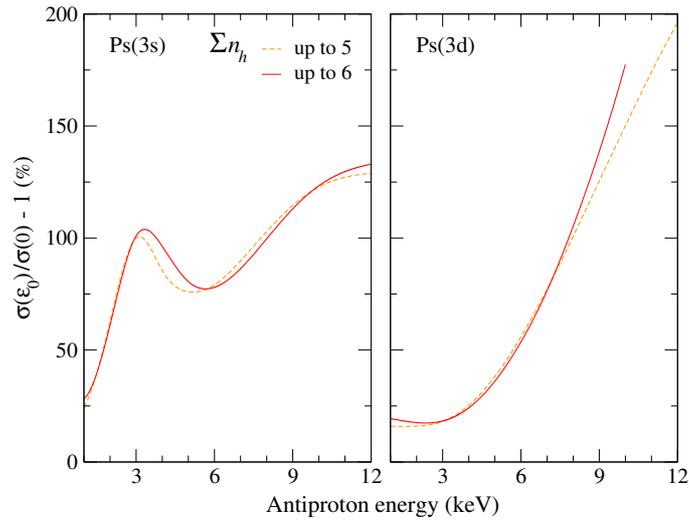
Ps(3s)				Ps(3d)			
$E_{\bar{p}}$ (keV)	$\langle E_{ps} \rangle$ (meV)	$\sigma(\mathcal{E}_0) (\pi a_0^2)$	$\sigma(\mathcal{E}_0) \sigma(0)$	$E_{\bar{p}}$ (keV)	$\langle E_{ps} \rangle$ (meV)	$\sigma(\mathcal{E}_0) (\pi a_0^2)$	$\sigma(\mathcal{E}_0) \sigma(0)$
4	0	2.01961 [2]	1.963	1	0	9.13012 [3]	1.194
	25	1.73034 [2]	1.682		25	8.68561 [3]	1.136
		2.52618 [2]	2.455		48	8.56469 [3]	1.120
	48	1.65268 [2]	1.606		2	0	2.04156 [3]
	2.86664 [2]	2.786	25	1.95009 [3]		1.123	
6	0	5.86088 [1]	1.780	3	48	1.92269 [3]	1.107
		5.08085 [1]	1.543		0	6.31964 [2]	1.183
	25	7.32758 [1]	2.225	25	6.02748 [2]	1.128	
		4.87143 [1]	1.479	48	5.94467 [2]	1.113	
48	8.14481 [1]	2.474	4	0	2.42560 [2]	1.242	
8	0	2.22749 [1]		1.997	25	2.28450 [2]	1.170
		1.88705 [1]	1.691	48	2.24558 [2]	1.150	
	25	2.84976 [1]	2.554	6	0	5.64857 [1]	1.537
		1.79564 [1]	1.609		25	5.06263 [1]	1.377
48	3.22424 [1]	2.890	48	4.90488 [1]	1.334		
10	0	9.77465	2.234	8	0	1.95196 [1]	2.054
		8.13940	1.860		25	1.65307 [1]	1.739
	25	1.27748 [1]	2.919	10	48	1.57280 [1]	1.655
		7.70037	1.760		0	8.49007	2.775
48	1.45626 [1]	3.328	25	6.86887	2.245		
				48	6.43348	2.103	

**Table 4.6** – Sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p = 3))$  et gains correspondants ( $\text{sup } n_h = 6$ ) obtenus pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm, en fonction de l'énergie de l'antiproton. Le nombre entre crochets indique l'exposant de la multiplication par puissance de 10 ([2] pour  $10^2$ , etc.). **Ps(3s)** Sections efficaces et gains obtenus dans le cas idéal  $\langle E_{ps} \rangle = 0$  ( $\Delta\nu = -110.25$  GHz), puis aux élargissements Doppler extrêmes lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV et  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV. **Ps(3d)** Seuls les valeurs minimales obtenues aux élargissements Doppler extrêmes sont indiquées.

**Ps(3s) versus Ps(3d)** Enfin, nous représentons sur la figure 4.16 les gains inclusifs obtenus pour Ps(3s) et Ps(3d) dans le cas où  $\langle E_{ps} \rangle = 0$ . Cela nous fait remarquer que  $\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0) \geq 2\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  au-delà de 8 keV pour ces deux états du positronium, mais aussi autour de 3 keV pour Ps(3s).

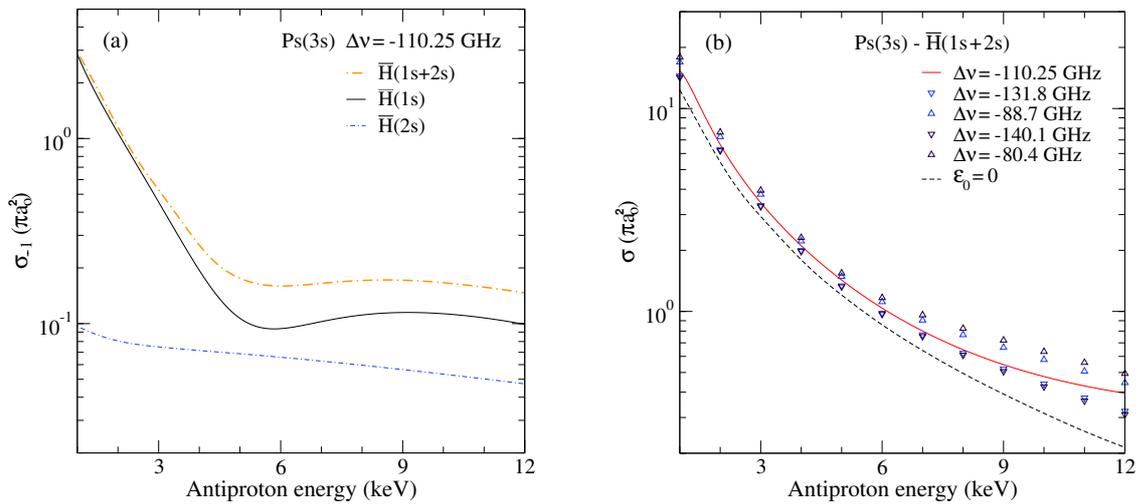
### Deuxième réaction

De la même manière que pour la première réaction, nous commençons par représenter sur les figures 4.17a et 4.18a les sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}$ , en considérant respectivement les canaux  $\bar{\text{H}}(1s, 2s, 1s + 2s)$  pour Ps(3s), et  $\bar{\text{H}}(1s)$  pour Ps(3d). Les sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}$  corres-

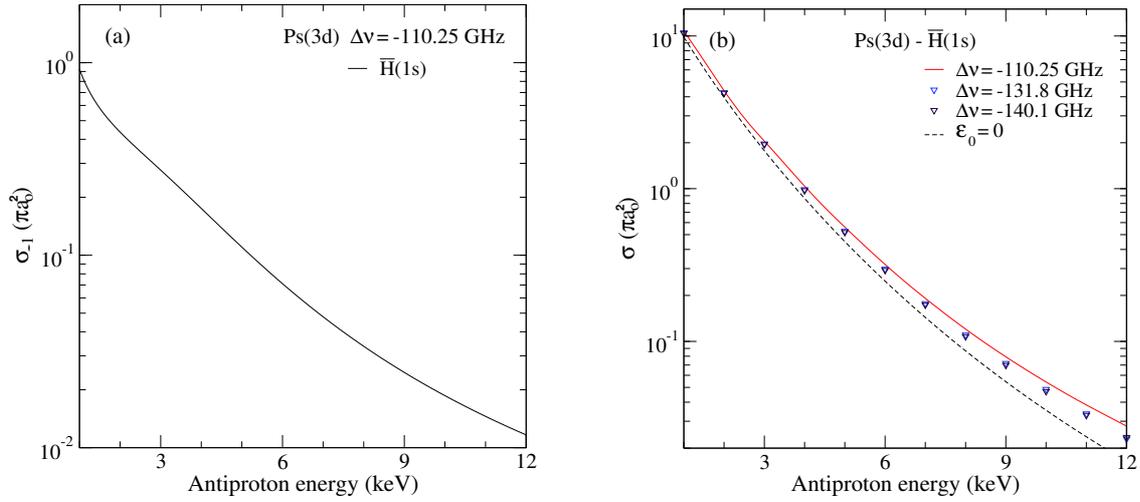


**Figure 4.16** – Gains inclusifs  $\text{Ps}(n_p = 3)$  obtenus pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz, en fonction de l'énergie d'antiproton. En considérant : (ligne discontinue) les 15 premiers états de  $\bar{\text{H}}$ ; (ligne continue) les 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$ .

pondantes, qui correspondent approximativement aux résultats inclusifs, sont ensuite représentées sur les figures 4.17b et 4.18b. Ceci en considérant les valeurs de  $\langle E_{ps} \rangle$  indiquées dans la table 4.5. Ces résultats viennent renforcer les observations faites sur l'influence du champ électrique lors de l'étude de  $\text{Ps}(1s)$  pour les deux réactions. Globalement, l'excitation par laser des états  $\text{Ps}(n_p = 3)$  pour la deuxième réaction conduit également à une modification des sections efficaces inclusives qui est moins significative que pour la première réaction : les gains correspondants sont indiqués dans la table 4.7. Ces observations montrent, relativement à la première réaction où l'un des partenaires de la voie finale est neutre, que l'interaction coulombienne ( $\bar{\text{H}}^+, e^-$ ) domine par rapport au champ extérieur appliqué.



**Figure 4.17** – (a) Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3s) - \bar{\text{H}}(1s, 2s, 1s + 2s))$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction, pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(3s) - \bar{\text{H}}(1s + 2s))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler).



**Figure 4.18** – (a) Section efficace partielle  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(1s))$  issue de l’absorption d’un photon lors de la réaction, pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(1s))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_{\text{D}} = 0$  (sans élargissement Doppler) ;  $\Delta\nu_{\text{D}} = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_{\text{D}} = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler).

<b>Ps(3s)</b>				<b>Ps(3d)</b>				
$E_{\bar{p}}$ (keV)	$\langle E_{ps} \rangle$ (meV)	$\sigma(\mathcal{E}_0)$ ( $\pi a_0^2$ )	$\sigma(\mathcal{E}_0) \sigma(0)$	$E_{\bar{p}}$ (keV)	$\langle E_{ps} \rangle$ (meV)	$\sigma(\mathcal{E}_0)$ ( $\pi a_0^2$ )	$\sigma(\mathcal{E}_0) \sigma(0)$	
4	0	2.0778	1.146	1	0	1.0766 [1]	1.094	
	25	1.9985	1.103		25	1.0490 [1]	1.066	
		2.2211	1.226		48	1.0416 [1]	1.059	
		1.9772	1.091		2	0	4.3875	1.110
2.3094	1.274	25	4.2575	1.077				
6	0	1.0286	1.184	3	48	4.2226	1.069	
	25	9.8102 [-1]	1.129		0	2.0506	1.156	
		1.1149	1.283		25	1.9681	1.109	
		9.6824 [-1]	1.114		48	1.9460	1.097	
8	48	1.1679	1.344	4	0	1.0396	1.202	
	0	6.7434 [-1]	1.340		25	9.8740 [-1]	1.142	
	25	6.2333 [-1]	1.238		48	9.7337 [-1]	1.126	
		7.6671 [-1]	1.523		0	3.1916 [-1]	1.286	
6.0964 [-1]		1.211	6	25	2.9796 [-1]	1.201		
8.2357 [-1]	1.636	48		2.9227 [-1]	1.178			
10	0	4.8840 [-1]	1.516	8	0	1.2045 [-1]	1.388	
	25	4.3880 [-1]	1.362		25	1.1039 [-1]	1.272	
		5.7823 [-1]	1.795		48	1.0769 [-1]	1.241	
		4.2548 [-1]	1.321		10	0	5.4249 [-2]	1.531
6.3352 [-1]	1.966	25	4.8594 [-2]	1.371				
						48	4.7097 [-2]	1.329

**Table 4.7** – Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p = 3) - \bar{\text{H}}(1s, 1s + 2s))$  et gains correspondants obtenus pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm, en fonction de l’énergie de l’antiproton. L’organisation du tableau est identique à celle du tableau 4.6. **Ps(3s)** Sections efficaces et gains relatifs aux canaux  $\bar{\text{H}}(1s + 2s)$ . **Ps(3d)** Sections efficaces et gains relatifs au canal  $\bar{\text{H}}(1s)$ .

En ce qui concerne Ps(3s), notre modèle prédit idéalement à 2 keV une augmentation de la section efficace inclusive  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  de 21.0%. Cette augmentation diminue de 5.2% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV, et de 6.5% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV, conduisant respectivement à une augmentation minimale de 14.7% et 13.1%. Dans le cas Ps(3d), l'augmentation de la section efficace inclusive est de 11% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 0$ . Celle-ci décroît de 3.0% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV, et de 3.7% lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV, conduisant respectivement à une augmentation minimale de 7.7% et 6.9%.

#### 4.4 Taux de production de $\bar{\text{H}}$ et $\bar{\text{H}}^+$

Dans la section précédente, les taux de production de  $\bar{\text{H}}$  et  $\bar{\text{H}}^+$  sont décrits en terme de sections efficaces. Cependant, en remarquant que les états excités de  $\bar{\text{H}}$  peuvent se désexciter spontanément entre les deux réactions, le nombre de  $\bar{\text{H}}^+$  produit ne peut être directement déduit du calcul des sections efficaces. C'est pourquoi nous proposons dans cette section d'étudier la dynamique qui prend place dans l'expérience, au voisinage de la raie Lyman- $\alpha$  pour Ps(1s), et Paschen- $\beta$  pour Ps(3d).

##### 4.4.1 Simulations pour Ps(1s) à 6 keV

Dans cette partie, nous envisageons de considérer le cas où la cible atomique de Ps est au repos (sans élargissement Doppler), et où l'énergie d'impact est de 6 keV.

##### Présentation du modèle

En ce qui concerne la première réaction, ces conditions de travail avaient préalablement conduit à un gain inclusif  $\sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}) / \sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0) = 18.9\%$ . Suivant le modèle décrit dans [38, 39], la dynamique des populations des états de  $\bar{\text{H}}$  est régie par le système d'équations différentielles couplées du premier ordre suivant

$$\dot{\mathbf{p}}_{\bar{\text{H}}} = N_{\bar{p}} \mathbf{\Gamma}^{\text{CBA}} + \mathcal{M}_{\text{rad}} \times \mathbf{p}_{\bar{\text{H}}} - f_{\tau} \mathbf{\Gamma}_{\text{ph}}, \quad (4.20)$$

où les 15 composantes du vecteur  $\mathbf{p}_{\bar{\text{H}}}$  sont respectivement associées aux états allant de 1s à 5g. Notons que la dimension de ce vecteur est choisie en accord avec la convergence des sections efficaces inclusives obtenues pour Ps(1s) lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$ . Dans la relation (4.20), la production des états de  $\bar{\text{H}}$  par le processus de collision Ps- $\bar{p}$  est décrite par le premier terme, où  $N_{\bar{p}}$  est le nombre d'antiprotons entrant dans la chambre de collision. Le second, tient compte de l'instabilité des états de  $\bar{\text{H}}$  produits, dont l'origine provient du processus d'émission spontanée. Ce terme est défini suivant la matrice  $\mathcal{M}_{\text{rad}}$  de dimension  $15 \times 15$ , dont les éléments diagonaux correspondent aux taux de désexcitation radiatifs, et dont les éléments non-diagonaux correspondent aux taux de désexcitation partiels. Ces éléments tabulés dans [119] peuvent être obtenus par le calcul en utilisant la relation (4.6). Enfin, le dernier terme de (4.20) faisant intervenir explicitement l'enveloppe  $f_{\tau}$  modélisant l'impulsion laser, tient compte des processus de photo-ionisation des états de  $\bar{\text{H}}$  qui peuvent survenir lorsque la collision est assistée par laser. L'introduction de ce terme permet également de déterminer, relativement par rapport au nombre de  $\bar{\text{H}}$  produit, le nombre de  $\bar{\text{H}}$  photo-ionisé. Les composantes du vecteur  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}}$  sont définies par

$$(\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}})_{n_h l_h} = \sigma_{\text{ph}}(n_h, l_h) \phi_0, \quad (4.21)$$

où  $\phi_0 = \omega_0^{-1} I_0$  est le flux de photons introduit à la sous-section 4.3.3, et  $\sigma_{\text{ph}}$  les sections efficaces totales (au sens de l'intégration sur les angles) de photo-ionisation à un photon. Dans l'approximation dipolaire, celles-ci sont pour un état de polarisation rectiligne du champ électrique orienté suivant  $\hat{z}$  définies par [125]

$$\sigma_{\text{ph}}(k, l) = \frac{4\pi^2 \omega \kappa \alpha}{(2l+1)} \sum_m \int_{\Omega} d\hat{\boldsymbol{\kappa}} |A_m|^2, \quad (4.22a)$$

$$A_m = \hat{\boldsymbol{z}} \cdot \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{r} \psi_{\boldsymbol{\kappa}}^{(-)*}(\mathbf{r}) \mathbf{r} \psi_{klm}(\mathbf{r}). \quad (4.22b)$$

Ces relations s'appliquent plus généralement à la description des atomes hydrogénoïdes de masse réduite  $\mu$ . Le paramètre de Sommerfeld associé à la fonction d'onde coulombienne de (4.22a) est défini par  $\beta = -\mu/\kappa$ , pour un vecteur d'onde  $\boldsymbol{\kappa} = (2\mu(\omega - \epsilon_k))^{1/2}$  (se référer au compl. A). De plus, une expression analytique des sections efficaces (4.22a) est établie dans [126], et nous précisons que la dérivation de l'amplitude de transition (4.22b) dans le cas de l'atome d'hydrogène est faite dans [76]. Les valeurs obtenues numériquement en considérant  $\omega_0 = 5.102 \text{ eV}$  et  $\mu = 1$  sont indiquées dans la table 4.8. Notons que  $\bar{\text{H}}(1s)$  ne peut être photo-ionisé par l'absorption d'un photon, dans la mesure où l'énergie des photons émis par le rayonnement  $\omega_0 = 5.102 \text{ eV}$  est inférieure au potentiel d'ionisation de  $13.6 \text{ eV}$ . Enfin, le flux de photons intervenant dans la relation (4.21) est obtenu pour les paramètres de champ  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}$  et  $\Delta\nu = -110.25 \text{ GHz}$ , et vaut  $\phi_0 = 4.06 \times 10^{24} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

$n_h = 2$	$s$	7.0195 [-2]
	$p$	4.3334 [-2]
$n_h = 3$	$s$	2.0723 [-2]
	$p$	1.0952 [-2]
	$d$	2.2531 [-3]
$n_h = 4$	$s$	8.7354 [-3]
	$p$	4.4402 [-3]
	$d$	1.0805 [-3]
	$f$	9.6285 [-5]
$n_h = 5$	$s$	4.4710 [-3]
	$p$	2.2363 [-3]
	$d$	5.7607 [-4]
	$f$	7.0634 [-5]
	$g$	3.2289 [-6]

**Table 4.8** – Sections efficaces totale de photo-ionisation à un photon (4.22) relatives aux 15 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  (en unité de  $\pi a_0^2$ ) pour une énergie de photons  $\omega_0 = 5.102 \text{ eV}$ , et un état de polarisation rectiligne du champ électrique. Le nombre entre crochets indique l'exposant de la multiplication par puissance de 10.

Ceci étant dit, le vecteur  $\boldsymbol{\Gamma}^{\text{CBA}}$  décrivant la production d'antihydrogènes est défini par

$$\boldsymbol{\Gamma}^{\text{CBA}} = n_{ps} v_{\bar{p}} \left( |\rho_{1s}| \boldsymbol{\sigma}^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s)) + |\rho_{2p}| \boldsymbol{\sigma}^{\text{CBA}}(\text{Ps}(2p)) \right), \quad (4.23)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p, l_p))$  sont les vecteurs de composantes  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{\text{H}}(n_h, l_h))$ ; la densité du nuage de positronium dans la chambre de collision est notée  $n_{ps}$ , et la vitesse des antiprotons incidents  $v_{\bar{p}}$ . Les populations  $\rho_{1s}$  et  $\rho_{2p}$  qui interviennent dans l'équation d'évolution (4.23) sont décrites dans le formalisme de la matrice densité, à partir des équations de Bloch optiques. Ces équations traitent des processus de transition à un photon dans un système à deux niveaux. Utilisant respectivement les notations  $gg$  et  $ee$  pour désigner les populations de l'état initial ( $1s$ ) et de l'état final ( $2p$ ), celles-ci sont dans le cas non-résonant [127] régies par le système d'équations différentielles (4.24). Dans ces équations qui constituent une adaptation de celles initialement proposées par F. Biraben dans le cas résonant [39], nous rappelons que  $\Omega_1 = 2\pi \times 95.32 \text{ GHz}$  et  $\Delta\omega = 2\pi \times \Delta\nu$ . Les temps de

vie naturels de l'état initial  $\tau = 142$  ns et de l'état final  $\Gamma_e^{-1} = 3.2$  ns sont pris en compte, et les éléments non-diagonaux de la matrice densité (4.24c) appelés cohérences vérifient  $\rho_{ge} = \rho_{eg}^*$ . Enfin, le taux de photo-ionisation  $\Gamma_{\text{ph}} = 12.51$  MHz qui est obtenu en substituant  $\sigma_{\text{ph}}(2p) = 0.1101a_0^2$  dans la relation (4.21) est celui de Ps(2p).

$$\dot{\rho}_{gg} = s + 1/2if_{\tau}\Omega_1(\rho_{ge} - \rho_{eg}) + \Gamma_e\rho_{ee} - (\tau)^{-1}\rho_{gg} \quad (4.24a)$$

$$\dot{\rho}_{ee} = -1/2if_{\tau}\Omega_1(\rho_{ge} - \rho_{eg}) - \Gamma_e\rho_{ee} - f_{\tau}\Gamma_{\text{ph}}\rho_{ee} \quad (4.24b)$$

$$\dot{\rho}_{eg} = 1/2if_{\tau}\Omega_1(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - (1/2((\tau)^{-1} + \Gamma_e) - if_{\tau}\Delta\omega)\rho_{eg} \quad (4.24c)$$

Considérant par la suite une enveloppe de profil Gaussien, nous adopterons l'expression qui est proposée dans la thèse de P. Comini.

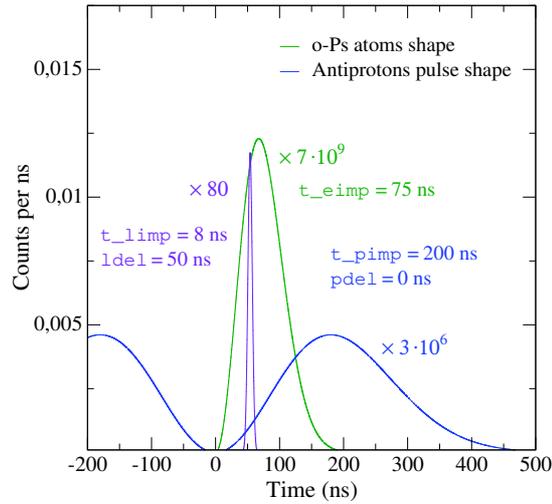
$$f_{\tau}(t) = \mathbf{t\_l\text{imp}} \times \frac{1}{\sqrt{\pi}}(2\sigma_{\tau}^2)^{-1/2}e^{-1/2\left((t - (\mathbf{ldel} + 1/2\mathbf{t\_l\text{imp}}))/\sigma_{\tau}\right)^2} \quad (4.25)$$

Dans cette expression,  $\mathbf{t\_l\text{imp}} = 8$  ns est la durée d'impulsion du laser L2 proposé à la sous-section 4.3.3),  $\sigma_{\tau} = \mathbf{t\_l\text{imp}}/(2\sqrt{2\ln 2})$  est l'écart type correspondant, et  $\mathbf{ldel} + 1/2\mathbf{t\_l\text{imp}}$  est l'espérance mathématique choisie. L'introduction de la variable  $\mathbf{ldel}$  permet de considérer un certain retard du pic impulsif vis-à-vis de l'origine des temps, et la multiplication par  $\mathbf{t\_l\text{imp}}$  conduit à un profil non normalisé dont le préfacteur vaut  $2\sqrt{\ln 2}/\sqrt{\pi}$ . Cette opération permet de conserver les unités du produit  $(f_{\tau}\Omega_1) \times \rho$  intervenant dans les équations de Bloch, exprimé en Hz<sup>2</sup>. Le terme « de source »  $s(t)$ , qui intervient dans la relation (4.24a), décrit le nombre d'orthopositronium présent dans la chambre de collision en fonction du temps. Son expression est donnée par une maxwellienne permettant de reproduire qualitativement le profil asymétrique des impulsions de positons.

$$s(t) = \frac{4t^2}{\sqrt{\pi}}(2\sigma_{ps}^2)^{-3/2}e^{-1/2(t/\sigma_{ps})^2} \quad (4.26)$$

La durée d'impulsion du faisceau de positons choisie est  $\mathbf{t\_e\text{imp}} = 75$  ns, et l'écart type que nous considérons ici vaut  $\sigma_{ps} = \mathbf{t\_e\text{imp}}/(4/3\sqrt{2\ln 2})$ . En admettant que le piège HFT déverse  $2 \times 10^{10}$  positons par impulsion et que l'efficacité de conversion  $e^+/\text{o-Ps}$  est de 35% (voir la description faite à la sous-section 1.2.3), nous considérons pour nos simulations que le nombre total d'orthopositronium susceptible d'interagir avec les antiprotons dans la chambre de collision vaut  $N_{ps} = 7 \times 10^9$ . Compte des dimensions de la chambre de collision de  $1\text{ mm}^2 \times 20\text{ mm}$ , la densité du nuage d'orthopositronium qui en résulte vaut  $n_{ps} = 3.5 \times 10^8$  Ps/mm<sup>3</sup>. Cette estimation qui ne tient pas compte des fuites présentes aux deux extrémités de la chambre de collision suppose que la densité du nuage d'orthopositronium est homogène. Enfin, nous supposons que le faisceau impulsif d'antiproton délivré par ELENA est monoénergétique, et que ce dernier est composé de  $N_{\bar{p}} = 3 \times 10^6$  antiprotons par impulsion. Ce faisceau, qui est caractérisé par une durée d'impulsion  $\mathbf{t\_p\text{imp}} = 200$  ns et un retard à l'origine  $\mathbf{pdel}$ , est également décrit en adoptant une expression de la forme (4.26).

Comme le formalisme utilisé pour la dérivation des sections efficaces conduit à des amplitudes de transition pour le système de particules qui sont indépendantes du temps, les composantes du vecteur  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s))$  sont définies par morceaux : elles correspondent aux sections efficaces obtenues pour  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm lorsque  $|t - \mathbf{ldel}| \leq \mathbf{t\_l\text{imp}}/2$ , et aux sections efficaces obtenues pour  $\mathcal{E}_0 = 0$  sinon. En contrepartie, nous constatons en calculant les sections efficaces partielles en présence du champ laser  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(2p) - \bar{\text{H}}(n_h, l_h)) \sim \sigma_0 + \sigma_{+1}$  conformément à la relation (4.16), que  $\sigma_{+1} < 3\%\sigma_0$  pour les 15 premiers états de  $\bar{\text{H}}$ . En conséquence, aucune modification des sections efficaces vis-à-vis de celles obtenues à champ nul n'est observée pour une préparation du positronium dans l'état



**Figure 4.19** – Évolution du nombre d’antiprotons entrant dans la chambre de collision (en  $\text{ns}^{-1}$ ) pour  $\tau_{\text{pimp}} = 200 \text{ ns}$  et  $\text{pdel} = 0 \text{ ns}$ , du nombre d’orthopositronium produits (en  $\text{ns}^{-1}$ ) pour  $\tau_{\text{eimp}} = 75 \text{ ns}$ , et du profil de l’impulsion laser (sans dimension) pour  $\tau_{\text{limp}} = 8 \text{ ns}$  et  $\text{ldel} = 50 \text{ ns}$ , en fonction du temps.

$2p$ , puisque  $\sigma_0 \sim \sigma^{\text{CBA}}(\mathcal{E}_0 = 0)$  : les composantes du vecteur  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(2p))$  n’ont donc pas besoin d’être définies par morceaux, et correspondent approximativement aux sections efficaces obtenues en l’absence de champ. Cela peut être interprété en remarquant que comparativement à l’orbitale  $s$ , l’orbitale  $p$  est déjà polarisée. Ainsi, le passage d’un état pur d’orbitale  $p$  vers un état mixte  $\alpha|1s\rangle + \beta|2p\rangle$  ( $\alpha = \sqrt{0.249}, \beta = \sqrt{0.751}$ ) d’orbitale  $sp$  par émission virtuelle d’un photon lors de la transition  $2p \rightarrow 1s$  ne peut pas améliorer les chances de réaliser la capture.

Arbitrairement, l’instant  $t = 0$  marque le début de la production d’orthopositronium, de sorte que chaque expérience de collision soit caractérisée par la donnée des retards  $\text{ldel}$  du faisceau laser et  $\text{pdel}$  du faisceau d’antiproton vis-à-vis de l’origine des temps (voir figure 4.19). Les valeurs négatives et positives de la variable  $\text{pdel}$  correspondent respectivement aux situations où le maximum de l’impulsion du faisceau d’antiprotons arrive en amont et en aval de l’instant marquant le début de la production d’orthopositronium. Par la suite, nous considérerons pour nos simulations que  $-200 \text{ ns} \leq \text{pdel} \leq 100 \text{ ns}$ , afin d’obtenir un recouvrement appréciable du faisceau de positons par le faisceau d’antiprotons. Une augmentation du nombre de  $\bar{H}$  produits par excitation laser des o-Ps implique également d’obtenir un recouvrement du faisceau de positons par l’impulsion laser. Cela suggère de considérer  $0 \text{ ns} < \text{ldel} \leq 150 \text{ ns}$  au vu de la durée d’impulsion du faisceau de positons choisie. De plus, puisque ces expériences de collision ne peuvent durer plus de  $\tau_{\text{int}} \sim 19 \text{ ns}$  compte tenu du temps de traversé des antiprotons dans la chambre de collision (voir équation (2.64)), nous imposons la condition  $\text{pdel} \leq t \leq \text{pdel} + \tau_{\text{int}}$  selon laquelle la dynamique des population des états de  $\bar{H}$  peut prendre place. Cette condition marque le début et la fin de la production des antihydrogènes dans la chambre de collision, pour un certain retard du faisceau d’antiprotons. À l’issue de l’intégration de la relation (4.20) sur ces 19 ns par des méthodes de type Runge-Kutta, le produit de convolution entre la population totale  $\sum_{n_h l_h} (p_{\bar{H}})_{n_h l_h}$  et l’enveloppe du faisceau d’antiprotons fournit le nombre de  $\bar{H}$  produit par impulsion contenant  $3 \times 10^6$  antiprotons.

En ce qui concerne la deuxième réaction, la dynamique de la population de  $\bar{H}^+$  est régie par l’équation différentielle du premier ordre suivante

$$\dot{p}_{\bar{H}^+} = \mathbf{p}_{\bar{H}} \cdot \mathbf{\Gamma}^{\text{CDW-FS}} - f_{\tau} \Gamma_{\text{det}}. \quad (4.27)$$

Dans la relation (4.27), le premier terme faisant intervenir les populations des états de  $\bar{H}$  produits à

l'issue de la première réaction décrit la production des ions  $\bar{H}^+$  par le processus de collision  $\text{Ps}-\bar{H}$ . Le second terme tient compte des processus de photo-détachement des ions produits lorsque la réaction est assistée par laser. En extrapolant de [128] la valeur de la section efficace de photo-détachement  $\sigma_{\text{det}} \sim 12 \text{ Mb}$ <sup>9</sup> obtenue à 243 nm, la probabilité par unité de temps correspondante est estimée à  $\Gamma_{\text{det}} = 48.71 \text{ MHz}$ . Les composantes du vecteur  $\mathbf{\Gamma}^{\text{CDW-FS}}$  sont semblablement à (4.23) définies par

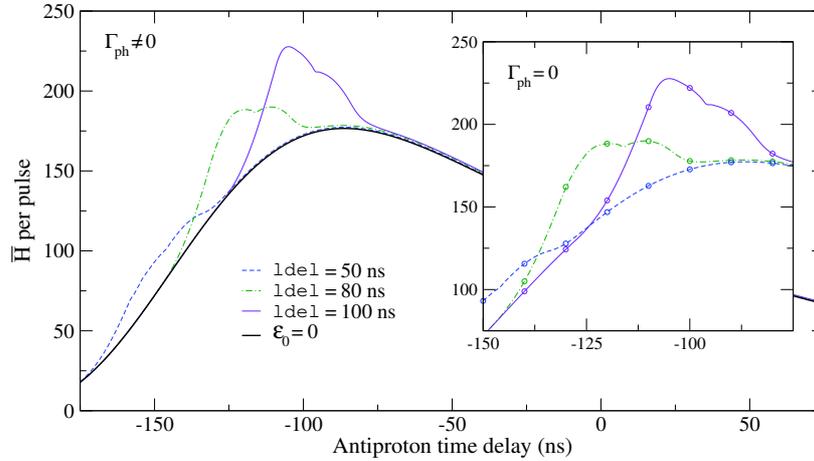
$$\mathbf{\Gamma}^{\text{CDW-FS}} = n_{ps} v_{\bar{p}} \left( |\rho_{1s}| \sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(1s)) + |\rho_{2p}| \sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(2p)) \right), \quad (4.28)$$

où  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p))$  sont les vecteurs de composantes  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{H}(n_h, l_h))$ . Comme l'investigation faite en 4.3.3 sur la deuxième réaction porte uniquement sur les canaux d'entrée dominants  $\bar{H}(1s + 2s)$ , nous réaliserons l'approximation suivante

$$\sigma^{\text{CDW-FS}}(\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}) \sim \sigma^{\text{CDW-FS}}(\mathcal{E}_0 = 0), \quad (4.29)$$

sur les 13 dernières composantes du vecteur  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(1s))$ . Notons que cela ne devrait pas affecter significativement la population des ions  $\bar{H}^+$  produits, puisque la relation (4.4) montre une hiérarchie décroissante des sections efficaces  $\text{Ps}(1s) - \bar{H}(n_h, l_h)$  en fonction du nombre quantique principal  $n_h$ . En comparant la section efficace  $\bar{H}(2s)$  avec les deux premières sections efficaces concernées par l'approximation (4.29) dans le cas où  $\mathcal{E}_0 = 0$ , nous constatons que  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\bar{H}(2p)) = 13.9\% \sigma^{\text{CDW-FS}}(\bar{H}(2s))$ , et que  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\bar{H}(3s)) = 0.24\% \sigma^{\text{CDW-FS}}(\bar{H}(2s))$ . Enfin, nous précisons que lorsque les simulations traitent des deux réactions consécutives, le produit de convolution impliquant l'enveloppe du faisceau d'antiprotons doit être fait avec la population d'ions antihydrogène.

### Estimations du nombre d'antiparticules produites



**Figure 4.20** – Nombre de  $\bar{H}$  produit en fonction du retard `pde1` du faisceau d'antiprotons, pour plusieurs valeurs du retard `lde1` du faisceau laser : (lignes)  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}} \neq \mathbf{0}$ ; (points)  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}} = \mathbf{0}$ . Les paramètres de champ choisis sont  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}$ ,  $\Delta\nu = -110.25 \text{ GHz}$  (sans élargissement Doppler) et  $\tau_{\text{limp}} = 8 \text{ ns}$ .

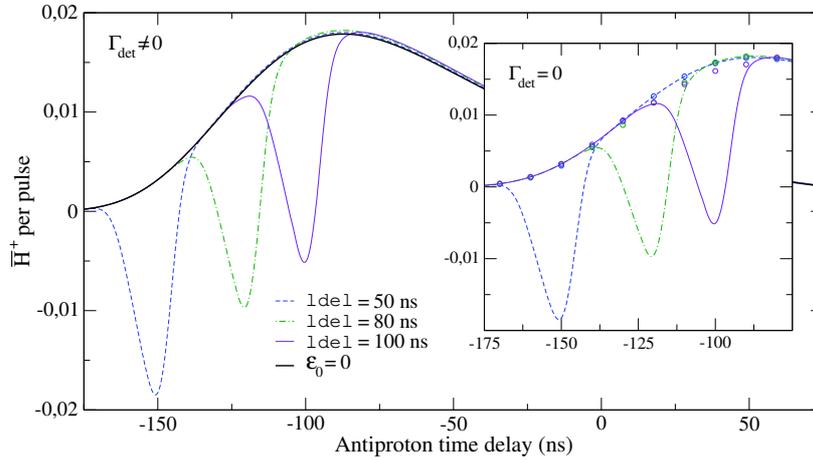
Sur la figure 4.20, nous représentons l'évolution du nombre de  $\bar{H}$  produit en fonction du retard `pde1` du faisceau d'antiprotons lorsque la cible atomique de  $\text{Ps}(1s)$  est au repos ( $\Delta\nu_D = 0$ ). Lorsque la collision est non-assistée ( $\mathcal{E}_0 = 0$ ), nous constatons que le nombre de  $\bar{H}$  produit croît tant que le retard `pde1`  $\leq -90 \text{ ns}$ , puis décroît. En présence du laser, les simulations sont respectivement obtenus pour un retard du faisceau laser égal à `lde1` = 50 ns, `lde1` = 80 ns, et `lde1` = 100 ns. Celles-ci traduisent fidèlement du fait qu'une augmentation significative du nombre de  $\bar{H}$  produit à champ

9. 1 barn =  $10^{-24} \text{ cm}^2$ .

l <sub>del</sub> (ns)	50				80			100		
p <sub>del</sub> (ns)	-155	-150	-145	-125	-120	-115	-105	-100	-95	
$\bar{\text{H}}(\mathcal{E}_0 = 0)$	59.11	72.11	85.5	135.64	145.79	154.56	167.63	171.9	174.74	
$\bar{\text{H}}(\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm})$	79.39	93.09	104.02	182.28	188.3	187.65	225.25	222.04	211.93	
Gain (%)	34.3	29.1	21.7	34.4	29.2	21.4	34.4	29.2	21.3	

**Table 4.9** – Nombre de  $\bar{\text{H}}$  produit et gain correspondant en fonction des retards l<sub>del</sub> et p<sub>del</sub>. Les paramètres de champ choisis sont identiques à ceux de la figure 4.20.

nul n'est possible que lorsque l'impulsion laser, et le maximum de la distribution maxwellienne du faisceau d'antiprotons, sont proches de la situation de phase : le nombre de  $\bar{\text{H}}$  produit lorsque l<sub>del</sub>  $\sim$  p<sub>del</sub> +  $\tau_{\text{pimp}}$  ainsi que les gains correspondants sont indiqués dans la table 4.9. Enfin, nous comparons sur la même figure les résultats obtenus à ceux n'incluant pas les processus de photo-ionisation des états de  $\bar{\text{H}}$ , en imposant  $\Gamma_{\text{ph}} = \mathbf{0}$  dans la relation (4.20). Cela montre que les pertes par photo-ionisation sur le nombre de  $\bar{\text{H}}$  produit restent négligeables pour les paramètres de champ que nous considérons.



**Figure 4.21** – Nombre de  $\bar{\text{H}}^+$  produit en fonction du retard p<sub>del</sub> du faisceau d'antiprotons, pour plusieurs valeurs du retard l<sub>del</sub> du faisceau laser : (lignes)  $\Gamma_{\text{d}} \neq \mathbf{0}$  ; (points)  $\Gamma_{\text{d}} = \mathbf{0}$ . Les paramètres de champ choisis sont  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}$ ,  $\Delta\nu = -110.25 \text{ GHz}$  (sans élargissement Doppler) et  $\tau_{\text{limp}} = 8 \text{ ns}$ .

Les simulations qui sont représentées sur la figure 4.21 incluent les processus de photo-ionisation des états de  $\bar{\text{H}}$ . Ces simulations montrent que le nombre d'ions antihydrogène produit lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$  reste inférieur à  $2 \times 10^{-2}$ . Lorsque la collision est assistée par laser, celles-ci témoignent du fait que la contribution du processus de photo-détachement (situation où  $\Gamma_{\text{det}} \neq 0$ ) est trop importante pour permettre une quelconque augmentation du nombre de  $\bar{\text{H}}^+$  initialement produit : l'excitation par laser de  $\text{Ps}(1s)$  est donc plus appropriée pour accroître la production d'antihydrogènes lorsque les paramètres de champ  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/cm}$  et  $\Delta\nu = -110.25 \text{ GHz}$  sont considérés.

#### 4.4.2 Simulations pour $\text{Ps}(3d)$ à 1 keV

Dans cette dernière partie, nous envisageons de déterminer le nombre d'atomes et d'ions antihydrogène produit lorsque  $\text{Ps}(3d)$  est excité par laser, et que les antiprotons incidents sont décélérés à 1 keV. Cela implique de considérer pour nos simulations une largeur à mi-hauteur de la distribution en temps du faisceau d'antiprotons de  $\tau_{\text{pimp}} = 300 \text{ ns}$  (contre  $\tau_{\text{pimp}} = 200 \text{ ns}$  à 6 keV) [38].

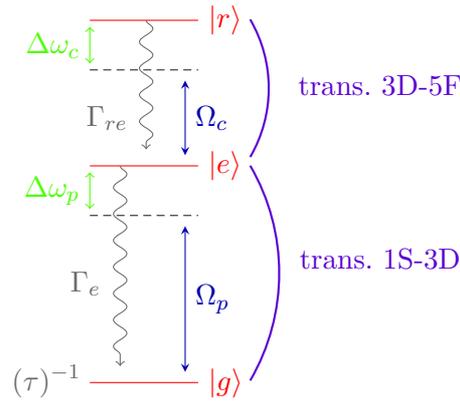
Aussi, nous pouvons constater qu’une adaptation du modèle utilisé pour décrire l’excitation par laser de  $\text{Ps}(1s)$  présente plusieurs limitations. La première vient du fait que la production de  $\text{Ps}(3d)$  en partant de l’état fondamental implique une transition à deux photons (voir figure 4.8). Il en résulte du point de vue expérimental que les processus de collision devraient être assistés par trois faisceaux laser. En effet, deux faisceaux laser dans une configuration contra-propageante sont requis pour produire  $\text{Ps}(3d)$ , et un faisceau laser supplémentaire est requis pour exciter  $\text{Ps}(3d)$ . Néanmoins, puisque le traitement de l’interaction positronium-laser au premier ordre de la théorie des perturbations dépendantes du temps ne nous permet pas de décrire les processus de transition à deux photons, nous considérerons pour nos simulations que les composantes du vecteur  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s))$  correspondent aux sections efficaces obtenues en l’absence de champ. L’élaboration d’un modèle plus précis, qui tiendrait compte de la présence des deux faisceaux laser contra-propageants, nous demanderait d’implémenter les amplitudes de transition à deux photons dans le cas résonant. Cela peut être vu comme une perspective de ce travail de thèse, dans la mesure où de telles amplitudes peuvent être construites à partir de l’opérateur de Green coulombien (voir [96, 129] pour plus de détails). D’autre part, toutes les populations des états du positronium intervenant ici devraient être a priori décrites. Toutefois puisque la fréquence de Rabi (4.19) montre que le couplage  $3d - 5f$  est dominant devant le couplage  $3d - 5p$ , nous admettrons que les composantes du vecteur  $\Gamma^{\text{CBA}}$  ne font intervenir que les populations des états  $|1s\rangle$ ,  $|3d\rangle$  et  $|5f\rangle$ . En ce qui concerne les composantes de  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(5f))$ , nous admettrons qu’elles correspondent aux sections efficaces obtenues lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$  : les arguments nous permettant d’affirmer que les modifications induites par le laser soient négligeables ne sont néanmoins pas établis. Cette limitation vient du fait que l’obtention des sections efficaces en présence du champ nécessiterait un temps de calcul considérable au vu de l’orbitale  $f(l_p = 3)$  considérée pour la voie initiale.

Sous ces hypothèses, le vecteur  $\Gamma^{\text{CBA}}$  décrivant la production d’antihydrogènes est défini par

$$\Gamma^{\text{CBA}} = n_{ps} v_{\bar{p}} \left( |\rho_{1s}| \sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s)) + |\rho_{3d}| \sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3d)) + |\rho_{5f}| \sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(5f)) \right). \quad (4.30)$$

Il en va de même pour le vecteur  $\Gamma^{\text{CDW-FS}}$  décrivant la production d’ions antihydrogène, qui est obtenu en substituant  $\sigma^{\text{CBA}}$  par  $\sigma^{\text{CDW-FS}}$ . Dans la relation (4.30), les composantes du vecteur  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3d))$  qui seront définies par morceaux sont, au vu des facteurs limitants que nous venons d’évoquer, les seules composantes susceptibles de tenir compte de la présence du champ laser (transition à 1 photon). Comme nous l’avons remarqué pour la transition  $1s - 2p$ , le comportement des sections efficaces inclusives de la première réaction obtenues pour  $\text{Ps}(3d)$  lorsque  $\mathcal{E}_0 = 0$  suggère de considérer au moins les populations des 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$ , c’est à dire  $\dim \Gamma^{\text{CBA}} = 21$  (se référer à la sous-section 4.2.1). Notons que la dimension de  $\Gamma^{\text{CDW-FS}}$  est identique, mais que néanmoins, seul la première composante de  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(3d))$  tient compte de la présence du champ laser. Il s’agit de l’approximation (4.29) impliquant dans le cas présent tous les canaux d’entrée de la deuxième réaction, à l’exception de  $\bar{\text{H}}(1s)$ .

De manière à décrire l’évolution des populations des états impliquées dans (4.30), nous proposons d’utiliser les équations de Bloch optiques pour un système à trois niveaux dans une configuration en « cascade » [130, 131] (voir figure 4.22). Utilisant les notations  $gg$ ,  $ee$  et  $rr$  pour désigner les populations de l’état initial ( $1s$ ), de l’état intermédiaire ( $3d$ ), et de l’état final ( $5f$ ), le système d’équations différentielles adopté est défini par les équations (4.31). Dans ces équations,  $\tau = 142$  ns et  $\Gamma_e^{-1} = 31$  ns sont respectivement les temps de vie naturels de l’état initial et de l’état intermédiaire ; la possibilité pour l’atome dans l’état final de retomber sur l’état intermédiaire est également prise en compte, en considérant le taux partiel de désexcitation radiatif  $\Gamma_{re} = 2.27$  MHz. Les fonctions  $g_\tau$  (pour la transition du bas labellisé  $p$ ) et  $f_\tau$  (pour la transition du haut labellisé  $c$ ) modélisent les enveloppes des impulsions laser, de profil Gaussien (4.25). En ce qui concerne la largeur à mi-hauteur



**Figure 4.22** – Système à trois niveaux considéré pour modéliser l’excitation de  $\text{Ps}(3d)$  produit à partir de  $\text{Ps}(1s)$ .

de  $g_\tau$ , nous considérerons des durées d’impulsion  $\text{tp\_limp}$  comprises entre 10 ns et 50 ns. Compte tenu des arguments évoqués en 4.3.4, la largeur à mi-hauteur choisie pour  $f_\tau$  vaut  $\text{tc\_limp} = 8$  ns. En désignant par  $\text{ldel1}$  le retard du pic impulsionnel vis-à-vis de l’origine des temps intervenant dans  $g_\tau$ , le déphasage pouvant survenir entre ces deux impulsions laser est également pris en compte, en considérant dans  $f_\tau$  un retard  $\text{ldel2}$  distinct de  $\text{ldel1}$ . Cependant nous précisons que pour obtenir une population de l’état final décelable, les valeurs prises par ce déphasage doivent rester inférieures au temps de vie de l’état intermédiaire : la condition  $|\text{ldel2} - \text{ldel1}| < 31$  ns doit par conséquent être approximativement satisfaite.

$$\dot{\rho}_{gg} = s + 1/2 i g_\tau \Omega_p (\rho_{ge} - \rho_{eg}) + \Gamma_e \rho_{ee} - (\tau)^{-1} \rho_{gg} \quad (4.31a)$$

$$\dot{\rho}_{ee} = -1/2 i g_\tau \Omega_p (\rho_{ge} - \rho_{eg}) - \Gamma_e \rho_{ee} - g_\tau \Gamma_{\text{ph}}^{(e)} \rho_{ee} + 1/2 i f_\tau \Omega_c (\rho_{er} - \rho_{re}) + \Gamma_{re} \rho_{rr} \quad (4.31b)$$

$$\dot{\rho}_{rr} = -1/2 i f_\tau \Omega_c (\rho_{er} - \rho_{re}) - \Gamma_{re} \rho_{rr} - f_\tau \Gamma_{\text{ph}}^{(r)} \rho_{rr} \quad (4.31c)$$

$$\dot{\rho}_{ge} = 1/2 i g_\tau \Omega_p (\rho_{gg} - \rho_{ee}) - 1/2 ((\tau)^{-1} + \Gamma_e) \rho_{ge} + 1/2 i f_\tau \Omega_c \rho_{gr} \quad (4.31d)$$

$$\dot{\rho}_{gr} = -(1/2 \Gamma_{re} + i f_\tau \Delta \omega_c) \rho_{gr} - 1/2 i (g_\tau \Omega_p \rho_{er} - f_\tau \Omega_c \rho_{ge}) \quad (4.31e)$$

$$\dot{\rho}_{er} = -1/2 i f_\tau \Omega_c (\rho_{rr} - \rho_{ee}) - 1/2 i g_\tau \Omega_p \rho_{gr} - (1/2 (\Gamma_e + \Gamma_{re}) + i f_\tau \Delta \omega_c) \rho_{er} \quad (4.31f)$$

**Transition à 2 photons** Les paramètres de champ associés à la transition du bas  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$  sont ceux qui sont présentés à la sous-section 4.3.1 : la transition est résonante ( $\Delta \omega_p = 0$ ), et la fréquence de Rabi qui en découle est définie par  $\Omega_p = (\Gamma_g \Gamma_e)^{1/2}$ . Cela nous amène à considérer que  $\Omega_p = \sqrt{\text{xi}} \Gamma_e$  en vertu de la relation (4.9), où nous rappelons que  $\Gamma_g$  est le taux de transition à deux photons défini par la relation (4.7b). Comme le paramètre adimensionné  $\text{xi} = (I/I_{\text{min}})^2$  dépend de l’intensité  $I$  du champ appliqué avec  $I_{\text{min}} = 7.06 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$ , les valeurs prises par la fréquence de Rabi dépendent de l’énergie par impulsion des lasers contra-propageants. Leur énergie par impulsion est donnée par

$$E_\tau = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} \sqrt{\text{xi}} I_{\text{min}} \text{tp\_limp} S, \quad (4.32)$$

en tenant compte du profil Gaussien choisi pour la modélisation, où  $S$  est la surface de la chambre de collision illuminée par le rayonnement [38].

**Transition à 1 photon** Les paramètres de champ associés à la transition du haut  $|e\rangle \rightarrow |r\rangle$  sont ceux qui sont utilisés à la sous-section 4.3.4 : la fréquence de Rabi obtenue pour une intensité

$I_0 = 8.3 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$  (soit une amplitude de champ  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4 \text{ V/cm}$ ) vaut  $\Omega_c = 2\pi \times 95.62 \text{ Hz}$ , et le désaccord à résonance considéré vaut  $\Delta\omega_c = -2\pi \times 110.25 \text{ Hz}$  lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 0$ .

Utilisant les relations (4.22) en considérant les paramètres de champ de la transition à 1 photon, nous en déduisons que le taux de photo-ionisation à un photon de Ps(5*f*) vaut  $\Gamma_{\text{ph}}^{(r)} = 516.64 \text{ MHz}$  lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 0$ . En contrepartie, le taux de photo-ionisation  $\Gamma_{\text{ph}}^{(e)}$  de Ps(3*d*) est obtenu pour une énergie de photon  $\omega = 3.024 \text{ eV}$ . Ce dernier dépend des paramètres de champ de la transition à 2 photons, et vaut  $\Gamma_{\text{ph}}^{(e)} = \sqrt{x\mathbf{i}} \times 1.52 \text{ MHz}$  en vertu de la relation (4.10c). Finalement, les équations différentielles (4.20) et (4.27) peuvent être réécrites de la manière suivante

$$\dot{\mathbf{p}}_{\bar{\text{H}}} = N_{\bar{\text{p}}}\mathbf{\Gamma}^{\text{CBA}} + \mathcal{M}_{\text{rad}} \times \mathbf{p}_{\bar{\text{H}}} - f_{\tau}\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}}^{(e)} - g_{\tau}\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}}^{(p)}, \quad (4.33a)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{\bar{\text{H}}^+} = \mathbf{p}_{\bar{\text{H}}} \cdot \mathbf{\Gamma}^{\text{CDW-FS}} - g_{\tau}\mathbf{\Gamma}_{\text{det}}^{(p)}. \quad (4.33b)$$

Bien que les équations de Bloch (4.31) ne fassent intervenir qu'une seule impulsion  $g_{\tau}$  de demi-intensité  $I$ , parmi les deux impulsions émises par les faisceaux laser contra-propageants, les taux de photo-ionisation des états de  $\bar{\text{H}}$  et de photo-détachement de  $\bar{\text{H}}^+$  seront par la suite évalués aux intensités  $2I$ . Ces intensités sont les intensités qui prennent place dans la chambre de collision. Compte tenu de l'énergie des photons émis par les deux rayonnements, nous constatons pour la transition du bas que les états  $\bar{\text{H}}(n_h \geq 3)$  sont concernés par les processus de photo-ionisation à un photon : les composantes non nulles du vecteur  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ph}}^{(p)}$  sont obtenues de la même manière qu'au préalable, pour un flux de photons  $\phi = 2\sqrt{x\mathbf{i}} \times 1.46 \times 10^{24} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Utilisant la valeur de la section efficace de photo-détachement  $\sigma_{\text{det}} \sim 24 \text{ Mb}$  obtenue à 410 nm [128], nous en déduisons que

$$\mathbf{\Gamma}_{\text{det}}^{(p)} = 2\sqrt{x\mathbf{i}} \times 34.95 \text{ MHz}. \quad (4.34)$$

En revanche, nous constatons pour la transition du haut que seul les états  $\bar{\text{H}}(n_h \geq 6)$  sont concernés par les processus de photo-ionisation (le flux de photons étant alors de  $\phi_0 = 1.07 \times 10^{25} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 0$ ), et que le processus de photo-détachement de l'ion ne peut se réaliser.

### Observations et investigations futures

Les investigations faites dans [38] considèrent que les sources laser contra-propageantes sont placées sur le même axe que le faisceau d'antiprotons, et que la densité d'énergie du rayonnement émis est de l'ordre  $1 \text{ mJ/mm}^2$ . Elles ont montrées qu'une proportion importante de Ps(3*d*) pouvait être obtenue à partir des o-Ps disponibles dans la chambre de collision, et que les pertes de production dues au photo-détachement de l'ion restent acceptables. Les énergies par impulsion (4.32) prises pour nos simulations s'élèvent donc à environs 10 mJ et plus, puisque les modifications apportées à l'expérience depuis 2014 implique de considérer que  $S = 10 \text{ mm}^2$  (voir l'explication donnée en 4.3.1). Toutefois, ces modifications n'impliquent pas l'intensité du champ appliqué dans la mesure où  $I \propto E_{\tau}/S$  : les valeurs du paramètre  $x\mathbf{i}$  pour une durée d'impulsion  $\text{tp\_limp}$  donnée sont par conséquent identiques à celles qui sont répertoriées dans la table 10.2 de la thèse de P. Comini. Précisons également que la considération de  $E_{\tau} = 9 \text{ mJ}$  et  $\text{tp\_limp} = 7 \text{ ns}$  est particulièrement intéressante, puisque ces paramètres reproduisent fidèlement la situation expérimentale actuelle [121].

De plus, l'optimisation sur le nombre de  $\bar{\text{H}}^+$  produit se fait selon le protocole qui suit.

- On détermine les valeurs des retards  $50 \text{ ns} \leq \text{lde1} \leq 150 \text{ ns}$  et  $-200 \text{ ns} \leq \text{pde1} \leq -100 \text{ ns}$  conduisant au nombre maximum de  $\bar{\text{H}}^+$  produit, en débranchant le laser induisant la transition du haut  $|e\rangle \rightarrow |r\rangle$ . Les équations (4.31) se réduisent alors à celles d'un système à deux niveaux dans le cas résonant.
- On branche ensuite le laser induisant la transition du haut afin de déterminer l'augmentation sur le nombre de  $\bar{\text{H}}$  initialement produit, en faisant varier le retard  $\text{pde12}$  sur la gamme

$p_{del} \pm 31$  ns. Utilisant les résultats de la sous-section 4.3.4, les estimations incluant les élargissements Doppler extremums aux énergies de confinement de 25 meV et de 48 meV peuvent également être obtenues.

Lors de l'exécution de la première étape, la résolution en temps des équations (4.33) nous a défavorablement conduit à la production de  $0.3\bar{H}^+$  par paquet d'antiprotons lorsque le taux de photo-détachement (4.34) est pris à zéro, contre  $\sim -0.2\bar{H}^+$  lorsque celui-ci est inclut. Néanmoins, nous avons pris le soin de vérifier dans nos simulations que les populations étaient correctes, et que les processus de photo-ionisation des états de  $\bar{H}$  n'étaient pas à l'origine de ces lourdes pertes. Ces observations, qui sont semblables à celles de la sous-section 4.4.1, montrent que les sections efficaces prises en compte dans (4.30) sont sous-évaluées. Les investigations futures ne nous laissent donc guère d'autres choix que de relancer les simulations en considérant :

- les composantes de  $\sigma^{CBA}(Ps(1s))$  décrivant les processus de transition à deux photons lorsque  $|t - l_{del}| \leq tp\_limp/2$ .
- plus généralement, les sections efficaces de la deuxième réaction incluant les corrélations angulaires entre les deux positons de l'ion.

# 5 Chapitre V

## Conclusion

### 5.1 Conclusions générales

À travers ce travail de thèse, nous avons étudié la possibilité d'augmenter les taux de production de  $\bar{H}$  et de  $\bar{H}^+$  en assistant les processus de capture électronique par laser. Cette étude théorique a pu être menée à bien en utilisant une approche semi-perturbative proposée par Byron et Joachain pour le calcul des sections efficaces. Cela nous a permis d'inclure dans notre modèle les interactions rayonnement-(anti)matière, en plus des interactions entre les particules qui collisionnent. Les sections efficaces ont pu être obtenues en adéquation avec les contraintes expérimentales. D'une part en tenant compte du fait que les états quantiques de  $\bar{H}$  ne peuvent être résolus expérimentalement, et en regardant les états du positronium pouvant être initialement produits. D'autre part en considérant des sources laser existantes pour l'excitation de  $\text{Ps}(1s)$ , et en proposant une adaptation de ces lasers pour l'excitation de  $\text{Ps}(n_p = 3)$ .

Cette initiative s'est révélée particulièrement intéressante, dans la mesure où elle a permis d'obtenir un recouvrement complet des élargissements Doppler obtenus aux énergies de confinement du positronium de 25 meV et 48 meV. En conséquence, les sections efficaces obtenues en présence du champ pour une préparation de  $\text{Ps}(n_p = 3)$  ne peuvent pas retomber complètement sur celles obtenues à champ nul : l'augmentation du nombre d'ions  $\bar{H}^+$  produit en bout de chaîne est quasiment assurée (sous réserve des pertes induites par le photo-détachement de l'ion  $\bar{H}^+$ ). En revanche, les conclusions pour  $\text{Ps}(1s)$  restent incertaines : les sections efficaces obtenues dans le cas où la cible atomique de positronium est au repos prévoient une augmentation vis-à-vis du cas à champ nul, mais la largeur spectrale du laser utilisé n'est pas suffisante pour recouvrir l'élargissement Doppler obtenu à 25 meV. Cela suggère de recalculer les sections efficaces en utilisant un formalisme permettant de traiter le cas à résonance. Enfin, les taux de production obtenus pour une préparation de  $\text{Ps}(1s)$  et de  $\text{Ps}(3d)$  ont montré que les paramètres champ utilisés n'impliquent aucune perte par photo-ionisation des états de  $\bar{H}$ .

### 5.2 Perspectives

Les perspectives de ce travail de thèse sont indiquées par ordre chronologique des chapitres.

- Les états libres du système  $|\Phi_{\mathbf{k}_\alpha}(t)\rangle$  et  $|\Phi_{\mathbf{k}_\beta}(t)\rangle$  en interaction avec le champ externe étant obtenus au chapitre II, le propagateur causal (2.10) peut maintenant être construit. Sur le modèle de [79, 80], un traitement de l'interaction électron-atome au deuxième ordre de la série de Born pourrait alors être effectué. Cela permettrait d'obtenir une meilleure estimation des sections efficaces obtenues aux énergies d'antiprotons voisines du seuil de réaction, en particulier à 1 keV.

- Dans le chapitre III, les sections efficaces de la deuxième réaction pourraient être recalculées

en incluant les corrélations angulaires au sein de la fonction d'onde de l'ion (voir [38] pour plus de détails sur la fonction d'onde de Chandrasekhar corrélée ou de Le Sech). Néanmoins, cette démarche impliquerait de lourds développements lorsque  $\mathcal{E}_0 \neq 0$ , dans la mesure où la factorisation des éléments de la matrice  $\mathcal{T}$  présentée dans le complément E ne serait plus possible.

- Dans le chapitre IV, nous nous sommes essentiellement concentrés sur l'interaction positronium-laser, et l'influence des états habillés de l'électron sur la modification des sections efficaces n'a pas été étudiée. Une telle étude permettrait de décrire les échanges de plus d'un photon entre le système de particules et le champ. Les auteurs de [63] qui traitent de la première réaction dans le cas  $\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(1s)$  précisent que les corrections aux états atomiques restent négligeables pour un calcul de la section efficace dans un régime de basse fréquence (obtenue en considérant un laser  $\text{CO}_2$  ou Nd :YAG). En conséquence, une comparaison de notre modèle avec leurs résultats pourraient être rapidement obtenue, en débranchant les amplitudes de transitions individuelles décrivant les interactions laser-atomes (cf. sous-section 4.1.1). Dans les autres cas, c'est à dire pour des états de Ps ou de  $\bar{\text{H}}$  fortement excités, les corrections du premier ordre aux états atomiques peuvent être non négligeables pour le calcul. Il faudrait alors tenir compte de l'ensemble des interactions entre le système de particules et le champ, pour des échanges nets de  $p$  photons pouvant être relativement élevés : l'obtention des sections efficaces en un temps de calcul appréciable serait improbable. C'est pourquoi nous proposons d'effectuer un « profiling » de notre programme. Sur le plan numérique, cela permettrait de réperer les parties du programme qui nécessitent un temps de calcul conséquent à l'exécution, et l'optimisation de ces parties pourrait alors être envisagée.

Enfin, nous proposons une dernière perspective en remarquant que le produit de convolution entre les populations des antiparticules produites et l'enveloppe du faisceau d'antiprotons, qui intervient à la section 4.4, est surévalué. Cela provient du fait que les sections efficaces sont obtenues selon un traitement du champ électrique en une onde plane monochromatique, d'amplitude  $\mathcal{E}_0$ . Une solution pour remédier à ce problème consisterait à construire artificiellement les sections efficaces  $\sigma^{\text{CBA}}(t)$  et  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(t)$ , en faisant varier l'amplitude du champ appliqué en fonction du profil de l'impulsion. Celles-ci interviendraient alors dans les composantes des vecteurs  $\mathbf{\Gamma}^{\text{CBA}}$  et  $\mathbf{\Gamma}^{\text{CDW-FS}}$ . Toutefois, une telle démarche nécessiterait d'effectuer un nombre considérable de simulations.

## Compléments

### A Représentation position des états propres d'un atome hydrogénoïde

Ci-dessous, nous rappelons les expressions des fonctions d'onde hydrogénoïdes [60] solutions de l'hamiltonien

$$\mathcal{H}_r = -\frac{\Delta_r}{2\mu} - \frac{Z}{r}, \quad (\text{A.1})$$

où  $Z$  ( $= 1$  pour Ps,  $\bar{\text{H}}$ ) désigne le numéro atomique et  $\mu$  la masse réduite ( $= 1/2$  pour Ps,  $1$  pour  $\bar{\text{H}}$ ). Utilisant les coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$  du vecteur  $\mathbf{r}$  réperant la position de l'électron par rapport au noyau, l'opérateur laplacien est donné par

$$\Delta_r = \frac{1}{r^2} \left[ \partial_r (r^2 \partial_r) + (\sin \theta)^{-1} \partial_\theta (\sin \theta \partial_\theta) + (\sin^2 \theta)^{-1} \partial_\phi^2 \right]. \quad (\text{A.2})$$

Suivant le signe de l'énergie, nous distinguons les cas suivants :

- la représentation position des états  $|\psi_{klm}\rangle$  d'énergie  $\epsilon_k = -\mu Z^2/(2k^2)$  vérifiant l'équation aux valeurs propres (2.43) est donnée par

$$\langle \mathbf{r} | \psi_{klm} \rangle = R_{kl}(r) Y_l^m(\hat{\mathbf{r}}), \quad (\text{A.3})$$

où  $R_{kl}$  sont les fonctions radiales ( $0 \leq l \leq k-1$ ) et  $Y_l^m$  ( $|m| \leq l$ ) les harmoniques sphériques, d'arguments  $\hat{\mathbf{r}} = (\theta, \phi)$ . Introduisant  $a_\mu = a_0/\mu$ , les fonctions radiales ont pour expression

$$R_{kl}(r) = \frac{2}{(2k+1)!} \left[ Z^3 (ka_\mu)^{-3} \frac{(k+l)!}{k(k-l-1)!} \right]^{1/2} \rho^l \exp(-\rho/2) {}_1F_1(l+1-k, 2l+2, \rho), \quad (\text{A.4})$$

où  $\rho = 2Zr/(na_\mu)$  et  ${}_1F_1$  est la fonction hypergéométrique confluyente (ou fonction de Kummer) qui, à une constante multiplicative près, se réduit au polynôme de Laguerre généralisé d'ordre  $k-l-1$  [132].

- la représentation position des états  $|\psi_\kappa\rangle$  d'énergie  $E_\kappa = \kappa^2/(2\mu)$  vérifiant l'équation aux valeurs propres (2.44) est donnée par

$$\langle \mathbf{r} | \psi_\kappa^{(\pm)} \rangle = (2\pi)^{-3/2} e^{-\pi\beta/2} \Gamma(1 \pm i\beta) {}_1F_1(\mp i\beta, 1, \pm i(\kappa r \mp \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})) e^{i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}}, \quad (\text{A.5})$$

où  $\Gamma$  est la fonction d'Euler et  $\beta = -Z\mu/\kappa$  le paramètre de Sommerfeld, conformément au choix de normalisation adopté en (2.45c). Ces fonctions sont reliées l'une à l'autre par la relation  $\langle \mathbf{r} | \psi_\kappa^{(+)} \rangle = \langle \psi_{-\kappa}^{(-)} | \mathbf{r} \rangle$ , où la notation  $(\pm)$  réfère aux deux solutions possibles de (2.44) suivant le choix de l'une ou l'autre condition au bord

$$\lim_{\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r} \rightarrow \pm\infty} \psi_\kappa^{(\pm)}(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3/2} e^{i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}}, \quad (\text{A.6})$$

traduisant respectivement un comportement asymptotique des fonctions d'onde coulombiennes en ondes sphériques sortantes (+) et entrantes (-). De plus, la séparation des variables radiales et angulaires de (A.5) s'obtient selon le développement multipolaire suivant [38]

$$\psi_{\boldsymbol{\kappa}}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3/2} 4\pi \sum_{lm} (i)^l e^{\pm i\delta_l} (\kappa r)^{-1} F_l(\beta, \kappa r) Y_l^{m*}(\hat{\boldsymbol{\kappa}}) Y_l^m(\hat{\mathbf{r}}), \quad (\text{A.7})$$

où  $F_l$  est la fonction coulombienne régulière et  $\delta_l = \arg \Gamma(l + 1 + i\beta)$  le déphasage de Coulomb. Si  $\beta = 0$ , ces solutions se réduisent à des ondes planes et nous précisons que la considération de ce cas particulier nous permet de passer d'un calcul CDW – FS à un calcul CBA, dans la mesure où  $E_{\boldsymbol{\kappa}} \rightarrow \infty$  peut être interprété comme étant la limite de l'électron libre. Ainsi, le développement multipolaire qui en résulte peut être obtenu à partir de (A.7) en utilisant la propriété  $(\kappa r)^{-1} F_l(0, \kappa r) = j_l(\kappa r)$ , où  $j_l$  sont les fonctions de Bessel sphérique d'ordre  $l$ . Dans le cas particulier où le vecteur d'onde  $\boldsymbol{\kappa}$  est orienté suivant  $\hat{\mathbf{z}}$  ( $\theta = 0$ ), nous en déduisons que

$$e^{i\kappa r \cos \theta} = \sum_l (i)^l \sqrt{4\pi(2l+1)} j_l(\kappa r) Y_l^0(\hat{\mathbf{r}}), \quad (\text{A.8})$$

puisque  $Y_l^0(\theta) = \sqrt{(2l+1)/(4\pi)} P_l(\cos \theta)$  où  $P_l$  sont les polynômes de Legendre d'ordre  $l$ .

## B Représentation position des kets $|v_{n_p}^{\pm}\rangle$ dans le référentiel du laboratoire

Utilisant le changement d'indice  $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}'$  au sein de (2.54) puis la relation de fermeture, la représentation position des états  $|v_{n_p}^{\pm}\rangle$  est donnée par

$$v_{n_p}^{\pm}(\mathbf{q}) = -1/2 \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{q}' \langle \mathbf{q} | G_c(\epsilon_{n_p} \mp \omega_0) | \mathbf{q}' \rangle \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \mathbf{q}' \psi_{n_p}(\mathbf{q}'). \quad (\text{B.1})$$

Comme l'intégration sur les variables d'espace au sein des éléments de la matrice de diffusion est faite dans le référentiel du laboratoire, nous devons exprimer (B.1) en fonction des coordonnées ( $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{s}$ ) [38]. Commençons pour cela par utiliser le développement multipolaire de la fonction de Green coulombienne, donné par

$$G_c(\epsilon_{n_p} \mp \omega_0, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \sum_{lm} g_l(\epsilon_{n_p} \mp \omega_0, q, q') Y_l^{m*}(\hat{\mathbf{q}}) Y_l^m(\hat{\mathbf{q}}'), \quad (\text{B.2})$$

puisque le potentiel coulombien est à symétrie sphérique où  $g_l$  est la composante radiale d'ordre  $l$ . Compte tenu de la polarisation rectiligne du champ suivant  $\hat{\mathbf{z}}$ , le produit scalaire intervenant dans (B.1) est de la forme

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \mathbf{q}' = 2(\pi/3)^{1/2} \mathcal{E}_0 q' Y_1^0(\hat{\mathbf{q}}'). \quad (\text{B.3})$$

Ainsi, l'intégration des trois harmoniques sphériques d'argument  $\hat{\mathbf{q}}'$  est aisément calculée au moyen des coefficients  $3j$  de Wigner, impliquant un moment angulaire  $\mathcal{L}_p = l_p \pm 1$  pour l'harmonique sphérique d'argument  $\hat{\mathbf{q}}$  dans (B.2) au vu des règles de sélections (l'opérateur position étant un opérateur impair, il ne peut connecter que deux états de parité distinctes)

$$v_{n_p}^{\pm}(\mathbf{r} - \mathbf{s}) = -1/2 \mathcal{E}_0 (-)^{m_p} \hat{l}_p^{1/2} \sum_{\mathcal{L}_p} \hat{\mathcal{L}}_p^{1/2} \begin{pmatrix} 1 & l_p & \mathcal{L}_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_p & \mathcal{L}_p \\ 0 & m_p & -m_p \end{pmatrix} \mathcal{K}_{n_p \mathcal{L}_p}^{\pm}(q) Y_{\mathcal{L}_p}^{m_p}(\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}), \quad (\text{B.4})$$

$$\mathcal{K}_{n_p \mathcal{L}_p}^{\pm}(q) = \int_{\mathbb{R}_+} d\mathbf{q}' q'^3 g_{\mathcal{L}_p}(\epsilon_{n_p} \mp \omega_0, q, q') R_{n_p l_p}(q'), \quad (\text{B.5})$$

où  $R_{n_p l_p}$  est la fonction d'onde radiale du positronium défini par (A.4). Introduisant la notation  $\hat{j} \equiv 2j + 1$ , la séparation des variables angulaires de (B.4) s'obtient en utilisant le développement multipolaire suivant [133]

$$Y_{\mathcal{L}_p}^{m_p}(\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}) = (-)^{\mathcal{L}_p + m_p} q^{-\mathcal{L}_p} \sum_{\lambda \mu} (-)^{\lambda} c_{\lambda}(\mathcal{L}_p)^{1/2} r^{\mathcal{L}_p - \lambda} s^{\lambda} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_p - \lambda & \lambda & \mathcal{L}_p \\ m_p - \mu & \mu & -m_p \end{pmatrix} Y_{\mathcal{L}_p - \lambda}^{m_p - \mu}(\hat{\mathbf{r}}) Y_{\lambda}^{\mu}(\hat{\mathbf{s}}), \quad (\text{B.6})$$

$$c_{\lambda}(\mathcal{L}_p) = \hat{\mathcal{L}}_p! \hat{\mathcal{L}}_p 4\pi [\lambda! (\widehat{\mathcal{L}_p - \lambda})!]^{-1}, \quad (\text{B.7})$$

où les indices de sommation intervenant dans (B.6) sont tels que  $0 \leq \lambda \leq \mathcal{L}_p$  et  $|\mu| \leq \lambda$ .

$$v_{n_p}^{\pm}(\mathbf{r} - \mathbf{s}) = -1/2 \mathcal{E}_0 (4\pi \hat{l}_p)^{1/2} \sum_{\mathcal{L}_p} \hat{\mathcal{L}}_p (\hat{\mathcal{L}}_p!)^{1/2} (-)^{\mathcal{L}_p} \begin{pmatrix} 1 & l_p & \mathcal{L}_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_p & \mathcal{L}_p \\ 0 & m_p & -m_p \end{pmatrix} q^{-\mathcal{L}_p} \mathcal{K}_{n_p \mathcal{L}_p}^{\pm}(q) \sum_{\lambda \mu} (-)^{\lambda} [\lambda! (\widehat{\mathcal{L}_p - \lambda})!]^{-1/2} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_p - \lambda & \lambda & \mathcal{L}_p \\ m_p - \mu & \mu & -m_p \end{pmatrix} r^{\mathcal{L}_p - \lambda} s^{\lambda} Y_{\mathcal{L}_p - \lambda}^{m_p - \mu}(\hat{\mathbf{r}}) Y_{\lambda}^{\mu}(\hat{\mathbf{s}}) \quad (\text{B.8})$$

Utilisant ensuite la projection du produit scalaire sur la base orthogonale formée par la suite des polynômes de Legendre  $(P_l)_{l \in \mathbb{N}}$ , la séparation des variables radiales au sein des coefficients (B.8) est obtenue en utilisant

$$V_{\alpha - \beta}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) q^{-\mathcal{L}_p} \mathcal{K}_{n_p \mathcal{L}_p}^{\pm}(q) = 4\pi \sum_{lm} \mathcal{J}_{n_p \mathcal{L}_p}^{l, \pm}(r, s) Y_l^{m*}(\hat{\mathbf{r}}) Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}), \quad (\text{B.9})$$

$$\mathcal{J}_{n_p \mathcal{L}_p}^{l, \pm}(r, s) = 1/2 \int_{-1}^1 d\xi V_{\alpha - \beta}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) q^{-\mathcal{L}_p} \mathcal{K}_{n_p \mathcal{L}_p}^{\pm}(q) P_l(\xi), \quad (\text{B.10})$$

où  $V_{\alpha - \beta}$  est défini suivant (2.6) où (2.7) et  $q = (r^2 + s^2 - 2rs\xi)^{1/2}$ . Notons que le potentiel d'interaction introduit dans (B.9) provenant du calcul des éléments de la matrice de diffusion est uniquement contenu dans l'intégrande si l'on adopte la forme *post*, et que ce développement se retrouve aisément en utilisant le théorème d'addition (B.11) et la relation de complétude (B.12).

$$P_l(\cos \phi) = 4\pi (2l + 1)^{-1} \sum_m Y_l^{m*}(\hat{\mathbf{r}}) Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}), \quad \cos \phi = \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{s}} \quad (\text{B.11})$$

$$\sum_l (2l + 1) P_l(\cos \phi) P_l(\cos \phi') = 2\delta(\cos \phi - \cos \phi') \quad (\text{B.12})$$

## C Composantes radiales de la fonction de Green coulombienne

L'opérateur de Green coulombien  $G_c$  est solution de l'équation

$$(\Omega - \mathcal{H}_r) G_c(\Omega) = \mathbb{I}, \quad (\text{C.1})$$

où  $\mathcal{H}_r$  est l'hamiltonien non-perturbé défini par (A.1), et  $\Omega$  une variable énergétique à valeurs dans  $\mathbb{C}$  privé de l'ensemble des valeurs propres discrètes  $\epsilon_k = -\mu Z^2 / (2k^2)$  de  $\mathcal{H}_r$  inscrites sur la partie négative de l'axe réel. Utilisant la représentation position position du développement multipolaire de la fonction  $\delta$

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{1}{rr'} \delta(r - r') \sum_{lm} Y_l^{m*}(\hat{\mathbf{r}}) Y_l^m(\hat{\mathbf{r}}'), \quad (\text{C.2})$$

ainsi que le développement (B.2), nous obtenons en utilisant la relation de fermeture dans (C.1) les équations différentielles inhomogène du deuxième ordre satisfaites par les composantes radiales de la fonction de Green coulombienne

$$\left[ \frac{1}{r^2} [\partial_r (r^2 \partial_r) - l(l+1)] + 2\mu \left[ \frac{Z}{r} + \Omega \right] \right] g_l(\Omega, r, r') = \frac{2\mu}{rr'} \delta(r - r'), \quad (\text{C.3})$$

vérifiant les propriétés  $g_l(\Omega, r, r')^* = g_l(\Omega^*, r, r')$  et  $g_l(\Omega, r, r') = g_l(\Omega, r', r)$ . Comme la représentation spectrale de  $g_l$  obtenue suivant (A.3) et (A.7) pour un paramètre de Sommerfeld  $\beta = Z\sqrt{\mu}(-2\Omega)^{-1/2}$

$$g_l(\Omega, r, r') = \sum_k \frac{R_{kl}(r)R_{kl}(r')}{\Omega - \epsilon_k} + 2(\pi r r')^{-1} \int_{\mathbb{R}_+} d\kappa \frac{F_l(\beta, \kappa r) F_l^*(\beta, \kappa r')}{\Omega - E_\kappa}, \quad (\text{C.4})$$

nous demande d'évaluer une infinité de termes, son implémentation s'avère délicate. Ainsi, nous privilégions la représentation de forme close faisant intervenir les fonctions de Whittaker [96, 134]

$$g_l(\Omega, r, r') = -\frac{\beta/Z \Gamma(l+1-\beta)}{rr' (2l+1)!} M_{\beta, l+1/2}(2Zr_</\beta) W_{\beta, l+1/2}(2Zr_>/\beta), \quad (\text{C.5})$$

où dans cette expression,  $r_< = \inf(r, r')$  et  $r_> = \sup(r, r')$ . Utilisant les formules de connections ci-dessus [135], les fonctions de Whittaker peuvent être définies selon les fonctions coulombiennes régulière  $F_l$  et irrégulière  $G_l$  d'arguments complexes

$$M_{\beta, l+1/2}(2Zr/\beta) = F_l(-i\beta, -iZr/\beta) (2i)^{l+1} C_l(-i\beta)^{-1}, \quad (\text{C.6})$$

$$C_l(-i\beta) = 2^l e^{i(\pi\beta/2 + \delta_l(-i\beta))} \Gamma(l+1-\beta) \Gamma(2l+2)^{-1}, \quad (\text{C.7})$$

$$W_{\beta, l+1/2}(2Zr/\beta) = H_l^-(-i\beta, -iZr/\beta) i^{-l} e^{i(\pi\beta/2 + \delta_l(-i\beta))}, \quad (\text{C.8})$$

$$\delta_l(-i\beta) = i/2 (\log \Gamma(l+1-\beta) - \log \Gamma(l+1+\beta)), \quad (\text{C.9})$$

où  $H_l^- = G_l - iF_l$ . Ainsi, nous pouvons réécrire (C.5) sous la forme suivante

$$g_l(\Omega, r, r') = -2i \frac{\beta/Z}{rr'} F_l(-i\beta, -iZr_</\beta) H_l^-(-i\beta, -iZr_>/\beta), \quad (\text{C.10})$$

qui est obtenue indépendamment du facteur de Gamow (C.7) et du déphasage de Coulomb (C.9). Qui plus est, nous évaluons numériquement cette expression en utilisant la routine COULCC [136] et comparons les résultats obtenus avec l'outil de calcul Wolfram|Alpha. Enfin dans la limite où  $r \rightarrow \infty$ , les développements asymptotiques suivants peuvent également être utilisés pour l'implémentation de (C.10) : la convergence des séries définies par les relations (C.13) est obtenue par la considération des 17 premiers termes.

$$F_l = g \cos \theta_l + f \sin \theta_l, \quad H_l^- = e^{-i\theta_l} [f - ig], \quad (\text{C.11})$$

$$\theta_l(-i\beta, -iZr/\beta) = i \left[ \beta \log(-2iZr/\beta) - Zr/\beta \right] - 1/2 l \pi + \delta_l(-i\beta), \quad (\text{C.12})$$

$$f(-i\beta, -iZr/\beta) \sim \sum_{k=0}^{\infty} f_k, \quad f_0 = 1, \quad g(-i\beta, -iZr/\beta) \sim \sum_{k=0}^{\infty} g_k, \quad g_0 = 0, \quad (\text{C.13})$$

$$f_{k+1} = \lambda_k f_k - \mu_k g_k, \quad g_{k+1} = \lambda_k f_k + \mu_k g_k, \quad (\text{C.14})$$

$$\lambda_k = \frac{(2k+1)\beta^2/Z}{(2k+2)r}, \quad \mu_k = \frac{i\beta/Z}{(2k+2)r} \left[ l(l+1) - k(k+1) - \beta^2 \right]. \quad (\text{C.15})$$

## D Implémentation des éléments de la matrice $\mathcal{T}$ pour la réaction à 3 corps

Utilisant les développements multipolaires (A.5) et (A.8) obtenus pour un paramètre de Sommerfeld  $\beta = 0$  (propagation en onde plane), les éléments partiels de la matrice de transition  $\mathcal{T}_p^j$  définies par les relations (2.75) admettent les développements multipolaires suivants

$$\mathcal{T}_{pm_p m_h}^j(\mathbf{k}_\beta) = (\pi\sqrt{\pi})^{-1} (\hat{l}_p \hat{l}_h)^{1/2} \sum_{l_f} Y_{l_f}^{m_p - m_h}(\hat{\mathbf{k}}_\beta) \sum_{(l)l_c} i^{l_i + l'_i - l_f - l_c} t_{j(l)l_c l_f}^{pm_p m_h}, \quad (\text{D.1})$$

$$t_{1(l)l_c l_f}^{pm_p m_h} = \sum_{\lambda=0}^{l_p} (\hat{l}_p!)^{1/2} (-)^{l_p} \mathcal{A}_{(l)\lambda l_c l_f}^{m_p m_h}(l_p, l_h) \mathcal{R}_{1(l)\lambda l_c l_f}^p(l_p, l_h), \quad (\text{D.2})$$

$$t_{2(l)l_c l_f}^{pm_p m_h} = i/2 \mathcal{E}_0 \sum_{\mathcal{L}_p} \hat{\mathcal{L}}_p (\hat{\mathcal{L}}_p!)^{1/2} (-)^{\mathcal{L}_p + m_p} \begin{pmatrix} 1 & l_p & \mathcal{L}_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_p & \mathcal{L}_p \\ 0 & m_p & -m_p \end{pmatrix} \sum_{\lambda=0}^{\mathcal{L}_p} \mathcal{A}_{(l)\lambda l_c l_f}^{m_p m_h}(\mathcal{L}_p, l_h) \mathcal{R}_{2(l)\lambda l_c l_f}^p(\mathcal{L}_p, l_h), \quad (\text{D.3})$$

$$t_{3(l)l_c l_f}^{pm_p m_h} = i/2 \mathcal{E}_0 \sum_{\mathcal{L}_h} \hat{\mathcal{L}}_h (\hat{\mathcal{L}}_h!)^{1/2} (-)^{l_p + m_h} \begin{pmatrix} 1 & l_h & \mathcal{L}_h \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_h & \mathcal{L}_h \\ 0 & m_h & -m_h \end{pmatrix} \sum_{\lambda=0}^{l_p} \mathcal{A}_{(l)\lambda l_c l_f}^{m_p m_h}(l_p, \mathcal{L}_h) \mathcal{R}_{3(l)\lambda l_c l_f}^p(l_p, \mathcal{L}_h), \quad (\text{D.4})$$

où nous avons introduit l'ensemble  $(l) \equiv (l, l_i, l'_i)$ . Ci-dessous, nous utilisons les outils évoqués dans les compléments B et C, en précisant que la notation  $(p+1, -) \rightarrow (p-1, +)$  renvoie à la substitution de l'entier  $p+1$  et l'indice  $-$  par l'entier  $p-1$  et l'indice  $+$ .

$$\mathcal{R}_{j(l)\lambda l_c l_f}^p(l_\alpha, l_\beta) = \int_{\mathbb{R}_+^2} dr ds r^{l_\alpha - \lambda + 2} s^{\lambda + 2} j_{l_i}(vr) j_{l_f}(k_\beta r) j_{l'_i}(vs) \mathcal{L}_{j l_c}^p(r, s; l_\alpha, l_\beta) \quad (\text{D.5})$$

$$\mathcal{L}_{1 l_c}^p(r, s; l_p, l_h) = J_p(|\alpha_l|) j_{l_c}(p\kappa r) \mathcal{J}_{n_p l_p}^l(r, s) R_{n_h l_h}(s) \quad (\text{D.6})$$

$$\mathcal{J}_{n_p l_p}^l(r, s) = 1/2 \int_{-1}^1 d\xi V_{\alpha-\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) q^{-l_p} R_{n_p l_p}(q) P_l(\xi), \quad (\text{D.7})$$

$$\mathcal{L}_{2 l_c}^p(r, s; \mathcal{L}_p, l_h) = J_{p+1}(|\alpha_l|) j_{l_c}((p+1)\kappa r) \mathcal{J}_{n_p \mathcal{L}_p}^{l, -}(r, s) R_{n_h l_h}(s) - (p+1, -) \rightarrow (p-1, +) \quad (\text{D.8})$$

$$\mathcal{L}_{3 l_c}^p(r, s; l_p, \mathcal{L}_h) = J_{p-1}(|\alpha_l|) j_{l_c}((p-1)\kappa r) \mathcal{J}_{n_p l_p}^l(r, s) \mathcal{K}_{n_h \mathcal{L}_h}^{-*}(s) - (p-1, -) \rightarrow (p+1, +) \quad (\text{D.9})$$

$$\mathcal{K}_{n_h \mathcal{L}_h}^\pm(s) = \int_{\mathbb{R}_+} ds' s'^3 g_{\mathcal{L}_h}(\epsilon_{n_h} \mp \omega_0, s, s') R_{n_h l_h}(s') \quad (\text{D.10})$$

$$\mathcal{A}_{(l)\lambda l_c l_f}^{m_p m_h}(l_\alpha, l_\beta) = \frac{(-)^\lambda \hat{l}_i \hat{l}'_i \hat{l}_c \hat{l}_f^{1/2}}{((2\lambda)!(2(l_\alpha - \lambda))!)^{1/2}} \sum_{(\chi)} \hat{\chi} \hat{\chi}' \hat{\chi}_c \begin{pmatrix} l_f & l_\alpha - \lambda & \chi \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l & \chi_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & \chi & \chi_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_\beta & \lambda & \chi' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_i & l & \chi' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sum_{\mu} \begin{pmatrix} l_\alpha - \lambda & \lambda & l_\alpha \\ m_p - \mu & \mu & -m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_f & l_\alpha - \lambda & \chi \\ m_h - m_p & m_p - \mu & \mu - m_h \end{pmatrix} \quad (\text{D.11})$$

$$\begin{pmatrix} l_c & l & \chi_c \\ 0 & \mu - m_h & m_h - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & \chi & \chi_c \\ 0 & m_h - \mu & \mu - m_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_\beta & \lambda & \chi' \\ -m_h & \mu & m_h - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_i & l & \chi' \\ 0 & m_h - \mu & \mu - m_h \end{pmatrix}$$

Ici,  $(\chi) \equiv (\chi, \chi', \chi_c)$ . Comme  $\sup \lambda = l_p$  où  $\mathcal{L}_p$ , les coefficients  $3j$  issus de l'intégration de la partie angulaire forment un système de 5 équations à 8 inconnues, et nous devons par conséquent imposer les bornes supérieures d'au moins 3 moments angulaires pour fermer le système : arbitrairement, nous choisissons de fixer les valeurs maximales prises par les moments angulaires  $l$ ,  $l_f$  et  $l_c$ . De plus, au vu des propriétés de symétrie de ces mêmes coefficients [137], nous constatons que

$$\mathcal{F}_{pm_p m_h}^j = \mathcal{F}_{p-m_p -m_h}^j. \quad (\text{D.12})$$

Il en résulte que seuls les termes inclus dans l'ensemble  $(m_p \leq 0 \cap m_h \leq 0) \cup (m_p > 0 \cap m_h < 0)$  nécessitent d'être évalués pour reconstruire complètement la section efficace totale (2.77).

## E Implémentation des éléments de la matrice $\mathcal{F}$ pour la réaction à 4 corps

Les éléments partiels de la matrice de transition  $\mathcal{F}_p^j$  définis par les relations (3.23) admettent les développements multipolaires suivants

$$\mathcal{F}_{pm_p m_h}^j(\mathbf{k}_\beta) = 4\sqrt{2}(k_\beta(p)\sqrt{\pi})^{-1}(\hat{l}_p \hat{l}_h)^{1/2} \sum_{l_f} e^{i\delta_{l_f}} Y_{l_f}^{m_p+m_h}(\hat{\mathbf{k}}_\beta) \sum_{(l)l_c} i^{l_i+l'_i-l_f-l_c} t_{j(l)l_c l_f}^{pm_p m_h}, \quad (\text{E.1})$$

où les coefficients  $t_j^p$  de (E.1) sont définis par les relations (D.2-D.5). Celles-ci sont obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar UC (voir eq. (3.21)) et n'incluent pas l'interaction laser-ion. Pour mener à bien le traitement de l'interaction antiproton-positon, nous reportons dans (3.2) le développement multipolaire suivant

$$|\mathbf{q} - \mathbf{s}|^{-1} = 4\pi \sum_{lm} (2l+1)^{-1} (r_<)^l (r_>)^{-(l+1)} Y_l^{m*}(\hat{\mathbf{q}}) Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}), \quad (\text{E.2})$$

faisant intervenir les variables  $r_< = \inf(q, s)$  et  $r_> = \sup(q, s)$ . Précisons également que les coefficients  $\mathcal{Q}^{l,-}$  (resp.  $\mathcal{Q}^{l,+}$ ) intervenant dans (E.5) sont obtenus en substituant  $\mathcal{J}^l$  par  $\mathcal{J}^{l,-}$  (resp. par  $\mathcal{J}^{l,+}$ ) dans (E.7), et que les ensembles  $(l) \equiv (l, l_i, l'_i)$  et  $(\chi) \equiv (\chi, \chi', \chi_c)$  sont les mêmes que ceux introduits au préalable.

$$\mathcal{R}_{j(l)\lambda_c l_f}^p(l_\alpha, l_\beta) = \int_{\mathbb{R}_+} dq q^{l_\alpha - \lambda + 1} F_{l_f}(k_\beta q) j_{l'_i}(vq) \mathcal{L}_{j l_i \lambda_c}^p(q, l_\alpha, l_\beta) \quad (\text{E.3})$$

$$\mathcal{L}_{1l_i \lambda_c}^p(q, l_p, l_h) = J_p(|\alpha_l|) j_{l_c}(p\kappa q) \int_{\mathbb{R}_+^2} dr ds r^{2+\lambda} s^2 \phi_0(r, s) j_{l_i}(vr) R_{n_h l_h}(s) \mathcal{Q}_{n_p l_p; l_h}^l(q, r, s) \quad (\text{E.4})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{2l_i \lambda_c}^p(q, \mathcal{L}_p, l_h) &= \int_{\mathbb{R}_+^2} dr ds r^{2+\lambda} s^2 \phi_0(r, s) j_{l_i}(vr) R_{n_h l_h}(s) \left[ J_{p+1}(|\alpha_l|) j_{l_c}((p+1)\kappa q) \mathcal{Q}_{n_p \mathcal{L}_p; l_h}^{l,-}(q, r, s) \right. \\ &\quad \left. - (p+1, -) \rightarrow (p-1, +) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{3l_i \lambda_c}^p(q, l_p, \mathcal{L}_h) &= \int_{\mathbb{R}_+^2} dr ds r^{2+\lambda} s^2 \phi_0(r, s) j_{l_i}(vr) \mathcal{Q}_{n_p l_p; \mathcal{L}_h}^l(q, r, s) \left[ J_{p-1}(|\alpha_l|) j_{l_c}((p-1)\kappa q) \mathcal{K}_{n_h \mathcal{L}_h}^+(s) \right. \\ &\quad \left. - (p-1, +) \rightarrow (p+1, -) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

$$\mathcal{Q}_{n_p l_\alpha, l_\beta}^l(q, r, s) = \mathcal{J}_{0n_p l_\alpha}^l(q, r) (\hat{l}_\beta)^{-1} \left[ \frac{2}{q} \delta_{0l_\beta} - \inf(q, s)^{l_\beta} \sup(q, s)^{-(l_\beta+1)} \right] - \mathcal{J}_{1n_p l_\alpha}^l(q, r) \delta_{0l_\beta} \quad (\text{E.7})$$

$$\mathcal{J}_{\gamma n_p l_p}^l(q, r) = 1/2 \int_{-1}^1 d\xi \rho^{-(l_p+\gamma)} R_{n_p l_p}(\rho) P_l(\xi), \quad \rho = (q^2 + r^2 - 2qr\xi)^{1/2}, \quad \gamma \in [0, 1] \quad (\text{E.8})$$

$$\mathcal{J}_{\gamma n_p \mathcal{L}_p}^{l, \pm}(q, r) = 1/2 \int_{-1}^1 d\xi \rho^{-(\mathcal{L}_p+\gamma)} \mathcal{K}_{n_p \mathcal{L}_p}^{\pm}(\rho) P_l(\xi) \quad (\text{E.9})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{(l)\lambda l_c l_f}^{m_p m_h}(l_\alpha, l_\beta) &= \frac{(-)^\lambda \hat{l} \hat{l}_i \hat{l}'_i \hat{l}_c \hat{l}_f^{1/2}}{((2\lambda)!(2(l_\alpha - \lambda))!)^{1/2}} \sum_{(\chi)} \hat{\chi} \hat{\chi}' \hat{\chi}_c \begin{pmatrix} l_i & \lambda & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_i & l_\beta & \chi' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_f & l_\alpha - \lambda & \chi \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} l_c & l & \chi_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi & \chi' & \chi_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sum_{\mu} (-)^\mu \begin{pmatrix} l_\alpha - \lambda & \lambda & l_\alpha \\ m_p - \mu & \mu & -m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & \lambda & l \\ 0 & \mu & -\mu \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} l'_i & l_\beta & \chi' \\ 0 & m_h & -m_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_f & l_\alpha - \lambda & \chi \\ -m_p - m_h & m_p - \mu & \mu + m_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l & \chi_c \\ 0 & \mu & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi & \chi' & \chi_c \\ -\mu - m_h & m_h & \mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

## Listes des figures et des tableaux

- Figure 1.1** Schéma synoptique de l'expérience GBAR par L. Liskay, CEA Saclay (page 7).
- Figure 1.2** Schéma de la chambre de collision issu de la référence [46] (page 8).
- Figure 1.3** Chemin optique du laser dédié à la production de  $\text{Ps}^{(*)}$  vers la chambre de collision, par Comini *et al.* [26] (page 11).
- Figure 2.1** Coordonnées utilisées pour décrire le processus de capture : les états liés présents au sein de chaque voie sont entourés ; les lignes bleues et vertes définissent respectivement les potentiels d'interaction  $V_\alpha$  et  $V_\beta$  ; le problème est à symétrie sphérique pour une polarisation rectiligne du champ suivant  $\hat{z}$  ; le collimateur du faisceau laser est situé dans le plan transverse à la direction du faisceau incident ; l'angle de diffusion est représenté par  $\theta = (\hat{\mathbf{k}}_\alpha, \hat{\mathbf{k}}_\beta)$  (page 17).
- Figure 2.2** Illustration des processus de collision assistés par champ laser au voisinage du maximum de l'impulsion  $f_\tau(0) = 1$  ; l'origine du faisceau laser est représentée par (S) et l'orientation du champ magnétique est imposée par la direction de propagation du champ, arbitrairement choisie suivant  $\hat{x}$  ; pour des temps d'interaction de l'ordre de  $-1/2t_c \leq t \leq 1/2t_c$ , l'amplitude du champ électrique ne varie que faiblement de son maximum lorsque  $t_c \ll \tau$  (page 22).
- Figure 2.3** Illustration du processus d'absorption induite via une approche du niveau excité par le bas  $\Delta\omega < 0$  pour des lasers impulsions limités par TF (profil vert). Lorsque la durée d'impulsion augmente (du profil vert aux pointillés rouges), nous nous rapprochons davantage de la résonance en considérant une pulsation plus élevée (profil rouge) pour conserver une densité de photons appréciable au voisinage du niveau excité (page 29).
- Figure 3.1** Coordonnées utilisées pour décrire le processus de capture avec  $\boldsymbol{\rho} \equiv \mathbf{q} - \mathbf{r}$  et  $\boldsymbol{\rho}' \equiv \mathbf{q} - \mathbf{s}$  : l'état lié formant l'ion  $\bar{\text{H}}^+$  de la voie de sortie est entouré ; les lignes vertes définissent initialement le potentiel d'interaction  $V_\beta$  (page 33).
- Figure 4.1** Subroutine traitant de la répartition des tâches dans notre programme (page 40).
- Figure 4.2** (a) Sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p, l_p))$  en fonction de l'énergie d'antiproton, obtenues en considérant les 28 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  (de  $1s$  à  $7i$ ) et 24 ondes partielles ; (triangle haut toutes couleurs confondues) mesures expérimentales issues de [84]. (b) Erreurs relatives entre les sections efficaces obtenues en (a) et les sections efficaces inclusives incluant les 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  (page 43).
- Figure 4.3** Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{\text{H}}(n_h))$  obtenues dans la forme *prior*, en fonction de l'énergie d'antiproton ; (triangle haut toutes couleurs confondues) sections efficaces partielles dans la forme *post* issues de [38] (page 44).
- Figure 4.4** (a) (lignes) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{\text{H}}(1s))$  obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar non-corrélée et 16 ondes partielles, en fonction de l'énergie d'antiproton. Sections efficaces partielles issues de [38] obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar : (triangle) non-corrélée ; (carré) corrélée. (b) Comparaison entre les sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p))$  et les sections efficaces partielles incluant les canaux  $\bar{\text{H}}(1s)$  et  $\bar{\text{H}}(1s + 2s)$  (page 45).

**Figure 4.5** Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{\text{H}}(n_h))$  obtenues dans la forme *post*, en fonction de l'énergie d'antiproton (page 46).

**Figure 4.6** Comparaison entre le formalisme CBA (ligne discontinue et croix) et les autres formalismes traitant des sections efficaces inclusives de la première réaction. La notation (6) ou (7) précise la valeur prise par  $\sup n_h$  dans la relation (4.2); (triangle bas) calculs dans l'approximation UBA (Unitarized Born Approximation) faits par Mitroy et Ryzhikh [111, 112]; (cercle) calculs par la méthode des canaux couplés (labellisé CCC) faits par Kadyrov *et al.* [35] (page 48).

**Figure 4.7** Comparaison entre le formalisme CDW-FS<sup>d-post</sup> (ligne continue) et les autres formalismes traitant des sections efficaces partielles  $\bar{\text{H}}(1s)$ . Les résultats proviennent d'un calcul dans le sens direct de la réaction (labellisé par la lettre d), ou dans le sens inverse (labellisé par la lettre r) en utilisant le principe du bilan détaillé [38]; (carré) le calcul dans l'approximation CMEA<sup>d-prior</sup> (Coulomb Modified Eikonal Approximation) est issu de Roy et Sinha [102]; (ligne discontinue) le calcul dans l'approximation des deux canaux couplés labellisé 2CH<sup>d</sup> aux énergies d'antiproton comprises entre 14–23 keV est issu de Biswas [114]; (triangle bas) un premier calcul par la méthode des canaux couplés (labellisé CCC<sup>d</sup>) a été fait par Blackwood *et al.* [115], aux énergies d'antiprotons voisines du seuil de réaction pour Ps(1s); (triangle haut) un second calcul du même type obtenu par la méthode des pseudo-états (labellisé CCC<sup>r</sup>) a été fait par McAliden *et al.* [116]; (cercle) les calculs CBA<sup>r</sup> dans les formes *prior* et *post* ont été faits par Straton et Drachman [117]; (croix) les mêmes auteurs ont également obtenus des résultats labellisés CDO<sup>r</sup> et CDIO<sup>r</sup> en utilisant la représentation de Fock-Tani [118] (page 49).

**Figure 4.8** Diagramme énergétique du positronium incluant les états initialement produits dans Gbar (vert), les états ne pouvant être produits au sein de l'expérience (rouge), ainsi que l'excitation des états du positronium par la deuxième source laser (bleu) (page 51).

**Figure 4.9 (g.)** Sections efficaces partielles  $\sigma_p(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(2s + 2p))$  décrivant l'échange de  $p$  photons lors de la réaction, pour  $\Delta\nu = -110.25$  GHz et plusieurs valeurs de  $\mathcal{E}_0$ . (a) À une énergie d'antiproton de 6 keV. (b) À une énergie d'antiproton de 15 keV. **(dr.)** Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(n_h))$  en fonction de l'énergie d'antiproton (pour  $n_h = 1...4$ ) (page 55).

**Figure 4.10 (a)** Gains inclusifs vis-à-vis du cas obtenu à champ nul pour  $\sup n_h = 5$  et deux valeurs du champ électrique, en fonction de l'énergie d'antiproton. **(b)** Sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(1s))$  obtenues en considérant :  $\mathcal{E}_0 = 0$ ;  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler), puis  $\Delta\nu_D = 454.3$  GHz (avec élargissement Doppler) conduisant respectivement à  $\Delta\nu = 116.9$  GHz et  $\Delta\nu = -337.4$  GHz (page 56).

**Figure 4.11 (a)** Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(1s, 2s, 1s + 2s))$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction, pour  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. **(b)** Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(1s) - \bar{\text{H}}(1s + 2s))$  obtenues pour  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler), puis  $\Delta\nu_D = 454.3$  GHz (avec élargissement Doppler) conduisant respectivement à  $\Delta\nu = 116.9$  GHz et  $\Delta\nu = -337.4$  GHz (page 57).

**Figure 4.12 (a)** Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3s) - \bar{\text{H}}(n_h))$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction ( $2 \leq n_h \leq 6$ ), pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz.

(b) Sections efficaces inclusives  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3s))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler) (page 59).

**Figure 4.13** (a) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3s) - \bar{\text{H}}(1s + 2s))$  obtenues en considérant  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler). (b) Sections efficaces inclusives correspondante (légende identique) (page 59).

**Figure 4.14** (a) Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(n_h))$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction ( $2 \leq n_h \leq 6$ ), pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces inclusives  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3d))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler) (page 60).

**Figure 4.15** (a) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(1s))$  obtenues en considérant  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler). (b) Sections efficaces inclusives correspondante (légende identique) (page 60).

**Figure 4.16** Gains inclusifs  $\text{Ps}(n_p = 3)$  obtenus pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz, en fonction de l'énergie d'antiproton. En considérant : (ligne discontinue) les 15 premiers états de  $\bar{\text{H}}$ ; (ligne continue) les 21 premiers états de  $\bar{\text{H}}$  (page 62).

**Figure 4.17** Sections efficaces partielles  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3s) - \bar{\text{H}}(1s, 2s, 1s + 2s))$  issues de l'absorption d'un photon lors de la réaction, pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(3s) - \bar{\text{H}}(1s + 2s))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler) (page 62).

**Figure 4.18** Section efficace partielle  $\sigma_{-1}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(1s))$  issue de l'absorption d'un photon lors de la réaction, pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz. (b) Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(3d) - \bar{\text{H}}(1s))$  obtenues pour :  $\Delta\nu_D = 0$  (sans élargissement Doppler);  $\Delta\nu_D = 43.04$  GHz et  $\Delta\nu_D = 59.64$  GHz (avec élargissement Doppler) (page 63).

**Figure 4.19** Évolution du nombre d'antiprotons entrant dans la chambre de collision (en  $\text{ns}^{-1}$ ) pour  $\tau_{\text{pimp}} = 200$  ns et  $\text{pdel} = 0$  ns, du nombre d'orthopositronium produits (en  $\text{ns}^{-1}$ ) pour  $\tau_{\text{eimp}} = 75$  ns, et du profil de l'impulsion laser (sans dimension) pour  $\tau_{\text{limp}} = 8$  ns et  $\text{lidel} = 50$  ns, en fonction du temps. (page 67).

**Figure 4.20** Nombre de  $\bar{\text{H}}$  produit en fonction du retard  $\text{pdel}$  du faisceau d'antiprotons, pour plusieurs valeurs du retard  $\text{lidel}$  du faisceau laser : (lignes)  $\Gamma_{\text{ph}} \neq \mathbf{0}$ ; (points)  $\Gamma_{\text{ph}} = \mathbf{0}$ . Les paramètres de champ choisis sont  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm,  $\Delta\nu = -110.25$  GHz (sans élargissement Doppler) et  $\tau_{\text{limp}} = 8$  ns (page 68).

**Figure 4.21** Nombre de  $\bar{\text{H}}^+$  produit en fonction du retard  $\text{pdel}$  du faisceau d'antiprotons, pour plusieurs valeurs du retard  $\text{lidel}$  du faisceau laser : (lignes)  $\Gamma_{\text{d}} \neq \mathbf{0}$ ; (points)  $\Gamma_{\text{d}} = \mathbf{0}$ . Les paramètres de champ choisis sont  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm,  $\Delta\nu = -110.25$  GHz (sans élargissement Doppler) et  $\tau_{\text{limp}} = 8$  ns (page 69).

**Figure 4.22** Système à trois niveaux considéré pour modéliser l'excitation de  $\text{Ps}(3d)$  produit à partir de  $\text{Ps}(1s)$  (page 71).

**Table 2.1** Unité atomique de base de quelques grandeurs définies suivant la charge et la masse de l'électron ; l'unité atomique de distance est le rayon de Bohr  $a_0$  et l'unité atomique d'énergie  $E_H$  est appelée énergie de Hartree (page 15).

**Table 4.1** Sections efficaces inclusives (4.2) à champ nul (en unité de  $\pi a_0^2$ ) en fonction de l'énergie d'antiproton (lignes) et du nombre d'ondes partielles (colonnes). Celles-ci incluent les 21 premiers états de  $\bar{H}$  (de  $1s$  à  $6h$ ), et sont obtenus en considérant 71 points de quadrature de Gauss-Laguerre ; les écarts relatifs vis-à-vis des résultats obtenus pour  $\sup l = \sup l_f = 24$  sont indiqués entre parenthèses (page 42).

**Table 4.2** Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p, l_p) - \bar{H}(1s))$  (en unité de  $\pi a_0^2$ ) aux énergies d'antiprotons voisines du seuil de réaction, obtenues en considérant la fonction d'onde de Chandrasekhar UC ;  $E_{ps}$  désigne l'énergie de seuil dans le référentiel de centre de masse du positronium (page 47).

**Table 4.3** Éléments de matrice  $|\langle e|Q_{2\text{ph}}|g\rangle|$  associés aux transitions à deux photons du positronium (page 52).

**Table 4.4** Sections efficaces inclusives  $\text{Ps}(1s)$  et gains correspondants pour les deux réactions, obtenus en considérant  $\mathcal{E}_0 = 5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz (sans élargissement Doppler). Le nombre entre crochets indique l'exposant de la multiplication par puissance de 10 ([2] pour  $10^2$ , etc.).  $\sigma^{\text{CBA}}$  Calcul pour la première réaction incluant les canaux  $\bar{H}(n_h \leq 5)$ .  $\sigma^{\text{CDW-FS}}$  Calcul pour la deuxième réaction incluant les canaux  $\bar{H}(1s + 2s)$  (page 57).

**Table 4.5** Désaccords à résonance  $\Delta\nu := \Delta\nu \pm 1/2 \Delta\nu_D$  et amplitudes de probabilité obtenues aux élargissements Doppler extremums, en considérant initialement  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm et  $\Delta\nu = -110.25$  GHz ( $\langle E_{ps} \rangle = 0$ ) (page 58).

**Table 4.6** Sections efficaces inclusives  $\sigma^{\text{CBA}}(\text{Ps}(n_p = 3))$  et gains correspondants ( $\sup n_h = 6$ ) obtenus pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm, en fonction de l'énergie de l'antiproton. Le nombre entre crochets indique l'exposant de la multiplication par puissance de 10 ([2] pour  $10^2$ , etc.). **Ps(3s)** Sections efficaces et gains obtenus dans le cas idéal  $\langle E_{ps} \rangle = 0$  ( $\Delta\nu = -110.25$  GHz), puis aux élargissements Doppler extremums lorsque  $\langle E_{ps} \rangle = 25$  meV et  $\langle E_{ps} \rangle = 48$  meV. **Ps(3d)** Seuls les valeurs minimales obtenues aux élargissements Doppler extremums sont indiquées (page 61).

**Table 4.7** Sections efficaces partielles  $\sigma^{\text{CDW-FS}}(\text{Ps}(n_p = 3) - \bar{H}(1s, 1s + 2s))$  et gains correspondants obtenus pour  $\mathcal{E}_0 = 2.5 \times 10^4$  V/cm, en fonction de l'énergie de l'antiproton. L'organisation du tableau est identique à celle du tableau 4.6. **Ps(3s)** Sections efficaces et gains relatifs aux canaux  $\bar{H}(1s + 2s)$ . **Ps(3d)** Sections efficaces et gains relatifs au canal  $\bar{H}(1s)$  (page 63).

**Table 4.8** Sections efficaces totale de photo-ionisation à un photon (4.22) relatives aux 15 premiers états de  $\bar{H}$  (en unité de  $\pi a_0^2$ ) pour une énergie de photons  $\omega_0 = 5.102$  eV, et un état de polarisation rectiligne du champ électrique. Le nombre entre crochets indique l'exposant de la multiplication par puissance de 10 (page 65).

**Table 4.9** Nombre de  $\bar{H}$  produit et gain correspondant en fonction des retards  $l_{\text{del}}$  et  $p_{\text{del}}$ . Les paramètres de champ choisis sont identiques à ceux de la figure 4.20 (page 69).

## Bibliographie

- [1] Paul Adrien Maurice Dirac and Ralph Howard Fowler. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 117(778) :610–624, 1928.
- [2] Carl D. Anderson. The apparent existence of easily deflectable positives. *Science*, 76(1967) :238–239, 1932.
- [3] Owen Chamberlain, Emilio Segrè, Clyde Wiegand, and Thomas Ypsilantis. Observation of antiprotons. *Phys. Rev.*, 100 :947–950, Nov 1955.
- [4] Bruce Cork, Glen R. Lambertson, Oreste Piccioni, and William A. Wenzel. Antineutrons produced from antiprotons in charge-exchange collisions. *Phys. Rev.*, 104 :1193–1197, Nov 1956.
- [5] Albert Einstein. Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen. (German) [On the Relativity Principle and the conclusions drawn from it]. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, 4 :411–462, 1907.
- [6] Roland v. Eötvös, Desiderius Pekár, and Eugen Fekete. Beiträge zum gesetze der proportio-nalität von trägheit und gravität. *Annalen der Physik*, 373(9) :11–66, 1922.
- [7] P. Touboul et al. Microscope mission : First results of a space test of the equivalence principle. *Phys. Rev. Lett.*, 119 :231101, Dec 2017.
- [8] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson. *Phys. Rev. Lett.*, 13 :138–140, 1964.
- [9] Alavi-Harati et al. Observation of direct cp violation in  $k_{s,l} \rightarrow \pi\pi$  decays. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :22–27, Jul 1999.
- [10] A new measurement of direct cp violation in two pion decays of the neutral kaon. *Physics Letters B*, 465(1) :335 – 348, 1999.
- [11] Measurement of matter–antimatter differences in beauty baryon decays. *Nature Physics*, 13(4) :391–396, Jan 2017.
- [12] Adam G. Riess, Alexei V. Filippenko, Peter Challis, Alejandro Clocchiatti, Alan Diercks, Peter M. Garnavich, Ron L. Gilliland, Craig J. Hogan, Saurabh Jha, Robert P. Kirshner, and et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3) :1009–1038, Sep 1998.
- [13] James Rich. *Fundamentals of Cosmology 2nd ed.* Springer, 2009.

- [14] Aurélien Benoit-Lévy and Gabriel Chardin. Introducing the dirac-milne universe. *Astronomy and Astrophysics*, 537, 11 2011.
- [15] F. C. Witteborn and W. M. Fairbank. Apparatus for measuring the force of gravity on freely falling electrons. *Review of Scientific Instruments*, 48(1) :1–11, 1977.
- [16] Yu.G. Abov, Fridrikh Dzheparov, and L.B. Okun. Test of the equality of the particle and antiparticle masses in neutron-antineutron oscillations. *JETP Letters*, 39 :599–600, 05 1984.
- [17] J. Button, T. Elioff, E. Segrè, H. M. Steiner, R. Weingart, C. Wiegand, and T. Ypsilantis. Antineutron production by charge exchange. *Phys. Rev.*, 108 :1557–1561, Dec 1957.
- [18] G Baur, G Boero, S Brauksiepe, A Buzzo, W Eyrich, R Geyer, D Grozonka, J Hauffe, K Kilian, M LoVetere, M Macri, M Moosburger, R Nellen, W Oelert, S Passagio, A Pozzo, K Röhrich, K Sachs, G Schepers, T Seifzick, R.S Simon, R Stratmann, F Stinzinger, and M Wolke. Production of antihydrogen in relativistic collisions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 391(1) :201 – 204, 1997. Proceedings of the Eleventh International Advanced ICFA Beam Dynamic Workshop on Beam Cooling and Instability Damping Dedicated to the 30th Anniversary of Electron Cooling on board a ship from Moscow to Nizhny Novgorod.
- [19] C. Amole et al. The alpha antihydrogen trapping apparatus. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 735 :319 – 340, 2014.
- [20] Proposal to measure the Gravitational Behaviour of Antihydrogen at Rest. Technical Report CERN-SPSC-2011-029. SPSC-P-342, CERN, Geneva, Sep 2011.
- [21] Jochen Walz and Theodor Haensch. A proposal to measure antimatter gravity using ultracold antihydrogen atoms : Fundamental physics on the iss. *General Relativity and Gravitation*, 36, 03 2004.
- [22] S. Chandrasekhar. Some remarks on the negative hydrogen ion and its absorption coefficient. *Astrophys. J.*, 100 :176, sep 1944.
- [23] Michael H. Holzscheiter, Michael Charlton, and Michael Martin Nieto. The route to ultra-low energy antihydrogen. *Physics Reports*, 402(1) :1 – 101, 2004.
- [24] A. Jacob, S. F. Zhang, C. Müller, X. Ma, and A. B. Voitkiv. Formation of  $\bar{H}^+$  via radiative attachment of  $e^+$  to  $\bar{H}$ . *Phys. Rev. Research*, 2 :013105, Jan 2020.
- [25] C M Keating, M Charlton, and Jack C Straton. On the production of the positive antihydrogen ion  $\bar{H}^+$  via radiative attachment. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 47(22) :225202, oct 2014.
- [26] P Pérez. AD-7/GBAR status report for the 2019 CERN SPSC. Technical Report CERN-SPSC-2019-005. SPSC-SR-244, CERN, Geneva, Jan 2019.
- [27] Carlo Canali, A. Belov, Germano Bonomi, Ilario Boscolo, N. Brambilla, R. Brusa, Vsevolod Byakov, L. Cabaret, C. Carraro, Fabrizio Castelli, Simone Cialdi, Daniel Comparat, G. Consolati, L. Dassa, Nikolay Djourelou, Michael Doser, G. Drobychev, Alexey Dudarev, A. Dupasquier, and D. Zvezhinskij. *The AEGIS Experiment (Antimatter Experiment : Gravity, Interferometry, Spectroscopy)*, pages 185–189. 04 2010.

- [28] M Doser. AEGIS (AD-6) status report for 2018. Technical Report CERN-SPSC-2019-007. SPSC-SR-246, CERN, Geneva, Jan 2019. on behalf of the AEGIS collaboration.
- [29] S. Eriksson. Precision measurements on trapped antihydrogen in the alpha experiment. *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 376 :20170268, 03 2018.
- [30] Ahmadi and The ALPHA Collaboration. Observation of the 1s–2s transition in trapped antihydrogen. *Nature*, 541(7638) :506–510, Jan 2017.
- [31] Ahmadi and The ALPHA Collaboration. Investigation of the fine structure of antihydrogen. *Nature*, 578(7795) :375–380, Feb 2020.
- [32] Yves Sacquin and Laurent Hilico. Pourquoi et comment peser l’antimatière? *Reflets de la physique*, pages 12–18, 04 2020.
- [33] Chi Hu and David Caballero. Low-energy anti-hydrogen formation differential cross sections from  $\text{Ps}(n = 2)$  via the modified Faddeev equations. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35 :3879, 08 2002.
- [34] Marianne Dufour, Mateo Valdes, Rimantas Lazauskas, and Paul-Antoine Hervieux. Anti-hydrogen formation via antiproton scattering on positronium between the  $e^- + \bar{\text{H}}(n = 2)$  and  $e^- + \bar{\text{H}}(n = 3)$  thresholds. In *13th International Conference on Low Energy Antiproton Physics*, volume 239, page 41, Paris, France, March 2018.
- [35] A. S. Kadyrov, C. M. Rawlins, A. T. Stelbovics, I Bray, and M. Charlton. *Phys. Rev. Lett.*, 114 :183201, 2015.
- [36] Piotr Froelich, Takuma Yamashita, Yasushi Kino, Svante Jonsell, Emiko Hiyama, and Konrad Piszczatowski. Four-body treatment of the antihydrogen-positronium system : binding, structure, resonant states and collisions. *Hyperfine Interactions*, 240(1) :46, May 2019.
- [37] T Yamashita, Y Kino, E Hiyama, K Piszczatowski, S Jonsell, and P Froelich. Towards prediction of the rates of antihydrogen positive ion production in collision of antihydrogen with excited positronium. *Journal of Physics : Conference Series*, 1412 :052012, jan 2020.
- [38] Pauline Comini. *Study of the antihydrogen atom and ion formation in the collisions antiproton-positronium*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, October 2014.
- [39] Pauline Comini, Paul-Antoine Hervieux, and François Biraben.  $\bar{\text{H}}^+$  ion production from collisions between positronium and keV antiprotons for GBAR. *Hyperfine Interactions*, 228 :159–165, 10 2014.
- [40] E.M. Lifshitz V.B. Berestetskii and L.P. Pitaevskii. *Relativistic Quantum Theory, Volume 4 of Course of Theoretical Phys.* Pergamon Press, 1971.
- [41] E. E. Salpeter and H. A. Bethe. A relativistic equation for bound-state problems. *Phys. Rev.*, 84 :1232–1242, Dec 1951.
- [42] Jerome Malenfant. Some approximate positronium solutions to the Breit-Coulomb equation. *Phys. Rev. A*, 43 :1233–1247, Feb 1991.

- [43] Nicolas Ruiz. *Etude et réalisation d'un faisceau de positons lents*. PhD thesis, 2011. Thèse de doctorat dirigée par Pérez, Patrice Physique des particules Paris 6 2011.
- [44] Thomas Murphy and C. Surko. Positron trapping in an electrostatic well by inelastic collisions with nitrogen molecules. *Physical review. A*, 46 :5696–5705, 12 1992.
- [45] L. Liskay, C. Corbel, Patrice Perez, P. Desgardin, Marie-France Barthe, Toshiyuki Ohdaira, Ryoichi Suzuki, Paolo Crivelli, Ulisse Gendotti, André Rubbia, Mathieu Etienne, and Alain Walcarius. Positronium reemission yield from mesostructured silica films. *Applied Physics Letters*, 92 :063114–063114, 02 2008.
- [46] Yasunori Yamazaki, Michael Doser, and Patrice Pérez. Antihydrogen beams. In *Antihydrogen Beams*, 2399-2891, pages 1–1 to 1–18. IOP Publishing, 2018.
- [47] A Deller, D Edwards, T Mortensen, C A Isaac, D P van der Werf, H H Telle, and M Charlton. Exciting positronium with a solid-state UV laser : the doppler-broadened lyman- $\alpha$ . *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 48(17) :175001, jul 2015.
- [48] Omar Morandi, Paul-Antoine Hervieux, and Giovanni Manfredi. Study of the positronium thermalization in porous materials. *The European Physical Journal D*, 68(4) :84, Apr 2014.
- [49] O. Morandi, Paul-Antoine Hervieux, and Giovanni Manfredi. Bose-Einstein condensation of positronium in silica pores. *Physical Review A*, 89, 02 2014.
- [50] Barbara Latacz. Status of the GBAR experiment at CERN, 2019.
- [51] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Atom-Photon Interactions : Basic Processes and Applications*. Wiley-VCH, March 1998.
- [52] Michael Martin Nieto and T. Goldman. The arguments against “antigravity” and the gravitational acceleration of antimatter. *Physics Reports*, 205(5) :221–281, July 1991.
- [53] Pierre Dupré. *Piégeage de positons dans un piège de Penning Malmberg, en vue de leur accumulation avec un faisceau pulsé*. PhD thesis, 2011. Thèse de doctorat dirigée par Pérez, Patrice Physique des particules Paris 6 2011.
- [54] J. L. Hall and M. W. Siegel. Angular dependence of the laser photodetachment of the negative ions of carbon, oxygen, and hydrogen. *The Journal of Chemical Physics*, 48(2) :943–945, 1968.
- [55] G. Dufour, A. Gérardin, R. Guérout, A. Lambrecht, V. V. Nesvizhevsky, S. Reynaud, and A. Yu. Voronin. Quantum reflection of antihydrogen from the casimir potential above matter slabs. *Phys. Rev. A*, 87 :012901, Jan 2013.
- [56] N J Mason. Laser-assisted electron-atom collisions. *Reports on Progress in Physics*, 56(10) :1275–1346, oct 1993.
- [57] Sydney Geltman. Free-free radiation in electron-neutral atom collisions. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 13(7) :601 – 613, 1973.
- [58] F. WANG, E. WECKERT, and B. ZIAJA. Inverse bremsstrahlung cross section estimated within evolving plasmas using effective ion potentials. *Journal of Plasma Physics*, 75(3) :289–301, 2009.

- [59] Svetlana Vučić. Inelastic fast-electron–hydrogen-atom collision in a laser field. *Phys. Rev. A*, 51 :4754–4761, Jun 1995.
- [60] C. J. Joachain, N. J. Kylstra, and R. M. Potvliege. *Atoms in Intense Laser Fields*. Cambridge University Press, 2011.
- [61] P. G Burke, P Francken, and C. J Joachain. R-matrix-floquet theory of multiphoton processes. *Europhysics Letters (EPL)*, 13(7) :617–622, dec 1990.
- [62] Hicham Agueny. *theoretical studies of electronic processes in atomic and molecular collisions : non perturbative approaches*. Theses, Université Paris-Sorbonne - Paris IV, April 2014.
- [63] A B Voitkiv, B Najjari, and J Ullrich. Continuum modification and charge exchange in positronium-(anti)proton collisions assisted by an external electromagnetic field. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35(10) :2205–2217, may 2002.
- [64] A B Voitkiv and J Ullrich. Modification of energy and angular spectra of binary-encounter emission in fast ion-atom collisions assisted by a low-frequency electromagnetic field. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 34(22) :4383–4400, nov 2001.
- [65] Claude Dal Cappello. *Etudes en structures électroniques par collisions (e,2e) asymétriques*. PhD thesis, 1986. Thèse de doctorat dirigée par Tavad, Claude Sciences physiques Metz 1986.
- [66] H. Ehrhardt, G. Knoth, P. Schlemmer, and K. Jung. Absolute h(e,2e)p cross section measurements : Comparison with first and second order theory. *Physics Letters A*, 110(2) :92–94, Jul 1985.
- [67] H. Ehrhardt, K. Jung, G. Knoth, and P. Schlemmer. Differential cross sections of direct single electron impact ionization. *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters*, 1(1) :3–32, Mar 1986.
- [68] C. J. Joachain, P. Francken, A. Maquet, P. Martin, and V. Veniard. (e, 2e) collisions in the presence of a laser field. *Phys. Rev. Lett.*, 61 :165–168, Jul 1988.
- [69] P. Martin, V. Veniard, A. Maquet, P. Francken, and C. J. Joachain. Electron-impact ionization of atomic hydrogen in the presence of a laser field. *Phys. Rev. A*, 39 :6178–6189, Jun 1989.
- [70] Manoj Jain and Narkis Tzoar. Compton scattering in the presence of coherent electromagnetic radiation. *Phys. Rev. A*, 18 :538–545, Aug 1978.
- [71] P Cavaliere, G Ferrante, and C Leone. Electron-atom ionisation in a resonant electromagnetic field. *Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics*, 15(3) :475–483, feb 1982.
- [72] Charles Joachain, A Makhoute, A Maquet, and Richard Taieb. Laser-assisted (e, 2e) collisions in helium. *Zeitschrift für Physik D*, Volume 23 :Page 397, 11 1992.
- [73] F W Byron and C J Joachain. Electron-atom collisions in a strong laser field. *Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics*, 17(9) :L295–L301, may 1984.
- [74] Boris M. Smirnov Vladimir P. Krainov, Howard R. Reiss. *Appendix I : Atomic Units and Measures of Intensity*, pages 269–272. John Wiley and Sons, 2005.

- [75] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Mécanique Quantique - : Nouvelle édition*. Number v. 2. EDP sciences, 2018.
- [76] C. J. (Charles Jean) Joachain. *Quantum collision theory*. Amsterdam : North-Holland Pub. Co.; New York : American Elsevier Pub. Co, 1975. Outgrowth of lectures which the author has given at the universities of Berkeley, Calif., Brussels, and Louvain.
- [77] Howard R. Reiss. Effect of an intense electromagnetic field on a weakly bound system. *Phys. Rev. A*, 22 :1786–1813, Nov 1980.
- [78] Jim J. Napolitano J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics (2nd Edition)*. Addison Wesley, 2 edition, 2010.
- [79] I Ajana, A Makhoute, D Khalil, and A Dubois. The second born approximation in laser-assisted (e, 2e) collisions in hydrogen. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 47(17) :175001, aug 2014.
- [80] M Bouzidi, A Makhoute, D Khalil, A Maquet, and C J Joachain. On the second born approximation for laser-assisted electron-atom collisions. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 34(5) :737–747, feb 2001.
- [81] M Basu and A S Ghosh. Positronium formation in the n=1 and 2 states in e<sup>+</sup>-h scattering. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 21(20) :3439–3447, oct 1988.
- [82] D S F Crothers and J F McCann. Ionisation of atoms by ion impact. *Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics*, 16(17) :3229–3242, sep 1983.
- [83] Roberto D. Rivarola and Victor H. Fainstein, Pablo D. Ponce. The cdw-eis method. *AIP Conference Proceedings*, 362(1) :147–162, Mar 1996.
- [84] J. P. Merrison, H. Bluhme, J. Chevallier, B. I. Deutch, P. Hvelplund, L. V. Jørgensen, H. Knudsen, M. R. Poulsen, and M. Charlton. Hydrogen formation by proton impact on positronium. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :2728–2731, Apr 1997.
- [85] P Comini and P-A Hervieux.  $\bar{H}$  and  $\bar{H}^+$  ion production from collisions between antiprotons and excited positronium : cross sections calculations in the framework of the GBAR experiment, journal = New Journal of Physics. 15(9) :095022, sep 2013.
- [86] M. R. C. McDowell and J. P. Coleman. Introduction to the theory of ion-atom collisions. *American Journal of Physics*, 39(2) :237–238, 1971.
- [87] B H Bransden, C J Joachain, and J F McCann. Positronium formation in positron-atom collisions at intermediate energies. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 25(22) :4965–4979, nov 1992.
- [88] Emil Wolf Leonard Mandel. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1 edition, 1995.
- [89] Roy J. Glauber. Coherent and incoherent states of the radiation field. *Phys. Rev.*, 131 :2766–2788, Sep 1963.
- [90] Guillaume Duchateau, Eric Cormier, H Bachau, and R Gayet. Coulomb-volkov approach of atom ionization by intense and ultrashort laser pulses. *Phys. Rev. A*, 63, 04 2001.

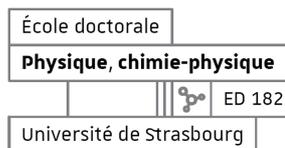
- [91] Lars Bojer Madsen. Positronium in laser fields. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 221 :174 – 181, 2004. Proceedings of the XII International Workshop on Positron and Positronium Physics.
- [92] W. Gordon. Der comptoneffekt nach der schrödingerschen theorie. *Zeitschrift für Physik*, 40(1) :117–133, Jan 1926.
- [93] D. M. Wolkow. Über eine klasse von lösungen der diracschen gleichung. *Zeitschrift für Physik*, 94(3) :250–260, Mar 1935.
- [94] E. Wolf (Ed.). *Progress in Optics, Vol. 31*. North Holland, 1993.
- [95] Makoto Morinaga. Deriving the static interaction between electric dipoles via the quantum gauge transformation. 2013.
- [96] A Maquet, V Véniard, and Tudor Marian. The coulomb green’s function and multiphoton calculations. *Journal of Physics B : Atomic*, 31, 01 1998.
- [97] Claude Fabre ; préface de Claude Cohen-Tannoudji Grynberg Gilbert, Alain Aspect. *Introduction aux lasers et à l’optique quantique*. Ellipses, Paris, 1997.
- [98] Gilbert Grynberg, Alain Aspect, Claude Fabre, and Claude Cohen-Tannoudji. *Introduction to Quantum Optics : From the Semi-classical Approach to Quantized Light*. Cambridge University Press, 2010.
- [99] T.L. Koch. Nature of wavelength chirping in directly modulated semiconductor lasers. *Electronics Letters*, 20 :1038–1040(2), December 1984.
- [100] H J Korsch, A Klumpp, and D Witthaut. On two-dimensional bessel functions. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 39(48) :14947–14964, nov 2006.
- [101] A. R. Swann, D. B. Cassidy, A. Deller, and G. F. Gribakin. Formation of positron-atom bound states in collisions between rydberg ps and neutral atoms. *Phys. Rev. A*, 93 :052712, May 2016.
- [102] Susmita Roy and C. Sinha. Formation of negative hydrogen ion in positronium-hydrogen collisions. *The European Physical Journal D*, 47 :327–334, 01 2008.
- [103] A. R. P. Rau. The negative ion of hydrogen. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 17(3) :113–145, Dec 1996.
- [104] Walter C. Henneberger. Perturbation method for atoms in intense light beams. *Phys. Rev. Lett.*, 21 :838–841, Sep 1968.
- [105] L. P. Rapoport. Wave functions of charged particles simultaneously in coulomb and laser fields. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 105(3) :534, 1994.
- [106] H. R. Reiss and V. P. Krainov. Approximation for a coulomb-volkov solution in strong fields. *Phys. Rev. A*, 50 :R910–R912, Aug 1994.
- [107] H. A Bethe. Berechnung der ät des wasserstoffs (calculation of electronic affinity of hydrogen). *Zeitschrift für Physik*, 57 :815–821, 1929.
- [108] C. L. Pekeris. Ground state of two-electron atoms. *Phys. Rev.*, 112 :1649–1658, Dec 1958.

- [109] Armin Scrinzi and Bernard Piraux. Two-electron atoms in short intense laser pulses. *Physical Review A*, 58, 03 1998.
- [110] Alisher S. Kadyrov and Igor Bray. Two-center convergent close-coupling approach to positron-hydrogen collisions. *Phys. Rev. A*, 66 :012710, Jul 2002.
- [111] J. Mitroy. Formation of antihydrogen by the charge-transfer reaction. *Phys. Rev. A*, 52 :2859–2864, Oct 1995.
- [112] J Mitroy and G Ryzhikh. The formation of antihydrogen by the charge transfer reaction. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 30(10) :L371–L375, may 1997.
- [113] A. Y. Abul-Magd and M. H. Simbel. On the unitarization of the born approximation. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei*, 215(2) :121–126, Apr 1968.
- [114] P K Biswas. Effect of  $H^-$  ion formation on positronium-hydrogen elastic scattering. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 34(23) :4831–4844, nov 2001.
- [115] Jennifer E. Blackwood, Mary T. McAlinden, and H. R. J. Walters. Importance of the  $H^-$  channel in Ps-H scattering. *Phys. Rev. A*, 65 :030502, Feb 2002.
- [116] Mary T. McAlinden, Jennifer E. Blackwood, and H. R. J. Walters. Positron scattering by the negative hydrogen ion. *Phys. Rev. A*, 65 :032715, Feb 2002.
- [117] Jack C. Straton and Richard J. Drachman. Formation of positronium in  $e^+ + H^-$  collisions. *Phys. Rev. A*, 44 :7335–7342, Dec 1991.
- [118] Jack C. Straton and Richard J. Drachman. *Cross Sections for  $e^+ + H^- \rightarrow Ps + H$  in Fock-Tani Representation*, pages 441–443. Springer US, Boston, MA, 1987.
- [119] Ya. F. Verolainen and A. Ya. Nikolaich. Radiative lifetimes of excited states of atoms. *Phys. Usp.*, 25(6) :431–447, 1982.
- [120] Y. Gontier and M. Trahin. On the multiphoton absorption in atomic hydrogen. *Physics Letters A*, 36(6) :463 – 464, 1971.
- [121] B Mansoulié. Status of the gbar experiment at cern. *Hyperfine Interact*, 240 :11, 2019.
- [122] A.E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [123] Yann Mairesse. *Génération et caractérisation d’impulsions attosecondes*. PhD thesis, 2005. Thèse de doctorat dirigée par Maquet, Alfred Physique. Lasers et matière Paris 11 2005.
- [124] Peter Koval. Two-photon ionization of atomic inner-shells. 2004.
- [125] Anthony Starace. *Photoionization of Atoms*, pages 379–390. Springer New York, New York, NY, 2006.
- [126] A. Burgees. Tables of hydrogenic photoionization cross-sections and recombination coefficients. *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, 69 :1, 1965.
- [127] R. Löw L. Kopf. Interfacing single photons with alkali vapours. Master’s thesis, Universität Stuttgart, 2018.

- [128] Marco Nascimento. The photodetachment cross section of the negative hydrogen ion. *Phys. Rev. A*, 16, 10 1977.
- [129] L.P. Rapoport and B.A. Zon. Two-photon bound state-bound state transitions in a coulomb field. *Physics Letters A*, 26(11) :564 – 565, 1968.
- [130] V Gavryusev, A Signoles, M Ferreira-Cao, G Zürn, C S Hofmann, G Günter, H Schempp, M Robert de Saint-Vincent, S Whitlock, and M Weidemüller. Density matrix reconstruction of three-level atoms via rydberg electromagnetically induced transparency. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 49(16) :164002, jul 2016.
- [131] Shaik Ahmed, Preethi N. Wasnik, Suneel Singh, and P. Anantha Lakshmi. Photon statistics of radiation in an incoherently pumped three-level cascade system, 2014.
- [132] C.J. Joachain B.H. Bransden. *Physics of Atoms and Molecules*. Longman Publishing Group, 1982.
- [133] A Franz and P L Altick. Electron impact ionization of helium : coplanar, triply differential cross sections at high and intermediate energies. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 25(7) :1577–1590, apr 1992.
- [134] Levere Hostler. Coulomb green’s functions and the furry approximation. *Journal of Mathematical Physics*, 5 :591–611, 05 1964.
- [135] J Humblet. Analytical structure and properties of coulomb wave functions for real and complex energies. *Annals of Physics*, 155(2) :461 – 493, 1984.
- [136] I.J. Thompson and A.R. Barnett. Coulcc : A continued-fraction algorithm for coulomb functions of complex order with complex arguments. *Computer Physics Communications*, 36(4) :363 – 372, 1985.
- [137] Albert Messiah. *Quantum mechanics, Volume 2*. Series in physics. North-Holland, 1962.



Kévin LÉVÊQUE-SIMON  
COLLISIONS ASSISTÉES PAR  
LASER POUR LA FORMATION  
D'ANTIMATIÈRE



L'expérience GBAR vise à mesurer la chute libre d'atomes d'antihydrogène ultra-froids (neV). Cela implique de produire des ions d'antihydrogène, obtenus à l'issue de deux réactions d'échange de charge faisant intervenir des antiprotons et des atomes de positronium. Le but de ce travail est d'étudier la possibilité d'augmenter les taux de production d'atomes et d'ions antihydrogène produits, en assistant les deux réactions par laser. Les sections efficaces sont obtenues aux énergies d'antiproton de GBAR (1 - 10 keV), en utilisant une approche semi-perturbative proposée par Byron et Joachain. Celle-ci permet de décrire simultanément l'interaction électron-atome (Coulomb Born Approximation ou Continuum Distorted Waves - Final State), l'interaction électron-laser (états de Volkov), et les interactions laser-atomes (premier ordre de la théorie des perturbations dépendantes du temps). L'excitation depuis l'état  $1s$  du positronium par le processus de transition virtuel à un photon est étudiée, en considérant des lasers dont les longueurs d'onde sont proches de 243 nm (raie Lyman- $\alpha$ ). Une adaptation de ces lasers est ensuite proposée afin d'exciter les états  $3s$  et  $3d$  (Paschen- $\beta$ ). Les décalages Doppler résultants de la distribution de vitesse du nuage de positronium sont également pris en compte, aux énergies de confinement de 25 meV et 48 meV. Finalement, le nombre d'antiatomes produits est estimé. Comparativement à la situation où les collisions ne sont pas assistées par un laser, les pertes induites par les processus de photo-ionisation et de photo-détachement sont évaluées.

**Mots-clés** : GBAR, collision assistée par laser, antihydrogène, positronium, section efficace, approximation de Born, états de Volkov, théorie des perturbations dépendantes du temps.

The GBAR experiment aims at measuring the free fall of ultra-cold antihydrogens (neV). This implies the production of antihydrogen ions, which are obtained by two charge exchange reactions involving antiprotons and positronium atoms. The goal of this study is to analyse the possibility to increase the production rates of the antihydrogens and the antihydrogen ions produced, by assisting the two reactions with a laser. The cross sections are obtained in the antiproton energy range of the GBAR experiment (1 - 10 keV), by using a semi-perturbative approach proposed by Byron and Joachain. This method, simultaneously, allows the description of the electron-atom interaction (Coulomb Born Approximation or Continuum Distorted Waves - Final State), the electron-laser interaction (Volkov states), and the laser-atom interactions (first order time dependent perturbation theory). The positronium excitation from the  $1s$  state by one-photon virtual transition process is studied, by considering lasers whose wavelengths are around 243 nm (Lyman- $\alpha$  line). It is then proposed to adapt these laser sources in order to excitate  $3s$  and  $3d$  states (Paschen- $\beta$ ). The Doppler shifts resulting from the positronium cloud velocity distribution are taken into account as well, at the confinement energies of 25 meV and 48 meV. Finally, the number of antiparticles produced is estimated. Compared to the case of non-assisted collisions, the losses induced by the photo-ionization and photo-detachment processes are evaluated.

**Keywords** : GBAR, laser assisted collision, antihydrogen, positronium, cross section, Born approximation, Volkov states, time dependent perturbation theory.