

THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE DE RENNES 1
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 600
Ecole doctorale Ecologie, Géosciences, Agronomie et Alimentation
Spécialité : Sciences de la Terre et de l'Environnement

Par

Etienne LAVOINE

Modélisation cinématique et mécanique des réseaux de fractures à l'échelle du massif rocheux

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 30/01/2020
Unité de recherche : UMR 6118 – Géosciences Rennes

Rapporteurs avant soutenance :

Véronique Merrien-Soukatchoff
Philippe Renard

Professeur au Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM) de Paris
Directeur de Recherche à l'Université de Neuchâtel

Composition du Jury :

Examineurs :	Véronique Merrien-Soukatchoff	Professeur au CNAM de Paris
	Philippe Renard	Directeur de Recherche à l'Université de Neuchâtel
	Nicolas Moës	Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes
	Jean-Raynald de Dreuzy*	Directeur de Recherche au CNRS (Géosciences Rennes)

Directeur de thèse : Philippe Davy
Co-directeur de thèse : Raymond Munier

Directeur de Recherche au CNRS (Géosciences Rennes)
Consultant chez Terra Mobile Consultants

*Président du jury

Invitée

Caroline Darcel

Chef de Projet

Itasca Consultants SAS

Remerciements

Voilà la meilleure partie : les remerciements! Pourtant ce n'est pas la plus facile à rédiger. Bien évidemment, je tiens à remercier en premier lieu les personnes qui m'ont fait confiance en me proposant ce travail, à savoir Philippe, Raymond et Caroline. Chacun a pu apporter sa pierre à l'édifice. Philippe a apporté une expertise scientifique qui n'était déjà plus à démontrer : combien de fois je me suis dit deux mois trop tard "ah mais voilà ce qu'il voulait dire!" et qu'il avait raison. Raymond fut un véritable *coach* dans la dernière ligne droite : sa prestance, sa jovialité et son humour, couplés à sa curiosité, amènent généralement des discussions passionnantes où les voix s'élèvent. Caroline, les pieds sur Terre, a ce côté rassurant, par sa présence humaine, permettant de maintenir le cap et l'équilibre. En second lieu, je souhaiterais remercier l'ensemble du jury pour avoir accepté d'évaluer mes travaux, et de faire le déplacement lors de la soutenance (un jury en présentiel au grand complet). Un grand merci également à Adriana Paluszny pour m'avoir accueilli royalement à l'Imperial College de Londres, durant deux semaines de travail très agréables.

Je voudrais également remercier la *fractory* dans son ensemble, et les collègues qui la composent. Lorsque j'ai commencé cette aventure, le laboratoire commun n'existait pas encore. J'ai eu un énorme plaisir à tous vous voir arriver dans ces locaux que nous partageons désormais : Romain (si vous avez une question technique, il est fort probable qu'il ait la réponse), Simon (le McGyver de la Fractory, il sait presque tout faire), Benoît (le parfait mathématicien qui code plus vite que son ombre), Thomas (l'outsider des fractures, maître en Jupyter), Silvia (la petite touche italienne au français irréprochable)... Enfin je voudrais terminer ces présentations par mes deux "petites sœurs" : Diane et Justine. Ma thèse a complètement changé lorsque vous êtes arrivées, j'avais enfin quelqu'un à qui parler de mes disques dans des cubes, et que ça intéresse. Nos thérapies de bus, notre entraide... c'était de l'or de vous avoir comme soutien. Je vous souhaite le meilleur pour la suite de vos aventures académiques et personnelles à Rennes. Je voudrais également remercier les collègues Lyonnais de ITASCA : pour votre accueil, les *footings*, les *laser game* et restaurants. Merci à Chris, Véro, Lauriane, Marco, Fabian, Sacha, Rima, Fabio, Charlotte, Xuan-Phu, Huy et Yoann. Et bien sûr pour terminer, je souhaiterais remercier Daniel pour m'avoir proposé un emploi au sein de son entreprise à l'issue de cette thèse, pour continuer à collaborer avec toutes ces personnes.

Je souhaiterais naturellement remercier le laboratoire Géosciences Rennes et tout son personnel. Merci à tous les "Tchoutchous" du labo avec qui j'ai eu plaisir à travailler, partager une pizza au RU (savoyarde de préférence), faire du sport (et même un semi-marathon!), regarder des films (au Cinéma Jacquet de préférence), faire une virée sur la côte Ouest, partager un verre en terrasse, et j'en passe. Un grand merci à Thomas, Maxime, les Lulus (et leur molosse), Baptiste, Arthur, Camille, la Burte, Madeleine, Behzad, Claire, Aurélie, Jean, Lara, Charlotte, Nicolas, Alexandre, Ronan, Lucas, Aurélie W, Rémi, Mathilde... et tout ceux que j'ai eu le plaisir croiser durant ces trois années. Je voudrais faire une dédicace spéciale pour mes minots Quentin et la Coche : tout a commencé avec vous en P209. Grâce à vous, le mot "thèse" rime désormais avec "boomerang", "fléchettes", "nerfs" et autres projectiles. Ma plus grande fierté reste notre collaboration dans l'établissement de "la théorie des 75cL" : je reste disponible à tout moment pour reproduire les résultats (dans un soucis d'intégrité scientifique évidemment).

Je voudrais pour terminer remercier du fond du cœur mon entourage et ma famille : Laurence pour ses corrections orthographiques et son investissement dans la préparation du pot de soutenance ; ma sœur pour son soutien, ses relectures, sa bienveillance, et son écoute. Une immense reconnaissance à mes parents pour m'avoir fourni toutes les clefs pour bien démarrer dans la vie, mais surtout pour m'avoir appris que dans la vie "tout est relatif". Et enfin Allison, pour m'avoir accompagné au quotidien, rassuré, porté, bousculé, m'avoir poussé à me surpasser, à me sortir de ma zone de confort : cet accomplissement est également le tiens.

Résumé

Les fractures sont des structures géologiques omniprésentes contrôlant les propriétés hydrauliques et mécaniques des roches. La modélisation numérique des réseaux de fractures constitue donc une étape indispensable pour la simulation du comportement physique des massifs fracturés, dans de nombreuses applications industrielles telles que le stockage de déchets nucléaires. Dans la plupart des cas, l'observation directe du volume fracturé n'est pas possible et les fractures ne peuvent être modélisées de manière déterministe. Les modèles stochastiques permettent de générer des réseaux en trois dimensions, statistiquement équivalents aux mesures et observations, mais négligeant les corrélations spatiales issues du processus chronologique de fracturation. D'autre part, les modèles purement mécaniques demandent des ressources numériques trop importantes, pour modéliser des réseaux de telles densités.

L'objectif de cette thèse repose sur le développement de modèles génétiques, permettant de modéliser des réseaux de fractures multi-échelles, denses, à partir de lois simplifiées issues de la mécanique de la fracturation. Le processus de fracturation peut ainsi être décomposé en trois étapes : nucléation, propagation, et arrêt des fractures. Dans ces travaux, nous montrons que l'organisation spatiale et les lois d'échelle des réseaux ainsi générés résultent de ces processus. Nous quantifions ces corrélations à l'aide d'outils mathématiques issus de la théorie fractale, et déterminons leur impact sur les propriétés de connectivité des réseaux générés. Enfin, une étude plus fine des propriétés mécaniques des fractures telle que la friction, ainsi que des conditions limites en contraintes à l'origine de leur développement, montre l'importance de leur intégration dans le processus de modélisation génétique.

Abstract

Fractures are ubiquitous geological structures controlling both the hydraulic and mechanical rock properties. Numerical modelling of fracture networks is therefore an important step for the simulation of physical processes in fractured rock mass, for many industrial applications such as nuclear waste disposal. Most of the time, a direct observation of the fractured volume is not feasible, and fractures cannot be modelled deterministically. Hence, the modelling must be stochastic, which makes it possible to generate three-dimensional networks, statistically equivalent to measurements and observations, but neglecting the spatial correlations resulting from the chronological fracturing process. On the other hand, purely mechanical models require too much numerical resources to model such dense networks.

This thesis aims to develop genetic models, making it possible to model multiscale, dense fracture networks using simplified mechanical rules. The fracturing process can be divided in three simplified stages : nucleation, propagation, and fracture arrest. In this work, we show that the spatial organization and scaling properties of such generated fracture networks result from these processes. We quantify these correlations using mathematical tools from the fractal theory and quantify their impact on the connectivity properties of generated networks. Finally, a refined study of fractures mechanical properties such as friction, and remote stress boundary conditions responsible for fracture development, showed how much they need to be considered into the genetic modelling framework.

Table des matières

Table des matières	vii
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	xiii
Liste des algorithmes	xv
Introduction Générale	1
1 Réseaux de fractures géologiques : définitions, mécanique, modèles conceptuels et numériques	5
1.1 Fractures géologiques : définitions et propriétés intrinsèques	7
1.2 Mécanique de la fracturation	8
1.3 Modèle conceptuel de réseau de fractures : une approche <i>Discrete Fracture Network</i>	15
1.4 Modèles numériques pour la génération de réseaux de fractures	27
2 Variabilité spatiale des densités de fractures : un indicateur de corrélations spatiales	45
2.1 Variabilité spatiale associée aux réseaux DFN Poissoniens	49
2.2 Variabilité spatiale des densités de fractures à partir de données réelles . . .	66
2.3 Variabilité spatiale associée aux réseaux UFM	67
2.4 Conclusion	69
3 Conséquences de la nucléation sur le clustering, la topologie et la connectivité des réseaux	71
3.1 Résumé de l'article	74
3.2 Article : "A Discrete Fracture Network with stress-driven nucleation"	76
3.3 Analyse de précision du champ de contraintes calculé	98
3.4 Conséquences sur la perméabilité du milieu et la chenalisation des flux . . .	104
3.5 Perspectives	110

4 Conséquences des propriétés de friction sur la croissance des fractures et analyse à l'échelle du réseau	111
4.1 Résumé de l'article	113
4.2 Article : "Influence of fracture frictional properties on Stress Intensity Factors"	115
4.3 Conséquences à l'échelle du réseau	128
5 Vers une meilleure intégration des processus physiques et géologiques dans les modèles génétiques	133
5.1 Contraindre l'orientation des fractures par le champ de contraintes régional	135
5.2 Introduction d'une histoire tectonique dans le processus de modélisation génétique	138
5.3 Lois d'arrêt entre fractures	141
Conclusion	145
Références	151
A Solutions de Fabrikant	175
B La plateforme DFN.Lab	177

Liste des figures

1	Les milieux fracturés et les enjeux industriels associés	1
1.1	Représentation schématique d'une fracture formée par deux épontes irrégulières	7
1.2	Représentation schématique d'une fracture au sein d'une matrice rocheuse et modes de déformation associés	8
1.3	Modèle de rupture de Mohr-Coulomb et orientations associées	9
1.4	Evolution de l'énergie relative à une fracture en fonction de sa taille	11
1.5	Etat de contrainte à proximité du front de fissure d'une fracture	12
1.6	Vitesse de propagation de fracture et facteur d'intensité de contrainte	13
1.7	Interactions mécaniques entre deux fractures	14
1.8	Principe de la caractérisation et modélisation d'un massif fracturé par une approche <i>Discrete Fracture Network</i>	15
1.9	Exemples de données géologiques de fractures disponibles	16
1.10	Distribution des tailles de fractures obtenues à partir de données de terrain : effets de troncature, de censure, et d'extrapolation	18
1.11	Effets de densité et d'échelle sur la connectivité des réseaux	20
1.12	Projection stéréographique et stéréonets	21
1.13	Méthodes classiques pour calculer la dimension fractale d'un réseau de fracture	23
1.14	Effets de la topologie du réseau sur sa connectivité	25
1.15	Principe de l'analyse stéréologique	27
1.16	Modèles numériques représentant les milieux fracturés	28
1.17	Étapes de la modélisation numérique en hydrogéologie par une approche DFN	29
1.18	Exemple de DFN déterministe	31
1.19	Exemples de réseaux DFN stochastiques générés pour différents exposants de loi de puissance et dimensions de corrélation	33
1.20	Exemple d'un réseau DFN géomécanique 2D en expansion	36
1.21	Modèle génétique selon Srivastava et al. [2005]	38
1.22	Modèle génétique selon Bonneau et al. [2013]	38
1.23	Modèle génétique selon Libby et al. [2019]	39
1.24	Evolution temporelle d'un DFN de type UFM au cours du temps	42

1.25 Conséquences du modèle UFM sur la distribution des tailles de fractures . .	42
2.1 Hétérogénéité texturale associée aux motifs fractals	47
2.2 Algorithme de <i>box-counting</i> pour le calcul de lacunarité	49
2.3 Illustration de l'incertitude sur la variabilité des densités de fractures pour une infrastructure d'échelle donnée	50
2.4 Variabilité spatiale des données de puits sur le site de Forsmark	67
2.5 Coupe 2-D de modèles DFN 3-D de types Poissonien et UFM	68
2.6 Comparaison des distributions de longueurs et courbes de lacunarité asso- ciées aux modèles UFM et Poissoniens équivalents	69
3.1 Perturbation de contrainte associée à une fracture inclinée uniformément chargée en compression et traction.	75
3.2 Corrélations entre le champ de contrainte calculé et la densité de fractures .	75
3.3 Facteur de transmission pour la méthode de Kachanov	99
3.4 Principe de la méthode des éléments distincts	100
3.5 Deux fractures circulaires de taille $l = L/2$ s'intersectant selon un angle de 90°	101
3.6 Contrainte de Von Mises pour deux fractures s'intersectant, soumis à une contrainte compressive	101
3.7 Erreur relative associée aux méthodes de calcul du champ de contraintes pour deux fractures s'intersectant	102
3.8 Exemple de DFN simple utilisé pour l'analyse de précision du champ de contraintes	102
3.9 Contrainte de Von Mises pour un modèle DFN simple, soumis à une contrainte compressive	103
3.10 Erreur relative associée aux méthodes de calcul du champ de contraintes pour un DFN simple	104
3.11 Les différentes étapes de simulation de flux pour un DFN par la plateforme <i>DFN.Lab</i>	106
3.12 Conductivités hydrauliques calculées pour les modèles "Poissoniens", "stress- independent UFM" et "stress-driven UFM"	107
3.13 Indicateurs de chenalisation calculés pour les modèles "Poissoniens", "stress- independent UFM" et "stress-driven UFM"	108
3.14 Distribution des flux Q_f à l'échelle de la fracture pour les modèles "Poisso- niens" et "stress-independent UFM"	109
3.15 Distribution des flux Q_m à l'échelle de la maille pour les modèles "Poisso- niens" et "stress-independent UFM"	109
3.16 Modèle conceptuel tridimensionnel de la distribution des zones d'endom- agement autour d'une faille en cisaillement	110
4.1 Modèle constitutif décrivant le glissement sur le plan de fracture	114
4.2 Influence de la raideur tangentielle sur les perturbations de contraintes . .	128

4.3	Évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_{II} et K_{III} pour différentes valeurs de taille caractéristique l_m	129
4.4	Évolution de la raideur tangentielle en fonction de la taille de fracture et de la contrainte normale appliquée	131
5.1	Représentation du facteur d'instabilité dans un diagramme de Mohr	136
5.2	Réseaux UFM générés en contraignant l'orientation des fractures par un champ de contraintes régional	137
5.3	Décomposition chronologique des traces de fractures d'un affleurement de Cedar City, Utah, USA	139
5.4	Stéronet des trois familles d'orientations orthogonales générées	140
5.5	Introduction d'une chronologie des familles de fractures dans le modèle UFM	141
5.6	Un critère d'arrêt de fracture, basé sur une estimation des facteur d'intensité de contrainte	142
B.1	Organisation modulaire de la plateforme DFN.Lab	178

Liste des tableaux

1.1	Définition des différentes densités de fractures	19
1.2	Comparaison des différentes méthodes de génération de DFN	30
2.1	Densités moyennes des réseaux UFM et Poissoniens générés dans le cadre de l'étude de variabilité spatiale	68
5.1	Paramètres de Fisher utilisés pour générer trois familles d'orientation ortho- gonales	140

Liste des algorithmes

1	Algorithme des modèles géomécaniques basés sur la <i>LEFM</i>	34
2	Algorithme du modèle UFM	41

Introduction Générale

Les milieux fracturés suscitent un vif intérêt dans de nombreux projets industriels tels que l'exploitation d'hydrocarbures, la géothermie, l'hydrogéologie, le stockage de CO₂, ou encore le stockage profond de déchets radioactifs (Figure 1). Ces industries, aux enjeux économiques et environnementaux majeurs, nécessitent une technologie de pointe, couplée à une connaissance aiguisée du milieu naturel. Étant donnée la faible quantité des données disponibles pour décrire un système aussi complexe, sa caractérisation ne peut se passer de modèles mathématiques et numériques. Ces modèles permettent notamment d'évaluer la pérennité du site (transport de radionucléides dans un site de stockage de déchet radioactifs, stabilité mécanique...) ou encore sa rentabilité (extraction de ressources énergétiques, minérale...). Dans le cadre du stockage de déchets radioactifs, plusieurs pays tels que la Suède, la Finlande, et le Canada, se sont intéressés milieux cristallins. Bien que peu perméables lorsque la roche est saine, les milieux cristallins sont parfois fortement fracturés, modifiant ainsi leurs propriétés hydrogéologiques et mécaniques.

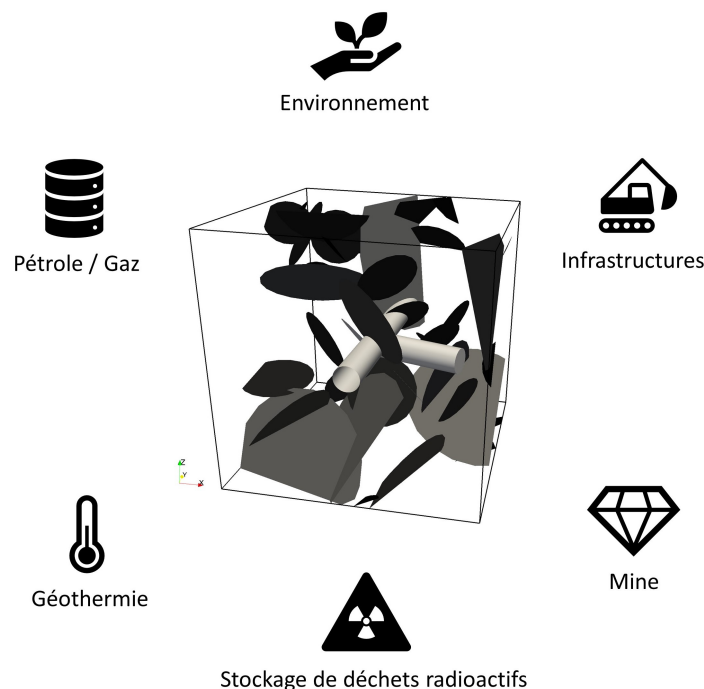


FIGURE 1 – Les milieux fracturés et les enjeux industriels associés

L'hétérogénéité et le caractère multi-échelle des milieux fracturés proscrirent l'utilisation de modèles continus aux propriétés effectives. Les simulations numériques doivent alors reposer sur une description fidèle de la géométrie du réseau. La large gamme d'échelles en jeu dans ces processus physiques (centimétrique à kilométrique), ainsi que la densité des réseaux de fracture étudiés, a souvent favorisé une approche purement stochastique. Ces modèles ont pour avantage d'être rapides, faciles à implémenter, flexibles, mais ignorent généralement les corrélations entre les différents attributs géométriques et physiques des fractures. D'autre part, les modèles géomécaniques permettent de reproduire ces corrélations en reliant la géométrie du réseau aux processus physiques à l'origine de sa formation, aux prix de ressources numériques coûteuses, ne permettant pas de modéliser à l'échelle du site un réseau dans son ensemble. Cette thèse propose de développer des méthodes dites "génétiques" permettant de générer des réseaux de fractures numériques à partir de lois mécaniques simplifiées, afin de reproduire les corrélations principales entre fractures, tout en gardant un temps de calcul raisonnable.

- Le Chapitre 1 définit les fractures au sens géologique et rappelle les mécanismes physiques à l'origine de leur formation, de leur naissance à leurs interactions pour former un réseau. Les différentes méthodes d'analyses de réseaux de fractures naturelles sont ensuite développées, afin de souligner les points importants à considérer dans l'établissement d'un modèle conceptuel. Enfin, les différentes méthodes numériques pour représenter les milieux fracturés sont exposées, en se concentrant sur une approche *Discrete Fracture Network* (DFN). Les principaux algorithmes de génération de DFN sont alors présentés, afin de positionner notre sujet de recherche dans une approche "génétique", à l'interface entre les approches "stochastique" et "géomécanique".
- Le Chapitre 2 propose d'étudier la variabilité spatiale des densités de fractures comme indicateur de leur organisation spatiale. Des solutions analytiques pour quantifier la variabilité spatiale associée aux DFN stochastiques sont notamment proposées, puis comparées avec des réseaux naturels. La variabilité spatiale des densités de fractures nous fournit un indicateur de corrélations spatiales à prendre en compte dans le processus de modélisation.
- Le Chapitre 3 propose un modèle génétique de DFN reposant sur des lois mécaniques simplifiées de nucléation, croissance et arrêt des fractures. Nous nous intéressons tout particulièrement à l'impact des redistributions de contraintes dues aux fractures présentes dans le système sur la naissance de nouvelles. La boucle rétroactive ainsi introduite entre les processus de nucléation et de croissance de fractures modifie alors leur arrangement spatial, leur connectivité, et leur topologie.
- Le Chapitre 4 étudie l'influence des propriétés mécaniques des fractures sur leur croissance. Nous quantifions l'énergie accumulée en front de fissure en fonction des propriétés de friction sur le plan de fracture. Nous démontrons ainsi leurs conséquences sur la croissance des fractures, et leurs potentiels impacts à l'échelle du réseau.

-
- Le Chapitre 5 propose des solutions afin de mieux prendre en considération les processus physiques et géologiques, tels que l'histoire tectonique, dans le processus de modélisation génétique.
 - La Conclusion propose une synthèse et une discussion des travaux réalisés, ainsi que des perspectives de travail à explorer, afin d'améliorer les modèles de DFN génétiques proposés.

Contexte

Cette thèse fut réalisée entre 2016 et 2019, dans le cadre d'une convention CIFRE entre l'*ANRT*, l'entreprise *Itasca Consultants SAS*, et le laboratoire *Géosciences Rennes*, au sein de l'*Université de Rennes 1*. Ce projet de thèse fut en partie financé par l'entreprise *Svensk Kärnbränslehantering AB*, en charge du stockage des déchets hautement radioactifs en Suède.

Publications associées

- **Lavoine, E.**, Davy, P., Darcel, C., and Le Goc, R. : On the Density Variability of Poissonian Discrete Fracture Networks, with application to power-law fracture size distributions, *Adv. Geosci.*, 49, 77–83, [doi:10.5194/adgeo-49-77-2019](https://doi.org/10.5194/adgeo-49-77-2019) , 2019.
- **Lavoine, E.**, Davy, P., Darcel, C., and Munier, R. : A Discrete Fracture Network model with stress-driven nucleation : impact on clustering, connectivity and topology, *Frontiers in Physics*, vol. 8, p. 9., [doi:10.3389/fphy.2020.00009](https://doi.org/10.3389/fphy.2020.00009), 2020.

Actes de conférences

- Etienne Lavoine, Philippe Davy, Caroline Darcel, Raymond Munier. A Discrete Fracture Network Model with Stress-Driven Nucleation and Growth. *American Geophysical Union Fall Meeting 2017, Dec 2017, La Nouvelle Orléans, LA, United States*, pp.H21C-1462, 2017
- Etienne Lavoine, Philippe Davy, Caroline Darcel, Raymond Munier. A stress-driven DFN model to account for fracture network geometrical complexity. *Interpore 2018, Mai 2018, La Nouvelle Orléans, LA, United States*
- Etienne Lavoine, Philippe Davy, Caroline Darcel, Raymond Munier. A DFN modeling based on fracture nucleation, growth and arrest with mechanical interactions. *CMWR 2018, June 2018, Saint-Malo, France*

- Etienne Lavoine, Philippe Davy, Caroline Darcel. Three-dimensional fracture density variability of fractured rock mass : analytical solutions for Poissonian networks. *European Geosciences Union General Assembly 2019, Avril 2019, Vienna, Austria*, EGU2019-7036

Autres contributions

Les développements informatiques réalisés durant cette thèse sont introduits au sein de la plateforme [DFN.Lab](#), développée dans le cadre du laboratoire commun *Fractory*, constituant une collaboration étroite entre le laboratoire *Géosciences Rennes* et l'entreprise *Itasca Consultants SAS*. Cette plateforme est dédiée à la génération de réseaux de fractures discrètes, ainsi qu'au calcul et à l'analyse des propriétés hydrogéologiques et géomécaniques associées. Le fonctionnement de *DFN.Lab* et son intérêt pour la modélisation des réseaux de fractures DFN sont détaillés en Annexe [B](#).

Chapitre 1

Réseaux de fractures géologiques : définitions, mécanique, modèles conceptuels et numériques

Sommaire

1.1	Fractures géologiques : définitions et propriétés intrinsèques	7
1.2	Mécanique de la fracturation	8
1.2.1	Modèle de rupture macroscopique	9
1.2.2	Théorie de la rupture en élasticité linéaire	10
1.3	Modèle conceptuel de réseau de fractures : une approche <i>Discrete Fracture Network</i>	15
1.4	Modèles numériques pour la génération de réseaux de fractures	27
1.4.1	Intérêt d'une approche discrète	28
1.4.2	Modèles déterministes	29
1.4.3	Modèles stochastiques	31
1.4.4	Modèles géomécaniques	33
1.4.5	Modèles génétiques	36
1.4.6	Positionnement du sujet de recherche	43

Introduction

Ce chapitre vise à définir les termes relatifs à la description des réseaux de fractures ainsi que les principes mécaniques sous-jacents responsables de leur formation. Nous définissons tout d'abord l'objet "fracture", ses caractéristiques géométriques et physiques, avant d'introduire les théories et mécanismes physiques expliquant leur formation. Nous exposons ensuite comment les données disponibles sur le terrain permettent de constituer un modèle conceptuel tridimensionnel des réseaux étudiés. Enfin, nous revoyons les différentes méthodes pour la génération de modèles numériques de réseaux de fractures.

1.1 Fractures géologiques : définitions et propriétés intrinsèques

Les fractures géologiques sont des discontinuités au sein d'une matrice rocheuse, dont l'extension latérale l est très supérieure à l'épaisseur e ($l \gg e$). On identifie alors deux surfaces opposées appelées "épontes", pouvant être séparées par du vide ou de la matière minérale (Figure 1.1). La forme de ces épontes et leurs irrégularités peuvent avoir des conséquences importantes sur le comportement mécanique et hydrologique de la roche fracturée [Hakami, 1995]. En effet, la géométrie des "vides" formés par l'irrégularité des épontes influence la tortuosité des flux dans le plan de fracture. Les variations d'ouvertures chenalisent les flux sur une faible proportion de la surface de fracture. Mécaniquement, la rugosité du plan de fracture ainsi que la proportion de surface de fracture en contact vont créer des forces de friction limitant les déplacements relatifs entre les deux épontes.

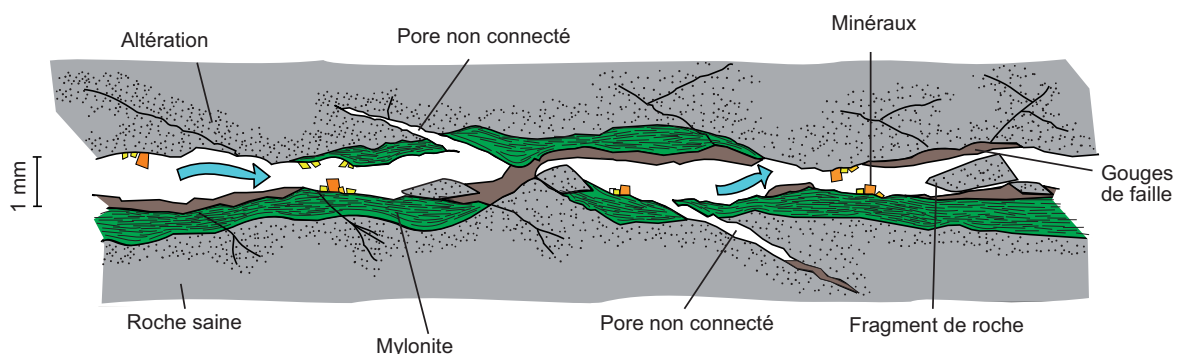


FIGURE 1.1 – Représentation schématique d'une fracture formée de deux épontes irrégulières. Exemple de la granodiorite d'Aspö. Modifié à partir de Winberg et al. [2000]

Derrière le terme de "fracture" se cache en réalité un vocabulaire et une classification complexe [Peacock et al., 2016; Schultz and Fossen, 2008; Zhong et al., 2009]. On y distingue notamment les "joints" (mode I) et les "failles" (modes II et III), qui diffèrent essentiellement par leur mode de déformation. Le déplacement relatif entre les deux épontes, détermine le ou les modes de propagation de la fracture (Figure 1.2) :

- Mode I : fracture en extension, qui résulte d'une contrainte en traction
- Mode II : cisaillement plan, la direction de cisaillement est perpendiculaire au front de fissure
- Mode III : cisaillement anti-plan, la direction de cisaillement est parallèle au front de fissure

Ce déplacement est relativement faible par rapport à l'extension de la fracture.

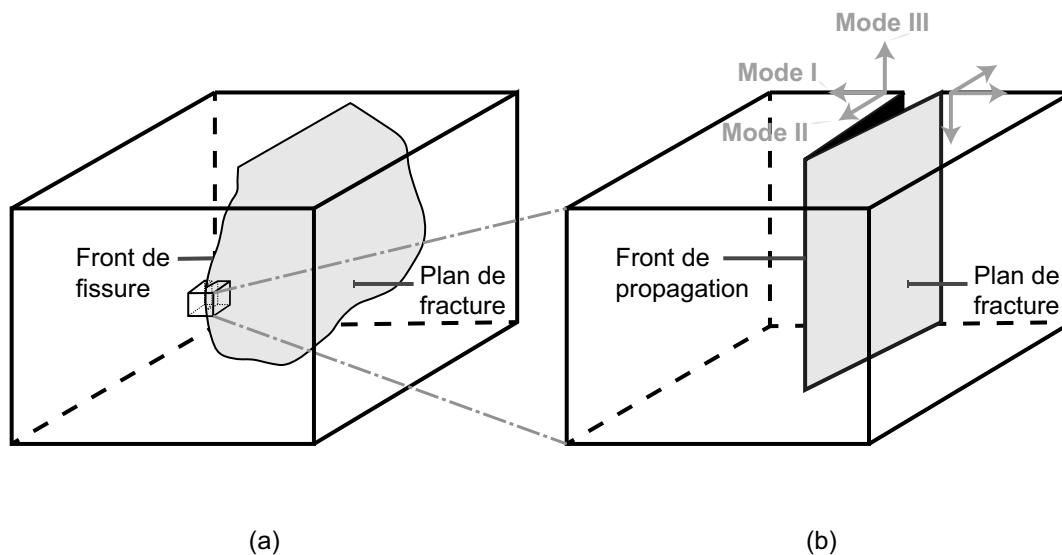


FIGURE 1.2 – (a) Représentation schématique d'une fracture au sein d'une matrice rocheuse et (b) modes de déformation associés. Modifié à partir de Pollard and Aydin [1988]

Dans les milieux naturels, les fractures existent rarement de manière isolée. Elles s'organisent selon un ensemble appelé "réseau". La formation d'un tel réseau est le résultat de processus mécaniques complexes de croissance et d'interactions entre les différentes fractures (voir Section 1.2).

1.2 Mécanique de la fracturation

Les fractures se forment au sein de la matrice rocheuse lorsque son seuil de rupture est atteint, suite à une sollicitation en contraintes. Ces contraintes *in situ* peuvent être d'ordre tectoniques, gravitaires, thermiques, hydrauliques.

1.2.1 Modèle de rupture macroscopique

Ce seuil de rupture peut être classiquement défini dans un diagramme de Mohr. Si l'enveloppe de rupture est intersectée par le cercle de Mohr représentant l'état de contrainte, alors le système est en rupture. Il existe de nombreux modèles de rupture (Mohr-Coulomb, Tresca, Hoek-Brown...), qui dépendent de divers paramètres macroscopiques de la roche. Le modèle le plus répandu pour décrire la rupture en cisaillement est celui de Mohr-Coulomb [Anderson, 1951] (voir Figure 1.3a). Ce modèle définit une enveloppe de rupture linéaire entre le cisaillement τ et la contrainte normale σ_N , en fonction de la cohésion c et de l'angle de frottement (friction) ϕ de la roche. La cohésion correspond à la contrainte cisailante à appliquer sur un plan, dont la contrainte normale est nulle, pour rompre ce plan. Ces critères de rupture permettent ainsi de décrire l'état de contrainte nécessaire à la rupture du matériau à partir de paramètres simples pouvant être déterminés en laboratoire. Ces paramètres conditionnent l'angle du ou des plans de rupture engendrés, mais sans décrire leurs processus de croissance, leurs positions, ou leurs géométries. En milieu géologique, ces critères permettent de décrire l'orientation des failles relativement aux contraintes principales (voir Figure 1.3b).

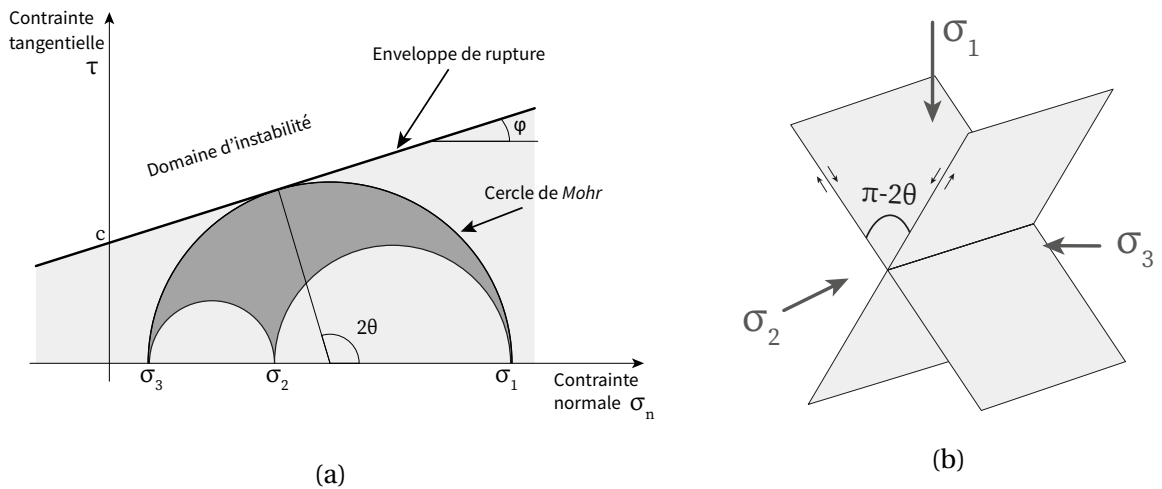


FIGURE 1.3 – Modèle de rupture de Mohr-Coulomb et orientations des plans de rupture associés. (a) Représentation d'un cercle de Mohr dans un diagramme de Mohr. Le critère de Mohr-Coulomb est défini par l'angle de friction ϕ et la cohésion c . (b) Les plans de rupture associés se développent selon un angle θ avec la direction de la contrainte principale σ_1

Bien qu'un diagramme de Mohr soit utile pour représenter un critère de rupture associé à un champ de contrainte homogène, cela ne permet pas de prendre en compte toute la complexité des processus de rupture. Afin de prendre en compte la résolution spatiale (champ de contrainte hétérogène), et temporelle (initiation, propagation et arrêt) liée à la mécanique de fracturation, il faut recourir à la théorie de Griffith [1921].

1.2.2 Théorie de la rupture en élasticité linéaire

La théorie de la fracturation considère chaque fracture comme un objet à part entière, une nouvelle frontière modifiant les propriétés du matériau à l'échelle locale, et pouvant évoluer dans le temps. C'est un processus complexe permettant d'expliquer l'initiation, la propagation et l'arrêt des fractures [Cosgrove and Engelder, 2004]. Nous ne considérerons par la suite qu'une description en élasticité linéaire.

Considérations énergétiques

La théorie de la fracturation en élasticité linéaire, ou *Linear Elastic Fracture Mechanics* (LEFM) en anglais, est née de la théorie de Griffith [1921] expliquant pourquoi la force à appliquer pour fracturer du verre est bien en-dessous de la force théorique nécessaire pour casser ses liaisons atomiques. Cette théorie repose sur une balance des énergies de déformations et de liaisons atomiques. L'énergie de déformation U_{sain} pour une poutre de volume V , composée d'un matériau fragile homogène isotrope de module d'Young E soumis à une contrainte σ est :

$$U_{sain} = \frac{\sigma^2}{2E} V \quad (1.1)$$

L'énergie à fournir pour casser les liaisons atomiques le long d'un segment de longueur a dans cette poutre de largeur l est :

$$U_{liaisons} = 4\gamma al \quad (1.2)$$

où γ représente l'énergie à fournir pour casser les liaisons atomiques dans ce matériau par unité de surface. Au fur et à mesure que la fracture croît, l'énergie de déformation dans la poutre décroît proportionnellement à son extension, selon un volume environnant, telle que :

$$U_{fissuré} = \frac{\sigma^2}{2E} [V - l\pi a^2] \quad (1.3)$$

L'énergie libérée par le processus de fracturation $G = U_{fissuré} - U_{sain}$, appelée *energy release rate*, croît donc en fonction de la longueur de la fracture, jusqu'à atteindre un maximum en a , avant de décroître à l'infini (voir Figure 1.4). Il existe donc une taille limite de fracture à partir de laquelle cette dernière devient instable et croît à l'infini sans nécessité d'ajout d'énergie au système. Ainsi, l'instabilité du système est atteinte si son énergie G dépasse un seuil critique G_c , tel que :

$$G_c = \frac{\sigma^2 \pi a}{E} \quad (1.4)$$

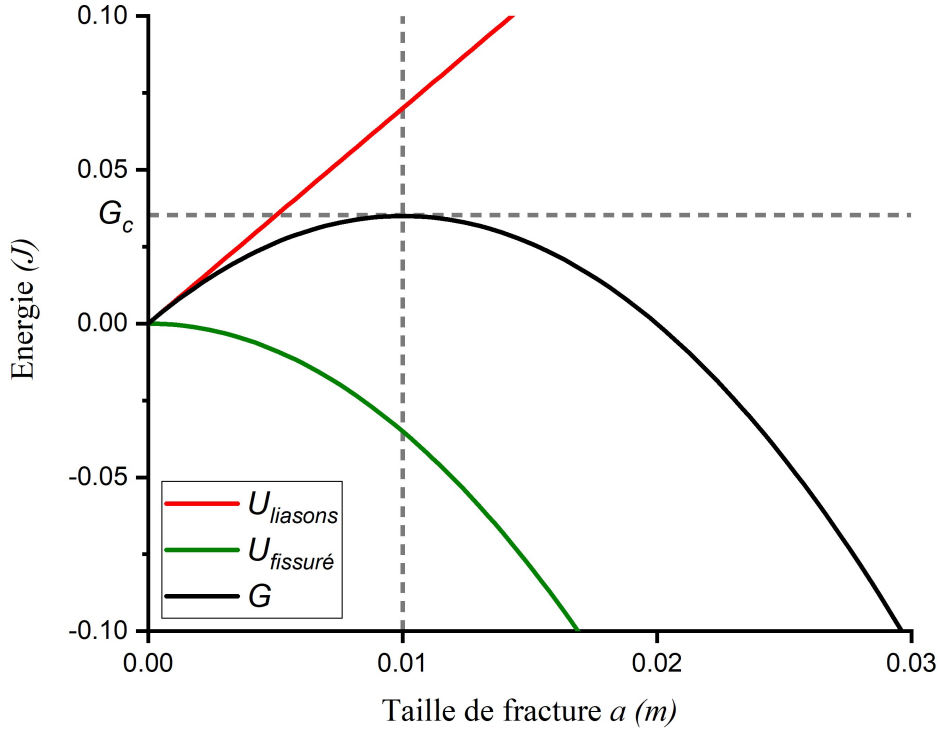


FIGURE 1.4 – Evolution de l'énergie G relative à une fracture en tension en fonction de sa taille, selon la théorie de Griffith. Cette énergie peut être décomposée en l'énergie de déformation du matériau $U_{fissuré}$ et l'énergie nécessaire pour casser les liaisons atomiques $U_{liasons}$. Les constantes choisies correspondent aux propriétés physiques du verre : $\gamma = 1.75 \text{ J.m}^{-2}$, $E = 62 \text{ GPa}$, et $\sigma = 2.63 \text{ MPa}$ (choisi pour obtenir un équilibre pour $a = 10 \text{ cm}$). Modifié à partir de [Lawn and Wilshaw \[1993\]](#)

Facteurs d'intensité de contrainte

[Irwin \[1957\]](#) introduit le concept de facteur d'intensité de contrainte K , ou *Stress Intensity Factor* (SIF), défini tel que :

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (1.5)$$

avec G l'énergie en front de fissure appelée *energy release rate*. Le facteur d'intensité de contrainte ne dépend que des propriétés géométriques de la fracture et des forces qui lui sont appliquées.

Il existe en réalité trois facteurs d'intensité de contrainte K_I , K_{II} et K_{III} , correspondant aux trois modes de fracturation (voir Section 1.1). Ces facteurs d'intensité de contrainte permettent de prédire l'état de contrainte σ_{ij} à proximité du front de fissure d'une fracture [[Atkinson, 2015](#); [Lawn and Wilshaw, 1993](#); [Rice, 1968](#)], tel que :

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{X=I}^{III} \frac{K_X}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij,X}(\theta) \quad (1.6)$$

avec $f_{ij,x}(\theta)$ une fonction dépendant de l'angle θ entre le point considéré et la direction du front de fissure (voir Figure 1.5). Pour une fracture chargée en mode mixte, l'énergie G accumulée en front de fissure peut alors s'écrire comme une combinaison de ces facteurs d'intensité de contrainte.

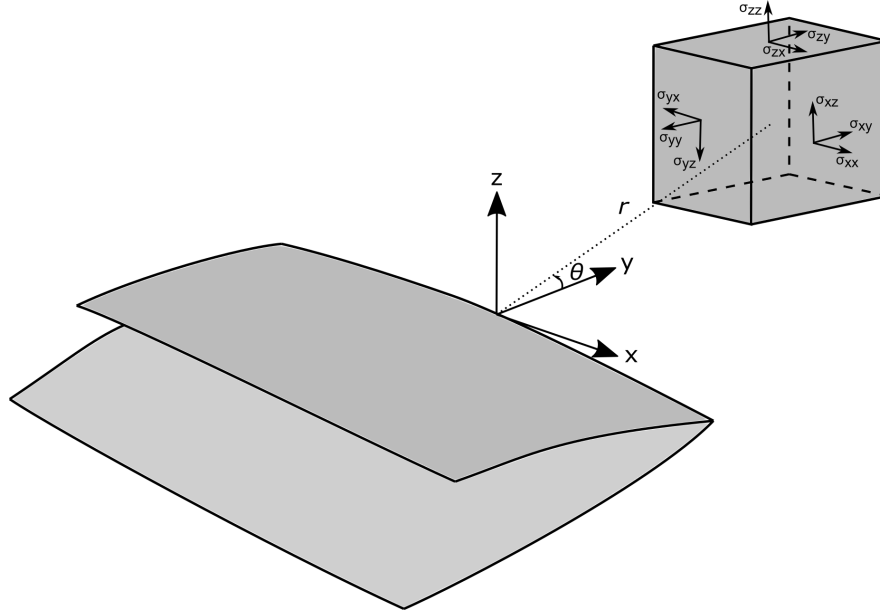


FIGURE 1.5 – Perturbation de contrainte σ_{ij} induite à une distance r et un angle θ du front de fissure d'une fracture tridimensionnelle

Propagation

La théorie de Griffith [1921] prévoit une décroissance de l'énergie G à apporter pour fracturer le système une fois que $G > G_c$, engendrant une propagation instable de la fracture dès que ce seuil est atteint. Ainsi, si le facteur d'intensité de contrainte dépasse un certain seuil critique K_c , la fracture se propage dynamiquement à des vitesses pouvant atteindre celle du son [Irwin, 1957]. Les facteurs d'intensité de contrainte peuvent alors permettre de quantifier l'extension et la direction de propagation de la fracture [Richard et al., 2003, 2005].

Cependant, dans les environnements saturés soumis à des contraintes à long terme, tels que les milieux géologiques, les fractures peuvent se propager pour des facteurs d'intensité de contraintes $K \ll K_c$. Ce phénomène, connu comme la "propagation sous-critique" [Atkinson, 1984; Atkinson and Meredith, 1987], fait intervenir des processus physico-chimiques facilitant la fracturation à faibles contraintes [Bergsaker et al., 2016; Laubach et al., 2019]. En régime sous-critique, la propagation de la fracture se fait pour des facteurs d'intensité de contrainte K , tel que :

$$K_{sc} < K < K_c \quad (1.7)$$

avec K_{sc} la limite de propagation sous-critique. Ce mode de propagation ressemble dans sa dynamique à la propagation par fatigue, consistant à charger cycliquement le système. Le critère de [Paris and Erdogan \[1963\]](#) prévoit qu'à chaque chargement, l'incrément de croissance soit proportionnel au facteur d'intensité de contrainte selon une loi de puissance. De même, dans le cas de la propagation sous-critique, la vitesse v de propagation des fractures est alors proportionnelle au facteur d'intensité de contrainte K (Figure 1.6) [[Atkinson, 1984](#); [Atkinson and Meredith, 1987](#); [Charles, 1958](#); [Das and Scholz, 1981](#)] selon une loi de puissance, telle que :

$$v = C \cdot K^m \quad (1.8)$$

avec m l'exposant de croissance sous-critique (*stress-corrosion index*), et C un paramètre dépendant de la géométrie du système.

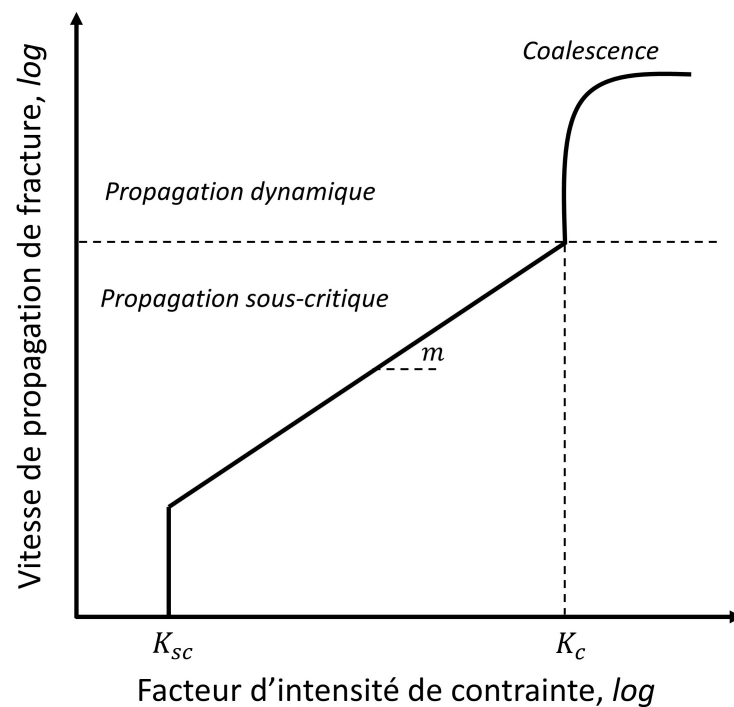


FIGURE 1.6 – Vitesse de propagation de fracture en fonction du facteur d'intensité de contrainte. Modifié à partir de [Olson \[1993\]](#)

Interactions mécaniques

La mécanique de la fracturation est d'autant plus complexe de par les interactions mécaniques induites entre les différentes fractures. En effet, la propagation d'une fracture va changer l'état de contrainte localement dans la matrice rocheuse, influençant la propagation des fractures environnantes, jusqu'à ce qu'un équilibre énergétique soit atteint. On note des évidences de ces interactions sur le terrain, où les fractures vont se repousser ou encore s'attirer pour enfin se relier (Figure 1.7a). La coalescence des fractures peut ainsi avoir un impact important sur la connectivité du réseau [[Odling et al., 1999](#); [Odling and Webman, 1991](#)], lorsque plusieurs fractures se rejoignent pour n'en former plus qu'une,

dont la taille est bien supérieure aux fractures se propageant de façon isolée [Cladouhos and Marrett, 1996; Martel et al., 1988]. De plus, chaque fracture entraîne une redistribution des contraintes à l'échelle locale à l'origine de zones d'ombre (autour du plan de fracture) et d'amplification de contraintes (en front de fissure). Selon qu'une autre fracture se trouve dans une zone d'ombre ou d'amplification, elle verra son énergie diminuer ou augmenter par rapport au cas isolé, ralentissant ou accélérant sa propagation. Deux fractures parallèles empilées, chargées en traction, auront tendance à se ralentir mutuellement, tandis que deux fractures alignées auront tendance à s'accélérer.

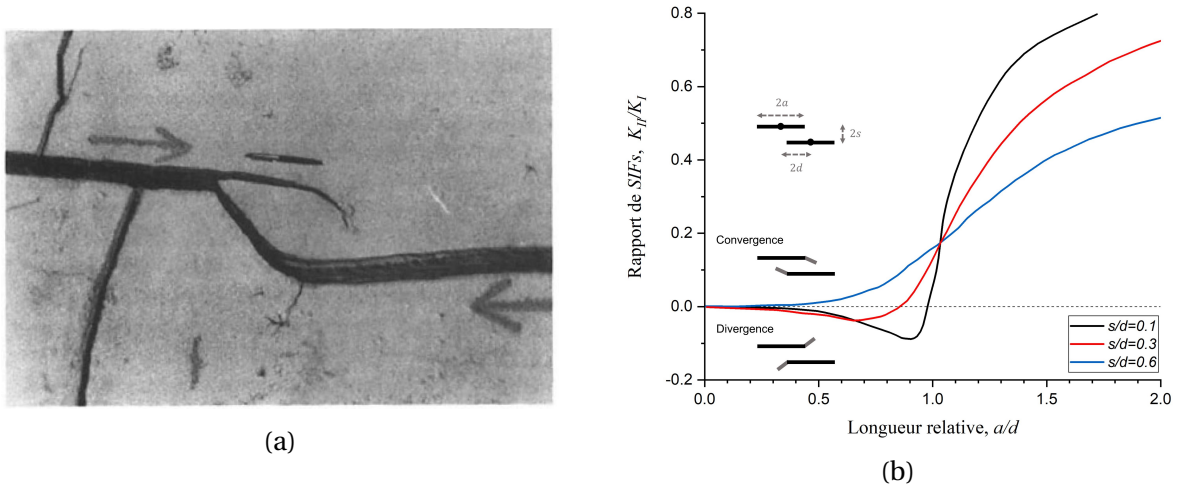


FIGURE 1.7 – Interactions mécaniques entre deux fractures. (a) Exemple d'interaction mécanique entre deux fractures formant une structure en échelon, (b) Prédiction des interactions entre fractures par quantification des facteurs d'intensité de contrainte. Modifié à partir de Pollard and Aydin [1988]

Ces interactions peuvent être quantifiées à l'aide de facteurs d'intensité de contraintes. Connaissant la configuration géométrique du réseau à un instant t ainsi que le champ de contrainte éloigné, il est possible de calculer l'énergie accumulée en chaque front de fissure ainsi que les modes de propagation privilégiés pour prédire une configuration finale [Kachanov, 1987, 1989; Laures and Kachanov, 1991; Legrand and Lazarus, 2015].

Thomas et al. [2017] proposent l'utilisation de cartes de variations de facteurs d'intensité de contrainte pour diverses configurations, afin de quantifier l'anisotropie des perturbations le long du front de fissure ainsi que les effets d'ombre et d'amplification de contraintes. La Figure 1.7b explique le phénomène de crochetage typique des fractures en échelon par quantification relative des facteurs d'intensité de contraintes. De même, les fractures vont pouvoir interagir entre elles en formant des barrières, formant ainsi des intersections en forme de "T" si l'énergie en front de fissure n'est pas suffisante pour traverser une autre fracture. Elles peuvent également interagir avec le milieu géologique environnant, notamment avec les horizons des différentes couches sédimentaires [Gross, 1993; Gross et al., 1995], qui seront perçus comme des barrières, ou non, en fonction du contraste de rigidité entre les matériaux sédimentaires [Cook and Erdogan, 1972; Cooke and Underwood, 2001; Roche et al., 2013].

1.3 **Modèle conceptuel de réseau de fractures : une approche *Discrete Fracture Network***

Lors d'une étude de site, la caractérisation du réseau de fractures par l'analyse des données disponibles, ainsi que notre connaissance préalable (physico-chimique) de tels systèmes, permettent de constituer un modèle conceptuel [Davy et al., 2018b] du massif fracturé étudié (voir Figure 1.8). Ce modèle conceptuel permet ensuite de générer une ou plusieurs représentation simplifiées du milieu, par une approche de milieu continu équivalent (ECM), ou une approche discrète (DFN) (voir Section 1.4.1). Cette représentation pourra ensuite être utilisée pour prédire le comportement d'un tel système (perméabilité, transport de contaminant, résistance mécanique...), et servir d'outil pour l'analyse de risque, et la prise de décision. L'intégration continue et mutuelle des modèles et des données permet alors de raffiner et valider le modèle conceptuel caractérisant le milieu naturel.

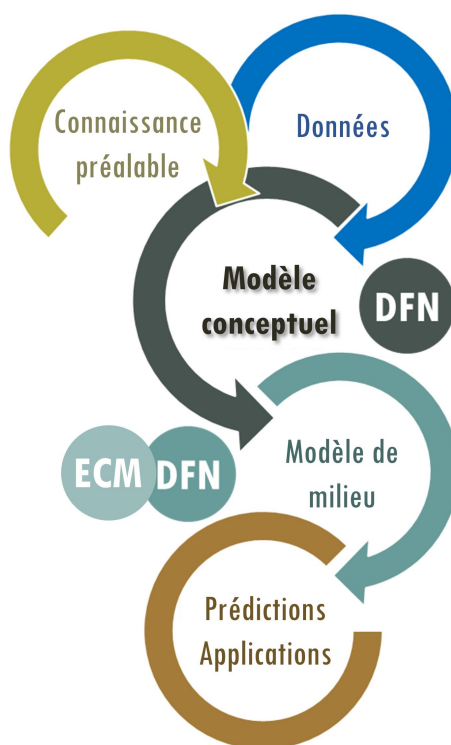


FIGURE 1.8 – Principe de la caractérisation et modélisation d'un massif fracturé par une approche *Discrete Fracture Network*. Modifié à partir de Davy et al. [2018b]

L'établissement d'un modèle conceptuel du milieu étudié constitue donc le point central d'une méthodologie complexe de modélisation, permettant de passer des données observables, à un outil de prédiction scientifique. Ce modèle conceptuel est construit à partir d'une analyse géométrique et statistique des données, visant à identifier les populations de fractures présentes dans le milieu et quantifier leur densité, leur organisation spatiale, leurs orientations, etc...

Types de données disponibles

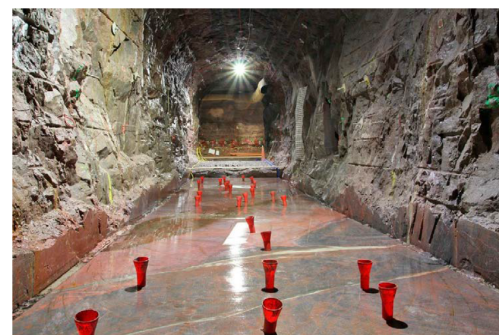
Les puits forés permettent d'accéder aux fractures en profondeur (voir Figure 1.9a), en une dimension (intersection des fractures avec le puits). De plus, la cartographie de traces de fractures à l'affleurement (surface topographique, tunnel...) permet d'obtenir une représentation locale du milieu fracturé en deux dimensions (voir Figure 1.9b et Figure 1.9c). Il est alors possible de relever la taille des traces de fractures, leurs positions, leur topologie, ainsi que leurs orientations. De même, les fractures peuvent être imagées indirectement, en subsurface, par méthodes géophysiques [Day-Lewis et al., 2017], telles que les méthodes sismiques [Liu and Martinez, 2014] ou encore électromagnétiques [Grasmueck, 1996]. Elles permettent généralement d'obtenir des profils verticaux dont l'interpolation nous donne une mesure tridimensionnelle. L'acquisition de ces données est toujours limitée par des effets de résolution, induits par les limites physiques des méthodes utilisées (fréquence d'échantillonnage...), permettant généralement d'observer uniquement les structures les plus larges. La caractérisation des fractures par ces méthodes indirectes est d'autant plus incertaine de par les choix d'interprétations effectués ou les méthodes d'inversion utilisées [Binley et al., 2015]. Cette incertitude peut être réduite en couplant différentes méthodes géophysiques, ou via l'utilisation de mesures hydrogéologiques [Dorn et al., 2011; Shakas et al., 2016; Tsoflias et al., 2001].



(a)



(b)



(c)

FIGURE 1.9 – Exemples de données géologiques de fractures disponibles. (a) Carottes de forage (Crédits photo Diane Doolaeghe), (b) Affleurement en surface (Crédits photo Philippe Davy), (c) Affleurement d'un tunnel en profondeur (d'après Ericsson et al. [2018])

Distribution des tailles de fractures

Les fractures géologiques étant présentes dans le milieu à toutes les échelles, on étudie classiquement leur distribution des tailles $n(l)$, telle que $n(l)dl$ représente le nombre de fractures de tailles comprises entre l et $l + dl$, par unité de volume. Le nombre total de fractures N dont les tailles sont comprises dans l'intervalle $[l_{min}, l_{max}]$ dans un système de volume V est donc égal à :

$$N = V \cdot \int_{l_{min}}^{l_{max}} n(l) dl \quad (1.9)$$

Cette distribution peut être décrite par différentes fonctions mathématiques (loi de puissance, exponentielle, log-normale, gamma...) [Bonnet et al., 2001]. Il a été démontré que dans les milieux géologiques, notamment les milieux cristallins, la distribution des tailles de fractures suit généralement une loi de puissance [Bour, 2002; Davy, 1993; Davy et al., 1990], définie par l'équation :

$$n(l) = \alpha \cdot l^{-a} \quad (1.10)$$

avec α le coefficient de proportionnalité lié à la densité de fractures, et a l'exposant de la loi de puissance. Pour les réseaux naturels, cet exposant est généralement compris entre 2 et 3 concernant les distributions de longueurs observées sur le terrain à l'affleurement (en deux dimensions). Ce modèle mathématique est le seul à ne pas nécessiter de longueur caractéristique.

Afin de pouvoir inférer un modèle de distribution des tailles robuste, l'analyse des données doit prendre en compte les biais d'échantillonnage associés principalement aux fractures les plus petites et les plus larges [Bonnet et al., 2001; Pickering et al., 1995]. En effet, la résolution des techniques de cartographie utilisées entraîne généralement une sous-estimation du nombre de fractures de petites tailles incluses dans le système. Les plus grandes fractures sont sensibles aux effets de troncature lorsque celles-ci sont plus larges que la taille du domaine considéré, ou si elles sont positionnées au bord du système. D'autres biais peuvent également intervenir à toutes les échelles dues à la qualité des données ou à une mauvaise exposition des fractures à l'affleurement [Cao and Lei, 2018] (couverture végétale, érosion...). Ces effets influencent la forme de la distribution (voir Figure 1.10a) et doivent être pris en compte pour définir un modèle mathématique robuste. Enfin, une des difficultés pour construire un modèle de distribution des tailles de fractures réside dans l'absence de données à certaines échelles (voir Figure 1.10b), nécessitant une combinaison et une interpolation entre plusieurs méthodes d'investigation (analyse sur le terrain, photographies aériennes...). Il se pose également la question de la représentativité des données car, étant donné le caractère en loi de puissance des tailles de fractures, il n'est pas possible de cartographier l'ensemble des fractures les plus petites (trop nombreuses), tandis les fractures les plus larges sont probablement sous-représentées (trop peu nombreuses).

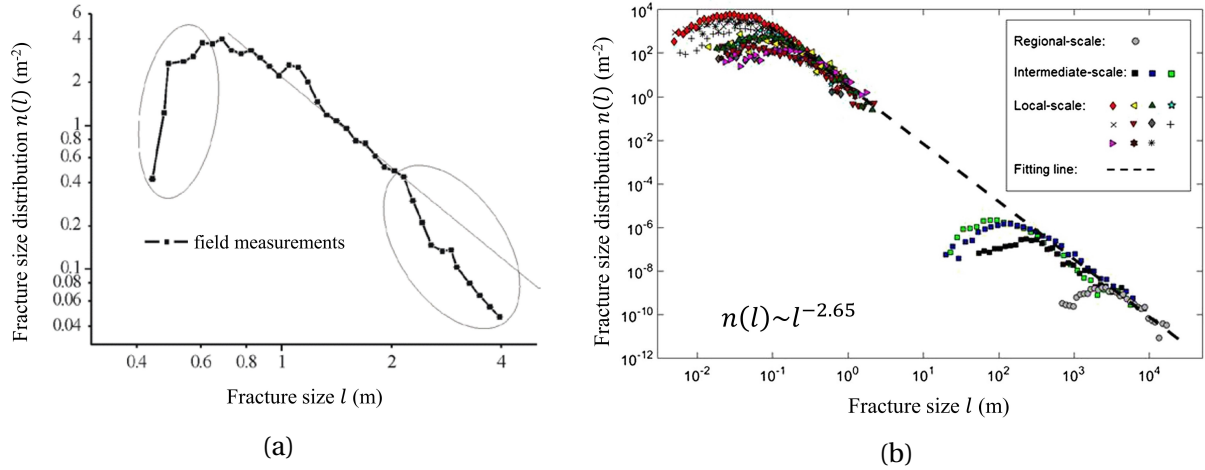


FIGURE 1.10 – Distribution des tailles de fractures $n(l)$ obtenues à partir de données d’affleurement. (a) Effets de troncature et de censure. D’après [Darcel et al. \[2009\]](#), (b) Contribution et extrapolation de données d’échelles différentes. Modifié à partir de [Lei and Wang \[2016\]](#)

Densité de fractures

La densité de fractures est une mesure clef pour la caractérisation des massifs fracturés. En effet, la plupart des processus physiques sont contrôlés par le nombre et la taille des fractures présentes dans le milieu. La densité de fractures influence les propriétés mécaniques effectives du milieu [[Davy et al., 2018a](#); [Kachanov, 1987, 1993](#)], la répartition des contraintes tectoniques dans le milieu [[Lei and Gao, 2018](#)], ainsi que sa connectivité [[Bour and Davy, 1998](#); [Dreuz et al., 2001a](#)] et sa perméabilité effective [[Bogdanov et al., 2007](#); [Dreuz et al., 2001b](#); [Long et al., 1982](#); [Oda, 1985](#)]. Il existe cependant plusieurs types de densité de fracturation. [Dershowitz and Herda \[1992\]](#) définissent et classent les densités de fractures selon la dimension de la région de mesure, et selon celle de l’attribut de fracture étudié (surface, volume...). Le tableau 1.1 résume cette classification.

D’une manière générale, il est possible de définir toute densité de fractures p_{Dd} , où D et d réfèrent respectivement à la dimension du système Σ considéré et à celle de la trace de fractures avec Σ , telles que $d \leq D$. En considérant une distribution des tailles de fractures $n_D(l)$, la densité p_{Dd} peut être définie par l’équation [[Bour and Davy, 1997, 1998](#)] :

$$p_{Dd} = \int n_D(l) l^d dl \quad (1.11)$$

Certaines de ces densités peuvent être obtenues directement sur le terrain. A partir de données de forage, en comptant le nombre ($d = 0$) de fractures N intersectant les puits par unité de longueur L ($D = 1$), on peut calculer la densité p_{10} telle que :

$$p_{10} = \frac{N}{L} \quad (1.12)$$

1.3. Modèle conceptuel de réseau de fractures : une approche Discrete Fracture Network

Dimension de l'attribut de fracture $d \rightarrow$ Dimension de la région d'échantillonnage $D \downarrow$	$d = 0$ Nombre	$d = 1$ Longueur	$d = 2$ Surface	$d = 3$ Volume
D = 1 Longueur	p_{10} Nombre de fractures par unité de longueur			
D = 2 Surface	p_{20} Nombre de fractures par unité de surface d'affleurement	p_{21} Longueur totale de fractures par unité de surface d'affleurement	p_{22} Surface totale (longueur par épaisseur) par unité de surface d'affleurement	
D = 3 Volume	p_{30} Nombre de fractures par unité de volume		p_{32} Surface totale de fractures par unité de volume	p_{33} Volume total de fracture (surface par épaisseur) par unité de volume

TABLEAU 1.1 – Définition des différentes densités de fractures en fonction de la dimension d'échantillonnage et de celle de l'attribut de fracture considéré. Modifié à partir de [Dershowitz and Herda \[1992\]](#)

L'inverse de cette mesure peut être interprété comme une distance moyenne d'espace-ment entre fractures. Cette mesure peut être reliée au RQD ("Rock Quality Designation") [[Hoek and Brown, 1997](#)] calculé en considérant l'espacement entre fractures ouvertes sur une carotte de forage. De même, il est possible de mesurer le nombre ($d = 0$) ou la longueur ($d = 1$) totale de fracture par unité de surface ($D = 2$) à l'affleurement, notés respectivement p_{20} et p_{21} .

Cependant, la plupart des processus physiques doivent être considérés en trois dimensions du fait de l'hétérogénéité inhérente aux réseaux de fractures naturelles. Ils sont susceptibles de dépendre de la surface totale de fracture par unité de volume, ou encore de la connectivité du milieu. La notion de distribution des tailles de fractures est toujours applicable en trois dimensions, en considérant une taille caractéristique (la racine carrée de son aire), à l'aide d'une analyse stéréologique (voir Section 1.3). Pour un réseau de fractures suivant une distribution de tailles $n_3(l)$ (Équation (1.10)) en trois dimensions, la surface totale de fracture par unité de volume, encore appelée p_{32} (voir Tableau 1.1), peut être définie mathématiquement par l'équation :

$$p_{32} = \int_{l_{min}}^L n_3(l) l^2 dl + \int_L^{l_{max}} n_3(l) L^2 dl \quad (1.13)$$

La première intégrale quantifie la contribution des fractures plus petites que la taille du domaine L , et la seconde celle des fractures plus grandes. La connectivité du réseau peut être quantifiée par le paramètre de percolation p , défini comme le volume total exclu

autour des fractures [Balberg et al., 1984]. La théorie de la percolation [Berkowitz, 1995; Stauffer and Aharony, 2014], étudiant la connectivité des réseaux aléatoires, permet alors de définir un seuil de percolation p_c [Balberg, 1985; Balberg and Binenbaum, 1983], c'est-à-dire une densité minimum pour que le réseau soit considéré comme statistiquement connecté. L'évaluation de ce seuil de percolation est dépendante de la dimension du système considéré, ainsi que de la géométrie supposée des fractures [Dreuzy et al., 2000; Thovert et al., 2017]. En trois dimensions, considérant une distribution des tailles $n_3(l)$ de fractures comprises dans un domaine de taille L , le paramètre de percolation peut être défini par l'équation [Bour and Davy, 1997, 1998] :

$$p = \int_{l_{min}}^L n_3(l) l^3 dl + \int_L^{l_{max}} n_3(l) L^3 dl \quad (1.14)$$

Pour les réseaux suivant une distribution des tailles en loi de puissance $n_D(l) = \alpha.l^{-a}$ (Equation (1.10)), la percolation du réseau est une fonction du nombre de fractures (voir Figure 1.11a), de l'échelle du système considéré (voir Figure 1.11b), de l'exposant a de la distribution, et de leur organisation spatiale [Berkowitz et al., 2000; Bour and Davy, 1997, 1998; Darcel et al., 2003b].

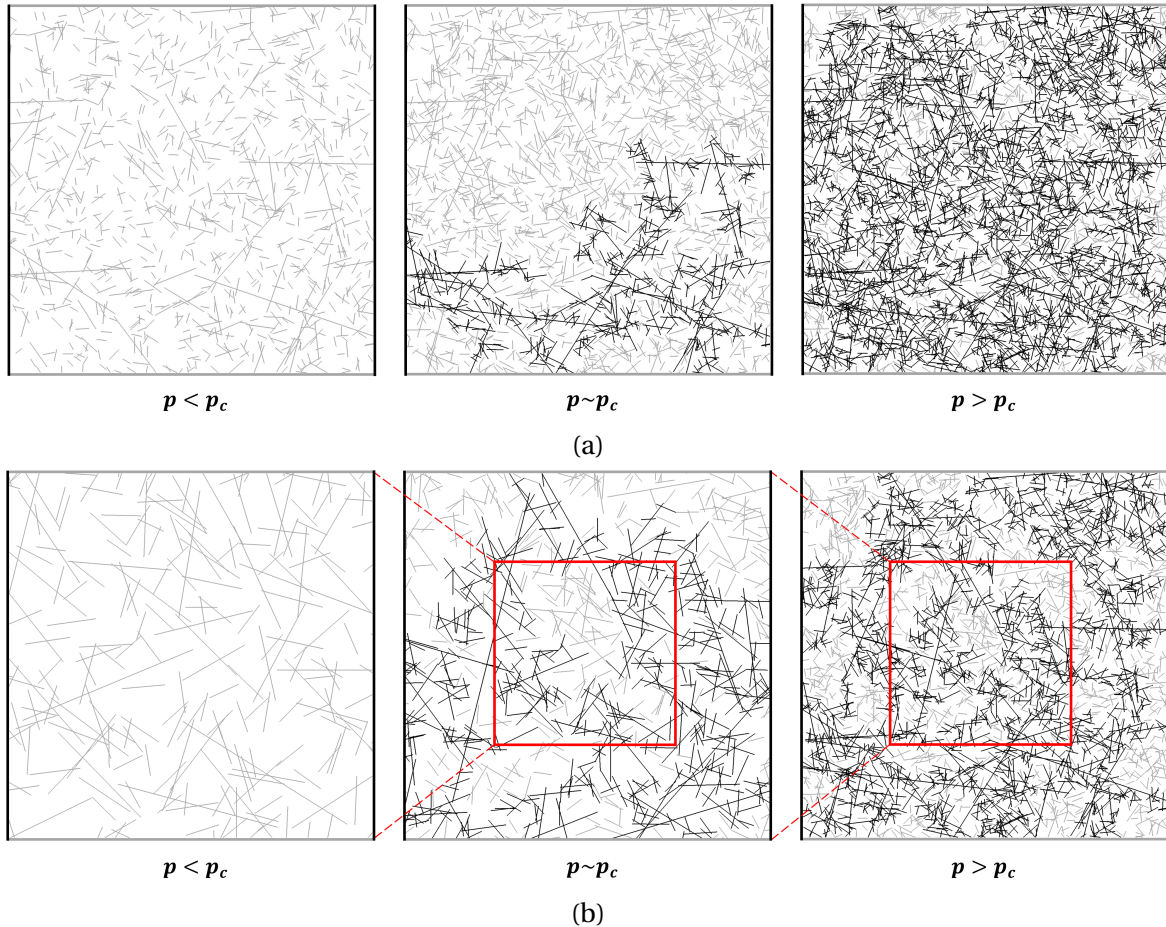


FIGURE 1.11 – (a) Effets de densité et (b) d'échelle, sur la connectivité des réseaux de fractures. Dans ce cas, le réseau suit une distribution des tailles en loi de puissance. La connectivité du système augmente avec la densité et la taille du système. Modifié à partir de Davy et al. [2006a]

Distribution des orientations

L'orientation des fractures est une propriété importante à analyser car pouvant influencer la connectivité du réseau [Robinson, 1984] ainsi que l'anisotropie des propriétés hydrogéologiques [Lang et al., 2014; Snow, 1969] et géomécaniques [Darcel et al., 2018] effectives du milieu fracturé. Lors de relevés de terrain, pour s'affranchir de la complexité tridimensionnelle de la géométrie d'une fracture, on considère celle-ci la plupart du temps comme étant plane [Zhang and Einstein, 2010], ayant une orientation uniforme et une même extension dans toutes les directions de l'espace. On relève donc son orientation par rapport au Nord selon un angle appelé "azimut" et son inclinaison selon un angle appelé "pendage", respectivement *strike* et *dip* en anglais. Il est également possible d'accéder à ces deux angles en déroulant le profil d'une carotte de puits. La longueur d'onde associée à la trace de fracture ainsi que la position de ces maxima sont directement liées à l'orientation relative à celle du forage. Sous l'hypothèse que les fractures sont planes dans toute leur extension, l'azimut et le pendage ainsi déterminés permettent de définir un vecteur normal au plan de fracture.

Afin de simplifier l'information tridimensionnelle d'orientation, il est préférable de la visualiser sur un diagramme simple en deux dimensions. On peut ainsi construire des *stereonets* (voir Figure 1.12b) en y reportant les pôles de fractures, correspondant à la projection stéréographique de la normale au plan de fracture (voir Figure 1.12a). L'information tridimensionnelle d'orientation est alors visible sur un diagramme en deux dimensions.

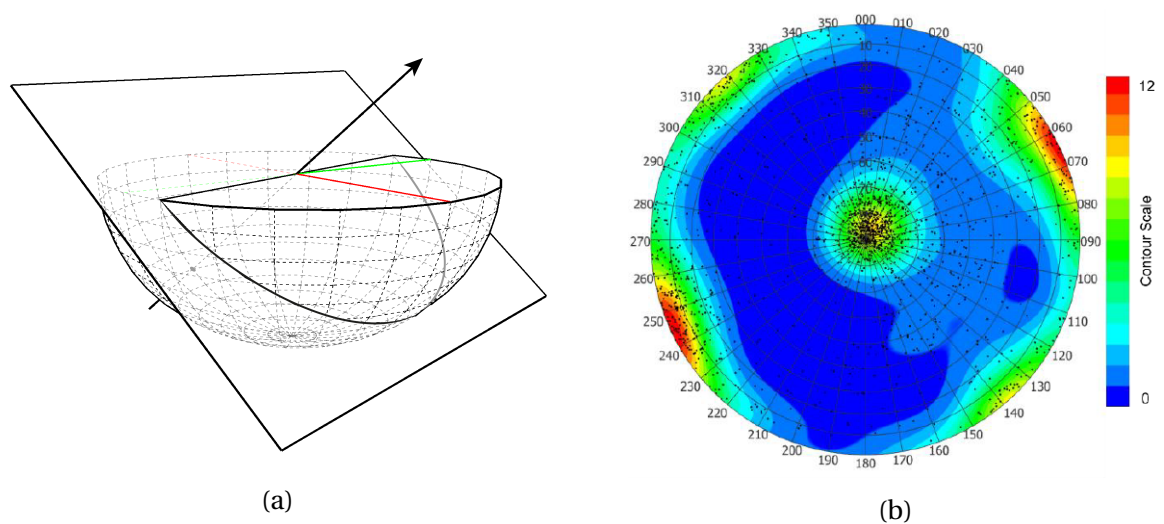


FIGURE 1.12 – Projection stéréographique et stéréonets. (a) Principe de la projection stéréographique, (b) Représentation des pôles de fractures dans un stéréonet (exemple du puit KFM08B du site de Forsmark en Suède)

En reportant l'ensemble des orientations mesurées, on peut identifier des familles d'orientations qui forment des regroupements de points sur le stéréonet. Cette identification peut facilement se faire visuellement, ce qui a pour désavantage de rendre l'analyse

très subjective, pouvant mener à des interprétations très différentes [Bridges, 1990; Priest, 2012]. Il est également possible d'identifier ces familles d'orientations de façon automatique à l'aide d'algorithmes de *clustering* [Harrison, 1992; Nguyen et al., 2016; Shanley and Mahtab, 1976; Yamaji and Sato, 2011]. Ces méthodes ont pour avantage de permettre de pousser l'analyse en intégrant des informations additionnelles (types de terminaison, minéralisation...) [Dershowitz et al., 1996; Hammah and Curran, 1998].

Ce regroupement des pôles de fractures en familles d'orientations a pour objectif de définir pour chacune une distribution de probabilité continue définie sur une sphère, telle que les distributions de Fisher ou de Bingham [Bingham, 1974; Dershowitz, 1984; Fisher, 1953]. Ces distributions ont pour avantage de permettre d'échantillonner des orientations dans l'espace tridimensionnel avec un nombre réduit de paramètres. Par exemple, la distribution de Fisher ne nécessite pour paramètres qu'une orientation moyenne $\vec{n}$ ainsi qu'une constante de dispersion κ . La densité de probabilité pour une orientation déviée d'un angle θ par rapport à cette orientation moyenne est alors définie l'équation :

$$f(\theta) = \frac{\kappa \cdot \sin \theta \cdot e^{\kappa \cos \theta}}{e^{\kappa} - e^{-\kappa}} \quad (1.15)$$

Ces distributions d'orientations peuvent ensuite être utilisées pour modéliser des réseaux de fractures dont les orientations reproduisent la tendance des données.

Organisation spatiale

Les objets naturels peuvent souvent être décrits par la géométrie fractale [Mandelbrot and Pignoni, 1983; Turcotte, 1992], notamment en Sciences de la Terre [Barton et al., 1995]. Elle s'applique particulièrement aux milieux fracturés [Barton, 1995] dont la répartition spatiale est souvent hétérogène sur une large gamme d'échelles [Davy et al., 1990; Du Bernard et al., 2002; Gillespie et al., 1993], particulièrement dans les milieux non stratifiés [Gillespie et al., 1999]. Comme décrit dans la Section 1.2.2, la fracturation est un processus rétroactif complexe d'interactions mécaniques entre fractures, à l'origine de corrélations entre les différents attributs géométriques des fractures (position, longueurs, orientation...), à l'échelle du réseau. La géométrie fractale fournit une méthode de quantification des corrélations spatiales entre fractures.

Considérant un espace de dimension d , un objet fractal inclus dans un volume R^d de l'espace peut être défini par le nombre $N(r, R)$ de d -sphères de taille caractéristique r nécessaires pour couvrir sa géométrie. Ce nombre évolue selon l'équation :

$$N(r, R) \sim (R/r)^D \quad (1.16)$$

avec D la dimension fractale de l'objet. Pour un objet fractal, cette dimension non entière est inférieure à la dimension topologique du système. Elle quantifie l'occupation de l'espace topologique sous-jacent. Un pur fractal (courbe de Koch, tapis de Sierpiński...) "occupe" l'espace de la même manière à toutes les échelles. Comme toute loi d'échelle, la dimension fractale nécessite d'être caractérisée sur plusieurs ordres de grandeurs. Considérant l'équation (1.16), elle peut être retrouvée par la méthode dite de *box-counting*, en recouvrant l'objet d'éléments de taille r sur une large gamme d'échelles. En reportant la quantité $N(r, R)$ sur un diagramme bi-logarithmique en fonction de l'échelle r , la dimension D peut être identifiée comme la pente de cette courbe. La méthode permet de couvrir l'intégralité du spectre multifractal d'un objet [Hentschel and Procaccia, 1983]. La plupart des objets qui nous entourent ne sont pas de purs fractals, et ne possèdent donc pas un unique comportement scalant, mais une multitude. L'évaluation du spectre multifractal permet de décrire cette complexité. Les différentes dimensions mesurées dépendent du moment de la mesure considérée. Pour les réseaux de fractures, cette mesure est naturellement liée à la densité de fractures [Berkowitz and Hadad, 1997]. Il est également possible de calculer la dimension de masse D_M associée à un réseau de fracture, qui est obtenue à partir de la variation d'échelle de la surface totale des fractures (la "masse" $M(r)$) dans une sphère de rayon r , telle que $M(r) \sim r^{D_M}$. La Figure 1.13 explique schématiquement le fonctionnement de ces méthodes.

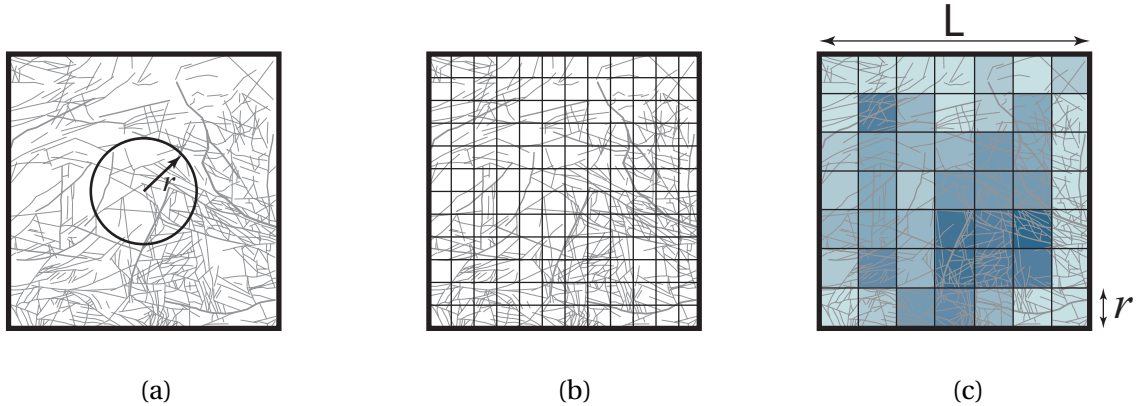


FIGURE 1.13 – Méthodes classiques pour calculer la dimension fractale. (a) Dimension de masse, b) Méthode de *Box-counting*, c) Analyse multi-fractale. Modifié à partir de Bonnet et al. [2001]

Les méthodes de *box-counting* sont utilisées pour caractériser la répartition spatiale des réseaux de fractures [Barton, 1995; Berkowitz and Hadad, 1997; La Pointe, 1988; Odling, 1992]. Cependant, cette méthode est sensible aux effets de tailles finies [Bonnet et al., 2001; Bour, 2002; Gillespie et al., 1993], nécessitant un échantillonnage, statistiquement représentatif à toutes les échelles, généralement compliqué. Une autre méthode consiste à calculer la fonction de corrélation, ou *correlation pair function* [Hentschel and Procaccia, 1983] des positions de fractures. Elle permet de quantifier l'effet de *clustering* en calculant la probabilité pour deux points d'appartenir à la même structure, au même

cluster. Considérant un système composé de N_f fractures, cette fonction, notée $C_2(r)$, est définie mathématiquement par l'équation :

$$C_2(r) = \frac{2 \cdot N(r)}{N_f \cdot (N_f - 1)} \quad (1.17)$$

avec $N(r)$ le nombre de points dont la distance mutuelle est inférieure à r . Pour une grande population de points dans l'espace, cette équation tend à évoluer en loi de puissance r^{D_2} , avec D_2 la dimension de corrélation du système. Cette méthode peut être appliquée aux réseaux de fractures en considérant les barycentres des fractures [Bour and Davy, 1999]. Cette méthode a pour désavantage de traiter toutes les fractures de la même façon, sans considérer leurs tailles.

La population de fractures comprises dans un système de taille L et de dimension D (éventuellement fractale) est alors décrite par l'équation :

$$N(l, L) = \alpha \cdot l^{-a} \cdot L^D \quad (1.18)$$

Bour and Davy [1999] montrent que l'exposant a de la distribution des tailles de fractures et la dimension D du système, peuvent être reliés par la relation $x = (a - 1)/D$, où x est l'exposant d'une nouvelle loi de puissance reliant la distance $d(l)$ d'une fracture de taille l à son plus proche voisin de plus grande taille, tel que $d(l) \sim l^x$. Darcel et al. [2003c] relie cette loi d'échelle aux zones d'ombre des contraintes induites par les plus grandes fractures, soutenant l'idée que les fractures les plus grandes 'repoussent' les plus petites par un phénomène d'*anti-clustering* [Ackermann and Schlische, 1997].

Topologie

Les réseaux de fractures sont donc bien caractérisés sur le terrain en termes de densités et de géométrie statistique (distribution des tailles et d'orientations des fractures, organisation spatiale globale). Cependant, l'agencement spatial des fractures dépend de leurs interactions mécaniques. Ainsi les propriétés physiques macroscopiques d'un massif fracturé ne dépendent pas uniquement de la géométrie des fractures, mais aussi de leur topologie [Jing and Stephansson, 1997]. La topologie des fractures décrit leurs relations indépendamment de leurs géométries individuelles. L'étude topologique du réseau permet notamment de retracer son évolution chronologique [Peacock et al., 2018].

Afin de décrire la topologie des réseaux à l'affleurement, Nyberg et al. [2018]; Sanderson and Nixon [2015] proposent par exemple de décrire le réseau comme un ensemble de lignes, de nœuds et de branches, où chaque ligne est constituée d'une ou plusieurs branches, chacune délimitée par deux nœuds, pouvant être isolés (pas d'intersection), en croisement (intersection en X), ou buttoir (intersection en T). Des indicateurs mathéma-

tiques reposant sur le nombre de lignes et de nœuds de chaque type permettent ainsi de quantifier la connectivité [Manzocchi, 2002; Sanderson and Nixon, 2015] du réseau (voir Figure 1.14), et sa perméabilité [Saevik and Nixon, 2017]. De plus, la topologie des réseaux de fractures peut être analysée à l'aide de la théorie des graphes [Andresen et al., 2013], modélisant le réseau comme un ensemble des nœuds (représentant les fractures), reliés par des liens si ces fractures sont connectées entre elles. La théorie des graphes nous fournit ainsi de nombreux indicateurs permettant de quantifier la connectivité du réseau, les chemins critiques [Hyman et al., 2017], etc... Ces indicateurs permettent alors d'étudier le réalisme topologique et les conséquences en terme de connectivité des modèles générés, en comparant la topologie des réseaux simulés avec des analogues naturels.

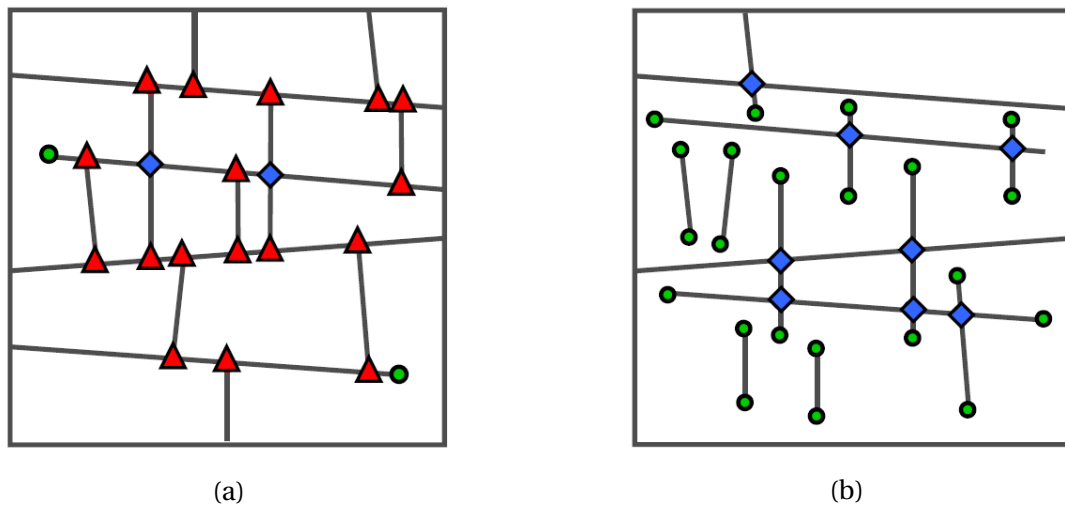


FIGURE 1.14 – Comparaison entre deux réseaux de fractures ayant les mêmes densités, orientations et tailles, mais des topologies différentes. Le réseau (a) connecte les bords inférieur et supérieur de la carte, contrairement au réseau (b). D'après Sanderson and Nixon [2015]

Il est à noter cependant que, si la topologie du réseau est facilement identifiable à l'affleurement, elle le reste difficilement en trois dimensions, où l'analyse de la répartition des fractures les unes par rapport aux autres est complexe.

Analyse stéréologique

La difficulté d'accès en trois dimensions à la géométrie des fractures force les scientifiques à utiliser des données de dimensions inférieures et à les extrapoler, afin d'obtenir une représentation statistique du milieu en trois dimensions, via l'utilisation de règles stéréologiques. Ces règles stéréologiques sont déduites d'une étude de probabilité d'intersections entre des objets de géométries bien définies. Soit une population de fractures définie dans un espace de taille L et de dimension D , dont le paramètre C est défini par une distribution de probabilité $n_D(C, L)$. La distribution de probabilité de ce même paramètre dans une région d'échantillonnage de taille L' et de dimensions $(D - 1)$, est définie

par la relation :

$$n_{D-1}(C, L') = p_D(C, L, L') \cdot n_D(C, L) \quad (1.19)$$

avec $p_D(C, L, L')$ la probabilité d'intersection entre une fracture de paramètre C et la région d'échantillonnage définie. La plupart des études stéréologiques effectuées partent du postulat selon lequel les fractures correspondent à des objets géométriques relativement simples tels que des disques [Berkowitz and Adler, 1998; Piggott, 1997; Warburton, 1980], des ellipses [Zhang et al., 2002], ou encore des parallélogrammes [Warburton, 1980]. La Figure 1.15 montre le principe de l'analyse stéréologique.

Il devient alors possible de déduire les propriétés géométriques d'une population en trois dimensions à partir de celles échantillonnées sur le terrain en deux dimensions, moyennant quelques hypothèses sur la géométrie des fractures et la région d'échantillonnage. Piggott [1997] montre que, pour une population de fractures en forme de disques réparties uniformément dans un espace à trois dimensions et suivant une distribution des tailles en loi de puissance d'exposant a_{3D} et de terme de densité α_{3D} (Équation (1.10)), les caractéristiques géométriques a_{2D} et α_{2D} associées aux traces de fractures sur un affleurement plan peuvent être décrites par les équations :

$$a_{2D} = a_{3D} - 1 \quad (1.20)$$

$$\alpha_{3D} = \alpha_{2D} \sqrt{\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{2+a_{2D}}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+a_{2D}}{2}\right)} \quad (1.21)$$

avec Γ la fonction *gamma*. De même, la distribution des tailles de fractures intersectant une ligne d'échantillonnage peut être décrite par la relation :

$$a_{1D} = a_{2D} - 1 = a_{3D} - 2 \quad (1.22)$$

Darcel et al. [2003a] montrent que les relations (1.20) et (1.22) sont toujours valables dans le cas de réseaux suivant une distribution fractale des positions de fractures (voir Section 1.3), à condition que le réseau ne soit caractérisé que par une unique distribution de tailles et que ces corrélations soient indépendantes de la région d'échantillonnage [Borgos et al., 2000]. De plus, ils montrent que l'extrapolation d'une dimension fractale décrivant l'organisation spatiale des fractures échantillonnées n'est pas triviale et dépend de a . Moein et al. [2019] montrent qu'il n'est pas possible de quantifier précisément les corrélations spatiales des fractures en trois dimensions à partir des dimensions de corrélation 1D et 2D mesurées, même si le paramètre a est connu *a priori*. Enfin, lorsque l'exposant a est faible ($a_{3D} < D_{3D} - 1$), les corrélations ne sont plus visibles à l'affleurement. En effet, le nombre important de fractures ayant une taille comparable à celle du système et dont la position de l'intersection avec la région d'échantillonnage n'est pas reliée à la position de leurs centres, fait décroître les corrélations spatiales apparentes.

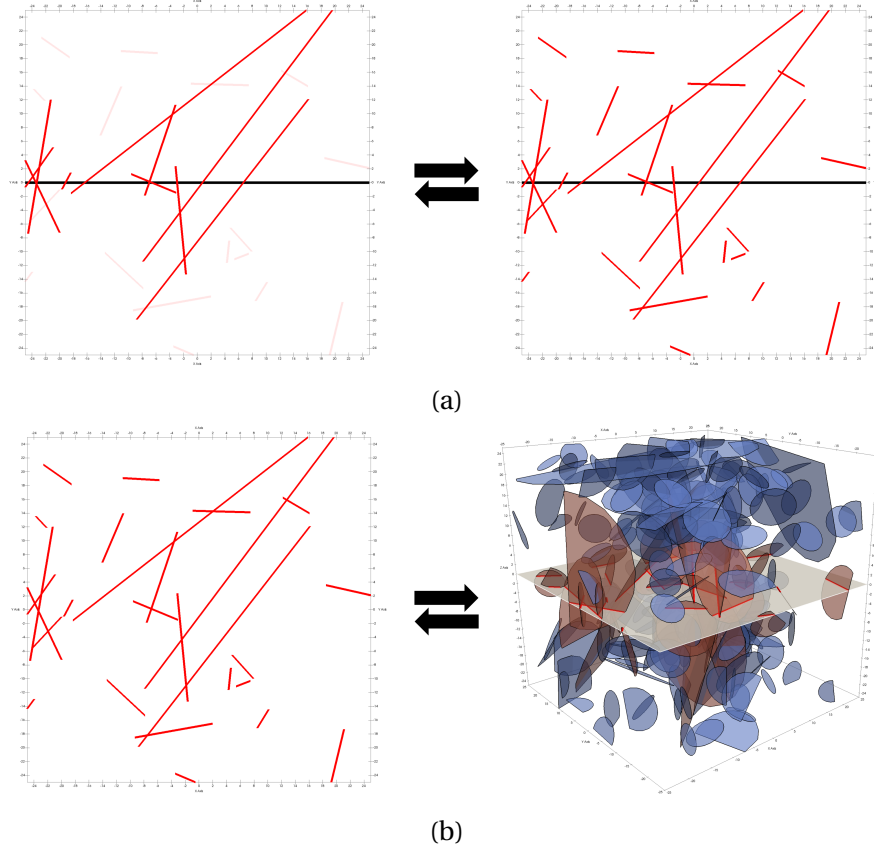


FIGURE 1.15 – Principe de l'analyse stéréologique. (a) Passage 1D-2D. (b) Passage 2D-3D. Modifié à partir de [Darcel \[2002\]](#)

Enfin, l'analyse stéréologique de puits [[Davy et al., 2006b](#); [Mauldon and Mauldon, 1997](#); [Terzaghi, 1965](#); [Wang, 2005](#)] permet également de déterminer une densité de fracture tridimensionnelle à partir de données 1D. L'intensité de fractures p_{32} peut par exemple être déterminée à partir de la formule de [[Terzaghi, 1965](#)], telle que :

$$p_{32} = \frac{1}{L} \sum_f \frac{1}{\sin(\theta)} \quad (1.23)$$

avec θ l'angle entre la trace de la fracture et la direction du forage de longueur L .

1.4 Modèles numériques pour la génération de réseaux de fractures

L'établissement d'un modèle conceptuel de réseau de fracture, à partir des données et de nos connaissances du milieu fracturé, permet ensuite de générer une ou plusieurs représentations simplifiées du milieu, par une approche de milieu continu équivalent, ou une approche discrète (Figure 1.16).

1.4.1 Intérêt d'une approche discrète

Le choix d'une approche par milieu continu équivalent dépend de l'existence d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) [Bear, 2013; Jing and Stephansson, 1997], c'est à dire d'une échelle à partir de laquelle les hétérogénéités locales du milieu peuvent être ignorées au profit de propriétés "effectives" continues [Long et al., 1982; Oda, 1985; Rutqvist et al., 2013]. Il peut également dépendre du contraste entre les propriétés physiques des fractures elles même, et de la roche environnante [Berre et al., 2019]. Dans le domaine des milieux fracturés, l'existence d'une telle échelle reste un sujet de controverse [La Pointe et al., 1996]. Le caractère multi-échelle et fractal des réseaux de fractures, ainsi que la présence de larges structures, justifie l'utilisation de méthodes discontinues, afin de prendre en compte ces hétérogénéités. Dershowitz et al. [2004] justifient la modélisation des réseaux de fractures par une approche "discrète" car, à toutes les échelles, le transport des eaux souterraines dans les roches fracturées tend à être dominé par un nombre limité de voies discrètes formées par les fractures.

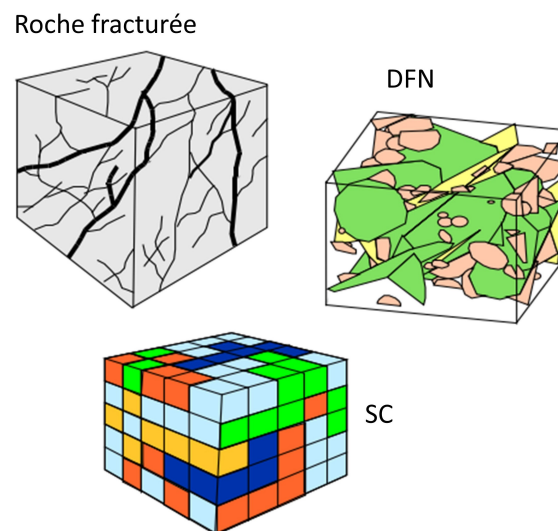


FIGURE 1.16 – Modèles numériques les plus communs pour représenter les milieux fracturés et simuler le comportement des flux et du transport : modèle *Stochastic Continuum* (SC), et modèle *Discrete Fracture Network*. D'après Olofsson [2001]

La modélisation par une approche discrète consiste à générer un ensemble d'objets discrets de dimension $(D - 1)$, représentant les fractures, inclus dans un espace de dimension D (la matrice environnante). Les réseaux de fractures ainsi générés, appelés *Discrete Fracture Networks* (DFN), permettent de prendre en compte le rôle des fractures, dans le cadre de simulations numériques physiques. Cette phase de modélisation de la géométrie du réseau est d'une importance capitale. Elle constitue la première étape d'un *workflow* complexe permettant de prédire le comportement d'un massif fracturé, en assignant à chaque fracture, et à la matrice environnante, des propriétés physiques (mécaniques, hydrauliques...). De tels modèles vont ainsi pouvoir servir de base géométrique

pour la simulation de processus physiques, permettant par exemple de prédire les propriétés effectives des massifs fracturés tels que la perméabilité [Dreuzy et al., 2001b; Oda, 1985] et les paramètres mécaniques élastiques [Davy et al., 2018a; Grechka and Kachanov, 2006], ou encore le risque associé à une infrastructure comme la stabilité des blocs [Merrien-Soukatchoff et al., 2012] ou le transport de contaminant [Bear et al., 2012]. La Figure 1.17 montre par exemple l'utilisation d'un DFN, de sa génération (Géo-DFN) à une simulation de transport de particule (prédictions), en passant par l'assignation des propriétés hydrogéologiques des plans de fractures (Hydro-DFN). Ces DFN peuvent être générés de manière déterministe, stochastique, géomécanique, ou encore génétique. Les principales méthodes sont développées dans ce chapitre. Les avantages et désavantages de ces méthodes de génération de DFN sont présentés dans le Tableau 1.2.

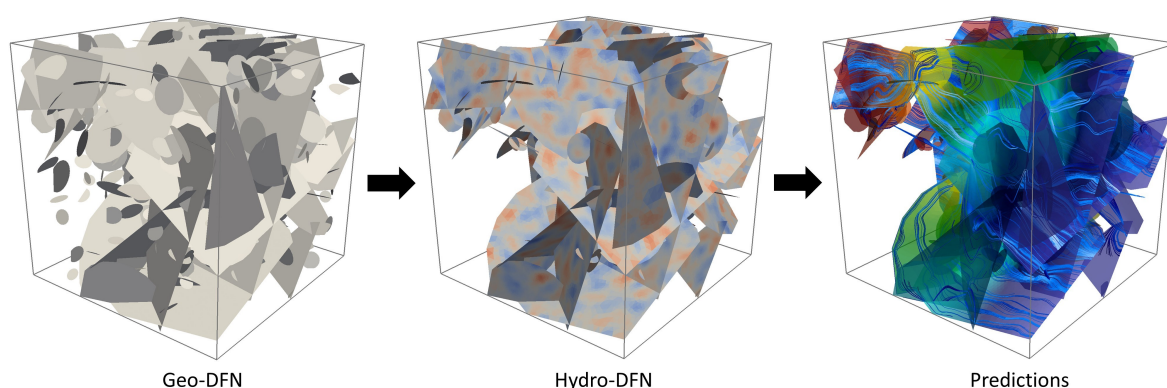


FIGURE 1.17 – Étapes de la modélisation numérique en hydrogéologie par une approche DFN. Construction d'un Géo-DFN, dont l'analyse et l'application de propriétés de transmissivités permet d'établir un Hydro-DFN servant de support pour la simulation numérique de flux et transport (prédictions)

1.4.2 Modèles déterministes

Les fractures peuvent être cartographiées à partir de la roche affleurant naturellement en surface ou suite à une excavation réalisée par l'Homme (puits, tunnel, open-pit minier...). Les traces de fractures peuvent être réalisées à la main (voir Figure 1.18a) [Belayneh and Cosgrove, 2004; Odling, 1997], ou encore par détection automatique (voir Figure 1.18b) assistée par ordinateur (traitement de données photographiques ou LIDAR) [Cao et al., 2017; García-Sellés et al., 2011; Gomes et al., 2016; Healy et al., 2017; Kudelski et al., 2009; Vazaios et al., 2017; Wilson et al., 2011]. Cette cartographie des fractures est limitée par des effets de résolution [Odling, 1997]. Ces méthodes descriptives ont pour avantage de conserver le réalisme géométrique des fractures (courbure, ouverture, intersection en T...). Ces analogues peuvent alors servir de base géométrique pour des simulations numériques concernant le comportement hydromécanique du réseau naturel [Bis-

Modèle	Paramètres d'entrée	Avantages	Inconvénients
Déterministe	• Cartographie des fractures • Imagerie de puits	• Réalisme géologique	• Contraintes d'échelle et de résolution • Modèles surfaciques
Stochastique	• Distributions statistiques des attributs géométriques de fractures • Hypothèses géométriques	• Génération rapide • Applicable à toutes les échelles • Permet de générer des réseaux denses • Applicable en 2D et 3D • Conditionnement aux données possible	• Simplification de la géométrie et topologie du réseau • Néglige les processus physiques • Nécessite de multiples réalisations
Géomécanique	• Histoire tectonique • Propriétés mécaniques	• Géométrie du réseau comme conséquence de processus physiques • Corrélations chronologiques entre fractures	• Incertitude des paramètres d'entrées • Temps de calculs importants
Génétique	• Règles mécaniques simplifiées	• Applicable à toutes les échelles • Permet de générer des réseaux denses • Géométrie du réseau comme conséquence de processus physiques • Corrélations entre les différents attributs	• Où s'arrête la simplification?

TABLEAU 1.2 – Comparaison des différentes méthodes de génération de DFN. Modifié à partir de [Lei et al. \[2017\]](#)

[dom et al., 2017](#); [Hatzor et al., 2004](#); [Lei et al., 2014](#)], et servir de référence pour la comparaison avec des modèles alternatifs [[Odling and Webman, 1991](#)]. Toutefois, ils restent limités en termes d'extension et de dimension (modèles surfaciques).

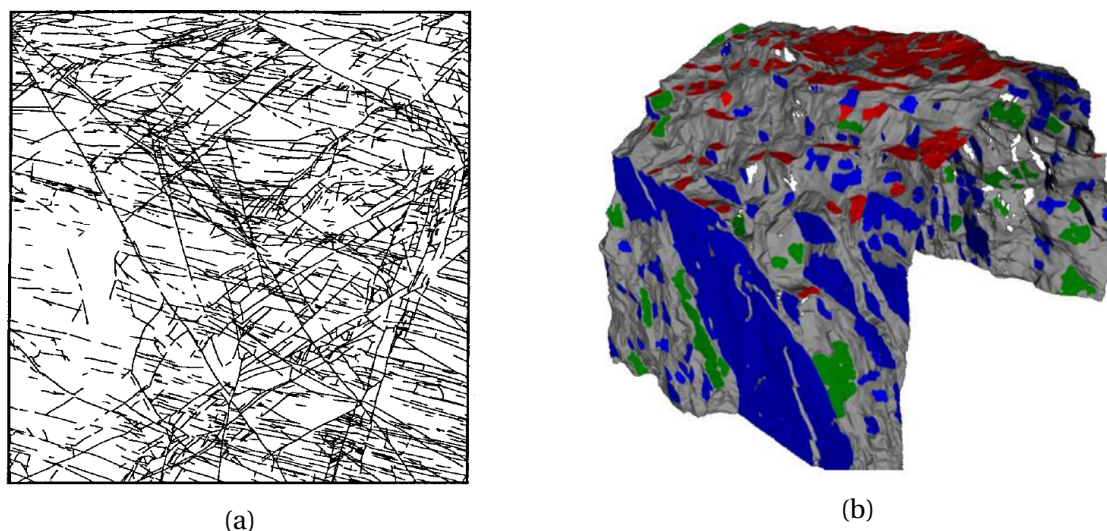


FIGURE 1.18 – Exemple de DFN déterministes. (a) Cartographie d'un réseau de fractures d'aire $720m * 720m$ du bassin de Hornelen dessinée à partir de photographies aériennes prises à une altitude de $370m$ (d'après [Odling \[1997\]](#)). (b) Exemple de DFN déterministe par données LiDAR (d'après [Diederichs et al. \[2013\]](#))

1.4.3 Modèles stochastiques

Les données de fracturation étant éparses, locales et généralement de dimension $D < 3$, des modèles stochastiques sont utilisés à partir de statistiques obtenues sur ces données de terrain afin d'avoir une représentation tridimensionnelle du réseau à l'échelle du site d'étude. Les données telles que les distributions des longueurs et d'orientations, les densités de fractures, etc... sont utilisées pour générer un réseau à grande échelle. Pour cela, ces modèles considèrent généralement des géométries de fractures simplifiées telles que des lignes en deux dimensions, ainsi que des polygones [[Alghalandis, 2017](#); [Hyman et al., 2015](#); [Mourzenko et al., 2005](#)], des disques [[Baecher et al., 1977](#); [Cacas et al., 1990](#); [Long et al., 1985](#)] ou encore des ellipses [[Dreuzy et al., 2000](#)] en trois dimensions. Les fractures sont ajoutées dans le système jusqu'à atteindre un critère d'arrêt défini (nombre, paramètre de percolation, p_{32} ...).

Dans leur représentation la plus simple, ces DFN stochastiques associent à chaque fracture une position tirée aléatoirement dans une loi de distribution uniforme [[Baecher et al., 1977](#); [Cacas et al., 1990](#); [Dershowitz and Einstein, 1988](#); [Long et al., 1982](#); [Priest and Hudson, 1976](#)], et les propriétés géométriques de chaque fracture (position, taille, ouverture...) sont généralement supposées indépendantes les unes des autres. Par la suite, un tel modèle sera qualifié de "DFN Poissonien" car la position des fractures suit un processus de Poisson (homogène). Ces méthodes stochastiques ont le désavantage de générer des réseaux en tenant compte de propriétés très globales du réseau (densité de fractures, distribution des tailles) ou propres à chaque fracture (position, orientation...), mais toujours indépendamment les unes des autres. Cela a pour conséquence de générer des réseaux non corrélés, aux "patterns" et topologies peu réalistes, ayant ainsi un impact sur

l'estimation des propriétés effectives du milieu considéré. [Odling and Webman \[1991\]](#) et [Belayneh et al. \[2009\]](#) soulèvent ce point en comparant des simulations de flux en deux dimensions entre des modèles déterministes (traces en surface) et des modèles stochastiques respectant les statistiques des données. Il y est montré que le flux à travers un réseau de fractures naturelles est toujours supérieur aux flux calculés à partir de modèles stochastiques.

Certains modèles proposent d'améliorer le réalisme de ces méthodes stochastiques en corrélant les distributions statistiques relatives à la géométrie des fractures à d'autres mesures ou concepts géologiques et mécaniques. Il est alors possible de corrélérer la position, l'orientation et la longueur des fractures simulées à la topologie de leurs intersections (en T ou en X) [[Conrad and Jacquin, 1973](#); [Manzocchi, 2002](#)], à des considérations énergétiques [[Masihi and King, 2007](#); [Masihi et al., 2012](#); [Shekhar and Gibson Jr, 2011](#)] ou mécaniques [[Borghi et al., 2015](#); [Bourne et al., 2001](#); [Macé, 2006](#)], à un champ de densité [[Cacas et al., 2001](#); [Xu et al., 2003](#)]... Les fractures formant souvent des *clusters* (agrégats), certains modèles proposent de positionner les fractures selon un processus "Mère-Fille" [[Billiaux et al., 1989](#); [Chiles, 1988](#); [Xu and Dowd, 2010](#)] : une première série de fractures est positionnée aléatoirement dans l'espace, puis une deuxième se positionne à proximité des points de la première série. [Bonneau et al. \[2016\]](#) proposent un processus "Mère-Fille" séquentiel cohérent avec la mécanique de la fracturation : les plus grandes fractures (supposées plus anciennes) sont placées en premier et vont modifier le champ de probabilité utilisé pour le positionnement des fractures selon un modèle simplifié de perturbation du champ de contrainte (la probabilité est augmentée en front de fissure où il y a une accumulation de contraintes, et diminuée dans la zone d'ombre). La distribution des tailles de fractures est alors remontée, des fractures les plus grandes aux plus petites (des plus anciennes aux plus jeunes), selon un processus "Mère-Fille" évolutif introduisant une corrélation entre la position et la taille des fractures. L'organisation spatiale complexe des réseaux de fractures pouvant être quantifiée par une approche fractale (Section 1.3), certains modèles proposent d'utiliser des figures fractales déterministes [[Barton, 1995](#); [Bour and Davy, 1999](#); [Darcel, 2002](#)]. D'autres encore utilisent des processus stochastiques en cascade (voir Figure 1.19) [[Acuna and Yortsos, 1995](#); [Darcel et al., 2003b](#)], comme support du processus ponctuel de positionnement des fractures.

Les processus stochastiques considérant le système final comme une réalisation possible parmi de nombreuses partageant les mêmes statistiques, il ne convient pas de proposer une unique représentation géométrique du modèle, mais bien plusieurs modèles équiprobables. L'incertitude associée à ces modèles peut néanmoins être réduite en conditionnant le processus stochastique à des données déterministes directes telles que les traces de fractures observées [[Andersson and Dverstorp, 1987](#); [Andersson et al., 1984](#); [Bisdom et al., 2014](#); [Dverstorp and Andersson, 1989](#); [Junkin et al., 2018](#); [Selroos et al., 2015](#)], ou à des données indirectes hydrogéologiques [[Appleyard et al., 2018](#); [Bym and Hermanson, 2018](#)] et géophysiques [[Dorn et al., 2013](#)].

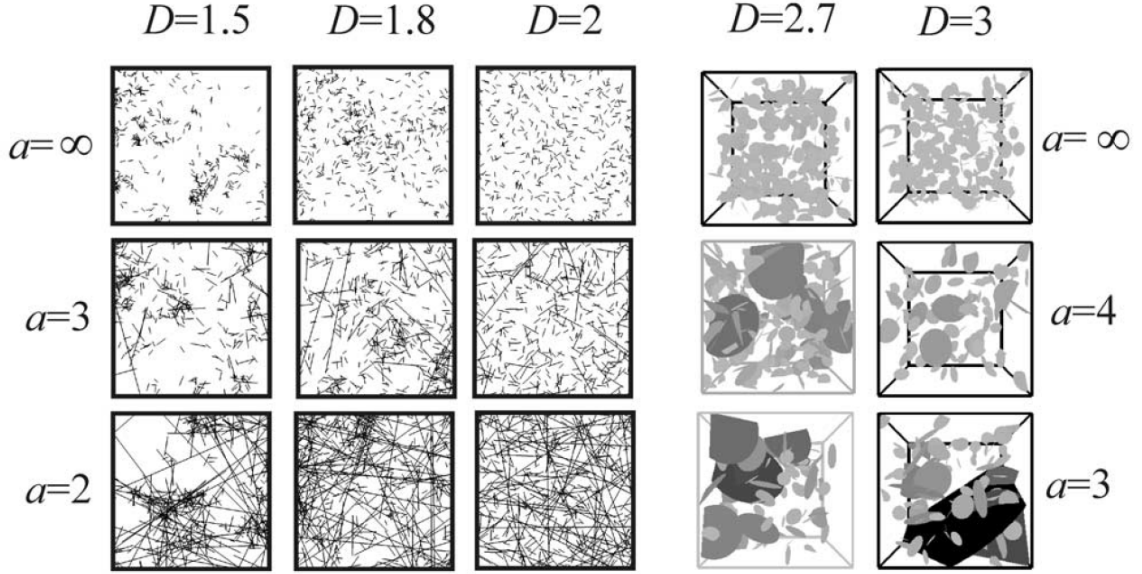


FIGURE 1.19 – Exemples de réseaux DFN stochastiques générés pour différents exposants de loi de puissance a et dimensions de corrélation D en 2D (gauche) et 3D (droite). Les positions fractales des fractures sont générées à partir d'un processus stochastique en cascade. D'après [Darcel et al. \[2003a\]](#)

Les modèles présentés ci-dessus proposent une approche orientée "objet", où chaque fracture est représentée comme un objet à part entière, au sein du milieu géologique. L'ensemble de ces objets forme un réseau. Parmi les modèles stochastiques de modélisation de réseaux de fractures, il existe également des méthodes basées sur une approche pixel et des algorithmes géostatistiques [[Dowd et al., 2007](#)]. Les méthodes *Multi-Point Statistics* (MPS) permettent par exemple de modéliser des réseaux réalistes à partir d'images d'entraînement [[Bruna et al., 2019](#); [Wang, 1996](#)], permettant de conserver le réalisme des analogues utilisés. Ces méthodes ont pour avantage de pouvoir prendre en compte la complexité géométrique des fractures et la variabilité spatiales de densités. Cependant, ces méthodes ne peuvent pas facilement être appliquées au cas 3D, car les techniques d'imageries du sous-sol et l'identification des fractures en profondeur reste complexes.

1.4.4 Modèles géomécaniques

Les modèles stochastiques ont pour désavantage de simplifier la géométrie et la topologie des réseaux générés, puisqu'elle néglige le processus hiérarchique de croissance d'un réseau de fracture. Un moyen de pallier ces simplifications réside dans l'utilisation de modèles numériques basés sur la mécanique, en appliquant la théorie de la rupture en élasticité linéaire, ou *Linear Elastic Fracture Mechanics* (voir Section 1.2.2), au milieu géologique [[Lawn and Wilshaw, 1993](#)]. A l'état initial, le système contient des discontinuités mécaniques de petite taille, dont la géométrie est représentée explicitement. Les conditions aux limites du système sont alors appliquées, générant une sollicitation

en contraintes $\overline{\sigma_\infty}$. A chaque incrément de temps, les champs de déformation $\bar{\epsilon}$ et de contrainte $\bar{\sigma}$ sont calculés dans la matrice, à partir de la géométrie et des paramètres mécaniques du système (module d'Young E , coefficient de Poisson ν ...). Les facteurs d'intensité de contrainte (K_I, K_{II} et K_{III}) sont ensuite calculés en fronts de fissures. Si l'énergie accumulée dépasse un certain seuil G_c , la fracture se propage d'un incrément de taille Δl et d'orientation $\Delta \theta$ selon un critère défini [Richard et al., 2003]. Ces étapes sont répétées jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit atteint (temps, densité, énergie...). L'algorithme 1 décrit les différentes étapes de la génération de ce type de modèles.

Algorithme 1 : Algorithme des modèles géomécaniques basés sur la *LEFM*

```

Input :  $E, \nu, G_c, \overline{\sigma_\infty}, t_{end}$ 
Output : Network  $N_{LEFM}$ 
Initialization :  $N_{LEFM}, t_{end}, \Delta t$ ;
 $t = 0$ ;
while  $t \leq t_{end}$  do
    Redefine system geometry;
    Solve  $\bar{\epsilon}$  and  $\bar{\sigma}$ ;
    foreach fracture  $f \in N_{LEFM}$  do
        foreach tip  $t \in f$  do
             $K_I, K_{II}, K_{III} \leftarrow$  Compute SIFs at fracture tip;
             $G \leftarrow$  Compute energy at fracture tip;
            if  $G > G_c$  then
                 $l = l + \Delta l \leftarrow$  Fracture growth increment;
                 $\theta = \theta + \Delta \theta \leftarrow$  Fracture orientation increment;
            end
        end
    end
     $t = t + \Delta t$ ;
end
return  $N_{LEFM}$ ;

```

Ces modèles divergent principalement par leur méthode de résolution du champ de déformation au sein de la matrice rocheuse. Celui-ci peut être déterminé à partir de solutions analytiques [Renshaw and Pollard, 1994] pour des objets de géométries simples en 2D (segments) [Kachanov, 1987] et 3D (disques) [Kachanov, 1989]. Afin de modéliser des systèmes à géométries arbitraires, il faut recourir à des méthodes numériques pouvant parfois être complexes. Les méthodes aux éléments frontières (*Boundary Element Method*) offrent l'avantage de nécessiter uniquement la discrétisation des frontières du domaine, simplifiant grandement les problèmes géométriques liés au maillage, même en 3D [Meng et al., 2013]. L'étape de remaillage à chaque pas de temps est donc minime, puisqu'il suffit d'ajouter les incréments de fractures. C'est le cas de la *Displacement Dis-*

continuity Method [Crouch, 1976; Crouch et al., 1983], permettant de propager des fractures en tenant compte de leurs interactions mécaniques en mode I [Olson, 1993, 2004] ou en mode mixte [Olson and Pollard, 1989; Shen and Stephansson, 1993; Tuckwell et al., 2003]. Cependant, ces méthodes ne permettent pas d'adresser des problèmes complexes multi-physiques (couplage hydromécanique...). Paluszny and Matthai [2009]; Paluszny and Zimmerman [2011] proposent un modèle reposant sur la méthode des éléments finis (*Finite Element Method*) en deux (voir Figure 1.20) et trois dimensions. Cette méthode a pour désavantage de nécessiter un maillage explicite des fractures, et donc de remailler le système à chaque incrément de temps. Moës et al. [1999, 2002] proposent d'appliquer la méthode des éléments finis étendus (*eXtended Finite Element Method*), permettant ainsi d'éviter de mailler explicitement les fractures, tout en reproduisant leur comportement mécanique à l'aide de fonctions d'enrichissement. Cette méthode a ainsi pour avantage de pouvoir être appliquée à des géométries très complexes, et donc adaptée aux milieux géologiques [Siavelis et al., 2012]. Cependant, afin de calculer des facteurs d'intensité de contrainte de façon précise, le maillage doit être raffiné en front de fissure, nécessitant parfois tout de même un remaillage du système. Ces méthodes ont pour avantage d'être adaptables aux processus physiques considérés. Il est alors possible d'adresser des problèmes mécaniques considérant les effets de frictions sur les plans de fractures [Dolbow et al., 2001; Nejati et al., 2016]. Enfin, la méthode des éléments discrets [Cundall and Strack, 1979; Lisjak and Grasselli, 2014], ou *Discrete Element Method* (DEM), modélise le milieu comme un ensemble de particules accolées dont la cohésion est assurée par des raideurs tangentiels et normales. A chaque pas de temps, le principe fondamental de la dynamique est appliqué en chaque particule. Lorsque la force appliquée sur une liaison entre deux particules dépasse un certain seuil, cette liaison casse. La propagation de fractures peut ainsi être modélisée comme la coalescence de multiples liaisons en rupture. Cette méthode se rapproche du comportement micro-mécanique de la fracturation mais les règles dictant la rupture des liaisons entre particules ne sont pas issues des principes mécaniques de la *LEFM*.

Enfin ces méthodes peuvent également diverger par leur façon de calculer les facteurs d'intensité de contrainte. Lorsque la géométrie considérée est simple, telle que des fractures planes chargées uniformément, il est alors possible d'utiliser des solutions analytiques [Kassir and Sih, 1975]. Lorsque la géométrie et le champ de déformation considérés sont plus complexes, des méthodes basées sur le champ de déformation en front de fissure sont plus adaptées. La *Displacement Correlation Method* [Chan et al., 1970] propose d'utiliser les solutions du champ de contraintes en élasticité linéaire à proximité du front de fissure [Westergaard, 1939; Williams, 1956]. En échantillonnant les trois composantes du champ de déplacement sur le plan de fracture, il est alors possible d'en déduire les facteurs d'intensité de contraintes correspondant aux trois modes de fracturation. Ces solutions ne sont correctes que dans l'hypothèse d'une déformation plane, ce qui est vérifié localement autour du front de fissure où le champ de déformation 3D s'approche

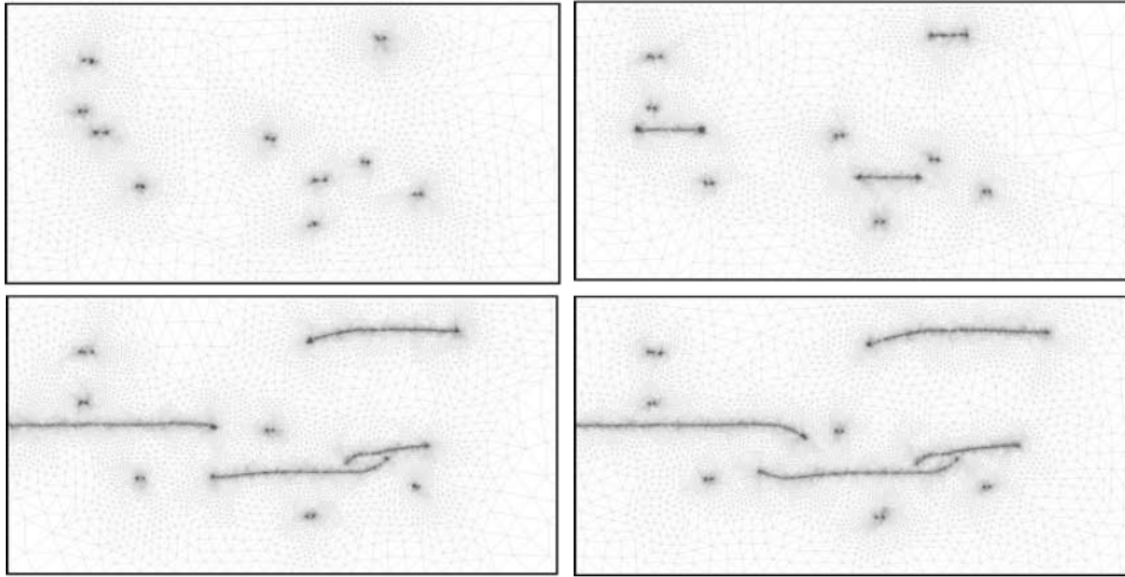


FIGURE 1.20 – Exemple d'un réseau DFN géomécanique 2D en expansion. Modifié à partir de [Paluszny and Matthai \[2009\]](#)

d'un champ 2D [[Nakamura and Parks, 1988](#)]. Cette méthode a pour désavantage de nécessiter une résolution très fine à proximité du front de fissure, et les résultats obtenus sont susceptibles de dépendre de cette résolution. Les méthodes énergétiques telles que la méthode *J-integral* [[Rice, 1968](#)] calculant l'énergie accumulée dans un volume autour du front de fissure ont pour avantage d'être indépendantes du volume d'échantillonnage. De plus, ces méthodes sont applicables au cas élasto-plastique [[Anderson and Anderson, 2005](#)].

Ces modèles ont pour avantage de relier la géométrie aux mécanismes physiques à l'origine de leur formation en tenant compte des différentes corrélations entre les fractures et leurs attributs respectifs. Ils peuvent également être couplés avec des processus hydrologiques et thermiques [[Zhang et al., 2017](#)]. Cependant, la complexité de ces processus nécessite des temps de calcul importants ne permettant pas de gérer des millions de fractures, sur une large gamme d'échelles.

1.4.5 Modèles génétiques

Afin de générer des réseaux DFN respectant un certain réalisme géomécanique et géologique, tout en permettant une génération rapide sur une large gamme d'échelles d'études, certains modèles proposent une approche hybride. Ces modèles font généralement croître le réseau selon un processus temporel où les différentes fractures croissent et interagissent entre elles selon des lois simples. Ces modèles hiérarchiques imitent ainsi le processus de fracturation selon une boucle rétroactive entre nucléation, propagation et arrêt des fractures.

Ces modèles "génétiques" permettent d'améliorer le réalisme géologique des DFN générés en introduisant une hiérarchie entre fractures. Pour cela, les fractures croissent et s'arrêtent (ou non) les unes sur les autres dans un processus hiérarchique, influençant ainsi la topologie des intersections entre fractures [Gringarten, 1996, 1998]. Pour les réseaux de fractures en milieu sédimentaire, ces interactions peuvent également être introduites entre les fractures et les différents horizons sédimentaires [Hoffmann et al., 2004; Josnin et al., 2002]. La probabilité de croisement entre les différentes discontinuités mécaniques est la plupart du temps définie par l'utilisateur, afin d'honorer les statistiques des données de terrain [Srivastava et al., 2005], ou pour répondre à des considérations énergétiques et de contrastes d'impédance [Hoffmann et al., 2004]. La vitesse de propagation entre les différentes couches sédimentaires peut également être une fonction de ces contrastes d'impédance [Libby et al., 2019].

Ces modèles hybrides permettent notamment de générer des réseaux de fractures ayant des géométries complexes, non planaires, dont l'orientation locale peut être une fonction des fractures voisines. Srivastava [2006]; Srivastava et al. [2005] proposent par exemple un modèle géostatistique de SGS (Simulation Gaussienne Séquentielle) pour tenir compte du phénomène mécanique d'attraction-répulsion des fractures. De plus, l'ondulation des fractures est un résultat des paramètres du variogramme (effet pépité), générant ainsi des DFN à l'apparence réaliste [Junkin et al., 2017]. A chaque étape temporelle, les fractures "déterministes" se propagent en respectant la trace de la fracture mesurée, tandis que les fractures "stochastiques" croissent d'un incrément de longueur dont l'orientation est interpolée par une opération de krigeage en fonction des fractures voisines (voir Figure 1.21). Une fois les traces de fractures en surface simulées, ces dernières sont propagées en profondeur selon la même procédure. Lei et al. [2015] proposent un modèle de marches aléatoires pour extrapoler la géométrie des fractures dans des domaines plus vastes sur la base d'un petit échantillon. Cette méthode permet ainsi de préserver la courbure naturelle des fractures tout en conservant les lois d'échelle propres aux réseaux de fractures naturelles. Bonneau et al. [2013]; Henrion [2011] proposent un algorithme d'attraction du front de fissure selon des règles géométriques basées sur des concepts mécaniques simplifiés. A chaque fracture est associée une zone d'attraction en front de fissure (correspondant à la zone d'accumulation de contraintes) dont le rayon est proportionnel à sa taille. A chaque itération, les fractures sont propagées d'un incrément de longueur constant selon une combinaison linéaire des différentes attractions entre fractures, ce qui donne un réseau de fractures en échelons fortement connectées (voir Figure 1.22).

Les modèles génétiques permettent également d'introduire des corrélations spatiales entre fractures, en conditionnant la position des fractures les plus jeunes par les plus anciennes selon des processus d'attraction-répulsion [Hafver et al., 2014]. Certaines méthodes proposent de résoudre le problème mécanique en calculant le champ de contraintes local autour des structures principales [Bourne et al., 2001]. D'autres utilisent des mo-

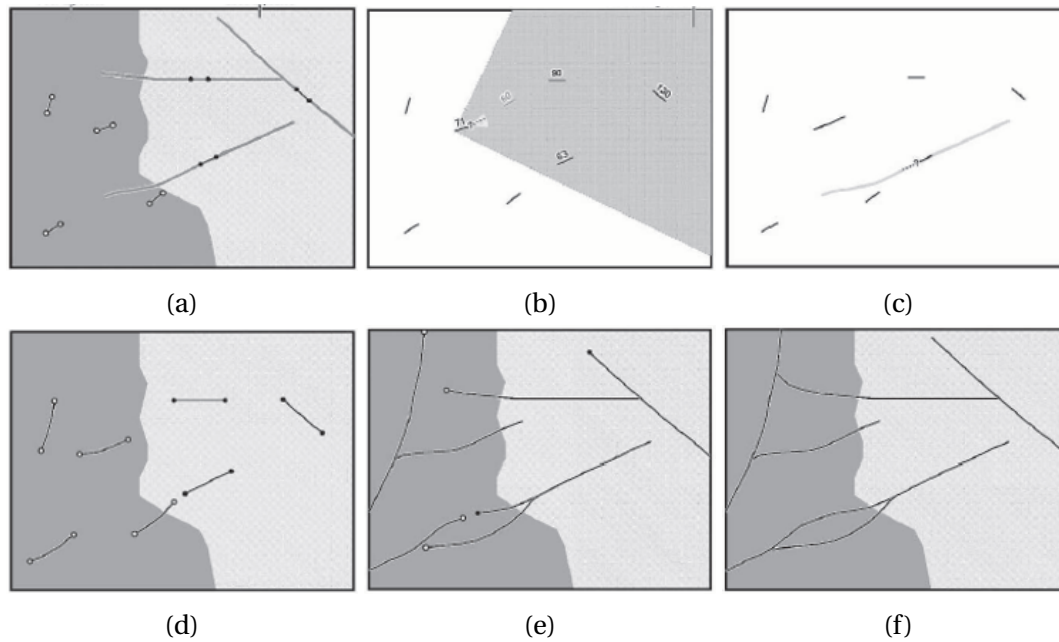


FIGURE 1.21 – Algorithme du modèle génétique selon [Srivastava et al. \[2005\]](#) : (a) Initialisation des nuclei aux centres des traces déterministes, (b) Exemple de propagation d’une fracture stochastique par krigeage, (c) Exemple de propagation d’une fracture déterministe, (d) Résultat après une étape de propagation, (e) Résultat après cinq étapes de propagation, (f) Résultat final

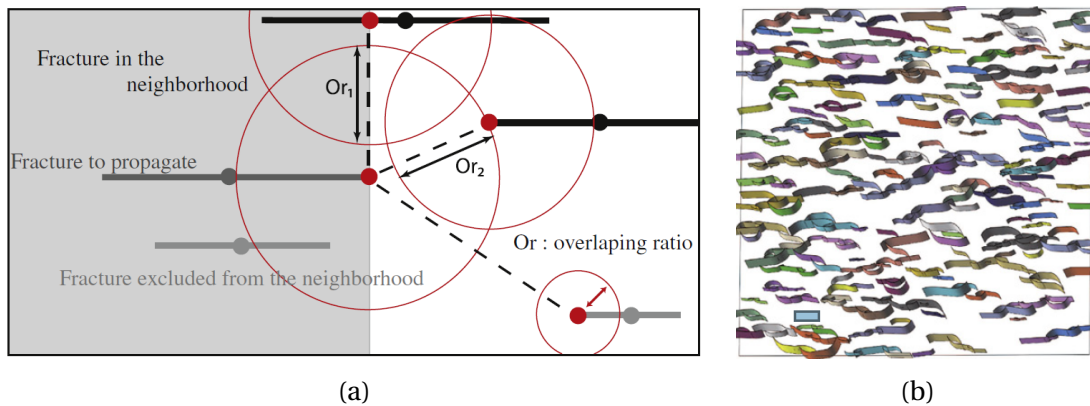


FIGURE 1.22 – Modèle génétique selon [Bonneau et al. \[2013\]](#) : (a) Méthode géométrique d’attraction entre fractures non planaires, définie à partir des tailles et positions relatives entre fractures. (b) Réseaux de fractures en échelons fortement connectés

dèles géométriques simplifiés pour tenir compte de la perturbation du champ de contrainte autour d’une fracture, en modélisant la zone d’ombre d’une fracture par un volume (voir Figure 1.23) dans lequel les probabilités de croissance ou de nucléation sont fortement réduites [[Josnin et al., 2002](#); [Libby et al., 2019](#); [Swaby and Rawnsley, 1996](#); [Welch et al., 2019](#)].

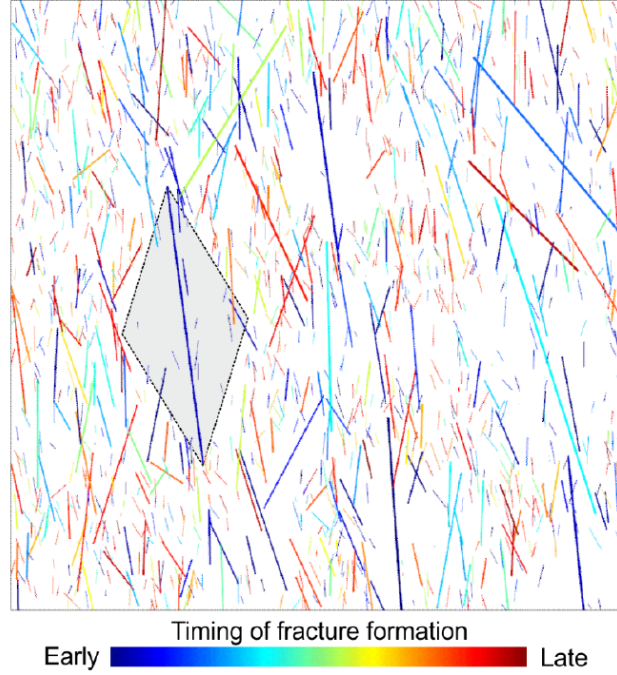


FIGURE 1.23 – Traces 2D des fractures d'un DFN 3D selon le modèle génétique de [Libby et al. \[2019\]](#). Chaque fracture se voit assigner une zone d'exclusion, modélisée par un polyèdre, à l'intérieur duquel la probabilité de nucléation est réduite

Le modèle UFM (*Universal Fracture Model*)

[Davy et al. \[2013\]](#) proposent un modèle génétique de DFN en trois dimensions reposant sur des lois simplifiées issues de la mécanique de la fracturation en élasticité linéaire. La distribution de longueurs et la topologie du réseau sont des propriétés émergentes du modèle et de ses paramètres d'entrée. Le modèle est divisé en trois étapes principales répétées dans un processus temporel évolutif :

- **Nucléation.** C'est le processus complexe de naissance de nouvelles fractures, dû à la répartition de défauts dans la roche (grains, pores...) [[Eberhardt et al., 1999](#); [Engelder, 1987](#); [Tapponnier and Brace, 1976](#)] et aux fluctuations de contraintes [[Ingraffea, 1987](#); [Tuckwell et al., 2003](#)] pouvant rendre les nuclei actifs ou non. Dans ce modèle simplifié, les nuclei sont distribués uniformément dans le système avec un taux de nucléation (nombre de nuclei apparaissant par unité de temps) $\dot{n}_N$, en suivant une distribution des tailles $p_N(l)$.
- **Propagation.** Les fractures se propagent en régime sous-critique [[Atkinson, 1984](#); [Atkinson and Meredith, 1987](#)] (voir Section 1.2.2), postulant une vitesse de propagation proportionnelle au facteur d'intensité de contrainte K et au *stress-corrosion index* m (voir Section 1.2.2), tels que :

$$v \sim K^m \quad (1.24)$$

Dans le cas d'une fracture isolée, les facteurs d'intensité de contraintes sont proportionnels à la racine carrée de la taille l de la fracture [Griffith, 1921]. Le modèle de propagation proposé suit donc la relation de Charles [1958] :

$$\nu(l) = C \cdot l^a \quad (1.25)$$

avec C le taux de croissance et a l'exposant de la loi de croissance. A tout instant t , la taille $l_f^{\text{free}}(t)$ d'une fracture seule f introduite dans le système au temps t_0 avec une taille initiale $l_f(0)$ est décrite par l'équation :

$$l_f^{\text{free}}(t) = (l_f(0)^{1-a} + (1-a) \cdot C \cdot t - t_0)^{\frac{1}{1-a}} \quad (1.26)$$

La distribution des tailles de fractures associée à un tel système dynamique, sans interactions mécaniques, trouve une solution stationnaire pour des tailles de fracture l très supérieures à celle des nuclei considérés [Cladouhos and Marrett, 1996; Sornette and Davy, 1991] :

$$n_{\text{st}}(l) = \frac{\dot{n}_N}{\nu(l)} \quad (1.27)$$

- **Arrêt.** L'idée centrale du modèle repose sur le rôle prédominant des fractures les plus grandes agissant comme des barrières mécaniques pour les plus petites. Le modèle postule qu'une fracture grandit selon l'équation (1.26) jusqu'à ce qu'elle rencontre une fracture plus grande, ou devienne infinie.

Numériquement, les fractures sont modélisées comme des disques de rayons l , se propageant suivant l'équation (1.26), et interagissant selon un processus de collision. La distribution des orientations de fracture est un paramètre d'entrée du modèle, définissant les orientations des nuclei à leur apparition. A chaque pas de temps, les fractures non stoppées se voient assigner un voisin le plus proche, avec lequel une collision est probable. Si la fracture est plus petite que son voisin au moment de la collision, alors celle-ci est arrêtée. L'algorithme 2 résume les différentes étapes du modèle. La Figure 1.24 montre des coupes 2D d'un modèle UFM à différentes étapes de simulations.

De ce modèle résultent un pourcentage d'intersections en T et une distribution des tailles de fractures en double loi de puissance (voir Figure 1.25) cohérents avec les observations de terrain [Davy et al., 2010]. Statistiquement, les fractures les plus petites se propagent sans interaction mécanique, et sont à l'origine d'une distribution des tailles suivant l'équation (1.27). Ce régime appelé régime dilué est donc décrit par l'équation :

$$n_{\text{dilute}}(l) = \frac{\dot{n}_N}{C} \cdot l^{-a} \quad (1.28)$$

Algorithme 2 : Algorithme du modèle UFM

Input : $C, a, \dot{n}_N, t_{end}$
Output : Network N_{UFM}
Initialization : $N_{UFM}, t, \Delta t$;
while $t \leq t_{end}$ **do**
 Add $\dot{n}_N \Delta t$ nuclei in N_{UFM} ;
 foreach *fracture* $f \in N_{UFM}$ **do**
 $ngh \leftarrow$ Assign neighbor ;
 $d_{f,ngh}(t) \leftarrow$ Compute distance with neighbor ;
 $l_f^{free}(t) \leftarrow$ Compute fracture size if freely growing ;
 if $l_f^{free}(t) > d_{f,ngh}(t)$ **then**
 $l_f(t) = d_{f,ngh}(t) \leftarrow$ Stop f on ngh ;
 else
 $l_f(t) = l_f^{free}(t) \leftarrow$ Make f grow freely ;
 end
 end
 $t = t + \Delta t$
end
return N_{UFM}

Les interactions mécaniques reproduites par le critère d'arrêt sont à l'origine d'un régime quasi-universel concernant les fractures les plus grandes, appelé régime dense et noté :

$$n_{\text{dense}}(l) = D\gamma^D l^{-(D+1)} \quad (1.29)$$

avec D la dimension topologique du système et γ un paramètre géométrique sensible aux orientations des fractures. Ce régime est caractérisé par une distribution auto-similaire de fractures. Il existe une échelle de transition l_c entre les deux régimes, telle que :

$$l_c = \left(\frac{D\gamma^D C}{\dot{n}_N} \right)^{\frac{1}{D+1-a}} \quad (1.30)$$

Cette échelle définit une taille caractéristique de bloc non fracturé. Statistiquement, les fractures dont la taille $l \ll l_c$ sont peu connectées.

Le modèle UFM montre des différences significatives en termes de topologie en comparaison à un modèle stochastique Poissonien de densité équivalente [Hope et al., 2015]. En effet, le modèle UFM est moins connecté, ce qui a pour conséquence de diminuer la perméabilité équivalente du milieu, et d'accroître la chenalisation des écoulements à l'échelle du réseau [Maillot et al., 2016].

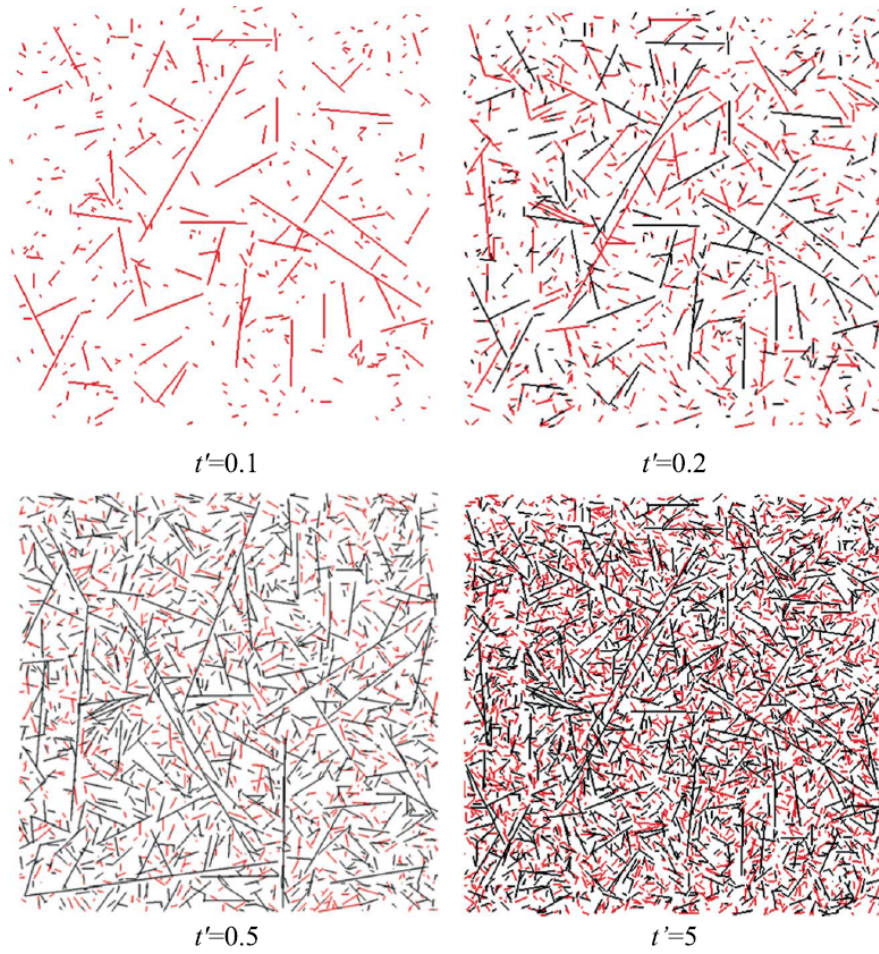


FIGURE 1.24 – Traces de fractures selon un plan $x - y$ d'un DFN généré selon le modèle UFM avec les paramètres $L = 1$, $b = 5$, $l_N = 0.01$, $\dot{n}_N = 19$, $C = 1$ et $a = 3$. Les fractures générées entre l'étape précédente et l'actuelle sont colorées en rouge. D'après [Davy et al., 2013]

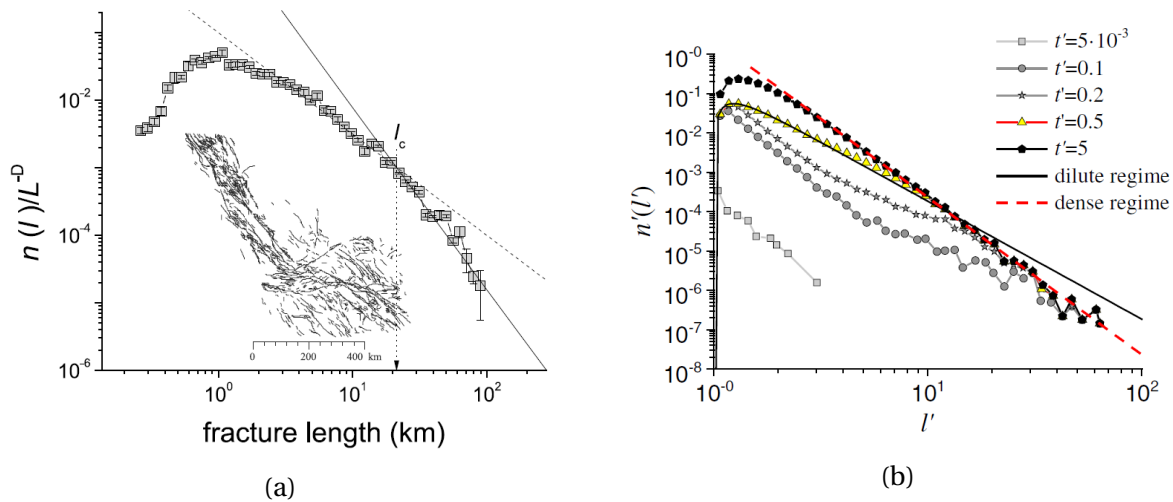


FIGURE 1.25 – (a) Distribution des longueurs du système de failles de San Andreas. On identifie deux régimes en loi de puissance, séparés par une longueur de transition l_c 20km. D'après [Davy et al., 2010]. (b) Distribution des tailles de fractures d'un modèle UFM généré avec les paramètres $a = 3$, $C = 1$, $\dot{n}_N = 19$. D'après [Davy et al., 2013]

1.4.6 Positionnement du sujet de recherche

La plupart des modèles génétiques reposent sur un processus hiérarchique permettant d'introduire des corrélations spatiales entre fractures, ne pouvant pas être reproduites par des modèles purement stochastiques, qui génèrent chaque fracture indépendamment les uns des autres. Cependant, les dynamiques de croissance et d'arrêt des fractures sont la plupart du temps dictées par des distributions statistiques "cibles" issues du terrain (pourcentage d'intersections en T, distribution des longueurs et des orientations...) [Libby et al., 2019; Srivastava et al., 2005]. Les propriétés géométriques du réseau étant une cible et non un résultat du processus mécanique, certaines de ces corrélations peuvent alors être physiquement incohérentes.

Cette thèse a pour objectif de proposer un regard nouveau sur la modélisation génétique des réseaux de fractures, en soulignant l'importance d'introduire notre connaissance préalable de la mécanique des milieux fracturés dans la création de modèles génétiques. La difficulté d'une telle approche repose sur le choix des paramètres de proxy des modèles établis, devant capturer les principaux processus physiques, tout en restant suffisamment simples pour être applicable aux larges échelles. Le modèle UFM de Davy et al. [2013] s'inscrit dans cette approche. En effet, les statistiques du réseau sont des conséquences du modèle, et non des propriétés cibles. De plus, en se rapprochant au plus près du processus de fracturation, si les propriétés émergentes des réseaux générés sont compatibles avec les données observées, alors les règles de croissance identifiées nous donne un guide théorique pour l'interprétation de ces données.

Le Chapitre 2 étudie les problématiques liées à l'organisation spatiale des fractures dans le cadre de la génération de DFN. Le Chapitre 3 propose une modification du modèle UFM, pour que l'organisation spatiale des fractures soit également une conséquence de considérations mécaniques. Nous présentons dans le Chapitre 4 les conséquences des propriétés de friction des fractures sur leur croissance, et leur impact à l'échelle du réseau. Enfin, le Chapitre 5 propose une réflexion sur l'introduction d'une histoire tectonique dans le processus de génération de DFN génétiques.

Chapitre 2

Variabilité spatiale des densités de fractures : un indicateur de corrélations spatiales

Sommaire

2.1 Variabilité spatiale associée aux réseaux DFN Poissoniens	49
2.1.1 Résumé et motivations de l'article	49
2.1.2 Article "On the density variability of Poissonian Discrete Fracture Networks with application to power-law fracture size distribution"	51
2.2 Variabilité spatiale des densités de fractures à partir de données réelles .	66
2.3 Variabilité spatiale associée aux réseaux UFM	67
2.4 Conclusion	69

Introduction

Nous avons vu dans le Chapitre 1 que les fractures naturelles forment des réseaux complexes de par leur topologie et leur organisation spatiale. Nous y abordons également les difficultés rencontrées en modélisation numérique pour reproduire cette complexité à l'échelle du réseau. Ces difficultés sont d'autant plus importantes concernant les modèles stochastiques, qui génèrent des réseaux dans leur état final, en négligeant la hiérarchie des fractures et les corrélations spatiales qui en découlent. Il est néanmoins possible de quantifier ces corrélations de manière globale par une analyse fractale du réseau. Par exemple, la dimension de corrélation des centres de fractures peut être mesurée en deux dimensions à l'affleurement. Moyennant quelques hypothèses stéréologiques, il est possible de générer des DFN stochastiques en trois dimensions, dont les centres de fractures respectent une distribution fractale imposée par l'utilisateur. La dimension de corrélation des centres de fractures quantifie à quel point un réseau de fractures occupe son espace métrique sous-jacent. Néanmoins, dans la théorie fractale, deux objets peuvent avoir la même dimension de corrélation mais présenter des motifs très différents (voir Figure 2.1).

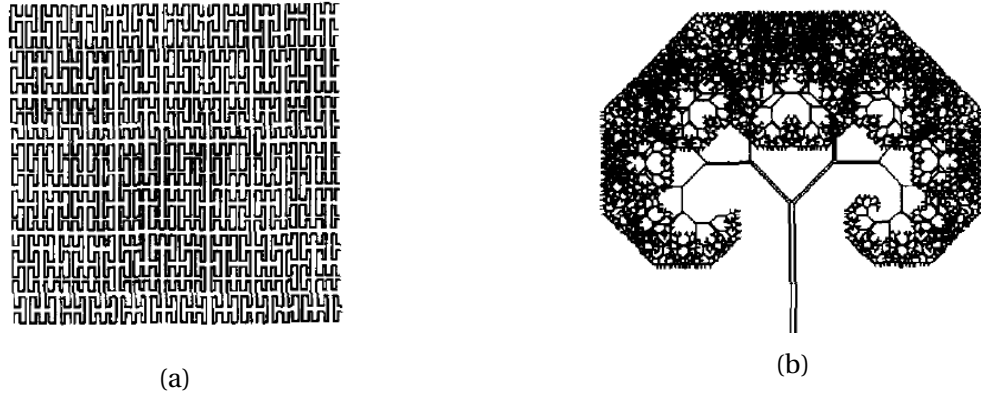


FIGURE 2.1 – (a) Courbe de Peano, (b) Motif L-system. Les deux courbes présentent la même dimension fractale ($D = 1.67$ déterminée par une méthode de *box-counting*) mais des lacunarités très différentes. D'après [Smith et al., 1996]

Afin de décrire la "texture" associée à un réseau, nous introduisons dans ce chapitre le concept de "lacunarité" [Mandelbrot and Pignoni, 1983], issu de la théorie fractale. Fondamentalement, la lacunarité est une représentation adimensionnelle du rapport entre la variance et la moyenne associées à une mesure M [Plotnick et al., 1996], et s'écrit selon l'équation suivante :

$$\lambda_M(s) = \left[\frac{\sigma_M(s)}{\mu_M(s)} \right]^2 \quad (2.1)$$

avec $\sigma_M(s)$ et $\mu_M(s)$ l'écart-type et la valeur moyenne de la mesure M à l'échelle s . La lacunarité est un indicateur utilisé pour l'analyse multi-échelles de données spatiales, décrivant la distribution des "trous" dans un motif donné. Elle peut être utilisée pour ana-

lyser des données de toutes dimensions, qu'elles soient continues ou non [Dong, 2009]. La lacunarité permet ainsi de mesurer l'"hétérogénéité texturale" d'une mesure à n'importe quelle échelle [Kaye, 2008]. L'analyse des courbes de lacunarité permet notamment d'identifier différents régimes [Plotnick et al., 1996; Roy et al., 2014], ainsi que les processus majoritaires à toutes les échelles.

La méthode peut ainsi être appliquée pour caractériser l'hétérogénéité spatiale des densités de fractures à partir de données de terrain en 1-D (fractures intersectant un puits) [Roy et al., 2016, 2014] ou 2-D (traces de fractures à l'affleurement) [Roy et al., 2010]. D'une manière générale, la lacunarité associée à un système fracturé de dimension D et de taille L , peut être obtenue en appliquant un algorithme de *box-counting* [Allain and Cloitre, 1991] consistant à diviser le système en sous-systèmes de taille $s < L$ pour lesquels une densité de fractures p_{Dd} (voir Section 1.3) est calculée (voir Figure 2.2). La densité de fractures p_{Dd,Σ_s} associée au sous-système Σ_s de taille s est calculée comme la contribution de toutes les fractures à la mesure considérée l_f^d (de dimension d), pondérée par le ratio de surface incluse de fracture Π_{f,Σ_s} dans le sous-système, telle que :

$$p_{Dd,\Sigma_s} = \sum_f \Pi_{f,\Sigma_s} l_f^d \quad (2.2)$$

Le rapport entre la variance et la moyenne au carré de cette densité sur l'ensemble des sous-systèmes nous donne la lacunarité $\lambda_{p_{Dd}}(s)$ de cette mesure à l'échelle s . En répétant l'opération pour différentes échelles, il devient alors possible de tracer une courbe de lacunarité. Comme toute méthode de *box-counting*, cette méthode est sensible à la résolution des données. Lorsque la résolution des données est trop faible, un système fracturé formant des *clusters* peut alors paraître aléatoire [Roy et al., 2016].

L'analyse de lacunarité nous fournit donc un outil supplémentaire pour caractériser l'agencement spatial de réseaux de fractures naturelles, mais aussi des modèles numériques utilisés. Il est alors possible de calculer la lacunarité des densités de fractures associées à des modèles DFN en trois dimensions. Considérant un DFN constitué de fractures circulaires, la densité p_{30,Σ_s} , l'intensité p_{32,Σ_s} , ainsi que le paramètre de percolation $p_{,\Sigma_s}$ sont alors calculés numériquement pour chaque sous-système Σ_s tels que :

$$p_{30,\Sigma_s} = \sum_f \Pi_{f,\Sigma_s} \quad (2.3)$$

$$p_{32,\Sigma_s} = \sum_f \Pi_{f,\Sigma_s} l_f^2 \quad (2.4)$$

$$p_{,\Sigma_s} = \frac{\pi^2}{8} \sum_f \Pi_{f,\Sigma_s} l_f^3 \quad (2.5)$$

avec $\pi^2/8$ un facteur exprimant le volume exclu autour de fractures, en forme de disques [Charlaix et al., 1984]. La plupart des modèles DFN reposent sur des processus ponctuels stochastiques (homogènes ou hétérogènes) afin d'inclure des variations locales des propriétés des réseaux simulés, qui soient compatibles avec les observations du terrain. La variabilité associée aux modèles DFN utilisés représentant une de leurs propriétés émergentes, sa caractérisation constitue un aspect critique du processus de modélisation. Les effets d'échelles associés à cette variabilité représentent une signature caractéristique des modèles utilisés. Cette caractérisation est nécessaire afin de permettre une véritable comparaison statistique entre différents ensembles de données et les modèles utilisés.

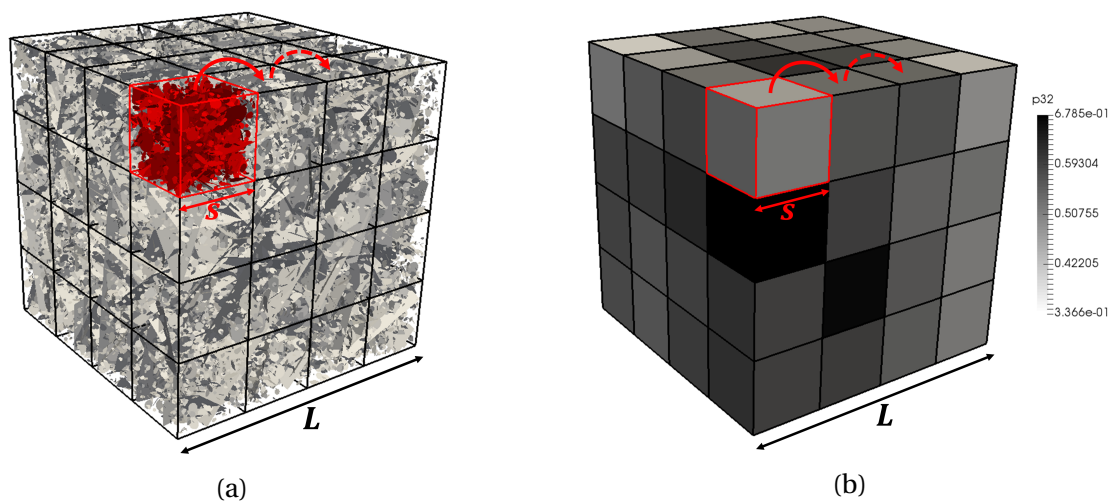


FIGURE 2.2 – Algorithme de *box-counting* pour le calcul de lacunarité. (a) Le système est divisé en sous-systèmes de tailles s . (b) Pour chaque sous-système, la densité de fractures est calculée. La moyenne et la variance de cette densité peuvent ainsi être calculées à cette échelle

2.1 Variabilité spatiale associée aux réseaux DFN Poissoniens

2.1.1 Résumé et motivations de l'article

La difficulté d'accès à des mesures de densités de fractures en trois dimensions, amène les scientifiques à utiliser des règles stéréologiques afin de les estimer à partir de données de dimensions inférieures (voir Section 1.3). La caractérisation de la densité moyenne de fractures associée à une masse rocheuse doit également s'accompagner d'une quantification de sa variabilité spatiale. La variabilité spatiale des densités tridimensionnelles de fractures n'étant pas mesurable directement, peut-on l'estimer à partir des données de puits et d'affleurements couplées à une analyse stéréologique (Figure 2.3)? De plus, la caractérisation de la variabilité spatiale associée aux modèles DFN utilisés, représente un enjeu majeur de la modélisation de réseaux de fractures. Tout pro-

cessus stochastique entraîne une variabilité qui doit être quantifiée et prise en compte lors de la comparaison de deux réalisations issues d'un même processus, afin de ne pas comparer deux réalisations particulières, mais bien le processus stochastique sous-jacent.

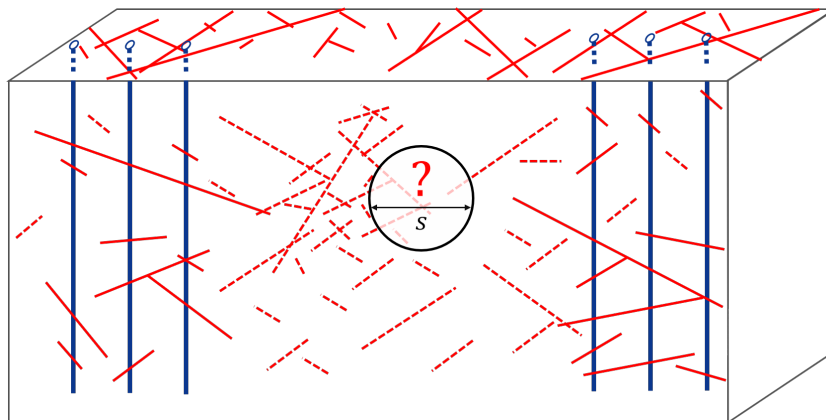


FIGURE 2.3 – Illustration de l'incertitude sur la variabilité des densités de fractures pour une infrastructure d'échelle donnée s . Les règles stéréologiques nous donnent une idée de la densité moyenne de fractures en trois dimensions, à partir de données de puits (1D) et d'affleurements (2D), mais ne nous renseignent pas sur sa variabilité spatiale à l'échelle s

[Darcel et al. \[2013\]](#) proposent une solution analytique pour quantifier, à toutes les échelles, l'écart-type associé à la densité p_{10} le long d'un puits, en considérant l'intersection entre une fracture et un puits comme un processus ponctuel de Poisson (positions aléatoires à densité fixe). Ils montrent que cet écart-type est inversement proportionnel à la racine carrée de l'échelle de mesure. Cette solution a également été démontrée par [Lu et al. \[2017\]](#), et validée numériquement à partir de modèles DFN Poissoniens tridimensionnels. Dans cet article, nous proposons des solutions analytiques permettant d'estimer, à toutes les échelles, la variabilité spatiale des densités de fractures associées aux DFN Poissoniens, connaissant leur distribution des tailles de fractures. L'analyse mathématique est réalisée en D-dimensions, avec une application aux réseaux tridimensionnels suivant une distribution des tailles en loi de puissance. Nous montrons que cette variabilité dépend de l'échelle de mesure et de la distribution des tailles de fractures, mais pas de la distribution des orientations. Ces solutions sont validées numériquement, en calculant la moyenne et la variance des densités associées à des réseaux DFN Poissoniens tridimensionnels. Les solutions analytiques proposées peuvent ainsi servir de références pour la quantification de la variabilité spatiale des densités de fractures en trois dimensions, à partir des mesures de terrain. Elles peuvent également servir de proxy, afin d'évaluer les dimensions qu'un jeu de données doit avoir pour obtenir la précision d'estimation souhaitée [[Lu et al., 2017](#)]. Enfin, elles fournissent un moyen de comparaison à la variabilité des densités naturelles.

2.1.2 Article "On the density variability of Poissonian Discrete Fracture Networks with application to power-law fracture size distribution"

Commentaire : cet article, publié dans la revue *Advances in Geosciences*, propose des solutions analytiques pour caractériser la variabilité spatiale de toutes mesures de densités de fractures associées aux DFN stochastiques Poissoniens.

On the Density Variability of Poissonian Discrete Fracture Networks, with application to power-law fracture size distributions

Etienne Lavoine^{1,2*}, Philippe Davy¹, Caroline Darcel², Romain Le Goc²

¹Univ Rennes, CNRS, Géosciences Rennes, UMR 6118, 35000 Rennes, France

²Itasca Consultants SAS, Écully, France

*Correspondence:

Etienne Lavoine

e.lavoine@itasca.fr

Keywords: Discrete Fracture Networks, Poisson, density, variability, lacunarity

Abstract. This paper presents analytical solutions to estimate at any scale the fracture density variability associated to stochastic Discrete Fracture Networks. These analytical solutions are based upon the assumption that each fracture in the network is an independent event. Analytical solutions are developed for any kind of fracture density indicators. Those analytical solutions are verified by numerical computing of the fracture density variability in three-dimensional stochastic Discrete Fracture Network (DFN) models following various orientation and size distributions, including the heavy-tailed power-law fracture size distribution. We show that this variability is dependent on the fracture size distribution and the measurement scale, but not on the orientation distribution. We also show that for networks following power-law size distribution, the scaling of the three-dimensional fracture density variability clearly depends on the power-law exponent.

1 Introduction

Characterizing fracture networks in geosciences is a key challenge for many industrial projects such as deep waste disposal, hydrogeology or petroleum resources, because it may change the mechanical (Grechka and Kachanov, 2006; Davy et al., 2018) and hydrological (De Dreuzy et al., 2001a; b; Bogdanov et al., 2007) behaviour of the rock mass. Fractures being ubiquitous and at all scales, the description of these physical properties is often far beyond the reach of a continuum approach (Jing, 2003). Discrete Fracture Networks are computational models explicitly representing the geometry of fractures in a network, and can be used as a basis for physical simulations (mechanical strength, flow, transport...) (see (Jing, 2003; Lei et al., 2017) for a review). Considering the scarce nature of geological data, statistical methods have been widely used to generate DFN models, where all

fracture geometrical attributes are treated as independent variables from probability
40 distribution derived from the field. Indeed, fracture networks are often described
from size distribution, sets of orientations, location, and densities (Dershowitz and
Einstein, 1988). Unfortunately, the difficulty of access and resolution to volumetric
data makes it difficult to directly measure three-dimensional fracture densities.
Stereological analysis proposes theoretical relationship to calculate the 3D density
45 from 1D or 2D measurements under some assumptions (Warburton, 1980;
Berkowitz and Adler, 1998; Darcel et al., 2003a). For example, the total fracture
surface per unit volume p_{32} can be calculated from one-dimensional fracture
intersections along scanlines or boreholes using some conversion factor (Terzaghi,
1965; Mauldon, 1994; Wang, 2005). Most of these studies focus on characterizing
50 the mean density of a fractured system with poor interest to the underlying
variability. However, fracture density variability is an indicator for fracture
clustering, which may have dramatical impact on connectivity (La Pointe, 1988;
Manzocchi, 2002; Darcel et al., 2003b). Darcel et al. (2013) proposed an analytical
solution to quantify at any scale, the standard deviation associated to fracture
55 frequency p_{10} , considering fracture-borehole crossing as a one-dimensional Poisson
point process (random positions with fixed density). They show that the standard
deviation associated to the number of intersections per unit length p_{10} , is inversely
proportional to the square root of the measurement scale. This solution was also
demonstrated by Lu et al. (2017), who validated it numerically computing p_{10}
60 values on boreholes crossing three-dimensional Poissonian DFN models of fixed
fracture density. In this paper, we aim to develop analytical solutions for three-
dimensional Poissonian DFN models to quantify the range of variability of any kind
of fracture density, of any dimension. Particularly, we propose solutions for three-
dimensional density variability that cannot be obtained directly from the field. We
65 show that this variability depends on the measurement scale and the fracture size
distribution, but not on the orientation distribution. These solutions are validated by
numerical simulations, computing the associated fracture densities mean and
variance at various scales for three-dimensional Poissonian Discrete Fracture
Networks.

70 2 Theoretical development

In the following, we will calculate the variability of the fracture densities p_{Dd} such
as defined by (Dershowitz and Herda, 1992; Mauldon and Dershowitz, 2000). D
and d refers to the dimensions of the embedding system Σ and of the fracture trace
in Σ , respectively, so that $d \leq D$. For instance, p_{10} is the number of intersection
75 points ($d = 0$) along a line ($D = 1$) per unit line size. We denote by μ_f the
contribution of a fracture f to p_{Dd} (μ_f is a d -dimension measure) and s the scale at
which p_{Dd} and μ_f are calculated so that:

$$p_{Dd} = \frac{\sum_f \mu_f(s)}{s^D}, \quad (1)$$

First, we calculate the spatial variability of the measure $\mu_f(s)$ calculated in a D -sphere of size s embedded in a larger space Σ of volume V . In D -dimension, a fracture is represented by an object of dimension $D - 1$ (a point in a scanline, a line in a 2D outcrop, or a surface in the 3D space) with a size S_f . The proportion of the total volume occupied by the fracture – i.e., the volume where the measure $\mu_f(s)$ is not nil – is:

$$P_f(s) = \begin{cases} \frac{S_f \cdot s}{V}, & S_f > s^{D-1} \\ \frac{s^D}{V}, & S_f < s^{D-1} \end{cases} \quad (2)$$

We then assume that, when it is not nil, the measure $\mu_f(s)$ derives from a distribution with a mean $\overline{\mu_{f,s}}$ and a standard deviation $\sigma_{\mu_{f,s}}$. For the total system, we can calculate the first and second order moment of $\mu_f(s)$:

$$\langle \mu_f \rangle = P_f(s) \cdot \overline{\mu_{f,s}}, \quad (3.a)$$

$$\langle \mu_f^2 \rangle = P_f(s) \cdot (\overline{\mu_{f,s}}^2 + \sigma_{\mu_{f,s}}^2), \quad (3.b)$$

The variance $\sigma^2(\mu_f)$ is written as:

$$\sigma^2(\mu_f) = \langle \mu_f^2 \rangle - \langle \mu_f \rangle^2 = P_f(s) \cdot (1 - P_f(s)) \cdot \overline{\mu_{f,s}}^2 + P_f(s) \sigma_{\mu_{f,s}}^2, \quad (4)$$

We now sum the contribution of all fractures to calculate $\mu(s) = \sum_f \mu_f(s)$. With the Poisson's hypothesis, all fractures are independent events and the variance $\sigma^2(\mu)$ is the sum of the variance of each fracture:

$$\sigma^2(\mu) = \sigma^2(\sum_f \mu_f) = \sum_f \sigma^2(\mu_f), \quad (5)$$

And finally, the variability of the density measure p_{Dd} is $\sigma^2(p_{Dd}) = \sigma^2(\mu)/s^{2D}$. In the following, we compute the dimensionless ratio between the variance $\sigma^2(p_{Dd})$ and the square of the mean $\overline{p_{Dd}}$:

$$\lambda(p_{Dd}) = \left[\frac{\sigma(p_{Dd})}{\overline{p_{Dd}}} \right]^2, \quad (6)$$

In the fractal theory, $\lambda(\cdot)$ is called *lacunarity* (Plotnick et al., 1996). This is a scale dependent measure, whose analysis gives an idea of the scaling of fracture network textural heterogeneity and potentially on different regimes (Plotnick et al., 1996; Roy et al., 2014).

For geological environments, fracture networks are characterized by a wide distribution of fracture sizes. We denote by $n(l)$ the density distribution of fracture sizes, and $n(l)dl$ is the number of fractures of size in the range $[l, l + dl]$ per system volume (Davy, 1993). The total number of fractures in a system of volume V is $N = V \int n(l)dl$. We then assume that the measure $\mu_f(s)$ and the occupied volume ratio $P_f(s)$ only depends on the fracture size l so that $\mu_f(s) = \mu(l, s)$ and

$P_f(s) = P(l, s)$. Equation (6) can now be written as a function of the fracture size distribution:

$$\lambda(p_{Dd}) = \frac{V}{p_{Dd}^2} \cdot \frac{\int (P(l, s) \cdot [1 - P(l, s)] \cdot \overline{\mu(l, s)}^2 + P(l, s) \cdot \sigma^2(\mu(l, s))) \cdot n(l) dl}{s^{2D}}, \quad (7)$$

In the following, we especially focus on the power-law size distribution, which have
115 been found to adequately fit natural systems (Odling, 1997; Bour and Davy, 1999; Bonnet et al., 2001; Bour, 2002):

$$n(l) = \alpha \cdot l^{-a}, \quad (8)$$

with a the power-law exponent, α the density term.

2.1 1D measurements

120 Fracture abundance is often quantified on boreholes using the one-dimensional fracture frequency p_{10} measurement, defined as the number N of crossing fractures per unit borehole length L . If a fracture intersecting this borehole is also part of a subsample of size s , the associated measure $\mu(l, s) = 1$. The ratio of subsamples intersected by this fracture is $P(l, s) = s/L$. Considering that $s \ll L$, then $P(l, s) \ll$
125 1, and the lacunarity of such measurement is the one of a one-dimensional Poisson point process (Darcel et al., 2013; Lu et al., 2017):

$$\lambda_{p_{10}}(s) = \frac{1}{p_{10}^2} \cdot \frac{N(s/L)}{s^2} = \frac{1}{p_{10}} \cdot s^{-1}, \quad (9)$$

2.2 3D measurements

In three-dimensional systems, the fractures d -measures μ_f are either their
130 occurrence ($d = 0$), surface ($d = 2$) or surrounded sphere ($d = 3$). $\mu_f(s)$ such as defined in the previous section is the part of the measure μ_f that is included into a domain S of size s , that is the product of μ_f by the occurrence probability of the fracture to be included into the domain S , $\Pi_{f,s}$ (also noted $\Pi(l, s)$ following the notation of the previous section). We define $\Pi_{f,s}$ as the ratio between the fracture
135 surface included into the domain S to the total fracture surface. If the fracture size is larger than s , both the average value of $\Pi_{f,s}$ and its standard deviation are proportional to the surface s^2 . If $P(l, s) \ll 1$, that is for large systems, Eq. (4) and (7) requires to know the expression of $(\overline{\Pi(l, s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l, s))$. The scaling of $(\overline{\Pi(l, s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l, s))$ and $P(l, s)$ are given in Table 1:

140

	$(\overline{\Pi(l,s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l,s))$	$P(l,s)$
$s \ll l$	$\frac{\beta_s s^2}{\beta_f l^2}$	$\frac{\beta_f l^2 s}{V}$
$s \gg l$	1	$\frac{s^3}{V}$

Table 1: Scaling of parameters $(\overline{\Pi(l,s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l,s))$ and $P(l,s)$

with β_s and β_f shape factors depending on domain S and fractures geometries respectively. This binary model will allow us to simplify the analytical solutions, although we may have significant errors when $l \sim s$.

2.2.1 Fracture number density p_{30}

The p_{30} measure counts the number of fractures N per unit volume V . Fracture occurrence can be measured as $\mu(l,s) = \Pi(l,s)$. The corresponding lacunarity $\lambda_{p_{30}}$ under our hypothesis is then given by:

$$\lambda_{p_{30}}(s) = \frac{V}{\overline{p_{30}}^2} \cdot \frac{\int P(l,s) \cdot [(\overline{\Pi(l,s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l,s))] \cdot n(l) dl}{s^6}, \quad (10)$$

If we consider that fractures have all the same size l_f , then:

$$\lambda_{p_{30}}(s) = \begin{cases} (\beta_s^2 / \overline{p_{32}}) \cdot s^{-1}, & s \ll l_f \\ (1 / \overline{p_{30}}) \cdot s^{-3}, & s \gg l_f \end{cases} \quad (11)$$

If we consider now that the network follows a power-law size distribution with minimum and maximum fracture size l_{min} and l_{max} , the p_{30} lacunarity equation is defined by three regimes:

$$\lambda_{p_{30}}(s) = \begin{cases} \left(\frac{\alpha}{\overline{p_{30}}^2} \frac{\beta_s^2}{\beta_f} \int_{l_{min}}^{l_{max}} l^{-(a+2)} dl \right) s^{-1}, & s \ll l_{min} \\ \frac{\alpha}{\overline{p_{30}}^2} \left(s^{-3} \int_{l_{min}}^s l^{-a} dl + \frac{\beta_s^2}{\beta_f} s^{-1} \int_s^{l_{max}} l^{-(a+2)} dl \right), & s \in [l_{min}, l_{max}] \\ (1 / \overline{p_{30}}) \cdot s^{-3}, & s \gg l_{max} \end{cases} \quad (12)$$

2.2.2 Fracture intensity p_{32}

Fracture intensity p_{32} measures the total fracture surface per unit volume. The contribution of each fracture of size l in the domain S is $\mu(l,s) = \Pi(l,s) \cdot \beta_f l^2$. The corresponding lacunarity $\lambda_{p_{32}}$ is then given by:

$$\lambda_{p_{32}}(s) = \frac{\beta_f^2}{\overline{p_{32}}^2} \cdot \frac{\int P(l,s) \cdot [(\overline{\Pi(l,s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l,s))] \cdot l^4 \cdot n(l,L) dl}{s^6}, \quad (13)$$

Following the same reasoning as for p_{30} density, if we consider that all fractures have the same size l_f , we find that the p_{32} lacunarity $\lambda_{p_{32}}$ follows Eq. (11). If we

165 consider now that the network follows a power-law size distribution, the p_{32} lacunarity equation is defined by three regimes:

$$\lambda_{p_{32}}(s) = \begin{cases} (\beta_s^2 / \overline{p_{32}}) \cdot s^{-1}, & s \ll l_{min} \\ \frac{\alpha}{\overline{p_{32}}^2} \left(\beta_f^2 s^{-3} \int_{l_{min}}^s l^{4-a} dl + \beta_f \beta_s^2 s^{-1} \int_s^{l_{max}} l^{2-a} dl \right), & s \in [l_{min}, l_{max}] \\ (1 / \overline{p_{30}}) \cdot s^{-3} & s \gg l_{max} \end{cases} \quad (14)$$

2.2.3 Percolation parameter p

The percolation parameter gives an idea of the connectivity of the network
170 (Robinson, 1983; Bour and Davy, 1997; 1998). Fundamentally, it is total excluded volume around fractures per unit volume so that for disk-shaped fractures the associated measure $\mu(l, s) = (\pi^2 / 8) \cdot \Pi(l, s) \cdot l^3$ (De Dreuzey et al., 2000). The corresponding lacunarity λ_p is then given by:

$$\lambda_p(s) = \frac{\pi^4}{64} \cdot \frac{V}{\overline{p}^2} \cdot \frac{\int P(l, s) \cdot [(\overline{\Pi(l, s)})^2 + \sigma^2(\Pi(l, s))] \cdot l^6 \cdot n(l) dl}{s^6}, \quad (15)$$

175 If we consider that all fractures have the same size l_f , then:

$$\lambda_p(s) = \begin{cases} (1 / \overline{p_{30}}) \cdot s^{-3}, & s \ll l_f \\ \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{\overline{p_{32}}^2}{\overline{p} \cdot \overline{p_{30}}} \cdot \frac{\beta_s^4}{\beta_f^3} \cdot s^{-1}, & s \gg l_f \end{cases} \quad (16)$$

If fracture size distribution follows a power-law size distribution, the percolation parameter lacunarity becomes:

$$\lambda_p(s) = \begin{cases} \left(\frac{\alpha}{\overline{p}^2} \cdot \frac{\pi^4}{64} \cdot \frac{\beta_s^2}{\beta_f} \int_{l_{min}}^{l_{max}} l^{4-a} dl \right) \cdot s^{-1}, & s \ll l_{min} \\ \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{\alpha}{\overline{p}^2} \left(s^{-3} \int_{l_{min}}^s l^{6-a} dl + \frac{\beta_s^4}{\beta_f^3} s^{-1} \int_s^{l_{max}} l^{4-a} dl \right), & s \in [l_{min}, l_{max}] \\ \left(\frac{\alpha}{\overline{p}^2} \cdot \frac{\pi^4}{64} \int_{l_{min}}^{l_{max}} l^{6-a} dl \right) \cdot s^{-3}, & s \gg l_{max} \end{cases} \quad (17)$$

180 3 Density variability of DFN with power-law size distributions and various orientation distribution

In this section, we aim at validating the analytical solutions developed in Sect. 2, with numerical experiments on Discrete Fracture Networks (DFN). We generate some very simple Poissonian DFN models where the position of each fracture is set
185 randomly within a cubic system of size $L = 400$, and other fracture parameters (orientations, size...) are picked up in the corresponding distribution independently of each other. The fracture shapes are disks, and the diameters l are either constant or power-law distributed. In order to minimize finite-size effects, fracture centers are generated in a cubic box system of size $(L + l_{max})$ with l_{max} the largest
190 fracture. We here define two fracture network sets with constant size: (1) $l_f =$

20 $\ll L$ and (2) $l_f = L = 400$. We also define four fracture network sets (3, 4, 5, 6) following power-law size distribution with $l_{min} = 1$, $l_{max} = 100$, and where the power-law exponent a is within the range $[2,5]$. All network sets are simulated for different fracture intensities $p_{32} \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$. We test two different fracture orientation distributions: (a) uniform, all orientations are equally represented, (b) Fisher distribution $f(\theta, \kappa)$ (Fisher, 1953) with a mean pole θ defined by a strike and dip angle both of 45° , and a dispersion factor $\kappa = 15$. For statistical analysis, we perform 50 realizations of each fracture sets. Figure 1 shows examples of generated networks and their associated size distributions.

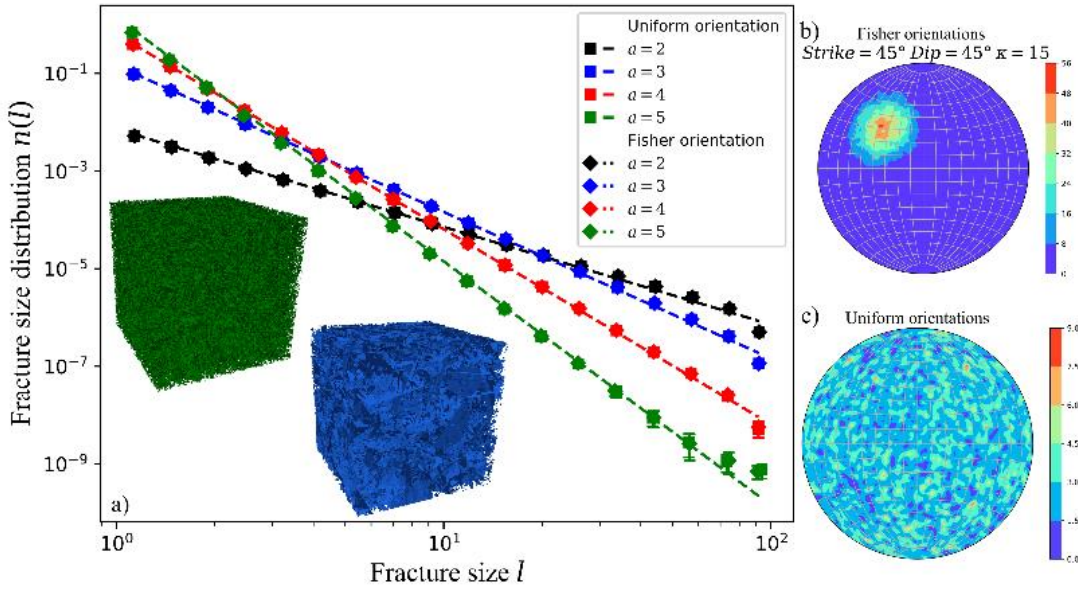
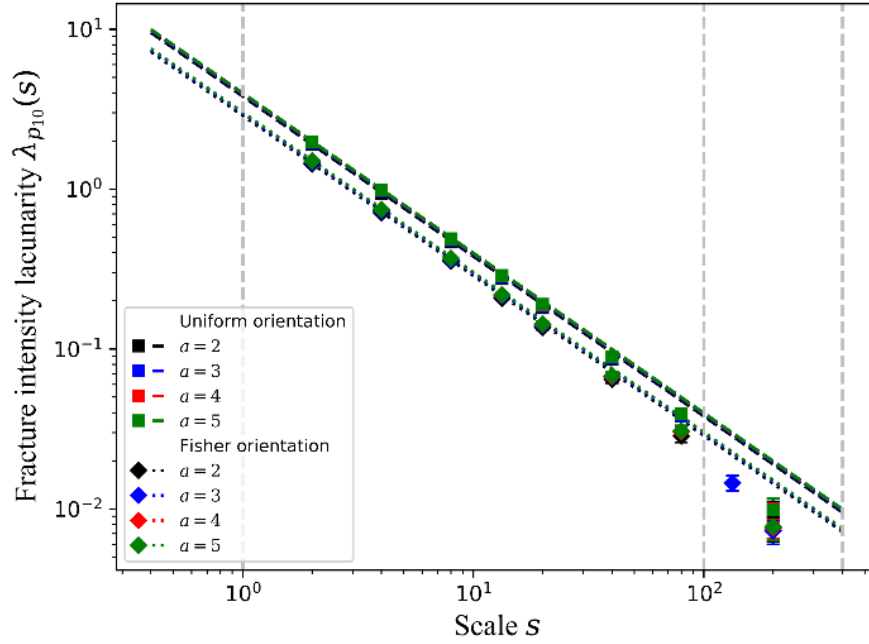


Figure 1: (a) Fracture size distribution of generated networks sets (3-6) following power-law size distribution with a bulk density $\overline{p_{32}} = 0.5$ and different power-law exponent a indicated in the legend box ($a = 3$ in blue, $a = 5$ in green), and (b)-(c) stereonets for the two defined orientation distributions.

3.1 1D measurements

We compute the p_{10} lacunarity curves on 81 boreholes crossing the whole domain, equally spaced and parallel to the z direction, divided in subsamples of size $s \in [0.02L, L]$ with no overlap. The general p_{10} lacunarity curve of the system is obtained by stacking the contribution of each borehole. Figure 2 shows that the lacunarity curves associated to the generated Poissonian DFN models with power-law size distribution and mean density $\overline{p_{32}}$ follow Eq. (9) as predicted by Darcel et al. (2013) and Lu et al. (2017). When $s \sim L$, the lacunarity curve drops down because of finite-size effects. Lacunarity curves are not the same for the uniform and the Fisher orientation distributions, because the $\overline{p_{10}}$ densities are not the same. Indeed, for the same p_{32} density, the p_{10} value measured on a borehole depends of the relative orientation between fractures and the borehole. For uniform orientation

$p_{10} = p_{32}/2$, and for the defined Fisher orientation $p_{10} = 0.75p_{32}$ which can be found from Wang (2005) formulae.



220 **Figure 2: Theoretical (dash) and experimental (dots) p_{10} lacunarity curves for fracture network sets (3-6) following power-law size distribution at bulk density $\overline{p_{32}} = 0.5$**

3.2 3D measurements

To construct the experimental three-dimensional density lacunarity curves, we
225 divide the cubic domain of size L in L^3/s^3 subdomains with no overlap at different scales s . On each subdomain, the three-dimensional fracture densities defined in Sect. 2.2 (p_{30}, p_{32}, p) are computed numerically in order to obtain the associated mean and standard deviation over the whole domain at scale s , giving access to the corresponding lacunarity. For the analytical analysis, we consider that the fracture
230 disk shape factor is $\beta_f = \pi/4$, and that the subdomain shape factor is $\beta_s = 1$. Figure 3 focuses on the p_{32} lacunarity of constant size fracture networks with total fracture intensity $\overline{p_{32}} = 0.5$. For the case where the fracture size $l_f = 20$, Eq. (10) shows two asymptotes for the experimental lacunarity curves for $s \ll l_f$ and for $s \gg l_f$, respectively. When $s \sim l_f$, the equations overpredict the lacunarity by a
235 factor of at most 3.

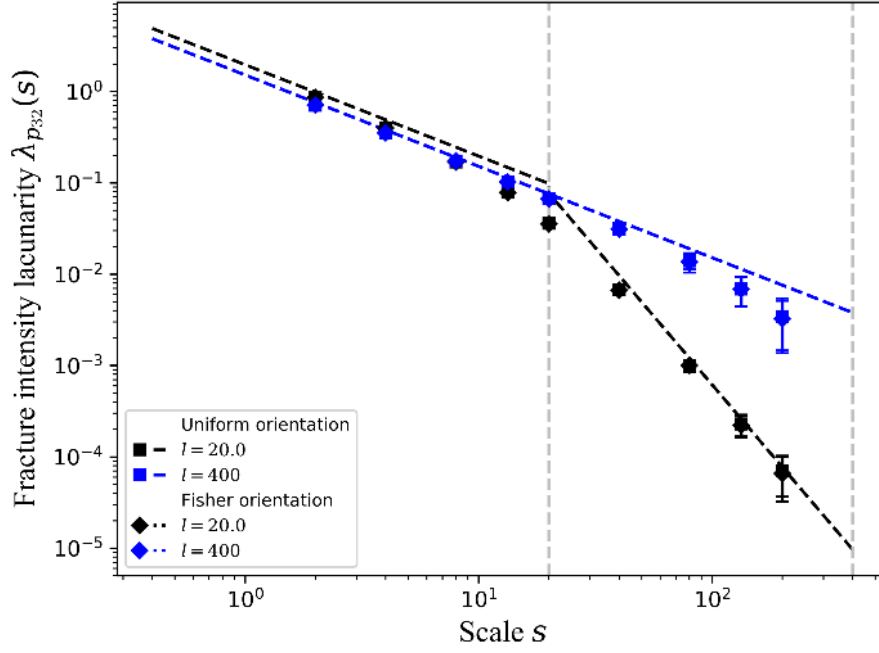


Figure 3: Fracture intensity lacunarity curves $\lambda_{p_{32}}$ for networks with constant fracture size and bulk density $\overline{p_{32}} = 0.5$

Figure 4 focuses on various 3D density lacunarity curves for networks following power-law size distributions. When the study scale s is larger than the minimum fracture size l_{min} , the p_{30} lacunarity curves (Fig. 4.a) evolves as a three-dimensional binomial process ($\sim s^{-3}$), which is coherent with the fact that fractures are positioned randomly in space. The fracture intensity lacunarity $\lambda_{p_{32}}$ and percolation parameter lacunarity λ_p (Fig. 4.b and Fig. 4.c respectively), are divided in three different regimes. When we investigate the dependence upon the scale $s \in [l_{min}, l_{max}]$, their scaling clearly depends of the power-law size distribution exponent a . For large a values ($a \geq 5$), the p_{32} lacunarity curve scales as $\sim s^{-3}$ because small fractures are dominant. For this range of study scale, we can notice a slight discrepancy between the analytical solutions and the numerical experiments. The lower a the larger this discrepancy. This can be explained by the fact that for low a values, the number of fractures whose size $l \sim s$ is always significant. Nevertheless, these analytical solutions reproduce well the observed scaling of fracture densities lacunarity. At scale $s \sim l_{max}$, the difference of p_{32} lacunarity between networks following either a power-law size distribution of exponent $a = 2$ or $a = 5$ vary up to a factor 10^3 . Finally, Fig. 4.d analyses $\lambda_{p_{32}}$ at fixed scale $s = 20$ for different bulk $\overline{p_{32}}$ values, highlighting that fracture density lacunarity is inversely proportional to the total fracture density. Finally, for any fracture density, all lacunarity curves are identical whatever the fracture orientation distribution (uniform or Fisher), which proves the orientation independency.

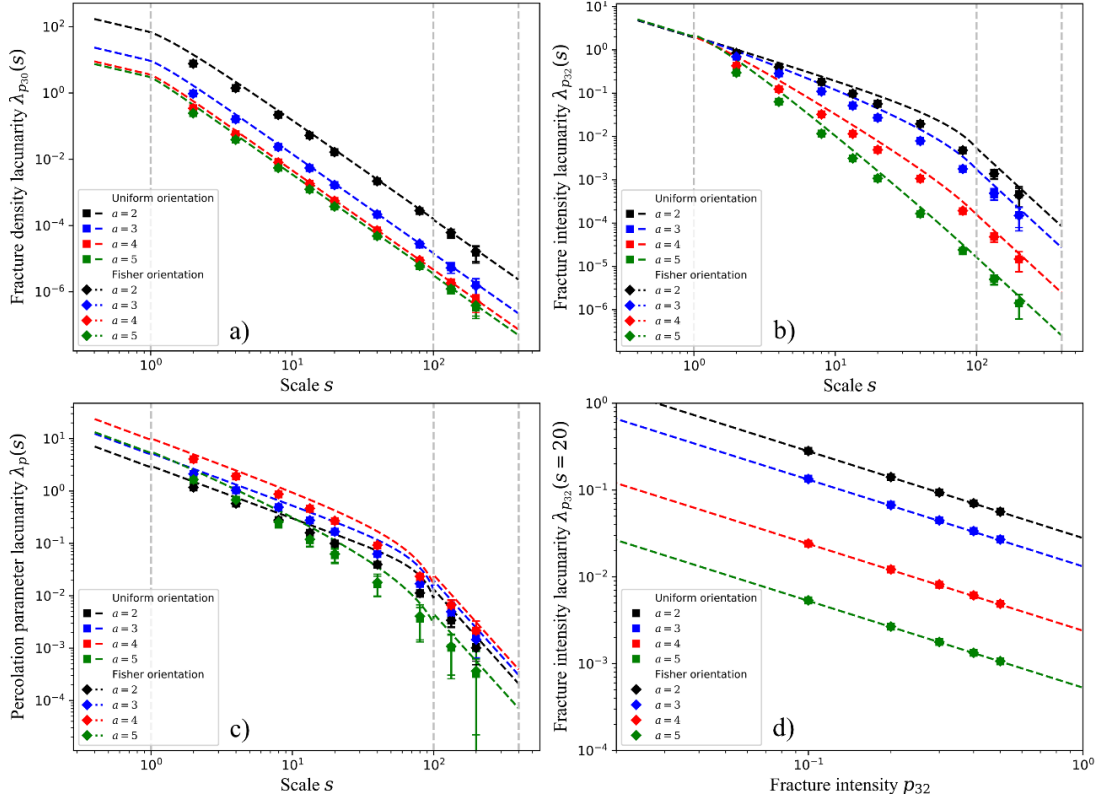


Figure 4: Fracture densities lacunarity curves (a) $\lambda_{p30}(s)$, (b) $\lambda_{p32}(s)$, (c) $\lambda_p(s)$ for networks following power-law fracture size distributions with total fracture intensity $\overline{p_{32}} = 0.5$, and (d) evolution of fracture intensity lacunarity λ_{p32} at fixed scale ($s = 20$) with fracture bulk intensity $\overline{p_{32}}$

4 Conclusion

We propose here analytical solutions to quantify the density variability associated to Poissonian fracture networks, using the dimensionless variance parameter λ that we call lacunarity. Solutions are demonstrated for any kind of fracture density of any dimension, with application to uniform and power-law size distribution. The application to other fracture size distribution (exponential, log-normal...) is straightforward. These analytical solutions were validated numerically by computing the density variability on Poissonian DFN models for different bulk density values, fracture size and orientation distributions. We show that the variability of three-dimensional densities is dependent on the study scale and the fracture size distribution, but not on the orientation distribution. Moreover, we show that for networks following power-law size distributions, the scaling of the variability of the fracture intensity p_{32} is strongly dependent of this power-law exponent. This suggest that the variability of p_{32} density cannot be estimated from borehole p_{10} measurements, as it is done to quantify the mean p_{32} density over the whole network using simple stereological rules. These solutions, which are developed for purely stochastic networks, can thus be used as a reference to

estimate three-dimensional fracture density variability on the field, which is out of reach of our investigation technics. Further work is ongoing to quantify the fracture density variability for networks showing fractal correlations (Darcel et al., 2003b), which may also be quantified from the field. We expect the clustering effect associated to such networks to increase significantly the variability of fracture densities and its scaling.

Code availability:

The Python script used for generation and analysis of Discrete Fracture Networks in this paper can be found at <https://github.com/elavoine/DFNDensityVariability>

Author contributions:

EL, PD and CD conceived the idea of this study. EL and PD developed the analytical solutions. EL and RLG developed the code for generation and analysis of DFNs. EL took the lead in writing manuscript, all authors providing critical feedback.

Competing interests:

The authors declare that they have no conflict of interest.

Acknowledgements

The authors acknowledge Svensk Kärnbränslehantering AB, the Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Company for the funding of this work.

References

Berkowitz, B., and Adler, P.M. (1998). Stereological analysis of fracture network structure in geological formations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 103(B7), 15339-15360. doi: 10.1029/98jb01072.

Bogdanov, II, Mourzenko, V.V., Thovert, J.F., and Adler, P.M. (2007). Effective permeability of fractured porous media with power-law distribution of fracture sizes. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys* 76(3 Pt 2), 036309. doi: 10.1103/PhysRevE.76.036309.

Bonnet, E., Bour, O., Odling, N.E., Davy, P., Main, I., Cowie, P., et al. (2001). Scaling of fracture systems in geological media. *Reviews of Geophysics* 39(3), 347-383. doi: 10.1029/1999rg000074.

- Bour, O. (2002). A statistical scaling model for fracture network geometry, with validation on a multiscale mapping of a joint network (Hornelen Basin, Norway). *Journal of Geophysical Research* 107(B6). doi: 10.1029/2001jb000176.
- Bour, O., and Davy, P. (1997). Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution. *Water Resources Research* 33(7), 1567-1583. doi: 10.1029/96wr00433.
- Bour, O., and Davy, P. (1998). On the connectivity of three-dimensional fault networks. *Water Resources Research* 34(10), 2611-2622. doi: 10.1029/98wr01861.
- Bour, O., and Davy, P. (1999). Clustering and size distributions of fault patterns: Theory and measurements. *Geophysical Research Letters* 26(13), 2001-2004. doi: 10.1029/1999gl900419.
- Darcel, Bour, O., and Davy, P. (2003a). Stereological analysis of fractal fracture networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 108(B9). doi: 10.1029/2002jb002091.
- Darcel, Bour, O., Davy, P., and de Dreuzay, J.R. (2003b). Connectivity properties of two-dimensional fracture networks with stochastic fractal correlation. *Water Resources Research* 39(10), n/a-n/a. doi: 10.1029/2002wr001628.
- Darcel, Davy, P., and Le Goc, R. (2013). "Development of the statistical fracture domain methodology-application to the Forsmark site". SKB R-13-54. Svensk Kärnbränslehantering AB (SKB)).
- Davy, Darcel, C., Le Goc, R., and Mas Ivars, D. (2018). Elastic Properties of Fractured Rock Masses With Frictional Properties and Power Law Fracture Size Distributions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. doi: 10.1029/2017jb015329.
- Davy, P. (1993). On the frequency-length distribution of the San Andreas fault system. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 98(B7), 12141-12151.
- De Dreuzay, Davy, P., and Bour, O. (2000). Percolation parameter and percolation-threshold estimates for three-dimensional random ellipses with widely scattered distributions of eccentricity and size. *Physical Review E* 62(5), 5948-5952. doi: 10.1103/PhysRevE.62.5948.
- De Dreuzay, Davy, P., and Bour, O. (2001a). Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following a power law length distribution: 1. Effective connectivity. *Water Resources Research* 37(8), 2065-2078. doi: 10.1029/2001wr900011.
- De Dreuzay, Davy, P., and Bour, O. (2001b). Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following a power law length distribution: 2. Permeability of networks based on lognormal distribution of apertures. *Water Resources Research* 37(8), 2079-2095. doi: 10.1029/2001wr900010.
- Dershowitz, and Einstein (1988). Characterizing rock joint geometry with joint system models. *Rock mechanics and rock engineering* 21(1), 21-51.

- Dershowitz, and Herda (Year). "Interpretation of fracture spacing and intensity", in: *The 33th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*: American Rock Mechanics Association).
- 360 Fisher, R.A. (1953). Dispersion on a sphere. *Proc. R. Soc. Lond. A* 217(1130), 295-305.
- Grechka, V., and Kachanov, M. (2006). Effective elasticity of fractured rocks: A snapshot of the work in progress. *Geophysics* 71(6), W45-W58.
- Jing, L. (2003). A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. *International*
365 *Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 40(3), 283-353. doi: 10.1016/s1365-1609(03)00013-3.
- La Pointe, P. (Year). "A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry", in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*: Elsevier), 421-429.
- 370 Lei, Q., Latham, J.-P., and Tsang, C.-F. (2017). The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. *Computers and Geotechnics* 85, 151-176. doi: 10.1016/j.compgeo.2016.12.024.
- Lu, Y.C., Tien, Y.M., and Juang, C.H. (2017). Uncertainty of 1-D Fracture Intensity Measurements. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 122(11),
375 9344-9358. doi: 10.1002/2016jb013620.
- Manzocchi, T. (2002). The connectivity of two-dimensional networks of spatially correlated fractures. *Water Resources Research* 38(9), 1-1-1-20.
- Mauldon, M. (Year). "Intersection probabilities of impersistent joints", in:
380 *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*: Elsevier), 107-115.
- Mauldon, M., and Dershowitz, W. (Year). "A multi-dimensional system of fracture abundance measures", in: *Geological Society of America Abstracts with Programs*), A474.
- 385 Odling, N.E. (1997). Scaling and connectivity of joint systems in sandstones from western Norway. *Journal of Structural Geology* 19(10), 1257-1271.
- Plotnick, R.E., Gardner, R.H., Hargrove, W.W., Prestegard, K., and Perlmutter, M. (1996). Lacunarity analysis: a general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical review E* 53(5), 5461. doi:
390 <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.5461>.
- Robinson, P. (1983). Connectivity of fracture systems-a percolation theory approach. *Journal of Physics A: Mathematical and General* 16(3), 605.
- Roy, A., Perfect, E., Dunne, W.M., and McKay, L.D. (2014). A technique for revealing scale-dependent patterns in fracture spacing data. *Journal of*
395 *Geophysical Research: Solid Earth* 119(7), 5979-5986. doi: 10.1002/2013jb010647.
- Terzaghi, R.D. (1965). Sources of error in joint surveys. *Geotechnique* 15(3), 287-304.

- 400 Wang, X. (2005). *Stereological interpretation of rock fracture traces on borehole walls and other cylindrical surfaces*. Virginia Tech.
- Warburton, P. (Year). "A stereological interpretation of joint trace data", in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*: Elsevier), 181-190.

2.2 Variabilité spatiale des densités de fractures à partir de données réelles

La caractérisation de la variabilité spatiale des densités de fractures pour les modèles Poissoniens, peut être utilisée comme référence de comparaison pour évaluer la signification des termes de variabilité mesurés sur les données réelles. [Darcel et al. \[2009\]](#) étudient la variabilité spatiale des mesures de p_{10} sur des données de forages du site de Forsmark en Suède. En pratique, il n'est pas possible de mesurer directement la variabilité à l'échelle de l'échantillon. La variabilité des données est alors obtenue selon une analyse d'échelle, où le forage de taille L est décomposé en sous-échantillons de taille s . La variabilité est ainsi calculée sur l'ensemble du forage pour différentes échelles s , permettant de calculer la courbe de lacunarité du p_{10} pour des données de forage (voir Figure 2.4). La courbe de lacunarité des données de forage peut alors être comparée avec celle d'un processus Poissonien équivalent, obtenu par redistribution aléatoire des positions des fractures le long du puits. Ce faisant, toutes corrélations liées à l'organisation spatiale des fractures naturelles sont perdues. Lorsque la taille de l'échantillon est faible par rapport à celle du forage ($s \ll L$), les courbes de lacunarité semblent évoluer selon une loi de puissance d'exposant β , telle que :

$$\lambda_{p_{10}}(s) \sim s^{-\beta} \quad (2.6)$$

L'exposant de cette loi de puissance pour le processus Poissonien est $\beta_{Poisson} = 1$, comme démontré par [\[Darcel et al., 2013; Lavoine et al., 2019; Lu et al., 2017\]](#). Dans le cas du forage KFM01C – FFM01 du site de Forsmark (voir Figure 2.4), lorsque la taille d'échantillon s est très inférieure à la taille du forage $L = 164m$, il est possible d'approximer la courbe de lacunarité par une loi de puissance d'exposant $\beta_{data} = 0.55$. La variabilité spatiale du p_{10} est donc plus importante à toutes les échelles pour ces données que pour l'équivalent Poissonien de même densité.

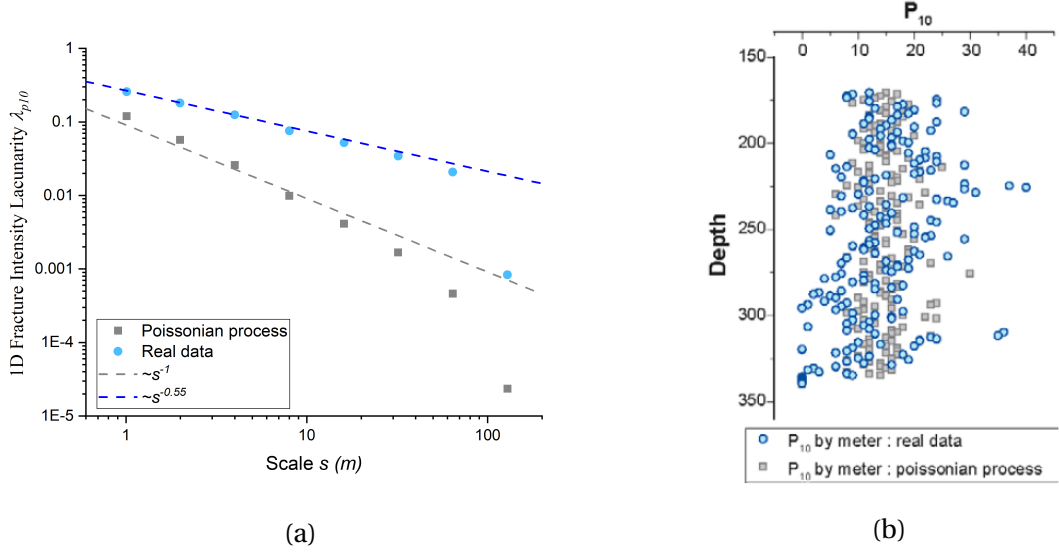


FIGURE 2.4 – (a) Courbe de lacunarité des mesures de p_{10} issues des données du puits KFM01C-FFM01 sur le site de Forsmark, et comparaison avec un processus ponctuel de Poisson de même densité. (b) Distribution des valeur de p_{10} du puits KFM01C-FFM01. Modifié d'après [Darcel et al. \[2009\]](#)

2.3 Variabilité spatiale associée aux réseaux UFM

Nous avons vu précédemment que l'étude de la lacunarité nous permet de caractériser l'agencement spatial des réseaux DFN. Cette section vise à quantifier les différences d'hétérogénéité spatiale des DFN de types UFM et Poissonien, ce dernier type constituant une référence dans le domaine de la modélisation de réseaux de fractures.

Pour cette étude numérique, nous générons 50 réseaux de type UFM dans un système cubique de taille $L = 100$. Les nuclei sont introduits dans le système selon un taux de nucléation constant $\dot{n}_N = 0.19$, ainsi qu'une distribution des longueurs en loi de puissance $p_N(l)$ définie par une taille minimum $l_N = 1$ et un exposant $b = 5$. La vitesse de propagation de fracture est contrôlée par un taux de croissance $C = 1$ et un exposant $a = 3$. Les simulations sont arrêtées pour un temps adimensionnel $t_{end} = 5 \cdot t_\infty$, avec t_∞ le temps nécessaire pour qu'un nuclei de taille $l_N = 1$ devienne infini. Afin de comparer des modèles équivalents, c'est-à-dire ayant la même densité de fractures, les réseaux Poissoniens sont obtenus à partir des réseaux UFM en "randomisant" les positions des centres de fractures. Cela a pour conséquence de casser les corrélations tailles-positions introduites par la hiérarchie du modèle UFM. Les deux modèles possèdent donc des populations de fractures comparables, dont les densités moyennes sont résumées dans le Tableau 2.1. L'écart d'intensité p_{32} et de paramètre de percolation p entre les deux modèles vient du fait que ceux-ci sont sujets à des effets de bords différents.

	p_{30}	p_{32}	p
UFM	0.17	1.12	21.80
Poisson	0.17	1.17	26.95

TABLEAU 2.1 – Densités moyennes des réseaux UFM et Poissoniens générés dans le cadre de l'étude de variabilité spatiale

La Figure 2.5 montre des coupes 2D des modèles 3D Poissonien et UFM générés. Visuellement, la densité des réseaux UFM semble plus homogène que le modèle Poissonien équivalent. Afin de quantifier cette hétérogénéité spatiale concernant la densité de fractures p_{30} , l'intensité de fractures p_{32} , ainsi que le paramètre de percolation p , nous construisons leurs courbes de lacunarité, associées aux deux modèles (voir Figure 2.6).

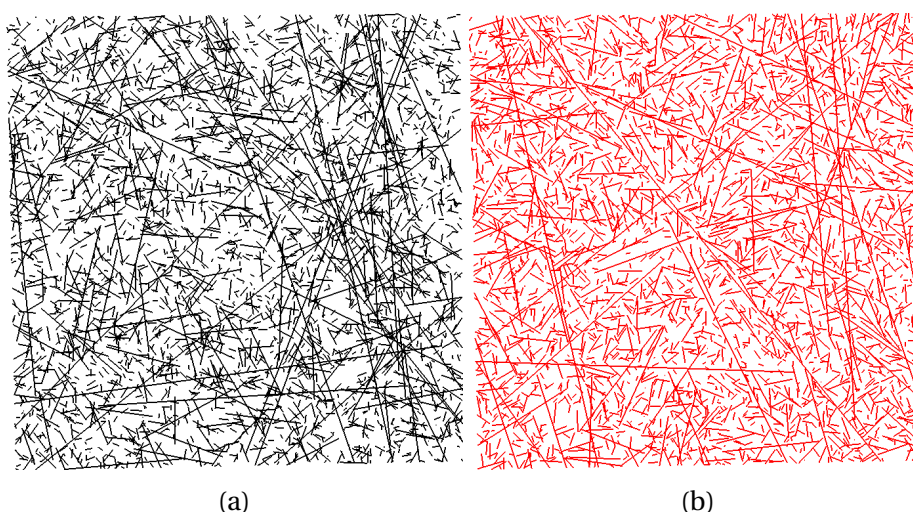


FIGURE 2.5 – Coupe 2-D de modèles DFN 3-D de types (a) Poissonien (noir) et (b) UFM (rouge)

La Figure 2.6a montre les distributions des longueurs des fractures pour chacun des modèles. Celles-ci sont identiques car les deux modèles sont constitués exactement de la même population de fractures. Les modèles sont alors comparables en termes de population et de densité moyenne. La Figure 2.6b montre que les deux modèles ont la même lacunarité de p_{30} . En effet, les deux modèles suivent un processus ponctuel Poissonien dont la variabilité spatiale est bien caractérisée (voir Section 2.1.2). La Figure 2.6c montre la lacunarité de l'intensité de fracture p_{32} . La courbe de lacunarité $\lambda_{p_{32}}$ associée au modèle UFM est en-dessous de celle du modèle Poissonien. Cela suggère, qu'à toutes les échelles, la surface totale de fracture dans le système est répartie de manière plus homogène. En effet, la règle UFM tend à organiser les fractures selon un processus hiérarchique où les plus petites s'arrêtent sur les plus grandes. De plus, l'exposant de la courbe de lacunarité du modèle UFM ($s^{-1.9}$) est plus grand que pour le modèle Poissonien ($s^{-1.45}$). Les deux courbes se rejoignent lorsque l'échelle s est environ égale à la quantité $1/p_{32}$, correspondant à la distance moyenne entre deux fractures. En dessous de cette distance, la probabilité d'échantillonner des fractures dans un sous-système de taille $s < 1/p_{32}$ devrait suivre un processus ponctuel de Poisson. Enfin, la Figure 2.6d montre les courbes

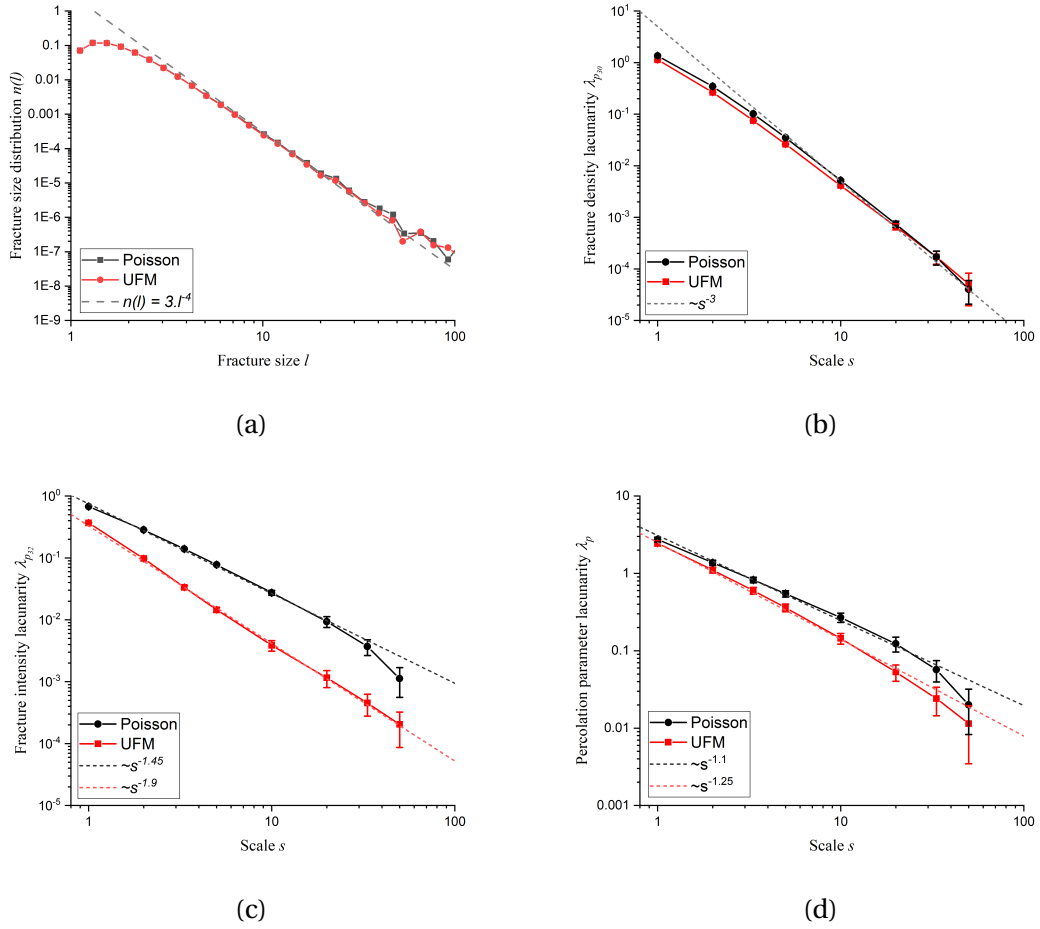


FIGURE 2.6 – Comparaison des modèles Poissoniens et UFM concernant (a) la distribution des tailles de fractures, ainsi que les courbes de lacunarité associées aux modèles UFM et Poissonien équivalents pour les densités (b) p_{30} , c) p_{32} , et d) le paramètre de percolation p

de lacunarité du paramètre de percolation p pour les deux modèles. De même que pour l'intensité de fracture, la lacunarité du paramètre de percolation du modèle UFM est plus faible que son équivalent Poissonien à toutes les échelles. La connectivité du milieu est donc plus homogène, car la répartition spatiale des fractures est plus organisée.

2.4 Conclusion

La Section 2.1.2 propose de caractériser la variabilité spatiale des densités de fractures associées aux DFN Poissoniens, à toutes les échelles. Les solutions analytiques développées peuvent alors servir de proxy pour estimer l'incertitude associée aux densités de fractures en trois dimensions, ou encore pour évaluer les dimensions requises pour un jeu de données, afin d'obtenir une certaine précision d'estimation. De plus, la variabilité spatiale des densités de fractures est une caractéristique sous-jacente des modèles utilisés, bien trop souvent négligée. L'analyse de variabilité spatiale sur des données de puits en Section 2.2, montre que la variabilité spatiale des densités peut être très différente entre

les données du terrain et un modèle Poissonien équivalent. Les effets de *clustering* accroissent la variabilité spatiale de leurs densités. Ces corrélations spatiales sont souvent quantifiées en calculant la dimension fractale du réseau (dimension de corrélation des positions de fractures...). L'analyse de lacunarité proposée ici nous fournit un nouvel indicateur de corrélations spatiales. La lacunarité du p_{30} nous renseigne sur les corrélations entre les positions de fractures, tandis que l'étude de lacunarité du p_{32} permet de prendre en compte la taille des fractures dans cette analyse. De plus, la stéréologie des dimensions fractales n'étant pas triviale, il est difficile d'estimer la dimension fractale tridimensionnelle d'un réseau D_{3D} , à partir de celle mesurée sur le terrain en 1D ou 2D [Moein et al., 2019]. Une étude stéréologique permettant de relier l'exposant β des courbes de lacunarité des données naturelles, aux caractéristiques géométriques du réseau (exposant a de la distribution des tailles, dimension fractale D_{3D} du réseau...) permettrait de mieux contraindre nos modèles stochastiques, afin de mieux reproduire les données observées. Néanmoins, la quantification des corrélations spatiales observées entre fractures reste compliquée, car elles résultent d'un processus mécanique complexe. Une autre façon de se rapprocher de la réalité consiste donc à développer des modèles génétiques permettant de reproduire ces corrélations selon un processus hiérarchique évolutif. Le Chapitre 3 propose de revisiter l'étape de nucléation du modèle UFM (voir Section 1.4.5). Nous proposons un processus ponctuel selon lequel la position des nouveaux nuclei dépend des redistributions de contraintes induites par les fractures déjà présentes dans le système.

Chapitre 3

Conséquences de la nucléation sur le clustering, la topologie et la connectivité des réseaux

Sommaire

3.1	Résumé de l'article	74
3.2	Article : "A Discrete Fracture Network with stress-driven nucleation" . .	76
3.3	Analyse de précision du champ de contraintes calculé	98
3.3.1	Méthodes utilisées	98
3.3.2	Cas d'étude	100
3.4	Conséquences sur la perméabilité du milieu et la chenalisation des flux	104
3.5	Perspectives	110

Introduction

Le réalisme des modèles DFN repose sur l'organisation spatiale des fractures (voir Chapitre 1). Malheureusement, ce réalisme est difficilement atteignable par les modèles purement stochastiques (voir Chapitre 2). Les corrélations spatiales entre fractures sont d'une importance capitale car elles contrôlent la topologie et la connectivité du réseau [Andresen et al., 2013; Saevik and Nixon, 2017]. Les méthodes de génération fractale [Darcel et al., 2003b] permettent de reproduire ces corrélations de manière globale, mais négligent souvent les corrélations entre les différents attributs géométriques des fractures. Darcel et al. [2003c] montrent qu'il est possible de relier la longueur d'une fracture à la distance moyenne à ses voisins. Cette organisation spatiale témoigne de l'influence des redistributions de contraintes mécaniques propres à chaque fracture. Afin d'introduire ces interactions mécaniques dans le processus de modélisation stochastique, Bonneau et al. [2016] proposent un modèle DFN séquentiel où la position des fractures les plus petites dépend des plus grandes, qui sont responsables des plus grandes perturbations. Ces perturbations de contraintes locales sont modélisées par un modèle géométrique simplifié. Cependant, cette méthode introduit dans le système les fractures dans leur état final, ce qui ne permet pas de capturer toutes les corrélations géométriques entre fractures (le modèle génère uniquement des intersections en X). Une solution pour reproduire ces corrélations complexes consiste à utiliser une approche génétique de modélisation, en se rapprochant ainsi du processus de fracturation (voir Section 1.4.5). Certains de ces modèles proposent également de positionner les nouvelles fractures en fonction des contraintes induites par celles déjà présentes dans le système, selon un modèle géométrique simplifié [Josnin et al., 2002; Libby et al., 2019; Swaby and Rawnsley, 1996]. Cependant, ces modèles géométriques sont indépendants du champ de contrainte régional. Dans ce chapitre, nous proposons d'introduire des corrélations spatiales en conditionnant l'étape de nucléation du modèle UFM [Davy et al., 2013] (voir Section 1.4.5) aux perturbations locales induites par les fractures déjà présentes dans le système, selon un champ de contraintes donné.

La Section 3.2 se compose d'un article décrivant le modèle développé et ses conséquences sur la topologie et la connectivité du réseau. La Section 3.3 propose une analyse de précision du champ de contraintes calculé par la méthode utilisée. Enfin, la Section 3.4 évalue les propriétés hydrogéologiques des réseaux générés.

3.1 Résumé de l'article

Dans cette étude, nous affinons les interactions mécaniques entre fractures du modèle génétique UFM de [Davy et al. \[2013\]](#) (voir Section 1.4.5). Ce modèle propose de décomposer le processus physique de fracturation en trois étapes concomitantes simplifiées : nucléation, propagation, et arrêt des fractures. Des corrélations entre les tailles des différentes fractures sont ainsi introduites, car la règle d'arrêt impose que les fractures les plus "petites" s'arrêtent sur les plus "grandes". Cette règle simple permet de tenir compte des interactions mécaniques entre fractures, au premier ordre. De ces trois lois simultanées résultent une distribution des tailles de fractures en double loi de puissance, composée de deux régimes bien distincts : un régime dilué, et un régime dense de densité quasi-universelle. La règle d'arrêt énoncée plus haut a également pour conséquence de modifier la topologie des réseaux produits, introduisant des intersections entre fractures en forme de "T", absentes dans les modèles Poissoniens. Ce changement de topologie modifie la connectivité et les propriétés hydrogéologiques du milieu considéré [\[Maillot et al., 2016\]](#). Cependant, le modèle ne permet pas de reproduire les effets de *clustering* complexes souvent observés dans la nature, et qui contrôlent la connectivité du milieu [\[Darcel et al., 2003b\]](#). Les réseaux UFM montrent une homogénéité caractéristique pouvant être éloignée de la réalité (voir Section 2.3). Ces effets de *clustering* peuvent être liés à des zones de déformations, un changement de lithologie, ou encore à l'hétérogénéité du champ de contraintes liée à la perturbation induite par les fractures présentes dans le système. Nous étudions ici la dernière proposition. Dans cette étude, l'étape de nucléation du modèle UFM (voir Section 1.4.5) est corrélée à l'énergie de déformation élastique dans la matrice. Pour cela, nous modifions le processus ponctuel uniforme de nucléation, par un processus de Poisson hétérogène reposant sur une description discrète du champ de contrainte local. Ce champ de contraintes est calculé sur une grille cartésienne de résolution imposée par l'utilisateur, et obtenu par superposition des perturbations de contraintes induites par les fractures déjà présentes dans le système. La perturbation de contraintes induites par une fracture est obtenue à partir des solutions analytiques de [Fabrikant \[1989\]](#) (voir Annexe A). La Figure 3.1 montre les perturbations de contrainte associées à une fracture inclinée, uniformément chargée en traction et en compression. Chaque fracture est supposée chargée uniformément par le champ de contraintes éloigné, négligeant ainsi les interactions mécaniques entre fractures. A partir du champ de contrainte calculé (champ matriciel), nous conditionnons le processus ponctuel de nucléation par un champ scalaire défini à partir des contraintes de Von Mises dans la matrice [\[Mises, 1913\]](#). Pour un champ de contraintes σ_{ij} , la contrainte de Von Mises σ_{VM} est calculée telle que :

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{yy})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2)} \quad (3.1)$$

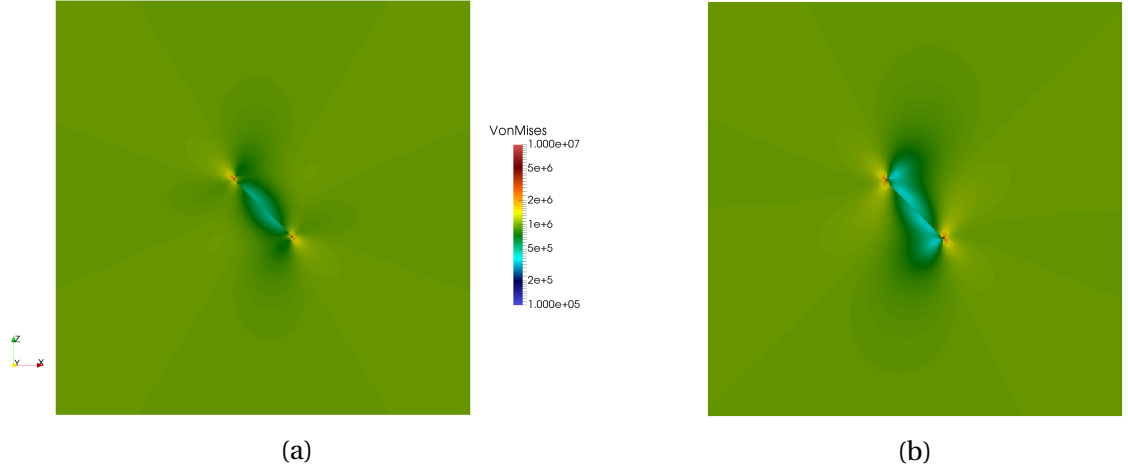


FIGURE 3.1 – Perturbation de contrainte associée à une fracture inclinée dans une matrice isotrope homogène de coefficient de Poisson $\nu = 0.25$, et uniformément chargée en (a) compression ($\sigma_{zz} = -1 \text{ kPa}$), et (b) traction ($\sigma_{zz} = 1 \text{ kPa}$). La contrainte visualisée et celle de Von Mises

Cette mesure a pour avantage d'être un scalaire, et de prendre en considération l'intensité du champ de contraintes, mais aussi son déviatorique. Les DFN modélisés montrent des effets de *clustering*, quantifiés par une dimension fractale des centres de fractures inférieure à la dimension topologique du système, sur une large gamme d'échelles. Ces corrélations dépendent du couplage imposé entre l'intensité du champ de contrainte local et le positionnement de nouveaux nuclei. Cela résulte en une variabilité spatiale des densités de fractures bien supérieure à celle du modèle UFM homogène, dont la dépendance d'échelle est liée de ce couplage. La variabilité des densités de fractures est alors corrélée à celle du champ de contrainte calculé (voir Figure 3.2). Une analyse de connectivité montre que notre modèle de nucléation introduit de nouvelles corrélations position-taille de fracture, les petites fractures ayant tendance à former des amas connectés, situés en front de fissure des plus grandes.

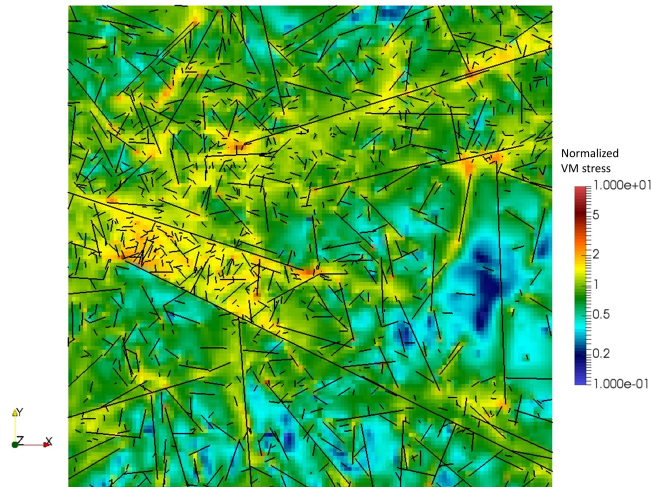


FIGURE 3.2 – Corrélations entre le champ de contrainte calculé et la densité de fractures. Le champ scalaire visualisé correspond à la contrainte de Von Mises calculée, normalisée par la contrainte de Von Mises du champ de contrainte éloigné. Il s'agit d'une coupe 2D d'un DFN 3D

3.2 Article : "A Discrete Fracture Network with stress-driven nucleation"

Commentaire : cet article, publié dans la revue *Frontiers in Physics*, propose de conditionner l'étape de nucléation du modèle UFM par l'hétérogénéité du champ de contrainte local. Les conséquences en termes d'hétérogénéité texturale et de connectivité y sont étudiées.

A Discrete Fracture Network model with stress-driven nucleation: impact on clustering, connectivity and topology

Etienne Lavoine^{1,2*}, Philippe Davy¹, Caroline Darcel², Raymond Munier³

¹Univ Rennes, CNRS, Géosciences Rennes, UMR 6118, 35000 Rennes, France

²Itasca Consultants SAS, Écully, France

³Terra Mobile Consultants AB, Stockholm, Sweden.

5 *Correspondence:

Etienne Lavoine
e.lavoine@itasca.fr

Keywords: Discrete Fracture Networks (DFNs), nucleation, clustering, connectivity, topology

10 Abstract

The realism of Discrete Fracture Network (DFN) models relies on the spatial organization of fractures, which is not issued by purely stochastic DFN models. In this study, we introduce correlations between fractures by enhancing the genetic model (UFM) of Davy et al. (2013) based on simplified concepts of nucleation, growth and
15 arrest with hierarchical rules. To do so, the nucleation of new fractures is correlated with the elastic strain energy of distortion stored in the matrix, which is a function of preexisting fractures. Discrete Fracture Networks so generated show multi-scale clustering effects with fractal dimensions below the topological dimension over a broad range of scales. The fractal dimension depends on the way one correlates the nucleation
20 occurrence to the strain energy. Fracture clustering entails a spatial variability of the fracture density, which increases with the intensity of the coupling between stress and nucleation. The analysis of connected clusters density and of fracture intersections also highlights the differences between the UFM models and its equivalent Poisson model. We show that our stress-dependent nucleation model introduces some new fracture size-
25 positions correlations, with small fractures tending to connect to the largest ones.

1 Introduction

Fractures are ubiquitous geological structures controlling both flows and rock mechanical strength. Modeling the fracture network is thus a key prerequisite of forecasting modeling in many industrial applications such as managing groundwater /
30 petroleum resources, assessing risks associated with geotechnical constructions or deep

waste disposal, among others. In most of the cases, a direct observation of the fractured volume is not possible, and fractures cannot be modelled deterministically. Hence, the modelling must be stochastic, which consists of generating a 3D fractured medium statistically equivalent to measures and observations. Discrete Fracture Network modeling is one of the most convenient and used of the stochastic methods; it describes fractured rocks as a population of individual fractures, whose parameters (size, shape, orientation, aperture and position) are drawn from statistical probability distributions derived from observation maps (mainly 2D outcrop and tunnels, 1D fracture intensity along wells, or 3D geophysics imagery) and models (see (Jing, 2003; Lei et al., 2017) for reviews). In its simplest form, the model (which we will refer as the Poisson model) consists of positioning fractures at random in the generation volume with a given density, and of assigning other fracture parameters independently by bootstrapping the parameter distributions of observations (Long et al., 1982; Baecher, 1983; Balberg and Binenbaum, 1983; Andersson et al., 1984; Endo et al., 1984; Long et al., 1985; Andersson and Dverstorp, 1987). The method is easy to implement, but it neglects most of the complexity of the underlying fracturing process, in particular the correlations induced by fracture-to-fracture mechanical interaction (Ackermann and Schlische, 1997; Bonnet et al., 2001; Du Bernard et al., 2002). This so-called Poisson model is thus a crude representation of geological fractures that can lead to large discrepancy between modeled and natural network in terms of network topology (Andresen et al., 2013; Sanderson and Nixon, 2015), having dramatical impact on the estimated hydrological and mechanical behavior of the fractured rock mass (Odling and Webman, 1991; Berkowitz and Hadad, 1997; Lei et al., 2014). A way to improve the realism of DFN models is the use of genetic models, in which the fracture hierarchy reproduce correlations between their different geometrical attributes. Nevertheless, a full mechanical description of the fracturing process (Moës et al., 1999; Paluszny and Matthäi, 2009; Paluszny and Zimmerman, 2011) is not feasible when dealing with dense networks made of fractures having sizes from centimeter to tens of kilometers. The broad range of natural fracture size distributions and their power-law nature (Odling, 1997; Bour and Davy, 1999; Bonnet et al., 2001; Bour, 2002) suggest that all scales matters. This is even more important for industries such as nuclear deep waste disposal where small fractures may have an important role at the nearfield of the repository, whose footprint extends to several kilometers. Recent papers (Davy et al., 2010; Davy et al., 2013) have proposed a genetic model of DFN, called “Universal Fracture Model” (UFM model), using simplified fracturing-relevant rules for nucleation, growth and arrest of fractures to draw complex and dense networks. With simple kinematic rules that mimic the main mechanical processes, the model produces fracture size distributions and fracture intersections that are consistent with observations (Davy et al., 2010). This results in less connected networks than the Poisson model and changes in the network topology (Hope et al.,

2015), which has been proven to have an impact on flow properties, particularly decreasing effective permeability and increasing flow channeling (Maillot et al., 2016). Nonetheless, the random positioning of new fractures (nuclei) in this model is still too simplified to reproduce spatial variability and clustering effect observed in natural fracture network patterns (Bonnet et al., 2001; Bour, 2002). Indeed, nucleation is a complex process both controlled by the repartition of flaws in the rock matrix such as grain boundaries, pores or cleavage plans (Atkinson and Meredith, 1987; Engelder, 1987; Pollard and Aydin, 1988) and the stress distributions that make nuclei active or not (Tapponnier and Brace, 1976; Ingraffea, 1987; Betekhtin and Kadomtsev, 2005). This problem can be addressed as a quenched disordered process where flaws are initially present in the system and activate as the system evolves (Renshaw and Pollard, 1994; Olson, 2004), or as an annealed disorder where nuclei positioning is directly a function of the system evolution (Bonneau et al., 2016). In this paper, we aim to improve the UFM model by better reproducing the complex feedback-loop process between the propagation of fractures and the emergence of new ones. Our model is also based on the nucleation, growth and arrest scheme, but we propose to condition the positioning of new nuclei to the mechanical perturbation induced by existing fractures in a timewise manner. This perturbation is modeled as the superposition of stress redistributions induced by each fracture loaded by an allegedly known remote stress field. Such a pseudo-mechanical model does not aim to catch all the complexity of fracture mechanical processes, but this first order approximation of fracture interactions at the network scale may already change dramatically the topology and connectivity of the DFN models. Since larger stress perturbations are expected in the vicinity of fractures, with an intensity that depends on fracture size, we expect the stress-driven nucleation in the timewise process of the UFM model to increase fracture spatial correlations. In order to highlight spatial correlations of the DFNs so generated, we compute fracture positions correlation dimension, fracture density variability, and fractures intersection matrix, and compare results with equivalent Poisson model.

2 The model

The Discrete Fracture Network approach for modelling fractured rock masses refers to numerical models explicitly representing the geometry of each fractures forming the network. Generally, this geometry (positions, orientations, size...) is generated stochastically from data statistics. The simplest model considers fractures independent of each other; it will be referred to as the Poisson DFN model. The DFN model developed by Davy et al. (2013) is based on basic mechanical concepts described in Davy et al. (2010). The fracturing process is divided in three main stages in a time-wise approach: nucleation, propagation and arrest of fractures. We first develop the model and how in

its simplest form – i.e., with a Poisson distribution of nuclei – it controls the network size and intersection distributions. Then, we introduce a more complex nucleation model based on the stress perturbation of pre-existing fractures.

110 2.1 The stress-independent UFM model

Nucleation is the fracture birth process, which is here defined by a nuclei size distribution $p_N(l)$ (that can be a power-law, exponential, etc...) and a rate $\dot{n}_N = dn_N/dt$ (with n_N the number of nuclei introduced in the system). Nuclei positions are assumed to be uniformly distributed in space here, we will refer to this model as the stress-independent
115 UFM model.

Once created, fractures grow following a power law relationship to describe the crack tip velocity in the subcritical regime (Charles, 1958):

$$v(l) = Cl^a, \quad (1)$$

with l the fracture length, C the growth rate and a the growth exponent. If not arrested,
120 nuclei size increases non-linearly with time and becomes infinite for a finite time t_∞ dependent on the initial nuclei size and the parameters C and a . For constant nucleation rate and no fracture arrest, even if fractures grow, there is a stationary solution for the fracture size distribution:

$$n_G(l) = \frac{\dot{n}_N}{c} l^{-a}, \quad (2)$$

125 The arrest rule is assumed to reflect the mechanical interaction between fractures. In this model, we consider these interactions as a binary law where fractures can only abut on larger ones, but the reverse is not likely to occur. It results in a large proportion of T-shape intersections that are consistent with field observation, and in a quasi-universal self-similar size fracture distribution:

$$130 \quad n_A(l) = D\gamma^D l^{-D+1}, \quad (3)$$

with D the topological dimension associated to fracture centers, and γ a geometrical parameter dependent on fracture orientations. Small fractures are statistically freely growing with the size distribution $n_G(l)$, while large fractures are statistically arrested and described by $n_A(l)$. The model thus results in a two-power-law size distribution,
135 where the transition size between n_G and n_A is both the scale at which the network is connected and the average size of fracture blocks. The two power-law distribution is obtained for modeling time t_∞ , when first fractures become infinite. For larger times, the

number of arrested fractures increases, and the transition size decreases. We refer the reader to Davy et al. (2013) for further information.

140 2.2 Stress-driven nucleation

In this section, we further develop the stress-independent UFM model by making nucleation dependent on stress redistributions caused by existing fractures. For this, we introduce a stress field based probabilistic sampling of nuclei locations. The stress field evolving over the whole domain as the fracturing process, we define the stress field
 145 $\bar{\sigma}(\bar{x}, t)$ at any position $\bar{x}$ in the domain at time t as the superposition of the remote stress field $\bar{\sigma}^\infty(t)$ plus the contribution of every fracture $\bar{\sigma}_f(\bar{x}, t)$:

$$\bar{\sigma}(\bar{x}, t) = \bar{\sigma}^\infty(t) + \sum_f \bar{\sigma}_f(\bar{x}, t), \quad (4)$$

New nuclei are progressively introduced in the system following a probability field $\mathbb{P}(\bar{x}, t)$ derived of this stress field:

$$150 \quad \mathbb{P}(\bar{x}, t) \sim [\sigma_{VM}(\bar{x}, t)]^m, \quad (5)$$

where $\sigma_{VM}(\bar{x}, t)$ is the Von Mises stress (Mises, 1913) and m a parameter that quantifies the coupling between nucleation occurrence and stress (thereafter called the selectivity parameter). The Von Mises stress is a scalar invariant measure of the deviatoric stress intensity and a measure of the elastic strain energy of distortion stored in the matrix. We
 155 then generate a scalar stress-intensity field that will serve as a basis to construct a discrete probability distribution for nuclei position sampling, without using any strength criteria. This stress-driven nucleation process is thus defined as an annealed disorder process (Bonneau et al., 2016) where nuclei positioning is directly a function of the system evolution. The model then needs two more parameters: the remote stress field tensor $\bar{\sigma}^\infty$
 160 and the selectivity parameter m . The latter quantifies the influence of the stress field heterogeneity on nucleation. For large m , nuclei tend to concentrate in regions with high stress intensity. In the following, we will refer to this model as the stress-driven UFM model. The case $m = 0$, where the nucleation is uniformly distributed in space, corresponds to the stress-independent UFM model.

165 For numerical implementation of the model, we use the same basic assumptions as Davy et al. (2013): fractures are modeled as interacting growing disks in a time-wise process. At each time step Δt , $n_N \Delta t$ nuclei are introduced in the cubic system. Those who are not intersecting any existing fractures are kept in the system and grow following equation 1, until they cross a larger fracture or reach an infinite size. Nuclei are not allowed to
 170 intersect pre-existing fractures so that the available space for new nuclei and the effective

nucleation rate decrease with simulation time. The stress perturbation associated to each fracture can be approximated using the 3D tensorial analytical solutions of Fabrikant (1989) for uniformly loaded penny-shaped cracks. Each fracture is assumed to be uniformly loaded by the remote stress field and generate a stress perturbation that depends on the fracture size, the input remote stress field intensity, and their relative orientations. To fasten calculations, we do not calculate the interaction terms between fractures and set them to zero. Although these terms may be non-negligible when fractures get close with each other (Kachanov 1989; Kachanov, 2003; Thomas et al., 2017), we have estimated that this approximation is consistent with the degree of simplification used for the different stages of the model. A more elaborate version is under development.

The stress field is computed over the whole domain, on a regular cartesian stress grid S_g of resolution r_{stress} . In order to obtain a dimensionless stress-intensity scalar field (Figure 1), each cell value is divided by the remote stress Von Mises value.

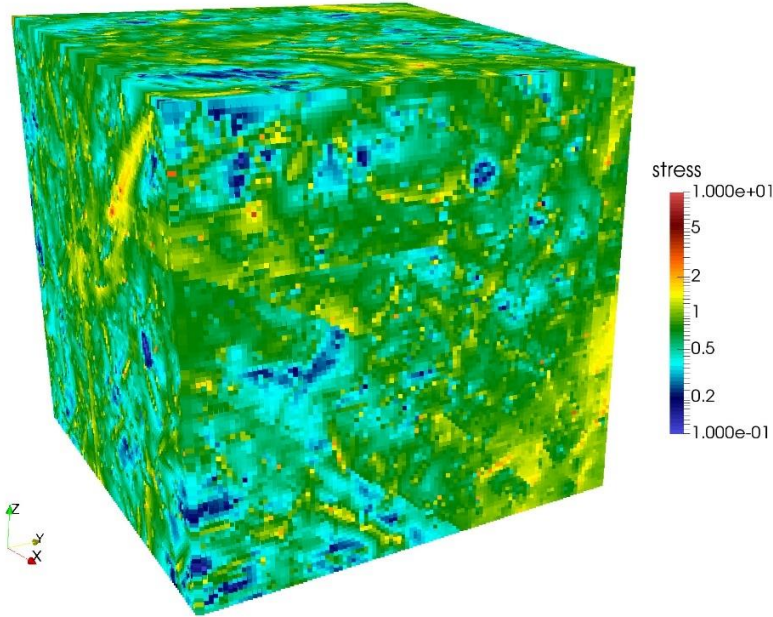


Figure 1: Stress-intensity field generated on a regular grid of size $L = 1$ and resolution $r = 0.01$.

For each nucleation step, a cell is chosen from a discrete probability sampling over the whole stress grid S_g , where the probability for each cell c is defined by:

$$P(\bar{x}_c) = \frac{[\sigma_{VM}(\bar{x}_c)]^m}{\sum_{c' \in S_g} [\sigma_{VM}(\bar{x}_{c'})]^m}, \quad (6)$$

Once the nucleus cell has been determined, the nucleus center position is randomly taken inside this cell. The number of computations is directly related to the nucleation rate, the stress grid resolution, and the increasing number of fractures already present in the medium, which can be large. Since the addition of a single small nucleus does not affect the stress field at the system size, a single stress grid can be used for several nucleation steps n_{step} in order to accelerate computations.

3 Results

In this section, we focus on the spatial and topological analysis of fracture networks generated by this stress-driven UFM model. We analyze the evolution of the pattern complexity of this model with the selectivity parameter m , and compare the results with the stress-independent UFM ($m = 0$) and equivalent Poisson model (i.e. same population of fractures with random positions in the domain).

3.1 Numerical simulations

For all models, we seed and let fractures grow in a domain of size $L = 1$ with a growth exponent $a = 3$, so that the power-law exponent of the dilute regime is -3 , which is consistent with field data (Davy et al., 2010). Nuclei appears in the system with a constant nucleation rate $\dot{n} = 20$, growth rate $C = 1$, and a size drawn from a narrow-ranged power-law distribution:

$$p_N(l) = \frac{(b-1)}{l_N} \left(\frac{l}{l_N} \right)^{-5}, \quad (7)$$

l_N is the minimum nuclei size; its value has been set at 0.01 in order to cover two orders of magnitude in the resulting fracture size distribution. For each timestep Δt , we introduce $n_{step} = 200$ new nuclei. Nuclei intersecting existing fractures are rejected, the effective nucleation rate is thus decreasing with time, since the available space for new fractures to form is also decreasing. We stop simulations when the time is close to the $t_\infty(l_N)$, i.e. the time necessary for the smallest nuclei to become infinite (Davy et al., 2013). Networks are generated for different values of selectivity parameters $m = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ in order to quantify its impact on fracture clustering. The equivalent Poisson model is obtained by moving the fracture centers randomly in space, so that the size distribution remain identical but the correlations between fracture size and position are destroyed. We only show the Poisson model derived from the stress-independent UFM ($m = 0$). All stress-driven UFM are generated from the same constant and compressive remote stress field $\overline{\sigma^\infty}$, so that $\sigma_1 = \sigma_{xx} = -4$, $\sigma_2 = \sigma_{yy} = -2$, $\sigma_3 = \sigma_{zz} = -1$, and $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$. The intensity and orientations of the principal stress components

do not matter in this set of simulations since we consider that, for all generated DFNs,
 225 the orientation distribution is stress-decorrelated and is assumed uniform in order to
 minimize asymmetry due to the remote stress field. By doing so, we aim at focusing on
 the consequences of the stress field heterogeneity on spatial correlations only, but not on
 its spatialization. For this set of parameters, the simulation time for a stress-driven UFM
 model is about 60 times larger than for the stress-independent UFM model for which
 230 there is no stress. For all the models, we perform 50 realizations of each model for
 statistical analysis.

Figure 2.(A), (B), and (C) show 2D slices of generated three-dimensional Poisson, stress-
 independent UFM and stress-driven UFM ($m = 3$) respectively. Visually, the stress-
 driven nucleation process seems to increase the clustering effect of fractures positions.
 235 Simulations are stopped when $t = t_\infty(l_N)$, so that both the dilute and dense regime can
 be observed on the fracture size distribution (Figure 2.D)) and are consistent with
 equations 2 and 3, with a transitional length $l_c = 0.15$:

$$n(l) = \begin{cases} 20 \cdot l^{-3} & \text{if } l < l_c \\ 3 \cdot l^{-4} & \text{if } l > l_c \end{cases}, \quad (8)$$

For all models, fracture size distributions are almost the same.

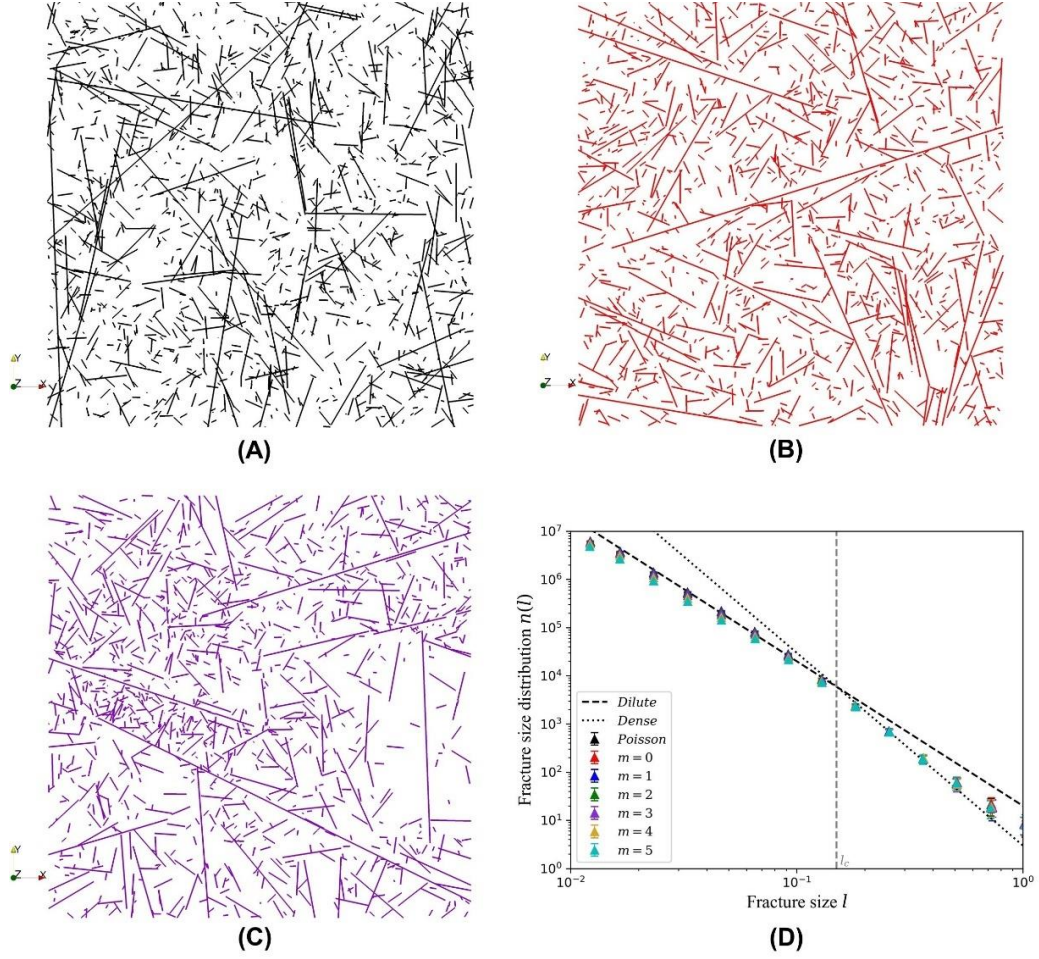


Figure 2: 2D slices of three-dimensional (A) Poisson, (B) stress-independent UFM ($m = 0$) and (C) stress-driven UFM ($m = 3$) models, and (D) associated size distributions ($m \in [0, 5]$)

When increasing the selectivity parameter, new nuclei to form should be attracted to the tip of the largest existing fractures since the stress is high here, increasing the probability of rejection. Hence, for the same simulation time, the fracture density should decrease when increasing selectivity parameter m . We consider three-dimensional fracture densities here, such as defined by (Dershowitz and Herda, 1992): fracture number density p_{30} (number of fractures per unit volume), fracture intensity p_{32} (total fracture surface per unit volume), and percolation parameter p (total excluded volume around fractures per unit volume) that quantifies the network connectivity (De Dreuzy et al., 2000). Considering the disk-shape assumption we made in our DFN models, we define these densities as:

$$p_{30} = \int n(l) \Pi(l, L) dl, \quad (9)$$

$$p_{32} = \frac{\pi}{4} \int n(l) \Pi(l, L) l^2 dl, \quad (10)$$

$$p = \frac{\pi^2}{8} \int n(l) \Pi(l, L) l^3 dl, \quad (11)$$

$\Pi(l, L)$ is surface ratio of the fracture l included in the domain of size L . Table 1 summarize the density statistics of the generated networks.

Density	Poisson	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
p_{30}	70961	70825	69414	67296	63772	58012	50777
	± 266	± 270	± 509	± 1016	± 1848	± 3290	± 5301
p_{32}	55.60	52.90	52.20	50.64	48.33	44.83	41.18
	± 0.71	± 0.33	± 0.41	± 0.68	± 1.32	± 2.06	± 3.15
p	16.66	14.48	15.10	14.57	14.43	14.33	13.53
	± 1.81	± 1.25	± 1.57	± 1.24	± 1.28	± 1.51	± 1.48

Table 1: Fracture density statistics of generated networks in cubic systems of volume $V = 1$

One can notice a decreasing of both p_{30} , p_{32} and p with selectivity parameter m due the increasing number of rejected nuclei. Moreover, the fracture density of the stress-independent UFM model is slightly slower than its equivalent Poisson model, because both models are subjected to different finite size effects.

3.2 Impact on clustering

The spatial organization and topology of fractures in a network may have dramatical impact on its connectivity and hydraulic behavior. Quantifying the fractures organization in DFN models and comparing with natural networks is a key challenge to qualify the relevance of simplified models. Natural fracture networks have shown complex clustered patterns (Davy, 1993; Bonnet et al., 2001) that has consequences on connectivity (Odling, 1997; Bour and Davy, 1998; Darcel et al., 2003).

Considering the multiscale nature of fractures, and thus of the subsequent stress fluctuations, we expect fractal correlations to develop in our model. The full multifractal spectrum of fracture organization may be quantified using the box-counting method (Hentschel and Procaccia, 1983), computing the number of boxes to cover the network at different scales. Nevertheless, this technique has be shown to be strongly affected by finite size effects (Bonnet et al., 2001; Bour, 2002; Moein et al., 2019). We then compute the 2-point correlation integral (or correlation pair function) to describe the spatial correlations of fractures positions. This method gives the probability for two fractures to

belong to the same cluster. For a population of N_f fracture, the associated correlation pair function is defined by:

$$C_2(r) = \frac{2N(r)}{N_f(N_f-1)}, \quad (12)$$

with $N(r)$ the number of points whose mutual distance is less than r (Hentschel and Procaccia, 1983). For a large population of points, this quantity tends to scale a power-law r^{D_2} , where D_2 is the correlation dimension of fracture centers. The correlation dimension can thus be obtained by computing the slope of the correlation pair function in a log-log plot. Figure 3.A) shows the evolution of the correlation pair function with scale r . This function is affected by finite-size and resolution effects when the mutual distance r tends to domain finite size and nuclei size, respectively. For the UFM model, the resolution effect is related to the no-intersecting assumption when introducing new nuclei. We calculate a correlation dimension D_2 in the interval that is not affected by size effects $[0.03, 0.08]$ (Figure 3.(A)). As expected, the correlation dimension of the 3D Poisson and stress-independent UFM models is $D_2 \sim 3$, which is consistent with a uniform distribution of fracture centers in space for both models. D_2 is smaller than 3 for the stress-driven UFM model and decreases when increasing the selectivity parameter m . For large values of m , nuclei concentrate in zones of high stress, mainly near the tips of the largest fractures, leading to a clustering of fractures. Figure 3.(B) shows that correlations exist even at early simulation times. For large m values, the correlation dimension increases slightly with time, as the available space around fractures tips decreases.

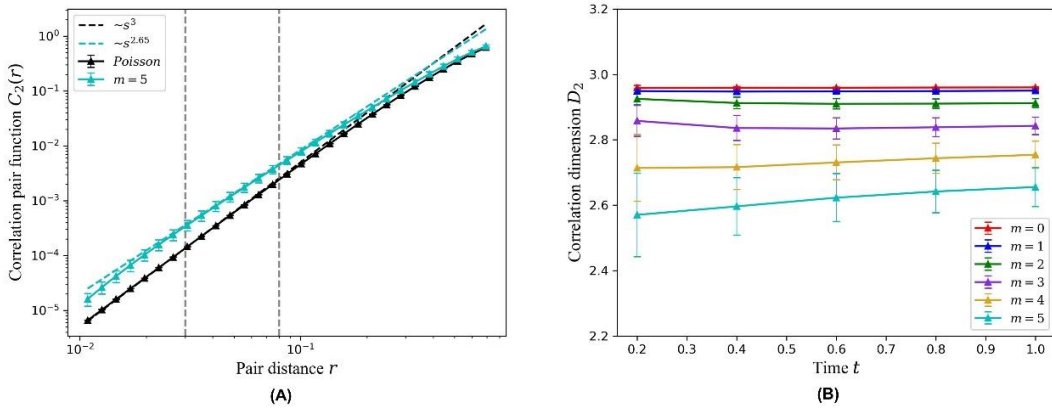


Figure 3: (A) Correlation pair function, and (B) correlation dimension analysis for the Poisson, stress-independent UFM and stress-driven UFM models

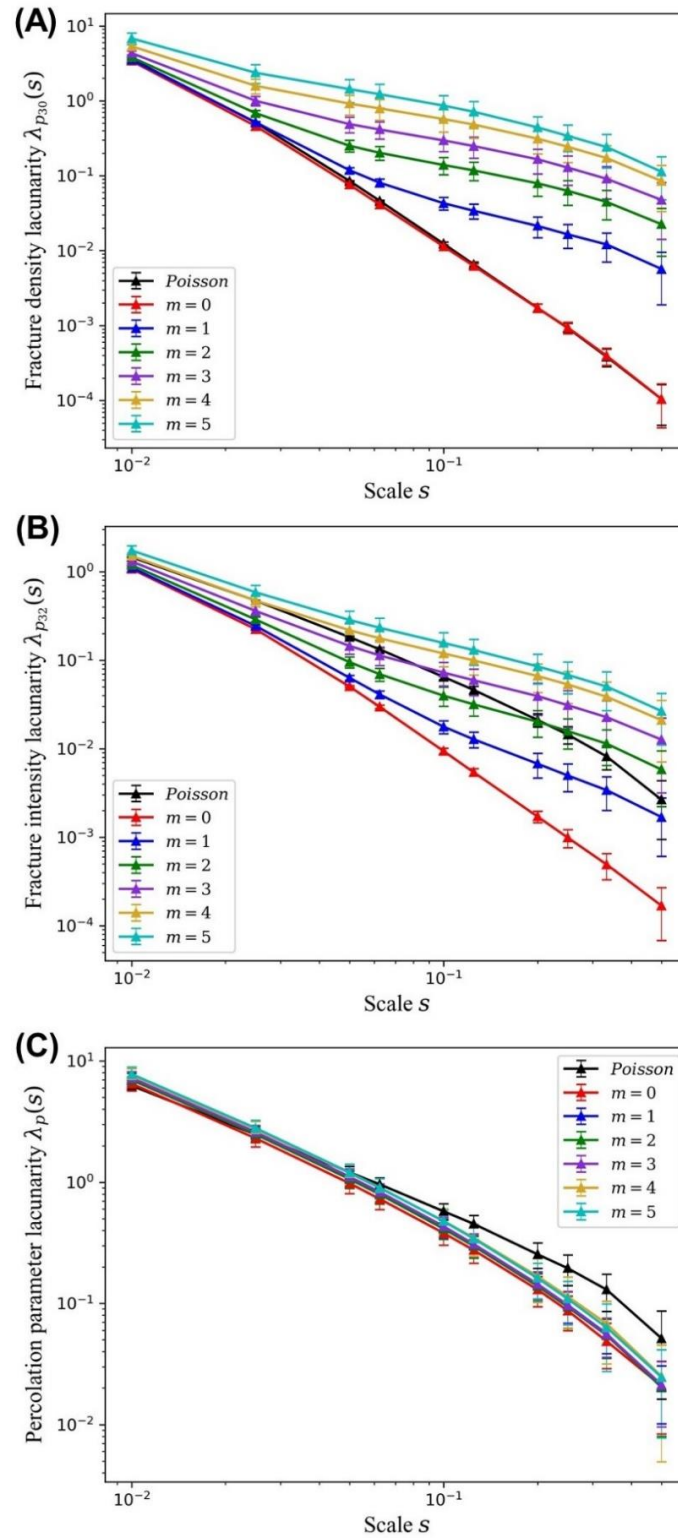
The correlation dimension of fracture centers indicates how much a fracture network occupies its underlying metric space. Nevertheless, two networks can have the same correlation dimension but very different patterns. In order to describe the *texture*

associated to a network, we use the concept of lacunarity (Mandelbrot and Pignoni, 1983). Fundamentally, lacunarity is a dimensionless representation of the variance to mean ratio (Plotnick et al., 1996) defined here as:

$$\lambda_M(s) = \left[\frac{\sigma_M(s)}{\mu_M(s)} \right]^2, \quad (13)$$

with $\sigma_M(s)$ and $\mu_M(s)$ the standard deviation and mean of a measure M at scale s . For any density measure M , if $\lambda_M(s) \rightarrow 0$, the pattern is perfectly homogeneous at scale s . Lacunarity is a scale dependent measure, whose analysis quantify the degree of clustering and anti-clustering (Kaye, 2008), and potentially on different regimes (Plotnick et al., 1996; Roy et al., 2010; Roy et al., 2014), when analyzing lacunarity curves, showing $\lambda_M(s)$ evolution with scale s . Lacunarity analysis can then be used to analyze textural heterogeneity of fracture densities (Lavoine et al., 2019). For three-dimensional fracture networks, we can define various measures M quantifying fracture density as defined by Dershowitz and Herda (1992), or in section 3.1.

Figure 4 shows the lacunarity curves of the three-dimensional fracture densities defined in section 3.1. As expected, the p_{30} lacunarity curve is the same for the stress-independent UFM model and its equivalent Poisson model (because both follow a homogeneous Poisson point process) and scales $\sim s^{-3}$. The p_{30} lacunarity of the stress-driven UFM models are much larger and evolves differently with scale, which emphasizes that fracture center positions are correlated. They all follow a scaling As^{-1} , with A a constant factor increasing with m . For fracture intensity p_{32} , the lacunarity of the stress-independent UFM model is smaller at all scales than that of the Poisson model. The p_{32} lacunarity decreases faster with scale for the stress-independent UFM model ($\sim s^{-2.5}$) than for Poisson model ($\sim s^{-1.5}$). This reflects a fracture density much more homogeneous in space at all scales for the stress-independent UFM than for the Poisson case. Indeed, the UFM rule (a fracture cannot cross a larger one) tends to produce an interconnected network of blocks of size of the order the transition scale l_c (Davy et al., 2013). The p_{32} lacunarity here quantifies the fracture position-size correlation induced by the UFM rule. The p_{32} lacunarity increases at all scales with the selectivity parameter m for the stress-driven UFM models, with the same scaling Bs^{-1} , with B a constant factor increasing with m . Even for small values of m , the shift in lacunarity with the stress-independent UFM case is important, which points out the impact of the clustering of fracture positions on density variability. The lacunarity associated to the percolation parameter is smaller for all UFM models than for Poisson model, meaning that the connectivity of the network is more homogeneous for UFM models. All percolation lacunarity curves are similar whatever the value of m , suggesting that the percolation parameter is more sensitive to the fracture position-size correlations induced by the UFM rule, than the fracture centers correlations.



345 **Figure 4: Fracture density lacunarity curves for (A) p_{30} , (B) p_{32} and (C)**
percolation parameters

3.3 Consequences on connectivity and topology

Fracture correlation is likely changing the connectivity of the overall network. Maillot et al. (2016) show that stress-independent UFM networks (which they refer as a “kinematic” model) have permeabilities 1.5 to 10 times smaller than the equivalent Poisson model, and a higher channeling (a higher portion of the total fracture surface where the flow is significant). Some studies (Bour and Davy, 1997; Darcel et al., 2003) show that, for networks with a power-law size distribution, the evolution of connectivity with scale is strongly dependent on the power-law exponent a and on the fractal dimension of fracture centers D_2 . In our case, because fracture centers tend to concentrate in clusters around large fracture tips, the fracture interconnectivity may also increase. Increasing the connectivity between fractures should increase the backbone density, defined as the structure carrying flow in the network (Stauffer and Aharony, 2014). We here define the backbone by removing iteratively fractures having only one connection with the network or the boundary, keeping only the connected clusters without flow dead-ends. Figure 5 shows that the percentage of fractures in number and in total area (p_{30} and p_{32}) involved in the backbone is smaller for any kind of UFM model (stress-independent or stress-driven) than for corresponding Poisson model. Moreover, for the UFM models, even if less than 25% of fractures are part of the backbone, this represents more than 65% of the backbone surface, which shows that connectivity is mostly ensured by large structures (Odling, 1997; Bour and Davy, 1998). Finally, as the number of fractures involved in the backbone structure increases more than the total area with m , we can conclude that we tend to connect mostly small fractures to the backbone with this stress-driven nucleation process.

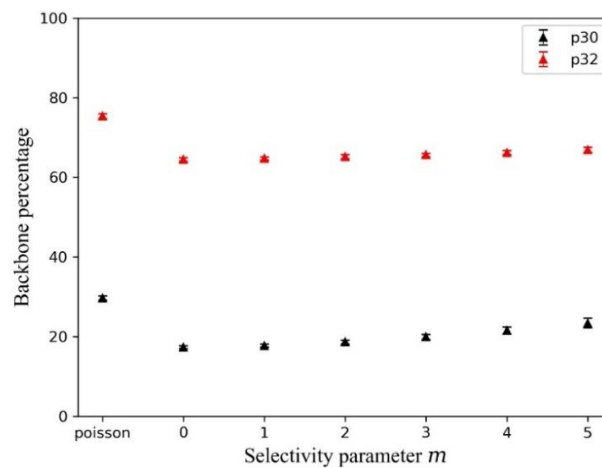


Figure 5: Evolution of backbone percentage with selectivity parameter m ($m = Poisson$ refers to Poisson model)

The number of intersections per fracture is a good indicator of fracture connectivity. Maillot et al. (2016) showed that the number of intersections per fracture is a function of fracture size for both Poisson and UFM models. Moreover, they showed that whatever the fracture size, the number of intersections is about two times lower for UFM model than for equivalent Poisson model. We here push further this topological analysis computing the fracture intersection matrix P_I so that for n_i and n_j fractures of size l_i and l_j respectively, $P_I[i, j]$ gives the number of fractures of size l_i intersecting fractures of size l_j , divided by $n_i n_j$. Figure 6.(A), (B) and (C) show the mean intersection matrix for all generated Poisson, stress-independent UFM ($m = 0$), and stress-driven UFM ($m = 5$) models respectively. As expected, in any case, the probability of intersection increases with fractures sizes. Figure 6.(D) and (E) show the mean intersection matrix for stress-independent UFM ($m = 0$), and stress-driven UFM ($m = 5$) models, normalized by the mean equivalent Poisson's model intersection matrix, in order to highlight differences between UFM and Poisson models. Our analysis shows that the number of fractures intersections is smaller for UFM models than their equivalent Poisson. We can also notice that this number is much smaller for fractures of the same size, which is a consequence of the UFM rule assuming that a fracture cannot cross a larger one. Finally, Figure 6.(F) shows the stress-dependent UFM ($m = 5$) model intersection matrix, normalized by the one of the stress-independent UFM ($m = 0$) model, showing that our stress-driven nucleation process tend to increase the connectivity of small fractures with the smallest and the largest fractures. Indeed, new fractures tend to develop at the tip of the largest existing fractures, increasing connectivity between both.

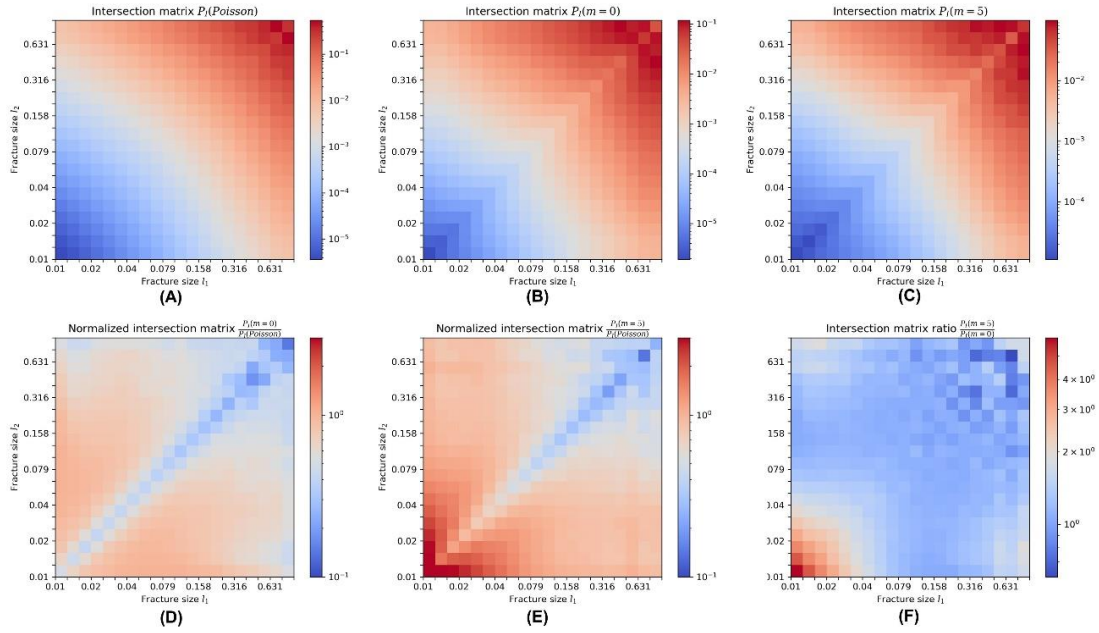


Figure 6: Intersection matrix for (A) Poisson, (B) stress-independent UFM, and (C) stress-driven UFM models. (D) Normalized intersection matrix $\frac{P_I(m=0)}{P_I(Poisson)}$ for the stress-independent UFM models, (E) Normalized intersection matrix $\frac{P_I(m=5)}{P_I(Poisson)}$ for the stress-driven UFM ($m=5$) models, (F) Intersection matrix ratio $\frac{P_I(m=5)}{P_I(m=0)}$

4 Conclusion

The genetic UFM model developed by Davy et al. (2013), describing the fracturing process as a combination of simplified nucleation, growth and arrest laws, introduces a fracture size-position correlation in DFN modeling, that does not exist in equivalent Poisson model. It results in two distinct power-law fracture size distributions and a number of T-intersections that are consistent with field data (Davy et al., 2010). Nevertheless, the model does not take into account the mechanical feedback loop between fracture growth and birth, therefore neglecting fracture-to-fracture positioning correlations. In this paper, we pushed further the model by improving the nucleation process, conditioning the position of newly created fractures by the stress perturbation induced by preexisting ones, in a timewise process. This stress perturbation is a function of fractures geometry (size and orientation), and the applied remote stress (orientation and intensity). This results in more correlated networks, showing fractal positioning, and a higher variability of fracture densities. We introduce a selectivity parameter m that quantifies the dependency of nucleation with the stress field. When nucleation is stress-independent ($m = 0$, uniform positions), we show that fracture density variability

associated to UFM networks is much smaller than equivalent Poisson model. This means that the UFM rule, imposing that a fracture cannot cross a larger one, tends to organize networks into more homogeneous patterns than if fractures were positioned at random. Nonetheless, when nucleation is stress-driven ($m \neq 0$), the higher m , the lower the correlation dimension of fracture positions, and the higher the spatial variability of fracture densities. This effect is dependent on the density measure, i.e. on the dependency of the density with fracture size. It is higher for the number of fractures per unit volume than for the percolation parameter. Moreover, our connectivity analysis brings up that the UFM rule tends to create a hierarchy between fractures, so that fractures of the same size order are less likely to cross one each other. The stress-driven nucleation process we propose tends to connect small fractures all together with the largest ones, that are responsible for the main stress perturbations. We also show that UFM models have lower percentage of fractures involved in the backbone than their equivalent Poisson model (Maillot et al., 2016), whatever the selectivity parameter.

5 Conflict of Interest

The authors declare that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.

6 Author Contributions

EL, PD, CD and RM conceived the idea of this study. EL and PD contributed in developing the model, EL ran network analysis. EL took the lead in writing manuscript, all authors providing critical feedback.

7 Funding

This work was funded by the CIFRE grant ITASCA Consultants SAS/ANRT (Association Nationale Recherche Technologie, France) 2016/1002, and partially supported by the Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Co. (SKB).

8 Data Availability Statement

The raw data supporting the conclusions of this manuscript will be made available by the authors, without undue reservation, to any qualified researcher.

9 References

Ackermann, R.V., and Schlische, R.W. (1997). Anticlustering of small normal faults around larger faults. *Geology* 25(12), 1127-1130.

- Andersson, J., and Dverstorp, B. (1987). Conditional simulations of fluid flow in three-dimensional networks of discrete fractures. *Water Resources Research* 23(10), 1876-1886.
- 450 Andersson, J., Shapiro, A.M., and Bear, J. (1984). A stochastic model of a fractured rock conditioned by measured information. *Water Resources Research* 20(1), 79-88.
- Andresen, C.A., Hansen, A., Le Goc, R., Davy, P., and Hope, S.M. (2013). Topology of fracture networks. *Frontiers in Physics* 1. doi: 10.3389/fphy.2013.00007.
- 455 Atkinson, B.K., and Meredith, P.G. (1987). The theory of subcritical crack growth with applications to minerals and rocks. *Fracture mechanics of rock* 2, 111-166.
- Baecher, G.B. (1983). Statistical analysis of rock mass fracturing. *Journal of the International Association for Mathematical Geology* 15(2), 329-348.
- Balberg, I., and Binenbaum, N. (1983). Computer study of the percolation threshold in a two-dimensional anisotropic system of conducting sticks. *Physical Review B*
- 460 28(7), 3799.
- Berkowitz, B., and Hadad, A. (1997). Fractal and multifractal measures of natural and synthetic fracture networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 102(B6), 12205-12218. doi: 10.1029/97jb00304.
- 465 Betekhtin, V., and Kadomtsev, A. (2005). Evolution of microscopic cracks and pores in solids under loading. *Physics of the solid state* 47(5), 825-831.
- Bonneau, F., Caumon, G., and Renard, P. (2016). Impact of a stochastic sequential initiation of fractures on the spatial correlations and connectivity of discrete fracture networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 121(8), 5641-5658. doi: 10.1002/2015jb012451.
- 470 Bonnet, E., Bour, O., Odling, N.E., Davy, P., Main, I., Cowie, P., et al. (2001). Scaling of fracture systems in geological media. *Reviews of Geophysics* 39(3), 347-383. doi: 10.1029/1999rg000074.
- Bour, O. (2002). A statistical scaling model for fracture network geometry, with validation on a multiscale mapping of a joint network (Hornelen Basin, Norway).
- 475 *Journal of Geophysical Research* 107(B6). doi: 10.1029/2001jb000176.
- Bour, O., and Davy, P. (1997). Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution. *Water Resources Research* 33(7), 1567-1583. doi: 10.1029/96wr00433.
- Bour, O., and Davy, P. (1998). On the connectivity of three-dimensional fault networks.
- 480 *Water Resources Research* 34(10), 2611-2622. doi: 10.1029/98wr01861.
- Bour, O., and Davy, P. (1999). Clustering and size distributions of fault patterns: Theory and measurements. *Geophysical Research Letters* 26(13), 2001-2004. doi: 10.1029/1999gl900419.
- 485 Charles, R.J. (1958). Dynamic Fatigue of Glass. *Journal of Applied Physics* 29(12), 1657-1662. doi: 10.1063/1.1723019.

- Darcel, Bour, O., Davy, P., and de Dreuzy, J.R. (2003). Connectivity properties of two-dimensional fracture networks with stochastic fractal correlation. *Water Resources Research* 39(10), n/a-n/a. doi: 10.1029/2002wr001628.
- 490 Davy, Le Goc, R., Darcel, C., Bour, O., de Dreuzy, J.R., and Munier, R. (2010). A likely universal model of fracture scaling and its consequence for crustal hydromechanics. *Journal of Geophysical Research* 115(B10). doi: 10.1029/2009jb007043.
- Davy, P. (1993). On the frequency-length distribution of the San Andreas fault system. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 98(B7), 12141-12151.
- 495 Davy, P., Le Goc, R., and Darcel, C. (2013). A model of fracture nucleation, growth and arrest, and consequences for fracture density and scaling. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 118(4), 1393-1407. doi: 10.1002/jgrb.50120.
- De Dreuzy, Davy, P., and Bour, O. (2000). Percolation parameter and percolation-threshold estimates for three-dimensional random ellipses with widely scattered distributions of eccentricity and size. *Physical Review E* 62(5), 5948-5952. doi: 500 10.1103/PhysRevE.62.5948.
- Dershowitz, and Herda (Year). "Interpretation of fracture spacing and intensity", in: *The 33th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*: American Rock Mechanics Association).
- 505 Du Bernard, X., Labaume, P., Darcel, C., Davy, P., and Bour, O. (2002). Cataclastic slip band distribution in normal fault damage zones, Nubian sandstones, Suez rift. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 107(B7), ETG 6-1-ETG 6-12. doi: 10.1029/2001jb000493.
- 510 Endo, H., Long, J., Wilson, C., and Witherspoon, P. (1984). A model for investigating mechanical transport in fracture networks. *Water Resources Research* 20(10), 1390-1400.
- Engelder, T. (1987). Joints and shear fractures in rock. *Fracture mechanics of rock*, 27-69.
- Fabrikant, V.I. (1989). Complete Solutions to Some Mixed Boundary Value Problems in Elasticity. 27, 153-223. doi: 10.1016/s0065-2156(08)70196-0.
- 515 Hentschel, H., and Procaccia, I. (1983). The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 8(3), 435-444.
- Hope, S.M., Davy, P., Maillot, J., Le Goc, R., and Hansen, A. (2015). Topological impact of constrained fracture growth. *Frontiers in Physics* 3. doi: 520 10.3389/fphy.2015.00075.
- Ingraffea, A.R. (1987). Theory of crack initiation and propagation in rock. *Fracture mechanics of rock* 10(1), 93-94.
- 525 Jing, L. (2003). A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. *International Journal of*

- Rock Mechanics and Mining Sciences* 40(3), 283-353. doi: 10.1016/s1365-1609(03)00013-3.
- Kachanov, M. (1989). Three-dimensional problems of strongly interacting arbitrarily located penny-shaped cracks.
- 530 Kachanov, M. (2003). On the problems of crack interactions and crack coalescence. *International journal of fracture* 120(3), 537-543.
- Kaye, B.H. (2008). *A random walk through fractal dimensions*. John Wiley & Sons.
- Lavoine, E., Davy, P., Darcel, C., and Le Goc, R. (2019). On the Density Variability of Poissonian Discrete Fracture Networks, with application to power-law fracture size distributions. *Advances in Geosciences* 49, 77-83. doi: 10.5194/adgeo-49-77-2019.
- 535
- Lei, Q., Latham, J.-P., and Tsang, C.-F. (2017). The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. *Computers and Geotechnics* 85, 151-176. doi: 10.1016/j.compgeo.2016.12.024.
- 540 Lei, Q., Latham, J.-P., Xiang, J., Tsang, C.-F., Lang, P., and Guo, L. (2014). Effects of geomechanical changes on the validity of a discrete fracture network representation of a realistic two-dimensional fractured rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 70, 507-523. doi: 10.1016/j.ijrmms.2014.06.001.
- 545 Long, J., Gilmour, P., and Witherspoon, P.A. (1985). A model for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures. *Water Resources Research* 21(8), 1105-1115.
- Long, J., Remer, J., Wilson, C., and Witherspoon, P. (1982). Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resources Research* 18(3), 645-658.
- 550
- Maillot, J., Davy, P., Le Goc, R., Darcel, C., and De Dreuzy, J.-R. (2016). Connectivity, permeability, and channeling in randomly distributed and kinematically defined discrete fracture network models. *Water Resources Research* 52(11), 8526-8545.
- Mandelbrot, B.B., and Pignoni, R. (1983). *The fractal geometry of nature*. WH freeman New York.
- 555
- Mises, R.v. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* 1913(4), 582-592.
- Moein, M.J.A., Valley, B., and Evans, K.F. (2019). Scaling of Fracture Patterns in Three Deep Boreholes and Implications for Constraining Fractal Discrete Fracture Network Models. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1-21.
- 560
- Moës, N., Dolbow, J., and Belytschko, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International journal for numerical methods in engineering* 46(1), 131-150.
- 565 Odling, N.E. (1997). Scaling and connectivity of joint systems in sandstones from western Norway. *Journal of Structural Geology* 19(10), 1257-1271.

- Odling, N.E., and Webman, I. (1991). A “conductance” mesh approach to the permeability of natural and simulated fracture patterns. *Water Resources Research* 27(10), 2633-2643.
- 570 Olson, J.E. (2004). Predicting fracture swarms—The influence of subcritical crack growth and the crack-tip process zone on joint spacing in rock. *Geological Society, London, Special Publications* 231(1), 73-88.
- Paluszny, A., and Matthäi, S.K. (2009). Numerical modeling of discrete multi-crack growth applied to pattern formation in geological brittle media. *International Journal of Solids and Structures* 46(18-19), 3383-3397. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2009.05.007.
- 575 Paluszny, A., and Zimmerman, R.W. (2011). Numerical simulation of multiple 3D fracture propagation using arbitrary meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 200(9-12), 953-966. doi: 10.1016/j.cma.2010.11.013.
- 580 Plotnick, R.E., Gardner, R.H., Hargrove, W.W., Prestegard, K., and Perlmutter, M. (1996). Lacunarity analysis: a general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical review E* 53(5), 5461. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.5461>.
- 585 Pollard, D.D., and Aydin, A. (1988). Progress in understanding jointing over the past century. *Geological Society of America Bulletin* 100(8), 1181-1204.
- Renshaw, C.E., and Pollard, D.D. (1994). Numerical simulation of fracture set formation: A fracture mechanics model consistent with experimental observations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 99(B5), 9359-9372. doi: 10.1029/94jb00139.
- 590 Roy, A., Perfect, E., Dunne, W.M., and McKay, L.D. (2014). A technique for revealing scale-dependent patterns in fracture spacing data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 119(7), 5979-5986. doi: 10.1002/2013jb010647.
- Roy, A., Perfect, E., Dunne, W.M., Odling, N., and Kim, J.-W. (2010). Lacunarity analysis of fracture networks: Evidence for scale-dependent clustering. *Journal of Structural Geology* 32(10), 1444-1449. doi: 10.1016/j.jsg.2010.08.010.
- 595 Sanderson, D.J., and Nixon, C.W. (2015). The use of topology in fracture network characterization. *Journal of Structural Geology* 72, 55-66. doi: 10.1016/j.jsg.2015.01.005.
- 600 Stauffer, D., and Aharony, A. (2014). *Introduction to percolation theory: revised second edition*. CRC press.
- Tapponnier, P., and Brace, W. (1976). Development of stress-induced microcracks in Westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr* 13(4), 103-112.
- 605 Thomas, R.N., Paluszny, A., and Zimmerman, R.W. (2017). Quantification of Fracture Interaction Using Stress Intensity Factor Variation Maps. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. doi: 10.1002/2017jb014234.

3.3 Analyse de précision du champ de contraintes calculé

Dans cette section, nous proposons une analyse de précision du champ de contraintes calculé. Nous comparons notre méthode de superposition des solutions de [Fabrikant \[1989\]](#) négligeant les interactions mécaniques (chaque fracture est chargée uniformément par le champ de contraintes éloigné), avec la méthode de [Kachanov \[1989\]](#) proposant de tenir compte de ces interactions, ainsi qu’avec une solution numérique d’éléments distincts, à l’aide du logiciel ©3DEC [[Israelsson, 1996](#); [Itasca Consulting Group, 2016](#)]

3.3.1 Méthodes utilisées

Méthode de Fabrikant

La méthode utilisée pour calculer le champ de contraintes dans la Section 3.2, propose de sommer linéairement les perturbations induites par les fractures, chacune étant considérée comme chargée uniformément par le champ de contraintes éloigné $\overline{\sigma}_\infty$. Pour cela, nous utilisons les solutions analytiques de [Fabrikant \[1989\]](#), pour des disques chargés uniformément, sans friction sur le plan de fracture. Ces solutions analytiques, disponibles en Annexe A, ne dépendent que du chargement moyen uniforme sur le plan de fracture, ainsi que du coefficient de Poisson de la matrice environnante. Cette méthode a pour désavantage de négliger entièrement les interactions mécaniques entre fractures. En effet, nous considérons qu’aucune fracture ne perçoit les perturbations de contraintes induites par les autres fractures. Il est néanmoins possible de tenir compte en partie de ces interactions mécaniques par la méthode de [Kachanov \[1989\]](#).

Méthode de Kachanov

Cette méthode utilise les solutions de [Fabrikant \[1989\]](#), mais propose de calculer une matrice d’interactions entre les différentes fractures, afin de prendre en compte les perturbations de contraintes induites par les fractures environnantes à l’échelle locale. Considérant une fracture plane i isolée dans un milieu élastique isotrope soumis à un champ de contraintes éloigné $\overline{\sigma}_\infty$, la force appliquée sur le plan de fracture est donné par l’expression $\vec{t}_i^\infty = \overline{\sigma}_\infty \cdot \vec{n}_i$, avec $\vec{n}_i$ la normale de la fracture. Si le milieu est composé de N fractures, alors la force appliquée en tout point M du plan de fracture i peut s’exprimer comme :

$$\vec{t}_i(M) = \vec{t}_i^\infty + \sum_{j \neq i, j=1}^N \overline{\sigma}_j(M) \cdot \vec{n}_i \quad (3.2)$$

avec $\overline{\overline{\sigma}}_j(M)$ la contrainte générée au point M par la fracture j . La méthode de Fabrikant considère que la contrainte $\overline{\overline{\sigma}}_j(M)$, générée par toute fracture j , est nulle en tout point M. La méthode de Kachanov propose de simplifier l'expression de $\overline{\overline{\sigma}}_j(M)$, en considérant que toute fracture j est uniformément chargée par une force $\langle \vec{t}_j \rangle$. En intégrant l'Equation (3.2) sur le plan de la surface i , il devient possible d'exprimer la force moyenne $\langle \vec{t}_i \rangle$ appliquée à ce plan de fracture, telle que :

$$\langle \vec{t}_i \rangle = \vec{t}_i^\infty + \Lambda_{ji} \cdot \langle \vec{t}_j \rangle \quad (j \neq i) \quad (3.3)$$

avec Λ_{ji} le facteur de transmission de contraintes de j vers i (voir Figure 3.3). Ce facteur de transmission correspond à la contrainte moyenne induite par la fracture j sur la fracture i , pour un chargement unitaire. Ainsi, il devient possible de calculer le chargement moyen $\langle \vec{t}_j \rangle$ associé à toute fracture j , en résolvant le système suivant :

$$(\delta_{ij} \vec{I} - \Lambda_{ji}) \cdot \langle \vec{t}_j \rangle = \vec{t}_i^\infty \quad (3.4)$$

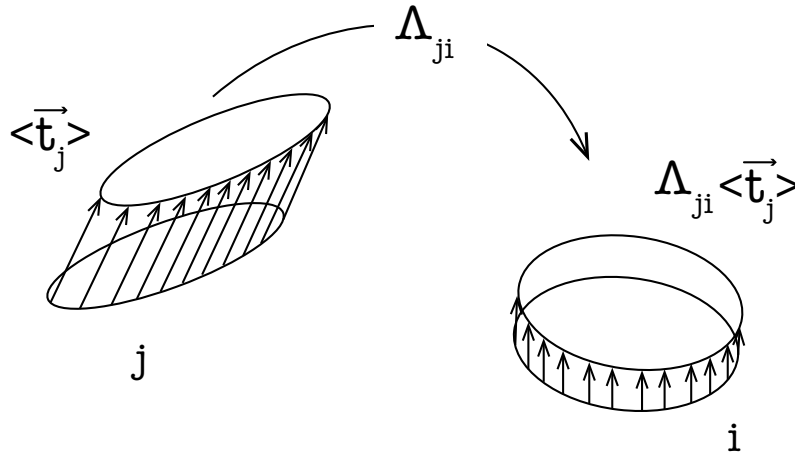


FIGURE 3.3 – Facteur de transmission pour la méthode de Kachanov. La fracture i est chargée par une contrainte uniforme $\Lambda_{ji} \langle \vec{t}_j \rangle$, avec Λ_{ji} le facteur de transmission de j vers i . D'après Kachanov [1989]

Méthode *Distinct Element Model* ©3DEC

©3DEC est un logiciel de calcul numérique reposant sur la méthode des éléments distincts (Figure 3.4), permettant de résoudre des problèmes géomécaniques pour des modèles discontinus. Dans ce modèle, tout système est considéré comme un assemblage de blocs distincts potentiellement déformables, séparés par des discontinuités agissant comme des conditions limites entre les blocs, selon des modèles constitutifs variés. La méthode utilise un schéma numérique explicite pour résoudre les équations de la dyna-

mique. Ce modèle est le plus proche du système physique lui-même et permet de tenir compte de géométries complexes ainsi que des interactions mécaniques entre discontinuités. Les solutions obtenues seront prises pour référence.

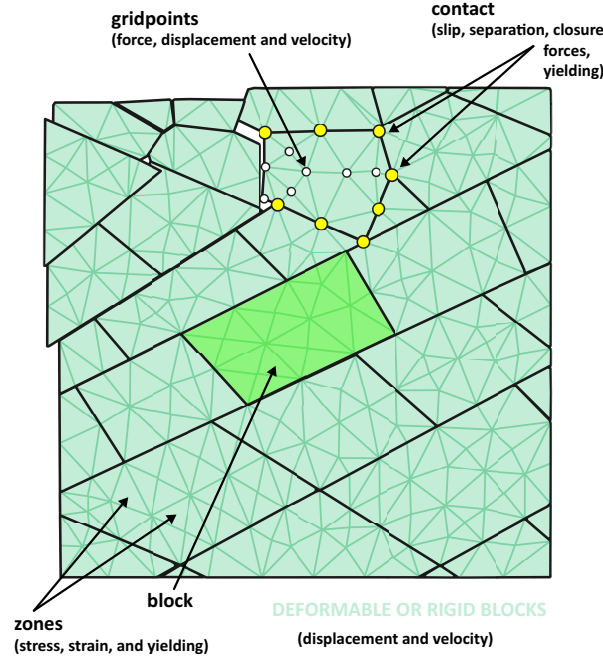


FIGURE 3.4 – Illustration de la méthode des éléments distincts, utilisée par le logiciel ©3DEC. D'après www.itascainternational.com

3.3.2 Cas d'étude

Deux cas d'étude sont ici traités pour cette analyse de précision. Le premier considère deux fractures s'intersectant, et le deuxième un DFN simple (faible densité).

Cas de deux fractures s'intersectant

Nous comparons ici les trois méthodes décrites ci-dessus, dans le cas simple de deux fractures s'intersectant selon un angle de 90° (Figure 3.5). Les deux fractures sont circulaires, de diamètre $d = 5$, positionnées au centre du système cubique de taille $L = 10$. Les surfaces de fractures sont sans friction. La matrice environnante est élastique linéaire isotrope, avec un module d'Young $E = 53\text{MPa}$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0.25$. Le champ de contraintes $\overline{\overline{\sigma_\infty}}$ appliqué au système est défini tel que :

$$\overline{\overline{\sigma_\infty}} = \begin{pmatrix} -10\text{kPa} & 0 & 0 \\ 0 & -10\text{kPa} & 0 \\ 0 & 0 & -30\text{kPa} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

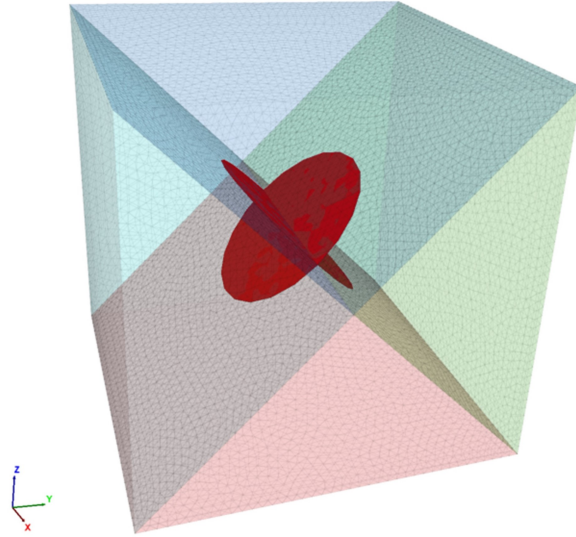


FIGURE 3.5 – Deux fractures circulaires de taille $l = L/2$ s'intersectant selon un angle de 90°

Pour la simulation *©3DEC*, le domaine est décomposé en tétraèdres de taille $l_{edge} = 0.25$. La Figure 3.6 montre les contraintes de Von Mises calculées pour ces trois méthodes, sur la coupe yz située au centre du modèle. La Figure 3.7 montre l'erreur relative associée aux méthodes de Kachanov et Fabrikant, en prenant pour référence la méthode *©3DEC*. Dans les deux cas, l'erreur relative peut être forte, notamment sur le plan de fracture. L'erreur est encore plus importante avec la méthode de Fabrikant. Les méthodes de Fabrikant et de Kachanov ne permettent donc pas bien de reproduire les perturbations de contraintes liées à des fractures s'intersectant. Cependant, on constate toujours la présence d'une zone d'ombre sur le plan de fracture, ainsi qu'une zone d'amplification de contraintes en front de fissure. Enfin on constate des erreurs significatives sur les limites du modèle, dues à des effets de bord dans le logiciel *©3DEC* qui ne sont pas reproduits par les méthodes *Boundary Element Method* (Fabrikant et Kachanov) car elles ne représentent pas directement la matrice.

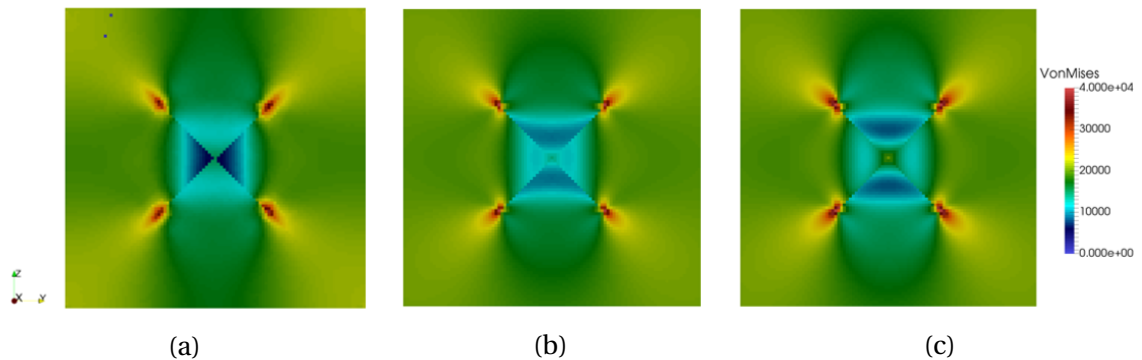


FIGURE 3.6 – Contrainte de Von Mises pour deux fractures s'intersectant, soumis à une contrainte compressive, selon les méthodes de (a) *©3DEC*, (b) Kachanov, (c) Fabrikant. Le champs de contrainte est calculé en 3D mais visualisé sur la coupe centrale yz du modèle

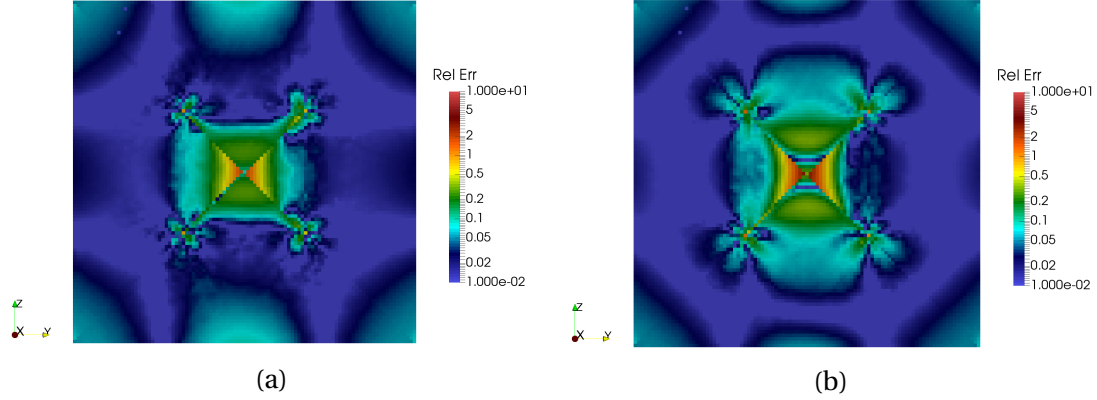


FIGURE 3.7 – Erreur relative associée aux méthodes de calcul du champ de contraintes pour deux fractures s'intersectant. Les solutions obtenues par le logiciel ©3DEC sont prises pour référence. (a) Méthode de Kachanov, (b) Méthode de Fabrikant

Cas d'un DFN simple

Nous proposons maintenant d'effectuer une analyse de précision pour un DFN Poissonien simple, de densité $p_{32} = 0.26$, contenant 40 fractures dans un domaine cubique de taille $L = 10$, suivant une distribution de longueurs en loi de puissance de taille minimum $l_{min} = 2$ et d'exposant $a = 3$ (Figure 3.8).

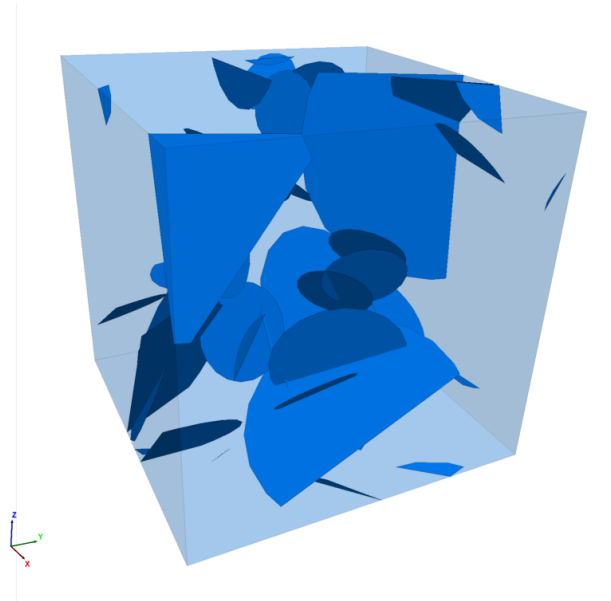


FIGURE 3.8 – Exemple de DFN simple utilisé pour l'analyse de précision du champ de contraintes. Le réseau de densité $p_{32} = 0.26$ suit une distribution de longueurs en loi de puissance de taille minimum $l_{min} = 2$ et d'exposant $a = 3$.

Les paramètres mécaniques de la matrice ainsi que les conditions de chargement sont les mêmes que dans l'exemple précédent. Pour la simulation ©3DEC, le domaine est décomposé en tétraèdres de taille $l_{edge} = 0.2$. La Figure 3.9 montre les contraintes de Von Mises calculées pour ces trois méthodes, sur la coupe yz au centre du modèle. La

Figure 3.10 montre l'erreur relative associée aux méthodes de Kachanov et Fabrikant, en prenant la méthode ©3DEC pour référence, sur cette même coupe. De même que dans l'exemple précédent, les erreurs sur les limites du modèle sont fortes (effets de bords), car de nombreuses fractures intersectent les limites du système, ce qui n'est pas pris en compte dans les méthodes *Boundary Element Method*. Afin de pouvoir réellement comparer, il aurait été préférable que les fractures soient intégralement incluses dans un domaine plus large, afin de limiter ces effets de bords. Néanmoins, les méthodes de Fabrikant et de Kachanov reproduisent une répartition spatiale cohérente des zones d'ombre et d'amplification de contraintes. Enfin, l'intérêt d'utiliser la méthode de Kachanov plutôt que celle de Fabrikant paraît limité car, dans ce cas précis, l'erreur associée à la méthode de Kachanov est plus importante que pour la méthode de Fabrikant, bien que la première soit censée tenir compte des interactions mécaniques. Ces méthodes ne permettent malheureusement pas de modéliser le comportement mécanique de fractures s'intersectant. Elle ne sont valables que pour des fractures suffisamment éloignées les unes des autres, pour respecter l'hypothèse de chargement uniforme. Les méthodes numériques reposant sur une résolution explicite du problème mécanique sont cependant hors d'atteinte pour générer des DFN génétiques de fortes densités, car elles nécessitent des ressources numériques trop importantes. Pour cet exemple de DFN, pourtant peu dense (40 fractures), les temps de calculs associés aux différentes méthodes utilisées, sur un ordinateur portable (8Go de RAM, Intel Core I7 4 CPU à 2.60GHz), sont les suivants :

- ©3DEC : 4 heures
- Kachanov : 22 minutes
- Fabrikant : 0.001 secondes

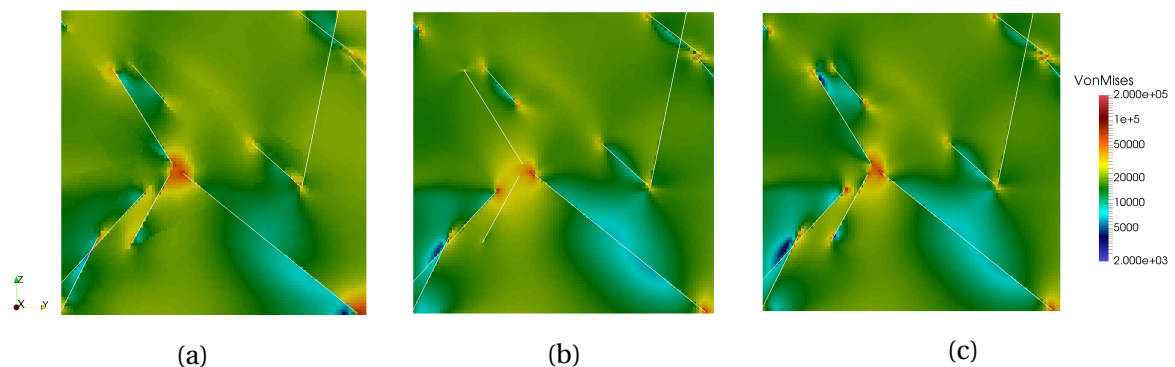


FIGURE 3.9 – Contrainte de Von Mises pour un modèle DFN simple, soumis à une contrainte compressive, selon les méthodes de (a) ©3DEC, (b) Kachanov, (c) Fabrikant. Le champ de contrainte est calculé en 3D mais visualisé sur la coupe centrale yz du modèle

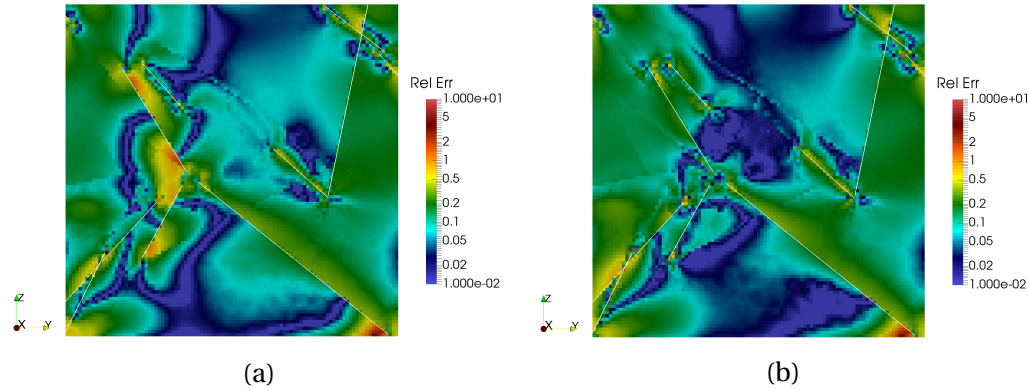


FIGURE 3.10 – Erreur relative associée aux méthodes de calcul du champ de contraintes pour un DFN simple. Les solutions obtenues par le logiciel ©3DEC sont prises pour référence. (a) Méthode de Kachanov, (b) Méthode de Fabrikant

Conclusion

L'analyse de précision, ici effectuée sur deux cas simples, a montré que les méthodes de Kachanov et de Fabrikant ne sont pas valables lorsque l'on considère des fractures s'intersectant. Cela pose problème pour les réseaux DFN que nous considérons, où le nombre d'intersections entre fractures est fonction de leur distribution de tailles et de la densité du réseau, pouvant être élevée. Cependant, compte tenu de l'incertitude associée au processus stochastique lui-même, nous considérons cette imprécision comme acceptable. En effet, bien que la spatialisation du champ de contraintes local ne soit pas parfaitement respectée, son intensité et son hétérogénéité semblent être suffisamment raisonnables pour introduire des corrélations spatiales cohérentes entre fractures. Contrairement à un modèle de perturbation de contraintes purement géométrique [Bonneau et al., 2016; Josnin et al., 2002; Libby et al., 2019; Swaby and Rawnsley, 1996], cette méthode permet de prendre en compte l'orientation relative entre le plan de fracture et le champ de contrainte imposé. De plus, le niveau de précision apporté par des méthodes complexes de résolution du champ de contraintes, telle que la méthode *Distinct Element Model*, semble dérisoire face au gain de temps de calcul numérique obtenu, ainsi qu'aux difficultés de maillage rencontrées.

3.4 Conséquences sur la perméabilité du milieu et la chenalisation des flux

La méthode de génération de DFN développée en Section 3.2 permet de générer des réseaux complexes prenant en compte des considérations mécaniques à l'origine de corrélations spatiales entre fractures. Nous avons vu que ces corrélations influencent la

topologie et la connectivité du réseau. Cette section vise à explorer les conséquences hydrogéologiques de ces corrélations. Pour cela nous étudions principalement deux indicateurs : la conductivité hydraulique effective du milieu, ainsi que la chenalisation de flux.

Afin de calculer ces indicateurs hydrogéologiques, nous réalisons des simulations de flux sur les réseaux générés. Ces simulations sont réalisées à l'aide du logiciel *DFN.Lab* (voir Annexe B). Le fonctionnement de *DFN.Lab* et son intérêt pour la modélisation des réseaux de fractures DFN sont détaillés en Annexe B. Pour cela, les DFN générés dans la Section 3.2 sont importés dans *DFN.Lab*. A l'aide d'une analyse de graphes, la structure connectée (*backbone*) reliant les faces soumises aux conditions limites de pression imposées est identifiée. Il est obtenu en retirant itérativement les fractures n'ayant qu'une seule connection avec le reste du réseau, ou avec les limites du système. C'est cette partie du réseau qui porte le flux. Le *backbone* est ensuite maillé, et chaque maille se voit attribuer une valeur de transmissivité. Une condition limite de type perméamètre est alors appliquée en imposant un différentiel de charge sur les bords Γ_D du système. Une solution aux éléments finis mixtes hybrides [Maryška et al., 2005] est alors utilisée pour calculer le flux (champ vectoriel) et la pression (champ scalaire) en chaque maille du domaine Ω , en résolvant l'équation de Laplace pour un fluide incompressible en régime stationnaire :

$$\begin{cases} \nabla \cdot (k(\mathbf{x}) \nabla h) = 0, \mathbf{x} \in \Omega \\ h(\mathbf{x}) = h_D, \mathbf{x} \in \Gamma_D \end{cases} \quad (3.6)$$

avec $k(\mathbf{x})$ la perméabilité en $\mathbf{x}$, et h_D la charge imposée.

La Figure 3.11 résume les différentes étapes de ces simulations hydrogéologiques. Afin d'étudier les conséquences topologiques de notre modèle sur la structure des flux, nous attribuons une transmissivité constante à chaque fracture du réseau, d'une valeur de $1 m^2.s^{-1}$. La différence de charge appliquée pour nos simulations est $\Delta h = 10m$, sur les deux faces opposées perpendiculaires à l'axe x d'aire $A = 1 m^2$. Le choix des faces utilisées pour cette expérience numérique n'a pas d'importance car la distribution des orientations de fractures étant uniforme, le tenseur de perméabilité attendu est isotrope. Lors de ces simulations, nous considérons la matrice comme parfaitement imperméable.

La conductivité hydraulique effective $K_{eff} (m.s^{-1})$ d'un milieu fracturé, soumis à un gradient hydraulique fixé dans une certaine direction, peut-être déterminée lorsque la quantité de flux $Q (m^3.s^{-1})$ le traversant est connue [Renard and De Marsily, 1997]. En effet, selon la loi de Darcy [1856], pour un milieu poreux de section A et de longueur L soumis à une différence de charge Δh , le débit Q , s'écoulant en régime stationnaire, peut être décrit par l'équation :

$$Q = K_{eff} A \frac{\Delta h}{L} \quad (3.7)$$

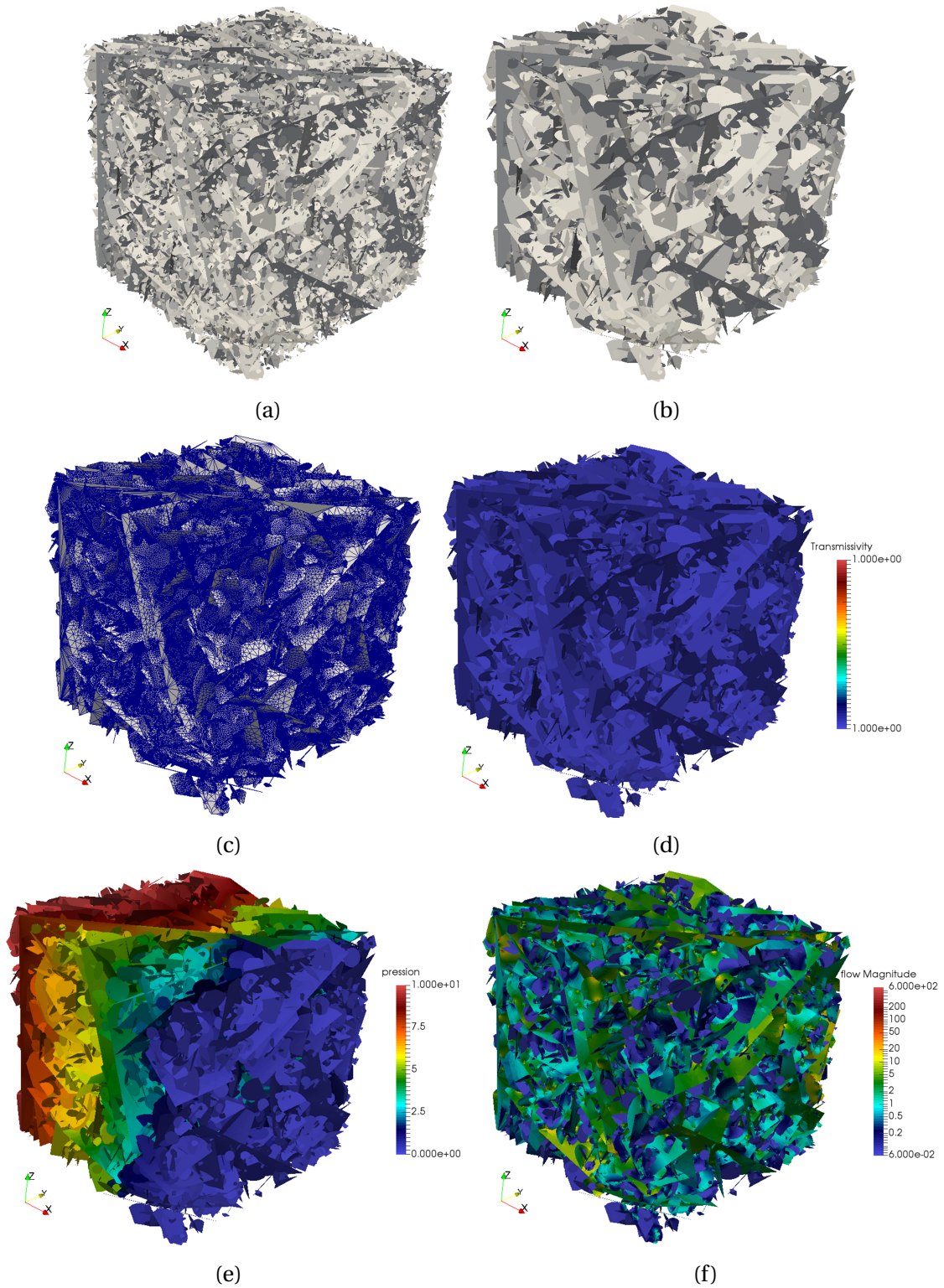


FIGURE 3.11 – Les différentes étapes de simulation de flux pour un DFN : (a) Géo-DFN, (b) *Backbone*, (c) Maillage, (d) Transmissivités, (e) Champ de pression, (f) Champ de vitesse

Cette conductivité hydraulique est principalement une fonction de la densité des fractures présentes dans le système et de leur distribution de tailles [Bogdanov et al., 2007; Long et al., 1985], ainsi que des propriétés hydrauliques des fractures elles-mêmes [Dreuzy et al., 2001b].

La Figure 3.12 montre les conductivités hydrauliques associées aux modèles générés, normalisées par les valeurs d'intensité de fracture $p_{32,b}$ des *backbones* correspondants. A densité équivalente, la conductivité hydraulique des réseaux Poissoniens est 2 à 3 fois plus importante que les modèles UFM. Cette différence est en adéquation avec les analyses de flux menées par Maillot et al. [2014, 2016], qui prévoient une différence d'un facteur 1.5 à 10. Enfin, aucune variation significative n'est réellement perçue entre les différents modèles UFM, avec ou sans nucléation dépendant du champ de contraintes local.

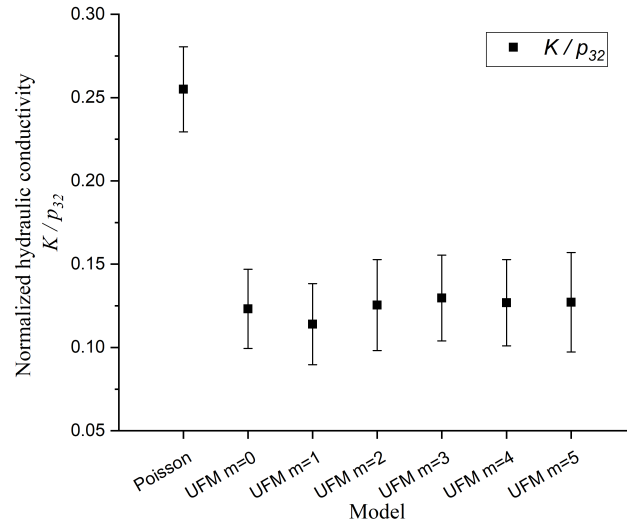


FIGURE 3.12 – Conductivités hydrauliques calculées pour les modèles "Poissoniens", "stress-independent UFM" et "stress-driven UFM" ($m = 1 - 5$), normalisées par le p_{32} du *backbone*

Afin de décrire l'organisation spatiale du flux, nous introduisons un indicateur de chenalisation [Maillot et al., 2014, 2016] inspiré des mesures de *participation ratio* [Bell and Dean, 1970; Edwards and Thouless, 1972]. Nous définissons ici deux indicateurs de chenalisation : le premier à l'échelle de la fracture d_{Q_f} , le deuxième à l'échelle de la taille de maille d_{Q_m} . Ces indicateurs sont calculés selon les équations suivantes :

$$d_{Q_f} = \frac{1}{V} \cdot \frac{(\sum_f S_f \cdot Q_f)^2}{(\sum_f S_f \cdot Q_f^2)} \quad (3.8)$$

$$d_{Q_m} = \frac{1}{V} \cdot \frac{(\sum_m S_m \cdot Q_m)^2}{(\sum_m S_m \cdot Q_m^2)} \quad (3.9)$$

où Q_m correspond à la magnitude du vecteur de flux défini sur la maille m , et Q_f au flux échangé par la fracture f . Ce dernier est calculé comme le flux moyen passant par les intersections présentes dans le plan de fracture :

$$Q_f = \frac{1}{2} \sum_i |Q_{f,i}| \quad (3.10)$$

où $Q_{f,i}$ représente le flux traversant la $i^{\text{ème}}$ intersection de la fracture f . Ces indicateurs quantifient la proportion de surface de fracture "portant" le flux. Ils ne sont pas sensibles à la magnitude du flux, mais bien à son hétérogénéité à l'échelle du réseau. Ces mesures étant homogènes à une surface par unité de volume, elles peuvent directement être comparées à l'intensité de fractures $p_{32,b}$ du *backbone*.

La Figure 3.13 montre ces deux indicateurs de chenalisation pour les différents modèles générés, normalisés par le $p_{32,b}$ associé. La Figure 3.14 illustre la distribution des flux Q_f à l'échelle de la fracture pour des DFN Poissoniens et *stress-independent* UFM. Le modèle Poissonien montre un nombre plus important de structures portant le flux. La Figure 3.15 illustre la distribution des flux Q_m à l'échelle de la maille pour les mêmes DFN. Le modèle Poissonien semble montrer une intensité plus forte de flux. Seules les fractures appartenant au *backbone* sont montrées. Pour les deux indicateurs, la différence entre les modèles Poissoniens et UFM est significative. Les valeurs de d_{Q_f} et d_{Q_m} étant plus faibles pour les modèles UFM que pour le modèle de Poisson, on en déduit que la chenalisation est plus importante, car le flux est porté par une quantité plus faible de surface de fracture. Cette différence est beaucoup plus importante dans le cas de l'indicateur d_{Q_m} défini sur le maillage. L'indicateur d_{Q_m} est plus précis que d_{Q_f} car il considère le flux à l'échelle locale, et non à l'échelle de la fracture. En effet, pour une fracture ayant une grande surface, la surface "portant" le flux peut s'avérer très petite en fonction de l'organisation spatiale des intersections de fractures, jouant le rôle de sources et de puits sur le plan de fracture.

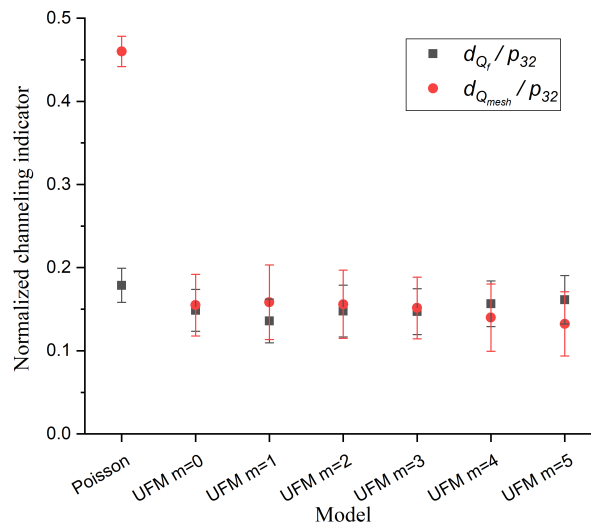


FIGURE 3.13 – Indicateurs de chenalisation calculés pour les modèles "Poissoniens", "stress-independent UFM" et "stress-driven UFM" ($m = 1 - 5$), normalisés par le p_{32} du *backbone*

La perméabilité effective des réseaux DFN ainsi générés semble fortement corrélée à ces indicateurs de chenalisation, quantifiant la surface "utile" au flux. Plus la surface "disponible" est petite plus la perméabilité du milieu est faible. Cette différence marquée entre les modèles Poissoniens et UFM, concernant leurs propriétés hydrogéologiques effectives, pourrait alors s'expliquer par le nombre plus faible d'intersections de fractures

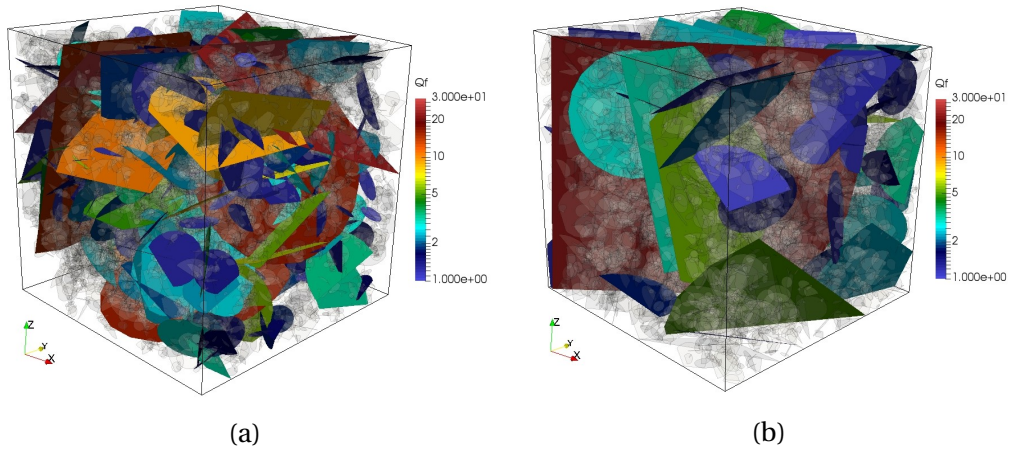


FIGURE 3.14 – Distribution des flux Q_f à l'échelle de la fracture pour les modèles (a) "Poissoniens" et (b) "stress-independent UFM". Les fractures dont $Q_f < 1$ sont représentées en transparence

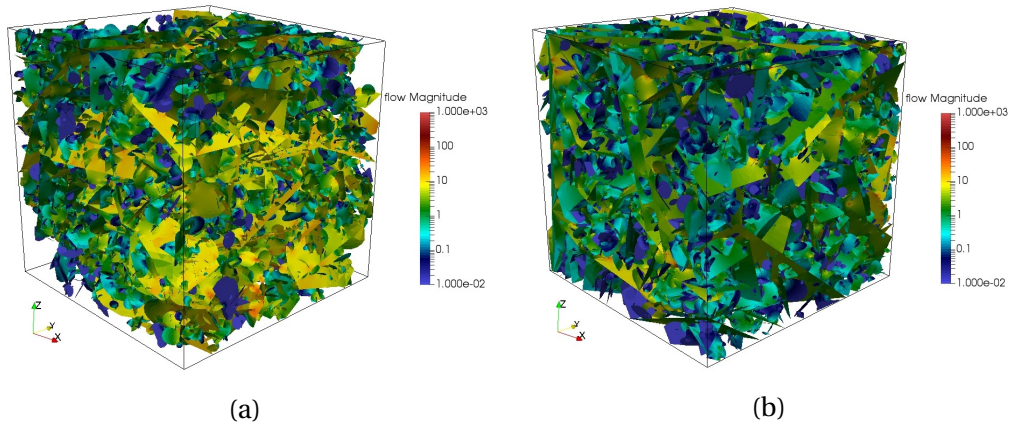


FIGURE 3.15 – Distribution des flux Q_m à l'échelle de la maille pour les modèles (a) "Poissoniens" et (b) "stress-independent UFM"

(voir Section 3.2), ainsi que par leur taille (intersections en T petites). Cela rejoint l'idée que la perméabilité d'un système fracturé dépend du nombre d'intersections de fractures [Long et al., 1985]. Pour les modèles UFM, quelle que soit la méthode de nucléation (*stress-independent* ou *stress-driven*), l'évolution des indicateurs de chenalisation n'est pas significative. Bien que le modèle *stress-driven UFM* proposé ici semble modifier la connectivité des réseaux (davantage de connexions, les petites fractures se connectent en front de fissure des plus grandes...), les corrélations spatiales introduites ne semblent pas modifier fondamentalement les propriétés hydrogéologiques globales des réseaux générés (même perméabilité, même "surface utile" au flux), par rapport au modèle *stress-independent UFM*. Cela suggère que ces propriétés sont avant tout une fonction de la topologie du réseau [Saevik and Nixon, 2017], notamment du nombre et de la taille des intersections. En effet, la Figure 3.14b semble montrer que, dans le cas du modèle UFM, ce sont les plus larges structures qui "portent" la plus grosse quantité de flux. Nous en déduisons que dans ce modèle où les fractures s'arrêtent les unes sur les autres, la spatialisatation des fractures importe peu, d'autant plus quand leur taille est petite.

3.5 Perspectives

Le modèle de nucléation développé ici propose de positionner les nouveaux nuclei selon les perturbations de contraintes induites par les fractures déjà présentes dans le système. L'utilisation de solutions analytiques permet d'associer un champ de perturbation à un champ de contrainte et une orientation donnée. Cela a pour avantage de reproduire l'asymétrie caractéristique de la perturbation de contrainte propre aux fractures en cisaillement [Kim et al., 2004]. Les effets de cette asymétrie restent à développer davantage, car nous fixons dans cette étude une distribution des orientations uniforme. L'orientation relative entre le champ de contrainte régional appliquée et les fractures est alors négligé. Il serait également intéressant de contraindre ces orientations par ce champ de contraintes local calculé, afin d'introduire des corrélations entre orientations et positions de fractures, visibles sur le terrain (*wing cracks*...). En effet, l'organisation spatiale complexes en termes de positions et d'orientations relatives entre fractures observées sur le terrain, ne sont que l'expression des perturbations de contraintes en trois dimensions (voir Figure 3.16).

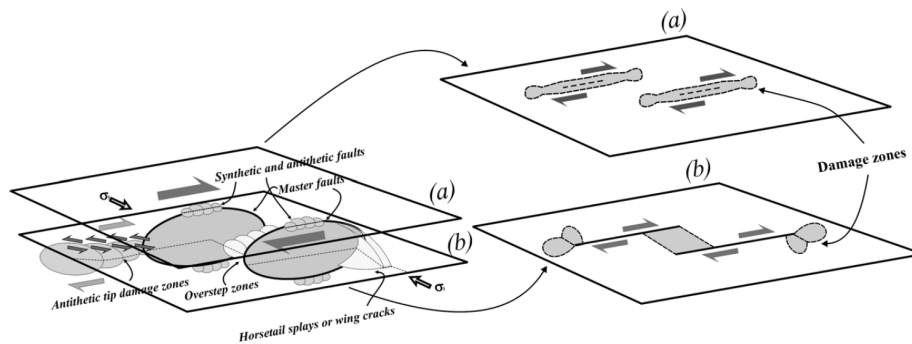


FIGURE 3.16 – Modèle conceptuel tridimensionnel de la distribution des zones d'endommagement autour d'une faille en cisaillement, montrant des fractures caractéristiques en modes II et III. La zone d'endommagement en mode III (a) est généralement symétrique, tandis que la zone d'endommagement en mode II (b) est typiquement asymétrique. D'après Kim et al. [2004]

L'effet de *clustering* introduit par la méthode proposée dépend du paramètre de sélectivité m choisi par l'utilisateur. Plus ce paramètre est grand, plus la probabilité pour un nuclei de naître dans une zone de fortes contraintes est élevée. Il serait intéressant de calibrer ce paramètre de sélectivité, à partir de données de terrains. Il faudrait pour cela comparer, pour différentes valeurs de m , la lacunarité des densités et la dimension de corrélation des centres de fractures pour des données d'affleurement, ainsi que sur des coupes 2D des modèles générés.

L'analyse d'écoulement réalisée dans les réseaux générés a montré que le processus de nucléation corrélé aux perturbations de contrainte ne modifiait pas fondamentalement leurs propriétés d'écoulement (perméabilité, chenalisation). Une analyse de transport de particule par une approche Lagrangienne nous permettrait de nous renseigner d'avantage sur la structure de ces écoulement (temps de résidence, tortuosité...).

Chapitre 4

Conséquences des propriétés de friction sur la croissance des fractures et analyse à l'échelle du réseau

Sommaire

4.1 Résumé de l'article	113
4.2 Article : "Influence of fracture frictional properties on Stress Intensity Factors"	115
4.3 Conséquences à l'échelle du réseau	128

Introduction

Les fractures présentes dans le milieu naturel modifient l'état de contrainte dans la matrice environnante. Ces perturbations de contraintes dépendent des conditions aux limites du système (contraintes tectoniques appliquées), et des fractures elles-mêmes (taille, densité, orientation...). Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'impact des propriétés de friction, sur ces perturbations de contraintes. Les facteurs d'intensité de contrainte, ou encore *Stress Intensity Factors* (SIFs), sont des paramètres mécaniques permettant de quantifier l'énergie accumulée en front de fissure (voir Chapitre 1), et ces redistributions de contraintes. Les interactions entre fractures, ainsi que leur propagation, sont contrôlées par ces facteurs d'intensité de contrainte. Nous proposons d'étudier l'impact des propriétés de friction sur ces SIFs, et leurs conséquences à l'échelle du réseau.

4.1 Résumé de l'article

La friction correspond à la résistance mécanique agissant entre les deux épontes du plan de fracture. En effet, la rugosité du plan de fracture, ainsi que la proportion de surface de fracture en contact, vont créer des forces de frottements limitant les déplacements relatifs entre les deux épontes. L'ensemble de ces contacts va modifier la façon dont les contraintes sont redistribuées dans la matrice, altérant ainsi les propriétés mécaniques de la roche environnante [Kachanov et al., 2010; Sevostianov and Kachanov, 2008a,b]. Cela représente un problème majeur, même pour les fractures en traction (mode I), où les contacts entre épontes en front de fissure peuvent modifier la concentration des contraintes [Audoly, 2000; Bui and Oueslati, 2005; Comninou, 1977], et donc l'énergie qui s'y concentre, responsable de la vitesse de croissance de la fracture. Dans le domaine de la géomécanique, la complexité de ces contacts, agissant à l'échelle microscopique, est souvent simplifiée à l'échelle macroscopique par des modèles constitutifs, permettant de relier le déplacement entre les deux épontes à la contrainte appliquée sur le plan de fracture. Pour des contraintes faibles, le déplacement associé est souvent approximé par une relation linéaire [Bandis et al., 1983; Goodman et al., 1968] telle que :

$$\tau = k_s \cdot u_s \quad (4.1)$$

avec τ la contrainte tangentielle appliquée au plan de fracture, u_s le déplacement associé, et k_s la raideur tangentielle. Cette contrainte τ est plafonnée par une contrainte seuil τ_c , correspondant au critère de Coulomb (voir Figure 4.1), marquant la limite entre déformation élastique et glissement [Byerlee, 1970], et définie telle que :

$$\tau_c = c_f + \mu_f \cdot \sigma_n \quad (4.2)$$

avec c_f et μ_f la cohésion et le coefficient de friction de la fracture, et σ_n la force normale compressive appliquée sur le plan de fracture.

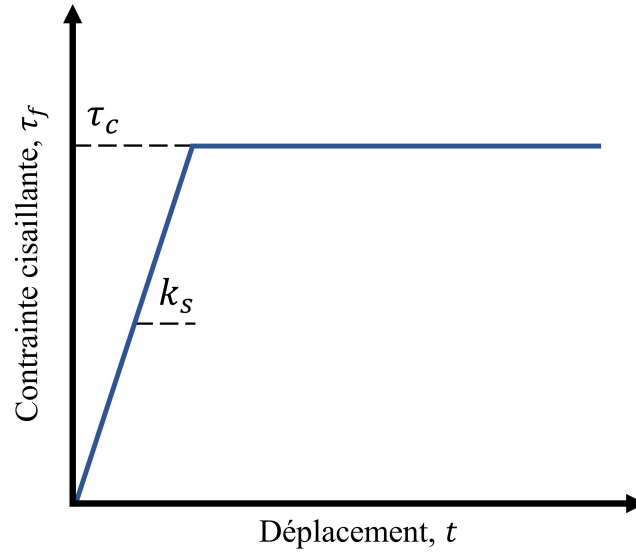


FIGURE 4.1 – Modèle constitutif décrivant le glissement sur le plan de fracture. Le seuil de contrainte τ_c marque la limite du comportement linéaire entre contrainte cisailante et déplacement sur le plan de fracture, décrit par le coefficient de rigidité k_s . Modifié d'après [Davy et al. \[2018a\]](#)

[Davy et al. \[2018a\]](#) proposent d'utiliser ce modèle constitutif pour étudier l'influence de la friction sur les propriétés mécaniques effectives de la roche. Leur raisonnement repose sur une étude du partitionnement des contraintes entre la matrice rocheuse et le plan de fracture. Considérant une fracture chargée uniformément par une contrainte cisailante τ , cette contrainte se répartit telle que :

$$\tau = \overline{\tau_f} + \overline{\tau_m} \quad (4.3)$$

avec $\overline{\tau_f}$ et $\overline{\tau_m}$ les contraintes cisailantes moyennes appliquées au plan de fracture et à la matrice environnante. Il devient alors possible d'exprimer la déformation de la matrice en fonction de la contrainte appliquée au système et de la friction sur le plan de fracture. Nous référons le lecteur à l'article de [Davy et al. \[2018a\]](#), ou à la Section 4.2 pour un raisonnement mathématique détaillé. La Section 4.2 se compose d'un projet d'article proposant une analyse des facteurs d'intensité de contrainte en fonction des paramètres de friction sur le plan de fracture. Des solutions analytiques sont développées, pour une fracture circulaire uniformément chargée et suivant le modèle de friction défini ci-dessus, puis vérifiées numériquement à l'aide du logiciel ©3DEC. La Section 4.3 étudie les conséquences de ces paramètres de friction à l'échelle du réseau.

4.2 Article : "Influence of fracture frictional properties on Stress Intensity Factors"

Commentaire : cet article n'a pas encore été soumis dans une revue à comité de lecture. Pour cette raison, il apparaît encore sous la forme d'une version préliminaire avant le dépôt du manuscrit final pour soumission.

Influence of fracture frictional properties on Stress Intensity Factors

5 Etienne Lavoine^{1,2*}, Philippe Davy¹, Adriana Paluszny³, Caroline Darcel²

¹Univ Rennes, CNRS, Géosciences Rennes, UMR 6118, 35000 Rennes, France

²Itasca Consultants SAS, Écully, France

³Department of Earth Science and Engineering, Imperial College, London SW7 2AZ, UK

10 ***Correspondence:**

Etienne Lavoine

Abstract.

Stress Intensity Factors (SIFs) are fracture mechanical parameters quantifying the mechanical energy concentrated at the fracture tip and can be used to predict the way
15 a fracture will propagate in its surrounding medium. SIFs are mainly dependent on the deformation of the fracture tip, which in a linear-elastic, isotropic and homogeneous medium is a function of applied load, mechanical properties of the surrounding matrix, and also a function of interaction with other fractures. In this study, we focus on the influence of fracture frictional properties on SIFs. Plane
20 resistance is modelled as an elastic fracture stiffness and a classical stick-slip Coulomb threshold. We first demonstrate analytically the influence of the friction model on Stress Intensity Factors for an isolated disk-shaped crack embedded in a homogeneous matrix under various loading. These analytical solutions are then validated through numerical simulations.

25 1 Introduction

Stress Intensity Factors (SIFs), commonly represented by the variable K , quantify the mechanical energy concentrated at the fracture tip (Irwin, 1957). In three dimensions, there exist as many SIF modes as deformation modes: opening (mode I, K_I), in-plane shear (mode II, K_{II}), and out-of-plane shear (mode III, K_{III}). The energy released by
30 the fracture is computed as the energy release rate G , which is a combination of SIFs and mechanical parameters (Griffith, 1921). This estimated energy can be used to model fracture propagation for different failure criteria, influencing fracture growth speed (Griffith, 1921; Charles, 1958; Paris and Erdogan, 1963; Atkinson, 1984) and orientation (Richard et al., 2003; Richard et al., 2005; Richard et al., 2014).
35 Deformation of the surrounding matrix, and thus SIFs, are both directly related to matrix mechanical parameters, the way it is loaded, the fracture geometry and mechanical parameters such as friction (Dolbow et al., 2001; Nejati et al., 2016). Friction accounts for the mechanical resistance of fracture walls, due to contacts and asperities (Hakami, 1995). At the macroscale, complex contact processes are often

40 simplified with a linear stress-displacement (normal and shear) relationship on the fracture walls (Goodman et al., 1968; Bandis et al., 1983; Yoshioka and Scholz, 1989a; b), limited by a Coulomb threshold, where the force applied on fracture walls becomes independent of their relative displacement. This friction, whatever its formulation, may change the way a fracture redistributes stress in the surrounding
45 matrix. This paper aims to quantify the influence of fracture wall resistance on SIFs and its potential consequences on fracture growth. We develop the case of a single disk-shaped fracture embedded in an elastic, isotropic and homogeneous matrix under compressive loading. We consider that friction on the fracture walls is defined by constant normal and shear stiffness, limited by a constant stress threshold. We first
50 propose a generalization of the stress-displacement relationship for frictional cracks and its consequences on SIFs, before validating the developed equations with numerical experiments, and discussing potential consequences on fracture growth.

2 Theoretical development

2.1 Stress-displacement relationship for frictional cracks

55 In this section, we develop analytical solutions quantifying the stress-displacement relationship on fracture walls for disk-shaped fractures with frictional properties. These equations, were initially developed by Davy et al. (2018) to quantify the influence of frictional properties of fractures on the elastic properties of fractured rock masses. For a freely slipping disk-shaped crack of diameter l_f loaded by a
60 uniform shear stress τ and embedded in an elastic homogeneous matrix, the shear stress-displacement relationship on the fracture walls (Kachanov, 1993) can be expressed as:

$$\frac{\tau}{t(r)} = \frac{\frac{2}{3}k_m}{\sqrt{1 - \frac{2r}{l_f}}} \quad (1)$$

with $t(r)$ the shear displacement at a distance r from the fracture center and k_m is the “matrix-fracture stiffness” defined by Davy et al. (2018), which depends on the
65 matrix Young modulus E_m and Poisson ratio ν_m , as follows:

$$k_m = \frac{3\pi}{8} \frac{1 - \frac{\nu_m}{2}}{1 - \nu_m^2} \frac{E_m}{l_f} \quad (2)$$

Herein we generalize Eq. (1) for the case of a non-freely slipping fracture, where fracture walls show a resistance that can be either elastic or frictional. We consider simple elastic-plastic behaviour where the shear resistance stress τ_f in the fracture plane is expressed as a linear function of the displacement t on the fracture wall,
70 modelled by a constant shear stiffness k_s , and limited by a Coulomb threshold τ_c , so that:

$$\tau_f = \min(k_s t, \tau_c) \quad (3)$$

The remote stress τ is then partitioned between (a) the fracture wall's shear resistance τ_f due to friction, and (b) the shear stress τ_m due to matrix deformation. Adapting Eq. (1) to a fracture surface with elastic resistance:

$$\frac{\tau}{t(r)} = \frac{\frac{2}{3}k_m}{\sqrt{1 - \frac{2r}{l_f}}} + k_s \quad (4)$$

75 If the Coulomb threshold is reached, Eq. (1) becomes:

$$\frac{\tau - \tau_c}{t(r)} = \frac{\frac{2}{3}k_m}{\sqrt{1 - \frac{2r}{l_f}}} \quad (5)$$

If one computes the average displacement $\bar{t}$ for the freely slipping case by integrating Eq. (1):

$$\frac{\tau}{\bar{t}} = k_m \quad (6)$$

In the case of elastic friction, one can show that this expression can be reasonably approximated by:

$$\frac{\tau}{\bar{t}} = k_m + k_s \quad (7)$$

80 In the case of Coulomb friction:

$$\frac{\tau - \tau_c}{\bar{t}} = k_m \quad (8)$$

In other words, the total remote stress applied to the system can be partitioned in an average fracture wall shear resistance $\bar{\tau}_f$ and an average stress due to the surrounding matrix deformation $\bar{\tau}_m$ so that:

$$\tau = \bar{\tau}_f + \bar{\tau}_m \quad (9)$$

In the case of elastic friction, $\bar{\tau}_m$ can be written as a function of normalized shear
85 stiffness $k_s^* = k_s/k_m$, combining Eq. (7) and (9):

$$\bar{\tau}_m = \frac{1}{1 + k_s^*} \tau \quad (10)$$

In the case of Coulomb friction:

$$\bar{\tau}_m = \tau - \tau_c \quad (11)$$

This transition between the elastic and the stick-slip behaviour of the fracture resistance depends of the intensity of the loading. For a planar fracture inclined by an
90 angle β with the applied remote force σ , the shear force applied on the fracture plane is $\tau = \sigma \cdot \sin(2\beta)$. Frictional slipping is reached when $\tau_f > \tau_c$, which is equivalent to:

$$\tau > \tau_c \frac{1 + k_s^*}{k_s^*} \quad (12)$$

For a classical Mohr-Coulomb criterion defined by a cohesion parameter c_f and a friction angle φ :

$$\tau_c = c_f + \sigma \cdot \tan \varphi \quad (13)$$

95 According to this, the transition between the elastic and the stick-slip behaviour of the fracture resistance appears when $\beta > \beta_c$, with β_c defined as:

$$\beta_c = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{1 + k_s^*}{k_s^*} \cdot \left(\frac{c_f}{\sigma} + \tan \varphi \right) \right) \quad (14)$$

2.2 Consequences on Stress Intensity Factors

Stress Intensity Factors K_{II} and K_{III} quantify the energy concentrated at the fracture tip due to the surrounding matrix shear deformation, these parameters may depend
100 on stress $\overline{\tau_m}$. According to this, when considering an elastic resistance of the fracture plane, K_{II} and K_{III} may decrease as a function of k_s^* in comparison to the frictionless case (K_{II}^0 and K_{III}^0), so that if $\beta < \beta_c$:

$$K_{II,III}(\tau, k_s^*) = \frac{1}{1 + k_s^*} K_{II,III}^0(\tau) \quad (15)$$

In the case of the Coulomb threshold, K_{II} and K_{III} may be the same as if the fracture was freely slipping but loaded by a somewhat smaller shear stress ($\tau - \tau_c$), so that if
105 $\beta > \beta_c$:

$$K_{II,III}(\tau, \tau_c) = K_{II,III}^0(\tau - \tau_c) \quad (16)$$

For a fracture under uniform compression, there is no opening so $K_I = 0$ whatever the fracture orientation. In the hypothesis of plane strain conditions, the energy release rate can be written as:

$$G = \frac{(1 - \nu^2)K_{II}^2}{E} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (17)$$

3 Numerical validation

110 In order to verify the decreasing of SIFs with friction proposed in Sect. 1, we propose to compute numerically parameters K_I , K_{II} and K_{III} using the 3-D distinct element code ©3DEC version 5.2 (Israelsson, 1996; Itasca Consulting Group, 2016). We first develop the Displacement Correlation method we used to compute SIFs from the relative displacement between fracture wall computed in our simulations. Then, we
115 validate the method to compute SIFs for simple configurations of disk-shaped fracture embedded in an elastic medium where analytical solutions are well-known for the freely slipping case. Then we perform simulations for the same configurations but incorporating the friction model developed in Sect.1 on the fracture plane.

3.1 Computing SIFs using the Displacement Correlation method

120 In order to numerically compute SIFs along the fracture tip, we use the Displacement
Correlation (DC) method (Chan et al., 1970), based on the relative displacement of
two corresponding points of the fracture walls near the fracture tip. The plane strain
condition prevailing in this area (Nakamura and Parks, 1988) allows to express the
displacement singularities as Williams (1956) series expansion for an infinite cracked
125 plate subjected to an arbitrary load (Anderson and Anderson, 2005). The SIFs can
thus be related to the displacement between the fracture walls near the tip, following
expressions:

$$K_I = \frac{\mu}{1 + \kappa} \sqrt{\frac{2\pi}{r_t}} \Delta u \quad (18.a)$$

$$K_{II} = \frac{\mu}{1 + \kappa} \sqrt{\frac{2\pi}{r_t}} \Delta v \quad (18.b)$$

$$K_{III} = \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r_t}} \Delta w \quad (18.c)$$

where Δu , Δv and Δw refer respectively to the normal, in-plane and out-of-plane
shear displacement at a distance r_t from the tip (Figure 1), and $\mu = E/(2(1 + \nu))$

130 and $\kappa = (3 - 4\nu)$.

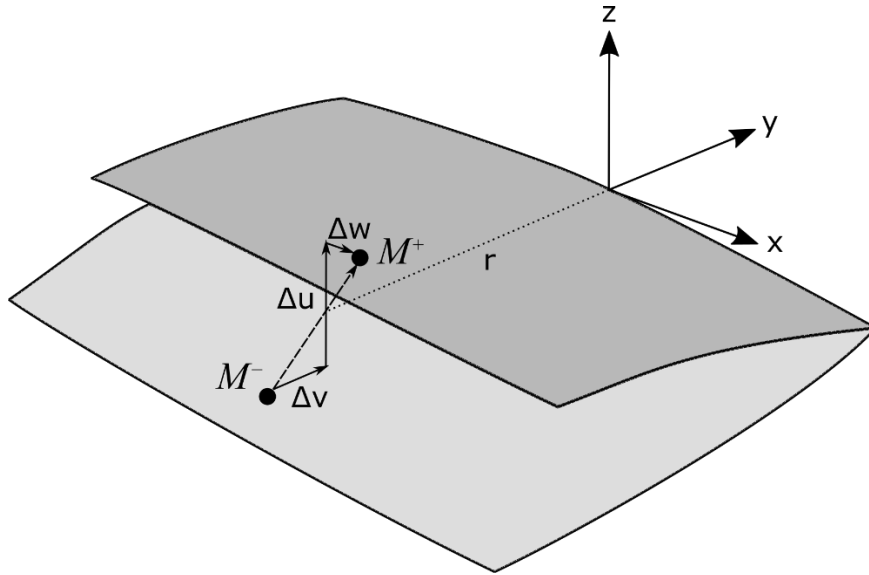


Figure 1: Local coordinate system used for the Displacement Correlation method

In practice, we compute these SIFs on nodes from the meshed fracture surface that
135 are at a distance $r_t \in [r_t^-, r_t^+]$ from the tip. This sampling point must be far enough
from the tip to avoid effects from mesh refinement, and close enough to respect the
plane strain condition. In the following, these two limits are chosen so that error ϵ_{K_i}
between numerical simulations and analytical solutions in the freely slipping case is

less than 10%, for deformation mode $i = I, II, III$. Error ϵ_{Ki} is expressed as the SIF
 140 relative error along the whole fracture tip L_f (Nejati et al., 2015; Thomas et al., 2017):

$$\epsilon_{K_i} = \frac{\int_{L_f} |K_i^a - K_i^n| dl}{\int_{L_f} |K_i^a| dl} \quad (19)$$

where K_i^a and K_i^n refer to the analytical and numerical mode i Stress Intensity Factor respectively.

3.2 Frictionless cracks

In order to verify our displacement correlation method, we compute stress intensity
 145 factors for a tilted disk-shaped crack embedded in an elastic matrix under traction
 were analytical solutions are well-known for the freely slipping case.

We perform numerical simulations using dimensionless parameters for the case of a
 frictionless (shear stiffness $k_s = 0$) disk-shaped fracture of diameter $l_f = 2$, tilted by
 an angle β with the uniaxial traction vector $\vec{\sigma} = 1. \vec{z}$ (Figure 2.a). The fracture is
 150 embedded in an elastic cubic matrix of size $L = 20$, with mechanical parameters
 Young's modulus $E_m = 1$ and Poisson's ratio $\nu_m = 0.2$. These simulations are
 performed using the 3-D distinct element code ©3DEC version 5.2 (Israelsson, 1996;
 Itasca Consulting Group, 2016), on a tetrahedral mesh of edge length $\Delta_l = 0.5$ on the
 system boundaries, and $\Delta_l = 0.125$ near the fracture plane (Figure 2.b), in order to
 155 compute accurate displacement field near the fracture tip.

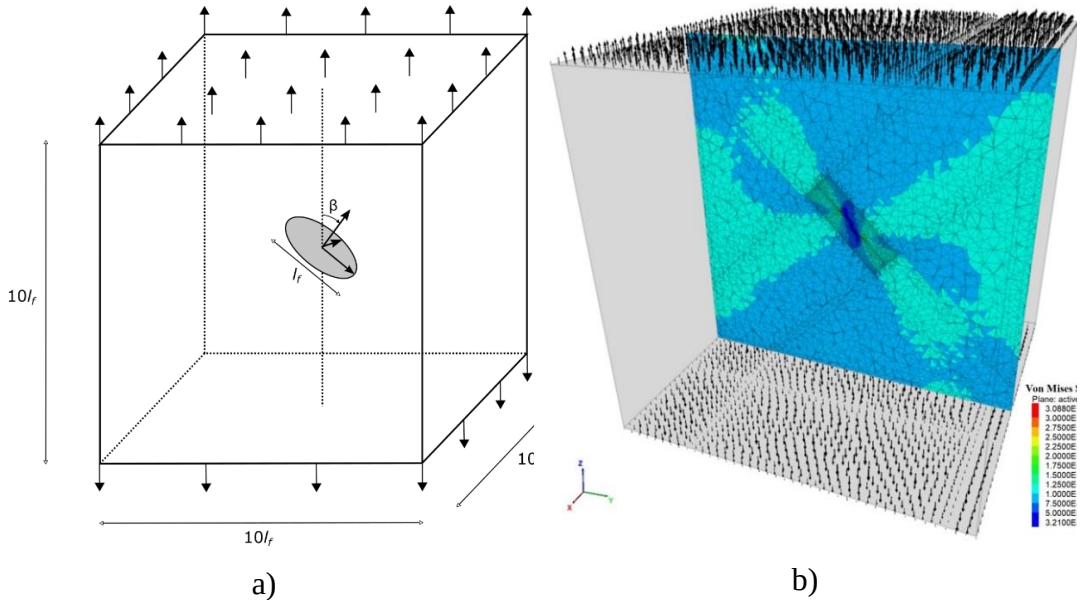


Figure 2: a) Configuration of the numerical experiment of a disk-shaped
 fracture under compression, tilted by angle β from the remote stress direction,
 and b) Von Mises stress field generated with the ©3DEC software on the central
 160 zy-slice of the model

Analytical solutions for the SIFs along the tip of an inclined disk-shaped crack under uniform loading, either compressive or tensile, are provided by (Kassir and Sih, 1975):

$$K_I(\phi) = 2\max(0, \sigma)\sqrt{a/\pi} \sin^2(\beta) \quad (20.a)$$

$$K_{II}(\phi) = \frac{2\sigma\sqrt{a/\pi}}{2-\nu} \sin(2\beta) \cos(\phi) \quad (20.b)$$

$$K_{III}(\phi) = \frac{2(1-\nu)\sigma\sqrt{a/\pi}}{2-\nu} \sin(2\beta) \sin(\phi) \quad (20.c)$$

where a is the fracture radius, σ the applied remote uniaxial stress, β the inclination angle with the remote stress direction, ν the Poisson's ratio of the surrounding elastic matrix, and ϕ the angle between the fracture tip and the remote shear direction in the fracture plane.

Numerical computations of SIFs (Figure 3.a). are performed using the Displacement Correlation method (see Section 3.1), on all nodes from the meshed fracture surface and we keep only those that are at a distance $r_t \in [0.05, 0.15]$ from the tip in order to keep a relative error below 10% (Figure 3.b).

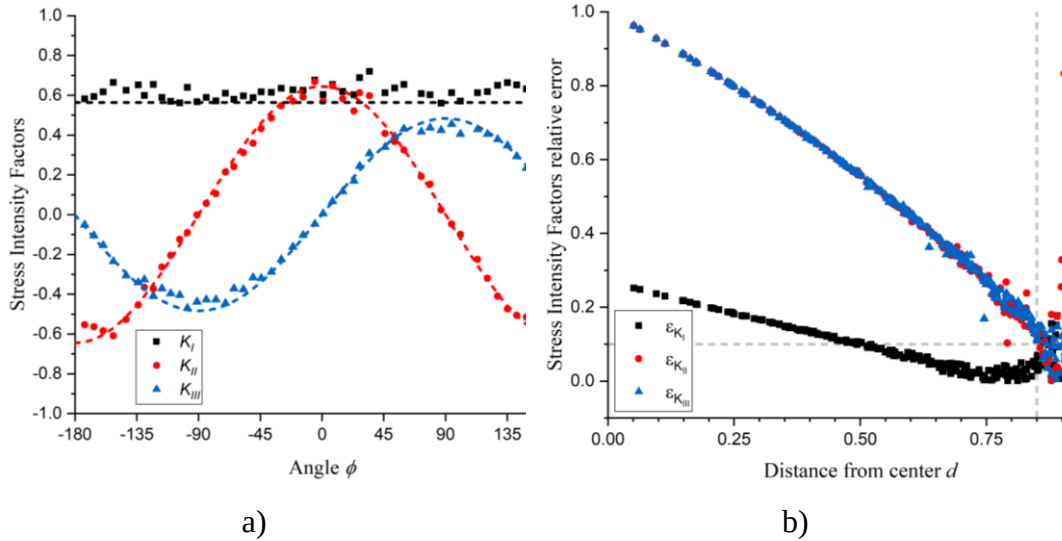


Figure 3: a) Stress Intensity Factors K_I , K_{II} and K_{III} around the fracture tip, computed from numerical simulations performed with the ©3DEC software (symbols) and analytical solutions (dashed lines), for a disk-shaped crack under uniform traction, tilted by an angle of 45° with the remote stress direction. b) Computations where performed using the Displacement Correlation method on nodes from the meshed fracture surface that are at a distance $r_t \in [0.05, 0.15]$ (or distance from fracture center $d \in [0.85, 0.95]$) from the tip to keep a relative error below 10%.

3.3 Results

Since we validated our implementation of the Displacement Correlation within the ©3DEC software, we can now perform simulations for a disk-shaped cracked under compression, with various friction models on the fracture plane. Particularly, we test the case of various values of normalized shear stiffness $k_s^* = \{0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10\}$, with no cohesion ($c_f = 0$) and a friction angle $\varphi = 30^\circ$. Figure 4 shows the normalized displacement $t(r)k_m/\tau$ along the fracture plane with different k_s^* values, for disk-shaped fractures tilted by an angle $\beta = 25^\circ$ with the uniaxial compression vector $\vec{\sigma} = -1.\vec{z}$, so that the fracture does not reach slipping conditions. The analytical solutions proposed in Eq. (4) are in good agreement with the numerical simulations.

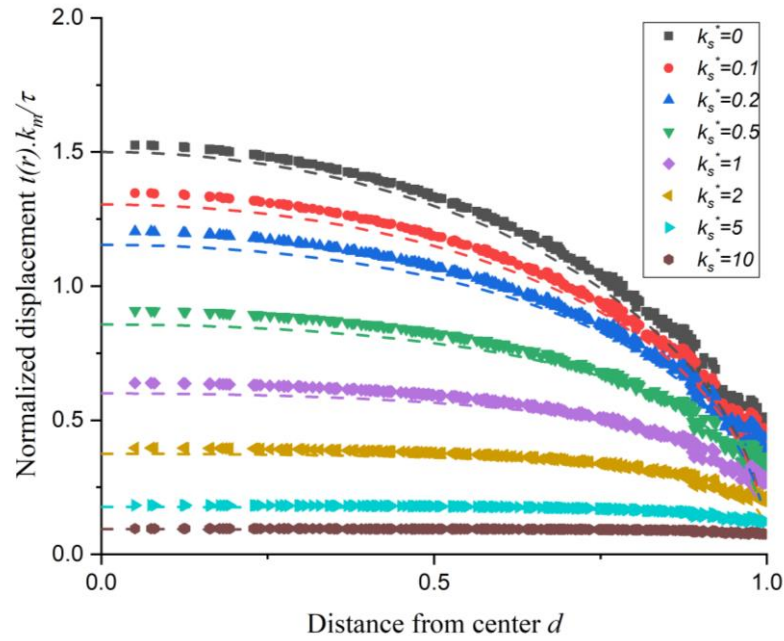
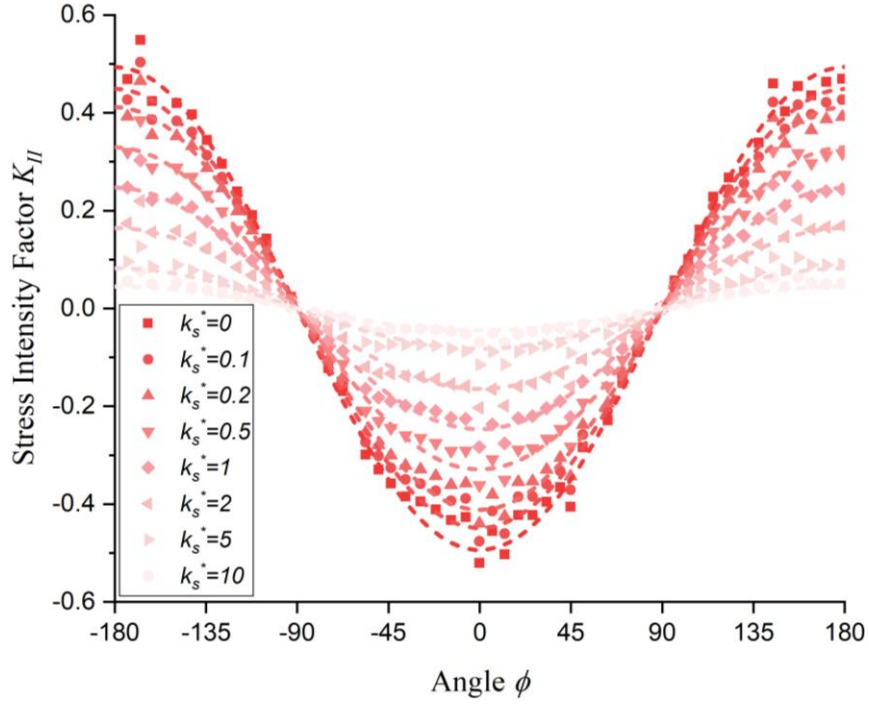
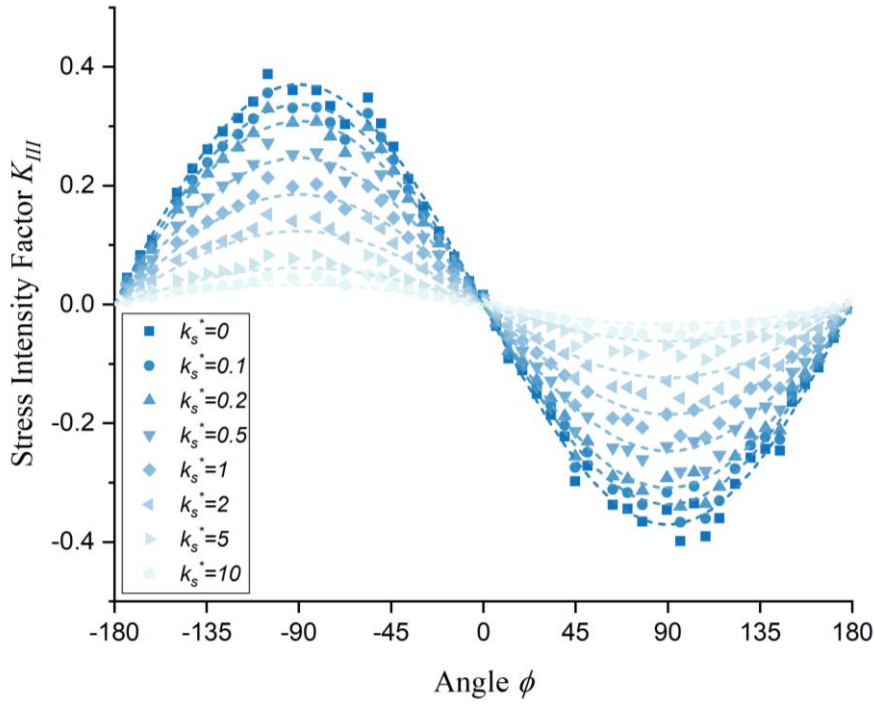


Figure 4: Normalized displacement along the fracture plane calculated for a disk-shaped fracture embedded in an elastic matrix under compression for different k_s^* values. The fracture is tilted with an angle of 25° from the remote stress direction, so that it is not slipping. Symbols are results from numerical simulations obtained from ©3DEC software and dashed lines are analytical solution (Eq. (4))

Figure 5.a and Figure 5.b shows Stress Intensity Factors K_{II} and K_{III} respectively for various values of normalized shear stiffness k_s^* , computed with our implementation of the Displacement Correlation method within the ©3DEC software (symbols). Numerical results are in quite good agreement with the analytical solutions proposed in Eq. (15).



a)



b)

Figure 5: Stress Intensity Factors a) K_{II} and b) K_{III} , around the fracture tip, computed from numerical simulations performed with the ©3DEC software (symbols) and analytical solutions (dashed lines), for a penny-shaped crack under uniform compression tilted by an angle of 25° with the remote uniaxial stress direction, for various values of normalized shear stiffness k_s^*

4 Conclusion

This study presents numerical analysis of Stress Intensity Factors for a disk-shaped fracture embedded in an elastic matrix under uniaxial compressive stress, with a simple elastic-plastic friction model on the fracture plane. Indeed, we consider that the shear resistance stress τ_f in the fracture plane is expressed as a linear function of the displacement t on the fracture wall, modelled by a constant shear stiffness k_s , and limited by a Coulomb threshold τ_c . Particularly, we focus here on the influence of shear stiffness k_s on SIFs. According to our friction model, the mean stress redistributed in the surrounding matrix $\overline{\sigma_m}$ is a decreasing function of parameter $k_s^* = k_s/k_m$, which is the ratio between the fracture shear and rock matrix stiffnesses, noted k_s and k_m respectively. In order to understand the role of fracture shear stiffness on mechanical energy stored at the fracture tip, we performed numerical experiments using the ©3DEC software to compute SIFs using the Displacement Correlation method. Our analysis shows that SIFs K_{II} and K_{III} , corresponding to shear deformation mode, evolves as $1/(1 + k_s^*)$ in comparison with the case of a frictionless crack under the same loading conditions. This shows the importance of frictional properties in the way stress is redistributed by fractures in the surrounding matrix, and particularly at the fracture tip. Since mode II and mode III SIFs decrease with shear stiffness, we expect that this parameter may have consequences on fracture growth velocity. Further work should consider this kind of frictional properties for fracture propagation modelling in geological environments.

References

- Anderson, T.L., and Anderson, T.L. (2005). *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. CRC press.
- Atkinson, B.K. (1984). Subcritical crack growth in geological materials. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 89(B6), 4077-4114. doi: 10.1029/JB089iB06p04077.
- Bandis, S., Lumsden, A., and Barton, N. (Year). "Fundamentals of rock joint deformation", in: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*: Elsevier), 249-268.
- Chan, S., Tuba, I., and Wilson, W. (1970). On the finite element method in linear fracture mechanics. *Engineering fracture mechanics* 2(1), 1-17.
- Charles, R.J. (1958). Dynamic Fatigue of Glass. *Journal of Applied Physics* 29(12), 1657-1662. doi: 10.1063/1.1723019.
- Davy, Darcel, C., Le Goc, R., and Mas Ivars, D. (2018). Elastic Properties of Fractured Rock Masses With Frictional Properties and Power Law Fracture Size Distributions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. doi: 10.1029/2017jb015329.

- 250 Dolbow, J., Moës, N., and Belytschko, T. (2001). An extended finite element method
for modeling crack growth with frictional contact. *Computer methods in
applied Mechanics and engineering* 190(51-52), 6825-6846.
- Goodman, R.E., Taylor, R.L., and Brekke, T.L. (1968). A model for the mechanics
of jointed rock. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.*
- 255 Griffith, A.A. (1921). VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans.
R. Soc. Lond. A* 221(582-593), 163-198.
- Hakami, E. (1995). *Aperture distribution of rock fractures*.
- Ingraffea, A.R., and Manu, C. (1980). Stress-intensity factor computation in three
dimensions with quarter-point elements. *International journal for numerical*
260 *methods in engineering* 15(10), 1427-1445.
- Irwin, G.R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing
a plate. *Journal of applied mechanics* 24(3), 361-364.
- Israelsson, J.I. (1996). "Short descriptions of UDEC and 3DEC," in *Developments in
geotechnical engineering*. Elsevier), 523-528.
- 265 Itasca Consulting Group, I. (2016). *3DEC — Three-Dimensional Distinct Element
Code, Ver. 5.2. Minneapolis: Itasca*.
- Kachanov, M. (1993). Elastic solids with many cracks and related problems.
Advances in applied mechanics 30, 259-445.
- Kassir, M., and Sih, G. (1975). Mechanics of Fracture, Vol. 2: Three-Dimensional
270 Crack Problems. *Noordhoff Int. Publ., Leyden*.
- Nakamura, T., and Parks, D. (1988). Three-dimensional stress field near the crack
front of a thin elastic plate. *Journal of applied Mechanics* 55(4), 805-813.
- Nejati, M., Paluszny, A., and Zimmerman, R.W. (2015). A disk-shaped domain
integral method for the computation of stress intensity factors using
275 tetrahedral meshes. *International Journal of Solids and Structures* 69, 230-
251.
- Nejati, M., Paluszny, A., and Zimmerman, R.W. (2016). A finite element framework
for modeling internal frictional contact in three-dimensional fractured media
using unstructured tetrahedral meshes. *Computer Methods in Applied*
280 *Mechanics and Engineering* 306, 123-150. doi: 10.1016/j.cma.2016.03.028.
- Paris, P., and Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws.
Journal of basic engineering 85(4), 528-533.
- Richard, Buchholz, F.G., Kullmer, G., and Schöllmann, M. (2003). 2D- and 3D-
Mixed Mode Fracture Criteria. *Key Engineering Materials* 251-252, 251-260.
285 doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.251-252.251.
- Richard, Fulland, M., and Sander, M. (2005). Theoretical crack path prediction.
Fatigue & fracture of engineering materials & structures 28(1-2), 3-12.

- Richard, Schramm, B., and Schirmeisen, N.-H. (2014). Cracks on Mixed Mode loading–Theories, experiments, simulations. *International Journal of Fatigue* 62, 93-103.
290
- Thomas, R.N., Paluszny, A., and Zimmerman, R.W. (2017). Quantification of Fracture Interaction Using Stress Intensity Factor Variation Maps. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. doi: 10.1002/2017jb014234.
- Williams, M. (1956). On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack.
295 *Journal of Applied Mechanics* 24(1), 109-114.
- Yoshioka, N., and Scholz, C.H. (1989a). Elastic properties of contacting surfaces under normal and shear loads: 1. Theory. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 94(B12), 17681-17690.
- Yoshioka, N., and Scholz, C.H. (1989b). Elastic properties of contacting surfaces
300 under normal and shear loads: 2. Comparison of theory with experiment. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 94(B12), 17691-17700.

4.3 Conséquences à l'échelle du réseau

La Section 4.2 montre l'influence des propriétés de friction du plan de fracture, notamment de la raideur tangentielle k_s , sur la déformation de la matrice environnante et sur les facteurs d'intensité de contraintes. La Figure 4.2 illustre l'atténuation des perturbations de contraintes dans la matrice environnante, en fonction de la raideur tangentielle normalisée k_s^* .

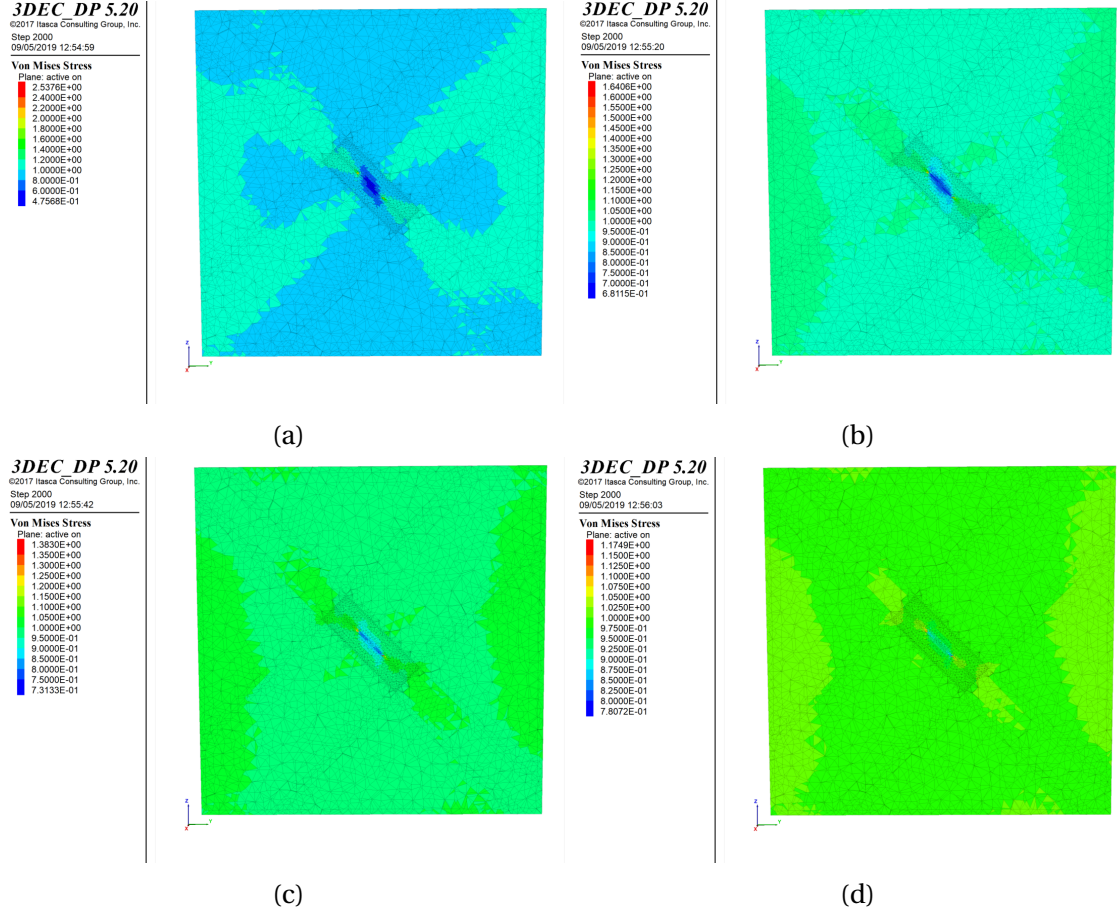


FIGURE 4.2 – Influence de la raideur tangentielle sur les perturbations de contraintes engendrées par une fracture inclinée d'un angle de 45° avec la contrainte compressive unitaire appliquée, et incluse dans une matrice élastique, isotrope, homogène. Les paramètres mécaniques de la matrice sont ceux utilisés en Section 4.2. Les figures diffèrent par les valeurs de raideur tangentielle normalisées k_s^* utilisées : (a) $k_s^* = 0$ (glissement libre), (b) $k_s^* = 1$, (c) $k_s^* = 2$, $k_s^* = 5$

Afin de montrer l'importance de la taille de la fracture dans l'estimation de la perturbation de contrainte qui lui est associée, Davy et al. [2018a] définissent une taille caractéristique l_m , telle que $k_s = k_m$. Cette taille caractéristique peut alors s'exprimer en fonction des paramètres mécaniques de la fracture et de la matrice rocheuse, selon l'expression suivante :

$$l_m = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1 - \nu_m/2}{1 - \nu_m^2} \frac{E_m}{k_s} \quad (4.4)$$

avec E_m et ν_m les modules d'Young et coefficient de Poisson de la matrice. Nous avons démontré précédemment que les facteurs d'intensité de contrainte K_{II} et K_{III} associés aux déformations cisailantes, lorsque le seuil de Coulomb n'est pas atteint, dépendent de la raideur tangentielle de la fracture et de celle de la matrice, respectivement notés k_s et k_m , tels que :

$$K_{II,III}(\tau, k_s) = \frac{1}{1 + \frac{k_s}{k_m}} K_{II,III}^0(\tau) \quad (4.5)$$

avec K_{II}^0 et K_{III}^0 les facteurs d'intensité de contrainte associés à une fracture en glissement libre, sans friction. Il est alors possible d'écrire cette même équation sous la forme :

$$K_{II,III}(\tau, l_m) = \frac{1}{1 + \frac{l}{l_m}} K_{II,III}^0(\tau) \quad (4.6)$$

Ces facteurs d'intensité de contrainte sont proportionnels à la racine carrée de la taille l de la fracture, de telle façon qu'il est possible d'écrire :

$$K_{II,III}(\tau, l_m) \propto \frac{\sqrt{l}}{1 + \frac{l}{l_m}} \quad (4.7)$$

En considérant que la raideur tangentielle k_s des fractures est une constante, alors ces facteurs d'intensité de contrainte atteignent un maximum en $l = l_m$, avant de décroître vers 0 (voir Figure 4.3). La propagation des fractures, notamment leur vitesse, est fonction des

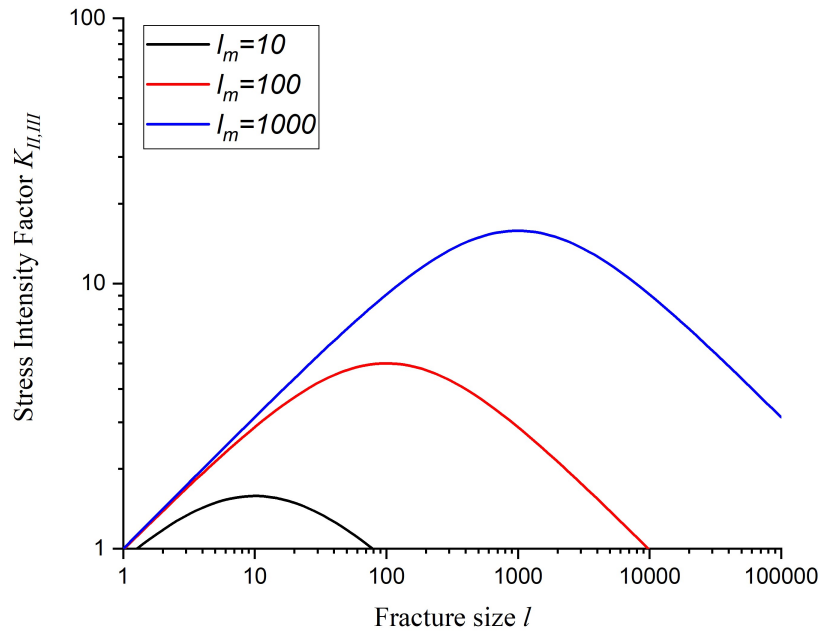


FIGURE 4.3 – Évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_{II} et K_{III} pour différentes valeurs de taille caractéristique l_m constantes

facteurs d'intensité de contrainte [Atkinson, 1984; Charles, 1958]. Sous un certain seuil, la fracture arrête de croître. Ce raisonnement présuppose qu'il existe une taille maximale de fracture, au-delà de laquelle cette dernière n'a plus suffisamment d'énergie pour croître.

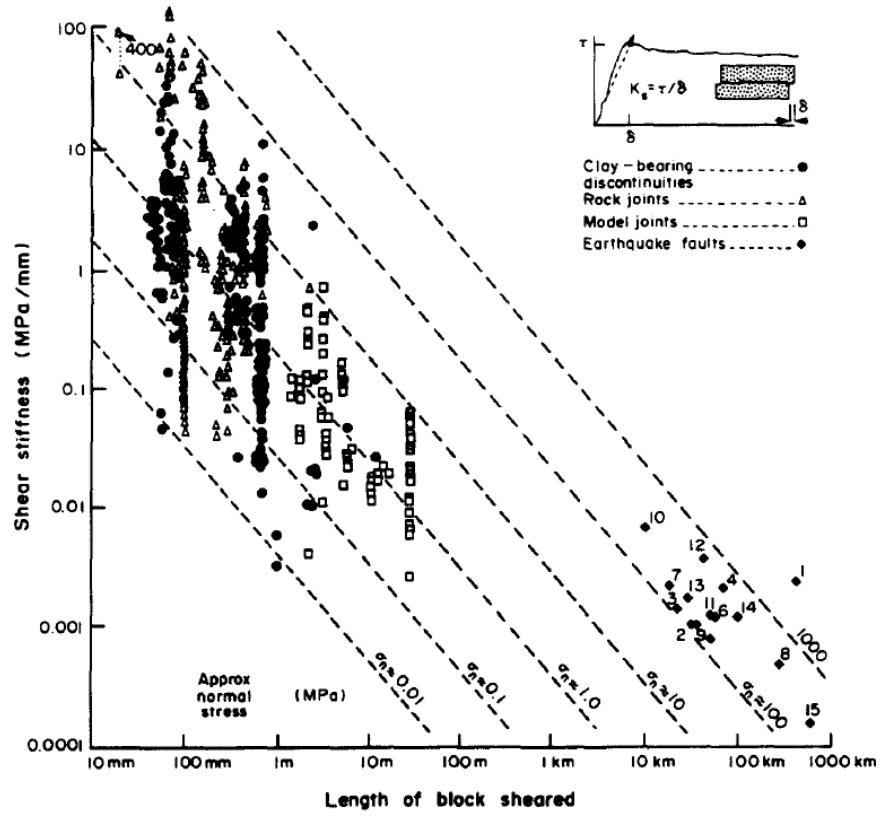
Cependant, le caractère multi-échelle des réseaux de fractures naturelles ne semble pas montrer la présence d'une telle échelle caractéristique. Enfin, les données expérimentales semblent montrer que la raideur tangentielle est une fonction de la contrainte normale σ_n appliquée, et de la taille l de la fracture [Bandis et al., 1983; Fardin, 2003; Fardin et al., 2003; Jing, 1990] (voir Figure 4.4), telle que :

$$k_s \propto \frac{\sigma_n}{l} \quad (4.8)$$

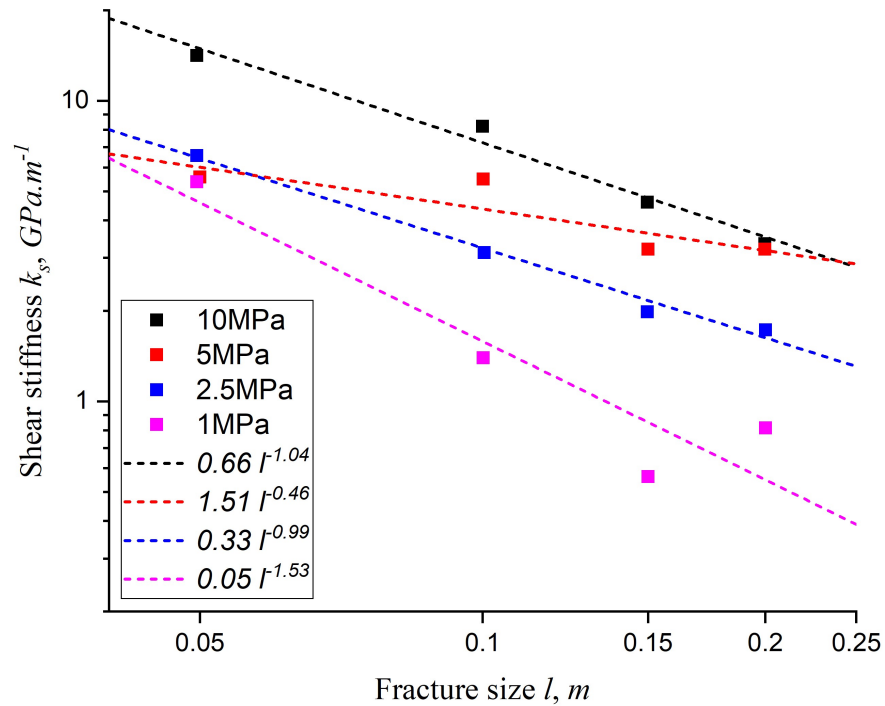
Cette dépendance de la raideur tangentielle k_s (et de l'échelle caractéristique l_m par extension) avec la taille de la fracture change ainsi la dépendance en l du facteur d'intensité de contrainte, tel que :

$$K_{II,III}(\tau, l_m) \propto \sqrt{l} \quad (4.9)$$

Nous démontrons dans ce chapitre la dépendance de la déformation de la matrice en fonction des paramètres de friction du plan de fracture. La friction va ainsi modifier l'intensité de la perturbation de contrainte autour des fractures, influençant donc leurs interactions mécaniques, mais aussi leur propagation. Nous concluons que la caractérisation de ces propriétés de friction à partir des données de terrains, constitue un élément important à introduire dans le processus de modélisation de DFN génétique.



(a)



(b)

FIGURE 4.4 – Évolution de la raideur tangentielle en fonction de la taille de fracture et de la contrainte normale appliquée. (a) Effets d'échelle selon un jeu de 450 données couvrant une large gamme d'échelle (d'après Bandis et al. [1983]). (b) Effets d'échelle selon des tests de cisaillement pour des répliques en béton de fractures géologiques (modifié d'après Fardin et al. [2003])

Chapitre 5

Vers une meilleure intégration des processus physiques et géologiques dans les modèles génétiques

Sommaire

5.1 Contraindre l'orientation des fractures par le champ de contraintes régional	135
5.2 Introduction d'une histoire tectonique dans le processus de modélisation génétique	138
5.3 Lois d'arrêt entre fractures	141

Introduction

La majorité des modèles de DFN génétiques introduisent des corrélations entre fractures en les faisant croître et interagir selon des lois simples, la plupart du temps dictées par les statistiques du terrain. Les caractéristiques des réseaux ainsi générés (distribution des tailles de fractures, etc...), sont donc un paramètre d'entrée du modèle, et non de sortie. Nous avons vu précédemment que le modèle UFM (voir Section 1.4.5) se démarque des autres modèles génétiques, par sa volonté d'imiter le processus de fracturation, afin que les caractéristiques du réseau soient désormais un paramètre de sortie du modèle. Cependant, les règles de croissance et d'arrêt restent très simples, et négligent l'importance du champ de contrainte régional sur l'orientation des fractures, leur croissance, la chronologie des différents épisodes tectoniques, ou les règles d'arrêt entre fractures. Nous proposons ici des améliorations possibles du modèle UFM afin de mieux intégrer les processus de rupture dans les modèles génétiques.

5.1 Contraindre l'orientation des fractures par le champ de contraintes régional

Les orientations des fractures sont une conséquence de l'histoire tectonique de la région, et donc des divers champs de contraintes appliqués [Scholz, 2002]. Le modèle le plus classique et largement utilisé, pour décrire mécaniquement le développement de familles d'orientations conjuguées pour un champ de contrainte homogène, est celui reposant sur le critère de Mohr-Coulomb [Anderson, 1905; Jaeger et al., 2009]. Lorsque le milieu est sollicité en contraintes compressives, la théorie de Coulomb suppose que les plans les plus instables sont ceux pour lesquels le rapport entre les contraintes cisailantes et normales dépasse un certain seuil. Morris et al. [1996] introduisent le *slip-tendency ratio* T_s , défini comme le rapport entre les contraintes cisailante τ et normale σ_N . Plus le ratio T_s associé à un plan est élevé, plus il est instable. La théorie de Mohr-Coulomb propose un seuil de rupture en cisaillement τ_c au-delà duquel la roche se fracture. Ce seuil de rupture dépend de la contrainte normale appliquée, ainsi que des paramètres de friction μ et de cohésion c de la roche, tel que :

$$\tau_c = c + \mu \cdot \sigma_N \quad (5.1)$$

Pour la plupart des roches, la friction $\mu \approx 0.6$ [Byerlee, 1978]. Les valeurs de cohésion sont, elles, très dépendantes du matériau considéré. Plus l'écart entre la contrainte cisailante et le seuil de Coulomb $\Delta\tau = \tau - \tau_c$ est important, plus le plan associé est instable. Vavryčuk et al. [2013] introduisent le concept de facteur d'instabilité I pour quantifier l'instabilité associée à une faille. Les auteurs calculent ainsi pour un champ de contrainte donné et un

réseau de failles étudié, la probabilité de réactivation de chacune des failles en fonction de leurs orientations. Le facteur I est défini tel que, pour un paramètre de friction donné μ , $I = 1$ pour l'orientation la plus instable (voir Figure 5.1). Ce facteur est compris entre 0 et 1, et défini selon l'équation :

$$I = \frac{\tau - \mu(\sigma - \sigma_1)}{\tau_c - \mu(\sigma_c - \sigma_1)} \quad (5.2)$$

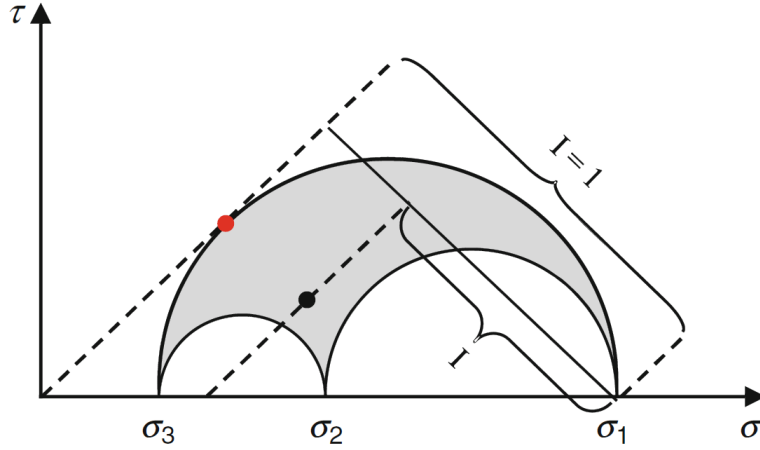


FIGURE 5.1 – Représentation du facteur d'instabilité I dans un diagramme de Mohr. Le point rouge identifie l'orientation la plus instable pour laquelle $I = 1$. Le point noir correspond à une orientation quelconque et permet de définir graphiquement ce facteur d'instabilité. Les contraintes τ et σ correspondent aux contraintes normales et cisailantes sur ce plan, et σ_1 , σ_2 et σ_3 sont les contraintes principales. D'après Vavryčuk et al. [2013]

Ce facteur d'instabilité a pour avantage d'être indépendant des valeurs absolues du champ de contrainte [Vavryčuk et al., 2013], et peut alors être défini en fonction d'un facteur de forme $R = (\sigma_1 - \sigma_2)/(\sigma_1 - \sigma_3)$, du paramètre de friction μ , et de la normale $\vec{n}$ au plan de fracture (exprimée dans le repère des contraintes principales), tel que :

$$I = \frac{\tau + \mu(\sigma + 1)}{\mu + \sqrt{1 + \mu^2}} \quad (5.3)$$

$$\sigma = -n_1^2 + (2R - 1)n_2^2 + n_3^2 \quad (5.4)$$

$$\tau = \sqrt{n_1^2 + (2R - 1)^2 n_2^2 + n_3^2 - (-n_1^2 + (2R - 1)n_2^2 + n_3^2)^2} \quad (5.5)$$

Dans les modèles génétiques de DFN, les orientations des fractures sont rarement une conséquence d'un champ de contrainte appliqué. Elles sont la plupart du temps imposées par les statistiques des données. Elles sont donc un paramètre d'entrée du modèle, et non un paramètre de sortie. Les modèles génétiques ont pour objectif de mimer le processus de fracturation, en s'affranchissant au mieux de sa grande complexité (voir Section 1.4), et notamment du nombre important de paramètres mécaniques à renseigner. Le facteur d'instabilité I a pour avantage de ne nécessiter que très peu de ces paramètres. Pour un champ de contrainte supposé connu, il permet d'identifier des orientations sus-

ceptibles de se développer. La Figure 5.2 montre des exemples de DFN générés selon le modèle UFM [Davy et al., 2013], pour lesquels les orientations des nuclei sont issues d'une loi de probabilité dépendant du facteur d'instabilité I , tel que :

$$P(\vec{n}) = [I(\vec{n})]^k \quad (5.6)$$

avec $P(\vec{n})$ la probabilité associée à un plan de normale $\vec{n}$, et k un facteur de dispersion. Ce facteur de dispersion peut se rapprocher de celui de la distribution statistique de Fisher [1953]. Plus k est élevé, plus les orientations générées sont proches du plan le plus instable, pour lequel $I = 1$.

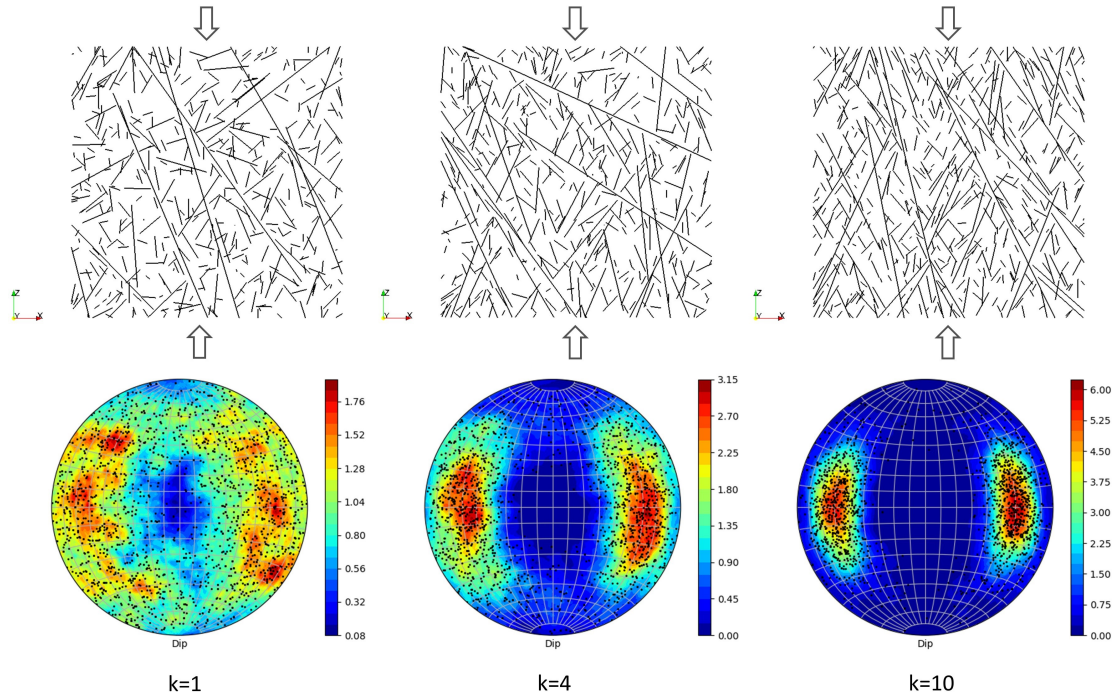


FIGURE 5.2 – Réseaux UFM générés en contraignant l'orientation des fractures par un champ de contraintes régional. Les réseaux sont générés en 3D mais nous observons ici des coupes 2D selon le plan central (xz). Le champ de contrainte régional imposé est compressif tel que $\sigma_1 = \sigma_{zz} = -1000$, $\sigma_2 = \sigma_{yy} = -500$, et $\sigma_3 = \sigma_{xx} = -250$. Les réseaux sont générés pour des facteurs de dispersion $k = 1$, $k = 4$ et $k = 10$. L'effet de dispersion peut être observé sur les stéréonet associés

Ces considérations mécaniques peuvent avoir une importance sur les modèles générés. En effet, l'utilisation de critères de rupture ou de facteurs d'instabilité, permet de sélectionner des familles d'orientations qui se développeront durant la période tectonique considérée. Ils permettent également de sélectionner des orientations de fractures anciennement formées (lors d'un autre épisode tectonique), qui pourraient être réactivées lors de cet épisode tectonique particulier. Le développement des différentes familles de fractures serait alors le résultat d'un processus complexe entre réactivation d'anciennes fractures et développement de nouvelles.

Ce type d'approche demande alors de bien déterminer le champ de contraintes actuel, et même l'histoire tectonique de la région. La reconstruction des paléocontraintes à l'origine de la formation des fractures peut se faire par inversion géomécanique [Maerten et al., 2016]. Ces méthodes supposent généralement que les plus larges structures (failles...) génèrent une perturbation locale du champ de contraintes, lorsqu'elles sont soumises à un champ de contraintes régional. Ces perturbations de contraintes locales sont à l'origine du développement de structures secondaires (fractures de plus petites tailles). La géométrie de ces structures secondaires et principales (positions, orientation...) nous renseigne sur le champ de contraintes régional ayant pu engendrer ces structures secondaires. Néanmoins, ces approches restent difficiles à mettre en œuvre, incertaines, et ne permettent pas forcément d'identifier clairement plusieurs régimes tectoniques.

5.2 Introduction d'une histoire tectonique dans le processus de modélisation génétique

La Section 1.3 abordait l'importance de la chronologie des fractures sur la topologie finale du réseau, et sa connectivité. En effet, les fractures ont tendance à s'arrêter sur des fractures plus anciennes. L'analyse des matrices de terminaisons entre différentes familles de fractures permet alors d'établir une chronologie relative de la formation du réseau [Barton, 1995; Hermanson et al., 2005] (voir Figure 5.3). Il est également possible d'avoir une idée plus précise de l'histoire de ce réseau en se reposant sur des données de datation absolue. Par exemple, la datation d'éléments chimiques, présents dans des minéralisations remplissant des fractures, permet d'avoir une borne minimum d'âge pour leur formation [Sandström et al., 2008; Tullborg et al., 2008]. La chronologie d'apparition et de croissance des différentes familles de fractures va alors modifier leurs interactions mécaniques. En effet, les familles de fractures plus "jeunes" vont avoir tendance à arrêter leur croissance sur des familles plus anciennes. Cela peut avoir pour conséquence de modifier la distribution des tailles des différentes familles de fractures [La Pointe et al., 2008].

Bien que la plupart des modèles génétiques évoqués en Section 1.4.5 proposent de respecter cette topologie, en respectant les statistiques de terminaisons entre différentes familles de fractures [Srivastava et al., 2005], certains modèles de génération de DFN tentent de reproduire cette hiérarchie en générant des réseaux où une famille de fractures va venir buter sur une autre [Bourgine et al., 1995; Heliot, 1988]. Dans le modèle UFM de Davy et al. [2013], les familles de fractures sont définies à partir de paramètres de Fisher, issus d'une analyse statistique du terrain (voir Section 1.3). Le nombre de nuclei apparaissant dans le milieu et appartenant à une famille, dépend d'un poids relatif calculé à partir d'une analyse de densité. A chaque pas de temps, des nuclei de chaque famille

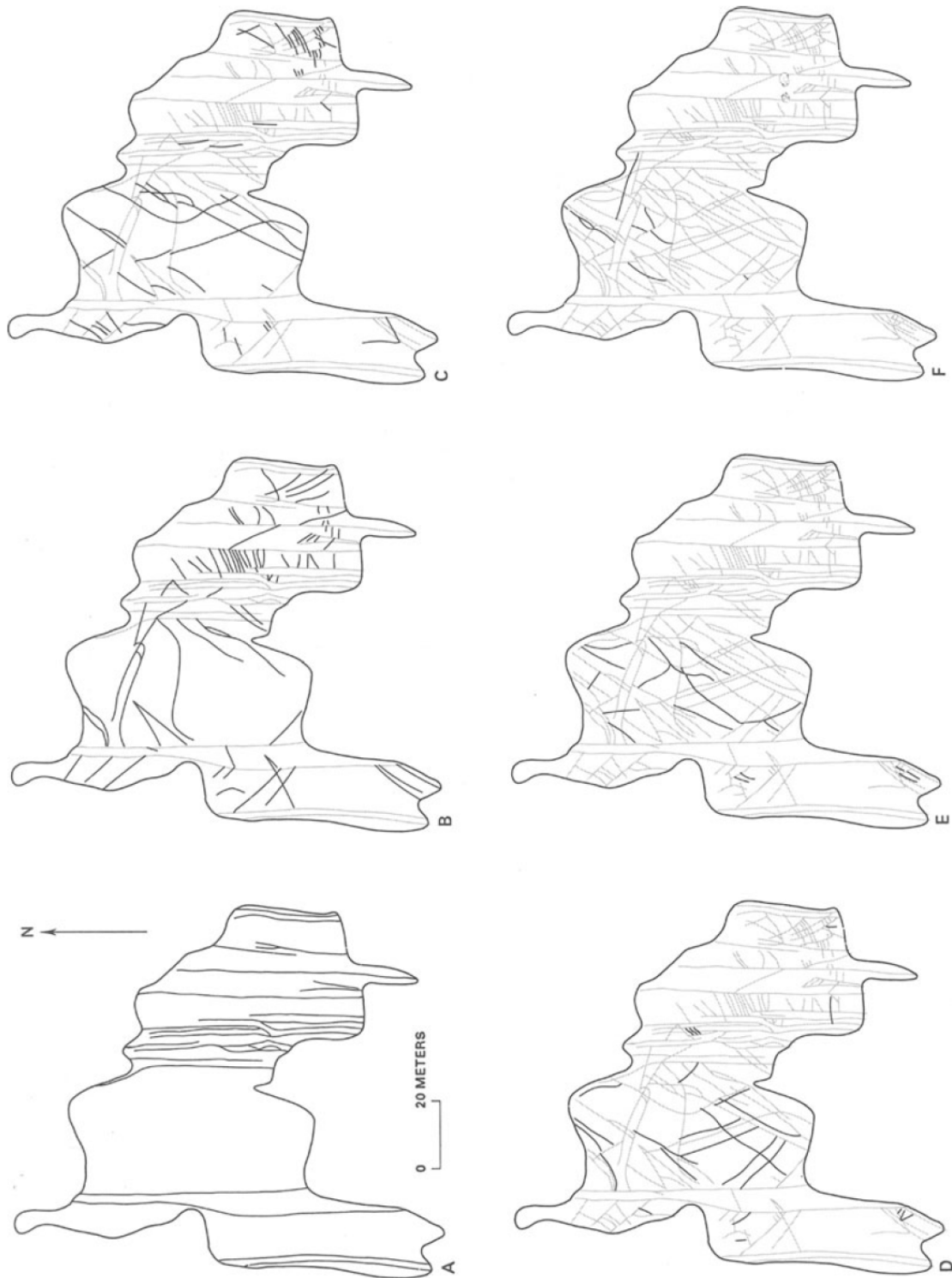


FIGURE 5.3 – Décomposition chronologique des traces de fractures d'un l'affleurement de Cedar City, Utah, USA. (a) Première famille de fractures. (b-f) ajout de chaque famille selon leur ordre chronologique. Dernière famille en noir, les précédentes en gris. D'après [Barton et al. \[1995\]](#)

d'orientation sont introduits et poussent en même temps. Le modèle n'introduit donc pas de notion de chronologie, au sens d'une multitude d'épisodes tectoniques consécutifs. Nous proposons ici un travail préliminaire pour l'introduction d'une chronologie

Set	Strike	Dip	κ
1	0	45	15
2	180	45	15
3	90	90	15

TABLEAU 5.1 – Paramètres de Fisher utilisés pour générer trois familles d'orientation orthogonales

des familles de fractures dans le modèle UFM. Pour cela, nous définissons trois familles d'orientations orthogonales. Le Tableau 5.1 résume les paramètres de Fisher utilisés, et la Figure 5.4 montre le stéréonet associé.

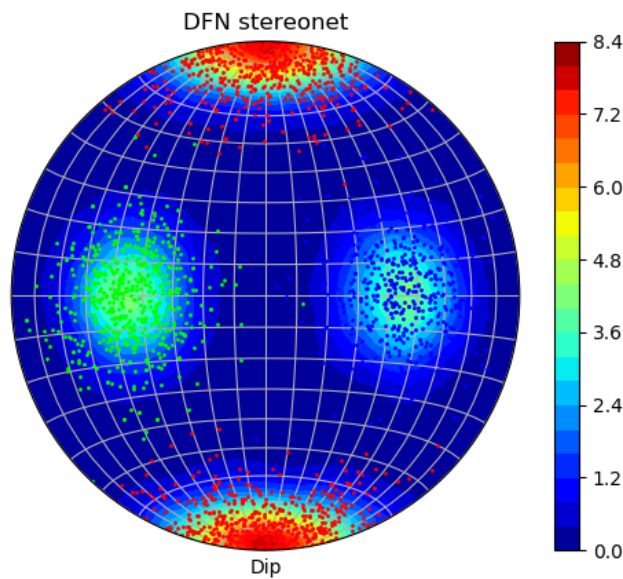


FIGURE 5.4 – Stéréonet des trois familles d'orientations orthogonales générées

Nous pouvons observer sur la Figure 5.5, que la distribution des tailles des différentes familles de fractures générées par le modèle UFM, dépend de leur chronologie d'apparition. Dans ce cas précis, les familles 1 et 2 ont été générées en même temps. La troisième famille est ensuite générée alors que les deux autres familles sont désactivées. Cette dernière, plus "jeune", est composée essentiellement de petites fractures, car celles-ci n'ont pas suffisamment d'espace pour se développer davantage. Cela est dû à la règle UFM qui impose que toute fracture intersectant une fracture plus grande s'arrête. Cette loi d'arrêt semble donc trop simpliste.

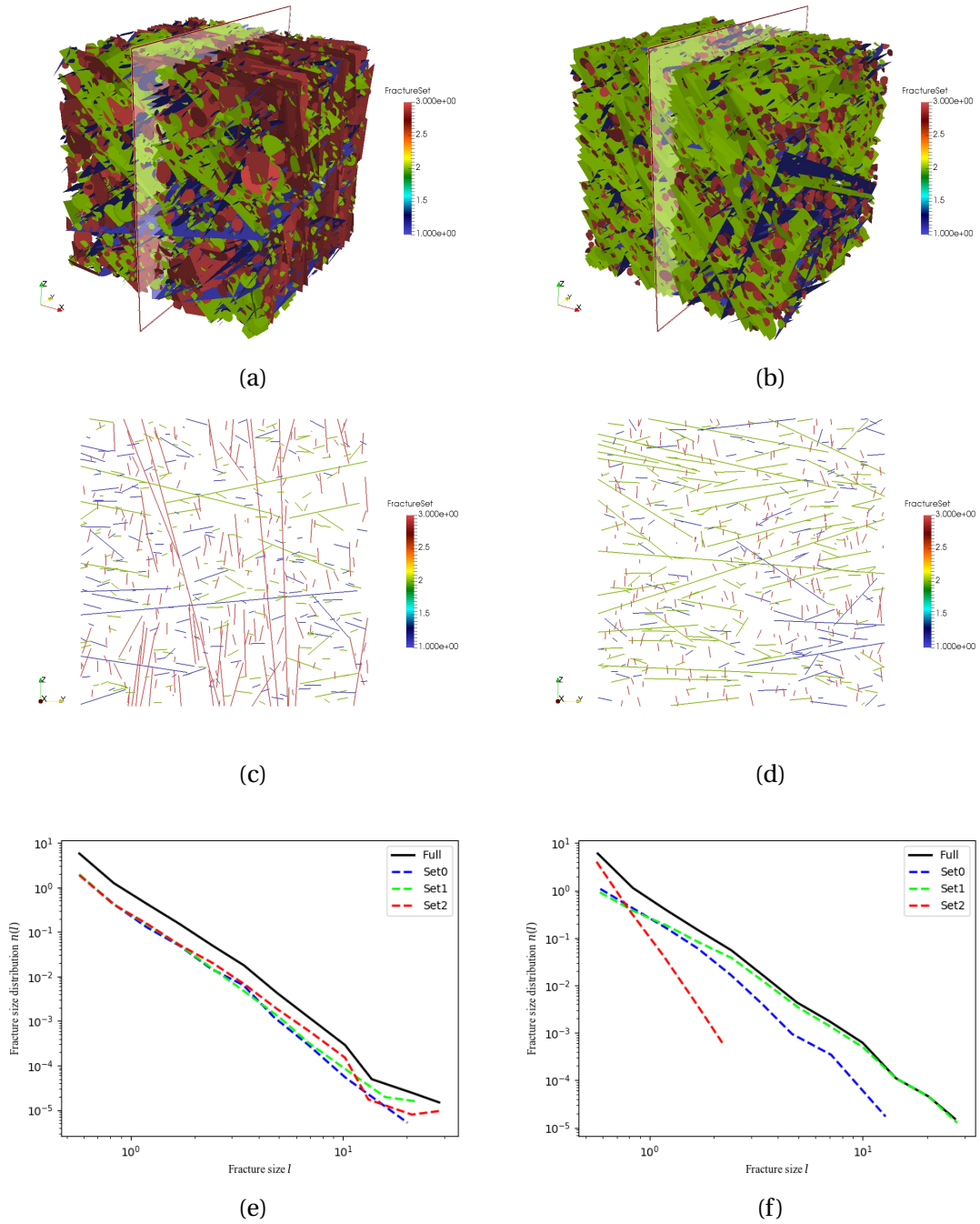


FIGURE 5.5 – Introduction d'une chronologie des familles de fractures dans le modèle UFM. Nous comparons ici les DFN (a) et (b), dont nous pouvons également visualiser les coupes 2D (yz) c) et d), ainsi que les distributions des longueurs correspondantes e) et f). Dans le premier DFN, toutes les familles de fractures se développent en même temps. Concernant le deuxième DFN, la troisième famille se développe après les deux premières

5.3 Lois d'arrêt entre fractures

La propagation des fractures en milieu homogène peut être décrite par la mécanique de la fracturation (voir Section 1.2.2). Tant que l'énergie accumulée en front de fissure est suffisante pour rompre les liaisons atomiques dans la matrice, la fracture se propage; sinon elle s'arrête. Cependant, les fractures peuvent également s'arrêter sur des

discontinuités d'ordre lithologique (horizons sédimentaires) [Gross, 1993; Gross et al., 1995; Roche et al., 2013], ou d'autres fractures préexistantes [Pollard and Aydin, 1988], formant ainsi des intersections en T. Le modèle de DFN génétique de Davy et al. [2013] impose qu'une fracture ne peut pas croiser une fracture plus grande, mais que l'inverse se produit. Cette règle cherche à simplifier les raisons mécaniques expliquant pourquoi une fracture en arrêterait une autre. Cette considération sur la taille de fracture est en réalité une considération énergétique. Plus une fracture est grande, plus elle accumule de l'énergie en front de fissure. Cette énergie est classiquement quantifiée par le facteur d'intensité de contrainte K . Ce dernier, dépend essentiellement de la taille de la fracture l , et de la force σ qui lui est appliquée, tel que :

$$K \propto \sigma \cdot \sqrt{l} \quad (5.7)$$

Plutôt que de comparer les tailles l_1 et l_2 de deux fractures s'intersectant, il conviendrait davantage de comparer leurs facteurs d'intensité de contrainte. Ainsi une fracture de taille l_1 chargée par une force σ_1 s'arrêtera sur une fracture de taille l_2 chargée par une force σ_2 si :

$$\sigma_1 \cdot \sqrt{l_1} < \sigma_2 \cdot \sqrt{l_2} \quad (5.8)$$

La Figure 5.6 propose une représentation graphique de ce critère.

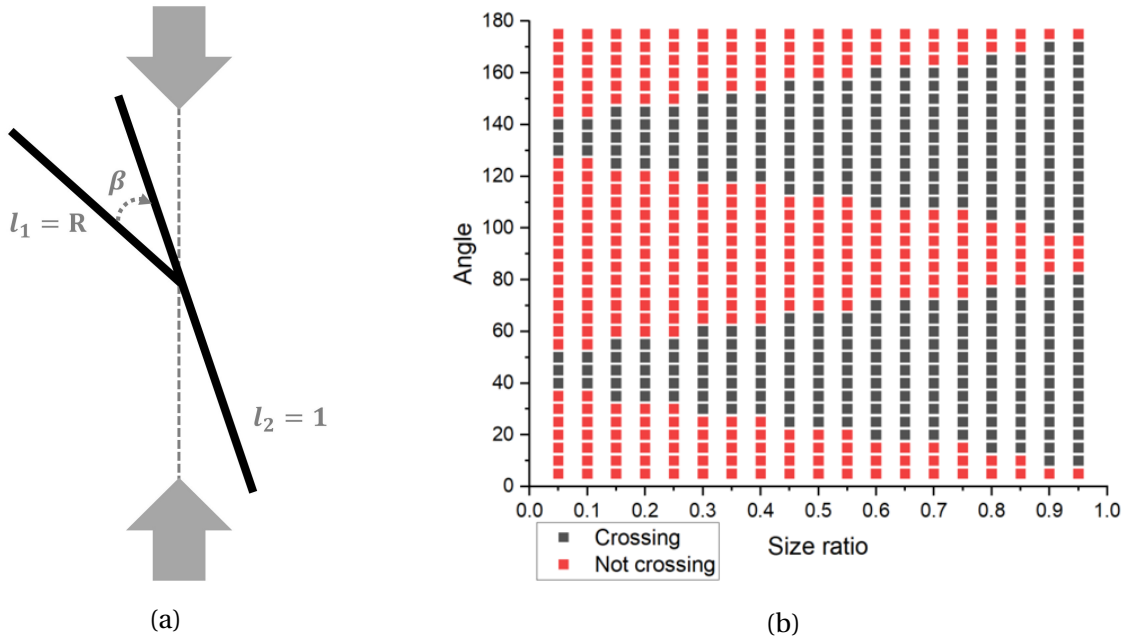


FIGURE 5.6 – Un critère d'arrêt de fracture, basé sur une estimation des facteurs d'intensité de contrainte. (a) Configuration d'intersection entre deux fractures. La fracture de taille $l_1 \leq l_2$, orientée selon un angle de 45° par rapport à la contrainte compressive, vient buter sur la fracture de taille $l_2 = 1$. Les deux fractures elles-mêmes sont inclinées selon un angle β . (b) Tableau d'intersection entre les deux fractures selon l'angle β et le ratio de taille entre les deux fractures, selon le critère développé en Équation 5.8

Cette mécanique est en réalité complexe et peu étudiée dans la littérature. La plupart des études expérimentales et numériques concernant le croisement de deux fractures, sont appliquées au cas de la fracturation hydraulique [Kolawole and Ispas, 2019], dont la mécanique est différente (déformation de mode I essentiellement, couplage thermo-hydro-mécanique...). Ces méthodes s'inspirent des travaux de Renshaw and Pollard [1995] sur le croisement d'une fracture avec une interface frictionnelle. Des critères de croisement peuvent ainsi être définis en fonction de l'angle d'incidence, de l'orientation du champ de contrainte appliqué, et des paramètres de friction de l'interface, en deux [Gu and Weng, 2010; Zhang et al., 2017] ou trois dimensions [Cheng et al., 2014; Fu et al., 2019]. Les modèles de DFN purement géomécaniques (voir Section 1.4.4) considèrent la plupart du temps que, quelque soit le rapport de taille, les fractures s'arrêtent lorsqu'elles intersectent une autre [Budyn et al., 2004; Paluszny and Matthai, 2009]. Cette considération est valable lorsque les fractures sont en extension, et que leurs épontes forment des surfaces libres. Les raisons pour lesquelles une fracture s'arrête ou non, peuvent être diverses : l'ouverture de la fracture intersectée, la friction sur les plans de fracture, l'énergie en front de fissure, etc... Les règles d'arrêt utilisées dans les modèles génétiques doivent alors être affinées. L'utilisation d'outils numériques de calcul mécanique pour diverses configurations de taille, chargement, angle d'incidence, contrastes d'impédance, etc... permettrait d'identifier ces conditions d'arrêt, en dressant un diagramme de phases des conditions d'arrêt de fracture.

Conclusion

Les travaux réalisés au cours de ce doctorat se placent dans le contexte de la modélisation de réseaux de fractures géologiques. L'organisation complexe de ces réseaux, ainsi que la difficulté d'identification d'un volume élémentaire représentatif, privilégient l'utilisation de modèles dits *Discrete Fracture Networks*, représentant les fractures de manière discrète. Ces modèles peuvent alors être utilisés comme support de simulations numériques, afin de prédire le comportement mécanique et hydrogéologique des massifs fracturés. La faible quantité de données disponibles, ainsi que leur nature éparse, conduit les scientifiques à utiliser des modèles stochastiques. Dans sa représentation la plus simple, ce modèle intègre chaque attribut de fracture indépendamment des autres, selon un processus de Poisson : on parle de modèle Poissonien. Ces attributs sont déterminés à partir de distributions issues d'une analyse statistique et stéréologique du terrain. Les réseaux DFN sont alors générés dans leur état final, négligeant ainsi les corrélations spatiales entre fractures. Les modèles de DFN génétiques permettent d'introduire ces corrélations en faisant croître les fractures et interagir entre elles, sans résoudre l'ensemble des équations de la mécanique. La plupart des modèles génétiques font pousser les fractures selon un processus temporel influençant la topologie du réseau (introduction d'intersections en T qui n'existaient pas dans les modèles purement stochastiques). Cependant, les caractéristiques géométriques des réseaux à générer restent la plupart du temps des paramètres d'entrée du modèle, et non de sortie. Les travaux réalisés au cours de cette thèse cherchent à développer des modèles génétiques dont les propriétés sont une conséquence du processus génétique, dans la lignée du modèle UFM de [Davy et al. \[2013\]](#). Ainsi, en se rapprochant au plus près du processus de fracturation, si les propriétés émergentes des réseaux générés sont compatibles avec les données observées, alors les règles de croissance identifiées nous donnent un guide théorique pour l'interprétation de ces données. Ce modèle repose sur des règles cinématiques simples, issues de la mécanique de la fracturation, qui décrivent les principales étapes du processus de croissance des fractures, de la nucléation à leur arrêt. Le modèle introduit ainsi une hiérarchie entre fracture à l'origine d'une corrélation position-taille de fracture. La typologie des intersections (en T ou en X), ainsi que la distribution des tailles de fractures des DFN produits, sont une conséquence du modèle et d'un nombre réduit de paramètres, ayant un sens physique précis.

Présentation des résultats et discussions

L'organisation spatiale complexe des fractures naturelles est une des propriétés à prendre en compte dans ce processus de modélisation génétique. Cette organisation spatiale peut être quantifiée à partir d'outils mathématiques. La dimension de corrélation des centres de fractures est un indicateur répandu dans la caractérisation et la modélisation des réseaux de fractures. Elle permet de quantifier les effets de *clustering*, et le caractère fractal des positions de fractures sur une large gamme d'échelles. Cependant, cet indicateur quantifie les corrélations spatiales des fractures sans tenir compte de leurs tailles. Nous proposons ici d'utiliser le concept de "lacunarité", outil utilisé dans la théorie fractale, afin d'introduire les effets de tailles de fractures dans la quantification de ces corrélations. Cet indicateur nous renseigne sur la "texture" associée à un réseau. Cette lacunarité traduit en réalité la variabilité spatiale des densités de fractures. Comme tout processus stochastique engendre une variabilité spatiale inhérente, tout modèle de DFN reposant sur une composante aléatoire peut être caractérisé par une variabilité spatiale qui lui est propre. La lacunarité des densités de fractures associée à un modèle DFN, ainsi que sa dépendance d'échelle, constitue une propriété émergente du modèle lui-même. L'enjeu principal de la modélisation DFN reposant sur la compatibilité de ces propriétés avec les données du terrain, leur caractérisation est indispensable. Nous démontrons dans ces travaux que la lacunarité des densités de fractures propre aux DFN Poissoniens peut être définie à partir des paramètres d'entrée du modèle (distribution des tailles de fractures, densité...). Nous réalisons ainsi une analyse stéréologique de la variabilité spatiale des densités de fractures. Les caractéristiques géométriques du réseau, issues d'une analyse statistique des données d'affleurement, peuvent alors servir de proxy pour estimer l'incertitude sur la densité de fractures en trois dimensions, à une échelle donnée. Nous montrons également que la lacunarité associée aux réseaux UFM est très inférieure à celle des réseaux Poissoniens équivalents (c'est-à-dire de même densité). En effet, la règle d'arrêt du modèle UFM (les grandes fractures arrêtent les plus petites, et non l'inverse) tend à organiser le réseau en blocs, créant ainsi des *patterns* homogènes. Cependant, nous montrons également que les réseaux naturels semblent avoir une variabilité spatiale de densité plus importante que ces modèles, dont la distribution des centres de fracture est homogène.

Une des pistes explorées dans ces travaux pour introduire cette organisation spatiale complexe dans les modèles génétiques repose sur le processus de nucléation. Nous proposons de conditionner le positionnement de nouvelles fractures à l'énergie de déformation induite par les fractures déjà présentes dans le milieu. Nous introduisons ainsi une boucle de rétroaction complexe entre la propagation des fractures déjà présentes dans le système, et la naissance de nouvelles. Les contraintes mécaniques au sein de la matrice environnante sont approximées à l'aide de solutions mathématiques, exprimant les perturbations de contraintes induites par des fractures uniformément chargées, se-

lon la théorie de l'élasticité linéaire. Les réseaux alors générés montrent une plus grande variabilité spatiale, qui augmente avec la dépendance définie entre la contrainte calculée et la probabilité de positionnement de nouveaux nuclei, selon un paramètre appelé "paramètre de sélectivité". Ces DFN montrent une organisation hiérarchique se traduisant par des corrélations spatiales sur une large gamme d'échelles. Nous montrons que les fractures les plus petites (les plus jeunes) tendent à former des amas connectés, situés en front de fissure des plus larges (les plus anciennes). Une analyse d'écoulement au sein des réseaux montre que ce processus de nucléation hétérogène, et l'organisation spatiale complexe qui en résulte, ne semblent pas grandement impacter la perméabilité effective et la chenalisation des flux (en terme de "surface utile" au flux). Nous en déduisons que ces propriétés dépendent davantage de la topologie des fractures (nombre et taille d'intersections, pourcentage d'intersections en T et en X), que de leur organisation spatiale. Cependant, les effets de *clustering* introduits sont susceptibles de modifier les propriétés de transport de ces réseaux. Une analyse de ces propriétés par simulation de transport de particules, via la quantification d'indicateurs tels que la "tortuosité" ou les "temps de résidence" associés aux particules, nous permettrait de mieux identifier la structure "géométrique" du flux. Enfin, dans le cadre d'une étude de cas, il faudrait comparer la lacunarité des traces de fractures avec celles des réseaux générés à partir de notre modèle, afin de calibrer le paramètre de sélectivité de la nucléation. Cette nucléation préférentielle sera considérée comme cohérente si le paramètre choisi permet de calibrer la dimension de corrélation du réseau, et sa lacunarité.

La mécanique de la fracturation est un processus complexe qui dicte les interactions entre fractures et leurs vitesses de propagation. Ce processus dépend en partie des conditions aux limites du système, des propriétés mécaniques de la roche, mais aussi de celles des fractures elle-mêmes. Nous proposons ici une étude de l'impact des propriétés de friction sur l'énergie accumulée en front de fissure. La friction sur le plan de fracture est simplifiée selon un modèle élasto-plastique, faisant intervenir la raideur tangentielle et les paramètres de Coulomb. Nous montrons la dépendance de la déformation de la matrice environnante, et de l'énergie accumulée en front de fissure avec ces paramètres mécaniques. Le passage du régime élastique à celui de Coulomb dépend de la contrainte appliquée sur le plan de fracture et de son orientation. Ces propriétés de friction sont alors susceptibles de modifier les interactions mécaniques entre fractures ainsi que leurs vitesses de propagation, et doivent être considérées dans le processus de modélisation génétique.

Perspectives

Les modèles génétiques et géomécaniques de modélisation DFN reposent sur trois étapes principales pour découper le processus de fracturation : nucléation, propagation et arrêt. Afin d'introduire au mieux les processus mécaniques tout en gardant la rapidité des méthodes génétiques, il convient de simplifier ces processus. La loi d'arrêt est critique. Dans le modèle UFM, cette loi est binaire (les fractures les plus petites s'arrêtent sur les plus grandes, et non l'inverse), introduisant ainsi des intersections en T, dont les tailles sont un paramètre d'entrée du modèle, et non une conséquence mécanique. Il a été montré que le pourcentage d'intersections en T et leurs distributions des tailles est un paramètre critique des propriétés d'écoulement des réseaux [Maillot et al., 2016]. Cette loi d'arrêt est appliquée quelque soit l'angle d'incidence entre les fractures. Il serait intéressant de déterminer les conditions exactes d'arrêt (croisement ou non, taille des intersections en T) pour différents types de configurations entre deux fractures interagissant, afin d'évaluer le rôle de : leurs positions, leurs tailles respectives, leurs angles d'incidence, leurs paramètres de friction, etc... Ce problème d'intersection a déjà été étudié pour des fractures traversant des interfaces mécaniques [Renshaw and Pollard, 1995] telles que des horizons sédimentaires [Roche et al., 2013; Welch et al., 2009], ou dans le cadre de la fracturation hydraulique au sein d'un réseau de fractures naturelles [Cheng et al., 2014; Gu and Weng, 2010; Zhang et al., 2017]. La notion de front de fissure n'étant pas évidente lors du branchement d'une fracture sur une autre, les méthodes basées sur une analyse des facteurs d'intensité de contrainte ne semblent pas les plus adéquates. L'utilisation de méthodes numériques micro-mécaniques de type *DEM* ou *lattice* [Damjanac and Cundall, 2016; Fu et al., 2019] permettrait de modéliser la croissance et les interactions mécaniques pour différentes configurations de défauts planaires introduits dans la matrice, et pour divers modes de déformation. Il serait alors possible d'établir un diagramme de phases d'intersections entre fractures, dans l'esprit des travaux de Thomas et al. [2017] qui quantifie les interactions entre fractures à l'aide de "cartes de variations de facteurs d'intensité de contrainte".

La modélisation génétique repose également sur l'identification de la chronologie des événements de fracturation. En effet, l'histoire tectonique à l'origine d'un réseau de fractures influence fortement ses caractéristiques : orientations, connectivité... Le développement, ainsi que la réactivation, d'une ou plusieurs familles de fractures pour un champ de contrainte donné, est une étape sensible du processus de modélisation. Cela pose la question du "temps de simulation" associé à chaque épisode de déformation. En effet, si la chronologie relative entre les différentes fractures est relativement facile à établir sur le terrain, leur chronologie absolue reste plus complexe. Enfin, l'utilisation de critères énergétiques permettrait de déterminer des critères de fins de développement des familles d'orientations actives lors de l'épisode tectonique considéré.

Enfin, le caractère multi-échelle des réseaux de fractures pose le problème de l'extension et de la résolution des simulations effectuées. Les projets industriels, tels que le stockage de déchets radioactifs, nécessitent une grande précision à proximité du lieu de stockage, dont l'empreinte environnementale est susceptible de s'étendre sur plusieurs kilomètres. Le conditionnement des modèles génétiques aux données déterministes constitue une des solutions à cette précision locale recherchée. En effet, les traces des fractures des DFN générés doivent concorder avec les traces observées. Pour cela, certains nuclei peuvent être positionnés au barycentre des traces de fractures observées, et suivre les traces correspondantes lors de leur croissance, à la manière de [Srivastava et al. \[2005\]](#). De plus, le développement de modèles "emboîtés", de très forte résolution dans la zone d'intérêt et de résolution plus faible à distance, permettrait d'intégrer ce caractère large échelle, tout en conservant une certaine précision locale.

Références

- Ackermann, R. V. and Schlische, R. W. (1997). Anticlustering of small normal faults around larger faults. *Geology*, 25(12) :1127–1130. [24](#)
- Acuna, J. A. and Yortsos, Y. C. (1995). Application of fractal geometry to the study of networks of fractures and their pressure transient. *Water Resources Research*, 31(3) :527–540. [32](#)
- Alghalandis, Y. F. (2017). Adfne : Open source software for discrete fracture network engineering, two and three dimensional applications. *Computers & Geosciences*, 102 :1–11. [31](#)
- Allain, C. and Cloitre, M. (1991). Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Physical review A*, 44(6) :3552. [48](#)
- Anderson, E. M. (1905). The dynamics of faulting. *Transactions of the Edinburgh Geological Society*, 8(3) :387–402. [135](#)
- Anderson, E. M. (1951). *The dynamics of faulting and dyke formation with applications to Britain*. Hafner Pub. Co. [9](#)
- Anderson, T. L. and Anderson, T. L. (2005). *Fracture mechanics : fundamentals and applications*. CRC press. [36](#)
- Andersson, J. and Dverstorp, B. (1987). Conditional simulations of fluid flow in three-dimensional networks of discrete fractures. *Water Resources Research*, 23(10) :1876–1886. [32](#)
- Andersson, J., Shapiro, A. M., and Bear, J. (1984). A stochastic model of a fractured rock conditioned by measured information. *Water Resources Research*, 20(1) :79–88. [32](#)
- Andresen, C. A., Hansen, A., Le Goc, R., Davy, P., and Hope, S. M. (2013). Topology of fracture networks. *Frontiers in Physics*, 1. [25](#), [73](#)
- Appleyard, P., Jackson, P., Joyce, S., and Hartley, L. (2018). Conditioning discrete fracture network models on intersection, connectivity and flow data. Technical report, SKB R-17-11. Svensk Karnbranslehantering AB (SKB). [32](#)

- Atkinson, B. K. (1984). Subcritical crack growth in geological materials. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 89(B6) :4077–4114. [12](#), [13](#), [39](#), [129](#)
- Atkinson, B. K. (2015). *Fracture mechanics of rock*. Elsevier. [11](#)
- Atkinson, B. K. and Meredith, P. G. (1987). The theory of subcritical crack growth with applications to minerals and rocks. *Fracture mechanics of rock*, 2 :111–166. [12](#), [13](#), [39](#)
- Audoly, B. (2000). Asymptotic study of the interfacial crack with friction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(9) :1851–1864. [113](#)
- Baecher, G., Lanney, N., and Einstein, H. (1977). Statistical description of rock properties and sampling. In *The 18th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. American Rock Mechanics Association. [31](#)
- Balberg, I. (1985). Universal percolation-threshold limits in the continuum. *Physical review B*, 31(6) :4053. [20](#)
- Balberg, I., Anderson, C., Alexander, S., and Wagner, N. (1984). Excluded volume and its relation to the onset of percolation. *Physical review B*, 30(7) :3933. [20](#)
- Balberg, I. and Binenbaum, N. (1983). Computer study of the percolation threshold in a two-dimensional anisotropic system of conducting sticks. *Physical Review B*, 28(7) :3799. [20](#)
- Bandis, S., Lumsden, A., and Barton, N. (1983). Fundamentals of rock joint deformation. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 20, pages 249–268. Elsevier. [113](#), [130](#), [131](#)
- Barton, C. C. (1995). Fractal analysis of scaling and spatial clustering of fractures. In *Fractals in the earth sciences*, pages 141–178. Springer. [22](#), [23](#), [32](#), [138](#)
- Barton, C. C., Paul, R., and Pointe, L. (1995). *Fractals in the earth sciences*. Springer. [22](#), [139](#)
- Bear, J. (2013). *Dynamics of fluids in porous media*. Courier Corporation. [28](#)
- Bear, J., Tsang, C.-E., and De Marsily, G. (2012). *Flow and contaminant transport in fractured rock*. Academic Press. [29](#)
- Belayneh, M. and Cosgrove, J. W. (2004). Fracture-pattern variations around a major fold and their implications regarding fracture prediction using limited data : an example from the bristol channel basin. *Geological Society, London, Special Publications*, 231(1) :89–102. [29](#)
- Belayneh, M. W., Matthai, S. K., Blunt, M. J., and Rogers, S. F. (2009). Comparison of deterministic with stochastic fracture models in water-flooding numerical simulations. *AAPG Bulletin*, 93(11) :1633–1648. [32](#)

-
- Bell, R. and Dean, P. (1970). Atomic vibrations in vitreous silica. *Discussions of the Faraday society*, 50 :55–61. [107](#)
- Bergsaker, A. S., Røyne, A., Ougier-Simonin, A., Aubry, J., and Renard, F. (2016). The effect of fluid composition, salinity, and acidity on subcritical crack growth in calcite crystals. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 121(3) :1631–1651. [12](#)
- Berkowitz, B. (1995). Analysis of fracture network connectivity using percolation theory. *Mathematical Geology*, 27(4) :467–483. [20](#)
- Berkowitz, B. and Adler, P. M. (1998). Stereological analysis of fracture network structure in geological formations. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 103(B7) :15339–15360. [26](#)
- Berkowitz, B., Bour, O., Davy, P., and Odling, N. (2000). Scaling of fracture connectivity in geological formations. *Geophysical Research Letters*, 27(14) :2061–2064. [20](#)
- Berkowitz, B. and Hadad, A. (1997). Fractal and multifractal measures of natural and synthetic fracture networks. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 102(B6) :12205–12218. [23](#)
- Berre, I., Doster, F., and Keilegavlen, E. (2019). Flow in fractured porous media : A review of conceptual models and discretization approaches. *Transport in Porous Media*, 130(1) :215–236. [28](#)
- Billaux, D., Chiles, J., Hestir, K., and Long, J. (1989). Three-dimensional statistical modelling of a fractured rock mass—an example from the fanay-augerès mine. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 26, pages 281–299. Elsevier. [32](#)
- Bingham, C. (1974). An antipodally symmetric distribution on the sphere. *The Annals of Statistics*, pages 1201–1225. [22](#)
- Binley, A., Hubbard, S. S., Huisman, J. A., Revil, A., Robinson, D. A., Singha, K., and Slater, L. D. (2015). The emergence of hydrogeophysics for improved understanding of subsurface processes over multiple scales. *Water resources research*, 51(6) :3837–3866. [16](#)
- Bisdom, K., Gauthier, B., Bertotti, G., and Hardebol, N. (2014). Calibrating discrete fracture-network models with a carbonate three-dimensional outcrop fracture network : Implications for naturally fractured reservoir modeling. *AAPG bulletin*, 98(7) :1351–1376. [32](#)
- Bisdom, K., Nick, H. M., and Bertotti, G. (2017). An integrated workflow for stress and flow modelling using outcrop-derived discrete fracture networks. *Computers & Geosciences*, 103 :21–35. [29](#)

- Bogdanov, I., Mourzenko, V. V., Thovert, J. F., and Adler, P. M. (2007). Effective permeability of fractured porous media with power-law distribution of fracture sizes. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 76(3 Pt 2) :036309. [18](#), [106](#)
- Bonneau, F., Caumon, G., and Renard, P. (2016). Impact of a stochastic sequential initiation of fractures on the spatial correlations and connectivity of discrete fracture networks. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 121(8) :5641–5658. [32](#), [73](#), [104](#)
- Bonneau, F., Henrion, V., Caumon, G., Renard, P., and Sausse, J. (2013). A methodology for pseudo-genetic stochastic modeling of discrete fracture networks. *Computers & Geosciences*, 56 :12–22. [ix](#), [37](#), [38](#)
- Bonnet, E., Bour, O., Odling, N. E., Davy, P., Main, I., Cowie, P., and Berkowitz, B. (2001). Scaling of fracture systems in geological media. *Reviews of Geophysics*, 39(3) :347–383. [17](#), [23](#)
- Borghi, A., Renard, P., Fournier, L., and Negro, F. (2015). Stochastic fracture generation accounting for the stratification orientation in a folded environment based on an implicit geological model. *Engineering Geology*, 187 :135–142. [32](#)
- Borgos, H. G., Cowie, P. A., and Dawers, N. H. (2000). Practicalities of extrapolating one-dimensional fault and fracture size-frequency distributions to higher-dimensional samples. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 105(B12) :28377–28391. [26](#)
- Bour, O. (2002). A statistical scaling model for fracture network geometry, with validation on a multiscale mapping of a joint network (hornelen basin, norway). *Journal of Geophysical Research*, 107(B6). [17](#), [23](#)
- Bour, O. and Davy, P. (1997). Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution. *Water Resources Research*, 33(7) :1567–1583. [18](#), [20](#)
- Bour, O. and Davy, P. (1998). On the connectivity of three-dimensional fault networks. *Water Resources Research*, 34(10) :2611–2622. [18](#), [20](#)
- Bour, O. and Davy, P. (1999). Clustering and size distributions of fault patterns : Theory and measurements. *Geophysical Research Letters*, 26(13) :2001–2004. [24](#), [32](#)
- Bourgine, B., Chiles, J.-P., and Castaing, C. (1995). Simulation d'un réseau de fractures par un modèle probabiliste hiérarchique. *Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris*, pages 81–96. [138](#)
- Bourne, S. J., Rijkels, L., Stephenson, B. J., and Willemse, E. J. (2001). Predictive modelling of naturally fractured reservoirs using geomechanics and flow simulation. *GeoArabia*, 6(1) :27–42. [32](#), [37](#)

-
- Bridges, M. (1990). Identification and characterisation of sets of fractures and faults in rock. In *Proceedings of the International Symposium on Rock Joints, Loen, Norway, N. Barton and O. Stephansson (eds), Balkema, Rotterdam*, pages 19–26. [22](#)
- Bruna, P.-O., Straubhaar, J., Prabhakaran, R., Bertotti, G., Bisdorn, K., Mariethoz, G., and Meda, M. (2019). A new methodology to train fracture network simulation using multiple-point statistics. *Solid Earth*, 10(2) :537–559. [33](#)
- Budyn, E., Zi, G., Moës, N., and Belytschko, T. (2004). A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing. *International journal for numerical methods in engineering*, 61(10) :1741–1770. [143](#)
- Bui, H. D. and Oueslati, A. (2005). The sliding interface crack with friction between elastic and rigid bodies. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(6) :1397–1421. [113](#)
- Byerlee, J. (1970). The mechanics of stick-slip. *Tectonophysics*, 9(5) :475–486. [113](#)
- Byerlee, J. (1978). Friction of rocks. In *Rock friction and earthquake prediction*, pages 615–626. Springer. [135](#)
- Bym, T. and Hermanson, J. (2018). Methods and workflow for geometric and hydraulic conditioning. Technical report, SKB R-17-12. Svensk Karnbranslehantering AB (SKB). [32](#)
- Cacas, M., Daniel, J., and Letouzey, J. (2001). Nested geological modelling of naturally fractured reservoirs. *Petroleum Geoscience*, 7(S) :S43–S52. [32](#)
- Cacas, M.-C., Ledoux, E., de Marsily, G., Tillie, B., Barbreau, A., Durand, E., Feuga, B., and Peaudecerf, P. (1990). Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network : calibration and validation : 1. the flow model. *Water Resources Research*, 26(3) :479–489. [31](#)
- Cao, T., Xiao, A., Wu, L., and Mao, L. (2017). Automatic fracture detection based on terrestrial laser scanning data : A new method and case study. *Computers & Geosciences*, 106 :209–216. [29](#)
- Cao, W. and Lei, Q. (2018). Influence of landscape coverage on measuring spatial and length properties of rock fracture networks : Insights from numerical simulation. *Pure and Applied Geophysics*, 175(6) :2167–2179. [17](#)
- Chan, S., Tuba, I., and Wilson, W. (1970). On the finite element method in linear fracture mechanics. *Engineering fracture mechanics*, 2(1) :1–17. [35](#)
- Charlaix, E., Guyon, E., and Rivier, N. (1984). A criterion for percolation threshold in a random array of plates. *Solid state communications*, 50(11) :999–1002. [49](#)

- Charles, R. J. (1958). Dynamic fatigue of glass. *Journal of Applied Physics*, 29(12) :1657–1662. [13](#), [40](#), [129](#)
- Cheng, W., Yan, J., Mian, C., Tong, X., Zhang, Y., and Ce, D. (2014). A criterion for identifying hydraulic fractures crossing natural fractures in 3d space. *Petroleum Exploration and Development*, 41(3) :371–376. [143](#), [148](#)
- Chiles, J. (1988). Fractal and geostatistical methods for modeling of a fracture network. *Mathematical Geology*, 20(6) :631–654. [32](#)
- Cladouhos, T. T. and Marrett, R. (1996). Are fault growth and linkage models consistent with power-law distributions of fault lengths? *Journal of Structural Geology*, 18(2-3) :281–293. [14](#), [40](#)
- Comninou, M. (1977). Interface crack with friction in the contact zone. *Journal of Applied Mechanics*, 44(4) :780–781. [113](#)
- Conrad, F. and Jacquin, C. (1973). Représentation d'un réseau bidimensionnel de fractures par un modèle probabiliste. *Application au calcul des grandeurs géométriques des blocs matriciels. Rev IFP*, 28 :843–890. [32](#)
- Cook, T. and Erdogan, F. (1972). Stresses in bonded materials with a crack perpendicular to the interface. *International Journal of Engineering Science*, 10(8) :677–697. [14](#)
- Cooke, M. L. and Underwood, C. A. (2001). Fracture termination and step-over at bedding interfaces due to frictional slip and interface opening. *Journal of Structural Geology*, 23(2-3) :223–238. [14](#)
- Cosgrove, J. W. and Engelder, T. (2004). *The Initiation, Propagation, and Arrest of Joints and Other Fractures*. Geological Society of London. [10](#)
- Crouch, S. L. (1976). Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method. i. infinite body solution. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10(2) :301–343. [35](#)
- Crouch, S. L., Starfield, A. M., and Rizzo, F. (1983). Boundary element methods in solid mechanics. *Journal of Applied Mechanics*, 50 :704. [35](#)
- Cundall, P. A. and Strack, O. D. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, 29(1) :47–65. [35](#)
- Damjanac, B. and Cundall, P. (2016). Application of distinct element methods to simulation of hydraulic fracturing in naturally fractured reservoirs. *Computers and Geotechnics*, 71 :283–294. [148](#)
- Darcel (2002). *Corrélations dans les réseaux de fractures : caractérisation et conséquences sur les propriétés hydrauliques*. PhD thesis, Université Rennes 1. [27](#), [32](#)

-
- Darcel, Bour, O., and Davy, P. (2003a). Stereological analysis of fractal fracture networks. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 108(B9). [26](#), [33](#)
- Darcel, Bour, O., Davy, P., and de Dreuzy, J. R. (2003b). Connectivity properties of two-dimensional fracture networks with stochastic fractal correlation. *Water Resources Research*, 39(10) :n/a–n/a. [20](#), [32](#), [73](#), [74](#)
- Darcel, Davy, P., and Le Goc, R. (2013). Development of the statistical fracture domain methodology–application to the forsmark site. Technical report, SKB R-13-54. Svensk Karnbranslehantering AB (SKB). [50](#), [66](#)
- Darcel, Davy, P., Le Goc, R., de Dreuzy, J., and Bour, O. (2009). *Statistical methodology for discrete fracture model-including fracture size, orientation uncertainty together with intensity uncertainty and variability*. Svensk karnbranslehantering (SKB). [18](#), [66](#), [67](#)
- Darcel, C., Bour, O., and Davy, P. (2003c). Cross-correlation between length and position in real fracture networks. *Geophysical Research Letters*, 30(12). [24](#), [73](#)
- Darcel, C., Davy, P., Le Goc, R., and Mas Ivars, D. (2018). Rock mass effective properties from a dfn approach. In *2nd International Discrete Fracture Network Engineering Conference*. American Rock Mechanics Association. [21](#)
- Darcy, H. P. G. (1856). *Les Fontaines publiques de la ville de Dijon. Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau, etc.* V. Dalamont. [105](#)
- Das, S. and Scholz, C. H. (1981). Theory of time-dependent rupture in the earth. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 86(B7) :6039–6051. [13](#)
- Davy, P. (1993). On the frequency-length distribution of the san andreas fault system. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 98(B7) :12141–12151. [17](#)
- Davy, P., Bour, O., De Dreuzy, J.-R., and Darcel, C. (2006a). Flow in multiscale fractal fracture networks. *Geological Society, London, Special Publications*, 261(1) :31–45. [20](#)
- Davy, P., Darcel, C., Bour, O., Munier, R., and de Dreuzy, J. R. (2006b). A note on the angular correction applied to fracture intensity profiles along drill core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 111(B11) :n/a–n/a. [27](#)
- Davy, P., Darcel, C., Le Goc, R., and Mas Ivars, D. (2018a). Elastic properties of fractured rock masses with frictional properties and power law fracture size distributions. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*. [18](#), [29](#), [114](#), [128](#)
- Davy, P., Darcel, C., Le Goc, R., Munier, R., Selroos, J.-O., and Mas Ivars, D. (2018b). Dfn, why, how and what for, concepts, theories and issues. In *2nd International Discrete Fracture Network Engineering Conference*. American Rock Mechanics Association. [15](#)

- Davy, P., Le Goc, R., and Darcel, C. (2013). A model of fracture nucleation, growth and arrest, and consequences for fracture density and scaling. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118(4) :1393–1407. [39](#), [42](#), [43](#), [73](#), [74](#), [137](#), [138](#), [142](#), [145](#)
- Davy, P., Le Goc, R., Darcel, C., Bour, O., de Dreuzy, J. R., and Munier, R. (2010). A likely universal model of fracture scaling and its consequence for crustal hydromechanics. *Journal of Geophysical Research*, 115(B10). [40](#), [42](#)
- Davy, P., Sornette, A., and Sornette, D. (1990). Some consequences of a proposed fractal nature of continental faulting. *Nature*, 348(6296) :56–58. [17](#), [22](#)
- Day-Lewis, F. D., Slater, L. D., Robinson, J., Johnson, C. D., Terry, N., and Werkema, D. (2017). An overview of geophysical technologies appropriate for characterization and monitoring at fractured-rock sites. *Journal of environmental management*, 204 :709–720. [16](#)
- Dershowitz and Einstein (1988). Characterizing rock joint geometry with joint system models. *Rock mechanics and rock engineering*, 21(1) :21–51. [31](#)
- Dershowitz and Herda (1992). Interpretation of fracture spacing and intensity. In *The 33th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, Santa Fe, New Mexico. American Rock Mechanics Association. [18](#), [19](#)
- Dershowitz, W., Busse, R., Geier, J., and Uchida, M. (1996). A stochastic approach for fracture set definition. In *2nd North American Rock Mechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association. [22](#)
- Dershowitz, W., La Pointe, P., and Doe, T. (2004). Advances in discrete fracture network modeling. In *Proceedings of the US EPA/NGWA fractured rock conference, Portland*, pages 882–894. [28](#)
- Dershowitz, W. S. (1984). *Rock joint systems*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology. [22](#)
- Diederichs, M., Carter, M., Lato, M., Bennett, J., and Hutchinson, D. (2013). Lidar surveying for liner condition, rock stability and reconditioning assessment of canada's oldest railway tunnel in brockville, ontario. *Proceedings of GeoMontreal, Montreal*. [31](#)
- Dolbow, J., Moës, N., and Belytschko, T. (2001). An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact. *Computer methods in applied Mechanics and engineering*, 190(51-52) :6825–6846. [35](#)
- Dong, P. (2009). Lacunarity analysis of raster datasets and 1d, 2d, and 3d point patterns. *Computers & Geosciences*, 35(10) :2100–2110. [48](#)
- Dorn, C., Linde, N., Le Borgne, T., Bour, O., and Baron, L. (2011). Single-hole gpr reflection imaging of solute transport in a granitic aquifer. *Geophysical Research Letters*, 38(8). [16](#)

-
- Dorn, C., Linde, N., Le Borgne, T., Bour, O., and De Dreuzy, J.-R. (2013). Conditioning of stochastic 3-d fracture networks to hydrological and geophysical data. *Advances in water resources*, 62 :79–89. [32](#)
- Dowd, P. A., Xu, C., Mardia, K. V., and Fowell, R. J. (2007). A comparison of methods for the stochastic simulation of rock fractures. *Mathematical Geology*, 39(7) :697–714. [33](#)
- Dreuzy, D., Davy, P., and Bour, O. (2000). Percolation parameter and percolation-threshold estimates for three-dimensional random ellipses with widely scattered distributions of eccentricity and size. *Physical Review E*, 62(5) :5948–5952. [20](#), [31](#)
- Dreuzy, D., Davy, P., and Bour, O. (2001a). Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following a power law length distribution : 1. effective connectivity. *Water Resources Research*, 37(8) :2065–2078. [18](#)
- Dreuzy, D., Davy, P., and Bour, O. (2001b). Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following a power law length distribution : 2. permeability of networks based on lognormal distribution of apertures. *Water Resources Research*, 37(8) :2079–2095. [18](#), [29](#), [106](#)
- Du Bernard, X., Labaume, P., Darcel, C., Davy, P., and Bour, O. (2002). Cataclastic slip band distribution in normal fault damage zones, nubian sandstones, suez rift. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 107(B7) :ETG 6–1–ETG 6–12. [22](#)
- Dverstorp, B. and Andersson, J. (1989). Application of the discrete fracture network concept with field data : Possibilities of model calibration and validation. *Water Resources Research*, 25(3) :540–550. [32](#)
- Eberhardt, E., Stimpson, B., and Stead, D. (1999). Effects of grain size on the initiation and propagation thresholds of stress-induced brittle fractures. *Rock mechanics and rock engineering*, 32(2) :81–99. [39](#)
- Edwards, J. and Thouless, D. (1972). Numerical studies of localization in disordered systems. *Journal of Physics C : Solid State Physics*, 5(8) :807. [107](#)
- Engelder, T. (1987). Joints and shear fractures in rock. *Fracture mechanics of rock*, pages 27–69. [39](#)
- Ericsson, L., Vidstrand, P., Christiansson, R., and Morosini, M. (2018). Comparison between blasting and wire sawing regarding hydraulic properties of the excavated damaged zone in a tunnel–experiences from crystalline rock at the Äspö hard rock laboratory, sweden. In *52nd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association. [16](#)
- Fabrikant, V. I. (1989). Complete solutions to some mixed boundary value problems in elasticity. *Advances in applied mechanics*, 27 :153–223. [74](#), [98](#), [175](#)

- Fardin, N. (2003). *The effect of scale on the morphology, mechanics and transmissivity of single rock fractures*. Mark och vatten. [130](#)
- Fardin, N., Stephansson, O., and Jing, L. (2003). Scale effect on the geometrical and mechanical properties of rock joints. In *10th ISRM Congress*. International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering. [130](#), [131](#)
- Fisher, R. A. (1953). Dispersion on a sphere. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 217(1130) :295–305. [22](#), [137](#)
- Fu, W., Savitski, A. A., Damjanac, B., and Bunger, A. P. (2019). Three-dimensional lattice simulation of hydraulic fracture interaction with natural fractures. *Computers and Geotechnics*, 107 :214–234. [143](#), [148](#)
- García-Sellés, D., Falivene, O., Arbués, P., Gratacos, O., Tavani, S., and Muñoz, J. A. (2011). Supervised identification and reconstruction of near-planar geological surfaces from terrestrial laser scanning. *Computers & Geosciences*, 37(10) :1584–1594. [29](#)
- Gillespie, P., Howard, C., Walsh, J., and Watterson, J. (1993). Measurement and characterisation of spatial distributions of fractures. *Tectonophysics*, 226(1-4) :113–141. [22](#), [23](#)
- Gillespie, P., Johnston, J., Loriga, M., McCaffrey, K., Walsh, J., and Watterson, J. (1999). Influence of layering on vein systematics in line samples. *Geological Society, London, Special Publications*, 155(1) :35–56. [22](#)
- Gomes, R. K., de Oliveira, L. P., Gonzaga Jr, L., Tognoli, F. M., Veronez, M. R., and de Souza, M. K. (2016). An algorithm for automatic detection and orientation estimation of planar structures in lidar-scanned outcrops. *Computers & geosciences*, 90 :170–178. [29](#)
- Goodman, R. E., Taylor, R. L., and Brekke, T. L. (1968). A model for the mechanics of jointed rock. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.* [113](#)
- Grasmueck, M. (1996). 3-d ground-penetrating radar applied to fracture imaging in gneiss. *Geophysics*, 61(4) :1050–1064. [16](#)
- Grechka, V. and Kachanov, M. (2006). Effective elasticity of fractured rocks : A snapshot of the work in progress. *Geophysics*, 71(6) :W45–W58. [29](#)
- Griffith, A. A. (1921). Vi. the phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 221(582-593) :163–198. [9](#), [10](#), [12](#), [40](#)
- Gringarten, E. (1996). 3-d geometric description of fractured reservoirs. *Mathematical Geology*, 28(7) :881–893. [37](#)
- Gringarten, E. (1998). Fracnet : Stochastic simulation of fractures in layered systems. *Computers & Geosciences*, 24(8) :729–736. [37](#)

-
- Gross, M. R. (1993). The origin and spacing of cross joints : examples from the monterey formation, santa barbara coastline, california. *Journal of Structural Geology*, 15(6) :737–751. [14](#), [142](#)
- Gross, M. R., Fischer, M. P., Engelder, T., and Greenfield, R. J. (1995). Factors controlling joint spacing in interbedded sedimentary rocks : integrating numerical models with field observations from the monterey formation, usa. *Geological Society, London, Special Publications*, 92(1) :215–233. [14](#), [142](#)
- Gu, H. and Weng, X. (2010). Criterion for fractures crossing frictional interfaces at non-orthogonal angles. In *44th US rock mechanics symposium and 5th US-Canada rock mechanics symposium*. American Rock Mechanics Association. [143](#), [148](#)
- Hafver, A., Jetttestuen, E., Kobchenko, M., Dysthe, D. K., Meakin, P., and Malthe-Sørenssen, A. (2014). Classification of fracture patterns by heterogeneity and topology. *EPL (Europhysics Letters)*, 105(5) :56004. [37](#)
- Hakami, E. (1995). *Aperture distribution of rock fractures*. PhD thesis. [7](#)
- Hammah, R. and Curran, J. (1998). Fuzzy cluster algorithm for the automatic identification of joint sets. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 35(7) :889–905. [22](#)
- Harrison, J. (1992). Fuzzy objective functions applied to the analysis of discontinuity orientation data. In *Rock Characterization : ISRM Symposium, Eurock'92, Chester, UK, 14–17 September 1992*, pages 25–30. Thomas Telford Publishing. [22](#)
- Hatzor, Y. H., Arzi, A. A., Zaslavsky, Y., and Shapira, A. (2004). Dynamic stability analysis of jointed rock slopes using the dda method : King herod's palace, masada, israel. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(5) :813–832. [30](#)
- Healy, D., Rizzo, R. E., Cornwell, D. G., Farrell, N. J. C., Watkins, H., Timms, N. E., Gomez-Rivas, E., and Smith, M. (2017). Fracpaq : A matlab™ toolbox for the quantification of fracture patterns. *Journal of Structural Geology*, 95 :1–16. [29](#)
- Heliot, D. (1988). Generating a blocky rock mass. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 25, pages 127–138. Elsevier. [138](#)
- Henrion, V. (2011). *Approche pseudogénétique pour la simulation stochastique de la géométrie 3D de réseaux de fractures et karstiques*. PhD thesis, Thèse de Doctorat en Géosciences, l'Institut National Polytechnique de Lorraine, France. [37](#)
- Hentschel, H. and Procaccia, I. (1983). The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 8(3) :435–444. [23](#)

- Hermanson, J., Forssberg, O., Fox, A., and La Pointe, P. (2005). Statistical model of fractures and deformation zones. preliminary site description, laxemar subarea, version 1.2. Technical report, Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Co. [138](#)
- Hoek, E. and Brown, E. T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International journal of rock mechanics and mining sciences*, 34(8) :1165–1186. [19](#)
- Hoffmann, W., Dunne, W. M., and Mauldon, M. (2004). Probabilistic-mechanistic simulation of bed-normal joint patterns. *Geological Society, London, Special Publications*, 231(1) :269–283. [37](#)
- Hope, S. M., Davy, P., Maillot, J., Le Goc, R., and Hansen, A. (2015). Topological impact of constrained fracture growth. *Frontiers in Physics*, 3. [41](#)
- Hyman, J. D., Hagberg, A., Srinivasan, G., Mohd-Yusof, J., and Viswanathan, H. (2017). Predictions of first passage times in sparse discrete fracture networks using graph-based reductions. *Phys Rev E*, 96(1-1) :013304. [25](#)
- Hyman, J. D., Karra, S., Makedonska, N., Gable, C. W., Painter, S. L., and Viswanathan, H. S. (2015). dfn works : A discrete fracture network framework for modeling subsurface flow and transport. *Computers & Geosciences*, 84 :10–19. [31](#)
- Ingraffea, A. R. (1987). Theory of crack initiation and propagation in rock. *Fracture mechanics of rock*, 10(1) :93–94. [39](#)
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of applied mechanics*, 24(3) :361–364. [11](#), [12](#)
- Israelsson, J. I. (1996). Short descriptions of udec and 3dec. In *Developments in geotechnical engineering*, volume 79, pages 523–528. Elsevier. [98](#)
- Itasca Consulting Group, I. (2016). 3dec — three-dimensional distinct element code, ver. 5.2. minneapolis : Itasca. [98](#)
- Jaeger, J. C., Cook, N. G., and Zimmerman, R. (2009). *Fundamentals of rock mechanics*. John Wiley & Sons. [135](#)
- Jing, L. (1990). *Numerical modelling of jointed rock masses by distinct element method for two-and three-dimensional problems*. PhD thesis, Luleå tekniska universitet. [130](#)
- Jing, L. and Stephansson, O. (1997). Network topology and homogenization of fractured rocks. In *Fluid flow and transport in rocks*, pages 191–202. Springer. [24](#), [28](#)
- Josnin, J.-Y., Jourde, H., Fénart, P., and Bidaux, P. (2002). A three-dimensional model to simulate joint networks in layered rocks. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 39(10) :1443–1455. [37](#), [38](#), [73](#), [104](#)

-
- Junkin, W., Fava, L., Ben-Awuah, E., and Srivastava, M. (2018). Analysis of mofrac-generated deterministic and stochastic discrete fracture network models. In *2nd International Discrete Fracture Network Engineering Conference*. American Rock Mechanics Association. [32](#)
- Junkin, W., Janeczek, D., Bastola, S., Wang, X., Cai, M., Fava, L., Sykes, E., Munier, R., and Srivastava, R. (2017). Discrete fracture network generation for the Äspö tas08 tunnel using mofrac. In *51st US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association. [37](#)
- Kachanov, M. (1987). Elastic solids with many cracks : A simple method of analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 23(1) :23–43. [14](#), [18](#), [34](#)
- Kachanov, M. (1989). Three-dimensional problems of strongly interacting arbitrarily located penny-shaped cracks. *International Journal of Fracture*. [14](#), [34](#), [98](#), [99](#)
- Kachanov, M. (1993). Elastic solids with many cracks and related problems. *Advances in applied mechanics*, 30 :259–445. [18](#)
- Kachanov, M., Prioul, R., and Jocker, J. (2010). Incremental linear-elastic response of rocks containing multiple rough fractures : Similarities and differences with traction-free cracks. *Geophysics*, 75(1) :D1–D11. [113](#)
- Kassir, M. and Sih, G. (1975). Mechanics of fracture, vol. 2 : Three-dimensional crack problems. *Noordhoff Int. Publ., Leyden*. [35](#)
- Kaye, B. H. (2008). *A random walk through fractal dimensions*. John Wiley & Sons. [48](#)
- Kim, Y.-S., Peacock, D. C., and Sanderson, D. J. (2004). Fault damage zones. *Journal of structural geology*, 26(3) :503–517. [110](#)
- Kolawole, O. and Ispas, I. (2019). How hydraulic fractures interact with natural fractures : A review and new observations. In *53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association. [143](#)
- Kudelski, D., Viseur, S., and Mari, J.-L. (2009). Détection de lignes caractéristiques sur maillages triangulés d'acquisition lidar-application à la géologie. *Revue Electronique Francophone d'Informatique Graphique*, 3(3). [29](#)
- La Pointe, P. (1988). A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 25, pages 421–429. Elsevier. [23](#)
- La Pointe, P., Fox, A., Hermanson, J., and Oehman, J. (2008). Geological discrete fracture network model for the laxemar site. site descriptive modelling. sdm-site laxemar. Technical report, Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Co. [138](#)

- La Pointe, P., Wallmann, P., and Follin, S. (1996). Continuum modelling of fractured rock masses : Is it useful? In *ISRM International Symposium-EUROCK 96*. International Society for Rock Mechanics. 28
- Lang, P. S., Paluszny, A., and Zimmerman, R. W. (2014). Permeability tensor of three-dimensional fractured porous rock and a comparison to trace map predictions. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 119(8) :6288–6307. 21
- Laubach, S., Lander, R., Criscenti, L., Anovitz, L., Urai, J., Pollyea, R., Hooker, J., Narr, W., Evans, M., and Kerisit, S. (2019). The role of chemistry in fracture pattern development and opportunities to advance interpretations of geological materials. *Reviews of Geophysics*. 12
- Laures, J.-P. and Kachanov, M. (1991). Three-dimensional interactions of a crack front with arrays of penny-shaped microcracks. *International Journal of Fracture*, 48(4) :255–279. 14
- Lavoine, E., Davy, P., Darcel, C., and Le Goc, R. (2019). On the density variability of poissonian discrete fracture networks, with application to power-law fracture size distributions. *Advances in Geosciences*, 49 :77–83. 66
- Lawn, B. and Wilshaw, T. R. (1993). *Fracture of brittle solids*. Cambridge university press. 11, 33
- Legrand, L. and Lazarus, V. (2015). Front shape and loading evolution during cracks coalescence using an incremental perturbation method. *Engineering Fracture Mechanics*, 133 :40–51. 14
- Lei, Q. and Gao, K. (2018). Correlation between fracture network properties and stress variability in geological media. *Geophysical Research Letters*. 18
- Lei, Q., Latham, J.-P., and Tsang, C.-F. (2017). The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. *Computers and Geotechnics*, 85 :151–176. 30
- Lei, Q., Latham, J.-P., Tsang, C.-F., Xiang, J., and Lang, P. (2015). A new approach to upscaling fracture network models while preserving geostatistical and geomechanical characteristics. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 120(7) :4784–4807. 37
- Lei, Q., Latham, J.-P., Xiang, J., Tsang, C.-F., Lang, P., and Guo, L. (2014). Effects of geomechanical changes on the validity of a discrete fracture network representation of a realistic two-dimensional fractured rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 70 :507–523. 30
- Lei, Q. and Wang, X. (2016). Tectonic interpretation of the connectivity of a multiscale fracture system in limestone. *Geophysical Research Letters*, 43(4) :1551–1558. 18

-
- Libby, S., Hartley, L., Turnbull, B., Cottrell, M., Bym, T., Josephson, N., Munier, R., Selroos, J., and Mas-Ivars, D. (2019). Dynamic fracture network generation : A new method for growing fractures according to their deformation history. In *53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association. [ix](#), [37](#), [38](#), [39](#), [43](#), [73](#), [104](#)
- Lisjak, A. and Grasselli, G. (2014). A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 6(4) :301–314. [35](#)
- Liu, E. and Martinez, A. (2014). *Seismic fracture characterization*. Elsevier. [16](#)
- Long, J., Gilmour, P., and Witherspoon, P. A. (1985). A model for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures. *Water Resources Research*, 21(8) :1105–1115. [31](#), [106](#), [109](#)
- Long, J., Remer, J., Wilson, C., and Witherspoon, P. (1982). Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resources Research*, 18(3) :645–658. [18](#), [28](#), [31](#)
- Lu, Y. C., Tien, Y. M., and Juang, C. H. (2017). Uncertainty of 1-d fracture intensity measurements. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 122(11) :9344–9358. [50](#), [66](#)
- Macé, L. (2006). *Caractérisation et modélisation numériques tridimensionnelles des réseaux de fractures naturelles : application au cas des réservoirs*. PhD thesis, Vandoeuvre-Nancy, INPL. [32](#)
- Maerten, L., Maerten, F., Lejri, M., and Gillespie, P. (2016). Geomechanical paleostress inversion using fracture data. *Journal of Structural Geology*, 89 :197–213. [138](#)
- Maillot, J., Davy, P., De Dreuz, J.-R., Le Goc, R., Darcel, C., and Stigsson, M. (2014). Comparison between “poissonian” and “mechanically-oriented” dfn models for the prediction of permeability and flow channeling. In *International Conference on Discrete Fracture Network Engineering*. Vancouver, BC, page 114. [107](#)
- Maillot, J., Davy, P., Le Goc, R., Darcel, C., and De Dreuz, J.-R. (2016). Connectivity, permeability, and channeling in randomly distributed and kinematically defined discrete fracture network models. *Water Resources Research*, 52(11) :8526–8545. [41](#), [74](#), [107](#), [148](#)
- Mandelbrot, B. B. and Pignoni, R. (1983). *The fractal geometry of nature*, volume 173. WH freeman New York. [22](#), [47](#)
- Manzocchi, T. (2002). The connectivity of two-dimensional networks of spatially correlated fractures. *Water Resources Research*, 38(9) :1–1–1–20. [25](#), [32](#)

- Martel, S. J., Pollard, D. D., and Segall, P. (1988). Development of simple strike-slip fault zones, mount abbot quadrangle, sierra nevada, california. *Geological Society of America Bulletin*, 100(9) :1451–1465. [14](#)
- Maryška, J., Severýn, O., and Vohralík, M. (2005). Numerical simulation of fracture flow with a mixed-hybrid fem stochastic discrete fracture network model. *Computational Geosciences*, 8(3) :217–234. [105](#)
- Masihi, M. and King, P. R. (2007). A correlated fracture network : Modeling and percolation properties. *Water Resources Research*, 43(7) :n/a–n/a. [32](#)
- Masihi, M., Sobhani, M., Al-Ajmi, A. M., Al-Wahaibi, Y. M., and Al-Wahaibi, T. K. (2012). A physically-based three dimensional fracture network modeling technique. *Scientia Iranica*, 19(3) :594–604. [32](#)
- Mauldon, M. and Mauldon, J. (1997). Fracture sampling on a cylinder : from scanlines to boreholes and tunnels. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 30(3) :129–144. [27](#)
- Meng, C., Maerten, F., and Pollard, D. D. (2013). Modeling mixed-mode fracture propagation in isotropic elastic three dimensional solid. *International Journal of Fracture*, 179(1-2) :45–57. [34](#)
- Merrien-Soukatchoff, V., Korini, T., and Thoraval, A. (2012). Use of an integrated discrete fracture network code for stochastic stability analyses of fractured rock masses. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 45(2) :159–181. [29](#)
- Mises, R. v. (1913). Mechanik der festen korper im plastisch-deformablen zustand. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1913(4) :582–592. [74](#)
- Moein, M. J. A., Valley, B., and Evans, K. F. (2019). Scaling of fracture patterns in three deep boreholes and implications for constraining fractal discrete fracture network models. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, pages 1–21. [26](#), [70](#)
- Morris, A., Ferrill, D. A., and Henderson, D. B. (1996). Slip-tendency analysis and fault reactivation. *Geology*, 24(3) :275–278. [135](#)
- Mourzenko, V., Thovert, J.-F., and Adler, P. (2005). Percolation of three-dimensional fracture networks with power-law size distribution. *Physical Review E*, 72(3) :036103. [31](#)
- Moës, N., Dolbow, J., and Belytschko, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International journal for numerical methods in engineering*, 46(1) :131–150. [35](#)
- Moës, N., Gravouil, A., and Belytschko, T. (2002). Non-planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets—part i : Mechanical model. *International journal for numerical methods in engineering*, 53(11) :2549–2568. [35](#)

-
- Nakamura, T. and Parks, D. (1988). Three-dimensional stress field near the crack front of a thin elastic plate. *Journal of applied Mechanics*, 55(4) :805–813. [36](#)
- Nejati, M., Paluszny, A., and Zimmerman, R. W. (2016). A finite element framework for modeling internal frictional contact in three-dimensional fractured media using unstructured tetrahedral meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 306 :123–150. [35](#)
- Nguyen, A.-T., Merrien-Soukatchoff, V., Vinches, M., and Gasc-Barbier, M. (2016). Grouping discontinuities in representative sets : influence on the stability analysis of slope cuts. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 75(4) :1429–1444. [22](#)
- Nyberg, B., Nixon, C. W., and Sanderson, D. J. (2018). Networkgt : A gis tool for geometric and topological analysis of two-dimensional fracture networks. *Geosphere*. [24](#)
- Oda, M. (1985). Permeability tensor for discontinuous rock masses. *Geotechnique*, 35(4) :483–495. [18](#), [28](#), [29](#)
- Odling, N. E. (1992). Network properties of a two-dimensional natural fracture pattern. *Pure and Applied Geophysics*, 138(1) :95–114. [23](#)
- Odling, N. E. (1997). Scaling and connectivity of joint systems in sandstones from western norway. *Journal of Structural Geology*, 19(10) :1257–1271. [29](#), [31](#)
- Odling, N. E., Gillespie, P., Bourguin, B., Castaing, C., Chiles, J. P., Christensen, N. P., Fillion, E., Genter, A., Olsen, C., Thrane, L., Trice, R., Aarseth, E., Walsh, J. J., and Watterson, J. (1999). Variations in fracture system geometry and their implications for fluid flow in fractures hydrocarbon reservoirs. *Petroleum Geoscience*, 5(4) :373–384. [13](#)
- Odling, N. E. and Webman, I. (1991). A “conductance” mesh approach to the permeability of natural and simulated fracture patterns. *Water Resources Research*, 27(10) :2633–2643. [13](#), [30](#), [32](#)
- Olofsson, B. (2001). *Groundwater in hard rock : a literature review*. Statens råd for karnavfallsfrågor (KASAM). [28](#)
- Olson, J. and Pollard, D. D. (1989). Inferring paleostresses from natural fracture patterns : A new method. *Geology*, 17(4) :345–348. [35](#)
- Olson, J. E. (1993). Joint pattern development : Effects of subcritical crack growth and mechanical crack interaction. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 98(B7) :12251–12265. [13](#), [35](#)
- Olson, J. E. (2004). Predicting fracture swarms—the influence of subcritical crack growth and the crack-tip process zone on joint spacing in rock. *Geological Society, London, Special Publications*, 231(1) :73–88. [35](#)

- Paluszny, A. and Matthai, S. K. (2009). Numerical modeling of discrete multi-crack growth applied to pattern formation in geological brittle media. *International Journal of Solids and Structures*, 46(18-19) :3383–3397. [35](#), [36](#), [143](#)
- Paluszny, A. and Zimmerman, R. W. (2011). Numerical simulation of multiple 3d fracture propagation using arbitrary meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(9-12) :953–966. [35](#)
- Paris, P. and Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of basic engineering*, 85(4) :528–533. [13](#)
- Peacock, D., Nixon, C., Rotevatn, A., Sanderson, D., and Zuluaga, L. (2016). Glossary of fault and other fracture networks. *Journal of Structural Geology*, 92 :12–29. [8](#)
- Peacock, D., Sanderson, D., and Rotevatn, A. (2018). Relationships between fractures. *Journal of Structural Geology*, 106 :41–53. [24](#)
- Pickering, G., Bull, J., and Sanderson, D. (1995). Sampling power-law distributions. *Tectonophysics*, 248(1-2) :1–20. [17](#)
- Piggott, A. R. (1997). Fractal relations for the diameter and trace length of disc-shaped fractures. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 102(B8) :18121–18125. [26](#)
- Plotnick, R. E., Gardner, R. H., Hargrove, W. W., Prestegard, K., and Perlmutter, M. (1996). Lacunarity analysis : a general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical review E*, 53(5) :5461. [47](#), [48](#)
- Pollard, D. D. and Aydin, A. (1988). Progress in understanding jointing over the past century. *Geological Society of America Bulletin*, 100(8) :1181–1204. [8](#), [14](#), [142](#)
- Priest, S. D. (2012). *Discontinuity analysis for rock engineering*. Springer Science & Business Media. [22](#)
- Priest, S. D. and Hudson, J. (1976). Discontinuity spacings in rock. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 13, pages 135–148. Elsevier. [31](#)
- Renard, P. and De Marsily, G. (1997). Calculating equivalent permeability : a review. *Advances in water resources*, 20(5-6) :253–278. [105](#)
- Renshaw, C. and Pollard, D. (1995). An experimentally verified criterion for propagation across unbounded frictional interfaces in brittle, linear elastic materials. In *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, volume 32, pages 237–249. Elsevier. [143](#), [148](#)
- Renshaw, C. E. and Pollard, D. D. (1994). Numerical simulation of fracture set formation : A fracture mechanics model consistent with experimental observations. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 99(B5) :9359–9372. [34](#)

-
- Rice, J. R. (1968). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of applied mechanics*, 35(2) :379–386. [11](#), [36](#)
- Richard, Buchholz, F. G., Kullmer, G., and Schllmann, M. (2003). 2d- and 3d-mixed mode fracture criteria. *Key Engineering Materials*, 251-252 :251–260. [12](#), [34](#)
- Richard, Fulland, M., and Sander, M. (2005). Theoretical crack path prediction. *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*, 28(1-2) :3–12. [12](#)
- Robinson, P. (1984). Numerical calculations of critical densities for lines and planes. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 17(14) :2823. [21](#)
- Roche, V., Homberg, C., and Rocher, M. (2013). Fault nucleation, restriction, and aspect ratio in layered sections : Quantification of the strength and stiffness roles using numerical modeling. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118(8) :4446–4460. [14](#), [142](#), [148](#)
- Roy, A., Aydin, A., and Mukerji, T. (2016). The influence of resolution on scale-dependent clustering in fracture spacing data. *Interpretation*, 4(3) :T387–T394. [48](#)
- Roy, A., Perfect, E., Dunne, W. M., and McKay, L. D. (2014). A technique for revealing scale-dependent patterns in fracture spacing data. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 119(7) :5979–5986. [48](#)
- Roy, A., Perfect, E., Dunne, W. M., Odling, N., and Kim, J.-W. (2010). Lacunarity analysis of fracture networks : Evidence for scale-dependent clustering. *Journal of Structural Geology*, 32(10) :1444–1449. [48](#)
- Rutqvist, J., Leung, C., Hoch, A., Wang, Y., and Wang, Z. (2013). Linked multicontinuum and crack tensor approach for modeling of coupled geomechanics, fluid flow and transport in fractured rock. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 5(1) :18–31. [28](#)
- Saevik, P. N. and Nixon, C. W. (2017). Inclusion of topological measurements into analytic estimates of effective permeability in fractured media. *Water Resources Research*, 53(11) :9424–9443. [25](#), [73](#), [109](#)
- Sanderson, D. J. and Nixon, C. W. (2015). The use of topology in fracture network characterization. *Journal of Structural Geology*, 72 :55–66. [24](#), [25](#)
- Sandström, B., Tullborg, E., Smellie, J., MacKenzie, A., and Suksi, J. (2008). Fracture mineralogy of the forsmark site. *SKB Rapport R-08-102. Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Co, Stockholm*. [138](#)
- Scholz, C. H. (2002). *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge university press. [135](#)

- Schultz, R. A. and Fossen, H. (2008). Terminology for structural discontinuities. *AAPG bulletin*, 92(7) :853–867. 8
- Selroos, J., Appleyard, P., Bym, T., Follin, S., Hartley, L., Joyce, S., and Munier, R. (2015). The stochastic-deterministic transition in discrete fracture network models and its implementation in a safety assessment application by means of conditional simulation. In *AGU Fall Meeting Abstracts*. 32
- Sevostianov, I. and Kachanov, M. (2008a). Contact of rough surfaces : a simple model for elasticity, conductivity and cross-property connections. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(4) :1380–1400. 113
- Sevostianov, I. and Kachanov, M. (2008b). Normal and tangential compliances of interface of rough surfaces with contacts of elliptic shape. *International Journal of Solids and Structures*, 45(9) :2723–2736. 113
- Shakas, A., Linde, N., Baron, L., Bochet, O., Bour, O., and Le Borgne, T. (2016). Hydrogeo-physical characterization of transport processes in fractured rock by combining push-pull and single-hole ground penetrating radar experiments. *Water Resources Research*, 52(2) :938–953. 16
- Shanley, R. J. and Mahtab, M. (1976). Delineation and analysis of clusters in orientation data. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, 8(1) :9–23. 22
- Shekhar, R. and Gibson Jr, R. L. (2011). Generation of spatially correlated fracture models for seismic simulations. *Geophysical Journal International*, 185(1) :341–351. 32
- Shen, B. and Stephansson, O. (1993). Numerical analysis of mixed mode i and mode ii fracture propagation. In *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, volume 30, pages 861–867. Elsevier. 35
- Siavelis, M., Guiton, M. L. E., Massin, P., and Moës, N. (2012). Large sliding contact along branched discontinuities with x-fem. *Computational Mechanics*, 52(1) :201–219. 35
- Smith, T., Lange, G., and Marks, W. (1996). Fractal methods and results in cellular morphology—dimensions, lacunarity and multifractals. *Journal of neuroscience methods*, 69(2) :123–136. 47
- Snow, D. T. (1969). Anisotropie permeability of fractured media. *Water resources research*, 5(6) :1273–1289. 21
- Sornette, D. and Davy, P. (1991). Fault growth model and the universal fault length distribution. *Geophysical Research Letters*, 18(6) :1079–1081. 40
- Srivastava, M. (2006). Field verification of a geostatistical method for simulating fracture network models. In *Golden Rocks 2006, The 41st US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. American Rock Mechanics Association. 37

-
- Srivastava, R. M., Frykman, P., and Jensen, M. (2005). Geostatistical simulation of fracture networks. *Geostatistics Banff 2004*, pages 295–304. [ix](#), [37](#), [38](#), [43](#), [138](#), [149](#)
- Stauffer, D. and Aharony, A. (2014). *Introduction to percolation theory : revised second edition*. CRC press. [20](#)
- Swaby, P. A. and Rawnsley, K. D. (1996). An interactive 3d fracture modelling environment. In *Petroleum Computer Conference*. Society of Petroleum Engineers. [38](#), [73](#), [104](#)
- Tapponnier, P. and Brace, W. (1976). Development of stress-induced microcracks in westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr*, 13(4) :103–112. [39](#)
- Terzaghi, R. D. (1965). Sources of error in joint surveys. *Geotechnique*, 15(3) :287–304. [27](#)
- Thomas, R. N., Paluszny, A., and Zimmerman, R. W. (2017). Quantification of fracture interaction using stress intensity factor variation maps. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*. [14](#), [148](#)
- Thovert, J.-F., Mourzenko, V., and Adler, P. (2017). Percolation in three-dimensional fracture networks for arbitrary size and shape distributions. *Physical Review E*, 95(4) :042112. [20](#)
- Tsoflias, G. P., Halihan, T., and Sharp Jr, J. M. (2001). Monitoring pumping test response in a fractured aquifer using ground-penetrating radar. *Water Resources Research*, 37(5) :1221–1229. [16](#)
- Tuckwell, G., Lonergan, L., and Jolly, R. (2003). The control of stress history and flaw distribution on the evolution of polygonal fracture networks. *Journal of Structural Geology*, 25(8) :1241–1250. [35](#), [39](#)
- Tullborg, E.-L., Drake, H., and Sandström, B. (2008). Palaeohydrogeology : a methodology based on fracture mineral studies. *Applied Geochemistry*, 23(7) :1881–1897. [138](#)
- Turcotte, D. L. (1992). Fractals, chaos, self-organized criticality and tectonics. *Terra Nova*, 4(1) :4–12. [22](#)
- Vavryčuk, V., Bouchaala, F., and Fischer, T. (2013). High-resolution fault image from accurate locations and focal mechanisms of the 2008 swarm earthquakes in west bohemia, czech republic. *Tectonophysics*, 590 :189–195. [135](#), [136](#)
- Vazaios, I., Vlachopoulos, N., and Diederichs, M. S. (2017). Integration of lidar-based structural input and discrete fracture network generation for underground applications. *Geotechnical and Geological Engineering*. [29](#)
- Wang, L. (1996). Modeling complex reservoir geometries with multiple-point statistics. *Mathematical Geology*, 28(7) :895–907. [33](#)

- Wang, X. (2005). *Stereological interpretation of rock fracture traces on borehole walls and other cylindrical surfaces*. PhD thesis, Virginia Tech. [27](#)
- Warburton, P. (1980). Stereological interpretation of joint trace data : influence of joint shape and implications for geological surveys. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 17, pages 305–316. Elsevier. [26](#)
- Welch, M., Luthje, M., and Glad, A. (2019). Influence of fracture nucleation and propagation rates on fracture geometry : Insights from geomechanical modelling. *Petroleum Geoscience*, pages petgeo2018–161. [38](#)
- Welch, M. J., Davies, R. K., Knipe, R. J., and Tueckmantel, C. (2009). A dynamic model for fault nucleation and propagation in a mechanically layered section. *Tectonophysics*, 474(3-4) :473–492. [148](#)
- Westergaard, H. M. (1939). Bearing pressures and cracks. *Trans AIME, J. Appl. Mech.*, 6 :49–53. [35](#)
- Williams, M. (1956). On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, 24(1) :109–114. [35](#)
- Wilson, C. E., Aydin, A., Karimi-Fard, M., Durlofsky, L. J., Sagy, A., Brodsky, E. E., Kreylos, O., and Kellogg, L. H. (2011). From outcrop to flow simulation : Constructing discrete fracture models from a lidar survey. *AAPG bulletin*, 95(11) :1883–1905. [29](#)
- Winberg, A., Andersson, P., Hermanson, J., Byegaard, J., Cvetkovic, V., and Birgersson, L. (2000). Äspö hard rock laboratory. final report of the first stage of the tracer retention understanding experiments. Technical report, Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Co. [7](#)
- Xu, C. and Dowd, P. (2010). A new computer code for discrete fracture network modelling. *Computers & Geosciences*, 36(3) :292–301. [32](#)
- Xu, C., Dowd, P., Mardia, K., and Fowell, R. (2003). Parametric point intensity estimation for stochastic fracture modelling. *Leeds University Mining Association Journal*, 16 :85–93. [32](#)
- Yamaji, A. and Sato, K. (2011). Clustering of fracture orientations using a mixed bingham distribution and its application to paleostress analysis from dike or vein orientations. *Journal of Structural Geology*, 33(7) :1148–1157. [22](#)
- Zhang, F., Dontsov, E., and Mack, M. (2017). Fully coupled simulation of a hydraulic fracture interacting with natural fractures with a hybrid discrete-continuum method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41(13) :1430–1452. [36](#), [143](#), [148](#)

-
- Zhang, L., Einstein, H., and Dershowitz, W. (2002). Stereological relationship between trace length and size distribution of elliptical discontinuities. *Geotechnique*, 52(6) :419–433. [26](#)
- Zhang, L. and Einstein, H. H. (2010). The planar shape of rock joints. *Rock Mechanics and rock engineering*, 43(1) :55–68. [21](#)
- Zhong, J., Aydina, A., and McGuinness, D. L. (2009). Ontology of fractures. *Journal of Structural Geology*, 31(3) :251–259. [8](#)

Annexe A

Solutions de Fabrikant

Les solutions analytiques du champ de contraintes, proposées par [Fabrikant \[1989\]](#), induit par une fracture circulaire (disque) de rayon a , chargée uniformément par une force normale d'intensité p , pour un point défini par les coordonnées polaires (ρ, ϕ) au sein d'une matrice rocheuse de coefficient de Poisson ν , sont définies telles que :

$$\sigma_1(\rho, \phi) = \frac{2p}{\pi} \left\{ (1 + 2\nu) \left[\frac{a(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2^2 - l_1^2} - \text{asin}\left(\frac{a}{l_2}\right) \right] + \frac{az^2[l_1^4 + a^2 + 2z^2 - 3\rho^2]}{(l_2^2 - l_1^2)^3(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_2(\rho, \phi) = \frac{2p}{\pi} \frac{al_1^2 e^{2i\phi} (l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2^2 (l_2^2 - l_1^2)} \left\{ (1 - 2\nu) + \frac{z^2 [a^2 (6l_2^2 - 2l_1^2 + \rho^2) - 5l_2^4]}{(l_2^2 - l_1^2)^2 (l_2^2 - a^2)^2} \right\} \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_z(\rho, \phi) = \frac{2p}{\pi} \left\{ \frac{a(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2^2 - l_1^2} - \text{asin}\left(\frac{a}{l_2}\right) - \frac{az^2 [l_1^4 + a^2 (2a^2 + 2z^2 - 3\rho^2)]}{(l_2^2 - l_1^2)^3 (l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (\text{A.3})$$

$$\tau_z(\rho, \phi) = -\frac{2p}{\pi} \frac{zl_1 e^{i\phi} (l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} [a^2 (4l_2^2 - 5\rho^2) + l_1^4]}{l_2 (l_2^2 - l_1^2)^3} \quad (\text{A.4})$$

avec $\sigma_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy}$, $\sigma_2 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i\sigma_{xy}$, $\sigma_z = \sigma_{zz}$, et $\tau_z = \sigma_{xz} + i\sigma_{yz}$. De plus, les variables l_1 et l_2 sont définies telles que :

$$l_1 = \frac{1}{2} \left\{ [(a + \rho)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} - [(a - \rho)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{A.5})$$

$$l_2 = \frac{1}{2} \left\{ [(a + \rho)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} + [(a - \rho)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{A.6})$$

De même, les solutions analytiques pour cette même fracture chargée uniformément par une force tangentielle d'intensité $\tau = \tau_x + i\tau_y$, sont définies telles que :

$$\begin{aligned} \sigma_1(\rho, \phi) = & \frac{2(\bar{\tau}e^{i\phi} + \tau e^{-i\phi})}{\pi(2-\nu)} \left(-2(1+\nu) \frac{al_1(a^2 - l_1^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2(l_2^2 - l_1^2)} \right. \\ & \left. + \frac{zl_1(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} [a^2(4l_2^2 - 5\rho^2) + l_1^4]}{l_2(l_2^2 - l_1^2)^3} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \sigma_2(\rho, \phi) = & -\frac{2e^{i\phi}}{\pi(2-\nu)} \left(4(1-\nu) \frac{al_1(a^2 - l_1^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2(l_2^2 - l_1^2)} \tau \right. \\ & \left. + \frac{zl_1(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2(l_2^2 - l_1^2)} \left[\frac{4a^2}{l_2^2} \bar{\tau}e^{2i\theta} - \frac{a^2(4l_2^2 - 5\rho^2) + l_1^4}{(l_2^2 - l_1^2)^2} (\tau + \bar{\tau}e^{2i\phi}) \right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\sigma_z(\rho, \phi) = -\frac{2(\bar{\tau}e^{i\theta} + \tau e^{-i\theta})}{\pi(2-\nu)} \frac{zl_1(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} [a^2(4l_2^2 - 5\rho^2) + l_1^4]}{l_2(l_2^2 - l_1^2)^3} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \tau_z(\rho, \phi) = & \frac{2}{\pi(2-\nu)} \left\{ \left((2-\nu) \left(\frac{a(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}}{l_2^2 - l_1^2} - \text{asin}\left(\frac{a}{l_2}\right) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{z(a^2 - l_1^2)^{\frac{1}{2}} [l_1^4 + a^2(2a^2 + 2z^2 - 3\rho^2)]}{(l_2^2 - l_1^2)^3} \right) \right. \\ & \left. + \left[\nu a(l_2^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{z(a^2 - l_1^2)^{\frac{1}{2}} [a^2(6l_2^2 - 2l_1^2 + \rho^2) - 5l_2^4]}{(l_2^2 - l_1^2)^2} \right] \frac{l_1^2 e^{2i\phi}}{l_2^2(l_2^2 - l_1^2)} \bar{\tau} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

avec $\bar{\tau}$ le conjugué du nombre complexe τ .

Annexe B

La plateforme DFN.Lab

DFN.Lab est un logiciel dédié aux problèmes d'ingénierie et de recherche en lien avec la modélisation des milieux naturels fracturés. Il est développé par le laboratoire commun *Fractory*, constituant une collaboration étroite entre le laboratoire *Géosciences Rennes* et l'entreprise *Itasca Consultants SAS*. Le logiciel propose des fonctionnalités avancées pour la génération de DFNs stochastiques et génétiques, contenant des millions de fractures. Il permet également de simuler les flux et le transport de particules associés à de tels systèmes, dans diverses conditions aux limites. Enfin, le logiciel propose des analyses avancées basées sur de nouvelles statistiques et des méthodes innovantes issues de la théorie des graphes, pour caractériser à la fois la structure du DFN et ses propriétés hydrauliques.

Le logiciel *DFN.Lab* est constitué d'un ensemble de modules interdépendants, permettant de faciliter l'intégration de nouveaux développements (voir Figure B.1). Les algorithmes sont développés en C++, et "bindés" en *Python* à l'aide de *pybind11*. Les opérations mathématiques sont réalisées à l'aide de la librairie *Eigen3*. Les sorties pour la visualisation 3D sont générées à l'aide de la librairie *VTK*. Le maillage des plans de fractures est réalisé à l'aide de la plateforme *MMG*

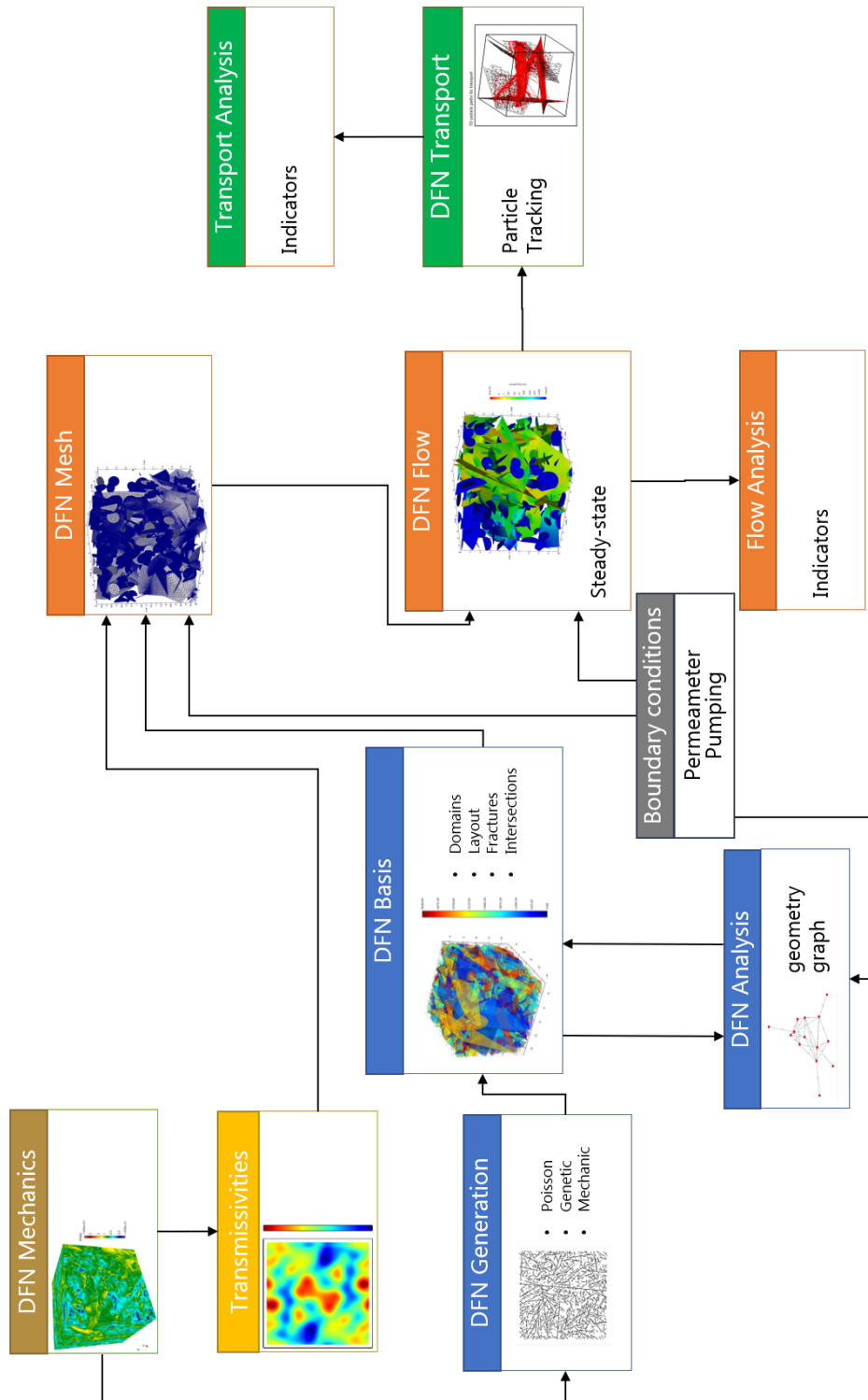


FIGURE B.1 – Organisation modulaire de la plateforme DFN.Lab

Titre : Modélisation cinématique et mécanique des réseaux de fractures à l'échelle du massif rocheux

Mots clés : fracture, réseau, modélisation, cinématique

Résumé : Les fractures sont des structures géologiques omniprésentes contrôlant les propriétés hydrauliques et mécaniques des roches. La modélisation numérique des réseaux de fractures constitue donc une étape indispensable pour la simulation du comportement physique des massifs fracturés, dans de nombreuses applications industrielles telles que le stockage de déchets nucléaires. Dans la plupart des cas, l'observation directe du volume fracturé n'est pas possible et les fractures ne peuvent être modélisées de manière déterministe. Les modèles stochastiques permettent de générer des réseaux en trois dimensions, statistiquement équivalents aux mesures et observations, mais négligeant les corrélations spatiales issues du processus chronologique de fracturation. D'autre part, les modèles purement mécaniques demandent des ressources numériques trop importantes pour modéliser des réseaux de telles densités.

L'objectif de cette thèse repose sur le développement de modèles génétiques, permettant de modéliser des réseaux de fractures multi-échelles, denses, à partir de lois simplifiées issues de la mécanique de la fracturation. Le processus de fracturation peut ainsi être décomposé en trois étapes : nucléation, propagation, et arrêt des fractures. Dans ces travaux, nous montrons que l'organisation spatiale et les lois d'échelle des réseaux ainsi générés résultent de ces processus. Nous quantifions ces corrélations à l'aide d'outils mathématiques issus de la théorie fractale, et déterminons leur impact sur les propriétés de connectivité des réseaux générés. Enfin, une étude plus fine des propriétés mécaniques des fractures telle que la friction, ainsi que des conditions limites en contraintes à l'origine de leur développement, montre l'importance de leur intégration dans le processus de modélisation génétique.

Title: Kinematical and mechanical modelling of fracture networks at the rock mass scale

Keywords: fracture, network, modelling, kinematics

Abstract: Fractures are ubiquitous geological structures controlling both the hydraulic and mechanical rock properties. Numerical modelling of fracture networks is therefore an important step for the simulation of physical processes in fractured rock mass, for many industrial applications such as nuclear waste disposal. Most of the time, a direct observation of the fractured volume is not feasible, and fractures cannot be modelled deterministically. Hence, the modelling must be stochastic, which makes it possible to generate three-dimensional networks, statistically equivalent to measurements and observations, but neglecting the spatial correlations resulting from the chronological fracturing process. On the other hand, purely mechanical models require too much numerical resources to model such dense networks.

This thesis aims to develop genetic models, making it possible to model multi-scale, dense fracture networks using simplified mechanical rules. The fracturing process can be divided in three simplified stages: nucleation, propagation, and fracture arrest. In this work, we show that the spatial organization and scaling properties of such generated fracture networks result from these processes. We quantify these correlations using mathematical tools from the fractal theory and quantify their impact on the connectivity properties of generated networks. Finally, a refined study of fractures mechanical properties such as friction, and remote stress boundary conditions responsible for fracture development, showed how much they need to be considered into the genetic modelling framework.