

Laboratoire IUSTI UMR CNRS 7343

École Doctorale 353

Sciences pour l'ingénieur : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique

THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université Aix-Marseille

présentée par **Benjamin MARCHETTI** et intitulée

Sédimentation de particules : effets collectifs et filaments déformables

Date de soutenance prévue le 26 Septembre 2018 devant le jury formé de :

Mme	Laurence BERGOUNOUX	<i>IUSTI - Aix-Marseille Université</i>	Directrice
M.	Éric CLIMENT	<i>IMFT - INP Toulouse -ENSEEIHT</i>	Rapporteur
M.	Christophe ELOY	<i>IRPHE - Centrale Marseille</i>	Examineur
Mme	Élisabeth GUAZZELLI	<i>IUSTI - CNRS</i>	Co-Directrice
M.	Jean-Philippe MATAS	<i>LMFA - Université Claude Bernard Lyon I</i>	Examineur
M.	Alfredo SOLDATI	<i>Technische Universität Wien</i>	Rapporteur

Laboratoire IUSTI
École Polytechnique Universitaire
de Marseille
5 Rue Enrico Fermi,
Technopôle de Château-Gombert
13453 Marseille cedex 13

École Doctorale Sciences pour
l'ingénieur : Mécanique, Physique,
Micro et Nanoélectronique
5 Rue Enrico Fermi,
Technopôle de Château-Gombert
13453 Marseille cedex 13

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier Éric Climent et Alfredo Soldati d'avoir accepté de rapporter mon manuscrit. Je remercie également Christophe Eloy et Jean-Philippe Matas d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse. Je vous en suis reconnaissant.

Je voudrais également remercier le laboratoire IUSTI et son directeur Olivier Pouliquen de m'avoir accueilli au cours de ces trois années de thèse.

Voilà, c'est fait ! C'est l'aboutissement d'un peu plus de trois ans de travail. C'est sûrement les plus belles années de ma jeune vie. Si c'était à refaire, je le referais tellement j'y ai pris du plaisir. Il en faudra des caractères pour remercier tous les gens qui méritent un merci et une pensée forte. C'est pour cela que je vais prendre cet espace et le temps de tous les remercier !

Mes premiers remerciements vont naturellement pour mes deux directrices de thèse que sont Laurence et Babette. Laurence, avec ta bonne humeur et ta sympathie, tu as été parfaite pendant tout ce temps dont tu t'es occupé de moi. Je ne pourrais jamais te remercier pour tout ce que tu m'as apporté et notamment ce sens du détail. Je ressors de ces temps passés ensemble, grandi et surtout satisfait du travail que l'on a fourni. Babette tu es et tu resteras un modèle pour moi. Tu incarnes la réussite, le sérieux et tu fais ressortir une telle énergie qui me fait croire que dans ta tête, tu as 20 ans ! Tes expressions et ta manière de vivre les choses me manqueront. Je te souhaite tout le bonheur du monde à Paris.

Vous avez été pour moi des piliers pendant trois ans et je vous en suis reconnaissant à vie. J'espère bien que l'on continuera à se côtoyer et passer de bons moments, car je ne pourrai pas vous oublier. Vous avez fait de ma thèse la plus agréable et souhaitable au monde. C'est avec des gens comme vous que l'on ne peut qu'apprécier la recherche.

Un grand merci à l'équipe GEP dans laquelle l'ambiance a toujours été plaisante et joyeuse. Je voudrais faire une petite dédicace à tous les membres de l'équipe, thésards et post-doc et en particulier à Diego Lopez, Ouardia, Zhenhaï, Franco le campeone du monde, Jeff McClane, ...

Une grosse pensée au bureau 336 notamment Antho le "santcho", la petite Fiona, Toinou le "frérot", Prashant, Cédric, Hamza le "rouyah". C'est avec vous que j'ai pu avancer durant tout ce temps et surtout rigoler, c'est bien le plus important dans la vie. Ces trois ans ont été agréables grâce à vous ! Je ne t'ai pas oublié Maryam, je te remercie aussi !

Antho je te "dédji" un paragraphe car tu le mérites. On se connaît depuis bien longtemps, on a eu le même parcours et on se voit presque autant qu'avant depuis ton départ. Le nombre d'heures durant lesquelles on a rigolé est tout simplement impressionnant. On était comme Tic et Tac durant toute cette période! Tu es le sang de l'artère!

J'aimerais également remercier l'école doctorale 353 et particulièrement Pascal Campion. Tu as été d'une patience et d'une écoute défiant toutes épreuves. Ces heures, passées à discuter sur la vie, m'ont je le sais, fait grandir et fait réfléchir. Je te remercie encore, tu le mérites tellement. Tu as ma reconnaissance éternelle. Peu de personnes sur Terre ne sont de ton envergure et heureusement que l'école doctorale t'a. Un petit merci aussi à tes acolytes que sont Audrey et Jean-Marc!

Un laboratoire ne peut fonctionner sans ses petites mains précieuses. C'est pour cela que je voudrais remercier Jean-Louis, "Feufe", Julien, "Jo", Alain et Dominique à l'accueil. Merci pour tous les moments passés le matin à 8h. Je vous remercie. Je voudrais rajouter que j'ai une grosse pensée pour toi Jean-Louis, tu es et tu resteras une personne en or qui mérite le plus grand des respects!

Je voudrais avoir une pensée également pour mes frérots Aziz et Ouamar. Vos blagues vont beaucoup me manquer et surtout celles du "Ouamardi"! Vous avez rendu ma thèse agréable et joyeuse! Ouamar tu as été vers la fin de ma thèse mon voisin de bureau et tu as rendu cette fin de thèse joyeuse, grâce à ton humour défiant toute concurrence. Aziz tu as toujours été là pour moi, à me soutenir et à me faire rire, je te dois beaucoup.

Je voudrais remercier d'autres "potos" que sont Jervic (ou DJ Sharky!) et Jean-Vincent. Pour rigoler, on a rigolé! Je ne suis pas près de vous oublier. Merci encore Jervic de m'avoir mis sur la piste de l'algorithme du peintre!

Une pensée pour l'équipe SHOC avec "Georgio" el patrone, mon cowboy préféré Lazar, Christian toujours de bonne humeur et Jacques Massoni!

Merci aussi à mes potos de l'équipe TCM que sont Jean-Lau et "Cricri". Merci pour cette bonne humeur permanente et ces bons moments.

Je voudrais également remercier mes amis de l'extérieur qui m'ont supporté pendant ces trois ans de thèses : Flo, Antho (encore toi!), Nico, Julien T., Julien C., Coco, Marie-Aline et tous les autres!

Enfin le plus important pour la fin : je voudrais dire un MERCI à mes parents qui ont toujours été là pour moi, et qui sans eux je ne serais pas là où je suis actuellement. Vous assez su être présent à mes côtés chaque jour et jamais je ne pourrais vous remercier. MERCI Séba d'être mon frère, tu es le meilleur des frères du monde. MERCI à mes grands-parents, qui j'espère sont fiers de moi. MERCI à mes troisièmes grands-parents que sont tata Paulette et tonton Jacky! Merci à toutes mes tantes, oncles, cousins, cousines... à toute ma famille quoi! C'est aussi grâce à vous si j'en suis là!

Petit dédicace aussi à la Guadeloupe! Merci à Béné, Jean et toute votre famille pour

votre gentillesse et accueil ! Je vais bientôt revenir vous voir ! Grâce à vous, j'ai maintenant envie de vivre en Guadeloupe.

Un dernier MERCI à celle qui a dû me supporter, me contenir quand je n'avais pas le moral, surtout en fin de thèse, ma gwada préférée... MERCI Marie, MERCI pour tout, MERCI d'avoir été là pour moi, je t'aime.

Ce travail a été supporté par le projet ANR "Collective Dynamics of Settling Particles In Turbulence" (ANR-12-BS09-0017-01), par le "Laboratoire d'Excellence Mécanique et Complexité" et par "Initiative d'Excellence" A*MIDEX (ANR-11-IDEX-0001-02).



Table des matières

Introduction	5
1. Généralités	5
2. Équation de Stokes	9
3. Cas d'une particule sphérique dans un fluide au repos	9
4. Objectifs de la thèse	11
 I Sédimentation de nuages de particules dans un milieu tourbillonnaire	 13
1 Introduction	15
1. Sédimentation de goutte de liquide	16
2. Sédimentation d'un nuage de particules en régime visqueux	17
3. Sédimentation d'un nuage de particules en régime inertiel	20
4. Sédimentation d'objets isolés dans un écoulement tourbillonnaire	23
5. Problématique	27
 2 Dispositif expérimental	 29
1. Dispositif	29
2. Fluides	32
3. Particules	32
4. Injection du nuage	33
5. Caractérisation de l'écoulement	33
5.1 Particle Image Velocimetry (PIV)	35
5.2 Écoulement obtenu par électro-convection	36
5.3 Vitesse des tourbillons en fonction de la distance à la paroi	37
6. Détection du nuage de particules	39
7. Détermination du nombre de particules dans un nuage	41
7.1 Régime visqueux	41
7.2 Régime faiblement inertiel	42
8. Détection des pertes en particules lors de la chute du nuage	43
 3 Analyse dimensionnelle	 47
 4 Modèles numériques	 51
1. Stokeslet	51
1.1 Cas d'un nuage sédimentant dans un fluide au repos	51

1.2	Cas d'un nuage de particules sédimentant dans écoulement tourbillonnaire	52
2.	Oseenlet	56
2.1	Cas d'un nuage sédimentant dans un fluide au repos	56
2.2	Cas d'un nuage de particules sédimentant dans écoulement tourbillonnaire	57
3.	Bilan	58
5	Résultats et comparaisons avec les modèles	61
1.	Présentation de l'article	61
2.	Copie de l'article	63
6	Conclusion et perspectives	81
 II Sédimentation de fibres flexibles à faible nombre de Reynolds		83
1	Introduction	85
1.	Sédimentation de fibres rigides à bas nombre de Reynolds	86
2.	Interactions d'objets flexibles avec un écoulement inertiel	89
3.	Sédimentation de fibres flexibles à bas nombre de Reynolds	91
4.	Problématique	96
2	Dispositif expérimental	99
1.	Dispositif	99
2.	Caractéristiques des fluides	100
3.	Caractéristiques des fibres	100
3.1	Propriétés géométrique et massique de la fibre	100
3.2	Mesure du module d'Young	101
4.	Traitement des données expérimentales	103
5.	Effets convectifs	106
3	Analyse dimensionnelle	109
4	Modèle numérique : Bead-spring model	113
5	Résultats et comparaisons avec le modèle	117
1.	Présentation de l'article	117
2.	Copie de l'article	119
3.	Résultats complémentaires	144
4.	Conclusion et perspectives	150
 Conclusion		151
 Bibliographie		155

Liste des symboles

Principales grandeurs pour la sédimentation d'un nuage de particules

ℓ	longueur d'inertie
μ	viscosité dynamique du fluide
ν	viscosité cinématique du fluide
ϕ_p	fraction volumique des particules
ρ_p	masse volumique de la particule
ρ_f	masse volumique du fluide
Σ	surface du nuage projetée sur un plan horizontal
Σ_0	surface initiale du nuage projetée sur un plan horizontal
σ_f	conductivité électrique du fluide
a	rayon de la particule
g	accélération gravitationnelle
k^{-1}	nombre d'onde spatial
L	taille d'un aimant et d'un vortex
N_0	nombre initial de particules dans le nuage
P	ratio entre la taille d'une particule et k^{-1}
Q	ratio entre la taille du nuage et k^{-1}
R	ratio entre la masse volumique du fluide et celle de la particule
R_0	rayon initial du nuage
Re_a	nombre de Reynolds associé à la particule
Re_c	nombre de Reynolds associé au nuage
Re_c^s	nombre de Reynolds de glissement du nuage
Re_k	nombre de Reynolds de l'écoulement
St_p	nombre de Stokes d'une particule
t_b	temps de breakup

U_0	vitesse maximale de l'écoulement
U_c	vitesse du nuage
U_S	vitesse de Stokes de la particule
W	ratio entre la vitesse de Stokes U_S et la vitesse maximale de l'écoulement U_0
x, y, z	position du nuage dans le repère

Autres grandeurs pour la sédimentation d'un nuage de particules

ψ	fonction de courant
ρ_{eff}	masse volumique du fluide effectif
d_p	distance inter-particule
n_y	nombre de mailles selon y
n_z	nombre de mailles selon z
V_B	volume occupé par les particules dans le nuage
V_{1B}	volume d'une particule

Principales grandeurs pour la sédimentation d'une fibre flexible

δ	amplitude de déflexion
ℓ	demi-longueur de la fibre
κ^{-1}	rapport d'aspect de la fibre
λ	longueur brin à brin
$\mathcal{B}$	nombre élasto-gravitationnel
$\mathcal{S}$	rigidité
$\mathcal{V}$	nombre elasto-visqueux
μ	viscosité dynamique du fluide
ρ_f	masse volumique du fluide
ρ_s	masse volumique de la fibre
$\tau_{90\%}$	temps de saturation de la déflexion à 90%
$\tau_{90\%}^{rot}$	temps de saturation de la rotation à 90%
θ	angle de la fibre
θ_0	angle initial de la fibre
ε	paramètre sans dimension directement proportionnel à $\mathcal{B}$ et κ^{-1} utilisé dans le bead-spring model
a	rayon de la fibre et de la sphère dans le bead-spring model
$C_{\parallel}$	coefficient de traînée pour une fibre verticale à la gravité
$C_{\perp}$	coefficient de traînée pour une fibre verticale donc parallèle à la gravité

E	module d'Young de la fibre
g	accélération gravitationnelle
I	moment d'inertie
N	nombre de billes constituant la fibre dans le bead-spring model
Re	nombre de Reynolds associé à la fibre avec comme longueur caractéristique la demi longueur de la fibre ℓ
Re^a	nombre de Reynolds associé à la fibre avec comme longueur caractéristique la rayon de la fibre a
St_{fibre}	nombre de Stokes de la fibre
U	vitesse de la fibre flexible
$U_{\parallel}$	vitesse de la fibre verticale à la gravité
$U_{\perp}$	vitesse de la fibre horizontale à la gravité
U_S	vitesse de Stokes

Autres grandeurs pour la sédimentation d'une fibre flexible

α	dilatation thermique
ϵ	allongement relatif
$\mathcal{R}$	nombre de re-configuration
ν	coefficient de Poisson
σ	contrainte
A	section normale
B_f	rigidité flexionnelle
C_Y	nombre de Cauchy
E_V	coefficient de Vogel
h	épaisseur élastique
l_1, l_2	dimension de la fenêtre d'observation de la fibre
L_1, L_2, L_3	dimension de la cuve

Introduction générale : Suspensions à bas nombre de Reynolds

1. Généralités

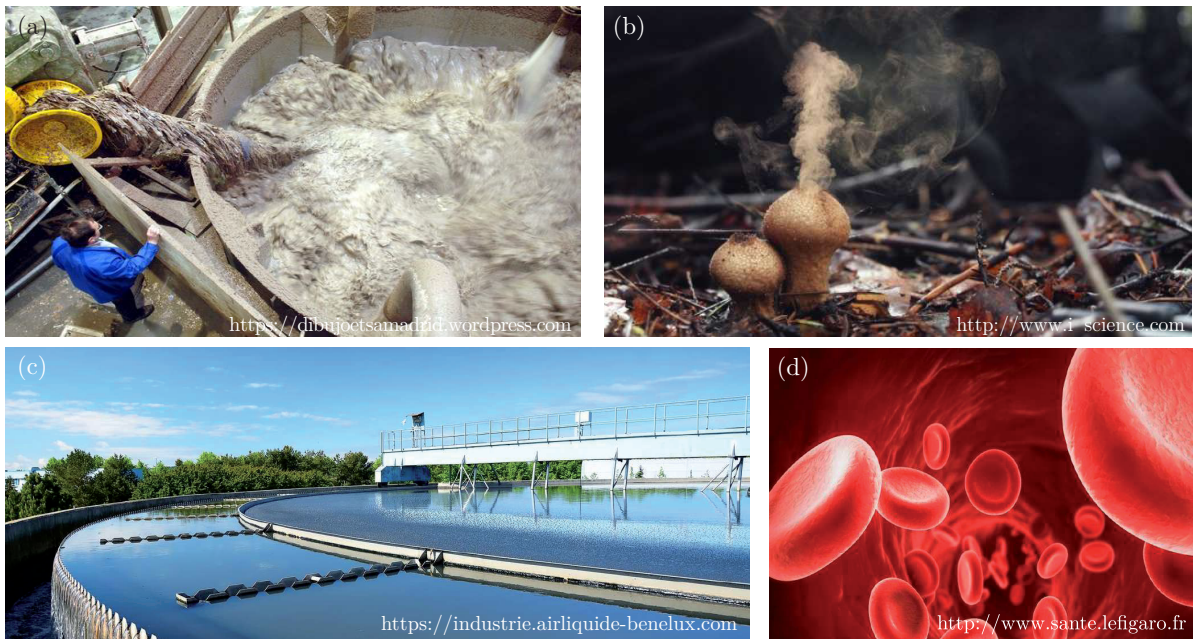


FIGURE 1 – Exemples de particules solides. (a) Morceaux de cellulose insérés dans un mélange aqueux durant le processus de fabrication de la pâte à papier ; (b) Vesse-de-loup (champignon) libérant des spores dans l'air ; (c) Station de traitement des eaux usées ; (d) Globules rouges dans le sang.

Les suspensions désignent un ensemble de particules immergées dans un fluide. Elles jouent un rôle important dans différents phénomènes naturels et procédés industriels. Néanmoins la physique des suspensions n'est pas encore complètement comprise. Dans la nature, les exemples de transports de suspensions sont : les globules rouges qui sont assimilables à de petits ellipsoïdes sont transportés dans l'ensemble des vaisseaux sanguins et jouent un rôle important dans notre organisme (figure 1 (d)). Certains champignons libèrent des spores dans la nature, quand ils sont à maturités, sous la forme de jet ou nuage de particules (figure 1 (b)). Ces spores présents en nombre dans l'atmosphère pourraient

jouer un rôle primordial dans le maintien d'un environnement humide dans les forêts dans lesquelles les champignons vivent.

De la même façon dans les procédés industriels, les suspensions sont présentes : dans l'élaboration de plusieurs produits tels que les peintures, le béton et la pâte à papier (figure 1 (a)) où les particules de fibres de papier sont en suspension dans un mélange d'eau et de soude. Il y a aussi le traitement des eaux (figure 1 (c)) avec l'utilisation des bassins de décantations où les particules sont agrégées afin de sédimenter plus vite.

Les suspensions sont généralement classées en fonction de leur taille (figure 2), de la différence de masse volumique avec le fluide qui les entoure (Geldart (1973)) : selon les caractéristiques géométriques, les forces mises en jeu ne sont pas les mêmes (figure 5)). Par exemple, en régime visqueux, où le Reynolds associé à la particule, $Re_a \ll 1$, les forces visqueuses sont les forces prépondérantes qui agissent sur les particules. Les forces d'inertie sont négligeables. Dans cette thèse, nous nous intéressons à des suspensions de particules dont le diamètre est compris entre $100 \mu m < 2a < 400 \mu m$, c'est-à-dire dans le régime "milli" de la figure 2; et dont le nombre de Reynolds particulaire Re_a est compris entre 10^{-4} et 10^{-1}

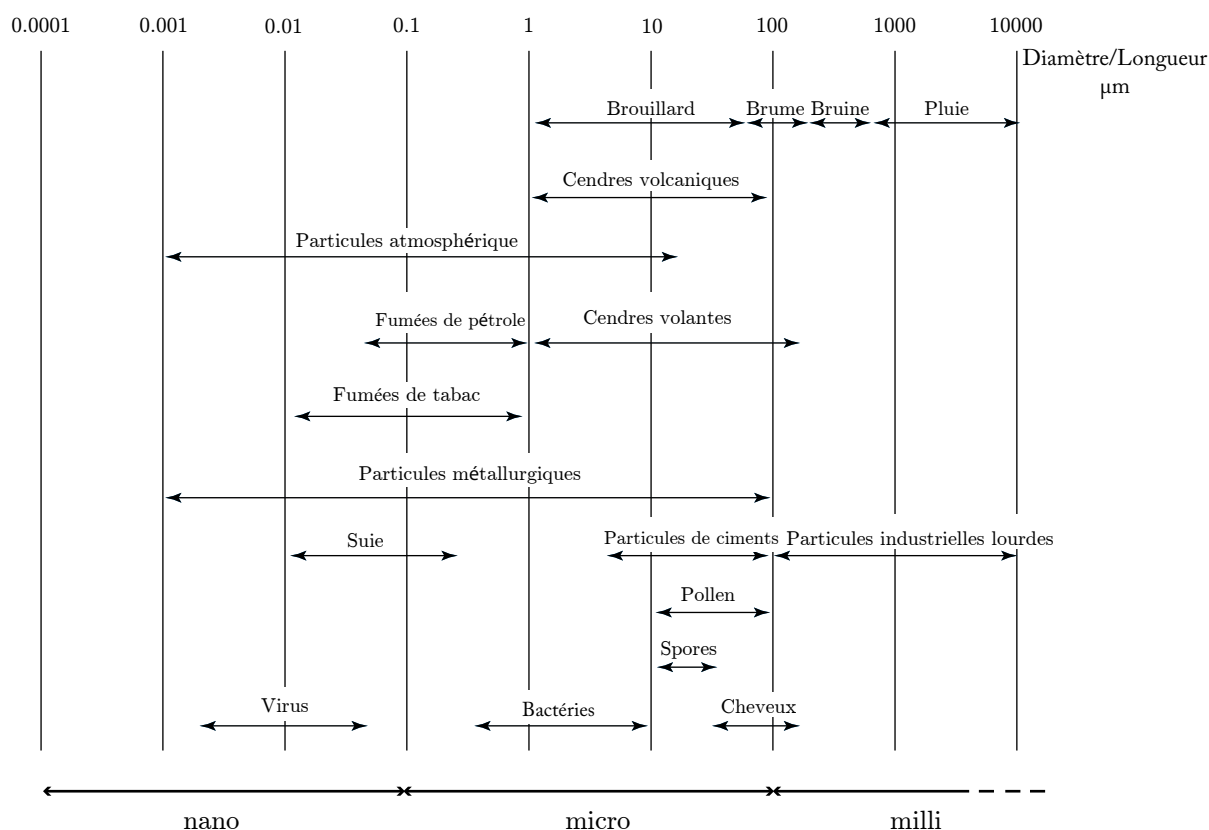


FIGURE 2 – Ordre de grandeur des suspensions. Traduite de Batchelor (1977)

Le domaine de l'hydrodynamique a suscité un grand intérêt depuis le XIX^e siècle : les premiers travaux remarquables ont été réalisés par Stokes (1851) et concernaient le champ de vitesse autour d'une particule sphérique sédimentant dans un fluide visqueux initialement au repos. Dans ce type de régime, qu'on appellera plus tard régime de Stokes, il n'y a pas d'inertie, c'est à dire qu'un objet lâché sous l'effet de la gravité atteint instantanément sa vitesse finale de chute (figure 3). Il a ainsi établi l'expression de la vitesse finale

d'une sphère de rayon a dans un fluide visqueux au repos, appelée vitesse de Stokes, U_S en écrivant la force de traînée, appelée force de frottement, exercée par le fluide sur la sphère. Cette expression est uniquement valable pour des Reynolds associés à la particule petit devant l'unité, $Re_a = U_S a \rho_f / \mu \ll 1$, avec U_S la vitesse de Stokes. En connaissant cette vitesse de chute U_S , la taille de la sphère a et sa densité ρ_p ainsi que la densité du fluide ρ_f , la loi de Stokes peut être utilisée pour déterminer la viscosité du fluide. Cette technique est celle utilisée par un viscosimètre à bille et encore appliquée dans l'industrie.

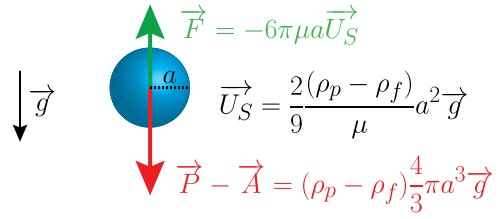


FIGURE 3 – Sir George Gabriel Stokes (1819-1903) et schéma des forces qui s'appliquent sur une sphère sédimentant, en régime visqueux, à une vitesse U_S .

Forces hydrodynamiques

Lorsque la taille de la particule est supérieure à $1 \mu m$ les forces motrices comme la gravité et l'hydrodynamisme sont prépondérants et les forces d'origine thermique sont négligeables. Si une particule immergée dans un fluide initialement au repos sédimente sous l'effet de la gravité alors elle va perturber les lignes de courant du fluide environnant (Figure 4). Cette perturbation va être transmise à travers le fluide : c'est ce type d'interactions que l'on nomme interactions hydrodynamiques.

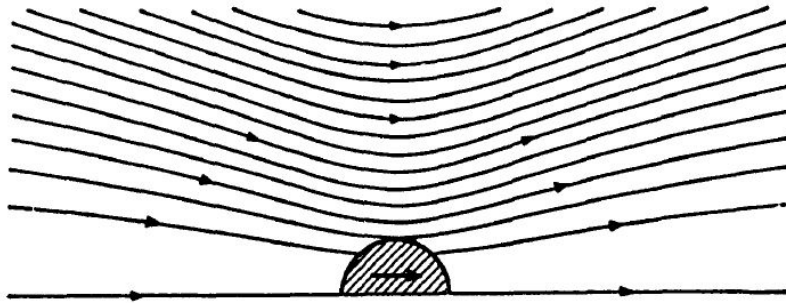


FIGURE 4 – Lignes de courant induit par le mouvement d'une sphère tombant dans un fluide visqueux (gravité orientée de la gauche vers la droite), [Batchelor \(2000\)](#).

Si maintenant le fluide est en écoulement la particule va perturber cet écoulement, qui lui même va perturber la particule : ce couplage va rendre le transport d'une suspension beaucoup plus complexe comme l'illustre la figure 5 qui schématise le transport

de particules par un écoulement : les particules les plus lourdes vont sédimenter sur des distances faibles par rapport au point d'injection, tandis que les particules plus fines vont être transportées plus loin. Les cartes de déposition des cendres lors de l'éruption du volcan Eyjafjallajökull montrent la complexité de ce phénomène à grande échelle et leur répercussion sur le trafic aérien (figure 6).

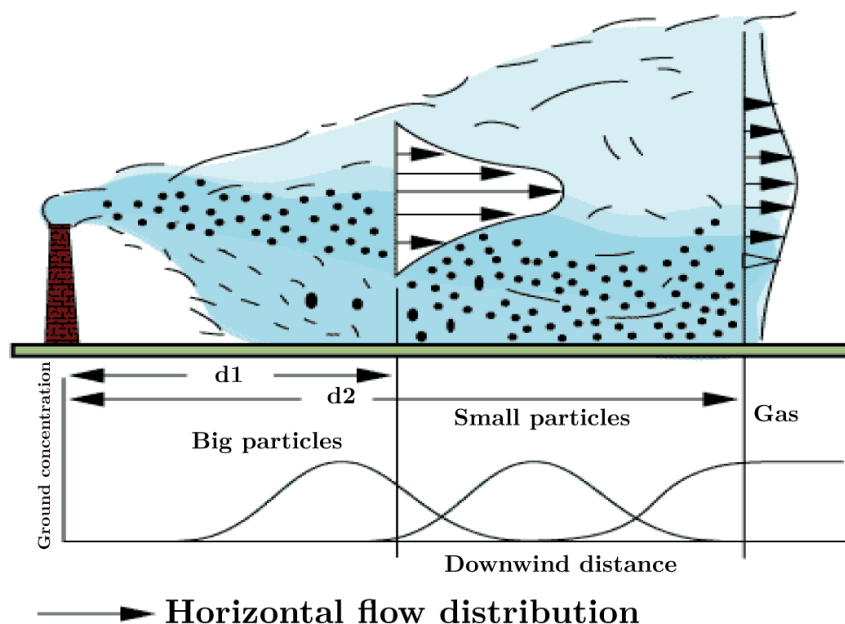


FIGURE 5 – Schéma simplifié du comportement des particules selon l'écoulement dans lequel elles se trouvent et de leurs tailles (source : Bourgoïn, [Marchioli \(2017\)](#))

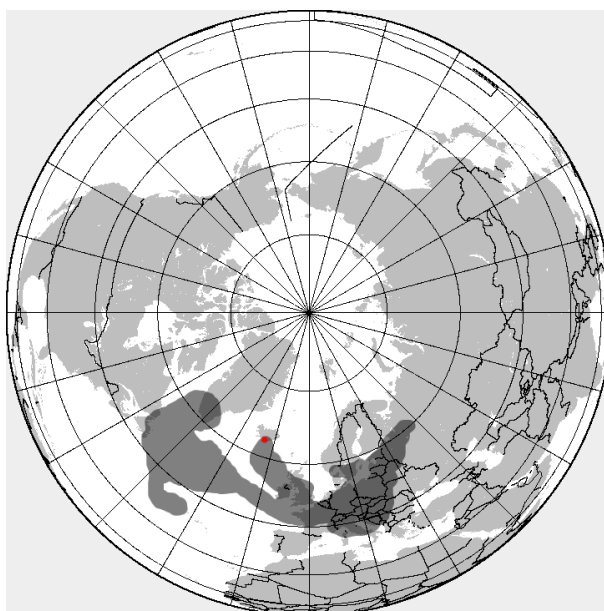


FIGURE 6 – Carte indiquant les zones de déposition des cendres du volcan Eyjafjallajökull (Islande) 6 jours après son éruption du 14 avril 2010 (source : <https://www.metoffice.gov.uk>).

Dans notre étude, nous considérerons toutes nos particules comme non browniennes ($Pe \gg 1$) et tombant sous l'effet de la gravité dans un fluide initialement au repos ou

animé par un écoulement tourbillonnaire. On s'intéressera aux couplages particule-fluide et fluide-particule dans le régime de Stokes et dans le régime faiblement inertiel.

2. Équation de Stokes

Lorsque le nombre de Reynolds particulaire est petit, $Re_a \ll 1$, parce que la vitesse de la particule est faible, sa taille petite ou bien la viscosité du fluide est élevée, les effets visqueux sont prépondérants devant les effets inertiels. Considérons un milieu continu, newtonien et incompressible, de masse volumique ρ_f et de viscosité dynamique μ , qui est caractérisé par un champ de vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ et d'un champ de pression $p(\mathbf{x}, t)$. La conservation de la masse s'écrit alors :

$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

et la conservation de la quantité de mouvement nous donne :

$$\rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{v} \right] = -\mathbf{grad } p + \mu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (2)$$

Où $\mathbf{f}$ est les forces extérieures. Considérons une échelle spatiale L , une échelle de temps T et une échelle de vitesse U . On peut alors écrire que $Re = UL\rho_f/\mu$. À bas nombre de Reynolds, le terme correspondant aux forces d'inertie, $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{v}$ peut être négligé devant le terme visqueux. L'équation 2 devient :

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\mathbf{grad } p + \mu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (3)$$

En supposant que le terme $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ instationnaire est négligeable devant les autres termes, l'équation 3 devient :

$$0 = -\mathbf{grad } p + \mu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (4)$$

Les propriétés de l'équation de Stokes sont :

- Sa **linéarité** que l'on peut exprimer par le principe de superposition. Si $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ sont deux solutions de l'équation, alors $\lambda_1 \mathbf{v}_1 + \lambda_2 \mathbf{v}_2$ est du coup solution de l'équation de Stokes. Le gradient p correspondant s'écrit $\mathbf{grad } p = \lambda_1 \mathbf{grad } p_1 + \lambda_2 \mathbf{grad } p_2$.
- Son **unicité** : l'équation de Stokes a une unique solution pour un écoulement et des conditions aux limites donnés.
- Sa **réversibilité** : si on inverse le sens de l'écoulement les particules fluides vont refaire en sens inverse le même chemin. Cette propriété est bien mise en évidence dans l'expérience de [Taylor \(1966\)](#) où une goutte de colorant est placée dans un fluide très visqueux entre deux cylindres coaxiaux. Après mise en rotation du cylindre interne la tache de colorant se répartit dans la zone entre les deux cylindres. Si on inverse le sens de rotation du cylindre interne, les particules de colorant refont en sens inverse le même trajet et la tâche de colorant se reforme.

3. Cas d'une particule sphérique dans un fluide au repos

Considérons une sphère de rayon a et de masse volumique ρ_p qui sédimente dans un fluide au repos, infini, newtonien, incompressible de masse volumique ρ_f et de viscosité μ

avec un nombre de Reynolds $Re_a \ll 1$; sa vitesse de Stokes est :

$$\mathbf{U}_S = \frac{2(\rho_p - \rho_f)a^2}{9\mu} \mathbf{g} \quad (5)$$

Le champ de vitesse induit par cette particule s'écrit :

$$\mathbf{v} = \frac{3a}{4} \left[\frac{\mathbf{U}_S}{r} + \frac{(\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{x})\mathbf{x}}{r^3} \right] + \frac{a^3}{4} \left[\frac{\mathbf{U}_S}{r^3} - 3 \frac{(\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{x})\mathbf{x}}{r^5} \right] \quad (6)$$

Loin de la particule (quand $r \rightarrow \infty$) la vitesse du fluide s'annule $\|\mathbf{v}\| = 0$. À la surface de la sphère ($r = a$), la vitesse est égale à $\|\mathbf{v}\| = U_S$. À partir de l'équation 6, on peut remarquer sur la figure 7 la lente décroissance en $1/r$ du premier terme de la vitesse de l'écoulement (r distance à la sphère) et la décroissance en $1/r^3$ du second terme. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans ce régime à bas nombre de Reynolds il y a une faible efficacité du fluide à transporter la quantité de mouvement induite par la particule par le biais des frottements visqueux.

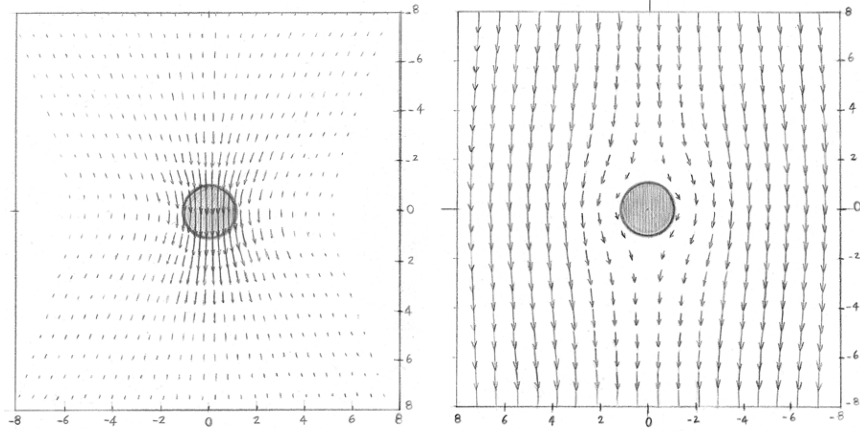


FIGURE 7 – (A gauche) Lignes de courant d'un écoulement dû à une sphère en translation (Solution de Stokes). Loin de la sphère (à l'infini) le champ de vitesse est nul. (A droite) Ligne de même écoulement dans le référentiel de la particule. Le champ de vitesse est uniforme et constant, de vitesse U_S excepté autour de la sphère où les conditions aux limites donne une vitesse nulle sur la surface de la particule. *Guazzelli and Morris (2012)*.

Si on suppose qu'il n'y a pas d'inertie et que seule la force de traînée visqueuse et la force d'Archimède agit sur le système alors on peut écrire $\mathbf{F}^e + \mathbf{F}^{drag} = 0$. Alors on a $\mathbf{F}^e = -\mathbf{F}^{drag} = -6\pi\mu a \mathbf{U}_S$.

Si on réécrit l'équation 6 en fonction de la force de traînée $\mathbf{F}^e = -6\pi\mu a \mathbf{U}_S$, le champ de vitesse généré par le passage de la sphère est :

$$\mathbf{v} = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\mathbf{I}}{r} + \frac{\mathbf{xx}}{r^3} \right) \cdot \mathbf{F}^e + \frac{a^2}{8\pi\mu} \left(\frac{\mathbf{I}}{3r^3} - \frac{\mathbf{xx}}{r^5} \right) \cdot \mathbf{F}^e \quad (7)$$

Dans cette expression $\mathbf{xx}$ est le produit tensoriel de $\mathbf{x}$ par $\mathbf{x}$. Ce terme est la solution singulière de l'équation de Stokes appelée *Stokeslet* (figure 7) :

$$\mathbf{v} = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\mathbf{I}}{r} + \frac{\mathbf{xx}}{r^3} \right) \cdot \mathbf{F}^e \quad (8)$$

Nous utiliserons cette solution (équation 8) pour la modélisation des particules du nuage présenté dans la première partie de ce manuscrit. L'équation 7 sera utilisée pour modéliser les interactions hydrodynamiques des sphères qui vont composer le filament flexible qui nous intéressera dans la deuxième partie de ce manuscrit.

Deux particules sphériques ou plus dans un fluide au repos

Lorsque deux particules sédimentent dans un fluide visqueux, en fonction de la distance qui les sépare, le mouvement de l'une est influencé par le mouvement de l'autre et vice versa. Étudions la sédimentation de deux particules de rayons a_1 et a_2 sous l'effet de la gravité dans un fluide au repos.

Du fait de la linéarité des équations de Stokes, la vitesse de chaque sphère s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1 &= \frac{\mathbf{F}_1^e}{6\pi\mu a_1} + \mathbf{v}^2 \\ \mathbf{U}_2 &= \frac{\mathbf{F}_2^e}{6\pi\mu a_2} + \mathbf{v}^1 \end{aligned} \quad (9)$$

Avec $\mathbf{v}^1$ l'interaction de la particule 1 sur la particule 2 et $\mathbf{v}^2$ l'interaction de la particule 2 sur la particule 1 ; toutes deux données par l'équation 7. Ces perturbations peuvent être calculées par la méthode dite des réflexions ([Smoluchowski \(1911\)](#)). Ainsi ces équations peuvent être présentées sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1^e \\ \mathbf{F}_2^e \end{pmatrix} \quad (10)$$

Avec $\mathbf{M}_{11} = \mathbf{I}/6\pi\mu a_1$ et $\mathbf{M}_{22} = \mathbf{I}/6\pi\mu a_2$ et $\mathbf{M}_{12} = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\mathbf{I}}{r} + \frac{\mathbf{xx}}{r^3} \right)$ et $\mathbf{M}_{21} = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\mathbf{I}}{r} + \frac{\mathbf{xx}}{r^3} \right)$. $\mathbf{M}$ est appelée matrice de mobilité, elle regroupe l'ensemble des interactions hydrodynamique entre particule. Sa taille est fixée par le nombre de particules dans la suspension que l'on veut considérer ; ainsi $\mathbf{M}_{ij}$ est l'interaction de i sur j et inversement. Pour n sphères, le système s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \cdots & \mathbf{M}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}_{n1} & \cdots & \mathbf{M}_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1^e \\ \vdots \\ \mathbf{F}_n^e \end{pmatrix} \quad (11)$$

Dans les deux parties de cette thèse, nous allons faire appel à cette matrice de mobilité afin de décrire les interactions hydrodynamiques entre les particules des deux systèmes que nous avons étudiés : un nuage de particules et un filament flexible modélisé comme un collier de sphères.

4. Objectifs de la thèse

Cette thèse a pour but de contribuer à la compréhension des problèmes de sédimentation à bas nombre de Reynolds, en présence ou non d'un écoulement. Ce manuscrit est divisé en deux parties : l'une consacrée à la sédimentation d'un nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire, et une seconde dédiée à l'étude de la sédimentation d'une fibre flexible dans un fluide au repos.

La première partie, la sédimentation d'un nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire, est une étude à la fois expérimentale et numérique et se situe dans le régime visqueux et dans le régime faiblement inertiel. Dans cette expérience, l'objectif est de comprendre comment les particules du nuage vont interagir entre elles et avec l'écoulement tourbillonnaire. La question qui a guidée cette étude est de savoir si la dynamique de la sédimentation du nuage est identique à celle observée dans un fluide au repos ou bien est-ce que le nuage va interagir instantanément avec l'écoulement et se désintégrer ? Est-ce que les effets collectifs entre particules vont assurer une cohésion au nuage au sein de cet écoulement tourbillonnaire ?

Le nuage sera modélisé par un ensemble de Stokeslets en régime visqueux et un ensemble d'Oseenlets en régime faiblement inertiel.

La deuxième partie de ce manuscrit est consacrée à l'étude de la sédimentation d'une fibre flexible dans un fluide visqueux initialement au repos. Cette étude est aussi composée d'une partie expérimentale et d'une partie numérique où nous proposons le "bead-spring model" dans lequel la fibre est représentée par un collier de billes reliées entre elles par des ressorts. À notre connaissance aucune étude expérimentale n'avait été réalisée pour observer la déformation d'un filament lors de sa chute. Nous essaierons ainsi de décrire la déformation observée par le filament et nous mettrons en évidence trois régimes de sédimentation, dépendant de la valeur du nombre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$.

Une dernière section présentera une synthèse de ces deux parties et les différentes perspectives afin de coupler ces dernières.

Première partie

Sédimentation de nuages de particules dans un milieu tourbillonnaire

Introduction

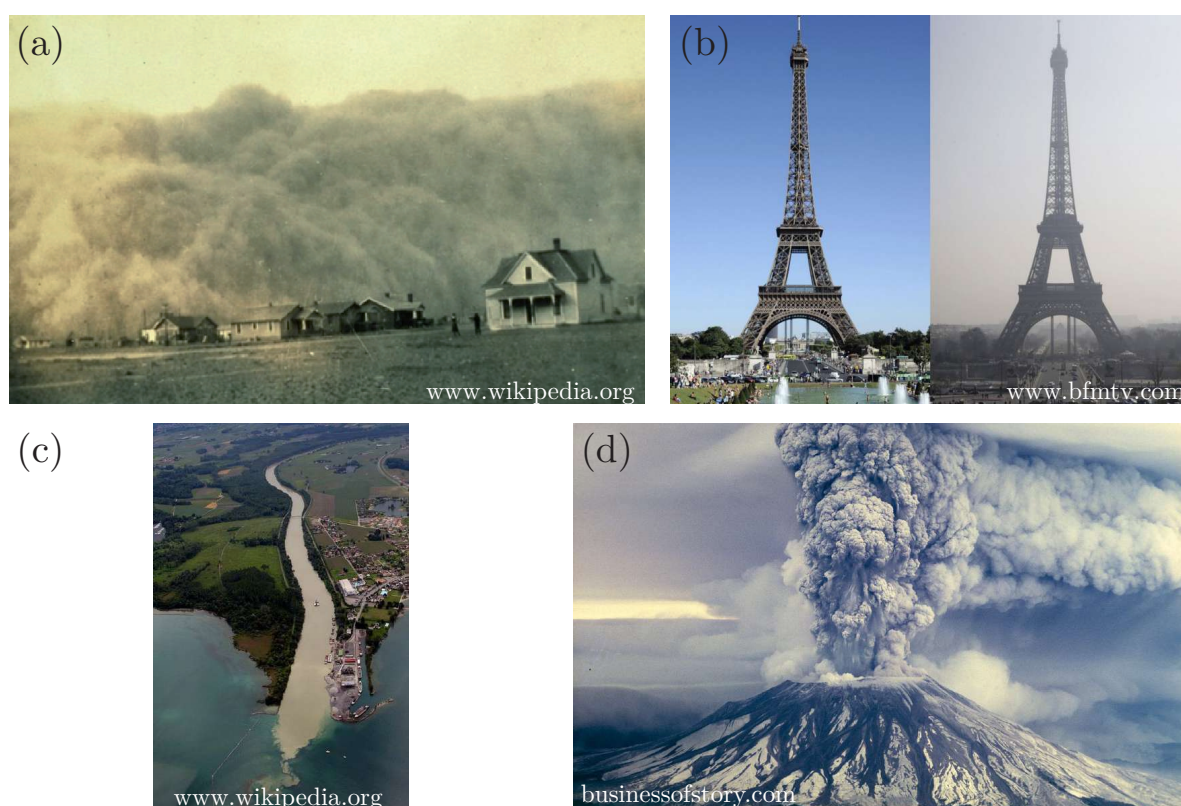


FIGURE 1.1 – Exemples de transport de suspensions de particules. (a) Front d’une tempête de sable dans le Texas (USA, 1935); (b) Photographie de la Tour Eiffel avant et pendant le pic de pollution (Paris, Mars 2014); (c) Embouchure du Rhône dans le lac de Genève (Genève, Juin 2007); (d) Éruption du mont Saint-Hélène dans l’état de Washington (USA, 1980).

Dans la nature, les exemples de transports de suspensions sont nombreux : le transport de sédiments dans les estuaires à l’image de l’embouchure du Rhône dans le lac de Genève (figure 1.1 (c)). Le fleuve est régulièrement chargé en sédiments durant l’été en raison des différentes précipitations en amont du fleuve auxquelles s’ajoute la fonte du manteau neigeux. Cela occasionne l’envasement du lac. Les éruptions pyroclastiques sont responsables de la mise en suspension de grosses quantités de cendre assimilables à un ensemble

de particules en mouvement, comme c'était le cas pour l'éruption du Mont Saint-Hélène en 1980 aux États-Unis (figure 1.1 (d)) ou plus récemment l'éruption de l'Eyjafjöll en 2010 en Islande qui paralysa le trafic aérien pendant plusieurs jours. Durant des tempêtes de sable, à l'image de la figure 1.1 (a), de larges nuages de particules sont transportés sur des distances importantes. Une des conséquences de l'activité industrielle est la présence de particules de polluants dans l'atmosphère : la pollution aux particules fines (figure 1.1 (b)) devient au fil des années un enjeu sanitaire majeur.

Dans la littérature, il existe de nombreux travaux concernant le transport de particules par un écoulement et ce dans différents régimes : visqueux, inertiel et turbulent. Nous nous sommes intéressés dans cette thèse à la sédimentation de nuages de particules (solides, non-browniennes et caractérisées par des faibles nombres de Reynolds particulaire $Re_a \lesssim 10^{-3}$) dans un écoulement tourbillonnaire du régime visqueux à un régime faiblement inertiel. Les effets collectifs entre les particules du nuage vont jouer un rôle prépondérant dans la dynamique de celui-ci. Ainsi dans cette partie nous allons tenter de résumer les travaux présents dans la littérature concernant la sédimentation de nuage de particules.

1. Sédimentation de goutte de liquide

La première étude est celle de Hadamard (1911) et Rybczyński (1911), qui se sont intéressés par la chute d'une goutte de liquide à bas nombre de Reynolds dans un fluide plus léger. Ils ont donné la solution analytique de l'écoulement généré par la chute d'une goutte parfaitement sphérique. L'écoulement est un mouvement de recirculation toroïdale.

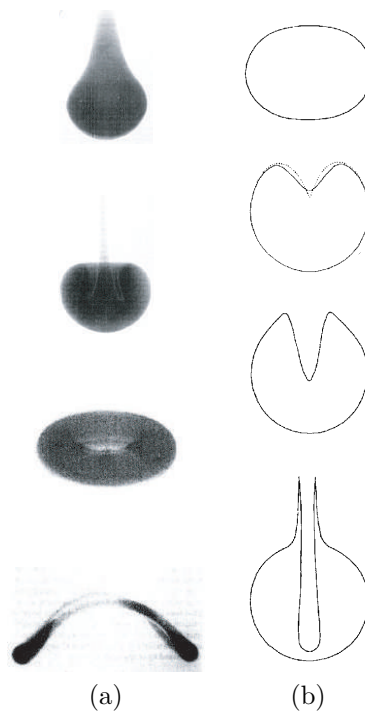


FIGURE 1.2 – Sédimentation de gouttes liquides miscibles. (a) Évolution d'une goutte dans un fluide visqueux (Kojima et al. (1984)); (b) Évolution d'une goutte de type "oblate" soumise à une perturbation initiale (Pozrikidis (1990)).

En l'absence de tension de surface, [Kojima et al. \(1984\)](#) par une méthode linéaire et [Pozrikidis \(1990\)](#) avec une méthode intégrale de frontière en régime de Stokes, ont montré qu'une goutte sphérique est instable si l'on perturbe sa forme. La goutte va passer d'une forme sphérique à une forme de champignon (figure 1.2 (a)). Elle va ensuite évoluer en tore. Ce tore va s'étendre jusqu'à atteindre un rapport d'aspect critique et la goutte va se casser en deux.

Comment un nuage de particules solides va-t-il sédimenter ? Son comportement est-il identique à celui observé pour une goutte de liquide ? Y-a-t-il formation d'un tore puis cassure ? Quel est l'écoulement au sein du nuage ? Comment évolue la vitesse du nuage en fonction du nombre de particules ? C'est à ces questions que répondent les travaux présentés dans la section suivante dédiée à la sédimentation d'un nuage de particules en régime visqueux dans un fluide au repos.

2. Sédimentation d'un nuage de particules en régime visqueux

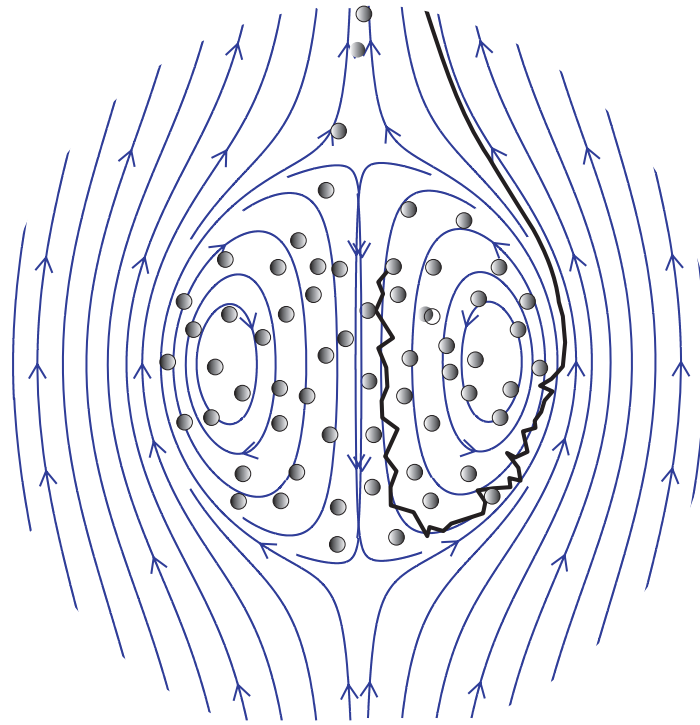


FIGURE 1.3 – Illustration de l'écoulement produit par un nuage de particules. [Metzger and Guazzelli \(2008\)](#).

Considérons un ensemble de N_0 particules réparties de manière homogène dans un fluide formant une goutte sphérique qui sédimenter dans le même fluide que celui présent dans la goutte. Dans sa chute, en régime visqueux, c'est à dire pour un Reynolds associé au nuage et aux particules faible ($Re_c < 10^{-1}$ et $Re_a < 10^{-4}$), un mouvement de recirculation apparaît dans le nuage, à l'image de ce qui a été mis en avant dans une goutte liquide. Une fois lâché la recirculation toroïdale des particules au sein du nuage se met en place (figure 1.3). Lorsque les particules remontent à la périphérie du nuage (trajectoire

noire sur la figure 1.3), animées de ce mouvement de recirculation toroïdal, elles peuvent "s'échapper" du nuage et créer dans son sillage un filin de particules. Le nuage perd de façon continue des particules et de là apparaît un déficit au niveau de l'axe de symétrie du nuage : sa forme évolue en tore. Au cours de son évolution, le tore continue de perdre des particules, son rapport d'aspect augmente progressivement et le fluide environnant passe au travers de l'anneau formé au lieu de le contourner. Le tore devient instable et se fragmente en nuages plus petits. Chacun de ces nuages va suivre le même processus : évolution en tore plus petit, déstabilisation du tore et fragmentation en nuages.

Dans ce cas, le phénomène en majeure partie responsable de l'instabilité du nuage est l'interaction hydrodynamique qu'ont les particules entre elles. De nombreux travaux rapportent ce type comportement (Adachi et al. (1978), Stone (1994), Nitsche and Batchelor (1997), Machu et al. (2001), Metzger et al. (2007)).

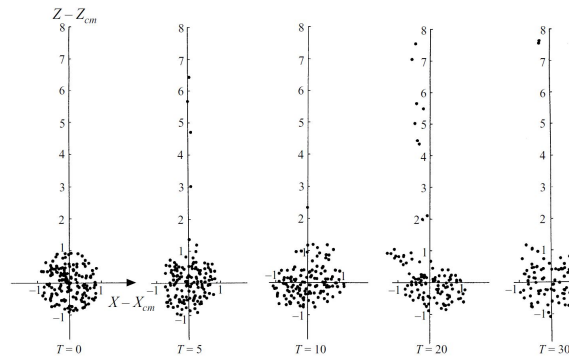


FIGURE 1.4 – Simulation numérique : Nuage de particules initialement sphérique dans un fluide visqueux, $N_0 = 160$. Nitsche and Batchelor (1997).

Expérimentalement, il est difficile de pouvoir créer un nuage de particules parfaitement sphérique, avec un arrangement initial homogène. Cette argument a été évoqué comme une des raisons de l'instabilité du nuage : Nitsche and Batchelor (1997) ont montré qu'au cours de sa chute, un nuage parfaitement sphérique perd des particules de façon continue tout en gardant sa forme sphérique (figure 1.4). Machu et al. (2001) ont expliqué, à l'aide de simulations numériques, que la perturbation initiale créée à l'injection du nuage conduit à une déstabilisation du nuage.

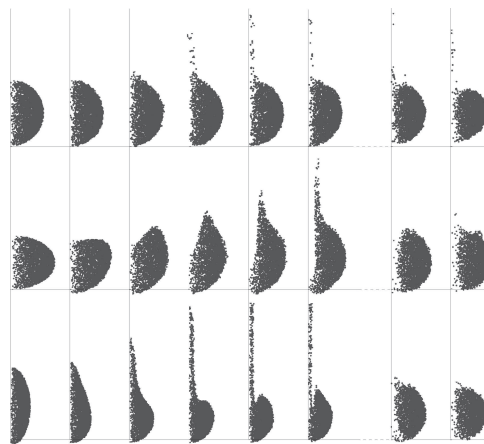


FIGURE 1.5 – Profils de nuages : variation de la forme initiale sphérique (haut), oblique (milieu) et prolate (bas). Les autres images sur chacune des lignes montrent l'évolution temporelle de ces trois nuages (Metzger et al. (2007)).

Metzger et al. (2007) ont expliqué que la forme initiale du nuage n'a pas d'effet sur son comportement durant sa chute, comme on peut le voir sur la figure 1.5, car le processus de déstabilisation est le même. En effet quelles que soient les conditions initiales, le nuage au cours de sa chute se réorganise pour prendre une forme sphérique. Tout en perdant des particules et en continuant son expansion le nuage va atteindre un rapport d'aspect critique. Le fluide externe va alors passer au centre du tore et le nuage va se fragmenter. Ces déstabilisations sont systématiquement observées lorsque le nombre de particules dans le nuage est supérieur à 1000, contrairement à ce qui était rapporté dans littérature jusque là.

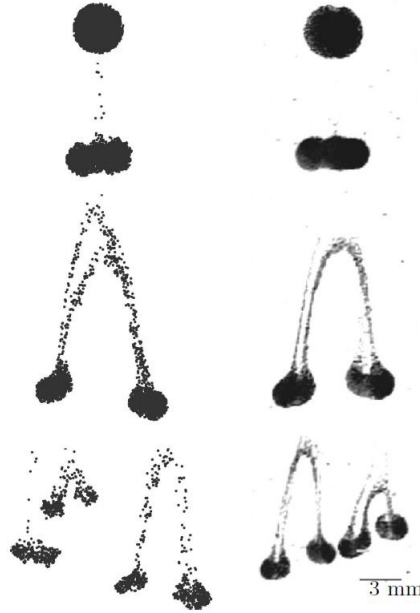


FIGURE 1.6 – Snapshots de la chute d'un nuage de particules. (À droite) expérience réalisée avec des billes de verre plongées dans de l'huile silicone (47V1000). (À gauche) Simulation numérique utilisation des Stokeslets pour modéliser un nuage avec $N_0 = 3000$, $Re_c = 10^{-4}$. Metzger et al. (2007).

Metzger et al. (2007) ont utilisé des Stokeslets pour modéliser des nuages de particules et ont réalisé des comparaisons avec des expériences. En ne considérant que les interactions de particules comme source de perturbation d'écoulement ils sont arrivés à capturer la dynamique du nuage pour des concentrations en particules $\phi_p < 10\%$ (figure 1.6). Le seul paramètre, dans ce régime, est N_0 le nombre de particules initial dans le nuage.

On peut également évoquer le travail de Park et al. (2010) où les particules du nuage ne sont pas des sphères mais des fibres rigides. Ils ont montré que les étapes de déstabilisation d'un nuage composé de fibres sont identiques à celles d'un nuage de particules sphériques. La dynamique du nuage dépend dans ce cas du nombre de fibres N_0 mais aussi des paramètres géométriques des fibres utilisées.

Dans notre étude, nous avons étudié la sédimentation de nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire. Nous avons exploré deux régimes : le régime visqueux et un régime faiblement inertiel. Intéressons nous maintenant aux études réalisées en régime inertiel.

3. Sédimentation d'un nuage de particules en régime inertiel

Il existe moins d'études expérimentaux et numériques dans la littérature concernant la sédimentation d'un nuage de particules en régime inertiel, $Re_a \gtrsim 1$. Le régime inertiel peut être atteint en modifiant les propriétés du fluide par exemple en utilisant un fluide avec une viscosité μ plus faible ou changeant les caractéristiques des particules en utilisant des particules avec une masse volumique plus importante, ou des nuages plus gros.

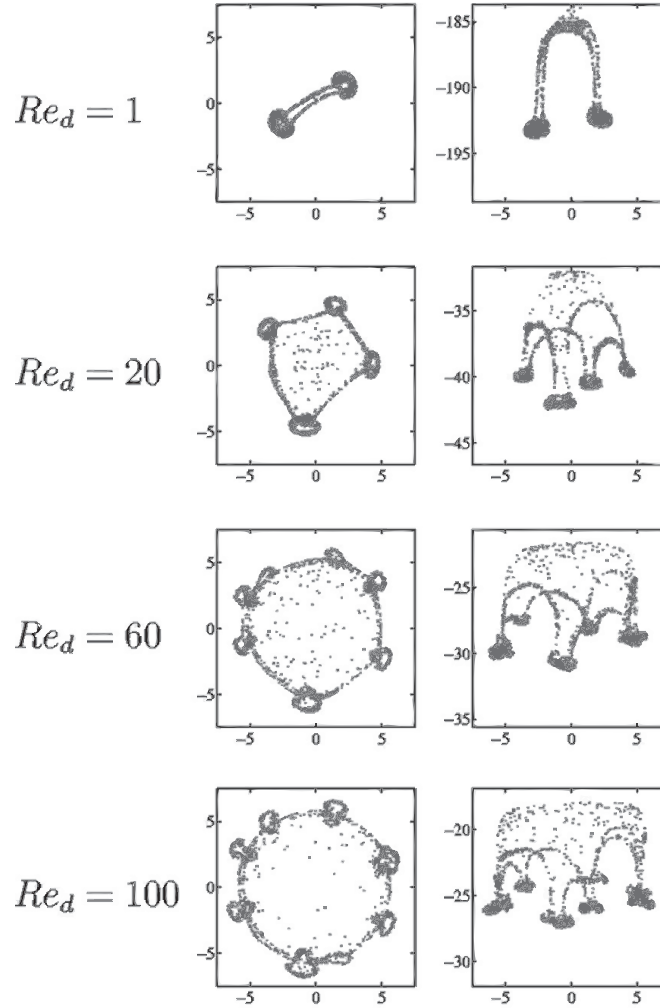


FIGURE 1.7 – *Break-up de nuage pour différentes valeurs du Reynolds associé au nuage (Re_d correspond à Re_c pour le manuscrit), $N_0 \approx 100000$. (À gauche) Vue de dessous. (À droite) Vue de côté. Bosse et al. (2005).*

Dans leur étude, Bosse et al. (2005) ont procédé à des simulations numériques en utilisant une méthode pseudo-spectrale pour la phase liquide combinée à un modèle Lagrangien point-particules pour la phase solide pour étudier la sédimentation de nuage de particules pour des Reynolds à l'échelle du nuage, $1 \leq Re_c = U_c R_0 \rho_f / \mu \leq 100$, où U_c est la vitesse du nuage et R_0 son rayon initial. Ils ont trouvé que le nuage ne perd pas de particules avant de se déstabiliser quand Re_c est de l'ordre de l'unité; que le nuage s'aplatit au cours de sa chute puis lorsqu'il atteint un rapport d'aspect critique il se brise

en plusieurs gouttelettes. Ils ont également mis en évidence, que le nombre de gouttelettes secondaires apparaissant après le break-up du nuage dépend de Re_c .

Afin de modéliser les interactions entre particules, dans ce régime faiblement inertiel, [Subramanian and Koch \(2008\)](#) ont pris en considération les corrections apportées par Oseen. La vitesse de chaque particule qui compose le nuage est gouvernée par le champ de vitesse d'Oseen, perturbé par le sillage des autres particules. Ils se sont ainsi intéressés à l'inertie à l'échelle de la particule. Leur étude a montré que l'évolution du nuage, dans le cas où les interactions hydrodynamiques ne sont plus d'origine visqueuse, est fortement influencée par le nombre de particules N_0 (comme en régime visqueux) et par le rayon du nuage R_0 . Pour que les interactions d'Oseen soient prépondérantes il faut que $R_0 \ll N_0\nu/U_c$, avec U_c la vitesse du nuage et ν la viscosité cinématique du fluide. Dans ce cas (figure 1.8 droite) les sillages de chaque particule interagissent entre eux et entraînent un aplatissement du nuage. Au contraire si $R_0 \gg N_0\nu/U_c$, les interactions dues au sillage des particules sont négligeables (figure 1.8 gauche) et le nuage reste sphérique et son rayon augmente avec le temps.

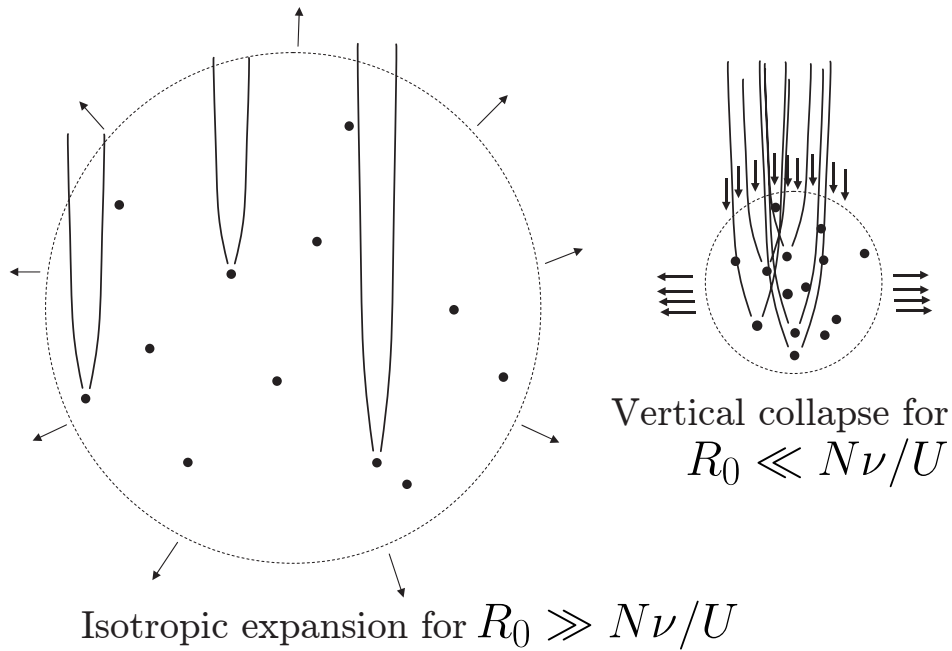


FIGURE 1.8 – Les différentes évolutions d'un nuage de particules dirigées par des interactions d'Oseen. (À gauche) La longueur d'inertie est suffisamment grande pour que les sillages n'interagissent pas entre eux. (À droite) La longueur d'inertie est faible et les sillages des particules interagissent entre eux. [Subramanian and Koch \(2008\)](#).

[Pignatel et al. \(2010\)](#) ont réalisé une étude à la fois expérimentale et numérique, pour des particules avec des Re_a , allant de 10^{-5} à 10^{-1} et un nuage dont le nombre de Reynolds variait entre $5 \cdot 10^{-2}$ et 10. Contrairement au régime visqueux où le seul paramètre est N_0 , en présence d'effets inertiels il faut prendre en compte le nombre de Reynolds du nuage ($Re_c = U_c R_0 \rho_f / \mu$) et la longueur d'inertie des particules, $\ell^* = (a/Re_a)/R_0$ (ℓ^* variait dans cette étude de 1 à 1000), pour comprendre la dynamique du nuage.

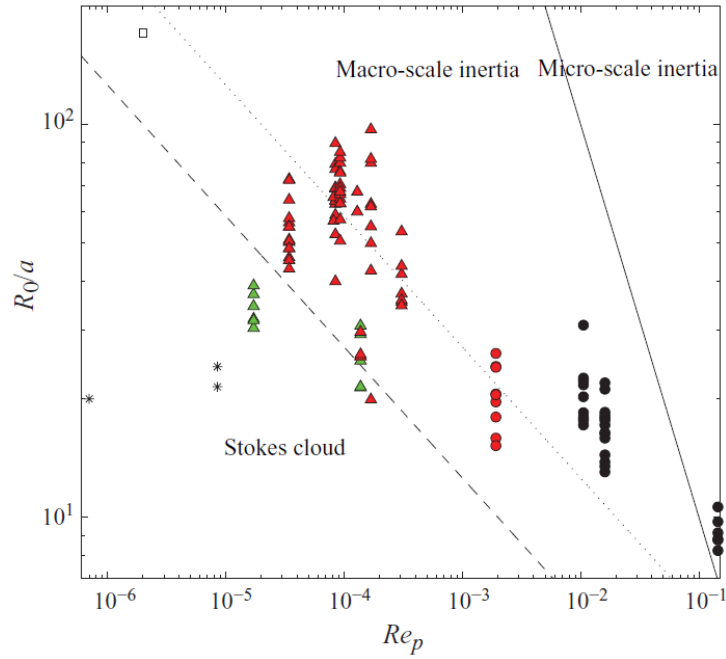


FIGURE 1.9 – Présentation des différents régimes, pour un nuage de particules qui sédimmente. Le ratio entre le rayon du nuage R_0 et le rayon d’une particule a est présenté en fonction du nombre de Reynolds particulaire, Re_p (ce paramètre correspond dans le manuscrit à Re_a) et de la fraction volumique ϕ_p . Les lignes, tiret et pointillé ($R_0/a \sim Re_p^{-1/3} \phi_p^{-1/3}$), délimitent le régime d’origine macroscopique ($Re_c \sim 1$) et le régime visqueux, pour respectivement $\phi_p \approx 50\%$ et 5% . La ligne continue définit le régime micro-inertie dominé par les interactions entre les sillages. ($\Delta, \circ$) expériences issues de Pignatel et al. (2010); ($\square$) résultats de Bosse et al. (2005); (*) expériences de Metzger et al. (2007). Pignatel et al. (2010).

Les deux régimes identifiés par Pignatel et al. (2010) (figure 1.9), étaient d’origines différentes : une origine macroscopique caractérisée par $Re_c \sim 1$ et une origine particulaire caractérisée par la longueur d’inertie $\ell = a/Re_a$ où la dynamique du nuage est gouvernée par les interactions d’Oseen, c’est à dire que les sillages des particules dans le nuage interagissent entre eux.

En régime inertiel, c’est le champ de vitesse du fluide qui est responsable de l’évolution en tore du nuage. Les conséquences de l’inertie sont identifiées comme étant :

- Une expansion radiale plus importante et plus rapide du nuage ;
- Une absence de perte en particules par rapport au régime visqueux avant le break-up ;
- La diminution de la durée de vie du nuage avant le break-up ;
- L’importance du paramètre caractérisant l’inertie des particules, ℓ , qu’il faut prendre en compte, en plus de N_0 , pour capturer la dynamique du nuage.

Dans leur étude numérique, ils ont montré qu’une modélisation utilisant des Oseenlets, permettait de capturer l’essentiel des changements apportés par l’inertie (figure 1.10). De plus cette approche, très simple à mettre en œuvre, fournit une transition progressive du régime de Stokes au régime inertiel dominé par les interactions hydrodynamiques de type Oseenlets.

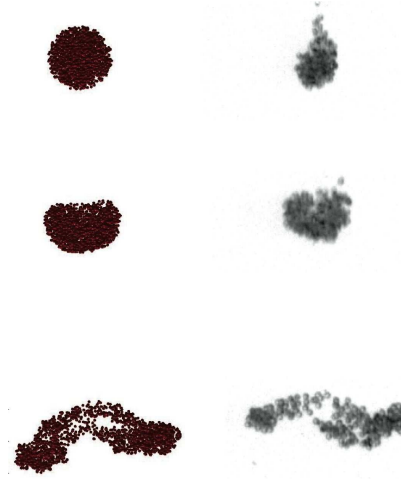


FIGURE 1.10 – Évolution typique d'un nuage dans un régime inertiel. (À Gauche) Simulation d'Oseenlet avec $N_0 = 2000$ particules et $\ell^* = (a/Re_a)/R_0 \approx 1$. (À Droite) Expérience avec 600 particules, $Re_a = 0.14$, $\ell^* = 0.65$. *Pignatel et al. (2010)*.

4. Sédimentation d'objets isolés dans un écoulement tourbillonnaire

L'un des premiers articles s'intéressant au transport de particules dans un écoulement tourbillonnaire fut celui de [Stommel \(1949\)](#), qui fut inspiré des travaux de [Langmuir \(1938\)](#) qui avait observé de longues et étroites rangées d'algues, sur la surface de l'océan. Ces rangées étaient alignées de façon parallèle au vent. Intrigué par l'idée que l'orientation des algues indiquait la présence de flux organisé dans la couche proche de la surface de l'océan, Langmuir réalisa une série d'expériences au lac George, dans l'état de New York. Ses expériences ont confirmé ses intuitions, c'est-à-dire qu'il y avait bien la présence de vortex contra-rotatifs dont les axes étaient alignés avec le vent. Les débris et les couches de surfaces formaient des lignes au niveau des zones convergentes, c'est à dire à la frontière des vortex. Ces vortex sont aujourd'hui nommés cellules de Langmuir et l'écoulement est appelé circulation de Langmuir (figure 1.11).

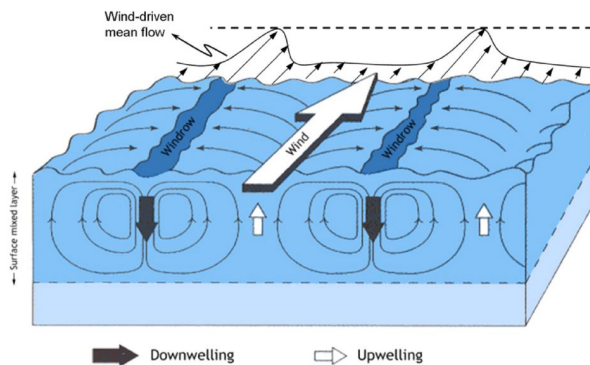


FIGURE 1.11 – (À gauche) Schématisation des cellules de Langmuir; (À droite) Visualisation des lignes de convergence des cellules grâce à l'accumulation d'écume sur ces zones (Baie Ochlockonee, USA). (*Tejada-Martinez et al. (2012)*)

En s'inspirant des observations de [Langmuir \(1938\)](#), Stommel s'intéressa au comportement des zooplanctons dans ces cellules de convection et plus exactement aux trajectoires de ces particules au sein de ces cellules, en négligeant l'inertie. Il a mis en évidence l'existence de "zones de rétention" où selon un paramètre, W , représentant le rapport entre la vitesse de l'objet et celle de l'écoulement, les particules restent piégées.

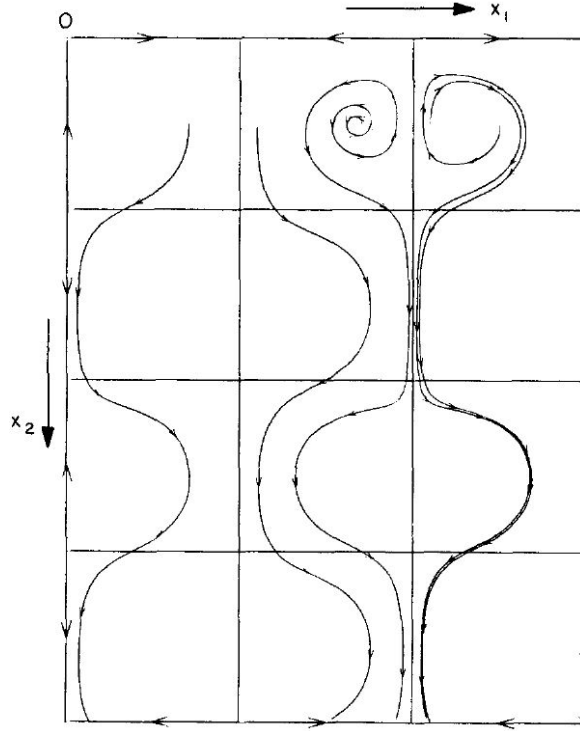


FIGURE 1.12 – Trajectoires de particules qui sédimentent sous l'effet de la gravité dans un réseau de vortex de Taylor-Green. Les différentes trajectoires correspondent à des particules ayant des valeurs de W différentes ; $W = U_S/U_0$ où U_S est la vitesse de Stokes de la particule et U_0 la vitesse maximale de l'écoulement. Les particules partent sans vitesse initiale à différentes positions. Les flèches sur le côté indiquent le sens de circulation de l'écoulement. [Maxey \(1987\)](#).

Plus tard, [Maxey \(1987\)](#) a largement contribué à la compréhension et à la modélisation de la sédimentation d'une particule isolée dans un réseau de vortex de Taylor-Green (figure 1.12). Il montre dans ce type d'écoulement, que les particules empruntent un chemin préférentiel qui contourne les vortex. L'amplitude d'oscillation de leur mouvement est d'autant plus grande que W est petit.

Suite aux travaux de [Maxey \(1987\)](#), il existe peu de travaux expérimentaux s'intéressant à la sédimentation d'objets isolés (sphères ou fibres) dans un écoulement faiblement inertiel. [Bergougnoux et al. \(2014\)](#) ont étudié la sédimentation de sphères isolées dans un écoulement tourbillonnaire créé par électro-convection. Leur étude a montré qu'à faible nombre de Stokes ($St_p \ll 10^{-2}$), la vitesse de la particule est la somme de sa vitesse de Stokes, $U_S = \frac{2}{9}(\rho_p - \rho_f)\frac{a^2 g}{\mu}$, et de la vitesse locale du fluide. Les comparaisons entre expériences et le modèle proposé par [Stommel \(1949\)](#) ont montré un très bon accord (figure 1.13). Quand le nombre de Stokes devient plus important ($St_p \approx 10^{-2}$), ils ont montré qu'il faut alors prendre en compte la modification de la force de traînée sur la particule, qui n'est plus celle de Stokes, et avoir une description précise de l'écoulement.

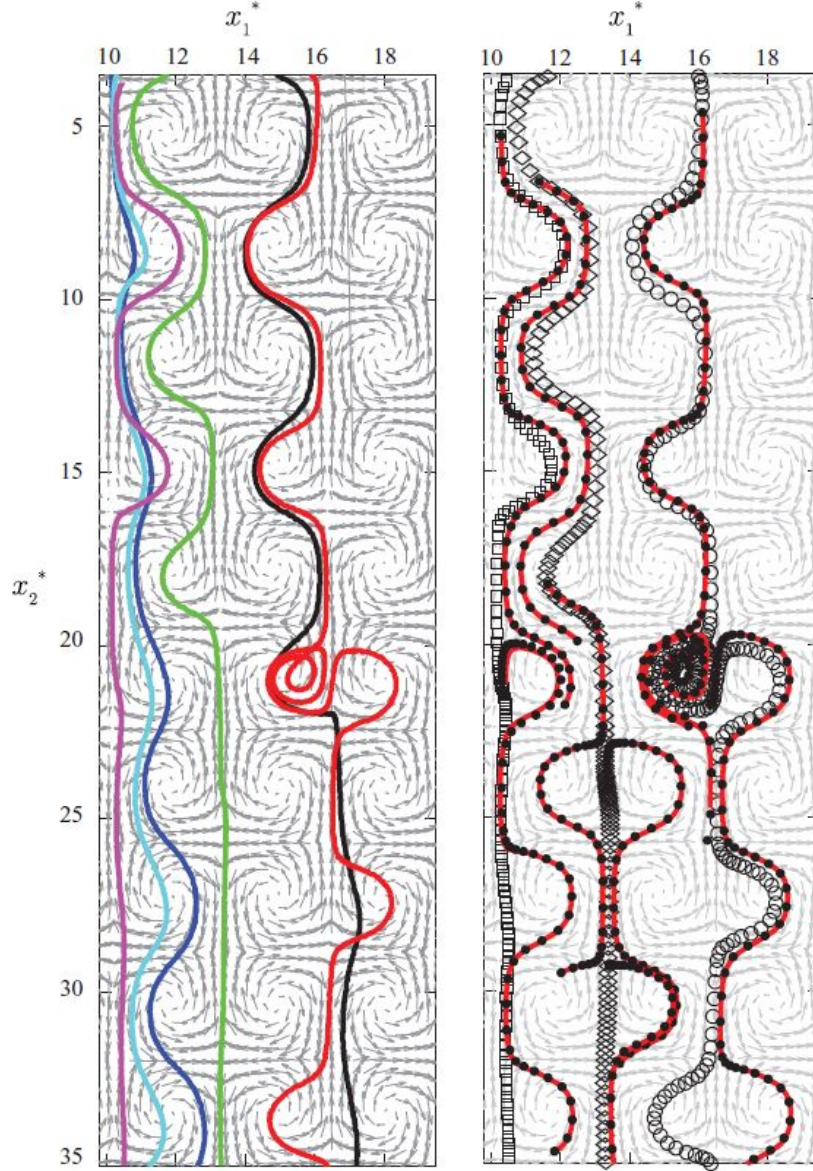


FIGURE 1.13 – Trajectoires expérimentales de particules dans un écoulement tourbillonnaire pour $Re_k = 7$, $W = 0.6$, $Re_a = 0.7$ et $St_p = 0.05$ (à gauche). Comparaisons avec l'équation proposée par [Maxey \(1987\)](#) en prenant une traînée non linéaire sur les particules (à droite). [Bergounoux et al. \(2014\)](#).

Plus récemment, [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#) ont montré l'effet de l'inertie sur la sédimentation de fibre rigide dans un écoulement équivalent. Ce travail regroupe des résultats à la fois numériques et expérimentaux. Les résultats de différentes corrections au modèle des corps minces sont comparés aux expériences : le slender-body qui calcule les forces hydrodynamiques produites par un corps allongé transporté dans un écoulement, un modèle avec une correction sur le rapport d'aspect de la fibre et un modèle avec une correction de l'inertie. Tous les modèles ont montré validité lorsque l'inertie est faible, $Re_k = U_0 k^{-1} \rho_f / \mu \sim 10^{-1}$ (figure 1.14 à gauche). Quand l'inertie augmente, seul le modèle avec une correction générale sur l'inertie donne satisfaction (figure 1.14 à droite –). Leur étude a permis de décrire le mouvement d'une fibre en utilisant le rapport entre la vitesse de sédimentation de la fibre et la vitesse caractéristique de l'écoulement, W . Lorsque ce rapport est faible, les fibres ont tendance à contourner les vortex par les périphéries. Ce

mécanisme résulte de la dynamique de rotation de la fibre et de sa traînée anisotrope.



FIGURE 1.14 – Trajectoires expérimentales (—) et trajectoires obtenues en utilisant les différents modèles numériques : slender-body (---), correction sur le rapport d'aspect (---), correction à faible inertie (---), correction générale sur l'inertie (---). (À gauche) $Re_k = 2$, $Re_{fibre} \approx 0.1$. (À droite) $Re_k = 25$ et $Re_{fibre} \approx 2$. [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#).

Les écoulements de type Taylor-Green, qui sont simples et stationnaires, constituent une bonne introduction vers des écoulements plus complexes voir turbulents. Cet écoulement modèle permet de mettre en évidence les paramètres mis en jeu dans la dynamique d'une particule, comme par exemple le fait qu'elle suit un chemin préférentiel dans le réseau de vortex. Ainsi nous pouvons faire un parallèle avec la turbulence où les particules les plus lourdes ont tendances à se concentrer dans les zones où le taux de cisaillement

est supérieur à la vorticité (Wang and Maxey (1993) et Balachandar and Eaton (2010)). Finalement Squires and Eaton (1991) ont montré que ces particules ont tendance à sortir des tourbillons et s'accumuler dans les zones de convergence (figure 1.15).



FIGURE 1.15 – Nappe laser éclairant un écoulement homogène turbulentensemencé par des particules, illustrant la concentration préférentielle. Wood et al. (2005).

5. Problématique

Notre objectif est l'étude de la sédimentation de nuages de particules dans un écoulement tourbillonnaire semblable à celui utilisé dans Bergougnoux et al. (2014) et Lopez and Guazzelli (2017). Les questions qui ont guidé cette étude sont : La dynamique de la sédimentation du nuage est-elle identique à celle observée dans un fluide au repos ou bien est-ce que le nuage va se fragmenter instantanément dans l'écoulement ? Est-ce que les interactions hydrodynamiques entre particules vont être prépondérantes devant l'écoulement, et assurer une cohésion au nuage ? Allons-nous observer des déstabilisations à des temps similaires à ceux obtenus dans le régime visqueux par Metzger et al. (2007) et dans le régime inertiel par Pignatelli et al. (2010) ? Les causes de cette déstabilisation seront-elles les mêmes ? Cette étude sera à la fois expérimentale et numérique. Le nuage sera modélisé par un ensemble de Stokeslets en régime visqueux et un ensemble d'Oseenlets en régime faiblement inertiel.

Cette partie du manuscrit se divise en plusieurs chapitres. Le prochain chapitre aura pour but de détailler le dispositif expérimental utilisé pour mener à bien cette étude. Nous présenterons dans ce même chapitre les différentes techniques expérimentales pour notamment caractériser l'écoulement généré par électro-convection, pour pouvoir suivre la chute du nuage de particules, estimer le nombre de particules présentes initialement dans le nuage et apprécier le taux de perte en particules du nuage pour ce qui concerne les résultats numériques.

Nous ferons ensuite une analyse dimensionnelle pour mettre en avant les différents paramètres mis en jeu dans le comportement du nuage. Ces paramètres seront notamment nécessaires pour utiliser les deux modèles numériques qui sont présentés dans le chapitre 4, le Stokeslet et l'Oseenlet. Enfin, un dernier chapitre présentera les principaux résultats de cette étude sous la forme d'un article et sera suivi d'une conclusion exposant les différentes perspectives de cette étude.

Dispositif expérimental

Dans ce chapitre, est présenté le dispositif expérimental qui a été utilisé pour étudier la sédimentation de nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire. Nous exposerons ensuite les techniques développées pour créer et caractériser l'écoulement tourbillonnaire, pour détecter le nuage de particules au cours de sa chute, pour estimer le nombre de particules N_0 et pour évaluer le taux de perte en particule du nuage.

1. Dispositif

Le dispositif est semblable à celui présenté par [Bergougnoux et al. \(2014\)](#) et par [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#). Nous avons utilisé une cuve en Plexiglass® de 10 mm d'épaisseur de dimension 58 cm×44 cm×4 cm (hauteur×longueur×profondeur). Elle repose sur un socle du même matériau. Sur une des deux grandes faces de la cuve, une fenêtre a été creusée afin que l'épaisseur de la paroi soit de 2 mm. Un damier d'aimants est positionné dans cette partie en contact avec la paroi. Ces aimants sont des aimants permanents néodyme¹ de dimension 20 mm×20 mm×10 mm. Deux électrodes en carbone sont placées de part et d'autre de la cuve, reliées à un générateur de courant et vont permettre le passage du courant dans le liquide remplissant la cuve. Les propriétés de ce liquide électriquement conducteur, masse volumique ρ_f , viscosité μ et conductivité électrique σ_f , vont être ajustées afin de fixer le nombre de Reynolds de l'écoulement, $Re_k = U_0 k^{-1} \rho_f / \mu$, en faisant varier la vitesse maximale, U_0 , des tourbillons (voir figure 2.1).

Au niveau de chaque aimant la combinaison du courant électrique avec le champ magnétique de l'aimant va donner naissance dans le fluide à une force de Laplace orientée vers le haut ou vers le bas selon la polarité de l'aimant. Cette force de Laplace s'exprime par $\vec{f} = \vec{j} \wedge \vec{B}$ où $\vec{f}$ est la force volumique exercée sur le liquide, $\vec{j}$ est la densité volumique de courant qui circule dans le liquide et $\vec{B}$ est le champ magnétique créé par l'aimant. En cisillant alternativement le fluide vers le haut et vers le bas comme le montre la figure 2.2, on crée des vortex de taille constante égale à celle des aimants $L = 2\text{cm}$. L'amplitude de cette force de Laplace sera d'autant plus grande qu'on augmente l'intensité du courant électrique, et augmentera la vitesse U_0 des tourbillons.

Grâce à ce dispositif, on peut donc contrôler la taille des vortex (par la taille des aimants utilisés) et leur vitesse U_0 , qui dépendra de l'intensité, mais aussi de la conductivité électrique σ_f du mélange et de sa viscosité μ . En effet lorsque la conductivité électrique du

1. <http://www.supermagnete.fr>, ref. aimant Q-20-20-10-N

mélange est élevée, l'ampérage nécessaire pour obtenir des vitesses de vortex est moindre. Tandis que la vitesse des tourbillons sera d'autant plus faible que la viscosité du fluide sera élevée. Ce forçage électromagnétique a déjà été utilisé dans le passé pour étudier des écoulements turbulents en 2D (Tabeling et al. (1987), Cardoso et al. (1994), Ouellette and Gollub (2008)) ou bien des écoulements à bas nombre de Reynolds comme dans notre cas (Wandersman et al. (2010), Bergougnoux et al. (2014), Lopez and Guazzelli (2017)).

Le courant électrique est produit par un générateur de tension avec lequel nous avons pu générer des intensités allant jusqu'à 1000 mA avec des tensions allant jusqu'à 64 volts pour des fluides dont la conductivité varie entre $3mS/cm \leq \sigma_f \leq 6mS/cm$. Lors des expériences, il se produit un dégazage aux électrodes. Pour éviter la création d'un contre-écoulement dû à ce phénomène, nous avons réalisé des "barrières à bulles" pour éviter que ces courants parasites perturbent notre système.

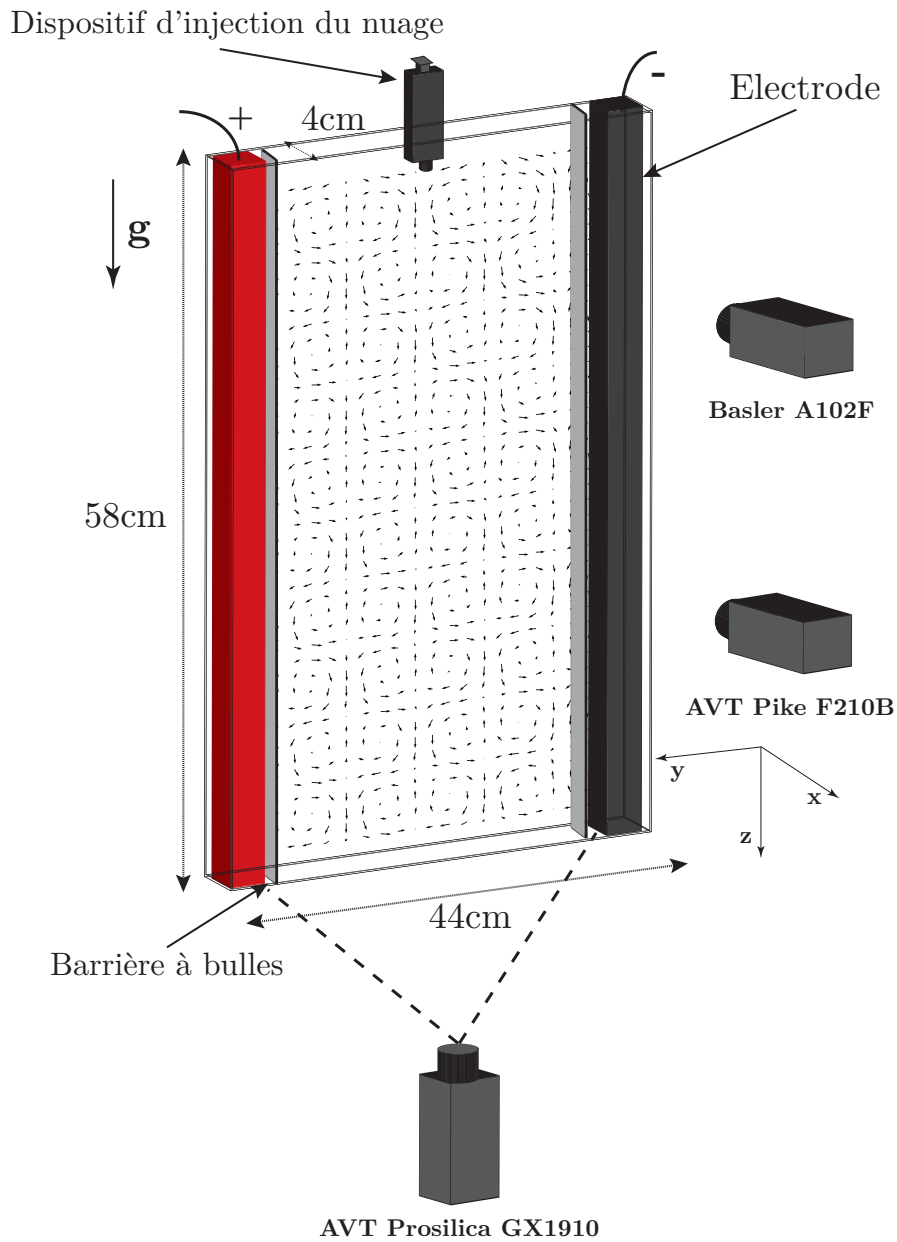


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental utilisé pour la sédimentation de nuages de particules

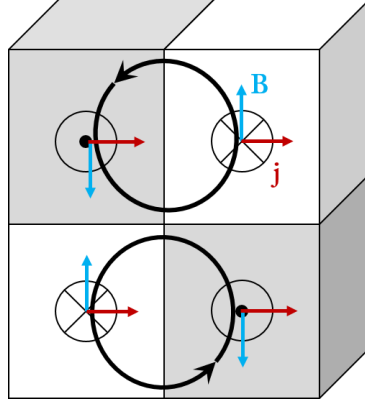


FIGURE 2.2 – Cisaillement du fluide par la force de Laplace sur quatre aimants.

La visualisation de la chute du nuage et la caractérisation de l'écoulement sont réalisées grâce à trois caméras :

- La Basler A102F (caméra 1) est placée au niveau de l'injection du nuage dans l'écoulement afin de pouvoir suivre la trajectoire du nuage dans le fluide au repos avant de mettre en route l'électro-convection. Elle n'est utilisée que pour les expériences en régime visqueux. À partir des images de cette caméra, nous connaissons le rayon initial du nuage R_0 et sa vitesse U_c , qui nous servent à déterminer son nombre initial de particules N_0 et nous pouvons mesurer sa position dans les vortex au moment où on actionne le courant afin de mettre en route l'écoulement.
- La AVT Pike F210B (caméra 2) est placée face à la cuve et permet de suivre la trajectoire du nuage sur une hauteur de 25cm. Cette caméra nous permet de mesurer la trajectoire, donc la vitesse, et la forme du nuage dans un plan parallèle à la gravité. C'est aussi cette caméra qui est utilisée pour caractériser l'écoulement dans le plan vertical.
- La AVT Prosilica GX1910 (caméra 3) est située en dessous de la cuve. Elle va permettre de mesurer la distance du nuage à la paroi et sa forme dans un plan perpendiculaire à la gravité. Cette caméra nous a aussi permis de caractériser l'écoulement dans un plan horizontal.

Leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 2.1. Ces caméras sont pilotées via l'outil Image et Acquisition du logiciel Matlab®. Les caméras 2 et 3 sont déclenchées simultanément afin de synchroniser leur acquisition sur des fréquences comprises entre $f = 2Hz$ et $f = 10Hz$.

Caméras	Basler A102F	AVT Pike F210B	AVT Prosilica GX1910
Résolution (pixels $\times$ pixels)	1392 $\times$ 1040	1920 $\times$ 1080	1920 $\times$ 1080
Connectique	FireWire	FireWire	Gige
Fréquence d'acquisition	12 im/s ; 15 im/s	15 im/s ; 31 im/s	15 im/s ; 31 im/s
Taille du pixel	6.45 $\mu m \times 6.45 \mu m$	7.4 $\mu m \times 7.4 \mu m$	5.5 $\mu m \times 5.5 \mu m$
Objectif	Avenir TV Lens 50mm f 1.3	Nikon AF micro nikkor 60mm f 1 :2.8	Carl Zeiss Jena 2 28mm f 1 :2.8

TABLE 2.1 – Caractéristiques des différentes caméras

2. Fluides

Nous avons dû trouver des fluides conducteurs mais dont la viscosité μ et la masse volumique ρ_f puissent être ajustées. Il a été décidé d'utiliser une solution aqueuse d'acide citrique (C6H8O7) afin d'augmenter la conductivité des différents mélanges. La viscosité est ajustée grâce à de l'huile UconTM oil². Cette huile a l'avantage d'être miscible à l'eau. Ainsi, nous avons pu élaborer deux mélanges en fonction du régime dans lequel on souhaitait se situer, qui se distinguent par les compositions suivantes :

- Fluide 1 : 83%eau + 7% acide citrique + 10% UconTM oil
- Fluide 2 : 64%eau + 36% acide citrique

Leurs caractéristiques sont résumées dans la table 2.2 : la masse volumique ρ_f a été mesurée à l'aide d'un densimètre DMA 35 de chez Anton-Paar (précision $\delta\rho = 0.001 \text{ g/cm}^3$). Pour la mesure de la viscosité dynamique μ , nous avons utilisé un rhéomètre Physica MCR501 de chez Anton-Paar (gamme : 10^{-1} à 10^3 s^{-1}). La température de ces mélanges reste dans une gamme de 21°C - 23°C , parce que la pièce où se déroulent les expériences est climatisée, et c'est la plage de température que nous avons mesurée. La conductivité électrique a été mesurée par un conductimètre Hanna Instruments HI8733.

Cas	Fluide 1	Fluide 2
$\rho_f \text{ (g.cm}^{-3}\text{)}$	1.042 ± 10^{-3}	1.173 ± 10^{-3}
$\mu \text{ (mPa.s)}$	10 ± 0.1	3.3 ± 0.2
$\sigma_f \text{ (mS.cm}^{-1}\text{)}$	3.5 ± 0.1	5.8 ± 0.1
$Re_k = U_0 k^{-1} \rho_f / \mu$	0.7 - 2.9	6.8 - 13.6

TABLE 2.2 – Propriétés des différents mélanges utilisés entre 21°C - 23°C

3. Particules

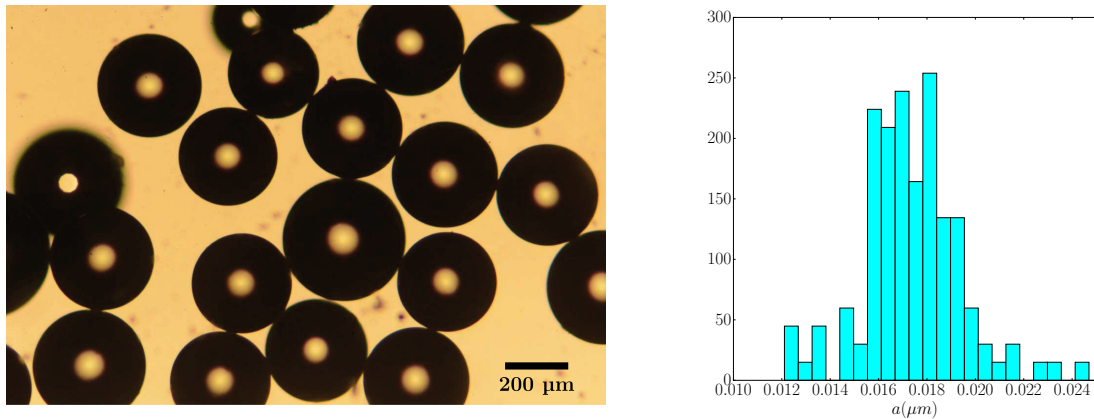


FIGURE 2.3 – Particules de PMMA. Set C caractérisé par un rayon $a = 175 \pm 20 \mu\text{m}$: (à gauche) Particules photographiées au microscope optique ; (à droite) Distribution en taille du rayon des particules de PMMA.

2. Oil 75-H-90,000 Dow (<http://www.dow.com>)

Nous souhaitons étudier plusieurs régimes : le régime visqueux caractérisé par un nombre de Reynolds particulaire $Re_a \ll 10^{-1}$ et un régime à faible inertie $Re_a \sim 10^{-2}$. Ce paramètre sans dimension dépend du rayon de la particule a , de la vitesse de Stokes de la particule, U_S , qui est elle-même liée à la masse volumique de la particule ρ_p et aussi du fluide (ρ_f et μ). Pour être en régime visqueux, nous avons décidé d'utiliser deux lots de particules de polystyrène de deux rayons différents ($70 \mu m$ et $115 \mu m$) mais de masse volumique identique, $\rho_p = 1.05 g/cm^3$. Pour le régime faiblement inertiel, nous avons choisi des particules de PMMA (Poly(méthacrylate de méthyle)) de $175 \mu m$ de rayon et de masse volumique $\rho_p = 1.19 g/cm^3$.

La distribution granulométrique de ces trois sets de particules a été obtenue à l'aide d'un microscope (figure 2.3). Toutes les caractéristiques des particules utilisées sont résumées dans la table 2.3.

Set	A	B	C
Matériau	Polystyrène	Polystyrène	PMMA
a (μm)	70 ± 6	115 ± 14	175 ± 50
ρ_p ($g \cdot cm^{-3}$)	1.05 ± 310^{-3}	1.05 ± 310^{-3}	1.19 ± 10^{-3}

TABLE 2.3 – Propriétés des différents particules utilisées

4. Injection du nuage

Le dispositif utilisé pour le lâcher de nos nuages de suspension est un tube relié à une seringue. Il nous permet d'injecter le nuage à différents endroits dans la cuve avec une vitesse initiale presque nulle. Pour estimer le nombre de particules dans le nuage, nous avons pesé cet ensemble (tube + seringue) avant et après injection.

5. Caractérisation de l'écoulement

Afin de caractériser l'écoulement, c'est à dire mesurer le champ de vitesse crée par electro-convection et donc la position des vortex, nous allons faire des mesures par PIV (Particle Image Velocimetry) et pour cela utilisé une nappe laser. Elle est créée par un laser de 500mW (Classe 4) et de longueur d'onde $\lambda = 532nm$. La longueur d'onde de ce laser correspond aux maximums de sensibilité des capteurs CCD présents sur les trois caméras. Grâce à un miroir tournant placé face au faisceau laser, on va pouvoir générer une nappe homogène. Cette nappe va être positionnée dans la cuve, à différentes distances de la paroi pour la caractérisation des champs de vitesses dans le plan vertical, et à différentes hauteurs dans la cuve pour la caractérisation des champs de vitesses dans le plan horizontal (figure 2.4).

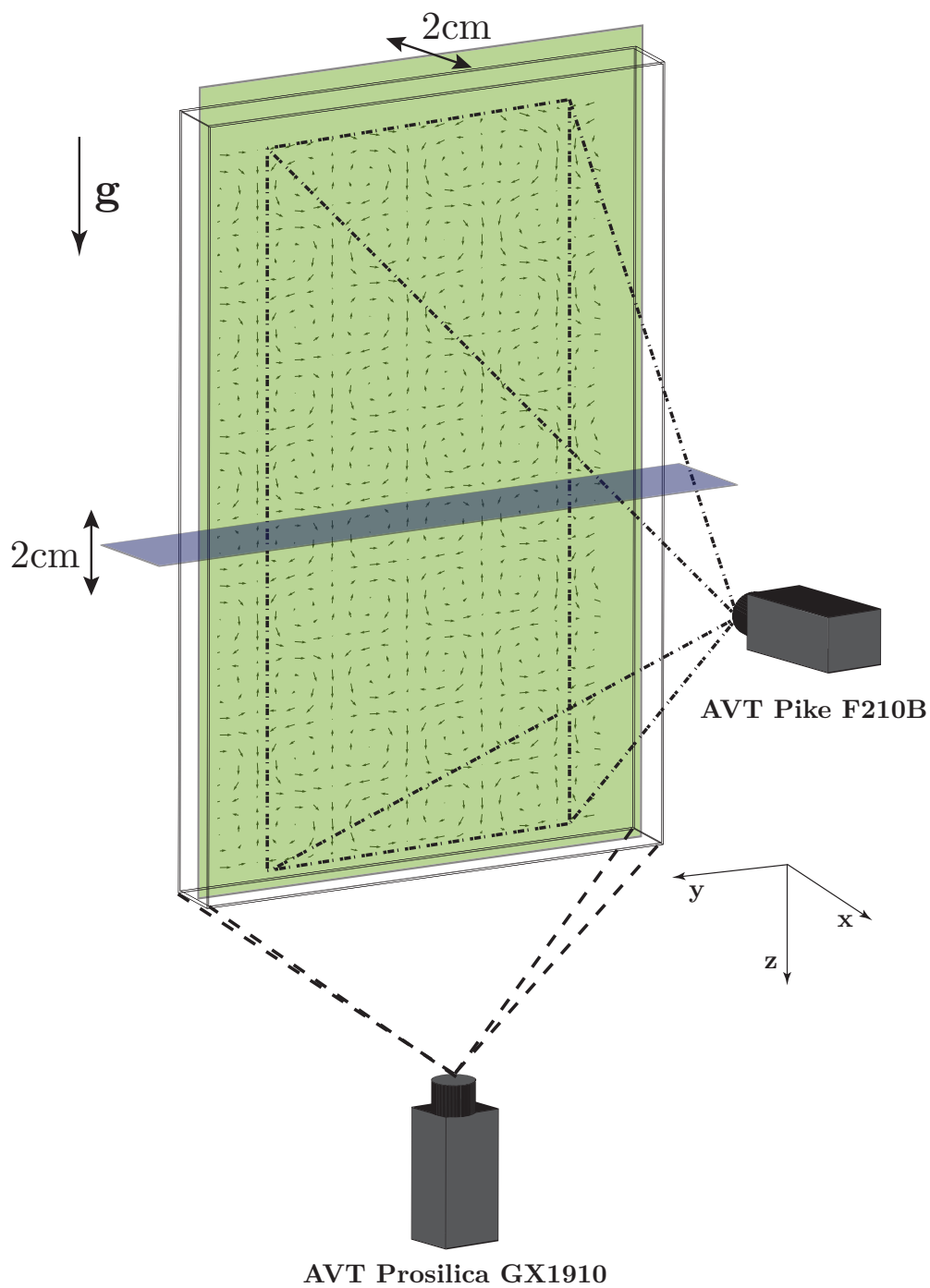


FIGURE 2.4 – Position de la nappe laser pour faire la PIV horizontale et verticale. La nappe laser est tradatée, pour les deux cas, sur une distance de 2 cm.

5.1 Particle Image Velocimetry (PIV)

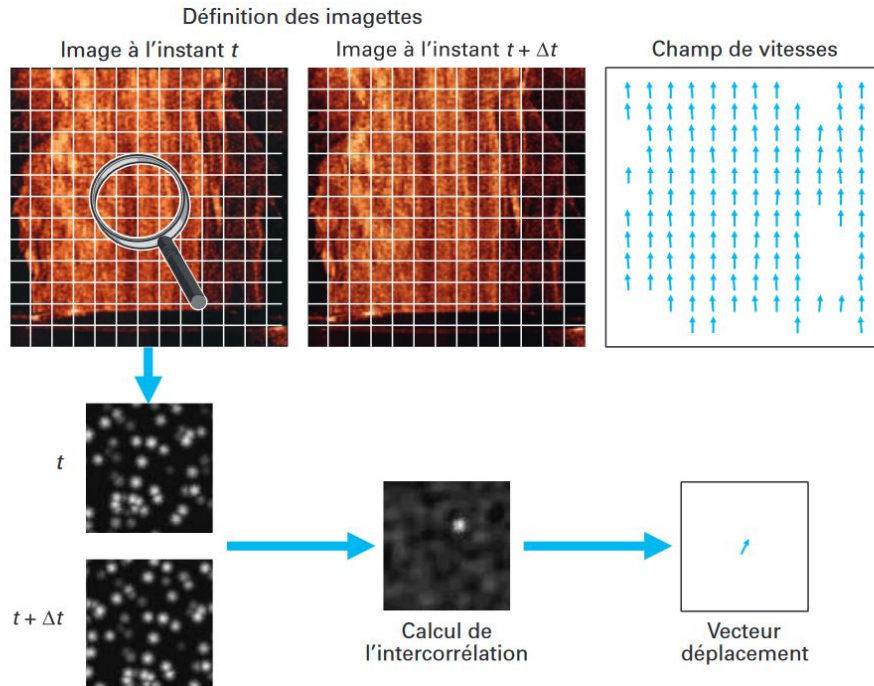


FIGURE 2.5 – Principe de la PIV : mesure du champ de vitesse dans un plan. *Schon et al. (2007)*

Le champ de vitesses de l'écoulement est mesuré en introduisant dans le liquide des microparticules de verre argentées (pour diffuser la lumière), de $15\ \mu\text{m}$ de diamètre et de densité de $1.4\ \text{g/cm}^3$ (Dantec Measurement Technology). Ces particules vont se comporter comme des traceurs de l'écoulement et ne vont pas le perturber. La mise au point des caméras (caméra 2 et 3) est faite sur la nappe laser, plus exactement sur les microparticules dans cette dernière. Afin de caractériser le champ de vitesse dans les trois directions de l'espace, nous avons réalisé des PIV dans différents plans verticaux et horizontaux (figure 2.4). Ces nappes laser ont été déplacées verticalement et horizontalement afin de caractériser l'écoulement sur une épaisseur d'environ 2 cm, la taille d'un aimant. En effet, l'amplitude du champ magnétique décroissant rapidement lorsque la distance aux aimants augmente, il est important de savoir comment cela influence la vitesse des tourbillons U_0 . Pour chaque position de la nappe, 100 bursts de deux images ont été enregistrés. Au sein d'un burst, les deux images sont séparées d'un temps Δt qui doit être ajusté en fonction de l'amplitude du courant. Plus cette amplitude est élevée, plus la vitesse des vortex U_0 sera grande, et plus ce temps Δt devra être petit.

Le programme DPIVSoft (*Meunier and Leweke (2003)*) traite ces images. Le principe de la PIV, illustré sur la figure 2.5, est le suivant : sur les deux images d'un burst on dispose une grille, et à chaque nœud de la grille, on place une fenêtre ou zone d'interrogation, et le programme calcule la transformée de Fourier de cette zone dans la première image. Il fait la même chose au même endroit avec la deuxième image. À partir des deux transformées de Fourier, on calcule la fonction de d'intercorrélation afin de déterminer le déplacement moyen des particules situées dans la zone d'interrogation, entre les deux imagerie. Le programme place ainsi des fenêtres d'observation (imagerie) à chaque nœud de la grille pour obtenir un champ de déplacements (figure 2.5).

La résolution spatiale du champ de vitesse obtenu par PIV est donnée par la taille de la zone d'interrogation et doit être plus petite que la taille des structures que l'on souhaite mesurer. Typiquement pour ces mesures, elle était de 28×28 . Tous les paramètres utilisés pour faire ces PIV sont résumés dans le tableau 2.4.

Paramètres	AVT Pike F210B	AVT Prosilica GX1910
Fréquence d'acquisition	15 im/s	15 im/s
Nombre de bursts par PIV	100	100
Δt entre 2 images du même burst (sec)	1/15-2/15	1/15-2/15
Δt entre 2 burts (sec)	1	1
Gain de la caméra	25	450
Exposition	2250	10000
Grille PIV	$32 \times 111 \times 59$	$32 \times 111 \times 59$
Taille fenêtre PIV (en pixel)	28×28	28×28
Résolution spatiale (cm^2)	0.42×0.42	0.2×0.2

TABLE 2.4 – Paramètres utilisés pour les PIV de dessous (AVT Prosilica GX1910) et de face (AVT Pike F210B)

5.2 Écoulement obtenu par électro-convection

La PIV nous a permis de mesurer le champ de vitesse créé par électro-convection. La figure 2.6 illustre le champ de vitesse dans le plan vertical. On remarque que l'écoulement est semblable à un écoulement de Taylor-Green, avec un réseau de vortex contrarotatifs stationnaires de même taille, pour le régime visqueux. Cet écoulement présente quelques caractéristiques : des points de stagnation aux coins des vortex, où la vitesse locale est quasi nulle. Proche de ses points, l'écoulement peut être considéré comme élongationnel. Au centre des vortex, la vitesse est quasi nulle. L'écoulement peut ici être considéré comme purement rotationnel. Ce type d'écoulement reste valable pour des faibles nombres de Reynolds et respecte la définition donnée par Taylor and Green (1937) :

$$\psi = \frac{U_0}{k} \sin(kx_1) \cos(kx_2) \quad (2.1)$$

Avec ψ la fonction de courant, $k = \pi/L$ où L est la taille des vortex, et U_0 la vitesse maximale des vortex. Pour mesurer U_0 , on cherche le long des directions $\vec{y}$ et $\vec{z}$ les extremum de la vitesse afin de les moyenner :

$$U_0 = \frac{\langle U_0^y \rangle + \langle U_0^z \rangle}{2} \quad (2.2)$$

Au delà de $Re_k = U_0 k^{-1} \rho_f / \mu \approx 15$, les vortex commencent à "pulser" et leur intensité n'est plus constante au cours du temps. Si l'on augmente encore cette valeur, les vortex changent d'aspect pour former un écoulement désordonnée, hétérogène et chaotique, de type mélange, comme dans l'étude de turbulence 2D Tabeling et al. (1987), Cardoso et al. (1994). Toutes nos expériences ont été faites à des Reynolds en dessous de cette valeur critique, c'est-à-dire que le champ de vitesse de nos vortex est stationnaire.

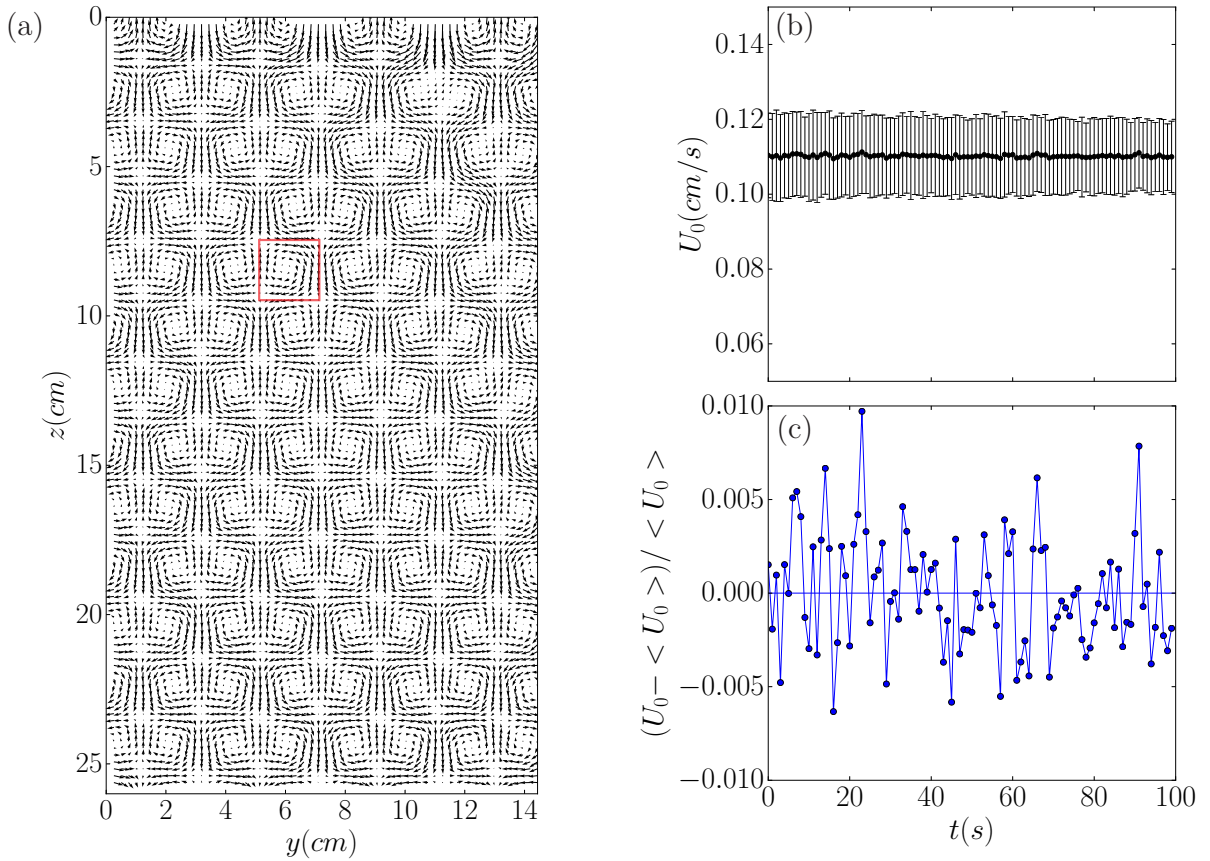


FIGURE 2.6 – Écoulement obtenu pour le fluide 1, $Re_k = 0.7$. (a) Champ de vitesse dans un plan vertical. Le carré rouge correspond à la taille L d'un vortex; (b) Vitesse maximale dans les vortex U_0 , au cours du temps : sa valeur reste constante, l'écoulement est stationnaire. Chaque point correspond à une moyenne spatiale calculée sur 120 valeurs (4 valeurs de la vitesse par vortex, sur environ 30 vortex); (c) Fluctuations de U_0 avec le temps : la fluctuation est très faible, montrant la stationnarité de l'écoulement.

5.3 Vitesse des tourbillons en fonction de la distance à la paroi

En faisant varier la position de la nappe laser, nous avons mesuré le champ de vitesse dans un plan vertical en fonction de la distance à la paroi avec la caméra n°2, mais aussi le champ de vitesse sur un plan horizontal par rapport à la cuve avec la caméra n°3. Ces deux PIV nous permettent de reconstruire l'écoulement en trois dimensions. La figure 2.7 est l'illustration en trois dimensions de deux vortex, dans le régime visqueux pour une faible valeur de Re_k .

Pour des Reynolds de l'écoulement faible, $Re_k \lesssim 3$, la composante de la vitesse selon x , V_x est environ 50 fois plus faible que les vitesses V_y et V_z dans les deux autres directions. Notre écoulement dans le régime visqueux, peut être considéré bidimensionnel selon $\vec{y}$ et $\vec{z}$. Au contraire, pour le régime faiblement inertiel pour lequel $Re_k \gtrsim 6.8$ (fluide 2), la composante de vitesse V_x n'est plus négligeable et l'écoulement est tridimensionnel (voir figure 2 (b) de la section 5.2).

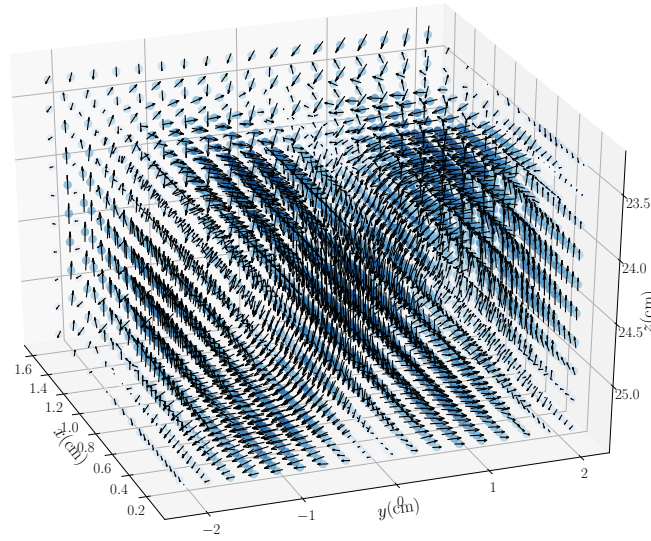


FIGURE 2.7 – Reconstruction de deux vortex en trois dimensions pour l'écoulement de la figure 2.6 $Re_k = 0.7$, $U_0 = 0.11\text{cm/s}$. La couleur correspond à l'intensité de la norme de la vitesse. Plus la couleur est foncée plus cette valeur est grande.

Comme cela a été rapporté dans [Bergougnoux et al. \(2014\)](#) et [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#), la vitesse de ces vortex générés par electro-convection est maximale à une distance comprise entre 4 mm et 5 mm de la paroi séparant le fluide des aimants (figure 2.8). Cette description de la vitesse selon la distance à la paroi est propre à ce dispositif expérimental. Ainsi à partir de ces mesures, nous avons défini une zone dans laquelle il faudra lâcher notre nuage afin d'être dans la partie où l'écoulement est le plus intense et assez loin de la paroi pour éviter les effets de bords.

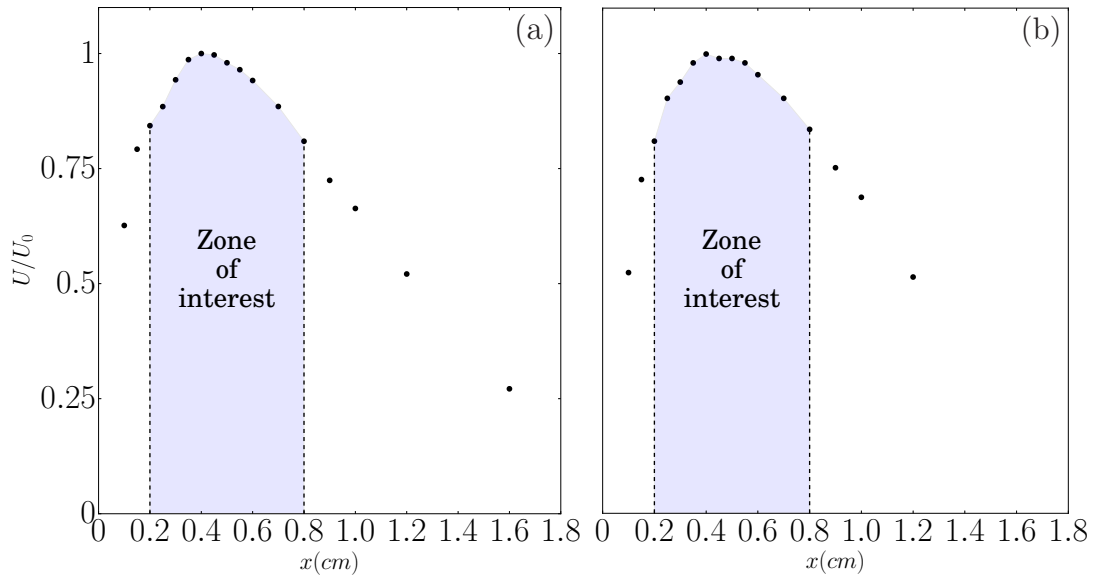


FIGURE 2.8 – Profil de U_0 mesuré dans l'écoulement en fonction de la distance à la paroi. La vitesse maximale U_0 est atteinte entre 4 et 5 mm de la paroi. (a) Fluide 1 avec $Re_k = 0.7$, (b) Fluide 2 avec $Re_k = 6.8$.

6. Détection du nuage de particules

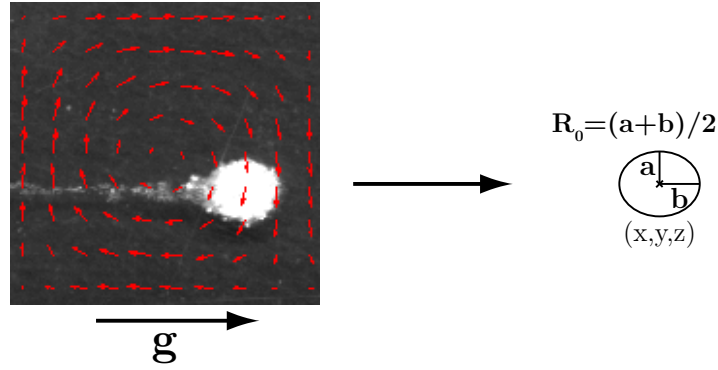


FIGURE 2.9 – Détection de la position initiale du nuage et son rayon R_0 à l'aide du logiciel ImageJ.

La détection du nuage au cours de sa chute se fait à l'aide du logiciel ImageJ[®]. À chaque pas de temps, on seuille l'image obtenue et on utilise la fonction Analyze Particles pour détecter et mesurer les coordonnées, le rayon et la vitesse du nuage. Dans un premier temps, on détermine la position initiale du nuage et son rayon initial, R_0 . La fonction détecte les objets sous forme d'ellipses. Le rayon R_0 est mesuré en faisant la moyenne entre les deux longueurs caractéristiques de l'ellipse détectée (figure 2.9).

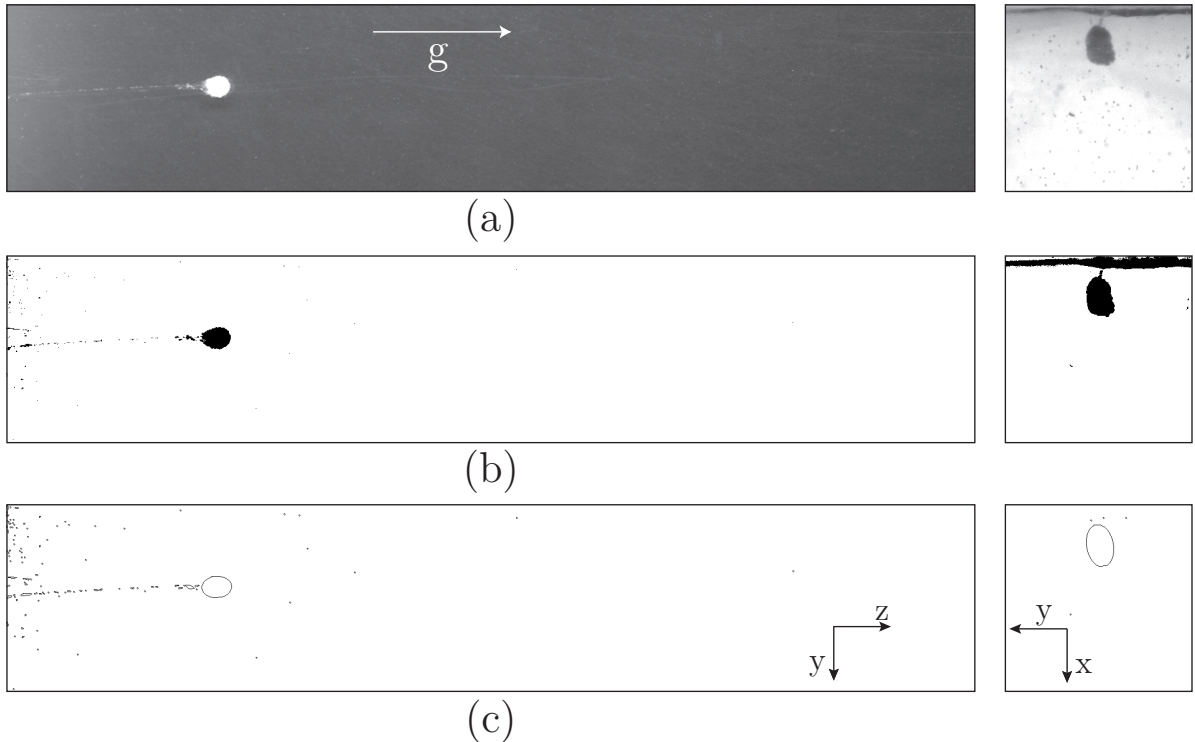


FIGURE 2.10 – Les trois étapes du traitement d'images. Nuage de particules issu du set B sédimentant dans le fluide 1 avant la mise en route de l'électro-convection à $Re_k = 2.9$. (À gauche) Vue avec de face. (À droite) Vue de dessous. (a) Image du nuage. (b) Après seuillage de l'image. (c) Extraction du contour et détermination du centre (z, y) et (y, x) du nuage et de la surface de l'ellipse épousant les contours du nuage.

Au cours de sa chute le nuage va perdre des particules et va se déformer dans les tourbillons qu'il va traverser. Toujours à l'aide du logiciel ImageJ nous allons pouvoir pour chaque pas de temps en seillant l'image et en utilisant la fonction Analyze Particles remonter aux coordonnées du centre du nuage dans les trois directions ainsi qu'à son rapport d'aspect et à sa vitesse (figure 2.10).

La seule difficulté est de connaître le facteur d'échelle de la caméra 3, assurant la vue de dessous. En effet au cours de sa chute, l'altitude z du nuage va diminuer au cours du temps. Il va ainsi se rapprocher du fond de la cuve et la caméra va "apercevoir" un objet de plus en plus imposant qui vient vers elle. Nous nous sommes assurés que la profondeur de champ fixée par l'ouverture du diaphragme de l'objectif était maximale et permettait d'avoir une image nette du nuage sur 25 cm de hauteur. Il faut donc calibrer le facteur d'échelle de la caméra en fonction de la position en z du nuage, ce qu'illustre la figure 2.11.

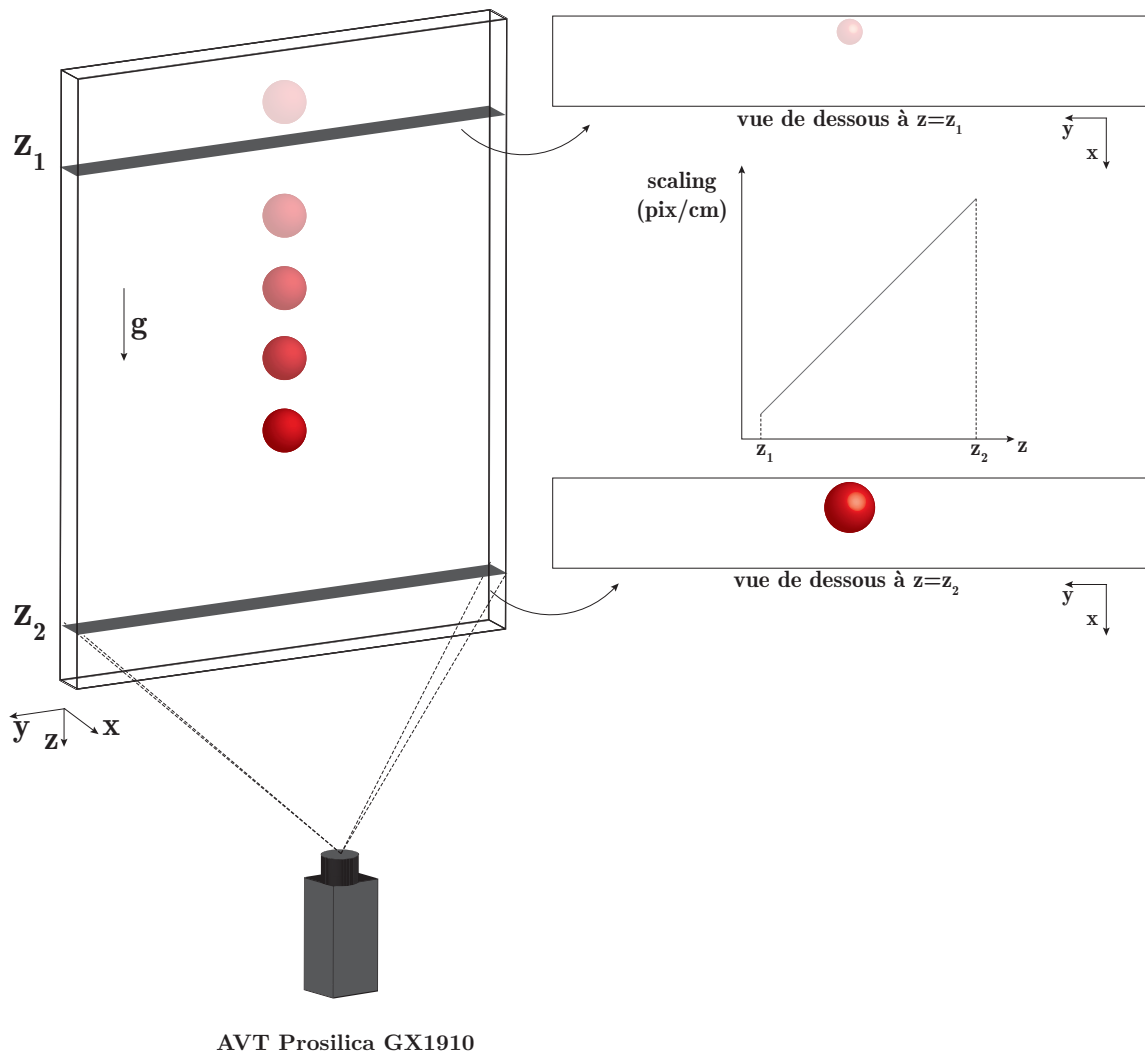


FIGURE 2.11 – Nuage vu par la caméra 3 placée sous la cuve. Il y a un effet de grossissement du nuage du fait qu'il se rapproche de la caméra au cours du temps. Le rapport d'échelle n'est pas constant est grandi au fur et à mesure que le nuage sédimente et se rapproche de la caméra.

7. Détermination du nombre de particules dans un nuage

7.1 Régime visqueux

Dans le régime visqueux, la vitesse de sédimentation du nuage peut être calculée en considérant le nuage comme une sphère de rayon R_0 de fluide de masse volumique et de viscosité équivalente à celle de la suspension de concentration ϕ_p composée de N_0 particules de masse volumique ρ_p dans un fluide caractérisé par ρ_f et μ . En égalant le poids du nuage moins la force d'Archimède à la force de traînée calculée par la formule donnée par [Hadamard \(1911\)](#) et [Rybczyński \(1911\)](#), on obtient l'expression de la vitesse du nuage :

$$U_c = \frac{N_0 \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho_p - \rho_f) g}{2 \pi \mu^{\frac{2+3\lambda}{\lambda+1}} R_0} = N_0 \frac{6a}{2 \left(\frac{2+3\lambda}{\lambda+1} \right) R_0} U_S \quad (2.3)$$

U_S est la vitesse de Stokes d'une particule, $\lambda \mu$ est la viscosité effective du nuage et μ la viscosité du fluide. Le facteur $2 \left(\frac{2+3\lambda}{\lambda+1} \right) \approx 5$ pour un nuage de faible fraction volumique ($\phi_p = N_0 \left(\frac{a}{R_0} \right)^3 < 10\%$) et ≈ 6 lorsque la concentration est plus élevée. Cette expression de la vitesse est valable dans un fluide initialement au repos et pour des Reynolds associés au nuage très petits devant l'unité.

Le nombre Reynolds associé au nuage est quant à lui défini par :

$$Re_c = \frac{U_c R_0 \rho_f}{\mu} \quad (2.4)$$

Dans les expériences, la détermination de N_0 est délicate. Nous avons choisi de déterminer N_0 en mesurant la vitesse du nuage dans le fluide au repos, et ce sur une longueur d'environ 10 cm. À partir de la mesure de U_c , nous avons obtenu N_0 par l'expression suivant :

$$N_0 = \frac{5}{6} \frac{U_c R_0}{U_S a} \quad (2.5)$$

Cette approche n'est réalisable qu'en régime visqueux, c'est à dire dans le domaine de validité de l'équation [2.3](#).

7.2 Régime faiblement inertiel

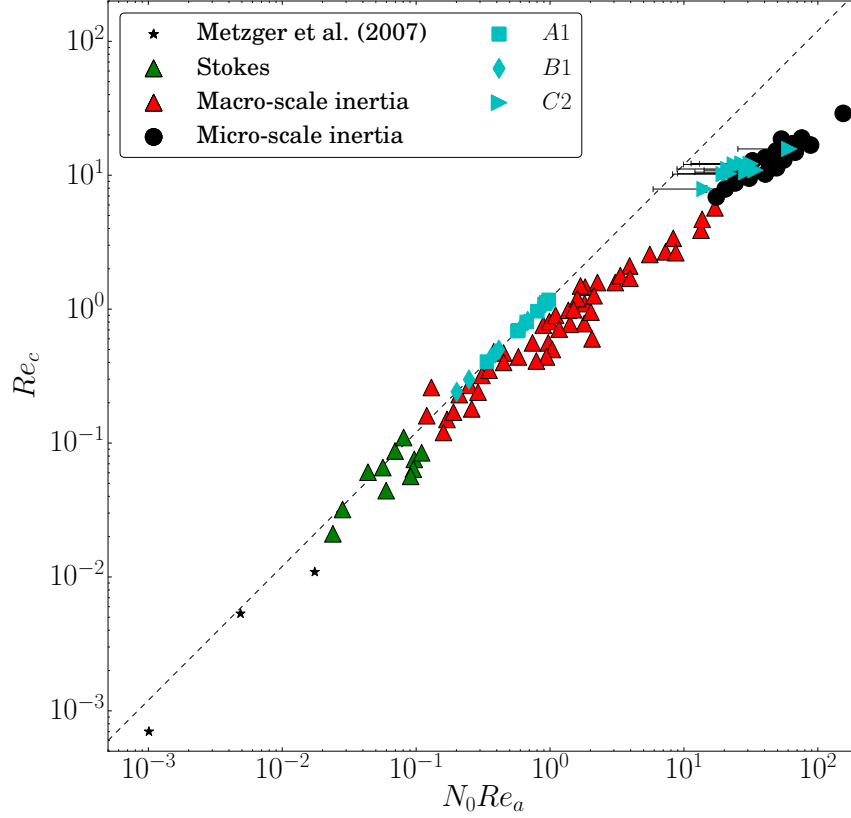


FIGURE 2.12 – Reynolds du nuage Re_c en fonction du produit $N_0 Re_a$. Les tirets représentent $Re_c = 6N_0 Re_a / 5$ (éq. 2.4) Pignatel et al. (2010). Les points cyan sont issus des expériences réalisées au cours de cette thèse dans un fluide au repos pour les trois sets de particules et pour les deux fluides.

Lorsque le nombre de Reynolds associé au nuage, Re_c devient supérieur à 1, le régime ne peut plus être considéré comme visqueux mais est alors faiblement inertiel (figure 2.12). L'expression de la vitesse du nuage donnée précédemment n'est plus valable.

Nous avons donc procédé différemment à la détermination du nombre de particules dans le nuage. Nous avons décidé de peser la seringue et le tube servant à l'injection, avant et après l'injection du nuage, et nous avons obtenue une différence massique Δm . Les nuages sont tous préparés de la même manière : pour chaque essai nous avons lâché des gouttes dans des récipients pour ensuite pouvoir les sécher dans une étuve afin qu'il ne reste que les particules. Avec cette méthode (qui présente certes des incertitudes) nous avons déterminé que la concentration moyenne de particules du nuage était $\phi_p \approx 30\%$. Avec cette hypothèse, on peut alors retrouver le nombre de particules initialement présentes dans le nuage :

$$\phi_p = \frac{N_0 (4/3) \pi a^3}{V_{tot}} \quad \text{donc} \quad N_0 = \frac{\phi_p V_{tot}}{(4/3) \pi a^3} \quad (2.6)$$

Avec V_{tot} le volume total du nuage. En utilisant la différence de masse mesurée avant et après l'injection, l'équation 2.6 devient :

$$N_0 = \frac{\phi_p \frac{\Delta m}{\rho_{tot}}}{(4/3)\pi a^3} = \frac{\phi_p \frac{\Delta m}{\phi_p \rho_p + (1 - \phi_p)\rho_f}}{(4/3)\pi a^3} \quad (2.7)$$

L'erreur sur cette grandeur peut être obtenue en se basant sur [Taylor \(1997\)](#) :

$$\frac{\delta N_0}{N_0} = \sqrt{\left(3 \frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta m}{\Delta m}\right)^2 + \left(\frac{\delta \phi_p}{\phi_p}\right)^2 + \left(\frac{\delta \rho_p}{\rho_p}\right)^2 + \left(\frac{\delta \rho_f}{\rho_f}\right)^2} \quad (2.8)$$

Typiquement nous avons déterminé des valeurs de N_0 entre 300 et 700 avec une erreur d'environ 20%. Si on reporte les différentes réalisations sur la figure 2.12 nos points suivent la même tendance que ceux de [Pignatel et al. \(2010\)](#).

8. Détection des pertes en particules lors de la chute du nuage

Très rapidement, il s'est avéré impossible de mesurer simultanément la position, la taille du nuage et le nombre de particules se détachant du nuage. Nous avons donc privilégié la mesure suivant (x, y, z) de la position et de la taille du nuage.

Nous avons décidé de mesurer les pertes en particules sur les résultats des simulations numériques. Pour cela, nous générons à chaque pas de temps de la simulation une image du nuage et dans ce paragraphe, nous expliquons comment nous avons procédé pour mesurer les pertes.

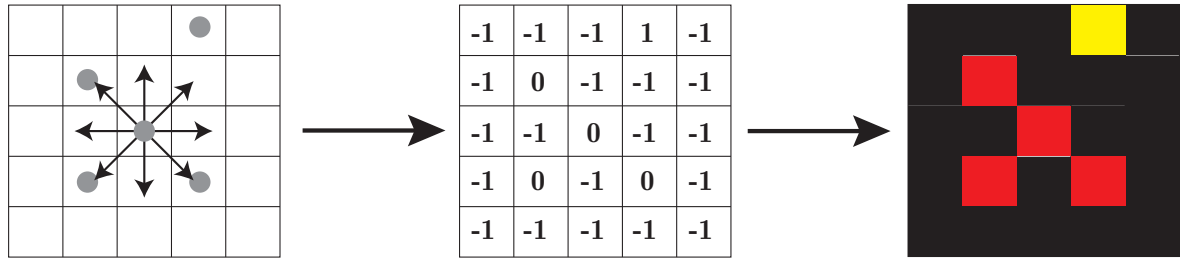


FIGURE 2.13 – Principe de la méthode utilisée pour détecter les particules. À chaque groupe d'éléments, on attribue un label (une valeur) correspondant à une couleur.

La détermination des pertes en particules est réalisée en s'inspirant de la méthode dite de "l'algorithme du peintre"³. Cette méthode va permettre d'identifier des groupes de pixels adjacents. Pour chaque pixel de l'image l'algorithme va vérifier si ces huit voisins appartiennent au même groupe (même intensité de pixel). Si c'est le cas, tous les pixels d'un groupe se voient attribuer le même label et une même couleur (2.13).

Pour chaque pas de temps on construit une matrice booléenne en fonction des coordonnées des particules. La taille de chaque élément de la matrice est la distance inter-particule d_p calculée à partir de N_0 :

$$d_p = N_0^{-1/3} \quad (2.9)$$

3. Appelé aussi algorithme de Newell ([Newell et al. \(1972\)](#))

La taille de la matrice dépend elle de l'espace occupé par le nuage. Elle est définie par le produit $n_y \times n_z$, qui sont calculés de la façon suivante :

$$n_z = \frac{z_{max} - z_{min}}{d_p/2} ; \quad n_y = \frac{y_{max} - y_{min}}{d_p/2} \quad (2.10)$$

Avec z_{max} et z_{min} qui sont respectivement l'altitude de la particule la plus basse et la plus haute du nuage. y_{max} et y_{min} sont respectivement la position de la particule la plus à droite et la plus à gauche du nuage.

Plus les particules du nuage sont étalées, plus le nombre de mailles qui définit la matrice booléenne est grand, tout en gardant la même taille de maille. Lorsqu'un élément détecté fait partie du nuage ou de son sillage la valeur de la cellule correspondante prend la valeur de 1 ; dans les cellules, où rien n'est détecté la valeur est nulle.

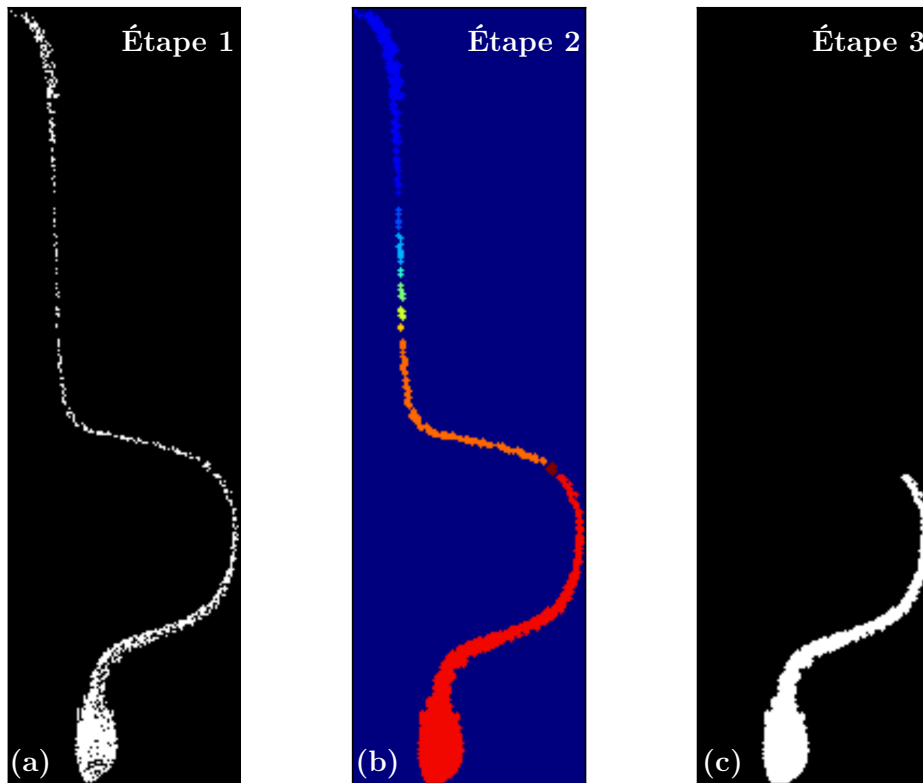


FIGURE 2.14 – Étapes suivies pour mesurer le taux de perte en particules du nuage. Nuage composé initialement de $N_0 = 2500$ particules, $R_0 = 0.26$ cm, dans le fluide 1 avec $Re_k = 0.7$: (a) Étape 1 : image générée à partir de la simulation avec une taille de maille égale à $d_p = 0.07$, (b) Étape 2 : les différents objets détectés dans l'image par l'algorithme du peintre. Chaque groupe d'éléments est assimilé à une couleur, (c) Étape 3 : on ne conserve que le nuage.

À partir de cette matrice, l'image (figure 2.14 (a)) est générée à partir des positions des particules de la simulation. On peut ensuite dilater et éroder les objets détectés pour englober les possibles "trous" qui se trouvent dans l'image afin de minimiser l'erreur sur la détection des éléments. On applique ensuite l'algorithme du peintre pour détecter les différents groupes d'objets connectés que contient l'image (figure 2.14 (b)). Cela est réalisé grâce à la fonction `measure.label` de la bibliothèque `skimage`⁴ présente dans Python.

4. <http://scikit-image.org>

Une fois que le nuage a été détecté nous mesurons les coordonnées de la maille la plus "haute", qui est assimilable à l'arrière de la queue du nuage : c'est le point rouge visible sur la figure 2.15 (b). On compare ensuite cette coordonnée à l'ensemble des coordonnées des particules pour ne garder que celles qui ont le même label que le point rouge et on obtient l'ensemble des particules du nuage (figure 2.14 (c)).

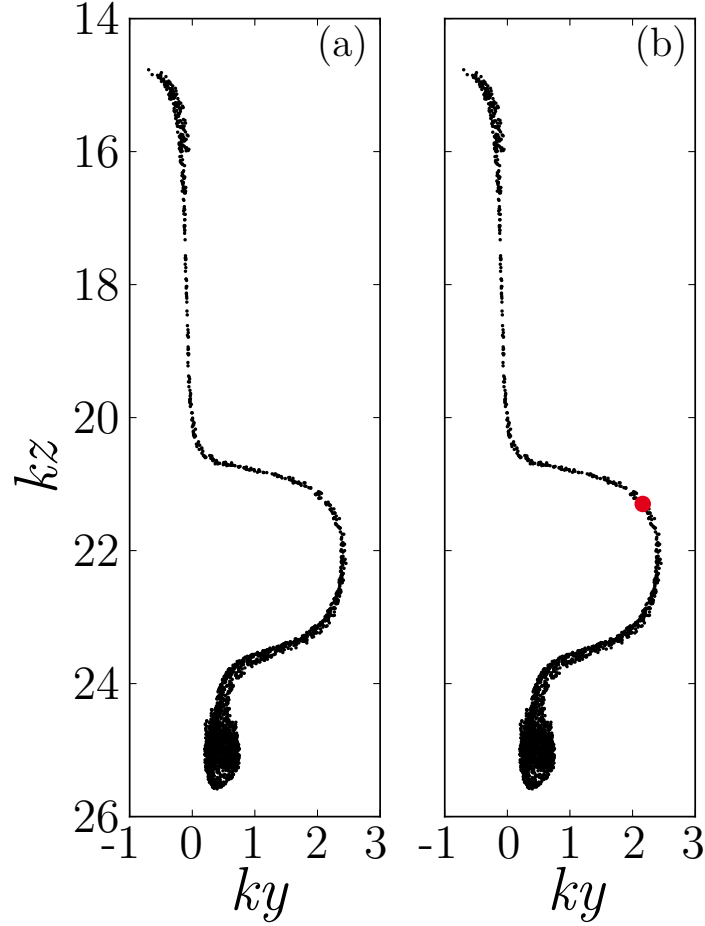


FIGURE 2.15 – Coordonnées de chaque particules du même cas que la figure 2.14. (a) Positions des particules à un temps donné. (b) Positions des particules à un temps donné et position de la rupture trouvée à partir de la méthode inspirée de l'algorithme du peintre (●).

Ce traitement va être réalisé à chaque pas de temps et pour dix simulations où seule la position initiale des particules au sein du nuage est modifiée. Ces résultats sur ces dix simulations sont ensuite moyennées.

Dans cette étude de nombreux paramètres sont mis en jeu. Afin de comprendre leur influence sur la dynamique du nuage, nous allons dans un prochain chapitre les mettre en avant à travers une analyse dimensionnelle et les définir.

Analyse dimensionnelle

La sédimentation d'un nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire est caractérisée par au moins neuf grandeurs :

- Pour le nuage : son rayon R_0 et le nombre de particules N_0 .
- Pour les particules : leur rayon a et leur masse volumique ρ_p .
- Pour le fluide : sa masse volumique ρ_f , sa viscosité dynamique μ , la vitesse maximale des vortex U_0 et le nombre d'onde spatial associé à la répétence $k = 2\pi/2L$.
- L'accélération gravitationnelle g .

Nous avons alors :

$$R_0[\text{m}], N_0[.], a[\text{m}], \rho_p[\text{kg m}^{-3}], \rho_f[\text{kg m}^{-3}], \mu[\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}], U_0[\text{m s}^{-1}], k^{-1}[\text{m}], g[\text{m s}^{-2}].$$

Ces paramètres sont caractérisés par trois dimensions différentes. En utilisant le théorème Π ([Buckingham \(1914\)](#)) on peut décrire notre problème avec $9 - 3 = \mathbf{6}$ **paramètres sans dimension** qui sont :

- Le nombre de particules N_0 constituant le nuage à l'état initial. [Metzger et al. \(2007\)](#) ont montré, en régime visqueux, l'importance de ce paramètre dans la dynamique du nuage.
- Le ratio entre la vitesse de Stokes d'une particule constituant le nuage, $U_S = \frac{2}{9}(\rho_p - \rho_f)\frac{a^2 g}{\mu}$, et la vitesse maximale d'un vortex U_0 :

$$W = \frac{U_S}{U_0} \tag{3.1}$$

À titre d'exemple pour une particule isolée, si $W \ll 1$ elle joue le rôle de traceur de l'écoulement : lâchée dans le vortex elle va rester piégée dans celui-ci. Au contraire si $W \gg 1$ la sédimentation domine et la particule chute sans se "soucier" des structures de l'écoulement. Entre ces deux valeurs de W , la particule sédimente avec une trajectoire épousant de plus en plus les contours des vortex quand W décroît ([Maxey \(1987\)](#), [Bergougnoux et al. \(2014\)](#)).

- Le rapport entre la taille d'une particule de rayon a et k^{-1} :

$$P = \frac{a}{k^{-1}} \ll 1 \tag{3.2}$$

De la même manière on peut définir le ratio Q entre le rayon du nuage R_0 et k^{-1} , qui nous servira dans la simulation à générer le nuage :

$$Q = \frac{R_0}{k^{-1}} \quad (3.3)$$

- Le nombre de Reynolds associé à la particule :

$$Re_a = \frac{U_s a \rho_f}{\mu} \quad (3.4)$$

De manière similaire, la longueur d'inertie comparée à la taille du nuage, ℓ^* :

$$\ell^* = \frac{\ell}{R_0} = \frac{a}{Re_a R_0} \quad (3.5)$$

Cette longueur d'inertie ℓ^* définit le régime de sédimentation du nuage ([Pignatel et al. \(2010\)](#)). Le régime visqueux évoqué à plusieurs reprises dans ce manuscrit est caractérisé par des valeurs de $\ell^* \gtrsim 10$. Le régime faiblement inertiel, quant à lui, est caractérisé par des valeurs de $\ell^* < 10$ et $Re_c > 0.1$. C'est le régime micro-inertiel évoqué par [Pignatel et al. \(2010\)](#).

- Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement Re_k :

$$Re_k = \frac{U_0 k^{-1} \rho_f}{\mu} \quad (3.6)$$

et le nombre de Reynolds associé au nuage Re_c que l'on peut aussi définir par rapport à la vitesse de glissement Re_c^s :

$$Re_c = \frac{U_c R_0 \rho_f}{\mu} \quad \text{ou} \quad Re_c^s = \frac{(U_c - U_0) R_0 \rho_f}{\mu} \quad (3.7)$$

Avec U_c la vitesse du nuage.

- Le nombre de Stokes associé à la particule :

$$St_p = \frac{2}{9} \left(\rho_p + \frac{\rho_f}{2} \right) \frac{a^2 k U_0}{\mu} \quad (3.8)$$

Si $St_p = O(10^{-6})$, la particule isolée est un traceur de l'écoulement. Dans notre étude $St_p \lesssim 10^{-2}$.

Dans notre problème nous avons ainsi besoin que de six paramètres pour décrire le comportement nuage : N_0 , W , P ou Q , Re_a ou ℓ^* , Re_k ou Re_c et St_p . Les valeurs de ces paramètres sans dimension sont présentés dans la table 3.1, et vont être utilisés dans les modèles numériques décrits dans le chapitre suivant.

Cas expérimentaux	A1	B1	C2
N_0	4000 - 20000	2200 - 5300	300 - 700
W	$2 \cdot 10^{-3}$ - $7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$ - $2 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$ - $1 \cdot 10^{-1}$
P	0.01	0.02	0.03
Q	0.2 - 0.4	0.3 - 0.4	0.4 - 0.6
Re_a	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Re_k	0.7 - 2.9	0.7 - 2.9	6.8 - 13.6
Re_c	0.4 - 1.2	0.6 - 1.5	8 - 17
St_p	$3 \cdot 10^{-5}$ - 10^{-4}	$8 \cdot 10^{-5}$ - $3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$ - $4 \cdot 10^{-3}$
ℓ^*	500 - 900	170 - 250	2 - 4

TABLE 3.1 – Paramètres sans dimensions caractérisant les différents types de particules utilisées pour les différentes séries d'expériences.

Modèles numériques

Dans ce chapitre, nous allons détailler les deux modèles numériques qui ont été utilisés pour modéliser le comportement du nuage dans l'écoulement tourbillonnaire. Dans le régime visqueux le nuage est modélisé par un ensemble de points force, les Stokeslets, permettant de prendre en compte les interactions hydrodynamiques des particules du nuage, comme dans l'étude de [Metzger et al. \(2007\)](#). Lorsque les interactions ne sont plus d'origine visqueuse, leur sillage est modifié et pour prendre en compte la décroissance des perturbations en $1/r$ derrière chaque particule du nuage (figure 1.8), nous avons utilisé des Oseenlets, comme [Pignatel et al. \(2010\)](#). Ces deux modèles ont été codés en langage Python et font appel à la même méthode de résolution d'équations différentielles, qui est celle de Runge-Kutta d'ordre 4(5).

1. Stokeslet

Dans la limite des Reynolds nuls, un modèle simple pour décrire les interactions entre particules est de considérer que chaque particule produit dans le fluide une perturbation d'écoulement équivalente à celle que produirait à sa place une particule ponctuelle. Cette perturbation est connue sous le nom de "Stokeslet". Dans le cas d'un Stokeslet, on considère que la force de traînée est $F = 6\pi\mu a U_S$. Le champ de vitesse sera faiblement perturbé autour de la sphère si celle-ci est isolée dans le fluide (figure 9 de l'introduction).

1.1 Cas d'un nuage sédimentant dans un fluide au repos

Pour modéliser un nuage de rayon R_0 , contenant N_0 particules, qui sédimente dans un fluide au repos, en régime visqueux, il faut pouvoir calculer la vitesse de chaque particule du nuage. Comme l'ont fait [Metzger et al. \(2007\)](#), on peut écrire la vitesse $\dot{r}_i^\alpha$ de la particule α du nuage en sommant l'ensemble des interactions hydrodynamiques sur cette particule :

$$\dot{r}_i^\alpha = U_S \delta_{i3} + \frac{F}{8\pi\mu} \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left[\frac{\delta_{i3}}{r^{\alpha\beta}} + \frac{r_i^{\alpha\beta} r_3^{\alpha\beta}}{(r^{\alpha\beta})^3} \right] \quad (4.1)$$

Avec U_S la vitesse de Stokes d'une particule, $r_i^{\alpha\beta} = r_i^\alpha - r_i^\beta$ la distance de la particule α à une particule voisine β suivant la direction i , $r^{\alpha\beta} = \sqrt{r_i^{\alpha\beta} r_i^{\alpha\beta}}$ la norme de $r_i^{\alpha\beta}$, $i = 3$ indique la direction de la gravité et $F = 6\pi\mu a U_S$ est la force de traînée qui s'applique sur la particule de rayon et de vitesse $U_S = \frac{2}{9}(\rho_p - \rho) \frac{a^2}{\mu} g$. Le dernier terme de l'équation

représente la somme des interactions hydrodynamiques de toutes les particules β sur la particule α .

En prenant comme longueur caractéristique le rayon du nuage R_0 et comme temps caractéristique, le temps que le nuage parcourt une distance équivalente à son rayon, R_0/U_c , avec $U_c = \frac{N_0 F}{5\pi\mu R_0}$ la vitesse du nuage, on peut adimensionner l'équation 4.1 :

$$\hat{r}_i^\alpha = \frac{5R_0}{6N_0 a} \delta_{i3} + \frac{5}{8N_0} \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left[\frac{\delta_{i3}}{\hat{r}^{\alpha\beta}} + \frac{\hat{r}_i^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] \quad (4.2)$$

On remarque une fois de plus que la vitesse de chaque particule du nuage est directement liée au nombre N_0 . La sédimentation de ce nuage de Stokeslets est illustrée par plusieurs chronophotographies sur la figure 4.2 (a).

Le but dans cette étude est d'ajouter l'écoulement issu de la PIV afin d'en étudier son influence sur la sédimentation du nuage.

1.2 Cas d'un nuage de particules sédimentant dans écoulement tourbillonnaire

Dans un premier temps, nous pouvons faire l'approximation d'un réseau de vortex de Taylor-Green, pour l'écoulement. L'adimensionnement se fait alors avec deux grandeurs : la longueur caractéristique des vortex $k^{-1} = L/\pi$ et le temps caractéristique de l'écoulement k^{-1}/U_0 .

La taille du nuage est définie par $Q = R_0/k^{-1}$. Ainsi le nuage est construit par un tirage aléatoire de N_0 particules, plus exactement de leur position respective r_i (pour x $i = 1$, pour y $i = 2$ et pour z $i = 3$), comme l'illustre la figure 4.1.

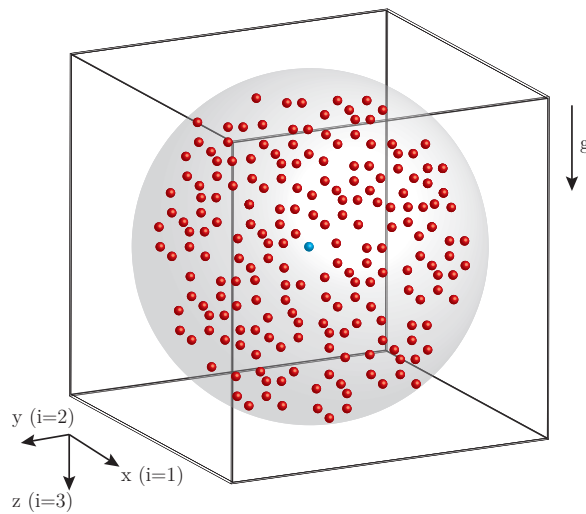


FIGURE 4.1 – Construction du nuage de rayon Q , contenant N_0 Stokeslets, disposés aléatoirement dans la sphère représentant le nuage. La particule bleue représente la particule α dont on va exprimer la vitesse dans ce paragraphe.

La vitesse de la particule α qui sédimente au milieu du nuage dans l'écoulement s'écrit :

$$\hat{r}_i^\alpha = \hat{u}_i^{TG} \begin{Bmatrix} 0 \\ \sin(\hat{y}) \cos(\hat{z}) \\ -\cos(\hat{y}) \sin(\hat{z}) \end{Bmatrix} + W\delta_{i3} + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left[\frac{\delta_{i3}}{\hat{r}^{\alpha\beta}} + \frac{\hat{r}_i^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] \quad (4.3)$$

L'écoulement mesuré par PIV peut être considéré bidimensionnel, mais les études précédentes (Bergougnoux et al. (2014)) ont montré qu'il fallait prendre en compte les détails de l'écoulement. C'est pour cela que nous avons généré, pour chaque Reynolds d'écoulement et dans les deux régimes étudiés, des fonctions d'interpolations construites à partir des PIV expérimentales du champ de vitesse vertical et horizontal pour pouvoir l'intégrer dans le modèle. À chaque position de la particule, on interpole le champ de vitesse local à partir de ces fonctions dans les trois directions, afin d'obtenir $\hat{V}_1^{PIV}$, $\hat{V}_2^{PIV}$ et $\hat{V}_3^{PIV}$. En utilisant les mêmes grandeurs (k^{-1} pour les longueurs et k^{-1}/U_0 pour les temps), l'équation 4.3 adimensionnée devient :

$$\begin{aligned} \hat{r}_1^\alpha &= \hat{V}_1^{PIV} + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left[\frac{\hat{r}_1^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] \\ \hat{r}_2^\alpha &= \hat{V}_2^{PIV} + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left[\frac{\hat{r}_2^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] \\ \hat{r}_3^\alpha &= \hat{V}_3^{PIV} + W + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left[\frac{1}{\hat{r}^{\alpha\beta}} + \frac{\hat{r}_3^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dans l'équation 4.4 la somme des interactions, qui au repos ne dépendait que de N_0 est maintenant fonction de P et W . Si W tend vers zéro, alors c'est l'écoulement qui gouverne la vitesse des particules : elles vont rester bloquées dans le vortex où elles ont été injectées. De la même façon si P tend vers zéro, elles vont rester bloquées dans le vortex, car le dernier terme de l'équation devient négligeable. Néanmoins il suffit que $W \sim 10^{-3}$ et $P \neq 0$ pour que la somme des interactions domine l'équation.

Cette équation différentielle est résolue pour chaque particule du nuage à chaque pas de temps dans l'intervalle que l'on aura fixé. À la fin de la simulation, on dispose d'un fichier regroupant l'ensemble des coordonnées de chaque particule à chaque pas de temps ($3N_0$ lignes par n pas de temps colonnes).

Un exemple de la sédimentation d'un nuage dans l'écoulement tourbillonnaire est donné dans la figure 4.2 (b). Sur cette figure les flèches représentent le champ de vitesse mesuré par la PIV. Les deux chronophotographies de la figure 4.2 nous montrent que la vitesse verticale du nuage est la même au repos et dans les tourbillons. Sur cette même figure, on peut voir que les pertes en particules du nuage dans l'écoulement tourbillonnaire sont plus importantes que dans le fluide au repos : il semble que l'écoulement accentue la perte en particules. De plus dans le cas des vortex, on remarque que le nuage change de forme, alors qu'il reste sphérique dans le cas du fluide au repos.

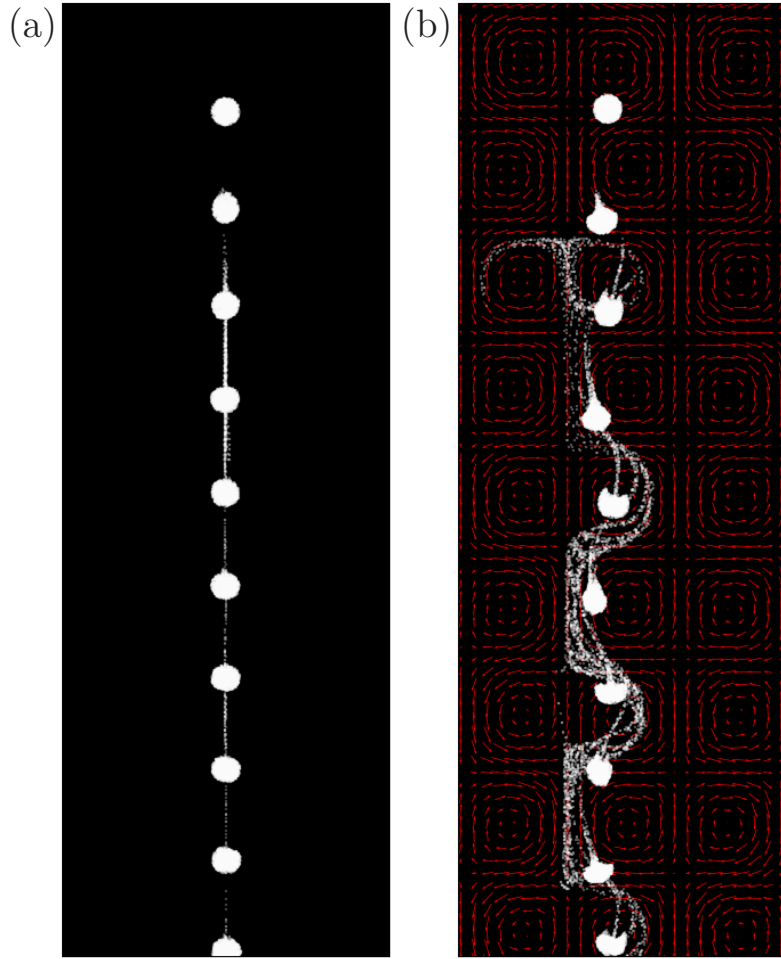


FIGURE 4.2 – Sédimentation d'un nuage de particules en utilisant des Stokeslets pour $N_0 = 2500$; $R_0 = 0.26$ cm pour le cas B1. Entre chaque position du nuage $\Delta t \approx 6s$. (a) Sédimentation dans un fluide au repos ; (b) Sédimentation dans un écoulement tourbillonnaire avec $Re_k = 0.7$. La hauteur sur laquelle sont fabriquées les chronophotographies est la même (18 cm).

Expérimentalement, les distances à la paroi du centre du nuage varient entre 6.5mm et 10mm. Afin de vérifier que la présence d'une paroi modifie ou pas la dynamique du nuage, nous avons décidé d'intégrer dans le modèle la présence de cette condition.

Présence d'une paroi dans le modèle

Mylyk et al. (2011) se sont intéressés au temps de déstabilisation d'un nuage en régime visqueux en présence d'une paroi. Ils ont montré que la présence de la paroi pouvait accélérer le breakup du nuage. En s'inspirant des travaux de Blake (1971) et Mylyk et al. (2011) nous avons ajouté une condition de paroi dans le modèle utilisant des Stokeslets.

Comme sur la figure 4.3, on suppose deux particules, α et β , qui chutent en restant parallèles au mur. On suppose que chacune des particules a une image, α' et β' , symétrique par rapport à la paroi. Afin de simuler la présence du mur, on suppose que l'image β' va interagir avec α mais aussi avec β . En considérant N_0 particules du nuage sédimentant

près du mur l'équation 4.4 devient :

$$\begin{aligned}
 \hat{r}_1^\alpha &= \hat{V}_1^{PIV} + \frac{3}{4}PW \left(\sum_{\alpha \neq \beta}^{N_0} \left[\frac{\hat{r}_1^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] - \sum_{\alpha \neq \beta'}^{N_0} \left[\frac{\hat{r}_1^{\alpha\beta'} \hat{r}_3^{\alpha\beta'}}{(\hat{r}^{\alpha\beta'})^3} \right] \right) \\
 \hat{r}_2^\alpha &= \hat{V}_2^{PIV} + \frac{3}{4}PW \left(\sum_{\alpha \neq \beta}^{N_0} \left[\frac{\hat{r}_2^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] - \sum_{\alpha \neq \beta'}^{N_0} \left[\frac{\hat{r}_2^{\alpha\beta'} \hat{r}_3^{\alpha\beta'}}{(\hat{r}^{\alpha\beta'})^3} \right] \right) \\
 \hat{r}_3^\alpha &= \hat{V}_3^{PIV} + W + \frac{3}{4}PW \left(\sum_{\alpha \neq \beta}^{N_0} \left[\frac{1}{\hat{r}^{\alpha\beta}} + \frac{\hat{r}_3^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right] - \sum_{\alpha \neq \beta'}^{N_0} \left[\frac{1}{\hat{r}^{\alpha\beta'}} + \frac{\hat{r}_3^{\alpha\beta'} \hat{r}_3^{\alpha\beta'}}{(\hat{r}^{\alpha\beta'})^3} \right] \right) \\
 &\quad - \frac{9}{16} \frac{PW}{\hat{h}_\alpha}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Dans cette équation, le premier terme de sommation est celui de l'équation 4.4. Le deuxième terme de sommation représente les interactions entre les points forces images β' avec la particule α . Le dernier terme est la propre contribution de la particule α par rapport au mur. $\hat{h}_\alpha$ est la distance entre le mur et la particule α , adimensionnée par $k^{-1} = L/\pi$ (figure 4.3).

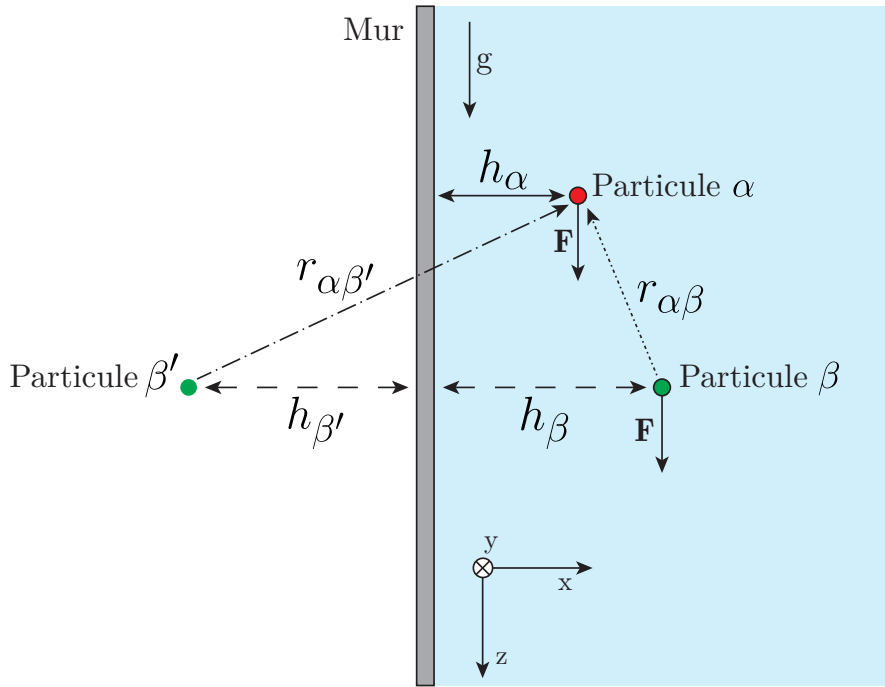


FIGURE 4.3 – Schéma d'une particule qui sédimente proche d'un mur.

Nous avons comparé le comportement d'un nuage sédimentant dans l'écoulement avec et sans paroi, en plaçant le nuage à une distance $\hat{h}_\alpha \approx 1$. La figure 4.4 montre la position verticale et la distance à la paroi, d'un nuage de particules modélisé par des Stokeslets. Nous pouvons constater que l'influence de la paroi est difficile à mettre en évidence : l'écart maximal sur x entre les deux cas présentés sur la figure 4.4 est inférieur à $R_0/2$. La trajectoire et la vitesse du nuage ne sont pas affectées par la présence du mur (figure 4.4) quand on se place dans les mêmes conditions qu'expérimentalement, c'est-à-dire à une distance de $3R_0$ de la paroi. Après avoir vérifié cette condition, nous avons décidé qu'il n'était pas nécessaire de prendre en compte le mur dans le modèle.

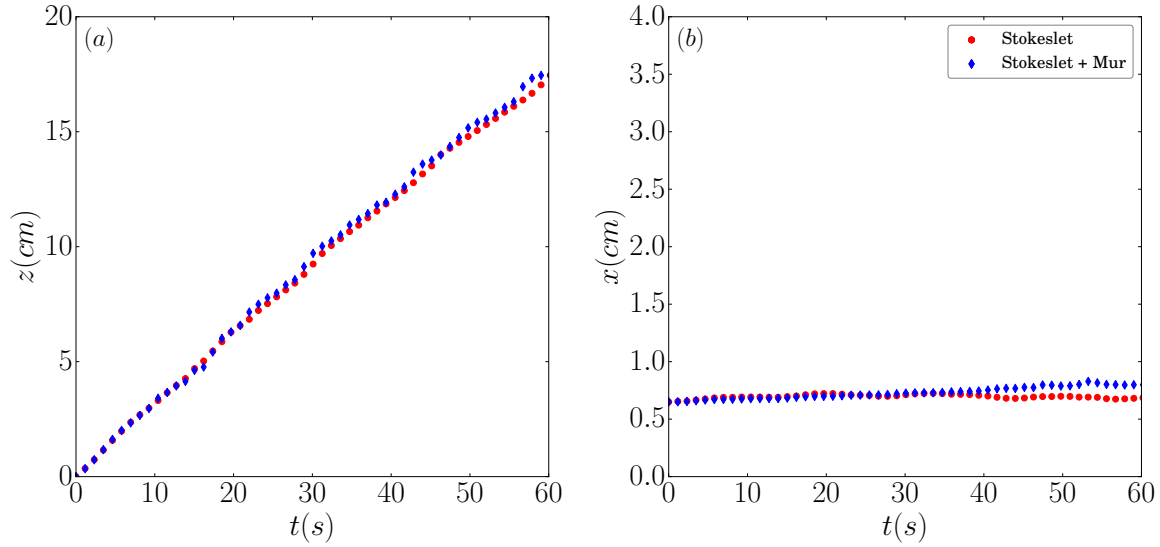


FIGURE 4.4 – Comparaison de la position d'un nuage de particules selon z (a) et x (b) au cours du temps, en absence (•) et présence (♦) de mur, pour $N_0 = 2500$, $R_0 = 0.26\text{cm}$, $\hat{h}_\alpha \approx 1$ et $Re_k = 0.7$.

2. Oseenlet

Quand le nombre de Reynolds au nuage $Re_c > 0.1$, et que la longueur d'inertie $\ell^* < 10$, on peut modéliser le nuage avec des Oseenlets. Cette approche proposée par [Subramanian and Koch \(2008\)](#), définit des perturbations de type Stokeslet proche de la particule, un sillage attractif en $1/r$ à l'arrière de celle-ci et une décroissance en $1/r^2$ au delà d'une certaine longueur définit comme étant la longueur d'inertie $\ell = a/Re_a$.

2.1 Cas d'un nuage sédimentant dans un fluide au repos

La modélisation en Oseenlet a été utilisée par [Pignatel et al. \(2010\)](#) dans leur étude de la sédimentation d'un nuage de particules dans un fluide au repos. En considérant un nuage de rayon R_0 dans lequel est distribué aléatoirement N_0 particules, la vitesse de la particule α , $\dot{r}_i^\alpha$, donnée par [Pignatel et al. \(2010\)](#) s'écrit :

$$\dot{r}_i^\alpha = U_S \delta_{i3} + \frac{F}{8\pi\mu} \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left\{ \frac{r_i^{\alpha\beta}}{r^{\alpha\beta^2}} \left[\frac{2\ell}{r^{\alpha\beta}} (1 - E) - E \right] + \frac{E}{r^{\alpha\beta}} \delta_{i3} \right\} \quad (4.6)$$

On a toujours $r_i^{\alpha\beta} = r_i^\alpha - r_i^\beta$ la distance entre α et β suivant la direction i , $r^{\alpha\beta} = \sqrt{r_i^{\alpha\beta} r_i^{\alpha\beta}}$ la norme de $r^{\alpha\beta}$ et un paramètre $E = \exp \left[-\left(1 + \frac{r_3^{\alpha\beta}}{r}\right) \frac{r^{\alpha\beta}}{2\ell} \right]$ qui dépend de la longueur d'inertie $\ell = a/Re_a$. Comme pour le régime visqueux, on peut adimensionner l'équation 4.6 en prenant comme longueur caractéristique R_0 et comme temps caractéristique R_0/U_c :

$$\hat{r}_i^\alpha = \frac{5R_0}{6N_0a} \delta_{i3} + \frac{5}{8N_0} \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left\{ \frac{\hat{r}_i^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^2} \left[\frac{2\ell^*}{\hat{r}^{\alpha\beta}} (1 - \hat{E}) - \hat{E} \right] + \frac{\hat{E}}{\hat{r}^{\alpha\beta}} \delta_{i3} \right\} \quad (4.7)$$

La longueur d'inertie $\ell^* = (a/Re_a)/R_0$ est le paramètre qui contrôle la dynamique du nuage : plus ℓ^* est grand (supérieur à 10), plus le nuage va se comporter comme un ensemble de Stokeslet. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si $\ell^* < 10$, les sillages des particules vont interagir provoquant un breakup du nuage à des temps plus courts que dans le régime visqueux, c'est ce que l'on peut voir sur la figure 4.5 (a).

2.2 Cas d'un nuage de particules sédimentant dans écoulement tourbillonnaire

De la même façon que pour les Stokeslets, nous avons intégré dans le modèle l'écoulement obtenu par PIV. Dans le cas du régime inertiel, cette considération est essentielle, car l'écoulement mesuré expérimentalement est tridimensionnel : la composante selon x n'est plus négligeable et on ne peut plus assimiler l'écoulement à un réseau de vortex de Taylor-Green. Ainsi en utilisant des fonctions d'interpolation du champ de vitesse obtenu par PIV, on peut déterminer la vitesse de chaque particule du nuage. En utilisant les mêmes grandeurs (k^{-1} pour les longueurs et k^{-1}/U_0 pour les temps), l'équation adimensionnée s'écrit :

$$\begin{aligned}\hat{r}_1^\alpha &= \hat{V}_1^{PIV} + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left\{ \frac{\hat{r}_1^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^2} \left[\frac{2\ell^*}{\hat{r}^{\alpha\beta}} (1 - \hat{E}) - \hat{E} \right] \right\} \\ \hat{r}_2^\alpha &= \hat{V}_2^{PIV} + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left\{ \frac{\hat{r}_2^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^2} \left[\frac{2\ell^*}{\hat{r}^{\alpha\beta}} (1 - \hat{E}) - \hat{E} \right] \right\} \\ \hat{r}_3^\alpha &= \hat{V}_3^{PIV} + W + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha}^{N_0} \left\{ \frac{\hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^2} \left[\frac{2\ell^*}{\hat{r}^{\alpha\beta}} (1 - \hat{E}) - \hat{E} \right] + \frac{\hat{E}}{\hat{r}^{\alpha\beta}} \right\}\end{aligned}\tag{4.8}$$

Comme l'illustre la figure 4.5 la présence de l'écoulement diminue le temps de vie du nuage et occasionne des pertes en particules alors qu'elles sont inexistantes au repos. Dans le fluide au repos, on remarque que le nuage s'étale de plus en plus sur sa largeur jusqu'à atteindre un rapport d'aspect critique et se briser. Une analyse plus fine et détaillée du comportement du nuage et la comparaison avec les résultats expérimentaux sont données dans le chapitre 5.

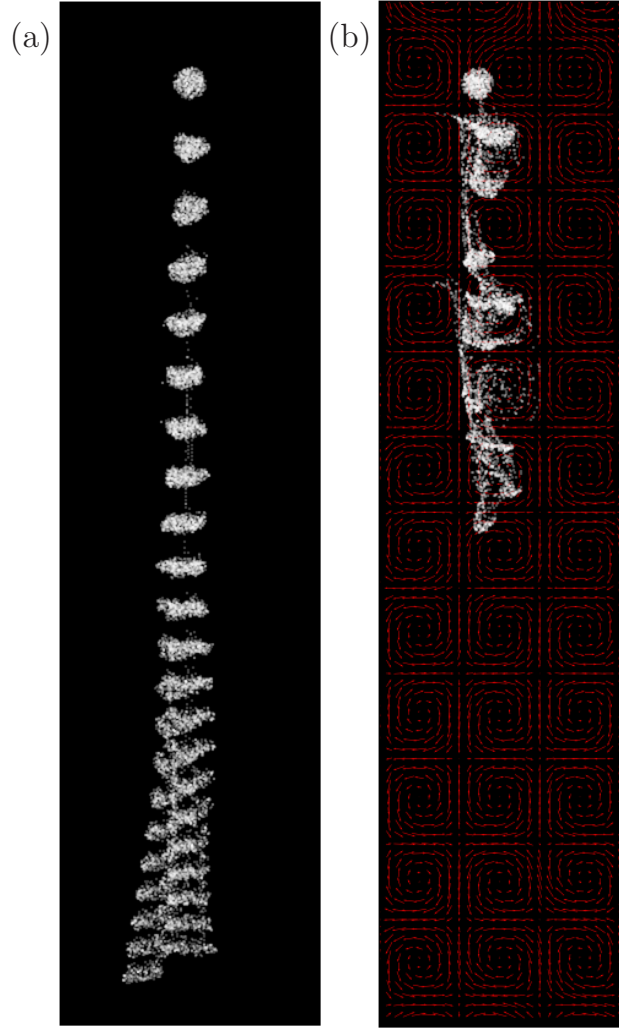


FIGURE 4.5 – Sédimentation d'un nuage de particules en utilisant des Oseenlets pour $N_0 = 500$; $R_0 = 0.39\text{cm}$; $\ell^* \approx 2.5$, pour le set C2. Entre chaque position du nuage $\Delta t \approx 1.6\text{s}$. (a) Sédimentation dans un fluide au repos ; (b) Sédimentation dans un écoulement tourbillonnaire avec $Re_k = 13.6$.

3. Bilan

La résolution spatiale avec laquelle est décrite l'écoulement dans le modèle est celle de la PIV ce qui exige, lorsque l'écoulement se complexifie, d'être capable expérimentalement de faire une PIV 3D.

Comme nous le montrerons dans le chapitre 5, la position initiale du nuage dans l'écoulement influence la trajectoire et la vitesse du nuage, d'où la nécessité de la mesurer expérimentalement dans les trois directions.

Dans le régime visqueux une étude de sensibilité à la forme initiale du nuage a été menée, comme Metzger et al. (2007), et quelle que soit la forme initiale (ellipse, cylindre ou sphère) le nuage reprend rapidement sa forme sphérique dans les tourbillons. Pour le régime inertiel, c'est plus délicat, car le sillage des particules interagit avec les autres sillages et selon la forme initiale la dynamique du nuage peut légèrement varier.

À titre d'exemple, le temps de calcul pour un nuage de composé de $N_0 = 500$ Oseenlets

est égal à 1-2 minutes sur un ordinateur portable standard équipé d'un processeur intel i7-5500U. Le nombre maximal de particules pour lequel des simulations ont été faites est $N_0 = 25000$ Oseenlets. Le temps de calcul était de 6 jours.

Dans un dernier chapitre, les résultats de notre étude et les comparaisons avec le modèle sont présentés sous la forme d'un article.

Résultats et comparaisons avec les modèles

Ce chapitre est consacré aux résultats de l'étude expérimentale et numérique de la sédimentation de nuages de particules dans un écoulement tourbillonnaire et fait l'objet d'un article intitulé "*Falling clouds of particles in vortical flows*", qui va être soumis à *Journal of Fluid Mechanics*.

1. Présentation de l'article

L'étude que nous avons menée sur la sédimentation de nuages de particules dans un écoulement tourbillonnaire comporte une partie expérimentale et numérique. Les principaux résultats sont les suivants :

- Que ce soit dans le régime visqueux ou dans le régime inertiel, le nuage contourne les vortex par la périphérie en suivant les lignes de courants descendants (figure 5.1 (a)) et rappelant le mécanisme du "preferential sweeping" proposé par Wang and Maxey (1993) pour une particule sédimentant dans un écoulement. Au cours de sa chute, le rapport d'aspect du nuage change de manière significative : dans les régions où l'écoulement est ascendant le nuage s'étale horizontalement (figure 5.1 (b)) ; dans les régions où au contraire l'écoulement est descendant il s'allonge verticalement (figure 5.1 (c)).

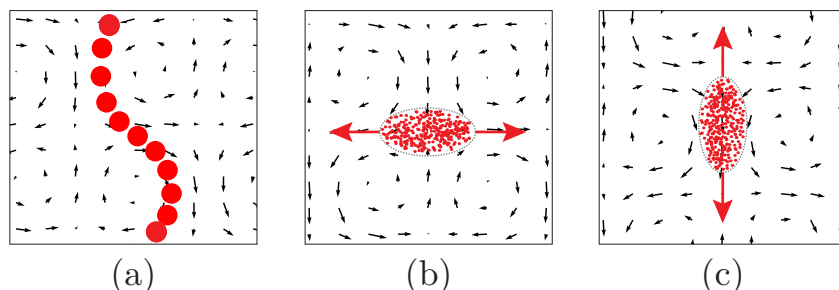


FIGURE 5.1 – Comportement du nuage de particules au sein de l'écoulement tourbillonnaire. (a) Position du centre du nuage de particules : le nuage contourne les vortex par les périphéries ; (b) lorsque le nuage rencontre une zone de l'écoulement ascendant il s'étale horizontalement ; (c) lorsque le nuage rencontre une zone de l'écoulement descendant il s'allonge verticalement.

- Malgré leur apparente simplicité, les Stokeslets et les Oseenlets arrivent à modéliser la dynamique du nuage. Qualitativement, les comparaisons que nous avons réalisées sur la position du nuage, sa vitesse et son rapport d'aspect ont permis de valider ces deux approches dans les deux régimes étudiés, le régime visqueux et faiblement inertiel.
- Numériquement, nous avons pu observer que le nuage durant sa chute perturbe localement l'écoulement. Quand il traverse les vortex, le nuage décale leur centre de rotation : cela provoque l'éloignement des deux vortex entre lesquels il se trouve ou bien le rapprochement des deux autres vortex voisins (figure 9 de l'article).
- La présence de l'écoulement augmente le taux de perte en particules du nuage par rapport à la sédimentation du même nuage dans un fluide au repos. À l'image du changement d'aspect du nuage, c'est dans les régions où l'écoulement est ascendant que le nuage a tendance à perdre beaucoup de particules. Au contraire dans les zones où l'écoulement est descendant certaines particules arrivent à se rapprocher et réintégrer le nuage (figure 10 de l'article). Il peut y avoir pour ces instants une stagnation ou une très légère augmentation du nombre de particules occupant le nuage (petites oscillations sur la figure 10 de l'article).
- Dans le cas inertiel, nous avons pu constater que le temps de break-up est réduit quand le nuage sédimente dans l'écoulement tourbillonnaire. En effet, l'écoulement inhibe la re-circulation toroïdale au sein du nuage, provoque un changement périodique du rapport d'aspect du nuage et augmente le taux de perte en particules. Le nuage devient alors plus rapidement instable et lorsqu'il rencontre un écoulement ascendant, il s'étale et finit par se briser en deux morceaux bien distincts. Ce temps de vie du nuage dépend du nombre de particules N_0 , de son rayon R_0 mais aussi de l'intensité de l'écoulement U_0 . Plus le Reynolds de glissement Re_c^s est petit, plus la durée de vie du nuage est faible.

2. Copie de l'article

Under consideration for publication in J. Fluid Mech.

1

Falling clouds of particles in vortical flows

Benjamin Marchetti, Laurence Bergougnoux & Élisabeth Guazzelli

Aix Marseille Univ, CNRS, IUSTI, Marseille, France

(Received 14 July 2018)

The coupling between particle-particle and particle-fluid interactions is examined by studying the sedimentation of clouds of spheres in a model cellular flow at a small but finite Reynolds number. The model flow consists of counter-rotating vortices and is aimed at capturing key features of the vortical effects on particles. The dynamics of clouds settling in this vortical flow is investigated through a comparison between experiments and point-particle numerical models.

Key Words:

1. Introduction

In many natural phenomena or industrial applications, heavy particles are transported in complex flows. The flow structures may happen to promote the stirring and dispersion of the particles. A representative example in geophysics is the cloud or plume of ash particles coming from a pyroclastic volcanic eruption that is thrown into the atmosphere and which can spread over extremely large distance depending on wind speed and direction. But the opposite can also take place and the flow configuration may contribute to the focussing and accumulation of particles within specific regions of the flow. A typical example in the natural environment is the observed patchiness of plankton concentration caused by wind-induced Langmuir cells occurring at the surface of lakes and oceans. The objective of this paper is to explore how a collection (i.e. a cloud) of heavy particles evolves under gravity in a complex flow. The key question is whether the cloud maintains a cohesive entity or disintegrates and spreads. Most of the flow structures occurring in the environmental examples mentioned above contain coherent whirls. The present work considers a simple vortical flow, specifically a cellular flow consisting of counter-rotating vortices, and addresses the interaction of these controlled vortices with the settling cloud. The focus here is on flow regimes where inertia is small but can become finite.

A significant body of studies has been dedicated to the dynamics of settling clouds in quiescent fluids (see e.g. Nitsche & Batchelor 1997; Machu *et al.* 2001; Bosse *et al.* 2005; Metzger *et al.* 2007; Subramanian & Koch 2008; Pignatel *et al.* 2011). Different regimes have been identified depending on the magnitude of the particle and cloud Reynolds numbers (Subramanian & Koch 2008). We define the particle Reynolds number as $Re_a = \rho_f U_S a / \mu$, where $U_S = 2(\rho_p - \rho_f) a^2 g / 9\mu$ is the Stokes velocity of an individual particle of radius a and density ρ_p settling in a fluid of viscosity μ and density ρ_f under the gravity acceleration g , and the cloud Reynolds number as $Re_c = \rho_f U_c R_c / \mu$, where $U_c \approx N_0 U_S 6a / 5R_c$ is the Stokes velocity of a spherical cloud of radius R_c containing N_0 particles settling in the same quiescent fluid. When both Re_a and $Re_c \ll 1$, the settling of the cloud lies in the Stokes regime. While falling under gravity, the cloud is seen to undergo an internal toroidal circulation similar to what is found for a spherical drop of heavy fluid settling in an otherwise lighter fluid (Hadamard 1911; Rybczyński 1911). However,

this cloud becomes unstable even in the complete absence of inertia and without the need to perturb its initial shape. It first remains roughly spherical with a leakage of particles in a vertical tail and then evolves into a torus which breaks up into two droplets in a repeating cascade. When inertia is finite, two macro- and a micro-scale inertial regimes are subsequently observed. When inertia is increased, the falling cloud transitions first to a regime dominated by macro-scale inertia when the cloud Reynolds number becomes of order one, i.e. $Re_c \sim 1$. The subsequent transition toward the micro-scale inertial regime occurs when the individual particle wakes are interacting within the cloud boundaries, i.e. when the inertial length is of the order of the cloud size, e.g. $\ell = a/Re_a \sim R_c$. In both inertial regimes, the cloud deforms into a flat torus that eventually destabilises and breaks up into a number of secondary droplets but particle leakage is much weaker if not null. While this evolution resembles that observed in the Stokes regime, the physical mechanisms involved are qualitatively different. Whereas the inertial cloud evolution is strongly determined by the importance of wake-mediated interactions, the key feature of the Stokes cloud is the chaotic motion of the particles which leads to escapes from the cloud internal circulation and to particle leakage. Simulations using point-particle approaches, which contain the minimal physics of the multibody particle interactions, capture these dynamics (Nitsche & Batchelor 1997; Bosse *et al.* 2005; Metzger *et al.* 2007; Pignatelli *et al.* 2011).

If the particle cloud settles now in a flowing fluid instead of a quiescent fluid, there are interactions not only between the particles but also between the particles and the local spatial structures of the flow (e.g. large vortices). The literature on sedimentation of heavy particles in non-uniform flows, and specially in random or turbulent flows, has shown the important effect of these vortical structures on the local particle transport and concentration, in particular through a phenomenon known as preferential sweeping where particle paths accumulate at the periphery of the vortical structures (see e.g. Wang & Maxey 1993; Aliseda *et al.* 2002; Toschi & Bodenschatz 2009; Balachandar & Eaton 2010). These features can be also seen using a model cellular flow of counter-rotating vortices. At low particle Reynolds number, individual particles settle at their Stokes velocity simply augmented by the local fluid velocity (Stommel 1949). Their trajectories can be classified according to the magnitude of the ratio of the Stokes velocity, U_S , to the vortex velocity, U_0 , i.e. the parameter $W = U_S/U_0$. When $W > 1$, the trajectories are essentially straight vertical line as the particles settle through the vortex array without being mostly influenced by it. For $W \approx 1$, the particles are affected by the local flow and the trajectories can exhibit zigzagging motions depending on their position of release within the vortex array. For smaller values of W , the particles can be suspended in the flow. When inertia is increased, the dynamics of single individual particles has been described by the Boussinesq-Basset-Oseen equation (Gatignol 1983; Maxey & Riley 1983). The major influence of inertia on the motion is that the particles cannot be resuspended in the flow and are seen to settle out even when they are trapped momentarily into a vortex (Maxey 1987). This effect has been observed in experiments using a cellular flow field created by electroconvection (Bergounoux *et al.* 2014). The experiments show that, for small values of the Stokes number, St (defined as the ratio of the particle response time to the characteristic time of the flow), added mass and history forces are inconsequential and that the dominant forces are buoyancy and drag provided that the Stokes drag is replaced by a nonlinear drag depending of the particle Reynolds number. Collective effects between the particles may also affect this settling but they do not have been thoroughly addressed. The role of particle clusters and their association with settling velocity enhancement has been pointed in Stokes sedimenting flows (Guazzelli & Hinch 2011) but also more recently in the turbulent regime (Huck *et al.* 2018).

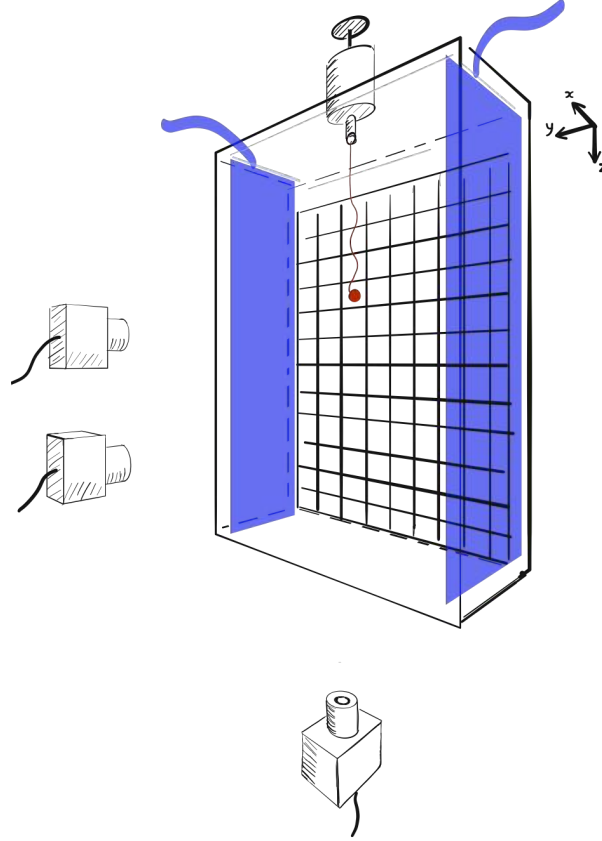


FIGURE 1. Experimental apparatus. The transparent cell is filled with an aqueous mixture of citric acid (UCON oil can be added to increase the viscosity). The magnetic field is generated by a checkerboard of magnets placed behind the back wall of the cell. The electric current is created by two electrodes placed on the opposite small sides of the cell. The flow generated by this set-up is a periodic flow of counter-rotating vortices that is depicted in figure 2. Clouds are dropped from the top of the cell using a custom made syringe and settle through the cellular flow. Their trajectories are imaged by a set of synchronised cameras located below and in front of the cell.

The objective of the present work is to tackle the interplay between the multibody particle interactions and the interaction between the particles and the spatial structures of the flow. This coupling is examined for a cloud settling in a cellular flow field which is a simple model flow capturing key features of vortical effects on the particles. In the experiments described in § 2, electroconvection is used to generate a two-dimensional array of controlled vortices and clouds of particles are released and tracked in this vortical flow. The observed cloud dynamics is compared in § 4 against point-particle models described in § 3. Conclusion are drawn in § 5.

2. Experiments

The experimental apparatus consists of a cell made of Plexiglas (of 50 cm height, 38 cm width, and 4 cm depth) filled with an aqueous mixture of citric acid (a certain amount of UCON oil can be added to increase the fluid viscosity), as depicted in figure 1. The vortical flow is created by electromagnetic convection. The magnetic field is produced by

4

B. Marchetti, L. Bergounoux and É Guazzelli

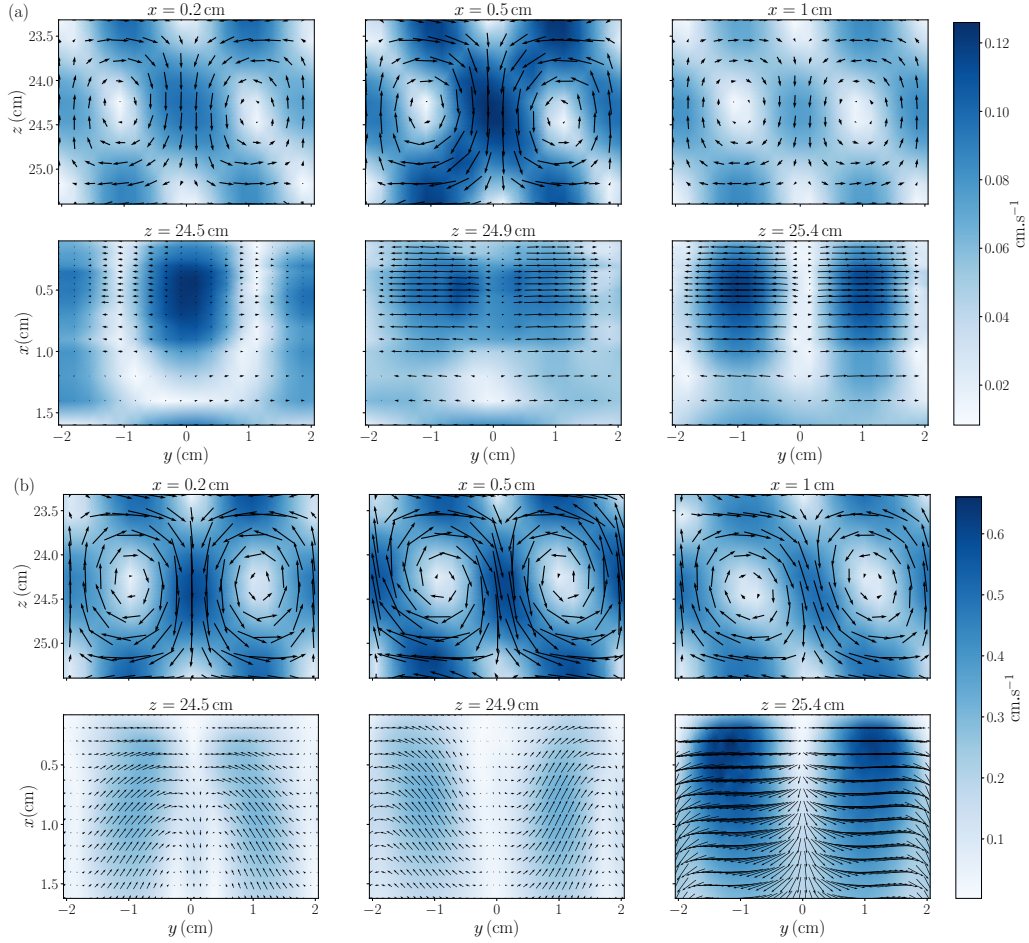


FIGURE 2. Vortical flow: velocity-vector map of the flow field in the vertical plane (zy) for different horizontal positions (x) and in the horizontal plane (xy) for different vertical positions (z) in cases (a) A1a ($Re_k = 0.7$) and (b) C2b ($Re_k = 13.6$).

a checkerboard of permanent square magnets ($2 \times 2 \text{ cm}^2$) placed against the back wall of the cell. An electrical current is generated between two carbon electrodes placed on the opposite small sides of the cell. The coupling between the magnetic field and the uniform electric current gives rise to an electromagnetic force in the fluid. This induces a flow of counter-rotating vortices having the same size as the magnets and an intensity controlled by the magnetic field of the permanent magnets, the intensity of the electric current, and the viscosity of the fluid. Further details can be found in Bergounoux *et al.* (2014) and Lopez & Guazzelli (2017).

The flow generated by electroconvection is characterised by particle image velocimetry (PIV). For this purpose, the fluid is seeded by tracer particles (hollow spheres with diameter $\approx 15 \text{ }\mu\text{m}$ and density $\approx 1.4 \text{ g.cm}^{-3}$ from Dantec Measurement Technology) and is illuminated by a green laser sheet (Laser Lasever LSR-NL, 532 nm, 500 mW) which can be positioned in the vertical or horizontal planes. A camera is focused on the illuminated particles which scatter the light and records two images separated in time by typically 1/7 to 1/15 s. These images are processed to find the velocity-vector map of the flow field using the Matlab PIV software DPIVsoft (Meunier & Leweke 2003). The

Falling clouds in vortical flows

5

Batch	a (μm)	ρ_p (g cm^{-3})
<i>A</i>	70 ± 6	1.049 ± 0.003
<i>B</i>	115 ± 14	1.049 ± 0.003
<i>C</i>	175 ± 20	1.189 ± 0.001

TABLE 1. Particle characteristics: mean sphere radius a (the error bar corresponds to the standard deviation) and density ρ_p . Batches *A* and *B* are made of polystyrene particles while batch *C* consists of polymethyl methacrylate (PMMA) particles.

Fluid	Mixture	μ (cP)	ρ_f (g cm^{-3})
1	83% water + 10% Ucon oil + 7% citric acid	10.0 ± 0.1	1.042 ± 0.001
2	64% water + 36% citric acid	3.3 ± 0.2	1.173 ± 0.001

TABLE 2. Fluid characteristics: viscosity μ and density ρ_f .

Experiments	<i>A1a</i>	<i>A1b</i>	<i>B1a</i>	<i>B1b</i>	<i>C2a</i>	<i>C2b</i>
$P = ka$	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.03
W	0.007	0.002	0.018	0.005	0.108	0.054
Re_a	10^{-4}	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Re_k	0.7	2.9	0.7	2.9	6.8	13.6
Re_c	0.4 – 1.2	0.5 – 0.8	0.7 – 1.3	0.6 – 1.5	8 – 17	8 – 14
N_0	4000 – 20000	7000 – 12000	2300 – 4500	2200 – 5300	350 – 700	300 – 600
ℓ/R_c	500 – 900	675 – 900	170 – 240	170 – 250	2 – 4	2 – 4
$Q = kR_c$	0.2 – 0.4	0.2 – 0.3	0.3 – 0.4	0.3 – 0.4	0.4 – 0.6	0.4 – 0.6

TABLE 3. Dimensionless numbers for the different combinations of particles (labelled *A*, *B*, and *C*), fluids (labelled 1 and 2) and current intensities (labelled *a* and *b*) used in the experiments.

resulting three-dimensional flow field possesses a quasi two-dimensional periodic structure of counter-rotating vortices of size $L = 2$ cm (i.e. with a spatial wavenumber $k = 2\pi/2L$) in the vertical plane having an intensity which reaches a maximum at $x \approx 5$ mm away from the back wall and then decays rapidly. This cellular flow is close to a Taylor-Green cellular flow when the flow Reynolds number is small, i.e. for $Re_k = U_0 k^{-1}/(\mu/\rho_f) < 1$, see figure 2 (a). For larger values of Re_k , the spatial structure can be slightly distorted and three-dimensional, see figure 2 (b). It eventually becomes unstable for $Re_k > 15$.

Clouds are prepared by mixing a weighted amount of spherical particles with the same fluid as that filling the cell, see tables 1 and 2 describing the characteristics of the different fluids and particles which have been used. This suspension mixture is dropped from the top of the cell using a custom-made syringe position at $x \approx 5$ mm, i.e. at the maximum plateau location of the vortex intensity. The injected cloud settles first in the quiescent fluid and then, as electroconvection is activated, through the vortical flows. A set of synchronised cameras located below and in front of the cell tracks the cloud both in the vertical and horizontal plane. Standard digital imaging treatments (the threshold and particle-analyse functions of ImageJ) yield the time-evolution of the position of the centre of mass of the cloud, X , Y , and Z , and of some other quantities such as its projected surface in the horizontal plane, Σ . The time-evolutions of the clouds have been examined for different combinations of particles and fluid mixtures listed in table 3

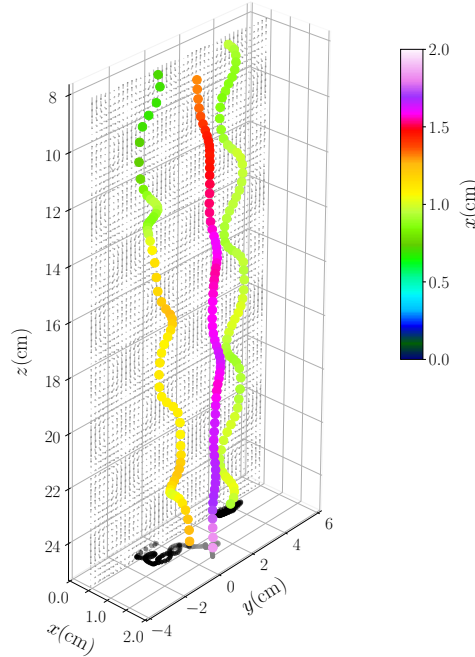


FIGURE 3. Typical three-dimensional trajectories of centres of mass of clouds. The colour coding (colour online) corresponds to the distance to the back wall, and the trajectories projected in the horizontal plane are shown at the bottom. The trajectories which do not possess a large x -extension are selected.

which also indicates different dimensionless parameters ($P = ka$, W , Re_a , Re_k , Re_c , N_0 , ℓ/R_c , $Q = kR_c$). Note that for each combination, two different current intensities have been selected (200 mA and 600 mA, labelled a and b respectively), leading to two different values of vortex velocities, U_0 . Note also that the cloud size is always smaller (by a factor ten) than the size of the vortices. For each experimental condition listed in table 3, typically 4-5 experimental runs have been performed but only trajectories which are not too close to the walls and do not have a large x -extension are retained. Typical three-dimensional trajectories of centres of mass of clouds are depicted in figure 3.

3. Numerical modelling

We consider N_0 spherical particles initially randomly distributed in a sphere of radius R_c (or alternatively in a prolate spheroid of same volume to mimic the initial shape of the cloud obtained in the experiments) settling under gravity in a vortical flow field $\mathbf{u}^{\text{vortex}}$ characterised by a spatial wavenumber k and a vortex intensity U_0 . We adopt the simplest model containing the minimum physics to describe the problem at low Reynolds number in which particles are represented by identical point forces. Within this approximation, the velocity, $\dot{r}_i^\alpha$, of a particle α located at a position r_i^α is its own Stokes velocity U_S incremented by the local fluid velocity at r_i^α (Stommel 1949) and the sum of the velocity disturbances (only represented by its far-field portion, i.e. the Stokeslet) coming from the other particles β located at a position r_i^β (see e.g. Metzger *et al.* 2007). Using k^{-1} as the length scale and U_0 as the velocity scale, the dimensionless equations of motion

Falling clouds in vortical flows

7

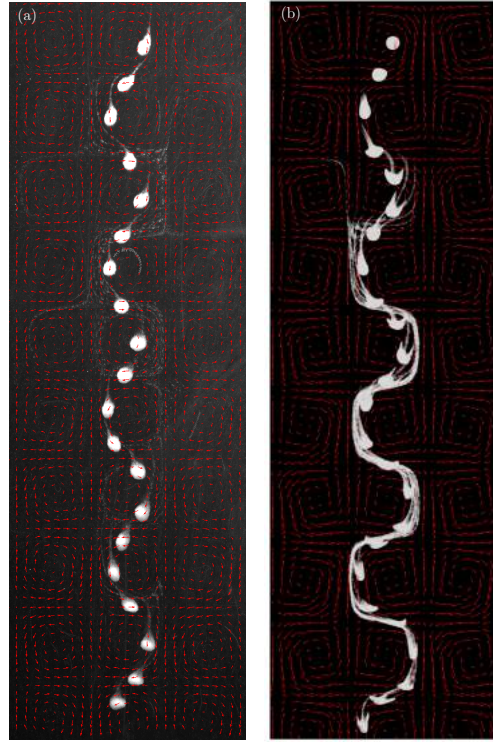


FIGURE 4. Typical (a) experimental and (b) numerical chronophotographies of a cloud for case A1b. The time between successive photos is kept constant (2 s in the experiments and a corresponding interval in the simulation) in order to indicate the difference in velocities along the trajectory. The flow field measured by PIV is indicated by red arrows. The complete dynamics for the experimental case is shown in supplementary movie 1 and for the Stokeslet simulation in supplementary movie 2.

(with dimensionless quantities denoted with a hat) are written as

$$\hat{r}_i^\alpha = \hat{u}_i^{\text{vortex}}(\hat{r}_i^\alpha) + W \delta_{i3} + \frac{3}{4} PW \sum_{\beta \neq \alpha} \left[\frac{\delta_{i3}}{\hat{r}^{\alpha\beta}} + \frac{\hat{r}_i^{\alpha\beta} \hat{r}_3^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^3} \right], \quad (3.1)$$

where $r_i^{\alpha\beta} = r_i^\alpha - r_i^\beta$ and $r^{\alpha\beta} = |r_i^\alpha - r_i^\beta|$. We have used the dimensionless parameters $P = ka$ and $W = U_S/U_0$.

To test the effect of a vertical wall on the cloud dynamics, we have followed Blake (1971) and implemented a mirror image system of the point forces enabling to satisfy the no-slip condition on the wall boundary. The typical evolution with or without the wall is essentially identical as pointed by Mylyk *et al.* (2011) for a cloud falling in a quiescent fluid. We have verified that, for a distance to the wall larger than a few cloud radii as achieved in the experiments, the effect happens to be insignificant.

When inertia becomes finite, equation (3.1) is no longer valid. However, if the Stokes number (i.e. the ratio of the particle response time, $\propto \rho_p a^2/\mu$, to the flow time scale, $\propto 1/kU_0$, $St \propto a^2 \rho_p k U_0/\mu$) is still small, the assumption of linearity can be maintained but instead of a Stokes drag a nonlinear drag may be used, e.g. a Schiller-Naumann drag (Bergougnoux *et al.* 2014). As a first estimate, the far-field Stokes interactions can also be replaced by the steady far-field Oseen interactions (i.e. the Oseenlet) in equation (3.1) to

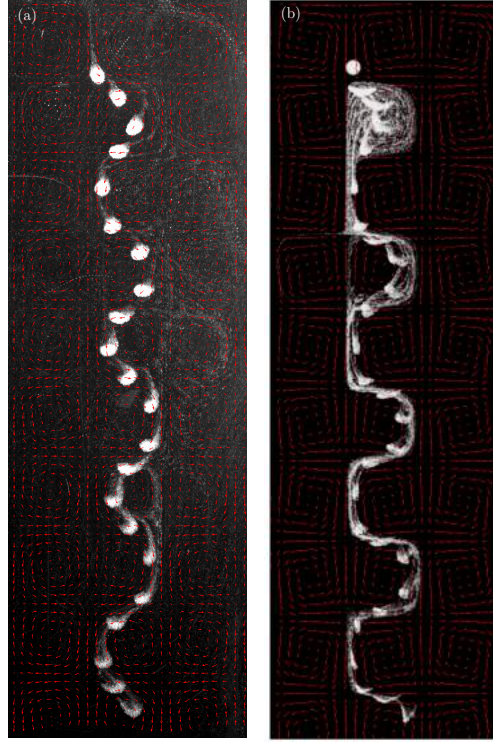


FIGURE 5. Same as figure 4 but for case *B1b*. The complete dynamics for the experimental case is shown in supplementary movie 3 and for the Stokeslet simulation in supplementary movie 4.

encompass the inertial wake interactions between particles (Subramanian & Koch 2008; Pignatel *et al.* 2011). This is however a crude approximation as assuming steady Oseen wake interactions are far from being justified (see e.g. Lovalenti & Brady 1993). The new dimensionless equation of motion then reads

$$\hat{r}_i^\alpha = \hat{u}_i^{\text{vortex}}(\hat{r}_i^\alpha) + W \delta_{i3} + \frac{3}{4}PW \sum_{\beta \neq \alpha} \left\{ \frac{\hat{r}_i^{\alpha\beta}}{(\hat{r}^{\alpha\beta})^2} \left[\frac{2\hat{\ell}}{\hat{r}^{\alpha\beta}}(1 - \hat{E}) - \hat{E} \right] + \frac{\hat{E}}{\hat{r}^{\alpha\beta}} \delta_{i3} \right\}, \quad (3.2)$$

where the inertial screening length is $\ell = a/Re_p$ and $E = \exp \left[-\left(1 + \frac{r_3^{\alpha\beta}}{r}\right) \frac{r^{\alpha\beta}}{2\ell} \right]$.

Knowing the initial positions of the N_0 particles at time $t = 0$, the sets of equations (3.1) or (3.2) represent a close system of $3N_0$ coupled ordinary differential equations which can be numerically integrated for a cellular flow $\mathbf{u}^{\text{vortex}}$ inferred from interpolating the three-dimensional PIV measurements of the flow field described in § 2. The integration has been performed using an explicit Runge-Kutta method of order (4)5 (the ‘dopri5’ integrator of the ‘ode’ solver in Python). The numerical trajectory of each particles of the initial spherical cloud can then be obtained and analysed. The generated images of the clouds can also be treated in a similar manner as in the experiments to give the trajectory and shape of the numerical clouds for a close comparison examination.

4. Results and comparison

In the following, we present the experimental results of the time-evolution of the cloud and compare them to the numerical predictions obtained using the point-particle ap-

Falling clouds in vortical flows

9

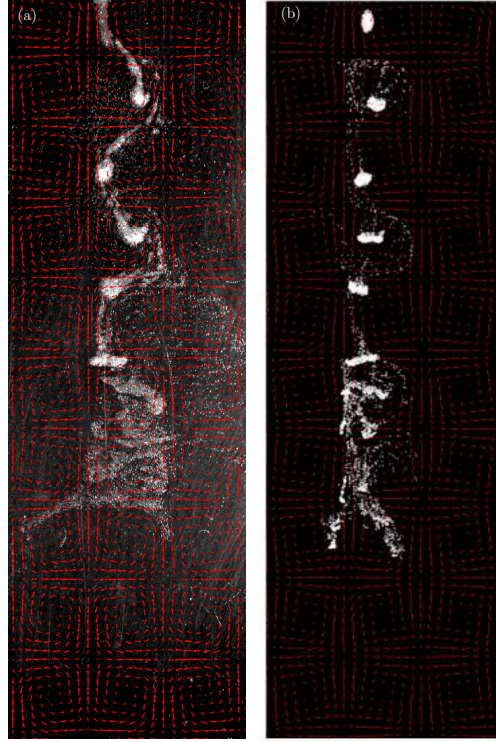


FIGURE 6. Same as figure 4 but for case C2b. The numerical simulation uses an Oseenlet (instead of Stokeslet) approximation. The complete dynamics for the experimental case is shown in supplementary movie 5 and for the Oseenlet simulation in supplementary movie 6.

proaches introduced in § 3. This latter numerical modelling also enables access to the some dynamical features which are not amenable in the experiments. We investigate the Stokes regime but also the effect of increasing finite inertia. Before embarking in these analyses, it is important to consider the various dimensionless parameters involved in the problem. For Stokes clouds settling in a quiescent fluid, the only relevant parameter is the initial number of particles, N_0 . For Stokes clouds settling in a vortical flow of intensity U_0 and size k^{-1} , two additional dimensionless numbers come into play, the velocity ratio $W = U_S/U_0$ and the size ratio $P = ka$ or alternatively $Q = kR_c$. When inertia is increased, it is important to consider additionally the cloud Reynolds number, Re_c , and the particle Reynolds number, Re_p , or alternatively the dimensionless inertial length $k\ell$ or ℓ/R_c . It is important to mention that the Stokes number, St , is always kept small in the present study.

4.1. General evolution of the cloud

The typical evolution of a cloud settling in the vortical flow in the Stokes regime (case A1b) is shown in the chronophotography of figure 4 (a). The cloud is seen to settle along the downstream flow of the successive vortices and to display zigzagging motions due to the modulations caused by the periodic cellular flow. It does not maintain a spherical shape as it is slightly stretched in the elongational region of the flow, in particular close to the stagnation points surrounding the purely rotational regions at the centres of the vortices. A significant leakage of particles is observed at its rear and the released particles move with the vortical flow and thus can be trapped into the vortices as the ratio of

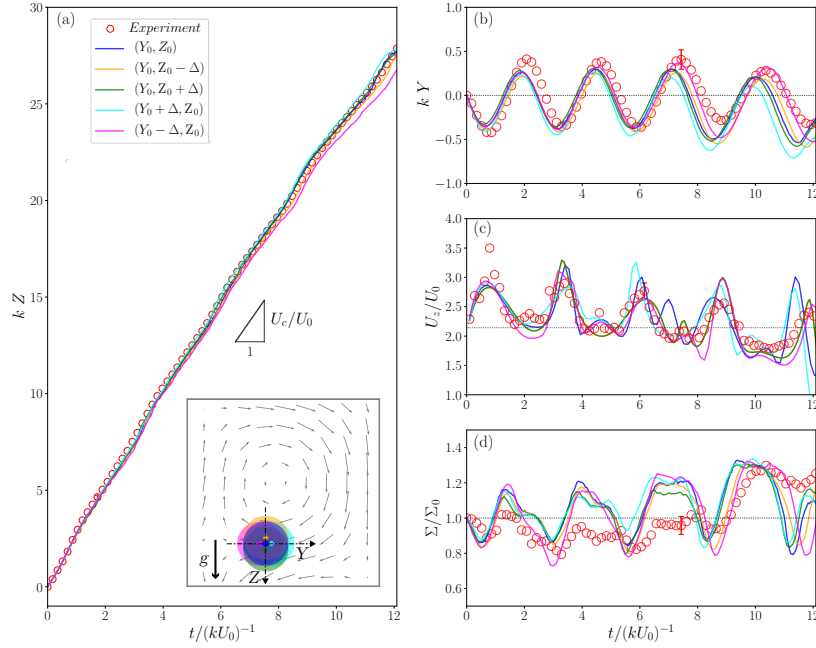


FIGURE 7. Typical experimental ($\circ$) and numerical (solid lines) trajectories in the Stokes case B1a: time evolution of the (a) vertical, Z , and (b) horizontal, Y , coordinates of the cloud centre of mass, (c) its vertical velocity, U_z , and (d) the cloud projected surface in the horizontal plane normalised by its initial value, Σ/Σ_0 . In graph (a), the black triangle indicates the slope $U_c = N_0 U_S 6a/5R_c$ and the inset shows the initial positions of the cloud within experimental accuracy Δ (with $k\Delta = 7 \cdot 10^{-2}$). The horizontal dotted lines correspond (i) to the initial location $kY = 0$ in graph (b), (ii) to the value U_c/U_0 in graph (c), and (iii) to the initial projected surface $\Sigma/\Sigma_0 = 1$.

their Stokes velocity to the flow velocity, $W (= 0.0017)$, and their Reynolds number, $Re_a (= 10^{-4})$, are both very small. No break-up is observed as the travel distance of the cloud is not long enough for this phenomenon to happen. The cloud falls across 12 vortices (≈ 100 times its radius) and it would necessitate for the cloud to fall at least 500 times its radius for break-up to occur the Stokes regime. Similar qualitative evolution is found between the point-particle simulation using the Stokeslet approximation and the experiment in this regime as evidenced by comparing figure 4 (a) and (b). The behaviour of the cloud for case B1b is displayed in figure 5 and presents similar features as for case A1b since inertia is still very small. The cloud deformation by the flow structure is however stronger. This is even more significant when inertia becomes finite for case C2b shown in figure 6. The cloud is highly deformed and eventually widens in the upward elongational portion of the flow and breaks into multiple pieces. Point-particle simulations using an Oseenlet (instead of Stokeslet) approximation can capture this phenomenon.

4.2. Cloud trajectory

A more quantitative comparison between experiments and simulations can be obtained by examining the time evolution of the vertical, Z , and horizontal, Y , coordinates of the cloud centre of mass, its vertical velocity, U_z , and the cloud projected surface in the horizontal plane normalised by its initial value, Σ/Σ_0 .

In a typical Stokes case (B1a) depicted in figure 7, $Z(t)$ is approximatively a straight line while $Y(t)$ exhibits oscillations due to the modulation induced by the vortical flow.

Falling clouds in vortical flows

11

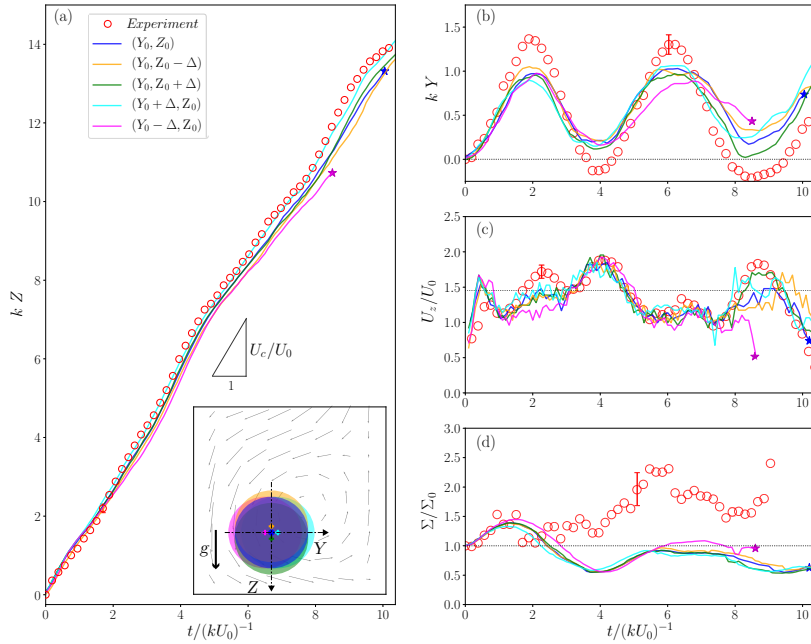


FIGURE 8. Same as figure 7 but for the finite-inertia case *C2b*. The $\star$ symbols indicate break-up events.

The mean settling velocity of the cloud is similar to that observed when falling in a quiescent fluid, $U_c \approx N_0 U_S 6a/5R_c$, as shown in figure 7 (a). Its vertical velocity $U_z(t)$ and the normalised projected surface $\Sigma(t)/\Sigma_0$ also experience periodic oscillations. The cloud slows down (accelerates, respectively) while simultaneously expanding (shrinking, respectively) when it falls through the successive upward (downward, respectively) elongational portions of the flow. Numerical simulations using the Stokeslet approximation are also presented in figure 7 for $N_0 = 2200$ (corresponding to the experimental value). The different curves correspond to simulations having different initial positions for the cloud centre of mass which are chosen within the experimental accuracy of the cloud initial location. More precisely, the initial position is shifted along the vertical or horizontal directions by the experimental error Δ on the initial location, as indicated in the legend of graph (a). The set of obtained curves encloses the experimental data, and in particular, the amplitude and phase of the oscillations are captured in graphs (b), (c), and (d) of figure 7. Dispersion and phase shift between the different curves are seen to increase slightly with time because of the sensitivity to the local velocity field, in particular at the stagnation saddle points, as observed previously for individual particles (Bergougnoux *et al.* 2014).

In the finite-inertia case (*C2b*), the trajectories can be followed only over a distance of $\approx 4 - 5$ vortices since break-ups (indicated by the $\star$ symbols) quickly occur, as shown in figure 8 for a typical example. The vertical position $Z(t)$ again follows approximately a straight trajectory with a slope $\approx U_c$ while the horizontal position $Y(t)$ presents oscillations. The normalised projected surface $\Sigma(t)/\Sigma_0$ experiences similar periodic oscillations. Conversely, the vertical velocity $U_z(t)$ shows oscillations but with a doubled period compared to those of $Y(t)$. This is a sign of the successive slowdowns and accelerations during the fall of the cloud through a vortical structure. This period doubling was not distinctly seen in the Stokes case of figure 7 (c). Numerical simulations using the Oseenlet approx-

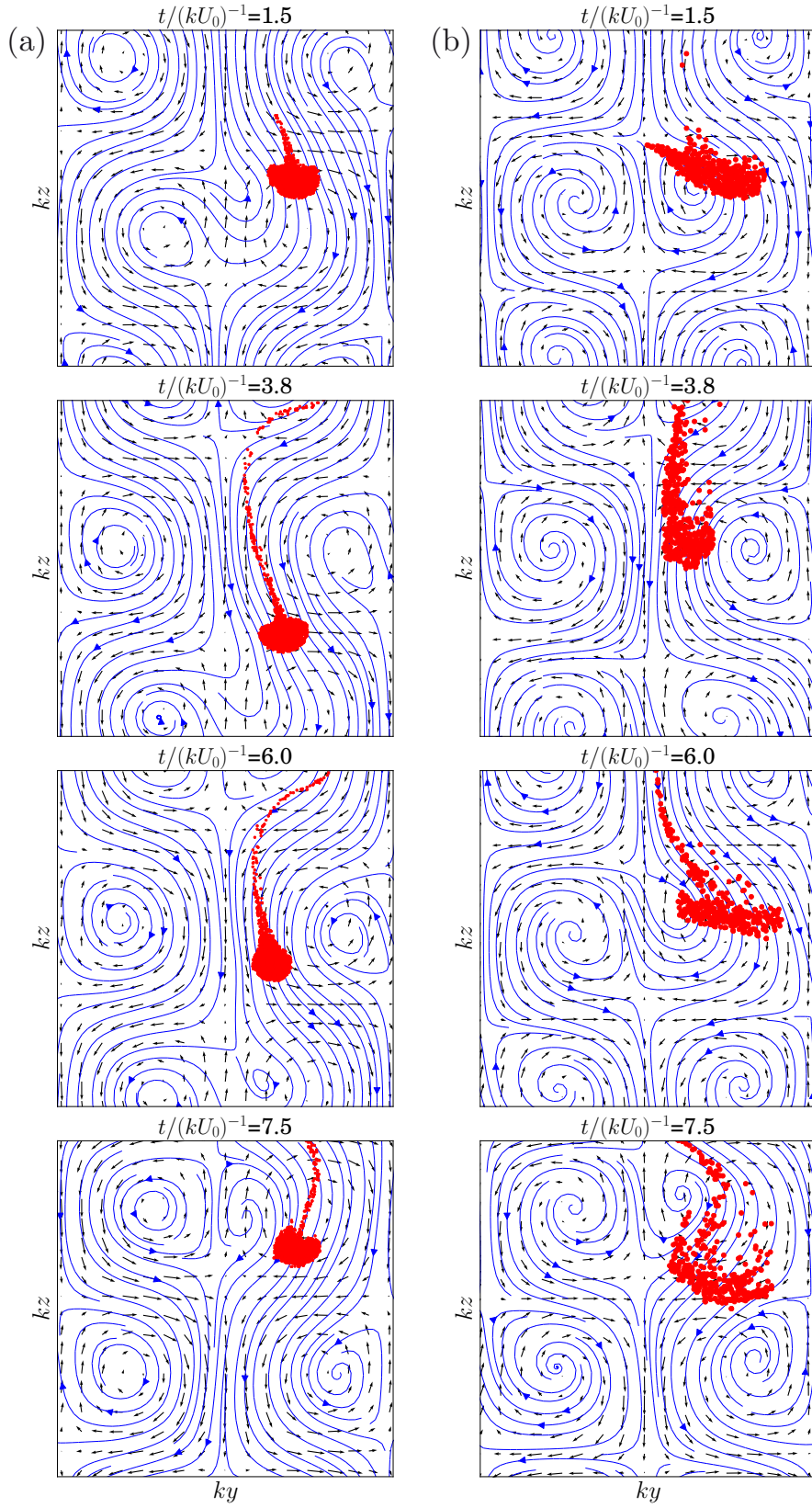


FIGURE 9. Snapshots of the settling numerical cloud for cases (a) *B1a* ($N_0 = 2500$) and (b) *C2b* ($N_0 = 500$). The original flow field measured by PIV is indicated by black arrows while the perturbed flow field is represented by blue streamlines. The corresponding movies are available in the supplementary material (movie 7 for the Stokeslet simulation and movie 8 for the Oseenlet simulation).

Falling clouds in vortical flows

13

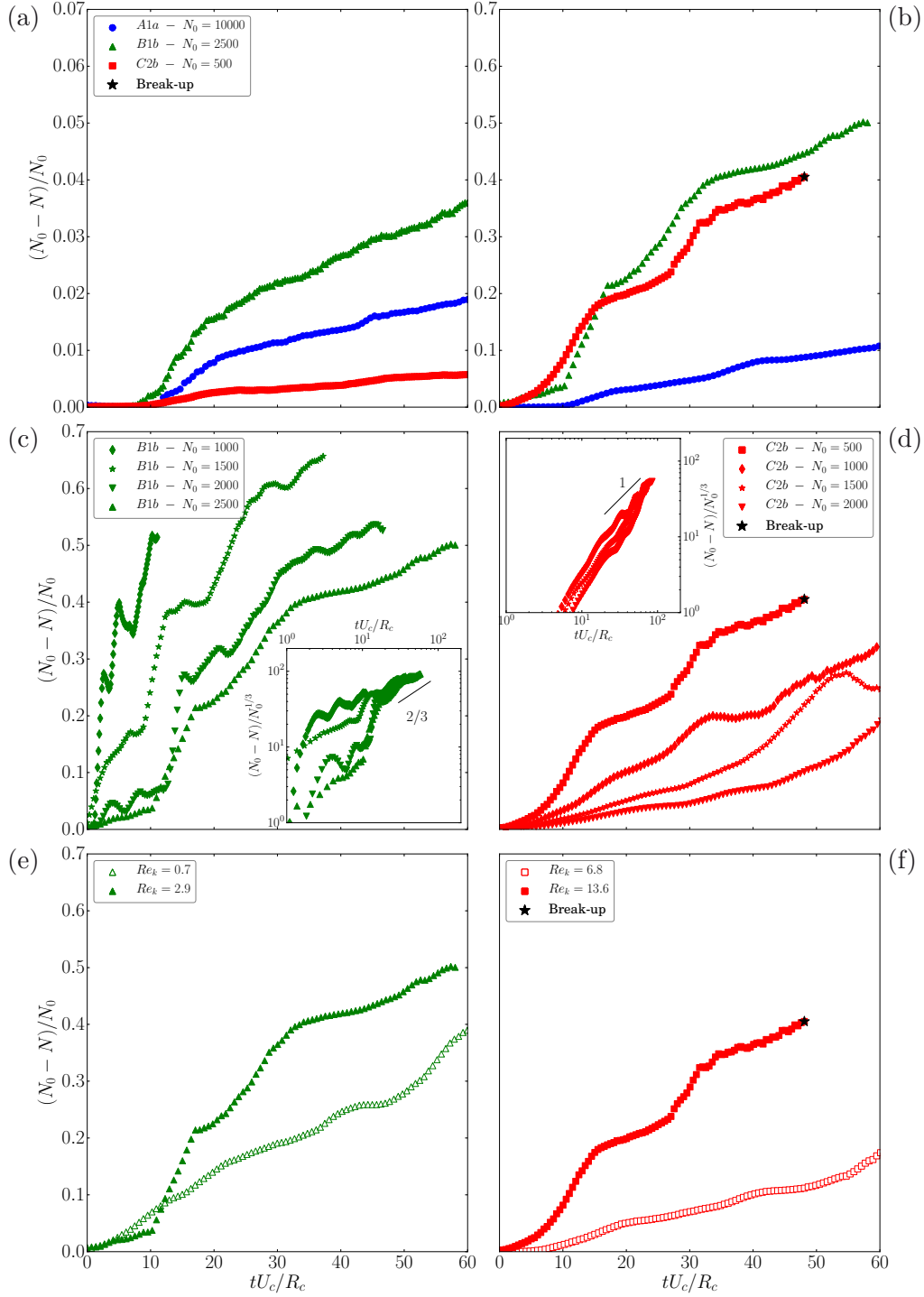


FIGURE 10. Percentage $(N_0 - N)/N_0$ of particles that have leaked away from the cloud as a function of dimensionless time tU_c/R_c : in (a) quiescent fluids and (b) vortical flows for cases A1a, B1b, and C2b; in vortical flows for different N_0 for cases (c) B1b and (d) C2b; in vortical flows for two different Re_k for cases (e) B1b and (f) C2b. The insets of graph (c) and (d) show the same leakage $N_0 - N$ but normalised by $N_0^{1/3}$ instead of N_0 .

imation (with $N_0 = 500$ to match the experimental condition) capture these behaviours. Some discrepancy is observed for $\Sigma(t)/\Sigma_0$. It may be due to experimental error in the determination of Σ coming from difficulties to discriminate between the particles within or without the cloud (this is enhanced after some settling distance when the tail behind the cloud due to particle leakage becomes important).

Comparison between behaviours in the viscous and inertial cases is shown in figure 9 where snapshots of the numerical cloud are shown during settling for cases (a) *B1a* ($N_0 = 2500$) and (b) *C2b* ($N_0 = 500$). The perturbed streamlines are represented together with the original PIV flow fields. The vortices are pushed apart when the cloud is falling in a downward portion of the flow between the two vortices while they are pulled closer when the cloud sweeps around the vortical structure when there is an upward flow between the two vortices. The oscillations between the expansions and contractions of the cloud when settling in the successive upward and downward, respectively, portions of the flow is clearly seen. This phenomenon seems to be enhanced in the Oseenlet simulation wherein the upward elongational flow favours the cloud expansion.

4.3. Particle leakage from the cloud

Since the evaluation of particle leakage from the cloud is difficult to achieve in the experiments, we have chosen to rely on numerical simulations. To identify the particles located inside the cloud, a connected-component-labeling algorithm has been used to detect connected regions in the binary digital images and to identify blob regions, in particular the cloud entity. Figure 10 shows the percentage $(N_0 - N)/N_0$ of particles that have leaked away from the cloud as a function of time. The data correspond to averages over 10 numerical simulations having different initial particle distributions using the Stokelet (cases *A1a* and *B1b*) and the Oseenlet (case *C2b*) models.

Figures 10 (a) and (b) compare leakage obtained when the cloud is settling in (a) quiescent fluids and (b) vortical flows. They clearly evidence that the leakage is intensified by the vortical flows. Strikingly, while leakage is small when Oseenlet clouds settle in quiescent fluids (Pignatelli *et al.* 2011), it is amplified by a factor of ≈ 90 when these clouds fall in vortical flows. Figures 10 (c) and (d) show that the rate of leakage decreases as the initial number N_0 is increased in both the (c) viscous (*B1b*) and (d) inertial (*C2b*) cases for cloud settling in vortical flows. Normalising the leakage $N_0 - N$ by $N_0^{1/3}$ instead of N_0 produces a collapse of the data onto a master curve at long time and for sufficiently large N_0 , as previously seen for clouds falling in quiescent fluids (Metzger *et al.* 2007). For $tU_c/R_c > 10$, $(N_0 - N)/N_0^{1/3}$ approximately scales as $(tU_c/R_c)^{2/3}$ in the viscous case as obtained for Stokes clouds settling in quiescent fluids (Metzger *et al.* 2007). This contrasts with the scaling as tU_c/R_c which seems to be obtained in the inertial case. This again evidences the strong increase of leakage by the vortical flow when inertia becomes finite. Figures 10 (e) and (f) show that increasing the Reynolds number of the flow intensifies the leakage, in both viscous (for $N_0 = 2500$) and inertial (for $N_0 = 500$) cases. It is worth noticing that the percentage of leakage presents oscillations induced by the modulation of the cellular flows in graphs (b), (c), (d) (e), and (f). This is likely to be linked to the modulation of the size of the cloud when falling through the vortical structure as shown in figure 9. The cloud seems to lose particles when it is shrinking, i.e. when falling in a downward elongational portion of the flow.

4.4. Break-up of the cloud

As mentioned previously in § 4.1, break-up events have been only observed in the finite-inertia case and thus are only analysed in that regime. The key quantity is the time required to reach the break-up, t_b , which characterises the lifetime of the cloud. This

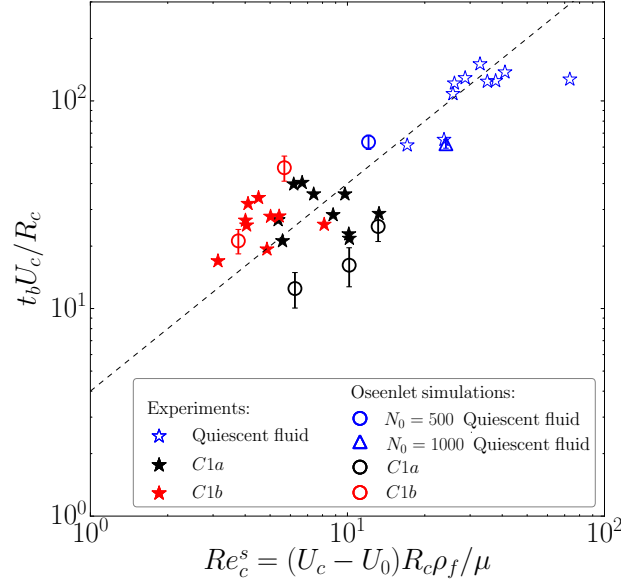


FIGURE 11. Dimensionless break-up time, $t_b U_c / R_c$, versus $Re_c^s = \rho_f (U_c - U_0) R_c / \mu$. The dashed line corresponds to a power-law scaling with an exponent of one and is just meant to guide the eyes.

time can be inferred as the time for which the cloud starts to bend to break into pieces. In figure 11, the dimensionless break-up time, $t_b U_c / R_c$, is plotted versus the slip cloud Reynolds number, $Re_c^s = \rho_f (U_c - U_0) R_c / \mu$, based on the cloud slip velocity, $U_c - U_0$, and initial radius, R_c . The experimental data for clouds of particles C settling in fluid 2 both in the quiescent case and in the vortical cases ($C2a$ and $C2b$) show an increase of $t_b U_c / R_c$ with increasing Re_c^s . Numerical simulations using the Oseenlet approximation present a similar behaviour. Both experiments and simulations have been performed for similar inertial length, $\ell / R_c \approx 2 - 3$, and initial size of the cloud, $Q = k R_c \approx 0.5$, and for $N_0 = 500$ (with also some additional data for $N_0 = 1000$ in the quiescent case), see table 3. The numerical data correspond to averages over 10 runs having differing initial distributions but also with different initial positions for the centre of mass as done in figures 7 and 8 of § 4.2. The error bars correspond to the standard deviations between the different runs. The large dispersion of the data indicates the great sensitivity to the initial position of the clouds but also to the local three-dimensional velocity field.

A physical picture of the mechanism leading to break-up can be obtained from a visualisation of the flow field in the cloud reference frame for a typical Oseenlet simulation in case $C2b$, see figure 12. As mentioned before in discussing figure 9, the cloud successively expands and contracts when falling in the consecutive upward and downward, respectively, elongational portions of the flow. When inertia is finite, the oscillation between the expansion and contraction phases is no longer reversible and the cloud expansion becomes stronger. When the cloud reaches an upward elongational region of the flow wherein there is a slow-down of the velocity, break-up then happens as the widened cloud winds around the vortical structure, see the graphs at $t / (k U_0)^{-1} = 7.8$ and 8.3 . The remaining pieces of the cloud spread in the flow structures and can undergo the same break-up process, see the graphs at $t / (k U_0)^{-1} = 8.8$ and 10.1 .

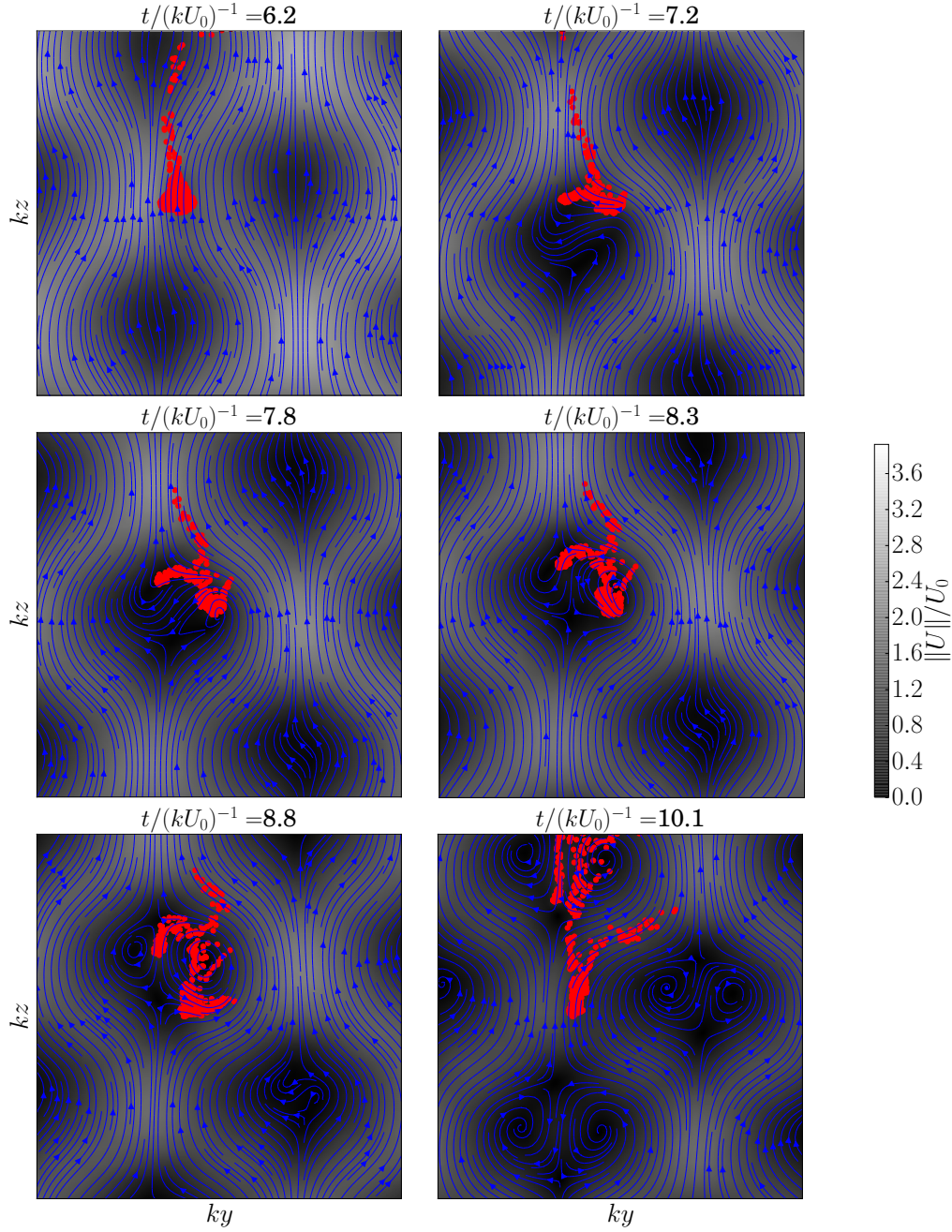


FIGURE 12. Flow field computed at successive times in the vertical plane in the cloud reference frame for a typical Oseenlet simulation in case *C2b*. High (low) velocity is indicated in white (dark). The corresponding movie 9 is available in the supplementary material.

5. Concluding remarks

We have performed experimental investigations as well as numerical simulations to examine the dynamics of clouds of particles settling in model cellular flows consisting of counter-rotating vortices where inertia is small but can be increased to become finite.

The clouds tend to settle along the downstream flow regions of the vortical structures and to present zigzagging motions. They do not maintain their initial spherical shape as they successively expand or shrink when settling through the successive upward or downward elongational portions of the flow. Increasing inertia enhances the cloud deformation. A significant leakage of particles is observed at the rear of the clouds. It is greatly amplified by the vortical flows by comparison with clouds settling in quiescent fluids. It is also intensified when inertia is increased and becomes finite. The vortical structures also induce a faster break-up of the clouds into multiple shatters in the finite inertia case. This leads to a break-up time which increases with increasing the cloud Reynolds number based on the slip velocity of the cloud. Point-particle simulations, which contain the minimal physics to describe the coupling between particle-particle and particle-flow interactions, capture well the cloud dynamics.

Acknowledgments

This article has been written under the auspices of the ANR project “Collective Dynamics of Settling Particles In Turbulence” (ANR-12-BS09-0017-01), the ‘Laboratoire d’Excellence Mécanique et Complexité’ (ANR-11-LABX-0092), the Excellence Initiative of Aix-Marseille University - A*MIDEX (ANR-11-IDEX-0001-02) funded by the French Government “Investissements d’Avenir programme”, and COST Action MP1305 ‘Flowing Matter’. We thank D. Lopez, J. Massoni, and J. Vicente for help in data acquisition and processing.

REFERENCES

- ALISEDA, A., CARTELLIER, A., HAINAUX, F. & LASHERAS, J. 2002 Effect of preferential concentration on the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **468**, 77–105.
- BALACHANDAR, S. & EATON, J. K. 2010 Turbulent dispersed multiphase flow. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42**, 111–133.
- BERGOUIGNOUX, L., BOUCHET, G., LOPEZ, D. & GUAZZELLI, É. 2014 The motion of solid spherical particles falling in a cellular flow field at low Stokes number. *Phys. Fluids* **26**, 093302–15.
- BLAKE, J. R. 1971 A note on the image system for a stokeslet in a no-slip boundary. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **70**, 303–9.
- BOSSE, T., KLEISER, L., HÄRTEL, C. & MEIBURG, E. 2005 Numerical simulation of finite Reynolds number suspension drops settling under gravity. *Phys. Fluids* **17**, 037101–17.
- GATIGNOL, R. 1983 The Faxen formulae for a rigid particle in an unsteady non-uniform Stokes flow. *J. Méca. Théor. Appl.* **2**, 143–160.
- GUAZZELLI, E. & HINCH, J. 2011 Fluctuations and instability in sedimentation. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **43**, 97–116.
- HADAMARD, J. 1911 Mouvement permanent lent d’une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. *C. R. Acad. Sci. (Paris)* **152**, 1735–1738.
- HUCK, P. D., BATESON, C., VOLK, R., CARTELLIER, A., BOURGOIN, M. & ALISEDA, A. 2018 The role of collective effects on settling velocity enhancement for inertial particles in turbulence. *J. Fluid Mech.* **846**, 1059–1075.
- LOPEZ, D. & GUAZZELLI, É. 2017 Inertial effects on fibers settling in a vortical flow. *Phys. Rev. Fluids* **2**, 024306.
- LOVALENTI, P. & BRADY, J. 1993 The hydrodynamic force on a rigid particle undergoing arbitrary time-dependent motion at small Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **256**, 561–605.
- MACHU, G., MEILE, W., NITSCHKE, L. & SCHAFLINGER, U. 2001 Coalescence, torus formation and breakup of sedimenting drops: experiments and computer simulations. *J. Fluid Mech.* **447**, 299–336.

- MAXEY, M. 1987 The Motion of Small Spherical-Particles in a Cellular-Flow Field. *Phys. Fluids* **30**, 1915–1928.
- MAXEY, M. & RILEY, J. 1983 Equation of Motion for a Small Rigid Sphere in a Nonuniform Flow. *Phys. Fluids* **26**, 883–889.
- METZGER, B., NICOLAS, M. & GUAZZELLI, É. 2007 Falling clouds of particles in viscous fluids. *J. Fluid Mech.* **580**, 283–301.
- MEUNIER, P. & LEWEKE, T. 2003 Analysis and treatment of errors due to high velocity gradients in particle image velocimetry. *Exp. Fluids* **35** (5), 408–421.
- MYŁYK, A., MEILE, W., BRENN, G. & EKIEL-JEŻEWSKA, M. L. 2011 Break-up of suspension drops settling under gravity in a viscous fluid close to a vertical wall. *Phys. Fluids* **23**, 063302–15.
- NITSCHKE, J. & BATCHELOR, G. 1997 Break-up of a falling drop containing dispersed particles. *J. Fluid Mech.* **340**, 161–175.
- PIGNATEL, F., NICOLAS, M. & GUAZZELLI, É. 2011 A falling cloud of particles at a small but finite Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **671**, 34–51.
- RYBCZYŃSKI, W. 1911 Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium. *Bull. Acad. Sci. Cracovie* **A 1**, 40–46.
- STOMMEL, H. 1949 Trajectories of small bodies sinking slowly through convection cells. *J. Mar. Res.* **8**, 24–29.
- SUBRAMANIAN, G. & KOCH, D. 2008 Evolution of clusters of sedimenting low-Reynolds-number particles with Oseen interactions. *J. Fluid Mech.* **603**, 63–100.
- TOSCHI, F. & BODENSCHATZ, E. 2009 Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **41**, 375–404.
- WANG, L. & MAXEY, M. 1993 Settling Velocity and Concentration Distribution of Heavy-Particles in Homogeneous Isotropic Turbulence. *J. Fluid Mech.* **256**, 27–68.

Conclusion et perspectives

Dans cette partie de la thèse, nous avons étudié la sédimentation d'un nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire dans le régime visqueux et dans un régime faiblement inertiel. Le cas visqueux fait suite aux travaux de [Metzger et al. \(2007\)](#) portant sur la sédimentation d'un nuage de particules dans un fluide au repos et sa modélisation en utilisant des Stokeslets. Le régime faiblement inertiel est la continuité des travaux de [Pignatel et al. \(2010\)](#) sur la sédimentation d'un nuage dans un fluide au repos et sa modélisation utilisant cette fois-ci des Oseenlets.

Nous avons présenté le dispositif expérimental, les techniques de mesures et de traitement d'image que nous avons utilisées, l'adaptation du modèle en Stokeslet et du modèle en Oseenlet à l'écoulement tourbillonnaire et enfin les résultats expérimentaux et numériques en régime visqueux et en régime faiblement inertiel. Nous avons pu observer que le caractère tourbillonnaire de l'écoulement module le rapport d'aspect du nuage, augmente le taux de perte en particules et pour le cas inertiel réduit sa durée de vie mais ne modifie pas sa vitesse moyenne de sédimentation. À l'aide de la modélisation par des Stokeslets pour le régime visqueux et par des Oseenlets pour le régime inertiel, nous avons pu à faire différentes comparaisons et valider ces modèles.

Parmi les perspectives de cette étude, nous pouvons citer :

- L'étude de la sédimentation de nuages dans un régime où les vortex de l'écoulement ne sont plus stationnaires mais pulsés ($Re_k > 15$), ce qui devrait avoir des conséquences sur le rapport d'aspect et le temps de vie du nuage. En connaissant la périodicité de l'écoulement, on pourrait ajouter une dépendance temporelle dans le modèle.
- L'étude de la sédimentation d'une suspension diluée dans ce même écoulement tourbillonnaire constitue aussi une perspective à ce travail. La question qui vient rapidement à l'esprit est de savoir si les différents régimes d'écoulements modifient la vitesse moyenne de sédimentation de la suspension.
- Enfin, pour faire suite aux travaux de [Bergougnoux et al. \(2014\)](#) sur la sédimentation de sphères isolées et de [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#) sur la sédimentation de fibres rigides dans cet écoulement tourbillonnaire, il serait vraiment intéressant d'étudier la sédimentation d'objets flexibles isolés ou sous la forme d'un nuage. Cela implique de s'intéresser d'abord à la sédimentation de fibres flexibles dans un fluide au repos et c'est l'objet de la deuxième partie de cette thèse.

Deuxième partie

Sédimentation de fibres flexibles à faible nombre de Reynolds

Introduction

L'étude du transport et du comportement d'objets flexibles suscite beaucoup d'intérêts du monde scientifique et industriel, car on les retrouve dans plusieurs domaines, comme la biologie où la flexibilité des brins d'ADN ou celle des micro-fibres actives peut être mise en relation avec des propriétés physiologiques. Les bactéries peuvent aussi être assimilées à des objets flexibles mobiles et leur capacité à se fléchir leur permet de se mouvoir dans leur environnement (figure 1.1 (c)). L'industrie utilise également les propriétés de ces objets : par exemple dans le filtrage de l'eau, des fibres flexibles, dans lesquelles se trouvent des cavités de l'ordre de 0.1 microns, permettent de filtrer des bactéries telles que la Giardia¹ ou le colibacille et de rendre l'eau consommable.

Dans le domaine de la construction, de nouveaux types de bétons utilisent des fibres (figure 1.1 (a)) ; en ajoutant des fibres de manière homogène dans la fabrication du béton, les industriels arrivent à obtenir un matériau plus résistant à la flexion, une meilleure ductilité et un objet plus résistant à la fatigue et à l'abrasion.

Durant le processus de fabrication du papier (figure 1.1 (b)), on mélange des fibres celluliques végétales à de l'eau. Les fibres vont s'orienter de façon aléatoire. Ces entrecroisements vont permettre de faire des liaisons entre chaque fibre et d'assurer la tenue du papier.

Dans la plupart de ces cas, ces filaments flexibles sont soumis à des écoulements ou à des forces telles que la gravité, les forces hydrodynamiques ou bien les forces élastiques. Ces forces engendrent parfois une déformation et un mouvement complexe des fibres.

Il existe une large gamme d'études portant sur la dynamique et la déformation de systèmes flexibles (Cox and Mason (1971), Shelley and Zhang (2011)). Les fibres peuvent être soumises à des écoulements turbulents (Voth and Soldati (2017)). Elles peuvent ainsi modifier l'écoulement dans lequel elles se trouvent en exerçant des contraintes supplémentaires sur l'écoulement. Ces contraintes peuvent amortir, pour le cas d'un écoulement turbulent, les tourbillons contrarotatifs dans les régions proches des parois et réduire la traînée. Des objets flexibles sont aussi étudiés dans des milieux confinés (Wexler et al. (2013)). Dans ces conditions, les expériences ont montré une relation linéaire entre la déflexion d'une fibre flexible soumise à un écoulement et le débit de ce même écoulement, dans la limite des faibles débits.

Quelques travaux concernent la sédimentation de fibres flexibles en régime visqueux, mais sont moins nombreux que ceux sur la sédimentation de suspensions de fibres rigides (Herz-

1. protozoaire flagellé responsable d'une parasitose intestinale (source : Wikipedia)

haft et al. (1996), Butler and Shaqfeh (2002), Metzger et al. (2007)).

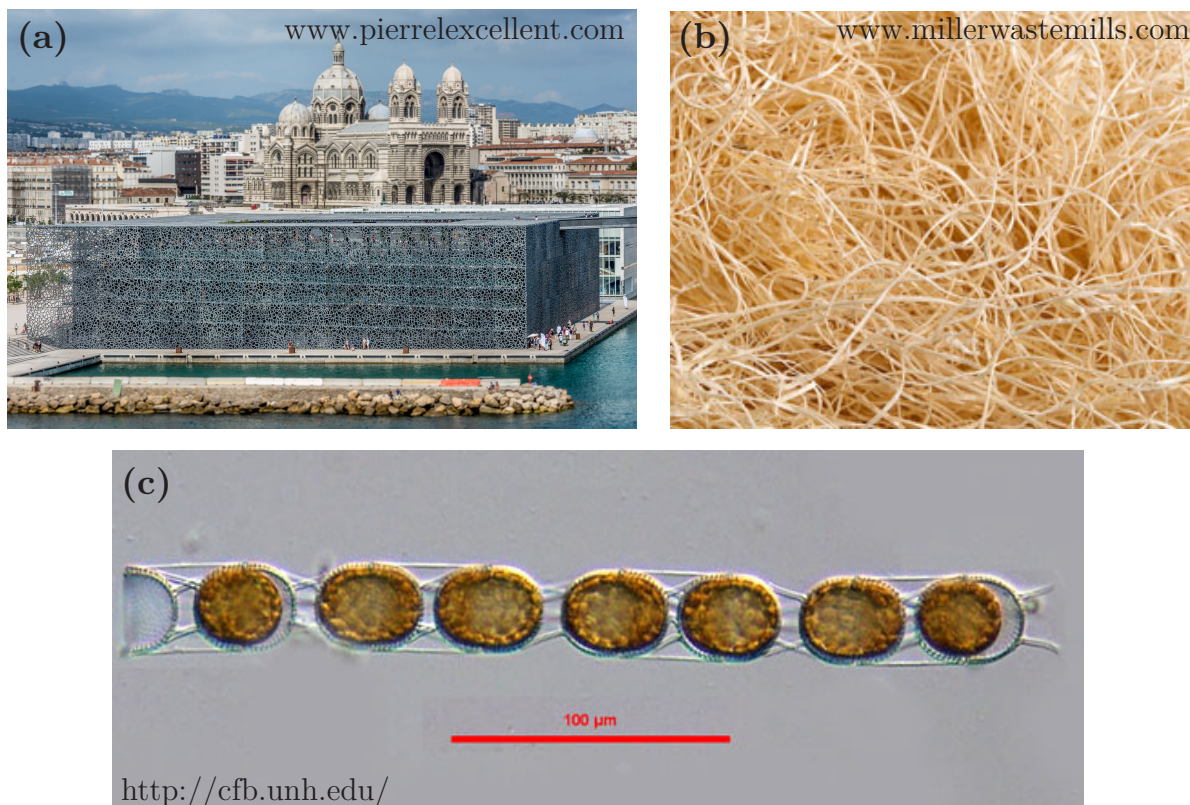


FIGURE 1.1 – Exemple de domaines dans lesquels les fibres sont soumises à des écoulements. (a) Mucem, musée construit avec du béton fibré ultra-hautes performances, Marseille, (b) Fibres de papier, (c) Bactérie présente dans l'eau, *Stephanopyxis nipponica*

Dans cette partie de la thèse, nous nous intéressons à la sédimentation d'une fibre flexible mais aussi à sa possible déformation, et ce à faible nombre de Reynolds. Dans l'optique de mieux appréhender et comprendre le comportement de cette dernière, il est important de faire une revue des différents travaux traitant de la sédimentation d'objet rigide. Nous présenterons ensuite les études concernant la déformation que peut subir un filament lorsqu'il est soumis à un écoulement inertiel. Enfin, nous aborderons les résultats qui concernent la sédimentation de fibres flexibles.

1. Sédimentation de fibres rigides à bas nombre de Reynolds

Le régime visqueux se caractérise par un nombre de Reynolds associé à la fibre petit devant l'unité, $Re = U\ell\rho_f/\mu \ll 1$, avec U et ℓ respectivement la vitesse et la longueur apparente de la fibre et μ et ρ_f respectivement la viscosité dynamique et la masse volumique du fluide. Dans ce régime, un objet rigide parfaitement symétrique dans les trois directions, qui sédimente dans un milieu infini, garde son orientation initiale tout au long de sa chute comme illustré sur la figure 1.2. Selon son orientation, la force de traînée du fluide sur l'objet ne sera pas la même. Cox (1970) donne une expression de la force de traînée

d'un cylindre rigide qui sédimente en régime visqueux, c'est à dire à $Re \ll 1$. Ce filament rigide parfaitement cylindrique de longueur 2ℓ , de diamètre $2a$, peut être caractérisé par son rapport d'aspect défini par $\kappa^{-1} = \ell/a$.

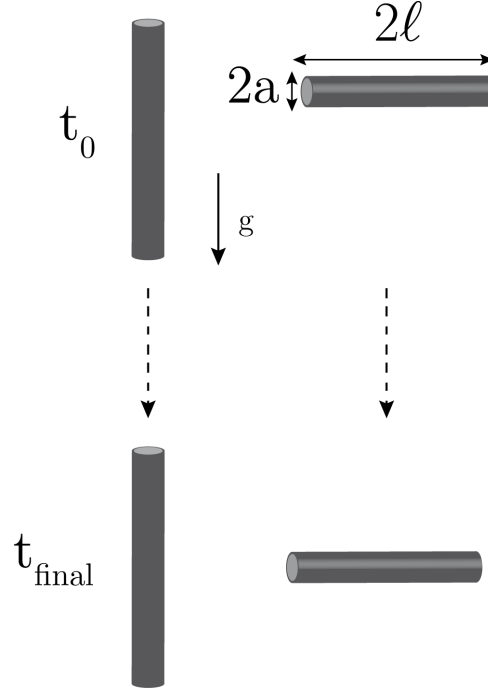


FIGURE 1.2 – Représentation de la sédimentation d'une fibre rigide de longueur 2ℓ , de rayon a , en régime visqueux. Dans ce régime la fibre va garder son orientation tout le long de sa chute : (à gauche) Fibre rigide initialement parallèle à la gravité ; (à droite) Fibre rigide initialement perpendiculaire à la gravité.

Pour un angle initial et un rapport d'aspect donnés, la force de traînée associée à la fibre est toujours la même dans le régime visqueux, car son orientation reste inchangée au cours de sa chute. Nous pouvons donc définir pour les deux orientations extrêmes de la fibre (perpendiculaire ou parallèle à la gravité) leur force de traînée associée.

Pour une fibre chutant perpendiculairement à la gravité, à droite sur la figure 1.2 :

$$F_{\perp}^{drag} = C_{\perp}(\kappa^{-1})\mu U_{\perp}(2\ell) \quad (1.1)$$

Avec $U_{\perp}$ la vitesse de sédimentation de la fibre, 2ℓ sa longueur, μ la viscosité dynamique du fluide et $C_{\perp}$ le coefficient de traînée de la fibre défini comme une fonction du rapport d'aspect κ^{-1} :

$$C_{\perp}(\kappa^{-1}) = \frac{4\pi}{\ln(4\kappa^{-1}) - 1/2} \quad (1.2)$$

En équilibrant la force de traînée et la force de gravité, $F_g = (\rho_s - \rho_f)ga^2\pi 2\ell$ on retrouve la vitesse $U_{\perp}$ de sédimentation de la fibre à bas nombre de Reynolds :

$$U_{\perp} = \frac{(\rho_s - \rho_f)ga^2[\ln(4\kappa^{-1}) - 1/2]}{4\mu} \quad (1.3)$$

Avec ρ_s la masse volumique de la fibre.

Pour une fibre qui sédimente parallèle à la gravité, on obtient l'expression de la force de

traînée $F_{\parallel}^{drag}$, avec le coefficient de traînée $C_{\parallel}(\kappa^{-1})$ et la vitesse $U_{\parallel}$ qui changent au vue de l'orientation initiale (à gauche figure 1.2) :

$$F_{\parallel}^{drag} = C_{\parallel}(\kappa^{-1})\mu U_{\parallel}(2\ell) \quad (1.4)$$

avec :

$$C_{\parallel}(\kappa^{-1}) = \frac{2\pi}{\ln(4\kappa^{-1}) - 3/2} \quad (1.5)$$

et :

$$U_{\parallel} = \frac{(\rho_s - \rho_f)ga^2[\ln(4\kappa^{-1}) - 3/2]}{2\mu} \quad (1.6)$$

Le coefficient de traînée est plus petit quand la fibre sédimente parallèlement à la gravité, car la section apparente de la fibre pour le fluide est moins importante. Nous avons un rapport $C_{\perp}/C_{\parallel} \approx 1.5 - 1.7$, selon la valeur du rapport d'aspect κ^{-1} dans notre étude (figure 1.3) où $21 \lesssim \kappa^{-1} \lesssim 303$. La vitesse de sédimentation est donc plus grande pour une même fibre parallèle à la gravité, car $U_{\parallel}/U_{\perp} = C_{\perp}/C_{\parallel}$.

Il existe donc un couplage fort entre la vitesse d'une fibre rigide et son rapport d'aspect, traduisant directement l'orientation de la fibre, en régime visqueux.

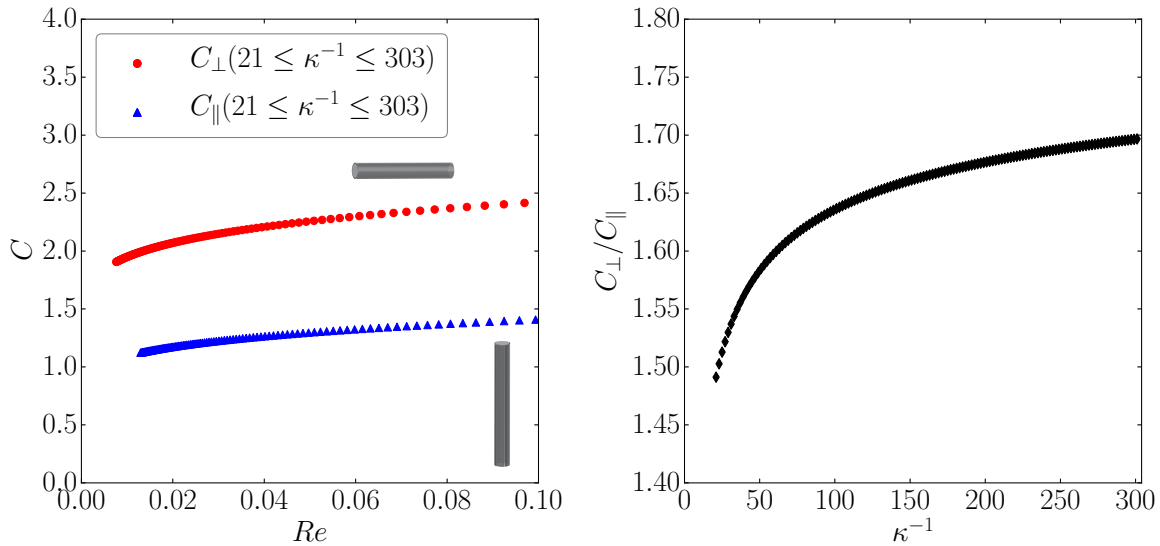


FIGURE 1.3 – (à gauche) Évolution du coefficient de traînée d'une fibre rigide perpendiculaire à la gravité ($C_{\perp}$) et parallèle à la gravité ($C_{\parallel}$) pour différentes valeurs de κ^{-1} en fonction du nombre de Reynolds associé; (à droite) Rapport des coefficients de traînée $C_{\perp}/C_{\parallel}$ en fonction du rapport d'aspect κ^{-1} .

Dans le régime faiblement inertiel, c'est à dire pour un nombre de Reynolds $Re = U\ell\rho_f/\mu > 1$, [Khayat and Cox \(1989\)](#) propose une correction sur le calcul du coefficient de traînée. Cette modification fait intervenir le nombre de Reynolds de la fibre. Pour un cylindre qui chute perpendiculaire à la gravité on a cette fois-ci :

$$F_{\perp}^{drag} = C_{\perp}^{corr}(Re, \kappa^{-1})\mu U_{\perp}(2\ell) \quad (1.7)$$

avec $C_{\perp}^{corr}(Re)$:

$$C_{\perp}^{corr}(Re) = \frac{4\pi}{\ln(\kappa^{-1})} \left[1 - \left(\ln(4) - \frac{1}{2} - \frac{Re}{2} \right) \frac{1}{\ln(\kappa^{-1})} \right] \quad (1.8)$$

Cette correction est valable pour des nombres de Reynolds $Re > 0.1$.

Dans une étude plus récente, [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#), se sont intéressés à la sédimentation de fibres rigides dans un réseau de tourbillons pour des Reynolds associés aux fibres allant jusqu'à 8.6. Les auteurs montrent que le modèle basé sur la théorie des corps minces utilisé a ses limites quand le rapport d'aspect et le nombre de Reynolds de la fibre devient non négligeable. En s'inspirant des corrections proposées par [Khayat and Cox \(1989\)](#), les auteurs ont réussi à bien décrire le mouvement d'une fibre en utilisant le rapport entre la vitesse de sédimentation de la fibre et la vitesse caractéristique de l'écoulement.

Dans le cas du régime visqueux, le rapport d'aspect et l'orientation de la fibre rigide influencent fortement la force de traînée. Pour une fibre flexible, il en est de même. Cependant un objet flexible soumis à un écoulement se déforme et la première conséquence de cette déformation est la modification du coefficient de traînée associée à la fibre. Il est utile de s'intéresser aux différents travaux que l'on peut trouver dans la littérature traitant de la déformation d'objets flexibles et de l'influence qu'elle a sur le comportement de ces systèmes. La majorité de ces études concerne des objets flexibles dans des écoulements inertiels, mais nous essaierons de faire un parallèle avec le régime qui nous intéresse : le régime visqueux, afin de comprendre comment la déformation d'un objet flexible influence son comportement.

2. Interactions d'objets flexibles avec un écoulement inertiel

La déformation d'un objet flexible, qui sédimente, peut être assimilée à la déformation que supporte un objet fixé en un point et soumis à un écoulement. Ce type de phénomène peut se retrouver dans la nature : la déformation des végétations terrestres ou aquatiques soumises à des forts vents ou bien aux courants marins. Les plantes cherchent à maximiser leur surface à la fois pour capturer le maximum de lumière et faciliter les échanges avec l'air environnant, elles utilisent leur flexibilité en changeant de forme quand elles subissent un écoulement trop important. Leur forme peut se modifier pour minimiser la force de traînée qui s'exerce sur elles (figure 1.4). Ces déformations vont dépendre des propriétés intrinsèques du système (géométrie, flexibilité par exemple) mais aussi du type d'écoulement. C'est dans ce contexte que différents travaux ont été réalisés sur des objets naturels comme des feuilles ([Shelley and Zhang \(2011\)](#)), des arbres ([Rudnicki et al. \(2004\)](#), [Vollsinger et al. \(2005\)](#)), des plantes aquatiques ([Luhar and Nepf \(2011\)](#), [O'Hare et al. \(2007\)](#)) ou des objets artificiels ([Alben et al. \(2002\)](#), [Schouveiler and Boudaoud \(2006\)](#), [Gosselin et al. \(2010\)](#)). Le but pour la majorité de ces travaux est de trouver des relations de re-configuration du coefficient de traînée associées à ces objets en fonction de leurs déformations, afin de comprendre leurs comportements dans leurs environnements naturels.

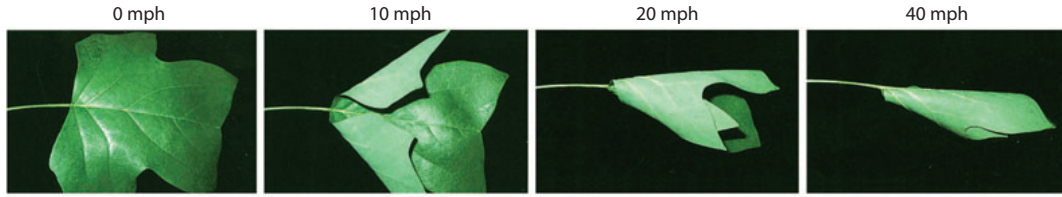


FIGURE 1.4 – Reconfiguration d’une large feuille d’arbre dans une soufflerie. *Shelley and Zhang (2011)*

Si on considère un objet de section normale A subissant un écoulement de vitesse U et de masse volumique ρ_f . La force de traînée s’exprime en fonction d’un coefficient de traînée C :

$$F^{drag} = \frac{1}{2} C \rho_f A U^2 \quad (1.9)$$

Un objet qui se déforme voit sa surface A changer selon l’intensité de l’écoulement c’est à dire la vitesse U . Cela implique alors une modification de la force de traînée qui n’est plus fonction de U^2 . Cette nouvelle formulation de F^{drag} , proposée par *Vogel (1984)*, apporte une correction à la force de traînée en prenant en compte cette modification :

$$F^{drag} \propto U^{2+E_V} \quad (1.10)$$

où E_V est le coefficient de Vogel qui permet de prendre en compte la diminution de la traînée causée par la déformation de l’objet et dépend de la géométrie du système, mais aussi du profil de vitesse de l’écoulement. Si un objet est rigide, cet exposant est nul.

De la même façon, *Gosselin et al. (2010)* présentent des résultats sur des coefficients de traînée d’objets artificiels en utilisant un paramètre de re-configuration (figure 1.5). Avec une analyse dimensionnelle, on peut construire deux paramètres adimensionnels intéressants que sont le nombre de Cauchy et le nombre de re-configuration :

$$C_Y = \frac{\rho_f L^3 U^2}{16 B_f}, \quad \mathcal{R} = \frac{F^{drag}}{\frac{1}{2} \rho_f L W C U^2} \quad (1.11)$$

Avec L et W qui sont la longueur et la largeur caractéristiques de l’objet étudié, $B_f = E h^3 / (12(1 - \nu))$ sa rigidité flexionnelle qui est liée au module d’Young E , à l’épaisseur élastique h et au coefficient de Poisson ν du système, et F^{drag} la force de traînée mesurée pour chaque déformation.

Le nombre de Cauchy, C_Y , compare la force de traînée aux forces élastiques du système. Le nombre de reconfiguration, $\mathcal{R}$, compare la force de traînée de l’objet flexible à la force de traînée du même objet non déformé. Autrement dit, il caractérise la déformation d’un objet solide élastique soumis à un écoulement.

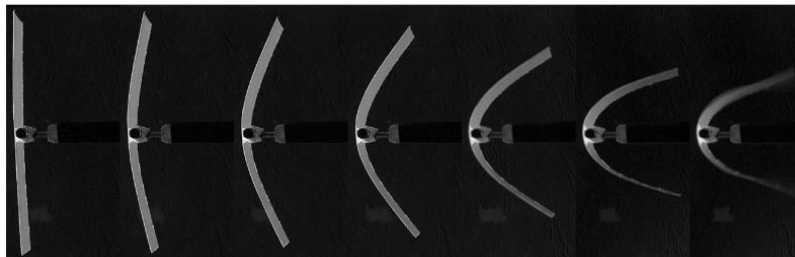


FIGURE 1.5 – Déformations typique d’une plaque rectangulaire flexible pour différentes vitesses d’écoulement (0, 2.4, 3.6, 5, 8.6, 14.2 et 16.6 m.s⁻¹). *Gosselin et al. (2010)*

En s'appuyant sur plusieurs mesures faites sur des systèmes naturels et artificiels, [de Langre \(2008\)](#) présente une courbe de reconfiguration (figure 1.6). Trois régimes apparaissent : lorsque $C_Y \ll 1$ le paramètre de reconfiguration $\mathcal{R}$ est constant et vaut 1, ce qui indique que le système n'est pas déformé ; pour des grandes valeurs de $C_Y \gg 1$ une loi de puissance relie $\mathcal{R}$ et C_Y , $\mathcal{R} \sim C_Y^{Ev/2}$; et un dernier régime ($C_Y \sim 1$) qui est la transition entre le régime des faibles et fortes déformations. Dans ce dernier régime, qui prend en compte la vitesse et le type de l'écoulement et les caractéristiques intrinsèques du système, il y a un changement de comportement qui reste difficile à appréhender.

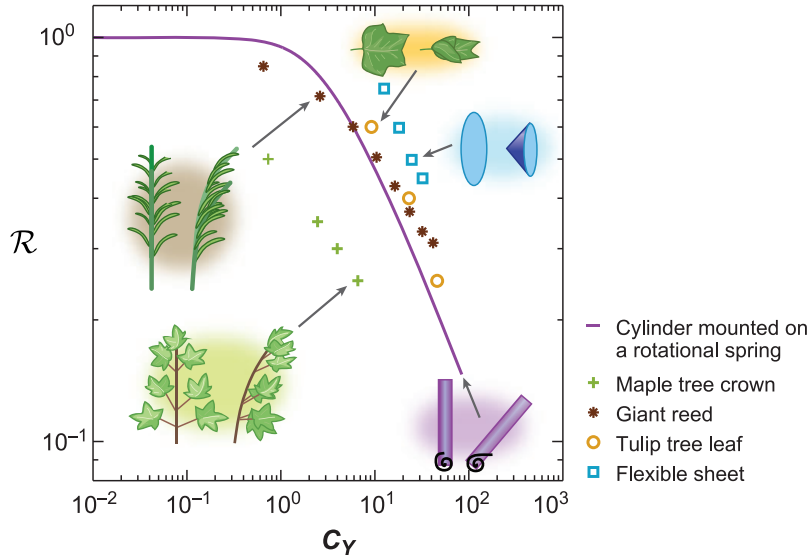


FIGURE 1.6 – Courbe de reconfiguration, $\mathcal{R}$ en fonction de C_Y . [de Langre \(2008\)](#)

Ces différentes observations permettent de comprendre comment la déformation d'un objet flexible influe sur son coefficient de traînée, en régime inertiel. Néanmoins, il reste un régime de déformation ($C_Y \sim 1$) qui semble être plus difficile à relier à la traînée. Nous avons pu comprendre comment se comporte une fibre rigide qui sédimente en régime visqueux et comment un objet flexible se déforme lorsqu'il est soumis à un écoulement en régime inertiel. L'objectif de cette thèse est d'étudier le comportement d'une fibre flexible qui sédimente et se déforme en régime visqueux ($Re < 0.1$).

3. Sédimentation de fibres flexibles à bas nombre de Reynolds

La sédimentation de fibres flexibles en régime visqueux a fait l'objet de plusieurs travaux analytiques et numériques. Le premier travail important donnant la déformation analytique d'une fibre flexible initialement positionnée horizontalement par rapport à la gravité, pour une faible amplitude de déflexion, est celui de [Xu and Nadim \(1994\)](#). Ils ont proposé un paramètre sans dimension, $\mathcal{B}$, appelé, nombre elasto-gravitationnel qui compare les forces élastiques et les forces gravitationnelles qui agissent sur la fibre.

En réponse à une contrainte visqueuse, une fibre flexible se déforme sur toute sa longueur et adopte une forme de "U". En considérant une faible déflexion, le couple de flexion (ou rigidité) est donné par $\mathcal{S} = EI/2\ell$, où E est le module d'Young associé à la fibre et

$I = \pi a^4/4$ est le moment d'inertie.

$$\mathcal{B} = \frac{\text{Force de gravité}}{\text{Force élastique}} = \frac{F_g(2\ell)^2}{EI} \quad (1.12)$$

Avec $F_g = (\rho_s - \rho_f)ga^2\pi 2\ell$.

Plus la valeur du module d'Young associé à l'objet est petite, plus la valeur du paramètre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$ est importante. Les forces gravitationnelles sont, dans ce cas, prépondérantes et on peut supposer que l'objet est de plus en plus déformé quand $\mathcal{B}$ croît. Il en est de même pour l'influence de la géométrie de l'objet : pour un même module d'Young, plus la fibre a un rapport d'aspect important (une longueur ℓ plus grande pour un même rayon a) plus la valeur de $\mathcal{B}$ est grande. On peut alors supposer que plus une fibre se déforme, plus la section caractéristique de l'objet "vue" par le fluide est petite. Le coefficient de traînée de la fibre est alors de moins en moins grand et on peut alors supposer qu'il y a une augmentation de la vitesse associée à la fibre.

Dans leur étude théorique appliquée aux corps minces, [Xu and Nadim \(1994\)](#) se concentrent sur les faibles déformations. En considérant un objet de longueur 2ℓ , de section circulaire de rayon a , qui sédimente perpendiculairement à la gravité, la force hydrodynamique agissant le long de la fibre par le liquide par unité de longueur est donnée par [Cox \(1970\)](#) :

$$f^H(x) = 2\pi\mu U_\perp \left\{ -\frac{2}{\ln\kappa} - \frac{1}{(\ln\kappa)^2} \left[1 + 2\ln 2 + \ln \left(1 - \left(\frac{x}{\ell} \right)^2 \right) \right] + O \left(\frac{1}{(\ln\kappa)^3} \right) \right\} \quad (1.13)$$

En intégrant cette force par unité de longueur le long de la fibre, la force totale hydrodynamique F s'écrit :

$$F = \int_{-\ell}^{\ell} f^H(x) dx = \frac{8\pi\mu U_\perp \ell}{\ln(4\kappa^{-1}) - 1/2} \quad (1.14)$$

Pour une fibre, la vitesse de sédimentation perpendiculaire par rapport à la gravité, $U_\perp$, s'obtient en égalisant la force de traînée hydrodynamique F avec la force de gravité $\Delta\rho ga^2\pi 2\ell$. Quand la fibre atteint sa vitesse terminale de chute, la force nette restante par unité de longueur s'écrit :

$$f(x) = f^H(x) - \frac{1}{2\ell} \int_{-\ell}^{\ell} f^H(x) dx = f^H(x) - F/2\ell \quad (1.15)$$

Pour une faible déflexion, la force appliquée sur la fibre reste constante et la déformation est donnée par la théorie d'Euler-Bernoulli ([Popov et al. \(1978\)](#)) :

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = f(x) \quad (1.16)$$

En remplaçant $f(x)$ dans l'équation 1.16, et en posant $X = x/\ell$ et $Y = y/y_0$ nous trouvons :

$$\frac{d^4 Y}{dX^4} = 2\ln 2 - 2 - \ln(1 - X^2) \quad (1.17)$$

Avec la déflexion y_0 :

$$y_0 = \frac{2\pi\mu_f U_\perp \ell^4}{EI(\ln \kappa)^2} \quad (1.18)$$

$$y_0 \simeq \frac{\mathcal{B}\ell}{16\ln(\kappa^{-1})}$$

L'équation 1.17 se résout en tenant compte des conditions aux limites, $Y(0) = 0$, $Y'(0) = 0$ au centre du corps mince et $Y''(1) = 0$, $Y'''(1) = 0$ aux extrémités. Ainsi l'expression du profil de la fibre, comme sur la figure 1.7, s'écrit :

$$Y(X) = \frac{1}{24} \left[X^2 + \frac{13}{6} X^4 + 2 \ln 2 (6X^2 + X^4) - (X-1)^4 \ln(1-X) - (X+1)^4 \ln(1+X) \right] \quad (1.19)$$

Cette solution, donnée par [Xu and Nadim \(1994\)](#), nous permet de déterminer correctement l'amplitude de déflexion maximale de la fibre, δ , obtenue pour $Y(|X| = 1)$ et pour des valeurs de $\mathcal{B} < 50$:

$$\frac{\delta}{\ell} = Y(|X| = 1) \frac{y_0}{\ell} = 0.0074 \frac{y_0}{\ell} \approx \frac{0.0046}{(\ln \kappa^{-1})} \mathcal{B} \quad (1.20)$$

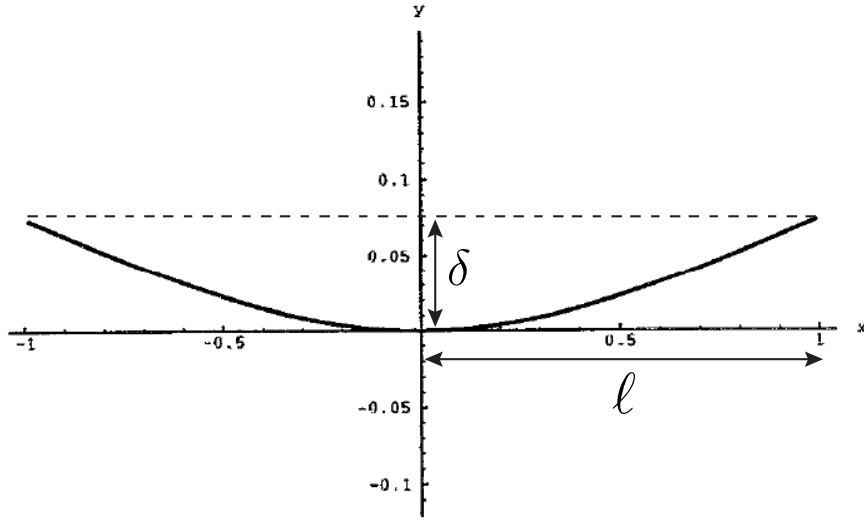


FIGURE 1.7 – Déformation d'une fibre flexible sédimentant dans un fluide visqueux et caractérisée par la fonction $Y(X)$, [Xu and Nadim \(1994\)](#)

Un autre travail utilisant la théorie du corps mince ([Li et al. \(2013\)](#)), présente des résultats sensiblement différents, car les auteurs ont considéré des filaments d'épaisseur non uniforme (figure 1.8) assimilables à des ellipsoïdes, pour de faibles et grandes déflexions.

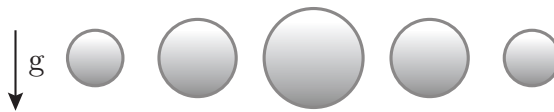


FIGURE 1.8 – Filament considéré dans [Li et al. \(2013\)](#).

Dans cette étude numérique, les auteurs se sont aussi intéressés de manière qualitative au buckling d'une fibre flexible, c'est à dire au retournement de la fibre lors de sa chute quand elle est initialement à la verticale (figure 1.9).

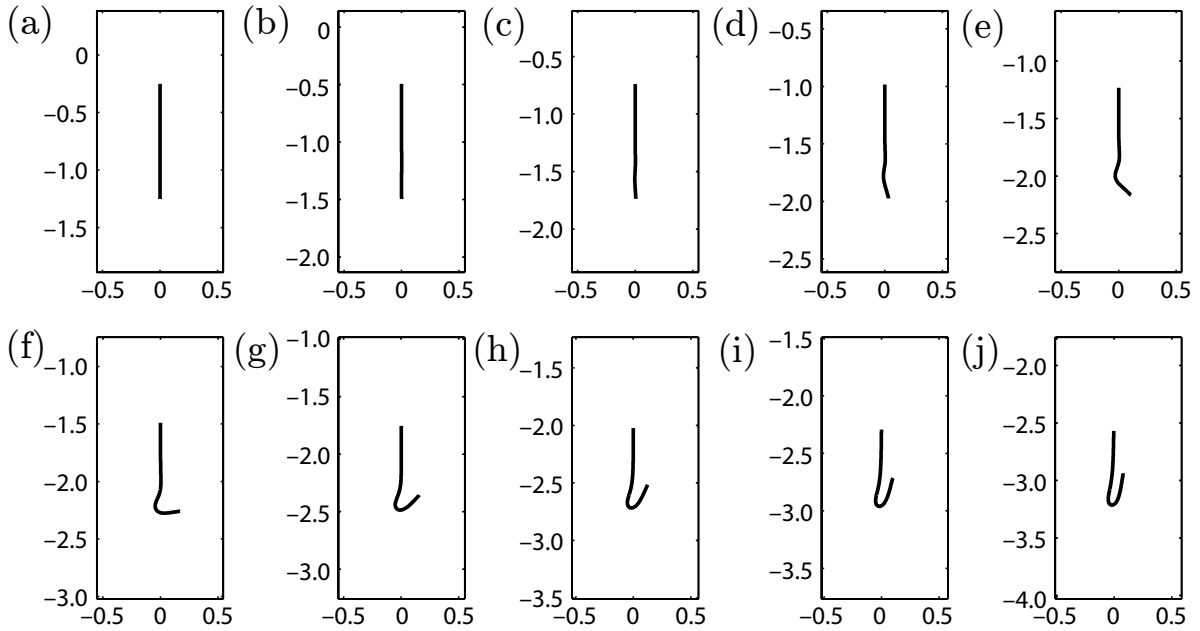


FIGURE 1.9 – Retournement d'une fibre lâchée initialement à la verticale, pour $\mathcal{B} = 10^4$ et pour des temps adimensionnés par $8\pi\mu L^2/F$, avec L la longueur totale de la fibre et $F = -\pi a^2 r(s)^2 \Delta \rho g$ où a est le rayon d'une sphère constituant la fibre et $r(s) = 2\sqrt{s(1-s)}$, s étant la courbure. (a) $t = 0.015$, (b) $t = 0.03$, (c) $t = 0.045$, (d) $t = 0.06$, (e) $t = 0.075$, (f) $t = 0.09$, (g) $t = 0.105$, (h) $t = 0.12$, (i) $t = 0.135$, (j) $t = 0.15$. *Li et al. (2013)*.

Les études numériques sont nombreuses : elles se différencient par le type de schéma utilisé pour considérer une fibre. La plupart utilise des particules sphériques connectées entre elles pour représenter le filament. *Cosentino Lagomarsino et al. (2005)* utilise dans leur modèle numérique des billes connectées entre elles par des ressorts. La fibre de longueur L , est définie par n billes séparées par une longueur $b = L/(n-1)$ (figure 1.10). Chaque bille est animée d'une vitesse v , et exerce une force de friction, $F_H = \gamma_0(v - v_H)$, où γ_0 est le coefficient de friction d'une bille et v_H la vitesse du fluide à la position de la bille. La force hydrodynamique subie par une bille est donnée pour l'ordre le plus bas, donc c'est une chaîne de Stokeslets :

$$F_{iH} = -\gamma_0 v_i + \frac{\gamma_0}{8\pi\mu_f} \sum_{j \neq i} \left[\frac{F_j}{r_{ij}} + F_j \cdot \frac{r_{ij} r_{ij}}{r_{ij}^3} \right] \quad (1.21)$$

où r_{ij} est le vecteur qui connecte les billes i et j , F_j la force non hydrodynamique agissant sur la bille j , et μ la viscosité du fluide entourant la fibre.

En supposant maintenant que la force extérieure, $\tilde{F}^X$ agit de façon uniforme sur la fibre et que la distance inter-particule b est très inférieure à L alors,

$$F_H(s) = -\gamma_0 \left[v(s) - \frac{\tilde{F}^X}{8\pi\mu_f} \ln \frac{s(L-s)}{b^2} \right] \quad (1.22)$$

où $s \in [0, L]$ est la position le long de la fibre.

Cosentino Lagomarsino et al. (2005) utilisent également le nombre elasto-gravitationnel,

$\mathcal{B}$, pour représenter l'amplitude de déflexion de la fibre (figure 1.12). Ils se sont également intéressés au temps de réorientation et de translation de la fibre durant sa chute et expliquent que pour une valeur de $\mathcal{B}$ inférieure à 100 la déflexion est proportionnelle à $\mathcal{B}$ et que la torsion générée l'est aussi.

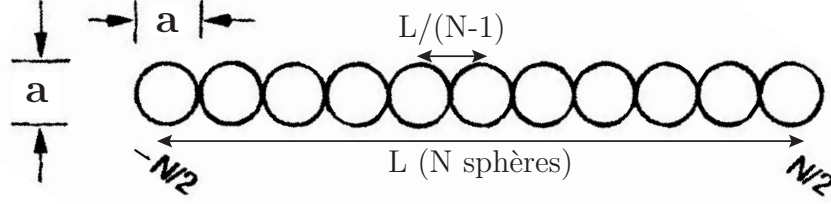


FIGURE 1.10 – Schéma représentant le type de fibre considéré dans le travail de [Cosen-tino Lagomarsino et al. \(2005\)](#) et inspiré de [Doi and Edwards \(1986\)](#).

Une autre alternative pour représenter une fibre a été proposée par [Delmotte et al. \(2015\)](#). En utilisant des billes connectées assimilables à plusieurs articulations raccordées (figure 1.11). Le modèle utilisé, le "Gear model", est basé sur une condition de non glissement entre les billes, ce qui assure une distance inter-particule constante le long de la fibre. Dans leur modèle, en couplant les forces hydrodynamiques et forces élastiques et des forces de contacts, [Delmotte et al. \(2015\)](#) présentent des résultats comparables aux autres travaux pour ce qui concerne l'amplitude de déflexion de la fibre en fonction du nombre elasto-gravitationnel, $\mathcal{B}$ (figure 1.12).

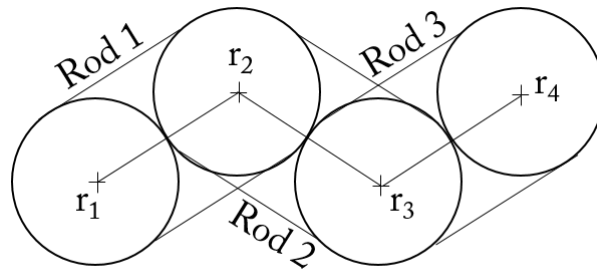


FIGURE 1.11 – Représentation d'une fibre flexible à travers des articulations, utilisée dans [Delmotte et al. \(2015\)](#).

Tous les résultats numériques existants comparant l'amplitude de déflexion de la fibre adimensionnée par sa demi-longueur, ℓ , en fonction du nombre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$ sont regroupés dans sur la figure 1.12. On distingue sur ce graphe :

- Une partie où la déflexion est linéaire avec $\mathcal{B}$ (pour $\mathcal{B} < 100$).
- Une partie qui s'assimile à un plateau où la déflexion est constante, $\delta/\ell \approx 0.8$ (pour $\mathcal{B} > 500$).
- Entre ces derniers se trouve une partie intermédiaire, qui fait la transition entre la partie linéaire et le plateau, et qui a des similarités avec les résultats présentés dans la figure 1.6 mais qui ici concerne une reconfiguration dans le régime visqueux.

Ces trois régimes seront expliqués plus en détail dans le chapitre 3. Néanmoins on peut observer que le plateau s'établit pour une valeur de $\delta/\ell \approx 0.8$. Cela s'explique par le fait que la fibre ne peut pas entièrement se replier sur elle-même et avoir les deux brins ou

extrémités qui se touchent. Un quatrième régime a été observé par [Cosentino Lagomarsino et al. \(2005\)](#) et [Delmotte et al. \(2015\)](#) pour $\mathcal{B} > 4000$. Dans ce régime la fibre adopte une forme de "W". Cette forme s'avère être un état transitoire avant que la fibre ne reprenne une forme de "U".

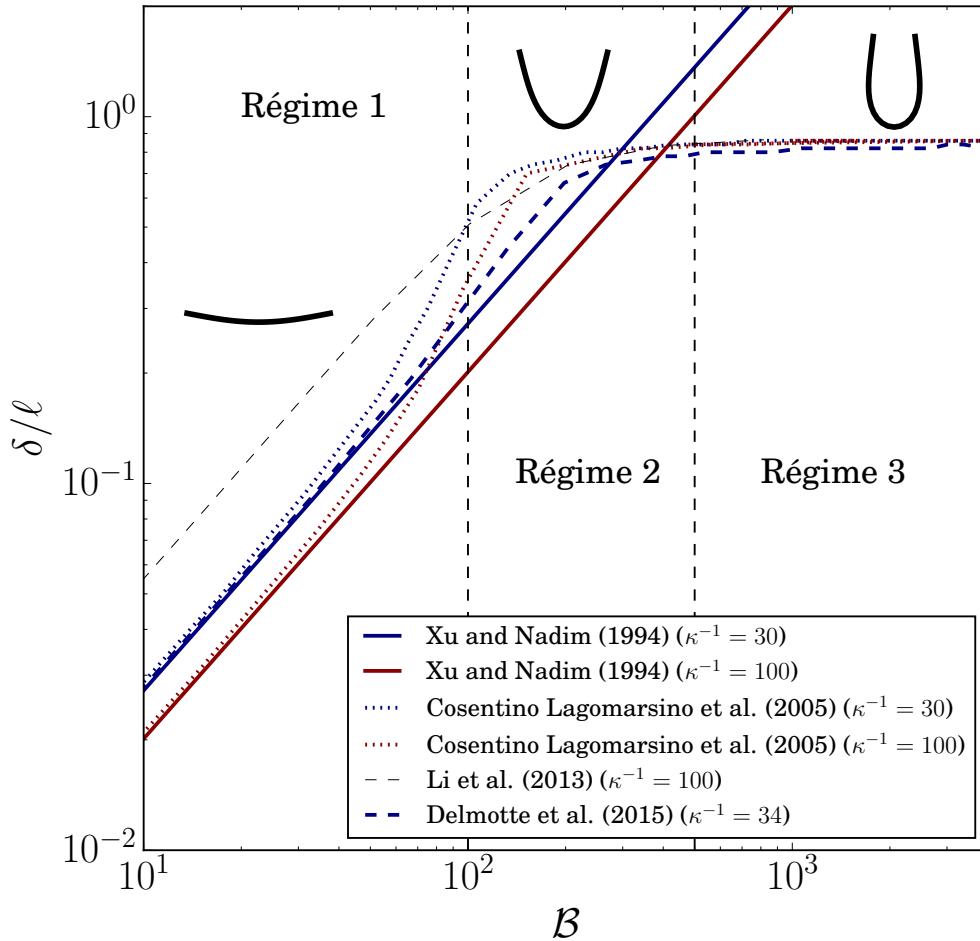


FIGURE 1.12 – Déflexion δ/ℓ en fonction de $\mathcal{B}$. Résultats issus des différents modèles existants dans la littérature.

4. Problématique

Cette rétrospective des différents travaux présents dans la littérature nous donne des perspectives de travail précises. Nous avons pu comprendre comment sédimenter en régime visqueux une fibre rigide et quel est son coefficient de traînée selon son angle d'orientation par rapport à l'horizontale. Nous avons également rappelé comment se déforme un objet flexible soumis à un écoulement fortement inertiel et l'impact que cela avait sur le coefficient de traînée associé à l'objet.

Enfin nous avons fait une revue des travaux théoriques et numériques sur la déformation d'un filament flexible sédimentant dans un fluide au repos en régime de Stokes. À notre connaissance aucune étude expérimentale n'avait été proposée pour pouvoir confirmer ou

infirmier les différentes théories et modèles existant (partie 3. du chapitre 1). La suite de cette deuxième partie est dédiée à l'étude expérimentale de la sédimentation de fibres flexibles dans un fluide au repos en régime visqueux, à la description du modèle numérique que nous avons développé, le "bead-spring model" avant de comparer les résultats du modèle et les expériences. Puis nous présenterons notre étude sur l'évolution de la déflexion, de l'orientation et de la vitesse d'une fibre dans une large gamme du nombre elasto-gravitationnel.

Ce travail vise à comprendre l'état stationnaire d'une fibre flexible qui sédimente, notamment avec la mise en évidence des trois régimes, dépendant de la valeur du nombre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$. Le modèle numérique consiste à simuler des particules connectées entre elles par des ressorts. Il est inspiré de travaux numériques qui ont été réalisés pour simuler des chaînes de polymères. À la suite de la présentation du dispositif expérimental développé à Marseille, nous détaillerons les différents paramètres mis en jeu à travers une analyse dimensionnelle. Nous décrirons ensuite le modèle utilisé dans notre étude, le bead-spring model. Enfin dans un dernier chapitre, nous présenterons les résultats obtenus sous la forme d'un article, suivi d'une partie où sont exposés des résultats complémentaires à notre étude et une conclusion.

Ce travail a été mené en collaboration avec Veronica Raspa et Camille Duprat du LadHyX à Palaiseau et avec Anke Lindner et Olivia du Roure du PMMH à Paris. Ainsi des expériences ont été faites à Marseille et à Palaiseau et les simulations numériques ont été faites à Marseille.

Dispositif expérimental

Dans ce chapitre, le dispositif expérimental qui a été développé à Marseille et les différentes techniques expérimentales utilisées durant de cette étude sont présentés.

1. Dispositif

Nous disposons d'une cuve de verre de dimension $L_1 \times L_2 \times L_3$ (Longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur = 20 cm $\times$ 20 cm $\times$ 50 cm). La cuve est éclairée à l'aide d'un panneau LED afin d'avoir une lumière diffuse homogène en intensité et qui n'occasionne pas de perturbations thermiques (figure 2.1). L'observation de la sédimentation des fibres se fait avec une caméra Basler A102f (1392 pixels $\times$ 1040 pixels), qui peut prendre jusqu'à 15 images par seconde, équipée d'un objectif grand angle Nikon 14mm f/2.8D. L'observation des fibres se fait sur une fenêtre de $l_1 \times l_2$ (16 cm $\times$ 12 cm) en ayant une profondeur de champ correspondant à peu près aux 20 cm de profondeur de la cuve.

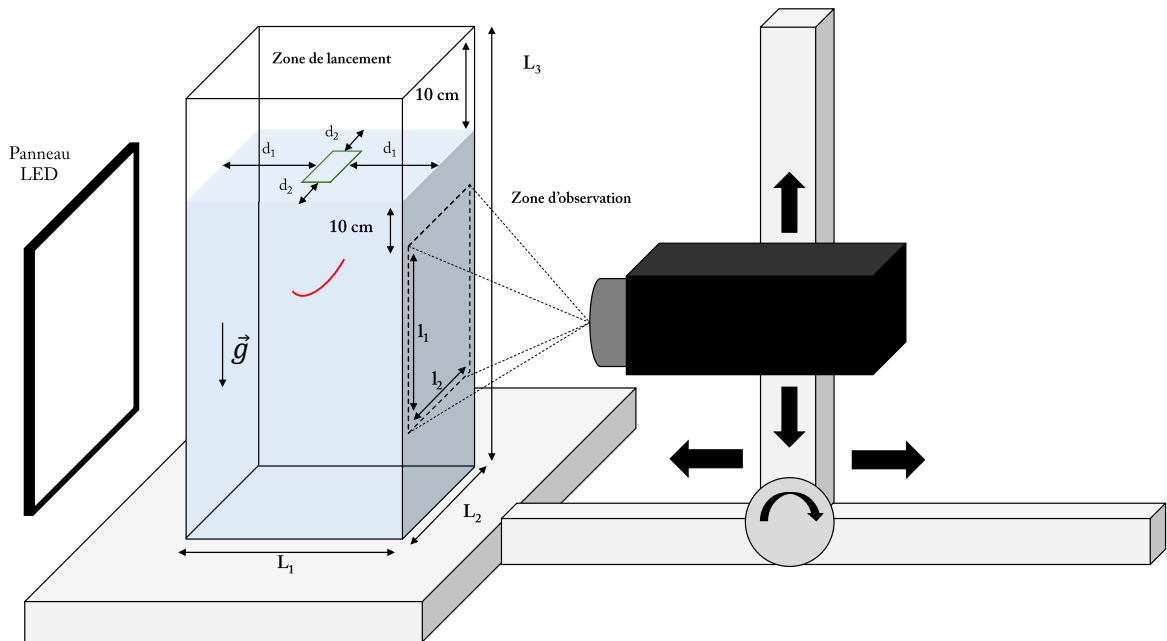


FIGURE 2.1 – Schéma du dispositif expérimental

2. Caractéristiques des fluides

Ces expériences de sédimentation ont été réalisées dans deux fluides afin de pouvoir obtenir deux valeurs du nombre de Reynolds. La gamme en Reynolds de ces expériences se situe entre 10^{-3} et 1.4. On pourra ainsi appréhender l'influence de l'inertie sur les valeurs les plus élevées. Cette cuve est remplie d'un mélange composé d'eau déminéralisée et d'huile UconTM 75-H-90000¹.

Cas	Fluide 1	Fluide 2
Composition	50% eau + 50% Ucon TM Oil	60% eau + 40% Ucon TM Oil
ρ_f (g/cm ³)	1.074 ± 0.001	1.061 ± 0.001
μ (mPa.s)	955 ± 5	300 ± 5

TABLE 2.1 – *Caractéristiques des deux fluides utilisés (mesures faites pour une température comprise entre 21°C et 23°C)*

La masse volumique ρ_f est mesurée à l'aide d'un densimètre DMA 35 de chez Anton-Paar (précision $\delta\rho = 0.001$ g/cm³). Pour la mesure de la viscosité dynamique μ , nous avons utilisé un rhéomètre Physica MCR501 de chez Anton-Paar (gamme : 10^{-1} à 10^3 s⁻¹). La température du mélange reste dans une gamme de 21°C - 23°C, parce que la pièce où se déroulent les expériences est climatisée, et c'est la plage de température que nous avons mesurée.

3. Caractéristiques des fibres

Nous avons vu dans la partie 3. du chapitre 1 que la déformation d'une fibre flexible peut être caractérisée par le paramètre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$. Ce dernier est dépendant du module d'Young du filament et de sa géométrie (longueur 2ℓ et rayon a). L'objectif est ainsi d'avoir plusieurs fibres qui couvrent une large gamme de $\mathcal{B}$ pour obtenir une large gamme d'amplitude de déflexion, δ , correspondant aux trois régimes observés.

Une dizaine de fibres ont été fabriquées au PMMH à Paris et une quinzaine au LadHyX. Elles sont toutes faites à partir d'un élastomère à base de silicone (Zermak Elite double 8, utilisé par les dentistes) moulé dans des tubes capillaires. Elles sont également lestées avec de la poudre de fer afin d'augmenter leur densité. Différents modules d'Young sont obtenus en changeant la proportion de réticulant mis en jeu dans la fabrication des fibres. La difficulté dans leur fabrication est d'homogénéiser la proportion de poudre de fer le long des fibres. En effet, si le fer est mal réparti, la fibre risque de s'orienter du côté le plus lourd lors de sa chute. Une fois cette étape passée, nous avons mesuré les différentes grandeurs qui décrivent la fibre.

3.1 Propriétés géométrique et massique de la fibre

Une fibre est caractérisée par son diamètre $2a$ et sa longueur 2ℓ . Le rayon des fibres a été mesuré avec un microscope LEICA (Zoom $\times 10$) connecté à un Nikon D7100 de

1. <https://www.dow.com/scripts/l-itorder.asp?filepath=ucon/pdfs/noreg/816-00049.pdf>

résolution 6000×4000 pixels. Dans ces conditions, l'erreur commise sur la mesure de $2a$ est estimée à $\delta a = \pm 3\mu m$. Pour la caractérisation géométrique, il est important d'être le plus précis possible sur la mesure du rayon a , car il intervient dans le calcul du nombre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$ à la puissance 4. Pour minimiser l'erreur sur cette grandeur, on a décidé de le mesurer au microscope.

La longueur est mesurée avec une caméra Prosilica GX avec un objectif Avenir TV LENS 50 mm F 1.3. L'erreur commise sur cette mesure est de $\delta \ell = \pm 100\mu m$. Après observation, les fibres ne forment pas un cylindre parfait, il y a des variations de diamètre qui sont minimes.

Afin d'obtenir sa masse volumique, la fibre est pesée avec une balance Mettler Toledo de précision $\delta m = \pm 10^{-4}g$. En supposant que la fibre soit parfaitement cylindrique, alors la masse volumique est obtenue par la relation :

$$\rho_s = \frac{m_{fibre}}{\pi a^2 (2\ell)} \quad (2.1)$$

Avec une incertitude donnée par :

$$\frac{\delta \rho_s}{\rho_s} = \sqrt{\left(2 \frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\ell)}{\ell}\right)^2 + \left(\frac{\delta m_{fibre}}{m_{fibre}}\right)^2}$$

Cette erreur est calculée en prenant pour une même fibre, la moyenne sur cinq pesées et cinq mesures de a et 2ℓ .

Fibres	O	V_{10}	V_{20}	V_{40}
a (cm)	0.023 - 0.050	0.014 - 0.023	0.014 - 0.023	0.014 - 0.023
ℓ (cm)	1.35 - 4.77	1.74 - 3.75	1.62 - 3.60	1.39 - 2.06
ρ_s ($g.cm^{-3}$)	1.33 - 1.47	1.11 - 1.16	1.18 - 1.35	1.46 - 1.69

TABLE 2.2 – Gamme des grandeurs caractéristiques des différentes fibres utilisées.

3.2 Mesure du module d'Young

L'élasticité d'un objet peut être défini à partir de la valeur de son module d'Young, E , qui est défini comme étant le rapport entre la contrainte, σ , qu'il subit et l'allongement engendré, ϵ . Plus la valeur de ce module est faible, plus le matériau est élastique.

$$E = \frac{\sigma(\epsilon)}{\epsilon} \quad (2.2)$$

Dans notre cas, le module d'Young est mesuré de la même manière que Louf (2015) pour ses travaux sur des branches biomimétiques. Le but est d'obtenir E à l'aide d'une balance Mettler Toledo et d'un appareil photo Nikon D7100 équipé d'une super macro Leica PLANAPO 1.0x/WD 97mm. La balance est tarée lorsque la déformation, ϵ , est nulle et que la longueur initiale de la fibre est L_0 . En tirant la fibre vers le haut, à l'aide d'un système MICRO CONTROLE, la balance va mesurer une masse négative, qui correspond à cet étirement (figure 2.2). En effet en étirant la fibre vers le haut la pression imposée sur le plateau de la balance est moindre et la balance mesure une masse plus faible. L'étirement est mesuré sur l'image prise avec l'appareil photo en mesurant la longueur L

de la zone étudiée (Figure 2.2). Pour chaque allongement, on mesure aussi sur l'image : le rayon r de la zone observée, L la distance entre les deux marques faites sur la fibre et la masse m avec la balance.

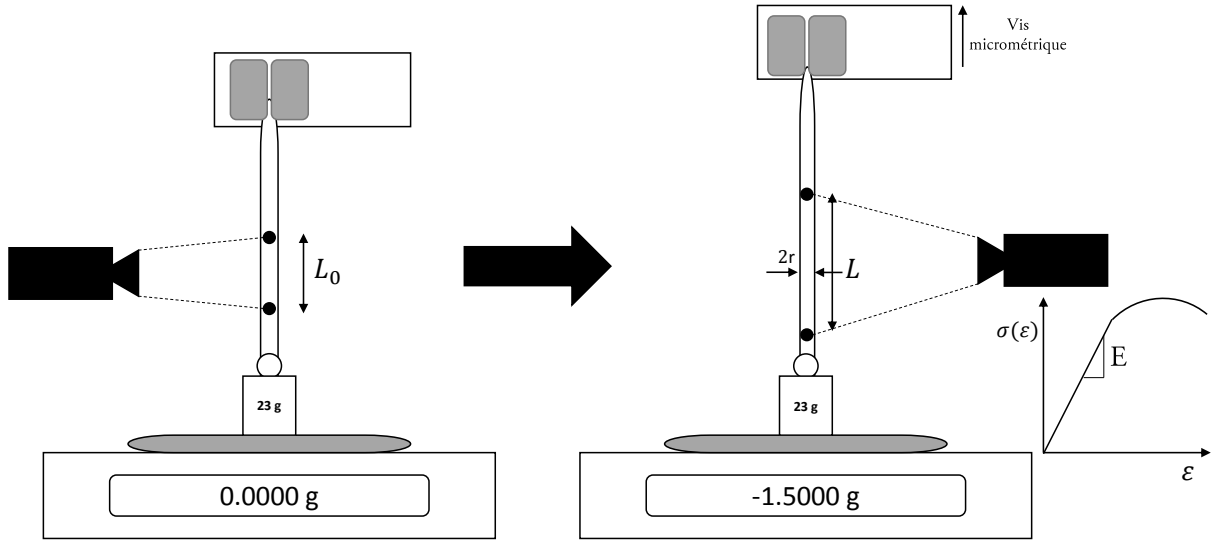


FIGURE 2.2 – Dispositif de mesure du module d'Young

L'allongement est défini à partir des mesures de L et L_0 par la relation :

$$\epsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.3)$$

La contrainte subie par la fibre est calculée à partir de la mesure de la masse $m(\epsilon)$ donnée par la balance et de la mesure du rayon $r(\epsilon)$.

$$\sigma(\epsilon) = \frac{m \|\vec{g}\|}{\pi r^2} \quad (2.4)$$

Les valeurs de masse et d'allongement ont été prises 20 secondes après la mise en traction. En utilisant l'équation 2.2, on peut obtenir l'évolution de la contrainte subie par la fibre en fonction de son allongement. Le module d'Young est obtenu en mesurant la pente de cette courbe (figure 2.3). L'erreur sur le module d'Young est l'écart moyen des points par rapport à la pente.

Fibres	O	V_{10}	V_{20}	V_{40}	Nylon	Cheveu
E (kPa)	215 - 1385	198	220	226	$2 \cdot 10^6$ - $5 \cdot 10^6$	10^7

TABLE 2.3 – Module d'Young des différentes fibres utilisées et du nylon et d'un cheveu pour donner quelques valeurs comparatives.

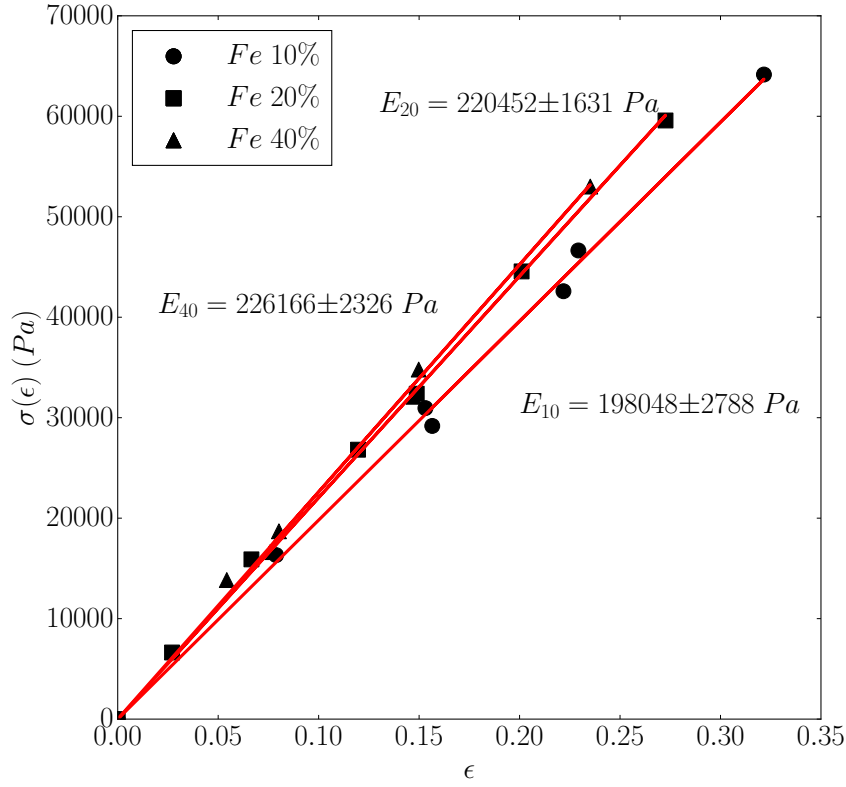


FIGURE 2.3 – Mesures du module d'Young pour trois lots de fibres différentes : celles dopées à 10% de Fer, celles dopées à 20% de Fer et celles dopées à 40% de Fer.

Une fois que le fluide et les fibres sont caractérisés, nous avons pu procéder aux expériences de sédimentation. La prochaine partie de ce chapitre présente les procédés qui nous ont permis de traiter les données expérimentales.

4. Traitement des données expérimentales

Le traitement des images issues des expériences se fait en différentes étapes, en se servant de l'interface Jupyter, utilisant le langage Python.

Grâce à notre panneau LED, situé derrière la cuve, nous arrivons à avoir un bon contraste de la fibre dans l'image. Cela va faciliter son traitement afin d'obtenir ses coordonnées de la fibre, sa vitesse et son amplitude.

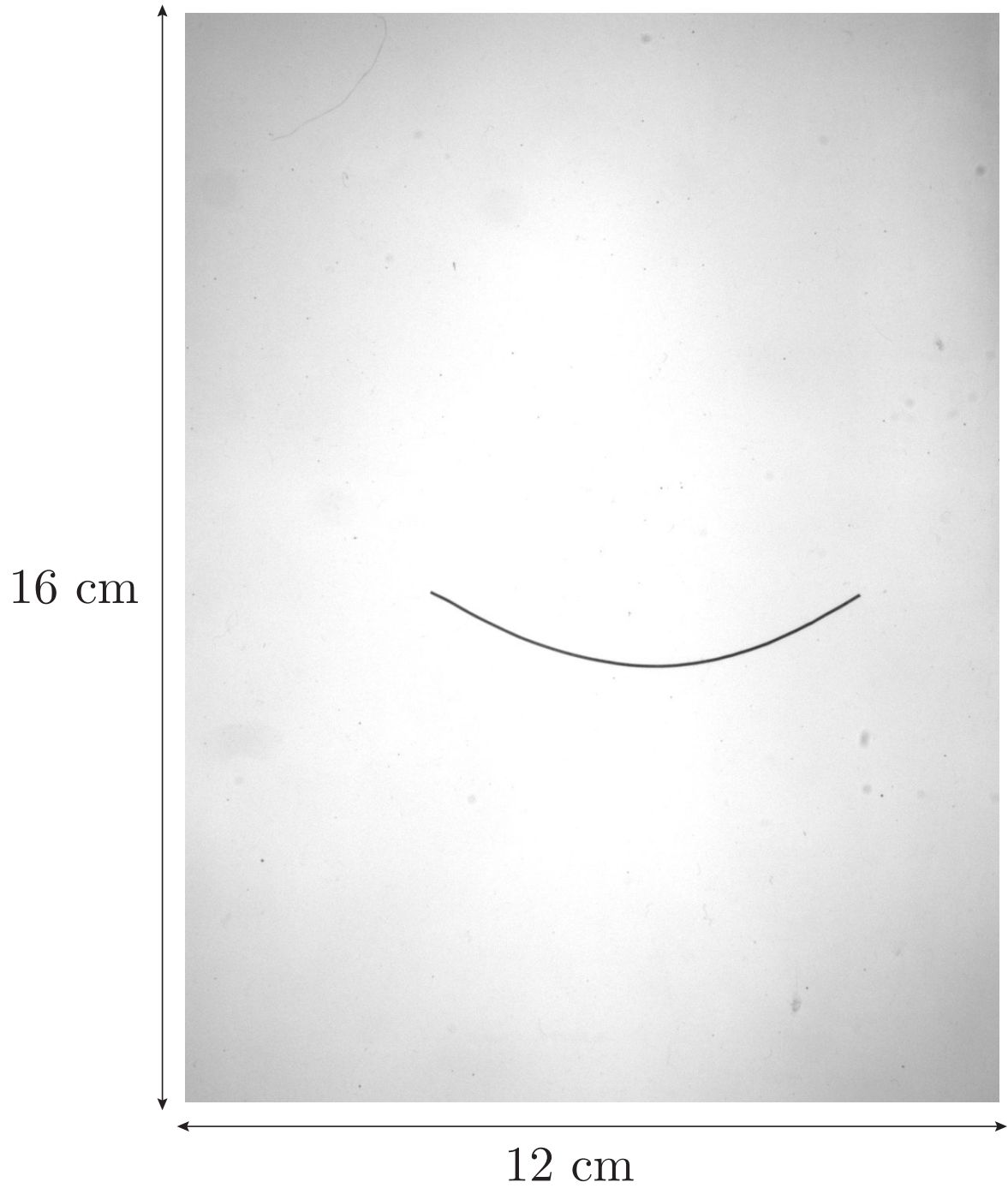


FIGURE 2.4 – Capture d’une des fibres V_{20} dans le fluide 1 (le plus visqueux). Fibre lestée de 20% de fer : $E = 220\text{kPa}$, $\mathcal{B} = 187$, $\kappa^{-1} = 155$, $Re \simeq 10^{-2}$

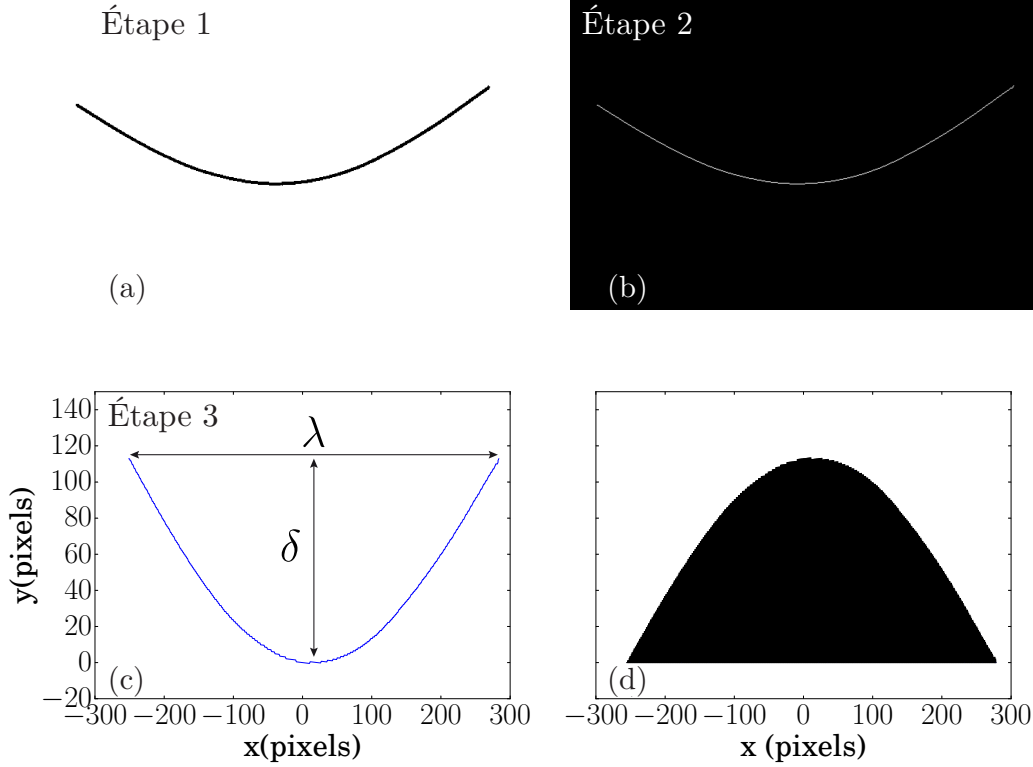


FIGURE 2.5 – Présentation des différentes étapes du traitement des images appliqué à l'image 2.4. Étape 1 (a) Image seuillée en utilisant la méthode d'Otsu; Étape 2 (b) : Obtention du squelette de l'objet seuillé; Étape 3 (c) et (d) : Profil de la fibre détecté, (c) tracé des points dessinant le profil de la fibre avec les indications sur la mesure de l'amplitude de déflexion δ et la longueur brin à brin λ et (d) histogramme des valeurs de l'amplitude mesurée le long de la fibre.

À partir de cette image brute (Figure 2.4), la première étape du traitement d'image est le seuillage afin de mieux isoler la fibre du fond de l'image (Figure 2.5 (a)). Pour cela on utilise des fonctions présentes dans la bibliothèque `skimage`² de python. Le seuillage appliqué utilise la méthode dite d'Otsu (Otsu (1979)). Cela suppose alors que l'image à binariser ne contient que deux classes de pixels (le premier plan qui représente la fibre et l'arrière plan). Puis l'algorithme calcule le seuil optimal qui sépare ces deux classes afin que la variance entre la moyenne de chaque classe et la moyenne de l'image soit minimale. En utilisant la fonction `skeletonize` de la bibliothèque `skimage`, on va obtenir le squelette de la fibre (Figure 2.5 (b)). Cette opération nous permet de récupérer les coordonnées de chaque pixel dessinant la fibre à chaque instant (Figure 2.5 (c)). On peut ainsi obtenir la valeur de l'amplitude de déflexion le long de la fibre (Figure 2.5 (d)).

Le maximum des amplitudes est la valeur δ . La longueur entre les deux extrémités de la fibre sera la longueur brin à brin λ . En connaissant l'échelle de l'image en pixels/cm, on peut alors remonter aux valeurs métriques de ces grandeurs. On peut aussi reconstruire la dynamique de la fibre durant sa chute, et connaître l'évolution de son amplitude, de λ et de son angle au cours du temps. L'erreur commise sur la détermination de δ et λ est de l'ordre de 5 pixels (inférieur à 5% d'erreur relative). Concernant la vitesse de la fibre, on mesure pour chaque pas de temps les coordonnées des positions correspondant

2. <http://scikit-image.org/>

à l'extrémité droite de la fibre (Position 1, sur la figure 2.6), l'extrémité gauche de la fibre (Position 2) et la position du point le plus bas de la fibre (Position 3). Pour chacune de ces positions on mesure leur vitesse en calculant le coefficient directeur de la droite représentant leur position verticale, z , au cours du temps. La vitesse de la fibre est obtenue en moyennant la vitesse de ces trois positions (figure 2.6).

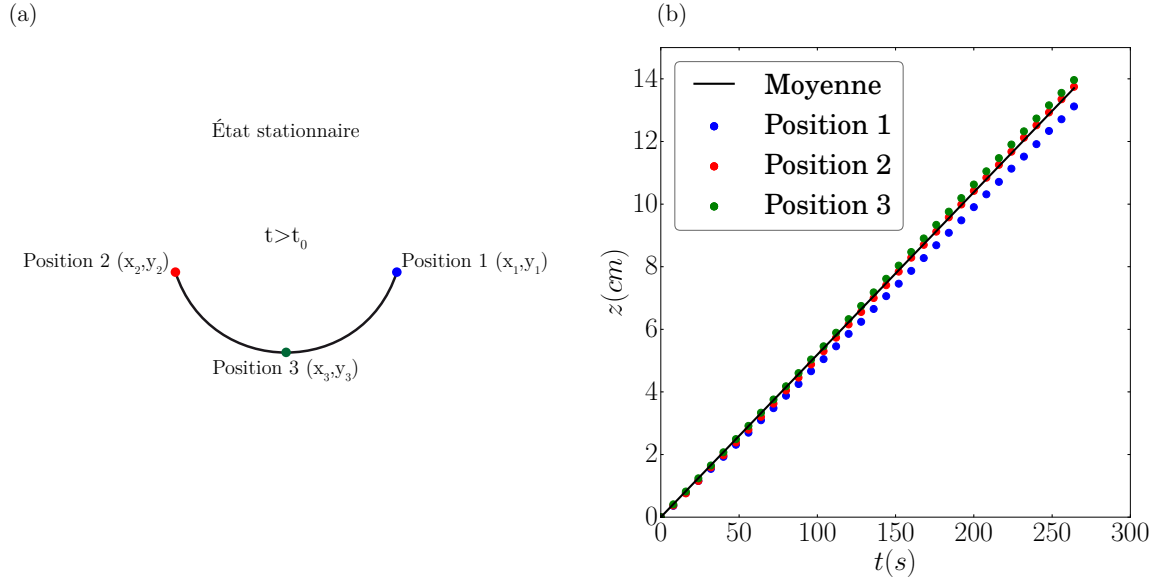


FIGURE 2.6 – Mesure de la vitesse de la fibre issue de la figure 2.4. (a) Positions considérées pour calculer la vitesse à différents points de la fibre. (b) Coordonnées verticales pour les différentes positions considérées en fonction du temps. La vitesse moyenne pour le filament est calculée en faisant la moyenne des trois coefficients directeurs.

Pour chaque fibre, nous avons réalisé un minimum de cinq lâchers. Pour chaque essai, la fibre était disposée initialement de façon horizontale au centre de la cuve. Le temps écoulé entre chaque image était compris entre $3s < \Delta t_{image} < 10s$, selon le fluide et la fibre utilisés.

5. Effets convectifs

Pour des fluides très visqueux, la sensibilité aux variations de température est très importante. Celle-ci peut provoquer des mouvements internes et perturber la trajectoire des fibres. Si les vitesses des courants de convection thermique sont du même ordre que les vitesses de sédimentation des fibres, les résultats peuvent être faussés. Dans [Guyon et al. \(2001\)](#) la vitesse des courants de convection créés par un gradient horizontal de température est définie comme étant :

$$V_{convection}(x) = -\frac{g\alpha\Delta T x \rho_f}{6\mu b} \left(x^2 - \frac{b^2}{4} \right) \quad (2.5)$$

Pour $x \in [-b/2, b/2]$ et avec α le coefficient de dilatation thermique du mélange (on prendra ici $\alpha = 2.10^{-4} \text{ K}^{-1}$ pour de l'eau entre 20-30°C); b est la largeur de la cuve, $b = L_2 = 20 \text{ cm}$. ΔT est le gradient de température entre les deux parois. On suppose ici que $\Delta T = 0.1 \text{ K}$. μ est la viscosité dynamique du fluide et ρ_f sa masse volumique.

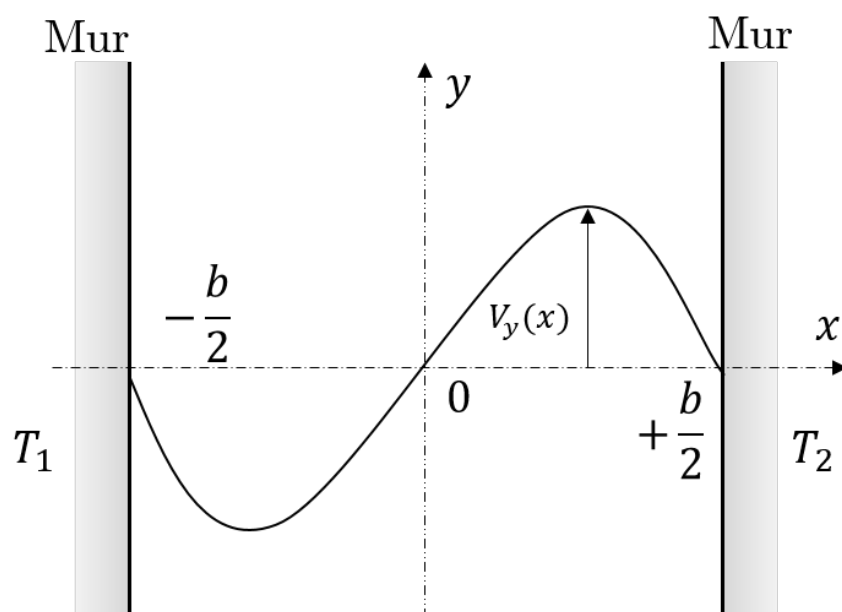


FIGURE 2.7 – *Courant de convection entre deux plaques à des températures différentes.*

Ainsi pour chacun des deux fluides la vitesse maximale due à la convection thermique que l'on peut estimer est :

- Fluide 1 : $V_{convection}^{max} \approx 7.10^{-4} \text{ cm/s}$
- Fluide 2 : $V_{convection}^{max} \approx 2.10^{-3} \text{ cm/s}$

Ces valeurs paraissent faibles mais sur certains cas elles ne peuvent pas être négligées devant la vitesse des fibres, ce qui nous a amené à éliminer certaines expériences du set de données qui va être présenté dans l'article présenté dans le chapitre 5.

Le prochain chapitre a pour objectif de les mettre en avant à travers une analyse dimensionnelle et de définir les paramètres adimensionnels de ce problème.

Analyse dimensionnelle

Lorsqu'une fibre flexible sédimente sous l'effet de la gravité dans un fluide visqueux on dénombre pas moins de sept paramètres mis en jeu, décrivant de manière unique le comportement de la fibre.

La fibre est caractérisée par son rayon a , sa longueur 2ℓ , sa masse volumique ρ_s et son module d'Young E .

Le fluide est défini par sa masse volumique ρ_f et par sa viscosité μ . Il faut ajouter le paramètre g , la gravité. On a alors :

$$\ell \text{ [m]}, a \text{ [m]}, \rho_s \text{ [kg m}^{-3}\text{]}, E \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}\text{]}, g \text{ [m s}^{-2}\text{]}, \rho_f \text{ [kg m}^{-3}\text{]} \text{ et } \mu \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{]}.$$

Nous avons à notre disposition sept grandeurs qui sont caractérisées par trois dimensions différentes. En utilisant le théorème II ([Buckingham \(1914\)](#)), on peut décrire notre problème avec $7 - 3 = 4$ **nombre sans dimensions** qui sont :

- Le rapport d'aspect de la fibre κ^{-1} :

$$\kappa^{-1} = \ell/a \tag{3.1}$$

- Le nombre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$ qui compare la force de gravité et la force élastique :

$$\mathcal{B} = \frac{\text{Force de gravite}}{\text{Force elastique}} = \frac{F_g(2\ell)^2}{EI} \tag{3.2}$$

Un autre nombre, équivalent à $\mathcal{B}$, peut être défini, le nombre elasto-visqueux $\mathcal{V}$, comparant les forces élastiques et les forces visqueuses agissant sur la fibre :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Force visqueuse}}{\text{Force elastique}} = \frac{\mu U(2\ell)^3}{EI} \tag{3.3}$$

- Nous pouvons également construire le nombre de Reynolds associé à la fibre selon sa demi-longueur ℓ ou son rayon a :

$$Re = \frac{U\ell\rho_f}{\mu} \quad ; \quad Re_a = \frac{Ua\rho_f}{\mu} \tag{3.4}$$

Dans notre étude, ces nombres de Reynolds restent petits devant l'unité, $Re \ll 1$ et $Re_a \ll 1$.

- Nous pouvons enfin définir le nombre de Stokes, St_{fibre} . En s'appuyant sur l'appendix A de [Lopez and Guazzelli \(2017\)](#), on a :

$$St_{fibre} = \frac{1}{3} \frac{a \rho_s U}{\ln(\kappa^{-1}) \mu} \quad (3.5)$$

Dans notre étude le nombre de Stokes associé à la fibre est toujours inférieur à 10^{-3} .

Ces paramètres vont être primordiaux pour pouvoir comprendre le comportement de la fibre. Plus son module d'Young est faible, plus la fibre est élastique et plus ses nombres elasto-gravitationnel et visqueux-gravitationnel sont grands. La figure 3.1 permet de mettre en avant le fait que plus la déformation est d'autant importante que ces nombres sont grands. Le temps écoulé entre chaque capture est le même pour toutes les fibres. Plus la fibre se déforme et adopte une forme en "U", plus sa vitesse est grande. En effet, la surface de la fibre "vue" par le fluide est de plus en plus petite quand la déformation du filament est prononcée. Ainsi, sachant que le coefficient de traînée associé à la fibre est directement dépendant de cette longueur, on peut dire que plus la fibre est déformée plus son coefficient de traînée est faible. Cela montre bien l'influence de $\mathcal{B}$ et $\mathcal{V}$) sur la déformation et la vitesse de sédimentation de la fibre.

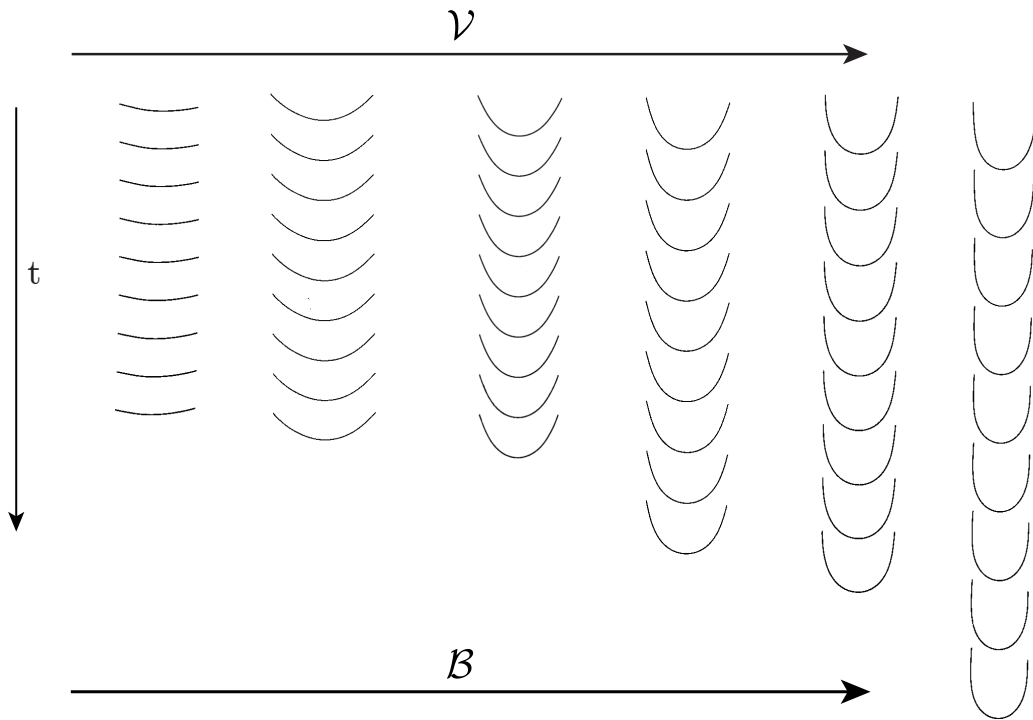


FIGURE 3.1 – Chronophotographies expérimentales de fibres flexibles sédimentant dans un fluide visqueux au repos pour différentes valeurs de $\mathcal{B}$ (57; 111; 207; 222; 329; 439; 549) et de $\mathcal{V}$. Le temps entre chaque photo est constant et vaut $\Delta t = 10a/U_{\perp}$, avec $U_{\perp}$ la vitesse de sédimentation donnée par l'équation 1.3 pour des fibres rigides équivalentes. La distance parcourue entre chaque fibre est différente et indique une différence entre les vitesses de chute. Issue des données expérimentales de V. Raspa et C. Duprat.

Fibres	O	V_{10}	V_{20}	V_{40}
$\kappa^{-1} = \ell/a$	95 - 140	75 - 272	70 - 253	72 - 156
$\mathcal{B}$	40 - 88	65-430	187-555	56-286
$\mathcal{V}$	15 - 354	64-1436	141-995	63-337
Re	10^{-2} - 0.7	$3 \cdot 10^{-2}$ - $9 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$ - $8 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$ - 0.13

TABLE 3.1 – Gamme des grandeurs sans dimension des différentes fibres et fluides utilisés.

Le dispositif expérimental et les différentes fibres dont nous disposons nous permettent d’atteindre une large gamme de $\mathcal{B}$, $\mathcal{V}$ et de κ^{-1} en s’assurant des nombres de Reynolds de la fibre faibles (table 3.1). Le modèle numérique que nous avons utilisé, sera comparé aux observations expérimentales et il sera un outil précieux pour atteindre des valeurs de $\mathcal{B}$ critiques, inaccessibles expérimentalement, que se soit pour des petites valeurs ($\mathcal{B} < 30$) ou des très grandes valeurs de ce paramètre ($\mathcal{B} > 600$). En effet, pour $\mathcal{B} < 50$ il est difficile expérimentalement de mesurer des très faibles déflexions. Il est également délicat de fabriquer des fibres avec des grandes valeurs de $\mathcal{B}$, car cela signifie un module d’Young E associé à ces objets inférieur à $100kPa$.

Les paramètres sans dimension vont être utilisés dans le modèle numérique, le bead-spring model présenté dans le chapitre suivant. À l’aide de ce dernier nous pourrions comparer la dynamique de la fibre et comprendre les mécanismes prépondérants dans son comportement.

Modèle numérique : Bead-spring model

L'objectif de ce modèle est d'utiliser des ingrédients les plus simples possibles représentant au mieux la physique qui se cache derrière la déformation d'une fibre flexible lors de sa sédimentation. Il est également primordial d'accéder à toute la gamme de $\mathcal{B}$, au contraire du modèle de type slender-body de [Xu and Nadim \(1994\)](#) qui ne couvre pas les grandes valeurs de $\mathcal{B} > 50$. On s'attend également à ce que le rapport d'aspect, $\kappa^{-1} = \ell/a$ joue un rôle important. En effet pour une même déformation selon la valeur du rapport d'aspect, la surface "vue" par le fluide n'est pas la même. Cela engendre ainsi un changement du coefficient de traînée car il est directement lié à la longueur caractéristique de la fibre, celle "vue" par le fluide.

La fibre est représentée dans le modèle par une série de sphères de rayon a (figure 4.1) reliées par des ressorts d'une certaine raideur, dépendant directement de l'élasticité intrinsèque de la fibre. Le rapport d'aspect de cet objet est directement donné par le nombre de particules N si la longueur caractéristique de notre système est définie par le rayon de ces particules, a . Nous définissons le rapport d'aspect comme étant $N = \kappa^{-1} = \ell/a$. Chaque sphère est positionnée avec un espace initialement constant tout le long de la fibre. Les sphères constituant la fibre ne peuvent pas s'interpénétrer.

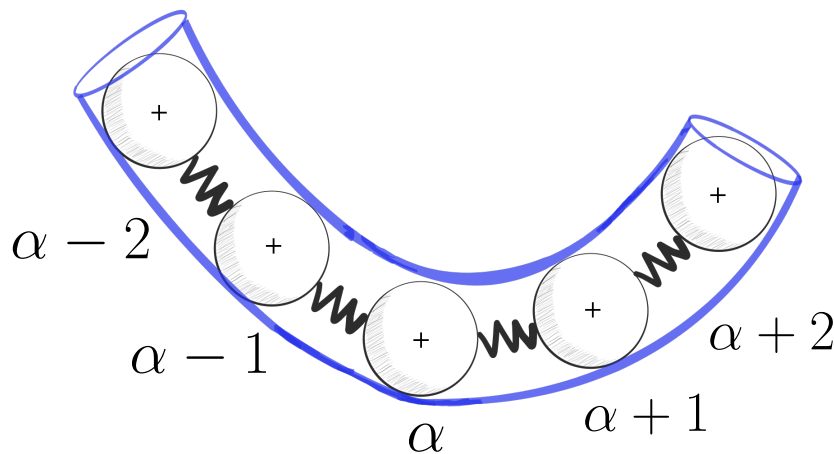


FIGURE 4.1 – Schéma de la fibre dans le bead-spring model. La fibre est représentée par des sphères de rayon a connectées entre elles par des ressorts. Dans ce cas, $N = 5 = \kappa^{-1}$.

Les billes qui constituent la fibre interagissent entre elles et avec le fluide au travers de forces hydrodynamiques, gravitationnelles mais aussi de forces élastiques. Considérons

une particule α qui est à la position r^α . Sa vitesse, $\dot{r}^\alpha$, va dépendre de la somme de toutes les forces qui agissent sur la particule α . Ces forces peuvent être rassemblées dans une matrice de mobilité. À chaque pas de temps, la vitesse de la particule α s'écrit :

$$\dot{r}_i^\alpha = \sum_{\alpha \neq \beta}^{N-1} \mathcal{M}_{ij}^{\alpha\beta} \left(F_j^\beta - \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial r_j^\beta} \right) \quad (4.1)$$

Avec $\mathcal{M}_{ij}^{\alpha\beta}$ la matrice de mobilité prenant en compte la somme des interactions hydrodynamiques des autres particules agissant sur la particule α . $\mathcal{U}$ est le potentiel élastique et F^β la force extérieure due à la gravité. En écrivant l'équilibre de cette force avec la force de traînée d'une sphère valable en régime de Stokes, on a $F^\beta = 6\pi\mu a U_S$ où μ est la viscosité dynamique du fluide environnant, U_S est la vitesse de Stokes d'une bille, $U_S = \frac{2}{9}(\rho_s - \rho_f) \frac{a^2 g}{\mu}$, où ρ_s est la densité de la particule (identique à celle de la fibre) et ρ_f celle du fluide. En se basant sur le travail de [Schlagberger and Netz \(2005\)](#), qui se sont intéressés au transport de polymère en régime de Stokes, on peut déterminer le potentiel élastique comme étant la version discrète du modèle de chaîne extensible de type "ver" :

$$\mathcal{U} = \sum_{\gamma=0}^{N-1} \left[aS \left(\frac{r^{\gamma,\gamma+1}}{2a} - 1 \right)^2 + \frac{B}{2a} (1 - \cos \theta^{\gamma,\gamma+1}) \right] \quad (4.2)$$

Où la distance entre sphères voisines est $r^{\gamma,\gamma+1} = |r^{\gamma+1} - r^\gamma|$ et $\theta^{\gamma,\gamma+1}$ est l'angle entre les liaisons $r^{\gamma,\gamma-1}$ et $r^{\gamma,\gamma+1}$ (figure 4.2). Le module d'étirement et de flexion est défini respectivement par $S = \pi E a^2$ et $B = E \pi a^4 / 4$, avec E le module d'Young de la fibre.

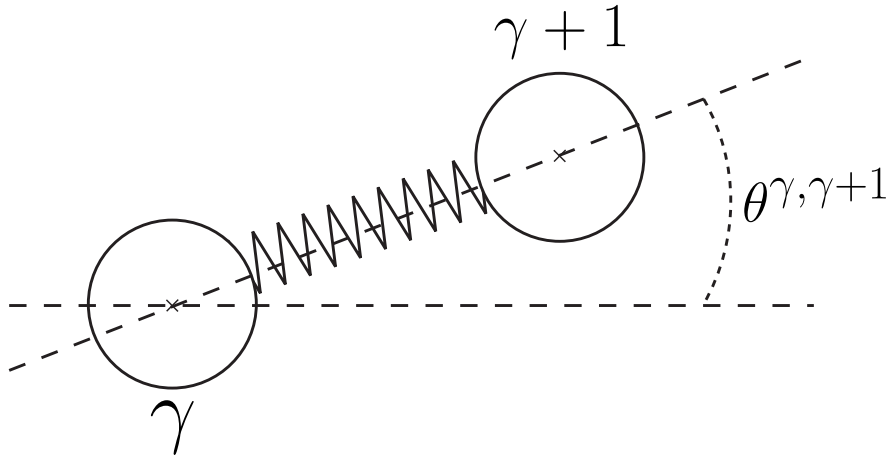


FIGURE 4.2 – Angle θ considéré dans le bead-spring model entre la particule γ et $\gamma + 1$.

La matrice de mobilité de Rotne-Prager-Yamakawa est inspirée des travaux [Rotne and Prager \(1969\)](#) et [Yamakawa \(1970\)](#). Cette matrice regroupe la somme des interactions hydrodynamiques des particules entre elles jusqu'à l'ordre $O\left(\frac{a}{r^{\alpha,\beta}}\right)^3$,

$$\mathcal{M}_{ij}^{\alpha\beta} = \frac{1}{6\pi\mu_f a} \left\{ \frac{3}{4} \left[\frac{\delta_{ij}}{\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}} + \frac{\mathbf{r}_i^{\alpha,\beta} \mathbf{r}_j^{\alpha,\beta}}{\left(\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}\right)^3} \right] + \frac{3}{2} \left[\frac{\delta_{ij}}{3\left(\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}\right)^3} + \frac{\mathbf{r}_i^{\alpha,\beta} \mathbf{r}_j^{\alpha,\beta}}{\left(\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}\right)^5} \right] \right\} \quad (4.3)$$

Avec $\mathbf{r}^{\alpha,\beta} = \mathbf{r}^\beta - \mathbf{r}^\alpha$, la distance entre la particule α et β , avec $r^{\alpha,\beta} = |\mathbf{r}^{\alpha,\beta}|$. Pour la mobilité de la bille, nous choisissons la mobilité de Stokes pour une sphère isolée, $\mathcal{M}_{ij}^{\alpha\alpha} = \frac{\delta_{ij}}{6\pi\mu a}$.

En utilisant pour la longueur caractéristique, son rayon a et la force caractéristique qui est la force de traînée de Stokes, $6\pi\mu a U_S$, on peut avoir l'expression adimensionnée de la vitesse de la particule α ,

$$\hat{r}^\alpha = \sum_{\alpha \neq \beta}^{N-1} \hat{M}_{ij}^{\alpha\beta} \left(\hat{F}_j^\beta - \varepsilon \frac{\partial \hat{U}}{\partial \hat{r}_j^\beta} \right) \quad (4.4)$$

Où le paramètre sans dimension ε est défini comme étant, $\varepsilon = \frac{E\pi a^2}{6\pi\mu a U_S}$. Il est important de remarquer que ce paramètre ε est directement relié au nombre $\mathcal{B}$ d'un vrai filament. Cependant entre le système considéré dans le bead-spring model et un vrai filament il n'y a pas conservation du volume : comme le montre la figure 4.1, l'enveloppe en bleu représente une fibre alors que les billes connectées montrent le système considéré dans la simulation numérique. Le volume effectif des deux systèmes est différent d'un facteur que nous allons établir. Rappelons que le nombre elasto-gravitationnel s'écrit :

$$\mathcal{B} = \frac{F_g(2\ell)^2}{EI} \quad (4.5)$$

avec $I = \frac{\pi a^4}{4}$ le moment d'inertie. Pour l'expérience, on définit F_g comme étant $F_g = \Delta\rho\pi a^2 2\ell g$, tandis que dans la simulation nous avons, $F_g = \Delta\rho \frac{4}{3}\pi a^3 \frac{\ell}{a} g$. Ainsi l'équation 4.5 devient pour l'expérience :

$$\mathcal{B}_{exp} = \frac{\Delta\rho\pi a^2 2\ell g(2\ell)^2}{E\pi a^4/4} = 32 \frac{\Delta\rho \ell^3 g}{Ea^2} \quad (4.6)$$

Pour la simulation on a :

$$\mathcal{B}_{simu} = \frac{\Delta\rho \frac{4}{3}\pi a^3 \frac{\ell}{a} g(2\ell)^2}{E\pi a^4/4} = \frac{64}{3} \frac{\Delta\rho \ell^3 g}{Ea^2} \quad (4.7)$$

$\mathcal{B}_{exp}$ et $\mathcal{B}_{simu}$ sont proportionnels d'un facteur $3/2$:

$$\mathcal{B}_{exp} = \frac{3}{2} \mathcal{B}_{simu} \quad (4.8)$$

De la même façon, pour le nombre visco-gravitationnel $\mathcal{V}$, nous avons :

$$\mathcal{V} = \frac{\mu U(2\ell)^3}{EI} \quad (4.9)$$

Soit le rapport entre 4.5 et 4.9 :

$$\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{V}} = \frac{F_g}{\mu U(2\ell)} \quad (4.10)$$

Pour l'expérience on a :

$$\frac{\mathcal{B}_{exp}}{\mathcal{V}_{exp}} = \frac{\Delta\rho\pi a^2 2\ell g}{\mu U 2\ell} = \frac{\Delta\rho a^2 \pi g}{\mu U} \quad (4.11)$$

Pour la simulation on a :

$$\frac{\mathcal{B}_{simu}}{\mathcal{V}_{simu}} = \frac{\Delta\rho \frac{4}{3}\pi a^3 \frac{\ell}{a} g}{\mu U 2\ell} = \frac{\Delta\rho a^2 \pi g}{\mu U} \frac{2}{3} \quad (4.12)$$

Or, dans le modèle la vitesse est définie comme étant :

$$\hat{U} = \frac{U}{U_S} \quad (4.13)$$

Avec $U_S = \frac{2}{9} \frac{\Delta \rho g a^2}{\mu}$ Alors 4.12 devient :

$$\frac{\mathcal{B}_{simu}}{\mathcal{V}_{simu}} = \frac{\Delta \rho \pi a^3 a g}{\mu U 2 \ell} \frac{2}{3} = \frac{\Delta \rho a^2 \pi g}{\mu \hat{U}} \frac{9 \mu}{2 \Delta \rho g a^2} = \frac{9 \pi}{2 \hat{U}} \frac{2}{3} \quad (4.14)$$

Ainsi,

$$\mathcal{V}_{simu} = \frac{2}{9 \pi} \hat{U} \mathcal{B}_{simu} \frac{3}{2} = \frac{2}{9 \pi} \hat{U} \mathcal{B}_{exp} \quad (4.15)$$

Il faudra ainsi être vigilant lors de la saisie des paramètres dans la simulation et d'avoir converti les valeurs issues des expériences. Dans notre programme, l'intégration des positions de chaque sphère, se fait en utilisant une méthode explicite Runge-Kutta d'ordre 4(5) (solveur 'dopri5' de la fonction 'ode' de Python).

Ce modèle robuste présente certaines limites. Le nombre de particules doit être impair avec une sphère au centre de la fibre entourée du même nombre de billes de part et d'autre. Le nombre minimal de particules est de 3. Il n'y a pas de limite maximale sur la valeur de N , mais il est certain que plus le nombre de particules est grand, plus le temps de calcul nécessaire sera important. À titre d'exemple le temps de calcul pour $N = 21$ est inférieur à la minute pour un ordinateur portable standard équipé d'un processeur intel i7-5500U quelque soit la valeur de ε . Le nombre maximal de particules pour lequel des simulations ont été faites est $N = 303$. Le temps de calcul variait entre 2 et 5 heures selon la valeur de ε . Plus la valeur de ce paramètre est faible, plus la valeur de $\mathcal{B}$ est grande et plus important était le temps de calcul.

Dans un dernier chapitre, sont présentés les résultats de notre étude et les comparaisons avec le modèle. Ils sont exposés sous la forme d'un article auquel sont ajoutés des résultats complémentaires ainsi qu'une conclusion.

Résultats et comparaisons avec le modèle

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale et numérique de la sédimentation de fibres flexibles dans un fluide visqueux au repos à bas nombre de Reynolds. Cette étude est le fruit d'une collaboration avec Veronica Raspa et Camille Duprat du LadHyX à Palaiseau et Olivia du Roure et Anke Lindner du PMMH à Paris. L'essentiel de ce travail est présenté dans un article intitulé "*The deformation of a flexible fiber settling in a quiescent viscous fluid*" qui a été soumis à *Physical Review Fluids* le 13 Avril 2018.

1. Présentation de l'article

L'étude que nous avons menée comporte une partie expérimentale et une partie numérique. Les principaux résultats sont les suivants :

- Nous avons remarqué que quelque soit la position initiale de la fibre elle arrivera toujours à un même état stationnaire, c'est à dire qu'elle va adopter une forme en "U" plus au moins prononcée avec une amplitude de déflexion stationnaire. Nous avons observé le même comportement dans les simulations numériques.
- En faisant varier la valeur du nombre elasto-gravitationnel, $\mathcal{B}$, nous avons identifié trois régimes distincts concernant la déformation d'un filament élastique.
 - Pour le régime correspondant aux faibles déformations, c'est à dire pour des faibles valeurs du paramètre elasto-gravitationnel, $\mathcal{B} \lesssim 100$ ou des faibles valeurs du paramètre elasto-visqueux, $\mathcal{V}$, la fibre flexible adopte une forme en "V" et son amplitude maximale de déflexion δ/ℓ est linéaire avec $\mathcal{B}$ et $\mathcal{V}$, avec une dépendance en $\ln(\kappa^{-1})$. Dans ce cas, le coefficient de traînée du filament devient proche de celui d'une fibre rigide qui sédimente perpendiculairement à la gravité, $C_\perp$ et la vitesse de la fibre est approximativement $U_\perp$.
 - Pour le régime correspondant aux grandes déformations, c'est à dire pour des grandes valeurs du paramètre elasto-gravitationnel, $\mathcal{B} \gtrsim 500$ ou des grandes valeurs du paramètre elasto-visqueux, $\mathcal{V}$, la fibre flexible adopte une forme en "U" et peut même atteindre une forme de fer à cheval. Son amplitude maximale de déflexion et la distance brin à brin de la fibre saturent et tendent vers une valeur constante ($\delta \simeq 0.85\ell$ et $\lambda \simeq 0.3 - 0.4\ell$) quelle que soit la valeur de κ^{-1} . Dans ce

cas, le coefficient de traînée du filament devient proche de celui d'une fibre rigide qui sédimente de façon parallèle à la gravité, $C_{\parallel}$. Dans ce régime on a $U \simeq 1.6U_{\perp}$.

- Un régime intermédiaire se situe entre les deux présentés précédemment. Dans ce cas la fibre adopte une forme qui lui permet de minimiser son coefficient de traînée qui n'est plus proportionnel à sa vitesse mais à la racine carrée celle-ci : dans ce régime nous avons la relation $\mathcal{B} \sim \mathcal{V}^{1/2}$. Ce régime se situe sur un intervalle restreint des valeurs de $\mathcal{B}$ ($100 \lesssim \mathcal{B} \lesssim 500$) et $\mathcal{V}$ ($30 \lesssim \mathcal{V} \lesssim 300$). Il a été clairement identifié à l'aide d'une reconfiguration du coefficient de traînée, à l'image de ce qui est présenté pour le cas inertiel dans [Gosselin et al. \(2010\)](#).
- Le modèle "bead-spring model" permet de bien capturer le comportement des différentes fibres utilisées dans la plage de $\mathcal{B}$ ($10 \lesssim \mathcal{B} \lesssim 8000$) et de κ^{-1} ($71 < \kappa^{-1} < 303$). En combinant la gravité, les interactions hydrodynamiques et les forces élastiques intrinsèques du filament, on arrive à trouver lorsque la fibre atteint son état stationnaire (lorsque la déformation de la fibre est maximale) des amplitudes de déflexion, des longueurs brin-à-brin et des vitesses de sédimentation similaires.

2. Copie de l'article

The deformation of a flexible fiber settling in a quiescent viscous fluid

Benjamin Marchetti¹, Veronica Raspa², Anke Lindner³, Olivia du Roure³,
Laurence Bergognoux¹, Élisabeth Guazzelli¹, and Camille Duprat²

¹*Aix Marseille Univ, CNRS, IUSTI, Marseille, France*

²*LadHyX, Department of Mechanics, CNRS,
École polytechnique, 91128 Palaiseau, France*

³*PMMH, UMR 7636, ESPCI Paris,
PSL Research University, Université Paris Diderot,
Université Pierre et Marie Curie, 10 rue Vauquelin, Paris, France*

(Dated: July 28, 2018)

Abstract

The equilibrium state of a flexible fiber settling in a viscous fluid is examined using a combination of macroscopic experiments, numerical simulations and scaling arguments. We identify three regimes having different signatures on this equilibrium configuration of the elastic filament: weak and large deformation regimes wherein the drag is proportional to the settling velocity as expected in Stokes flow and an intermediate elastic reconfiguration regime where the filament deforms to adopt a shape with a smaller drag which is no longer linearly proportional to the velocity.

I. INTRODUCTION

The motion of flexible slender bodies in viscous fluids is of fundamental importance in various fields such as biopolymer (e.g. DNA or actin microfilaments) or polymer science [1–3] and pulp and paper or textile engineering [4, 5]. When these flexible filaments are submitted to a fluid flow or to external forces such as gravity, the interplay between the internal elastic forces of the deformable body and the hydrodynamic forces can lead to complex deformation and motion, which may have strong consequences on their macroscopic transport [6]. Flow-induced fiber deformation is also a model system to investigate the influence of flexibility on the drag experienced by an object; indeed, the drag is modified since the filament shape becomes a function of its velocity, and can actually be reduced, both at high [7, 8] and low Reynolds number [9, 10], although the latter regime has received less attention. The present work focusses on one of the simplest flow situation by considering the deformation of a flexible fiber in response to forces which act upon it when settling under gravity in a quiescent viscous fluid.

A long uniform flexible fiber settling in a viscous fluid deforms dynamically in response to the viscous stresses which act upon it. This deformation arises solely because of nonlocal hydrodynamic interactions along the fiber; hydrodynamic interactions with adjacent parts of the fiber are stronger near the middle than near the ends, causing the middle of the fiber to settle faster than its ends. As a result of this deformation, the flexible fiber experiences a torque which orients it toward a horizontal position, i.e. with its long axis perpendicular to the direction of gravity regardless of its initial configuration, as evidenced in Fig. 1, and eventually adopts a more or less pronounced ‘U’ shape. This has been shown analytically and numerically using slender-body theory [11–13] but also confirmed numerically using discrete modeling of the filament as a string of connected beads interacting by elastic and repulsive forces with different degrees of sophistication [9, 14–16]. To the best of our knowledge, no experiments were reported.

In this paper, we focus on the equilibrium state of a flexible fiber settling in a viscous fluid using a combination of macroscopic experiments, numerical simulations, and scaling arguments. In particular, we identify three different regimes depending on the relative magnitude of gravitational and elastic forces. We explore the signature of these regimes on the shape and velocity of the filament.

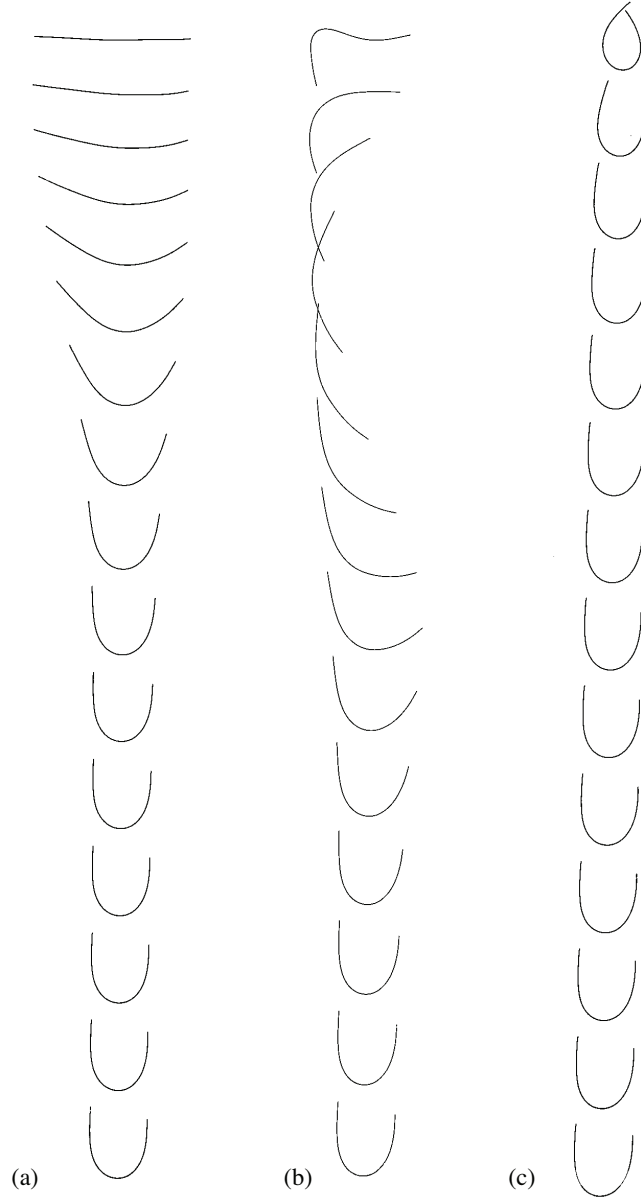


FIG. 1. Experimental chronophotographies of an elastic filament (length $2\ell = 8.3$ cm) settling in a viscous fluid for different initial conditions. The time step between two consecutive images is taken as $\Delta t \simeq \ell/U$, where U is the final steady settling speed. Note that the fiber is not perfectly homogeneous, resulting in a systematic slight asymmetry of the shape.

II. PHYSICAL MECHANISMS AND SCALING ARGUMENTS

We consider a fiber, of length 2ℓ and radius a , settling in a quiescent viscous fluid, driven by a gravitational force F_g . The fiber experiences a viscous drag such that, at equilibrium,

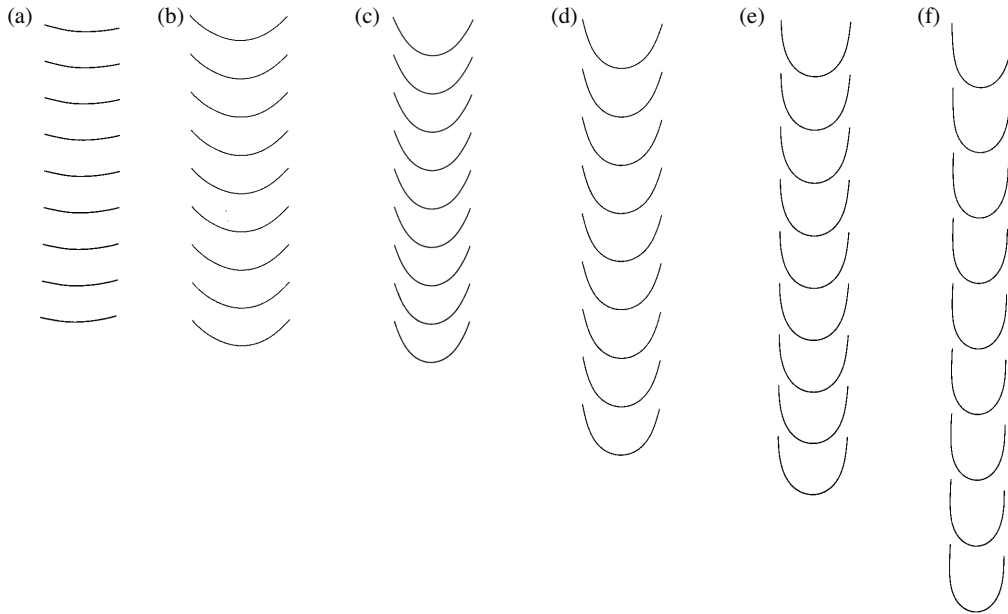


FIG. 2. Experimental chronophotographies in the stationary state, where the fiber shape and velocity remain constant. All filaments have similar material properties (a , ρ_s , EI) such that the settling velocity of an equivalent rigid filament $U_\perp$ is the same. From a) to f), the length of the fiber increases, i.e. $\mathcal{B}$ increases ($\mathcal{B} = 57, 111, 207, 222, 329, 439, 549$). The time between successive photos is $10a/U_\perp$; a difference in travelled distance thus indicates a difference in velocity.

$F_{drag} = F_g$. An elastic fiber deforms in response to the viscous stresses (of magnitude F_{drag} , thus at equilibrium F_g) and bends along its length in a “U-shape”, to adopt a typical curvature $1/2\ell$. Balancing the torque applied on the fiber, $F_g 2\ell$, and the typical resisting elastic torque, $EI/2\ell$, where E is the Young modulus and $I = \pi a^4/4$ is the second moment of inertia, gives a dimensionless elasto-gravitational number,

$$\mathcal{B} = \frac{F_g(2\ell)^2}{EI}. \quad (1)$$

While the driving force (simply the fiber weight) is known and constant, the expression of the drag force F_{drag} is not known a priori and depends on the shape of the filament, thus on its elastic deformation. The deformation of the fiber, and thus its velocity, are controlled by $\mathcal{B}$ (for a given fiber aspect ratio $\kappa^{-1} = \ell/a$); the relative magnitude of gravitational and elastic forces increases with $\mathcal{B}$ and the filament deformation increases, as exhibited in Fig. 2.

At small $\mathcal{B}$, the fiber is only weakly deformed, see Fig. 2(a). Its shape remains close to

that of a rigid fiber settling perpendicularly to the direction of gravity. We thus expect the drag to be well approximated by the drag on a rigid filament of same dimension and characteristics. For a rigid filament, the viscous drag is proportional to the filament velocity and length and depends on the filament orientation. A slender fiber, of length 2ℓ and radius a , thus of aspect ratio $\kappa^{-1} = \ell/a$, settling at a velocity $U_{\perp}$ in a fluid of viscosity μ with its long axis perpendicular to the direction of gravity experiences a drag,

$$F_{drag\perp} = C_{\perp} \mu U_{\perp} 2\ell, \quad (2)$$

with a coefficient $C_{\perp}$ which solely depends on κ^{-1} [17] and reads

$$C_{\perp} = \frac{4\pi}{\ln(4\kappa^{-1}) - 1/2} \quad \text{at order } 1/(\ln \kappa^{-1})^2, \quad (3)$$

$$\simeq \frac{4\pi}{\ln \kappa^{-1}} \quad \text{at leading order } 1/(\ln \kappa^{-1}). \quad (4)$$

Balancing this drag and the gravitational force, $F_g = \Delta\rho g \pi a^2 2\ell$ (where $\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$ is the density difference between the solid filament and the fluid), yields the settling velocity,

$$U_{\perp} = \frac{\Delta\rho g a^2 [\ln(4\kappa^{-1}) - 1/2]}{4\mu} \quad (5)$$

$$\simeq \frac{\Delta\rho g a^2 \ln \kappa^{-1}}{4\mu} \quad \text{at leading order.} \quad (6)$$

The deformation increases slightly with increasing $\mathcal{B}$, while the velocity remains close to $U_{\perp}$, see Fig. 2 (a)-(b). The typical deflection δ due to viscous forces is given by a balance between the torque applied on the fiber by the viscous drag, $F_{drag} 2\ell$, and the bending torque for small deformations δ , $EI\delta/(2\ell)^2$, such that

$$\frac{\delta}{\ell} \propto \mathcal{B}. \quad (7)$$

In this regime, the parameter $\mathcal{B}$ can be expressed as

$$\mathcal{B} = \frac{F_{drag}(2\ell)^2}{EI} = C_{\perp} \frac{\mu U_{\perp} (2\ell)^3}{EI} = C_{\perp} \mathcal{V}, \quad (8)$$

where we introduce the elasto-viscous number $\mathcal{V} = \frac{\mu U (2\ell)^3}{EI}$ (here with $U = U_{\perp}$).

As $\mathcal{B}$ is further increased, the deflection and the velocity of the fiber increases, see Fig. 2 (b)-(e), to reach a large deformation regime where the filament adopts a saturated U shape, i.e. nearly folds onto itself, as shown in Fig. 2 (f). In that regime, the deflection is constant,

$$\frac{\delta}{\ell} \simeq 1. \quad (9)$$

The two branches of the U are aligned with the flow; we thus expect the drag to be close to that of two rigid fibers of length ℓ settling parallel to gravity, i.e. the total drag should approximately be

$$F_{drag} = 2 C_{\parallel} \mu U \ell, \quad (10)$$

with a coefficient $C_{\parallel}$ which solely depends on κ^{-1} as [17]

$$C_{\parallel} = \frac{2\pi}{\ln(4\kappa^{-1}) - 3/2} \quad \text{at order } 1/(\ln \kappa^{-1})^2, \quad (11)$$

$$\simeq \frac{2\pi}{\ln \kappa^{-1}} \quad \text{at leading order } 1/(\ln \kappa^{-1}). \quad (12)$$

The drag is smaller than that of a fiber settling perpendicular to gravity, such that the ratio $C_{\perp}/C_{\parallel} \simeq 1.5 - 1.7$ for $70 < \kappa^{-1} < 300$ and the settling velocity is higher, since $U_{\parallel}/U_{\perp} = C_{\perp}/C_{\parallel}$. In this regime, $\mathcal{B}$ can be expressed as

$$\mathcal{B} = C_{\parallel} \mathcal{V}. \quad (13)$$

For intermediate values of $\mathcal{B}$, both the deflection and the velocity increase. Indeed, as the filament adopts a more pronounced U-shape, the viscous drag decreases since larger portions of the filament are aligned with the flow. This increase of velocity with flexibility, as the filament deforms to adopt a shape with a smaller drag, is reminiscent of the reconfiguration observed at large Reynolds number [8], but here in a low Reynolds number regime rarely explored. In this intermediate reconfiguration regime, the drag force is not known and can not be approximated by either the drag on a perpendicular fiber, or on vertical fibers; it indeed depends on the shape of the fiber, i.e. on an apparent length ℓ_{app} that is not the simple length of the fiber as for the cases discussed above but is given by the fiber deformation. This latter deformation is controlled by the typical bending torque, denoted as the stiffness $\mathcal{S} = EI/2\ell$ and the viscous force, i.e. $\ell_{app} = \ell_{app}(\mu U, \mathcal{S})$. Simple dimensional analysis gives a scaling for the apparent length $\ell_{app} \sim (\mathcal{S}/(\mu U))^{1/2}$, and thus implies a new scaling for the drag,

$$F_{drag} \sim \mu U \ell_{app} \sim (\mu U)^{1/2} \mathcal{S}^{1/2}. \quad (14)$$

We note that, contrary to the weak or strong deformation regimes where the drag is proportional to U , the drag here is proportional to $U^{1/2}$ with a weaker exponent characteristic of a drag reduction regime since the apparent length depends on U . In this regime, the settling

	Fluid 1	Fluid 2	Fluid 3
Mixture	Silicon Oil	50% water + 50% Ucon Oil [®]	60% water + 40% Ucon Oil [®]
$\rho_f(\text{kg.m}^{-3})$	970	1074	1061
$\mu_f(\text{Pa.s})$	0.97	0.96	0.30

TABLE I. Main characteristics of the fluids used in the experiments.

velocity, given by $F_{drag} = F_g$, is not a mere constant but varies as

$$\begin{aligned} \frac{U}{U_\perp} &\sim \frac{U}{F_{drag}/(\mu 2\ell)} \sim \frac{\mu U 2\ell}{(\mu U)^{1/2} S^{1/2}}, \\ &\sim \left[\frac{\mu U (2\ell)^3}{EI} \right]^{1/2} \equiv \mathcal{V}^{1/2}. \end{aligned} \quad (15)$$

The deflection, given by $F_{drag} 2\ell \sim EI\delta/(2\ell)^2$, is thus

$$\frac{\delta}{\ell} \sim \mathcal{V}^{1/2}. \quad (16)$$

In this regime, we also obtain

$$\mathcal{B} \sim \mathcal{V}^{1/2}. \quad (17)$$

We thus have three regimes with different signatures on the equilibrium configuration of the elastic filament. The dimensionless deflection δ/ℓ scales as $\mathcal{V}$ in the weak deformation regime, as $\mathcal{V}^{1/2}$ in the reconfiguration regime, and is constant ≈ 1 in the large deformation (or saturation) regime. Similarly, the velocity is given by $U/U_\perp \simeq 1$ for small deformation, $U/U_\perp \propto \mathcal{V}^{1/2}$ at intermediate deformation, and $U/U_\perp \approx 1.6$ for large deformations. In the following, we present experimental and numerical results to assess these three different scalings.

III. EXPERIMENTAL TECHNIQUES

Experiments are carried out using the experimental setup depicted in Fig. 3. We use two different containers: a small tank ($L_1 = 20$ cm, $L_2 = 20$ cm, $L_3 = 50$ cm) and a larger tank ($L_1 = 40$ cm, $L_2 = 60$ cm, $L_3 = 80$ cm) to avoid wall effects. The transparent tanks are filled with two different types of liquids (water-based Ucon oil and silicon oil) of various densities and viscosities as indicated in Table I.

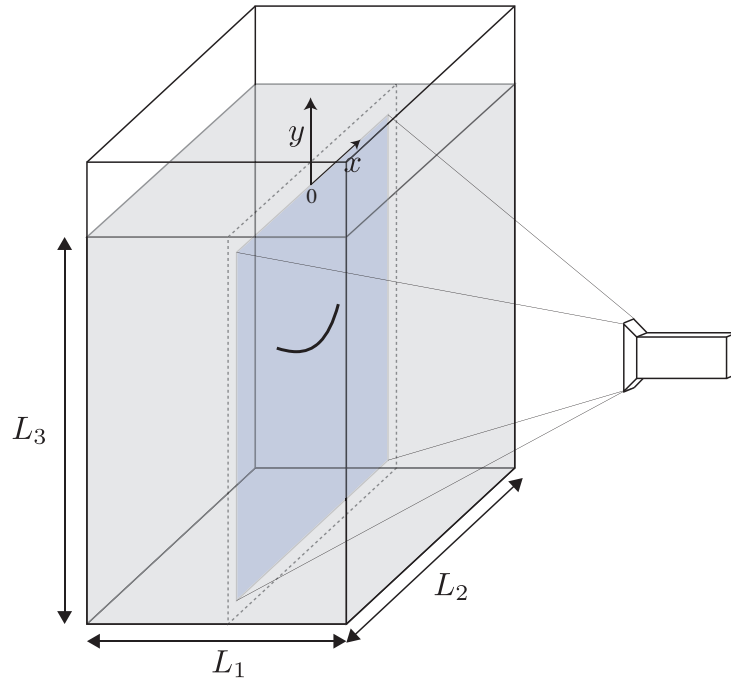


FIG. 3. Experimental setup. The filament is initially maintained at the center of the tank and aligned with the plane defined by the dotted line. The shaded area corresponds to the plane of view of the camera.

Fibers are fabricated from a silicon-based elastomer (Zermak Elite double 8) molded in capillary tubes. The density is tuned by adding iron powder in different proportions, which also slightly modifies the Young modulus. The Young modulus is determined for each solution by standard traction measurements. The properties of the elastomeric filaments are highly sensitive to storage conditions, and may vary depending on the fluid they are stored in. In particular, the elastomer swells in silicon oil; new filaments are casted every day to ensure constant properties (we have verified that, when immersed in silicon oil, the filaments properties remained unchanged for several days, but we imposed a shorter time of use, typically 24 hours, to ensure reproducibility). In water-based fluids, no swelling is observed and filaments can be extracted and kept in air. Under these conditions, aging and solvent evaporation may cause changes in properties from fabrication (in particular, hardening can be observed). The properties of the filaments are then measured at their time of use in the experiments. The properties of the filaments are presented in Table II.

Two independent sets of data have been collected: filaments of batch P settling in fluid 1 inside the large tank, and filaments of batch M settling in fluids 2 and 3 inside the

Batch P					Batch M				
Fe %w/W	ρ_s (kg.m ⁻³)	E (kPa)	a (μ m)	$\mathcal{B}$ (-)	Fe %w/W	ρ_s (kg.m ⁻³)	E (kPa)	a (μ m)	$\mathcal{B}$ (-)
10	1166	218.3	128.9	16-1090	10	1166	198	138	373-430
			229.6	60-1030				232	65
18	1254	243.0	128.9	22-1410	20	1295	220	140	221-555
			229.6	33-445				232	187-203
20	1295	251.5	128.9	24-1560	30	1450	1100	500	40
			229.6	57-550				285	88
					40	1617	226	137	120-286
								232	56-110

TABLE II. Main characteristics of the filaments used in the experiments. The length of the filament varies between $2\text{ cm} < 2\ell < 8\text{ cm}$.

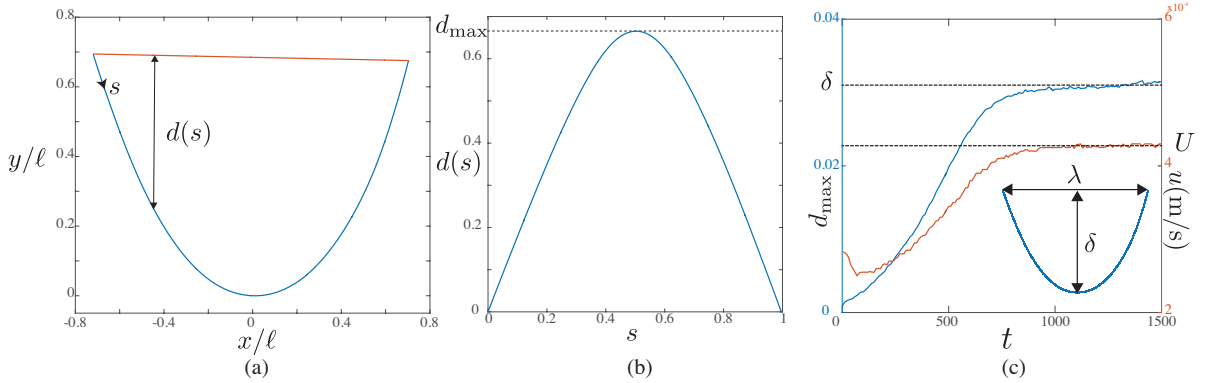


FIG. 4. Image analysis (typical profiles obtained experimentally): the instantaneous shape $y(x)$ of the filament is extracted from the images (a), the deformation $d(s)$ is measured along the arc length (b) and the maximum deflection d_{max} , as well as the velocity u are followed with time (c). The final stationary shape (inset in (c)) is symmetric, and has a maximum deflection δ and an end-to-end distance λ .

smaller tank. The elasto-gravitationnal number, $\mathcal{B}$, spans a large range to cover all regimes, $60 \lesssim \mathcal{B} \lesssim 1200$. The Reynolds number, $Re = U\ell\rho_f/\mu$, is always smaller than 0.01 for experiments done in fluids 1 and 2 but can reach 0.2 for the less viscous fluid 3.

A pair of reversed action mechanical tweezers placed at the center of the container enables

to hold and to release the fiber while minimizing the surface of contact with the filament and any undesired torsion or tension. A specially designed pool having a rectangular opening at its bottom has been alternatively used in the smaller tank experiments. The filaments are thus released in a plane perpendicular to the wall of the container (indicated by the dotted area in Fig. 3). The shape and position of the filament are recorded (typically at 0.1-0.5 fps) with a high-resolution digital camera having a wide-angle lens in order to image the entire settling dynamics (see the shaded area in Fig. 3). We verify that the settling is planar with a second camera placed perpendicularly to the observation plane.

The shape $y(x)$ of the fiber is extracted thanks to standard image processing functions, see a typical example in Fig. 4 (a). On this shape, we measure the deflection $d(s)$ along the length of the fiber (s denotes the arc length) and we extract the maximum deflection d_{max} on each shape, see Fig. 4 (b). In addition, we record the position of the center of mass of the filament at each time step in order to evaluate the instantaneous vertical velocity $u(t)$. We then follow the evolution of d_{max} and u as the filaments settles, see Fig. 4 (c). The deflection increases to reach a constant value δ while simultaneously the settling velocity saturates at a constant value U , indicating that the filament has reached its equilibrium configuration. This procedure is automatized using an in-house custom code, and for each experiment we record the stationary values of the velocity, U , the maximum deflection, δ , and the end-to-end distance, λ . In the following, we report averaged measurements of these quantities over several runs (typically 4-5 for batch M and 1-2 for batch P) and the uncertainties on these measurements are taken as the standard deviations over these runs.

It is important to stress that there are some unavoidable difficulties in performing these experiments at low Reynolds numbers that result in scatter in the data. First, a small convection current due to a weak thermal gradient is always present across the tanks. This convection current which is typically of the order of $1\mu\text{m/s}$ affects the trajectory of the flexible filament and its velocity, in particular in water-based fluids. Second, the bottom and side walls of the tanks may also influence the dynamics of the filament by slowing them down (in particular in the smaller tank, i.e. for experiment with batch M). These effects result in an increased uncertainty on the settling velocity, while not affecting the shape of the filament, as the latter is determined by the velocity difference between the settling filament and the fluid.

The two experimental set-ups are thus complementary. The use of water-based fluids is

more amenable for a larger number of experiments to be performed as individual filaments can be used repeatedly, whereas the use of silicon oil in a large tank results in a better resolution on the settling velocity. We will discuss all three sets of data obtained with these two set-ups throughout the paper.

IV. THEORETICAL MODELING

A. Slender-body model

This model, first proposed by Xu and Nadim [11] and later revisited in [12, 18], is based on slender-body theory [17] and considers the weak deflection of a long filament. It is therefore limited to the regime of small values of $\mathcal{B}$.

The hydrodynamic force acting on a long rigid filament settling in a viscous fluid per unit length of the centerline can be expressed as,

$$f^H(x) = 2\pi\mu U_\perp \left\{ -\frac{2}{\ln \kappa} - \frac{1}{(\ln \kappa)^2} \left[1 + 2 \ln 2 + \ln \left(1 - \left(\frac{x}{\ell} \right)^2 \right) \right] + O \left(\frac{1}{(\ln \kappa)^3} \right) \right\}. \quad (18)$$

While this viscous force is constant along the length at first order, at second order the force increases near the ends of the filament due to non-local effects, leading to the U-shape observed in the experiments.

The velocity is equal to $U_\perp$ and is given by the balance of the viscous and gravitational forces,

$$\Delta \rho g \pi a^2 2\ell = \int_{-\ell}^{\ell} f^H(x) \, dx = \frac{8\pi\mu U_\perp \ell}{\ln 4\kappa^{-1} - 1/2}, \quad (19)$$

$$\simeq \frac{8\pi\mu U_\perp \ell}{\ln \kappa^{-1}} \quad \text{at leading order}, \quad (20)$$

as defined earlier in Sec. II.

For small deformation, the force applied on the filament remains equal to Eq. (18) and the deformation is given by Euler-Bernoulli beam theory [11]. The stationary shape of the filament $y(x)$ is then given by

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = f(x), \quad (21)$$

where f is the net force per unit length acting on the fiber, i.e.

$$f(x) = f^H(x) - \frac{1}{2\ell} \int_{-\ell}^{\ell} f^H(x) \, dx. \quad (22)$$

The deformation is given by the second order $1/(\ln \kappa^{-1})^2$ terms. Replacing $f(x)$ in Eq. (21), and rescaling with $X = x/\ell$ and $Y = y/y_0$, leads to

$$\frac{d^4 Y}{dX^4} = 2 \ln 2 - 2 - \ln(1 - X^2), \quad (23)$$

with a typical deflection,

$$y_0 = \frac{2\pi\mu U_{\perp} \ell^4}{EI(\ln \kappa)^2}, \quad (24)$$

$$\simeq \frac{\mathcal{B}\ell}{16 \ln \kappa^{-1}} \quad \text{at leading order.} \quad (25)$$

We can solve (23) with boundary conditions $Y(0) = 0$, $Y'(0) = 0$ at the center of the beam and $Y''(1) = Y''(-1) = 0$, $Y'''(1) = Y'''(-1) = 0$ at the free ends, to obtain the profile

$$Y(X) = \frac{1}{24} \left[X^2 + \frac{13}{6} X^4 + 2 \ln 2 (6X^2 + X^4) - (X-1)^4 \ln(1-X) - (X+1)^4 \ln(1+X) \right]. \quad (26)$$

Note that this solution is given in [11] with a typo (3/16 instead of 13/6) and in [12] with a different typo, while a correct form is given in [18]. The maximum deflection δ is given by $Y(|X|=1)$. For the stationary shape given by Eq. (26), we find $Y(|X|=1) = 0.0074$ which gives for the maximal amplitude of deformation

$$\frac{\delta}{\ell} = 0.0074 \frac{y_0}{\ell} \approx \frac{0.0046}{\ln \kappa^{-1}} \mathcal{B}. \quad (27)$$

In this small deformation regime, we recover the linear scaling $\delta/\ell \propto \mathcal{B}$ with $U = U_{\perp}$. Note that there is also a dependence on aspect ratio, κ^{-1} .

B. Bead-spring model

To tackle all regimes of $\mathcal{B}$ (i.e. in particular to encompass the large- $\mathcal{B}$ range which is not described by the slender-body model presented in the previous Sec. IV A), we also choose to use a discrete modeling wherein the filament is treated as a chain comprising $N = \kappa^{-1} (= \ell/a)$ spherical beads of radius a connected by springs, as illustrated in Fig. 5. This model has been used extensively in the literature with different degrees of approximation and refinement [9, 14–16].

The beads interact through multi-body hydrodynamic interactions and elastic forces. The force balance on each sphere (neglecting particle inertia) can be framed into a mobility

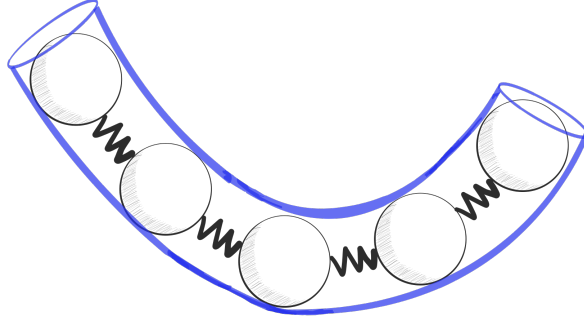


FIG. 5. Sketch of the bead-spring model wherein the filament is modeled as a chain of spherical beads connected by spring.

problem. The velocity $\dot{\mathbf{r}}^\alpha$ of the sphere α located at position $\mathbf{r}^\alpha$ and interacting with other spheres β located at position $\mathbf{r}^\beta$ is given by

$$\dot{\mathbf{r}}_i^\alpha = \sum_{\beta} \mathcal{M}_{ij}^{\alpha\beta} \left(F_j^\beta - \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial r_j^\beta} \right), \quad (28)$$

where $\mathcal{U}$ is the elastic potential and $\mathbf{F}^\beta$ is the external force due to gravity on each particle which is precisely balanced by the Stokes drag and is thus $= 6\pi\mu a \mathbf{U}_S$ where μ is the fluid viscosity and $\mathbf{U}_S$ the Stokes settling velocity. Following the approach developed in [14], the elastic potential $\mathcal{U}$ stems from a discrete version of the worm-like chain model and is written as

$$\mathcal{U} = \sum_{\gamma} \left[a S \left(\frac{\mathbf{r}^{\gamma,\gamma+1}}{2a} - 1 \right)^2 + \frac{B}{2a} (1 - \cos \theta^{\gamma,\gamma+1}) \right], \quad (29)$$

where, for an isotropic elastic cylinder, the stretching and bending moduli are $S = E\pi a^2$ and $B = E\pi a^4/4$, respectively, with E the Young modulus and where $\mathbf{r}^{\gamma,\gamma+1} = \mathbf{r}^{\gamma+1} - \mathbf{r}^\gamma$ is the distance between neighboring spheres γ and $\gamma + 1$ and $\theta^{\gamma,\gamma+1}$ the angle between neighboring bonds $\mathbf{r}^{\gamma,\gamma-1}$ and $\mathbf{r}^{\gamma,\gamma+1}$. The mobility tensor $\mathcal{M}_{ij}^{\alpha\beta}$ is the distance-dependent tensor which accounts for hydrodynamic interactions between spheres. We choose to use the Rotne-Prager-Yamakawa tensor,

$$\mathcal{M}_{ij}^{\alpha\beta} = \frac{1}{6\pi\mu a} \left\{ \frac{3}{4} \left[\frac{\delta_{ij}}{\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}} + \frac{\frac{r_i^{\alpha,\beta} r_j^{\alpha,\beta}}{a^2}}{\left(\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}\right)^3} \right] + \frac{3}{2} \left[\frac{\delta_{ij}}{3 \left(\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}\right)^3} - \frac{\frac{r_i^{\alpha,\beta} r_j^{\alpha,\beta}}{a^2}}{\left(\frac{r^{\alpha,\beta}}{a}\right)^5} \right] \right\}, \quad (30)$$

which takes into account the hydrodynamic interaction between particles up to order $O(\frac{a}{r^{\alpha,\beta}})^3$ where $\mathbf{r}^{\alpha,\beta} = \mathbf{r}^\beta - \mathbf{r}^\alpha$ is the distance between the spheres α and β with $r^{\alpha,\beta} = |\mathbf{r}^{\alpha,\beta}|$. The

self mobility is chosen as the Stokes mobility,

$$\mathcal{M}_{ij}^{\alpha\alpha} = \frac{\delta_{ij}}{6\pi\mu a}. \quad (31)$$

Other approximations for the mobility tensor could be considered. The leading order Stokeslet approximation used in particular in [9] corresponds to keeping only the first term (inside the square brackets) on the right-hand side of equation (30). A fuller Rotne-Prager-Yamakawa tensor which provides a regularization for $r^{\alpha,\beta} < 2a$ and is positive definite for all the particle configurations can also be used [see e.g. 19]. No significant differences are seen between this later fuller tensor and the Rotne-Prager-Yamakawa tensor described by Eqs. (30) and (31). Discrepancies arise with the Stokeslet approximation (see Fig. 7 and the corresponding discussion).

Eq. (28) governing the time evolution of the sphere positions can be made dimensionless by using a as the length-scale and $6\pi\mu a U_S$ as the force-scale, which reads

$$\hat{r}_i^\alpha = \sum_\beta \hat{\mathcal{M}}_{ij}^{\alpha\beta} \left(\hat{F}_j^\beta - \mathcal{E} \frac{\partial \hat{\mathcal{U}}}{\partial \hat{r}_j^\beta} \right). \quad (32)$$

Eq. (32) exhibits the dimensionless parameter $\mathcal{E} = \frac{E\pi a^2}{6\pi\mu a U_S}$. Care should be taken when relating this dimensionless number $\mathcal{E}$ to the elasto-gravitational number $\mathcal{B}$, defined by Eq. (1), of a real filament. An important point, which may have been left unnoticed in previous numerical work using the bead-spring model since no comparison with experiments was intended, is that the volume of the modeled object should be that of a filament, as illustrated by the (blue) sheath around the chain of beads in Fig. 5. This means that $\mathcal{B} = 32\Delta\rho g \ell^3 / E a^2 \equiv 24\kappa^{-3} / \mathcal{E}$.

Integration of the positions of each sphere is performed using an explicit Runge-Kutta method of order (4)5 (the ‘dopri5’ integrator of the ‘ode’ solver in Python). The Python code is given as supplementary material. Similar methods as those used in the experiments (described at the end of Sec. III) are applied to determine the stationary values of the filament velocity, U , the maximum deflection, δ , and the end-to-end distance, λ .

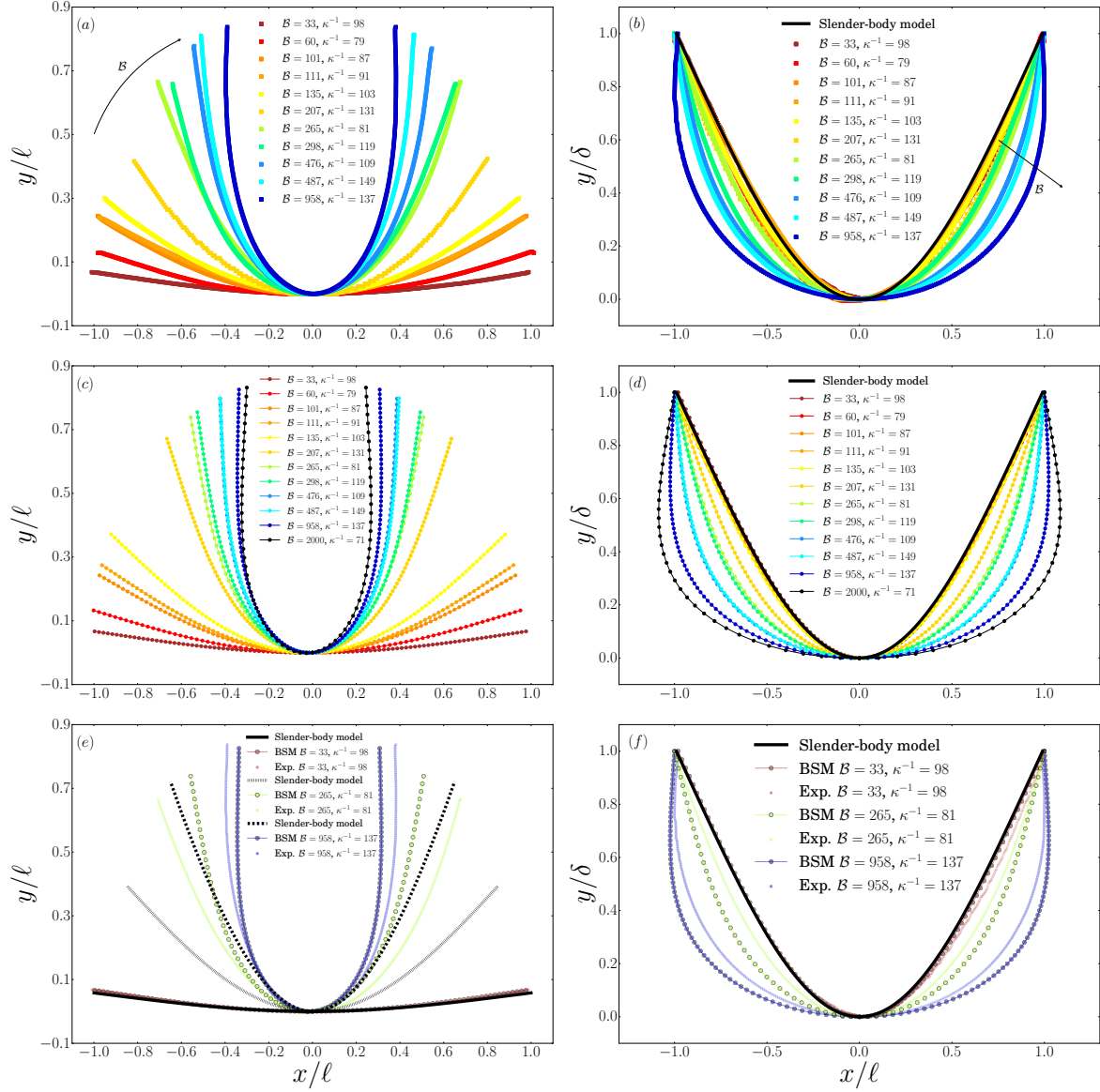


FIG. 6. Final shapes of the filaments, $\frac{y(x/\ell)}{\ell}$, (left column) and same but rescaled by the maximum amplitude, $\frac{y(x/\ell)}{\delta}$, (right column) for experiments (top), graphs (a) and (b), bead-spring modeling noted BSM (middle), graphs (c) and (d), and selected comparison between experiments and numerical predictions (bottom), graphs (e) and (f).

V. RESULTS AND COMPARISONS

A. Final shape

Experiments are performed for various $\mathcal{B}$ ($30 \lesssim \mathcal{B} \lesssim 1000$) and κ^{-1} ($70 \lesssim \kappa^{-1} \lesssim 300$). A selection of the obtained final shapes is presented in Fig. 6 (a). We rescale these profiles with the maximum amplitude δ in Fig. 6 (b). As $\mathcal{B}$ increases, the amplitude of the deformation increases. Whereas the filament adopts a “V” shape at weak deformation, it achieves a “U” shape at stronger deformation as its ends become aligned vertically. All the profiles for $\mathcal{B} \leq 200$ collapse onto a single curve in agreement with the prediction (the black line) given by Eq. (26), i.e. the profile derived by the slender-body model [11] presented in Sec. IV A. For larger values, the shape significantly deviates from this profile. A similar trend is recovered in the numerical bead-spring modeling, see Fig. 6 (c)-(d). These numerical simulations enable the exploration of a larger range of $\mathcal{B}$, and in particular to extend the analysis to the high- $\mathcal{B}$ regime (up to $\mathcal{B} = 10^4$) where experiments are hardly amenable at a macroscopic scale. As $\mathcal{B}$ is increased, the predicted shape evolves from a “V” to a “U” shape as seen in the experimental observations. For the higher $\mathcal{B}$ explored, the filament can even reach a highly deformed “horseshoe” shape. For intermediate values of $\mathcal{B}$, the shape evolves between the limit (the black line) given by the slender body theory, i.e. the “V” shape profile given by Eq. (26), and the highly deformed “horseshoe” shape. Experiments and simulations compare favorably as depicted in Fig. 6 (e)-(f). The largest discrepancy is observed in the intermediate regime, e.g. for $\mathcal{B} = 265$, as will be discussed in the following paragraphs.

Some understanding of the obtained shapes can be inferred from examining the combined effect of hydrodynamic and elastic forces on the chain of spheres. As pointed in Sec. I, the central spheres settle faster than the end spheres since they experience stronger hydrodynamics disturbances due to the motion of the other spheres. The bending of the filament (of uniform thickness) is thus caused by non-local hydrodynamic interactions. The equilibrium shape is obtained by the balance of the hydrodynamic and elastic forces on the chain. Strong elastic forces, i.e. small $\mathcal{B}$, maintain a weakly curved shape, while smaller elastic forces, i.e. larger $\mathcal{B}$, are less likely to resist the hydrodynamic forces leading to an increased deformation. The highly deformed “horseshoe” shape is reminiscent of the subsequent evolution of the chain of spheres without elastic restoring forces: the central spheres settle faster leaving

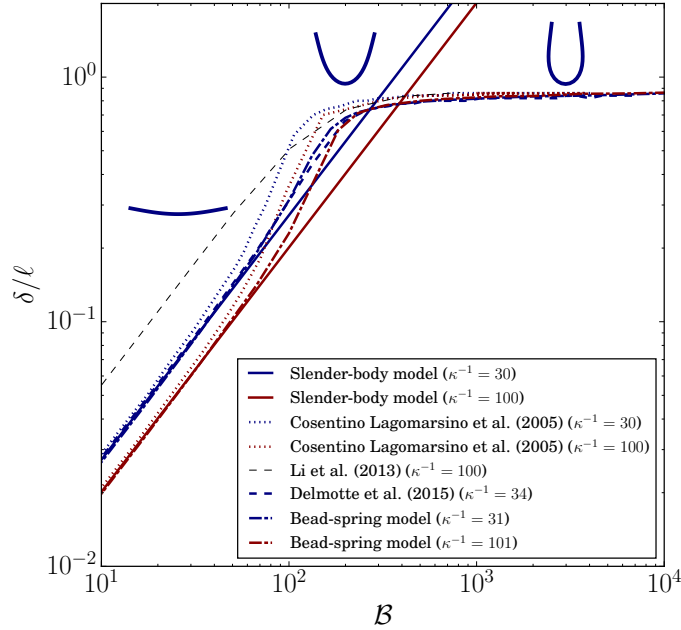


FIG. 7. Scaled maximum amplitude, δ/ℓ , versus $\mathcal{B}$. Comparison of the slender-body and bead-spring models presented in Sec. IV with numerical results from previous models [9, 12, 16] at similar $\kappa^{-1} = 30$ and 100.

behind the end spheres which then come closer and start to settle faster and to catch up the central spheres, leading finally to a toroidal circulation of the cluster of particles, see e.g. chapter 6 in [20].

The shape of the stationary filament is characterized by its maximum amplitude δ as well as its end-to-end distance λ . Before embarking in a detailed comparison between the experiments and the predictions of the models presented in Sec. IV, these models are compared to previous numerical results collected in the literature for the maximum deflection δ in Fig. 7, for two values of κ^{-1} ($= 30$ and 100). In particular, we focus the comparison on two previous bead-spring models, that of [9] using a Stokeslet approximation and that of [16] using a Gear model based on a no-slip condition between the beads and ensuring a non extensibility condition for the filament. An important point to mention is that, in calculating $\mathcal{B}$ in these bead-spring models, one must use the volume of the object as a filament and not as a chain of beads (there is a factor 3/2 difference) as explained at the end of Sec. IV B. At small $\mathcal{B}$, the predictions coming from all the models recover the linear evolution given by

the slender-body theory given by Eq. (27) [11]. The numerical models also recover the same saturation at large $\mathcal{B}$, which, as expected, cannot be captured by the slender-body theory valid only for small deflections. Note that this is not exactly a saturation, as the shape of the filament continues to evolve slightly and the deflection slowly increases while remaining close to $\delta \simeq 0.85 \ell$. Note also that a metastable “W” shape can be reached for very large values of $\mathcal{B}$. This “W” configuration observed also in [9, 16] is unstable and, after some transient time, the filament rotates and eventually adopts a final “horseshoe” shape, see the movie given as supplementary material (for 51 beads and $\mathcal{E} = 120$). This transient shape is only observed for large values of $\mathcal{B} > 5000$ which can not be attained experimentally; indeed, the “W” configuration is never observed in the experiments. The main difference observed between the models is visible in the intermediate (reconfiguration) regime, where the bead-spring models deviate from the linear variation predicted by the slender body model before the saturation regime. The present bead-spring model (introduced in Sec. IV B) agrees well with the Gear model of [16], even though they consider different extensibility conditions. The bead-spring model of [9] using a Stokeslet approximation shows larger deviations to the linear variation than these two later models which consider a higher degree of approximation for the hydrodynamic interactions. To be comprehensive, we have also reported on the graph of Fig. 7 the results of [12] for a filament of non-uniform thickness (i.e. having an ellipsoid form). A linear variation with $\mathcal{B}$ is observed at small $\mathcal{B}$ but with a larger relative amplitude than for the uniform filaments considered in the bead-spring models. Interestingly, saturation is observed at the same $\delta \simeq 0.85 \ell$. Note that this model does not present the deviation from the linear variation observed in the intermediate regime with the bead-spring models. To conclude, these comparisons appraise the validity of the models used in the present work (described in Sec. IV). The experimental results are presented against these two models in the following.

Comparison of the experimental, analytical (slender-body model), and numerical (bead-spring model) results for the scaled maximum amplitude, δ/ℓ , and the end-to-end distance, λ/ℓ , are plotted as functions of $\mathcal{B}$ and $\mathcal{V}$ in Fig. 8. There is a reasonable agreement between the experimental data and numerical simulations. The experimental data present some scatters which reflect the experimental difficulties mentioned in Sec. III. It is interesting to note that the experiments using the less viscous fluid 3, i.e. for which the Reynolds number is larger, do not present a notable different trend. This finding may be expected as the finite

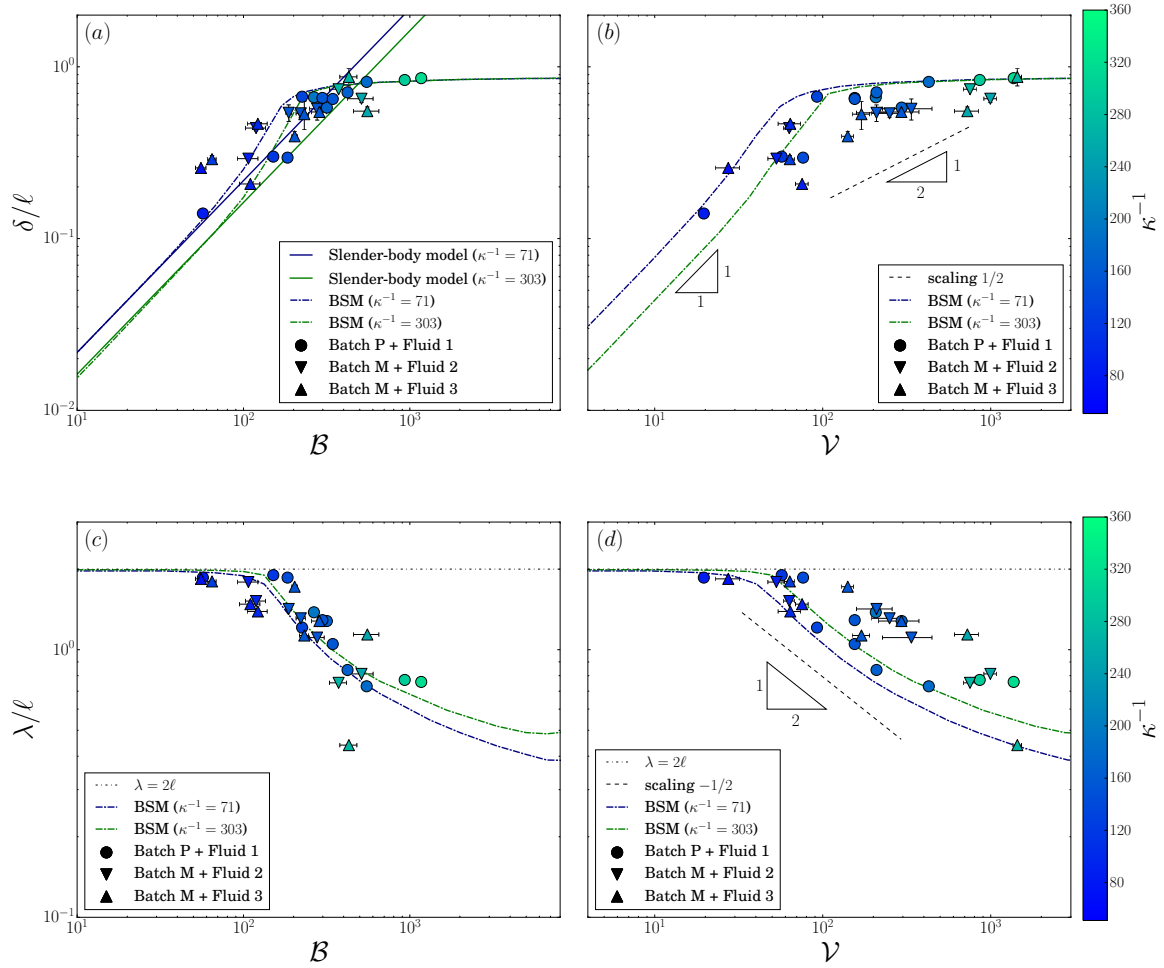


FIG. 8. Scaled maximum amplitude, δ/ℓ , (top) and end-to-end distance, λ/ℓ , (bottom) as functions of B (left), graphs (a) and (c), and ν (right), graphs (b) and (d), for the experimental, analytical (slender-body model), and numerical (bead-spring model noted BSM) results.

Reynolds corrections to the slender body theory only affect the order $1/(\ln \kappa^{-1})^2$ term in the drag and not the leading term [21]. Therefore, for the long filaments considered here, these finite Reynolds number corrections may not produce a significant effect. At small B , the maximum deflection δ increases linearly with B , in agreement with the small deformation limit given by Eq. (27) of the slender-body theory [11], see Fig. 8 (a). The amplitude depends on the aspect ratio, which varies between 80 and 300 as indicated by the color bar; larger aspect ratios exhibit smaller deflections, in agreement with Eq. (27). For $B \gtrsim 400$, the amplitude tends to saturate at $\delta \simeq 0.85\ell$, independently of aspect ratio. It continues to

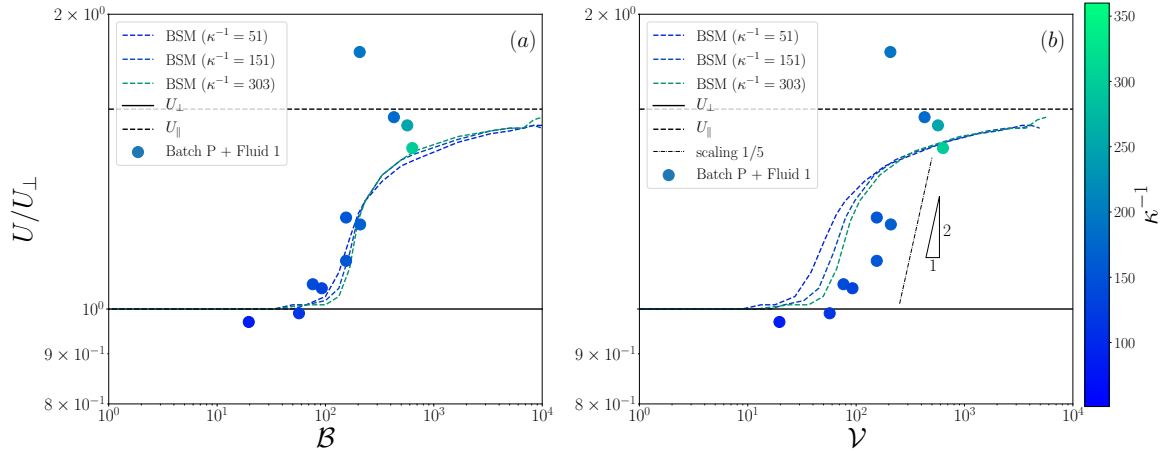


FIG. 9. Scaled velocity, $U/U_{\perp}$, versus $\mathcal{B}$ (left), graph (a), and $\mathcal{V}$ (right), graph (b), for the experimental and numerical (bead-spring model noted BSM) data.

increase with increasing $\mathcal{B}$ but at a very slow rate. This slow saturation of the amplitude cannot be captured by the slender body model but is predicted by the bead spring model in good agreement with the experimental observations. The end-to-end distance λ decreases with increasing $\mathcal{B}$ as the filament adopts a “U” shape, as shown in Fig. 8 (c). We observe the signature of the two limiting regimes; at low $\mathcal{B}$, the deformation is weak and $\lambda \simeq 2\ell$ while, at large $\mathcal{B}$, the deformation saturates and λ decreases slowly towards $\lambda \simeq 0.3 - 0.4\ell$ with a small dependence on κ^{-1} . In addition, we identify here a third regime where λ continuously evolves as the shape of the filament is modified. This reconfiguration regime is observed for $200 < \mathcal{B} < 500$ and corresponds to the intermediate profiles shown in Fig. 6. The three regimes (weak deformation, reconfiguration, and saturation) are more conspicuous when plotting the data against the elasto-viscous number $\mathcal{V}$ in Fig. 8 (b),(d). The increase in data scatter is due to the uncertainty on the velocity used to estimate $\mathcal{V}$. For $\mathcal{V} \lesssim 30$, $\delta/\ell \propto \mathcal{V}$ and $\lambda/\ell \simeq 2$ (weak deformation). For $30 \lesssim \mathcal{V} \lesssim 400$, δ/ℓ increases while λ/ℓ decreases; these evolutions are consistent with the scaling $\delta/\ell \propto \mathcal{V}^{1/2}$ and $\lambda/\ell \propto \mathcal{V}^{-1/2}$ derived for the reconfiguration regime in Sec. II. At larger $\mathcal{V}$, the deformation saturates toward a constant shape with $\delta/\ell \simeq 0.85$ and λ decreases towards $\lambda/\ell \simeq 0.3 - 0.4$.

B. Velocity

We measure the settling velocity of the filaments that we compare to the settling velocity of a rigid filament of same properties and dimensions, $U_{\perp}$ given by Eq. (5). These scaled velocities, $U/U_{\perp}$, are plotted as functions of $\mathcal{B}$ and $\mathcal{V}$ together with the numerical results coming from the bead-spring model in Fig. 9. As discussed previously, the experimental measurements are affected by convection within the tank and by interactions with the walls, resulting in a large scatter in the data; we thus only report data from batch P, in silicon-based fluid and a large tank, where these effects are lower. The complete sets of data are however given in the supplementary materials. We identify clearly the signature of the three regimes: (i) for $\mathcal{B} < 100$, $U \simeq U_{\perp}$, (ii) for $100 < \mathcal{B} < 1000$, the velocity then increases, and (iii) finally tends to saturate at a value close to the value $U = 1.6U_{\perp}$ corresponding to the settling velocity of a rigid vertical filament. Note that this value of $1.6U_{\perp}$ overestimates the filament speed as the central part of the fiber remain horizontal and contributes to added drag on the filament. This marked evolution evidences the reconfiguration regime, where the shape of the filament evolves to reduce the drag. The drag force is no longer proportional to the velocity (which will give a constant velocity independent of $\mathcal{B}$), but rather can be expressed as $\propto U^{\alpha}$ with an exponent $\alpha < 1$. The simple dimensional analysis proposed in Sec. II provides the scaling $U/U_{\perp} \sim \mathcal{V}^{1/2}$, in fair agreement with the data shown in Fig. 9 (b).

Finally, the above results regarding the velocity of the filament can be summarized by plotting $\mathcal{B}$ against $\mathcal{V}$, i.e. the dimensionless drag as a function of a dimensionless velocity in Fig. 10. This graph evidences again the three regimes: (i) the weak (linear) deformation regime for which $\mathcal{B} \approx C_{\perp}\mathcal{V}$, (ii) the reconfiguration regime with $\mathcal{B} \sim \mathcal{V}^{\alpha}$ with an exponent $\alpha < 1$, and (iii) the saturation for which $\mathcal{B} \approx C_{\parallel}\mathcal{V}$. In contrast with high Reynolds number reconfiguration, in this low Reynolds number regime the lowest drag (achieved when the filament is perfectly aligned with the flow) has a finite value and differs only by a factor 1.6 (for the aspect ratios tested here) from the maximum drag experienced by a filament perpendicular to the flow. The reconfiguration regime is characterized by $\mathcal{B} \sim \mathcal{V}^{\alpha}$, and simple dimensional arguments give $\alpha = 1/2$; however, this scaling is left as soon as the filament shape approaches that of two vertical fibers, i.e. the reconfiguration regime is only a transient here, and only occurs in a limited range ($100 \leq \mathcal{B} \leq 1000$). Increasing the aspect ratio shifts this range towards higher values of $\mathcal{B}$ but does not change its span (Fig. 10 (a)).

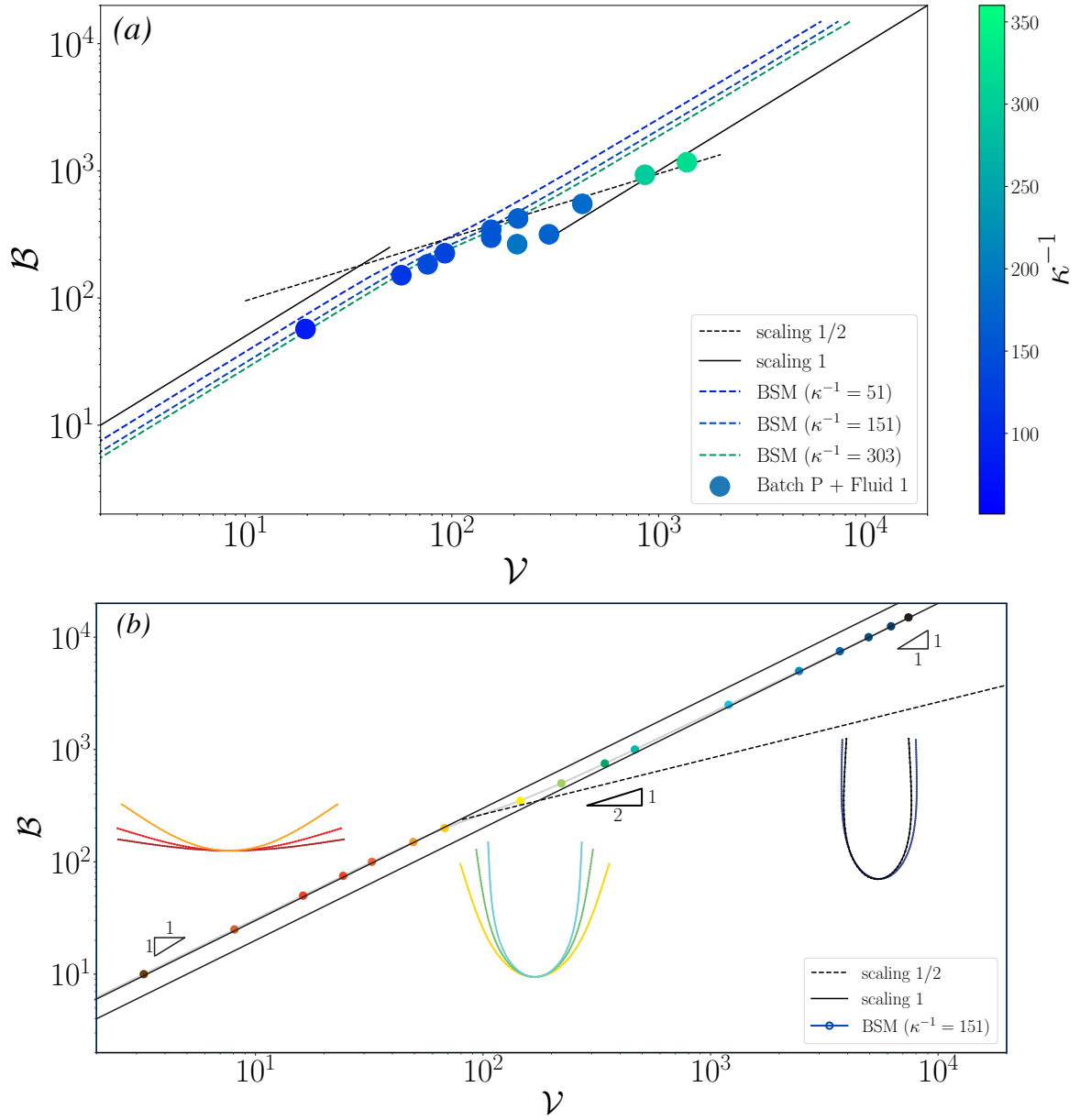


FIG. 10. Dimensionless drag, $\mathcal{B}$, versus dimensionless velocity, ν , for (a) the numerical (bead-spring model noted BSM) and experimental data of various aspect ratios and (b) for $\kappa^{-1} = 151$ with the corresponding profiles.

We do not expect to recover perfectly the simple proposed scalings; however, they provide a qualitative insight in the mechanisms at play.

VI. CONCLUSION

In this work, we have presented a joint experimental, analytical, and numerical investigation of the equilibrium deformation of a flexible fiber settling in a quiescent viscous fluid. The major output of this study is the identification of three regimes having different signatures on the equilibrium configuration of the elastic filament.

In the weak deformation regime, i.e. for small elasto-gravitational number, $\mathcal{B}$, or weak elasto-viscous number, $\mathcal{V}$, the filament adopts a “V” shape and its maximum deflection is linear in $\mathcal{B}$ as well as in $\mathcal{V}$ with a linear dependence on the inverse of the logarithm of the aspect ratio. In the large deformation (or saturation) regime, the filament takes a “U” shape (and can even reach a “horseshoe” shape) and both its maximum deflection and end-to-end-distance tend to saturate. These two regimes have been described in previous numerical work [9, 12, 16] and are now further confirmed by the present observations.

The important new finding of the present study is the existence of an intermediate regime of elastic reconfiguration. In the weak deformation regime, the drag of the filament becomes close to that of a rigid fiber settling perpendicular to the direction of gravity. In the large deformation regime, the drag is close to that of a rigid fiber settling in the parallel direction to gravity. In both cases, the drag is proportional to the velocity as is expected in Stokes flows. Conversely, in the intermediate reconfiguration regime, the filament deforms to adopt a shape with a smaller drag which is no longer proportional to the velocity but rather to the square root of the velocity, i.e. $\mathcal{B} \sim \mathcal{V}^{1/2}$. This crossover regime between the linear and saturation regimes, while anticipated in [9], has been clearly identified through its different scaling behavior in the present work combining experiments and a simple bead-spring modeling of the filament.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was undertaken under the auspices of the ANR project ‘Collective Dynamics of Settling Particles In Turbulence’ (ANR-12-BS09-0017-01), the ‘Laboratoire d’Excellence Mécanique et Complexité’ (ANR-11-LABX-0092), the ‘Initiative d’Excellence’ A*MIDEX (ANR-11-IDEX-0001-02), funded by the French Government ‘Investissements d’Avenir programme’, the COST Action MP1305 ‘Flowing Matter’, the ANR project ‘DeFHy’ and the

ERC Consolidator Grant ‘PaDyFlow’ in the framework of the Horizon 2020 program under grant agreement no 682367. We thank E. de Langre for useful discussions.

-
- [1] R. G. Larson, *Journal of Rheology* **49**, 1 (2005).
 - [2] M. D. Graham, *Annual Review of Fluid Mechanics* **43**, 273 (2011).
 - [3] M. J. Shelley, *Annual Review of Fluid Mechanics* **48**, 487 (2016).
 - [4] M. M. Denn, *Annual Review of Fluid Mechanics* **12**, 365 (1980).
 - [5] F. Lundell, L. D. Söderberg, and P. H. Alfredsson, *Annual Review of Fluid Mechanics* **43**, 195 (2011).
 - [6] A. Lindner and M. Shelley, in *Fluid-Structure Interactions in Low-Reynolds-Number Flows*, edited by C. Duprat and H. A. Stone (Royal Society of Chemistry, 2015).
 - [7] S. Alben, M. Shelley, and J. Zhang, *Nature* **420**, 479 (2002).
 - [8] F. Gosselin, E. De Langre, and B. A. Machado-Almeida, *Journal of Fluid Mechanics* **650**, 319 (2010).
 - [9] M. Cosentino Lagomarsino, I. Pagonabarraga, and C. P. Lowe, *Physical Review Letters* **94**, 148104 (2005).
 - [10] J. Alvarado, J. Comtet, E. De Langre, and A. Hosoi, *Nature Physics* **13**, 1014 (2017).
 - [11] X. Xu and A. Nadim, *Physics of Fluids* **6**, 2889 (1994).
 - [12] L. Li, H. Manikantan, D. Saintillan, and S. E. Spagnolie, *Journal of Fluid Mechanics* **735**, 705 (2013).
 - [13] B. Shojaei and H. Dehghani, *Indian Journal of Science and Technology* **8**, 1 (2015).
 - [14] X. Schlagberger and R. Netz, *Europhysics Letters* **70**, 129 (2005).
 - [15] I. Llopis, I. Pagonabarraga, M. Cosentino Lagomarsino, and C. Lowe, *Physical Review E* **76**, 061901 (2007).
 - [16] B. Delmotte, E. Climent, and F. Plouraboué, *Journal of Computational Physics* **286**, 14 (2015).
 - [17] R. Cox, *J. Fluid Mech.* **44**, 791 (1970).
 - [18] H. Stone and C. Duprat, in *Fluid-Structure Interactions in Low-Reynolds-Number Flows*, edited by C. Duprat and H. A. Stone (Royal Society of Chemistry, 2015).
 - [19] E. Wajnryb, K. A. Mizerski, P. J. Zuk, and P. Szymczak, *Journal of Fluid Mechanics* **731**,

- R3 (2013).
- [20] É. Guazzelli and J. F. Morris, *A Physical Introduction to Suspension Dynamics* (Cambridge University Press, 2012).
- [21] R. E. Khayat and R. G. Cox, *Journal of Fluid Mechanics* **209**, 435 (1989).

3. Résultats complémentaires

Dans cet article, nous ne nous sommes pas intéressés à l'établissement de la forme et à la vitesse de la fibre, mais uniquement à l'état stationnaire de la fibre lors de sa sédimentation. Cet instant, situé entre le moment où la fibre est lâchée de façon horizontale et le moment où la fibre atteint sa déformation maximale, est un régime transitoire qui fait le lien entre ces deux états. La durée de ce régime transitoire va dépendre de plusieurs paramètres. Le premier et le plus important est le paramètre elasto-gravitationnel, $\mathcal{B}$.

Évolution temporelle de la déformation

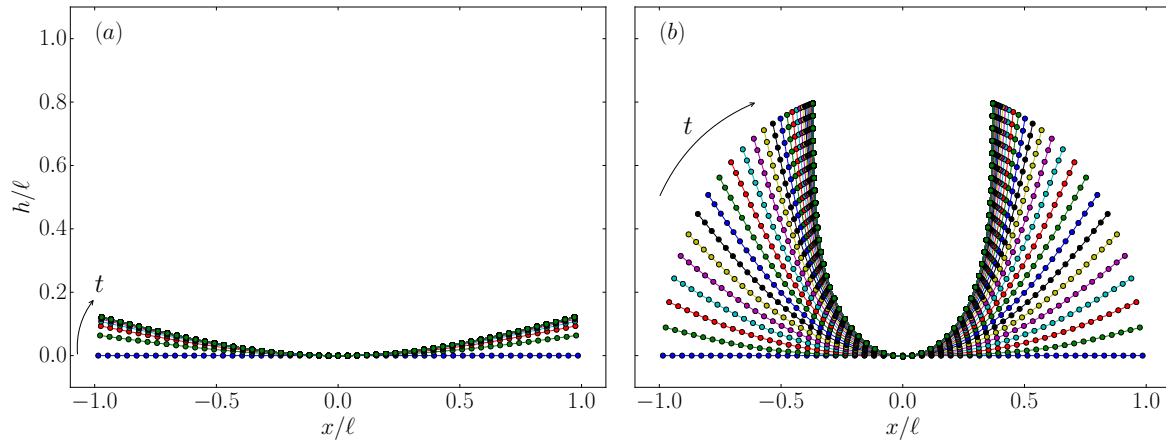


FIGURE 5.1 – Résultats numériques de l'évolution temporelle de la déformation de la fibre pour différentes valeurs de $\mathcal{B}$. (a) $\mathcal{B} = 50$; $\kappa^{-1} = 51$; $\Delta t = \Delta t(s)a/U_S = 1$ entre chaque pas de temps et $\tau_{90\%} = t(s)a/U_S = 16$; (b) $\mathcal{B} = 500$; $\kappa^{-1} = 51$; $\Delta t = \Delta t(s)a/U_S = 1$ et $\tau_{90\%} = t(s)a/U_S = 62$. Plus la valeur de $\mathcal{B}$ est importante plus l'amplitude de déflexion est grande et plus le temps pour atteindre l'état stationnaire est important.

En s'appuyant sur la figure 5.1, on peut observer que pour un même rapport d'aspect $\kappa^{-1} = 51$ et pour un même temps total de simulation, nous avons un comportement différent. Le filament dont la valeur de $\mathcal{B}$ est la plus faible, subit une déformation moins prononcée et met moins de temps à atteindre son état stationnaire. Ce temps est appelé $\tau_{90\%}$ et représente le temps que met la fibre pour atteindre 90% de son amplitude maximale de déflexion.

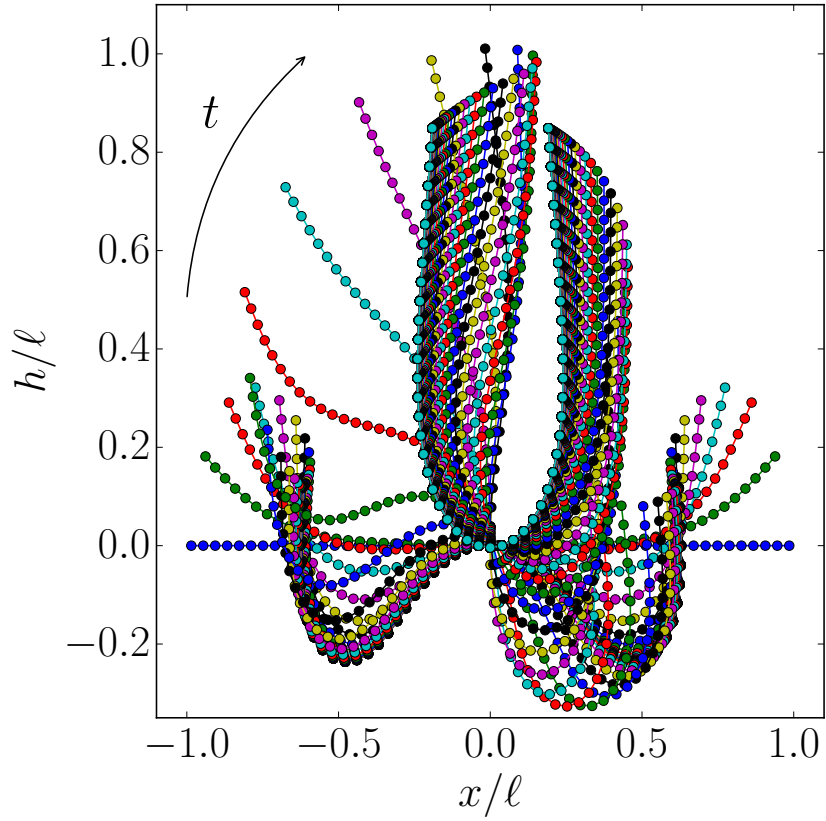


FIGURE 5.2 – *Résultats numériques. Évolution de la forme d'une fibre au cours du temps pour $\mathcal{B} = 5000$; $\kappa^{-1} = 51$; $\Delta t = \Delta t(s)a/U_S = 2$ entre chaque pas de temps et $\tau_{90\%} = t(s)a/U_S = 524$.*

Sur la figure 5.2 est illustrée la déformation d'une fibre au cours du temps pour une valeur de $\mathcal{B}$ égale à 5000 et $\kappa^{-1} = 51$. On remarque la présence d'un état méta-stable dans lequel la fibre adopte une forme de "W". Cette observation a également été faite par Delmotte et al. (2015) et Cosentino Lagomarsino et al. (2005), pour des valeurs critiques de $\mathcal{B}$ ($\mathcal{B} > 2000$). Avec une faible perturbation initiale, après un faible temps transitoire, la fibre va avoir un mouvement de rotation et va adopter une amplitude de déflexion très prononcée stable en forme en fer à cheval.

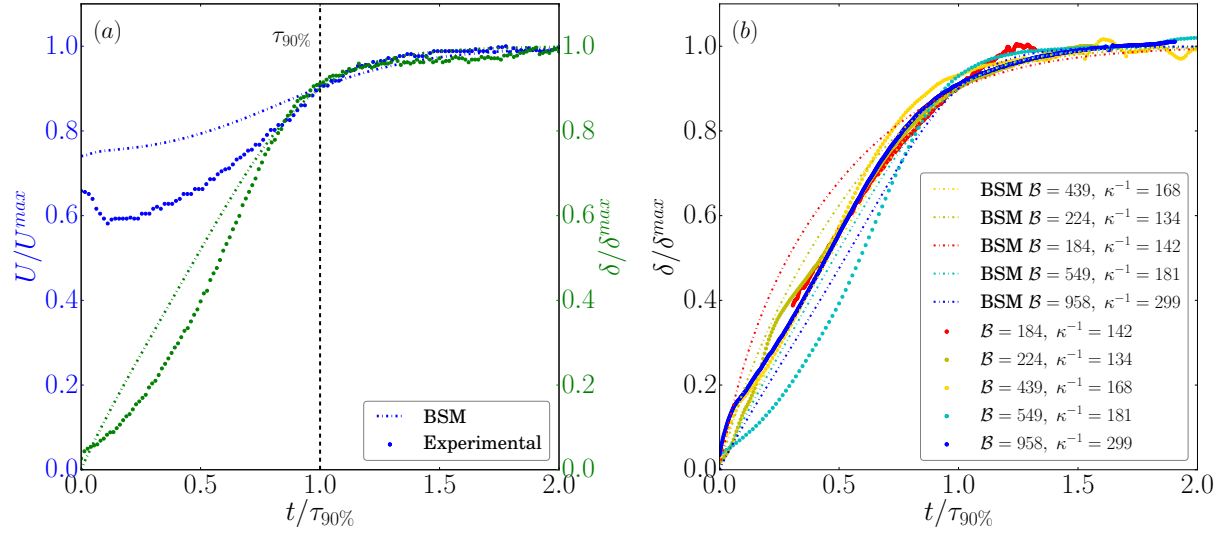


FIGURE 5.3 – Résultats numériques et expérimentaux issus des expériences au LadHyX. Évolution de la vitesse et de l'amplitude de déflexion de plusieurs fibres. (a) Comparaison numérique et expérimentale de l'évolution de la vitesse et l'amplitude de déflexion en fonction du temps normalisé par $\tau_{90\%}$. Ces deux grandeurs se stabilisent au même instant, $1 < t/\tau_{90\%} \approx < 1.25$, c'est à dire quand la fibre atteint une déformation maximale. (b) Comparaison numérique et expérimentale de l'évolution de la déformation de plusieurs fibres de différentes valeurs de B et κ^{-1} en fonction du temps normalisé par $\tau_{90\%}$.

À l'aide du bead-spring model, nous avons pu explorer numériquement le comportement dynamique de plusieurs fibres pour différentes valeurs de B qui ne pouvaient pas être étudiées expérimentalement. Plus la valeur de B est grande, plus le temps qu'il faut pour atteindre un état stationnaire est important. Comme c'est illustré sur la figure 5.3(a), la vitesse fibre atteint une valeur constante en même temps qu'elle atteint son amplitude de déflexion maximale. Nous avons vu précédemment que la vitesse de la fibre est directement liée à son coefficient de traînée. Ce dernier dépend de la longueur caractéristique "vue" par le fluide. Ainsi plus la fibre se déforme moins la longueur caractéristique ressentie par le fluide est grande. Cela a pour conséquence de faire diminuer le coefficient de traînée et provoque une augmentation de la vitesse. Si la fibre atteint sa déformation maximale alors son amplitude de déflexion convergera vers une constante. Sa longueur "vue" par le fluide restera donc inchangée et alors le coefficient de traînée convergera lui aussi vers une constante : la vitesse atteindra une valeur unique. On remarquera que dans cette même figure le temps est adimensionné par $\tau_{90\%}$. En faisant varier la valeur de B et de κ^{-1} , on observe sur la figure 5.3(b) que toutes les courbes δ/δ_{max} se regroupent sur une courbe maitresse.

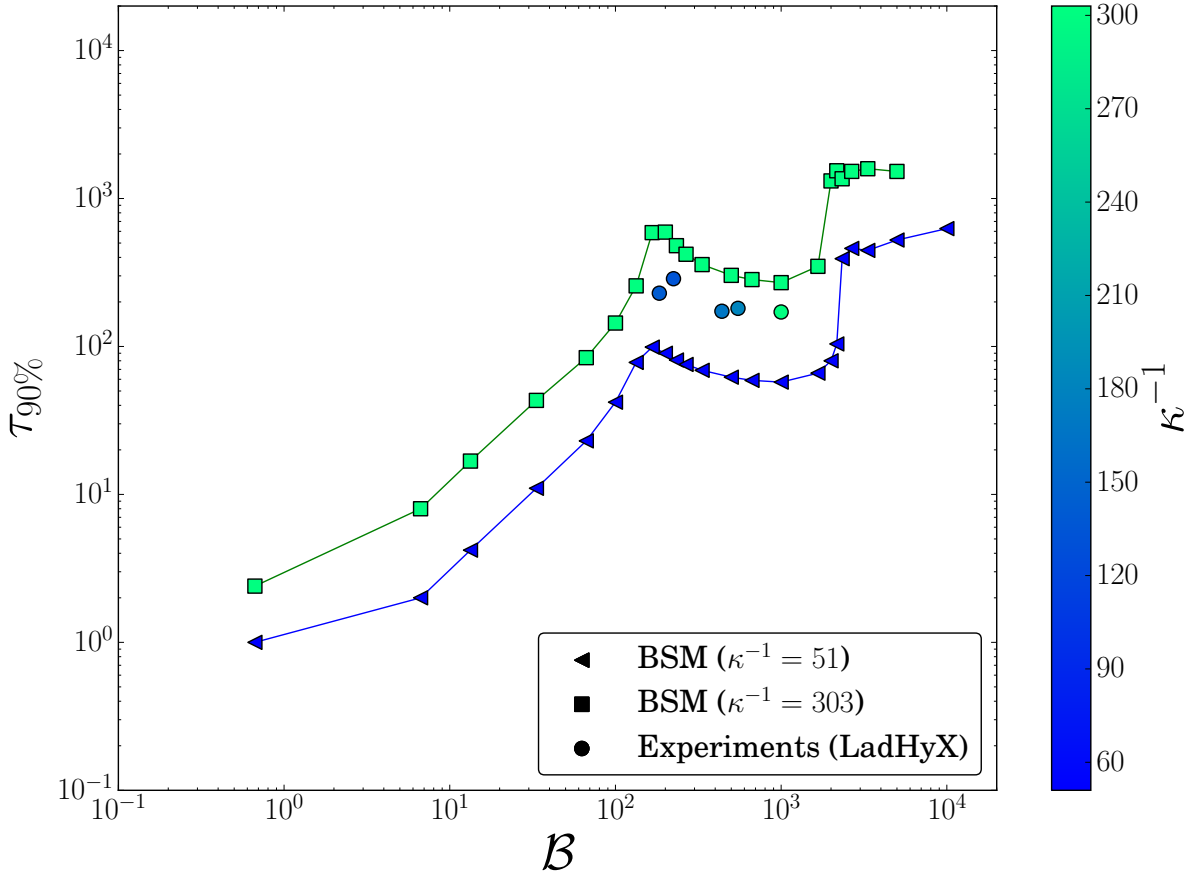
Temps de saturation $\tau_{90\%}$ 

FIGURE 5.4 – Évolution du temps de saturation de l'amplitude de déflexion, $\tau_{90\%} = \tau_{90\%}(s)/a/U_S$, en fonction du paramètre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$ et du rapport d'aspect κ^{-1} . Résultats numériques et points expérimentaux issus des expériences menées au LadHyX.

Nous nous sommes intéressés à l'influence du paramètre élasto-gravitationnel sur le temps $\tau_{90\%}$. Comme le montre la figure 5.4, le temps que met la fibre pour atteindre son état stationnaire dépend fortement à la fois de $\mathcal{B}$ et du rapport d'aspect κ^{-1} . On observe plusieurs régimes à l'image de ce que nous avons obtenu pour l'amplitude de déflexion en fonction de ce même paramètre élasto-gravitationnel. Le premier régime, valable pour des faibles valeurs de $\mathcal{B} < 100$ décrit un comportement exponentiel du temps de saturation. Le deuxième régime se situe pour des valeurs de $\mathcal{B}$ intermédiaires ($10^2 < \mathcal{B} < 10^3$). Dans cet intervalle, le temps $\tau_{90\%}$ décroît faiblement au fur et à mesure que la valeur de $\mathcal{B}$ augmente. Enfin le dernier régime correspond aux fortes déformations ($\mathcal{B} > 10^3$). Le paramètre $\tau_{90\%}$ semble converger, pour une valeur de κ^{-1} donnée, sur une même et seule valeur. Pour une même valeur de $\mathcal{B}$ plus le rapport d'aspect κ^{-1} est important plus le temps que met la fibre à atteindre son état stationnaire est grand. Quelques points expérimentaux qui proviennent des expériences menées au LadHyX par Véronica Raspa et Camille Duprat, pour des valeurs de κ^{-1} comprises entre 134 et 303, ont pu être ajoutés à cette figure. Ces résultats montrent dans le régime 2 des valeurs faiblement décroissantes.

Influence de l'orientation et de la forme initiale de la fibre

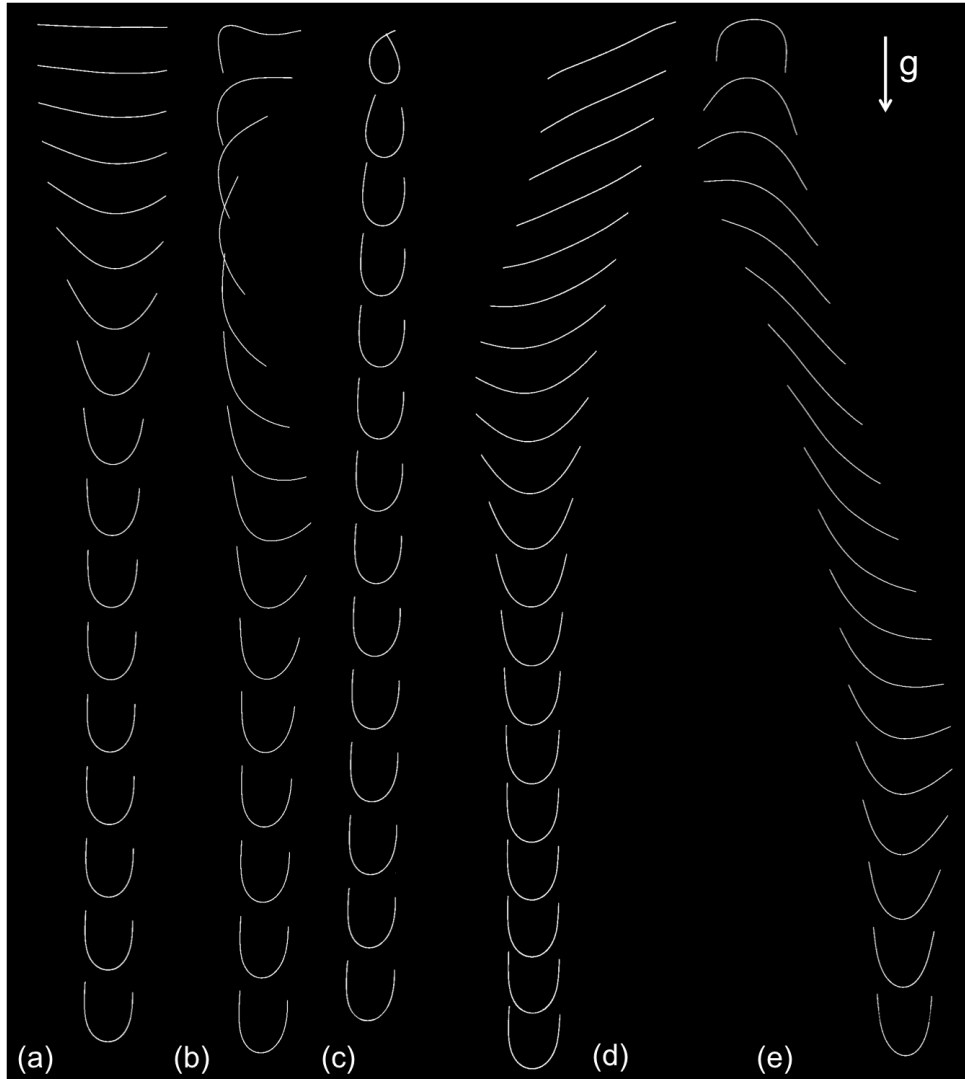


FIGURE 5.5 – Lâchers de fibres avec un angle et/ou une forme initialement différents. Résultats expérimentaux obtenues par V. Raspa et C. Duprat au LadHyX.

Nous nous sommes aussi intéressés, comme [Cosentino Lagomarsino et al. \(2005\)](#), au lâcher de fibres avec un angle initial non nul, θ_0 . Quelque soit la position initiale ou l'angle initial d'une fibre flexible en régime de Stokes, elle va se retrouver dans le même état que si elle avait été lâchée horizontalement (Figure 5.5). Sa dynamique peut être décrite par deux paramètres qui vont traduire la déformation et la rotation de la fibre. : $\tau_{90\%}$ et $\tau_{90\%}^{rot}$. Le premier correspond, comme on l'a vu, au temps que met la fibre pour atteindre 90% de l'amplitude de déflexion maximale, ou autrement dit son amplitude finale. La deuxième grandeur correspond au temps que met la fibre pour se tourner à 90% par rapport à son angle final, qui est un angle nul par rapport à l'horizontale. Comme le montre la figure 5.6, la fibre va, durant sa chute, avoir un mouvement de rotation jusqu'à ce que ses extrémités soient à nouveau parallèle à la gravité. Durant sa rotation, on observe que la fibre est animée d'un mouvement de translation comparable à un "drift". L'angle de la fibre au cours du temps est obtenu en mesurant l'angle entre la droite qui lie les deux extrémités de la fibre et l'horizontale. Ce mouvement de translation est également observé

avec le bead-spring model (figure 5.7). Plus l'angle initial est grand plus, le déplacement latéral décrivant directement le "drift" est important. L'effort nécessaire à la fibre pour atteindre son état stationnaire est donc plus significatif et se traduit par un mouvement de dérive plus important. Il serait intéressant de comparer ce comportement avec celui d'une fibre rigide lâchée avec le même angle initial θ_0 . On sait qu'en régime visqueux si une fibre rigide est lâchée avec un angle initial, θ_0 , non nul alors cet angle va être conservé tout le long de la chute. De façon similaire la fibre rigide est animée d'un mouvement de translation, sa composante de vitesse horizontale n'est plus nulle.

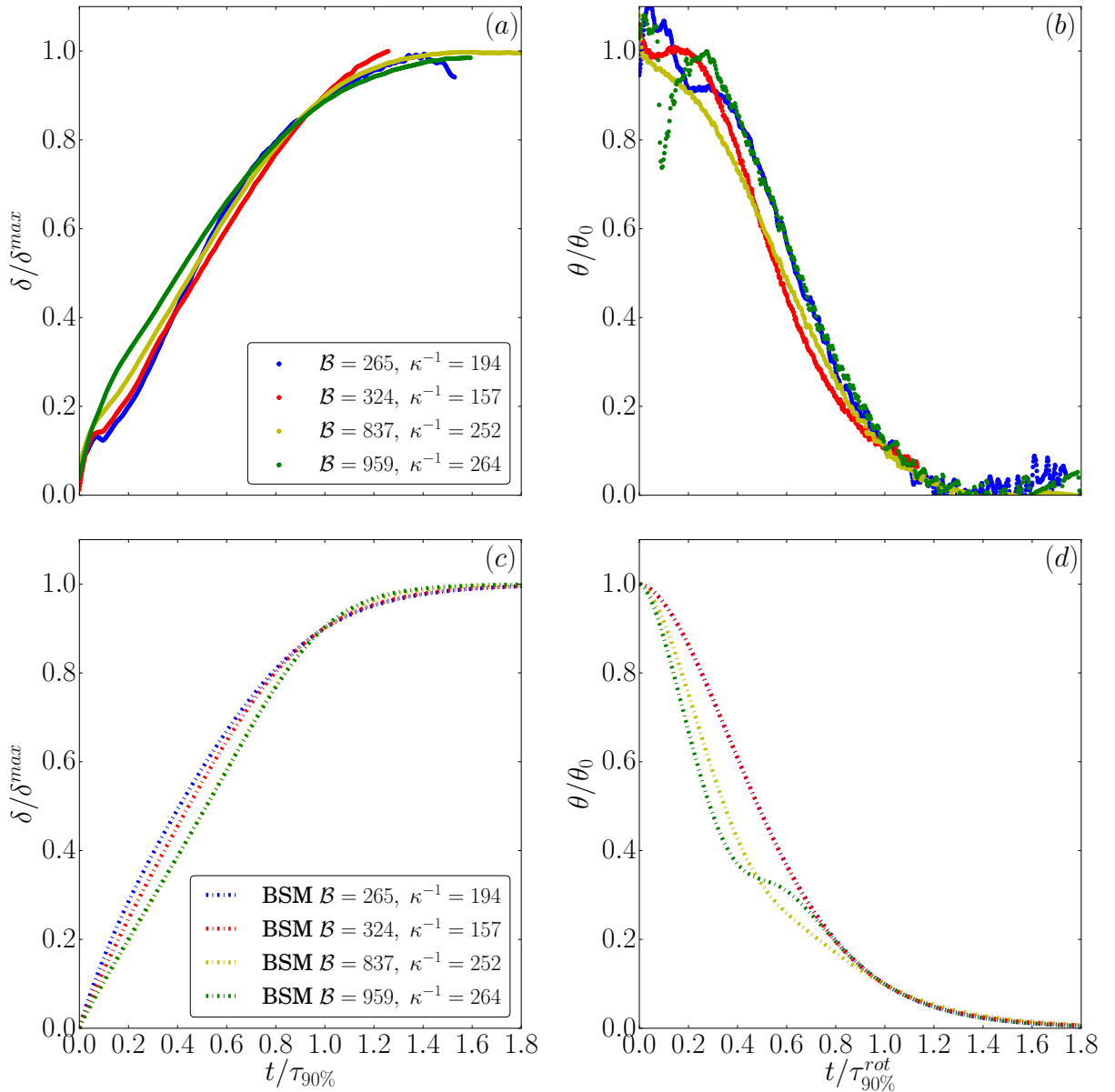


FIGURE 5.6 – Évolution de l'amplitude de déflexion au cours du temps adimensionné par $\tau_{90\%}$ ((a) et (c)) et de l'angle de la fibre par rapport à l'horizontale au cours du temps adimensionné par $\tau_{90\%}^{rot}$ ((b) et (d)), pour différentes valeurs de $\mathcal{B}$, κ^{-1} et θ_0 . Résultats expérimentaux ((a) et (b)) obtenues réalisées par V. Raspa et C. Duprat au LadHyX et numériques ((c) et (d)).

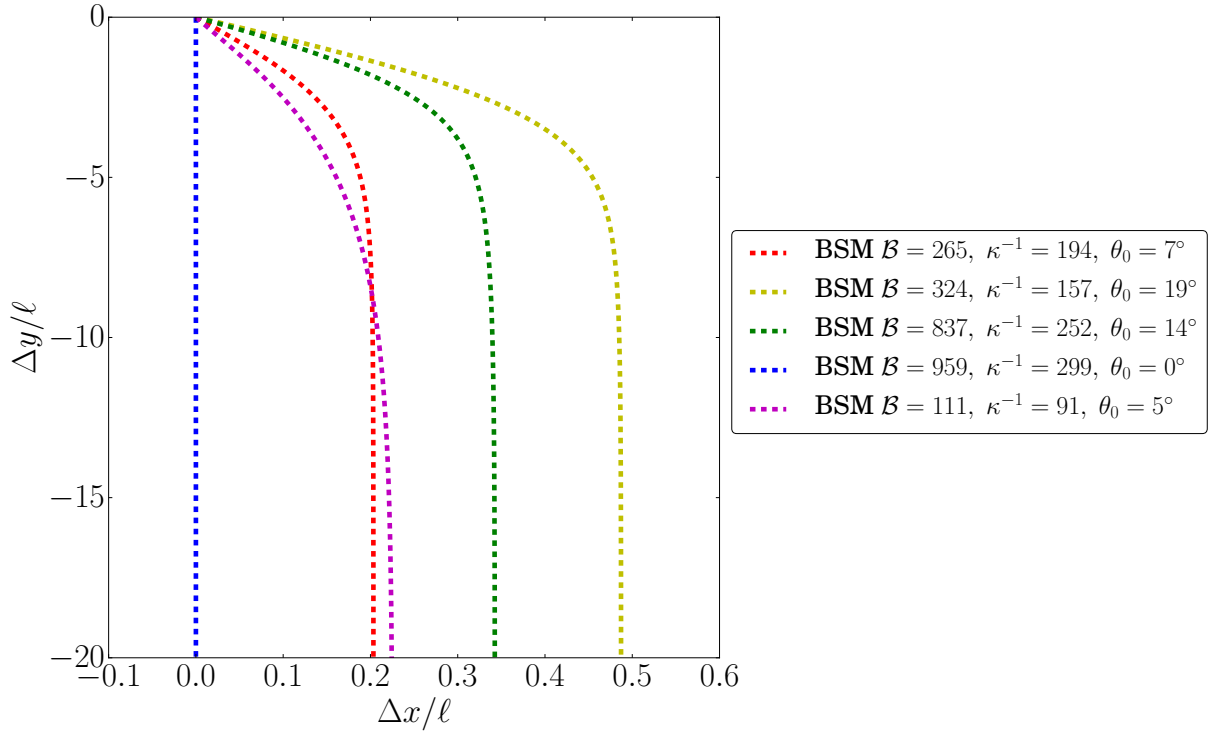


FIGURE 5.7 – Résultats numériques de la translation de fibres pour différentes valeurs de $\mathcal{B}$, de κ^{-1} et d'angles initiaux θ_0 .

4. Conclusion et perspectives

Dans cette étude, nous avons mis en évidence trois régimes distincts concernant la déformation d'un filament élastique lors de sa sédimentation à bas nombre de Reynolds, et cela de façon expérimentale et numérique. Le régime intermédiaire montre une modification de la loi de traînée de la fibre avec une force proportionnelle à la racine carré de la vitesse. Cela évoque la reconfiguration dans le cas inertiel présentée sur la figure 1.6. Il serait intéressant de faire une étude sur la sédimentation de fibres flexibles en régime faiblement inertiel, c'est à dire pour des nombres de Reynolds associés aux fibres plus grand, $1 < Re < 10$. On peut se demander si la déformation du filament suit le même type de comportement que ce qu'on a observé en régime visqueux. Enfin une autre perspective intéressante s'offre à nous : celle d'étudier la sédimentation de plusieurs fibres flexibles en régime visqueux. Cela aurait pour but de comprendre comment les fibres interagissent entre elles et comment cela impacte la déformation de ces dernières à l'image de l'étude numérique proposée par Llopis et al. (2007). Ces derniers trouvent des comportements différents si deux filaments flexibles sont lâchées sur le même plan vertical. La fibre qui se situe la plus en hauteur se déforme plus. Cela a pour conséquence de l'animer d'une vitesse plus importante, causant ainsi une collision entre les deux fibres. Enfin la perspective de cette étude est d'étudier la sédimentation de fibre flexible dans un écoulement tourbillonnaire tel que celui évoqué dans la première partie de ce manuscrit.

Conclusion générale : bilan et perspectives

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à deux cas de sédimentation : la sédimentation d'un nuage de particules dans un écoulement tourbillonnaire en régime visqueux et en régime faiblement inertiel et la sédimentation de fibres flexibles dans un fluide au repos en régime visqueux.

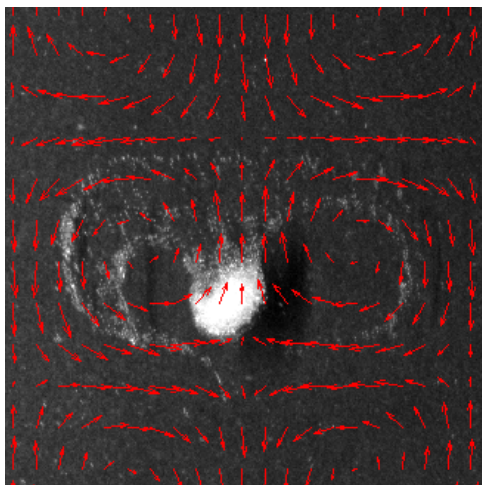


FIGURE 5.8 – Image montrant l'interaction d'un nuage de particules avec l'écoulement tourbillonnaire (expérience préliminaire réalisée avec les particules du set B).

Dans la première partie de ce manuscrit, nous avons présenté une étude à la fois expérimentale et numérique de la sédimentation d'un nuage de particules dans un réseau de vortex. Au cours de sa chute le nuage voit son rapport d'aspect changer selon la zone d'élongation dans laquelle il se trouve (zone d'écoulement ascendant ou descendant). Lorsque le nuage traverse les vortex, il interagit avec le fluide (figure 5.8) et déplace les lignes de courants de l'écoulement. Que se soit dans le régime visqueux ou le régime faiblement inertiel, la présence des tourbillons augmente le taux de perte en particules du nuage. Concernant le régime faiblement inertiel, le temps de vie du nuage est réduit lorsqu'il sédimente dans l'écoulement : le nuage change d'aspect successivement selon les vortex qu'il rencontre et perd des particules de manière continue, ce qui rend le nuage instable et explique le fait qu'il se brise en deux plus rapidement qu'au repos. Les modélisations en Stokeslet et en Oseenlet capturent efficacement la dynamique du nuage que se soit l'évolution temporelle de sa trajectoire, son rapport d'aspect, sa vitesse ou bien son temps de vie. Ces modélisations nous ont permis d'étendre notre étude en visualisant

l'interaction du nuage avec l'écoulement et en quantifiant les pertes en particules lors de la sédimentation ; et elles nous ont permis de compléter l'étude du temps de breakup du nuage en fonction de son Reynolds de glissement.

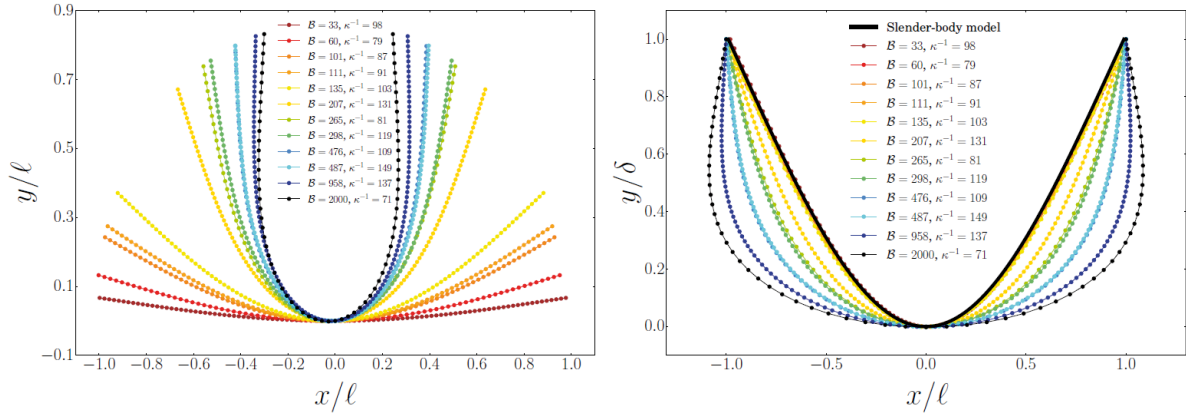


FIGURE 5.9 – Déformation du filament pour différentes valeurs du nombre elasto-gravitationnel et du rapport d'aspect (résultats obtenus avec le bead-spring model) : (à gauche) déformation maximale de la fibre adimensionnée par sa demi longueur ; (à droite) déformation maximale de la fibre adimensionnée par son amplitude de déflexion maximale.

Dans une deuxième partie, nous avons présenté une étude à la fois expérimentale, analytique et numérique de la déformation d'une fibre flexible sédimentant dans une fluide visqueux au repos. Le résultat remarquable est l'identification de trois régimes de sédimentation en fonction du paramètre elasto-gravitationnel $\mathcal{B}$ du filament.

Dans le régime où le nombre élasto-gravitationnel est faible, $\mathcal{B} < 100$, la déflexion maximale de la fibre δ est linéaire en $\mathcal{B}$ et en $\mathcal{V}$. Son coefficient de traînée est proche de celui d'une même fibre rigide qui chute perpendiculairement à la gravité.

Dans le régime où le nombre élasto-gravitationnel est grand, $\mathcal{B} > 1000$, la fibre adopte une forme en fer en cheval et son amplitude de déflexion sature quelle que soit la valeur de son rapport d'aspect κ^{-1} . Son coefficient de traînée de la fibre est cette fois proche de celui d'une fibre rigide qui chute parallèlement à la gravité.

Dans les deux cas, la traînée est proportionnelle à la vitesse de la fibre comme attendu en régime de Stokes.

La nouveauté dans ce travail est la mise en avant d'un troisième régime, pour $100 < \mathcal{B} < 1000$, correspondant à des déformations intermédiaires. Dans ce dernier cas le filament adopte une forme en "U" et la traînée sur ce filament est plus faible et n'est plus proportionnelle à la vitesse de la fibre mais à la racine carrée de celle-ci, $\mathcal{B} \sim \mathcal{V}^{1/2}$.

Le bead-spring model, basé sur la combinaison des forces hydrodynamiques et élastiques agissant sur les sphères constituant la fibre, capture efficacement la déformation et la dynamique du filament et nous a permis d'aller explorer des valeurs de $\mathcal{B}$ et de κ^{-1} inatteignables expérimentalement, comme l'illustre la figure 5.9.

La perspective à ces deux études est la sédimentation de fibres flexibles dans un réseau de vortex sous la forme de particule individuelle ou bien sous la forme d'un ensemble de particules tel qu'un nuage. C'est dans cette optique qu'une étude préliminaire sur le cisaillement d'une fibre flexible a été lancée (figure 5.10 en haut). Cela devrait nous permettre d'observer la contribution de l'écoulement dans la déformation de la fibre en

l'absence de sédimentation.

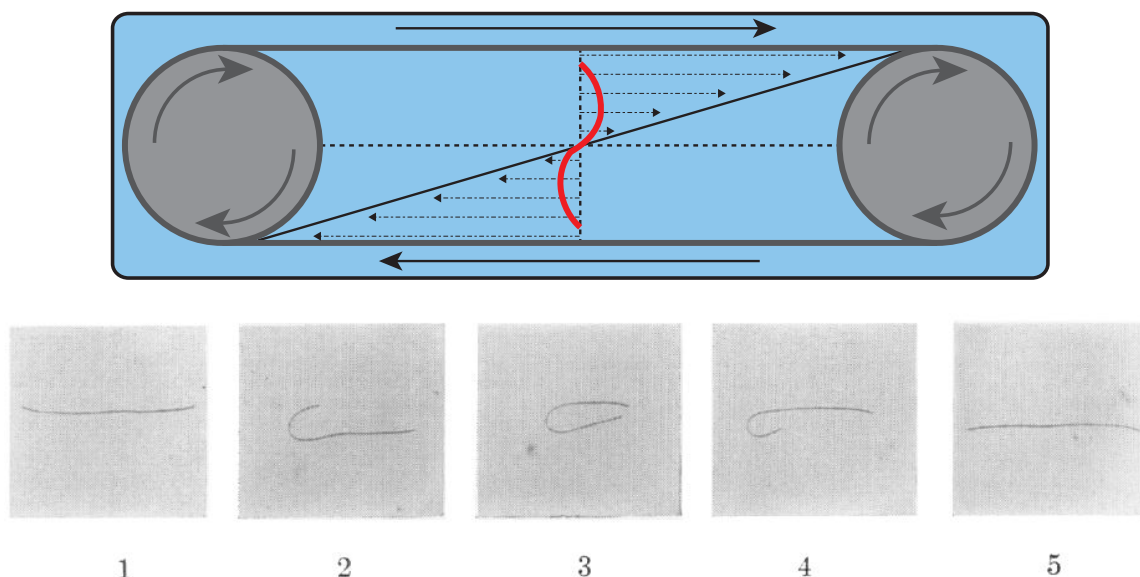


FIGURE 5.10 – (en haut) Schéma d’une cellule de cisaillement plan dans laquelle est insérée une fibre flexible ; (en bas) Déformation subie par une fibre flexible faite d’élastomère dans une cellule de cisaillement pour un gradient de vitesse de l’écoulement, $G = 2.67s^{-1}$. *Forgacs and Mason (1959)*.

Une étude expérimentale du comportement d’une fibre flexible dans un cisaillement a été réalisée par *Forgacs and Mason (1959)* dans une cellule de cisaillement de type Couette (figure 5.10 en bas) et a montré que plus le rapport d’aspect de la fibre et sa flexibilité sont grandes plus la déformation qu’elle subit est importante. Pour une fibre à faible rapport d’aspect la déformation va suivre le cisaillement. La fibre suit l’écoulement jusqu’à se retourner. Lorsque que le rapport d’aspect est plus grand les fibres forment des hélices ou des pelotes qui suivent l’écoulement. Plus le taux de cisaillement augmente plus la déformation s’accroît. Une fois cette étape franchie, on pourra alors faire sédimenter des filaments flexibles dans un réseau de vortex. On pourra ainsi distinguer dans la déformation, et la dynamique de la fibre, la contribution de la gravité et celle de l’écoulement.

Bibliographie

- Adachi, K., Kiriya, K. and Yoshioka, N. (1978), ‘The behaviour of a swarm of particles moving in a viscous fluid.’, *Chem. Engng. Sci.* **33**, 115–121.
- Alben, S., Shelley, M. J. and Zhang, J. (2002), ‘Drag reduction through self-similar bending of a flexible body’, *Nature*. **420**, 479–481.
- Balachandar, S. and Eaton, J. K. (2010), ‘Turbulent dispersed multiphase flow’, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42**, 111–133.
- Batchelor, G. K. (1977), Developments in microhydrodynamics, in W. T. Koiter, ed., ‘Theoretical and Applied Mechanics Congress’, pp. 33–55.
- Batchelor, G. K. (2000), *An introduction to fluid dynamics.*, Cambridge University Press.
- Bergougnoux, L., Bouchet, G., Lopez, D. and Guazzelli, E. (2014), ‘The motion of solid spherical particles falling in a cellular flow field at low stokes number.’, *Physics of Fluids* **26**(093302).
- Blake, J. R. (1971), ‘A note on the image system for a stokeslet in a no-slip boundary.’, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. pp. 303–310.
- Bosse, T., Kleiser, L., Härtel, C. and Meiburg, E. (2005), ‘Numerical simulation of finite reynolds number suspension drops settling under gravity’, *Physics of Fluids*. **17**(037101).
- Buckingham, E. (1914), ‘Dynamic simulations of the inhomogeneous sedimentation of rigid fibres’, *Phy. Rev.* **4**, 345.
- Butler, J. E. and Shaqfeh, E. S. G. (2002), ‘Dynamic simulations of the inhomogeneous sedimentation of rigid fibres’, *Physical Review Letters* **468**, 205–237.
- Cardoso, O., Marteau, D. and Tabeling, P. (1994), ‘Quantitative experimental study of the free decay of quasi-two-dimensional tyurbulence.’, *Phys. Rev. E* (1).
- Cosentino Lagomarsino, M., Pagonabarraga, I. and Lowe, C. P. (2005), ‘Hydrodynamic induced deformation and orientation of a microscopic elastic filament.’, *Physical Review Letters* **94**, 148104.
- Cox, R. G. (1970), ‘The motion of long slender bodies in a viscous fluid part 1. general theory’, *J. Fluid Mech.* **44**, 791–810.

- Cox, R. G. and Mason, S. G. (1971), ‘Suspended particles in fluid flow through tubes.’, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **3**, 291–316.
- de Langre, E. (2008), ‘Effects of wind on plants.’, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40**, 141–168.
- Delmotte, B., Climent, E. and Plouraboué, F. (2015), ‘A general formulation of bead models applied to flexible fibers and active filaments at low reynolds number.’, *J. of Computational Physics* **286**, 14–37.
- Doi, M. and Edwards, S. E. (1986), *The Dynamics of Polymer Solutions*, Cambridge University Press.
- Forgacs, O. L. and Mason, S. G. (1959), ‘Particle motions in sheared suspensions x. orbits of flexible threadlike particles.’, *Journal of Colloid Science* **14**, 473–491.
- Geldart, D. (1973), ‘Types of gas fluidization.’, *Powder Technology* **7**, 285–292.
- Gosselin, F., de Langre, E. and A.Machado-Almeida, A. (2010), ‘Drag reduction of flexible plates by rconfiguration.’, *J. Fluid Mech.* **650**, 319–341.
- Guazzelli, E. and Morris, J. F. (2012), *A physical introduction to suspension dynamics.*, Cambridge Texts in Applied Mathematics.
- Guyon, G., Huin, J.-P. and Petit, L. (2001), *Hydrodynamique physique.*, CNRS Editions.
- Hadamard, J. S. (1911), ‘Mouvement permanent lent d’une sphere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux.’, *C. R. Acad. Sci. (Paris)* **152**, 1735–1738.
- Herzhaft, B., Guazzelli, E., Mackaplow, M. B. and Shaqfeh, E. S. G. (1996), ‘Experimental investigation of the sedimentation of a dilute fiber suspension’, *Physical Review Letters* **77**, 71–80.
- Khayat, R. E. and Cox, R. G. (1989), ‘Inertia effects on the motion of long slender bodies.’, *J. Fluid Mech.* **209**, 435–462.
- Kojima, M., Hinch, E. J. and Acrivos, A. (1984), ‘The formation and expansion of a toroidal drop moving in a viscous fluid’, *Physics of Fluids* **27**, 19–32.
- Langmuir, I. (1938), ‘Surface motion of water induced by wind.’, *Sciences.* **87**, 119–123.
- Li, L., Manikantan, H., Saintillan, D. and Spagnolie, S. E. (2013), ‘The sedimentation of flexible filaments.’, *J. Fluid Mech.* **735**, 705–736.
- Llopis, I., Pagonabarraga, I., Cosentino Lagomarsino, M. and Lowe, C. P. (2007), ‘Sedimentation of pairs oh hydrodynamically interacting semiflexible filaments.’, *Phy. Rev. E* **76**, 061901.
- Lopez, D. and Guazzelli, E. (2017), ‘Inertial effects on fibers settling in a vortical flow’, *Physics of Fluids.* **2**(024306).
- Louf, J.-F. (2015), Couplage poro-élastique et signaux hydrauliques dans les plantes : approche biomimétique, PhD thesis, Aix-Marseille University.
- Luhar, M. and Nepf, H. M. (2011), ‘Flow-induced reconfiguration of buoyant and flexible aquatic vegetation’, *Limnol. Oceanogr.* **56**, 2003–2017.

- Machu, G., Meile, W., Nitsche, L. C. and Schaflinger, U. (2001), ‘Coalescence, torus formation and breakup of sedimenting drops : Experiments and computer simulations.’, *J. Fluid Mech.* **447**, 299–336.
- Marchioli, C. (2017), *Collective Dynamics of Particles : From Viscous to Turbulent Flows.*, Springer International Publishing.
- Maxey, M. (1987), ‘The motion of small spherical particles in a cellular flow field.’, *Physics of Fluids* **60**, 1915–1928.
- Metzger, B. and Guazzelli, E. (2008), ‘Des particules qui se la coulent douce...’, *Reflets de la physique* **12**, 8–11.
- Metzger, B., Nicolas, M. and Guazzelli, E. (2007), ‘Falling clouds of particles in viscous fluids.’, *J. Fluid Mech.* **580**, 283–301.
- Meunier, P. and Leweke, T. (2003), ‘Analysis and treatment of errors due to high velocity gradients in particle image velocimetry.’, *Exp. Fluids* **35**, 408–421.
- Mylyk, A., Meile, W., Brenn, G. and Ekiel-Jezewska, M. L. (2011), ‘Break-up of suspension drops settling under gravity in a viscous fluid close to a vertical wall’, *Physics of Fluids* **23**(063302-1-14).
- Newell, M. E., Newell, R. G. and Sancha, T. L. (1972), ‘A solution to the hidden surface problem.’, *Proc. ACM Ann. Conf.* pp. 443–450.
- Nitsche, J. and Batchelor, G. K. (1997), ‘Break-up of a falling drop containing dispersed particles.’, *J. Fluid Mech.* **340**, 161–175.
- O’Hare, M. T., Hutchinson, K. A. and Clarke, R. T. (2007), ‘The drag and reconfiguration experienced by five macrophytes from a lowland river’, *Aquatic Botany* **86**, 253–259.
- Otsu, N. (1979), ‘A threshold selection method from gray-level histograms’, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **1**, 62–66.
- Ouellette, N. T. and Gollub, J. P. (2008), ‘Dynamic topology in spatiotemporal chaos.’, *Phys. Fluids* (064104).
- Park, J., Metzger, B., Guazzelli, E. and Butler, J. E. (2010), ‘A cloud of rigid fibres sedimenting in a viscous fluid.’, *J. Fluid Mech.* **648**, 351–362.
- Pignatel, F., Nicolas, M. and Guazzelli, E. (2010), ‘A falling clouds of particles at small but finite reynolds-number.’, *J. Fluid Mech.* **671**, 34–51.
- Popov, E. P., Nagarajan, S. and Lu, S. (1978), *Mechanics of Materials* p. 57–76.
- Pozrikidis, C. (1990), ‘The instability of a moving viscous drop’, *J. Fluid Mech.* **210**, 1–21.
- Rotne, J. and Prager, S. (1969), ‘Variational treatment of hydrodynamic interaction in polymers’, *J. Chem. Phys.* **10**, 4831–.
- Rudnicki, M., Mitchell, S. J. and Novak, M. D. (2004), ‘Wind tunnel measurements of crowns streamlining and drag relationships for several hardwood species’, *Can. J. For. Res.* **34**, 666–676.

- Rybczyński, W. (1911), ‘Über die fortschreitende bewegung einer flussigen kugel in einem zahem medium’, *Bull. Acad. Sci. Cracovie* **A**, 40–46.
- Schlagberger, X. and Netz, R. (2005), ‘Orientation of elastic rods in homogeneous stokes flow.’, *Europhys. Lett.* **70**, 129–135.
- Schon, J.-P., Fournel, T. and Fournier, C. (2007), ‘Mesures de caractéristiques d’écoulement par imagerie numérique.’, *Techniques de l’ingénieur*. p. R2162.
- Schouveiler, L. and Boudaoud, A. (2006), ‘The rolling up of sheets in a steady flow’, *J. Fluid Mech.* **563**, 71–80.
- Shelley, M. J. and Zhang, J. (2011), ‘Flapping and bending bodies interacting with fluid flows.’, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **43**, 449–465.
- Smoluchowski, M. (1911), ‘Über die wechselwirkung von kugeln, die sich in einer zahen flüssigkeit bewegen.’, *Bull. Acad. Sci. Cracow* **1A**(28).
- Squires, K. D. and Eaton, J. K. (1991), ‘Preferential concentration of particles by turbulence.’, *Phys. Fluids A* **3**, 1169–79.
- Stokes, G. G. (1851), ‘On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums.’, *Cambr. Phil. Trans.* **9**, 8.
- Stommel, H. (1949), ‘Trajectories of small bodies sinking slowly through convection cells.’, *Journal of Marine research* **6**, 24–29.
- Stone, H. A. (1994), ‘Dynamics of drop deformation and breakup in viscous fluids’, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26**, 65–102.
- Subramanian, G. and Koch, D. L. (2008), ‘Evolution of clusters of sedimenting low-reynolds-number particles with oseen interactions.’, *J. Fluid Mech.* **603**, 63–100.
- Tabeling, P., Perrin, B. and Fauve, S. (1987), ‘Instability of a linear array of forced vortices.’, *Europhys. Lett.* (459).
- Taylor, G. I. (1966), ‘Flow at low reynolds number’. film réalisé sous la direction du National Committee for Fluid Mechanics Films, et distribué par Encyclopaedia Britannica Educational Corp. (425, N. Michigan Ave., Chicago, IL 60611, USA).
- Taylor, G. I. and Green, A. E. (1937), ‘Mechanism of the production of small eddies from large ones’, *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* **158**, 499–521.
- Taylor, J. R. (1997), *Introduction to error analysis, the study of uncertainties in physical measurements*, University Science Books.
- Tejada-Martinez, A. E., Akkerman, I. and Bazilevs, Y. (2012), ‘Large-eddy simulation of shallow water langmuir turbulence using isogeometric analysis and the residual-based variational multiscale method’, *Journal of Applied Mechanics.* **79**(010909-3).
- Vogel, S. (1984), ‘Drag and flexibility in sessile organisms’, *Amer. Zool.* **24**, 37–44.

- Vollsinger, S., Mitchell, S. J., Byrne, K. E., Novak, M. D. and Rudnicki, M. (2005), ‘Wind tunnel measurements of crowns streamlining and drag relationships for several hardwood species’, *Can. J. For. Res.* **35**, 1238–1249.
- Voth, G. and Soldati, A. (2017), ‘Anisotropic particles in turbulence.’, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **49**, 249–276.
- Wandersman, E., Quennou, N., Fermigier, M., Lindner, A. and Du Roure, O. (2010), ‘Buckled in translation.’, *Soft Matter* (064104).
- Wang, L.-P. and Maxey, M. R. (1993), ‘Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence.’, *J. Fluid Mech.* **256**, 27–68.
- Wexler, J. S., Trinh, P. H., Berthet, H., Quennou, N., du Roure, O., Huppert, H. E., Linder, A. and Stone, H. A. (2013), ‘Bending of elastic fibres in viscous flows : the influence of confinement’, *J. Fluid Mech.* **720**, 517–544.
- Wood, A. M., Hwang, W. and Eaton, J. K. (2005), ‘Preferential concentration of particles in homogeneous and isotropic turbulence.’, *Int. J. Multiphase Flow.* **31**, 1220–30.
- Xu, X. and Nadim, A. (1994), ‘Deformation and orientation of an elastic slender body sedimenting in a viscous liquid.’, *Physic of Fluids* **6**, 2889–2893.
- Yamakawa, H. (1970), ‘Transport properties of polymer chains in dilute solution : Hydrodynamic interaction’, *J. Chem. Phys.* **53**, 436–433.

Abstract : Sedimentation of particles : collective effects and deformable filaments

In the first part, a jointed experimental and numerical study examining the influence of vortical structures on the settling of a cloud of solid spherical particles under the action of gravity at low Stokes numbers is presented. We use electro-convection to generate a two-dimensional array of controlled vortices which mimics a simplified vortical flow. Particle image-velocimetry and tracking are used to examine the motion of the cloud within this vortical flow. The cloud is modeled as a set of point-particles for which the hydrodynamic interaction is preponderant. The cloud behavior (trajectory, velocity, aspect ratio, break-up time ...) is compared to the predictions of a two-way-coupling numerical simulation.

In the second part, a jointed experimentally and numerical study on the dynamics of slender flexible filaments settling in a viscous fluid at low Reynolds number is presented. The equilibrium state of a flexible fiber settling in a viscous fluid is examined using a combination of macroscopic experiments, numerical simulations and scaling arguments. We identify three regimes having different signatures on this equilibrium configuration of the elastic filament : a weak deformation regime wherein the drag is proportional to the fiber velocity settling perpendicular to the gravity ; a large deformation regime wherein the drag is proportional to the fiber velocity settling parallel to the gravity and an intermediate elastic reconfiguration regime where the filament deforms to adopt a shape with a smaller drag which is no longer linearly proportional to the velocity but to the square root of the velocity.

Résumé : Sédimentation de particules : effets collectifs et filaments déformables

Une étude expérimentale et numérique traitant de l'influence de structures tourbillonnaires sur la sédimentation de nuage de particules sphériques sous l'effet de la gravité à des nombres de Stokes faibles est présentée dans une première partie de ce manuscrit. Expérimentalement, l'écoulement est créé par électro-convection, ce qui permet de générer un réseau de vortex contrôlés en vitesse et de taille constante qui imite un écoulement tourbillonnaire bidimensionnel. Des techniques de PIV (Particle image-velocimetry) et de suivi de particules sont utilisés pour étudier la sédimentation du nuage dans cet écoulement tourbillonnaire. Numériquement, le nuage est modélisé comme un ensemble de particules ponctuelles pour lesquelles les forces d'interaction hydrodynamiques entre particules sont prépondérantes. Le comportement du nuage (sa trajectoire, sa vitesse, son rapport d'aspect, son temps de break-up, ...) est comparé aux prédictions obtenues avec des modèles numériques.

Dans une seconde partie est présentée une étude expérimentale et numérique concernant la sédimentation à faible nombre de Reynolds de fibres flexibles dans une fluide visqueux au repos. L'état d'équilibre atteint par la fibre flexible est étudié à l'aide d'une combinaison d'expériences macroscopiques, d'un modèle numérique et d'arguments d'échelles. Nous identifions trois régimes ayant des signatures différentes sur l'état stationnaire de la fibre flexible : un régime de faibles déformations dans lequel la force de traînée est proportionnelle à celle d'une fibre sédimentant horizontalement par rapport à la gravité dans un écoulement de Stokes ; un régime de grandes déformations dans lequel la force de traînée est aussi proportionnelle à la vitesse de la fibre, mais avec un coefficient de traînée qui est celui d'une fibre chutant parallèlement à la gravité ; et un régime de reconfiguration élastique intermédiaire où le filament se déforme avec une traînée plus faible qui n'est plus proportionnelle à sa vitesse, mais à la racine carrée de celle-ci.