

ÉCOLE DOCTORALE MSII

ICube (UMR7357)

THÈSE présentée par :

Quentin BOEHLER

soutenue le : **29 septembre 2016**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : Robotique

**Analyse, conception et commande de
mécanismes de tensegrité et systèmes
précontraints**

Application à l'assistance robotique dans l'IRM

THÈSE dirigée par :

M. RENAUD Pierre
M. POIGNET Philippe

Professeur, INSA de Strasbourg
Professeur, Université de Montpellier

RAPPORTEURS :

M. WENGER Philippe
M. REDARCE Tanneguy

Directeur de recherche CNRS, Ecole Centrale de Nantes
Professeur, INSA de Lyon

EXAMINATEURS :

M. BLEULER Hannes
M. ABDELAZIZ Salih

Professeur, École Polytechnique Fédérale de Lausanne
Maître de conférences, Université de Montpellier

INVITÉ :

M. VEDRINES Marc

Maître de conférences, INSA de Strasbourg

Science sans conscience n'est que ruine de l'âme.
— François Rabelais

A ma famille, à mes amis

Remerciements

Au moment où se finit ma vie de doctorant, force est de constater que ces quelques pages ne pourraient suffire à rendre compte de l'intense mélange d'émotions qui a jalonné ces trois années. Au premier abord, il peut sembler que l'aboutissement d'un tel travail ne soit que la conséquence de la sueur versée par le seul doctorant sur l'autel de la science. A la vue du mémoire, que l'on veut toujours clair et organisé, il peut aussi sembler que ce dernier rende compte d'un trajet en ligne droite entre une problématique initiale et une réponse finale. Heureusement il n'en est rien : l'aventure de la thèse ressemble bien plus à un chemin magnifiquement tortueux qu'à une morne autoroute asphaltée. Pour cette raison, le phénomène de sudation n'est pas l'apanage du doctorant, qui partage allègrement ses efforts avec qui voudra bien le guider sur ce chemin. Et il convient donc de remercier tout ceux qui, par leurs conseils, leur amitié et leurs encouragements ont rendu possible un tel travail.

Mes premiers remerciements vont à Pierre Renaud, directeur de thèse qui a été mon principal guide sur ce chemin, qui a partagé mes efforts et m'a apporté son expérience, sa confiance et son soutien inconditionnels. Je remercie ensuite mon co-directeur Philippe Poinet d'avoir accepté de m'accueillir dans d'excellentes conditions au LIRMM à Montpellier durant cette dernière année bien remplie. Je remercie Marc Vedrines d'avoir accepté de se prêter au jeu du co-encadrement de thèse, après m'avoir déjà suivi en tant qu'étudiant à l'INSA de Strasbourg. Merci à Isabelle Charpentier pour s'être mise à mon niveau de roboticien afin de m'apporter son savoir. Je remercie bien évidemment Salih Abdelaziz pour sa patience, son attention et pour m'avoir supporté sans relâche durant mon séjour à Montpellier.

Je remercie Philippe Wenger et Tanneguy Redarce pour l'attention qu'ils ont porté à ce mémoire et pour l'ensemble de leurs remarques constructives, ainsi que Hannes Bleuler pour avoir accepté d'être examinateur de mon travail et son excellent critique.

Je souhaite rendre hommage à la machinerie administrative et humaine qui a rendu possible ce travail sur un plan logistique. En premier lieu je remercie le Labex CAMI, la Région Alsace ainsi que France Life Imaging pour leur soutien financier, ainsi que les gestionnaires du laboratoire ICube, du LIRMM et de l'Université de Strasbourg. Merci également aux permanents des équipes de Strasbourg et Montpellier pour nous offrir un tel cadre de travail.

Ces trois années n'auraient pas eu la même saveur si je ne les avais partagées quotidiennement avec un fantastique groupe d'amis. Merci Arnaud, Benoît, Cédric, Emeric, François, Gauthier, Laure, Markus,

Nadège, Nicole, Paolo, merci à tous les doctorants et stagiaires qui ont contribué à entretenir cette ambiance strasbourgeoise incroyable. Merci également à mes compagnons de Montpellier Anastasios, Alonso, David, Franfran, Irina, Jing, Jun, Momo, Nico, Oscar et Xi, qui ont rendu ce séjour dans le sud plus ensoleillé encore.

Un immense merci à mes proches et ma famille, qui m'ont construit et à qui je dois toutes mes réussites. Enfin, merci à Hakima pour avoir adouci ces derniers mois si laborieux.

Strasbourg, Octobre 2016

Q. B.

Résumé

Le contexte de cette thèse est la conception d'assistants robotiques aux gestes chirurgicaux guidés par IRM. Cette conception est rendue délicate par l'environnement qui impose des contraintes de compacité, de légèreté et de compatibilité. La présence du patient dans cet environnement impose également des impératifs de sécurité qui limitent les architectures robotiques viables.

Cette thèse vise à évaluer le potentiel applicatif des mécanismes de tensegrité, et plus généralement des systèmes précontraints, qui présentent de nombreuses propriétés intéressantes qui justifient d'envisager leur emploi dans ce contexte, notamment pour leur capacité de raideur variable bénéfique à la sécurité du patient.

Afin de juger de la pertinence de leur utilisation, nous nous concentrons sur l'analyse, la conception et la commande de ces systèmes peu connus des roboticiens, étapes nécessaires à leur évaluation.

Nos contributions incluent le développement d'outils numériques pour permettre leur analyse, de méthodes de synthèse pour générer des architectures à raideur variable adéquates, et de stratégies de commande pour piloter leur configuration et leur raideur.

Mots-clés : Robotique médicale, IRM, mécanismes de tensegrité, systèmes précontraints, raideur variable

Table des matières

Avant-propos	1
Introduction	3
1 Contexte et positionnement	7
1.1 Contexte applicatif	8
1.2 Des systèmes précontraints aux mécanismes de tenségrité	15
1.3 Démarche et contributions	24
2 Analyse des mécanismes de tenségrité et systèmes précontraints	27
2.1 Définition des mécanismes de tenségrité considérés	28
2.2 Analyse des mécanismes de tenségrité	30
2.3 Analyse des systèmes précontraints	42
2.4 Bilan	61
3 Conception de systèmes précontraints à raideur variable	63
3.1 Développement d'une méthode de synthèse	64
3.2 Exploration de l'espace des solutions	75
3.3 Développement et évaluation d'une liaison sphérique à raideur variable	83
3.4 Bilan	93
4 Conception d'un mécanisme de tenségrité à raideur variable	95
4.1 Objectifs de la conception	96
4.2 Modélisation et simulation du mécanisme de tenségrité	99
4.3 Développement de ressorts non-linéaires	106
4.4 Conception d'un ressort de traction dégressif	117
4.5 Bilan	125
5 Commande d'un mécanisme de tenségrité à raideur variable	127
5.1 Élaboration de stratégies de commande	128
5.2 Résultats de simulation	136
5.3 Validation expérimentale	140
5.4 Discussion	148
5.5 Bilan	149
Conclusions et perspectives	151
A Continuation de haut-degré avec Diamant	159
B Raideur antagoniste le long d'un déplacement unitaire	161
C Résultats de synthèse de systèmes précontraints	163
D Synthèse d'un ressort de traction dégressif	167
E Contraintes pour l'algorithme de gestion coordonnée en vitesses	171
Références	172
Liste des publications	189

Avant-propos

Cette thèse s'inscrit dans le projet du Labex CAMI (Computer Assisted Medical Interventions) qui vise à l'amélioration des techniques chirurgicales, notamment par l'assistance robotique au geste. Ce laboratoire d'excellence est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du programme d'Investissement d'Avenir (réf. ANR-11-LABX-0004). Il a rendu possible cette thèse par son co-financement avec la Région Alsace. Six laboratoires au niveau national sont impliqués dans le Labex CAMI, dont le laboratoire ICube à Strasbourg où cette thèse s'est réalisée sous la direction de Pierre Renaud au sein de l'équipe AVR. Le travail dont ce mémoire rend compte est le fruit d'une collaboration avec le LIRMM à Montpellier, sous la co-direction de Philippe Poignet. Il a par ailleurs été soutenu par France Life Imaging.

Notre thèse vise à évaluer le potentiel applicatif des mécanismes de tensegrité et des systèmes précontraints pour l'assistance robotique sous IRM. Les deux premières années de ce travail se sont déroulées à Strasbourg et ont été axées sur l'analyse et la conception de ces systèmes. Durant cette phase, nous nous sommes appuyés sur les moyens disponibles sur la plateforme robotique médicale de l'équipe AVR installée à l'IRCAD. Nous avons notamment exploité la plateforme de production rapide équipée d'une machine d'impression 3D multi-matériaux commercialisée par Stratasys, et qui fait partie du réseau national Equipex du projet Robotex (réf. ANR-10-EQPX-44).

Durant la troisième année, une période de neuf mois passée au sein de l'équipe DEXTER à Montpellier nous a permis de développer la commande des systèmes robotiques précédemment conçus. Un prototype a pour cela été installé sur la plateforme robotique de l'équipe avec l'aide d'Anastasios Zompas, stagiaire en master.

Cette collaboration dans le cadre du Labex CAMI a été très fructueuse, avec des contributions variées qui ont été valorisés dans deux articles en revues internationales, cinq conférences internationales ainsi qu'à de nombreuses reprises dans les événements organisés par le Labex CAMI et le GdR robotique.

Introduction

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) est une modalité d'imagerie aujourd'hui d'intérêt dans de nombreux contextes. Par son caractère non-ionisant, elle ne présente tout d'abord pas de risque d'irradiation pour le praticien ou le patient. Elle possède par ailleurs d'excellentes performances en termes de contraste et de discrimination des tissus mous, ce qui justifie son utilisation pour des gestes diagnostiques sur le cerveau ou les organes abdominaux notamment.

Ce travail de thèse est motivé par la conception d'assistants robotiques destinés à être placés dans l'IRM, en nous intéressant plus particulièrement à deux contextes dans lesquels une telle assistance nous semble d'intérêt : les procédures percutanées guidées par IRM, et le suivi neurologique sous IRM fonctionnel. Ces deux contextes nécessitent en effet de développer des dispositifs robotiques pour simplifier ou améliorer ces procédures. Leur conception est néanmoins délicate notamment du fait de l'environnement IRM qui impose de nombreuses contraintes de compatibilité. Ces dispositifs sont par ailleurs en interaction avec l'homme, ce qui constitue une autre contrainte forte. Plusieurs stratégies existent aujourd'hui dans la littérature pour surmonter ces difficultés de conception, mais à notre sens les performances des solutions proposées à ce jour restent limitées.

Le point de départ de cette thèse pour tenter de répondre à ces problèmes est de considérer l'emploi de systèmes composés de câbles élastiques¹. Ce choix initial est motivé par plusieurs constats. D'une part, l'utilisation de câbles est favorable à une implémentation compacte, légère, et compatible avec l'environnement IRM. D'autre part, plusieurs exemples dans la littérature ont montré l'intérêt d'introduire des éléments non-rigides à des dispositifs en interaction avec l'homme, notamment afin de garantir la sécurité ou les performances du dispositif face à un environnement non contrôlé. Par ailleurs, la possibilité de modifier les propriétés de rigidité du dispositif constitue une piste dont l'exploration nous paraît intéressante, notamment pour permettre une adaptation à l'environnement en fonction de la tâche à effectuer. Deux classes de systèmes concentrent plus particulièrement notre attention : les systèmes précontraints à câbles et les mécanismes de tenségrité. Ils présentent tous deux les capacités de raideur variable que nous cherchons à exploiter dans le champ applicatif considéré. L'intérêt de l'emploi de tels systèmes ne peut être discuté qu'à partir de composants conçus spécifiquement pour les besoins du contexte. Pour discuter de leur intérêt, il est donc à notre sens nécessaire de maîtriser trois étapes. La première est leur **analyse**, qui consiste à évaluer une solution existante selon des critères pré-définis, et ainsi de juger de son potentiel pour l'application envisagée. A l'heure

1. On désigne par cela des éléments pouvant se déformer de manière élastique lorsque sollicités en traction. Ils n'ont aucune rigidité en torsion, flexion et compression.

Introduction

actuelle, la littérature ne fournit pas d'outils permettant cette analyse de manière systématique, et nos premiers efforts se concentrent donc sur cette première étape.

La deuxième étape est leur **conception**. Cette étape nécessite avant tout de mettre en œuvre des outils de synthèse qui doivent permettre de construire partiellement ou entièrement une solution adaptée à des critères de conception. La littérature n'offre pas non plus de méthode de synthèse adaptée à nos besoins, ce qui nous a conduit à un travail spécifique sur cet axe. Le choix quant aux technologies à employer pour la réalisation de la solution synthétisée est alors également primordial, car il doit satisfaire aux conditions de compatibilité et de compacité spécifiques à l'environnement IRM. L'exploitation d'un procédé de fabrication multi-matériaux semble à ce titre un choix intéressant que nous proposons ici afin de garantir le respect de ces conditions.

La troisième et dernière étape est la **commande** de ces systèmes, c'est-à-dire leur pilotage avec une stratégie adaptée. Dans notre cas, la présence de câbles et de boucles cinématiques propres à ces architectures parallèles impose de nombreuses contraintes. La littérature ne fournit pas de réponse satisfaisante pour traiter ces contraintes, en particulier pour les problématiques de manipulation qui nous intéressent dans le contexte médical. Les travaux dans le domaine de la robotique à câbles constituent une base de travail que nous exploitons pour proposer des stratégies de commande adaptées à de tels systèmes, notamment pour piloter simultanément configuration et raideur.

Notre démarche consiste à mener un travail sur ces trois étapes afin de permettre une exploitation des systèmes précontraints et des mécanismes de tensegrité dans notre contexte. Pour ce faire, nos contributions dans ce manuscrit sont de différents ordres, et nous en proposons la présentation à travers quatre chapitres.

Dans le **chapitre 1**, nous présentons le contexte applicatif et ses contraintes, et mettons en avant l'intérêt d'exploiter des mécanismes précontraints et des mécanismes de tensegrité.

Nous développons dans le **chapitre 2** nos contributions aux outils d'analyse des mécanismes de tensegrités et des systèmes précontraints. Nous proposons notamment une définition de l'espace de travail des mécanismes de tensegrité et le calcul de ses frontières à l'aide d'une méthode de continuation de haut-degré. Nous mettons également en place les outils d'analyse et les conditions requises pour exploiter les systèmes précontraints en tant que composants à raideur variable.

Le **chapitre 3** traite ensuite de la conception de composants à raideur variable basés sur des systèmes précontraints, en s'intéressant plus particulièrement à leur synthèse. Une nouvelle méthode est développée, et évaluée à travers la résolution de plusieurs problèmes de synthèse. Ce chapitre présente également la conception d'une liaison sphérique à raideur variable pour laquelle nous exploitons la fabrication additive multi-matériaux afin de développer une solution compatible IRM, notamment en proposant un nouvel actionnement pneumatique.

Le **chapitre 4** présente le développement d'un mécanisme de tensegrité destiné à être intégré à un assistant porte-aiguille robotique pour les procédures percutanées guidées par IRM. L'architecture sélectionnée est issue d'une analyse du scénario envisagé dans le cadre de la radiologie interventionnelle. Le développement de ressorts dédiés pour accroître les performances de ce système est également

Introduction

présenté. Il introduit notamment une méthode de conception pour des ressorts non-linéaires dits dégressifs basée sur l'utilisation de mécanismes compliants autour d'une configuration singulière.

Le **chapitre 5** présente le développement de stratégies de commande pour contrôler la configuration et la raideur d'un mécanisme de tensegrité tel que conçu au chapitre 4. Ces dernières sont évaluées en simulation, et validées expérimentalement sur un prototype instrumenté.

Finalement, l'apport des systèmes précontraints et des mécanismes de tensegrité pour notre contexte est discuté dans la **conclusion**, et des perspectives pour leur développement sont proposées.

1 Contexte et positionnement

Si on veut obtenir quelque chose que l'on n'a jamais eu, il faut tenter quelque chose que l'on n'a jamais fait. – Périclès

Sommaire du chapitre

1.1	Contexte applicatif	8
1.1.1	L'imagerie par résonance magnétique	8
1.1.2	Assistance robotique en radiologie interventionnelle	10
1.1.3	Assistance robotique pour la recherche en neurosciences	13
1.1.4	Vers de nouvelles solutions pour l'interaction sous IRM	14
1.2	Des systèmes précontraints aux mécanismes de tenségrité	15
1.2.1	Les systèmes précontraints	16
1.2.2	Les tenségrités et mécanismes de tenségrité	17
1.3	Démarche et contributions	24
1.3.1	Démarche adoptée	24
1.3.2	Contributions et plan du manuscrit	25

Ce premier chapitre a pour objectif d'introduire le contexte de l'assistance robotique dans l'IRM, et les motivations qui ont initié l'investigation de nouvelles solutions pour ce contexte. Il vise en premier lieu à mettre en avant les verrous scientifiques et technologiques concernant l'analyse, la conception et la commande de ces systèmes robotiques.

Une introduction aux différentes notions abordées dans les chapitres suivants est également proposée afin de clarifier les éléments de vocabulaire propres aux deux classes de systèmes qui nous intéresseront dans la suite, à savoir les systèmes précontraints et les mécanismes de tensegrité, ainsi que leurs apports attendus dans le contexte considéré.

Nos contributions théoriques et applicatives sur leur analyse, leur conception et leur commande sont de différents ordres. Ce chapitre a donc également pour but d'en donner une vue d'ensemble.

1.1 Contexte applicatif

Ce travail est motivé par la conception d'assistants robotiques dans l'IRM. Nous nous intéressons à deux contextes dans lesquels une telle assistance nous semble d'intérêt aujourd'hui. Le premier est celui de la radiologie interventionnelle sous IRM, et plus spécifiquement les procédures percutanées guidées par IRM. L'imageur est alors utilisé afin de piloter un outil chirurgical, et atteindre une cible anatomique. Le deuxième est celui du suivi neurologique sous IRM fonctionnel. Dans ce cas, l'imageur est utilisé afin de suivre l'activité cérébrale d'un patient ou d'un sujet dans le cadre d'un protocole de recherche.

Ces deux contextes nécessitent de développer des assistants robotiques permettant de simplifier ou d'améliorer ces procédures. La conception de tels assistants est néanmoins délicate en premier lieu du fait de l'environnement IRM qui impose de nombreuses contraintes de compatibilité qui lui sont associées. Dans cette section, nous introduisons donc tout d'abord la modalité d'imagerie et les contraintes de conception. Nous montrons ensuite à partir des assistants robotiques précédemment développés dans les contextes applicatifs considérés qu'il est nécessaire de s'intéresser aux développements de nouvelles solutions robotiques.

1.1.1 L'imagerie par résonance magnétique

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) repose sur le principe de la résonance magnétique nucléaire (RMN) qui exploite les propriétés quantiques des noyaux atomiques.

En IRM, un champ magnétique dit *principal* dont la direction est celle de l'axe du tunnel magnétise les tissus à imager. Des champs magnétiques oscillants plus faibles, dits *radiofréquences*, modifient cette magnétisation et permettent de produire un signal électromagnétique mesurable et dépendant de la nature des tissus. Des gradients de champ magnétique sont alors appliqués, afin de modifier cette magnétisation suivant la position des tissus dans l'espace. Cette méthode permet ainsi de reconstruire une image 2D ou 3D qui traduit la nature physique des tissus magnétisés [Kastler 2006].

L'utilisation de l'imagerie par résonance magnétique présente plusieurs avantages. Contrairement à un scanner à rayon X, cette modalité d'imagerie est non-ionisante et ne présente donc pas de risque d'irradiation pour le patient ou le praticien. Par ailleurs, les images obtenues présentent un bon contraste dans les tissus mous, ce qui en fait une option privilégiée pour des interventions sur les organes abdominaux (voir Fig. 1.1(b)).

Cette modalité présente néanmoins plusieurs inconvénients. Tout d'abord, il s'agit d'une technologie coûteuse, ce qui implique que les procédures dans l'IRM doivent être les plus courtes possibles. De

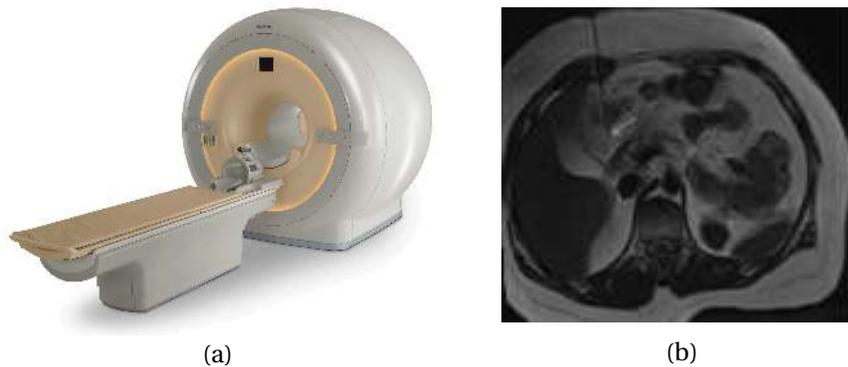


FIGURE 1.1 – Scanner IRM Philips Achieva 3.0T (a) et exemple d'image obtenue (b).

plus, le principe d'acquisition nécessite la génération d'un champ magnétique intense et uniforme (classiquement entre 1.5 et 3 T). Pour cette raison, un scanner IRM se présente sous la forme d'un tunnel long (environ 150 cm) et étroit (au mieux de l'ordre de 70 cm de diamètre) comme le montre l'exemple Fig. 1.1(a). Des contraintes fortes de conception dans la réalisation de systèmes robotiques compatibles avec cet environnement en découlent. Elles sont de trois ordres.

1.1.1.1 Contrainte d'encombrement

Les tissus à imager par le scanner IRM sont introduits dans un tunnel dont le diamètre est limité afin d'y garantir l'homogénéité du champ magnétique. Pour cette raison, l'espace disponible dans le tunnel est limité. Dans le cas de la conception d'un assistant robotique, il convient d'ajouter que la présence d'un patient dans le tunnel limite d'autant plus l'espace disponible. La conception de systèmes robotiques dans cet environnement est donc soumise à des contraintes de compacité très fortes.

1.1.1.2 Contrainte sur le choix des matériaux

Tout matériau entrant en interaction avec les champs magnétiques produits par l'imageur perturbe la reconstruction de l'image acquise, et est par ailleurs soumis à des forces magnétiques dues à cette interaction. Pour ces raisons, les matériaux ferro-magnétiques sont incompatibles avec l'environnement IRM, et ne peuvent pas être employés pour la réalisation d'éléments de structure de systèmes robotiques. De nombreux métaux non-ferreux, des céramiques, plastiques et matériaux composites sont non-magnétiques et peuvent alors être envisagés [Chinzei 1999]. Dans tous les cas, la susceptibilité magnétique des matériaux employés doit être adéquate afin de minimiser l'influence sur l'imageur [Schenck 1996], et leur choix est donc soumis à une contrainte de compatibilité avec l'IRM.

1.1.1.3 Contrainte sur le choix des capteurs et des actionneurs

La plupart des capteurs employés de nos jours sont électriques et produisent un bruit sur l'image IRM acquise. Le choix des technologies employées pour ces éléments est donc également contraint par l'environnement IRM. Dans le cas de capteurs optiques, on peut par exemple utiliser des fibres optiques afin de guider les signaux [Moser 2003], et de déporter les éléments actifs du tunnel.

Une contrainte similaire existe quant au choix des technologies d'actionnement. Il existe deux manières d'assurer la compatibilité de l'actionnement avec l'environnement IRM : l'utilisation de technologies

compatibles, et le déport d'actionnement.

Peu de technologies d'actionnement sont compatibles et intégrables à l'IRM. La première est l'actionnement piézoélectrique. Dans ce cas, une tension électrique est appliquée aux bornes d'une céramique piézoélectrique qui se déforme sous cette tension. Bien que la céramique soit compatible, il est cependant nécessaire de prendre des précautions afin d'éviter les interférences électromagnétiques dues à l'alimentation électrique de l'actionneur [Chinzei 1999]. La deuxième technologie compatible est l'actionnement fluide [Moser 2003], hydraulique ou pneumatique. Bien que cette technologie assure une compatibilité accrue et soit moins coûteuse que l'actionnement piézoélectrique, ses performances sont généralement inférieures notamment en terme de dynamique.

La deuxième solution consiste à déporter ou à isoler des actionneurs non-compatibles du champ magnétique de l'IRM. Une transmission par câbles ou par courroies peut notamment être envisagée [Chapuis 2006, Abdelaziz 2012b, Bricault 2008], et constitue à notre sens une solution d'intérêt. Outre le fait que cette solution assure la compatibilité IRM, elle permet en effet dans le même temps de réduire la masse et le volume du système dans le tunnel.

1.1.2 Assistance robotique en radiologie interventionnelle

1.1.2.1 La radiologie interventionnelle

En Radiologie Interventionnelle (RI), on souhaite accéder à une cible située à l'intérieur du corps du patient afin de réaliser un geste diagnostique et/ou curatif d'une pathologie, sous guidage et sous contrôle d'un moyen d'imagerie (rayons-X, ultrasons, scanner, IRM) [SRI 2010]. Durant les années 80, la transition des gestes jusqu'alors diagnostiques vers des gestes thérapeutiques [Murphy 2005] a marqué le début d'un intérêt grandissant pour la méthode, qui se confirme encore de nos jours avec une augmentation de 200% du nombre d'actes effectués entre 2007 et 2009.

L'accès à la cible peut s'effectuer de trois manières [SRI 2010] :

- par voie percutanée, *i.e.* à travers la peau,
- par un orifice naturel de l'organisme (tube digestif, voies urinaires...),
- par le réseau vasculaire.

Les bénéfices d'une assistance robotique aux procédures percutanées sont particulièrement importants, de par la complexité de ces gestes. Un tel impact mérite de ce fait que l'on se penche sur la conception de ces systèmes.

1.1.2.2 Les assistants robotiques pour les procédures percutanées sous IRM

Lors d'une procédure percutanée à but diagnostique, comme une biopsie, ou thérapeutique, comme une cryothérapie, les images de la zones d'intérêt sont tout d'abord acquises de manière pré-opératoire afin de la planifier la procédure. Cette étape permet de déterminer le point d'insertion et la zone cible. La réalisation du geste à proprement parler se déroule alors en trois étapes :

- le positionnement du point d'insertion,
- l'orientation de l'aiguille,
- l'insertion de l'aiguille.

A cause du manque d'accessibilité dans le tunnel de l'imageur, la manipulation de l'aiguille est difficile pour le radiologue comme illustré Fig. 1.2. L'introduction d'une assistance robotique pour l'aide aux procédures percutanées sous guidage IRM est alors d'intérêt, afin de permettre un positionnement, une orientation et une insertion précise de l'aiguille. Les avantages attendus sont alors une simplification



FIGURE 1.2 – Exemple de procédure percutanée par guidage IRM.

du geste, une réduction de la durée de la procédure et une meilleure sécurité pour le patient.

Les dispositifs d'assistance pour des procédures sur la prostate, dont le cancer est une pathologie répandue, ont été parmi les premiers à se développer dans le contexte de la RI. Le dispositif *MrBot* illustré Fig. 1.3(a) a été le premier dispositif développé pour cette application. Ce robot à cinq degrés de liberté (DDL) permet de contrôler la position et l'orientation de l'aiguille, ainsi que son insertion automatique à l'aide d'un actionneur supplémentaire au niveau de son effecteur [Muntener 2008]. Le problème de la compatibilité de l'actionnement est ici résolu en considérant une solution pneumatique basée sur les actionneurs PneuStep développés dans [Stoianovici 2007].

Plus tard, Fischer et al. ont proposé un dispositif à 6 DDL [Hao 2011a, Hao 2011b] illustré Fig. 1.3(b). Le positionnement de l'aiguille est assuré par un positionneur cartésien piloté par des actionneurs piézoélectriques, et l'aiguille peut également être insérée de manière automatique. Sa structure est entièrement composée de plastique afin garantir la compatibilité avec l'imageur.

Plusieurs robots ont également été proposés pour des procédures percutanées sur les organes de l'abdomen. Le seul système commercial développé à cet effet est le robot *Innomotion* illustré Fig. 1.3(c) développé par Innomedic [Melzer 2008]. Il permet de contrôler l'orientation et la position de l'aiguille à l'aide d'actionneurs pneumatiques, l'insertion restant manuelle. Il se présente sous la forme d'un bras robotique monté sur une arche attachée à la table de l'imageur.

Le système *LPR* [Taillant 2004, Bricault 2008] développé au TIMC de Grenoble (voir Fig. 1.3(d)) est quant à lui monté sur le patient. L'aiguille est positionnée dans le plan horizontal par un système de courroies, et elle peut être orientée et insérée automatiquement par un système dédié. L'actionnement est entièrement pneumatique et sa structure en plastique, une nouvelle fois pour des raisons de compatibilité avec l'imageur. Ce système est directement monté sur le patient, et se distingue donc des autres robots présentés ici, qui sont solidaires de la table de l'IRM. Ce choix est motivé par la présence des mouvements respiratoires. Ces mouvements peuvent en effet être problématiques, car ils induisent un déplacement relatif entre la cible anatomique et le robot lorsque celui-ci est solidaire de la table et non du patient. Dans certains cas, ces mouvements peuvent ainsi engendrer la lacération des tissus. Monter le robot directement sur le patient constitue alors un moyen de compenser partiellement ces mouvements. Néanmoins, même dans ce cas, il a été noté que la saisie rigide de l'aiguille pouvait également mener à de telles lacérations pour un organe comme le foie [Sun 2006]. Une des approches

Chapitre 1. Contexte et positionnement

envisagées dans la littérature pour résoudre ce problème est d'utiliser un robot monté sur le patient couplé à un système permettant de saisir ou de relâcher totalement l'aiguille [Piccin 2012]. L'aiguille n'est saisie rigidement et manipulée que lorsque le patient est en apnée de manière à supprimer le mouvement respiratoire, puis elle est relâchée pour permettre au patient de reprendre sa respiration. Ce cycle de saisie/relâche est répété autant de fois que nécessaire afin de permettre d'atteindre la cible anatomique visée. Cette approche binaire peut potentiellement poser problème lorsque le déplacement de l'aiguille entre deux cycles de saisie est important, ce qui peut mener à un échec de la saisie de l'aiguille. Pour cette raison, ce problème de gestion des risques de lacération semble encore à ce jour un problème ouvert.

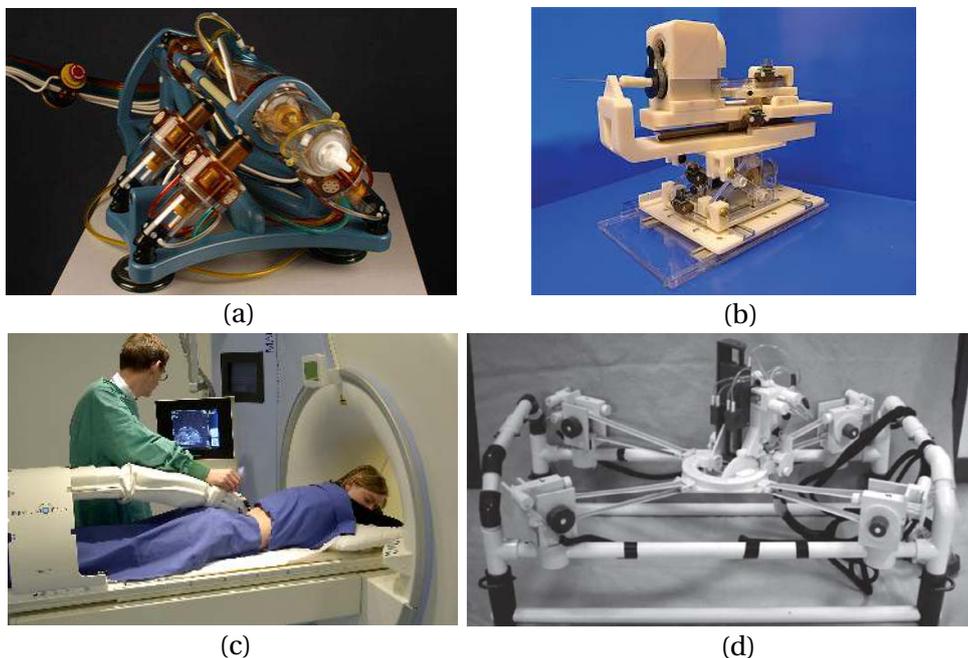


FIGURE 1.3 – Assistants robotiques compatibles IRM. (a) *MrBot*; (b) Robot de Fischer et al.; (c) *Innomotion*; (d) *LPR*.

Les assistants que nous avons choisi de présenter ici sont représentatifs des difficultés de conception liées à la modalité d'imagerie, et de la variété des solutions proposées jusqu'ici pour y répondre. Les architectures proposées sont en effet de différents types, et avec une cinématique parallèle (*MrBot* et *LPR*) ou série (Robot de Fischer et al. et *Innomotion*). De manière générale, on constate l'usage courant des matériaux plastiques afin de garantir la compatibilité de leur structure. Les stratégies d'actionnement sont également variées. Si l'actionnement pneumatique peut être privilégié pour son faible coût, l'actionnement piézoélectrique est également souvent considéré pour assurer une précision accrue. On constate par ailleurs que l'actionnement est la première cause qui limite la conception de systèmes plus légers et plus compacts. A ce titre, la littérature n'offre pas à ce jour de solution à la fois compacte, légère et compatible IRM, qui permette également de gérer le problème de lacérations des tissus. Ceci constitue à notre sens un deuxième problème ouvert.

1.1.3 Assistance robotique pour la recherche en neurosciences

1.1.3.1 L'IRM fonctionnel en neurosciences

La radiologie interventionnelle constitue l'une des utilisations cliniques de l'IRM. Néanmoins, l'apparition de l'IRM fonctionnel (IRMf) a étendu l'utilisation de l'IRM à d'autres contextes, notamment dans le cadre des recherches en neurosciences. En IRMf, la technologie IRM permet d'étudier l'activité cérébrale d'un sujet. Cette technique est par exemple d'intérêt pour suivre l'évolution de la réhabilitation d'un patient suite à un accident neurologique, ou encore pour étudier de manière générale le fonctionnement du cerveau, comme le contrôle sensorimoteur de l'être humain. Le sujet effectue alors un certain nombre de tâches motrices tandis que son activité cérébrale est imagée. Un exemple de résultats obtenus par IRMf est illustré Fig. 1.4 ; la méthode permet ici de localiser les aires activées dans le cerveau par des actions motrices, ou des mots prononcés.

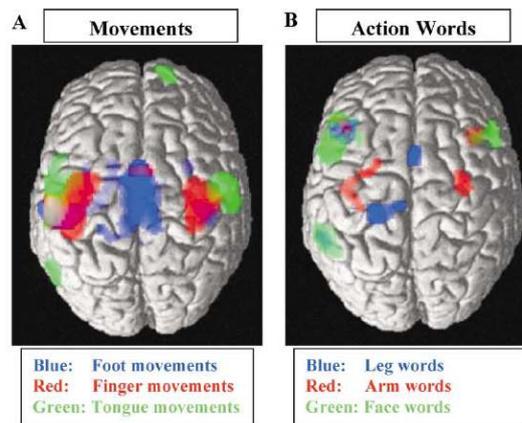


FIGURE 1.4 – Exemple de résultats obtenus par IRMf [Hauk 2004].

1.1.3.2 Les interfaces haptiques

De nombreux assistants robotiques ont été développés dans ce contexte afin de permettre de mesurer et/ou d'imposer des efforts ou des mouvements au patient. Ces assistants permettent ainsi une étude plus précise des liens entre ces actions et l'activité cérébrale qui lui est associée. On parle alors aussi d'*interfaces haptiques*, qui sont en interaction directe avec le patient. Deux exemples d'interfaces développées dans [Li 2009] et [Menon 2013] sont illustrés Fig. 1.5. Dans les deux cas, les actionneurs du robot sont déportés du tunnel IRM, et un mécanisme passif permet l'interaction avec le patient.

On note d'ailleurs que l'utilisation d'actionneurs non-compatibles et leur isolement, ou *a minima* leur éloignement du tunnel IRM est souvent considéré pour ces applications [Li 2009, Li 2010, Menon 2013, Farkhatdinov 2015]. Dans [Gassert 2006a], une interface à 2 DDL a été développée pour une investigation sur le contrôle neuronal des mouvements du bras. Un actionnement par transmission hydrostatique permet dans ce cas de déporter les actionneurs traditionnels non-compatibles à l'extérieur de l'environnement IRM. Cette stratégie est également envisagée par les mêmes auteurs pour un système à 1 DDL dans [Gassert 2006b]. Dans [Hribar 2009], une extension mécanique est ajoutée à une interface haptique du commerce à 3 DDL. Le but de ce système est une nouvelle fois d'éloigner l'interface non-compatible du tunnel IRM ce qui permet de généraliser son usage dans cet environnement.

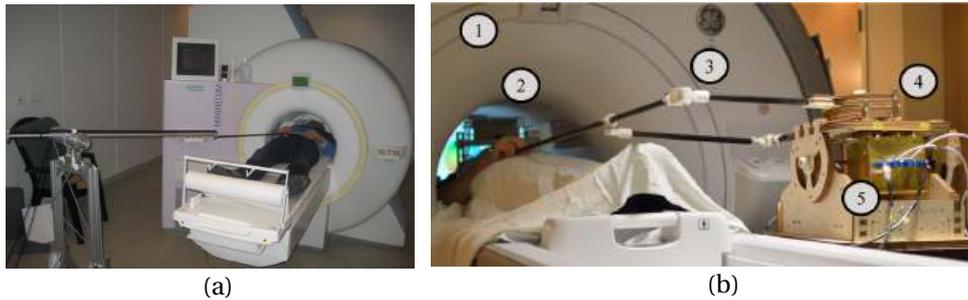


FIGURE 1.5 – Interfaces haptiques pour applications en IRMf. Interfaces à 3 DDL proposées (a) dans [Li 2009], (b) dans [Menon 2013].

Dans ce contexte il est par ailleurs nécessaire de gérer une interaction entre le patient et le robot, afin de générer ou mesurer des efforts ou des mouvements. A ce titre, la conception d'interfaces haptiques n'est pas aisée, notamment concernant la génération performante des efforts d'interaction.

Plusieurs exemples de la littérature proposent pour cela la conception d'interfaces où ces efforts ne sont pas générés directement par des actionneurs rigides, mais plutôt par l'intermédiaire de composants à raideur ou à viscosité variable [Mavroidis 2000, Menon 2014]. Dans [Khanicheh 2006, Khanicheh 2007] deux dispositifs compatibles IRM pour la réhabilitation de la main sont développés suivant cette idée. Les efforts de résistance sous l'action de la main du sujet sont alors modulés par des fluides électrorhéologiques compatibles IRM, dont la viscosité peut être modifiée en présence d'un champ électrique. D'autres dispositifs robotiques pour l'IRMf ont par ailleurs fait usage de composants à raideur variable. Dans [Menon 2014] notamment, un dispositif développé précédemment dans [Genecov 2014] est utilisé pour étudier la perception de la raideur par le cerveau humain. Dans ce dernier cas, un rapport 10 entre la raideur minimum et maximum est obtenu. Si la technologie employée est adaptée pour obtenir des configurations très rigides, elle ne permet pas d'atteindre de faibles niveaux de raideur.

Tout comme dans le contexte de la radiologie interventionnelle, la conception d'assistants robotiques pour des procédures en IRMf se heurte avant tout aux contraintes de compatibilité avec l'environnement IRM. Le déport de l'actionnement est souvent envisagé dans ce contexte. Dans ce cas cependant, on constate que les éléments déportés sont souvent encombrants et que le système de transmission limite l'amplitude du mouvement que le robot peut effectuer. Par ailleurs, l'existence d'une interaction entre le sujet et le robot amène à l'introduction de systèmes non-rigides dont les propriétés de rigidité sont modifiables afin de garantir la sécurité de cette interaction ou la performance du robot dans une tâche de génération d'efforts d'interaction. Néanmoins, la conception de systèmes à raideur variable compatibles IRM reste encore aujourd'hui un problème ouvert, notamment pour proposer des solutions à plusieurs DDL, à la fois compactes, légères et avec de grandes variations de raideur.

1.1.4 Vers de nouvelles solutions pour l'interaction sous IRM

Nous avons souligné dans les deux contextes applicatifs les limitations de la littérature afin de concevoir des systèmes à la fois compacts, légers, compatibles IRM et permettant de gérer l'interaction entre le robot et l'homme.

Notre point de départ pour résoudre cette problématique et répondre aux limitations évoquées est de considérer l'emploi de systèmes composés de câbles. L'introduction de cette classe de systèmes dans le contexte médical ouvre en effet une nouvelle voie d'exploration afin, tout d'abord, de garantir la compatibilité IRM du dispositif. Le robot *MR-Guide* développé dans [Abdelaziz 2012b] a permis de

montrer qu'un robot à câbles pouvait être utilisé afin de positionner des aiguilles sous guidage IRM pour des cryoablations de tumeurs dans la prostate. L'utilisation de câbles se justifie alors notamment par la possibilité de déporter l'actionnement afin de garantir que le robot soit léger, compact et compatible IRM. La réduction de la masse du système est également bénéfique à la sûreté de l'interaction, permettant ainsi d'atteindre des dynamiques importantes avec le robot tout en réduisant les efforts d'interactions dus à l'inertie en cas de contact avec l'homme [Lens 2012].

Nous avons également souligné que l'introduction de systèmes non-rigides et à raideur variable peut permettre la conception d'interfaces haptiques performantes, notamment pour des procédures sous suivi IRMf. Nous voyons ici un intérêt supplémentaire à l'utilisation des systèmes à câbles. En tant qu'architectures parallèles, les structures de ces robots peuvent en effet être précontraintes, *i.e.* les câbles peuvent être sous tension sans que le robot ne soit en mouvement. Jusqu'ici, cette propriété particulière menait leur concepteur à choisir des câbles rigides, dont le niveau de tension était suffisamment élevé afin de garantir la stabilité du robot, et donc éviter que les câbles ne se détendent sous une sollicitation extérieure [Abdelaziz 2012b]. Le niveau de tension a en effet un impact important sur la stabilité, et plus généralement sur la raideur d'un robot à câble [Behzadipour 2006]. Nous proposons d'exploiter une variation de ce niveau de tension pour concevoir des systèmes à raideur variable. Cela constitue ainsi un usage plus général que celui qui en est fait jusqu'ici pour des manipulateurs rigides. L'exploitation de cette capacité de ce que l'on désignera comme des *systèmes précontraints* est un élément central de notre réflexion comme nous le soulignerons dans la suite de ce manuscrit.

La mise en interaction des robots avec l'humain au cours de ces dernières années, principalement en robotique médicale ou de service, constitue un véritable changement dans la manière de concevoir et d'évaluer de tels systèmes. L'introduction de flexibilité dans le robot est une des voies qui a été la plus explorée afin d'améliorer la sûreté de l'interaction. Plusieurs travaux de recherche se sont concentrés sur la conception d'actionneurs compliants [Van Ham 2009, Vanderborght 2013], *i.e.* pouvant se déformer sous un effort extérieur. Au-delà de nos contextes, plusieurs travaux de la littérature sur les systèmes téléopérés ont mis en avant l'intérêt d'une adaptation de la raideur active ou passive afin d'améliorer leurs performances. Une adaptation de la raideur de l'interface maître du système téléopéré a par exemple été employée pour l'évitement d'obstacle [Kitagawa 2001, Kondo 2008, Tanimoto 2000] ou de configurations singulières du robot esclave [Watanabe 2007], ou encore pour adapter le comportement du système à une tâche à réaliser [Koizumi 2004]. L'introduction d'un élément élastique à raideur passive variable dans le robot esclave est également d'intérêt pour améliorer la stabilité du système lors d'une interaction avec un environnement rigide [Fritz 2004], ou encore pour modifier l'influence de la perception de l'environnement par l'opérateur [Christiansson 2006, Christiansson 2008]. A notre sens, la conception de systèmes à raideur variable par l'exploitation de systèmes à câbles mérite donc notre attention non seulement pour l'assistance dans l'IRM mais aussi au-delà en robotique d'interaction.

1.2 Des systèmes précontraints aux mécanismes de tenségrité

Nous proposons donc d'explorer l'utilisation des systèmes précontraints basés sur des systèmes à câbles et d'évaluer leur intérêt. Nous souhaitons notamment nous appuyer sur une classe particulière de systèmes précontraints, les *mécanismes de tenségrité*, afin d'apporter de nouvelles solutions dans le domaine de l'assistance robotique dans l'IRM. Ces deux classes de mécanismes nécessitent d'être définies pour souligner leurs propriétés d'intérêt.

1.2.1 Les systèmes précontraints

1.2.1.1 Définition et intérêt

Les systèmes précontraints sont des assemblages mécaniques, dont les éléments sont articulés les uns avec les autres par des liaisons passives au niveau de leurs extrémités, aussi appelées *nœuds*. Ces liaisons sont sphériques dans un cas spatial, ou pivots dans un cas plan. Les éléments qui le composent peuvent par ailleurs être soumis à des efforts même en l'absence de sollicitation extérieure, on dit donc qu'ils sont *précontraints*. Des exemples d'élément et d'un système précontraint à six éléments sont représentés Fig. 1.6a et 1.6b.

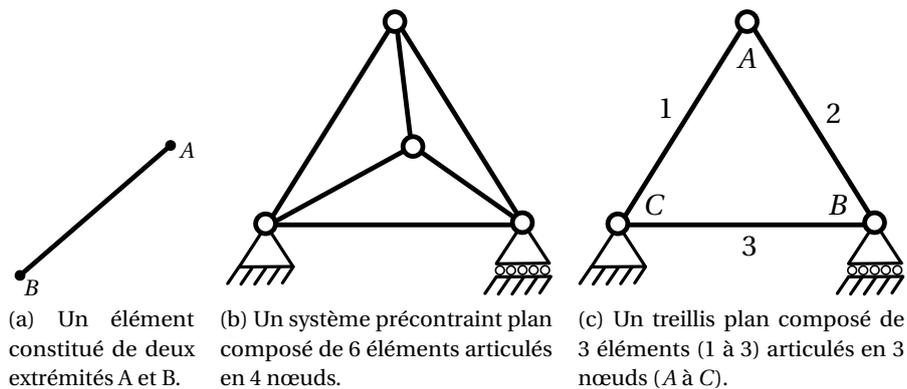


FIGURE 1.6 – Un élément et deux assemblages d'éléments.

L'agencement qui est celui d'un *treillis*, comme désigné en mécanique des structures, a pour conséquence que les éléments qui composent de tels systèmes sont uniquement sollicités en traction ou en compression lorsqu'une sollicitation extérieure est appliquée au niveau de ses nœuds. De ce fait, l'élément n'est soumis qu'à un effort unique le long de sa fibre moyenne, définie comme l'axe passant par les deux extrémités de l'élément.

Ces structures sont d'intérêt pour leur excellente résistance aux sollicitations extérieures, tout en présentant une faible masse car leurs éléments ne sont pas sollicités en flexion. Dans un contexte très différent du nôtre, celui du génie civil, cette propriété est exploitée et y trouve tout son intérêt



FIGURE 1.7 – Georgia Dome d'Atlanta [Geo 2016].

notamment pour concevoir de grandes structures à la fois légères et résistantes. Le stade du *Georgia Dome* d'Atlanta (voir Fig. 1.7) construit pour les jeux Olympiques de 1996 [Wroldsen 2007] illustre parfaitement l'intérêt de ces structures. Le dôme qui couvre ce stade est supporté par près de 18 km de câbles et couvre plus de 30 000 m² [Geo 2016]. L'utilisation d'une structure précontrainte rend possible la réalisation d'un dôme d'une grande portée à l'aide d'éléments légers tout en garantissant sa stabilité structurelle car ses éléments sont précontraints.

1.2.1.2 Conditions d'utilisation

Un système précontraint satisfait à deux conditions [Pellegrino 1990]. Il satisfait à une condition de stabilité, *i.e.* l'assemblage revient dans sa position initiale après application d'une perturbation extérieure. Il satisfait également à une condition qui porte sur sa capacité à être précontraint, *i.e.* sur la possibilité d'introduire des efforts dans les éléments sans modification de la configuration en l'absence d'une sollicitation extérieure. On parlera dans la suite d'une condition d'*auto-contrainte*.

Dans l'exemple illustré Fig. 1.6c, le treillis considéré est stable, mais ne forme pas un système précontraint. En effet, aucun effort ne peut être imposé dans les éléments 1 à 3 sans chargement externe sur l'un des nœuds A à C ou modification de la configuration courante.

Le respect des deux conditions dépend du choix du nombre d'éléments et de leur agencement, qui passe par l'utilisation d'outils d'analyse décrits par exemple dans [Pellegrino 1986, Pellegrino 1990].

1.2.2 Les tenségrités et mécanismes de tenségrité

Dans ce travail, nous nous intéressons à l'exploitation d'un sous-ensemble des systèmes précontraints, les *mécanismes de tenségrité*. Ces systèmes dérivent des *tenségrités* que nous présentons donc dans un premier temps.

1.2.2.1 Les tenségrités

Les tenségrités sont une classe particulière de systèmes précontraints. En tant que tels, les tenségrités sont des assemblages mécaniques composés de deux types d'éléments ; des éléments sollicités en compression, des *barres*, et des éléments sollicités en traction, des *câbles*. Le principe de tenségrité réside dans le fait que les barres sont maintenues en compression au sein d'un réseau de câbles en tension.

L'invention du mot « tenségrité » (*tensegrity* en anglais) revient à l'américain Richard Buckminster Fuller, par la contraction de « tension » et « intégrité » (*tension/integrity*), mot qui suggère bien que l'intégrité (*i.e.* la stabilité) de la structure est garantie par la tension des câbles. A la même époque en France, David Georges Emmerich expérimente des structures similaires qu'il qualifie alors de « systèmes auto-tendants ». Emmerich, Fuller ainsi que son étudiant Kenneth Snelson déposent tous les trois de nombreux brevets sur les tenségrités au cours des années 1960, ce qui donne par ailleurs sujet à controverse quant à la paternité du concept de tenségrité [Motro 2003]. Il est intéressant de constater que de nombreux concepts propres aux structures précontraintes, notamment la notion d'auto-contrainte, ont été introduits grâce à l'étude des tenségrités. En effet, une tenségrité peut être équilibrée par les efforts internes dans ses éléments en l'absence de toute sollicitation extérieure. Elle est donc, par définition, auto-contrainte.

Historiquement, Snelson est le premier à proposer des sculptures composées de tenségrités, dont sa *Needle Tower* illustrée Fig. 1.8. Il propose par la suite de nombreuses autres œuvres d'art inspirées

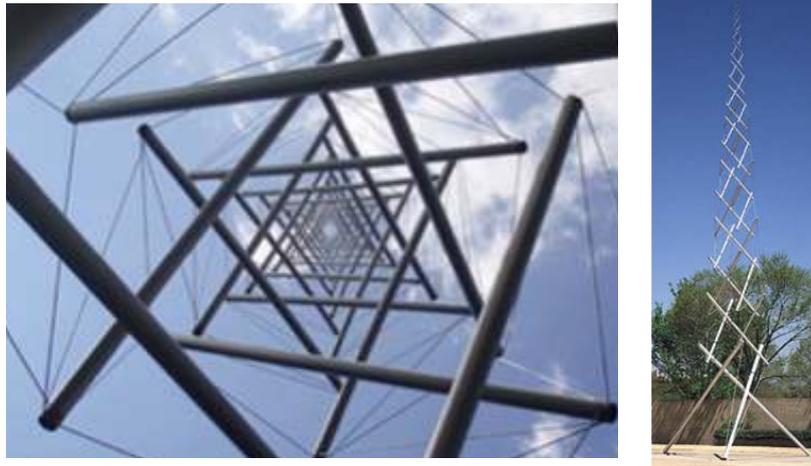


FIGURE 1.8 – La *Needle Tower* de K.Snelson [Sne 2016].

par le concept de tenségrité. La création artistique est longtemps restée le domaine privilégié pour l'exploitation des tenségrités. Snelson lui-même doutait à l'époque d'un quelconque intérêt technique à son utilisation [Skelton 2009].

De nombreuses définitions des tenségrités ont été proposées depuis leurs découverte initiale afin de déterminer si un système précontraint est ou n'est pas une tenségrité. Motro [Motro 2003] suggère la définition suivante basée sur les brevets successifs déposés au cours des années 60 :

« A tensegrity system is a system in a stable self-equilibrated state comprising a discontinuous set of compressed components inside a continuum of tensioned components. »

Le brevet de Fuller [Buc 1962] décrit quant à lui les tenségrités dans les termes suivants en référence aux deux types d'éléments :

« Islands of compression in a sea of tensions. »

Les barres en compression forment des « îlots » au sein d'un ensemble continu de câbles en tension. Les définitions originales proposées par les brevets suggèrent par ailleurs que les éléments en tension ne présentent pas de rigidité en compression, d'où l'appellation de *câbles*. Cela suggère également que ces éléments sont très légers, car pouvant être très fins et sans rigidité en flexion.

Il existe une infinité de configurations possibles d'éléments afin de créer des tenségrités, simplement en changeant le nombre d'éléments ou leur agencement. Les tenségrités dites « antiprismatiques » T_n , avec n nombre de barres, constituent un exemple classique de tenségrité spatiales. Les types T3 à T6 sont illustrés Fig. 1.9, les barres y sont représentées par des traits épais et les câbles par des traits fins.

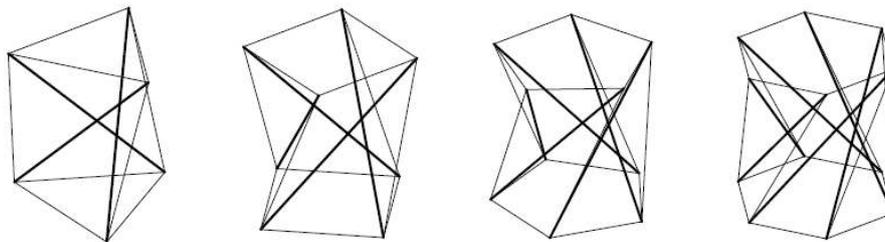


FIGURE 1.9 – Tenségrités antiprismatiques T3 à T6 [Arsenault 2006a].

Ces types de tensegrités se caractérisent alors par un angle de rotation entre les bases inférieures et supérieures, des polyèdres réguliers à n côtés, pour se trouver en configuration de tensegrité. Nous verrons par la suite que ces structures de tensegrité élémentaires sont souvent considérées pour une exploitation technique.

D'après ces premières définitions, les tensegrités constituent une classe particulière de systèmes précontraints, au sens où l'agencement des barres et des câbles est tel que les barres en compression se retrouvent isolées au sein des câbles en tension qui forment un réseau continu. Ainsi, chaque nœud est composé de plusieurs câbles et d'une seule barre. La diversification des usages des tensegrités a néanmoins mené à revoir ces définitions pour en élargir les contours. Skelton [Skelton 2001] propose ainsi de définir des tensegrités de classe K comme

« A stable structure composed of tension and compression elements with a maximum of K compressive members connected at the nodes. »

et étend ainsi la définition de tensegrité à d'autres cas de systèmes précontraints. Bien que le développement initial des tensegrités se soit basé sur les définitions "restrictives" de Motro et Fuller, nous montrerons par la suite que les avantages intrinsèques aux tensegrités sont bel et bien conservés en utilisant la définition étendue proposée par Skelton.

1.2.2.2 Les mécanismes de tensegrité

Nous souhaitons concevoir des systèmes qui doivent pouvoir modifier leur géométrie et/ou changer de raideur, afin de fournir des solutions d'intérêt pour notre contexte. Les tensegrités sont particulièrement d'intérêt pour cela en tant que mécanismes. L'appellation *mécanismes de tensegrité* regroupe tout système basé sur une tensegrité dont au moins l'un des éléments est actionné dans l'optique de modifier la configuration et/ou les propriétés du système, comme sa raideur.

Une tensegrité étant composée de barres, de câbles et de nœuds, il existe trois stratégies d'actionnement pour former un mécanisme de tensegrité :

- la modification de la longueur d'une ou plusieurs barres,
- la modification de la longueur d'un ou plusieurs câbles,
- la modification de la position d'un ou plusieurs nœuds.

En fonction de l'application envisagée, une ou plusieurs de ces stratégies peuvent ainsi être exploitées. Un exemple de mécanisme de tensegrité tiré de [Paul 2006] est illustré Fig. 1.10. Dans ce cas, les câbles latéraux d'un module T3 sont actionnés afin de déplacer le système sur une surface plane.

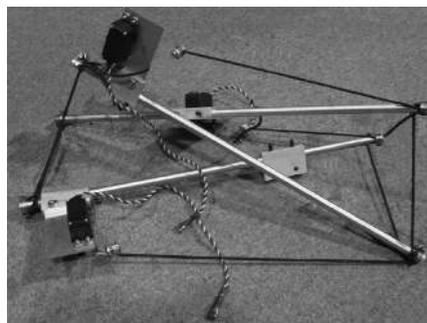


FIGURE 1.10 – Robot mobile basé sur une tensegrité T3 proposé dans [Paul 2006]. Les longueurs des trois câbles élastiques latéraux sont contrôlés par des actionneurs.

1.2.2.3 Intérêt

L'utilisation des tenségrités et des mécanismes de tenségrité constitue une voie de recherche à fort potentiel [McCarthy 2011, Lian 2012]. Ils présentent en effet de nombreux intérêts qui justifient leur utilisation dans notre contexte.

Légèreté et résistance : en tant que systèmes précontraints, les tenségrités sont à la fois légères et capables de résister à des sollicitations extérieures. L'utilisation du concept de tenségrité a pour ces raisons contribué à la compréhension de plusieurs systèmes que l'on trouve dans la nature [Ten 2016, Cretu 2009, Skelton 2009]. La notion de tenségrité a par exemple été exploitée pour l'étude de nombreuses structures biologiques, et ce à plusieurs échelles [Skelton 2009].

Ainsi le système musculo-squelettique du corps humain présente de nombreuses propriétés qui peuvent s'expliquer lorsque considérées en tant que tenségrité [Wroldsen 2007, Flemons 2012, Skelton 2009]. Les os et les tendons sont effectivement connectés de manière à permettre un contrôle aisé du mouvement via l'action musculaire sur les tendons qui actionnent nos articulations. L'action des tendons permet également de stabiliser les articulations via leurs tensions qui maintiennent les os en compression. Ce constat a notamment donné lieu à la classification des articulations en tant que système de tenségrité [Skelton 2009] comme illustré Fig. 1.11, où l'épaule est modélisée comme une tenségrité de classe 2, le coude comme une tenségrité de classe 3 et l'articulation des orteils comme une tenségrité de classe 2. La grande capacité de chargement de notre système musculo-squelettique au regard de sa faible masse montre l'efficacité de cet agencement, qui garantit un chargement des os en pure compression et permet d'expliquer leur profil longiligne.

Le mode de sollicitation des éléments et la présence de câbles permet d'assurer leur légèreté, et ainsi de limiter leur inertie. Cet intérêt est de première importance car la légèreté du système constitue un avantage dans notre contexte.

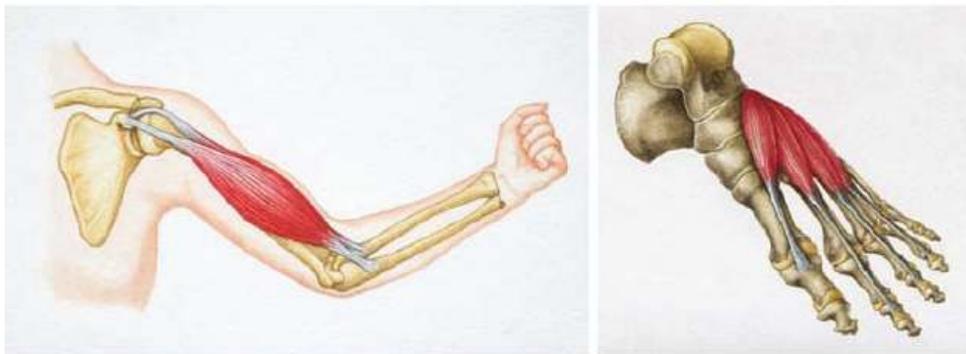


FIGURE 1.11 – Modélisation de l'épaule, du coude et des orteils par des tenségrités [Skelton 2009].

Adaptation à l'environnement : le deuxième intérêt de ces systèmes est leur capacité à s'adapter à leur environnement par modification de leurs efforts internes. L'actionnement de leurs éléments constitutifs permet en effet d'adapter la structure à des événements externes. En génie civil, cet intérêt est exploité afin de concevoir des structures pouvant s'adapter à des tremblements de terre, des vents violents et des variations de températures importantes [Skelton 2009], ou à une défaillance interne comme la rupture d'un élément [Sabouni-Zawadzka 2014]. On parle alors souvent de structures *réactives* (aussi appelées parfois *smart structures*) qui consistent à modifier leur configuration ou leur

niveau de rigidité afin de réagir à ces événements [Sterk 2006, Sterk 2003, Sabouni-Zawadzka 2014]. Des modules de tensegrités élémentaires peuvent également être combinés en réseau, permettant ainsi la réalisation de structures complexes tout en conservant les avantages propres à chaque élément de base [Sterk 2006].

Cette utilisation en tant que structure réactive trouve également un intérêt pour la conception de systèmes destinés au contrôle de vibrations. Ces derniers viennent s'interposer entre un élément vibrant et un environnement que l'on cherche à isoler de ces vibrations. Également appelés "absorbeurs" ou "isolateurs", ils sont contrôlés de manière à compenser les efforts dus aux vibrations afin de réduire leur transmission à l'environnement. De tels systèmes sont notamment utiles dans l'industrie de précision pour isoler des machines sensibles, pour la conception de structures antisismiques [Oliveira 2015] ou encore pour la suspension de véhicules [Jalili 2002].

La compensation active à l'aide de tensegrités a été envisagée pour la conception de ponts actifs [Amouri 2013]. Néanmoins, la compensation dite *semi-active* est souvent privilégiée pour des raisons de coût et d'efficacité énergétique [Azadi 2009, Jalili 2002]. Elle consiste à exploiter un système équivalent à un élément élastique, interposé entre l'environnement et l'élément vibrant, et dont la raideur est ajustée afin de rejeter les vibrations de manière optimale. Dans ce cas, la raideur doit pouvoir être réglée finement et facilement, et sur une grande plage [Azadi 2009]. Les travaux menés par S. Azadi au cours de sa thèse [Azadi 2010a] ont mené à l'exploitation de systèmes pré-contraints [Azadi 2009, Azadi 2007a] et de tensegrités [Azadi 2007b, Azadi 2010b] pour répondre à cette problématique. En effet, la raideur d'une tensegrité dans des directions spécifiques peut être entièrement contrôlée par la précontrainte des éléments qui la composent, *i.e.* leur niveau d'effort. Cette méthode permet un réglage rapide de la raideur et sur une grande plage. Une des propositions introduite Fig. 1.12 est d'utiliser une tensegrité T4 dont les barres sont actionnées afin de régler la raideur du couplage entre la base et la plateforme. Dans ce cas, la raideur suivant la translation verticale peut être réglée facilement de manière optimale. L'avantage d'un tel dispositif comparé à un absorbeur élastique classique (*passive rubber mount* sur la Fig. 1.12) est alors démontré.

Ce type d'utilisation est possible grâce à la propriété d'auto-contrainte des tensegrités. La modulation de la raideur est alors réalisée par modulation de la précontrainte des éléments. Dans notre contexte, l'exploitation de ces systèmes paraît clairement d'intérêt afin de permettre une adaptation à un comportement variable, comme celui d'un patient.

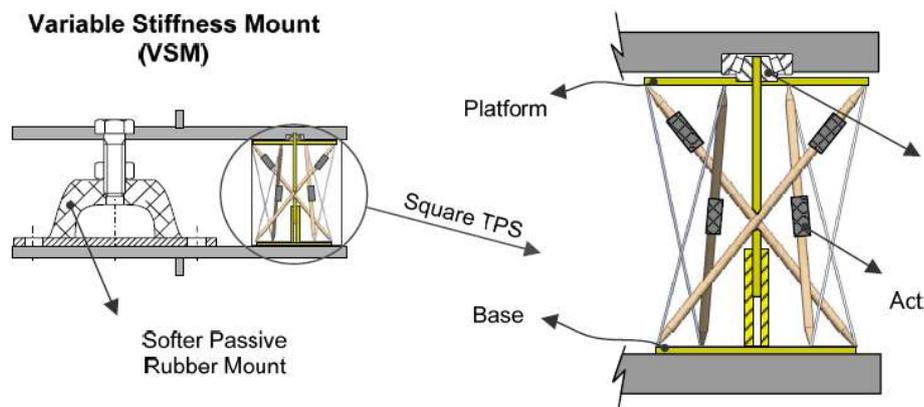
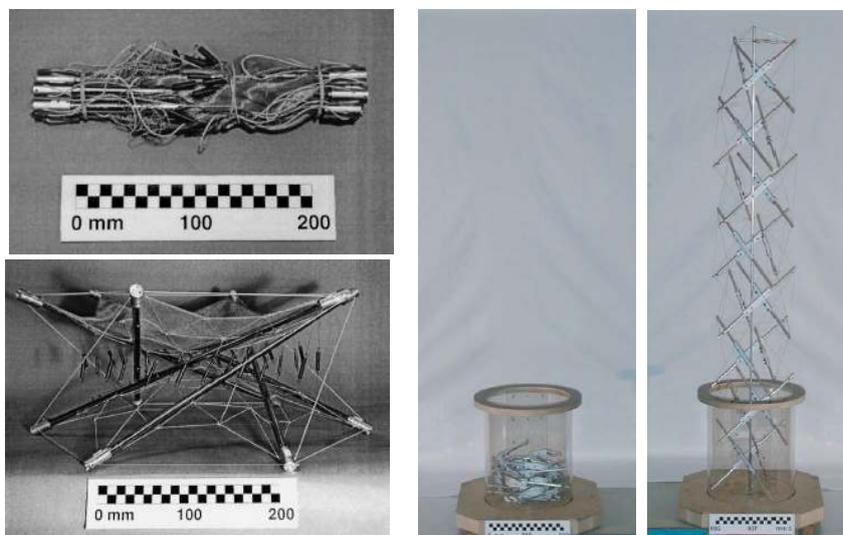


FIGURE 1.12 – Absorbeur de vibration semi-actif basé sur une tensegrité T4 [Azadi 2010a].

Capacité de reconfiguration : l'actionnement des éléments du système dans le cas des mécanismes de tensegrité offre la possibilité de les reconfigurer largement, ce qui constitue une des capacités les plus exploitées dans la littérature actuellement. Dans le domaine de l'aérospatial, et plus particulièrement pour la conception de systèmes déployables [Tibert 2002b], leur utilisation rend possible le déploiement de larges structures dans l'espace, tout en garantissant leur transport dans un volume restreint et pour une faible masse embarquée à bord d'un véhicule de lancement. De nombreuses solutions basées sur des tensegrités ont été proposées pour concevoir des mâts [Tibert 2002b, Pinaud 2004, Sultan 2014], des réflecteurs [Tibert 2002a] ou des antennes déployables [Duffy 2000, Knight 2000]. La Fig.1.13 illustre l'exemple d'un réflecteur (1.13a) et d'un mât (1.13b).

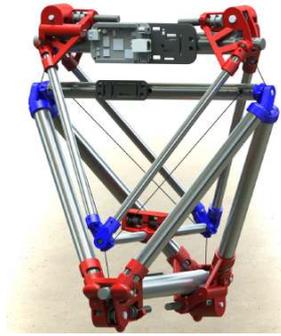


(a) Réflecteur [Tibert 2002a]. En haut; avant, en bas; après déploiement. L'énergie nécessaire au déploiement est stockée dans les câbles élastiques. (b) Mât [Tibert 2002b]. A gauche; avant, à droite; après déploiement. Le déploiement s'effectue en actionnant la longueur des câbles.

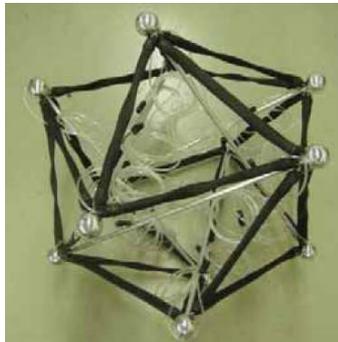
FIGURE 1.13 – Exemples de tensegrités déployables.

Le déploiement peut s'opérer soit en tirant sur les câbles, soit en assurant un dépliage automatique en stockant l'énergie nécessaire à cette opération dans des câbles élastiques. Dans notre cas, un tel actionnement paraît alors également d'intérêt, notamment pour permettre de reconfigurer très largement le système.

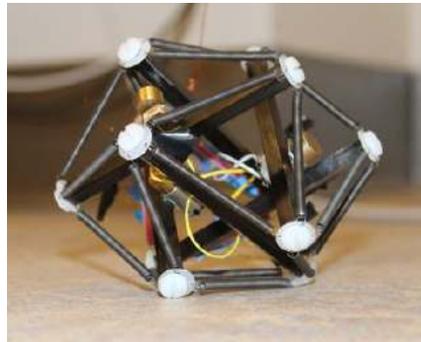
La capacité de reconfiguration est une propriété centrale des mécanismes de tensegrité qui nous intéresse particulièrement. En robotique, les mécanismes de tensegrité sont quasi-exclusivement exploités pour cette raison en robotique de locomotion. L'idée commune est d'actionner une tensegrité afin d'explorer un environnement. Trois stratégies se dégagent alors pour opérer un déplacement. La première stratégie consiste à modifier successivement les points de contact du système sur l'environnement et sa configuration de manière à le faire ramper dans cet environnement. C'est par exemple le cas du robot *DuCTT* [Friesen 2014, Friesen 2016] représenté Fig. 1.14a, dont la configuration est contrôlée de manière séquentielle afin de grimper le long d'un conduit à inspecter. La deuxième stratégie consiste à modifier la position du centre de masse du système afin de le faire rouler le long d'une trajectoire. Dans l'exemple issu de [Shibata 2009, Koizumi 2012] illustré Fig. 1.14b, la configuration du système est modi-



(a) Robot *DuCTT* proposé dans [Friesen 2014]. La pose du tétraèdre supérieur par rapport au tétraèdre inférieur est contrôlée par des câbles.



(b) *Rolling tensegrity* proposé dans [Koizumi 2012]. Un actionnement pneumatique des 24 câbles permet de changer la configuration du système.



(c) Robot mobile proposé dans [Khazanov 2013]. Les 24 ressorts sont mis en vibration pour faire résonner le système suivant ses modes propres.

FIGURE 1.14 – Exemples de robots mobiles basés sur des tensegrités.

fiée par un actionnement pneumatique des câbles afin de le faire basculer sur ses faces successives. Plus récemment, une troisième stratégie exploitant les modes de vibrations des tensegrités à été proposée. La mise en résonance du système suivant ces modes à l'aide d'actionneurs permet ainsi d'opérer le déplacement souhaité. Cette stratégie a été implémentée dans [Khazanov 2013, Khazanov 2014] pour le robot représenté Fig. 1.14c.

L'exploitation des tensegrités pour la robotique mobile est également au cœur du projet Super Ball Bot [sup 2016] lancé par le *NASA Innovative Advanced Concepts Program*. Il consiste à envoyer des modules de tensegrité dans un lanceur pour explorer la surface de Titan [SunSpiral 2015]. Les travaux menés dans ce contexte portent notamment sur le développement d'un simulateur multiphysique open source pour étudier le comportement des systèmes de tensegrité [Sim 2016], le développement de stratégies pour leur contrôle [Iscen 2013a], leur conception [Sabelhaus 2015] ainsi que leur implémentation physique [Kim 2014]. Ces efforts déployés pour permettre leur exploitation dans ces applications illustrent l'intérêt qu'ils soulèvent en robotique.

1.2.2.4 Conditions d'utilisation

Il apparaît que les tensegrités sont exploités de deux manières ; en tant que système *passif*, ou en tant que système *actif*. Un système passif est non-actionné : sa configuration, ses propriétés et sa forme restent inchangées pour un environnement donné. Nous préférons nous intéresser à un usage en tant que système actif qui est actionné. Cet actionnement permet un changement de sa configuration et/ou de son niveau de raideur.

Ces capacités constituent un avantage fort pour nos contextes, mais soumettent néanmoins l'usage de ces systèmes à des conditions d'utilisation propres à leurs particularités. En tant que systèmes précontraints, les mécanismes de tensegrité sont en effet soumis aux deux conditions décrites précédemment que sont la stabilité et l'auto-contrainte. Le choix d'un arrangement adéquat est primordial afin de garantir le respect de ces conditions. La présence de câbles soumet l'utilisation des tensegrités à une condition supplémentaire, étant donné que la tension de ces câbles doit rester positive tout au long de leur fonctionnement *i.e.* pour toute configuration.

1.3 Démarche et contributions

1.3.1 Démarche adoptée

Les avantages des systèmes précontraints et des mécanismes de tensegrité nous amènent à distinguer deux types d'utilisation de ces systèmes à câbles.

1. Une utilisation des systèmes précontraints en tant que composant à raideur variable, que l'on peut obtenir en modifiant leurs efforts internes pour une même configuration.
2. Une utilisation des mécanismes de tensegrité en tant que manipulateurs à raideur variable, pour laquelle la configuration et la raideur du système sont simultanément modifiées.

La pertinence de ces approches ne peut être jugée qu'à travers le développement et l'évaluation de solutions à partir des besoins issus de notre contexte. C'est ce que nous proposons de faire dans la suite. Ces phases de développement et d'évaluation reposent sur trois étapes fondamentales qu'il faut alors pouvoir mener à bien.

1- L'analyse : le développement d'une solution repose avant tout sur notre capacité à évaluer ses performances au regard d'un ensemble de spécifications propres à l'application envisagée (mobilités, espace de travail, contraintes d'encombrement, de poids, de rigidité...). Cette évaluation consiste à mettre en œuvre des outils d'analyse adaptés à la classe de systèmes considérée.

2- La conception : il s'agit ensuite de concevoir des dispositifs robotiques appropriés aux contextes décrits. Cette étape nécessite avant tout de mettre en place des outils de synthèse qui permettent de construire partiellement ou entièrement une solution à partir des besoins exprimés. Par ailleurs, la conception de ces systèmes implique une réflexion sur les choix technologiques pour notamment intégrer les contraintes liées au contexte médical. Cette réflexion porte d'une part sur les procédés de fabrication des éléments du système (matériaux, précision atteignable, limitation sur la géométrie...), et d'autre part sur les technologies d'actionnement de ces systèmes.

3- La commande : dans notre cas, la présence de câbles et de boucles cinématiques propres à ces architectures parallèles impose de nombreuses contraintes sur le pilotage de ces systèmes. Les

travaux dans le domaine de la robotique à câbles constituent une base de travail que nous exploitons pour proposer des stratégies de commande adaptées à de tels systèmes, notamment pour piloter simultanément leur configuration et leur raideur.

1.3.2 Contributions et plan du manuscrit

Les contributions de notre travail s'inscrivent dans ces trois volets, et nous les décrivons au travers des quatre chapitres suivants du manuscrit.

Le chapitre 2 est tout d'abord consacré aux outils nécessaires à l'analyse des mécanismes de tenségrité. Nos contributions à ces outils d'analyse comprennent notamment la proposition d'une définition de l'espace de travail des mécanismes de tenségrité, ainsi qu'une méthode pour son estimation s'appuyant sur des outils de continuation de haut-degré. Ce chapitre introduit également la démarche d'analyse de systèmes précontraints pour leur exploitation en tant que composants à raideur variable. La démarche est validée expérimentalement par l'évaluation d'une liaison pivot à raideur variable.

Le chapitre 3 poursuit le raisonnement ébauché à la fin du chapitre 2. Il traite en effet de la conception de composants à raideur variable basés sur des systèmes précontraints, en s'intéressant plus particulièrement à leur synthèse. Une nouvelle méthode est développée, et évaluée à travers la résolution de plusieurs problèmes de synthèse. Les arrangements originaux issus de cette synthèse sont également interprétés afin de pouvoir en généraliser l'usage et d'en proposer des alternatives. Ce chapitre présente enfin la conception d'une liaison sphérique à raideur variable. Les choix technologiques quant à son implémentation sont motivés par le développement d'une solution compatible IRM, et nos contributions sur ce plan incluent notamment l'usage d'un procédé de fabrication additive multi-matériaux pour proposer un nouvel actionnement pneumatique de la précontrainte. La solution sélectionnée est évaluée expérimentalement afin de valider son comportement cinématique et sa variation de raideur.

Le chapitre 4 présente le développement d'un mécanisme de tenségrité destiné à être intégré à un assistant porte-aiguille robotique pour les procédures percutanées guidées par IRM. L'architecture proposée est issue d'une analyse du scénario interventionnel envisagé. Nos contributions dans ce chapitre incluent également le développement de ressorts dédiés pour accroître les performances de ce système. Une méthode de conception de ressorts non-linéaires dits *dégressifs* est introduite, basée sur l'utilisation de mécanismes compliants autour d'une configuration singulière. Des ressorts dégressifs dédiés au mécanisme développé sont enfin synthétisés et implémentés en considérant à nouveau l'emploi du procédé de fabrication additive multi-matériaux.

Dans le chapitre 5, des stratégies de commande pour contrôler la configuration et la raideur de systèmes tels que conçus au chapitre 4 sont enfin développées et constituent les contributions de ce dernier chapitre. Elles sont évaluées en simulation, et validées expérimentalement sur un prototype instrumenté dans le cas de l'emploi de ressorts linéaires et dégressifs. L'apport de ces derniers pour améliorer les capacités de variation de raideur du système est finalement mis en avant.

L'apport constaté des mécanismes de tenségrité et systèmes précontraints est finalement discuté dans la conclusion générale, en même temps que les perspectives quant à leur exploitation.

2 Analyse des mécanismes de tensegrité et systèmes précontraints

Je ne cherche pas à connaître les réponses, je
cherche à comprendre les questions –
Confucius

Sommaire du chapitre

2.1	Définition des mécanismes de tensegrité considérés	28
2.1.1	Formulation de la condition d'auto-contrainte	28
2.1.2	Cas des câbles inextensibles	29
2.1.3	Définition	30
2.2	Analyse des mécanismes de tensegrité	30
2.2.1	Choix d'un outil d'analyse	30
2.2.2	Étude préliminaire	32
2.2.3	Définition de l'espace de travail	35
2.2.4	Outils numériques pour l'analyse	37
2.2.5	Détermination de l'espace de travail	39
2.2.6	Conclusion	42
2.3	Analyse des systèmes précontraints	42
2.3.1	Analyse de la raideur	42
2.3.2	Variation de raideur	45
2.3.3	Conditions d'exploitation de la raideur antagoniste	47
2.3.4	Analyse préliminaire	51
2.3.5	Évaluation expérimentale	54
2.3.6	Conclusion	60
2.4	Bilan	61

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'analyse des mécanismes de tenségrité et des systèmes précontraints. Dans un premier temps, nous introduisons précisément la famille de mécanismes de tenségrité considérée dans la suite en partant de l'analyse de la condition d'auto-contrainte. Nous nous intéressons alors à leur espace de travail lorsqu'ils sont considérés en tant que manipulateurs. Une définition de cet espace est tout d'abord formulée. Des outils numériques de continuation sont ensuite mis en place afin de faciliter l'étude des mécanismes de tenségrité lorsque l'estimation numérique de l'espace de travail est souhaitée. La méthode est illustrée sur un mécanisme de tenségrité à 2 DDL.

Dans un deuxième temps, l'analyse des systèmes précontraints est abordée. Celle-ci est motivée par leur exploitation afin de concevoir des composants à raideur variable. Dans le chapitre présent, les outils pour l'évaluation de leur raideur sont donc introduits. Nous développons les conditions permettant une variation maximale de cette raideur. Une approche de conception reposant sur ces conditions est alors mise en place et validée expérimentalement dans le cas d'une liaison pivot à raideur variable.

2.1 Définition des mécanismes de tenségrité considérés

2.1.1 Formulation de la condition d'auto-contrainte

En mécanique des structures, on écrit usuellement l'équilibre d'un treillis consistant en un assemblage de n éléments reliés en b nœuds par des liaisons sphériques par la relation [Pellegrino 1990]

$$\mathbf{A}\mathbf{t} = \mathbf{f} \quad (2.1)$$

avec \mathbf{t} le vecteur ($n \times 1$) des efforts axiaux dans les n éléments, donc des efforts internes, et \mathbf{f} le vecteur des efforts nodaux, *i.e.* le vecteur ($3b \times 1$) des efforts appliqués aux b nœuds. La matrice \mathbf{A} est appelée la *matrice d'équilibre* du système car elle permet d'exprimer les équations d'équilibre statique du système sous la forme matricielle (2.1). L'assemblage est alors considéré rigide s'il existe un vecteur \mathbf{t} d'efforts dans les éléments qui équilibre le vecteur \mathbf{f} des efforts nodaux. Cela signifie qu'il est capable d'équilibrer la sollicitation extérieure \mathbf{f} qui lui est appliquée par ses efforts internes, ce qui constitue une condition indispensable à son utilisation.

Dans le cas d'un système précontraint, l'assemblage satisfait à la condition d'auto-contrainte qui s'exprime par

$$\mathbf{A}\mathbf{t} = \mathbf{0} \quad (2.2)$$

pour $\mathbf{t} \neq \mathbf{0}$, ce qui signifie que le système est à l'équilibre en l'absence de sollicitations extérieures, uniquement sous l'action de ses efforts internes. On dit également dans ce cas que le système se trouve dans un *état d'auto-contrainte*. Les efforts internes compatibles avec cet état sont alors contenus dans le noyau de \mathbf{A} et sont appelés les efforts de *précontrainte*. La modification du niveau de précontrainte, *i.e.* de la valeur de ces efforts, permet de moduler le niveau de raideur du système autour d'une même configuration. Cette modification n'est néanmoins possible que si le noyau de \mathbf{A} est non-vide. La matrice d'équilibre \mathbf{A} dépendant de l'agencement des éléments et de leur nombre, le respect des conditions de stabilité et d'auto-contrainte est seulement garanti par un agencement adéquat des éléments qui le composent.

2.1.2 Cas des câbles inextensibles

Dans le cas des tenségrités, la notion d'auto-contrainte est fondamentale, car les câbles qui maintiennent les barres doivent rester sous tension même en l'absence de sollicitation extérieure. Dans le cas de l'utilisation de câbles rigides, cette condition est particulièrement délicate à garantir.

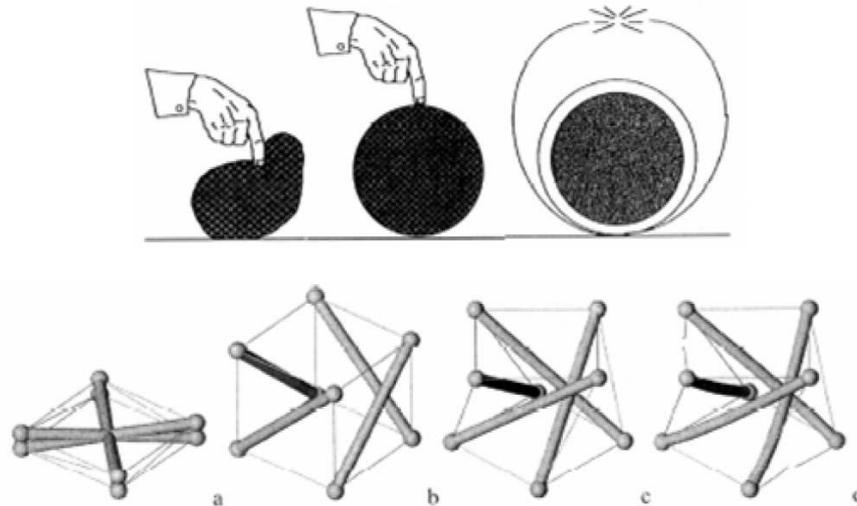


FIGURE 2.1 – Analogie entre un ballon (en haut) et une tenségrité (en bas) tirée de [Motro 2003].

Cette difficulté peut être illustrée simplement à l'aide d'une analogie avec un ballon sous pression comme proposé dans [Motro 2003]. Considérons un ballon constitué d'une enveloppe rigide destinée à être gonflée par de l'air comprimé. Lorsque le ballon est dégonflé, *i.e.* lorsque son enveloppe n'est pas tendue, il n'a pas de forme stable tel qu'illustré Fig. 2.1 en haut à gauche. Dans ce cas, une sollicitation extérieure, ici représentée par la pression de la main sur l'enveloppe, déforme le ballon sans que celui-ci ne revienne à sa configuration initiale.

Considérons maintenant que de l'air est injecté dans le ballon afin de gonfler l'enveloppe. Lorsque cette dernière devient tendue, son niveau de tension est alors minimum, et le ballon est tout juste gonflé. Il s'agit de sa géométrie d'équilibre stable, représentée au milieu. Une sollicitation extérieure déforme en effet le ballon, mais celui-ci revient à sa configuration initiale lorsque cette action est retirée.

Si l'on continue à injecter de l'air dans l'enveloppe, le niveau de pression interne du ballon va augmenter, ainsi que la tension de son enveloppe. Une augmentation de pression permet d'augmenter rapidement sa tension pour de faibles variations de ses dimensions. On induit alors une précontrainte dans le ballon, sans changement de sa forme. La limite à cette précontrainte est l'éclatement du ballon, représenté à droite, qui survient lorsque la tension admissible de l'enveloppe est dépassée. Le ballon gonflé est dans un état d'auto-contrainte car la tension de son enveloppe est positive alors même qu'aucune sollicitation extérieure ne lui est appliquée.

Il en est de même pour les tenségrités. Les barres en compression sont analogues à l'air, et les câbles en tension à l'enveloppe tendue. L'augmentation progressive de la longueur des barres à partir de câbles détendus (situations (a,b) au bas de la Fig. 2.1) est analogue à la mise sous pression du ballon, et mène à la mise en tension des câbles rigides (c). La configuration de tenségrité se situe donc à une limite d'assemblage lorsque les câbles sont tout juste tendus sous l'action des barres, tout comme la forme du ballon gonflé correspond à une forme limite déterminée par la géométrie de son enveloppe.

Une augmentation de la longueur des barres à partir de cette situation mène à une augmentation du niveau de tension dans les câbles, jusqu'à leur rupture une fois leur tension maximale admissible dépassée (d).

2.1.3 Définition

Dans les mécanismes de tenségrité, les dimensions d'un ou plusieurs des éléments de la tenségrité sont modifiées afin de changer sa configuration. Dans le cas où tous ces éléments sont rigides, il est cependant difficile de garantir que le système reste dans une configuration de tenségrité, et notamment que ses câbles restent tendus. L'exploitation des mécanismes de tenségrité peut donc être effective à la condition quasi-exclusive d'y intégrer des ressorts tel que cela est proposé par Oppenheim et Williams dans [Oppenheim 2000].

Cette approche a été particulièrement étudiée par Arsenault, qui est le premier à introduire des ressorts de manière systématique afin de créer des mécanismes de tenségrité [Arsenault 2006a]. Il fixe notamment les règles concernant leur nombre minimum et maximum, ainsi que le nombre d'actionneurs et leur placement en fonction des mobilités souhaitées. Dans ce travail, nous définissons de la même manière des mécanismes de tenségrité comme un ensemble de barres rigides maintenues dans un état d'auto-contrainte par un ensemble de câbles élastiques, modélisés comme des ressorts de traction. Les barres ou les câbles sont actionnés de manière à modifier la configuration et/ou le niveau de précontrainte du système.

2.2 Analyse des mécanismes de tenségrité

2.2.1 Choix d'un outil d'analyse

2.2.1.1 Introduction

Un mécanisme de tenségrité tel que défini au paragraphe précédent est pour nous un manipulateur. Il est donc composé d'un *effecteur*, dont les poses sont décrites par ses *variables opérationnelles* représentées par le vecteur \mathbf{x} . La configuration du mécanisme est modifiée par des actionneurs, dont l'état est décrit par des *variables articulaires* représentées par le vecteur $\boldsymbol{\rho}$. L'analyse va alors consister à déterminer et à étudier les poses que son effecteur peut atteindre en considérant le changement d'état de ses éléments actionnés.

Nous nous concentrons sur l'analyse statique des mécanismes de tenségrité. La démarche d'analyse dans ce cas se décompose en deux étapes [Arsenault 2006a]. La première consiste à rechercher les configurations d'équilibre, et la deuxième à étudier la stabilité de ces configurations.

La recherche des configurations d'équilibre d'un mécanisme de tenségrité est primordiale à son exploitation. Dans notre cas, il s'agit en effet d'être capable de déterminer la configuration du mécanisme, en connaissant l'état des actionneurs, les paramètres géométriques et élastiques du système ainsi que les sollicitations extérieures qui lui sont appliquées. L'analyse d'un mécanisme de tenségrité ne se limite donc pas à des considérations uniquement géométriques comme pour un mécanisme usuel à corps rigides. Elle consiste à résoudre un problème dit *statique* [Arsenault 2006a]. Il permet de générer un modèle statique direct (MSD) ou inverse (MSI), par analogie aux modèles géométriques directs et inverses plus classiquement recherchés en robotique.

2.2.1.2 Recherche des configurations d'équilibre

La détermination des modèles statiques passe par l'utilisation de méthodes dites de *form-finding*. Un descriptif détaillé de celles-ci peut être trouvé dans [Tibert 2003, Lewis 2008]. Même si d'autres approches continuent encore aujourd'hui à être développées [Zhang 2014a, Hooshmand 2015], il existe deux principales familles de méthodes dans la littérature, les méthodes cinématiques et les méthodes statiques.

Les méthodes cinématiques se basent sur le constat que les configurations de tenségrité correspondent à des limites d'assemblage comme décrit en section 2.1.2. Cette limite d'assemblage peut être déterminée par programmation non-linéaire, en maximisant une fonction dépendant des longueurs des éléments et contrainte par la possibilité d'assemblage de la structure, ou encore par relaxation dynamique [Olsson 2012]. Cette famille de méthodes ne prend cependant pas explicitement en compte la statique du système, et se base uniquement sur une interprétation géométrique de l'état d'auto-contrainte en tant qu'une limite d'assemblage. Si cette approche est pertinente pour des systèmes à câbles rigides, elle s'avère néanmoins peu adaptée pour des mécanismes de tenségrité composés d'éléments élastiques et ne sera donc pas considérée dans ce manuscrit.

Les méthodes statiques utilisent la relation qui existe entre la configuration d'équilibre et les efforts dans les éléments du mécanisme comme avec la matrice d'équilibre A introduite précédemment. Ces méthodes sont plus intéressantes dans notre cas car les caractéristiques élastiques des éléments sont pour nous *a priori* connues et qu'il existe alors une relation entre leurs déformations et leurs efforts internes. Deux approches sont ainsi considérées dans la littérature ; l'approche par les *densités de forces*, et l'approche *énergétique*.

L'approche par les densités de forces consiste à considérer le rapport effort/longueur dans chaque composant, rapport qui est appelé « densité de force ». La position des nœuds de la tenségrité qui assure l'équilibre avec un jeu de densités de forces imposé *a priori* est alors recherchée, ce qui revient à déterminer la matrice d'équilibre A . La difficulté de la méthode est de choisir un jeu de densités de forces qui permette d'obtenir au moins une configuration d'équilibre [Connelly 1995, Miki 2010]. Par ailleurs, plusieurs configurations d'équilibre peuvent exister pour une même topologie, mais pour différents jeux de densité de forces. Dans [Connelly 2002], Connelly note que cette approche consiste finalement à effectuer un raisonnement énergétique sur la condition d'équilibre du système, d'où la désignation d'une approche énergétique. En effet, la configuration d'équilibre correspond à un minimum local de l'énergie potentielle du système. La recherche de la configuration d'équilibre avec cette approche consiste donc en une minimisation d'une fonction d'énergie afin de trouver ce minimum local. Cette approche est particulièrement intéressante lorsque l'on considère des systèmes composés d'éléments de caractéristiques élastiques connues. Dans ce cas en effet, la fonction d'énergie peut être formulée en considérant l'énergie élastique stockée dans ces éléments [Arsenault 2006a, Juan 2008] et la condition d'équilibre peut être interprétée facilement.

2.2.1.3 Évaluation de la stabilité

Il n'existe cependant aucune garantie que les configurations ainsi obtenues soient stables. L'étude de la stabilité de ces configurations constitue donc la deuxième problématique fondamentale liée à l'analyse des mécanismes de tenségrité. Il s'agit pour cela d'évaluer le comportement du mécanisme perturbé par une sollicitation extérieure depuis une configuration d'équilibre. Si le système retourne à sa configuration d'équilibre initiale lorsque cette sollicitation est supprimée, le système est considéré comme stable [Arsenault 2006a]. On considère donc généralement la relation suivante entre des forces

perturbatrices $\delta \mathbf{f}$ et des déplacements infinitésimaux $\delta \mathbf{d}$ au niveau des nœuds de la structure

$$\delta \mathbf{f} = \mathbf{K}_s \delta \mathbf{d} \quad (2.3)$$

où \mathbf{K}_s est la matrice de raideur du système qui peut être exprimée en fonction de la raideur axiale des éléments, de leurs efforts internes et de la matrice d'équilibre \mathbf{A} du mécanisme [Murakami 2001b, Skelton 2009]. Un système est alors stable si sa déformation sous l'effet de la perturbation apporte un travail positif, d'où la condition de stabilité suivante [Arsenault 2006a]

$$\delta \mathbf{d}^T \delta \mathbf{f} = \delta \mathbf{d}^T \mathbf{K}_s \delta \mathbf{d} > 0 \quad (2.4)$$

qui signifie que la matrice de raideur \mathbf{K}_s doit être définie positive.

L'approche énergétique permet de formuler cette condition de stabilité. La matrice de raideur du mécanisme peut en effet être définie comme la matrice hessienne de l'énergie potentielle du mécanisme [Arsenault 2006a]. On peut ainsi exprimer la matrice de raideur en fonction des vecteurs $\delta \mathbf{f}_q$ et $\delta \mathbf{q}$, respectivement les forces perturbatrices et les petites variations suivant les directions des coordonnées généralisées \mathbf{q} , et de l'énergie potentielle U du système tel que

$$\delta \mathbf{f}_q = \frac{\partial^2 U}{\partial \mathbf{q}^2} \delta \mathbf{q} \quad (2.5)$$

L'approche énergétique permet par conséquent de formuler les deux conditions que doivent respecter une configuration d'un mécanisme de tenségrité. Celle-ci doit être

1. équilibrée : $\frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{0}$,
2. stable : $\frac{\partial^2 U}{\partial \mathbf{q}^2} > 0$.

Parmi les différentes méthodes pour l'analyse statique des mécanismes de tenségrités, l'approche énergétique est donc la plus adaptée à notre cas. Dans la suite, c'est celle que nous adoptons.

2.2.2 Étude préliminaire

Afin de bien comprendre les facteurs influençant les poses que l'effecteur d'un mécanisme de tenségrité peut atteindre, nous avons d'abord réalisé une étude préliminaire à partir d'un mécanisme simple mais réaliste dans le choix de sa géométrie et des caractéristiques des éléments élastiques.

Le mécanisme est composé de quatre nœuds $\{A_1, A_2, A_3, E\}$ (Fig. 2.2). Deux barres supposées rigides de longueurs L connectent A_1 à A_3 et A_2 à E . Deux ressorts linéaires de longueur l_1 et l_2 sont intégrés au mécanisme. Ils sont de même raideur axiale k et de même longueur à vide l_0 . Deux actionneurs sont utilisés pour modifier les distances $A_1 A_2 = \rho_1$ et $A_2 A_3 = \rho_2$ qui constituent les variables articulaires du mécanisme. Le nœud A_1 est ancré sur la base et A_2 contraint cinématiquement sur l'axe (A_1, \mathbf{e}_1) . Les barres ont une longueur $L = 100$ mm, ce qui constitue un ordre de grandeur permettant d'être compatible avec les contextes applicatifs considérés. On pourra remarquer que les ressorts intégrés au mécanisme sont de longueur à vide non-nulle pour être proche d'une implémentation, contrairement au cas considéré dans [Arsenault 2006b]. L'étude détaillée de ce cas d'étude est décrite dans [Boehler 2014].

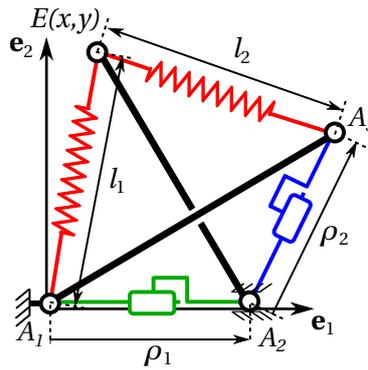


FIGURE 2.2 – Mécanisme de tenségrité plan à 2 DDL.

Il s'agit d'un mécanisme à 2 DDL, car les deux variables articulaires $[\rho_1, \rho_2]^T$ permettent de positionner l'effecteur E dont la position est définie par les variables opérationnelles $[x, y]^T$, les coordonnées du point E dans le repère $(A_1, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$. Ces coordonnées peuvent être obtenues en minimisant l'énergie potentielle U considérée comme entièrement stockée dans les deux ressorts, qui s'exprime comme

$$U = \frac{1}{2} k ((l_1 - l_0)^2 + (l_2 - l_0)^2) \quad (2.6)$$

La raideur de l'effecteur doit être examinée suivant les deux variables opérationnelles, *i.e.* suivant x et y , que l'on peut calculer comme

$$K_x = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad K_y = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (2.7)$$

Afin d'éviter les configurations singulières, des bornes sont imposées sur les variables articulaires. Une singularité est rencontrée lorsque $\rho_1 = \rho_2 = L/2$, *i.e.* A_2E est verticale. Les bornes inférieures de ρ_1 et ρ_2 sont donc choisies égales à 75 mm. On souhaite par ailleurs garantir que A_2E reste en compression. Par conséquent, on choisit la borne supérieure des variables articulaires comme $\rho_1^2 + \rho_2^2 < 5L^2/2$. On discrétise par pas de 5 mm l'ensemble des valeurs des variables articulaires à explorer et pour lequel le problème statique est résolu.

On observe alors l'influence des paramètres du système, *i.e.* la raideur axiale k et la longueur à vide l_0 des ressorts, sur

- les poses d'équilibre atteignables par l'effecteur,
- la raideur des configurations d'équilibre,
- l'aire A couverte par l'ensemble des poses d'équilibre.

Cette aire est calculée en extrayant les contours d'un ensemble discret de configurations obtenues par exploration de l'espace articulaire.

L'influence de la raideur axiale k du ressort sur le comportement du mécanisme est triviale; elle n'affecte en effet pas les configurations d'équilibre, et a un impact linéaire sur la raideur du mécanisme. L'impact de la longueur à vide l_0 est plus complexe. L'évolution de la raideur K_y est illustrée Fig. 2.3, pour une raideur axiale $k = 3 \text{ N/mm}$ et pour différentes valeurs de l_0 (des résultats similaires sont obtenus pour K_x). Pour ce mécanisme, certaines poses de l'effecteur peuvent être atteintes pour deux configurations différentes, et donc pour deux valeurs de raideur différentes. Pour cette raison, nous

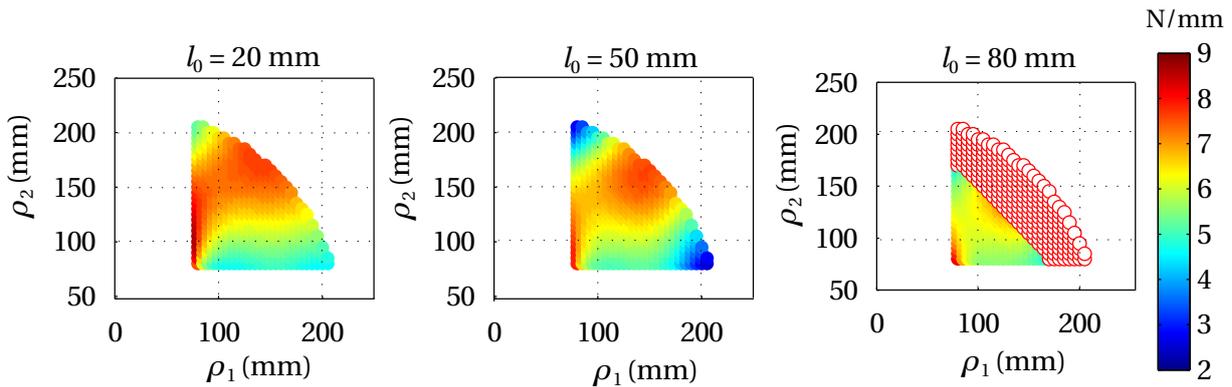


FIGURE 2.3 – Évolution de la raideur K_y du mécanisme.

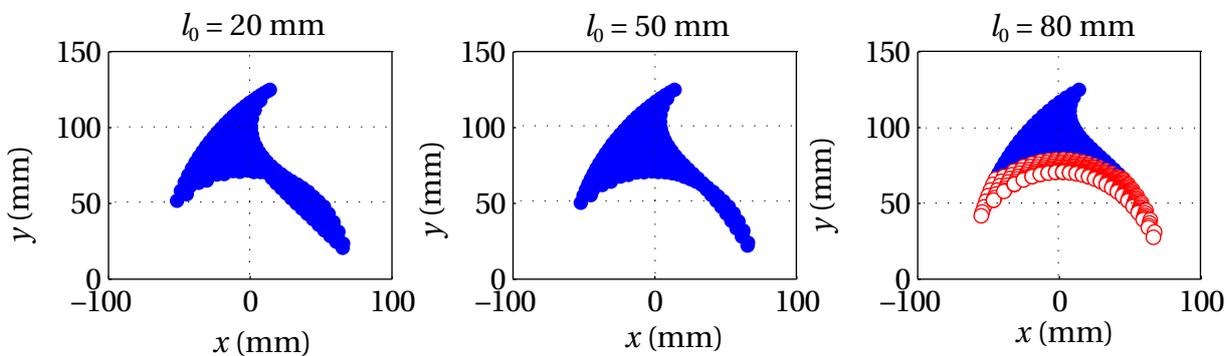


FIGURE 2.4 – Poses de l'effecteur atteignables pour des configurations équilibrées du mécanisme.

représentons ici la raideur dans l'espace articulaire (ρ_1, ρ_2) . Les cercles rouge représentent ici les configurations qui ne peuvent pas être atteintes car les tensions dans les ressorts deviennent négatives. La Fig. 2.4 représente les poses que l'effecteur peut atteindre lorsque le mécanisme est en configuration d'équilibre. On constate que la valeur de l_0 modifie la forme de cet ensemble, et donc l'aire de l'espace accessible avec ces poses. Par ailleurs, les pertes de tension dans les ressorts limitent cet espace comme on peut l'observer entre les deux graphes de droite. On remarque que la première perte de tension intervient lorsque E est sur le milieu du segment A_1A_3 , et que $l_0 = L/2 \approx 70$ mm. La valeur de l_0 affecte également la valeur moyenne et la variation de la raideur au sein de cet espace (graphes de gauche et du milieu Fig. 2.3).

La Fig. 2.5 illustre l'évolution de l'aire A en fonction de l_0 . Cette évolution est également complexe : une augmentation de l_0 ne diminue pas nécessairement l'espace des poses accessibles, mais peut ici mener à des pertes de tension dans les câbles.

Cette étude préliminaire amène plusieurs remarques concernant le comportement d'un mécanisme de tenségrité composé d'éléments élastiques. Tout d'abord, contrairement à un mécanisme à corps rigides qui peut être décrit par un modèle purement géométrique, les mécanismes de tenségrité sont soumis à des conditions statiques. Les poses d'équilibre stables que peut atteindre le système pour une certaine course d'actionnement dépendent donc non seulement des paramètres géométriques du système, mais aussi des paramètres élastiques des éléments.

Si la raideur axiale k de ces éléments a ici une influence triviale, nous avons constaté à travers l'exemple que leur longueur à vide l_0 modifie le comportement du système de manière importante, et conditionne les poses accessibles que l'effecteur peut atteindre. Nous avons notamment constaté que pour

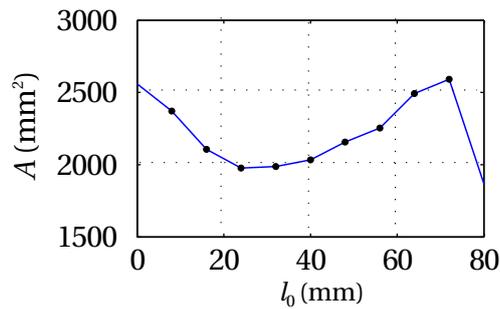


FIGURE 2.5 – Influence de l_0 sur l'aire A couverte par l'ensemble des poses d'équilibre du mécanisme.

certaines valeurs de l_0 la tension dans les ressorts devenait nulle, ce qui constitue une situation inexploitable pour le mécanisme en tant que manipulateur. Ces conditions de fonctionnement sont indispensables à prendre en compte pour définir et caractériser l'espace de travail d'un mécanisme de tenségrité.

Enfin, la raideur de ces mécanismes varie en fonction de la pose et des caractéristiques élastiques de leurs éléments. Lorsque ces mécanismes sont soumis à une sollicitation mécanique extérieure, ils vont alors se déformer, et la variation de pose peut devenir significative si cette raideur est faible. L'estimation locale de la raideur est donc insuffisante à notre sens pour caractériser l'espace de travail d'un tel système.

2.2.3 Définition de l'espace de travail

Peu de travaux ont été focalisés sur une formulation de l'espace des poses accessibles d'un mécanisme de tenségrité, donc de son espace de travail. Dans [Arsenault 2006b, Mohr 2011], les auteurs définissent un espace de travail accessible sans considérer de sollicitations extérieures sur le système. Les seules conditions de fonctionnement dans ce cas sont l'équilibre et la stabilité des configurations atteintes. Cette approche est limitée pour plusieurs raisons. Tout d'abord, elle ne permet pas de valider le comportement du système lorsque des sollicitations extérieures lui sont appliquées. Nous avons pourtant souligné qu'à raideur faible, l'ensemble des poses accessibles peut être impacté. La variation de position n'est de plus pas constante dans l'espace. Ensuite, elle ne tient pas compte des conditions de fonctionnement relatives aux efforts dans les éléments ou à des limitations physiques des actionneurs. De même, nous avons constaté dans l'étude précédente que les pertes de tensions pouvaient rendre un système inexploitable en pratique.

En nous basant sur les différentes observations issues de notre étude préliminaire, nous proposons donc ici une définition de l'espace de travail d'un mécanisme de tenségrité composé d'éléments élastiques. Cette définition est dérivée des conditions qui doivent être respectées pour chacune des poses de l'effecteur.

2.2.3.1 Formulation des conditions

Durant une tâche robotique, un ensemble de sollicitations mécaniques extérieures \mathbf{W}_e peuvent être appliquées sur l'effecteur. Cet ensemble est dépendant de la tâche considérée. Nous considérons qu'une pose appartient à l'espace de travail si elle peut être atteinte pour toute sollicitation $\mathbf{w}_e \in \mathbf{W}_e$. Notons \mathbf{q} les coordonnées généralisées qui décrivent entièrement la configuration du mécanisme de tenségrité. Le vecteur \mathbf{q} est obtenu en concaténant les vecteurs \mathbf{x} , $\boldsymbol{\rho}$ et $\boldsymbol{\psi}$, avec \mathbf{x} contenant les variables

opérationnelles du système, $\boldsymbol{\rho}$ ses variables articulaires et $\boldsymbol{\psi}$ des coordonnées complémentaires qui permettent de décrire la configuration des éléments du mécanisme.

Un mécanisme de tenségrité est dans une configuration compatible avec sa géométrie lorsqu'il respecte les contraintes cinématiques du système décrites par la relation

$$\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (2.8)$$

Du fait de la présence d'éléments élastique, un sous-vecteur $\mathbf{q}_u \subset \mathbf{q}$ ne peut pas être déterminé par $\boldsymbol{\Phi}$ uniquement. Il est en effet estimé par la condition d'équilibre statique sur la dérivée première de l'énergie potentielle du système exprimée comme

$$\mu = U - V \quad (2.9)$$

avec U l'énergie potentielle stockée dans ses éléments élastiques, et V l'énergie potentielle associée à \mathbf{w}_e supposée conservative [Skelton 2009]. Les contraintes statiques décrivant l'équilibre de la tenségrité sont donc exprimées comme

$$\frac{\partial \mu}{\partial \mathbf{q}_u}(\mathbf{q}, \mathbf{w}_e) = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

La stabilité de ces configurations doit par ailleurs être assurée ce qui se traduit par la condition suivante

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \mathbf{q}_u^2}(\mathbf{q}, \mathbf{w}_e) > 0 \quad (2.11)$$

Enfin, une pose est considérée comme admissible si et seulement si les efforts internes \mathbf{t} dans les éléments sont compatibles avec leurs efforts admissibles. De la même manière, les efforts \mathbf{f}_a développés par les actionneurs, ainsi que leur courses, sont limités par leurs caractéristiques. Les conditions suivantes doivent donc également être respectées

$$\boldsymbol{\rho} \in [\boldsymbol{\rho}_{\min}; \boldsymbol{\rho}_{\max}] \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} \mathbf{t} \in [\mathbf{t}_{\min}; \mathbf{t}_{\max}] \\ \mathbf{f}_a \in [\mathbf{f}_{a \min}; \mathbf{f}_{a \max}] \end{cases} \quad (2.13)$$

avec $[\boldsymbol{\rho}_{\min}; \boldsymbol{\rho}_{\max}]$ les courses d'actionnement, \mathbf{t}_{\min} et $\mathbf{f}_{a \min}$ les efforts minimum et \mathbf{t}_{\max} , $\mathbf{f}_{a \max}$ les efforts maximum dans les éléments et les actionneurs respectivement.

2.2.3.2 Définitions

Nous proposons deux définitions relatives aux espaces de travail des mécanismes de tenségrité que nous avons par ailleurs publié dans [Boehler 2015a].

Définition 1 - Espace de Travail sous Charge (ETC) : L'ETC d'un mécanisme de tenségrité est défini comme l'ensemble des poses \mathbf{x} que l'effecteur peut atteindre tel que $(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\psi})$ existent pour toute

sollicitation $\mathbf{w}_e \in \mathbf{W}_e$ comme solution de

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \mathbf{q}_u}(\mathbf{q}, \mathbf{w}_e) = \mathbf{0} \quad (2.15)$$

et pour lesquelles les conditions (2.11) à (2.13) sont respectées pour toute sollicitation $\mathbf{w}_e \in \mathbf{W}_e$. En d'autres termes, toute pose dans l'ETC respecte les contraintes cinématiques et statiques du mécanisme, ainsi que les limites introduites par (2.11) à (2.13) relatives aux efforts internes et aux courses d'actionnement.

Il nous semble alors également judicieux de définir les poses accessibles en l'absence de sollicitations extérieures, *i.e.* $\mathbf{W}_e = \{\mathbf{0}\}$. Cette définition spécifique semble en effet utile pour l'évaluation préliminaire d'un mécanisme de tenségrité. On parle alors d'espace de travail à vide que l'on notera ETV.

Définition 2 - Espace de Travail à Vide (ETV) : L'ETV d'un mécanisme de tenségrité est défini comme la solution de l'ETC pour $\mathbf{W}_e = \{\mathbf{0}\}$.

2.2.4 Outils numériques pour l'analyse

Nous avons ici défini l'espace de travail d'un mécanisme de tenségrité, *i.e.* l'ensemble des poses qui peuvent être atteintes par son effecteur sous certaines conditions. Il s'agit d'être capable également de déterminer cet espace. Une méthode envisagée pour les manipulateurs rigides consiste à déterminer ses frontières. Une telle approche a été développée dans [Haug 1996], en considérant alors seulement des contraintes cinématiques.

La détermination des frontières de l'espace de travail revient alors à résoudre un système d'équations non-linéaires. Si cette résolution peut être réalisée analytiquement pour des cas simples, une estimation numérique est cependant souvent nécessaire. Plusieurs méthodes ont été développées dans la littérature afin de déterminer précisément, rapidement et automatiquement ces frontières avec des applications à différentes classes de robots [Snyman 2000, Merlet 1999, Yang 2008]. On distingue deux classes de méthodes ; les méthodes d'analyse par intervalles [Merlet 1999], et les méthodes de continuation [Haug 1996, Hentz 2016a, Hentz 2016b]. Parmi les méthodes de continuation, l'utilisation de la *continuation de haut-degré* nous paraît particulièrement intéressante, car elle permet de suivre de manière efficace et continue ces frontières.

2.2.4.1 Principe de la continuation

Considérons le schéma représenté Fig. 2.6. En (a), l'évolution continue d'une variable u est représentée en fonction d'un paramètre λ . Nous désignons cet ensemble continu de solutions en (u, λ) comme une *branche de solutions*, qui est solution de l'équation $\mathcal{R}(u, \lambda) = 0$. Dans notre cas, il peut par exemple s'agir de l'évolution d'une pose équilibrée en fonction d'une variable articulaire, ou encore de la frontière de l'espace de travail que nous cherchons à suivre.

Le principe de la continuation¹ est de suivre numériquement cette branche de solution à partir d'une solution initiale (u_0, λ_0) déterminée par un algorithme de résolution non-linéaire, par exemple un algorithme de Newton-Raphson. La méthode la plus intuitive, représentée en (b), consiste à prédire

1. Plus de détails sur les méthodes de continuation et leurs applications peuvent être trouvés dans [Keller 1987, Cocheilin 2007, Seydel 2009].

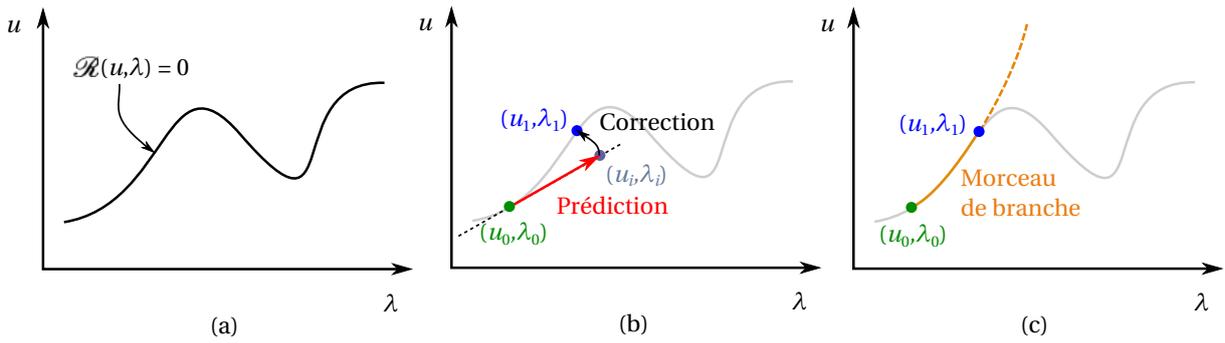


FIGURE 2.6 – Illustration de la continuation. Solution analytique (a) ; prédiction/correction (b) ; continuation de haut-degré (c).

la solution suivante, en perturbant la solution initiale vers le point (u_i, λ_i) (phase de prédiction). On cherche ensuite à résoudre à nouveau le système à l'aide de l'algorithme à partir de ce nouveau point (phase de correction). Cela permet de déterminer un nouveau point (u_1, λ_1) sur la branche de solutions. Ici, la direction de la perturbation représentée en trait pointillé, est choisie tangente à la branche de solutions au point initial et peut être déterminée en dérivant le système d'équations. Cette méthode, connue sous le nom de *prédiction/correction*, est une méthode de continuation du premier ordre qui permet de déterminer un ensemble de points le long de la branche en répétant ces deux phases.

Plus récemment, la Méthode Asymptotique Numérique (MAN) [Cochelin 2007] a permis de générer non pas un ensemble de points, mais un ensemble de morceaux de branches continus le long de la branche de solutions, comme représenté en (c). Chacun de ces morceaux est alors valide sur un certain intervalle, ici entre les points (u_0, λ_0) et (u_1, λ_1) . Il s'agit de la continuation dite de *haut-degré*, qui permet de suivre de manière continue la branche de solutions. Tout comme la méthode de prédiction/correction, la MAN nécessite alors de dériver les équations du système non-linéaire.

L'intérêt de cette dernière méthode est qu'elle permet d'approcher la branche de solutions à l'aide d'une représentation continue grâce à un développement local en série de Taylor. Cela peut s'avérer particulièrement intéressant dans notre cas, afin de suivre de manière continue les frontières ou une trajectoire à l'intérieur de l'espace de travail du mécanisme.

2.2.4.2 La continuation de haut-degré avec Diamant

Nous proposons ici d'exploiter *Diamant*, une méthode de continuation de haut-degré qui automatise la MAN [Charpentier 2012], afin de résoudre le système non-linéaire représentant le problème statique. Pour l'introduire², considérons un système non-linéaire de k équations de la forme $\mathcal{R}(\mathbf{u}, \lambda)$ avec \mathbf{u} un vecteur d'état de dimension k , et λ un scalaire appelé *paramètre de continuation*. L'ensemble de solutions du système non-linéaire se présente sous la forme de branches de solutions de la forme

$$(\mathbf{u}, \lambda) \in \mathbb{R}^k \times \mathbb{R} \text{ tel que } \mathcal{R}(\mathbf{u}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

Diamant exploite la MAN afin d'approximer les branches de solutions par des séries de Taylor d'ordre P de la forme

$$(\mathbf{u}(a), \lambda(a)) \simeq \left(\sum_{p=0}^P \frac{a^p}{p!} \frac{\partial^p \mathbf{u}}{\partial a^p}(0), \sum_{p=0}^P \frac{a^p}{p!} \frac{\partial^p \lambda}{\partial a^p}(0) \right) = \left(\sum_{p=0}^P a^p \mathbf{u}_p, \sum_{p=0}^P a^p \lambda_p \right), \quad \forall a \in [0, a_m] \quad (2.17)$$

2. Plus de précisions sur la méthode de continuation de haut degré avec *Diamant* sont fournies en annexe A.

avec a un paramètre de chemin, généralement une pseudo-longueur d'arc, et $[0, a_m]$ l'intervalle de validité de la série dans lequel $(\mathbf{u}(a), \lambda(a))$ satisfait la précision requise par l'utilisateur. Les termes \mathbf{u}_p et λ_p désignent respectivement les coefficients de Taylor de \mathbf{u} et λ à l'ordre p . Afin de déterminer ces coefficients, la MAN transforme le problème non-linéaire en k problèmes linéaires. Avec la MAN, cette transformation est manuelle. L'idée de Diamant est d'automatiser cette transformation à l'aide de la différentiation automatique [Hascoet 2013]. Il s'agit donc d'une méthode générique et performante permettant de suivre les solutions d'un système d'équations non-linéaires³.

2.2.5 Détermination de l'espace de travail

2.2.5.1 Formulation du problème à résoudre

Premièrement, l'ensemble des sollicitations extérieures \mathbf{W}_e est discrétisé. Pour chaque sollicitation $\mathbf{w}_e \in \mathbf{W}_e$, les limites des poses accessibles sont déterminées comme expliqué ci-après. L'ETC est finalement obtenu comme l'intersection des espaces compris entre ces limites pour chaque échantillon dans \mathbf{W}_e . Comme (2.11) à (2.15) peuvent être considérées comme un ensemble de limites, chacune d'entre elles est suivie tour à tour afin de construire les frontières de l'espace de travail. Chacune de ces limites est obtenue en considérant le système d'équations non-linéaire qui comprend :

1. Les contraintes cinématique (2.14) qui doivent être respectées pour chaque pose.
2. Les contraintes statiques (2.15) qui doivent toujours l'être également.
3. Une contrainte de limite qui exprime soit :
 - une singularité du mécanisme *i.e.* le système (2.14)-(2.15) présente une perte de rang [Haug 1996],
 - une limite de stabilité du mécanisme, exprimée depuis (2.11),
 - une limite de la course des actionneurs, exprimée depuis (2.12),
 - une limite des efforts dans les éléments ou les actionneurs du mécanisme, exprimée depuis (2.13).

La détermination de l'ETC consiste donc à résoudre (2.14)-(2.15) avec, tour à tour, une des contraintes de limites. Un point initial pour chaque ensemble de solutions est obtenu en utilisant un algorithme de Newton-Raphson, et la méthode Diamant est ensuite utilisée pour suivre la branche de solutions correspondante.

2.2.5.2 Application au mécanisme de tenségrité plan

L'espace de travail du mécanisme de tenségrité à 2 DDL présenté en section 2.2.2 est déterminé pour l'exemple avec cette méthode. Le mécanisme est rappelé Fig. 2.7. Nous souhaitons déterminer son ETC et son ETV tels que nous les avons définis précédemment.

Dans la suite, on considère $l_0 = 80$ mm, $k = 4$ N/mm, $L = 140$ mm et une sollicitation extérieure sous la forme d'une force \mathbf{F} agissant sur l'effecteur. Cette force peut agir dans toute direction, avec une intensité maximale égale à $F_{max} = 70$ N. La course des deux actionneurs est limitée dans l'intervalle $[0; 300]$ mm. Afin de simplifier l'interprétation des résultats, la seule force limite considérée ici est une tension minimale nulle dans les ressorts, *i.e.* ils ne doivent pas être en compression. Cela correspond à $\mathbf{t}_{min} = \mathbf{0}$ pour les deux ressorts.

3. Une toolbox Matlab qui implémente la méthode Diamant peut être téléchargée au lien fourni dans [Dia 2016]

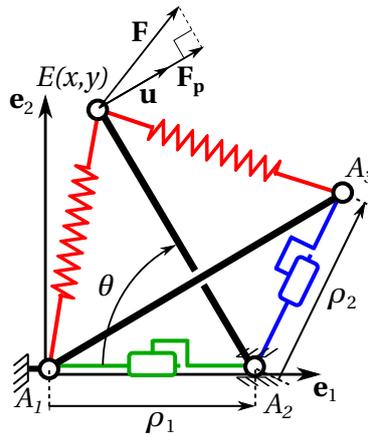


FIGURE 2.7 – Mécanisme de tensegrité plan à 2 DDL.

La connaissance de \mathbf{x} et $\boldsymbol{\rho}$ permet ici de décrire entièrement la configuration du mécanisme sans avoir à recourir à une coordonnée complémentaire. La contrainte cinématique (2.14) est alors formulée comme

$$x - (\rho_1 - \sqrt{L^2 - y^2}) = 0 \quad (2.18)$$

On constate sur la Fig. 2.7 qu'une mobilité du système n'est pas contrainte pas les actionneurs, ici la rotation de la barre A_2E autour de A_2 . Le vecteur \mathbf{q}_u est par conséquent un scalaire, qui peut être choisi arbitrairement entre x et y . La pose d'équilibre du mécanisme peut être déterminée en dérivant son énergie potentielle U supposée entièrement stockée dans les deux ressorts et qui s'exprime donc comme

$$U = \frac{1}{2}k((l_1 - l_0)^2 + (l_2 - l_0)^2) \quad (2.19)$$

Pour une configuration donnée des actionneurs, la force exercée dans la direction de la barre A_2E ne modifie pas sa position. Par conséquent, l'énergie potentielle V associée à la force extérieure \mathbf{F} est ici construite en prenant en compte uniquement la projection \mathbf{F}_p selon la perpendiculaire à la barre. On considère pour cela $\mathbf{F}_p = F_p \mathbf{u}$ avec \mathbf{u} un vecteur unitaire perpendiculaire à BD comme représenté sur la Fig. 2.7. L'énergie potentielle associée est alors exprimée comme

$$V = F_p \cdot L \cdot \theta \quad (2.20)$$

avec $\theta = \arccos((\rho_1 - x)/L)$. L'expression de la relation (2.15) pour ce mécanisme est obtenue par dérivation de (2.19) et (2.20). Une seconde dérivation permet d'obtenir une expression de la relation (2.11). Dans cet exemple, la description de l'ensemble des sollicitations extérieures est simplifiée par la limite d'effort considérée. Un effort appliqué dans la direction de la barre A_2E ne modifie que l'effort dans la barre en question et dans les actionneurs. Aucune limite n'est donc introduite pour ces éléments, de sorte qu'il est possible de discrétiser F_p dans l'intervalle $[-F_{max}, F_{max}]$.

Les singularités du mécanisme sont rencontrées lorsque les points A_1 à A_3 sont alignés. Cette situation ne dépend ni des caractéristiques élastiques des ressorts, ni des sollicitations extérieures considérées sur l'effecteur. De ce fait, les limites singulières peuvent être exprimées par la relation suivante entre

les variables articulaires

$$\rho_1 \pm \rho_2 = \pm L \quad (2.21)$$

et ces limites sont considérées pour la détermination de l'espace de travail. L'évaluation de (2.11) montre que dans ce cas, aucune limite de stabilité n'est atteinte. Aucune contrainte sur la limite de stabilité n'est donc considérée ici.

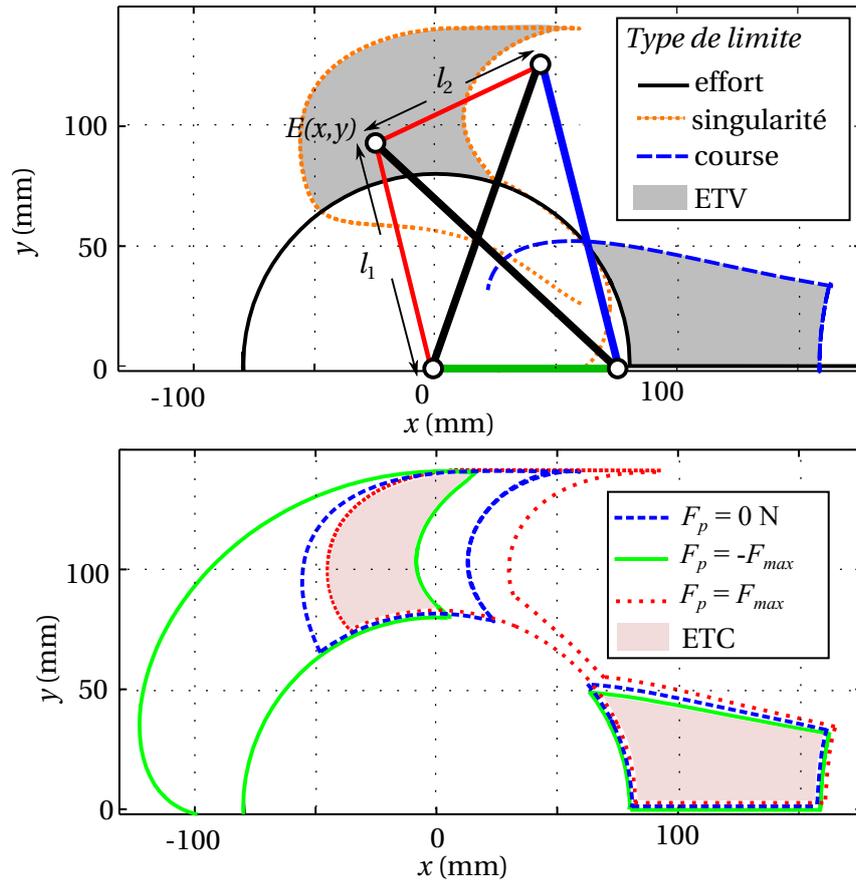


FIGURE 2.8 – Espace de travail du mécanisme de tensegrité à 2 DDL. En haut, limites de l'ETV, en bas représentation de l'ETC. Le mécanisme est représenté à gauche pour $\rho = [75, 136]^T$ mm et $F_p = 0$ N.

La Fig. 2.8 illustre les frontières de l'ETV et de l'ETC obtenues par résolution des différents systèmes d'équations, *i.e.* les contraintes statique et cinématique, ainsi que les contraintes de limites considérées tour à tour.

On remarque ici que l'ETV est discontinu, et composé de deux sous-espaces séparés par des poses inaccessibles. Les frontières de l'espace de travail proviennent des différents types de limites considérés comme illustré en haut de la figure. On peut remarquer dans ce cas que les limites en effort (en noir) correspondent aux configurations où $l_1 = l_0$ telles que la tension dans le ressort A_2E est nulle.

L'ETC est calculé comme l'intersection des espaces obtenus pour chaque échantillon de F_p . Sur la Fig. 2.8, seuls les espaces obtenus pour les valeurs minimum, maximale et nulle de F_p sont représentés. On voit ici clairement apparaître la reconfiguration du mécanisme sous l'influence des sollicitations extérieures, et son impact sur la taille de l'espace de travail.

La démarche de résolution que nous avons proposé permet donc ici de déterminer en effet les frontières

de l'espace de travail du mécanisme considéré. Par ailleurs, l'utilisation de Diamant pour résoudre le problème non-linéaire formulé permet d'obtenir une représentation continue de ces frontières.

2.2.6 Conclusion

Dans cette section, nous avons mis en place des outils d'analyse propres aux mécanismes de tenségrité composés de câbles élastiques. L'approche énergétique permet à ce titre de formuler aisément les conditions d'équilibre et de stabilité de leur configuration. Le comportement de ces mécanismes a ensuite été étudié à travers un exemple, ce qui nous a amené à proposer une définition de leur espace de travail. Celle-ci doit permettre une analyse complète du comportement d'un mécanisme de tenségrité en conditions quasi-statiques tout en prenant en compte les critères d'actionnement et de limites d'efforts propres à leur exploitation dans la pratique.

Nous avons ensuite proposé une méthode de résolution afin de déterminer les frontières de cet espace de travail pour n'importe quel mécanisme de tenségrité. La validité de cette méthode a été démontrée sur le cas à 2 DDL présenté précédemment. Pour ce cas, l'utilisation des outils de continuation nous a permis de suivre ces frontières de manière continue, et ainsi de déterminer l'espace de travail du mécanisme de tenségrité.

2.3 Analyse des systèmes précontraints

Nous avons introduit au chapitre 1 les mécanismes de tenségrité comme des solutions pour une gestion simultanée de configuration et de raideur. Les systèmes précontraints paraissent eux d'intérêt pour réaliser une modulation de raideur, et donc construire des composants à raideur variable. Afin de pouvoir les exploiter nous devons tout d'abord formuler les conditions nécessaires à leur utilisation.

2.3.1 Analyse de la raideur

2.3.1.1 Définition d'un composant à raideur variable

Il convient de définir en premier lieu ce que nous entendons par le terme « composant à raideur variable ». Le schéma de la Fig. 2.9 illustre un tel composant lorsqu'il possède un degré de liberté, sur lequel nous nous baserons par la suite.

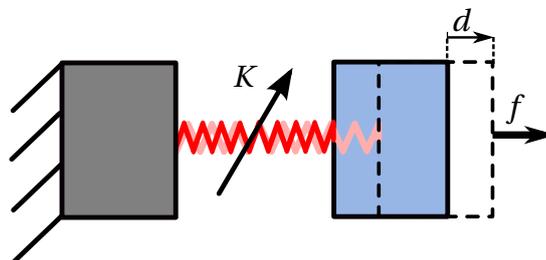


FIGURE 2.9 – Schéma d'un composant à raideur variable.

On distingue trois parties fondamentales dans ce composant :

- un premier corps rigide lié au bâti (à gauche sur la figure),
- un deuxième corps rigide (à droite) en interaction avec l'environnement ici représenté par un effort extérieur f ,
- un élément élastique (au milieu).

Il y a donc un couplage élastique entre les deux solides, tel que l'effort f engendre un déplacement d du solide en interaction avec l'environnement. Le principe du composant est alors de faire varier la raideur de ce couplage élastique entre les deux corps rigides, représenté par le rapport $K = f/d$ pour de petits déplacements.

2.3.1.2 Définition de la matrice de raideur

Jusqu'ici, nous avons considéré des assemblages d'éléments sollicités en traction et en compression, reliés au niveau de leurs nœuds par des liaisons sphériques comme représenté pour un exemple plan Fig. 2.10(a).

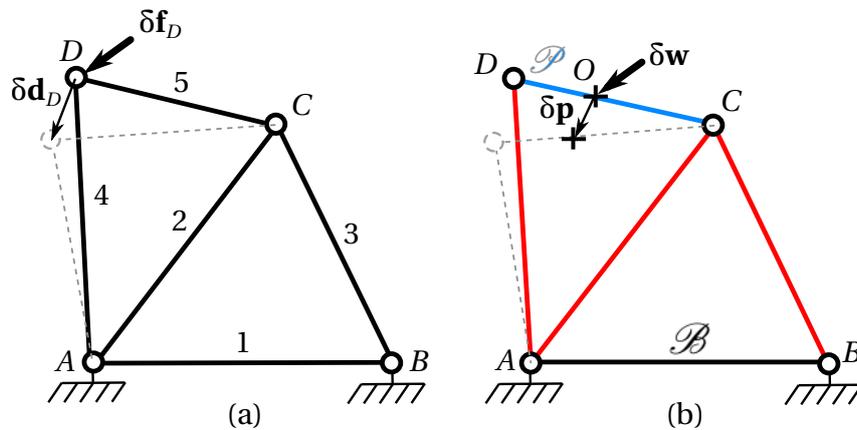


FIGURE 2.10 – Exemple d'un assemblage modélisé au sens de la mécanique des structures (a) ; au sens de la robotique (b) en considérant deux corps rigides \mathcal{B} et \mathcal{P} reliés par trois éléments élastiques (rouge).

La matrice de raideur notée \mathbf{K}_s que nous avons introduite en section 2.2.1.3 est définie comme

$$\delta \mathbf{f} = \mathbf{K}_s \delta \mathbf{d} \quad (2.22)$$

et permet l'analyse de stabilité des configurations de cet assemblage. Dans ce cas, $\delta \mathbf{d}$ est le vecteur des déplacements infinitésimaux des nœuds, et $\delta \mathbf{f}$ est un vecteur qui représente une variation infinitésimale des efforts nodaux. Pour l'exemple, on a $\delta \mathbf{f} = [\delta \mathbf{f}_A^T, \delta \mathbf{f}_B^T, \delta \mathbf{f}_C^T, \delta \mathbf{f}_D^T]^T$ et $\delta \mathbf{d} = [\delta \mathbf{d}_A^T, \delta \mathbf{d}_B^T, \delta \mathbf{d}_C^T, \delta \mathbf{d}_D^T]^T$, où $\delta \mathbf{f}_D$ et $\delta \mathbf{d}_D$ par exemple, sont des vecteurs (2×1) qui représentent respectivement l'effort et le déplacement au nœud D dans le plan. Cette formulation de la matrice de raideur, souvent envisagée en mécanique des structures, peut être facilement calculée en fonction des paramètres géométriques et élastiques des éléments [Guest 2006, Guest 2011] et permet de caractériser entièrement l'assemblage [Murakami 2001b, Connelly 2002, Guest 2011].

Cette matrice relie les translations et les efforts en chacun de ses nœuds. Dans notre cas, nous souhaitons cependant utiliser des éléments afin de coupler élastiquement deux corps rigides pour des mouvements de translation et/ou de rotation. Notre approche consiste donc à considérer l'assemblage tel que représenté en Fig. 2.10(b) comme composé d'un corps rigide \mathcal{B} , ici l'élément 1, relié à un deuxième corps rigide \mathcal{P} , ici l'élément 5, par des éléments élastiques, ici les éléments 2, 3 et 4. Nous

utilisons alors la matrice de raideur notée \mathbf{K} définie comme

$$\delta \mathbf{w} = \mathbf{K} \delta \mathbf{p} \quad (2.23)$$

avec $\delta \mathbf{w}$ un torseur d'action mécanique tel que $\delta \mathbf{w} = [\delta \mathbf{f}^T, \delta \mathbf{m}^T]^T$ où $\delta \mathbf{f}$ est un effort infinitésimal et $\delta \mathbf{m}$ un moment infinitésimal appliqués sur \mathcal{P} en O . De manière similaire, $\delta \mathbf{p}$ représente la variation infinitésimale de pose de la plateforme sous cette action, qui peut donc s'écrire comme un torseur des petits déplacements tel que $\delta \mathbf{p} = [\delta \mathbf{x}^T, \delta \boldsymbol{\theta}^T]^T$ où $\delta \mathbf{x}$ est un déplacement linéaire infinitésimal et $\delta \boldsymbol{\theta}$ une rotation infinitésimale de \mathcal{P} en O . Dans la suite, nous exprimerons toujours cette matrice dans un repère centré en O , de telle sorte que la dépendance en O n'est ici pas rappelée dans les notations afin d'en alléger l'écriture.

La matrice de raideur \mathbf{K} est donc une matrice (6×6) qui représente le couplage élastique entre \mathcal{B} et \mathcal{P} . Lorsqu'elle est diagonale, \mathbf{K} peut être exprimée dans un repère de base $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ comme

$$\mathbf{K} = \text{diag}(K_{11}, K_{22}, K_{33}, K_{44}, K_{55}, K_{66}) \quad (2.24)$$

où K_{ii} représente la raideur linéaire selon un déplacement le long de l'axe \mathbf{e}_i lorsque $i \leq 3$, et la raideur angulaire selon une rotation autour de l'axe (O, \mathbf{e}_i) lorsque $i > 3$.

L'analyse de la raideur est une problématique qui a été abordée dans différents domaines d'application, et les approches pour calculer, décomposer ou interpréter une matrice de raideur diffèrent selon les domaines [Guest 2006]. Si les outils d'analyse présentés dans la suite de la section ne sont pas nouveaux, il nous semble important de souligner le travail d'unification réalisé pour aboutir aux conditions à respecter dans notre contexte pour cette raison. Un certain nombre de travaux ont en effet été conduits en mécanique des structures pour analyser la rigidité de treillis [Calladine 1991, Pellegrino 1986, Pellegrino 1990], en robotique pour l'analyse de la stabilité des robots parallèles à câbles [Behzadipour 2006, Behzadipour 2007] et dans la conception de systèmes à raideur variable [Azadi 2007a, Azadi 2009].

2.3.1.3 Système élastique et décomposition de la matrice de raideur

Le système qui nous intéresse est composé de deux corps rigides reliés par des éléments élastiques précontraints. Il s'agit d'un type de système précontraint que l'on peut considérer sans perte de généralité par rapport à notre définition initiale. Sa représentation générique est illustrée Fig. 2.11, il sera désigné comme un *système élastique*, reprenant le terme introduit dans [Ciblak 1999]. Il est composé de n éléments élastiques qui relient le corps rigide \mathcal{P} au bâti \mathcal{B} . La pose du corps \mathcal{P} est décrite par les coordonnées \mathbf{p} du point O dans un repère de base. On considère l'action d'un torseur mécanique extérieur \mathbf{w} appliqué en ce point.

Le i -ème élément est ancré sur \mathcal{P} et \mathcal{B} en A_i et B_i respectivement. La configuration du i -ème élément est représentée par le vecteur $\mathbf{s}_i = \overrightarrow{A_i B_i} / \|\overrightarrow{A_i B_i}\|$ qui est un vecteur unitaire dans la direction de l'axe de l'élément, et le vecteur $\mathbf{r}_i = \overrightarrow{O A_i}$ qui décrit sa distance d'ancrage au point O . Usuellement, chaque élément est supposé de caractéristique élastique $t_i = k_i(l_i - l_{i0})$ avec t_i , k_i , l_i et l_{i0} l'effort interne, la raideur axiale, la longueur et la longueur à vide du i -ème élément respectivement. Dans la suite, on utilise les notations $\mathbf{t} = [t_1 \dots t_n]^T$ et $\mathbf{l} = [l_1 \dots l_n]^T$.

La raideur d'un système élastique dépend à la fois de l'arrangement, des dimensions et de la raideur axiale des éléments qui le composent, mais également de leurs efforts de précontrainte. Plusieurs formulations ont été proposées dans la littérature pour décomposer la matrice de raideur et tenir

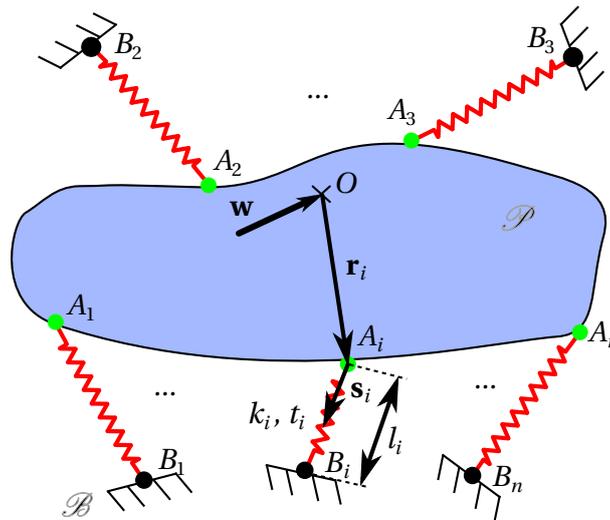


FIGURE 2.11 – Représentation générique d'un système élastique.

compte de la nature différente de ces sources de raideur. L'unification de ces formulations peut être trouvée dans [Guest 2006]. La décomposition la plus pertinente dans notre cas, et que nous adopterons dans la suite, est celle issue de [Behzadipour 2007]. Dans ce cas, la matrice \mathbf{K} s'écrit comme la somme

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_a \quad (2.25)$$

où \mathbf{K}_e est appelée *matrice de raideur élastique* et provient de la déformation élastique des éléments, et \mathbf{K}_a est appelée *matrice de raideur antagoniste* et provient des efforts de précontrainte des éléments, aussi appelés les *efforts antagonistes*.

2.3.2 Variation de raideur

Il existe donc deux alternatives pour modifier la raideur d'un système élastique : modifier sa raideur élastique, ou modifier sa raideur antagoniste.

2.3.2.1 Modification de la raideur élastique

La modification de la raideur élastique est délicate. Celle-ci dépend en effet de la raideur axiale des éléments, qui est une propriété physique intrinsèque à l'élément dépendante de son matériau et de sa géométrie. Dans la littérature, une première approche consiste à modifier directement les propriétés de ce ressort afin de modifier sa raideur. Elle dépend en effet des paramètres intrinsèques du ressort, *i.e.* son matériau et sa géométrie. Si les propriétés du matériau sont difficilement altérables, des modifications géométriques ont été envisagées [Morita 1995, Choi 2011, Schuy 2012, Hollander 2005]. L'exemple du *Jack Spring* développé dans [Hollander 2005] et illustré Fig 2.12(a) correspond par exemple à une modification du nombre actif de spires d'un ressort hélicoïdal afin de modifier la raideur apparente du composant.

La deuxième approche consiste à effectuer ce changement de géométrie au niveau de la transmission du mouvement entre le ressort et le solide en interaction avec l'environnement. Il s'agit alors de changer la position d'une came [Wolf 2011], ou de modifier le ratio de la transmission via un bras de levier de longueur variable interposé entre les deux éléments [Jafari 2011, Visser 2011, Kim 2012]. Le

composant développé dans [Jafari 2011] est par exemple basé sur une modification de la position du point de pivot le long d'un bras de levier comme illustré Fig. 2.12(b).

Si la classification des solutions dans la littérature distingue souvent ces deux approches [Vanderborght 2013], elles nous semblent en fait être d'une nature similaire. Il s'agit en effet de modifier la géométrie du système, à une échelle ou à une autre, dans le but de modifier la raideur élastique du système.

2.3.2.2 Modification de la raideur antagoniste

La modification de la raideur élastique implique généralement de nombreuses pièces mobiles afin d'opérer le changement de géométrie, ce qui n'est pas toujours favorable à la compacité et à la légèreté du composant. Une stratégie plus favorable par rapport à ces critères est de modifier la précontrainte du ressort. Dans ce cas, il s'agit de modifier la précontrainte dans des éléments élastiques qui doivent alors être disposés de manière antagoniste [Migliore 2005, English 1999, Catalano 2011, Petit 2010]. L'exemple d'un composant issu de [Migliore 2005] et utilisant cette stratégie est illustré Fig. 2.12(c). Le composant permet de contrôler simultanément la configuration θ et la raideur d'un effecteur à l'aide de deux moteurs contrôlant les angles α et β .

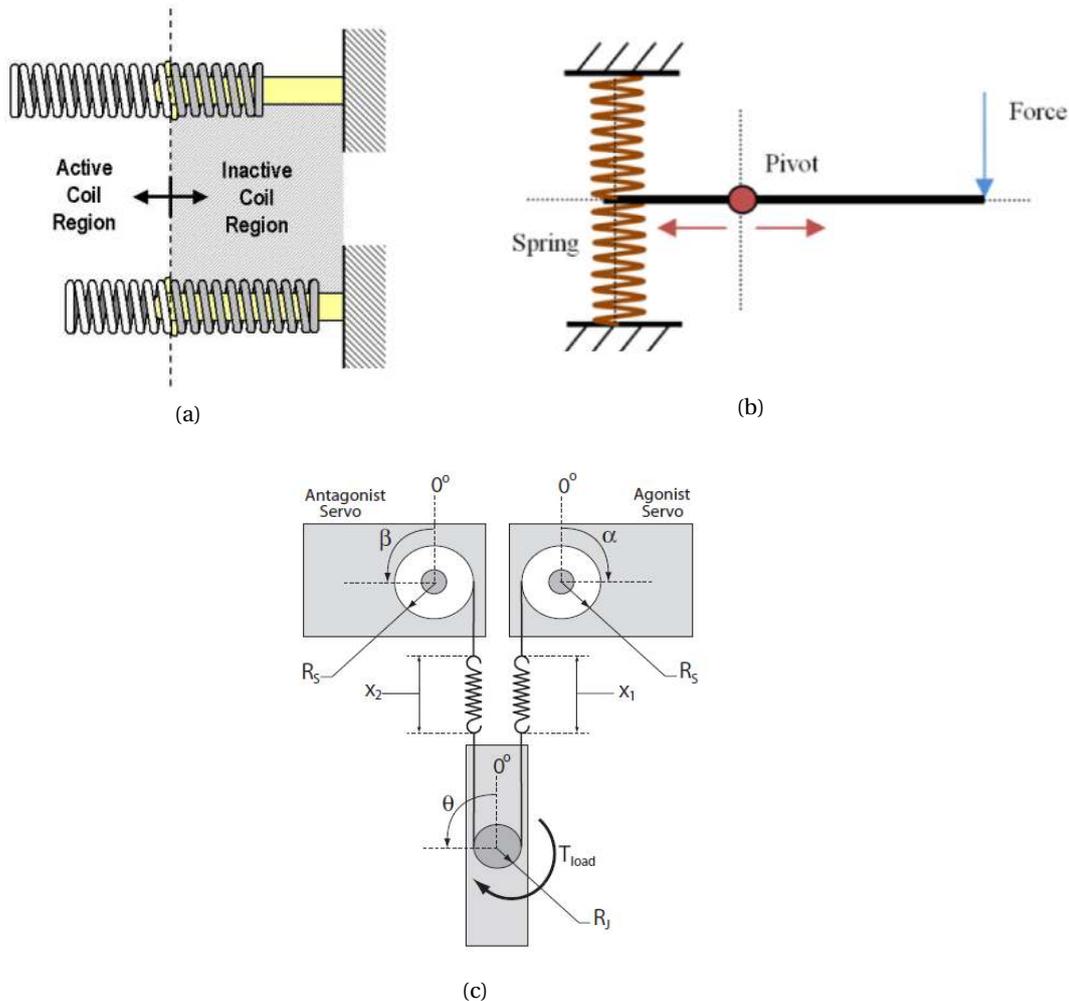


FIGURE 2.12 – Différentes implémentations de composants à raideur variable dans la littérature.

Avec cette stratégie, une non-linéarité doit alors être introduite dans le système afin de garantir qu'une variation de précontrainte engendre bien une variation de raideur. Cette non-linéarité peut être introduite soit au niveau de la caractéristique élastique de l'élément, soit au niveau de la géométrie du système. L'utilisation de systèmes précontraints pour concevoir des composants à raideur variable entre dans cette dernière catégorie. Il est en effet envisageable d'exploiter la variation de précontrainte dans ces systèmes afin de concevoir des composants à raideur variable. Il s'agit alors de modifier le niveau de précontrainte dans les éléments afin de modifier la matrice \mathbf{K}_a [Azadi 2009, Azadi 2007b, Azadi 2010b, Azadi 2007a]. Leur utilisation dans ce cas doit permettre de réduire le nombre de pièces mobiles afin d'être favorable à la compacité et à la légèreté du système.

Nous souhaitons donc exploiter plus particulièrement cette approche. Pour ce faire, il est tout d'abord nécessaire de mettre en place des outils d'analyse appropriés. Il s'agit de disposer des conditions à remplir par les systèmes précontraints pour exploiter de manière optimale leur raideur antagoniste. L'arrangement des éléments dans le système et leur nombre ont un impact direct sur la raideur. Il nous faut donc être capable de prédire le comportement en raideur à partir de leur géométrie et de leur niveau de précontrainte.

2.3.3 Conditions d'exploitation de la raideur antagoniste

Afin d'exploiter de manière optimale une modification de la raideur antagoniste, la contribution de cette dernière face à la raideur élastique doit être maximisée. Dans [Behzadipour 2007, Azadi 2009], les auteurs introduisent pour cette raison le rapport R_k défini comme

$$R_k = \frac{K_a}{K_a + K_e} \quad (2.26)$$

où K_a et K_e sont respectivement les raideurs antagoniste et élastique suivant une direction de sollicitation donnée, et le long de laquelle la variation de raideur est souhaitée. Le rapport R_k est proche de 0 si K_e prédomine sur K_a . Un rapport R_k proche de 1 indique que K_a prédomine sur K_e . Nous souhaitons déterminer les conditions favorables à l'obtention d'un R_k proche de 1. La situation idéale $R_k = 1$ est obtenue lorsque la raideur élastique K_e est nulle et que la raideur antagoniste K_a est non-nulle. Sous certaines conditions, il est possible d'annuler localement la raideur élastique d'un système tout en faisant varier sa raideur antagoniste [Behzadipour 2007, Azadi 2009]. Une telle situation est obtenue lorsque :

- la déformation des éléments élastiques est nulle si \mathcal{P} se déplace suivant une direction donnée, ce qui permet d'annuler la raideur élastique dans cette même direction,
- le système peut être précontraint, afin de pouvoir faire varier la raideur antagoniste.

2.3.3.1 Raideur élastique et condition sur la disposition des éléments

La matrice de raideur élastique \mathbf{K}_e est ici calculée d'après la formulation décrite dans [Ciblak 1999] pour un système élastique, qui est équivalente à celle exprimée dans [Behzadipour 2006] pour un robot parallèle à câbles. L'axe du i -ème élément est représenté par les coordonnées de Plücker d'une ligne sous la forme suivante

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_i \\ \mathbf{r}_i \wedge \mathbf{s}_i \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

qui représente l'axe de l'élément sous la forme d'un torseur unitaire [Huang 1998, Ciblak 1999]. La matrice de raideur élastique est construite par sommation de la contribution des éléments connectés en parallèle entre les solides \mathcal{B} et \mathcal{P} tel que

$$\mathbf{K}_e = \sum_{i=1}^n k_i \mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T \quad (2.28)$$

La formulation matricielle suivante, plus compacte, sera employée par la suite

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{S} \mathbf{\Omega} \mathbf{S}^T \quad (2.29)$$

où la i -ème colonne de \mathbf{S} est \mathbf{S}_i . Pour cette raison, la matrice \mathbf{S} sera désignée dans la suite comme la *matrice des torseurs unitaires* du système élastique⁴. La *matrice des raideurs axiales* $\mathbf{\Omega}$ est une matrice diagonale ($n \times n$) qui contient les raideurs axiales k_i sur sa diagonale. La raideur élastique dépend donc de la disposition des éléments décrite par la matrice \mathbf{S} . Notre objectif est ici d'annuler sa contribution le long des déplacements où l'on souhaite une variation maximale de raideur.

Il a été montré dans [Azadi 2009] que cette situation n'est possible que si le système est *singulier*. Dans ce cas, \mathbf{K}_e présente une perte de rang. D'un point de vue cinématique, cela signifie qu'il existe des déplacements infinitésimaux du corps \mathcal{P} qui ne génèrent pas de déformation des éléments élastiques [Azadi 2007a]. De ce fait, la raideur élastique le long de ces déplacements est nulle, puisque la raideur élastique provient de ces déformations [Azadi 2009]. On appelle ces déplacements des *modes de déformation inextensibles* [Calladine 1991]. Notons m le nombre de modes de déformation inextensibles indépendants du système. Il est singulier si $m \geq 1$, et on dit alors qu'il est *cinématiquement indéterminé* [Pellegrino 1990]. Les éléments du système élastique doivent dans notre cas être disposés de manière à ce que le système soit singulier. Ceci constitue la première condition à respecter.

2.3.3.2 Raideur antagoniste et condition sur le nombre d'éléments

Le calcul de la matrice de raideur antagoniste \mathbf{K}_a nécessite de prendre en compte la précontrainte dans les éléments dans la modélisation du système. Pour cela, nous utilisons l'approche décrite dans [Behzadipour 2006]. Un élément élastique précontraint, illustré Fig. 2.13(a), y est modélisé par quatre éléments élastiques non-précontraints comme représenté Fig. 2.13(b).

Le premier est situé le long de l'axe de l'élément et présente la même raideur axiale k_i que l'élément réel. Les trois autres sont contenus dans un plan orthogonal à cet axe, et sont portés par les vecteurs unitaires \mathbf{v}_{i1} , \mathbf{v}_{i2} et \mathbf{v}_{i3} qui sont définis de manière unique comme

$$\mathbf{v}_{ij} = \frac{1}{\lambda_{ij}} (\mathbf{e}_j - (\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i), \text{ pour } j = \{1, 2, 3\} \quad (2.30)$$

avec $\lambda_{ij} = \|(\mathbf{e}_j - (\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i)\|$. Les raideurs "virtuelles" k_{ij}^a de chacun de ces éléments représentent la contribution de la précontrainte de l'élément à la raideur du système. Elles sont calculées comme

$$k_{ij}^a = \frac{t_i \lambda_{ij}^2}{l_i} \quad (2.31)$$

La matrice \mathbf{K}_a est calculée en utilisant la même formulation que précédemment sur ces trois ressorts

4. Dans [Behzadipour 2006], la formulation de cette matrice est obtenue de la même manière, dans ce cas \mathbf{S}^T est en fait la matrice jacobienne du robot à câbles considéré.

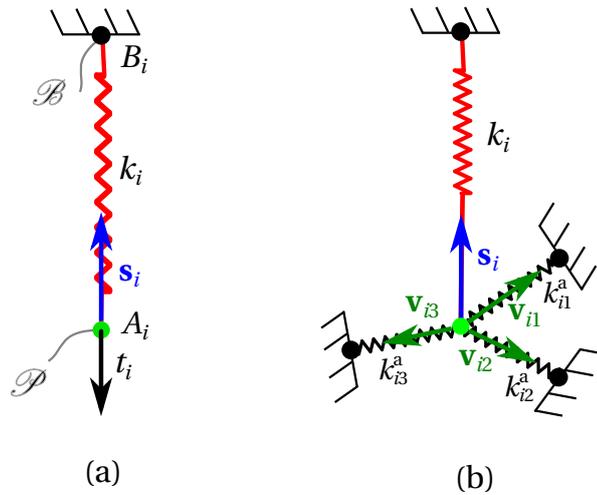


FIGURE 2.13 – Modélisation d'un élément précontraint. (a) Élément précontraint (b) modèle à quatre éléments non-précontraints.

ce qui donne

$$\mathbf{K}_a = \mathbf{S}^a \mathbf{\Omega}^a \mathbf{S}^{aT} \quad (2.32)$$

avec

$$\mathbf{S}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{11} & \mathbf{v}_{12} & \mathbf{v}_{13} & \dots & \mathbf{v}_{n1} & \mathbf{v}_{n2} & \mathbf{v}_{n3} \\ \mathbf{r}_1 \wedge \mathbf{v}_{11} & \mathbf{r}_1 \wedge \mathbf{v}_{12} & \mathbf{r}_1 \wedge \mathbf{v}_{13} & \dots & \mathbf{r}_n \wedge \mathbf{v}_{n1} & \mathbf{r}_n \wedge \mathbf{v}_{n2} & \mathbf{r}_n \wedge \mathbf{v}_{n3} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

et

$$\mathbf{\Omega}^a = \text{diag}(k_{11}^a, k_{12}^a, k_{13}^a, \dots, k_{n1}^a, k_{n2}^a, k_{n3}^a) \quad (2.34)$$

en considérant la contribution des raideurs virtuelles issues des efforts dans les éléments du système. Afin d'exploiter la raideur antagoniste, il faut pouvoir précontraindre le système, puisque k_{ij}^a dépend de la tension t_i dans les éléments. Il faut ainsi pouvoir introduire des efforts non-nuls dans les éléments, sans changer la configuration d'équilibre du système.

Ces efforts appartiennent à un ensemble qui est généré par ce que l'on appelle les *modes de précontrainte* du système [Calladine 1991]. Notons s la dimension de cet ensemble. Un système peut être précontraint si $s \geq 1$. On dit alors qu'il est *statiquement indéterminé* [Pellegrino 1990]. Le système doit donc être statiquement indéterminé, ce qui correspond en fait à la condition d'auto-contrainte déjà formulée en sections 1.2.1.2 et 2.1.1, et qui constitue ici la deuxième condition à respecter.

Le nombre s de modes de précontrainte dépend en fait du nombre n d'éléments et du rang r de la matrice raideur élastique d'après la *règle de Maxwell* [Pellegrino 1990] :

$$s = n - r \quad (2.35)$$

La condition d'auto-contrainte n'est donc garantie que si le nombre d'éléments est choisi tel que $n \geq r + 1$, ce qui constitue la traduction de cette seconde condition sur le nombre d'éléments du système élastique.

2.3.3.3 Formulation des conditions

L'exploitation optimale d'une variation de la raideur antagoniste dans un système élastique est donc soumise à deux conditions ; son indétermination statique, et son indétermination cinématique.

Ces deux conditions peuvent être interprétées facilement en considérant l'équation d'équilibre du système élastique. En effet, l'équilibre du corps \mathcal{P} est décrite par l'équation suivante

$$\mathbf{S}\mathbf{t} = \mathbf{w} \quad (2.36)$$

qui relie les efforts \mathbf{t} dans les éléments aux sollicitations mécaniques \mathbf{w} appliquées sur le corps \mathcal{P} . Par application du principe des travaux virtuels, on peut également formuler l'équation cinématique suivante

$$\mathbf{S}^T \delta \mathbf{p} = \delta \mathbf{l} \quad (2.37)$$

qui relie les mouvements infinitésimaux $\delta \mathbf{p}$ du corps \mathcal{P} à une variation infinitésimale $\delta \mathbf{l}$ de la longueur des éléments.

La première condition stipule que la matrice \mathbf{K}_e doit être singulière afin que le système possède des modes de déformation inextensible. En considérant (2.29), cela signifie que les matrices \mathbf{S}^T et \mathbf{S} présentent un perte de rang. Notons alors \mathcal{M} et \mathcal{S} leurs noyaux respectifs. Ils sont définis comme

$$\mathcal{M} = \{\delta \mathbf{p} \in \mathbb{R}^6 \mid \mathbf{S}^T \delta \mathbf{p} = \mathbf{0}\}, \quad \mathcal{S} = \{\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{S}\mathbf{t} = \mathbf{0}\} \quad (2.38)$$

Ainsi, l'ensemble \mathcal{M} contient les déplacements infinitésimaux de \mathcal{P} qui sont possibles sans que les éléments élastiques ne se déforment ($\delta \mathbf{l} = \mathbf{0}$). De même, l'ensemble \mathcal{S} contient les jeux d'efforts dans les éléments qui ne nécessitent aucune sollicitation mécanique extérieure afin d'équilibrer le corps \mathcal{P} ($\mathbf{w} = \mathbf{0}$). Par définition, le noyau \mathcal{M} de la matrice \mathbf{S}^T est donc généré par les modes de déformation inextensibles du système, et le noyau \mathcal{S} de la matrice \mathbf{S} par ses modes de précontrainte. Par conséquent, le nombre de modes de déformation inextensible m est égal à $\dim(\mathcal{M})$, et le nombre de modes de précontrainte s est égal à $\dim(\mathcal{S})$. Cela signifie également que m modes de déformations inextensibles indépendants forment une base de \mathcal{M} , et s modes de précontrainte indépendants forment une base de \mathcal{S} .

Les deux conditions formulées précédemment peuvent donc s'exprimer de manière alternative comme suit :

1. Le système doit être **cinématiquement indéterminé** ($m \geq 1$) : dans ce cas le noyau \mathcal{M} de la matrice \mathbf{S}^T existe, et il est généré par les m modes de déformation inextensible indépendants du système. Il est alors dans une configuration singulière.
2. Le système doit être **statiquement indéterminé** ($s \geq 1$) : dans ce cas le noyau \mathcal{S} de la matrice \mathbf{S} existe, et il est généré par les s modes de précontrainte indépendants du système. Il est alors dans une configuration qui est équilibrée uniquement par les efforts dans les éléments.

La Fig. 2.14 illustre ces deux conditions ; la zone jaune représentent les configurations du système qui sont exploitables pour la conception de composants à raideur variable. Elle est constituée par l'intersection des configurations singulières et équilibrées, dans laquelle l'existence des ensembles \mathcal{S} et \mathcal{M} est garantie. Si ces deux conditions sont respectées, la raideur le long des modes de déformation inextensibles est alors entièrement déterminée par la précontrainte des éléments qui génère la raideur

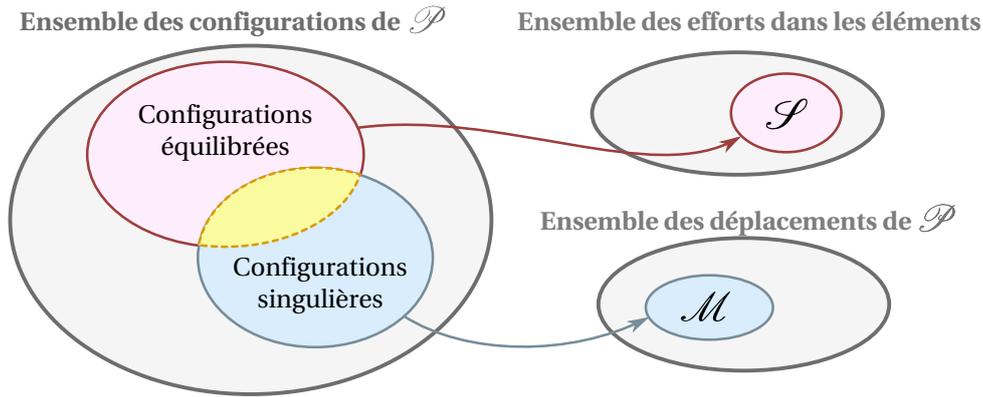


FIGURE 2.14 – Illustration des conditions d’exploitation des systèmes précontraints.

antagoniste \mathbf{K}_a .

Il faut noter que le respect de ces conditions ne garantit pas le bon comportement cinématique du composant dans les autres directions de sollicitation. Cette démarche permet en effet seulement de garantir une variation optimale de raideur le long des modes de déformation inextensible. Il existe alors deux solutions pour contraindre les autres directions. La première consiste à utiliser une liaison passive en parallèle pour guider le corps \mathcal{P} . La deuxième consiste à arranger les éléments élastiques de manière à obtenir une raideur élastique \mathbf{K}_e adéquate pour contraindre les mouvements du corps \mathcal{P} , tout en conservant la présence des modes de déformation inextensible.

2.3.4 Analyse préliminaire

2.3.4.1 Démarche d’analyse

Nous traitons ici un exemple représenté Fig. 2.15(a) afin d’illustrer les conditions décrites. Ce système élastique est composé de $n = 2$ éléments colinéaires de raideur axiale k et de longueur l identiques, reliés sur le corps \mathcal{P} qui est réduit au point O . Les matrices \mathbf{S} et $\mathbf{\Omega}$ sont simplement exprimées comme suit

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & -\mathbf{e}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

qui permettent de calculer la matrice de raideur élastique dans le repère $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ avec la relation (2.29) comme

$$\mathbf{K}_e = \text{diag}(2k, 0, 0, 0, 0, 0) \quad (2.40)$$

Il s’agit d’une matrice singulière de rang $r = 1$. Elle montre bien que, structurellement, seule la translation horizontale de \mathcal{P} est contrainte par les éléments élastiques. Il s’agit du seul mouvement qui provoque leur déformation. Cela signifie aussi que la raideur élastique dans toute autre direction est nulle. Le nombre m de modes de déformation inextensibles est donc ici égal $6 - 1 = 5$, et le système respecte la première condition car il est bien cinématiquement indéterminé. Un exemple de mode de déformation inextensible est illustré Fig. 2.15(b) ; il s’agit ici de la translation infinitésimale le long de \mathbf{e}_3 . Géométriquement, cette situation s’explique par le fait que le point O est situé sur la tangente commune des deux cercles centrés en B_1 et B_2 (en pointillés sur la figure), et qui représentent les positions

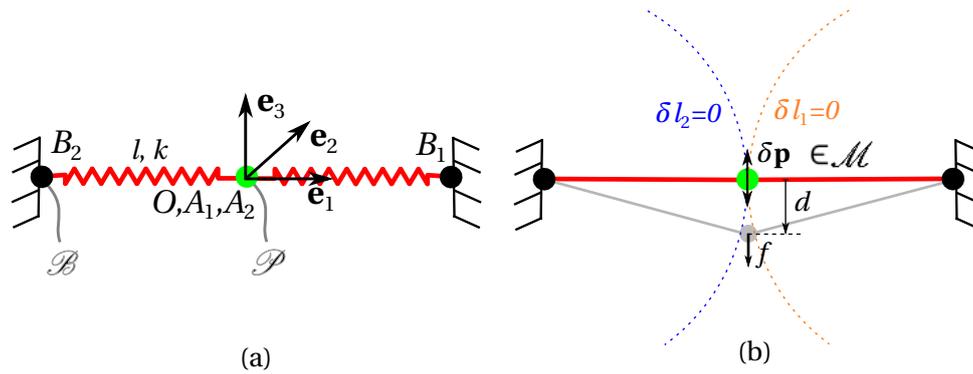


FIGURE 2.15 – Exemple de système élastique singulier à deux éléments colinéaires (a) et un de ses modes de déformation inextensible (b).

de O qui ne provoquent pas de changement de longueur δl_1 ou δl_2 respectivement. A cette intersection, on a donc localement $\delta \mathbf{l} = [\delta l_1, \delta l_2]^T = \mathbf{0}$, tel que le déplacement infinitésimal $\delta \mathbf{p} = [0, 0, 1, 0, 0, 0]^T$ appartient au noyau \mathcal{M} de la matrice \mathbf{S}^T .

Par ailleurs, le noyau \mathcal{S} de la matrice des torseurs unitaires \mathbf{S} est généré par l'unique mode de précontrainte noté $\mathbf{N}_{\mathcal{S}}$ tel que

$$\mathbf{N}_{\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

et qui forme une base de \mathcal{S} . Le nombre s de modes de précontraintes est donc égal à 1 (voir l'équation de Maxwell (2.35)). D'après (2.38), cela signifie donc que tout jeu uniforme d'efforts $\mathbf{t}_0 = t_0 \mathbf{N}_{\mathcal{S}}$ dans les éléments tel que $t_1 = t_2 = t_0$ est compatible avec cette configuration d'équilibre. Le système respecte donc également la seconde condition car il est statiquement indéterminé.

Une nouvelle fois, ce résultat trouve une interprétation géométrique très simple dans le fait que les deux éléments sont colinéaires, et que toute paire de tensions égales dans les deux éléments garantit l'équilibre de cette configuration singulière d'après l'équation de la statique (2.36). La matrice de raideur antagoniste peut finalement être exprimée suivant (2.32) comme

$$\mathbf{K}_a = \text{diag} \left(0, \frac{2t_0}{l}, \frac{2t_0}{l}, 0, 0, 0 \right) \quad (2.42)$$

et qui montre que dans ce cas, les raideurs suivant les translations infinitésimales le long de \mathbf{e}_2 et \mathbf{e}_3 ne dépendent pas de la raideur axiale k des éléments, mais uniquement de leur niveau de précontrainte t_0 . On peut également noter que le système n'est ici pas contraint cinématiquement dans toutes les autres directions, les raideurs en rotation étant nulles quel que soit le niveau de précontrainte. Cela provient du fait que le corps \mathcal{P} est ici réduit à un point.

Notre raisonnement permet de garantir qu'au voisinage de la singularité, le rapport R_k est égal à 1 pour des translations infinitésimales le long de \mathbf{e}_2 et \mathbf{e}_3 . On s'intéresse cependant *a priori* à des déplacements finis le long d'un mode de déformation inextensible. Dans ce cas, les éléments se déforment et la raideur élastique contribue à la raideur totale. Cette situation est illustrée pour l'exemple en Fig 2.16. Les déformations des éléments 1 et 2 sont représentées par les flèches orange et bleues pour trois configurations le long d'un déplacement fini dans la direction du mode de déformation inextensible. La littérature n'offre à ce jour qu'un outil d'analyse locale du comportement du système dans sa confi-

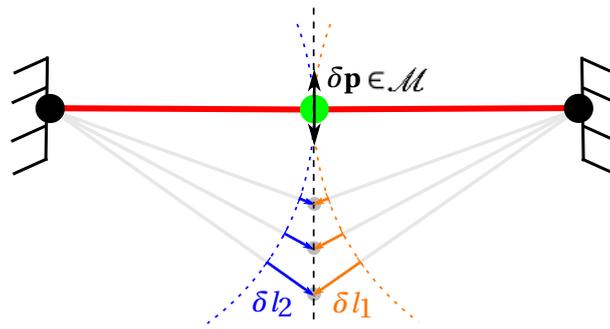


FIGURE 2.16 – Déplacement fini le long d'un mode de déformation inextensible.

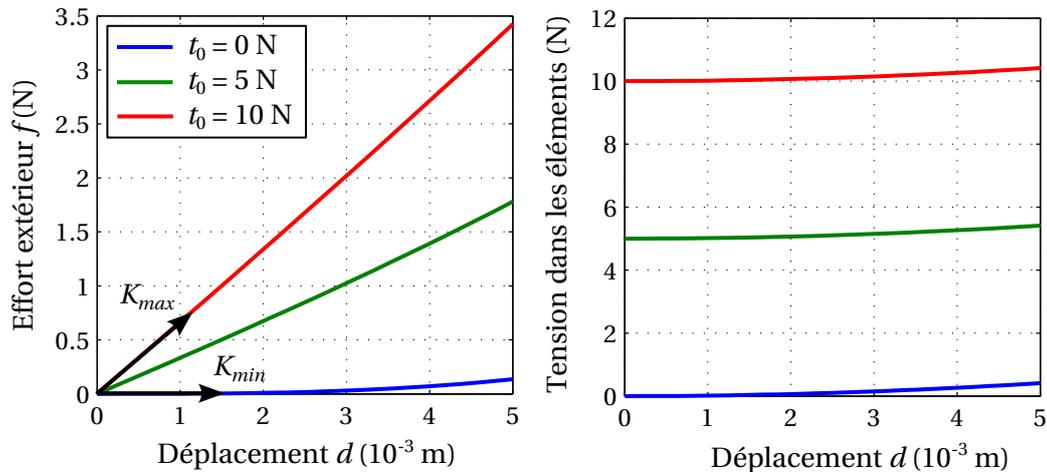


FIGURE 2.17 – Résultats de simulation pour l'exemple.

guration singulière. Afin d'appréhender l'impact de déplacements finis, nous proposons une démarche de simulation du comportement du système. On s'intéresse à la relation entre l'effort extérieur f appliqué verticalement au point O , et le déplacement vertical de O qui en résulte (voir Fig. 2.15(b)). Ces résultats sont obtenus en chaque configuration par résolution du problème statique (2.36). On procède pour cela en quatre étapes :

1. Calcul des vecteur \mathbf{s}_i et \mathbf{r}_i .
2. Calcul des tensions \mathbf{t} et de la matrice \mathbf{S} .
3. Calcul des sollicitations \mathbf{w} avec la relation (2.36).
4. Calcul des matrices \mathbf{K}_e et \mathbf{K}_a .

2.3.4.2 Résultats

Les résultats de la simulation sont représentés en Fig. 2.17 pour trois niveaux de précontrainte t_0 entre 0 N et 10 N. On choisit ici $l = 30$ mm, et $k = 1$ N/mm.

Les raideurs autour de la configuration singulière sont représentées comme la pente de la courbe effort/déplacement. On obtient $K_{min} = 0$ N/m et $K_{max} = 6.7 \times 10^{-1}$ N/mm pour $t_0 = 0$ et $t_0 = 10$ N respectivement. La contribution des raideurs élastique et antagoniste pour la précontrainte maximum est représentée Fig. 2.18. En configuration singulière, on a bien $K_e = 0$. La raideur totale provient entièrement de K_a , et le ratio R_k est bien égal à 1. Lorsque le système s'éloigne de la configuration singulière, on constate que le ratio R_k diminue. La raideur antagoniste K_a est constante, en revanche la raideur

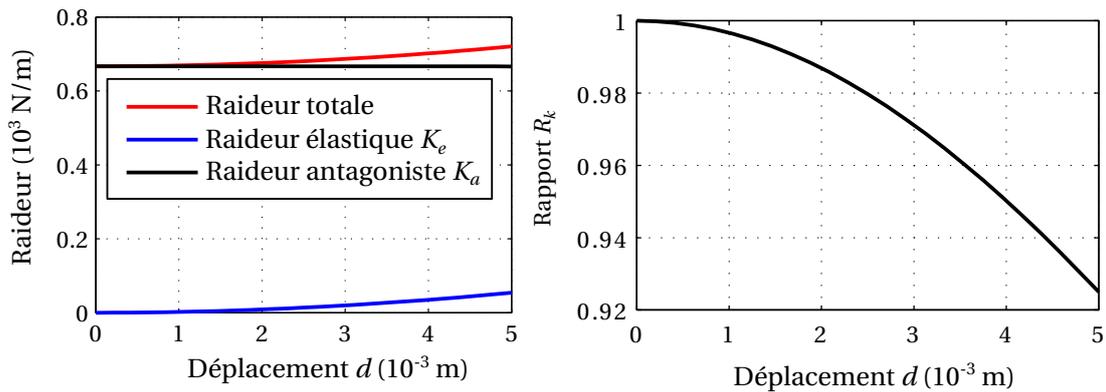


FIGURE 2.18 – Évolution de la raideur et de R_k pour un déplacement fini avec $t_0 = 10 \text{ N}$.

élastique K_e augmente. Cela provient du fait que la déformation élastique des éléments augmente pour un déplacement fini croissant. Cela provoque une non-linéarité sur la courbe effort/déplacement (voir Fig 2.17 à gauche) qui dépend de la géométrie du système (voir Fig. 2.16).

Pour de grands déplacements nous constatons donc dans cet exemple que la dégradation du ratio R_k n'est pas négligeable. Elle reste néanmoins acceptable, et permet malgré tout d'atteindre de fortes variations de raideur pour un déplacement fini.

2.3.4.3 Bilan

Le raisonnement relatif à l'exploitation d'un système singulier est local. La matrice de raideur ne donne qu'une information du système linéarisé autour d'une configuration (on parle d'ailleurs souvent de *matrice de raideur tangente* [Guest 2011]). On constate ainsi sur l'exemple que le comportement n'est pas linéaire le long d'un déplacement fini dans la direction du mode de déformation inextensible. Pour un déplacement fini, les éléments du système se déforment, et on a en effet une contribution de la raideur élastique pour de grands déplacements, d'où une diminution du rapport R_k .

L'approche locale qui nous a permis de formuler les conditions d'utilisation de ces systèmes a cependant mené à des résultats intéressants en terme de variation de raideur y compris pour des déplacements finis. Afin de s'assurer que cette exploitation est bien possible, nous complétons l'analyse par l'implémentation d'un premier composant sous forme d'une liaison pivot à raideur variable.

2.3.5 Évaluation expérimentale

L'objectif de cette évaluation est double. Premièrement, nous souhaitons vérifier que l'on est capable de prédire le comportement d'un système élastique avec les outils d'analyse proposés. Deuxièmement, nous souhaitons évaluer si les conditions pour obtenir une variation de raideur optimale localement permettent d'obtenir des variations de raideur intéressantes également pour de grands déplacements. Nous utilisons ici le cas d'une liaison pivot à raideur variable. Il s'agit d'un composant à raideur variable classiquement intégré dans des systèmes robotiques flexibles. Un tel composant s'apparente en fait à une liaison pivot en parallèle d'un ressort de torsion à raideur variable comme représenté Fig. 2.19.

La configuration du composant est ici décrite par l'angle θ . Le système est défléchi de sa configuration d'équilibre θ_{eq} d'un angle $\delta\theta$ sous l'action d'un couple extérieur Γ .

Afin de faciliter l'évaluation du composant implémenté, celui-ci est dimensionné de manière à obtenir une déflexion $\delta\theta$ maximum de 0.44 rad , soit 25° tout en garantissant que le couple Γ à appliquer au

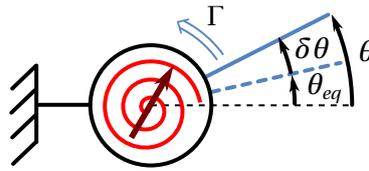


FIGURE 2.19 – Représentation d’une liaison pivot à raideur variable.

composant reste inférieur à 1×10^{-1} Nm.

2.3.5.1 Arrangement

Afin de concevoir un tel composant, nous proposons de nous baser ici sur un arrangement étudié dans [Azadi 2009] qui permet de contrôler de manière optimale la raideur en rotation autour d’un axe en se basant sur le raisonnement exposé précédemment. Cet arrangement est illustré Fig. 2.20.

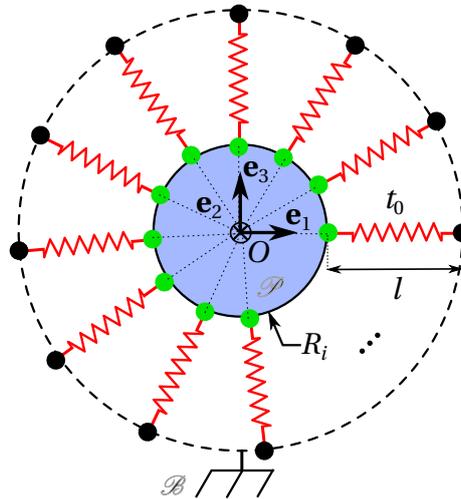


FIGURE 2.20 – Arrangement à n éléments pour concevoir une liaison pivot à raideur variable.

Il est composé de n éléments de même longueur l et de même raideur axiale k , reliés au corps \mathcal{P} à une même distance R_i du point O , et dont les directions s’intersectent en ce point. Il permet ainsi de contrôler de manière optimale la raideur en rotation autour de \mathbf{e}_2 qui constitue un mode de déformation inextensible. En considérant que les éléments sont précontraints avec la même tension t_0 , la raideur antagoniste K_θ^a suivant \mathbf{e}_2 est exprimée de la manière suivante au voisinage de cette configuration singulière [Azadi 2009]

$$K_\theta^a = t_0 R_i \left(\frac{n R_i}{l} + 1 \right) \quad (2.43)$$

qui peut être retrouvé par application de (2.32). La raideur élastique suivant cette direction est nulle, ce qui garantit que R_k est localement égal à 1.

Il convient de noter que cet arrangement ne garantit pas le bon comportement cinématique dans les autres directions, et qu’il est donc nécessaire de guider le corps \mathcal{P} en rotation autour de l’axe \mathbf{e}_2 lié au corps \mathcal{B} . Nous proposons d’exploiter dans la suite l’arrangement composé de $n = 4$ éléments disposés en deux paires d’éléments antagonistes.

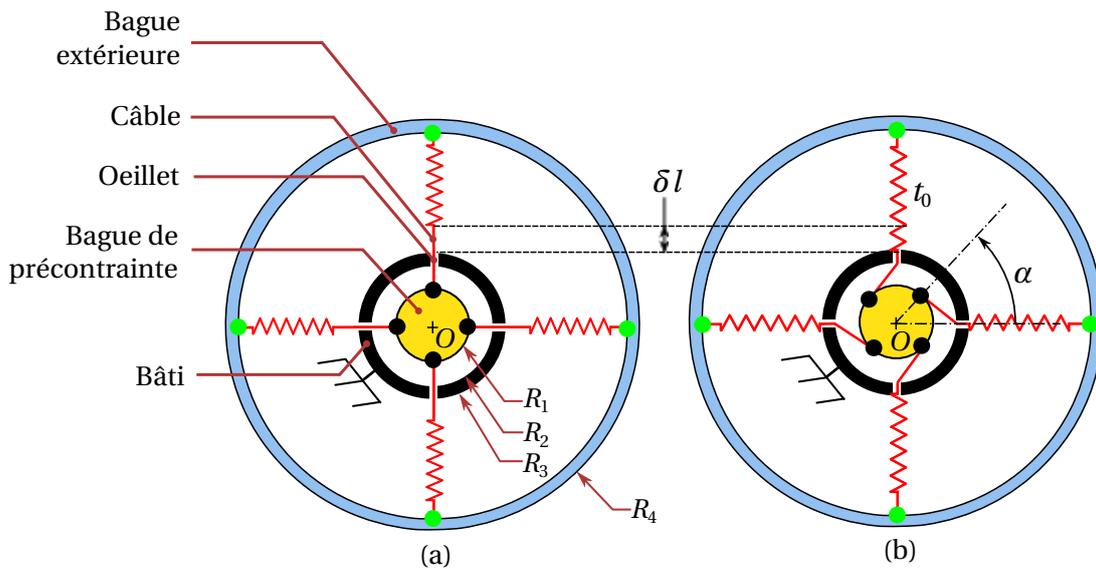


FIGURE 2.21 – Composant en configuration singulière et système de réglage de la précontrainte ; (a) sans précontrainte ($\alpha = 0$) ; (b) avec précontrainte ($\alpha > 0$).

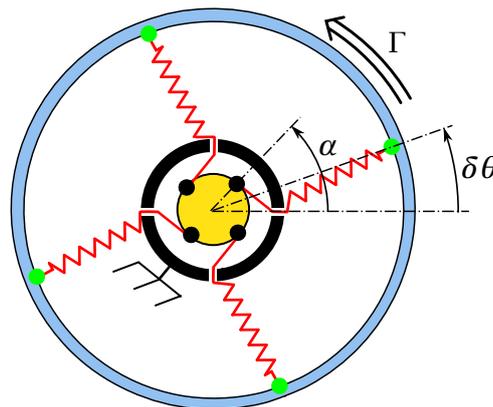


FIGURE 2.22 – Comportement de la liaison pivot à raideur variable.

2.3.5.2 Système de réglage de la précontrainte

L'exploitation de cet arrangement nécessite d'être capable de précontraindre uniformément et simultanément les quatre éléments. Un système de réglage est donc tout d'abord conçu.

Le schéma de principe du composant proposé est illustré Fig. 2.21(a). Il est composé d'une bague extérieure qui est liée au bâti par une liaison pivot suivant l'axe (O, \mathbf{e}_2) . Plusieurs systèmes d'actionnement peuvent être envisagés. Nous proposons un réglage basé sur l'utilisation d'une pièce que nous appellerons *bague de précontrainte*. Il s'agit d'une bague de rayon extérieur R_1 en liaison pivot suivant l'axe (O, \mathbf{e}_2) avec le bâti. Sa rotation α autour de cet axe, illustrée Fig. 2.21(b), permet d'induire une déflexion δl sur l'ensemble des éléments simultanément via un système de câbles traversant le bâti par des oeillets. Le système d'oeillets permet ainsi de modifier le niveau de précontrainte des éléments, sans pour autant changer leur point d'ancrage sur le bâti. Ce dernier est considéré sur un cercle de rayon R_3 centré au point O . En considérant le comportement élastique des éléments, cette déflexion engendre une précontrainte t_0 de manière uniforme dans les quatre éléments. La déflexion δl peut être calculée en fonction de l'angle α et des dimensions du composant par un raisonnement géométrique

simple, ce qui permet d'exprimer la relation suivante

$$\delta l = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \alpha} - R_2 + R_1 \quad (2.44)$$

qui lie la déflexion aux paramètres géométriques du composant, et à la rotation de la bague de précontrainte. L'application d'un couple Γ sur la bague extérieure génère alors une déflexion angulaire $\delta\theta$, représentée Fig. 2.22, qui dépend de la raideur du composant, et donc de la précontrainte initiale t_0 imposée par la rotation α de la bague de précontrainte. Localement autour de la configuration singulière, l'expression de la raideur angulaire (2.43) devient alors

$$K_\theta^a = t_0 R_3 \left(\frac{4R_3}{R_4 - R_3} + 1 \right) \quad (2.45)$$

2.3.5.3 Implémentation

L'intégration est réalisée en s'appuyant sur un procédé de fabrication additive multi-matériaux, plus précisément le procédé PolyJet [Stratasys]. Ce procédé permet de combiner un polymère rigide (Stratasys VeroWhite), et un matériau élastomère (Stratasys TangoBlackPlus)⁵. Nous utilisons l'élastomère afin d'apporter de la compliance au dispositif. Le comportement de ce matériau a été caractérisé au préalable en suivant la norme ISO 37, nous fournissant ainsi un modèle hyperélastique de Mooney-Rivlin [Boyce 2000]. Le prototype proposé est illustré Fig. 2.23. La demi-vue en coupe du prototype dans le plan d'une paire d'éléments antagonistes est représentée Fig. 2.24. La bague de précontrainte est guidée en rotation sur le bâti. Deux vis permettent de bloquer sa position relativement à celui-ci afin d'imposer un angle α (gradués en degrés sur la vue de droite Fig. 2.23). La bague extérieure est également guidée en rotation sur le bâti via deux paliers lisses afin de réduire le frottement entre les deux pièces. Nous utilisons des câbles supposés rigides, et l'élasticité des éléments est apportée par un système composé d'anneaux d'élastomère afin de disposer de raideurs faibles favorables à l'évaluation expérimentale. La géométrie de ces anneaux est illustrée Fig. 2.25(a) : elle est caractérisée par les paramètres géométriques e , w et d . Cette géométrie est choisie afin de garantir des niveaux d'effort et de déflexion dans ces éléments compatibles avec notre cahier des charges sur la déflexion et le couple maximum. L'élément élastique utilisé a néanmoins un comportement non-linéaire, de part sa géométrie et la caractéristique hyperélastique de l'élastomère. Nous intégrons donc ce comportement non-linéaire à notre simulation qui reprend la structure exposée en section 2.3.4.1. On identifie pour cela un modèle hyperélastique par simulation MEF de cet élément illustré Fig. 2.25(b), qui permet d'obtenir un modèle non-linéaire de la caractéristique $t(\delta l)$.

Les rayons R_3 et R_4 ainsi que les dimensions de l'élément élastique sont choisis de manière à respecter la déflexion et le couple maximum souhaités, tout en s'assurant que le niveau de déformation de l'élastomère reste inférieur à 50%, la déformation élastique maximale du matériau. Les rayons R_1 et R_2 sont choisis de manière à ce que l'angle α puisse être réglé entre 0 et $\pi/3$ tout en respectant les mêmes conditions. Les valeurs finales des paramètres géométriques sont récapitulées dans le tableau 2.1. Les éléments élastiques et le prototype final sont illustrés Fig. 2.26.

5. La caractérisation des matériaux employés est présentée dans [Bruyas 2015a], et plus de détails sur le procédé et ces matériaux peuvent être trouvés dans la même référence.

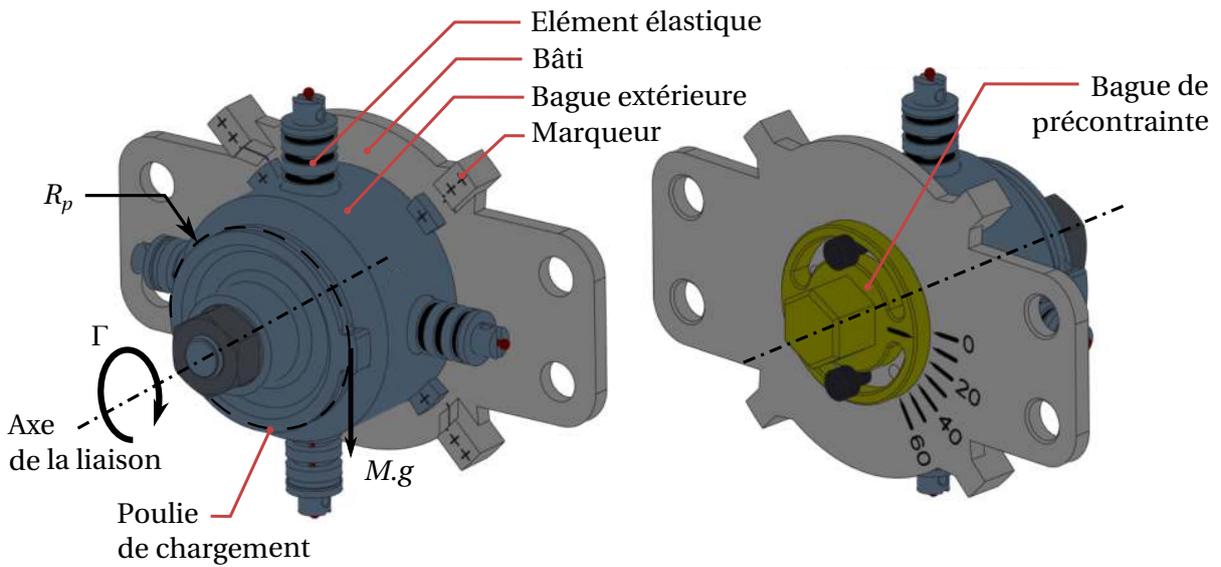


FIGURE 2.23 – Vue générale du prototype de la liaison pivot.

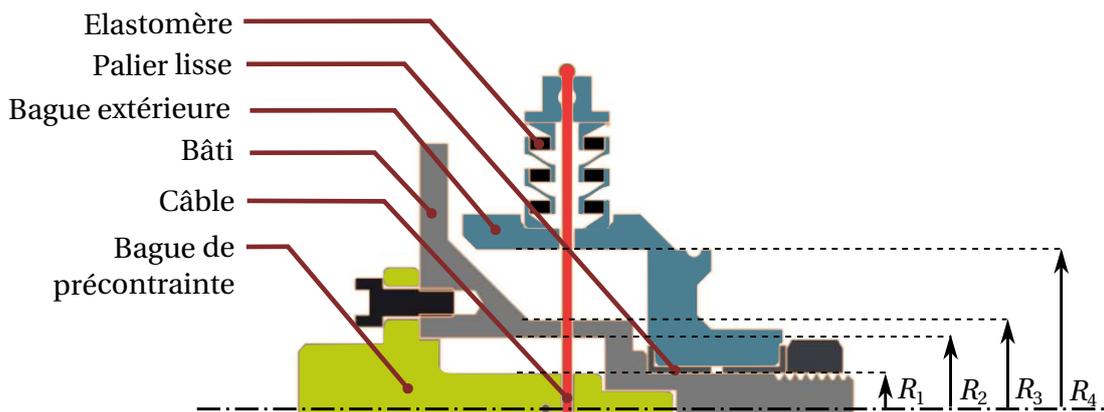


FIGURE 2.24 – Demi-vue en coupe du prototype dans le plan d'une paire d'éléments.

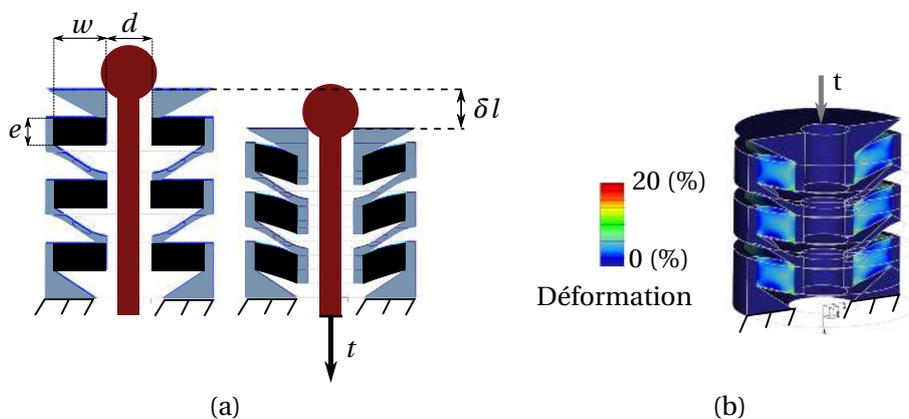


FIGURE 2.25 – Vue de l'élément élastique. (a) Déflexion δl sous un effort t , (b) simulation par MEF pour un effort t dans le câble (ici appliqué sur la surface supérieure).

Paramètre	R_1	R_2	R_3	R_4	w	e	d
Valeur (10^{-3} m)	5	10	12.5	22.5	3	2	3.2

Tableau 2.1 – Paramètres géométriques du prototype de la liaison pivot.

2.3.5.4 Évaluation expérimentale

Afin d'évaluer le comportement du système, un couple Γ est généré sur la bague extérieure via une poulie de chargement de rayon $R_p = 22.5 \times 10^{-3}$ m, et une masse M de manière à ce que $\Gamma = R_p.M.g$ avec g l'accélération de la gravité (voir Fig. 2.23 à gauche).

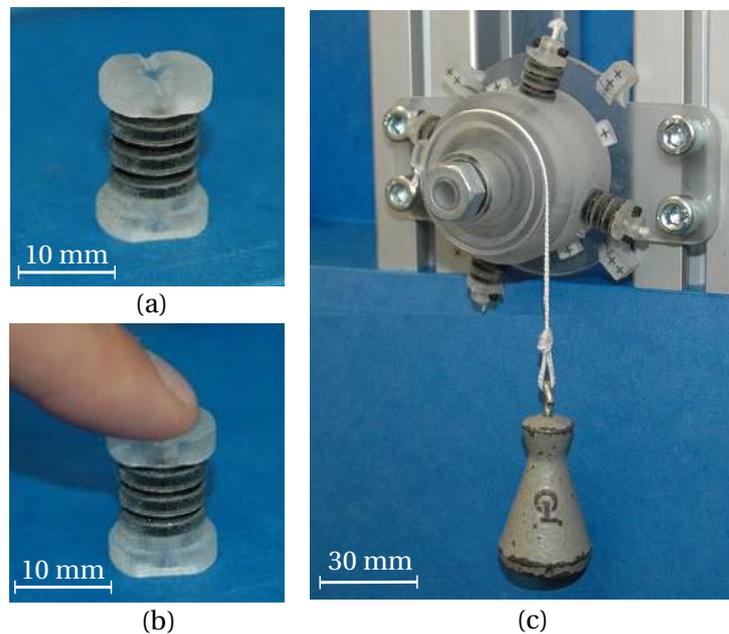


FIGURE 2.26 – Prototype de la liaison pivot à raideur variable. Élément élastique à vide (a) et sous effort (b). Vue générale du dispositif expérimental (c).

Le dispositif expérimental est illustré Fig. 2.26(c). Le matériau transparent est le polymère rigide, et le matériau noir l'élastomère. Neuf masses sont successivement appliquées pour quatre rotations α de la bague de précontrainte entre 0 et $\pi/3$ rad. Un système de vision (Appareil photo Nikon D70, 6.1MP, focale 70 mm) est mis en place afin de mesurer la déflexion angulaire θ engendrée par ce couple. Douze marqueurs sont extraits (huit sur le bâti et quatre sur la bague extérieure). Le dispositif permet une mesure d'angle avec une précision de l'ordre de 1×10^{-3} rad.

L'estimation expérimentale de la raideur en configuration nominale et sa valeur théorique pour les niveaux minimum et maximum de précontrainte sont représentées tableau 2.2. On constate que le prototype permet d'atteindre une configuration à raideur nulle lorsque les éléments ne sont pas précontraints. La raideur maximum est atteinte avec un écart de 30% par rapport aux prédictions du modèle.

L'évolution du couple en fonction de la déflexion est représentée Fig. 2.27. Les données expérimentales sont représentées par des étoiles et les prédictions sont en traits continus. On constate que même pour une rotation importante, le comportement du composant en raideur est fortement modifié par la précontrainte. La déflexion angulaire peut ainsi être réduite de plus de 65% sur toute la plage de

α (rad)	Raideur théorique (10^3 Nm/rad)	Raideur estimée (10^{-3} Nm/rad)	Ecart relatif (%)
0	0	0	0
$\pi/3$	398	514	30

Tableau 2.2 – Résultats expérimentaux pour $\alpha = 0$ et $\pi/3$ rad en configuration nominale.

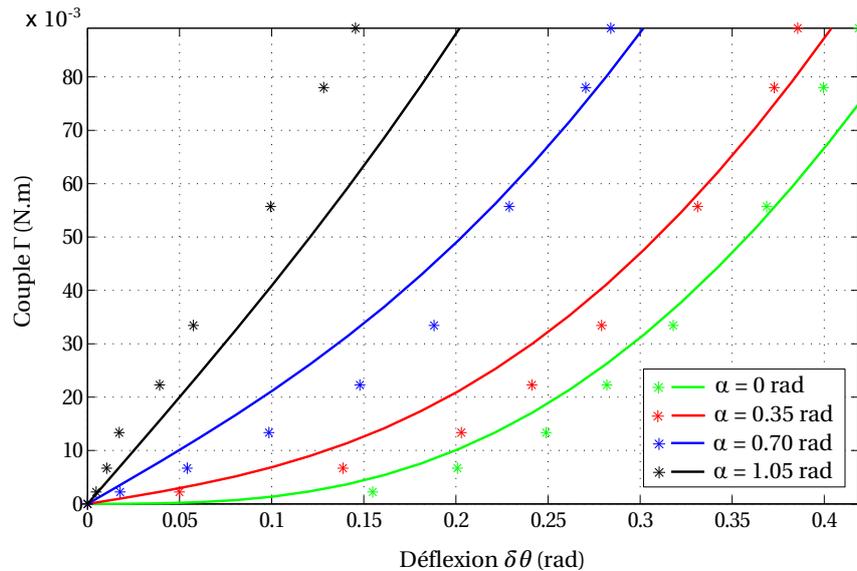


FIGURE 2.27 – Caractéristique couple/déflexion pour une rotation autour de l'axe de la liaison.

rotation en ajustant la bague de précontrainte. Cette réduction atteint même 90% pour des déflexions inférieures à 0.25 rad. L'écart entre les simulations et les données expérimentales est sensiblement plus important lorsque α augmente. Cela correspond au cas où la déformation de l'élastomère est importante, et ces erreurs peuvent provenir en large part du modèle hyperélastique utilisé pour simuler l'élastomère difficile à identifier.

2.3.6 Conclusion

Le comportement du prototype est ici prédit de manière satisfaisante à l'aide des outils d'analyse proposés, localement et pour de grands déplacements. Les conditions formulées afin d'obtenir une variation de raideur optimale localement permettent d'obtenir de manière effective de larges variations de raideur y compris pour de grands déplacements. Ces résultats sont par ailleurs obtenus en considérant l'intégration d'élastomère pour constituer les éléments élastiques, dont le comportement non-linéaire a été pris en compte dans la modélisation. Cet exemple nous conforte dans l'exploitation des systèmes précontraints pour la conception de composants à raideur variable, et justifie que l'on poursuive notre démarche basée sur une analyse locale autour d'une configuration initiale. A l'issue de cette section, nous avons identifié et mis en place les outils d'analyse requis pour évaluer la raideur d'un système élastique. Nous sommes également capables d'exprimer les conditions que doit remplir un tel système afin d'être exploité comme un composant à raideur variable.

2.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord abordé l'analyse des mécanismes de tenségrité. Une approche énergétique a été adoptée afin de permettre la détermination des poses d'équilibre stables de ces systèmes. Leur comportement particulier a été mis en avant à travers l'étude préliminaire d'un cas plan. Une définition de leur espace de travail a été proposée, et constitue à notre sens la première contribution théorique de ce chapitre. Nous avons ensuite proposé une méthode afin de déterminer les frontières de cet espace de travail formulées sous la forme de systèmes d'équations non-linéaires. Des outils de continuation de haut-degré sont notamment d'intérêt afin de suivre ces frontières de manière continue. Pour cette raison, ils ont été utilisés afin de suivre les frontières de l'espace de travail définies précédemment dans le cas d'un mécanisme de tenségrité à 2 DDL.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'analyse des systèmes précontraints, et plus particulièrement l'évaluation de leur raideur. Afin de permettre leur exploitation pour la conception de composants à raideur variable, nous avons formulé les conditions qui permettent une exploitation optimale de leur raideur antagoniste, *i.e.* provenant de leurs efforts internes. Nos capacités à prédire leur comportement, et à exploiter ces conditions pour de grands déplacements ont toutes les deux été validées expérimentalement à travers l'implémentation d'un arrangement connu de la littérature pour réaliser une liaison pivot à raideur variable.

Si nous sommes capables à l'issue de ce chapitre d'analyser un arrangement donné, le choix d'un arrangement approprié à un problème donné n'a pas été traité. Dans le prochain chapitre, nous proposons de répondre à cette limitation en proposant une nouvelle méthode de synthèse pour ces systèmes précontraints, ainsi que son application à la génération de plusieurs arrangements pour des liaisons à raideur variable.

3 Conception de systèmes précontraints à raideur variable

L'obstination est le chemin de la réussite –
Charlie Chaplin

Sommaire du chapitre

3.1	Développement d'une méthode de synthèse	64
3.1.1	Justification du besoin	64
3.1.2	État de l'art des méthodes de synthèse	65
3.1.3	Méthode de synthèse proposée	66
3.1.4	Résultats	70
3.2	Exploration de l'espace des solutions	75
3.2.1	Classification par les variétés de Grassmann	75
3.2.2	Formulation de la méthode	77
3.2.3	Application aux solutions issues de la méthode de synthèse	80
3.2.4	Bilan	83
3.3	Développement et évaluation d'une liaison sphérique à raideur variable	83
3.3.1	Motivation	83
3.3.2	Solution proposée	83
3.3.3	Intégration	85
3.3.4	Dimensionnement	87
3.3.5	Évaluation expérimentale	89
3.4	Bilan	93

Dans le chapitre précédent¹, nous avons montré que les systèmes élastiques précontraints pouvaient être exploités pour concevoir des composants à raideur variable efficaces. Cette exploitation est soumise à des conditions relatives au nombre et à l'arrangement de ses éléments.

En partant de ces conditions, nous proposons tout d'abord une méthode de synthèse afin de générer de nouveaux arrangements pour des composants à raideur variable, présentant notamment plusieurs degrés de liberté. Cette méthode nous permet alors de générer des solutions originales, pour différentes situations.

Les propriétés des solutions obtenues sont ensuite analysées par une interprétation géométrique avec les variétés de Grassmann. Une méthode d'exploration du jeu de solutions est alors mise en place, afin d'identifier des arrangements alternatifs à un même problème de synthèse à partir d'une solution initiale.

En nous basant sur un des arrangements issu de la méthode de synthèse, nous proposons finalement la conception, l'implémentation et l'évaluation d'une liaison sphérique à raideur variable. Dans ce cas, nos contributions concernent la conception et l'implémentation d'un nouveau type d'actionnement de la précontrainte via une source d'énergie pneumatique, et une implémentation compatible IRM qui tire profit du procédé de fabrication additive multi-matériaux.

3.1 Développement d'une méthode de synthèse

3.1.1 Justification du besoin

Un raisonnement itératif peut permettre d'identifier certains arrangements cinématiquement et statiquement indéterminés, et ainsi créer un mode de déformation inextensible exploitable pour la variation de raideur suivant une direction donnée. L'approche est cependant limitée pour des systèmes complexes comme des systèmes spatiaux. La conception de solutions pour des modes de déformation inextensible ou des modes de précontrainte multiples est un problème ouvert. Il nous semble par ailleurs utile de pouvoir déterminer aisément de tels arrangements, notamment pour proposer à un concepteur plusieurs alternatives pour un même problème en fonction de différentes contraintes d'intégration. Pour ces différentes raisons, nous proposons dans la suite une méthode de synthèse. Le problème de conception est alors formulé par le biais d'une matrice de raideur cible, en intégrant parallèlement les contraintes de conception quant à l'arrangement des éléments élastiques et à leur modes de précontrainte.

Dans l'exemple de la section 2.3.3, nous avons mis en avant les points délicats dans la synthèse d'un système élastique pour la réalisation d'un composant à raideur variable, et notamment le fait que le bon comportement cinématique de la solution dans les directions de sollicitation autres que les modes de déformation inextensible n'était pas garanti par le respect des conditions formulées. Dans le cas de la liaison pivot, nous avons choisi de guider le système autour du mode de déformation inextensible en rotation, ce qui constitue une première option pour résoudre ce problème. Dans ce chapitre, nous proposons de tirer parti de la constitution des systèmes élastiques, et d'exploiter la mise en parallèle des éléments élastiques afin de contraindre cinématiquement ces directions par la raideur élastique du système, ce qui constitue la deuxième option que nous avons décrite précédemment.

1. Les outils et les notions relatives à la compréhension et à la modélisation des systèmes précontraints sont présentés en section 2.3, et leur lecture est à notre sens nécessaire au préalable de ce chapitre.

3.1.2 État de l'art des méthodes de synthèse

Par synthèse, nous entendons la détermination d'un arrangement d'éléments qui forment un système élastique, et dont la matrice de raideur correspond à une matrice de raideur cible imposée par le concepteur en fonction de son besoin. Dans notre cas, l'objectif est de déterminer des arrangements singuliers, pour lesquels les éléments élastiques font apparaître des modes de déformation inextensible, tout en contraignant cinématiquement les autres directions de l'espace. Cela se traduit par des conditions sur la matrice de raideur élastique du système qui ont été décrites en section 2.3.3.1. Par ailleurs, le niveau de raideur suivant les modes de déformation inextensible est imposé par un niveau de précontrainte donné, ce qui se traduit par des conditions sur la matrice de raideur antagoniste.

Ce problème de synthèse a été abordé dans la littérature au cours des années 1990 par plusieurs auteurs. Les premiers développements font suite à la formalisation du calcul de la matrice de raideur en utilisant la théorie des torseurs [Dimentberg 1968], qui a permis de faciliter l'analyse des systèmes élastiques et ouvert la voie à leur synthèse. Une des premières applications était alors la création de systèmes à centre de compliance déporté (RCC, *Remote Center Compliance*) qui présentent notamment un intérêt dans l'industrie pour les tâches d'assemblage. L'idée dans ce cas est de concevoir un système dont la matrice de raideur soit diagonale en un point qui se situe à l'extérieur du système. Une architecture illustrée Fig. 3.1(a) et répondant à ce problème a ainsi été proposée dans [Loncaric 1987]. A la même période, ces travaux ont également trouvé une application en manipulation, afin de créer des configurations de saisies stables [Nguyen 1987]. Pour cela, l'interaction d'un manipulateur sur l'objet à saisir est modélisée par des éléments élastiques, et il s'agit de déterminer les points d'application et les directions des éléments qui garantissent la stabilité de cette saisie. Des exemples de saisie stable issus de [Nguyen 1987] sont illustrés Fig. 3.1(b).

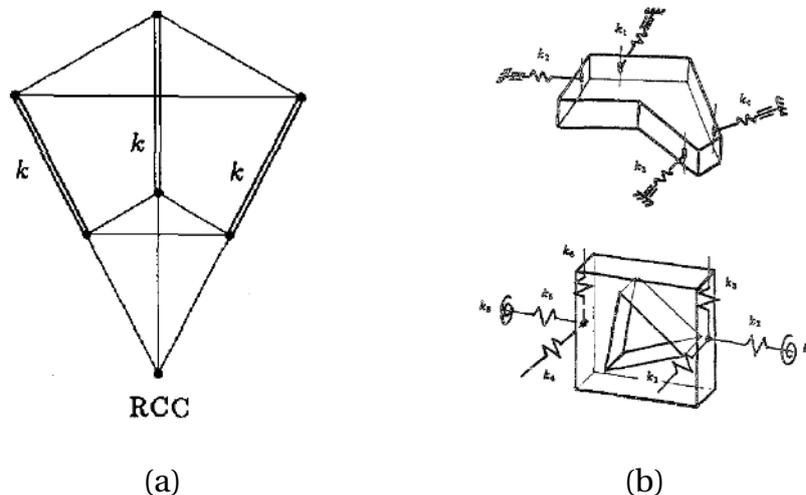


FIGURE 3.1 – Exemples d'applications pour la synthèse de systèmes élastiques : (a) système à RCC issu de [Loncaric 1987] (b) exemples de saisie stable [Nguyen 1987].

3.1.2.1 Méthodes de synthèse dans la littérature

Plusieurs travaux ont été conduits pour la synthèse de la raideur élastique \mathbf{K}_e . Ciblak et al. [Ciblak 1999] ont montré que toute matrice de raideur \mathbf{K}_e de rang r peut être obtenue par une infinité de systèmes élastiques constitués de r ressorts ou plus. Les mêmes auteurs abordent la synthèse sous la forme

d'un problème de vecteurs isotropiques, dont la résolution est l'objet de [Ciblak 1998]. La méthode consiste à construire de manière récursive le système élastique afin d'obtenir la matrice de raideur cible. Plusieurs validations numériques pour des matrices de rang plein ou non ont alors été réalisées. Des méthodes très similaires ont été proposées par Roberts dans [Roberts 1999] ou encore par Huang et al. dans [Huang 1998]. La procédure de ces derniers permet de synthétiser n'importe quelle matrice de raideur régulière à l'aide de sept éléments au maximum.

D'autres méthodes ont depuis été proposées pour des situations plus complexes, notamment pour les systèmes élastiques où les éléments sont connectés en série uniquement [Huang 2000], ou encore en série et en parallèle [Roberts 2003]. Les auteurs de [Yu 2006] considèrent également la synthèse pour des systèmes sous charges pour lesquels la matrice de raideur perd sa symétrie.

3.1.2.2 Limitations

La méthode développée dans [Ciblak 1999] permet de sélectionner une solution en faisant un choix arbitraire sur la première étape de leur processus de synthèse récursif, et sans considérer la partie antagoniste de la matrice de raideur, *i.e.* sans précontrainte. Les mêmes remarques peuvent être faites sur les travaux de [Huang 1998] et [Roberts 1999].

La première des limitations des travaux existants est qu'ils ne permettent pas de prendre en compte des contraintes pratiques de conception. En effet, le choix d'un arrangement symétrique des éléments, ou encore de raideurs ou longueurs identiques, est souvent un avantage pour une implémentation aisée. Par ailleurs, même s'il est possible de synthétiser des systèmes singuliers, ces méthodes ne prennent pas en compte la partie antagoniste de la matrice de raideur. Cela signifie qu'il n'est pas possible de garantir l'auto-contrainte du système, et qu'il n'est pas non plus possible de garantir que la raideur antagoniste le long des modes de déformation inextensible peut effectivement être modulée par une variation de la précontrainte comme nous le souhaitons.

3.1.3 Méthode de synthèse proposée

3.1.3.1 Formulation du problème de synthèse

Notre méthode doit permettre de synthétiser des systèmes élastiques dont l'arrangement des éléments élastiques assure :

- la présence de modes de déformation inextensible,
- la modulation de raideur antagoniste souhaitée le long de ces modes.

Nous considérons pour cela que le concepteur peut traduire son besoin initial par les spécifications suivantes au préalable du processus de synthèse :

- le nombre et la forme des modes de précontrainte avec lesquels il souhaite pouvoir précontraindre le système,
- le nombre et la forme des modes de déformation inextensible que le système doit présenter,
- les raideurs antagonistes à atteindre le long de ces modes de déformation inextensible pour un ou plusieurs jeux de précontrainte dans les éléments qu'il aura choisi au préalable.

Le concepteur recherche un composant qui présente un comportement cinématique souhaité. Or nous avons vu en section 2.3 que ce comportement cinématique est régi par sa matrice de raideur élastique \mathbf{K}_e . La traduction de cet aspect du besoin du concepteur passe donc par le choix d'une matrice de raideur élastique cible que l'on notera \mathbf{K}_e^* . Ce choix dépend à la fois des modes de déformation inextensible que le concepteur souhaite imposer, ainsi que des raideurs élastiques dans les autres

directions de sollicitation afin de garantir le bon comportement cinématique du système. Cette matrice doit par ailleurs être choisie symétrique et définie positive comme stipulé dans [Ciblak 1999] afin de correspondre à une matrice de raideur. Cette reformulation du besoin du concepteur en une matrice de raideur cible est aisée comme nous le montrerons au travers des différents problèmes de synthèse traités.

Il existe deux types de problèmes de synthèse qui constituent autant d'alternatives pour le concepteur. Nous avons vu en effet que d'après la règle de Maxwell (2.35), le nombre s de modes de précontrainte est lié au nombre d'éléments n et au rang r de la matrice de raideur \mathbf{K}_e . La première alternative consiste à effectuer la synthèse à nombre minimal d'éléments, dans ce cas n est égal à $r + 1$ afin de garantir que le système peut être précontraint avec un mode de précontrainte ($s = 1$). Le nombre d'éléments n peut également être choisi supérieur à $n > r + 1$, et il existe dans ce cas plusieurs modes de précontrainte ($s > 1$). On parle alors de synthèse à nombre non-minimal d'éléments, ce qui constitue une deuxième alternative. Les deux cas seront considérés dans les exemples développés.

3.1.3.2 Contrainte sur les modes de précontrainte

Deux types de contraintes sont formulés dans le problème de synthèse, qui portent sur les modes de précontrainte compatibles avec le système, et le niveau de raideur antagoniste le long des modes de déformation inextensible.

Nous avons vu dans la section 2.3.3 que les modes de précontrainte compatibles avec le système génèrent le noyau \mathcal{S} de la matrice des torseurs unitaires \mathbf{S} qui décrit la position des axes des éléments. Dans la situation présente, nous formulons alors la contrainte suivante

$$\mathbf{S}\mathbf{N}_{\mathcal{S}} = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

où $\mathbf{N}_{\mathcal{S}}$ est une matrice ($n \times s$) de rang plein. Pour expliciter cette condition, on peut considérer les s équations issues de chacune des colonnes de $\mathbf{N}_{\mathcal{S}}$ qui s'écrivent

$$\mathbf{S}\mathbf{t}_{\mathcal{S}}^i = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

avec $\mathbf{t}_{\mathcal{S}}^i$ la i -ème colonne de $\mathbf{N}_{\mathcal{S}}$. Il s'agit d'une équation d'équilibre statique (voir (2.36)), et $\mathbf{t}_{\mathcal{S}}^i$ est donc un vecteur contenant les tensions dans les éléments pour lesquelles l'équilibre du système doit être assuré. La relation (3.1) impose donc bien que le système soit équilibré en l'absence de sollicitation extérieure, et uniquement par les efforts internes, pour chacun des s modes de précontrainte que le concepteur souhaite pouvoir exploiter.

3.1.3.3 Contrainte sur la raideur antagoniste

Notons $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{S}$ un jeu d'efforts de précontrainte et K_a^i la raideur antagoniste que le concepteur souhaite obtenir le long du i -ème mode de déformation inextensible pour cette précontrainte.

Nous avons montré dans la section 2.3.3 que les modes de déformation inextensible génèrent le noyau \mathcal{M} de \mathbf{S}^T . Soit \mathcal{M}_i un vecteur unitaire de dimension 6 qui décrit le i -ème mode de déformation inextensible, $[\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_m]$ constitue alors une base normale de \mathcal{M} .

On peut montrer que la raideur antagoniste K_a^i le long de \mathcal{M}_i peut s'exprimer comme $\mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a \mathcal{M}_i$. La démonstration est développée en annexe B. De ce fait, les m contraintes scalaires suivantes peuvent

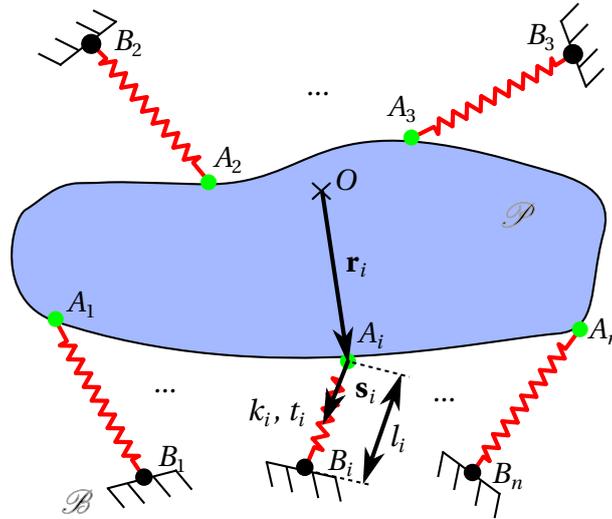


FIGURE 3.2 – Représentation générique d'un système élastique.

être formulées

$$\mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a(\mathbf{t}_0) \mathcal{M}_i - K_a^i = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (3.3)$$

qui permettent de garantir que la raideur le long de \mathcal{M}_i atteint K_a^i pour la précontrainte \mathbf{t}_0 .

Cette contrainte peut être généralisée à $q > 1$ niveaux de raideur pour Q différents niveaux de précontrainte en considérant \mathbf{t}_0^q le q -ième niveau de précontrainte et K_a^{iq} la raideur à atteindre le long du i -ème mode de précontrainte pour ce niveau de précontrainte. Une telle contrainte peut alors s'écrire sous la forme

$$\mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a(\mathbf{t}_0^q) \mathcal{M}_i - K_a^{iq} = 0 \quad \forall (i, q) \in \{1, \dots, m\} \times \{1, \dots, Q\} \quad (3.4)$$

3.1.3.4 Méthode de synthèse

La représentation générale d'un système élastique est rappelée Fig 3.2. On choisit de caractériser les propriétés et la position d'un élément élastique par le jeu de 8 paramètres suivant :

- 6 paramètres décrivant son point d'ancrage et la direction de son axe, définie par les coordonnées des vecteurs \mathbf{s}_i et \mathbf{r}_i dans le repère de base,
- la longueur l_i ,
- la raideur axiale k_i .

Un système élastique à n éléments est donc entièrement défini par un vecteur \mathbf{u} de paramètres de dimension $8n$. Dans ce paramétrage, la position d'un élément est représentée par le torseur unitaire \mathbf{S}_i représentant son axe sous forme de coordonnées de Plücker. Si cette représentation est appropriée pour faciliter le calcul de la matrice de raideur et l'analyse de l'arrangement, il est plus commode en pratique de considérer les coordonnées des points d'ancrage de l'élément. Ces coordonnées peuvent facilement être déterminées connaissant \mathbf{s}_i et \mathbf{r}_i ainsi que la longueur des éléments comme nous l'illustrons en annexe C.

Synthétiser un système élastique peut donc être formulé comme la résolution d'un problème non-linéaire

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{K}_e^* - \mathbf{S}(\mathbf{u})\mathbf{\Omega}(\mathbf{u})\mathbf{S}^T(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{S}(\mathbf{u})\mathbf{N}_{\mathcal{S}} = \mathbf{0} \\ \mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a(\mathbf{t}_0^q, \mathbf{u}) \mathcal{M}_i - K_a^{iq} = 0 \quad \forall (i, q) \in \{1, \dots, m\} \times \{1, \dots, Q\} \\ \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - 1 = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

avec \mathbf{u} le vecteur recherché, sous les contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l} k_i > 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \\ l_i > 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

D'autres contraintes peuvent par ailleurs exister pour faciliter ou rendre possible la réalisation des solutions. On peut notamment être amené à imposer des longueurs ou des raideurs similaires pour tous les éléments.

Notre méthode de synthèse est un processus en deux étapes :

1. Formulation du besoin, en procédant comme suit.
 - (a) Choix du nombre m et de la forme des modes de déformation inextensible (le rang r de la matrice de raideur élastique du système est alors égal à $6 - m$).
 - (b) Choix du nombre d'éléments n en s'assurant que le nombre de modes de précontrainte s est supérieur à 1 d'après (2.35).
 - (c) Choix du nombre de jeux de précontrainte Q .
 - (d) Choix des raideurs antagonistes correspondantes $K_a^{iq} \quad \forall (i, q) \in \{1, \dots, m\} \times \{1, \dots, Q\}$.
 - (e) Choix de la base de l'ensemble des modes de précontrainte $\mathbf{N}_{\mathcal{S}}$, en suivant la section 3.1.3.2.
 - (f) Choix des jeux de précontraintes $\mathbf{t}_0^q \in \text{Vect}(\mathbf{N}_{\mathcal{S}}) \quad \forall q \in \{1, \dots, Q\}$.
 - (g) Formulation de la matrice de raideur cible \mathbf{K}_e^* .
2. Estimation du vecteur de paramètres \mathbf{u} par résolution de (3.5) en respectant (3.6) et d'éventuelles contraintes additionnelles.

La deuxième étape est effectuée à l'aide d'un algorithme d'optimisation non-linéaire sous contrainte afin de résoudre le système (3.5)-(3.6). Notre méthode est développée sous Matlab (The MathWorks Inc.) et nous choisissons un algorithme à régions de confiance avec une valeur initiale aléatoire pour \mathbf{u} . La méthode de synthèse que nous proposons ici permet de générer des arrangements pour toute matrice de raideur de rang entre 1 et 6, et pour un nombre illimité d'éléments, donc pour un nombre minimal ou non. Cette capacité de la méthode est intéressante, car elle offre plusieurs alternatives quant aux conditions de résolution pour un même problème de synthèse. Notre méthode permet par ailleurs d'imposer des contraintes de conception supplémentaires afin de garantir la compatibilité avec une implémentation de la solution obtenue. Enfin, contrairement aux méthodes proposées jusqu'ici, il est possible de prendre en compte la raideur antagoniste du système élastique.

3.1.4 Résultats

Pour souligner l'intérêt de la méthode, nous traitons plusieurs problèmes de synthèse d'intérêt pour l'implémentation de composants à raideur variable. Pour des raisons didactiques, nous nous focalisons sur trois problèmes qui nous semblent pertinents pour des applications en robotique : la liaison pivot, la liaison prismatique et la liaison sphérique. Leurs caractéristiques, *i.e.* leurs modes de déformations inextensibles et le rang de la matrice de raideur élastique cible sont récapitulés dans le tableau 3.1. Les liaisons pivot et prismatique présentent un seul mode de déformation inextensible ($m = 1$), qui correspond respectivement à la rotation et à la translation le long de laquelle on souhaite faire varier la raideur. La liaison sphérique présente trois modes de déformation inextensible, qui correspondent aux trois rotations autour du centre de la liaison. Par ailleurs on choisit de n'imposer qu'un seul niveau de raideur antagoniste pour un seul jeu de précontrainte, si bien que $Q = 1$. On notera $\mathbf{t}_0^1 = \mathbf{t}_0$, qui doit permettre d'atteindre un niveau de raideur antagoniste $K_a^{i1} = K_a^i$ suivant le i -ème mode de déformation inextensible. Les matrices de raideur élastique cibles correspondantes sont construites à partir de ces données et décrites dans le tableau récapitulatif 3.1. Dans ces cas, les translations et les rotations sont découplées, et les matrices de raideur peuvent toujours être représentées sous une forme diagonale qui fait clairement apparaître les modes de déformation inextensible.

Problème	Caractéristiques	Matrice de raideur élastique cible
Liaison pivot d'axe (O, \mathbf{e}_1)	<ul style="list-style-type: none"> - $m = 1$ - $\mathcal{M}_1 = [0, 0, 0, 1, 0, 0]^T$ - $r = 5$ 	$\mathbf{K}_e^* = \text{diag}(K_t, K_t, K_t, 0, K_\theta, K_\theta)$
Liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	<ul style="list-style-type: none"> - $m = 1$ - $\mathcal{M}_1 = [1, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ - $r = 5$ 	$\mathbf{K}_e^* = \text{diag}(0, K_t, K_t, K_\theta, K_\theta, K_\theta)$
Liaison sphérique de centre O	<ul style="list-style-type: none"> - $m = 3$ - $\mathcal{M}_1 = [0, 0, 0, 1, 0, 0]^T$ - $\mathcal{M}_2 = [0, 0, 0, 0, 1, 0]^T$ - $\mathcal{M}_3 = [0, 0, 0, 0, 0, 1]^T$ - $r = 3$ 	$\mathbf{K}_e^* = \text{diag}(K_t, K_t, K_t, 0, 0, 0)$

Tableau 3.1 – Caractéristiques et matrices de raideur élastique des problèmes de synthèse traités.

Nous choisissons ici des raideurs linéaires K_t et des raideurs angulaires K_θ identiques suivant les axes contraints. Dans la suite, et afin de démontrer l'intérêt de la méthode pour trouver des nouveaux arrangements, nous choisissons des valeurs numériques arbitraires pour ces coefficients. Des solutions avec un nombre minimal et non-minimal d'éléments sont toutes les deux générées.

Dans chaque cas, le système non-linéaire contraint (3.5)-(3.6) est résolu numériquement, et le vecteur \mathbf{u} est dans un premier temps initialisé de manière aléatoire.

Les arrangements présentés nous semblent d'intérêt pour la conception de composants à raideur variable, et n'ont pas été proposés à ce jour dans la littérature. Ils sont simplement commentés, l'ensemble des détails sur les jeux de paramètres et leur interprétation étant fourni en annexe C.

3.1.4.1 Solutions à nombre minimal d'éléments

Les conditions de synthèse pour les problèmes de synthèse à nombre minimal d'éléments sont regroupées dans le tableau 3.2. Pour ces différents problèmes, nous avons imposé le mode de précontrainte tel que tous les éléments puissent être mis en tension de manière uniforme, *i.e.* pour des tensions égales dans tous les éléments. On choisit ici un vecteur \mathbf{t}_0 qui impose une tension égale à 1 dans chacun des n éléments.

	Problème (a) : Liaison pivot d'axe (O, \mathbf{e}_1)	Problème (b) : Liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	Problème (c) : Liaison sphérique de centre O
Matrice de raideur cible \mathbf{K}_e^*	diag(1, 1, 1, 0, 10, 10)	diag(0, 1, 1, 10, 10, 10)	diag(1, 1, 1, 0, 0, 0)
Raideur(s) antagoniste(s) cible(s)	$K_a^1 = 10$	$K_a^1 = 1$	$K_a^1 = K_a^2 = K_a^3 = 10$
Nombre d'éléments n	6	6	4
Mode de précontrainte $\mathbf{N}_\mathcal{S}$	$[1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1, 1]^T$
Jeu de précontrainte \mathbf{t}_0	$[1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1, 1]^T$

Tableau 3.2 – Conditions de synthèse pour des solutions à nombre minimal d'éléments ($s = 1$).

Les solutions obtenues par notre méthode pour ces 3 problèmes sont regroupées dans le tableau 3.3. Les directions des modes de déformation inextensible sont rappelées sur les solutions par les flèches bleues.

Problème (a) : dans l'arrangement obtenu pour la liaison pivot, les axes des éléments sont coïncidents sur l'axe \mathbf{e}_1 . La symétrie de la solution assure par ailleurs un niveau de raideur identique suivant les trois translations et les deux rotations contraintes.

Problème (b) : pour la liaison prismatique, les axes des éléments sont contenus dans des plans orthogonaux à \mathbf{e}_1 . Comme pour le problème (a), l'arrangement symétrique assure un niveau de raideur identique suivant les deux translations et les trois rotations contraintes.

Problème (c) : la liaison sphérique est obtenue en disposant symétriquement les quatre éléments autour de O , avec leurs axes coïncidents en ce point.

Solution synthétisée			
Problème (a) : liaison pivot d'axe (O, e_1)	<p>Vue générale</p>	<p>Vue de droite</p>	<p>Vue de face</p>
Problème (b) : liaison prismatique d'axe (O, e_1)	<p>Vue générale</p>	<p>Vue de droite</p>	<p>Vue arrière</p>
Problème (c) : liaison sphérique de centre O			

Tableau 3.3 – Arrangements minimaux ($s = 1$).

3.1.4.2 Solutions à nombre non-minimal d'éléments

Les conditions de synthèse pour les problèmes à nombre non-minimal d'éléments sont regroupées dans le tableau 3.4. Comme pour les problèmes précédents, les modes de précontrainte sont choisis de manière à ce que tous les éléments puissent être mis en tension de manière uniforme. On choisit une nouvelle fois \mathbf{t}_0 comme un jeu de tensions unitaires dans les n éléments. Les solutions obtenues pour un nombre non-minimal d'éléments sont regroupées dans le tableau 3.5.

La liaison prismatique est synthétisée pour $n = 10$, ce qui permet d'imposer cinq modes de précontrainte indépendants. Les problèmes (d) et (e) illustrent deux solutions issues de deux choix différents sur la forme des modes de précontrainte en gardant les autres conditions de synthèse inchangées.

	Problème (d) : liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	Problème (e) : liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	Problème (f) : liaison sphérique de centre O
Matrice de raideur cible \mathbf{K}_e^*	diag(0, 1, 1, 10, 10, 10)	diag(0, 1, 1, 10, 10, 10)	diag(1, 1, 1, 0, 0, 0)
Raideur(s) antagoniste(s) cible(s)	$K_a^1 = 1$	$K_a^1 = 1$	$K_a^1 = K_a^2 = K_a^3 = 10$
Nombre d'éléments n	10	10	6
Nombre de mode de précontrainte s	5	5	3
Mode de précontrainte $\mathbf{N}_{\mathcal{S}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Jeu de précontrainte \mathbf{t}_0	$[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$

Tableau 3.4 – Conditions de synthèse pour des solutions à nombre non-minimal d'éléments ($s > 1$).

	Solution synthétisée
Cas (d) : liaison prismatique d'axe (O, e_1)	
Cas (e) : liaison prismatique d'axe (O, e_1)	
Cas (f) : liaison sphérique de centre O	

Tableau 3.5 – Arrangements à plusieurs modes de précontrainte ($s > 1$).

Problème (d) : dans ce premier problème, on impose de pouvoir précontraindre indépendamment les cinq paires éléments $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$, $\{5, 6\}$, $\{7, 8\}$ et $\{9, 10\}$. On constate que les éléments sont alors arrangés de manière à ce que toutes ces paires d'éléments soient colinéaires, ce qui permet de satisfaire cette condition. Par ailleurs, comme pour le problème (b), les axes des éléments sont contenus dans des plans orthogonaux à \mathbf{e}_1 .

Problème (e) : dans ce deuxième problème, on impose de pouvoir précontraindre indépendamment les cinq sextuplets d'éléments $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ et $\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. La solution trouvée, bien que peu intuitive, satisfait ces modes de précontrainte complexes, et les axes des éléments sont une nouvelle fois contenus dans des plans orthogonaux à \mathbf{e}_1 .

Problème (f) : la liaison sphérique est ici synthétisée en considérant $n = 6$ éléments, et on impose de pouvoir précontraindre indépendamment les trois paires d'éléments $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$ et $\{5, 6\}$. Comme pour le problème (d), la solution obtenue propose donc une disposition avec des paires d'éléments colinéaires. On retrouve par ailleurs la même propriété que pour la solution du problème (c) où les axes des éléments s'intersectent en O .

Pour les problèmes (d) et (e), on constate qu'il y a collision entre les éléments. La méthode n'incluant pas de critère pour éviter de telles collisions, ces solutions ne sont pas exclues pendant l'optimisation mais sont peu exploitables pour une implémentation. Elles montrent en revanche la capacité de la méthode à fournir des arrangements nouveaux, et à identifier des solutions pour des cas complexes de synthèse.

3.2 Exploration de l'espace des solutions

Afin d'offrir au concepteur des solutions alternatives pour un problème de synthèse donné, il nous semble d'intérêt de chercher à explorer l'espace des solutions à partir d'une solution initiale.

A ce jour, il n'existe pas d'étude relative aux propriétés des solutions pour une matrice donnée. Du point de vue du concepteur, il serait pourtant d'intérêt de connaître par exemple l'impact d'une transformation de l'arrangement des éléments sur la forme de la matrice de raideur, et notamment les transformations qui gardent cette matrice inchangée ou qui garantissent certaines de ses propriétés, telles que son rang ou la nullité de certaines de ses composantes. Un aspect de cette problématique est abordé par Choi et al. dans [Choi 2002] pour une matrice de rang 6, avec une proposition d'adaptation de la méthode de [Roberts 1999] en décomposant \mathbf{K}_e en la somme de deux matrices de raideur de rang 3 assurées chacune par trois éléments disposés en respectant certaines conditions. Ce résultat n'est néanmoins pas généralisable à des matrices singulières et pour plus de six éléments.

3.2.1 Classification par les variétés de Grassmann

On constate que, dans la section précédente, les solutions pour une matrice \mathbf{K}_e^* donnée possèdent des caractéristiques indépendantes du nombre d'éléments considérés dans les conditions de synthèse. Pour la liaison pivot, les axes de tous les éléments sont coïncidents sur l'axe de la liaison. Pour la liaison prismatique, ils sont tous contenus dans des plans orthogonaux à l'axe de la liaison. Pour la liaison sphérique, ils sont tous coïncidents au centre de la liaison.

On voit ici la traduction géométrique de la perte de rang de \mathbf{K}_e , et donc de celle de \mathbf{S} . Or \mathbf{S} représente les axes des éléments sous forme de coordonnées de Plücker. Mathématiquement, une perte de rang de \mathbf{S} signifie qu'il y a une ou plusieurs relations de dépendance linéaire entre les vecteurs qui la composent.

Il semble que ce type de dépendance soit fonction de la singularité considérée. Nous proposons donc de classer les solutions obtenues en nous basant sur les variétés de Grassmann. Cette théorie permet en effet une classification intéressante des singularités, qui a été utilisée par de nombreux auteurs pour classer ou détecter les singularités de robots parallèles en fonction de la configuration de ses segments [Merlet 1989, Dietrich 2010, Hao 1998, Monsarrat 2001] ou encore pour étudier la rigidité de réseaux spatiaux [Dandurand 1984].

3.2.1.1 Variétés de Grassmann

Grassmann a proposé une classification des ensembles de lignes sous forme de variétés. Une variété de rang n est un ensemble topologique de lignes² qui forment un système de rang n . La variété de rang 0 est l'ensemble vide (aucune ligne de l'espace), et la variété de rang 6 l'ensemble des lignes de l'espace [Dandurand 1984]. Tout ensemble de lignes appartient à l'une des variétés de Grassmann, de rang 0 à 6. Un ensemble de n lignes représente alors un système singulier si et seulement s'il appartient à une variété de rang strictement inférieur à n . Un exemple simple est représenté Fig. 3.3 afin d'illustrer notre propos. En (a), les lignes 1 et 2 sont gauches dans l'espace. Leurs coordonnées de Plücker exprimées dans le même repère vont être linéairement indépendantes, et ces lignes forment donc une variété de Grassmann de rang 2. Il s'agit ainsi d'un système régulier, car les deux lignes que le composent forment une variété de rang 2. En (b), une ligne 3 colinéaire à 1 est ajoutée au système. Il existe donc une relation de dépendance linéaire triviale entre les coordonnées des deux lignes. Par conséquent, le système ainsi formé reste de rang 2, et est donc singulier. Supposons que ces lignes représentent les axes des éléments d'un système élastique. La singularité du système traduit ici le fait que les 3 éléments ne contraignent que 2 directions de l'espace, car les coordonnées de Plücker de leurs axes ne sont pas linéairement indépendantes.

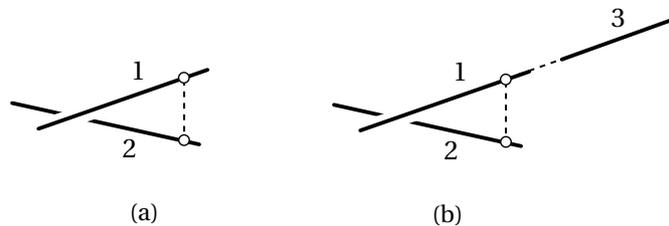


FIGURE 3.3 – Exemples de systèmes (a) régulier ; (b) singulier.

Une variété de rang inférieur à 6 correspond donc à un système physique de 6 éléments ou plus, dans lequel au moins une direction de l'espace n'est pas cinématiquement contrainte par ces éléments, et qui en fait donc un système singulier. A ce titre, les variétés de Grassmann semblent donc un moyen pertinent de classer les solutions singulières obtenues avec notre algorithme de synthèse.

3.2.1.2 Classifications des solutions

La classification des solutions de synthèse obtenues dans les cas (a) à (f) est représentée dans le tableau 3.6 avec une description de la variété de Grassmann correspondante. Notons ici que nous ne prétendons pas être capable de généraliser cette classification à toute solution issue de la méthode de synthèse. Les variétés de Grassmann permettent cependant dans ces cas spécifiques de formaliser les similitudes constatées entre les solutions pour une même matrice de raideur³.

2. Les différentes variétés de Grassmann de rang 1 à 5 sont expliquées dans [Merlet 1989].

3. Tous les détails sur ces singularités sont par ailleurs fournis en annexe C.

Chapitre 3. Conception de systèmes précontraints à raideur variable

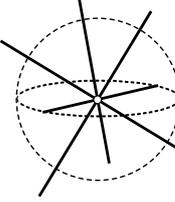
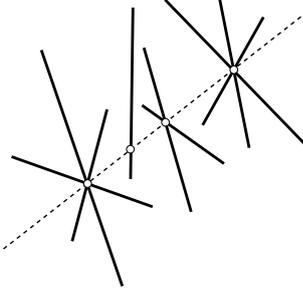
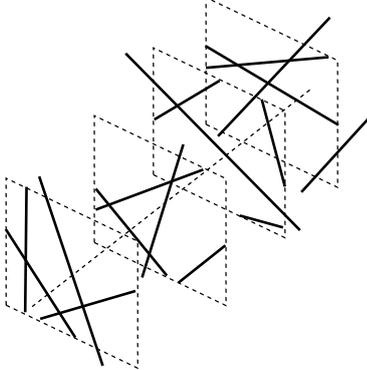
Problèmes	Description de la variété	Rang	Représentation
(c), (f)	Ensemble des lignes appartenant à un faisceau spacial, <i>i.e.</i> passant par le même point d'intersection dans l'espace.	3	
(a)	Ensemble des lignes appartenant à des faisceaux spatiaux dont les centres sont alignés sur un ligne de l'espace (aussi appelé <i>complexe spécial</i> ou <i>singulier</i>).	5	
(b), (d), (e)	Ensemble des lignes appartenant à des plans parallèles.	5	

Tableau 3.6 – Classification des solutions aux problèmes de synthèse par les variétés de Grassmann.

Ici, nous mettons en effet en évidence que les solutions pour une même matrice \mathbf{K}_e appartiennent à la même variété de Grassmann qui rend en fait compte du type de singularité de l'arrangement. Ce raisonnement est maintenant étendu en cherchant à explorer l'espace des solutions pour un même problème de synthèse. Cela est notamment possible en utilisant le principe de continuation du premier ordre exposé en section 2.2.4.1.

3.2.2 Formulation de la méthode

3.2.2.1 Méthode

Notons \mathcal{R} le système d'équations non-linéaire (3.5) décrivant le problème de synthèse, constitué de k équations. Soit \mathbf{u}_0 la solution d'un problème de synthèse. On a alors

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}_0) = \mathbf{0} \tag{3.7}$$

qui est l'évaluation des équations de \mathcal{R} en \mathbf{u}_0 . Nous cherchons à explorer l'espace des solutions *i.e.* trouver des arrangements voisins de l'arrangement initial qui restent solutions du problème de synthèse.

La méthode de prédiction/correction déjà introduite en section 2.2.4.1 permet d'implémenter cette

Chapitre 3. Conception de systèmes précontraints à raideur variable

exploration. Cette méthode de continuation du premier ordre consiste en deux étapes :

- perturber la solution d'une perturbation $\delta \mathbf{u}$ (phase de prédiction),
- corriger les paramètres perturbés afin de trouver une nouvelle solution au voisinage de la première (phase de correction).

La deuxième étape consiste à chercher à résoudre à nouveau le système d'équations avec comme condition initiale le jeu de paramètres perturbé $\mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u}$. Cette méthode nécessite avant tout de perturber le jeu de paramètres dans une direction donnée, *i.e.* choisir un $\delta \mathbf{u}$ adéquat. Pour ce faire, on introduit le jacobien \mathbf{J} du système \mathcal{R} défini comme

$$\mathbf{J}\delta \mathbf{u} = \delta \mathcal{R} \quad (3.8)$$

où $\delta \mathcal{R} = [\delta \mathcal{R}_1, \dots, \delta \mathcal{R}_k]^T$ est le résidu des équations introduit par une perturbation infinitésimale $\delta \mathbf{u} = [\delta u_1, \dots, \delta u_{8n}]^T$ du vecteur de paramètre initial tel que

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u}) = \delta \mathcal{R} \quad (3.9)$$

On peut écrire \mathbf{J} sous la forme de la matrice ($k \times 8n$) suivante

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\delta \mathcal{R}_1}{\delta u_1} & \cdots & \frac{\delta \mathcal{R}_1}{\delta u_{8n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta \mathcal{R}_k}{\delta u_1} & \cdots & \frac{\delta \mathcal{R}_k}{\delta u_{8n}} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Le terme $\frac{\delta \mathcal{R}_i}{\delta u_j}$ décrit l'influence d'une perturbation du j -ème paramètre sur le résidu de la i -ème équation. Un choix pertinent quant à la direction de perturbation consiste à considérer un *prédicteur tangent* qui ne modifie pas le résidu au premier ordre. Pour cela, on utilise le noyau \mathcal{N} de \mathbf{J} qui contient l'ensemble des perturbations du vecteur de paramètres initial qui ne modifie pas le résidu de \mathcal{R} au premier ordre. En effet, pour une perturbation infinitésimale $\delta \mathbf{u}$ on a

$$\forall \delta \mathbf{u} \in \mathcal{N}, \mathbf{J}\delta \mathbf{u} = \delta \mathcal{R} \simeq \mathbf{0} \quad (3.11)$$

Soit $[\mathbf{N}_1, \dots, \mathbf{N}_q]$ une base de \mathcal{N} , \mathbf{N}_i est un vecteur à $8n$ composantes tel que

$$\forall i \in \{1, \dots, q\} \mathcal{R}(\mathbf{u}_0 + a\mathbf{N}_i(\mathbf{u}_0)) \simeq \mathbf{0} \quad (3.12)$$

avec a un scalaire petit. On désigne \mathbf{N}_i comme un *mode de perturbation*. Une perturbation $\delta \mathbf{u}$ calculée comme une combinaison linéaire des vecteurs de base de \mathcal{N} , *i.e.* par

$$\delta \mathbf{u} = \sum_{i=1}^q a_i \mathbf{N}_i(\mathbf{u}_0) \quad (3.13)$$

ne modifie pas le résidu de \mathcal{R} au premier ordre. La méthode de prédiction/correction consiste alors à répéter la procédure illustrée Fig. 3.4. Elle consiste à résoudre de manière itérative le système \mathcal{R} en perturbant le vecteur de paramètre initial \mathbf{u}_0 de manière tangente.

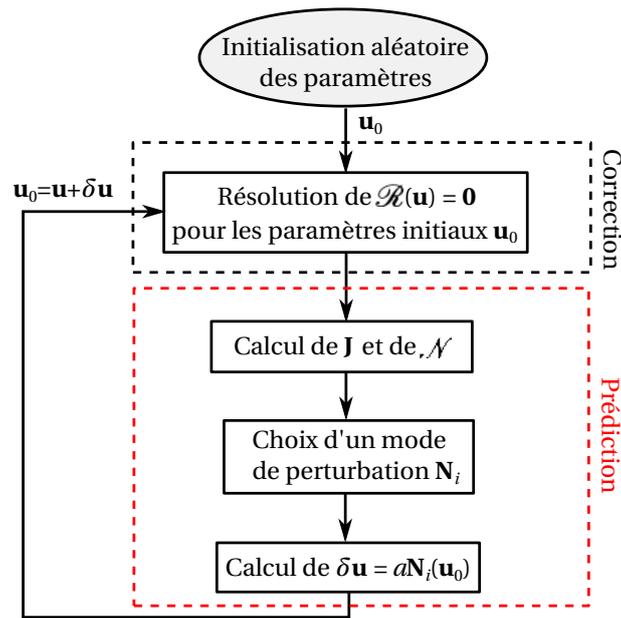


FIGURE 3.4 – Méthode de prédiction/correction.

3.2.2.2 Illustration

Pour illustrer le principe de la méthode, considérons l'exemple très simple d'un ensemble de solutions décrits dans l'espace des paramètres (u_1, u_2) par un cercle centré à l'origine d'un plan (O, x, y) , comme illustré Fig. 3.5.

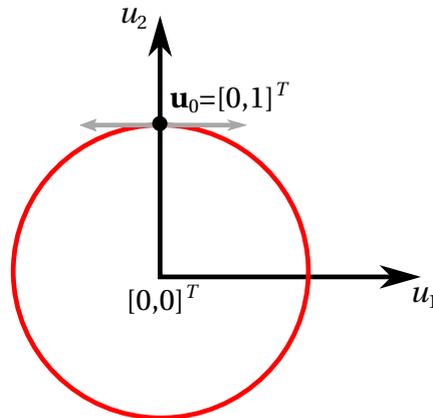


FIGURE 3.5 – Exemple de la méthode de perturbation.

On a ici $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$, et la fonction \mathcal{R} est définie comme

$$\begin{aligned} \mathcal{R} : \quad \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (u_1, u_2) &\mapsto u_1^2 + u_2^2 - 1 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Considérons que l'on cherche à déterminer l'ensemble de ces solutions à partir de la solution initiale $\mathbf{u}_0 = [0, 1]^T$. La détermination des modes de perturbations du système consiste à calculer le jacobien de la fonction, qui s'exprime ici très facilement en dérivant partiellement \mathcal{R} par rapport aux

inconnues tel que

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial u_1} & \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial u_2} \end{bmatrix} = [2u_1 \ 2u_2] \quad (3.15)$$

dont le noyau de dimension 1 possède la base triviale suivante

$$\mathbf{N}_1 = [-2u_2, 2u_1]^T \quad (3.16)$$

L'unique mode de perturbation du système autour de la solution initiale \mathbf{u}_0 s'exprime donc comme

$$\delta \mathbf{u} = [-2a, 0]^T \quad (3.17)$$

qui correspond, au premier ordre, à une perturbation tangente au cercle représentée Fig. 3.5 par la flèche grise. Cela constitue en effet une perturbation qui permet, en choisissant a petit, de rester sur le cercle.

On constate ici que, avant même de perturber la solution, la détermination des modes de perturbation donne des informations sur la nature de l'espace de solutions, ici la tangente du cercle.

Dans notre cas, la détermination des modes de perturbation donne donc des informations intéressantes sur les transformations au premier ordre qui gardent le système solution du problème de synthèse.

3.2.3 Application aux solutions issues de la méthode de synthèse

3.2.3.1 Modes de perturbations

Nous proposons donc avant tout d'identifier et d'interpréter les modes de perturbation pour les solutions synthétisées dans la section précédente. Pour des raisons de volume, nous nous limitons aux cas (a), (b) et (c), les arrangements à nombre d'éléments minimal pour les liaisons pivot, prismatique et sphérique. La méthode peut être appliquée aux autres cas de manière identique.

Les premiers modes de déformation pour chacun des arrangements sont illustrés Fig. 3.6. La perturbation correspondante est représentée par les flèches en niveaux de gris tangentes au déplacement infinitésimal des éléments.

(a) Liaison pivot : le mode de perturbation présenté correspond à une rotation des éléments $\{1, 2, 4\}$ autour de l'axe \mathbf{e}_1 . Cette transformation semble en effet laisser invariante la matrice de raideur, et ne modifie pas les modes de précontrainte. On constate aussi que la solution reste dans la même variété de Grassmann : les axes des éléments s'intersectent sur \mathbf{e}_1 .

(b) Liaison prismatique : le mode de perturbation correspond à un déplacement des éléments dans les plans orthogonaux à \mathbf{e}_1 tout en conservant leur arrangement symétrique initial. Tout comme pour le premier cas, cette perturbation conserve la solution dans la même variété de Grassmann.

(c) Liaison sphérique : le mode de perturbation correspond à une rotation des éléments autour de O . Encore une fois, la solution perturbée appartient localement à la même variété de Grassmann.

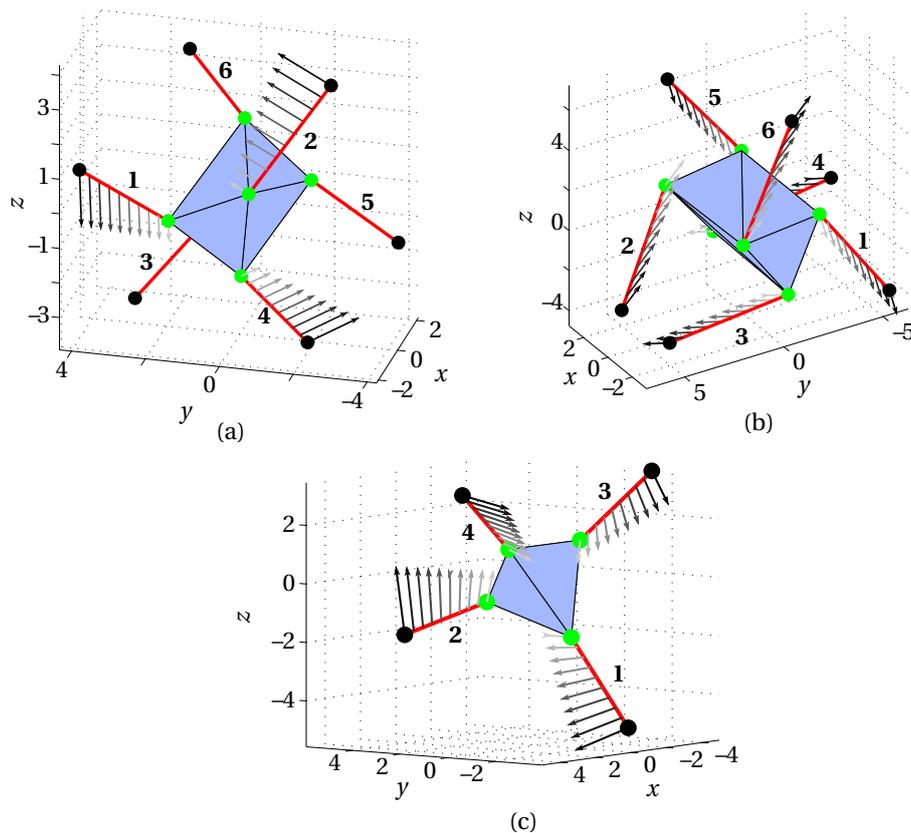


FIGURE 3.6 – Premier mode de perturbation pour les liaisons pivot (a), prismatique (b) et sphérique (c).

3.2.3.2 Transformations finies

Ces résultats ne permettent de conclure que pour des variations au premier ordre, qui respectent la résolution du système linéarisé autour d'une solution. Il est bien plus intéressant de pouvoir considérer des transformations d'amplitude finie, comme le permet la méthode de perturbation/correction illustrée Fig. 3.4.

La méthode proposée est pour cela évaluée pour le premier mode de perturbation de la liaison pivot (voir Fig. 3.6(a)). L'évolution des paramètres en fonction du nombre d'itérations est illustrée Fig. 3.7. On y représente les coordonnées (s_x, s_y, s_z) et (r_x, r_y, r_z) des vecteurs \mathbf{s}_i et \mathbf{r}_i des six éléments élastiques projetés dans le repère $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. Les longueurs l_i et les raideurs k_i restent inchangées et ne sont pas représentées.

On constate que les positions des éléments 3, 5 et 6 restent les mêmes au cours des itérations. La perturbation engendre une rotation des éléments 1, 2 et 4 autour de l'axe (O, \mathbf{e}_1) par rapport à la configuration initiale. Cette transformation est représentée pour les itérations 1, 7 et 14 sur la Fig. 3.8. Trois valeurs successives de l'angle β , caractérisant la rotation, y sont représentées et sont notées β_1, β_2 et β_3 . Ce résultat montre que dans ce cas, le comportement constaté au premier ordre est également valide pour un déplacement fini. Pour le besoin considéré, *i.e.* disposer d'une liaison pivot à raideur variable, nous avons ainsi à disposition 14 solutions alternatives générées à partir d'un arrangement, ce qui augmente d'autant le nombre de possibilités pour le concepteur.

Il est difficile de garantir que ces transformations sont toujours possibles, ou même que la résolution numérique suite à une perturbation converge bien vers une solution au voisinage de la précédente.

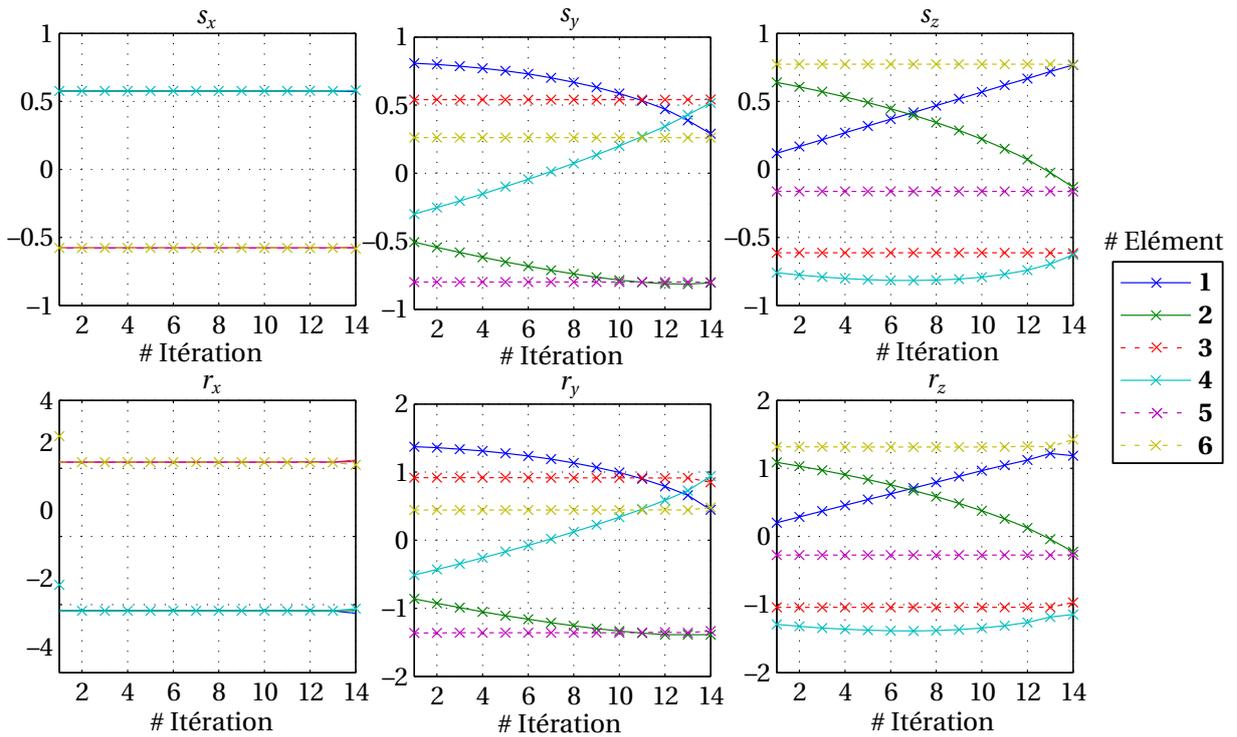


FIGURE 3.7 – Évolution des paramètres de la liaison pivot.

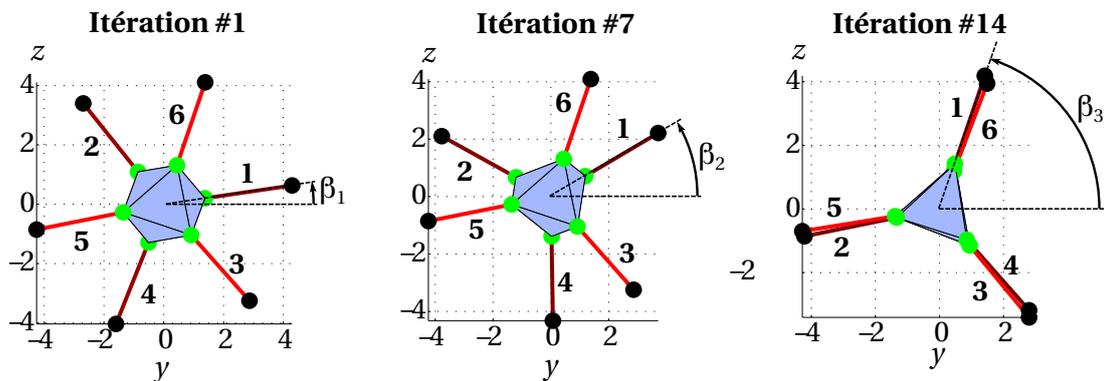


FIGURE 3.8 – Représentation du système dans le plan $(O, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ pour 3 itérations différentes.

Cette procédure dépend en effet du scalaire a qui doit être choisi suffisamment grand pour perturber la solution initiale, sans pour autant diverger vers une solution qui n'est pas à son voisinage. Enfin, cette méthode ne donne pas d'information sur la continuité des solutions entre deux solutions au voisinage l'une de l'autre. Une perspective pour répondre à cette question consisterait, par exemple, à utiliser les outils de continuation de haut-degré introduits au chapitre 2.

3.2.4 Bilan

Nous avons proposé une méthode de synthèse qui permet de générer des systèmes élastiques singuliers adaptés à la conception de composants à raideur variable. Nous avons démontré l'efficacité de la méthode pour générer plusieurs arrangements d'intérêt pour des liaisons pivot, prismatique et sphérique, avec un ou plusieurs modes de précontrainte. Ces solutions ont été classifiées par les variétés de Grassmann. Cette classification a permis de mettre en avant plusieurs points communs entre les différentes solutions générées pour une même matrice de raideur. Cela nous a finalement mené à chercher les transformations d'un arrangement initial qui laissent ses propriétés inchangées dans le but de proposer des arrangements alternatifs au concepteur. Nous avons tout d'abord identifié les déplacements du premier ordre répondant à cette description. Nous avons ensuite proposé une méthode d'exploration de l'espace des solutions par perturbation, et démontré son intérêt sur l'arrangement minimal trouvé précédemment pour la liaison pivot.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous proposons maintenant d'implémenter et de valider expérimentalement un des arrangements issu de la méthode de synthèse, en nous intéressant plus particulièrement aux contraintes d'intégration à respecter pour garantir la compatibilité IRM d'une telle solution.

3.3 Développement et évaluation d'une liaison sphérique à raideur variable

3.3.1 Motivation

Nous choisissons le cas de la liaison sphérique à raideur variable. Ce choix est motivé par plusieurs raisons. Tout d'abord, ces mobilités paraissent d'intérêt dans plusieurs contextes applicatifs en environnement IRM. Dans le cas des procédures percutanées sous guidage IRM, une assistance robotique peut être précieuse pour le contrôle de l'orientation de l'aiguille, après le choix du point d'insertion. Le contrôle de la raideur de saisie de l'aiguille autour de ce centre de rotation revient à interposer une liaison sphérique à raideur variable entre l'aiguille et le manipulateur robotique destiné au contrôle de l'orientation. Dans les cas d'interfaces haptiques compatible IRM, une liaison sphérique constitue par ailleurs un composant intéressant pour réaliser une interface avec laquelle le sujet interagit. Contrairement au cas traité en fin de chapitre 2, il s'agit de plus d'un composant qui comporte plusieurs modes de déformation inextensible en rotation, ce qui permet de considérer une situation plus complexe, avec de multiples degrés de liberté et où un raisonnement intuitif est limité. Nous avons publié le développement présenté dans la suite dans [Boehler 2016].

3.3.2 Solution proposée

La solution retenue est celle correspondant au cas de synthèse (f) présenté en section 3.1.4. L'arrangement est rappelé Fig. 3.9(a). Les six éléments sont agencés en trois paires d'éléments colinéaires antagonistes passant par le centre O de la liaison. De cette manière, les éléments $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$ et $\{5, 6\}$

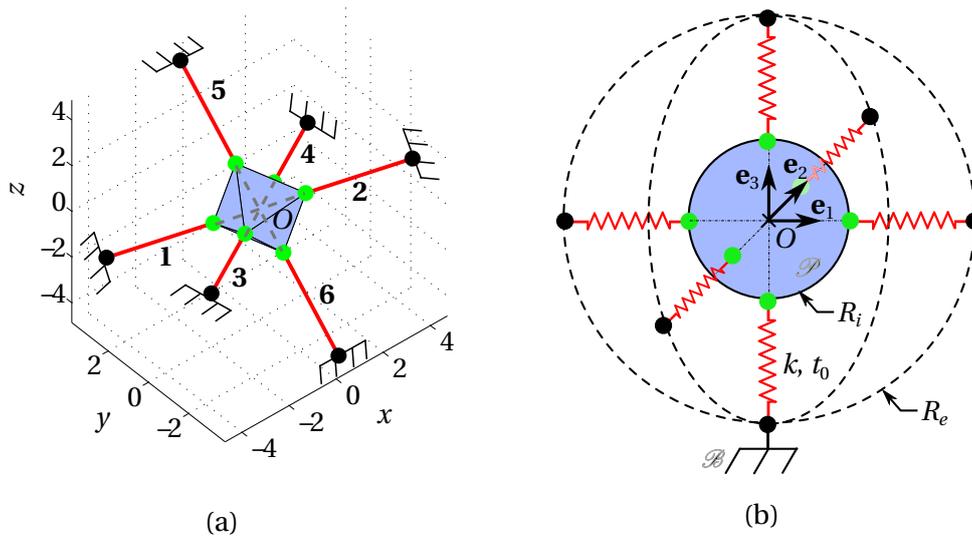


FIGURE 3.9 – Synthèse d’une liaison sphérique à raideur variable ; (a) solution du processus de synthèse (b) paramétrage de la solution.

peuvent être indépendamment précontraints, et les rotations de l’effecteur suivant les trois axes principaux du repère $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ constituent les modes de déformation inextensible. Dans ce cas d’étude cependant, nous considérons une précontrainte uniforme dans les 6 éléments, qui est par ailleurs compatible avec ces modes de précontrainte. Ce choix permet de faciliter l’implémentation de la solution. Le paramétrage de cet agencement est illustré Fig. 3.9(b). On considère ici que les nœuds sur le bâti et l’effecteur sont respectivement sur des cercles de rayons R_e et R_i .

3.3.2.1 Matrice de raideur en configuration nominale

En configuration nominale, la matrice de raideur s’exprime sous la forme

$$\mathbf{K} = \text{diag}(K_t, K_t, K_t, K_\theta, K_\theta, K_\theta) \quad (3.18)$$

et se décompose en sa partie élastique et antagoniste comme suit

$$\mathbf{K}_e = \text{diag}(2k, 2k, 2k, 0, 0, 0), \quad \mathbf{K}_a = \text{diag}(K_t^a, K_t^a, K_t^a, K_\theta^a, K_\theta^a, K_\theta^a) \quad (3.19)$$

avec K_t^a la raideur antagoniste en translation, et K_θ^a la raideur antagoniste en rotation qui s’exprime en fonction des paramètres géométriques et de la précontrainte comme

$$K_t^a = \frac{4t_0}{R_e - R_i}, \quad K_\theta^a = 4R_i t_0 \left(\frac{R_e}{R_e - R_i} \right) \quad (3.20)$$

par application de (2.32). Comme évoqué dans la section 3.3.2, \mathbf{K}_e est singulière et les rotations de l’effecteur autour du centre de rotation O sont possibles sans déformation des éléments. La raideur en rotation est donc ici entièrement contrôlée par le niveau de précontrainte dans les éléments, sans influence de leur raideur axiale k .

Cet arrangement peut assurer également un comportement cinématique satisfaisant en ajustant k de manière à borner les déplacements parasites suivant les trois translations de l’espace lorsqu’une sollicitation extérieure est appliquée sur \mathcal{P} .

3.3.2.2 Normalisation de la matrice de raideur

Les coefficients de la matrice de raideur pris indépendamment ne suffisent pas à exprimer le bon comportement du système. En effet, les coefficients des raideurs en translation et en rotation ne sont pas homogènes et comparables. Leur comparaison est un problème bien connu pour la conception de liaisons compliantes, pour lesquelles plusieurs méthodes ont été proposées afin de normaliser la matrice de raideur, et donc de rendre ses coefficients homogènes et comparables [Berselli 2014, Moon 2002, Trease 2005].

Nous proposons ici d'employer une variante de la méthode proposée dans [Moon 2002, Trease 2005] qui considère que le chargement extérieur est appliqué à l'extrémité d'un bras de levier de longueur L_R relié à l'effecteur. L'utilisation de cette longueur permet ainsi de considérer l'effort généré à l'extrémité du levier qui génère un moment sur l'effecteur, et le déplacement à l'extrémité du levier résultant d'une variation d'orientation de l'effecteur. Bien que le choix de L_R puisse être délicat et fortement dépendant de l'application considéré, cette méthode permet une homogénéisation simple et directe de la matrice de raideur [Bruyas 2015a].

Les coefficients \hat{K}_{ij} , $i \in \{1, \dots, 6\}$, $j \in \{1, \dots, 6\}$ de la matrice de raideur normalisée $\hat{\mathbf{K}}$ sont ainsi obtenus de la manière suivante

$$\hat{K}_{ij} = \begin{cases} K_{ij}/K_t^{max} & \text{si } i = j, i \leq 3 \\ K_{ij}/(K_t^{max} L_R^2) & \text{si } i = j, i \geq 4 \\ K_{ij}/(K_t^{max} L_R) & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (3.21)$$

avec K_t^{max} la raideur maximale en translation dans la matrice \mathbf{K} . De cette manière, les coefficients de la matrice de raideur sont sans dimension et compris entre 0 et 1. Les différents coefficients de la matrice $\hat{\mathbf{K}}$ pourront ainsi être directement comparés afin de valider le comportement cinématique du système synthétisé.

3.3.3 Intégration

Le dimensionnement du système est dépendant de l'intégration envisagée afin de le rendre compatible IRM. Comme cela a été évoqué en section 1.1.1, les contraintes d'intégration sont multiples. Elles portent notamment sur les matériaux, la technologie d'actionnement et les dimensions du système.

3.3.3.1 Choix des matériaux

Les choix des matériaux et du procédé de fabrication sont liés. Nous envisageons l'utilisation du procédé PolyJet [Stratasys] tout comme dans la section 2.3.5. Un tel procédé présente l'intérêt de permettre l'implémentation de géométries complexes, et ce à l'aide de matériaux polymères ou élastomères compatibles IRM.

3.3.3.2 Choix de la technologie d'actionnement

L'actionnement du système doit permettre de générer la précontrainte dans les éléments. Comme nous souhaitons générer des précontraintes dans les six éléments de manière uniforme, un tel actionnement peut être délicat au regard de leur arrangement dans l'espace. Dans la section 2.3.5, nous avons choisi un actionnement à l'aide d'une bague de précontrainte. Il permettait alors la génération d'un effort uniforme dans quatre éléments coplanaires. La méthode n'est pas adaptée à cette situation, à cause de

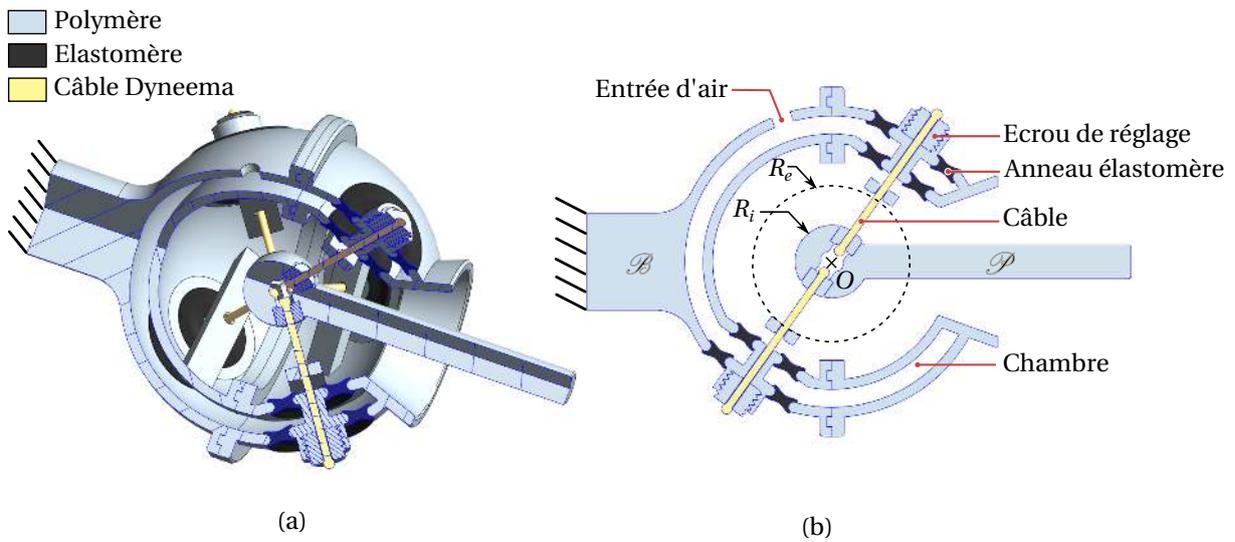


FIGURE 3.10 – CAO du système en configuration nominale. (a) Vue de section 3D. (b) Vue en section dans le plan d'une paire de câbles antagonistes.

la disposition non-coplanaire des éléments.

Notre choix se porte donc ici sur l'actionnement pneumatique. D'une part, il constitue l'une des technologies compatibles avec l'environnement IRM. D'autre part, il est considéré comme intéressant dans la littérature pour sa facilité à générer des efforts surfaciques, ce qui peut s'avérer d'intérêt pour ici produire une précontrainte uniforme dans plusieurs directions différentes de l'espace.

3.3.3.3 Solution proposée

Le dispositif proposé est représenté Fig. 3.10. Il se présente sous forme de deux coques sphériques concentriques dont la chambre interne peut être mise sous pression. Le procédé de fabrication additive permet la production de ce dispositif de manière monobloc, avec un élément composé d'un matériau polymère rigide, et d'un matériau élastomère. L'utilisation de l'élastomère permet d'apporter de la compliance au dispositif, et également de permettre la génération de la précontrainte sur les câbles supposés rigides (Dyneema®, \varnothing 1.5 mm).

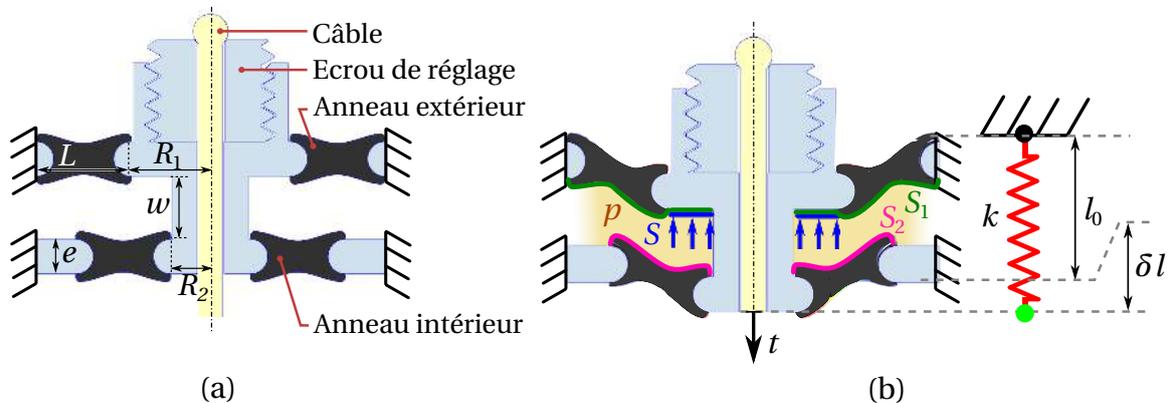


FIGURE 3.11 – Système de génération de précontrainte. (a) Géométrie du système ; (b) Comportement élastique sous un effort extérieur t et une pression p de la chambre.

Les éléments élastiques sont représentés de manière détaillée sur la Fig. 3.11(a) lorsque le système est en position nominale, sans tension dans l'élément ou pression dans la chambre. Ils sont constitués de deux anneaux en matériau élastomère. La Fig. 3.11(b) illustre la situation obtenue quand la chambre interne est mise sous pression et que l'élément est sous tension. La différence entre les aires des surfaces S_1 sur l'anneau extérieur, et S_2 sur l'anneau intérieur permet alors de créer un effort de précontrainte proportionnel à la pression p imposée dans la chambre hermétique située entre les deux anneaux, faisant ainsi action sur la surface S . Un écrou de réglage permet un réglage initial du niveau de précontrainte.

Ce système peut-être modélisé par un ressort précontraint de raideur équivalente k illustré sur la droite de la Fig. 3.11(b). Dans ce cas, la tension du ressort équivalent dépend d'une part de la pression p , et de la déflexion δl de l'élément mobile par rapport à la configuration nominale (ici représentée par une longueur à vide l_0). On utilise dans la suite le modèle linéaire suivant pour dimensionner et analyser le système :

$$t = k.\delta l + a.p \quad (3.22)$$

où k et a sont des paramètres dépendants du matériau et de la géométrie du système. On distingue ainsi les deux termes suivants de l'équation (3.22)

- $t_d = k.\delta l$: qui dépend de la déformation élastique de l'élastomère.
- $t_0 = a.p$: aussi appelé effort de précontrainte qui dépend de la pression p .

3.3.4 Dimensionnement

3.3.4.1 Démarche

Nous choisissons ici d'implémenter un prototype dont le niveau de variation de raideur et de plage angulaire permettent une évaluation aisée.

Pour cette raison, nous imposons un diamètre extérieur de 6.0×10^{-2} m, que nous considérons comme une valeur maximale admissible pour le contexte applicatif. La pression maximum est fixée à 1.5 bar, et les tensions maximales dans les éléments à 20 N. Pour cette preuve de concept, nous choisissons une plage angulaire de 0.44 rad, soit 25°, afin de démontrer la performance de la solution pour des déplacements angulaires significatifs. Le système est dimensionné en considérant de grands déplacements en suivant la démarche de la section 2.3.4.1, de manière à respecter ces différentes contraintes sur toute la plage angulaire et pour tous les niveaux de pression admissible.

La géométrie du composant est définie par un jeu de sept paramètres ($R_e, R_i, R_1, R_2, L, w, e$). Les paramètres e et w sont respectivement imposés à 2×10^{-3} m et 4×10^{-3} m pour satisfaire aux contraintes de fabrication et d'assemblage. Le choix de R_e est directement lié à celui du diamètre extérieur. Le rayon interne R_i et les paramètres (R_1, R_2, L) liés au système de génération de précontrainte sont déterminés de manière itérative à l'aide d'un modèle numérique des anneaux élastomère comme décrit ci-après.

3.3.4.2 Dimensionnement des anneaux élastomère

A chaque itération, le modèle des anneaux élastomère (3.22) nécessaire à la simulation du système est déterminé par la méthode des éléments finis (MEF).

Deux types de conditions limites sont considérés afin de caractériser le système :

- $p = 0$ et $\delta l \in [0, \delta l_{max}]$, afin de déterminer la tension t_d ,
- $\delta l = 0$ et $p \in [0, p_{max}]$, afin de déterminer la tension t_0 .

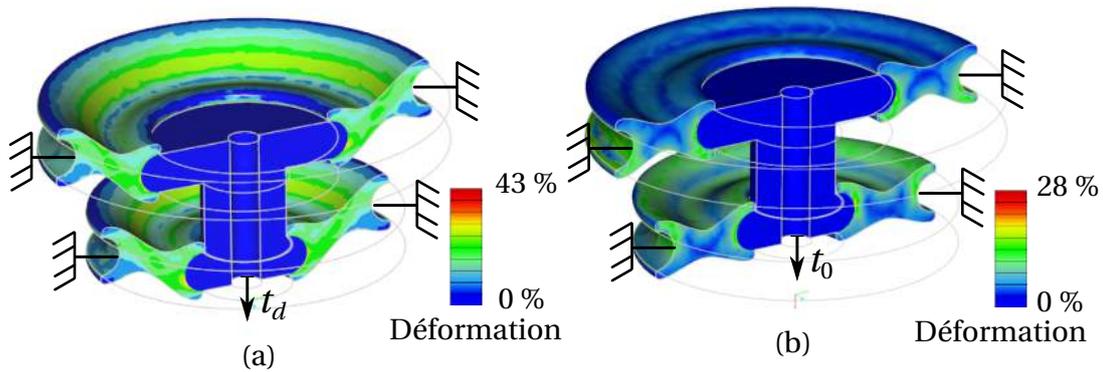


FIGURE 3.12 – Analyse par MEF des anneaux élastomère : (a) pour $p = 0$ et $\delta l = \delta l_{max}$; (b) pour $p = p_{max}$ et $\delta l = 0$.

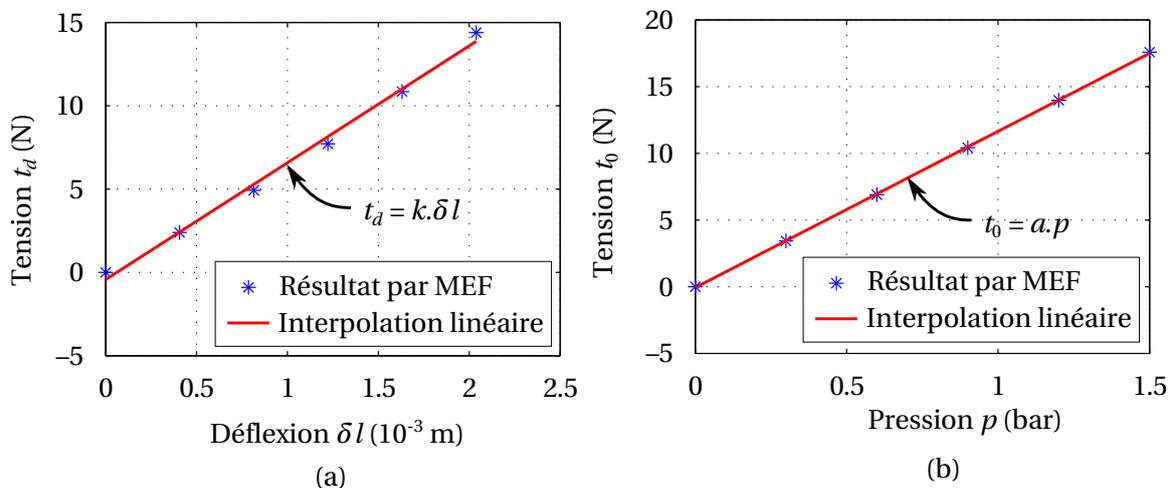


FIGURE 3.13 – Évolution de la tension t_d en fonction de δl (a) et de la tension t_0 en fonction de p (b).

On considère $\delta l_{max} = 2 \times 10^{-3}$ m la déflexion maximale du système, et $p_{max} = 1.5$ bar la pression maximale admissible. A chaque étape, on s'assure que la déformation de l'élastomère reste sous 50%, la déformation élastique maximale du matériau. Les résultats de simulation sont illustrés Fig. 3.12 pour la géométrie finale.

Ces deux simulations permettent d'identifier respectivement les coefficients k et a de manière indépendante. Le découplage entre les deux coefficients est garanti par le fait que la pression p a une influence négligeable sur la géométrie (dont dépend entièrement k), et que la tension t_d n'a aucune influence sur l'aire de la surface S mise sous pression. Les coefficients directeurs des interpolations linéaires de l'évolution de t_d en fonction de δl , et de t_0 en fonction de p sont respectivement déterminés comme illustré pour la géométrie finale en Fig. 3.13. Le modèle linéaire semble ici adéquat pour représenter le comportement du système, comme l'atteste les résultats de la simulation, avec un faible écart à l'interpolation linéaire utilisée pour l'identification du modèle.

3.3.4.3 Géométrie finale

La géométrie finale est caractérisée par le jeu de paramètres récapitulé dans le tableau 3.7. On considère ici une longueur $L_R = 6.1 \times 10^{-2}$ m qui correspond à la longueur de l'effecteur \mathcal{P} . Les raideurs

Chapitre 3. Conception de systèmes précontraints à raideur variable

normalisées pour les niveaux de pression minimum et maximum en configuration nominale sont données en tableau 3.8. Du fait de la normalisation, \hat{K}_t est égal à 1. Pour les deux niveaux de pression, on constate que $\hat{K}_t > 100 \cdot \hat{K}_\theta$, ce qui signifie que le système peut effectivement être considéré comme une liaison sphérique compliant. La variation de raideur angulaire est également importante : une raideur maximale de 656.8×10^{-3} N.m/rad peut ici être atteinte. Une raideur minimum nulle est atteinte en considérant une pression égale à zéro.

Pour des rotations de l'effecteur dans l'intervalle $[0, 0.44]$ rad, les raideurs minimum et maximum augmentent pour les deux niveaux de pression. Leurs valeurs moyennes respectives sont de 279.1×10^{-3} N.m/rad et 864.2×10^{-3} N.m/rad, ce qui signifie que la variation de raideur est supérieure à 3 même pour de grands déplacements.

Paramètre	R_e	R_i	R_1	R_2	L	w	e
Valeur (10^{-3} m)	17.5	7.5	5.0	2.5	6.0	4.0	2.0

Tableau 3.7 – Paramètres pour la géométrie de la liaison sphérique.

p (bar)	t_0 (N)	K_t (10^3 N/m)	K_θ (10^{-3} N.m/rad)	\hat{K}_θ (-)
0	0	12.8	0	0
1.5	17.5	17.8	656.8	0.01

Tableau 3.8 – Résultats de simulation pour $p = 0$ et 1.5 bar pour la liaison sphérique en configuration nominale.

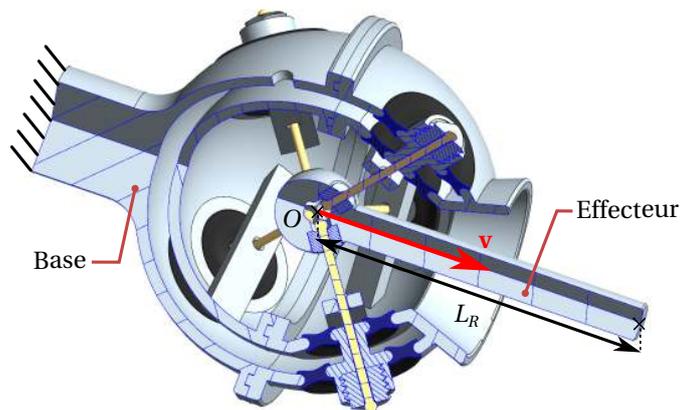


FIGURE 3.14 – Section 3D du prototype de la liaison sphérique.

3.3.5 Évaluation expérimentale

Le comportement simulé est ici satisfaisant. Afin de confirmer le comportement du dispositif proposé, celui-ci est évalué expérimentalement.

On définit l'axe de l'effecteur par (O, \mathbf{v}) comme illustré Fig. 3.14. Le prototype est implémenté à l'aide d'une machine Stratasys Connex 350. L'évaluation consiste à vérifier le comportement cinématique du système, et la variation de raideur en rotation.

Le premier point consiste à vérifier expérimentalement que le composant se comporte effectivement comme une liaison sphérique, *i.e.* que les raideurs en rotation sont bien inférieures aux raideurs en translation. Le deuxième point consiste à confirmer la plage de variation de raideur accessible via une modification de la pression d'entrée dans ses bornes admissibles.

3.3.5.1 Évaluation de la raideur en rotation

Dans un premier temps, la raideur en rotation de l'effecteur est mesurée. Le dispositif expérimental pour cette mesure est illustré Fig. 3.15. Pour cette évaluation, nous souhaitons appliquer un couple pur autour de l'axe de l'effecteur. Un système de guidage en rotation est ajouté au bout de l'effecteur pour cette raison. Il comporte un palier lisse (voir Fig. 3.15(b)) afin d'éviter des translations parasites. Le couple T est généré sur l'effecteur via une poulie de chargement de rayon $R_p = 2.5 \times 10^{-2}$ m fixée à son extrémité, et une masse M de manière à ce que $T = R_p.M.g$ avec g l'accélération de la gravité.

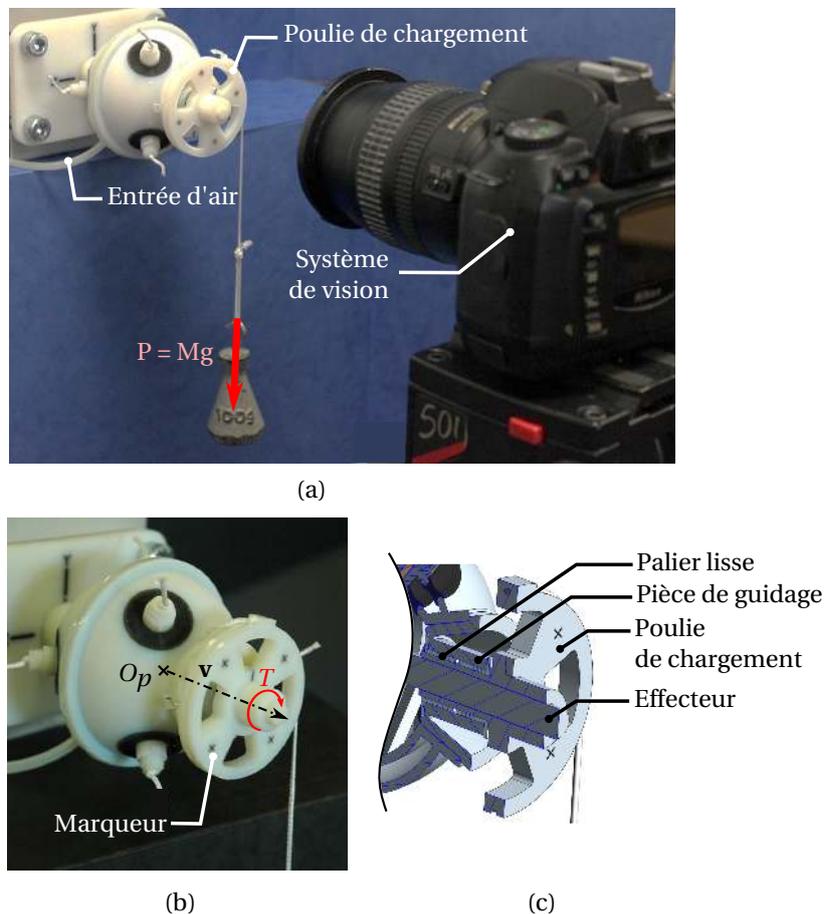


FIGURE 3.15 – Dispositif expérimental pour l'évaluation de la raideur en rotation. (a) Vue générale, (b) zoom sur le dispositif de chargement et (c) section de la CAO correspondante.

Le même principe de mesure qu'en section 2.3.5 est utilisé. Neuf masses sont successivement appliquées pour trois niveaux de pression d'entrée. Un système de vision (Appareil photo Nikon D70, 6.1MP, focale 70 mm) est mis en place afin de mesurer la déflexion angulaire θ . Quatre marqueurs sont pour cela placés sur la poulie. Le dispositif permet une mesure d'angle avec une précision de l'ordre de 1×10^{-3} rad.

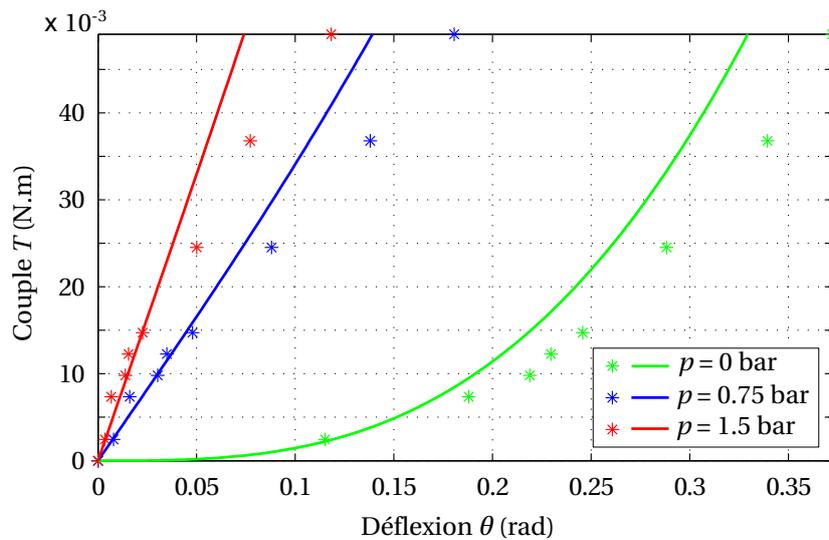


FIGURE 3.16 – Caractéristique couple/déflexion pour une rotation autour de l'axe v .

Les résultats expérimentaux et la comparaison aux simulations sont représentés Fig. 3.16. Les données expérimentales sont représentées par des étoiles et les simulations en traits continus. On peut tout d'abord remarquer que la variation de raideur est aussi importante que celle prédite par les simulations. La déflexion angulaire peut ainsi être réduite de plus de 87% tout au long de la plage de la rotation en ajustant la pression d'entrée entre 0 et 1.5 bar. Cette réduction atteint même 96% pour des angles inférieurs à 0.17 rad. L'écart relatif moyen entre les simulations et les données expérimentales est inférieur à 25%. On constate que cet écart augmente sensiblement avec la déflexion, ce qui correspond aux situations où la contribution de la raideur élastique devient importante, et où le matériau élastomère présente ses déformations maximales. On peut donc supposer que ces écarts proviennent principalement des erreurs de modèle sur le comportement hyperélastique du matériau élastomère.

3.3.5.2 Évaluation de la raideur en translation

Dans un deuxième temps, la raideur en translation K_t est évaluée le long de l'axe v de l'effecteur. Une charge P est pour cela appliquée le long de l'axe v comme illustré Fig. 3.17.

Deux niveaux de pressions sont considérés pour évaluer l'influence de la précontrainte sur K_t . Six marqueurs visuels sont extraits en utilisant le même système de vision. Quatre sont disposés sur l'effecteur et deux sur le bâti (voir Fig. 3.17(b)). Le déplacement δv causé par P est ainsi mesuré avec une précision estimée à 5×10^{-5} m. La raideur K_t est calculée comme le ratio $P/\delta v$, avec δv de petite amplitude, ici inférieure à 1×10^{-3} m.

Les résultats sont illustrés dans le tableau 3.9. Comme prédit par la simulation, K_t augmente avec la pression. Les écarts relatifs entre les mesures et les simulations sont ici inférieures à 20%. Ces valeurs sont comparées aux raideurs en rotation obtenues expérimentalement, en utilisant la méthode de normalisation présentée en section 3.3.2.2. Pour $p = 0.75$ bar, la raideur normalisée est 156 fois supérieure à la raideur normalisée en rotation. Cela montre un comportement cinématique satisfaisant le long d'un des axes du système.

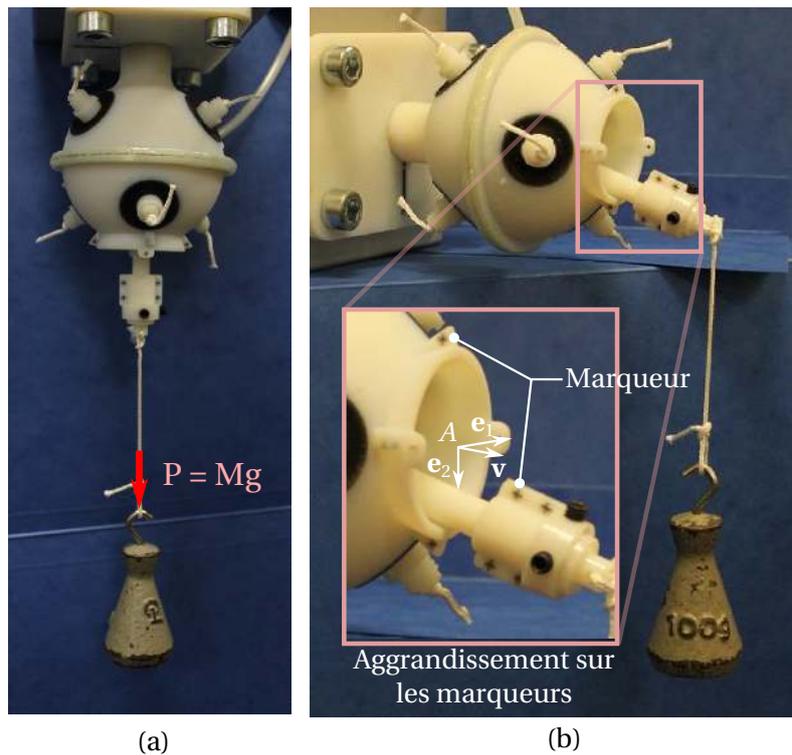


FIGURE 3.17 – Dispositif expérimental pour l'évaluation de la raideur en translation (a) et pour des chargements complexes (b).

Pression p (bar)	Valeur théorique de K_t ($\times 10^3$ N/m)	Valeur expérimentale de K_t ($\times 10^3$ N/m)	Ecart relatif (%)
0.5	14.3	11.6	18
0.75	15.3	13.8	9.8

Tableau 3.9 – Résultats expérimentaux pour la raideur en translation K_t .

3.3.5.3 Évaluation pour des chargements complexes

Les résultats de 3.3.5.1 attestent du comportement satisfaisant du composant le long d'un des axes du système. De part sa symétrie, on peut s'attendre à des résultats similaires dans les autres directions. Ces premières expériences ne permettent cependant pas de valider le bon comportement cinématique du composant, *i.e.* qu'il s'agit bien d'une liaison sphérique.

Afin d'apporter un élément de réponse supplémentaire, nous évaluons le comportement du système pour des chargements plus complexes qui combinent l'application d'un effort et d'un moment sur l'effecteur, et ce dans plusieurs directions. Le montage considéré est illustré Fig. 3.17(b). Le système est monté avec deux orientations successives de son bâti, afin que les déplacements produits soient dans le plan $(A, \mathbf{e}_1, \mathbf{v})$ (voir Fig. 3.17(b)). L'effecteur est chargé de manière à atteindre la déflexion maximum de 0.44 rad, et pour trois niveaux de pression croissants (0, 0.75 et 1.5 bar). Les déplacements de l'effecteur sont estimés avec une précision de 2×10^{-4} m. Ils sont de 6×10^{-4} , 4×10^{-4} et 4×10^{-4} m pour les pressions 0, 0.75 et 1.5 bar respectivement. Ces valeurs sont de l'ordre des simulations et n'excèdent pas 1×10^{-3} m. On peut considérer que ces déplacements rapportés à l'échelle du composant sont

négligeables face aux rotations de grandes amplitudes provoquées par le chargement. Cette dernière expérience permet de mettre en avant le comportement cinématique satisfaisant du composant pour des cas de chargements qui combinent efforts et moments dans deux directions du système.

Une validation complète du comportement du système consisterait à considérer tous les cas de chargement afin d'identifier complètement la matrice de raideur, et ce dans toutes les directions et pour chaque position. Une telle validation semble cependant délicate, et présente à notre sens un apport limité pour la compréhension du comportement réel du système étant donné les résultats déjà disponibles.

3.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons proposé d'exploiter les systèmes précontraints afin de concevoir des composants à raideur variable. Tout d'abord, une méthode de synthèse a été proposée afin de générer des solutions adéquates. Elle se base sur les conditions relatives à l'arrangement et au nombre d'éléments dans le système identifiées au chapitre 2. Contrairement aux différentes méthodes proposées jusqu'ici dans la littérature, notre méthode permet de prendre en compte des contraintes de conception sur le niveau de raideur antagoniste ainsi que sur les modes de précontrainte. Elle constitue donc une méthode générique permettant de synthétiser des arrangements pour n'importe quelle matrice de raideur cible de rang plein ou non, et pour un nombre illimité d'éléments. Elle permet par ailleurs d'imposer un niveau de raideur le long des modes de déformation inextensible pour un niveau de précontrainte donné dans les éléments, ce qui constitue un autre apport de la méthode.

Elle a ensuite été exploitée pour générer plusieurs solutions d'intérêt pour la conception de liaisons pivot, prismatique et sphérique à raideur variable avec un nombre minimal ou non d'éléments, qui constituent des solutions d'intérêt en robotique. Encouragé par la classification des solutions par les variétés de Grassmann, nous avons ensuite cherché à explorer l'espace de solution des problèmes traités afin de fournir des solutions alternatives au concepteur. Une méthode de continuation du premier ordre a été proposée pour cela. Elle consiste à perturber le système à partir d'une solution initiale suivant un mode de perturbation donné, puis à résoudre le problème de synthèse en partant de ce nouveau point. Les modes de perturbation des arrangements traités précédemment ont tout d'abord été identifiés, et apportent une première information sur les transformations possibles au premier ordre. La méthode de continuation a ensuite été appliquée sur un des arrangements synthétisés pour la liaison pivot, et a permis de générer un ensemble de solutions alternatives au problème de synthèse. Notre méthode de synthèse couplée à la méthode d'exploration constitue donc un outil complet et générique pour la conception de composants à raideur variable.

Finalement, nous avons proposé et évalué une solution pour une liaison sphérique à raideur variable basée sur un arrangement à six éléments issu de la méthode de synthèse. Une implémentation entièrement compatible IRM basée sur la fabrication additive multi-matériaux a été proposée. La précontrainte dans les six éléments est générée via un actionnement pneumatique et un système d'anneaux en matériau élastomère. Son évaluation expérimentale a permis de valider le comportement cinématique attendu dans plusieurs cas de chargement. La variation de raideur suivant un des axes de rotation a également été validée. Des résultats similaires peuvent être attendus suivant les autres directions du composant de part ses propriétés de symétrie. L'exploitation de la variation de raideur antagoniste dans une configuration singulière permet ici d'atteindre des variations de raideur importantes, avec notamment des niveaux de raideur très bas lorsque le système est faiblement précontraint.

Chapitre 3. Conception de systèmes précontraints à raideur variable

Contrairement aux autres stratégies de conception de composants à raideur variable, l'utilisation des systèmes précontraints singuliers présentent l'avantage de rendre possible la génération de niveaux de raideur bas lorsqu'ils sont faiblement précontraints. Cela nous semble être un avantage intéressant pour les problématiques d'interaction en robotique. Ces implémentations constituent des solutions qui peuvent notamment présenter un intérêt pour une intégration dans un système robotique compatible IRM dans les contextes évoqués en chapitre 1. L'utilisation de câbles est alors très favorable à une intégration compacte, légère et compatible IRM, qui sont des contraintes fortes associées à ces contextes applicatifs. L'utilisation de procédés de fabrication additive multi-matériaux offre par ailleurs la possibilité d'une implémentation compacte et compatible des solutions synthétisées.

Jusqu'ici nous avons implémenté des systèmes précontraints singuliers, dont la raideur pouvait être modifiée, mais dont la configuration d'équilibre était unique et non contrôlable. Dans la suite, nous considérons cette fois la conception et la commande d'un système robotique à raideur variable, avec pour objectif de contrôler simultanément raideur et position au sein d'un même système en s'appuyant sur l'usage de mécanismes de tensegrité.

4 Conception d'un mécanisme de tenségrité à raideur variable

La logique vous mènera d'un point A à un point B. L'imagination vous mènera partout – Albert Einstein

Sommaire du chapitre

4.1	Objectifs de la conception	96
4.1.1	Assistance aux procédures percutanées	96
4.1.2	Expression fonctionnelle du besoin	97
4.1.3	Architecture proposée pour le porte-aiguille	98
4.2	Modélisation et simulation du mécanisme de tenségrité	99
4.2.1	Modélisation	99
4.2.2	Évaluation préliminaire	102
4.2.3	Étude de l'influence des paramètres géométriques et élastiques	104
4.3	Développement de ressorts non-linéaires	106
4.3.1	État de l'art	106
4.3.2	Démarche de conception	110
4.3.3	Application	114
4.4	Conception d'un ressort de traction dégressif	117
4.4.1	Géométries considérées	118
4.4.2	Processus de synthèse	119
4.4.3	Validation expérimentale	120
4.4.4	Apport pour le mécanisme de tenségrité à raideur variable	123
4.5	Bilan	125

Dans le chapitre précédent, nous avons synthétisé et validé expérimentalement l'usage de systèmes précontraints pour la conception de composants à raideur variable dont l'intégration à des assistants robotiques dans l'IRM est d'intérêt. La configuration d'équilibre de ces composants ne peut pas être modifiée et il s'agit uniquement de modifier le niveau de précontrainte des éléments du système afin de faire varier la raideur.

Dans ce chapitre, nous proposons d'exploiter les mécanismes de tenségrité afin de concevoir un système dans lequel la configuration et la raideur peuvent être simultanément contrôlées. Nous considérons pour cela le développement d'un mécanisme de tenségrité dédié à la manipulation d'aiguille sous IRM. Ce développement inclut le choix d'une architecture initiale, ainsi que sa synthèse pour répondre au cahier des charges. Dans cette optique, le développement d'un ressort non-linéaire est également proposé afin d'améliorer les performances attendues du dispositif, ce qui constitue une autre contribution exposée dans ce chapitre.

4.1 Objectifs de la conception

4.1.1 Assistance aux procédures percutanées

Notre objectif est de concevoir un système robotique au côté du patient dans l'IRM pour améliorer la réalisation des procédures percutanées. Au vu de l'état de l'art réalisé au chapitre 1, nous considérons que l'assistance doit porter en priorité sur le contrôle de l'orientation de l'aiguille. Une des zones d'intervention où l'assistance est d'intérêt est la zone abdominale, avec des organes comme le foie ou le rein. Par conséquent, un robot porté patient est à privilégier pour compenser partiellement les mouvements respiratoires. Comme nous souhaitons contrôler l'orientation de l'aiguille autour du point d'insertion, la présence d'un centre de rotation déporté correspondant au centre de rotation de l'aiguille nous paraît ici intéressante. On parle alors de *Remote Center of Motion* (RCM), qui est un point de l'espace autour duquel un élément du système peut tourner sans qu'une liaison ne se situe physiquement au niveau de ce point, qui est donc déporté du mécanisme [Zong 2008].

Nous souhaitons également répondre au problème de lacération des tissus [Sun 2006], qui peut survenir si l'aiguille est maintenue de manière rigide par l'assistant robotique. La solution en deux étapes proposée par [Piccin 2012] et évoquée au chapitre 1 consiste à répéter des cycles de saisie/relâche de l'aiguille : (i) lorsque le patient est en apnée, l'aiguille est saisie rigidement et orientée par le robot, (ii) le patient respire lorsque l'aiguille est relâchée. Afin d'éviter les risques d'échec de la saisie d'aiguille entre deux cycles, nous proposons ici une approche différente en considérant un assistant robotique couplé de manière non-rigide à l'aiguille. Nous considérons plus particulièrement la possibilité d'exploiter un mécanisme de tenségrité afin de contrôler simultanément l'orientation et la raideur angulaire du robot. L'environnement de ce robot est constitué par :

- *le praticien* : il manipule le système à distance depuis une interface, et ses gestes doivent pouvoir être retransmis au dispositif. Il est également amené à insérer manuellement l'aiguille une fois l'orientation souhaitée atteinte.
- *le patient* : il est en interaction directe avec le système et sa sécurité est prioritaire.
- *le scanner IRM* : il permet d'imager le patient et l'évolution de l'aiguille dans la zone d'intérêt.

Le porte-aiguille doit être compatible IRM et doit pouvoir être intégré sur le patient dans le tunnel et garantir sa sécurité. La zone d'insertion doit être dégagée pour permettre l'orientation et l'insertion de l'aiguille autour du point d'insertion.

4.1.2 Expression fonctionnelle du besoin

Du principe d'assistance décrit peuvent être définies les fonctions à assurer :

- présenter un RCM,
- orienter l'aiguille suivant 2 DDL,
- moduler la raideur angulaire.

La plage angulaire des rotations autour du RCM est choisie pour être comparable à celle des systèmes d'orientation d'aiguille existants dans la littérature [Walsh 2008, Bricault 2008], soit $\pm\pi/4$ rad. La gamme de raideur, notée $[K_\theta^{min}, K_\theta^{max}]$, est plus difficile à déterminer. La raideur maximum K_θ^{max} doit permettre d'atteindre un niveau de rigidité suffisant pour manipuler l'aiguille avec précision, tandis que la raideur minimum K_θ^{min} doit assurer que les tissus ne soient pas lacérés lors des mouvements respiratoires. On se place dans le contexte d'une intervention sur le foie qui présente des déplacements importants dus aux mouvements respiratoires et qui est particulièrement sensible au phénomène de lacération. Le schéma de principe de la situation considérée est représenté Fig. 4.1.

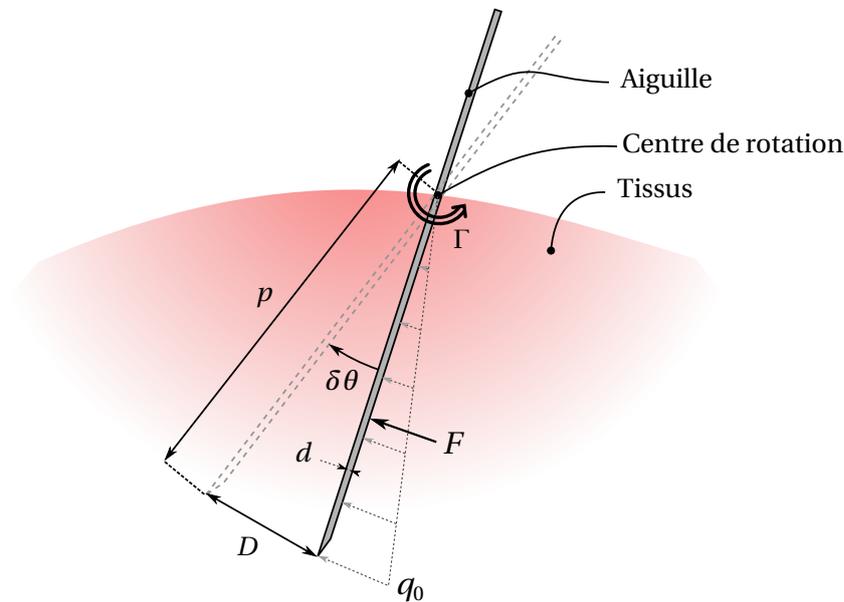


FIGURE 4.1 – Comportement de l'aiguille sous la sollicitation des tissus en mouvement.

Considérons ici que l'amplitude maximum D du déplacement de l'organe lors du mouvement respiratoire est de 10^{-2} m [Sun 2006]. L'aiguille a un diamètre de $d = 10^{-3}$ m et son centre de rotation se situe à $p = 10^{-1}$ m de son extrémité en contact avec l'organe. Ce dernier offre une surface apparente de contact $S = d.p$. Le mouvement respiratoire provoque une variation angulaire $\delta\theta$ lorsque l'aiguille n'est pas saisie, que l'on peut approximer par D/p pour des petits angles. Considérons maintenant l'application d'un moment Γ appliqué au centre de rotation qui permet de maintenir l'aiguille dans sa position initiale. On exprime alors la raideur angulaire K_θ comme

$$K_\theta = \frac{\Gamma}{\delta\theta} \quad (4.1)$$

dont il s'agit de déterminer la valeur minimum afin d'éviter une lacération du tissu. L'action des tissus sur l'aiguille est représentée par une charge variant linéairement depuis le centre de rotation et atteignant q_0 en bout d'aiguille. La résultante F de cette sollicitation se situe alors à une distance

de $2p/3$ du centre de rotation et se calcule comme

$$F = \int_{x=0}^p \frac{q_0 x}{p} dx = \frac{q_0 p}{2} \quad (4.2)$$

en intégrant l'effort réparti le long de l'aiguille entre le centre de rotation et le bout de l'aiguille. A la limite de déchirement du foie, F vaut $\sigma_{max} \cdot S$ avec σ_{max} la pression maximum admissible par le foie qui est choisie égale à 10^4 N.m^{-2} [Sun 2006]. Le couple Γ se calcule comme

$$\Gamma = \int_{x=0}^p \frac{q_0 x^2}{p} dx = \frac{q_0 p^2}{3} = \frac{2Fp}{3} = \frac{2\sigma_{max} \cdot S \cdot p}{3} \quad (4.3)$$

On obtient donc finalement l'expression suivante pour K_{θ}^{min} :

$$K_{\theta}^{min} = \frac{2\sigma_{max} \cdot S \cdot p^2}{3 \cdot D} \quad (4.4)$$

qui, par application numérique, donne $K_{\theta}^{min} = 6.7 \times 10^{-1} \text{ N.m/rad}$. Cette raideur minimum doit ainsi garantir le non déchirement du foie dû au mouvement respiratoire.

La raideur maximale à atteindre est difficile à qualifier. Dans notre cas, on choisit donc de concevoir le système en maximisant la variation de raideur. On considère dans la suite $K_{\theta}^{max} = K_{\theta}^{min} + \Delta K$ avec ΔK un intervalle de raideur le plus grand possible.

4.1.3 Architecture proposée pour le porte-aiguille

De nombreux systèmes à RCM ont été proposés dans la littérature, notamment pour l'orientation d'aiguilles ou d'outils chirurgicaux [Taylor 1999, Lum 2004, Yousef 2013]. Une des classes les plus utilisées est celle basée sur des parallélogrammes articulés dont les différentes variantes pour un degré de liberté sont illustrées Fig. 4.2. Dans notre cas, cette classe est particulièrement d'intérêt car elle permet une association de plusieurs mécanismes à un degré de liberté pour créer des mécanismes RCM à deux degrés de liberté. Elle permet par ailleurs d'envisager la création de mécanismes de tenségrité par l'ajout de câbles au sein d'un assemblage initial de barres, comme décrit dans la suite.

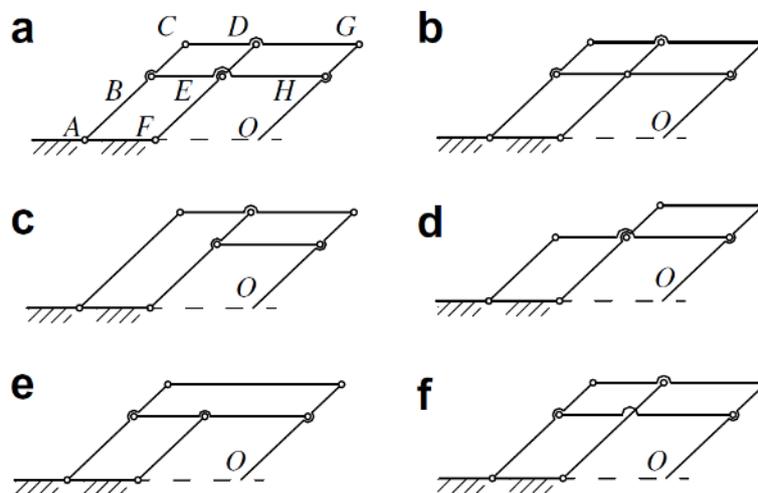


FIGURE 4.2 – Mécanismes à RCM basés sur des parallélogrammes articulés [Zong 2008].

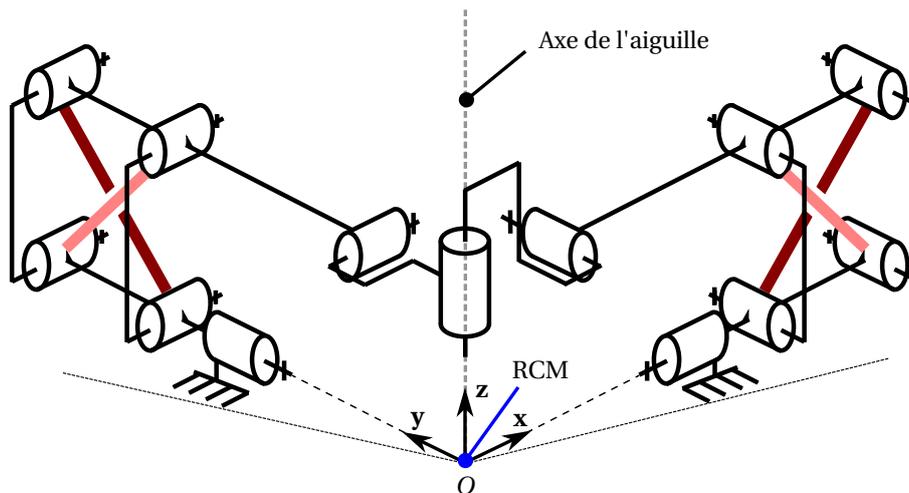


FIGURE 4.3 – Architecture du porte-aiguille.

L'architecture proposée par conséquent est représentée en Fig. 4.3. Elle est basée sur un mécanisme à RCM présentant 2 DDL, obtenu par combinaison de deux mécanismes à RCM plans. Chaque rotation est contrôlée indépendamment par un des systèmes plans. Leur mise en parallèle via une liaison cylindrique [Baumann 1997] permet ici de créer un système à deux rotations découplées. Ce mécanisme permet d'orienter ici l'axe de l'aiguille autour d'un RCM noté O . Cette architecture a notamment été envisagée dans [Bruyas 2015a] afin de créer un porte-aiguille. Dans notre cas, nous souhaitons adapter cette architecture afin de proposer une nouvelle solution basée sur les tenségrités. Cette adaptation consiste à intégrer quatre câbles le long des diagonales des deux parallélogrammes, représentés en rouge Fig. 4.3, afin de constituer deux mécanismes de tenségrité plans. De cette manière, la configuration du système peut être contrôlée via l'actionnement des câbles.

Le découplage des deux mobilités permet de ramener l'analyse, la synthèse et l'évaluation de cette solution dans un premier temps à celles d'un seul des deux mécanismes. Dans la suite du chapitre, nous nous focalisons donc sur la conception du mécanisme représenté en Fig. 4.4.

4.2 Modélisation et simulation du mécanisme de tenségrité

4.2.1 Modélisation

4.2.1.1 Paramétrage

Chaque mécanisme de tenségrité plan est composé de trois barres mobiles et d'une barre fixe articulées par quatre liaisons pivot en A_1 , A_2 , A_3 et A_4 . Les longueurs de barres sont égales deux à deux de sorte que les distances A_1A_4 et A_2A_3 sont égales à L_1 , et les distances A_1A_2 et A_3A_4 sont égales à L_2 . Le parallélogramme ainsi formé est actionné par deux câbles attachés en A_3 et A_4 , et routés de manière à passer par les points A_1 et A_2 respectivement.

Il s'agit d'un mécanisme de tenségrité car les barres sont maintenues en compression par les deux câbles tendus. On le considérera dans la suite comme un mécanisme à un degré de liberté, dont l'effecteur est la barre A_2A_3 (en bleu Fig. 4.4). Sa configuration est décrite par l'angle θ . Afin d'apporter la compliance souhaitée au système, deux ressorts sont intégrés le long de ces câbles, que l'on considère infiniment rigides par rapport aux ressorts. La raideur angulaire autour de θ est notée K_θ . Les distances A_1A_3 et A_2A_4 sont notées respectivement l_1 et l_2 . Nous noterons \mathbf{l} le vecteur décrivant ces

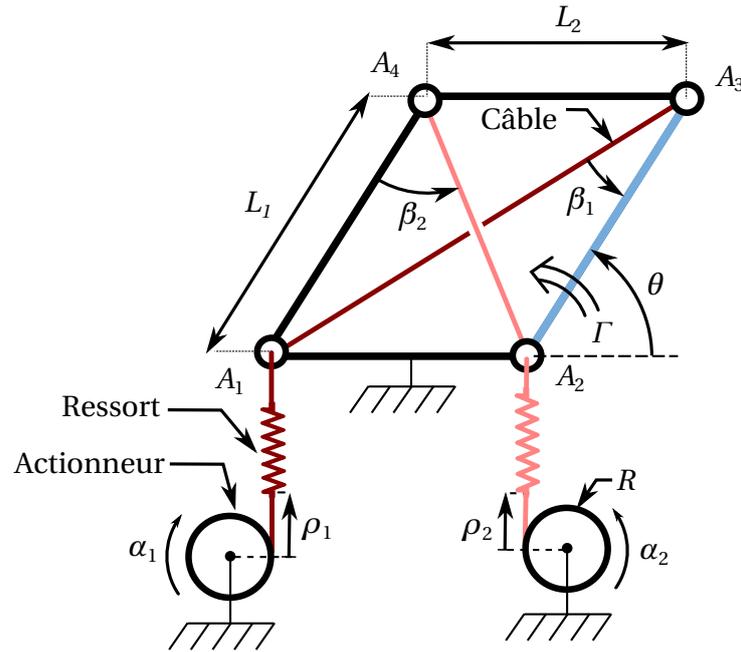


FIGURE 4.4 – Paramétrage du système plan à un degré de liberté. On considère la barre A_2A_3 , en bleu, comme l'effecteur.

distances qui peut être exprimé comme

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos(\theta)} \\ \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos(\theta)} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

La longueur des câbles est modifiée par deux actionneurs dont la position angulaire est décrite par le vecteur $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2]^T$. Deux poulies de rayon R sont montées sur chacun des actionneurs tel que le vecteur $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \rho_2]^T = -R\boldsymbol{\alpha}$ permet de décrire le déplacement relatif des câbles.

Dans la suite, $\boldsymbol{\rho}$ est désigné comme le vecteur des variables articulaires du mécanisme, tandis que sa configuration est représentée par la variable opérationnelle θ .

Le système est calibré de manière à ce que les tensions des câbles soient nulles lorsque $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{1}$. De cette manière, les câbles sous tension présentent un allongement $\mathbf{e} = [e_1, e_2]^T$ depuis la longueur à vide $\mathbf{l}_0 = [l_{10}, l_{20}]^T$ tel que $\mathbf{e} = \mathbf{l} - \boldsymbol{\rho}$ (voir Fig. 4.5). Cette égalité pourra être assurée en pratique par une phase de calibration dans une configuration comme $\theta = \pi/2$ rad, et pour des tensions nulles dans les câbles. Dans ce cas, $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{1} = [\sqrt{L_1^2 + L_2^2}, \sqrt{L_1^2 + L_2^2}]^T$. Par la suite, la configuration $\theta = \pi/2$ rad est désignée comme la *configuration neutre*.

4.2.1.2 Modélisation

La modélisation du système est réalisée en considérant que :

1. l'énergie élastique du système est entièrement stockée dans les ressorts,
2. il n'y a ni jeu ni frottement dans le système.

La première hypothèse peut être facilement remplie en considérant des barres et des câbles de rigidité bien supérieure à celle des ressorts (en pratique, de l'ordre de 1000 fois supérieure). La deuxième

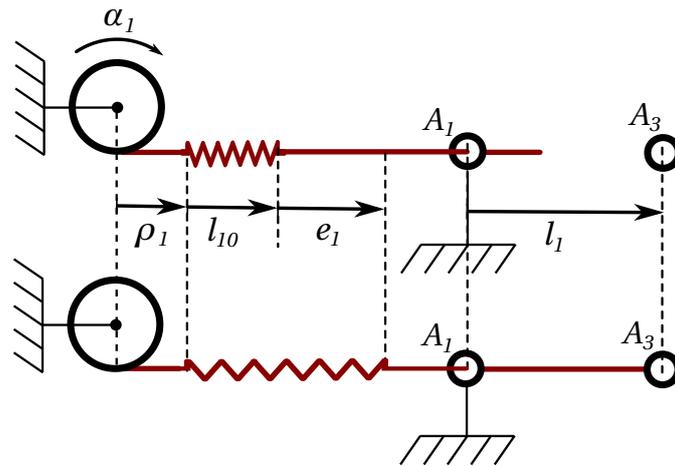


FIGURE 4.5 – Paramétrage de l'ensemble câble et ressort; exemple sur le câble 1 reliant A_1 à A_3 . En-haut ; pour le câble non-connecté, en-bas pour le câble connecté.

hypothèse est validée si les liaisons mécaniques et le routage des câbles présentent des conditions de fonctionnement adéquates, de manière à réduire le jeu et le frottement dans le système. Comme la charge radiale sur l'aiguille due à l'organe est faible, aucune sollicitation extérieure n'est prise en compte dans la modélisation. Deux approches complémentaires et donnant des résultats similaires peuvent alors être utilisées pour modéliser le comportement du système. Il s'agit de l'approche énergétique et de l'approche par les travaux virtuels. L'approche énergétique, introduite au chapitre 2, permet de modéliser de manière systématique un mécanisme de tenségrité. L'approche par les travaux virtuels permet de mettre en avant la redondance du système qui nous sera utile par la suite, notamment dans le chapitre 5. Nous l'exploitons donc aussi ici.

Approche énergétique : l'approche énergétique consiste à utiliser la méthode de form-finding usuelle en minimisant l'énergie potentielle stockée dans le système afin de trouver sa configuration d'équilibre. La raideur peut alors être calculée en fonction de cette énergie, autour de la position d'équilibre. L'énergie potentielle U stockée dans les ressorts s'exprime par

$$U = \int_0^{e_1} t_1(x) dx + \int_0^{e_2} t_2(x) dx \quad (4.6)$$

avec $t_i(x)$ la tension dans le i -ème ressort pour un allongement x . Dans la suite, on utilisera la notation vectorielle $\mathbf{t} = [t_1, t_2]^T$ pour exprimer la tension dans les câbles. Nous souhaitons ici intégrer le cas général d'un ressort pouvant être non-linéaire. Pour cela, nous choisissons de modéliser un ressort quadratique qui présente la caractéristique en tension suivante

$$\mathbf{t} = c_1 \mathbf{e}^2 + c_2 \mathbf{e}, \quad (c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2 \quad (4.7)$$

Ce choix est justifié par le fait que nous souhaitons considérer un ressort dont la raideur varie au cours de son allongement, et qu'à ce titre une caractéristique quadratique est suffisante pour modéliser un tel comportement.

Dans l'approche énergétique, la configuration d'équilibre est déterminée comme la configuration qui

minimise l'énergie potentielle élastique stockée dans les ressorts

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0 \quad (4.8)$$

La relation traduit la condition d'équilibre du système. Dans ce cas, la raideur du système K_θ peut être calculée par la dérivée seconde de cette énergie :

$$K_\theta = \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \quad (4.9)$$

La stabilité des configurations d'équilibre atteintes est garantie si $K_\theta > 0$.

Approche par les travaux virtuels : l'approche par les travaux virtuels consiste à faire le bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur l'effecteur afin de déterminer la condition d'équilibre du système. Dans notre cas, l'effecteur est soumis à l'action des deux câbles qui produisent un couple Γ sur l'effecteur (voir Fig. 4.4) :

$$t_1 \sin(\beta_1) - t_2 \sin(\beta_2) = \Gamma \quad (4.10)$$

où les angles β_1 et β_2 peuvent être exprimés en fonction des paramètres géométriques et de la configuration du système. L'équation précédente peut également être mise sous la forme vectorielle

$$\mathbf{W}t = \Gamma \quad (4.11)$$

avec $\mathbf{W} = [\sin(\beta_1), -\sin(\beta_2)]^T$. Dans ce cas, l'équilibre statique du système est obtenu lorsque $\Gamma = 0$, *i.e.* l'action combinée des deux câbles équilibre la configuration de l'effecteur. Cette dernière formulation est intéressante car, contrairement à l'approche énergétique, elle montre clairement la redondance d'actionnement du système : deux câbles génèrent un seul couple sur l'effecteur. Dans ce cas, la raideur du système s'exprime sous la forme

$$K_\theta = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} \quad (4.12)$$

4.2.2 Évaluation préliminaire

Dans un premier temps, nous considérons une situation où $L_1 = L_2 = 70$ mm, et l'on utilise des ressorts linéaires de raideur k , *i.e.* $(c_1, c_2) = (0, k)$. Nous voulons ici observer l'impact du niveau de tensions dans les câbles sur le comportement du système. On choisit $k = 270$ N/m, qui constitue une valeur permettant d'atteindre les ordres de grandeur des raideurs angulaires visées.

Pour cela, on simule son comportement en quasi-statique pour des tensions minimales et maximales dans les câbles, et pour θ variant entre $\pi/4$ et $3\pi/4$. De part la symétrie du système, on ne s'intéressera par la suite qu'à l'intervalle $[\pi/4, \pi/2]$. On choisit ici un niveau de tension minimal de 2 N et un niveau de tension maximal de 12 N, et on calcule pour chaque configuration d'équilibre les raideurs minimale et maximale accessibles tels que les niveaux de tension dans les deux câbles restent dans cet intervalle. Les simulations sont réalisées en utilisant les équations (4.6) à (4.9). Les raideurs minimale et maximale accessibles sont représentées en Fig. 4.6 ainsi que la différence $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$.

On constate que la variation de raideur diminue lorsque le système s'éloigne de la position neutre $\theta = \pi/2$. L'évolution des tensions dans les deux câbles est représentée Fig. 4.7. Dans la configuration neutre,

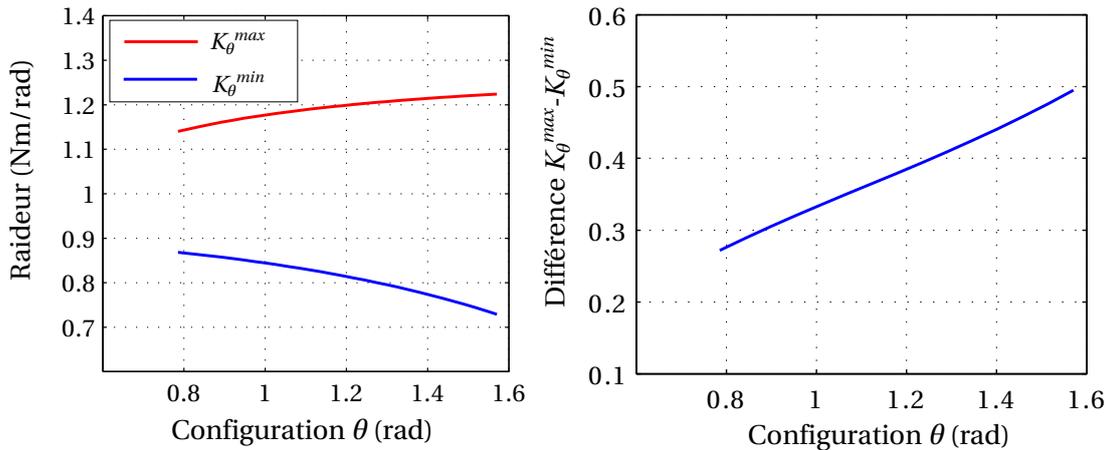


FIGURE 4.6 – Raideurs minimale et maximale pour θ entre $\pi/4$ et $\pi/2$ à gauche ; évolution de la différence $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$ à droite.

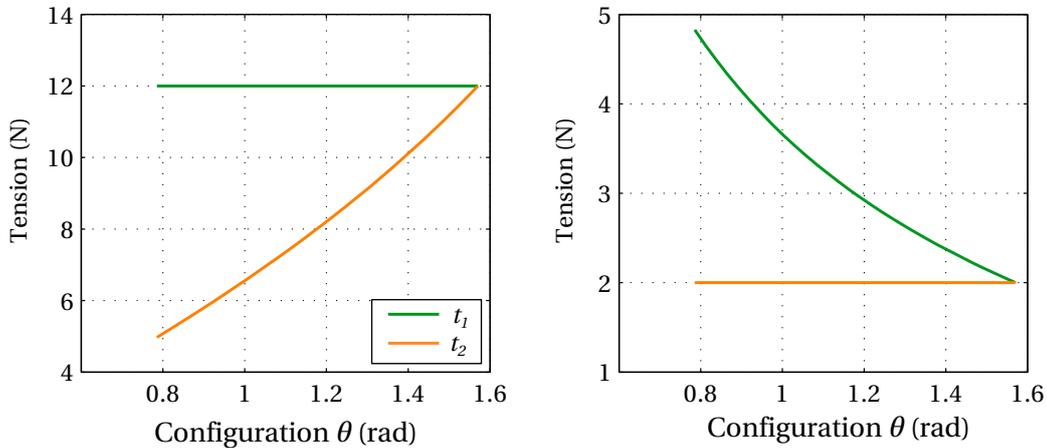


FIGURE 4.7 – Évolution des tensions dans les câbles pour $K_\theta = K_\theta^{min}$ à gauche, et $K_\theta = K_\theta^{max}$ à droite.

les deux câbles présentent la même tension de part leur arrangement symétrique dans le parallélogramme. On constate également que la raideur minimale (resp. maximale) est atteinte pour une tension maximale (resp. minimale) dans l'un des câbles du système ($t_1 = 12$ N ou $t_2 = 2$ N). En d'autres termes, la raideur K_θ diminue lorsque le niveau de précontrainte dans le système augmente.

Si ce comportement peut paraître contre-intuitif au premier abord, il peut être plus clairement appréhendé en observant l'évolution de l'énergie élastique U et de ses dérivées successives autour d'une configuration d'équilibre comme illustré en Fig. 4.8. On impose ici ρ de manière à ce que la configuration d'équilibre soit $\theta = 1.4$ rad, une configuration quelconque dans l'espace de travail du système. On observe l'évolution de U , $\partial U/\partial\theta$ et $\partial^2 U/\partial\theta^2$ pour trois niveaux croissants de précontrainte dans le système qui assurent cette configuration d'équilibre. On peut alors observer l'évolution de ces grandeurs pour une variation de θ autour de cette configuration d'équilibre en gardant ρ fixe. Le résultat de cette simulation est représenté Fig. 4.8 pour les trois jeux de précontraintes croissants $\mathbf{t}_1 = [2.8, 2.2]^T$ N, $\mathbf{t}_2 = [7.1, 5.8]^T$ N et $\mathbf{t}_3 = [11.5, 9.5]^T$ N.

Le niveau d'énergie élastique U est bien dans un minimum local par rapport à θ autour de la configuration $\theta = 1.4$ rad (représenté par le trait mixte vertical), sa dérivée première est bien nulle en ce point, signe qu'il s'agit de la configuration d'équilibre. Le niveau d'énergie stockée dans le système augmente

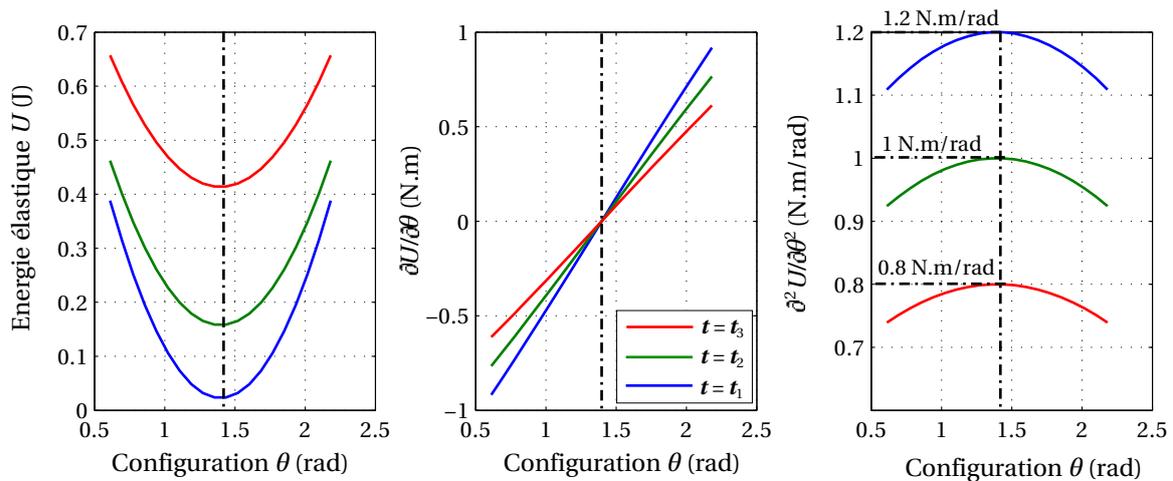


FIGURE 4.8 – Évolution de l'énergie élastique U et de ses dérivées première et seconde par rapport à θ .

avec le niveau de précontrainte (graphe de gauche), et la pente de la dérivée première de U diminue avec la précontrainte (graphe du milieu). La raideur diminue donc avec la précontrainte (graphe de droite). L'augmentation de la précontrainte a ici pour effet un rehaussement et un aplatissement de la courbe d'énergie. Cela met en évidence que la raideur diminue, bien que le niveau d'énergie dans le système augmente.

4.2.3 Étude de l'influence des paramètres géométriques et élastiques

Comme nous l'avons déjà mis en avant au chapitre 2, le comportement du système, exprimé par son modèle statique et sa raideur, dépend

- des paramètres géométriques du système, ici L_1 et L_2 ,
- des caractéristiques élastiques des ressorts, ici définies par les paramètres c_1 et c_2 .

Afin de permettre un dimensionnement adéquat du système, nous procédons donc à l'étude de l'influence de ces paramètres sur son comportement autour des paramètres nominaux utilisés dans la section précédente. Plusieurs choix préliminaires sont effectués afin de simplifier cette étude. La longueur L_1 est fixée à 70 mm pour des raisons d'encombrement. On introduit le paramètre R_L tel que $L_2 = L_1/R_L$ qui constitue ainsi le seul paramètre géométrique du dispositif. Dans la suite, on évalue indépendamment l'influence de R_L , c_1 et c_2 sur le comportement du système et plus spécifiquement sur la plage de raideur accessible. L'influence des trois paramètres sur les raideurs accessibles est étudiée séparément. Une évaluation de l'effet couplé des trois paramètres sur les performances du système a par ailleurs permis de montrer que ces couplages sont faibles et cette évaluation est suffisante pour la caractérisation.

4.2.3.1 Influence de la géométrie

On évalue tout d'abord l'influence du paramètre R_L lorsque celui-ci varie entre 0.5 et 1.5 afin de garantir des dimensions réalistes compatibles avec l'application. Les résultats sont illustrés Fig. 4.9.

On constate qu'une augmentation des rapport R_L au delà de 1 n'est pas favorable au critère $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$. Un choix de R_L inférieur à 1 ne semble pas d'intérêt non plus, et rend par ailleurs plus complexe le modèle statique. Dans la suite, nous considérons donc $R_L = 1$.

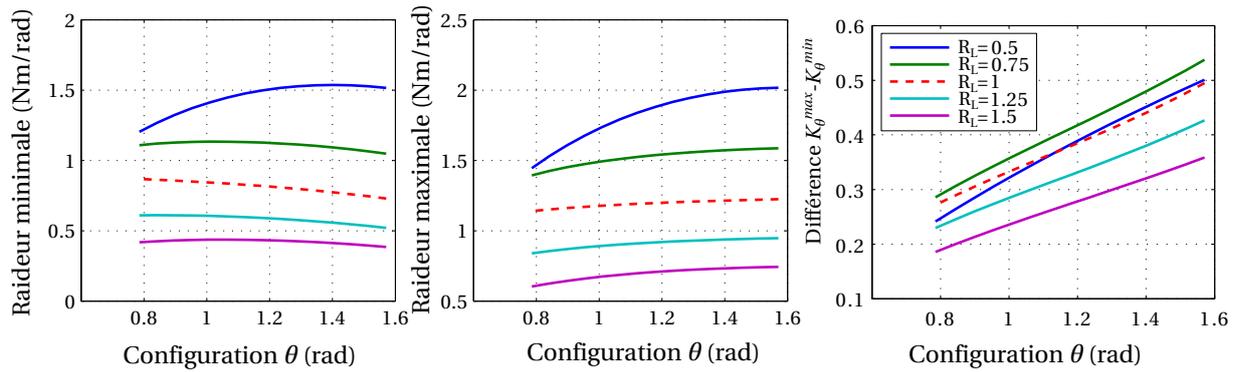


FIGURE 4.9 – Influence de R_L sur K_{θ}^{min} et K_{θ}^{max} pour $(c_1, c_2) = (0, k)$.

4.2.3.2 Influence de la caractéristique élastique des ressorts

L'influence des caractéristiques élastiques des ressorts revient à étudier l'influence des coefficients c_1 et c_2 sur le comportement du système.

L'influence de c_2 autour de k pour $c_1 = 0$ et $R_L = 1$ est tout d'abord étudiée comme illustré Fig. 4.10, de manière à évaluer l'influence de la raideur axiale des éléments lorsqu'ils sont linéaires.

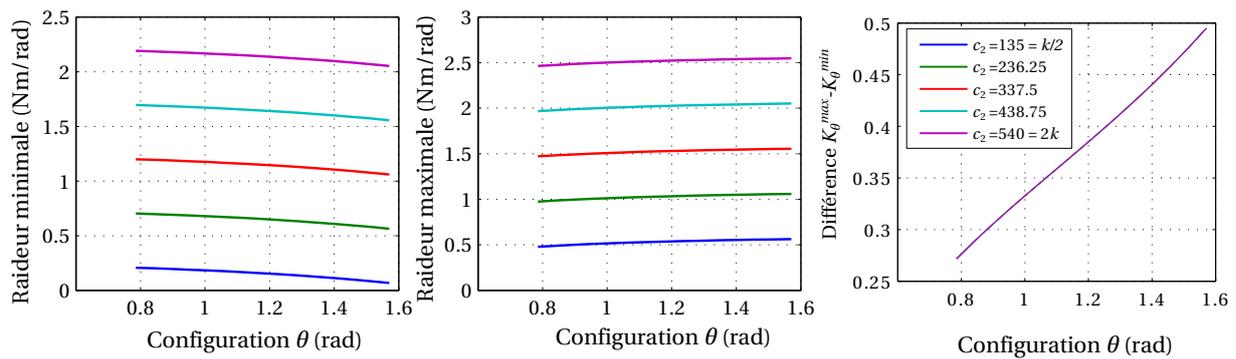


FIGURE 4.10 – Influence de c_2 sur K_{θ}^{min} et K_{θ}^{max} pour $c_1 = 0$ et $R_L = 1$.

On considère ici des variations de c_2 entre $k/2$ et $2k$, qui constitue un intervalle de conception réaliste au vu de l'application. On constate que ce coefficient a une influence linéaire sur K_{θ}^{min} et K_{θ}^{max} . Ce coefficient n'a ainsi aucune influence sur la différence entre la raideur maximum et minimum atteignable. Toutes les courbes se superposent sur la graphie de droite Fig. 4.10. Le choix du paramètre c_2 semble donc avant tout lié à un positionnement souhaité de la plage de raideur, sans qu'il ait une influence positive sur l'étendue de cette plage.

L'influence de c_1 sur la plage de raideur est enfin évaluée. Pour cela, on considère les 5 caractéristiques de ressorts illustrées Fig. 4.11.

On garde ici $R_L = 1$. Le coefficient c_2 n'est pas modifié et est choisi de manière à ce que la tension maximum puisse être atteinte pour toutes les caractéristiques de ressorts considérées. On distingue ici trois types de comportement en fonction du signe de c_1 . Lorsque $c_1 > 0$, on parle d'un ressort *progressif*, car sa raideur augmente avec la déflexion. De la même manière, on parle de ressort *dégressif* lorsque $c_1 < 0$, car la raideur décroît avec la déflexion. Le cas linéaire correspond à $c_1 = 0$ représenté en pointillés Fig. 4.11. Les résultats pour l'influence de c_1 sur la raideur accessible sont illustrés Fig. 4.12. On constate qu'une caractéristique progressive n'est pas bénéfique quant à la plage de raideur acces-

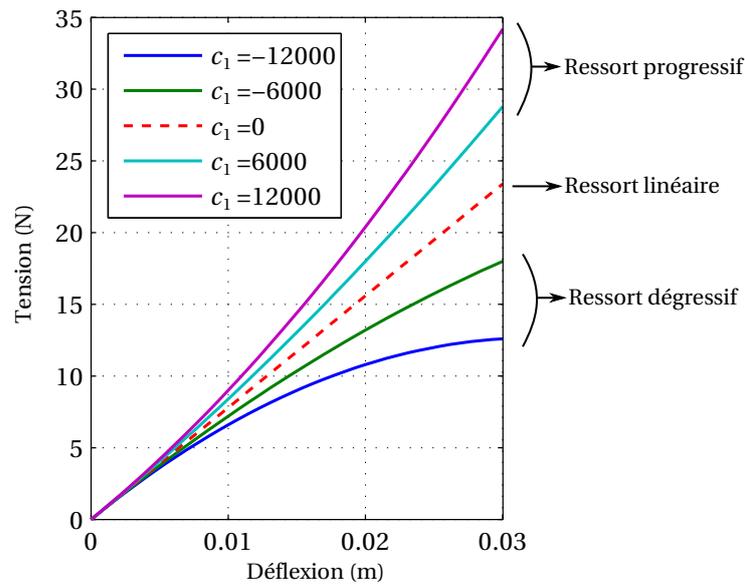


FIGURE 4.11 – Caractéristiques de ressorts linéaire, progressif ou dégressif pour différentes valeurs de c_1 entre -12 000 et 12 000 $(\text{N/m})^{1/2}$.

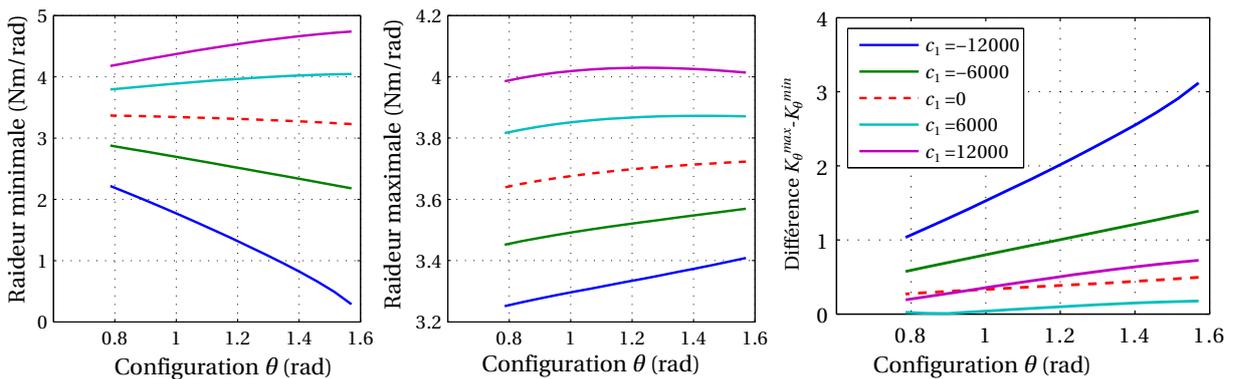


FIGURE 4.12 – Influence de c_1 sur K_{θ}^{min} et K_{θ}^{max} pour c_2 constant et $R_L = 1$.

sible. A l'inverse, un ressort dégressif permet d'étendre de manière significative la plage de raideur accessible, notamment au voisinage de la position neutre.

4.3 Développement de ressorts non-linéaires

Deux types de paramètres régissent le comportement du système ; ses dimensions et les caractéristiques élastiques de ses éléments. Nous avons constaté que l'utilisation d'un profil dégressif de ressort doit permettre d'élargir la plage de raideur accessible. Nous nous attachons donc maintenant à proposer de tels ressorts, en développant une méthode de conception appropriée. Nous avons publié les travaux présentés dans cette section dans [Boehler 2015b].

4.3.1 État de l'art

L'utilisation de ressorts non-linéaires a principalement été envisagée dans le domaine de l'actionnement à impédance variable [Van Ham 2009, Vanderborght 2013] comme évoqué en section 2.3.2.

Chapitre 4. Conception d'un mécanisme de tenségrité à raideur variable

Dans ce cas, l'introduction de non-linéarités doit permettre d'ajuster la raideur d'un actionneur via la précontrainte du ressort. La caractéristique des ressorts introduite dans ces cas est par ailleurs de type progressive, ce qui n'est pas d'intérêt pour notre application. On distingue quatre types différents de non-linéarités [Rivin 1999, Jutte 2008] :

- les non-linéarités dues au matériau,
- les non-linéarités de contact,
- les non-linéarités dues au changement des conditions de fonctionnement,
- les non-linéarités géométriques.

4.3.1.1 Non-linéarités du matériau

Certains matériaux hyperélastiques tels que le caoutchouc présentent des caractéristiques non-linéaires. Leur utilisation permet donc la conception d'éléments compliants non-linéaires [Rivin 1999]. La Fig. 4.13 illustre un exemple d'implémentation de système à raideur dégressive issu de [Khalilollahi 2002]. Le montage permet de solliciter la matière en cisaillement lorsqu'un déplacement est appliqué à l'élément central dans la direction verticale vers le bas.

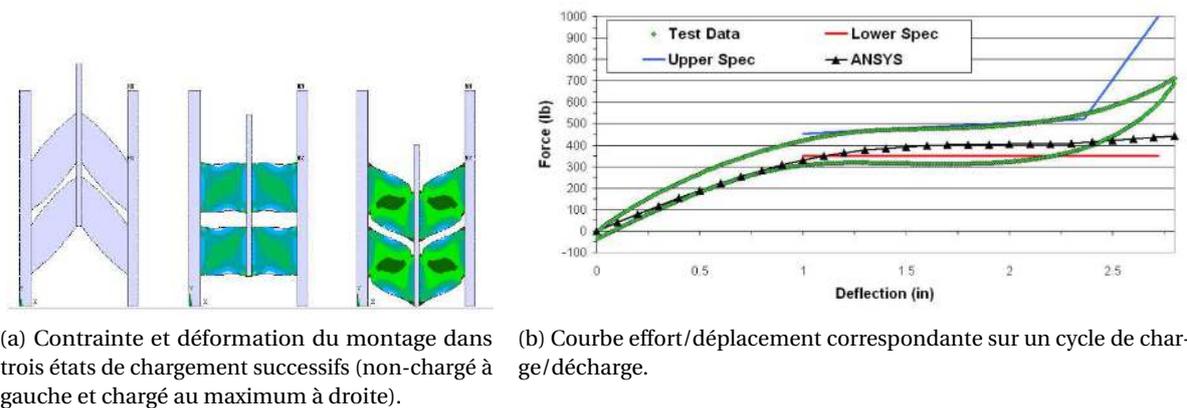


FIGURE 4.13 – Exemple d'utilisation de la non-linéarité matériau issu de [Khalilollahi 2002].

Le matériau est sollicité en cisaillement afin d'obtenir un comportement dégressif sur la première partie de sa course comme l'illustre la Fig. 4.13b. Cette sollicitation en cisaillement limite cependant généralement la plage d'allongement possible et nécessite la mise en série de plusieurs éléments. Enfin, la présence d'hystérésis lors d'une utilisation cyclique, aussi appelé effet Mullins [Guo 2008] (visible Fig. 4.13b sur la courbe expérimentale), rend difficile la modélisation et donc la précision de la raideur ainsi que son dimensionnement.

L'utilisation des propriétés du matériau est néanmoins favorable à une implémentation via une production par fabrication additive, permettant la création de géométries complexes et monoblocs favorable à la compacité des solutions.

4.3.1.2 Non-linéarités de contact

La théorie du contact de Hertz permet de modéliser la déformation de deux surfaces en contact sous application d'un effort extérieur [Hertz 1882]. Suivant la forme des surfaces en contact ainsi que les matériaux constitutifs des pièces, il est possible de modéliser la relation effort/déplacement du système qui s'avère être non-linéaire [Rivin 1999]. Un exemple Fig. 4.14 illustre cette situation sur

Chapitre 4. Conception d'un mécanisme de tensegrité à raideur variable

la déformation d'une sphère comprimée entre deux plans rigides par un effort F qui provoque sa déformation d . L'augmentation graduelle de la surface en contact au cours de la déformation, ici représentée dans le plan par la longueur b , induit une non-linéarité de la caractéristique $F(d)$.

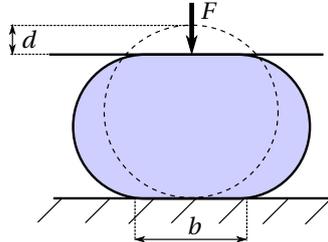


FIGURE 4.14 – Compression d'une sphère entre deux plans rigides.

Bien que ce phénomène soit connu et bien étudié en mécanique, il n'a jamais été employé à notre connaissance pour réaliser un élément non-linéaire. On peut néanmoins supposer que les plages de déformation obtenues avec cette méthode restent faibles de part l'aspect local du phénomène et qu'il présente globalement les mêmes inconvénients que les non-linéarités matérielles, ajouté au fait que l'utilisation de ce principe rend le dimensionnement délicat.

4.3.1.3 Non-linéarités dues au changement de conditions de fonctionnement

Ces non-linéarités sont obtenues en provoquant un changement des conditions du système au cours de son fonctionnement, par exemple en passant d'un non-contact à un contact, ou encore en changeant le type de sollicitation d'un élément compliant [Jutte 2008].

La Fig. 4.15 illustre l'exemple d'un tel élément dont les conditions de fonctionnement changent en fonction du sens de la sollicitation en flexion présentant ainsi deux comportements différents : un comportement rigide lorsque les surfaces sont en contact et souples lorsqu'elles ne le sont pas.

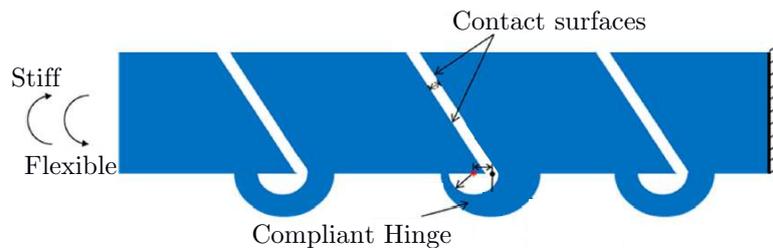


FIGURE 4.15 – Dispositif compliant proposé dans [Tummala 2014].

L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle ne peut proposer qu'une courbe de raideur continue par morceau, *i.e.* des changements abrupts de raideur au cours du fonctionnement qui sont dus aux changements d'état successifs menant à la variation de raideur. Dans [Tummala 2014], seuls deux modes dits rigide et souple sont considérés.

4.3.1.4 Non-linéarités géométriques

Exploiter les non-linéarités géométriques revient à créer un changement de raideur *via* de grands déplacements d'un système articulé ou compliant [Rivin 1999, Jutte 2008, Radaelli 2014].

Il s'agit du principe le plus utilisé dans la littérature [Tonietti 2005, Jutte 2008, Migliore 2005, Schepelmann 2014]. Deux approches pour l'implémentation de cette non-linéarité géométrique sont

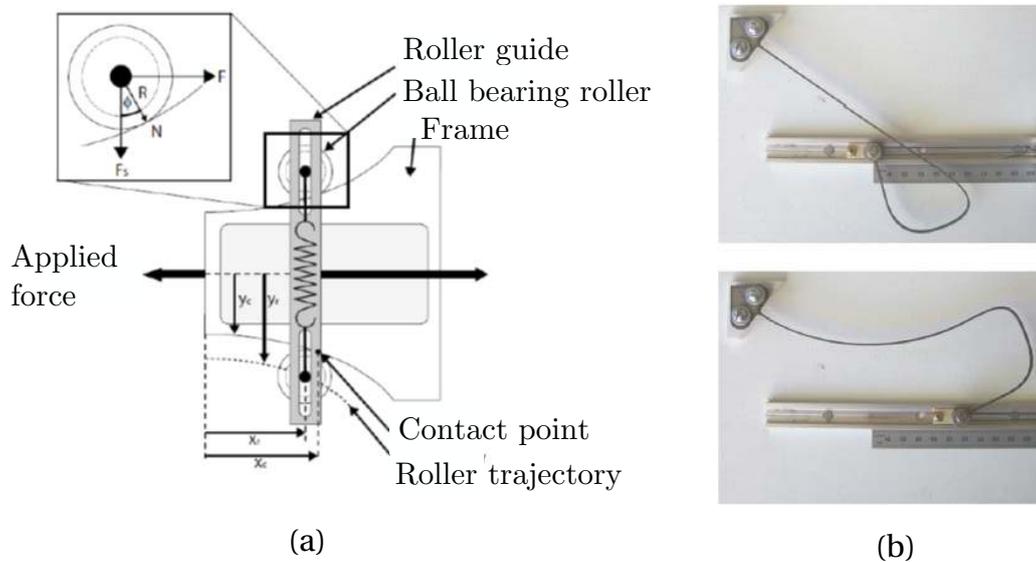


FIGURE 4.16 – Exemples de ressorts de traction non-linéaires. (a) Mécanisme rigide à came issu de [Migliore 2005]. (b) Mécanisme compliant issu de [Jutte 2008] ; déplacement nul en haut, déplacement maximum en bas.

possibles.

Dans la première, un mécanisme à corps rigide transforme de manière non-linéaire le mouvement de sortie en un mouvement d'entrée utilisé pour déformer un élément élastique, comme un ressort [Migliore 2005] ou un tendon [Schepelmann 2014]. Il s'agit ici de synthétiser un système de came qui permet cette transformation. La forme de cette came caractérise la courbe de raideur obtenue pour une variation de position entre l'entrée et la sortie. Un exemple de came pour un ressort non-linéaire de traction est illustré Fig 4.16(a). Cela permet généralement l'utilisation de ressorts linéaires classiques comme élément élastique [Zhou 2014]. Néanmoins cette approche nécessite l'assemblage d'un mécanisme à corps rigide, qui n'est pas toujours favorable à une intégration compacte et induit des jeux et du frottement au sein du composant.

La deuxième approche consiste à utiliser un mécanisme compliant, dont la géométrie est optimisée afin de présenter la caractéristique en raideur souhaitée. Cette optimisation nécessite alors l'utilisation de méthodes de synthèse spécifiques [Jutte 2008, Radaelli 2014]. Cette deuxième approche présente l'avantage d'un composant sans jeu ni frottement, et favorable à une intégration compacte. Un exemple de mécanisme compliant pour un ressort non-linéaire de traction est illustré Fig 4.16(b).

4.3.1.5 Bilan

Dans le tableau 4.1, les différentes stratégies sont comparées suivant les critères considérés d'intérêt dans notre cas. Chaque critère est évalué entre - - et ++ suivant le potentiel de chacune des stratégies pour l'assurer.

Nous considérons que les principes de contact et de changement de conditions sont à exclure de part le peu d'avantages qu'ils présentent pour notre application. En revanche, les non-linéarités géométriques et matériaux se distinguent clairement par rapport aux deux autres et présentent, à notre sens, le plus grand potentiel pour notre application.

Chapitre 4. Conception d'un mécanisme de tenségrité à raideur variable

Critères \ Stratégies	Matériau	Contact	Changement de conditions	Géométrique
Compacité	++	++	-	--
Compatibilité IRM	++	++	-	-
Allongement	-	--	+	++
Variation de raideur	+	-	++	++
Précision de la raideur obtenue	--	-	-	++
Dimensionnement	-	--	+	++
Implémentation	++	-	-	-

Tableau 4.1 – Comparatif des stratégies de raideur non-linéaire.

4.3.2 Démarche de conception

Il semble difficile d'exploiter la non-linéarité du matériau seule pour la conception d'un ressort non-linéaire dégressif, contrairement aux non-linéarités géométriques. Nous proposons donc une démarche de conception basée sur une analyse de la non-linéarité géométrique qui permet de formuler les conditions à remplir par un mécanisme afin d'être exploité dans ce cas. Par la suite, nous verrons qu'une combinaison des non-linéarités géométriques et du matériau est possible, et semble prometteuse à la vue de la complémentarité de leurs avantages sur les différents critères. Exploiter des mécanismes compliant pour réaliser le composant [Jutte 2008] est d'intérêt afin de réduire le jeu et les frottements dans le système. C'est donc l'approche que nous proposons dans la suite.

4.3.2.1 Exploitation des mécanismes compliant

Un mécanisme compliant est un mécanisme dont les mobilités sont issues de la déformation d'un ou plusieurs de ses éléments. Plusieurs exemples de mécanismes compliant classiques sont illustrés Fig. 4.17.

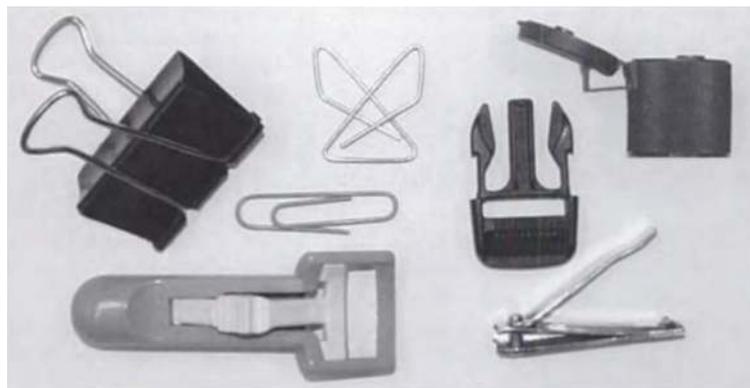


FIGURE 4.17 – Exemples de mécanismes compliant [Howell 2001].

La synthèse de mécanismes compliant peut être réalisée facilement en utilisant la méthode dite de *Rigid Body Replacement* (RBR) [Howell 2001] qui est maintenant couramment exploitée [Mattson 2004, Howell 2001, Howell 1994]. Cette méthode consiste en deux étapes. Premièrement, un mécanisme à corps rigides est sélectionné en fonction de la cinématique souhaitée. Ensuite, le mécanisme compliant de comportement cinématique équivalent est synthétisé. Pour cela, les liaisons classiques

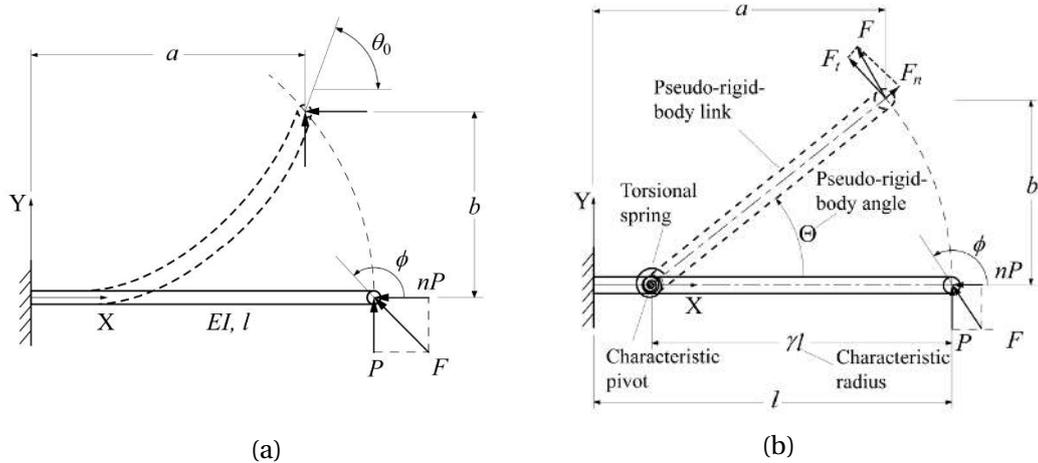


FIGURE 4.18 – Exemple pour une poutre cantilever d'extrémité libre [Kuber 2013]. Mécanisme compliant (a) et son PRBM (b).

sont remplacées par des liaisons compliantes afin d'obtenir un mécanisme compliant monobloc. Ce remplacement nécessite cependant un modèle de la liaison compliant. On considère usuellement la modélisation par corps pseudo-rigides, ou *Pseudo-Rigid Body Model* (PRBM) [Howell 2001]. Dans ce cas, la liaison compliant est modélisée par une liaison classique entre corps rigides, en parallèle d'un ressort linéaire ou de torsion, dont la raideur dépend de la géométrie et du matériau de la liaison compliant employée.

Un exemple de mécanisme compliant et son PRBM correspondant sont illustrés Fig. 4.18. Il s'agit d'une poutre encastree à une extrémité, et sollicitée par un effort F à l'autre. Dans ce cas, la poutre en déformation est modélisée par deux solides rigides reliés par une liaison pivot en parallèle avec un ressort de torsion. Le centre de la liaison équivalente, paramétré par le rayon caractéristique γ , ainsi que la raideur du ressort, dépendent des dimensions et des caractéristiques du matériau de la poutre (ici son module de Young E , sa longueur l et le moment quadratique de sa section I).

La phase critique de la synthèse dans notre contexte est de sélectionner le mécanisme à corps rigide adapté permettant de fournir un effet dégressif de par sa géométrie. L'exploitation d'un mécanisme compliant est alors possible en utilisant la méthode de RBR afin de générer l'architecture correspondante au mécanisme rigide sélectionné.

4.3.2.2 Analyse de la non-linéarité géométrique

Afin de choisir ce mécanisme à corps rigide, nous avons développé une méthode générique permettant son choix en nous basant sur une analyse de sa non-linéarité géométrique. Cette méthode nous permet ainsi de contribuer ainsi plus généralement à la synthèse de ressorts dégressifs.

Un ressort dégressif est obtenu en combinant une source de raideur positive et négative tel qu'on en rencontre dans un mécanisme bistable [Friswell 2012]. Un mécanisme bistable est caractérisé par un phénomène de flambement qui survient lorsque le mécanisme passe d'une configuration stable à une autre. Un exemple de mécanisme bistable est illustré Fig. 4.19(a) : une force f est appliquée au nœud B et engendre son déplacement vertical d . Un ressort monté en parallèle de la liaison prismatique contre-balance cette force. Pour ce mécanisme, il existe alors 2 positions d'équilibre stable, désignées par (i) et (iii) sur sa caractéristique effort/déplacement (Fig. 4.19b). La configuration d'équilibre instable (ii) est obtenue pour $f = 0$ lorsque A , B et C sont alignés horizontalement.

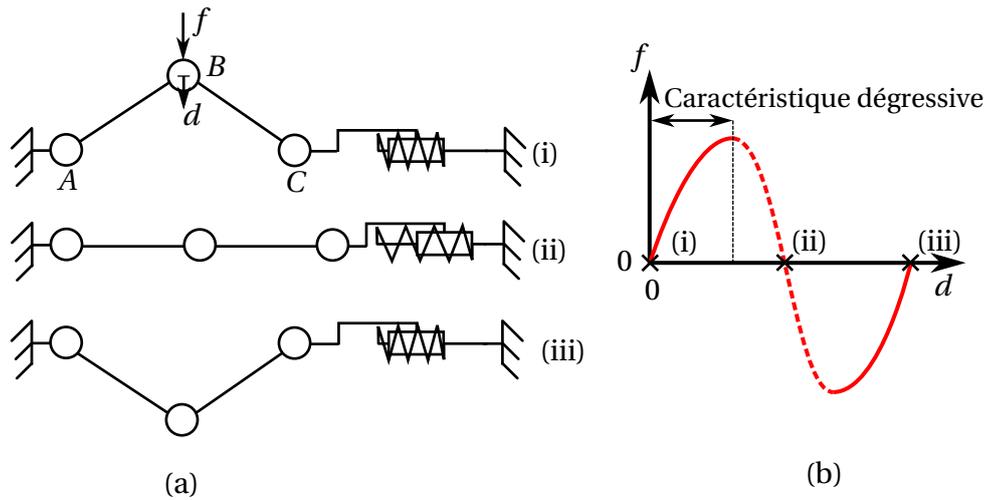


FIGURE 4.19 – Mécanisme bistable (a) et sa caractéristique effort/déplacement (b).

Le phénomène de flambement, ici de type *snap-through buckling* en anglais, est bien connu en analyse structurelle [Wiebe 2011, Sun 1995]. Il se caractérise par une zone de raideur négative, ici représentée en ligne pointillée, et centrée en (ii). En approchant cette zone par la configuration (i), le mécanisme présente une caractéristique dégressive représentée en trait continu. Cet effet dégressif a pour effet une décroissance de la raideur pour un déplacement d croissant. Au point d'inflexion, la configuration est telle que la raideur est nulle, *i.e.* un déplacement d est possible sans changement de l'effort f .

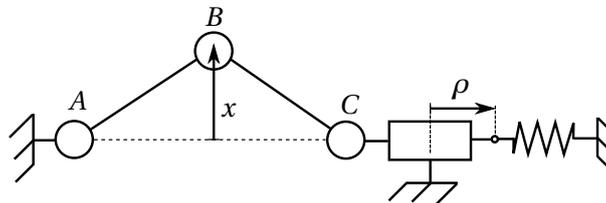


FIGURE 4.20 – Modélisation cinématique de l'effet dégressif.

La caractéristique recherchée peut être exprimée en paramétrant le mécanisme. Le paramétrage est décrit sur la Fig. 4.20. La position verticale x du point B, considérée comme la position de sortie du mécanisme, est contrôlée par sa variable d'entrée ρ . Un ressort linéaire est interposé entre le bâti et l'entrée du système, de manière à ce qu'il soit dans sa position neutre pour $\rho = \rho_0$ et $x \neq 0$. Lorsque A, B et C sont alignés (configuration (ii)), aucune force de sortie ne peut être générée en B, même pour un effort d'entrée non-nul. Pour un mécanisme présentant une boucle cinématique comme celui-ci, cette configuration est appelée une *singularité parallèle* et est largement étudiée en robotique parallèle [Gosselin 1990b]. Ces configurations ont par ailleurs été exploitées pour la conception de mécanisme d'amplification [Rubbert 2014] ou de capteurs [Ranganath 2004]. En robotique parallèle, la pose \mathbf{x} de l'effecteur du robot est alors contrôlée par des actionneurs dont les positions sont décrites par le vecteur $\boldsymbol{\rho}$. La matrice jacobienne \mathbf{J} lie les vitesses de l'effecteur aux vitesses des actionneurs. Suivant le principe des travaux virtuels, elle lie également les efforts d'entrée et de sortie tel que :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{f} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau} \end{cases} \quad (4.13)$$

avec \mathbf{f} les efforts sur l'effecteur et $\boldsymbol{\tau}$ les efforts d'actionnement [Gosselin 1990a]. Lorsque le système est en singularité parallèle, le rang de \mathbf{J}^T est déficient, et il existe donc des efforts d'actionnement non-nuls ($\boldsymbol{\tau} \neq \mathbf{0}$), qui ne génèrent pas d'efforts de sortie ($\mathbf{f} = \mathbf{0}$). Dans ce cas, ces efforts notés $\boldsymbol{\tau}_s$ appartiennent au noyau de \mathbf{J}^T .

4.3.2.3 Méthode de conception

On propose ici d'exploiter cette propriété pour concevoir des ressorts dégressifs. Pour cela, les actionneurs d'un mécanisme parallèle sont remplacés par des liaisons passives, et des ressorts y sont ajoutés en parallèle de telle sorte que

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0) \quad (4.14)$$

avec $\boldsymbol{\Omega}$ une matrice diagonale contenant les raideurs des ressorts, et $\boldsymbol{\rho}_0$ des coordonnées articulaires pour lesquelles les ressorts sont à leur longueur à vide. Dans ce cas, la deuxième équation dans (4.13) devient

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0) \quad (4.15)$$

Le mécanisme est donc dans une configuration équilibrée, *i.e.* $\mathbf{f} = \mathbf{0}$, dans deux configurations :

1. *Un équilibre initial* : lorsque $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_0$.
2. *Un équilibre singulier* : lorsque le mécanisme est en singularité parallèle et que $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s \in \mathbf{N}$.

avec \mathbf{N} le noyau de \mathbf{J}^T . Un choix adéquat de $\boldsymbol{\rho}_0$ et de $\boldsymbol{\Omega}$ permet de garantir l'existence de la première et de la seconde configuration respectivement. Dans ces conditions, en considérant une trajectoire continue et faisable du mécanisme entre cet équilibre initial et singulier, il apparaît nécessairement une configuration de raideur nulle. En effet, un changement du signe de la caractéristique effort/déplacement, et donc de la raideur, intervient le long de cette trajectoire puisque $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ à ses deux extrémités.

La méthode de conception d'un ressort dégressif que nous proposons consiste donc à

1. sélectionner un mécanisme parallèle présentant une singularité parallèle dont le mouvement correspond à la mobilité du ressort recherchée,
2. remplacer les actionneurs par des liaisons passives en parallèle avec des ressorts,
3. choisir la longueur à vide des ressorts et leur raideur axiale de manière à garantir l'existence de deux configurations d'équilibre ; initiale et singulière.

On peut alors remarquer deux points importants. Le premier est que $\boldsymbol{\rho}$ étant un vecteur, il est possible de concevoir un ressort dégressif à l'aide d'un mécanisme parallèle exploitant plusieurs ressorts. Cela peut être d'intérêt pour répartir les efforts internes au sein du système. Si l'intégration des ressorts rend possible des mouvements de l'effecteur autres que le mouvement singulier recherché, l'effecteur du mécanisme devra être guidé directement selon le mouvement souhaité. Deuxièmement, \mathbf{x} est également un vecteur, donc la trajectoire entre la configuration initiale et la singularité peut être non-intuitive et peut combiner plusieurs degrés de liberté du mécanisme. Ce raisonnement cinématique permet donc d'envisager la conception d'architectures nouvelles pour des ressorts dégressifs et pour des mouvements complexes.

Nous avons ici mis en évidence la condition que doit remplir un mécanisme parallèle afin d'être employé en tant que ressort dégressif. Nous exploitons ici cette condition pour générer des architectures de ressorts dégressifs à un degré de liberté.

4.3.3 Application

Deux nouvelles solutions sont présentées pour

- un ressort dégressif en traction/compression,
- un ressort dégressif en torsion.

Ces composants présentent des mobilités souvent considérées en robotique, et constituent donc des problèmes d'intérêt à traiter à notre sens.

4.3.3.1 Ressort de traction/compression

Pour concevoir un ressort dégressif de traction/compression, il nous faut tout d'abord sélectionner un mécanisme parallèle qui présente une configuration singulière caractérisée par un mouvement de translation.

Nous exploitons un mécanisme double 4-barres illustré Fig. 4.21a(i). Il s'agit d'un mécanisme parfois considéré dans le cas d'amplificateurs mécaniques pour les actionneurs piézoélectriques [Ouyang 2008]. Nous le considérons ici comme un mécanisme à 1 DDL dont l'effecteur est la barre BC . Sa position est définie par la variable \mathbf{x} , qui est contrôlée par l'actionneur dont la position est définie par ρ . Le système est en singularité parallèle lorsque les points A , B , C et D sont alignés, ainsi que P , Q , R et S , avec $\mathbf{x} = b$ (configuration (ii)). Dans cette configuration, aucune force verticale ne peut être produite sur l'effecteur pour n'importe quel effort dans l'actionneur.

Le ressort dégressif basé sur ce mécanisme est obtenu en remplaçant l'actionneur par un ressort linéaire de raideur k_s (Fig. 4.21a(iii)). Il est à sa longueur à vide lorsque $\rho = \rho_0$ pour $f = 0$, dans une configuration non-singulière avec $\mathbf{x} \neq b$. L'application d'une force f depuis cette configuration amène le mécanisme dans sa configuration singulière. Etant donné que la configuration singulière est caractérisée par $\mathbf{x} = b$, l'architecture alternative Fig. 4.21a(iv) peut également être considérée en inversant l'orientation des barres inférieures et supérieures. L'application d'une force verticale, ici en traction, amène le mécanisme dans la même configuration singulière.

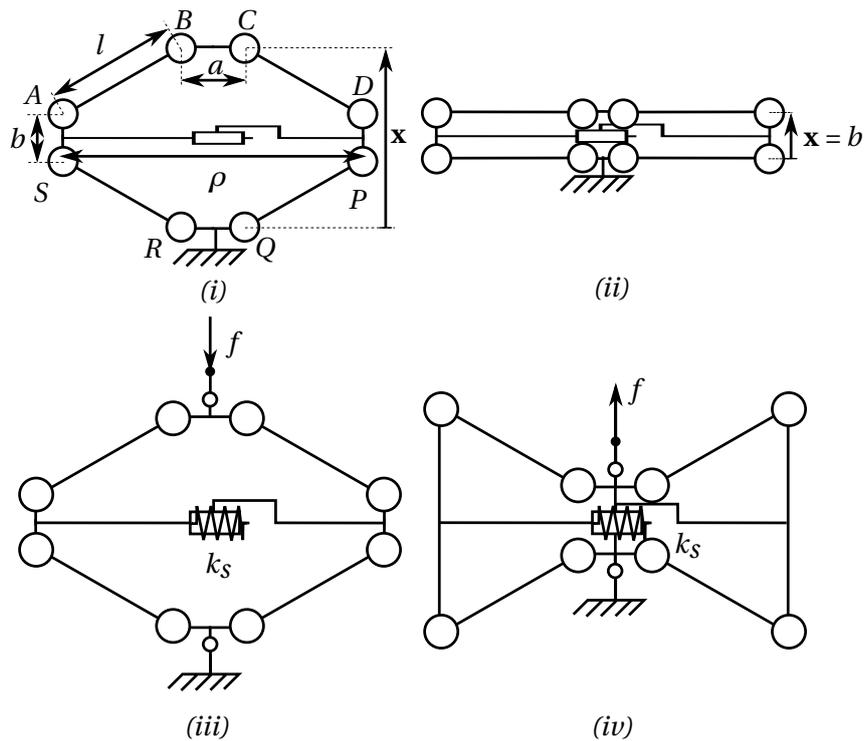
4.3.3.2 Ressort de torsion

Pour concevoir un ressort dégressif de torsion, il nous faut sélectionner un mécanisme parallèle qui présente une configuration singulière caractérisée par un mouvement de rotation.

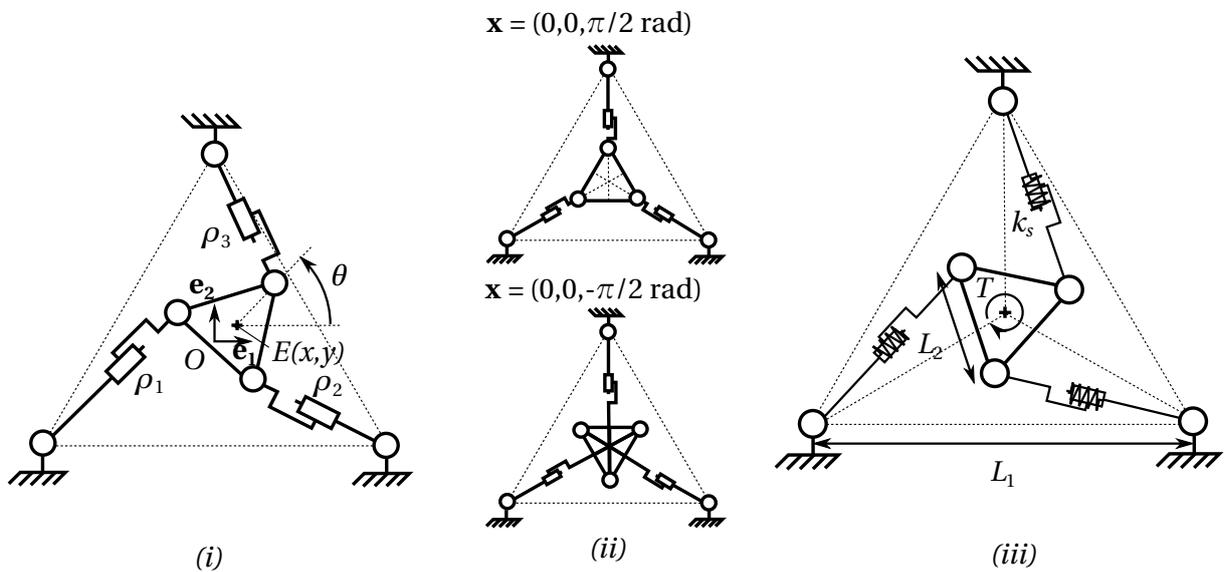
Nous exploitons un mécanisme parallèle 3-RPR illustré Fig. 4.21b(i). Il s'agit d'un mécanisme plan à 3 DDL définis par la position et l'orientation de son effecteur de centre E . Le mécanisme est actionné par ses 3 liaisons prismatiques. Ce mécanisme est connu pour présenter deux singularités parallèles [Yang 2007] illustrées Fig. 4.21b(ii).

Soit $\mathbf{x} = [x, y, \theta]^T$ la pose de l'effecteur. Les variables (x, y) représentent la position de E dans le repère $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ et l'angle θ est l'orientation de l'effecteur. La position des actionneurs est définie par $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3]^T$. En $\mathbf{x} = [0, 0, \pm\pi/2 \text{ rad}]^T$, les singularités parallèles sont obtenues lorsque les axes des trois jambes s'intersectent au centre de l'effecteur. Dans ces configurations, aucun couple T ne peut être produit sur la plateforme *via* les actionneurs.

Lorsqu'il est monté sur une liaison pivot centrée en O , ce mécanisme peut être exploité comme un ressort de torsion en considérant l'orientation de l'effecteur décrite par θ pour approcher la singularité. La Fig. 4.21b(iii) représente le ressort dégressif obtenu en intégrant 3 ressorts linéaires de raideur k_s à la place des actionneurs du mécanisme. Ces ressorts sont à leur longueur à vide dans la configuration non-singulière $[0, 0, \theta_0]^T$ avec $\theta_0 \neq \pm\pi/2 \text{ rad}$. Lorsqu'un couple T est appliqué sur l'effecteur, la



(a) Mécanisme double 4-barres (i) et sa singularité parallèle (ii). Ressort dégressif en compression (iii) et en traction (iv) correspondant.



(b) Mécanisme 3-RPR (i) et ses 2 singularités parallèles en $\mathbf{x} = (0,0, \pm\pi/2 \text{ rad})^T$ (ii). Ressort dégressif en torsion (iii) correspondant.

FIGURE 4.21 – Application de la méthode pour un ressort de traction/compression et un ressort de torsion.

configuration singulière peut alors être approchée. Les ressorts sont sollicités soit en traction soit en compression suivant le signe de T ainsi que l'équilibre initial considéré.

4.3.3.3 Simulation des mécanismes à corps rigides

Les résultats de simulation pour ces deux applications sont représentés Fig. 4.22. Les simulations sont effectuées en conditions quasi-statiques à l'aide d'un logiciel de simulation de mécanismes à corps rigides (Creo/Mechanism, PTC). Nous souhaitons ici confirmer le comportement dégressif obtenu par notre méthode avec ces deux solutions.

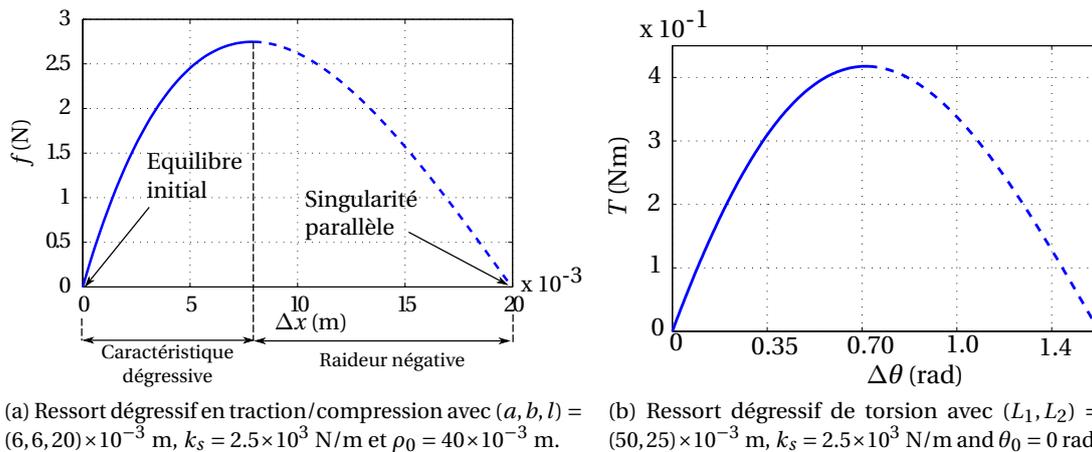


FIGURE 4.22 – Résultats de simulation pour les ressorts dégressifs basés sur les mécanismes double 4-barres et 3-RPR.

Un exemple de caractéristique pour le ressort de traction/compression est illustré Fig. 4.22a. On note Δx le déplacement par rapport à la configuration d'équilibre initial en l'absence d'effort. Comme attendu, la caractéristique force/déplacement présente deux parties. La première, en trait continu, est stable et présente une caractéristique dégressive. En effet, la pente de la courbe décroît, et donc la raideur. La deuxième partie est instable et de raideur négative (en trait discontinu). La singularité est ainsi atteinte de manière instable pour un effort nul. Un résultat similaire est obtenu pour la caractéristique couple/rotation du ressort dégressif en torsion représentée Fig. 4.22b.

Ces deux implémentations montrent l'intérêt de notre méthode afin de trouver des architectures de ressorts dégressifs en se basant sur des mécanismes parallèles. Nous avons ici mis en avant deux mécanismes parallèles pouvant être exploités respectivement pour créer des ressorts en traction/compression ou en torsion.

4.3.3.4 Prise en compte de la compliance

Nous souhaitons réaliser les ressorts dégressifs sous forme de mécanismes compliant. Il est donc nécessaire de considérer la raideur des liaisons due à leur nature compliant. Les PRBM issus des deux mécanismes traités dans la partie précédente sont illustrés Fig. 4.23(a) et (b). Dans ce cas, des ressorts de torsion sont ajoutés en parallèle des liaisons pivot des modèles à corps rigides introduits précédemment. Chaque liaison compliant présente une raideur angulaire k_j qui dépend de la géométrie et du matériau du mécanisme compliant considéré.

L'impact de k_j sur le comportement des deux systèmes traités est illustré Fig. 4.23(c) et (d) pour

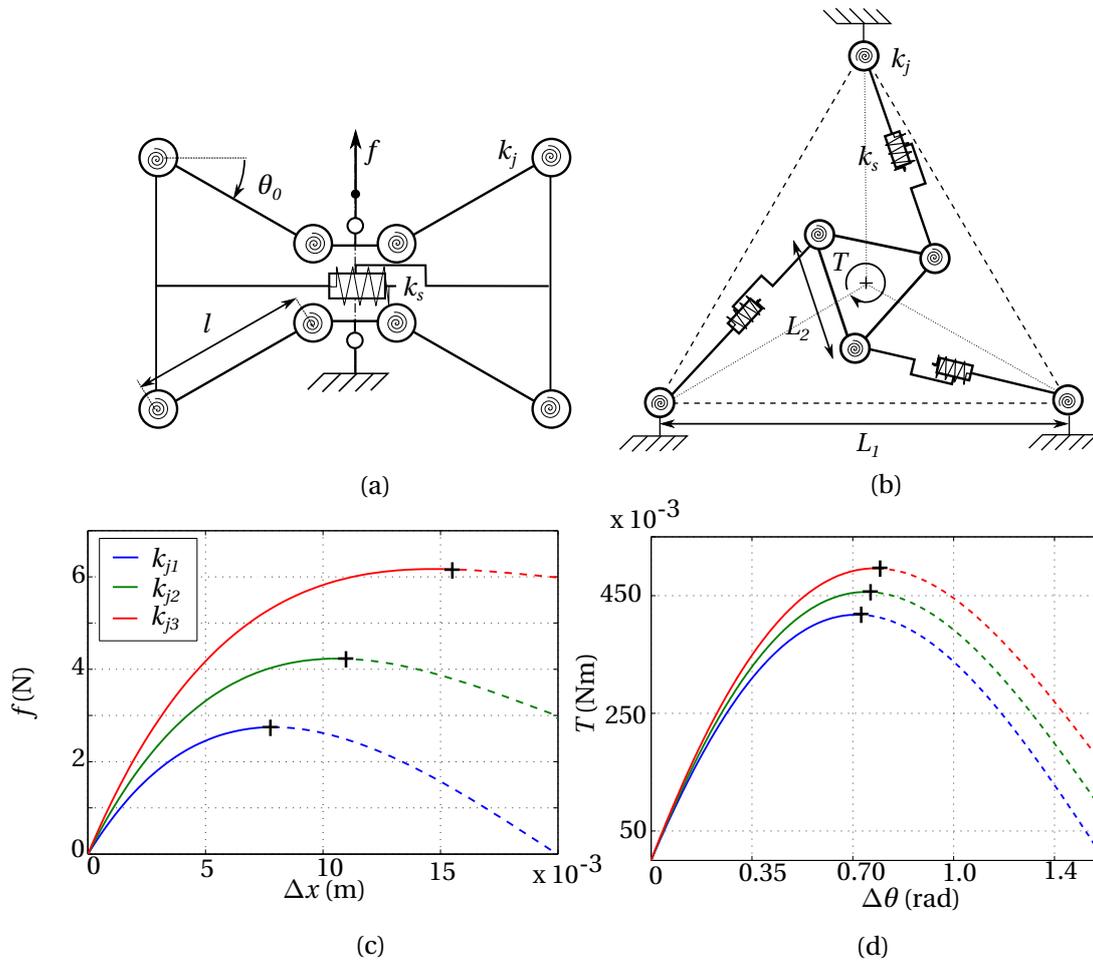


FIGURE 4.23 – PRBM des ressorts dégressifs en traction (a) et en torsion (b) ; influence de k_j sur la caractéristique du ressort de traction (c) et de torsion (d) avec $k_{j1} = 0 < k_{j2} < k_{j3}$.

trois valeurs croissantes de raideur des liaisons. On constate que le point d'inflexion (représenté par une croix) ainsi que l'effort maximum sont impactés par cette grandeur. La raideur des liaisons compliantes k_j a un impact sur la forme de la caractéristique, mais on constate néanmoins que l'effet dégressif est bien conservé et que notre raisonnement effectué sur les mécanismes à corps rigides reste valide en considérant l'utilisation de mécanismes compliants pour leur réalisation.

4.4 Conception d'un ressort de traction dégressif

Dans la section précédente, nous avons développé une méthode permettant d'identifier l'architecture des ressorts dégressifs en nous basant sur un raisonnement cinématique. Elle nous a permis de proposer différentes architectures adaptées à la réalisation de ressorts dégressifs pour trois types de ressorts courants ; de torsion, de compression ou de traction.

Nous nous concentrons maintenant uniquement sur le développement du ressort dégressif de traction qui nous intéresse dans notre application. L'objectif est d'implémenter le mécanisme double 4-barres à l'aide d'un mécanisme compliant qui est donc à synthétiser. Nous souhaitons également combiner les non-linéarités géométrique et matériau et évaluer l'apport de ce dernier pour la conception d'un ressort dégressif de traction.

4.4.1 Géométries considérées

4.4.1.1 Description

Plusieurs géométries compliantes peuvent être envisagées en utilisant la méthode RBR. Sa sélection dépend en partie du procédé de fabrication considéré. Nous envisageons ici l'utilisation de la fabrication additive multi-matériaux avec le procédé Polyjet [Stratasys] pour l'implémentation de ces solutions.

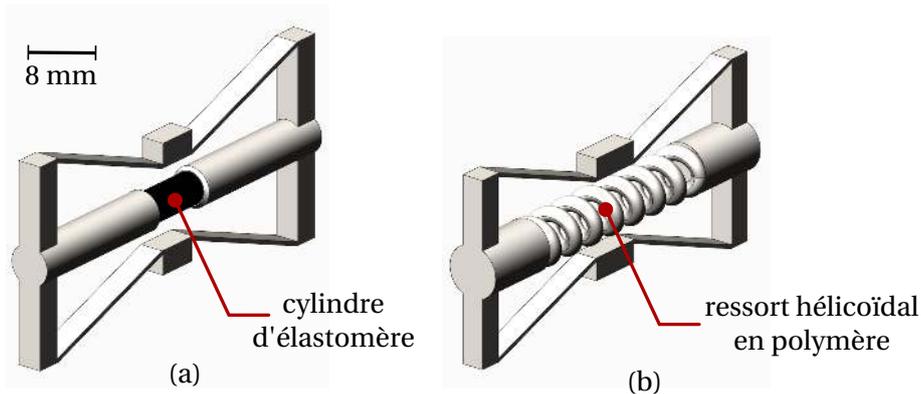


FIGURE 4.24 – Mécanismes compliantes proposés ; (a) solution bi-matière (BM) et (b) solution mono-matière (MM).

Jusqu'ici, nous avons donné un aperçu de l'efficacité des non-linéarités géométriques afin d'obtenir l'effet dégressif souhaité. Dans l'idée d'amplifier cet effet et d'améliorer la compacité de la solution, nous cherchons ici à combiner cette non-linéarité géométrique avec une non-linéarité du matériau. Une telle non-linéarité est connue pour apparaître dans les matériaux élastomères qui présentent un comportement hyperélastique [Guo 2008]. Ce comportement est intéressant dans notre contexte, car un tel matériau peut être produit par fabrication additive multi-matériaux avec le procédé Polyjet utilisé. Par conséquent, deux géométries issues du PRBM présenté dans la section précédente sont ici proposées. Ces géométries sont illustrées Fig. 4.24.

Les deux solutions utilisent des lames flexibles afin de distribuer la déformation au sein de la structure. On parle ici d'un mécanisme à *compliance distribuée* car la déformation est distribuée le long de la lame. Ce type s'oppose au mécanisme dit à *compliance localisée* [Howell 2001, Henein 2000] où les liaisons classiques sont remplacées par des articulations déformables.

La première solution (a) est bi-matière (BM) pour combiner les deux sources de non-linéarités. Pour cela, un cylindre d'élastomère hyperélastique (Stratasys TangoBlackPlus) est intégré au sein de la structure compliant. La deuxième solution (b) est mono-matière (MM). Le ressort linéaire de raideur k_s est intégré à la structure sous la forme d'un ressort hélicoïdal en polymère. Elle va permettre d'évaluer l'apport de la non-linéarité matériau pour comparaison.

4.4.1.2 Apport de la non-linéarité matériau

Le comportement du composant bi-matière est simulé et comparé à celui du composant mono-matière, avec une raideur axiale du ressort hélicoïdal correspondant soit à la raideur minimale soit à la raideur maximale de l'élastomère au cours de sa déformation.

Les géométries simulées sont représentées Fig. 4.24. Le ressort BM intègre un cylindre d'élastomère dont la raideur varie de manière monotone de 1500 N/m à 1000 N/m au cours de sa déformation. Les

deux ressorts MM présentent une raideur $k_s = 1500$ N/m (noté MM1.5) et 1000 N/m (noté MM1) qui constituent respectivement la raideur maximale et minimale du cylindre d'élastomère hyperélastique. La variation de raideur de ces trois solutions est calculée en fonction du déplacement Δx . Cela constitue ainsi un indicateur de la non-linéarité de la caractéristique effort/déplacement du composant, comme la raideur est la dérivée première de l'effort par rapport au déplacement.

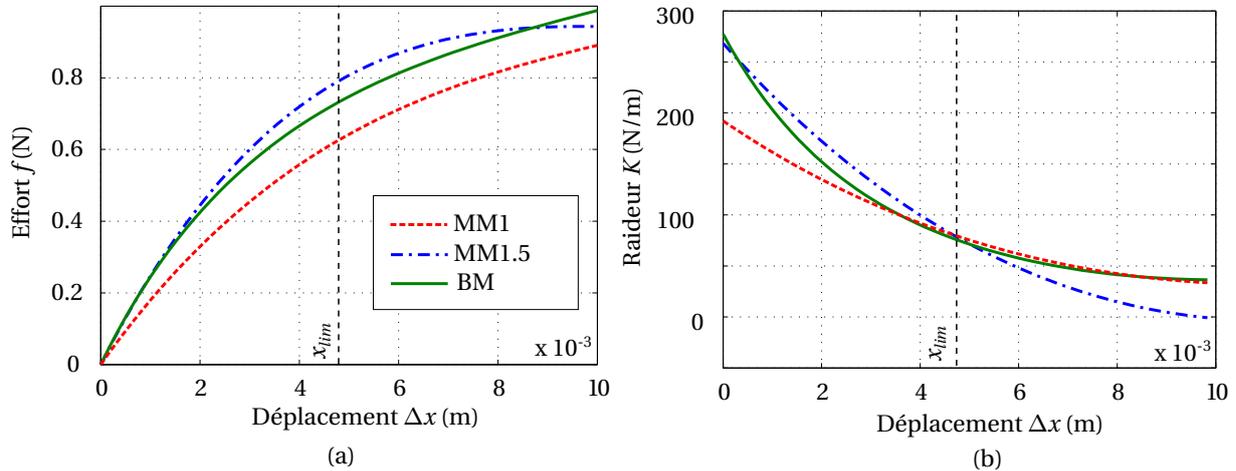


FIGURE 4.25 – Simulations par MEF des caractéristiques effort/déplacement (a) et raideur/déplacement (b) pour MM1, MM1.5 et BM.

Les résultats sont illustrés Fig. 4.25. Ils sont obtenus via une simulation par MEF nécessaire afin de prendre en compte l'hyperélasticité de l'élastomère. Les composants MM1.5 et BM ont, comme attendu, la même raideur initiale. On peut noter que pour $\Delta x = x_{lim}$ (Fig. 4.25), MM1.5 et BM présentent à nouveau la même raideur, mais pour différents efforts. En terme de variation de raideur sur le déplacement total, la solution MM1.5 apparaît ici comme plus avantageuse que BM.

Les composants BM et MM1 présentent la même raideur finale (pour $\Delta x = 10 \times 10^{-3}$ m) mais pour des efforts finaux différents. Ce constat est logique étant donné que les ressorts internes à MM1 et BM ont la même raideur finale. Dans ce cas, la solution BM apparaît comme plus avantageuse que MM1 dans le but d'obtenir une variation de raideur plus importante à même géométrie et pour un déplacement maximum donné.

La contribution de la non-linéarité matériau apparaît ici clairement sur les deux caractéristiques. Son apport en terme de variation de raideur pour le composant dépend en revanche de la plage de déplacement considérée, et de l'effort final souhaité.

Si la solution bi-matière n'est pas nécessairement plus performante que la solution mono-matière, la combinaison des deux non-linéarités apparaît comme un moyen d'offrir au concepteur des alternatives supplémentaires lors de la phase de synthèse. Les deux solutions sont comparées expérimentalement pour discuter de leurs intérêts respectifs.

4.4.2 Processus de synthèse

Afin de pouvoir générer des solutions adaptées à notre besoin, un processus de synthèse de ces composants est maintenant mis en place. Il vise à identifier une géométrie permettant de générer la caractéristique effort/déplacement souhaitée. Sa formulation dépend bien sûr de l'application envisagée. Dans notre cas, il nous semble pertinent de chercher à maximiser la non-linéarité de la caractéristique effort/déplacement pour un effort et une déflexion maximale donnés, que nous avons

montré comme étant favorable à une augmentation de la plage de raideur du mécanisme de tenségrité. Les étapes du processus de synthèse retenu sont donc les suivantes :

1. *Paramétrage de la géométrie* : les paramètres géométriques à déterminer sont désignés. Ensuite, la raideur k_j est exprimée en fonction de ces paramètres géométriques en utilisant la modélisation PRBM.
2. *Expression analytique de la caractéristique effort/déplacement* : l'évolution de l'effort au cours du déplacement est exprimée en fonction des paramètres.
3. *Synthèse du mécanisme* : les paramètres sont optimisés afin de respecter les contraintes et minimiser une fonction coût exprimée afin de garantir la forme de la caractéristique effort/déplacement souhaitée.

Les paramètres de la géométrie sont décrits sur la Fig. 4.26(b). Les lames flexibles sont de longueur l_b , de largeur w et d'épaisseur t . Elles sont modélisées par des ressorts de torsion de raideur k_j . La raideur k_s du ressort hélicoïdal est liée à la géométrie du système et au matériau qui le constitue.

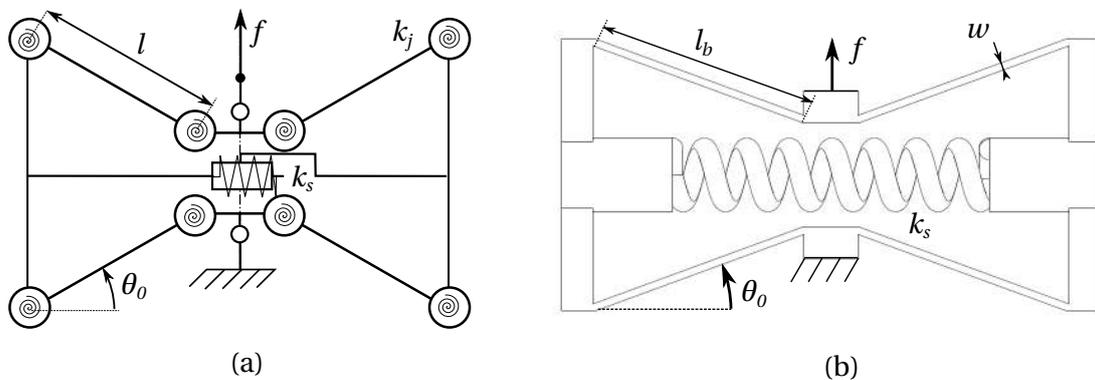


FIGURE 4.26 – PRBM mécanisme compliant (a) et paramétrage de la solution considérée (b).

Le déplacement maximum Δx_{max} et l'effort maximum correspondant f_{max} , pour laquelle la raideur $K(\Delta x_{max})$ est atteinte, sont utilisés comme entrée du processus de synthèse. On cherche alors le jeu de paramètres qui maximise la raideur initiale $K(0)$. Ce processus est illustré par le schéma Fig. 4.27. Les détails de ce processus sont en annexe D. Un exemple y est également traité incluant le choix des contraintes de conception. La solution obtenue est validée expérimentalement en section 4.4.3.1.

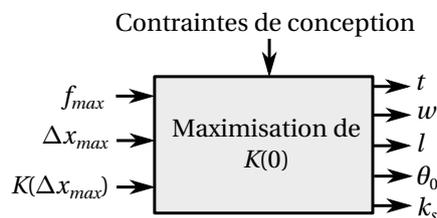


FIGURE 4.27 – Processus de synthèse.

4.4.3 Validation expérimentale

Des essais de traction sont effectués sur des prototypes correspondants aux géométries mono-matière et bi-matière produites avec une machine Stratasys Connex 350 qui permet de combiner un polymère rigide blanc, et un matériau élastomère noir. Le dispositif expérimental est illustré Fig. 4.28. Nous

utilisons une machine de traction (Z005, Zwick/Roell) équipée d'une cellule de mesure d'effort 50 N. La vitesse de traction est de 10 mm/min, et le déplacement est mesuré avec une précision de 4×10^{-6} m. De part la présence de phénomènes de relaxation inhérents au matériau polymère et à sa fabrication, il convient de noter que le choix de cette vitesse n'est pas aisé, et qu'il impacte directement la caractéristique expérimentale. Elle est ici choisie de manière à pouvoir comparer les deux solutions indépendamment de ce phénomène.

4.4.3.1 Solution mono-matière

La solution mono-matière est tout d'abord évaluée. Pour cela, on considère la géométrie issue du processus de synthèse présenté en annexe D. On considère dans ce cas un effort maximal $f_{max} = 1$ N, $\Delta x_{max} = 1 \times 10^2$ m et $K(\Delta x_{max}) = 0$ N/m. La caractéristique effort/déplacement expérimentale est illustrée Fig. 4.29 ainsi que la simulation par MEF.

La pente de la caractéristique effort/déplacement décroît de manière monotone durant l'essai. Le comportement dégressif du ressort est donc ici expérimentalement validé ; la raideur évolue ici entre 340 N/m initialement et 53 N/m pour le déplacement maximum.

Les résultats expérimentaux diffèrent de la simulation par MEF avec un écart moyen relatif de 28%. Cet écart provient en partie du ressort hélicoïdal. La raideur du ressort hélicoïdal seul a en effet été expérimentalement déterminée à 1390 N/m alors que la valeur théorique utilisée est de 1100 N/m. Par ailleurs, des variations de géométries ont été observées sur l'éprouvette, notamment une variation dimensionnelle de 1×10^{-4} m sur la largeur des lames. Cette variation dimensionnelle est prise en compte dans la simulation, et la courbe associée est notée "simulation MEF modifiée" sur la Fig. 4.29. Cette deuxième simulation donne des résultats plus proches des données expérimentales. La source principale d'écart semble donc due aux imprécisions dimensionnelles inhérentes au procédé d'impression.

4.4.3.2 Solution bi-matière

La géométrie bi-matière testée est celle illustrée sur la Fig. 4.24(a). Sa caractéristique expérimentale effort/déplacement est illustrée Fig. 4.30 ainsi que la simulation par MEF.

L'écart entre la simulation MEF et les données expérimentales est de 15%, du même ordre de grandeur qu'avec la solution mono-matière. L'effet dégressif est à nouveau constaté avec cette solution, avec une raideur initiale de 310 N/m et une raideur finale de 50 N/m.

L'effet dégressif est ainsi obtenu expérimentalement pour les deux géométries considérées. Même si des écarts notables sont constatés entre les simulations et l'expérience, ces résultats montrent qu'elles sont toutes deux exploitables pour créer un ressort dégressif à l'aide d'un mécanisme compliant, dont le PRBM remplit les conditions que nous avons formulées à partir d'une analyse de sa non-linéarité géométrique.

On choisit dans la suite d'utiliser la géométrie bi-matière, d'une part parce qu'elle permet une intégration de l'élastomère plus compacte que celle du ressort hélicoïdal dans la solution mono-matière, et d'autre part car la géométrie de l'élément d'élastomère est moins complexe et sujet à moins d'imperfections dimensionnelles que le ressort hélicoïdal.

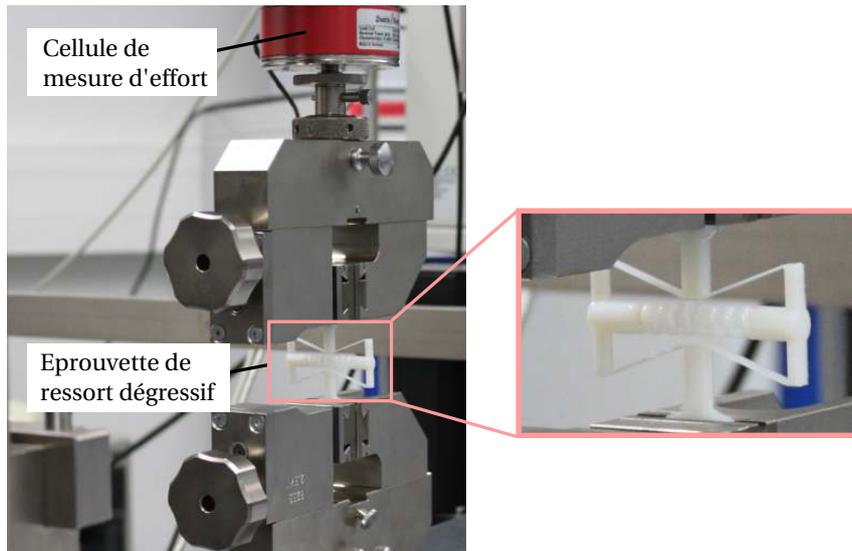


FIGURE 4.28 – Dispositif expérimental pour les essais de traction du ressort dégressif.

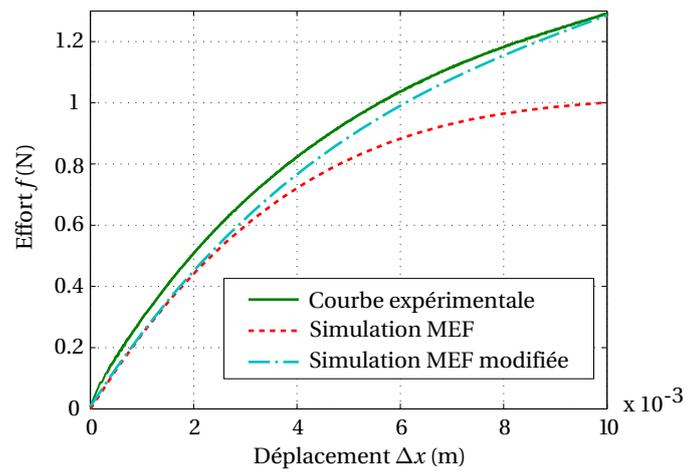


FIGURE 4.29 – Caractéristique effort/déplacement pour la solution MM.

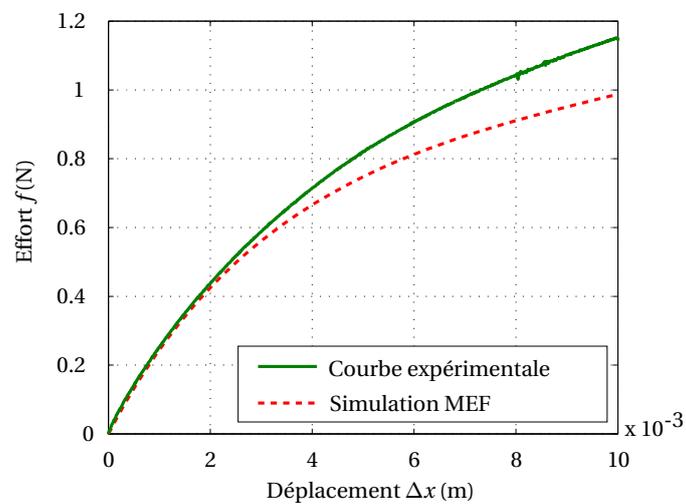


FIGURE 4.30 – Caractéristique effort/déplacement pour la solution BM.

4.4.4 Apport pour le mécanisme de tenségrité à raideur variable

4.4.4.1 Synthèse du ressort dégressif

Un ressort dégressif dédié au mécanisme de tenségrité plan introduit au début de ce chapitre peut maintenant être développé à partir de la démarche présentée en section 4.3.2.

Nous considérons ici $t_{min} = 2$ N et $t_{max} = 12$ N, et cherchons à implémenter un ressort non-linéaire dégressif dont les dimensions soient comparables au ressort linéaire considéré jusqu'ici représenté Fig. 4.31(a). Le protocole présenté en section 4.4.2 et détaillé en annexe D est ici utilisé afin de synthétiser le ressort dégressif souhaité. On impose pour cela $f_{max} = 12$ N, $\Delta x_{max} = 3 \times 10^{-2}$ m et $K(\Delta x_{max}) = 2.70 \times 10^2$ N/m.

Le ressort issu du processus de synthèse est représenté Fig. 4.31. Il est constitué de trois modules de ressorts dégressifs mis en série. La mise en série de plusieurs éléments est ici nécessaire pour trouver une solution à ce problème de synthèse au regard des différentes contraintes de conception. Les valeurs des paramètres issues du processus de synthèse pour un module sont récapitulées dans le tableau 4.2.

La caractéristique effort/déplacement est obtenue expérimentalement et comparée au modèle issu de la simulation par MEF et à la caractéristique du ressort linéaire comme illustré Fig. 4.32. On constate une variation significative entre simulation et caractéristique expérimentale, du même ordre de grandeur que celle constatée en section 4.4.3.2. Le ressort implémenté permet néanmoins une réduction importante de la raideur au cours de sa déflexion, passant de 560 N/m initialement à 166 N/m pour sa déflexion maximale.

4.4.4.2 Apport de la non-linéarité du ressort

Afin de juger de l'apport de la non-linéarité du ressort à la plage de raideur accessible du mécanisme de tenségrité, les simulations de ce dernier intégrant le ressort linéaire sont comparées à celles intégrant le ressort dégressif synthétisé.

Les raideurs sont calculées à l'aide de deux modèles du ressort dégressif : le premier est le modèle numérique issu de la simulation par MEF, le deuxième est le modèle dit "expérimental" identifié sur la caractéristique expérimentale du ressort dégressif implémenté (voir Fig. 4.32). Les résultats

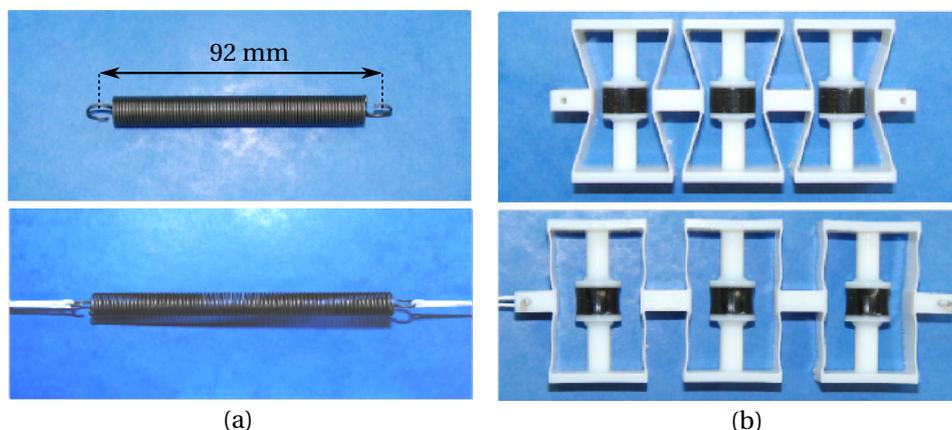


FIGURE 4.31 – Comparaison du ressort linéaire (a) et dégressif (b). En-haut, pour une tension nulle ; en-bas pour une tension maximale.

Paramètres	Valeur finale
t	19.66×10^{-3} m
w	0.67×10^{-3} m
l	17.95×10^{-3} m
θ_0	0.31 rad
k_s	15.50×10^3 N/m

Tableau 4.2 – Résultats de la synthèse du ressort dégressif.

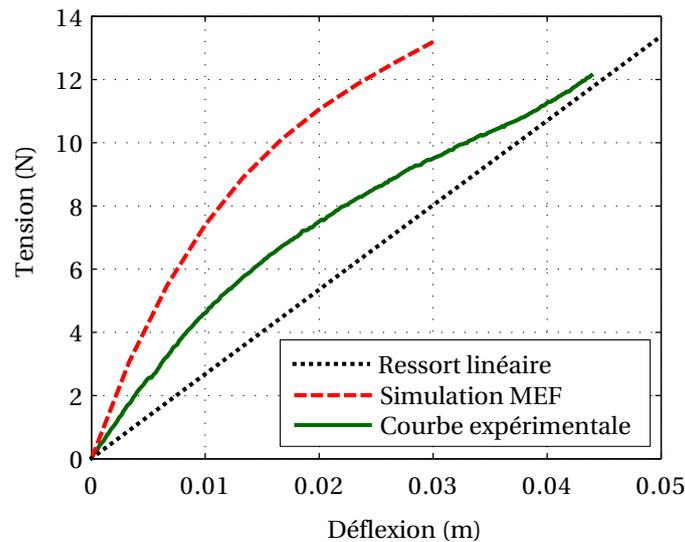


FIGURE 4.32 – Caractéristique tension/déflexion du ressort dégressif.

sont illustrés Fig. 4.33, qui comprend également la comparaison avec les résultats obtenus avec le ressort linéaire. Les traits continus (resp. discontinus) représentent les résultats obtenus avec le modèle numérique (resp. expérimental). La zone grise représente les raideurs accessibles avec le ressort linéaire pour la même plage d'efforts.

On constate tout d'abord la différence significative entre les résultats issus du modèle numérique et du modèle expérimental notamment sur les prédictions de K_θ^{max} . Cela s'explique par les erreurs dimensionnelles de fabrication et des modèles matériaux employés par la MEF. Cela signifie que l'utilisation de ces ressorts implique une phase d'identification à l'issue de leur fabrication afin d'être capable de prédire correctement leur comportement.

Plus important, la raideur accessible est élargie de manière significative grâce à la non-linéarité du ressort. On constate ainsi des différences $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$ importantes pour des angles proches de $\pi/2$ rad (voir Fig. 4.33(b)). Bien que cette différence décroît à mesure que la configuration s'éloigne de $\pi/2$ rad, les résultats avec les ressorts dégressifs présentent de meilleures performances sur l'ensemble de la plage angulaire du système en terme de modulation de raideur. Ils permettent notamment d'atteindre des valeurs minimales de raideur inférieure à 0.67 Nm/rad qui constituait la limite inférieure de notre cahier des charges, et permet d'atteindre des valeurs de raideur maximale jusqu'à 10 fois supérieures à la raideur minimale.

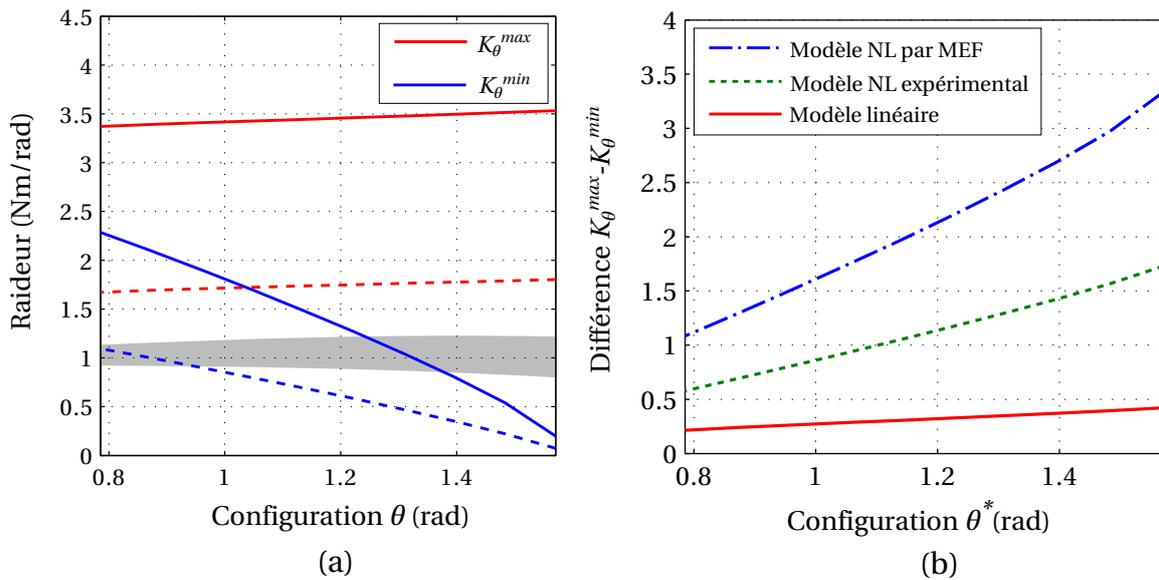


FIGURE 4.33 – Modulation de raideur avec un ressort dégressif. (a) Raideurs minimum et maximum ; (b) Différence $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$.

4.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons développé un mécanisme de tenségrité à raideur variable. L'arrangement doit permettre son intégration à un porte-aiguille dont l'architecture a été conçue dans le cadre d'un scénario de procédure percutanée guidée par IRM. L'analyse de l'influence des caractéristiques des ressorts sur la plage de raideur accessible a montré que le développement de ressorts non-linéaires dégressifs était alors d'intérêt.

Nous avons pour cela mis en place une démarche de conception issue d'un raisonnement cinématique présenté en section 4.3 afin de développer de tels ressorts. Celui-ci est basé sur l'utilisation de mécanismes parallèles au sein desquels des éléments élastiques sont intégrés. A l'approche d'une singularité parallèle, nous avons alors montré qu'un comportement dégressif pouvait être obtenu. A ce titre, ce raisonnement constitue une contribution supplémentaire proposée au cours de ce travail de thèse. Ce raisonnement a ainsi permis de dégager des solutions originales pour la conception d'un ressort de compression, de torsion, et de traction, ce dernier cas étant plus particulièrement intéressant pour notre application.

Dans la dernière section, nous avons traité le développement d'un ressort de traction dégressif dédié au mécanisme de tenségrité. La synthèse, la simulation ainsi que la validation expérimentale de deux solutions de ressorts de traction dégressifs issues de ce raisonnement ont également été abordées. Ces solutions sont basées sur l'utilisation de mécanismes compliants, ainsi que l'exploitation des capacités d'impression multi-matériaux du procédé de fabrication additive utilisé pour leur implémentation. Les données expérimentales ont confirmé le bon fonctionnement des deux solutions, et notamment la possibilité de combiner les non-linéarités géométrique et matériau au sein d'un même composant. A notre connaissance, cette combinaison pour la conception d'éléments élastiques non-linéaires est une première.

Nos travaux sur cet aspect offrent de nombreuses perspectives pour de nouvelles solutions de ressorts dégressifs, et cela pour d'autres domaines scientifiques dans lesquelles ces éléments présentent un intérêt [Zhang 2014b, Elshurafa 2011, Friswell 2012, Carrella 2012]. De plus, la méthode cinématique

proposée peut être généralisée pour d'autres types de non-linéarité toujours en se basant sur des propriétés spécifiques aux mécanismes parallèles.

Par ailleurs, l'utilisation des capacités du procédé de fabrication additive multi-matériaux est à l'heure actuelle d'intérêt pour concevoir de nouveaux mécanismes compliant [Bruyas 2014, Bruyas 2015b]. A cet égard, nous avons ici mis en avant la possibilité de combiner les propriétés du matériau à la géométrie, afin de permettre une modification des propriétés d'un mécanisme compliant implémenté par ce procédé. Les variabilités géométriques inhérentes au procédé de fabrication, ainsi que les erreurs de modèle des matériaux employés nécessitent néanmoins une identification de leur modèle de comportement afin de permettre leur exploitation dans un cadre applicatif. Des comportements complexes tel que la relaxation inhérente au matériau et à sa fabrication constituent encore aujourd'hui une limitation pour permettre une prédiction précise de leur comportement.

Finalement, nous avons synthétisé un ressort dégressif qui doit permettre d'élargir la plage de raideur accessible avec le mécanisme de tenségrité développé. A l'issue de ce chapitre, nous ne disposons cependant pas des outils de commande nécessaires à une validation expérimentale de cette caractéristique. En effet, une évaluation de la raideur du système le long de son espace de travail suppose d'être capable de piloter simultanément sa configuration ainsi que son niveau de raideur. Dans le prochain chapitre, nous développons donc des stratégies de commande pour permettre un tel pilotage, et ainsi valider expérimentalement les capacités de reconfiguration et de variation de raideur du mécanisme de tenségrité développé.

5 Commande d'un mécanisme de tensegrité à raideur variable

Le début ne laisse pas présager la fin –
Hérodote

Sommaire du chapitre

5.1	Élaboration de stratégies de commande	128
5.1.1	État de l'art	128
5.1.2	Modélisation	130
5.1.3	Commande en effort	132
5.1.4	Commande en vitesse	135
5.2	Résultats de simulation	136
5.2.1	Reconfiguration	136
5.2.2	Modulation de raideur	137
5.2.3	Modulation de raideur dérivée	138
5.2.4	Bilan	138
5.3	Validation expérimentale	140
5.3.1	Dispositif expérimental	140
5.3.2	Reconfiguration	142
5.3.3	Modulation de raideur	144
5.3.4	Modulation de raideur dérivée	145
5.3.5	Intégration des ressorts dégressifs	146
5.4	Discussion	148
5.5	Bilan	149

5.1 Élaboration de stratégies de commande

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé un mécanisme de tenségrité et évalué l'influence des paramètres géométriques et des caractéristiques des ressorts sur son comportement. Nous avons alors proposé une solution pour concevoir un profil de ressort dédié, dit dégressif, afin d'élargir la plage de raideur accessible du système. Les résultats de simulation ont clairement montré l'apport potentiel de ces ressorts sur son comportement en raideur.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la commande du mécanisme de tenségrité introduit. Le but d'une telle commande est de permettre sa reconfiguration, tout en tirant profit de la redondance cinématique afin de moduler son niveau de raideur. Comme nous l'avons déjà constaté, cette raideur dépend du choix du niveau de tension des câbles pour une configuration donnée. C'est la stratégie de gestion de tension des câbles qui va donc être centrale dans ce chapitre.

5.1.1 État de l'art

5.1.1.1 La commande des mécanismes de tenségrité

Durant les premières décennies suivant leur découverte, la recherche sur les tenségrités était particulièrement tournée vers les méthodes de form-finding et l'analyse statique comme nous l'avons déjà évoqué au chapitre 2. Le champ de recherche relatif à leur commande, et donc la génération de mouvements avec ces systèmes, est apparu au courant des années 1990. Durant cette période, la plupart des efforts ont alors été centrés sur la formalisation de leur comportement dynamique [SunSpiral 2015]. De nombreux travaux sur l'analyse dynamique des tenségrités ont été menés, notamment en utilisant la formulation Lagrangienne, et pour différent type de tenségrités [Sultan 1999, Sultan 2002, Murakami 2001a, Murakami 2001c, Murakami 2001d].

Ce fort développement autour de la caractérisation dynamique des tenségrités s'explique par leurs propriétés qui les rendent idéales pour une interaction avec l'environnement (compliance, état d'auto-contrainte...) mais qui sont également les premières sources de difficulté pour leur commande. En effet, elles induisent un comportement dynamique complexe comme des vibrations parasites, ou encore des pertes de stabilité du système, d'autant plus lorsque l'environnement en interaction avec le système est inconnu [Caluwaerts 2014]. Une part importante de la littérature concernant la commande de mécanismes de tenségrité porte ainsi sur la réduction des vibrations induites par le mouvement de ses composants [Tur 2009]. Des stratégies de commande basées sur une linéarisation du modèle dynamique du système ont été envisagées pour résoudre ce problème. Dans [Chan 2004], les méthodes dites de *local integral force feedback* et *acceleration feedback control* doivent ainsi respectivement permettre de réduire les vibrations au niveau de chacun des éléments, ou dans la structure considérée dans son ensemble. Les commandes robuste et optimale ont également été envisagées dans [de Wijdeven 2005, Kanchanasaratool 2002] pour chercher à répondre à cette problématique. Ces différentes méthodes nécessitent cependant l'usage d'un modèle dynamique du système, dont les imprécisions peuvent alors mener à des comportements réels très différents de ceux prédits par la simulation [Tur 2009].

Récemment, des stratégies de commande basées sur des algorithmes génétiques et évolutionnistes ainsi que des réseaux de neurones ont été développées [Fujii 2006, Iscen 2013b, SunSpiral 2015] afin de s'affranchir d'une modélisation dynamique complexe et d'une connaissance précise de l'environnement physique du système. La stratégie de commande est alors "apprise" par le système à travers la répétition de cycles d'apprentissage [SunSpiral 2015].

Bien qu'elle occupe une part importante de la littérature et qu'elle soit d'intérêt pour de nombreuses applications, l'étude dynamique des tenségrités dépasse toutefois le cadre de ce travail de thèse. Nous nous intéressons en effet à la commande du mécanisme plan considéré dans le chapitre 4 et dans des conditions quasi-statiques, car pour des mouvements lents et avec de faibles accélérations. A ce titre, une modélisation dynamique du système ne semble pas primordiale, d'autant plus que les actionneurs sont déportés des éléments de structure mobiles. Par la suite, nous nous limiterons donc à une modélisation quasi-statique du système. Il s'agit alors de reconfigurer la tenségrité d'une configuration à une autre le long d'une trajectoire réalisable en terme de stabilité et de collision entre ses éléments. Ces deux conditions sont vérifiées naturellement : le mécanisme ne présente pas de risque de collision entre ses éléments sur la plage angulaire considérée, et la stabilité est garantie quand les tensions sont positives dans les câbles.

Nous souhaitons alors élaborer des stratégies de commande qui permettent de gérer explicitement la raideur du système afin de permettre une exploitation des capacités de raideur variable de celui-ci. Le problème est ouvert car la littérature sur la commande des mécanismes de tenségrité ne donne pas d'indication quant à la gestion du niveau de précontrainte dans le système afin de moduler sa raideur. Les tensions dans les éléments sont plutôt gérées de manière à ce que la consommation d'énergie soit minimisée au cours de la reconfiguration du système [Tur 2009] tout en garantissant que ces tensions restent positives [Friesen 2014].

5.1.1.2 Les algorithmes de gestion coordonnée

Un mécanisme de tenségrité est actionné de manière redondante et présente plus d'actionneurs que de degrés de liberté. Dans notre cas, il s'agit d'un mécanisme à un degré de liberté, qui utilise deux actionneurs afin de modifier l'orientation de l'effecteur. Notre système est composé de câbles qui doivent rester en tension tout au long de sa reconfiguration, et cette particularité impose donc de gérer des contraintes *unilatérales* dans sa commande [Ming 1994, Ebert-Uphoff 2004].

Ces contraintes unilatérales sont usuellement rencontrées en robotique à câbles. Dans ce cas, on s'intéresse à une plateforme reliée au bâti par des câbles. La longueur de ces câbles est modifiée de manière synchronisée afin de commander la pose de la plateforme. Les contraintes unilatérales dues aux câbles sont généralement gérées à l'aide d'un *algorithme de gestion coordonnée*. Comme son nom l'indique, un tel algorithme a pour but de gérer de manière coordonnée les différents actionneurs afin d'atteindre la pose souhaitée, tout en respectant les contraintes unilatérales dues à la présence de câbles. De part la redondance du système, il est en effet possible d'atteindre une même pose pour un ensemble de jeux de tensions dans les câbles. La gestion coordonnée consiste donc à trouver le jeu de tensions le mieux adapté parmi cet ensemble admissible de tensions positives, compatible avec l'équilibre de la plateforme [Bostelman 1996, Abdelaziz 2012a].

Le schéma de commande usuellement considéré dans ce cas est représenté en Fig. 5.1, où \mathbf{p}^* est la pose de référence à atteindre par la plateforme, et \mathbf{t}^* la tension désirée dans les câbles afin d'atteindre cette pose. Un correcteur de position génère un torseur d'action mécanique virtuel \mathbf{w}_v à appliquer sur la plateforme à partir de l'erreur entre la pose de référence et la pose courante \mathbf{p}_m . La pose courante peut alors être mesurée ou estimée avec un modèle géométrique du robot et la mesure des variables articulaires α_m du robot.

La détermination du vecteur \mathbf{t}^* consiste à résoudre le système linéaire contraint suivant

$$\mathbf{W}\mathbf{t}^* = \mathbf{w}_v \text{ sous : } \mathbf{t}_{\min} \leq \mathbf{t}^* \leq \mathbf{t}_{\max} \quad (5.1)$$

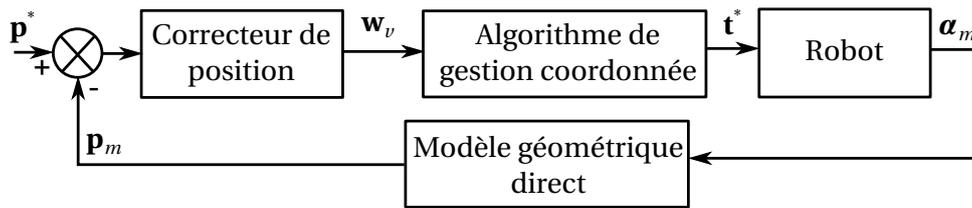


FIGURE 5.1 – Schéma général de commande en position d'un robot à câbles adapté de [Gallina 2001].

qui représente l'équation statique du système, avec \mathbf{W} la matrice des torseurs unitaires du robot [Abdelaziz 2012b], et \mathbf{t}_{\min} et \mathbf{t}_{\max} les jeux de tensions minimales et maximales dans les câbles respectivement. Différentes approches ont été considérées pour la résolution de (5.1). Dans [Fang 2004, Pham 2005], un jeu de tensions optimal est obtenu par programmation linéaire. Il a cependant été montré dans [Verhoeven 2004] que les solutions obtenues par cette méthode peuvent être discontinues et donc mener à des vibrations dans les systèmes. La programmation quadratique a donc été considérée par la suite afin de calculer des jeux de tensions continues en se basant sur une approche algébrique [Pott 2014] ou barycentrique [Mikelsons 2008].

Afin de garantir l'existence d'une solution au problème (5.1), il est nécessaire de s'assurer au préalable que le torseur \mathbf{w}_v peut être généré sous condition que les tensions dans les câbles restent admissibles [Bouchard 2009]. Pour ce faire, des algorithmes dits de *faisabilité* ont également été proposés afin de saturer \mathbf{w}_v et donc garantir sa faisabilité [Abdelaziz 2012a]. Le fonctionnement de l'algorithme de gestion coordonnée suit alors trois étapes : (i) saturation du torseur d'action mécanique virtuel afin d'assurer sa faisabilité, (ii) détermination de l'ensemble des tensions permettant de générer ce torseur, (iii) choix d'un jeu de tensions adéquat parmi l'ensemble déterminé.

5.1.1.3 Bilan

A notre connaissance, la littérature ne propose pas à ce jour de méthode générique afin de commander simultanément la configuration et la raideur d'un mécanisme tout en gérant des contraintes unilatérales. Si de nombreux travaux ont été effectués pour commander des mécanismes de tenségrité en prenant en compte leur dynamique, aucun ne traite de la modulation du niveau de précontrainte en quasi-statique afin de modifier leur niveau de raideur au cours de leur reconfiguration.

Les travaux menés dans le domaine de la robotique à câbles nous semblent cependant être un point de départ intéressant pour notre contexte. Plus particulièrement, les algorithmes de gestion coordonnée utilisent des méthodes pour déterminer l'ensemble des tensions admissibles, et effectuer un choix adéquat parmi cet ensemble. Dans le cas des robots à câbles, le critère de choix se limite généralement à la continuité de ces tensions le long d'une trajectoire continue de la plateforme [Mikelsons 2008]. Dans notre cas, nous avons constaté que la modulation du niveau de tension a un lien direct avec une modulation de la raideur du système. Il paraît donc envisageable d'utiliser ce critère physique dans le choix du jeu de tensions à appliquer.

5.1.2 Modélisation

Les stratégies de commande que nous proposons ici découlent de la remarque précédente et visent donc à implémenter un algorithme de gestion coordonnée pour gérer la redondance du système. Son utilisation nécessite de nous baser sur un modèle de ce dernier. Nous nous intéressons pour l'instant à un mécanisme de tenségrité intégrant des ressorts linéaires. On considère un modèle cinématique du

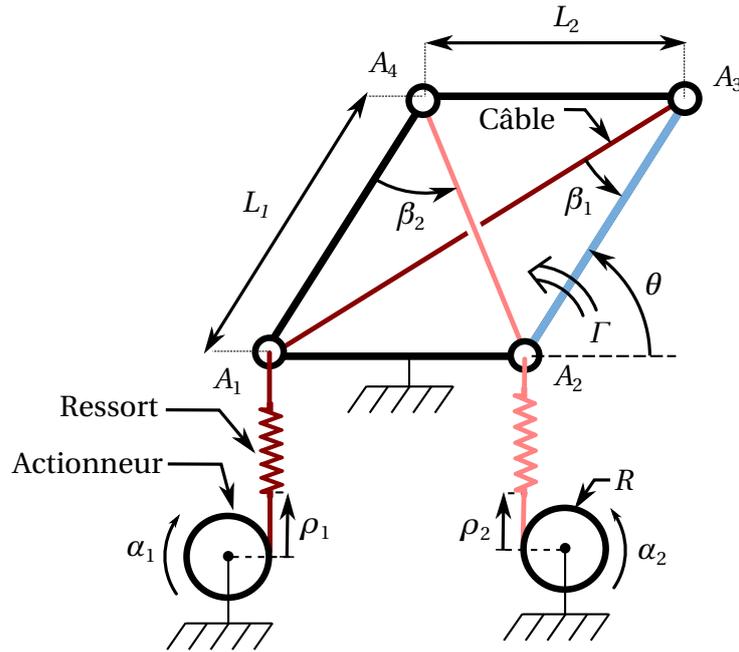


FIGURE 5.2 – Mécanisme de tensegrité.

système en négligeant sa dynamique pour les raisons évoquées précédemment.

Le mécanisme considéré est rappelé Fig. 5.2, et les notations introduites pour son paramétrage peuvent être trouvées p.100. En considérant $L_1 = L_2 = L$, et $(c_1, c_2) = (0, k)$, l'équation (4.5) devient

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 2L \cos(\theta/2) \\ 2L \sin(\theta/2) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

et les tensions dans les ressorts s'expriment simplement depuis (4.7) comme

$$\mathbf{t} = k(\mathbf{I} - \boldsymbol{\rho}) \quad (5.3)$$

L'équilibre du système provenant de l'équation (4.10) devient

$$L \sin(\theta/2) t_1 - L \cos(\theta/2) t_2 = \Gamma \quad (5.4)$$

qui revient à considérer (4.11) avec $\mathbf{W} = [L \sin(\theta/2), -L \cos(\theta/2)]$ et qui fait clairement apparaître la redondance du système, puisque le couple Γ est généré par deux efforts provenant de chacun des câbles. En développant (5.4) pour $\Gamma = 0$ associé à (5.2) et (5.3), on obtient le modèle statique direct suivant

$$\theta = 2 \arctan(\rho_2 / \rho_1) \quad (5.5)$$

qui relie les variables articulaires à la variable opérationnelle. D'après le principe des travaux virtuels, la redondance apparaît également en considérant le modèle cinématique du système, qui est dérivé du modèle statique tel que $\dot{\theta} = \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\rho}}$ avec

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -2\rho_2 & 2\rho_1 \\ \rho_1^2 + \rho_2^2 & \rho_1^2 + \rho_2^2 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

qui fait apparaître que deux vitesses articulaires sont utilisées pour générer une vitesse de rotation de l'effecteur.

La redondance du système est clairement mise en évidence par la déficience des rangs de \mathbf{W} et de \mathbf{J} . Leurs noyaux respectifs contiennent alors l'ensemble des tensions, et l'ensemble des vitesses articulaires qui assurent l'équilibre du système autour de la configuration courante. Cela se traduit par le fait qu'une même configuration peut être atteinte pour plusieurs niveaux de précontraintes dans les câbles, et pour différentes vitesses articulaires.

Par ailleurs, la relation (4.12) combinée à (5.4) permet d'exprimer la raideur K_θ en fonction des tensions dans les câbles comme

$$K_\theta = -\frac{L}{2}(\cos(\theta/2)t_1 + \sin(\theta/2)t_2) + kL^2 \quad (5.7)$$

avec $\mathbf{t} = [t_1, t_2]^T$ choisi dans le noyau de \mathbf{W} de manière à assurer que $\Gamma = 0$. Cette équation fait donc un lien analytique entre la variation de précontrainte et la variation de raideur.

De la même manière, les vitesses articulaires sont alors reliées à la dérivée temporelle première de la raideur, que nous appellerons *raideur dérivée* dans la suite, qui est obtenue par dérivation de (5.7) comme

$$\dot{K}_\theta = \frac{kL}{2}(\cos(\theta/2)\dot{\rho}_1 + \sin(\theta/2)\dot{\rho}_2) \quad (5.8)$$

avec $\dot{\boldsymbol{\rho}} = [\dot{\rho}_1, \dot{\rho}_2]^T$ choisi dans le noyau de \mathbf{J} afin d'assurer que $\dot{\theta} = 0$. Cette grandeur, bien que peu usuelle, est une traduction physique de l'utilisation de la redondance cinématique du système. Une telle notion est d'intérêt pour l'utilisateur. En effet, il s'agit d'une propriété tout à fait pertinente à réguler lorsque l'on cherche à modifier le niveau de raideur du système sans cibler une valeur précise. Dans ce cas, la spécification d'une valeur de variation au cours du temps semble préférable et plus aisée. La possibilité de moduler K_θ ou \dot{K}_θ est d'intérêt, et traduit la redondance du système soit d'un point de vue statique, soit d'un point de vue cinématique. Ces modulations constituent deux notions complémentaires que la gestion coordonnée doit permettre de gérer tour à tour.

Notre objectif est de commander la configuration du système, ainsi que la raideur ou sa dérivée. La modélisation proposée permet de constater qu'il est possible de réguler K_θ ou \dot{K}_θ en modulant respectivement \mathbf{t} et $\dot{\boldsymbol{\rho}}$ dans les noyaux de \mathbf{W} ou de \mathbf{J} . Pour cette raison, les stratégies proposées implémentent donc un algorithme de gestion coordonnée soit de tensions, soit de vitesses. Ces algorithmes doivent dans tous les cas assurer que les tensions dans les câbles restent dans l'intervalle positif $[t_{min}, t_{max}]$ tout au long de la reconfiguration, avec t_{min} et t_{max} respectivement les tensions minimum et maximum.

5.1.3 Commande en effort

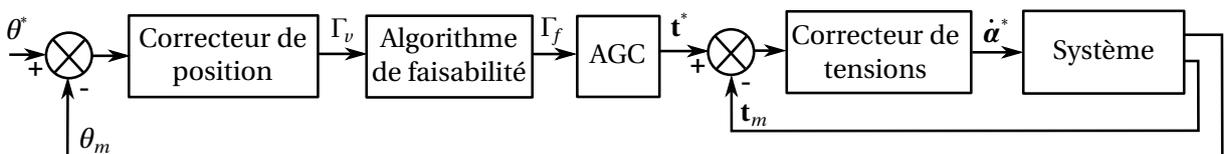


FIGURE 5.3 – Stratégie de commande en effort.

La structure de la première stratégie proposée est adaptée de [Abdelaziz 2011]. Elle est représentée Fig. 5.3. Une boucle externe commande le système pour la configuration θ_m autour de sa référence θ^* , et utilise un correcteur de position afin de générer le couple virtuel Γ_v .

5.1.3.1 Algorithme de faisabilité

La faisabilité de Γ_v est en premier lieu vérifiée. Pour cela, on utilise l'approche proposée par [Bouchard 2009] qui permet de déterminer l'ensemble Γ_{adm} des couples virtuels pouvant être générés en respectant les tensions admissibles du système. Dans notre cas, Γ_{adm} est alors de la forme

$$\Gamma_{adm} = \{\Gamma_v | \Gamma_{min} \leq \Gamma_v \leq \Gamma_{max}\} \quad (5.9)$$

avec Γ_{min} (resp. Γ_{max}) le couple minimum (resp. maximum) pouvant être généré en respectant les bornes en tensions. Dans notre cas, cette détermination est triviale, car le couple est un scalaire qui est généré par deux tensions. L'application de l'approche de [Bouchard 2009] se réduit dans ce cas à déterminer les couples Γ_1 à Γ_4 générés pour les quatre cas de tensions extrêmes, représentés dans le diagramme (t_1, t_2) à gauche de la Fig. 5.4 par les quatres sommets du rectangle gris qui contient les tensions admissibles.

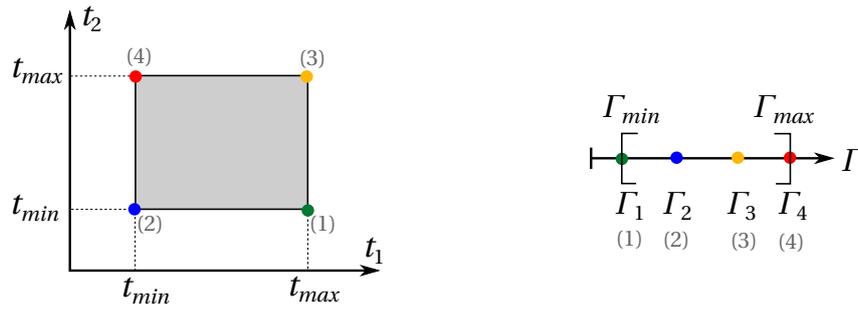


FIGURE 5.4 – Illustration de la détermination des couples faisables.

Par exemple, $\Gamma_1 = \mathbf{W}[t_{max}, t_{min}]^T$. Les bornes Γ_{min} et Γ_{max} sont alors déterminées respectivement comme $\min\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4\}$ et $\max\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4\}$ tels que représentés sur un exemple à droite Fig. 5.4. Si Γ_v est extérieur à Γ_{adm} , cela signifie qu'il n'existe pas de combinaison de tensions admissibles qui permette de générer ce couple virtuel. Le couple virtuel Γ_v est donc saturé afin d'assurer qu'il pourra être généré par le système. Pour cela, le couple virtuel faisable Γ_f est calculé comme suit

$$\Gamma_f = \begin{cases} \Gamma_v & \text{si } \Gamma_{min} \leq \Gamma_v \leq \Gamma_{max} \\ \Gamma_{min} & \text{si } \Gamma_v < \Gamma_{min} \\ \Gamma_{max} & \text{si } \Gamma_v > \Gamma_{max} \end{cases} \quad (5.10)$$

5.1.3.2 Gestion coordonnée de tensions

Le couple faisable Γ_f est utilisé en entrée de l'algorithme de gestion coordonnée (AGC) qui génère la référence en tension \mathbf{t}^* à suivre par le système. L'AGC résout le système suivant

$$\mathbf{W}\mathbf{t}^* = \Gamma_f, \text{ sous } \mathbf{t}_{min} \leq \mathbf{t}^* \leq \mathbf{t}_{max} \quad (5.11)$$

avec $\mathbf{t}_{\min} = [t_{\min}, t_{\min}]^T$ et $\mathbf{t}_{\max} = [t_{\max}, t_{\max}]^T$. La solution à (5.11) est de la forme [Gouttefarde 2015]

$$\mathbf{t}^* = \mathbf{W}^+ \Gamma_f + \mathbf{N}_W \lambda_1 \quad (5.12)$$

avec \mathbf{W}^+ la pseudo-inverse de Moore-Penrose de \mathbf{W} , $\mathbf{N}_W = [-L \cos(\theta/2), -L \sin(\theta/2)]^T$ une base du noyau de \mathbf{W} , et λ_1 un scalaire choisi de manière à ce que l'inégalité dans (5.11) soit satisfaite. La solution de (5.11) est en effet bornée et peut être exprimée comme

$$\mathbf{t}_{\min} - \mathbf{W}^+ \Gamma_f \leq \mathbf{N}_W \lambda_1 \leq \mathbf{t}_{\max} - \mathbf{W}^+ \Gamma_f \quad (5.13)$$

qui peut être mis sous la forme

$$\mathbf{p}_{\min} \leq \mathbf{N}_W \lambda_1 \leq \mathbf{p}_{\max} \quad (5.14)$$

avec $\mathbf{p}_{\min} = \mathbf{t}_{\min} - \mathbf{W}^+ \Gamma_f$ et $\mathbf{p}_{\max} = \mathbf{t}_{\max} - \mathbf{W}^+ \Gamma_f$. On cherche alors à déterminer l'ensemble $\Lambda_1 = \{\lambda_1 | \lambda_{\min} \leq \lambda_1 \leq \lambda_{\max}\}$, avec λ_{\min} et λ_{\max} les bornes respectivement inférieure et supérieure des valeurs que peut prendre λ_1 . Cela revient à déterminer l'ensemble des solutions qui satisfont simultanément les deux inégalités suivantes issues de (5.14) :

$$\begin{cases} \frac{p_{\max,1}}{-L \cos(\theta/2)} \leq \lambda_1 \leq \frac{p_{\min,1}}{-L \cos(\theta/2)} \\ \frac{p_{\max,2}}{-L \sin(\theta/2)} \leq \lambda_1 \leq \frac{p_{\min,2}}{-L \sin(\theta/2)} \end{cases} \quad (5.15)$$

qui permet de déduire directement le calcul des bornes λ_{\min} et λ_{\max} comme

$$\begin{cases} \lambda_{\min} = \max \left\{ \frac{p_{\max,1}}{-L \cos(\theta/2)}, \frac{p_{\max,2}}{-L \sin(\theta/2)} \right\} \\ \lambda_{\max} = \min \left\{ \frac{p_{\min,1}}{-L \cos(\theta/2)}, \frac{p_{\min,2}}{-L \sin(\theta/2)} \right\} \end{cases} \quad (5.16)$$

L'AGC est classiquement utilisé pour sélectionner une seule solution faisable à (5.12) parmi l'infinité des valeurs dans Λ_1 [Gouttefarde 2015]. Le scalaire λ_1 peut par exemple être choisi comme le centre de gravité de Λ_1 , qui présente l'avantage d'être continu le long de trajectoires continues [Mikelsons 2008]. Une explication physique de ce choix est que dans ce cas, le niveau de précontrainte dans le système est choisi aussi loin que possible des bornes inférieure et supérieure en tensions. Il est néanmoins intéressant de constater que le second terme de (5.12) correspond au niveau de précontrainte des câbles. La modulation de λ_1 dans Λ_1 a donc un impact direct sur la raideur du système sans modifier sa configuration. Ce constat est ici exploité pour commander la raideur à l'aide de l'AGC en tension. Ceci constitue un usage original de l'algorithme.

Une fois la référence en tension \mathbf{t}^* calculée, une boucle interne est implémentée pour asservir les tensions courantes \mathbf{t}_m autour de cette référence à l'aide d'un correcteur en tension. Ce dernier génère alors les consignes des vitesses moteurs $\dot{\mathbf{a}}^*$ (Fig. 5.3).

5.1.3.3 Modulation de raideur

Autour d'une configuration d'équilibre, $\Gamma_v = \Gamma_f = 0$, et (5.12) devient

$$\mathbf{t}^* = \mathbf{N}_W \lambda_1 \quad (5.17)$$

Sous condition que les tensions désirées soient atteintes, (5.17) et (5.7) peuvent être combinés afin de donner l'expression suivante pour la raideur du système.

$$K_\theta = \frac{L^2}{2} (\lambda_1 + 2k) \quad (5.18)$$

Cela signifie que K_θ peut être directement modulé à travers λ_1 . On peut finalement constater que le choix de prendre λ_1 au centre de gravité de Λ_1 induit que le système évolue à raideur moyenne tout au long de sa reconfiguration.

5.1.4 Commande en vitesse

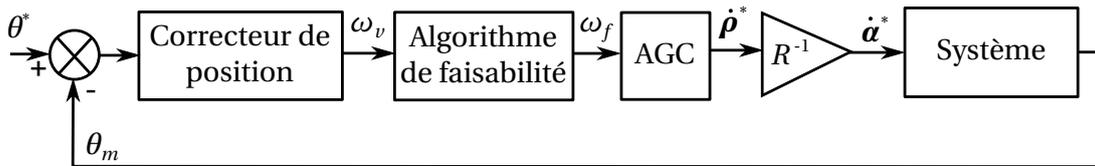


FIGURE 5.5 – Stratégie de commande en vitesse.

La structure de la deuxième stratégie de commande est représentée en Fig. 5.5. La boucle externe est identique à celle de la stratégie précédente. Cependant, au lieu de générer un couple virtuel, elle génère une vitesse angulaire virtuelle ω_v de l'effecteur. Celle-ci peut être saturée de la même manière à travers l'algorithme de faisabilité afin de générer une vitesse angulaire faisable ω_f .

5.1.4.1 Gestion coordonnée de vitesses

La vitesse angulaire faisable ω_f est utilisée en entrée d'un AGC en vitesses qui génère les vitesses articulaires souhaitées $\dot{\rho}^*$. Le contrôleur de tensions est donc supprimé avec cette deuxième stratégie. L'AGC en vitesses résout le système d'équations linéaire contraint suivant

$$\mathbf{J}\dot{\rho}^* = \omega_f, \text{ sous } \mathbf{t}_{\min} \leq \mathbf{t} \leq \mathbf{t}_{\max} \quad (5.19)$$

dont la solution est de la forme

$$\dot{\rho}^* = \mathbf{J}^+ \omega_f + \mathbf{N}_J \lambda_2 \quad (5.20)$$

avec \mathbf{J}^+ la pseudo-inverse de Moore-Penrose de \mathbf{J} , $\mathbf{N}_J = [2\rho_1/(\rho_1^2 + \rho_2^2), 2\rho_2/(\rho_1^2 + \rho_2^2)]^T$ une base du noyau de \mathbf{J} , et λ_2 un scalaire choisi de manière à ce que l'inégalité dans (5.19) soit satisfaite. Cette contrainte est ici formulée sur la tension \mathbf{t} des câbles, alors que l'AGC gère des vitesses. Ces deux grandeurs physiques sont cependant liées l'une à l'autre, étant donné que nous utilisons des ressorts dont la caractéristique élastique est connue (voir (5.3)). Les contraintes de (5.19) peuvent alors être reformulées en fonction des vitesses articulaires. Cette reformulation est détaillée en annexe E.

La même méthode utilisée pour déterminer Λ_1 peut alors être employée pour déterminer l'ensemble Λ_2 qui contient l'ensemble des λ_2 faisables. Le deuxième terme de (5.20) correspond aux vitesses articulaires qui ne modifient pas la configuration du système, car elles sont choisies dans le noyau de \mathbf{J} . En utilisant (5.8), on peut ainsi exploiter cette équation pour modifier \dot{K}_θ autour d'une configuration d'équilibre en modulant λ_2 dans Λ_2 .

5.1.4.2 Modulation de la raideur dérivée

Une approche similaire à celle décrite dans la section 5.1.3 peut être développée en utilisant l'AGC en vitesses avec $\omega_v = \omega_f = 0$ tel que (5.20) devient

$$\dot{\boldsymbol{\rho}}^* = \mathbf{N}_J \lambda_2 \quad (5.21)$$

En supposant que les vitesses articulaires désirées sont atteintes, on peut alors combiner (5.21) et (5.8) qui donne l'expression suivante pour la raideur dérivée

$$\dot{K}_\theta = \frac{kL}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2}} \lambda_2 \quad (5.22)$$

Cela signifie que \dot{K}_θ peut être modulé explicitement grâce à λ_2 en utilisant cette stratégie. Une nouvelle fois, cela constitue un usage original de l'AGC afin de modifier la raideur dérivée \dot{K}_θ .

5.2 Résultats de simulation

Le comportement du système est simulé en utilisant les modèles cinématique et statique présentés en section 5.1.2. On considère ici une longueur de barres $L = 70 \times 10^{-3}$ m et des ressorts linéaires de raideur 2.70×10^2 N/m afin de permettre les comparaisons avec les résultats expérimentaux plus loin dans le chapitre.

5.2.1 Reconfiguration

Notre objectif est tout d'abord de valider la capacité de reconfiguration du mécanisme ainsi que l'impact d'un changement de bornes en efforts sur le comportement du système. Pour cette raison, seule la stratégie de commande en effort est simulée : la deuxième stratégie donne des résultats comparables dont l'interprétation mène aux mêmes conclusions.

Les résultats de la simulation sont illustrés Fig. 5.6. La trajectoire suivie est une courbe du troisième ordre qui évolue de $\theta^* = \pi/2$ rad à $\pi/4$ rad sur 30 s avec $t_{min} = 4$ N et $t_{max} = 10$ N. A 35 s, t_{max} est augmenté linéairement de 10 N à 20 N en 3 s pour $\theta^* = \pi/4$ rad. Cette forme de trajectoire est choisie pour sa continuité, et l'absence d'accélération en début et fin de mouvement. Durant les 5 dernières secondes, ni les bornes en efforts ni la référence de configuration ne sont modifiées. De part l'arrangement symétrique du système dans sa configuration neutre initiale $\theta^* = \pi/2$ rad, la tension dans les câbles est égale à $(t_{max} + t_{min})/2$, *i.e.* le centre de gravité des tensions admissibles. Entre 0 et 30 s, Λ_1 est progressivement réduit, et la tension dans les câbles se rapproche des limites. Ces limites sont atteintes lorsque la configuration est à $\pi/4$ rad. Dans ce cas $t_1 = t_{max}$ et $t_2 = t_{min}$, si bien que Λ_1 est réduit à une seule valeur. Finalement, lorsque t_{max} est augmenté de 10 à 20 N, les tensions s'adaptent de manière continue aux nouvelles limites sans modifier la configuration du système. Ces résultats de simulation montrent qu'il est théoriquement possible de suivre une trajectoire tout en atteignant la même configuration avec différents jeux de tensions dans les câbles.

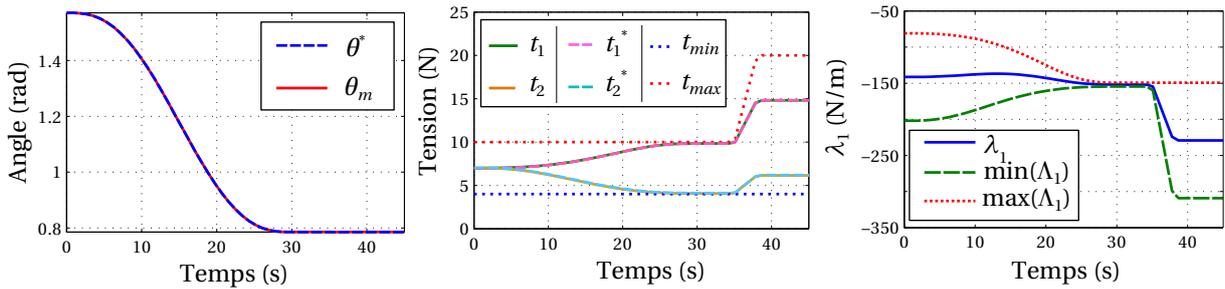


FIGURE 5.6 – Simulation d'une reconfiguration le long d'une trajectoire du troisième ordre avec la stratégie de commande en effort.

5.2.2 Modulation de raideur

On cherche maintenant à démontrer la capacité de modulation de raideur du système à l'aide de la stratégie de commande en effort (Fig. 5.3). Pour cela, la configuration de référence θ^* est gardée constante, puis le scalaire λ_1 est choisi avec (5.18) de manière à ce que K_θ varie linéairement de 0.5 à 1 Nm/rad en 5 s. Deux simulations sont réalisées, pour respectivement $\theta^* = \pi/2$ rad et $\theta^* = 1.31$ rad.

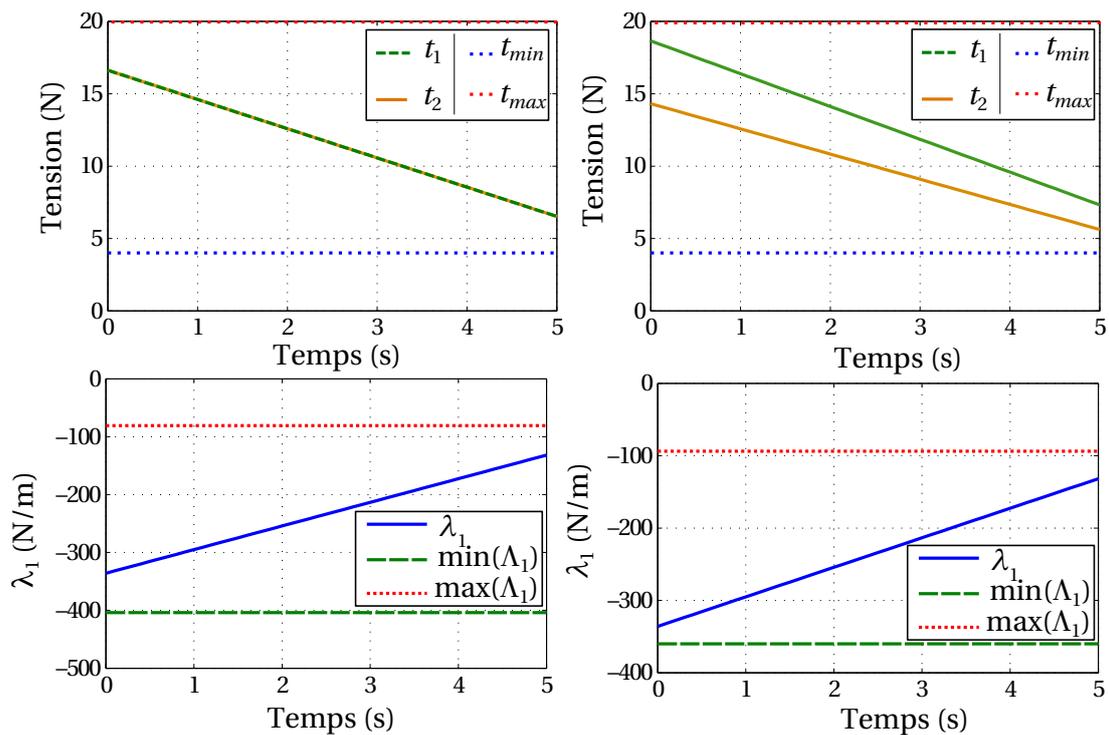


FIGURE 5.7 – Simulation d'une variation linéaire de raideur entre $K_\theta = 0.5$ et 1 Nm/rad sur 5 s pour $\theta^* = \pi/2$ rad à gauche, et $\theta^* = 1.31$ rad à droite.

Les résultats sont représentés Fig. 5.7. Comme cela a déjà été noté dans le suivi de trajectoire, la tension dans les deux câbles est la même tout au long de la modulation lorsque $\theta^* = \pi/2$ rad. Ce n'est plus le cas lorsque le système n'est plus dans cette configuration triviale pour $\theta^* = 1.31$ rad. Dans les deux cas, λ_1 reste dans Λ_1 tel que la tension dans les câbles reste dans les limites. On constate bien ici l'évolution des tensions à configuration fixe afin de générer la raideur souhaitée. Celles-ci évoluent linéairement avec la raideur.

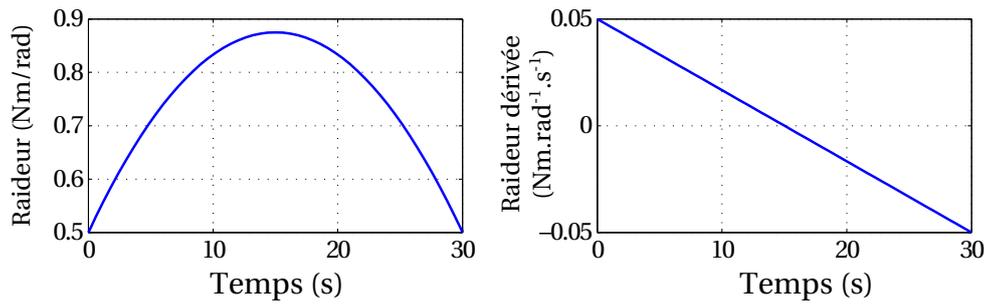


FIGURE 5.8 – Profil de l'évolution de la raideur et de la raideur dérivée.

Cette simulation confirme ici l'usage original de l'AGC en efforts afin modifier le niveau de raideur à l'aide d'une variation de précontrainte dans le système.

5.2.3 Modulation de raideur dérivée

De la même manière, on cherche maintenant à démontrer la capacité de modulation de la raideur dérivée du système à l'aide de la stratégie de commande en vitesse (voir Fig. 5.5). Pour cela, la configuration de référence θ^* est encore une fois gardée constante, puis le scalaire λ_2 est choisi avec (5.22) de manière à suivre le profil souhaité en \dot{K}_θ . On choisit ici de suivre une variation linéaire de \dot{K}_θ entre 0.05 à -0.05 Nm.rad⁻¹.s⁻¹ sur 30 s. On choisit une raideur initiale de $K_\theta = 0.5$ Nm/rad. L'évolution désirée pour la raideur dérivée et l'évolution correspondante de la raideur sont illustrées Fig. 5.8. Deux simulations sont réalisées, pour respectivement $\theta^* = \pi/2$ rad et $\theta^* = 1.31$ rad. Les résultats sont représentés Fig. 5.9. Une nouvelle fois, on constate bien que les deux câbles ont la même tension lorsque $\theta^* = \pi/2$ rad, ce qui n'est plus le cas dans la situation non-triviale $\theta^* = 1.31$ rad. Dans les deux cas, λ_2 reste dans Λ_2 tel que la tension dans les câbles reste dans les limites imposées. Ici il convient de noter l'évolution des bornes de Λ_2 en fonction des tensions. Comme l'évolution de raideur dérivée est linéaire entre $\dot{K}_\theta = 0.05$ et -0.05 Nm.rad⁻¹.s⁻¹ sur 30 s, on peut noter le comportement à l'instant particulier 15 s. Dans ce cas, les tensions présentent un point d'inflexion qui signe le changement de direction de variation de raideur, avec λ_2 et les vitesses articulaires qui sont nulles. Par conséquent la raideur est constante en ce point.

Cette simulation confirme ici la capacité de l'AGC en vitesses à modifier le niveau de raideur dérivée à l'aide d'une variation de vitesses articulaires dans le système.

5.2.4 Bilan

Avec ces simulations, nous avons mis en évidence :

- la capacité de reconfiguration du système à l'aide des stratégies de commande développées,
- la capacité de modulation de raideur à l'aide de l'AGC en efforts et d'un choix adéquat de λ_1 via (5.18),
- la capacité de modulation de raideur dérivée à l'aide de l'AGC en vitesses et d'un choix adéquat de λ_2 via (5.22).

L'ensemble de la plage angulaire $[\pi/4, \pi/2]$ peut théoriquement être couverte à l'aide des stratégies de commande, et l'ensemble de la plage de raideur dans la limite des bornes en efforts également.

Dans la suite, nous souhaitons maintenant valider expérimentalement ces trois aspects. Nous proposons pour cela de valider séparément les performances en terme de reconfiguration, de modulation de raideur, et de modulation de raideur dérivée.

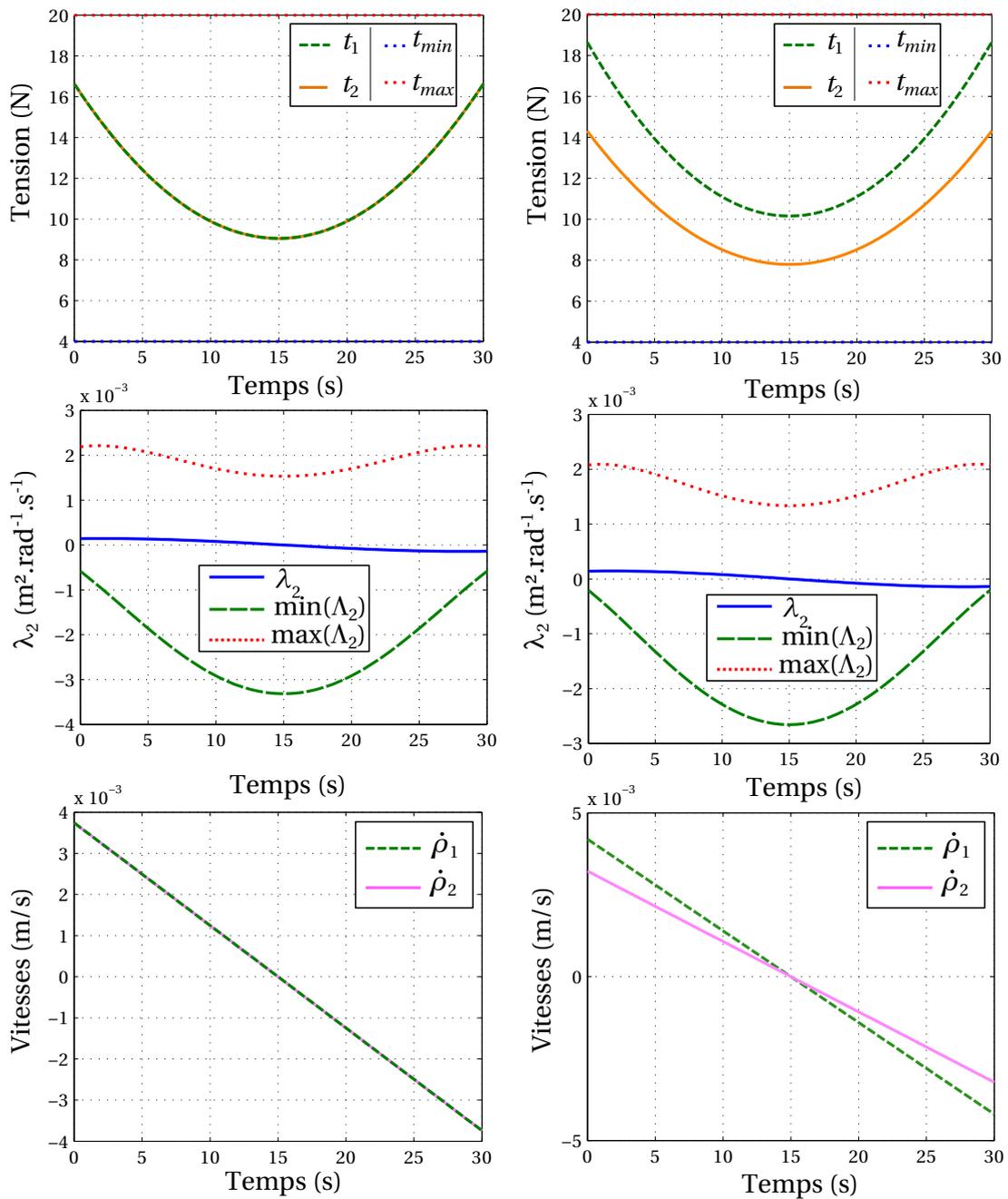


FIGURE 5.9 – Simulation d'une variation linéaire de raideur dérivée entre $\dot{K}_\theta = 0.05$ et $-0.05 \text{ Nm} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ sur 30 s pour $\theta^* = \pi/2$ rad à gauche, et $\theta^* = 1.31$ rad à droite.

5.3 Validation expérimentale

5.3.1 Dispositif expérimental

Afin de permettre cette validation, un dispositif expérimental instrumenté est conçu. L'objectif est de pouvoir piloter les câbles en utilisant les stratégies de commande développées, afin de modifier la configuration ou la raideur d'un prototype du mécanisme de tensegrité. La mesure des efforts dans les câbles, de la longueur des câbles ainsi qu'un système permettant la mesure de raideur sont pour cela nécessaires.

Une vue générale du dispositif expérimental réalisé est fournie en Fig. 5.10a, et des vues rapprochées du mécanisme de tensegrité plan en Fig. 5.10b. Les câbles du mécanisme de tensegrité sont actionnés par deux enrouleurs visibles Fig. 5.10a. Des ressorts linéaires sont intégrés le long des câbles. Le dispositif est instrumenté de manière à mesurer la tension dans les câbles via deux capteurs d'effort, et la configuration courante du mécanisme via un codeur optique (Fig. 5.10b). Un couplemètre est également intégré sur l'une des liaisons du parallélogramme afin de mesurer un couple extérieur appliqué sur le système, et ainsi de permettre une estimation de la raideur angulaire par la suite.

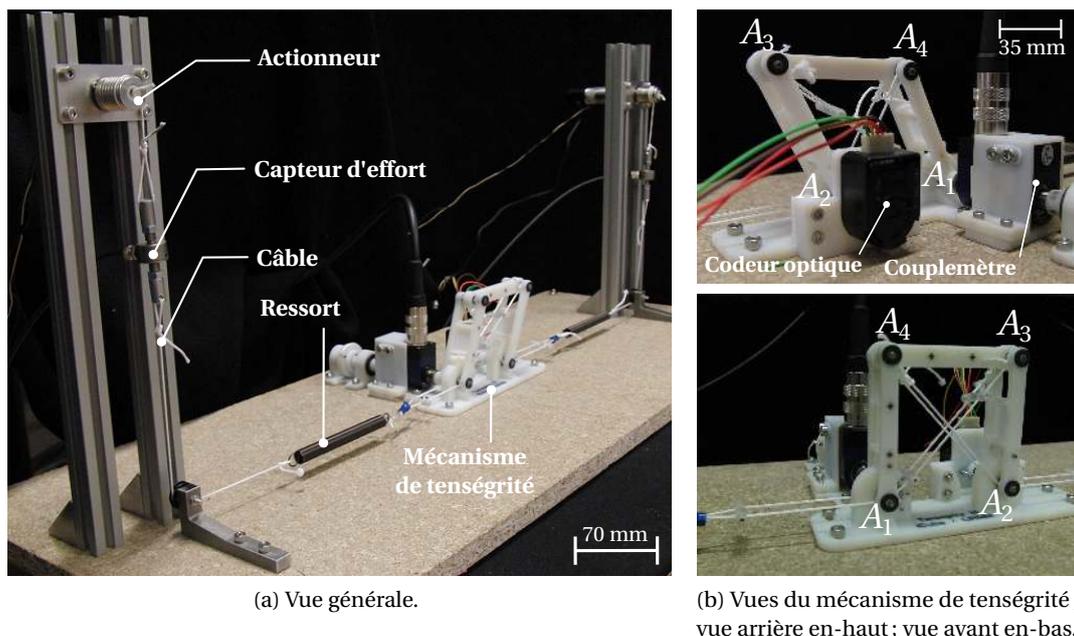


FIGURE 5.10 – Dispositif expérimental.

5.3.1.1 Structure mécanique

La structure mécanique est réalisée de manière à satisfaire les critères de compatibilité IRM évoqués en section 1.1.1. Pour cette raison, nous choisissons d'implémenter les éléments de structure par fabrication additive à l'aide d'un matériau polymère. La liaison pivot entre les barres $A_1 A_4$ et $A_3 A_4$ est illustrée Fig. 5.11 (il s'agit de la même liaison en A_3). Les câbles ne sont pas représentés ici. Le guidage est assuré par trois paliers lisses en polymère, par l'intermédiaire d'un arbre creux arrêté en translation par quatre bagues de retenue. Une tige en laiton est insérée dans l'arbre creux pour assurer la rigidité en flexion de l'arbre creux. Une paire de câbles est intégrée le long de chacune des diagonales du

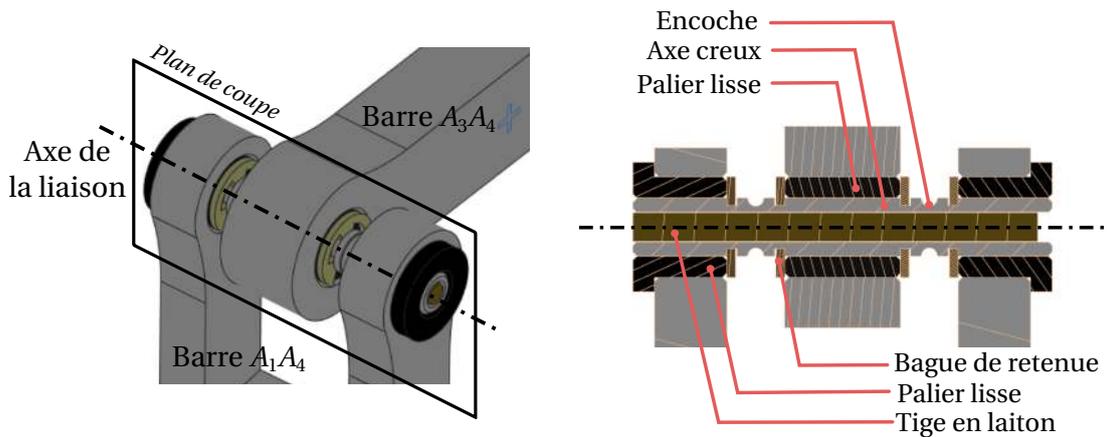


FIGURE 5.11 – Liaison de deux éléments de structure. A gauche, vue générale ; à droite, section de la liaison.

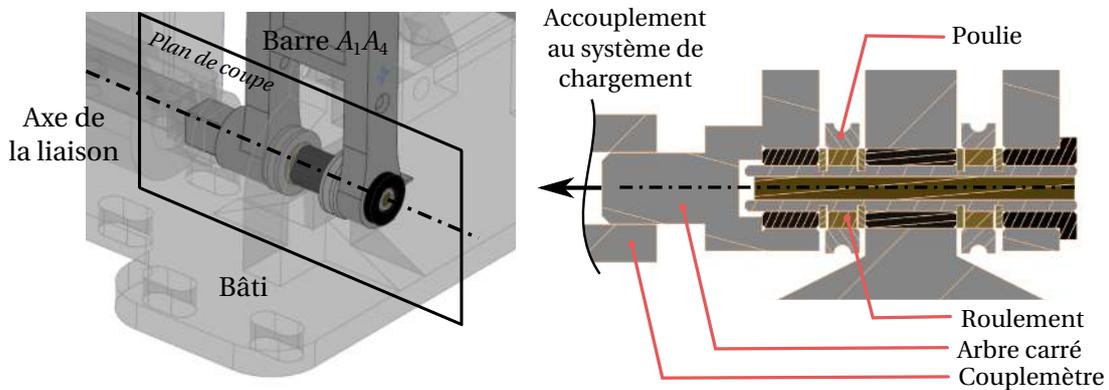


FIGURE 5.12 – Liaison d'une barre au bâti. A gauche, vue générale ; à droite, section de la liaison.

parallélogramme, et est ancrée sur les deux encoches de l'arbre creux (voir la section de la Fig. 5.11 à droite).

La liaison pivot entre la barre A_1A_4 et le bâti est illustrée Fig. 5.12. Le bâti et le couplétre y sont affichés de manière transparente. Le guidage entre les deux éléments est similaire. Le passage des câbles est assuré par une poulie sur roulement montée sur l'arbre creux. La barre est accouplée au couplétre via un arbre carré.

Un accouplement similaire avec un arbre rond est effectué entre la barre A_2A_3 et l'axe du codeur optique afin de permettre la mesure de l'angle.

Les ressorts linéaires employés sont des ressorts hélicoïdaux de traction standards de raideur supposée constante $2.70 \times 10^2 \text{ N/m} \pm 5\%$ illustrés Fig. 4.31(a).

5.3.1.2 Instrumentation et actionnement

Deux moteurs à courant continu (Harmonic Drive® RH-5A) sont utilisés pour actionner les câbles via des poulies de rayon $R = 8.4 \times 10^{-3} \text{ m}$. Des capteurs d'efforts (Scaime® K1107, 50 N) sont intégrés entre les ressorts et les moteurs. Un couplétre (Fig. 5.10b, Scaime® DR1, 1 N.m) est également intégré à une des liaisons du parallélogramme (A_1 , Fig 5.10b) afin d'estimer la raideur du mécanisme. Un codeur optique (Fig. 5.10b, HP® HEDS-5540) est enfin monté sur l'axe de la liaison en A_2 (Fig. 5.10b) afin de mesurer l'angle courant θ_m de l'effecteur. Ces instruments assurent une mesure de l'angle

avec une précision de 1.26×10^{-2} rad, et une mesure de couple avec une précision de 1.00×10^{-3} Nm. A noter qu'ici les instruments de mesure ne sont pas compatibles IRM. S'agissant d'un prototype visant à évaluer les performances du dispositif, la compatibilité du couplemètre n'est néanmoins pas requise, étant donné qu'il n'a pas à être intégré à un dispositif final. Par ailleurs, plusieurs solutions compatibles IRM peuvent être envisagées pour permettre une mesure de l'angle sur un dispositif final. La mesure de raideur est alors possible en appliquant un couple mesurable le long de l'axe du couplemètre, à diviser par la mesure de la variation de l'angle qu'il engendre sur le mécanisme.

5.3.1.3 Communication

Deux contrôleurs EPOS3 70/10 EtherCAT® sont configurés afin de commander les moteurs en vitesses, et acquérir les différents signaux capteurs. Ils communiquent avec un système Linux temps réel sur un bus de terrain EtherCAT® mis en place par A. Zompas à l'occasion de son stage de master au LIRMM.

5.3.1.4 Réglage des correcteurs

Les correcteurs pour chacune des stratégies sont implémentés avec des gains proportionnels. Les valeurs de ces gains sont réglées expérimentalement. Les gains des correcteurs en position sont respectivement $K_{p1} = 4.00$ Nm/rad pour la stratégie de commande en effort et $K_{p2} = 1.40$ s⁻¹ pour celle de commande en vitesse. Le gain du correcteur de la boucle interne en tension pour la première stratégie est $K_t = 3.00 \times 10^2$ rad.s⁻¹.N⁻¹. L'impact d'un tel choix sera discuté à l'issue de la présentation des résultats.

5.3.2 Reconfiguration

Dans un premier temps, les capacités de reconfiguration du système sont évaluées expérimentalement. La même trajectoire que celle utilisée dans les simulations en section 5.2.1 est suivie. Nous souhaitons également vérifier l'impact des bornes en tension sur le comportement du système. Pour ces expériences, on choisit λ_1 et λ_2 au centre de gravité de Λ_1 et Λ_2 respectivement. Deux types de trajectoires sont ici testés afin d'évaluer les performances des contrôleurs pour différentes dynamiques.

5.3.2.1 Faible dynamique

La même trajectoire que celle simulée en section 5.2.1 est d'abord suivie (voir également Fig. 5.6). Les résultats sont illustrés Fig. 5.13. Pour $\theta^* = \pi/2$ rad, les tensions dans les câbles sont égales grâce à la symétrie du système dans cette configuration triviale. Elles sont alors égales à $(t_{min} + t_{max})/2 = 7$ N, le centre de gravité des tensions admissibles. Les deux stratégies permettent ici un suivi précis. L'erreur moyenne de suivi est estimée à 1.75×10^{-2} rad et 1.57×10^{-2} rad respectivement, et les tensions restent bien dans l'intervalle prévu. L'erreur statique est inférieure à la résolution du codeur. Finalement, quand t_{max} augmente de 10 N à 20 N, la tension dans les câbles s'adapte de manière continue à ces nouvelles bornes. Afin d'évaluer la robustesse des AGC, le suivi est répété pour des variations de 20% sur la valeur des paramètres k et L du modèle. Cela constitue des variations importantes au regard de l'implémentation de la structure et des ressorts. Aucune différence notable n'est observée sur l'erreur de suivi et sur l'erreur statique. Les deux stratégies semblent donc plutôt robustes aux erreurs de modèle dans ces conditions expérimentales.

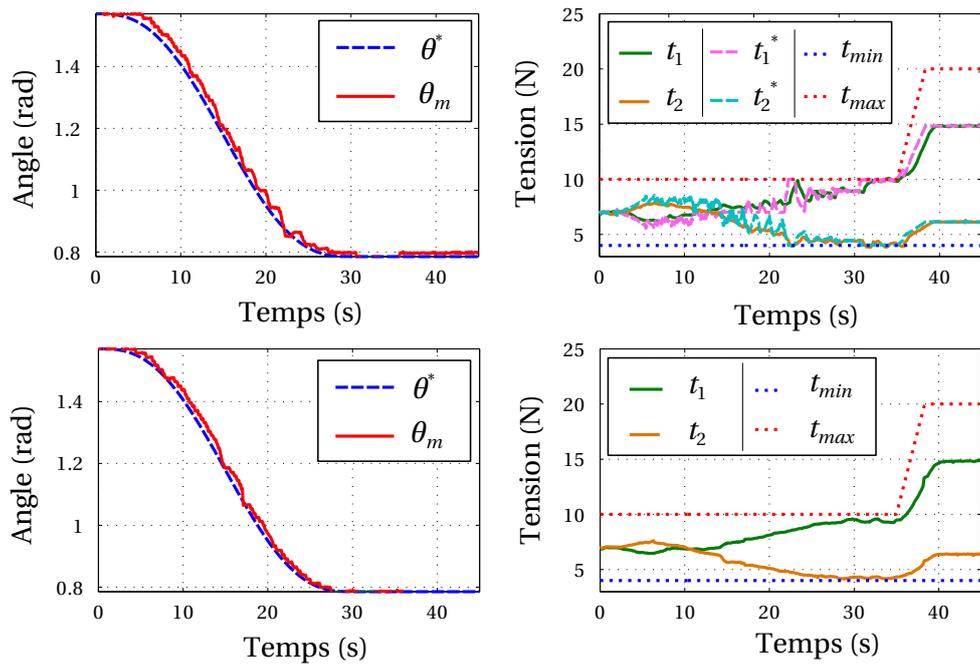


FIGURE 5.13 – Résultat pour le suivi de trajectoire à faible dynamique. En haut, pour la commande en effort ; en bas, pour la commande en vitesse.

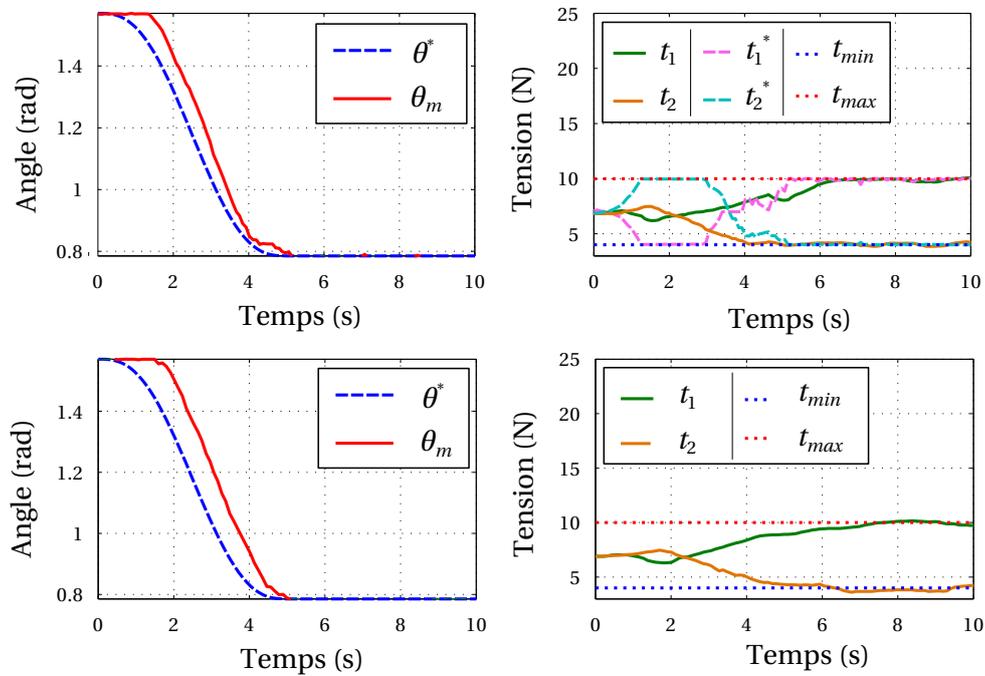


FIGURE 5.14 – Résultat pour le suivi de trajectoire à haute dynamique. En haut, pour la stratégie en effort ; en bas, pour la stratégie en vitesse.

5.3.2.2 Haute dynamique

Une seconde trajectoire avec une plus grande dynamique est suivie. Le même profil est ici suivi en 5 s. La vitesse est ainsi multipliée par 6 et l'accélération par 36. Les mêmes conditions expérimentales sont conservées par ailleurs, à l'exception de la modulation de t_{max} en fin d'expérience.

Les résultats sont illustrés Fig. 5.14. La performance de suivi est inférieure à celle de la première expérience. L'erreur de suivi moyenne est en effet estimée à 6.28×10^{-2} rad et 8.73×10^{-2} rad pour la stratégie de commande en effort et en vitesse respectivement. On constate également des erreurs de suivi significatives sur la boucle interne en effort pour la première stratégie. Néanmoins le système reste stable, et l'erreur statique reste sous la résolution codeur. De plus, les bornes en efforts sont toujours respectées. Les AGC restent donc efficaces pour ces conditions expérimentales. Ces premiers résultats montrent qu'il est possible de suivre une trajectoire avec les deux stratégies proposées, tout en respectant les bornes en tensions. Ce suivi reste possible pour des variations sur la valeur des paramètres k et L du modèle. Une trajectoire présentant des faibles dynamiques a pu être suivie avec une bonne précision. Le suivi pour des dynamiques plus importantes a montré des erreurs plus importantes qui peuvent s'expliquer par la simplicité des correcteurs utilisés ici. Néanmoins, le système reste stable et avec une erreur statique nulle pour les deux stratégies. Nous avons également montré qu'il est possible de moduler la tension dans les câbles autour d'une même configuration, ici comme une conséquence de la modification des bornes en tensions et avec λ_1 et λ_2 choisis au centre de gravité de Λ_1 et Λ_2 respectivement.

5.3.3 Modulation de raideur

Nous avons montré dans un premier temps qu'il est possible de reconfigurer le système à l'aide des deux stratégies comme le prévoyaient les résultats de simulation. Nous souhaitons maintenant évaluer les capacités de modulation de raideur du système. Pour cela, on détermine tout d'abord les raideurs théoriques minimum, maximum et moyenne du système, que l'on notera respectivement K_θ^{min} , K_θ^{max} et K_θ^{moy} . Celles-ci peuvent être calculées en utilisant (5.7) et en considérant les bornes en tensions [4,20] N. La plage angulaire accessible est ensuite discrétisée en 10 valeurs entre $\pi/4$ rad et $\pi/2$ rad. Pour chaque angle, la raideur est évaluée expérimentalement pour les trois niveaux de raideur.

Pour cela, le système est positionné à la configuration d'équilibre souhaitée θ^* en utilisant la stratégie de commande en effort, puis λ_1 est choisi de manière à atteindre la raideur souhaitée (voir (5.18)). Une déflexion $\delta\theta$ autour de cette configuration d'équilibre θ^* est ensuite imposée via un système de chargement lié au couplemètre qui permet la mesure du couple appliqué δT (Fig. 5.10a et 5.10b). La boucle externe en position est désactivée afin de ne pas s'opposer à la déflexion imposée. La raideur est finalement estimée comme $\delta T/\delta\theta$.

Les résultats expérimentaux ainsi que leur comparaison aux simulations sont illustrés Fig. 5.15. Les valeurs nominales théoriques sont représentées par les traits continus et les données expérimentales par des points. Les traits pointillés représentent les dispersions autour des courbes nominales dues aux erreurs de modèle. Les incertitudes de mesure sont représentées par des barres d'erreur autour de chaque donnée. La surface grise représente l'ensemble des raideurs nominales accessibles. La variation de raideur maximum est obtenue pour $\theta^* = \pi/2$ rad, dans ce cas elle peut être modulée entre 0.35 Nm/rad et 1.5 Nm/rad. Cette variation est réduite lorsque la configuration du système évolue vers $\pi/4$ rad, où ces bornes deviennent 0.65 Nm/rad et 0.95 Nm/rad respectivement. La possibilité de moduler la raideur du système avec cette stratégie est ici expérimentalement confirmée. Les données

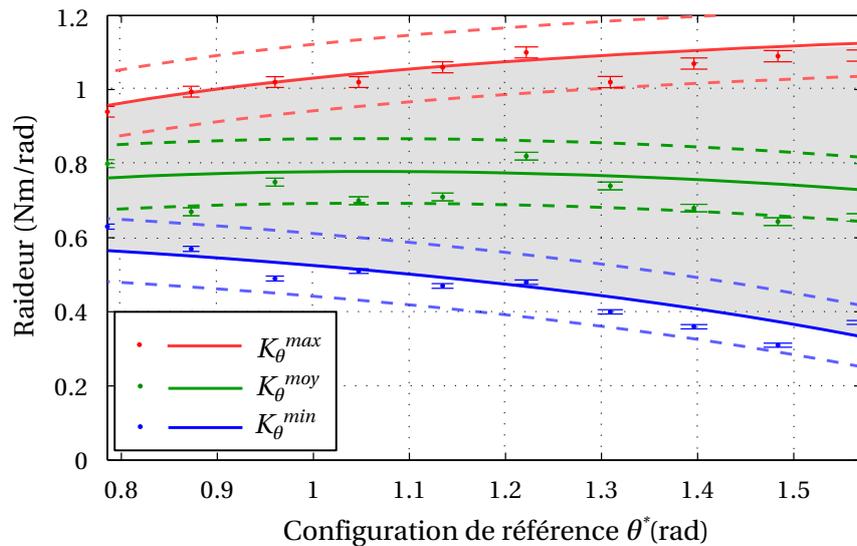


FIGURE 5.15 – Modulation de raideur.

expérimentales correspondent aux simulations avec une erreur moyenne de 7% (écart-type de 5%, et maximum à 20%). Les erreurs de modèle et les incertitudes de mesure suffisent ici à expliquer les disparités entre le modèle et l'expérience comme le montre la Fig. 5.15.

5.3.4 Modulation de raideur dérivée

La modulation de raideur dérivée est finalement évaluée. Les valeurs maximum et minimum de \dot{K}_θ sont déterminées théoriquement pour chacune des configurations en utilisant (5.5), (5.8) et en considérant les vitesses maximales accessibles par les actionneurs. La discrétisation de la plage angulaire est la même que dans la section 5.3.3. La mesure est effectuée en 4 étapes successives. Premièrement, la configuration d'équilibre θ^* est atteinte en utilisant la stratégie de commande en vitesses. Ensuite, une déflexion $\delta\theta$ est appliquée et le couple résultant δT est mesuré via le couplemètre. Ensuite, λ_2 est choisi de manière à atteindre \dot{K}_θ désiré en utilisant (5.22). Le mouvement des actionneurs est stoppé lorsque l'une des bornes en tension est atteinte. La déflexion $\delta\theta$ ainsi que le couple δT sont enregistrés tout au long de l'expérience de telle manière que $K_\theta = \delta T / \delta\theta$ peut être estimée à chaque pas d'échantillonnage. Une estimation de \dot{K}_θ peut alors être calculée comme la pente d'une interpolation linéaire effectuée sur l'évolution de K_θ .

La Figure 5.16 illustre un exemple d'expérience et montre l'évolution des variables du système au cours du temps. La configuration reste la même tout au long de l'expérience tandis que les vitesses articulaires sont non-nulles (Fig. 5.16 en haut). L'expérience est ici stoppée lorsque t_2 atteint $t_{min} = 4$ N (Fig 5.16 au milieu). La raideur dérivée \dot{K}_θ est estimée comme le coefficient directeur a de l'interpolation linéaire de l'évolution de la raideur estimée au cours du temps t (Fig. 5.16 en bas).

Les résultats expérimentaux ainsi que leur comparaison aux simulations sont illustrés Fig. 5.17. Les valeurs nominales théoriques sont représentées par les traits continus et les données expérimentales par des points. La surface grise représente l'ensemble des raideurs dérivées accessibles nominales. La raideur dérivée identifiée sur l'interpolation linéaire de la Fig. 5.16 est ici représentée par le point rouge en $\theta^* = 1.31$ rad. Tout comme en section 5.3.3, la variation maximale est obtenue pour $\theta^* = \pi/2$ rad, comme prédit par le modèle. Dans ce cas, cette variation atteint les bornes $-0.15 \text{ Nm.rad}^{-1}.\text{s}^{-1}$ et $0.12 \text{ Nm.rad}^{-1}.\text{s}^{-1}$. Cette variation est réduite à mesure que le système s'approche de $\pi/4$ rad.

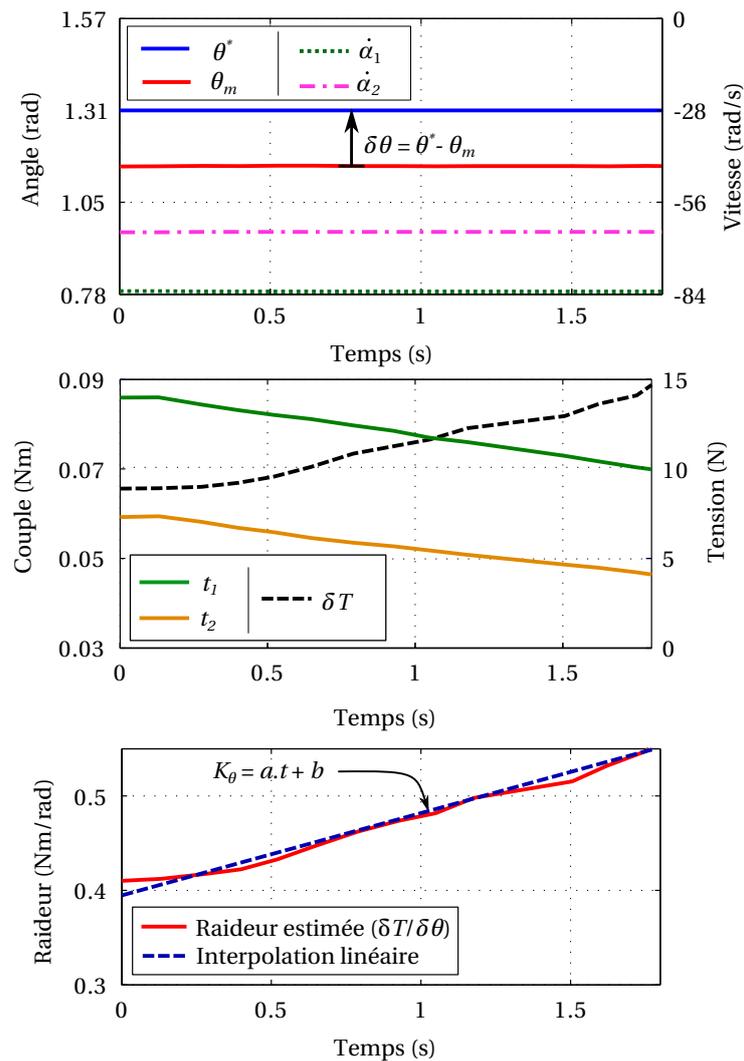


FIGURE 5.16 – Exemple de modulation de raideur dérivée : $\theta^* = 1.31$ rad et $\dot{K}_\theta = \dot{K}_\theta^{max}$.

Dans ce cas, ces bornes deviennent $-0.08 \text{ Nm}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ et $0.08 \text{ Nm}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}$. La capacité du système à moduler la raideur dérivée est ici expérimentalement validée. Les données correspondent aux simulations avec une erreur moyenne de 15% (écart-type de 8%, maximum de 26%). On peut noter que cette erreur est supérieure à celle de la section 5.3.3, ce qui peut être expliqué par la complexité du protocole expérimental.

5.3.5 Intégration des ressorts dégressifs

Depuis le début de ce chapitre, nous avons développé des stratégies de commande basées sur un modèle du système intégrant des ressorts linéaires. Dans cette dernière partie, nous montrons qu'il est tout d'abord possible de reconfigurer le système en utilisant l'une des stratégies développées précédemment en intégrant les ressorts dégressifs développés. Finalement, nous validons l'apport de ces ressorts quant à la plage de raideur accessible du système comme nous l'évoquons en section 4.4.4.

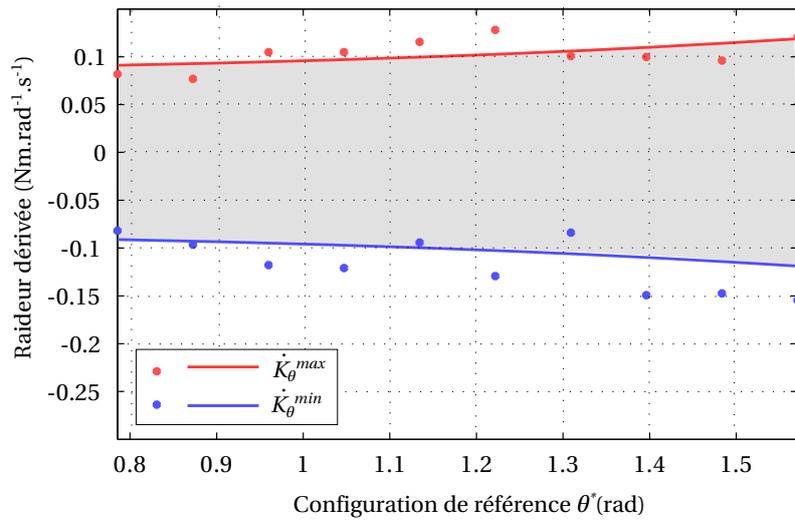


FIGURE 5.17 – Modulation de la raideur dérivée.

5.3.5.1 Reconfiguration

L'algorithme de gestion coordonnée en tensions est indépendant du type de ressort utilisé comme le montre la relation (5.12) et l'expression de \mathbf{W} . La stratégie de commande en effort décrite en section 5.1.3 doit donc pouvoir être utilisée pour reconfigurer le système même si celui-ci est muni de ressorts dégressifs.

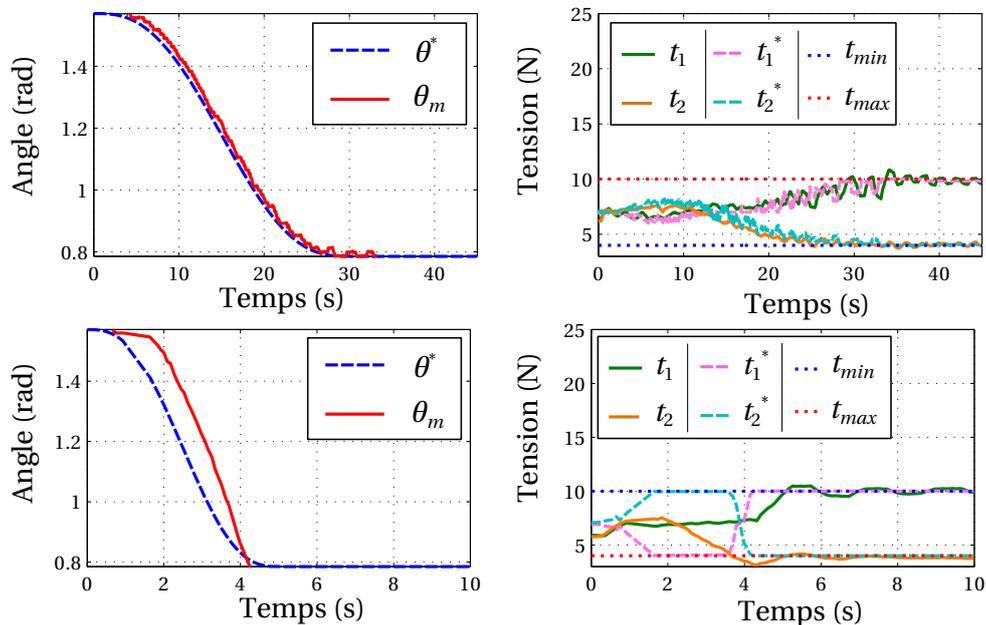


FIGURE 5.18 – Résultat pour le suivi de trajectoire avec des ressorts dégressifs pour une faible dynamique, en haut, et pour une haute dynamique, en bas.

Cette capacité est validée expérimentalement sur un suivi de trajectoire similaire à celui de la section 5.3.2 qui a permis de valider la reconfiguration du système intégrant des ressorts linéaires avec cette stratégie. Les résultats du suivi pour de faible et haute dynamiques sont illustrés Fig 5.18. On constate un comportement similaire à celui du système intégrant des ressorts linéaires, avec des erreurs de suivi du même ordre de grandeur.

5.3.5.2 Modulation de raideur

Comme nous l'évoquions en fin du chapitre 4 en section 4.4.4, l'intégration de ressorts dégressifs doit théoriquement permettre d'élargir la plage de modulation de raideur. Le dispositif expérimental est donc finalement exploité afin de valider expérimentalement les résultats théoriques commentés précédemment.

Le protocole expérimental présenté en section 5.3.3 est suivi afin de mesurer la raideur minimum et maximum du système en utilisant les ressorts non-linéaires dégressif. Les résultats sont ensuite comparés aux raideurs théoriques calculées à l'aide de deux modèles du ressort non-linéaire présentés en section 4.4.4. Les résultats sont illustrés Fig. 5.19, qui comprend également la comparaison avec le ressort linéaire considéré lors des premières expériences. Les traits continus (resp. discontinus) sont obtenus avec le modèle numérique (resp. expérimental). La zone grise représente les raideurs accessibles avec le ressort linéaire pour cette plage d'efforts. Les données expérimentales sont représentées par des points.

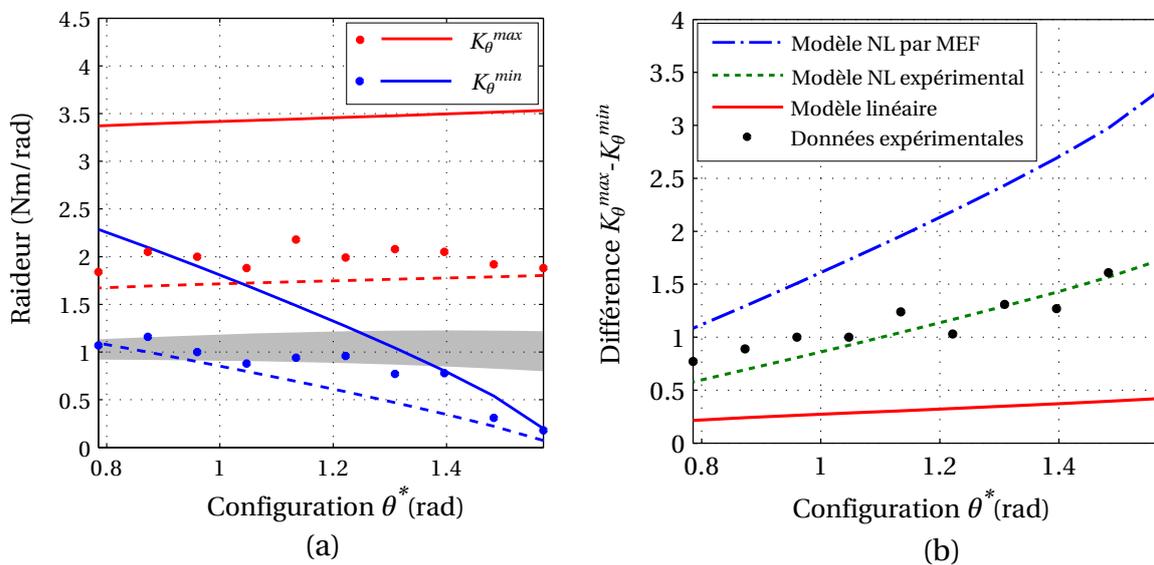


FIGURE 5.19 – Modulation de raideur avec un ressort non-linéaire. (a) Raideurs minimum et maximum ; (b) Différence $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$.

On constate avant tout que les données expérimentales sont mieux prédites en utilisant le modèle expérimental que le modèle numérique. On constate surtout que la raideur accessible est expérimentalement élargie de manière significative grâce à la non-linéarité du ressort. On constate ainsi des valeurs expérimentales de $K_\theta^{max} - K_\theta^{min}$ supérieures à 1 Nm/rad pour des angles proches de $\pi/2$ rad (voir Fig. 5.19(b)).

5.4 Discussion

Dans la section précédente, nous avons validé expérimentalement les capacités de reconfiguration, de variation de raideur et de raideur dérivée du dispositif à l'aide des stratégies de commande développées. La plage angulaire $[\pi/4, \pi/2]$ peut ainsi être couverte à l'aide des deux stratégies. Si l'erreur statique reste nulle pour les deux vitesses de suivi testées, l'erreur de suivi augmente pour des trajectoires rapides, ici pour couvrir l'ensemble de la plage en 5 s. Une trajectoire lente est donc préférable si une suivi précis est souhaitée. A regard de l'application envisagée, ce résultat nous semble prometteur, tout

d'abord car il montre qu'un positionnement précis et sur une plage angulaire importante est possible. Par ailleurs, comme ce positionnement doit s'avérer relativement lent, un suivi précis pour une haute dynamique n'est pas nécessairement requis.

Les variations de raideur accessibles avec le dispositif sont également prometteuses pour l'application envisagée. Il est en effet possible d'atteindre une modulation maximum entre 0.35 Nm/rad et 1.50 Nm/rad à $\theta = \pi/2$ rad pour des ressorts linéaires et une tension maximum de 20 N dans les câbles. Cette intervalle peut être étendu à 0.20 Nm/rad et 1.90 Nm/rad tout en réduisant la tension maximum à 12 N par l'intégration des ressorts dégressifs développés au chapitre 4. Ces valeurs sont de l'ordre de grandeur des raideurs cibles estimées afin d'éviter la lacération des tissus dans le cadre du scénario applicatif. Nous avons estimé qu'une valeur de raideur minimum à 0.65 Nm/rad devait permettre d'éviter ce phénomène.

La variation de raideur dérivée a également été validée. Elle permet ici de couvrir l'ensemble de la plage de raideur accessible en l'espace d'une dizaine de secondes. Le besoin sur cette valeur est lié à la fréquence du cycle respiratoire, qui nécessite de pouvoir modifier la raideur en l'espace de quelques secondes. Si le résultat obtenu ne semble pas directement compatible avec l'application, il n'est néanmoins limité que par la vitesse maximum des actionneurs et doit donc pouvoir être nettement amélioré avec des actionneurs plus rapides et sans modification des correcteurs, étant donné qu'aucune pièce de structure ne se déplace lors de la modification de la raideur.

5.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons abordé la commande du mécanisme de tenségrité plan à raideur variable introduit au chapitre 4. Il intègre des capacités de modulation de raideur, que les stratégies de commande proposées dans ce chapitre visent à exploiter. Deux stratégies ont ainsi été développées. Elles se basent sur une exploitation du modèle quasi-statique du système.

La première est une stratégie de commande en effort qui utilise un algorithme de gestion coordonnée de tensions. Celui-ci génère des consignes de tensions dans les ressorts à partir d'un signal d'erreur sur la configuration. Cette stratégie permet par ailleurs de commander la raideur du système en boucle ouverte en modulant la distribution de tension dans les ressorts autour d'une configuration d'équilibre. La deuxième stratégie implémente un algorithme de gestion coordonnée en vitesses qui génèrent les vitesses articulaires de référence en fonction d'un signal d'erreur sur la configuration. Pour cela, les bornes en tensions dans les ressorts sont reformulées en terme de bornes en vitesses articulaires. Cette stratégie permet quant à elle de commander la raideur dérivée en boucle ouverte en modulant la distribution des vitesses articulaires autour d'une configuration d'équilibre.

Les deux stratégies permettent une reconfiguration du système avec une commande en boucle fermée de la position angulaire, et une commande en boucle ouverte de la raideur ou de la raideur dérivée suivant la stratégie adoptée.

Un prototype instrumenté du système a ensuite été développé et a permis une validation expérimentale du dispositif en terme de reconfiguration et de variation de raideur et de raideur dérivée. La première stratégie permet par ailleurs de reconfigurer le système lorsque celui-ci intègre les ressorts dégressifs développés au chapitre 4. Son apport relativement à un ressort linéaire a également été expérimentalement validé quant à la plage de raideur accessible par le mécanisme de tenségrité pour une même plage d'effort.

Conclusions et perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été motivés par la conception d'assistants robotiques dans l'IRM. Nous avons souligné leur intérêt dans deux contextes différents ; les procédures percutanées en radiologie interventionnelle, et la recherche en neurosciences. La conception d'assistants robotiques pour ces applications est complexe, et soumise à des contraintes fortes relatives à l'environnement IRM et à l'interaction avec l'homme. Notre approche pour répondre à cette problématique a été de nous intéresser à l'exploitation des systèmes précontraints et des mécanismes de tenségrité afin de fournir des nouvelles solutions robotiques dans ces contextes.

Nos contributions pour permettre cette exploitation ont été résumées à l'issue de chaque chapitre. Le lecteur pourra s'y référer pour conclure quant aux contributions apportées dans chacun d'eux. Dans le chapitre 2, nous nous sommes intéressés aux outils d'analyse des mécanismes de tenségrités et des systèmes précontraints. Le chapitre 3 est consacré à la synthèse de systèmes précontraints à raideur variable. Enfin, les chapitres 4 et 5 avaient pour objectif la conception et la commande d'un mécanisme de tenségrité à raideur variable. Il nous semble plus intéressant pour cette conclusion générale de revenir sur les trois étapes que nous avons identifiées pour conclure sur le travail réalisé et ses perspectives, à savoir l'**analyse**, la **conception** et la **commande** des systèmes précontraints et des mécanismes de tenségrité.

1. Conclusions

1.1 Analyse

Au cours de ce travail, nous avons mis en place plusieurs outils d'analyse pour faciliter la compréhension des systèmes précontraints et des mécanismes de tenségrité, prédire leur comportement et les caractériser. Nous avons ainsi formulé pour la première fois une définition de l'espace de travail des mécanismes de tenségrité. Celle-ci prend en compte les différentes conditions de fonctionnement de ces mécanismes, et notamment l'influence d'une sollicitation extérieure sur leur comportement. A ce titre, une telle définition nous paraît d'intérêt au-delà de notre contexte applicatif, au sens où elle offre un critère d'évaluation objectif et quantitatif de tout mécanisme de tenségrité.

Nous avons également formalisé une méthode de détermination des frontières de cet espace de travail sous une forme générique qui permet son application pour n'importe quel mécanisme de tenségrité. L'utilisation d'un outil de continuation de haut-degré pour permettre le suivi de ces frontières constitue également l'une de nos contributions sur ce volet, et a donné lieu à des résultats intéressants, comme nous l'avons démontré pour un mécanisme de tenségrité à 2 DDL. Cette exploitation de la continuation paraît une approche performante, et constitue dans notre cas une méthode originale pour l'analyse

des mécanismes de tenségrité.

Nous avons également développé les outils nécessaires à l'analyse et l'évaluation des systèmes précontraints pour leur exploitation en tant que composants à raideur variable. Cette utilisation est soumise à des conditions que nous avons identifiées sur l'arrangement et le nombre d'éléments élastiques. Notre capacité à prédire correctement le comportement de tels systèmes localement ou pour de grands déplacements a été validée expérimentalement sur deux cas de liaisons à raideur variable. Le développement de ces outils constitue donc un apport important pour permettre leur compréhension et leur analyse.

Nous avons par ailleurs classifié des systèmes précontraints singuliers par les variétés de Grassmann. Cette classification a permis une interprétation des arrangements étudiés dans le chapitre correspondant, et constitue pour cela un outil pertinent pour l'analyse des singularités, comme l'atteste son utilisation précédemment en robotique parallèle. Dans notre cas, cette interprétation a permis de mettre en évidence et de formaliser les points communs qu'il existe entre les arrangements présentant une même matrice de raideur singulière.

1.2 Conception

Nos contributions sur le volet de la conception incluent le développement d'une méthode de synthèse de composants à raideur variable à partir de systèmes précontraints en exploitant la modulation de leur raideur antagoniste. Notre méthode permet de générer une solution sous la forme d'un arrangement d'éléments qui forment un système élastique. Cette méthode constitue un cadre général pour générer de nombreuses solutions à des problèmes de synthèse courants en robotique. Plusieurs exemples ont été traités, notamment les cas des liaisons pivot, prismatique et sphérique à raideur variable, pour lesquelles plusieurs propositions ont été générées avec différentes conditions sur le nombre d'éléments ou la forme des modes de précontrainte.

Une méthode d'exploration de l'espace des solutions générées par cette méthode de synthèse a également été développée. Nous avons pour cela utilisé la continuation au premier ordre, qui nous a permis d'offrir plusieurs solutions alternatives à un même problème de synthèse pour des conditions identiques.

La méthode de synthèse a permis de générer un nouvel arrangement pour concevoir une liaison sphérique à raideur variable, à partir duquel nous avons implémenté un composant entièrement compatible IRM, en faisant notamment usage d'un nouvel actionnement pneumatique de la précontrainte. Un prototype de ce système a été produit par un procédé de fabrication additive multi-matériaux qui assure une solution compacte, légère et compatible IRM. Son évaluation expérimentale a démontré une capacité de variation de raideur importante, tout en garantissant un comportement cinématique satisfaisant de la liaison.

Nous avons par ailleurs proposé une architecture de porte-aiguille robotique à raideur variable basée sur deux mécanismes de tenségrité plans actionnés par deux câbles placés en série avec des ressorts. Ce système est dédié à une assistance aux procédures percutanée sous IRM. Son analyse a permis de mettre en avant l'intérêt d'un travail de conception également au niveau de l'élément élastique afin d'améliorer les capacités de variation de raideur du dispositif. Nous avons donc également proposé une méthode de synthèse pour concevoir des éléments présentant une caractéristique dégressive qui nous intéresse plus particulièrement. Plusieurs nouveaux arrangements pour des composants en traction, compression et torsion ont ainsi été générés grâce à cette méthode. L'utilisation de mécanismes compliant a également été développée, avec la possibilité de leur implémentation par un procédé de

fabrication bi-matière de manière à combiner la non-linéarité géométrique du composant, avec une non-linéarité matériau d'un élastomère. Le développement et la validation expérimentale d'un ressort dégressif de traction d'intérêt pour notre contexte ont démontré l'efficacité de notre approche, et son impact positif sur le comportement du dispositif développé a également été expérimentalement validé sur un prototype instrumenté d'un mécanisme de tenségrité.

Dans cette thèse, deux stratégies ont donc été explorées afin de concevoir des robots à raideur variable. La première est de dissocier la variation de raideur de la reconfiguration. Dans ce cas, nous avons proposé d'exploiter des systèmes précontraints en configuration singulière afin de concevoir des composants à raideur variable. Si de grandes variations de raideur sont alors accessibles, la configuration d'équilibre de ce composant est unique et nécessite donc d'être couplée à un système permettant le changement de configuration. La deuxième est de contrôler simultanément la configuration et la raideur du système. Pour cela, nous avons exploité un mécanisme de tenségrité. Ce composant est intéressant car il permet une modification de la position d'équilibre, et de sa raideur. En revanche, les variations de raideur accessibles sont alors plus faibles qu'avec la stratégie précédente, avec des rapports de variation n'excédant pas 10 contrairement aux variations plus importantes obtenues avec les systèmes précontraints à raideur variable.

1.3 Commande

Plusieurs contributions ont également été introduites dans ce manuscrit quant à la commande des systèmes qui nous intéressent dans ce travail. Nous avons développé deux nouvelles stratégies de commande pour le contrôle simultané de la position et de la raideur des mécanismes de tenségrité. Elles se basent sur la commande des robots à câbles qui présentent des similitudes avec les mécanismes de tenségrité, et qui nécessitent également de prendre en compte des contraintes unilatérales sur le pilotage des câbles. Notre contribution a consisté à exploiter des algorithmes de gestion coordonnée, soit de la tension des câbles soit de leur vitesse d'enroulement, qui permettent d'exploiter respectivement la redondance statique ou cinématique du mécanisme afin de moduler sa raideur ou sa raideur dérivée.

Le développement de ces stratégies nous a ainsi permis de valider expérimentalement les capacités de reconfiguration et de variation de raideur du mécanisme de tenségrité conçu. A notre connaissance, il s'agit par ailleurs du premier travail portant sur le contrôle simultané de la configuration et de la raideur d'un mécanisme de tenségrité.

1.4 Impact sur le contexte applicatif

Nos travaux fournissent plusieurs résultats d'intérêt pour une exploitation dans les contextes applicatifs envisagés. L'utilisation de systèmes précontraints à câbles et de mécanismes de tenségrité pour la conception de systèmes compatibles IRM est ainsi une solution que nous avons validée expérimentalement à travers plusieurs dispositifs. La légèreté du dispositif peut être garantie par l'intégration des câbles et les éléments de structure sollicités uniquement en traction/compression. Cette propriété constitue un avantage fort pour des solutions dans ces contextes où le robot peut, dans certains cas, être posé sur le patient. Cette propriété est également favorable à la sécurité du dispositif en général car elle permet de limiter l'inertie des pièces mobiles, et également à la compatibilité IRM avec la possibilité de déporter l'actionnement des câbles. L'utilisation du procédé de fabrication additive multi-matériaux garantit par ailleurs la compatibilité des éléments de structure et permet de concevoir des pièces complexes en gardant un système compact. Il a aussi permis de mettre en place un nouvel

actionnement pneumatique entièrement compatible IRM dans le cas d'une liaison sphérique à raideur variable.

La capacité de modulation de raideur, que nous avons considéré d'intérêt pour le contexte, a également été validée en exploitant soit un système précontraint en configuration singulière, soit un mécanisme de tenségrité. Si dans le premier cas de fortes variations de raideur ont pu être obtenues, y compris en atteignant des raideurs très faibles, la deuxième stratégie exploitant les mécanismes de tenségrité présente une plage de variation de raideur plus modeste. Cette dernière a néanmoins été élargie par l'intégration de ressorts dégressifs dans le mécanisme. Cette deuxième stratégie permet également des reconfigurations importantes du système. Dans le cas du mécanisme de tenségrité étudié, nous avons ainsi atteint des rotations d'amplitude $\pm\pi/4$ rad avec une application potentielle pour l'orientation d'aiguille en assistance aux procédures percutanées sous IRM.

2. Perspectives

Le travail réalisé ouvre de nombreuses perspectives quant au développement de l'usage des systèmes précontraints et des mécanismes de tenségrité. Ces perspectives relèvent des trois étapes qui ont constitué notre démarche, et des différentes exploitations envisageables des systèmes étudiés.

2.1 Analyse

Il nous paraît avant tout d'intérêt de chercher à éprouver la définition d'espace de travail que nous avons proposé pour caractériser un mécanisme de tenségrité, ainsi que sa détermination par continuation pour des mécanismes plus complexes, et notamment des cas spatiaux. L'utilisation de la méthode Diamant afin de déterminer les frontières d'un espace de travail, et détecter les singularités de robots spatiaux fait actuellement l'objet de développements pour la robotique [Hentz 2016a, Hentz 2016b]. Cela constitue à notre sens une perspective d'application de cette méthode dans le cas des mécanismes de tenségrité également, et pour des systèmes intégrant des éléments non-rigides plus généralement. La définition même de cet espace de travail peut également faire l'objet de recherches futures. L'intégration de critères supplémentaires dans cette définition, comme des critères dynamiques, est par exemple possible comme cela est déjà le cas pour celle d'autres classes de robots rigides.

L'analyse dynamique des mécanismes de tenségrité constitue une des perspectives à ce travail de thèse. Elle peut notamment porter sur le développement d'outils de modélisation, d'identification ou de résolution du problème dynamique. Une modélisation dynamique est par exemple d'intérêt afin d'améliorer la commande de ces systèmes ou la prédiction de leur comportement pour faciliter leur conception. Cette étude dynamique n'est à notre sens pas nécessaire pour les contextes que nous avons envisagé dans le cadre de cette thèse. Elle constitue néanmoins une étape cruciale pour l'exploitation de ces systèmes dans d'autres contextes. Une analyse dynamique précise est en effet indispensable pour étendre leur utilisation en tant que composants à raideur variable à d'autres champs d'application que nous avons déjà évoqués, comme la réduction semi-active de vibrations ou encore l'absorption de chocs.

Enfin, l'utilisation et le développement d'outils mathématiques pour la classification des systèmes précontraints nous semble également être une voie de recherche fertile, comme le laisse entrevoir l'interprétation de leur singularités par les variétés de Grassmann. Une telle classification est en effet d'intérêt pour faciliter la conception de ces systèmes.

2.2 Conception

De nombreuses problématiques de recherche ont été soulevées lors de nos travaux sur le volet de la conception. Celles-ci portent autant sur les outils qui ont été développés pour aider le concepteur à synthétiser ces systèmes, que sur leur implémentation.

La méthode de synthèse que nous avons développée pour concevoir des composants à raideur variable à partir de systèmes précontraints peut à court terme être enrichie de fonctionnalités supplémentaires, avec en premier lieu la gestion des interférences entre les éléments, que nous avons constaté sur certains des arrangements générés. Par ailleurs, la méthode est aujourd'hui limitée par le fait qu'elle n'est valide que localement autour d'une configuration, sans certitude qu'une variation de raideur importante est obtenue pour un déplacement fini autour de cette configuration initiale. Si cet aspect a été validé sur les cas d'étude traités dans cette thèse, un travail futur pourra consister à l'intégrer directement dans la méthode de synthèse. Un développement dans cette direction est clairement d'intérêt dans les nombreux domaines d'application des actionneurs à raideur variable et pour lesquels des grands déplacements sont à considérer.

L'amélioration de la méthode d'exploration des solutions issues de cette méthode est également un développement intéressant à court terme. Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes limités à l'exploration sur une liaison pivot à raideur variable à l'aide d'une méthode de prédiction/correction, nous donnant ainsi un ensemble fini de solutions. Un des moyens d'étendre cette méthode consiste à mettre en place la méthode de continuation de haut-degré, dans plusieurs directions de perturbation et de manière systématique à l'issue de la méthode de synthèse, afin de construire automatiquement un ensemble continu de solutions pour un problème de synthèse donné. Cette autre utilisation de la continuation montre une nouvelle fois l'intérêt d'intégrer ce type de méthode de résolution directement au processus de conception d'une solution.

Nos travaux sur la conception d'un mécanisme de tensesgrité à raideur variable et sa validation expérimentale justifient également un travail futur sur le développement du porte-aiguille à 2 DDL dans lequel il s'intègre. Ce développement se heurte aujourd'hui à plusieurs problèmes d'implémentation récurrents pour ces types de systèmes, dont le principal est le routage des câbles de manière à limiter les frottements dans le système. Ce type de problématique se rencontre par ailleurs dans d'autres domaines tel que celui des robots à câbles, ou encore celui des mains robotiques actionnées par câbles dont les travaux sont à notre sens une source d'information importante pour une avancée sur cet aspect.

Le développement de ressorts dégressifs, justifié ici par une amélioration des performances du mécanisme de tensesgrité, est également sujet à de nombreuses perspectives. D'une part leur implémentation par d'autres méthodes que la fabrication additive est envisageable et peut s'avérer intéressante pour éviter les incertitudes géométriques et le comportement complexe du matériau lié au procédé. D'autre part, le développement de nouveaux ressorts dégressifs basés sur la méthode de conception proposée est également possible, avec des champs d'application différents de ceux considérés dans cette thèse, notamment dans des dispositifs de réduction de vibrations passifs, ou encore dans les microsystèmes électromécaniques pour lesquelles le comportement dégressif est utilisé à une échelle bien inférieure. Au cours de nos travaux, nous avons par ailleurs envisagé l'utilisation du procédé de fabrication additive multi-matériaux à de multiples reprises. Nous avons mis en avant à ces occasions les nombreux avantages de ce procédé pour notre contexte. Il existe néanmoins des limitations à une exploitation plus efficace de cette technologie. Ces limitations proviennent principalement de la difficulté de caractérisation des matériaux implémentés, et de leur modélisation. Des phénomènes tels que la

relaxation de contrainte que nous avons constatée expérimentalement, constituent une difficulté pour la prédiction du comportement des matériaux implémentés. L'influence de ce procédé de fabrication relativement récent sur les caractéristiques du matériau est peu connue à ce jour et constitue une voie de recherche d'intérêt pour de nombreux domaines où l'exploitation de ces propriétés est envisagée, tel que la conception de mécanismes compliant par exemple.

Enfin, un des aspects de conception non-traité dans ce travail et qui mérite un travail d'investigation est celui de la synthèse des mécanismes de tensegrité. En effet, si nous avons été capables de synthétiser des systèmes précontraints en une configuration d'équilibre, le choix d'un arrangement afin de créer un mécanisme de tensegrité qui se reconfigure dans un espace de travail donné est quant à lui un problème ouvert. Il s'agit à notre sens de la problématique la plus amont qui nécessite la mise en place d'outils performants dédiés à sa résolution, qui peut profiter à chacune des applications évoquées dans ce manuscrit. Au vu de la littérature, l'exploitation des tensegrités en robotique est actuellement limitée à l'utilisation de structures connues et largement étudiées, présentant généralement de nombreuses propriétés de symétrie. Si ces choix s'avèrent favorable à une analyse et un développement rapide de ces solutions, rien n'assure néanmoins que ce choix est optimal vis-à-vis des critères de fonctionnement spécifiques à l'application envisagée.

2.3 Commande

Dans ce manuscrit, nous avons implémenté et validé nos stratégies de commande sur un mécanisme à 1 DDL. Un premier développement à court terme sur cet aspect consiste avant tout à étendre ce raisonnement à plusieurs DDL, par exemple à l'échelle du système porte-aiguille que nous avons introduit, ou encore pour d'autres architectures à DDL multiples. Cette extension semble accessible même si non triviale. Si en effet nous avons ici réussi à exprimer de manière analytique les différentes expressions de notre modèle, leur évaluation numérique est à prévoir pour d'autres cas. Par ailleurs, nous avons constaté ici les performances limitées de la boucle interne de contrôle en tension pour la stratégie de contrôle en effort. Une deuxième perspective à court terme est donc l'amélioration des performances de cette boucle afin de garantir de meilleurs temps de réponse, et donc de meilleures performances avec cette stratégie. Nous avons aussi considéré l'utilisation d'algorithmes de gestion coordonnée en nous basant sur un modèle statique du système. Une perspective sur cet aspect est donc de considérer une modélisation plus complète du système en prenant en compte sa dynamique, comme cela est déjà le cas dans le domaine de la robotique à câbles dont ces algorithmes sont issus.

Il nous semble également intéressant de chercher à proposer des correcteurs plus performants. Une première approche consiste à employer des stratégies basées sur un modèle du système, qui peut notamment permettre de gérer des phénomènes limitants actuellement tel que le frottement sec. A notre sens, l'utilisation de la commande prédictive constitue une perspective intéressante pour surmonter ce type de problèmes. Dans ce cas, un modèle du système est utilisé afin de prédire son évolution, ce qui permet généralement d'améliorer les performances de sa commande. Ce type de commande nécessite néanmoins une bonne connaissance du modèle du système et donc une identification précise de celui-ci, ce qui peut être délicat notamment si sa dynamique doit être prise en compte. Une approche alternative consiste alors à employer des méthodes de contrôle adaptatif pour s'affranchir de ces erreurs de modélisation et d'un processus d'identification complexe, tout en garantissant une commande robuste du système. Pour des mécanismes de tensegrités complexes, l'utilisation de stratégies d'apprentissage par des réseaux de neurones ou des algorithmes génétiques constitue une voie de recherche féconde pour répondre à ces limitations dans certaines applications de la robotique, et notamment pour la robotique mobile dans un environnement inconnu [SunSpiral 2015].

2.4 Contextes applicatifs

Plusieurs problématiques restent à explorer pour permettre l'application des solutions que nous proposons dans nos contextes applicatifs. Si nous avons développé un mécanisme de tensegrité plan à raideur variable, il est cependant nécessaire de développer le porte-aiguille dans lequel il doit s'intégrer afin de valider expérimentalement notre approche quant au scénario complet proposé. Cela passe par la conception de ce dispositif, sa commande, et sa validation expérimentale hors et dans l'IRM. Par ailleurs, si la capacité de modulation de raideur et de raideur dérivée nous semble d'intérêt, la validation de ses performances doit faire l'objet d'investigations supplémentaires.

Nous avons également développé des composants à raideur variable dont l'intégration à des interfaces haptiques est envisageable. A l'issue de ce travail, nous sommes capable de dimensionner et de synthétiser des solutions compatibles IRM. L'étape suivante est donc pour un scénario applicatif précis de synthétiser des solutions dédiés et d'en valider l'usage en pratique notamment pour la comparaison aux solutions existantes.

De manière générale, l'exploitation des systèmes à câbles est envisageable pour d'autres contextes applicatifs qui impliquent une interaction avec l'homme. Ils ont notamment déjà été envisagés en robotique de réhabilitation [Gonçalves 2014, Gharatappeh 2015] qui semble être un domaine d'intérêt pour de futures applications en cherchant alors à y intégrer des câbles élastiques et des fonctionnalités de raideur variable.

2.5 Perspectives générales

Au cours de ce travail de thèse, nous avons abordé de nombreux aspects différents dans le processus de développement de dispositifs robotiques. Nous nous sommes en effet à la fois focalisés sur des considérations théoriques pour leur analyse et leur synthèse, à l'échelle du dispositif ou de ses composants, mais également sur des considérations pratiques notamment quant à leur évaluation expérimentale et leur implémentation. Les ressources que nous avons exploité pour mener ces recherches sont par conséquent d'ordres très variés. Il nous semble important de noter ici que nos contributions ont été rendues possibles par les efforts que nous avons déployé à explorer des domaines différents, comme en témoignent les états de l'art réalisés dans les différents chapitres.

Pour cette raison, la portée de nos travaux peut être étendue à d'autres domaines scientifiques qui partagent certaines des problématiques que nous avons abordé. Nos développements pour l'analyse et la synthèse des systèmes précontraints, qui ont par ailleurs tiré profit de travaux antérieurs dans le domaine de la mécanique des structures et du génie civil, peuvent trouver une application intéressante dans ces domaines où la stabilité et la rigidité structurelle sont des notions fondamentales. Il y a un intérêt, à notre sens, à adapter ces travaux pour la conception de structures adaptatives par exemple. Dans ce cas, la possibilité de modifier le comportement d'une structure sans modifier sa géométrie en jouant uniquement sur son niveau de précontrainte constitue un aspect très intéressant. Nous avons également mis en avant l'intérêt de considérer nos travaux sur le développement de ressorts dégressifs au vu des autres contextes applicatifs qui s'intéressent aujourd'hui à ces composants et qui peuvent donc profiter de nos contributions sur cet aspect.

L'exploitation du principe de tensegrité, que nous avons jusqu'ici considéré au regard de notre contexte applicatif, constitue la source de développement la plus intéressante à notre sens. Ce principe est en effet applicable à toute échelle ; des travaux de modélisation de nombreux phénomènes moléculaires par des structures de tensegrité [Termonia 1994, Vera 2005, Ingber 2008] laissent à ce titre entrevoir de nombreuses opportunités d'application de ce principe à des échelles bien inférieures à celle que

nous avons considéré dans ce manuscrit. La possibilité de combiner ces systèmes en tant qu'éléments de base afin de former un réseau, tout en conservant ses avantages, constitue l'une des opportunités la plus porteuse d'applications dans le futur. On peut notamment imaginer la conception de méta-matériaux à l'aide de ces systèmes, qui permettrait de transférer les propriétés de raideur variable et de haute résistance à l'échelle d'un matériau. Ce type de développement a été récemment envisagé pour la conception de métamatériaux acoustiques et de cristaux phononiques [Fraternali 2015, Amendola 2015, Amendola 2014]. L'objectif dans ce cas est d'utiliser un réseau de tensegrités dont le niveau de précontrainte, et donc les propriétés élastiques, est modifié afin de contrôler la propagation d'une onde acoustique à travers le métamatériau ainsi créé. Les applications sont nombreuses et incluent la réduction de bruits acoustiques en milieu industriel, ou encore la conception de lentilles acoustiques. Le principe de tensegrité a même actuellement dépassé le domaine de la mécanique, et commence à être envisagé pour le développement de stratégies de commande de vol en formation [Qingkai 2015, Lau 2012]. Il s'avère dans ce cas être un principe très efficace pour gérer les risques de collision et stabiliser l'espacement des véhicules en vol.

Nous identifions trois défis majeurs à résoudre afin de permettre une exploitation future des systèmes précontraints et des mécanismes de tensegrités, dans notre contexte et dans ceux évoqués par ailleurs dans cette conclusion.

Le premier concerne leur **implémentation**. En effet, la multiplication des domaines d'application de ces systèmes a été initialement rendu possible par l'arrivée à maturité de leurs outils d'analyse. En revanche, la fabrication de dispositifs permettant de tirer parti de leurs avantages théoriques constitue un réel problème, et ce à toute échelle. Dans le domaine du génie civil, il est par exemple particulièrement difficile de créer des structures dans lesquelles les nœuds correspondent à des liaisons sphériques, afin de garantir l'absence de flexion dans les éléments. Dans notre cas, nous avons constaté les limitations du procédé de fabrication employé, qui nécessitent alors un travail sur l'identification et la modélisation du comportement des matériaux. Les travaux à mener sur ce défis relèvent donc à la fois de recherches sur de nouvelles technologies et méthodes de fabrication, et sur la caractérisation des méthodes existantes.

Le deuxième défi porte sur la **commande** de ces systèmes. Deux tendances semblent émerger de la littérature pour traiter ce problème. La première consiste à utiliser des stratégies basées modèle. Cette approche nécessite une modélisation précise, et donc une phase d'identification. Elle présente l'avantage d'utiliser une connaissance *a priori* du système, et donc d'être moins coûteuse en terme de ressources pour son implantation. La deuxième tendance consiste à s'affranchir le plus possible de cette modélisation, en utilisant par exemple des stratégies d'apprentissage. Si cette approche permet d'éviter une phase d'identification délicate, elle nécessite cependant des ressources plus importantes pour permettre son implantation. Cette deuxième tendance semble aujourd'hui être privilégiée, notamment en robotique de locomotion. A notre sens, un travail sur les deux approches est néanmoins d'intérêt ; le choix de l'une ou de l'autre dépend du contexte applicatif considéré.

Enfin, le troisième défi porte sur la **synthèse** de ces systèmes. Bien que des outils existent pour certaines classes de robots rigides, il n'existe pas à ce jour de méthode pour la synthèse de manipulateurs basés sur des mécanismes de tensegrité. Nous avons déjà souligné la tendance de la littérature à se baser sur des tensegrités connues pour la réalisation de leurs solutions, mais cette approche reste limitée et ne permet pas une exploitation optimale de ces systèmes. Un travail sur cet aspect nous paraît incontournable pour permettre l'exploitation de ces systèmes dans le futur.

A Continuation de haut-degré avec Diamant

Cette annexe introduit la méthode Diamant et le principe de continuation de haut-degré utilisé en section 2.2.4.2. Elle est adaptée de [Charpentier 2012] auquel le lecteur pourra se référer pour plus de détails sur la méthode. Plus de détails sur les Méthodes Asymptotiques Numériques (MAN) pourront être trouvés dans [Cochelin 2007].

La méthode Diamant

Diamant est une méthode de continuation de haut-degré basée sur les Méthodes Asymptotiques Numériques (MAN). Elle automatise le calcul des solutions de problèmes non-linéaires paramétriques écrits sous la forme générique

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}(a), \lambda(a)) = 0, \quad (\text{A.1})$$

$$a = \langle \mathbf{u}(a) - \mathbf{u}(0), \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial a}(0) \rangle + (\lambda(a) - \lambda(0)) \frac{\partial \lambda}{\partial a}(0). \quad (\text{A.2})$$

Dans le système (A.1)-(A.2), le vecteur résiduel $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^k$, avec k le nombre d'équations, dépend du vecteur d'état inconnu $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^k$ et du paramètre scalaire variable λ appelé *paramètre de continuation*. L'équation (A.2) permet de mesurer la pseudo-longueur d'arc le long de la branche de solutions $(\mathbf{u}(a), \lambda(a))$ qui démarre en $(\mathbf{u}(0), \lambda(0))$. D'autres équations de chemin peuvent cependant être employées. Sous certaines hypothèses d'analyticité, $(\mathbf{u}(a), \lambda(a))$ peut être approchée par des séries de Taylor tronquées d'ordre élevé (A.3) au voisinage de $a = 0$ en considérant l'équation suivante

$$(\mathbf{u}(a), \lambda(a)) \simeq \left(\sum_{p=0}^P \frac{a^p}{p!} \frac{\partial^p \mathbf{u}}{\partial a^p}(0), \sum_{p=0}^P \frac{a^p}{p!} \frac{\partial^p \lambda}{\partial a^p}(0) \right) = \left(\sum_{p=0}^P a^p \mathbf{u}_p, \sum_{p=0}^P a^p \lambda_p \right), \quad (\text{A.3})$$

où P désigne l'ordre de la série, \mathbf{u}_p et λ_p les coefficients de Taylor respectifs de \mathbf{u} et λ à l'ordre p . Les

Annexe A. Continuation de haut-degré avec Diamant

coefficients de Taylor de \mathcal{R} sont alors désignés par \mathcal{R}_p et vérifient

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}(a), \lambda(a)) \simeq \sum_{p=0}^P a^p \mathcal{R}_p = 0. \quad (\text{A.4})$$

Pour des raisons de clarté, la dépendance de \mathbf{u} et λ en a est omise dans la suite.

Procédure de continuation

L'analyticité de \mathcal{R} implique que

$$\mathcal{R}_p = 0, \quad \text{pour } p = 1 \text{ à } P. \quad (\text{A.5})$$

Les séries de Taylor tronquées (A.3) sont introduites dans le problème non-linéaire (A.1). En utilisant la formule généralisée de Faà di Bruno, les coefficients de Taylor \mathcal{R}_p de la fonction composée \mathcal{R} sont exprimés comme

$$\mathcal{R}_p = \{\mathcal{R}_{1|\mathbf{u}_1=Id, \lambda_1=1}\}(\mathbf{u}_p, \lambda_p)^T + \{\mathcal{R}_{p|\mathbf{u}_p=0, \lambda_p=0}\} = 0, \quad \text{for } p = 1 \text{ to } P, \quad (\text{A.6})$$

afin de présenter le même jacobien $\{\mathcal{R}_{1|\mathbf{u}_1=Id, \lambda_1=1}\}$ à tout ordre. Ce jacobien contient la contribution linéaire tangente résultant de la dérivation au premier ordre de \mathcal{R} en fonction de \mathbf{u} et λ . Les termes $\{\mathcal{R}_{p|\mathbf{u}_p=0, \lambda_p=0}\}$ restants contiennent les contributions non-linéaires dépendantes des coefficients de Taylor \mathbf{u}_l et λ_l , pour $l = 1, \dots, p-1$. Le système linéaire P résultant,

$$\{\mathcal{R}_{1|\mathbf{u}_1=Id, \lambda_1=1}\}(\mathbf{u}_p, \lambda_p)^T = -\{\mathcal{R}_{p|\mathbf{u}_p=0, \lambda_p=0}\}, \quad \text{pour } p = 1 \text{ à } P, \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{a} = (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_0)\mathbf{u}_1 + (\lambda_p - \lambda_0)\lambda_1. \quad (\text{A.8})$$

permet de déterminer une approximation d'ordre élevé de la solution (\mathbf{u}, λ) du problème générique (A.1)–(A.2). La résolution de (A.7)–(A.8) est effectuée de manière itérative de $p = 1$ à P , en alternant le calcul des dérivées d'ordre élevé et la résolution du système linéaire. La factorisation du jacobien est effectuée une seule fois par branche de solutions à l'aide de la différentiation automatique. La procédure de continuation (A.7)–(A.8) est donc un solveur mathématique de haut niveau.

Diamant est une méthode générique et performante de suivi de chemin qui peut remplacer une méthode de Newton-Raphson pour trouver les solutions d'un système d'équations. Le contrôle de la largeur de pas est fait *a posteriori* en estimant la plage de validité des séries :

$$a_{max} = \left(\alpha \frac{|\mathbf{u}_1|}{|\mathbf{u}_{P+1}|} \right)^{1/P-1}, \quad (\text{A.9})$$

où α est un petit paramètre. Les résidus du système sont mesurés à la fin de chaque branche de solutions pour déterminer l'intérêt d'une correction de type Newton-Raphson. En pratique, Diamant est souvent utilisé sans avoir à recourir à une étape de correction.

B Raideur antagoniste le long d'un déplacement unitaire

Dans cette annexe, l'expression de la raideur antagoniste le long d'un déplacement unitaire utilisée en section 3.1.3.3 est démontrée.

Notons $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{S}$ le jeu de précontraintes pour lequel on souhaite évaluer la raideur antagoniste le long du i -ème mode de déformation inextensible. Notons également K_a^i la raideur antagoniste le long du i -ème mode de déformation inextensible pour cette précontrainte.

Les modes de déformation inextensible génèrent le noyau \mathcal{M} de la transposée de la matrice des torseurs unitaires \mathbf{S}^T . Soit \mathcal{M}_i un vecteur unitaire de dimension 6 qui décrit le i -ème mode de déformation inextensible, $[\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_m]$ constitue alors une base normale de \mathcal{M} .

On souhaite montrer que la raideur antagoniste K_a^i le long de \mathcal{M}_i peut s'exprimer comme $\mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a \mathcal{M}_i$.

Démonstration

On sait que

$$\delta \mathbf{w} = \mathbf{K} \delta \mathbf{p} \quad (\text{B.1})$$

où $\delta \mathbf{w}$ représente l'action mécanique à appliquer sur le corps \mathcal{P} au point O lorsque la pose de \mathcal{P} subit un déplacement infinitésimal $\delta \mathbf{p}$. Le long d'un mode de déformation inextensible, la raideur élastique \mathbf{K}_e est nulle, de sorte que (B.1) devient

$$\delta \mathbf{w} = \mathbf{K}_a \delta \mathbf{p} \quad (\text{B.2})$$

La variation d'énergie potentielle ΔU stockée dans le système pour un déplacement fini \mathcal{M}_i à partir d'une configuration d'équilibre initial s'exprime par ailleurs comme [Gavin 2012]

$$\Delta U = \frac{1}{2} \mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a \mathcal{M}_i \quad (\text{B.3})$$

qui peut également exprimer sous la forme

$$\Delta U = \frac{1}{2} K_a^i x^2 \quad (\text{B.4})$$

où x représente l'amplitude du déplacement, et K_a^i correspond à la raideur le long de ce déplacement en considérant le système linéarisé, car il s'agit en effet d'un déplacement fini. Dans le cas d'une translation ou d'une rotation pure, la norme de cette translation/rotation est égale à 1, car \mathcal{M}_i est un vecteur unitaire, on a alors $x = 1$. Par combinaison de (B.3) et (B.4), on obtient donc la relation

$$K_a^i = \mathcal{M}_i^T \mathbf{K}_a \mathcal{M}_i \quad (\text{B.5})$$

C Résultats de synthèse de systèmes pré-contraints

Dans cette annexe, nous présentons les résultats de synthèse des systèmes précontraints pour la conception de composants à raideur variable dont les solutions apparaissent en section 3.1.4. Nous montrons également dans un premier temps comment calculer les coordonnées des points d'ancrage d'un arrangement à partir de son vecteur \mathbf{u} de paramètre solution issue de l'algorithme de résolution du problème de synthèse comme nous l'évoquons en section 3.1.3.4.

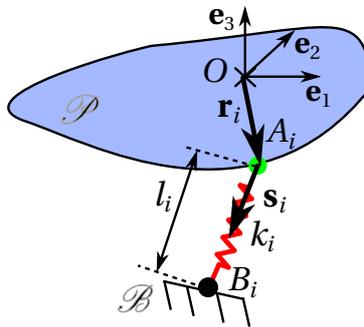


FIGURE C.1 – Paramétrage d'un élément du système élastique.

Calcul des coordonnées des points d'ancrage

Les paramètres du i -ème élément d'un système élastique sont :

- sa raideur axiale k_i ,
- sa longueur l_i ,
- les vecteurs \mathbf{r}_i et \mathbf{s}_i .

Ces paramètres sont illustrés sur la Fig C.1. Les coordonnées des points d'ancrage A_i et B_i pour le i -ème élément peuvent alors facilement être calculées à partir de ces paramètres de la manière suivante

$$\begin{cases} \mathbf{x}_A^O = \mathbf{r}_i^O \\ \mathbf{x}_B^O = \mathbf{x}_A^O + l_i \mathbf{s}_i^O \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

avec \mathbf{x}_A^O et \mathbf{x}_B^O les coordonnées de A_i et B_i respectivement exprimées dans le repère $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ et \mathbf{r}_i^O et \mathbf{s}_i^O les coordonnées de \mathbf{r}_i et \mathbf{s}_i dans ce même repère.

Résultats de synthèse

Les résultats de synthèse pour les arrangements exposés en section 3.1.4 sont ici récapitulés dans les tableaux C.1 et C.2. Dans ce cas, les raideurs axiales sont $k = k_1 = \dots = k_n$, et les longueurs $l = l_1 = \dots = l_n$. La matrice des torseurs unitaires \mathbf{S} est alors formée comme

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \dots & \mathbf{s}_n \\ \mathbf{r}_1 \wedge \mathbf{s}_1 & \dots & \mathbf{r}_n \wedge \mathbf{s}_n \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Cette matrice, que l'on exprime ici dans le repère de base, permet notamment de mettre en évidence les singularités que l'on commente en section 3.2.1.

La perte de rang de la matrice de raideur \mathbf{K}_e , et donc la présence de modes de déformation inextensible, signifie qu'il existe des relations de dépendance linéaire entre les vecteurs colonnes qui composent la matrice \mathbf{S} (voir section 2.3.3.3). La perte de rang de la matrice \mathbf{S} dans les exemples traités ici est triviale, et consiste en autant de lignes de zéros que le système perd de rang, *i.e.* une pour les liaisons pivot et prismatique, et trois pour les liaisons sphériques, qui apparaissent en rouge dans les tableaux.

Par ailleurs, le fait qu'il existe des modes de précontrainte signifie qu'il existe des relations de dépendances linéaires entre les vecteurs lignes de \mathbf{S} . Cette propriété peut être facilement mise en évidence pour ces problèmes, pour lesquels on choisit de pouvoir précontraindre uniformément tous les éléments, ce qui signifie que $\mathbf{S}[1, \dots, 1]^T = \mathbf{0}$ (voir section 3.1.3.2). Par conséquent, la somme des éléments de chaque ligne est ici égale à zéro. Physiquement, cela signifie que la somme des projections des efforts et moments générés par les éléments sur le corps \mathcal{P} s'équilibrent, et que le système est bien précontraint et à l'équilibre en l'absence de sollicitation extérieure.

Annexe C. Résultats de synthèse de systèmes précontraints

Problème	Raideur axiale k	Longueur l	Matrice des torseurs unitaires S											
(a) liaison pivot d'axe (O, \mathbf{e}_1)	0.50	3.6	0.58	0.58	-0.58	0.58	-0.58	-0.58	0.81	-0.47	0.54	-0.35	-0.8	0.26
			0.069	0.67	-0.61	-0.74	-0.16	0.77	0	0	0	0	0	0
			0.22	2.1	1.9	-2.3	0.51	-2.4	-2.6	1.5	1.7	1.1	-2.5	0.82
			0	0	0	0	0	0	-0.59	0.37	0.99	-0.99	0.62	-0.41
(b) liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	0.33	6.0	-0.81	-0.93	-0.1	0.15	0.78	0.91	2.2	-2.2	2.2	-2.2	-2.2	2.2
			-2.6	2.9	-0.33	-0.47	-2.5	2.9	1.9	1.2	-3.1	-3.1	2.0	1.3
			-0.1	-0.19	0.93	-0.64	0.82	-0.81	-0.048	0.031	0.56	0.56	-0.35	-0.76
(c) liaison sphérique de centre O	0.75	3.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau C.1 – Résultats de synthèse pour les problèmes (a) à (c).

Problème	k	l	S											
(d) liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	0.20	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			-0.83	0.83	-0.55	0.55	0.85	-0.85	-0.88	0.88	-0.025	0.025	0.55	-0.55
			0.55	-0.55	-0.83	0.83	-0.52	0.52	-0.48	0.48	-1.0	1.0	0	0
			0	0	0	0	-2.9	2.9	-2.9	2.9	2.9	-2.9	-2.1	2.1
			-2.1	2.1	3.2	-3.2	-1.3	1.3	-1.2	1.2	-2.6	2.6	-3.2	3.2
			-3.2	3.2	-2.1	2.1	-2.2	2.2	2.3	-2.3	0.065	-0.065	0	0
(e) liaison prismatique d'axe (O, \mathbf{e}_1)	0.20	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			-0.96	0.66	0.97	0.21	-0.66	-0.22	-0.96	0.66	0.97	0.21	0.24	0.76
			0.24	0.76	-0.24	-0.99	-0.76	0.98	0.24	0.76	-0.24	-0.98	-1.7	-2.5
			-1.7	-2.5	1.8	-2.5	2.5	2.5	-1.7	-2.5	1.8	-2.5	0.77	1.7
			0.77	1.7	0.74	-2.2	3.4	-4.5	0.77	1.7	0.74	-2.2	3.0	-1.5
			3.0	-1.5	2.9	-0.47	-3.0	-1.0	3.0	-1.5	2.9	-0.47	0.76	-0.76
(f) liaison sphérique de centre O	0.50	4.0	-0.58	0.58	0.59	-0.59	-0.56	0.56	0.3	-0.3	0.79	-0.79	0.54	-0.54
			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau C.2 – Résultats de synthèse pour les problèmes (d) à (f).

D Synthèse d'un ressort de traction dégressif

Dans cette annexe, nous détaillons le processus de synthèse d'un ressort de traction dégressif présenté en section 4.4.2. La synthèse d'un élément est traité à titre d'exemple.

Modèle pseudo-rigide et paramétrage de la géométrie

Le PRBM ainsi que le paramétrage de la géométrie du ressort dégressif de traction sont illustrés Fig. D.1.

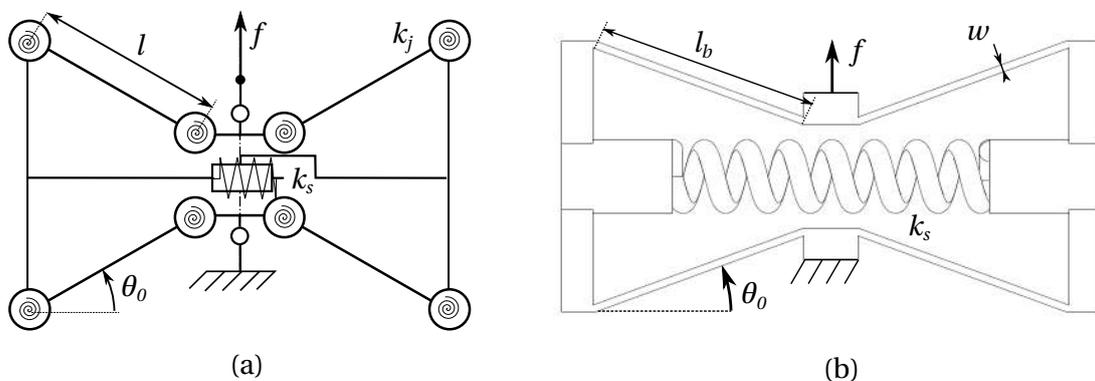


FIGURE D.1 – PRBM mécanisme compliant (a) et paramétrage de la solution considérée (b).

Les lames flexibles sont de longueur l_b , de largeur w et d'épaisseur t . Elles sont modélisées par des ressorts de torsion de raideur k_j [Howell 2001] :

$$k_j = \frac{2\gamma^2 \pi EI \cos(\theta_0)}{l_b} \quad (\text{D.1})$$

avec E le module de Young du matériau, I le moment quadratique de la section, et $\gamma = 0.8517$ le facteur de rayon caractéristique [Howell 2001]. La section de la lame étant rectangulaire, on a $I = tw^3/12$. La longueur l du PRBM correspondant est alors égale à γl_b [Howell 2001].

La raideur k_s du ressort hélicoïdal est liée à la géométrie du système et au matériau par l'équation

suivante

$$n = \frac{Gd^4}{8D^3k_s} \quad (D.2)$$

avec $G = E/(2(1 + \nu))$ le module de cisaillement du matériau (ν étant le coefficient de poisson du matériau), d le diamètre du fil du ressort hélicoïdal, D son diamètre extérieur et n le nombre de spires. Pour k_s connu, on pourra par exemple imposer d et D , et déterminer le nombre requis n de spires. Dans le cas de la solution bi-matière, la validité de la modélisation proposée maintenant impose de considérer un comportement linéaire de l'élastomère et à estimer sa raideur équivalente k_s à l'aide de son modèle hyperélastique pour la géométrie considérée.

Expression de la caractéristique effort/déplacement

L'expression analytique de la caractéristique effort/déplacement peut être obtenue par application du principe des travaux virtuels *via* la méthode décrite dans [Howell 2001]. On obtient alors l'expression suivante :

$$\begin{aligned} f(\Delta x) = & \left(4k_s \left(\sqrt{l^2 - \left(\frac{2l \sin \theta_0 - \Delta x}{2} \right)^2} - \sqrt{l^2 - (l \sin \theta_0)^2} \right) - \right. \\ & 4k_j \left(\arctan \left(\frac{2l \sin \theta_0 - \Delta x}{2\sqrt{l^2 - \left(\frac{2l \sin \theta_0 - \Delta x}{2} \right)^2}} \right) - \arctan \left(\frac{2\sqrt{l^2 - \left(\frac{2l \sin \theta_0 - \Delta x}{2} \right)^2}}{2l \sin \theta_0 - \Delta x} \right) - \right. \\ & \left. \left. \pi/2 - 2\theta_0 \right) \right) \cdot \left(l^2 - \left(\frac{2l \sin \theta_0 - \Delta x}{2} \right)^2 \right)^{-1/2} \end{aligned} \quad (D.3)$$

avec k_s , l , θ_0 définis Fig. D.1(a), et Δx le déplacement de sortie sous application d'un effort f . Cette expression peut être réarrangée sous la forme $f(\Delta x) = A.k_s + B.k_j$ qui fait apparaître que la force f est à la fois fonction de la raideur du ressort linéaire k_s , et des raideurs des liaisons compliantes k_j comme nous l'évoquons en section 4.3.3.4. L'expression analytique de la raideur est obtenue par dérivation de $f(\Delta x)$ par rapport à Δx depuis (D.3).

Exemple de synthèse

Afin de réaliser la synthèse du mécanisme compliant, un critère de performance doit être choisi. Sa sélection dépend du contexte de la conception. Dans notre cas, nous choisissons de maximiser la non-linéarité de caractéristique effort/déplacement. Afin de donner ici un exemple de synthèse, nous proposons de considérer ici un niveau de raideur minimum égal à zéro et nous souhaitons maximiser la raideur initiale du composant. Le déplacement maximum Δx_{max} et l'effort maximum correspondant f_{max} , pour laquelle la raideur nulle est atteinte, sont utilisés comme entrée du processus de synthèse. Nous choisissons ici l'exemple $f_{max} = 1$ N et $\Delta x_{max} = 10 \times 10^{-3}$ m. Le processus de synthèse consiste à trouver le jeu de paramètres (l, w, t, θ_0, k_s) qui maximise la raideur initiale $K(0)$

Annexe D. Synthèse d'un ressort de traction dégressif

Paramètres	Plage	Valeur finale
t	$[1,20] \times 10^{-3}$ m	3.04×10^{-3} m
w	$[0.5,5] \times 10^{-3}$ m	0.50×10^{-3} m
l	$[5,50] \times 10^{-3}$ m	17.05×10^{-3} m
θ_0	$[0.087, 1.13]$ rad	0.35 rad
k_s	$[0.2,3] \times 10^3$ N/m	1.39×10^3 N/m

Tableau D.1 – Conditions de la synthèse et résultats.

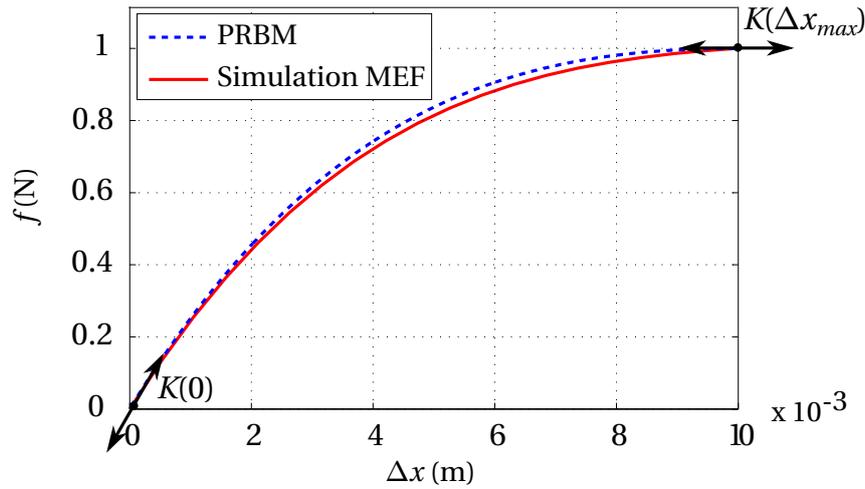


FIGURE D.2 – Simulation de la caractéristique effort/déplacement pour le ressort de traction dégressif synthétisé.

tout en respectant les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{max} < R_e \\ f(\Delta x_{max}) = f_{max} \\ f \geq 0 \\ K(\Delta x_{max}) = 0 \end{cases} \quad (D.4)$$

avec R_e la limite élastique du matériau. La contrainte maximum σ_{max} est atteinte sur la surface des lamelles déformées et est égale à

$$\sigma_{max} = \frac{flw}{8I\gamma} \quad (D.5)$$

Les paramètres sont considérés dans l'intervalle donné tableau D.1. Le matériau utilisé (Stratasys Verowhite Plus) est caractérisé par $E=1820$ MPa, $\nu = 0.4$ et $R_e=45$ MPa.

La solution est déterminée en utilisant un algorithme de type *active set* implémenté sous MATLAB (The Mathworks Inc.). Cela ne permet pas d'assurer que le $K(0)$ solution est un maximum global, mais cela constitue une solution efficace qui permet de respecter les différentes contraintes de conception. Le jeu de paramètres obtenu pour ce problème d'optimisation est donné tableau D.1. On peut noter que la borne inférieure du paramètre w est ici atteinte.

La caractéristique effort/déplacement obtenue en utilisant (D.3) est représentée Fig. D.2. Le résultat

Annexe D. Synthèse d'un ressort de traction dégressif

est comparé à la simulation par la méthode des éléments finis (MEF) de la structure compliant (Creo/Simulate, PTC).

Le résultat montre une caractéristique avec l'effet dégressif attendu sur la plage de déplacement souhaitée avec la configuration à raideur nulle obtenue pour $(\Delta x_{max}, f_{max})$. La raideur initiale $K(0)$ est ici de 2.8×10^2 N/m. La simulation MEF correspond ici aux résultats de simulation du PRBM avec une erreur inférieure à 3%. L'utilisation du PRBM et de la méthode RBR apparaît donc efficace lorsque combinée à l'approche cinématique proposée en section 4.3.2.2 afin de concevoir un ressort de traction dégressif.

E Contraintes pour l'algorithme de gestion coordonnée en vitesses

Dans cette annexe, nous formulons les contraintes que doit respecter l'algorithme de gestion coordonnée présenté en section 5.1.4.1.

Les bornes sur les vitesses articulaires doivent être spécifiées de manière à ce que la tension des câbles n'atteignent pas \mathbf{t}_{\min} ou \mathbf{t}_{\max} dans l'intervalle de temps T , qui est au minimum égal à la période d'échantillonnage du système. Les caractéristiques élastiques des ressorts sont connues. La relation entre la tension et la position des câbles peut donc être utilisée. Considérons l'instant courant T_i pour lequel la tension dans les câbles valent \mathbf{t}^i . La dérivée temporelle de \mathbf{t} peut alors être approximée par différences finies entre l'instant T_i et $T_f = T_i + T$ comme

$$\dot{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{t}^f - \mathbf{t}^i}{T} \quad (\text{E.1})$$

avec \mathbf{t}^f la tension des câbles à l'instant T_f . L'inégalité suivante sur $\dot{\mathbf{t}}$ peut donc être formulée en accord avec les spécifications fixées initialement

$$\frac{\mathbf{t}_{\min} - \mathbf{t}^i}{T} \leq \dot{\mathbf{t}} \leq \frac{\mathbf{t}_{\max} - \mathbf{t}^i}{T} \quad (\text{E.2})$$

qui limite la variation de tension dans l'intervalle de temps $[T_i, T_f]$. En utilisant alors la relation suivante dérivée du comportement élastique des ressorts

$$\dot{\mathbf{t}} = k(\dot{\mathbf{l}} - \dot{\boldsymbol{\rho}}) \quad (\text{E.3})$$

les vitesses articulaires peuvent être limitées en conséquence en utilisant (E.3) et (E.2) tel que

$$\dot{\mathbf{l}} + \frac{\mathbf{t}^i - \mathbf{t}_{\max}}{kT} \leq \dot{\boldsymbol{\rho}} \leq \dot{\mathbf{l}} + \frac{\mathbf{t}^i - \mathbf{t}_{\min}}{kT} \quad (\text{E.4})$$

où \mathbf{t}^i pourra être estimé en pratique par la mesure d'effort dans les câbles.

Références

- [Abdelaziz 2011] S. Abdelaziz, L. Esteveny, P. Renaud, B. Bayle, L. Barbé, M. De Mathelin et A. Gangi. *Design considerations for a novel MRI compatible manipulator for prostate cryoablation*. International journal of computer assisted radiology and surgery, vol. 6, no. 6, pages 811–819, 2011. (cité page 133)
- [Abdelaziz 2012a] S. Abdelaziz, L. Esteveny, L. Barbé, P. Renaud, B. Bayle et M. de Mathelin. *Development of a MR-compatible cable-driven manipulator : Design and technological issues*. In Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on, pages 1488–1494, Mai 2012. (cité pages 129 et 130)
- [Abdelaziz 2012b] Salih Abdelaziz. *Développement d'un système robotique pour la radiologie interventionnelle sous IRM*. Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, 2012. (cité pages 10, 14, 15, et 130)
- [Amendola 2014] A. Amendola, G. Carpentieri, M. De Oliveira, R.E. Skelton et F. Fraternali. *Experimental investigation of the softening–stiffening response of tensegrity prisms under compressive loading*. Composite Structures, vol. 117, pages 234–243, 2014. (cité page 158)
- [Amendola 2015] A. Amendola, E. Hernández-Nava, R. Goodall, I. Todd, R.E. Skelton et F. Fraternali. *On the additive manufacturing, post-tensioning and testing of bi-material tensegrity structures*. Composite Structures, vol. 131, pages 66–71, 2015. (cité page 158)
- [Amouri 2013] S. Amouri, J. Averseng et J. Dubé. *Active control design of modular tensegrity structures*. In International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2013, pages 5–p, 2013. (cité page 21)
- [Arsenault 2006a] M. Arsenault. *Développement et analyse de mécanismes de tenségrité*. Thèse de doctorat, Université Laval, 2006. (cité pages 18, 30, 31, et 32)
- [Arsenault 2006b] M. Arsenault et C.M. Gosselin. *Kinematic, static and dynamic analysis of a planar 2-DOF tensegrity mechanism*. Mechanism and Machine Theory, vol. 41, no. 9, pages 1072–1089, Septembre 2006. (cité pages 32 et 35)
- [Azadi 2007a] M. Azadi et S. Behzadipour. *A Planar Cable-driven Mechanism as a New Variable Stiffness Element*. Rapport technique, SAE Technical Paper, 2007. (cité pages 21, 44, 47, et 48)
- [Azadi 2007b] M. Azadi et S. Behzadipour. *Variable Antagonistic Stiffness Element Using Tensegrity Mechanism*. In Volume 9 : Mechanical Systems and Control, Parts A, B, and C, pages 21–28. ASME International, 2007. (cité pages 21 et 47)

Références

- [Azadi 2009] M. Azadi, S. Behzadipour et G. Faulkner. *Antagonistic variable stiffness elements*. Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 9, pages 1746–1758, 2009. (cité pages 21, 44, 47, 48, et 55)
- [Azadi 2010a] M. Azadi. *Kinematically singular pre-stressed mechanisms as new semi-active variable stiffness springs for vibration isolation*. Thèse de doctorat, University of Alberta, Septembre 2010. (cité page 21)
- [Azadi 2010b] M. Azadi, S. Behzadipour et G. Faulkner. *Variable Stiffness Spring Using Tensegrity Prisms*. Journal of Mechanisms and Robotics, vol. 2, no. 4, pages 041001–041013, 2010. (cité pages 21 et 47)
- [Baumann 1997] R. Baumann, W. Maeder, D. Glauser et R. Clavel. *The PantoScope : a spherical remote-center-of-motion parallel manipulator for force reflection*. In Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on, volume 1, pages 718–723 vol.1, Avril 1997. (cité page 99)
- [Behzadipour 2006] S. Behzadipour et A. Khajepour. *Stiffness of cable-based parallel manipulators with application to stability analysis*. Journal of mechanical design, vol. 128, no. 1, pages 303–310, 2006. (cité pages 15, 44, 47, et 48)
- [Behzadipour 2007] S. Behzadipour et M. Azadi. *Antagonistic stiffness in cable-driven mechanisms*. In IFToMM World Congress, Besançon, France, 2007. (cité pages 44, 45, et 47)
- [Berselli 2014] G. Berselli, A. Guerra, G. Vassura et A.O. Andrisano. *An engineering method for comparing selectively compliant joints in robotic structures*. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on, vol. 19, no. 6, pages 1882–1895, 2014. (cité page 85)
- [Boehler 2014] Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Influence of spring characteristics on the behavior of tensegrity mechanisms*. In Advances in Robot Kinematics, pages 161–169. Springer, 2014. (cité page 32)
- [Boehler 2015a] Q. Boehler, I. Charpentier, M. Vedrines et P. Renaud. *Definition and Computation of Tensegrity Mechanism Workspace*. Journal of Mechanisms and Robotics, vol. 7, no. 4, page 044502, 2015. (cité page 36)
- [Boehler 2015b] Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Parallel Singularities for the Design of Softening Springs Using Compliant Mechanisms*. In ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages V05AT08A019–V05AT08A019. American Society of Mechanical Engineers, Août 2015. (cité page 106)
- [Boehler 2016] Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Design and evaluation of a novel variable stiffness spherical joint with application to MR-compatible robot design*. In 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 661–667, Mai 2016. (cité page 83)
- [Bostelman 1996] R. Bostelman, J. Albus, N. Dagalakis et A. Jacoff. *RoboCrane project : an advanced concept for large scale manufacturing*. In AUVSI-PROCEEDINGS-, pages 509–522, 1996. (cité page 129)
- [Bouchard 2009] S. Bouchard, C. Gosselin et B. Moore. *On the ability of a cable-driven robot to generate a prescribed set of wrenches*. ASME J Mech Robot, vol. 2, no. 1, pages 011010–011010, Décembre 2009. (cité pages 130 et 133)

Références

- [Boyce 2000] M.C. Boyce et E.M. Arruda. *Constitutive models of rubber elasticity : a review*. Rubber chemistry and technology, vol. 73, no. 3, pages 504–523, 2000. (cité page 57)
- [Bricault 2008] I. Bricault, N. Zemiti, E. Jouniaux, C. Fouard, E. Taillant, F. Dorandeu et P. Cinquin. *Light puncture robot for CT and MRI interventions*. Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE, vol. 27, no. 3, pages 42–50, 2008. (cité pages 10, 11, et 97)
- [Bruyas 2014] A. Bruyas, F. Geiskopf, L. Meylheuc et P. Renaud. *Combining Multi-Material Rapid Prototyping and Pseudo-Rigid Body Modeling for a new compliant mechanism*. In 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 3390–3396, Mai 2014. (cité page 126)
- [Bruyas 2015a] A. Bruyas. *Apport de la fabrication additive multi-matériaux pour la conception robotique*. Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, 2015. (cité pages 57, 85, et 99)
- [Bruyas 2015b] A. Bruyas, F. Geiskopf et P. Renaud. *Toward unibody robotic structures with integrated functions using multimaterial additive manufacturing : Case study of an MRI-compatible interventional device*. In Intelligent Robots and Systems (IROS), 2015 IEEE/RSJ International Conference on, pages 1744–1750, Septembre 2015. (cité page 126)
- [Buc 1962] *Tensile-integrity structures*, Novembre 1962. (cité page 18)
- [Calladine 1991] CR Calladine et S Pellegrino. *First-order infinitesimal mechanisms*. International Journal of Solids and Structures, vol. 27, no. 4, pages 505–515, 1991. (cité pages 44, 48, et 49)
- [Caluwaerts 2014] K. Caluwaerts, J. Despraz, A. İşçen, A.P. Sabelhaus, J. Bruce, B. Schrauwen et V. SunSpiral. *Design and control of compliant tensegrity robots through simulation and hardware validation*. Journal of The Royal Society Interface, vol. 11, no. 98, page 20140520, 2014. (cité page 128)
- [Carrella 2012] A. Carrella et M.J. Brennan. *Force and displacement transmissibility of a nonlinear isolator with high-static-low-dynamic-stiffness*. Int. J. of Mech. Sci., vol. 55, no. 1, pages 22–29, 2012. (cité page 125)
- [Catalano 2011] M.G. Catalano, G. Grioli, M. Garabini, F. Bonomo, M. Mancinit, N. Tsagarakis et A. Bicchi. *VSA-CubeBot : A modular variable stiffness platform for multiple degrees of freedom robots*. In Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on, pages 5090–5095, May 2011. (cité page 46)
- [Chan 2004] W. Leung Chan, D. Arbelaez, F. Bossens et R.E. Skelton. *Active vibration control of a three-stage tensegrity structure*. In Smart Structures and Materials, pages 340–346. International Society for Optics and Photonics, 2004. (cité page 128)
- [Chapuis 2006] D. Chapuis, R. Gassert, G. Ganesh, E. Burdet et H. Bleuler. *Investigation of a Cable Transmission for the Actuation of MR Compatible Haptic Interfaces*. In The First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics, 2006. BioRob 2006., pages 426–431, Feb 2006. (cité page 10)
- [Charpentier 2012] I. Charpentier. *On higher-order differentiation in nonlinear mechanics*. Optim Method Softw, vol. 27, no. 2, pages 221–232, 2012. (cité pages 38 et 159)
- [Chinzei 1999] K. Chinzei, R. Kikinis et F.A. Jolesz. *MR compatibility of mechatronic devices : design criteria*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention–MICCAI’99, pages 1020–1030. Springer, 1999. (cité pages 9 et 10)

Références

- [Choi 2002] K. Choi, S. Jiang et Z. Li. *Spatial stiffness realization with parallel springs using geometric parameters*. Robotics and Automation, IEEE Transactions on, vol. 18, no. 3, pages 274–284, 2002. (cité page 75)
- [Choi 2011] J. Choi, S. Hong, W. Lee, S. Kang et M. Kim. *A Robot Joint With Variable Stiffness Using Leaf Springs*. Robotics, IEEE Transactions on, vol. 27, no. 2, pages 229–238, April 2011. (cité page 45)
- [Christiansson 2006] G. Christiansson, Y. Tang et R.Q. Van der Linde. *Size Discrimination in Haptic Teleoperation-influence of teleoperator stiffness*. In Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on, pages 3263–3267. IEEE, 2006. (cité page 15)
- [Christiansson 2008] G. Christiansson, R.Q. Van der Linde et F. Van der Helm. *The influence of teleoperator stiffness and damping on object discrimination*. Robotics, IEEE Transactions on, vol. 24, no. 5, pages 1252–1256, 2008. (cité page 15)
- [Ciblak 1998] N. Ciblak et H. Lipkin. *Orthonormal Isotropic Vector Bases*. In Proceedings of the ASME IDETC/CIE Mechanics and Robotics Conference, Septembre 1998. (cité page 66)
- [Ciblak 1999] N. Ciblak et H. Lipkin. *Synthesis of Cartesian stiffness for robotic applications*. In Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on, volume 3, pages 2147–2152 vol.3, 1999. (cité pages 44, 47, 48, 65, 66, et 67)
- [Cochelin 2007] B. Cochelin, N. Damil et M. Potier-Ferry. *Méthode asymptotique numérique. Méthodes numériques*. Hermes Lavoissier, 2007. (cité pages 37, 38, et 159)
- [Connelly 1995] R. Connelly et M. Terrell. *Globally Rigid Symmetric Tensegrities*. Structural Topology, vol. 21, pages 59–77, 1995. (cité page 31)
- [Connelly 2002] R. Connelly. *Tensegrity Structures : Why are They Stable?* In M.F. Thorpe et P.M. Duxbury, éditeurs, Rigidity Theory and Applications, Fundamental Materials Research, pages 47–54. Springer US, Janvier 2002. (cité pages 31 et 43)
- [Cretu 2009] S. Cretu. *Tensegrity Concept – From Natural Systems to Robots*. In Marco Ceccarelli, éditeur, Proceedings of EUCOMES 08, pages 549–557. Springer Netherlands, Janvier 2009. (cité page 20)
- [Dandurand 1984] A. Dandurand. *The rigidity of compound spatial grids*. Structural Topology, no. 10, 1984. (cité page 76)
- [de Wijdeven 2005] J. Van de Wijdeven et B. de Jager. *Shape change of tensegrity structures : design and control*. In Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005., pages 2522–2527 vol. 4, June 2005. (cité page 128)
- [Dia 2016] *Toolbox Matlab de Diamant*. <http://manlab.lma.cnrs-mrs.fr/spip.php?rubrique1>, 2016. Accès le 2016-15-07. (cité page 39)
- [Dietrich 2010] F. Dietrich, J. Maaß, C. Bier, I. Pietsch, A. Raatz et J. Hesselbach. *Detection and avoidance of singularities in parallel kinematic machines*. In Robotic Systems for Handling and Assembly, pages 77–92. Springer, 2010. (cité page 76)
- [Dimentberg 1968] F. Dimentberg. *The screw calculus and its applications in mechanics*. Rapport technique, DTIC Document, 1968. (cité page 65)
- [Duffy 2000] J. Duffy, J. Rooney, B. Knight et C.D. Crane. *A review of a family of self-deploying tensegrity structures with elastic ties*. Shock and Vibration Digest, vol. 32, no. 2, pages 100–106, 2000. (cité page 22)

Références

- [Ebert-Uphoff 2004] I. Ebert-Uphoff et P. Voglewede. *On the connections between cable-driven robots, parallel manipulators and grasping*. In Robotics and Automation (ICRA), 2004 IEEE International Conference on, volume 5, pages 4521–4526. IEEE, 2004. (cité page 129)
- [Elshurafa 2011] A.M. Elshurafa, K. Khirallah, H.H. Tawfik, A. Emira, A.K.S. Abdel Aziz et S.M. Sedky. *Nonlinear Dynamics of Spring Softening and Hardening in Folded-MEMS Comb Drive Resonators*. Journal of MEMS, vol. 20, no. 4, pages 943–958, 2011. (cité page 125)
- [English 1999] C.E. English et D. Russell. *Mechanics and stiffness limitations of a variable stiffness actuator for use in prosthetic limbs*. Mechanism and Machine Theory, vol. 34, no. 1, pages 7–25, 1999. (cité page 46)
- [Fang 2004] S. Fang, D. Franitza, M. Torlo, F. Bekes et M. Hiller. *Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution*. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on, vol. 9, no. 3, pages 561–568, 2004. (cité page 130)
- [Farkhatdinov 2015] I. Farkhatdinov et E. Garnier A.and Burdet. *Development and evaluation of a portable MR compatible haptic interface for human motor control*. In World Haptics Conference (WHC), 2015 IEEE, pages 196–201. IEEE, 2015. (cité page 13)
- [Flemons 2012] T. Flemons. *intension designs - the geometry of anatomy*. http://www.intensiondesigns.com/bones_of_tensegrity.html, 2012. Accès le 2016-04-04. (cité page 20)
- [Fraternali 2015] F. Fraternali, G. Carpentieri et A. Amendola. *On the mechanical modeling of the extreme softening/stiffening response of axially loaded tensegrity prisms*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 74, pages 136 – 157, 2015. (cité page 158)
- [Friesen 2014] J. Friesen, A. Pogue, T. Bewley, M. de Oliveira, R. Skelton et V. Sunspiral. *DuCTT : A tensegrity robot for exploring duct systems*. In Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on, pages 4222–4228, Mai 2014. (cité pages 22, 23, et 129)
- [Friesen 2016] J. Friesen, P. Glick, M. Fanton, P. Manovi, A. Xydes, T. Bewley et V. Sunspiral. *The second generation prototype of a Duct Climbing Tensegrity robot, DuCTTv2*. In 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 2123–2128. IEEE, Mai 2016. (cité page 22)
- [Friswell 2012] M.I. Friswell, E.I. Saavedra Flores et Y. Xia. *Vibration isolation using nonlinear springs*. In Proc. of ISMA-USD 2012, pages 2333–2342, 2012. (cité pages 111 et 125)
- [Fritz 2004] E.C. Fritz, G.A.V. Christiansson et R.Q. Van Der Linde. *Haptic gripper with adjustable inherent passive properties*. In ser. Eurohaptics Conference. IEEE, 2004. (cité page 15)
- [Fujiia 2006] M. Fujiia, S. Yoshiia et Y. Kakazub. *Movement control of tensegrity robot*. Intelligent Autonomous Systems 9 : IAS-9, vol. 9, pages 290–297, 2006. (cité page 128)
- [Gallina 2001] P. Gallina, A. Rossi et R.L. Williams II. *Planar cable-direct-driven robots, part ii : Dynamics and control*. In ASME. DECT2001 ASME Design Engineering Technical Conference. Pittsburgh : ASME Publisher, volume 2, pages 1241–1247, 2001. (cité page 130)
- [Gassert 2006a] R. Gassert, L. Dovat, O. Lambercy, Y. Ruffieux, D. Chapuis, G. Ganesh, E. Burdet et H. Bleuler. *A 2-DOF fMRI compatible haptic interface to investigate the neural control of arm movements*. In Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006., pages 3825–3831, May 2006. (cité page 13)
- [Gassert 2006b] R. Gassert, R. Moser, E. Burdet et H. Bleuler. *MRI/fMRI-compatible robotic system with force feedback for interaction with human motion*. IEEE ASME Transactions on Mechatronics, vol. 11, no. 2, page 216, 2006. (cité page 13)

Références

- [Gavin 2012] H.P. Gavin. *Review of Strain Energy Methods and Introduction to Stiffness Matrix Methods of Structural Analysis*. Duke University, Department of Civil and Environmental Engineering, 2012. (cité page 161)
- [Genecov 2014] A. M Genecov, A.A. Stanley et A.M. Okamura. *Perception of a Haptic Jamming display : Just noticeable differences in stiffness and geometry*. In Haptics Symposium (HAPTICS), 2014 IEEE, pages 333–338. IEEE, 2014. (cité page 14)
- [Geo 2016] *Atlanta Georgia Dome*. <http://gadome.com/about/>, 2016. Accès le 2016-04-04. (cité pages 16 et 17)
- [Gharatappeh 2015] S. Gharatappeh, G. Abbasnejad, J. Yoon et H. Lee. *Control of cable-driven parallel robot for gait rehabilitation*. In Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), 2015 12th International Conference on, pages 377–381, Oct 2015. (cité page 157)
- [Gonçalves 2014] R. Gonçalves, J. Carvalho, J. Ribeiro et V. Salim. *Cable-Driven Robot for Upper and Lower Limbs Rehabilitation*. Handbook of Research on Advancements in Robotics and Mechatronics, page 284, 2014. (cité page 157)
- [Gosselin 1990a] C. Gosselin. *Stiffness mapping for parallel manipulators*. IEEE Trans. on Rob. and Autom., vol. 6, no. 3, pages 377–382, 1990. (cité page 113)
- [Gosselin 1990b] C. Gosselin et J. Angeles. *Singularity analysis of closed-loop kinematic chains*. IEEE Trans. on Rob. and Autom., vol. 6, no. 3, pages 281–290, 1990. (cité page 112)
- [Gouttefarde 2015] M. Gouttefarde, J. Lamaury, C. Reichert et T. Bruckmann. *A Versatile Tension Distribution Algorithm for n-DOF Parallel Robots Driven by n+2 Cables*. Robotics, IEEE Transactions on, vol. 31, no. 6, pages 1444–1457, Décembre 2015. (cité page 134)
- [Guest 2006] Simon Guest. *The stiffness of prestressed frameworks : a unifying approach*. International Journal of Solids and Structures, vol. 43, no. 3, pages 842–854, 2006. (cité pages 43, 44, et 45)
- [Guest 2011] S.D. Guest. *The stiffness of tensegrity structures*. IMA J Appl Math, vol. 76, no. 1, pages 57–66, Janvier 2011. (cité pages 43 et 54)
- [Guo 2008] Z. Guo et L.J. Sluys. *Constitutive modelling of hyperelastic rubber-like materials*. HERON, vol. 53, 2008. (cité pages 107 et 118)
- [Hao 1998] F. Hao et J.M. McCarthy. *Conditions for line-based singularities in spatial platform manipulators*. Journal of Robotic Systems, vol. 15, no. 1, pages 43–55, 1998. (cité page 76)
- [Hao 2011a] S. Hao, A. Camilo, G.A. Cole, H. Nobuhiko, C.M. Tempany et G.S. Fischer. *High-field MRI-compatible needle placement robot for prostate interventions*. Studies in health technology and informatics, vol. 163, page 623, 2011. (cité page 11)
- [Hao 2011b] S. Hao, M. Zervas, G. A. Cole, C. Furlong et G. S. Fischer. *Real-time MRI-guided needle placement robot with integrated fiber optic force sensing*. In Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on, pages 1583–1588, May 2011. (cité page 11)
- [Hascoet 2013] L? Hascoet et V? Pascual. *The Tapenade Automatic Differentiation tool : principles, model, and specification*. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), vol. 39, no. 3, page 20, 2013. (cité page 39)
- [Haug 1996] E. J. Haug, Chi-Mei Luh, F. A. Adkins et Jia-Yi Wang. *Numerical Algorithms for Mapping Boundaries of Manipulator Workspaces*. J Mech Design, vol. 118, no. 2, pages 228–234, 1996. (cité pages 37 et 39)

Références

- [Hauk 2004] O. Hauk, I. Johnsrude et F. Pulvermüller. *Somatotopic representation of action words in human motor and premotor cortex*. *Neuron*, vol. 41, no. 2, pages 301–307, 2004. (cité page 13)
- [Henein 2000] S. Henein. *Conception des structures articulées à guidages flexibles de haute précision*. Thèse de doctorat, EPFL, 2000. (cité page 118)
- [Hentz 2016a] G. Hentz, I. Charpentier et P. Renaud. *Higher-order continuation for the determination of robot workspace boundaries*. *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 344, pages 95–101, 2016. (cité pages 37 et 154)
- [Hentz 2016b] G. Hentz, I. Charpentier, L. Rubbert et P. Renaud. *A Taylor-based continuation method for the determination and classification of robot singularities*. In ARK 2016, Jun 2016. (cité pages 37 et 154)
- [Hertz 1882] H. Hertz. *Ueber die Berührung fester elastischer Körper*. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal)*, vol. 1882, no. 92, 1882. (cité page 107)
- [Hollander 2005] T.G. Hollander K.W. and Sugar et D.E. Herring. *Adjustable robotic tendon using a Jack spring*. In *Rehabilitation Robotics, 2005. ICORR 2005. 9th International Conference on*, pages 113–118. IEEE, 2005. (cité page 45)
- [Hooshmand 2015] A. Hooshmand et M.I. Campbell. *Tensegrity Form-Finding Using Generative Design Synthesis Approach*. In *ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pages V02BT03A015–V02BT03A015. American Society of Mechanical Engineers, 2015. (cité page 31)
- [Howell 1994] L.L. Howell et A. Midha. *A method for the design of compliant mechanisms with small-length flexural pivots*. *Journal of Mechanical Design*, vol. 116, no. 1, pages 280–290, 1994. (cité page 110)
- [Howell 2001] L.L. Howell. *Compliant mechanisms*. John Wiley & Sons, New York, NY, 2001. (cité pages 110, 111, 118, 167, et 168)
- [Hribar 2009] A. Hribar, B. Koritnik et M. Munih. *Phantom haptic device upgrade for use in fMRI*. *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 47, no. 6, pages 677–684, 2009. (cité page 13)
- [Huang 1998] S. Huang et J.M. Schimmels. *The bounds and realization of spatial stiffnesses achieved with simple springs connected in parallel*. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 14, no. 3, pages 466–475, Jun 1998. (cité pages 48 et 66)
- [Huang 2000] S. Huang et J. M. Schimmels. *Synthesis of spatial compliances with simple serial elastic mechanisms*. In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA. IEEE International Conference on*, volume 4, pages 3328–3333 vol.4, 2000. (cité page 66)
- [Ingber 2008] D.E. Ingber. *Tensegrity-based mechanosensing from macro to micro*. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, vol. 97, no. 2–3, pages 163 – 179, 2008. *Life and Mechanosensitivity*. (cité page 157)
- [Iscen 2013a] A. Iscen, A. Agogino, V. SunSpiral et K. Tumer. *Learning to Control Complex Tensegrity Robots*. In *Proceedings of the 2013 International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, AAMAS '13*, pages 1193–1194, Richland, SC, 2013. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems. (cité page 23)
- [Iscen 2013b] A. Iscen, A.K. Agogino, V.SunSpiral et K. Tumer. *Learning to control complex tensegrity robots*. In *ATAL, 2013*. (cité page 128)

Références

- [Jafari 2011] A. Jafari, N.G. Tsagarakis et D.G. Caldwell. *AwAS-II : A new Actuator with Adjustable Stiffness based on the novel principle of adaptable pivot point and variable lever ratio*. In Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on, pages 4638–4643, May 2011. (cité pages 45 et 46)
- [Jalili 2002] N. Jalili. *A comparative study and analysis of semi-active vibration-control systems*. Journal of vibration and acoustics, vol. 124, no. 4, pages 593–605, 2002. (cité page 21)
- [Juan 2008] S.H. Juan et J.M. Mirats Tur. *A method to generate stable, collision free configurations for tensegrity based robots*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008, pages 3769–3774, 2008. (cité page 31)
- [Jutte 2008] C.V. Jutte. *Generalized synthesis methodology of nonlinear springs for prescribed load-displacement functions*. Thèse de doctorat, 2008. (cité pages 107, 108, 109, et 110)
- [Kanchanasaratool 2002] N. Kanchanasaratool et D.I Williamson. *Modelling and control of class NSP tensegrity structures*. International Journal of Control, vol. 75, no. 2, pages 123–139, 2002. (cité page 128)
- [Kastler 2006] B. Kastler, D. Vetter, Z. Patay et P. Germain. *Comprendre l’IRM : Manuel d’auto-apprentissage*. Masson, 6e édition édition, Novembre 2006. (cité page 8)
- [Keller 1987] H.B. Keller. *Lectures on numerical methods in bifurcation problems*. Applied Mathematics, vol. 217, page 50, 1987. (cité page 37)
- [Khalilollahi 2002] A. Khalilollahi, B.P. Felker et J.W. Wetzel. *Non-Linear Elastomeric Spring Design Using Mooney-Rivlin Constants*. Pennsylvania State University, The Behrend College, 2002. (cité page 107)
- [Khanicheh 2006] A. Khanicheh, A. Muto, C. Triantafyllou, B. Weinberg, L. Astrakas, A. Tzika et C. Mavroidis. *fMRI-compatible rehabilitation hand device*. Journal of neuroengineering and rehabilitation, vol. 3, no. 1, page 1, 2006. (cité page 14)
- [Khanicheh 2007] A. Khanicheh, D. Mintzopoulos, B. Weinberg, A. A. Tzika et C. Mavroidis. *MR CHIROD v.2 : A fMRI Compatible Mechatronic Hand Rehabilitation Device*. In 2007 IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics, pages 883–889, June 2007. (cité page 14)
- [Khazanov 2013] M. Khazanov, B. Humphreys, W. Keat et J. Rieffel. *Exploiting dynamical complexity in a physical tensegrity robot to achieve locomotion*. In Advances in Artificial Life, ECAL, volume 12, pages 965–972, 2013. (cité page 23)
- [Khazanov 2014] M. Khazanov, J. Jocque et J. Rieffel. *Evolution of locomotion on a physical tensegrity robot*. In ALIFE 14 : The Fourteenth Conference on the Synthesis and Simulation of Living Systems, volume 14, pages 232–238, 2014. (cité page 23)
- [Kim 2012] B. Kim et J. Song. *Design and Control of a Variable Stiffness Actuator Based on Adjustable Moment Arm*. Robotics, IEEE Transactions on, vol. 28, no. 5, pages 1145–1151, Oct 2012. (cité page 45)
- [Kim 2014] K. Kim, A.K. Agogino, D. Moon, L. Taneja, A. Toghyan, B. Dehghani, V. SunSpiral et A.M. Agogino. *Rapid prototyping design and control of tensegrity soft robot for locomotion*. In Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2014 IEEE International Conference on, pages 7–14. IEEE, 2014. (cité page 23)
- [Kitagawa 2001] L. Kitagawa, T. Kobayashi, T. Beppu et K. Terashima. *Semi-autonomous obstacle avoidance of omnidirectional wheelchair by joystick impedance control*. In Intelligent Robots

Références

- and Systems, 2001. Proceedings. 2001 IEEE/RSJ International Conference on, volume 4, pages 2148–2153 vol.4, 2001. (cité page 15)
- [Knight 2000] B.F. Knight. *Deployable antenna kinematics using tensegrity structure design*. Thèse de doctorat, University of Florida, 2000. (cité page 22)
- [Koizumi 2004] N. Koizumi, S. Warisawa, H. Hashizume et M. Mitsuishi. *Dynamic Switching of a Controller Based on Diagnostic Tasks in Remote Ultrasound Diagnostics*. Journal of Robotics and Mechatronics, vol. 16, pages 146–154, 2004. (cité page 15)
- [Koizumi 2012] Y. Koizumi, M. Shibata et S. Hirai. *Rolling tensegrity driven by pneumatic soft actuators*. In 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 1988–1993, 2012. (cité pages 22 et 23)
- [Kondo 2008] Y. Kondo, T. Miyoshi, K. Terashima et H. Kitagawa. *Navigation guidance control using haptic feedback for obstacle avoidance of omni-directional wheelchair*. In Haptic interfaces for virtual environment and teleoperator systems, 2008. haptics 2008. symposium on, pages 437–444. IEEE, 2008. (cité page 15)
- [Kuber 2013] R.S. Kuber. *Development of a methodology for pseudo-rigid-body models of compliant segments with inserts, and experimental validation*. Thèse de doctorat, Missouri University of Science and Technology, 2013. (cité page 111)
- [Lau 2012] S. Lau et W. Naeem. *Tensegrity-based formation control of unmanned vehicles*. In Control (CONTROL), 2012 UKACC International Conference on, pages 1–6. IEEE, 2012. (cité page 158)
- [Lens 2012] T. Lens. *Physical Human-Robot Interaction with a Lightweight, Elastic Tendon Driven Robotic Arm*. Thèse de doctorat, Technische Universität, Darmstadt, 2012. (cité page 15)
- [Lewis 2008] W.J. Lewis. *Computational form-finding methods for fabric structures*. Proceedings of the ICE - Engineering and Computational Mechanics, vol. 161, no. 3, pages 139–149, Janvier 2008. (cité page 31)
- [Li 2009] S. Li, A. Frisoli, L. Borelli, M. Bergamasco, M. Raabe et M. W. Greenlee. *Design of a new fMRI compatible haptic interface*. In EuroHaptics conference, 2009 and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems. World Haptics 2009. Third Joint, pages 535–540, March 2009. (cité pages 13 et 14)
- [Li 2010] S. Li, A. Frisoli, M. Solazzi et M. Bergamasco. *Mechanical design and optimization of a novel fMRI compatible haptic manipulator*. In RO-MAN, pages 1–6. IEEE, 2010. (cité page 13)
- [Lian 2012] O.C. Lian, C.K. Keong et L.C. Yee. *Biotensegrity Inspired Robot–Future Construction Alternative*. Procedia Engineering, vol. 41, pages 1079–1084, 2012. (cité page 20)
- [Loncaric 1987] J. Loncaric. *Normal forms of stiffness and compliance matrices*. IEEE Journal on Robotics and Automation, vol. 3, no. 6, pages 567–572, December 1987. (cité page 65)
- [Lum 2004] M. Lum. *Kinematic optimization of a 2-DOF spherical mechanism for a minimally invasive surgical robot*. Thèse de doctorat, University of Washington, 2004. (cité page 98)
- [Mattson 2004] C.A. Mattson, L.L. Howell et S.P. Magleby. *Development of Commercially Viable Compliant Mechanisms Using the Pseudo-Rigid-Body Model : Case Studies of Parallel Mechanisms*. J. Intell. Mater. Sys. Struct., vol. 15, no. 3, pages 195–202, Mars 2004. (cité page 110)
- [Mavroidis 2000] C. Mavroidis, C. Pfeiffer, J. Celestino et Y. Bar-Cohen. *Controlled compliance haptic interface using electrorheological fluids*. In SPIE’s 7th Annual International Symposium on

Références

- Smart Structures and Materials, pages 300–310. International Society for Optics and Photonics, 2000. (cité page 14)
- [McCarthy 2011] J.M. McCarthy. *21st Century Kinematics : Synthesis, Compliance, and Tensegrity*. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, vol. 3, pages 020201–020203, Mai 2011. (cité page 20)
- [Melzer 2008] A. Melzer, B. Gutmann, T. Remmele, R. Wolf, A. Lukoscheck, M. Bock, H. Bardenheuer et H. Fischer. *Innomotion for percutaneous image-guided interventions*. Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE, vol. 27, no. 3, pages 66–73, 2008. (cité page 11)
- [Menon 2013] S. Menon, G. Brantner, C. Aholt, K. Kay et O. Khatib. *Haptic fMRI : Combining functional neuroimaging with haptics for studying the brain's motor control representation*. In Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2013 35th Annual International Conference of the IEEE, pages 4137–4142. IEEE, 2013. (cité pages 13 et 14)
- [Menon 2014] S. Menon, A.A. Stanley, J. Zhu, A.M. Okamura et O. Khatib. *Mapping stiffness perception in the brain with an fMRI-compatible particle-jamming haptic interface*. In Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2014 36th Annual International Conference of the IEEE, pages 2051–2056. IEEE, 2014. (cité page 14)
- [Merlet 1989] J. Merlet. *Singular configurations of parallel manipulators and Grassmann geometry*. The International Journal of Robotics Research, vol. 8, no. 5, pages 45–56, 1989. (cité page 76)
- [Merlet 1999] J-P Merlet. *Determination of 6D workspaces of Gough-type parallel manipulator and comparison between different geometries*. The International Journal of Robotics Research, vol. 18, no. 9, pages 902–916, 1999. (cité page 37)
- [Migliore 2005] S.A. Migliore, E.A. Brown et S.P. DeWeerth. *Biologically inspired joint stiffness control*. In Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, pages 4508–4513. IEEE, 2005. (cité pages 46, 108, et 109)
- [Mikelsons 2008] L. Mikelsons, T. Bruckmann, M. Hiller et D. Schramm. *A real-time capable force calculation algorithm for redundant tendon-based parallel manipulators*. In Robotics and Automation (ICRA), 2008 IEEE International Conference on, pages 3869–3874, Mai 2008. (cité pages 130 et 134)
- [Miki 2010] M. Miki et K. Kawaguchi. *Extended force density method for form-finding of tension structures*. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, vol. 51, no. 4, pages 291–300, 2010. (cité page 31)
- [Ming 1994] A. Ming et T. Higuchi. *Study on multiple degree-of-freedom positioning mechanism using wires. I : Concept, design and control*. International Journal of the Japan Society for Precision Engineering, vol. 28, no. 2, pages 131–138, 1994. (cité page 129)
- [Mohr 2011] C.A. Mohr et M. Arsenault. *Kinematic analysis of a translational 3-DOF tensegrity mechanism*. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, vol. 35, no. 4, Octobre 2011. (cité page 35)
- [Monsarrat 2001] B. Monsarrat et C.M. Gosselin. *Singularity analysis of a three-leg six-degree-of-freedom parallel platform mechanism based on Grassmann line geometry*. The International Journal of Robotics Research, vol. 20, no. 4, pages 312–328, 2001. (cité page 76)
- [Moon 2002] Y. Moon, B. Patrick Trease et S. Kota. *Design of large-displacement compliant joints*. In ASME 2002 IDETC, pages 65–76, 2002. (cité page 85)

Références

- [Morita 1995] T. Morita et S. Sugano. *Design and development of a new robot joint using a mechanical impedance adjuster*. In Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on, volume 3, pages 2469–2475 vol.3, May 1995. (cité page 45)
- [Moser 2003] R. Moser, R. Gassert, E. Burdet, L. Sàche, HR Woodtli, J. Erni, W. Maeder et H. Bleuler. *An MR compatible robot technology*. In Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on, volume 1, pages 670–675. IEEE, 2003. (cité pages 9 et 10)
- [Motro 2003] R. Motro. *Tensegrity : Structural systems for the future*. Elsevier, Juin 2003. (cité pages 17, 18, et 29)
- [Muntener 2008] M. Muntener, A. Patriciu, D. Petrisor, M. Schar, D. Ursu, D.Y. Song et D. Stoianovici. *Transperineal Prostate Intervention : Robot for Fully Automated MR Imaging—System Description and Proof of Principle in a Canine Model 1*. Radiology, vol. 247, no. 2, pages 543–549, 2008. (cité page 11)
- [Murakami 2001a] H. Murakami. *Static and dynamic analyses of tensegrity structures. Part I. Nonlinear equations of motion*. International Journal of Solids and Structures, vol. 38, no. 20, pages 3599–3613, 2001. (cité page 128)
- [Murakami 2001b] H. Murakami. *Static and dynamic analyses of tensegrity structures. Part II. Quasi-static analysis*. International Journal of Solids and Structures, vol. 38, no. 20, pages 3615–3629, Mai 2001. (cité pages 32 et 43)
- [Murakami 2001c] H. Murakami. *Static and dynamic analyses of tensegrity structures. Part II. Quasi-static analysis*. International Journal of Solids and Structures, vol. 38, no. 20, pages 3615–3629, 2001. (cité page 128)
- [Murakami 2001d] H. Murakami et Y. Nishimura. *Static and dynamic characterization of some tensegrity modules*. Journal of Applied Mechanics, vol. 68, no. 1, pages 19–27, 2001. (cité page 128)
- [Murphy 2005] T.P. Murphy et G.M. Soares. *The evolution of interventional radiology*. In Seminars in interventional radiology, volume 22, page 6. Thieme Medical Publishers, 2005. (cité page 10)
- [Nguyen 1987] V.D. Nguyen. *Constructing stable grasps in 3D*. In Robotics and Automation. Proceedings. 1987 IEEE International Conference on, volume 4, pages 234–239, Mar 1987. (cité page 65)
- [Oliveira 2015] F. Oliveira, P. Morais et A. Suleman. *A comparative study of semi-active control strategies for base isolated buildings*. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, vol. 14, no. 3, pages 487–502, 2015. (cité page 21)
- [Olsson 2012] J. Olsson. *Form finding and size optimization*. Rapport technique, Chalmers University of Technology - Applied mechanics, Novembre 2012. (cité page 31)
- [Oppenheim 2000] I.J. Oppenheim et W.O. Williams. *Geometric effects in an elastic tensegrity structure*. In Advances in Continuum Mechanics and Thermodynamics of Material Behavior, pages 51–65. Springer, 2000. (cité page 30)
- [Ouyang 2008] P.R. Ouyang, W.J. Zhang et M.M. Gupta. *A new compliant mechanical amplifier based on a symmetric five-bar topology*. J. of Mech. Des., vol. 130, no. 10, pages 104501–1–104501–5, 2008. (cité page 114)
- [Paul 2006] C. Paul, F.J. Valero-Cuevas et H. Lipson. *Design and control of tensegrity robots for locomotion*. IEEE Transactions on Robotics, vol. 22, no. 5, pages 944–957, 2006. (cité page 19)

Références

- [Pellegrino 1986] S. Pellegrino et C.R. Calladine. *Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks*. International Journal of Solids and Structures, vol. 22, no. 4, pages 409–428, 1986. (cité pages 17 et 44)
- [Pellegrino 1990] S. Pellegrino. *Analysis of prestressed mechanisms*. International Journal of Solids and Structures, vol. 26, no. 12, pages 1329–1350, 1990. (cité pages 17, 28, 44, 48, et 49)
- [Petit 2010] F. Petit, M. Chalon, W. Friedl, M. Grebenstein, A. Albu-Schaeffer et G. Hirzinger. *Bidirectional antagonistic variable stiffness actuation : Analysis, design and Implementation*. In Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on, pages 4189–4196, May 2010. (cité page 46)
- [Pham 2005] C.B. Pham, G. Yang et S.H. Yeo. *Dynamic analysis of cable-driven parallel mechanisms*. In Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on, pages 612–617. IEEE, 2005. (cité page 130)
- [Piccin 2012] O. Piccin, N. Kumar, L. Meylheuc, L. Barbé et B. Bayle. *Design, development and preliminary assessment of grasping devices for robotized medical applications*. In ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages 65–73. American Society of Mechanical Engineers, 2012. (cité pages 12 et 96)
- [Pinaud 2004] J.P. Pinaud, S. Solari et R.E. Skelton. *Deployment of a Class 2 Tensegrity Boom*. In SPIE's 11th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, 2004. (cité page 22)
- [Pott 2014] A. Pott. *An improved force distribution algorithm for over-constrained cable-driven parallel robots*. In Computational Kinematics, pages 139–146. Springer, 2014. (cité page 130)
- [Qingkai 2015] Y. Qingkai, C. Ming, F. Hao, C. Jie et H. Jie. *Distributed formation stabilization for mobile agents using virtual tensegrity structures*. In Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese, pages 447–452. IEEE, 2015. (cité page 158)
- [Radaelli 2014] G. Radaelli et J.L. Herder. *Isogeometric shape optimization for compliant mechanisms with prescribed load paths*. In Proceedings of the ASME 2014, 2014. (cité pages 108 et 109)
- [Ranganath 2004] R. Ranganath, P.S. Nair, T.S. Mruthyunjaya et A. Ghosal. *A force-torque sensor based on a Stewart Platform in a near-singular configuration*. Mech. and Mach. Theory, vol. 39, no. 9, pages 971–998, 2004. (cité page 112)
- [Rivin 1999] E.I. Rivin. *Stiffness and damping in mechanical design*. Marcel Dekker Inc, New York, Mai 1999. (cité pages 107 et 108)
- [Roberts 1999] R.G. Roberts. *Minimal realization of a spatial stiffness matrix with simple springs connected in parallel*. Robotics and Automation, IEEE Transactions on, vol. 15, no. 5, pages 953–958, Oct 1999. (cité pages 66 et 75)
- [Roberts 2003] R.G. Roberts et T.A. Shirey. *Spatial stiffness synthesis with a hybrid connection of simple compliances*. In System Theory, 2003. Proceedings of the 35th Southeastern Symposium on, pages 340–344, March 2003. (cité page 66)
- [Rubbert 2014] L. Rubbert, S. Caro, J. Gangloff et P. Renaud. *Using Singularities of Parallel Manipulators to Enhance the Rigid-Body Replacement Design Method of Compliant Mechanisms*. ASME Journal of Mechanical Design, vol. 136, no. 5, page 051010, 2014. (cité page 112)
- [Sabelhaus 2015] A.P. Sabelhaus, J.B., K. Caluwaerts, P. Manovi, R.F. Firoozi, S. Dobi, A.M. Agogino et V. SunSpiral. *System design and locomotion of SUPERball, an untethered tensegrity robot*. In

Références

- Robotics and Automation (ICRA), 2015 IEEE International Conference on, pages 2867–2873, Mai 2015. (cité page 23)
- [Sabouni-Zawadzka 2014] A. Al Sabouni-Zawadzka. *Active Control Of Smart Tensegrity Structures*. Archives of Civil Engineering, vol. 60, no. 4, Janvier 2014. (cité pages 20 et 21)
- [Schenck 1996] J.F. Schenck. *The role of magnetic susceptibility in magnetic resonance imaging : MRI magnetic compatibility of the first and second kinds*. Medical physics, vol. 23, no. 6, pages 815–850, 1996. (cité page 9)
- [Schepelmann 2014] A. Schepelmann, K.A. Geberth et H. Geyer. *Compact nonlinear springs with user defined torque-deflection profiles for series elastic actuators*. In 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 3411–3416. IEEE, 2014. (cité pages 108 et 109)
- [Schuy 2012] J. Schuy, P. Beckerle, J. Wojtus, S. Rinderknecht et O. von Stryk. *Conception and evaluation of a novel variable torsion stiffness for biomechanical applications*. In Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob), 2012 4th IEEE RAS EMBS International Conference on, pages 713–718, June 2012. (cité page 45)
- [Seydel 2009] R. Seydel. Practical bifurcation and stability analysis, volume 5. Springer Science & Business Media, 2009. (cité page 37)
- [Shibata 2009] M. Shibata, F. Saijyo et S. Hirai. *Crawling by body deformation of tensegrity structure robots*. In Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on, pages 4375–4380, Mai 2009. (cité page 22)
- [Sim 2016] NASA *Tensegrity Robotics Toolkit (NTRT)*. <http://ti.arc.nasa.gov/tech/asr/intelligent-robotics/tensegrity/NTRT/>, 2016. Accès le 2016-04-05. (cité page 23)
- [Skelton 2001] R.E. Skelton, J.W. Helton, R. Adhikari, J. Pinaud et W. Chan. *An Introduction to the Mechanics of Tensegrity Structures*. In The Mechanical Systems Design Handbook, Electrical Engineering Handbook. CRC Press, Décembre 2001. (cité page 19)
- [Skelton 2009] R.E. Skelton et M.C. de Oliveira. Tensegrity systems. Springer, Juin 2009. (cité pages 18, 20, 32, et 36)
- [Sne 2016] *Kenneth Snelson*. <http://kennethnelson.net/>, 2016. Accès le 2016-04-04. (cité page 18)
- [Snyman 2000] J.A. Snyman, L.J. Du Plessis et J. Duffy. *An optimization approach to the determination of the boundaries of manipulator workspaces*. Journal of Mechanical Design, vol. 122, no. 4, pages 447–456, 2000. (cité page 37)
- [SRI 2010] SRI. *La radiologie interventionnelle en France*. Rapport technique, Société de Radiologie Interventionnelle and Fédération de Radiologie Interventionnelle, 2010. (cité page 10)
- [Sterk 2003] T. Sterk. *Using actuated tensegrity structures to produce a responsive architecture*. In ACADIA22 Conference Conference 2003, 2003. (cité page 21)
- [Sterk 2006] T. Sterk. *Shape control in responsive architectural structures—current reasons and challenges*. In Proceedings of the 4th World Conference on Structural Control and Monitoring, San Diego, CA, USA, 2006. (cité page 21)
- [Stoianovici 2007] D. Stoianovici, A. Patriciu, D. Petrisor, D. Mazilu et L. Kavoussi. *A New Type of Motor : Pneumatic Step Motor*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 12, no. 1, pages 98–106, Feb 2007. (cité page 11)

Références

- [Stratasys] Stratasys. <http://www.stratasys.com/3d-printers/technology/polyjet-technology>. [Accès le 2015-07-01]. (cité pages 57, 85, et 118)
- [Sultan 1999] C. Sultan. *Modeling, design, and control of tensegrity structures with applications*. Thèse de doctorat, Purdue University, 1999. (cité page 128)
- [Sultan 2002] C. Sultan, M. Corless et R.E. Skelton. *Linear dynamics of tensegrity structures*. Engineering Structures, vol. 24, no. 6, pages 671–685, 2002. (cité page 128)
- [Sultan 2014] C. Sultan. *Tensegrity deployment using infinitesimal mechanisms*. International Journal of Solids and Structures, vol. 51, no. 21, pages 3653–3668, 2014. (cité page 22)
- [Sun 1995] BH Sun, KY Yeh et FPJ Rimrott. *On the buckling of structures*. Technische Mechanik, vol. 28, pages 129–140, 1995. (cité page 112)
- [Sun 2006] D. Sun, C. Willingham, A. Durrani, P. King, K. Cleary et B. Wood. *A novel end-effector design for robotics in image-guided needle procedures*. In: J. Med. Robot., vol. 2, no. 1, pages 91–97, 2006. (cité pages 11, 96, 97, et 98)
- [SunSpiral 2015] V. SunSpiral, A. Agogino et D. Atkinson. *Super Ball Bot - Structures for Planetary Landing and Exploration, NIAC Phase 2*. Rapport technique, NASA, Septembre 2015. (cité pages 23, 128, et 156)
- [sup 2016] *Super Ball Bot Project*. https://www.nasa.gov/spacetechniac/2013phaseII_sunspiral.html, 2016. Accès le 2016-04-05. (cité page 23)
- [Taillant 2004] E. Taillant, J. Avila-Vilchis, C. Allegrini, I. Bricault et P. Cinquin. *CT and MR compatible light puncture robot : Architectural design and first experiments*. In: Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention–MICCAI 2004, pages 145–152. Springer, 2004. (cité page 11)
- [Tanimoto 2000] M. Tanimoto, F. Arai, T. Fukuda, K. Itoigawa, M. Hashimoto, I. Takahashi et M. Negoro. *Telesurgery system for intravascular neurosurgery*. In: Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention–MICCAI 2000, pages 29–39. Springer, 2000. (cité page 15)
- [Taylor 1999] R.H. Taylor, P. Jensen, L. Whitcomb, A. Barnes, R. Kumar, D. Stoianovici, P. Gupta, Z. Wang, E. Dejuan et L.s Kavoussi. *A steady-hand robotic system for microsurgical augmentation*. The International Journal of Robotics Research, vol. 18, no. 12, pages 1201–1210, 1999. (cité page 98)
- [Ten 2016] *The Encyclopedia of Tensegrity*. <https://tensegrity.wikispaces.com/>, 2016. Accès le 2016-04-04. (cité page 20)
- [Termonia 1994] Y. Termonia. *Molecular modeling of spider silk elasticity*. Macromolecules, vol. 27, no. 25, pages 7378–7381, 1994. (cité page 157)
- [Tibert 2002a] A. G. Tibert et S. Pellegrino. *Deployable Tensegrity Reflectors for Small Satellites*. Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 39, no. 5, pages 701–709, Septembre 2002. (cité page 22)
- [Tibert 2002b] G. Tibert. *Deployable tensegrity structures for space applications*. Thèse de doctorat, Royal Institute of Technology, 2002. (cité page 22)
- [Tibert 2003] A.G. Tibert et S. Pellegrino. *Review of Form-Finding Methods for Tensegrity Structures*. International Journal of Space Structures, vol. 18, no. 4, pages 209–223, Décembre 2003. (cité page 31)
- [Tonietti 2005] Giovanni Tonietti, Riccardo Schiavi et Antonio Bicchi. *Design and control of a variable stiffness actuator for safe and fast physical human/robot interaction*. In: Robotics and Automation,

Références

2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, pages 526–531. IEEE, 2005. (cité page 108)
- [Trease 2005] B. P. Trease, Y. Moon et S. Kota. *Design of large-displacement compliant joints*. Journal of mechanical design, vol. 127, no. 4, pages 788–798, 2005. (cité page 85)
- [Tummala 2014] Y. Tummala, A. Wissa, M. Frecker et J.E. Hubbard Jr. *Design and Optimization of a Contact-Aided Compliant Mechanism for Passive Bending*. Journal of Mechanisms and Robotics, 2014. (cité page 108)
- [Tur 2009] J.M.M. Tur et S.H. Juan. *Tensegrity frameworks : Dynamic analysis review and open problems*. Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 1, pages 1–18, 2009. (cité pages 128 et 129)
- [Van Ham 2009] R. Van Ham, T.G. Sugar, B. Vanderborght, K.W. Hollander et D. Lefeber. *Compliant actuator designs*. Robotics & Automation Magazine, IEEE, vol. 16, no. 3, pages 81–94, 2009. (cité pages 15 et 106)
- [Vanderborght 2013] B. Vanderborght, A. Albu-Schäffer, A. Bicchi, E. Burdet, D.G. Caldwell, R. Carloni, M. Catalano, O. Eiberger, W. Friedl, G. Ganeshet *al.* *Variable impedance actuators : A review*. Robotics and Autonomous Systems, vol. 61, no. 12, pages 1601–1614, 2013. (cité pages 15, 46, et 106)
- [Vera 2005] C. Vera, R. Skelton, F. Bossens et L.A. Sung. *3-D nanomechanics of an erythrocyte junctional complex in equibiaxial and anisotropic deformations*. Annals of biomedical engineering, vol. 33, no. 10, pages 1387–1404, 2005. (cité page 157)
- [Verhoeven 2004] R. Verhoeven. *Analysis of the workspace of tendon-based Stewart platforms*. Thèse de doctorat, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Ingenieurwissenschaften» Maschinenbau und Verfahrenstechnik, 2004. (cité page 130)
- [Visser 2011] L.C. Visser, R. Carloni et S. Stramigioli. *Energy-Efficient Variable Stiffness Actuators*. Robotics, IEEE Transactions on, vol. 27, no. 5, pages 865–875, Oct 2011. (cité page 45)
- [Walsh 2008] Conor J Walsh, Nevan C Hanumara, Alexander H Slocum, Jo-Anne Shepard et Rajiv Gupta. *A patient-mounted, telerobotic tool for CT-guided percutaneous interventions*. Journal of Medical Devices, vol. 2, no. 1, page 011007, 2008. (cité page 97)
- [Watanabe 2007] K. Watanabe, K. Sogen, N. Kawakami et S. Tachi. *An avoidance method of singular configurations in a master-slave system using intervening impedance*. In Robot and Human interactive Communication, 2007. RO-MAN 2007. The 16th IEEE International Symposium on, pages 1102–1107. IEEE, 2007. (cité page 15)
- [Wiebe 2011] R. Wiebe, L. Virgin, I. Stanculescu et S. Spottswood. *On snap-through buckling*. In Collection of technical papers–AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference, pages 2083–2092, 2011. (cité page 112)
- [Wolf 2011] S. Wolf, O. Eiberger et G. Hirzinger. *The DLR FSJ : Energy based design of a variable stiffness joint*. In Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on, pages 5082–5089. IEEE, 2011. (cité page 45)
- [Wroldsen 2007] A.S. Wroldsen. *Modelling and control of tensegrity structures*. Thèse de doctorat, Norwegian University of Science and Technology, 2007. (cité pages 17 et 20)
- [Yang 2007] Yawei Yang et J.F. O’Brien. *A Case Study of Planar 3-RPR Parallel Robot Singularity Free Workspace Design*. In Int. Conf. on Mechatronics and Autom., pages 1834–1838, 2007. (cité page 114)

Références

- [Yang 2008] Jingzhou Yang, Karim Abdel-Malek et Yunqing Zhang. *On the workspace boundary determination of serial manipulators with non-unilateral constraints*. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 24, no. 1, pages 60–76, 2008. (cité page 37)
- [Yousef 2013] B.F. Yousef et F.M.T. Aiash. *A mechanism for surgical tool manipulation*. In 9th Asian Control Conference (ASCC), pages 1–5, Juin 2013. (cité page 98)
- [Yu 2006] H.G. Yu et R.G. Roberts. *Stiffness Matrix Analysis and Synthesis for Pre-Loaded Planar Structures*. In 2006 Proceeding of the Thirty-Eighth Southeastern Symposium on System Theory, pages 87–91, March 2006. (cité page 66)
- [Zhang 2014a] L. Zhang, Y. Li, Y. Cao et X. Feng. *Stiffness matrix based form-finding method of tensegrity structures*. Engineering Structures, vol. 58, pages 36–48, 2014. (cité page 31)
- [Zhang 2014b] W. Zhang, H. Yan, Z. Peng et G. Meng. *Electrostatic pull-in instability in MEMS/NEMS : A review*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 214, 2014. (cité page 125)
- [Zhou 2014] X. Zhou et S.J. Venkat Krovi. *A cable based active variable stiffness module with decoupled tension*. In Proceedings of the ASME 2014, 2014. (cité page 109)
- [Zong 2008] G. Zong, X. Pei, J.n Yu et S. Bi. *Classification and type synthesis of 1-DOF remote center of motion mechanisms*. Mechanism and Machine Theory, vol. 43, no. 12, pages 1585–1595, 2008. (cité pages 96 et 98)

Liste des publications

Reuves internationales avec comité de lecture

Q. Boehler, S. Abdelaziz, M. Vedrines, P. Poignet et P. Renaud. *From Modeling to Control of a Variable Stiffness Device based on a Cable-driven Tensegrity Mechanism*. Mechanism and Machine Theory, vol. 102, page 1-12, Janvier 2017.

Q. Boehler, I. Charpentier, M. Vedrines et P. Renaud. *Definition and Computation of Tensegrity Mechanism Workspace*. ASME J. Mechanisms Robotics, vol. 7, no. 4, page 044502, Avril 2015.

Conférences internationales avec comité de lecture et édition des actes

Q. Boehler, S. Abdelaziz, M. Vedrines, P. Poignet et P. Renaud. *Towards the control of tensegrity mechanisms for variable stiffness applications : a case study*. In 6th European Conference on Mechanism Science (EUROMES), Nantes, Septembre 2016.

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Design and evaluation of a novel variable stiffness spherical joint with application to MR-compatible robot design*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 661–667, Stockholm, Mai 2016.

Q. Boehler, A. Zompas, S. Abdelaziz, M. Vedrines, P. Poignet et P. Renaud. *Experiments on a variable stiffness tensegrity mechanism for an MR-compatible needle holder*. In 5th Joint Workshop on New Technologies for Computer/Robot Assisted Surgery (CRAS), Bruxelles, Septembre 2015.

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Parallel Singularities for the Design of Softening Springs Using Compliant Mechanisms*. In ASME International Design Engineering Technical Conferences (IDETC), page V05AT08A019, Boston, Août 2015.

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Influence of Spring Characteristics on the Behavior of Tensegrity Mechanisms*. In Advances in Robot Kinematics (ARK), pages 161–169. Springer, Ljubljana, Juin 2014.

Liste des publications

Conférence nationale avec comité de lecture

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Toward an MR-compatible needle holder with adaptive compliance using an active tensegrity mechanism*. In Surgetica, Chambéry, Décembre 2014, poster.

Communication et publications diverses

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Design of a compliant spherical joint with variable stiffness for MR-compatible robotics*. Journée du GT3/GT6 - Mécanismes Compliant, Paris, Avril 2016, communication orale.

Q. Boehler, S. Abdelaziz, M. Vedrines, P. Poignet et P. Renaud. *Evaluation of a tensegrity mechanism for the design of a variable stiffness MR-compatible needle holder*. Journée du GT1, Montpellier, Décembre 2015, communication orale.

Q. Boehler, S. Abdelaziz, M. Vedrines, P. Poignet et P. Renaud. *Design of Robotic Assistants for MRI-guided surgery*. CAMI Labex days, Montpellier, Décembre 2015, poster.

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Toward an MR-compatible needle holder with adaptive stiffness using an active tensegrity mechanism*. Journée Recherche de l'INSA de Strasbourg, Strasbourg, Mai 2015, poster, **Prix du meilleur poster**.

Q. Boehler, M. Vedrines, S. Abdelaziz, P. Poignet et P. Renaud. *Exploitation d'un mécanisme de tensegrité pour la conception d'un porte-aiguilles compatible IRM*. Journée des Jeunes Chercheurs en Robotique, Paris, Octobre 2014, communication orale.

Analyse, conception et commande de mécanismes de tensegrité et systèmes précontraints

Application à l'assistance robotique dans l'IRM

Résumé

Le contexte de cette thèse est la conception d'assistants robotiques aux gestes chirurgicaux guidés par IRM. Cette conception est rendue délicate par l'environnement qui impose des contraintes de compacité, de légèreté et de compatibilité. La présence du patient dans cet environnement impose également des impératifs de sécurité qui limitent les architectures robotiques viables.

Cette thèse vise à évaluer le potentiel applicatif des mécanismes de tensegrité, et plus généralement des systèmes précontraints, qui présentent de nombreuses propriétés intéressantes qui justifient d'envisager leur emploi dans ce contexte, notamment pour leur capacité de raideur variable bénéfique à la sécurité du patient.

Afin de juger de la pertinence de leur utilisation, nous nous concentrons sur l'analyse, la conception et la commande de ces systèmes peu connus des roboticiens, étapes nécessaires à leur évaluation.

Nos contributions incluent le développement d'outils numériques pour permettre leur analyse, de méthodes de synthèse pour générer des architectures à raideur variable adéquates, et de stratégies de commande pour piloter leur configuration et leur raideur.

Mots-clés : Robotique médicale, IRM, mécanismes de tensegrité, systèmes précontraints, raideur variable

Abstract

This thesis is focused on the design of robotic assistants for MRI-guided surgeries. This design is submitted to several constraints due to the MR-environment, such as compactness, lightness, or compatibility. Safety issues related to the patient within the scanner also restrict the choice of suitable robotic solutions.

This thesis thus aims at evaluating the applicative potential of tensegrity mechanisms, and more generally prestressed systems, that exhibit numerous interesting properties for this context. In particular, their stiffness can be adjusted, which is opportune for the patient safety.

The relevance of our approach is assessed through the analysis, the design and the control of these systems that are required to fulfil their evaluation.

Our contributions include the development of numerical tools for their analysis, synthesis methods for the generation of suitable variable stiffness designs, and control strategies for the simultaneous control of their configuration and their stiffness.

Keywords : Medical robotics, MRI, tensegrity mechanisms, prestressed systems, variable stiffness