



N° d'ordre : 2013-12-TH

## THÈSE DE DOCTORAT

**DOMAINE : SPI**  
**Spécialité : Énergie**

**Ecole Doctorale**  
**« Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes »**

*Présentée par :*

**Benjamin DAGUSÉ**

Sujet :

Modélisation analytique pour le dimensionnement par optimisation d'une machine dédiée à une chaîne de traction hybride à dominante électrique

Soutenue le 17 juin 2013 devant les membres du jury :

<b>M. Christophe ESPANET</b>	FEMTO-ST/Belfort, Professeur	Rapporteur
<b>Mme Carole HÉNAUX</b>	LAPLACE/Toulouse, Maître de Conférences	Examinatrice
<b>M. Vincent LANFRANCHI</b>	UTC/Compiègne, Maître de Conférences	Rapporteur
<b>M. Claude MARCHAND</b>	LGEP/Paris Sud, Professeur	Président du jury/Examinateur
<b>M. Jacques SAINT-MICHEL</b>	Moteurs Leroy-Somer/Angoulême, Directeur Scientifique	Examinateur
<b>M. Jean-Claude VANNIER</b>	Supélec/Paris Sud, Professeur	Directeur de thèse



*« Ce n'est pas en perfectionnant la bougie que l'on a découvert l'électricité »*

Louis Schorderet

*« Une personne qui n'a jamais commis d'erreurs n'a jamais tenté d'innover »*

Albert Einstein

*À ma famille,*

*À Audrey,*



# Remerciements

---

Avant tout propos, je suis particulièrement sensible à l'honneur que m'ont fait Messieurs Christophe Espanet (FEMTO-ST) et Vincent Lanfranchi (UTC) en acceptant d'être rapporteur de cette thèse et de l'intérêt qu'ils ont porté à ces travaux. Aux mêmes titres, tous mes remerciements vont à Mme Carole Hénaux (LAPLACE) et M. Claude Marchand (LGEP) pour leur rôle d'examineur.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Monsieur Jean-Claude Vannier, chef du département Énergie de Supélec et directeur de thèse, pour m'avoir permis de réaliser ces travaux à ses côtés, pour les nombreux échanges scientifiques que nous avons pu avoir et pour ses conseils toujours avisés, qu'il trouve ici toute ma reconnaissance. De même, je remercie les enseignants-chercheurs du département pour leur accueil et le temps qu'ils ont pu me consacrer. Je remercie tout particulièrement Philippe Dessante pour son apprentissage des outils et des techniques d'optimisations ainsi que Pierre Vidal, Amir Arzandé et Pierre Lefranc pour les discussions techniques et amicales que nous avons pu avoir au fil de ces années. Je n'oublie pas non plus Stéphanie, Élodie, Damien et José pour leur aide au quotidien, leur sympathie et leur bonne humeur. Merci à vous tous.

Mes vifs et sincères remerciements vont également à la société Moteurs Leroy-Somer en l'intermédiaire de Messieurs Cédric Plasse et François Peltier pour leur confiance depuis le stage technicien de 2007 jusqu'à la fin du cursus universitaire conclu par cette thèse soutenue en 2013, et, pour les prochains challenges à venir ! Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Monsieur Jacques Saint-Michel pour m'avoir permis de partager ses innombrables connaissances tout au long de ces années. J'adresse également mes plus chaleureux remerciements à Monsieur Xavier Jannot pour sa bonne humeur, sa disponibilité et le temps qu'il m'a consacré à l'apprentissage du dimensionnement analytique de machines électriques et d'outils de calculs numériques. Un grand merci aussi aux camarades électrotechniciens du pôle automobile Jérôme et Michel pour leur sympathie et leur disponibilité.

Je suis également heureux d'avoir pu partager ces moments auprès de mes camarades doctorants et désormais amis. Honneur aux plus anciens et donc docteurs : Adel, Christophe G., Jing, Matthieu, Mayalen, Nicolas, Rachelle, Wilfried, ceux qui ont partagés ces trois années à mes côtés Christophe L. et Soukayna, et, les petits jeunes : Antoine, Carmen, Florent, Gilbert, Tanguy, Thomas, Trung, Yujun, merci pour les chaleureux moments passés à vos côtés. Enfin, je souhaite tous mes vœux de réussite aux « jeunes » qui ont repris le flambeau : Alejandro, Dany et Ivan. Bon courage à vous !

Mes pensées vont également à mes amis garants de chaleureuses retrouvailles, qu'il s'agisse des brestois, des ligériens, des lyonnais et des rochelais. Merci d'être présents.

Je remercie ma famille et ma belle-famille pour leur soutien et leurs nombreux encouragements. Je suis fort reconnaissant du soutien de mes parents, qu'ils trouvent ici toute ma reconnaissance et la satisfaction d'être arrivé au bout malgré les difficultés.

Enfin, ces dernières lignes s'adressent à la femme qui partage ma vie, Audrey, merci pour ton soutien indéfectible, tes blagues et tes encouragements dans les moments difficiles, pour le

bonheur que tu m'apportes au quotidien, et, tout simplement d'être là pour moi. Tu es le moteur de ma vie.

# Table des matières

---

<b>Introduction générale .....</b>	<b>1</b>
 <b>Chapitre I :</b>	
<b>État de l’art des motorisations électriques pour l’automobile – Projet Hydole .....</b>	<b>5</b>
I.1 L’automobile une nécessité mais des contraintes .....	7
I.2 Cycles de caractérisation des véhicules .....	13
I.3 Analyse des différentes technologies des véhicules à moteur électrique .....	16
I.4 Emplacement de la machine électrique .....	22
I.5 Machines électriques pour la motorisation automobile.....	25
I.6 Projet Hydole : cahier des charges et contraintes.....	32
I.7 Conclusion .....	35
 <b>Chapitre II :</b>	
<b>Prédimensionnement de machines synchrones à aimants permanents.....</b>	<b>37</b>
II.1 Approche par prédimensionnement .....	39
II.2 Cycle de référence.....	40
II.3 Classification des points du cycle sous la forme de grappes.....	42
II.4 Schéma vectoriel complet de la machine synchrone à aimants.....	46
II.5 Schéma vectoriel simplifié.....	49
II.6 Classification des machines synchrones à aimants permanents.....	52
II.7 Démarche d’optimisation .....	55
II.8 Conclusion .....	64
 <b>Chapitre III :</b>	
<b>Définition et modélisation par les éléments finis de la machine double aimant .....</b>	<b>65</b>
III.1 Introduction .....	67
III.2 Structure du rotor de la MSAP.....	68
III.3 Structure du stator et du bobinage de la MSAP .....	76
III.4 Définition des matériaux de la MSAP.....	79
III.5 Modèle éléments finis de la machine double aimant .....	81
III.6 Détermination des paramètres électromagnétiques .....	87
III.7 Conclusion .....	92

## **Chapitre IV :**

<b>Modélisation analytique de la machine double aimant.....</b>	<b>93</b>
IV.1 Introduction à la modélisation analytique .....	95
IV.2 Formules de l'électromagnétisme.....	97
IV.3 Modèle analytique linéaire de la machine double aimant .....	100
IV.4 Évaluation du couple électromagnétique.....	112
IV.5 Modèle analytique en saturé.....	115
IV.6 Modélisation analytique des fuites d'encoches .....	123
IV.7 Évaluation des grandeurs électriques .....	138
IV.8 Modélisation des pertes Joule et des pertes fer.....	139
IV.9 Évaluation du rendement.....	141
IV.10 Conclusion.....	142

## **Chapitre V :**

<b>Validation expérimentale des modèles .....</b>	<b>145</b>
V.1 Introduction .....	147
V.2 Description de la maquette .....	148
V.3 Évaluation des paramètres électromagnétiques.....	150
V.4 Relevés à vitesse fixe .....	153
V.5 Comparaison des modèles à vitesse variable.....	157
V.6 Conclusion.....	159

## **Chapitre VI :**

<b>Optimisation du modèle de la machine double aimant.....</b>	<b>161</b>
VI.1 Introduction .....	163
VI.2 Conception par optimisation.....	164
VI.3 Démarche et méthode d'optimisation.....	169
VI.4 Optimisation mono-objectif.....	175
VI.5 Optimisation bi-objectif.....	179
VI.6 Vérification des performances de la machine optimale.....	183
VI.7 Conclusion.....	188

<b>Conclusion générale .....</b>	<b>191</b>
----------------------------------	------------

<b>Annexe A .....</b>	<b>195</b>
-----------------------	------------

<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>199</b>
--	------------

---

# Notations

---

## Indices

Symbole	Désignation
$a$	Aimant
$b, base$	Point de base
$c, cs$	Culasse stator
$d$	Suivant l'axe direct
$d, ds$	Dent du stator
$e$	Entrefer
$enc$	Encoche
$ist$	Isthme
$max$	Valeur maximale
$min$	Valeur minimale
$moy$	Valeur moyenne
$pr$	Pont radial
$pp$	Pièce polaire
$pt$	Pont tangentiel
$q$	Suivant l'axe en quadrature

## Nomenclature

Symbole	Désignation	Unité
$At$	Ampère-tour	$A/m$
$B$	Induction	$T$
$B_r$	Induction rémanente	$T$
$B_{sat}$	Induction de saturation	$T$
$C$	Couple	$N.m$
$d$	Diamètre d'un fil	$mm$
$e$	Entrefer	$Mm$
$e_a$	Épaisseur de l'aimant	$Mm$
$e_{ur}$	Force électromotrice en unité réduite	$V$
$E$	Force électromotrice	$V$
$f$	Fréquence	$Hz$
$f_{découpage}$	Fréquence de découpage	$Hz$
$f_{fondamental}$	Fréquence du fondamental	$Hz$
$f_{max\ fondamental}$	Fréquence maximale du fondamental	$Hz$
$f_{mm}$	Force magnétomotrice	$A/m$
$F_c$	Force centrifuge	$N$
$F_r$	Force radiale	$N$
$F_t$	Force tangentielle	$N$
$F_{MM}$	Amplitude de la force magnétomotrice	$A/m$

<b>Symbole</b>	<b>Désignation</b>	<b>Unité</b>
$h$	Hauteur	$mm$
$H$	Champ magnétique	$A/m$
$i_{ur}$	Courant en unité réduite	$A$
$I$	Courant efficace	$A$
$I_{cc}$	Courant de court-circuit	$A$
$I_{ref}$	Courant de référence	$A$
$I_{SD}$	Courant de la machine optimale à saillance directe	$A$
$I_{SI}$	Courant de la machine optimale à saillance inverse	$A$
$I_{th}$	Courant caractérisant la limite thermique à $N=N_{max}$	$A$
$I_{max\ onduleur}$	Courant maximal de l'onduleur	$A$
$J$	Densité de courant	$\hat{A}/mm^2$
$k_b$	Coefficient de bobinage	-
$k_c$	Coefficient de Carter	-
$l$	Largeur	$mm$
$l_{ouv}$	Ouverture de l'encoche entre deux isthmes	$mm$
$L$	Longueur de fer	$mm$
$L_{enc}$	Inductance de fuite d'encoche	$H$
$L_d$	Inductance d'axe $d$	$H$
$L_{spire}$	Longueur moyenne d'une spire	$mm$
$L_{tb}$	Longueur d'une tête de bobine	$mm$
$L_{tbob}$	Inductance de tête de bobine	$H$
$L_q$	Inductance d'axe $q$	$H$
$m$	Rapport des vitesses par rapport au point de base	-
$m_{od}$	Rapport de modulation	-
$n_s$	Nombre de spires par encoche	-
$N$	Vitesse de rotation	$tr/min$
$N_{cp}$	Nombre de circuits en parallèle	-
$N_{cs}$	Nombre de circuits en série	-
$N_{enc}$	Nombre d'encoches	-
$N_{epp}$	Nombre d'encoches par pôle et par phase	-
$N_{fm}$	Nombre de fils en main	-
$N_{ph}$	Nombre de phases	-
$N_s$	Nombre de spires en série par phase	-
$ouv_{pp}$	Ouverture de la pièce polaire	-
$\wp$	Poids des grappes ou <i>clusters</i>	-
$p$	Nombre de paire de pôles	-
$p_{fer}$	Coefficient de pertes fer	$W/kg$
$p_m$	Pertes mécaniques	$W$
$P$	Puissance	$W$
$P_{abs}$	Puissance absorbée	$W$
$P_{em}$	Puissance électromagnétique	$W$
$P_j$	Pertes joule	$W$
$P_f$	Pertes fer	$W$
$P_{tot}$	Puissance totale	$W$
$P_u$	Puissance utile	$W$

<b>Symbole</b>	<b>Désignation</b>	<b>Unité</b>
$P_u$	Puissance utile	W
$R$	Résistance d'une phase statorique	mm
$R_c$	Rayon au centre de la culasse	mm
$R_{ale}$	Rayon d'alésage	mm
$R_{ext}$	Rayon extérieur du stator	mm
$R_{ext\ max}$	Rayon extérieur maximal du stator	mm
$R_{ext\ min}$	Rayon extérieur minimal du stator	mm
$R_{rot}$	Rayon du rotor	mm
$s$	Rapport de saillance	-
$V$	Tension efficace	V
$V_{int}$	Tension interne hors résistance et fuites	V
$V_{max\ onduleur}$	Tension maximale de l'onduleur	V
$x_d$	Réactance d'axe $d$ en unité réduite	$\Omega$
$x_q$	Réactance d'axe $q$ en unité réduite	$\Omega$
$X$	Réactance	$\Omega$
$X_{ad}$	Réactance d'entrefer ou réactance utile dans l'axe $d$	$\Omega$
$X_{aq}$	Réactance d'entrefer ou réactance utile dans l'axe $q$	$\Omega$
$X_F$	Réactance de fuite	$\Omega$
$\alpha$	Angle entre la force électromotrice et le courant	$^{\circ}elec.$
$\gamma$	Angle entre la force électromotrice et la tension	$^{\circ}elec.$
$\Delta x$	Discrétisation suivant $x$	mm
$\varepsilon$	Erreur	%
$\eta$	Rendement	%
$\theta$	Angle électrique	$^{\circ}elec.$
$\mu$	Perméabilité	H/m
$\mu_r$	Perméabilité relative	-
$\mu_0$	Perméabilité du vide	H/m
$\rho_{cu}$	Résistivité du cuivre	$\Omega.m$
$\tau_{ond}$	Taux d'ondulation	%
$\tau_s$	Pas dentaire statorique	mm
$\varphi$	Angle entre le courant et la tension	$^{\circ}elec.$
$\phi$	Flux	Wb
$\omega$	Pulsation	rd/s
$\Omega$	Vitesse de rotation	rd/s



# Introduction générale

---

À l'image du Mondial de l'automobile de Paris de 2010, l'industrie automobile connaît un tournant mis en avant par les nombreux projets de véhicules incluant une motorisation électrique. Supplantées par le moteur à combustion, au cours du  $XX^{\text{ème}}$  siècle, les motorisations électriques dédiées à la traction automobile connaissent aujourd'hui un regain d'intérêt notamment lié au coût du pétrole et à l'évolution des moyens de stockage. Ajouté à cela, les récentes et futures normes environnementales sur les rejets polluants, les véhicules hybrides (moteurs thermique et électrique) et les véhicules tout électrique semblent être des solutions viables à court et moyen terme.

Une automobile peut être considérée comme un système complexe. En effet, l'énergie nécessaire à son déplacement et les moyens de conversion et de commande sont nécessairement embarqués. Ainsi pour le concepteur, cette complexité se traduit par le fait qu'un véhicule quelle que soit son énergie (pétrole et/ou électricité), est sujet à de nombreuses conciliations notamment entre son coût et son agrément de conduite. En ce qui concerne plus particulièrement les applications tout électrique, un compromis important concerne les performances et l'autonomie.

Lors de ces dernières décennies, les évolutions conjointes de l'électronique de puissance et des machines électriques, en termes de performances et de fiabilité, ont offert de multiples possibilités de conversion électromécanique pouvant être appliquées à l'automobile. En effet, l'électronique industrielle présente de nouvelles perspectives en vue du pilotage des machines électriques liées au développement des performances des interrupteurs de puissance de type MOSFET et IGBT, mais aussi grâce à de nouvelles lois de commande. En ce qui concerne les machines électriques, de nouvelles solutions liées notamment à une évolution permanente des matériaux magnétiques, de leur perméabilité, de leurs pertes et de leur conductivité thermique permettent une augmentation de leurs performances et un essor de leurs domaines d'application. Par le développement de nouveaux matériaux comme les aimants permanents disponibles à grande échelle, le domaine de la conception de machine dispose de nouvelles fonctionnalités.

Cette thèse, réalisée en partenariat avec la société Moteurs Leroy-Somer, s'inscrit dans le cadre du développement de machines électriques destinées à l'entraînement de véhicules. Afin de maximiser les performances de la machine, il est indispensable de bien connaître son fonctionnement. Ainsi, avant l'étape de modélisation, le fonctionnement et le comportement du véhicule sous différentes configurations de route devront être exposés. L'étape de modélisation, a quant à elle, pour objectif de décrire analytiquement le comportement physique de la machine tout en tenant compte des contraintes du système. Plusieurs degrés de modélisation peuvent alors être mis en œuvre, ils seront étroitement liés au compromis entre le temps de résolution et la précision de la modélisation.

### *Contexte et objectifs des travaux de thèse*

Ces travaux de thèse s'intègrent dans le cadre du projet Hydole concernant un véhicule hybride à dominante électrique. La machine électrique doit alors répondre à plusieurs fonctions :

- Assister le moteur à combustion d'un véhicule automobile afin d'en réduire la consommation et les émissions de CO<sub>2</sub>, sans compromettre l'agrément de conduite.
- Restituer à la source autant d'énergie électrique que possible lors des phases de décélération ou de freinage.
- Assurer seule la mobilité du véhicule, en particulier en zone urbaine ou périurbaine.
- Permettre, si le véhicule est conçu en ce sens, des services additionnels, telle qu'une fonction quatre roues motrices partielle ou une compensation des ruptures de couple lors des changements de rapport de boîte de vitesse.

Dans le cas d'une motorisation hybride parallèle, l'intégration mécanique de la machine électrique dans le système de propulsion du véhicule est un facteur clé d'optimisation de l'ensemble. Il en découle une amélioration du rendement, une augmentation de la puissance massique et une réduction du coût.

Lorsque le véhicule ne dispose que d'un seul essieu moteur, la machine électrique doit évidemment être physiquement liée au moteur à combustion. En revanche, d'autres topologies sont envisageables lorsque le véhicule est doté de deux essieux moteurs. En plus des avantages connus pour cette topologie, en termes de motricité, de stabilité et de sécurité, l'introduction de la propulsion électrique offre l'avantage d'être indépendante de l'intégration au moteur thermique.

Les objectifs de cette thèse concernent donc la conception d'un moteur électrique en vue de son intégration dans un véhicule avec pour objectifs la maximisation des performances de la machine et la minimisation du coût de ses composants.

Par conséquent, à partir des caractéristiques physiques de la machine, la modélisation pourra fournir le coût, l'encombrement ou bien encore les performances de la machine. De plus, l'antinomie de la maximisation des performances et de la minimisation du coût de la machine nécessite l'emploi de procédés de dimensionnement par optimisation.

## *Plan de la thèse*

Au cours de cette thèse plusieurs aspects de la conception de machines sont abordés.

En premier lieu, un état de l'art présente les différentes technologies de véhicules et de machines électriques existantes. Les avantages et les inconvénients de chaque type de machine en rapport avec l'application automobile sont confrontés au comportement de l'application automobile. L'introduction et l'analyse du cahier des charges ainsi que les contraintes de l'application permettent de retenir le type de machine le mieux adapté pour l'application souhaitée.

La première étape de modélisation est axée sur un prédimensionnement caractérisé par une analyse des performances vis-à-vis du cahier des charges et basé sur le schéma vectoriel simplifié de la machine. À l'issue du prédimensionnement, une structure définie par ses paramètres électromagnétiques sera être mise en avant.

Partant de ce résultat, les géométries du rotor et du stator sont conçues pour garantir le comportement électromagnétique voulu. Une structure originale dite double aimant est alors proposée.

La suite des travaux est dédiée à une modélisation mathématique plus précise que le prédimensionnement de la machine double aimant et donne lieu à l'établissement d'un modèle analytique. Après avoir introduit les formulations intégrales des équations de Maxwell, le traitement mathématique du modèle en régime linéaire est présenté. À l'issue de cette modélisation, la nécessité de prendre en compte la saturation du circuit magnétique lors des calculs paraît évident. L'intégration de la saturation magnétique des matériaux a pour effet d'introduire des éléments non linéaires dans le modèle pour lesquels une résolution par itération est nécessaire. Dans la suite, une comparaison entre les modèles analytique et éléments finis indique l'importance d'intégrer au modèle les fuites situées dans les encoches. Après cette analyse, la méthode adoptée pour l'obtention des grandeurs électriques nécessaire à l'évaluation des performances de la machine est présentée. Les équations qui traduisent les pertes Joule sont associées à un calcul, de pertes fer dans les dents et la culasse du stator, basé sur les formes d'ondes des inductions et leur décomposition en série de Fourier. Ceci conduit à une expression du rendement prise en référence lors de nos travaux

Une comparaison des deux modèles employés (analytique et éléments finis) aux mesures effectuées sur une maquette de machine double aimant est menée afin d'évaluer le comportement et la validité de la modélisation.

Le dernier chapitre traite de l'optimisation basée sur le modèle analytique en prenant en compte le cahier des charges de l'application. Après avoir rappelé son intérêt pour la conception, une première optimisation est menée avec pour objectif de maximiser le rendement sur cycle. Une structure de machine est alors déduite et ses performances sont calculées sur l'ensemble de son domaine de fonctionnement. Une seconde optimisation est mise en œuvre avec des objectifs contradictoires comme le rendement et le coût de la machine. Les solutions déduites du front de Pareto font l'objet d'une argumentation sur la sélection d'une unique solution. Les contraintes qui n'ont pas été intégrées au modèle comme l'ondulation de couple ou le couple de détente sont vérifiées afin de compléter la caractérisation de la machine. Enfin, la solution retenue est comparée à une machine dite catalogue pour évaluer les gains liés à démarche de conception par optimisation.



## Chapitre I

---

# **État de l'art des motorisations électriques pour l'automobile – Projet Hydole**

# Sommaire Chapitre I

---

<b>I.1</b>	<b>L'automobile une nécessité mais des contraintes .....</b>	<b>7</b>
I.1.1	L'automobile une nécessité mais aussi un indicateur de richesse .....	7
I.1.2	L'automobile : deux contraintes majeures.....	9
I.1.3	Intérêt des véhicules hybrides et électriques .....	12
<b>I.2</b>	<b>Cycles de caractérisation des véhicules .....</b>	<b>13</b>
I.2.1	Introduction .....	13
I.2.2	Comportement des véhicules électriques et hybrides .....	14
<b>I.3</b>	<b>Analyse des différentes technologies des véhicules à moteur électrique.....</b>	<b>16</b>
I.3.1	Technologie tout électrique .....	16
I.3.2	Technologie hybride.....	17
<b>I.4</b>	<b>Emplacement de la machine électrique .....</b>	<b>22</b>
I.4.1	Montage sous le capot (VH).....	22
I.4.2	Montage sur deux essieux (VH).....	22
I.4.3	Montage sous caisse (VE) et (VH).....	23
I.4.4	Montage sur les roues (VE) et (VH).....	23
<b>I.5</b>	<b>Machines électriques pour la motorisation automobile .....</b>	<b>25</b>
I.5.1	Machines à courant continu.....	25
I.5.2	Machines asynchrones.....	26
I.5.3	Machines synchrones .....	27
I.5.4	Comparaison globale des structures .....	30
I.5.5	Synthèse et choix du type de machine.....	31
<b>I.6</b>	<b>Projet Hydole : cahier des charges et contraintes .....</b>	<b>32</b>
I.6.1	Description du projet .....	32
I.6.2	Dimensions géométriques .....	32
I.6.3	Contraintes en puissance, couple et vitesse .....	32
I.6.4	Limites en courant et en tension.....	33
I.6.5	Choix du type de machine .....	33
<b>I.7</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>35</b>

---

## I.1 L'automobile une nécessité mais des contraintes

L'automobile, inventée au  $XIX^{\text{ème}}$  siècle, est une avancée technologique majeure conçue pour remplacer l'animal et assurer le déplacement de l'être humain. À cette époque l'automobile traduisait déjà un réel signe de richesse et de réussite. Bien que l'apparition de l'automobile s'impose comme le principal moyen de locomotion, l'action du déplacement par un système mécanique nécessite la consommation d'huile et de carburant. De même, depuis plusieurs années, le secteur automobile doit également satisfaire à des contraintes environnementales de plus en plus restrictives.

Si l'on considère l'automobile au sens général, celle-ci peut être caractérisée par un synoptique (schéma bloc) représentant les entrées et les sorties du système « automobile » décrit par la *Figure 1*.

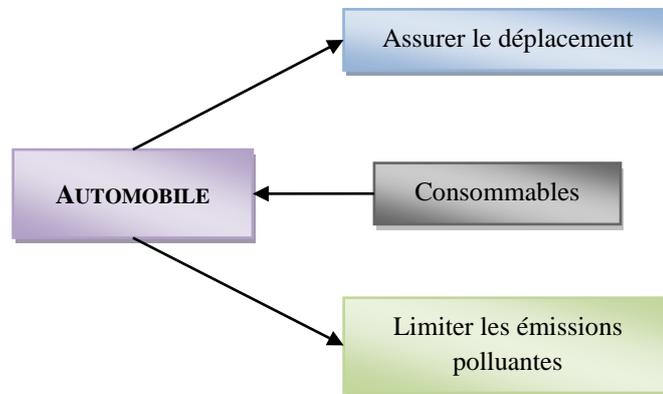


Figure 1 : Schéma bloc du système « Véhicule »

Ce schéma bloc traduit l'action du véhicule consistant à assurer le déplacement, cela dans le respect des normes environnementales, traduites par des limitations des émissions polluantes et cette action se fait au moyen de consommables que sont le carburant et l'huile.

### I.1.1 L'automobile une nécessité mais aussi un indicateur de richesse

Comme décrit précédemment, l'automobile a toujours été apparentée à un signe de réussite manifeste. Dans la société actuelle, l'automobile s'apparente d'avantage à une nécessité en raison du développement démographique de la population. Néanmoins, elle traduit toujours une notion de richesse, à taille humaine par le choix d'un modèle, mais également à l'échelle d'un pays par l'observation de son parc automobile qui agit comme un indicateur du développement.

Pour preuve, la Banque Mondiale [Ban] recense le nombre de véhicules pour 1000 individus en fonction du revenu national brut par habitant (*Figure 2*) permettant d'évaluer son niveau de richesse.

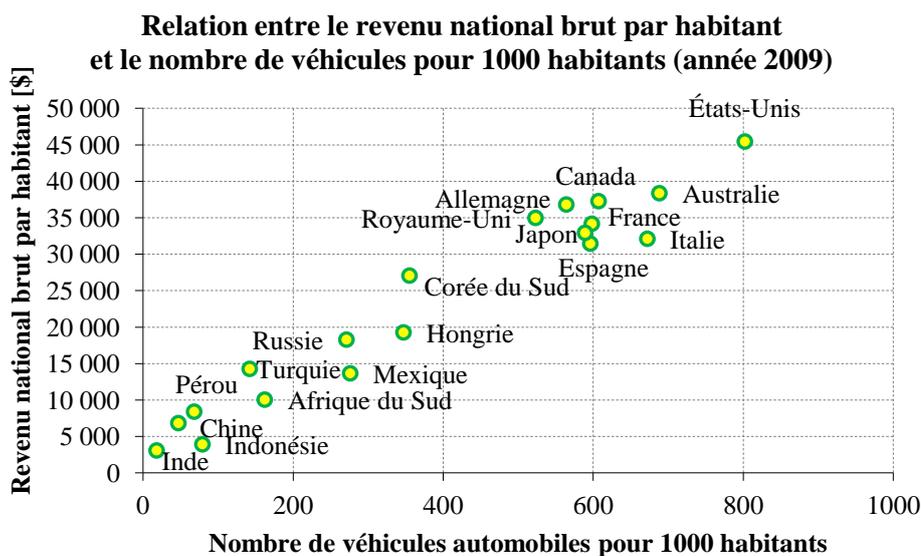


Figure 2 : Relation entre le revenu national brut par habitant et le nombre de véhicules pour 1000 habitants

En effet, outre l'achat du véhicule, il faut également être en mesure d'assurer son entretien et de l'alimenter en carburant. La notion de carburant est essentielle car, ces dernières années, son prix n'a cessé de connaître de brusques variations : son coût étant directement calqué sur celui du baril de pétrole (Figure 3).

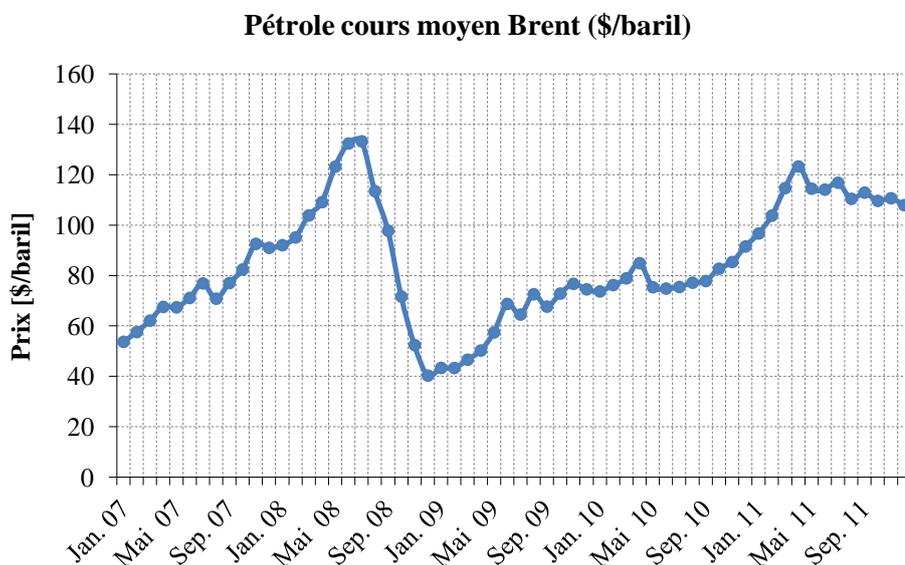


Figure 3 : Évolutions du prix moyen du baril de pétrole

Bien que le développement économique d'un pays puisse être caractérisé par son parc automobile, le véhicule apparaît, de nos jours, d'avantage comme une nécessité que comme une marque de richesse.

L'augmentation prévisible du coût des carburants et la nécessité de réduire les gaz à effet de serre induisent deux contraintes pour le développement mondial du véhicule conventionnel.

## I.1.2 L'automobile : deux contraintes majeures

### I.1.2.1 Contraintes économiques

Sans parler de raréfaction, le pétrole est aujourd'hui plus délicat à extraire notamment en raison de gisements toujours plus profonds mais également par la présence des zones d'extraction dans des milieux de plus en plus hostiles. De plus, le développement et l'industrialisation de grands pays tels que l'Inde, le Brésil et surtout la Chine tendent au déséquilibre de l'offre et de la demande.

La source de cette analyse est issue d'un rapport du ministère de l'économie, des finances et de l'industrie décrivant l'évolution estimée du parc automobile entre 2007 et 2020 de plusieurs pays (*Figure 4*) [Ind11].

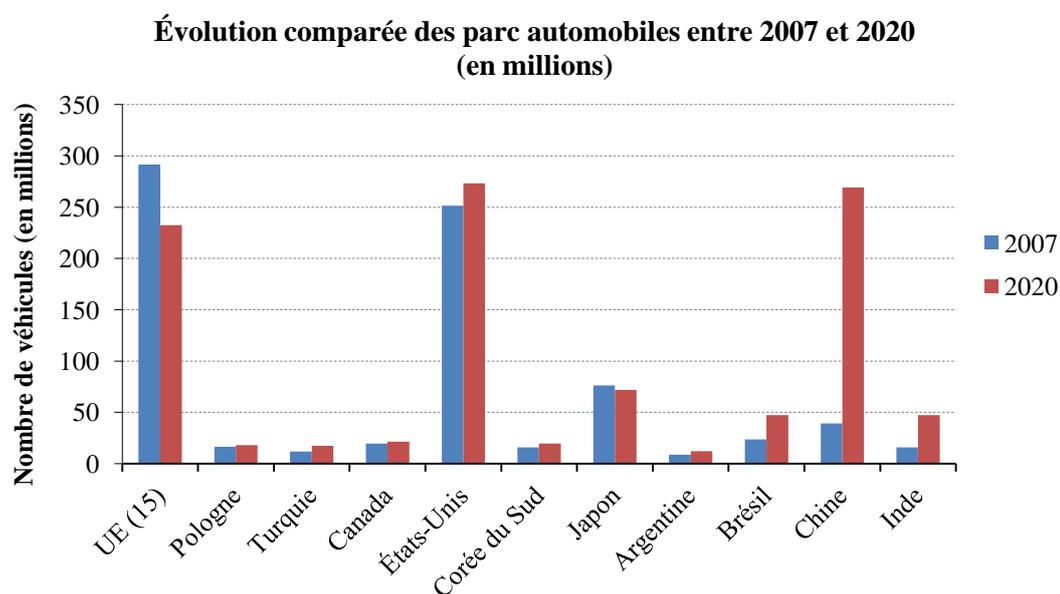


Figure 4 : Estimation de l'évolution des parcs automobiles entre 2007 et 2020

D'autres prévisions issues de la base de données économiques et financières DataStream [Dat] sont schématisées en *Figure 5*. Elles présument d'une augmentation progressive des prix du pétrole d'ici à 2020 atteignant au final le prix de 200\$ le baril. Ces données correspondent notamment à l'augmentation du parc automobile mondial voué, lui aussi, à évoluer.

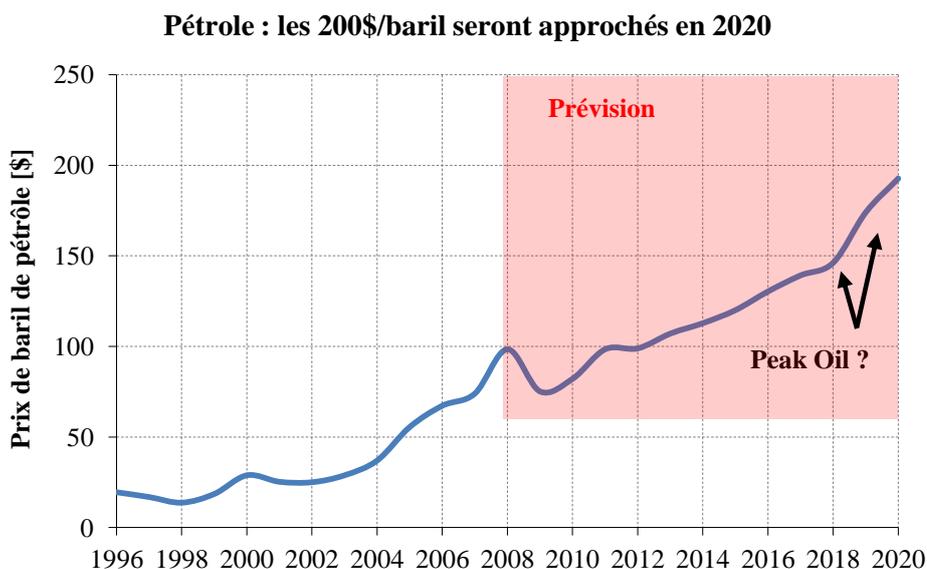


Figure 5 : Estimation de l'évolution du prix du baril de pétrole jusqu'à 2020 [Dat]

### I.1.2.2 Contrainte écologique

Concernant l'aspect écologique, les premières avancées concrètes datent du début des années 90, avec l'instauration de la norme Euro1 qui aspire à uniformiser, pour les pays de l'Union Européenne, la composition des gaz d'échappement en partie responsable de l'effet de serre. Plusieurs évolutions de cette norme se sont succédées jusqu'à la norme Euro 6 mise en place au 1<sup>er</sup> septembre 2015 [Eur07].

Ces normes tendent à réduire, encadrer et limiter la composition des émissions polluantes. Celles-ci concernent trois catégories de gaz : le monoxyde de carbone (CO), les oxydes d'azote (NOx) et les hydrocarbures (HC). À cela s'ajoute les teneurs limites des particules rejetées (PM).

Le *Tableau I* montre les valeurs limites, exprimées en mg/kg, acceptées dans le cadre des normes « Euro » pour les véhicules diesels.

Tableau I : Évolution des valeurs limites de la norme Euro pour les véhicules diesels

Norme (date)	Euro1 (1993)	Euro2 (1997)	Euro3 (2001)	Euro4 (2006)	Euro5 (2011)	Euro6 (2015)
Oxydes d'azote (NOX) [mg/kg]	-	-	500	250	180	80
Monoxyde de carbone (CO) [mg/kg]	2720	1000	640	500	500	500
Hydrocarbures (HC) [mg/kg]	-	-	-	-	-	-
Hydrocarbures (HC) + NOX [mg/kg]	970	900	560	300	230	170
Particules (PM) [mg/kg]	140	100	50	25	5	5
Particules (P) [particules/kg]	-	-	-	-	-	-

Au cours des années, la norme « Euro » a subi plusieurs avenants concernant les véhicules diesels (*Figure 6*), permettant de mettre en évidence les efforts qui ont été faits et ceux qui restent à accomplir.

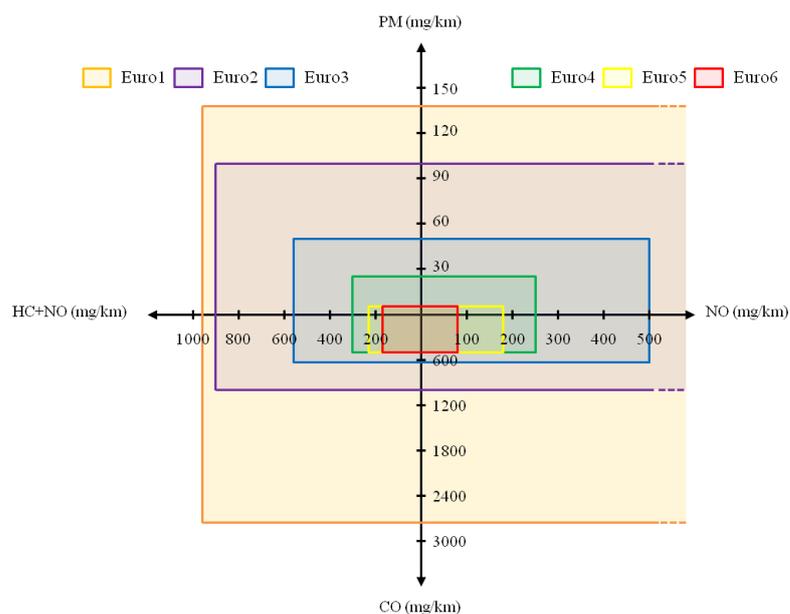


Figure 6 : Évolutions de la norme « Euro » pour les véhicules diesels [Wik04]

En effet, pour tous les polluants cités précédemment, il est constaté une diminution supérieure à un rapport 5 entre les normes Euro1 et la norme Euro6.

Par ailleurs, l'évolution de la norme « Euro » (Figure 7) ainsi que les valeurs limites associées (Tableau II) dans le cas des véhicules essences démontrent une évolution moins drastique des émissions que pour les véhicules diesels. D'ailleurs, les limites concernant les rejets sont identiques entre les normes Euro5 et Euro6.

Tableau II : Évolution des valeurs limites de la norme Euro pour les véhicules essences

Norme (date)	Euro1 (1993)	Euro2 (1997)	Euro3 (2001)	Euro4 (2006)	Euro5 (2011)	Euro6 (2015)
<b>Oxydes d'azote (NOX) [mg/kg]</b>	-	-	150	80	60	60
<b>Monoxyde de carbone (CO) [mg/kg]</b>	2720	2200	2200	1000	1000	1000
<b>Hydrocarbures (HC) [mg/kg]</b>	-	-	200	100	100	100
<b>Particules (PM) [mg/kg]</b>	-	-	-	-	5*	5*
<b>Particules (P)** [particules/kg]</b>	-	-	-	-	-	-
<b>Hydrocarbures non méthaniques (HCNM) [mg/kg]</b>	-	-	-	-	68	68

(\*) Uniquement pour les voitures à essence à injection directe fonctionnant en mélange pauvre (combustion stratifiée) - (\*\*) Nombre de particules. Une valeur limite doit être définie au plus tard pour la date d'entrée en vigueur de la norme Euro 6.

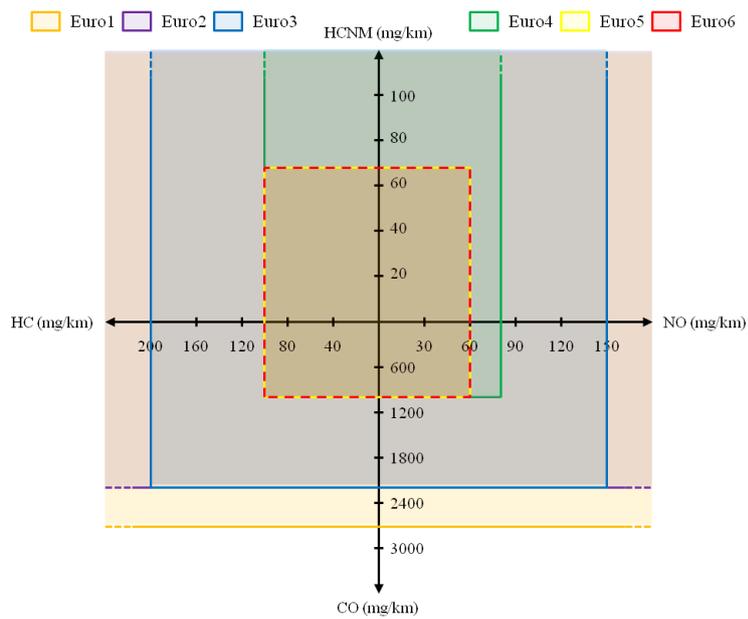


Figure 7 : Évolutions de la norme « Euro » pour les véhicules essence

### I.1.3 Intérêt des véhicules hybrides et électriques

Au regard de l'aspect économique peu favorable concernant l'évolution du prix du baril de pétrole, il semble nécessaire de se diriger vers une dépendance moins forte aux produits pétroliers, passant aujourd'hui par une réduction de la consommation. Afin de répondre aux problèmes engendrés par cette configuration, le développement de véhicules hybrides électriques et de véhicules électriques semble être une solution à court et moyen terme. De même, ces technologies permettraient de satisfaire aux contraintes environnementales toujours plus drastiques en limitant les rejets de gaz polluants. En effet, le comportement des véhicules sur route peut être directement représenté par la mesure des émissions polluantes, ces dernières étant sévèrement réglementées.

## I.2 Cycles de caractérisation des véhicules

### I.2.1 Introduction

Comme il vient d'être vu, les émissions de gaz polluants sont de plus en plus contraignantes. On peut naturellement s'interroger sur les conditions dans lesquelles ces dernières sont mesurées. Pour cela, des cycles réglementaires de mesure ont été définis de manière à reproduire le comportement sur route à base d'accélération et de freinages. Afin d'être fiables et reproductibles, ces cycles, destinés aux mesures, sont généralement courts et simplifiés par rapport au cas réel.

Parmi les cycles réglementaires on distingue les cycles dit « européen », « américain » et « japonais ». Dans le contexte qui nous concerne directement seul le cycle européen sera présenté.

#### I.2.1.1 Cycle européen

Comme son nom l'indique, le cycle européen NEDC (*New European Driving Cycle*) s'applique aux pays de l'Union Européenne mais également à d'autres pays du globe comme la Russie, la Turquie, l'Inde, la Chine, Singapour, etc. [Kag98]

Ce cycle représenté *Figure 8* correspond à un parcours d'environ 11 km et se compose de phases d'accélération et de décélération comprenant 4 cycles urbains identiques où la vitesse du véhicule n'excède pas les 50 km/h et une phase dite périurbaine où une vitesse maximale de 120 km/h est atteinte. Ce cycle est issu de mesures effectuées à Paris en 1962.

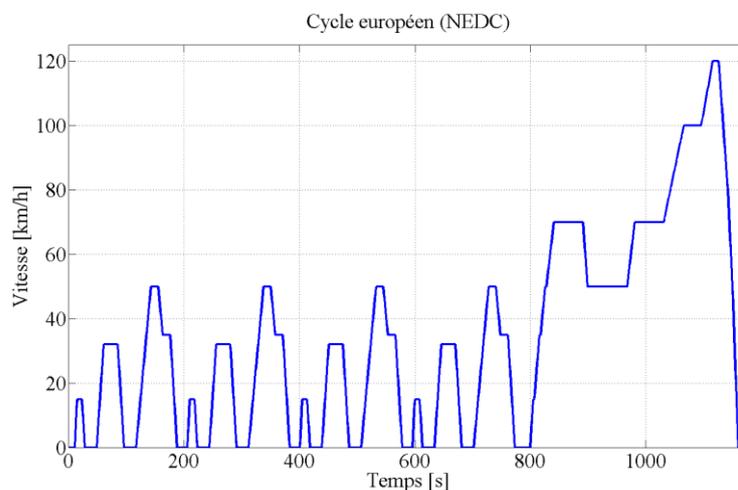


Figure 8 : Cycle européen NEDC

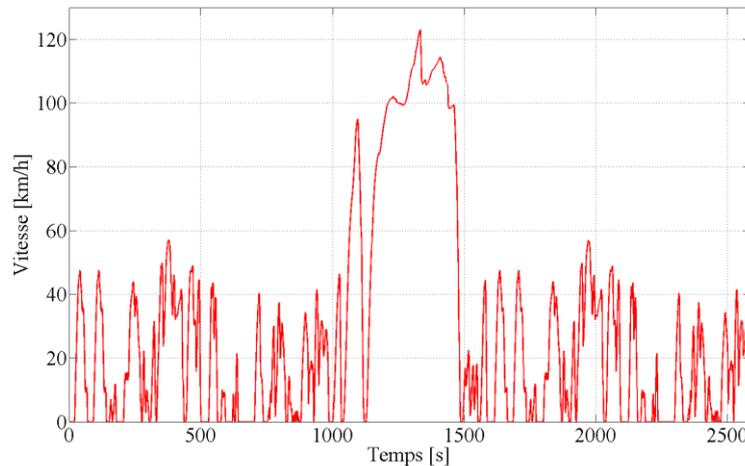
Pour être complet, un nouveau cycle baptisé WLTP pour *Worldwide harmonized Light vehicles Test Procedures* correspondant à une procédure d'essais mondiale harmonisée des voitures particulières et véhicules utilitaires légers est en cours de finalisation. Son rôle est de remplacer au plus tard en 2014 le cycle NEDC.

#### I.2.1.2 Cycle Artemis

Ce cycle baptisé Artemis pour *Assessment and Reliability of Transport Emission Models and Inventory Systems* a été développé par l'INRETS (institut national de recherche sur les

transports et leur sécurité). Son élaboration est issue des nombreuses mesures effectuées sur plus d'une centaine de véhicules légers (automobiles).

La *Figure 9* montre les caractéristiques du cycle Artemis représentant la vitesse de déplacement du véhicule en fonction du temps.



*Figure 9 : Représentation du cycle Artemis*

Au final, en plus d'être actualisé aux nouvelles infrastructures (ronds points par exemple), ce cycle est aujourd'hui le plus représentatif des trajets et des conditions de circulation. Son apport est donc essentiel à l'étude qui vise à optimiser les performances d'une machine électrique vis-à-vis de réelles conditions de route (urbaines et périurbaines).

Nous faisons alors le choix d'employer le cycle Artemis comme référence à l'ensemble de ces travaux de thèse.

## **I.2.2 Comportement des véhicules électriques et hybrides**

### **I.2.2.1 Cas des véhicules électriques**

Par définition, au sein des véhicules électriques (VE), le moteur électrique est le seul à assurer la motricité du véhicule, son cycle de roulage est par conséquent très proche de celui d'un véhicule conventionnel. Toutefois, un point important concerne les phases de décélération, pour lesquelles, il faudra veiller à récupérer un maximum d'énergie pour recharger la batterie. De plus, en raison de leur faible autonomie, ces véhicules sont principalement destinés au milieu urbain, leur comportement sera alors davantage calqué sur ces conditions de route urbaines.

### **I.2.2.2 Cas des véhicules hybrides**

La *Figure 10* présente le rendement d'un moteur thermique en fonction de sa puissance et de sa vitesse. Il est fait apparaître les points de fonctionnement maximal et nominal/moyen de l'application automobile pour laquelle un moteur thermique de 2 litres est indispensable.

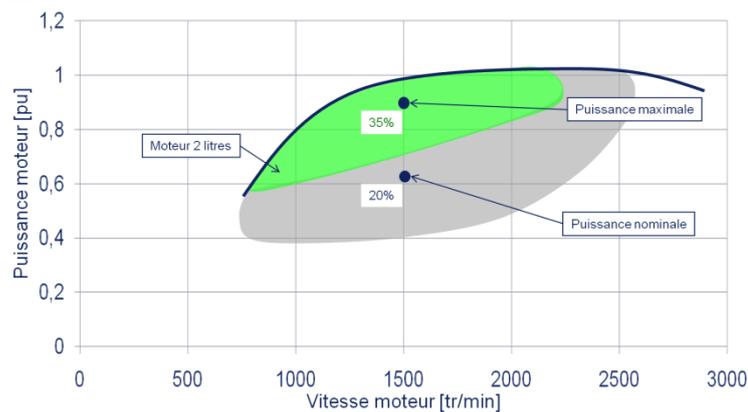


Figure 10 : Performances d'un moteur thermique vis-à-vis de l'application automobile

On constate alors que le rendement du moteur est seulement de 20% dans la zone du fonctionnement nominale alors qu'il est de 35% au voisinage de sa puissance maximale. Il est donc évident que le fonctionnement d'un moteur thermique doit se situer près de sa puissance maximale.

L'emploi d'un moteur électrique en guise d'ajout de puissance prend alors tout son sens. Celui-ci permet de sous-dimensionner le moteur thermique (en employant par exemple un moteur de 1,6 litre) qui fonctionnera près de sa puissance maximale pour le point de fonctionnement nominal de l'application automobile. Enfin, si l'application nécessite davantage de puissance, celle-ci sera fournie par le moteur électrique (Figure 11).

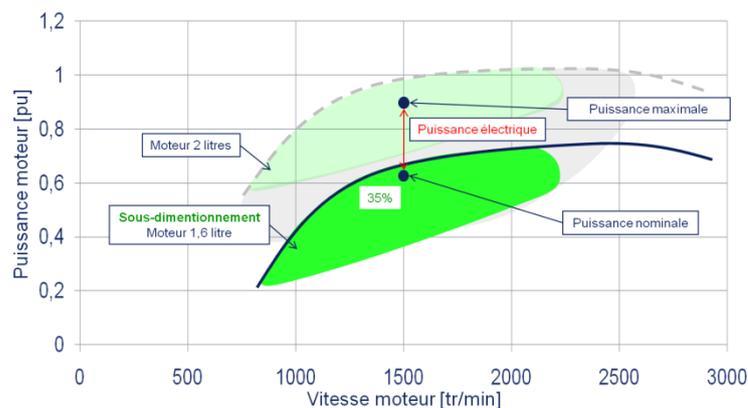


Figure 11 : Contribution d'un moteur électrique vis-à-vis des performances d'un moteur thermique

L'utilisation combinée des deux moteurs (thermique et électrique) sera employée lorsque les conditions de route ne permettent pas au moteur thermique d'assurer seul le déplacement du véhicule à une vitesse de référence.

La présence du moteur électrique offre également la possibilité de l'utiliser seul quand le rendement du moteur thermique est médiocre, c'est-à-dire, lorsque la vitesse du moteur thermique est faible, ce qui correspond généralement aux déplacements urbains.

### I.3 Analyse des différentes technologies des véhicules à moteur électrique

Historiquement, le premier véhicule à avoir dépassé la barre symbolique des  $100\text{ km/h}$  n'est autre qu'un véhicule électrique, la *Jamais Contente* de l'ingénieur et pilote belge Camille Jenatton. Cette véritable voiture de course de l'époque, en forme de torpille, est propulsée par deux moteurs électriques d'une puissance totale de  $50\text{ kW}$  qui représentent un poids de  $250\text{ kg}$ . Placés à l'arrière, les moteurs sont liés directement aux roues. Pour l'alimentation, il s'agit d'accumulateurs pesant  $650\text{ kg}$ , soit près de la moitié du poids du véhicule. Toutefois, cet événement de la fin du  $\text{XIX}^{\text{ème}}$  siècle (1899) marque la fin du véhicule électrique et l'avènement du véhicule à combustion, déjà pour des questions de coût, d'autonomie et de fiabilité.



Figure 12 : La *Jamais Contente* [Wik04a]

#### I.3.1 Technologie tout électrique

En soit, le véhicule électrique (VE) est très simple dans son principe de réalisation (Figure 13).

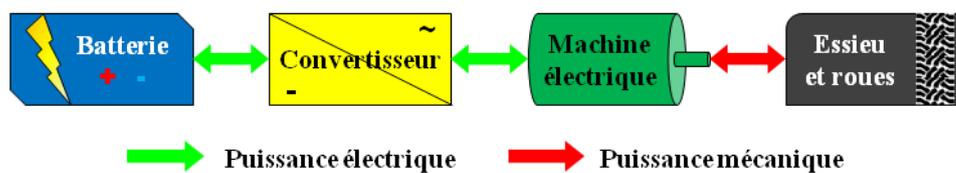


Figure 13 : Schéma bloc du véhicule électrique

Pour un fonctionnement en moteur, un élément de stockage alimente une machine pilotée par l'intermédiaire d'un convertisseur. La puissance mécanique en bout d'arbre est ensuite transmise à l'essieu et aux roues qui permettent le déplacement du véhicule. À l'inverse, lors des phases de décélération, l'énergie cinétique du véhicule est récupérée par l'intermédiaire de la machine électrique sous forme d'énergie électrique. Elle fonctionne alors en génératrice et permet de recharger la batterie.

##### I.3.1.1 Automobiles électriques dans le monde et en France

Malgré de nombreux prototypes, très peu d'applications de VE ont marqué la grande série automobile mondiale jusqu'aux années 1990. Cette date marque le retour de l'engouement pour

la voiture électrique suite aux crises pétrolières des années 70 et 80 où quelques modèles ont alors été développés par les constructeurs américains et japonais.

Sur la lignée des constructeurs américains et japonais, les constructeurs français ont tour à tour développés des véhicules électriques tels que le Kangoo electri'cité de Renault, la Peugeot 106 électrique et les Citroën AX et Saxo. Au milieu des années 1990, les premiers VE sont principalement destinés aux agglomérations et aux établissements publics. Ainsi quelques parcs automobiles ont ainsi été créés comme à La Rochelle constitué de Peugeot 106 et Citroën Saxo. Fin 2011, l'apparition de l'Autolib à Paris permet à un abonné de louer un VE, la Bluecar de Bolloré, pour se déplacer dans la capitale. Encore plus récemment Renault propose à grande échelle des modèles électriques comme la Twizy et la Zoé, deux véhicules tout électrique.

### I.3.2 Technologie hybride

Dans le contexte automobile qui nous concerne directement, le terme hybride correspond à l'association de deux éléments de nature différente.

Même si l'approche la plus conventionnelle reste l'association d'un moteur thermique à un moteur électrique, d'autres couplages sont envisageables, comme par exemple, la combinaison d'un moteur électrique à une pile à combustible décrite par Rahman [Rah06]. Dans cette configuration, il n'y a qu'un seul organe de transmission (le moteur électrique) mais les sources (la pile à combustible et la batterie) sont bien de natures différentes.

En définitif, nous ne nous intéresserons qu'aux couplages entre le moteur thermique et le moteur électrique définis sous l'appellation d'hybridations. La littérature par l'intermédiaire de Beretta [Ber05] tend à définir trois types de combinaisons hybrides : l'hybridation série, l'hybridation parallèle et l'hybridation à dérivation de puissance ou série/parallèle.

#### I.3.2.1 Hybridation série :

L'hybridation série fait référence à l'association des deux moteurs. Ainsi, le moteur à combustion est associé à un alternateur (*Figure 14*). L'énergie électrique en sortie de ce dernier peut être associée à celle de la batterie pour alimenter le moteur électrique qui assure donc seul l'entraînement du véhicule.

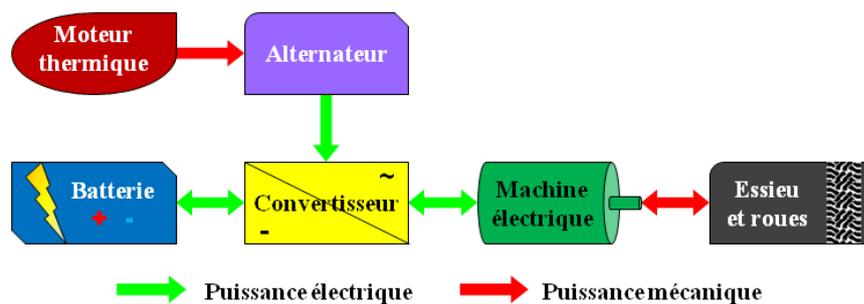


Figure 14 : Schéma de principe de l'hybridation série

Ainsi, l'hybridation série propose une unique configuration des organes de transmission qui d'un point de vue global, s'apparente à l'association d'un groupe électrogène (moteur thermique plus alternateur) monté sur une voiture tout électrique.

Le moteur thermique permet alors de subvenir aux batteries en alimentant le moteur électrique et même les recharger en fonctionnement urbain à vitesse constante. Enfin, durant les phases de freinage, le moteur électrique fonctionne en génératrice et recharge les batteries.

Cependant, l'hybridation série présente deux inconvénients. Tout d'abord, la chaîne de conversion est relativement longue (moteur thermique – alternateur – moteur électrique) et risque d'impacter sur le rendement global. D'autre part, le moteur électrique doit être dimensionné pour fournir toute la puissance de traction induisant un encombrement et un coût conséquent.

#### *Exemple d'application : le Renault Kangoo*

Un bon exemple d'application concerne le Renault Kangoo Elect'road (*Figure 15 (b)*) né de l'association d'un véhicule électrique couplé à un groupe électrogène baptisé *Range Extender*. Initialement, le Kangoo Electri'cité (*Figure 15 (a)*) est un véhicule tout électrique présentant une autonomie limitée à 90 kilomètres. Pour l'augmenter et permettre au conducteur d'être moins soucieux du niveau de la batterie, il a été ajouté un groupe électrogène. Le *Range Extender* a été dimensionné pour fournir une puissance à une conduite normale. Pour des raisons de coût, de poids et de volume celui-ci ne permet pas de recharger complètement la batterie mais de l'épauler en cas de besoin. Son rôle consiste donc à prolonger l'autonomie et assurer l'alimentation électrique dans le cas où la batterie viendrait à se vider.



Figure 15 : Kangoo Electri'cité (a); Kangoo Elect'road (b)

Lors du fonctionnement, le conducteur peut choisir d'utiliser ou non le *Range Extender*. L'intérêt majeur de ce système est de pouvoir rouler tout électrique en utilisant le prolongateur d'autonomie lorsque le niveau des batteries devient critique. Un panel de configurations des hybridations série ayant été abordé, nous allons maintenant présenter l'hybridation parallèle.

#### **I.3.2.2 Hybridation parallèle**

Le terme d'hybridation parallèle signifie que chaque moteur génère une puissance distincte pour produire une puissance de traction additionnelle. Ainsi, l'entraînement du véhicule peut être fait de trois manières : par le moteur thermique ou par le moteur électrique ou par l'association des deux.

L'hybridation parallèle offre l'avantage de pouvoir dissocier les puissances créées par les moteurs sur les deux essieux, correspondant aux véhicules quatre roues motrices. Dans la suite du paragraphe seule l'association des moteurs thermique et électrique sur un seul essieu sera abordée.

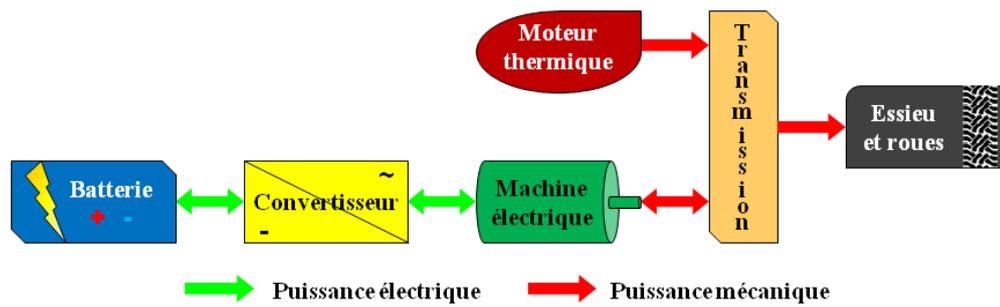


Figure 16 : Schéma de principe de l'hybridation parallèle (montage sur le même essieu)

La dissociation de puissance entre les moteurs thermique et électrique se distingue par la présence de la transmission (Figure 17) qui permet si nécessaire de coupler les deux moteurs pour tirer un maximum de puissance sur l'essieu.

#### Exemple d'applications : les Honda Insight et Civic Hybrid

Les nouvelles versions de ces véhicules permettent le passage en mode tout électrique en zone urbaine, là où le rendement du moteur thermique est relativement médiocre. À l'inverse, en zone périurbaine et sur autoroute le moteur thermique entraîne seul le véhicule, le moteur électrique aidera si nécessaire lors des dépassements. Pour les phases de décélération, le moteur électrique travaille en génératrice pour recharger les batteries. Finalement, l'intérêt de cette configuration réside dans l'assistance que porte le moteur électrique au moteur thermique lors des phases d'accélération où la consommation de carburant et l'émission de gaz polluants sont les plus importantes.

En conclusion, l'hybridation parallèle a pour avantage de ne pas modifier fondamentalement la structure des véhicules. On notera seulement l'insuffisance en terme d'apport du moteur électrique qui hors zone urbaine servira uniquement d'assistance au moteur thermique.

#### I.3.2.3 Hybridation à dérivation de puissance ou série/parallèle :

Cette hybridation est en quelque sorte la combinaison des hybridations série et parallèle. La puissance fournie par le moteur thermique permet d'entraîner le véhicule mais aussi de générer de l'énergie électrique destinée à recharger les batteries et/ou alimenter le moteur électrique. Cette séparation de la puissance a donné son nom à cette hybridation : dérivation de puissance ou série/parallèle.

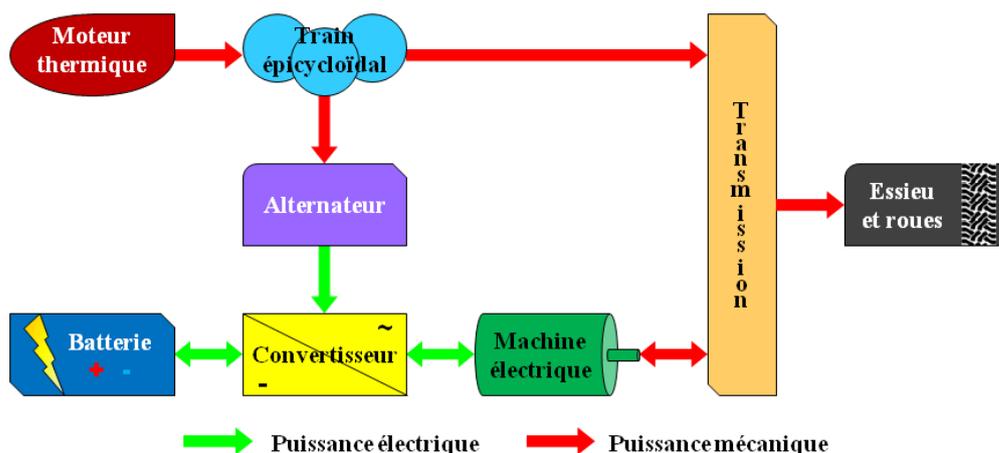


Figure 17 : Schéma de principe de l'hybridation série/parallèle

Son énorme avantage est donc de diviser la puissance fournie par le moteur thermique au moyen du train épicycloïdal (Figure 17). Les configurations sont alors multiples et certaines très intéressantes méritent d'être exposées :

- Au démarrage et à vitesse réduite, le moteur électrique est utilisé seul en raison du faible rendement du moteur thermique à basse vitesse.
- En zone périurbaine la traction se fait par les deux moteurs sans utiliser la batterie. Si la vitesse est maintenue constante, le moteur thermique entraînera l'alternateur qui rechargera la batterie.
- Lors d'une accélération pour un dépassement ou lors d'une longue montée, les batteries alimentent le moteur électrique pour fournir un maximum de puissance au véhicule.
- Les décélérations et les freinages permettent de recharger les batteries via la machine électrique fonctionnant en génératrice.
- Et à l'arrêt, toutes les sources sont coupées.

Cette hybridation est très efficace et permet de réduire significativement la consommation de carburant et les émissions de gaz polluants.

La mise en place des différents organes (moteur thermique, moteur électrique, train épicycloïdal, alternateur) est cependant plus complexe et plus onéreuse que les précédentes hybridations. Et pourtant, la Toyota Prius [Her98], pionnière de la grande série, est la voiture la plus aboutie et la plus plébiscitée par les automobilistes notamment en raison de ses performances en termes de consommation dans un contexte économique délicat.



Figure 18 : Toyota Prius III [Toy]

L'emplacement du moteur au sein du véhicule est également un point crucial. Les possibilités sont multiples et certaines présentent des avantages non négligeables sur l'agrément de conduite.

## I.4 Emplacement de la machine électrique

Quelle que soit la catégorie de véhicule, électrique ou hybride et le type d'hybridation, série, parallèle ou à dérivation de puissance, l'emplacement du moteur électrique est une réelle interrogation. Plusieurs configurations peuvent être envisagées en vue d'une intégration optimale de la machine électrique au sein du véhicule.

### I.4.1 Montage sous le capot (VH)

L'une des dispositions proposées est l'emplacement de la machine électrique sous le capot, généralement à proximité du moteur thermique quand il y en a un. Ainsi, Honda propose une configuration originale de ces deux éléments en associant la machine électrique au moteur thermique pour former un unique bloc moteur baptisé *Integrated Motor Assist* (IMA) (*Figure 19*).



Figure 19 : Bloc moteur IMA (a) monté sur la Honda Insight (b) [Ing09]

Le moteur électrique, exposé en face avant (*Figure 19 (a)*) présente un rapport diamètre/longueur important et constitué d'un bobinage sur dents. Disposé derrière lui, le moteur thermique peut être sous-dimensionné grâce à l'assistance du moteur électrique. Avec cette solution, le montage de l'ensemble se fait sous le capot, modifiant peu l'architecture d'un véhicule thermique conventionnel.

### I.4.2 Montage sur deux essieux (VH)

Sur un autre registre, il est possible de découpler chaque motorisation sur un essieu. Cette configuration est intéressante dans le sens où le découplage des puissances sur les deux essieux offre un comportement en quatre roues motrices. Cette disposition présente donc des avantages en termes de motricité, de stabilité et de sécurité. De plus, le montage du moteur thermique se faisant généralement sous le capot, le moteur électrique sera déporté sur l'essieu arrière. Cela offre l'avantage d'une invariance de l'agencement des organes montés sous le capot et permet ainsi de ne pas revoir fondamentalement l'architecture du véhicule. Finalement, cette configuration s'apparente au rajout d'un module électrique sur l'essieu arrière d'un véhicule standard.

Cette solution a notamment été mise au point par PSA sur les modèles diesels dénommés HYbrid 4 où le « 4 » traduit le comportement quatre roues motrices du véhicule.

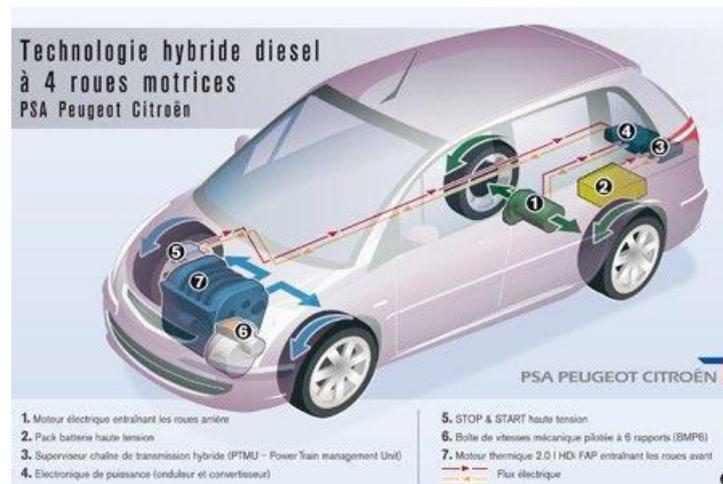


Figure 20 : Technologie HYbrid 4 de PSA [Ing09]

### I.4.3 Montage sous caisse (VE) et (VH)

Une autre configuration envisageable peut être l'implantation du moteur électrique sur l'arbre de transmission des véhicules quatre roues motrices. Il est donc intégré sous la caisse et conduit à la conception d'une machine possédant un grand rapport longueur/diamètre. La machine est alors dite « saucisson » en raison de son faible diamètre et de sa longueur relativement importante. Dès lors, les contraintes mécaniques seront plus importantes, notamment en raison de la flexion du rotor soumis à son propre poids ainsi qu'à sa vitesse critique.

### I.4.4 Montage sur les roues (VE) et (VH)

Dans ce dispositif le moteur électrique est embarqué sur chacune des roues. C'est le cas proposé par Michelin et *Active Wheel* (Figure 21). Ce système intègre quatre éléments : le pneu, les freins, l'amortisseur et le moteur électrique. Les configurations pour un VE sont donc multiples : traction, propulsion ou quatre roues motrices, et permet également d'inclure un moteur thermique pour les applications VH.



Figure 21 : Système Active Wheel de Michelin

En définitive, les solutions sont diverses et variées, et, l'emplacement de la machine électrique dépend fortement du type d'application. Dans le cadre de cette thèse et du projet Hydole, c'est le montage sur deux essieux offrant un comportement quatre roues motrices au véhicule qui a été retenu.

Les structures des véhicules électriques et hybrides, les hybridations et l'emplacement du moteur électrique ayant été traités, nous nous intéresserons désormais aux machines électriques où les avantages et les inconvénients de chaque type de machine en rapport à l'application automobile vont être détaillés.

## I.5 Machines électriques pour la motorisation automobile

La traction automobile électrique peut être réalisée au moyen de trois grands types de machines électriques, les machines à courant continu (MCC), les machines asynchrones (MAS) et les machines synchrones (MS), uniquement en adaptant le type d'alimentation ainsi que le convertisseur.

Partant de comparaisons déjà établies dans la littérature, les avantages et les inconvénients de chaque structure, vis-à-vis de l'application automobile, peuvent être aisément donnés.

En 2008, Chau [Cha08] donne une classification, non exhaustive, des machines destinées aux applications VE et VH (Figure 22) basée sur la séparation des machines avec et sans balais.

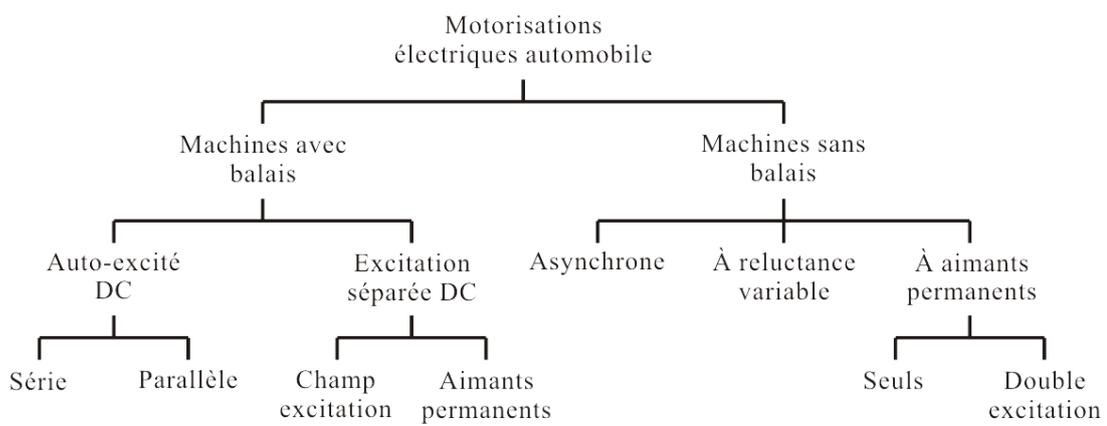


Figure 22 : Classification des machines électriques pour les applications automobiles [Cha08]

Partant de cette classification, nous débuterons ce comparatif par les machines avec balais alimentées en courant continu (DC) correspondant aux MCC.

### I.5.1 Machines à courant continu

Les MCC seront ici traitées au sens global, c'est-à-dire sans faire de réelles distinctions entre les MCC « auto excitées » (*Self-excited DC*) et les MCC à excitation séparée (*Separately DC*).

Les avantages et inconvénients de ce type de machine pour l'application automobile ont été mis en exergue par M. Vido dans sa thèse en 2004 [Vid04].

Tableau III : Avantages et inconvénients des MCC [Vid04]

Points forts	Points faibles
Défluxage facile à réaliser pour la MCC à excitation séparée	Présence du système balais collecteur nécessitant un entretien périodique
Électronique de commande simple	Couple et puissance massique
	Induit difficile à refroidir
	Coût de construction, machine complexe mécaniquement

Les MCC ont équipé les premiers véhicules électriques lancés en grande série à partir de 1995 comme les Peugeot 106 et Partner, les Citroën AX, Saxo et Berlingo. Dans le cas de la

106, la traction du véhicule est assurée par une MCC à excitation séparée qui présente des puissances nominale et maximale de 11 et 20 kW. Les batteries au nickel/cadmium offrent ainsi une autonomie maximale de 90 km.

Bien que ces machines soient une solution intéressante en raison de leur simplicité en défluxage et en pilotage. Elles ont cependant comme gros désavantage de nécessiter un entretien du système balais-collecteur et des performances intrinsèques assez modestes. Les machines à courant alternatif comme les machines asynchrones sont des solutions tout aussi plausibles pour l'application automobile.

### I.5.2 Machines asynchrones

Les machines asynchrones (MAS) sont classées en deux catégories, les MAS à cage et les MAS à rotor bobiné. Sans réaliser de distinction entre ces deux types, la MAS présente l'avantage d'être simple de fabrication et donc moins chère. De plus l'absence d'aimants ou d'un système balais-collecteur en font une machine fiable.

Cependant, le désavantage de cette machine concerne le facteur de puissance qui est assez faible, généralement compris entre 0,8 et 0,9 au point de fonctionnement nominal. L'application automobile imposant un fonctionnement sur une plage couple-vitesse assez étendue, elle ne permet pas d'obtenir un facteur de puissance global satisfaisant.

En 2007, Williamson [Wil07] décrit un dimensionnement de MAS vis-à-vis d'une application hybride, basée notamment sur les cycles de conduite américains.

Tableau IV : Avantages et inconvénients des MAS pour l'application automobile [Vid04] et [Doc10]

Points forts	Points faibles
Fabrication simple	Rendement à vitesse variable
Coût	Refroidissement difficile du rotor
Robustesse	Mauvais facteur de puissance
Ondulation de couple	Couple volumique

Par exemple, la Tesla Roadster de chez Tesla Motors comporte ce type de machine (Figure 23). Cependant, s'agissant d'un véhicule de sport, la puissance maximale de la MAS est élevée puisqu'elle atteint les 225 kW.

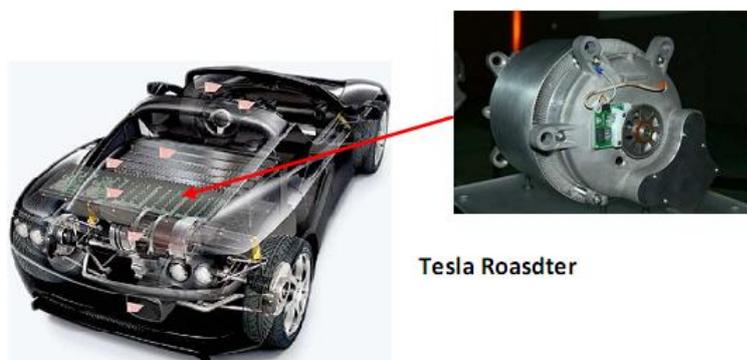
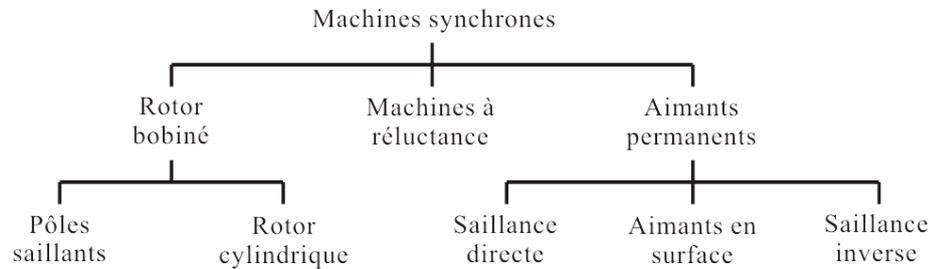


Figure 23 : Tesla Roadster de Tesla Motor [Tes] [Leg09]

### I.5.3 Machines synchrones

En 2000, Bianchi [Bia00] propose une classification des machines synchrones dissociées en trois catégories : les machines à rotor bobiné, les machines à réluctance et les machines à aimants permanents (*Figure 24*).



*Figure 24 : Classification des machines synchrones [Bia00]*

Bien que ces machines synchrones soient classifiées sous la même appellation, elles présentent entre elles des caractéristiques diverses, que l'on propose d'étudier.

#### I.5.3.1 Machines à réluctance

Les machines à réluctance peuvent se distinguer en deux types : les machines à réluctance variable (MRV) à double saillance et les machines synchrones à réluctance (MSR), présentées dans la partie subséquente.

Partant des études comparatives menées par Mlle Doc et M. Vido dans leur thèse [Doc10] [Vid04], les points forts et les points faibles de chaque structure vont être donnés.

##### *Machines à réluctance variable*

Il s'agit de machines dites à double saillance en raison de la forme du stator et du rotor. Elles présentent l'avantage d'être robuste, simple de fabrication et adaptée aux vitesses élevées (*Tableau V*).

Les MRV sont alimentées par des commutations successives en courant dans chaque phase, et, cela en fonction de la position du rotor. Un bobinage sur dent du stator est nécessaire pour assurer une polarité unique de chaque dent.

##### *Machines synchrones à réluctance ou synchro-réluctance*

À l'instar des MRV, les MSR sont conçues sur le même principe de la variation de réluctance (*Figure 25*). Par conséquent, elles peuvent partager le même rotor et ont donc les mêmes avantages que la MRV concernant le coût et l'absence de pertes Joule au rotor [Cha98] [Zai09].

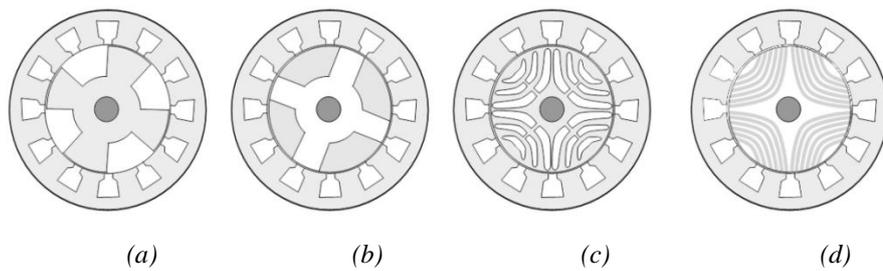


Figure 25 : Exemples de MSR [Doc10] – rotor massif (a) – rotor segmenté (b) – rotor à laminations transversales (c) – rotor à laminations axiales (d)

Le stator quant à lui reste conventionnel à celui d'une machine asynchrone ou d'une machine synchrone à aimants. L'inconvénient majeur de ce type de machines concerne le facteur de puissance souvent assez faible compris généralement entre 0,5 et 0,6 [Pri12] (Tableau VI). Néanmoins, Raminaso [Ram06] a montré qu'une optimisation menée sur ce paramètre permettait d'atteindre des valeurs dites convenables. Cependant, la réalisation de structures performantes reste relativement complexe [Soo95].

Tableau V : Avantages et inconvénients des MRV pour l'application automobile [Vid04] [Doc10]

Points forts	Points faibles
Simplicité de fabrication	Couple pulsatoire à haute vitesse
Robustesse	Facteur de puissance
Coefficient de bobinage	Vibrations
Coût	Bruit acoustique
Absence de pertes Joule au rotor	

Tableau VI : Avantages et inconvénients des MSR pour l'application automobile [Vid04] [Doc10]

Points forts	Points faibles
Vitesse de rotation élevée	Couple massique
Rendement	Facteur de puissance
Robustesse	Réalisation
Coût	
Absence de pertes Joule au rotor	

### I.5.3.2 Machines synchrones à rotor bobiné

La création de couple des machines synchrones à rotor bobiné (MSRB) (Figure 26) est obtenue par l'interaction du flux que l'on commande par l'intermédiaire du courant d'excitation, des courants du stator et des effets de saillance magnétique [Leg09]. L'absence d'aimants lui confère une plage de défluxage très importante mais des pertes Joule au rotor (Tableau VII).

Tableau VII : Avantages et inconvénients des MSRB pour l'application automobile

Points forts	Points faibles
Variable de commande par le courant d'excitation	Présence du système balais collecteur
Plage de défluxage étendue	Hacheur pour le courant d'excitation
	Pertes Joule au rotor



Figure 26 : MSRB de la Renault Kangoo [Ler]

### I.5.3.3 Machines synchrones à aimants permanents

Par définition, les machines synchrones à aimants permanents permettent de s'affranchir d'un système de conversion balai et collecteur. Le rotor ne nécessite donc pas de cuivre dédié à l'excitation, ce qui élimine la contribution des pertes Joule et offre donc un rendement plus élevé.

Certaines configurations de ces machines ont également, un bon comportement en défluxage [Ché04], toutefois, les aimants ont pour inconvénient d'être chères ce qui, au final, peut jouer en leur défaveur (Tableau VIII).

Tableau VIII : Avantages et inconvénients des MSAP pour l'application automobile [Doc10]

Points forts	Points faibles
Densité volumique de puissance	Risque de démagnétisation des aimants
Rendement	Fabrication
Défluxage	Coût
	Impact de la température sur les performances

#### Exemple de la Toyota Prius

Aujourd'hui, l'automobile la plus aboutie présentant une motorisation de type MSAP est sans conteste la Toyota Prius. Des études américaines [Hsu04] [Sta04] ont été menées sur cette structure afin d'évaluer ses performances et son comportement. Ainsi, Staunton [Sta04] donne les caractéristiques géométriques et le design de la machine.

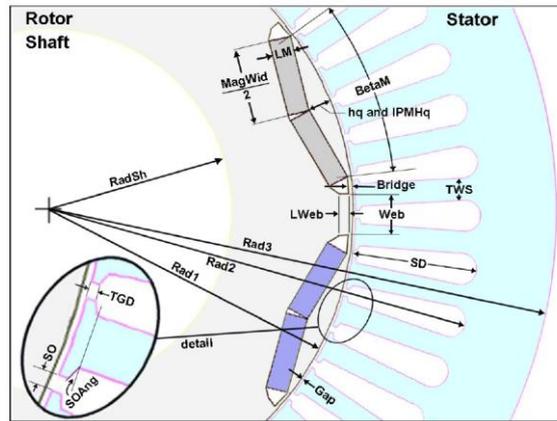


Figure 27 : Représentation du moteur électrique de la Toyota Prius [Sta04]

Nous relevons de cette étude les valeurs du rayon extérieur, de la longueur de fer et de la puissance maximale mise en jeu (Tableau IX). Cela dans la perspective de l'introduction du cahier des charges, afin d'avoir un repère de comparaison sur l'encombrement de la machine et sa puissance maximale.

Tableau IX : Caractéristiques géométriques d'un moteur électrique de la Toyota Prius

Rayon extérieur	Longueur de fer	Puissance maximale
$R_{ext}=134,62 \text{ mm}$	$L=83,57 \text{ mm}$	$P_{max}=50 \text{ kW}$

### I.5.4 Comparaison globale des structures

Au fil des années, les machines électriques équipant les automobiles ont évolué avec les avancées technologiques de l'industrie. Les premières grandes séries de véhicules ont été conçues autour de MCC, avantageuses pour leur simplicité de pilotage mais ayant un rendement assez faible et un entretien périodique. Plus tard, les MSRB puis les MAS ont été préférées aux MCC en raison du développement dans convertisseurs statiques. Aujourd'hui, les automobiles de grandes séries sont équipées pour beaucoup de MSAP en raison de leur rendement élevé.

La Figure 28 retrace l'évolution des machines électriques pour les grandes séries. Au fil des années, les machines n'ont cessé d'évoluer dans le but d'obtenir des performances en rendement, densité de puissance et vitesse maximale plus élevées.

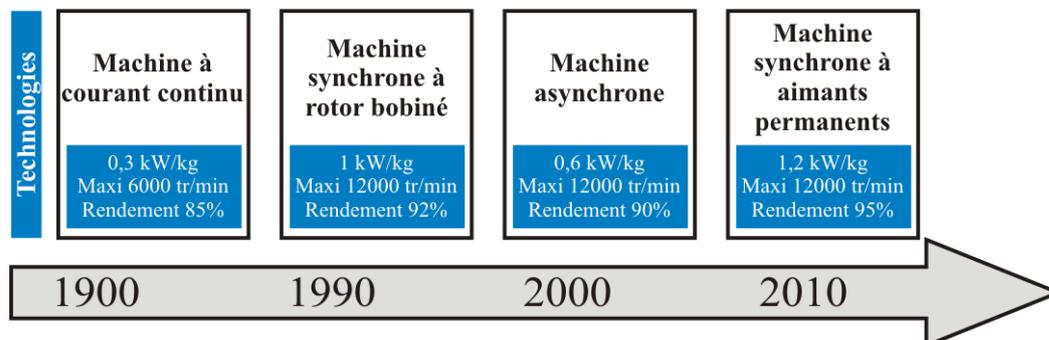


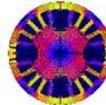
Figure 28 : Chronologie et caractéristiques des machines électriques pour l'application automobile

### I.5.5 Synthèse et choix du type de machine

Aux vues des structures et des comparaisons exposées précédemment, il apparaît important de dresser le profil de la machine adaptée à l'application de la thèse. Ainsi les parties suivantes seront consacrées à la sélection de cette machine.

Le comparatif réalisé par Zeraouia [Zer06] est repris dans le *Tableau X*, il porte sur les machines électriques destinées en particulier à l'application VH qui tend à démontrer que la MAS est la mieux adaptée à l'application VH. En effet, celle-ci présente les points forts suivants : la maturité technologique, le coût, la simplicité de réalisation et un pilotage simple.

*Tableau X : Comparaison des technologies de machines pour l'application VH [Zer06]*

<i>Systèmes de propulsion</i>				
<i>Caractéristiques</i>	MCC	MAS	MSAP	MRV
<i>Densité de puissance</i>	2,5	3,5	5	3,5
<i>Rendement</i>	2,5	3,5	5	3,5
<i>Pilotage</i>	5	5	4	3
<i>Réalisation</i>	3	5	4	5
<i>Maturité technologique</i>	5	5	4	4
<i>Coût</i>	4	5	3	4
<b><math>\Sigma</math> Total</b>	 <b>22</b>	 <b>27</b>	 <b>25</b>	 <b>23</b>

Cependant, d'autres comparatifs, tel que celui réalisé par Melfi [Mel09] démontre que la MSAP est une solution intéressante par rapport à la MAS notamment, pour les applications destinées à la variation de vitesse puisque le rendement sur une plage de vitesse étendue est nettement meilleur.

Le choix d'une machine par rapport à un autre est assez délicat. En effet, la littérature et la chronologie tendent à montrer que les MAS et les MSAP sont les deux types de machines les mieux adaptées à l'application automobile sans pour autant être unanime sur ce sujet.

En définitif, le choix de la machine sera conditionné par le cahier des charges de l'application et ses contraintes. On propose alors de présenter ces données dans la section suivante pour enfin choisir le type de machine électrique.

## I.6 Projet Hydole : cahier des charges et contraintes

Cette section introduit le cahier des charges pris pour référence tout au long de cette thèse. Plusieurs aspects sont abordés, d'une part les dimensions géométriques de la machine mais aussi les contraintes en puissance, le couple et la vitesse à tenir. Nous présenterons également les caractéristiques de l'onduleur en amont de la machine qui impose les limites en courant et en tension de l'alimentation. Les données développées dans cette partie serviront d'arguments au choix la machine.

### I.6.1 Description du projet

Le projet Hydole ou « hybride à dominante électrique » s'inscrit dans un contexte automobile où le moteur électrique sera employé au maximum lors des trajets urbains et éventuellement lors de parcours périurbains mais dans une proportion moindre. De plus, le moteur électrique sera utilisé lors des phases par ajout de puissance (*Figure 11*) caractérisant le dépassement d'un autre véhicule.

Le terme « dominante électrique » vise donc à employer au maximum la machine électrique que ce soit en zone urbaine ou périurbaine.

### I.6.2 Dimensions géométriques

Comme nous l'avons fait remarquer au cours de la description des hybridations, il est impératif que la machine électrique s'intègre au mieux dans l'architecture du véhicule. Par conséquent, elle est soumise à d'importantes contraintes en termes de volume et donc de compacité. La localisation du moteur électrique au sein du véhicule impose de respecter un gabarit défini par des valeurs minimales et maximales pour la longueur de fer et le rayon extérieur du stator, ces dernières imposées par le partenaire sont données dans le *Tableau XI*.

*Tableau XI : Contraintes géométriques de la machine*

Longueur de fer	Rayon du stator
$L_{max}=185 \text{ mm}$	$R_{ext \ max}=100 \text{ mm}$
$L_{min}=150 \text{ mm}$	$R_{ext \ min}=84 \text{ mm}$

Où  $L$  et  $R_{ext}$  traduisent respectivement la longueur de fer et le rayon extérieur du stator.

Dans le cadre de la thèse, il est envisagé de réduire le volume de la machine jusqu'aux valeurs minimales afin de simplifier l'intégration de la machine dans le véhicule.

### I.6.3 Contraintes en puissance, couple et vitesse

Les limites de l'application sont définies par les caractéristiques en vitesse, puissance et couple au point de base mais aussi par la vitesse maximale.

Le *Tableau XII* récapitule les contraintes tout en introduisant les indices considérés lors de cette thèse.

Tableau XII : Contraintes de l'application

Vitesse de base	Puissance de base	Couple de base	Vitesse maximale
$N_{base}=2263 \text{ tr/min}$	$P_{base}=50 \text{ kW}$	$C_{base}=211 \text{ N.m}$	$N_{max}=12350 \text{ tr/min}$

L'application automobile a la particularité d'avoir deux zones de fonctionnement bien distinctes, correspondant d'une part au régime de fonctionnement nominal ou moyen et d'autre part au régime de fonctionnement partiel, ponctuel ou maximal (Figure 10).

#### I.6.4 Limites en courant et en tension

L'électronique de puissance présente en amont de la machine impose les contraintes maximales en courant et en tension applicables aux bornes du moteur. Ces valeurs correspondent aux calibres des éléments de puissance. Le Tableau XIII présente les valeurs applicables dans le cadre de l'application pour ces deux contraintes.

Tableau XIII : Contraintes en courant et tension de l'application

Courant efficace maximal	Tension efficace maximale
$I_{max}=370 \text{ A}_{eff}$	$V_{max}=84 \text{ V}_{eff}$

Les paramètres  $I_{max}$  et  $V_{max}$  traduisent les valeurs maximales du courant efficace et de la tension efficace.

#### I.6.5 Choix du type de machine

Les données communiquées auparavant mettent en évidence l'importance de la compacité. En effet, le gabarit de la machine électrique doit être compris entre un volume maximal et minimal permettant son intégration au sein du véhicule.

Si l'on compare les densités volumiques de puissance maximale et minimale de l'application par rapport à celle de la Toyota Prius étudiée par Staunton [Sta04] (Tableau IX), nous observons (Figure 29) qu'elle est du même ordre de grandeur voire supérieure pour le volume minimal.

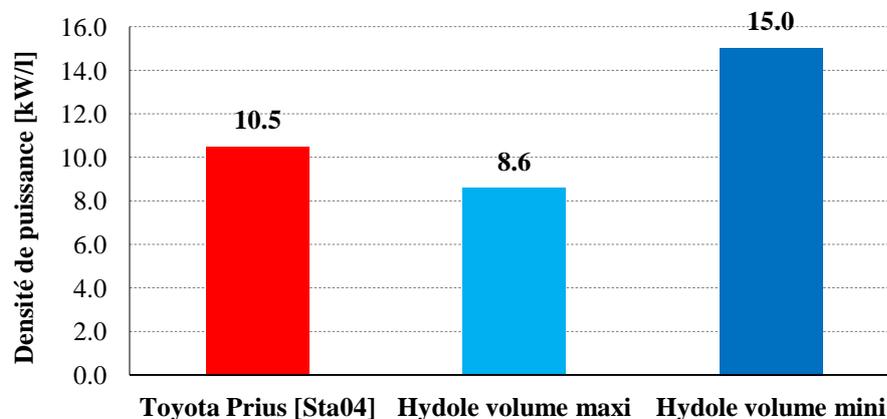


Figure 29 : Densités volumiques de puissance pour la Toyota Prius [Sta04] et l'application Hydole à gabarit maximal et minimal

Finale­ment, au regard des densités volumiques de puissance envisagées pour l'application, en comparaison de celle issue de la référence [Sta04], il devient évident que ce critère nous oblige à choisir une MSAP.

En effet, la MAS présente une densité de puissance bien inférieure à celle de la MSAP mis en avant par Bianchi [Bia98] et Zeraoulia [Zer06]. En résumé, une MAS sera incapable de fournir de façon permanente la puissance dans le volume imposé d'où le choix de la MSAP.

## I.7 Conclusion

La synthèse des premiers travaux disponibles dans la littérature permet de pointer les enjeux économique et écologique à venir dans le domaine automobile. Dans un contexte économique délicat caractérisé par une augmentation quasi constante du cours du pétrole et un contexte écologique toujours plus drastique en termes de rejets polluants, nous avons démontré l'intérêt des véhicules hybrides et électriques vis-à-vis de ces problématiques.

Plus loin, nous avons décrit les structures des VE et des VH où ces derniers peuvent être dissociés en trois catégories : les hybridations série, parallèle et à double dérivation. Nous avons également montré que l'intégration de la machine électrique au sein d'une automobile pouvait être faite de différentes manières ayant chacune des avantages et des inconvénients.

Une comparaison de l'ensemble des machines (MCC, MAS, MS), établie à partir de la littérature, a permis de dresser un bilan global vis-à-vis de l'application automobile. Ces données ont notamment mis en exergue le fait que la MAS et la MSAP étaient deux types de machines idéalement adaptées à cette application.

L'introduction du cahier des charges ainsi que les contraintes liées à l'électronique et à la géométrie a permis de conclure sur le modèle approprié à l'application. En effet, nous avons constaté qu'une machine synchrone à aimants permanents permettait de satisfaire à une densité de puissance assez drastique.

La prochaine étape consistera à prédimensionner une MSAP par ses paramètres électromagnétiques en vue de la maximisation de ses performances sur le cycle de fonctionnement.



## Chapitre II

---

# **Prédimensionnement de machines synchrones à aimants permanents**

## Sommaire Chapitre II

---

<b>II.1</b>	<b>Approche par prédimensionnement .....</b>	<b>39</b>
<b>II.2</b>	<b>Cycle de référence .....</b>	<b>40</b>
<b>II.3</b>	<b>Classification des points du cycle sous la forme de grappes .....</b>	<b>42</b>
II.3.1	Exposé de la problématique.....	42
II.3.2	Méthode de classification par partitionnement de type k-means .....	42
II.3.3	Démarche appliquée au plan puissance-vitesse.....	43
<b>II.4</b>	<b>Schéma vectoriel complet de la machine synchrone à aimants .....</b>	<b>46</b>
II.4.1	Introduction .....	46
II.4.2	Présentation du schéma vectoriel .....	46
II.4.3	Expression de la tension .....	46
II.4.4	Estimation de la puissance.....	47
<b>II.5</b>	<b>Schéma vectoriel simplifié .....</b>	<b>49</b>
II.5.1	Équations au point de base .....	49
II.5.2	Expressions à partir des paramètres électromagnétiques au point de base.....	50
<b>II.6</b>	<b>Classification des machines synchrones à aimants permanents.....</b>	<b>52</b>
II.6.1	Introduction de la saillance.....	52
II.6.2	Influence de la saillance sur la puissance .....	53
<b>II.7</b>	<b>Démarche d'optimisation.....</b>	<b>55</b>
II.7.1	Les objectifs .....	55
II.7.2	Les contraintes.....	56
II.7.3	Méthode utilisée .....	59
II.7.4	Résultats comparés du prédimensionnement.....	60
<b>II.8</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>64</b>

---

## II.1 Approche par prédimensionnement

L'objectif de ce chapitre est de justifier le choix de la structure de machine la mieux adaptée au cahier des charges caractérisé par un cycle de fonctionnement afin d'en déduire les paramètres électromagnétiques optimaux. Pour cela, nous comparerons les performances de machines synchrones à aimants permanents à saillance directe et à saillance inverse.

Pour établir ce comparatif, nous réaliserons deux hypothèses simplificatrices. La première consistera à réduire significativement le nombre de point appartenant au cycle de fonctionnement au moyen d'une méthode de classification. La seconde hypothèse admettra un modèle mathématique simplifié de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) s'apparentant à un prédimensionnement.

Ces deux simplifications auront pour but de réduire significativement les temps de calcul pour permettre une estimation des performances convenable sans toutefois altérer de façon préjudiciable les résultats réels. La notion de compromis prend ici tout son sens : compromis entre le temps de calcul et la précision.

Grâce à ces simplifications, une routine d'optimisation sera mise en œuvre pour évaluer les paramètres électromagnétiques des MSAP optimales. Il y sera comparé les performances des MSAP à saillances directe et inverse optimales. Pour finir, le choix de l'une ou de l'autre de ces structures sera argumenté et justifié.

## II.2 Cycle de référence

*Avant propos : Dans un contexte de confidentialité et en accord avec les différents partenaires, il a été décidé de ne pas présenter les résultats issus du cycle de roulage hybride. Dès lors, tout au long de cette thèse les résultats seront issus du comportement du véhicule par rapport au cycle Artemis pris en référence.*

Le cycle de roulage Artemis (*Figure 30*), pris pour référence, s'appuie sur un comportement urbain assez marqué et présente tout de même une séquence extra-urbaine.

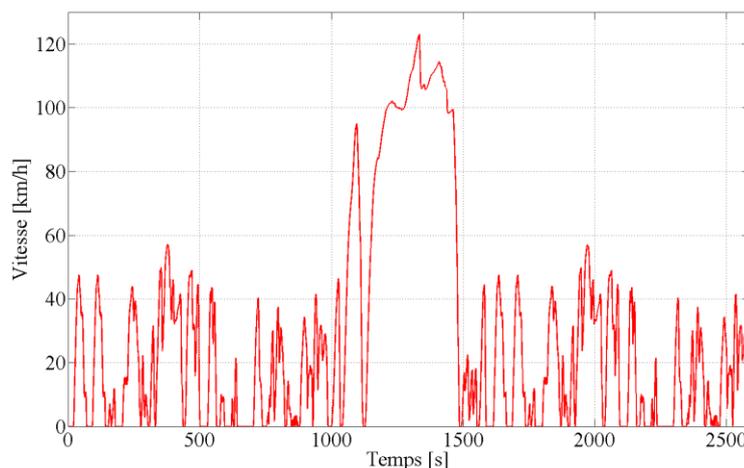


Figure 30 : Cycle de référence (1 cycle urbain + 1 cycle périurbain + 1 cycle urbain)

D'autre part, les mesures du couple en bout d'arbre de la machine menées sur ce cycle de roulage nous ont été communiquées par le partenaire afin de déduire les performances de la machine électrique. Il est représenté sur la *Figure 31*, le couple en fonction du temps correspond au cycle de roulage.

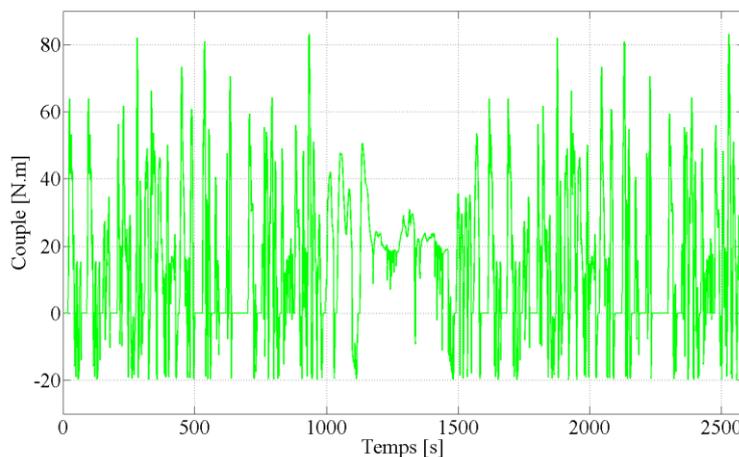


Figure 31 : Couple en bout d'arbre de la machine en fonction du temps

À partir des caractéristiques du véhicule, de sa vitesse et de son couple en bout d'arbre, nous avons réalisé une discrétisation du cycle représenté en *Figure 32* et en *Figure 33*. Elles donnent

respectivement les caractéristiques des points de fonctionnement dans les plans puissance-vitesse et couple-vitesse.

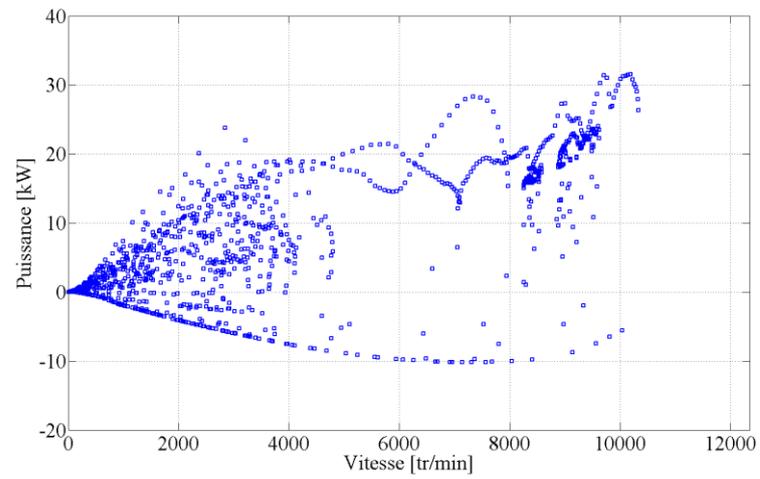


Figure 32 : Points de fonctionnement ramenés dans le plan puissance-vitesse

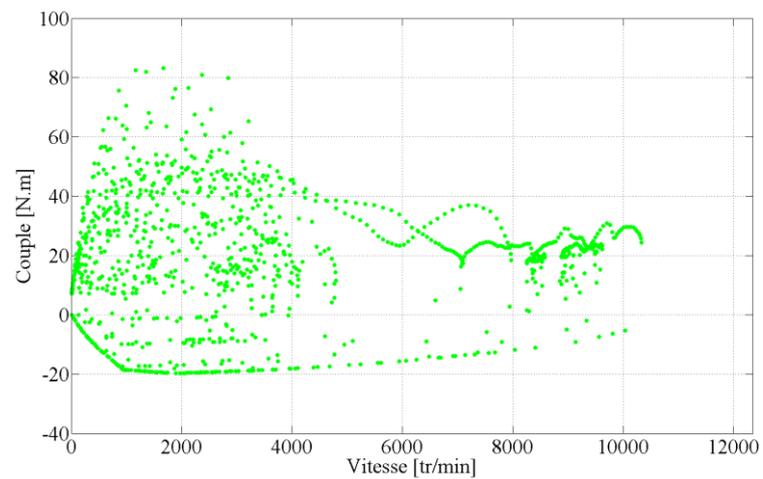


Figure 33 : Points de fonctionnement ramenés dans le plan couple-vitesse

## II.3 Classification des points du cycle sous la forme de grappes

### II.3.1 Exposé de la problématique

Au regard du nombre important de points de fonctionnement appartenant au cycle, il devient inimaginable de procéder à une évaluation des performances sur la totalité des points, sous peine d'exécuter une résolution excessivement longue.

La solution proposée consiste à regrouper des points en grappes, ou *clusters* en anglais, et de considérer le barycentre de la grappe ou *centroid* comme le point représentatif de la grappe.

La démarche de classification n'élimine pas des points, elle ne fait que classer et calculer un barycentre ou point milieu. Pour cela, nous nous appuyerons donc sur des outils de résolution existants et déjà éprouvés.

Comme le présente [Reb], la démarche de classification est basée sur plusieurs aspects dont on présente les plus importants.

- Le nombre de classe qui définit le nombre de grappes, de nuages ou de *clusters*.
- La mesure d'éloignement correspondant à la mesure ou à l'écart entre deux points, le choix se portera sur une distance euclidienne.
- Le type de méthodes employé, il a été choisi une méthode de partitionnement par regroupement autour de centre mobile. On lui préférera l'appellation anglo-saxonne *k-means* qui sera développée dans la suite.

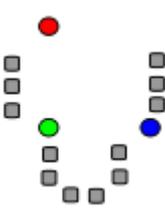
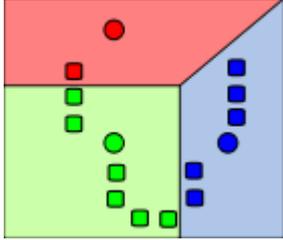
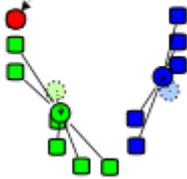
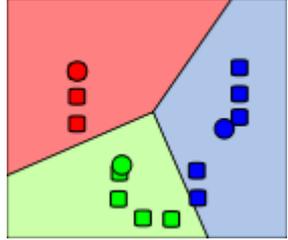
### II.3.2 Méthode de classification par partitionnement de type k-means

La méthode de classification a donc pour rôle de réunir les points du cycle sous la forme de grappes. De cette manière, un ensemble de points sera regroupé autour d'un barycentre présentant des coordonnées  $(x,y)$  du plan considéré et un poids égal au nombre de points de la grappe.

Dans le cas présenté ci-après, l'utilisateur a pour seule consigne d'imposer le nombre de grappes. Des grappes homogènes et distinctes seront représentatives d'un nombre idéal de grappes.

Le *Tableau XIV* est un extrait de la méthode de classification par partitionnement de type *k-means* [Wik05].

Tableau XIV : Méthode de partitionnement *k-means*

Présentation de la méthode classification par partitionnement de type <i>k-means</i>			
			
1) À la première itération, il est choisi aléatoirement $k$ points de départ dans le plan considéré (ici les 3 cercles colorés).	2) $k$ grappes sont ensuite créées en associant chaque carré au point le plus proche.	3) Le barycentre de chaque grappe devient alors le nouveau point de référence.	4) Les étapes 2 et 3 sont alors répétées jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

D'après Reboul [Reb], la méthode *k-means* présente l'avantage d'être rapide. Néanmoins, elle n'offre aucune garantie de la convergence vers l'optimum global et le résultat peut dépendre des points de départ. En revanche, il est possible d'exécuter plusieurs fois la résolution avec différentes conditions de départ. Dans la suite, il sera pris en compte cette remarque puisque une succession de partitionnements sera mise en œuvre.

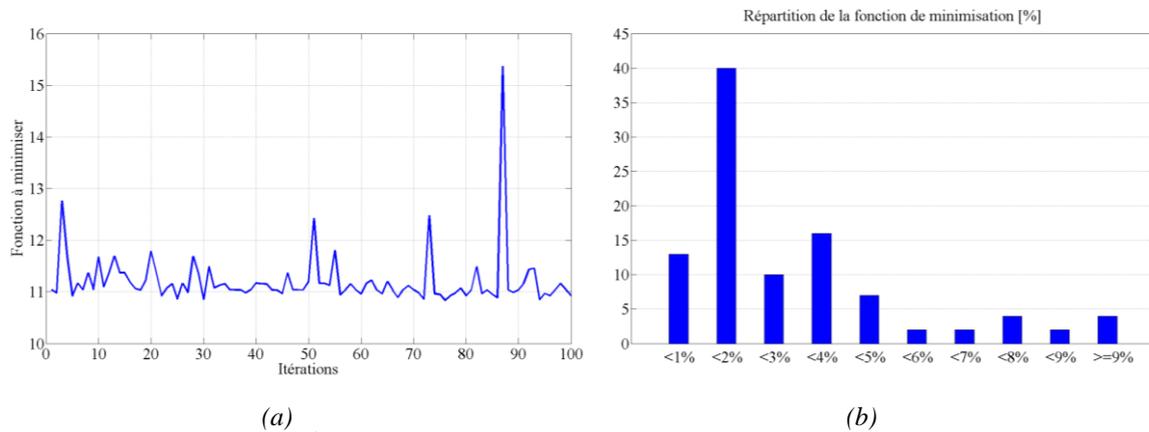
### II.3.3 Démarche appliquée au plan puissance-vitesse

Il a été choisi de travailler à partir du plan puissance-vitesse afin de regrouper les points du cycle sous la forme de grappes où chacune d'elles est définie par un point milieu et par un poids.

Dans notre cas, la démarche de classification a été séparée en deux résolutions bien distinctes afin de tenir compte des fonctionnements en moteur pour  $P > 0$  et en génératrice pour  $P < 0$ .

Le choix du nombre de grappes étant à la charge du concepteur, la solution doit présenter une image la plus juste possible du cycle. En définitive, l'analyse du concepteur est essentielle pour choisir au mieux le nombre de grappes et ainsi tendre vers une représentation du cycle la plus juste possible.

Finalement, huit grappes sont choisies pour le fonctionnement moteur et quatre grappes pour le comportement en génératrice. Afin d'être certain d'obtenir la classification optimale, la résolution est exécutée plusieurs fois et nous visualisons les valeurs de la fonction de minimisation ainsi que sa dispersion autour du minimum. La fonction objective de cette méthode consiste à minimiser la distance normée entre les points de fonctionnement et le point milieu propre à chacune des grappes.



(a) (b)  
Figure 34 : Évolution (a) et répartition (b) de la fonction de minimisation

Comme attendu, on constate que la classification ne fournit pas toujours le même résultat, cela en raison des points de départ choisis aléatoirement. Cela montre bien, qu'il était indispensable de répéter la classification sous peine d'obtenir un minimum local.

Le résultat issu de l'optimum global de la fonction de classification est présenté sur la Figure 35. Les grappes se distinguent par des couleurs différentes et le point milieu de chaque grappe est représenté par une croix rouge.

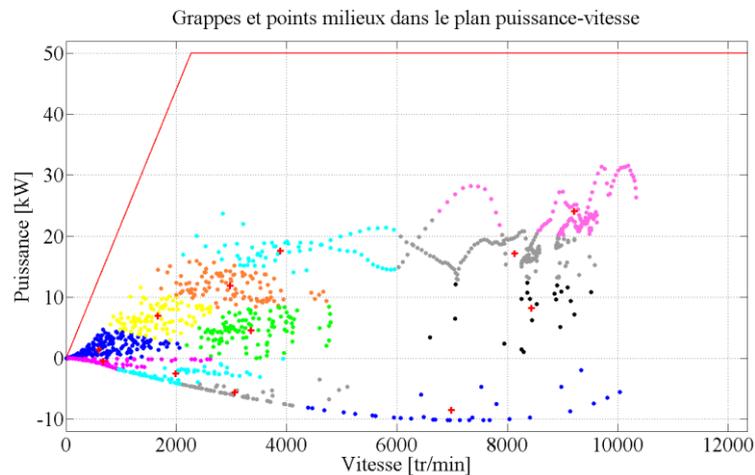


Figure 35 : Grappes et points milieux dans le plan puissance-vitesse

Dans le Tableau XV sont répertoriés les coordonnées des points milieux ainsi que leur poids respectifs correspondant au nombre de points de fonctionnement appartenant à chaque grappe.

Tableau XV : Coordonnées et poids des points milieux

Vitesse [tr/min]	Puissance [kW]	Poids
<b>Fonctionnement en moteur (P&gt;0)</b>		
8435	8,16	21
593	1,35	439
8134	17,17	180
3884	17,55	95
1666	6,9	193
2970	11,85	190
3355	4,55	223
9216	24,06	120
<b>Fonctionnement en génératrice (P&lt;0)</b>		
6983	-8,53	32
681	-0,51	202
3062	-5,65	113
1987	-2,60	170

En définitive, les coordonnées et le poids de chaque point milieu ont été obtenus pour permettre de réduire les futurs calculs pour lesquels le cycle ne sera plus représenté par plus de 2500 points mais seulement par 12.

Maintenant qu'une simplification significative a été réalisée sur le cycle de fonctionnement, on propose de développer et de simplifier le modèle de la machine à aimants.

## II.4 Schéma vectoriel complet de la machine synchrone à aimants

### II.4.1 Introduction

Le prédimensionnement de la machine électrique devant être rapide tout en restant assez précis, il est impératif d'introduire quelques hypothèses. Dans un premier temps, nous avons choisi de négliger les courants induits au sein des aimants. Dans un second temps, la saturation magnétique est volontairement négligée. Cela s'explique par le fait que les MSAP travaillent généralement en défluxage, elles présentent alors des niveaux de saturation assez faibles autorisant l'hypothèse de linéarité. Et qui plus est, cette hypothèse permet de simplifier grandement les calculs à venir.

### II.4.2 Présentation du schéma vectoriel

Le schéma vectoriel complet présenté sur la *Figure 36* inclut une réactance globale de fuite  $X_F$  qui modélise les trajets dans les têtes de bobines, les fuites d'encoches et les dispersions harmoniques. Cette inductance sera considérée isotrope. Il est aussi représenté les deux réactances « d'entrefer » notées respectivement  $X_{ad}$  et  $X_{aq}$  responsables de l'interaction utile rotor/stator pour le couple électromagnétique.

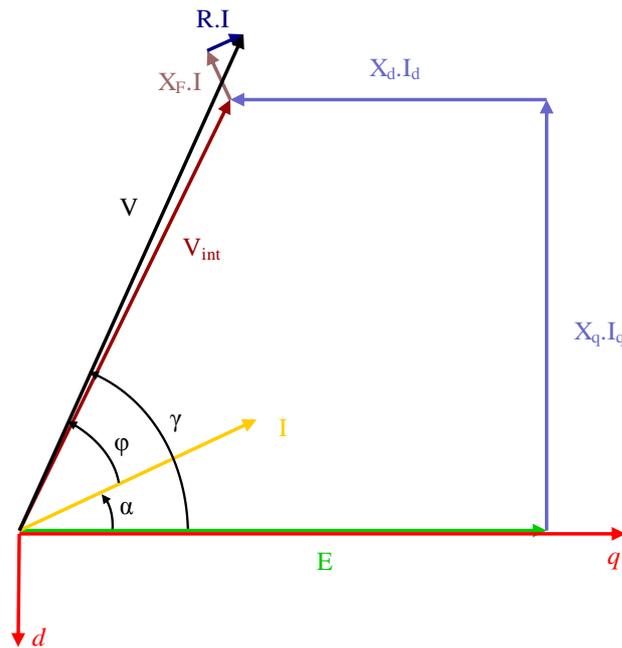


Figure 36 : Schéma vectoriel complet de la machine synchrone à aimants

Le schéma vectoriel fait également apparaître la force électromotrice  $E$  (image du flux rotorique) et la tension interne  $V_{int}$  (tension hors résistance et fuites). Par la suite, cette dernière grandeur sera comparée à la tension  $V$  (tension efficace entre phase et neutre) et quantifiera l'erreur commise lorsqu'on se placera dans le schéma simplifié.

### II.4.3 Expression de la tension

L'exploitation de ce schéma donne les paramètres électriques de la machine. Nous commençons par exprimer la tension efficace  $V$  dans le repère  $dq$ .

$$\begin{aligned}
 V \cos(\gamma) &= E - X_{ad} I \sin(\alpha) - X_F I \sin(\alpha) + R I \cos(\alpha) \\
 V \sin(\gamma) &= X_{aq} I \cos(\alpha) + X_F I \cos(\alpha) + R I \sin(\alpha)
 \end{aligned}
 \tag{II.1}$$

#### II.4.4 Estimation de la puissance

La puissance absorbée par phase  $P_{abs}$  incluant les fuites et la résistance s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 P_{abs} &= V I \cos(\varphi) \\
 P_{abs} &= V I \cos(\gamma - \alpha)
 \end{aligned}
 \tag{II.2}$$

Le développement de l'équation précédente par l'expression de la tension aboutit finalement à la formule de la puissance par phase exprimée à partir des paramètres électromagnétiques  $E$ ,  $X_{ad}$  et  $X_{aq}$ .

$$P_{abs} = E I \cos(\alpha) + (X_{aq} - X_{ad}) I^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) + R I^2
 \tag{II.3}$$

La puissance absorbée peut également être vue comme la somme de la puissance électromagnétique ( $P_{em}$ ) et des pertes Joule ( $P_j$ ).

$$P_{abs} = P_{em} + P_j
 \tag{II.4}$$

Afin d'être complet sur le bilan de puissance, on peut ajouter la contribution des pertes fer ( $P_f$ ) et des pertes mécaniques ( $p_m$ ) à celle de la puissance utile ( $P_u$ ) :

$$P_u = 3 P_{em} - P_f - p_m
 \tag{II.5}$$

Avec les deux équations précédentes, on exprime le bilan de puissance de la machine synchrone à aimants :

$$P_u = 3 P_{abs} - 3 P_j - P_f - p_m
 \tag{II.6}$$

On en déduit l'expression du bilan de puissance : la puissance utile est égale à la puissance absorbée moins la somme des pertes (*Figure 37*).

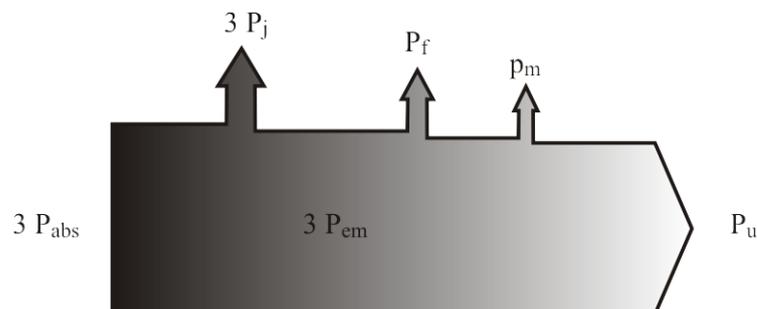


Figure 37 : Bilan de puissance de la MSAP

Au regard du schéma vectoriel (*Figure 36*), on constate que certains paramètres sont délicats à estimer précisément. Cela est notamment le cas des pertes fer qui dépendent de l'état du circuit magnétique mais aussi des pertes Joule étroitement liées à la valeur de la résistance du stator, elle même directement liée au nombre de spires, au raccordement des spires et à la température.

En définitive, le modèle complet comprend un grand nombre de variables et présente des incertitudes sur certains paramètres essentiels en vue de la modélisation.

Dans la perspective d'un prédimensionnement, le modèle complet va dès lors être simplifié pour inclure moins de variables et être plus simple de résolution.

## II.5 Schéma vectoriel simplifié

Dans le modèle simplifié, la résistance du stator, les pertes fer et mécaniques sont négligées. De plus, les notions de réactances d'entrefer et de réactances synchrones sont amalgamées. Le diagramme vectoriel présenté sur la *Figure 38* traduit ces simplifications.

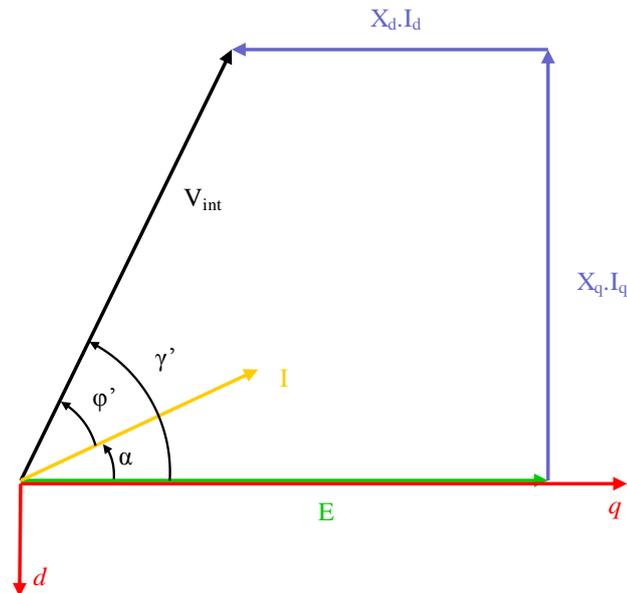


Figure 38 : Schéma vectoriel simplifié de la machine synchrone à aimants

Comme précédemment, nous exprimons la tension  $V$  qui se déduit immédiatement :

$$V = \sqrt{(E - X_d I \sin(\alpha))^2 + (X_q I \cos(\alpha))^2} \quad (II.7)$$

L'angle  $\varphi'$  correspond au facteur de puissance (entre  $I$  et  $V$ ) s'exprime à partir des angles  $\alpha$  et  $\gamma'$ , d'où l'écriture de l'équation de la puissance par phase  $P$ .

$$P = V I \cos(\varphi') \quad (II.8)$$

$$P = V I \cos(\gamma' - \alpha)$$

En développant la ligne trigonométrique, on obtient l'expression de la puissance à partir des paramètres électromagnétiques :

$$P = E I \cos(\alpha) + (X_q - X_d) I^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \quad (II.9)$$

### II.5.1 Équations au point de base

Afin de simplifier la suite des équations, nous introduisons les courants dans le repère de Park ( $I_d$  et  $I_q$ ) tel que :

$$I_d = I \sin(\alpha) \quad (II.10)$$

$$I_q = I \cos(\alpha)$$

Exprimons maintenant les équations de la tension et de la puissance au point de base. Pour ce point particulier, les paramètres électromagnétiques ( $E$ ,  $X_d$  et  $X_q$ ) et électriques porteront l'indice «  $b$  ».

$$P_b = E_b I_q + (X_{qb} - X_{db}) I_d I_q \quad (II.11)$$

$$V_b = \sqrt{(E_b - X_{db} I_d)^2 + (X_{qb} I_q)^2} \quad (II.12)$$

### II.5.2 Expressions à partir des paramètres électromagnétiques au point de base

D'après les hypothèses faites et citées en début d'étude, la force électromotrice et les réactances n'étant pas considérées comme saturables (hypothèse de linéarité), ces dernières sont directement proportionnelles à la fréquence et donc à la vitesse.

Il est alors possible d'exprimer les équations de la puissance et de la tension pour n'importe quelle vitesse de rotation et cela toujours à partir des paramètres électromagnétiques donnés au point de base. Pour cela, il est introduit le paramètre  $m$  représentant le rapport de vitesse ou de fréquence par rapport au point de base.

$$m = \frac{N}{N_b} = \frac{f}{f_b} \quad (II.13)$$

Où  $N$  et  $f$  sont respectivement la vitesse et la fréquence à un point de fonctionnement quelconque.

Les équations de la puissance totale en triphasé et de la tension font alors intervenir le paramètre  $m$  correspondant à la vitesse considérée et les paramètres électromagnétiques au point de base.

$$P_{tot} = 3 m (E_b I_q + (X_{qb} - X_{db}) I_d I_q) \quad (II.14)$$

$$V = m \sqrt{(E_b - X_{db} I_d)^2 + (X_{qb} I_q)^2} \quad (II.15)$$

L'équation du courant  $I$  en fonction des courants  $I_d$  et  $I_q$  s'exprime quant à elle par :

$$I = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \quad (II.16)$$

Afin de résoudre ce système d'équations, nous considérerons l'hypothèse consistant à minimiser la consommation en courant. La démarche de calcul à mettre œuvre pour réaliser cela s'appuie sur la résolution analytique de l'équation de la dérivée de  $I$ . Soit :

$$dI=0 \tag{II.17}$$

Nous venons d'exprimer les équations issues du diagramme vectoriel simplifié de la puissance, de la tension et du courant. Il a entre autres été introduit les paramètres électromagnétiques au point de base de la MSAP que sont  $E_b$ ,  $X_{db}$  et  $X_{dq}$ , respectivement la force électromotrice à la vitesse de base et les réactances des axes  $d$  et  $q$ .

Dans la suite, la démarche d'optimisation sera basée sur les équations (II.14), (II.15) et (II.16) et nous emploierons les résultats issus de la méthode de classification du cycle de fonctionnement (Tableau XV).

## II.6 Classification des machines synchrones à aimants permanents

### II.6.1 Introduction de la saillance

Introduites lors du *Chapitre I*, les machines synchrones à aimants permanents seront ici classées en fonction du rapport de saillance défini par la valeur du rapport des réactances entre les axes directe noté  $d$  et en quadrature noté  $q$ . Ces réactances sont respectivement notées  $X_d$  et  $X_q$ , et, le rapport de saillance  $s$ .

$$s = \frac{X_q}{X_d} \quad (II.18)$$

*Machine sans saillance ( $s \approx 1$ )*

Le premier de ces sous-ensembles correspond au cas particulier de la machine sans saillance plus généralement baptisée « machine lisse ». Pour celle-ci les réactances des axes  $d$  et  $q$  sont très proches ( $X_d \approx X_q$ ). Ce type de machine est rencontré par exemple lorsque les aimants sont placés en surface d'un rotor parfaitement cylindrique (*Figure 39 (b)*).

*Machines saillantes*

En opposition avec le cas précédent de la machine lisse, les deux autres sous ensembles regroupent les machines dites saillantes pour lesquelles ( $X_d \neq X_q$ ).

Nous distinguerons les machines dites à saillance directe pour lesquelles la réactance d'axe  $d$  est supérieure à celle de l'axe  $q$  ( $X_d > X_q$ ) et les machines à saillance inverse définies par une réactance d'axe  $q$  supérieure à celle de l'axe  $d$  ( $X_q > X_d$ ).

Un dessin valant mieux qu'un grand discours, des exemples de machines présentant des saillances différentes vont être données. Partant de ces trois représentations, nous nous attacherons à donner des explications synthétiques, rapides et peut être éloignées de réelles considérations physiques afin de simplement introduire les notions de saillances directe et inverse. Ainsi sur la *Figure 39*, nous distinguons en pointillés les trajets des lignes de champ suivant les axes  $d$  et  $q$  afin d'argumenter le raisonnement.

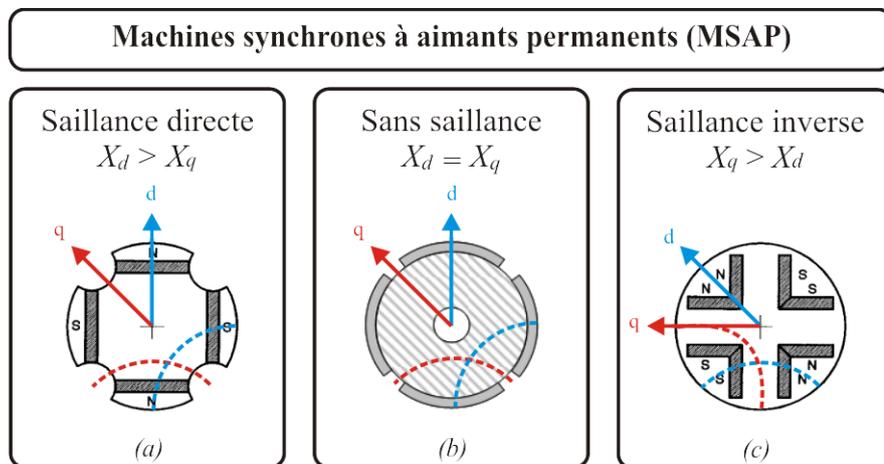


Figure 39 : (a) MSAP à saillance directe, (b) MSAP sans saillance, (c) MSAP à saillance inverse

*MSAP à saillance directe*

Tout d'abord sur la machine à saillance directe (*Figure 39 (a)*), il est évident que le passage du flux dans l'axe  $q$  est freiné par un entrefer élevé. Dans l'axe  $d$ , le passage du flux même pénalisé par la présence d'un aimant (de perméabilité incrémentale proche de l'air) est cependant plus facile. De cela, on en déduit que la réactance (image de la capacité au passage du flux) dans l'axe  $d$  est plus élevée que celle de l'axe  $q$ .

*MSAP à saillance inverse*

En ce qui concerne la machine à saillance inverse (*Figure 39 (c)*), le passage du flux dans l'axe  $q$  n'est absolument pas freiné. En revanche, le parcours dans l'axe  $d$  doit traverser deux aimants assimilables à de l'air. Ainsi, la réactance d'axe  $q$  sera supérieure à celle de l'axe  $d$ .

Ce même raisonnement est employé à la machine sans saillance (*Figure 39 (b)*) introduite précédemment. Le trajet dans l'air est alors le même pour les axes  $d$  et  $q$ , les réactances sont donc identiques.

**II.6.2 Influence de la saillance sur la puissance**

Maintenant, il reste à évaluer le type de MSAP optimal, soit avec ou sans saillance et à saillance directe ou inverse, ce point fera l'objet d'une section à part entière au cours de ce chapitre. Avant cela, nous proposons de vérifier l'influence de la saillance vis-à-vis de la puissance de la machine.

Nous commençons cette analyse en donnant l'expression par phase de la puissance en unités réduites ou per unit, image de l'équation (II.9).

$$p_{ur} = e_{ur} i_{ur} \cos(\alpha) + (x_q - x_d) i_{ur}^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \quad (II.19)$$

Où  $p_{ur}$  représente la puissance,  $e_{ur}$  la force électromotrice,  $i_{ur}$  le courant,  $x_d$  et  $x_q$  les réactances des axes  $d$  et  $q$ . Toutes ces grandeurs sont exprimées en unités réduites.

L'approche en per unit permet alors de vérifier l'influence de l'angle de calage noté  $\alpha$  en fonction du rapport de saillance entre  $x_d$  et  $x_q$ .

La *Figure 40* présente pour différentes valeurs du rapport de saillance l'évolution de la puissance réduite en fonction de l'angle de calage où l'on suppose que les grandeurs  $e$ ,  $x_d$  et  $x_q$  restent constantes.

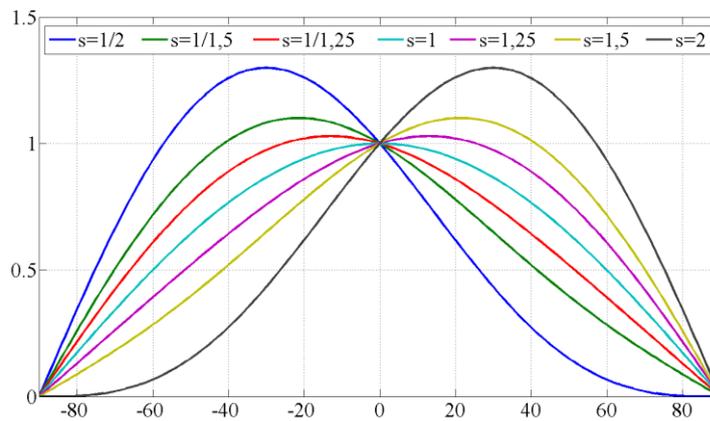


Figure 40 : Évolution de la puissance réduite en fonction de l'angle de calage et du rapport de saillance

On constate alors que quelque soit le type de saillance (directe ou inverse), celle-ci permet d'augmenter la valeur de la puissance maximale. Par exemple, un rapport de saillance d'un demi ou de deux ( $s=1/2$  ou  $s=2$ ) fournit une puissance supplémentaire de 30% par rapport à une machine sans saillance ( $s=1$ ) et cela sans modifier le courant et la force électromotrice.

Au final, cette rapide analyse démontre l'intérêt de concevoir une machine saillante qui permet d'augmenter de façon significative la puissance [Vag10].

## II.7 Démarche d'optimisation

La mise en œuvre d'une démarche d'optimisation nécessite avant toute chose de définir chacun des éléments de l'optimisation : les objectifs, les variables, la fonction objectif, les contraintes et l'algorithme d'optimisation.

### II.7.1 Les objectifs

Les équations régissant le comportement de la MSAP ayant été mises en évidence, nous cherchons à optimiser les performances des machines électriques par le triplet  $(E_b, X_{db}$  et  $X_{qb})$  sur l'application automobile définie par son cycle de fonctionnement.

Dans la section II.3, il a été extrait du cycle de fonctionnement les points milieux de chaque grappe exprimés par leurs coordonnées en puissance, couple, vitesse mais aussi leurs poids caractérisant la proportion de sollicitation de chacune des grappes.

L'application automobile étant fortement dépendante de la batterie, la consommation en courant de cette dernière est directement liée à l'autonomie du véhicule. De plus, le courant est également dimensionnant de l'électronique en amont de la machine électrique. Par conséquent, l'objectif de l'optimisation va être de déterminer le minimum de la consommation en courant sur le cycle de fonctionnement.

#### II.7.1.1 Les variables

L'objectif de ce prédimensionnement est de déduire la structure de la machine optimale définie par ses paramètres électromagnétiques. Les variables de l'application seront donc le triplet  $E_b, X_{db}$  et  $X_{qb}$  regroupées dans un vecteur  $X$ .

$$X = \{E_b, X_{db}, X_{qb}\} \in S \quad (II.20)$$

Où  $S$  correspond à l'espace de recherche des variables de  $X$ .

#### II.7.1.2 La fonction objectif

Il est entrepris de maximiser l'autonomie par l'intermédiaire de la consommation en courant le long du cycle de fonctionnement. Même si ce critère ne nous concerne pas directement, la minimisation du courant aura également pour effet de minimiser les pertes par effet Joule, à condition que le bobinage reste inchangé, ce qui d'un certain point de vu tend à maximiser indirectement le rendement.

La fonction objectif écrite pour les douze points milieux correspond à la moyenne pondérée des courants.

$$f = \left( \sum_{k=1}^N \text{signe}(P_k) p_k I_k \right) / \sum_{k=1}^N p_k \quad (II.21)$$

Où  $p_k$  représente le poids de la grappe  $k$ .

La fonction objectif inclut également le terme  $\text{signe}(P_k)$  qui correspond au signe de la puissance de la grappe  $k$ . Cela s'explique par le fait qu'en plus de la minimisation de la consommation en courant sur les phases de fonctionnement en moteur, il est important de tendre

vers une maximisation du courant renvoyé à la batterie lors des phases de freinage ou de décélération ( $P < 0$ )

## II.7.2 Les contraintes

La notion de contraintes est extrêmement importante puisqu'elles garantissent qu'une solution respectera des critères définis au préalable. Dans notre cas, les contraintes seront directement liées au comportement du véhicule mais aussi aux caractéristiques de l'onduleur en amont de la MSAP.

### II.7.2.1 Définition de l'enveloppe modélisant les contraintes maximales

Les contraintes sont définies par les valeurs maximales de la puissance  $P_{max}$  et du couple  $C_{max}$  aux vitesses de base  $N_{base}$  et maximales  $N_{max}$ . Ces points limites qui définissent les contraintes sont modélisés par une enveloppe dans les plans couple-vitesse et puissance vitesse (Figure 41). En 2000, les travaux de Bianchi [Bia00] mettent en évidence trois exemples de configurations du duo de points que sont le point de base « B » et le point en défluxage à vitesse maximale « FW » pour *Flux-Weakening* en anglais. Ces exemples sont donnés par un rapport de défluxage égal à 4.

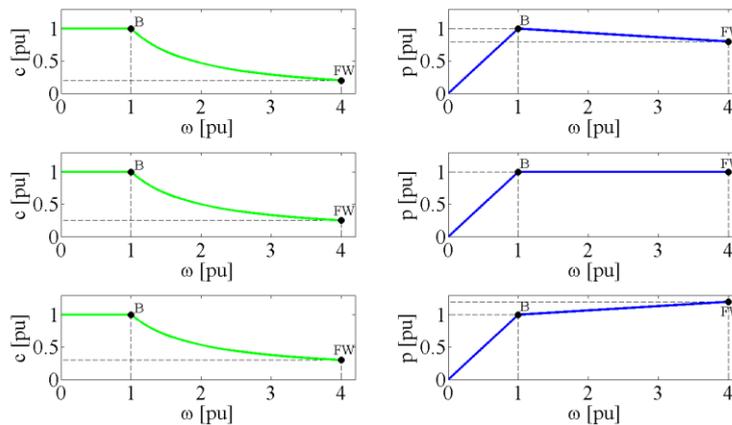


Figure 41 : Différentes configurations du point de défluxage (FW) [Bia00]

On constate alors que suivant la stratégie mise en œuvre, il est possible d'obtenir plus ou moins de couple à la vitesse maximale. Le choix doit donc dépendre du comportement du véhicule, ce que l'on propose d'analyser tout de suite.

#### Comportement du véhicule

La configuration à retenir doit s'appuyer sur l'application automobile pour laquelle un couple élevé est nécessaire au démarrage pour entrainer le véhicule. Les cas particuliers d'un démarrage en côte ou de la montée d'un trottoir sont deux configurations qui tendent à imposer un fort couple au démarrage.

Une fois le véhicule « lancé », les efforts demandés au moteur électrique sont moindres. Ils consistent aux pires des cas à des configurations où la pente de la route est importante et/ou un dépassement est nécessaire. Le couple à fournir est alors nettement plus faible qu'à basse vitesse.

### Choix de la stratégie pour les contraintes

Il a été fait le choix d'une stratégie qui consiste à maintenir le couple constant et égal au couple maximal à basse vitesse et cela jusqu'à la vitesse de base. Pour la suite, lorsque la vitesse est supérieure à celle du point de base, la puissance sera maintenue constante d'où une évolution parabolique du couple en fonction de la vitesse.

Finalement, il s'agit d'une stratégie dite classique utilisée par de nombreux auteurs parmi eux, Slemon en 1995 [Sle95]. Au regard de la *Figure 41*, cette configuration présente l'avantage de conserver les valeurs maximales du couple et de la puissance. Il n'y a donc pas de surdimensionnement ou de sousdimensionnement du point à vitesse maximale.

Les deux figures à venir décrivent les contraintes maximales à garantir par la machine.

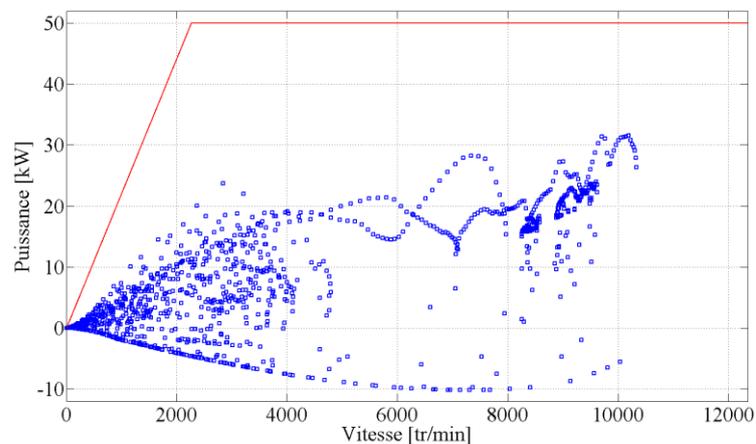


Figure 42 : Points de fonctionnement et l'enveloppe dans le plan puissance-vitesse

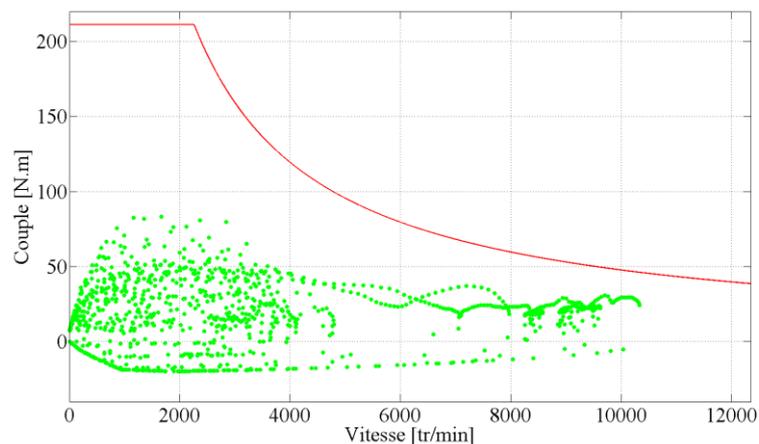


Figure 43 : Points de fonctionnement et l'enveloppe dans le plan couple-vitesse

La ligne continue rouge correspond aux contraintes maximales que doit satisfaire la machine. Le cycle de fonctionnement traduisant un comportement de roulage standard, c'est-à-dire, le véhicule à vide (hormis le conducteur !) sur une de route peu marquée, il est donc tout à fait normal d'être assez éloigné des contraintes maximales.

Maintenant que les contraintes maximales ont été définies par l'enveloppe, nous allons mettre en équation l'ensemble des contraintes nécessaires à la démarche d'optimisation. Ces équations sont directement liées au comportement du véhicule mais aussi aux caractéristiques de l'onduleur en amont de la MSAP.

### II.7.2.2 Mise en équation des contraintes

#### *Électronique de puissance*

Le point de base étant le plus contraignant puisque défini pour la puissance maximale et le couple maximal, il est considéré comme dimensionnant et donc pris pour référence dans l'écriture des contraintes.

Le courant et la tension doivent impérativement être inférieurs aux grandeurs maximales supportées par l'électronique de puissance (calibres en courant et tension de l'onduleur).

$$\begin{aligned} I_b &\leq I_{max\ onduleur} \\ V_b &\leq V_{max\ onduleur} \end{aligned} \quad (II.22)$$

En toute logique, la machine doit être dimensionnée de manière à fournir la puissance maximale avec au maximum le courant  $I_{max\ onduleur}$  et la tension  $V_{max\ onduleur}$  à la vitesse de base.

#### *Comportement sur cycle*

Comme il vient d'être écrit, la tension doit impérativement être inférieure ou égale à la tension maximale fournie par l'onduleur mais aussi être supérieure à zéro. Il faut alors vérifier l'inégalité :

$$0 < V \leq V_{max\ onduleur} \quad (II.23)$$

#### *Comportement automobile*

Une autre contrainte moins évidente que la précédente concerne le cas de la puissance nulle à la vitesse maximale.

Il s'agit d'une configuration susceptible d'être rencontrée. En effet, lorsque le véhicule est à vitesse élevée, la puissance à fournir pour garder la vitesse constante doit approximativement correspondre aux frottements de l'air sur le véhicule et des pneus sur la route. Sur un faux plat descendant, la pente peut compenser les pertes par frottement ce qui tend à imposer au moteur une puissance nulle.

Dès lors, pour ce point de fonctionnement particulier ( $P=0$  et  $N=N_{max}$ ), la machine doit pouvoir se défluxer avec un courant inférieur au courant du calibre de l'onduleur pour une puissance égale à zéro, soit :

$$0 = E_b I_q + (X_{qb} - X_{db}) I_d I_q \quad (II.24)$$

Il apparaît évident que la solution  $I_q=0$  est solution de cette équation. Dans ce cas, la tension interne s'exprime par :

$$V = m_{max} (E_b - X_{db} I_d) \quad (II.25)$$

Où  $m_{max}$  représente le rapport de vitesse (ou de défluxage) maximal.

Maintenant, pour que le courant  $I_d$  soit inférieur au courant maximal et que la tension reste supérieure à zéro, il convient de vérifier l'inégalité suivante :

$$0 < E_b - \frac{V}{m_{max}} \leq X_{db} I_{max \text{ onduleur}} \quad (II.26)$$

### *Court-circuit*

Une configuration particulière concerne le court-circuit, ce comportement peut par exemple être observé lors d'un court-circuit entre spires, cette configuration donne par définition une puissance nulle. Cela est équivalent à l'équation (II.24).

La tension est par définition nulle et pour  $I_q = 0$ , qui vérifie l'équation de la puissance nulle, il en est déduit l'égalité suivante :

$$E_b = X_{db} I_{cc} \quad (II.27)$$

Il faudra alors veiller à ne pas dépasser le courant maximal en cas de court-circuit ( $I_{cc} \leq I_{max \text{ onduleur}}$ ). Soit à partir de l'expression précédente :

$$\frac{E_b}{X_{db}} \leq I_{max \text{ onduleur}} \quad (II.28)$$

### *Rapport de saillance*

Une autre contrainte importante concerne le rapport de saillance noté  $s$  correspondant au rapport entre les réactances  $X_q$  et  $X_d$ . L'évaluation des réactances et la force électromotrice se faisant à partir du circuit magnétique de la tôle rotor, ces paramètres tendent donc à définir la géométrie de la tôle. La littérature par l'intermédiaire de [Bia02] et [Sch12] tend à prouver qu'il n'est pas aisé d'obtenir des rapports de saillances élevés.

Dès lors, pour tendre vers une structure envisageable et réalisable de MSAP, il est imposé comme butée un rapport de saillance  $s$  de  $1/3$  pour la MSAP à saillance directe et de  $3$  pour la MSAP à saillance inverse.

$$1/3 \leq s \leq 1 \quad \text{pour les MSAP à saillance directe} \quad (II.29)$$

$$1 \leq s \leq 3 \quad \text{pour les MSAP à saillance inverse} \quad (II.30)$$

Dans la suite, nous désignerons l'ensemble des contraintes par le vecteur  $g(X)$ .

### **II.7.3 Méthode utilisée**

La démarche d'optimisation s'appuie sur un algorithme qui a pour rôle de converger vers le minimum de la fonction objectif notée  $f$ , à partir des variables  $E_b$ ,  $X_{db}$  et  $X_{qb}$ , cela, sous

contrainte des équations décrites auparavant. Cette optimisation en accord avec les notations de Brisset [Bri07] peut s'exprimer sous la formulation donnée ci-après.

$$\begin{aligned}
 & \min f(X) \\
 & X = \{E_b, X_{db}, X_{qb}\} \in S \\
 & \text{sc:} \\
 & g(X) < 0
 \end{aligned}
 \tag{II.31}$$

L'optimisation mise en œuvre est basée sur un algorithme stochastique de type évolution différentielle. La présentation en détail de cet algorithme se fera dans le chapitre dédié à l'optimisation et ne sera pas traitée ici.

Au final, la résolution par optimisation fournit la valeur minimale de la fonction objectif ainsi que le triplet solution de cette optimisation. Désormais, il va être confronté les résultats de chaque structure, c'est-à-dire les résultats la machine optimale à saillance directe comparés à la machine optimale à saillance inverse.

## II.7.4 Résultats comparés du prédimensionnement

### II.7.4.1 Valeurs de l'optimum pour chaque structure

Chaque optimisation a retourné les valeurs des fonctions objectifs qui traduisent une image de la consommation en courant. Celles-ci permettent d'évaluer directement les performances d'une machine vis-à-vis de l'autre.

$$\begin{aligned}
 f_{SD} &= 37,48 \\
 f_{SI} &= 37,17
 \end{aligned}
 \tag{II.32}$$

Les résultats traduisent que les deux MSAP optimales sont très proches. Même si la MSAP à saillance inverse est un peu meilleure que la MSAP à saillance directe, les deux structures sont toujours envisageables aux seules vues de la consommation en courant.

### II.7.4.2 Les variables optimales

La routine d'optimisation renvoie également les valeurs des variables optimales.

$$\begin{aligned}
 X_{SD} &= [53,7341 \quad 0,2931 \quad 0,1014] \\
 X_{SI} &= [55,2528 \quad 0,2830 \quad 0,8488]
 \end{aligned}
 \tag{II.33}$$

Où les vecteurs  $X$  représentent respectivement la force électromotrice et les réactances des axes  $d$  et  $q$ .

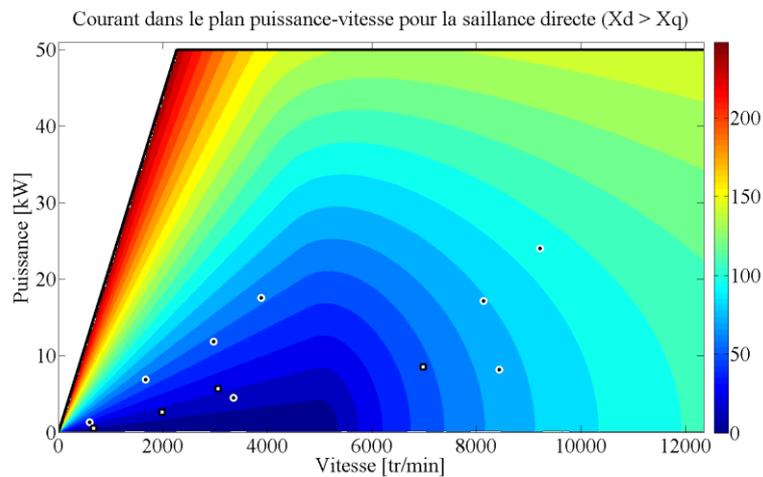
Au regard de ces résultats, les forces électromotrices et les réactances d'axe  $d$  sont très proches. Cela s'explique notamment par les contraintes identiques aux deux configurations hormis le rapport de saillance. Sur ce dernier point, il est intéressant de constater que les deux résultats optimaux tendent avoir un rapport de saillance proche de la contrainte qui correspond aux extrémums du rapport de saillance.

### II.7.4.3 Comparaison des courants dans le plan puissance-vitesse

À ce stade, il est impossible de choisir rigoureusement l'une ou l'autre des structures de MSAP. Avec l'idée de n'en sélectionner qu'une seule, il est envisagé de confronter les résultats de chaque MSAP afin d'évaluer les écarts entre elles et de mettre en avant les zones du plan puissance-vitesse sujettes à d'importants écarts.

*Résultats de la MSAP à saillance directe :*

L'évaluation des courants sur la totalité du plan puissance vitesse a été mise en œuvre. Celle-ci est donnée sur la *Figure 44*.



*Figure 44 : Résultats des la consommation en courant dans le plan puissance vitesse pour la MSAP à saillance directe optimale*

Deux types de marqueurs sont présents sur cette figure. Les plus nombreux avec un centre noir et un contour blanc représentent les *centroids* du fonctionnement moteur ( $P > 0$ ). Afin de ne pas alourdir la représentation de la figure les *centroids* du comportement en génératrice ont été basculés dans le plan positif. Ils sont représentés par un centre blanc et un contour noir. Pour rappel, les *centroids* du plan complet (positif et négatif) sont représentés sur la *Figure 35*.

Résultats de la MSAP à saillance inverse :

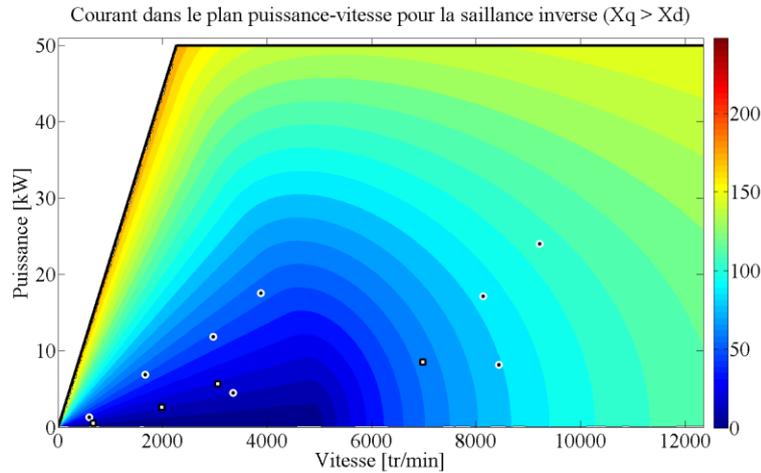


Figure 45 : Résultats des la consommation en courant dans le plan puissance vitesse pour la MSAP à saillance inverse optimale

Les deux résultats étant représentés avec la même échelle, cela permet d'ores et déjà de voir que le courant maximal au point de base est nettement plus faible pour la MSAP à saillance inverse. Même si ce point de fonctionnement n'est pas utile au résultat de la fonction objectif, il est tout de même dimensionnant pour la machine et pour l'électronique en amont. Le point fort de la MSAP à saillance inverse est donc de pouvoir envisager une diminution du calibre de l'électronique ce qui est très intéressant pour des critères de coût et d'encombrement.

Afin de comparer d'avantage les résultats précédents, il a été choisi de superposer les deux plans issus des résultats optimaux pour y présenter les zones où une MSAP est meilleure qu'une autre.

#### Comparaison des deux plans

L'équation traduisant l'écart en pourcentage entre les courants des MSAP à saillance directe et inverse s'exprime de la façon suivante :

$$\varepsilon = \frac{I_{SI} - I_{SD}}{I_{SD}} \times 100 \quad (II.34)$$

Lorsque epsilon est positif, le courant de la MSAP à saillance inverse est supérieur à celui de la MSAP à saillance directe. Cette dernière est logiquement considérée comme meilleure vis-à-vis de la consommation en courant.

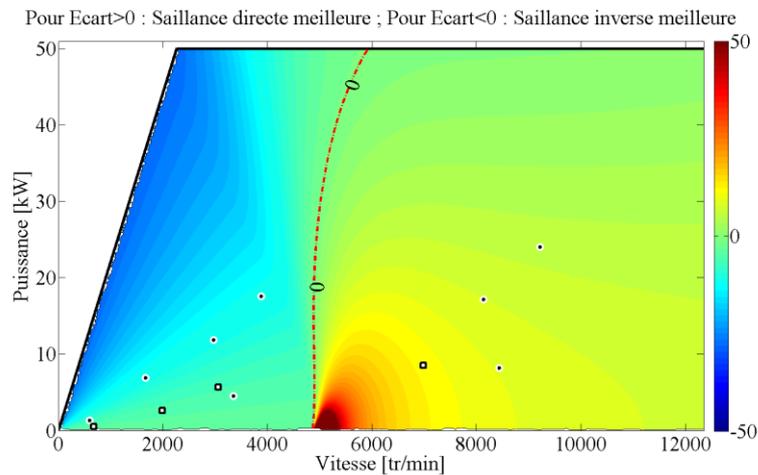


Figure 46 : Ecart de la consommation en courant des MSAP à saillance directe et inverse optimales

En définitive, cette comparaison de la consommation en courant pour les MSAP à saillance directe et inverse optimales fournit de nombreuses informations.

Le trait discontinu rouge représente la frontière le long de laquelle la consommation en courant est identique pour les deux machines, le plan puissance-vitesse est donc divisé en deux zones. Sur la partie bleutée de gauche, la MSAP à saillance inverse est considérée comme meilleure. A l'inverse, la partie de droite correspond à la plage de fonctionnement où la MSAP à saillance directe est la meilleure. En résumé, la saillance inverse se prête d'avantage aux basses vitesses alors que la saillance directe est mieux adaptée aux hautes vitesses.

De plus, si l'on s'intéresse au point de base, la consommation en courant est effectivement plus faible avec la MSAP à saillance inverse.

D'autre part, la présence des points milieux nous informe sur le choix de la meilleure des deux machines. En effet, la majorité des points milieux se situe dans la zone bleutée où qui plus est, le poids des *centroids* est plus important.

En conclusion, la machine optimale à saillance inverse présente de nets avantages par rapport à la MSAP optimale à saillance directe. Ce résultat était loin d'être évident au regard de la fonction objectif. Nous avons dû pour cela comparer les deux solutions optimales par rapport à leur consommation en courant et visualiser les forces et les faiblesses de chacune.

Dès lors, la MSAP à saillance inverse sera exclusivement étudiée dans la suite de la thèse.

## **II.8 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous venons de proposer une approche par prédimensionnement de machine synchrone à aimants permanents destinée à une application automobile.

Ce cas particulier d'application ne pouvant être dimensionné sur un unique point de fonctionnement, il a été entrepris d'utiliser un cycle de route typique caractérisant le comportement réel du véhicule. Cette étude sur cycle a nécessité l'utilisation d'une démarche de classification qui consiste à regrouper des points de fonctionnement voisin en une grappe. Le nombre d'évaluations qui régit le comportement du véhicule ayant été grandement réduit, il a été entrepris de prédimensionner une machine à aimants.

Ce prédimensionnement a pour but d'évaluer les paramètres électromagnétiques optimaux vis-à-vis du cahier des charges. Des optimisations ont par la suite été menées et ont permis de confronter deux résultats prometteurs.

En définitive, le choix s'est porté sur la MSAP à saillance inverse. Cette solution, loin d'être évidente au départ, est issue du prédimensionnement et de l'optimisation des MSAP grâce à la classification des points de fonctionnement.

## Chapitre III

---

# **Définition et modélisation par les éléments finis de la machine double aimant**

## Sommaire Chapitre III

---

<b>III.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>67</b>
<b>III.2</b>	<b>Structure du rotor de la MSAP .....</b>	<b>68</b>
III.2.1	Analyse des paramètres électromagnétiques optimaux .....	68
III.2.2	Positionnement des aimants .....	68
III.2.3	Nombre de paires de pôles .....	72
III.2.4	Les ponts de saturation .....	74
<b>III.3</b>	<b>Structure du stator et du bobinage de la MSAP .....</b>	<b>76</b>
III.3.1	Le bobinage à pas diamétral .....	76
III.3.2	Le bobinage à pas raccourci .....	76
III.3.3	Le bobinage à pas fractionnaire .....	77
III.3.4	Les autres bobinages .....	77
III.3.5	Choix du bobinage .....	78
<b>III.4</b>	<b>Définition des matériaux de la MSAP .....</b>	<b>79</b>
III.4.1	Justification du choix des aimants .....	79
<b>III.5</b>	<b>Modèle éléments finis de la machine double aimant .....</b>	<b>81</b>
III.5.1	Repère de définition .....	81
III.5.2	Repères du modèle éléments finis .....	82
III.5.3	Évolution du couple .....	83
III.5.4	Évolution du couple moyen en fonction de l'angle de calage .....	84
<b>III.6</b>	<b>Détermination des paramètres électromagnétiques .....</b>	<b>87</b>
III.6.1	La force électromotrice à vide .....	87
III.6.2	Inductance d'axe $d$ .....	88
III.6.3	Inductance d'axe $q$ .....	89
III.6.4	Rapport de saillance .....	90
<b>III.7</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>92</b>

---

### III.1 Introduction

Comme nous venons de le montrer dans le chapitre précédent, le choix de la MSAP s'est porté sur une structure à saillance inverse. Dans ce chapitre, nous présenterons la démarche de conception qui nous a permis d'aboutir à une solution originale et innovante de la tôle rotor et baptisée machine « double aimant ». Nous décrirons notamment les critères indispensables au choix du nombre de paires de pôles et au choix du bobinage, cela en vue de l'application automobile. Nous aborderons également la problématique économique rencontrée lors de la thèse suite à la hausse du prix des aimants permanents en terres rares.

Après cela, nous introduirons le modèle éléments finis (EF) de la machine double aimant où une première analyse sur le couple, sa moyenne et son taux d'ondulation sera développée. Nous présenterons ensuite une démarche issue de la littérature destinée à réduire considérablement le nombre de résolutions lors du calcul du couple moyen.

Pour finir, nous représenterons au moyen des EF les trajets des lignes de champ et les inductions dans l'entrefer pour l'évaluation des paramètres électromagnétiques que sont la force électromotrice et les inductances des axes  $d$  et  $q$ . Une dernière analyse sera établie sur l'évolution des inductances et du rapport de saillance en fonction du courant, image de l'état de saturation de la machine. L'ensemble de ces relevés et de ces observations permettra de dire si une optimisation par les EF pour l'application automobile est envisageable.

## III.2 Structure du rotor de la MSAP

Tout d'abord, la démarche mise en œuvre qui aboutira à une structure assez particulière du rotor de la MSAP sera décrite. Cette démarche pas à pas se base sur des observations du circuit magnétique et s'appuie sur les résultats issus du prédimensionnement optimal.

### III.2.1 Analyse des paramètres électromagnétiques optimaux

Pour rappel, nous donnons le jeu de paramètres noté  $X$  de la MSAP optimale à saillance inverse qui répond au mieux à l'application.

$$X = [55,2528 \quad 0,2830 \quad 0,8488] \quad (III.1)$$

Où le vecteur  $X$  correspond à la force électromotrice et aux réactances des axes  $d$  et  $q$  au point de base.

Au regard des valeurs des paramètres électromagnétiques optimaux issues du prédimensionnement, la MSAP doit d'une part favoriser le passage du flux dans l'axe  $q$ , d'autre part, limiter le passage du flux d'axe  $d$  et également tendre vers une valeur élevée de la force électromotrice.

Dès lors, cette analyse conditionne les choix de la structure du rotor de la MSAP. Pour cela, la démarche débute par le positionnement des aimants permanents.

### III.2.2 Positionnement des aimants

La valeur importante de la force électromotrice au point de base conduit à la maximisation de la contribution des aimants. En d'autres termes, on veillera à maximiser le flux rotorique.

Même si de nombreuses configurations sont envisageables pour le positionnement des aimants [Hip92], [Nag05], [Liu11] et [Kim12], nous avons choisi une structure à concentration de flux qui répond au mieux à la maximisation du flux rotorique.

La représentation d'une telle structure est fournie en *Figure 47* dans le cas d'une unique paire de pôles.

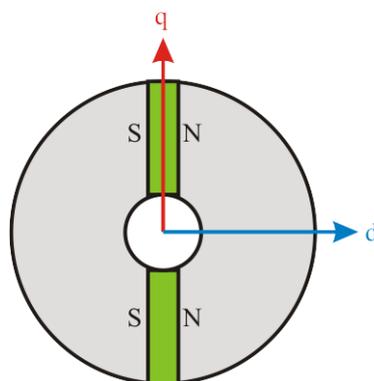


Figure 47 : Représentation classique d'une MSAP à concentration de flux

Désormais, si nous nous intéressons aux autres paramètres et en accord avec la démarche qui consiste à tendre vers les résultats du prédimensionnement, il est entrepris de favoriser le passage du flux dans l'axe  $q$  tout en limitant le flux dans l'axe  $d$ .

En l'état actuel, la machine représentée *Figure 47* va à contre-sens de ce souhait. En effet, la perméabilité de l'aimant étant à ce niveau de la modélisation assimilable à celle de l'air, le flux d'axe  $q$  sera impacté par la présence de l'aimant dans cet axe. Cependant, le flux d'axe  $d$  est quant à lui limité en raison de l'aimant, ce qui va dans notre sens. En résumé, cette configuration tend à obtenir une MSAP avec un flux rotorique assez important mais avec un rapport de saillance très faible voire quasi unitaire.

Cette solution n'étant pas envisageable, il est choisi de conserver le principe de concentration de flux mais en favorisant le passage du flux dans l'axe  $q$ . Pour cela, l'aimant a été séparé en deux parties de même volume que l'aimant de la *Figure 47*.

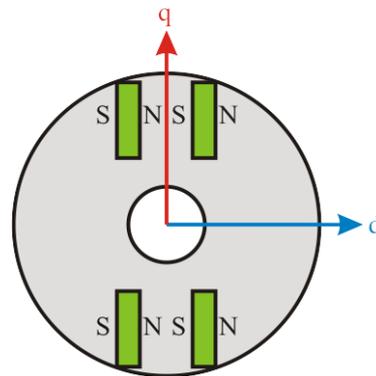


Figure 48 : Evolution 1 de la MSAP

La présence du canal de fer dans l'axe  $q$  assure le passage du flux dans cet axe, cependant, il se pose le problème des fuites assimilables à un court-circuit magnétique. En effet, dans cette situation le flux rotor se reboucle sur lui-même, ce qui tend à n'avoir aucune induction dans l'entrefer produite par les aimants. Cette solution est donc inenvisageable.

Malgré cela, nous ne sommes pas si loin de l'objectif qui consiste à maximiser la contribution des aimants et le flux d'axe  $q$  tout en freinant le flux d'axe  $d$ .

Pour tendre vers cette solution, nous proposons d'introduire une nappe d'air au sein de la tôle rotor afin de réduire au maximum les fuites magnétiques de la structure précédente. Cette solution est représentée *Figure 49*.

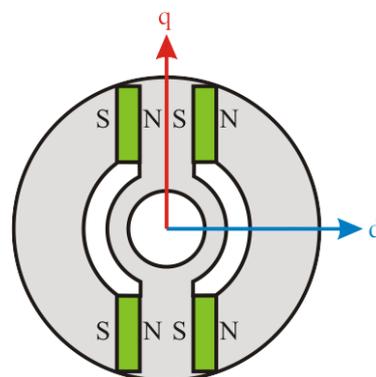


Figure 49 : Evolution 2 de la MSAP

Dans cet état, la tôle rotor est malheureusement constituée de trois parties ce qui la rend dans cet état inconcevable industriellement.

Afin d'obtenir une solution pertinente et réalisable, nous proposons de placer des ponts magnétiques entre les pièces rotoriques. D'une part, pour maintenir les pièces rotoriques entre elles et ainsi obtenir une conception monobloc de la tôle, et d'autre part, pour garantir la tenue en vitesse des aimants dans leur emplacement et ainsi éviter leur centrifugation.

Malgré d'inévitables fuites dues aux ponts, ces derniers se comportent d'un point de vue magnétique comme de l'air pour un niveau de saturation élevé. Cette saturation permanente et élevée est garantie par les aimants au voisinage des ponts où au final une partie de leur flux est perdue au travers des ponts.

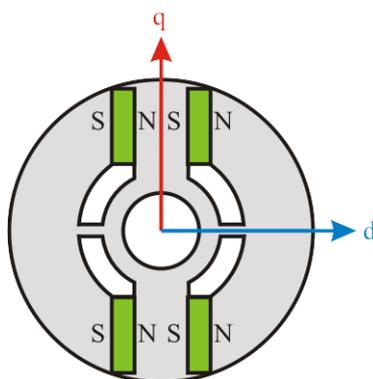


Figure 50 : Evolution 3 de la MSAP

À présent, la tenue mécanique est assurée, la tôle rotor est constituée d'un seul élément, la concentration de flux est bien présente, le flux d'axe  $q$  a un canal de fer pour être maximisé et le flux d'axe  $d$  est freiné par la présence des aimants.

Cette approche très schématique mérite tout de même d'être vérifiée par le calcul notamment pour la tenue mécanique mais surtout pour la partie magnétique.

De ce fait, on propose de relever les lignes de champ et les niveaux d'induction de la géométrie donnée en Figure 50. L'objectif est de confirmer la démarche de conception de la tôle rotor décrite auparavant où nous nous appuyerons sur une modélisation par les éléments finis. Afin de ne pas tenir compte des effets indésirables liés au stator tels que les harmoniques d'espace, les ouvertures et les fuites d'encoches, le stator sera considéré comme plein. Une nappe de courant disposée dans l'entrefer permettra d'assurer l'interaction rotor/stator.

Via les éléments finis, on relève les tracés des lignes de champ et des inductions dans la machine dans les cas distincts où les aimants sont seuls (sans courant) puis pour les courants de même amplitude orientés suivant les axes  $d$  puis  $q$ , cette fois sans les aimants. Les tôles magnétiques sont logiquement considérées comme non linéaires ou saturables pour tenir compte de la saturation des ponts.

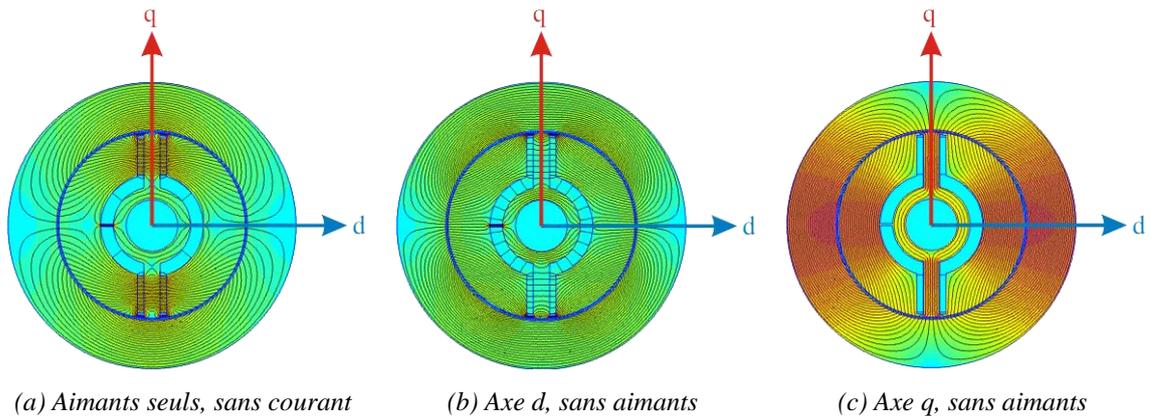


Figure 51 : Relevés éléments finis de la machine élémentaire

Grâce à ces relevés en Figure 51, on constate que l'objectif espéré est atteint. En effet, sur la figure de gauche, les lignes de champ confirment la notion de concentration de flux désirée et pour laquelle celui-ci est maximal dans l'axe  $d$ . En comparant les figures du centre et de droite, on observe que le passage du flux est plus facile suivant l'axe  $q$ , cela est mis en avant par le dégradé des niveaux d'induction.

Outre l'observation des cartographies issues des relevés éléments finis, on propose tout de même de suivre l'évolution du flux capté, sur chacun des axes, sur une période où l'axe  $q$  est pris comme point de départ de la période. Nous faisons également apparaître leur fondamental nécessaires à l'évaluation des flux, des inductances et des réactances des axes  $d$  et  $q$ , et, du rapport de saillance.

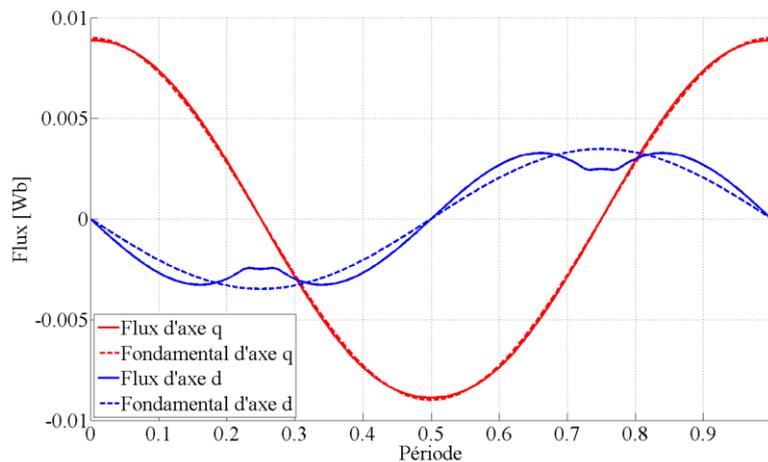


Figure 52 : Évolution des flux  $d$  et  $q$  sur une période et de leur fondamental

Pour la géométrie considérée auparavant, nous relevons un rapport de saillance de 2,59.

En définitive, cette structure de machine semble tout à fait respecter les attentes et valide donc la démarche entreprise. Toutefois, les contraintes mécaniques devant être vérifiées sur une tôle réelle, il convient au préalable de définir le nombre de paires de pôle de la machine.

### III.2.3 Nombre de paires de pôles

Dans la formule classique du couple donnée en (III.2), ce dernier semble proportionnel au nombre de paires de pôles noté  $p$ . Alors, il paraît évident d'augmenter  $p$  pour augmenter le couple disponible.

$$C = \frac{3p}{2} (\phi_d I_q - \phi_q I_d) \quad (III.2)$$

Or, les flux sont proportionnels à la surface d'échange rotor/stator qui elle-même est inversement proportionnel à  $p$ . En conclusion, le choix du nombre de paires de pôles ne peut pas être convenu aussi facilement et nécessite une autre approche.

Désormais,  $p$  semble plus délicat à évaluer puisqu'il régit son environnement, c'est-à-dire les comportements magnétique, électrique et mécanique de la machine.

#### III.2.3.1 Influence sur la tenue mécanique

Concernant la tenue mécanique, il paraît judicieux de tendre vers un nombre de paires de pôles assez élevé pour garantir un fort maintien de la tôle rotor et ainsi avoir une répartition plus grande des efforts.

En contrepartie, l'augmentation de  $p$  tend obligatoirement à augmenter le nombre de ponts de saturation. Dès lors, si  $p$  est très grand, la tôle risque d'être très découpée et de présenter peu de surface de fer qui aura pour conséquence de limiter le passage du flux.

#### III.2.3.2 Influence sur les fuites magnétiques

À propos de l'influence sur les fuites magnétiques, si  $p$  est très grand et avec deux aimants par pôle et trois ponts par pôle, les fuites dans ces derniers risquent d'être assez importantes et limiter l'échange utile rotor/stator.

#### III.2.3.3 Influence sur la fréquence d'alimentation

La machine synchrone à aimants étant en aval d'un onduleur piloté dans notre cas par une Modulation à Largeur d'Impulsion (MLI), il convient de quantifier les fréquences des signaux mises en jeu.

Pour la vitesse maximale de l'application notée  $N_{max}$  en tr/min, la fréquence du fondamental qui sera maximale et notée  $f_{max\ fondamental}$  s'exprime par l'équation suivante :

$$f_{max\ fondamental} = \frac{p}{60} N_{max} \quad (III.3)$$

Par principe, la MLI comprend une fréquence de découpage supérieure à celle du fondamental. La fréquence de découpage correspond à la fréquence de commutation des composants de puissance.

Elle s'exprime à partir de la fréquence du fondamental et du rapport de modulation  $m_{od}$ .

$$f_{découpage} = m_{od} \times f_{fondamental} \quad (III.4)$$

Bien entendu, les fréquences de commutation sont technologiquement limitées et les fréquences élevées tendent à augmenter significativement les pertes par commutation de l'onduleur.

Ainsi, un nombre élevé de paires de pôles est proscrit puisqu'au meilleur des cas l'électronique aura un faible rendement. Au pire des cas, elle sera incapable de suivre la consigne de vitesse.

#### III.2.3.4 Influence des contraintes géométriques

Comme nous l'avons vu lors de la description du cahier des charges (*Chapitre I*), les contraintes géométriques de la machine électrique sont assez drastiques car la machine doit impérativement respecter un gabarit. Dans ce cas, il convient d'augmenter le nombre de paires de pôles afin de réduire la hauteur de la culasse.

#### III.2.3.5 Influence sur les pertes fer

Les pertes fer dépendent directement du niveau de saturation et des fréquences d'alimentation. Un compromis est donc à faire puisque pour une géométrie de machine imposée, la diminution du nombre de paire de pôle tend à augmenter l'état de saturation de la culasse mais elle diminue par là même la fréquence. À l'inverse, l'augmentation de  $p$  permet de réduire l'induction au stator mais augmente la fréquence.

#### III.2.3.6 Bilan sur le choix du nombre de paire de pôles

Nous commençons par fournir une représentation des différentes configurations de la tôle rotor en fonction du nombre de paires de pôles pour  $p$  allant de 1 à 6.

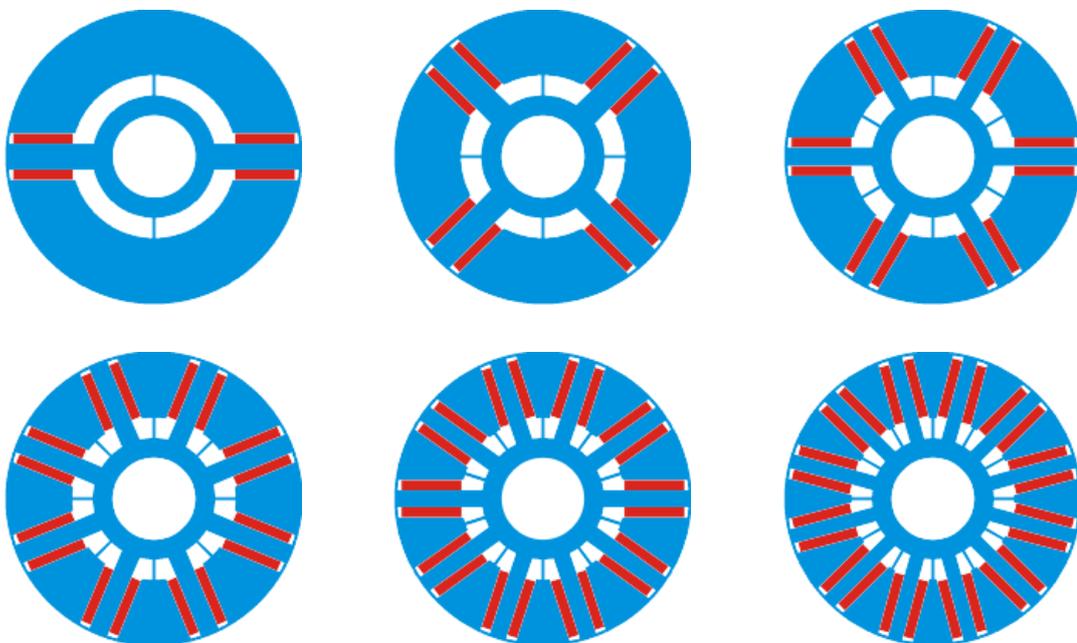


Figure 53 : Représentation des différentes configurations pour  $p=1$  à 6

Afin de classer les nombres de paires de pôles par rapport aux critères cités auparavant, les configurations sont listées sous la forme d'un tableau où chaque critère est noté entre 0 et 5 suite aux remarques faites dans chaque paragraphe. On affecte en plus un poids à chaque critère

correspondant à son degré d'importance. En effet, on préférera se soucier d'avantage de la contrainte d'encombrement plutôt que des fuites magnétiques.

Le *Tableau XVI* regroupe le classement réalisé en fonction des critères et de leur poids.

*Tableau XVI : Classement des configurations du nombre de paires de pôle en fonction de l'impact de certains critères : mécanique, magnétique, fréquentiel, géométrique et thermique*

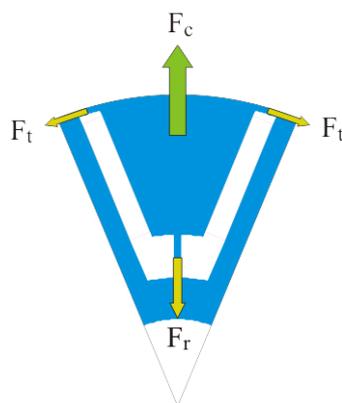
	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=6	Poids
<b>Tenue mécanique</b>	0	1	2	3	4	5	3
<b>Fuites magnétiques</b>	5	4	3	2	1	0	1
<b>Fréquences</b>	5	4	3	2	1	0	2
<b>Hauteur de la culasse</b>	0	1	2	3	4	5	3
<b>Pertes fer</b>	0	2	5	5	3	1	2
<b>Total</b>	15	22	31	34	33	32	

Au final, il est assez délicat de dire qu'une paire de pôle est rigoureusement meilleure que sa voisine. Partant des différents aspects traités auparavant et des compromis à effectuer entre eux, nous avons finalement fait le choix d'une structure à quatre paires de pôles. Cette configuration est un excellent compromis entre tous les critères et présente l'avantage d'influencer à la réduction du volume de la machine en comparaison de  $p=3$ .

### III.2.4 Les ponts de saturation

Maintenant que la configuration d'ensemble du rotor a été définie par l'intermédiaire du nombre de paires de pôle, on peut désormais s'interroger sur les contraintes mécaniques dues aux vitesses de rotation élevées.

Dans cette analyse, nous négligeons l'influence des aimants, ils sont remplacés par de l'air sur la *Figure 54*. On considère donc la géométrie simplifiée ci-dessous, qui montre la composition vectorielle des forces.



*Figure 54 : Composition vectorielle des forces sur le rotor de la MSAP*

La force centrifuge notée  $F_c$  appliquée doit être équilibrée par la combinaison de la force sur le pont radial  $F_r$  et les deux forces sur les ponts tangentiels  $F_t$ .

La présence des aimants au sein de la tôle rotor tend inévitablement à augmenter la valeur de la force centrifuge. Par conséquent, les ponts radiaux et tangentiels doivent être en mesure de maintenir la tenue mécanique de l'ensemble pour la haute vitesse.

Ces considérations étant assez éloignées des objectifs de cette thèse, un service interne de mécanique nous a fourni les tolérances minimales à appliquer aux ponts pour garantir la tenue en vitesse de la tôle rotor.

Maintenant que le nombre de paires de pôles et les tolérances sur les ponts ont été définis, nous allons développer la géométrie et le bobinage du stator.

### III.3 Structure du stator et du bobinage de la MSAP

La complexité concernant le stator réside dans le choix du nombre de dents et à posteriori le type de bobinage. En effet, de multiples combinaisons sont envisageables, de nombreuses sont d'ailleurs décrites par [Sai01]. Avant toute chose, il convient de donner l'expression du nombre d'encoches par pôle et par phase ici noté  $N_{ep}$ .

$$N_{ep} = \frac{N_{enc}}{2 p N_{ph}} \quad (III.5)$$

Où  $N_{enc}$  correspond au nombre d'encoches du stator et  $N_{ph}$  au nombre de phases (ici égal à 3).

#### III.3.1 Le bobinage à pas diamétral

Un bobinage est dit à pas diamétral pour une valeur entière de  $N_{ep}$  et lorsque toutes les encoches sont parcourues par une unique phase. Nous donnons d'ailleurs trois exemples de bobinage à pas diamétral dans le cas où  $N_{ep}=1, 2$  et  $3$  avec  $p=4$ . *Figure 55*, ces représentations sont données dans les configurations du cahier des charges, c'est-à-dire pour un rayon extérieur imposé.

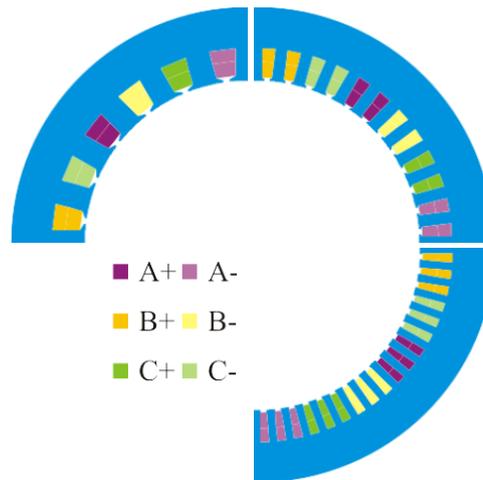


Figure 55 : Exemples de bobinages à pas diamétral pour  $N_{ep}=1, 2$  et  $3$

À noter que le bobinage où  $N_{ep}=1$  est à proscrire car le taux d'harmoniques y est très élevé. De plus, dans la configuration où  $N_{ep}=3$ , les dents présentent des largeurs assez faibles (de l'ordre de  $2\text{ mm}$ ), elles risquent donc de poser des difficultés lors de la découpe des tôles ou bien encore lors de l'insertion des conducteurs dans les encoches.

#### III.3.2 Le bobinage à pas raccourci

L'utilisation de ce type de bobinage implique la réalisation de deux couches ou deux étages de conducteurs dans l'encoche. Un avantage de ce bobinage par rapport à celui à pas diamétral concerne l'allure de la force magnétomotrice ici d'avantage sinusoïdale et permet une baisse notable de l'amplitude des harmoniques d'espace. Néanmoins, l'amplitude maximale de la force magnétomotrice est réduite en raison de l'étalement des conducteurs [Sai01].

Pour le cas répondant le mieux aux critères de performances et de faisabilité, c'est-à-dire pour  $N_{ep}$  égal à deux, nous donnons la représentation du bobinage pour un pas de

raccourcissement de  $5/6$ . Celui-ci a pour avantage de réduire fortement l'amplitude des harmoniques des rangs 5 et 7.

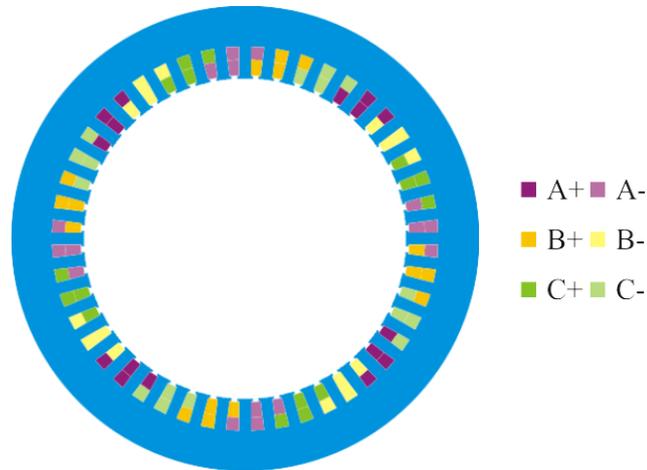


Figure 56 : Exemple de bobinage à pas raccourci de  $5/6$  pour  $N_{epp}=2$

### III.3.3 Le bobinage à pas fractionnaire

Dans les cas traités jusqu'à présent, un nombre entier du nombre d'encoches par pôle et par phase conduisait soit à une configuration proscrite ( $N_{epp}=1$ ), soit à une configuration irréalisable technologiquement ( $N_{epp}=3$ ). Dès lors, il ne reste qu'une unique possibilité :  $N_{epp}=2$ .

Dans un contexte de recherche et d'innovation qui nous concerne directement, on propose de s'intéresser au bobinage à pas fractionnaire pour lequel il n'y a pas un nombre entier d'encoche par pôle et par phase.

De nombreuses publications parmi lesquelles [Cal38], [Liw43], [Bia06] et [Gro08] abordent les notions fondamentales de ce type de bobinage. Le premier avantage concerne la réduction des harmoniques de denture, ce qui réduit significativement les ondulations de couple. Le second avantage concerne la tolérance aux défauts. Il est entendu par défaut, d'une part, le fait de supporter momentanément une défaillance, par exemple, un court-circuit entre phase ou un court-circuit triphasé, sans endommager la machine. Et d'autre part, de travailler même dans des conditions de fonctionnement défectueuses, par exemple, avec une phase déconnectée ou en court-circuit.

Toutefois, son inconvénient est de comporter d'avantage d'harmoniques de force magnétomotrice ce qui tend à produire plus de pertes, de vibrations et de bruit qu'une structure à nombre entier d'encoche par pôle et par phase.

### III.3.4 Les autres bobinages

Tous les types de bobinage ne seront pas abordés et développés car certains ne se prêtent pas à l'application visée. Cela est notamment le cas des bobinages répartis pour lesquels il est recommandé d'augmenter le nombre d'étages par encoche, ce qui augmente la complexité de conception de la machine. De même, nous n'aborderons pas non plus le bobinage à trous qui n'est pas adapté aux machines avec peu d'encoches.

### III.3.5 Choix du bobinage

Au regard des avantages et des inconvénients de chaque structure de bobinage, nous avons fait le choix d'un bobinage à pas fractionnaire en raison des faibles ondulations de couple qui sont gage de confort et donc un critère de sélection pour l'application automobile mais surtout en raison de leur tolérance aux défauts. En définitive, il a été choisi de considérer un nombre d'encoches par pôles et par phase égal à 1,5. La référence [Lap07] décrit la méthodologie distribution des phases dans les encoches en fonction du nombre d'encoches et de paires de pôles. On représente *Figure 57* les bobinages à pas fractionnaire pour  $N_{\text{ep}}=1,5$  et 2,5 dans le cas où  $p=4$ .

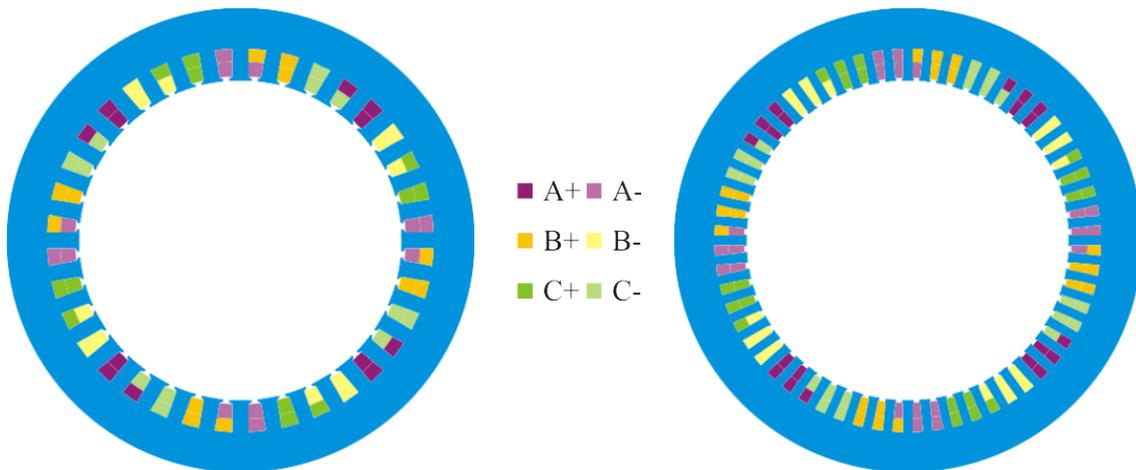


Figure 57 : Exemple de bobinage à pas fractionnaire pour  $N_{\text{ep}}=1,5$  et 2,5

Sur les figures précédentes, grâce aux phases modélisées par des couleurs différentes, on distingue clairement les valeurs du nombre d'encoches par pôle et phase.

A ce stade de la conception de la machine, la structure globale (stator et rotor) vient d'être définie (*Figure 58*), il convient désormais d'étudier les matériaux magnétiques.

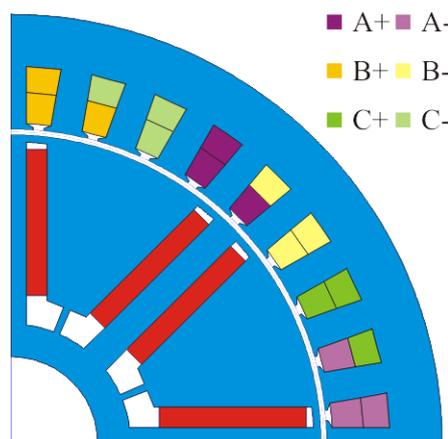


Figure 58 : Géométrie d'ensemble de la MSAP

## III.4 Définition des matériaux de la MSAP

Dans ce paragraphe, les matériaux utilisés pour la conception de la machine électrique seront décrits. En ce qui concerne les tôles stator et rotor, nous choisissons un matériau conventionnel en fer-silicium. Quant aux aimants, ils seront en néodyme fer bore (NdFeB).

### III.4.1 Justification du choix des aimants

Les aimants utilisés dans les machines électriques sont classés en quatre catégories définies par les matériaux les constituant. Nous distinguerons les Alnico, les ferrites, les aimants en samarium cobalt et les aimants en néodyme fer bore. La référence [Bom09] établie un historique et un comparatif des performances de chaque famille d'aimants.

#### III.4.1.1 Les Alnico

En aluminium nickel cobalt d'où leur nom, ces aimants sont peu employés en raison de la présence du cobalt qui les rend chers, et qui plus est, présentent des performances magnétiques très modestes au niveau du champ coercitif.

#### III.4.1.2 Les ferrites

Les ferrites ou ferrites dures sont le type d'aimants le plus utilisé. Ils ont comme caractéristiques d'être très abordables en raison de leur faible coût de production, mais ils ont l'inconvénient de présenter des performances magnétiques limitées.

#### III.4.1.3 Les aimants en samarium cobalt

Comparés aux deux familles d'aimants précédentes, les aimants de type terres rares en samarium cobalt (SmCo) ont des performances magnétiques bien supérieures. Chers en raison du cobalt, ces aimants sont toutefois stables en températures et résistants à la corrosion, on les retrouve principalement dans des applications où le coût n'est pas un critère majeur et/ou la température est un facteur important.

#### III.4.1.4 Les aimants en néodyme fer bore

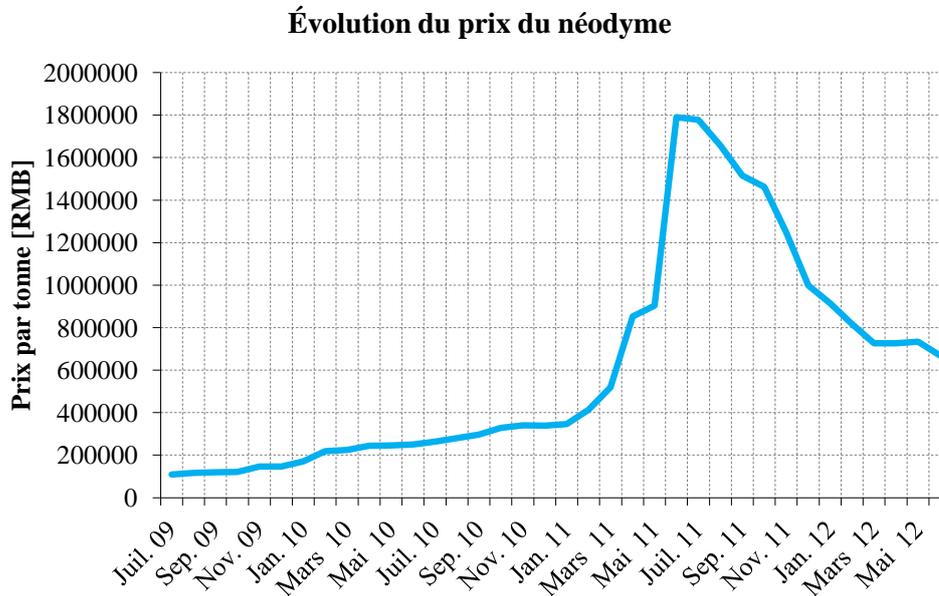
Ces aimants en terres rares ont le grand avantage d'avoir d'excellentes propriétés magnétiques. Ils sont de loin le type d'aimants le plus performant. Avec une induction rémanente et un champ coercitif élevés, l'application automobile qui nécessite un maximum de flux rotor et qui présente des rapports de défluxage élevés, est donc promise à ce type d'aimants.

Cependant, deux inconvénients viennent ternir cette évidence. Tout d'abord, ils sont très sensibles à la corrosion, il faut donc les protéger avec une couche protectrice. De plus, ils présentent une température de Curie assez faible (entre 310 et 370°C) et des températures de fonctionnement maximales comprises entre 80 et 220°C qui tend à limiter leurs domaines d'application.

#### III.4.1.5 Problématique du coût des terres rares

Un autre inconvénient propre aux aimants en terres rares concerne leur coût qui a connu une hausse spectaculaire due principalement à l'augmentation de la demande et surtout au monopole chinois. En effet, la Chine pour l'année 2010 a produit environ 97% des aimants en terres rares.

Au final, la hausse de leur coût les a rendus momentanément inutilisables à l'échelle industrielle. Pour preuve, sur la *Figure 59* nous donnons l'évolution du prix du néodyme sur 3 ans entre juin 2009 et juin 2012.



*Figure 59 : Évolution sur 3 ans du prix du néodyme*

Cette augmentation du coût matière subie au cours de la thèse nous a posé quelques difficultés, notamment sur l'utilisation d'aimants en NdFeB qui a été remise en question. Finalement, nous avons conservé ce choix car une modification de la nature de l'aimant nous aurait conduit à revoir complètement la structure de la machine précédemment définie.

Maintenant que la machine double aimant est complètement définie par la structure du stator, du rotor et par les matériaux la constituant, nous passons à l'étape de modélisation afin d'évaluer ses premières performances.

### III.5 Modèle éléments finis de la machine double aimant

Dans cette section, nous introduirons les équations qui régissent les grandeurs électromagnétiques dans le repère de Park. Le passage dans ce repère implique des transformations qu'il est nécessaire de préciser. En effet, la machine est alimentée en triphasée et définie dans le repère  $(a,b,c)$ . Pour évaluer ses paramètres électromagnétiques tels que les inductances des axes  $d$  et  $q$ , il est indispensable de définir la transformation de Park.

#### III.5.1 Repère de définition

Nous considérons le repère statorique triphasé défini par les axes  $a$ ,  $b$  et  $c$ , le repère de Park du stator comprenant les axes  $d_s$  et  $q_s$  et enfin les axes du repère rotorique notés  $d_r$  et  $q_r$ . Cette représentation est donnée sur la *Figure 60* où l'axe de la phase  $a$  est pris pour référence.

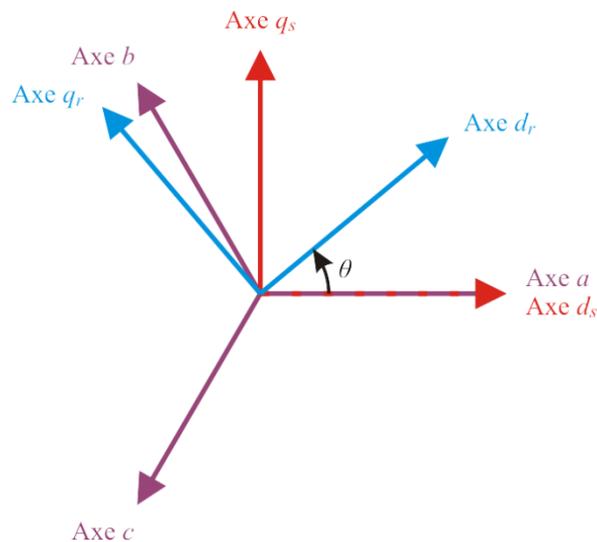


Figure 60 : Représentation des axes des repères  $(a,b,c)$ ,  $(d_s,q_s)$  et  $(d_r,q_r)$

La transformation de Park qui permet le passage du repère  $a,b,c$  au repère  $d,q,o$  s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} d \\ q \\ o \end{bmatrix} = [P(\theta)] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (III.6)$$

Où les indices  $d,q$  et  $o$  représentent respectivement les axes direct, en quadrature et homopolaire.

Pour être complet, nous donnons l'expression de la matrice de Park notée  $[P(\theta)]$  :

$$[P(\theta)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (III.7)$$

La transformation inverse notée  $[P(\theta)]^{-1}$  s'exprime quant à elle par :

$$[P(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (III.8)$$

### III.5.2 Repères du modèle éléments finis

Définissons maintenant, les axes pris en référence lors de la modélisation par les éléments finis. L'axe de la phase  $a$  est pris pour référence du courant stator et les axes du rotor sont dorénavant notés  $d$  et  $q$ .

Comme dans le chapitre précédent, l'angle entre l'axe  $q$  et le vecteur courant  $I$  correspond à l'angle de calage que l'on note  $\alpha$ . L'angle supplémentaire correspondant à l'écart entre l'axe  $d$  et le vecteur courant est quant à lui noté  $\beta$ .

Pour  $\alpha=0$  (et  $\beta=90^\circ$ ), le courant est aligné avec l'axe  $q$ . La représentation de cette configuration et la répartition des lignes de champ sont données sur la Figure 61.

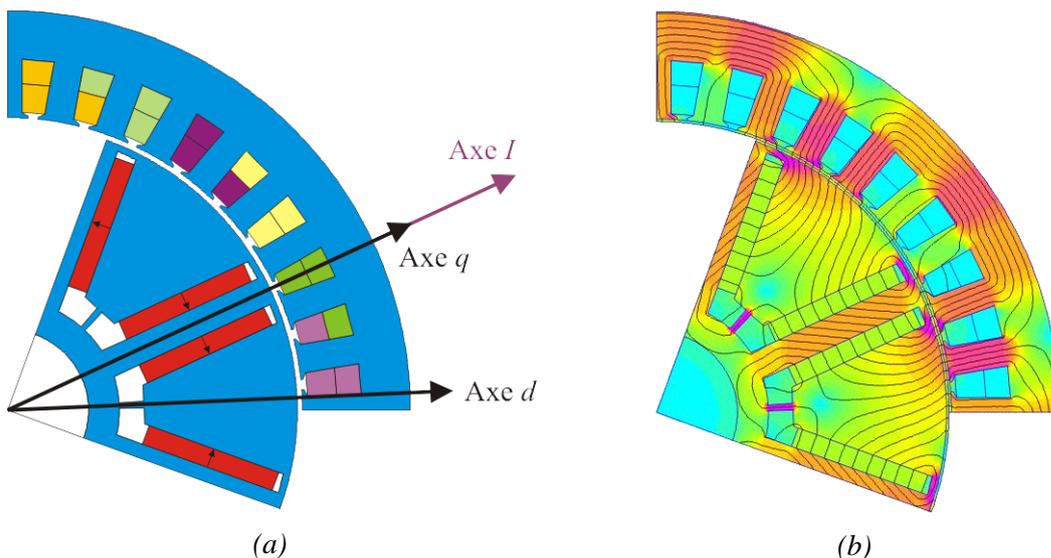


Figure 61 : Représentation de la position  $\alpha=0^\circ$  (a) ; relevé des lignes de champ et des inductions (b)

À l'inverse, pour la position particulière  $\alpha=90^\circ$ , la machine est défluxée. Les niveaux d'induction y sont plus faibles qu'à  $\alpha=0^\circ$ . Cette configuration est représentée sur la Figure 62.

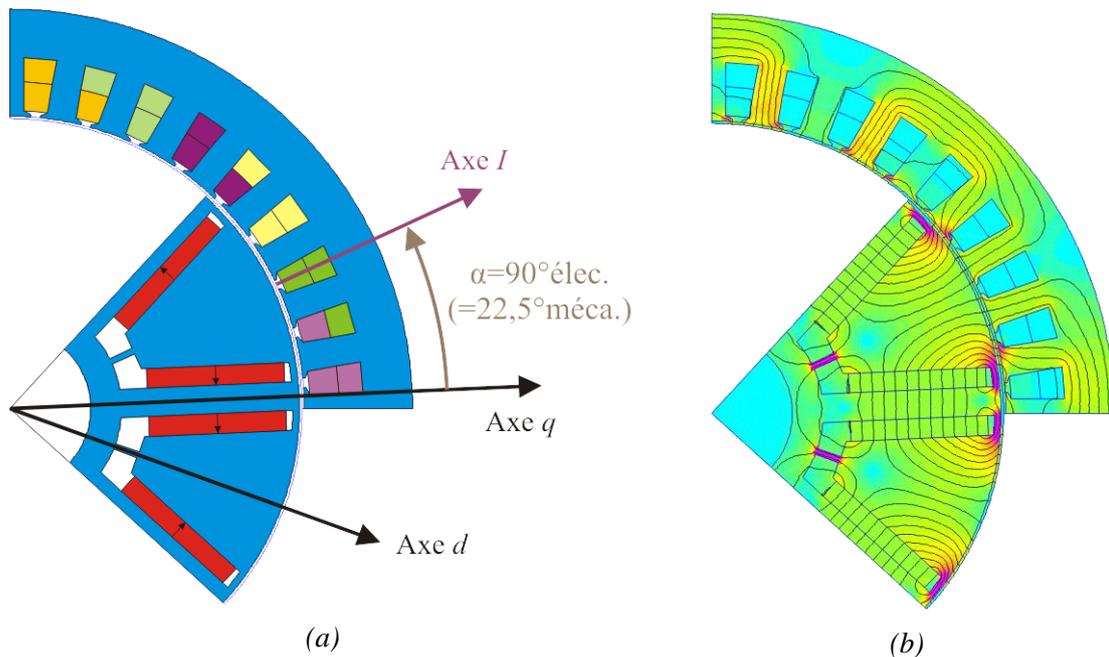


Figure 62 : Représentation de la position  $\alpha=90^\circ$  (a) ; relevé des lignes de champ et des inductions (b)

Maintenant que les repères statorique et rotorique de la modélisation par les éléments finis ont été définis, nous relèverons le paramètre essentiel qu'est le couple.

### III.5.3 Évolution du couple

Nous suivons l'évolution du couple en fonction du temps pour une période électrique (Figure 63) à partir des éléments finis. Le relevé est effectué au moyen du tenseur de Maxwell et les résultats sont donnés pour un angle de calage égal à  $0^\circ$ .

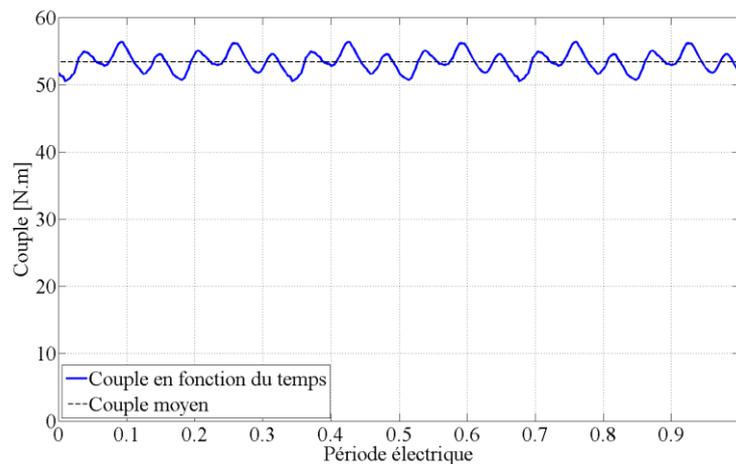


Figure 63 : Évolution du couple en fonction du temps sur une période électrique

On constate alors que la période du couple correspond à un sixième de la période électrique. Pour l'évaluation du couple moyen, nous limiterons la résolution à ce sixième de période.

Grâce au relevé précédent, nous évaluons le taux d'ondulation de couple  $\tau_{ond}$  défini par l'expression :

$$\tau_{ond} = \frac{C_{max} - C_{min}}{C_{moy}} \times 100 \quad (III.9)$$

Où  $C_{max}$ ,  $C_{min}$  et  $C_{moy}$  représentent respectivement les couples maximal, minimal et moyen.

Dans le cas traité auparavant, l'ondulation de couple est de l'ordre de 11% et le couple moyen est égal à 53,4 N.m.

Comme son nom l'indique, le couple moyen est déduit de la moyenne du couple sur une période. La discrétisation sur une période du couple doit alors être assez importante pour garantir une valeur représentative de la moyenne. Par conséquent, le temps de résolution pour évaluer ce couple pour un angle de calage et un courant imposés est assez élevé.

Afin de contourner cette problématique, nous relevons dans la littérature par l'intermédiaire de [Mil08] et [Bia10] que l'évaluation du couple moyen est faisable avec seulement quatre points définis aux positions particulières  $\theta$ , tel que :

$$\theta = \left[ 0 \quad \frac{\pi}{12} \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{\pi}{4} \right] \quad (III.10)$$

La moyenne du couple pour ces quatre points donne le même résultat qu'une évaluation sur la période de couple complète.

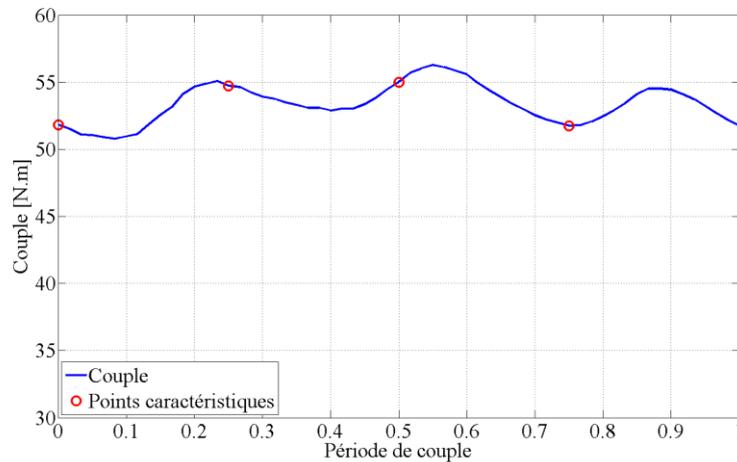


Figure 64 : Représentation des quatre points caractéristique pour le calcul du couple moyen

Cette démarche s'avère donc nettement plus rapide qu'une évaluation du couple sur sa période. Cependant, un inconvénient concerne la perte de l'information sur la valeur du taux d'ondulation de couple. On rappelle que le bobinage choisi pour la machine a pour avantage de limiter les ondulations de couple par rapport à un bobinage plus conventionnel. Dès lors, le critère de l'ondulation de couple ne sera plus évalué, nous le vérifierons seulement à l'issue de l'optimisation globale dans le *Chapitre VI*.

### III.5.4 Évolution du couple moyen en fonction de l'angle de calage

Pour la suite, nous vérifions l'influence de l'angle de calage ( $\alpha$ ) sur la valeur du couple moyen au moyen de la *Figure 65*.

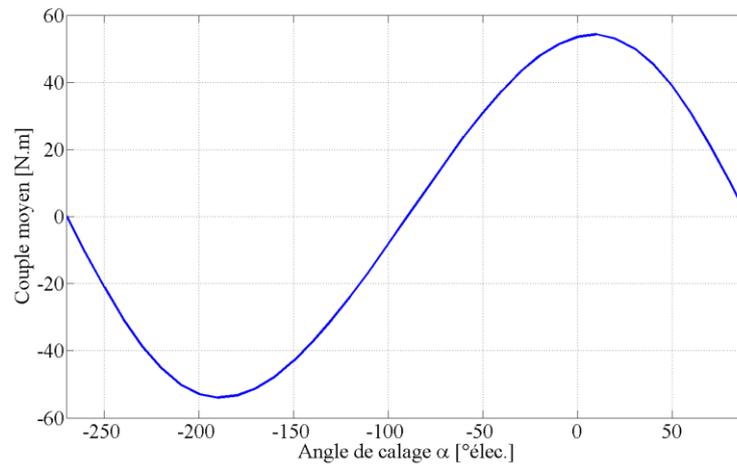


Figure 65 : Évolution du couple moyen en fonction de l'angle de calage

La figure précédente met en avant le fonctionnement en moteur où le couple est positif et le comportement en génératrice pour le couple négatif.

À présent, pour le comportement moteur, on s'intéresse à l'angle de calage optimal, c'est-à-dire l'angle pour lequel le couple est maximal, on constate que cet angle dépend de l'état de saturation du circuit magnétique lui même dépendant du courant.

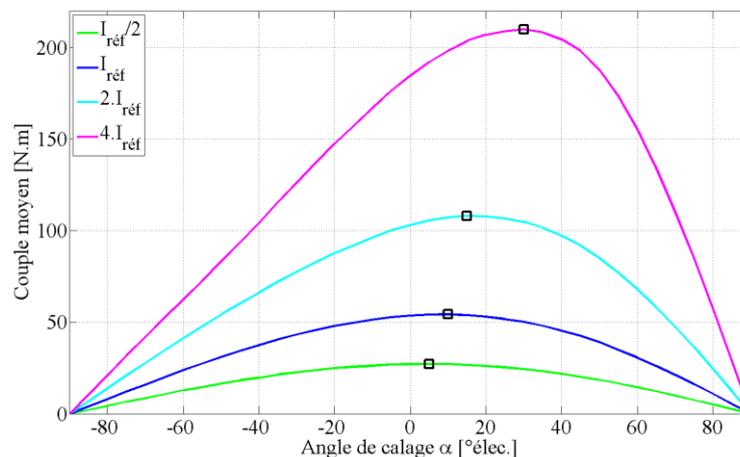


Figure 66 : Évolution du couple en fonction de l'angle de calage pour plusieurs valeurs de courant

Finalement, nous voyons que pour une structure de machine fixée, le couple moyen est uniquement fonction de l'angle de calage  $\alpha$  et du courant  $I$ .

Par conséquent, si l'on cherche à vérifier un point de fonctionnement défini par un couple et une vitesse de rotation, c'est-à-dire par une puissance utile, il suffira d'évaluer le couple à partir des paramètres  $I$  et  $\alpha$ .

Néanmoins, une infinité de combinaisons  $(I, \alpha)$  est susceptible de vérifier le couple de référence. De façon évidente, on préférera alors obtenir le courant minimal. Cette approche peut être vue comme une optimisation pour laquelle avec les paramètres  $(I, \alpha)$ , nous cherchons la minimisation du courant  $I$ , sous contrainte de vérifier le couple moyen de référence  $C_{ref}$ .

La mise en équation de cette optimisation se traduit donc par :

$$\begin{aligned} & \min I \\ & X = \{I, \alpha\} \in S \\ & \text{sc:} \\ & C = C_{\text{réf}} \end{aligned} \tag{III.11}$$

Pour conclure, malgré la nécessité de cette minimisation, la démarche a l'inconvénient d'être excessivement longue pour l'évaluation d'un seul point de fonctionnement.

## III.6 Détermination des paramètres électromagnétiques

Dans cette section, on propose d'évaluer les paramètres électromagnétiques au moyen de résolutions par les éléments finis. Nous évaluerons notamment la force électromotrice et les inductances des axes  $d$  et  $q$ . Pour ces dernières, nous mettrons en avant l'impact de la saturation sur le rapport de saillance.

### III.6.1 La force électromotrice à vide

La force électromotrice ou  $fem$  est issue du flux inducteur créé par les aimants. Le tracé des lignes de champ à vide ( $I=0$ ) est donné Figure 67.

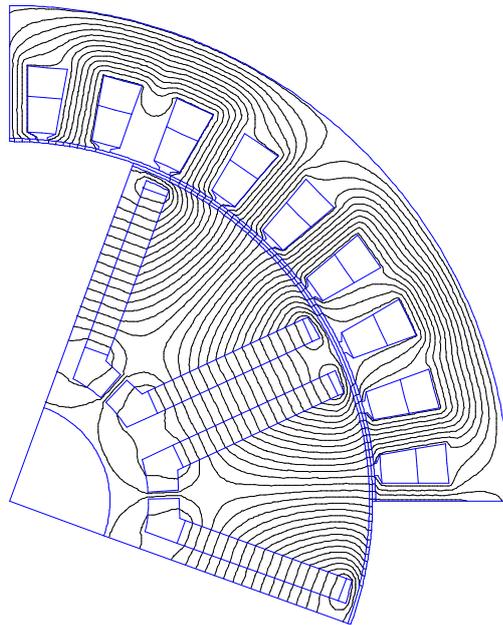


Figure 67 : Représentation des lignes de champ à vide

Partant de la figure précédente, nous distinguerons le flux principal qui participe à la conversion d'énergie et le flux de fuite. Les composantes du flux principal sont modélisées par des lignes de champ qui traversent l'entrefer. À l'inverse, les fuites ne participent aucunement à la conversion d'énergie, elles ne traversent donc pas l'entrefer. On les distingue clairement au niveau des ponts.

On relève alors la forme d'onde de l'induction d'entrefer modélisant l'interaction rotor/stator.

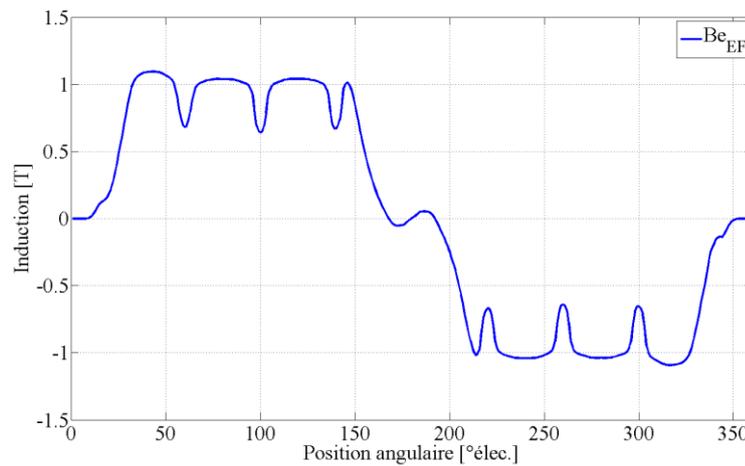


Figure 68 : Forme d'onde de l'induction d'entrefer à vide

Sur la *Figure 68*, on observe l'effet d'encoches qui se traduit par des variations rapides de l'induction d'entrefer.

Pour le cas traité auparavant, nous obtenons tout calcul fait une valeur de la force électromotrice de  $16,3 \text{ V}$ . à la vitesse de base soit  $2263 \text{ tr/min}$ .

### III.6.2 Inductance d'axe $d$

Pour évaluer l'inductance d'axe  $d$ , nous alimentons les bobines de façon à ce que le vecteur courant présente une unique composante dans l'axe  $d$ . Dans cette configuration représentée en *Figure 69*, nous donnons le tracé des lignes de champ pour lequel l'induction rémanente des aimants est nulle.



Figure 69 : Représentation des lignes de champ dans l'axe  $d$

Nous donnons également l'induction dans l'entrefer en *Figure 70*.

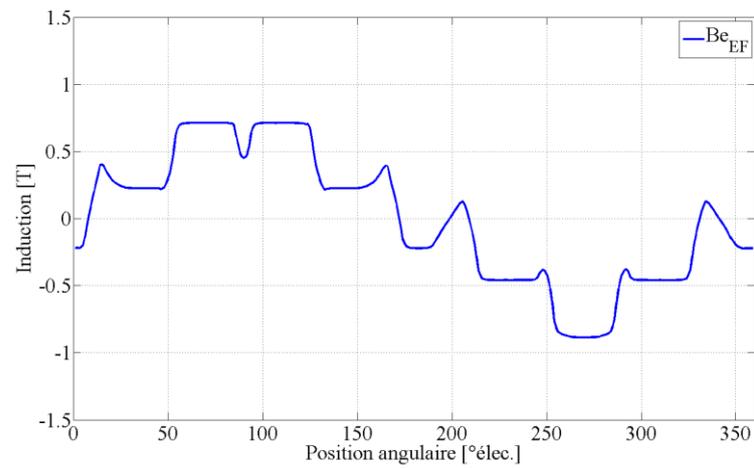


Figure 70 : Forme d'onde de l'induction d'entrefer dans l'axe  $d$

La valeur de l'inductance d'axe  $d$  est ici de  $44,7 \mu H$ .

### III.6.3 Inductance d'axe $q$

Par analogie avec le cas traité auparavant, les bobines sont maintenant alimentées pour que le vecteur courant présente une unique composante dans l'axe  $q$ .

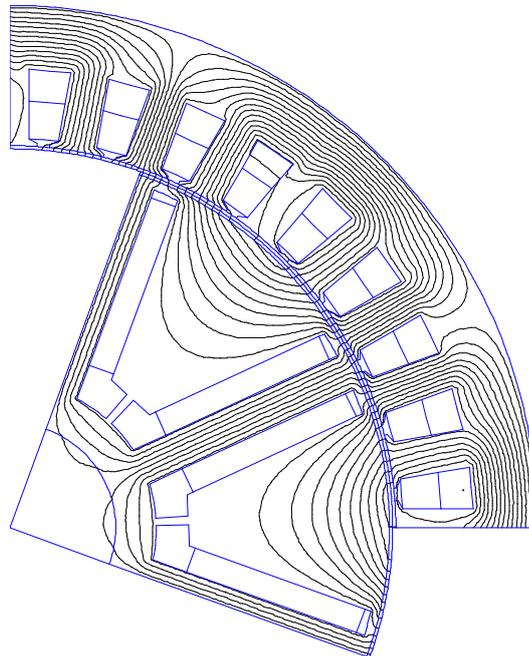


Figure 71 : Représentation des lignes de champ dans l'axe  $q$

La forme d'onde de l'induction d'entrefer pour l'axe  $q$  est également représentée.

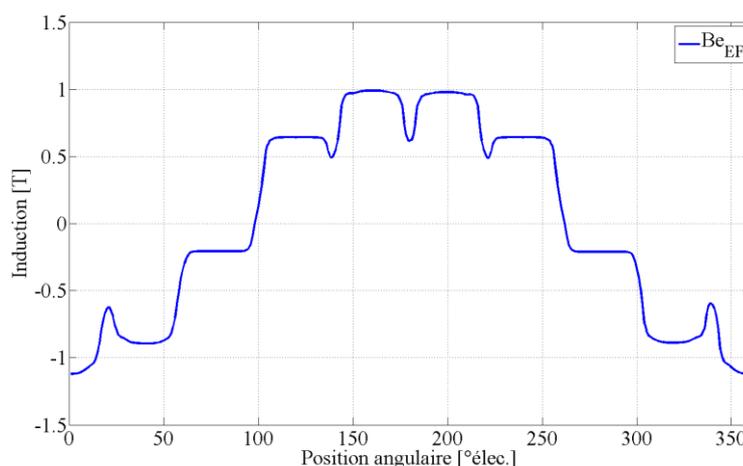


Figure 72 : Forme d'onde de l'induction d'entrefer dans l'axe  $q$

Enfin, une valeur de  $54,1 \mu H$  a été relevée pour l'inductance d'axe  $q$ .

Ces trois simulations qui correspondent aux configurations pour l'évaluation des paramètres électromagnétiques permettent d'ores en déjà de donner des informations sur le trajet des lignes de champ au sein du rotor et notamment dans les ponts. On constate que la présence des ponts à pour effet de canaliser les lignes de champ (Figure 69).

### III.6.4 Rapport de saillance

L'objectif de ce paragraphe est de suivre l'évolution du rapport de saillance en fonction du courant. Pour cela, il est indispensable de relever les flux captés des axes  $d$  et  $q$  en fonction de la position du rotor. Ces relevés sont mis en avant en Figure 73, où en plus des flux  $dq$ , nous faisons apparaître leur fondamental.

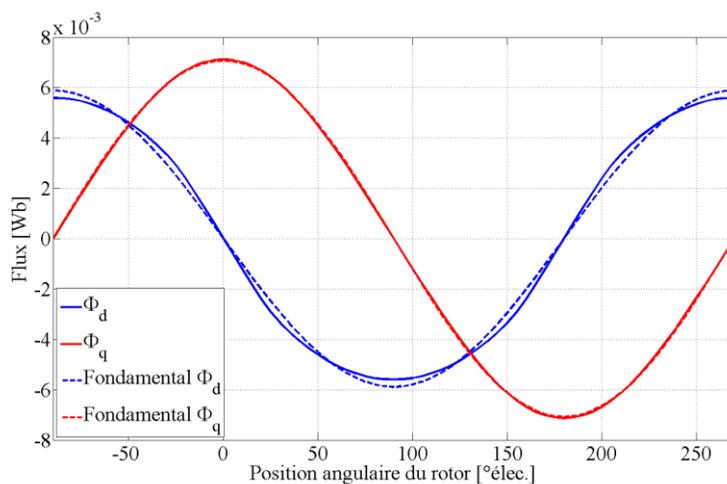


Figure 73 : Evolution des flux  $dq$  et de leur fondamental en fonction de la position du rotor

L'évaluation de l'amplitude des fondamentaux des flux  $d$  et  $q$  est essentiel, puisque par définition, ils servent à la détermination des inductances cycliques  $L_d$  et  $L_q$ .

Maintenant, pour un courant de référence noté  $I_{ref}$ , nous donnons en Figure 74 l'évolution des inductances  $L_d$  et  $L_q$  en fonction du rapport de proportionnalité à  $I_{ref}$ .

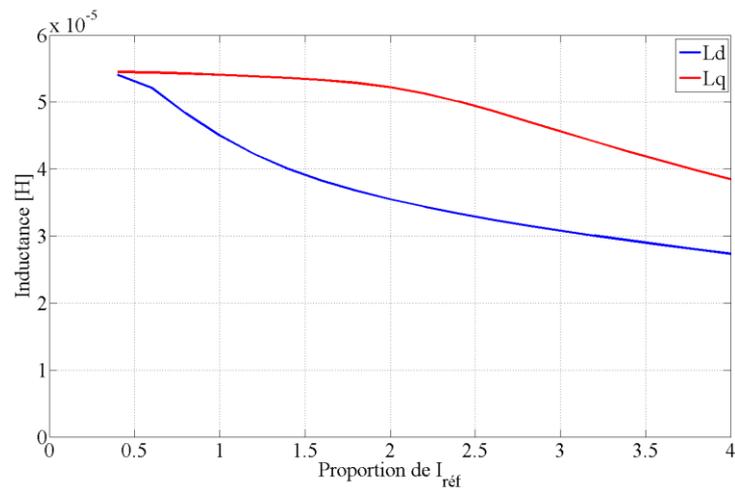


Figure 74 : Evolution des inductances  $L_d$  et  $L_q$  en fonction de la proportion du courant  $I_{ref}$

De ces relevés, on déduit des remarques sur l'évolution des inductances et sur le rapport de saillance. On remarque que les inductances ne peuvent pas être considérées comme constantes puisqu'elles sont étroitement liées au courant, c'est-à-dire à l'état de saturation du circuit magnétique. D'autre part, cette observation tend à confirmer que le rapport de saillance n'est aucunement constant. Pour preuve, nous donnons pour le cas traité auparavant, l'évolution du rapport de saillance (noté  $s$ ) en fonction du rapport de proportionnalité à  $I_{ref}$ .

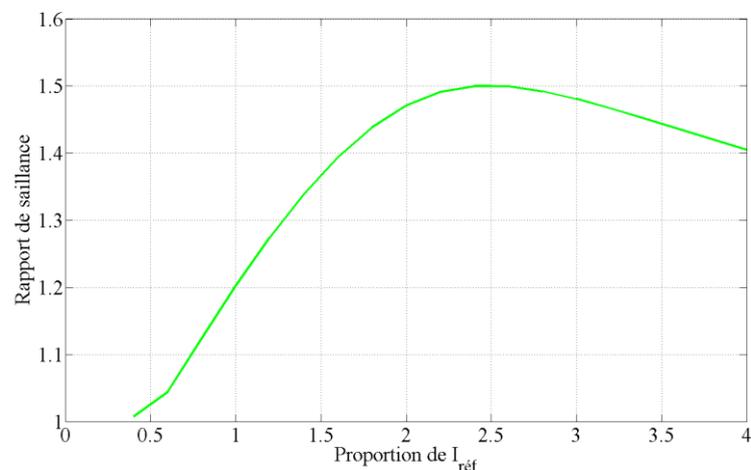


Figure 75 : Evolution des inductances  $L_d$  et  $L_q$  en fonction de la proportion du courant  $I_{ref}$

Au regard de la Figure 75, il devient alors évident que le rapport de saillance dépend fortement de l'état de saturation de la machine. Si l'on s'intéresse tout particulièrement au point initial de la caractéristique, on constate que pour un courant faible, la machine se comporte comme une machine lisse ( $s \approx 1$ ). Cela s'explique par le fait que dans ce cas, les ponts ne sont pas suffisamment saturés, ce qui n'empêche aucunement le passage du flux et donc la machine est magnétiquement lisse.

### III.7 Conclusion

Partant des résultats optimaux du prédimensionnement, nous venons de proposer une structure originale de la tôle rotor. Tout d'abord, nous avons choisi une structure à concentration de flux dite classique pour maximiser la contribution du flux rotorique et donc de la force électromotrice. Ensuite, pour obtenir une MSAP à saillance inverse, nous avons dissocié l'aimant en deux parties afin de créer un canal de fer dans l'axe  $q$  et par là même freiner le passage du flux dans l'axe  $d$ . Enfin, nous avons inclus des ponts à la structure pour garantir la tenue en vitesse de la tôle rotor.

La structure générale dite « double aimant » ayant été définie, nous avons comparé et argumenté le choix du nombre de paires de pôles ainsi que le type de bobinage du stator. On rappelle qu'il a été convenu de quatre paires de pôles et d'un bobinage à pas fractionnaire égal à 1,5 encoche par pôle et par phase. Le choix du nombre de paires de pôles s'appuie sur des contraintes mécaniques, magnétiques, fréquentielles, géométriques et thermiques. Pour le stator, les critères sur l'ondulation de couple et sur la tolérance aux défauts ont été de solides arguments quant à notre choix.

Dans la suite, nous avons présenté le modèle éléments finis de la machine double aimant pour laquelle les repères rotor et stator ont été définis. Nous avons contrôlé l'ordre de grandeur du taux d'ondulation et calculé le couple moyen par une succession de résolution par éléments finis. Une démarche issue de la littérature visant à réduire le nombre de résolutions à quatre contre une soixantaine auparavant a été introduite. Nous avons mis en avant le fait que le couple moyen d'une machine définie géométriquement était fonction du courant et de l'angle de calage. Nous avons conclu qu'il était nécessaire de mettre en œuvre une routine d'optimisation, relativement longue par les éléments finis, pour obtenir un couple moyen de référence pour un courant minimal. Cette problématique sera d'avantage détaillée au cours de l'introduction du chapitre suivant.

Enfin dans la dernière section, nous avons représenté les lignes de champ et les inductions d'entrefer pour l'estimation des inductances  $L_d$  et  $L_q$ . Ces relevés ont permis de caractériser les trajets empruntés par les lignes de champ. Plus loin, l'impact de la saturation magnétique a également été mis en avant lors de la mesure du rapport de saillance.

## Chapitre IV

---

# **Modélisation analytique de la machine double aimant**

## Sommaire Chapitre IV

---

<b>IV.1</b>	<b>Introduction à la modélisation analytique .....</b>	<b>95</b>
<b>IV.2</b>	<b>Formules de l'électromagnétisme .....</b>	<b>97</b>
IV.2.1	Les équations de Maxwell.....	97
IV.2.2	Relations constitutives des milieux .....	98
IV.2.3	Conclusion sur les formules de l'électromagnétisme .....	99
<b>IV.3</b>	<b>Modèle analytique linéaire de la machine double aimant.....</b>	<b>100</b>
IV.3.1	La force magnétomotrice.....	100
IV.3.2	Mise en équation du modèle linéaire.....	101
IV.3.3	Modélisation de l'induction d'entrefer au dessus des ponts tangentiels.....	106
IV.3.4	Comparaison des modèles linéaires.....	109
<b>IV.4</b>	<b>Évaluation du couple électromagnétique .....</b>	<b>112</b>
IV.4.1	Fondamentaux de l'induction d'entrefer suivant les axe $d$ et $q$ .....	112
IV.4.2	Calcul des flux des axes $d$ et $q$ .....	112
IV.4.3	Expression du couple utile.....	113
<b>IV.5</b>	<b>Modèle analytique en saturé.....</b>	<b>115</b>
IV.5.1	Loi de conservation du flux.....	115
IV.5.2	Relation constitutive des milieux .....	116
IV.5.3	Théorèmes d'Ampère .....	117
IV.5.4	Résolution du système d'équations non linéaires.....	119
IV.5.1	Comparaison des modèles en saturé.....	119
<b>IV.6</b>	<b>Modélisation analytique des fuites d'encoches .....</b>	<b>123</b>
IV.6.1	Fuites radiales d'encoches.....	123
IV.6.2	Fuites tangentielles d'encoches .....	124
<b>IV.7</b>	<b>Évaluation des grandeurs électriques.....</b>	<b>138</b>
<b>IV.8</b>	<b>Modélisation des pertes Joule et des pertes fer .....</b>	<b>139</b>
IV.8.1	Pertes par effet Joule .....	139
IV.8.2	Pertes fer.....	139
<b>IV.9</b>	<b>Évaluation du rendement .....</b>	<b>141</b>
<b>IV.10</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>142</b>

---

## IV.1 Introduction à la modélisation analytique

La modélisation de systèmes électromagnétiques peut être faite de multiples façons. La différence entre ces approches est mise en évidence par Brisset [Bri07] d'où est extrait la Figure 76. Elle montre qu'un compromis est nécessaire entre le temps de résolution et l'erreur de modélisation. Les perspectives de la modélisation sont donc à la charge du concepteur.

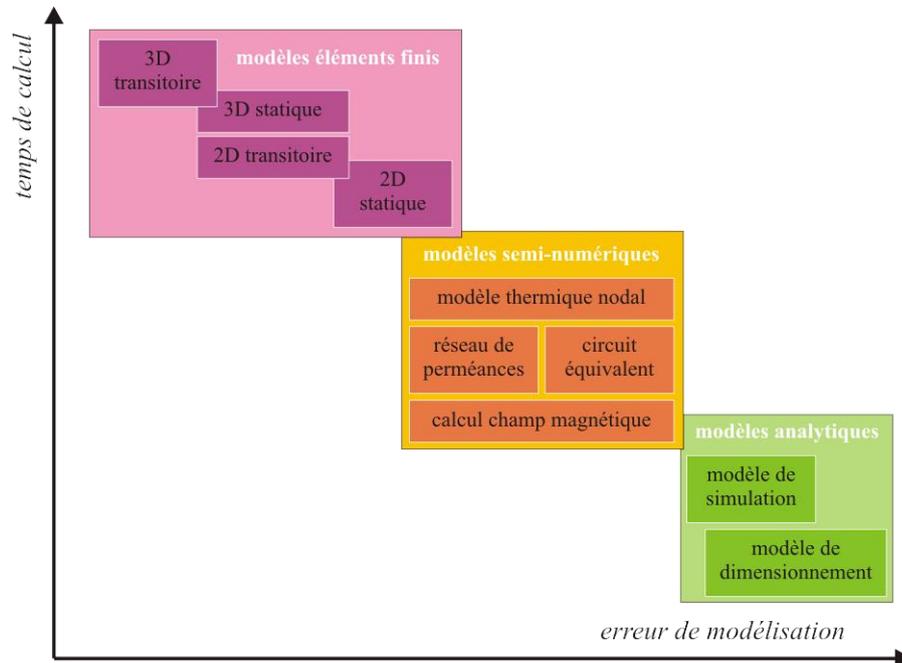


Figure 76 : Front de Pareto des modèles utilisés pour la conception des machines électriques [Bri07]

La figure précédente démontre bien que la perspective d'une optimisation de la géométrie de la machine double aimant sur plusieurs points de fonctionnement résolue en un temps raisonnable, nous oriente inévitablement à concevoir un modèle analytique.

La réalisation d'un tel modèle implique des simplifications mises en avant dans l'étude de Dubas [Dub03]. Celles-ci ont pour conséquences une réduction du temps de calcul et en contrepartie une augmentation de l'erreur qui ne devra pas être préjudiciable aux résultats.

Dans ce chapitre, nous proposons une démarche de conception de la machine double aimant au moyen d'un modèle analytique pour lequel nous nous efforcerons à minimiser à la fois le temps de calcul et l'erreur de modélisation.

Ce modèle s'appuiera sur les formulations intégrales des équations de Maxwell introduites dans la première partie. À partir des lois fondamentales de l'électromagnétisme, nous débuterons le développement du modèle analytique en linéaire afin d'introduire la démarche de conception. Nous ferons un effort de modélisation sur l'évaluation des inductions dans les ponts tangentiels et dans l'entrefer au dessus de ces derniers, là où se concentrent les fuites magnétiques.

La suite sera axée sur l'estimation du couple moyen par l'intermédiaire de l'induction d'entrefer dans le repère de Park et des flux captés par le bobinage.

Nous verrons aussi qu'en raison des contraintes géométriques de l'application, la prise en compte de la saturation magnétique du stator sera indispensable à la modélisation. Cela obligera à inclure de la consommation des Ampère-tours dans les dents et la culasse et donc de travailler à partir la courbe  $B(H)$  du matériau. Au fil de ces étapes de modélisation, nous veillerons à comparer les résultats analytiques à ceux des éléments finis afin de repérer et de quantifier les éventuelles erreurs.

Enfin, nous mettrons en avant l'influence des fuites dans les encoches. Cette observation nous obligera à estimer leurs impacts dans la modélisation. Au final, le modèle analytique de la machine double aimant inclura la saturation magnétique du stator ainsi que la contribution des fuites dans les encoches.

La suite du modèle sera orientée sur l'évaluation des grandeurs électriques, que sont entre autres, la tension et le facteur de puissance.

La section suivante sera quant à elle dédiée à l'estimation des pertes dans le stator. Nous introduirons les équations régissant la contribution des pertes Joule et des pertes fer. Enfin, nous donnerons l'expression du rendement pris en référence dans cette thèse qui est évalué à partir de l'estimation du couple et des pertes.

## IV.2 Formules de l'électromagnétisme

### IV.2.1 Les équations de Maxwell

En 1865, James Clerk Maxwell a posé les fondements de l'électromagnétisme moderne par les équations qui portent son nom : les équations de Maxwell. Il a réuni sous forme d'équations locales différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) alors traduits sous forme d'équations intégrales.

*Les équations de Maxwell donnent ainsi un cadre mathématique précis au concept fondamental de champ introduit en physique par Faraday dans les années 1830 [Wik02].*

#### IV.2.1.1 Formulations intégrales

Sans redonner au préalable les équations de Maxwell, nous exprimons directement leur formulation intégrale.

*La loi de conservation du flux*

Cette loi est définie par l'équation :

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (IV.1)$$

Où  $B$  est l'induction magnétique et  $S$  une surface fermée quelconque.

*Le théorème de Gauss*

On considère un volume  $V$  entouré par la surface fermée  $S$  où règne l'induction électrique  $D$  :

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iiint_V \rho \, dv = Q_i \quad (IV.2)$$

$\rho$  caractérise la densité de charge et  $Q_i$  la charge totale contenue dans  $V$ .

*La loi d'induction de Faraday*

On considère à présent une surface  $S$  entourée par le circuit fermé  $C$ , où règne le champ  $E$ . La loi d'induction de Faraday s'écrit :

$$\iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (IV.3)$$

Avec  $\phi$  le flux magnétique à travers  $S$ .

On exprime généralement (IV.3) sous la forme :

$$f_{em} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (IV.4)$$

Où  $f_{em}$  correspond ici à la force électromotrice.

### Le théorème d'Ampère

Par analogie avec le cas précédent, on considère une surface  $S$  entourée par le circuit fermé  $C$ , où règne le champ magnétique  $H$ .

$$\iint_S \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} + \frac{d}{dt} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} \quad (IV.5)$$

Avec  $J$  la densité de courant

Dans le cas de l'approximation quasi stationnaire,  $D$  n'existe que dans les condensateurs où est localisé le champ électrostatique. Dans notre cas, nous le négligerons pour finalement en déduire l'équation du théorème d'Ampère :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{k=1}^n i_k \quad (IV.6)$$

Où  $i_k$  est le courant dans le  $k^{\text{ième}}$  conducteur.

### IV.2.2 Relations constitutives des milieux

À l'intérieur des matériaux, le passage de  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  est une question complexe. Dans le domaine de la conception de machine, on utilise classiquement la formulation :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (IV.7)$$

Avec  $\mu$  correspond à la perméabilité.

Dans la suite, on écrit les formulations dans les différents matériaux de la machine électrique : l'air, les aimants et la tôle magnétique.

#### Équation pour l'air

Pour l'air ou le vide, la relation entre  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  s'exprime par :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (IV.8)$$

Où  $\mu_0$  correspond à la perméabilité du vide égale à  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .

Nous exprimerons l'équation (IV.8) directement par :

$$B = \mu_0 H \quad (IV.9)$$

#### Équation pour l'aimant

Au sens général, les milieux aimantés font intervenir l'aimantation notée  $M$ .

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (IV.10)$$

On lui préférera cependant la formulation :

$$B_a = \mu_0 \mu_a H_a + B_r \quad (IV.11)$$

Où  $B_a$ ,  $\mu_a$ , et  $H_a$  correspondent respectivement à l'induction, à la perméabilité relative et au champ de l'aimant. Le terme  $B_r$  est quant à lui l'induction rémanente.

#### *Équations pour la tôle ferromagnétique*

Pour la tôle magnétique c'est-à-dire pour les matériaux ferromagnétiques, nous veillerons à distinguer deux cas : le cas linéaire et le cas saturé.

Le cas linéaire comme son nom l'indique correspond à une fonction linéaire entre  $B$  et  $H$  définie par l'équation (IV.12).

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (IV.12)$$

Avec  $\mu_r$  la perméabilité relative.

Le cas non linéaire ou saturé correspond au comportement réel de la tôle magnétique. Il s'appuie sur la caractéristique  $B$  en fonction de  $H$  ou  $B(H)$  fournie par le fabricant de tôles.

Dans certains cas, la courbe  $B(H)$  peut être modélisée par des fonctions de représentation lorsque les niveaux de saturation et donc de champ ne sont pas trop élevés (avant le coude de saturation). Cependant, étant donnée la structure de la machine qu'on désire modéliser, la présence des ponts de saturation ne permet pas d'utiliser de telles fonctions.

Pour les calculs à venir, nous préférons utiliser une fonction d'interpolation qui donnera la valeur de  $H$  si  $B$  est connue et la valeur de  $B$  si  $H$  est connu grâce à la courbe  $B(H)$  du matériau.

### **IV.2.3 Conclusion sur les formules de l'électromagnétisme**

Nous venons d'introduire les principales lois de l'électromagnétisme indispensables à la conception d'un modèle analytique. En résumé, lors de la conception de ce modèle, nous nous appuyerons essentiellement sur la loi de conservation du flux, le théorème d'Ampère et les relations constitutives des milieux.

### IV.3 Modèle analytique linéaire de la machine double aimant

Pour débiter la démarche de conception du modèle analytique, il est indispensable d'introduire la notion de force magnétomotrice.

#### IV.3.1 La force magnétomotrice

Exprimée en Ampère(-tours), la force magnétomotrice représente une grandeur induite par le passage du courant dans sur circuit bobiné. Sous l'hypothèse d'une perméabilité infinie dans le fer, le potentiel magnétique peut être obtenu en additionnant les Ampère-tours ou  $Ni$  d'une dent à l'autre le long du stator [Lap07].

Pour le bobinage à pas fractionnaire représenté en *Figure 77*, si l'on considère une variation linéaire des Ampère-tours entre deux encoches, nous obtenons la représentation de la *Figure 78*. Sur celle-ci, nous faisons apparaître le fondamental de la force magnétomotrice.

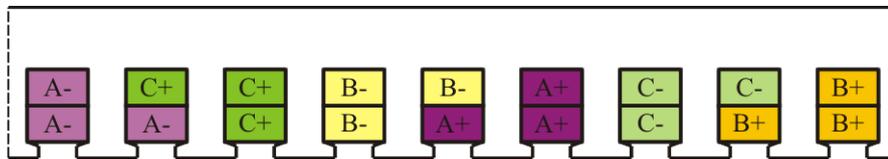


Figure 77 : Représentation du bobinage statorique

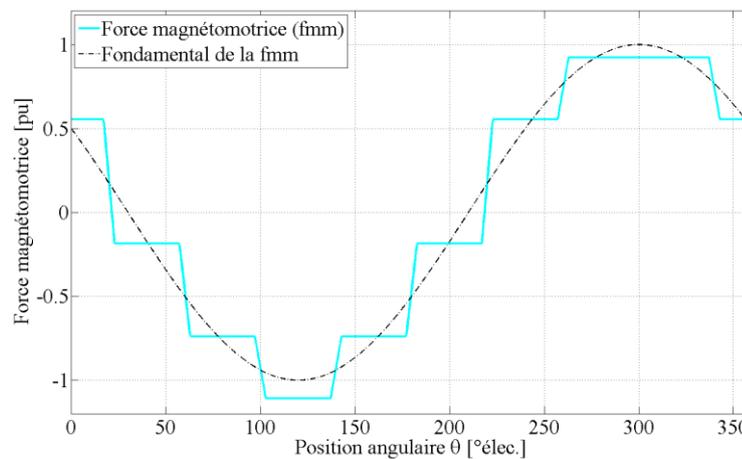


Figure 78 : Force magnétomotrice en per unit pour  $I_A=I$  et  $I_B=I_C=-I/2$

Au regard de la forme d'onde, on constate que le bobinage à pas fractionnaire ne permet pas d'obtenir une symétrie sur la période.

En vue de la conception du modèle analytique de la machine double aimant, nous faisons l'hypothèse du premier harmonique. Cette simplification tend à négliger les harmoniques de force magnétomotrice. Cette approximation peut également être vue comme étant une répartition parfaitement sinusoïdale des conducteurs dans les encoches [Van07].

Pour les futures résolutions à venir cette hypothèse est intéressante puisque les calculs pourront être menés sur une demi-période. La seconde demi-période sera donc considérée comme la symétrie de la première.

À présent, si l'on s'intéresse au coefficient de bobinage, celui-ci peut être évalué à partir de la décomposition en série de Fourier de la force magnétomotrice. Pour la forme d'onde issue de la *Figure 78*, nous donnons sa décomposition harmonique.

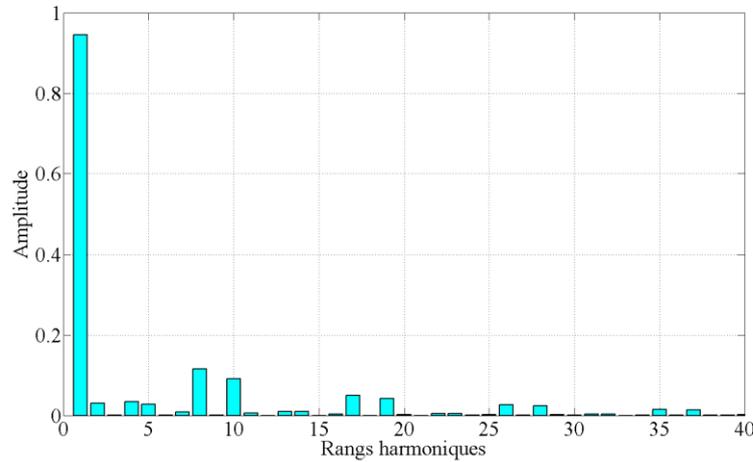


Figure 79 : Amplitudes des harmoniques de force magnétomotrice pour l'évaluation du coefficient de bobinage

L'évaluation précédente nous a donné un coefficient de bobinage pour le fondamental noté  $k_{b1}$  égal à 0,945.

Il est également indispensable d'exprimer l'amplitude du fondamental de la force magnétomotrice notée  $F_{MM}$ . La littérature par l'intermédiaire de [Sai01] donne son expression (IV.13) en fonction des paramètres que sont le courant, le nombre de spires, le raccordement des circuits, etc.

$$F_{MM} = \frac{3\sqrt{2} k_{b1} I N_s}{p \pi} \quad (IV.13)$$

$k_{b1}$  est le coefficient de bobinage du fondamental,  $I$  le courant efficace et  $N_s$  le nombre de spires en série par phase.

Il convient désormais d'exprimer la forme d'onde de la force magnétomotrice en fonction de la position angulaire  $\theta$  et de l'angle de calage  $\alpha$ . Dans l'hypothèse du premier harmonique ici considérée son expression est immédiate :

$$f_{mm}(\theta) = F_{MM} \cos(\theta - \alpha) \quad (IV.14)$$

### IV.3.2 Mise en équation du modèle linéaire

Dans cette section, nous abordons la modélisation analytique en linéaire, plus simple de réalisation qu'en saturé. Sous cette hypothèse, le modèle ne tient pas compte de la consommation des Ampères-tours dans le fer, sauf pour les ponts. Les équations font apparaître la contribution de l'entrefer, des aimants, de la force magnétomotrice et des ponts dits de « saturation », indispensables à la modélisation en linéaire.

### IV.3.2.1 Écriture des théorèmes d'Ampère

Sur la *Figure 80* apparaît les contours fermés pris en référence pour l'écriture des équations qui régissent le théorème d'Ampère et modélisent l'interaction rotor/stator.

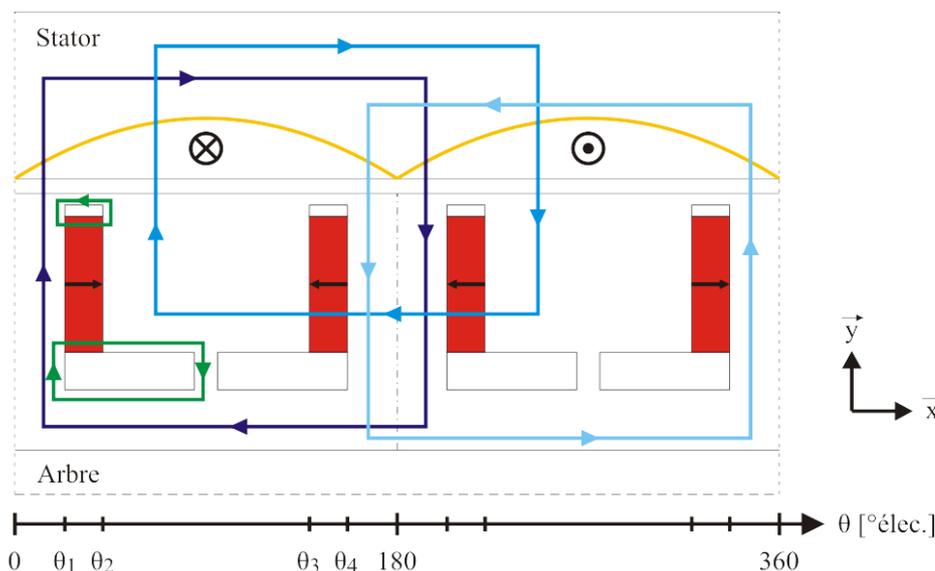


Figure 80 : Parcours des lignes de champ

Sur la figure précédente, les parcours ou chemins sont étroitement liés à l'angle  $\theta$  considéré. En effet, certains d'entre eux intègrent la contribution des aimants alors que d'autres ne les prennent pas en compte.

On propose maintenant d'exprimer les équations de chaque parcours où les indices notés « e », « a », « pr » et « pt » correspondent respectivement à l'entrefer, à l'aimant, au pont radial et au pont tangentiel.

Le théorème d'Ampère appliqué aux parcours qui n'intègrent pas l'aimant, représenté par le trajet en bleu foncé sur la *Figure 80*, s'exprime par :

$$H_e(\theta) e k_c - H_e(\theta + 180) e k_c = f_{mm}(\theta) - f_{mm}(\theta + 180) \quad (IV.15)$$

Avec  $H_e$  le champ dans l'entrefer et  $e$  la valeur de l'entrefer.

Le paramètre  $k_c$  correspond au coefficient de Carter exprimé tout au long de ces travaux par l'équation (IV.16) :

$$k_c = \frac{\tau_s}{\tau_s - \frac{l_{ouv}^2}{l_{ouv} + 5e}} \quad (IV.16)$$

Où  $\tau_s$  est le pas dentaire et  $l_{ouv}$  la largeur de l'ouverture d'encoche.

Pour en revenir au théorème d'Ampère donné en (IV.15), l'hypothèse du premier harmonique de la force magnétomotrice permet de simplifier les calculs puisque les grandeurs sont symétriques sur  $180^\circ$  électrique.

$$-H_e(\theta+180)=H_e(\theta) \quad \text{et} \quad -f_{mm}(\theta+180)=f_{mm}(\theta) \quad (IV.17)$$

Finalement, nous en déduisons :

$$H_e(\theta) e k_c = f_{mm}(\theta) \quad (IV.18)$$

Considérant la même hypothèse, le théorème d'Ampère appliqué au contour qui inclut les aimants s'exprime alors :

$$H_a e_a + H_e(\theta) e k_c = f_{mm}(\theta) \quad (IV.19)$$

Avec  $H_a$  le champ dans l'aimant et  $e_a$  l'épaisseur de l'aimant.

Pour le trajet de fuite entre l'aimant et le pont du bas, nous avons directement :

$$H_a e_a - H_{pr} l_{pr} = 0 \quad (IV.20)$$

Où  $H_{pr}$  et  $l_{pr}$  sont respectivement le champ et la largeur du pont radial.

Pour être complet dans l'écriture des théorèmes d'Ampère, il faudrait ajouter la contribution des ponts tangentiels. Cependant, la présence immédiate de l'entrefer au dessus des ponts impose un traitement mathématique plus complexe qui fera l'objet d'une section à part entière. Avant cela, nous exprimons les équations issues des relations constitutives et de la loi de conservation du flux.

#### IV.3.2.2 Écriture des relations constitutives

Celles-ci déjà définies dans la section (IV.2.2), nous donnons directement leurs expressions.

$$\begin{cases} B_e(\theta) = \mu_0 H_e(\theta) \\ B_a = \mu_0 \mu_a H_a + B_r \\ B_{pr} = \mu_0 H_{pr} + B_{sat} \end{cases} \quad (IV.21)$$

Un point particulier concerne l'expression de l'induction dans le pont radial employée lors du calcul en linéaire. Outre la simplification des calculs cette expression traduit le fait que le pont est en permanence soumis à un niveau d'induction défini par le paramètre  $B_{sat}$ . La seule présence des aimants au voisinage de ce pont autorise cette écriture puisque le champ des aimants va constamment le saturer.

La modélisation de l'induction dans le pont est alors la suivante :

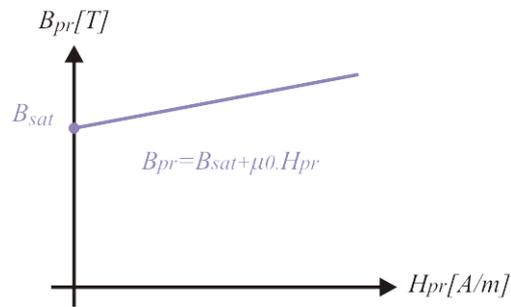


Figure 81 : Représentation de la modélisation analytique du pont radial

À partir de la courbe  $B(H)$  réelle, nous avons déduit la valeur de  $B_{sat}$  égale ici à 2 Tesla.

#### IV.3.2.3 Écriture de la loi de conservation du flux

Maintenant, le long de la pièce polaire, nous exprimons la loi de conservation du flux. La Figure 82 met en évidence la surface considérée.

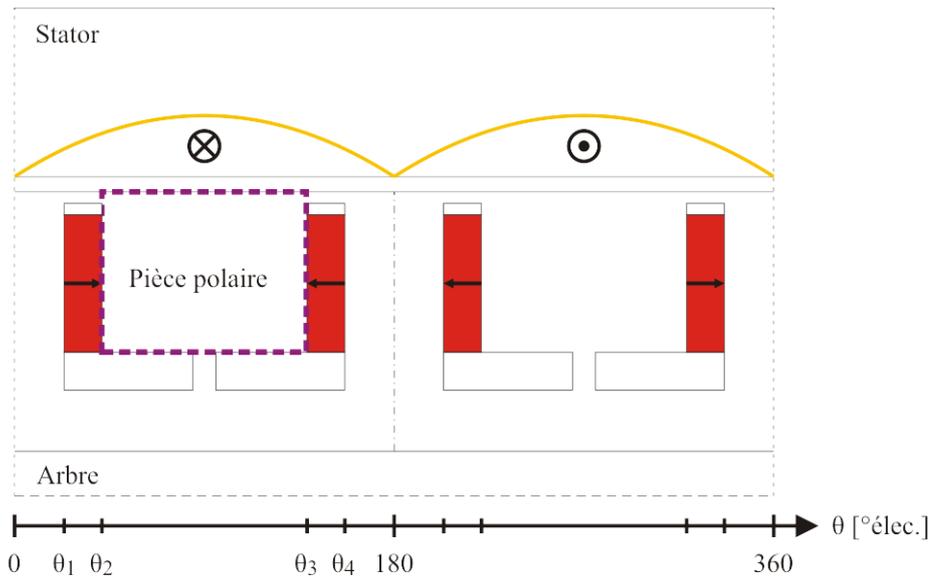


Figure 82 : Loi de conservation du flux sur la pièce polaire

Si l'on néglige les fuites dans l'air sous les aimants, l'équation équivalente est alors :

$$2 \phi_a = \phi_{e_{pp}} + \phi_{pr} + \phi_{pt}(\theta_2) + \phi_{pt}(\theta_3) \quad (IV.22)$$

Les termes  $\phi_a$ ,  $\phi_{e_{pp}}$ ,  $\phi_{pr}$  et  $\phi_{pt}$  correspondent aux flux dans l'aimant, l'entrefer le long de la pièce polaire, les ponts radiaux et tangentiels.

Les termes de l'équation précédente s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_a = B_a h_a L \\ \phi_{e_{pp}} = R_{ale} L \int_{\theta_2}^{\theta_3} B_e(\theta) d\theta \\ \phi_{pr} = B_{pr} e_{pr} L \\ \phi_{pt}(\theta_2) = B_{pt}(\theta_2) h_{pt} L \\ \phi_{pt}(\theta_3) = B_{pt}(\theta_3) h_{pt} L \end{array} \right. \quad (IV.23)$$

Avec  $L$  la longueur de fer,  $h_a$  la hauteur de l'aimant,  $R_{ale}$  le rayon d'alésage,  $e_{pr}$  l'épaisseur du pont radial et  $h_{pt}$  la hauteur du pont tangentiel.

#### IV.3.2.4 Induction d'entrefer

Pour les parcours qui n'incluent pas les aimants, on résout le système d'équations issu du théorème d'Ampère et des relations constitutives. Ces trajets sont définis pour les valeurs de  $\theta$  données ci-dessous.

Pour  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  et  $\theta_4 \leq \theta \leq 180$  :

$$B_e(\theta) = \frac{\mu_0 f_{mm}(\theta)}{e k_c} \quad (IV.24)$$

Avant d'évaluer l'induction dans l'entrefer pour les parcours incluant l'aimant, il est indispensable de déterminer au préalable l'expression du champ dans l'aimant  $H_a$ . Ce dernier s'exprime par :

$$H_a = \frac{B_{sat} e_{pb} - 2 B_r h_a + h_{pt} (B_{pt}(\theta_3) - B_{pt}(\theta_2)) + \frac{R_{ale} \mu_0}{e k_c} \int_{\theta_2}^{\theta_3} f_{mm}(\theta) d\theta}{2 \mu_0 \mu_a h_a - \mu_0 \frac{e_a e_{pr}}{h_{pr}} + \mu_0 \frac{e_a R_{ale}}{e k_c} \frac{\pi}{180 p} (\theta_3 - \theta_2)} \quad (IV.25)$$

Connaissant le champ dans l'aimant, on en déduit directement l'induction dans l'entrefer au dessus de la pièce polaire.

Pour  $\theta_2 \leq \theta \leq \theta_3$  :

$$B_e(\theta) = \frac{\mu_0}{e k_c} (f_{mm}(\theta) - H_a e_a) \quad (IV.26)$$

À ce stade, l'induction d'entrefer est déduite sur toute sa longueur, sauf au dessus des ponts tangentiels. Au cours de la modélisation, nous avons veillé à intégrer les conditions aux limites des inductions dans les ponts notées  $B_{pt}(\theta_2)$  et  $B_{pt}(\theta_3)$ . Désormais, il devient nécessaire d'évaluer les expressions de l'induction au dessus des ponts tangentiels

### IV.3.3 Modélisation de l'induction d'entrefer au dessus des ponts tangentiels

La modélisation débute par l'écriture de la loi de conservation du flux dans le pont sur un élément  $dx$  où sont négligées les fuites magnétiques dans l'air entre le pont et l'aimant. Le schéma faisant apparaître les différentes variables est donné en *Figure 83*.

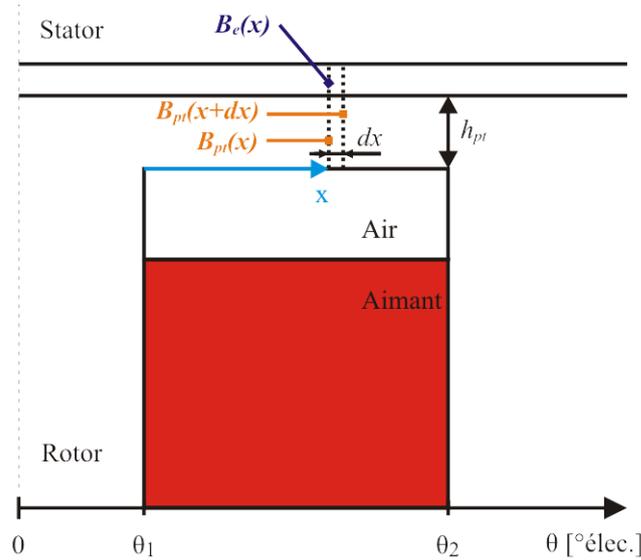


Figure 83 : Loi de conservation du flux dans le pont tangentiel

La loi de conservation du flux sur un élément de longueur  $dx$  et de hauteur  $h_{pt}$  est la suivante :

$$B_{pt}(x) h_{pt} L = B_{pt}(x+dx) h_{pt} L + B_e(x) dx L \quad (IV.27)$$

Le développement de cette équation conduit à l'expression de l'induction dans l'entrefer qui est directement fonction de l'induction le long du pont tangentiel.

$$B_e(x) = -h_{pt} (B_{pt}(x+dx) - B_{pt}(x)) \quad (IV.28)$$

$$B_e(x) = -h_{pt} \frac{dB_{pt}(x)}{dx}$$

On constate alors qu'il suffit de calculer l'évolution de  $B_{pt}(x)$  pour aboutir à l'induction d'entrefer. Le théorème d'Ampère appliqué au pont tangentiel avec la prise en compte de la force magnétomotrice et de l'entrefer est représenté sur la *Figure 84*.

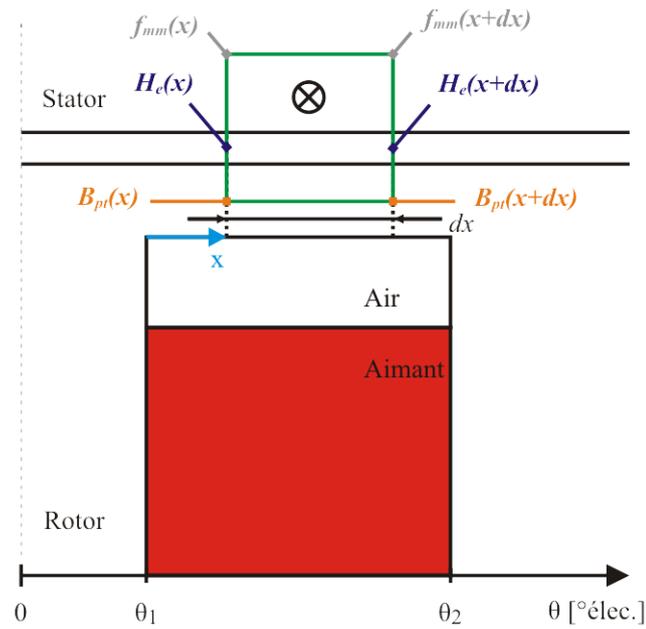


Figure 84 : Théorème d'Ampère dans le pont tangentiel

L'équation qui modélise ce trajet s'écrit alors :

$$-\int_x^{x+dx} H_{pt}(x) dx - H_e(x+dx) e k_c + H_e(x) e k_c = f_{mm}(x) - f_{mm}(x+dx) \quad (IV.29)$$

La dérivée de l'équation précédente par  $dx$  donne :

$$H_{pt}(x) + e k_c \frac{H_e(x+dx) - H_e(x)}{dx} = \frac{f_{mm}(x+dx) - f_{mm}(x)}{dx} \quad (IV.30)$$

Avec les relations constitutives, nous obtenons :

$$\frac{B_{pt}(x)}{\mu_0 \mu_r(B_{pt}(x))} + \frac{e k_c}{\mu_0} \frac{B_e(x+dx) - B_e(x)}{dx} = \frac{f_{mm}(x+dx) - f_{mm}(x)}{dx} \quad (IV.31)$$

Les expressions faisant intervenir  $B_e$  et  $f_{mm}$  correspondent à leur dérivée. Puis, le terme  $B_e$  est remplacé par son expression déduite de la loi de conservation du flux en (IV.28) afin d'obtenir une équation en  $B_{pt}(x)$ . Ces étapes de calculs donnent alors :

$$\begin{aligned}
\frac{B_{pt}(x)}{\mu_r(B_{pt}(x))} + e k_c \frac{dB_e(x)}{dx} &= \mu_0 \frac{df_{mm}(x)}{dx} \\
\frac{B_{pt}(x)}{\mu_r(B_{ph}(x))} - e k_c h_{pt} \frac{d^2 B_{pt}(x)}{dx^2} &= \mu_0 \frac{df_{mm}(x)}{dx} \\
\frac{d^2 B_{pt}(x)}{dx^2} - \frac{1}{e k_c h_{pt} \mu_r(B_{pt}(x))} B_{pt}(x) &= -\frac{\mu_0}{e k_c h_{pt}} \frac{df_{mm}(x)}{dx}
\end{aligned} \tag{IV.32}$$

Finalement, une équation différentielle du second ordre est obtenue pour laquelle nous communiquons son développement. Pour cela, on approxime par une différence finie l'équation de la dérivée seconde de l'induction dans le pont tangentiel et celle de la force magnétomotrice.

$$\begin{cases} \frac{d^2 B_{pt}(x)}{dx^2} = \frac{B_{pt(k+1)} - 2B_{pt(k)} + B_{pt(k-1)}}{(\Delta x)^2} \\ f_{mm}(x) = F_{MM} \cos\left(\theta_1 - \alpha + \frac{p x}{R_{rot}}\right) \end{cases} \tag{IV.33}$$

Où  $\alpha$  correspond à l'angle de calage.  $\Delta x$  est quant à lui la longueur du pas de discrétisation du pont tangentiel et  $F_{MM}$  l'amplitude de la force magnétomotrice.

Le développement de l'équation différentielle fournit le système d'équations suivant :

$$B_{pt(k-1)} - \sigma(k) B_{pt(k)} + B_{pt(k+1)} = \delta \sin\left(\theta_1 - \beta + \frac{p k \Delta x}{R_{rot}}\right) \tag{IV.34}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\sigma(k) &= 2 + \frac{(\Delta x)^2}{e k_c h_{pt} \mu_r(B_{pt}(k))} \\
\delta &= \frac{\mu_0}{e k_c h_{pt}} F_{MM} \frac{p}{R_{rot}} (\Delta x)^2
\end{aligned} \tag{IV.35}$$

Il convient à présent d'exprimer les conditions aux limites données par la dérivée à gauche et à droite de (IV.28). Ces conditions sont issues de l'induction d'entrefer aux points initial et final  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

$$\begin{cases} B_e(\theta_1) = -h_{pt} \left( \frac{B_{pt}(\Delta x) - B_{pt}(0)}{\Delta x} \right) \\ B_e(\theta_2) = -h_{pt} \left( \frac{B_{pt}(x_{final}) - B_{ph}(x_{final} - \Delta x)}{\Delta x} \right) \end{cases} \tag{IV.36}$$

Finalement avec l'aide des conditions aux limites, le système d'équations donné en (IV.34) exprimé à partir paramètre  $k$  est résolu. Cette résolution retourne l'induction dans le pont tangentiel  $B_{pt}(x)$ .

Grâce à cette grandeur, l'induction dans l'entrefer au dessus du pont est exprimée au moyen de l'équation (IV.28) sous sa forme formelle.

$$B_e(x) = -h_{pt} \left( \frac{B_{pt}(x+dx) - B_{pt}(x-dx)}{2 dx} \right) \quad (IV.37)$$

Un changement de repère donne directement l'expression de  $B_e(\theta)$  au dessus du pont. Maintenant que l'induction d'entrefer est évaluée sur toute la longueur du pas polaire, nous sommes en mesure de comparer les résultats du modèle analytique au modèle éléments finis dans le cas linéaire.

#### IV.3.4 Comparaison des modèles linéaires

Une comparaison entre le modèle analytique (AN) et le modèle éléments finis (EF) implique de se placer dans les mêmes conditions. Cependant, les modèles étant de nature différente, il est assez délicat d'être rigoureusement dans les mêmes configurations. Cela est notamment le cas des dents du stator inévitablement présentes dans le modèle EF. Celles-ci créent une variation de l'induction d'entrefer entre deux dents, ce phénomène est défini comme étant l'effet d'encoche. Le modèle analytique tient compte de cette variation par l'intermédiaire du coefficient de Carter mais le stator y est vu comme lisse. Cela a pour effet de « gommer » les variations de l'induction d'entrefer entre les dents.

Nous avons choisi de traiter plusieurs configurations définies par la densité de courant notée  $J$  et l'angle de calage  $\alpha$  qui traduit le défluxage.

Dans le premier cas, une densité  $J$  égale à  $3 \text{ A/mm}^2$  est imposée dans l'encoche. Cela est équivalent à une densité de  $4,24 \text{ A}_{eff}/\text{mm}^2$  dans le cuivre sous hypothèse d'un remplissage de  $0,5$  ( $=J/0,5/\sqrt{2}$ ).

$J=3 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=60^\circ$  :

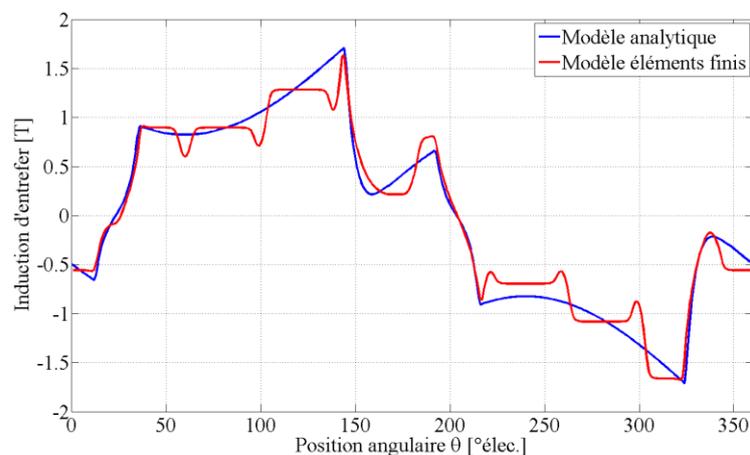


Figure 85 : Comparatif en linéaire des inductions d'entrefer pour  $J=3 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=60^\circ$

Comme attendu, la *Figure 85* met en évidence que l'induction relevée par le modèle EF sur une période électrique n'est pas symétrique en raison du bobinage à pas fractionnaire du stator. On constate que l'hypothèse de symétrie du modèle analytique ne pénalise aucunement la forme d'onde de l'induction d'entrefer.

$J=5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$  :

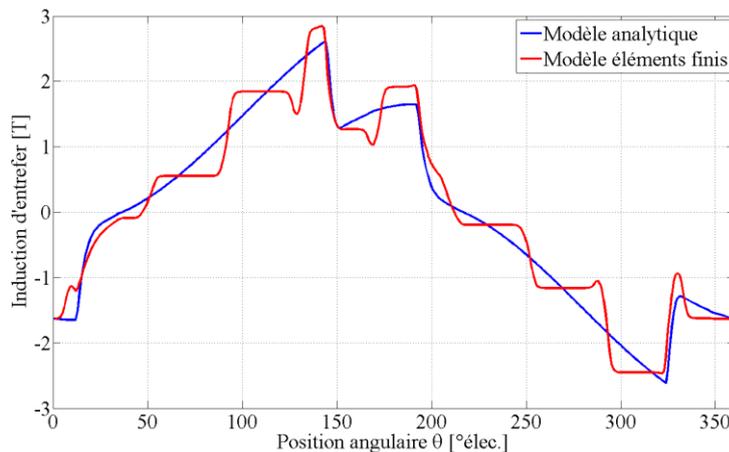


Figure 86 : Comparatif en linéaire des inductions d'entrefer pour  $J=5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$

$J=8 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=40^\circ$  :

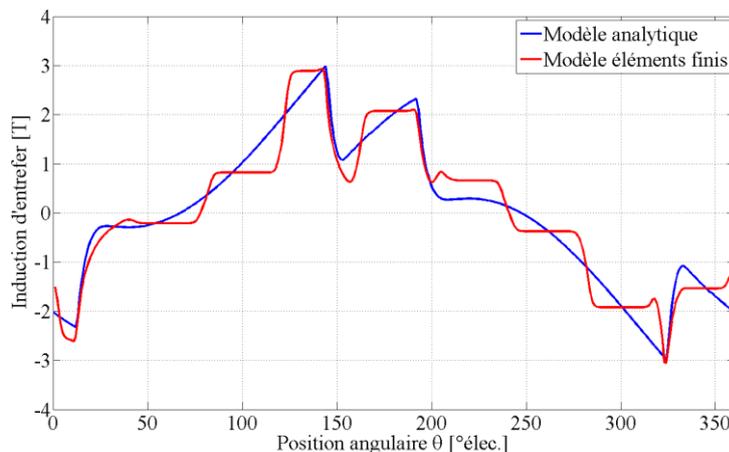


Figure 87 : Comparatif en linéaire des inductions d'entrefer pour  $J=8 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=40^\circ$

Sur les relevés précédents (*Figure 86* et *Figure 87*) où la densité de courant est nettement supérieure à celle de la *Figure 85*, on constate que le comportement y est qualitativement aussi convenable.

Finalement, pour les trois cas traités précédemment, nous avons veillé à avoir des configurations différentes les unes des autres, en ce qui concerne la densité de courant et l'angle de calage. En définitive, les formes d'ondes sont visuellement très proches quelle que soit la configuration.

Le *Tableau XVII* présente les amplitudes comparées des fondamentaux des modèles AN et EF ainsi que l'écart en pourcentage des trois cas précédents.

*Tableau XVII : Comparaison du couple moyen entre les modèles AN et EF*

	<b>Modèle AN</b> <b>Amplitude de <math>Be1</math> [T]</b>	<b>Modèle EF</b> <b>Amplitude de <math>Be1</math> [T]</b>	<b>Ecart (%)</b>
$J=3 \hat{A}/mm^2 ; \alpha=60^\circ :$	1,23	1,17	5,1
$J=5 \hat{A}/mm^2 ; \alpha=10^\circ :$	1,96	1,91	2,6
$J=8 \hat{A}/mm^2 ; \alpha=40^\circ :$	1,92	1,88	2,1

En conclusion de cette première partie, le modèle analytique en linéaire donnant l'induction d'entrefer est donc tout à fait convenable du point de vue qualitatif, on propose désormais de relever le couple moyen à partir du modèle AN et de le comparer au modèle EF.

## IV.4 Évaluation du couple électromagnétique

L'évaluation du couple électromagnétique est primordiale puisqu'il correspond à la conversion électromécanique et traduit les performances d'une machine électrique. Partant de l'induction dans l'entrefer issue du modèle analytique, nous commençons par déduire l'amplitude des fondamentaux pour les axes  $d$  et  $q$ .

### IV.4.1 Fondamentaux de l'induction d'entrefer suivant les axe $d$ et $q$

La décomposition en série de Fourier de l'induction d'entrefer permet de déduire la contribution du fondamental de chaque axe.

$$\begin{cases} B_{ed}(\theta) = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} B_e(\theta) \sin(\theta) d\theta \\ B_{eq}(\theta) = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} -B_e(\theta) \cos(\theta) d\theta \end{cases} \quad (IV.38)$$

La représentation de ces fondamentaux pour le modèle analytique est donnée en *Figure 88* pour le cas d'étude où  $J=5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$ .

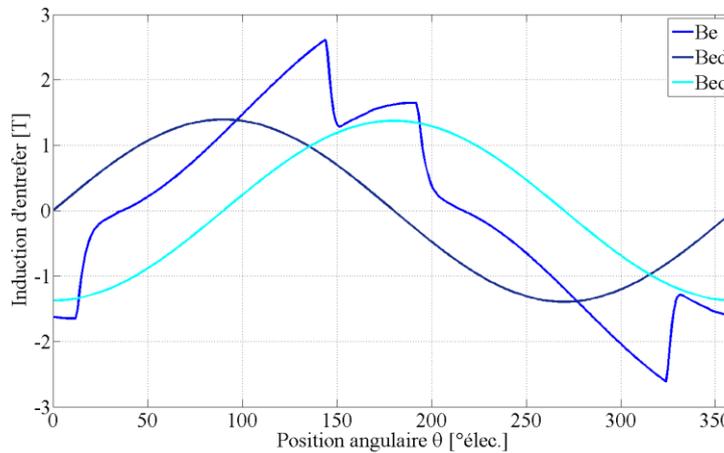


Figure 88 : Induction d'entrefer pour  $J=5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$  et les fondamentaux des axes  $d$  et  $q$

### IV.4.2 Calcul des flux des axes $d$ et $q$

Les flux  $dq$  vus par le bobinage sont évalués grâce aux inductions d'entrefer précédemment déduites. La relation entre les flux captés et les inductions sont données par :

$$\begin{cases} \phi_d = \frac{N_s k_{bl} R_{ale} L}{p} \int_0^{\pi} \widehat{B}_{ed} \sin(\theta) d\theta & = \frac{2}{p} N_s k_{bl} R_{ale} L \widehat{B}_{ed} \\ \phi_q = \frac{N_s k_{bl} R_{ale} L}{p} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -\widehat{B}_{eq} \cos(\theta) d\theta & = -\frac{2}{p} N_s k_{bl} R_{ale} L \widehat{B}_{eq} \end{cases} \quad (IV.39)$$

Avec  $N_s$  le nombre de spires en série,  $k_{bl}$  le coefficient de bobinage du fondamental et  $R_{ale}$  le rayon d'alésage.

#### IV.4.3 Expression du couple utile

L'équation (IV.40) exprimée à partir des flux et des courants  $dq$  donne directement la valeur du couple électromagnétique où il s'agit ici d'une évaluation globale.

$$C = \frac{3p}{2} (\phi_d I_q - \phi_q I_d) \quad (IV.40)$$

Pour les trois cas traités dans la section précédente, nous comparons dans le *Tableau XVIII* les valeurs du couple des modèles AN et EF.

*Tableau XVIII : Comparaison du couple moyen entre les modèles AN et EF*

	Couple AN [N.m]	Couple EF [N.m]
$J=3 \text{ \AA/mm}^2 ; \alpha=60^\circ$	56,5	55,8
$J=5 \text{ \AA/mm}^2 ; \alpha=10^\circ$	166	160
$J=8 \text{ \AA/mm}^2 ; \alpha=40^\circ$	299	290

À ce stade de la modélisation, nous venons d'exprimer l'équation du couple en fonction des courants et des flux. Ces derniers sont directement liés à l'induction d'entrefer déterminée par résolution du modèle analytique en linéaire.

Les tracés de l'induction mettent en évidence des inductions voisines de 3 Tesla dans l'entrefer dans le cas où  $J=5 \text{ \AA/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$  (*Figure 86*). Si l'on souhaite utiliser le modèle analytique en linéaire dans son domaine de validité, il devient indispensable de réduire les niveaux d'induction maximum.

Une première solution consiste alors à augmenter l'entrefer pour réduire l'induction et à augmenter la longueur de fer pour garantir les mêmes performances. Une seconde solution consiste à augmenter le rayon d'alésage afin d'augmenter la surface de l'entrefer et ainsi réduire l'induction.

Or, la géométrie de la machine est considérée comme étant déjà en limite des contraintes pour la longueur de fer et le rayon extérieur de la tôle stator. Soit :  $L=L_{max}$  et  $R_{ext}=R_{ext max}$ .

Par conséquent, il est impossible d'obtenir à la fois des niveaux d'induction qui garantissent le domaine de validité du modèle linéaire et les performances attendue de la machine. Ce modèle est donc inutilisable en l'état actuel. Néanmoins, sa mise en œuvre a permis d'introduire

les lois fondamentales de l'électromagnétisme, d'exprimer la modélisation des ponts de saturation tangentiels et de présenter pas à pas la démarche de résolution.

En définitive, pour les raisons énoncées auparavant, nous n'avons pas d'autre choix que d'agrémenter la modélisation analytique de la prise en compte de la saturation magnétique dans les tôles.

## IV.5 Modèle analytique en saturé

Désormais, on propose d'étendre le modèle analytique traitant jusque là de la résolution en linéaire de l'induction d'entrefer par la prise en compte de la saturation magnétique du stator à l'image des travaux d'El-Serafi [ELS88] et de Levi [Lev00]. Cette modélisation du stator tiendra compte à la fois de la contribution des dents et de la culasse.

La démarche de conception reste identique à celle en linéaire où les lois de l'électromagnétisme commenceront par être exprimées. D'ailleurs, la modélisation débute par l'écriture de la loi de conservation entre l'entrefer et le stator.

### IV.5.1 Loi de conservation du flux

Le point de départ de la modélisation est l'écriture de la loi de conservation du flux. Cette loi « dit » que le flux dans l'entrefer, dans les dents et dans la culasse est conservé c'est-à-dire qu'ils sont égaux.

#### IV.5.1.1 Induction dans les dents

Pour déduire l'induction dans les dents, on commence par exprimer l'égalité des flux dans les dents et l'entrefer. Nous faisons alors l'hypothèse d'un nombre infini de dents noté  $K$  correspondant au nombre de discrétisations de la position angulaire, puis, on borne la surface d'intégration autour du nouveau pas dentaire.

$$\begin{aligned}\phi_{ds} &= \phi_e \\ B_{ds}(\theta) \frac{l_d}{K} L &= B_e(\theta) \frac{\tau_d}{K} L \\ B_{ds}(\theta) &= \frac{\tau_d}{l_d} B_e(\theta)\end{aligned}\tag{IV.41}$$

Où  $l_d$  correspond à la largeur d'une dent et  $\tau_d$  représente le pas dentaire.

En conclusion, nous venons d'exprimer l'induction dans les dents  $B_{ds}(\theta)$  à partir de celle de l'entrefer  $B_e(\theta)$ .

#### IV.5.1.2 Induction dans la culasse

Comme pour les dents, la loi de conservation du flux est appliquée entre l'entrefer et la culasse, soit :

$$\phi_{cs} = \frac{\phi_e}{2}\tag{IV.42}$$

L'induction dans la culasse est ensuite exprimée à partir de l'intégrale de l'induction d'entrefer sur un pôle.

$$B_{cs}(\theta) h_c L = \frac{R_c}{2} L \int_{\theta}^{\theta+180^\circ} B_e(\theta) d\theta \quad (IV.43)$$

$$B_{cs}(\theta) = \frac{R_c}{2 h_c} \int_{\theta}^{\theta+180^\circ} B_e(\theta) d\theta$$

Nous voyons alors que l'induction d'entrefer est le paramètre essentiel puisqu'il est à la base du calcul des inductions dans les dents et la culasse. Désormais, intéressons nous à l'évaluation des champs dans les dents et la culasse au moyen de la relation constitutive des milieux.

#### IV.5.2 Relation constitutive des milieux

Pour la relation constitutive, nous rappelons l'emploi d'une fonction d'interpolation linéaire basée sur la courbe  $B(H)$  issue des données du matériau. Cette démarche, un peu plus longue d'évaluation qu'une modélisation analytique de la courbe  $B(H)$ , a pour principal avantage de garantir une excellente précision notamment dans le coude de saturation.

Nous donnons en *Figure 89*, la représentation de la courbe  $B(H)$  entre 0 et 2,2 T.

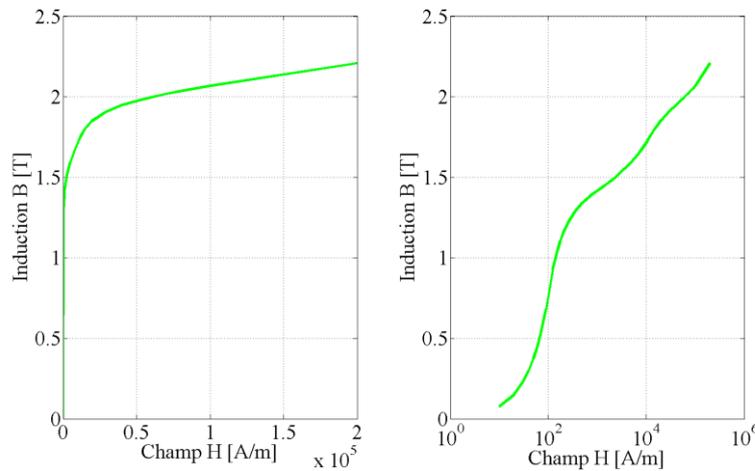


Figure 89 : Courbe  $B(H)$  dans le plan classique et dans le plan semilog

Partant des données de l'induction  $B$  et du champ  $H$ , une interpolation destinée à évaluer l'une ou l'autre de ces grandeurs est appliquée en connaissance d'un point de référence. Dans notre cas,  $B_e(\theta)$  fournit les inductions  $B_{ds}(\theta)$  et  $B_{cs}(\theta)$ , les champs dans les dents et la culasse respectivement notés  $H_{ds}$  et  $H_{cs}$  sont alors déduits à partir d'une interpolation de la courbe  $B(H)$ . Dans le cas où l'induction est supérieure à celle des données du matériau, il est utilisé une extrapolation de la courbe.

L'interpolation et l'extrapolation linéaires sont exprimées par la fonction  $f_{int}$ .

$$\begin{cases} H_{ds}(\theta) = f_{int}(B_{ds}(\theta)) \\ H_{cs}(\theta) = f_{int}(B_{cs}(\theta)) \end{cases} \quad (IV.44)$$

### IV.5.3 Théorème d'Ampère

Le théorème d'Ampère est exprimé sur les mêmes parcours que ceux du modèle en linéaire. La seule modification concerne la prise en compte des Ampère-tours dans les dents et la culasse.

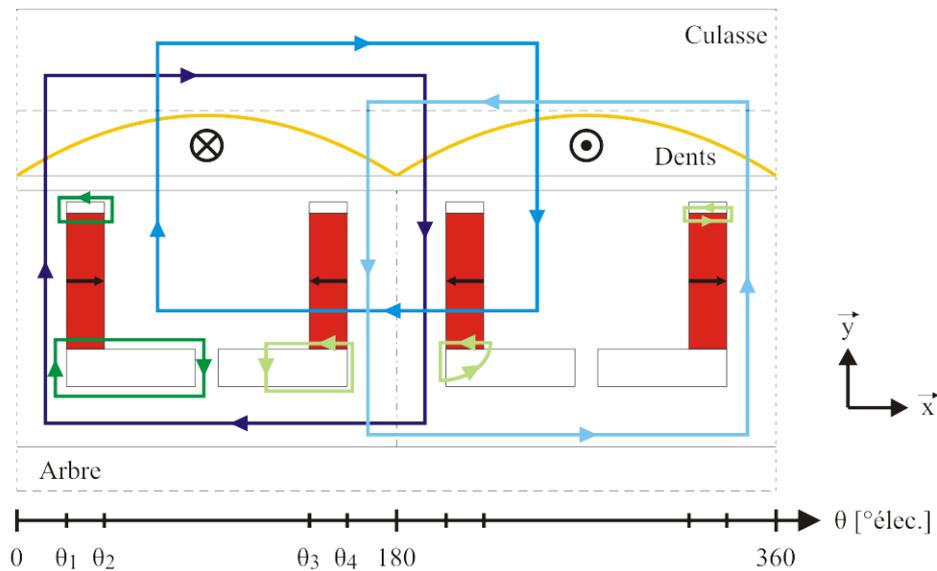


Figure 90 : Parcours des lignes de champ avec la prise en compte des dents et de la culasse

À l'image du modèle en linéaire, les équations sont écrites sur un demi-pas polaire en raison de la symétrie sur un pôle. Nous donnons alors seulement les équations qui font intervenir la contribution des dents et de la culasse.

Pour  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  et  $\theta_4 \leq \theta \leq 180$  :

$$H_e(\theta) e k_c + H_{ds}(\theta) h_d + \frac{1}{2} R_c \int_{\theta}^{\theta+180^\circ} H_{cs}(\theta) d\theta = f_{mm}(\theta) \quad (IV.45)$$

Pour  $\theta_2 \leq \theta \leq \theta_3$  :

$$H_a e_a + H_e(\theta) e k_c + H_{ds}(\theta) h_d + \frac{1}{2} R_c \int_{\theta}^{\theta+180^\circ} H_{cs}(\theta) d\theta = f_{mm}(\theta) \quad (IV.46)$$

Pour les intervalles situés au dessus des ponts tangentiels ( $\theta_1 < \theta < \theta_2$  et  $\theta_3 < \theta < \theta_4$ ), l'évaluation de l'induction d'entrefer est quasi-identique à celle donnée en IV.3.3 Modélisation

de l'induction d'entrefer au dessus des ponts tangentiels. La seule différence concerne l'écriture du théorème d'Ampère qui tient compte désormais de la consommation en Ampère-tour dans les dents et la culasse. Ceci étant dit, il n'est pas redonné le développement qui a permis d'aboutir à la détermination de l'induction dans l'entrefer au dessus des ponts tangentiels puisque quasi similaire.

Dans le modèle analytique en saturé, nous avons également ajouté les fuites au rotor présentes au voisinage de l'aimant. Leur représentation est donnée sur la *Figure 90*. Ces fuites correspondent à des trajets dans l'air définis comme radial, tangentiel et circulaire. Les indices «*fr*», «*ft*» et «*fc*» correspondent respectivement aux fuites radiales, tangentielles et circulaires.

Maintenant, nous donnons le système d'équations complet sans toutefois faire apparaître les intervalles des ponts tangentiels. Nous exprimons les inductions, les champs et les Ampère-tours dans l'entrefer, les dents, la culasse et l'aimant. Il convient de rappeler que  $B_e(\theta)$  correspond au vecteur inconnu  $X$ , que l'on cherche à évaluer.

$$\begin{cases} B_e(\theta) = X \\ H_e(\theta) = \frac{B_e(\theta)}{\mu_0} \\ At_e(\theta) = H_e(\theta) e k_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_{ds}(\theta) = \frac{\tau_d}{l_d} B_e(\theta) \\ H_{ds}(\theta) = f_{int}(B_{ds}(\theta)) \\ At_{ds}(\theta) = H_{ds}(\theta) h_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_{cs}(\theta) = \frac{R_c}{2h_c} \int_{\theta}^{\theta+180^\circ} B_e(\theta) d\theta \\ H_{cs}(\theta) = f_{int}(B_{cs}(\theta)) \\ At_{cs}(\theta) = \frac{l}{2} R_c \int_{\theta}^{\theta+180^\circ} H_{cs}(\theta) d\theta \end{cases} \quad (IV.47)$$

$$\begin{cases} B_a = \frac{R_{ale}}{2h_a} \int_{\theta_2}^{\theta_3} B_e(\theta) d\theta \\ H_a = \frac{B_a - B_r}{\mu_0} \\ At_a = H_a e_a \end{cases}$$

Pour  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  et  $\theta_4 \leq \theta \leq 180$  :

$$At_e(\theta) + At_{ds}(\theta) + At_{cs}(\theta) = f_{mm}(\theta) \quad (IV.48)$$

Pour  $\theta_2 \leq \theta \leq \theta_3$  :

$$At_a + At_e(\theta) + At_{ds}(\theta) + At_{cs}(\theta) = f_{mm}(\theta)$$

Partant de ce système d'équations, il ne reste plus qu'à décrire la démarche employée pour résoudre ce système d'équations non linéaires.

#### IV.5.4 Résolution du système d'équations non linéaires

Comme nous l'avons vu au cours de ce chapitre, l'induction d'entrefer est le paramètre essentiel puisqu'il est au cœur de l'interaction rotor/stator.

##### IV.5.4.1 Les variables

Une résolution ayant comme variable l'induction dans l'entrefer sur un pôle est mise en œuvre, afin de résoudre le système d'équations non linéaires. Nous parlerons alors d'une seule variable même si  $B_e(\theta)$  correspond à un vecteur ayant pour taille la discrétisation en  $\theta$ .

En d'autres termes, nous cherchons la forme d'onde de  $B_e(\theta)$  vérifiant les équations en (IV.48) et vérifiant l'égalité suivante :

$$f(B_e(\theta)) = 0 \quad (IV.49)$$

Où  $f$  correspond à la fonction d'évaluation.

Cette équation traduit l'égalité entre les Ampère-tours consommés dans l'entrefer, les dents, la culasse et les ponts et les Ampère-tours fournis par les aimants et la force magnétomotrice.

##### IV.5.4.2 Méthode de résolution

Dans le cas vectoriel d'équations non linéaires, il est recommandé d'après [Oks00] l'emploi d'une résolution de type Newton-Raphson dont la formule de récurrence de  $x$  s'exprime directement par :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (IV.50)$$

Cette démarche appliquée au système d'équations du modèle analytique fournit finalement la forme d'onde de l'induction dans l'entrefer.

#### IV.5.1 Comparaison des modèles en saturé

Maintenant, nous proposons de comparer les résultats issus du modèle analytique à ceux donnés par les éléments finis. Pour cela, il est indispensable de se placer dans la même configuration, autrement dit, vérifier les mêmes hypothèses.

Comme nous l'avons vu, le modèle analytique est construit sur la loi de conservation du flux dans l'entrefer, les dents et la culasse. Les encoches qui portent le bobinage ont quant à elle une

perméabilité équivalente à celle de l'air. Pour les forts niveaux de saturation le champ dans les dents est partiellement dévié au travers des encoches et de l'isthme. Par conséquent, les hypothèses sont erronées puisque les lignes de champ se rebouclent par les encoches sans traverser l'entrefer.

Pour limiter les fuites dans les encoches et dans l'isthme, nous avons modifié la perméabilité relative dans ces parties en imposant numériquement  $\mu_r=0,001$ . Dès lors, les lignes de champs ont beaucoup plus de difficultés à traverser l'encoche et l'isthme.

Pour preuve, les relevés éléments finis d'une machine à rotor plein sont donnés pour  $\mu_r=1$  et  $\mu_r=0,001$ .

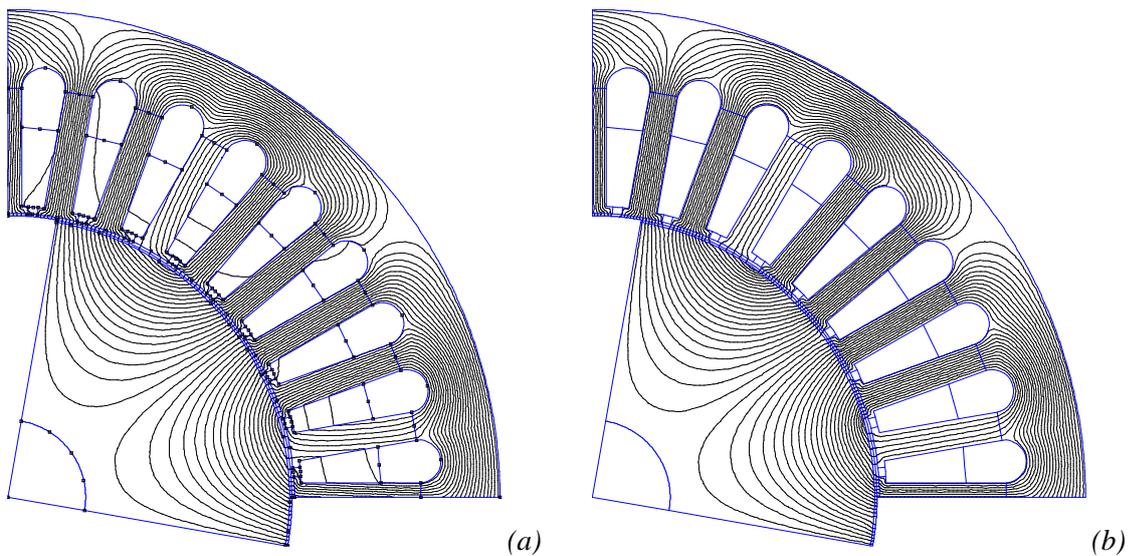


Figure 91 : Relevés éléments finis pour  $\mu_r=1$  (a) et  $\mu_r=0,001$  (b)

Désormais, on est à même de comparer les modèles analytique et éléments finis en saturé grâce aux allures des inductions dans l'entrefer déduites de la résolution des équations non linéaires.

$$J=3 \text{ A/mm}^2 \text{ et } \alpha=60^\circ :$$

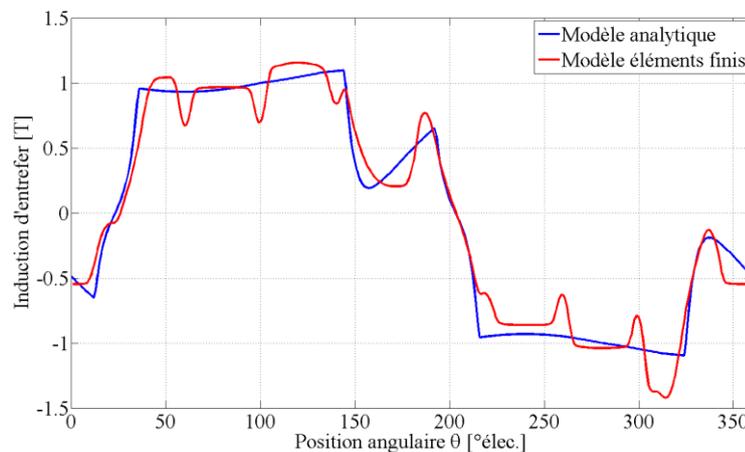


Figure 92 : Comparatif en saturé des inductions d'entrefer pour  $J=3 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=60^\circ$

$J=5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$  :

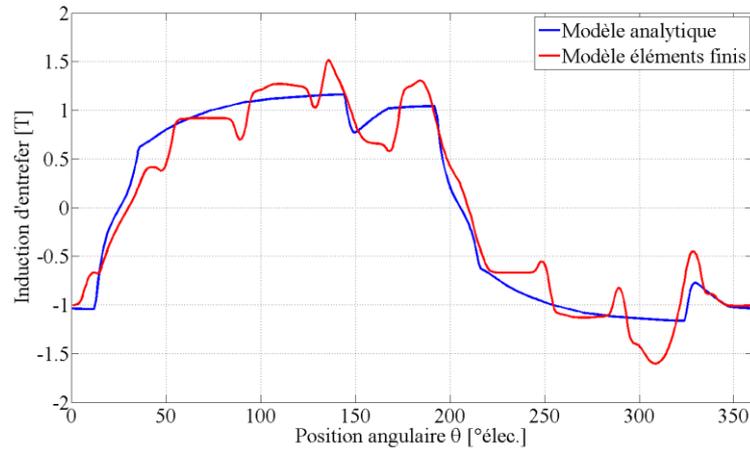


Figure 93 : Comparatif en saturé des inductions d'entrefer pour  $J=5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=10^\circ$

$J=8 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=40^\circ$  :

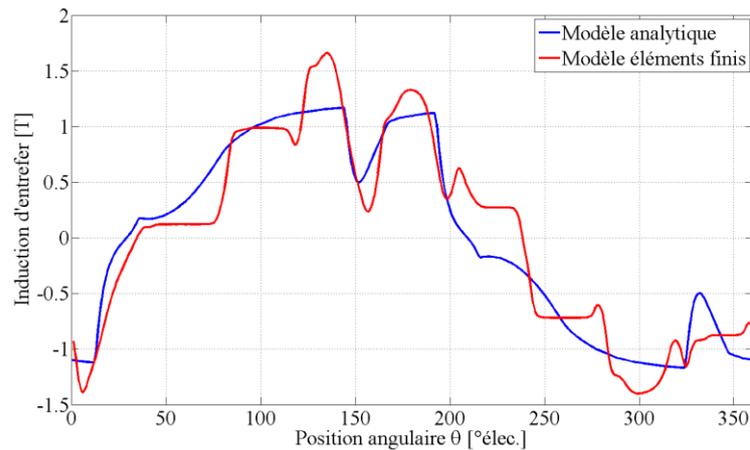


Figure 94 : Comparatif en saturé des inductions d'entrefer pour  $J=8 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=40^\circ$

En comparaison des relevés en linéaire les niveaux d'induction sont désormais nettement moins élevés. On constate alors que les deux modèles sont relativement proches même si les formes d'ondes ne sont pas parfaitement superposées. Cela s'explique par l'effet des encoches et par l'hypothèse de symétrie du modèle analytique. Pour être certain de la bonne corrélation entre les résultats des modèles et pour visualiser l'impact de la saturation du stator, nous représentons l'évolution des fondamentaux de l'induction d'entrefer en fonction de la densité de courant en *Figure 95*.

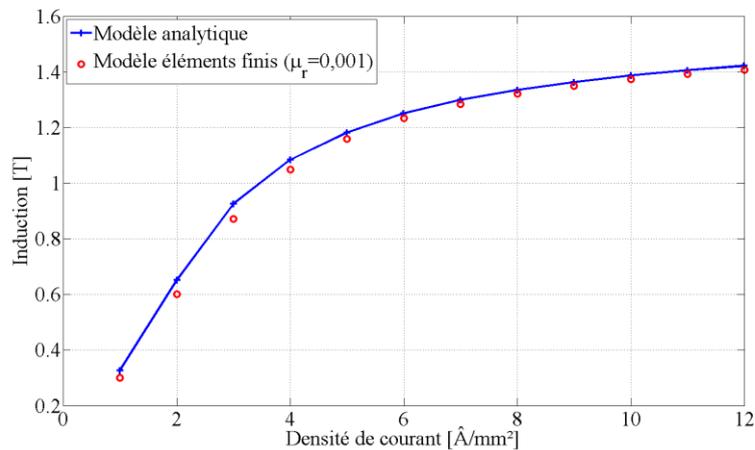


Figure 95 : Évolution de l'amplitude du fondamental de l'induction d'entrefer en fonction de la densité de courant

Au regard des ces résultats, on peut en conclure que la modélisation analytique est convenable. À titre de comparaison, la résolution du modèle analytique prend entre 2 et 3 secondes alors qu'elle est 10 fois plus longue par les éléments finis.

À ce stade, nous venons de concevoir un modèle analytique tenant compte de la saturation magnétique du stator sans toutefois prendre en considération les fuites dans les encoches. Il convient logiquement de s'interroger sur la nécessité de les prendre en compte dans la modélisation.

Par le biais des éléments finis, nous comparons les amplitudes du fondamental de l'induction d'entrefer en fonction de la densité de courant (Figure 96) entre le cas sans fuites ( $\mu_r=0,001$ ) et le cas réel ( $\mu_r=1$ ).

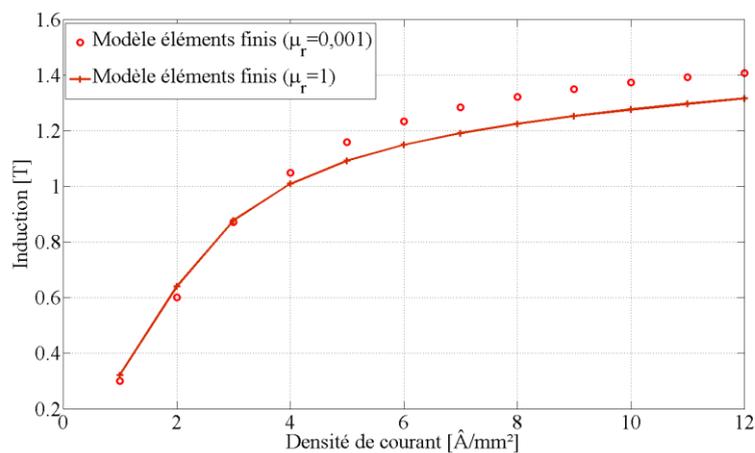


Figure 96 : Comparaison par les EF de l'amplitude du fondamental de l'induction d'entrefer en fonction de la densité de courant sans et avec les fuites d'encoches

Ce comparatif démontre alors que la contribution des fuites d'encoches est non négligeable puisque celles-ci peuvent réduire de plus de 8% l'amplitude du fondamental de l'induction d'entrefer. La prochaine étape de modélisation consiste alors à inclure ces fuites dans le modèle analytique.

## IV.6 Modélisation analytique des fuites d'encoches

Deux types de fuites fonction du parcours des lignes de champ au travers des encoches sont distingués. Le premier type de fuite correspond aux trajets radiaux engendrés par la saturation des dents. Le second type est plus conventionnel car il s'agit des fuites dues aux courants dans les encoches pour lesquelles le trajet est considéré comme tangentiel.

### IV.6.1 Fuites radiales d'encoches

Une dent soumise à un niveau d'induction assez important voit sa perméabilité relative diminuer. D'après Boglietti [Bog11], le parcours parallèle à la dent (ou trajet radial) dans l'encoche ne peut plus être considéré comme négligeable. Avant d'introduire le développement mathématique de ces fuites, nous donnons une représentation symbolique (*Figure 97*) pour une unique dent.

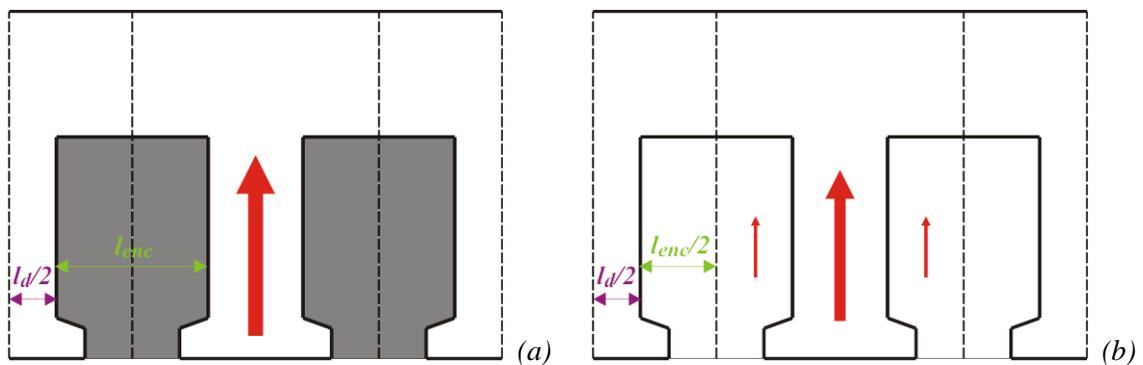


Figure 97 : Modélisations sans (a) et avec (b) les fuites radiales d'encoches

En définitive, on cherche à corriger l'induction dans les dents due au parcours parallèle du champ à travers l'encoche où il est indispensable de respecter la loi de conservation du flux. Par conséquent, le flux initial dans une dent doit être égal à la somme du flux corrigé dans la dent et du flux dans l'encoche, soit :

$$\phi_{ds\ initial} = \phi_{ds\ finale} + \phi_{enc\ radial} \quad (IV.51)$$

En exprimant les flux à partir de l'induction et avec la relation constitutive dans l'encoche, nous obtenons finalement l'équation (IV.52).

$$B_{ds\ finale} = B_{ds\ initiale} - \mu_0 H_{enc\ radial} \frac{l_{enc}}{l_d} \quad (IV.52)$$

Cette équation doit respecter la contrainte qui consiste à avoir le même champ dans l'encoche et dans la dent ( $H_{enc\ radial} = H_{ds\ finale}$ ).

Par conséquent, nous cherchons l'intersection entre la courbe  $B(H)$  régissant le comportement du matériau magnétique avec la droite définie par l'équation (IV.52) traduisant la contribution des fuites d'encoches radiales.

Pour résoudre ce problème, une méthode itérative du point fixe ayant pour point de départ l'induction initiale dans une dent  $B_{ds\ initial}$  est employée. Là encore, une représentation symbolique de la démarche de résolution est fournie en *Figure 98*.

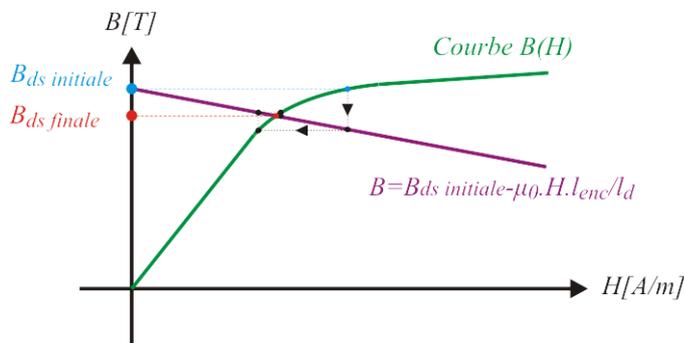


Figure 98 : Exemple de résolution par la méthode du point fixe

On constate alors que le champ radial dans l'encoche participe à la désaturation de la dent lorsque celle-ci est très saturée. Pour preuve, la caractéristique  $B_{ds\ finale}$  en fonction de  $B_{ds\ initial}$  est relevée dans le cas où  $l_{enc}/l_d = 1,27$ .

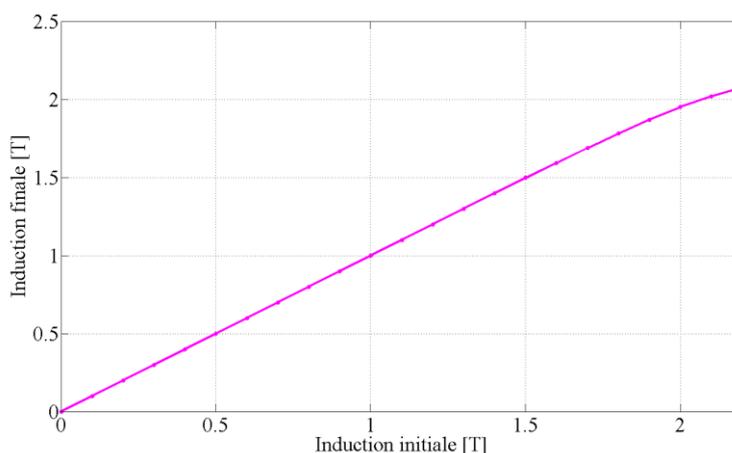


Figure 99 : Courbe de désaturation des dents

On constate logiquement que pour les faibles niveaux d'induction, cette correction n'a pas d'influence. Ce phénomène est donc comme attendu propre aux forts niveaux d'induction. Pour exemple, une induction initiale de 2,2 T dans une dent sera ramenée à 2,07 T suite à la prise en compte des fuites d'encoches radiales.

Nous venons de mettre en avant le fait que les fuites radiales d'encoches traduisent un effet de désaturation des dents initialement saturées. Maintenant, nous allons traiter les fuites d'encoches tangentiellles.

#### IV.6.2 Fuites tangentiellles d'encoches

Nous définissons les fuites tangentiellles d'encoches comme étant créées par les courants dans les encoches. En effet, la circulation du courant dans celles-ci donne naissance à un champ pouvant se reboucler au travers de l'encoche (*Figure 100*). Le flux ainsi créé ne participe en rien

à la conversion électromécanique. Il s'agit alors d'un flux de fuite qui est défini comme tangentiel en raison de son parcours dans l'encoche.

Nous commençons par représenter la géométrie et les parcours considérés dans cette analyse. Deux simplifications sont faites en début d'étude : elles correspondent au fait que le pied de dent est parfaitement rectangulaire (non trapézoïdale) et, d'autre part, l'encoche est considérée rectangulaire. Ces hypothèses permettent d'exprimer plus facilement les équations liées aux trajets dans l'air.

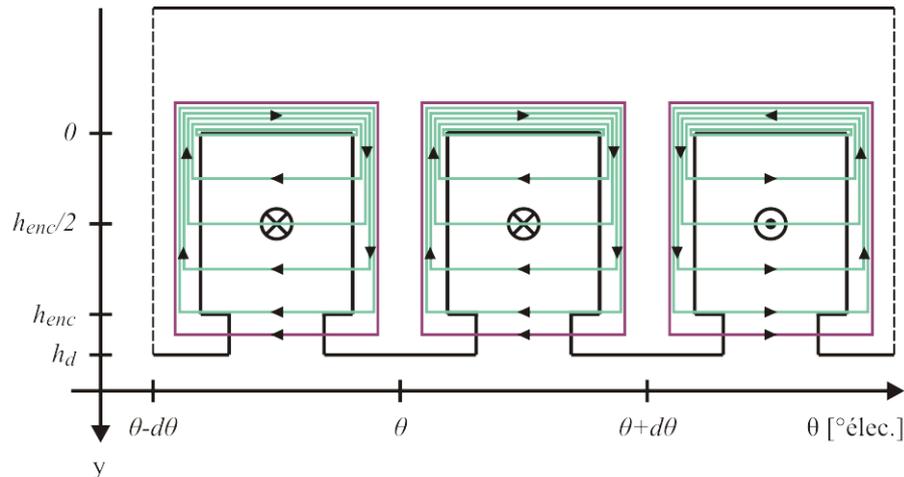


Figure 100 : Représentation des chemins des fuites dans l'encoche et dans l'isthme

Avant d'introduire la démarche de résolution, nous souhaitons apporter certaines précisions ayant pour objectif de faciliter la compréhension.

#### IV.6.2.1 La géométrie

Plusieurs parties propres au stator sont distinguées : les dents, la culasse, l'encoche et l'isthme. Pour les trajets représentés en *Figure 100*, les interactions entre les milieux (air et tôle) seront exprimées entre l'isthme et la dent, l'isthme et la culasse, l'encoche et la dent, et entre l'encoche et la culasse.

#### IV.6.2.2 Le courant dans une encoche

À l'image de [Fog99], on considère que le courant dans une encoche a une répartition linéaire le long de sa hauteur jusqu'à une valeur de maximale notée  $I_{enc}$ . Cette répartition du courant est donnée en *Figure 101*.

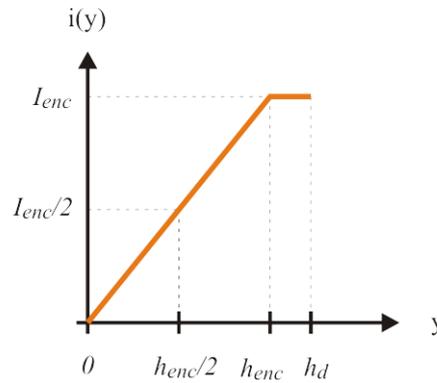


Figure 101 : Modélisation de la répartition en courant dans une encoche en fonction de  $y$

Partant des trajets de la *Figure 100* et de la répartition du courant dans une encoche (*Figure 101*), nous allons exprimer et développer les équations régissant la loi de conservation du flux, le théorème d'Ampère et les relations constitutives.

Dans une première étape, les équations traduisant ces lois seront écrites pour une unique encoche. Nous faisons également l'hypothèse qui consiste à dire que les dents à gauche et à droite de l'encoche sont soumises au même niveau de saturation. Cette hypothèse sera justifiée plus tard par la considération d'un nombre très grand d'encoches.

#### IV.6.2.3 Équations pour l'isthme

On commence par exprimer le flux dans l'isthme  $\phi_{ist}$  à partir de l'induction dans celui-ci notée  $B_{ist}$  et considérée comme uniforme sur tout le volume de l'isthme. Le flux s'exprime alors par :

$$\phi_{ist} = B_{ist} h_{ist} L \quad (IV.53)$$

Où  $h_{ist}$  représente la hauteur de l'isthme et  $L$  la longueur de fer.

##### Loi de conservation du flux

On écrit ensuite la loi de conservation du flux. Le flux présent dans l'isthme se retrouve également dans la dent. Le flux dans la dent provenant de l'isthme est noté par l'indice «  $ds_{ist}$  ».

$$\phi_{ist} = \phi_{ds_{ist}} \quad (IV.54)$$

Le flux  $\phi_{ds_{ist}}$  est ensuite exprimé à partir de l'induction  $B_{ds_{ist}}$  qui correspond à l'induction supplémentaire dans la dent due à l'isthme.

$$\phi_{ist} = B_{ds_{ist}} l_d L \quad (IV.55)$$

La conservation du flux est également vraie pour l'isthme et la culasse. Par analogie,  $\phi_{cs_{ist}}$  et  $B_{cs_{ist}}$  correspondent au flux et à l'induction supplémentaire dans la culasse dus à l'isthme.

$$\phi_{ist} = \phi_{cs_{ist}} \quad (IV.56)$$

$$\phi_{ist} = B_{cs\ ist} h_c L$$

Partant des équations (IV.53), (IV.55) et (IV.56), on écrit à présent les inductions  $B_{ds\ ist}$  et  $B_{cs\ ist}$  en fonction de l'induction dans l'isthme  $B_{ist}$ . Soit :

$$\begin{aligned} B_{ds\ ist} &= \frac{h_{ist}}{l_d} B_{ist} \\ B_{cs\ ist} &= \frac{h_{ist}}{h_c} B_{ist} \end{aligned} \quad (IV.57)$$

#### *Théorème d'Ampère*

Le théorème d'Ampère est maintenant écrit autour de l'encoche qui traverse l'isthme.

$$H_{ist} l_{ouv} + 2 H_{ds\ ist} h_d + H_{cs\ ist} l_{enc} = I_{enc} \quad (IV.58)$$

Où  $l_{ouv}$  traduit la largeur de l'ouverture d'encoche et  $l_{enc}$  la largeur de l'encoche.

#### *Relations constitutives des milieux*

Le trajet dans l'isthme se faisant dans l'air, nous avons directement :

$$B_{ist} = \mu_0 H_{ist} \quad (IV.59)$$

Les trajets dans la dent et la culasse se faisant au travers de la tôle magnétique initialement saturée, nous exprimons  $B_{ds\ ist}$  et  $B_{cs\ ist}$  par les équations (IV.60) où les paramètres  $\mu_{ds}$  et  $\mu_{cs}$  correspondent à la perméabilité de la dent et la culasse autour de l'encoche considérée. Il semble opportun de rappeler l'hypothèse définissant la même perméabilité pour les dents à gauche et à droite de l'encoche. Les relations constitutives s'expriment quant à elles par :

$$\begin{aligned} B_{ds\ ist} &= \mu_{ds} H_{ds\ ist} \\ B_{cs\ ist} &= \mu_{cs} H_{cs\ ist} \end{aligned} \quad (IV.60)$$

Dans ce cas, les perméabilités  $\mu_{ds}$  et  $\mu_{cs}$  correspondent au produit de la perméabilité du vide  $\mu_0$  et de la perméabilité relative ( $\mu_{ds} = \mu_0 \cdot \mu_{rds}(B_{ds})$  et  $\mu_{cs} = \mu_0 \cdot \mu_{rcs}(B_{cs})$ )

Partant des 4 équations (IV.57) (IV.58) (IV.59) (IV.60) données auparavant, nous en déduisons les expressions de  $B_{ds\ ist}$  et  $B_{cs\ ist}$  :

$$\begin{aligned} B_{ds\ ist} &= \frac{h_{ist}}{l_d} \frac{I_{enc}}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \\ B_{cs\ ist} &= \frac{h_{ist}}{h_c} \frac{I_{enc}}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \end{aligned} \quad (IV.61)$$

Nous venons alors de déduire les expressions des inductions supplémentaires dues à l'isthme pour la dent et la culasse. On propose dans la suite d'appliquer la même démarche à l'encoche. Auparavant, il est indispensable de définir l'expression de l'induction à la frontière entre l'isthme et l'encoche traduisant la condition aux limites des deux parties.

#### IV.6.2.4 Induction à la frontière de l'isthme et de l'encoche

La Figure 102 met en évidence cette frontière pour laquelle  $y=h_{enc}$ .

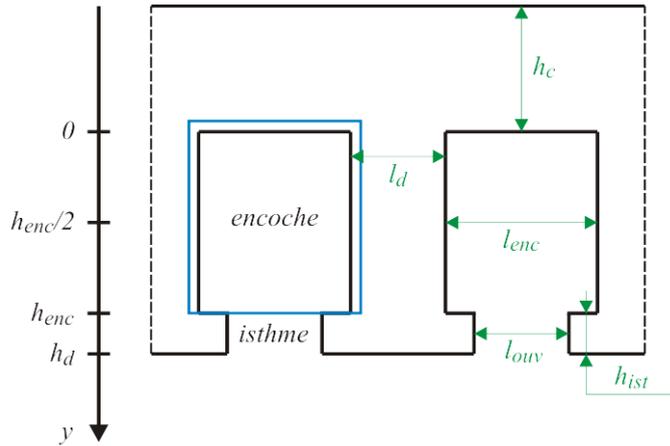


Figure 102 : Trajet particulier où  $y=h_{enc}$

On commence par exprimer le théorème d'Ampère égalisant la consommation en Ampères-tours dans l'encoche et dans l'isthme.

$$H_{enc}(y=h_{enc}) l_{enc} = H_{ist} l_{ouv} \quad (IV.62)$$

La relation constitutive pour l'isthme a été donnée en (IV.59). Pour l'encoche, elle s'exprime par la relation suivante :

$$B_{enc}(y) = \mu_0 H_{enc}(y) \quad (IV.63)$$

Tout calcul fait, nous donnons l'expression de l'induction dans l'encoche pour le cas où  $y=h_{enc}$ .

$$B_{enc}(h_{enc}) = \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \frac{I_{enc}}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \quad (IV.64)$$

Cette expression est indispensable pour la suite car elle sera utilisée comme condition finale lors de l'écriture des équations des fuites dans l'encoche.

#### IV.6.2.5 Équations pour l'encoche

La complexité de la prise en compte de l'encoche réside dans le fait que celle-ci fait intervenir la variable  $y$ , du fait que l'induction ne peut pas être considérée comme uniforme le long de la hauteur d'encoche.

Par analogie avec l'isthme, on commence par écrire la loi de conservation du flux avec la prise en compte de la variation suivant  $y$ .

*Loi de conservation du flux*

$$\phi_{enc}(y) = \phi_{ds\ enc}(y) \quad (IV.65)$$

On écrit ainsi l'égalité entre le flux dans l'encoche et celui ramené dans la dent. On exprime ensuite  $\phi_{enc}(y)$  à partir de l'induction  $B_{enc}(y)$  :

$$\int_y^{h_{enc}} B_{enc}(y) dy = B_{ds\ enc}(y) l_d \quad (IV.66)$$

$$B_{ds\ enc}(y) = \frac{1}{l_d} \int_y^{h_{enc}} B_{enc}(y) dy$$

La démarche similaire est ensuite appliquée à la culasse :

$$\begin{aligned} \phi_{enc} &= \phi_{cs\ enc} \\ B_{cs\ enc} &= \frac{1}{h_c} \int_0^{h_{enc}} B_{enc}(y) dy \end{aligned} \quad (IV.67)$$

*Relations constitutives des milieux*

Au sein de l'encoche, la relation constitutive correspond à l'équation (IV.63). En ce qui concerne la dent et la culasse, nous avons :

$$\begin{aligned} B_{ds\ enc}(y) &= \mu_{ds} H_{ds\ enc}(y) \\ B_{cs\ enc} &= \mu_{cs} H_{cs\ enc} \end{aligned} \quad (IV.68)$$

*Théorème d'Ampère*

On exprime le théorème d'Ampère à travers l'encoche faisant intervenir la variable  $y$ .

$$H_{enc}(y) l_{enc} + 2 \int_0^y H_{ds\ enc}(y) dy + H_{cs\ enc} l_{enc} = \frac{I_{enc}}{h_{enc}} y \quad (IV.69)$$

Le développement de cette équation à partir des grandeurs exprimées auparavant donne :

$$\frac{l_{enc}}{\mu_0} B_{enc}(y) + 2 \frac{l}{\mu_{ds}} \frac{l}{l_d} \int_0^y \int_y^{h_{enc}} B_{enc}(y) dy dy + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}} \frac{l}{h_c} \int_0^{h_{enc}} B_{enc}(y) dy = \frac{l_{enc}}{h_{enc}} y \quad (IV.70)$$

Au moyen d'une double dérivation en  $y$ , nous obtenons :

$$\frac{d^2 B_{enc}(y)}{dy^2} - \frac{2 \mu_0}{l_d l_{enc} \mu_{ds}} B_{enc}(y) = 0 \quad (IV.71)$$

L'équation précédente représente une équation différentielle du second ordre. Sa résolution de manière directe fournit l'évolution de l'induction dans l'encoche suivant  $y$ .

$$B_{enc}(y) = B_{enc}(h_{enc}) \frac{e^{A h_{enc}}}{(-1 + e^{2 A h_{enc}})} (e^{A y} - e^{-A y}) \quad (IV.72)$$

Où  $A$  est un coefficient exprimé par :

$$A = \frac{\sqrt{2 \mu_0}}{\sqrt{l_d l_{enc} \mu_{ds}}} \quad (IV.73)$$

Pour les développements à venir, on introduit également le coefficient  $C$  tel que :

$$C = \frac{e^{A h_{enc}}}{(-1 + e^{2 A h_{enc}})} \quad (IV.74)$$

Les équations (IV.66) et (IV.67) donnent les expressions de  $B_{ds\ enc}$  et  $B_{cs\ enc}$  en fonction de  $B_{enc}(y)$  sous la forme d'un calcul intégral. Suite à leur développement ces équations s'expriment désormais par :

$$B_{ds\ enc}(y) = B_{enc}(h_{enc}) \frac{2 C}{A l_d} (\cosh(A h_{enc}) - \cosh(A y)) \quad (IV.75)$$

$$B_{cs\ enc} = B_{enc}(h_{enc}) \frac{2 C}{A h_c} (-1 + \cosh(A h_{enc})) \quad (IV.76)$$

À ce stade de la modélisation, nous venons de mettre en équation les inductions supplémentaires dans la dent et la culasse dues aux fuites dans l'isthme et dans l'encoche. On rappelle que les équations ont été exprimées dans le cas d'une unique encoche parcourue par un courant  $I_{enc}$ .

On propose désormais d'étendre la démarche de modélisation en prenant en compte la variation du courant dans les encoches et cela en fonction de la position angulaire  $\theta$ .

### IV.6.2.6 Prise en compte de la variation du courant dans les encoches

Nous nous ramenons au cas général pour lequel la variation du courant dans les encoches est sinusoïdale et donc fonction de la position angulaire  $\theta$ .

$$I(\theta) = -\hat{I} \sin(\theta) \quad (IV.77)$$

#### Développement pour la culasse

La représentation des lignes de champ de la *Figure 100* montre que l'induction supplémentaire dans la culasse est uniquement due au courant  $I(\theta)$  dans les encoches. Ainsi pour les équations de la culasse, le terme  $I_{enc}$  est directement remplacé par l'expression de  $I(\theta)$ . Soit :

$$B_{cs\ ist}(\theta) = -\frac{h_{ist}}{h_c} \frac{\hat{I}}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \sin(\theta) \quad (IV.78)$$

Et :

$$B_{cs\ enc}(\theta) = -\frac{2 C(\theta)}{A(\theta) h_c} (-1 + \cosh(A(\theta) h_{enc})) \times \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \frac{\hat{I}}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \sin(\theta) \quad (IV.79)$$

Les coefficients  $A$  et  $C$  font désormais intervenir la variation en  $\theta$ . Ils sont maintenant notés  $A(\theta)$  et  $C(\theta)$  et s'expriment respectivement par :

$$\begin{cases} A(\theta) = \frac{\sqrt{2 \mu_0}}{\sqrt{l_d l_{enc} \mu_{ds}(\theta)}} \\ C(\theta) = \frac{e^{A(\theta) h_{enc}}}{(-1 + e^{2 A(\theta) h_{enc}})} \end{cases} \quad (IV.80)$$

#### Développement pour les dents

La difficulté des dents réside dans le fait qu'une dent est soumise à la contribution des flux de fuites des encoches voisines (encoches à sa gauche et à sa droite) parcourues par un courant différent fonction de  $\theta$ .

Les lignes de champ propres aux fuites étant de sens opposé, on exprime le courant équivalent par l'équation ci-après :

$$I_{eq} = -\hat{I} (\sin(\theta) - \sin(\theta + \Delta\theta)) \quad (IV.81)$$

Avec  $\Delta\theta$ , le pas dentaire exprimé en radians électrique.

Les inductions supplémentaires dans les dents dues à l'isthme  $B_{ds\ ist}(\theta)$  et à l'encoche  $B_{ds\ enc}(\theta)$  s'expriment dorénavant par :

$$B_{ds\ ist}(\theta) = -\frac{h_{ist}}{l_d} \frac{\hat{I}}{\left(\frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c}\right)} (\sin(\theta) - \sin(\theta + \Delta\theta)) \quad (IV.82)$$

Et :

$$B_{ds\ enc}(y, \theta) = -\frac{2C(\theta)}{A(\theta)l_d} (\cosh(A(\theta)h_{enc}) - \cosh(A(\theta)y)) \\ \times \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \frac{\hat{I}}{\left(\frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c}\right)} (\sin(\theta) - \sin(\theta + \Delta\theta)) \quad (IV.83)$$

Ce paragraphe vient de traiter le cas où les dimensions géométriques des encoches et des dents correspondent au cas réel. Pour la modélisation, nous employons l'hypothèse d'une infinité d'encoches que nous développerons dans la suite.

#### IV.6.2.7 Hypothèse d'une infinité d'encoches

En considérant une multiplication du nombre d'encoches par un facteur  $K$  infiniment grand, les grandeurs définies suivant l'axe  $y$  ( $h_{enc}$ ,  $h_d$ ,  $h_{ist}$  et  $h_c$ ) sont invariantes. En revanche, celles fonction de  $\theta$  ( $\hat{I}$ ,  $l_{ouv}$ ,  $l_{enc}$ ,  $l_d$  et  $\Delta\theta$ ) sont  $K$  fois plus faibles.

##### Développement limité

Avant de reprendre les équations en faisant intervenir le facteur  $K$ , nous souhaitons au préalable développer le terme en sinus du courant équivalent noté  $I_{eq}$  en (IV.81) pour le simplifier. Soit :

$$\sin(\theta) - \sin(\theta + \Delta\theta) \quad (IV.84)$$

En introduisant le paramètre  $K$  au pas dentaire  $\Delta\theta$ , nous obtenons :

$$\sin(\theta) - \sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{K}\right) \quad (IV.85)$$

Lorsque  $K$  tend vers l'infini :  $\cos(\Delta\theta/K) \approx 1$  et  $\sin(\Delta\theta/K) \approx \Delta\theta/K$ . Le développement limité de l'équation précédente donne alors :

$$\sin(\theta) - \sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{K}\right) = -\frac{\Delta\theta}{K} \cos(\theta) \quad (IV.86)$$

Maintenant que la réduction des termes en sinus a été déduite, nous écrivons les expressions finales des inductions supplémentaires dues aux fuites avec le paramètre  $K$ .

*Induction supplémentaire dans la culasse due à l'isthme*

$$B_{cs\ ist}(\theta) = -\frac{h_{ist}}{h_c} \frac{\hat{I}}{\left(\frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} K^2 + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c}\right)} \sin(\theta) \quad (IV.87)$$

*Induction supplémentaire dans la culasse due à l'encoche*

$$B_{cs\ enc}(\theta) = -\frac{2 C_1(\theta)}{K A(\theta) h_c} (-1 + \cosh(K A(\theta) h_{enc})) \times \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \frac{\hat{I}}{\left(\frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} K^2 + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c}\right)} \sin(\theta) \quad (IV.88)$$

Où  $C_1(\theta)$  est égal à :

$$C_1(\theta) = \frac{e^{K A(\theta) h_{enc}}}{(-1 + e^{2 K A(\theta) h_{enc}})} \quad (IV.89)$$

*Induction supplémentaire dans les dents due à l'isthme*

$$B_{ds\ ist}(\theta) = \frac{h_{ist}}{l_d} \frac{\hat{I}}{\left(\frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} K^2 + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c}\right)} \Delta\theta \cos(\theta) \quad (IV.90)$$

*Induction supplémentaire dans les dents due à l'encoche*

$$B_{ds\ enc}(\theta, y) = \frac{2 C_1(\theta)}{K^2 A(\theta) l_d} (\cosh(K A(\theta) h_{enc}) - \cosh(K A(\theta) y)) \times \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \frac{\hat{I}}{\left(\frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} K^2 + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c}\right)} \Delta\theta \cos(\theta) \quad (IV.91)$$

En conclusion, nous venons d'exprimer les inductions supplémentaires dans les dents et la culasse liées aux fuites dans les encoches provoquées par la saturation.

#### IV.6.2.8 Représentation des fuites d'encoches tangentielles

Afin de visualiser les inductions supplémentaires provoquées par les fuites, nous analyserons un cas où la densité de courant est assez importante, soit :  $J=8,5 \text{ \AA/mm}^2$  et  $\alpha=0^\circ$ . Nous donnons alors les allures des inductions supplémentaires afin d'apprécier leurs amplitudes et leurs contributions.

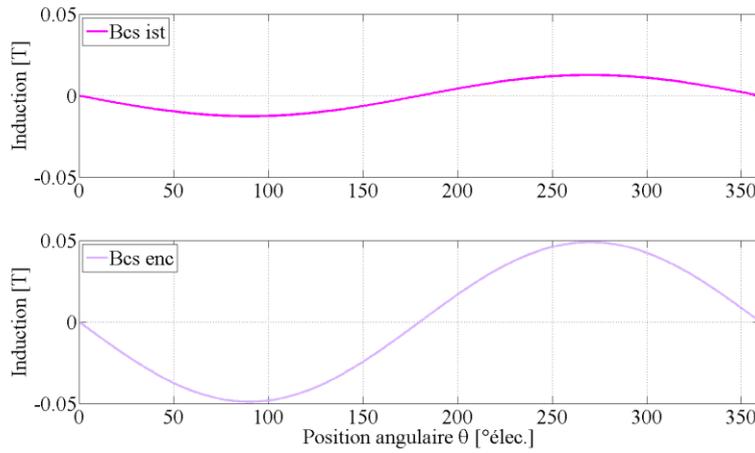


Figure 103 : Inductions supplémentaires dans la culasse dues à l'isthme et à l'encoche pour  $J=8,5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=0^\circ$

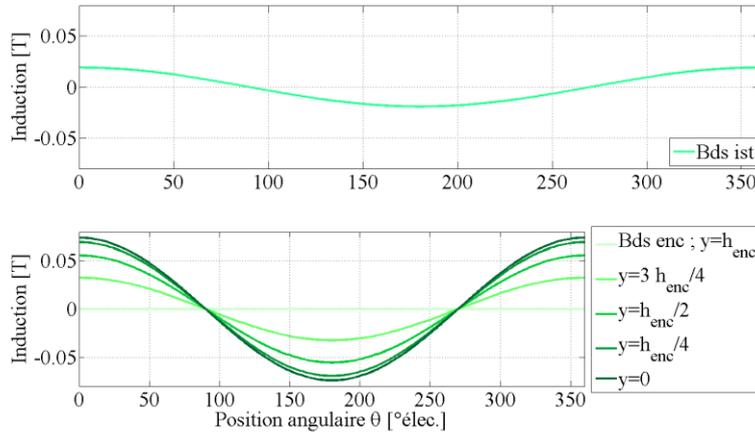


Figure 104 : Inductions supplémentaires dans les dents dues à l'isthme et à l'encoche pour  $J=8,5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=0^\circ$

Partant des résultats précédents, les flux et les inductions liés aux fuites peuvent désormais être exprimés pour les dents et la culasse.

#### IV.6.2.9 Flux et inductions de fuites supplémentaires

*Dans la culasse*

Nous avons démontré que le flux dû aux fuites dans l'encoche et dans l'isthme ramené dans la culasse et noté  $\phi_{CF}(\theta)$  était directement fonction des inductions  $B_{cs \text{ ist}}(\theta)$  et  $B_{cs \text{ enc}}(\theta)$ . Il s'exprime par :

$$\phi_{CF}(\theta) = (B_{cs \text{ ist}}(\theta) + B_{cs \text{ enc}}(\theta)) h_c L \quad (\text{IV.92})$$

On peut également faire apparaître l'induction supplémentaire  $B_{CF}(\theta)$ , soit :

$$B_{CF}(\theta) = B_{cs \text{ ist}}(\theta) + B_{cs \text{ enc}}(\theta) \quad (\text{IV.93})$$

D'où :

$$B_{CF}(\theta) = \left( -\frac{h_{ist}}{h_c} - \frac{2 C_I(\theta)}{K A(\theta) h_c} (-1 + \cosh(K A(\theta) h_{enc})) \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \right) \times \frac{\hat{I} \sin(\theta)}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} K^2 + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \quad (IV.94)$$

On constate que cette induction suit la forme d'onde du courant. En effet, la répartition du courant dans les encoches étant sinusoïdale, il est logique que la distribution de l'induction de fuite dans la culasse  $B_{CF}(\theta)$  soit également sinusoïdale.

*Dans les dents*

Sur le même principe que précédemment, nous déduisons le flux  $\phi_{DF}(\theta)$  dû aux fuites dans l'encoche et dans l'isthme ramené au niveau des dents. Soit :

$$\phi_{DF}(\theta, y) = (B_{ds\ ist}(\theta) + B_{ds\ enc}(\theta, y)) l_d L \quad (IV.95)$$

L'induction supplémentaire dans les dents  $B_{DF}(\theta, y)$  correspond quant à elle à :

$$B_{DF}(\theta, y) = B_{ds\ ist}(\theta) + B_{ds\ enc}(\theta, y) \quad (IV.96)$$

D'où :

$$B_{DF}(\theta, y) = \left( \frac{h_{ist}}{l_d} + \frac{2 B_I(\theta)}{K^2 A(\theta) l_d} (\cosh(K A(\theta) h_{enc}) - \cosh(K A(\theta) y)) \frac{l_{ouv}}{l_{enc}} \right) \times \frac{\hat{I} \Delta \theta \cos(\theta)}{\left( \frac{l_{ouv}}{\mu_0} + \frac{2 h_d}{\mu_{ds}(\theta)} \frac{h_{ist}}{l_d} K^2 + \frac{l_{enc}}{\mu_{cs}(\theta)} \frac{h_{ist}}{h_c} \right)} \quad (IV.97)$$

Les expressions des inductions supplémentaires dans les dents et la culasse venant d'être déduites, nous allons à présent comparer le modèle analytique au modèle éléments finis.

#### IV.6.2.10 Comparatif du modèle analytique au modèle éléments finis

Toujours pour le cas traité auparavant ( $J=8,5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=0^\circ$ ), nous représentons les inductions dans l'entrefer et dans la culasse issues du modèle analytique que nous comparons aux relevés par EF.

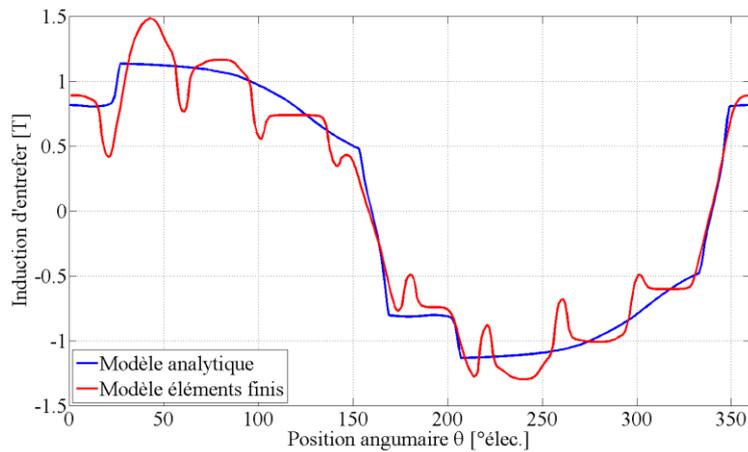


Figure 105 : Comparatif en saturé et avec la contribution des fuites d'encoches des inductions d'entrefer pour  $J=8,5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=0^\circ$

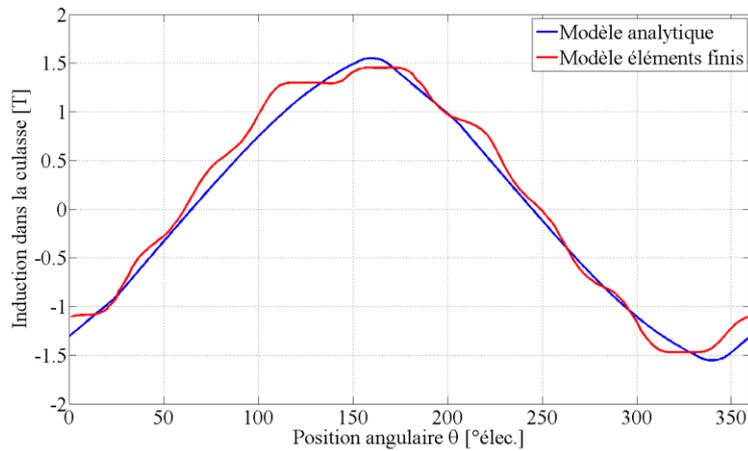


Figure 106 : Comparatif en saturé et avec la contribution des fuites d'encoches des inductions dans la culasse pour  $J=8,5 \text{ A/mm}^2$  et  $\alpha=0^\circ$

Au regard des deux figures précédentes, on constate que les formes d'ondes des inductions des deux modèles sont très proches. Pour étayer cette première observation, nous reprenons l'évolution du fondamental de l'induction d'entrefer en fonction du courant. Le précédent relevé nous avaient permis de quantifier l'influence des fuites d'encoche (Figure 96) et on propose maintenant de comparer les deux modèles.

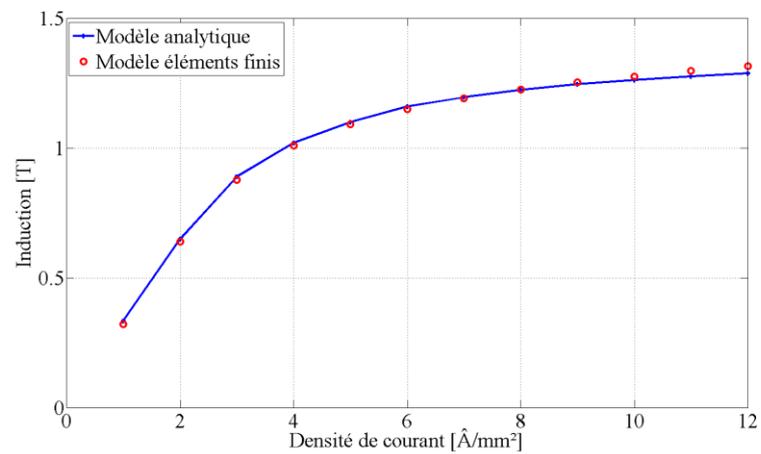


Figure 107 : Évolution de l'amplitude du fondamental de l'induction d'entrefer en fonction de la densité de courant et avec la prise en compte des fuites d'encoches

En conclusion, ces précédents résultats valident définitivement la prise en compte de la saturation magnétique et des fuites radiales et tangentielles dans les encoches par le modèle analytique. Il convient désormais de développer la démarche d'obtention des grandeurs électriques.

## IV.7 Évaluation des grandeurs électriques

Partant des équations électriques simplifiées de la machine synchrone dans le repère de Park, nous allons déduire les tensions dans les axes  $d$  et  $q$  notées respectivement  $V_d$  et  $V_q$ .

Pour cela, nous reprenons les évaluations des flux d'axes  $d$  et  $q$  issus du calcul du couple données dans le paragraphe (IV.4). Nous ne manquons pas d'ajouter la contribution de la résistance du bobinage statorique par phase notée  $R$ . L'expression de cette dernière est donnée par l'équation (IV.98).

$$R = \rho_{cu} \frac{L_{spire}}{\frac{\pi d^2}{4}} \frac{N_s N_{cs}}{N_{cp} N_{fm}} \quad (IV.98)$$

Avec  $\rho_{cu}$  la résistivité du cuivre considérée ici à 100°C,  $L_{spire}$  la longueur moyenne d'une spire,  $d$  le diamètre normalisé d'un fil,  $N_s$  le nombre de spires en série par phase,  $N_{cs}$  le nombre de circuits en série,  $N_{cp}$  le nombre de circuits parallèle et  $N_{fm}$  le nombre de fils en main.

À la chute de tension due à la résistance statorique, il convient d'ajouter celles engendrées par les inductances de fuites. Ces dernières notées  $L_{enc}$  et  $L_{tb}$  sont localisées dans les encoches et dans les têtes de bobines. Les équations exprimées en (IV.99) et (IV.100) proviennent des travaux de Messieurs Foggia et Lipo [Fog99] [Lip04].

$$L_{enc} = \frac{12 \mu_0 N_s^2 L}{N_{enc}} \left( \frac{h_d}{3 l_{enc}} + \frac{1,5 h_{ist}}{l_{ouv}} \right) \quad (IV.99)$$

$$L_{tbob} = \frac{12 \mu_0 N_s^2}{6 p} \left( 0,47 L_{tb} - \frac{0,3 \pi}{2 p} (2 R_{ale} + h_d) \right) \quad (IV.100)$$

Finalement, les tensions  $V_d$  et  $V_q$  sont exprimées à partir des flux principaux ou utiles  $\phi_d$  et  $\phi_q$  et tiennent compte des chutes de tensions modélisées par les paramètres  $R$ ,  $X_{enc}(=L_{enc} \cdot \omega)$  et  $X_{tbob}(=L_{tbob} \cdot \omega)$ . Pour les conventions employées, nous avons donc :

$$\begin{cases} V_d = -\omega \phi_q + R I_d - \omega L_{enc} I_q - \omega L_{tbob} I_q \\ V_q = \omega \phi_d + R I_q + \omega L_{enc} I_d + \omega L_{tbob} I_d \end{cases} \quad (IV.101)$$

Partant des tensions  $V_d$  et  $V_q$ , nous déduisons le module et l'argument du vecteur tension. Ainsi, sachant l'angle de ce vecteur et celui du courant imposé par l'angle de calage, nous sommes en mesure de déduire l'angle  $\varphi$  entre le courant et la tension. Le facteur de puissance des fondamentaux du courant et de la tension est alors déterminé.

Les grandeurs électriques étant désormais ajoutées au modèle, nous pouvons étendre celui-ci par la prise en compte des pertes Joule et des pertes fer.

## IV.8 Modélisation des pertes Joule et des pertes fer

### IV.8.1 Pertes par effet Joule

En ce qui concerne les pertes par effet Joule ou pertes Joule, leur évaluation par le modèle analytique est immédiate puisqu'elle s'effectue à partir de l'amplitude du courant  $\hat{I}$  et de la résistance entre phase et neutre notée  $R$  et évaluée au paragraphe (IV.7).

$$P_j = \frac{3}{2} R \hat{I}^2 \quad (IV.102)$$

En toute rigueur, il convient de préciser que des phénomènes impactant les pertes Joule ont été négligés. Il s'agit d'une part du phénomène pelliculaire caractérisé par l'effet de peau et des courants de circulation susceptibles d'être présents lorsque des brins élémentaires sont mis en parallèle.

### IV.8.2 Pertes fer

La modélisation des pertes fer s'appuie sur les travaux de messieurs Bertotti et Boglietti, l'expression prise en référence dans cette thèse est issue des travaux de ce dernier [Bog03]. L'équation de la modélisation des pertes fer donnée en (IV.103) comprend trois termes représentant respectivement les pertes par hystérésis, les pertes par courants de Foucault et des pertes par excès. Cette équation s'exprime en W/kg.

$$p_{fer}(f, B) = k_H f \hat{B}^{\alpha_{ir}} + k_{EC} \sum_{k=1}^{\infty} (k f)^{\frac{3}{2}} B_k^2 \frac{\sinh(\gamma \sqrt{k f}) - \sin(\gamma \sqrt{k f})}{\cosh(\gamma \sqrt{k f}) - \cos(\gamma \sqrt{k f})} + k_{EXC} f^{\frac{3}{2}} \hat{B}^{\frac{3}{2}} \quad (IV.103)$$

Les autres grandeurs  $f$ ,  $\hat{B}$  et  $B_k$  sont respectivement la fréquence, l'induction crête et l'amplitude du  $k^{\text{ème}}$  harmonique de  $B$ . Les cinq paramètres notés  $k_H$ ,  $\alpha_{ir}$ ,  $k_{EC}$ ,  $\gamma$  et  $k_{EXC}$  sont propres aux caractéristiques de la tôle magnétique.

Pour évaluer ces cinq paramètres ( $k_H$ ,  $\alpha_{ir}$ ,  $k_{EC}$ ,  $\gamma$  et  $k_{EXC}$ ), nous avons mis en œuvre une routine d'identification par l'intermédiaire d'un algorithme stochastique. Cette identification s'appuie sur les données de la tôle magnétique communiquées par le fabricant. Suite à cette résolution, nous obtenons les coefficients suivants :

Tableau XIX : Coefficients pour l'estimation des pertes fer

Paramètres :	$k_H$	$\alpha_{ir}$	$k_{EC}$	$\gamma$	$k_{EXC}$
Valeurs :	0,0239	1,74	0,0036	0,1285	$2,2 \cdot 10^{-9}$

Partant de ces valeurs, nous donnons les écarts entre les données du constructeur et les résultats issus de l'équation des pertes fer, cela en fonction du niveau d'induction et des fréquences.

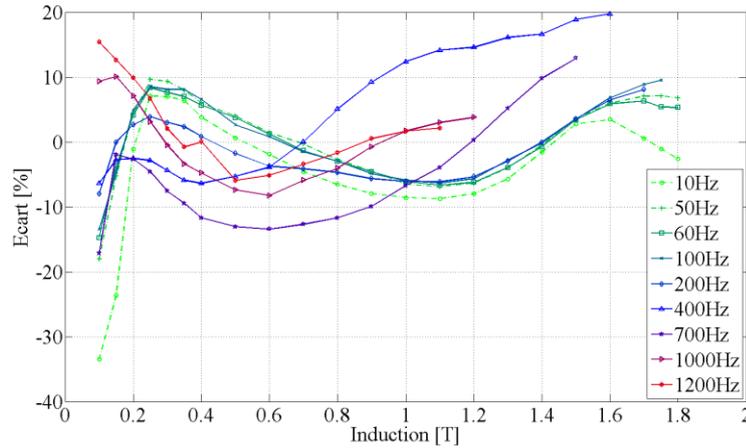


Figure 108 : Évolution de l'erreur pour les coefficients optimaux

Cette approche a pour avantage d'être globale, c'est-à-dire que l'équation (IV.103) et les coefficients évalués sont identiques quelle que soit la fréquence considérée. Cette démarche employée par [Jan10] a fourni des résultats encourageants puisque les écarts comparés au modèle Loss Surface [Gau05] sont inférieurs à 20%.

Afin d'exprimer les équations modélisant les pertes fer du stator, nous extrayons de la résolution analytique les formes d'ondes des inductions dans les dents  $B_{ds}(\theta)$  et la culasse  $B_{cs}(\theta)$ . Les pertes fer dans les dents  $P_{fer\ ds}$  et dans la culasse  $P_{fer\ cs}$  sont évaluées à partir de leur masse respective  $m_{ds}$  et  $m_{cs}$  et de l'équation des pertes fer  $p_{fer}(f,B)$ .

$$\begin{cases} P_{fer\ ds} = p_{fer}(f, B_{ds}(\theta)) m_{ds} \\ P_{fer\ cs} = p_{fer}(f, B_{cs}(\theta)) m_{cs} \end{cases} \quad (IV.104)$$

Les pertes fer au stator  $P_{fer}$  sont calculées par une simple somme des pertes fer dans les dents et la culasse.

$$P_{fer} = P_{fer\ ds} + P_{fer\ cs} \quad (IV.105)$$

## IV.9 Évaluation du rendement

Dans cette section, nous définissons le rendement pris pour référence dans la suite des travaux de thèse. Les sections IV.4 et IV.8 ont mis en évidence les formulations du couple, des pertes Joule et des pertes fer au stator. Partant de ces grandeurs, nous en déduisons le rendement.

$$\eta = \frac{C \Omega}{C \Omega + P_j + P_{fer}} \quad (IV.106)$$

En définitive, cette expression du rendement est une approximation du rendement réel puisque dans ce cas les pertes fer du rotor, les pertes mécaniques et les effets dus aux harmoniques engendrés par l'électronique en amont de la machine ont été négligés

Quoique non négligeable, la contribution totale de ces pertes reste assez faible par rapport aux pertes Joule et aux pertes fer. De plus, elles peuvent être approximée comme quasi-équivalentes entre deux géométries et n'ont donc pas ou peu d'écarts entre deux machines.

## IV.10 Conclusion

Dans ce chapitre dédié à la modélisation analytique de la machine double aimant, nous avons tout d'abord introduit les formulations intégrales des équations de Maxwell afin d'exposer les lois utilisées lors de la modélisation électromagnétique.

Ainsi, au moyen de la loi de conservation du flux, du théorème d'Ampère et des relations constitutives des milieux, nous avons introduit la démarche de modélisation en considérant les matériaux magnétiques comme linéaires. Un effort particulier de modélisation a été apporté à la caractérisation de l'induction dans les ponts tangentiels et de l'induction d'entrefer au dessus de ces derniers. La validité de ce premier modèle a ensuite été démontrée par les relevés des inductions dans l'entrefer pour différentes valeurs de la densité de courant et de l'angle de calage qui ont été comparés aux résolutions par éléments finis.

L'étape suivante consistait à déduire l'expression du couple électromagnétique où il fut indispensable de calculer les amplitudes de l'induction d'entrefer sur les axes  $d$  et  $q$  afin de déterminer les flux captés par le bobinage.

Plus loin, le modèle analytique a été étendu avec la prise en compte de la saturation magnétique du stator. Cela nous a obligé à tenir compte de la consommation des Ampères-tours dans les dents et la culasse du stator. Le système d'équations non linéaires déduit de cette modélisation fut résolu par la méthode de Newton-Raphson. Après avoir validé ce nouveau modèle par plusieurs comparatifs avec les éléments finis, nous avons mis en exergue l'influence des fuites dans les encoches. Au final, ce phénomène s'est avéré non négligeable et donc indispensable au modèle qui vise à représenter de façon convenable le comportement électromagnétique de la machine.

Par conséquent, la section suivante fut axée sur la modélisation des fuites dans les encoches et dans l'isthme. Celles-ci ont été définies par deux trajets ayant des influences bien différentes. D'une part, les fuites radiales, qui ont pour effet de désaturer les dents, et d'autre part, les fuites tangentielles, qui ont quant à elles un effet inverse. Ces phénomènes ont ensuite été traduits sous la forme d'équations et ajoutés au modèle électromagnétique de la machine. Au final, la modélisation analytique incluant la saturation et des fuites d'encoches du stator s'est là encore avérée semblable aux résultats des éléments finis, et, clôt la modélisation électromagnétique.

La suite de la modélisation fut dédiée à l'évaluation des grandeurs électriques que sont la tension et le facteur de puissance. Puis le modèle énergétique a été conçu en intégrant les pertes Joule et fer. Les pertes fer furent exprimées à partir d'une équation caractéristique qui tient compte des pertes par hystérésis, des pertes par courant de Foucault et des pertes supplémentaires où une identification a été réalisée pour évaluer les paramètres de cette équation.

In fine, nous avons exprimé le rendement au moyen du couple, des pertes Joule et des pertes fer déduits des modèles précédents.

En conclusion, un modèle analytique rapide, robuste et précis qui tient compte à la fois de la saturation magnétique et des fuites dans les encoches a été conçu. Il permet d'évaluer le rendement pour un point de fonctionnement défini par une vitesse, un courant et un angle de calage.

Dans le chapitre suivant, nous proposons d'étendre le comparatif des modèles analytique et éléments finis à des relevés expérimentaux menés sur une maquette afin de vérifier la cohérence de ces modèles aux mesures.



Chapitre V

---

# **Validation expérimentale des modèles**

## Sommaire Chapitre V

---

<b>V.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>147</b>
<b>V.2</b>	<b>Description de la maquette .....</b>	<b>148</b>
<b>V.3</b>	<b>Évaluation des paramètres électromagnétiques .....</b>	<b>150</b>
V.3.1	Cas de la force électromotrice .....	150
V.3.2	Cas de l'inductance $L_d$ .....	150
V.3.3	Cas de l'inductance $L_q$ .....	151
<b>V.4</b>	<b>Relevés à vitesse fixe.....</b>	<b>153</b>
V.4.1	Comportement en défluxage.....	153
V.4.2	Comparaison des modèles .....	154
<b>V.5</b>	<b>Comparaison des modèles à vitesse variable.....</b>	<b>157</b>
<b>V.6</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>159</b>

---

## V.1 Introduction

Comme son nom l'indique, le *Chapitre V* est dédié à la vérification du comportement des modèles analytique et éléments finis par rapport à des mesures expérimentales. Cette démarche comparative à notamment été réalisée par El-Refaie [ElR10] sur des modèles prédictifs et des mesures pour une machine électrique destinée à un véhicule hybride. Cette comparaison permettra de vérifier la robustesse et la précision des modèles afin d'envisager leur couplage à un algorithme d'optimisation.

La première partie est une présentation de la maquette incluant la description de sa géométrie. Nous verrons que ce prototype n'a pas été dimensionné pour l'application automobile de cette thèse mais pour une puissance plus faible. La notion de maquette prend alors tout son sens. D'ailleurs, ce terme sera préféré à celui de prototype. Dans la suite, le cahier des charges traduisant les contraintes de la machine sera exposé.

Dans le second partie, nous tacherons d'évaluer les paramètres électromagnétiques de cette machine au moyen des éléments finis. Nous apprécierons les valeurs obtenues pour la force électromotrice, les inductances des axes  $d$  et  $q$  ainsi que le rapport de saillance.

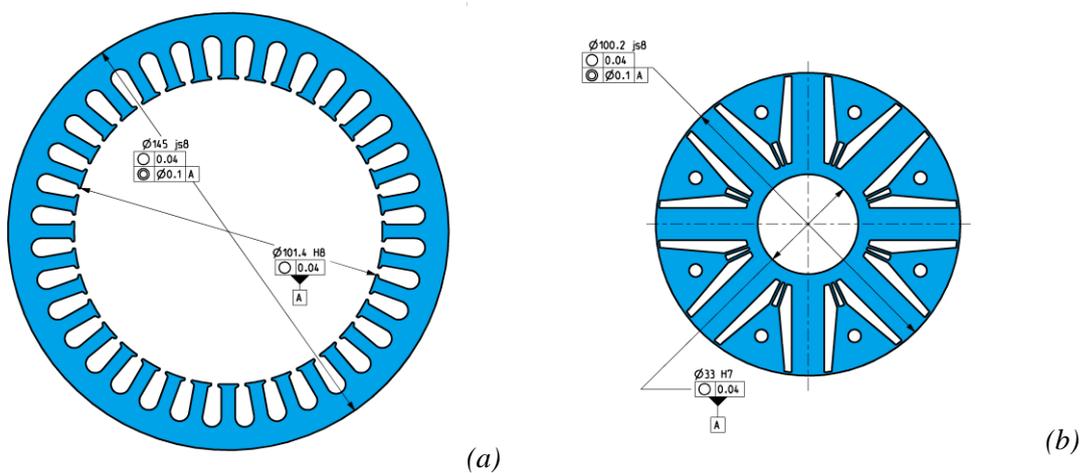
À partir des mesures, la troisième partie débutera par une confirmation de l'influence de l'angle de calage sur la valeur du courant sous contrainte de conserver le couple constant. Enfin, nous aborderons le comparatif des modèles à proprement parlé dans le cas de la vitesse fixe. La suite sera axée sur des comparaisons à des vitesses différentes où nous veillerons à communiquer les écarts entre les modèles éléments finis et analytique par rapport aux mesures sur la maquette.

## V.2 Description de la maquette

Avant toute chose, il convient de préciser que la maquette de la machine double aimant réalisée répond à un cahier des charges différent de celui du cadre de la thèse. Toutefois, la structure de la machine est identique à celle conçue et étudiée jusqu'à présent. Le nombre d'encoches, de paires de pôles et les matériaux sont en tout point les mêmes. Les dimensions géométriques de la maquette sont regroupées dans le *Tableau XX* et les représentations des tôles rotor et stator sont données en *Figure 109*.

*Tableau XX : Dimensions de la maquette de la machine double aimant*

Dimensions de la maquette	
Diamètre stator :	145 mm
Diamètre d'alésage :	101,4 mm
Diamètre d'arbre :	33 mm
Entrefer :	1,2 mm
Longueur de fer :	80 mm



*Figure 109 : Représentation de la tôle stator (a) et de la tôle rotor (b)*

Un point particulier concerne la forme des aimants. En effet, ces derniers ont été conçus comme ayant une forme trapézoïdale. Pour le modèle analytique, nous considérerons le cas d'étude pris en compte jusque là, c'est-à-dire que nous ferons l'hypothèse d'aimants parfaitement rectangulaires ayant une surface identique à ceux de la maquette.

La représentation de la maquette pour une unique paire de pôles est donnée en *Figure 110*, les aimants de couleur rouge y sont mis en évidence.

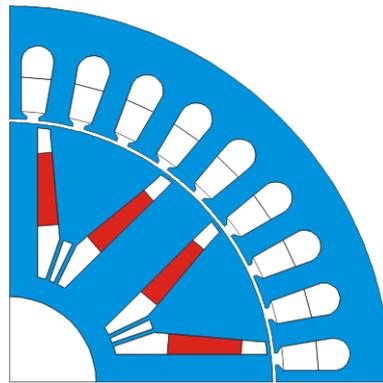


Figure 110 : Représentation de la machine complète avec la mise en évidence des aimants

En pleine crise des aimants permanents au moment de la fabrication de la maquette, nous n'avons pas eu d'autre choix que d'utiliser des aimants d'une autre application pour mener à bien la campagne de mesures. En effet, le remplissage des encoches du rotor par les aimants est loin d'être optimal puisque ces derniers devraient idéalement présenter une hauteur plus importante. Cela a pour impact une diminution du flux rotorique et par conséquent une force électromotrice relativement faible. Néanmoins, cette remarque n'a aucune influence sur le comparatif entre les modèles et les mesures que l'on propose de réaliser.

Finalement, la vitesse de base, le couple maximal et la puissance maximale pris en référence pour la conception de cette machine sont donnés dans le *Tableau XXI*.

*Tableau XXI : Caractéristiques de référence de la maquette*

<b>Dimensions de la maquette</b>	
Vitesse de base :	3000 tr/min
Couple maximal :	30,5 N.m
Puissance maximale :	9,6 kW

Maintenant que la géométrie et les grandeurs de référence ont été définies pour la maquette, les paramètres électromagnétiques de cette dernière vont être évalués au moyen du modèle éléments finis.

### V.3 Évaluation des paramètres électromagnétiques

Les paramètres électromagnétiques que l'on propose d'évaluer correspondent à la force électromotrice et aux inductances des axes  $d$  et  $q$ . L'évaluation débute par le relevé des niveaux d'induction, le tracé des lignes de champ au sein de la machine et l'extraction de la forme d'onde de l'induction dans l'entrefer.

#### V.3.1 Cas de la force électromotrice

Comme convenu, nous représentons sur la *Figure 111*, les résultats issus de la résolution par les éléments finis dans le cas de l'évaluation de la force électromotrice, c'est-à-dire pour  $I=0$ .

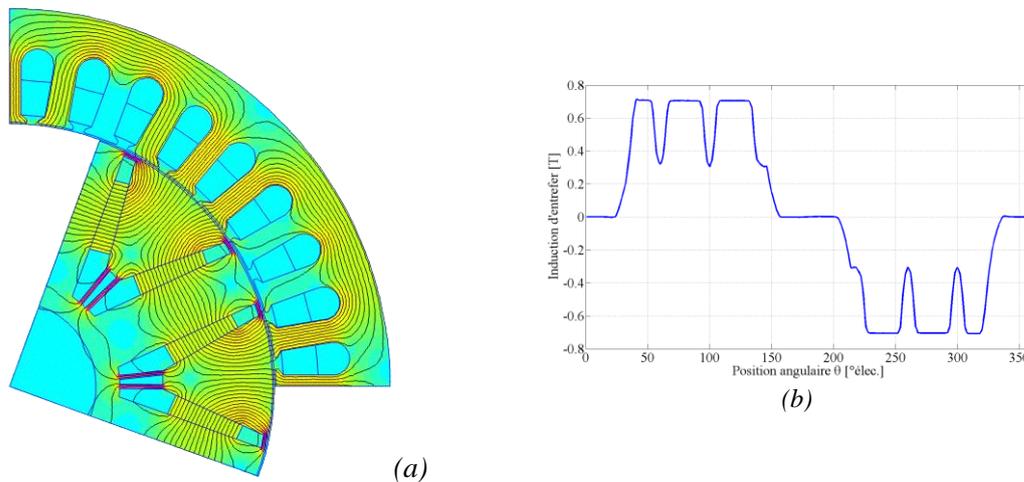


Figure 111 : Relevés éléments finis pour l'évaluation de la force électromotrice ; cartographie de l'induction et des lignes de champ (a) ; induction d'entrefer (b)

La résolution fournit une valeur pour le flux rotorique ( $\phi_r$ ) égale à  $26,3 \text{ mWb}$ , soit une force électromotrice de  $23,4 \text{ V}_{eff}$  à  $3000 \text{ tr/min}$ .

#### V.3.2 Cas de l'inductance $L_d$

Dans le cas de l'évaluation des inductances  $L_d$  et  $L_q$ , l'influence des aimants est supprimée en imposant une induction rémanente nulle, soit  $B_r=0T$ . Ces essais sont menés pour un courant qui correspond au courant maximal soit  $I=29,3 \text{ A}_{eff}$  et un angle de calage égal à  $90^\circ$ .

Dans cette configuration, nous représentons la cartographie des niveaux d'induction et les lignes de champ dans la machine ainsi que l'induction d'entrefer.

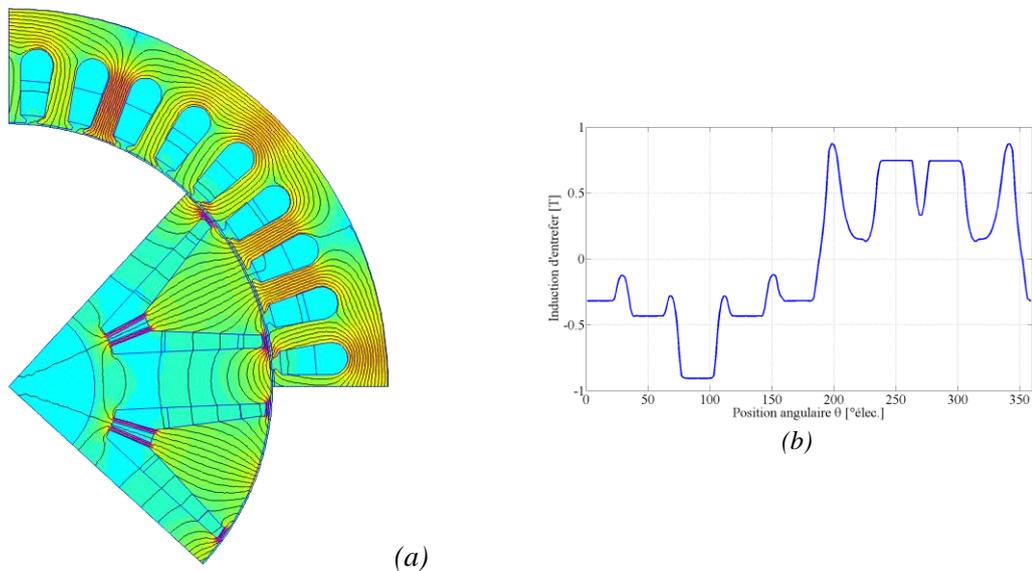


Figure 112 : Relevés éléments finis pour l'évaluation de l'inductance  $L_d$  ; cartographie de l'induction et des lignes de champ (a) ; induction d'entrefer (b)

Une évaluation du flux sur une période électrique a été mise en œuvre pour en déduire la valeur de l'inductance d'axe  $d$ , soit :  $L_d=0,752 \text{ mH}$ .

### V.3.3 Cas de l'inductance $L_q$

Par analogie, nous imposons désormais  $\alpha=0^\circ$ . Les relevés pour cette position sont donnés en Figure 113.

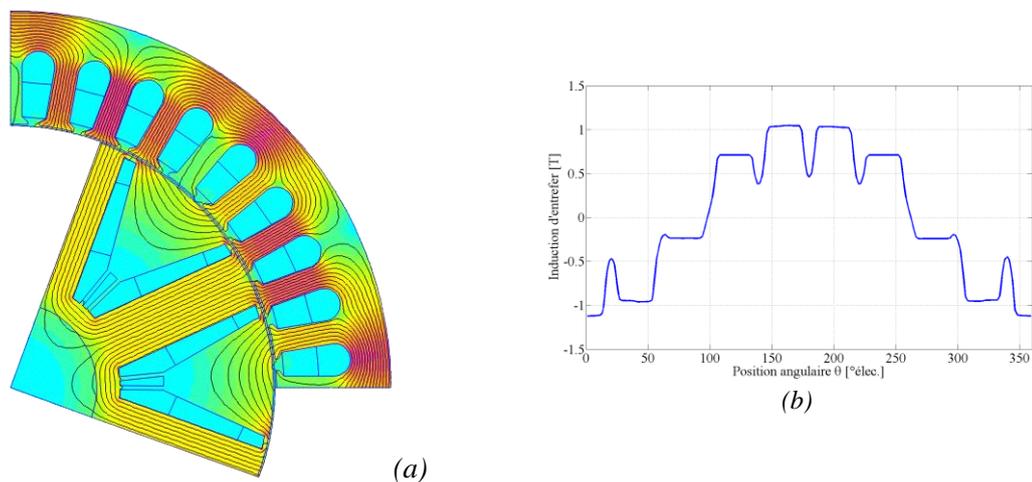


Figure 113 : Relevés éléments finis pour l'évaluation de l'inductance  $L_q$  ; cartographie de l'induction et des lignes de champ (a) ; induction d'entrefer (b)

Pour l'axe  $q$ , nous avons obtenu :  $L_q=1,132 \text{ mH}$ .

La Figure 114 fait apparaître les formes d'onde des flux  $d$  et  $q$  en fonction de la position angulaire qui nous ont permis d'en déduire les inductances  $d$  et  $q$ .

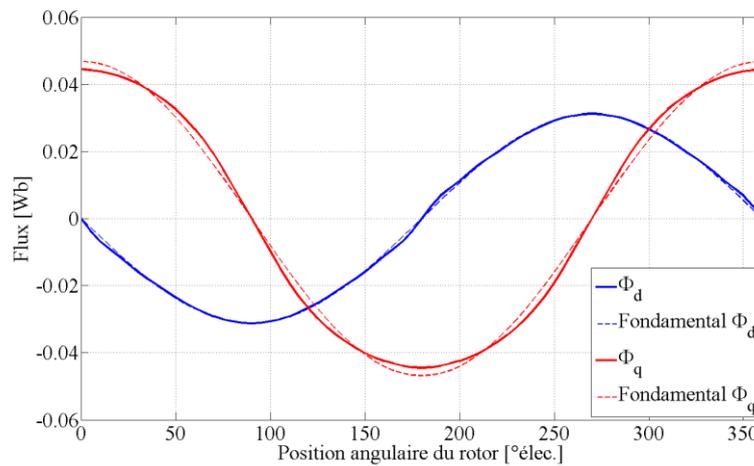


Figure 114 : Formes d'ondes des flux  $d$  et  $q$  ainsi que leur fondamental sur une période électrique

De cette analyse menée à partir du courant maximal, nous en déduisons un rapport de saillance égal à 1,5.

Ces relevés confirment les premiers objectifs de ces travaux visant à concevoir une MSAP à saillance inverse définie par  $L_q > L_d$  pour la machine double aimant. D'autre part, la faible valeur de la force électromotrice confirme la remarque traduisant un remplissage non optimal des encoches du rotor par les aimants.

Maintenant que les paramètres électromagnétiques ont été évalués au moyen des éléments finis, on propose de comparer les modèles analytique et éléments finis à de réelles mesures physiques sur la maquette décrite auparavant.

Les résultats comparés du modèle éléments finis par rapport aux essais de caractérisation des paramètres électromagnétiques sont mis avant dans le *Tableau XXII* :

Tableau XXII : Comparatif des paramètres électromagnétiques entre les EF et les mesures

	<b>E</b>	<b>Ld</b>	<b>Lq</b>
<b>Résultats éléments finis</b>	23,4 V	1,132 mH	0,752 mH
<b>Mesures de caractérisation</b>	22,7 V	1,08 mH	0,728 mH
<b>Écart</b>	3,08 %	4,81 %	3,3 %

Le comparatif précédent démontre la cohérence des relevés effectués sur la maquette à ceux déduits par la modélisation éléments finis.

## V.4 Relevés à vitesse fixe

Deux campagnes de mesures ont été menées sur cette maquette, la première fut réalisée à vitesse fixe telle que  $N=3000 \text{ tr/min}$ . Ces relevés ont pour but de vérifier le comportement en défluxage de la machine à la vitesse nominale.

En ce qui concerne les conditions de fonctionnement, tous les relevés ont été effectués une fois la stabilité thermique atteinte, par conséquent, l'induction rémanente de l'aimant correspond au cas à chaud.

À l'image des modèles analytiques et éléments finis, les grandeurs de référence sont également la vitesse (ici considérée comme constante), l'angle de calage et le courant.

### V.4.1 Comportement en défluxage

Dans le *Chapitre III*, nous avons mis en évidence l'existence d'un angle de calage optimal. En effet, lors d'un essai à courant constant, on suivait l'évolution du couple moyen en fonction de l'angle de calage. Les résultats avaient montrés qu'un angle  $\alpha$  correctement choisi permettait d'obtenir une valeur maximale de couple tout en conservant le courant constant. Cette observation est redonnée en *Figure 115*.

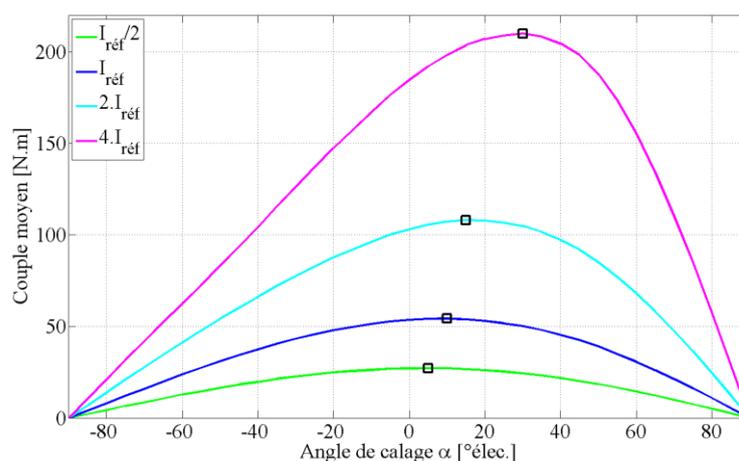


Figure 115 : Rappel - Évolution du couple en fonction de l'angle de calage pour plusieurs valeurs de courant

À l'inverse du relevé donné auparavant issu des éléments finis, nous avons préféré conserver le couple constant et suivre la variation du courant. Cette démarche a été préférée lors des mesures car il est plus simple de conserver le couple en bout d'arbre constant plutôt que le courant.

Le *Tableau XXIII* répertorie les valeurs du courant, de l'angle de calage, de la tension et du facteur de puissance qui ont été relevées.

Tableau XXIII : Relevé à  $N=3000\text{tr/min}$  et à couple constant

Mesures sur la maquette à $N=3000\text{tr/min}$						
<b>I<sub>eff</sub> [A]</b>	22,35	20,52	19,36	18,6	18,21	18,1
<b><math>\alpha</math> [°élec]</b>	0	6	12	18	24	28
<b>Couple [N.m]</b>	18,3	18,15	18,14	18,13	18,15	18,14
<b>V<sub>ph</sub> [V]</b>	268	257	247,4	237,4	227,2	221
<b>Fact. de puiss.</b>	0,62	0,695	0,76	0,818	0,87	0,9

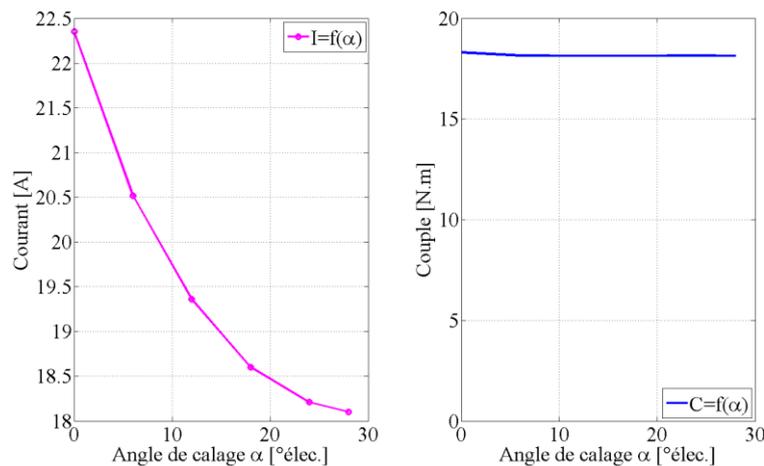


Figure 116 : Mesures du courant et du couple en fonction de l'angle de calage

La Figure 116 met en évidence l'impact du défluxage sur la consommation en courant. En effet, le couple étant constant, on s'aperçoit que la variation de l'angle vers sa valeur optimale réduit le courant de manière significative. Sur les mesures données auparavant, on constate que pour un angle de calage de  $0^\circ$ , la machine consomme 23 % de courant supplémentaire qu'à son angle de calage optimal égal à  $28^\circ$  dans ce cas.

En conclusion, les relevés sur la maquette confirment que la structure de la machine double aimant présente un rapport de saillance différent de l'unité. De plus, nous venons d'observer que cette structure est intéressante à utiliser en défluxage. Par conséquent, cette analyse confirme les bonnes performances de la machine double aimant en termes de consommation en courant qui est étroitement liée à son utilisation en défluxage.

#### V.4.2 Comparaison des modèles

Dans cette section, les résultats issus des mesures vont à présent être comparés aux modèles éléments finis et analytique. Pour cela, les mesures réalisées auparavant sont complétées par d'autres points de fonctionnement où cette fois-ci le couple n'est plus gardé constant.

La comparaison des modèles est menée sur plusieurs grandeurs : le couple moyen, la tension entre phases et le facteur de puissance. Dans le cadre du comparatif, les valeurs du courant et de l'angle de calage sont identiques aux trois modèles.

L'Annexe I répertorie les résultats qui ont été obtenus pour chaque modèle. Nous préférons faire apparaître en Figure 117 la compilation de ces relevés sous la forme d'un graphique.

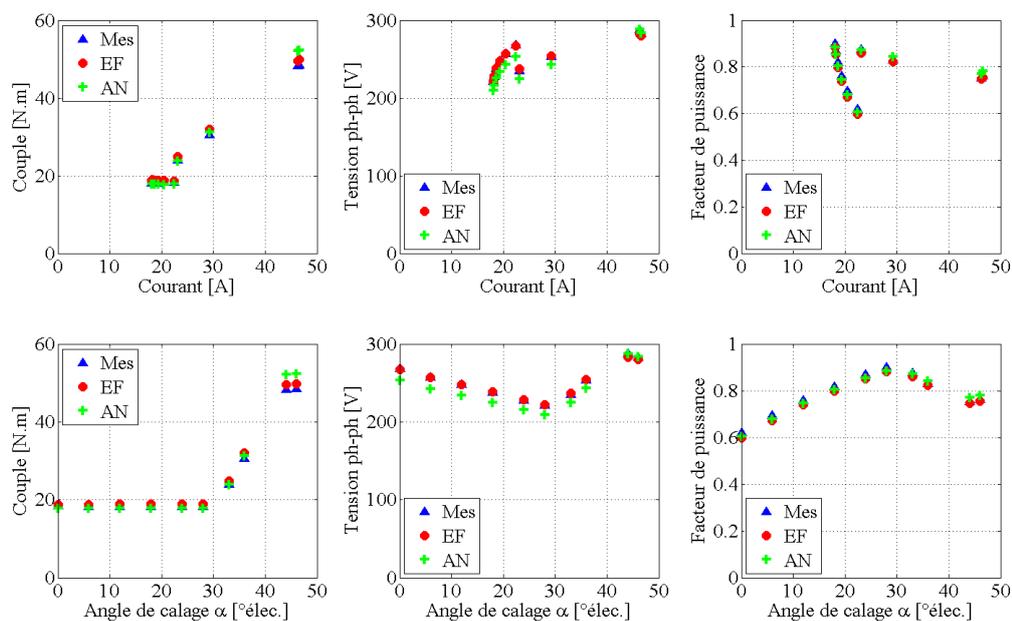


Figure 117 : Comparatif entre les mesures (Mes), le modèle éléments finis (EF) et le modèle analytique (AN) lors d'essais à vitesse fixe

En premier lieu, il est important de signaler que pour des mesures supérieures au couple maximal ( $C_{max}=30,5 \text{ N.m}$ ), le modèle analytique se comporte plutôt bien puisque pour un couple de  $48,2 \text{ N.m}$  mesuré soit  $1,58 \times C_{max}$ . D'ailleurs, un écart inférieur à 9% est obtenu pour le cas le plus défavorable du comparatif (Figure 118).

En second lieu, les relevés mettent en avant les limites de la modélisation analytique. En effet, si l'on désire mesurer des points de fonctionnement présentant un couple supérieur à ceux réalisés, on constate qu'il deviendra indispensable de prendre en compte la consommation en Ampère-tours du rotor dans la modélisation. Cependant, pour les grandeurs qui nous concernent directement, on constate qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter cette contribution.

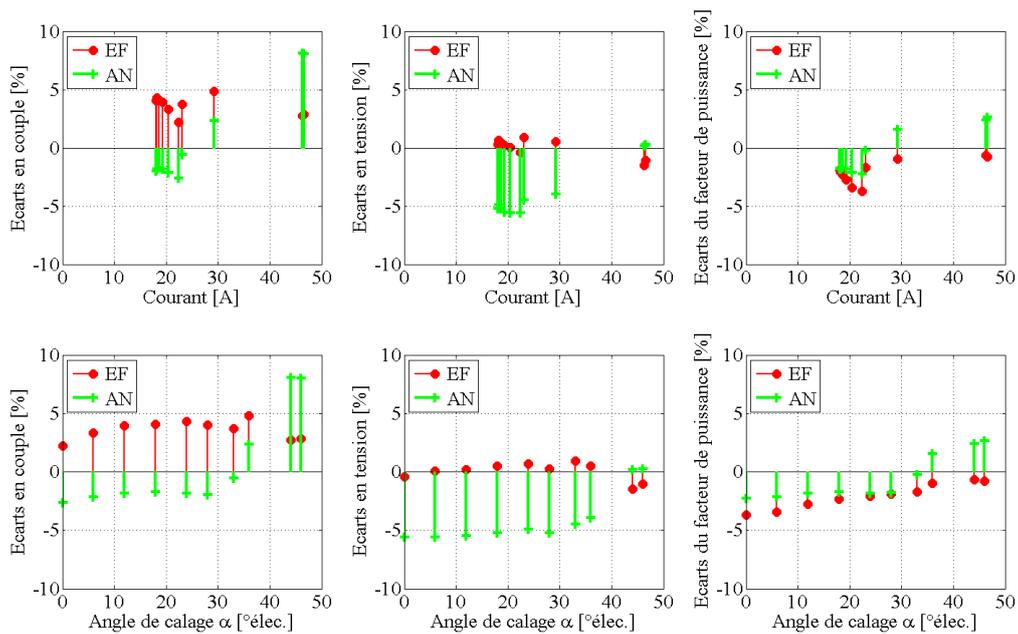


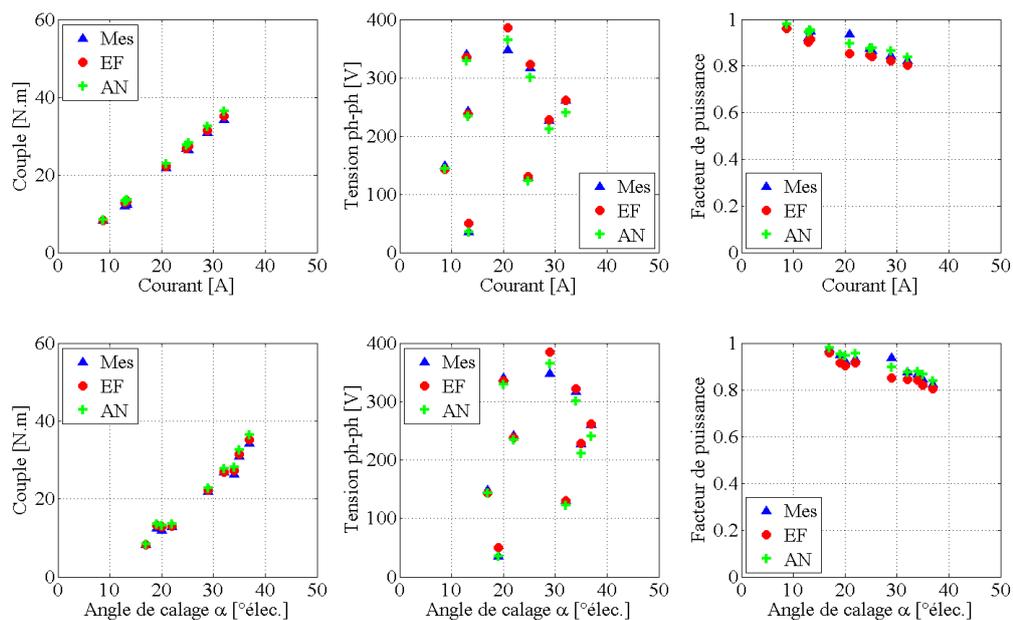
Figure 118 : Ecart entre les mesures et les modèles éléments finis (EF) et analytique (AN) lors d'essais à vitesse fixe

Ce premier comparatif mené à vitesse fixe entre les modèles analytique et éléments finis et les mesures sur la maquette ont fourni des résultats très encourageants. Dans la suite, on propose d'apprécier le comparatif entre les modèles à vitesse variable.

## V.5 Comparaison des modèles à vitesse variable

Maintenant, nous comparons les modèles analytique et éléments finis aux mesures, cette fois-ci pour des vitesses variables. Afin d'évaluer la robustesse des modèles nous veillons à considérer des points de fonctionnement relativement étendus par rapport aux valeurs du courant.

Les résultats comparés de chaque modèle sont donnés en *Figure 119*.



*Figure 119 : Comparatif entre les mesures (Mes), le modèle éléments finis (EF) et le modèle analytique (AN) lors d'essais à vitesses variables*

Sur la *Figure 120*, nous faisons apparaître les écarts obtenus par rapport aux mesures.

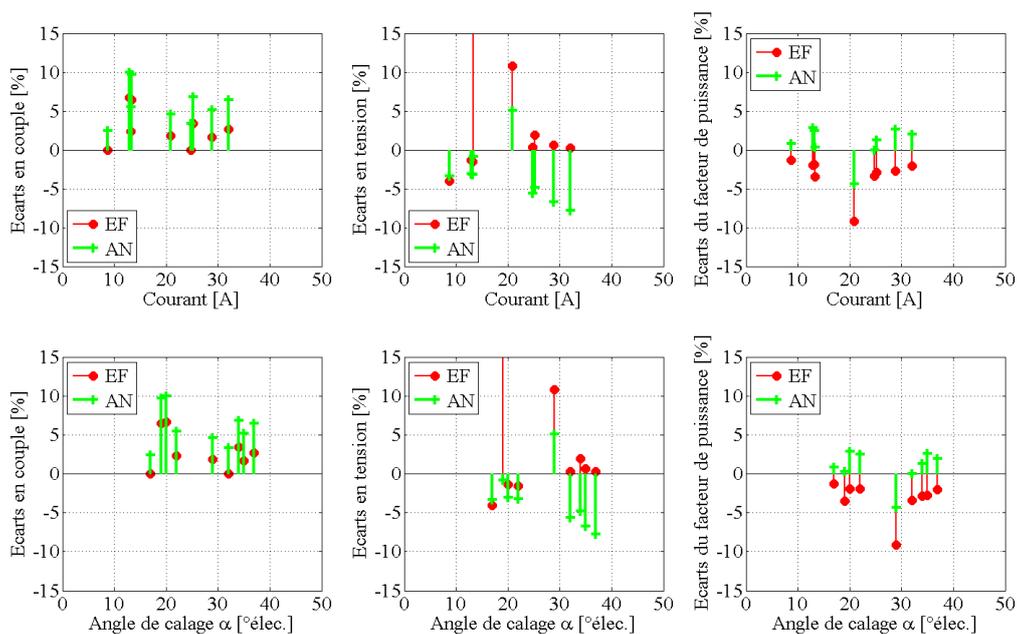


Figure 120 : Ecart entre les mesures et les modèles éléments finis (EF) et analytique (AN) lors d'essais à vitesses variables

Même si cela n'est pas frappant visuellement, les points des mesures ont été choisis de façon à correspondre le plus possible à l'image du comportement automobile et notamment au cycle pris en référence. Les points mesurés ont également été choisis pour vérifier les limites de l'application définies par l'enveloppe.

L'ensemble des résultats a finalement été répertorié sur la Figure 121 où malheureusement, les conditions d'essais ne nous ont pas permis de dépasser la vitesse de 5000 *tr/min*.

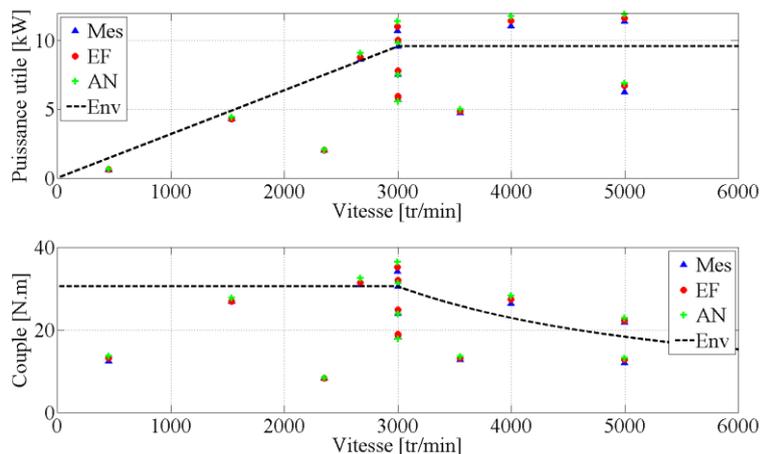


Figure 121 : Comparatif entre les mesures (Mes), le modèle éléments finis (EF) et le modèle analytique (AN) dans les plans puissance-vitesse et couple-vitesse

Au final, les points de fonctionnement comparés dans les plans puissance-vitesse et couple-vitesse sont très proches pour les trois configurations (mesures, éléments finis et analytique).

## V.6 Conclusion

En premier lieu de ce chapitre, une description de la maquette de la machine double aimant destinée aux mesures expérimentales a été entreprise. Même si les dimensions et les performances de la maquette ne correspondent à celle de l'application automobile de cette thèse, elle présente une géométrie identique. Son intérêt est d'être conçue avec le même nombre d'encoches et de paires de pôles définis lors du *Chapitre III*.

Après avoir modélisé la maquette par les éléments finis, nous avons évalué les paramètres électromagnétiques que sont la force électromotrice et les inductances des axes  $d$  et  $q$  du prototype afin de vérifier la cohérence de la prédiction du rapport de saillance.

Les premières mesures sur la maquette ont mis en avant l'influence de l'angle de calage sur la valeur du couple et la consommation en courant. Il a notamment été redémontré par la mesure l'existence d'un angle de calage optimal qui fournit un courant minimal sous contrainte d'un couple de référence.

Dans la suite, les modèles analytique et éléments finis ont été comparés aux mesures expérimentales menées sur la maquette. Deux cas ont été traités, le premier à la vitesse de base, a permis d'entrevoir les limites du modèle analytique et une perspective à ces travaux concernant la prise en compte de la saturation du rotor. Dans le second cas, la vitesse de rotation a été modifiée pour vérifier l'influence de ce paramètre sur le comparatif entre ces modèles. Tout au long de ce comparatif nous avons veillé à fournir les écarts en couple, tension et le facteur de puissance entre les modèles et les mesures.

En conclusion, ce chapitre intitulé *validation expérimentale des modèles* justifie son appellation puisque le modèle éléments finis et surtout le modèle analytique se sont révélés en adéquation avec les mesures. Pour preuve tout au long de ce comparatif, des écarts ne dépassant pas 10% ont été obtenus entre le modèle analytique et les mesures et cela malgré des points de mesures supérieurs au couple maximal de la maquette.

Les perspectives à ce chapitre initialement envisagées pourront donc être réalisées. En effet, le modèle analytique peut désormais être employé dans une routine d'optimisation pour apprécier les performances optimisées de la machine double-aimant vis-à-vis de l'application automobile.



## Chapitre VI

---

# **Optimisation du modèle de la machine double aimant**

## Sommaire Chapitre VI

---

<b>VI.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>163</b>
<b>VI.2</b>	<b>Conception par optimisation .....</b>	<b>164</b>
VI.2.1	Les objectifs .....	164
VI.2.2	Les contraintes.....	165
VI.2.3	Formulation d'un problème d'optimisation.....	165
VI.2.4	Les algorithmes d'optimisation .....	166
<b>VI.3</b>	<b>Démarche et méthode d'optimisation.....</b>	<b>169</b>
VI.3.1	Rappel des points de fonctionnement de l'application.....	169
VI.3.2	Démarche d'optimisation .....	170
<b>VI.4</b>	<b>Optimisation mono-objectif.....</b>	<b>175</b>
<b>VI.5</b>	<b>Optimisation bi-objectif.....</b>	<b>179</b>
<b>VI.6</b>	<b>Vérification des performances de la machine optimale .....</b>	<b>183</b>
VI.6.1	Ondulation de couple.....	183
VI.6.2	Couple de détente .....	183
VI.6.3	Modèle éléments finis appliqué à la machine optimale.....	184
VI.6.4	Comparaison vis-à-vis d'une solution standard.....	185
<b>VI.7</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>188</b>

---

## VI.1 Introduction

Au cours de ce chapitre dédié à l'optimisation, nous commencerons par introduire les quatre principales notions de ce domaine que sont le ou les objectifs, les contraintes, la méthode et les résultats. Une définition de chacune d'elles sera donnée afin d'apprécier leur influence et leur nécessité dans une démarche de conception par optimisation appliquée aux machines électriques.

Nous introduirons la méthode et la démarche d'optimisation employées dans cette thèse en vue de la maximisation des performances. L'emploi de deux algorithmes d'optimisation dans la démarche sera argumenté et justifié.

Dans un premier temps, le cas mono-objectif dédié à la maximisation du rendement global sur cycle de la machine sera traité. Puis dans un second temps, nous intégrerons la minimisation du coût de la machine à la maximisation du rendement. Ces deux objectifs contradictoires seront représentés par des solutions sous la forme d'un front de Pareto sur lequel nous justifierons le choix d'une unique solution de machine.

Partant de cette solution, nous traiterons les aspects qui ont été négligés jusque là dans le modèle analytique puisque leur intégration à une routine d'optimisation aurait augmenté considérablement le temps de résolution. Il s'agit du taux d'ondulation de couple et du couple de détente.

Enfin, la solution retenue sera comparée à une solution dite catalogue, afin d'apprécier les gains liés à la structure de la machine double aimant et à la démarche d'optimisation.

## VI.2 Conception par optimisation

L'approche de conception par optimisation consiste à exprimer un problème défini le plus souvent par un cahier des charges en problème d'optimisation. De nombreuses références emploient cette approche en vue de l'optimisation de moteurs électriques [Par10], d'alternateurs [Jan11] ou de gammes de machines [Ses11].

Le cahier des charges traduit les performances et les contraintes à satisfaire, l'optimisation consiste en une maximisation ou une minimisation d'une ou plusieurs performances sous contraintes.

Dans le langage des optimisateurs, ces problèmes consistent en une optimisation d'*objectifs* sous respect des *contraintes d'optimisation* au moyen de *variables de décision*.

Dès lors, pour les problèmes de conception par optimisation, il convient de définir les notions de ce domaine correspondant à : le ou les objectifs, les contraintes, la méthode utilisée et les résultats.

### VI.2.1 Les objectifs

Suivant le nombre d'objectifs, une optimisation peut être considérée mono ou multi-objectifs. Par définition, une optimisation mono-objectif consiste en une minimisation ou une maximisation de la *fonction d'évaluation*. Dans le cas multi-objectifs, il s'agit d'optimiser simultanément plusieurs objectifs, parfois contradictoires. Généralement, l'antinomie la plus couramment rencontrée, lors d'optimisations de machines électriques, concerne les optimisations conjointes de la maximisation des performances et de la minimisation du coût, du volume ou de la masse.

Au sujet des optimisations multi-objectifs, deux approches existent : la méthode d'agrégation et le front de Pareto, que l'on propose de définir.

#### VI.2.1.1 La méthode d'agrégation

La méthode d'agrégation consiste à ramener le problème sous la forme d'une résolution mono-objectif en affectant un poids à chaque objectif, l'optimisation est donc plus facile de résolution car elle revient à une optimisation mono-objectif.

Cette méthode traduite sous la forme d'une équation pour une optimisation bi-objectif s'exprime par :

$$f = A f_1 + B f_2 \quad (VI.1)$$

Où  $f$  est la valeur de la fonction objectif à optimiser,  $f_1$  et  $f_2$  sont les deux objectifs et  $A$  et  $B$  les poids respectifs des fonctions  $f_1$  et  $f_2$ .

Toutefois, cette méthode oblige à décider du poids relatif de chaque objectif. De plus, si les fonctions sont contradictoires, et qui plus est, si elles sont de natures différentes, l'évaluation des poids est alors délicate. L'utilisation de cette méthode doit donc respecter des critères précis et est destinée à des problèmes d'optimisation bien précis.

### VI.2.1.2 Le front de Pareto

La notion d'optimum de Pareto est née de l'économiste italien du même nom. Ce principe est basé sur le concept de domination où l'ensemble des solutions optimales est modélisé sur un *front* qui correspond à l'ensemble des vecteurs non dominés. Pour exemple, Gräbener [Grä08] (Figure 122) donne une représentation d'un front de Pareto où l'objectif consiste à minimiser les fonctions  $f_1$  et  $f_2$ . Dans ce cas, le point A ne domine pas B, le point B ne domine pas A mais les deux dominent le point C.

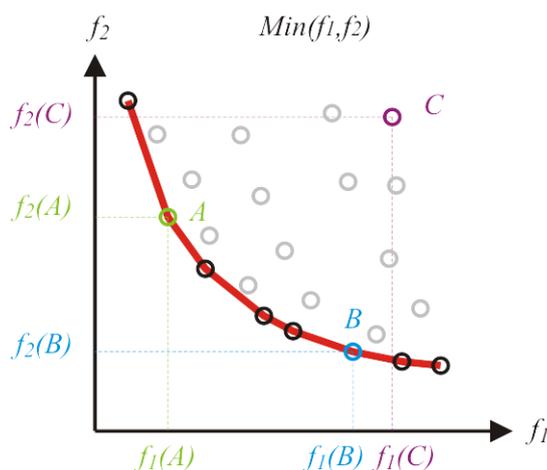


Figure 122 : Exemple de front de Pareto où  $f_1$  et  $f_2$  sont à minimiser

En résumé, une solution appartient au front de Pareto si l'amélioration d'un des objectifs pénalise au moins un seul des autres objectifs.

Il n'y a donc pas de solution unique, le choix final est donc à la charge du concepteur.

### VI.2.2 Les contraintes

Pour un problème d'optimisation, les contraintes sont de deux natures. Les premières concernent les bornes des variables d'optimisation. Ces bornes traduisent l'espace de recherche alloué à la recherche de l'optimum. Elles correspondent alors à une valeur basse et à une valeur haute à chaque variable. Le second type de contrainte concerne les sorties du modèle. Il s'agit alors de limiter les résultats à un espace de recherches. Par exemple, nous pourrions contraindre les solutions à vérifier un rendement minimal où le rendement est une grandeur de sortie.

Les contraintes sont alors traduites sous la forme d'égalités ou bien d'inégalités.

### VI.2.3 Formulation d'un problème d'optimisation

À l'image des formulations données par Brisset [Bri07] et Makni [Mak06], nous exprimons la fonction d'évaluation par  $f$ , les variables par le vecteur  $X$  et les fonctions exprimant les contraintes d'égalités et d'inégalités par  $h$  et  $g$ . Un problème d'optimisation sous contraintes pour lequel on cherche à minimiser la fonction d'évaluation s'exprime par :

$$\begin{aligned}
& \min f(X) \\
& X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in \mathcal{S} \\
& \text{sc:} \\
& g(X) < 0 \\
& h(X) = 0
\end{aligned} \tag{VI.2}$$

Où  $\mathcal{S}$  est l'espace borné des variables  $x$ .

Dès lors, l'obtention d'un optimum sous contraintes qu'il soit mono ou multi-objectifs nécessite l'emploi d'un algorithme d'optimisation. On propose alors de les classer et de développer les plus pertinents d'entre eux pour l'optimisation de machines électriques.

#### VI.2.4 Les algorithmes d'optimisation

La littérature [Mak06] [Jan11] classe le plus souvent les algorithmes d'optimisation en deux familles : les algorithmes déterministes et les algorithmes stochastiques.

##### VI.2.4.1 Les algorithmes déterministes

Ces algorithmes ont la particularité que pour un même problème et un même point de départ, ils convergent toujours vers la même solution. Les algorithmes déterministes se classent en deux catégories qui dépendent du caractère ou de la méthode de l'optimisation.

###### *Les méthodes directes*

On parle de caractère ou méthode directe si l'algorithme utilise les résultats des évaluations précédentes pour les évaluations suivantes. La démarche recherche les directions les plus favorables en explorant le domaine par essais successifs. Des exemples d'algorithmes sont entre autres le simplexe de Nelder-Mead [Nel65] et la méthode de la mire [Oks00].

###### *Les méthodes indirectes*

À l'inverse, ces méthodes utilisent les dérivées partielles des fonctions objectifs pour tendre plus rapidement vers le minimum. Elles correspondent à la méthode du gradient. Il s'agit d'algorithmes baptisés : la méthode de plus grande pente, la méthode de Newton, la méthode du gradient conjugué, etc.

Toutefois, l'évaluation de la dérivée partielle peut dans certains cas présenter quelques difficultés notamment d'ordre arithmétique. Quoi qu'il en soit, les méthodes directes et indirectes nécessitent un point de départ proche de la solution globale pour éviter de converger vers un minimum local.

##### VI.2.4.2 Les algorithmes stochastiques

Là où les algorithmes déterministes aboutissent de façon identique au même résultat (qu'il soit local ou global), les algorithmes stochastiques comportent une part de hasard. Pour un même problème le processus de convergence ne sera pas identique pour deux résolutions successives.

À l'image des algorithmes déterministes, les algorithmes stochastiques peuvent également être classés en deux sous catégories qui dépendent du type de recherche. La première catégorie correspond aux algorithmes travaillant sur un parcours comme la recherche taboue et le recuit

simulé. L'autre catégorie travaille quant à elle à partir d'une population. Ceci est le cas des colonies de fourmis, des essaims de particules, de l'algorithme génétique, etc. Les essaims de particules décrits par Clerc [Cle03] et Al-Aawar [AlA11], et, l'algorithme génétique défini par Addison [Add83] sont les algorithmes les plus rencontrés dans le domaine de l'optimisation de système électromagnétiques. On propose de les définir plus en détail.

#### *Les essaims de particules*

Cet algorithme a été développé par R. Elbenhart et J. Kenedy en 1995. Il s'inspire d'un modèle développé par C. Reynolds en 1986 qui simule le déplacement d'un groupe d'oiseaux. Cette méthode se base sur la collaboration d'individus peu intelligents qui peuvent, malgré cela, posséder une organisation globale complexe. Ainsi, grâce à des règles de déplacement très simples dans l'espace des solutions de la fonction objective, les particules se déplacent et convergent vers un objectif [Wik08]. Le principe de la méthode est le suivant :

- initialiser la population de particules à une position et une vitesse aléatoire dans l'espace des solutions ;
- déterminer la meilleure position correspondant à la solution la plus proche de l'objectif ;
- déterminer la meilleure position de chaque particule ;
- calculer la vitesse et la position de chaque particule pour la prochaine itération.

#### *Les algorithmes génétiques*

Les algorithmes génétiques utilisent la notion de sélection naturelle développée par C. Darwin au *XIX<sup>ème</sup>* siècle sur une population de solutions potentielles au problème donné. Le contenu de la population de base est généré aléatoirement. Chaque individu est noté en fonction de son adaptation au problème donné, puis une sélection est effectuée au sein de la population afin de faire évoluer le groupe et de le faire converger vers la solution du problème.

Classiquement, le programme d'optimisation est structuré comme suit :

- Générer aléatoirement la population de base.
- Évaluer chaque individu et le noter en fonction de son adaptation au problème.
- Sélectionner les individus qui vont donner une descendance. Plusieurs méthodes existent, certaines sont probabilistes.
- Les individus sélectionnés ont une probabilité de se croiser et de muter, afin que la nouvelle génération soit mieux adaptée au problème posé.

Plus récemment, de nouveaux algorithmes sont employés dans la conception de systèmes électromagnétiques comme les plans d'expérience et le krigeage. Ils sont basés sur des évaluations statistiques et ont pour avantage de converger relativement rapidement, néanmoins, la précision reste leur point faible. Ces algorithmes sont alors bien adaptés aux fonctions dites couteuses comme peut l'être une résolution par éléments finis. Cet algorithme présentant des intérêts non négligeables aux problèmes de la conception de machines, nous proposons de le présenter.

#### *Le krigeage*

Il est décrit par Baillargeon [Bai05] comme étant une méthode stochastique d'interpolation spatiale. Gratton [Gra02] le définit quant à lui comme une méthode optimale, au sens statistique du terme, d'estimation. On peut ainsi l'utiliser autant pour l'interpolation, l'extrapolation et la

recherche d'un minimum d'une fonction. La littérature parle alors de krigeage EI pour *Expected Improvement* ou espérance de l'amélioration en français.

Des exemples d'applications sont donnés par l'intermédiaire de Baillargeon [Bai05] et Ledoux [Led12] correspondant respectivement aux domaines de l'hydrographie et à la conception de convertisseurs statiques. Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux fonctions d'évaluations coûteuses comme peut l'être par exemple une optimisation par les éléments finis.

## VI.3 Démarche et méthode d'optimisation

Le modèle analytique ayant été défini au cours du *Chapitre IV*, puis validé lors du *Chapitre V* par les mesures et les éléments finis, on propose désormais de le coupler à une routine d'optimisation.

L'objectif de l'optimisation est d'obtenir une géométrie ou un *design* optimal de la machine double aimant vis-à-vis du cahier des charges de l'application.

Avant d'aborder la démarche d'optimisation, il nous semble important de rappeler que l'application pour laquelle la machine doit être optimisée est une automobile caractérisée par plusieurs points de fonctionnement.

### VI.3.1 Rappel des points de fonctionnement de l'application

La *Figure 123* représente les points de fonctionnement issus de méthode de classification présentée lors du *Chapitre II*.

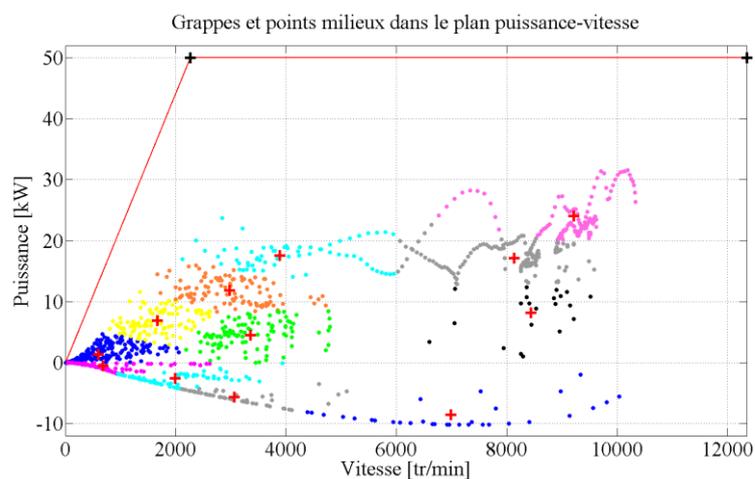


Figure 123 : Points de fonctionnements de l'application considérée (+)

À ces points, nous ne manquerons pas d'ajouter deux points particuliers qui correspondent aux contraintes maximales de l'application :  $N=N_{base}$ ,  $P=P_{max}$  et  $N=N_{max}$ . Sans maximiser le rendement pour ces deux points, il est indispensable de s'assurer que le courant et la tension sont inférieurs ou égal aux limites du cahier des charges.

Nous donnons alors dans le *Tableau XXIV*, les coordonnées des points de fonctionnement ainsi que les points limites et leur poids respectif.

Tableau XXIV : Coordonnées et poids des points milieux

<i>Point</i>	Vitesse [tr/min]	Puissance [kW]	Poids
<b>Points limites</b>			
1	2263	50	0
2	12350	50	0
<b>Fonctionnement en moteur (P&gt;0)</b>			
3	8435	8,16	21
4	593	1,35	439
5	8134	17,17	180
6	3884	17,55	95
7	1666	6,9	193
8	2970	11,85	190
9	3355	4,55	223
10	9216	24,06	120
<b>Fonctionnement en génératrice (P&lt;0)</b>			
11	6983	-8,53	32
12	681	-0,51	202
13	3062	-5,65	113
14	1987	-2,60	170

Maintenant que les points de fonctionnement ont été redéfinis, la démarche d'optimisation va être développée.

### VI.3.2 Démarche d'optimisation

La démarche d'optimisation s'appuie sur les variables géométriques de la machine (rayons, longueurs, etc.), le bobinage (nombre de spires, type de raccordement, etc.) et les paramètres électriques que sont le courant et l'angle de calage ( $I$  et  $\alpha$ ).

Ces deux derniers paramètres sont essentiels puisque, pour une machine donnée, définie par une géométrie et un bobinage, ils fournissent ses performances en couple et rendement. D'ailleurs, nous nous sommes efforcés de mettre en avant l'influence de ces paramètres sur le couple lors des *Chapitres II, IV* et *V*.

Nous proposons alors de traiter les paramètres courant et angle de calage à part, c'est-à-dire, hors des variables de caractérisation de la machine. Ce choix se justifie par le fait que, pour chaque géométrie de machine, il est nécessaire de vérifier son comportement sur les 14 points de fonctionnement donnés dans le *Tableau XXIV*.

En résumé, nous considérerons deux optimisations :

- la première basée sur les paramètres de la machine (géométrie et bobinage), ces paramètres sont les variables de l'optimisation ;
- la seconde concerne l'évaluation et l'optimisation des performances de chaque machine pour l'ensemble des points fonctionnement à partir des paramètres courant et angle de calage.

Cette approche peut être imaginée de la façon suivante :

- chaque prototype (géométrie et bobinage) est testé sur banc et on optimise ses performances en chaque point de fonctionnement au moyen des paramètres  $I$  et  $\alpha$ .

- l'analyse des performances globales par l'algorithme permet alors d'optimiser la géométrie de la machine.

En résumé, nous proposons une optimisation imbriquée où la première optimisation s'applique sur les variables géométrique, elle correspond à la recherche de l'objectif posé en début d'étude, à savoir la maximisation du rendement sur cycle ou rendement global. La seconde optimisation sera quant à elle dite locale, en effet, en chaque point de fonctionnement, le rendement de la machine est maximisé grâce aux variables  $I$  et  $\alpha$ .

On propose désormais de développer chacune de ces optimisations où il sera mis en exergue les variables, les contraintes, la fonction objectif et la méthode employée des deux optimisations.

### VI.3.2.1 Optimisation globale

Comme nous venons de le voir, l'optimisation globale a pour objectif d'évaluer la géométrie correspondant à la maximisation du rendement global. Pour cela, il convient de définir les variables.

#### *Les variables*

Au nombre de 13, elles correspondent aux paramètres géométriques et aux paramètres du bobinage. Ces variables sont exprimées par le vecteur  $x$ , tel que :

$$x = \{L, n_s, R_{ale}, l_{ouv}, l_d, h_d, h_c, e, ouv_{pp}, e_a, h_a, h_{pr}, n_{fm}\} \quad (VI.3)$$

Avec  $L$  la longueur de fer,  $n_s$  le nombre de spires par bobine,  $R_{ale}$  le rayon d'alésage,  $l_{ouv}$  et  $l_d$  les largeurs de l'ouverture d'encoche et de la dent,  $h_d$  et  $h_c$  les hauteurs des dents et de la culasse,  $e$  la valeur de l'entrefer,  $ouv_{pp}$  l'ouverture de la pièce polaire,  $e_a$  l'épaisseur de l'aimant,  $h_a$  et  $h_{pr}$  les hauteurs de l'aimant et du pont radial et  $n_{fm}$  le nombre de fils en main.

#### *Les contraintes*

Les contraintes sont étroitement liées aux impératifs géométriques du cahier des charges. Les premières contraintes dépendent du rayon extérieur du stator qui doit respecter un intervalle défini par des valeurs minimale et maximale.

Il vient ensuite les contraintes fonction du bobinage où nous imposons que l'ouverture de l'encoche soit supérieure au diamètre du fil afin de réaliser son insertion. Nous limitons également le diamètre minimal du fil à une grandeur issue de [Jan11] pour éviter au mieux les courants de circulation entre spires.

Enfin, d'autres contraintes plus délicates à exprimer permettent d'éviter les problèmes de recouvrements géométriques. Elles ont pour rôle de garantir la faisabilité de la machine et elles sont répertoriées sous l'appellation  $g(x)$ .

Tableau XXV : Coordonnées et poids des points milieux

Paramètre	Contrainte
$R_{ext}$	$\leq R_{ext\ maxi}$
$R_{ext}$	$\geq R_{ext\ min}$
$d_{fil}$	$< l_{ouv}$
$d_{fil}$	$\geq 0,1$
$g(x)$	$< 0$

*Méthode utilisée*

Pour l'évaluation des 13 variables géométriques sous contraintes, nous avons fait le choix d'un algorithme génétique. Celui-ci est particulièrement bien adapté aux problèmes sous contraintes où le nombre de variables est relativement élevé [Hau04].

**VI.3.2.2 Optimisation locale**

Nous rappelons que l'optimisation locale consiste à maximiser le rendement à partir des paramètres électriques où une optimisation est menée pour chaque point de fonctionnement.

*Les variables*

Il s'agit du courant et de l'angle de calage. Ces variables sont notées sous l'indice  $y$ .

$$y = \{ I, \alpha \} \quad (VI.4)$$

*Les contraintes*

Le premier type de contraintes correspond aux bornes des variables. La valeur absolue du courant doit être inférieure ou égale au courant maximal.

$$\begin{aligned} I &\geq 0 \\ I &\leq I_{max} \end{aligned} \quad (VI.5)$$

Les bornes de l'angle de calage dépendent quant à elles du signe de la puissance.

Si  $P_k \geq 0$  :

$$-90 \leq \alpha \leq 90 \quad (VI.6)$$

Si  $P_k < 0$  :

$$90 \leq \alpha \leq 270 \quad (VI.7)$$

Les autres contraintes concernent les grandeurs électriques issues de la sortie de la fonction d'évaluation.

Tout d'abord, la puissance doit vérifier l'égalité avec celle de la puissance de référence au point de fonctionnement  $k$  et noté  $P_k$ .

D'autre part, la tension issue de l'évaluation doit être inférieure à celle du cahier des charges notée  $V_{max}$ .

*Formulation de l'optimisation*

L'optimisation locale s'exprime alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 & \max \eta_k(y) \\
 & y = \{I, \alpha\} \in S \\
 & \text{sc:} \\
 & P(y) = P_k \\
 & V(y) \leq V_{\max}
 \end{aligned} \tag{VI.8}$$

Avant d'appliquer cette routine d'optimisation aux 12 points de fonctionnement, on vérifie que la machine est capable de respecter les puissances maximales sous le respect des contraintes. Il s'agit des deux points appartenant à l'enveloppe ( $N_{base}, P_{max}$  et  $N_{max}, P_{max}$ ).

$$\begin{aligned}
 & \eta_k(y) \text{ existe} \\
 & y = \{I, \alpha\} \in S \\
 & \text{sc:} \\
 & P(y) = P_k \\
 & V(y) \leq V_{\max}
 \end{aligned} \tag{VI.9}$$

Suite à ça, la routine d'optimisation est menée pour chaque point de fonctionnement. Au final, l'évaluation d'une unique géométrie de machine porte sur 2+12 optimisations locales.

Traduite sous la forme d'un synoptique en fonction de  $k$ , l'optimisation locale correspond à :

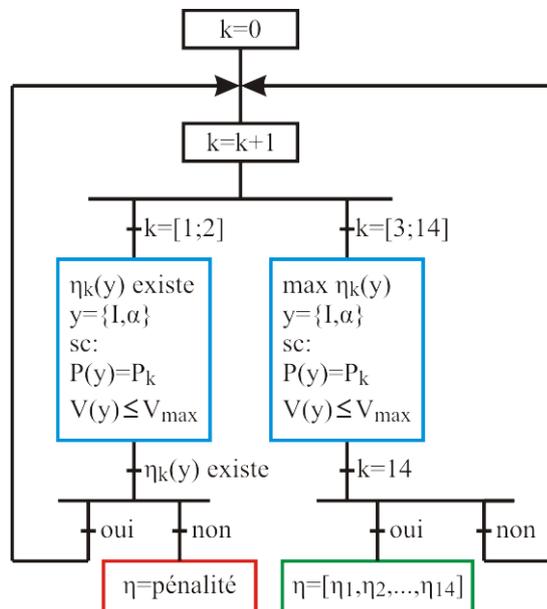


Figure 124 : Principe de l'optimisation locale

Dans le cas où les points de l'enveloppe ( $k=1$  ou  $k=2$ ) ne permettent pas de vérifier les contraintes du cahier des charges, l'optimisation est stoppée et la fonction d'évaluation retourne une valeur définie par une pénalité.

*Méthode utilisée*

Une optimisation sur la valeur du rendement étant effectuée pour chaque point de fonctionnement, il est impératif que la convergence soit rapide. De plus, l'expérience et l'analyse ont montré que la variation du rendement en fonction des variables  $I$  et  $\alpha$  sous contraintes n'est pas soumise à d'importantes variations. Il n'y a donc pas ou très peu de minimums locaux. Par conséquent, le choix de l'algorithme s'est orienté sur des méthodes déterministes. Ils sont issus de la librairie de Matlab/Simulink, il s'agit dans notre cas de l'utilisation des fonctions *fmincon* et *fminsearch*.

Le *fmincon* est lui idéal au traitement des contraintes, néanmoins il est relativement long de résolution et il nécessite une seconde résolution de la fonction d'évaluation pour le traitement des contraintes.

Le *fminsearch* présente quant à lui le désavantage de ne pas traiter les contraintes. Cependant, à l'image de Brisset [Bri07] nous avons contourné cette problématique en pénalisant la fonction objectif dans le cas du non respect des contraintes.

L'algorithme déterministe *fminsearch* correspond à une méthode du simplexe de Nelder-Mead. Sa démarche de conception et de résolution est décrite dans [Nel65] et [Lag98]. Malgré l'efficacité reconnue de cet algorithme, il faut comme tout simplexe être vigilant au point de départ.

Sur ce point, nous recommandons de définir au préalable une population initiale et de choisir comme point de départ la meilleure évaluation. Plusieurs moyens permettent de créer cette population. Nous avons fait le choix d'une répartition statistique des points initiaux plutôt qu'une répartition aléatoire moins représentative. Pour preuve, nous donnons la répartition de ces cas dans un repère unitaire d'ordre 2 ( $x,y$ ) pour 10 points.

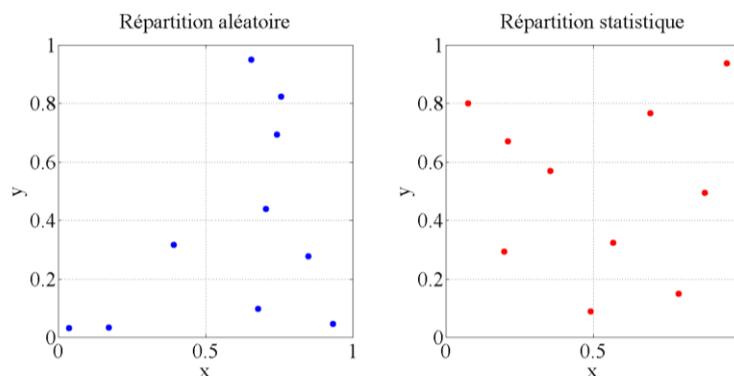


Figure 125 : Répartition aléatoire et répartition statistique

Avec l'exemple de la Figure 125, on constate que la répartition statique de type carré latin est mieux distribuée sur le plan unitaire que celle choisie aléatoirement.

Ayant désormais développé la démarche et la méthode de résolution par optimisation, le cas de l'optimisation mono-objectif va être traité.

## VI.4 Optimisation mono-objectif

Lors de cette première optimisation, le rendement de la machine vis-à-vis du cycle de fonctionnement du véhicule sera maximisé. On rappelle que l'application est définie par 12 points d'évaluation et 2 points devant vérifier les contraintes maximale.

Les variables de l'optimisation globale correspondant aux paramètres géométriques ont été données par l'équation (VI.3) et les contraintes sont listées dans le *Tableau XXV*.

### *Fonction objectif*

Comme nous l'avons dit, l'objectif consiste à maximiser le rendement global de la machine. Pour obtenir une unique grandeur de sortie, nous considérons la moyenne pondérée des rendements sur cycle en fonction du poids de chaque grappe. La fonction objectif  $f$  s'exprime alors :

$$f = \frac{\sum_{k=1}^{14} (\wp_k \eta_k)}{\sum_{k=1}^{14} \wp_k} \quad (\text{VI.10})$$

Où  $\wp_k$  et  $\eta_k$  sont le poids et le rendement du  $k^{\text{ème}}$  point de fonctionnement.

### *Bornes des variables*

*Tableau XXVI : Bornes des variables de l'optimisation mono-objectif*

<b>Paramètre</b>	<b>Borne inférieure</b>	<b>Borne supérieure</b>
$L$	150	200
$n_s$	1	20
$R_{ale}$	40	80
$l_{ouv}$	1	4
$l_d$	3	10
$h_d$	8	20
$h_c$	8	20
$e$	0.5	2
$ouv_{pp}$	0.5	0.9
$e_a$	2	8
$h_a$	15	40
$h_{pr}$	3	10
$n_{fm}$	1	10

À noter que les variables notées  $n_s$  et  $n_{fm}$  sont des variables discrètes puisqu'il s'agit de nombres entiers de spires et de fils.

### *Paramètres et résultats de l'optimisation*

L'optimisation globale sous contraintes se faisant à partir d'un algorithme génétique spécialement conçu pour traiter les cas entiers et réels, une population de 40 individus a été

déclarée. On rappelle que partant des données de chaque individu, le rendement est ensuite optimisé pour tous les points de fonctionnement.

L'évolution de la fonction objectif en fonction des itérations est la suivante.

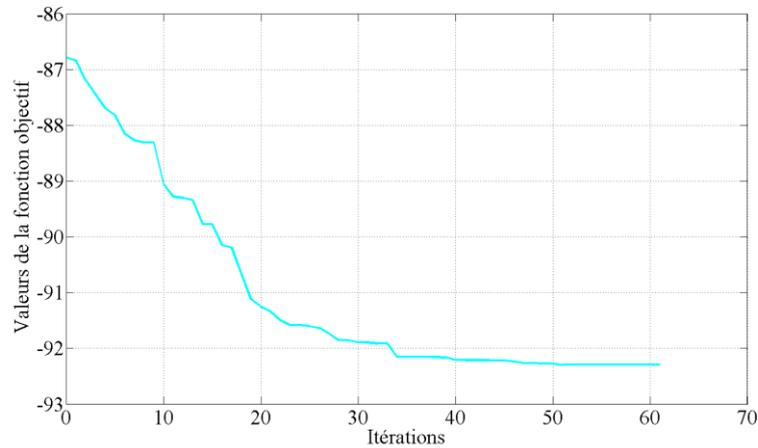


Figure 126 : Évolution de la fonction objectif au fil des itérations

Trois semaines ont été nécessaires pour que la solution converge vers son optimum. L'optimisation a déduit un rendement global de la machine de près de 92,3 %.

Tableau XXVII : Résultats de l'optimisation mono-objectif

Paramètre	Valeur optimum
Fonction objectif	
$f(X_{opt})$	92,28
Variables ( $X_{opt}$ )	
$L$	159,9
$n_s$	6
$R_{ale}$	63,0
$l_{ouv}$	1,83
$l_d$	5,35
$h_d$	15,5
$h_c$	14,09
$e$	1,25
$ouv_{pp}$	0,682
$e_a$	3,97
$h_a$	15,5
$h_{pr}$	3,38
$n_{jm}$	9

La représentation de la machine est la suivante :

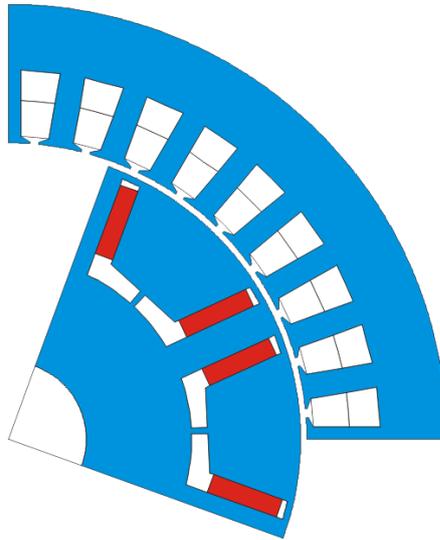


Figure 127 : Représentation de la machine solution de l'optimisation mono-objectif (maximisation du rendement)

Pour cette machine optimale, on propose maintenant de représenter le rendement dans le plan puissance-vitesse où nous ne manquons pas de faire apparaître les 12 points de fonctionnement dédiés à l'évaluation de la fonction objectif.

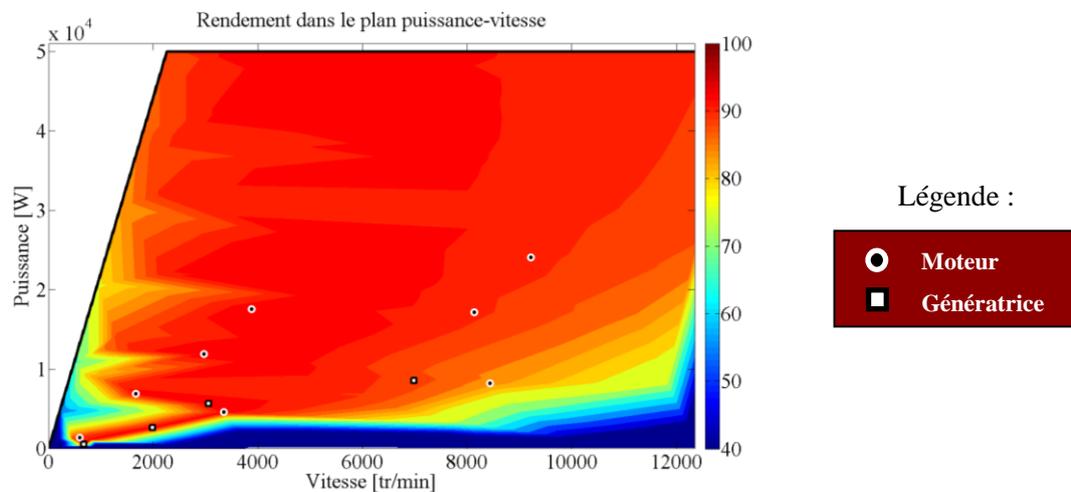


Figure 128 : Rendement dans le plan puissance-vitesse issu de la machine solution de l'optimisation mono-objectif

Sur la Figure 128, nous avons choisi de faire figurer les points de fonctionnement du comportement en génératrice ( $P < 0$ ) dans le plan en fonctionnement moteur. Ces quatre points de fonctionnement sont représentés par des pointeurs différents de ceux du fonctionnement moteur.

Nous donnons ensuite les évaluations du rendement sur les 12 points représentatifs ainsi que les points de fonctionnement correspondant aux contraintes.

Tableau XXVIII : Coordonnées, poids et rendement des points milieux

<i>Point</i>	<b>Vitesse [tr/min]</b>	<b>Puissance [kW]</b>	<b>Poids</b>	<b>Rendement [%]</b>
<b>Points limites</b>				
<i>1</i>	2263	50	0	89,1
<i>2</i>	12350	50	0	91,1
<b>Fonctionnement en moteur (P&gt;0)</b>				
<i>3</i>	8435	8,16	21	85,3
<i>4</i>	593	1,35	439	91,1
<i>5</i>	8134	17,17	180	91
<i>6</i>	3884	17,55	95	94,4
<i>7</i>	1666	6,9	193	92,9
<i>8</i>	2970	11,85	190	94,2
<i>9</i>	3355	4,55	223	93,2
<i>10</i>	9216	24,06	120	91,1
<b>Fonctionnement en génératrice (P&lt;0)</b>				
<i>11</i>	6983	-8,53	32	89,5
<i>12</i>	681	-0,51	202	92,5
<i>13</i>	3062	-5,65	113	93,8
<i>14</i>	1987	-2,60	170	92,7

Toujours à partir du même modèle analytique, on propose d'étudier l'impact du rendement sur le coût de la machine. Pour cela, une optimisation bi-objectif va être mise en œuvre.

## VI.5 Optimisation bi-objectif

### *Les fonctions objectifs*

Le premier objectif consistait à maximiser le rendement global de la machine  $\eta(x)$ . On désire à présent intégrer à l'optimisation le coût matière de la machine. Ce coût est directement proportionnel au volume de chaque matériau. Les parties actives de la machine se composent ici de trois matériaux distincts : le fer des tôles stator et rotor, les aimants et le cuivre du fil. Le coût de chaque matériau est donné par unité de poids. Ainsi, après avoir au préalable évalué le volume et la masse de chaque matériau, on est en mesure d'évaluer leur coût. Le paramètre coût total est traduit par l'indice  $c$ .

$$c(x) = c_{fer}(x) + c_{aim}(x) + c_{cui}(x) \quad (VI.11)$$

### *Formulation de l'optimisation*

L'optimisation bi-objectif de l'optimisation globale s'exprime donc par la formulation ci-après :

$$\begin{aligned} & \max \eta(x) \\ & \min c(x) \\ & \text{sc:} \\ & G(x) < 0 \end{aligned} \quad (VI.12)$$

Où  $G(x)$  correspond aux contraintes en fonction des variables  $x$ .

### *Bornes des variables*

À l'image de l'optimisation mono-objectif, les bornes inférieure et supérieure des variables restent identiques à celles données dans le *Tableau XXVI*.

### **VI.5.1.1 Résultats de l'optimisation**

Pour les deux fonctions objectifs antinomiques que sont le rendement et le coût de la machine qui sera exprimé en unité réduite, l'optimisation bi-objectif fournit comme résultat un front de Pareto. Ces résultats ont été obtenus après 6 semaines de calcul.

Sur la *Figure 129* et la *Figure 130*, nous faisons apparaître le front de Pareto dans le plan coût-rendement, le résultat de l'optimisation mono-objectif ainsi que toutes évaluations qui ont été nécessaires à la construction de ce front.

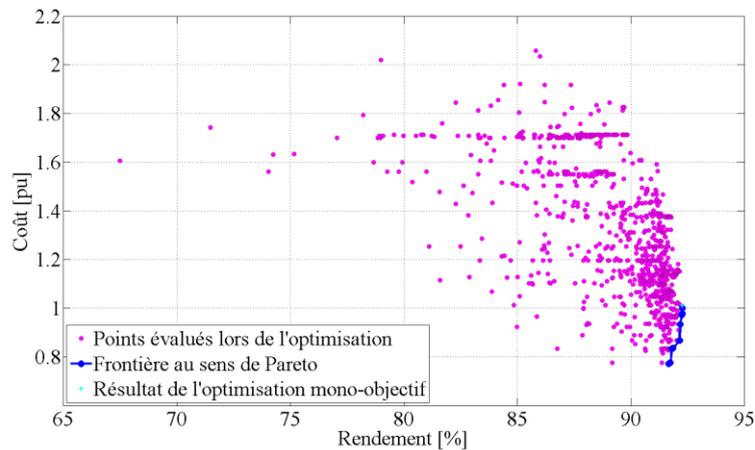


Figure 129 : Résultats de l'optimisation bi-objectif

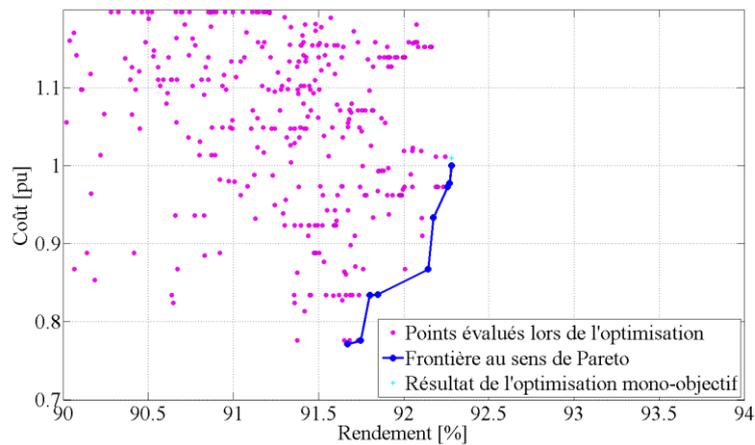


Figure 130 : Résultats de l'optimisation bi-objectif (zoom)

Le front de Pareto démontre qu'un rendement maximal peut être obtenu pour un coût de 1 (en unité réduite). Il permet surtout de mettre en évidence que si l'on dégrade le rendement de moins de 1%, on est en mesure de réduire le coût matière de plus de 20% !

Ce résultat est alors intéressant puisque dans ce cas le compromis entre le rendement et le coût est très largement en faveur du coût que l'on préférera réduire.

En conclusion, sans l'optimisation multi-objectif cette observation et cette analyse n'auraient jamais été possible. Malgré un temps de résolution assez long en raison du nombre de variables et de l'optimisation locale sur chaque point de fonctionnement, l'approche par optimisation démontre son indéniable apport dans des travaux de recherches.

### VI.5.1.2 Évolution des variables des optimums

Les solutions appartenant au front sont alors au nombre de 9. Pour chaque variable, nous donnons leur répartition autour des bornes minimales et maximales, et, relevons la contrainte de sortie qu'est le rayon extérieur du stator  $R_{ext}$ .

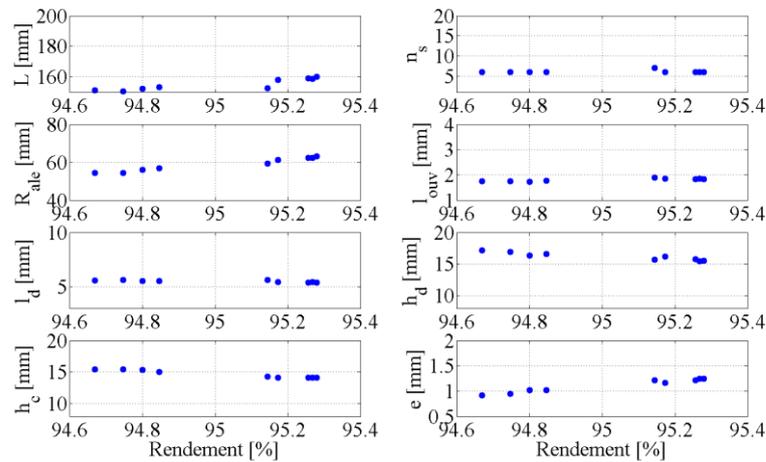
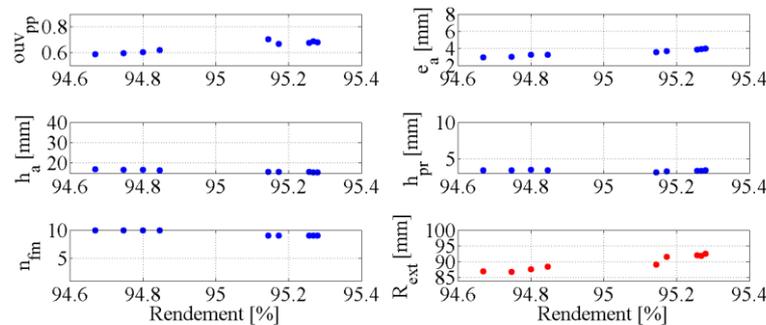


Figure 131 : Évolution des variables (1) en fonction du rendement

Figure 132 : Évolution des variables (2) et de la contrainte  $R_{ext}$ 

Les évolutions des variations autour de leurs valeurs minimales et maximales issues du front de Pareto mettent en avant les paramètres influant pour la minimisation de la fonction bi-objectif. Parmi ces paramètres, on constate logiquement que la longueur de fer et que la contrainte sur le rayon extérieur tendent à être minimisées pour minimiser le coût de la machine.

D'autre part, on remarque que les variations de l'entrefer le long du front est assez importante puisque comprises entre 0,92 et 1,25 mm soit une variation de plus de 30%. En ce qui concerne la sensibilité, l'entrefer est de loin le paramètre le plus influant en ce qui concerne la variation des performances de la machine.

En revanche, d'autres paramètres issus du front de Pareto sont assez peu sujets à de réelles variations comme par exemple le nombre de spires  $n_s$ , la largeur des encoches  $l_{ouv}$ , la largeur des dents  $l_d$ , la hauteur des aimants  $h_a$ , la hauteur du pont radial  $h_{pr}$  ainsi que le nombre de fils en main  $n_{fm}$ .

### VI.5.1.3 Représentation des solutions optimales

La lecture des variables optimales étant assez délicate vue leur nombre, nous donnons une représentation des 9 structures du front de Pareto où la solution retenue (à coût et rendement minimaux) est auparavant mise en évidence.

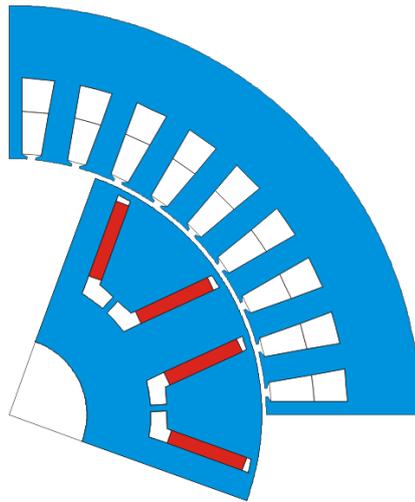


Figure 133 : Représentation de la machine solution de l'optimisation bi-objectif (coût et rendement minimaux)

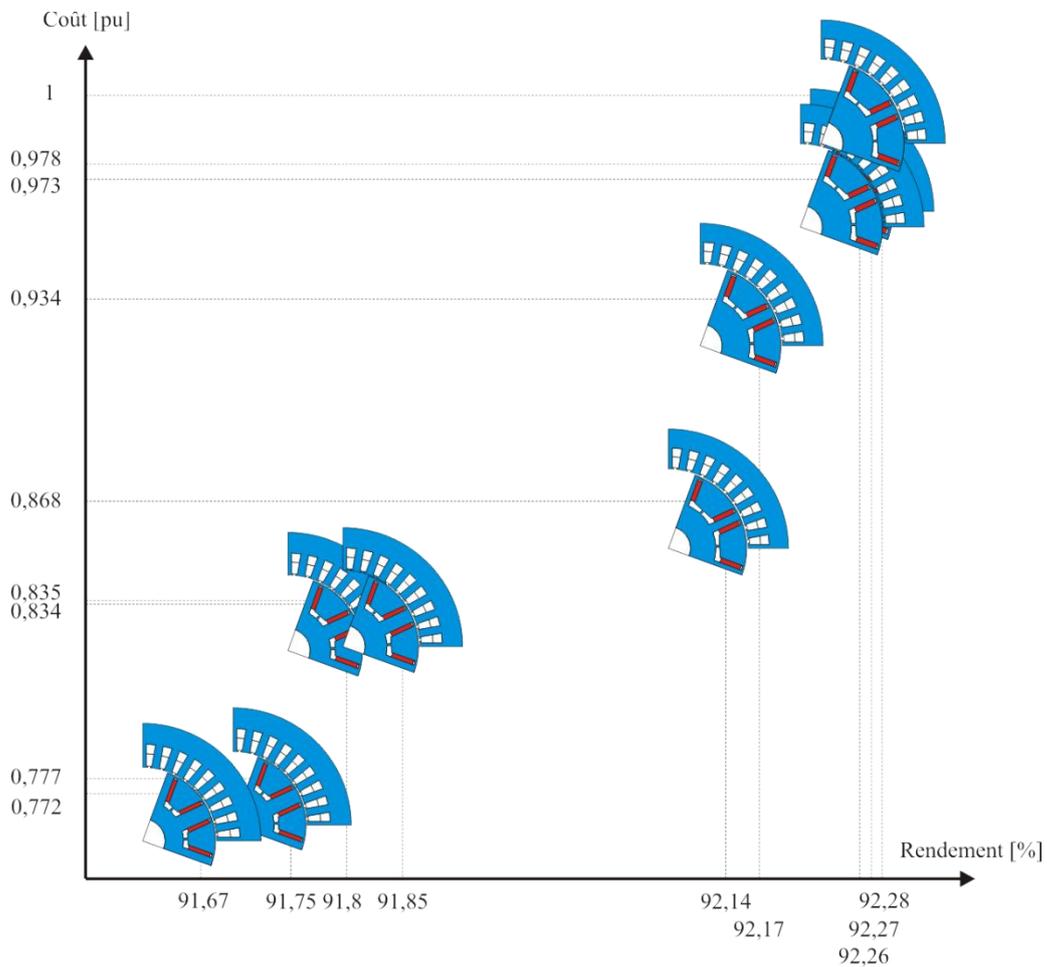


Figure 134 : Représentation des machines du front de Pareto

Finalement, le choix s'est orienté sur de la structure la moins onéreuse et donc avec le rendement le plus faible parmi les 9 solutions optimales représentées par le front de Pareto. Ce choix se justifie par le fait qu'une diminution du rendement global inférieure à 1% permet une réduction en coût matière, étroitement liée au coût des aimants, de plus de 20%.

## VI.6 Vérification des performances de la machine optimale

Dans cette section, on propose de vérifier les notions importantes qui ont été omises au cours de cette étude en raison notamment du temps supplémentaire nécessaire à la vérification d'autres contraintes.

Nous vérifierons les aspects propres du couple que sont les ondulations ainsi que le couple de détente ou *cogging torque* en anglais.

### VI.6.1 Ondulation de couple

Par l'intermédiaire des éléments finis, nous vérifions le taux d'ondulation de couple au point de fonctionnement tel que  $I=I_{max}$  et  $\alpha=0^\circ$ .

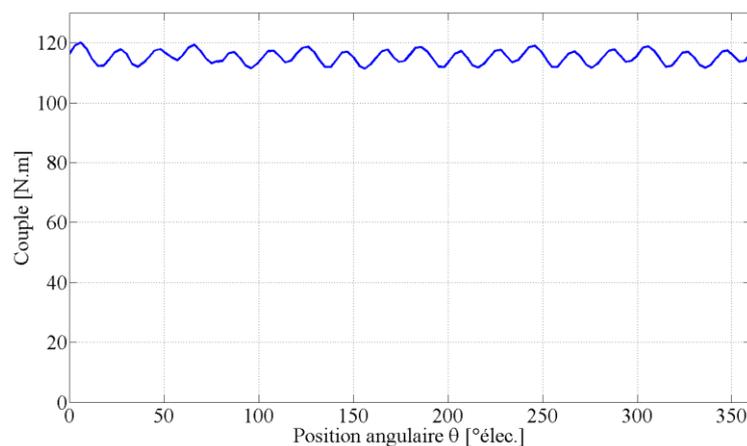


Figure 135 : Couple en fonction de la position angulaire sur une période pour l'évaluation de l'ondulation de couple pour  $I=I_{max}$  et  $\alpha=0^\circ$ .

Le taux d'ondulation de couple est évalué à partir de l'expression (VI.13).

$$\tau_{ond} = \frac{C_{max} - C_{min}}{C_{moy}} \times 100 \quad (VI.13)$$

Pour le cas traité auparavant, un taux d'ondulation de couple  $\tau_{ond}$  de 7,6% est relevé. Ce résultat étant plus faible que les limites classiquement imposées sur ce paramètre, nous en concluons que la machine optimale n'est pour le moment pas remise en cause.

### VI.6.2 Couple de détente

Le relevé du couple de détente est effectué à une fréquence très faible, qui caractérise le démarrage de la machine.

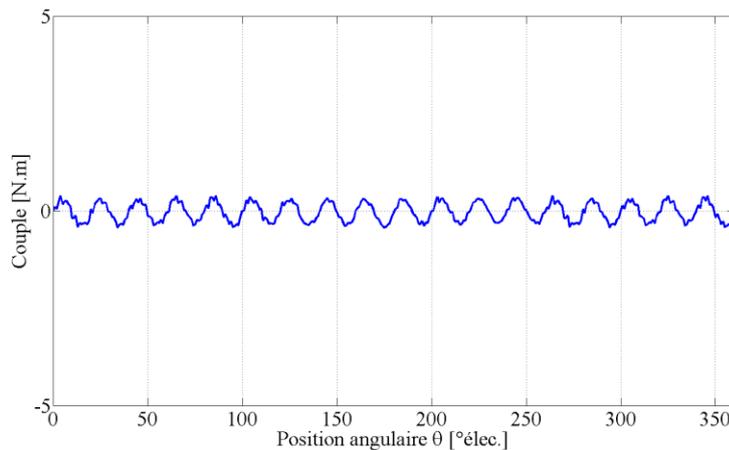


Figure 136 : Couple en fonction de la position angulaire sur une période pour l'évaluation du couple de détente.

L'amplitude crête à crête étant inférieure au Newton-mètre ( $|C_{max}-C_{min}|=0,62 \text{ N.m}$ ), il convient de conclure que le couple de détente n'est pas trop important et que celui-ci n'est pas une contrainte.

### VI.6.3 Modèle éléments finis appliqué à la machine optimale

Pour la machine considérée comme solution de l'optimisation bi-objectif représentée en Figure 133, nous souhaitons une nouvelle fois vérifier le comportement du modèle analytique au modèle éléments finis afin de valider définitivement la solution retenue.

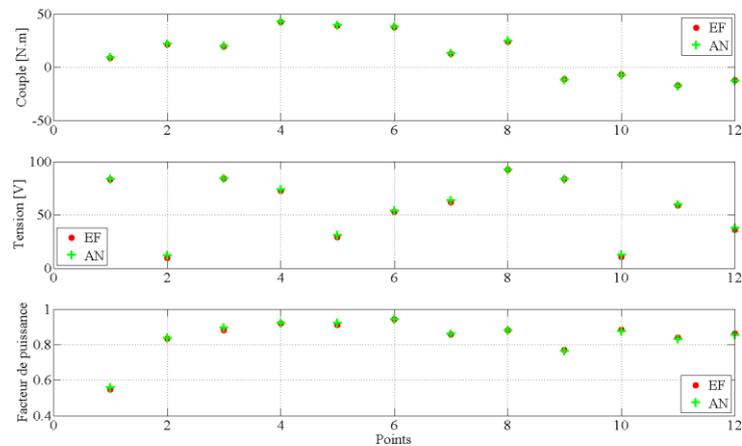
Pour cela, nous avons tout d'abord extrait les variables  $I$  et  $\alpha$  (le courant et l'angle de calage) solutions de la maximisation du rendement en chaque point de fonctionnement.

Tableau XXIX : Valeurs du courant et de l'angle de calage en chaque point de fonctionnement

Couple [N.m]	Vitesse [tr/min]	Puissance [kW]	Courant [A]	Angle de calage [°elec.]
<b>Fonctionnement en moteur (P&gt;0)</b>				
9,2	8435	8,16	63,2	77
21,7	593	1,35	48,9	7
20,2	8134	17,17	78,2	67
43,1	3884	17,55	85,4	23
39,5	1666	6,9	84,2	20
38,1	2970	11,85	79,3	20
13	3355	4,55	28,1	9
24,9	9216	24,06	101,5	71
<b>Fonctionnement en génératrice (P&lt;0)</b>				
-11,7	6983	-8,53	-46,6	115
-7,2	681	-0,51	-15,6	175
-17,6	3062	-5,65	-37,8	171
-12,5	1987	-2,60	-27,1	173

Puis ces valeurs ont été intégrées dans le modèle éléments finis de la machine afin de comparer les valeurs du couple, du facteur de puissance et de la tension.

Ces résultats sont mis en évidence par la *Figure 137*.



*Figure 137 : Comparatif des modèles analytique (AN) et éléments finis (EF) en chaque point de fonctionnement.*

Les résultats comparés du couple, de la tension et du facteur de puissance sont assez remarquables entre les modèles analytique et éléments finis. Cela démontre une nouvelle fois la robustesse du modèle analytique mise en avant cette fois ci de la structure de MSAP optimale.

#### VI.6.4 Comparaison vis-à-vis d'une solution standard

En dernier lieu, nous proposons de comparer la solution de MSAP à double aimant à une solution dite standard également à aimants permanents. Ce comparatif a pour objectif de quantifier d'une part les écarts de performances et d'autre part de comparer les coûts en matières actives.

##### VI.6.4.1 Solution standard

La solution dite standard ou catalogue a été dimensionnée pour vérifier le même cahier des charges. La géométrie de cette dernière machine est donnée en *Figure 138* pour le rotor et en *Figure 139* pour le stator où sont représentées les structures des tôles magnétiques.

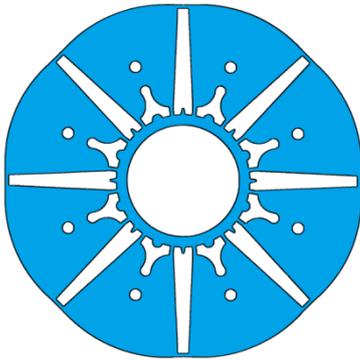


Figure 138 : Rotor de la MSAP standard

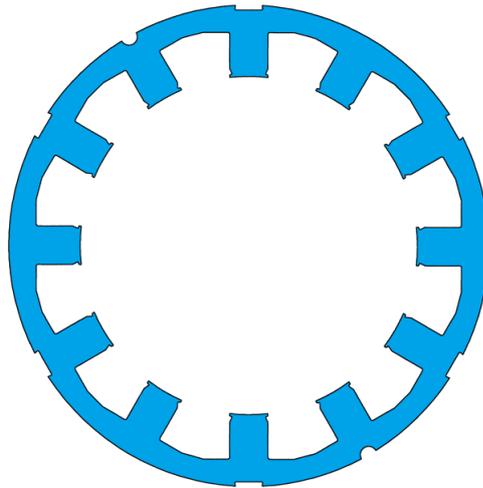


Figure 139 : Stator de la MSAP standard

Le rotor a la particularité d'être à concentration de flux et le stator en bobinage sur dents. Les matériaux de cette machine utilisés étant les mêmes que ceux pris en compte jusque là, nous serons en mesure de comparer le coût matière de chacune des solutions.

Dans le *Tableau XXX*, nous communiquons les niveaux de rendement pour chaque point de fonctionnement de la MSAP double aimant et la MSAP dite standard.

Tableau XXX : Comparaison des performances de la MSAP optimale et la MSAP standard

Point	Couple [N.m]	Vitesse [tr/min]	Puissance [kW]	Poids	MSAP	MSAP
					Double aimant	Standard
					Rendement [%]	Rendement [%]
<b>Points limites</b>						
1	211	2263	50	0	88,9	88,2
2	38,7	12350	50	0	89,6	88,9
<b>Fonctionnement en moteur (P&gt;0)</b>						
3	9,2	8435	8,16	21	85,1	73,8
4	21,7	593	1,35	439	90,8	93,1
5	20,2	8134	17,17	180	90,4	84,6
6	43,1	3884	17,55	95	93,5	93,1
7	39,5	1666	6,9	193	92,7	94,3
8	38,1	2970	11,85	190	93,4	93,4
9	13	3355	4,55	223	91,8	80,8
10	24,9	9216	24,06	120	90,4	86,2
<b>Fonctionnement en génératrice (P&lt;0)</b>						
11	-11,7	6983	-8,53	32	88,7	74,8
12	-7,2	681	-0,51	202	91,7	88,9
13	-17,6	3062	-5,65	113	92,7	88,9
14	-12,5	1987	-2,60	170	92,4	84,8
<b>Rendement global [%]</b>					<b>91,7</b>	<b>88,8</b>
<b>Coût matière [pu]</b>					<b>0,772</b>	<b>1,88</b>

En premier lieu, la MSAP double-aimant optimisée est de loin plus performante que la machine standard. Cela s'explique par le fait que la structure originale baptisée double-aimant offre d'avantage de saillance. Au contraire, la machine standard présente quant à elle peu voire pas de saillance ce qui signifie que le couple électromagnétique est uniquement dû à l'interaction du flux rotorique et du courant statorique. De ce fait, d'avantage de courant et d'aimants sont nécessaires au sein de la machine standard pour atteindre le couple désiré ce qui diminue inévitablement le rendement dans le cas de l'augmentation du courant statorique.

En second lieu, la machine double aimant présente un coût réduit d'un rapport supérieur à deux par rapport à la machine standard. Ce constat est directement lié à l'analyse précédente, puisque pour garantir le couple nécessaire, il est indispensable d'augmenter conjointement le courant et la quantité d'aimants pour compenser le couple de saillance inexistant sur la machine standard.

## VI.7 Conclusion

Au cours de ce dernier chapitre dédié à l'optimisation à partir du modèle analytique, nous avons tout d'abord évoqué les aspects liés à la conception par optimisation que sont le ou les objectifs, les contraintes, la méthode employée et les résultats.

Concernant les objectifs, les notions des problèmes mono et multi-objectifs ont été définies. Cette dernière notion est notamment utilisée lorsqu'un problème à des objectifs contradictoires. La résolution d'un tel problème peut alors être réalisée par une méthode d'agrégation ou par un front de Pareto. Plus loin, les contraintes ont été présentées, celles-ci sont exprimées sous la forme d'égalités ou d'inégalités. Les différents algorithmes ont ensuite été introduits, les algorithmes déterministes avec l'exemple du simplexe et les algorithmes stochastiques par l'intermédiaire des essaims de particules et de l'algorithme génétique, ont été mis en avant.

Lors de la section suivante, les démarches et la méthode d'optimisation utilisées pour notre problème d'optimisation ont été données. Nous avons notamment justifié les choix qui ont été fait avec par exemple l'utilisation de deux algorithmes.

Le premier dit global permet la maximisation du rendement sur cycle au moyen des paramètres géométriques de la machines. Les contraintes sont essentiellement liées au cahier des charges puisque des dimensions minimales et maximales sont à garantir.

Le second algorithme est dit local puisque employé pour chaque point de fonctionnement où le rendement à partir des paramètres électriques que sont le courant et l'angle de calage est maximisé. Cette résolution doit également vérifier la contrainte avec le couple de référence, et, la tension et le courant doivent être inférieurs aux limites imposées par l'électronique de puissance. Finalement, une analogie de cette démarche a été faite, où l'optimisation globale gère la conception de machines (fabrication de différentes machines) alors que l'optimisation locale maximise le rendement (optimisation et vérification des performances de chaque machine sur banc d'essais).

Cette approche ayant été développée, le cas d'une optimisation où l'objectif consistait à maximiser le rendement global seul a été traité. Une solution optimale a été obtenue et présentée par l'intermédiaire du rendement dans le plan puissance-vitesse. Nous nous sommes ensuite intéressés à l'optimisation bi-objectif, où en plus du rendement global, nous avons intégré la notion de coût matière de la machine.

Les résultats d'optimisation ont démontré qu'il était possible de réduire de plus de 20 % le coût de la machine en dégradant le rendement global de seulement 1 %. Cette solution a été retenue en vue de la conception finale de la machine.

La dernière section traite des vérifications de la structure optimale qui n'ont pas été intégrées à l'optimisation pour ne pas l'alourdir. Il s'agit de grandeurs classiques que sont l'ondulation de couple et le couple de détente. Finalement, ces aspects garantissent que la solution issue de l'optimisation bi-objectif est une structure intéressante pour l'application du projet Hydole. D'autre part, un nième comparatif entre les modèles analytique et éléments finis appliqué à la machine optimale a démontré la robustesse du modèle analytique. Enfin, un ultime comparatif de la solution retenue par rapport à une machine standard ou dite catalogue a mis en avant l'intérêt conjoint de l'optimisation et l'emploi de la saillance pour la conception de machines à aimants. Le comparatif sur les performances et le coût a montré le très net avantage de la

---

solution retenue vis-à-vis d'une machine standard s'expliquant notamment par le fait que cette solution ne présente pas ou très peu de saillance.



# Conclusion générale

---

Les travaux menés durant la thèse et présentés au sein de ce mémoire ont permis le développement d'une méthode de conception de machines électriques destinées à une application automobile et inscrite dans le cadre du projet Hydole.

En premier lieu, les comportements sur route de deux types de véhicules, hybrides et électriques, ont été analysés au moyen du cycle Artemis pris en référence pour des conditions de routes récentes. Cette étape a permis de définir le type de machine électrique à employer en vue de la maximisation des performances d'un véhicule hybride. Sur un même registre, chaque type de machines (MCC, MAS, MS) ainsi que les sous-ensembles des MS (machines à réluctance, machines à rotor bobiné, machines à aimants permanents) ont été comparés vis-à-vis de l'application automobile dans le but de trouver les solutions les plus intéressantes. Il est ressorti que les MAS et les MSAP étaient les deux machines les plus appropriées pour l'application voulue. Afin de valider définitivement une seule des deux machines, nous avons introduit le cahier des charges de l'application Hydole. La contrainte de compacité de la machine en vue de son intégration dans le véhicule a conduit à retenir la MSAP. Bien que le coût, notamment celui lié aux aimants, soit l'inconvénient de ce type de machine, les points forts mis en exergue sont nombreux et concernent deux aspects majeurs de l'application à savoir la densité volumique de puissance et le rendement.

Le second chapitre a traité du prédimensionnement de la MSAP caractérisée par ses paramètres électromagnétiques à partir desquels une maximisation des performances de la machine fut réalisée.

Auparavant, une méthode de classification par partitionnement a été proposée afin de réduire la taille du problème d'optimisation. Quelques points de fonctionnement définis par une puissance et une vitesse sont retenus et affectés d'un poids correspondant au degré de sollicitation. Un modèle articulé autour des équations de la puissance et de la tension a été établi. Les notions de saillances directe et inverse ont été utilisées et nous avons mis en exergue l'intérêt de favoriser les machines saillantes plutôt que les machines lisses en raison de leur comportement en défluxage.

L'analyse de l'effet de saillance a été menée par optimisation basée sur ce modèle du système. Avec une fonction objectif consistant à minimiser la consommation en courant sur le cycle, nous avons observé que les deux machines optimales présentaient des performances égales. Cependant, au regard des niveaux de courant dans le plan puissance-vitesse, nous avons montré que le courant maximal était nettement plus faible sur la MSAP à saillance inverse. Ces données permettent donc de réduire les calibres de l'électronique de puissance en amont de la machine.

Dans la troisième partie de ce mémoire, une approche de conception a été introduite en se basant sur les indications fournies par le prédimensionnement. Une machine à saillance inverse a été réalisée en s'efforçant de maximiser le flux créé par le rotor, qui par définition, favorise le

passage du flux dans l'axe  $q$  et minimise celui-ci dans l'axe  $d$ . Une solution originale et innovante a alors été proposée et baptisée machine à double aimant.

Avec un choix de bobinage à pas fractionnaire au stator, la structure d'ensemble de cette machine originale a été établie et les valeurs des paramètres du modèle d'ordre réduit ont été calculées pour valider les choix effectués.

Une modélisation analytique de cette machine a été développée dans le but de créer un modèle rapide, robuste et précis de la machine double aimant pour l'implémenter dans une routine d'optimisation. Deux niveaux de modélisation, traduisant les cas linéaire et non linéaire, ont été adoptés. Le fort niveau de saturation prévu a nécessité une attention particulière du modèle avec des équations issues des chemins supplémentaires induits dans les dents et la culasse et en tenant compte des trajets dans les encoches. La résolution du système non linéaire par une méthode de Newton-Raphson permet alors d'avoir des résultats similaires à ceux fournis par les éléments finis en un temps nettement réduit. Les pertes de puissance dans le fer du circuit magnétique ont ensuite été associées à ce modèle et ont permis, avec les pertes Joule, le calcul du rendement.

Une partie expérimentale, menée sur une maquette de la machine double aimant a ensuite permis d'évaluer le degré de validité des modèles analytique et éléments finis. Pour cela, les résultats issus des modèles ont été comparés à ceux de campagnes de mesures menées respectivement à vitesse fixe et à vitesse variable. Les écarts obtenus entre les mesures et les prévisions du modèle analytique restent inférieurs à 10%.

Ces mesures menées sur la maquette de la machine double aimant ont confirmé la validité du modèle analytique conçu lors de ces travaux.

Le dernier chapitre a été dédié à l'optimisation, au choix et à la justification d'une machine.

Dans un premier temps, nous avons présenté une méthode d'optimisation mise en œuvre par analogie avec la réalité de fabrication et d'essais sur banc. Ainsi, une première optimisation régit les variables géométriques de la machine alors qu'une seconde a en charge les variables électriques. Le modèle analytique a été couplé à une routine d'optimisation où l'objectif était de maximiser le rendement sur cycle. Cette optimisation mono-objectif a fourni une solution pour laquelle nous avons donné l'évolution du rendement sur le plan puissance-vitesse.

En second lieu, nous avons intégré le coût matière de la machine, en plus du rendement global, en tant qu'objectif de l'optimisation. Cela a conduit à un ensemble de solutions modélisé par un front de Pareto. L'observation de ce front a mis en évidence qu'une baisse de 1% du rendement global permettait une réduction de plus de 20% du coût de la machine. La machine issue de cette analyse fut finalement retenue comme référence pour le projet Hydole

D'une manière générale, ce mémoire aborde de nombreux aspects de la conception de machines. Des approches innovantes ont été réalisées concernant le prédimensionnement et l'analyse physique qui ont abouti à la structure de la machine double-aimant. De même, la prise en compte de la saturation magnétique par la courbe  $B(H)$  réelle et des trajets de fuites dans les encoches au sein d'un modèle analytique sont des démarches elles aussi innovantes.

Dans ces travaux, le cas idéal pour lequel la distribution en courant est sinusoïdale a été traité. Une perspective intéressante concernerait la prise en compte des harmoniques liés à l'alimentation par l'onduleur qui introduit des pertes supplémentaires dans la machine. Ainsi, il serait judicieux d'intégrer dans le modèle leurs influences sur les performances.

Ces effets concernent entre autres la résistance du stator, directement dépendante de la fréquence, qui engendre de l'effet de peau et des courants de circulation entre fils. Les harmoniques liés au découpage peuvent également introduire des pertes fer supplémentaires potentiellement non négligeables dues à la haute fréquence.

Dans le but de compléter le domaine, il serait intéressant d'ajouter la contribution des pertes mécaniques de la machine à l'expression du rendement. Les sources de ces pertes sont situées dans les roulements et au rotor puisqu'à haute vitesse les frottements et la résistance aérodynamique peuvent avoir une influence notable sur le rendement. Toutefois, on relativisera cet aspect dans nos résultats. En effet, le gabarit de la machine étant imposé et peu différent des valeurs minimale et maximale, nous aurions constaté une faible variation de pertes entre les solutions optimales représentées par le front de Pareto.

Dans une autre optique, l'association des modèles de la batterie et du variateur permettrait de dimensionner l'ensemble batterie-convertisseur-machine. Ainsi, ces modèles associés au sein d'une procédure d'optimisation fourniraient une solution optimisée au niveau système.



# Annexe A

Relevés à N=3000 tr/min

Grandeurs de référence										
Vitesse [tr/min]	3000									
I <sub>eff</sub> [A]	22,35	20,52	19,36	18,6	18,21	18,1	23,16	29,25	46,36	46,6
α [°élec]	0	6	12	18	24	28	33	36	44	46

Mesures (MES)										
Couple [N.m]	18,3	18,2	18,1	18,1	18,2	18,1	24	30,5	48,2	48,4
V <sub>phpheff</sub> [V]	268	257	247	237	227	221	235	253	288	283
Fact. de puiss.	0,62	0,695	0,76	0,818	0,87	0,9	0,874	0,83	0,752	0,761
Pabs [kW]	6,53	6,41	6,36	6,32	6,3	6,29	8,3	10,7	17,5	17,5

Relevés issus du modèle éléments finis (EF)										
Couple [N.m]	18,7	18,8	18,9	18,9	18,9	18,9	24,9	32	49,5	49,8
V <sub>phpheff</sub> [V]	267	257	248	239	229	222	237	254	283	280
Fact. de puiss.	0,597	0,671	0,739	0,799	0,852	0,883	0,859	0,822	0,747	0,755
Pabs [kW]	6,17	6,14	6,14	6,14	6,14	6,13	8,17	10,6	17	17,1

Relevés issus du modèle analytique (AN)										
Couple [N.m]	17,8	17,8	17,8	17,8	17,8	17,8	23,9	31,2	52,1	52,3
V <sub>phpheff</sub> [V]	253	243	234	225	216	210	225	243	288	284
Fact. de puiss.	0,606	0,680	0,746	0,804	0,854	0,884	0,872	0,843	0,770	0,781
Pabs [kW]	5,93	5,86	5,85	5,83	5,82	5,80	7,85	10,38	17,8	17,9

## Relevés à vitesse variable

Grandeurs de référence								
Vitesse [tr/min]	456	1537	2351	2672	3549	1895	2999	3999
I <sub>eff</sub> [A]	13,4	24,9	8,7	28,8	13,3	65,6	32,1	25,3
$\alpha$ [°élec]	19	32	17	35	22	50	37	34

Grandeurs de référence				
Vitesse [tr/min]	2998	4499	4999	4999
I <sub>eff</sub> [A]	63,1	38,8	20,9	13
$\alpha$ [°élec]	47	47	29	20

Mesures (MES)								
Couple [N.m]	12,4	26,8	8,2	30,9	12,8	64,7	34,2	26,4
V <sub>phpeff</sub> [V]	35,2	129,6	148,8	226,5	242,0	209,9	260,7	316,4
Fact. de puiss.	0,949	0,876	0,973	0,844	0,932	0,709	0,822	0,867

Mesures (MES)				
Couple [N.m]	62,4	38,3	21,8	12,0
V <sub>phpeff</sub> [V]	319,1	349,4	347,6	339,8
Fact. de puiss.	0,687	0,846	0,938	0,921

Relevés issus du modèle éléments finis (EF)								
Couple [N.m]	13,2	26,8	8,2	31,4	13,1	63,8	35,1	27,3
V <sub>phpeff</sub> [V]	50,1	130,0	142,8	227,9	238,2	197,6	261,4	322,4
Fact. de puiss.	0,916	0,846	0,960	0,821	0,914	0,694	0,805	0,842

Relevés issus du modèle éléments finis (EF)				
Couple [N.m]	62,2	42,1	22,2	12,8
V <sub>phpeff</sub> [V]	303,7	383,7	385,2	335,2
Fact. de puiss.	0,670	0,808	0,852	0,903

<b>Relevés issus du modèle analytique (AN)</b>								
<b>Couple [N.m]</b>	13,6	27,7	8,4	32,5	13,5	72,1	36,4	28,2
<b>Vphpheff [V]</b>	34,9	122,3	143,8	211,3	234,2	181,2	240,4	301,1
<b>Fact. de puiss.</b>	0,952	0,926	0,981	0,916	0,955	0,834	0,908	0,928

<b>Relevés issus du modèle analytique (AN)</b>				
<b>Couple [N.m]</b>	69,9	43,2	22,8	13,2
<b>Vphpheff [V]</b>	276,9	343,6	365,3	329,4
<b>Fact. de puiss.</b>	0,813	0,925	0,927	0,947



## Références bibliographiques

---

- [Add89] D. ADDISON, « *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning* », Addison-Wesley Professional, 11 Janvier 1989.
- [AIA11] AL-AAWAR, « *Particule Swarm Optimization of Coupled Electromechanical Systems* », IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 47, No. 5, Mai 2011.
- [Bai05] S. BAILLARGEON, « *Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations* », Mémoire de Maitre ès Sciences, Université Laval, Canada, Avril 2005.
- [Ban] LA BANQUE MONDIALE, « *Données de La Banque Mondiale* », Site internet. <http://donnees.banquemondiale.org/>
- [Ber05] J. BERETTA, « *Le génie électrique automobile* », Édition Lavoisier, 2005.
- [Bia98] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, « *Unified Approach to the Analysis and Design of an AC Motor Drive for Flux-Weakening Operations* », Industry Applications Conference, 1998.
- [Bia00] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, B. J. CHALMERS, « *Salient-Rotor PM Synchronous Motors for an Extended Flux-Weakening Operation Range* », IEEE Trans. on Industry applications, Vol. 36, No. 4, Juillet/Août 2000.
- [Bia02] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, « *Interior PM Synchronous Motor for High Performance Applications* », Power Conversion Conference (PCC02), Osaka, 2002.
- [Bia06] N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, M. DAI PRÉ, G. GREZZANI, « *Design Considerations for Fractional-Slot Winding Configurations of Synchronous Machines* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 42, No. 4, Juillet/Août 2006.
- [Bia10] N. BIANCHI, L. ALBERTI, « *MMF Harmonics Effect on the Embedded FE Analytical Computation of PM Motors* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 46, No. 2, Mars/Avril 2010.
- [Bog03] A. BOGLIETTI, A. CAVAGNINO, M. LAZZARI, M. PASTORELLI, « *Predicting Iron Losses in Soft Magnetic Materials With Arbitrary Voltage Supply: An Engineering Approach* », IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 39, No. 2, p.981-989, Mars 2003.
- [Bog11] A. BOGLIETTI, A. CAVAGNINO, M. LAZZARI, « *Computational Algorithms for Induction Motor Equivalent Circuit Parameter Determination – Part II: Skin Effect and Magnetizing Characteristics* », IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 58, No. 9, Septembre 2011.
- [Bom09] E. BOMME, « *Modélisation et optimisation des machines électriques discoïdes à double entrefer* », Thèse de Doctorat de l'Institut Polytechnique de Grenoble, 2009.

- [Bri07] S. BRISSET, « *Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Electriques* », Rapport de synthèse pour l'habilitation à diriger la recherche, Lille, 18 Décembre 2007.
- [Cal38] J. F. CALVERT, « *Amplitudes of Magnetomotive Force Harmonics for Fractional Slot Windings* », American Institute of Electrical Engineers, Vol. 57, p.777-785, Décembre 1938.
- [Cha08] K. T. CHAU, C. C. CHAN, CHUNHUA LIU, « *Overview of Permanent-Magnet Brushless Drives for Electric and Hybrid Electric Vehicles* », IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.55, n°6, Juin 2008.
- [Cha98] B. J. CHALMERS, L. MUSABA, « *Design and Field-Weakening Performance of a Synchronous Reluctance Motor With Axially Laminated Rotor* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 34, No. 5, Septembre/Octobre 1998.
- [Ché04] L. CHEDOT, « *Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alternodémarrreur* », Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, 09 Novembre 2004.
- [Cle03] M. CLERC, « *L'optimisation par essaim de particule* », Tutorial pour OEP 2003, Paris, 02 Octobre 2003.
- [Dat] « *DataStream* », Base de données économiques et financières.
- [Doc10] C. DOC, « *Contribution à la conception et au dimensionnement d'un actionneur d'embrayage* », Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, 21 Octobre 2010.
- [Dub03] F. DUBAS, C. ESPANET, A. MIRAOU, « *Modélisation Analytique et Maximisation de l'Induction Magnétique à vide d'un Moteur à Aimants montés en surface* », Electrotechnique du Futur (EF), Paris, 2003.
- [EIR10] A. M. EL-REFAIE et coll., « *Scalable, Low-Cost, High Performance IPM Motor for Hybrid Vehicles* », International Conference on Electrical Machines (ICEM), Rome, 2010.
- [EIS88] A. M. EL-SERAFI et coll., « *Experimental Study of the Saturation and the Cross-Magnetizing Phenomenon in Saturated Synchronous Machines* », IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 3, No. 4, Décembre 1988.
- [Eur07] EUROPA, « *Réduction des émissions polluantes des véhicules légers* », Synthèse de la législation de l'Union Européenne, Règlement CE no. 715/2007, 2007. [http://europa.eu/legislation\\_summaries/environment/air\\_pollution/128186\\_fr.html](http://europa.eu/legislation_summaries/environment/air_pollution/128186_fr.html)
- [Fog99] A. FOGGIA, « *Méthodes de calcul des inductances de fuites* », Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique, D3440, 10 Février 1999.

- [Gau05] T. GAUTREAU, « *Estimation des pertes fer dans les machines électriques. Modèle d'hystérésis Loss Surface et application aux machines synchrones à aimants* », Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 16 Décembre 2005.
- [Gra02] Y. GRATTON, « *Le krigeage : la méthode d'interpolation spatiale* », Les articles de l'Institut d'Analyse Géographique, Juin 2002
- [Grä08] T. GRÄBENER, A. BERRO, « *Optimisation multiobjectif discrète par propagation de contraintes* », JFPC 2008, Quatrièmes Journées Francophones de Programmation par Contraintes, Nantes, 2008.
- [Gro08] H. GROUPEL, J. SOULARD, H. PERSSON, « *Theoretical Investigation of fractional Conductor Windings for AC-Machines – Definition, Air-gap m.m.f. and Winding Factors* », International Conference on Electrical Machine (ICEM), Vilamoura, Portugal, 2008.
- [Hau04] R. L. HAUPT, S. E. HAUPT, « *Practical Genetic Algorithms* », Second Edition, Wiley-Interscience, 2004.
- [Her98] D. HERMANCE, S. SASAKI, « *Hybrid electric vehicles take to the streets* », IEEE Spectrum, Novembre 1998.
- [Hip92] M. HIPFNER, R. G. HARLEY, « *Looking for an Optimal Rotor for High Speed Permanent Magnet Synchronous Machine* », Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Vol. 1, p.265-270, 1992.
- [Hsu04] J. S. HSU, C. W. AYERS, C. L. COOMER, « *Report on Toyota/Prius Motor Design and Manufacturing Assessment* », Oak Ridge National Laboratory, 2006.
- [Ind11] « *Industrie automobile : facteurs structurels d'évolution de la demande* », Ministère de l'économie, des finances et de l'industrie, Pôle Interministériel de Prospective et d'Anticipation des Mutations Economiques (PIPAME), Mars 2011.
- [Ing09] « *Ingénieurs de l'automobile* », Société des Ingénieurs de l'Automobile, No. 803, Décembre 2009.
- [Jan10] X. JANNOT, « *Modélisation et optimisation d'un ensemble convertisseur machine* », Thèse de Doctorat de Supélec, Gif-sur-Yvette, 02 Décembre 2010.
- [Jan11] X. JANNOT, « *Optimization of Wound Rotor Synchronous Generators Based on Genetic Algorithms* » (Chap.5), Computational Methods for the Innovative Design of Electrical Devices, Springer, 2011.
- [Kag98] P. KAGESON, « *Cycle-Beating and the EU Test Cycle for Cars* », European Federation for Transport and Environment, Novembre 1998.
- [Kim12] S.-I. KIM, Y.-K. KIM, G.-H. LEE, J.-P. HONG, « *A Novel Rotor Configuration and Experimental Verification of Interior PM Synchronous Motor for High-Speed Applications* », IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 48, No. 2, p.843-846, Février 2012.

- [Lag98] J. C. LAGARIAS, J. A. REEDS, M. H. WRIGHT, P. E. WRIGHT, « *Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions* », Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 9, No. 1, p.112-147, 1998.
- [Lap07] B. LAPORTE, « *Machines électriques tournantes – Conception, dimensionnement, fonctionnement* », Édition Ellipses, Nancy, 2007.
- [Led12] C. LEDOUX, « *Conception par optimisation de convertisseurs statiques pour applications mono-convertisseur multi-machines séquentielles; Contribution à l'optimisation du placement-routage* », Thèse de Doctorat de Supélec et de l'Université Paris-Sud XI, 11 Décembre 2012.
- [Leg09] J. LEGRANGER, « *Contribution à l'étude des machines brushless à haut rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués* », Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, 15 Mai 2009.
- [Ler] LEROY-SOMER, « *Machine synchrone à rotor bobiné de la Renault Kangoo* ».
- [Lev00] E. LEVI, V. A. LEVI, « *Impact of Dynamic Cross-Saturation on Accuracy of Saturated Synchronous Machine Models* », IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 15, No. 2, Juin 2000.
- [Lip04] T. A. LIPO, « *Introduction to AC Machine Design* », Wisconsin Power Electronics Research Center, University of Wisconsin, 2004.
- [Liu11] Y. LIU et coll., « *Optimization of an 80 kW Radial-Radial Flux Compound-Structure Permanent-Magnet Synchronous Machine Used for HEVs* », IEEE Trans. On Magnetics, Vol.47, No.10, p.2399-2402, Octobre 2011.
- [Liw43] M. M. LIWSCHITZ, « *Distribution Factors and Pitch Factors of a Harmonics of a Fractional-Slot Winding* », American Institute of Electrical Engineers, Vol. 62, p.664-666, Octobre 1943.
- [Mak06] Z. MAKNI, « *Contribution au Développement d'un Outil d'Analyse Multiphysique pour la Conception et l'Optimisation d'Actionneurs Électromagnétiques* », Thèse de Doctorat de l'Université Paris-Sud XI, 12 Décembre 2006.
- [Mel09] M. J. MELFI, S. EVON, R. MCELVEEN, « *Induction versus permanent magnet* », IEEE on Industry Applications Magazine, Novembre/Décembre 2009.
- [Mil08] T. J. E. MILLER et coll., « *Embedded Finite-Element Solver for Computation of Brushless Permanent-Magnet Motors* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol.44, No.4, Juillet/Août 2008.
- [Nag05] A.S. NAGORNY, N. V. DRAVID, R. H. JANSEN, B. H. Kenny « *Design Aspects of a High Speed Permanent Magnet Synchronous Motor / Generator for flywheel applications* », International Electric Machines and Drives Conference, p.635-641, 2005.

- [Nel65] J. NELDER, R. MEAD, « *A simplex method for function minimization* », Computer Journal, vol. 7, n° 4, p.308-313, 1965.
- [Oks00] J. OKSMAN, « *Méthodes numériques et d'optimisation* », Polycopié de cours de Supélec, Gif-sur-Yvette, 2000.
- [Par10] F. PARASILITI et coll., « *A New Optimization Approach for the Design of IPM Synchronous Motor with Wide Constante-Power Region* », International Conference on Electrical Machines (ICEM), Rome, 2010.
- [Pri12] D. PRIETO, B. DAGUSÉ et coll., « *Effect of Magnets on Average Torque and Power Factor of PMA-SynRM* », International Conference on Electrical Machines (ICEM), Marseille, 2012.
- [Rah06] K. M. RAHMAN et coll., « *Application of Direct-Drive Wheel Motor for Fuel Cell Electric and Hybrid Electric Vehicle Propulsion System* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol.42, No.5, Septembre/Octobre 2006.
- [Ram06] T. RAMINASO, « *Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseaux de perméances* » Thèse de Doctorat de l'Institut National de Polytechnique de Lorraine, 05 Octobre 2006.
- [Reb] L. REBOUL, « *CH3 : Classification* », Cours.  
<http://iml.univ-mrs.fr/~reboul/ADD4-MAB.pdf>.
- [Sai01] J. SAINT-MICHEL, « *Bobinage des machines tournantes à courant alternatif* », Techniques de l'Ingénieur, D3420, 10 Février 2001.
- [Sch12] E. SCHMIDT, « *Comparison of Different Designs of Synchronous Reluctance Machines with High-Anisotropy* », IEEE, 2012.
- [Ses11] B. SESANGA N'TSHUIKA, « *Optimisation de Gammes : Application à la Conception des Machines Synchrones à Concentration de Flux* », Thèse de Doctorat de l'Université de Grenoble, 25 Mars 2011.
- [Sle95] G. R. SLEMON, « *Achieving a Constant Power Speed Range for PM Drives* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 31, No. 2, Mars/Avril 1995.
- [Soo95] W. L. SOONG, D. A. STATON, T. J. E. MILLER, « *Design of a New Axially-Laminated Interior Permanent Magnet Motor* », IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 31, No. 2, Mars/Avril 1995.
- [Sta04] R. H. STAUNTON, « *PM Motor Parametric Design Analyses for a Hybrid Electric Vehicle - Traction Drive Application* », Oak Ridge National Laboratory, 2004.
- [Tes] TESLA MOTOR, « *Tesla Roadster* ».  
<http://www.teslamotors.com/roadster/gallery/view/5135>

- [Toy] TOYOTA, « *Prius* ». [http://www.toyota.fr/cars/new\\_cars/prius/index.tmx?view=takealook&select=pictures](http://www.toyota.fr/cars/new_cars/prius/index.tmx?view=takealook&select=pictures)
- [Vag10] A. VAGATI, G. PELLEGRINO, P. GUGLIELMI, « *Comparison between SPM and IPM motor drives for EV application* », International Conference on Electrical Machines (ICEM), Rome, 2010.
- [Van07] J.-C. VANNIER, « *Présentation des machines électriques à bobinage triphasé* », Polycoopié de cours de Supélec, Gif-sur-Yvette, 2007.
- [Vid04] L. VIDO, « *Étude d'actionneurs électriques à double excitation destinés au transport. Dimensionnement de structures synchrones* », Thèse de Doctorat de l'École Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [Wil07] S. S. WILLIAMSON, A. EMADI, K. RAJASHEKARA, « *Comprehensive Efficiency Modeling of Electric Traction Motor Drives for Hybrid Electric Vehicle Propulsion Applications* », IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. 56, No. 4, Juillet 2007.
- [Wik02] WIKIPÉDIA, « *Équations de Maxwell* », 2002. [http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quations\\_de\\_Maxwell](http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quations_de_Maxwell)
- [Wik04] WIKIPÉDIA, « *Norme européenne d'émission Euro* », 2004. [http://fr.wikipedia.org/wiki/Norme\\_europ%C3%A9enne\\_d%27%C3%A9mission\\_Euro](http://fr.wikipedia.org/wiki/Norme_europ%C3%A9enne_d%27%C3%A9mission_Euro)
- [Wik04a] WIKIPÉDIA, « *La Jamais contente* », 2004. [http://fr.wikipedia.org/wiki/La\\_Jamais\\_contente](http://fr.wikipedia.org/wiki/La_Jamais_contente)
- [Wik05] WIKIPÉDIA, « *k-means clustering* », 2005. [http://en.wikipedia.org/wiki/K-means\\_clustering](http://en.wikipedia.org/wiki/K-means_clustering)
- [Wik08] WIKIPÉDIA, « *Optimisation par essais de particules* », 2008. [http://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation\\_par\\_essais\\_particulaires](http://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_par_essais_particulaires)
- [Zai09] M. E. H. ZAÏM, « *High-Speed Solid Rotor Synchronous Reluctance Machine Design and Optimization* », IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 45, No. 3, Mars 2009.
- [Zer06] M. ZERAOULIA, M. E. H BENBOUZID, D. DIALLO, « *Electric Motor Drive Selection Issues for HEV Propulsion Systems: A comparative Study* », IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 55, No. 6, p.1756-1764, Novembre 2006.