N° d'ordre: 4776

THÈSE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE BORDEAUX 1

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

Par

Huy Cuong NGUYEN

Ingénieur INSA de Lyon

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPECIALITE : AUTOMATIQUE ET PRODUCTIQUE, SIGNAL ET IMAGE

MODELISATION ELECTROTHERMIQUE DE SYSTEME ELECTRIQUE ELECTRONIQUE AUTOMOBILE ET PILOTAGE DE MOSFET INTELLIGENTS POUR PROTEGER LES FAISCEAUX, EVITER LES COURTS CIRCUITS AGGRAVES ET DIMINUER LA MASSE DE CABLAGE.

Soutenance le 11 Avril 2013

Après avis de : MM Denis MAILLET

Thierry POINOT

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	Bruno ALLARD	Professeur à l'INSA de Lyon	*Présidence du Jury*
	Denis MAILLET	Professeur à l'Université de Lorraine	*Rapporteur*
	Thierry POINOT	Professeur à l'Université de Poitiers	*Rapporteur*
	Alain OUSTALOUP	Professeur à l'ENSEIRB	*Examinateur*
	Xavier MOREAU	Professeur à l'ENSEIRB	*Directeur de thèse*
	Jocelyn SABATIER	Professeur à l'IUT de Bordeaux	*Co-directeur de thèse*
	Franck GUILLEMARD	Ingénieur de PSA Peugeot Citroën	*Encadrant*
	Bernard BAVOUX	Ingénieur de PSA Peugeot Citroën	*Encadrant*

Laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système – UMR 5218 CNRS, Département LAPS

Université Bordeaux 1 – Institut Polytechnique de Bordeaux (IPB)

351 cours de la Libération-33405 TALENCE cedex- France

-2013-

CONFIDENTIEL PSA Peugeot Citroën

A ma mère

A mes grands-parents

A ma famille

Dành cho mẹ của con

Dành cho ông bà va toàn thể gia đình

Remerciements

Ce travail a été mené au laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système (IMS), au sein de l'équipe CRONE, département LAPS de l'IMS de Bordeaux en collaboration avec l'équipe DRD/DRIA/DSTF/SIEP de PSA Peugeot-Citroën.

En premier lieu, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes directeurs de thèse M. Xavier MOREAU et M. Jocelyn SABATIER pour leur soutien et leur disponibilité tout au long de la réalisation de ce travail. Nos échanges aussi bien sur le plan scientifique que sur le plan humain ont permis à ma thèse d'aboutir.

Ma reconnaissance sincère s'adresse à M. Franck Guillemard et M. Bernard Bavoux qui m'ont encadré chez PSA durant la thèse, pour leur confiance totale dans mes activités, leurs conseils bienveillants, leurs expériences et leur disponibilité,

Je remercie M. Denis MAILLET, professeur à INP de Lorraine et M. Thierry POINOT, professeur à Université de Poitiers pour avoir accepté la tâche de rapporteurs de cette thèse. J'ai particulièrement apprécié qu'ils aient apporté des éclairages nouveaux et intéressants aux travaux effectués à travers leurs questions et leurs commentaires.

Je tiens à dire un grand merci à M. Bruno ALLARD, professeur à INSA de Lyon, président du jury, qui a animé la soutenance de thèse en faisant preuve d'un esprit critique averti.

Je remercie également M. Alain OUSTALOUP, professeur à Université Bordeaux1, de m'accueillir sein de l'équipe CRONE et d'avoir accepté d'examiner cette thèse.

Je remercie également tous les membres d'équipes CRONE, et particulièrement les doctorants, qui m'ont accueilli et qui ont contribué à faire avancer ces travaux dans la joie et la bonne humeur.

Je voudrais adresser un merci chaleureux à M Jean-Yves MARTEAU, responsable du service SIEP, et aux mes collègues. Ils ont su créer l'ambiance amicale et conviviale dans laquelle j'ai pu me développer scientifiquement ainsi que personnellement.

Je pense tout particulièrement à Cécile NOCQUET et Guillaume PAVERO, ingénieurs apprentis, qui m'ont aidé non-seulement de construire les moyens essais mais encore de réaliser des longs essais. Sans eux, cette thèse aurait été difficilement possible.

Je remercie également toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à ces travaux et qui aurait été oubliés.

Je ne pourrais clore ces remerciements sans une pensée à ma famille ainsi qu'à mon ami Thai Hoang. En tout particulier, je souhaite exprimer ma gratitude à ma mère qui m'a soutenu sans faillir qui m'a toujours encouragé durant toutes mes études.

Con xin cám ơn tất cả mọi người trong gia đình đã giúp con trong cả qua trình từ khi con sinh ra đến bây giờ. Con cám ơn Ông Bà, đã nuôi nấng, dạy dỗ con, đã chỉ dẫn cho con để con đường để trở thành một người có ích. Con cám ơn các dì, các chú và các em đã luôn bên con trong lúc vui cũng như lúc buồn. Và cuối cùng me của con, người luôn hiểu con, luôn đứng đằng sau động viên, cho dù khoảng cách địa lí rất xa, nhưng me luôn ở bên con mỗi khi con cần. Có lẽ không có từ náo có thể diễn tả được sự biết ơn của con đối với mẹ, và con cũng luôn nói với mọi người là thành công con hiện có ko chỉ của riêng con mà la thành công của cả mẹ nữa đấy.

Introduction générale

L'évolution technologique dans le domaine de l'automobile a pour but de satisfaire le client en termes de confort, de qualité et de sécurité. C'est la raison pour laquelle, l'utilisation de l'électronique à bord ne cesse de croitre, offrant ainsi de nouvelles prestations : vie à bord de plus en plus confortable (climatisation, sièges électriques …), conduite de plus en plus propre et pratique (dépollution, régulateur de vitesse, aide au stationnement, …), et amélioration de la sécurité des passager (EPS, airbags, …) etc. Cette électrification des véhicules s'accompagne inévitablement d'un nombre croissant de calculateurs électroniques, d'organes électriques et également de faisceaux électriques.

Aujourd'hui, le **S**ystème **E**lectrique **E**lectronique (**SEE**) qui comprend les faisceaux électrique (signal et puissance), les calculateurs, les boitiers électriques et les consommateurs (organe électrique, moteur électrique, lampe, élément chauffant etc) représente de 10 à 20% du prix de revient d'un véhicule. Par ailleurs, le prix du cuivre a triplé ces dernières années et continue d'augmenter. Face à ces deux phénomènes, les faisceaux électriques doivent être dimensionnés au plus juste afin de réduire la masse de cuivre et donc le coût du SEE. La réduction de la taille du faisceau électrique et la miniaturisation du SEE induisent des problèmes potentiels thermiques de surchauffe. Il devient nécessaire de très bien comprendre les phénomènes physiques conduisant à l'échauffement afin de disposer de nouveaux outils de dimensionnement optimaux et de validation du SEE.

Le dimensionnement du faisceau est étroitement lié à sa protection. Tous les signaux de puissance transitant dans un faisceau sont en effet protégés contre les court-circuits par fusibles et/ou MOSFET intelligents. Pour résoudre les problèmes de protection, l'évolution de la technologie des composants électroniques permet d'imaginer de nouvelles fonctionnalités comme le diagnostic, la mesure du courant ou encore l'intégration de logique de pilotage. Ces nouveautés sont autant d'opportunités pour proposer de nouvelles méthodes de dimensionnement optimal du SEE.

Les arguments précédents mettent en évidence que la maitrise du dimensionnement électrothermique du SEE et sa protection constituent une problématique pleinement d'actualité et qui nécessite une attention particulière et un travail soutenu. L'objectif de la thèse est donc

- de contribuer à la compréhension de l'échauffement du SEE par l'analyse des phénomènes physiques et leur modélisation électrothermique,
- de proposer des méthodes de protection efficaces, sur la base de lois de contrôle commande, mettant en œuvre les nouvelles technologies électroniques et logicielles.

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'une **C**onventions **I**ndustrielles de **F**ormation par la **Re**cherche (CIFRE) couplée ANRT-PSA au sein de l'équipe CRONE du groupe automatique du laboratoire IMS, UMR 5218 CNRS, et au sein de l'entité DSTF (**D**irection **S**cientifique et **T**echnologies **F**utures) de la **D**irection de la **R**echerche Innovation et technologies avancées (DRIA) de PSA Peugeot-Citroën. Cette thèse s'est déroulée sous la direction de Xavier

MOREAU et de Jocelyn SABATIER, tous les deux Professeurs à l'Université Bordeaux 1, et sous la responsabilité au sein de l'entreprise de Franck GUILLEMARD, responsable de l'équipe mécatronique, et de Bernard BAVOUX, responsable de l'équipe électronique.

Organisation et contenu de la thèse

Le sujet concerne l'analyse des phénomènes électrothermiques des **S**ystèmes **E**lectriques **E**lectroniques (**SEE**) dans le secteur de l'automobile, d'une part, et la protection contre les surintensités dans les faisceaux électriques, d'autre part. Le mémoire de thèse se compose de cinq chapitres.

Le chapitre 1, intitulé : « *Vision globale des faisceaux électriques dans l'automobile* », présente une vue globale du Système Electrique Electronique (SEE) d'une automobile, une description détaillée de chaque composant, ainsi que des méthodes de dimensionnement et de protection utilisées actuellement et basées sur le comportement électrothermique du SEE.

A la suite de cette première partie, un nouveau composant nommé *SmartMOS* (MOSFET intelligent) est présenté. Celui-ci offre l'avantage d'intégrer un dispositif de mesure du courant et également de la logique d'autoprotection. Ces deux éléments peuvent être mis à contribution afin d'améliorer la protection du SEE contre les échauffements dus à une surintensité électrique.

Un premier travail bibliographique sur la modélisation électrothermique et l'utilisation de lois de protection est également présenté, permettant d'appréhender l'état de l'art en la matière.

Le chapitre 2, intitulé : « *Application de la dérivation d'ordre non entier à la modélisation thermique* », présente tous les outils nécessaires à la compréhension de la modélisation électrothermique et à l'approche **S**ystèmes à **D**érivées **N**on **E**ntières **(SDNE)** appliquée à la diffusion thermique.

En effet, ce chapitre présente tout d'abord les divers phénomènes physiques intervenant dans un problème d'électrothermique. Le transfert thermique d'un objet est relativement complexe, il est donc nécessaire d'avoir des méthodes de résolution basées sur la discrétisation géométrique. Ces théories sont ensuite appliquées au développement des modèles électrothermiques d'un fil électrique de longueur infinie, puis d'un fil électrique de longueur finie.

Le transfert thermique de ce dernier peut être traité par des méthodes numériques ou analytiques. Les méthodes numériques présentent une difficulté concernant le choix du pas lors de la discrétisation spatiale, tandis que la plupart des méthodes analytiques conduisent à une impasse quant à la résolution de l'équation de diffusion. En combinant deux méthodes, nous proposons une méthode de maillage spatial. Cette méthode permet d'optimiser le dilemme précision-complexité du modèle.

Cette approche est ensuite élargie à la modélisation du transfert thermique d'une piste de cuivre et d'un composant électronique monté sur un circuit imprimé en époxy.

Un avantage important des modèles par approche SDNE est leur compacité. Cette propriété est mise à profit pour construire les modèles des composants élémentaires du SEE

décrit dans le chapitre 3 et également le régulateur de température du fil électrique décrit dans le chapitre 5.

Le *chapitre 3*, intitulé « *Modélisation électrothermique du système électrique/électronique* », présente la démarche d'analyse des phénomènes physiques conduisant à la modélisation électrothermique complète du **SEE**. Cette modélisation facilite la compréhension des phénomènes d'échauffement du **SEE** et la détection des risques de surchauffe.

Avant de développer la modélisation complète du **SEE**, une analyse globale permet de simplifier les phénomènes physiques mineurs qui influencent très peu l'électrothermique du système. Cette analyse définit également les limites de validité des modèles. Les résultats mettent bien en évidence les phénomènes physiques mis en jeu et les liaisons énergétiques entre les composants du **SEE**.

Suite aux analyses, une stratégie de modélisation à trois niveaux est proposée, permettant alors d'observer le comportement électrothermique à partir de l'échelle d'un **SEE** global jusqu'à celle d'un circuit électrique en particulier. Ainsi, on distingue :

- le ***niveau « global*** » du **SEE** qui renseigne sur l'échauffement moyen du boitier et de l'ensemble des faisceaux électriques, ainsi que sur le flux de chaleur total entre le boîtier et ses faisceaux ;
- le ***niveau « détaillé*** » d'un boitier électronique et de ses faisceaux qui donne l'échauffement moyen de différentes zones de la carte électronique du boîtier ainsi que de chaque faisceau ;
- le ***niveau « circuit*** » qui a pour but de calculer la température des différents points d'un circuit électrique depuis l'intérieur du boîtier jusqu'au faisceau.

Une fois l'architecture des modèles définie, on peut étudier séparément chaque composant, puis le modéliser sous Matlab/Simulink dans le but de construire une bibliothèque de modèles de composants. Chaque composant se présente sous la forme d'un bloc qui permet de simplifier la construction des trois niveaux du modèle. Finalement, les différents modèles sont construits à partir d'une agrégation de tous ces modèles.

Enfin, un boitier électronique et son faisceau complet sont modélisés. Pour les trois niveaux de modélisation introduits, des schémas d'agrégation sont proposés pour chaque niveau, illustrant ainsi l'utilisation des blocs constituant la bibliothèque créée.

Le ***chapitre 4***, intitulé : « *Validation des modèles* », se focalise sur la construction des bancs et des protocoles d'essai utilisés pour la validation des modèles développés au chapitre 3. Dans ce chapitre, les modèles de type éléments finis établis à l'aide du logiciel ABAQUS, ou de type volumes finies établis à l'aide du logiciel FloTHERM et Fluent sont également présentés. Ils permettent de renforcer la validation des modèles.

La validation en régime stationnaire de chaque composant et du SEE complet est obtenue à l'aide des modèles numériques. Des essais expérimentaux permettent quant à eux de valider, en plus, le régime transitoire. Dans le but de valider des sous-ensembles du **SEE**, les petits éléments qui composent le SEE (fils et un connecteur, fils et toron..) sont modélisés et validés par des essais expérimentaux.

Le modèle et le plan de simulation présentés dans le chapitre 3 sont ensuite traduits en plan d'essais. Les résultats de simulation sont validés par des mesures sur le banc d'essai.

Le chapitre 5, intitulé "Lois de pilotage et applications industrielle", propose des structures de lois de protection. Ces structures utilisent un estimateur de température et le modèle électrothermique développé au chapitre 3 par l'approche SDNE.

En effet, dans le domaine de l'automobile, l'ajout de capteurs de température présenterait un surcoût important dans le cadre de l'implantation de lois de protection thermiques Les modèles construits au chapitre 3 sont donc utilisés pour construire des capteurs virtuels ou des estimateurs de température des points critiques. Ces estimateurs utilisent la mesure de la température ambiante et la mesure du courant donné par le SmartMOS. Ils sont utilisés pour différentes stratégies de protections, à savoir :

- remplacement d'un simple fusible (tout ou rien) : cette stratégie consiste à couper le courant lorsque la température des points critiques donnée par l'estimateur dépasse la température limite ;
- Régulation de température des points critiques : cette stratégie consiste à diminuer, par hachage, le courant circulant dans le conducteur (MLI en français et PWM en anglais). Différents régulateurs sont utilisés : PI, contrôle robuste CRONE. La loi de protection doit prendre en compte la charge, car elle fait partie de la boucle de régulation et parce qu'elle impose le courant circulant dans un circuit. En raison de la diversité des charges alimentées par un boitier de commande et de la diversité des profils de courant vus par les charges, la commande CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) est utilisée dans le but de limiter le nombre de lois de commandes nécessaire pour assurer la robustesse du degré de stabilité de la loi de protection.

En combinant l'estimateur et la loi de pilotage, tout un panel de solution de protection est envisageable. Cette diversité de solution permet de trouver un compromis entre la performance de la loi de protection et la charge de calcul pour chaque cas d'utilisation. Un banc de prototypage rapide, AUTOBOX, permet d'embarquer et de tester en temps réel les stratégies de protection qui sont proposées.

Tableau des matières

Introduction générale 8

Organisation et contenu de la thèse 9

Table des matières 12

Chapitre 1 Vision globale des faisceaux électriques dans l'automobile **15**

1.1 Introduction 16
1.2 Système Electrique Electronique pour l'automobile (SEE) 16
1.3 Constituants du SEE 19
1.3.1 Alimentation 19
1.3.2 Boîtier électrique et/ou électronique 20
1.3.3 Composants électroniques 21
1.3.4 Faisceau électrique 25
1.3.5 Consommateurs 28
1.4 Protection des fils et stratégies de dimensionnement en automobile 30
1.4.1 Protection du faisceau 30
1.4.2 Méthode pour le dimensionnement d'un fil électrique et de sa protection 31
1.5 Exemple de MOSFET intelligent de type « Smart MOS » 33
1.6 Etat de l'art et démarche pour une protection optimale 35

Chapitre 2 L'application de la dérivation d'ordre non entier à la modélisation thermique **39**

2.1 Introduction 40
2.2 Phénomènes physiques mis en jeu 40
2.2.1 Théorie du transfert thermique 40
2.2.2 Source de chaleur : effet Joule 41
2.2.3 Effet de peau 41
2.3 Méthode de résolution 42
2.4 Modélisation électrothermique d'un câble 45
2.4.1 Modélisation électrothermique d'un câble de longueur infinie 46
2.4.2 Modélisation d'un câble de longueur finie par approche numérique 54
2.4.3 Modélisation d'un câble de longueur finie par approche analytique 63
2.5 Méthode de détermination de la longueur optimale de maillage 68
2.6 Modèle analytique de la propagation de chaleur d'un composant de puissance 74
2.6.1 Description du modèle 75
2.6.2 Comportement thermique du composant 77
2.6.3 Propagation de la chaleur d'une piste de cuivre de longueur infinie 80
2.6.4 Propagation de chaleur dans une piste de cuivre de longueur finie 84
2.7 Conclusion 89

Chapitre 3 Modélisation électrothermique du système électrique électronique **91**

3.1 Introduction 92
3.2 Comportement thermique du SEE 93
3.3 La nouvelle méthode de modélisation électrothermique du SEE 97
3.3.1 Modèle global 98
3.3.2 Modèle détaillé 101
3.3.3 Modèle du circuit 104
3.4 Modèles des composants élémentaires 108
3.4.1 PCB et piste de cuivre 108
3.4.2 Les capots du boitier 125
3.4.3 Connecteur 127
3.4.4 Fils électriques, torons et faisceaux électriques 139
3.5 Application des modèles élémentaires à la construction des modèles de boitier 150
3.5.1 Description du boitier 150
3.5.2 Construction de modèle de niveau global 152
3.5.3 Construction du modèle de niveau détaillé 155
3.5.4 Construction du modèle de niveau circuit 158
3.6 Conclusions et perspectives 160

Chapitre 4 Validation des modèles 161

4.1 Introduction 162
4.2 La méthode de validation du modèle 163
4.3 Principe des mesures et description du banc d'essai 165
4.3.1 Principes des mesures 165
4.3.2 Description du banc d'essai 166
4.4 Validation du modèle du faisceau 168
4.4.1 Fil électrique de longueur finie et infinie 169
4.4.2 Toron de longueur finie et infinie 172
4.4.3 Connecteur 178
4.4.4 Sous-ensemble d'un faisceau 185
4.5 Validation du boitier 189
4.5.1 PCB et boîtier 189
4.5.2 Composant 193
4.5.3 Piste de cuivre 195
4.5.4 Sous ensemble de circuit 200
4.6 Validation des modèles complets d'un SEE 201
4.6.1 Modèle numérique du SEE 201
4.6.2 Dispositif d'essai 203
4.6.3 Validation du niveau « global » 206
4.6.4 Validation du niveau « détaillé » 210
4.6.5 Validation du niveau « circuit » 214
4.7 Conclusions et perspectives 217

Chapitre 5 Lois de pilotage et applications industrielles 219

5.1 Introduction 220
5.2 Recherche des situations critiques 220
5.3 Différentes stratégies de protection 224
5.3.1 Analyse fonctionnelle externe 224

5.3.2 Analyse fonctionnelle interne 225
5.3.3 Stratégies de protection du fil électrique par deux étapes 226
5.4 Analyse du processus 227
5.4.1 Analyse du processus à base d'un fil électrique de longueur infinie 228
5.4.2 Analyse du processus à base d'un fil électrique de longueur finie 234
5.5 Structure des lois de protection 238
5.5.1 Stratégie de remplacement du fusible 241
5.5.2 Stratégie de régulation de la température des points critiques 241
5.6 Implantation des lois de protection 255
5.6.1 Construction de banc d'essai 255
5.6.2 Structure logicielle 256
5.6.3 Discrétisation du régulateur 258
5.6.4 Protocole d'essai et résultats d'essai 262
5.7 Conclusion 268

Conclusion générale et perspectives 271

Bibliographie 276

Annexe 1 : Phénomènes physiques 283

Annexe 2 : De la dérivation non entière aux systèmes à dérivée non entière 301

Annexe 3 : Connecteur 16 voie Hybride

Chapitre 1 Vision globale des faisceaux électriques dans l'automobile

SOMMAIRE

Chapitre 1 Vision globale des faisceaux électriques dans l'automobile 15

1.1 Introduction 16
1.2 Système Electrique Electronique pour l'automobile (SEE) 16
1.3 Constituants du SEE 19
1.3.1 Alimentation 19
1.3.2 Boîtier électrique et/ou électronique 20
1.3.3 Composants électroniques 21
1.3.4 Faisceau électrique 25
1.3.5 Consommateurs 28
1.4 Protection des fils et stratégies de dimensionnement en automobile 30
1.4.1 Protection du faisceau 30
1.4.2 Méthode pour le dimensionnement d'un fil électrique et de sa protection 31
1.5 Exemple de MOSFET intelligent de type « Smart MOS » 33
1.6 Etat de l'art et démarche pour une protection optimale 35

1.1 Introduction

Ce chapitre présente une vue globale du Système Electrique Electronique (SEE) d'une automobile, une description détaillée de chaque composant ainsi que des méthodes de dimensionnement et de protection utilisées actuellement et basées sur le comportement électrothermique du SEE.

A la suite de cette première partie, un nouveau composant nommé *Smart Fuse* (MOSFET intelligent) est présenté. Celui-ci offre l'avantage d'intégrer un dispositif de mesure du courant et également de la logique d'autoprotection. Ces 2 éléments peuvent être mis à contribution afin d'améliorer la protection du SEE contre les échauffements dus à une surintensité électrique.

Un premier travail bibliographique sur la modélisation électrothermique et l'utilisation de lois de protection est également présenté, permettant d'appréhender l'état de l'art en la matière.

1.2 Système Electrique Electronique pour l'automobile (SEE)

Actuellement la majeure partie des nouvelles fonctions de l'automobile sont des fonctions pilotées par logiciel et qui utilisent de l'énergie électrique. L'ensemble des calculateurs électroniques, des boîtiers, fils électriques et des organes électriques constitue le Système Electrique Electronique (SEE) du véhicule.

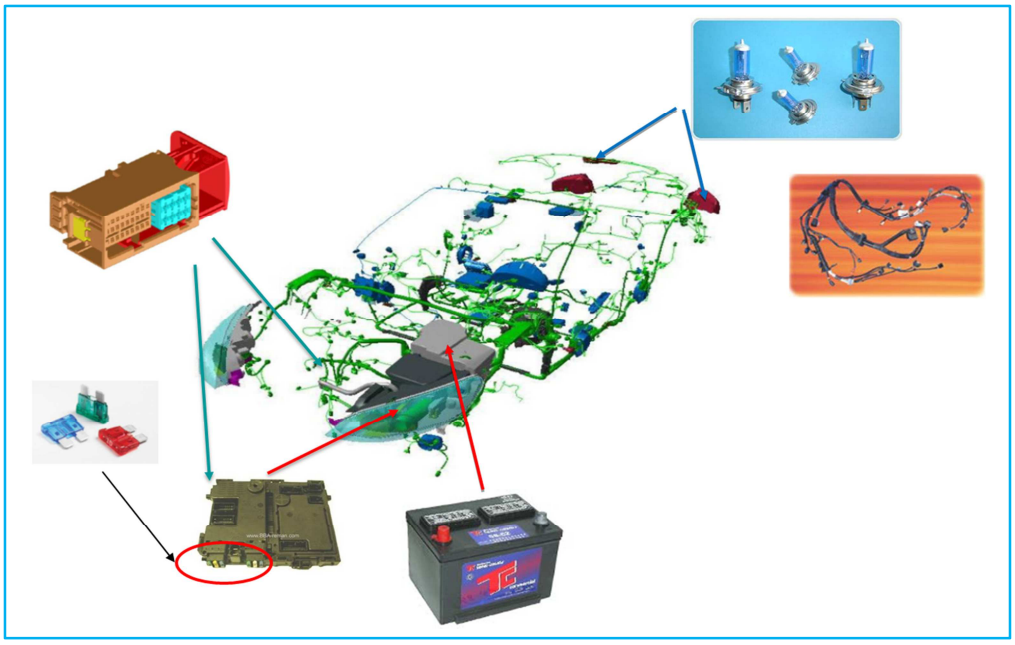


***Figure 1.1** : Exemple d'une architecture électrique d'une automobile [Grandvuillemin, 2009]*

Le rôle principal des fils électriques du SEE d'une automobile est de distribuer l'énergie électrique depuis la source de production jusqu'aux nombreux consommateurs et d'assurer la communication entre les organes.

La **Figure 1.1** présente un exemple 3D de l'architecture électrique d'une automobile. Le courant venant de la source (batterie) est relayé vers les organes ou les consommateurs électriques par différents boitiers électriques : le boîtier fusible primaire au départ de la batterie, puis des boîtiers assurant un fusiblage local, dit fusiblage secondaire, comme par exemple le BSI (Boîtier de Servitude Intelligent). Ces boitiers assurent notamment deux fonctions : la distribution et la protection. La fonction de distribution met en œuvre un relais ou un interrupteur électronique MOSFET. La fonction de protection est assurée par le fusible ou le MOSFET, ce dernier remplaçant avantageusement le relai et le fusible pour des courants inférieurs à 5 ampères. Le faisceau comprenant les connecteurs et les fils électriques assure la continuité du courant entre l'alimentation et les consommateurs.

Les nombreux consommateurs électriques couvrent des domaines divers, comme en attestent les exemples suivants [Grandvuillemin, 2009].

- La transmission : allumage de bougies (moteur essence), injecteurs (moteur diesel), régulateur de pression d'alimentation, régulateur de vitesse, etc.
- La sécurité passive ou active : système d'antiblocage des roues (ABS : Anti Block System), programme de stabilité de la trajectoire (ESP : Electronic Stability Program), airbags, etc.
- Le confort : éclairage d'ambiance, sièges électriques, lunette arrière chauffante, rétroviseurs électriques, toit ouvrant électrique, etc.
- La législation : feux diurnes, éclairage des plaques d'immatriculation, feux arrière, témoin de bouclage des ceintures, avertisseur sonore, etc.
- L'écologie : sondes du catalyseur ou du filtre à particules, vanne de recyclage des gaz d'échappement (EGR : Exhaust Gas Recirculating), etc.

Pour en faciliter l'installation dans le véhicule, les fils électriques sont regroupés en torons que l'on appelle « faisceaux ». Un fil électrique d'un faisceau appartient à l'un des deux types de réseaux électriques à bord d'un véhicule :

- le réseau de puissance qui assure l'alimentation électrique des organes. Les fils électriques de cette architecture sont parcourus par des courants qui peuvent être importants et ainsi provoquer des problèmes d'échauffement ;
- Le réseau de communication qui permet la transmission d'informations entre différents organes (lecture d'un capteur, consigne de vitesse,…). Ce réseau a connu une profonde mutation avec le multiplexage utilisant des bus de communications numériques (protocoles *CAN* « Controller Area Network », *LIN* « Local Interconnect Network » ou FlexRay).

Dans certains cas un conducteur peut appartenir aux deux réseaux en utilisant la transmission par courants porteurs. Cette solution consiste à transmettre les signaux d'information par les lignes de puissance par le biais d'une modulation de fréquence.

La **Figure 1.2** présente un circuit détaillé de la distribution d'énergie de la source (batterie) vers la charge (essuie-glace arrière) à travers une distribution constituée de deux

niveaux : la distribution primaire, avec des fils électriques de fortes sections communs à différentes fonctions, suivie d'une distribution secondaire comportant des fils électriques plus nombreux et de sections plus faibles pour chaque organe. La protection primaire est située au niveau du départ batterie qui alimente ensuite le boitier de contrôle (BSI : Boitier Servitude Intelligent). Le réseau primaire qui se trouve en amont du BSI est protégé par un fusible primaire de 60A. Lorsque le conducteur appuie sur le commodo pour activer l'essuie-glace arrière, le BSI reçoit la commande via le réseau CAN et active l'organe de commande (ici un relais). Le moteur d'essuie-glace se met alors à fonctionner. Le fil électrique au départ du BSI appartient au réseau de distribution secondaire Il est protégés par un autre fusible de plus petit calibre 10A, car le fusible primaire ne peut pas protéger les fils électriques de faible section.

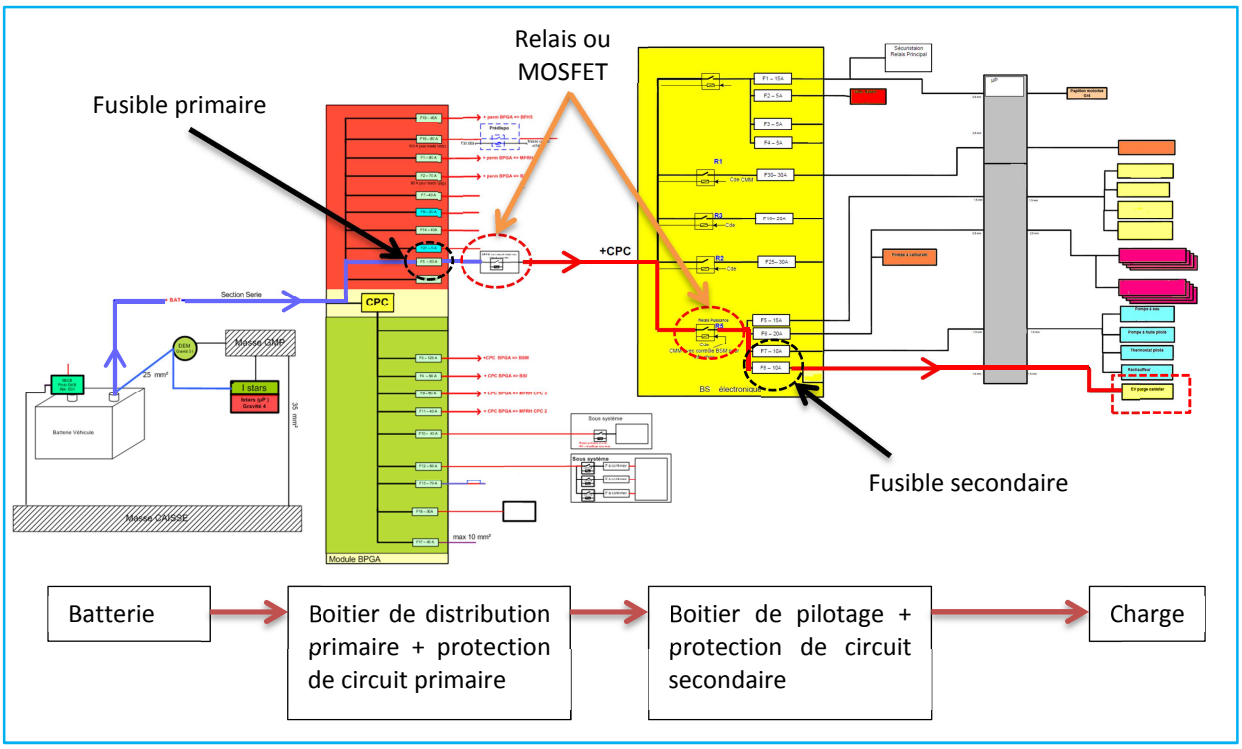


***Figure 1.2** : Exemple d'une distribution électrique de la batterie vers une charge*

Comme l'illustre l'exemple précédent, Il est nécessaire d'avoir plusieurs niveaux de protection pour tenir compte de la section des conducteurs, afin d'éviter tous départ de feu dont l'origine serait une surintensité. En effet, la surintensité peut provoquer un échauffement local excessif (point critique ou point chaud d'origine électrique), conduisant au point d'inflammation des matériaux en présence. Les travaux de cette thèse concernent principalement l'optimisation de la section d'un fil électrique de la distribution secondaire, grâce à la mise en place d'une protection améliorée par MOSFET et par un pilotage de celui-ci avec un logiciel implanté au niveau d'un boîtier intelligent, notamment au niveau du BSI.

L'aspect électrothermique n'est pas la seule problématique à prendre en compte lors de la conception des faisceaux électriques. On peut aussi citer à titre d'exemple :

- la diversité des références à gérer étant donné le nombre de « silhouettes » (berline, coupé, cabriolet), de motorisations (essence, diesel) et les nombreuses options qui produisent un nombre très élevé de références de faisceaux. La gestion de la

diversité vise donc à limiter ces références en se basant sur les prévisions de vente et en s'autorisant à installer des fils électrique dont certains ne sont pas utilisés, selon les options choisies.

- le cheminement des faisceaux peut s'avérer problématique dans certains cas. Cela peut avoir pour origine une proximité dangereuse (avec un point chaud ou un rayonnement électromagnétique), ou une géométrie contraignante (rayon de courbure du faisceau à respecter ou présence d'une partie mobile) [Grandvuillemin, 2009].

A l'heure actuelle, le développement électronique se concentre sur de nouvelles fonctions embarquées. Ces dernières années, la tendance a consisté de plus en plus à électrifier des organes autrefois totalement mécaniques ou hydrauliques. On peut citer par exemple la direction assistée électrique. A l'avenir, l'évolution connue sous l'appellation « *drive-by-wire* », pourrait aller par exemple jusqu'à concerner une direction électrique, un freinage électrique ou encore des soupapes électromagnétiques [Grandvuillemin, 2009].

Enfin, la commercialisation de véhicules hybrides ou entièrement électriques, donne encore plus d'importance au réseau électrique. Ainsi, la puissance électrique est utilisée pour la traction du véhicule et plus seulement pour l'alimentation de composants annexes.

Ces différentes considérations démontrent bien l'importance grandissante de l'électricité à bord des véhicules actuels et futurs, et donc le rôle central qu'occupent le dimensionnement et la protection du SEE.

L'étude faisant l'objet de ce mémoire se limite toutefois à l'étude de la modélisation des phénomènes électrothermiques du SEE ainsi que de ses composants et à l'amélioration des méthodes de protection. Pour ce faire, les constituants du SEE sont à présent détaillés.

1.3 Constituants du SEE

Quelques exemples de composants du SEE et de leurs caractéristiques électrothermiques sont décrits dans les paragraphes qui suivent.

1.3.1 Alimentation

La source d'énergies électriques à bord d'un véhicule thermique est la batterie si le moteur est à l'arrêt, ou l'alternateur si le véhicule est en marche. La batterie répond également aux pics de courant pendant un temps très court. Le véhicule électrique quant à lui, est uniquement équipé d'une batterie haute tension (par exemple 400V) et d'un abaisseur de tension pour les consommateurs de tension nominale 12V. Pour les véhicules de type *start & stop*, une super-capacité (**Figure 1.3**) peut également faire partie du système d'alimentation pour aider au démarrage de gros moteurs et/ou récupérer de l'énergie lors du freinage avec des courants très important (jusqu'à 750A).

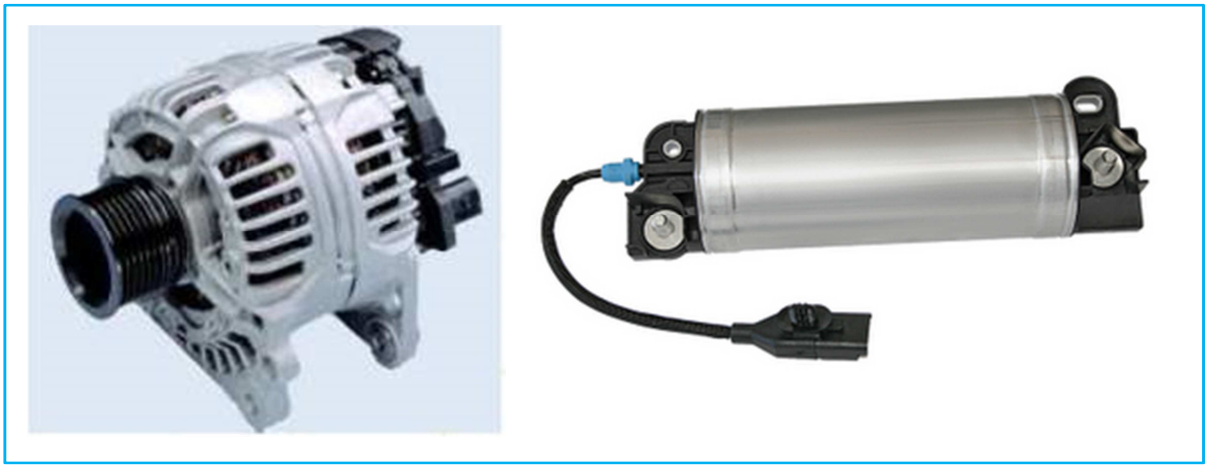


Figure 1.3 : *Alternateur et une super-capacité (source interne)*

1.3.2 Boîtier électrique et/ou électronique

Le boîtier électrique et/ou électronique, selon les cas, a pour fonctions notamment la distribution de l'énergie la communication de données, la protection des conducteurs électriques en aval et le pilotage d'organes. La **Figure 1.4** montre deux exemples de boitiers. Le boitier électronique (A) est un assemblage de cartes électroniques et de composants. Le boitier électrique câblé (B) possède une embase qui sert de support pour les barres conductrices et les composants (fusibles de fort calibre ou relais).

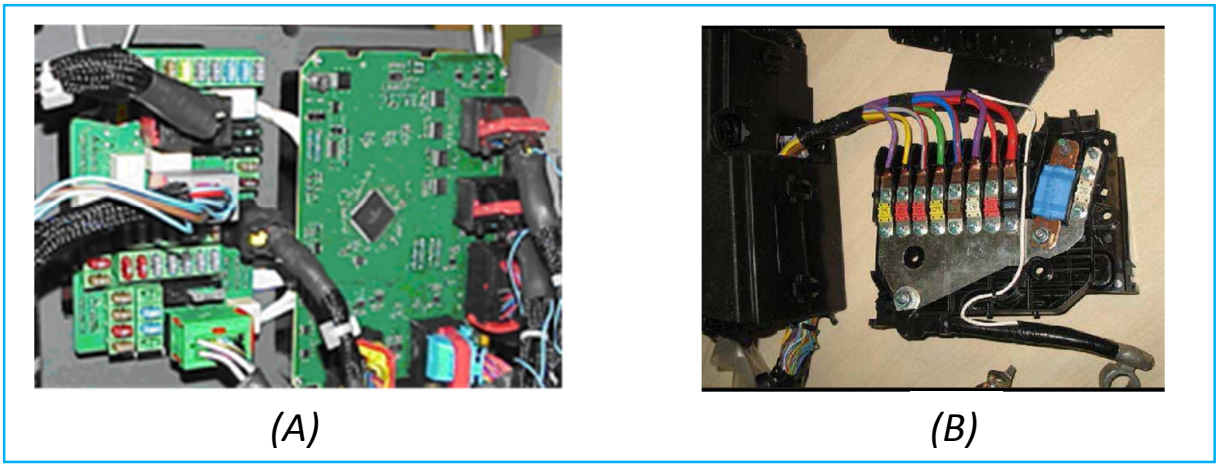


Figure 1.4 *: Exemple de boitiers :* ***(A)*** *: boîtier électronique,* ***(B)****: boîtier électrique câblé*

Malgré la diversité des boîtiers existants, ils ont un point commun : ils possèdent des composants électriques et des câblages. Lors du passage du courant, les composants génèrent de la chaleur par effet Joule, ce qui fait chauffer le boitier et les faisceaux auxquels il est relié.

La **Figure *1.5*** présente en vue éclatée un boîtier électronique formé d'une carte électronique avec ses capots inférieur et supérieur qui ont pour fonction de protéger la carte électronique. Les capots créent également une zone confinée autour de la carte.

Deux matériaux sont principalement utilisés pour fabriquer les capots des boîtiers : un matériau polymère, par exemple le PBT GF (Le polytéréphtalate de butylène renforcé de

fibre de verre) et l'aluminium. Le premier est utilisé pour la plupart des boîtiers à faible dissipation de chaleur. Par contre le deuxième est utilisé pour les boitiers situés dans des environnements difficiles où il est nécessaire de dissiper une grande quantité de la chaleur.

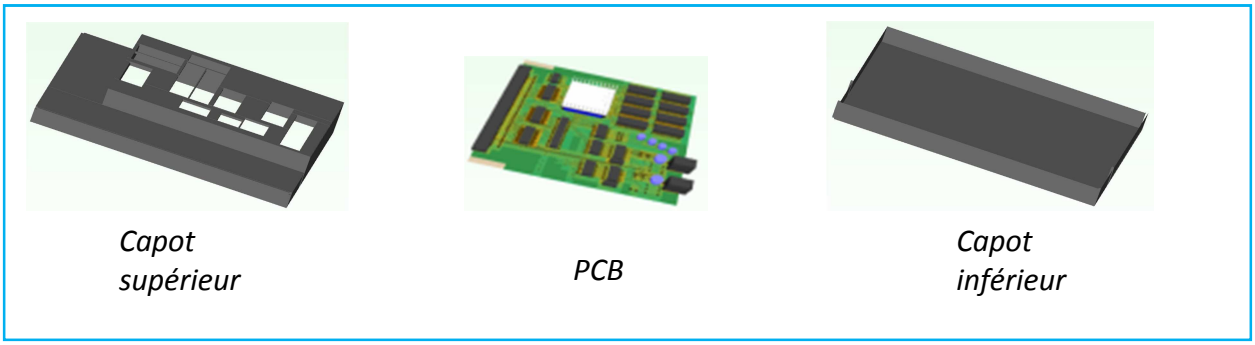


Figure 1.5 : Vue éclatée d'un boitier électronique

Une carte électronique contient généralement des composants de commutation de puissance (relais, MOSFET etc.) des composants purement électriques (résistances, capacités …) et des composants électroniques (microcontrôleur, diodes etc.). Tous ces composants sont des sources de chaleur dans le boitier, par effet Joule.

Le boitier est relié avec son faisceau par des connecteurs qui assurent la continuité du courant électrique. En général un bon conducteur électrique est aussi un bon conducteur thermique, par conséquent les connecteurs seront traversés par des flux thermiques entre le boîtier et ses faisceaux.

Un des objectifs de la thèse est d'étudier et de modéliser les transferts thermiques du boitier avec l'extérieur via les capots et ses faisceaux.

1.3.3 Composants électroniques

1.3.3.1 Circuit imprimé

Un circuit imprimé ou PCB ''Printed Circuit Board'' en anglais, est une plaque support permettant de placer un ensemble de composants électroniques reliés électriquement entre eux via des pistes de cuivre, et ce dans le but de réaliser un circuit électronique.

Le PCB est constitué d'un assemblage d'une ou plusieurs fines couches de cuivre séparées par un matériau isolant. Les couches de cuivre sont gravées par un procédé chimique pour obtenir un ensemble de pistes. Elles sont reliées ensembles par des trous perforés en cuivre, appelés ''Via''. La **Figure *1.6*** présente un exemple de PCB et sa constitution.

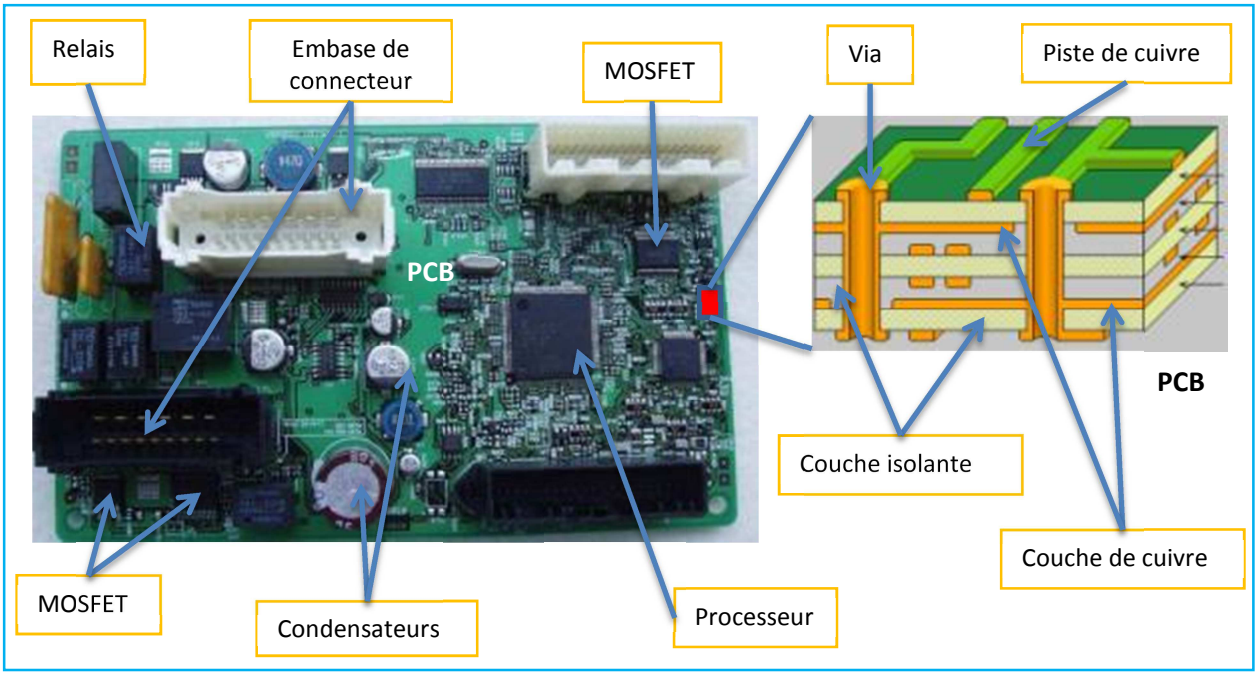


Figure 1.6: Exemple un PCB (source PSA)

Le circuit imprimé est souvent recouvert d'une couche de vernis qui protège les pistes de la corrosion et d'éventuelles salissures et humidité qui pourraient entrainer de court-circuit. Une embase et des languettes sur le PCB forment la partie male d'un connecteur qui assure l'interface entre le boitier et un faisceau.

Les couches électriquement isolantes du PCB sont également des couches thermiquement assez isolantes. Par contre, les couches de cuivre sont de très bons conducteurs thermiques. Un objectif de la thèse est d'étudier le transfert thermique et la répartition de la chaleur dans le PCB afin de mieux connaitre la liaison thermique entre le boîtier et ses faisceaux.

1.3.3.2 Embase et barre métallique

L'embase du boîtier câblé sans PCB est constituée de matériaux isolants et ininflammables comme du PBT-GF. Elle supporte les barres métalliques et des composants de puissance, comme des fusibles et des relais.

Le boîtier câblé a une fonction de distribution et de commande électrique et de protection des fils électrique au départ de ce boîtier. Les barres conductrices permettent de faire passer de forts courants entre l'entrée et les sorties à travers les composants de puissance. Elles assurent également un équilibrage thermique.

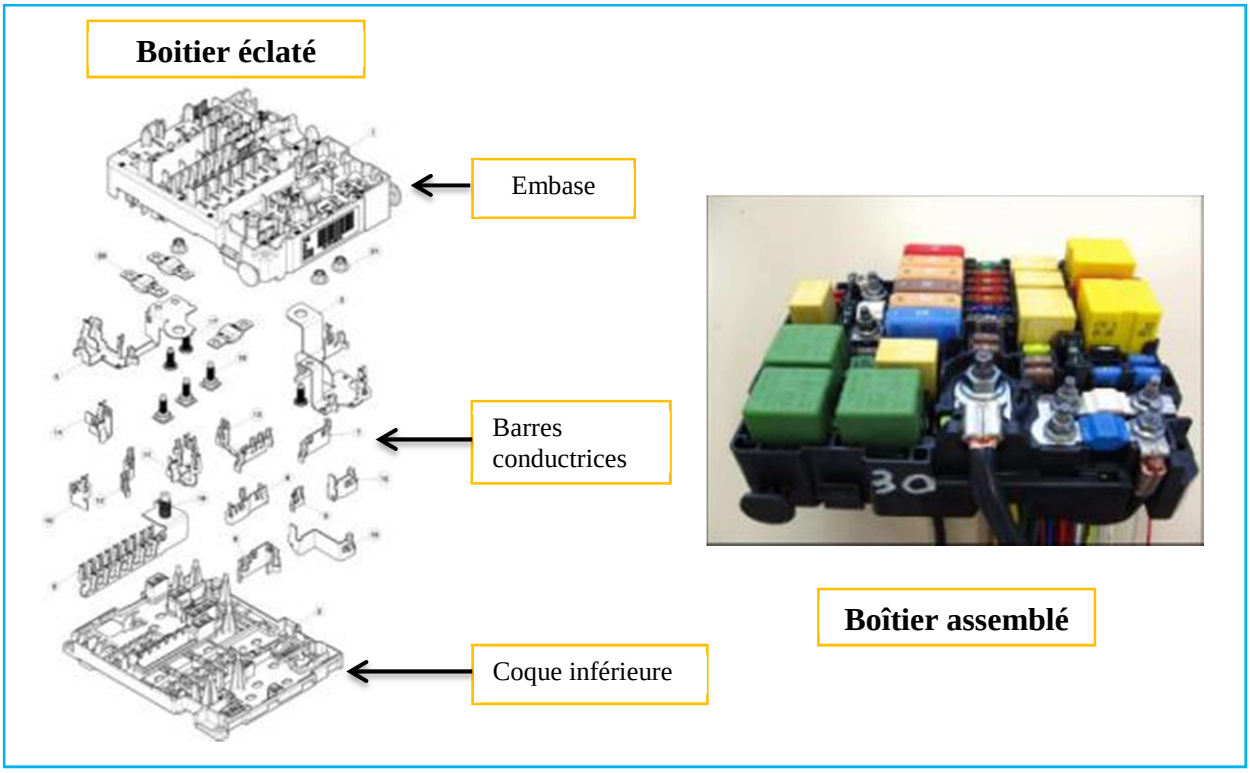


Figure 1.7 : *Un exemple de boîtier câblé (source : PSA)*

1.3.3.3 Relais électromécaniques

Un relais électromécanique (voir **Figure 1.8**) est un organe permettant la coupure ou la commutation de circuits électriques. Il permet, entre autres, un isolement galvanique entre les deux parties. Il fonctionne grâce à un champ magnétique créé par une bobine de commande. Le champ magnétique permet de déplacer le contact du relais afin de couper ou connecter le circuit électrique.

Les pertes par effet Joule dans un relais sont dues principalement au courant activant la bobine et de façon marginale par sa résistance de contact. La chaleur produite par le relais sur une carte électronique est d'autant plus importante que certains relais sont alimentés pratiquement en permanence.

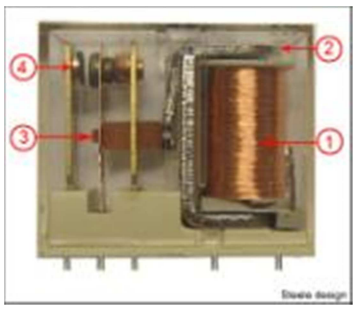


Figure 1.8 *- Vue en coupe d'un relais (site :http://www.6enlinge.net)*

1.3.3.4 MOSFET

Un transistor MOSFET (acronyme anglais de Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor qui se traduit par transistor à effet de champ à structure métal-oxyde-semiconducteur) est un type de transistor à effet de champ (à effet de champ à grille isolée). Le courant qui traverse le MOSFET peut être modulé à l'aide d'un signal appliqué sur son électrode centrale nommée grille (Gate). Le courant principal circule entre la source et le drain (voir **Figure 1.9**).

Lorsque le courant circule à travers le MOSFET, il génère de la chaleur du fait de la résistance électrique entre la source et le drain, appelé R_{dson}. Cette résistance limite donc le courant admissible. Plus elle est petite, plus le courant admissible est grand et inversement.

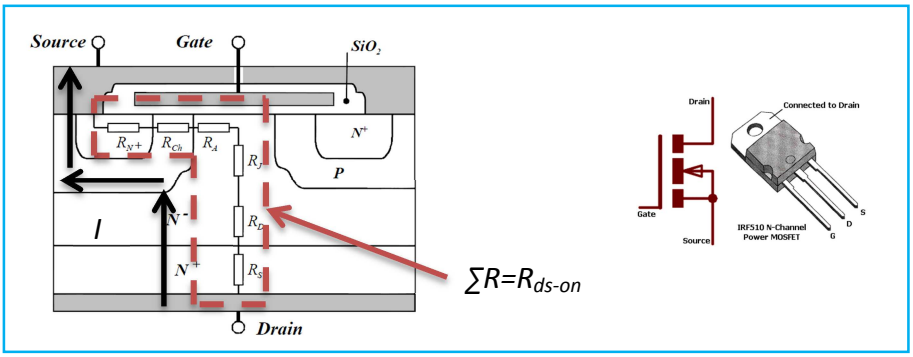


Figure 1.9 : *Description d'un MOSFET*

Le MOSFET a des possibilités de commutation fréquence plus élevée qu'un relais. Son échauffement est uniquement lié à la circulation d'un courant, contrairement à un relais activé qui s'échauffe même si le courant passant est nul.

1.3.3.5 Autres composants électroniques

Afin d'assurer un fonctionnement souhaité, d'autres composants apparaissent dans un circuit électronique : résistances, processeurs ou microcontrôleurs, condensateurs, régulateurs de tension, diodes etc…

Par rapport à l'ensemble des relais, fusibles et MOSFET, ces composants consomment moins d'énergie et ne produisent donc pas la majeure partie de la chaleur. De plus dans le circuit électrique ils ne sont pas situés directement en contact avec une sortie. Par conséquent on prendra en compte leur contribution thermique à l'échauffement du boîtier de façon globale. Il faut signaler que cependant leur température peut être élevée à cause de composants dissipant beaucoup d'énergie situés à proximité et du confinement dans le boîtier.

1.3.4 Faisceau électrique

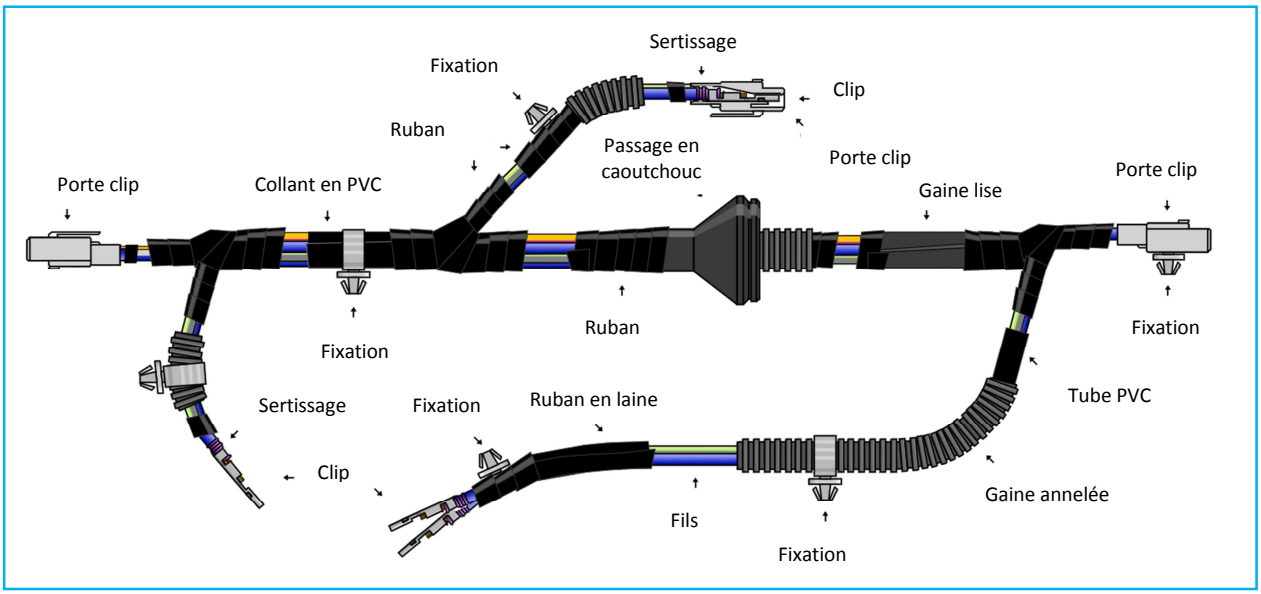


Figure 1.10: *Exemple du faisceau électrique d'une automobile (source www.ayenbee.com)*

La **Figure 1.10** ci-dessous présente les différents composants constituant le faisceau électrique d'une automobile.

1.3.4.1 Fils électriques

Les fils électriques ont pour fonction de conduire un courant électrique d'un contact à un autre. La section de ces fils est très variable : de 0.12mm² à 70mm² selon les intensités nominales qui les parcourent Un conducteur classique est constitué d'un noyau (âme) et d'un isolant (**Figure 1.11** (A)). Les conducteurs de forte puissance, pour véhicule électrique ou hybride sont blindés (**Figure 1.11** (B)). Ils sont constitués de plusieurs couches : âme, premier isolant, blindage, deuxième isolant.

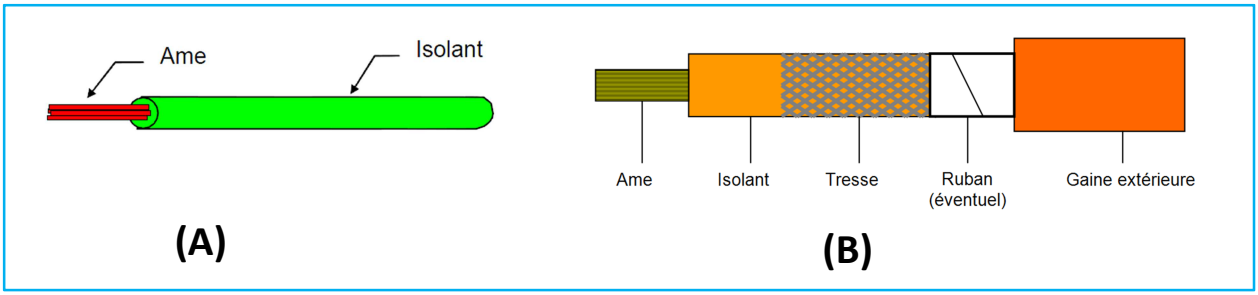


Figure 1.11: *Conducteurs automobile : conducteur classique (A) et conducteur blindé (B)*

Les conducteurs sont classés par température maximale admissible de l'isolant, par exemple 125°C.. La température de fonte du conducteur est en effet bien plus élevée que celle de l'isolant (cuivre : 1084°C, aluminium 660°C).

Chaque conducteur est caractérisé électro-thermiquement par deux courbes : ''Derating'', et ''Overloading''. La première courbe définit le courant permanent admissible dans le fil électrique en fonction de la température ambiante. La deuxième caractérise le

temps de montée de la température du noyau à partir de la température ambiante jusqu'à la température admissible. [B251110 PSA, 2007].

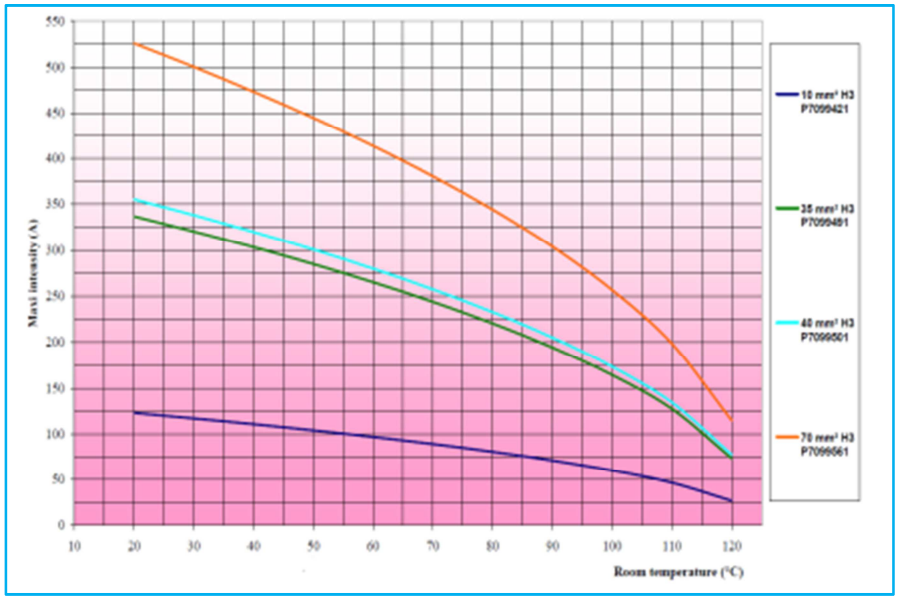


Figure 1.12 : *Courbe de ''Derating '' (source interne)*

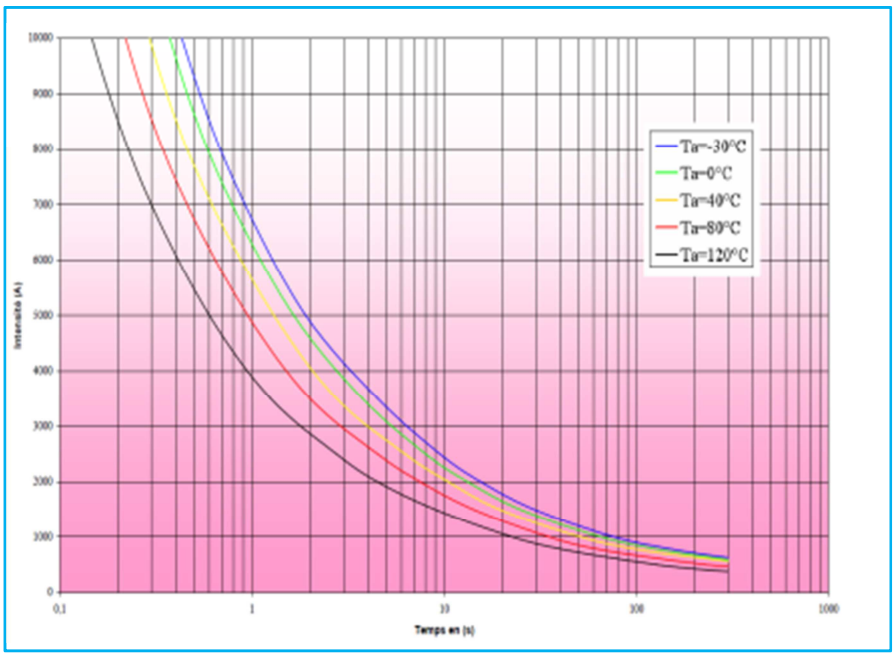


Figure 1.13: *Courbe d' « overloading » d'un fil électrique (source interne)*

La courbe de « Derating » permet de vérifier que le choix du type d'isolement électrique du conducteur est compatible de la température ambiante, étant donné le courant nominal consommé par la charge.

La courbe d' « overloading » permet d'étudier la situation en dysfonctionnement d'un fil électrique. Elle permet de dimensionner la section du fil électrique en fonction de l'isolant et de la protection de la ligne qui aura été choisie, en considérant tous les courants de dysfonctionnements possibles.

1.3.4.2 Toron

Pour des contraintes de montage en usine les fils sont découpés en faisceaux, par zone du véhicule et/ou par type de fonction. De plus les fils électriques ne peuvent pas être laissés libres à cause des vibrations du véhicule. Les fils qui qui passent par les mêmes endroits sont regroupés dans un toron. Le faisceau principal d'un véhicule de PSA peut contenir un toron qui comporte jusqu'à 80 fils. Les gaines ont des formes diverses (tubes, tubes annelées…). Les rubans protègent le toron contre les agressions de l'environnement (humidité, vibrations, hautes températures).



Figure 1.14 : *Coupe 2D un toron*

1.3.4.3 Connecteur

Le connecteur assure la liaison électrique entre un boîtier et un faisceau. Il existe deux catégories de connexions: connexions vissées pour les contacts de très forte puissance et connexions par contact clip-languette pour les signaux ou les lignes de plus faible puissance.

Le connecteur est constitué de 4 composants : embase, languette, clip et porte clip.

La **Figure *1.15*** a présente une connexion par clip-languette. Les fils dans le faisceau sont reliés aux clips par un sertissage. Puis l'ensemble clips / fils /sertissages est inséré dans un connecteur (**Figure *1.15*** B). Les languettes sont insérées dans une embase, et la plupart du temps elles sont soudées sur le PCB. Les languettes peuvent aussi être enfoncées en force dans le PCB, sans besoin de soudure selon le procédé Press-Fit.

Un point de contact apparait dans la zone de contact (**Figure *1.15*** C) entre la languette et le clip. Il constitue une zone d'étranglement pour les lignes de courants. Cela se traduit par une résistance électrique supplémentaire, appelée résistance de constriction ou résistance de contact. Cette résistance est très petite, de l'ordre du mOhm. Cependant la densité de flux de chaleur est très importante en ce point, ce qui fait chauffer la zone de contact qui peut devenir un point critique.

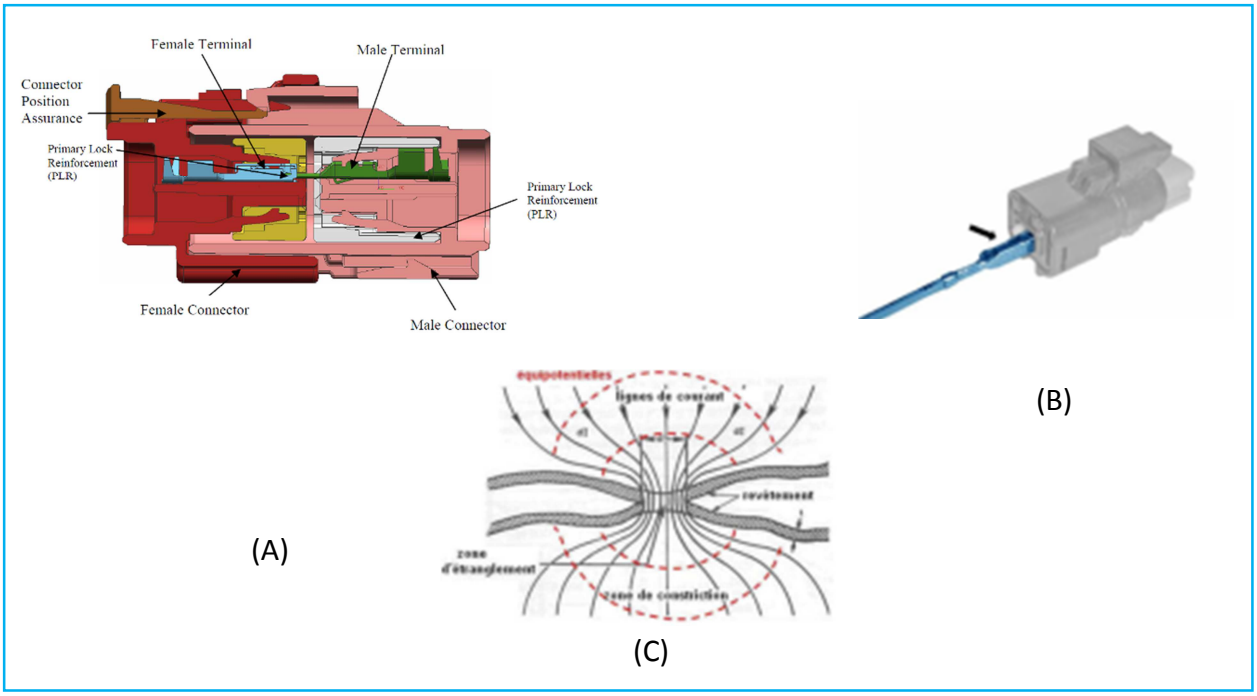


Figure 1.15 : Connexion par contact clip-languette
(A) Schéma d'un connecteur
(B) clip dans l'alvéole du porte-clip
(C) *Zone de contact*

1.3.5 Consommateurs

Les consommateurs électriques sont des organes finaux qui se situent à une terminaison du faisceau. En fonctionnement nominal ils possèdent l'impédance la plus importante de toute la chaîne (depuis la batterie). Cependant dans certaines conditions particulières leur impédance peut être très faible, comme par exemple à la mise sous tension pour les ampoules, ou en couple bloqué pour les moteurs.

Ainsi, le profil du courant caractéristique d'une charge possède deux régimes : un régime transitoire (conditions particulières) et un régime stationnaire (fonctionnement nominal). Les trois types de consommateurs les plus utilisés dans une voiture sont les résistances, les lampes, et les moteurs électriques.

1.3.5.1 Résistances

Les résistances sont utilisées au niveau de la lunette chauffante ou pour la chauffe du moteur (moteur diesel). Le courant dans la résistance est définit comme le rapport entre la tension et la résistance. Ce courant peut être variable dans le cas d'usage de résistance de type CTP (résistance à Coefficient de Température Positif) du fait de la variation de la résistivité en fonction de la température. Cette variation de résistance induit donc un régime transitoire. Dans le cas d'une résistance CTP, la résistance augmente progressivement lorsque le conducteur s'échauffe et par conséquent, le courant diminue pour atteindre un régime d'équilibre.

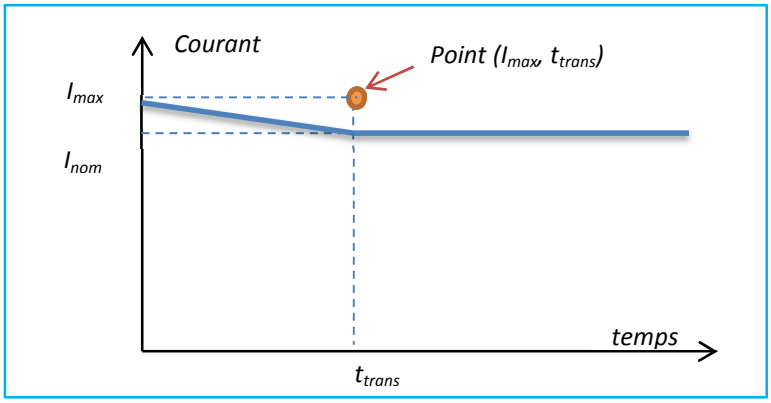


Figure 1.16: *Profil du courant dans une charge résistive CTP*

1.3.5.2 Lampes

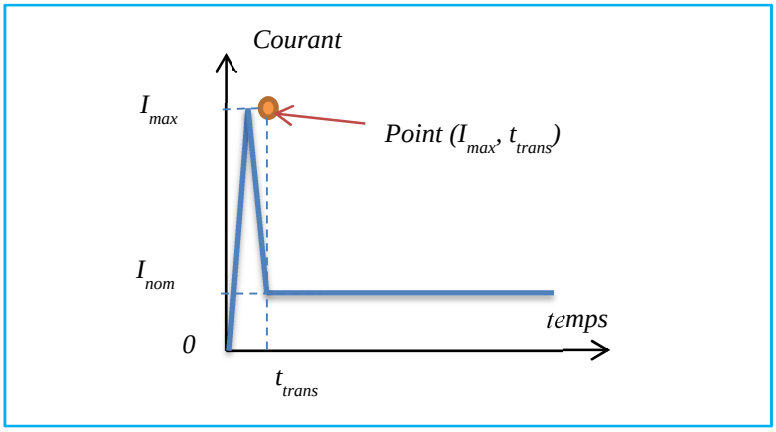


Figure 1.17 : *Profil du courant dans une lampe*

Une charge de type lampe présente un régime transitoire très court, de l'ordre de la milliseconde. Par contre le courant de transitoire est très important par rapport au courant nominal, et ce dans un rapport de 15 à 20.

1.3.5.3 Moteur à courant continu

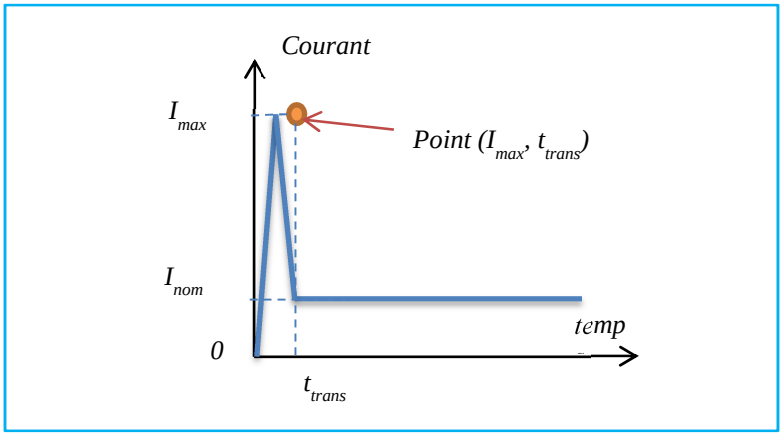


Figure 1.18: *Profil du courant dans un moteur électrique*

Pour une charge de type moteur à courant continu, le courant d'induit dépend du couple demandé. Le profil de courant caractéristique présente un régime transitoire et un

régime stationnaire, avec un pic en général d'environ 7 fois le courant nominal. La durée du régime transitoire est de l'ordre d'une centaine de millisecondes à quelques secondes. Pour un moteur à courant continu, le courant maximal est défini comme le rapport de la tension d'alimentation par la résistance du rotor.

1.4 Protection des fils et stratégies de dimensionnement en automobile

1.4.1 Protection du faisceau

Les faisceaux électriques sont protégés par des fusibles ou des protections électroniques de type MOSFET intelligent. Sur ces faisceaux, plusieurs défauts peuvent survenir comme par exemple : une surintensité ponctuelle de la charge, une surcharge qui peut conduire à un court-circuit sur une impédance faible ou un court-circuit franc. Jusqu'à présent le mécanisme de protection réagit uniquement au courant passant dans la ligne. Les protections sont conçues pour ne pas se déclencher face à un courant de démarrage (lampe, moteur électrique, etc).

Les fusibles interrompent totalement le courant électrique dans le circuit par la fonte de leur partie centrale lorsque le courant devient excessif. Le claquage d'un fusible dépend de l'énergie reçue et évacuée par le fusible. Le temps de fonte est variable et dépend de la surintensité. Il est définit par la courbe caractéristique du fusible, courbe *t(I).* Cette courbe dont un exemple apparaît sur la **Figure 1.19** *(A),* indique le temps de fonte en fonction du courant.

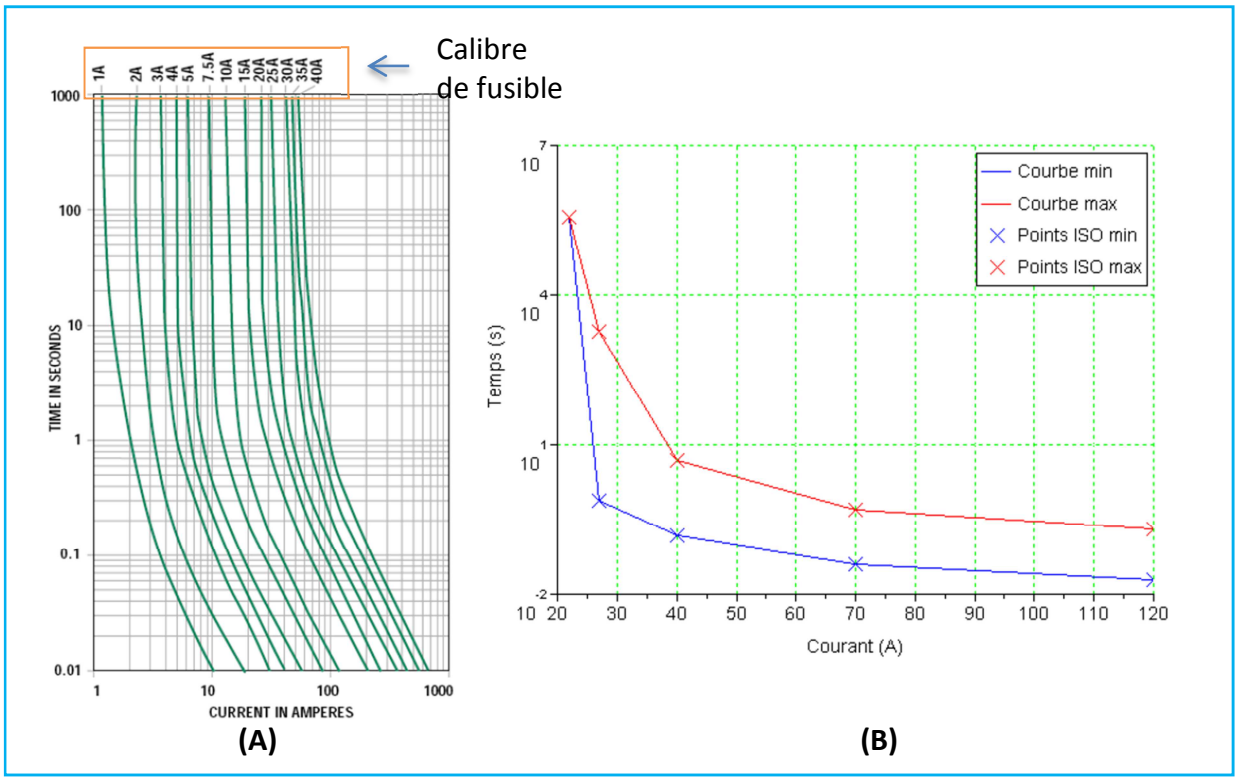


Figure 1.19: *Courbes de fonte d'un fusible*
(A) Courbe de fonte pour différents fusibles (source Littelfuse)
(B) Courbe Min-max d'un fusible [GRA09]

La mécanique de fonte d'un fusible présente des incertitudes. La courbe de fusible est encadrée par une courbe Min et Max. Cet encadrement est réglementé par les normes ISO [Grandvuillemin, 2009].

Les protections électroniques sont constituées de composants de puissance intelligents (Smart Power Device ou Smart Fuse) qui sont décrits en détail dans la partie Smart MOS, paragraphe 1.5.

1.4.2 Méthode pour le dimensionnement d'un fil électrique et de sa protection

Comme le montre la **Figure 1.2**, la circulation du courant de l'alimentation jusqu'aux charges se fait par plusieurs lignes qui forment une d'arborescence de conducteurs électriques. Cette arborescence débute par un circuit d'alimentation primaire et une protection spécifique pour ce circuit primaire uniquement, puis continue par un circuit secondaire après un boitier de distribution. Chaque fil électrique sortant du boîtier de distribution fait l'objet d'une protection, dite protection secondaire..

La protection de chaque circuit tient compte du profil typique du courant qui le parcours et qui comme cela a été évoqué précédemment se compose de deux régimes : un régime transitoire et un régime stationnaire. Le premier régime est caractérisé par un courant maximal (I_{MAX}) et une durée (t_{trans}), le deuxième est caractérisé par un courant nominal (I_{nom}) (**Figure 1.20**).

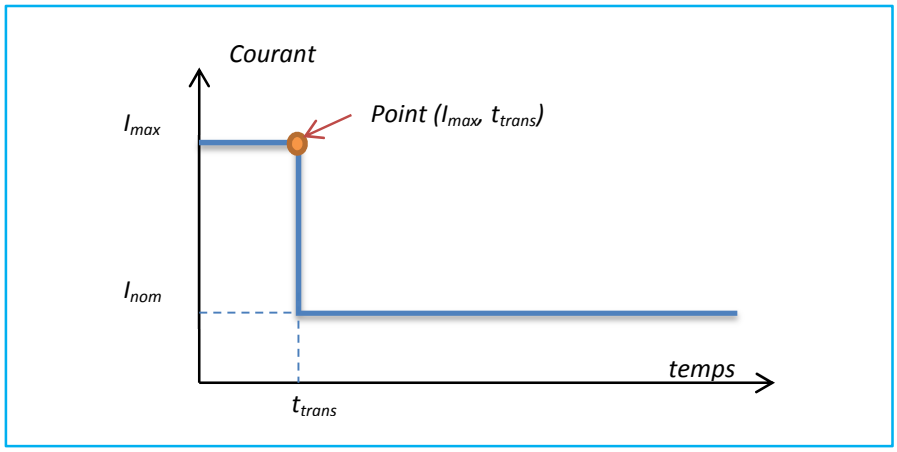


***Figure 1.20** : Profil de courant typique de ligne [Grandvuillemin, 2009]*

Le dimensionnement d'un fil électrique et de sa protectionainsi que le dimensionnement de sa protection (fusible ou MOSFET) se décompose en trois étapes [Grandvuillemin, 2009] qui sont effectuées dans l'ordre suivants :

- Définition de la protection au plus près du profils de courant typique de ligne - Cette étape consiste à définir le calibre minimal du fusible ou le MOSFET qui supporte les profils transitoire et permanent du courant de la ligne. Ce choix est basé sur la courbe de fonte du fusible (courbe *t(I)*) ou d'autoprotection du MOSFET. Aucun point de fonctionnement ne doit se trouver en dessus de la courbe de claquage du fusible ou de la courbe limite de fonctionnement du MOSFET. (**Figure 1.21**)

- Définition de la section minimale nécessaire pour le fil électrique et d'un matériaux isolant compatible des conditions d'environnement et de fonctionnement - La détermination de la section minimale du fil électrique est basé sur les courbes de derating et d'Overloading de la figure III-3 et sur le respect de la chute de tension maximale admissible aux extrémités du fil électrique. Cette étape prends en compte le résultat de l'étape précédente pour qu'à priori le fil électrique convienne en nominal et puisse être protégé par la protection précédemment définie en mode dégradé..
  Choix d'un fil électrique le plus fin possible après et grâce à un outil d'aide à la conception (outil Ophélie résultat des travaux de [Grandvuillemin, 2009]) vérification finale de l'adéquation fil-protection en mode dégradé - Cette étape consiste à utiliser les courbes d'overloading pour vérifier la bonne protection du fil électrique par le fusible lorsqu'un courant de défaut apparaît. Le dispositif de protection doit se déclencher avant l'atteinte de la température maximale du fil électrique.

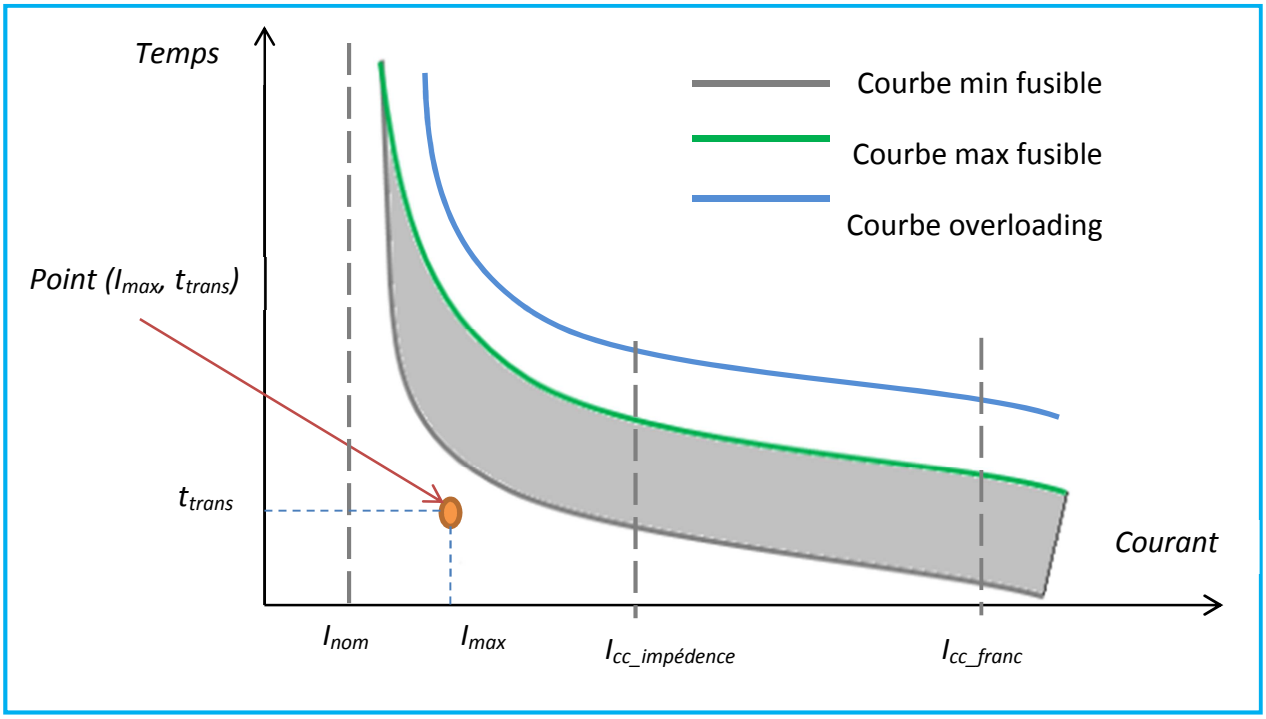


Figure 1.21: *Protection satisfaisante quel que soit le courant*

Deux cas peuvent se produire lors de la vérification de la compatibilité fil-protection :

- **La protection tous courants** est assurée car la courbe d' ''overloading'' du fil électrique est dans tous les cas au-dessus de la courbe de claquage du fusible ou de la courbe de déclenchement de la protection par MOSFET (**Figure 1.21**)

- **La section du fil est trop faible pour obtenir une protection tout courant.** Dans ce cas, la vérification montre que pour une section de fil fin ou d'un fil très fin il existe une plage de courant, au-delà du courant nominal dans laquelle la température maximale du fil est atteinte avant la température de déclenchement de la protection. (voir **Figure 1.23**).

Un des objectifs des travaux de la thèse est de rechercher s'il est possible de réaliser une modélisation et un estimateur de température embarqué du fil électrique qui permette de mettre en place une stratégie de supplémentaire de protection par logiciel pour obtenir une protection tous courant, y compris dans la zone de faible impédance. L'intérêt d'une telle approche sera alors de permettre dans une certaine mesure (cas du fil fin par exemple sur la Figure 1.22) la diminution de section du fil électrique tout en maintenant une protection tout courant.

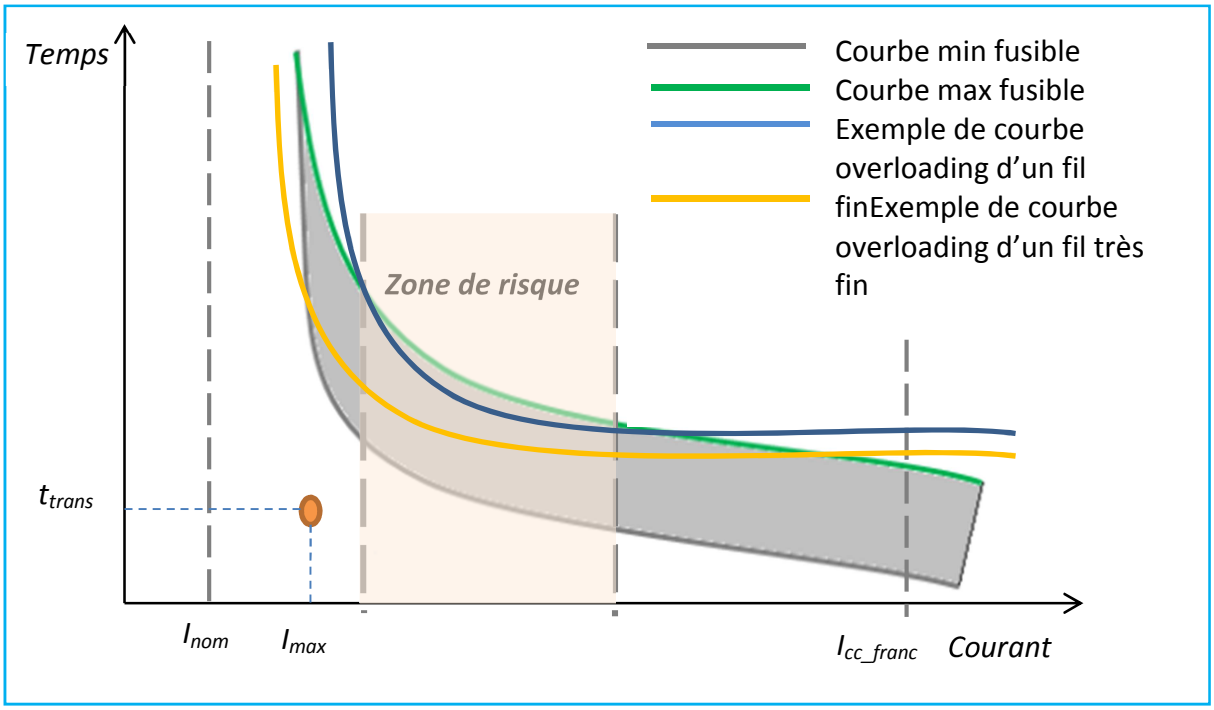


Figure 1.23: *Protection incomplète dans une zone de court-circuit sur faible impédance*

1.5 Exemple de MOSFET intelligent de type « Smart MOS »

Le Smart Mos est un exemple de réalisation d'un composant électronique de commutation intelligent [Tihanyi, 1992] également connu sous le nom de « Smart Power Device ». Sa fonction principale est analogue à celle d'un commutateur classique (MOSFET, Relais). Il est de plus capable de se protéger contre les courts-circuits, les surchauffes intempestives et les surcharges grâce à une logique de pilotage (smart) intégrée.

Selon les architectures et technologies de réalisation, ce composant peut être constitué de deux parties : la partie logique et la partie puissance (**Figure 1.24** (A)). La première utilise la technologie CMOS pour piloter le passage du courant électrique et la deuxième utilise la technologie MOSFET pour diminuer la résistance de jonction (R_{dson}).

La **Figure 1.24** (B) décrit un exemple d'architecture fonctionnelle d'un Smart MOS. La partie logique est le centre de décision en fonction de la commande (INPUT) et des informations internes : courant, température de jonction, tension d'entrée. La décision agit sur la grille (''gate'') du MOSFET via la partie pilotage MOS. La commande s'effectue soit en mode tout ou rien pour les composants ''standards'', soit par une liaison SPI (Serial Peripheral Interface) pour les composants plus évolués. [Nocquet, 2011]. Cette

communication permet aussi des fonctions plus évoluées de configuration et de diagnostique par un microcontrôleur.

La partie logique du Smart MOS a aussi un rôle important d'assurer l'autoprotection du Smart MOS contre les échauffements d'origine électrothermique.

Selon les technologies utilisées on peut distinguer deux modes d'autoprotection du MOSFET intelligent qui coexistent :

- Une autoprotection dite « limitation de puissance » contre pics de courants trop importants. Le but dans ce cas est d'éviter la création de points chauds dans le composant. Cette protection consiste à limiter l'amplitude de courant et à hacher celui-ci afin de laisser le temps à la chaleur de se diffuser au sein du composant électronique.

- L'autoprotection contre les surchauffes dite « protection en température » qui se déclenche lorsque la température moyenne du composant dépasse la limite admissible par la technologie.

Il est possible en implantant le MOSFET de façon avantageuse sur le circuit imprimé PCB de profiter de son autoprotection pour qu'il protège aussi le fil électrique dans lequel il commute le courant. Pour cela la résistance thermique autour du MOSFET ne doit pas être trop importante de façon que la chaleur du MOSFET ne se dissipe pas trop. Ainsi, le MOSFET se comporte comme un fusible avec une courbe d'overloading similaire à la courbe de fonte d'un fusible

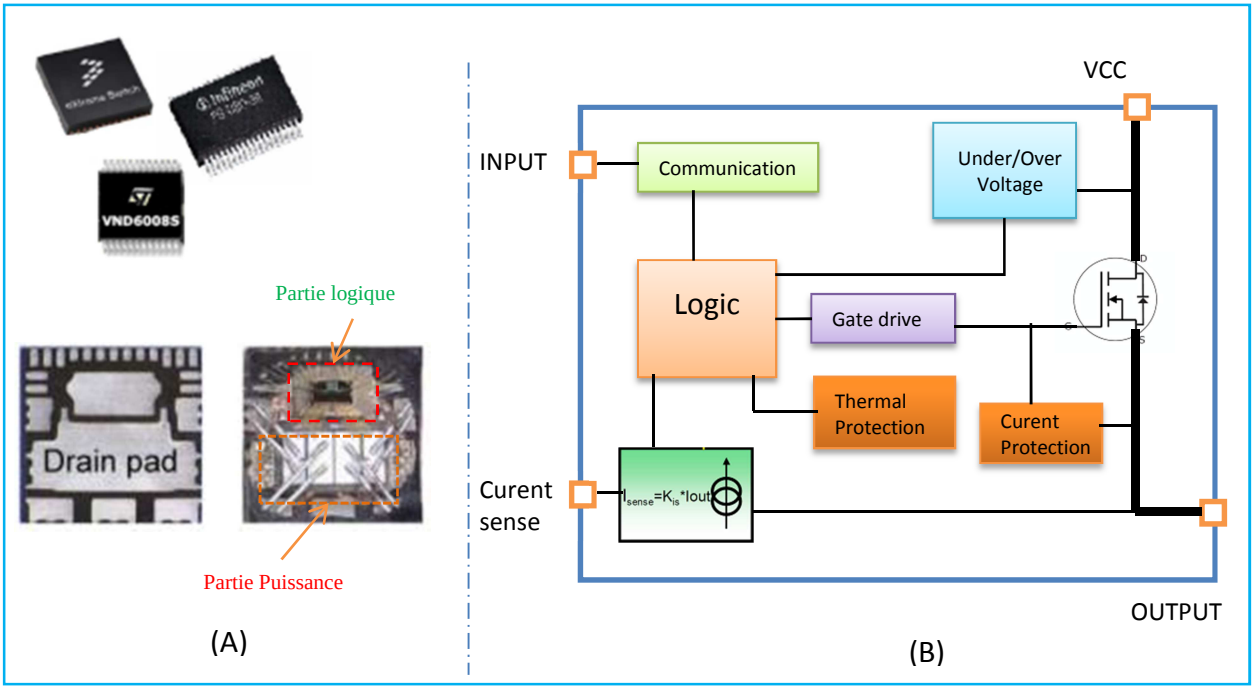


***Figure 1.24**: Smart Power Device. (A) : architecture physique, (B) : blocks fonctionnels (source Freescale Semiconductor)*

D'une façon générale l'avantage d'un composant MOSFET intelligent tient dans son ré-enclenchement possible après la détection d'un défaut sur la ligne. Par comparaison, le

claquage d'un fusible nécessite son remplacement par un composant neuf. D'un point de vue des coûts de série le MOSFET intelligent permet, dans le cas de petites puissances (courant nominal inférieur à 5 A), de remplacer deux composants, à savoir un relai et un fusible par un seul composant moins cher. Cette solution plus compacte permet de plus la miniaturisation accrue du boitier électrique. Par ailleurs, si les fusibles d'un boitier sont totalement supprimés, l'accès au boîtier n'est plus nécessaire et il peut alors être placé à un endroit inaccessible du véhicule. Ces avantages peuvent permettre de simplifier l'architecture électrique et électronique et d'obtenir un gain de coût et de masse important.

Selon les fournisseurs, le MOS FET intelligent peut de plus comporter une possibilité de paramétrage de la partie logique par un microcontrôleur pour obtenir en plus de sa fonction d'autoprotection une fonction de protection du fil électrique qui soit plus proche de la courbe d ' « overloading » du fil électrique, afin de pouvoir minimiser la section du fil électrique tout en assurant une protection tout courant.

C'est cette dernière possibilité du MOSFET intelligent ainsi que son aptitude à délivrer au microprocesseur une relecture de la valeur du courant qui parcourt le fil électrique qui ont particulièrement motivé le sujet de cette thèse. Un des livrables majeurs de la thèse sera de définir un paramétrage et d'étudier une loi de pilotage d'un MOSFET intelligent, pour qu'il soit possible de minimiser la section du fil électrique tout en maintenant une protection tous courants.

1.6 Etat de l'art et démarche pour une protection optimale

Nous avons expliqué dans le chapitre précédent que la protection tous courant du fil électrique par fusible entraine un surdimensionnement de la section du conducteur par rapport au diamètre qui serait nécessaire pour la seule alimentation de l'organe dans une condition nominale de fonctionnement.

Nous avons montré que cela est dû à la variabilité du comportement d'un fusible, à cause de ses dispersions de fabrication et de fonctionnement en température. De ce fait il faut choisir un fusible avec une grosse marge par rapport au besoin en courant de l'organe. Ensuite la section du fil électrique est encore surdimensionnée, pour pouvoir être protégé par le fusible malgré les dispersions du fusible.

Etant donné que les MOSFET ont été introduits en remplacement d'un relais et d'un fusible, le comportement classique d'un MOSFET a été calqué sur celle d'un fusible et le fil électrique est autant surdimensionné avec un MOSFET qu'avec un fusible.

Il est donc légitime de penser qu'en configurant et en pilotant un MOSFET en fonction des caractéristique électrothermiques d'un fil électrique, plutôt que de celle d'un fusible, on pourrait optimiser la section du fil électrique en la diminuant au seul besoin de supporter le courant nécessaire à l'organe alimenté par le fil électrique.

De plus, en l'état de l'art actuel le processus de vérification de la compatibilité fil-protection est basé sur la caractéristique électrothermique du milieu du fil électrique (courbe d''Overloading') sans prendre en compte ses extrémités qui sont sous l'influence thermique du connecteur et du boitier. La question suivante est donc légitime : le milieu du fil électrique est-il vraiment la zone la plus critique ?

Dans le but d'une protection optimale, il est nécessaire de détecter tout d'abord les points les plus critiques, points dont la température est la plus chaude et dont la variation de température est importante en fonction des variations du courant. Il est donc nécessaire d'étudier électro-thermiquement le SEE complet, notamment pour prendre en compte les échanges de chaleur entre un boîtier et ses faisceaux.

Malgré cette nécessité évidente, peu d'études du comportement électrothermique du système SEE complet existent dans la littérature. B.H.DOERSTLING [Doerstling, 1998] a fait une étude électrothermique d'un sous-système de l'AEE. Le but de son étude était de déterminer la température d'un boitier électrique en prenant en compte les fils électriques. Dans cette étude, l'impact thermique du faisceau était très simplifié dans la mesure où les fils électriques étaient considérés seuls et non assemblés dans un toron. L'effet de refroidissement du toron par le boitier n'était donc pas pris en compte.

De nombreuses études électrothermiques sur des composants séparés (fils électriques, connecteurs, boitier électroniques, torons) sont toutefois disponibles dans la littérature.

- Des études électrothermiques d'un fil électrique sont proposées dans le livre de George J. ANDERS [Anders, 1997] dans lequel il développe les théories et les calculs fondamentaux du courant admissible par un câble. Ses calculs sont appliqués aux fils électriques industriels et non aux fils électriques en automobile qui sont plus courts. Les travaux de A. ILGEVICIUS [Ilgevicius, 2004] traitent essentiellement de la modélisation mathématique de faisceaux électriques en automobile, de manière analytique puis numérique. Un outil logiciel qui permet de donner la courbe ''overloading'' du fil électrique est proposé. Les travaux remarquables de J.GRANDVUILLEMIN [Grandvuillemin, 2009] portent quant à eux sur la modélisation des fils électriques et des busbars (barre de cuivre de section importante) en prenant en compte l'environnement automobile. Ces travaux conduisent à la construction d'un outil de dimensionnement d'un câble. Cet outil permet de suivre l'évolution de la température du fil électrique en fonction du courant. La modélisation de fils électriques dans d'autres domaines est également étudiée dans [Morgan, 1993] (lignes aériennes) et dans [Youyuan, 2009] (lignes enterrées).
- Les boitiers électroniques en automobile ont fait l'objet de nombreuses études. Une étude électrothermique complète des composants électriques et de l'AEE a été réalisée par B.H.DOERSTLING [Doerstling, 1998], K. MASHIMO [Mashimo, 2002] et son équipe. Ils proposent des méthodes de maillage automatique du boitier afin de gagner en temps de calcul lors de la modélisation du transfert thermique des boitiers de distribution. T. IKEYA [Ikeya, 2001] a mis en évidence le rôle des connecteurs et des fils électriques pour la dissipation de chaleur du boitier. Par contre, les influences du boitier sur le faisceau ne sont pas étudiées.
- X.Wang [Wang, 2007] a proposé un modèle électrothermique de petits connecteurs électroniques. Son modèle permet de voir évoluer la température du point de contact en fonction de la résistance de contact. S.V. ANGADI a construit dans [Angadi, 2008] un modèle multi-physique d'un connecteur. Il montre que des facteurs comme la température ambiante, l'humidité ou la pression influent sur la température du point de contact. Par contre, il n'existe aucune étude sur l'ensemble connecteur + fil électrique + carte électronique.

A ce jour, nous n'avons pas connaissance d'études sur l'influence thermique du boîtier et du connecteur sur le faisceau. Il est par conséquent nécessaire de développer des modèles électrothermiques et des essais sur le système complet pour définir les composants et les scénarios à risques. Les résultats de cette étude permettront de définir des stratégies de protection qui prennent en compte la totalité du fil électrique, y compris ses extrémités, ainsi que les transferts thermiques entre le boîtier et le fil électrique.

Concernant de telles stratégies de protection, la littérature propose des études qui vont au-delà de la simple protection par fusible. Il existe notamment des études pour la protection des lignes de transmission à haute tension. A ce titre, l'article de J. ORSAGOVA et P.TOMAN [Orsagova, 2008] propose une protection basée sur le modèle électrothermique du câble. Cette protection permet de suivre l'évolution de la température du fil électrique en temps réel. V. CATALIOTTI et F. MASSARO [Cataliotti, 2003] proposent une loi de protection en temps réel plus avancée. Cette loi utilise un estimateur de température du fil électrique en prenant en compte les conditions météorologiques (vent, soleil, température ambiante). La protection proposée est en revanche de type tout ou rien. Le courant est coupé lorsque la température estimée dans le fil électrique dépasse la limite admissible. CARNEIRO [Carneiro, 2010] a introduit la commande prédictive à la structure de commande de V. CATALIOTTI. Cette commande pilote la tension de la ligne dans le but d'abaisser le courant de ligne, ce qui permet d'éviter la coupure du courant.

TORRISI [Torrisi, 2005] propose une loi de protection du MOSFET intelligent (Smart MOS) en utilisant le découpage du courant lorsque sa température dépasse la limite admissible. Avec le même objectif, KREUTER [Kreuter, 2009] utilise un modèle électrothermique et une loi de type hystérésis qui consiste à couper le courant lorsque le composant est trop chaud et à rétablir le courant lorsque le composant a refroidi. Par contre, ces lois protègent uniquement le MOS.

Compte tenu de toute cette analyse bibliographique, la protection tous courants qui permettrait de minimiser la section du fil électrique consisterait à utiliser un MOSFET intelligent et un logiciel de pilotage dans le microcontrôleur du boîtier pour assurer une protection en temps réel du fil électrique. Le logiciel de pilotage devra être capable de prendre en compte les différents courants et les conditions d'environnement du circuit électrique complet afin d'estimer la température du fil électrique à protéger.

Ainsi les travaux envisagés pour définir un dimensionnement optimal sont :

- construction de modèles de comportement de chaque composant du SEE ;
- construction de modèles de comportement du système SEE complet qui permettront de détecter les points critiques d'un point de vue électrothermique ;
- construction d'estimateurs de température pour chaque point critique du fil électrique ;
- recherche de stratégies de protection tous courant permettant de minimiser la section du fil électrique en utilisant les modèles de comportement et estimateurs précédemment établis.

Ces travaux sont détaillés dans les chapitres qui suivent.

Chapitre 2 L'application de la dérivation d'ordre non entier à la modélisation thermique

SOMMAIRE

Chapitre 2 L'application de la dérivation d'ordre non entier à la modélisation thermique 39

2.1 Introduction 40
2.2 Phénomènes physiques mis en jeu 40
2.2.1 Théorie du transfert thermique 40
2.2.2 Source de chaleur : effet Joule 41
2.2.3 Effet de peau 41
2.3 Méthode de résolution 42
2.4 Modélisation électrothermique d'un fil électrique 45
2.4.1 Modélisation électrothermique d'un fil électrique de longueur infinie 46
2.4.2 Modélisation d'un fil électrique de longueur finie par approche numérique 54
2.4.3 Modélisation d'un fil électrique de longueur finie par approche analytique 63
2.5 Méthode de détermination de la longueur optimale de maillage 68
2.6 Modèle analytique de la propagation de chaleur d'un composant de puissance 74
2.6.1 Description du modèle 75
2.6.2 Comportement thermique du composant 77
2.6.3 Propagation de la chaleur d'une piste de cuivre de longueur infinie 80
2.6.4 Propagation de chaleur dans une piste de cuivre de longueur finie 84
2.7 Conclusion 89

2.1 Introduction

Un des objectifs précisés dans le chapitre 1 est la modélisation d'un SEE dans le but de prédire son comportement thermique. Ainsi, conformément à cet objectif, le chapitre 2 présente tout d'abord les phénomènes physiques relatifs à l'électrothermique. D'une manière générale, le transfert thermique dans un milieu est relativement complexe. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire de disposer de méthodes de résolution efficaces. Ces méthodes qui font l'objet d'une présentation, sont ensuite appliquées aux développements des modèles électrothermiques d'un fil électrique de longueur infinie, puis d'un fil électrique de longueur finie. Le transfert thermique de ce dernier peut être traité par des méthodes numériques ou analytiques. Les méthodes numériques présentent une difficulté concernant le choix du pas lors de la discrétisation spatiale, tandis que la plupart des méthodes analytiques conduisent à une impasse quant à la résolution de l'équation de diffusion.

2.2 Phénomènes physiques mis en jeu

2.2.1 Théorie du transfert thermique

L'énergie thermique ou chaleur contenue dans la matière est une manifestation macroscopique de l'énergie cinétique résultant de l'agitation de ses particules élémentaires : atomes, électrons, molécules. Le transfert de chaleur entre les différentes zones d'un corps, ou entre les corps d'un système matériel, est donc la conséquence des différences de température existantes entre les corps ou parties des corps. La chaleur est ainsi transférée des zones de températures les plus élevées vers celles dont les températures sont les plus basses.

On identifie trois mécanismes ou modes fondamentaux de transfert de chaleur :

- la conduction,
- la convection,
- le rayonnement.

La ***conduction*** est un phénomène de transfert de chaleur de proche en proche, par diffusion d'énergie cinétique des constituants de la matière. Elle nécessite donc un support matériel et a lieu dans les solides et les fluides.

La ***convection*** est présente dans les fluides en écoulement. C'est un phénomène associant la conduction au transport de masse. Ce mécanisme nécessite un support matériel fluide et dépend de la vitesse d'écoulement du fluide. Lorsque le fluide est immobile, le transfert convectif se réduit à de la conduction.

Enfin, le ***rayonnement*** est un transfert d'énergie à distance ne nécessitant pas de support matériel, car il s'agit en fait d'un transfert d'énergie électromagnétique dont le résultat est un transfert thermique. Le rayonnement thermique peut aussi se propager au travers de milieux matériels, qui sont désignés sous l'appellation de milieux semi-transparents (solides, par exemple le verre, les matières plastiques.., ou un certain nombre

de milieux liquides et gazeux). Il s'agit d'un mode de transfert extrêmement rapide (à la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques, soit 300 000 km/s dans le vide), pour ainsi dire instantané.

Les différents modes de transfert de chaleur coexistent de manière couplée dans la plupart des situations. Dans l'annexe 1, l'équation de propagation de la chaleur est d'abord présentée dans sa globalité, puis chacun des trois modes fait l'objet d'une étude séparée.

2.2.2 Source de chaleur : effet Joule

D'une manière générale, les sources de chaleur internes à un SEE sont dues à des pertes par effet Joule, soit :

$$P = R.I^2 \ , \qquad (2.1)$$

où :

I : le courant en [A],

R : la résistance électrique en [Ω], (elle dépend du composant),

P : la puissance en [W].

Il est important de noter que la résistance électrique d'un composant est fonction de sa température. Ainsi, la variation de la résistance est liée à la variation de la résistivité électrique du matériau constituant.

2.2.3 Effet de peau

Les courants à haute fréquence (HF) ne se propagent pas dans les conducteurs comme ceux à basse fréquence ou comme les courants continus. Ainsi, au lieu d'utiliser la totalité de la section du conducteur, ils se cantonnent dans les couches proches de la surface du conducteur (**Figure 2.1**). La densité de courant décroît de façon exponentielle au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la surface. L'épaisseur moyenne ***e*** (en m) de la « peau » dans laquelle circule les courants HF peut être estimée à l'aide de la formule :

$$e = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi \, \mu_0 \, \mu_r \, f}{\rho}}} \ , \qquad (2.2)$$

avec :

μ_o : la perméabilité magnétique du vide en [$4\pi.10^{-7}$] ;
μ_r : la perméabilité magnétique relative du conducteur (on prendra 1 pour le cuivre) ;
f : la fréquence en [Hz];
ρ : la résistivité du conducteur en [Ω.m].

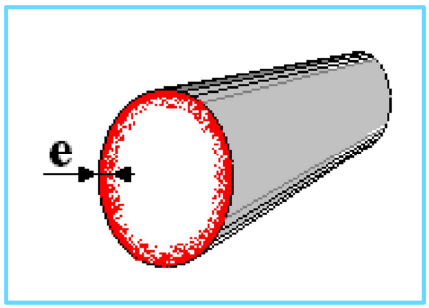


Figure 2.1: *Effet de peau dans un conducteur*

L'effet de peau réduit la section effective du conducteur, engendrant ainsi une augmentation de la résistance du fil électrique (**Figure 2.2)**. La section de fil électrique la plus importante en automobile étant 70 mm², l'effet de peau apparait aux fréquences voisines de 190 Hz. Si le fil électrique est plus petit, l'effet de peau apparait à une fréquence plus importante, par exemple 27 KHz pour un fil électrique de 0.5mm².

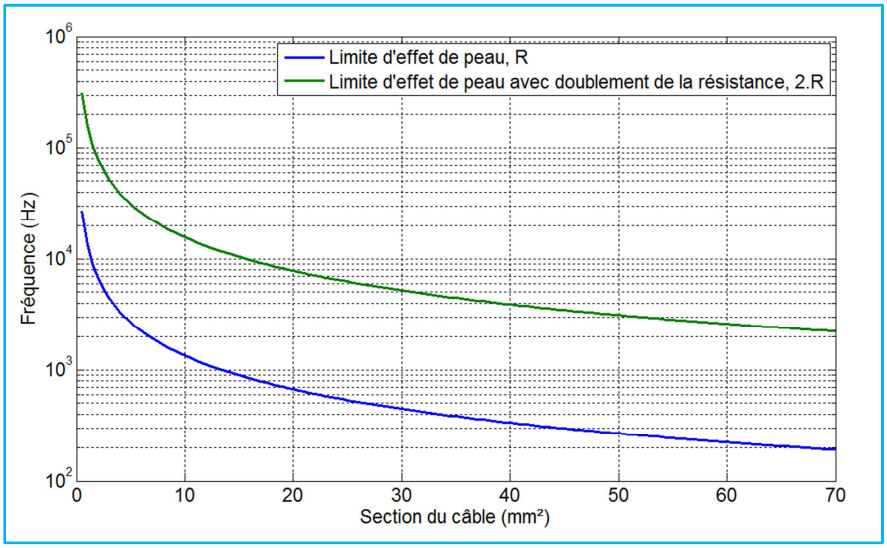


Figure 2.2 : *Impact de l'effet de peau sur la résistance d'un fil électrique*

En ce qui concerne les pistes de cuivre d'un circuit imprimé, celles-ci ayant une faible section, l'effet de peau apparait en très haute fréquence, vers 10 GHz [Koledintseva 2009]. Compte tenu de cette valeur élevée, nous considérons dans notre cas d'étude que l'effet de peau n'a pas d'influence sur le PCB.

2.3 Méthode de résolution

Pour résoudre un problème de modélisation thermique sur un système de plusieurs solides, l'équation de propagation de la chaleur est appliquée sur chaque élément solide du système, la résolution de chaque équation permettant d'obtenir le profil de température du système. Il existe plusieurs méthodes de résolution :

- les méthodes analytiques pour les systèmes dont la géométrie est relativement simple ;

- les méthodes par discrétisation géométrique : méthode des éléments finis, méthode des volumes finis. Les calculs induits par ces méthodes doivent être traités par ordinateur. Il existe des logiciels performants permettant de traiter des cas complexes comme ABAQUS, FloTHERM, ANSYS…

- les méthodes nodales connues sous le nom de « méthodes des réseaux RC ». Ces méthodes, essentiellement appliquées au domaine de la thermique, consistent à discrétiser géométriquement l'objet d'étude en blocs isothermes. A l'instar de la méthode des volumes finis, chaque élément fait l'objet d'un bilan de conservation d'énergie [Grandvuillemin, 2009].

Le domaine d'application de l'étude traitée dans ce mémoire de thèse étant majoritairement thermique, le premier principe de la thermodynamique exprimant la conservation de l'énergie est plus adapté aux méthodes de bilan d'énergie comme la méthode des volumes finis et la méthode nodale [Glises 2005], soit :

[Variation d'énergie interne du corps par unité de temps] = [Quantité de chaleur reçue par le corps au travers de la surface *S* par unité de temps (flux entrant-flux sortant)] + [Quantité de chaleur produit par le corps par unité de temps]

Les structures étudiées étant relativement simples, la méthode nodale paraît plus appropriée pour notre application. De plus, elle représente fidèlement les transferts de chaleur au sein des structures que nous étudions, tant en régime permanent qu'en régime transitoire [Bernard 1998].

En appliquant l'équation de propagation de la chaleur et les phénomènes physiques présentés précédemment, le principe de conservation d'énergie appliqué à un seul objet ou une seule maille se traduit par l'équation :

$$Cp.\frac{dT(t)}{dt} = \phi_{convection}(T) + \phi_{rayonnement}(T) + \phi_{effet_Joule}(T) + \sum_{i}^{N\ corps\ voisins} \phi^{i}_{conduction}(T). \qquad (2.3)$$

Ce principe est aussi applicable aux systèmes constitués de plusieurs objets ou mailles, l'équation *(*2.3*)* devenant alors matricielle, soit :

$$[Cp].\left[\frac{dT(t)}{dt}\right] = \phi_{convection}([T]) + \phi_{rayonnement}([T]) + \phi_{effet_Joule}([T]) + \sum_{i}^{N\ corps\ voisins} \phi^{i}_{conduction}([T]) \ , \ (2.4)$$

Le flux de chaleur conductif admet la forme matricielle suivante :

$$\sum_{i}^{N\ corps\ voisins} \phi^{i}_{conduction}([T]) = [A].[T_n], \qquad (2.5)$$

où *[A]* est la matrice des résistances thermiques entre les mailles [W/K] et $[T_n]$ le vecteur colonne composé des températures des mailles [K].

Cette équation peut être résolue par une méthode numérique en discrétisant la dérivée temporelle de la température à l'aide d'une approximation par différences [Grandvuillemin, 2009].

Ainsi, en posant

$$\begin{matrix} T_n^i & \leftarrow \text{Discrétisation temporaire} \\ T_n & \leftarrow \text{Discrétisation spaciale(mailles,objets)} \end{matrix},$$

et après avoir discrétisé l'équation (2.4) avec un pas de temps Δt qui doit respecter la condition de convergence, celle-ci devient:

$$\left[Cp_n\right].\left[\frac{T_n^{i+1}-T_n^i}{\Delta t}\right] = \phi_{convection}\left(T_n^i\right)+\phi_{rayonnement}\left(\left[T_n^i\right]\right)+\phi_{effet_Joule}\left(\left[T_n^i\right]\right)+\left[A\right].\left[T_n^i\right]. \qquad (2.6)$$

Les températures du système sont définies donc par une suite de la forme

$$T_n^{i+1} = \Delta t.\left[Cp_n\right]^{-1}.\left\{\phi_{convection}\left(T_n^i\right)+\phi_{rayonnement}\left(\left[T_n^i\right]\right)+\phi_{effet_Joule}\left(\left[T_n^i\right]\right)+\left[A\right].\left[T_n^i\right]\right\}+T_n^i. \qquad (2.7)$$

La résolution de l'équation (2.4) est effectuée à l'aide du logiciel Matlab-Simulink sous la forme d'un schéma fonctionnel (voir la **Figure 2.3**).

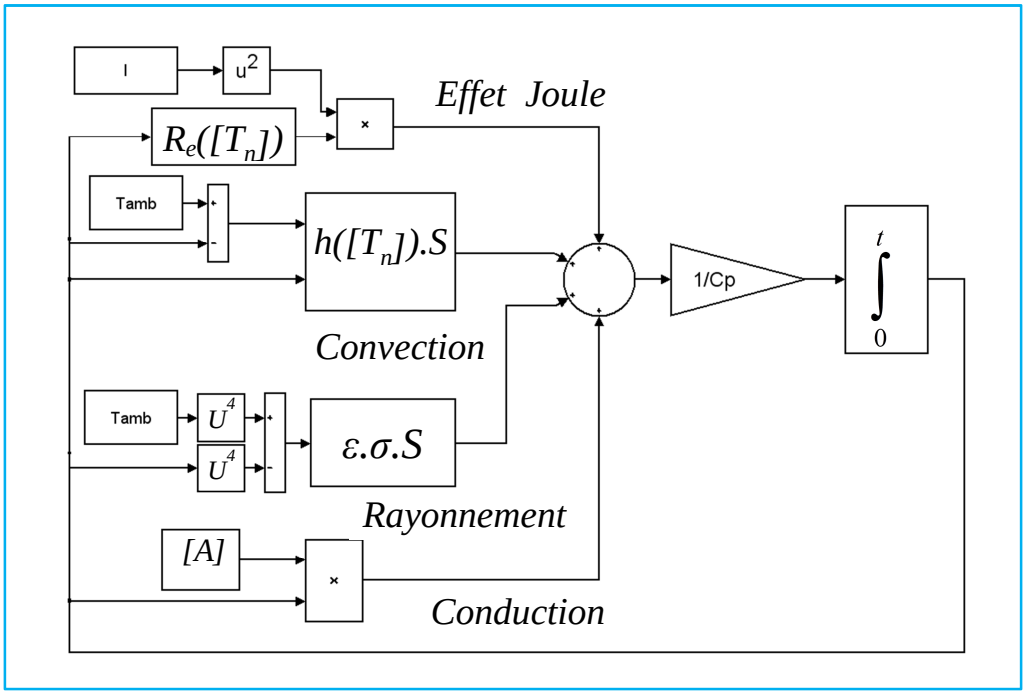


Figure 2.3 : *Schéma Matlab/Simulink d'une maille*

De façon identique, nous pouvons construire le schéma bloc de simulation pour une seule maille qui est en contact avec les deux autres mailles (voir la **Figure 2.4**) ;

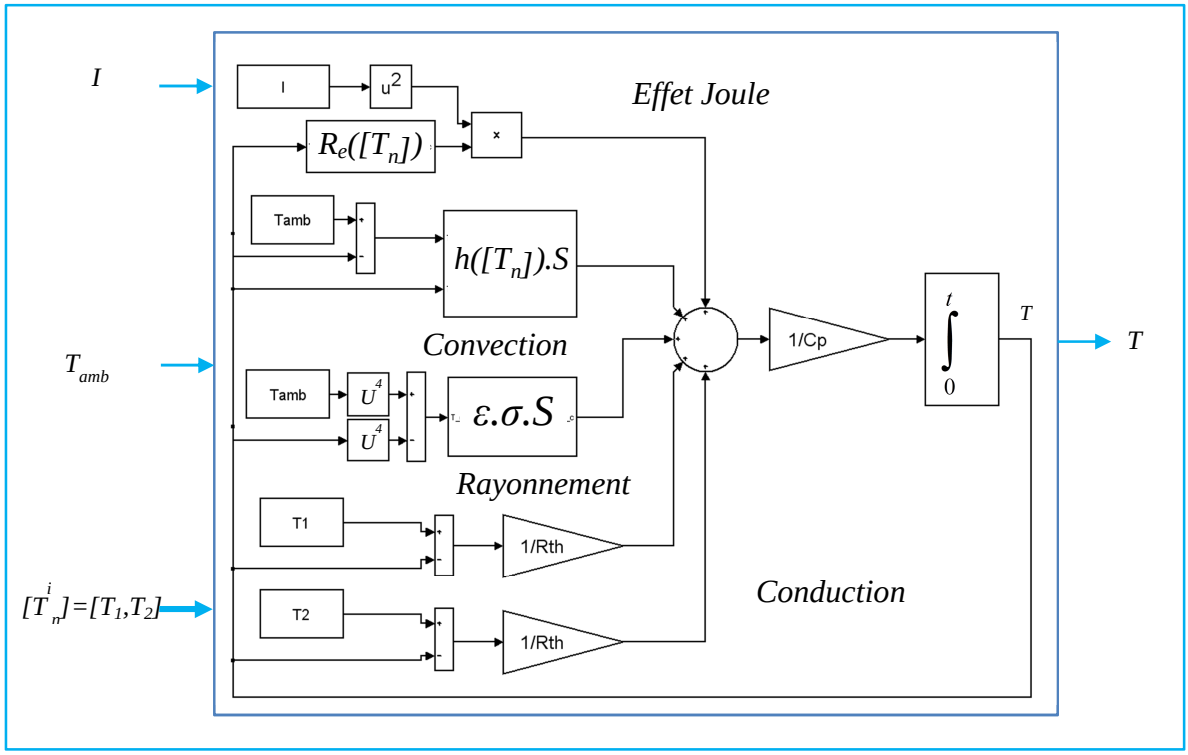


***Figure 2.4** : Schéma Matlab/Simulink d'une maille en contact avec deux autres mailles*

2.4 Modélisation électrothermique d'un fil électrique

Les phénomènes physiques présentés dans les paragraphes précédents sont utilisés à présent pour modéliser des conducteurs électriques cylindriques. Ces conducteurs sont les plus fréquents dans l'architecture automobile. Ils sont constitués d'une âme conductrice multibrins, soit en cuivre, soit en aluminium, recouverts d'un isolant en polymère (PVC, PE, etc…).

La température admissible de l'isolant conditionne la classe du fil électrique. Cette classe normalisée correspond à la température maximale de fonctionnement de l'isolant en régime permanent (**Tableau 2.1**).

Classes internes	Classe de la norme ISO-6722	Température de fonctionnement °C
T1	A	*-40 à +85*
T2	B	*-40 à +100*
T3	C	*-40 à +125*
T4	D	*-40 à +150*
T5	E	*-40 à +175*
T6	F	*-40 à +200*
T7	G	*-40 à +225*
T8	H	*-40 à +250*

***Tableau 2.1 :** Tableau de classification des températures de fonctionnement des isolants*

D'après Nicolas CARISER et Johann GRANDVUILLEMIN [Grandvuillemin, 2009], l'âme multibrin peut être considérée comme un corps massif d'un point de vue thermique. En effet, la conductivité thermique du conducteur étant très grande (*Cu: 398 W/(mK), Al: 237 W/(mK))*, le caractère multibrin n'a qu'un impact minime sur l'échauffement du conducteur, alors qu'au contraire son influence est considérable sur la géométrie du conducteur. Ainsi, le rayon du conducteur multibrin étant plus grand que celui du conducteur monobrin à section identique, nous considérons donc dans la suite de ce mémoire que l'âme du conducteur est assimilable un corps solide.

Tous les conducteurs étudiés sont considérés à l'air libre et protégés des rayons du soleil. Cette condition est acceptable pour le domaine automobile, car dans un véhicule, le faisceau électrique est toujours caché. En revanche, le rayonnement solaire peut échauffer le véhicule, modifiant ainsi la température ambiante.

Cette partie présente donc la modélisation d'une section ''1D'' longitudinale d'un fil électrique.

2.4.1 Modélisation électrothermique d'un fil électrique de longueur infinie

Un fil électrique dont les extrémités n'ont aucune influence thermique est considéré comme ayant une longueur infinie. Par conséquence, il n'y a pas d'échange thermique le long du fil électrique, le transfert est uniquement radial (de l'âme vers l'extérieur à travers l'isolant).

2.4.1.1 Description de la géométrique du fil électrique

Le fil électrique contient deux parties, l'âme et l'isolant, représentés par deux cercles concentriques (voir **Figure 2.5**). J.GRANDVUILLEMIN a présenté dans sa thèse pour un tel système [Grandvuillemin, 2009] un modèle contenant six nœuds dont deux nœuds volumiques. La température de ces deux nœuds est calculée par l'équation de propagation de la chaleur. La température des autres nœuds est calculée algébriquement.

La structure du modèle que nous proposons est également de type nodal (avec notamment un nœud qui présente un volume fini), à l'exception du troisième qui est imposé par la température ambiante T_{amb} (condition de Dirichlet). Ainsi :

- chaque nœud est caractérisé par une capacité thermique qui définit la dynamique de sa montée en température ;
- le transfert thermique entre le nœud 1 représentant l'âme et le nœud 2 représentant l'isolant est dû à la conduction qui est caractérisée par la résistance thermique R_{12} ;
- le transfert thermique entre l'isolant et le milieu ambiant est dû au rayonnement caractérisé par R_{ray} et à la convection caractérisée par R_{conv} ;
- la condition de Dirichlet est appliquée au nœud 3 avec une température ambiante (T_{amb}) constante ;
- la condition de Neumann est appliquée au nœud 1 puisque le flux thermique est nul au centre de l'âme.

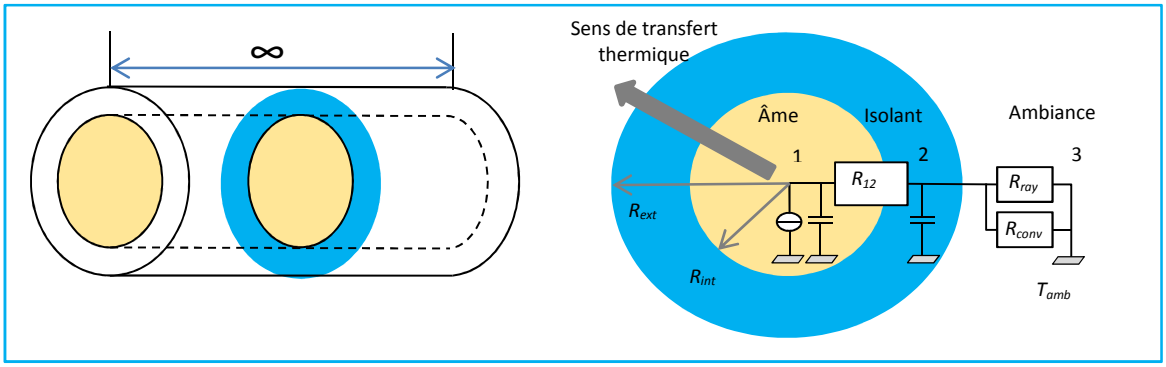


Figure 2.5 : *Modèle de type nodal d'un fil électrique de longueur infinie*

2.4.1.2 Equation du transfert thermique du fil électrique

Le principe de conservation de l'énergie est appliqué pour établir l'équation de propagation dans chaque partie, soit :

[Variation de l'énergie interne du corps par unité de temps] = [Quantité de chaleur reçue par le corps au travers de la surface *S* par unité de temps (flux entrant-flux sortant)] + [Quantité de chaleur produit par le corps par unité de temps]

Pour le ***conducteur,*** on obtient ainsi :

$$V_c\ \rho_{m_c}\ C_p \frac{dT_c}{dt} = \frac{T_i - T_c}{R_{12}} + \rho_{e_c}(T_c)\frac{l_c}{S_c} I^2, \qquad (2.8)$$

avec

V_c : le volume du conducteur en [m^3] ;
ρ_{m_c} : la masse volumique du conducteur en [Kg/m^3] ;
C_p : la capacité calorifique du conducteur en [J/(KgK)] ;
T_i : la température de l'isolant en [K] ;
T_c : la température du conducteur en [K] ;
ρ_{e_c} : la résistivité électrique du conducteur en [Ohm/m] ;
I : le courant efficace parcourant le fil électrique en [A] ;
S_c : la section du fil électrique en [m²].

Il est à noter que la section du fil électrique pour le calcul de la résistance électrique peut être différente par rapport à la section physique en raison de l'effet de peau.

Pour l'***isolant***, l'équation est de la forme :

$$V_i\ \rho_{m_i}\ C_{p_i} \frac{dT_i}{dt} = \frac{T_c - T_i}{R_{12}} + h(T_i)\, S_{ext}\,(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i\, \sigma\, S_{ext}\,(T_{amb}^4 - T_i^4), \qquad (2.9)$$

avec

V_i : le volume de l'isolant en [m^3] ;

ρ_{m_i} : la masse volumique de l'isolant en [Kg/m^3] ;
C_{pi} : la capacité calorifique de l'isolant en [J/(KgK)] ;
H : le coefficient d'échange par convection avec l'air en [W/m²K] ;
S_{ext} : la surface de contact avec l'air en [m²] donnée par $S_{ext} = l_c.2.\pi.R_{ext}$;
ε : l'émissivité de l'isolant ;
σ : la constante de Stefan Boltzmann $5{,}64.10^{-8}$ en [W/(m² K^4)].

Il est à noter que les équations (2.8) et (2.9) sont établies pour un volume fini. Par contre dans la structure proposée, le volume est ramené à une unité de longueur car le transfert longitudinal est nul. Le calcul volumique devient donc un calcul linéique.

Ces deux relations sont divisées par la longueur de la maille l_c. L'équation de propagation de la chaleur du ***conducteur*** devient alors :

$$S_c\ \rho_{m_c}\ C_p \frac{dT_c}{dt} = \frac{T_i - T_c}{l_c\ R_{12}} + \rho_{e_c}(T_c)\frac{1}{S_c} I^2\,, \qquad (2.10)$$

et celle de l'***isolant*** :

$$S_i\ \rho_{m_i}\ C_{p_i} \frac{dT_i}{dt} = \frac{T_c - T_i}{l_c.R_{12}} + h(T_i)\,2\pi\ R_{ext}(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i\ \sigma\ 2\pi R_{ext}\left(T_{amb}^4 - T_i^4\right)\ , \qquad (2.11)$$

avec S_i la section du fil électrique [m²] donnée par $S_i = \pi\left(R_{ext}^2 - R_{\text{int}}^2\right)$.

La résistance thermique R_{12} entre l'âme et l'isolant est calculée conformément à la relation :

$$R_{12} = \frac{1}{4\pi\,\lambda_c\,l_c} + \frac{\ln\left(\frac{R_{ext}}{R_{\text{int}}}\right)}{2\pi\ \lambda_i\ l_c}\,, \qquad (2.12)$$

où λ_c représente la conductivité thermique du conducteur [W/(mK)] et λ_i la conductivité thermique de l'isolant [W/(mK)].

Posons :

$$R_{12}^{'} = l_c\ R_{12} = \frac{1}{4\pi\ \lambda_c} + \frac{\ln\left(\frac{R_{ext}}{R_{\text{int}}}\right)}{2\pi\ \lambda_i}\,. \qquad (2.13)$$

$R_{12}^{'}$ ne dépend plus de la longueur de la maille. En introduisant la relation *(2.13)* dans les équations *(2.10)* et *(2.11)*, les équations de la température du conducteur et de l'isolant ne dépendent plus de la longueur du fil électrique. Ces températures sont les solutions du système d'équations différentielles

$$\begin{cases} S_c\ \rho_{m_c}\ C_p \dfrac{dT_c}{dt} = \dfrac{T_i - T_c}{R_{12}'} + \rho_{e_c}(T_c)\dfrac{1}{S_c}\ I^2 \\ S_i\ \rho_{m_i}\ C_{p_i} \dfrac{dT_i}{dt} = \dfrac{T_c - T_i}{R_{12}'} + h(T_i)\, 2\pi\, R_{ext}\,(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i\ \sigma\, 2\pi\, R_{ext}\left(T_{amb}^4 - T_i^4\right) \end{cases} . \qquad (2.14)$$

Le lien énergétique entre les deux parties du fil électrique résulte de la conservation du flux de chaleur échangé entre eux, à savoir le flux de conduction donné par $\frac{T_i - T_c}{R_{12}'}$.

Le système d'équations *(2.14)* ne peut être résolu analytiquement car il contient des éléments non linéaires. Par contre, ce système peut être résolu soit numériquement en discrétisant la dérivée *dT/dt,* soit analytiquement après linéarisation autour d'un point d'équilibre.

M. A. AL-NIMR [Al-Nimr 1999] utilise la fonction de GREEN pour résoudre analytiquement l'équation de propagation de la chaleur d'un fil électrique après linéarisation. A. ILGEVICIUS [Ilgevicius 2004] utilise une méthode numérique en maillant la géométrie du fil électrique par plusieurs mailles cubiques. Cette méthode de calcul permet d'obtenir le profil de température du fil électrique, mais par contre le temps de calcul est important. J. GRANVUILLEMIN [Grandvuillemin, 2009] utilise la méthode numérique par discrétisation de la dérivée *dT/dt*, cette méthode étant développée sous Scilab. Les termes non linéaires sont recalculés à chaque pas. Cette dernière méthode présente le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision du résultat.

Dans le cadre de ce mémoire de thèse, nous utilisons la méthode de discrétisation associée au solveur de Matlab/Simulink pour la résolution.

Dans la mesure où la différence de température entre l'âme et l'isolant est négligeable, le régime permanent est étudié afin de quantifier cet écart. Ainsi, en régime permanent, les températures étant constantes, la dérivée *dT/dt* est nulle. Le système *(2.14)* devient alors :

$$\begin{cases} \dfrac{T_i - T_c}{R_{12}'} + \rho_{e_c}\,(T_c)\dfrac{1}{S_c} I^2 = 0 \\ \dfrac{T_c - T_i}{R_{12}'} + h(T_i)\, 2\pi\, R_{ext}\,(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i\ \sigma\, 2\pi\, R_{ext}\left(T_{amb}^4 - T_i^4\right) = 0 \end{cases} . \qquad (2.15)$$

Fixons la température T_i de l'isolant. La température de l'âme en fonction de la section du fil électrique est ensuite déterminée. En utilisant la deuxième relation de *(2.15),* l'expression de l'écart $\Delta T = T_c - T_i$ est donnée par :

$$\Delta T = T_c - T_i = R_{12}'\left[\, h(T_i, R_{ext})\, 2\pi\, R_{ext}\,(T_i - T_{amb}) + \varepsilon_i\ \sigma\, 2\pi\, R_{ext}\left(T_i^4 - T_{amb}^4\right)\right]. \qquad (2.16)$$

L'évolution temporaire de cette différence de température est représentée par la **Figure 2.6** dans le cas d'un fil électrique de 0.5mm².

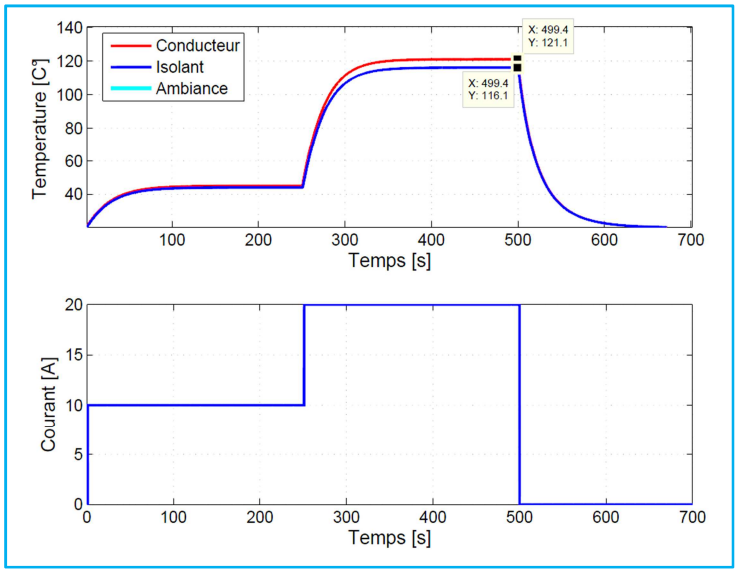


Figure 2.6: *Température du conducteur et de l'isolant d'un fil électrique de 0.5mm² de la société ACOME*

L'expression *(2.16)* montre que l'écart dépend de la température ambiante, de la section du fil électrique et de la température de l'isolant. La **Figure 2.7** présente l'influence de la section du fil électrique sur l'écart de température.

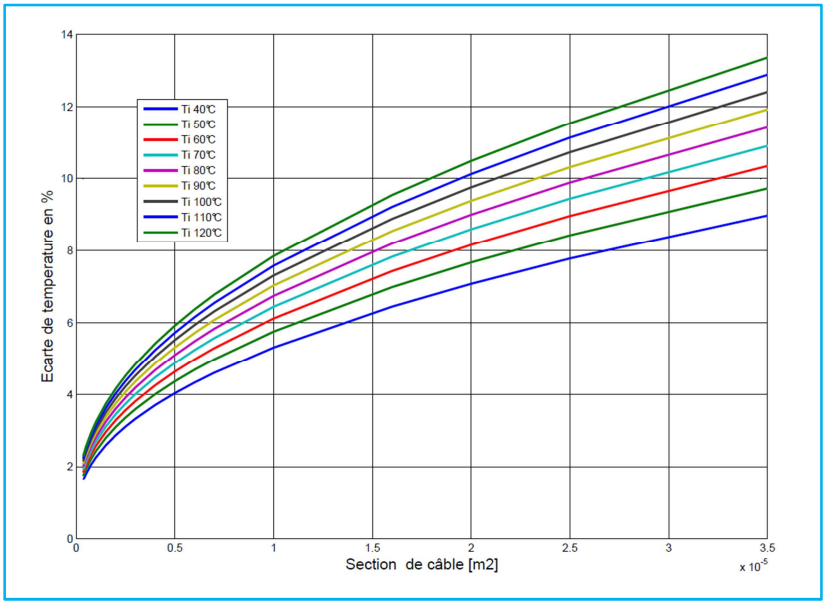


Figure 2.7*: Ecart de température $\Delta T=T_c-T_i$ par rapport à la température de l'isolant lorsque $T_{amb}=20°C$*

Dans le but de simplifier les expressions obtenues pour un usage en temps réel, un regroupement des 2 volumes à savoir l'âme et l'isolant est recherché. Toutefois, si nous admettons qu'une erreur relative de 10% entre la température de l'âme et celle de l'isolant constitue une limite à ne pas dépasser pour justifier cette hypothèse, la figure IV-3 nous indique que cette simplification est acceptable uniquement pour des fils électriques de section inférieure à 20mm2 et lorsque la température ambiante est de 20°C.

Toutefois, si nous admettons une erreur de 10% entre T_{moy}, température moyenne du fil et T_c, alors d'après la **Figure 2.7** cette simplification est acceptable pour des fils électriques de section inférieure à **20 mm²**. Par contre, pour un fil électrique ayant une section plus importante, le modèle comportant deux volumes est indispensable.

2.4.1.3 Modèle simplifié d'un fil électrique de longueur infinie

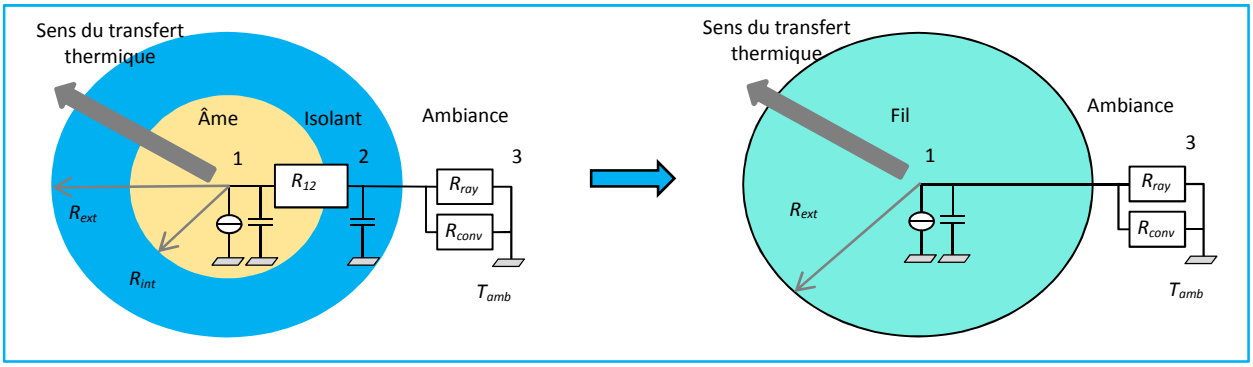


***Figure 2.8** : Du modèle détaillé d'un fil électrique au modèle simplifié*

La **Figure 2.8** illustre la simplification du modèle où deux volumes du fil électrique deviennent un seul volume. La section du fil électrique et le transfert thermique vers l'extérieur du fil électrique sont conservés. Nous pouvons donc appliquer le principe de conservation d'énergie pour trouver l'équation de propagation de chaleur du fil électrique, à savoir :

[Variation de l'énergie interne du corps par unité de temps] = [Quantité de chaleur reçue par le corps au travers de la surface *S* par unité de temps (flux entrant-flux sortant)] + [Quantité de chaleur produit par le corps par unité de temps]

d'où l'équation

$$C_{p_{cab}} \frac{dT_{cab}}{dt} = h(T_{cab}, R_{ext})\, S_{ext} (T_{amb} - T_{cab}) + \varepsilon_i\, \sigma\, S_{ext} (T_{amb}^4 - T_{cab}^4) + \rho_{e_c}(T_{cab}) \frac{l_c}{S_c} I^2, \qquad (2.17)$$

avec

C_{p_cab} : la capacité thermique du fil électrique en [J/(KgK)] ;
V_{cab} : le volume du fil électrique en [m^3] ;
ρ_{m_cab} : la masse volumique du fil électrique en [Kg/m^3] ;
T_{cab} : la température du fil électrique en [K].

La capacité thermique du fil électrique étant la somme de la capacité thermique du conducteur et de l'isolant, elle est calculée à partir de l'expression

$$C_{p_{cab}} = V_c \rho_{m_c} C_{p_c} + V_i \rho_{m_i} C_{p_i}. \qquad (2.18)$$

Le transfert longitudinal étant nul, le calcul volumique devient alors un calcul linéique. Chaque membre de l'expression *(2.17)* est divisé par la longueur l_c du fil électrique, soit finalement :

$$C'_{p_{cab}} \frac{dT_{cab}}{dt} = h(T_{cab})\, 2\pi R_{ext} \left(T_{amb} - T_{cab}\right) + \varepsilon_i\, \sigma\, 2\pi R_{ext} \left(T_{amb}^4 - T_{cab}^4\right) + \rho_{e_c}(T_{cab}) \frac{1}{S_c} I^2 , \tag{2.19}$$

avec

$$C'_{p_{cab}} = \frac{C_{p_{cab}}}{l_c} = S_c\, \rho_{m_c}\, C_p + S_i\, \rho_{m_i}\, C_{p_i} .$$

La **Figure 2.9** présente un exemple de simulation pour un fil électrique de 0.75mm² en utilisant le modèle à deux volumes et le modèle simplifié. Les résultats issus des deux modèles sont très proches.

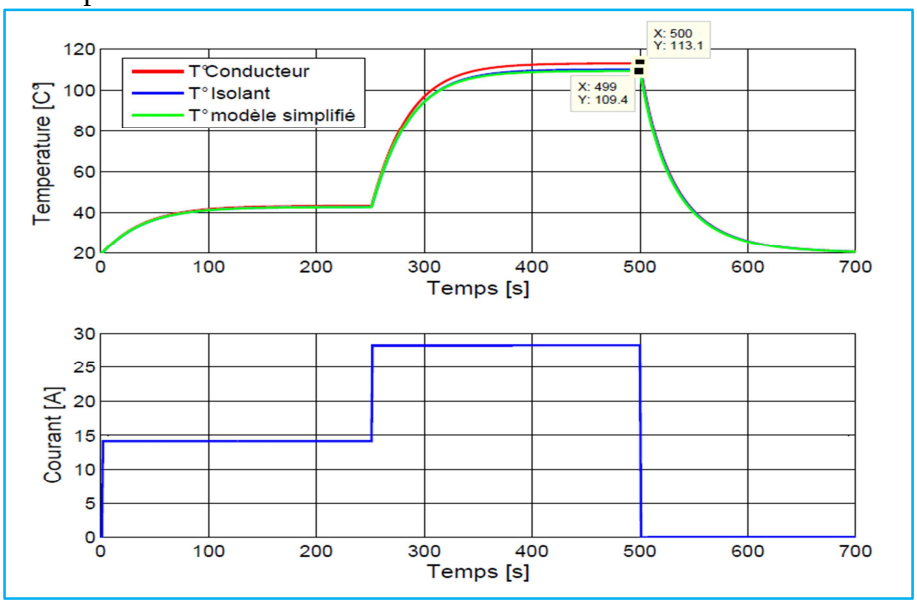


Figure 2.9 : *Simulation des deux modèles d'un fil électrique de 0.75mm² d'ACOME*

Pour la synthèse de la loi de protection présentée au chapitre 5, le modèle est linéarisé maintenant autour d'un point de fonctionnement.

Le terme à linéariser concerne la convection et le rayonnement. En effet, le coefficient de convection dépend de la température du fil électrique et le flux de rayonnement dépend de la température du fil électrique à la puissance 4. Par contre, pour un point de fonctionnement, c'est-à-dire pour une température du fil électrique fixée à $T°_{cab}$, la variation du coefficient de convection et du flux de rayonnement sont très faibles. C'est la raison pour laquelle le calcul du flux d'échange entre le fil électrique et le milieu ambiant peut être simplifié, d'où la relation :

$$h\left(T_{cab}^0\right) S_{ext} \left(T_{amb} - T_{cab}^0\right) + \varepsilon_i\, \sigma\, S_{ext} \left(T_{amb}^4 - \left(T_{cab}^0\right)^4\right) = h_{equi}\big|_{T_{cab}^0} S_{ext} \left(T_{amb} - T_{cab}^0\right), \tag{2.20}$$

soit

$$h_{equi}\big|_{T^0_{cab}} = h\left(T^0_{cab}\right) + \varepsilon_i\ \sigma\left(T^2_{amb} + \left(T^0_{cab}\right)^2\right)\left(T_{amb} + T^0_{cab}\right). \qquad (2.21)$$

L'expression *(2.19)* devient alors :

$$C'_{p\,cab}\frac{dT_{cab}}{dt}\ \Big|_{T^0_{cab}} = h_{equi}\big|_{T^0_{cab}}\ S_{ext}\left(T_{amb} - T^0_{cab}\right) + \Phi_{joule}(T^0_{cab})\,. \qquad (2.22)$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'expression *(2.22)* sous l'hypothèse de conditions initiales nulles, soit,

$$\mathcal{L}\left\{C'_{p\,cab}.\frac{dT_{cab}}{dt}\ \Big|_{T^0_{cab}}\right\} = \mathcal{L}\left\{h_{equi}\big|_{T^0_{cab}}\ S_{ext}\left(T_{amb} - T^0_{cab}\right) + \Phi_{joule}(T^0_{cab})\right\}, \qquad (2.23)$$

ou encore

$$C'_{p\,cab}\left(T^0_{cab}(s)\,s - T^0_{cab_(t=0)}\right) = h_{equi}\ S_{ext}\ \left(T_{amb}(s) - T^0_{cab}(s)\right) + \Phi_{joule}(s)\,, \qquad (2.24)$$

on obtient la fonction de transfert $H_{cab}(s)$ entre la température du fil électrique et le flux de chaleur produit par effet Joule à proximité d'un point de fonctionnement $T°_{cab}$, soit :

$$H_{cab}(s) = \frac{T^0_{cab}(s)}{\Phi_{joule}(s)} = \frac{1}{C'_{p\,cab}\ s + h_{equi}\ S_{ext}} + \frac{h_{equi}\ S_{ext}\ T_{amb}(s) + C'_{p\,cab}T^0_{cab_(t=0)}}{\Phi_{joule}(s)\left(C'_{p\,cab}\ s + h_{equi}\ S_{ext}\right)}\,. \qquad (2.25)$$

De plus, si on considère que la température initiale $T^0_{cab_(t=0)} = T_{0\,amb}$ et que la température ambiante est constante, soit $T_{amb}(s) = T_{0\,amb}/s$, alors l'expression *(2.25)* devient :

$$H_{cab}(s) = \frac{T^0_{cab}(s)}{\Phi_{joule}(s)} = \frac{1}{C'_{p\,cab}\ s + h_{equi}S_{ext}} + \frac{T_{0\,amb}}{\Phi_{joule}(s)}\,, \qquad (2.26)$$

soit, finalement,

$$H'_{cab}(s) = \frac{T^0_{cab}(s) - T_{amb}(s)}{\Phi_{joule}(s)} = \frac{1}{C'_{p\,cab}\ s + h_{equi}S_{ext}}\,. \qquad (2.27)$$

Cette fonction de transfert est de type premier ordre avec la constante de temps $\tau = C'_{p\,cab}\big/h_{equi}.S_{ext}$.

Cette constante de temps permet de définir la dynamique de montée en température de chaque fil électrique. Elle est d'autant plus faible que le fil électrique est de petite taille.

Le fil électrique de section 0.22 mm² est le plus petit utilisé en automobile actuellement. Sa constante de temps a pour valeur $\tau_{0.22mm^2} = 5.76$ s, soit une pulsation de coupure ω_c de 0.173 rad/s (ou 0.027 Hz).

Le flux de chaleur $\Phi_{joule}(t)$ étant proportionnel au carrée du courant $i(t)$, en régime harmonique stationnaire son expression est donnée par :

$$\Phi_{joule}(t) = R\left(I_0 \cos(\omega t)\right)^2, \qquad (2.28)$$

ou encore

$$\Phi_{joule}(t) = \frac{R\,I_0^2}{2} + \frac{R\,I_0^2}{2}\sin(2\omega t). \qquad (2.29)$$

L'expression *(2.29)* montre qu'un courant sinusoïdal induit deux composants sur le flux: une composante continue et une composante harmonique. La fréquence de la seconde partie est le double de celle du courant. La plage de fréquence d'étude est donc fixée entre *[0 Hz ; 27/2 Hz]* car au-delà de la fréquence maximale f_h = 13.5Hz, la partie harmonique est atténué de 60dB.

2.4.2 Modélisation d'un fil électrique de longueur finie par approche numérique

B. H. DOERSTLING [Doerstling 1998] constate que l'influence de l'extrémité du fil électrique peut avoir un impact sur la capacité d'évacuation de la chaleur dans la direction longitudinale du fil électrique. J. GRANDVUILLEMANN [Grandvuillemin, 2009] confirme que la température des extrémités du busbar est influencée par le contact. Enfin, A. ILGEVICIUS [Ilgevicius 2004] propose un modèle longitudinal d'un fil électrique en utilisant les volumes finis dans le but d'étudier la propagation de la chaleur. Il est à noter que son modèle nécessite des moyens de calcul importants.

Ainsi dans cette partie, l'influence des extrémités du fil électrique est étudiée, ce afin de calculer la température des extrémités et de quantifier la chaleur dissipée dans le fil électrique. De fait, des modèles plus compacts que celui d'A. ILGEVICIUS sont établis afin de pouvoir les embarquer dans un calculateur automobile.

B.H. DOERSTLING constate également que l'influence de l'effet de bord apparait uniquement sur une longueur limitée, appelée distance d'oubli. Au-delà de cette distance, il n'y a plus de transfert thermique longitudinal. La température du fil électrique peut alors être calculée à l'aide du modèle d'un fil électrique de longueur infinie. Les zones influencées par les extrémités se terminent à l'endroit où la température ne varie plus.

Ces études mettent en évidence l'importance de prendre en compte les extrémités d'un fil électrique dans une modélisation réaliste.

2.4.2.1 Description de la géométrique du fil électrique

Compte tenu des résultats de simulation des modèles d'un fil électrique de longueur infinie présentés dans la partie précédente, on constate que le modèle simplifié est satisfaisant, l'erreur maximale étant de 10%. Les analyses qui suivent sont donc basés sur le modèle simplifié, où l'âme n'est pas dissociée de l'isolant.

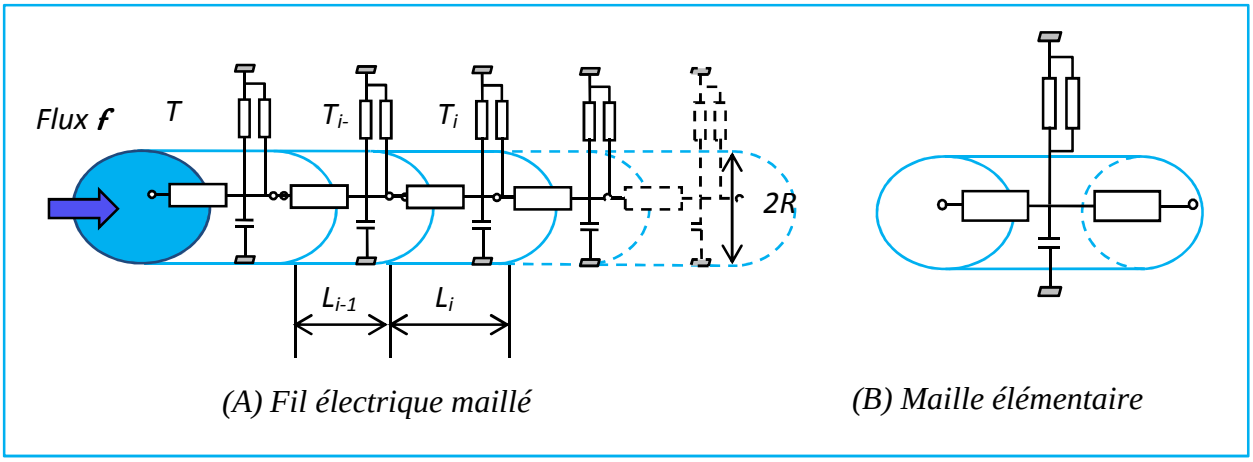


Figure 2.10: *Fil électrique maillé longitudinalement*

Comme l'illustre la **Figure 2.11**, le maillage de ce fil électrique équivalent conduit à un modèle 2D du fil électrique. Chaque maille correspond à un tronçon du fil électrique pour lequel la température est supposée homogène, une maille étant égale à un volume fini. Chaque maille est le siège d'un échange thermique avec l'air (convection rayonnement), d'une part, et d'un échange avec les mailles adjacentes (conduction), d'autre part. Une quantité de chaleur est également générée par le courant circulant dans la maille. La condition de Neumann est appliquée à une extrémité du fil électrique, et le flux d'entrée est supposé être entièrement dissipé sur le segment L_{cab} du fil électrique, c'est-à-dire qu'il n'y pas de flux de sortie à l'autre extrémité du fil électrique.

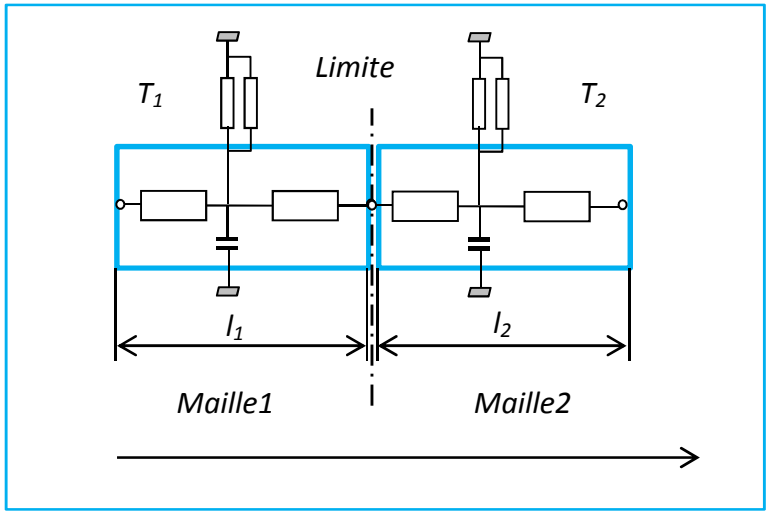


Figure 2.11 *: Schéma de deux mailles adjacentes*

L'évolution de la température de la maille doit respecter les conditions aux limites, en particulier la continuité du flux de chaleur $q = \overrightarrow{\lambda_1 grad\ T}$ dans la direction longitudinale, soit :

$$-\lambda 1\frac{\partial T}{\partial z} = -\lambda 2\frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{à la limite des deux mailles.} \qquad (2.30)$$

Sous l'hypothèse d'une variation linéaire de la température, on obtient :

$$\lambda_{eq}\frac{\partial T}{\partial z}=\lambda_{eq}\frac{T_2-T_1}{(l_1+l_2)/2}, \qquad (2.31)$$

avec

λ_{eq} : la conductivité thermique équivalente (conductrice et isolant) en [W/mK] donné par : $\lambda_{eq}=\lambda_c\frac{R_{\text{int}}^2}{R_{ext}^2}+\lambda_i\frac{R_{ext}^2-R_{\text{int}}^2}{R_{ext}^2}$;

T_n : la température de chaque maille en [K] ;

l_n : la longueur de chaque maille en [m].

Pour satisfaire l'hypothèse d'une variation linéaire, il faut choisir soigneusement la longueur de maillage. En effet, il ne faut pas choisir une longueur trop importante car l'incertitude devient trop grande, mais il ne faut pas non plus qu'elle soit trop faible car le nombre de calculs augmente.

Le flux échangé entre deux mailles étant égal à

$$Q=q\,S_{cab}=\lambda_{eq}\,\pi\,R_{ext}^2\frac{T_2-T_1}{(l_1+l_2)/2}, \qquad (2.32)$$

la résistance thermique de conduction entre deux mailles consécutives, *i* et *i*+1, est donnée par :

$$R_{i,i+1}=\frac{l_i+l_{i+1}}{2\lambda_{eq}\,\pi\,R_{ext}^2}. \qquad (2.33)$$

2.4.2.2 Equation de transfert thermique du fil électrique

Le principe de conservation de l'énergie est appliqué pour trouver l'équation de propagation de la chaleur dans chaque maille, soit :

$$Q_{\text{Variation interne}}=\sum Q_{\text{entrée}}-\sum Q_{\text{sortie}}+Q_{\text{produit}},$$

ou encore

$$C_{p_i}\frac{dT_i}{dt}=\Phi_{maille_précédente}+\Phi_{maille_suivante}+\Phi_{conv_ray}+\Phi_{Joule}, \qquad (2.34)$$

où :

- C_{p_i} : la capacité thermique d'une maille en [J/K], égale à

$$C_{p_i}=\left(\rho_c\,c_c\,\pi R_{\text{int}}^2+\rho_i\,c_i\,\pi\left(R_{ext}^2-R_{\text{int}}^2\right)\right)l_i, \qquad (2.35)$$

- les flux $\Phi_{maille_précédente}$, $\Phi_{maille_suivante}$ échangés entre les mailles sont calculés à l'aide de l'expression *(2.32),*
- les échanges avec l'air résultent de la convection et du rayonnement, et sont considérés identiques au cas d'un fil électrique de longueur infinie, soit :

$$\Phi_{conv_ray} = h(T_i)\, S_{ext}\,(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i \sigma\, S_{ext}\left(T_{amb}^4 - T_i^4\right), \qquad (2.36)$$

ou encore, en introduisant l'expression de S_{ext},

$$\Phi_{conv_ray} = 2\, l_i\, \pi\, R_{ext}\left[h(T_i)\,(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i\, \sigma\left(T_{amb}^4 - T_i^4\right)\right]. \qquad (2.37)$$

Le flux de chaleur étant produit par effet Joule, l'équation du transfert thermique de la $i^{ème}$ maille est de la forme :

$$C_{p_i}\frac{dT_i}{dt} = \lambda_{eq}\pi\, R_{ext}^2\,\frac{T_{i-1} - T_i}{(l_{i-1} + l_i)/2} + \lambda_{eq}\pi\, R_{ext}^2\,\frac{T_{i+1} - T_i}{(l_{i+1} + l_i)/2} + 2\, l_i\, \pi\, R_{ext}\left[h(T_i)\,(T_{amb} - T_i) + \varepsilon_i\, \sigma\left(T_{amb}^4 - T_i^4\right)\right] + \rho_c(T_i)\frac{l_i}{\pi R_{\text{int}}^2} I^2, \qquad (2.38)$$

expression qui se simplifie en utilisant la relation *(2.37)*:

$$C_{p_i}\frac{dT_i}{dt} = R_{i-1,i}(T_{i-1} - T_i) + R_{i+1,i}(T_{i+1} - T_i) + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_i) + \Phi_{joule}(I^2, T_i), \qquad (2.39)$$

ou encore

$$C_{p_i}\frac{dT_i}{dt} = R_{i-1,i}\, T_{i-1} + R_{(i+1,i)} T_{i+1} - \left(R_{i-1,i} + R_{i+1,i}\right)T_i + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_i) + \Phi_{joule}(I^2, T_i). \qquad (2.40)$$

En appliquant l'expression *(2.40)* aux *N* mailles, on obtient un système de *N* équations sous la forme :

$$\begin{cases} C_{p_1}\dfrac{dT_1}{dt} = R_{2,1}\, T_2 - R_{2,1}\, T_i + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_1) + \Phi_{joule}(I^2, T_1) + \Phi_{entrée} \\ C_{p_2}\dfrac{dT_2}{dt} = R_{1,2}\, T_1 + R_{3,2}\, T_3 - \left(R_{1,2} + R_{3,2}\right)T_2 + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_2) + \Phi_{joule}(I^2, T_2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{p_i}\dfrac{dT_i}{dt} = R_{i-1,i}\, T_{i-1} + R_{i+1,i}\, T_{i+1} - \left(R_{i-1,i} + R_{i+1,i}\right)T_i + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_i) + \Phi_{joule}(I^2, T_i) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{p_N}\dfrac{dT_N}{dt} = R_{N-1,N}\, T_{N-1} - R_{N-1,N}\, T_N + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_N) + \Phi_{joule}(I^2, T_N) \end{cases} \qquad (2.41)$$

soit, sous forme matricielle,

$$[C_p].\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} T_1 \\ \cdots \\ T_i \\ \cdots \\ T_N \end{bmatrix} = [A].\begin{bmatrix} T_1 \\ \cdots \\ T_i \\ \cdots \\ T_N \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_1) \\ \cdots \\ \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_i) \\ \cdots \\ \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, T_N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{joule}(I^2, T_1) \\ \cdots \\ \Phi_{joule}(I^2, T_i) \\ \cdots \\ \Phi_{joule}(I^2, T_N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{entrée} \\ \cdots \\ 0_i \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.42}$$

avec [***A***] la matrice d'échange de la chaleur entre les mailles, indépendante de la température des mailles, mais fonction de leurs longueurs, est donnée par

$$[A] = \begin{bmatrix} -R_{2,1} & R_{2,1} & 0 & \cdots & 0 \\ R_{1,2} & -(R_{1,2}+R_{3,2}) & R_{3,2} & \cdots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & R_{i-1,i} & -(R_{i-1,i}+R_{i+1,i}) & R_{i+1,i} & 0 \\ & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & & R_{N-1,N} & -R_{N-1,N} \end{bmatrix}, \tag{2.43}$$

et $\Phi_{entrée}$ le flux entrant appliqué à l'extrémité du fil électrique conformément à la condition de Neumann.

Finalement, sous forme condensée, le système s'écrit

$$[C_p].\frac{d}{dt}[T_i] = [A]\,[T_i] + \Phi_{conv+ray}(T_{amb}, [T_i]) + \Phi_{joule}(I^2, [T_i]) + [\Phi_{entrée}]. \tag{2.44}$$

La linéarisation des termes quadratiques dus à la convection et au rayonnement autour d'un point de fonctionnement $T°_j$ permet de simplifier la relation, et ce de manière identique à celle du modèle d'un fil électrique de longueur infinie, le coefficient d'échange avec l'air de la maille *j* étant défini par :

$$h_{equi_j}\Big|_{T_j^0} = h_j(T_j^0) + \varepsilon_i\,\sigma\left(T_{amb}^2 + (T_j^0)^2\right)(T_{amb} + T_j^0). \tag{2.45}$$

Le transfert thermique entre une maille et le milieu ambiant est principalement dû à la convection et rayonnement avec une résistance thermique R_{th_j} en [K/W] définie par :

$$R_{th_j} = \frac{1}{h_{equi_j}\,S_{ext_j}} = \frac{1}{h_{equi_j}\,2\pi\,R_{ext}\,l_j}\ . \tag{2.46}$$

La **Figure 2.12** présente un modèle simplifié d'une maille d'un fil électrique représenté sous la forme d'un arrangement en gamma de cellules Z_iY_i : les Z_i représentent des impédances et les Y_i des admittances.

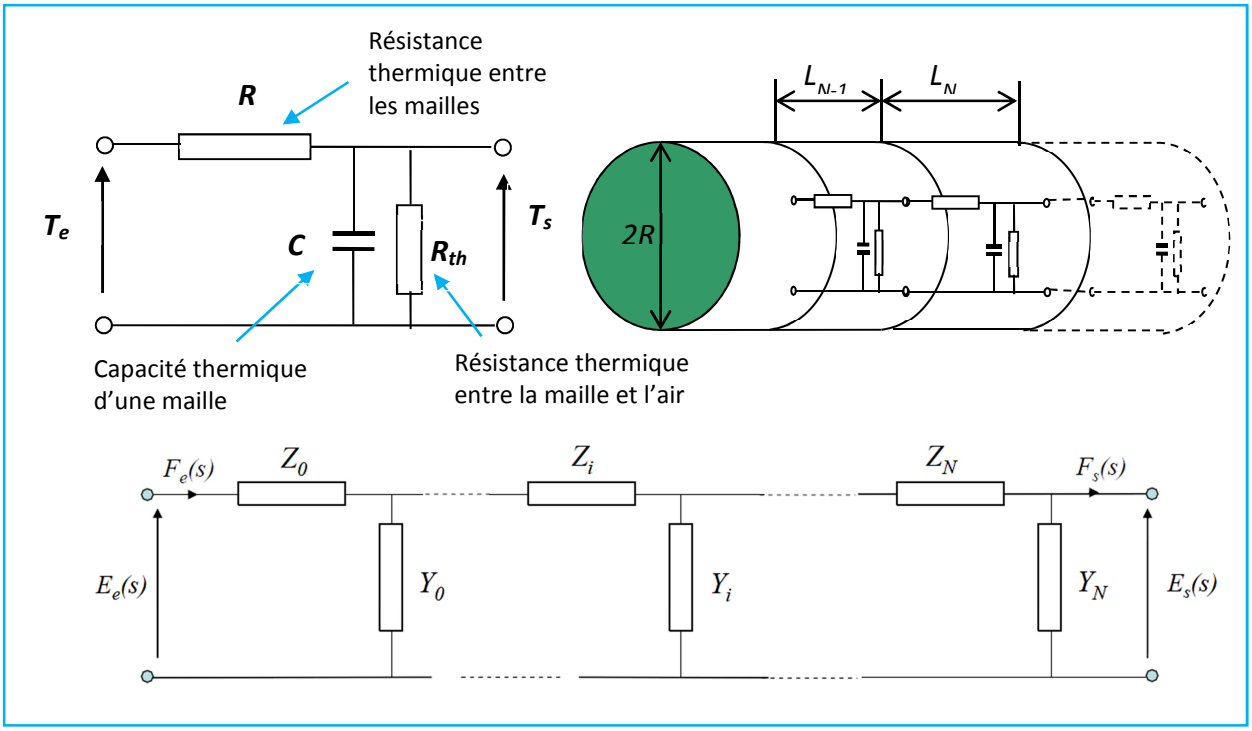


Figure 2.12 : *Modèle simplifié d'une maille d'un fil électrique représenté sous la forme d'un arrangement en gamma de cellules Z_iY_i : les Z_i représentent des impédances et les Y_i des admittances*

Ainsi, les grandeurs caractéristiques d'une maille *i* sont définies par :

$$\begin{cases} R_i = \dfrac{l_i}{\lambda_{cab}\, S_{cab}} = l_i\, R_0 \\ C_i = l_i\, S_{cab}\ \ \rho\, c_p = l_i\, C_0 \\ R_{th_i} = \dfrac{1}{h\, l_i\, 2\pi\sqrt{S_{cab}/\pi}} = \dfrac{1}{l_i} R_{th0} \end{cases}, \qquad (2.47)$$

avec l_i : la longueur de la $i^{ème}$ maille en [m].

Afin de faciliter la mise en équation de ces arrangements (notamment pour établir les expressions analytiques de leurs impédances d'entrée $Z_e(s)$), une approche matricielle est retenue (cf. thèse de Pascal Serrier [Serrier 2008]). Ainsi, pour une cellule de rang *i* considérée séparément, les relations entrée/sortie entre les variables de puissance sont de la forme

$$\begin{pmatrix} E_{ei}(s) \\ F_{ei}(s) \end{pmatrix} = [T_i] \begin{pmatrix} E_{si}(s) \\ F_{si}(s) \end{pmatrix}, \qquad (2.48)$$

où $[T_i]$ désigne la matrice de transfert de la cellule *i* dont l'expression est donnée par :

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 + Y_i(s)\, Z_i(s) & Z_i(s) \\ Y_i(s) & 1 \end{bmatrix}. \qquad (2.49)$$

L'impédance d'entrée $Z_{ei}(s)$ de la cellule *i* (extraite de son environnement et connectée à une charge infinie, d'où un flux généralisé nul en sortie) est donnée par le rapport entre le premier terme diagonal ($1+Y_i(s)\,Z_i(s)$) et le terme non diagonal $Y_i(s)$ de la 2ème ligne-1ère colonne, soit :

$$Z_{ei}(s)=\left.\frac{E_{ei}(s)}{F_{ei}(s)}\right|_{F_{si}=0}=\frac{1+Y_i(s)\,Z_i(s)}{Y_i(s)}\ . \qquad (2.50)$$

La matrice globale de transfert *[T]* du système est obtenue en faisant le produit des *N*+1 matrices locales $[T_i]$, soit :

$$[T]=\prod_{i=0}^{N}[T_i]=\begin{bmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) \end{bmatrix}\ , \qquad (2.51)$$

d'où il est facile d'extraire l'impédance d'entrée $Ze(s)$, soit :

$$Ze(s)=\frac{E_e(s)}{F_e(s)}=\frac{a_{11}(s)}{a_{21}(s)}\ . \qquad (2.52)$$

En introduisant les relations *(2.47)* dans l'expression *(2.49)*, la matrice de transfert devient :

$$[T_i]=\begin{bmatrix} 1+R_i\,\dfrac{R_{th_i}\,C_i\,s+1}{R_{th}} & R_i \\ \dfrac{R_{th_i}\,C_i\,s+1}{R_{th_i}} & 1 \end{bmatrix}. \qquad (2.53)$$

En posant :

$$Y_0=C_0\,s+\frac{1}{R_{th_0}} \qquad (2.54)$$

et en introduisant les relations *(2.47)* et *(2.54)* dans l'expression *(2.53)*, on obtient :

$$[T_i]=\begin{bmatrix} 1+l_i^2 R_0\,Y_0 & l_i\,R_0 \\ l_i\,Y_0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (2.55)$$

La **Figure 2.13** présente un exemple de profil et d'évolution de la température le long d'un fil électrique de section 1.5 mm², avec un courant de 20 A, T_{amb}=20°C, $\Phi_{entrée}$ = 0.16 W. La température de l'extrémité du fil électrique diminue rapidement et devient constante au-delà de 30 cm, et ce conformément à la température calculée avec le modèle d'un fil électrique de longueur infinie. Il est à noter que nous retrouvons bien la « distance d'oubli » indiquée dans l'article de B.H. Doerstling [Doerstling 1998].

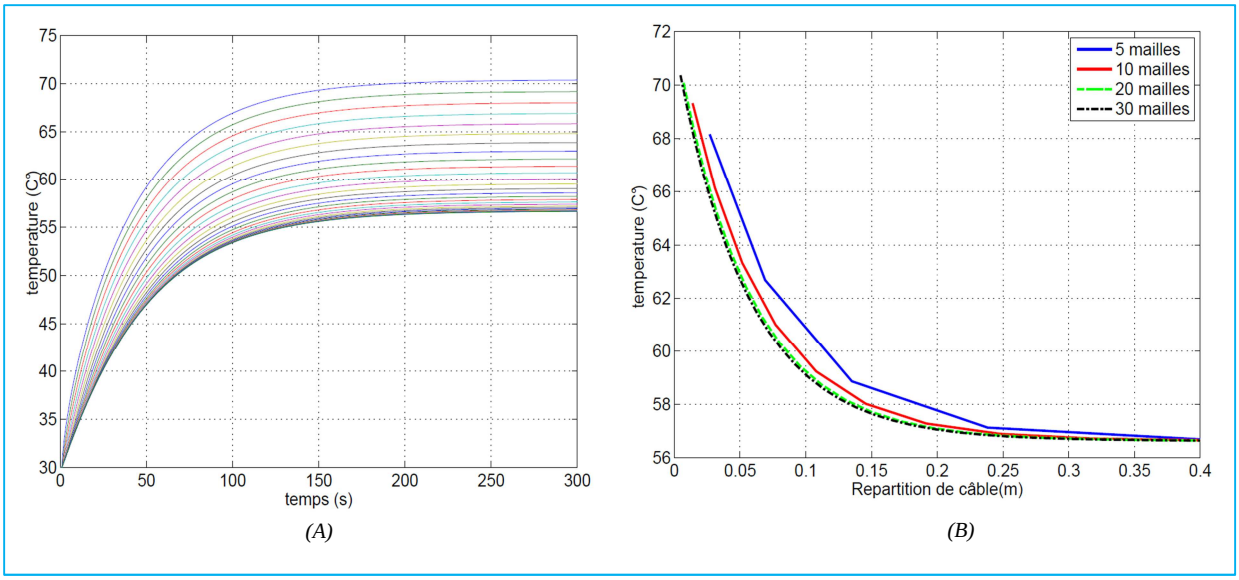


***Figure 2.13** : Variation de la température d'un fil électrique dans la direction longitudinale*

(A) : Evolution de la température de chaque maille (modèle de 30 mailles identiques)

(B) Profil de température le long du fil électrique avec les différents maillages identiques

La distance d'oubli est dépendante de la section de l'âme. A partir de simulations numériques effectuées avec un nombre de mailles important pour différentes sections d'un fil électrique, le **Tableau 2.2** présente les distances d'oubli en fonction de la section de l'âme. La modélisation par l'approche analytique présentée dans la partie *2.4*.3 permet de calculer cette distance d'oubli sans effectuer des simulations.

Section (mm²)	0.35	0.5	0.75	1	3
Distance d'oubli (cm)	16	21	22	26	32

***Tableau 2.2:** Distances d'oubli des différentes sections d'un fil électrique*

Le résultat de simulation présenté **Figure 2.13** *(B)* confirme l'erreur liée à la linéarisation de l'expression *(2.33)*. En effet, si la longueur d'une maille est petite, l'erreur est également petite, et inversement. La **Figure 2.13** *(B)* met en évidence que sur la même longueur (40 cm), si le nombre de mailles est important, c'est-à-dire si la longueur de maille est petite, alors l'erreur est faible. De plus, on remarque qu'avec 20 mailles et 30 mailles les résultats de simulation sont quasi-identiques : il n'est donc pas nécessaire de dépasser 20 mailles.

Il est donc essentiel de trouver des méthodes optimales pour définir la longueur de chaque maille. La partie suivante propose différentes méthodes de maillage.

2.4.2.3 Résolution par différentes méthodes de maillage

Deux méthodes de maillage peuvent être mises en œuvre :

- **Méthode 1 :** toutes les longueurs des mailles sont identiques.
- **Méthode 2 :** les longueurs des mailles sont irrégulières, avec un ratio.

La longueur des mailles dans les deux méthodes définie la stratégie de maillage. Chaque maille ajoutée augmente la dimension du système discrétisé. La longueur du fil électrique, L_{cab}, étant fixée, la longueur de chaque maille impose le nombre de mailles d'un fil électrique. Il est donc important de bien gérer le dilemme précision-complexité à travers la détermination des longueurs optimales des mailles.

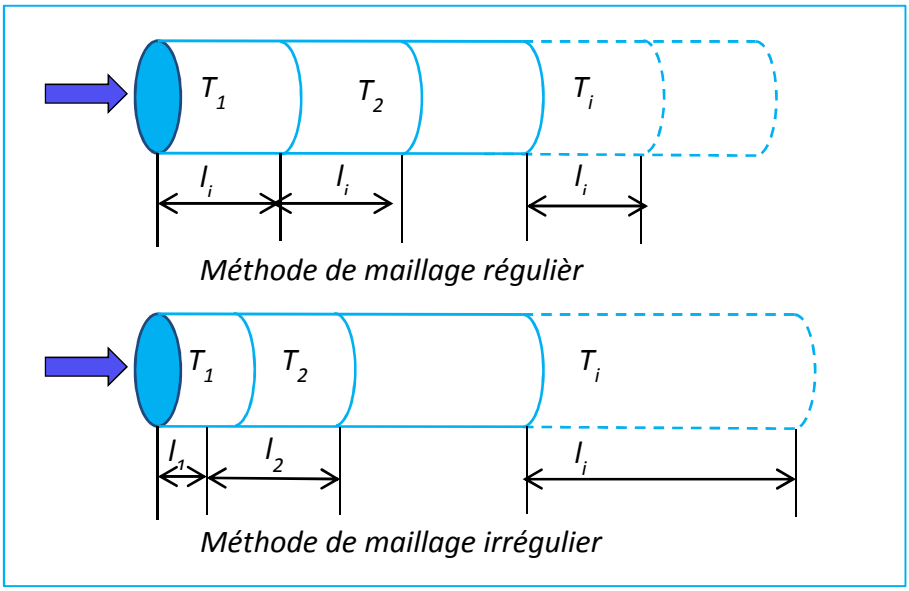


***Figure 2.14** : Illustration des deux méthodes de maillage*

Les informations sensibles proviennent de chaque extrémité du fil électrique. Or la linéarisation du transfert thermique longitudinal (relation *(2.31)*) est à l'origine des erreurs de simulation.

Méthode 1 : maillage régulier

Le nombre de mailles, N_{maille}, etant fixé, la longueur de chaque maille est calculée à l'aide de l'expression :

$$l_i = \frac{L_{cab}}{N_{maille}} . \qquad (2.56)$$

Méthode 2 : maillage irrégulier

Cette méthode consiste à faire des mailles petites dans la zone à fort gradient thermique où la précision doit être importante, et au contraire faire des mailles plus grosses dans la zone sans gradient thermique où la température est homogène. Dans le cas étudié, les zones les plus sensibles sont les extrémités du fil électrique où l'échange thermique avec les autres parties du faisceau est le plus important.

La longueur d'une maille est donc définie de la manière suivante :

- la longueur L_{cab} du fil électrique à mailler est fixée ;
- le nombre N_{maille} de mailles est imposé ;
- un ratio de maillage, R_{maille}, entre la première maille et la dernière maille est fixé, soit :

$$R_{maille} = \frac{l_{N_{maille}}}{l_1} \ ; \qquad (2.57)$$

- la longueur de chaque maille est alors donnée par une suite géométrique de la forme :

$$l_i = a\, l_{i-1} = a^i\, l_1, \qquad (2.58)$$

avec *a* le ratio entre deux mailles consécutives ;

- la longueur du segment de fil électrique à mailler est donc donnée par :

$$L_{cab} = \sum_n l = l_1 + l_2 + ... + l_n \quad , \qquad (2.59)$$

ou encore, compte tenu de la relation (*2.58*),

$$L_{cab} = l_1(1 + a + a^2 + ... + a^{n-1}), \qquad (2.60)$$

soit finalement

$$L_{cab} = l_1 \frac{1-a^n}{1-a}. \qquad (2.61)$$

Ainsi, la longueur de la première maille est donnée par :

$$l_1 = L_{cab} \frac{1-a}{1-a^n}. \qquad (2.62)$$

Le ratio entre deux mailles consécutives est alors défini par :

$$a = \sqrt[n-1]{R_{maille}}. \qquad (2.63)$$

Pour juger le caractère optimal du maillage, il est nécessaire de disposer d'une référence. La modélisation du fil électrique à partir d'une approche analytique est choisie comme référence. Cette approche est présentée dans le paragraphe suivant.

2.4.3 Modélisation d'un fil électrique de longueur finie par approche analytique

2.4.3.1 Description du modèle

Dans le but de simplifier la modélisation du fil électrique présentée au paragraphe précédent, l'hypothèse d'un fil électrique homogène (**Figure 2.8**) est à présent utilisée. Selon cette hypothèse, un fil électrique équivalent remplace les deux parties : conducteur et isolant.

L'analyse du comportement thermique de ce fil électrique équivalent s'effectue par une discrétisation en tronçons élémentaires comme l'illustre la **Figure 2.15**.

Les phénomènes physiques mis en jeu sont :

- l'***effet joule*** (production de chaleur dans le conducteur) ;
- la ***conduction thermique*** (propagation de la chaleur dans le fil électrique) ;
- la ***convection*** (échange de chaleur avec le milieu ambiant) ;
- le ***rayonnement*** (échange de chaleur avec le milieu ambiant).

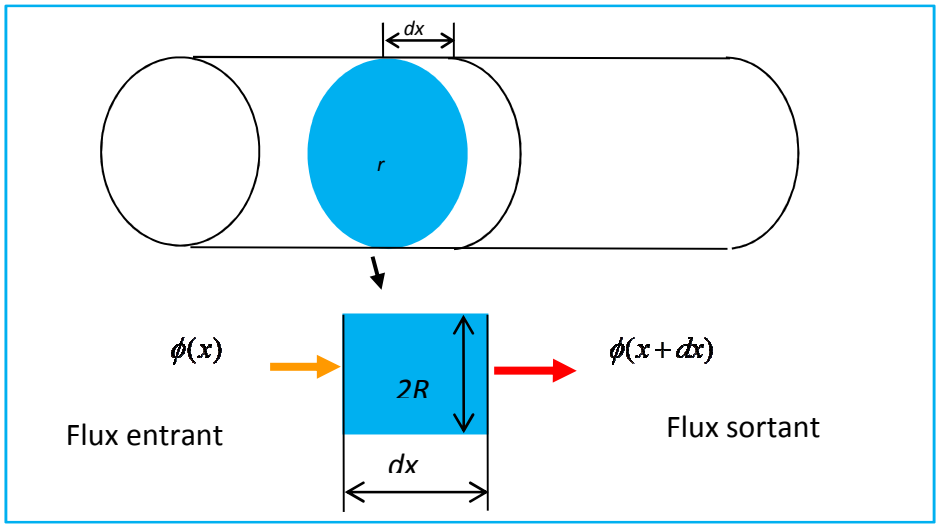


Figure 2.15: *Modèle du fil électrique équivalent*

En faisant un bilan énergétique sur un tronçon de longueur *dx*, soit :

Flux sortant – Flux entrant = Chaleur stockée + Chaleur produite + Flux échangé avec le milieu ambiant,

on obtient l'équation :

$$\phi(x+dx)-\phi(x) = -\rho Cp\,\frac{\partial T}{\partial t}\,\pi R^2 dx + P\pi R^2 dx - h(T-T_{amb})\,2\pi\,R\,dx\,, \tag{2.64}$$

avec

ρ : la masse volumique équivalente du fil électrique en [Kg/m^3] ;
C_p : la capacité calorifique équivalente du fil électrique en [J/KgK] ;
h : le coefficient d'échange avec l'air [convection + rayonnement] en [W/m²K] ;
P : la chaleur volumique produite en [W/m^3] ;
T : la température du fil électrique en [K] ;
T_{amb} : la température ambiante en [K].

Le produit $\rho\,CpV$ représente la capacité thermique du fil électrique. Sachant qu'en réalité le fil électrique a deux parties (isolant et conducteur), le fil électrique équivalent doit présenter un comportement thermique similaire. Ainsi, la formule de calcul utilisée pour déduire la capacité thermique du fil électrique est de la forme :

$$\rho\ Cp\ V = \rho_i\ Cp_i\ V_i + \rho_c\ Cp_c\ V_c\ , \qquad (2.65)$$

d'où V, V_i, V_c, sont la volume du fil, du conducteur et de l'isolant respectivement.

En exprimant les valeurs *V, V_i* et *V_c* d'un tronçon de longueur *dx*, la relation *(IV-58)* devient :

$$\rho\ Cp\ \pi\ R_{ext}^2\ dx = \rho_i\ Cp_i\ (\pi R_{ext}^2 - \pi R_{\text{int}}^2)\ dx + \rho_c\ Cp_c\ \pi R_{\text{int}}^2\ dx\ . \qquad (2.66)$$

En divisant la relation *(2.66)* par $\pi R_i^2\ dx$, la capacité calorifique moyenne du fil électrique a pour expression :

$$\rho\ Cp\ = \frac{\rho_i\ Cp_i\ (R_{ext}^2 - R_{\text{int}}^2) + \rho_c\ Cp_c\ R_{\text{int}}^2}{R_{ext}^2}. \qquad (2.67)$$

De plus, en divisant les deux termes de l'équation *(2.64)* par *dx*, on obtient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\rho Cp\ \frac{\partial T}{\partial t}\pi R^2 + P\pi R^2 - h(T - T_{amb})2\pi R\ . \qquad (2.68)$$

Sachant que $\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\pi R^2$, on en déduit que

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\pi R^2\ \ . \qquad (2.69)$$

En égalant les relations *(2.68)* et *(2.69)*, l'équation de propagation de la chaleur dans le fil électrique est alors donnée par :

$$-\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\pi R^2 = -\rho Cp\ \frac{\partial T}{\partial t}\pi R^2 + P\pi R^2 - h(T - T_{amb})2\pi R\ , \qquad (2.70)$$

soit finalement, en simplifiant par πR^2 ,

$$-\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} + P - \frac{2h(T - T_{amb})}{R_i}. \qquad (2.71)$$

2.4.3.2 Résolution des équations de transfert thermique

La solution de l'équation de propagation *(2.71)* dépend des conditions aux limites et des conditions initiales.

Les conditions aux limites et initiales suivantes sont imposée pour trouver une solution à l'équation *(2.71)* :

- $\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x\to\infty} = 0$ condition de flux nul à l'infinie ;

- $\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \varphi(t)$ quand *x* = 0, $\varphi(t)$ désignant le flux thermique à l'extrémité du fil électrique ;

- $T(x,0) = T_{amb}$ condition initiale.

En notant : $\mathcal{L}(T(x,t)) = T(x,s)$ ($\mathcal{L}$ désignant la transformée de Laplace) et en utilisant la propriété :

$$\mathcal{L}\left(\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\right) = s\,\mathcal{L}(T(x,t)) - T(x,0), \qquad (2.72)$$

l'expression de la transformée de Laplace du transfert thermique dans un fil électrique est donnée par :

$$-\lambda \frac{\partial^2 T(x,s)}{\partial x^2} = -\rho\, Cp\,(T(x,s)\,s - T(x,0)) + P(s) - \frac{2\,h\,(T(x,s) - T_{amb}(s))}{R}. \qquad (2.73)$$

De plus, en utilisant la condition initiale, $T(x,0) = T_{amb}$, l'équation *(2.73)* devient :

$$-\lambda \frac{\partial^2 T(x,s)}{\partial x^2} = -(\rho\, Cp + \frac{2h}{R})\,(T(x,s).s - T_{amb}(s)) + P(s), \qquad (2.74)$$

soit

$$-\lambda \frac{\partial^2 T(x,s)}{\partial x^2} + (\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R}) T(x,s) - \rho\, Cp\; T_{amb}(s) - \frac{2h}{R} T_{amb}(s) = P(s). \qquad (2.75)$$

La méthode d'Andrei D. POLYANIN [Polyanin, 2002] est utilisée pour rechercher les solutions de l'équation *(2.75)* de la forme :

$$T_1(x,s) = K_1(s)\, e^{-x\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}} + K_2(s).e^{x\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}} + T_0(x,s), \qquad (2.76)$$

où $K_1(s)$ et $K_2(s)$ sont des constantes vis-à-vis de la variable spatiale *x*.

En utilisant la condition aux limites et les conditions initiales, finalement, la température dans le fil électrique a pour expression :

$$T(x,s) = \frac{1}{\sqrt{\lambda\,(\rho\;Cp\;s + \frac{2h}{R})}}\, e^{-x.\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}}.\varphi(s) + \frac{1}{\rho\;Cp\;s + \frac{2h}{R}}\, P(s) + T_{amb}. \qquad (2.77)$$

Au point *x* = 0, en tenant compte de la condition initiale, l'expression *(2.77)* devient :

$$T(x,s) = \frac{1}{\sqrt{\lambda.(\rho.Cp.s + \frac{2h}{R})}}.\varphi(s) + \frac{1}{\left(\rho.Cp.s + \frac{2h}{R}\right)}\, P(s) + T_{amb}. \qquad (2.78)$$

Dans le cas où le coefficient d'échange *h* tend vers 0 (cas d'un tube isolé) ou le rayon *R* tend vers infini, le domaine étudié devient un domaine semi-infini. Si de plus le flux *P(s)* produit est égal à 0*,* alors l'expression *(2.78)* se réduit à :

$$H(s) = \frac{T(0,s) - T_{amb}(s)}{\varphi(s)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda(\rho\, Cp\; s)}} = \frac{K}{s^{0,5}}. \qquad (2.79)$$

L'expression *(2.79)* est un intégrateur d'ordre 0.5 et appartient à la classe des systèmes non entier SDNE (Système de Dérivation Non Entière) qui sont étudiés par l'équipe CRONE du laboratoire IMS de l'Université Bordeaux1. L'annexe 3, intitulée « ***Théorie des SDNE*** », présente les principales définitions et notions fondamentales concernant ce thème. Elles sont utilisées notamment lors de l'étude des comportements fréquentiel et temporel des systèmes non entiers également désignés systèmes fractionnaires.

La solution de l'équation *(2.71)* dépend des conditions aux limites. Si ces conditions aux limites portent sur les températures des extrémités du fil électrique, soit :

- $T_{cab}\big|_{x\to 0} = T_1(0,s)$, condition à l'extrémité *x*=0 ;
- $T_{cab}\big|_{x\to x1} = T_2(x1,s)$, condition à l'extrémité $x=x_1$,

la solution générale est exprimée dans le formule *(2.76)*, les coefficients K_1 et K_2 étant donnés par:

$$K_1(s) = \frac{T_2(x_1,s) - T_1(0,s)\, e^{x1\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}}}{e^{-x1\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}} - e^{x1\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}}}, \qquad (2.80)$$

et

$$K_2(s) = \frac{T_1(0,s)\, e^{-x1.\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}} - T_2(x_1,s)}{e^{-x1\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}} - e^{x1\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\, Cp\, s + \frac{2h}{R})}}}. \qquad (2.81)$$

Ce résultat permet de vérifier les limites du modèle d'un fil électrique linéarisé, appelé modèle d'une maille, en comparant le flux dissipé par le fil électrique par deux méthodes de calcul. La première méthode consiste à calculer le flux dissipée en utilisant le modèle analytique et la seconde méthode consiste à calculer le flux dissipée en utilisant le modèle 1 maille. Dans les 2 cas, le flux dissipé est défini par la formule *(2.82).* Avec pour la première méthode la formule *(2.83)* et la seconde méthode la formule *(2.84).* Le flux dissipé sur un fil électrique de longueur *l* est donné:

pour la première méthode par:

$$\phi_{dissipe} = \phi(x = l) - \phi(x = 0), \qquad (2.82)$$

ou encore par la deuxième méthode

$$\phi_{dissipe} = -\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=l} + \lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}, \qquad (2.83)$$

le flux est de la forme :

$$\phi_{dissipe} = h\,(2\pi Rl)\,\frac{T_2 + T_1}{2}\ . \qquad (2.84)$$

En variant *l*, la comparaison des deux méthodes donne la longueur limite du modèle 1 maille. La **Figure 2.16** illustre cette limite pour un fil électrique de 0.5mm² avec T_1=90°C et T_2=125°C. Ce résultat est utilisé pour la modélisation du faisceau décrit dans le troisième chapitre.

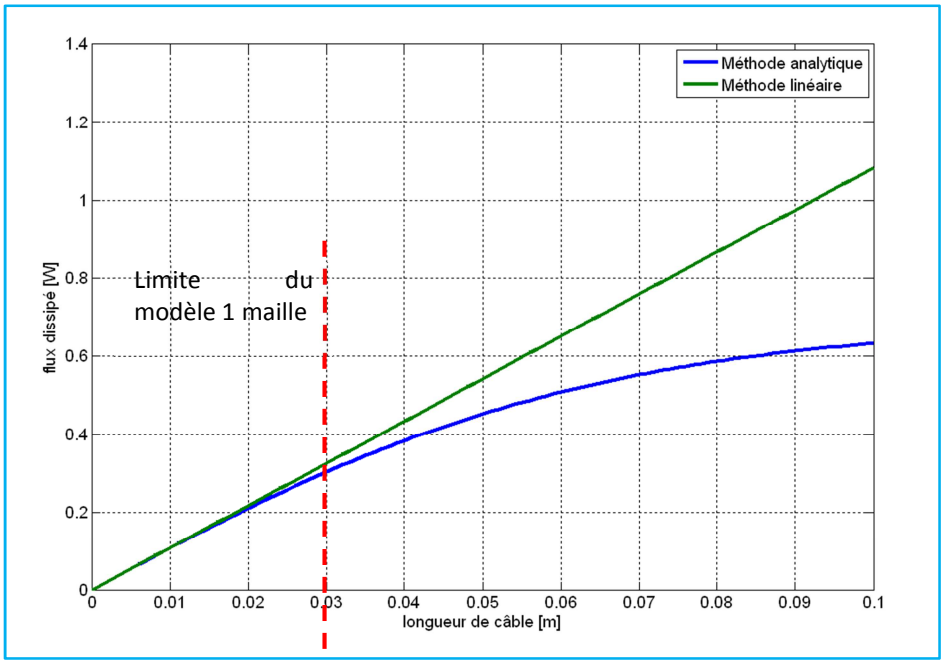


***Figure 2.16** : Flux dissipé par un fil électrique de section 0.5mm² donné par deux méthodes*

2.5 Méthode de détermination de la longueur optimale de maillage

La solution analytique *(2.78)* montre que l'échauffement d'un point du fil électrique résulte de la superposition d'un échauffement interne par effet Joule et d'un échauffement résultant de la propagation du flux de chaleur $\varphi(t)$ appliqué en bout de fil électrique (point *x=0*). En ne considérant que la partie concernant la propagation du flux *φ(t)*, l'expression *(2.83)* se réduit à:

$$T(x,s) = \frac{1}{\sqrt{\lambda(\rho\ Cp\ s + \frac{2h}{R})}}\, e^{-x.\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\ Cp\ s + \frac{2h}{R})}}\ \varphi(s)\cdot \qquad (2.85)$$

Il est possible d'observer le profil de température du fil électrique en régime permanent en faisant tendre *s* vers 0 (théorème de la valeur finale), soit :

$$T(x,t\to\infty)=\lim_{s->0}(s\,T(x,s))=\lim_{s->0}\frac{1}{\sqrt{\lambda.(\rho\,Cp\,s+\frac{2h}{R})}}.e^{-x.\sqrt{\frac{1}{\lambda}(\rho\,Cp\,s+\frac{2h}{R})}}.\varphi(s)\,. \qquad (2.86)$$

Si $\varphi(t)$ est un échelon de flux de chaleur, l'équation *(2.86)* devient:

$$T(x,t\to\infty)=\frac{1}{\sqrt{\lambda\frac{2h}{R}}}.e^{-x\sqrt{\frac{1}{\lambda}\frac{2h}{R}}}\,\varphi_0\,. \qquad (2.87)$$

La **Figure 2.17** présente le profil de température du fil électrique défini par le rapport T(x,t->∞)/T(0,t->∞)*T(x,s)/T(0,s)*. Ce profil est valable quel que soit le flux de chaleur appliqué au bout du fil électrique. De plus, on remarque que *99%* du flux de chaleur est dissipé dans les 25 premiers centimètres d'un fil électrique de 0.5mm². Cette distance correspond à la « distance d'oubli » trouvée par la méthode du maillage (voir la **Tableau 2.1**).

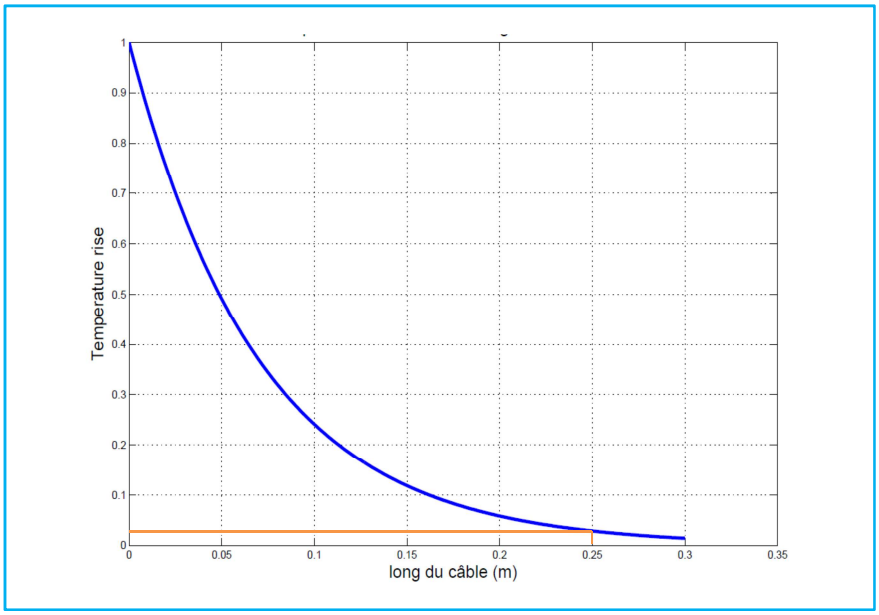


***Figure 2.17** : Profil de température normalisée d'un fil électrique*

La longueur à mailler est donc celle de la distance d'oubli. Elle dépend de la section et des matériaux du fil électrique. Cette distance est calculée conformément à la formule

$$d=\frac{\ln(100)}{\sqrt{\frac{1}{\lambda}\frac{2h}{R}}}\quad . \qquad (2.88)$$

Il est à noter que l'extrémité du fil électrique est l'endroit :

- le plus chaud s'il y a un flux thermique transféré vers le fil électrique ; c'est le cas lorsque le boitier est refroidi par son faisceau par exemple ;

- le plus froid si le flux est négatif, c'est-à-dire que le fil électrique est refroidi par le boitier.

Dans tous les cas, le bout du fil électrique est l'endroit le plus important à étudier. C'est la raison pour laquelle la température est étudiée, non seulement en régime permanent, mais également en régime transitoire. Les études précédentes sont validées uniquement pour le système linéarisé dont le comportement thermique est proche du système réel qui contient des éléments non linéaires dus aux phénomènes de convection et rayonnement. Seul le modèle issu du maillage permet de modéliser tous les phénomènes de transfert thermique.

En ne considérant que la partie liée à la propagation du flux, la fonction de transfert se résume à

$$H_0(s) = \frac{T(0,s)}{\varphi(s)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda\ (\rho\ Cp\ \ s + \frac{2h}{R})}}, \qquad (2.89)$$

ou encore, sous forme canonique,

$$H_0(s) = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_0}\right)^{0.5}}, \qquad (2.90)$$

avec

$$\begin{cases} G_0 = \left(\frac{R}{\lambda 2h}\right)^{0.5} \\ \omega_0 = \frac{2h}{\rho\ C_p\ R} \end{cases}. \qquad (2.91)$$

La **Figure 2.18** présente les diagrammes de Bode de $H_0(j\omega)$ pour un fil électrique de section 0.22 mm². La courbe de gain (tracée avec G_0 = 1 SI) présente une asymptote de pente 10 dB/dec et la courbe de phase présente une asymptote à 45° aux hautes fréquences, valeur caractéristique d'un comportement non entier d'ordre 0.5.

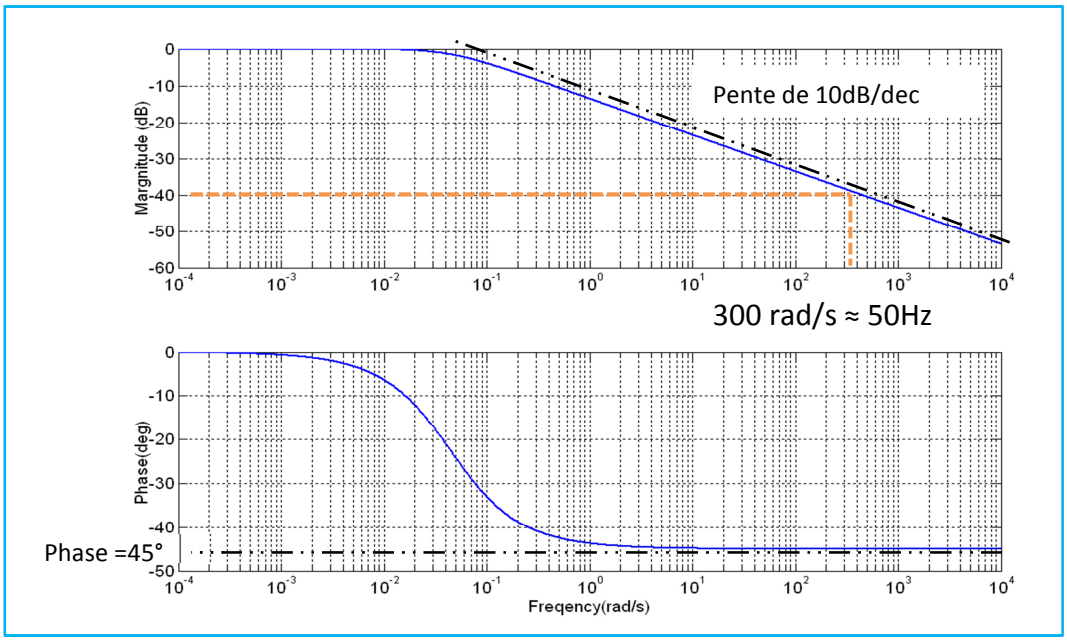


***Figure 2.18** : Diagrammes de Bode $H_0(j\omega)$ pour un fil électrique de section 0.22 mm²*

La borne supérieure de la bande de fréquences utilisée est définie par un niveau d'atténuation de 40 dB (99%) par rapport au gain statique. Les diagrammes de Bode de la **Figure 2.18** correspondant à la plus petite section de fil électrique existante. Pour des fils électriques de plus forte section, la bande passante est moins large, autrement dit la bande [10^{-4}; 50 Hz] est la plus large des bandes de fréquence à considérer. Pour chaque section de fil électrique, une bande de fréquences de travail est ainsi définie.

La fonction de transfert $H_0^N(s)$ approximée par maillage est calculée d'abord en effectuant le produit des matrices de transfert *(2.55),* puis en appliquant la relation *(2.52)*. La fonction de transfert exacte $H_0(s)$ est obtenue à partir de la relation *(2.89)*. Plusieurs critères sont définis afin de juger du caractère optimal du maillage. Le nombre de mailles N_{maille} étant fixé, le ratio *α (2.63)* est déterminé afin de satisfaire aux critères à présent décrits.

Le critère à minimiser est la norme H_{inf} de l'écart entre la fonction exacte trouvée par la méthode analytique et la fonction approximée, et ce sur la bande de fréquences de travail [10^{-4} ; 50 Hz], soit :

$$\alpha = \left\| H_0(j\omega) - H_0^N(j\omega) \right\|_\infty \quad . \tag{2.92}$$

D'autres critères peuvent être ajoutés comme par exemple la norme H_{inf} de l'écart relatif, soit :

$$\alpha_{\%} = \left\| \frac{H_0(j\omega) - H_0^N(j\omega)}{H_0(j\omega)} \right\|_\infty , \tag{2.93}$$

la norme H_{inf} de l'écart relatif réduit par la valeur maximale, soit :

$$\alpha_{\max} = \frac{\left\| H_0(j\omega) - H_0^N(j\omega) \right\|_\infty}{\max \left\| H_0(j\omega) \right\|} , \tag{2.94}$$

ou encore la norme H_{inf} de l'écart relatif réduit par la valeur minimale, soit :

$$\alpha_{\min} = \frac{\left\| H_0(j\omega) - H_0^N(j\omega) \right\|_\infty}{\min \left\| H_0(j\omega) \right\|} . \tag{2.95}$$

Par exemple, pour un fil électrique de section 10 mm² T3 standard, la bande de fréquence de travail est de $\left[10^{-4}\,;12\,\text{Hz}\right]$, ($\left[10^{-4}\,;70\,\text{rad/s}\right]$). La **Figure 2.19** illustre l'influence de la valeur du ratio et du nombre de mailles sur le critère de norme infinie l'écart relatif.

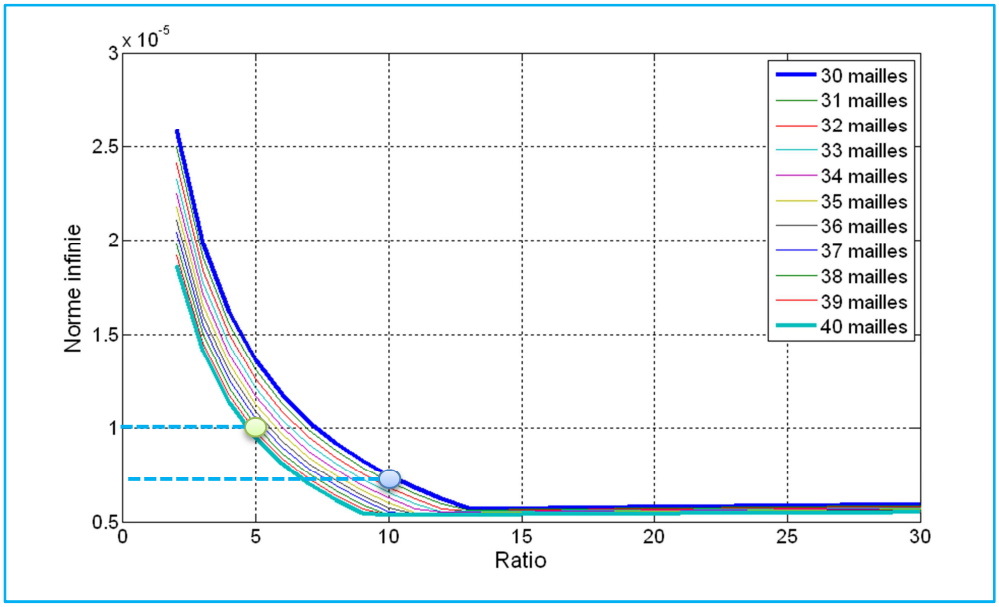


Figure 2.19 : *Illustration de l'influence de la valeur du ratio et du nombre de mailles sur le critère dans le cas d'un fil électrique T3 10mm²*

Pour un ratio donné, la précision augmente avec le nombre de mailles. Le ratio a une influence importante sur la précision, comme l'illustre la **Figure 2.19** où avec 30 mailles et un ratio de 10, la précision est plus importante qu'avec 40 mailles et un ratio de 5. Il existe un ratio optimal pour chaque nombre de mailles. Par contre la courbe de norme H_{inf} de l'écart entre la fonction exacte trouvée par la méthode analytique et la fonction approximée ne permet pas de trouver le nombre optimal de mailles.

Une méthode d'optimisation de maillage est proposée, elle se compose de deux étapes :

- **Etape 1 :** recherche du nombre minimal (*N*) de mailles respectant l'erreur statique nous basons sur le critère : norme infinie en pourcentage $\alpha_{\%}$ sur la plage de fréquence [0 w_c] rad/s, d'où w_c est la fréquence de coupure de la fonction de transfère par l'approche SDNE
- **Etape 2 :** recherche du ratio optimal en appliquant la norme infinie maximale α_{max} sur le système de *N* mailles

Par exemple, pour un fil électrique de section *10 mm² T3* standard, si une erreur statique inférieure à 1% est recherchée, c'est-à-dire :

$$\alpha_{stable} = \left\| \frac{H_0(s \to \infty) - H_0^N(s \to \infty)}{H_0(s \to \infty)} \right\|_\infty = 0.01 \cdot \qquad (2.96)$$

D'après le calcul numérique (voir la **Figure 2.20**), il est nécessaire d'utiliser au moins 13 mailles. Finalement, 16 mailles sont retenues pour avoir une importante plage de réglage.

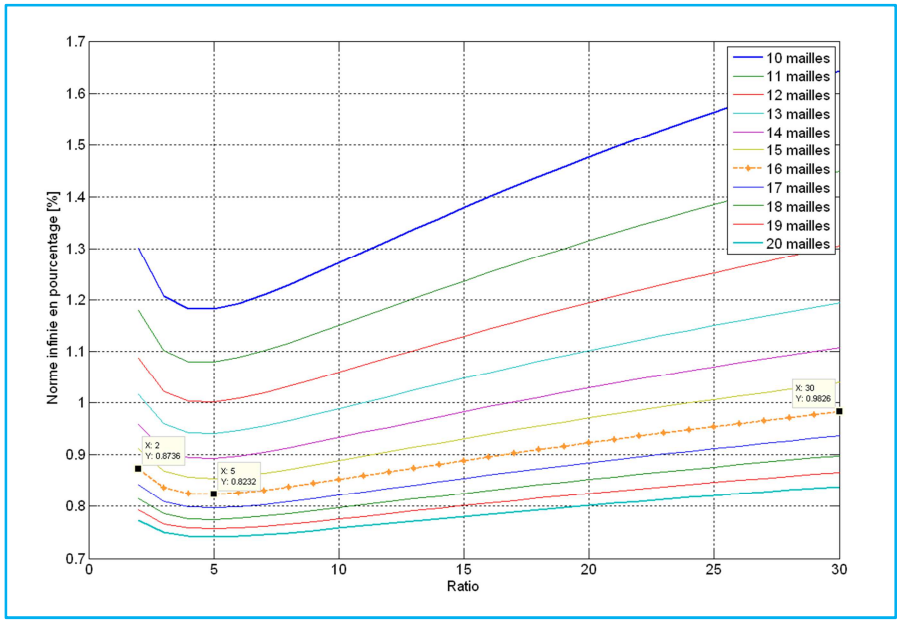


Figure 2.20 : *Norme infinie en pourcentage en régime statique en fonction du ratio*

La **Figure 2.21** met en évidence l'existence d'un minimum pour le critère de l la norme infinie maximale α_{max} , définissant ainsi la valeur optimale du ratio.

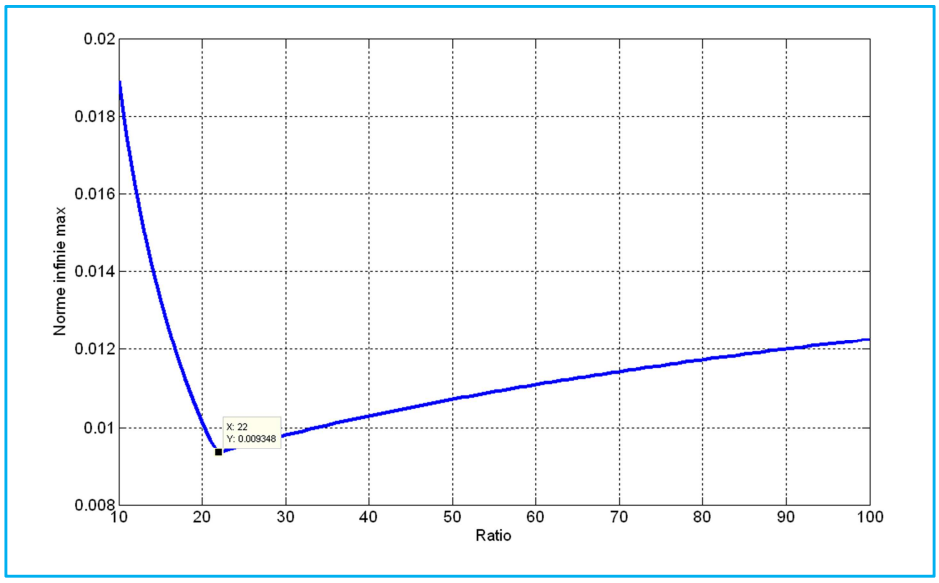


Figure 2.21 : *Norme infinie maximale du fil électrique 10mm² avec 16 mailles*

Au final, les diagrammes de Bode des réponses fréquentielles obtenues avec les trois méthodes qui sont l'approche SDNE, approximation par distribution des pôles et de zéros, et le maillage sont présentés dans la **Figure 2.22**.

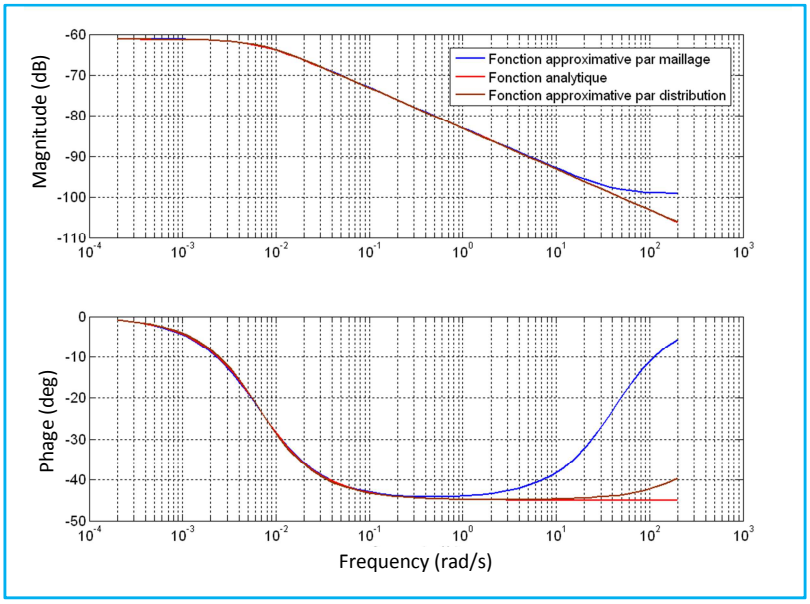


Figure 2.22 : *Diagrammes de Bode de la fonction de transfert d'un fil électrique de longueur finie par la méthode analytique approximée et par la méthode de maillage*

Cette démarche est appliquée à toutes les sections de fil électrique allant de 0.22 mm² jusqu'à 35 mm². Le **Tableau 2.3** présente les configurations optimales correspondantes.

Section de fil électrique (mm²)	0.22	0.35	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3
f_{max} (rad/s)	460	389	312	259	212	200	157	136	120
N° mailles	16	16	15	14	14	14	14	14	14
Ratio	80	75	70	65	62	52	46	44	40
Section de fil électrique (mm²)	4	5	6	7	10	16	25	35	
f_{max} (rad/s)	106	94	86	80	70	52	44	37	
N° mailles	14	14	14	14	14	20	20	20	
Ratio	36	32	29	26	22	10	5	3	

Tableau 2.3 : *Nombre N de mailles et ratio optimal pour différents fils électriques*

2.6 Modèle analytique de la propagation de chaleur d'un composant de puissance

Le calcul du transfert thermique des composants électroniques est au centre des préoccupations de nombreux laboratoires et entreprises du secteur de l'électronique.

Par exemple, M. FURMANCZYK [Furmanczyk 1998] a proposé une méthode de modélisation d'un PCB en utilisant la méthode des volumes finis. Cette méthode consiste à

transformer des circuits thermiques en circuits électriques équivalents. Les résistances représentent le mode de transfert thermique entre les parties discrétisées du modèle. L'utilisation des résistances thermiques est standardisée depuis 1997 avec le projet européen Delphi [Rosten 1997]. Elles sont linéarisées et leurs valeurs sont estimées expérimentalement. En fait, il est impossible d'étudier séparément le composant et le PCB (époxy + piste de cuivre).

L'équipe de M. M. YOVANOVICH et J. R. CULHAM [Culham 1995] a travaillé sur le problème du transfert thermique des composants électroniques, du PCB et des pistes de cuivre. Dans le but de simplifier le modèle électrothermique du PCB, ils ne distinguent plus les pistes et l'époxy. Ils ont cherché une conductivité thermique effective du PCB en utilisant un réseau de résistances. Ils ont proposé une conductivité de type (orthotropic) pour le PCB (k_x=k_y, k_z).

J. LOHAN [Lohan 2000] a étudié plus en détail la propagation de la chaleur d'un composant sur son PCB en utilisant le principe de conductivité orthotropic. Il conclut qu'il existe une zone de propagation de chaleur, la taille de cette zone dépendant de la conductivité orthotropic du PCB. D. M. STUBBS [Stubbs 2003] confirme que la surface de dissipation dépend des couches de cuivre du PCB.

Dans les paragraphes suivants, la zone de dissipation est calculée de manière analytique avec une méthode identique à celle mise en œuvre pour le fil électrique.

2.6.1 Description du modèle

Dans l'article [Culham 1995], J. R. CULHAM et M. M. YOVANOVICH mettent en évidence que la zone de refroidissement d'un composant sur le PCB est un cercle. Des résultats identiques sont obtenus en simulation avec une approche par éléments finis (ABAQUS). Cette zone permet de définir le flux de chaleur échangé entre le composant et le PCB, puis de calculer la température du composant. D'après les résultats de simulation obtenus avec ABAQUS, dans le cas de la convection naturelle, la forme du composant n'influence pas les échanges thermiques avec le milieu ambiant et avec la zone sous composant. Seule la surface d'échange et la conductivité thermique du composant sont influentes.

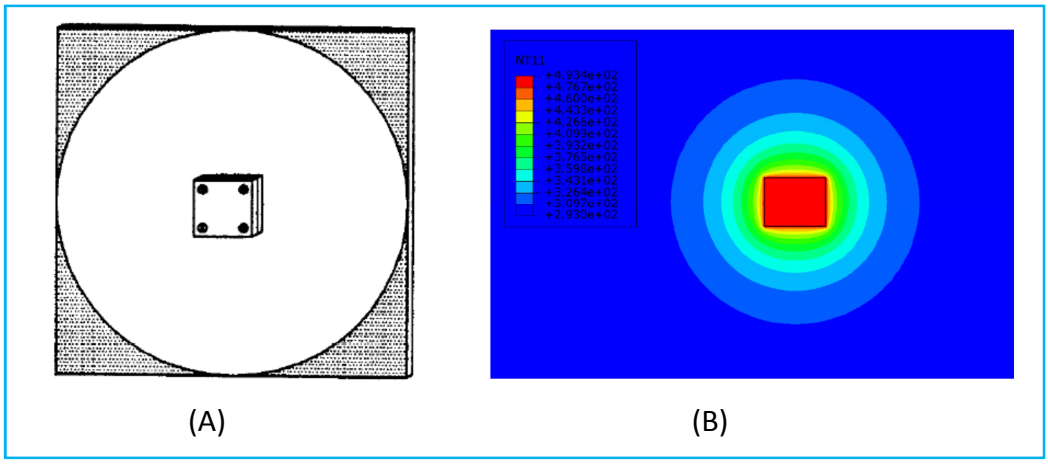


Figure 2.23 *Zone de refroidissement d'un seul composant (A) Culham, (B) et simulation sous ABAQUS*

Quelques hypothèses supplémentaires sont introduites pour la suite des développements:

- la chaleur se propage dans le PCB par conduction ;
- les lignes isothermes sont des cercles ;
- le sens de conduction est dans la direction horizontale, car la résistance thermique verticale est très faible, et la température dans un tronçon est homogène. La conduction dans la direction verticale n'est donc pas prise en compte

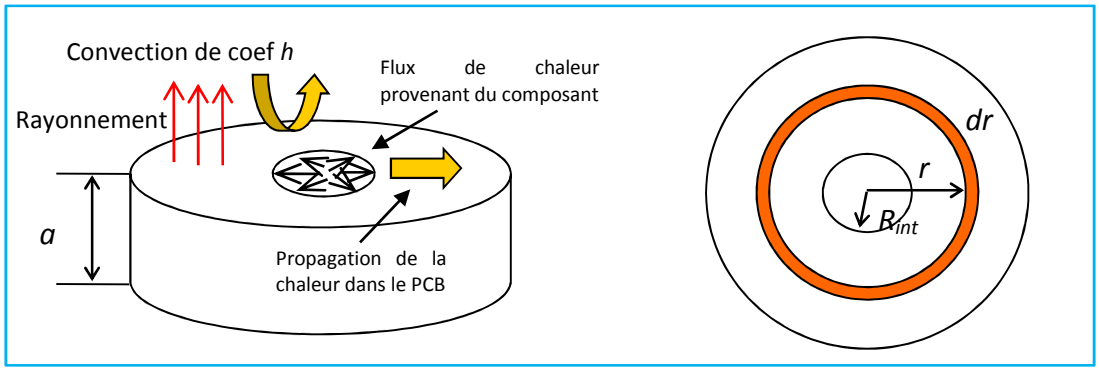


Figure 2.24 : *Sens de propagation de la chaleur d'un composant dans le PCB*

Nous considérons donc que le flux de chaleur du composant traverse le PCB et se propage dans le sens horizontal à partir du rayon R_{int}.

Les phénomènes physiques mis en jeu sont :

- la ***conduction thermique*** : propagation de la chaleur dans le PCB ;
- la ***convection*** : échange de chaleur dans le milieu ambiant par convection ;
- le ***rayonnement*** : échange de chaleur dans le milieu ambiant par rayonnement.

La zone du PCB peut être découpée en plusieurs cylindres concentriques. Comme l'illustre la **Figure 2.24**, le principe de conservation d'énergie est appliqué au cylindre de rayon ***r*** et d'épaisseur ***dr***, soit :

$$\text{Flux}_{\text{sortant}} - \text{Flux}_{\text{entrant}} = \text{Chaleur}_{\text{stockée}} + \text{Flux}_{\text{échangé avec le milieu ambiant}} + \text{Flux}_{\text{produit}},$$

d'où l'équation :

$$\phi(r+dr) - \phi(r) = -\rho\, Cp \frac{\partial T}{\partial t} e_{pcb}\, 2\pi\, r\, dr - h(T - T_{amb})\, 2\pi\, r\, dr + 2\pi\, r\, dr\, \varphi_{pcb}\,, \tag{2.97}$$

avec

e_{pcb} : l'épaisseur du PCB en [m] ;
ρ : la masse volumique du PCB en [kg/m^3] ;
Cp : la capacité calorifique du PCB en [J/kgK] ;
h : le coefficient d'échange avec l'air (convection + rayonnement) en [W/m²K] ;
T : la température du PCB en [K] ;
T_{amb} : la température ambiante en [K] ;
φ_{pcb} : le flux volumique produit par le PCB en [W].

En introduisant $\frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = \frac{\phi(r+dr)-\phi(r)}{dr}$ à l'expression *(2.97),* l'équation du transfert thermique sur PCB est sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{\partial T(r,t)}{r.\partial r} = \frac{\rho Cp}{\lambda}\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} + (T(r,t) - T_{amb}(t))\frac{h}{\lambda.e_{pcb}} + \frac{\varphi_{pcb}}{\lambda.e_{pcb}}, \qquad (2.98)$$

d'où λ est la conductivité thermique moyenne du PCB en [W/mK].

L'équation *(2.98)* est l'équation de propagation de la chaleur dans le PCB. La solution de cette équation dépend des conditions aux limites et des conditions initiales. Les conditions aux limites et initiales introduites pour résoudre l'équation sont :

- $\lim_{r\to\infty}\frac{\partial T}{\partial r} = 0$, condition de flux nul à l'infini ;
- $\varphi(t) = -\lambda.\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R_{\text{int}}}$, quand $r = R_{int}$, $\varphi(t)$ désignant le flux thermique du composant [W/m²] ;
- $T(r,0) = T_{amb}$, conditions initiales.

La méthode de résolution est identique à celle du fil électrique, à savoir l'utilisation de la transformation de Laplace. La résolution est détaillée dans l'Annexe 2 intitulée « ***Méthode de résolution de l'équation de transfert thermique du PCB*** ».

Finalement, la température concernant le PCB a donc pour expression :

$$T(r,s) = \frac{\varphi(s)}{\lambda\,\tau\,K_1(\tau\,R_{\text{int}})}K_0(\tau\,r) + T_{amb}(s) + \frac{\varphi_{PCB}}{\rho\,Cp\,s + \frac{h}{e_{pcb}}}, \qquad (2.99)$$

avec K_0, K_1 les termes de la fonction de Bessel modifiée et $\tau = \sqrt{\left(\frac{\rho Cp}{\lambda}s + \frac{h}{\lambda.e_{pcb}}\right)}$.

Il est à noter que le changement de variable $T^*(r,s) = T(r,s) - T_{amb}(s)$ permet de simplifier la relation *(2.99),* soit :

$$T^*(r,s) = \frac{\varphi(s)}{\lambda\tau\,K_1(\tau\,R_{\text{int}})}K_0(\tau.r) + \frac{\varphi_{PCB}}{\rho\,Cp\,s + \frac{h}{e_{pcb}}}. \qquad (2.100)$$

2.6.2 Comportement thermique du composant

Une démarche d'analyse identique à celle mise en œuvre pour l'analyse du comportement thermique du fil électrique est utilisée. Ainsi, une attention toute particulière est portée concernant la distance d'oubli de propagation de la chaleur du PCB et la bande de

fréquences de travail. L'expression *(2.100)* montre que l'échauffement d'un point du PCB résulte de la superposition d'un échauffement interne et d'un échauffement résultant de la propagation du flux de chaleur $\varphi(t)$ appliqué au rayon $r=R_{int}$. En séparant la partie d'auto-échauffement, le comportement de propagation de la chaleur du PCB est étudié par la suite.

Il est possible d'observer le profil de température du PCB en régime permanent en faisant tendre *s* vers 0, soit :

$$T^*(r,t\to\infty)=\lim_{s->0}(s.T^*(r,s))=\lim_{s->0}\frac{\varphi(s)}{\lambda.\tau.K_1(\tau.R_{\text{int}})}.K_0(\tau.r) \qquad (2.101)$$

,

sachant que: $\tau=\sqrt{\left(\frac{\rho Cp}{\lambda}s+\frac{h}{\lambda.e_{pcb}}\right)}\xrightarrow{s\to 0}\tau_0=\sqrt{\frac{h}{\lambda.e_{pcb}}}$.

Si $\varphi(t)$ est un échelon de flux de chaleur d'amplitude φ_0, alors la relation *(2.101)* devient

$$T^*(r,t=\infty)=\frac{\varphi_0}{\lambda.\tau_0}\frac{K_0(\tau_0.r)}{K_1(\tau_0.R_{\text{int}})} \qquad (2.102)$$

.

La relation *(2.102)* permet de définir le profil de température du PCB au voisinage du composant. La **Figure 2.25** présente le profil de température d'un PCB standard : FR4, 1.6 mm d'épaisseur, 4 couches de cuivre de 35 µm d'épaisseur.

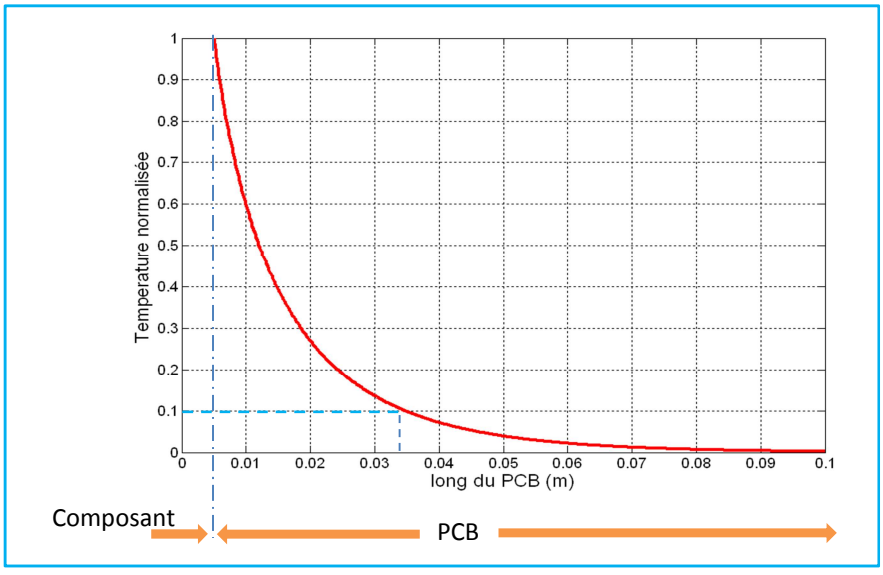


Figure 2.25 : *Profil de température normalisée du PCB*

Le flux dissipé par la surface du PCB en fonction du rayon *R* peut être défini par une forme discrète de la forme :

$$\Phi(r)=\int_{R_{\text{int}}}^{R}h\left(T^*(r,t\to\infty)\right)2\pi\, r dr. \qquad (2.103)$$

Cette relation permet de définir la distance d'oubli du PCB par une méthode numérique. Ainsi, la courbe tracée **Figure 2.26** présente le flux total dissipé en fonction du rayon sur le PCB. Notons qu'à 10 cm, le flux est déjà dissipé totalement (100%). Si nous considérons que la distance d'oubli est donnée par la valeur du rayon pour laquelle le flux généré par le composant est dissipé à 90%, alors la distance d'oubli pour un PCB standard est de *63mm*. Il existe des PCB renforcés par une semelle métallique qui permet d'augmenter la distance d'oubli, et donc la surface de dissipation.

La distance d'oubli dépend, non seulement des échanges avec l'air par convection et rayonnement, mais aussi de la conductivité thermique du PCB liée au nombre de couches de cuivre et d'époxy. Dans notre cas d'étude, un PCB standard est utilisé : époxy de type FR-4, 4 couches de cuivre de 35 µm d'épaisseur et 80% de couverture. La distance d'oubli est donc fixée à ***63mm.***

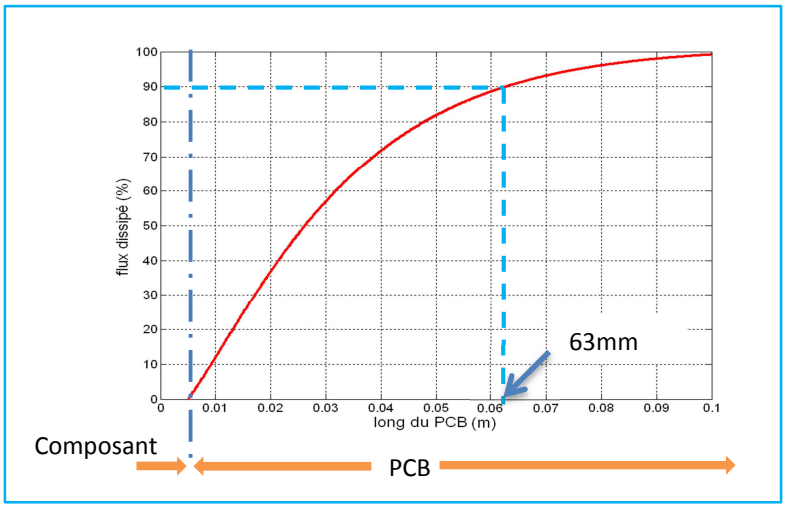


***Figure 2.26** : Flux dissipé en fonction de la longueur du PCB*

A partir de la relation *(2.102)*, une fonction de transfert $H_{PCB}(s)$ entre la température du PCB à $r=R_{int}$ et le flux de chaleur est établie, soit :

$$H_{PCB}(s)=\frac{T^*(R_{\text{int}},s)}{\varphi(s)}=\frac{1}{\lambda\,\tau}\,\frac{K_0(\tau\,R_{\text{int}})}{K_1(\tau\,R_{\text{int}})}\,. \qquad (2.104)$$

La **Figure 2.27** présente les diagrammes de Bode de $H_{PCB}(s)$. Au-delà de 40dB, le signal de sortie étant atténué de 99%, la fréquence de travail est fixée à 250 rad/s.

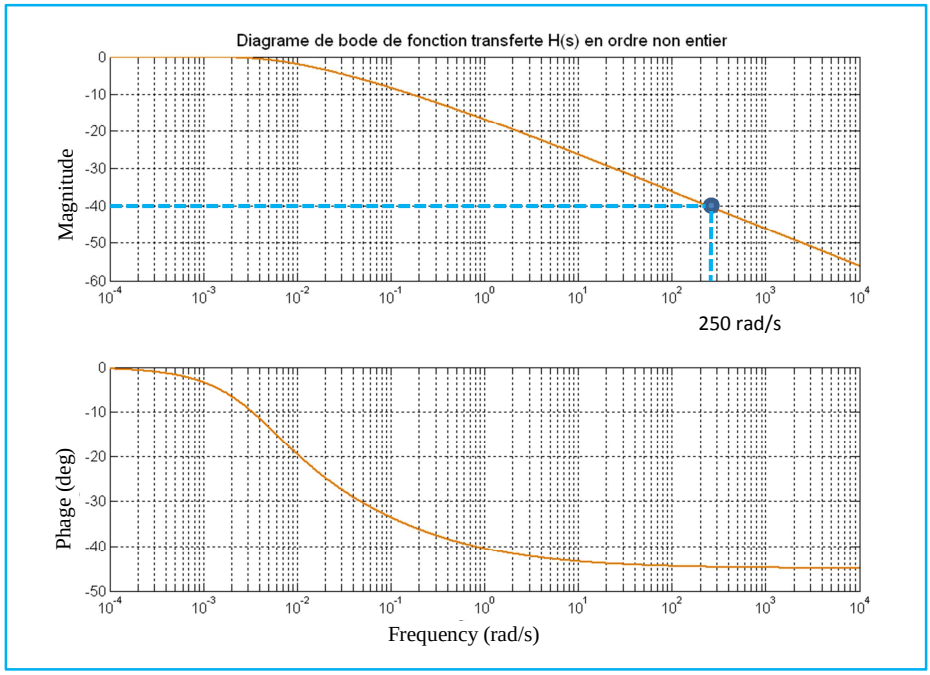


Figure 2.27 : *Diagrammes de Bode de la fonction de transfert H_{PCB}(s)Modèle analytique de la propagation de chaleur d'une piste de cuivre*

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons également à la propagation de la chaleur dans une piste de cuivre du PCB, ainsi qu'à la conduction de la chaleur du composant jusqu'au connecteur via la piste de cuivre, d'autre part. La démarche adoptée est identique à celle utilisée pour un fil électrique. L'étude d'une piste de cuivre de longueur infinie, puis celle d'une piste de cuivre de longueur finie sont ainsi développées.

2.6.3 Propagation de la chaleur d'une piste de cuivre de longueur infinie

L'hypothèse d'une piste de cuivre ayant une longueur infinie permet d'éliminer la propagation longitudinale. Ainsi, seul le transfert de chaleur dans la direction horizontale de la piste de cuivre du PCB est étudié.

Le PCB est considéré suffisamment large de telle sorte que la chaleur peut se propager des deux côté du PCB. Il existe donc un axe de symétrie du modèle. La **Figure 2.28** illustre cette hypothèse de symétrie.

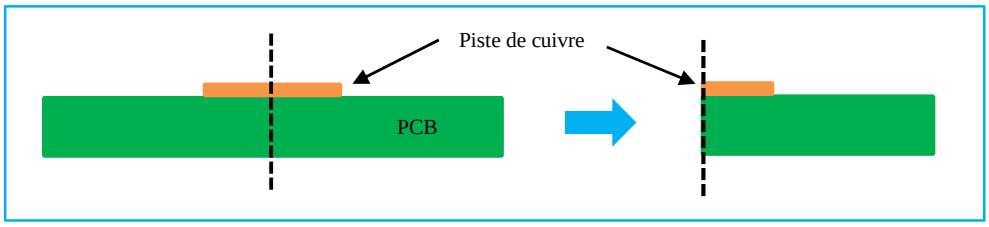


Figure 2.28 : *Coupe 2D de la piste de cuivre*

Les phénomènes physiques mis en jeu sont :

- l'***effet Joule*** : production de chaleur au sein de la piste de cuivre ;

- la ***conduction thermique*** : transfert thermique entre la piste et le PCB, propagation de la chaleur dans le PCB ;
- la ***convection*** **:** échange de chaleur de la piste ou du PCB vers le milieu ambiant par convection
- le ***rayonnement*** : échange de chaleur de la piste ou du PCB vers le milieu ambiant par rayonnement

La conductivité thermique du cuivre étant très importante, la température de la piste est donc supposée homogène. La partie du PCB en dessous de la piste étant très petite devant l'ensemble et l'épaisseur du PCB étant très faible, nous pouvons considérer que sa température est homogène. Pour les mêmes raisons en ce qui concerne le PCB, sa température est considérée homogène sur un tronçon de petite largeur. Ces hypothèses permettent de simplifier le modèle. La **Figure 2.29** présente le modèle simplifié de l'ensemble piste de cuivre et PCB. Ce modèle se décompose en trois parties : une piste de cuivre, une sous piste et le PCB équivalent. Il est à noter que la diffusion thermique se situe essentiellement au niveau du PCB.

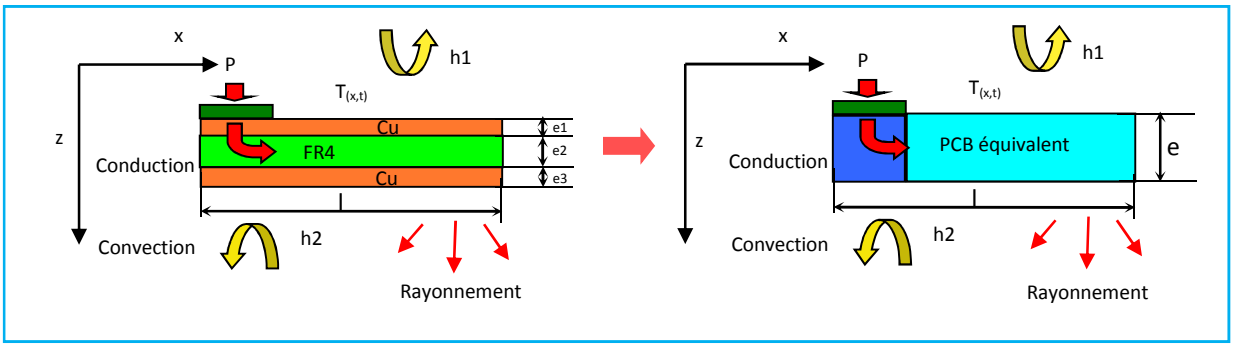


Figure 2.29 : *Simplification du modèle de la piste de cuivre*

Le principe de conservation d'énergie est appliqué sur chaque tronçon *dx* du PCB afin d'établir l'équation de propagation de la chaleur dans le piste de cuivre. La **Figure 2.30** présente un tronçon à la position *x* du PCB équivalent. Le flux de chaleur entre par la section d'abscisse *x*. Une partie de cette chaleur est dissipée par rayonnement et par convection en haut et en bas du tronçon, phénomène caractérisé par les coefficients de convection h_1 et h_2. Une partie est stockée et le reste est transféré au niveau de la section à l'abscisse *x+dx.*

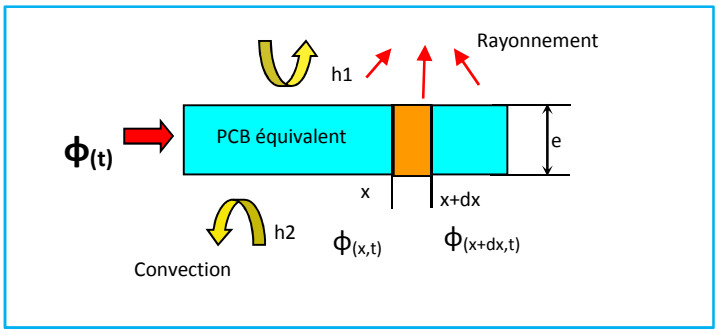


Figure 2.30 *: Transfert de la chaleur d'un tronçon du PCB*

Le principe de conservation de l'énergie conduit au bilan :

$$\text{flux}_{\text{sortant}} - \text{flux}_{\text{entrant}} = \text{chaleur stockée} + \text{flux}_{\text{échangé avec le milieu ambiant}} + \text{flux}_{\text{produit par le PCB}},$$

qui permet d'établir l'équation:

$$\phi(x+dx)-\phi(x) = -\rho_{pcb}\ Cp_{pcb}\ e_{pcb}\ \frac{\partial T}{\partial t}\,dx - (h_1+h_2).(T-T_{amb})\,dx + \phi_{PCB}\ e_{pcb}\ dx\ , \quad (2.105)$$

avec

ρ_{pcb} : la masse volumique équivalente du PCB en [kg/m^3] ;
Cp_{pcb} : la capacité calorifique équivalente du PCB en [J/kgK] ;
h_1, h_2 : les coefficients d'échange avec l'air (convection + rayonnement) en [W/m²K] ;
T : la température d'un tronçon du PCB en [K] ;
T_{amb} : température ambiante en [K] ;
$\phi(x)$: le flux de chaleur entrant par la face *x* du tronçon en [W/m²].

Le produit $\rho_{pcb}\ Cp_{pcb}\ e_{pcb}\ dx$ représente la capacité thermique équivalente du PCB. Sachant qu'en réalité le PCB a deux parties, à savoir l'époxy FR-4 et les pistes de cuivre, la formule de calcul utilisée pour déduire cette capacité thermique est donnée par :

$$\rho_{pcb}\ Cp_{pcb}\ e_{pcb}\ dx = \rho_{epo}\ Cp_{epo}\ e_{epo}\ dx + \rho_{cu}\ Cp_{cu}\ e_{cu}\ dx\ , \quad (2.106)$$

avec

ρ_{epo} : la masse volumique de l'époxy [kg/m^3] ;
Cp_{epo} : la capacité calorifique de l'époxy [J/kgK] ;
e_{epo} : l'épaisseur d'époxy [m] ;
ρ_{cu} : la masse volumique de cuivre [Kg/m^3] ;
Cp_{cu} : la capacité calorifique de cuivre [J/kgK] ;
e_{cu} : l'épaisseur de cuivre [m].

Sachant de plus que $\phi(x,t) = -k_{pcb}\ e_{pcb}\ \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$, on en déduit que

$$\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x} = -k_{pcb}\ e_{pcb}\ \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \quad (2.107)$$

avec k_{pcb} la conductivité du PCB calculée à partir de la formule :

$$k_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} k_i.t_i}{\sum_{i=1}^{N} t_i} \qquad k_z = \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{t_i}{k_i}} \qquad k_{pcb} = \sqrt{k_{x,y}\ k_z}$$

$k_{x,y}$: conductivité horizontale du PCB [W/mK]

k_z : conductivité verticale du PCB [W/mK]

k_i : conductivité de chaque couche du PCB [W/mK]

t_i : épaisseur de chaque couche [m]

En introduisant la relation *(2.107)* dans l'expression *(2.105)*, l'équation de propagation de la chaleur dans le PCB est alors donnée par :

$$k_{pcb}.\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \rho_{pcb}.Cp_{pcb}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - \frac{(h_1+h_2)}{e_{pcb}}(T(x,t)-T_{amb})+\phi_{PCB} \quad (2.108)$$

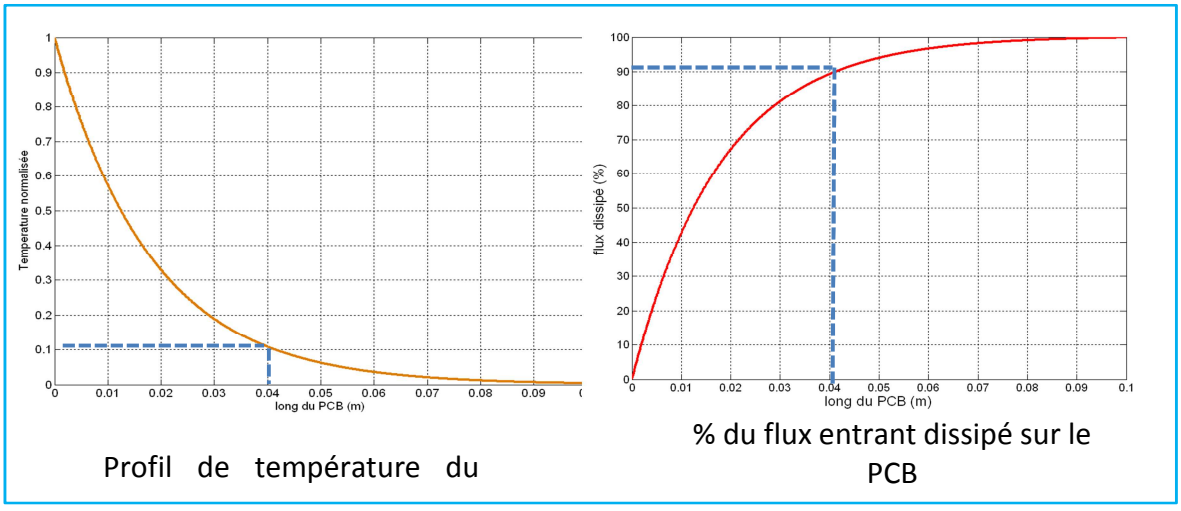
Cette équation de propagation est très similaire à celle du fil électrique. Si nous appliquons les mêmes conditions aux limites que celles du fil électrique, alors la solution de cette équation est de la forme :

$$T(x,s) = \frac{e^{-x.\sqrt{\frac{1}{k_{pcb}}(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s+\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}})}}}{\sqrt{k_{pcb}(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s+\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}})}}\varphi_{cu}(s)+T_{amb}+\frac{\phi_{PCB}}{\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s+\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}}, \quad (2.109)$$

avec $\varphi_{cu}(s)$ le flux entrant dans le PCB [W/m²].

Il est à noter dans la solution la présence d'un ordre non entier égal à 0.5 caractéristique de la diffusion thermique.

Comme pour l'analyse du PCB, la distance d'oubli et la bande de fréquences de travail sont étudiées. La **Figure 2.31** présente le profil de température du PCB et le pourcentage du flux entrant dissipé le long du PCB standard. A la lecture de cette figure, on en déduit que la longueur d'oubli est de ***4 cm*.**



Profil de température du

% du flux entrant dissipé sur le PCB

Figure 2.31 : *Profil de température du PCB*

A partir de la relation *(2.109)*, la fonction de transfert entre la température et le flux entrant par la section d'abcisse *x=0* est établie, soit :

$$H^*_{pcb}(s) = \frac{T(x=0,s)-T_{amb}}{\varphi_{cu}(s)} = \frac{1}{\sqrt{k_{pcb}\left(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s+\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}\right)}} . \quad (2.110)$$

D'après les diagrammes de Bode de la **Figure 2.32**, la bande de fréquences de travail est fixée par l'intervalle $\left[10^{-4}\ ;\ 63\ \text{rad/s}\right]$.

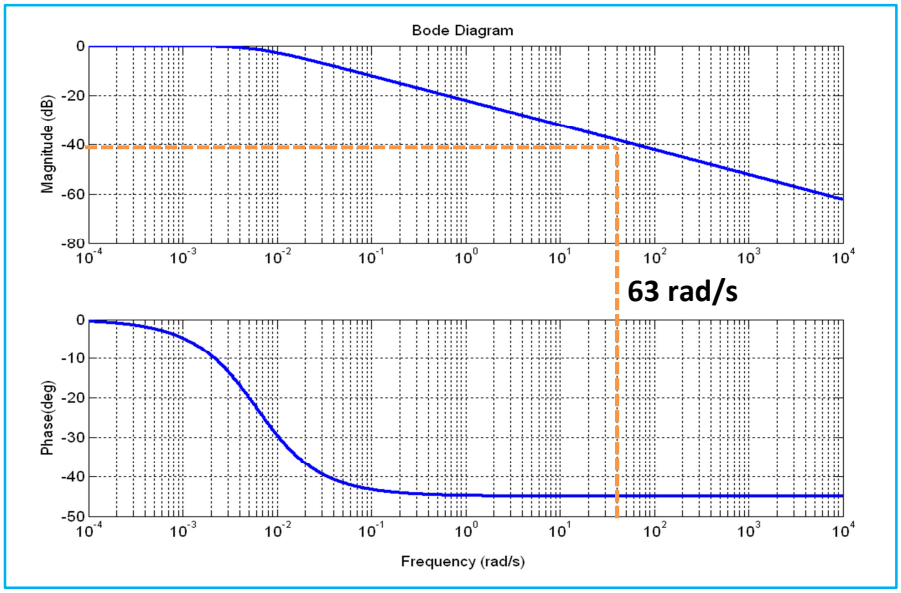


Figure 2.32 : *Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H^*_{PCB}(s)$*

La limite lorsque *s* tend vers 0 de $H^*_{pcb}(s)$, définit la résistance thermique R_{cu_PCB} entre la piste de cuivre et l'air ambiant via le PCB, soit :

$$R_{cu_PCB} = \frac{T(x=0) - T_{amb}}{\varphi_{cu}} = \frac{1}{\sqrt{k_{pcb} \cdot \frac{h_1 + h_2}{e_{pcb}}}} \quad . \qquad (2.111)$$

2.6.4 Propagation de chaleur dans une piste de cuivre de longueur finie

Dans cette partie, la propagation de chaleur dans une piste de cuivre est étudiée. Cette étude permet de quantifier l'influence du composant de puissance sur la température de la piste, et donc de définir la distance d'oubli de celle-ci. Cette distance est utilisée dans le chapitre 3 pour définir la longueur de maillage d'une zone du PCB. Elle sert également à définir si la chaleur produite par un composant de puissance peut être ou non traversée jusqu'à un connecteur.

En réalité, la propagation de chaleur dans une piste de cuivre s'effectue selon les trois dimensions : le long de la piste et avec le dessous et les côtés du PCB. En raison de ce caractère tridimensionnel, l'approche analytique est complexe. C'est la raison pour laquelle la méthode numérique est incontournable. Elle est utilisée au chapitre 4 pour la vérification du modèle.

Afin de pouvoir utiliser la méthode analytique, des simplifications sont effectuées. Ainsi, étant donné que l'épaisseur du PCB est faible (1,6mm) et que la largeur de la piste de cuivre à étudier est importante (4 mm pour un courant de puissance de 12A [Adam 2004]), la température de la piste et celle de la partie en dessous de la piste sont supposées homogènes. La **Figure 2.33** illustre la prise en compte des simplifications conduisant à un modèle à deux dimensions.

D'après les études précédentes concernant les pistes de cuivre de longueur infinie, le transfert thermique est principalement dans le sens latéral à la piste *(z)* comme précisé sur la **Figure 2.33** *(A).*

Dans le but de simplifier le modèle, le PCB est décomposé en deux parties. Une partie directement sous la piste de cuivre et de largeur identique à celle de la piste, appelée la sous-piste de cuivre (voir **Figure 2.33** *(B)*). La seconde partie est constituée de tout le reste du PCB.

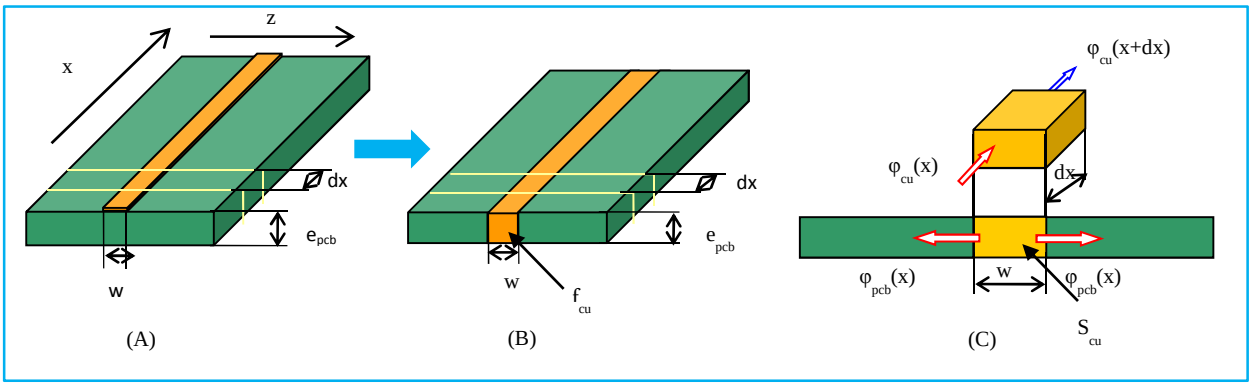


Figure 2.33 : *Illustration des simplifications conduisant au modèle du transfert thermique le long de la piste de cuivre*

Les phénomènes physiques sont identiques à ceux présents au niveau du fil électrique. L'échauffement de la piste est dû à la superposition de l'effet Joule résultant du passage du courant et de la chaleur provenant du composant situé au bout de la piste. D'après l'étude du transfert thermique le long d'un fil électrique, la contribution de chaque phénomène peut être étudiée séparément. L'échauffement par effet Joule étant identique à celui d'une piste de longueur infinie, seul l'échauffement lié au composant situé à l'extrémité de la piste est étudié.

Le principe de conservation de l'énergie est appliqué sur un tronçon *dx* de la piste (voir la **Figure 2.33** *(C)*), soit :

ϕ sortant – ϕ entrant = ϕ stockée + ϕ échangé avec le PCB+ ϕ échangé avec l'air,

ce qui permet de déduire de trouver l'équation de propagation de la chaleur associée, soit :

$$\phi(x+dx)_{cu} - \phi(x)_{cu} = -\rho_{cu_pcb} Cp_{cu-pcb} \frac{\partial T_{cu}}{\partial t}.S_{cu}.dx + \phi_{cu_pcb}(t)dx + \phi_{cu_amb}(t)dx\,, \tag{2.112}$$

avec

- $\phi_{cu_pcb}(t)$: le flux de chaleur échangé latéralement entre la piste de CU et le PCB. D'après l'étude de la partie précédente, la transformation de Laplace de ce flux est donnée par :

$$\phi_{cu_pcb}(s) = 2\, e_{pcb} \sqrt{k_{pcb}\left(\rho_{pcb}\ Cp_{pcb}\ s + \frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}\right)}\left(T_{cu}(s) - T_{amb}(s)\right), \tag{2.113}$$

ou encore

$$\phi_{cu_pcb}(s) = G_{pcb}(s)\left(T_{cu}(s) - T_{amb}(s)\right) \; ; \qquad (2.114)$$

- $\phi_{cu_amb}(t)$ le flux échangé par convection et rayonnement de la piste avec l'air ambiant [W], dont l'expression est de la forme

$$\phi_{cu_amb}(t) = (h_1 + h_2)\, w_{cu}\, \left(T_{amb}(x) - T_{cu}(x)\right), \qquad (2.115)$$

où w_{cu} représente la largeur de la piste de cuivre [m] ;

- S_{cu} la section de l'ensemble piste de cuivre et sous-piste en [m²], calculée selon la relation

$$S_{cu} = w_{cu}\; e_{pcb} \; ; \qquad (2.116)$$

- $\rho_{cu_pcb}\; Cp_{cu-pcb} = \rho_{pcb}\; Cp_{pcb}$: car la répartition de cuivre et d'époxy est homogène.

en sachant que

$$\frac{d\phi}{dx} = -\lambda_{cu_pcb}\, \frac{\partial^2 T_{cu}}{\partial x^2}.S_{cu}\,, \qquad (2.117)$$

où $\lambda_{cu\text{-}pcb}$ représente la conductivité thermique moyenne de la piste de cuivre et du PCB [W/mK] égale à la conductivité thermique horizontale du PCB : $\boldsymbol{k_{x,y}}$.

En introduisant les conditions aux limites,

- $x \xrightarrow{\infty} \dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$: condition de flux nul à l'infini ;

- $\varphi_{compo}(t) = -k_{pcb}.\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}$ quand *x=0*, $\varphi_{compo}(t)$ désignant le flux thermique du composant [W/m²] ;

- $T(r,0) = Tamb$: conditions initiales,

et en utilisant une méthode de résolution identique à celle utilisée pour le fil électrique, à savoir l'utilisation de la transformation de Laplace, la température de la piste de cuivre est sous le forme :

$$T_{cu}(x,s) = \frac{\varphi_{compo}(s).e^{-x.\sqrt{\frac{1}{k_{x,y}}.\left(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s.+\frac{G_{pcb}(s)+(h_1+h_2).w_{cu}}{S_{cub}}\right)}}}{\sqrt{k_{x,y}.\left(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s.+\dfrac{G_{pcb}(s)+(h_1+h_2).w_{cu}}{S_{cu}}\right)}}.+T_{amb}(s) \; . \qquad (2.118)$$

Cette solution permet d'établir les profils de température de la piste en régime permanent. La **Figure 2.34** présente les différents profils en fonction de la largeur de la piste

de cuivre. La distance d'oubli varie en fonction de la largeur de la piste. A titre exemple la distance d'oubli d'une piste de 10mm de largeur est de 6cm.

La solution *(2.118)* permet également de définir la fonction de transfert entre la température de la piste et le flux entrant au point *x=0*, soit :

$$H_{cu}(s) = \frac{T_{cu}(0,s) - T_{amb}(s)}{\varphi_{compo}(s)} = \frac{1}{\sqrt{k_{x,y}.\left(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s. + \frac{G_{pcb}(s) + (h_1 + h_2).w_{cu}}{S_{cu}}\right)}}. \qquad (2.119)$$

D'après les diagrammes de Bode de la **Figure 2.35**, la fréquence maximale de travail est de 450 rad/s soit 72 Hz.

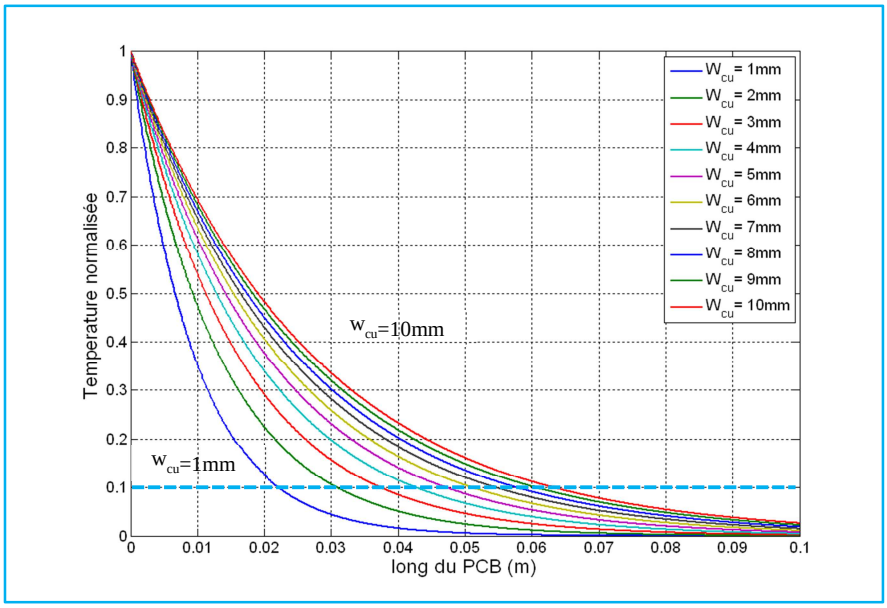


Figure 2.34 : *Profils de température normalisée de la piste de cuivre en fonction de la largeur*

L'étude de la distance d'oubli permet de définir une taille caractéristique des composants électrothermiques élémentaires. Ces composants sont présentés au chapitre 3.

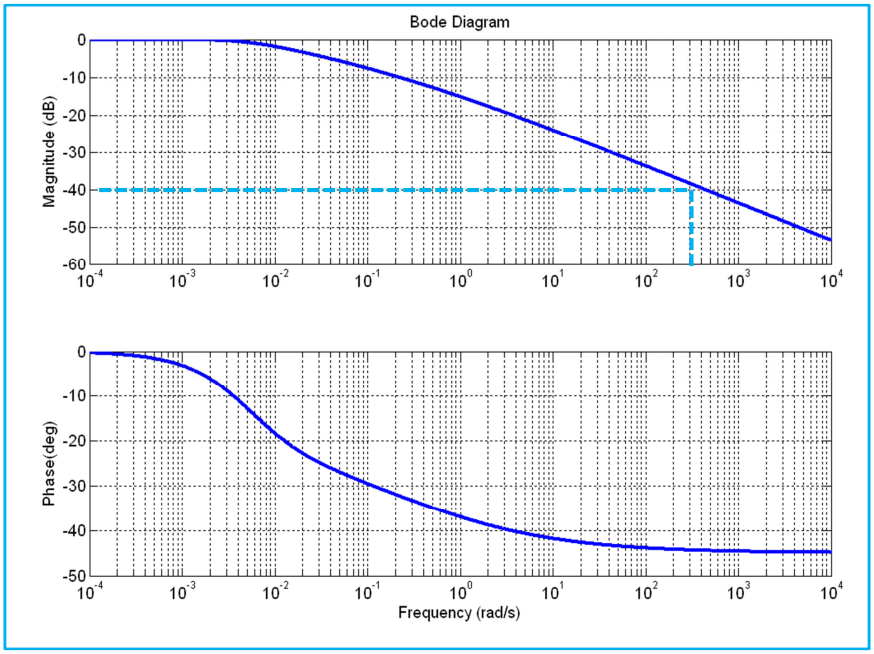


Figure 2.35 : *Diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_{cu}(s)$*

La solution de l'équation du transfert thermique *(2.112)* dépend des conditions aux limites imposées. Si les températures aux extrémités du fil électrique sont prises en compte :

- $x \xrightarrow{x=0} T_{cu} = T_1(0,s)$, condition à l'extrémité *x*=0 ;
- $x \xrightarrow{x=x1} T_{cu} = T_2(x_1,s)$, condition à l'extrémité $x=x_1$.

La solution générale de l'équation *(2.112)* donnée par :

$$T_{cu}(x,s) = K_1(s)\, e^{-x\tau} + K_2(s)\, e^{x\tau} + T_{amb}(s)\,, \qquad (2.120)$$

avec

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{k_{x,y}}.\left(\rho_{pcb}.Cp_{pcb}.s. + \frac{G_{pcb}(s) + (h_1 + h_2).w_{cu}}{S_{cu}}\right)}\,,$$

et $K_1(s) = \dfrac{T_2(x_1,s) - T_1(0,s).e^{x1.\tau}}{e^{-x1.\tau} - e^{x1.\tau}}$, $K_2(s) = \dfrac{T_1(0,s).e^{-x1.\tau} - T_2(x_1,s)}{e^{-x1.\tau} - e^{x1.\tau}}$.

Ce résultat permet de vérifier les limites du modèle d'une piste de cuivre linéarisé, appelé modèle d'une maille, en comparant le flux dissipé par deux méthodes de calcul. La première consiste à déduire le flux dissipé en faisant un bilan du flux entrant et le flux sortant. La deuxième considère que la température du fil électrique est linéarisé, et le flux dissipé est calculé de manière directe. Par ces deux méthodes de calcul, le flux dissipé par une piste de longueur *l* est donné par :

$$\phi_{dissipe} = \phi_{cu}(x = l) - \phi_{cu}(x = 0), \qquad (2.121)$$

la première méthode, ou encore

$$\phi_{dissipe} = -k_{x,y} \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=l} + k_{x,y} \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} . \qquad (2.122)$$

La deuxième méthode donne quant à elle :

$$\phi_{dissipe} = 2\, e_{pcb}\, l \sqrt{k_{x,y} \left(\frac{h_1 + h_2}{e_{pcb}}\right)} \; \frac{T_2 + T_1}{2} . \qquad (2.123)$$

En faisant varier *l*, la comparaison de deux méthodes donne la longueur limite du modèle à une maille. Ce résultat est utilisé pour la modélisation du faisceau de fil électrique détaillé dans le troisième chapitre.

2.7 Conclusion

Ce chapitre présente des aspects théoriques de modélisation électrothermique. Plusieurs méthodes pour mettre en équation un système thermique sont présentées. En conclusion, le domaine d'application de l'étude faisant l'objet de ce mémoire se prête davantage aux méthodes de bilan d'énergie comme les volumes finis et la méthode nodale. Le principe de conservation de l'énergie permet d'établir l'équation analytique de propagation de la chaleur.

Dans le cas général d'un conducteur, l'étude d'électromagnétique montre que la fréquence du courant peut avoir des impacts sur la résistance. Cette étude montre également qu'il existe des fréquences limites pour chaque section de conducteur, au-dessous de la quelle, les effets électromagnétiques peuvent être négligés.

Ces aspects théoriques sont ensuite utilisés pour modéliser un fil électrique à longueur infinie, puis un fil électrique la longueur finie. Deux méthodes pour modéliser un fil électrique de longueur finie ont été proposées :

- méthode d'approximation par la discrétisation géométrique ;
- méthode analytique basée sur l'équation de transfert thermique longitudinale.

La première méthode conduit à une difficulté pour définir la longueur optimale de maillage et la seconde présente a priori une impasse quant à la résolution, des équations faisant intervenir des dérivés d'ordre non entier étaient déterminées.

Cependant, en utilisant des outils développés par l'équipe CRONE pour l'analyse des systèmes non entier, systèmes décrits par des équations aux dérivations non entières et particuliers pour la modélisation de systèmes diffusifs comme électrique, thermique, mécanique, hydropneumatique. Le modèle thermique du fil électrique peut être représenté sous deux formes : un système à paramètres localisés et un système à paramètres distribués. Grâce à ces représentations, nous pouvons résoudre les problèmes induits par les deux méthodes de modélisation, c'est-à-dire : définir le comportement thermique le long d'un fil électrique (profil de température du fil électrique, distance d'oubli), et définir la longueur optimale de maillage.

L'analyse précédente est élargie à la propagation de chaleur dans un PCB et dans une piste de cuivre, ces analyses permettant une fois de plus de définir leurs distances d'oubli et les limites de validité du modèle.

Le chapitre suivant exploite les résultats de ce chapitre : distance d'oubli, méthode de maillage et le modèle maillé d'un fil électrique, en les appliquant à la construction des différents modèles élémentaires qui seront utilisés pour la construction de modèle complet du SEE.

Chapitre 3 Modélisation électrothermique du système électrique électronique

SOMMAIRE

Chapitre 3 Modélisation électrothermique du système électrique électronique 91

3.1 Introduction 92
3.2 Comportement thermique du SEE 93
3.3 La nouvelle méthode de modélisation électrothermique du SEE 97
3.3.1 Modèle global 98
3.3.2 Modèle détaillé 101
3.3.3 Modèle du circuit 104
3.4 Modèles des composants élémentaires 108
3.4.1 PCB et piste de cuivre 108
3.4.2 Les capots du boitier 125
3.4.3 Connecteur 127
3.4.4 Fils électriques, torons et faisceaux électriques 139
3.5 Application des modèles élémentaires à la construction des modèles de boitier . 150
3.5.1 Description du boitier 150
3.5.2 Construction de modèle de niveau global 152
3.5.3 Construction du modèle de niveau détaillé 155
3.5.4 Construction du modèle de niveau circuit 158
3.6 Conclusions et perspectives 160

3.1 Introduction

Comme indiqué au chapitre 1, le SEE d'une automobile contient plusieurs boitiers électroniques et faisceaux. D'un point de vue thermique, selon les cas on peut observer le faisceau participe au refroidissement du boitier ou à son réchauffement. D'après l'étude sur les distances d'oubli faites au chapitre 2, l'impact de l'échauffement du faisceau par le boitier est inexistant au-delà de cette distance. Si la distance entre deux organes électriques ou entre un organe électrique et son alimentation est supérieure à deux fois la distance d'oubli, ils sont donc supposés déconnectés thermiquement. Nous pouvons donc étudier séparément un boitier et une portion de faisceau qui lui est reliée. Dans le cas où la distance entre deux organes n'est pas suffisamment longue, il existe alors un phénomène d'échauffement mutuel via les conducteurs communs. Ce phénomène est d'autant plus important que les organes sont plus proches. Dans le cadre d'une modélisation électrothermique du SEE et bien que les boîtiers sont reliés électriquement, ils peuvent être étudiés indépendamment d'un point de vue thermique. Un modèle électrique de l'ensemble du SEE permet d'avoir les profils de courant dans chaque ligne des connecteurs. Ces profils sont ensuite appliqués au modèle thermique de chaque boitier pour évaluer son échauffement. La température influe légèrement sur la résistance électrique de ligne et donc le courant. Cependant, c'est le point de fonctionnement de la charge qui impose le profil du courant, la variation de la somme des résistances entre l'alimentation et la charge restant très faible par rapport de celle de la charge. Les études électrothermiques du SEE peuvent ainsi se réduire à l'étude de chaque boitier et de son faisceau, et ce en considérant uniquement les profils des courants aux entrées-sorties des boitiers.

L'objectif de ce chapitre est d'analyser électrothermiquement un boitier et son faisceau dans le but de rechercher des points thermiquement critiques au niveau du boitier. Les couplages thermiques entre deux boitiers ou entre un organe électrique et l'alimentation feront l'objet d'études futures. De même on considérera des évolutions de courant sur un seul circuit électrique à la fois, les courants dans les autres circuits électriques étant pris en compte en moyenne dans les modèles global et détaillé.

Avant de développer la modélisation complète du **SEE**, une analyse globale permet de simplifier les phénomènes physiques mineurs qui influencent très peu l'électrothermique du système. Cette analyse définit également les limites de validité des modèles. Les résultats mettent bien en évidence les phénomènes physiques mis en jeu et les liaisons énergétiques entre les composants du **SEE**.

Suite aux analyses, une stratégie de modélisation selon une architecture en trois niveaux est proposée, permettant alors d'observer le comportement électrothermique à partir de l'échelle d'un **SEE** global jusqu'à celle d'un circuit électrique en particulier. Ainsi, on distingue :

- le ***niveau « global*** » du **SEE** qui renseigne sur l'échauffement moyen du boitier et celui de l'ensemble des faisceaux électriques, ainsi que sur le flux de chaleur total entre le boîtier et ses faisceaux ;

- le ***niveau « détaillé »*** d'un boitier électronique et de ses faisceaux qui donne l'échauffement moyen de différentes zones de la carte électronique du boîtier ainsi que de chaque faisceau ;
- le ***niveau « circuit*** « qui a pour but de calculer la température des différents points d'un circuit électrique qui parcourt le boîtier et un faisceau.

Une fois l'architecture des modèles définie, on peut étudier séparément chaque composant, puis le modéliser sous Matlab/Simulink dans le but de construire une bibliothèque de modèles des composants. Chaque composant est présenté sous la forme d'un bloc qui permet de simplifier la construction des trois niveaux du modèle. Finalement, les différents modèles sont construits à partir d'une agrégation de tous ces modèles.

Enfin, un boitier électronique et son faisceau complet sont modélisés. A travers l'application des trois niveaux, des schémas d'agrégation de chaque niveau sont introduits. Ils illustrent un exemple d'utilisation des topologies de modélisation et de la bibliothèque.

3.2 Comportement thermique du SEE

Dans ce paragraphe, un boitier et son faisceau font l'objet principal de l'étude. Les phénomènes physiques présents dans le SEE sont :

- les transferts thermiques : conductions, convection et rayonnement,
- la conduction électrique, effet Joule,
- les phénomènes électromagnétiques : effet de peau, effet de proximité, agression électromagnétique.

Les phénomènes électromagnétiques interviennent en présence de signaux de haute fréquence. Les agressions électromagnétiques d'un véhicule entièrement câblé sont les plus importantes dans la bande de fréquence allant de 20 à 300MHz [Andrieu, 2006]. La **Figure 3.1Erreur ! Source du renvoi introuvable.** représente le panorama des signaux dans une voiture. Ces signaux de haute fréquence sont de faible d'amplitude. Ils n'ont donc pas d'influence sur l'électrothermique du faisceau.

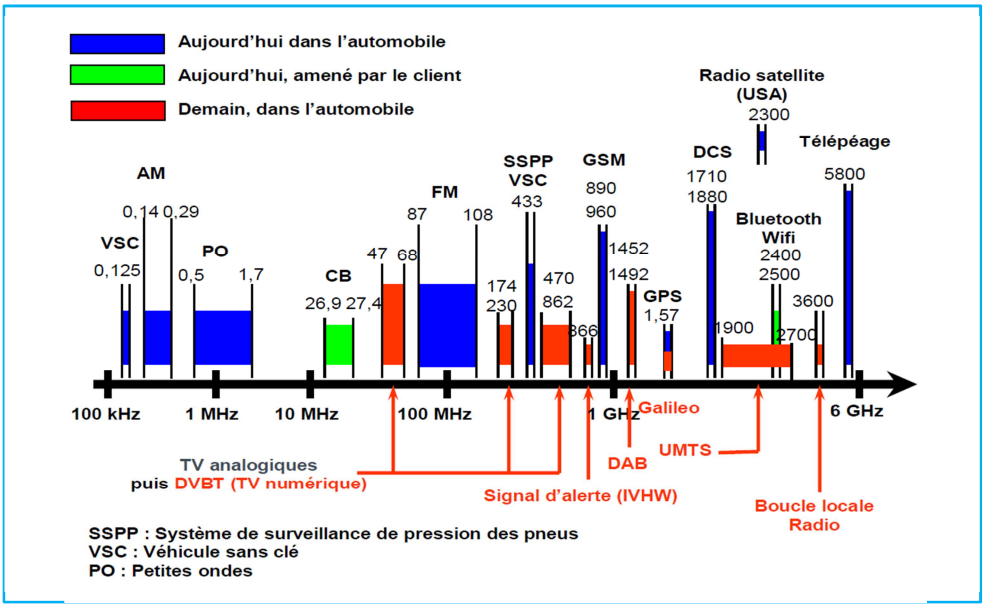


Figure 3.1: *Panorama des signaux hautes fréquences susceptibles d'être rencontrés dans un véhicule d'un constructeur Français. [Andrieu, 2006]*

Les signaux de transport de données ou de puissance dans l'automobile sont constitués des signaux de communication CAN, d'alimentation de l'éclairage (ampoule ou Led) et d'alimentation des moteurs DC et AC via des convertisseurs DC/DC ou DC/AC. Les fréquences de ces signaux vont de 0Hz (continu) à 1Mhz [Khan, 1999]. Le réseau CAN sert essentiellement à la communication entre les boitiers ou les appareils électroniques, la puissance transférée est donc très faible. Les courants qui circulent dans ces conducteurs sont de l'ordre de quelques ampères, nous pouvons donc négliger leurs influences électromagnétiques et les considérer comme une simple ligne de faible puissance. La fréquence de découpage des convertisseurs DC/AC rencontrés dans une automobile (cas d'un véhicule Hybride) peut aller jusqu'à 10MHz [Costa, 2012] dans certains cas. Des phénomènes électromagnétiques comme d'effet de peau et d'effet de proximité peuvent donc apparaître dans leurs conducteurs. Les considérations électromagnétiques sont une des raisons qui motive les blindages ces fils électriques.

Dans ce mémoire, l'alimentation du moteur électrique alternatif (qui impose d'interposer un convertisseur entre l'alimentation continue et les boîtiers électroniques de courant alternatif) n'est pas traitée. Seuls les signaux de puissance dont la fréquence de PWM est entre 150Hz à 400Hz sont considérés dans cette thèse. Ainsi, à part le faisceau CAN et les signaux PWM précédemment cités, la plupart des signaux en entrée-sortie du boitier sont continus.

Compte tenu de la forme d'un signal PWM (signal se rapprochant d'un signal carré) de fréquence f_0, il contient des harmoniques aux fréquences $3\,f_0$, $5\,f_0$, $7\,f_0$…. Au-delà du 4ème harmonique, l'amplitude des harmoniques étant très atténuée, ils peuvent être négligés. Pour un signal PWM de fréquence 400 Hz à $7\,f_0$, la fréquence est de *2.8*kHz. L'effet de peau et l'effet de proximité apparaissent à partir d'une section de conducteur de 4.5mm².

Finalement, les phénomènes physiques principaux dans un SEE dans le cadre de notre étude sont donc :

- le transfert thermique : conductions, convection et rayonnement,
- la conduction électrique, effet Joule.

Ces phénomènes sont pris en compte pour analyser un boitier avec son faisceau. La **Figure 3.2** décrit cette analyse pour laquelle la liste des phénomènes physiques en jeu est la suivante :

- Partie PCB : il s'agit du circuit imprimé. Elle contient les pistes de cuivre, l'époxy, les composants de puissance. Différents milieux et phénomènes interviennent :
  - conduction thermique entre l'époxy et les pistes du cuivre, entre les pistes de cuivre et les composants, et entre le PCB et le connecteur,
  - rayonnement, convection vers le boitier,
  - rayonnement, convection vers l'air extérieur,
  - conduction électrique dans le PCB par les pistes de cuivre,
  - effet Joule provoqué par les composants de puissance et les pistes de cuivre.
- Partie air intérieur du boitier : un seul phénomène intervient :
  - convection naturelle en cavité entre le PCB et le boitier.

- Partie capots du boitier : deux phénomènes sont mis en jeu :
    - convection libre et rayonnement avec l'extérieur,
    - rayonnement et échange indirect par la convection de l'air clos avec le PCB.
- Connecteur : quatre phénomènes sont mis en jeu :
    - conduction électrique,
    - effet Joule dû à la résistance de contact,
    - effet Joule lié aux résistances électriques des conducteurs (clips, languettes)
    - conduction thermique entre le PCB et le connecteur, conduction thermique entre la partie métallique et la partie plastique du connecteur.
- Fils électriques libres : six phénomènes sont mis en jeu :
    - conduction électrique,
    - conduction thermique avec le connecteur,
    - conduction thermique avec le toron,
    - convection, rayonnement total avec l'air ambiant,
    - effet de peau à partir de *4.5mm²,*
    - effet Joule.
- Toron : quatre phénomènes sont mis en jeu :
    - conduction électrique,
    - conduction thermique avec les fils électriques libres,
    - convection, rayonnement avec l'ambiance,
    - effet de peau,
    - effet Joule.
- Charge : les trois principaux types de charge sont modélisés électriquement (voir paragraphe II.5 Consommateurs dans le chapitre 1), mais il est à noter que l'influence thermique sur le courant de ligne est négligeable.

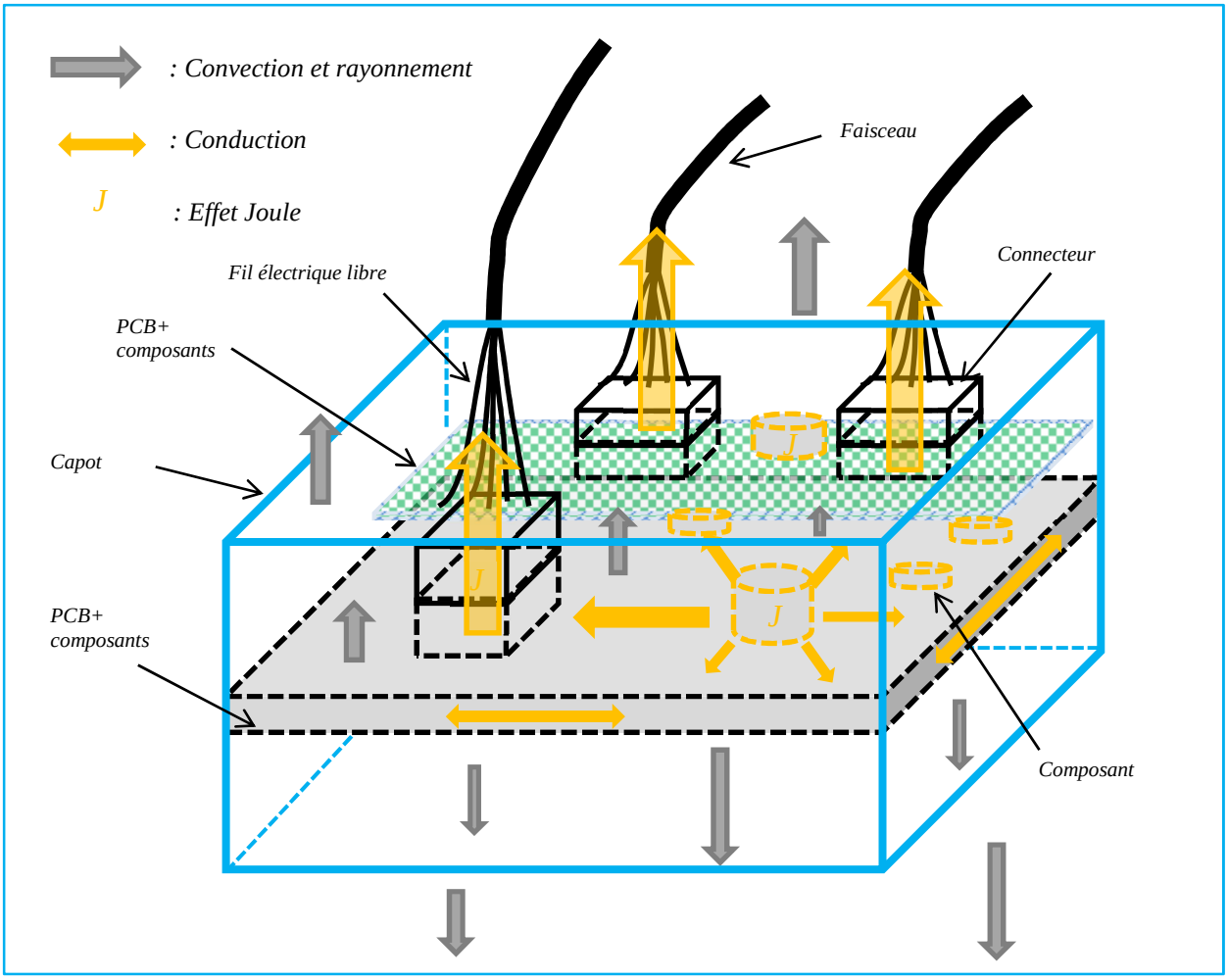


Figure 3.2 *: Diffusion thermique dans un boitier électronique et dans son faisceau*

Dans un boitier, les principales sources de chaleur sont les composants de puissance et les pistes de cuivre placés sur le PCB. La majeure partie de cette chaleur est ensuite diffusée dans le PCB par conduction, et une autre partie est échangée avec le boitier par convection et rayonnement. Puisque la surface d'échange entre le PCB et le boitier est importante, une grande partie de la chaleur est transférée du PCB vers les capots de boitier par convection et rayonnement. Par ailleurs, les pistes de cuivre et les plans de masse du PCB sont de très bons conducteurs électriques et thermiques. La chaleur peut donc être conduite jusqu'au connecteur, puis elle est dissipée dans l'air ambiant via le faisceau.

Comme indiqué au chapitre 1, la méthode la plus utilisée pour la simulation électrothermique est la discrétisation géométrique : éléments finis et volumes finis. Ces méthodes permettent d'obtenir des résultats précis. Sur une simulation, il est par ailleurs possible de calculer la température de tous les points du système. L'inconvénient de ces méthodes est l'importance de la charge de calcul et la taille importante des données. Pour évaluer une seule température, par exemple celle d'un circuit sur le PCB, il faut alors simuler tout le système. Dans le but d'alléger la simulation et d'extraire uniquement les résultats pertinents, une nouvelle stratégie de modélisation à trois niveaux est présentée dans les paragraphes suivants.

3.3 La nouvelle méthode de modélisation électrothermique du SEE

Le modèle que nous proposons se décompose en trois niveaux : ***niveau global***, ***niveau détaillé***, et ***niveau circuit***. Cette méthode de modélisation permet de caractériser le SEE d'une façon globale jusqu'à une façon détaillée. Ces trois modèles sont donc reliés, les résultats de l'un étant les conditions environnementales de l'autre. La **Figure 3.3** montre la description et les liaisons entre ces modèles.

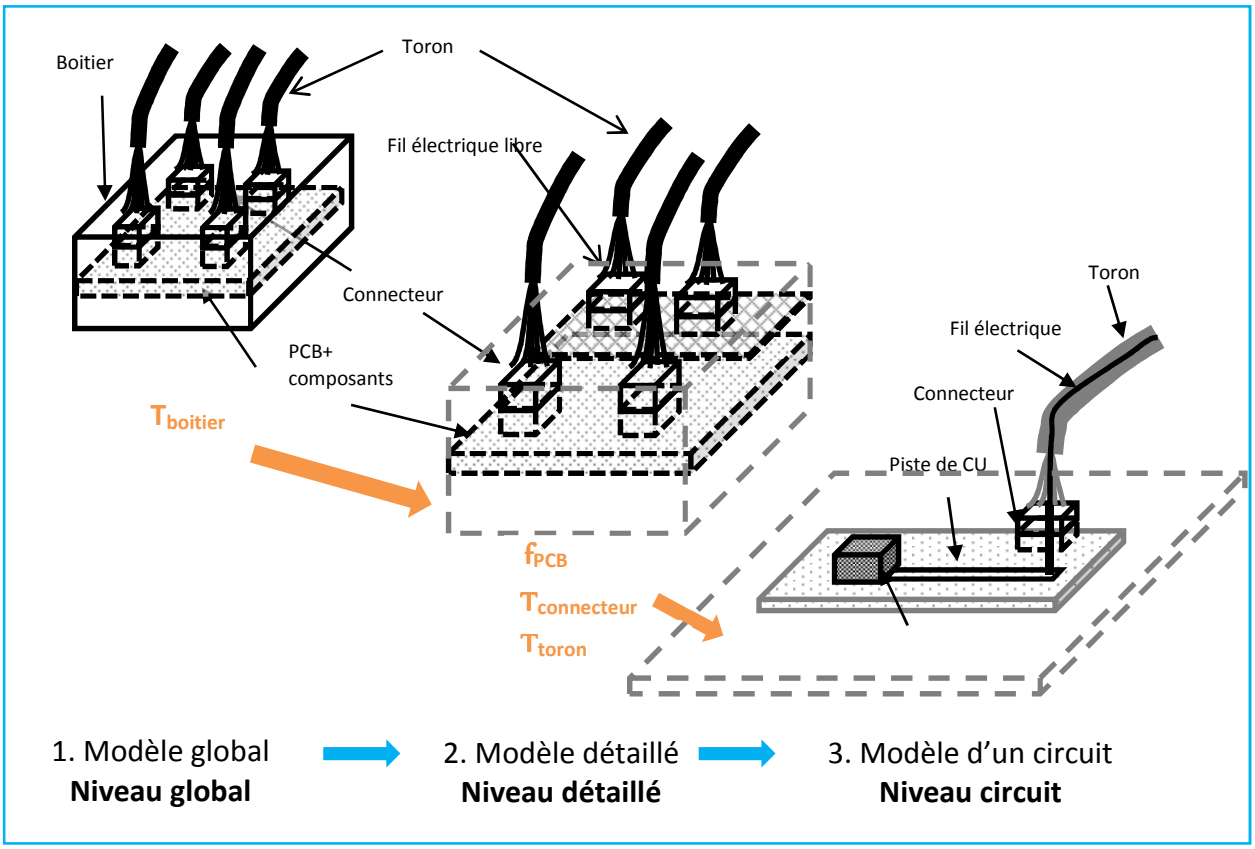


Figure 3.3: *Modélisation à trois niveaux*

- Le **modèle « global »** serve à évaluer le transfert thermique et la température du boîtier. Les résultats de ce modèle sont la température moyenne des capots et de l'air intérieur. Ces modèles servent également à calculer les flux de chaleurs échangés entre les différentes parties en présence (boitier, connecteurs, fils électriques libres, torons). Ils alimentent ensuite les modèles détaillés du PCB.
- Le **modèle « détaillé »** a pour but le calcul de la température de différentes zones sur le PCB, et également de la température moyenne des connecteurs et des faisceaux associés. Il utilise la température moyenne du boitier calculée par le modèle global. Les résultats de ce niveau alimentent ensuite le modèle d'un circuit.
- Le **niveau « circuit »** permet d'évaluer la température d'un circuit constitué d'un composant de puissance situé sur une zone du PCB, d'une piste de cuivre, d'un connecteur et du fil électrique associé. Ce niveau utilise les résultats calculés par le niveau détaillé comme les flux thermiques du PCB, la température moyenne du connecteur et la température du toron.

Pour chaque modèle, il est essentiel de réaliser une modélisation bond graph pour établir les liaisons énergétiques d'une part, et pour justifier la causalité de chaque modèle,

d'autre part. Des rudiments de modélisation bond graph sont proposés dans [Ould-Bouamama, 2006].

Comme indiqué en début de chapitre, la résistance de la charge est plus importante que celle de la ligne qui l'alimente (de l'alimentation jusqu'à la charge). Le courant de chaque ligne est donc imposé par sa charge. Il n'est donc plus nécessaire de construire un modèle électrique.

La description détaillée de chaque modèle fait l'objet des paragraphes suivants.

3.3.1 Modèle global

Le modèle global utilise des composants globaux, dont les caractéristiques géométriques sont moyennées. Ils permettent de calculer la température moyenne de chaque composant. Par contre, ces modèles ne permettent pas de trouver les points thermiquement critiques du SEE.

Il est à noter que le but de ce niveau de modélisation est de calculer la température des capots, la température ambiante à l'intérieur du boiter et la température moyenne du PCB. Les composants de la carte électronique n'ont pas besoin d'être détaillés. Ces composants sont intégrés dans la masse et le volume total d'une carte électronique équivalente qui représente le PCB. De plus, les échanges thermiques entre le PCB et les connecteurs sont également moyennés.

Le système est simplifié en trois composants principaux : la carte électronique, les capots, et le faisceau (clip languette, fil électrique libre, toron). Il est donc essentiel d'assurer le bilan des transferts thermiques entre les composants et entre les composants et l'ambiance.

Afin de simplifier le modèle, deux groupes d'hypothèses sont proposés. Elles sont vérifiées par les calculs sur des volumes finis via le logiciel FloTHERM et par les mesures expérimentales qui sont présentées au chapitre 4. Le premier groupe est constitué d'hypothèses de base qui sont issues des lois fondamentales de la physique ou obtenues en négligeant les phénomènes mineurs. Ces hypothèses sont valables pour les différents niveaux de modélisation. Le deuxième groupe est propre au modèle global.

- Hypothèses simplificatrices sur le système physique :

  - l'air est considéré comment un élément totalement transparent et qui n'absorbe pas de chaleur du rayonnement,
  - les connexions sont parfaites, il n'y a pas d'air dans les connecteurs, il n'y a pas de couche d'air entre le PCB et les composants,
  - le PCB n'a aucun contact physique avec le boitier,
  - les parties d'air clos ne communiquent pas entre elles,
  - on considère qu'il y a un toron unique pour chaque connecteur.

- Hypothèses simplificatrices pour le modèle global :

- la température du PCB est uniforme, on considère que la carte électronique est constituée de l'ensemble des pistes de cuivre, de l'époxy, et de tous les composants,

- le PCB est un composant uniforme : il n'est donc pas utile de modéliser les échanges thermiques à l'intérieur du PCB.

- Choix des conditions initiales et conditions environnementales. Ce modèle permet d'observer l'évolution "lente" du SEE. Les conditions initiales sont les suivantes :

  - température ambiante pour tous les composants,
  - le boitier et son faisceau sont mis à l'air libre, en régime laminaire (convection naturelle),
  - le rayonnement solaire n'est pas pris en compte.

A partir des hypothèses et du modèle de base décrit dans la **Figure 3.4**, un modèle énergétique (Bond Graph) est construit. Il permet d'écrire les équations différentielles d'échange thermique entre les composants et entre les SEE et l'ambiance :

- **le PCB** est à la fois une partie de stockage et de production de chaleur. Une partie de la chaleur produite par le PCB est transférée dans les capots par convection et rayonnement, et dans le faisceau via le connecteur par conduction. S'il y a une ouverture sur la capot ou si il y des composants de puissance sortant du boitier, il faut prendre en compte la convection et le rayonnement direct entre le PCB et l'air ambiant extérieur.
- **Le boitier** est un composant de stockage de la chaleur. En régime stabilisé, Le boitier reçoit de la chaleur provenant du PCB par convection et rayonnement. Cette chaleur est dissipée totalement dans l'air ambiant. Dans la mesure où la température du boitier n'est pas homogène entre la face inférieure et la face supérieure, il est nécessaire de séparer le boitier en deux capots : supérieure et inférieure. Les phénomènes thermiques appliqués aux capots sont identiques.
- **Le connecteur**, les fils électriques et les torons sont des éléments de dissipation et de production de chaleur. D'après l'analyse de comportement thermique du faisceau (voir **Figure 3.2**), une partie de la chaleur issue du PCB est transférée dans le faisceau. Ce flux de chaleur rentre par les languettes au bout du faisceau et est dissipé en quasi-totalité sur la distance d'oubli. D'après le chapitre 2, il faut utiliser le modèle de toron maillé afin de prendre en compte le phénomène de propagation de chaleur dans le toron. La section du fil électrique libre d'un connecteur est moyennée, et par conséquent le flux de chaleur échangé entre les fils électriques et le toron est la multiplication du flux échangé d'un fil électrique moyenné avec le nombre de fils de ce toron. Cette approximation permet d'optimiser le temps de calcul.

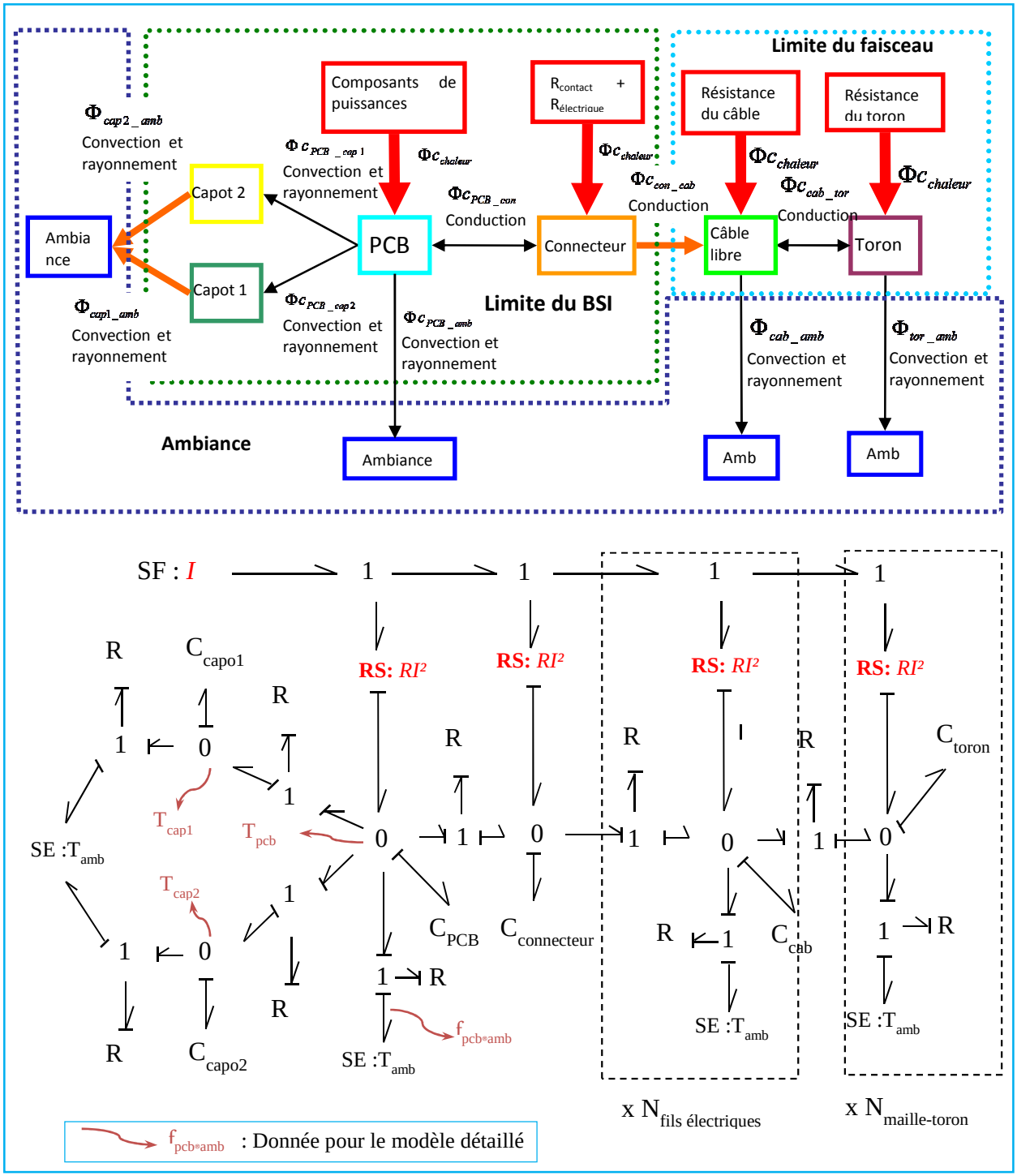


Figure 3.4 : *Topologie et Bond Graph du modèle global*

Les modèles des composants élémentaires sont détaillés dans la partie *3.4 intitulée " Modèle des composants élémentaires " de ce chapitre*.

Le boitier électronique peut contenir un ou plusieurs PCB. Dans la mesure où il y a des transferts thermiques importants entre les 2 cartes électroniques, deux topologies de modélisation sont proposées :

- la première consiste à regrouper les PCB en un seul PCB moyen,
- la deuxième consiste à séparer les différents PCB.

Cette dernière topologie fait intervenir plus de composants (les différents composants de PCB) et il est nécessaire de tenir compte des échanges entre les PCB. Dans tous les cas, la méthode de construction du modèle global reste identique à celle déjà définie : utilisation de composants élémentaires comme PCB, capots, connecteurs, fils électriques et torons connectés entre eux par des liaisons énergétiques analogues à celles d'un modèle Bond Graph.

Dans le cadre de ce mémoire de thèse, les boitiers contenant uniquement un seul PCB sont étudiés. Pour les boîtiers contenant deux PCB ou plusieurs, on pourrait envisager aussi une approximation qui les modélise en un seul circuit.

3.3.2 Modèle détaillé

Le modèle détaillé porte uniquement sur le PCB et ses connecteurs, et ce dans le but d'obtenir précisément la température de chaque zone du PCB et de chaque toron. Pour cela, il est essentiel d'avoir des modèles plus précis du PCB, du connecteur et du toron que ceux déjà établis.

Plusieurs modèles sont présentés dans la littérature. Celui de P .LYBAERT, [Lybaert, 1998], est un modèle simple d'un PCB pour une application dans le domaine de l'électronique spatiale. Il utilise la méthode des volumes finis pour modéliser le PCB avec des mailles dont la taille est plus importante que dans les méthodes classiques. Par contre, la taille d'une maille est toujours inférieure de celle d'un composant de puissance. Cette idée est retenue pour obtenir le modèle détaillé en utilisant une autre stratégie de maillage.

La **Figure 3.5** présente la topologie de maillage pour notre étude. Les mailles ont une taille plus importante que la taille des composants de puissance, au contraire que [Lybaert, 1998]. Une maille du PCB représente une zone sur le PCB dans laquelle il peut y avoir simultanément des composants de puissance, des pistes de cuivre et des connecteurs. Les mailles peuvent être classées selon deux types : mailles avec connecteur et mailles sans connecteur. Les mailles avec connecteur ont en plus un transfert thermique par conduction vers le faisceau. Cette méthode conduit à une réduction du nombre de mailles, et par conséquent du temps de calcul. Le désavantage de cette méthode est qu'elle ne permet d'accéder qu'à la température moyenne par zone et non pas à celle du composant. Il n'est donc pas possible de déterminer les points critiques sur le PCB.

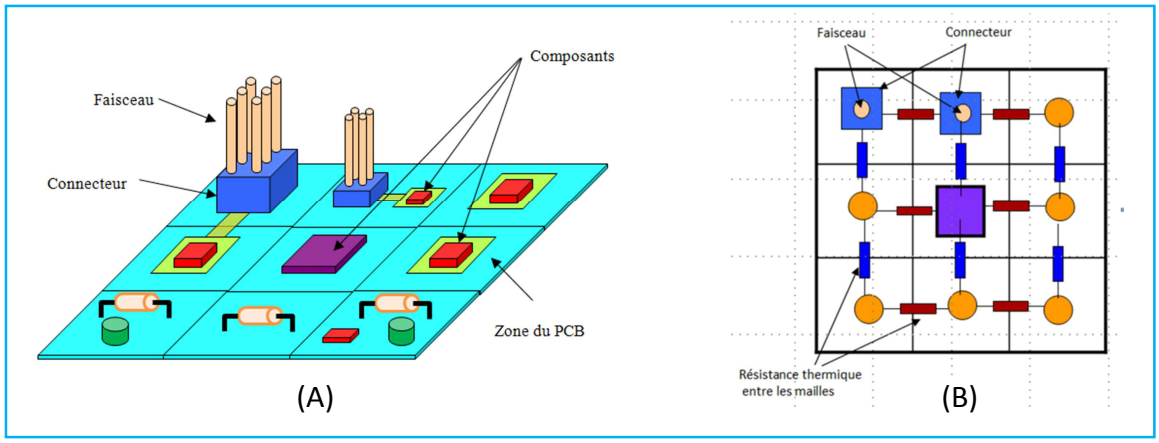


Figure 3.5 : *Topologie de maillage par zone du PCB*
(A) Le découpage par zone du PCB, (B) Maillage d'un PCB

Il est à noter que le maillage doit être construit de telle sorte que chaque connecteur doit forcément se situer dans une maille et une seule du PCB. Par contre une maille du PCB peut posséder un ou plusieurs connecteurs.

Pour permettre l'obtention du modèle détaillé, les hypothèses simplificatrices suivantes sont émises.

- Hypothèses simplificatrices pour le modèle détaillé :

  - la température des zones du PCB est uniforme, on considère qu'une zone sur la carte électronique est constituée de l'ensemble des pistes de cuivre, de l'époxy, et de tous les composants localisés sur cette zone ;
  - les échanges thermiques d'une zone avec l'environnement ne dépendent pas des zones voisines ;
  - l'échange thermique entre deux zones côte à côte se fait uniquement par conduction.

- Les conditions environnementales sont les suivantes :

  - la température ambiante de la carte qui est la température de l'air intérieur du boitier considérée prend en compte la température de l'air intérieur du boitier calculé par le modèle global. Cette température est la moyenne de la température des capots et la température du PCB global;
  - la température ambiante du faisceau est identique à celle de l'air extérieur du modèle global ;
  - le flux de chaleur produit par le PCB est dissipé directement dans l'air extérieur, calculé à partir du modèle global et réparti de façon égale entre toutes les zones du PCB.

La **Figure 3.6** décrit les échanges thermiques du modèle détaillé et le modèle énergétique Bond Graph associé qui en découle. Il permet de décrire les équations différentielles d'échange thermique entre les composants et entre le PCB, les faisceaux et le milieu ambiant. Sur la **Figure 3.6**, un seul faisceau et 4 mailles du PCB sont présentés pour éviter de trop surcharger la figure. En réalité, il peut y avoir plusieurs faisceaux et donc plus de mailles. Dans tous les cas, le modèle Bond Graph est adapté afin de respecter les lois de conservation d'énergie et la causalité du système. Grâce au modèle global, les évolutions de la température des capots du boitier sont calculées, puis elles sont utilisées comme entrées du modèle détaillé.

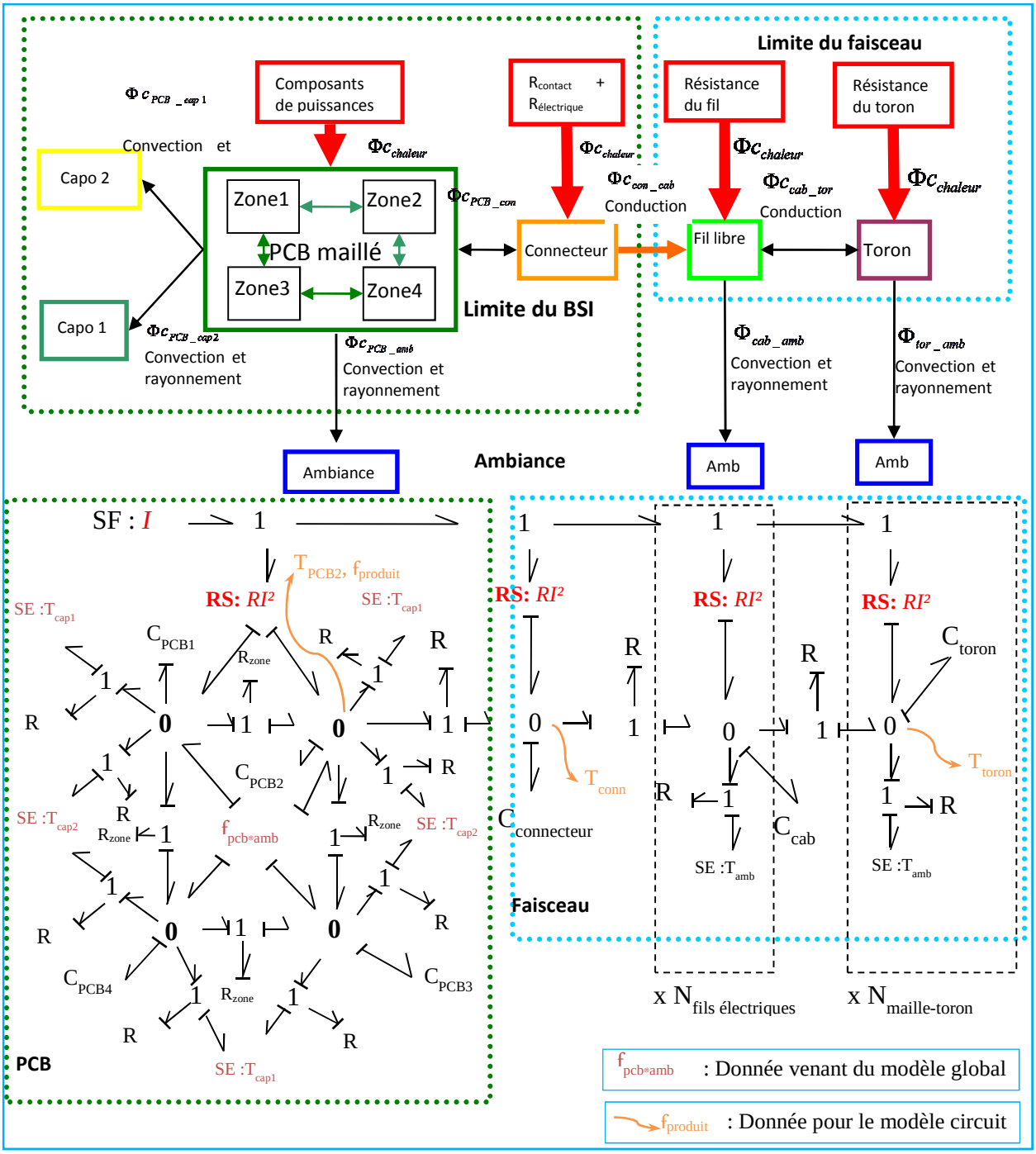


Figure 3.6 : *Topologie du modèle détaillé*

Cette topologie utilise et établit des liaisons énergétiques entre les modèles des composants de base comme le boitier, le PCB, les connecteurs, les fils électriques, les torons. Ces différents composants sont décrits par des modèles élémentaires décrits au paragraphe *3.4 de ce chapitre intitulé « Modèle des composants élémentaires ».*

- **Le PCB** est décomposé en mailles de taille identique. La taille identique permet, d'une parte, de faciliter le calcul du flux de chaleur échangé entre eux, d'autre parte de minimiser l'erreur de calcul par la méthode de discrétisation géométrique. Chaque maille possédant ses propres paramètres thermiques :

puissance dissipée, masse, présence ou non d'un ou plusieurs connecteurs. Les échanges entre les zones sont caractérisés par les résistances R_{zone}.

- **Le modèle du faisceau** utilisé est plus complexe que celui retenu pour le modèle global. Le connecteur se décompose en plusieurs parties : une embase, un porte-clip, des languettes et des clips. Il y a autant de languettes que de clips, car seules les lignes actives sont modélisées. Il est essentiel de modéliser ces différentes parties car ce modèle doit être capable de donner les températures d'une ligne partant de la languette jusqu'à la charge. L'embase est le composant sur lequel les languettes se montent. Tous les échanges thermiques au niveau des languettes s'effectuent via l'embase. Le porte clip est le composant reliant les clips au fils. Les températures de l'embase et des porte-clips sont utilisées comme des données d'entrée du modèle du circuit. Le connecteur est présenté par un seul nœud '0' sur la **Figure 3.6** dans le but d'éviter de surcharger le schéma de Bond Graph, la présentation détaillée de ce modèle est dans la partie *IV.3 Connecteur*.

Afin d'assurer la causalité, il est nécessaire d'avoir autant de fils électriques libres que de languettes. Les fils libres sont modélisés un par un, afin d'avoir une causalité avec le modèle du connecteur. Enfin, le modèle du toron est identique à celui utilisé pour le modèle global, à l'exception de l'échange entre la première maille du toron et les fils électriques libres.

3.3.3 Modèle du circuit

Le niveau circuit permet d'évaluer précisément la température d'un circuit allant du composant de puissance placé sur une zone du PCB, en passant par la piste de cuivre jusqu'au connecteur et finissant par le fil électrique. Ce modèle permet également de définir les points critiques du SEE.

La **Figure 3.7** montre un exemple de modèle de type circuit, pour une zone du PCB qui contient un circuit. Il est à noter que la taille de la maille d'une zone du PCB est plus importante que la distance d'oubli, la chaleur produite par le composant de puissance ne pouvant alors pas dépasser les limites d'une maille. Si un circuit appartient à deux zones du PCB, celui-ci est divisé en 2 parties, chacune étant ramenée à une des 2 zones :

- une des zones comprend le connecteur sur lequel ce circuit est connecté ;
- sur l'autre zone, le circuit est considéré comme un composant de puissance relié à aucun connecteur.

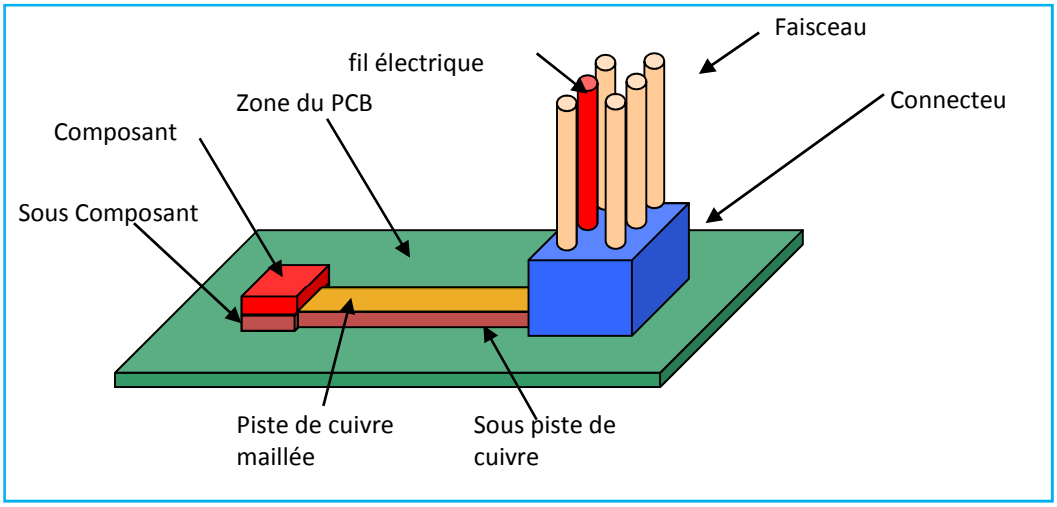


***Figure 3.7** : Schéma d'un circuit sur une zone du PCB*

Ce niveau utilise les résultats du modèle détaillé, à savoir :

- les flux échangés avec les autres zones du PCB, le flux échangé avec l'air ambiant à l'intérieur du boitier, le flux échangé avec le connecteur placé dans la zone ;
- la température de l'embase et du porte-clip du connecteur ;
- la température de toutes les mailles du toron qui contient le fil électrique du circuit.

Le chapitre 2 permet de trouver des expressions analytiques de la température d'un composant et d'une piste de cuivre. Ces expressions ont été établies pour calculer la distance d'oubli et la résistance thermique entre le composant et l'air ambiant via le PCB. A partir de ces études, la structure du modèle circuit est définie de la façon suivante :

- le modèle circuit contient les modèles des composants élémentaires : un composant de puissance, une piste de cuivre, une languette, un clip, un fil électrique libre et le fil électrique dans le toron. (voir la **Figure 3.7**). Le transfert thermique entre les composants par conduction et le transfert entre le composant avec l'air ambiant par convection et par rayonnement sont des phénomènes de transfert thermique pris en compte.
- Des sous-composants sont créés afin de modéliser la propagation de chaleur dans le PCB. Par contre, les flux de chaleur entre les sous-composants et l'air ambiant, via le PCB, sont évalués grâce aux méthodes analytiques décrites au chapitre 2.

Les échanges de chaleur entre les composants sont représentés par la **Figure 3.8**.

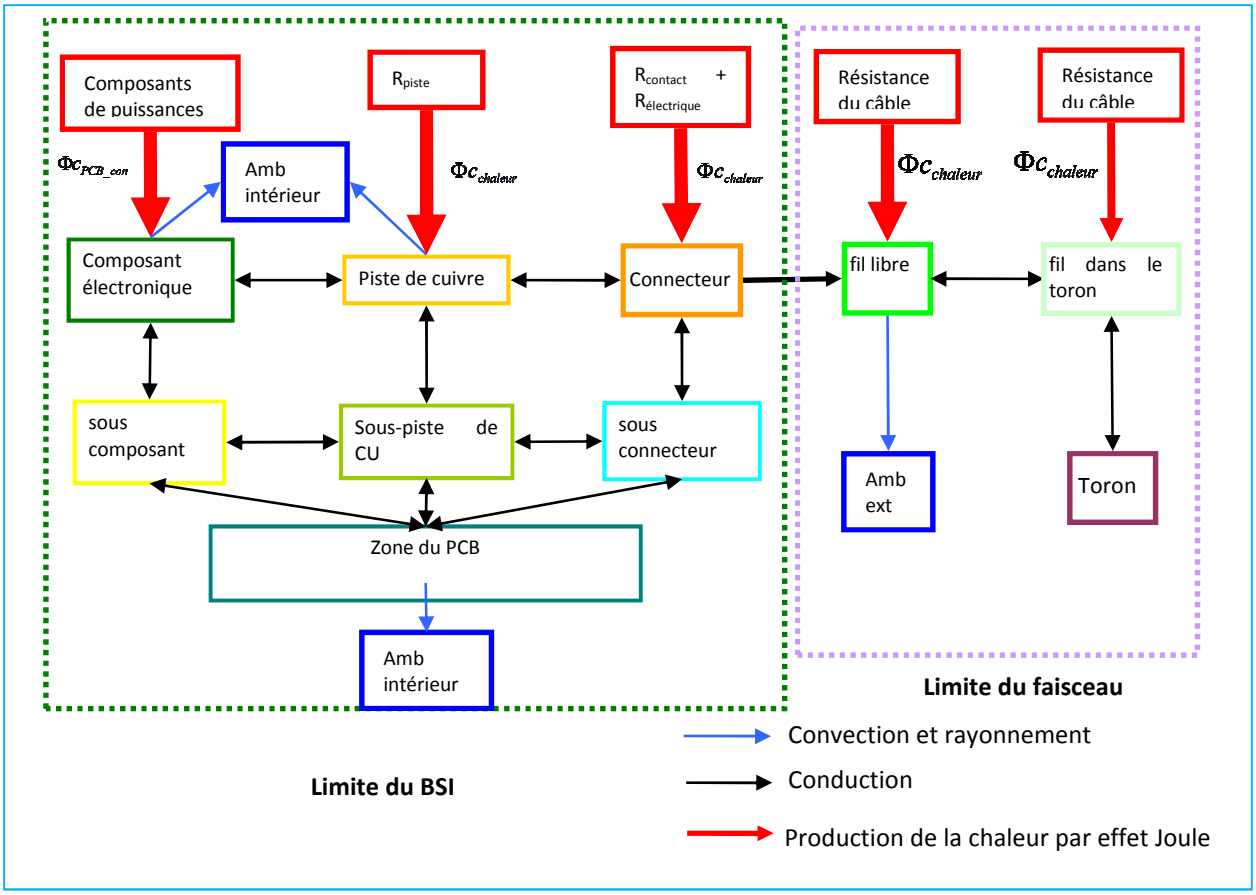


Figure 3.8 : *Topologie du modèle circuit*

Cette structure du modèle est établie en utilisant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la température de chaque composant est uniforme. La piste de cuivre et le composant « sous-piste de cuivre » sont maillés afin d'assurer la meilleure représentation du transfert thermique entre le composant et le connecteur ;
- la production de chaleur des composants sous-zones est obtenue en multipliant la chaleur produite par la zone du PCB contenant ce circuit avec un facteur qui est proportionnel à la surface du sous-composant ;
- l'échange thermique entre deux composants côte à côte est uniquement par conduction ;
- le toron à étudier a une longueur supérieure à sa distance d'oubli. L'échange entre le toron et le fil électrique dans le toron est immédiat, c'est-à-dire qu'une seule maille suffit radialement pour modéliser l'échange entre le toron et le fil électrique. Par contre, il est nécessaire d'utiliser plusieurs mailles longitudinalement pour le calcul de la propagation de chaleur le long du fil électrique.

- Les conditions environnementales sont les suivantes :

  - la température ambiante de la carte considérée correspond à la température de l'air à l'intérieur du boîtier. Elle est calculée à l'aide du modèle global ;
  - la température ambiante du faisceau est identique à celle de l'air à l'extérieur du modèle global.

A partir de la topologie du modèle circuit décrit par la **Figure 3.8**, un modèle Bond Graph représenté par cette même figure peut être construit.

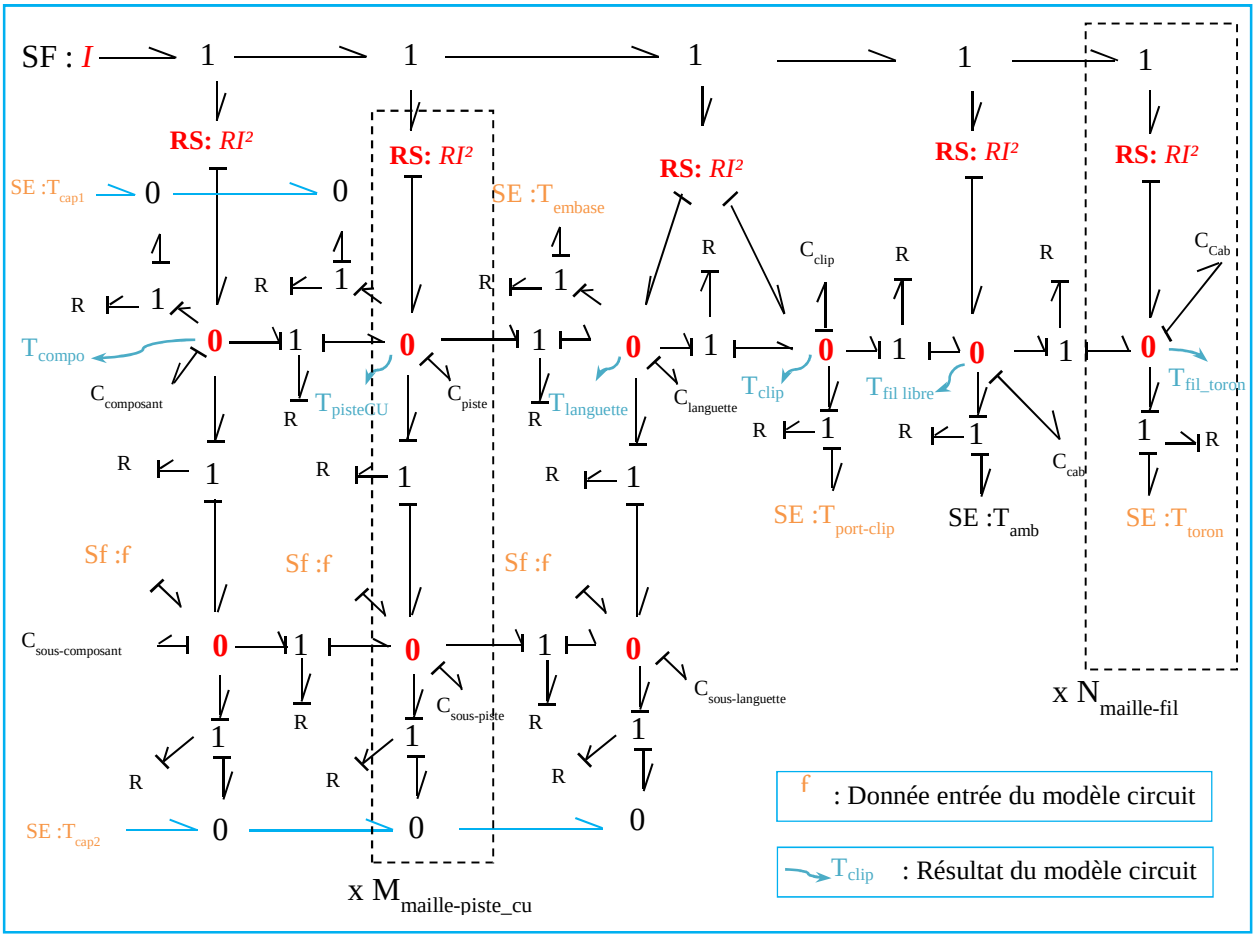


Figure 3.9 : *Schéma Bond Graph du modèle circuit*

Le modèle circuit utilise des composants élémentaires de type circuit : un composant de puissance, un sous-composant, une piste de cuivre, une sous-piste, une languette, un sous-languette, un clip, un fil électrique libre, un fil électrique dans le toron.

- Le composant de puissance est modélisé par un cube de volume identique à celui du composant réel. Il échange de la chaleur par conduction avec le sous-composant, avec la piste de cuivre et par convection et rayonnement avec l'air ambiant intérieur au boitier.
- Le sous-composant a une température homogène. Il échange de la chaleur par conduction avec les autres sous-composants et avec l'air ambiant intérieur au boitier par convection et rayonnement via le PCB. La résistance thermique entre un sous-composant et l'air ambiant est calculée à l'aide des expressions analytiques développées au chapitre 2.
- La piste de cuivre est maillée en plusieurs tronçons identiques. Elle échange de la chaleur par conduction avec la sous-piste qui est aussi modélisée par plusieurs mailles aux dimensions identiques à celles des mailles de la piste de cuivre.
- La languette échange de la chaleur par conduction avec la piste de cuivre, le composant « sous-languette», l'embase et le clip. Elle reçoit une partie de la chaleur générée par la résistance de contact.

- La sous-languette est modélisée de la même façon que le sous-composant.
- Le clip échange de la chaleur par conduction avec le porte-clip, la languette et le fil électrique. Comme la languette, il reçoit une partie de la chaleur générée par la résistance de contact.
- Le fil électrique libre est modélisé comme pour le modèle détaillé.
- Le fil électrique dans le toron est maillé comme le toron afin d'assurer les échanges entre chaque maille du toron et celle du fil électrique. Ce fil électrique échange de la chaleur par conduction avec le toron dont le profil de température est calculé par le modèle détaillé.

3.4 Modèles des composants élémentaires

Les descriptions des différents niveaux de modélisation et de chaque composant nous ont conduits à modéliser séparément chaque composant. Les composants élémentaires sont les bases pour construire les modèles de différents SEE. Les cinq composants élémentaires que sont le PCB, le boitier, le connecteur, le fil électrique et le toron, qui ont précédemment été évoqués, sont à présent décrits.

3.4.1 PCB et piste de cuivre

3.4.1.1 Modèle du PCB du niveau global

A partir de l'analyse du comportement thermique et du Bond Graph de la **Figure 3.5**, la température du PCB est supposée homogène car il est considéré comme un composant unique. Cette simplification de la géométrie du PCB est représentée par la **Figure 3.10**. Ce composant a la forme d'une plaque dont le volume, la masse, les caractéristiques thermiques (capacité thermique, conductivité) sont conservées par rapport au PCB initial.

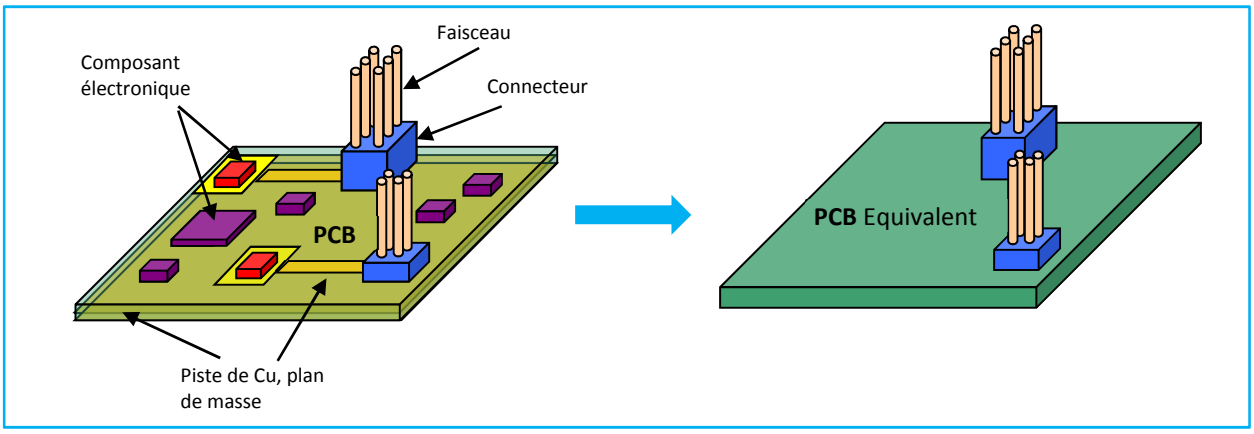


***Figure 3.10** : Simplification du modèle du PCB*

Ce composant PCB global est à la fois une zone de stockage et de production de chaleur. Une partie de la chaleur produite par le PCB est transférée dans le faisceau et dans le boitier. Il est donc nécessaire de paramétrer sa capacité thermique, la résistance thermique avec le faisceau (ou le connecteur), la résistance thermique avec le boitier et la résistance thermique avec l'air ambiant. L'équation de transfert thermique du modèle global d'un PCB est décrite par la relation suivante :

$$C_{PCB}\frac{dT}{dt} = \Phi_{PCB_amb} + \Phi_{PCB_boi} + \sum \Phi_{PCB_con} + \Phi_{J_PCB}, \qquad (3.1)$$

avec :

Φ_{PCB_con}: le flux de chaleur échangé par conduction entre le PCB et le connecteur en [W],

Φ_{J_PCB} : le flux de chaleur généré par le PCB en [W],

Φ_{PCB_boi} : le flux de chaleur échangé entre le PCB et le boitier par convection (ou conduction) et par rayonnement en [W],

Φc_{PCB_amb} : le flux de chaleur échangé entre le PCB et l'air ambiant extérieur par convection et rayonnement en [W],

C_{PCB} : la capacité thermique totale du PCB en [W/Ks].

La capacité thermique C_{PCB} est la somme de toutes les capacités thermiques des composants sur la carte et l'époxy.

Le transfert thermique entre le PCB et les capots s'effectue par convection et rayonnement lorsque la position du boitier est verticale. Par contre dans la position horizontale, les échanges sont le rayonnement et la conduction. Le flux de chaleur échangé entre le PCB et le boitier se décompose en deux flux échangés entre le PCB et les deux capots du boitier. L'échange avec chaque capot s'effectue par convection et rayonnement. Il est décrit par l'expression suivante :

$$\phi_{PCB_boi} = h_{\text{int}_pcb}\left(T_{pcb}\right) l_{pcb}\ w_{pcb}(T_{cap} - T_{pcb}) + F_{12}\,\varepsilon_{pcb}\,\sigma\,(l_{pcb}\ \ w_{pcb})\,(T_{cap}^4 - T_{pcb}^4), \quad (3.2)$$

où

$h_{int_pcb}(T_{pcb})$: le coefficient de convection entre le boitier et le PCB en [W/Km²], ce coefficient est fonction de la position du boitier,

l_{pcb} *et* w_{pcb} : la longueur et la largeur de la carte PCB en [m],

T_{cap} : la température d'une capo en [K],

T_{pcb} : la température du PCB en [K],

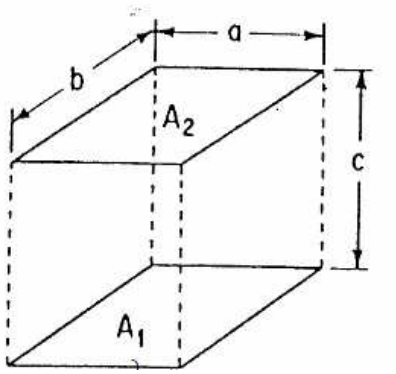
F_{12} : le facteur de forme entre le PCB et le boitier,

ε_{pcb} : l'émissivité du PCB.

En considérant que les échanges par rayonnement entre le PCB et la capot sont équivalents à l'échange entre deux plaques rectangulaires identiques, le facteur de forme F_{12} est calculé par la relation suivante :

Rectangles identiques, parallèles et directement opposés.

$$X = \frac{a}{c} \qquad Y = \frac{b}{c}$$



$$F_{12} = \frac{2}{\pi XY}\left\{ \begin{array}{l} \ln\left[\frac{\left(1+X^2\right)\left(1+Y^2\right)}{1+X^2+Y^2}\right]^{\frac{1}{2}} + X\sqrt{1+Y^2}\,\tan^{-1}\frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \\ +Y\sqrt{1+X^2}\,\tan^{-1}\frac{Y}{\sqrt{1+Y^2}} - X\tan^{-1}X - Y\tan^{-1}Y \end{array}\right\}. \qquad (3.3)$$

En introduisant l'expression (3.2) pour chaque capot, il est nécessaire d'adapter le calcul du coefficient de convection $h_{int_pcb,}$ pour différentes orientations du boitier. Si le boitier est placé en position verticale, ce coefficient est identique pour les deux capots. Lorsque le boitier est placé en position horizontale, l'échange convectif entre le PCB et la capot supérieure est analogue à un échange convectif d'une plaque dans une cavité, par le bas pour la capot supérieure et par le haut pour le PCB, si la puissance dissipée est faible (250W/m²), la convection est proche de la conduction.

Le flux échangé entre le boitier et le PCB est donc la somme de deux flux :

$$\phi_{PCB_boi} = \phi_{PCB_cap1} + \phi_{PCB_cap2}\,. \qquad (3.4)$$

Le flux de chaleur échangé par convection et rayonnement entre le PCB et l'extérieur à température ambiante est calculé par la formule suivante :

$$\phi_{PCB_amb} = h_{air}\ S_{trous}\ (T_{amb} - T_{pcb}) + \varepsilon_{pcb}\ \sigma\ S_{trous}\ (T_{amb}^4 - T_{pcb}^4)\,, \qquad (3.5)$$

avec

h_{air} *:* le coefficient de convection libre d'une plaque en [W/Km²], ce coefficient est fonction de la position du PCB,

S_{trous} : la surface de contact entre le PCB et l'air extérieur en [m²].

Dans la mesure où le transfert thermique entre le PCB et le connecteur a lieu uniquement au niveau des languettes, ce transfert peut se caractériser par une résistance thermique entre le PCB et les languettes. Le flux de chaleur échangé par conduction entre le PCB et une languette est donc défini par la relation suivante :

$$\Phi_{pcb_lan} = \frac{T_{lan} - T_{pcb}}{\frac{l_{lan}}{2\,\lambda_{lan}\,S_{lan}} + \frac{e_{pcb}}{2\,\lambda_{pcb}\,S_{lan}}}\quad , \qquad (3.6)$$

où

λ_{pcb} : la conductivité thermique du PCB en [K/Wm],

λ_{lan} : la conductivité thermique de la languette [K/Wm],

l_{lan} : la longueur de la languette [m],

e_{pcb} *:* l'épaisseur du PCB [m],

S_{lan} *:* la section totale de la languette [m²].

Sachant qu'il y a plusieurs connecteurs sur un PCB et que chaque connecteur se compose de plusieurs broches, le flux total échangé entre le PCB et le connecteur est donné par :

$$\Phi_{pcb_con} = \sum_{i}^{N} n_i \frac{T_{lan}^{i} - T_{pcb}}{\frac{l_{lan}^{i}}{2\,\lambda_{lan}\,S_{lan}^{i}} + \frac{e_{pcb}}{2\,\lambda_{pcb}\,S_{lan}^{i}}}, \qquad (3.7)$$

avec

$T_{lan}^{i} \rightarrow$ indice du connecteur i : la température de la languette du $i^{ème}$ connecteur en [K],

l_{lan}^{i} : la longueur de la languette du $i^{ème}$ connecteur en [m],

S_{lan}^{i} : la section totale de la languette du $i^{ème}$ connecteur en [m²],

N : le nombre de connecteurs sur le PCB,

n_i : le nombre de languettes actives du $i^{ème}$ connecteur.

Le boitier contenant un seul PCB, les connecteurs et les faisceaux sont moyennés (section de languette clip moyenne, section de conducteur moyenne). Pour mémoire, la description de ces composants est faite au paragraphe 3.4.3 et 3.4.4 de ce chapitre.

Il est à noter que la chaleur dissipée dans le PCB est la somme des puissances consommées. Les sources de puissance thermique sont les pistes de cuivre, les composants de puissance (relais, fusibles), la partie électronique (commande relais, régulateurs de tension, processeur…). La puissance totale produite par le PCB est calculée par :

$$\Phi_{J_PCB} = I_{\text{int_}PCB}.V_{bat} + \sum_{N} R_{im}\left(I^{i}\right)^{2}, \qquad (3.8)$$

avec

I_{int_PCB} *:* le courant consommé sous la tension issue de la batterie et du à la carte électronique en [A],

V_{bat} *:* la tension batterie à l'entrée de la carte en [V],

R_{im} *:* l'impédance moyenne à l'intérieur du PCB en [Ohm],

I^{i}*:* le courant entrant de la $i^{ème}$ ligne du boitier en [A].

En appliquant à l'équation du transfert thermique (3.1) du PCB la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc

du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.11** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

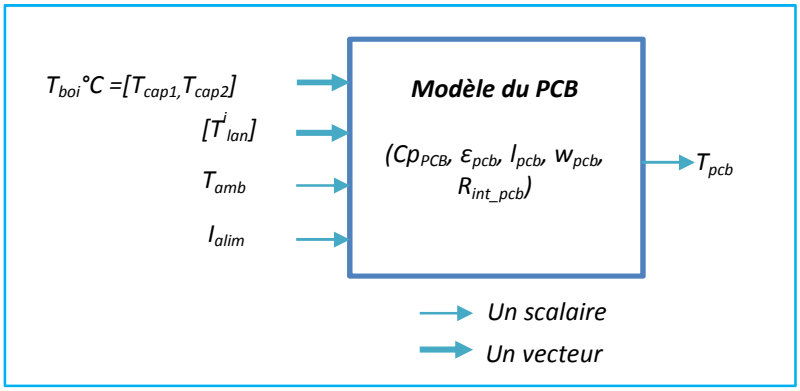


Figure 3.11 : *Schéma bloc de type Matlab/Simulink du modèle global du PCB relié avec l'expression 3.1*

La validation de ce modèle est un des objectifs du chapitre 4, en utilisant notamment les modèles de type volumes finis développés sous les logiciels FloTHERM et ABAQUS.

3.4.1.2 Modèle de PCB du niveau détaillé

Compte tenu de l'analyse du comportement thermique du PCB et du Bond Graph de la **Figure 3.6**, le modèle du PCB du niveau détaillé est construit par une discrétisation géométrique. La taille des mailles est identique sur tout le PCB, leur forme est rectangulaire et la longueur des côtés ne dépassent pas la distance d'oubli du PCB. Cette distance d'oubli est définie dans le chapitre 2.

Il est essentiel que la méthode de simplification géométrique soit identique à celle utilisée pour le modèle global du PCB. Chaque maille est considérée comme une plaque plate. L'équation de transfert thermique de la $i^{ème}$ zone du PCB se traduit par l'équation :

$$Cp^i_{PCB_z}\frac{dT^i_{PCB}}{dt} = \Phi^i_{PCB_amb} + \Phi^i_{PCB_boi} + \sum \Phi^i_{PCB_con} + \Phi^i_{J_PCB} + \sum \Phi^i_{PCB_PCB}, \qquad (3.9)$$

d'où :

$T^{i \rightarrow \text{indice de la ième zone}}_{PCB}$: la température de la $i^{ème}$ zone du PCB en [K],

$\Phi^i_{PCB_con}$: le flux de chaleur échangé par conduction entre le PCB et un ou les connecteurs en [W],

$\Phi^i_{J_PCB}$: le flux de chaleur généré par la zone du PCB en [W],

$\Phi^i_{PCB_boi}$: le flux de chaleur échangé entre le PCB et le boitier par convection (conduction) et rayonnement en [W],

$\Phi^i_{PCB_PCB}$: le flux de chaleur échangé entre les zones du PCB par conduction en [W],

$\Phi^i_{PCB_amb}$: le flux de chaleur échangé entre le PCB et l'air ambiant extérieur par convection et rayonnement en [W],

$Cp^i_{PCB_z}$: la capacité thermique d'une zone du PCB [W/Ks].

Chaque paramètre de l'équation (3.9) est détaillé dans les paragraphes suivants.

La capacité thermique d'une zone est la somme de toutes les capacités thermiques des composants et de l'époxy qui se situent sur cette zone, sachant que la plus importante capacité thermique dans une zone est l'époxy.

Le transfert thermique entre une zone du PCB et les capots s'effectue par convection et rayonnement, lorsque la position du boitier est verticale. Par contre, dans la position horizontale, les échanges sont dus au rayonnement et à la conduction.

Le flux de chaleur échangé entre une zone du PCB et le boitier par convection et rayonnement, noté $\Phi^{i}_{PCB_boi}$, est donné par :

$$\Phi^{i}_{PCB_boi} = h_{\text{int_ pcb}}\left(T^{i}_{PCB}\right) l_{pcb_z}\ w_{pcb_z}\left(T_{boi} - T^{i}_{PCB}\right) + F_{12}\,\varepsilon_{pcb}\,\sigma(l_{pcb_z}\,w_{pcb_z})\left(\left(T_{boi}\right)^4 - \left(T^{i}_{PCB}\right)^4\right), \quad (3.10)$$

où

$h_{int_pcb}(T^{i}_{PCB})$: le coefficient de convection entre le boitier et le PCB en [W/Km²],

l_{pcb_z} et w_{pcb_z} : la longueur et la largeur d'une zone du PCB en [m].

Le flux de chaleur échangé entre une zone du PCB et l'air ambiant extérieur par convection et par rayonnement, noté $\Phi^{i}_{PCB_amb}$, est le flux échangé entre PCB et l'air extérieur du modèle global multiplié par un coefficient de pondération qui correspond au pourcentage de surface d'échange directe avec l'air extérieur de chaque zone.

Il est à noter que l'échauffement de chaque languette du connecteur est calculé dans ce niveau de modélisation. Le flux de chaleur échangé par conduction entre une zone et ses connecteurs est la somme des flux échangés de chaque languette avec la zone. Ce flux est donné par la formule suivante :

$$\Phi^{i}_{PCB_con} = \sum_{N} \frac{T^{j}_{lan} - T^{i}_{PCB}}{\dfrac{l^{i}_{lan}}{2\,\lambda^{i}_{lan}\,S^{i}_{lan}} + \dfrac{e_{pcb}}{2\,\lambda_{pcb}\,S^{i}_{lan}}}, \quad (3.11)$$

avec

T^{j}_{lan} $\rightarrow$ indice de la ième composant : la température de la $j^{\text{ème}}$ languette du $i^{ème}$ connecteur en [K],

λ^{i}_{lan} : la conductivité thermique de la languette du $i^{ème}$ connecteur [K/Wm],

l^{i}_{lan} : longueur de la languette du $i^{ème}$ connecteur [m],

e_{pcb} *:* épaisseur de la $i^{\text{ème}}$ zone du PCB [m],

S^{i}_{lan} *:* la section de la languette du $i^{ème}$ connecteur [m²],

N : nombre de broches actives du $i^{ème}$ connecteur.

Il est important de noter que la chaleur totale dissipée dans le PCB correspond à la somme des puissances consommées. Les sources de puissance thermique sont les pistes de cuivre, les composants de puissance (relais, fusibles), la partie électronique (commande des relais, régulateur de tension, processeur…). Le modèle détaillé est construit sous l'hypothèse que la liste des signaux est bien définie (impédance interne max, courant max). La puissance totale produite par le PCB est calculée par :

$$\Phi^{i}_{J_PCB} = \left(I_{\text{int}_PCB}.V_{bat} + \sum_{N} R_{im} \left(I^{i}\right)^{2} \right) P_{zone} \quad , \qquad (3.12)$$

où

I_{int_PCB} *:* le courant consommé sous V_{bat} dû à la carte électronique en [A],
V_{bat} *:* la tension batterie à l'entrée de la carte en [V],
R_{im}*:* l'impédance moyenne de ligne à l'intérieur du PCB en [Ohm],
I^{i} *:* le courant consommé par la $i^{ème}$ ligne en [A],
P_{zone}: le coefficient de pondération qui est le pourcentage de puissance dissipée sur les zones du PCB.

Il est essentiel de s'assurer que la somme des flux de chaleur produits par zone soit égale au flux du modèle global calculé par la relation (3.8), soit la somme de P_{zone} = 1.

Le coefficient de pondération (P_{zone}) est fonction de la répartition de puissance sur le PCB. La puissance produite pour une zone du PCB est la somme de la chaleur produite par les composants et les pistes de cuivre placées sur cette zone. Le coefficient de pondération (P_{zone}) est, par conséquent, le pourcentage par rapport à la chaleur totale produite du PCB en régime nominal.

La **Figure 3.12** présente la stratégie de maillage du PCB. D'un point de vue thermique, la température de chaque maille correspond à la température au centre de la maille. Le transfert thermique entre les zones du PCB s'effectue par conduction dans les deux directions du plan du PCB, soit [Ox) et [Oy).

Grâce à cette méthode de décomposition, on peut considérer que la carte électronique est une matrice de mailles qui est constituée de *n* colonnes et de *m* lignes. Dans le cas de la **Figure 3.12**, *n=3* et *m=3*. Le nombre de colonnes et de lignes dépend de la précision désirée. Il est donc important de bien gérer le dilemme précision-complexité.

Remarque: *la longueur maximale d'un côté d'une maille ne doit pas dépasser la longueur d'oubli du PCB.*

Le transfert thermique d'une maille s'effectue avec les mailles adjacentes. Le flux échangé par la maille *i,j (ligne i, colone j)* s'exprime par l'équation suivante :

$$\Phi_{i,j} = \Phi_{(i-1),j\to i,j} + \Phi_{(i+1),i\to i,j} + \Phi_{i,(j-1)\to i,j} + \Phi_{i,(j+1)\to i,j}\,, \qquad (3.13)$$

avec

$\Phi_{m,n\to i,j}$: flux de conduction de la maille *(m,n)* du PCB vers la maille *(i,j)* en [W],

Φ_{ij} : le flux entrant dans la maille *(i,j)* en [W].

Les flux de conduction entre les mailles sont calculés par :

$$\Phi_{(i\pm1),j\to i,j} = \frac{T_{(i\pm1,j)} - T_{i,j}}{R_L} \quad , \quad \Phi_{i,(j\pm1)\to i,j} = \frac{T_{i,(j\pm1)} - T_{i,j}}{R_C}\,, \qquad (3.14)$$

où:

T_{ij} : la température de la maille *(i,j)* en [K],
R_L : la résistance thermique de conduction entre 2 mailles du PCB en contact en [K.W^{-1}], (voir la **Figure 3.12**)

R_C : la résistance thermique par conduction entre 2 mailles du PCB en contact en [K.W^{-1}] (voir la **Figure 3.12**).

Ces deux résistances sont définies par :

$$R_C = \frac{W_{maille}}{\lambda_{PCB}\,(L_{maille}\ e_{maille})}, \qquad R_L = \frac{L_{maille}}{\lambda_{PCB}\,(W_{maille}\ e_{maille})}, \qquad (3.15)$$

avec

W_{maille}: la largeur d'une maille du PCB en [m],
L_{maille}: la longueur d'une maille du PCB en [m],
e_{maille} : l'épaisseur d'une maille du PCB en [m],
λ_{PCB} : la conductivité thermique du PCB en [W/(m.K)].

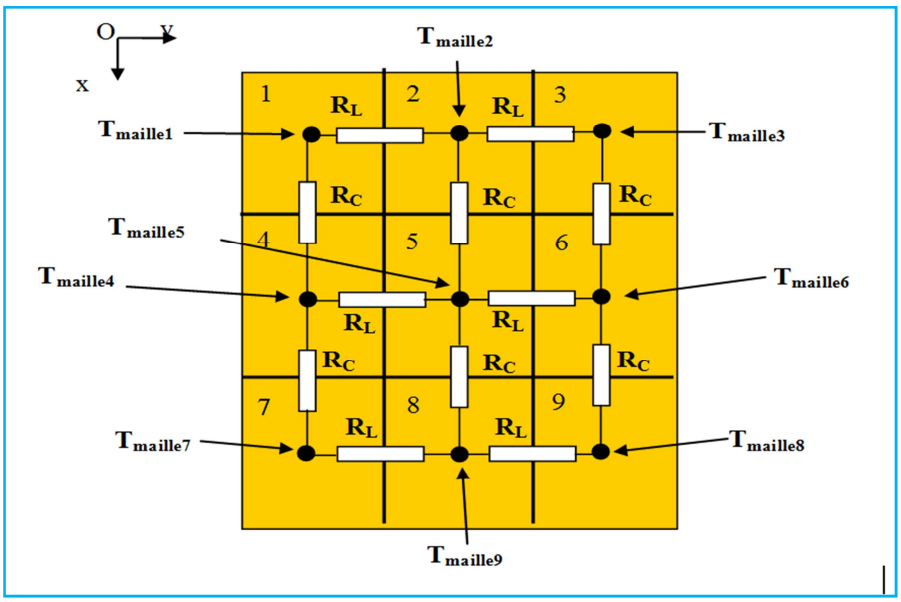


Figure 3.12** : Emplacement des résistances thermiques entre les mailles de la carte électrique* ***[Nguyen, 2011]

Le flux échangé par les côtés d'une maille avec l'air est négligeable. L'expression matricielle de l'ensemble des mailles du PCB d'une carte électronique est présentée par la formule suivante appliquée à un maillage de 3 lignes et 3 colonnes. La matrice peut être élargie pour un maillage contenant *n* lignes et *m* colonnes.

$$\begin{bmatrix}\Phi_{m1}\\ \Phi_{m2}\\ \Phi_{m3}\\ \Phi_{m4}\\ \Phi_{m5}\\ \Phi_{m6}\\ \Phi_{m7}\\ \Phi_{m8}\\ \Phi_{m9}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/R_L+-1/R_C & 1/R_L & 0 & 1/R_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1/R_L & -2/R_L+-1/R_C & 1/R_L & 0 & 1/R_C & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1/R_L & -1/R_L+-1/R_C & 0 & 0 & 1/R_C & 0 & 0 & 0\\ 1/R_C & 0 & 0 & -1/R_L+-2/R_C & 1/R_L & 0 & 1/R_C & 0 & 0\\ 0 & 1/R_C & 0 & 1/R_L & -2/R_L+-2/R_C & 1/R_L & 0 & 1/R_C & 0\\ 0 & 0 & 1/R_C & 0 & 1/R_L & -1/R_L+-2/R_C & 0 & 0 & 1/R_C\\ 0 & 0 & 0 & 1/R_C & 0 & 0 & -1/R_L+-1/R_C & 1/R_L & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/R_C & 0 & 1/R_L & -2/R_L+-1/R_C & 1/R_L\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/R_C & 0 & 1/R_L & -1/R_L+-1/R_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}T_{m1}\\ T_{m2}\\ T_{m3}\\ T_{m4}\\ T_{m5}\\ T_{m6}\\ T_{m7}\\ T_{m8}\\ T_{m9}\end{bmatrix}$$

,

(3.16)

Finalement, sous forme condensée, la relation (3.16) s'écrit :

$$\left[\Phi_{pcb_pcb}\right] = \left[A_{PCB}\right]\left[T^{i}_{PCB}\right] \qquad (3.17)$$

Le calcul de la température de chaque zone du PCB est basé sur l'équation de transfert thermique (3.9). En regroupant toutes ces équations de propagation, la forme matricielle suivante est obtenue :

$$\left[Cp^{i}_{PCB_z}\right]\frac{d}{dt}\left[T^{i}_{PCB}\right] = \Phi^{i}_{PCB_amb}\left(T_{amb},\left[T^{i}_{PCB}\right]\right) + \Phi^{i}_{PCB_boi}\left(T_{boi},\left[T^{i}_{PCB}\right]\right) + \ldots$$
$$\ldots\Phi^{i}_{PCB_con}\left(\left[T_{lan}\right],\left[T^{i}_{PCB}\right]\right) + \Phi^{i}_{J_PCB}\left(\left[I^{2}_{pcb_i}\right],\left[T^{i}_{PCB}\right]\right) + \left[A_{pcb}\right].\left[T^{i}_{PCB}\right] \qquad (3.18)$$

En appliquant à l'équation du transfert thermique (3.18) du PCB la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.13** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

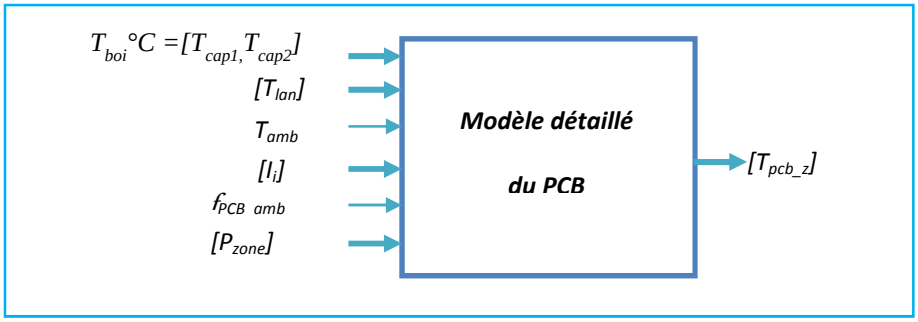


Figure 3.13: *Schéma block de type Matlab/Simulink du modèle détaillé du PCB relié à l'équation 3.18*

3.4.1.3 Modèle d'une piste de cuivre et de la sous-piste

Compte tenu de la description du modèle du circuit, il est nécessaire de modéliser la piste de cuivre et la partie située sous cette piste, appelée « sous-piste de cuivre ». Le chapitre 2 a permis d'évaluer la distance d'oubli d'une piste de cuivre à 60mm. Si la longueur de la piste dépasse la longueur limite d'une maille définie par le **Tableau 3.2**, il est nécessaire de mailler la piste. La propagation de la chaleur dans une piste de cuivre se fait dans deux directions (directions *x* et *z*), comme l'illustre la **Figure 3.14**. La propagation dans la direction *z* s'effectue par diffusion thermique dans le PCB. La chaleur diffusée est finalement dissipée dans l'air ambiant.

Largeur de la piste (mm)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Longueur limite (mm)	14	19	23	26	29	31	33	34	36	37

Tableau 3.1 : *Longueur limite d'une piste de cuivre ne conduisant pas à son maillage*

La piste de cuivre produit de la chaleur lors de la circulation d'un courant. Cette chaleur est dissipée par convection et rayonnement avec l'air ambiant, mais également par échange avec les mailles voisines et également par conduction avec la sous-piste.

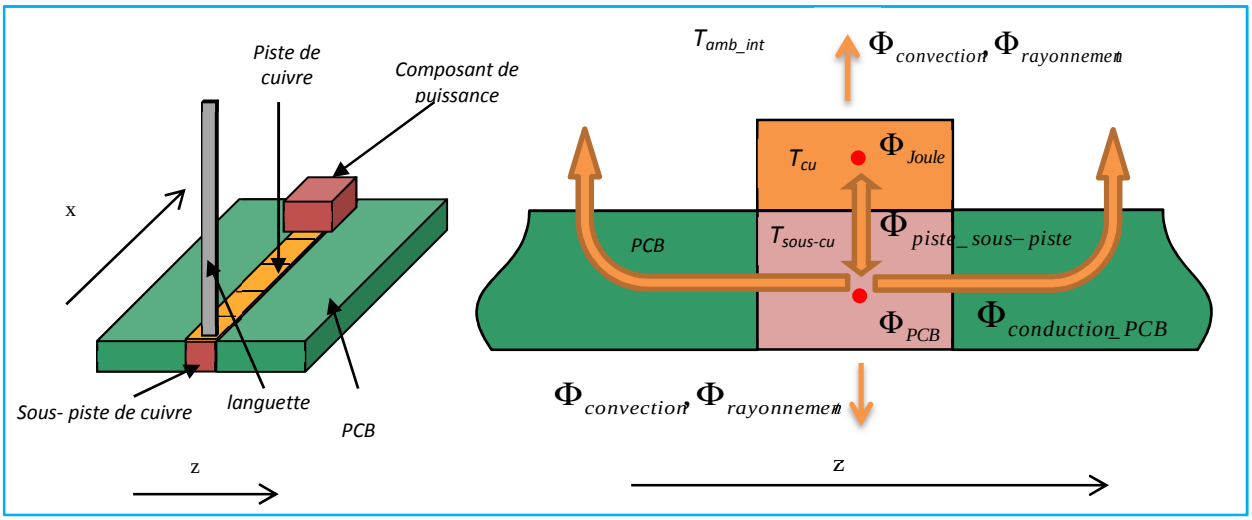


Figure 3.14 : *Piste de cuivre maillée et sa sous-piste de cuivre*

Les phénomènes physiques qui s'appliquent à la sous-piste sont identiques à ceux s'appliquant à la piste de cuivre. De plus, le PCB permet d'évacuer une partie de la chaleur de la sous-piste, par diffusion dans le PCB, puis dans l'air ambiant.

Le bilan énergétique d'une maille piste de cuivre permet d'établir l'équation de transfert thermique suivante :

$$C^i_{P_cu}\frac{dT^i_{cu}}{dt} = \Phi_{conv+ray} + \Phi_{piste_sous-piste} + \Phi_{conduction_maille} + \Phi_{Joule}, \quad (3.19)$$

avec

T^i_{cu} : la température de la $i^{ème}$ maille de la piste en [K],

$C^i_{P_cu}$: la capacité thermique de la $i^{ème}$ maille de la piste en [J/K],

$\Phi_{conv+ray}$: le flux de convection et rayonnement en [W],

$\Phi_{piste_sous-piste}$: le flux de conduction entre la piste et la sous-piste de cuivre en [W],

$\Phi_{conduction_maille}$: le flux de conduction entre les mailles de la piste en [W],

Φ_{Joule} : la chaleur produite par effet Joule en [W].

Tous les termes de l'équation précédente sont détaillés dans le paragraphe suivant.

Le flux de chaleur échangé par convection et rayonnement est donné par :

$$\Phi_{conv+ray} = h_1\, w_{cu}\, l^i_{cu}\,(T_{amb_int} - T^i_{cu}) + \varepsilon_{cu}\,\sigma\, w_{cu}\, l^i_{cu}\left(\left(T_{amb_int}\right)^4 - \left(T^i_{cu}\right)^4\right), \quad (3.20)$$

avec

h_1 : le coefficient de convection de la piste [W/Km²],

ε_{cu} : l'émissivité du cuivre, (si la piste de cuivre est couverte par un verni opaque alors l'émissivité est celle de verni),

w_{cu} :la largeur de la piste [m],

e_{cu} : l'épaisseur de la piste [m]

l^i_{cu} : la longueur d'une maille de la piste [m], le maillage utilisé est de type régulier, calculé par la division de la longueur de la piste (l_{cu}) par le nombre de maille (N_{cu}), soit : $l^i_{cu} = l_{cu} \big/ N_{cu}$.

T_{amb_int} : température d'ambiance intérieure du boîtier en [K], soit :

$$T_{amb_\mathrm{int}} = \frac{T_{cap1} + T_{cap2} + T_{PCB_global}}{3}$$

Compte tenu des faibles épaisseurs en jeu et la forte conductivité thermique de la piste de cuivre, le flux de chaleur par conduction entre la piste et la sous-piste de cuivre est donné par :

$$\Phi_{piste_sous-piste} = \frac{T^i_{sous_cu} - T^i_{cu}}{\dfrac{e_{pcb}/2}{\left(w_{cu}\ l^i_{cu}\ k_{pcb}\right)}}, \qquad (3.21)$$

où

T^i_{cu} : la température de la $i^{\text{ème}}$ maille de la sous-piste en [K],

k_{pcb} : la conductivité thermique moyenne du PCB en [W/mK].

L'échange de chaleur par conduction entre les mailles de la piste est identique à celui existant dans un fil électrique. Le flux de chaleur échangé par la $i^{\text{ème}}$ maille avec les mailles voisines est donné par :

$$\Phi_{conduction_maille} = \frac{\left(T^{i+1}_{cu} - T^i_{cu}\right) + \left(T^{i-1}_{cu} - T^i_{cu}\right)}{\dfrac{l^i_{cu}/2}{\lambda_{cu}\ w_{cu}\ e_{cu}}}. \qquad (3.22)$$

En appliquant l'expression (3.19) à toutes les mailles, la piste de cuivre maillée est modélisée par un système analogue à celui obtenu pour le fil électrique maillé et présenté au chapitre 2, soit :

$$\left[C^i_{p.cu}\right].\frac{d}{dt}\left[T^i_{cu}\right] = \left[A_{cu}\right].\left[T^i_{cu}\right] + \left[\Phi_{cr}(T_{amb_\mathrm{inf}}, T^i_{cu})\right] + \left[\Phi_{sp}(T^i_{sous-cu}, T^i_{cu})\right] + \left[\Phi_{joule}(I^2, T^i_{cu})\right] + \left[\Phi_{entrée_sortie}\right], \qquad (3.23)$$

avec

Φ_{cr} : le flux échangé par convection et rayonnement en [W],

Φ_{sp} : le flux échangé par conduction entre la piste et la sous-piste de cuivre en [W],

A_{cu} : la matrice d'impédance d'échange entre les mailles, donnée par :

$$[A_{cu}]=\begin{bmatrix} -G_{cu} & G_{cu} & 0 & \cdots & & 0 \\ G_{cu} & -2.G_{cu} & G_{cu} & \cdots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & G_{cu} & -2.G_{cu} & G_{cu} & & 0 \\ & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & & & G_{cu} & -G_{cu} \end{bmatrix}, \qquad (3.24)$$

où

G_{cu} : inverse de la résistance thermique entre les mailles, donnée par : $G_{cu}=\dfrac{\lambda_{cu}.w_{cu}.e_{cu}}{l_{cu}^{i}/2}$

$\Phi_{entrée_sortie}$: le vecteur flux d'entrée-sortie de la piste [W]. La piste échange en effet de la chaleur avec le composant et la languette, le flux d'entrée étant la chaleur venant du composant et le flux de sortie étant la chaleur échangée avec la languette, soit :

$$\left[\Phi_{entrée_sortie}\right]=\begin{bmatrix} \Phi_{compo}=\dfrac{T_{compo}-T_{cu}^{1}}{\dfrac{l_{cu}^{1}/2}{\lambda_{pcb}\ w_{cu}\ e_{pcb}}} \\ \cdots \\ 0_i \\ \cdots \\ \Phi_{lan}=\dfrac{T_{lan}-T_{cu}^{1}}{\dfrac{l_{cu}^{N_{cu}}/2}{\lambda_{pcb}\ w_{cu}\ e_{pcb}}} \end{bmatrix}. \qquad (3.25)$$

Le maillage de le la sous-piste de cuivre est identique à celui de la piste pour simplifier les calculs. En appliquant le principe de conservation d'énergie à la sous-piste de cuivre, l'équation de transfert thermique d'une maille de la sous-piste de cuivre est donnée par :

$$Cp_{sous_cu}^{i}\frac{dT_{sous_cu}^{i}}{dt}=\Phi_{conv+ray}+\Phi_{piste_sous-piste}+\Phi_{conduction_maille}+\Phi_{sous_cu+PCB}+\Phi_{produit}+\Phi_{entrée_sortie}, \qquad (3.26)$$

avec

$\Phi_{conv+ray}$: le flux échangé par convection et rayonnement avec l'air ambiant intérieur *(T_{amb_int})* en [W], soit :

$$\Phi_{conv+ray}=h_2\ w_{cu}\ l_{cu}^{i}\ (T_{amb_int}-T_{sous_cu}^{i})+\varepsilon_{pcb}\ \sigma\ w_{cu}\ l_{cu}^{i}\left(\left(T_{amb_int}\right)^4-\left(T_{sous_cu}^{i}\right)^4\right), \qquad (3.27)$$

$\Phi_{piste_sous-piste}$: le flux échangé par conduction avec la piste de cuivre en [W],

$\Phi_{conduction_maille}$: le flux échangé par conduction entre les mailles en [W], donné par :

$$\Phi_{conduction_maille} = \frac{\left(T^{i+1}_{sous_cu} - T^{i}_{sous_cu}\right) + \left(T^{i-1}_{sous_cu} - T^{i}_{sous_cu}\right)}{\frac{l^{i}_{cu}/2}{\lambda_{pcb}\, w_{cu}\, e_{pcb}}}\ , \qquad (3.28)$$

$\Phi_{produit}$: le flux produit par la partie en contact avec la sous- piste de cuivre en [W], donné par :

$$\Phi_{produit} = w_{cu}\, l^{i}_{cu}\, \frac{\phi_{PCB}}{l_{z_pcb}\, w_{z_pcb}}, \qquad (3.29)$$

où

l_{z_pcb}, w_{z_pcb} sont la longueur et largeur de la zone du PCB [m],

ϕ_{PCB} : flux produit par la zone considérée par le modèle détaillé [W].

Φ_{sous_cu+PCB} : le flux dissipé avec l'air ambiant via le PCB en [W], soit compte tenu de l'étude sur la propagation de chaleur dans la direction radiale à la piste effectuée au chapitre 2 :

$$\Phi_{sous_cu+PCB} = e_{pcb}\, l^{i}_{cu} \sqrt{k_{pcb}\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}} \left(\left(T^{i}_{sous_cu} - T_{amb_\mathrm{int}}\right) - \frac{\phi_{PCB}}{\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}} \right)\ , \qquad (3.30)$$

$\Phi_{entrée_sortie}$: le flux échangé avec les extrémités à savoir le sous-composant et la sous-languette [W]. Cet échange s'applique uniquement à la première et la dernière maille. L'épaisseur de la languette étant très petite, la résistance entre la sous-piste de cuivre et la sous-languette prend en compte uniquement la partie sous-piste, soit :

$$\Phi_{entrée} = \frac{T_{sous_compo} - T^{1}_{sous_cu}}{\frac{l_{compo}/2}{\lambda_{pcb}\, w_{compo}\, e_{pcb}} + \frac{l^{1}_{cu}/2}{\lambda_{pcb}\, w_{cu}\, e_{pcb}}} \text{ et } \Phi_{sortie} = \frac{T_{sous_languette} - T^{1}_{sous_cu}}{\frac{l^{1}_{cu}/2}{\lambda_{pcb}\, w_{cu}\, e_{pcb}}}\ . \qquad (3.31)$$

Le système d'équations caractérisant le transfert thermique de la sous-piste est donné par l'équation suivante :

$$\left[C^{i}_{p.sous_cu}\right]\frac{d\left[T^{i}_{sous_cu}\right]}{dt} = \left[A_{sous_cu}\right].\left[T^{i}_{sous_cu}\right] + \left[\Phi_{conv_ray}(T_{amb_\mathrm{inf}}, T^{i}_{sous_cu})\right] + \left[\Phi_{produit}\right] + \ldots$$
$$\ldots. + \left[\Phi_{conduction_piste}(T^{i}_{cu}, T^{i}_{sous_cu})\right] + \left[\Phi_{conduction_PCB}(T_{amb_\mathrm{inf}}, T^{i}_{sous_cu})\right] + \left[\Phi_{produit}\right] + \left[\Phi_{entrée_sortie}\right]\ . \qquad (3.32)$$

La matrice d'impédance $\left[A_{sous_cu}\right]$ est donnée par :

$$[A_{sous_cu}]=\begin{bmatrix} -G_{sous_cu} & G_{sous_cu} & 0 & \cdots & 0 \\ G_{sous_cu} & -2.G_{sous_cu} & G_{sous_cu} & \cdots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & G_{sous_cu} & -2.G_{sous_cu} & G_{sous_cu} & 0 \\ & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & & G_{sous_cu} & -G_{sous_cu} \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

où $$G_{sous_cu}=\frac{\lambda_{pcb}.w_{cu}.e_{pcb}}{l^i_{cu}/2}.$$

En appliquant aux équations du transfert thermique (3.23) et (3.26) de la piste de cuivre la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.15** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

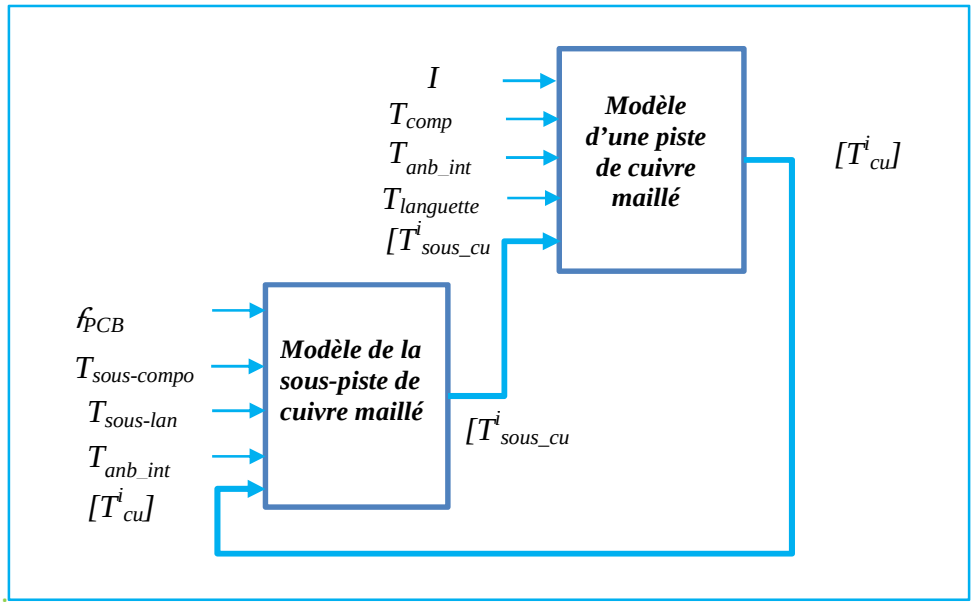


Figure 3.15 : *Schéma fonctionnel du système constitué de la piste et de la sous-piste de cuivre relié avec l'équation 3.23 et 3.32*

3.4.1.4 Modèle d'un composant de puissance et du sous-composant

Le transfert thermique au niveau d'un composant de puissance a fait l'objet de nombreuses études, tous les composants à base de silicium étant notamment modélisés thermiquement avant leur mise sur le marché. Dans le but de standardiser les modèles électrothermiques d'un composant pour tous les fabricants, le projet DELPHI [Rosten et al, 1997] a défini une norme de modélisation. Selon cette norme, un composant est modélisé par des résistances et des capacités thermiques qui sont définies de façon empirique. M. FURMANCZYK [Furmanczyk, 1998] a approfondi cette méthode en créant le sous-composant, le modèle de PCB et le modèle de piste de cuivre, ce qui permet par la suite de définir les résistances et les capacités thermiques de façon théorique dans le modèle du composant précédemment évoqué.

La méthode de modélisation des composants que nous proposons dans cette partie s'inspire du principe de M. FURMANCZYK. La **Figure 3.16** présente le modèle du composant et du sous-composant que nous utilisons par la suite. Les longueurs et largeurs du composant et du sous composant sont identiques, et l'épaisseur de sous-composant est égale à celle du PCB.

Le composant produit de la chaleur par effet Joule. Une partie de la chaleur est dissipée dans l'air ambiant par convection et rayonnement. Une autre partie est transférée vers la piste de cuivre par conduction et le reste est transféré vers le sous-composant par conduction.

Le sous-composant reçoit de la chaleur du composant et produit également de la chaleur qui s'évalue de façon identique à la chaleur produite par la sous-piste de cuivre. Cette chaleur est échangée avec la première maille de la sous-piste de cuivre, avec l'air ambiant par convection et rayonnement, et également via le PCB. Cette analyse est résumée par le schéma de la **Figure 3.16**

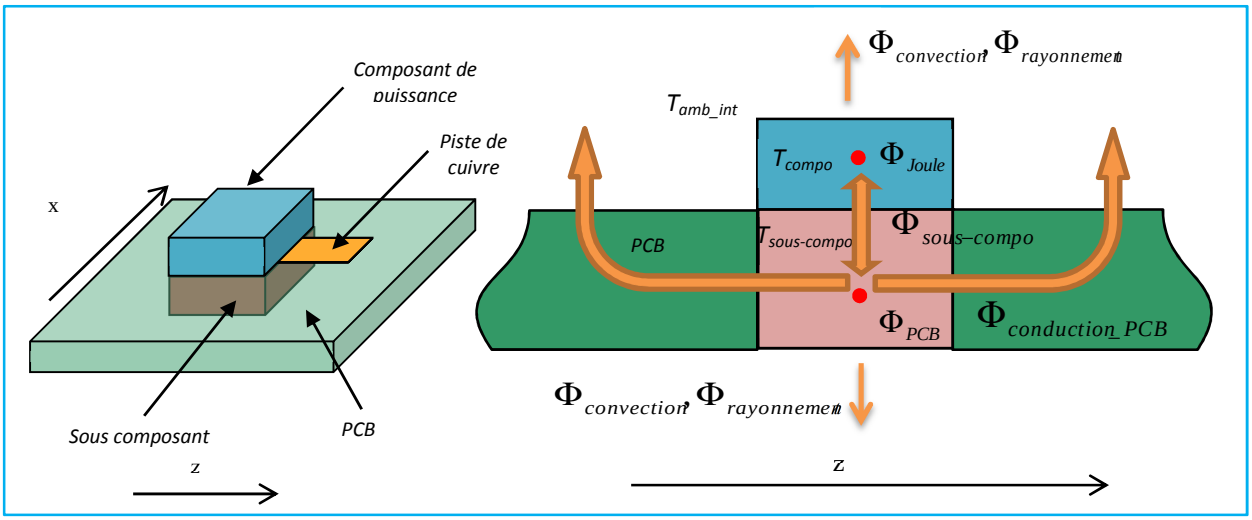


Figure 3.16: *Modèle du composant et du sous-composant de puissance*

En faisant un bilan énergétique du composant, l'équation de transfert thermique obtenue est la suivante :

$$C_{p_{compo}} \frac{dT_{compo}}{dt} = \Phi_{conv+ray} + \Phi_{sous-compo} + \Phi_{compo_cu} + \Phi_{Joule}, \qquad (3.34)$$

où,

$\Phi_{conv+ray}$: le flux échangé avec l'air par convection et rayonnement en [W],

$$\Phi_{conv+ray} = h_1 \, S_{compo.}(T_{amb_int} - T_{compo}) + \varepsilon_{compo} \, \sigma \, S_{compo.} \left((T_{amb_int})^4 - (T_{compo})^4 \right), \qquad (3.35)$$

avec

S_{compo} : la surface de composant en contact avec l'air en [m²],

$\Phi_{sous-compo}$: le flux échangé par conduction avec le sous-composant en [W], soit

$$\Phi_{sous-compo} = \frac{T_{sous-compo} - T_{compo}}{\frac{e_{compo}/2}{\lambda_{compo}\, l_{compo}\, w_{compo}} + \frac{e_{pcb}/2}{\lambda_{pcb}\, l_{compo}\, w_{compo}}} \quad , \qquad (3.36)$$

avec

l_{compo}, w_{compo}, e_{compo} : la longueur, la largeur et l'épaisseur respective du composant en [m] ;

Φ_{Joule} : le flux de chaleur produit par effet Joule en [W],

$$\Phi_{joule} = R_{compo}\, I^2 \ ,$$

avec

R_{compo} : la résistance interne du composant (R_{dson} pour MOSFET ; $R_{contact}$ pour un relais) en [Ω],

Φ_{compo_cu} : le flux échangé par conduction avec la piste de cuivre en [W], sa valeur étant identique à celle du flux Φ_{compo} dans la formule (3.25), mais de signe opposé.

De façon analogue au composant, l'équation de transfert thermique du sous-composant est la suivante :

$$C_{p\,sous-compo} \frac{dT_{sous-compo}}{dt} = \Phi_{conv+ray} - \Phi_{sous-compo} + \Phi_{s_compo+s_cu} + \Phi_{s_compo+pcb} + \Phi_{produit}, \qquad (3.37)$$

avec

$\Phi_{conv+ray}$: le flux échangé avec l'air par convection et rayonnement en [W],

$$\Phi_{conv+ray} = h_2\, l_{compo}\, w_{compo} (T_{amb_int} - T_{sous-compo}) + \varepsilon_{pcb}\, \sigma\, l_{compo}\, w_{compo} \left((T_{amb_int})^4 - (T_{sous-compo})^4 \right), \qquad (3.38)$$

$\Phi_{s_compo+s_cu}$: le flux échangé avec la première maille de la sous-piste de cuivre en [W] sa valeur étant identique à celle du flux $\Phi_{entré}$ dans la formule (3.31), mais de signe opposé,

$$\Phi_{s_compo+s_cu} = \frac{T^1_{sous_cu} - T_{sous_compo}}{\frac{l_{compo}/2}{\lambda_{pcb}\, w_{compo}\, e_{pcb}} + \frac{l^1_{cu}/2}{\lambda_{pcb}\, w_{cu}\, e_{pcb}}}, \qquad (3.39)$$

$\Phi_{produit}$: le flux de chaleur produit par le PCB [W],

$$\Phi_{produit} = w_{compo}\, l_{compo}\, \frac{\phi_{PCB}}{l_{z_pcb}\, w_{z_pcb}}, \qquad (3.40)$$

$\Phi_{s_compo+pcb}$: le flux de chaleur dissipé dans l'air ambiant via le PCB [W]. A partir du calcul analytique de la température développé au chapitre 2, ce flux de chaleur est défini par l'expression suivante :

$$\Phi_{s_compo+pcb} = 2\,\pi\,R_{compo}\,e_{pcb}\,\frac{\sqrt{\lambda_{pcb}\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}}\,K_1\left(\sqrt{\frac{h_1+h_2}{\lambda_{pcb}.e_{pcb}}}\,R_{compo}\right)}{K_0\left(\sqrt{\frac{h_1+h_2}{\lambda_{pcb}.e_{pcb}}}\,R_{compo}\right)}\left(\left(T_{s_compo}-T_{amb_int}\right)+\frac{\phi_{PCB}}{\frac{h_1+h_2}{e_{pcb}}}\right), \qquad (3.41)$$

où

K_0, K_1 : les termes de l'équation de Bessel modifiée ,

R_{compo} : le rayon équivalent du composant [m], ce rayon est défini par l'expression suivante :

$$R_{compo} = \sqrt{\frac{l_{compo}.w_{compo}}{\pi}}\,. \qquad (3.42)$$

En appliquant aux équations du transfert thermique (3.34) et (3.37) du composant la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.17** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

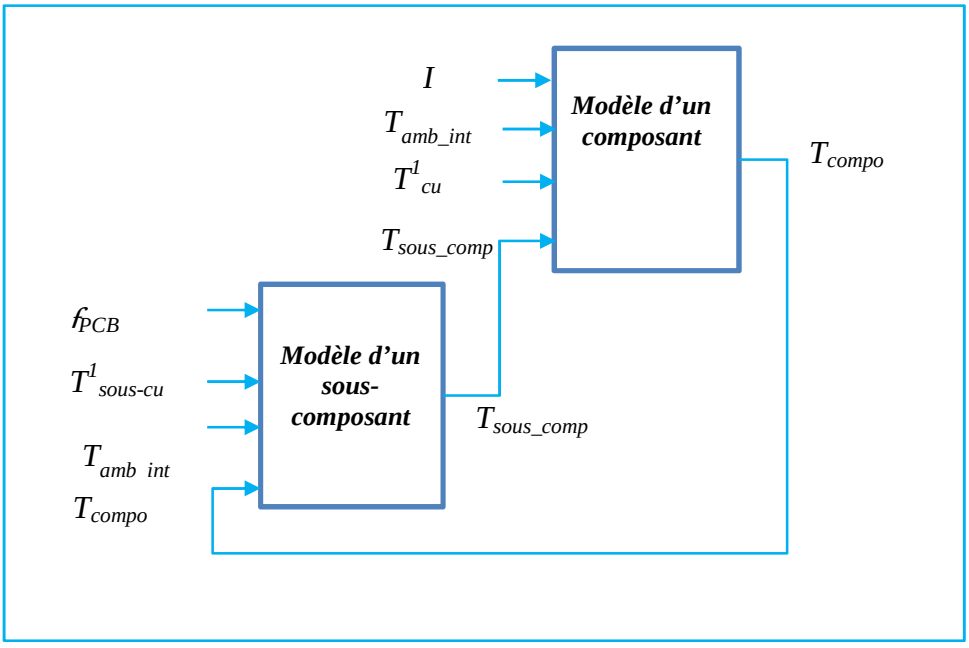


Figure 3.17 : *Schéma fonctionnel de simulation du composant et du sous-composant relié avec l'équation 3.34 et 3.37*

3.4.2 Les capots du boitier

Les capots du boitier protègent les PCB placés à l'intérieur du boitier. Dans le but de construire un modèle pertinent, la géométrie du boitier est simplifiée. Ce dernier est considéré de forme rectangulaire et il est supposé que le volume d'air contenu dans le boîtier et la surface d'échange de l'air avec le boitier sont constants. La **Figure 3.18** illustre ces simplifications.

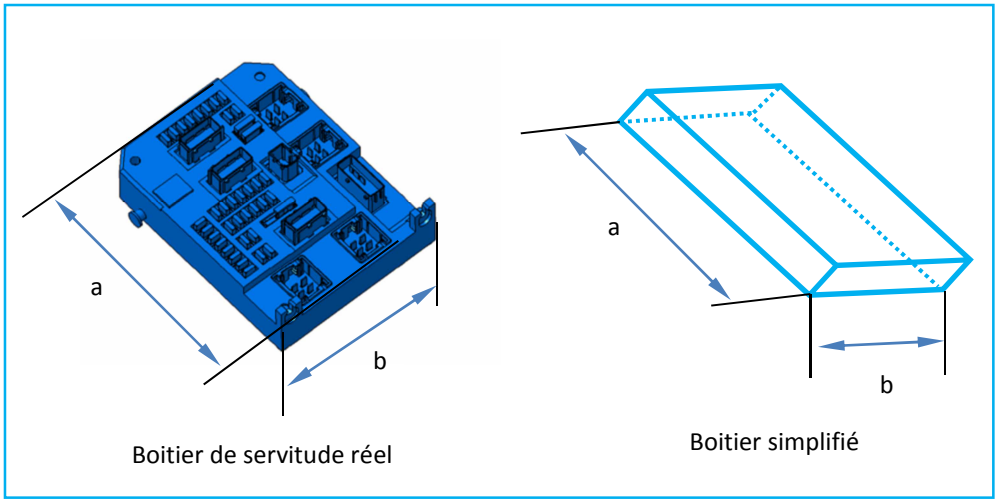


Figure 3.18 : *Simplifications de la géométrie du boitier*

Le modèle du boitier est utilisé uniquement pour le modèle global. Les capots échangent de la chaleur par convection et rayonnement avec le PCB et l'air ambiant. Si les capots sont fabriquées en matériaux métalliques comme de l'aluminium ou de l'acier, il est essentiel de prendre en compte les phénomènes de conduction. De tels matériaux permettent d'avoir une température des boitiers plus homogènes. Dans la majorité des cas, les capots du boitier sont en plastiques.

Les hypothèses simplificatrices suivantes sont également utilisées :

- la température de chaque capot est homogène,
- l'air intérieur est considéré comme un élément totalement transparent qui n'absorbe pas de chaleur issue du rayonnement,
- les parties d'air emprisonné ou air clos ne communiquent pas entre elles,
- l'air clos reste à l'intérieur du boitier et il ne communique pas avec l'air ambiant,
- le PCB n'a aucun contact physique avec le boitier,
- l'échange thermique entre le boitier et l'air ambiant s'effectue en grande partie par les deux faces principales, l'échange avec les 4 parois latérales étant en effet très faible du fait de leur faible surface. Par ailleurs, l'échange entre les deux faces principales est quasi-nul du fait de la faible conductivité thermique du plastique qui compose les 4 parois latérales. Cette hypothèse n'est toutefois plus vraie pour les boitiers métalliques.

Ces hypothèses sont vérifiées à l'aide du logiciel FloTHERM au chapitre 4.

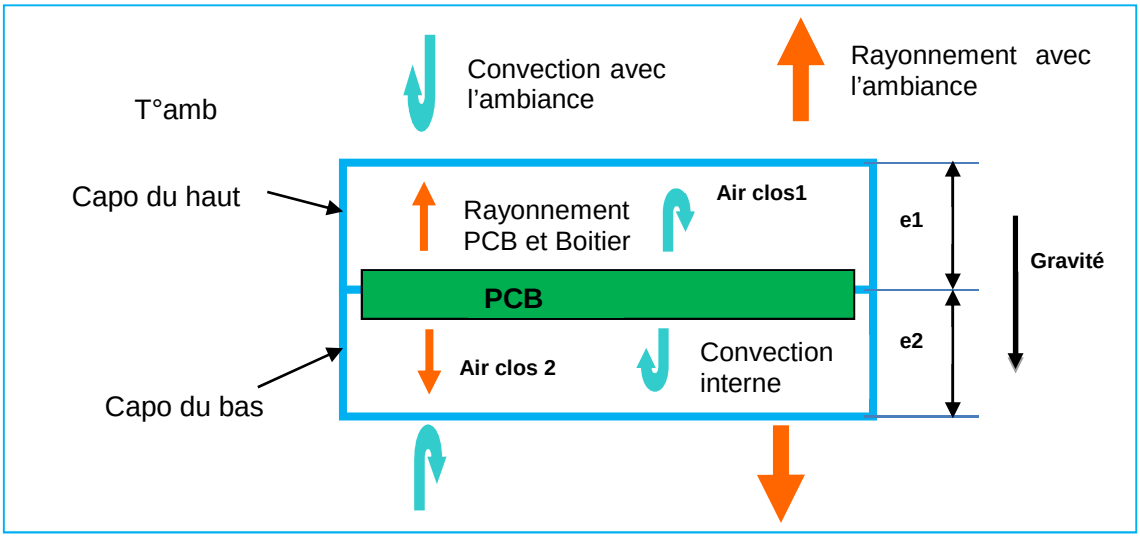


Figure 3.19 : *Phénomènes physiques de transfert thermique appliqués au boitier placé en position horizontale*

Sachant que les deux capots ne communiquent pas thermiquement, le modèle de chaque capot est construit séparément. Par conséquent, les méthodes permettant d'établir l'équation de transfert de chaleur des deux capots sont identiques. Les paragraphes suivants présentent la démarche pour une seule capot.

La **Figure 3.19** détaille les liaisons thermiques entre l'air ambiant, les capots et le PCB. L'équation de transfert thermique est établie en réalisant un bilan énergétique au niveau du boîtier et peut s'appliquer à chaque capot indépendamment. Ce bilan est le suivant :

Energie stockée = énergie absorbée – énergie dégagée, soit :

$$\rho_{cap}\, Cp_{cap}\, V_{cap} \frac{dT_{cap}}{dt} = \Phi_{PCB_cap} + \Phi_{ray} + \Phi_{conv}, \qquad (3.43)$$

avec :

Φ_{cap_PCB} : le flux de chaleur échangé entre une capot et le PCB en [W],

Φ_{ray} : le flux de chaleur échangé entre une capot et l'air ambiant par rayonnement en [W],

Φ_{conv} : le flux de chaleur échangé entre une capot et l'air ambiant par convection en [W],

ρ_{cap} : masse volumique d'une capot [Kg/m^3],

Cp_{cap} *:* capacité calorifique d'une capot [J/KgK],

V_{cap} *:* volume d'un capot [m^3].

En utilisant le principe de conservation d'énergie, le flux de chaleur transféré du PCB vers le boîtier est égal au signe près au flux reçu par le boitier. En raison de conventions de signes, le signe du flux Φ_{cap_PCB} est inversé par rapport à celui de Φ_{PCB_cap} et est défini par la relation (3.2) en position verticale.

Le rayonnement suit la loi de Stéphan Boltzmann. L'échange de chaleur par rayonnement entre le boitier et l'air ambiant, est défini par la formule suivante :

$$\Phi_{ray} = \varepsilon_{boi}\ \sigma\ S_{coque}\ (T_{cap}^4 - T_{amb}^4) \quad , \qquad (3.44)$$

avec :

ε_{boi} : émissivité du boîtier, $\varepsilon_{boi} \approx 1$

S_{capot} : surface d'échange d'un capot avec l'air ambiant en [m²].

Compte tenu de la position du boitier, il est essentiel que le calcul du coefficient de convection h_{coque_air} soit adapté. La formule générale du flux convectif moyen est la suivante :

$$\Phi_{conv} = h_{cap_air}\ S_{coque}(T_{amb} - T_{boi}) \quad . \qquad (3.45)$$

L'équation définissant le transfert de chaleur au niveau du boîtier est défini par la relation suivante :

$$\rho_{cap}\ Cp_{cap}\ V_{cap}\ \frac{dT_{cap}}{dt} = \Phi_{PCB_boi}\left(T_{cap}, T_{PCB}\right) + \Phi_{ray}\left(T_{cap}, T_{amb}\right) + \Phi_{conv}\left(T_{cap}, T_{amb}\right) \qquad (3.46)$$

.

En appliquant à l'équation du transfert thermique (3.46) du boitier la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.20** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

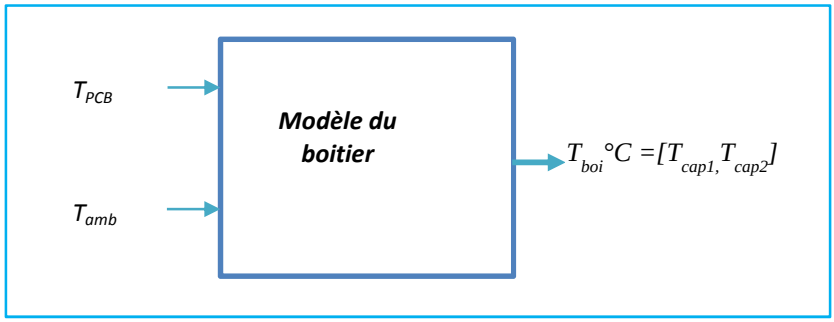


Figure 3.20: *Schéma de type Matlab/Simulink correspondant au modèle du boîtier relié avec l'équation 3.46*

3.4.3 Connecteur

La **Figure 3.21** présente en détail les éléments constituant un connecteur, ainsi que les liaisons entre ces éléments.

Un connecteur se compose des languettes, des clips, d'une embase et d'un porte clip. Sa géométrie est simplifiée, plus ou moins, en fonction du niveau de modélisation. Comme pour tous les modèles décrits précédemment, les paragraphes suivants précisent pour le connecteur les besoins en termes de modélisation pour chacun des niveaux qui ont été considérés.

- Le ***niveau global*** a besoin de la température moyenne de chaque connecteur et du flux échangé entre le PCB et les connecteurs. On précise que ce niveau s'intéresse uniquement à l'évolution de la température de l'ensemble de chaque connecteur et non à une broche en particulier. Le modèle d'un connecteur est donc réduit à une languette équivalente et un clip équivalent. Le flux total échangé par un connecteur correspond alors à la somme des flux échangés par l'ensemble des voies actives de ce connecteur.
- Le ***niveau détaillé*** a besoin, non seulement de la température du connecteur, mais également de la température de l'embase et du porte-clip, car elles sont les données entrantes pour le modèle du circuit. Le modèle du connecteur contient donc une embase, un porte-clip, les languettes et les clips.
- Le ***niveau circuit*** détaille une seule ligne. Ce modèle doit prendre en compte une languette et un clip. Par contre, il est nécessaire d'avoir la température de l'embase et du porte clip pour calculer les flux échangés.

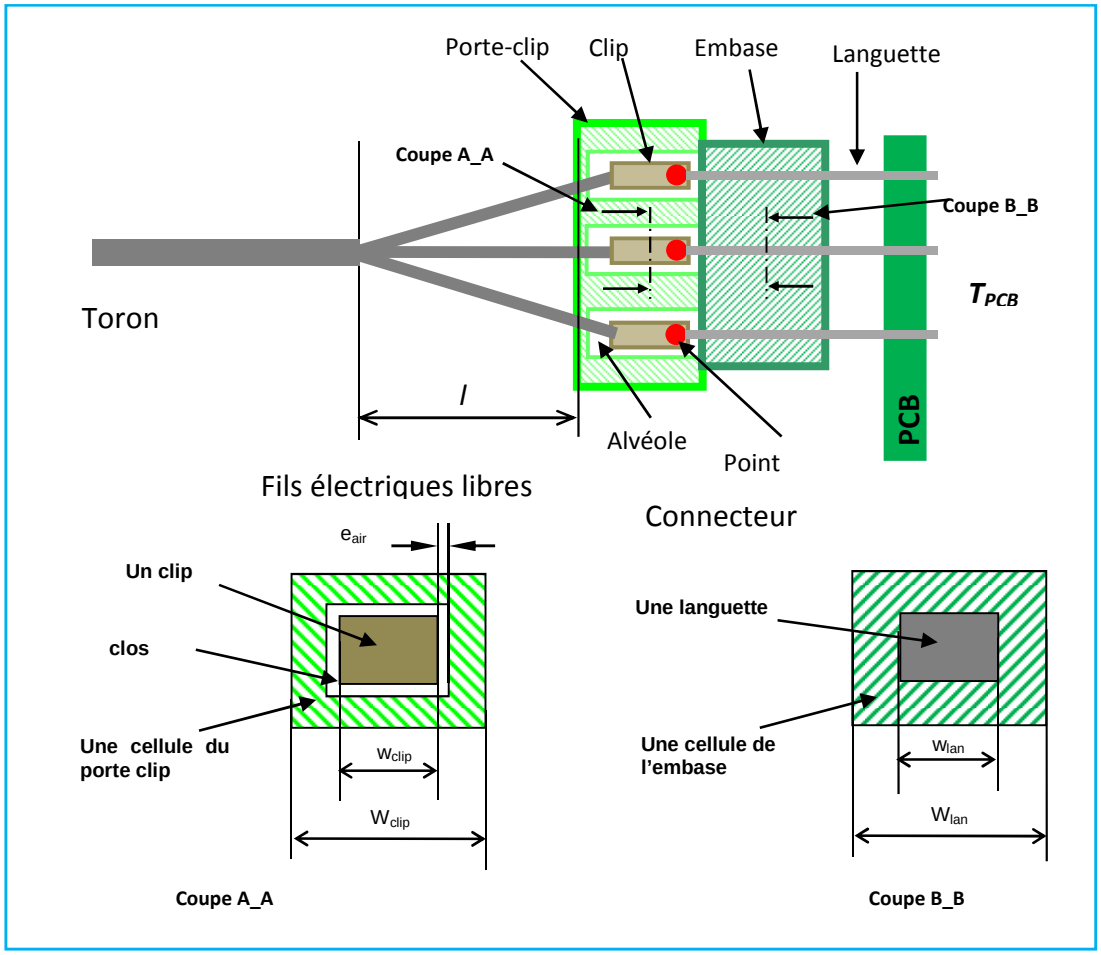


Figure 3.21 *: Schéma d'un connecteur complet et de son faisceau*

Les paragraphes suivants décrivent plus en détail les simplifications géométriques de chaque composant, ainsi que les équations de transfert de chaleur correspondantes.

3.4.3.1 Point de contact

Un point de contact est situé entre la languette et le clip. Il constitue une zone d'étranglement pour les lignes de courants. Par rapport à la situation où ces lignes de courant ne seraient pas étranglées, la densité de courant est plus forte dans un champ

électrique plus élevé. Cela se traduit par une résistance électrique supplémentaire, appelée résistance de constriction. Tout l'enjeu du calcul d'une résistance de contact est l'évaluation de la résistance de constriction.

En dehors de quelques cas très simples, il n'est pas possible de calculer de façon formelle la résistance de constriction. Il faut donc soit avoir recours au calcul numérique, soit avoir recours à une formulation approchée. Holm [Porte 2007] a montré que la résistance électrique de contact (R_{conn}) de deux conducteurs peut s'écrire :

$R_{conn} = \frac{\rho}{2.r}$, où ρ est la résistivité des conducteurs et r le rayon de la zone de contact.

Compte tenu de la très faible masse du point de contact, sa capacité thermique est supposée nulle. Il n'y a donc pas de flux de chaleur stocké au point de contact. La température du point de contact ne dépend que de la température de la languette et de celle du clip, et il est essentiel de définir le partage de flux de contact entre le clip et la languette. L'expression suivante est une application du principe de conservation d'énergie au point de contact, soit :

$$\Phi_{c_clip} + \Phi_{c_languette} + P_c = 0, \qquad (3.47)$$

avec :

Φ_{c_clip} : le flux échangé entre le clip et le point de contact en [W] ;
$\Phi_{c_languette}$: le flux échangé entre la languette et le point de contact en [W] ;
P_c : le flux produit par effet Joule au niveau du contact en [W].

Au niveau du contact, les flux de chaleur sont échangés par conduction. En appliquant la loi de Fourier, les flux échangés au niveau du clip et de la languette sont donc définis par :

$$\begin{aligned} \Phi_{c_clip} &= \lambda_{clip} S_{clip} \frac{T_{clip} - T_{conn}}{l_{clip}/2} \\ \Phi_{c_languette} &= \lambda_{lan} S_{lan} \frac{T_{lan} - T_{conn}}{l_{lan}/2} \end{aligned}, \qquad (3.48)$$

où

T_{conn} : la température du point de contact en [K] ;
T_{clip} : la température au centre du clip en [K] ;
T_{lan} : la température au centre de la languette en [K] ;
S_{clip} : la section d'un clip en [m²] ;
S_{lan} : la section d'une languette en [m²] ;
λ_{clip} : la conduction thermique du clip en [K/Wm] ;
λ_{lan} : la conduction thermique de la languette en [W/mK] ;
l_{lan} : la longueur de la languette en [m] ;
l_{clip} : la longueur du clip en [m] .

En introduisant la relation (3.51), l'équation (3.47) devient :

$$\lambda_{clip} S_{clip} \frac{T_{clip} - T_{conn}}{l_{clip}/2} + \lambda_{lan} S_{lan} \frac{T_{lan} - T_{conn}}{l_{lan}/2} + R_{conn} I^2 = 0 \,, \qquad (3.49)$$

En utilisant la relation (3.49), la température du point de contact est exprimée par la relation suivante :

$$T_{conn} = \frac{1}{\left(\frac{\lambda_{clip} S_{clip}}{l_{clip}/2} + \frac{\lambda_{lan} S_{lan}}{l_{lan}/2} \right)} \left(R_{conn} I^2 + \frac{\lambda_{clip} S_{clip}}{l_{clip}/2} T_{clip} + \frac{\lambda_{lan} S_{lan}}{l_{lan}/2} T_l \right). \qquad (3.50)$$

L'expression (3.50) est appliquée pour les modèles du ***niveau global*** et du ***niveau circuit***. Le modèle détaillé utilise également cette formule avec les entrées vectorielles ($[T_{conn}]=f([T_{clip}],[T_{lan}], [I_i])$), car dans ce niveau, nous voulons détailler chaque ligne du système.

Dans le but de simplifier le schéma de simulation, un composant élémentaire peut être transformé en un composant multiple afin de simuler plusieurs composants identiques. C'est-à-dire qu'à la place d'utiliser les entrées et les calculs scalaires, nous utilisons des entrées et des calculs matriciels.

En appliquant à l'équation du transfert thermique (3.50) du point de contact la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.22** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

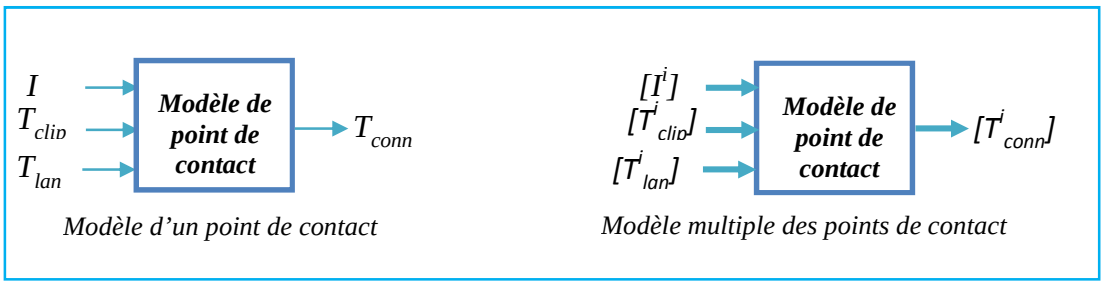


***Figure 3.22** : Schéma block de type Matlab/Simulink d'un contact clip languette relié à l'expression 3.50*

3.4.3.2 Languette et embase

La languette a la forme d'une tige métallique, soit droite, soit courbée. Une partie est moulée avec l'embase et une partie est libre dans l'air (voir la **Figure 3.21**). Si la longueur de la languette est inférieure à la distance limite d'une maille de fil électrique (valeurs regroupées dans le **Tableau 3.2**), nous pouvons considérer que le gradient de température le long de la languette est constant. Sa géométrie n'est donc pas maillée car la température au centre de la languette est représentative.

Un indice de qualité de la languette, appelé taux IACS « International Annealed Copper Standard » [NBSC 1914], permet de calculer la conductivité électrique et thermique

du métal utilisé par le fabriquant. Pour les languettes considérées, le taux IACS de cuivre vaut 100%.

Le modèle de la languette est utilisé pour les trois niveaux de la modélisation précédemment introduit. Selon le niveau considéré, un niveau plus ou moins détaillé est utilisé. Les paragraphes suivants décrivent plus précisément les modèles utilisés pour chaque niveau.

a. Pour le ***modèle global***, la languette est une languette moyenne pour un connecteur donné. Sa section et sa longueur sont moyennées. La capacité thermique de l'embase est incluse dans celui de la languette. Tout l'échange avec l'air ambiant est négligé. L'équation de transfert thermique est la suivante :

$$C_{lan_embase}\frac{dT_{lan}}{dt} = n\left(\frac{\lambda_{lan}S_{lan}}{l_{lan}/2}\left(T_{PCB}-T_{lan}\right)+\frac{\lambda_{lan}S_{lan}}{l_{lan}/2}\left(T_{conn}-T_{lan}\right)+\rho_{cu}.\tau_{IACS_lan}\frac{l_{lan}}{S_{lan}}.I^2\right), \tag{3.51}$$

avec

n : le nombre de lignes actives dans un connecteur ;
I : le courant moyen par ligne en [A], donné par :

$$I = \sqrt{\frac{\sum_i^N I_i^2}{N}}$$

où I_i est le courant de chaque ligne en [A] ;

C_{lan_embase} : la capacité thermique de l'ensemble des languettes et de l'embase en [J/K], calculée à partir de l'expression :

$$C_{lan_embase} = \sum_n C_{lan} + C_{embase}, \tag{3.52}$$

la section et la longueur moyenne étant calculées à l'aide des expressions suivantes :

$$S_{lan} = \frac{\sum_i^N S_{lan_i}}{N} \quad \text{et} \quad l_{lan} = \frac{\sum_i^N l_{lan_i}}{N}. \tag{3.53}$$

b. La languette du ***modèle détaillé*** est individualisée, et l'embase et les languettes sont séparées. Par conséquent, ce modèle doit être utilisé avec le modèle détaillé du clip et du point de contact. Il y a autant de modèles (languette + point de contact + clip) que de nombre de lignes actives.

L'embase est comme un « réservoir » commun et le lieu d'échange thermique entre les languettes. En considérant que l'embase est entièrement à l'intérieur du boitier, les échanges par convection et rayonnement de l'embase avec l'environnement intérieur du boitier sont détaillés dans ce niveau. La température des zones du PCB (T_{pcb_z}) données par le modèle détaillé du PCB est également utilisée pour évaluer les échanges entre la languette et le PCB.

En appliquant le principe de conservation de l'énergie, l'équation du transfert thermique de la $i^{ème}$ languette est la suivante :

$$C_{lan}^{i}\frac{dT_{lan}^{i}}{dt}=\Phi_{pcb_languette}+\Phi_{contact_languette}+\Phi_{embase_languette}+\Phi_{Joule}. \qquad (3.54)$$

En introduisant les relations décrivant la conduction thermique et l'effet Joule, l'équation précédente devient :

$$C_{lan}^{i}\frac{d\,T_{lan}^{i}}{dt}=\frac{\lambda_{lan}\,S_{lan}^{i}}{l_{lan}^{i}/2}\left(T_{PCB_z}-T_{lan}^{i}\right)+\frac{\lambda_{lan}\,S_{lan}^{i}}{l_{lan}^{i}/2}\left(T_{conn}^{i}-T_{lan}^{i}\right)+\frac{T_{embase}-T_{lan}^{i}}{R_{em_lan}}+\rho_{cu}\,\tau_{IACS_lan}\frac{l_{lan}^{i}}{S_{lan}^{i}}\left(I^{i}\right)^{2}, \qquad (3.55)$$

où

R_{em_lan} : résistance thermique entre l'embase et une languette [K/W]. D'après l'étude d'A. BEJAN dans son livre Heat Transfer [Bejan 2003], la résistance thermique entre l'embase et une languette est calculée par la formule suivante :

$$R_{em_lan}=\frac{1}{\lambda_{embase}S}=\frac{1}{\lambda_{embase}.\dfrac{2\pi.l_{lan}}{0.930(W_{lan}/w_{lan})-0{,}05}}, \qquad (3.56)$$

avec

W_{lan} : la largeur moyenne de la partie extérieure d'une cellule de l'embase en [m] ;
w_{lan} : la longueur moyenne de la partie intérieure d'une cellule de l'embase en [m] ;
l_{lan} : la longueur de la partie moulée avec l'embase en [m] ;
λ_{embase} : la conduction thermique de la partie en plastique de l'embase en [K/Wm].

Les équations de transfert thermique des *n* languettes d'un même connecteur forment un système d'équations qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\left[C_{lan}^{i}\right]_{N\times N}\frac{d.\left[T_{lan}^{i}\right]}{dt}=\left[\frac{\lambda_{lan}^{i}\,S_{lan}^{i}}{l_{lan}^{i}/2}\right]_{N\times N}\left(T_{PCB}-\left[T_{lan}^{i}\right]\right)+\left[\frac{\lambda_{lan}^{i}\,S_{lan}^{i}}{l_{lan}^{i}/2}\right]_{N\times N}\left(\left[T_{conn}^{i}\right]-\left[T_{lan}^{i}\right]\right)$$
$$+\left[\frac{1}{R_{em_lan}^{i}}\right]_{N\times N}\left(T_{embase}-\left[T_{lan}^{i}\right]\right)+\left[\rho_{cu}.\tau_{IACS_lan}^{i}\frac{l_{lan}^{i}}{S_{lan}^{i}}\right]_{N\times N}\left[\left(I^{i}\right)^{2}\right] \qquad (3.57)$$

En appliquant le principe de conservation de l'énergie, l'équation décrivant les transferts thermiques au niveau de l'embase est de la forme :

$$C_{embase}\frac{dT_{embase}}{dt}=\sum_{i}^{N}\frac{T_{embase}-T_{lan}^{i}}{R_{em_lan}}+h_{embase}\,S_{ext_em}\left(T_{amb_int}-T_{embase}\right)..$$
$$+\varepsilon_{embase}\,\sigma\,S_{ext_em}\left(T_{amb_int}^{4}-T_{embase}^{4}\right) \qquad (3.58)$$

avec

S_{ext_em} : la surface de l'embase en contact avec l'air en [m²].

c. La languette du ***modèle circuit*** est identique à celle du modèle détaillé. Par contre, une seule languette et un seul clip sont pris en compte. Compte tenu de l'échange entre la languette et l'embase, la température de l'embase calculée dans le modèle détaillé est utilisée pour évaluer cet échange. Comme dans la description du modèle circuit, on suppose que l'échange entre le PCB et la languette s'effectue via la zone sous connecteur.

L'équation de transfert thermique d'une languette est donc la suivante :

$$C_{lan}\frac{d\,T_{lan}}{dt}=\frac{\lambda_{lan}\,S_{lan}}{l_{lan}/2}\left(T_{sous_lan}-T_{lan}\right)+\frac{\lambda_{lan}\,S_{lan}}{l_{lan}/2}\left(T_{conn}-T_{lan}\right)+\frac{T_{embase}-T_{lan}}{R_{em_lan}}+\rho_{cu}\;\tau_{IACS_lan}\frac{l_{lan}}{S_{lan}}I^2 \quad . \;(3.59)$$

En appliquant aux équations du transfert thermique (3.51), (3.55) et (3.59) de la languette la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.23** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

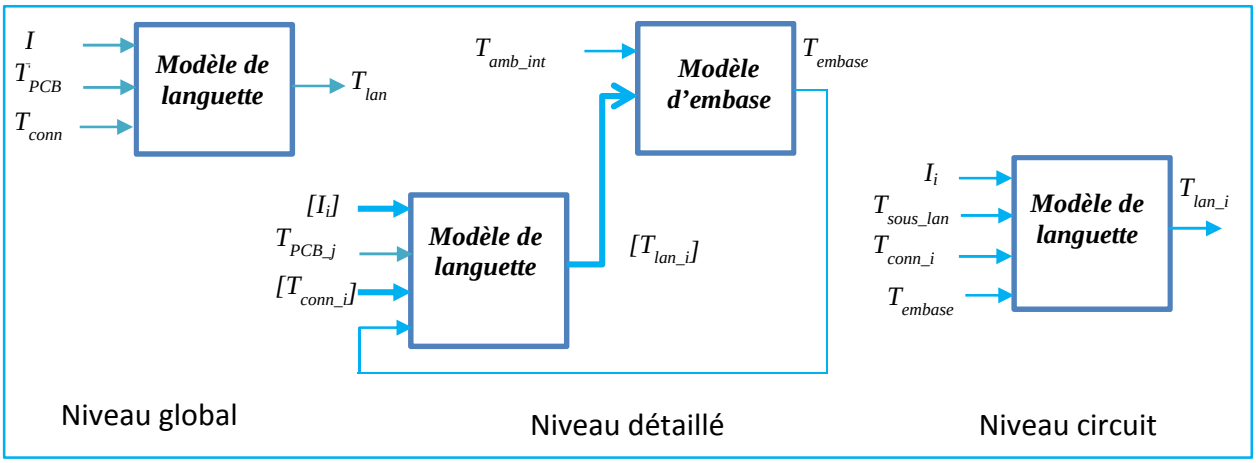


Figure 3.23 *: Schémas blocs de type Matlab/Simulink présentant les différents niveaux de modélisation de la languette reliée à l'équation 3.51, 3.55, 3.59*

3.4.3.3 Clip et porte-clip

Le clip est la partie femelle du contact dont une description est faite au chapitre 1. Le porte-clip est le support de clip. Contrairement à la liaison entre l'embase et les languettes, le porte-clip et les clips ne sont pas moulés, mais les clips sont insérés dans les alvéoles, (voir la **Figure 3.21**). Il y a donc une couche d'air entre le clip et le porte-clip, ce qui empêche le transfert thermique entre eux.

L'indice IACS est également appliqué au clip pour quantifier la conductivité électrique et thermique.

Comme pour la languette, les trois niveaux de modélisation du clip et du porte-clip sont détaillés dans les paragraphes suivants.

a. Les modèles du clip et du porte clip du ***modèle global*** sont identiques aux modèles globaux de la languette et de l'embase. Compte tenu des échanges entre le clip et le fil électrique libre, l'équation de transfert thermique est donc la suivante :

$$C_{clip_pclip}\frac{dT_{clip}}{dt}=n\times\left(\frac{\left(T_{cab}-T_{clip}\right)}{\frac{l_{clip}/2}{\lambda_{clip}S_{clip}}+\frac{l_{cab}/2}{\lambda_{cab}S_{cab}}}+\frac{\lambda_{clip}S_{clip}}{l_{clip}/2}\left(T_{conn}-T_{clip}\right)+\rho_{cu}\,\tau_{IACS_clip}\frac{l_{clip}}{S_{clip}}I^2\right), \tag{3.60}$$

avec

C_{clip_pclip} : la capacité thermique de l'ensemble des clips et du porte-clip en [J/K], donnée par :

$$C_{clip_pclip}=\sum_N C_{clip}+C_{pclip}\ , \tag{3.61}$$

T_{cab} : la température au centre du fil électrique libre en [K] ;

S_{cab} : la section du fil électrique libre en [m²] ;
l_{lan} : la longueur du fil électrique libre en [m].

La section et la longueur moyenne sont calculées à partir des expressions suivantes :

$$S_{clip}=\frac{\sum_i^N S_{clip_i}}{N}\qquad\text{et}\qquad l_{clip}=\frac{\sum_i^N l_{clip_i}}{N}. \tag{3.62}$$

b. Pour le clip et le porte clip du ***modèle détaillé***, et de façon identique au modèle détaillé de la languette, chaque clip est modélisé. Le porte clip est vu comme un « réservoir » commun et un endroit d'échange entre les clips. Contrairement à l'embase, le porte clip échange de la chaleur par convection et rayonnement avec l'air extérieur. L'équation de transfert thermique du $i^{ème}$ clip est la suivante :

$$C_{clip}^i\frac{dT_{clip}^i}{dt}=\frac{\left(T^i{}_{cab}-T_{clip}^i\right)}{\frac{l_{clip}^i/2}{\lambda_{clip}S_{clip}^i}+\frac{l_{cab}/2}{\lambda_{cab}S_{cab}^i}}+\frac{\lambda_{clip}S_{clip}^i}{l_{clip}^i/2}\left(T_{conn}^i-T_{lan}^i\right)+\frac{T_{pclip}-T_{lan}^i}{R_{pclip_clip}^i}+\rho_{cu}\,\tau_{IACS_clip}^i\frac{l_{clip}^i}{S_{clip}^i}\left(I^i\right)^2$$

, *(3.63)*

où

R_{pclip_clip} *:* la résistance thermique entre le porte clip et un clip en [K/W]. Cette résistance thermique prend en compte la couche d'air emprisonnée entre le clip et le porte-clip. Cette résistance est calculée par la formule suivante:

$$R_{pclip_clip} = \frac{1}{\lambda_{air}\dfrac{2\pi\, l_{clip}}{0{,}930\,(w+e_{air})/w-0{,}05}} + \frac{1}{\lambda_{pclip}\dfrac{2\pi\, l_{clip}}{0{,}930\,W/(w+e_{air})-0{,}05}}, \quad (3.64)$$

avec

λ_{pclip} : la conduction thermique de la partie en plastique du port-clip en [K/Wm] ;

e_{air} : l'épaisseur de la couche d'air entre un clip et le porte-clip en [m];

w : le largueur du clip [m].

Pour *N* clips, l'équation de transfert thermique s'écrit sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\left[C^i_{clip}\right]_{N\times N}\frac{d\left[T^i_{clip}\right]}{dt} = \left[\frac{1}{\dfrac{l^i_{clip}/2}{\lambda_{clip}S^i_{clip}}+\dfrac{l_{cab}/2}{\lambda_{cab}S^i_{cab}}}\right]_{N\times N}\left(\left[T^i{}_{cab}\right]-\left[T^i_{clip}\right]\right)+\left[\frac{\lambda_{clip}S^i_{clip}}{l^i_{clip}/2}\right]_{N\times N}\left(\left[T^i_{conn}\right]-\left[T^i_{lan}\right]\right)$$
$$+\left[\frac{1}{R^i_{pclip_clip}}\right]_{N\times N}\left(T_{pclip}-\left[T^i_{lan}\right]\right)+\left[\rho_{cu}\;\tau^i_{IACS_clip}\frac{l^i_{clip}}{S^i_{clip}}\right]_{N\times N}.\;\left[\left(I^i\right)^2\right]$$

(3.65)

En appliquant le principe de conservation de l'énergie, l'équation de transfert thermique du porte clip est donnée par :

$$C_{pclip}\frac{dT_{pclip}}{dt} = \sum_i^N \frac{T_{pclip}-T^i_{clip}}{R_{pclip_clip}} + h_{pclip}\;S_{ext_clip}\left(T_{amb}-T_{pclip}\right)+\varepsilon_{pclip}\;\sigma\;S_{ext_pclip}\left(T^4_{amb}-T^4_{pclip}\right).$$

(3.66)

c. Le modèle du clip et du porte clip du ***modèle circuit*** est identique à celui du modèle détaillé, et l'équation de transfert thermique d'une languette est la suivante :

$$C_{clip}\frac{dT_{clip}}{dt} = \frac{\left(T_{\ cab}-T_{clip}\right)}{\dfrac{l_{clip}/2}{\lambda_{clip}S_{clip}}+\dfrac{l_{cab}/2}{\lambda_{cu}S_{cab}}} + \frac{\lambda_{clip}S_{clip}}{l_{clip}/2}\left(T_{conn}-T_{lan}\right)+\frac{T_{clip}-T_{clip}}{R_{clip_clip}}+\rho_{cu}\;\tau_{IACS_clip}\frac{l_{clip}}{S_{clip}}\,I^2.$$

(3.67)

En appliquant aux équations du transfert thermique (3.63), (3.65 3.66) et (3.57) du clip la démarche de construction du modèle décrite au *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel

(analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.24** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

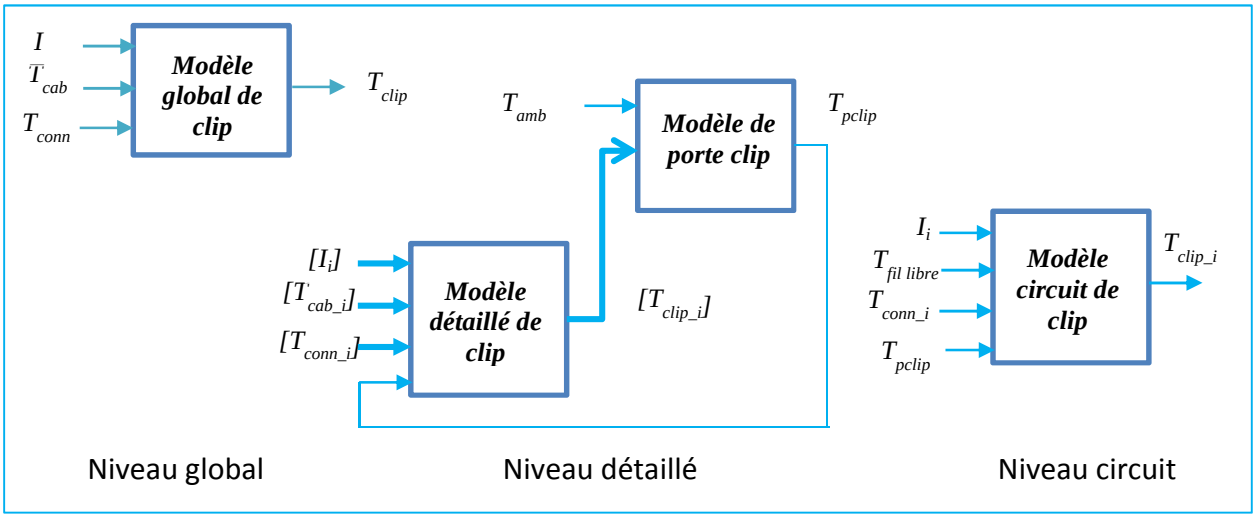


***Figure 3.24** : Schémas blocs de type Matlab/Simulink présentant les différents niveaux de modélisation du clip relié à l'équation 3.63, {3.65, 3.66}, 3.67*

En connectant les modèles des composants élémentaires du connecteur, les schémas fonctionnels des modèles d'un connecteur sont présentés par la **Figure 3.25** et la **Figure 3.26**.

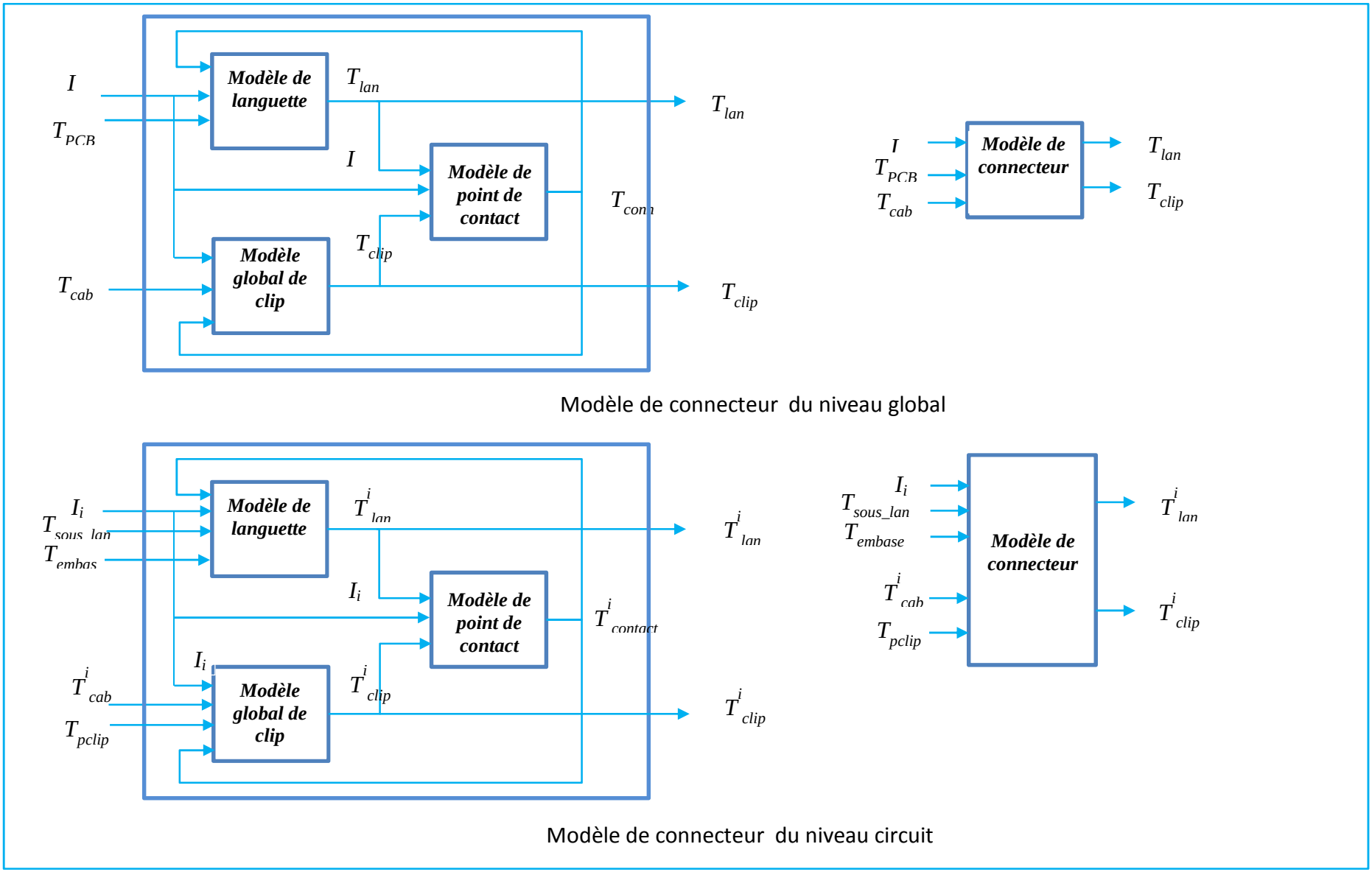


Figure 3.25 : *Schémas fonctionnels du modèle global et du modèle circuit du connecteur*

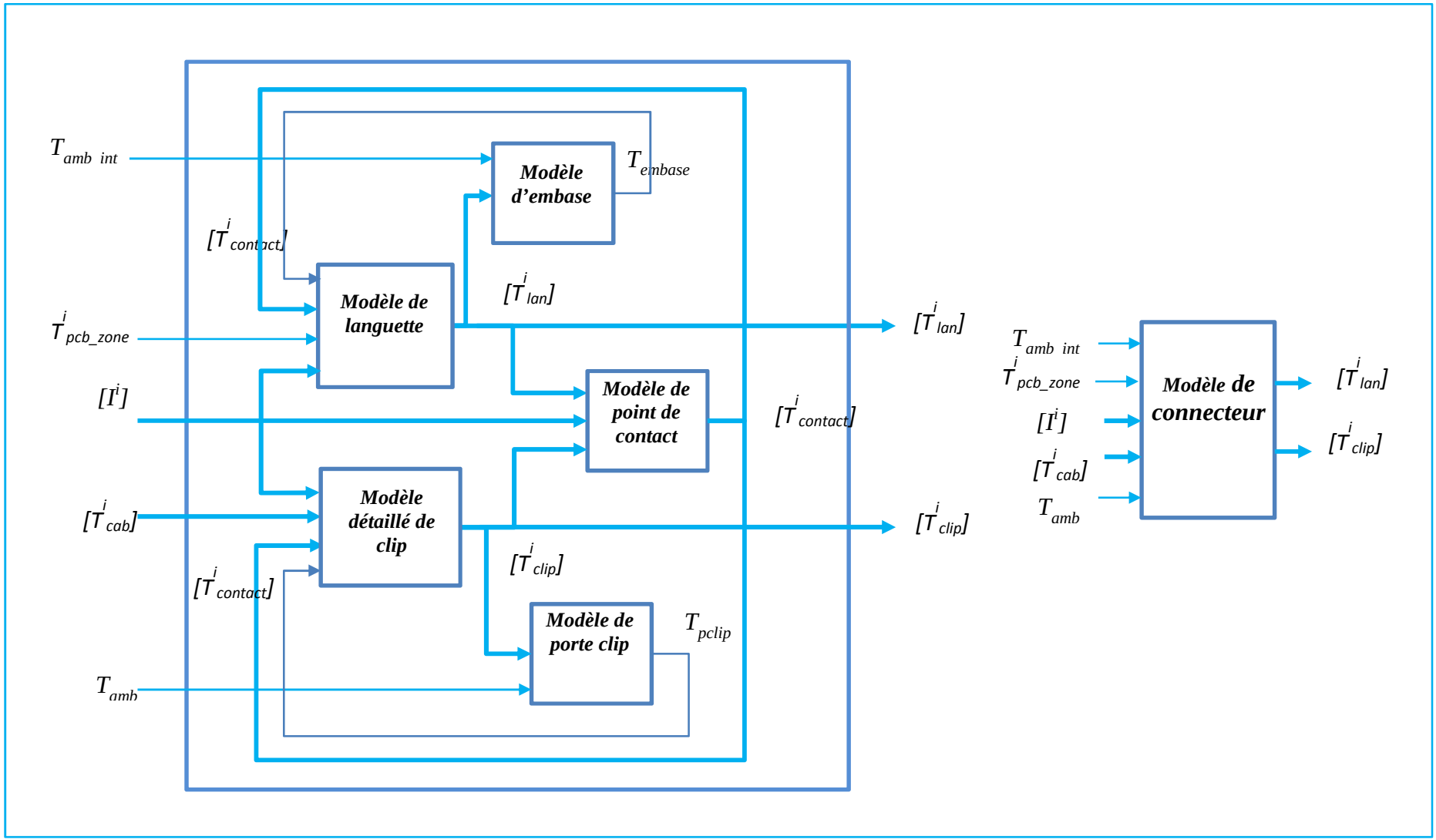


Figure 3.26 : *Schéma fonctionnel du modèle détaillé du connecteur*

3.4.4 Fils électriques, torons et faisceaux électriques

Comme indiqué dans la description du chapitre 1, le SEE se décompose en deux grandes familles : les organes (boîtiers électroniques, batterie, moteurs, etc...), et les faisceaux électriques qui contiennent les fils électriques, les connecteurs et les torons. Le calcul de la distance d'oubli effectuée au chapitre 2 permet une modélisation du SEE en séparant les contributions du boîtier et du faisceau. La **Figure 3.27** présente trois configurations courantes de faisceaux au niveau de la connexion avec un boitier. Le clip est lié à un fil électrique libre qui est, comme son nom l'indique, libre dans l'air. Ces fils électriques libres échangent très peu de chaleur entre eux. En s'éloignant du connecteur, ils sont regroupés dans un toron et sont serrés par des gaines. Il existe des cas où les torons sont regroupés pour former un seul toron.

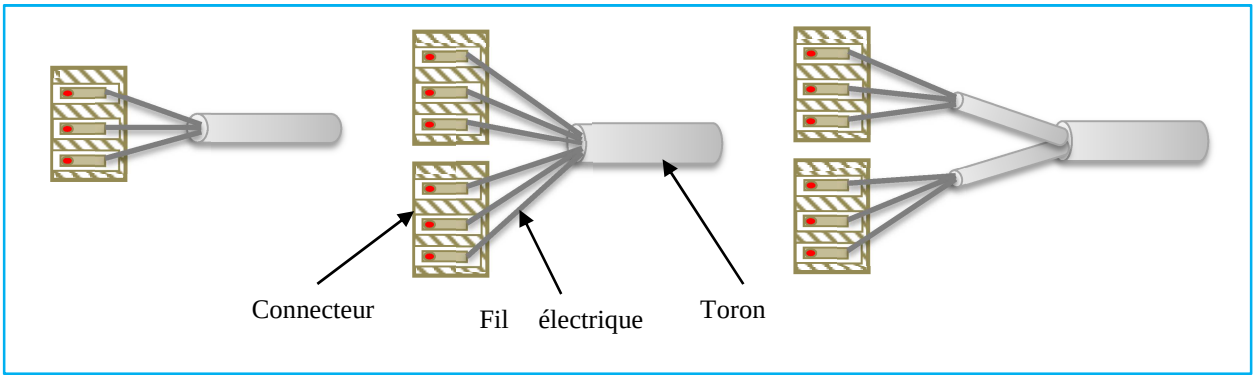


Figure 3.27 : *Les différentes configurations du faisceau automobile*

Dans le cadre de la modélisation thermique du SEE, il est nécessaire de modéliser le fil électrique et le toron. Compte tenu de l'étude sur la distance d'oubli effectuée au chapitre 2 et dans le cadre d'une telle modélisation, il faut utiliser une méthode de maillage si la longueur du fil électrique et du toron dépasse la longueur limite présentée dans le **Tableau 3.2**. Par contre, et contrairement aux développements du chapitre 2, il est ici plus délicat de définir la distance d'oubli, car il est très difficile de définir le flux rentrant dans le toron. Il est donc essentiel de prendre en compte les échanges par conduction entre les fils électriques et le toron ou entre les petits torons (torons fils) et le toron principal (toron père). Le principe de regroupement est identique dans les deux cas, par conséquent, un seul schéma fonctionnel de ces échanges est présenté.

Section de fil (mm²)	0.22	0.35	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3
Longueur limite (mm)	11	14	15	16	17	18	2	21	22
Section de fil (mm²)	**4**	**5**	**6**	**7**	**10**	**16**	**25**	**35**	
Longueur limite (mm)	24	25	26	27	30	33	37	43	

Tableau 3.2 *: Longueur limite du modèle 1 maille de fil électrique*

Les paragraphes suivants décrivent chaque modèle unitaire du faisceau.

3.4.4.1 Fil électrique libre

Au chapitre 2, deux modèles de fil électrique sont proposés : le modèle d'un fil électrique de longueur infinie, et le modèle d'un fil électrique de longueur finie par la méthode de maillage. Les méthodes utilisées pour l'approximation des Systèmes à Dérivées Non Entières (SDNE) permettent de proposer un maillage optimal pour gérer le dilemme précision-complexité du modèle du fil électrique.

Dans les trois niveaux de modélisation retenus, le modèle du fil électrique libre est toujours présent. Si sa longueur est inférieure à la longueur limite, son équation de transfert thermique est définie par :

$$C_{p_{cab}} \cdot \frac{dT_{cab}}{dt} = \phi_{convection} + \phi_{rayonnement} + \phi_{effet_Joule} + \phi_{clip_cab} + \phi_{cab_toron} . \qquad (3.68)$$

Si la longueur du fil électrique dépasse la taille limite du modèle à une maille mais ne dépasse pas sa distance d'oubli, alors il est nécessaire d'utiliser le modèle par maillage. Le maillage est adapté en fonction de la longueur et la taille du fil électrique. Le schéma fonctionnel d'un fil électrique libre est présenté par la **Figure 3.28**..

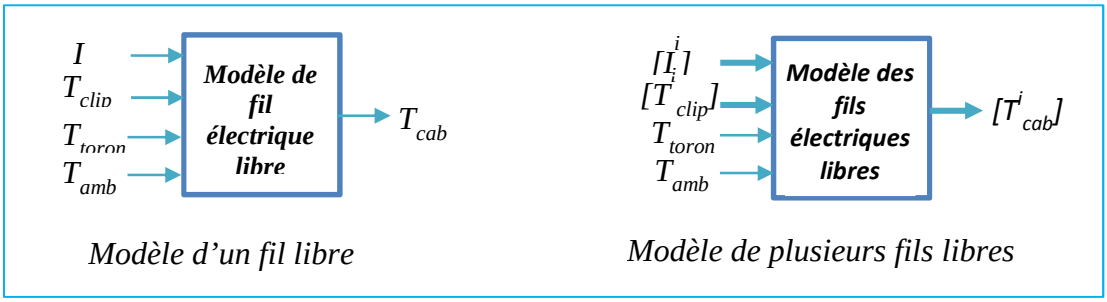


Figure 3.28 : *Schéma fonctionnel du modèle de fil électrique libre relié à l'équation 3.68*

3.4.4.2 Toron

Très peu d'études sur l'électrothermique d'un faisceau de fil électrique ou d'un toron sont disponibles dans la littérature. STOLPE [Stolpe, 1971] a contribué à modéliser les fils électriques de longueur infinie dans le domaine industriel. Ces fils électriques sont regroupés en nappe, afin de simplifier la géométrie du toron, et il considère que le toron est un fil électrique de section équivalente. Inspirer de l'idée de STOLPE, S.B LIU [Liu 2010] modélise le fil électrique équivalent par une méthode analytique, en utilisant les cordonnés cylindriques. Son modèle permet de calculer la température de tous les points du toron en connaissant la densité de chaleur de chaque point. SCHMIDT [Schmidt, 2008] propose d'utiliser la méthode des éléments finis pour calculer l'échauffement mutuel entre les fils électriques dans un toron.

ILGEVICIUS et H.D LIESS [Ilgevicius 2004] ont proposé une méthode de modélisation d'un toron par un fil électrique équivalent. Ils proposent un moyen de calcul d'une conductivité thermique moyenne qui est nécessaire pour le calcul de la température au centre du toron.

Tous les modèles qu'ils présentent sont des modèles de toron de longueur infinie, qui conduisent donc à une modélisation radiale du toron. Bien que de tels modèles soient nécessaires pour évaluer la température du SEE, nos recherches bibliographiques n'ont pas permis de trouver des modélisations d'un toron dans la direction longitudinale. Aussi, les paragraphes suivants s'intéressent à une telle modélisation et proposent un modèle de toron de longueurs infinie et finie.

Modèle de toron de longueur infinie

La méthodologie de modélisation d'un toron de longueur infinie est identique à celle d'un fil électrique de longueur infinie. Afin de trouver une géométrie équivalente entre le toron et le fil électrique, la **Figure 3.29** présente la méthode de simplification géométrique utilisée. Le toron est considéré comme un fil électrique unique dont la capacité thermique et le flux de chaleur généré par effet Joule sont conservés.

Il est toutefois nécessaire de définir les paramètres de la géométrie simplificatrice à savoir : la section équivalente, le périmètre équivalent, le diamètre hydraulique et la conductivité équivalente.

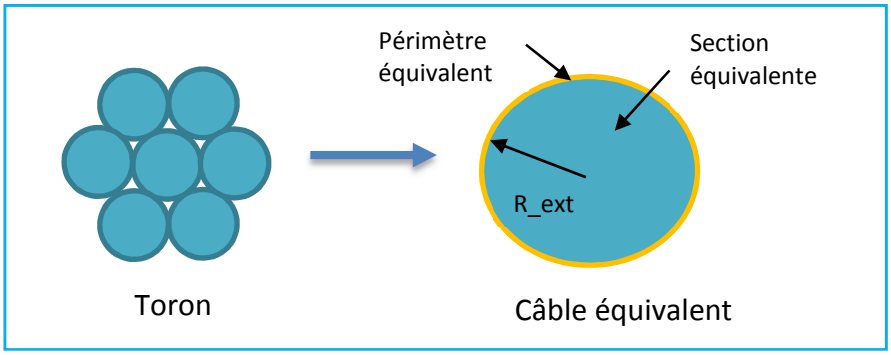


Figure 3.29 : *Simplification géométrique du toron*

Avec la simplification considérée, l'équation du transfert thermique du toron de longueur infinie est identique à celle d'un fil électrique de longueur infinie, soit :

$$C_{p_{toron}} \cdot \frac{dT_{toron}}{dt} = \phi_{convection} + \phi_{rayonnement} + \phi_{effet_Joule}, \qquad (3.69)$$

avec

ϕ_{effet_Joule} : la dissipation thermique liée à la résistance des fils électriques en [W/m], qui correspond à la somme des flux issus des fils électriques constituant le toron :

$$\phi_{effet_Joule} = \sum_{i}^{N} \frac{\rho_c(T_c)}{S_{cab}^{i}} I_i^2 ; \qquad (3.70)$$

C_{p_toron} : la capacité thermique du toron en [J/KgK] qui est la somme de toutes les capacités thermiques des fils électriques et des zones d'air clos, définie par l'expression suivante :

$$C_{P_toron} = \sum_{i}^{N} C_{P_cab}^{i} + \rho_a c_a \sum_{n} S_a \,, \qquad (3.71)$$

où

ρ_a : la masse volumique de l'air en [Kg/m^3],

c_a: la chaleur massique de l'air [J/Kg.K],

$\sum_n S_a$: la somme de toutes les sections d'air clos dans le toron,

$\phi_{convection}$: le flux échangé par convection avec l'air en [W/m], ce flux dépendant de la température du toron, de l'air, du diamètre hydraulique, et du périmètre équivalent ;

$\phi_{rayonnement}$: le flux échangé par rayonnement avec l'air en [W/m], ce flux dépendant de la température du toron, de l'air et du périmètre équivalent.

Les flux de chaleur échangés par convection et rayonnement dépendent donc de deux paramètres géométriques : le diamètre hydraulique pour calculer le coefficient de convection et la surface extérieure pour calculer le flux échange. Une étude géométrique permet de définir les paramètres équivalents nécessaires. Pour mener la démonstration, des fils électriques de sections identiques composant le toron sont considérés et la nomenclature des paramètres géométriques utilisés est décrite par la **Figure 3.30**.

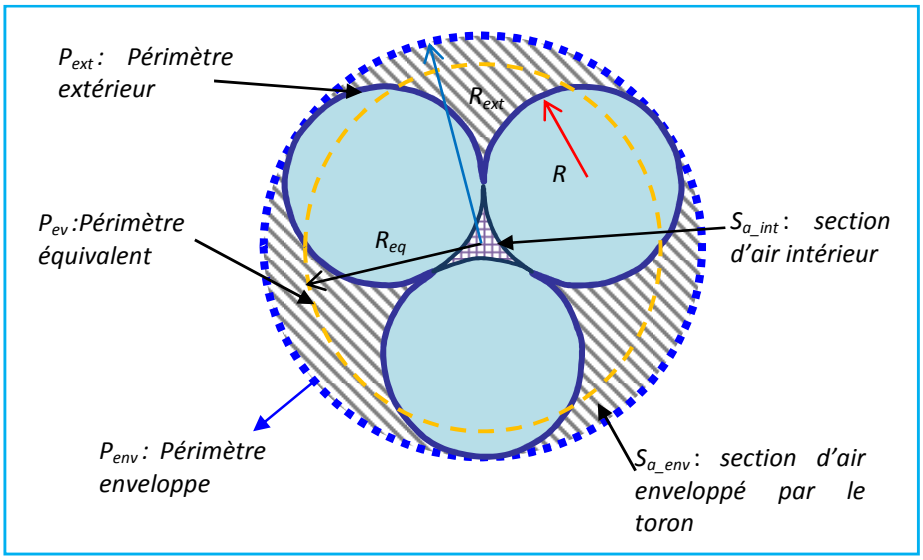


Figure 3.30 : *Toron constitué de 3 fils électriques identiques et définition des paramètres géométriques réels*

Pour un toron constitué de 3 fils électriques, les paramètres géométriques équivalents sont les suivants :

- S_{eq} : la section équivalente, somme des sections de tous les fils électriques du toron, qui permet de définir le périmètre équivalent P_{eq} et le rayon équivalent R_{eq} avec les formules :

$$S_{eq} = \sum_{i}^{N} S_{cab}^{i} \ , \qquad R_{eq} = \sqrt{\frac{S_{eq}}{\pi}} \qquad et \qquad P_{eq} = 2.\pi.R_{eq} \ ,$$

soit dans le cas du toron de 3 fils électriques :

$$S_{eq} = 3\,\pi\,R^2 \ , \qquad R_{eq} = \sqrt{3}\,R \ , \text{ et } \qquad P_{eq} = 2\,\pi\,\sqrt{3}\,R \ ;$$

- P_{ext} : le périmètre extérieur de la partie du fil électrique en contact avec l'air dans le cas où le toron n'est pas couvert ;
- P_{env} : le périmètre de la gaine qui enveloppe le toron ;
- S_{a_env} : la section d'air enveloppé par la gaine, calculée par la relation suivante :

$$S_{a_env} = \frac{(P_{env})^2}{4.\pi} - S_{eq} \ ,$$

soit dans le cas de toron de 3 fils électriques :

$$S_{eq} = 3\,\pi\,R^2 \ , \quad R_{eq} = \sqrt{3}\,R \ , \quad P_{eq} = 2\,\pi\sqrt{3}R \ , \quad P_{ext} = 5\pi R \ , \quad P_{env} = 2\pi\,R\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right).$$

Les calculs précédents sont à présent élargis à différentes géométries du toron, et ce afin de trouver des règles génériques. Pour ce faire, la **Figure 3.31** présente trois exemples de torons constitués d'un nombre croissant de couches complètes de fils électriques.

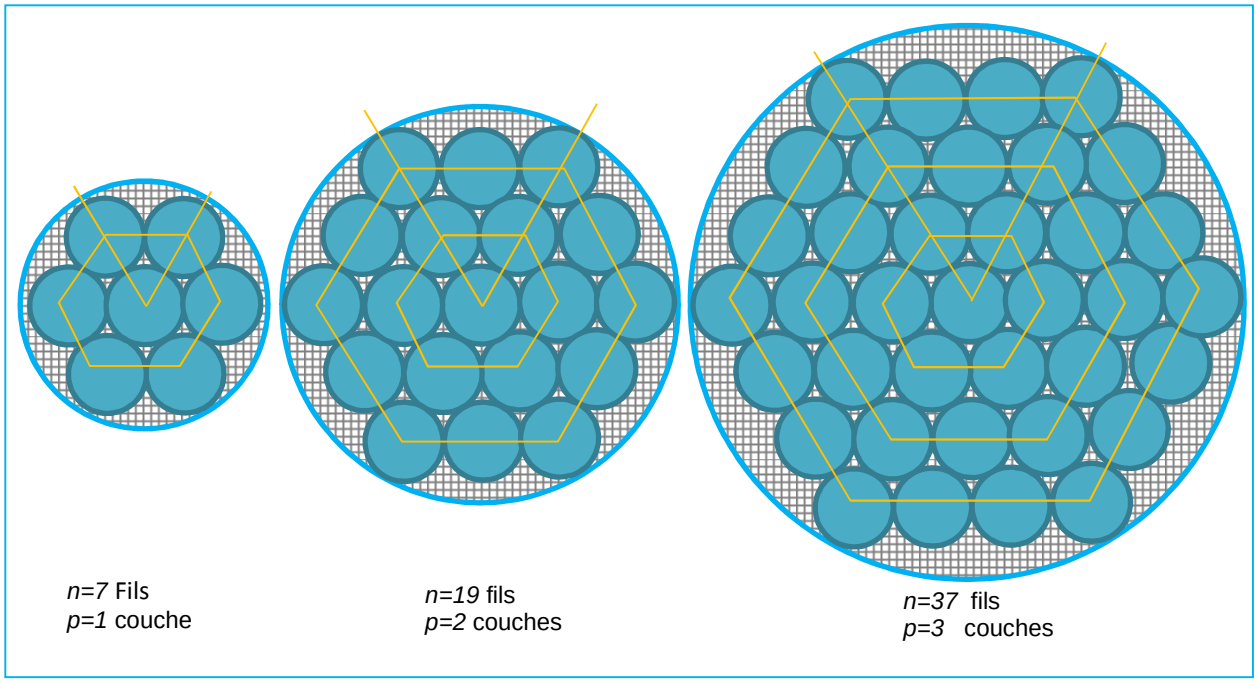


Figure 3.31 : *Différents torons considérés*

En fonction du nombre de couches de fils électriques *p* constituant le toron, la formule suivante permet de définir le nombre *n* de fils électriques constituant le toron, soit :

$$n = p\,(p+1)3+1, \qquad \text{et inversement} \qquad p = \frac{\sqrt{9+12\,(n-1)}-3}{6}. \tag{3.72}$$

Les autres paramètres sont alors définis par les relations suivantes :

$$S_{eq} = n\,\pi\,R^2\,,\; R_{eq} = \sqrt{\frac{S_{eq}}{\pi}}\,,\; R_{ext} = (2\;p+1)\,R\;\,,\; P_{ext} = 6\,\pi\left(\frac{4}{3}+p-1\right)R,\; S_{a_\mathrm{int}} = 6\;p^2\left(R^2\sqrt{3}+\frac{\pi\,R^2}{2}\right). \tag{3.73}$$

D'après les mesures et les corrélations effectuées dans la modélisation de N. CARISER [Cariser 2004], le diamètre hydraulique et le périmètre d'échange du toron correspondent à son enveloppe. Pour un toron contenant *n* fils électriques identiques de rayon *R*, les paramètres géométriques équivalents considérés dans [Cariser 2004] sont regroupés dans le **Tableau 3.3** .

Paramètres	**Description**
$p = \frac{\sqrt{9+12\,(n-1)}-3}{6}$	Nombre de couche
$D_h = 2(2\,p+1)\,R$	Diamètre hydraulique pour calculer le coefficient de convection [m]
$P_{env} = 2\pi(2\,p+1)\,R$	Périmètre d'échange avec l'air par convection et par rayonnement [m]
$S_{eq} = n\,\pi\,R^2$	Section équivalente [m²]

Tableau 3.3 : *Paramètres géométriques du toron d'après [Cariser 2004]*

La **Figure 3.32** présente un cas où les fils électriques sont de dimensions hétérogènes. La géométrie est simplifiée par l'utilisation de fils électriques équivalents dont la section totale est identique à la somme des sections de tous les fils électriques. Le rayon équivalent, R_{equi}, est calculé par la formule suivante :

$$R_{equi} = \sqrt{\frac{\sum_{n} S_{cab}^{i}}{n.\pi}}\,, \tag{3.74}$$

avec

S_{cab}^{i} : la section du $i^{\text{ème}}$ fil électrique en [m²] ;

n : le nombre de fils électriques dans le toron ;

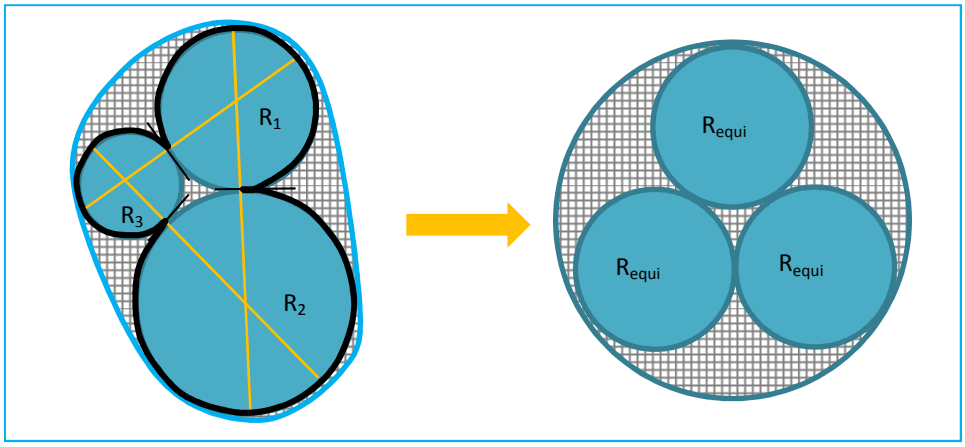


Figure 3.32 : *Simplification géométrique du toron constitué de fils électriques hétérogènes*

Les paramètres géométriques équivalents sont ensuite calculés de façon identique aux fils électriques homogènes, en utilisant les relations du **Tableau 3.3**.

Modèle de torons de longueurs finies

La modélisation d'un toron de longueur finie est basée sur une approche de type fil électrique équivalent. La topologie du modèle dans la direction longitudinale du toron est alors identique à celle d'un fil électrique présentée au chapitre 2. En raison des simplifications géométriques du toron, il est nécessaire de retrouver les paramètres géométriques équivalents nécessaires pour modéliser un tronçon. Ces paramètres sont définis dans le **Tableau 3.4**.

Paramètres	Description
l_i	Longueur de la maille *i en [m]*
$C_{p_{toron_i}} = C_{p_{toron}} l_i$	Capacité thermique de la maille *i en* [J/KgK]
D_h	Diamètre hydraulique pour calculer le coefficient de convection [m]
P_{env}	Périmètre d'échange par convection et rayonnement avec l'air [m]
S_{eq}	Section d'équivalent [m²]
λ_{eq}	Conduction thermique longitudinale du toron [W/mK]

Tableau 3.4 : *Paramètres de la maille i du toron*

Les trois paramètres : D_h, P_{env}, S_{eq}, sont identiques à ceux définis pour le modèle du toron de longueur infinie. La longueur de chaque maille (l_i) est définie par la méthode de maillage optimal décrite dans le chapitre 2 au paragraphe *2.5.-Méthode de détermination de la longueur optimale de maillage.*

La conductivité thermique équivalente du toron λ_{eq} résulte de la mise en parallèle de plusieurs conductances thermiques. Elle est obtenue comme au paragraphe *3.4.1 PCB et*

piste de cuivre pour le calcul de la conductivité thermique du PCB. Elle est donc définie par la relation suivante :

$$\lambda_{eq} = \frac{\sum_{n} \lambda_i \, S^i_{cab}}{\sum_{n} S^i_{cab}}. \qquad (3.75)$$

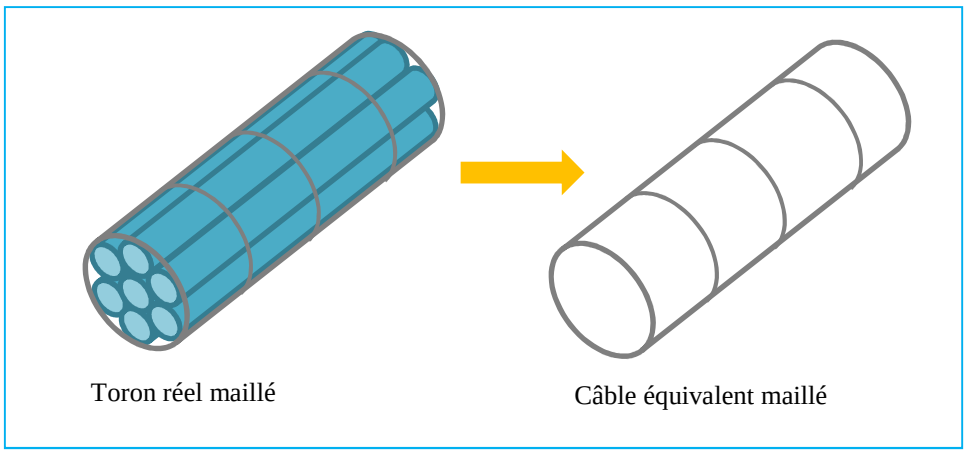


Figure 3.33 : *Modèle longitudinal du toron obtenu par maillage*

L'équation du transfert thermique de la $i^{ème}$ maille du toron est définie par la relation :

$$C^i_{P\,toron} \frac{dT^i_{toron}}{dt} = \phi_{convection} + \phi_{rayonnement} + \phi_{effet_Joule} + \phi_{maille_précédente} + \phi_{maille_suivante}. \qquad (3.76)$$

En développant les termes qui constituent l'équation (3.79) cette dernière devient :

$$C^i_{P\,toron} \frac{dT^i_{toron}}{dt} = \lambda_{eq} \, S_{eq} \frac{T^{i-1}_{toron} - T^i_{toron}}{(l_{i-1} + l_i)/2} + \lambda_{eq} \, S_{eq} \frac{T^{i+1}_{toron} - T^i_{toron}}{(l_{i+1} + l_i)/2} + \sum_n \rho_c \left(T^i_{toron}\right) \frac{l_i}{S^i_{\text{int}}} I_i^{\,2} + l_i \, S_{eq} \left[h\left(T^i_{toron}\right)\left(T_{amb} - T^i_{toron}\right) + \varepsilon_i \, \sigma \left(T^4_{amb} - \left(T^i_{toron}\right)^4\right)\right] \qquad (3.77)$$

Pour l'ensemble des mailles, le système d'équations décrivant le transfert thermique du toron équivalent maillé est identique à celui du fil électrique libre donné par la relation (2.44) dans le chapitre 2, soit :

$$\left[C^i_{P\,toron}\right] \frac{d}{dt}\left[T^i_{toron}\right] = \left[A_{toron}\right]\left[T^i_{toron}\right] + \Phi_{conv+ray}\left(T_{amb}, \left[T^i_{toron}\right]\right) + \Phi_{joule}\left(\sum_N I^2, \left[T^i_{toron}\right]\right) + \left[\Phi_{entrée}\right] \qquad (3.78)$$

Le flux thermique entrant dans le toron est le résultat d'échanges entre le toron et les fils électriques libres, ou entre le toron père et les torons fils. Ces échanges sont décrits au paragraphe suivant.

3.4.4.3 Echange entre fils électriques et toron

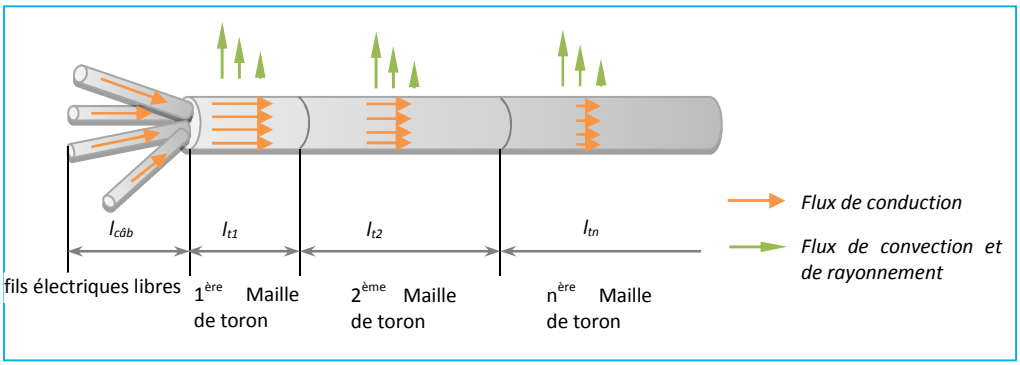


Figure 3.34 : *Description des échanges thermiques entre les fils électriques libres et le toron*

La **Figure 3.34** décrit les transferts thermiques entre les fils électriques et le toron. Ces échanges sont purement des échanges par conduction. Ils sont localisés au niveau de la première maille du toron. La surface d'échange entre le toron et un fil électrique est la section totale (conducteur + isolant) de ce fil électrique. Le flux échangé entre le toron et un fil électrique est donné par la relation suivante:

$$\phi_{câb_toron} = \frac{T_{maille1_toron} - T_{cab}}{\frac{l_{cab}/2 + l_{maille1_toron}/2}{\lambda_{cab}\, S_{cab}}} . \qquad (3.79)$$

Le flux thermique entrant dans le toron est égal à la somme de tous les flux échangés par les fils électriques, soit :

$$\phi_{entrée_toron} = \sum_{N} \phi^{i}_{câb_toron} . \qquad (3.80)$$

Dans le cas du modèle global, le flux thermique entrant est défini comme la multiplication du flux échangé par un fil électrique libre avec le nombre de fils électriques constituant le toron, soit :

$$\phi_{entrée_toron} = n\, \phi_{câb_toron} \quad . \qquad (3.81)$$

L'équation du transfert thermique (3.78) permet de construire le schéma fonctionnel du modèle d'une maille du toron, schéma représenté par la **Figure 3.35**.

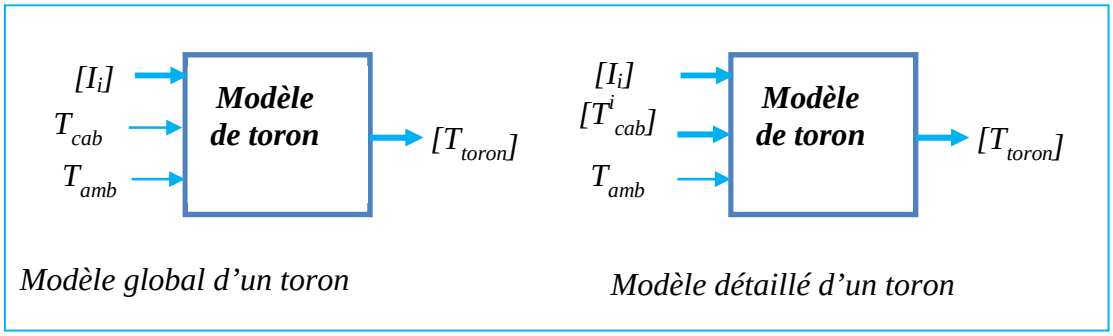


Figure 3.35 : *Schéma fonctionnel du modèle de toron relié avec l'équation (3.78)*

3.4.4.4 Fil électrique dans le toron

Comme indiqué dans la **Figure 3.8** le modèle du toron doit prendre en compte les échanges par conduction entre le fil électrique libre et le toron. Le modèle du fil électrique maillé est utilisé pour tenir compte de la conduction thermique le long de ce fil électrique, à l'intérieur du toron. La longueur de maillage est identique que celle du toron.

Les fils électriques dans un toron se réchauffent mutuellement. Le fil électrique du milieu subit des conditions très sévères car sa chaleur se dissipe difficilement. D'une manière générale, les fils électriques sont entrelacés de façon aléatoire, et un même fil électrique n'est pas en permanence situé au centre du toron sur toute sa longueur. Cependant, dans le cadre de ce travail, un modèle de fil électrique situé au centre du toron est proposé, ce qui permet de considérer le pire des cas.

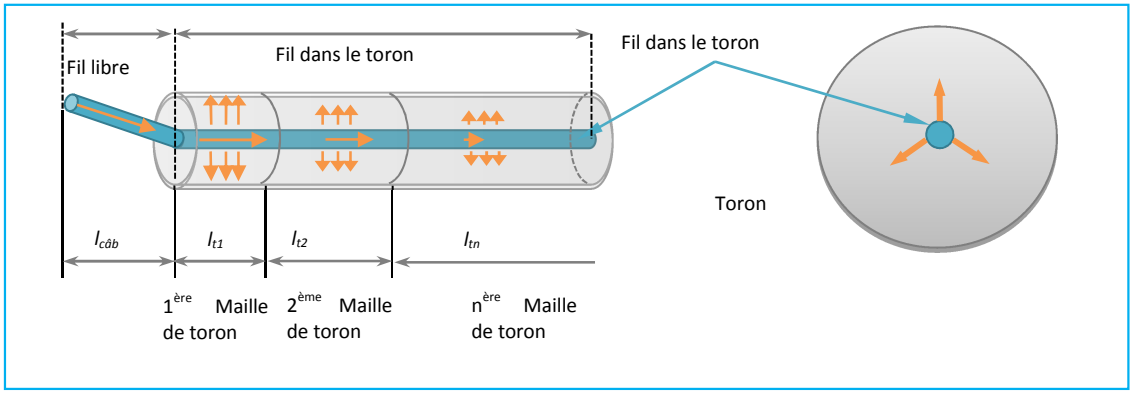


Figure 3.36 *: Modèle d'un fil électrique dans le toron*

La **Figure 3.36** représente un schéma du fil électrique dans le toron. Chaque maille échange de la chaleur par conduction avec les autres mailles et le reste du toron. L'équation du transfert thermique est donc la suivante :

$$C^{i}_{P\,cab}.\frac{dT^{i}_{cab}}{dt} = \phi_{maille_précédente} + \phi_{maille_suivante} + \phi_{cab_toron} + \phi_{effet_Joule} \quad ,(3.82)$$

ou encore en détaillant les termes de l'équation précédente :

$$C^{i}_{P\,cab}.\frac{dT^{i}_{cab}}{dt}=\lambda_{eq}.S_{cab}.\frac{T^{i-1}_{cab}-T^{i}_{cab}}{(l_{i-1}+l_i)/2}+\lambda_{eq}.S_{cab}.\frac{T^{i+1}_{cab}-T^{i}_{cab}}{(l_{i+1}+l_i)/2}+\frac{T^{i}_{toron}-T^{i}_{cab}}{R^{i}_{toron_cab}}+\rho_c\left(T^{i}_{cab}\right)\frac{l_i}{\pi R^{2}_{\text{int}}}I^{2},\qquad(3.83)$$

où

$R^{i}_{toron_cab}$: la résistance thermique entre la maille *i* du fil électrique et la maille *i* du toron, soit :

$$R^{i}_{toron_cab}=\frac{\ln\left(\frac{R_{ext_toron}/2}{R_{ext_cab}}\right)}{2.\pi.\lambda_{eq_rad}.l_i},\qquad(3.84)$$

avec

λ_{eq_rad} : la conductivité thermique dans la direction radiale du toron en [W/(mK)],

Concernant le calcul de la conductivité radiale du toron, la thèse de ILGEVICIUS [Ilgevicius 2004] propose une méthode qui utilise des sections carrées équivalentes. la **Figure 3.37** présente les différentes étapes de cette méthode, à savoir : la transformation de la géométrie ronde du fil électrique en géométrie carrée, représentation de la somme des sections totales du toron par une section carrée de côté b^2, représentation de la somme des sections du conducteur par une autre carrée de côté a^2 à l'intérieur du précédent. La résistance thermique entre le centre du toron et l'extérieur du toron est donc un réseau de 3 résistances (G_1, G_2, G_3), qui permet donc de déduire la conductivité thermique radiale qui est donnée par :

$$\lambda_{eq_rad}=\lambda_i\left(\frac{1}{\frac{\lambda_i}{\lambda_c}+\frac{b}{a}-1}-\frac{a}{b}+1\right).\qquad(3.85)$$

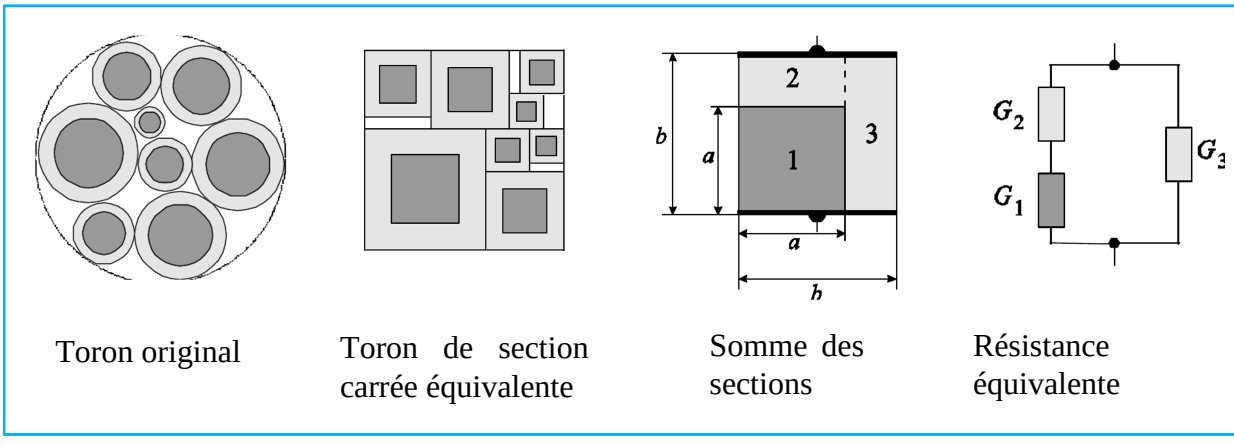


Figure 3.37 : *Méthode de calcul de la conductivité thermique radiale du toron d'après Ilgevicius*

Finalement, l'équation du transfert thermique d'un fil électrique dans le toron est donc :

$$[C^{i}_{P\,cab}].\frac{dT^{i}_{cab}}{dt} = [A_{cab}].[T^{i}_{cab}] + \Phi_{cab+toron}([T^{i}_{toron}],[T^{i}_{cab}]) + \Phi_{joule}(I_i^2,[T^{i}_{cab}]) + [\Phi_{entrée}], \quad (3.86)$$

où le flux d'entrée ($\Phi_{entrée}$) correspond à l'échange par conduction avec le fil électrique libre. Il s'exprime par la relation suivante :

$$\phi_{entrée} = \frac{T_{cab_libre} - T^{1}_{cab}}{\frac{l_c/2 + l_{maille1_toron}/2}{\lambda_{cab}\, S_{cab}}} \quad . \quad (3.87)$$

En appliquant à l'équation du transfert thermique (3.86) du toron la démarche de construction du modèle décrite au paragraphe *2.3 - Méthode de résolution* du chapitre 2, le modèle du PCB peut être représenté sous la forme d'un bloc fonctionnel (analogue à un bloc du logiciel Matlab-Simulink). La **Figure 3.38** est une représentation de ce bloc faisant apparaitre les entrées et les sorties du modèle.

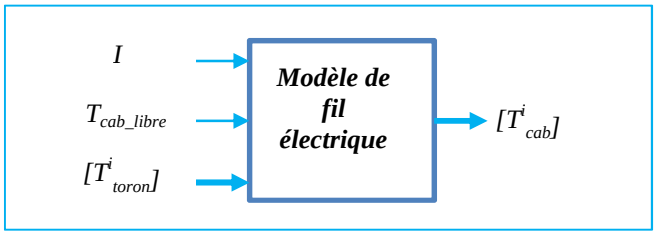


Figure 3.38 : *Schéma fonctionnel du modèle d'un fil électrique dans le toron relié à l'expression 3.86*

3.5 Application des modèles élémentaires à la construction des modèles de boitier

Les modèles des composants élémentaires présentés permettent de constituer une bibliothèque qui permet la construction de modèles de différents types de boitiers et de leurs faisceaux associés. Pour chaque cas d'étude, il suffit en effet d'associer les blocs élémentaires et de les relier en respectant la causalité énergétique. Dans ce paragraphe, et en utilisant la bibliothèque de composants constituée aux paragraphes précédents, les trois niveaux de modélisation précédemment introduits sont appliquées à un boitier existant.

3.5.1 Description du boitier

Il s'agit d'un Boitier de Servitude centrale (BS) d'une automobile représenté par la **Figure 3.39**. Il contient un PCB (4 couches dont 2 de 35µm en interne et 2 de 70µm externes) sur lequel des composants de puissance (fusibles, diodes…), des composants de forte puissance (Relais, fusibles de gros calibre) et 4 connecteurs sont montés. Une partie des composants de puissance sort du boitier. Son poids est de 400g. La résistance interne de chaque composant de puissance est en moyenne de *40mΩ*, et leur puissance dissipée dépend uniquement du courant passant. Chaque relais dissipe en moyenne *0.8W* sur le circuit de commande, leur résistance de contact étant de *4mΩ*.

Un des 4 connecteurs est relié à un faisceau de puissance constitué de deux fils. Le connecteur d'alimentation, de taille 9mm, contient deux broches. Les 3 autres connecteurs sont identiques, chacun contenant 16 broches dont 4 de 2.8mm de large et 12 de 1.5mm. Les descriptions et les dimensions de chaque connecteur sont détaillées dans l'annexe 4 intitulée « Composants physique du boitier de servitude »

A l'exception du connecteur d'alimentation, chaque connecteur est constitué d'un faisceau de 16 fils électriques de tailles différentes, comme l'indique le **Tableau 3.5**. Le faisceau d'alimentation contient 2 fils électriques dont la section respective est 4mm² et 6mm². La longueur des faisceaux est identique et égale à 2m. Cette longueur dépasse la distance d'oubli, et assure donc la validité de l'hypothèse permettant le découpage du faisceau. La longueur du fil électrique libre est de *14mm*. Elle constitue la limite en dessous de laquelle un modèle à une maille est valide comme l'indique le **Tableau 3.2**.

Type de fil	Nombre de fils dans le toron 1	Nombre de fils dans le toron 2	Nombre de fils dans le toron 3	Nombre de fils dans le toron d'alim	Diamètre extérieur (mm)	Diamètre intérieur (mm)
0.35mm²	2	2	0	0	1.35	0.7
0.5mm²	10	10	12	0	1.6	0.8
0.75mm²	4	4	0	0	1.8	1
1mm²	0	0	4	0	1.95	1.1
4mm²	0	0	0	1	3.7	2.3
6mm²	0	0	0	1	4.3	2.8

Tableau 3.5 : *Configurations des faisceaux du boitier de servitude*

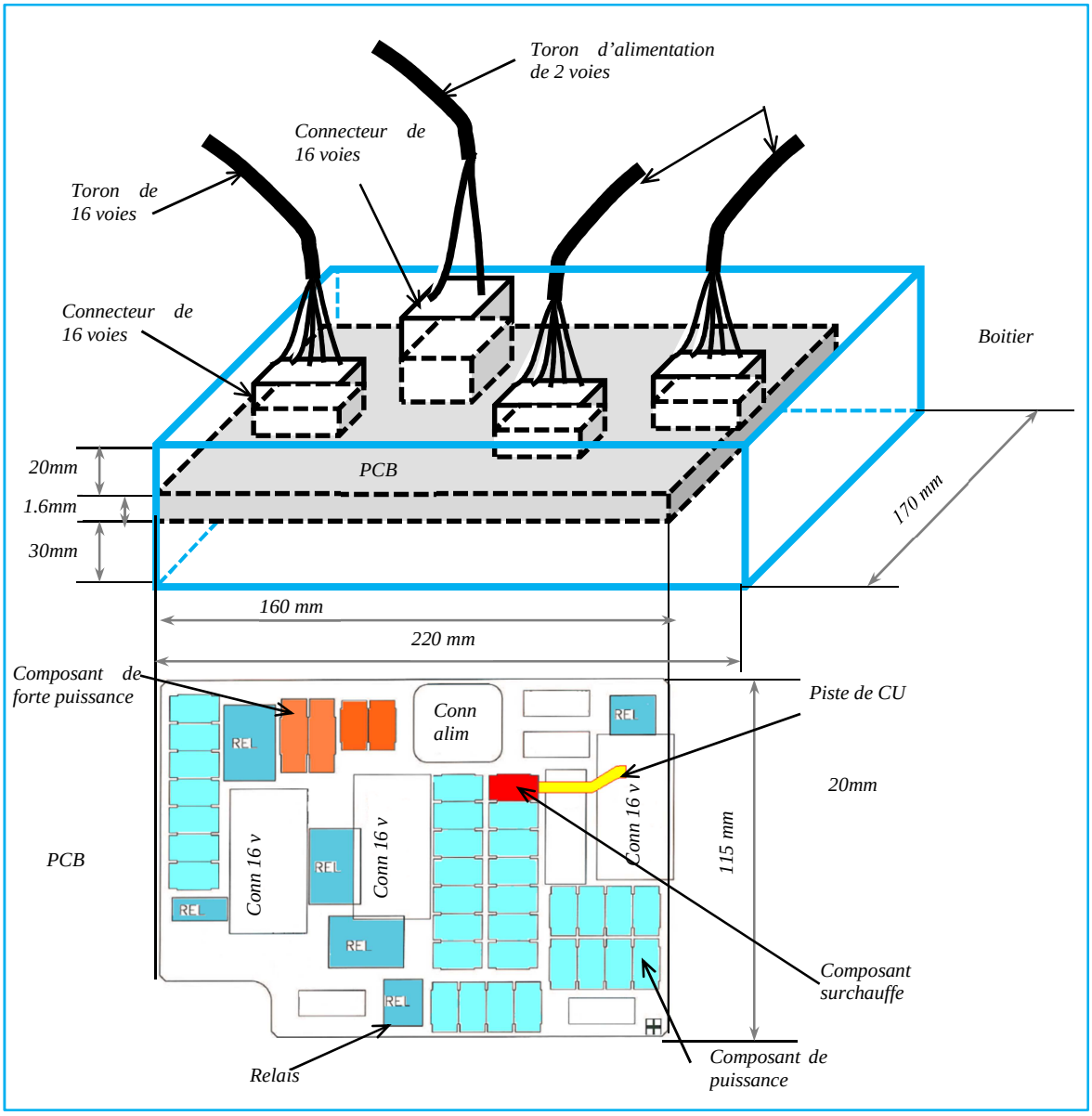


***Figure 3.39** : Boitier de servitude centrale d'une automobile*

Dans ce boitier, un composant surchauffe et sa piste de cuivre de 3 cm de long fait l'objet du modèle de type circuit.

Les charges utilisées sont de natures différentes : résistances, lampes, et moteurs.

Les paragraphes suivants décrivent les trois niveaux de modélisation de ce boitier.

3.5.2 Construction de modèle de niveau global

Pour la modélisation globale, telle que présentée au paragraphe *3.3,* les composants élémentaires décrits dans la partie *IV* et qui participent à la modélisation sont les suivants :

- modèle global des capots supérieure et intérieure ;
- modèle global du PCB ;
- 4 modèles globaux de connecteurs ;

- 4 modèles globaux de fils électriques libres ;
- 4 modèles globaux de torons.

Le modèle global est construit par l'assemblage des modèles de composants élémentaires en respectant la structure et la causalité énergétique. Le schéma du modèle global est présenté dans la **Figure 3.40**.

L'entrée du modèle est le profil de courant appliqué sur toutes les lignes d'entrée et sortie du boitier (ici, il y a 50 lignes), et la température ambiante. Les sorties de ce modèle sont la température des capots et le flux échangé.

Etant donné qu'un flux de chaleur dissipé par effet joule est lié au carré de l'intensité, ce courant est donc à la moyenne quadratique des courants passant dans chaque connecteur, soit :

$$I^i = \sqrt{\frac{\sum_j^{n_i} \left(I_j^i\right)^2}{n_i}}, \qquad (3.88)$$

avec

I_j^i $\begin{matrix}\rightarrow \text{indice du connecteur i} \\ \rightarrow \text{indice du la ligne j du conencteur}\end{matrix}$: le courant des $j^{\text{ème}}$ ligne du $i^{ème}$ connecteur en [A] ;

I^i $\rightarrow \text{indice du connecteur i}$: le courant représentatif du $i^{ème}$ connecteur en [A] ;

n_i : le nombre de lignes actives du $i^{ème}$ connecteur.

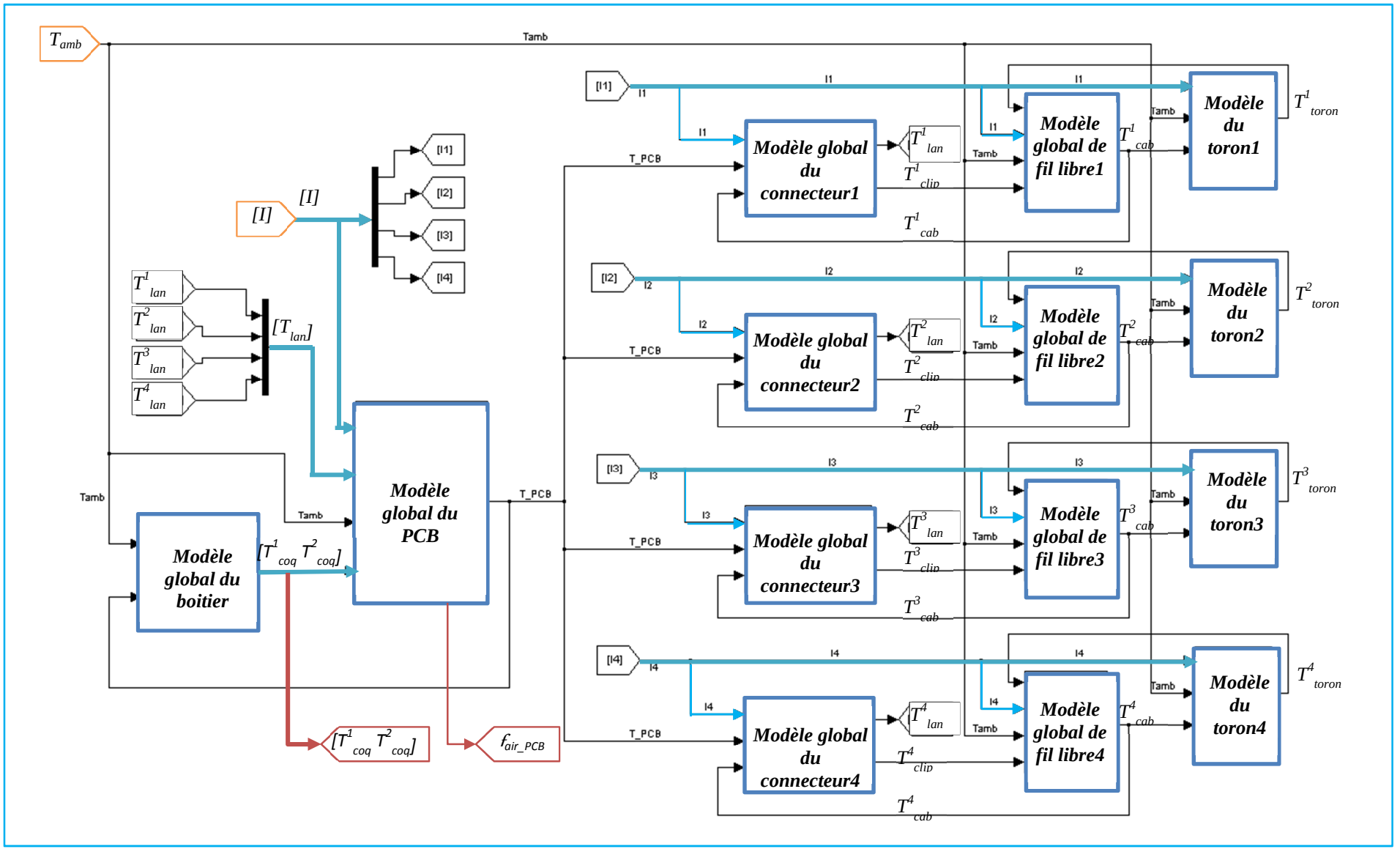


Figure 3.40 : *Schéma fonctionnel du modèle global du boitier BS*

3.5.3 Construction du modèle de niveau détaillé

Le modèle détaillé est basé sur la structure et la topologie décrites dans la partie 3.3.2, de ce chapitre. Pour ce niveau, les modèles détaillés des composants élémentaires suivants sont utilisés :

- modèle détaillé du PCB ;
- modèle détaillé du connecteur ;
- modèle multiple de fil électrique libre ;
- modèle détaillé du toron.

En se basant sur une approche Bond Graph, le modèle détaillé est construit par l'agrégation des modèles des composants élémentaires. Ce modèle possède la même quantité de PCB et de faisceaux que le modèle global, mais il utilise aussi la température des capots et le flux de chaleur échangée avec l'air ambiant, information produites par le modèle global.

Avant de construire ce modèle, il est nécessaire de définir des paramètres qui sont propres à chaque boitier.

Le maillage du PCB ; la maille est de type rectangulaire et la taille de chaque côté est voisine de la distance d'oubli qui est définie au chapitre 2. La taille des mailles est choisie de telle sorte qu'un nombre maximal de connecteurs soit placé entièrement dans une maille. La **Figure 3.41** présente une proposition de maillage avec 3x3 mailles ce qui conduit à une longueur dont les côtés sont 38 mm et 53mm.

- Les mailles de ce PCB sont numérotées de 1 à 9.
- La chaleur produite par chaque zone, est un pourcentage de la chaleur totale produite par le PCB. La chaleur produite par chaque zone est calculée à partir de la puissance dissipée par les composants placés sur la zone.

Le flux de chaleur échangé avec l'air ambiant extérieur à chaque zone est proportionnel à la surface de chaque zone en contact avec l'air extérieur, donc à la somme des surfaces des composants de puissance de chaque zone en contact avec l'air ambiant extérieur (le composant en bleu claire sur la **Figure 3.41**.

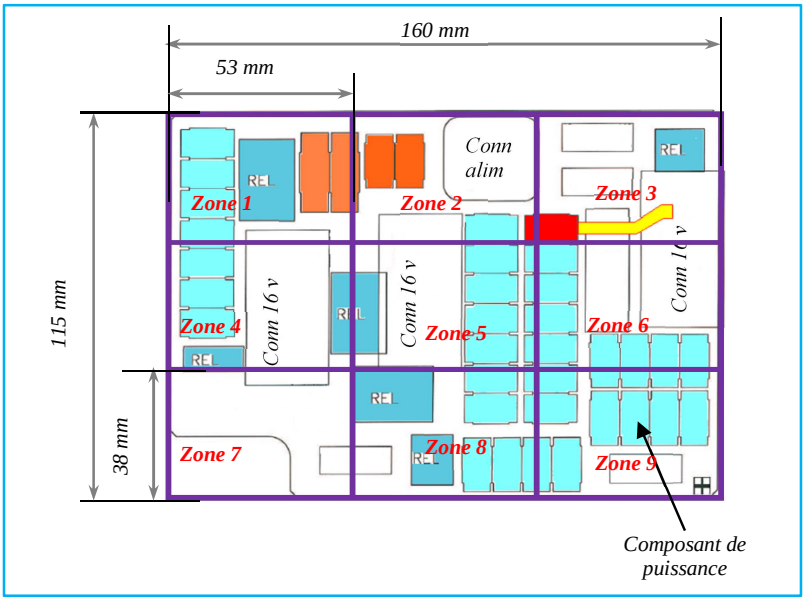


Figure 3.41 : *Maillage de taille 53x38mm (3x3 mailles) du PCB*

Le modèle détaillé du PCB donne la température de toutes les zones du PCB. Par contre le calcul du flux de chaleur échangé entre le PCB et le connecteur nécessite la connaissance de la température de la zone où se trouve ce connecteur. Il est donc nécessaire d'extraire cette température de zone.

La **Figure 3.42** montre le schéma fonctionnel du modèle détaillé du BS. Il est constitué des blocs du modèle détaillé des composants reliés ensemble en respectant les problèmes de causalité. Ce modèle utilise essentiellement des calculs vectoriels et matriciels. Les données entrantes sont :

- un scalaire représentant la température ambiante extérieure du BS,
- un vecteur de courant détaillant les courants de toutes les lignes, vecteur scindé en 4 vecteurs de courant correspondant aux 4 torons,
- un vecteur représentant la température des capots, températures calculées par le modèle global,
- un scalaire représentant le flux de chaleur échangé avec l'air ambiant extérieur, flux calculé par le modèle global.

Les sorties du modèle détaillé sont utilisés pour le modèle de type circuit. Le circuit en question est placé entièrement dans la zone 3 du PCB et le fil électrique appartenant à ce circuit se situe dans le faisceau numéro 4. Les sorties du modèle détaillé sont :

- le flux échangé entre la zone 3 et les autres zones, et entre la zone 3 et le connecteur ;
- la température de l'embase et du porte-clip du connecteur 4 ;
- les températures des mailles du toron 4.

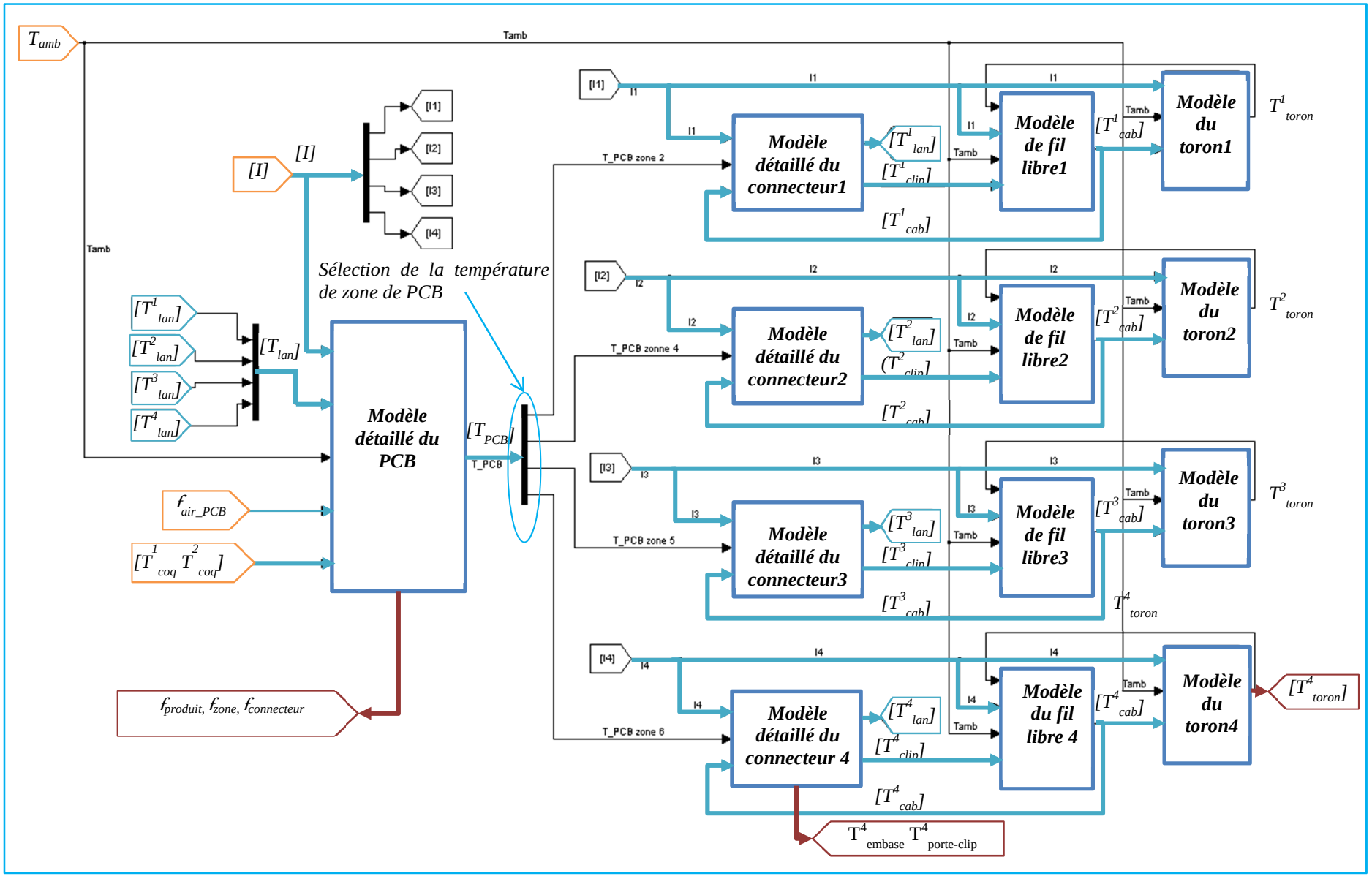


Figure 3.42 : *Schéma fonctionnel du modèle détaillé du boitier BS*

3.5.4 Construction du modèle de niveau circuit

Le modèle de niveau circuit respecte la structure et la topologie décrites dans la partie 3.3.2 de ce chapitre. Il utilise les composants élémentaires suivants :

- un modèle de composant et de son sous-composant ;
- un modèle de la piste de cuivre maillée et de sa sous-piste de cuivre maillée ;
- un modèle circuit du connecteur ;
- un modèle de la sous-languette identique au modèle de sous-composant en considérant que son composant est la languette ;
- un modèle de fil électrique libre ;
- un modèle de fil électrique dans le toron.

Comme pour le modèle global et le modèle détaillé, le modèle circuit s'obtient par l'agrégation de modèles élémentaires en respectant le modèle Bond Graph décrit dans la partie 3.3.2.

En entrée, ce modèle utilise des résultats produits par le modèle détaillé comme la température de l'embase et du porte clip, la température des mailles de toron et le flux de chaleur *(f_{PCB})* dissipée dans l'air par la zone du PCB contenant le circuit. Ce flux n'est pas le résultat direct du modèle détaillé, mais il est calculé en utilisant les résultats produits par ce modèle par la relation :

$$\phi_{pcb} = \phi_{produit} - \phi_{zone} - \phi_{connecteur}, \qquad (3.89)$$

avec

$\phi_{produit}$: la chaleur totale produite par la zone en [W],

ϕ_{zone} : la somme des flux de chaleur échangés avec les zones voisines en [W],

$\phi_{connecteur}$: le flux échangé entre la zone et le connecteur placé dans la zone en [W].

Le schéma fonctionnel du modèle circuit est présenté dans la **Figure 3.43**. Il est à noter que l'échange thermique entre le composant et la piste de cuivre s'effectue dans la première maille de la piste et l'échange entre la piste et la languette s'effectue dans la dernière maille. La situation est identique pour la sous-piste de cuivre, pour laquelle il est nécessaire de manipuler la température de la première et la dernière maille de la piste et de la sous-piste de cuivre. Le bloc « selector » de la figure V-5 est donc utilisé pour extraire les températures des vecteurs qui les contiennent. Le bloc « selector » est utilisé également dans le cas de l'échange thermique entre le fil électrique libre et le fil électrique dans le toron afin de sélectionner la température de la première maille du fil électrique dans le toron.

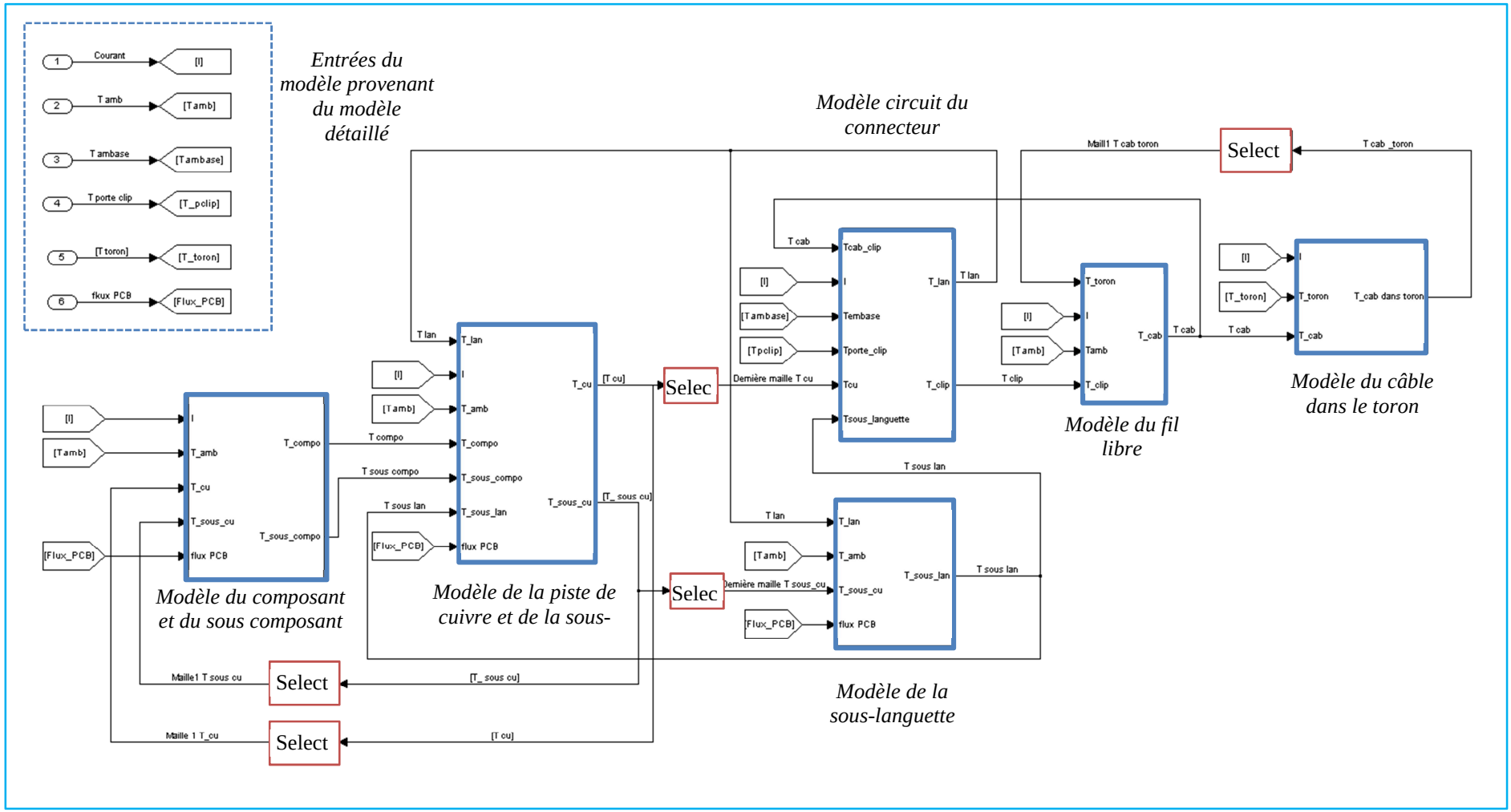


Figure 3.43 *: Schéma fonctionnel du modèle circuit du boîtier BS*

3.6 Conclusions et perspectives

En analysant les phénomènes physiques mis en jeu, ce chapitre démontre que le SEE peut être étudié par parties : une partie constituée du boîtier et une autre de son faisceau. Cette approche simplifie l'étude d'un SEE.

Fort de la conclusion précédente, une nouvelle méthode de modélisation électrothermique du SEE est présentée. Cette méthode hiérarchisée fait apparaître trois niveaux de modélisation : un niveau dit « global », niveau dit « détaillé » et un dernier niveau dit « niveau circuit ». Ces différents niveaux de modélisation permettent d'étudier l'échauffement du système d'un point de vu global jusqu'au circuit électronique contenu dans le SEE. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet de modéliser uniquement les parties nécessaires (celles dont l'analyse est souhaitée), ce qui diminue le temps de calcul et permet d'avoir des modèles embarquables.

Dans le but de faciliter la construction de ces modèles, une bibliothèque des composants élémentaires a été construite. Dans cette bibliothèque, les trois niveaux de modélisation sont accessibles pour chaque composant afin de permettre le niveau souhaité de modélisation.

A titre d'exemple, la modélisation d'un boitier de servitude pour automobile est traitée et permet d'illustrer la manière dont les composants élémentaires de la bibliothèque sont utilisés.

Il est tout de même important de noter que l'objectif de ce mémoire est de proposer une méthode générale de modélisation d'un SEE et non de créer une bibliothèque exhaustive de composants. Un nombre important de composants, de configurations de boîtiers et de faisceaux différents existent dans le secteur de l'automobile, ne permettant pas de traiter tous les cas dans le cadre de ce mémoire. L'intérêt de la démarche de modélisation des composants élémentaires proposée dans ce mémoire est de pouvoir être adaptée à de nombreux SEE.

Compte tenu des nombreuses hypothèses simplificatrices faites pour obtenir les modèles de composants proposés dans ce chapitre, le chapitre suivant a pour but de vérifier la validité des modèles obtenus et de corréler leur comportement avec le comportement réel du SEE.

Chapitre 4 Validation des modèles

SOMMAIRE

Chapitre 4 Validation des modèles 161

4.1 Introduction 162
4.2 La méthode de validation du modèle 163
4.3 Principe des mesures et description du banc d'essai 165
4.3.1 Principes des mesures 165
4.3.2 Description du banc d'essai 166
4.4 Validation du modèle du faisceau 168
4.4.1 Fil électrique de longueur finie et infinie 169
4.4.2 Toron de longueur finie et infinie 172
4.4.3 Connecteur 178
4.4.4 Sous-ensemble d'un faisceau 185
4.5 Validation du boitier 188
4.5.1 PCB et boîtier 189
4.5.2 Composant 193
4.5.3 Piste de cuivre 195
4.5.4 Sous ensemble de circuit 199
4.6 Validation des modèles complets d'un SEE 201
4.6.1 Modèle numérique du SEE 201
4.6.2 Dispositif d'essai 203
4.6.3 Validation du niveau « global » 205
4.6.4 Validation du niveau « détaillé » 209
4.6.5 Validation du niveau « circuit » 214
4.7 Conclusions et perspectives 217

4.1 Introduction

Les hypothèses et les modèles élémentaires développés au chapitre 2 et au chapitre 3 sont vérifiés et validés dans ce chapitre à l'aide d'essais expérimentaux sur des échantillons du SEE, ou de simulations du modèle numérique.

La validation des modèles est conforme à la progression du cycle en V présenté dans la **Figure 4.1**. L'analyse et la modélisation effectuées dans le chapitre 3 suivent la branche descendante du cycle. Le système est analysé en partant d'un SEE complet qui est séparé ensuite en deux sous-systèmes constitués de composants élémentaires. La validation présentée dans ce chapitre suit la branche montante du cycle. Les composants élémentaires sont d'abord validés un par un, puis deux sous-systèmes agrégés de ces composants un faisceau et un boitier sont validés. Enfin le système complet d'un SEE contenant ces deux sous-systèmes est validé, ce qui complète le cycle de validation.

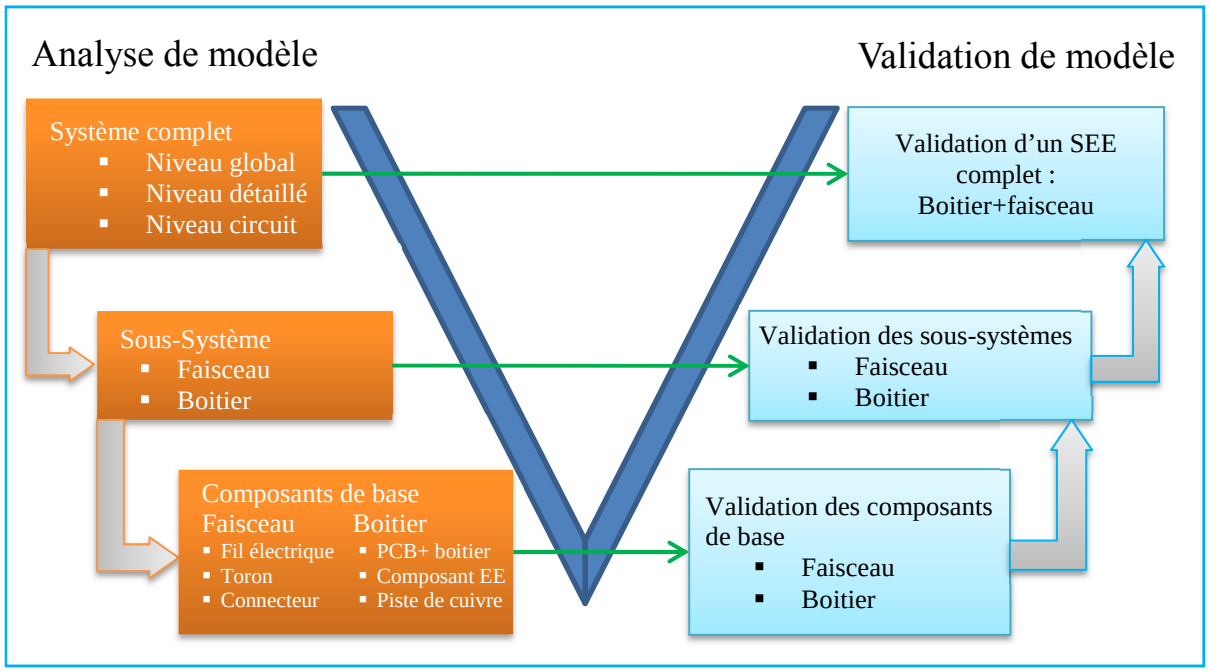


***Figure 4.1** : Cycle en V de modélisation et validation des modèles*

Les sous-ensembles sont présentés dans la **Figure 4.2** pour clarifier les étapes de validation. Deux groupes de sous-ensemble côté faisceau et côté boîtier, et le modèle final qui est l'agrégation de deux sous-ensembles permettent de valider les trois niveaux de modélisation.

Les modèles de la **Figure 4.2** sont validés à l'aide des logiciels commerciaux de calcul numérique comme Fluent, ABAQUS et FloTHERM. Cependant, le temps de calcul en régime transitoire étant trop important, les modèles numériques ont pour but de valider seulement le régime stationnaire. Il est donc nécessaire d'avoir des résultats expérimentaux pour valider totalement les modèles.

Ainsi, un banc d'essai a été développé pour permettre ces validations. Les principes et les grandeurs mesurées, ainsi que les appareils de mesures sont présentés. Il est important de rappeler que la maîtrise des incertitudes de mesure est importante pour la validation des modèles.

Lorsque les modèles élémentaires et les modèles des sous-ensembles sont validés par les modèles numériques, les échantillons identiques aux modèles numériques sont construits et testés. Une comparaison de trois résultats : de simulation sous Matlab/Simulink, de simulation numérique et de mesure est effectuée afin de confirmer la validation finale.

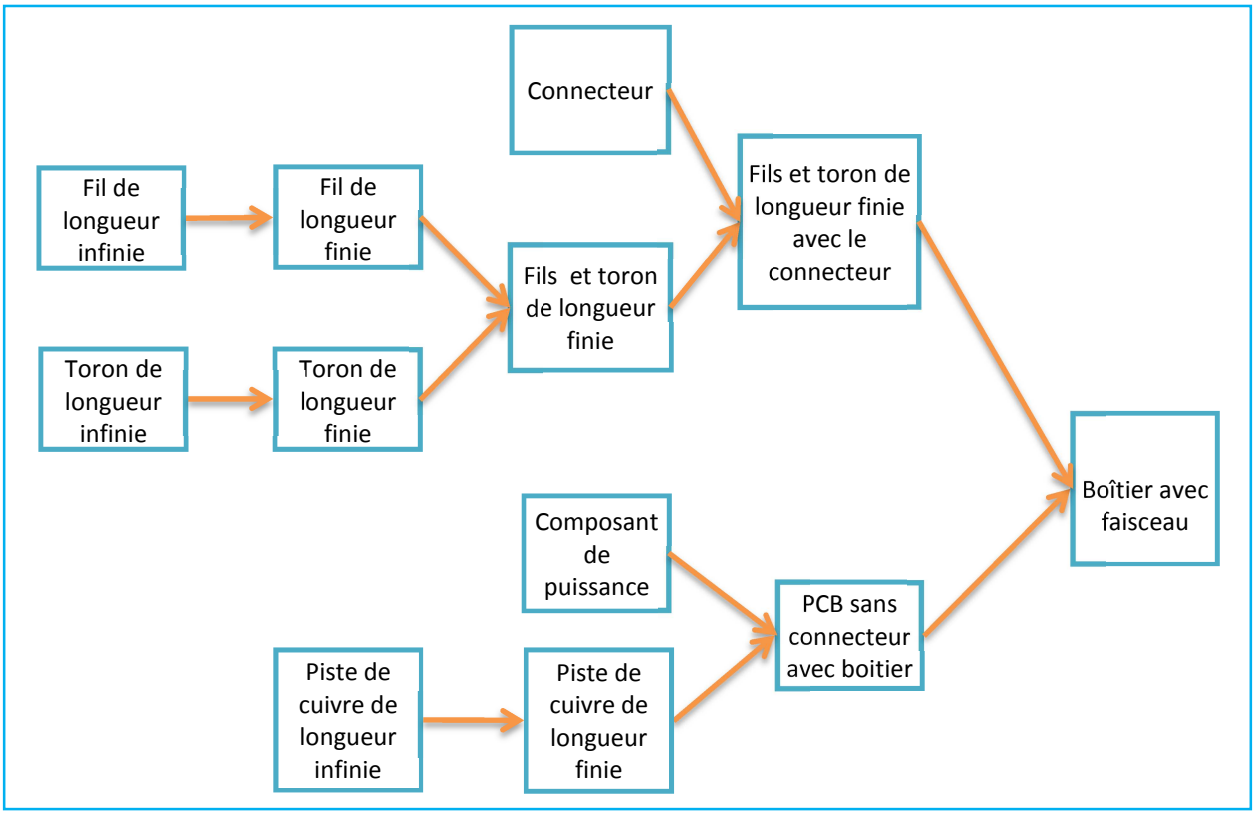


***Figure 4.2** : Schéma de validation des modèles réalisés sous Matlab*

4.2 La méthode de validation du modèle

Les modèles développés sous Matlab/Simulink prennent en compte les phénomènes non linéaires comme la convection et le rayonnement. L'application des formules de calcul varie en fonction de la forme géométrique, de la température et des surfaces en vis à vis pour le rayonnement.

D'une manière générale, les formes des composants sont élémentaires : cube, cylindre, plaque. De plus, la convection est de type laminaire. Le modèle 2D est donc suffisant pour ces validations. Ainsi, le logiciel Fluent est utilisé pour construire les modèles de CFD «Computational Fluid Dynamics». La variation des coefficients de convection en fonction de la température est ensuite utilisée pour valider, non seulement les modèles des composants, mais aussi les modèles des sous-ensembles à l'aide du logiciel ABAQUS. Rappelons qu'ABAQUS ne permet de réaliser que des calculs de conduction thermique. C'est

la raison pour laquelle nous avons utilisé les deux logiciels pour avoir des modèles plus "physiques ".

Le logiciel le mieux adapté est FloTHERM. Il permet de calculer simultanément les trois phénomènes du transfert thermique. Cependant, nous n'avons pu disposer de la licence de ce logiciel que pendant quelques mois. Sur cette durée , un modèle du boitier a tout de même été construit et simulé, ce qui permet de valider le modèle à trois niveaux. En revanche, nous disposons des licences PSA des deux logiciels Fluent et ABAQUS. La limite de ces logiciels est le temps de calcul. Ils sont donc utilisés pour valider les modèles en **régime permanent**. La validation de la dynamique du modèle est effectuée par comparaison avec les résultats de mesure.

Finalement, la validation par les résultats expérimentaux complète l'étape de validation des modèles. Les échantillons sont construits identiquement aux modèles numériques et Matlab/Simulink. Sur le banc d'essai, les différentes sollicitations utilisées lors de la simulation numérique sont reproduites dans le but de comparer les résultats. En revanche, la comparaison entre la simulation numérique et les résultats de mesure est uniquement effectuée pour le **régime permanent**. La validation de **régime transitoire** est effectuée par la comparaison entre le modèle Matlab/Simulink et les mesures expérimentales. La **Figure 4.3** illustre la méthode de validation des modèles précédemment décrits.

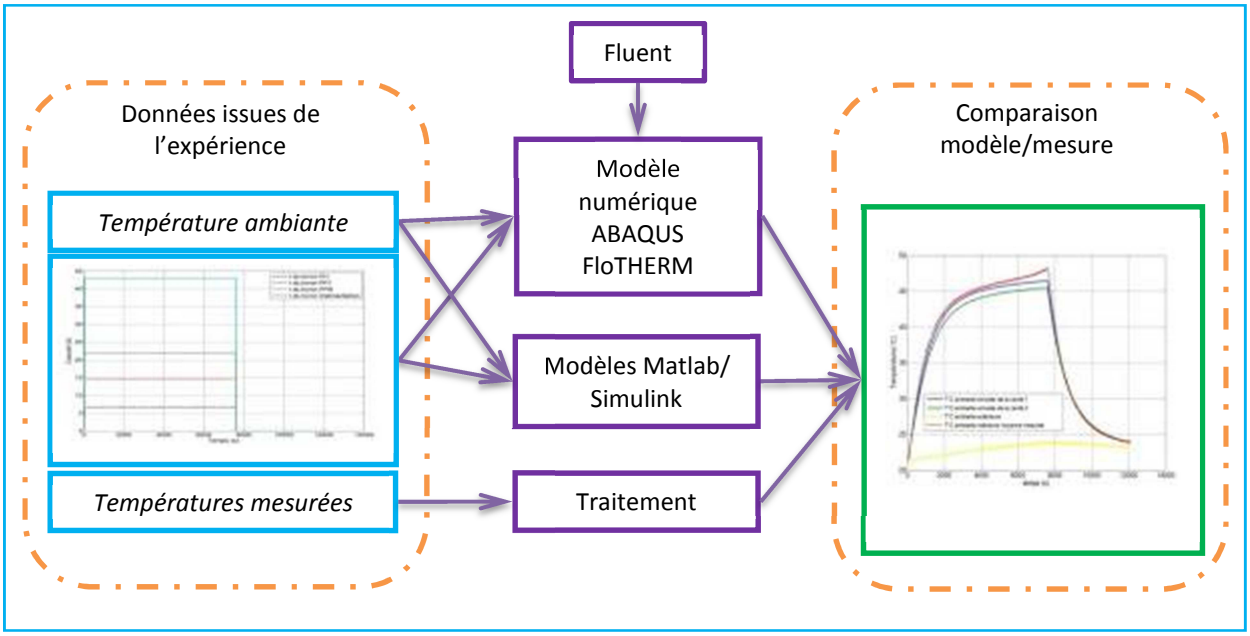


Figure 4.3 : *Schéma de validation des modèles*

La validation de chaque niveau du modèle résulte de la comparaison de la température moyenne de chaque composant et du flux de chaleur échangé entre les autres composants.

Compte tenu de la spécification de construction du SEE, deux groupes de composants sont définis : le faisceau et le boitier. Les composants et les sous-ensembles de chaque groupe sont validés en suivant le schéma décrit dans la **Figure 4.2**. Finalement, le modèle d'un SEE est validé en assemblant ses deux parties. Les paragraphes suivants

décrivent les modèles numériques, le banc d'essai et le protocole de mesure des différentes validations.

4.3 Principe des mesures et description du banc d'essai

4.3.1 Principes des mesures

4.3.1.1 Mesure de température

Les mesures de température sont assurées par les thermocouples de type K de classe 1 avec un diamètre de jonction de 200µm. Ces thermocouples sont reliés avec une centrale d'acquisition Fluke 2640A. Les thermocouples de type K ont une plage de variation d'utilisation allant jusqu'à 1300°C. Il s'avère que le type J serait plus approprié car sa plage de mesures est plus cohérente avec nos essais (0-300°C), mais il ne supporterait pas d'être fixés par soudage. La méthode de fixation des thermocouples lors des essais est en effet soit par soudage sur la surface métallique en veillant à minimiser l'existence de ligne de courant à traverse le thermocouple, soit par le collage avec une colle « ciment » spéciale pour les surfaces isolantes.

La précision des mesures de température est exprimée par :

$$\Delta T_{totale} = \mathrm{Max}\left(\Delta T_{thermocouple}\right) + \mathrm{Max}\left(\Delta T_{banc\,d'acquisition}\right), \qquad (4.1)$$

soit :

$$\Delta T_{totale} = \left(\pm 1{,}5°C\right) + \left(\pm 0{,}6°C\right) = \pm 2{,}1°C\,. \qquad (4.2)$$

Dans la mesure où le diamètre de jonction des thermocouples est très petit, il n'influence guère la température mesurée.

On dispose d'un autre type d'appareil de mesure de température comme le pyromètre ou la caméra infrarouge. C'est un moyen de mesure sans contact, donc moins perturbant. Cet appareil est utilisé pour mesurer la température des échantillons de petite taille comme un fil électrique unique ou une piste de cuivre. En effet, la piste de cuivre est très petite, sa largeur varie de 1mm à 10mm, et son épaisseur est très faible, et est en général vernie. Il est donc difficile de souder le thermocouple. La tolérance de ce moyen est de ±2°C sur la plage [0-300°C].

4.3.1.2 Mesure de tension

La centrale d'acquisition Fluke 2640A et la centrale Fluke 2645A sont utilisées également pour acquérir les mesures de tension, la tolérance de mesure des centrales étant identique. La tolérance de chaque appareil est calculée par la formule suivante :

$$\Delta U_{totale} = Valeur\ mesurée \times 0{,}013\% + 7\mu V\,. \qquad (4.3)$$

4.3.1.3 Mesure de courant

On utilise deux méthodes de mesure du courant.

Par une pince ampérométrique avec une sortie de tension. Ces sondes nous permettent la mesure de courants selon deux calibres :

→ 100mA/mV pour I= [20 60] A soit $X_{I\text{-}U}$=100A/V donc I = 100 U,
→ 10mA/mV pour I= [0 20] A soit $X_{I\text{-}U}$=10A/V donc I = 10 U.

Ces sondes de courant sont précises. Théoriquement, elles possèdent une précision de 1,5% pour le calibre 10mA et 2% pour le calibre 100mA. En utilisant la centrale d'acquisition Fluke 2640A, la tolérance totale de mesure du courant est exprimée par :

$$\Delta I_{totale} = I \times 0{,}02 \times 0{,}00013 + X_{I-U} 7 \times 10^{-6} \approx 0{,}02.I \ ; \qquad (4.4)$$

La tolérance est donc de **2%**.

Par la méthode de chute de tension aux bornes d'une résistance de précision. On dispose d'une résistance calibrée de $0.3\ m\Omega \pm 0{,}1\%$. L'acquisition de la tension est effectuée par la centrale Fluke 2640. La tolérance de mesure est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{\Delta I_{totale}}{I} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R} = 0.013\% + 0.1\%, \qquad (4.5)$$

La tolérance est donc de **0,113%**.

4.3.1.4 Mesure de la résistance

On dispose de deux méthodes de mesure de la résistance : soit avant ou après l'essai (offline), soit pendant l'essai (online). Ces deux méthodes utilisent le principe de quatre fils, deux pour mesurer la tension et deux pour mesurer ou fournir le courant.

Lorsque le banc est hors tension (offline), on utilise un micro-ohmmètre de tolérance 0.1% pour mesure la résistance. Le calibre minimal de cet appareil est de 6µΩ.

Pour les mesures « online », on utilise la méthode indirecte en mesurant le courant passant et la chute de tension aux bornes de la résistance. La résistance est donc donnée par la formule $R = \frac{U}{I}$. Le courant utilisé est mesuré par la méthode de "résistance de précision". La tolérance de mesure est donc calculée par la formule :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = 0.013\% + 0.113\%, \qquad (4.6)$$

La tolérance finale de la mesure de résistance est donc de **0.126%.**

La précision de cette mesure est très importante pour mesurer la résistance de contact qui est de l'ordre de 0.2*mΩ*.

4.3.2 Description du banc d'essai

Le banc d'essai a pour but de tester tout type d'échantillon : fil électrique, toron, boîtier électrique, jusqu'au système complet : boitier et ses faisceaux. Le banc d'essai assure également des conditions de température ambiante stable et la condition d'échange laminaire. Un banc, appelé « air calme » est donc construit pour éviter la turbulence venant de l'extérieur. Par contre il n'est pas totalement étanche, ce qui permet d'évacuer de la

chaleur par convection naturelle et d'éviter la surchauffe de la température ambiante à l'intérieur du banc.

La **Figure 4.4** présente le schéma du banc d'essai. Les échantillons (faisceau et boîtier) sont suspendus par des fils isolants (reliés aux parois du banc) dans le banc « *air calme* » (**Figure 4.5** et la **Figure 4.6**) ce qui permet d'éviter des influences thermiques par des contraintes parasites. L'alimentation DC et les charges (soit des résistances, soit des ampoules, soit les deux) sont placées à l'extérieur du banc dans le but d'éviter les perturbations du milieu ambiant.

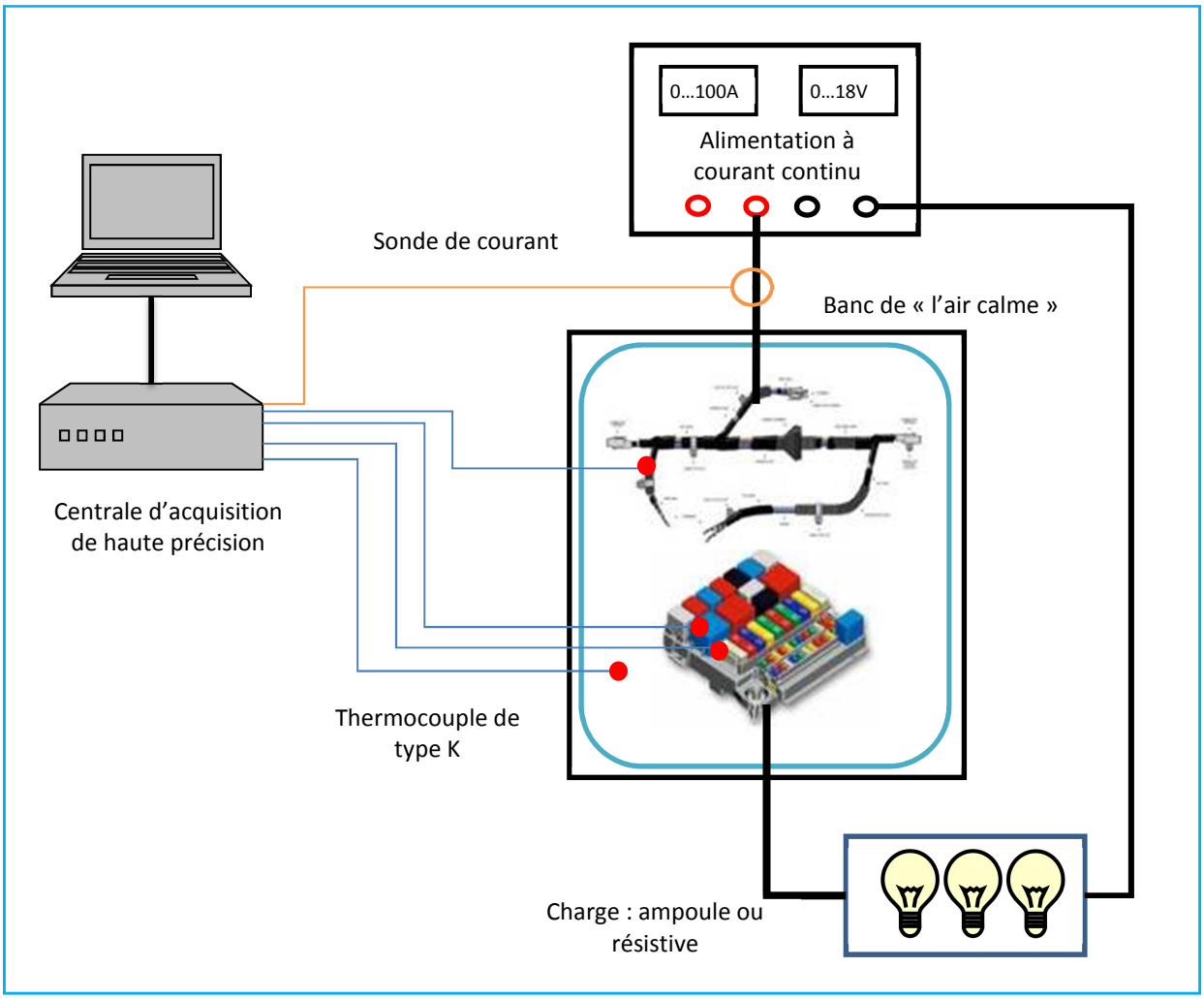


Figure 4.4 : *Description globale du banc d'essai*

Deux alimentations à courant continu peuvent fournir un courant maximal de 100A sous une tension comprise entre 0 et 30V. Le courant peut être réglé par pas de 0.5A, par ajout progressive des résistances en parallèle. Ce système de charges permet d'individualiser chaque ligne des SEE.

Trois thermocouples sont placés dans trois endroits du banc pour mesurer la température ambiante. La température finale utilisée par les modèles est la moyenne des trois mesures.

La centrale d'acquisition Fluke pilotée par un ordinateur portable assure la mesure, l'acquisition et l'enregistrement des grandeurs physiques utiles aux modèles et à leur validation. Il s'agit des différentes températures, du courant d'alimentation et des tensions (aux bornes d'un contact ou d'une ligne…).



***Figure 4.5** : Présentation du banc « air calme »*

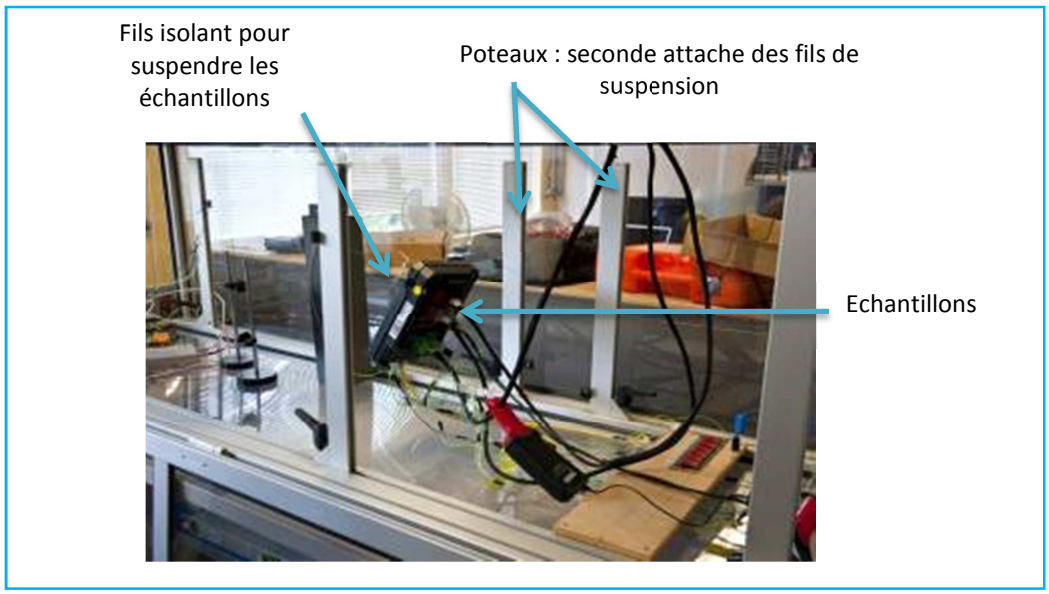


***Figure 4.6 :** Intérieur du banc avec un échantillon suspendu aux poteaux*

Ce banc de mesure permet, dans la suite de ce mémoire, de valider les différents modèles. Les paragraphes suivants décrivent les validations de deux groupes de composants : faisceau et boîtier, puis la validation totale est effectuée sur l'ensemble boîtier-faisceau complet.

4.4 Validation du modèle du faisceau

Dans cette partie, les composants principaux du faisceau sont validés. Un sous-ensemble contenant les fils électriques, un toron et le connecteur est également construit dans le but de valider la première partie du SEE.

4.4.1 Fil électrique de longueur finie et infinie

Il existe de nombreux modèles validés d'un fil électrique de longueur infinie que l'on trouve notamment dans les deux thèses de J. GRANDVUILLEMIN [Grandvuillemin, 2009] et A. ILGEVICIUS [Ilgevicius, 2004].

Notre modèle de fil électrique de longueur infinie, développé sous Matlab/Simulink dans la partie *2.4 Modélisation électrothermique d'un fils électrique*, a été validé en utilisant les mêmes résultats d'essais que ceux qui ont servis à valider le modèle de J.GRANDVUILLEMIN [Grandvuillemin, 2008]. C'est la raison pour laquelle il a été validé en interne au sein de PSA [Guillemard, 2008].

Grâce à la validation du modèle d'un fil électrique de longueur infinie, l'application du mode de calcul de la convection et du rayonnement est également validée. L'application de ce mode de calcul est valable également pour le modèle de fil électrique de longueur finie qui est aussi positionné à l'horizontal. Le calcul du coefficient convectif est réalisé à l'aide de Matlab/Simulink, puis il est utilisé pour paramétrer le modèle numérique construit sous ABAQUS.

La **Figure 4.7** illustre un modèle numérique d'un fil électrique de 0.5mm² et de longueur 50 cm. Le courant parcourant le fil est de 7A, et une température est imposée à une extrémité afin de simuler la température d'un clip. Il est nécessaire d'assure la causalité du modèle. La température du fil électrique de longueur infinie parcouru par un courant de 7A est donc imposée à l'autre extrémité.

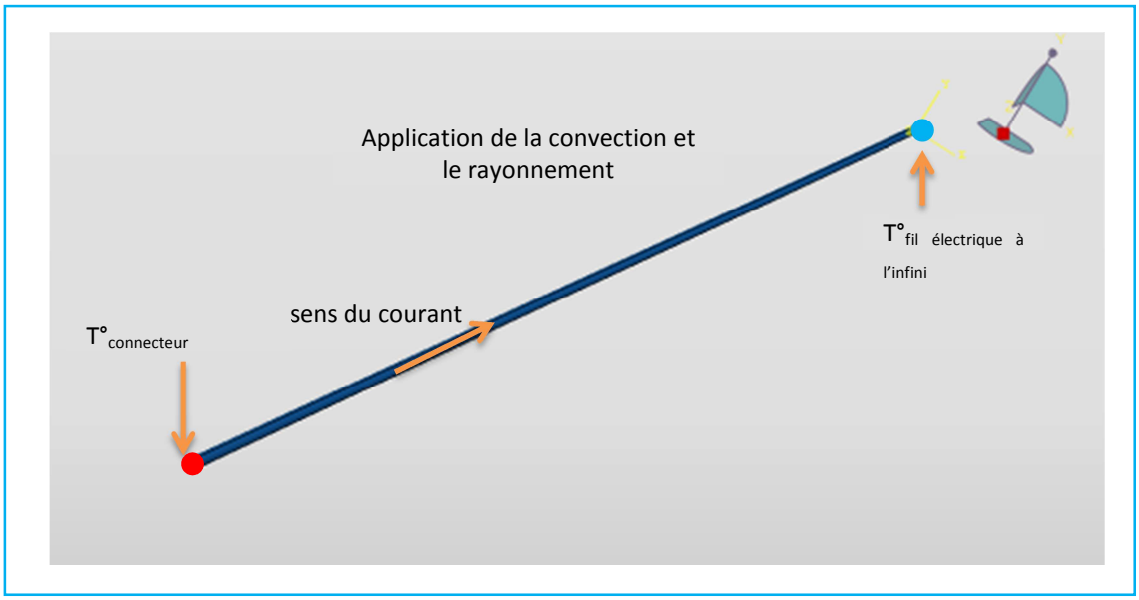


Figure 4.7 : *Modèle EF d'un fil électrique de longueur finie codé sous ABAQUS*

Il est important de noter qu'en condition d'essai, il est difficile d'imposer une température à l'extrémité du fil électrique. Une chaine contenant deux fils électriques et un connecteur usé est présentée dans la **Figure 4.8** afin de créer un flux de chaleur important. Des échantillons de fil électrique de taille de 0.35mm², de 0.5mm² et de 0.75mm² sont construits. En faisant passer différents courants, on simule différents flux de chaleur entrant permettant ainsi de valider ce modèle.

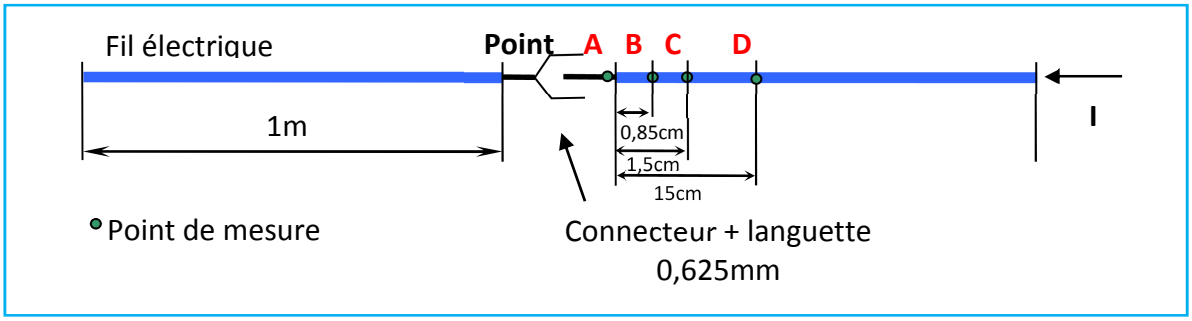


***Figure 4.8** : Chaine des échantillons pour la validation du modèle longitudinal*

Compte tenu de la petite taille du fil électrique, il est nécessaire d'utiliser la caméra infra-rouge pour mesurer la température le long du fil électrique. Étant donné qu'il faut au minimum 5 pixels pour définir une température, il est important de bien gérer le dilemme précision-champ de mesure à travers la détermination des objectifs optimaux de la caméra. La **Figure 4.9** présente une image en infra-rouge de la température du fil électrique. La température mesurée au point ***B*** (voir la **Figure 4.8**) est équivalente de la température imposée pour valider des modèles.

Tous les résultats expérimentaux et les comparaisons avec les modèles ne sont pas détaillés. Un seul exemple pour valider le modèle est présenté. Il s'agit d'un fil électrique de type T3 de section 0.5mm² parcouru par un courant de 7A.

La **Figure 4.10** présente la comparaison des températures le long du fil électrique en régime permanent données par le modèle numérique, le modèle codé sous Matlab/Simulink et les résultats de mesure. Les trois courbes sont très proches : l'écart maximal est de **±1°C**, soit en relatif un écart de **5%.** Cet écart est appelé «erreur en profil ».



***Figure 4.9 :** Température le long du fil électrique mesurée par une caméra infra-rouge*

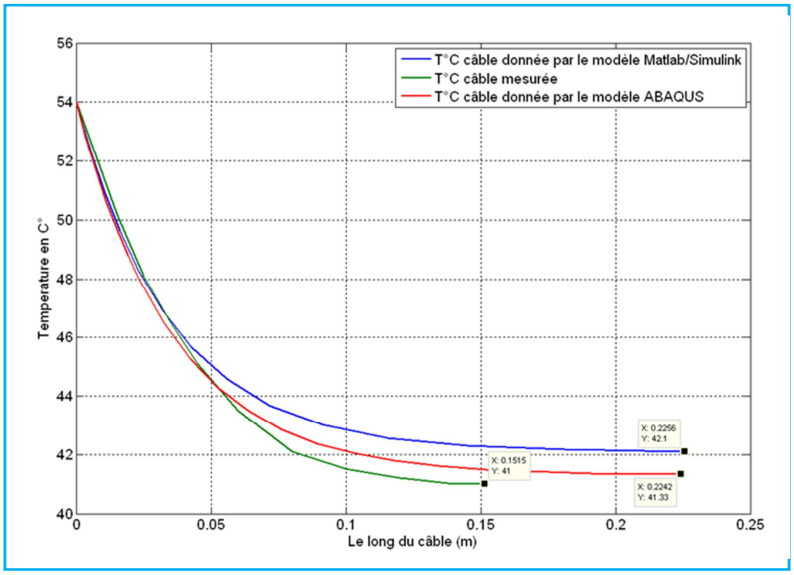


Figure 4.10 : *Profils de température le long du fil électrique de 0.5mm² donnés par les simulations et l'essai*

La **Figure 4.11** présente l'échauffement du point ***C*** (voir la **Figure 4.8**) du fil électrique donné par la simulation du modèle Matlab/Simulink et les mesures. Le profil des deux courbes est identique, l'écart maximal d'échauffement, appelé « écart en dynamique », est de **±2°C**.

Courant	Erreur en dynamique,fil électrique 0.75mm²	Erreur en profil de T°C,fil électrique 0.75mm²	Erreur en dynamique, fil électrique 0.5mm²	Erreur en profil de T°C, fil électrique 0.5mm²	Erreur en dynamique, fil électrique 0.35mm²	Erreur en profil de T°C, fil électrique 0.35mm²
5A	1.5°C	0.5°C	1.5°C	2°C	1°C	1°C
7A	2°C	1°C	2°C	1°C	1°C	0.5°C
9A	3°C	3°C	0°C	2°C	Non mesurée	Non mesurée

Tableau 4.1 : *Synthèse des comparaisons entre la simulation du modèle Matlab et les mesures*

Le **Tableau 4.1** synthétise les comparaisons entre les simulations et les expériences des échantillons sous test.

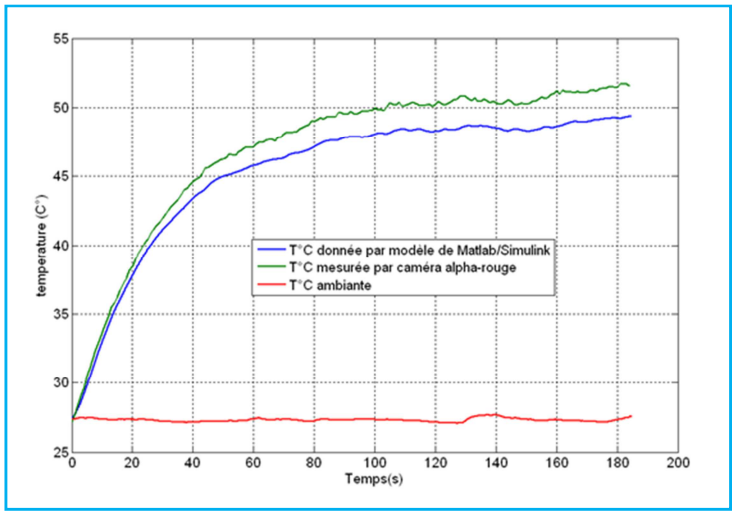


Figure 4.11 : *Echauffement d'un point sur le fil électrique donné par la simulation et la mesure*

En conclusion, le modèle de propagation dans la direction longitudinale du fil électrique donne des résultats satisfaisants sur les conducteurs mesurés avec un écart maximal de 3°C. Dans la partie suivante, on s'intéresse aux torons.

4.4.2 Toron de longueur finie et infinie

Le modèle de toron est très similaire au modèle d'un fil électrique. La validation des modèles de toron est effectuée en 4 étapes qui sont les suivantes :

- **étape 1** : vérification du calcul du coefficient convectif de différentes formes de toron par rapport à l'hypothèse faite sur la forme circulaire du toron ;
- **étape 2** : construction de modèles numériques 2D en appliquant le calcul du coefficient convectif de l'étape 1, cette étape permet de valider la propagation de la chaleur dans la direction radiale du toron et l'hypothèse sur l'identité des sections des fils électriques;
- **étape 3** : réalisation d'échantillons identiques à ceux utilisés pour la simulation, puis tests sur banc d'essai. La comparaison entre les résultats de mesure et les simulations permet de valider le modèle du toron de longueur infinie.
- **étape 4** : validation des modèles 3D de torons réalisés à partir des échantillons d'un toron relié à un connecteur. La comparaison entre les résultats de mesure et les simulations permet de valider le modèle du toron de longueur finie.

Ainsi, on vérifie dans un premier temps l'hypothèse concernant la convection des différentes formes géométriques du toron, comme illustré **Figure 4.12**, Les torons sont placés en position horizontale. La section des torons (78,5mm²) est identique et est équivalente à 16 fils électriques de section 0,75mm². Une simulation permettant la comparaison du coefficient convectif moyen sous Fluent est effectuée. En imposant la température sur la surface extérieure du toron, les coefficients convectifs en fonction de la température pour trois géométries du toron sont présentés dans le **Tableau 4.2**.

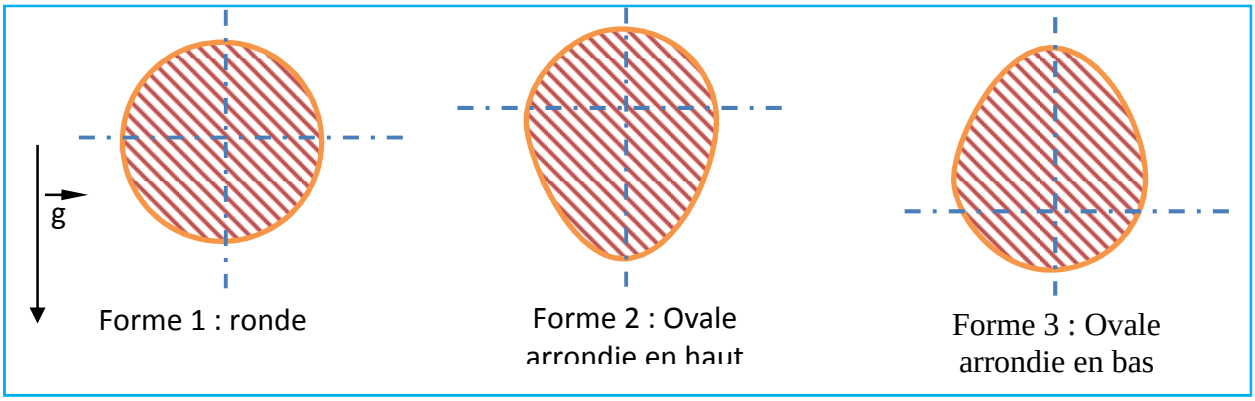


Figure 4.12 : *Différentes formes aérodynamiques du toron conduisant à différents types d'échanges convectifs*

Température du toron (°C)	h (W/m²K) de la Forme 1	h (W/m²K) de la Forme 2	h (W/m²K) de la Forme 3
200	19.23	19.23	17.76
150	17.77	17.87	16.26
125	16.54	16.63	15.1
105	14.9	14.93	13.35
100	14,27	14,26	12.72
95	13.4	13.34	11.86

Tableau 4.2 *: Coefficients convectifs des différents formes du toron,* T_{amb}*=90°C*

Les coefficients convectifs des formes 1 et 2 sont très proches. Par contre celui de la forme 3 est différent de 7 à 10% par rapport aux deux premiers. Sachant que la convection permet d'évacuer 50% à 66% de la chaleur, la simplification de la forme du toron entraine une erreur maximale du flux chaleur convectif de 7%. L'utilisation du coefficient convectif d'un cylindre en forme ronde (forme 1) pour tout type de toron entraine une erreur acceptable (<10%).

Etant donné qu'une des hypothèses pour définir un modèle de toron est l'homogénéité de sa température, il est nécessaire donc de valider cette hypothèse. Différents modèles 2D de toron sont construits : modèles contenant des fils électriques identiques et modèles contenant des fils électriques hétérogènes. Trois torons homogènes de 7 fils électriques, 19 fils électriques, 16 fils électriques de section 0.75mm² sont donc construits, et également un toron hétérogène contenant 2 fils électriques de 0.35mm², 4 fils électriques de 0.75mm² et 10 fils électriques de 0.5mm², configuration équivalente à un faisceau électrique automobile.

Sachant que les coefficients convectifs sont très proches, la forme du toron est donc considérée ronde. Conformément à la configuration détaillée précédemment, des modèles numériques 2D des torons sont construits à l'aide du logiciel ABAQUS pour simuler la température à l'intérieur du toron, notamment au centre. Différentes configurations de charge (voir le **Tableau 4.3**) sont appliquées aux fils électriques du toron, afin d'observer l'écart maximal entre son centre et l'extérieur. Ce tableau présente également la

comparaison entre la température du toron donnée par le modèle numérique et le modèle Matlab/Simulink en **régime permanent**.

Sollicitations / Les torons	Courant identique (A)	T_max (°C)	Ecart maximal (°C)	T°C du modèle Matlab	Courant identique, sauf au centre	T_max (°C)	Ecart maximal (°C)	T°C du modèle Matlab
Toron homogène de 7 fils	{7 ; 15}	{51 ; 140}	{1.4 ; 9}	{50 ; 147}	I_nom=3A I_surchauffe =15A	41	3	44
Toron homogène de 19 fils	{7 ; 10}	{77 ; 138}	{4 ; 16}	{74 ; 128}	I_nom=3A I_surchauffe =10A	36	3	37
Toron homogène de 16 fils	{7 ; 10}	{69 ; 122}	{6 ; 12}	{69 ; 118}	I_nom=3A I_surchauffe =10A	37	2	36
Toron hétérogène de 16 fils	{7 ; 10}	{99 ; 196}	{9 ; 25}	{95 ; 171}	I_nom=3A I_surchauffe =10A	47	5	41

Tableau 4.3 : *Résultats de simulation du modèle 2D du toron avec différentes sollicitations et* T_{amb}*=20°C*

Le **Tableau 4.3** présente les résultats du modèle 2D du toron pour différentes sollicitations. Il présente également les résultats de simulation du modèle Matlab/Simulink. L'écart maximal de température entre le centre et l'extérieur est de l'ordre de 10% de la température maximale. Ce constat est valable dans les deux cas : nominal et surchauffe, confirmant ainsi l'hypothèse que la température dans un toron est homogène en régime permanent.

Des échantillons de toron d'une longueur de 2m sont réalisés. Avec cette longueur, la température au centre (dans le sens longitudinal) du toron n'est pas influencée par l'effet des extrémités. La température est donc considérée comme à l'infinie. Différentes thermocouples sont placés dans différentes parties du toron comme indiqué par la **Figure 4.13**.

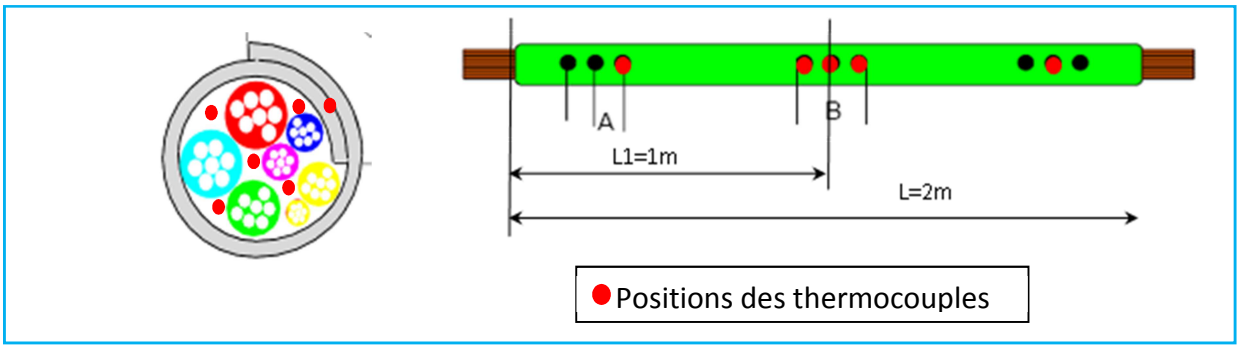


Figure 4.13 : *Positions des thermocouples placés sur le toron*

La **Figure 4.14** illustre un résultat de simulation obtenu avec le modèle numérique d'un toron de 16 fils électriques hétérogènes sous Fluent et ABAQUS. Ce modèle est sollicité par un courant de surintensité de 10A dans le fil au centre et 3A dans les autres fils.

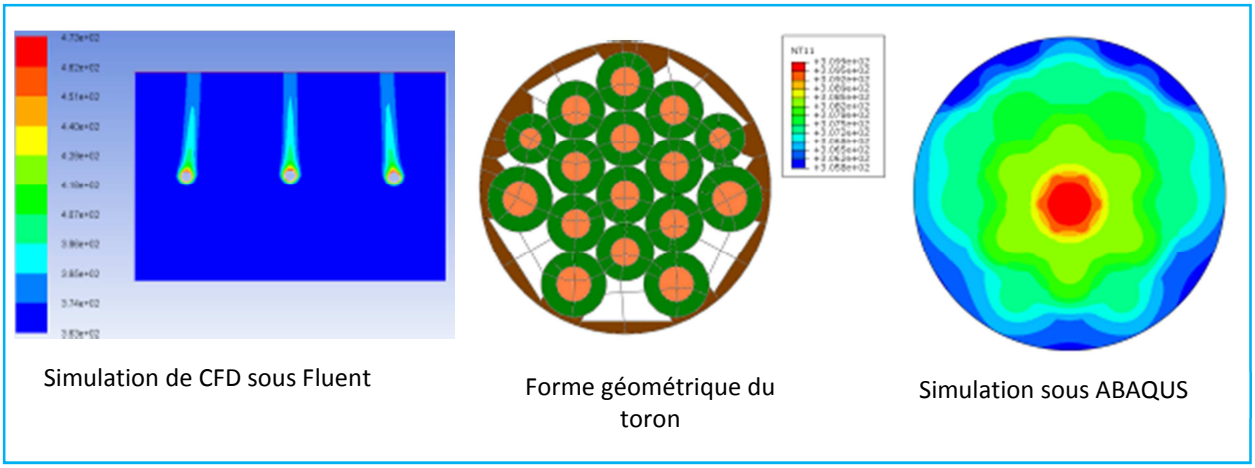


Figure 4.14 : *Exemple d'une simulation d'un toron de 16 fils électriques hétérogènes sous Fluent et ABAQUS*

La **Figure 4.15** présente la température mesurée en régime permanent pour des torons de 3, 5 et 7 fils électriques de section 0.35mm². Plus le nombre de fils électriques augmente et plus les courbes simulées sont proches de celles mesurées.

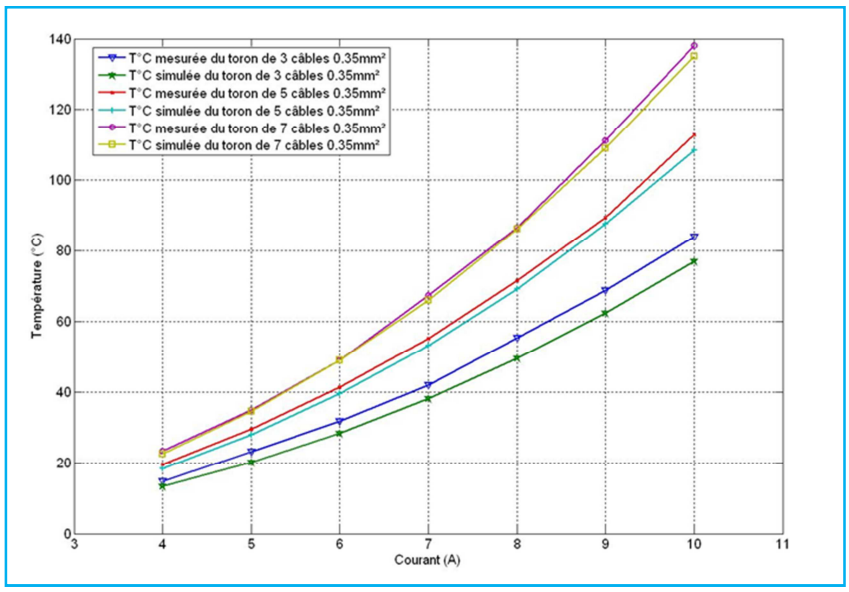


Figure 4.15 : *Comparaison entre les essais et les simulations de la température en régime permanent pour le toron contenant les fils électriques de 0.35mm²*

Les **Figure 4.16** et **Figure 4.17** présentent l'évolution de la température du toron contenant 16 fils homogènes, puis hétérogènes, les courants sont identiques dans tous les fils. Les résultats de mesure en **régime permanen**t sont comparables à ceux obtenus avec les résultats de simulation du modèle numérique, ainsi que ceux du modèle Matlab/Simulink. De plus, les mesures de température effectuées à différents endroits sont similaires, avec un écart maximal de 5°C. La température d'un tronçon du toron est donc considérée comme homogène. Ces mesures permettent de valider le modèle 2D du toron codé sous Matlab/Simulink en **régime transitoire**.

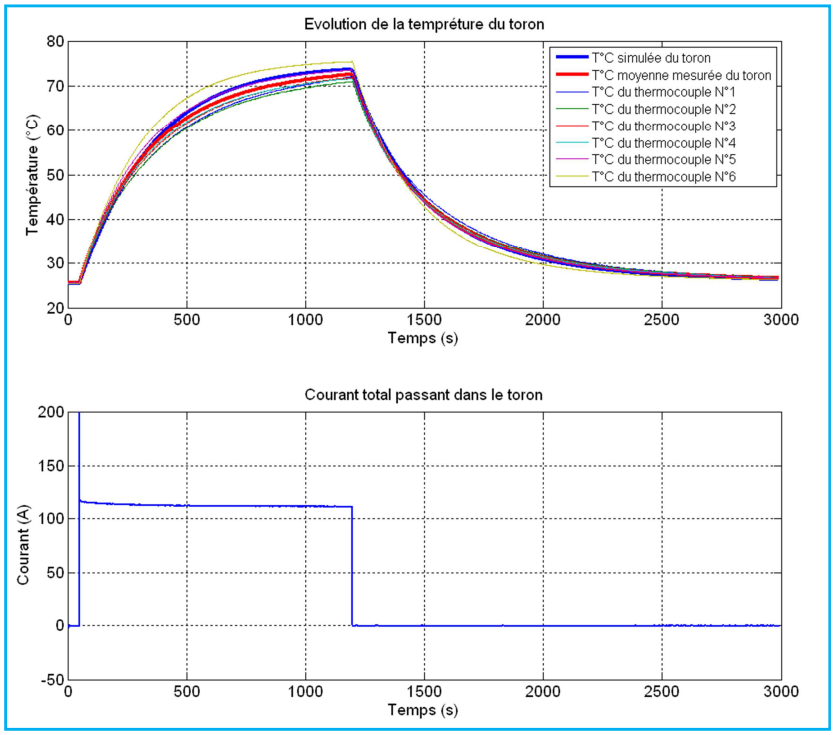


Figure 4.16 : *Evolution de la température d'un toron contenant 16 fils identiques de 0.75mm²*

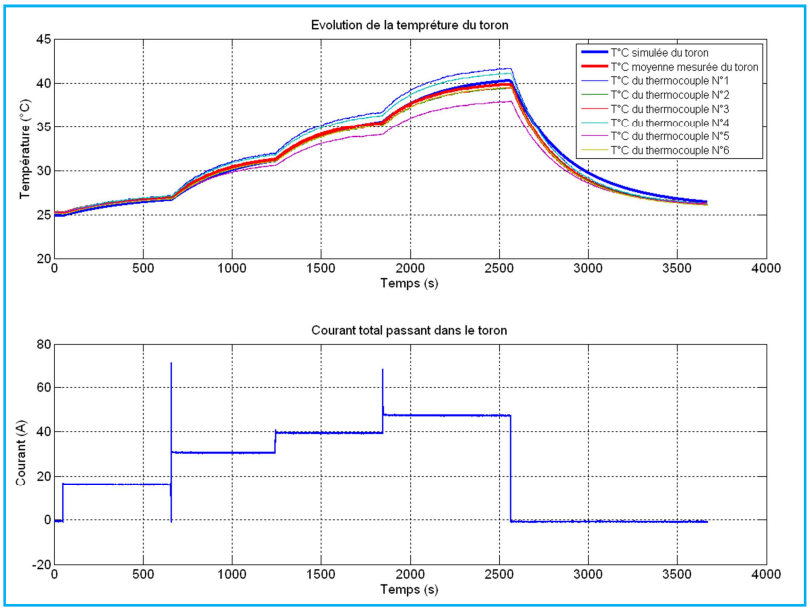


Figure 4.17 : *Température d'un toron contenant 16 fils hétérogènes, 10 de 0.5mm², 2 de 0.35mm², 4 de 0.75mm² et pour un courant identique dans tous les fils électriques*

Des modèles numériques 3D du toron sont envisageables pour valider le calcul de la propagation de la chaleur dans la direction longitudinale du toron. Compte tenu de la distance d'oubli du toron (par exemple 60cm pour un toron de 32 fils de 0.5mm²) et de la connaissance de sa composition en matière de fil électrique, un modèle codé sous ABAQUS contient un nombre important de mailles (de l'ordre de 3 millions). Par manque de moyens techniques et de temps, ces modèles qui ont été codés n'ont pas pu être simulés. C'est la raison pour laquelle seules les mesures seront utilisées pour valider le modèle 3D du toron à défaut de disposer de résultats de simulation avec les modèles éléments finis.

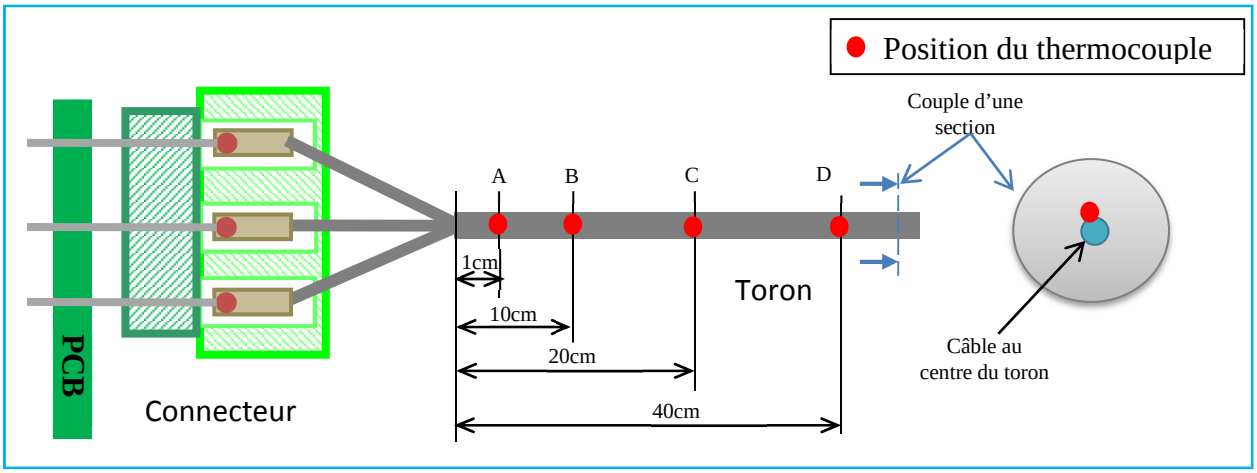


Figure 4.18 : *Configuration pour la validation du modèle de toron*

La **Figure 4.18** présente le schéma d'un essai pour valider le modèle du toron. Un PCB et un connecteur sont utilisés comme source de chaleur. Les thermocouples sont placés aux positions A, B, C, D. La mesure au point A est utilisée comme une entrée du modèle de toron. Le toron sous test est constitué de fils électriques de section 0.75mm². Différents thermocouples placés à dispositions identiques à celles indiquées par la **Figure 4.13** sont également fixés sur un fils au centre du toron. Il est important à noter que les autre fils du toron sont bien mélangés afin d'assurer une homogénéité de la température du toron. Ces mesures permettent de valider le modèle d'un fil électrique dans un toron.

Plusieurs essais sont réalisés en faisant varier le courant total passant dans le toron, un des résultats d'essai est présenté par la suite. La **Figure 4.19** présente la température le long du toron en régime permanent. Le courant est identique dans tous les fils électriques et égal à 3A. Ces résultats sont obtenus par la simulation et par la mesure. Les températures à l'extrémité du toron obtenues par la mesure et la simulation sont donc identiques. Les profils sont similaires et l'écart maximal de la température entre la simulation et la mesure est de 2°C.

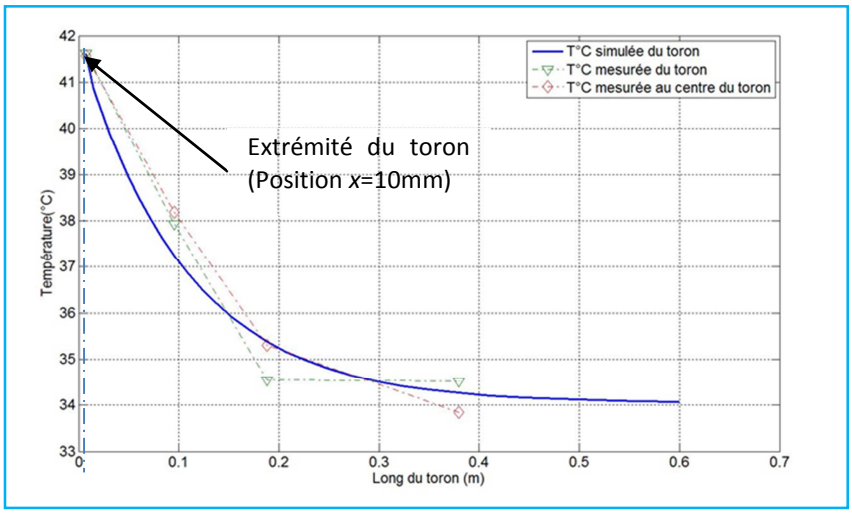
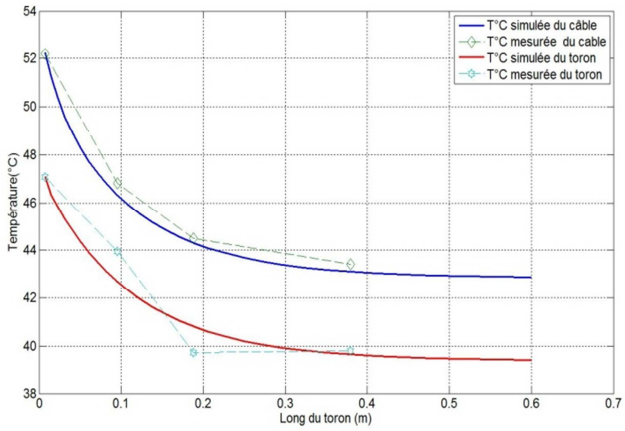


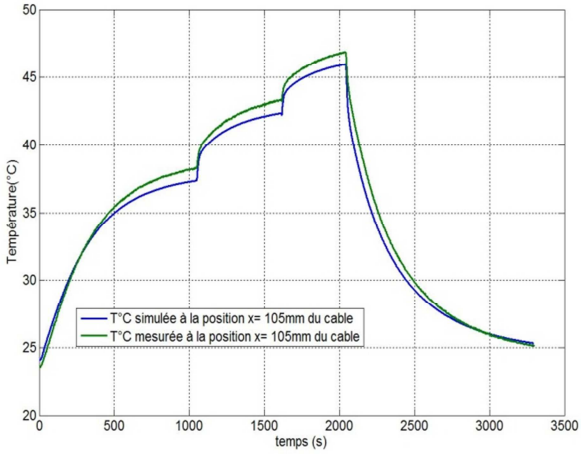
Figure 4.19 *: Profil de température du toron dans la direction longitudinale*

Lorsque la température du toron est stabilisée, une surchauffe est appliquée à un fils au centre du toron en faisant varier le courant. Ce courant varie par palier de 3A, 8A et 10A.

La figure 4.20 présente la comparaison entre la mesure de température du fil électrique surchauffé et la température obtenue en simulant le modèle d'un fil électrique dans le toron au niveau circuit.



(A) : Profil de température du câble et du toron en régime permanent



(B) : Evolution de la température du câble à la position x= 105mm

Figure 4.20 : *Profil de température du toron et d'un fil électrique surchauffe*

A partir de ***Figure 4.20*** *(A)*, on observe que les courbes simulée et mesurée sont similaires. La ***Figure 4.20*** *(B)* présente l'évolution simulée et mesurée de la température du fil électrique au point *x*=105mm : l'écart maximal est de 0.5°C soit 1.1%. Ce résultat permet de valider en régime dynamique ce modèle.

Le modèle du transfert thermique dans la direction longitudinale d'un fil électrique dans le toron est donc validé. Cette validation valide également le modèle du toron de longueur finie dans notre cas d'étude où les courants sont différents.

En conclusion, le modèle du toron de longueur infinie sollicité avec tous types de courant est validé avec une erreur de 12.75% (25/196). Le modèle du toron de longueur finie est validé avec une erreur de 7% dans les deux cas : courant identique dans tous les fils et courant identique dans tous les fils à l'exception du fil au centre.

La source de chaleur à l'extrémité du toron est générée par un connecteur. Il est donc important de prendre en compte le connecteur pour valider la chaine complète (PCB, connecteur, toron). La partie suivante présente la validation du modèle du connecteur.

4.4.3 Connecteur

La validation du modèle d'un connecteur est effectuée en 3 étapes :

- **étape 1 :** construction d'un modèle simplifié d'un connecteur relié à des fils électriques libres de chaque côté du connecteur. Ce modèle permet de valider le **modèle « circuit »** du connecteur ;
- **étape 2:** construction d'un modèle numérique par la méthode des éléments finis d'un sous-ensemble contenant un connecteur et les fils électriques libres des deux côtés de ce dernier. Ce modèle permet de conserver la causalité et la réalité du

modèle faisceau et permet également de valider les trois niveaux de la modélisation du connecteur ;

- **étape 3 :** réalisation des échantillons et tests. La comparaison entre les résultats de mesure et les simulations permet de valider le modèle.

Il est important de noter que les formes typiques des connecteurs sont rondes ou rectangulaires. De plus, la convection au niveau du connecteur est de type laminaire. Les calculs des coefficients convectifs sont détaillés et validés dans la littérature comme par exemple dans [Bejan, 1993], [Ozisik, 1985], [Kyle, 2005]. C'est la raison pour laquelle ces résultats sont directement réutilisés dans ce mémoire de thèse.

La ***Figure 4.21*** illustre le modèle d'un circuit choisi. Ce modèle se compose d'une languette, d'un clip, d'une cellule de l'embase, d'une cellule de porte clip et de fils électriques libres. En appliquant différentes sollicitations sur les cellules d'embase et celle du porte-clip, on peut créer le modèle soit de niveau « global », soit de niveau « circuit », selon les conditions suivantes :

- pour le niveau global : aucun échange ou condition de température sur les parois des cellules ;
- pour le niveau circuit : les températures de l'embase et celle du porte clip sont imposées sur les parois des cellules.

La longueur du fil électrique libre étant supérieure à la distance d'oubli, la causalité de la chaine est bien respectée. Dans cette mesure, la température appliquée (T_{cab_extr}) aux extrémités du fil électrique est celle du fil électrique de longueur infinie. Les conditions de simulation sont appliquées également aux modèles codés sous Matlab/Simulink dans le but de faciliter la comparaison des résultats de simulation.

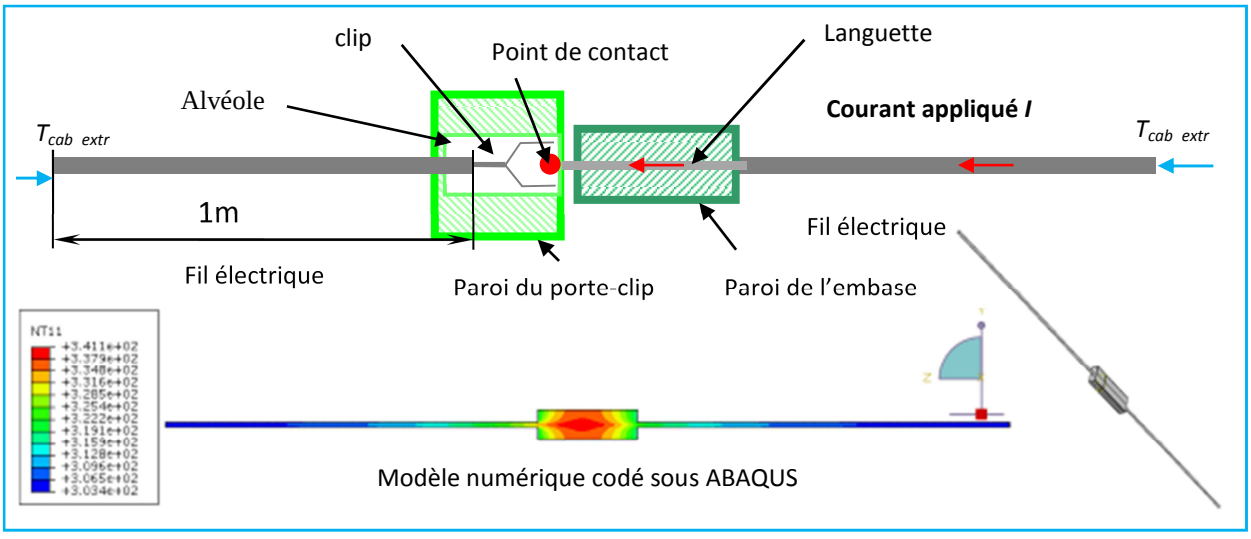


Figure 4.21: *Modèle d'un circuit contenant une languette et un clip reliant des fils libres*

La **Figure 4.22** présente une comparaison des résultats de simulation en régime permanent obtenus avec le modèle numérique et les modèles Matlab/Simulink. Les fils électriques utilisés sont de section 1mm², le clip et la languette étant de type SICMA 1,5mm, taux IACS de 24% pour la languette et 80% pour le clip (voir annexe 3). Ces résultats sont obtenus en appliquant les conditions : T_{amb}=20°C, courant I=9A, résistance de contact :

R_{con}=0.003Ω.On précise qu'aucun flux n'est appliqué sur la paroi du connecteur pour créer la condition d'utilisation du modèle de type « global : pas de prise en compte de l'échange du connecteur avec le milieu ambiant. Les deux résultats étant similaires, le modèle Matlab/Simulink est validé dans ce cas d'étude.

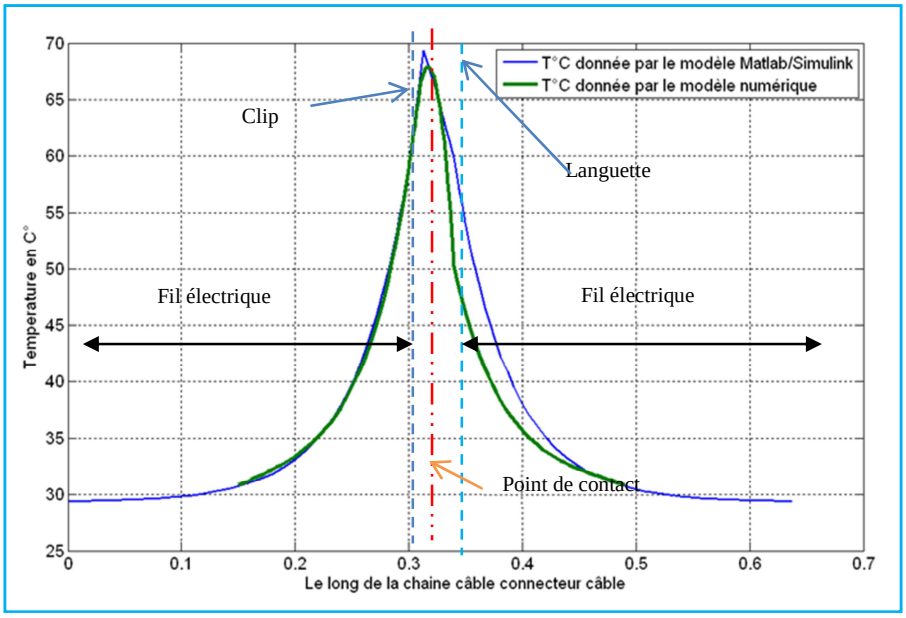


Figure 4.22 : *Profils de la température obtenus avec le modèle du niveau « global »*

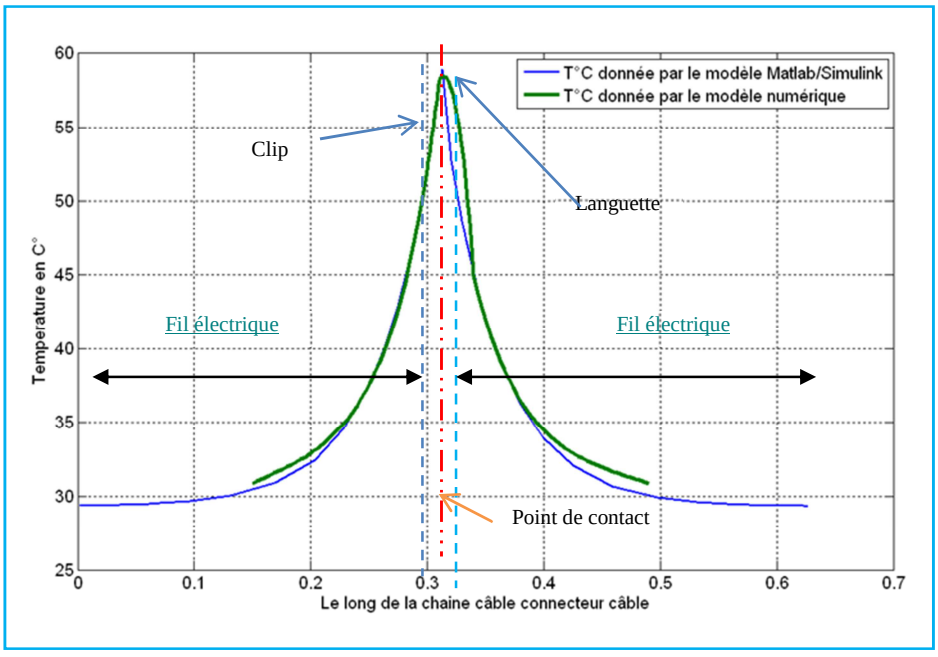


Figure 4.23 : *Profils de la température obtenus avec le modèle de niveau « circuit »*

La **Figure 4.23** présente les profils de température obtenus avec une configuration du et des conditions de simulation identiques à celles de la ***Figure 4.21***, à l'exception de la condition imposée à la paroi du connecteur. En effet, la température de la paroi de la cellule du connecteur est imposée afin de reproduire la même condition que celle du ***modèle de niveau « circuit »***, à savoir T_{paroi}=30°C. Les résultats obtenus par ces deux modèles sont très similaires, ce qui permet de valider le modèle Matlab/Simulink pour ce cas d'étude.

Pour valider ces modèles du connecteur, il est nécessaire de répéter cette procédure pour plusieurs configurations en faisant varier la section du fil électrique, les types de clip et de languette, la résistance de contact et les sollicitations. Par manque de temps, un seul cas d'étude est considéré dans ce mémoire.

D'un point de vue expérimental, il est difficile de recréer des conditions identiques à celles des deux simulations précédentes. La validation à l'aide de mesures expérimentales est réalisée sur un connecteur complet (et non une cellule de ce connecteur). La **Figure 4.24** présente la schématisation d'un modèle d'un connecteur complet. Ce dernier se compose d'un connecteur de 16 voies hybrides dont toutes les broches sont reliées à des fils électriques libres. Les configurations de fil électrique sont identiques à celles des essais de validation du toron présentées dans la partie 4.4.2. La longueur du fil électrique étant supérieure à la distance d'oubli, les conditions aux limites sur les fils électriques sont identiques à celle utilisé pour le modèle d'un circuit de la ***Figure 4.21***. De plus, la condition de convection et de rayonnement est appliquée aux parois du connecteur. En faisant varier les sections de fil électrique entre 0.35mm² et 0.75mm²ainsi que les courants passant dans chaque ligne, ce modèle permet de valider le ***modèle du niveau « détaillé»*** et le ***modèle « circuit »*** d'un connecteur.

Le modèle du transfert thermique dans la direction longitudinale du fil électrique libre étant validé, la suite se focalise sur la validation du modèle du connecteur.

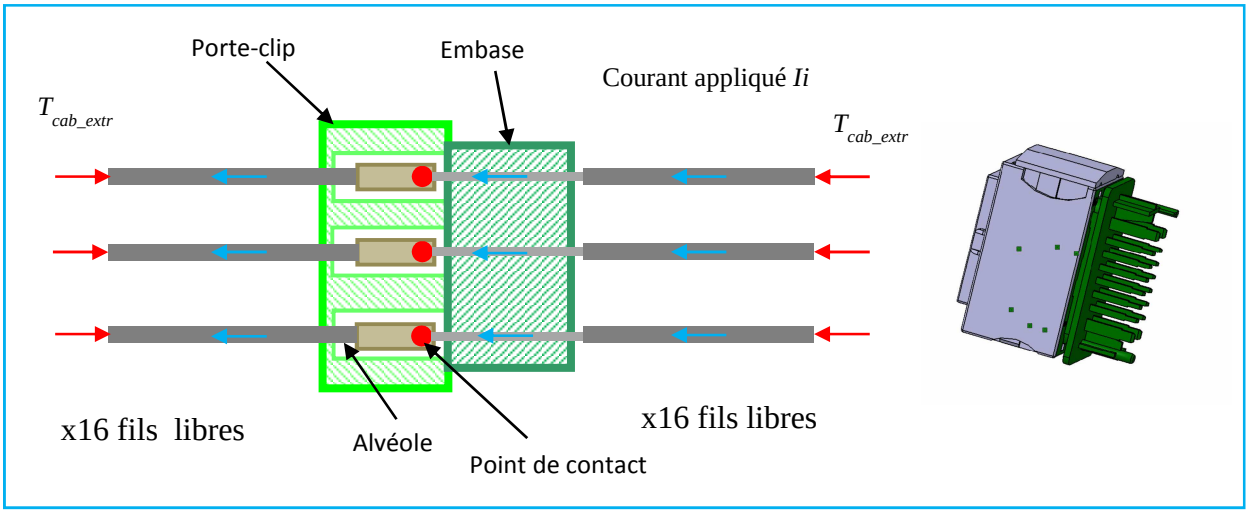


Figure 4.24: *Schématisation d'un connecteur reliant des fils électriques libres*

Il est nécessaire de réaliser des échantillons identiques à ceux utilisés en simulation afin de les tester sur le banc d'essai. Les configurations des courants d'essai sont identiques à celles de la simulation, ce qui facilite la comparaison des résultats. Ces configurations sont décrites dans le **Tableau 4.4**. Compte tenu d'importants temps de calcul pour les modèles numériques détaillés du connecteur, un seul cas est étudié. Ainsi, l'échantillon ne contient que des fils électriques de section 0.75mm² reliés par un connecteur de 16 voies hybride.

Toron	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
Toron 16 fils homogènes	courants identiques I=3A	Une seule broche N° 6 active, profil du courant : 3, 8, 10 A	Identique à la config 2 et le courant passant dans les autres broches, I=3A,

Tableau 4.4 : *Configurations de la situation et de l'essai de validation du modèle du connecteur*

La **Figure 4.26** présente la comparaison en régime permanent de la température du point de contact obtenue avec les deux modèles ABAQUS et Matlab/Simulink pour la configuration 3, le courant de surchauffe étant de 10A.

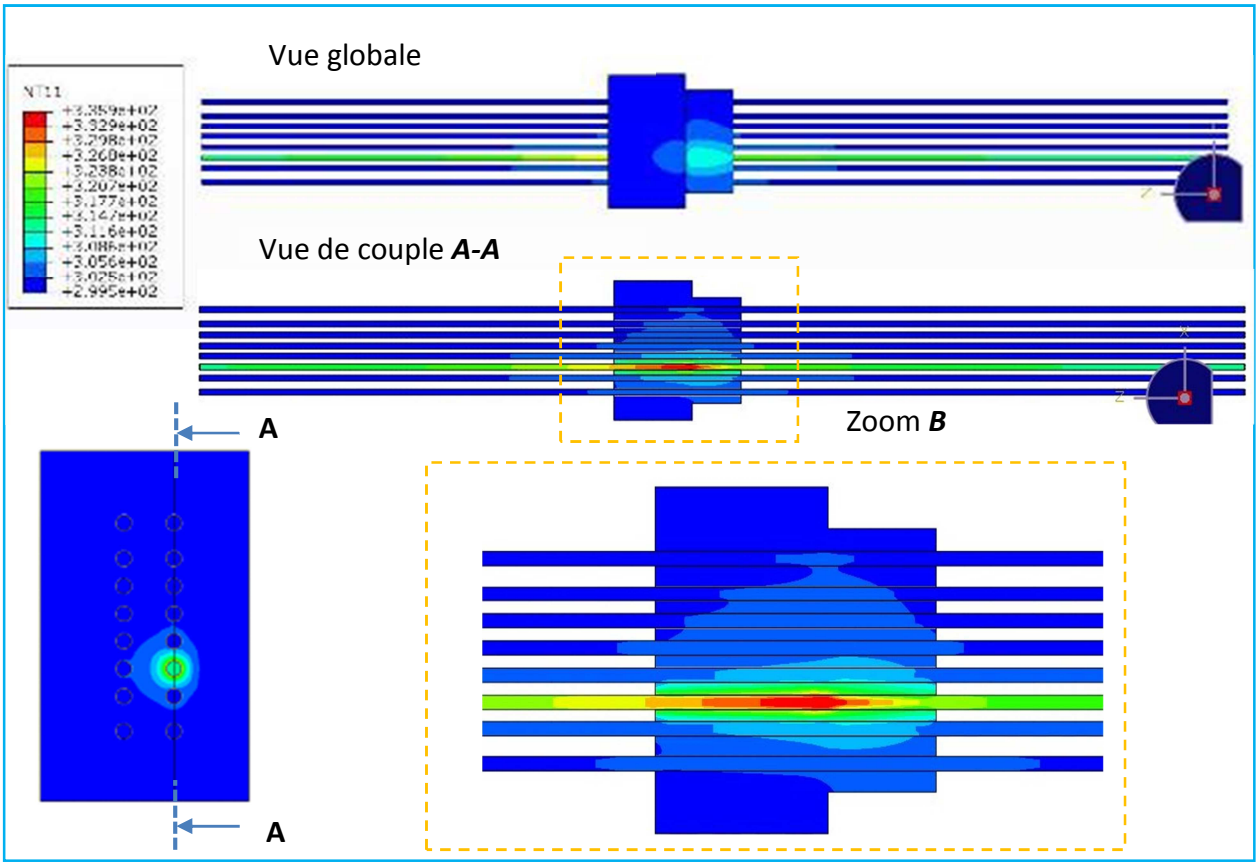


Figure 4.25 : *Résultat visuel du modèle numérique de la configuration 2 codé sous ABAQUS*

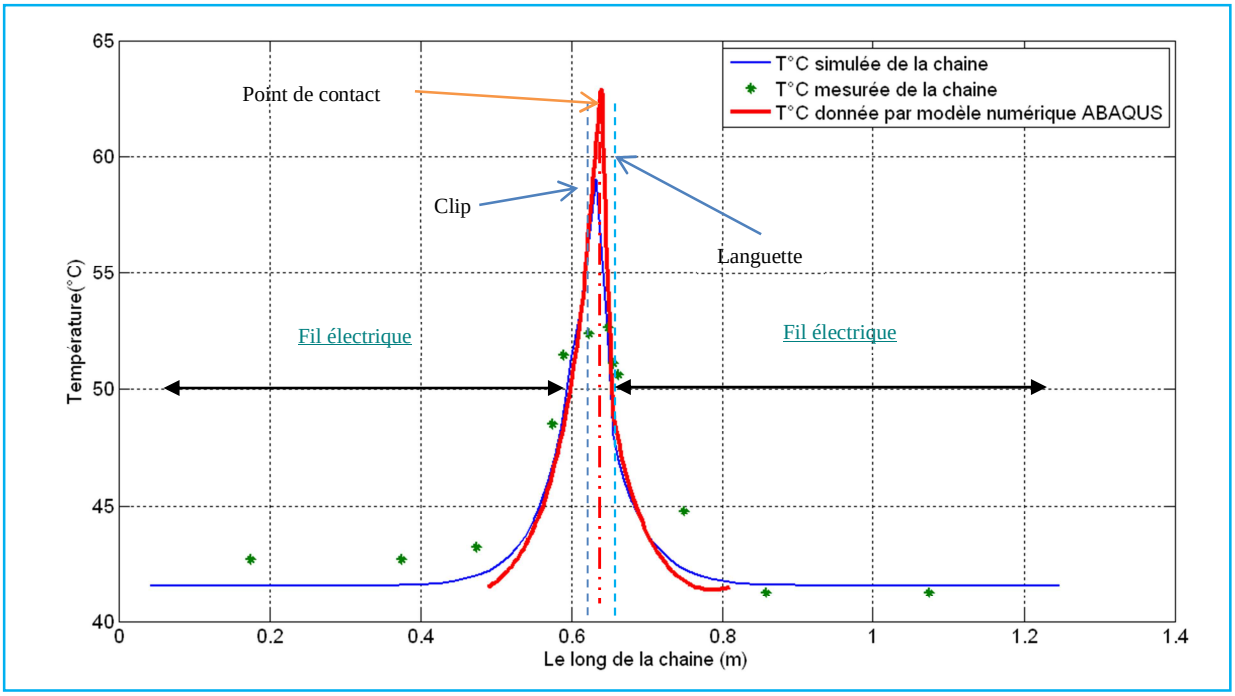


Figure 4.26 : *Comparaison de la température du point de contact obtenue avec les deux modèles ABAQUS et Matlab/Simulink*

Un échantillon est réalisé et testé sur le banc d'essai. Le profil du courant appliqué est présenté **Figure 4.27**. Dans un premier temps, un courant de 3A passe dans tous les fils électriques dans le but de chauffer le connecteur. Ensuite, lorsque sa température est stabilisée, un courant de surchauffe constitué de plusieurs paliers est introduit dans la ligne N°6.

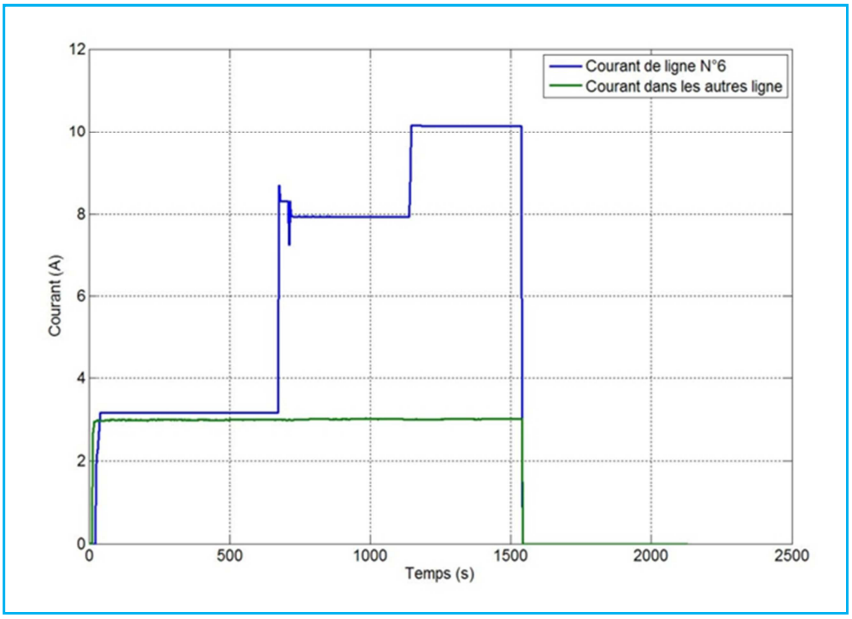


Figure 4.27 : *Evolution des courants circulant dans le toron*

Les températures sont mesurées par des thermocouples. De plus, une caméra IR est utilisée pour observer la répartition de la chaleur dans le connecteur.

La **Figure 4.28** présente une image captée par cette caméra. Elle permet de valider l'hypothèse d'homogénéité de la température de l'embase ou du porte-clip.

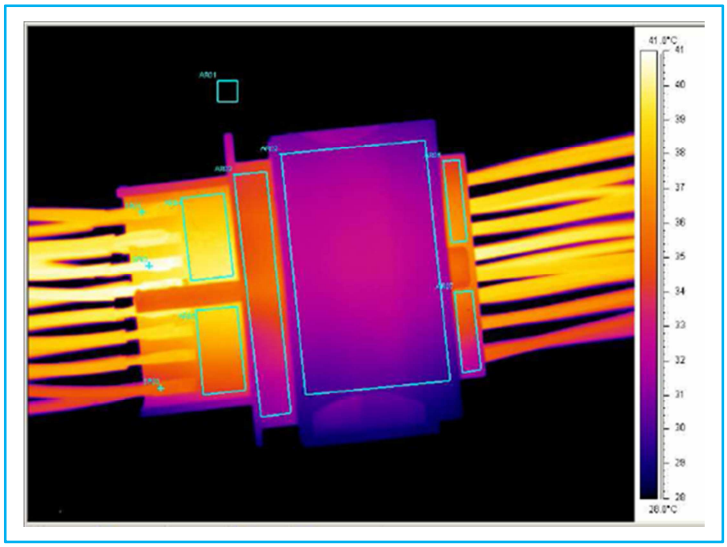


Figure 4.28 : *Température du connecteur obtenue par caméra IR*

Les profils de température en régime stationnaire le long de l'ensemble fil électrique-connecteur-fil électrique de la ligne surchauffée sont présentés dans la **Figure 4.29**. Les écarts de température les plus importants entre les courbes mesurées et simulées sont de 5°C lors le courant est de 10A. Il est important de noter que la température du point de contact est la plus élevée, sachant qu'en raison de sa petite taille il est impossible de mesurer cette température avec une bonne précision. En revanche, les températures du clip et de la languette sont mesurées de manière satisfaisante, ce qui permet de valider le modèle en **régime stationnaire.**

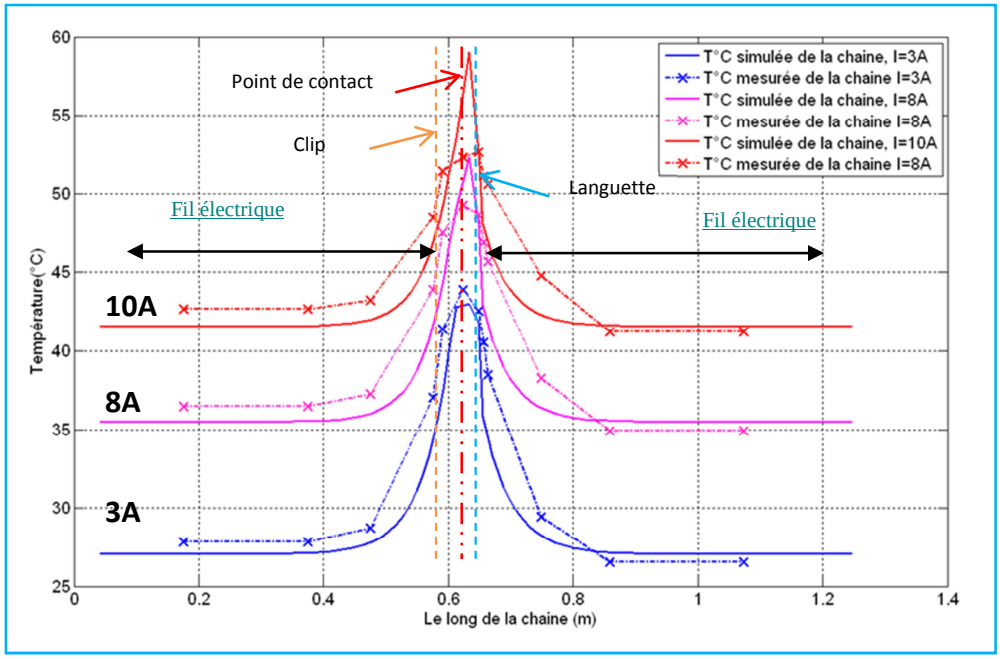


Figure 4.29 *: Profils de température le long de l'ensemble fil électrique-connecteur-fil électrique*

Les évolutions de la température du clip et de la languette sont présentées par la **Figure 4.30**. Les courbes simulées et mesurées sont très similaires, l'écart maximal est de 2°C. Ces résultats permettent de valider en **régime transitoire** le modèle du connecteur pour ce cas d'étude.

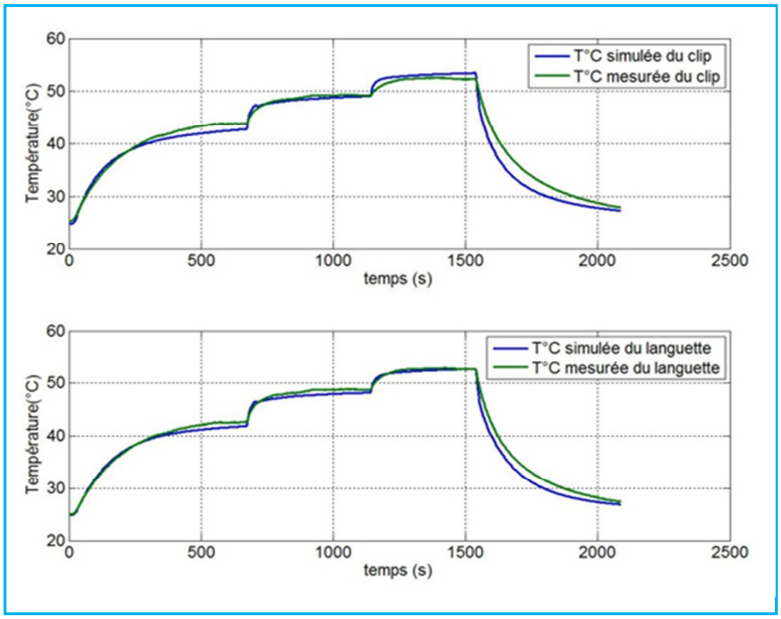


Figure 4.30 : *Evolution de la température du clip et de la languette de la ligne surchauffée N°6*

La validation du modèle du connecteur est complétée par la validation des composants élémentaires du sous-ensemble faisceau. La partie suivante se focalise sur un sous-ensemble du faisceau.

4.4.4 Sous-ensemble d'un faisceau

Avant de valider un SEE complexe dans sa totalité, il est préférable de valider des sous-ensembles du faisceau comme le connecteur, les fils électriques libres et le toron.

La **Figure 4.31** présente un sous-ensemble de faisceau très similaire à celui utilisé pour valider le connecteur (voir la **Figure 4.24**). La seule différence est le regroupement des fils électriques pour former un toron. Dans le banc d'essai, ce système est suspendu afin d'assurer la condition concernant la convection libre.

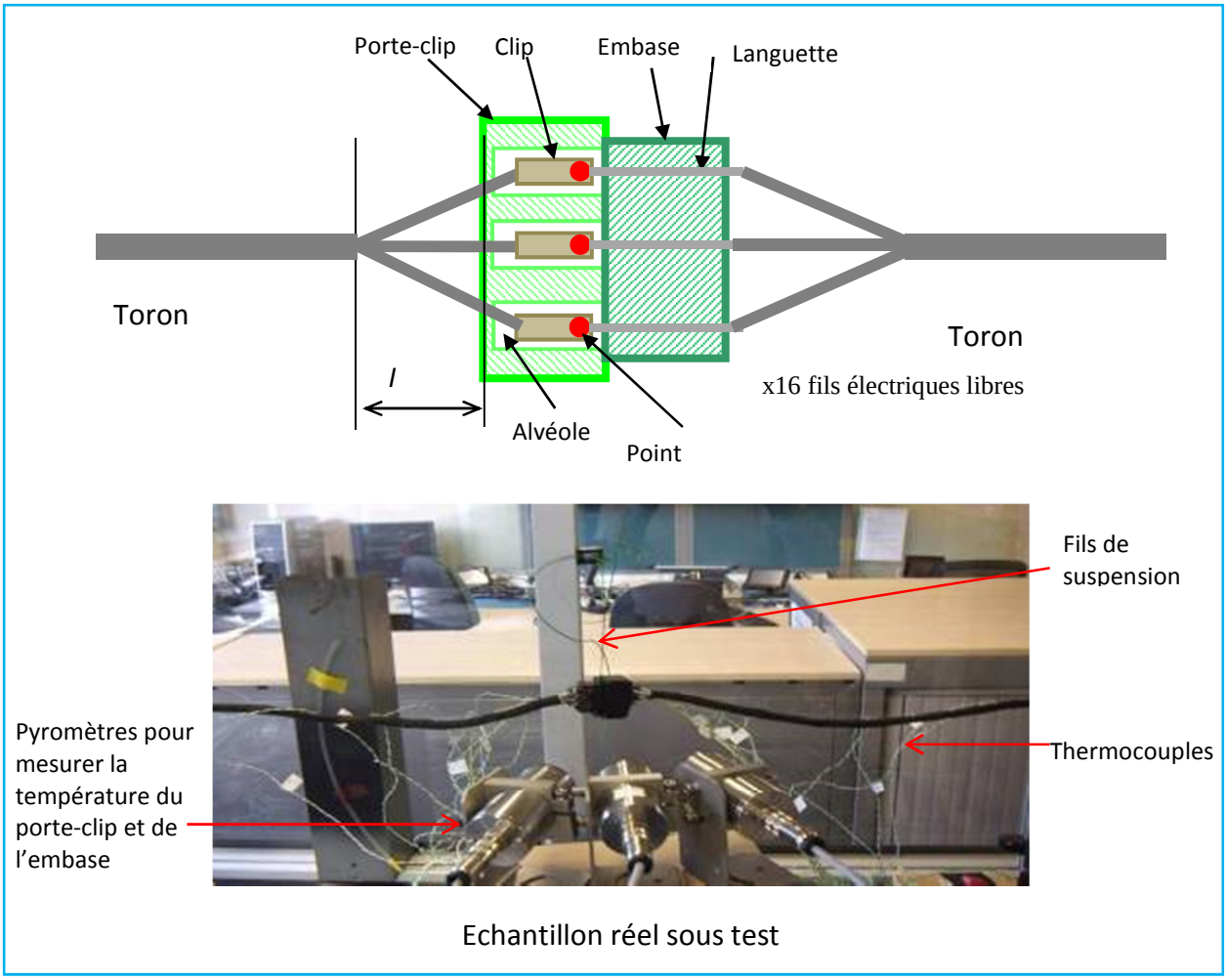


Figure 4.31 : *Présentation d'un sous-ensemble d'un faisceau*

Dans le cadre de cette validation, le modèle codé sous Matlab/Simulink est validé uniquement par les mesures expérimentales car le modèle du toron nécessite une capacité de calcul importante dont nous ne disposons pas.

La sollicitation est identique à celle utilisé pour l'essai de validation du connecteur. En effet, dans un premier temps, on fait circuler un courant de 3A dans tous les fils électriques. Puis lorsque la température du système est en régime stationnaire, une surchauffe de la ligne N°6 est réalisée avec des courants de 8A et de 10A sur est appliquée. La comparaison entre la simulation et la mesure de la température des différents points importants permet de valider le modèle de ce sous-ensemble.

Deux niveaux de modélisation (détaillé et circuit) sont réalisés. Le premier permet de calculer la température de l'embase, celle du porte-clip et la température le long du toron. Ainsi, les résultats du premier niveau sont les entrées du ***niveau « circuit »*** dans lequel la température de la ligne surchauffée est calculée. Les mesures sur le connecteur et sur le toron permettent de valider le modèle du ***niveau « détaillé »***, et les mesures sur la ligne permettent de valider le modèle du ***niveau « circuit »***.

La **Figure 4.32** présente l'évolution de la température mesurée et simulée de l'embase et du porte-clip du connecteur. La **Figure 4.33** présente la température des différents points de mesure sur le toron du côté clip. L'écart maximal est de 3°C et

l'évolution de la température entre la simulation et l'essai est très similaire, permettant ainsi de valider, en régime transitoire, le modèle de ce système codé sous Matlab/Simulink.

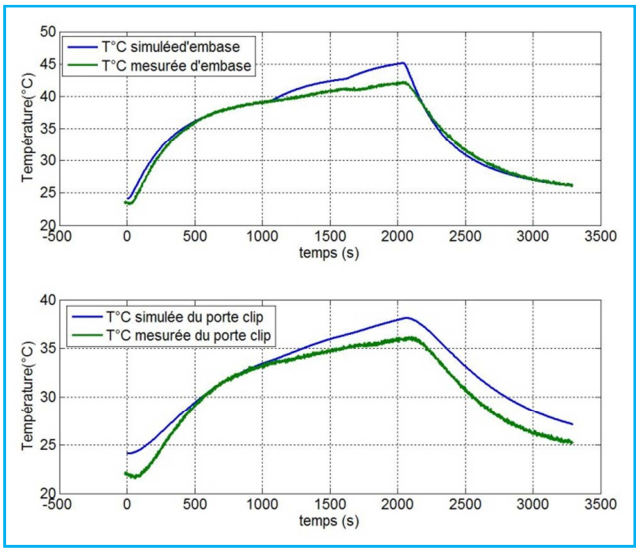


Figure 4.32 : *Evolutions de la température de l'embase et du porte-clip*

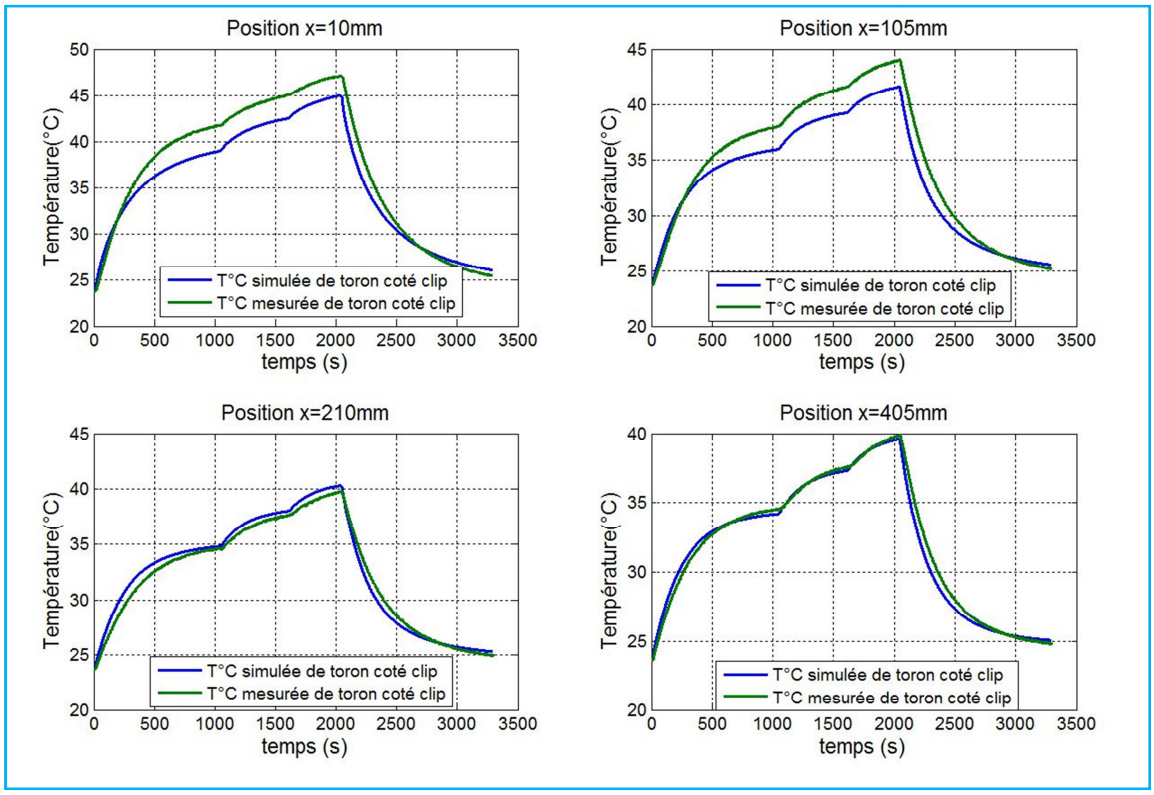


Figure 4.33 : *Evolutions de la température en différents points du toron*

La **Figure 4.34** présente le profil de température de la ligne surchauffée obtenu par la simulation du modèle du ***niveau « circuit »*** et lors d'un essai. La **Figure 4.35** présente l'évolution de la température de la languette du clip. L'écart maximal est de 3°C ce qui permet de valider le ***modèle « circuit »*** de ce sous-système.

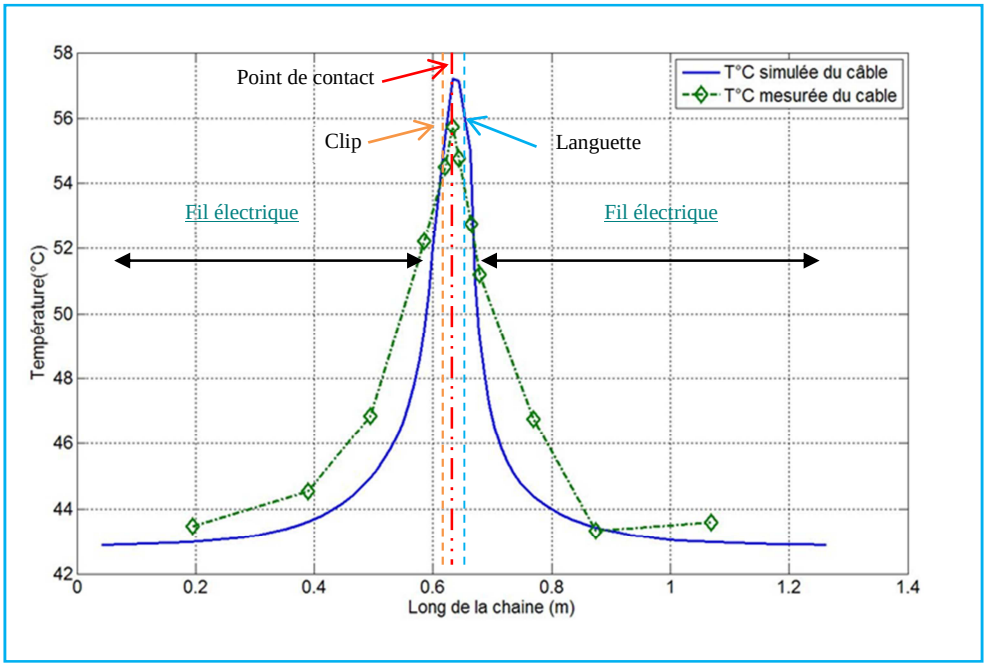


Figure 4.34 : *Profils de température le long de la ligne surchauffée N°6*

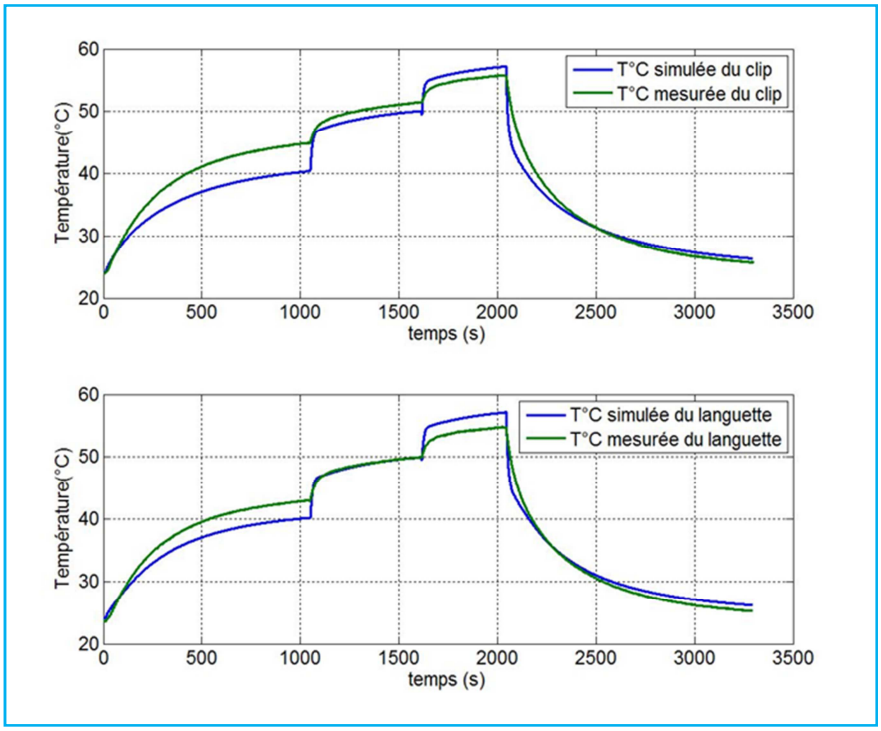


Figure 4.35 : *Evolution de la température du clip et de la languette de la ligne surchauffée donnée par l'essai et le modèle de niveau « circuit »*

A ce stade, le premier sous ensemble du SEE est validé. La suite se focalise sur le deuxième sous-ensemble du SEE composé du boitier et du PCB.

4.5 Validation du boitier

De manière similaire à la validation du faisceau, les composants simples sont validés un à un. Ainsi, le modèle du boitier se décompose selon 3 niveaux dont les deux premiers sont

dédiés au PCB et au boitier. Le troisième, quant à lui, est dédié à un circuit constitué d'un composant de puissance, d'une piste de cuivre reliée à une ligne du connecteur (clip-languette) et d'un fil électrique. La validation par les mesures du modèle d'un boitier contenant un PCB permet donc de valider les modèles des niveaux « global » et « détaillé ». Le troisième niveau est validé par la comparaison avec les résultats de simulation numérique d'un sous-ensemble.

Ainsi, dans un premier temps, on valide le modèle d'un PCB et son boitier.

4.5.1 PCB et boîtier

La validation de ce modèle est uniquement faite par des mesures car la licence des logiciels de calcul numérique était expirée à la date de cette étape.

La **Figure 4.36** présente une carte électronique industrielle instrumentée et modélisée, dont les caractéristiques physiques sont parfaitement connues par PSA .

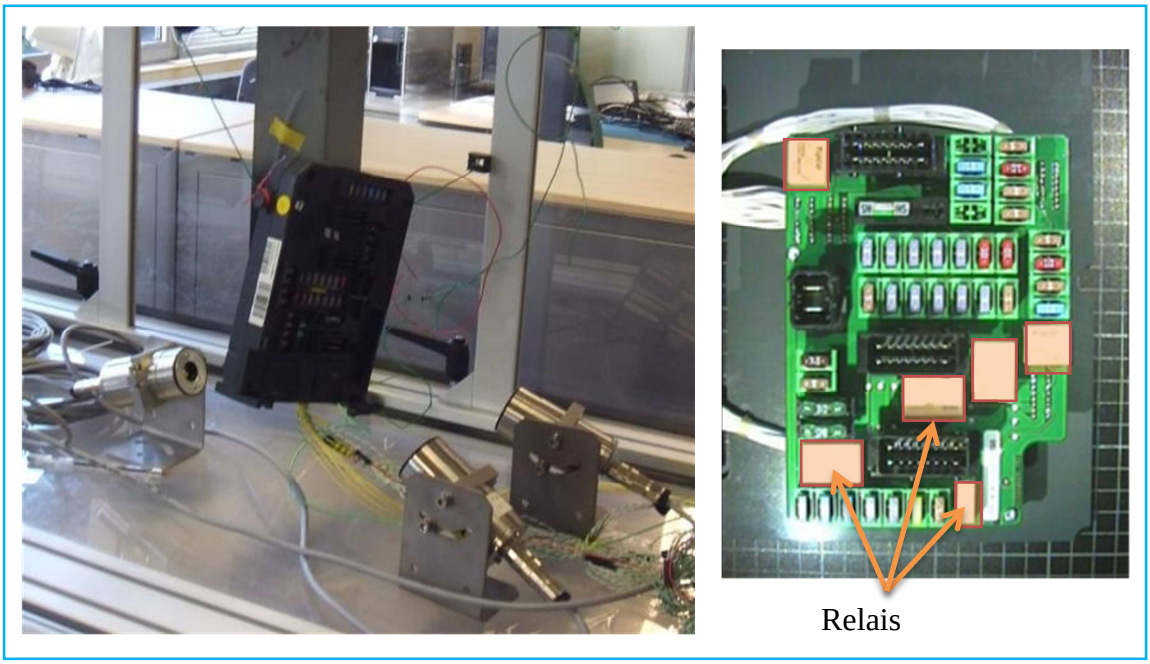


Figure 4.36 : *Carte électronique et boitier d'essai pour la validation du modèle d'un PCB*

La **Figure 4.37** et le **Tableau 4.5** représentent les placements des sondes de mesure. Le boitier est instrumenté de la façon suivante.

- Trois pyromètres sont utilisés pour mesurer la température des capots : un pour le capot situé situe face aux soudures du PCB et les deux autres pour le capot positionné face aux composants dont la température n'est pas homogène. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'avoir deux pyromètres, la température retenue étant la moyenne des deux mesures.
- Quatre thermocouples (T0, T1, T2, T3) sont placés sur les plans de masse du PCB pour mesurer sa température moyenne.
- Quatre thermocouples (T13, T14, T15, T16) sont positionnés entre le PCB et les capots pour mesurer la température ambiante intérieure du boitier.

- Sur chaque connecteur, un thermocouple est placé pour mesurer la température de la zone sous la languette.
- Sur chaque composant de puissance (Relais REL7, REL3) ou les fusibles (F7 et F14), un thermocouple est associé. Dans cette validation, il n'y a pas de courant important traversant les fusibles. Ces mesures sont utilisées pour valider la température de chaque zone du PCB.
- Le courant total alimentant tous les relais ainsi que la tension d'alimentation sont également mesurés. Ces mesures permettent de calculer exactement la puissance thermique dissipée dans le PCB.

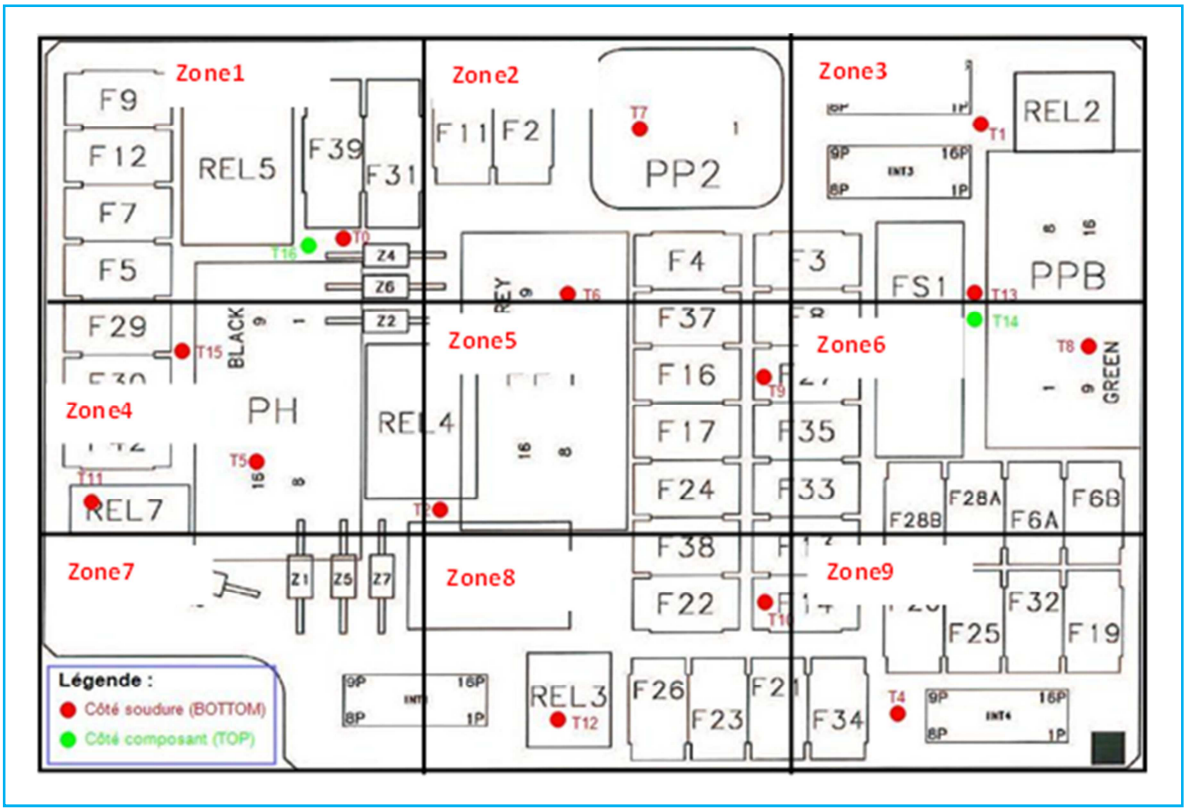


Figure 4.37 : *Implantation des thermocouples sur le PCB*

Référence	Côté PCB	Elément mesuré
T0	Bottom	Température de l'époxy
T1	Bottom	Température de l'époxy
T2	Bottom	Température de l'époxy
T4	Bottom	Température de l'époxy
T5L	Bottom	Température de la languette PH-15
T6L	Bottom	Température de la languette PP1-1
T7L	Bottom	Température de la languette PP2-2
T8L	Bottom	Température de la languette PPB-11
T9	Bottom	Température de la languette du porte-fusible F27
T10	Bottom	Température de la languette du porte-fusible F14
T11	Bottom	Température de la languette de puissance du relais REL7
T12	Bottom	Température de la languette de puissance du relais REL3
T13	Bottom	Température ambiante à l'intérieur du boitier
T14	Top	Température ambiante à l'intérieur du boitier
T15	Bottom	Température ambiante à l'intérieur du boitier

T16	Top	Température ambiante à l'intérieur du boitier
Autres éléments à mesurer		
1 sonde de courant	/	Courant total traversant les relais
1 sonde de tension	/	Tension d'alimentation des relais

Tableau 4.5 : *Détails des implantations des sondes de mesure (Bottom=face soudeures, Top=face composants)*

La **Figure 4.38** présente la puissance thermique dissipée par le PCB. Cette puissance est calculée par la multiplication du courant consommé par la tension d'alimentation.

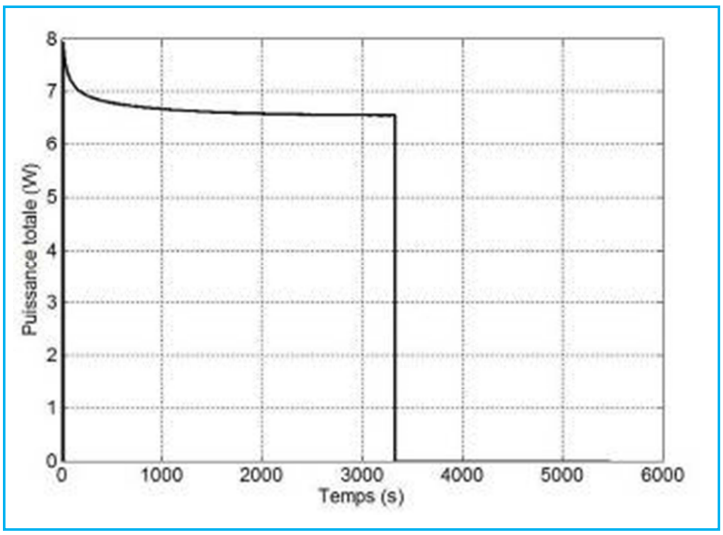
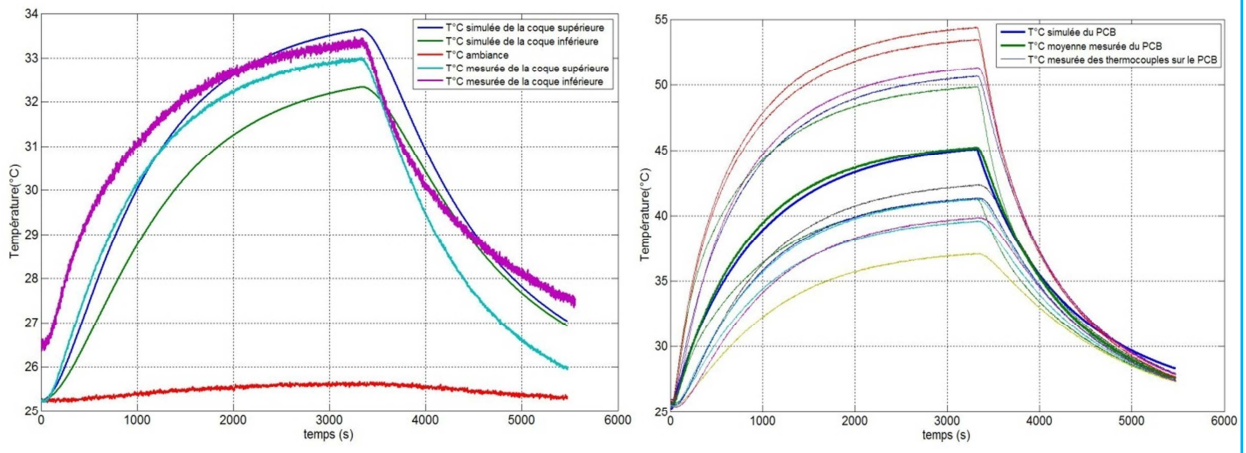


Figure 4.38 : *Mesure de la puissance thermique dissipée dans le PCB*

La **Figure 4.39** présente l'évolution de la température des capots et de la température moyenne du PCB qui est la moyenne des mesures effectuées par les thermocouples présents sur le PCB. Ces mesures sont comparées aux résultats de simulation du modèle « global » obtenus pour ce boitier. Les courbes de simulation et de mesure sont similaires, l'écart maximal étant de 2°C. Ce résultat permet de valider le modèle « global » de ce boitier. Par contre, l'écart de température sur le PCB est très grand à cause des sources de puissance importantes concentrées sur certaines zones. Il est donc nécessaire d'étudier le modèle au ***niveau « détaillé »*** pour obtenir des informations plus précises.



Evolutions de la température des deux capots

Evolutions de la température moyenne du PCB

***Figure 4.39** : Evolutions de la température des capots et du PCB*

La **Figure 4.37** présente les 9 zones du PCB qui sont également les zones du modèle au ***niveau « détaillé »*** du PCB. Dans ce modèle, la température des capots et la température ambiante à l'intérieur du boitier données par le modèle « global » précédent sont utilisées comme entrées. Chaque zone est caractérisée par la puissance produite par les composants de puissance situés sur cette zone. Dans ce cas d'étude, la chaleur est produite par les relais. La chaleur dissipée par chaque zone est précisée dans le **Tableau 4.6** .

Zone	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chaleur (W)	0.85	0.00	1.28	0.43	0.43	0.00	1.53	2.13	0.00

***Tableau 4.6 :** Chaleur dissipée par chaque zone*

La **Figure 4.40** présente l'évolution de la température des zones obtenue par mesure et par simulation. Ce niveau du modèle permet d'expliquer la différence importante de température des zones, sachant que le modèle au niveau « global » ne peut pas le faire. La comparaison des résultats de simulation et de mesure conduit à un écart maximal de 5°C, permettant ainsi de valider le modèle détaillé de ce PCB.

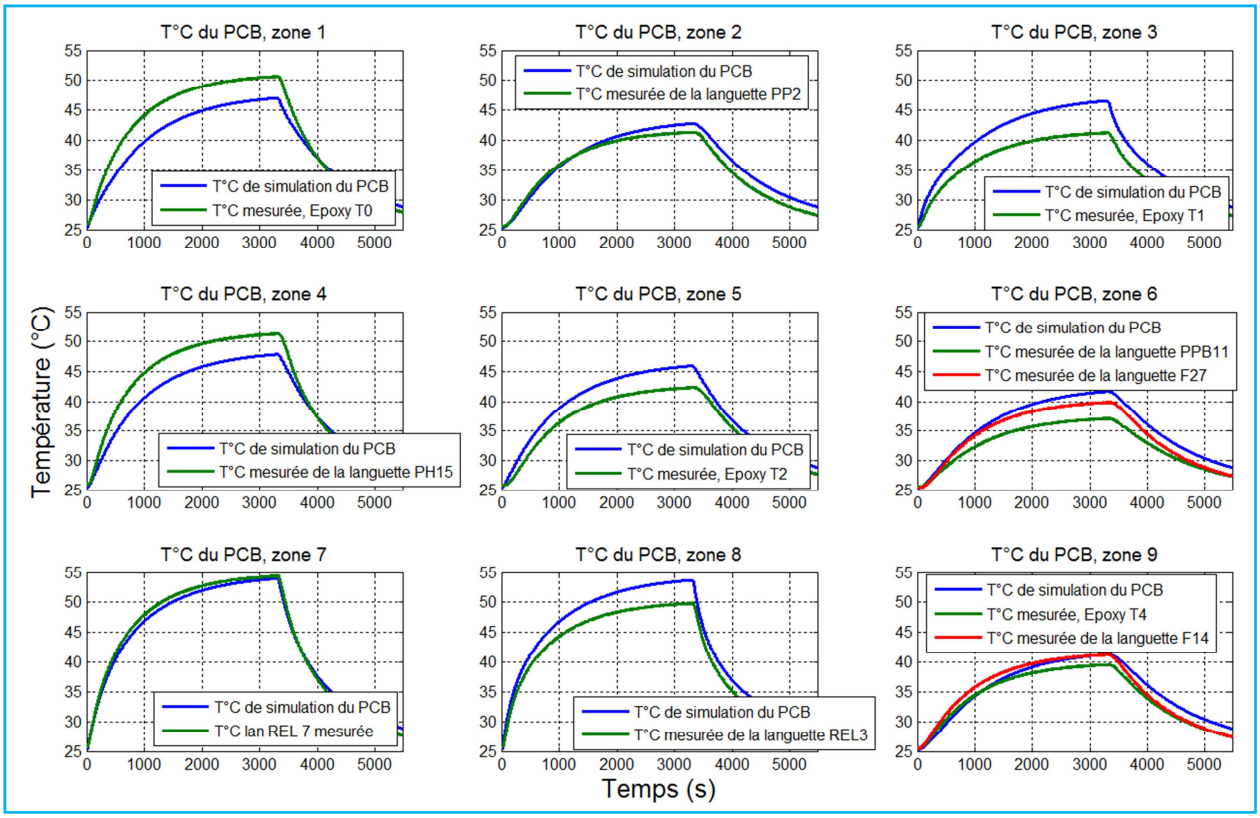


***Figure 4.40** : Evolutions de la température de chaque zone du PCB*

Ce modèle permet de valider les niveaux « global » et « détaillé » du boitier, et non le modèle « circuit » car ce type de modèle se compose de plusieurs composants. Les parties suivantes ont pour but de valider les composants du niveau « circuit » avant de valider une agrégation de composants.

4.5.2 Composant

Le transfert thermique d'un composant électronique sur un PCB est un problème qui a largement été étudié par un grand nombre d'entreprises et de laboratoires. D'après le rapport de DELPHI [Rosten et al, 1997] sur la normalisation des modèles thermiques, chaque composant électronique de puissance a un modèle thermique établi par le fournisseur.

La validation de ce composant de puissance est effectuée par la comparaison des résultats avec le modèle du fournisseur. A titre d'exemple, un modèle électrothermique d'un Smart Mos est utilisé. Il s'agit d'un MOSFET monocanal monté sur un PCB calibré. La résistance de jonction (RDSon) du composant est de 50mΩ.

Le modèle du fournisseur est un excellent candidat pour effectuer une comparaison avec notre modèle d'un composant unique monté sur un PCB. Ce dernier modèle utilise des dérivées non entières pour modéliser la diffusion de la chaleur dans le PCB (voir chapitres 2 et 3).

La **Figure 4.41** présente le modèle d'un composant Smart Mos donné par le fournisseur. Le modèle de ce composant est de type réseau RC, et il est obtenu suite à une caractérisation réalisée par le fournisseur.

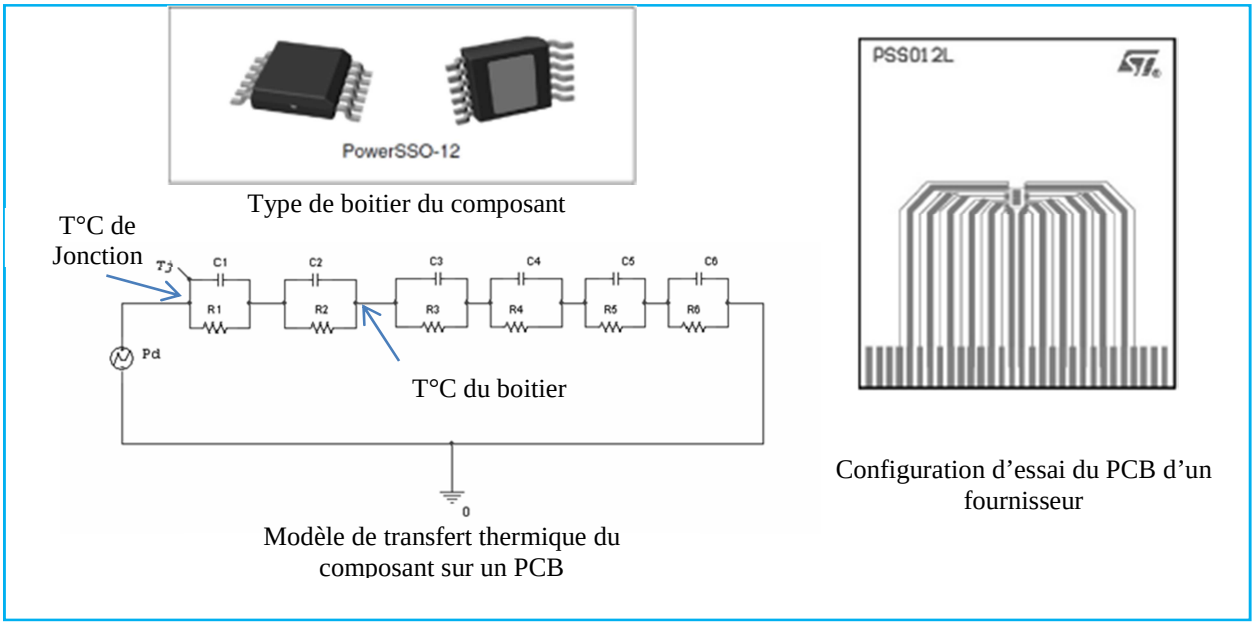


Figure 4.41 : *Modélisation thermique d'un Smartmos proposée par son fournisseur [ST electronics]*

La **Figure 4.42** présente des résultats de simulation obtenus avec les deux modèles. Deux types de sollicitations sont associés : un échelon de courant appliqué pour amener la température du composant au point de fonctionnement, puis une variation du courant introduite dans le but de valider la dynamique du modèle. Cette variation du courant est obtenue en appliquant un signal de type Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire (SBPA). Il est intéressant d'observer que la température du composant évolue très vite au départ et puis lentement par la suite, comportement dynamique caractéristique du phénomène de diffusion thermique. Les résultats de simulation issus des deux modèles sont très similaires en statique et en dynamique. L'écart maximal entre les réponses est de 2°C pour une température maximale de 105°C.

Contrairement au modèle du fournisseur construit sur un principe de mesure et de corrélation qu'il est difficile de réutiliser pour une autre configuration de PCB, notre modèle basé sur un principe physique permet son association avec d'autres modèles. Ainsi, il est possible de créer des modèles plus complets qui seront présentés dans la suite de ce chapitre.

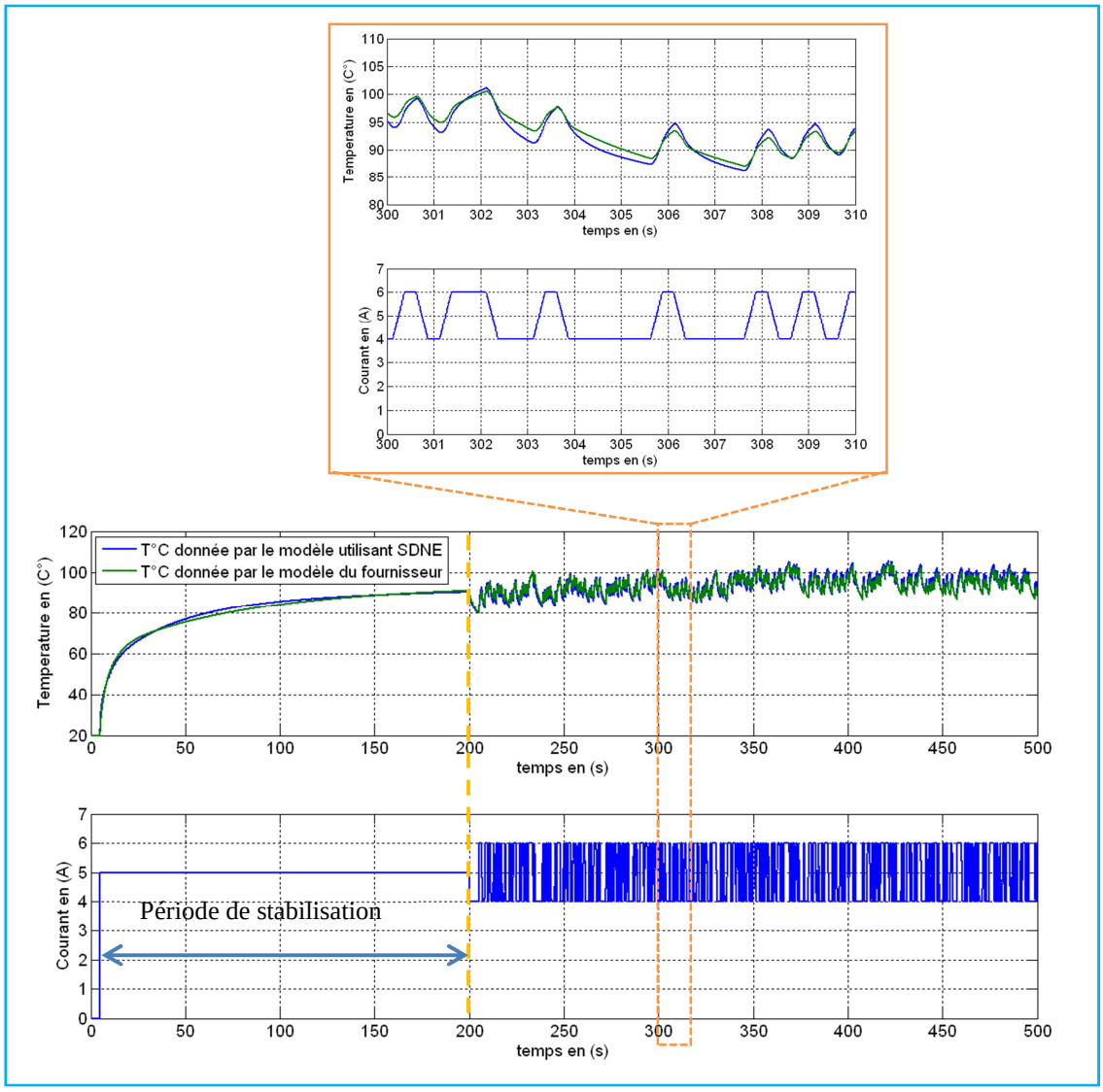


Figure 4.42 : *Evolution de la température du boitier d'un composant SmartMOS*

Le modèle d'un composant unique peut être appliqué aux composants de puissance qui ne sont pas reliés à une large piste de cuivre. Si ce n'est pas le cas, il est nécessaire de valider un modèle contenant le composant associé à une piste de cuivre. La partie suivante a pour but de valider d'abord le modèle d'une piste de cuivre, puis celui d'une chaine complète piste de cuivre-connecteur-fil électrique.

4.5.3 Piste de cuivre

Dans un premier temps, le modèle de la piste de cuivre de longueur infinie est validé en régime permanent par un modèle numérique 2D, puis par des essais. En l'absence d'échantillon de mesure, le modèle de propagation de la chaleur en régime permanent dans la direction longitudinale de cette piste est validé uniquement par le modèle numérique.

La **Figure 4.43** présente le modèle de piste de cuivre standard de longueur infinie sur un PCB. Ce modèle permet d'évaluer la propagation de la chaleur d'une piste de cuivre dans la direction transversale du PCB. Le largeur de la piste est de 2,5mm et son épaisseur de 70µm. Sur la même figure, un résultat obtenu en simulation à l'aide du logiciel ABAQUS est également présenté, la piste de cuivre étant sollicitée par un courant de 10A avec une

température ambiante de 25°C. La température maximale de 43°C se situe au milieu de la piste. Ce résultat est confirmé par les essais qui sont présentés dans la partie suivante. De plus, la température dans le sens vertical du PCB est homogène, permettant ainsi de valider l'hypothèse de calcul concernant la diffusion de la chaleur dans le PCB. Cette hypothèse est présentée dans le paragraphe *2.6.3 Propagation de la chaleur d'une piste de cuivre* du chapitre 2.

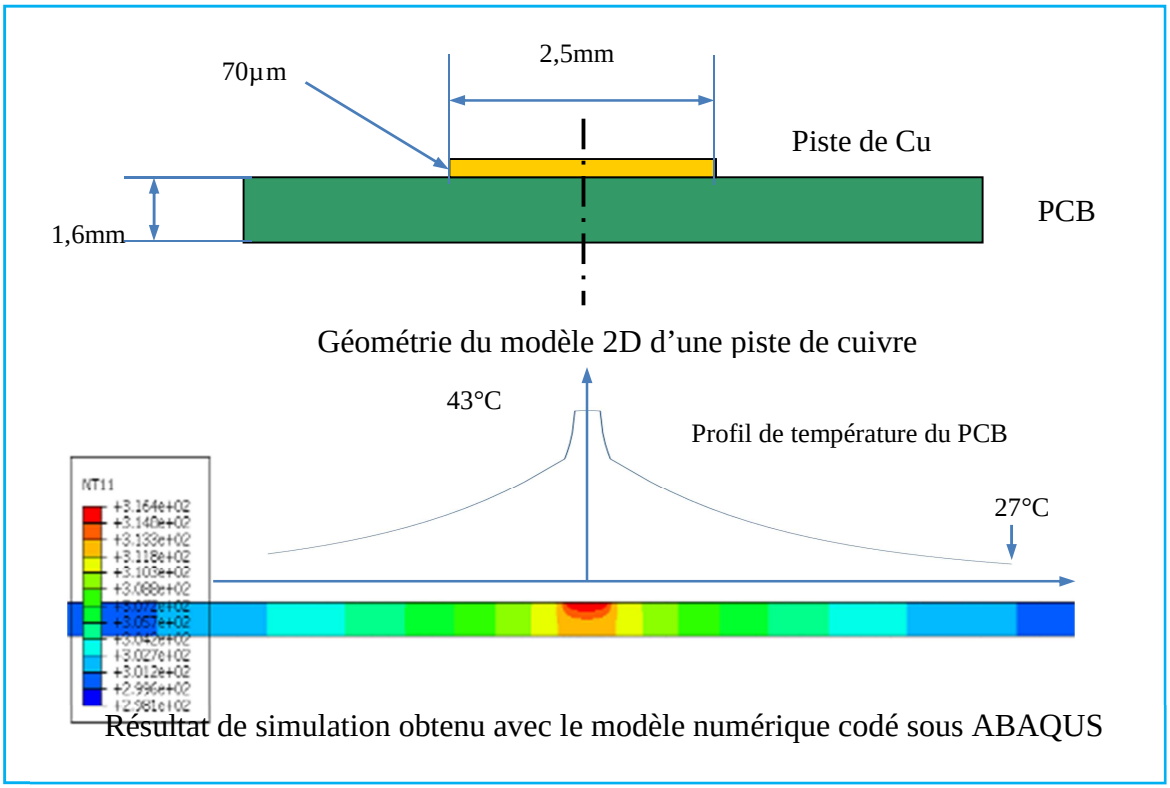


Figure 4.43 : *Modélisation d'une piste de cuivre de longueur infinie*

Le profil de température dans la direction transversale est très intéressant pour valider le calcul analytique de la propagation de chaleur dans une piste, et ce conformément aux développements du paragraphe "*VII. Modèle analytique de la propagation de la chaleur d'une piste de cuivre*" du chapitre2.

La **Figure 4.44** présente les profils de température normalisés par rapport à la température de la piste de cuivre, profils obtenus par le calcul analytique et la simulation. Les deux courbes étant très proches, le modèle d'une piste de cuivre de longueur infinie est validé en régime stationnaire.

La température normalisée est donnée par :

$$T_{normalisé} = \frac{T(x) - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}, \qquad (4.7)$$

avec

T_{max} : la température maximale en [K], qui est en général la température de la piste ;
T_{min} : la température minimale du PCB en [K], qui est la température ambiante ;
$T(x)$: la température en [K] à la position x dans la direction horizontale du PCB.

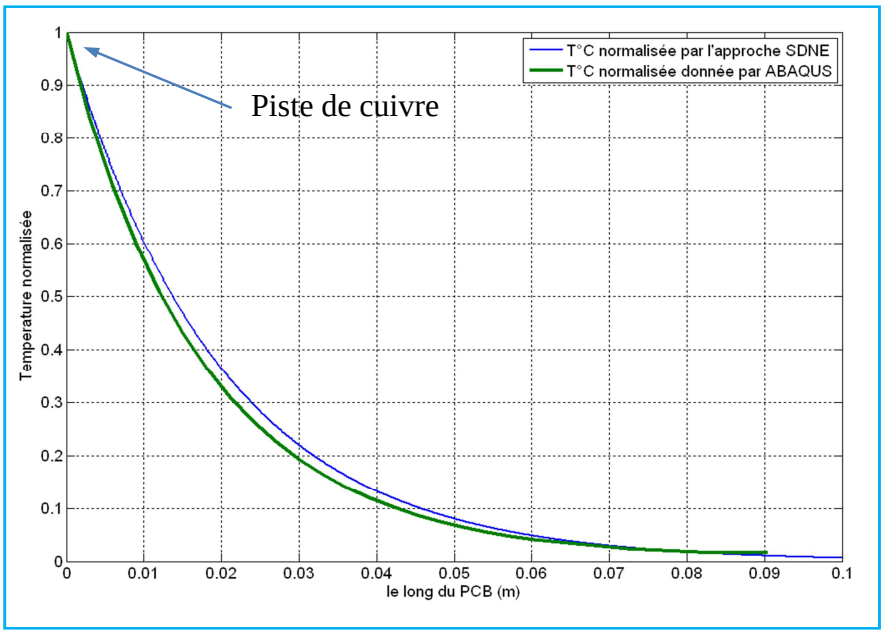


Figure 4.44 : *Profils de température dans la direction transversale du PCB*

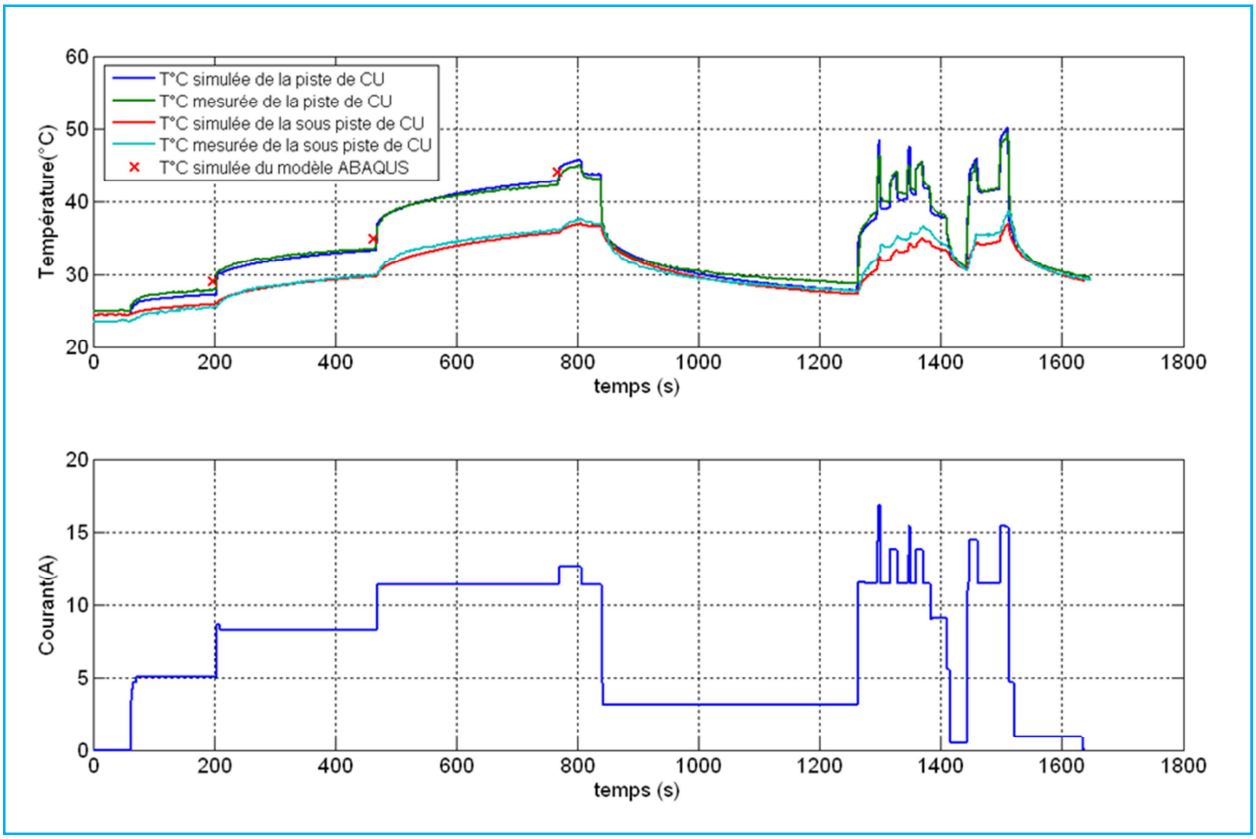


Figure 4.45 : *Résultats d'essai pour une piste de cuivre*

Dans le but de valider en régime dynamique le modèle de la piste, un essai est réalisé sur une piste de cuivre de longueur 20cm, de largeur 2,5mm et d'épaisseur 70µm. La piste de cuivre est placée sur un PCB industriel qui se compose de 4 couches de cuivre dont deux en superficie d'épaisseur 75µm et deux autres internes d'épaisseur 35µm. Le profil de courant appliqué à la piste et les résultats d'essai sont présentés dans la **Figure 4.45**. La première partie du profil de courant est composée de paliers afin de valider la variation

lente de la température d'une piste, puis dans une seconde partie une sollicitation rapide et aléatoire est appliquée pour valider la dynamique rapide du modèle.

La comparaison des résultats de mesure, des résultats issus de de la simulation dynamique du modèle Matlab/Simulink et des résultats de la simulation statique du modèle numérique (ABAQUS) (**Figure 4.45**) permet de confirmer la validation de ce modèle.

En raison d'un nombre insuffisant d'échantillons d'essai, la validation du modèle de propagation dans la direction longitudinale d'une piste de cuivre est effectuée à l'aide du modèle numérique codé sous ABAQUS.

La **Figure 4.46** présente le modèle 3D d'une piste de cuivre de longueur de 20 cm reliée à un composant électronique surchauffé (consommation de 1W) avec un connecteur et un fil électrique de longueur 20cm. Ce modèle permet d'assurer la causalité physique du système, car la piste de cuivre ne se termine jamais dans le "vide".

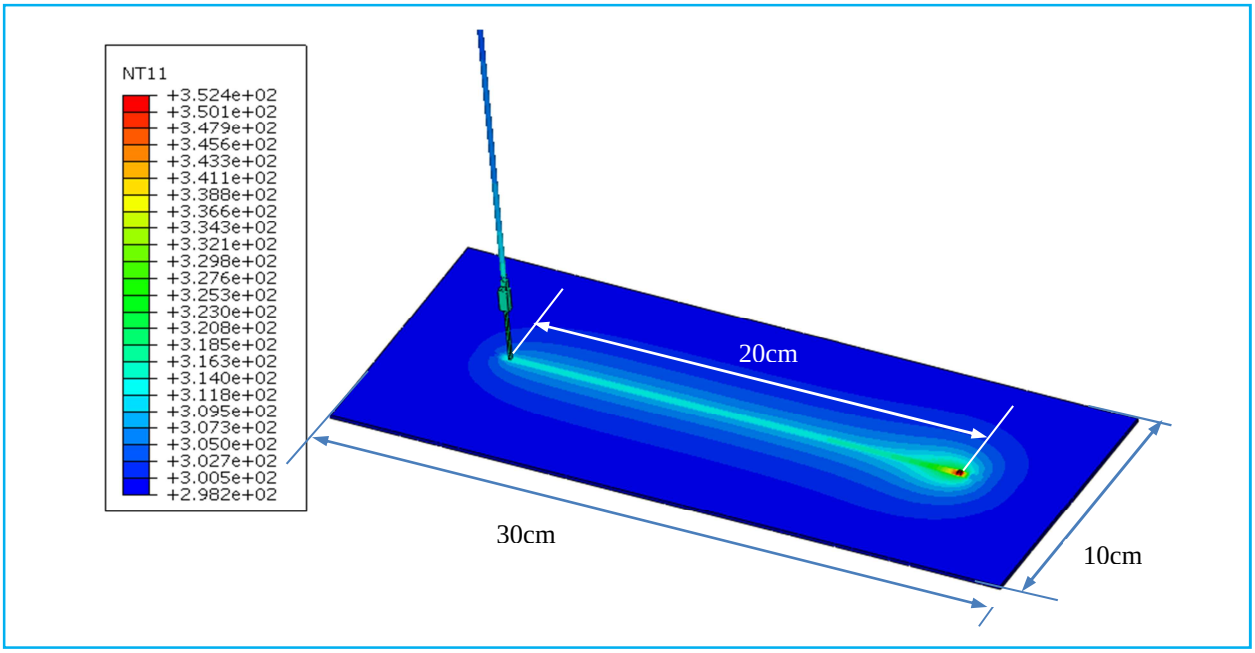


Figure 4.46 : *Représentation 3D d'une piste de cuivre associée à un composant et un connecteur*

Dans le but de vérifier la modélisation par modèle non entier présenté dans la partie VII.2 du chapitre 2, on s'intéresse dans la suite à la diffusion de la chaleur dans la direction longitudinale de la piste.

La **Figure 4.47** présente les courbes de température normalisée de la piste par rapport à la température du composant. La comparaison de ces courbes permet de valider le calcul analytique de ce modèle en régime permanent. De plus, ces courbes permettent d'estimer la valeur de la longueur d'oubli de cette piste, à savoir 6 cm.

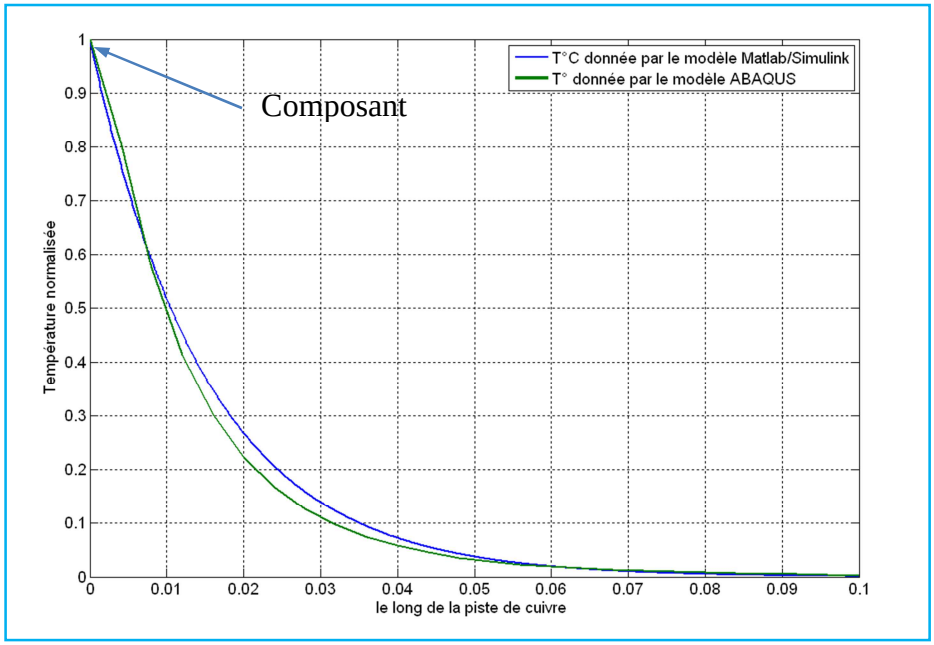


Figure 4.47 : *Profils de la température le long de la piste de cuivre*

Si la longueur de la piste est raccourcie à sa distance d'oubli, alors le système devient un sous-système complet dont les composants sont reliés électriquement et thermiquement. La partie suivante décrit la validation d'un sous-système contenant une chaine allant d'un composant jusqu'au fil électrique libre.

4.5.4 Sous ensemble de circuit

La **Figure 4.48** présente un sous-système complet allant d'un composant de puissance jusqu'au fil électrique. Ce système est à l'air libre et identique au précèdent mais avec une piste de cuivre de longueur 5 cm.

Il est important de noter que les conditions environnementales de ce système sont bien connues, à savoir :

- la température ambiante, en l'absence de cavité renfermant le circuit ;
- le flux produit par le PCB est nul ;
- le connecteur n'échange par avec l'air ambiant, et une seule languette et un seul clip sont introduits dans le connecteur ;
- le fil électrique est à l'air libre.

Ce système peut être modélisé directement au ***niveau « circuit »*** sans passer par les modèles aux ***niveaux « global »*** et « ***détaillé »***, conduisant ainsi à la validation du modèle du circuit.

Le résultat présenté par la **Figure 4.48** est obtenu en faisant circuler un courant de 10A dans le circuit provoquant un flux de chaleur de 1W sur le composant.

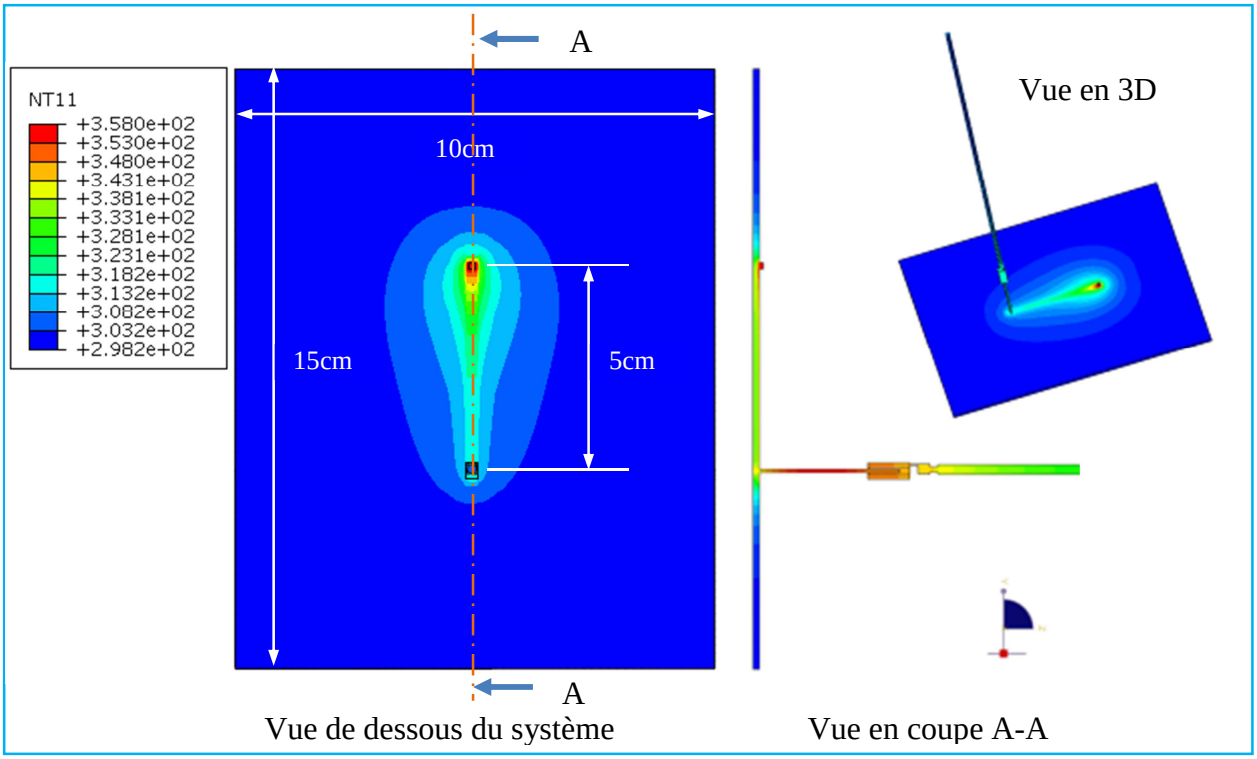


Figure 4.48 : *Sous-système d'un circuit complet allant d'un composant de puissance jusqu'au fil électrique*

Ce résultat est ensuite comparé à celui obtenu avec le modèle réalisé sous Matlab/Simulink (**Figure 4.49**). L'écart entre les profils est faible (inférieur à 3°C). L'écart maximal se situe au niveau du composant. Ce résultat s'explique par le fait que le modèle du composant de puissance codé sous Matlab/simulink prend en compte séparément le transfert thermique avec le PCB et celui avec la piste de cuivre. En réalité, aux alentours du composant et de la piste de cuivre, il y a des échanges mutuels entre le PCB et la piste de cuivre. Seul le modèle numérique est capable de calculer précisément ces échanges.

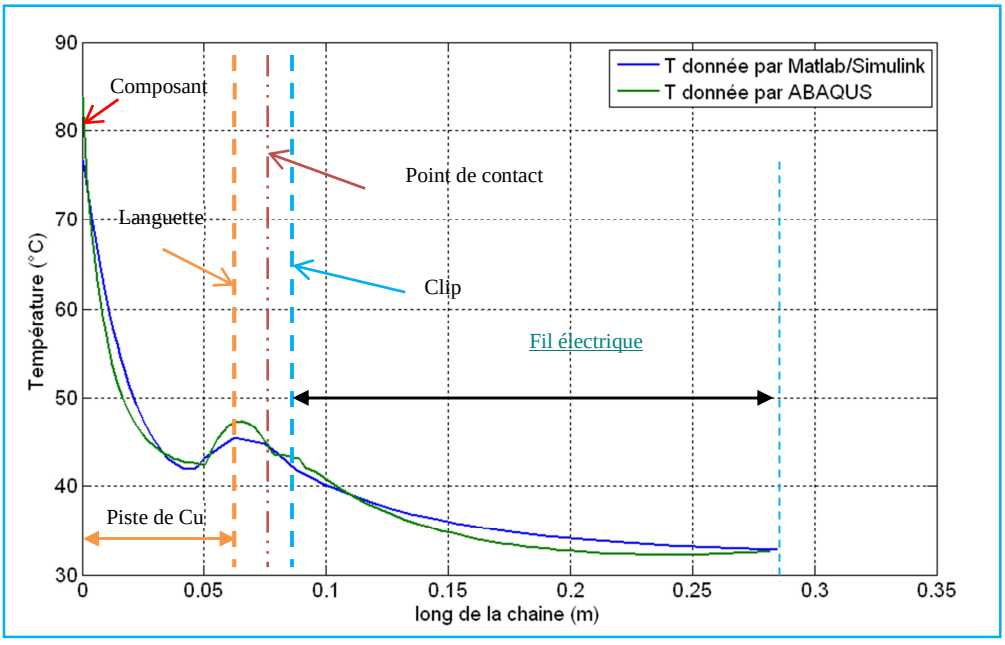


Figure 4.49 : *Profils de la température le long du circuit*

4.6 Validation des modèles complets d'un SEE

Les parties précédentes permettent de valider étape par étape, les différents composants et sous-ensembles constituant le SEE. Cette partie a pour objectif de valider le modèle à trois niveaux d'un SEE complet, et donc la décomposition en trois niveaux de modélisation proposée.

La validation passe par trois étapes. Dans un premier temps, un modèles de type Volumes Finis (VF) d'un système est construit et simulé permettant de valider en **régime permanent**. Dans un deuxième temps, un système réel est instrumenté et mesuré sur banc d'essai permettant de valider en **régime transitoire**. Finalement, les conditions de simulation et d'essai sont appliquées aux modèles à trois niveaux. Les résultats de simulation et de mesure sont alors comparés afin de bien valider chaque niveau de modélisation.

4.6.1 Modèle numérique du SEE

Le système utilisé pour la validation de la modélisation à trois niveaux est identique à celui décrit au chapitre 3. Ce système est utilisé comme exemple applicatif. Ainsi, en utilisant le logiciel FloTHERM, un modèle de type VF est développé. L'avantage de ce logiciel est de calculer les écoulements de l'air et de synthétiser les bilans d'énergie. Ainsi, le coefficient d'échange convectif du système est calculé, le bilan des flux thermiques dissipé par la PCB par différentes voies est établi, permettant ainsi de valider plus en détail le modèle à trois niveaux. La limite de ce logiciel se situe au niveau « circuit ». En effet, il n'est pas capable de détailler le SEE jusqu'à la piste de cuivre. Par ailleurs, la simulation en régime transitoire nécessite des temps de calcul et des moyens de stockage importants. C'est la raison pour laquelle ce logiciel ne permet que la validation en régime stationnaire.

La **Figure 4.50** présente le modèle VF développé sous FloTHERM du système réel composé d'un boitier en plastique, d'une carte électronique (PCB) reliée à quatre faisceaux via quatre connecteurs.

Compte tenu du régime d'écoulement laminaire, il n'est pas nécessaire de détailler toute la géométrie du système. Une phase de simplification est effectuée afin de rendre le modèle plus simple à simuler tout en gardant les caractéristiques essentielles du modèle.

La modélisation est effectuée selon les différentes étapes suivantes :

- **simplification géométrique ;**
- **maillage,** le nombre de mailles est ici égal à 2 620 000 ;
- **définition des phénomènes physiques à prendre en compte (conduction, rayonnement, …);**
- **définition des conditions aux limites :** T_{amb}=25°C, pression = 1atm,
- **définition des sources ;**
- **positionnement du boitier / gravité** : rapellons que le boitier est en position verticale pour tous les travaux de la thèse;
- **résolution :** l'algorithme de calcul de ce logiciel est explicite, il calcul le régime stabilisé;

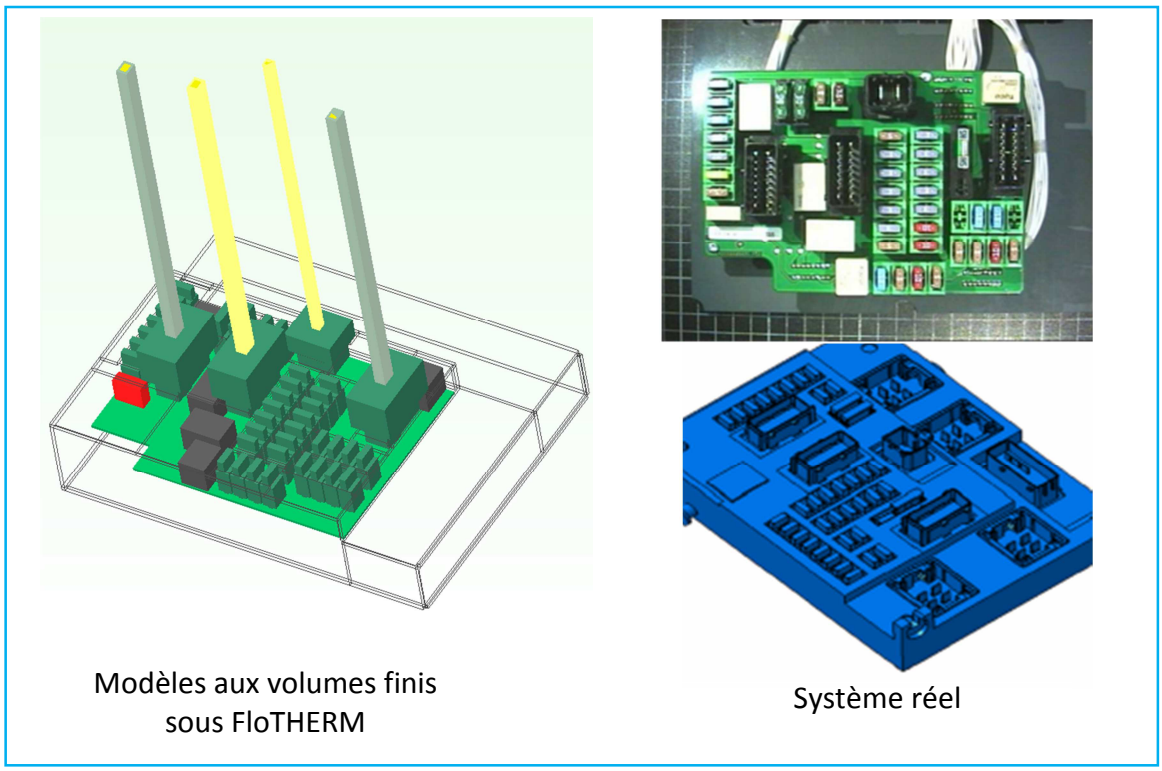


Figure 4.50 : *Présentation du modèle aux volumes finis composé d'un boîtier de servitude et de son faisceau*

La **Figure 4.51** présente un résultat de simulation. D'une part, elle donne une cartographie de la température du PCB et des faisceaux, d'autre part, elle précise l'écoulement de l'air à l'intérieur et à l'extérieur du boitier, ce qui permet de calculer le coefficient de convection. Par contre, ces résultats ne permettent que la validation du modèle en régime permanent. La validation en régime transitoire effectuée par la mesure est présentée dans la partie suivante.

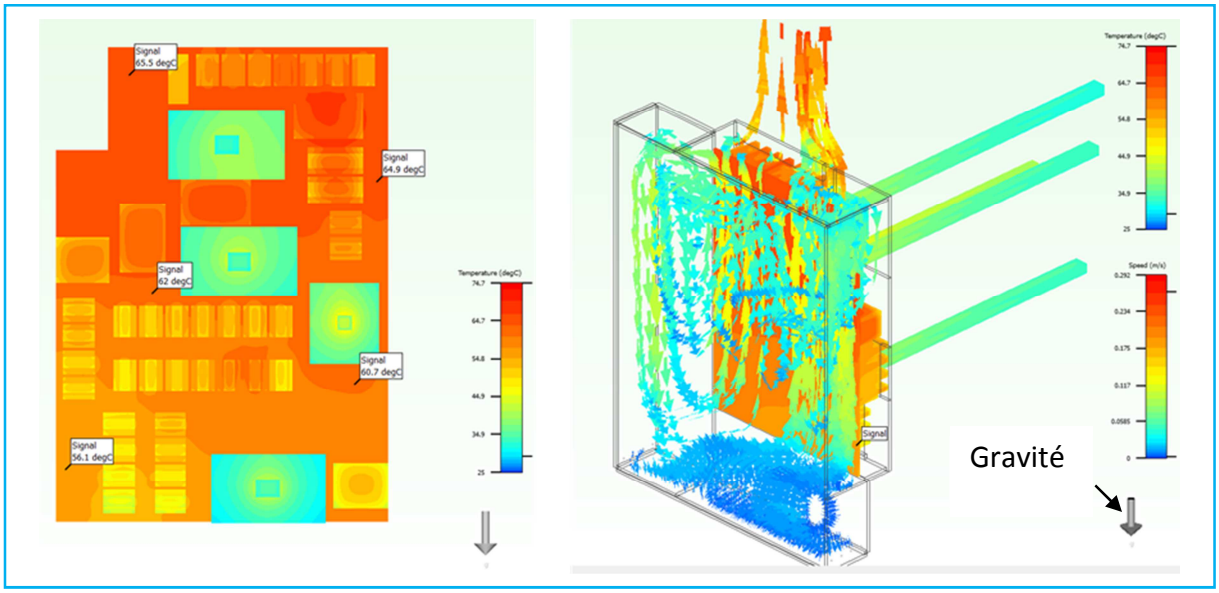


Figure 4.51 : *Résultat de simulation sous FloTHERM*

4.6.2 Dispositif d'essai

Les résultats de simulation et la cartographie de température donnée par le fournisseur de boitier permettent de définir les points importants qui doivent être instrumentés.

La **Figure 4.52** présente les implantations des thermocouples, ainsi que celles des pyromètres nécessaires pour mesurer les températures des capots du boitier et de la piste de cuivre. Ces dernières sont utilisées uniquement pour la validation du modèle au ***niveau « circuit »***. Il est à noter que pendant les essais, le système est suspendu (**Figure 4.6**).

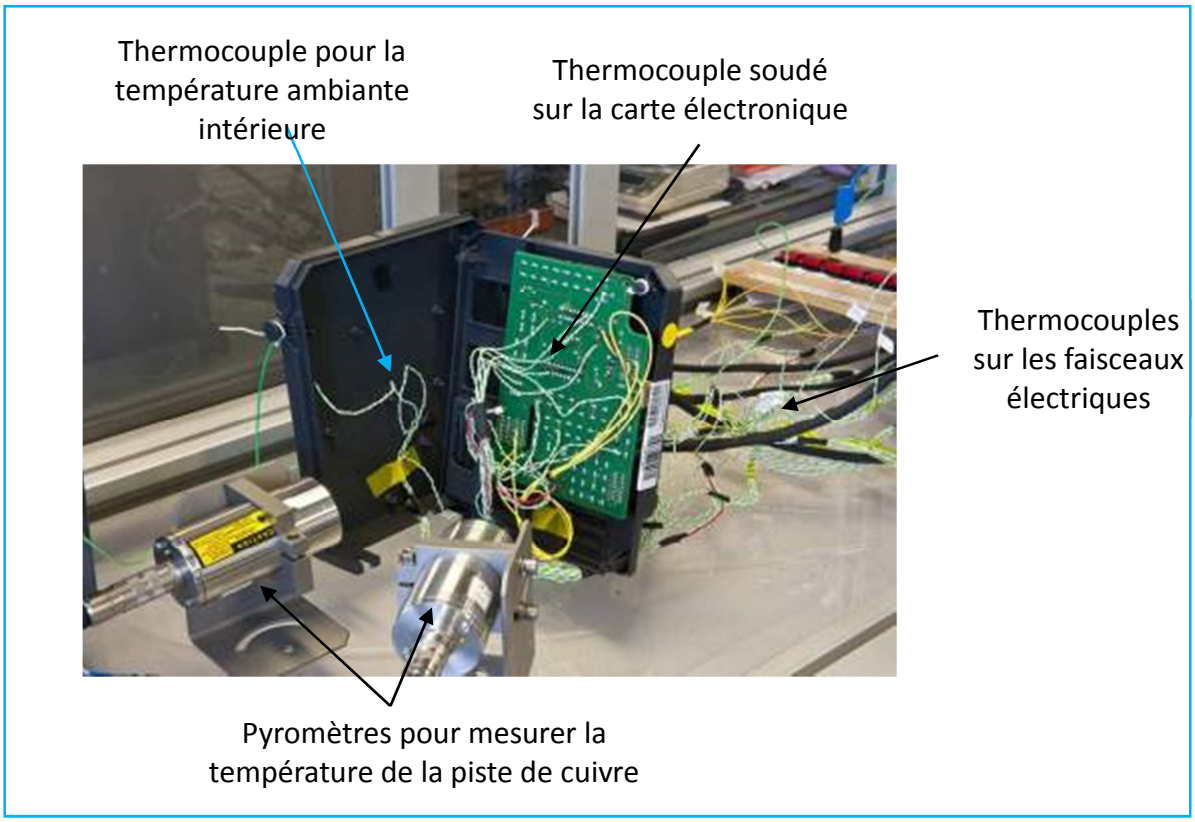


Figure 4.52 : *Présentation du système instrumenté*

La carte électronique utilisée est identique à celle de la partie validation du modèle PCB paragraphe *4.5.1 PCB et boîtier*. La **Figure 4.37** et le **Tableau 4.5** présentent les positions exactes de chaque point de mesure sur le PCB, et le **Tableau 4.7** regroupe les points de mesure supplémentaires utilisés hors du PCB.

Référence Figure 4.10	Elément mesuré
T5C	Température du clip PH-15
T6C	Température du clip PP1-1
T7C	Température du clip PP2-2
T8C	Température du clip PPB-11
T8CL	Température zone de fil électrique libre PPB-11
Température hors carte	
1 thermocouple	Température ambiante du banc d'air calme
2 thermocouples	Température le long du toron 2 fils d'alimentation
4 thermocouples	Température le long du toron 16 fils au départ de PPB
4 thermocouples	Température le long du toron 16 fils au départ de PP1
4 thermocouples	Température le long du toron 16 fils au départ de PH
Autres éléments à mesurer	
1 sonde de courant	Courant total traversant le toron 2 fils au départ de PP2
1 sonde de courant	Courant total traversant le toron 16 fils au départ de PPB
1 sonde de courant	Courant total traversant le toron 16 fils au départ de PP1
1 sonde de courant	Courant total traversant le toron 16 fils au départ de PH

Tableau 4.7 : *Détails des implantations des sondes de mesure*

Quatre thermocouples sont implantés également sur chaque faisceau, à l'exception du toron d'alimentation. L'espacement entre les thermocouples est choisi à l'aide de calculs analytiques présentés au chapitre 2. Il est essentiel que les points de mesure soient représentatifs du profil de température dans la direction longitudinale du toron. Les implantations se situent à 10mm, 105mm, 215mm, 405mm depuis la fin de la zone du fil électrique libre.

40 voies analogiques sont nécessaires pour l'acquisition de toutes ces données, soit deux centrales Fluke. Les thermocouples sont directement soudés sur les languettes des éléments. Pour les mesures de température de l'époxy, un thermocouple est soit soudé sur un point de test de surface, soit collé sur le PCB à l'aide d'une colle thermo-conductrice.

Compte tenu de nombre limité de voies de mesure, les implantations précédentes sont appliquées pour valider le ***niveau « global »*** et le ***niveau « détaillé »***. Pour le ***niveau « circuit »***, il est nécessaire de centrer les mesures sur le circuit en question en gardant les mesures essentielles comme les températures sur le PCB.

Ce système est ré-instrumenté en ajoutant des thermocouples sur une ligne en particulier. Les thermocouples sont soudés sur différents composants, à partir du composant de puissance jusqu'à 40 cm de fil électrique dans le toron. Le nouveau dispositif conserve tous les thermocouples implantés sur le PCB conformément aux informations regroupées dans la **Tableau 4.5**. En revanche, les thermocouples implantés sur les torons sont enlevés à l'exception du toron contenant la ligne. La **Figure 4.53** présente le système instrumenté pour la validation du niveau « circuit ».

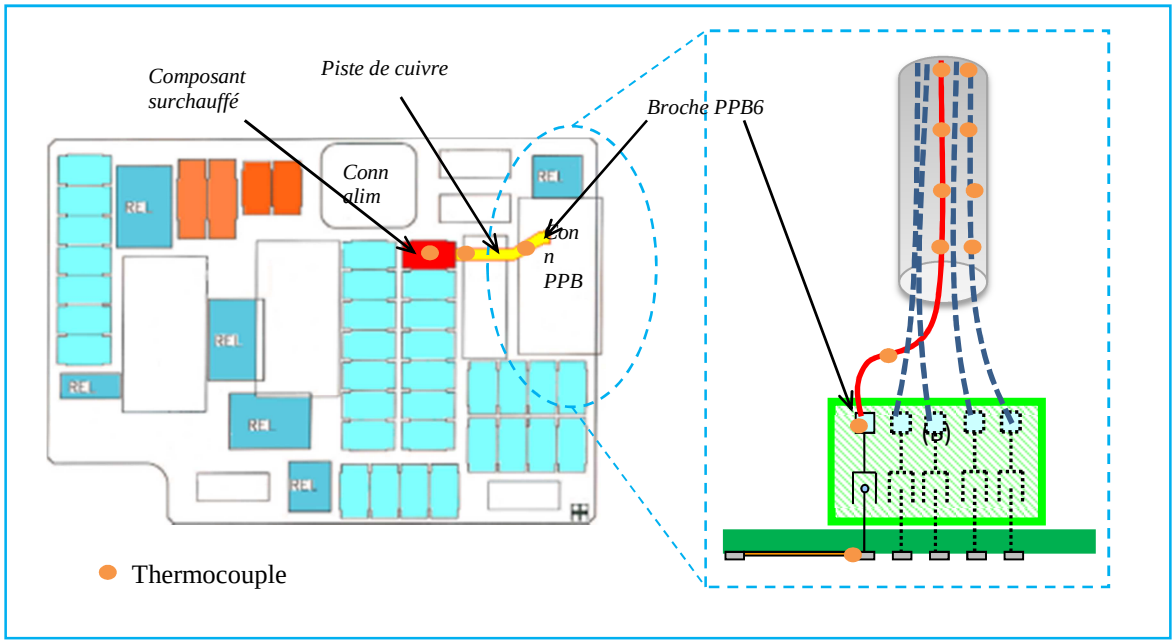


Figure 4.53 : *Système instrumenté pour la validation du niveau « circuit »*

4.6.3 Validation du niveau « global »

Le but du modèle « global » est de calculer la température moyenne du PCB et la température moyenne des capots, permettant ensuite d'en déduire la température moyenne de l'air ambiant à l'intérieur du boitier.

Dans le but de valider en régime permanent les modèles Matlab/Simulink, on traduit les paramètres utilisés pour construire sur FloTHERM les modèles aux volumes finis, en paramètres pour les modèles simplifiés Matlab/Simulink. Le modèle FloTHERM permet de valider les flux thermiques échangés entre le boîtier et les faisceaux ou entre le SEE et le milieu ambiant. Cette validation est effectuée uniquement entre les deux modèles car le flux thermique est difficilement mesurable sur banc d'essai.

La validation finale est réalisée par comparaison de la température du PCB, de la température des capots et de la température ambiante intérieure du boitier. Ces températures sont obtenues par les simulations et les essais expérimentaux. Des essais complètent enfin la validation du modèle en régime transitoire.

Plusieurs configurations de courant de sollicitation sont simulées et testées Seule une configuration est présentée dans ce chapitre.

Le **Tableau 4.8** permet de comparer le flux échangé entre le PCB et les autres composants du système lors d'une simulation. La chaleur totale produite par le boitier est de 19.2W, le courant total étant de 45A. Ce tableau permet de conclure qu'il y a très peu de différence entre les deux résultats de simulation.

Flux échangé avec	Flux total par Flotherm (W)	Flux total par Matlab/Similink (W)
les deux capots	8.76 (50%)	8.83 (46%)
le faisceau	6.04 (27%)	5.57 (29%)
l'ambiance extérieure	4.42 (23%)	4.8 (25%)
Flux total produit	**19.22 (100%)**	**19.2 (100%)**

Tableau 4.8 : *Bilan énergétique des flux échangés entre le PCB et les autres composants*

Les conditions de sollicitations utilisées en simulation sont reproduites sur banc d'essai. Le courant de chaque ligne est contrôlé de telle sorte que la puissance dissipée soit égale à 19,2W. La **Figure 4.54** présente le profil du courant total traversant chaque toron.

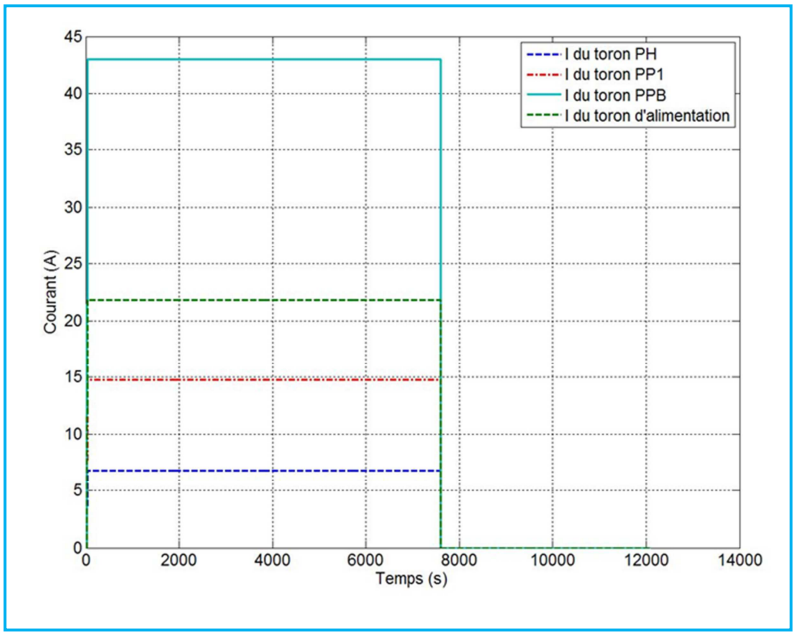


Figure 4.54 : *Profils du courant total dans les différents torons*

La **Figure 4.55** présente la température des capots obtenue par simulation du modèle aux VF FloTHERM, simulation du modèle Matlab et les mesures. Le modèle codé sous FloTHERM permet d'accéder à la cartographie de la température et d'observer ainsi les points chauds sur le boîtier (**Figure 4.55** (A) et (B)). Le capot supérieur situé face aux composants électroniques est le plus chaud et sa température n'est pas homogène. Ce résultat s'explique par la présence des différents composants de puissance comme les relais et les fusibles présents sur la face du PCB. En revanche, la température du capot inférieur est plus homogène. Quant à la température moyenne du capot calculée à partir de toutes ses mailles, elle est utilisée pour comparer les résultats issus de la simulation du modèle Matlab et ceux issus des mesures en régime permanent.

En raison d'un nombre insuffisant de capteurs, la mesure de température des capots est effectuée seulement en deux points (un par capot). D'après la cartographie de la simulation du modèle aux VF sous FloTHERM, ces points sont choisis dans les zones les plus

représentatives, c'est-à-dire celles dont la température est proche de la valeur moyenne et celles ne contenant pas de point chaud.

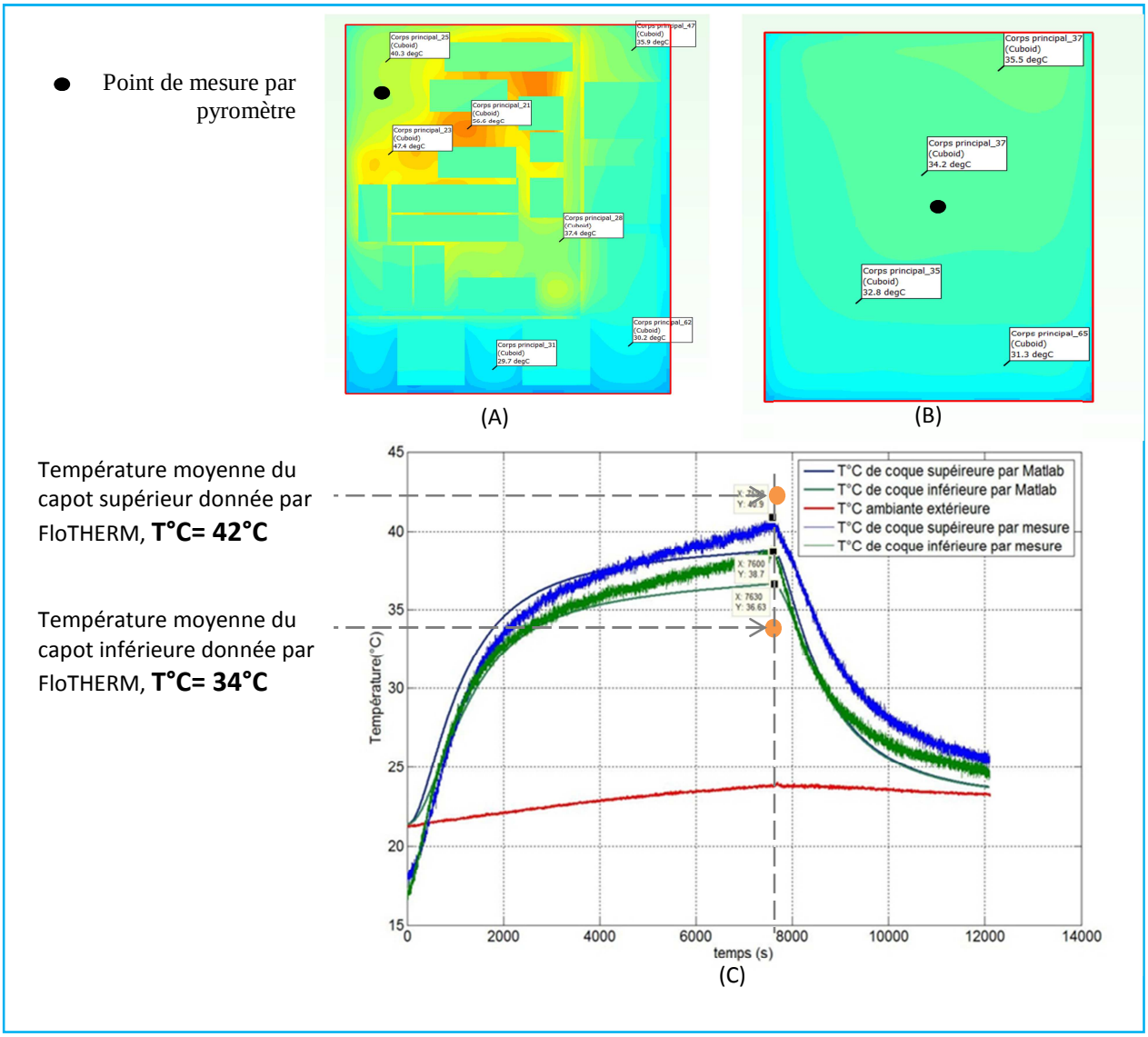


Figure 4.55 : *Comparaison des résultats de simulation et de mesure*
(A): Cartographie de la température du capot supérieur obtenue avec FloTHERM
(B) : Cartographie de la température du capot inférieur obtenue avec FloTHERM
(C) : Evolutions de la température des capots obtenues avec le modèle Matlab et les mesures

La **Figure 4.55** (C) présente l'évolution des températures des capots obtenues à l'aide de la simulation et des mesures. Les réponses simulées et celles mesurées sont très proches. En effet, l'écart maximal est de 2°C, soit 5% en relatif. L'écart maximal entre la simulation FloTHERM et les mesures en régime permanent est de 4°C, soit 10% en relatif.

La **Figure 4.56** présente l'évolution de la température du PCB. La température moyenne du PCB est la moyenne des mesures des différents thermocouples placés sur le PCB. L'écart maximal entre la simulation du modèle Matlab et les mesures est de 2°C, soit 3,6% en relatif. En régime permanent, l'écart entre la simulation du modèle FloTHERM et la mesure est de 2.5°C, soit 4,5% en relatif.

Il est important de noter que la température n'est pas homogène sur le PCB, la différence maximale de température mesurée étant de 12°C.

La **Figure 4.57** présente la cartographie obtenue à l'aide du modèle FloTHERM : la variation de température est de 9°C. Si les résultats de simulation issue du modèle Matlab sont associés à une incertitude de 15%, les courbes extrêmales de température ainsi obtenues (voir les deux courbes en rouge sur la **Figure 4.56**) enveloppent l'ensemble des courbes expérimentales. On peut ainsi affirmer que l'incertitude du modèle Matlab/Simulink est de 15%.

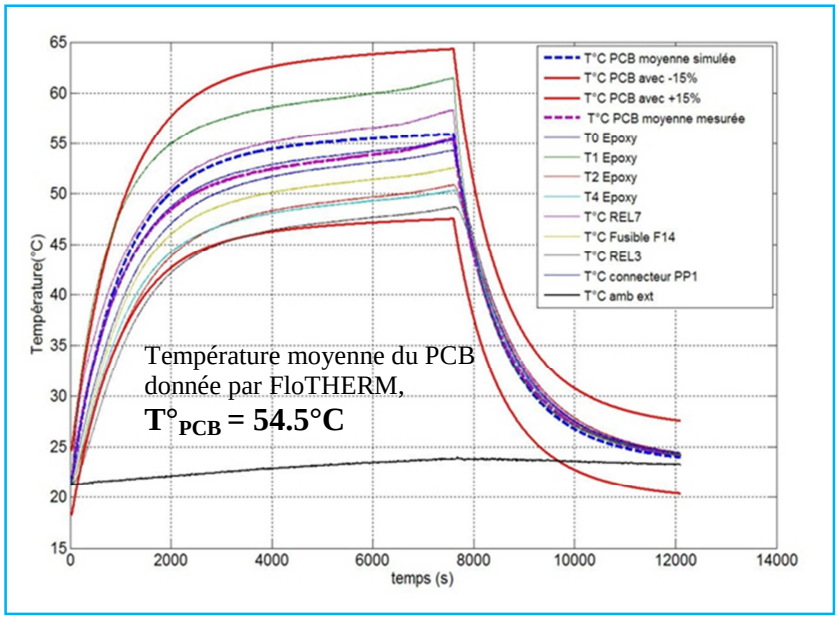


Figure 4.56: *Evolutions de la température des différents points sur le PCB*

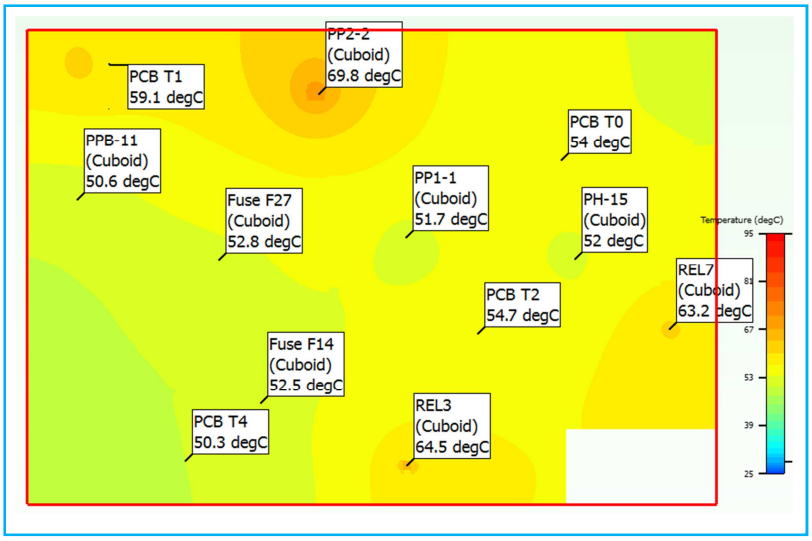


Figure 4.57 : *Cartographie de la température du PCB obtenue à l'aide de FLOTHERM*

Remarque

La cartographie de la température du PCB donnée par le modèle Flotherm est inversée car elle correspond à une vue de dessous du PCB. Les zones 3,6 ,9 sont à gauche et les zones 1, 4,7 sont à droite. L'emplacement de ces zones est visible sur la **Figure 4.37**.

L'évolution de la température ambiante à l'intérieur du boitier est présentée par la **Figure 4.58**. Cette température obtenue à l'aide du modèle Matlab/Simulink est la moyenne des températures du PBC et du boîtier. La mesure de cette température est assurée par les 4 thermocouples placés sur le PCB comme indiqué **Figure 4.37**. La comparaison de ces courbes conduit à un écart maximal de 2°C, soit 4,4%. L'allure de ces courbes étant identique, la validation du modèle « global » de ce boîtier est bien confirmée.

En conclusion, les résultats de validation permettent d'affirmer que le **modèle « global »** d'un SEE incluant un PCB est validé avec une incertitude de 15% sur la température.

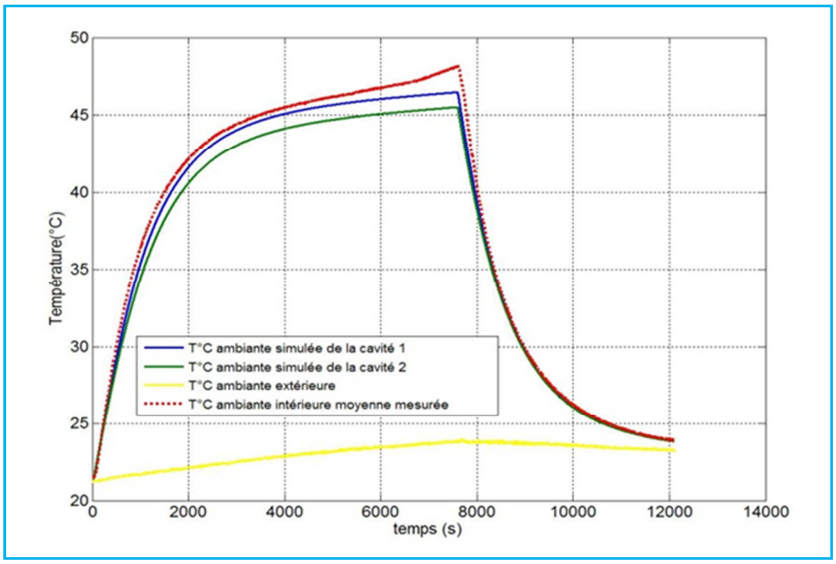


Figure 4.58 : *Evolutions de la température ambiante intérieure du boîtier*

Il est important de rappeler que le modèle « global » a pour but de fournir au modèle « détaillé » la température ambiante à l'intérieur du boitier et le flux de chaleur échangé avec le milieu ambiant extérieur.

4.6.4 Validation du niveau « détaillé »

L'objectif des ***modèles « détaillés »*** est de calculer, non seulement la température des différentes zones sur un PCB, en particulier celle de chaque zone entourant un connecteur, mais aussi la température moyenne d'un connecteur et de son faisceau associé, et ce dans la mesure où ces résultats alimentent ensuite le modèle d'un « circuit ». Plusieurs essais sont effectués, les mesures étant exploitées aussi bien pour le modèle de ***niveau « global »*** que pour celui du ***niveau « détaillé »***. Systématiquement, les mesures sont utilisées pour valider le ***modèle global*** avant de valider le ***modèle « détaillé »*** car ce dernier utilise les résultats du ***modèle « global »***. Dans ce paragraphe, un essai permettant d'illustrer la validation du ***modèle « détaillé »*** de chaque composant (le PCB, puis les connecteurs et enfin les faisceaux) est présenté.

Ainsi, le PCB est divisé en neuf zones qui définissent aussi le nombre de mailles utilisées dans le modèle Matlab/Simulink. La construction de ce modèle se trouve détaillée dans le chapitre 3. Sa validation est donc réalisée par comparaison de la température de chaque zone obtenue à l'aide de la simulation et des mesures.

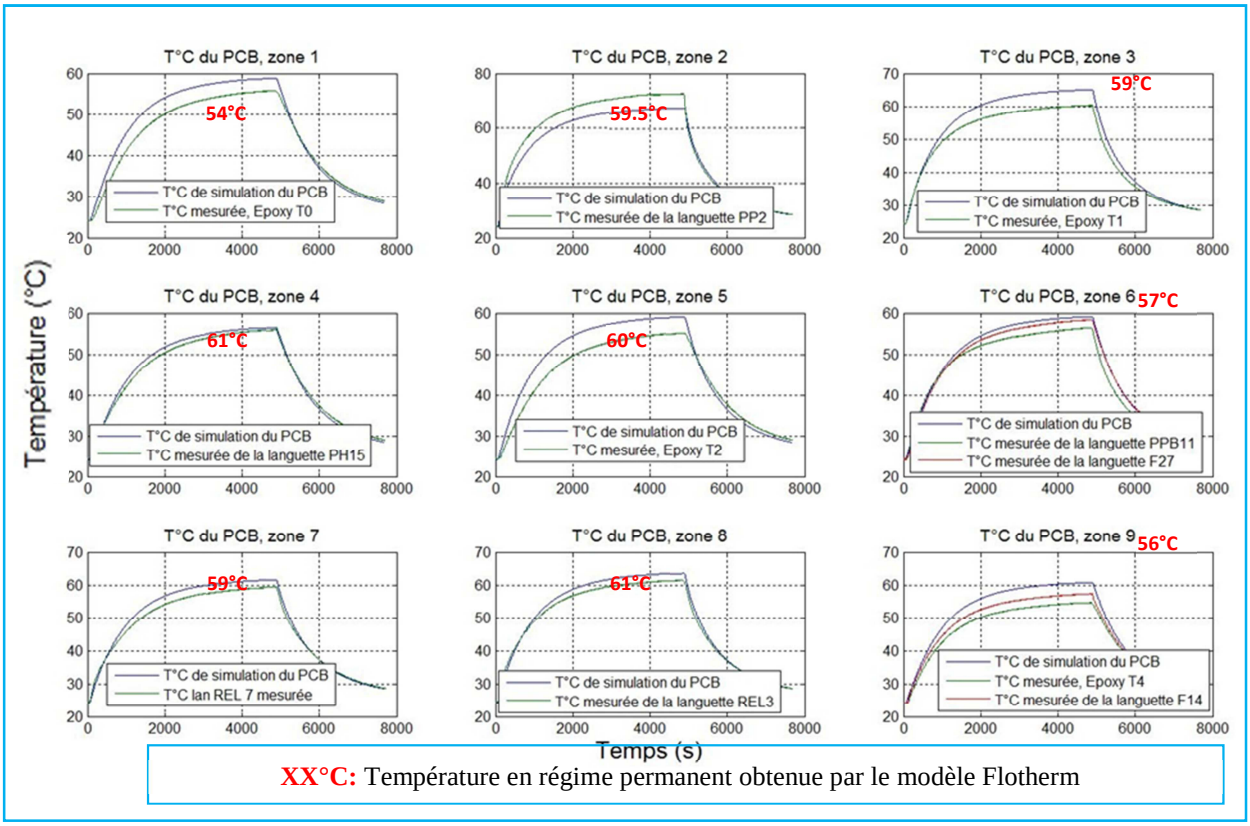


Figure 4.59 : *Evolutions des températures des zones du PCB obtenues à l'aide du modèle Matlab/Simulink et des mesures*

La **Figure 4.59** présente les évolutions des températures du PCB obtenues à l'aide du modèle Matlab/Simulink. L'observation de ces tracés permet d'affirmer que les résultats de simulation sont très proches des résultats d'essais, l'écart maximal étant de 5°C pour une température d'échauffement de 60°C. La comparaison des profils de température des zones du PCB confirme donc bien la validation du modèle codé sous Matlab/Simulink.

Le **Tableau 4.9** permet de comparer, les températures en régime permanent des points observés à l'aide de la simulation du modèle numérique aux VF, des mesures et de la simulation du modèle Matlab/Simulink. Le modèle aux VF donne précisément les températures des points observés, permettant ainsi de les comparer avec celles des points de mesure. En revanche, le modèle Matlab/Simulink ne donne que la température moyenne d'une zone autour de chaque point de mesure. L'écart maximal entre la mesure et la simulation du modèle aux VF est de 5.7°C (soit 11% en relatif, sachant que l'écart moyen est de 6.3%). De la même manière, l'écart maximal entre la mesure et la simulation du modèle Matlab est de 8.6°C (soit 14% en relatif, avec un écart moyen de 6.6%).

Points à comparer	Mesure (T°C)	T°C points Flotherm (T°C)	T°C zone Flotherm (T°C)	Matlab/ Simulink (T°C)	$\Delta T=T_{mesure}-T_{flotherm}$	$\Delta T=T_{mesure}-T_{simulink}$	$\Delta T=T_{flotherm}-T_{simulink}$
PCB T0 (zone 1)	55.5	54	59,5	58.8	1,5	-3,3	0.7
Languette PP2-2 (zone2)	72.63	69,8	61	67.29	2,83	5,34	-6.29
PCB T1 (zone 3)	60.24	59,1	58,7	65.02	1,14	-4,78	-6.32
Languette PH15 (zone 4)	55.92	52	61	56.7	3,92	-0,78	4.3
PCB T2 (zone 5)	50.4	54,7	60,5	59	-4,3	-8,6	0.5
Languette PP1-1 (zone5)	54	51,7	60,5	59	2,3	-5	-
Languette F27 (zone 6)	58.4	52,8	57,2	58.5	5,6	-0,1	-1.3
Languette PPB-11 (zone 6)	56.3	50,6	57,2	58.5	5,7	-2,2	-
Languette Relais 7 (zone 7)	59.4	63,2	59,08	61	-3,8	-1,6	-1.92
Languette F14 (zone 8)	57.2	52,5	61,3	63.5	4,7	-6,3	-2.2
Languette Relais 3 (zone 8)	61	64,5	61,3	63.5	-3,5	-2,5	-
PCB T4 (zone 9)	54.6	50,3	56,1	60.1	4,3	-5,5	-4
Moyenne	**58**	**56,27**	**59,9**	**61**	**3,63 (6,3%)**	**3.83 (6,6%)**	**3.05 (5.08%)**

***Tableau 4.9** : Comparaison des résultats de simulation et de mesure*

Etant donné que le modèle aux VF est très proche des mesures, il est possible d'utiliser ce type de modèle comme référence pour analyser d'autres SEE, mais aussi pour valider le modèle Matlab en régime stationnaire. Le modèle aux VF permet d'obtenir la température moyenne d'une zone utilisée alors comme la température de toutes les mailles situées dans cette zone. D'un point de vue qualitatif, la comparaison des températures des zones obtenues à l'aide des deux types de modèle permet de constater que les résultats sont très proches à l'exception de deux zones (2 et 3) qui possèdent des points chauds localisés et dont les températures sont importantes. D'un point de vue quantitatif, l'écart maximal est de 6.3°C (10% en relatif) avec un écart moyen de 3°C (5% en relatif). Le modèle de niveau « détaillé » de ce PCB est donc validé avec une erreur maximale de 10%.

Le but du ***modèle « détaillé »*** est de calculer la température de l'embase et du porte-clip. Ce niveau donne également les premiers résultats de simulation de température des clips et des languettes, des résultats plus précis étant obtenus ensuite à l'aide du modèle de ***niveau « circuit »***. Compte tenu de la faible intensité des courants de ligne, à l'exception de celle du connecteur d'alimentation, et par manque de voies de mesure, la température mesurée sur les clips et les languettes des connecteurs PP1, PH, PPB est utilisée pour faire une comparaison des températures de l'embase et du porte clip obtenues en simulation car la température de la languette est très proche de celui de l'embase et identiquement dans le cas de clip et porte clip(**Figure 4.60**). L'écart entre les simulations et les mesures est de 5°C sur les trois connecteurs sortant du BS (PH, PPB, PP1). L'écart maximal situé au niveau du connecteur d'alimentation (PP2) est de 10°C (15%). De plus, les évolutions des températures sont similaires pour les 4 connecteurs.

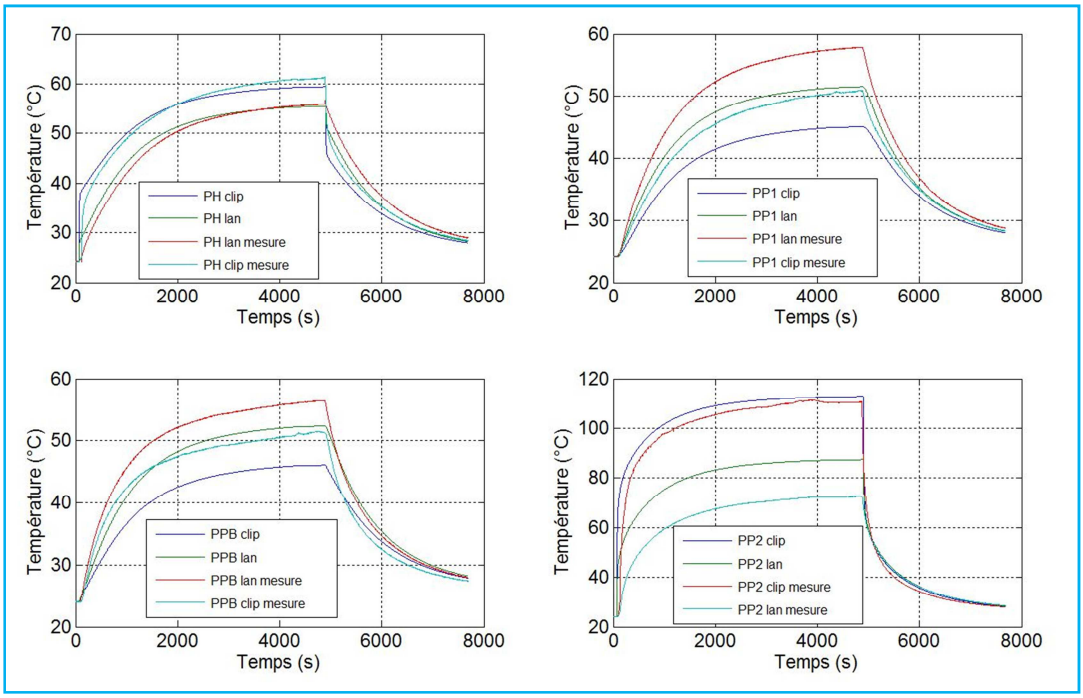


Figure 4.60 : *Evolutions des températures des connecteurs du BS*

La **Figure 4.61** présente la température en régime stationnaire, le long des torons, obtenue à l'aide des mesures, du modèle aux VF et du modèle Matlab. Il y a 4 mesures sur chaque toron de sortie du BSI (PP1, PH, PPB), situées à des distances de 10mm, 100mm, 210mm et 405mm à partir de la fin de la zone du fil électrique libre. Par manque de voies de mesure, il n'y a que 2 mesures à 10mm et 100mm sur le toron d'alimentation. Les températures mesurées et simulées sont très similaires.

La **Figure 4.62** présente les cartographies de la température des deux torons obtenues à l'aide du modèle FloTHERM. La comparaison des résultats obtenus ne fait que confirmer la validation du modèle de diffusion de la chaleur dans la direction longitudinale des torons de notre système. L'écart maximal entre les mesures et la simulation du modèle Matlab est de 2°C (6% en relatif).

La validation, en régime transitoire, du modèle des torons est effectuée à partir des mesures des thermocouples positionnés le long du toron. Seule une des validations est présentée dans ce paragraphe.

La **Figure 4.63** présente les évolutions de la température des 4 points de mesure sur le toron PH situés à une distance de 10mm, 100mm, 210mm et 405mm à partir de la fin de la zone du fil électrique libre. Là encore, les températures simulées et mesurées sont très similaires, l'écart maximal étant de 1.5°C.

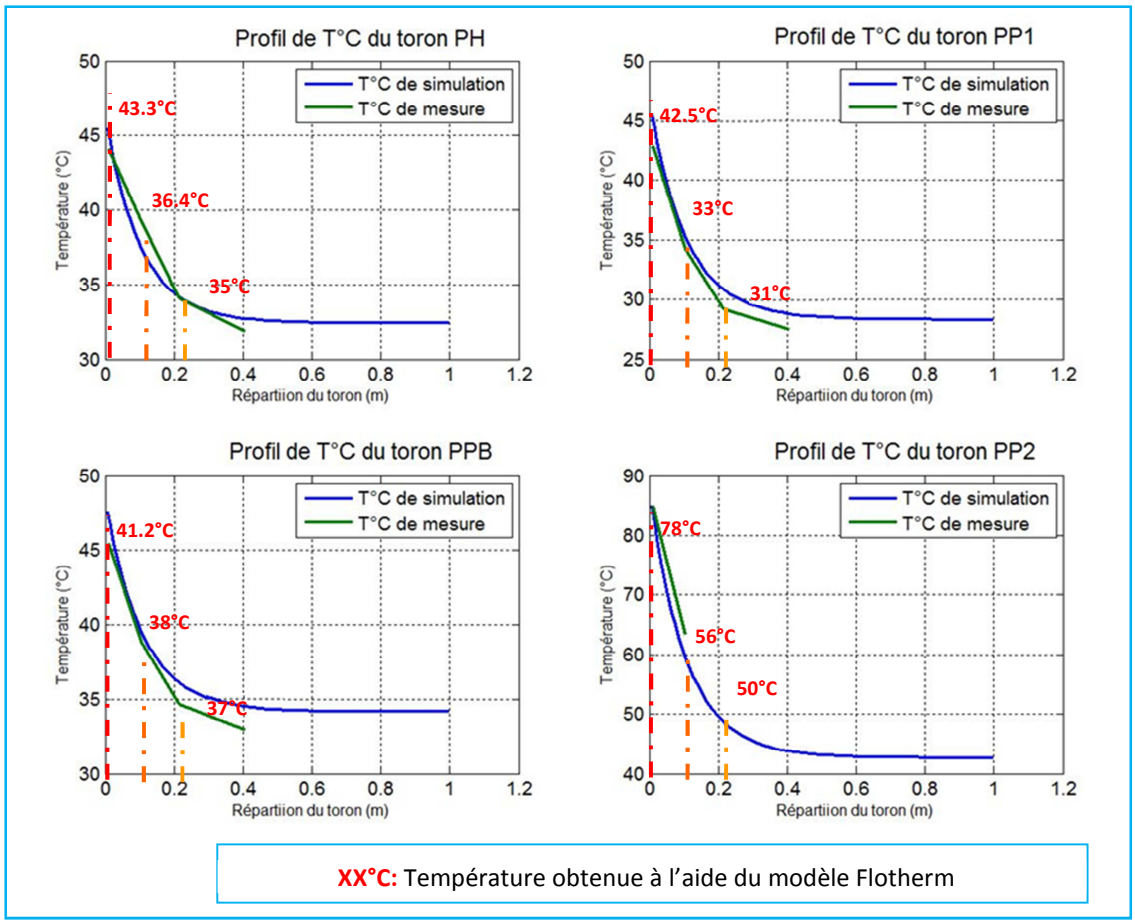


Figure 4.61 : *Températures le long des torons en régime stationnaire obtenues par la simulation et par la mesure*

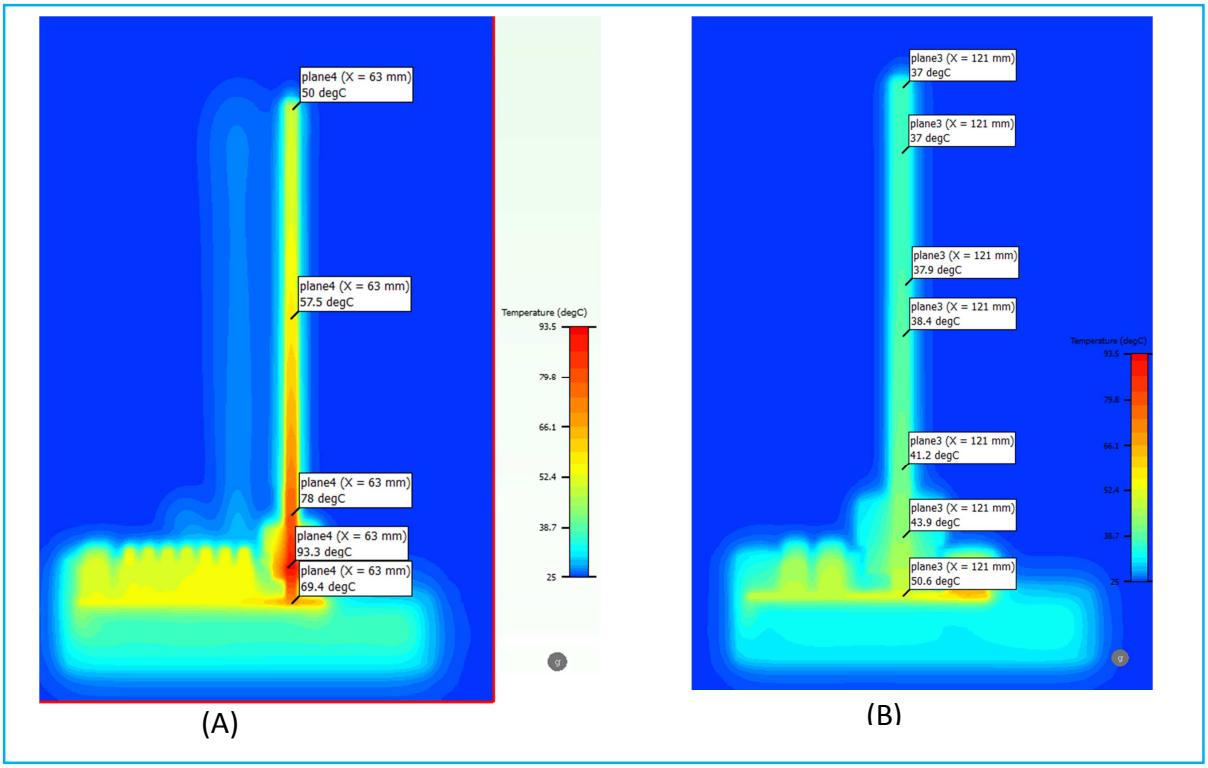


Figure 4.62 : *Cartographies de la température des torons obtenues à l'aide du modèle aux VF (Flotherm) : (A) le toron PH et (B) le toron d'alimentation PP2*

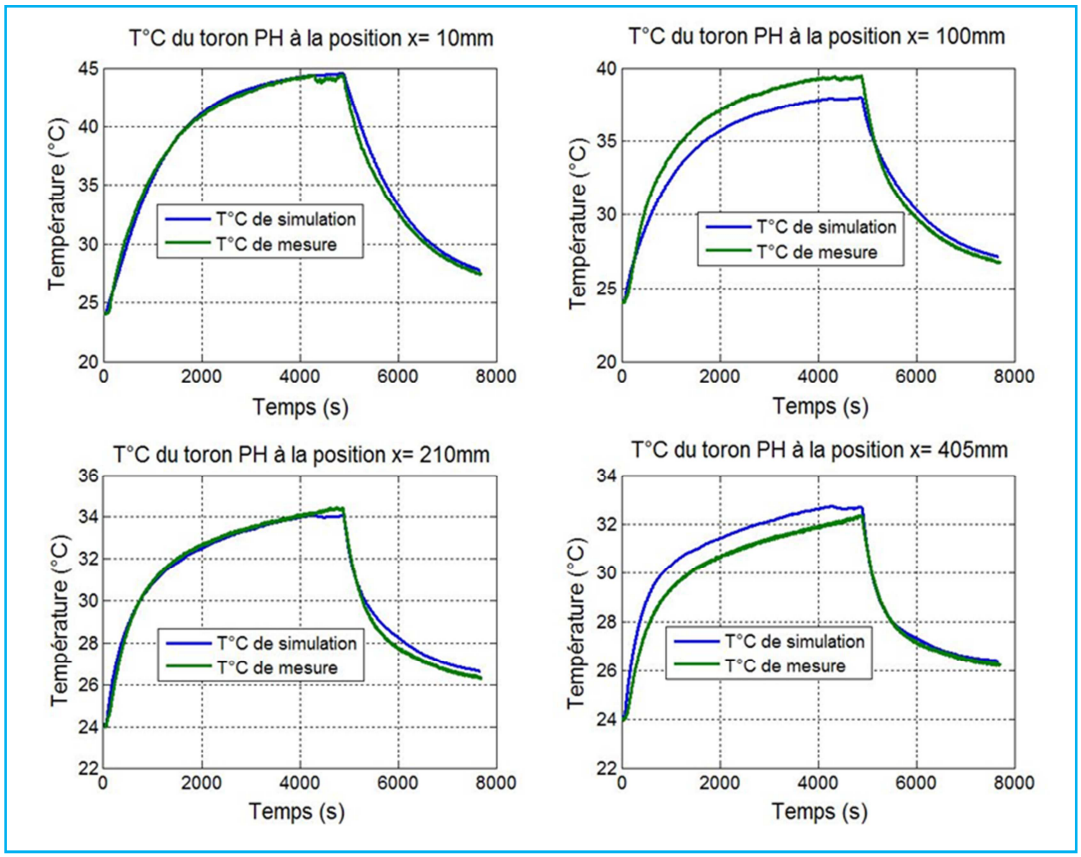


Figure 4.63: *Evolutions des températures du Toron PH pour les 4 points de mesure*

Le ***modèle « détaillé »*** fournit ensuite au ***modèle de niveau « circuit »*** la température de zone, la température le long du toron et les températures de l'embase et du porte-clip.

4.6.5 Validation du niveau « circuit »

Il n'existe pas encore de logiciel commercialisé capable de simuler rapidement une carte électronique complète avec ses pistes de cuivre, car les épaisseurs de ces dernières sont trop faibles. Les logiciels multi-physiques comme ABAQUS ou IDEAS permettent de construire un modèle de boitier complet avec ses pistes de cuivre, mais la taille de ce modèle est très importante dans la mesure où il est nécessaire de détailler les cartes électroniques jusqu'aux pistes et via. Ainsi, le nombre de mailles devient très important, conduisant à des temps de simulation qui peuvent durer plusieurs jours. C'est la raison pour laquelle, compte tenu du temps disponible, le modèle du ***niveau « circuit »*** est validé par les mesures.

Le dispositif est décrit au paragraphe IV.2. Le circuit est constitué d'un composant de puissance, d'une piste de cuivre qui conduit vers la languette de la broche PPB6, puis le clip PPB6 et le fil électrique libre placé dans un toron, le circuit se finissant par une charge. Il est important de prendre en compte la longueur d'oubli du toron. Ainsi, le dispositif est un circuit électrique complet dont le modèle de niveau « circuit » s'arrête à la distance d'oubli.

La **Figure 4.53** présente les points mesurés pour valider le modèle de ***niveau « circuit »***. Le circuit est testé selon deux régimes : nominal et surchauffe (ou court-circuit impédant). Le profil du courant de sollicitation est présenté sur la **Figure 4.64**. La première partie permet d'atteindre la température nominale au bout de 3600s (1 heure). Lorsque la

température est stabilisée, deux surintensités sont introduites pour créer le régime surchauffe.

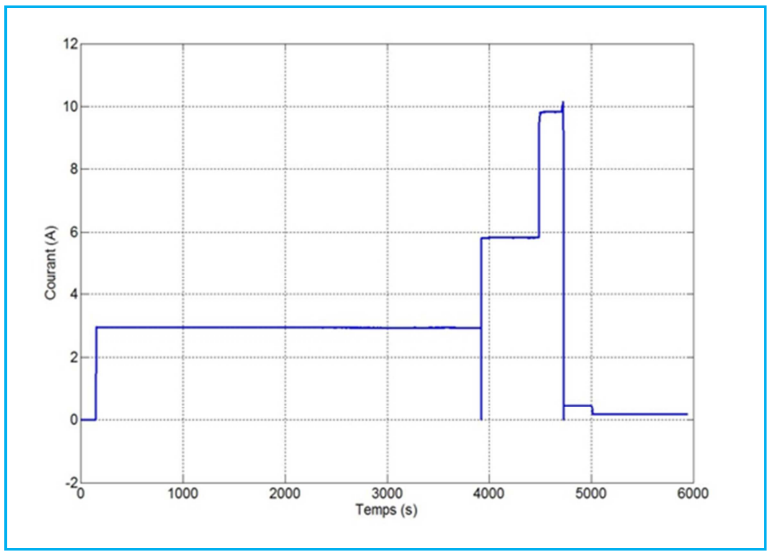


Figure 4.64 : *Profil du courant appliqué au circuit*

La **Figure 4.65** présente les évolutions de la température le long du circuit en réponse au profil du courant appliqué, évolutions obtenues à l'aide de la simulation et des mesures. Les résultats sont très similaires et l'écart maximal est de 5 °C (soit 10%). Il est important de remarquer que la température la plus importante sur ce circuit ne se situe pas toujours au même endroit. En régime nominal, le point chaud se situe au niveau de la piste de cuivre, par contre en régime de surchauffe, le point le plus chaud se trouve au niveau du composant. Par ailleurs, et par manque de moyens de mesure, on ne peut pas comparer la température du point de contact qui constitue un des points critique sur le circuit.

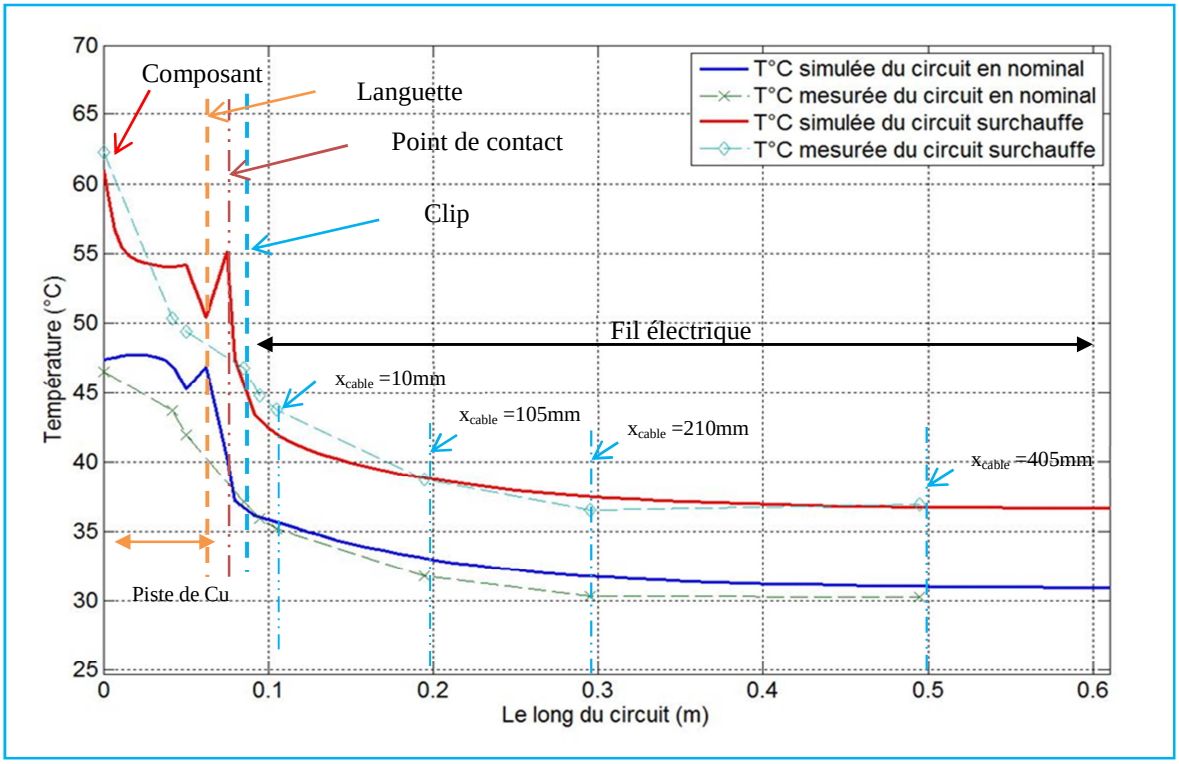


Figure 4.65 : *Profils de température le long du circuit*

Les **Figure 4.66**, **Figure 4.67** et **Figure 4.68** présentent l'évolution de la température de tous les points de mesure. Les courbes de simulation et de mesure étant très similaires (l'écart maximal est de 2°C), le modèle de ***niveau « circuit »*** est validé.

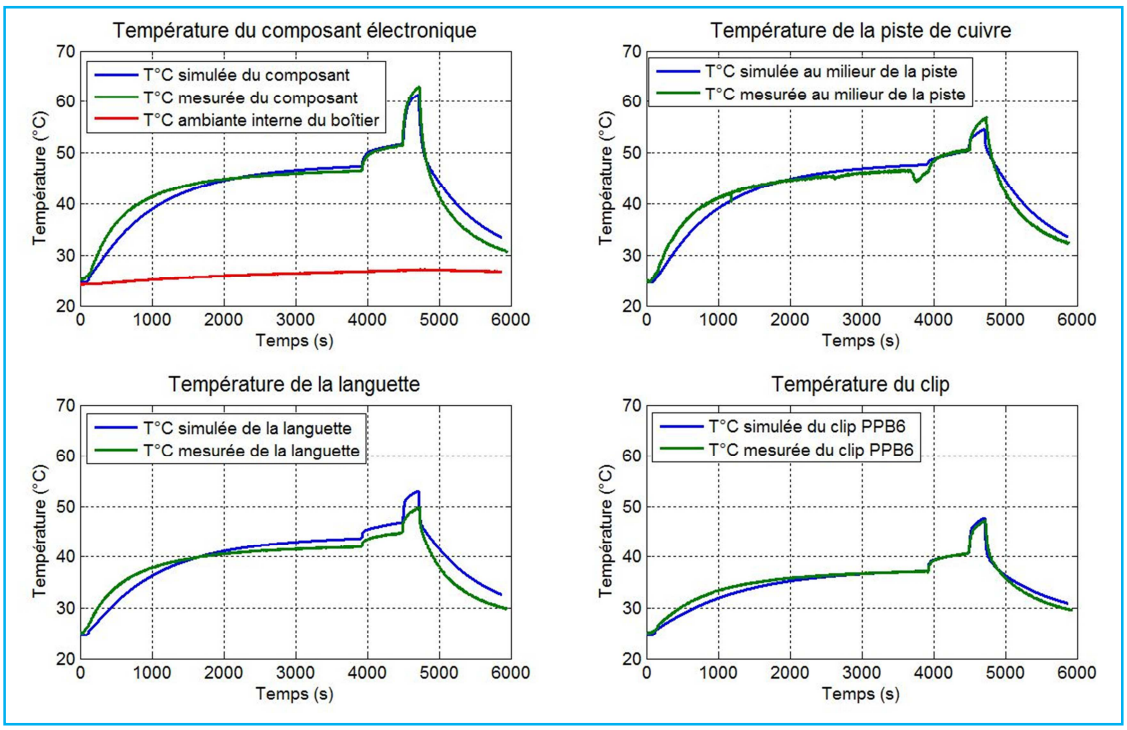


Figure 4.66 : *Evolutions de la température des différents composants situés sur le PCB*

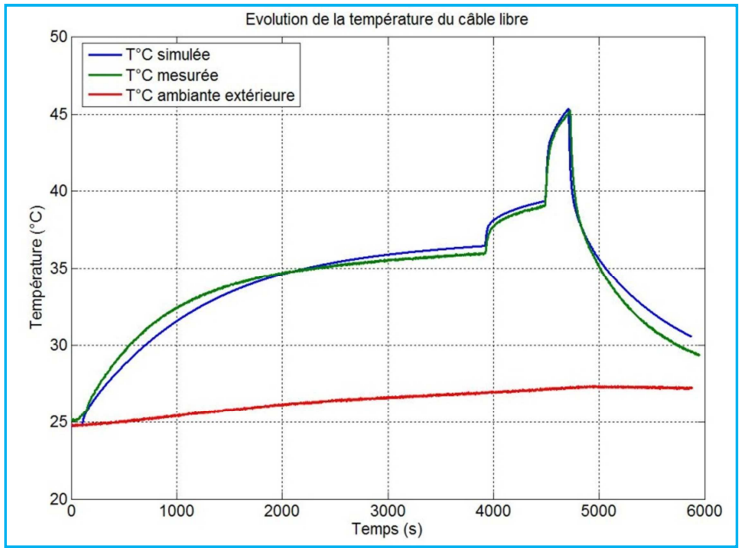


Figure 4.67 : *Evolutions de la température du fil électrique libre*

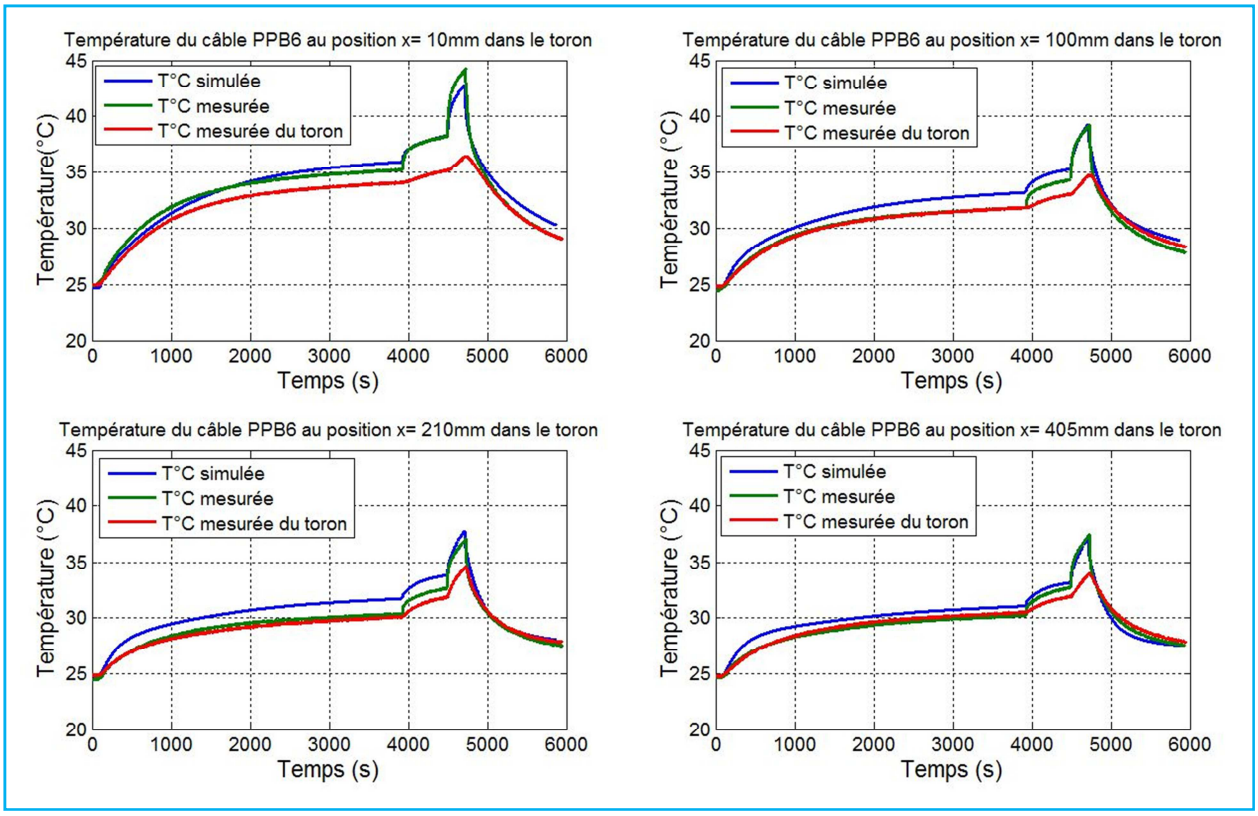


Figure 4.68 : *Evolutions de la température du fil électrique au niveau des différents points situés le long du toron PPB*

4.7 Conclusions et perspectives

Ce chapitre propose une méthode de validation d'un modèle électrothermique avec une progression en plusieurs étapes basée sur celle d'un cycle en V. Ainsi, dans une première étape, le modèle des composants de base est validé soit par la mesure, soit par la simulation numérique, soit par les deux. Puis, les modèles des deux sous-systèmes (faisceau et boitier) qui composent le SEE, sont validés. Finalement, les modèles des trois niveaux sont validés sur un SEE qui compose ces sous-systèmes.

Ces modèles sont validés en statique et en dynamique avec une précision de 10% selon le niveau de modélisation et le composant. La validation du comportement dynamique est effectuée en sollicitant le système étudié par palier du courant. Cette validation est satisfaisante si le courant varie lentement. Il est nécessaire d'utiliser des Signaux Binaire Pseudo Aléatoire (SBPA) pour améliorer la validation dynamique, car ce signal permet de solliciter le système uniformément sur une large bande de fréquence

- Le ***niveau « global »*** donne des températures de différentes parties du SEE avec une erreur de 15%. En ce qui concerne la température du boitier et la température moyenne du PCB, les températures sont données avec une précision de 10%.
- Le ***niveau « détaillé »*** fournit des résultats au niveau de la température des différentes parties (ou zones) du PCB avec une précision de 6à 7%.
- Le ***niveau « circuit »*** conduit à des résultats sur tous les composants du circuit avec dans les cas le plus défavorable une précision de 10%.

Il est à noter que les résultats obtenus avec les modèles de diffusion de chaleur basés sur la dérivation non entière et dans le cas du fil électrique, du toron et de la piste de cuivre sont comparables à ceux obtenus par la mesure ou la simulation du modèle numérique Abaqus.

Le système étant non linéaire et la validation étant effectuée seulement sur un domaine de fonctionnement particulier, il n'est pas possible de conclure quant à la validité du modèle quel que soit le domaine de fonctionnement. Cependant, le domaine de validité peut être étendu et enrichi en suivant la démarche proposée dans ce mémoire, et ce par la diversification des composants de base, des sous-composants et des configurations des différents SEE.

Le SEE testé dans ce cadre est un système de faible consommation avec une distribution limitée. Il serait intéressant de valider la méthodologue de modélisation à trois niveaux que nous avons proposés sur différents SEE de puissance avec distribution plus importante.

En perspective, les limites de validité du modèle restent à étudier. Cette limite comprend la configuration physique du SEE, la sollicitation du courant et les domaines de validité en temporaire et fréquentielles.

La dernière partie de cette mémoire va à présent exploiter les trois niveaux de modélisation rechercher les points du SEE thermiquement critiques et pour définir différentes stratégies de protection de ces points.

Chapitre 5 Lois de pilotage et applications industrielles

SOMMAIRE

Chapitre 5 Lois de pilotage et applications industrielles 219

5.1 Introduction 220
5.2 Recherche des situations critiques 220
5.3 Différentes stratégies de protection 224
5.3.1 Analyse fonctionnelle externe 224
5.3.2 Analyse fonctionnelle interne 225
5.3.3 Stratégies de protection du fil électrique par deux étapes 226
5.4 Analyse du processus 227
5.4.1 Analyse du processus à base d'un fil électrique de longueur infinie 228
5.4.2 Analyse du processus à base d'un fil électrique de longueur finie 234
5.5 Structure des lois de protection 239
5.5.1 Stratégie de remplacement du fusible 241
5.5.2 Stratégie de régulation de la température des points critiques 241
5.6 Implantation des lois de protection 255
5.6.1 Construction de banc d'essai 255
5.6.2 Structure logicielle 257
5.6.3 Discrétisation du régulateur 259
5.6.4 Protocole d'essai et résultats d'essai 262
5.7 Conclusion 268

5.1 Introduction

Les chapitres 2 et 3 ont permis d'élaborer une boîte à outils pour la modélisation électrothermique de circuits électroniques, et le chapitre 4 a validé ces "outils". Dans ce chapitre, les modèles précédemment développés sont tout d'abord utilisés pour rechercher les points critiques d'un circuit électrique. Ces modèles sont ensuite utilisés pour construire des lois de protection pour ces différents points critiques.

En effet, dans le domaine de l'automobile, l'ajout de capteur de température présenterait un surcoût important dans le cadre de l'implantation de lois de protection thermiques. Les modèles construits au chapitre 3 sont donc utilisés pour construire des capteurs virtuels ou des estimateurs de température des points critiques. Ces estimateurs utilisent la mesure de la température ambiante et la mesure du courant donnée par le Smart Fuse. Ils sont utilisés pour différentes stratégies de protections, à savoir :

- ✓ Remplacement d'un simple fusible (tout ou rien) : cette stratégie consiste à couper le courant lorsque la température des points critiques donnée par l'estimateur dépasse la température limite.
- ✓ Régulation de température des points critiques : cette stratégie consiste à diminuer, par hachage, le courant circulant dans le conducteur (MLI en français et PWM en anglais). Différents régulateurs sont utilisés : PI, commande robuste. La loi de protection doit prendre en compte la charge, car elle fait partie de la boucle de régulation et c'est elle qui impose le courant circulant dans un circuit. En raison de la diversité des charges alimentées par un boitier de commande et de la diversité des profils du courant, la commande CRONE (commande robuste d'ordre non entier) est utilisée dans le but de limiter le nombre de lois de commandes nécessaire pour assurer la robustesse du degré de stabilité de la loi de protection. Ainsi, une seule loi de commande de type CRONE pourra alors être utilisée pour tous les types de charge.

5.2 Recherche des situations critiques

Si la température d'un point du SEE risque de dépasser la limite admissible, alors ce point est considéré comme un point critique. Il est important de noter que la température limite admissible n'est pas identique pour tous les composants du SEE. Ainsi cette température limite peut varier selon le type de composant de 105°C jusqu'à 175°C.

Compte tenu de la méthode de modélisation à trois niveaux adoptée dans les chapitres précédents, la température d'un circuit est calculée au niveau circuit. Afin de rechercher les points critiques, deux systèmes construits aux chapitres 3 et 4, à savoir le sous-système d'un circuit présenté dans la partie *4.5.4 Sous-ensemble d'un circuit du chapitre 4* et le circuit d'un système complet présenté dans la partie *3.5.4 Construction du modèle de niveau circuit* du chapitre 3, sont paramétrés identiquement et simulés. D'après

nos études de modélisation et de validation des modèles, les paramètres susceptibles d'avoir de fortes influences sur la température d'un circuit sont les suivants :

- puissance dissipée par le composant de puissance ;
- longueur de la piste de cuivre ;
- largeur de la piste de cuivre ;
- résistance de contact ;
- taux IACS de la languette ;
- longueur de la languette.

Une situation critique est un court-circuit impédant sur le circuit lorsque la température du PCB et du toron est importante mais pas encore au niveau de la limite acceptable. Dans une telle situation, et afin de trouver des points critiques, les modèles de circuit sont simulés en faisant varier un par un les paramètres précédemment énumérés par rapport à leur valeur nominale. Les valeurs nominales des paramètres et les variations que nous avons utilisés sont regroupés dans le **Tableau 5.1**.

Paramètre	Symbole	Valeur nominale	Variation
Puissance dissipée par le composant de puissance	P_{compo}	0.5W	{0.2 ; 1.5}
Longueur de la piste de cuivre	l_{cu}	5cm	{2 ; 10}
Largeur de la piste de cuivre	W_{cu}	2,5mm	{1 ; 5}
Résistance de contact	R_{conn}	0.8 mΩ	{0.4 ; 2}
Taux IACS de la languette	τ_{IACS}	0.4	{0.2 ; 0.8}
Longueur de la languette	l_{lan}	25mm	{10 ; 25}
Courant	I_{ligne}	8A	{0 ; 15}
Température ambiante*	T_{amb}	90 °C	90

Tableau 5.1 : *Paramètres du système : valeurs nominales et variations considérées*
(*) 90°C corespond à un cas d'études théorique

Suite aux simulations réalisées, les combinaisons de paramètres conduisant aux cas extrêmes sont recherchées.

Les résultats de cette recherche effectuée à la suite de la simulation d'un circuit seul (présenté dans la partie *4.5.4 Sous-ensemble d'un circuit du chapitre 4*) et en faisant varier un à un les paramètres des circuits sont présentés dans le ***Tableau 5.2***.

Paramètre à étudier	Valeur nominale	Variation	T_{compo} (°C)	Max T_{cu} (°C)	T_{lan} (°C)	T_{conn} (°C)	T_{clip} (°C)	Max T_{cab} (°C)
Température limite	**/**	**/**	**175**	**175**	**175**	**125**	**125**	**125**
Cas nominal	**/**	**/**	**111.5**	**110**	**115**	**114**	**113**	**111**
Puissance dissipée du composant de puissance	0.5W	0.2 W	101	110	**115**	**114**	113	111
		1.5W	**153**	142	115	**114**	113	111
Longueur de la piste de cuivre	50mm	20mm	112	114	**116**	**115**	114	111
		100mm	111.5	109	**114**	**113**	112	110
Largeur de la piste de cuivre	2,5mm	1mm	119	**145**	119	**117**	115	113
		5mm	108	108	**115**	**114**	113	111
Résistance de contact	0.8 mΩ	0.4	111.5	110	**112**	**111**	110	108
		2	111.5	114	**122**	**123**	121	117
Taux IACS de la languette	0.4	0.2	111.5	123	**137**	**126**	124	120
		0.8	**111.5**	110	107	**107**	107	106
Longueur de la languette	25mm	10mm	**111.5**	110	105	**106**	105	104.5
Courant	8A	15A	**179**	**173**	**182**	**176**	**172**	**163**
Température ambiante	90 °C	90	/	/	/	/	/	/

Tableau 5.2 : *Résultats de simulation du sous-système d'un circuit*

En appliquant la même procédure sur un circuit du SEE qui est présenté dans la partie *3.5.4 Construction du modèle de niveau circuit* du chapitre 3, le **Tableau 5.3** présente les résultats de simulation obtenus. Pour cette simulation, le PCB produit 27.5W et le courant parcourant tous les fils électriques du toron connecté au circuit est fixé à 1.5A.

Paramètre à étudier	Valeur nominale	Variation	T_{compo} (°C)	Max T_{cu} (°C)	T_{lan} (°C)	T_{conn} (°C)	T_{clip} (°C)	Max T_{cab} (°C)
Température limite	**/**	**/**	**175**	**175**	**175**	**125**	**125**	**125**
Cas nominal	**/**	**/**	**143**	**150**	**129**	**122**	**118**	**114**
Puissance dissipée par le composant de puissance	0.5W	0.2 W	142	**150**	129	**122**	118	114
		1.5W	147	**150**	129	**122**	118	114
Longueur de la piste de cuivre	50mm	20mm	143	**145**	129	**122**	118	114
		100mm	143	**152**	129	**122**	118	114
Largeur de la piste de cuivre	2,5mm	1mm	144	**170**	129	**122**	118	114
		5mm	143	**147**	129	**122**	118	114
Résistance de contact	0.8 mΩ	0.4	143	**150**	128	**121**	117	114
		2	143	**150**	131	**127**	121	116
Taux IACS de la languette	0.4	0.2	143	**150**	134	**122**	118	114
		0.8	143	**150**	129	**124**	118	114
Longueur de la languette	25mm	10mm	143	**150**	130	**125**	120	115
Courant	8A	15A	**169**	**166**	**158**	**142**	**134**	**129**
Température ambiante	90 °C	90	/	/	/	/	/	/

Tableau 5.3 : *Résultat de simulation d'un circuit du SEE*

Les résultats de simulation des deux systèmes montrent que le point le plus chaud n'est pas toujours le même. Ces points sont représentés par les cases rouges des ***Tableau***

5.2 et **Tableau 5.3**. Ces points chauds sont localisés entre le composant et le point de contact. Par contre, parmi ces points chauds, le point de contact est le plus critique car sa température est la plus proche de la température limite.

La variation du courant peut avoir un effet important sur la température de tout le circuit, ce qui confirme encore une fois la dangerosité d'un court-circuit impédant. La température du circuit situé dans un PCB surchauffé est plus élevée que lorsqu'il est hors du boîtier. Par contre le circuit dans un PCB surchauffé résiste mieux aux disfonctionnements que le circuit hors du boîtier car le PCB et le toron participent au refroidissement du circuit en cas de disfonctionnement.

En dehors de la surchauffe provoquée par le courant, les résultats montrent également que la résistance de contact, la taille de la piste de cuivre et le taux IACS influencent fortement les températures du clip et du fil électrique. Il est possible qu'elles dépassent leur limite sans un forte l'augmentation du courant.

Le mauvais dimensionnement du circuit peut provoquer la surchauffe du circuit, surchauffe qui s'aggrave lors de disfonctionnements. Dans le but de définir un cas d'étude critique, un circuit dimensionné au plus juste est considéré et les conditions suivantes sont adoptées : un taux IACS plus bas pour la languette (τ_{IACS} = 0.2), un contact défaillant de résistance égale à 2 mΩ, un courant nominal I_{ligne}=8A et une surintensité pour simuler un court-circuit impédant à savoir I_{ligne}=12A.

Le **Tableau 5.4** montre que tous les changements peuvent avoir des effets négatifs sur la température du point de contact. Le pire cas correspond à une surintensité au niveau d'un connecteur défaillant. La température du point de contact devient très importante et elle entraine la surchauffe du clip, puis du fil électrique. Il est très important de noter que la température du fil électrique au-delà de la distance d'oubli est inférieure à la limite admissible malgré une surchauffe au bout du fil électrique.

Configuration à étudier	**T_{compo} (°C)**	**Max T_{cu} (°C)**	**T_{lan} (°C)**	**T_{conn} (°C)**	**T_{clip} (°C)**	**Max T_{cab} (°C)**	**$T_{cab\ de\ infini}$ (°C)**
Température limite	**175**	**175**	**175**	**125**	**125**	**125**	**125**
Nominale : I=8A, R_{conn}=0.8mΩ	**143**	**150**	**129**	**122**	**118**	**114**	**98**
Nominale : I=8A, R_{conn}=2mΩ	**143**	**150**	**136**	**126**	**121**	**115**	**98**
Court-circuit impédant **I=12A, R_{conn}=0.8mΩ**	**151**	**160**	**159**	**139**	**132**	**125**	**104**
Court-circuit impédant **I=12A, R_{conn}=2mΩ**	**151**	**161**	**164**	**150**	**138**	**128**	**104**
Circuit sans boitier Court-circuit impédant **I=12A, R_{conn}=2mΩ,**	**124**	**135**	**150**	**137**	**132**	**122**	**99**

Tableau 5.4 : *Température du circuit dans les différentes configurations*

En conclusion

- Il est nécessaire d'avoir un bon dimensionnement du système dès la conception, le dimensionnement doit prendre en compte la chaine complète depuis le boitier électronique.
- De même que la protection actuelle du fil par fusible ou MOSFET, la conception d'une nouvelle protection devra prendre en compte le point de contact dans le connecteur, afin que celui-ci ne soit pas un point trop chaud. La protection du fil doit inclure les marges suffisantes pour protéger la portion de fil près du boîtier et le point de contact.

La suite de ce mémoire présente différentes analyses pour la mise en place des stratégies de protection. Ces stratégies sont basées sur le modèle développé aux chapitres 2 et 3.

5.3 Différentes stratégies de protection

Dans le cadre de cette thèse, des stratégies de protection par logiciel sont proposées pour les deux cas d'étude suivants : un fil électrique de longueur infinie., et un fil électrique de longueur finie dans le but d'envisager une protection de l'extrémité du fil électrique potentiellement chauffée par le boîtier. Le but des lois qui sont proposées se limitera à protéger le fil électrique contre la surchauffe lente (cas de courts-circuits impédants).

Ces stratégies préliminaires n'ont pas pour objet une application industrielle telle que, mais de faire une première exploration en vue d'une future protection par logiciel contre les courts-circuits.

On se place dans le cas d'un fil électrique seul et non dans un toron. Compte tenu de l'analyse de la partie précédente sur les points critiques, la protection d'un fil électrique de longueur finie doit prendre en compte dans le cas de surintensités, la variation de la résistance de contact.

Avant de définir les stratégies de protection, une analyse fonctionnelle externe et interne du système a d'abord été effectuée dans le but de définir une CDC de protection.

Parmi les deux analyses fonctionnelles effectuées, l'une est une analyse externe qui sert à clarifier les fonctions principales et les contraintes. L'autre est une analyse interne qui permet de définir les différents composants à l'intérieur du système et les liaisons entre ces composants.

5.3.1 Analyse fonctionnelle externe

La **Figure 5.1** illustre les liaisons, les fonctions et les contraintes principales d'une loi de protection. Ces fonctions et contraintes sont ensuite détaillées dans le **Tableau 5.5**.

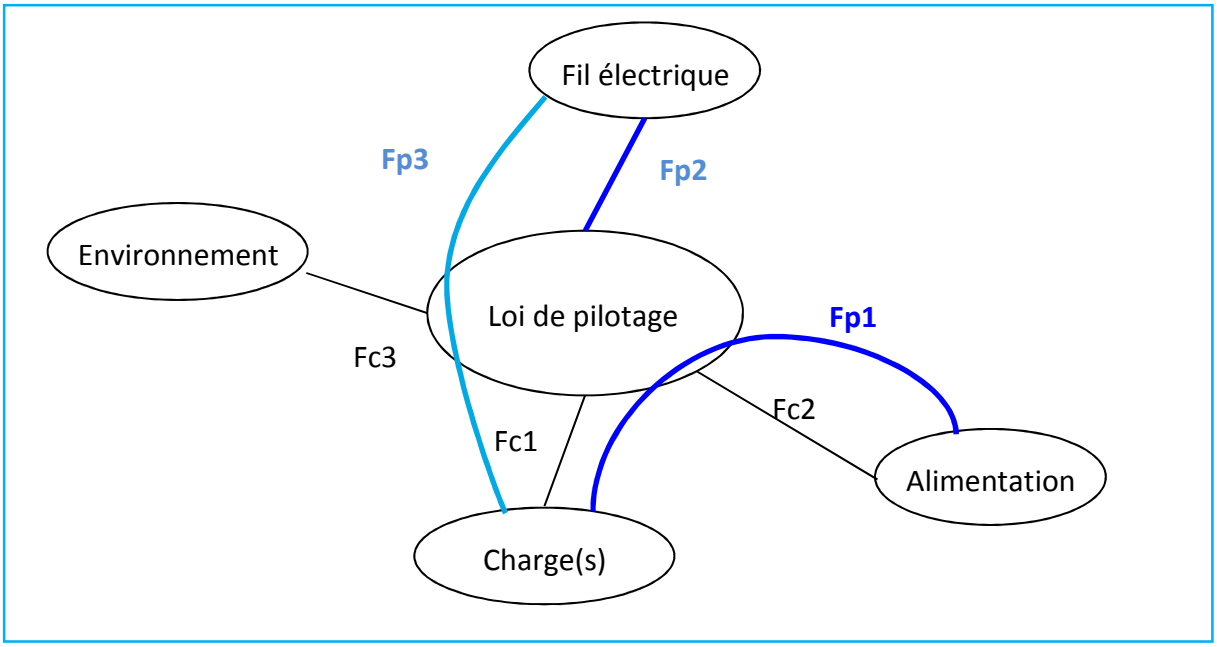


Figure 5.1: *Diagramme d'analyse externe*

Fonction principale	Description
Fp1	Assurer le passage du courant dans le fil électrique entre l'alimentation et la (les) charge(s) lorsque la charge est activée.
Fp2	Assurer le non dépassement de la température limite du fil électrique et du circuit
Fp3	Assurer que le courant circulant dans le fil électrique est identique au courant de la charge
Fonction contrainte	
Fc1	La charge décide du courant consommé, la loi de pilotage pilote le courant uniquement dans le cas où une des T°C limites est dépassée
Fc2	L'alimentation décide de la tension maximale et de la puissance maximale fournie
Fc3	Prise en compte des variations d'environnement (habitacle, sous capot…)

Tableau 5.5: *Fonctions principales et contraintes de la loi de pilotage*

Compte tenu de la fonction Fp1 et de la contrainte Fc1, il est nécessaire d'avoir deux états dans la loi de protection : un état de **fonctionnement normal** et un état de **dysfonctionnement**. Dans le premier état le courant est piloté par la charge et correspond au fonctionnement normal (Fp1, Fc1, Fp3). Le deuxième état assure la protection thermique du fil dans le cas de surchauffe (Fp2, Fp3). Le passage d'un état à l'autre est déduit de la surveillance de la température et du courant du fil électrique, cette surveillance prend en compte la variation de la température ambiante, (Fc3).

5.3.2 Analyse fonctionnelle interne

Suite à l'analyse externe, une analyse interne est effectuée pour définir les besoins au niveau de la loi de protection qui protègerait un fil. La **Figure 5.2** illustre les liens entre les

fonctions à l'intérieur de la loi de protection, ce qui permet d'effectuer les remarques suivantes.

- La surveillance doit avoir des informations sur le câble et notamment le courant et la température. Il est donc nécessaire d'avoir des capteurs (réels ou virtuels) de température du câble, de température ambiante, et un capteur du courant.
- Pour piloter le courant, il faut avoir un organe qui pilote soit le courant, soit la tension d'alimentation. Cet organe est piloté par deux états du système. Les deux états donnent des ordres à l'étage de pilotage qui va soit ouvrir, soit fermer le circuit ou encore activer un PWM. Le but est d'assurer le non dépassement de la température limite du fil électrique.

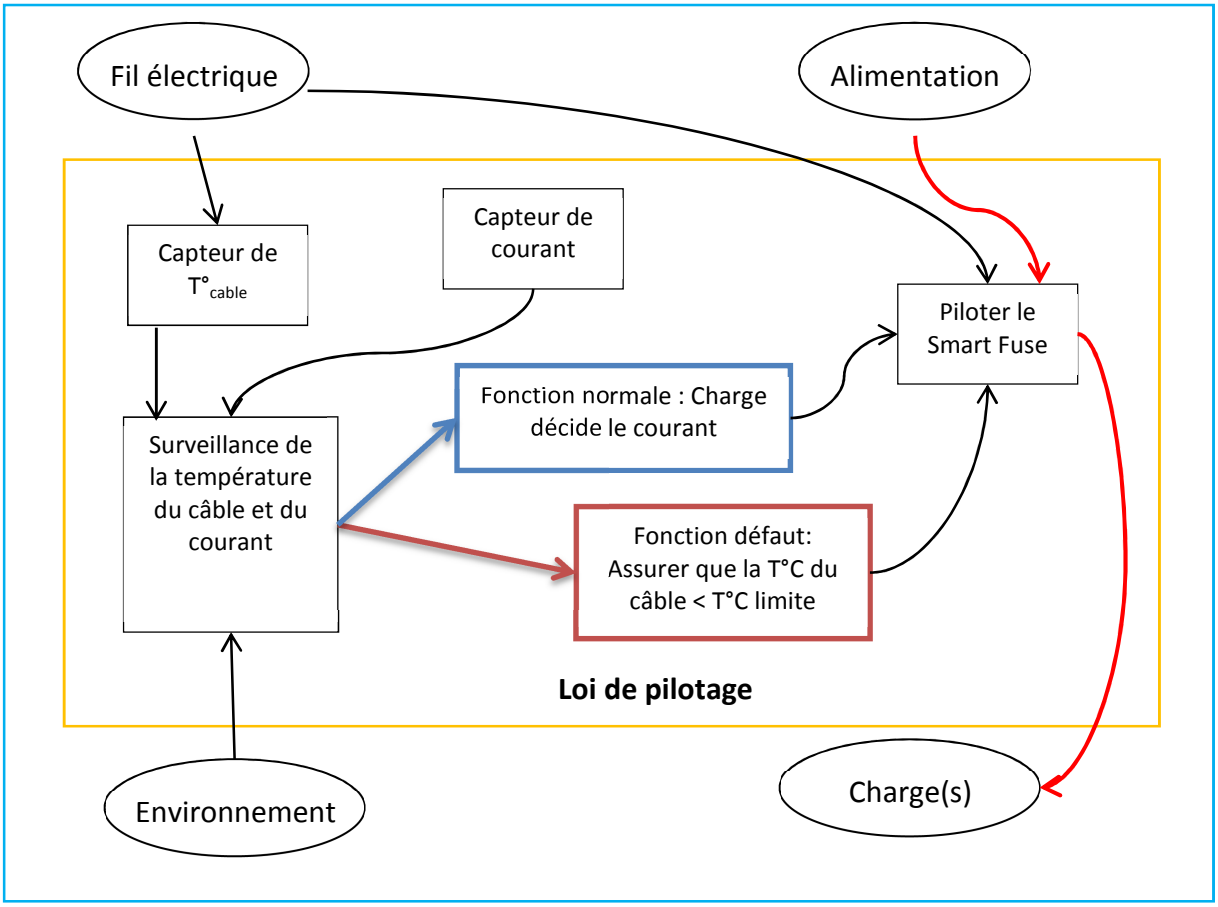


Figure 5.2: *Analyse interne de la loi de pilotage*

5.3.3 Stratégies de protection du fil électrique par deux étapes

D'après l'analyse ci-dessus, une stratégie de pilotage à deux états est proposée (voir la **Figure 5.3**). Ces deux états sont les suivants: ***mode protégé*** et ***mode fonctionnel***.

- Le ***mode fonctionnel*** assure un fonctionnement normal de la charge. Le courant est imposé par la charge et la loi de protection surveille la température du fil électrique et le courant circulant dans ce même fil.
- Le **mode protection** intervient lorsque la température du fil électrique dépasse sa limite. Ce mode consiste à réguler la température du fil électrique à la température limite. Le courant est piloté par la loi de protection, l**e courant de**

sortie est découpé et de rapport cyclique variable (PWM) à une fréquence fixe. Le rapport cyclique (α) est piloté dans le but d'avoir un courant moyen égal au courant de référence, permettant ainsi d'éviter que la température du fil dépasse sa limite. Lorsque le courant max (Imax) circulant dans le fil électrique est inférieur au courant maximal admissible (Imax_admissible), le système sort du mode de protection pour revenir au mode fonctionnel.

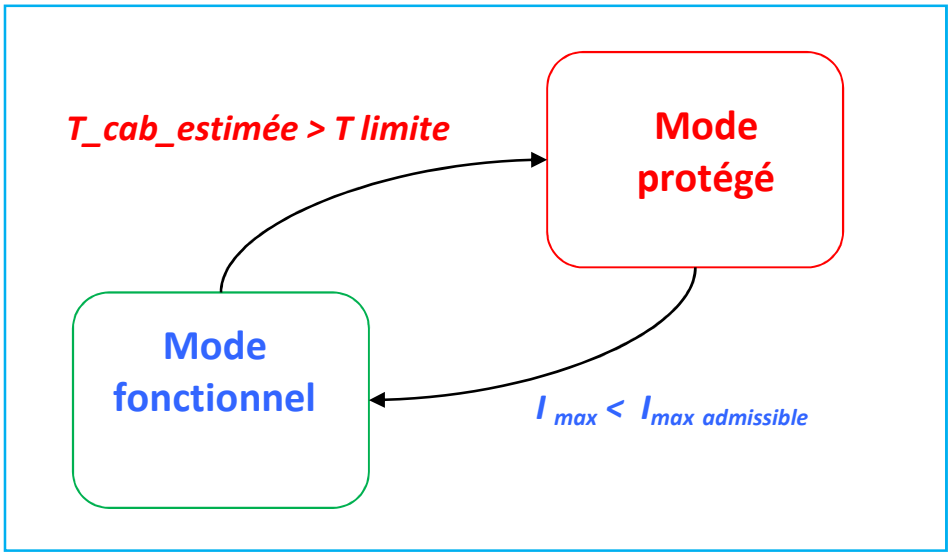


Figure 5.3: *Stratégie de protection à deux états*

Dans la stratégie de la **Figure 5.3**, la température du fil électrique est donnée par un capteur virtuel et non un capteur physique que serait source de surcout. Le capteur virtuel est un estimateur de température basé sur le modèle électrothermique du fil électrique développé aux chapitres 2 et 3. Cet estimateur prend en compte la température ambiante et le courant passant dans le circuit.

Les différentes lois de protection (tout ou rien, régulation de température du fil) sont placées dans la mode protégé. Avant d'établir une stratégie de protection, il est nécessaire d'analyser le processus à protéger, à savoir un fil électrique automobile. Le paragraphe suivant a pour but d'analyser le comportement fréquentiel et temporel du système à protéger, ces analyses permettant de définir les contraintes nécessaires de loi de protection.

5.4 Analyse du processus

D'après l'étude du transfert thermique dans un fil électrique présenté dans la partie "*2.4. Modélisation électrothermique d'un fil électrique*" du chapitre 2, deux modèles électrothermiques, représentant respectivement un fil électrique de longueur infinie et de longueur finie, basés sur la dérivation non entière sont utilisés pour synthétiser la loi de protection. Ces modèles présentent des avantages pour l'analyse fréquentielle et aussi temporelle.

Compte tenu de la variation du courant dans la charge provenant notamment de son pilotage en mode protection, il est nécessaire de prendre en compte la charge dans le modèle. Pour cela, au paragraphe qui suit, une analyse paramétrique est effectuée afin de définir le comportement du système.

5.4.1 Analyse du processus à base d'un fil électrique de longueur infinie

5.4.1.1 Analyse du processus

La fonction de transfert d'un fil électrique de longueur infinie est de type premier ordre et est définie par :

$$H'_{cab}(s) = \frac{T^0_{cab}(s) - T_{amb}(s)}{\Phi_{joule}(s)} = \frac{1}{Cp.s + h_{equi}.2\,\pi\,R}, \qquad (5.1)$$

ou encore en faisant apparaître le courant traversant le fil :

$$H'_{cab}(s) = \frac{T^0_{cab}(s) - T_{amb}(s)}{(I(s))^2} = \frac{\rho_e \frac{l}{S_{cab}}}{Cp.s + h_{equi}\,2\pi R}. \qquad (5.2)$$

Cette dernière forme *(5.2)* (voir la partie 2.4 du chapitre 2) est celle utilisée pour la synthèse des lois de protection car le MOSFET intelligent qui va assurer la fonction de protection pilotera le courant par un découpage de l'alimentation de la charge en contrôlant le rapport cyclique (α). La fonction de transfert (*5.2*) présente un dénominateur de type ($I^2(s)$). Bien qu'il s'agisse d'un abus d'écriture, cette notation permet de faire apparaitre le caractère non linéaire du processus qui va donc induire certaines difficultés lors de la synthèse des lois de protection. Compte tenu des commentaires précédents, il est nécessaire de prendre en compte la charge qui va induire le courant pour définir le processus qui sera utilisé pour calculer les lois de protection.

Dans le cas d'une charge résistive, la tension et la résistance de charge sont des paramètres variables. Le processus liant la température du câble au rapport cyclique est donc défini, dans le cas d'une charge résistive par :

$$H_{cab}(s) = \frac{T(s) - T_{amb}(s)}{\alpha(s)} = \left(\frac{U}{R_{ch\,\arg\,e}}\right)^2 \frac{\rho_e \frac{l}{S_{cab}}}{Cp.s + h_{equi}.2\pi R}. \qquad (5.3)$$

La variation de la résistance de la charge ou de la tension de l'alimentation ne change pas le comportement dynamique, par contre elle affecte le gain de cette fonction de transfert. La **Figure 5.4** présente les diagrammes de Bode de la fonction de transfert d'un fil électrique de section de 0.5mm² alimentant une charge résistive variant entre {1 ; 2} Ω ; la tension d'alimentation variant, quant à elle, entre {8 ; 16} V. Son diagramme de gain varie verticalement autour d'un point de fonctionnement nominal (U_{alim}=13V, R_{charge}=1.8Ω). En revanche, son diagramme de phase est invariant.

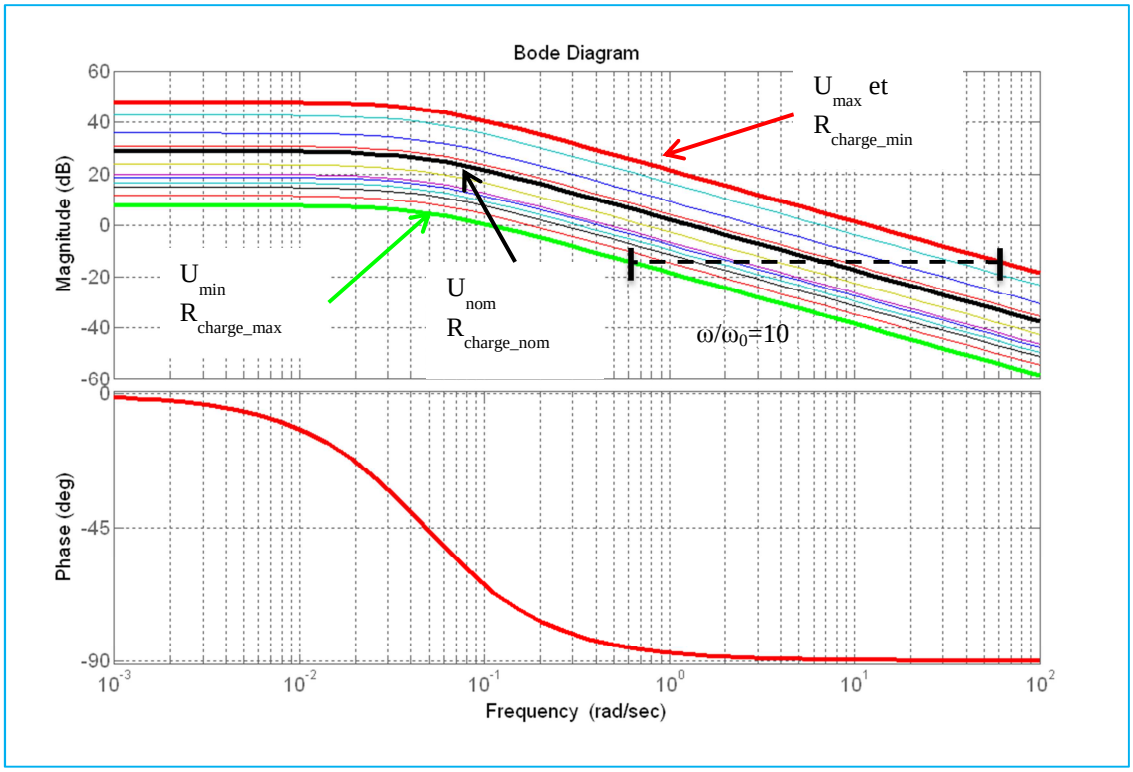


Figure 5.4: *Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_{cab}(s)$ dans le cas d'une charge résistive en présence de variations au niveau de la charge et de la tension d'alimentation*

Dans le cas d'un moteur à courant continu, la tension d'alimentation et le couple de la charge varient. Si les variations d'inertie de la charge et les couples de frottement ne sont pas pris en compte et, de plus, en linéarisant le courant autour d'une valeurt I_0, la transformée de Laplace de la température du fil électrique est définie par :

$$T_{cab}(s) = \frac{\rho_e \frac{l}{S_{cab}}}{Cp.s + h_{equi}\ 2\pi R}.2.I_0.I(s) + T_{amb}(s). \qquad (5.4)$$

Sachant que pour un moteur à courant continu le courant est défini par la relation :

$$I(s) = \frac{J\ s}{J\ L_m\ s^2 + J\ R_m\ s + K_m^2} U_{a\lim}\ \alpha(s) + \frac{K_m}{J\ L_m\ s^2 + J\ R_m\ s + K_m^2} C_r(s)\ , \quad (5.5)$$

où

J : moment d'inertie du rotor et de la charge en [Kg/m²] ;
C_r : couple résistante appliqué au moteur en [N.m] ;
K_m : constante de couple et de vitesse du moteur en [N.m/A] ou en [V.s/rad];
L_m : inductance de l'induit en [H] ;
R_m : résistance de l'induit en [Ω].

La relation précédente met en évidence que le courant dépend de la tension d'alimentation et du couple résistant appliqué au moteur. Compte tenu de l'inertie mécanique et de l'inductance du moteur, la variation de courant vis-à-vis d'une variation de

charge est moins rapide que vis-à-vis d'une variation de la tension d'alimentation. Le couple résistant étant fixé, on intéresse dans un premier temps à la variation de tension.

En introduisant l'expression (*5.5*) dans l'expression (*5.4*), la transformée de Laplace de la température du fil électrique est exprimée par la relation suivante :

$$T_{cab}(s) = \frac{\rho_e \frac{l}{S_{cab}} 2 I_0}{Cp.s + h_{equi}\, 2\pi R} \left(\begin{array}{l} \frac{J s}{J L_m s^2 + J R_m s + K_m^2} U_{a\lim}\, \alpha(s) \\ + \frac{K_m}{J L_m s^2 + J R_m s + K_m^2} C_r(s) \end{array} \right) + T_{amb}(s) \quad . \textit{(5.6)}$$

Si seule la variation de la tension d'alimentation est considérée, la fonction de transfert liant la température du câble au rapport cyclique est obtenue à partir de la relation (*5.6*), soit :

$$H_{cab}(s) = \frac{T_{cab}(s) - T_{amb}(s)}{\alpha(s)} = \frac{\rho_e \frac{l}{S_{cab}} 2 I_0}{Cp.s + h_{equi}\, 2\pi R} \frac{J s}{J L_m s^2 + J R_m s + K_m^2} U_{a\lim} \quad . \qquad \textit{(5.7)}$$

L'expression (*5.7*) montre que la variation de la tension (U_{alim}) entraine uniquement la variation du gain de processus.

Si le couple résistant est supposé fonction de la vitesse de rotation du moteur, soit :

$$C_r = f\ \Omega\,, \qquad \textit{(5.8)}$$

avec

f : coefficient de frottement visqueux en [Nms/rad] ;
Ω : vitesse de rotation en [rad/s],

alors, la transformée de Laplace du courant moteur est donné par la relation suivante :

$$I(s) = \frac{f + J s}{(f + J s) L_m s + R_m (f + J s) + K_m^2} U_{a\lim}\, \alpha(s)\,. \qquad \textit{(5.9)}$$

En introduisant la relation (*5.9*) dans la relation (*5.4*), la fonction de transfert liant la température du fil électrique au rapport cyclique devient :

$$H_{cab}(s) = \frac{T_{cab}(s) - T_{amb}(s)}{\alpha(s)} = \frac{\rho_e \frac{l}{S_{cab}} 2 I_0}{Cp.s + h_{equi}\, 2\pi R} \frac{(f + J s)}{(f + J s) L_m s + R_m (f + J s) + K_m^2} U_{a\lim} \quad . \qquad \textit{(5.10)}$$

Dans la suite du mémoire, le moteur utilisé est un moteur électrique de ventilateur automobile dont les paramètres sont les suivants :

$$\begin{cases} R_m = 535\ m\Omega; \\ L_m = 5.10^{-5}\ H; \\ k = 22.10^{-3}\ N.m/A \\ J = 6.10^{-5}\ kg.m^2 \\ f = \left\{1.10^{-4} \ldots 2.10^{-4}\right\} N.m/(rad/s) \end{cases}$$

Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert (5.10) sont présentés dans la **Figure 5.5**. Ces courbes sont obtenues en faisant varier la tension d'alimentation (U_{alim}=*{8 ;16}V*) et le coefficient de frottement visqueux (f={1.10^{-4} ; 2.10^{-4}}N.m/(rad/s)). Ces variations conduisent, non seulement à des variations de gain, mais aussi à des variations de la phase du processus. Il est donc nécessaire d'avoir une loi de protection robuste de sorte que la température régulée soit insensible à la variation de la charge et de la tension d'alimentation.

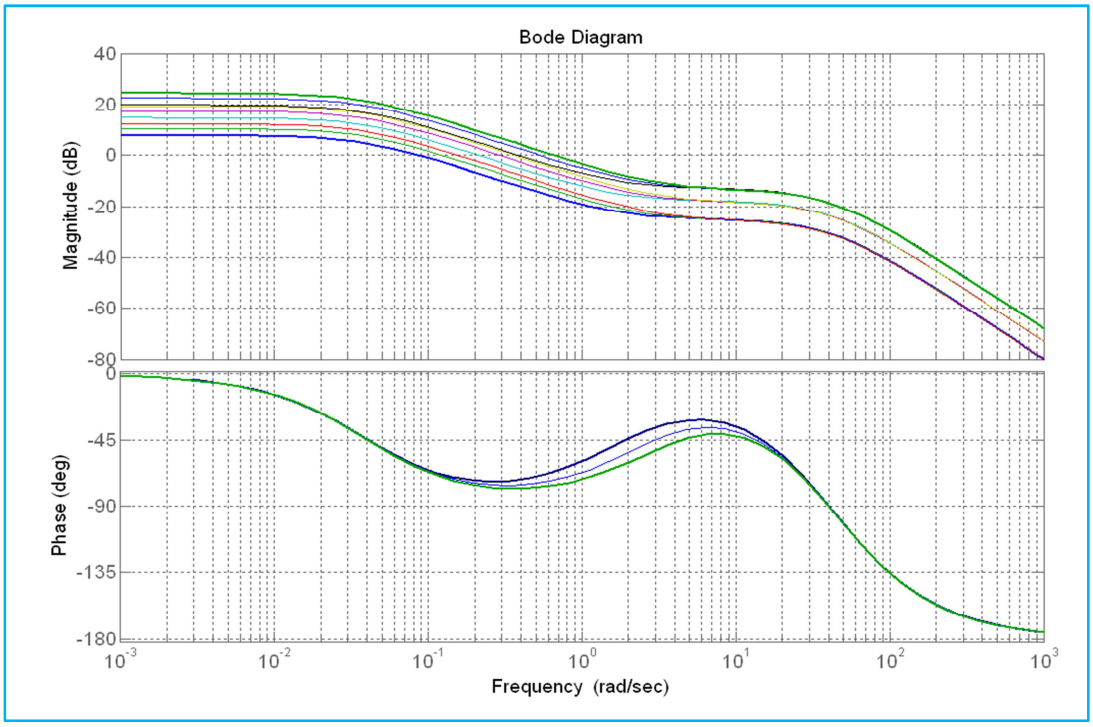


Figure 5.5 : *Diagrammes de bode de la fonction de transfert $H_{cab}(s)$ avec une charge de type moteur à courant continu en présence de variations de la tension d'alimentation et du coefficient de frottement visqueux*

5.4.1.2 Analyse de la montée en température, définition du temps de montée

Pour calibrer un fil électrique, le graphe d'"overloading" encore appelé la courbe *I(t)* peut être utilisée. Cette courbe donne le temps de montée de la température du fil électrique en fonction du courant qui le parcourt. Par contre, ce temps de montée est calculé à partir d'un fil électrique initialement à la température ambiante. Dans certains cas dysfonctionnels, la surcharge peut apparaitre lorsque le fil électrique est déjà chaud. Le temps de montée est alors différent de celui définit par la courbe ''overloading''.

Le but de l'analyse du temps de montée qui suit est de définir un temps maximal de réaction dans le pire cas de surcharge. Ce temps de risque est défini par la durée minimale pour que la température du fil électrique atteigne sa température limite en présence d'un court-circuit impédant.

A partir du modèle du fil électrique décrit aux paragraphes précédents, la fonction de transfert entre la température du fil électrique et le flux de chaleur est définie par :

$$H_{cab}(s) = \frac{T(s) - T_{ini}(s)}{\phi(s)} = \frac{\Delta T(s)}{\phi(s)} = \frac{1}{Cp\,.s + h_{equi}\,.2\pi R_{ext}} = \frac{C_0}{1 + \tau_0\, s}, \qquad (5.11)$$

avec

$$C_0 = \frac{1}{h_{equi}\,.2\pi R_{ext}} \quad \text{et} \quad \tau_0 = \frac{Cp}{h_{equi}\,.2\pi R_{ext}}.$$

L'écart de température $\Delta T(s)$ est donc défini par :

$$\Delta T(s) = \frac{C_0}{1 + \tau_0\, s}\,\phi(s). \qquad (5.12)$$

Si on considère que le flux thermique est un échelon, la transformation inverse de Laplace permet d'écrire :

$$\Delta T(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{C_0}{1 + \tau_0\, s}.\frac{\phi_0}{s}\right), \qquad (5.13)$$

soit,

$$\Delta T(t) = C_0\,\phi_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}\right). \qquad (5.14)$$

En inversant l'expression (*5.14*), le temps de montée est donc calculé par l'expression suivante :

$$t = -\tau_0 \ln\left(1 - \frac{\Delta T(t)}{C_0\,\phi_0}\right). \qquad (5.15)$$

A titre exemple, un fil électrique de 0.5mm² est préchauffé avec un courant max de 12A de telle sorte que celui-ci atteigne une température de 120°C, la température ambiante étant de 90°C. Le temps de montée pour une température admissible du fil électrique de 125°C est présenté par la **Figure 5.6**. Dans cette figure, le temps de montée est représenté jusqu'à la limite admissible du fil électrique (125°C) en partant de deux températures initiale : T_{ini}=120°C, l'écart avec la température admissible étant égal à 5°C (ΔT=5°C) et T_{ini}=110°C, l'écart étant égal à 25°C (ΔT=25°C). Les courbes montrent que le temps de montée est différent selon la température initiale du fil. Le calcul de ce temps est nécessaire pour définir le temps maximal de réponse de la loi de pilotage.

Le temps de montée pour un court-circuit franc est de *t=0.002 s* (obtenu en considérant une charge de 10mΩ). Pour assurer un bon fonctionnement de la loi de pilotage, le système doit réagir bien avant les 2ms, soit par exemple en 1ms. Cette analyse fait apparaître une limite technologique car la fréquence de découpage du PWM est de l'ordre de 10KHz (0.1ms) et le temps de cycle du calcul du régulateur est de l'ordre de 1ms

(1KHz). Le court-circuit franc doit donc être protégé par un système ayant une grande réactivité, par exemple par un système hardware.

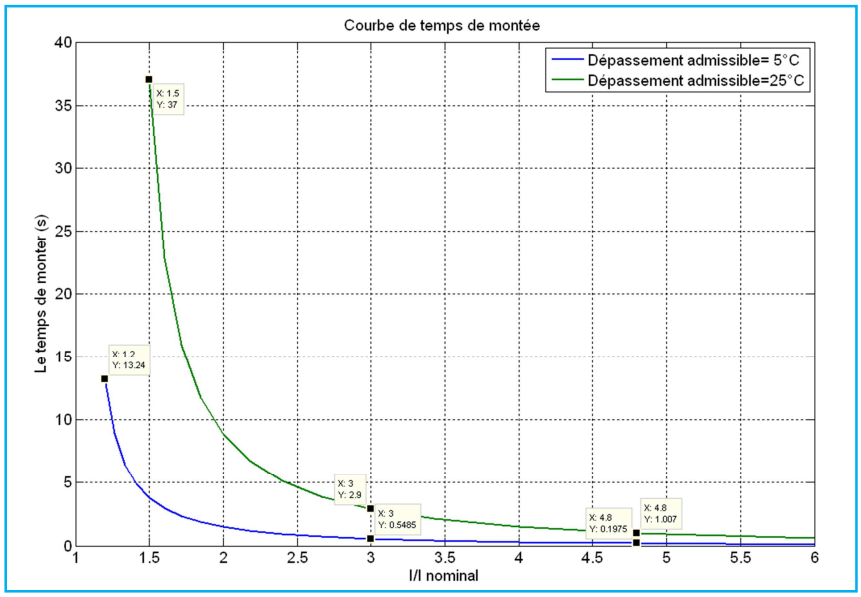


Figure 5.6 : *Courbe d'"overloading" pour un ΔT=5°C et ΔT=25°C, I_{nom}=12A*

Il est important de noter que la protection du fil électrique est déclenchée uniquement lors du dépassement de la température limite. Le dépassement de cette température limite va dépendre de la période d'échantillonnage. Grace à l'étude précédente sur le temps de montée, un autre calcul de dépassement de température peut être effectué. Ce calcul a pour but de définir la période d'échantillonnage. A l'aide de l'expression (*5.14*), les courbes dans la **Figure 5.7** présentent l'échauffement du fil électrique en fonction de la période d'échantillonnage et du courant créant la surchauffe. A titre exemple, si l'on autorise un dépassement de 5°C ($T_{dépasse}$=130°C) face à un court-circuit impédant égal à 3 fois le courant nominal, les analyses sur le temps de montée impose de fixer la période d'échantillonnage inférieure à *0.5s.* Cette condition est représentée par un point rouge sur la **Figure 5.7**.

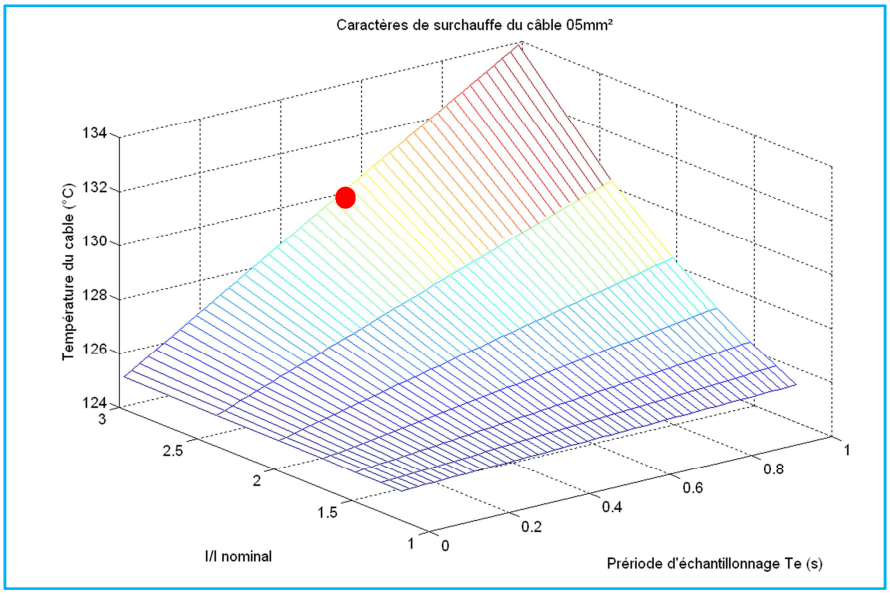


Figure 5.7*: Surchauffe du fil électrique pendant une période échantillonnage*

Une autre contrainte à considérer porte sur la valeur limite du rapport cyclique. L'entrée contrôlée est le courant et ce pilotage se fait par hachage (PWM). Lorsque le courant est inférieur au courant admissible, le rapport cyclique (α) est forcément égal à 1. Si le courant dépasse le courant admissible, le rapport cyclique est ajusté de façon à ce que le flux de chaleur reste identique à celui produit par le courant admissible. Autrement dit :

$$RI_{admissible}^{2} = R\ \alpha\ I_{\max}^{2}\ . \qquad (5.16)$$

Le rapport cyclique peut être calculé par la relation :

$$\alpha = \frac{I_{admissible}^{2}}{I_{\max}^{2}}\ . \qquad (5.17)$$

Si on impose sur α une limite inférieure de 10%, alors le courant maximal circulant dans le conducteur est donné par :

$$0.1 = \frac{I_{admissible}^{2}}{I_{\max}^{2}} \qquad \text{donc} \qquad I_{\max} = \frac{I_{admissible}}{\sqrt{0,1}} \approx 3.\ I_{admissible}\ . \qquad (5.18)$$

Dans ce qui suit, on considère qu'au-delà de trois fois le courant admissible, le système de protection passe dans le mode court-circuit franc.

Ainsi, ce paragraphe a permis de mettre en évidence dans le cas d'un fil de longueur infinie, les variations paramétriques du processus à protéger (du fait de la charge alimentée) et de définir le temps de réponse du système de protection. La même démarche est maintenant appliquée pour un fil électrique de longueur finie.

5.4.2 Analyse du processus à base d'un fil électrique de longueur finie

5.4.2.1 Analyse du processus

D'après les modélisations électrothermiques d'un fil électrique de longueur finie présenté dans la partie 2.4.3 du chapitre 2, la fonction de transfert liant la température en bout du fil au courant (précisément au carré du courant par abus d'écriture) est la suivante :

$$H_{cab}(s) = \frac{T(0,s) + T_{amb}(s)}{I^{2}(s)} = \frac{R_{conn}}{\sqrt{\lambda.S_c(Cp.s + h_{equi}\ .2\pi R_{ext})}} + \frac{\rho_e \dfrac{l}{S_c}}{(Cp.s + h_{equi}\ .2\pi R)}. \qquad (5.19)$$

Cette fonction de transfert comporte deux parties : une liée à l'échauffement du fil électrique et l'autre à la propagation de la chaleur dans le fil électrique modélisée par une fonction de transfert d'ordre non entier.

Dans le cas d'une charge résistive, le courant est l'image directement de la charge. La fonction de transfert (*5.19*) peut être écrite, en faisant apparaître le rapport cyclique, sous la forme suivante :

$$H_{cab}(s)=\frac{T(0,s)+T_{amb}(s)}{\alpha}=\left(\frac{U}{R_{charge}}\right)^2\left(\frac{R_{conn}}{\sqrt{\lambda.S_{cab}(Cp.s+h_{equi}.2\pi R_{ext})}}+\frac{\rho_e\frac{l}{S_{cab}}}{(Cp.s+h_{equi}\,2\pi R_{ext})}\right). \quad (5.20)$$

Comme pour un fil électrique de longueur infini, la variation de la résistance de la charge ou la tension d'alimentation ne changent pas le comportement dynamique de la fonction de transfert. Ces deux paramètres modifient uniquement la valeur du gain statique.

Concernant la variation de résistance de contact, en prenant un fil électrique identique à celui dont les paramètres ont été donnés au paragraphe précédent, la **Figure 5.8** présente les diagrammes de Bode de la fonction de transfert (*5.20*). Ces diagrammes sont obtenus pour une variation de la résistance de contact définie par R_{conn}={1 ; 8}mΩ. Ces diagrammes font apparaître, non seulement des variations de gain, mais également de phase.

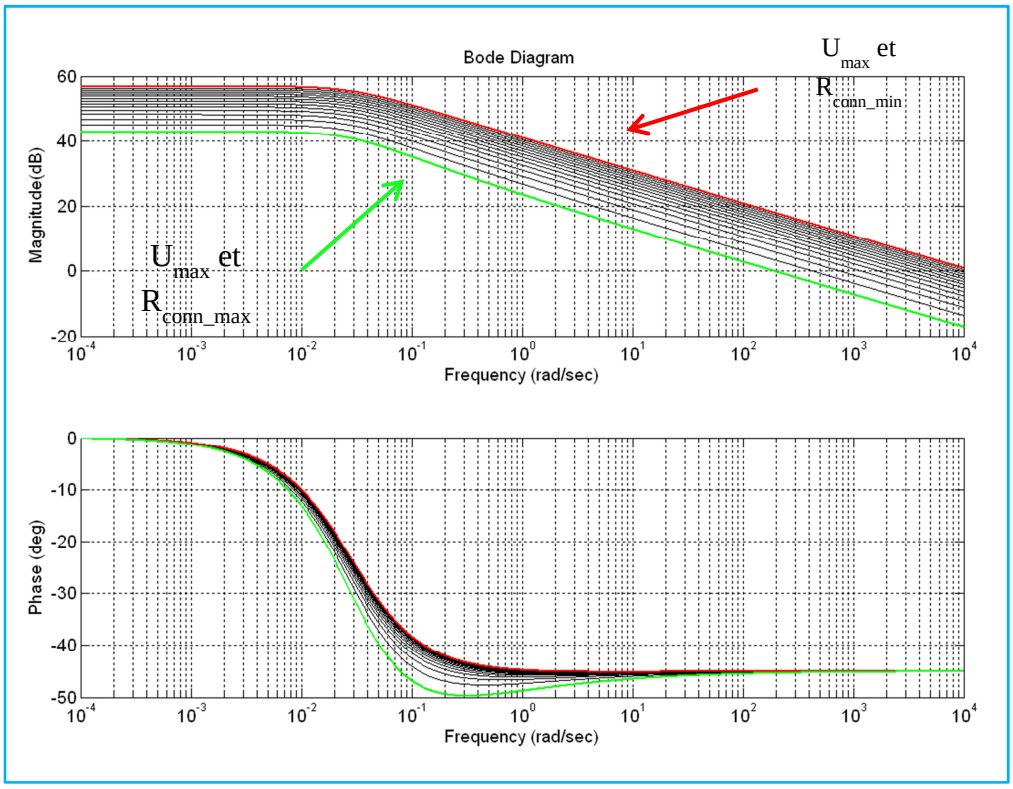


Figure 5.8 : *Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_{cab}(s)$ dans le cas d'une charge résistive et pour des variations de la résistance de contact.*

Dans le cas d'une charge de type moteur à courant continu dont le couple résistant varie en fonction de la vitesse de rotation (frottements visqueux), la fonction de transfert du fil électrique liant la température en bout de fil au rapport cyclique devient :

$$H_{cab}(s) = \frac{T(0,s) + T_{amb}(s)}{\alpha} = 2\, I_0 \left(\frac{R_{conn}}{\sqrt{\lambda . S_{cab} (Cp\, .s + h_{equi}\, .2\pi R_{ext})}} + \frac{\rho_e \frac{1}{S_{cab}}}{(Cp\, .s + h_{equi}\, 2\pi R_{ext})} \right) \times \frac{(f + J\, s)}{(f + J\, s) L_m\, s + R_m (f + J\, s) + K_m^2} U_{a\,\lim} \quad . \textit{(5.21)}$$

Cette fonction fait apparaitre trois paramètres variables : la résistance de contact (R_{conn}), la tension d'alimentation (U_{alim}) et le coefficient de frottement visqueux (f). La variation de tension d'alimentation modifie uniquement le gain de la fonction de transfert. Par contre la variation des deux autres paramètres entraine également des variations de phase.

La **Figure 5.9** présente les différents diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_{cab}(s)$. Malgré les variations de phase, on retrouve le comportement d'ordre non entier en haute fréquence.

Pour la suite de nos études, seul le pire des cas est considéré pour concevoir une méthode de protection robuste. Ce cas critique est obtenu lorsque la résistance de contact est maximale (R_{conn}=4 mΩ), et pour la tension d'alimentation maximale fournie par l'alternateur d'une automobile (U_{alim}=16V).

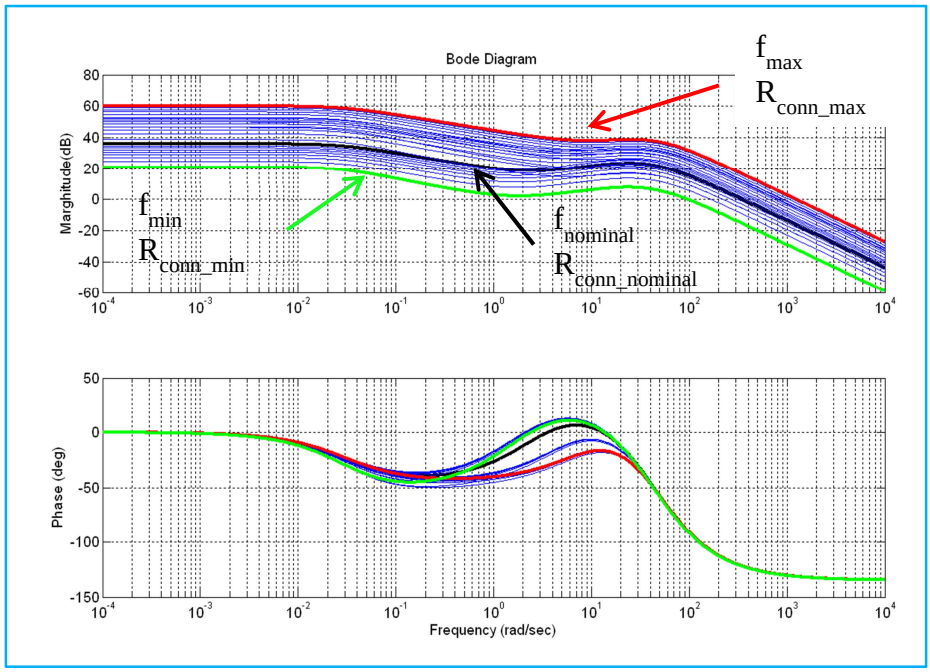


Figure 5.9 : *Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_{cab}(s)$ dans le cas d'une charge de type moteur à courant continu*

5.4.2.2 Analyse de la montée en température, définition du temps de montée

La méthode d'analyse proposée dans ce paragraphe est identique à celle effectuée pour un fil électrique de longueur infinie, et ce afin de rechercher le temps de montée pour définir un temps maximal de réaction en cas de dysfonctionnement.

A partir de l'expression (*5.19*), la température au bout du fil électrique est calculée par la formule suivante :

$$\Delta T(s) = T(x=0,s) + T_{amb}(s) = \frac{R_{conn}\left(I(s)\right)^2}{\sqrt{\lambda\, S_{cab}(Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext})}} + \frac{\rho_e \frac{1}{S_c}\left(I(s)\right)^2}{Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R} \quad . (5.22)$$

En faisant apparaître le flux thermique, l'expression (*5.22*) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\Delta T(s) = T(x=0,s) + T_{amb}(s) = \frac{\phi_1(s)}{\sqrt{\lambda\, S_{cab}(Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext})}} + \frac{\phi_2(s)}{Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R}, (5.23)$$

où

ϕ_1 : flux de chaleur généré par le contact [W] ;
ϕ_2 : flux de chaleur généré par effet Joule [W/m] .

Si le flux thermique est de type échelon, alors, la transformation de Laplace inverse permet de calculer l'écart de température entre l'extrémité du fil et la température ambiante, soit :

$$\Delta T(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda\, S_{cab}\,(Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext})}} \frac{\phi_1(s)}{s} + \frac{1}{Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R} \frac{\phi_2(s)}{s} \right). \quad (5.24)$$

En séparant les deux termes, l'expression (*5.24*) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\Delta T(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda\, S_{cab}\,(Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext})}} \frac{\phi_1^0}{s} \right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{Cp\, s + h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext}} \frac{\phi_2^0}{s} \right). \quad (5.25)$$

Posons :

$$C_0 = \frac{1}{h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext}},\ C_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda\, S_{cab}\, h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext}}} \quad et \quad \tau_0 = \frac{Cp}{h_{equi}\, 2\pi\, R_{ext}}.$$

L'express (*5.25*) devient :

$$\Delta T(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{C_1}{\sqrt{\tau_0\, s + 1}} \frac{\phi_1^0}{s} \right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{C_0}{\tau_0\, s + 1} \frac{\phi_2^0}{s} \right). \quad (5.26)$$

D'après [Oustaloup, 1995] , la transformée inverse de Laplace conduit pour *ΔT(s)*:

$$\Delta T(t) = \phi_1^0\, C_1\, erf\left(\sqrt{\frac{t}{\tau_0}} \right) + C_0\, \phi_2^0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right). \quad (5.27)$$

Si le courant est de type échelon l'expression *(5.27)* devient :

$$\Delta T(t) = R_{conn} .I_0^2 \; C_1 \; erf\left(\sqrt{\frac{t}{\tau_0}}\right) + C_0 \; \frac{\rho \; I_0^2}{\pi \; R_{\text{int}}^2}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}\right). \qquad (5.28)$$

La formule *(5.28)* met en évidence que le calcul du temps de montée *t,* fonction de I_0 et de ΔT, est très difficile voire impossible à obtenir du fait des fonctions erreur *erf* et de la fonction exponentielle qu'il serait nécessaire d'inverser simultanément. Par contre, le temps de montée peut être calculé par dichotomie à l'aide de la formule *(5.28).* La **Figure 5.10** présente les courbes de temps de montée ou courbes "overloading" d'un fil électrique de longueur finie avec une résistance de contact de 4mΩ à son extrémité. Ces temps sont fonction de la sollicitation (courant *I*) et du dépassement de la température admissible (ΔT).

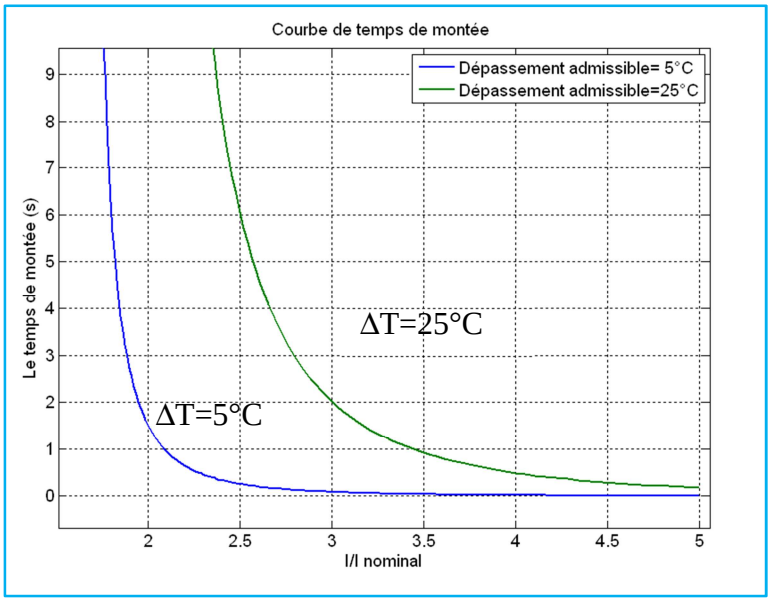


Figure 5.10 : *Courbes d'"overloading" pour ΔT=5°C et ΔT=25°C pour un fil électrique dont la R_{conn}=4mΩ*

Pour conclure ce paragraphe et dans le cas d'un fil de longueur finie, il a été montré que

- le système à protéger varie fortement en fonction de la charge. Ces variations se portent principalement sur le gain du processus, mais également sur la phase de manière moindre. Il est donc nécessaire de concevoir des lois de protection robustes aux variations de la charge ;
- le temps de réponse maximal, avant que le fil électrique ne fonde, permet de définir le temps de cycle de calcul et le temps d'échantillonnage du système embarqué.

Il est important de remarquer que le temps de montée en température d'un fil électrique de longueur finie est plus importante que celle du fil de longueur infinie. Dans notre exemple, $t_{limit_fils\ de\ longueur\ finie}$ = 2s >$t_{limit_fils\ de\ longueur\ infinie}$=3s à *3* I_{nom}. En comparant l'expression (5.14) présentant la montée de température d'un fils de longueur infinie avec l'expression (5.27) présentant la montée en température d'un fils de longueur finie, si les sollicitations sont identiques (surflux et période d'échantillonnage), on constate que la

surchauffe *(ΔT)* du fil de longueur finie pendant est plus importante à cause du flux supplémentaire venant du connecteur.

Les analyses faites dans cette partie aident donc à la conception de lois de protection, qui sont présentées dans le paragraphe suivant.

5.5 Structure des lois de protection

Suite à l'analyse des possibilités du composant MOSFET intelligent et de l'analyse des processus à piloter effectuée aux paragraphes précédents, une structure de pilotage du MOSFET intelligent est présentée sur la **Figure 5.11**. Elle est composée de deux parties : une partie logicielle et une partie matérielle.

- La partie matérielle se compose du MOSFET intelligent qui relie une charge via un fil électrique.
- La structure logicielle se compose d'une machine d'états, d'un estimateur de température, et d'un système d'acquisition de la température ambiante.
    - L'estimateur de température du point critique est un estimateur en boucle ouverte et est basé sur la modélisation du système présentée aux paragraphes précédents. la bibliothèque de modèle développée dans le 3ème chapitre est utilisée pour le concevoir. Les entrées de l'estimateur sont la température ambiante et le courant fourni par le Smart. Le temps d'échantillons (T_e) du courant doit être inférieur au temps critique (T_{crit}) défini dans la partie précédente ($\boldsymbol{T_e < T_{crit}}$).
    - L'acquisition de la température est effectuée avec un thermocouple. Cette partie transmet l'information de température ambiante à l'estimateur de température du fil et à la machine d'état intégrée au MOSFET intelligent.
    - La machine d'état observe l'état du système et pilote le MOSFET intelligent. La machine se compose de trois états principaux : l'état initial (**Init**), l'état court-circuit franc (**CCF**), et l'état fonctionnel (**Normal**). Les deux premiers états sont gérés uniquement par le MOSFET intelligent car le court-circuit franc est un phénomène tellement rapide qu'il est nécessaire de le gérer par une partie matérielle. La loi de protection définie dans la partie *III.3* est intégrée dans le 3ème état dans lequel deux modes de fonctionnement coexistent: le **mode fonctionnel** et le **mode protégé**. Le temps de cycle de la commande qui comprend le temps d'acquisition et le temps de calcul doit être inférieur au temps critique ($\boldsymbol{T_{cyc} < T_{crit}}$). La commande produite par le MOSFET intelligent est le rapport cyclique ($\boldsymbol{\alpha}$). Si α=1 la charge pilote le courant de ligne, si α=0, le circuit est ouvert.

Toutes les lois de protection sont utilisées uniquement dans **le mode protégé** (voir la **Figure 5.11**). La **Figure 5.12** représente la loi de protection. La température estimée est comparée à la consigne ($T^{\#}$), le régulateur prend en compte cette différence et calcule la commande produite par le MOSFET intelligent.

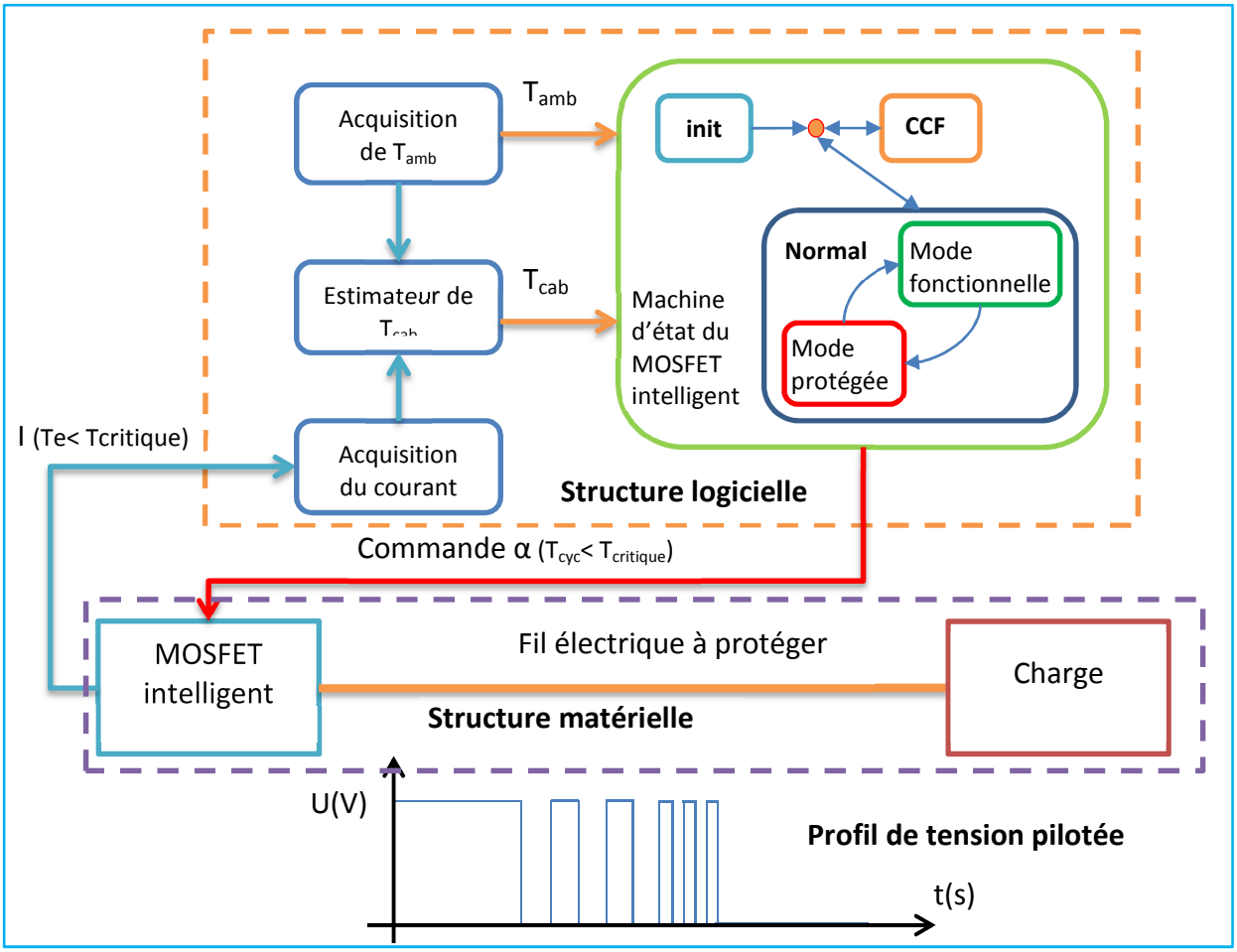


Figure 5.11 : *Structures logicielle et matérielle de la loi de protection*

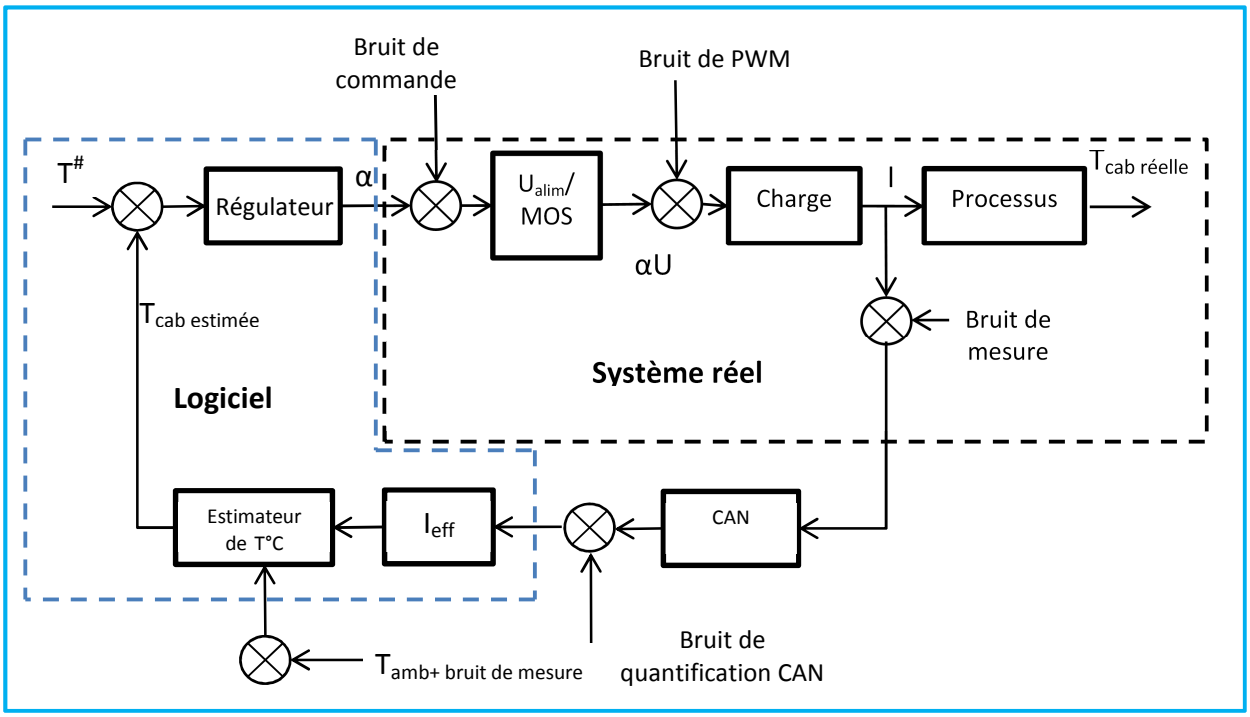


Figure 5.12 : *Schéma de la loi de protection*

Dans la partie « régulateur », différentes lois de protection peuvent être intégrées et sont à présent détaillées dans les parties suivantes.

5.5.1 Stratégie de remplacement du fusible

La première stratégie de protection est de reproduire la protection par fusible. Cette stratégie consiste à mettre la commande issue du MOSFET intelligent en "OFF", soit α=0 lorsque la température estimée du fil électrique excède une certaine température T_{seuil1}. Le circuit est refermé (α=1) lorsque la température est inférieure à un autre seuil T_{seuil2}. Cette loi est de type tout-ou-rien, et forme un cycle d'hystérésis tel que celui de la **Figure 5.13**. Par contre, ce cycle ne peut pas se produire infiniment car cela signifierait qu'il y a un défaut sur la ligne. Après un nombre de fois prédéfinies, la loi de protection coupe donc totalement le circuit.

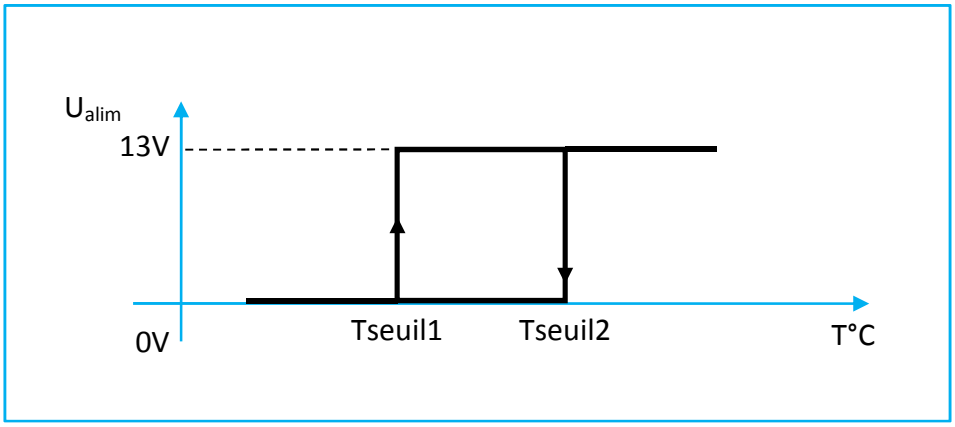


Figure 5.13 : *Cycle hystérésis de la loi "tout-ou-rien"*

5.5.2 Stratégie de régulation de la température des points critiques

Dans le but de maintenir un fonctionnement minimal d'une charge qui est défaillante, la stratégie proposée consiste à réguler la température du fil électrique. Cette stratégie permet de toujours fournir une certaine puissance à la charge alimentée tout en maintenant la température du fil électrique à sa limite. Par contre, la tension aux bornes de la charge est hachée par un signal PWM. Ce type de pilotage est parfaitement supporté par certains types de charge comme les résistances ou les lampes. Par contre pour certains moteurs électriques, ce type de protection peut interférer avec leur propre système de protection et aussi dégrader trop profondément la fonction réalisée par le moteur. Il est nécessaire de mener des études plus approfondies sur ce sujet, en prenant en compte le moteur, la loi de pilotage, la protection déjà intégrée au moteur et les charges entrainées par le moteur. Ce type d'étude est laissé en perspective et dans la suite de ce mémoire, des lois de protection sont conçues et testées dans le cas de charges résistives ou de type ampoule.

Deux types de régulateurs, régulateur PI et régulateur robuste CRONE sont utilisés. Le paragraphe qui suit présente les synthèses de ces régulateurs pour les charges considérées.

5.5.2.1 Protection d'un fil électrique de longueur infinie

La méthode proposée peut être appliquée pour toutes sections de fil entre 0.22mm² et 20mm². Pour simplifier la présentation, un fil électrique de 0.5mm² a été choisi comme cas d'étude. Les valeurs nominales suivantes seront utilisées pour la charge et la tension d'alimentation : R_{charge}= 1.8 Ω et U_{alim}= 13V.

Compte tenu de ces valeurs numériques, le transfert H_{cab} donné par la relation (*5.3*) devient :

$$H_{cab}(s) = \frac{T(s) - T_{amb}(s)}{\alpha} = \left(\frac{U}{R_{ch\,\arg\,e}} \right)^2 \frac{\rho_e \frac{1}{S_c}}{Cp\,.s + h_{equi}\,.2\pi R} = \frac{12.47}{26.65\,.s + 1}\,. \quad (5.29)$$

La synthèse des régulateurs PI et CRONE sont basés sur ce processus nominal. L'effet des variations paramétriques du processus est étudié dans le paragraphe dédié à l'étude de la robustesse des régulateurs.

5.5.2.1.1 Synthèse du régulateur PI

Si *K(s)* désigne la fonction de transfert du régulateur, la fonction de transfert du système en boucle fermée est donné par :

$$H_{BF}(s) = \frac{K(s)\,.\,H_{cab}(s)}{K(s)\,.\,H_{cab}(s) + 1}, \quad (5.30)$$

avec :

$$K(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i\ s} \right), \quad (5.31)$$

où K_p et T_i sont les coefficients du correcteur à définir, qui dépendent de deux contraintes : la bande passante de l'asservissement, et la marge de phase du système en boucle ouverte.

La bande passante de l'asservissement ou de façon équivalente la pulsation au gain unité de la boucle ouverte ω_u est choisie de telle sorte que le temps de réponse de l'asservissement soit inférieur à 2 fois le temps critique qui est définie au paragraphe *5.4.1* de ce chapitre, ($t_{critique}$=3s défini pour un courant $I=3I_{nom}$ avec $\Delta T=25°C$), dans le but de simplifier le calcul, nous prenons $t_{critique}$=2s, la pulsation ω_u est donc donnée par :

$$\omega_u = 2\,\pi \frac{2}{t_{critique}} = 2\pi\ (rad\ /\ s)\,. \quad (5.32)$$

Une marge de phase de 80° est par ailleurs imposée, soit : $M_\phi=80°$ car un dépassement maximum de 20% est autorisé.

La marge de phase M_ϕ pour la pulsation au gain unité ω_u permet de calculer le paramètre T_i. En effet la phase de la boucle ouverte à cette pulsation est la suivante :

$$\varphi\left(\mathrm{K}(j\,\omega_u).H_{cab}(j\,\omega_u)\right) = -180 + M\phi\,. \qquad (5.33)$$

En introduisant l'expression (*5.31*) dans (*5.33*), la constante T_i est donnée par l'expression suivante :

$$T_i = \frac{1}{\omega_u}\tan\left(-90 + M\phi - \varphi\left(H_{cab}(j\,\omega_u)\right)\right). \qquad (5.34)$$

K_p est calculé de sorte que ω_u soit effectivement la pulsation pour laquelle le gain de la boucle ouverte soit égal à 1, soit :

$$\left|\mathrm{K}(j\,\omega_u).H(j\,\omega_u)\right| = 1\,. \qquad (5.35)$$

En introduisant les expressions (*5.29*), (*5.31*) dans (*5.35*), le paramètre K_p est donné par la formule suivante :

$$K_P = \frac{1}{\frac{\sqrt{1+\left(T_i.\omega_u\right)^2}}{T_i.\omega_u}\left|H_{cab}(j\,\omega_u)\right|}\,. \qquad (5.36)$$

Etude de la robustesse

Tout d'abord, la détermination de la marge de module ΔM de la boucle ouverte $H_{BO}(s) = K(s)\,.\,H_{cab}(s)$ permet d'avoir une idée de la robustesse du régulateur PI. On obtient $\Delta M=1$, ce qui montre que le régulateur est robuste. Rappelons que une bonne robustesse est obtenue quand $\Delta M>0,5$. Observons à présent les fonctions de sensibilité :

S_{yy} : sensibilité de la sortie à une perturbation sur la sortie ;
S_{yb} : sensibilité de la sortie à une perturbation sur la mesure ;
S_{yu} : sensibilité de la sortie à une perturbation sur la commande ;
S_{uy} : sensibilité de la commande à une perturbation sur la sortie ou la mesure.

La **Figure 5.14** présente les diagrammes de Bode de ces fonctions de sensibilité. En basse fréquence, le régulateur permet un très bon rejet des perturbations de sortie. Par contre, le rejet des perturbations de mesure n'est pas bon. On rappelle que la mesure est donnée par l'estimateur de température. Il est donc important d'avoir un modèle proche de la réalité. En haute fréquence, le rejet de perturbations de commande et de mesure est très bon. En revanche, la commande semble assez sensible aux perturbations de sortie. Ce problème n'est pas très grave car l'estimateur de température et le fil électrique se comportent comme un filtre passe bas, ce qui constitue un premier étage qui rejette les bruits de mesure aux hautes fréquences.

L'analyse faite au paragraphe *5.4.1*, a permis de mettre en évidence les variations de gain du processus commandé en fonction de la charge et de la tension d'alimentation. De telles variations peuvent conduire à un problème de robustesse. Pour évaluer cela, la **Figure 5.15** présente le digramme de Nichols de la boucle ouverte des trois processus : processus

nominal (U_{alim}= 13V, R_{charge}= 1.8 Ω), processus Max (U_{alim}= 16V, R_{charge}= 0.5 Ω), processus Min (U_{alim}= 8V, R_{charge}= 2.4 Ω).

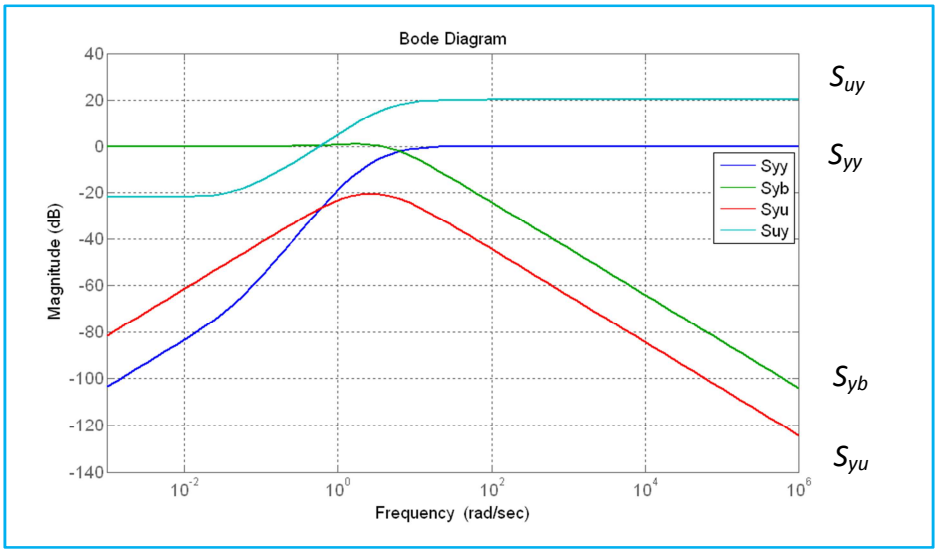


***Figure 5.14** : Diagrammes de gain des fonctions de sensibilité du correcteur PI*

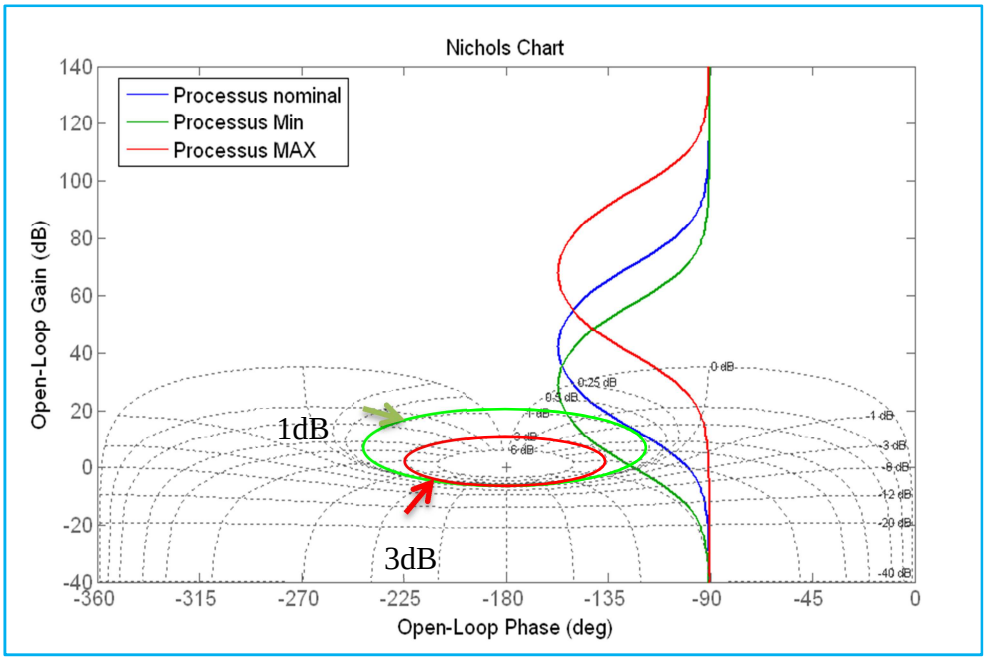


***Figure 5.15 :** Diagramme de Nichols des trois processus*

Ce diagramme montre que pour le processus Min, le lieu de Nichols tangente un contour de 3dB, ce qui peut conduire à des dépassements important lors de la régulation. Ceci est vérifiable sur la **Figure 5.16** qui présente les réponses indicielles des trois processus. Le processus Min conduit, en effet, a un dépassement important. Cependant, compte tenu du contexte de protection, les processus Min ne présente pas de danger sur le fil électrique (faible échauffement car forte résistance et faible tension). Ce régulateur demeure donc acceptable dans notre cas d'étude.

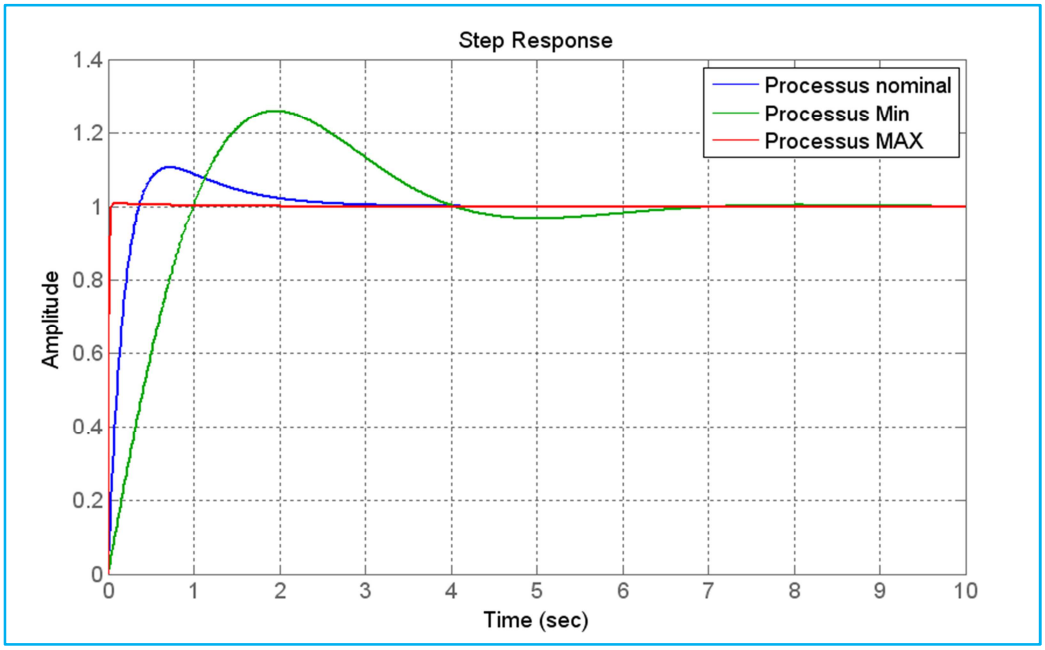


Figure 5.16 : *Réponses indicielles des trois processus régulés avec un régulateur PI*

La robustesse de la loi de commande peut être améliorée en utilisant une méthode de commande robuste et notamment la commande CRONE comme le montre le paragraphe suivant.

5.5.2.1.2 Commande CRONE pour la protection du fil de longueur infinie

La commande CRONE développé par l'équipe du même nom au laboratoire IMS de Bordeaux [Oustaloup, 1991] est parfaitement adaptée aux processus dont le gain varie.

La commande CRONE utilisée dans ce paragraphe est la commande CRONE de deuxième génération. Selon cette stratégie de commande et pour l'état paramétrique du procédé, le système en boucle ouverte est décrit par la relation :

$$H_{BO}(s) = K(s).\ H_{cab}(s) = \beta_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{\frac{s}{\omega_b}} \right) \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_h}}{1+\frac{s}{\omega_b}} \right)^{\gamma} \left(\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_h}} \right)^{n_h}, \qquad (5.37)$$

avec :

β_0 : constante qui permet de fixer la pulsation au gain unité ;
ω_b : fréquence transitionnelle base [rad/s];
ω_h : fréquence transitionnelle haute [rad/s];
γ : ordre de dérivation qui permet de contrôler la marge de phase ;
n_h : ordre du filtre haute fréquence.

Le comportement en boucle ouverte ayant été déterminé, le régulateur est défini comme le rapport de la transmittance en la boucle ouverte et du processus nominal, soit :

$$K(s) = \frac{H_{BO}(s)}{H_{cab}(s)}. \qquad (5.38)$$

Compte tenu de l'inversion de la fonction de transfert du processus dans la relation précédente, il est nécessaire de prendre en compte ses zéros à partie réelle positive qui rendraient instable le régulateur. Dans notre cas d'étude, le processus ne possède pas de tels zéros. Par ailleurs, le nombre n_h doit être supérieur à l'ordre du processus afin d'assurer un comportement de type passe-bas au régulateur. Dans ce cas d'étude, l'ordre du processus étant égal à 1, n_h=2 a donc été choisi.

La largeur de la bande de fréquence définie par [ω_b, ω_h] est identique à la largeur de bande de fréquences occupée par le processus $\Delta\omega/\omega_0$=10 (voir la **Figure 5.4**) . Ce qui conduit à imposer :

$$\begin{aligned} \omega_b &= \frac{\omega_u}{10}, \\ \omega_h &= 10\ \omega_u. \end{aligned} \qquad (5.39)$$

La pulsation au gain unité est choisie en fonction du temps critique et la marge de phase M_ϕ est choisie de telle sorte que la réponse indicielle du système en boucle fermée ne dépasse pas de 20%, soit $M_\phi = 60°$. Le calcul des paramètres γ et β_0 est basé sur la marge de phase et la pulsation au gain unité.

La définition de la marge de phase permet d'écrire :

$$\varphi\left(H_{BO}(j\ \omega_u)\right) = -180 + M\phi\,. \qquad (5.40)$$

De plus, à partir de l'expression (*5.37*), la marge de phase est définie par la relation suivante :

$$\varphi\left(H_{BO}(j\ \omega_u)\right) = \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right) - 90 + \gamma.\arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right) - \gamma.\arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right) - n_h \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right). \qquad (5.41)$$

En introduisant l'expression (*5.40)* dans (*5.41*), l'ordre non entier est calculé à l'aide de la relation suivante :

$$\gamma = \frac{-90 + M\phi - \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right) + n_h \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)}{\arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right)}. \qquad (5.42)$$

D'après la définition de la pulsation au gain unité :

$$\left|H_{BO}(j\ \omega_u)\right| = \left|K(j\ \omega_u)\ H_{cab}(j\ \omega_u)\right| = 1\,, \qquad (5.43)$$

l'expression du coefficient β_0 est donnée par :

$$\beta_0 = \frac{\frac{\omega_u}{\omega_b}}{\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right)^2}\right)^{1-\gamma} \cdot \left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)^2}\right)^{\gamma-n_h}}. \qquad (5.44)$$

Dans la plupart des cas, l'ordre de dérivation γ est non entier. La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ est donc non entière. Afin d'obtenir des fonctions de transfert simulables sous Matlab/Simulink, une technique d'approximation développé par l'équipe CRONE est utilisée [Oustaloup, 1995].

La méthode d'approximation consiste à approcher les comportements fractionnaires par une distribution récursive de zéros et de pôles. L'erreur d'approximation dépend du nombre de pôles et de zéros

On notera $H_{BO_e}^{\gamma'}(s)$ est l'approximation de $H_{BO}^{\gamma'}(s)$ qui est la partie non entier de l'équation de transfert *(5.37)*. L'ordre non entier est calculé par

$$\gamma' = \gamma - [\gamma], \qquad (5.45)$$

d'où

[Υ] : la partie entière de Υ.

Il est alors possible d'écrire :

$$H_{BO}^{\gamma'}(s) = C_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_h}}{1+\frac{s}{\omega_b}}\right)^{\gamma'} \approx H_{BO_e}^{\gamma'}(s) = C_0' \frac{\prod_{k=1}^{N}\left(1+\frac{p}{\omega'_k}\right)}{\prod_{k=1}^{N}\left(1+\frac{p}{\omega_k}\right)}, \qquad (5.46)$$

Cette approximation au moyen d'une distribution récursive de pôles et de zéros est illustrée par la **Figure 5.17**:

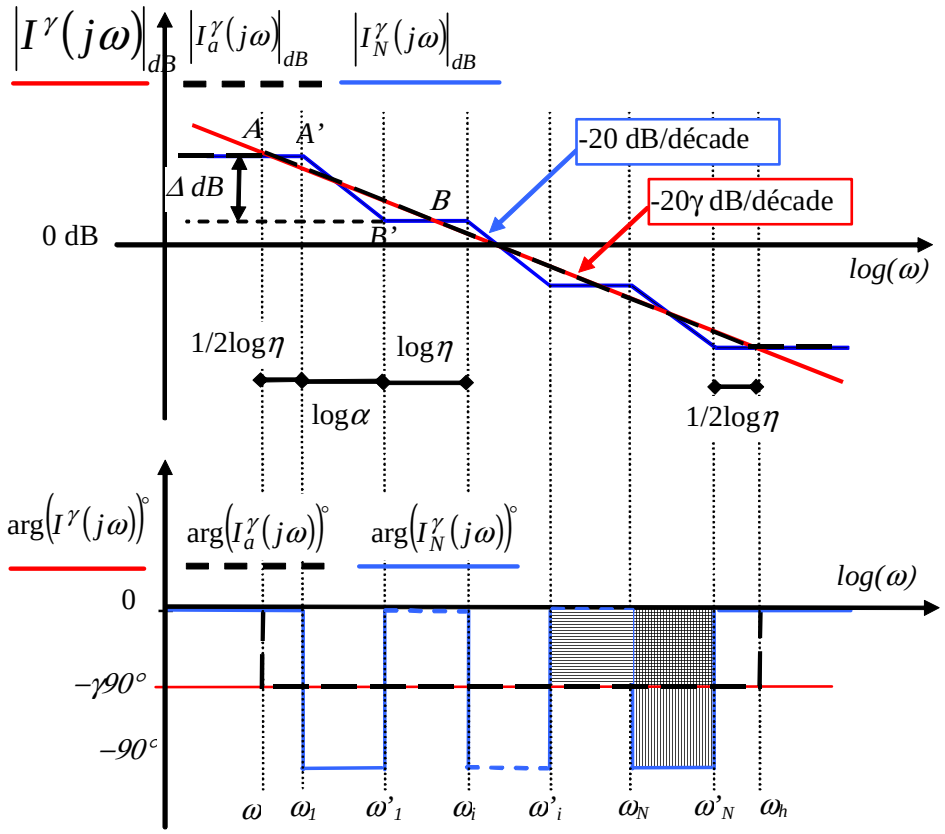


***Figure 5.17**: Méthode d'approximation d'une fonction d'ordre non entière $I^{\gamma}(s)$ par une fonction d'ordre entière $I_N^{\gamma}(s)$*

Suite à ette approximation, la relation *(5.37)* devient :

$$H_{BO_e}^{\alpha}(s)=\beta_0\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{\frac{s}{\omega_b}}\right)\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_h}}{1+\frac{s}{\omega_b}}\right)^{[\gamma]}\frac{\prod_{k=1}^{N}\left(1+\frac{s}{\omega'_k}\right)}{\prod_{k=1}^{N}\left(1+\frac{s}{\omega_k}\right)}\left(\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_h}}\right)^{n_h} . \qquad (5.47)$$

Compte tenu de la relation *(5.38)*, le régulateur est défini par la relation suivante :

$$K(s)=\beta_0\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{\frac{s}{\omega_b}}\right)\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_h}}{1+\frac{s}{\omega_b}}\right)^{[\gamma]}\frac{\prod_{k=1}^{N}\left(1+\frac{s}{\omega'_k}\right)}{\prod_{k=1}^{N}\left(1+\frac{s}{\omega_k}\right)}\left(\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_h}}\right)^{n_h}\frac{1}{H_{cab}(s)} . \qquad (5.48)$$

Etude de la robustesse

La méthode d'analyse est identique à celle utilisée au paragraphe précédent. La marge de module de la boucle ouverte est égale à 1, *ΔM=1,* ce qui montre une bonne robustesse induite par le régulateur. Observons également les fonctions de sensibilité qui

sont présentées par la **Figure 5.18**. Les rejets de perturbation sont similaires que ceux imposés par le régulateur PI, par contre le rejet de perturbation de mesure en haute fréquence est amélioré.

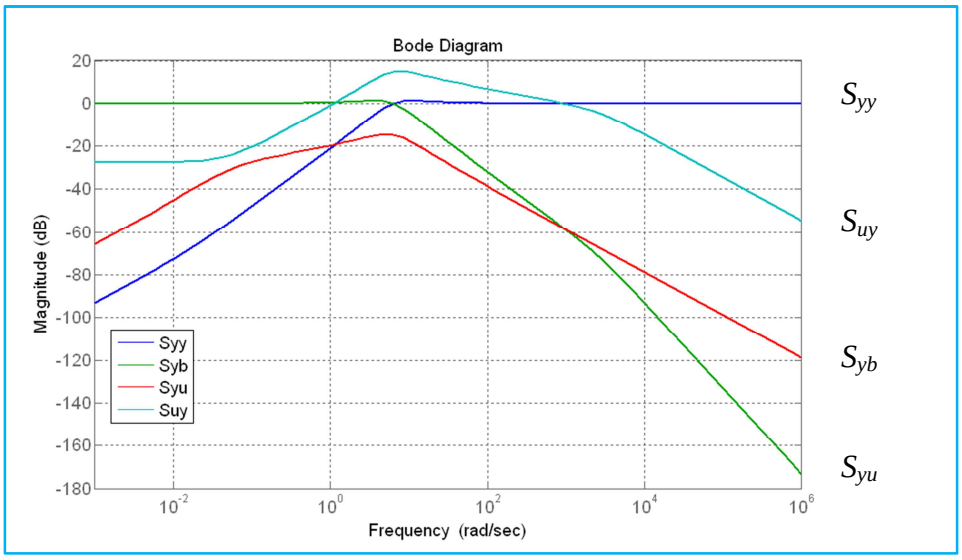


Figure 5.18 : *Diagrammes de gain des fonctions de sensibilité avec un régulateur CRONE*

En revanche, la commande CRONE assure une très bonne robustesse vis-à-vis des variations de gain du processus. Le diagramme de Nichols de la **Figure 5.19** met bien en évidence que quelle que soit la variation de gain du processus, le régulateur assure une marge de phase constante, ce qui se traduit par un dépassement constant dans le domaine temporel.

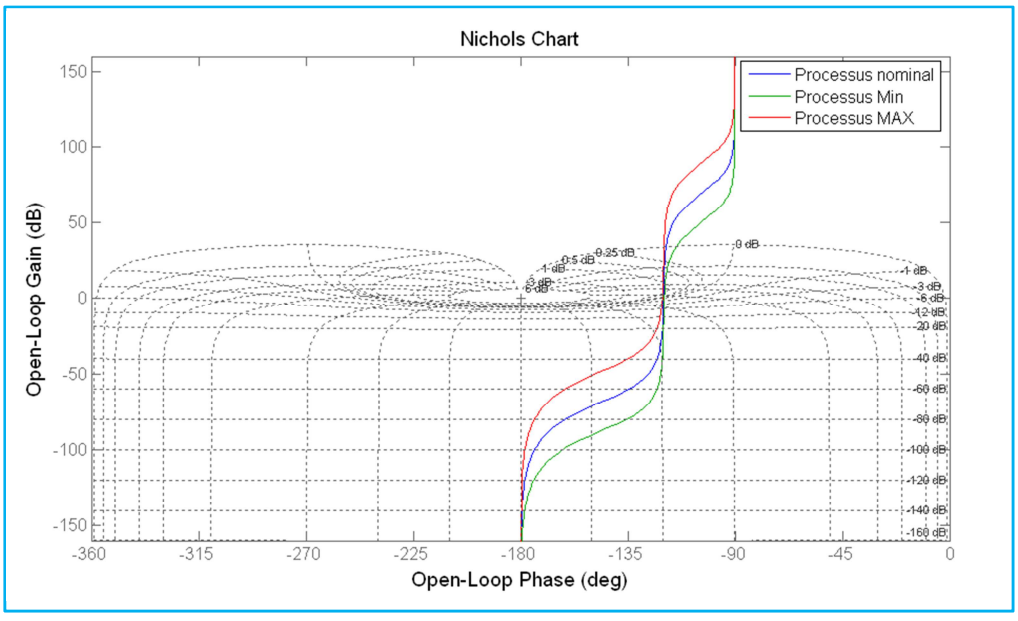


Figure 5.19 : *Diagramme de Nichols de la boucle ouverte pour différents processus (différentes valeurs du gain)*

La **Figure 5.20** présente les réponses indicielles des processus régulés. Cette figure met bien en évidence que le dépassement est constant pour tous les processus. En

comparant avec les réponses temporelles obtenues avec le régulateur PI (voir **Figure 5.16**), le régulateur CRONE assure une meilleure robustesse face aux variations du processus.

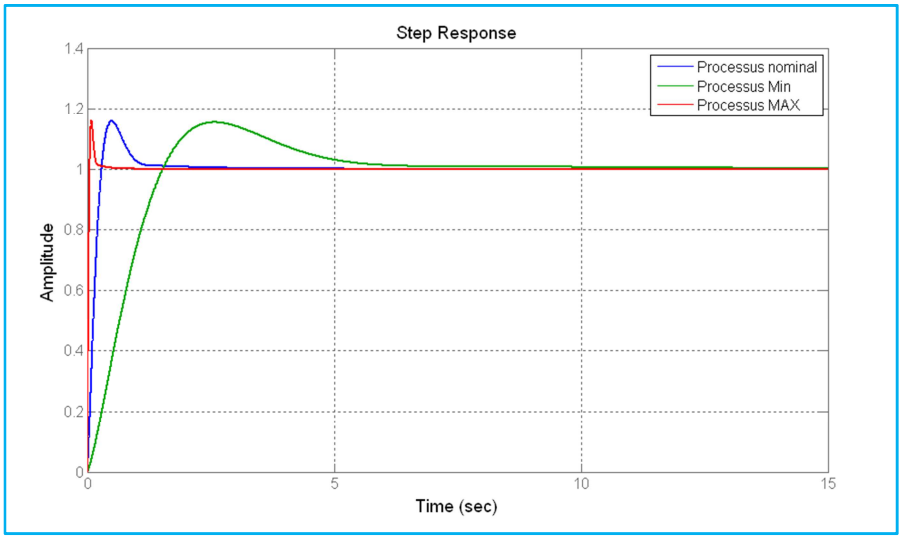


Figure 5.20 : *Réponses indicielles de trois processus régulés avec un régulateur CRONE*

Des régulateurs PI et CRONE ont été calculés afin d'être intégrés à la stratégie de protection présentée au paragraphe *5.3 Différentes stratégies de protection*. Cette application tout d'abord faite pour protéger un fil électrique de longueur infinie est à présent appliquée à fil électrique de longueur finie.

5.5.2.2 Protection d'un fil électrique de longueur finie

Comme pour la méthode de protection des fils électriques de longueurs infinies, la méthode proposée peut être appliquée aux différentes sections de fil électrique et de résistance de contact. Dans le cadre de ce paragraphe, les calculs sont menés sur un fil électrique de section 0.5mm² avec une résistance de contact R_{conn}=4mΩ qui correspond à la plus grande valeur admissible pour le fil électrique considéré.

Le processus à réguler est décrit par la fonction de transfert $H_{cab}(s)$ donnée par la relation (*5.19*), soit :

$$H_{cab}(s)=\frac{T_{cab}(0,s)+T_{amb}(s)}{\alpha}=\left(\frac{U}{R_{charge}}\right)^2\left(\frac{R_{conn}}{\sqrt{\lambda.S_{cab}(Cp.s+h_{equi}.2\pi R_{ext})}}+\frac{\rho_e\frac{1}{S_{cab}}}{(Cp.s+h_{equi}2\pi R_{ext})}\right), \quad (5.49)$$

ou encore, en introduisant les valeurs numériques,

$$H_{cab}(s)=\frac{T_{cab}(0,s)+T_{amb}(s)}{\alpha}=\frac{1.28}{\sqrt{26.65.s+1}}+\frac{12.47}{26.65.s+1}. \quad (5.50)$$

La fonction de transfert (*5.50*) est non entière, il est donc nécessaire de faire une approximation afin d'avoir une fonction de transfert simulable sous Matlab/Simulink.

Comme au paragraphe précédent, la synthèse des régulateurs CRONE et PI est effectuée sur un processus nominal, puis la robustesse des régulateurs vis-à-vis des variations du processus est ensuite étudiée.

Les méthodes utilisées pour synthétiser les régulateurs PI et CRONE sont identiques à celles utilisées pour un fil électrique de longueur infinie.

5.5.2.2.1 Régulateur de type PI

La pulsation au gain unité de la boucle ouverte est choisie de telle sorte que le temps de réponse soit inférieur à 2 fois le temps critique qui est défini au paragraphe *5.4.2* de ce chapitre, où $t_{critique}$=2s défini pour un courant $I=3I_{nom}$ et avec $\Delta T=25°C$. Cette pulsation a donc pour valeur :

$$\omega_u = 2\,\pi \frac{2}{t_{critique}} = 2\pi\ (rad\ /\ s)\,. \qquad (5.51)$$

Une marge de phase de 80%est imposée, soit $M\phi=80°$, car un dépassement de 20% est toléré au niveau de la réponse indicielle du système en boucle fermée.

En utilisant les formules de calcul de T_i (relation (*5.24*)) et K_P (relation (*5.26*)), le régulateur obtenu a la forme suivante :

$$K(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i\ s}\right) = 0.113\left(1+\frac{1}{0.12\ s}\right). \qquad (5.52)$$

Etude de la robustesse

La marge de module ΔM de la boucle ouverte $H_{BO}(s) = K(s)\,.\,H_{cab}(s)$ est égale à $\Delta M=1$, ce qui montre une bonne robustesse du régulateur. Les fonctions de sensibilités du système en boucle fermée sont présentées dans la **Figure 5.21**. Les rejets de perturbations de sortie et de mesure sont identiques à ceux obtenus avec le régulateur PI pour le fil électrique de longueur infinie. Les perturbations de commande sont mal rejetées dans la gamme de pulsations voisines de ω_u. Comme l'illustre la **Figure 5.12**, le bruit de la commande provient de l'échantillonnage de la commande. Il est donc important de choisir la fréquence d'échantillonnage loin de la zone ou le gain de la fonction de sensibilité correspondante est élevé.

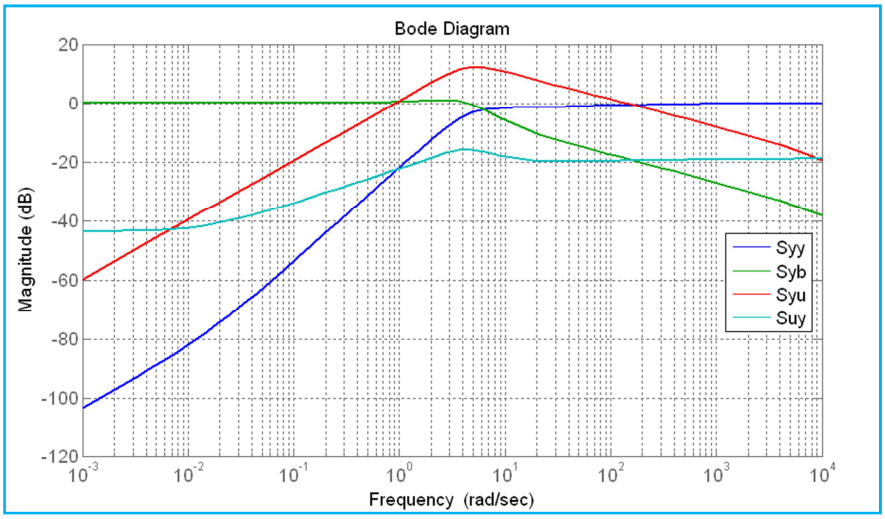


Figure 5.21 : *Diagrammes de gain des fonctions de sensibilité dans le cas du régulateur PI et pour le fil de longueur finie*

La **Figure 5.22** présente le diagramme de Black-Nichols du système en boucle ouverte incluant le correcteur PI. Cette figure met en évidence de fortes variations de la marge de phase lorsque le processus varie. Les réponses indicielles du système en boucle fermée sont présentées sur la **Figure 5.23**. Ces réponses confirment l'analyse fréquentielle faite sur le diagramme de Black-Nichols.

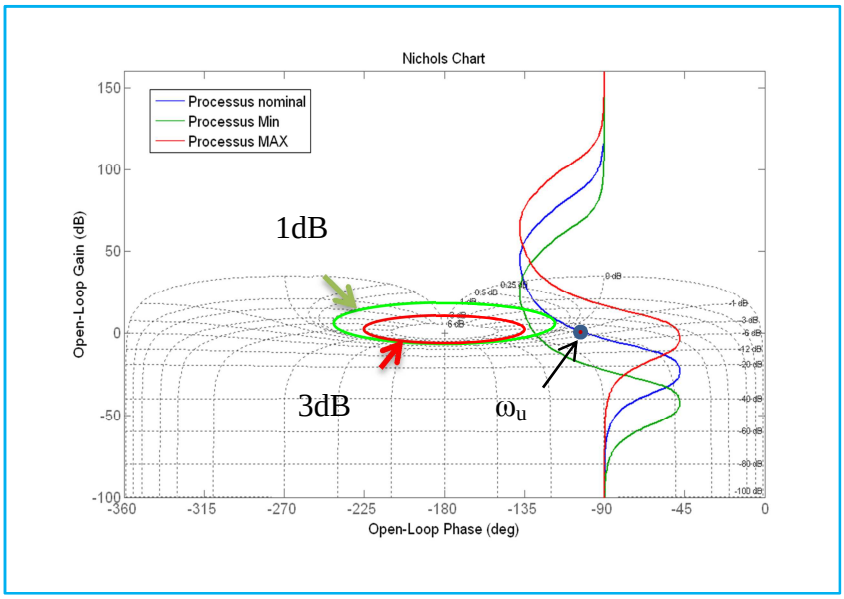


Figure 5.22 : *Diagramme de Black-Nichols avec le correcteur PI dans le cas d'un fil électrique de longueur finie*

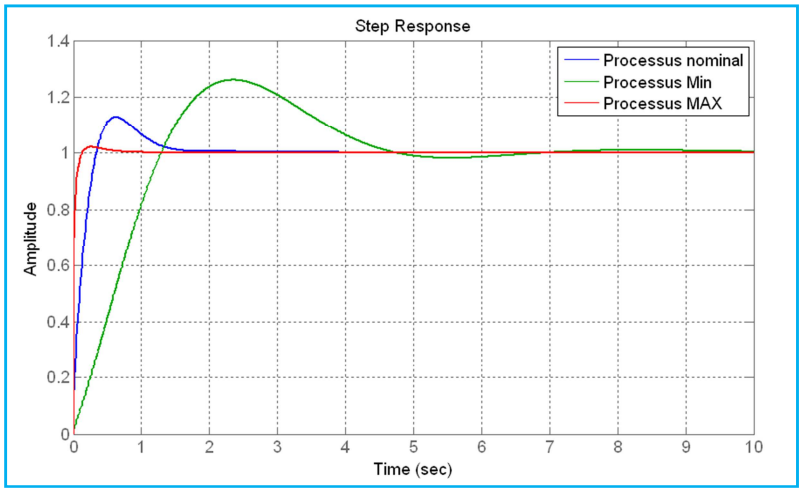


Figure 5.23 : *Réponses indicielles du système en boucle fermée avec le régulateur PI dans le cas d'un fil électrique de longueur finie*

Les conclusions sont identiques à celles obtenues un fil de longueur infinie : il est nécessaire d'utiliser une commande robuste pour faire face aux variations du gain du processus. Pour cela, le paragraphe suivant présente la synthèse d'un régulateur robuste de type CRONE pour un fil de longueur finie.

5.5.2.2.2 Commande CRONE pour la protection du fil électrique de longueur finie

La méthode utilisée pour synthétiser un régulateur CRONE dans le cas d'un fil de longueur finie est identique que celle présentée dans au paragraphe 5.5.1 de ce chapitre. La pulsation au gain unité en boucle ouverte est identique à celle du correcteur PI : $\omega_u = 2\pi\ (rad/s)$. La marge de phase imposée est $M\phi$=80°.

Etude de la robustesse

La marge de module ΔM de la boucle ouverte $H_{BO}(s) = K(s).H_{cab}(s)$ est égale à ΔM=0.87, ce qui montre une bonne robustesse du régulateur. L'analyse des fonctions de sensibilité montre que les rejets de perturbation de sortie (S_{yy}) et de mesure (S_{yb}) (voir la **Figure 5.24**) sont identiques à ceux obtenus avec le régulateur PI. En revanche, le rejet de perturbations de mesure est de sortie sont très efficaces en haute et en basse fréquences. Les perturbations de commande sont mal rejetées dans la gamme de pulsations voisines de ω_u. Il faut donc choisir la fréquence d'échantillonnage en dehors de la zone.

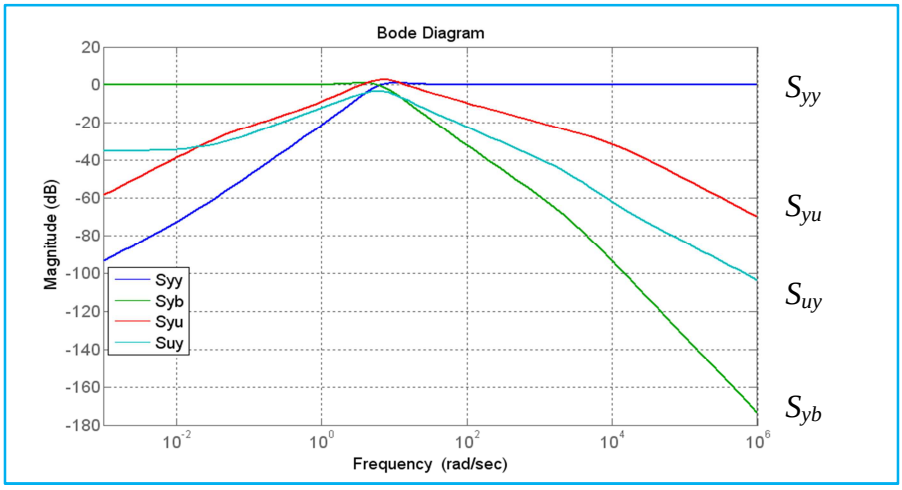


***Figure 5.24** : Diagrammes de gain des fonctions de sensibilité dans le cas du régulateur CRONE*

Le diagramme de Black-Nichols (voir la **Figure 5.25**) montre l'efficacité de la commande CRONE face aux variations du gain de processus. Cette commande assure une marge de phase constante.

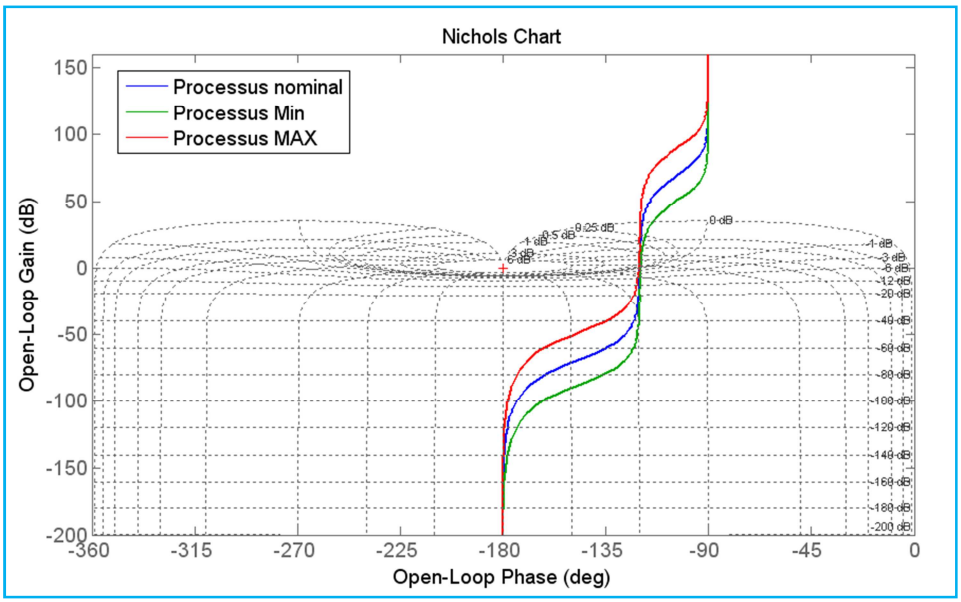


***Figure 5.25** : Diagrammes de Black- Nichols du système dans le cas d'un régulateur CRONE et pour différents états paramétriques du processus régulé*

Les réponses indicielles de la **Figure 5.26** confirment l'analyse fréquentielle du diagramme de Black-Nichols puisqu'elles font apparaître un premier dépassement constant.

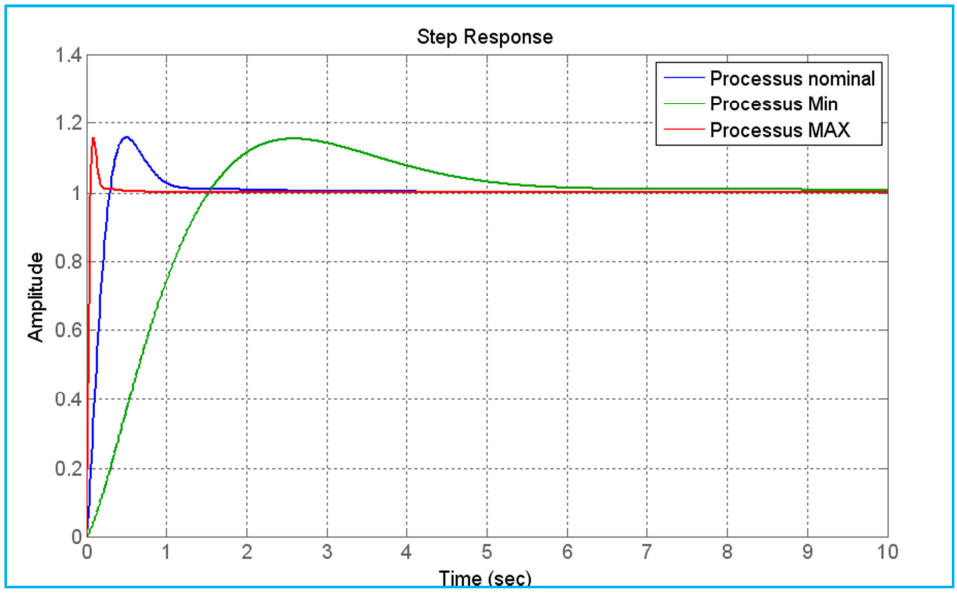


***Figure 5.26** : Réponses indicielles de trois processus contrôlés avec un régulateur CRONE*

Ce paragraphe a décrit la méthode de synthèse des régulateurs de température qui sont intégrés dans le mode protégé du MOSFET intelligent. Dans les paragraphes qui suivent, l'implantation de ces lois de commande est présentée. Le banc d'essai permettant ces implantations est également décrit.

5.6 Implantation des lois de protection

Dans cette dernière partie de chapitre, les lois de protection précédemment conçues sont vérifiées en simulation et implantées dans un banc d'essai, puis testées en temps réel.

Tout d'abord, le banc d'essai utilisé pour les essais est décrit. Il se compose d'un MOSFET intelligent relié à un connecteur, un fil électrique et une charge de type résistive. Il met également en œuvre un calculateur qui permet d'implanter les lois de protection. Ensuite, la structure logicielle est également présentée. Elle est conforme au schéma de la loi de protection présentée par la **Figure 5.11** mais a subi quelques modifications pour s'adapter à la structure matérielle.

5.6.1 Construction de banc d'essai

Ce banc d'essai a été instrumenté par [Nocquet, 2011], [Pavero, 2012]. IL contient les éléments suivants:

1) Un MOSFET intelligent piloté via une liaison SPI. Il offre la possibilité de piloter ses sorties en mode PWM. Il offre également la possibilité de mesurer le courant de charge.
2) Une Autobox de marque DSPACE qui est un calculateur de prototypage rapide permettant de supporter le temps réel, d'implanter l'estimateur et la loi de pilotage sur la maquette physique. L'Autobox comporte une liaison CAN (Controller Area Network) permettant de transmettre la valeur du courant et la température mesuré par le banc d'acquisition. L'Autobox contient également un module de communication SPI pour piloter le MOSFET.

3) Un connecteur 16 voies hybride : il permet de relier la sortie du PCB contenant le MOSFET avec le fil électrique.
4) Un fil électrique de section 0.5mm². Toutes ses caractéristiques thermiques et électriques sont connues.
5) Des charges de type résistives
6) Un banc d'acquisition qui peut établir une communication CAN avec d'autres organes. Il permet d'effectuer des mesures de courant et de température.
7) Un ordinateur de supervision qui permet de contrôler tous les paramètres du montage.
8) Une alimentation de puissance pour alimenter le montage en 12V.

Des capteurs de courant, de tension et de température ont été placés à différents endroits lors du montage de la manipulation comme l'illustre le schéma du banc d'essai de la **Figure 5.27**.

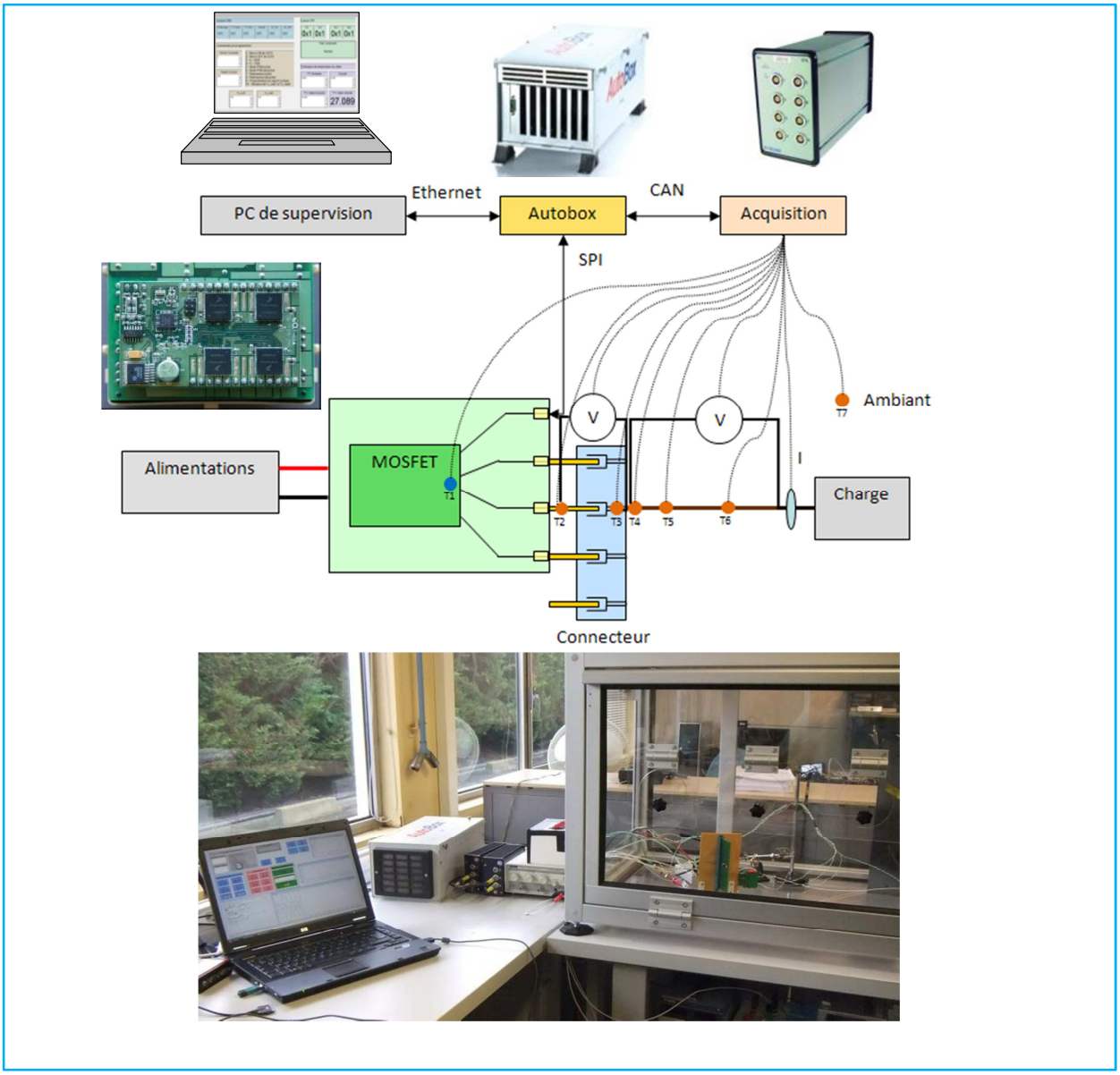


Figure 5.27: *Banc d'essai pour l'implantation des lois de protection*

La fréquence du PWM est fixée à 50Hz, car il faut que la fréquence du courant soit supérieure à 27Hz qui est la fréquence critique pour que l'influence de la composante harmonique du flux de chaleur soit totalement éliminée (voir la partie 2.4 du chapitre 2).

5.6.2 Structure logicielle

La structure logicielle est représentée **Figure 5.28** par un schéma Matlab/Simulink. Cette structure permet de piloter les entrées - sorties via les communications CAN, SPI et Ethernet (par l'ordinateur superviseur). Ce schéma est utilisé pour tous les types de loi de protection.

La structure logicielle se décompose en trois parties :

- acquisition des données provenant du système par la liaison CAN,
- élaboration ou calcul de la commande du MOSFET intelligent,
- envoie des commandes au MOSFET intelligent par la liaison SPI.

Dans le bloc de pilotage du MOSFET intelligent, le schéma de la loi de protection qui apparait **Figure 5.12** est détaillé sous la forme d'un schéma Simulink sur la **Figure 5.29**.

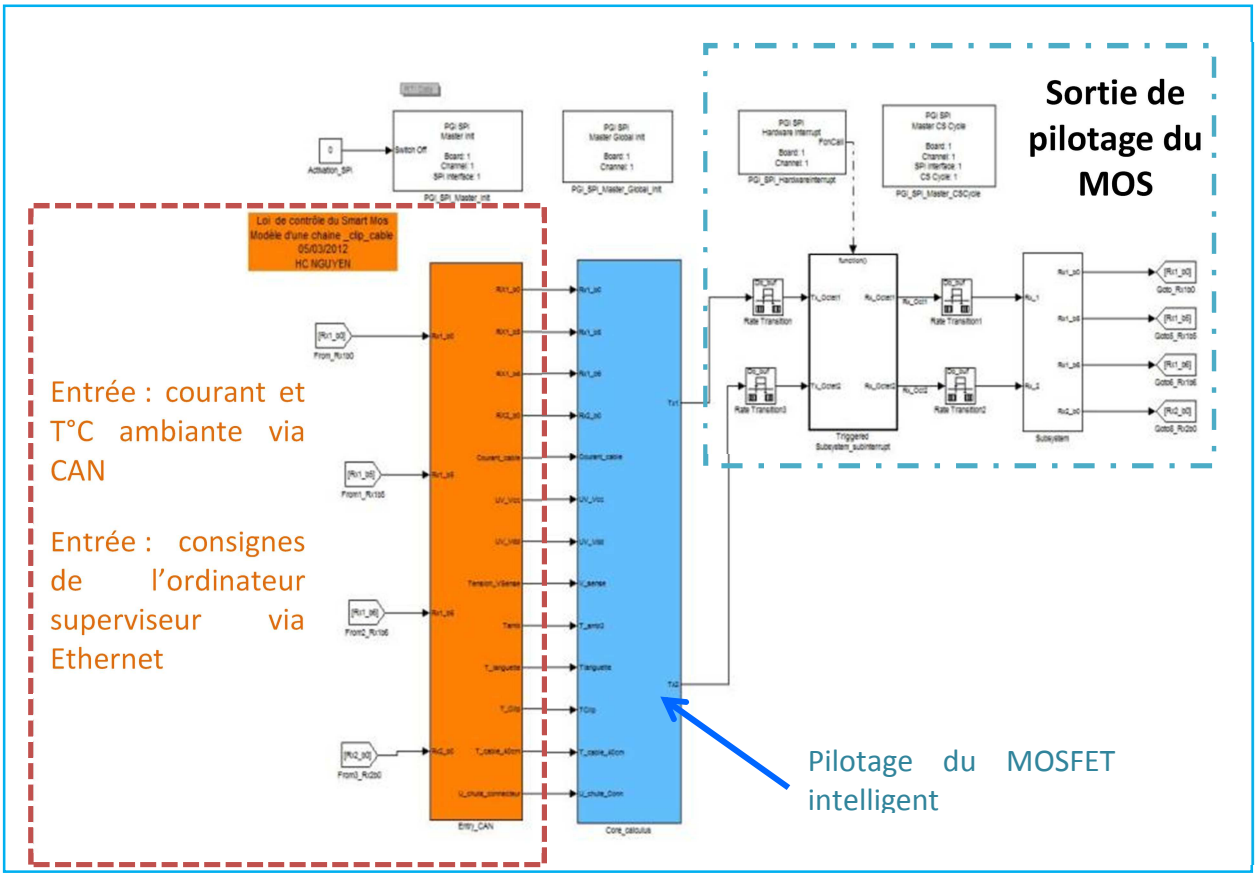


Figure 5.28: *Structure des entrées sorties de la loi de pilotage*

- Le régulateur récupère des informations sur la consigne de température et la température de fil électrique via l'estimateur. Il déduit ensuite le rapport cyclique du courant α (signal de commande) qui module la tension appliquée à la charge et donc le courant. $\alpha=1$ s'il n'y a pas de surchauffe et $0 < \alpha < 1$ dans le cas contraire. Le

rapport cyclique α est enfin envoyé à la machine d'état du MOSFET intelligent. Rappelons qu'α est utilisé uniquement dans l'état "**Normal**" du MOSFET intelligent (voir la **Figure 5.11**).

- Une mesure du courant réel qui parcourt le fil électrique (plus exactement une image de ce courant) est réalisée par le MOSFET intelligent (current sense). Ce courant est la réponse du système réel.
- Le courant et la température ambiante sont ensuite utilisés par l'estimateur de température du fil électrique.

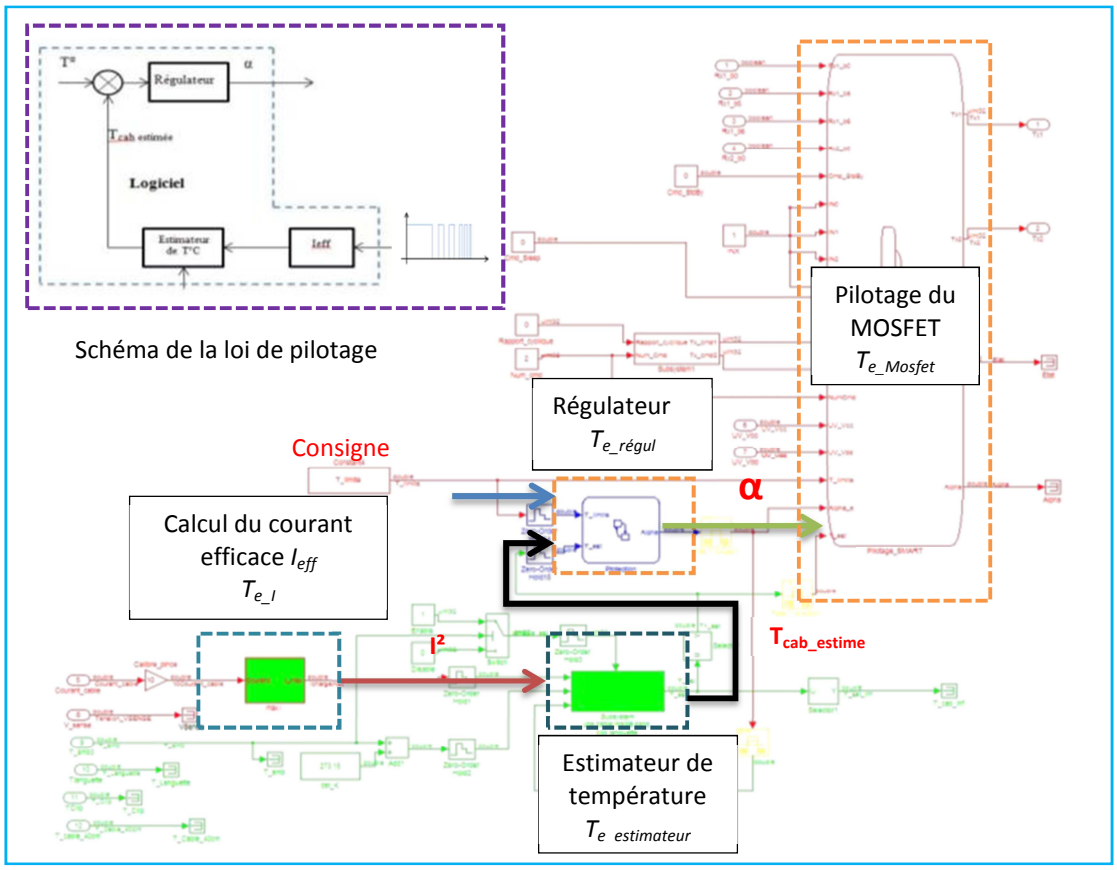


Figure 5.29: *Schéma de la loi de protection*

Dans le but d'optimiser la charge de calcul du calculateur, différents temps d'échantillonnage sont utilisés (voir la **Figure 5.29**).

- Le temps d'échantillonnage du calcul du courant efficace (T_{e_I}) est 20 fois plus importante qu'une période du PWM (50Hz), T_{e_I}=0.001s. Par ailleurs, ce temps d'échantillonnage doit être inférieur au rapport cyclique minimal du PWM (de 10%, t=0.002s) pour assurer suffisamment de précision. Pour éviter une surcharge du calculateur, nous avons choisi volontairement un temps d'échantillonnage pas trop petit. Pour le court-circuit franc, une protection supplémentaire " hardware " doit alors être ajoutée.
- Le temps d'échantillonnage de l'estimateur de température (T_{e_estime}) est de 0.001s pour assurer une bonne présentation de la dynamique thermique. (voir la **Figure 5.4** et la **Figure 5.8**)

- Le temps d'échantillonnage du régulateur (T_{e_regul}) et de la machine d'état du MOSFET (T_{e_MOSFET}) est de 0.1s. Rappelons que le temps limite est de 2s pour un fil de longueur finie (voir la partie *5.4*) ce qui représente 20 fois le T_{e_regul}. De plus ce temps d'échantillonnage est supérieur d'un facteur 5 à la période de PWM ce qui assure un bon fonctionnement du PWM.

5.6.3 Discrétisation du régulateur

Afin de faire fonctionner la loi de protection en temps réel et embarquée dans un calculateur, il est nécessaire de discrétiser la loi de protection.

Le régulateur est codé ensuite par une machine d'état (stateflow) qui distingue deux états : le mode fonctionnement normal et le mode dysfonctionnel (voir la **Figure 5.30**). En mode fonctionnement normal, $\alpha=1$. Par contre en mode dysfonctionnel α est calculé selon l'algorithme de commande.

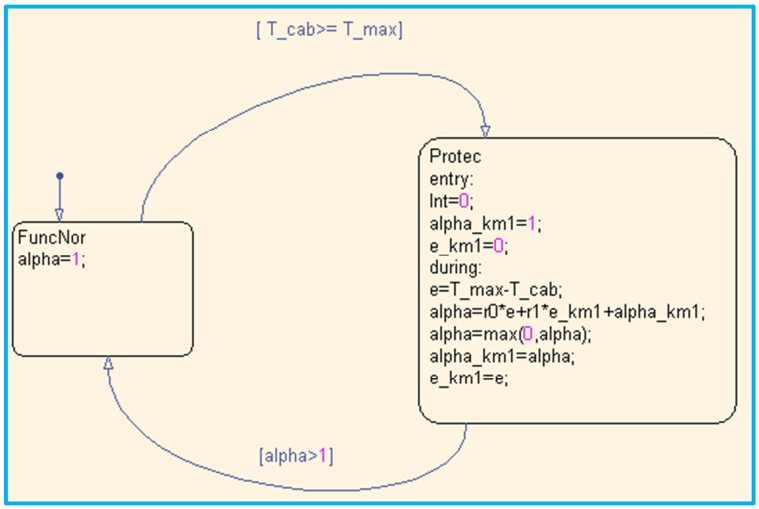


Figure 5.30: *Codage du régulateur PI sous Stateflow*

5.6.3.1 Discrétisation du régulateur PI

La discrétisation du régulateur s'effectue en utilisant l'approximation d'Euler étant donné le rapport important existant entre la fréquence d'échantillonnage et la bande passante du système commandé. La forme discrète du régulateur PI est donc la suivante :

$$K(z) = Z\left\{K_p\left(1+\frac{1}{T_i\, s}\right)\right\} = \frac{K_p\left(1+\frac{T_e}{T_i}\right) - K_p\, z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{r_0 + r_1\, z^{-1}}{1-z^{-1}}, \qquad (5.53)$$

avec

T_e : période d'échantillonnage en [s].

r_0 et r_1 sont calculés à l'aide des relations suivantes :

$$r_0 = K_p\left(1+\frac{T_e}{T_i}\right) \text{ et } r_1 = -K_p\,. \qquad (5.54)$$

L'algorithme de commande est donc :

Répéter

→ Acquisition de T_{cab}, acquisition de la consigne $T°_{max}$
- o *e(k)=T_max-T_cab*;
- o $\alpha(k) = r_0\, e(k) + r_1\, e(k-1) + \alpha(k-1)$;
- o $\alpha(k) = \max(0, \alpha(k))$;
- o $\alpha(k-1) \leftarrow \alpha(k)$;
- o $e(k-1) \leftarrow e(k)$;

→ Envoyer la commande

Jusqu'à fin de la surchauffe

5.6.3.2 Discrétisation du régulateur CRONE

A partir de la relation *(5.47)*, le régulateur est décomposé en une somme de fonctions de transfert (du premier ou deuxième ordre) par décomposition en éléments simples de la fonction de transfert. Cette opération permet d'avoir une structure parallèle qui permet de limiter les problèmes de conditionnement numérique des coefficients et l'accumulation d'erreurs de calcul. La forme décomposée du régulateur CRONE donné par la relation *(5.47)* est la suivante :

$$\mathrm{K}(p) = \sum_{k}^{N} \beta_k \cdot \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega'_k}}{1 + \frac{p}{\omega_k}} \right) + \sum_{k}^{N} \beta'_k \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega'_k}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega''_k}\right)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_k}\right)^2}, \qquad (5.55)$$

soit :

$$\mathrm{K}(p) = \sum_{k}^{N} H_k(p). \qquad (5.56)$$

La discrétisation porte alors sur chaque fonction de transfert $H_k(s)$

$$H_k(z) = Z\left(H_k(p)\right), \qquad (5.57)$$

et le régulateur discret final est donné par la somme:

$$\mathrm{K}(z) = \sum_{k}^{N} H_k(z). \qquad (5.58)$$

La **Figure 5.31** montre la structure parallèle du régulateur. Les cellules reçoivent toutes l'erreur entre la consigne et la mesure. Chaque cellule à sa condition initiale et la somme des conditions initiales est égale à 1 qui est la condition initiale sur le rapport cyclique. La sortie du régulateur (α) est la somme des sorties des fonctions de transfert $H_k(z)$. En pratique, la condition initiale d'une cellule est égale à 1 et les autres à 0.

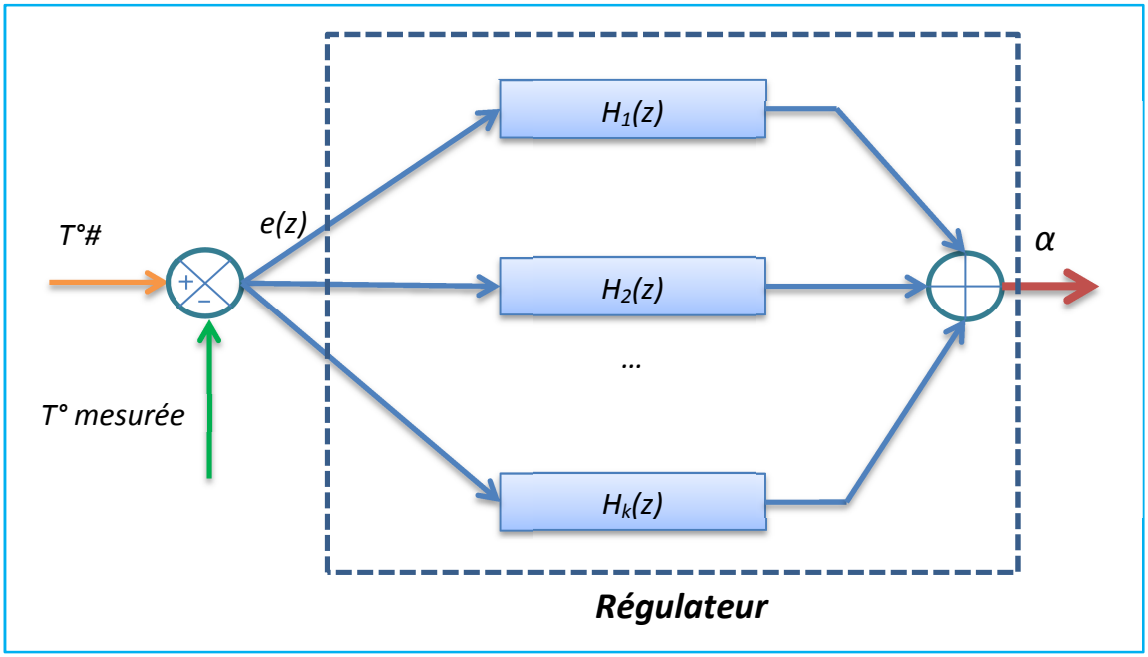


***Figure 5.31**: Structure en parallèle du régulateur CRONE pour son implantation*

Le régulateur CRONE est codé dans l'état « protection » de la machine d'état comme l'illustre la **Figure 5.32**.

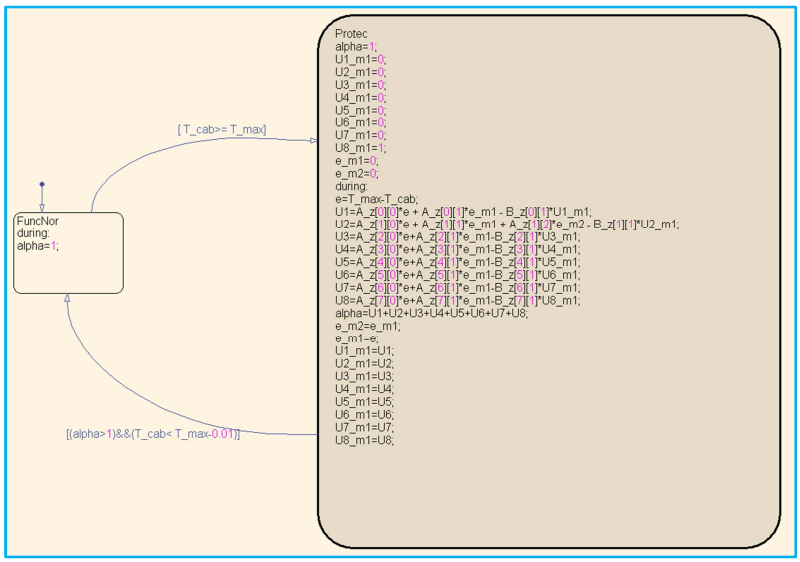


***Figure 5.32:** Machine d'état de la loi de protection CRONE dans stateflow*

Les fonctions de transfert $H_k(z)$ sont soit du premier ordre soit du second ordre et admettent donc les formes suivantes :

- premier ordre : $$H_k(z) = \frac{A_k[1] + A_k[2].z^{-1}}{1 + B_k[1].z^{-1}}$$

- deuxième ordre : $$H_k(z) = \frac{A_k[1] + A_k[2].z^{-1} + A_k[3].z^{-2}}{1 + B_k[1].z^{-1} + B_k[2].z^{-2}}$$

L'algorithme de commande est donc le suivant :

Répéter

→ Acquisition de T_{cab}, acquisition de la consigne $T°_{max}$

- e(k)=T_max-T_cab;

Cellule N°1 (premier ordre)

- $\alpha 1(k)$ =A_1[1] e(k)+A_1[2] e(k-1)+ B_1[1] $\alpha 1(k-1)$;
- α1(k-1) ← $\alpha 1(k)$;

Cellule N°2 (premier ordre)

- $\alpha 2(k)$ =A_2[1] e(k)+A_2[2] e(k-1)+ B_2[1] $\alpha 2(k-1)$;
- α2(k-1) ← $\alpha 2(k)$;

Cellule N°3 (deuxième ordre)

- $\alpha 3(k)$ =A_3[1] e(k)+A_3[2] e(k-1)+A_3[2] e(k-2)+ B_3[1] $\alpha 3(k-1)$ + B_3[2] $\alpha 3(k-2)$;
- α 3(k-1) ← $\alpha 3(k)$;
- α 3(k-2) ← $\alpha 3(k-1)$;
- .....

Cellule N°n (premier ordre)

- $\alpha_n(k)$ =A[n] e(k)+B[n] e(k-1)+ $\alpha_n(k-1)$;
- α_n(k-1) ← $\alpha_n(k)$;

La commande finale

- $\alpha(k)$ =somme($\alpha_i(k)$);
- $\alpha(k)$ =max(0, $\alpha(k)$);

L'enregistrement

- e(k-1) ← e(k);
- e(k-2) ← e(k-1);

→ Envoyer la commande

Jusqu'à fin de la surchauffe

5.6.4 Protocole d'essai et résultats d'essai

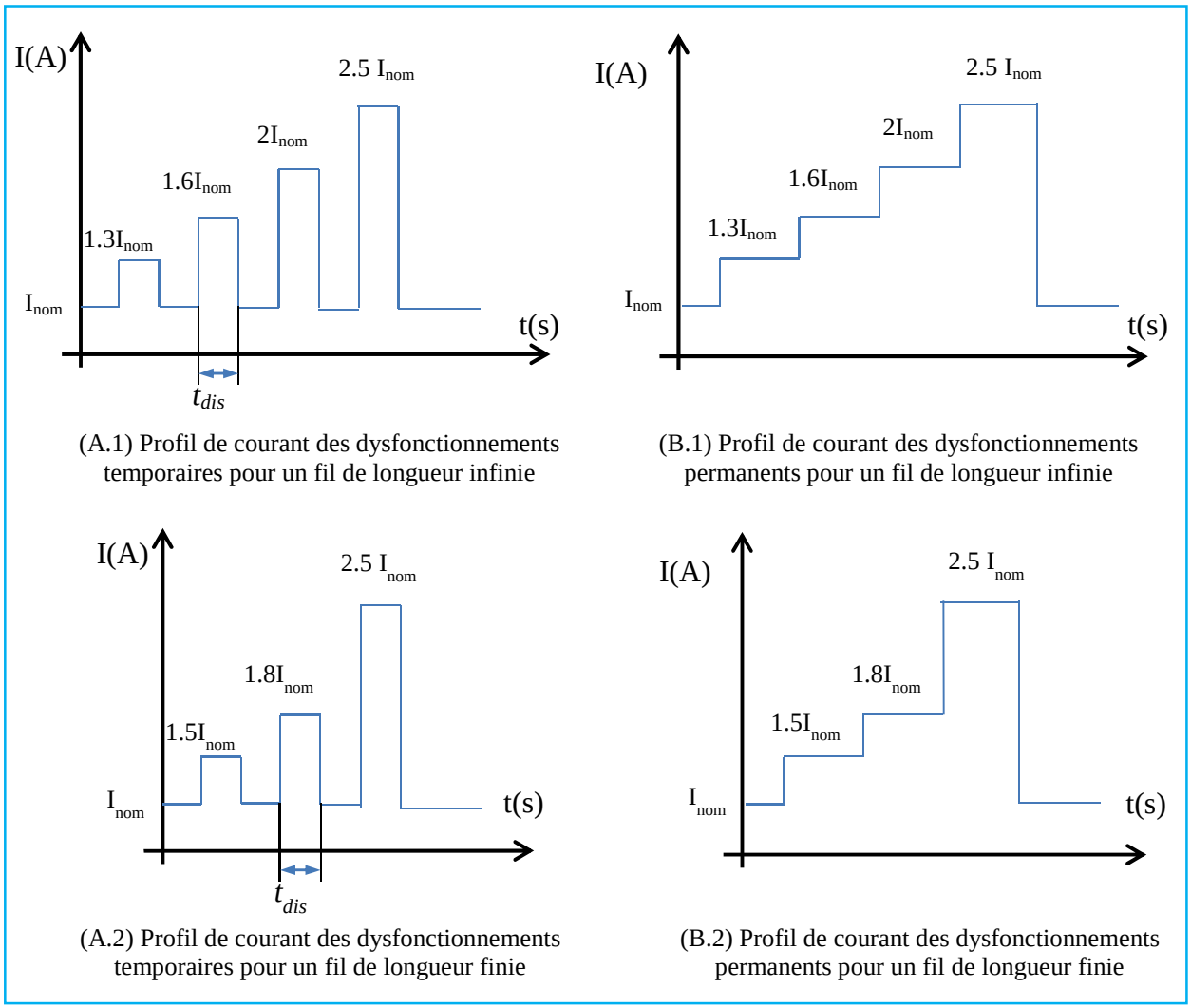
5.6.4.1 Protocole d'essai

La loi de protection doit s'assurer que la température du point critique ne dépasse pas sa température maximale admissible. La température du fil de type T3 doit être inférieure à 125°C et sa température maximale admissible est de 150°C. La surchauffe jusqu'à la température maximale est obtenue lorsque la température ambiante est de 90°C avec une surintensité importante, $I \approx 5.I_{nom}$. Dans notre cas d'étude, nous n'avons pas de dispositif permettant de maintenir la température ambiante à 90°C. Les lois de protection sont donc testées à la température ambiante de la salle d'essai, c'est-à-dire entre 20°C et 25°C. Les seuils de température de la protection sont 30°C et 35°C dans le cas d'un fil électrique de longueur finie et infinie respectivement. Ces seuils sont arbitraires, car avec un courant de 5A, la température de cil électrique n'augmente que 4°C et le MOSFET intelligent ne support que 10A maximal. La principale performance des lois de protection est la réactivité face aux variations rapides du courant. C'est la raison pour laquelle, elles sont testées dans les deux cas qui suivent.

Dysfonctionnement temporaire : le courant de la ligne étant nominal, une surintensité est introduite pendant un temps t_{dis}. Ce disfonctionnement se répète plusieurs fois et à chaque fois le courant augmente. Ce type de défaut est illustré par les chronogrammes de la **Figure 5.33** (A.1) et (A.2). Ce cas permet de tester la réaction de la structure à deux états de la loi de protection.

Disfonctionnement permanent : le système étant en mode protection à cause d'une surintensité, le courant dysfonctionnel ne cesse pas d'augmenter jusqu'à 3 fois le courant

nominal comme l'illustrent les chronogrammes de la **Figure 5.33** (B.1 et (B.2)). Dans ce cas, le régulateur fonctionne en permanence. Ce cas permet de tester la réactivité des différents régulateurs.



(A.1) Profil de courant des dysfonctionnements temporaires pour un fil de longueur infinie

(B.1) Profil de courant des dysfonctionnements permanents pour un fil de longueur infinie

(A.2) Profil de courant des dysfonctionnements temporaires pour un fil de longueur finie

(B.2) Profil de courant des dysfonctionnements permanents pour un fil de longueur finie

Figure 5.33 : *Profils de courant pour les deux cas de disfonctionnement considérés*

Les profils (A.1) et (B.1) sont appliqués au fil électrique de longueur infinie et les profils (A.2) et (B.2) sont appliqués au fil électrique de longueur finie. Les différents profils d'essai sont exprimés en fonction du ratio I/I_{nom}. Le courant nominal dans le cas d'un fil de longueur infinie est plus important (5A) que dans le cas d'un fil de longueur finie. Dans le cas d'un fil de longueur fini, le courant est limité par la résistance de contact, de plus le risque d'une augmentation excessive dû à une surchauffe est plus important que dans le cas d'un fil de longueur infini. Ce sont les raisons pour lesquelles nous avons choisi 3 paliers du courant pour ce cas au lieu de 4 pour le fil de longueur infinie.

Le paragraphe suivant présente les résultats de simulation et de mesure.

5.6.4.2 Protection d'un fil de longueur infinie : résultats de simulations et mesures

La **Figure 5.34** présente les résultats mesurés des lois de protection pour un fil de longueur infinie dans le cas de dysfonctionnements temporaires. Dans cette figure, les

températures mesurée et estimée en temps réel sont présentées, ainsi que la commande embarquée du rapport cyclique du PWM (α). Les régulateurs PI et CRONE ne donnent pas de commande (α) identique car la température ambiante des deux essais est différente et la loi de protection prend en compte la température ambiante en temps réel. A l'état normal les régulateurs ne fonctionnent pas. Lorsque la température dépasse la valeur limite, la protection est activée, les régulateurs commencent à modifier la valeur de α. Le basculement entre l'état normal et l'état protégé provoque un dépassement de température très faible de l'ordre de 0.1°C.

Il est important à remarquer que les températures mesurée et estimée du fil électrique sont différentes, la différence est de 2°C au plus. Cette différence vient de plusieurs sources qui sont l'erreur sur la mesure du courant et l'erreur de la modélisation, sachant que le courant est de type PWM. Sur la courbe de température du fil présenté dans la **Figure 5.34**, la température mesurée du fil monte doucement et on a l'impression qu'elle n'arrête pas. Par contre la **Figure 5.37** montre que si le temps est suffisamment long, la température du fils est stabilisée, et elle n'augmente pas à l'infini.

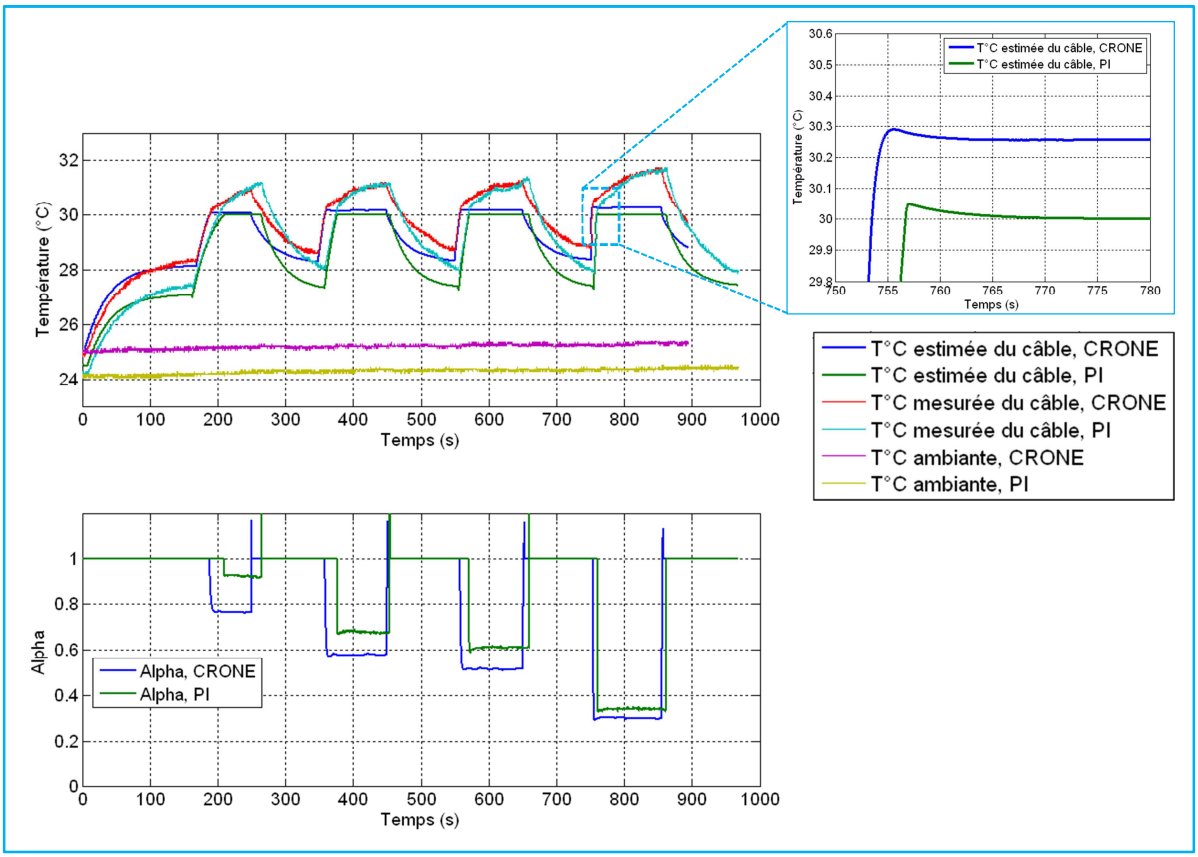


Figure 5.34 : *Résultat des lois de protection pour un fil de longueur infinie dans le cas de dysfonctionnements temporaires*

La **Figure 5.35** présente le profil du courant mesuré par une pince ampérométrique, qui permet de vérifier que la fréquence de PWM est donc égale à 50Hz.

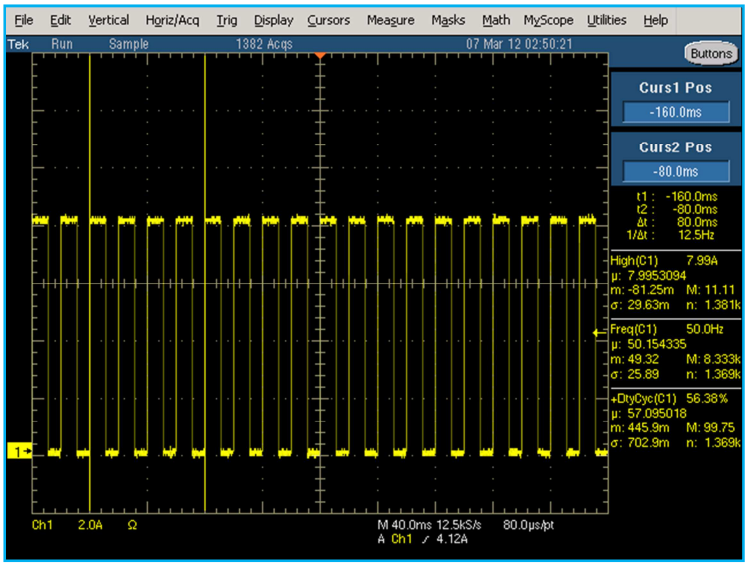


Figure 5.35 : *Courant mesuré par une pince ampérométrique*

Lorsque le système entre en mode protégé, l'allure de la variation de température du fil dépende de la valeur initiale de α: $\alpha=1$ ou $\alpha=0$. La **Figure 5.36** présente les résultats simulés en mode protection avec un régulateur PI et dans le cas d'un fil de longueur infinie pour différentes conditions initiales de α. Dans le cas ou $\alpha=0$, il n'y a plus de dépassement. Par contre, entre les deux premiers échantillons une coupure de courant apparait (pendant un temps T_e). Cette interruption peut provoquer un dysfonctionnement de la charge, un reset de calculateur par exemple. Le choix de la valeur initiale de α est donc fonction de la charge. Pour une charge de type ampoule ou résistive, la coupure n'a aucun effet, le meilleur choix est donc $\alpha=0$.

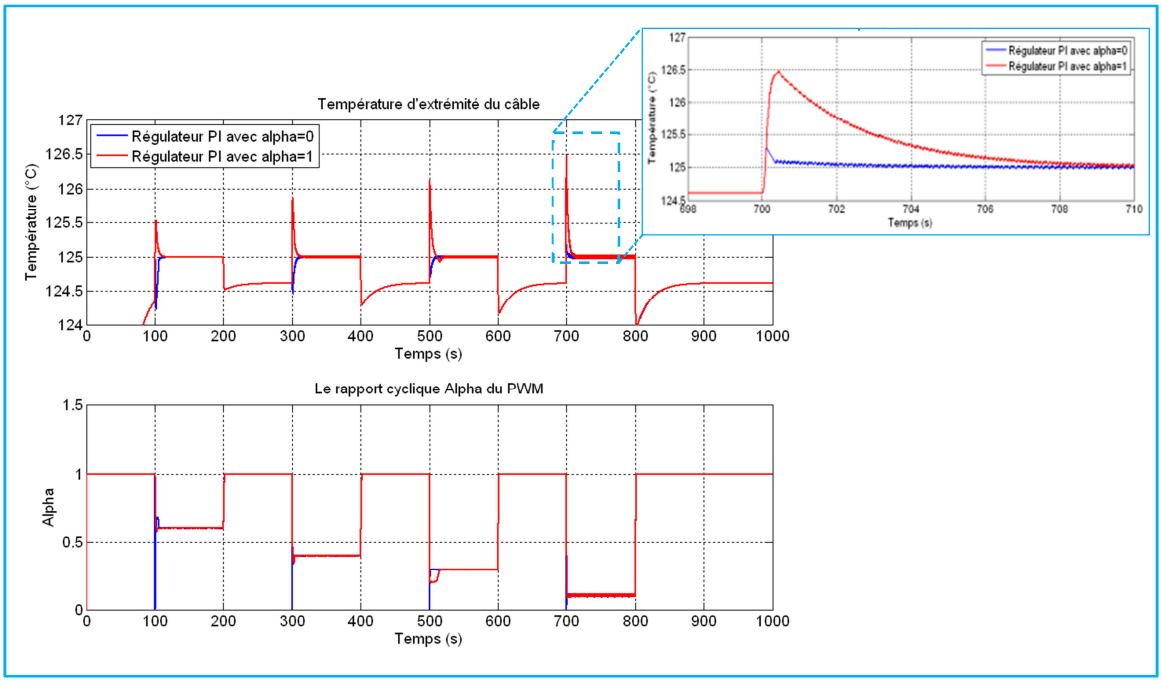


Figure 5.36 : *Résultat de la loi de protection avec un correcteur PI dans le cas d'un fil de longueur infinie avec des conditions initiales différentes pour α*

Comme l'illustre la **Figure 5.37**, dans le cas d'un dysfonctionnement permanent, les performances obtenues avec un régulateur CRONE ou PI sont elles aussi similaires. Contrairement au cas d'un dysfonctionnement temporaire, dans ce cas les régulateurs fonctionnent en permanence. C'est la raison pour laquelle la température du fil électrique est maintenue à un seul niveau quel que soit le changement de la charge. Le choix sur la condition initiale de α n'a d'influence que pour la première surintensité.

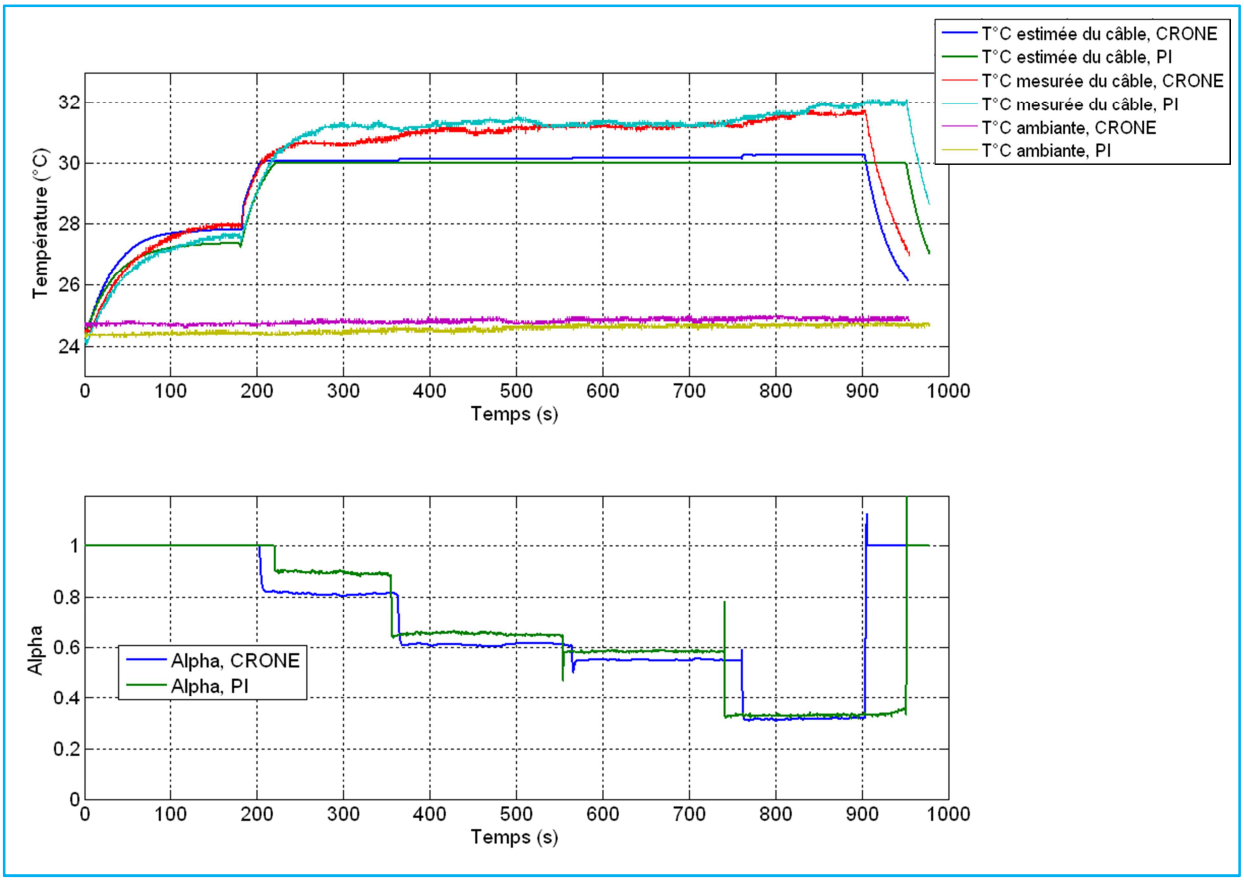


Figure 5.37 : *Résultats mesurés des lois de protection dans le cas d'un fil de longueur infinie et pour un dysfonctionnement permanent*

5.6.4.3 Protection d'un fil de longueur finie : résultats de simulations et mesures

Les lois de protection sont à présent appliquées à un fil de longueur finie, dont le but est de protéger l'extrémité du fil dans les deux cas de dysfonctionnement précédemment décrits. La **Figure *5.38*** et la **Figure 5.39** présentent les résultats obtenus. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus dans le cas d'un fil de longueur finie. En revanche, le dépassement de la température au point critique est plus important, ce qui s'explique par un gain statique plus important de la fonction de transfert qui caractérise un fil de longueur finie par rapport à celle d'un fil de longueur infinie.

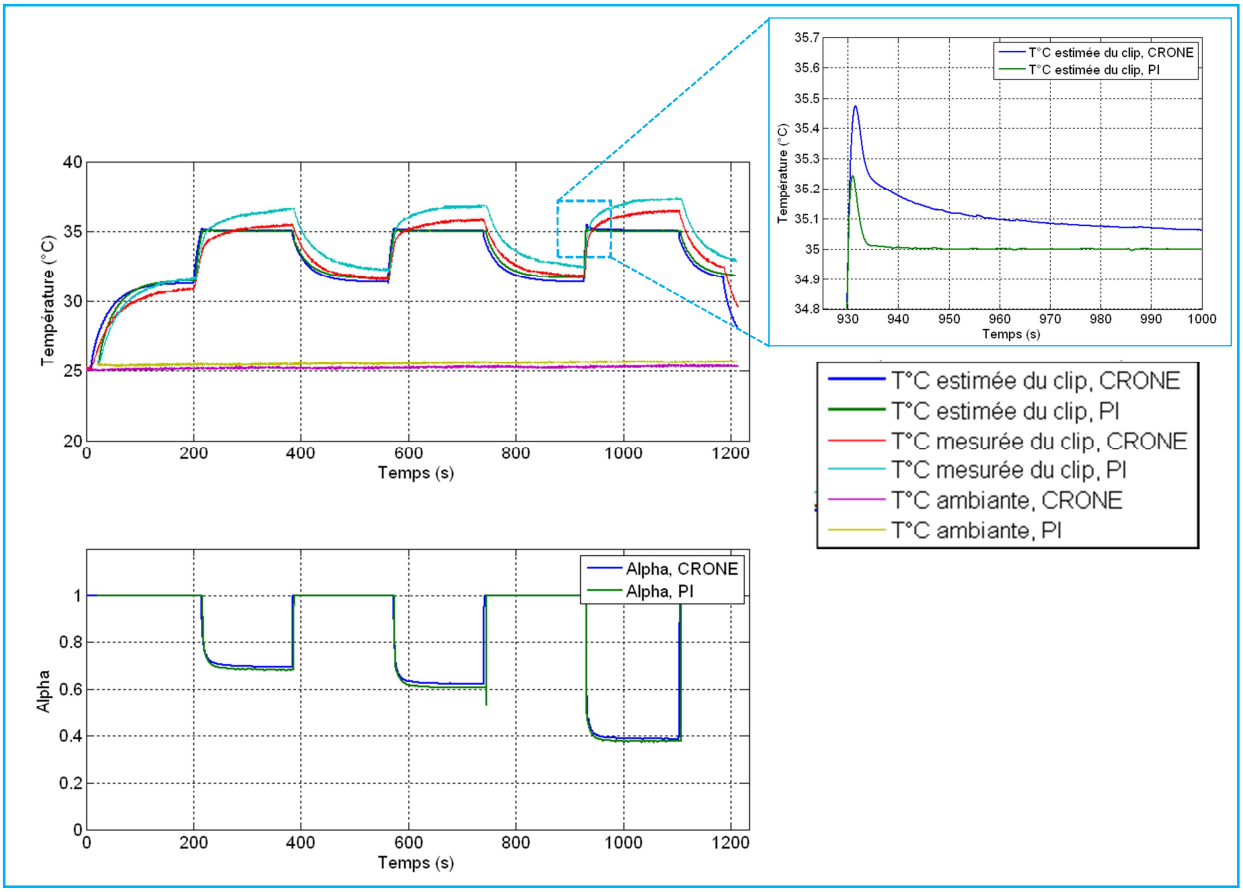


***Figure* 5.38 :** *Résultats des lois de protection pour un fil de longueur finie dans le cas de dysfonctionnement temporaire*

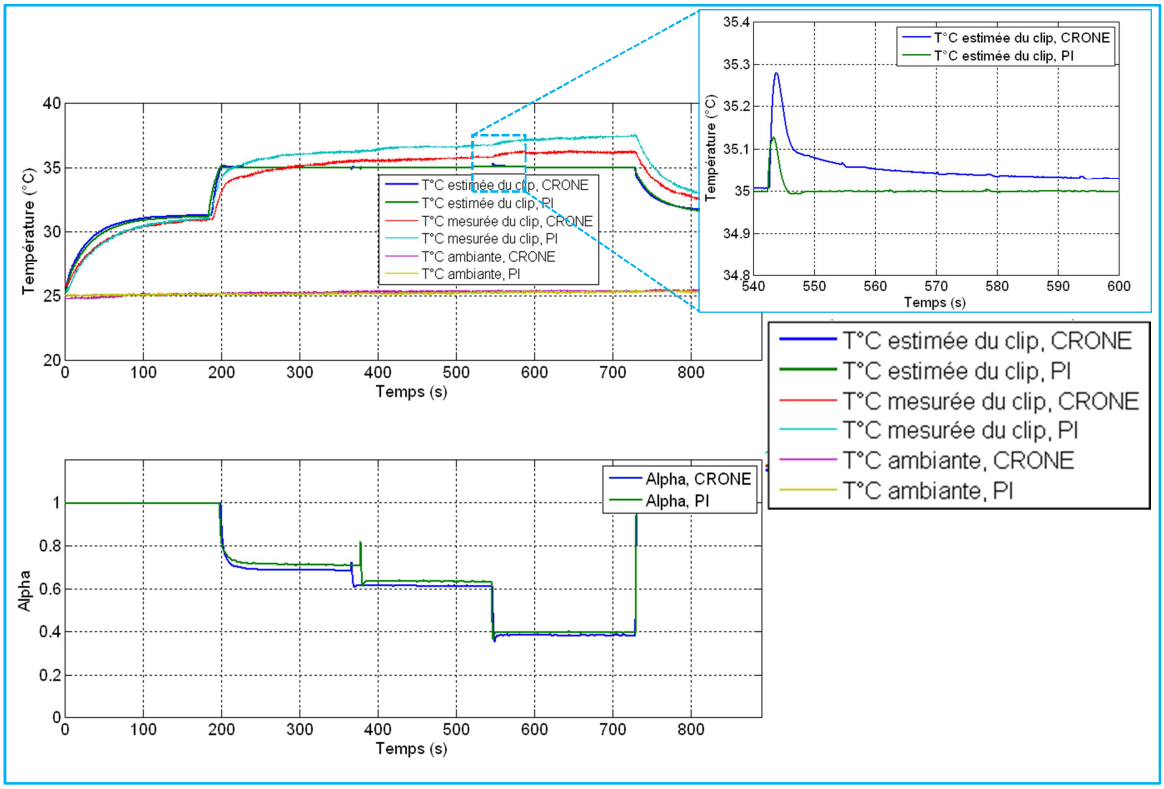


Figure 5.39 : *Résultats des lois de protection pour un fil de longueur finie dans le cas d'un dysfonctionnement permanent*

La condition initiale de α dans l'état protégé influence également le dépassement de température du point critique. Comme illustre la **Figure 5.40**, avec la condition initiale α=0, il n'y a pas de dépassement.

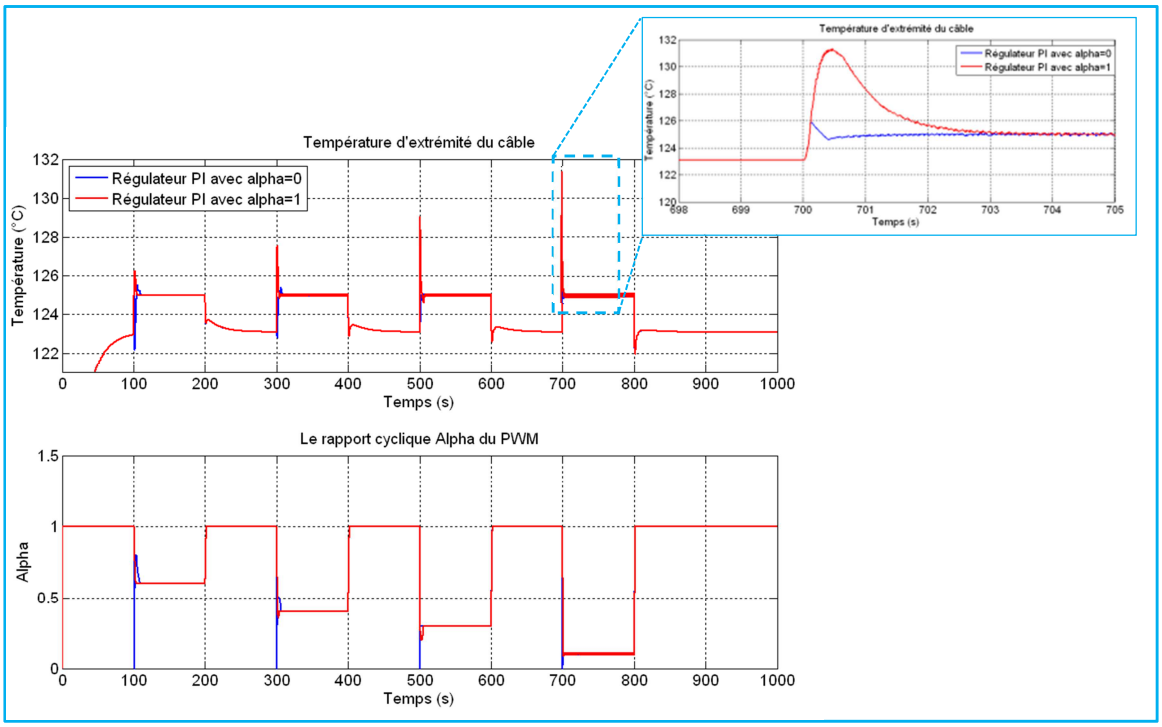


Figure 5.40 : *Résultats simulés de la loi de protection avec un correcteur PI et dans le cas d'un fil de longueur finie avec différentes conditions initiales sur α*

Les régulateurs PI et CRONE évitent que la température du fil ne dépasse la limite de 35°C. Ils assurent également la régulation de la température du câble à 35°C lors d'une surchauffe. Dans cet exemple, les variations paramétriques du processus ne sont pas suffisamment importantes pour que des performances différentes apparaissent au niveau des réponses temporelles. Les propriétés de robustesse conférées par la commande CRONE ne sont pas visibles. Par contre, d'après les analyses effectuées aux paragraphes *5.5.2.1.2 et 5.5.2.2 (commande CRONE)* de ce chapitre, il est certain que la commande CRONE assure la robustesse du degré de stabilité de la loi de protection vis-à-vis des variations de la charge.

5.7 Conclusion

Ce chapitre a utilisé les modèles développés aux chapitres précédents pour déterminer les points critiques dans un circuit de SEE. Le point le plus critique est le connecteur.

Après avoir effectué une analyse fonctionnelle externe et interne, une structure de protection bi-état a été concue et ses performances ont été analysée. . Dans les conditions de fonctionnement examinées, cette structure assure un bon fonctionnement de la charge et protège activement le fil dans le cas de surintensité. Il faut noter que, par manque de temps, ces travaux n'ont pas examiné concrètement la compatibilité de ces protections avec celle de différents organes automobiles ni avec les systèmes d'autoprotection de différents composants MOSFET intelligent utilisés dans le domaine automobile.

Les analyses des comportements fréquentiels et temporels de l'ensemble fil électrique et la charge permettent de définir précisément la période d'échantillonnage, le temps de réponse maximal, et la bande passante de l'asservissement à concevoir pour maintenir la température d'un point critique constante en cas de dysfonctionnement. Cette analyse montre également que dans le cas d'un court-circuit franc, la protection par logiciel n'est pas assez rapide. Il est donc nécessaire d'avoir une protection matérielle contre le court-circuit franc.

Compte tenu de la technologie MOSFET intelligent actuelle, une structure logicielle et différentes stratégies de protection ont été proposées. La stratégie basée sur la régulation de température du point critique est particulièrement intéressante. Deux régulateurs de type PI et CRONE ont été synthétisés.

Un banc d'essai a été construit dans le but de tester les différentes stratégies de protection. Ce banc contient une Autobox qui permet un prototypage rapide du logiciel de protection embarqué. Les deux régulateurs PI et CRONE ont été testés sur ce banc. Ces deux régulateurs permettent de réguler correctement la température lors d'une surchauffe et assurent un faible dépassement de la température lors de la transition de l'état normal à l'état protégé. Il a été démontré également que la condition initiale de la commande (valeur initiale du rapport cyclique α) influe sur ce dépassement de la température limite lors du basculement du mode normal au mode protégé.

En perspective, Il y a une incertitude vis-à-vis de la mesure du courant donnée par le MOSFET intelligent. Il reste à étudier précisément cette source d'imprécision pour déterminer les précisions attendues pour ce capteur. L'estimateur de température étant en boucle ouverte introduit de l'incertitude, une autre perspective est de trouver un moyen de boucler cet estimateur dans la mesure du possible.

La régulation de température pourrait encore être améliorée en utilisant la commande hybride ou la commande prédictive. Ces commandes permettront de limiter le dépassement pendant le régime transitoire.

Ce chapitre a proposé des lois de protection pour un système simplifié, mais d'autres modèles du SEE et les démarches d'analyse proposées dans ce chapitre pourront s'appliquer pour définir un système de protection d'un circuit plus complet.

Conclusion et perspectives

Ce mémoire de thèse contribue à améliorer la compréhension de l'échauffement d'un SEE par l'analyse des phénomènes physiques et leur modélisation électrothermique. Une approche système a été menée englobant l'ensemble du SEE. Puis, il a été proposé de nouvelles méthodes de protection efficaces, sur la base de lois de contrôle commande mettant en œuvre de nouvelles technologies électroniques et logicielles...

La première partie de ces travaux présente des aspects théoriques de modélisation électrothermique. Plusieurs méthodes pour mettre en équation un système thermique sont présentées. En conclusion, le domaine d'application de l'étude faisant l'objet de ce mémoire se prête davantage aux méthodes de bilan d'énergie comme les volumes finis et la méthode nodale. Le principe de conservation de l'énergie permet d'établir l'équation analytique de propagation de la chaleur. Cette étude montre également qu'il existe des fréquences limites pour chaque section de conducteur, au-dessous de laquelle, les effets électromagnétiques peuvent être négligés.

Ces aspects théoriques sont ensuite utilisés pour modéliser un câble à longueur infinie (modèle 2D), puis un câble la longueur finie (modèle 3D). Deux méthodes pour modéliser un câble de longueur finie ont été proposées :

- méthode d'approximation par la discrétisation géométrique ;
- méthode analytique basée sur l'équation de transfert thermique longitudinal.

La première méthode conduit à une difficulté pour définir la longueur optimale de maillage et la seconde présente a priori une impasse quant à la résolution des équations faisant intervenir des dérivées d'ordres non entiers.

Cependant, en utilisant des outils développés par l'équipe CRONE pour l'analyse des systèmes non entiers, le modèle thermique du câble peut être représenté sous deux formes : un système à paramètres localisés et un système à paramètres distribués. Grâce à ces représentations, nous pouvons résoudre les problèmes induits par les deux méthodes de modélisation, c'est-à-dire : définir le comportement thermique le long d'un câble (profil de température du câble, distance d'oubli), et définir la longueur optimale de maillage. Cette méthode conserve non seulement le comportement statique mais également fréquentiel du câble.

L'analyse précédente a été élargie à la propagation de chaleur dans un PCB et dans une piste de cuivre, pour définir aussi leurs distances d'oubli et les limites de validité du modèle.

Compte tenu de la distance d'oubli du faisceau, le SEE peut être étudié de façon séparée en une partie constituée du boîtier avec le début du faisceau et une autre partie constituée du reste du faisceau distant du boîtier. Cette approche simplifie l'étude d'un SEE.

Une nouvelle méthode de modélisation électrothermique d'un boitier et son faisceau est présentée. Cette méthode hiérarchisée fait apparaître trois niveaux de modélisation : un **« niveau global »**, un « **niveau détaillé »** et un **« niveau circuit ».** Ces différents niveaux de modélisation permettent d'étudier l'échauffement du système d'un point de vu global jusqu'au circuit électronique contenu dans le SEE. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet de modéliser uniquement les parties nécessaires (celles dont l'analyse est souhaitée), ce qui diminue le temps de calcul et permet d'avoir des modèles embarquables. Un autre intérêt de cette approche hierarchique est de définir par étapes les conditions initiales, en partant du système global jusqu'au composants détaillés en séparant les dynamiques lentes (niveau global) des dynamiques plus rapides (niveau circuit).

Dans le but de faciliter la construction de ces modèles, une bibliothèque des composants élémentaires a été construite. Dans cette bibliothèque, les trois niveaux de modélisation sont accessibles pour chaque composant afin de permettre le niveau souhaité de modélisation.

A titre d'exemple, la modélisation d'un boitier de servitude pour automobile est traitée et permet d'illustrer la manière dont les composants élémentaires de la bibliothèque sont utilisés.

Il est tout de même important de noter que l'objectif de ce mémoire est de proposer une méthode générale de modélisation d'un SEE et non de créer une bibliothèque exhaustive de composants. Un nombre important de composants, de configurations de boîtiers et de faisceaux différents existent dans le secteur de l'automobile, ne permettant pas de traiter tous les cas dans le cadre de ce mémoire. L'intérêt de la démarche de modélisation des composants élémentaires proposée dans ce mémoire est de pouvoir être adaptée à de nombreux SEE.

Une phase de validation des modèles réalisés, avec une progression en plusieurs étapes basée sur celle d'un cycle en V, a permis de vérifier leurs cohérences. Ainsi, dans une première étape, le modèle des composants de base est validé soit par la mesure, soit par la simulation numérique, soit par les deux. Puis, les modèles des deux sous-systèmes (faisceau et boitier) qui composent le SEE, sont validés. Finalement, les modèles des trois niveaux sont validés sur un SEE qui compose ces sous-systèmes.

Ces modèles ont été validés en statique et en dynamique, sur un domaine de fonctionnement limité aux cas usuels les plus courants,avec une précision de 10% selon le niveau de modélisation et le composant. La validation du comportement dynamique a été effectuée en sollicitant le système étudié par palier du courant. Cette validation est satisfaisante si le courant varie lentement.

- Le « ***niveau global »*** donne des températures moyennes des différentes parties du SEE avec une erreur de 15%. En ce qui concerne la température du

boitier et la température moyenne du PCB, les températures sont données avec une précision de 10%.

- Le « ***niveau détaillé »*** fournit des résultats au niveau de la température moyenne des différentes parties (ou zones) du PCB avec une précision de 6 à 7%.
- Le « ***niveau circuit »*** conduit à des températures sur les principaux composants du circuit avec dans les cas les plus défavorables une précision de 10%.

Il est important de souligner que les résultats obtenus avec les modèles de diffusion de chaleur basés sur la dérivation non entière dans le cas du fil électrique, du toron et de la piste de cuivre sont comparables à ceux obtenus par la mesure ou la simulation du modèle numérique Abaqus ou FloTHERM.

Le système étant non linéaire et la validation étant effectuée seulement sur un domaine de fonctionnement particulier, il n'est pas possible de conclure quant à la validité du modèle quel que soit le domaine de fonctionnement. Cependant, le domaine de validité peut être étendu et enrichi en suivant la démarche proposée dans ce mémoire, et ce par la diversification des composants de base, des sous-composants et des configurations des différents SEE.

Les modèles des trois niveaux ont permis de déterminer les points critiques dans un circuit de SEE. Le point le plus critique est le connecteur dans les cas étudiés. En pratique, chaque cas particulier devra être examiné pour déterminer quel est le composant le plus critique. Nous avons proposé, ensuite, des stratégies de protection d'un fil électrique en tenant compte des échanges thermiques au travers du connecteur.

Après avoir effectué une analyse fonctionnelle externe et interne, une structure de protection bi-état a été proposée et évaluée.

Les analyses des comportements fréquentiel et temporel de l'ensemble fil électrique et charge ont permis de définir précisément la période d'échantillonnage, le temps de réponse maximal, et la bande passante de l'asservissement à concevoir pour maintenir la température d'un point critique constante en cas de dysfonctionnement. Cette analyse montre également que dans le cas d'un court-circuit franc, la protection par logiciel n'est pas suffisamment rapide, compte tenu des performances du système considéré. Il est donc nécessaire d'avoir une protection matérielle contre le court-circuit franc, sur le cas étudié.

Compte tenu de la technologie MOSFET intelligent utilisée, une structure logicielle et différentes stratégies de protection ont été proposées pour réaliser une maquette fonctionnelle. La stratégie basée sur la régulation de température du point critique est particulièrement intéressante. Deux régulateurs de type PI et CRONE ont été synthétisés.

Les différentes stratégies de protection ont ensuite été évaluées sur un banc d'essai. Ce banc a été réalisé avec une Autobox de marque Dspace qui permet un prototypage rapide du logiciel de protection embarqué. Les deux régulateurs PI et CRONE ont été testés sur ce banc. Ces deux régulateurs permettent de réguler correctement la température lors

d'une surchauffe et assurent un faible dépassement de la température lors de la transition de l'état normal à l'état protégé.

Ces études ouvrent des perspectives scientifiques et également industrielles.

- Du point de vue scientifique, la modélisation du SEE pourrait évoluer suivant plusieurs axes :
  - le SEE testé dans ce cadre est un système de faible consommation avec une distribution limitée. Il serait intéressant de valider la méthodologue de modélisation à trois niveaux que nous avons proposés sur différents SEE de puissance avec une distribution plus importante.

  - Les modèles de ces études sont limités aux conditions « laboratoires », c'est-à-dire que les faisceaux et les boitiers électroniques sont placés à l'air libre. Dans une voiture, ils sont très souvent dans un ou des espaces confinés. L'amélioration de la modélisation est de prendre en compte les phénomènes de transfert thermique dans l'espace confiné et la variation de la température ambiante des différentes parties du SEE. Ces études sont limitées en considérant que les organes électriques sont éloignés, une autre amélioration est de prendre en compte les échauffements mutuels entre les organes dans cas où le faisceau reliant soit court.

  - L'estimateur de température utilisé est en boucle ouverte ce qui entraine une erreur lors de la mise en pratique. L'estimateur pourra encore être amélioré en boucle fermée.

  - La régulation de température pourrait encore être améliorée en utilisant la commande hybride ou la commande prédictive. Ces commandes permettront de limiter le dépassement pendant le régime transitoire.
- Au niveau industriel, les modèles pourront servir pour trois axes distincts :
  - Les stratégies de protection présentées n'ont pas pris en compte l'ensemble du système (boitier, faisceau). Ces stratégies pourront encore être améliorées en utilisant les modèles des trois niveaux de modélisation pour construire un superviseur « thermique » embarqué..

  - L'utilisation des modèles permettra de construire un outil de dimensionnement optimal du faisceau et du boitier en prenant en compte les contraintes économiques. Un premier logiciel est prototypé dans la thèse en utilisant les modèles des trois niveaux par KD.NGUYEN [NGUYEN, 2010], par contre il est réservé pour les « experts ». Ce logiciel pourrait encore être amélioré en utilisant des codes de calcul adaptés et des interfaces plus ergonomiques pour un concepteur standard. L'inclusion de la protection électronique dans le logiciel permettra de dimensionner au plus juste les faisceaux et les boitiers.

Dans la continuité de cette étude, une autre thèse CIFRE vient de commencer. L'objectif principal est de rechercher des stratégies de protection globale du SEE en se basant sur les modèles des trois niveaux. Elle continuera également les études sur la modélisation électrothermique de SEE.

Bibliographies

A

[Adam 2004] J. Adam ; , "New correlations between electrical current and temperature rise in PCB traces," *Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium, 2004. Twentieth Annual IEEE* , vol., no., pp. 292- 299, 9-11 Mar 2004

[Al-Nimr 1999] M. A. Al-Nimr, M. R. Abdallah " Behavior of Insulated Electric Wires Producing Pulsating Signals" , Heat Transfer Engineering Vol. 20, Iss. 4, 1999

[Anders, 1997] G.J. Anders ''Rating of electric power cables''. IEEE Press Power Engineering Series. McGraw-Hill, 1997. ISBN 0-7803-1177-9.

[Andrieu, 2006] G.Andrieu « Elaboration et Application d'une Méthode de Faisceau Equivalent pour l'Etude des Couplages Electromagnétiques sur Réseaux de Câblages Automobiles » thèse l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 2006

[Angadi, 2008] S.V. Angadi, W.E. Wilson, R.L. Jackson, G.T. Flowers, B.I. Rickett, "A Multi-Physics Finite Element Model of an Electrical Connector Considering Rough Surface Contact," *Electrical Contacts, 2008. Proceedings of the 54th IEEE Holm Conference on* , vol., no., pp.168-177, 27-29 Oct. 2008.

B

[B251110 PSA, 2007] PSA PEUGEOT CITROEN: STD conducteurs électriques classiques B25 1110, 2007, 45pages.

[Bejan, 2003] A. Bejan et A.D. Kraus. Heat Transfer Handbook. John Wiley & Sons, 2003.

[Bernard 1998] R. Bernard, 1998 « Modélisation thermique par éléments finis en 3 dimensions, Application au machines électriques de faible puissance », Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[Bohannan 2000] G. W. Bohannan, *Application of Fractional Calculus to Polarization Dynamics in Solid Dielectric Materials*, Ph. D. Dissertation, Montana State University, Nov. 2000

C

[Cariser, 2004] N. Cariser, Rapport de stage « Modélisation électrothermique des câbles et des rotons électrique, automobile », ENSAM, PSA Peugeot Citroën, 2004

[Carneiro, 2010] J.S.A. Carneiro, L. Ferrarini, "Preventing Thermal Overloads in Transmission Circuits via Model Predictive Control," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* , vol.18, no.6, pp.1406-1412, Nov. 2010.

[Cataliotti, 2003] V. Cataliotti, F. Massaro, L. Mineno, "Thermal protection of overhead lines in different ambient conditions," *Power Tech Conference Proceedings, 2003 IEEE Bologna* , vol.4, no., pp. 5 pp. Vol.4, 23-26 June 2003.

[Cois 2002] O. Cois, Systèmes linéaires non entiers et identification par modèle non entier : application en thermique, Thèse de Doctorat de l'Université Bordeaux

[Costa, 2012] F.Costa, G.Rojat "CEM en électronique de puissance Sources de perturbations, couplages, SEM", Technique Ingénieur, 2012

[Culham 1995] J.R.Culham, M.M. Yovanovich ''An investigation of the ralationship between packaging density and effective thermal conductivity in laminates printed circuit booars''. XXth International Electronic Packaging Society, San Diego, CA, Sept. 24-27, 1995.

D

[Dauphin-Tanguy 2000] G. Dauphin-Tanguy , Les bond-graphs, Edition Hermès, Paris, 2000.

[Diebig, 2010] M. Diebig, S. Frei, H. Reitinger, C. Ullrich , "Modeling of the automotive power supply network with VHDL-AMS," *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010 IEEE*.

[Doerstling, 1998] B.H.Doerstling, ''Thermal-Electrical Modeling of Electrical Subsystems'' , International Congress and Exposition, Detroit Michigan, Feb 1998.

[Dugowson 2009] S. Dugowson, les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de dérivation, Thèse de Doctorat de l'Université Paris Nord, 1994.

F

[Furmanczyk, 1998] M.Furmanczyk, A.Napieralski, K.Szaniawski, W.Tylman, and A. LARA. Reduced electro-thermal models for integrated circuits. *Proc. 1998 Intl. Conf. on Modeling and Simulation of Microsystems, Semiconductors, Sensors and Actuators*, pages 139–144, April 1998.

G

[Gehring 2009] R. Gehring; J. Froschl; T.P.Kohler; H.-G. Herzog; , “Modeling of the automotive 14 V power net for voltage stability analysis,” *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC ‘09. IEEE* , vol., no., pp.71-77, 7-10 Sept. 2009.

[Glises 2005] R. Glises, 2005 « Modélisation des transferts thermiques dans les convertisseurs d’énergie : Conception, expérimentation et optimisation », Mémoire d’Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Franche-Comté, Octobre 2005

[Grandvuillemin, 2009] J.Grandvuillemin ‘’ Etude des phénomènes électrothermique régissant les lignes d’alimentations d’un réseau électrique automobile – Application au dimensionnement des faisceaux électriques et leurs protection’’. Thèse, Belfort, Université de Franche-Comté 2009, 224 pages.

[Guillemard, 2008] F.Guillemard «note interne sur la validation du modèle de câble électrique automobile » 2008,

H

[Hartley 2002] T.T. Hartley and C.F. Lorenzo. *Dynamics and Control of Initialized Fractional-Order Systems*. Journal of Nonlinear Dynamics, Vol. 29, pp. 201- 233, Kluwer Academic Publishers, 2002.

[Hartley 2007] T.T. Hartley and C.F. Lorenzo. *Application of incomplete gamma functions to the initialization of fractional-order systems*. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-35843, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007.

I

[Ikeya, 2001] T. Ikeya, N.I To, A. Chiriku, M. Okada, et al., "Thermal Simulation of the Electrical Distribution Box," SAE Technical Paper 2001-01-0690, 2001.

[Ilgevicius, 2004] A. Ilgevicius, 2004 « Analytical and numerical analysis and simulation of heat transfer in electrical conductors and fuses », Thèse, Universität der Bundeswehr München, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik.

K

[Khan, 1996] I.A.Khan, "Power electronics in automotive electrical systems," Power Electronics in Transportation, 1996. IEEE , vol., no., pp. 29-38, 24-25 Oct. 1996

[Khan, 1999] I.A.Khan, "Automotive electrical systems: architecture and components," Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th , vol.2, no., pp.8.C.5-1-8.C.5-10 vol.2, 1999

[Koledintseva 2009] Marina Y. Koledintseva Effect of conductor surface roughness upon measured loss and extracted values of PCB laminate material dissipation factor, Proc. IPC 2009 APEX / EXPO, March 31–April 2, 2009, Las Vegas, USA, paper S20-2 (CNF).

[Kreter, 2009] H.-P. Kreuter, V. Kosel, M. Glavanovics, R. Illing, "System level modeling of smart power switches using SystemC-AMS for digital protection concept verification," Behavioral Modeling and Simulation Workshop, 2009. BMAS 2009. IEEE , vol., no., pp.37-42, 17-18 Sept. 2009.

[Kyle, 2005] A. Kyle, J. M. Brucker1, (2005, Novembre). Effective thermal conductivity of common geometric shapes. International Journal of Heat and Mass Transfer, 48, 4779-4796.

L

[Lin 2010] T.C. Lin, M. Roopaei, M.C.Chen, Car suspension control By Indirect Adaptive Interval Type-2 Fuzzy Neural Network Control, World Applied Sciences Journal 8 (5) : 555-564, 2010.

[Liu, 2010] S.B LIU; , "Calculation of the Steady-State and Transient Temperature Rises of Round Cable Bundles," *Power Delivery, IEEE Transactions on* , vol.25, no.3, pp.1229-1235, July 2010

[Lohan 2000] J. Lohan,; P. Tiilikka,; P.Rodgers,; C.-M. Fager,; J. Rantala,; , "Experimental and numerical investigation into the influence of printed circuit board construction on component operating temperature in natural convection," *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions on* , vol.23, no.3, pp.578-586, Sep 2000

[Lorenzo 2007a] C.F. Lorenzo and T.T. Hartley. *Initialization of fractional differential equations: background and theory*. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34810, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007a.

[Lorenzo 2007b] C.F. Lorenzo and T.T. Hartley. *Initialization of fractional differential equations: theory and application*. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34814, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007b.

[Lybaert, 1998] P.LYBAERT, « Simple thermal model of electronic systems of space application », Thermal management of electronic systems III : (Nantes, 24-26 September 1997) Eurotherm Seminar 58, Nantes , FRANCE (24/09/1997) 1998 , vol. 58, pp. 210-217[Note(s) : [271 p.]] (4 ref.) **ISBN** 2-84299-033-1;

M

[Mashimo, 2002] K.Mashimo ‘’Heat Transfer analysis for Vehicle electronic parts’’, Furukawa review, No2 2002.

[Miller 1993] K.S. Miller and B. Ross, An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations, A Wiley-Interscience Publication, 1993.

[Moreau 2002] X. Moreau, C. Ramus-Serment and A. Oustaloup Fractional Differentiation in Passive Vibration Control, Journal of Nonlinear Dynamics, Vol. 29, pp. 343- 362, Kluwer Academic Publishers, 2002.

[Morgan, 1993] V. T. Morgan, Mars 1993 « External thermal resistance of aerial bundled cables », Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings, Vol. 140, pp 65-72.

N

[NBSC, 1914] National Bureau of Standards Circular No. 31 (1914 Edition), Publication No. 28 of the International Electrotechnical Commission, "International Standard of Resistance for Copper (March 1914)

[Nguyen, 2011] K.D Nguyen rapport de stage ‘’méthode de dimensionnement du SEE’’, PSA Peugeot Citroën, 2011.

[Nocquet, 2011] C. Nocquet ‘’Fusible en silicium ‘’, Rapport d’apprentissage, PSA Peugeot Citroën, ESIEE, 2011, 60 pages.

O

[Orsagova, 2008] J. Orsagova, P. Toman, "Application of Thermal Models of Digital Protective Relays in Cable Protection," *Developments in Power System Protection, 2008. DPSP 2008. IET 9th International Conference on* , vol., no., pp.513-516, 17-20 March 2008.

[Oldham 1974] K.B. Oldham and J.Spanier, The fractional calculus, Academic Press, New- York and London, 1974.

[Ould-Bouamama, 2006] B. Ould-Bouamama et G. Dauphin-Tanguy, "Modélisation par bond graph : Application aux systèmes énergétiques ", Technique ingénieur, Ref BE8281, 2006

[Oustaloup, 1991] A. Oustaloup, La commande CRONE, Edition Hermès, Paris, 1991

[Oustaloup, 1995] A. Oustaloup, La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications, Edition Hermès, Paris, 1995.

[Ozisik, 1985] M.N. Ozisik. Heat Transfer - A basic approach. McGraw-Hill, 1985.

P

[Pavero, 2012] G. PAVERO, "Rapport final d'activité", document interne de PSA Peugeot Citroën, 2011.

[Polyanin 2002] A.D. Polyanin, Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists, Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton–London, 2002.

[Porte, 2007] M. PORTE « Etudes et caractérisations de l'arc électrique de déconnexion entre contacts de connecteurs automobiles de puissance : Etudes de solutions pour en limiter les effets » thèse, Université de rennes 1, soutenue le 26/04/2007

R

[Ramus-Serment 2002] C. Ramus-Serment, X. Moreau, M. Nouillant, A. Oustaloup and F. Levron, *Generalised approach on fractional response of fractal networks,* Journal of Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 14, pp. 479-488, 2002.*

[Rosten et al, 1997] H. I. ROSTEN, C. J. M. LASANCE, and J. D. PARRY, "The world of thermal charaterization according to DELPHI—part I: Background to DELPHI," *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 4, pp. 384–391, December 1997 "The world of thermal charaterization according to DELPHI—part II: Experimental and numerical methods," *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 4, pp. 392–398, December 1997.

S

[Sabatier 2006] J. Sabatier, M. Aoun, A. Oustaloup, G. Grégoire, F. Ragotand and P. Roy, *Fractional system identification for lead acid battery sate charge estimation*. Signal Processing 86 (10), pp. 2645–2657, 2006

[Samko *et al.*, 1993] S.G. Samko, A.A. Kilbas and O.I. Marichev, *Fractional integrals and derivatives: theory and applications*, Gordon and Breach Science Publishers, 1993.

[Schmidt, 2008] H.P Schmidt (2008). Efficient Simulation of Thermal and Electrical Behaviour of Industrial Cables, Modelling and Simulation, Giuseppe Petrone and Giuliano Cammarata (Ed.), ISBN: 978-3-902613-25-7, InTech,

[ST electronics] ST electronics Datasheet VN5E050

[Stubbs 2003] D.M. Stubbs; A.J. Wilkinson; S.H. Pulko; , "Sensitivity of embedded component temperature to PCB structure and heat transfer coefficient," Circuits, Devices and Systems, IEE Proceedings - , vol.150, no.1, pp. 73- 77, Feb 2003

[Stolpe, 1971] J. Stolpe; "Ampacities for Cables in Randomly Filled Trays," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on* , vol.PAS-90, no.3, pp.962-974, May 1971

T

[Tihanyi, 1992] J.Tihanyi, "Smart Power Devices," *Solid State Device Research Conference, 1992. ESSDERC '92. 22nd European* , vol., no., pp.141-143, 14-17 Sept. 1992.

[Torrisi, 2005] G. TORRISI, J. NOTARO, G. BURLAK, M. Mirowski, "Evolution and trends in automotive electrical distribution systems," *Vehicle Power and Propulsion, 2005 IEEE Conference* , vol., no., pp. 7 pp., 7-9 Sept. 2005.

W

[Wang, 2007] X. Wan, L.J. Xu ''Finite element model analysis of thermal failure in connector'' Journal of Zhejiang University - Science A, Volume: 8 , Issue: 3 2007-03-01, Issn: 1673-565X.

Y

[Youyuan, 2009] W.Youyuan, C. Rengang, L. Shuangqing, T. Jing, L. Jian, C. Mingying, "Calculation and analysis of the current carrying capability of electric cable based on finite element method," *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2009. CEIDP '09. IEEE Conference on* , vol., no., pp.307-310, 18-21 Oct. 2009.

[Yu-Zhi, 2006] L. Yu-Zhi, C. Maul, J.W. Mcbride, "Temperature, humidity and pressure measurement on automotive connectors," *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions on* , vol.29, no.2, pp.333-340, June 2006.

ANNEXE 1 Phénomènes physiques

1. *Equation de propagation de la chaleur*

On établit cette équation en effectuant un bilan énergétique sur un volume de matière et en appliquant le premier principe de la thermodynamique (conservation de l'énergie). Le bilan énergétique sur un volume *V* de matière délimité par une surface *S* s'écrit de la façon suivante :

Variation d'énergie interne du corps par unité de temps	=	Quantité de chaleur reçue par le corps au travers de la surface *S* par unité de temps (flux entrant-flux sortant)	+	Quantité de la chaleur produite par le corps par unité de temps

soit :

$$Q_{stock} = Q_{entrant} - Q_{sortant} + Q_{produit}\ , \qquad (A\ 1.1)$$

avec

Q_{stock}: chaleur stockée dans le corps [W]

$Q_{entrant}$, $Q_{sortant}$: chaleur entrant et sortant du corps par conduction, convection, et rayonnement [W] ;

$Q_{produit}$: chaleur produite par le corps, dans notre cas, par effet Joule [W].

soit

$$\int_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V \lambda.\Delta T.dV + \int_V \varpi.dV\ , \qquad (A\ 1.2)$$

où :

ρ: la masse volumique en [kg/m^3] ;
C: la chaleur massique en [J/(kg.K)] ;
T : la température du corps en [K] ;
t : le temps en [s] ;
V : la volume du corps en [m^3] ;
λ : la conductivité thermique du corps en [W/m²] ;
ϖ : la puissance volumique produit en [W/m^3].

L'équation du transfert thermique doit être vérifiée quel que soit le volume *V*. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda . \Delta T . + \varpi \quad . \qquad (A\ 1.3)$$

En coordonnées cartésiennes, l'équation *(A1.3)* peut être écrite sous la forme :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda . \frac{\partial T}{\partial x} \right) . + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda . \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda . \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \varpi \, . \qquad (A\ 1.4)$$

Dans le cas d'une conductivité isotropique, l'expression *(A1.4)* devient :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} . + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \varpi \qquad . \qquad (A\ 1.5)$$

2. *Condition aux limites spatio-temporelles*

L'équation générale de la chaleur *(A1.5)* exprime une relation entre la température *T*, les variables spatiales *x, y, z* et la variable temporelle, *t*. La solution mathématique de cette équation aux dérivées partielles linéaire du deuxième ordre, admet en principe une infinité de solutions. Aussi, sa résolution nécessite la connaissance, d'une part, de la condition initiale de la température en tout point du corps *T(x,y,z,0)*, d'autre part, de la dérivée normale sur la surface *S* de la température : ce sont les conditions aux limites spatio-temporelles.

Ainsi, la ***condition initiale*** est la répartition de la température à l'instant *t=0,* soit $T_0(x,y,z,0)$, et les ***conditions aux limites*** s'appliquent directement sur les frontières du corps et peuvent être de nature différentes :

- conditions de Dirichlet : la température est imposée sur la surface

$$T_s = f(M_s, t). \qquad (A\ 1.6)$$

- conditions de Neumann : la densité de flux est imposée en surface. Ces conditions se trouvent dans le cadre de phénomènes convectifs et radiatifs :

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_S , \qquad (A1.7)$$

où : $\frac{dT}{dn}$ est la dérivée normale à la surface.

Concernant le transfert par la convection, le flux de chaleur échangé entre une paroi solide à la température T_s et le fluide à la température T_{amb} qui enveloppe le solide est donné par :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_S = h_c \left(T_s - T_{amb} \right), \qquad (A\ 1.8)$$

où :

h_c : le coefficient de convection en [W/m²K].

L'échange par rayonnement entre une paroi du solide et son environnement solide ou son environnement lointain est défini par la relation :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_S = h_r . \left(T_S^4 - T_{amb}^4 \right), \qquad (A\ 1.9)$$

où h_r : le coefficient de rayonnement en [W/m²K⁴].

Si le solide étudié est en contact avec un autre corps (condition de contact) à l'interface de contact des deux milieux possédant des conductivités différentes λ_1, λ_2, le flux échangé est conservé et s'écrit :

$$\lambda_1 . \overrightarrow{\text{grad}} T_1 = \lambda_2 . \overrightarrow{\text{grad}} T_2 . \qquad (A\ 1.10)$$

Dans un cas de contact parfait, une autre condition est obtenue. Il s'agit de l'égalité des températures sur l'interface : $T_1 = T_2$.

Dans la réalité, cette condition n'est pas réalisée. Il y a discontinuité de la température à la surface de contact comme l'illustre la figure A1.1. La condition obtenue sur l'interface s'écrit alors :

$$T_1\big|_S - T_2\big|_S = R_{con} . \varphi , \qquad (A\ 1.11)$$

φ étant la densité de flux traversant l'interface. R représente la résistance thermique de contact que nous allons préciser dans la partie suivante.

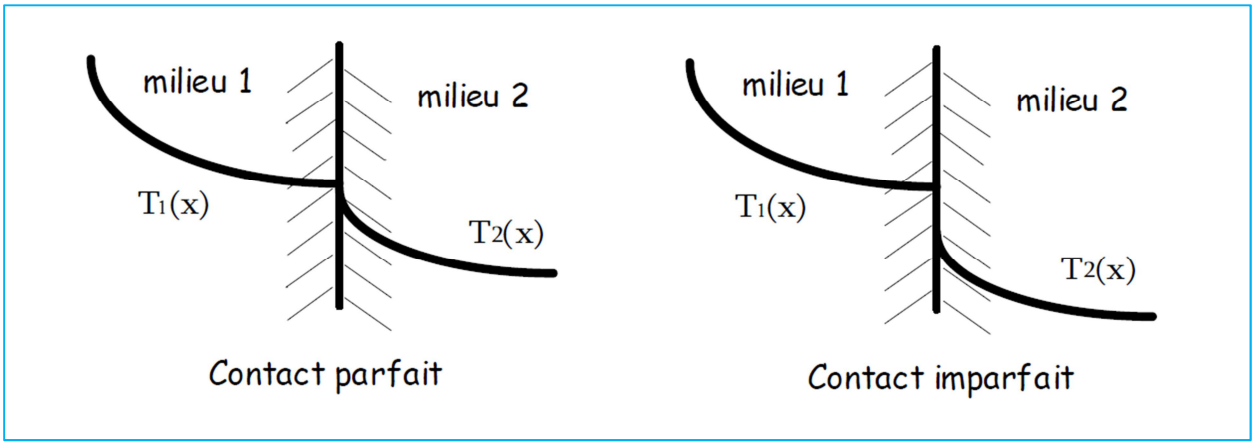


Figure A 1.1: *conditions de contact entre deux milieux*

3. *Conduction entre des solides*

L'équation *(A.1.5)* est l'équation de continuité de la conduction thermique dans un espace 3D. Dans le cas où la conduction est unidimensionnelle dans un solide, le flux de chaleur est égal à :

$$\varphi = -\lambda . S . \frac{dT}{dx} = -\lambda . S . \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{\Delta T}{R_{th}} \quad . \qquad (A\ 1.12)$$

La résistance thermique est donc :

$$R_{th} = \frac{L}{\lambda . S} \quad . \qquad (A\ 1.13)$$

Cette résistance a des caractéristiques très similaires à la résistance électrique, car la propagation thermique par conduction est analogue à la conduction électrique. Les relations principales de la thermique sont également analogues à celles de l'électricité et notamment : la somme des résistances, la charge d'un condensateur etc. L'équivalence entre grandeurs thermiques et électriques apparaît dans le **Tableau A 1.1** .

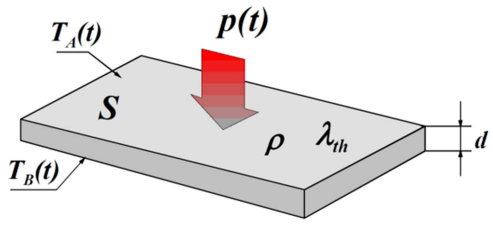
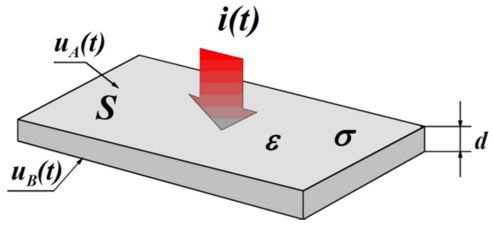
Grandeurs thermiques			Grandeurs électriques		
T	Température	[K]	U	Tension	[V]
J	Flux de chaleur	[W/m²]	J	Densité de courant	[A/m²]
P	Chaleur	[W]	I	Courant	[A]
Q	Quantité de chaleur	[J]	Q	Charge	[C]
λ_{th}	Conductivité thermique	[W/(mK)]	σ	Conductivité électrique	[1/(Ωm)]
R_{th}	Résistance thermique	[K/W]	R	Résistance	[Ω]
C_{th}	Capacité thermique	[W.s/K]	C	Capacité	[F]
					

Tableau A 1.1 : *Analogie des grandeurs physiques : Thermique-Electrique*

La résistance thermique dans le cas de la conduction entre deux solides présentant une surface de contact parfaite est définie par :

$$R_{th} = R_{th_1} + R_{th_2} = \frac{L_1}{2.\lambda_1.S_1} + \frac{L_2}{2.\lambda_2.S_2}. \qquad (A\ 1.14)$$

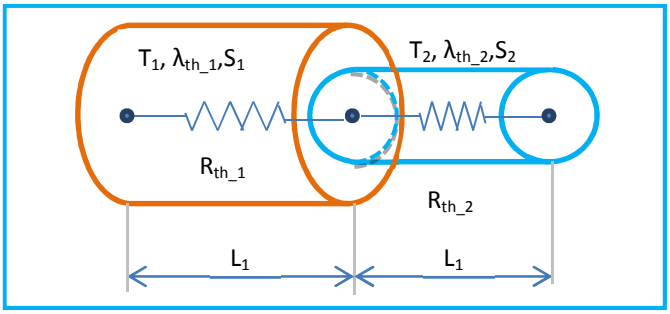


Figure A 1.2: *Conduction entre deux solides*

Dans le cas d'un solide en contact avec plusieurs solides et en présence de contacts parfaits, le transfert thermique est décrit par un réseau de résistances identiques au réseau électrique qui aurait été obtenu avec plusieurs résistances dans le cas de la circulation d'un courant.

4. *Convection*

On peut considérer deux types de convection, en fonction des causes qui produisent le mouvement du fluide : la convection forcée et la convection libre ou naturelle.

- La ***convection forcée*** se manifeste quand le mouvement du fluide est une conséquence des actions extérieures imposées (pompe, ventilateur, vent, etc.). Dans ce cas, le champ de température est convectif par un écoulement extérieur imposé.

- La ***convection libre*** ou naturelle est produite par un mouvement du fluide, engendré par une différence de masse volumique entre les parties froides et chaudes du fluide. La distribution de température engendre son propre mouvement en créant des forces d'Archimède.
- La ***convection mixte*** se trouve à la limite entre la convection forcée et la convection libre. Le mouvement du fluide est dû simultanément aux forces externes et internes.

Une autre classification distingue les écoulements internes des écoulements externes. On distingue aussi d'autres régimes d'écoulement.

Etant donné le fort couplage entre le mouvement du fluide, le transfert de masse et le transfert de chaleur, les différents régimes d'écoulement se traduisent par l'existence de deux régimes de convection :

- le ***régime laminaire***, caractérisé par le fait que le champ de température demeure régulier,
- le ***régime turbulent***, caractérisé par le fait que le champ de température admet des fluctuations aléatoires dans l'espace et dans le temps.

Dans la partie dédiée aux conditions aux limites nous avons appris que le flux de chaleur convectif est caractérisé par la température de paroi, celle du fluide et le coefficient d'échange convectif *h* (voir équation *A.1.8*).

Si la température de l'interface entre le solide et le fluide est homogène, l'équation *(A.1.8)* peut être écrite sous la forme suivante qui est la relation Newton :

$$\phi_{conv}(T) = h_c . S_{th} \left(T_s - T_{amb}\right), \qquad (A\ 1.15)$$

avec

φ_{conv} : le flux thermique évacué par convection en [W] ;

S_{th} : la surface d'échange avec l'ambiance en [m²].

Tout le calcul et la compréhension de la convection tiennent dans la détermination du facteur convectif *h*, puisque ce coefficient dépend de nombreux paramètres annexes (nature de l'écoulement, température, forme du corps, orientation de la surface…).

Ce coefficient h peut-être calculé par l'intermédiaire du nombre de Nusselt Nu. Ce nombre caractérise la quantité de chaleur transférée par convection par rapport à celle transférée par conduction dans le fluide [Grandvuillemin, 2009]

$$h(T) = \frac{\lambda_{air}(T).Nu(T)}{d}, \qquad (A\ 1.16)$$

avec :

λ_{air} : la conductivité thermique de l'air en [W/(K.m)] ;
Nu: nombre de Nusselt ;
d: la longueur caractéristique [m] .

La longueur caractéristique *d* dépend de la géométrie en présence. Elle correspond au périmètre de l'objet ''mouillé'' par le fluide. *d* est le diamètre hydraulique dans le cas de structure cylindriques (câble, toron etc) placée en position horizontale (voir ***figure A1.3***). Ce qui correspond donc au diamètre réel de la structure. Par contre, en position verticale, le diamètre hydraulique est la longueur et non le diamètre du cylindre.

Dans le cadre de l'application au domaine de l'automobile, la majorité des faisceaux est placée en position horizontale. La convection d'un conducteur sera traitée dans cette orientation géométrique.

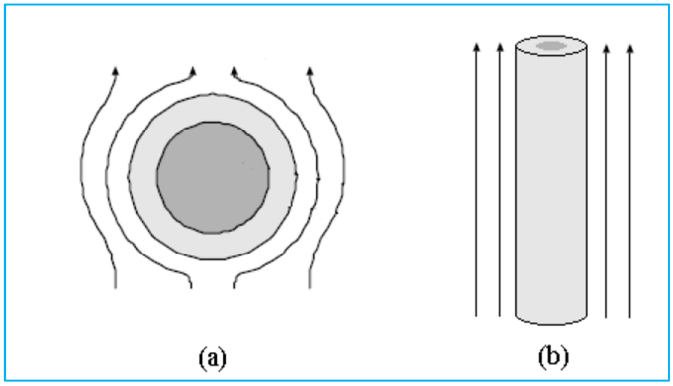


***Figure A 1.3** : Définition du diamètre hydraulique en fonction de la position du cylindre*

Dans le cas d'une plaque, la longueur caractéristique est la longueur *L* si un de ses côtés est infinie, et vaut le périmètre de la plaque si deux cotés sont de dimensions finies.

Le nombre de Nusselt Nu dépend d'une multitude de paramètres, comme la géométrie (plaque, tube…), la température et la nature du fluide, la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent). Globalement, le nombre de Nusselt est fonction de plusieurs autres nombres sans dimension. [Bejan, 2003]

$$Nu = f(\mathrm{Re}, Gr, \mathrm{Pr}) \qquad (A\ 1.17)$$

avec

Re: nombre de **Reynolds** qui caractérise le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité (caractéristique d'écoulement),

Gr: nombre de **Grashof** qui compare les forces d'Archimède et les forces visqueuses,

Pr: nombre de **Prandtl** qui caractérise l'importance relative des transferts de quantité de mouvement et de chaleur par diffusion.

Dans le cas de la convection naturelle, le nombre de Nusselt Nu ne dépend pas du nombre de Reynolds car l'écoulement ne dépend que de la force d'Archimède et n'est pas forcé. Par conséquence, l'équation *(A.1.14)* devient :

$$Nu_d = f(Gr_d, \mathrm{Pr}). \qquad (A\ 1.18)$$

Le petit indice *d* indique que la longueur caractéristique intervient car le nombre de Nusselt dépend de la forme de l'objet et donc de cette longueur.

Le nombre de Prandtl est exprimé par :

$$\mathrm{Pr} = \frac{Viscosité_cinématique}{Diffissivité_thermique} = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho.c_p}} = \frac{\mu.c_p}{\lambda}, \qquad (A\ 1.19)$$

avec

μ : la viscosité dynamique en [kg/m.s] ;

c_p: la chaleur spécifique massique en [J/kg.K] ;

λ : la conductivité thermique en [W/m.K] ;

ρ : la masse volumique d'air en [kg/m^3].

Le nombre de Grashof est exprimé par :

$$Gr_d = \frac{g.\beta.(T_s - T_\infty).d^3}{\upsilon^2}, \qquad (A\ 1.20)$$

avec

g: l'accélération gravitationnelle 9.81 (m/s²) ;
β : le coefficient d'expansion thermique volumique (1/K) ;
υ : la viscosité cinématique (m²/s).

Le coefficient β pour un gaz parfait peut être considéré comme :

$$\beta = \frac{1}{T_\infty}, \qquad (A\ 1.21)$$

où T_∞ est la température de gaz très loin de l'objet. Cette grandeur est souvent égale à la température ambiante.

Le nombre de **Rayleigh** apparait dans les problèmes de convection naturelle où les forces d'Archimède et les forces visqueuses sont en équilibre (par exemple, les couches limites thermiques). Il est défini par la relation

$$Ra_d = Gr_d.\mathrm{Pr} = \frac{g.\beta.(T_p - T_\infty).d^3}{\upsilon.\alpha}. \qquad (A\ 1.22)$$

Dans la cadre de cette thèse, on considère que l'air est le fluide utilisé. Par contre, les grandeurs physiques de l'air, comme la conductivité thermique et la viscosité, sont fortement variables en fonction de la température. Aussi, les paramètres thermo-physiques sont tous calculés à partir de la moyenne arithmétique des températures du fluide et de la paroi. Cette température est également appelée la température moyenne de film :

$$T_{moyenne} = \frac{T_s + T_\infty}{2}. \qquad (A\ 1.23)$$

Dans le but de construire des modèles simplifiés, il est judicieux d'employer une équation polynomiale interpolée à partir des quelques points caractéristiques connus, plutôt que des tableaux de correspondance tel que le tableau 1.1. De plus, la plage de température considérée dans le domaine automobile est -20°C, 250°C. L'interpolation peut donc se limiter à déterminer un polynôme de degré 1 ou 2, notamment par mise en œuvre des moindres carrées.

$T_{moyenne}$ [K]	v.10^3 [m².s]	λ.10^2 [W/(m.K)]	Pr
200	0,759	1,81	0,737
250	1,144	2,23	0,72
300	1,589	2,63	0,707
350	2,092	3	0,7
400	2,641	3,38	0,69
450	3,239	3,73	0,686
500	3,879	4,07	0,684

Table 1-1 : *Données de base pour l'air à différentes températures moyennes [Grandvuillemin, 2009]*

La **Figure A 1.4** présente l'évolution de la conductivité thermique de l'air en fonction de la température. Cette courbe peut être approximée par un polynôme de degrés 2, soit :

$$\lambda_{air}\left(T_{moyenne}\right) = -3.10^{-6}.T^2 + 0{,}0096.T + 0{,}0086\,, \qquad (A\ 1.24)$$

ou également de degrés 1, soit :

$$\lambda_{air}\left(T_{moyenne}\right) = 0{,}0075T + 0{,}3416. \qquad (A\ 1.25)$$

Les approximations sont très proches, par contre un des coefficients du polynôme du 2ème degré vaut 3.10^{-6} , valeur qui peut présenter un risque d'erreur de calcul numérique. L'approximation de 1ère degré est donc préférée.

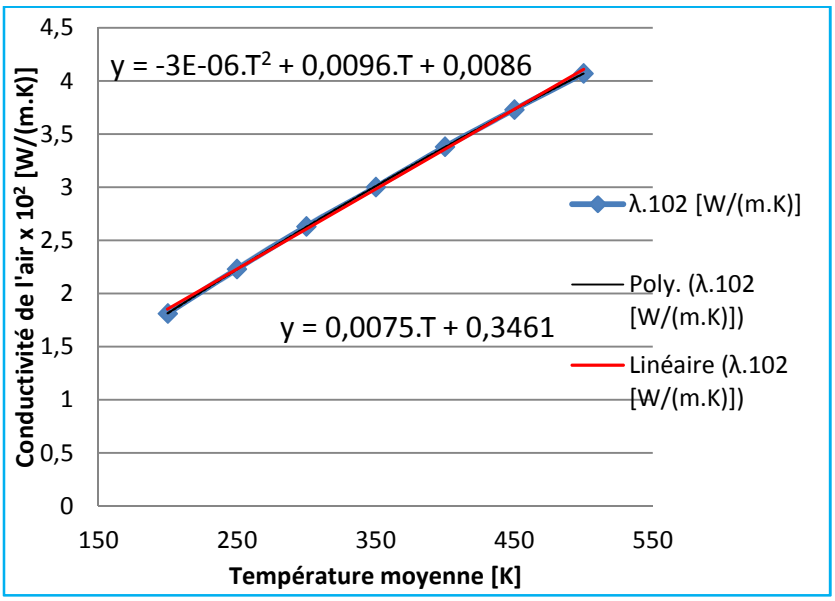


Figure A 1.4 : *Variation de la conductivité thermique de l'air en fonction de* $T_{moyenne}$ [K]

De la même manière, l'approximation de la viscosité cinématique de l'air (voir la **Figure A 1.6**) et le nombre de **Prandtl** est déterminé (voir **Figure A 1.6**).

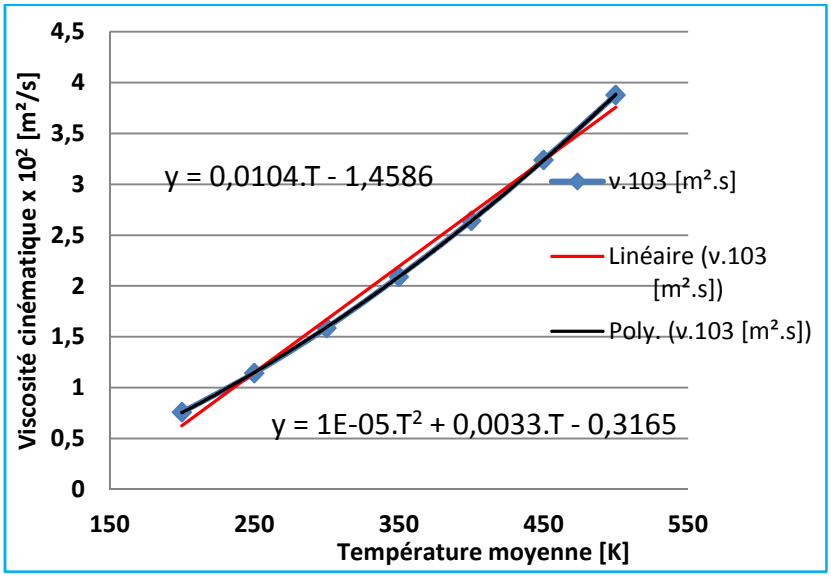


Figure A 1.5 : *Variation de la viscosité cinématique de l'air*

Le nombre de Nusselt dépend d'une multitude de paramètres et il est propre à chaque géométrie. A cause de ce nombre de paramètres et de leur dépendance non linéaire, le scientifique ne peut donner que des formules approchées qui sont corrélées avec les mesures réelles.

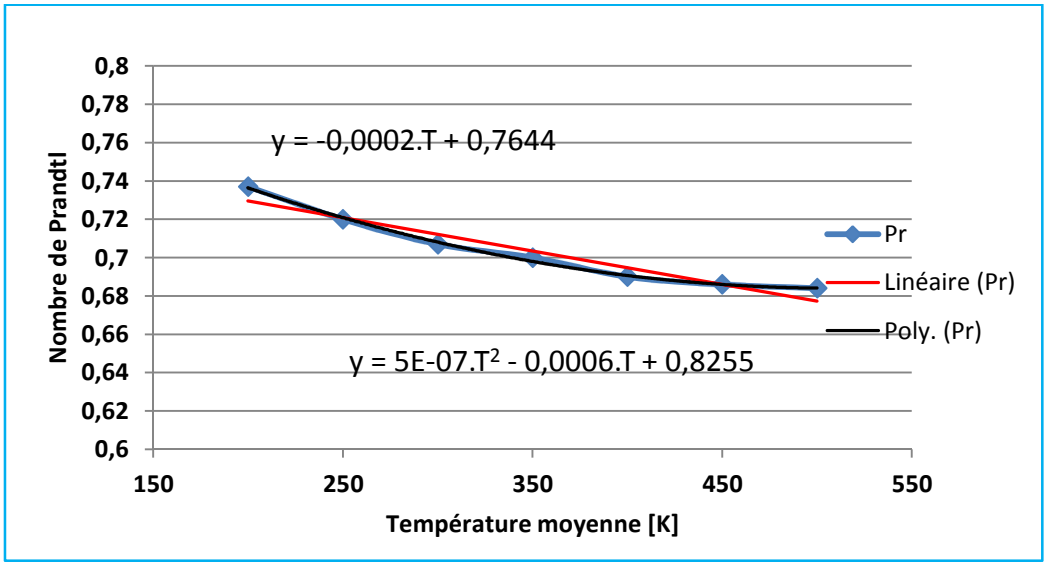


***Figure A 1.6** : Variation du nombre de **Prandtl** en fonction de $T_{moyenne}$*

Cas d'un cylindre horizontal

Dans la littérature, on trouve trois principales formules pour la convection naturelle d'un cylindre horizontal dans l'air libre.

- Formule de Mc Adams (1961) :

$$\begin{array}{l} Si\ 10^4 < Ra < 10^9 : \quad Nu = 0{,}53.Ra^{\frac{1}{4}} \\ Si\ 10^9 < Ra < 10^{12} : \quad Nu = 0{,}13.Ra^{\frac{1}{3}} \end{array}. \qquad (A\ 1.26)$$

- Formule de Morgan(1975) :

$$Nu = A Rd^n. \qquad (A\ 1.27)$$

Les coefficients sont donnés dans le tableau A1.2.

A	*n*	Ra_D
0,675	0,058	10^{-10} à 10^{-2}
1,020	0,148	10^{-2} à 10^{2}
0,850	0,188	10^{2} à 10^{4}
0,480	0,250	10^{4} à 10^{7}
0,125	0,333	10^{7} à 10^{12}

***Tableau A 1.2** : Coefficients de la formule Morgan*

- Formule de Churchill and Chu (1975) :

$$Nu_d = \left[0.752 + \frac{0.387 . Ra_d^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{\mathrm{Pr}} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right]^2 \quad . \qquad (A\ 1.28)$$

D'après J. GRANDVUILLEMIN [Grandvuillemin, 2009] et A. ILGEVICIUS [Ilgevicius 2004], la formule de **Churchill and Chu** [Bejan, 2003] est la mieux adaptée à la convection naturelle d'un câble. Elle conduit à des écarts plus réduits entre la mesure et la théorie. Nous utilisons désormais cette formule pour calculer le nombre de Nusselt du câble.

Dans le cas d'un conducteur confiné, la convection est forcément influencée par l'espace confiné. Dans la cadre de la thèse, on considère que le faisceau est dans le l'air libre non confiné.

<u>Cas d'une plaque seule</u>

La longueur caractéristique est la longueur *L* d'un côté de la plaque dans le cas 2D (l'autre côté est infinie) ou est donnée par *l* le rapport entre la surface (*A*) et le périmètre (*P*) de la plaque dans le cas d'une plaque de dimensions finies, soit :

$$l = \frac{A}{P} \ . \qquad (A\ 1.29)$$

Une plaque chauffée seule peut avoir trois configurations de base : position verticale, position horizontale avec une face chauffée au-dessous, position horizontale avec une face chauffée au-dessus (Voir la **Figure A 1.7**).

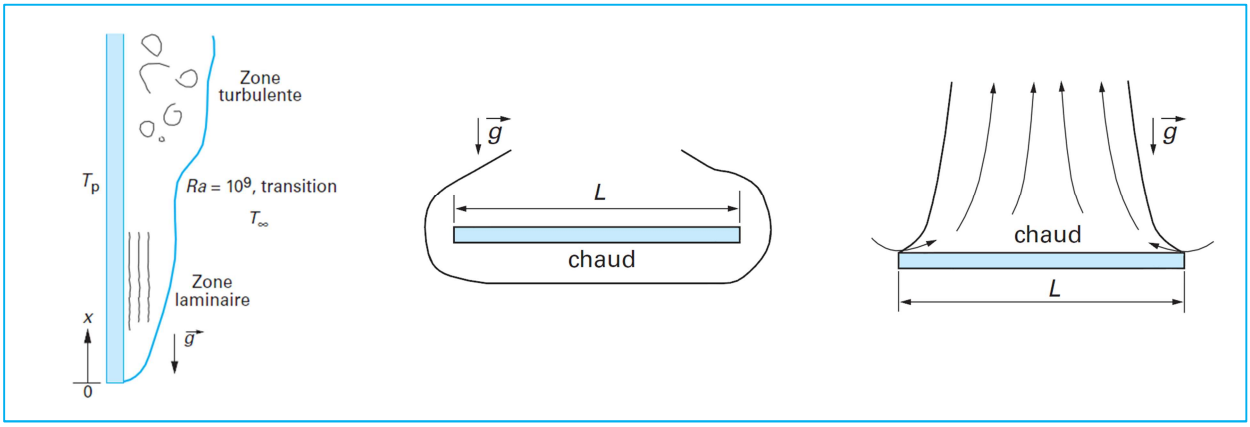


Figure A 1.7 : *Trois configurations d'une plaque chauffée*

La plaque peut être aussi placée en position inclinée comme l'illustre la figure A.1.8.

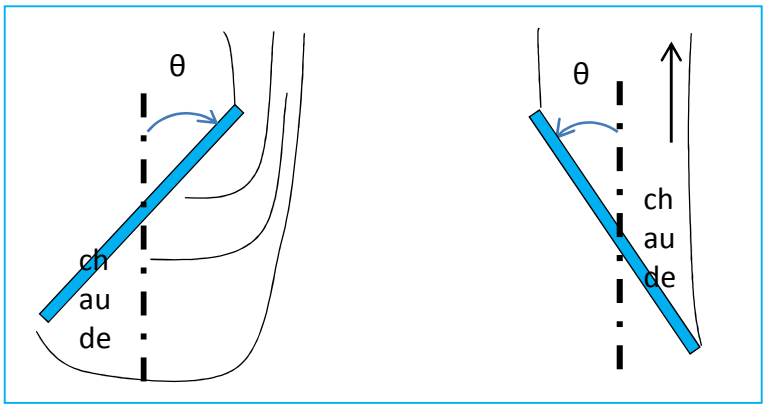


***Figure A 1.8** : Plaque en position inclinée*

Si l'angle d'inclinaison ϑ dépasse 88°, la plaque est considérée en position verticale. La convection d'une plaque verticale peut avoir deux régimes : laminaire et turbulent. Le fluide est au bas de la plaque, où la viscosité du fluide est plus importante que la diffusivité thermique, est donc en régime laminaire. Le réchauffement du fluide en contact avec la paroi provoque un écoulement ascendant entraînant avec lui du fluide initialement au repos. Plus le fluide monte, plus il prend de la vitesse. Si sa vitesse dépasse une vitesse limite (correspondant à $Ra = 10^9$) l'écoulement devient instable et se transforme en un écoulement turbulent. Dans notre cas d'étude, la température est limitée à 250°C, le fluide reste en régime laminaire car $Ra(1000°C) = 3{,}14 \cdot 10^6$.

Le nombre de Nusselt moyen proposé par Churchill et Chu pour une paroi verticale est le suivant :

$$Nu_l = 0.68 + \frac{0.67 . Ra_l^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}} . \qquad (A\ 1.30)$$

Pour une paroi inclinée chauffée par le haut, le nombre de Nusselt proposé par **Ozisik 1985** [Bejan, 2003] est donné par :

$$Nu_l = 0{,}56\ \left(Gr_l \Pr \cos(\theta)\right)^{1/4} . \qquad (A\ 1.31)$$

Pour une paroi inclinée chauffée par le bas, le nombre de Nusselt proposé par **Fujii et Imura, 1972** [Bejan, 2003] est:

$$Nu_l = 0{,}145 . \left[\left(Gr_l \Pr\right)^{1/3} - \left(Gr_{cr} \Pr\right)^{1/3}\right] + 0{,}56\ \left(Gr_{cr} \Pr \cos(\theta)\right)^{1/4} \qquad (A\ 1.32)$$

Cette formule est valable si $15° < \theta < 75°$ et $Gr_l > Gr_{cr}$ où Gr_{cr} est le nombre de Grashof critique. Il varie en fonction de θ.

θ	15°	30°	60°	75°
Gr_{cr}	5.10^9	10^9	10^8	10^6

***Tableau A 1.3 :** Nombre de Grashof critique*

Les corrélations de Mc Adams [ADA54] confirmées par **Fujii et Imura** (1972) [Bejan, 2003] permettent d'exprimer le flux de chaleur par convection sur les interfaces solides-

fluides. Le nombre de Nusselt se calcule alors à l'aide des formules présentées dans le tableau **Tableau A 1.4**.

Description	Corrélation	Régime	Remarques
Paroi dont face chaude vers le haut ou froide face vers le bas	$Nu_l = 0{,}54\ (Ra_l)^{1/4}$	laminaire	$10^5 < Ra_l < 2\times10^7$
	$Nu_l = 0{,}14\ (Ra_l)^{1/3}$	turbulence	$2\times10^7 < Ra_l < 3\times10^{10}$
Paroi dont face chaude vers le bas ou froide face vers le haut.	$Nu_l = 0{,}27\ (Ra_l)^{1/4}$	laminaire	$3\times10^5 < Ra_l < 3\times10^{10}$

Tableau A 1.4 : *Corrélation pour la convection libre sur les parois planes horizontales*

Cas de la convection dans une cavité chauffée par un côté

Le problème de convection dans une cavité apparaît dans le calcul de transfert thermique d'un boitier électronique. Il existe de nombreuses géométries différentes pour les boitiers, par contre elles peuvent être pour la plupart ramenées à des formes rectangulaires. Il existe trois cas typiques de chauffe pour une cavité rectangulaire : la chauffe par un côté, la chauffe par le haut et la chauffe par le bas.

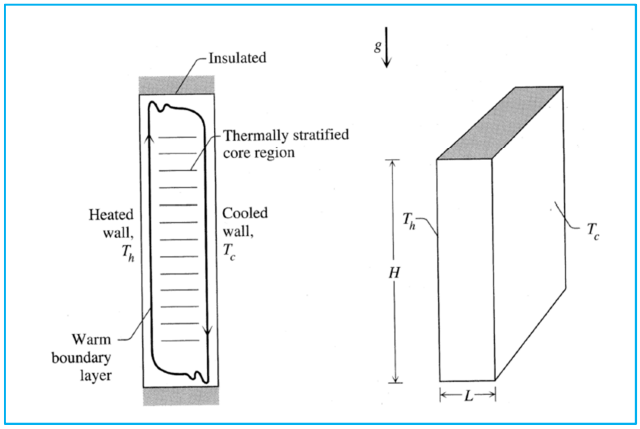


Figure A 1.9 : *Cavité fermée remplie d'un fluide, chauffée et refroidie par deux faces latérales [BEJ93]*

La **Figure A 1.9** montre le mouvement circulaire de l'air dans une cavité chauffée par un côté. Pour les petits nombres de Rayleigh, $Ra_L < 10^3$, la vitesse du fluide est faible et le transfert de chaleur se fait surtout par conduction. $Ra_L < 10^3$ correspond à un $DT = T_{plaque} - T_{air} < 1$ *K* . Dans notre cas on considère que $DT > 1$.

Nous utilisons les corrélations de Catton pour calculer le nombre de Nusselt moyen sur la face chauffante de la cavité de hauteur *H* et de largeur *L,* soit :

$$Nu_L = 0.22\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2+\mathrm{Pr}}Ra_L\right)^{0.28}\left(\frac{L}{H}\right)^{-\frac{1}{4}} \quad , \qquad (A\ 1.33)$$

relation valable pour $2 < H/L < 10$ et $10^3 < Ra_H < 10^{10}$.

Pour des rapports hauteur/largeur plus importants, *5 < H/L < 110*, on trouve la corrélation suivante :

$$Nu_L = \left[Nu_1, Nu_2, Nu_3\right]_{Max}, \qquad (A\ 1.34)$$

ce qui signifie qu'il faut prendre le maximum des trois nombres de Nusselt Nu_1, Nu_2 et Nu_3, définis par :

$$Nu_1 = 0{,}0605\ Ra_L^{1/3}$$

$$Nu_2 = \left[1 + \left(\frac{0{,}104\,.\,Ra_L^{0{,}293}}{1 + \left(6310\ /\ Ra_L\right)^{1{,}36}}\right)^3\right]^{1/3} \qquad (A\ 1.35)$$

$$Nu_3 = 0{,}242\,.\left(Ra_L\,\frac{L}{H}\right)^{0{,}272} \quad .$$

Cas de la convection dans une cavité chauffée par le haut

Dans cette configuration, le fluide est au repos puisque le fluide chaud est en haut et le fluide froid plus lourd se trouve déjà en bas. Le transfert thermique se fait par conduction, et est donc indépendant de la valeur du nombre de Rayleigh. Par conséquent, le profil de température est linéaire sur la hauteur de l'enceinte et le nombre de Nusselt est simplement $Nu_H = 1$.

Cas de la convection dans une cavité chauffée par le bas

Du fait de la différence de température inverse par rapport au cas précédent, cette situation peut devenir instable. La différence de température doit dépasser un seuil critique avant de détecter du mouvement de fluide et du transfert convectif. Ce seuil se traduit par un nombre de Rayleigh critique Ra_H = 1708 en dessous duquel le transfert est purement conductif et $Nu_H=1$. Pour une cavité de hauteur H=40mm, ce seuil correspond à une différence de température $DT=T_{plaque}-T_{air}$ ~ *0.5 K.* Nous considèrerons que l'air est toujours en convection.

D'après des études expérimentales, Globe et Dropkin ont proposé la corrélation suivante :

$$Nu_H = 0{,}069\ Ra_H^{1/3}\ \mathrm{Pr}^{0{,}074}, \qquad (A\ 1.36)$$

valable pour $3\ .10^5 < Ra_H < 7\ 10^9$ et pour un rapport largeur/épaisseur L/H > 5.

5. Rayonnement

Tous les corps qu'ils soient solides, liquides ou gazeux, dès qu'ils sont à une température différente du zéro absolu (zéro kelvin) sont des émetteurs de rayonnement. Ce mode de transfert de chaleur, à l'inverse de la conduction ou de la convection, ne nécessite pas de support matériel. Ce mode de transfert a pour origine l'émission énergétique sous forme d'ondes électromagnétiques. [Grandvuillemin, 2009].

Par définition et dans l'absolu, le rayonnement est une émission d'énergie qui se fait sur le spectre complet des longueurs d'ondes. Néanmoins, une seule partie de ce spectre participe à l'augmentation d'énergie interne du milieu, comme le représente la **Figure A 1.10**.

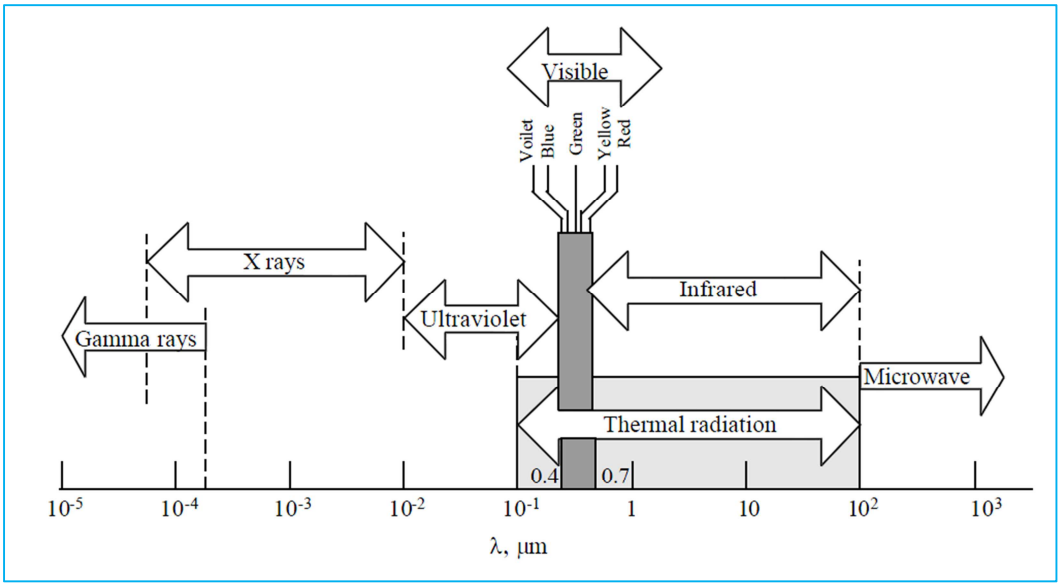


***Figure A 1.10** : Spectre électromagnétique et position du rayonnement thermique [Ilgevicius 2004]*

Le rayonnement thermique s'étale sur les domaines complets du visible, de l'infrarouge et une fraction de l'ultraviolet, c'est-à-dire des longueurs d'onde comprises entre 10^{-1} et 10^{2} µm. Le domaine spécifique qui intéresse tout particulièrement ce mode de transfert est celui des Infrarouges (IR), qui s'étend de 0,8 à 100 µm.

La **Figure A 1.11** montre que lorsqu'un rayonnement atteint la surface d'un corps, une partie est réfléchie, une autre partie est transmise directement et la dernière partie est absorbée par le corps. Seule cette dernière partie correspond à l'apport énergétique du corps.

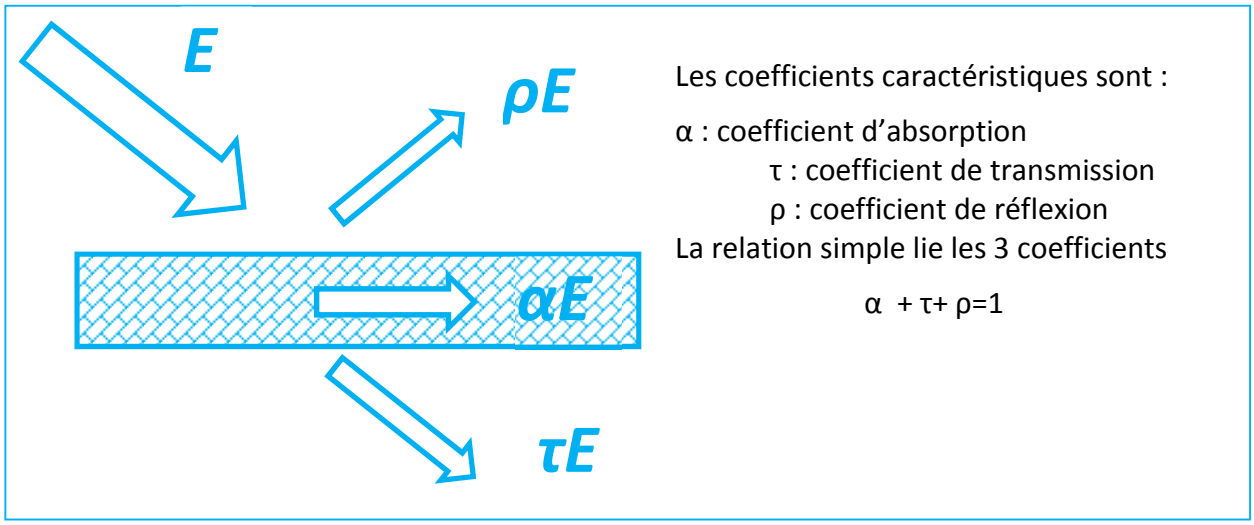


***Figure A 1.11 :** Réception du rayonnement par un corps réel*

Un corps peut être défini en fonction de son comportement.

- Le corps est noir si toute l'énergie incidente est absorbée par le corps. Sa réflectivité et sa transmissivité sont nulles. En revanche, son absorptivité est égale à l'unité.

- Si une partie de l'énergie est absorbée, mais que cette partie est constante quelle que soit la longueur d'onde de l'énergie incidente, on dit que le corps est gris (dans le cas contraire, le corps est coloré).
- Si la proportion d'énergie absorbée est indépendante de l'angle d'incidence du rayonnement reçu, on dit que le corps est mat (dans le cas contraire, on dit qu'il est poli).
- Si aucune énergie ne traverse le corps, on dit que ce dernier est opaque (le contraire de transparent).

Le corps noir étant ''l'étalon'' en terme de rayonnement, le calcul de l'émission d'un corps réel, appelé émissivité, se fait par rapport à celle du corps noir placé dans les mêmes conditions de température, en monochromatique et en direction. L'émissivité est comprise entre 0 et 1, l'émissivité d'un corps noir étant égale à 1. D'après la loi de KIRCHOFF, l'absorptivité d'un corps gris est égale à son émissivité [BRA06].

Le flux thermique émis par rayonnement d'un corps à la température *T* suit la loi de Stefan Bolzmann :

$$\phi_{ray} = \varepsilon . \sigma . S . T^4 , \qquad (A\ 1.37)$$

avec

ϕ_{ray} : le flux de chaleur émis en [W] ;
ε : l'émissivité du corps ;
σ : la constante de Stefan-Boltzmann égal à $5{,}64.10^{-8}$ [W/(m² K^4)] ;
S : la surface du corps rayonnant en [m²] ;
T : la température de la surface rayonnante en [K].

Le rayonnement peut également conduire à un échange de chaleur entre deux corps de température différente. La formule *(A.1.37)* doit dans ce cas être adaptée à l'échange entre deux corps quelconques.

La **Figure A 1.12** est un exemple d'échange entre deux corps. Leur transfert radiatif dépend :

- des températures des surfaces en opposition T_1 et T_2,
- des surfaces respectives d'échange S_1 et S_2,
- de la forme et de l'orientation des surfaces d'échanges (angle d'incidence),
- des propriétés des deux corps et en particulier de leur émissivité,
- d'une tierce surface pouvant induire de la réflexion,
- des propriétés du milieu entre les deux corps et en particulier son absorption. Ce dernier cas est particulièrement influant dans les infrarouges à travers les gaz chauds triatomiques.

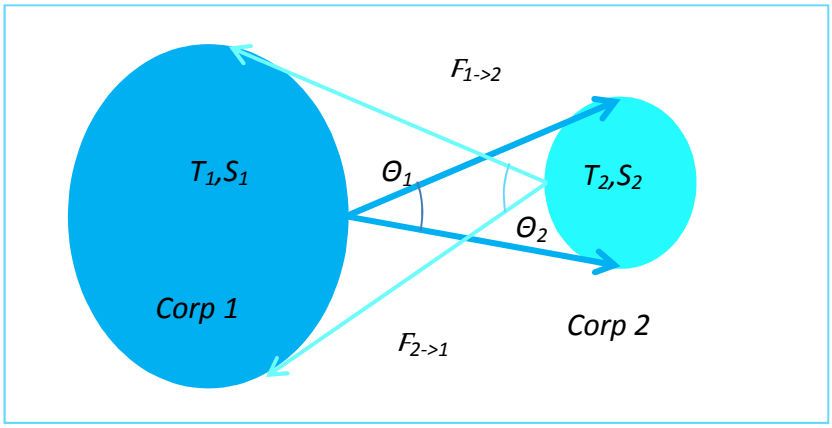


Figure A 1.12 : *Rayonnement entre deux corps*

Le flux de chaleur entre deux corps peut être calculé par la formule de Stefan-Bolzmann :

$$\phi_{ray:1\Leftrightarrow 2} = f_{1,2}.\sigma.\left(T_1^4 - T_2^4\right) , \qquad (A\ 1.38)$$

avec

$f_{1,2}$: facteur d'échange entre deux surfaces. Il dépend de l'émissivité, des surfaces et de l'orientation des surfaces, ainsi que de l'environnement entre les deux surfaces.

Naturellement, certaines hypothèses peuvent être admises sans induire d'erreurs notables afin de simplifier la formulation.

- L'air est considéré comme un milieu parfaitement transparent, c'est-à-dire aucune absorption par les molécules composant l'air. Cet aspect est totalement justifié en raison des faibles distances atmosphériques.
- Les émissions des corps sont considérées diffusantes (ou Lambertiennes), ce qui signifie que l'émissivité ne dépend pas de la direction.
- La réflexion avec un troisième corps est négligée.

Ces hypothèses permettent de passer de la formule générale *(A.1.35)* à l'équation plus précise *(A.1.39)*. Cette dernière formule ne dépend plus que de la surface, de l'émissivité respectives des 2 corps ainsi que du facteur de forme $F_{1\to 2}$. Ce facteur géométrique correspond à la fraction de rayonnement émis par le corps 1 et reçu par le corps 2. Il dépend uniquement de la forme des 2 objets et leur orientation mutuelle, soit :

$$\phi_{ray:1\Rightarrow 2} = \frac{\sigma.\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1.S_1} + \frac{1}{S_1.F_{1\to 2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2.S_2}} \qquad . \qquad (A1.39)$$

Si une surface enveloppe entièrement l'autre et si son émissivité vaut un, la formule (*A1.36*) devient :

$$\phi_{ray:1\Rightarrow 2} = S_1.\varepsilon_1.\sigma.\left(T_1^4 - T_2^4\right). \qquad (A\ 1.40)$$

Cette équation est souvent considérée dans la littérature comme la référence pour approximer l'échange radiatif avec un corps unique ayant la température atmosphérique comme température de référence.

6. *Source de la chaleur, effet de Joule*

La source de chaleur générée dans le SEE est en général issue de pertes par effet Joule :

$$P = R.I^2, \qquad (A\ 1.41)$$

avec :

I : le courant dans le cas continu ou le courant efficace dans le cas alternatif en [A] ;

R: la résistance électrique en [Ω], (elle dépend du composant).

- Dans le cas d'un câble électrique ou d'une piste de cuivre, *R* est sa résistance [Ω], ou la résistance linéique [Ω/m] si l'on veut étudier la température d'un câble de longueur infinie.
- Dans le cas d'un connecteur, *R* est la somme des résistances de la languette, du clip et du point de contact.
- Dans le cas d'un relais, il y a deux sources de chaleur dont l'une vient de la bobine et l'autre de la résistance de contact.
- Dans le cas d'un transistor MOS, *R* est la résistance R_{dson} entre la source et le drain.

Par contre, la résistance électrique d'un composant est variable en fonction de sa température. L'évolution de la résistance est liée à l'évolution de la résistivité électrique du matériau le constituant. Dans le cas du cuivre ou de l'aluminium qui constitue l'âme d'un câble, l'évolution de la résistivité est quantifiée par la formule suivante :

$$\rho_T = \rho_{20°C}.(1+\alpha.(T-20)), \qquad (A\ 1.42)$$

avec :

$\rho_{20°C}$: la résistivité de la matière à 20°C en [Ω.m] ;

ρ_T : la résistivité du matériau à T°C en [Ω.m] ;

α : le coefficient linéaire de variation en température du matériau en [K^{-1}] ;

Si le courant est alternatif, il engendre des pertes supplémentaires :

- des pertes par effet Joule, par effet de peau. Ce phénomène modifie la distribution du courant dans le conducteur en fonction de la fréquence, donc la résistance électrique effective du conducteur et donc les pertes globales par effet Joule.
- la perte par diélectrique dans le cas d'un câble blindé ou d'un câble proche des éléments de carrosserie, ce qui crée une capacité électrique. Dans notre cas d'étude, nous négligeons cette perte car le SEE est considéré comme à l'air libre.

7. *Effet de peau*

Les courants hautes fréquences (HF) ne se propagent pas dans les conducteurs comme ceux aux basses fréquences ou comme les courants continus. Ainsi, au lieu d'utiliser la totalité de la section du conducteur, ils se cantonnent dans les couches proches de la surface du conducteur (**Figure A 1.13**). La densité de courant décroît de façon exponentielle au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la surface. L'épaisseur moyenne ***e*** (en m) de la « peau » dans laquelle circule les courants HF peut être estimée à l'aide de la formule :

$$e = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi \, \mu_0 \, \mu_r \, f}{\rho}}}, \qquad (1.1)$$

avec :

μ_o : la perméabilité magnétique du vide en [$4\pi.10^{-7}$] ;
μ_r : la perméabilité magnétique relative du conducteur (on prendra 1 pour le cuivre) ;
f : la fréquence en [Hz];
ρ : la résistivité du conducteur en [Ω.m].

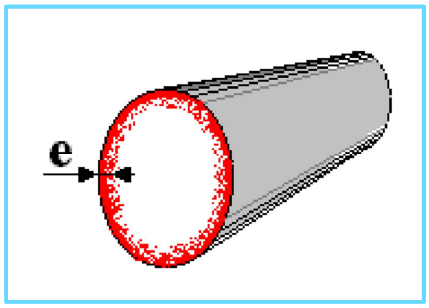


Figure A 1.13: *Effet de peau dans un conducteur*

L'effet de peau réduit la section effective du conducteur, engendrant ainsi une augmentation de la résistance du câble (**Figure A 1.14)**. La section de câble la plus importante en automobile étant 70 mm², l'effet de peau apparait aux fréquences voisines de 190 Hz. Si le câble est plus petit, l'effet de peau apparait à une fréquence plus importante, par exemple 27 KHz pour un câble de 0.5mm².

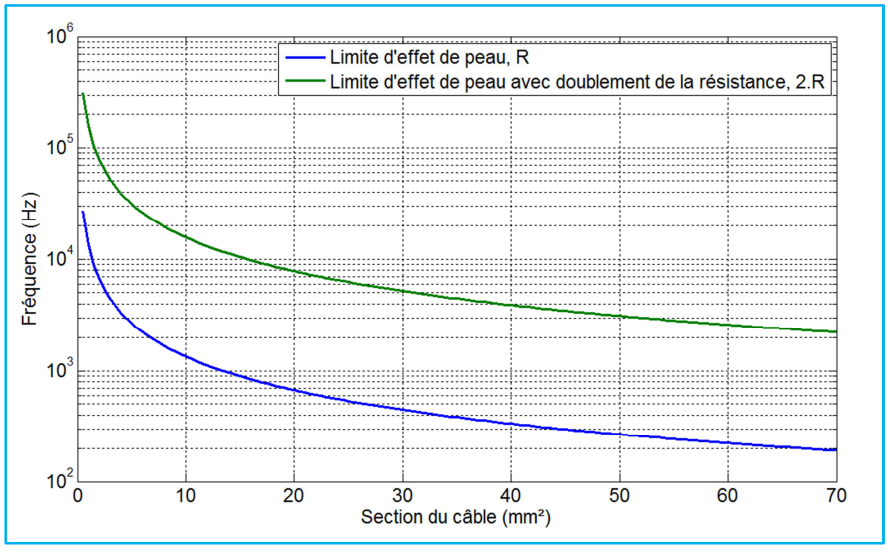


Figure A 1.14 : *Impact de l'effet de peau sur la résistance d'un câble*

En ce qui concerne les pistes de cuivre d'un circuit imprimé, celles-ci ayant une faible section, l'effet de peau apparait aux très hautes fréquences, vers 10 GHz [Koledintseva 2009]. Compte tenu de cette valeur élevée, nous considèrerons dans notre cas d'étude que l'effet de peau n'a pas d'influence sur le PCB.

ANNEXE 2. De la dérivation non entière à SDNE

2.1 Introduction

La notion de dérivation non entière (appelée aussi dérivation fractionnaire dans la littérature internationale) date de 1695 lorsque L'Hospital et Leibniz s'interrogeaient dans leurs correspondances sur la signification d'une dérivée d'ordre *0.5* [Dugowson, 1994]. Au cours du 18ème siècle, il y eu seulement que quelques contributions sur ce sujet, notamment de la part d'Euler qui souleva de nouveau le problème de la définition d'une dérivée d'ordre fractionnaire. Plus tard, au 19ème siècle, Liouville et Riemann donnèrent une définition cohérente de la dérivée fractionnaire. Mais, c'est surtout au cours de la deuxième moitié du 20ème siècle que des avancées majeures concernant la théorie de la dérivation et de l'intégration fractionnaires ont été réalisées [Oldham 1974], [Miller 1993], [Samko 1993], [Oustaloup 1995].

Aujourd'hui, au 21ème siècle, dans le domaine des sciences pour l'ingénieur, les systèmes fractionnaires sont étudiés par un nombre d'auteurs de plus en plus important. En effet, il y a un nombre grandissant de systèmes physiques dont le comportement dynamique peut être décrit avec parcimonie grâce à des modèles fractionnaires :

- processus électrochimiques [Sabatier 2006],
- diffusion thermique dans un milieu homogène semi-infini [Lin 2001], [Cois 2002]
- polarisation diélectrique [Bohannan 2000],
- matériaux viscoélastiques [Moreau 2002] [Ramus-Serment 2002].

Pour les systèmes fractionnaires, la causalité intégrale conduit à utiliser un intégrateur fractionnaire, appelé **fractor** (contraction de **fract**ional integrat**or**) [Bohannan, 2000]. L'intérêt d'utiliser la causalité intégrale est le même que pour les systèmes rationnels [Trigeassou 1999], [Trigeassou 2011]. Pour un fractor, l'effort généralisé $e_\lambda(t)$ est proportionnel à l'intégrale fractionnaire du flux généralisé $f_\lambda(t)$,

$$e_\lambda(t) = \frac{1}{\lambda} \int_{t_0}^{t} \frac{f_\lambda(t)}{} .d\tau + e_\lambda(t_0) \quad , \qquad (A\ 2.1)$$

où $e_\lambda(t_0)$ est une fonction qui prend en compte les conditions initiales [Hartley 2002], [Hartley 2007], [Lorenzo 2007a,b], [Sabatier 2008], [Trigeassou 2011], et où $\lambda \in R+$ et $m \in [0,1]$.

2.2 Définition de l'intégration d'ordre non entier

Inspirée de la formule de Cauchy, la définition de Riemann-Liouville de l'intégrale d'ordre $m \in \mathbb{C}$ (tel que Re(m)>0) d'une fonction $f(t)$ de R dans C, a été établie au XIXème siècle sous la forme de l'expression suivante :

$$I_{t_0}^{m} f(t) \overset{\Delta}{=} \frac{1}{\Gamma(m)} \int_{t_0}^{t} \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-m}} d\tau \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} t > t_0 \\ t_0 \in \mathbb{R}^+ , \\ m \in \mathbb{C} \end{cases} \qquad \textit{(A 2.2)}$$

où $\Gamma(m)$ est la fonction Gamma généralisée aux nombres complexes, soit :

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{m-1} dx \quad . \qquad \textit{(A 2.3)}$$

La difficulté d'attribuer à cet opérateur un sens géométrique ou physique, comparable à celui que l'on accorde à l'intégration d'ordre entier, n'est certes pas étrangère au peu d'intérêt que les physiciens lui ont porté. Lorsque l'ordre d'intégration m est complexe, l'image de « l'aire sous la courbe » ou de la « charge d'un condensateur » perd en effet son sens.

Néanmoins, dans le cas où l'ordre *m* est réel, la définition *(A2.4)* peut être interprétée comme l'aire de la surface que définit la fonction *f*(*t*) pondérée par un facteur d'oubli représenté par la fonction suivante :

$$h(t) = \frac{1}{\Gamma(m)(t-\tau)^{1-m}} .$$

Ainsi, si *m* est égal à 1, $I_{t_0}^{m} f(t)$ est une intégrale classique, toutes les valeurs de *f*(*t*) ayant le même « poids ». Si *m* est un réel compris entre 0 et 1, les valeurs les plus récentes ont plus de « poids » que les plus anciennes. La **Figure A 2.1** représente les variations du facteur d'oubli pour des valeurs de *m* comprises entre 0.1 et 1. A travers cette interprétation, les différentes pondérations obtenues en faisant varier l'ordre d'intégration *m* mettent en évidence l'aptitude de cet opérateur à décrire des phénomènes physiques à mémoire longue tels que les phénomènes de diffusion.

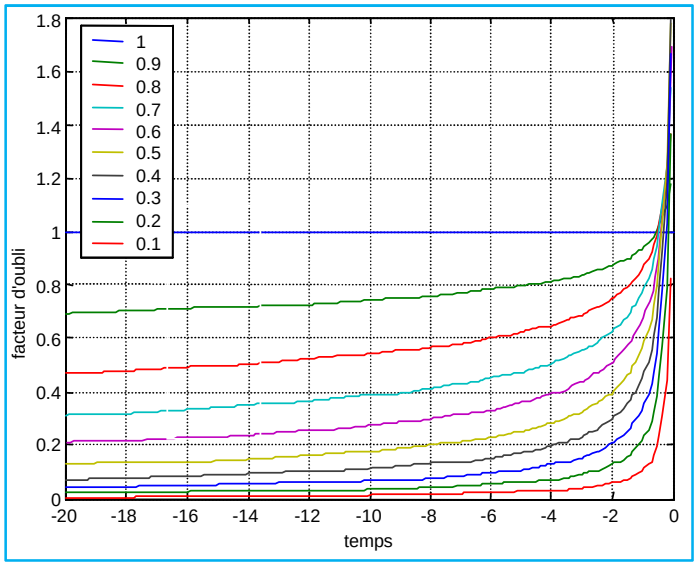


Figure A 2.1: *Courbes représentatives des variations du facteur d'oubli dans le cas d'une intégrale d'ordre réel* m *tel que 0.1<m<1*

Condition d'existence

Pour que l'intégrale non entière d'une fonction temporelle $f(t)$ existe, il suffit que *f* soit continu par morceaux sur $]t_0,+\infty[$ et intégrable sur $[t_0,t]$ pour tout $t > t_0$.

Composition de deux intégrations non entières

Les opérateurs d'intégration non entière vérifient la propriété de semi-groupe, soit [Samko, 1993] :

$$I_{t_0}^{m_1} \circ I_{t_0}^{m_2} f(t) = I_{t_0}^{m_1+m_2} f(t), \quad avec \quad \begin{cases} \Re e(m_1) > 0 \\ \Re e(m_2) > 0 \end{cases}. \qquad (A\ 2.4)$$

2.3 Transformée de Laplace de l'intégrale non entière d'une fonction temporelle

Dans le cadre d'une approche système où *u(t)* désigne l'entrée et *y(t)* la sortie, l'intégrale d'ordre *m* de *u(t)*, notée $y(t) = I_t^m u(t)$ soit :

$$y(t) = \int_0^t \frac{1}{\Gamma(m).(t-\tau)^{1-m}} u(\tau).d\tau \ , \qquad (A\ 2.5)$$

peut être interprétée comme le produit de convolution entre la réponse impulsionnelle *h(t)* du système et son entrée *u(t)*, soit :

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau).u(\tau).d\tau = h(t) * u(t) \ . \qquad (A\ 2.6)$$

La transformée de Laplace de *h(t)*, notée *H(s)*, qui n'est autre que la fonction de transfert d'un intégrateur d'ordre *m* >0, est donnée par [Oldham, 1974] :

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{\Gamma(m).t^{(1-m)}}\right\} = \frac{1}{s^m} \quad . \qquad (A\ 2.7)$$

Une des propriétés remarquables de la réponse impulsionnelle d'un intégrateur non entier est l'auto-similarité [Ren, 1996] qui traduit l'invariance lors d'un changement d'échelle de temps, soit :

$$h(K\,t) = \frac{1}{\Gamma(m).(K.t)^{1-m}} = K^{m-1}\, h(t) \quad , \qquad (A\ 2.8)$$

où *K* est une constante. Il est à noter que les réponses impulsionnelles de type exponentiel ne possèdent pas cette propriété.

La **figure A-2.2** présente les réponses fréquentielles et impulsionnelles d'un intégrateur généralisé pour des ordres *m* compris entre 0 et 2.

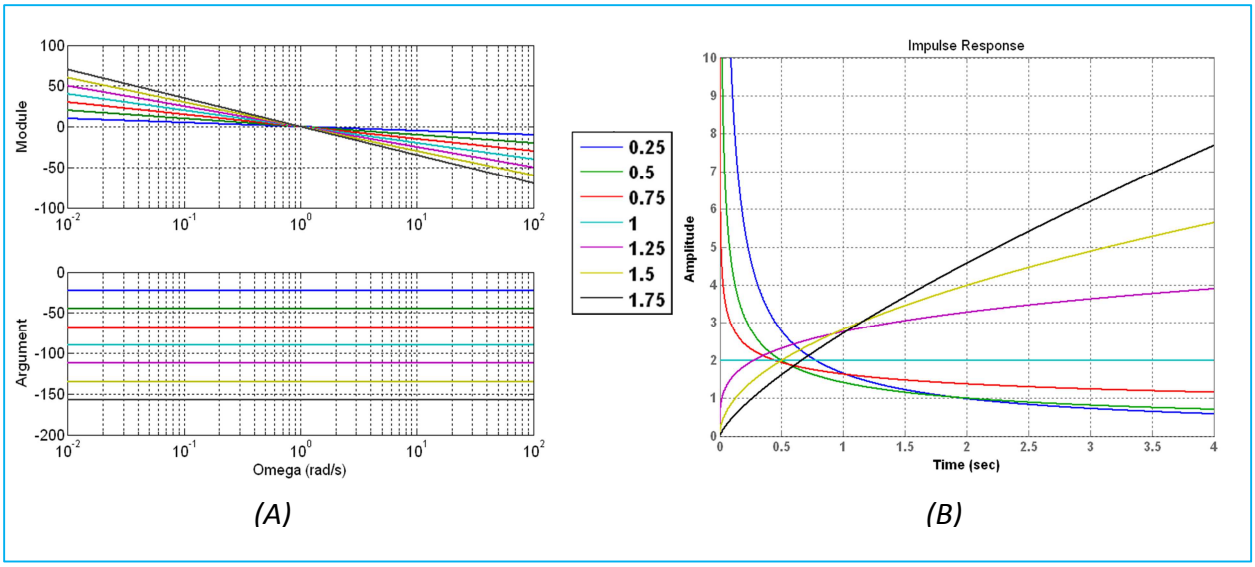


Figure A 2.2 : *Réponse fréquentielles (A) et impulsionnelles (B) d'un intégrateur généralisé pour des ordres compris entre 0.25 et 1.75*

2.4 Dérivation non entière

La définition de Riemann-Liouville de **l'intégrale d'ordre *m*** d'une fonction *f*(*t*), notée $I_t^m\ (f(t))$ avec *m* > 0, étendue à des ordres négatifs, soit :

$$I_t^{-m}\ f(t) = D_t^m\ f(t) \qquad (A\ 2.9)$$

est généralement divergente [Samko, 1993].

La manière la plus simple pour définir une dérivée non entière d'ordre ***m* > 0** (intégrale d'ordre négatif) consiste à dériver à l'**ordre entier *n***, avec *n* = *Entier*[*m*] + 1, l'intégrale d'ordre non entier (***n*-*m*) > 0**, soit :

$$D_t^m\ f(t) = D_t^{m-n+n}\ f(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^n D_t^{-(n-m)}\ f(t) \quad , \qquad (A\ 2.10)$$

ou encore, sachant que $D_t^{-(n-m)}\ f(t) = I_t^{(n-m)}\ f(t)$

$$D_t^m\ f(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_0^t \frac{1}{\Gamma(n-m).(t-\tau)^{1-(n-m)}}\ f(\tau).d\tau \quad . \qquad (A\ 2.11)$$

A titre d'exemple :

$$D_t^{0.75}\ f(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^1 D_t^{0.25}\ f(t)\ . \qquad (A\ 2.12)$$

2.5 Caractérisation fréquentielle d'un dérivateur et d'un intégrateur d'ordre non entier réel

Un *dérivateur non entier réel* est tel que sa grandeur de sortie $y(t)$ s'identifie, à un facteur près, à la dérivée non entière de sa grandeur d'entrée $u(t)$, soit :

$$y(t) = \tau^m D^m u(t), \qquad (A\ 2.13)$$

où τ désigne la *constante de temps de différentiation* et $m \in \mathbb{R}$ l'ordre de dérivation réel (*m* pouvant être supérieur ou inférieur à 0, l'opérateur considéré étant alors soit un dérivateur, soit un intégrateur).

A l'aide des relations *(A2.9)*, *(A2.10)* et *(A2.14)* et ***sous l'hypothèse de conditions initiales nulles***, la traduction opérationnelle de l'équation *(A2.14)* conduit à l'équation symbolique :

$$Y(s) = (\tau s)^m U(s), \qquad \textit{(A 2.14)}$$

soit, en posant $\omega_u = 1/\tau$, appelé *fréquence au gain unité* ou *fréquence de transition* :

$$Y(s) = \left(\frac{s}{\omega_u}\right)^m U(s), \qquad \textit{(A 2.15)}$$

d'où l'on tire la transmittance :

$$D(s) = \left(\frac{s}{\omega_u}\right)^m . \qquad \textit{(A 2.16)}$$

La réponse en fréquences d'un dérivateur non entier réel se déduit de sa transmittance en faisant $s = \mathrm{j}\omega$, soit :

$$D(\mathrm{j}\omega) = \left(\frac{\mathrm{j}\omega}{\omega_u}\right)^m . \qquad \textit{(A 2.17)}$$

Définis comme le module et l'argument de $D(\mathrm{j}\omega)$, le gain et le phase du dérivateur admettent des expressions de la forme :

$$\begin{cases} |D(\mathrm{j}\omega)| = \left(\dfrac{\omega}{\omega_u}\right)^m \\ \mathrm{Arg}(D(\mathrm{j}\omega)) = m\dfrac{\pi}{2} \end{cases} . \qquad \textit{(A 2.18)}$$

L'analyse d'un tel système d'équations révèle une propriété remarquable de ce type de dérivateur en ce sens que :

- le diagramme de gain est caractérisé par une droite oblique de pente $6m$ dB par octave ;
- le diagramme de phase est caractérisé par une droite horizontale d'ordonnée $\varphi = m\frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad}$

.

La **Figure A 2.3** représente les diagrammes de Bode d'un dérivateur non entier réel en fonction de la fréquence réduite ω/ω_u et pour des ordres de dérivation compris entre -1.5 et 1.5.

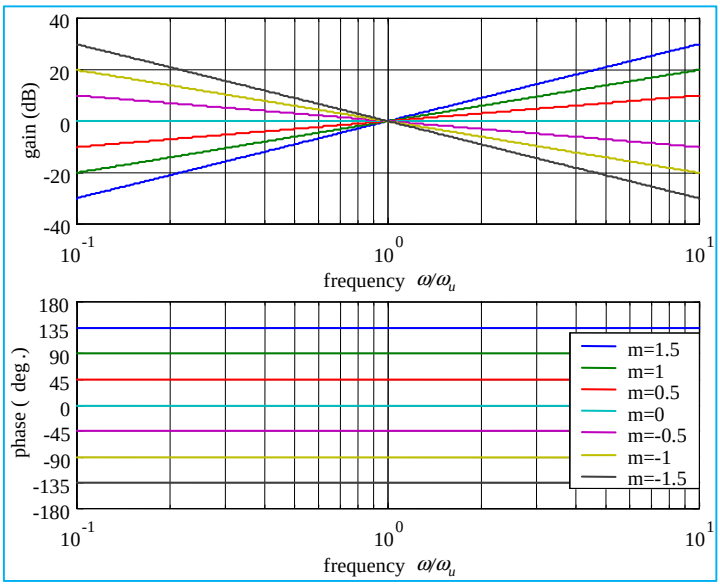


Figure A 2.3 : *Diagrammes de Bode d'un dérivateur non entier réel*

Le caractère non entier réel de l'ordre de dérivation *m*, permet ainsi d'assurer, tant au niveau du diagramme de gain que du diagramme de phase, une variation continue :

- de la pente de la droite de gain ;
- de l'ordonnée de la droite de phase.

2.6 Dérivateur et intégrateur d'ordre non entier réel bornés en fréquence

Une troncature à la fois du côté des basses et des hautes fréquences consiste à limiter à un intervalle fréquentiel $[\omega_A, \omega_B]$ le transfert de différentiation s/ω_u, ce qui revient à lui substituer le transfert de différentiation borné en fréquence :

$$C_0' \frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}}, \qquad \textit{(A 2.19)}$$

dans lequel :

$$(\omega_b \omega_h)^{1/2} = \omega_u, \qquad \textit{(A 2.20)}$$

et

$$C_0' = \frac{\omega_b}{\omega_u} = \frac{\omega_u}{\omega_h}. \qquad \textit{(A 2.21)}$$

Distribuées géométriquement par rapport à ω_u (relation (*A2.22*) les fréquences transitionnelles basse et haute, ω_b et ω_h, sont telles que :

$$\omega_b << \omega_A \quad \text{et} \quad \omega_h << \omega_B \; ; \qquad \textit{(A 2.22)}$$

si ces conditions doivent être vérifiées pour assurer une véritable différentiation sur l'intervalle $[\omega_A, \omega_B]$, elles ne sont en aucun cas nécessaires pour la validité des développements qui font l'objet de ce paragraphe.

On obtient ainsi une forme plus générale du transfert $D(s)$, soit :

$$D(s)=\left(C_0'\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}}\right)^m, \qquad \textit{(A 2.23)}$$

ou

$$D(s)=C_0\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}}\right)^m, \qquad \textit{(A 2.24)}$$

avec $C_0=C_0'^{\,m}$ $\quad (C_0 \text{ et} C_0' \in \mathbb{R})$. *(A 2.25)*

Chacun de ces transferts définit un dérivateur non entier (ou entier) réel borné en fréquence. Un dérivateur non entier réel borné en fréquence, d'ordre non entier *m* et de fréquences transitionnelles ω_b et ω_h réparties géométriquement par rapport à la fréquence au gain unité ω_u ($\omega_u=(\omega_b\omega_h)^{1/2}$), est défini par un transfert issu de la combinaison des relations *(A2.21)* ou *(A2.26)* et *(A2.27)* soit :

$$D(s)=\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)^m\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}}\right)^m \qquad \textit{avec} \quad m\in\mathbb{R}. \qquad \textit{(A 2.26)}$$

De même, un intégrateur non entier réel borné en fréquence, d'ordre non entier *m* et de fréquences transitionnelles ω_b et ω_h réparties géométriquement par rapport à la fréquence au gain unité ω_u ($\omega_u=(\omega_b\omega_h)^{1/2}$), est défini par analogie par :

$$I(s)=\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)^m\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}}\right)^{-m} \qquad \textit{avec} \quad m\in\mathbb{R}. \qquad \textit{(A 2.27)}$$

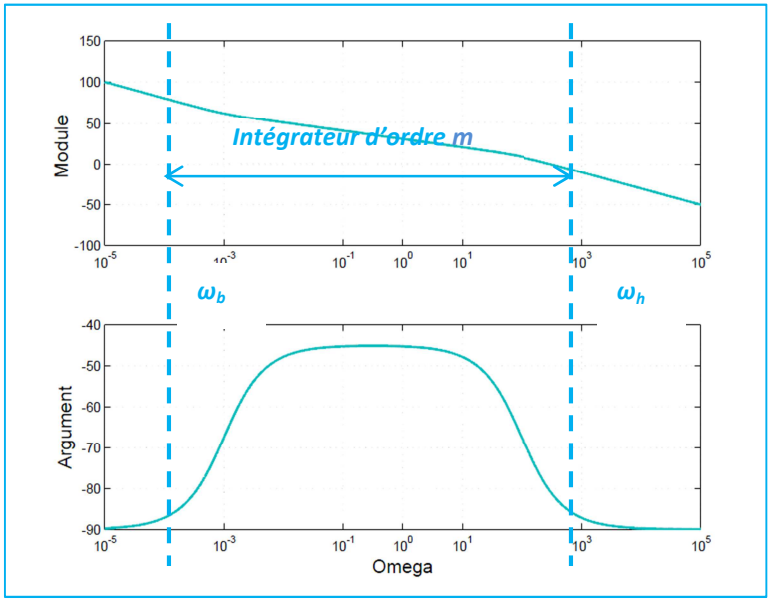


Figure A 2.4 *: Réponse fréquentielle de l'intégrateur d'ordre non entier borné en fréquence* $D(j\omega)$

Dérivation non entière et récursivitéLa démonstration du lien entre récursivité et dérivation non entière, et ainsi la justification du choix d'une distribution récursive de pôles et de zéros pour la synthèse de la fonction de transfert $I_N^{\gamma}(p)$, peut s'effectuer sur la réponse impulsionnelle de l'opérateur d'intégration non entière définie par :

$$I^{\gamma}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^{\gamma}}\right\}. \qquad \textit{(A 2.28)}$$

Le calcul de la transformée inverse de Laplace par la méthode des résidus conduit alors à l'expression [Oustaloup, 1983] [Sabatier et al, 2010]:

$$h(t) = \mathfrak{L}^{-1}\{s^{-\gamma}\} = \frac{\sin(\gamma\pi)}{\pi}\int_0^{\infty} x^{-\gamma} e^{-tx} dx \qquad n \in \mathbb{R} \qquad 0 < \gamma < 1. \qquad \textit{(A 2.29)}$$

La transformée de Laplace de la relation *(A2.31)*, conduit à la fonction de transfert suivante :

$$H(s) = \int_0^{\infty} \frac{\mu(x)}{s+x}\, dx \qquad \textit{avec} \qquad \mu(x) = \frac{\sin(\gamma\pi)}{\pi}\, x^{-\gamma}, \qquad \textit{(A 2.30)}$$

ou en utilisant un changement variable $x = e^{-z}$

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu(e^{-z})}{\frac{s}{e^{-z}}+1}\, dz\,. \qquad \textit{(A 2.31)}$$

La forme de discrétisée de *H(s)* est

$$H^{d}(s) = \lim_{\substack{N_1 \to \infty \\ N_2 \to \infty}} \sum_{k=-N_2}^{N_1} \frac{\mu(e^{-k\Delta z})\,\Delta z}{\frac{s}{e^{-k\,\Delta z}}+1}, \qquad \textit{(A 2.32)}$$

avec $e^{\Delta z}$ est le pas de discrétisation spéciale

La relation *(A2.34)* met en évidence la récursivité des pôles de la fonction de transfert $H^d(s)$. La troncature de la relation (A2.34) pour des valeurs de N1 et N2 finies requis pour les traitements numériques, il est possible de montrer que les zéros de $H^d(s)$ ont également une distribution récursive dans une bande de fréquence moyenne. Cela met en évidence ainsi le lien des systèmes fractionnés avec la récursivité. Ce lien avec la récursivité avait été aussi mis en évidence graphiquement en 1975 par A. Oustaloup [Oustaloup 1983] [Oustaloup, 1995]. La synthèse d'un intégrateur non entier dont l'action différentielle couvre tout l'espace des fréquences, repose entre autres sur une distribution récursive d'une infinité de zéros et de pôles dénombrables.

Aussi, dans le cadre d'une synthèse réaliste fondée sur un nombre fini de zéros et de pôles, il convient de limiter l'action intégrale généralisée à un intervalle fréquentiel borné qui ne couvre que partiellement l'espace des fréquences, et par conséquent à faire l'approximation suivante :

$$I^{\gamma}(s) \approx I_a^{\gamma}(s) = C_0 \left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_h}}{1+\dfrac{s}{\omega_b}} \right)^{\gamma} . \qquad \textit{(A 2.33)}$$

La synthèse d'un tel intégrateur repose encore sur une distribution récursive de zéros et de pôles réels, soit :

$$I_a^{\gamma}(s) = C_0 \left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_h}}{1+\dfrac{s}{\omega_b}} \right)^{\gamma} \approx I_N^{\gamma}(s) = C_0' \frac{\displaystyle\prod_{k=1}^{N} \left(1+\frac{s}{\omega'_k} \right)}{\displaystyle\prod_{k=1}^{N} \left(1+\frac{s}{\omega_k} \right)} . \qquad \textit{(A 2.34)}$$

où les constantes C_0 et C'_0 sont données par

$$C_0 = 1 \Big/ \left| I_a^{\gamma}(j) \right| \qquad \textit{et} \qquad C'_0 = 1 \Big/ \left| I_N^{\gamma}(j) \right| ; \qquad \textit{(A 2.35)}$$

$-\omega'_k$ est un zéro de rang k ; $-\omega_k$ un pôle de rang k ; N le nombre de zéros ou de pôles ; α et η des facteurs récursifs, tels que

$$\omega'_{k+1} = \alpha\eta\omega'_k \qquad \omega_{k+1} = \alpha\eta\omega_k \qquad \omega'_1 = \alpha\omega_1 . \qquad \textit{(A 2.36)}$$

Le caractère récursif de l'intégrateur synthétisé peut être mis en évidence par des méthodes graphiques, analytiques et numériques [Oustaloup, 1995]. On se propose à présent de déterminer le lien entre les rapports récursifs α et η, et l'ordre non entier γ. Une première relation peut être obtenue en effectuant un lissage des créneaux du diagramme asymptotique de phase de sorte que la variation moyenne de phase entre deux pôles (ou deux zéros) consécutifs soit égale à $-\gamma\pi/2$. Ce lissage est matérialisé par les surfaces hachurées de la **Figure A 2.5**, dont l'identité des aires conduit à écrire la relation :

$$\gamma 90 \left(\log \alpha + \log \eta \right) = 90 \log \alpha , \qquad \textit{(A 2.37)}$$

d'où l'on tire :

$$\gamma = \frac{1}{1+\dfrac{\log\eta}{\log\alpha}} \qquad \textit{soit} \qquad \alpha = 10^{\gamma \log(\alpha\eta)} . \qquad \textit{(A 2.38)}$$

De même et en raisonnant cette fois sur le diagramme de gain, la relation *(A2.38)* peut être redémontrée en effectuant un lissage des segments de droites (paliers et pentes) du diagramme asymptotique de sorte que la variation moyenne des pentes de gain entre deux pôles (ou deux zéros) consécutifs soit égale à -20γ dB/décade. Les pentes des segments AB et A'B' sont respectivement données par :

$$-20\gamma \text{dB/decade} = \frac{\Delta \text{dB}}{\log\alpha + \log\beta} , \qquad \textit{(A 2.39)}$$

et

$$-20 \text{dB/decade} = \frac{\Delta \text{dB}}{\log\alpha} . \qquad \textit{(A 2.40)}$$

A partir des relations *(A2.41) (A2.42)*, en effectuant leur rapport, on obtient à nouveau la relation *(A2.40)*. Si *N* pôles et zéros sont utilisés pour réaliser l'approximation, le lien avec les pulsations ω_b et ω_h s'obtient alors en posant :

$$\alpha\eta = 10^{\frac{\log\left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)}{N}} \qquad avec \qquad \omega_1 = \omega_b\sqrt{\eta}. \qquad (A\ 2.41)$$

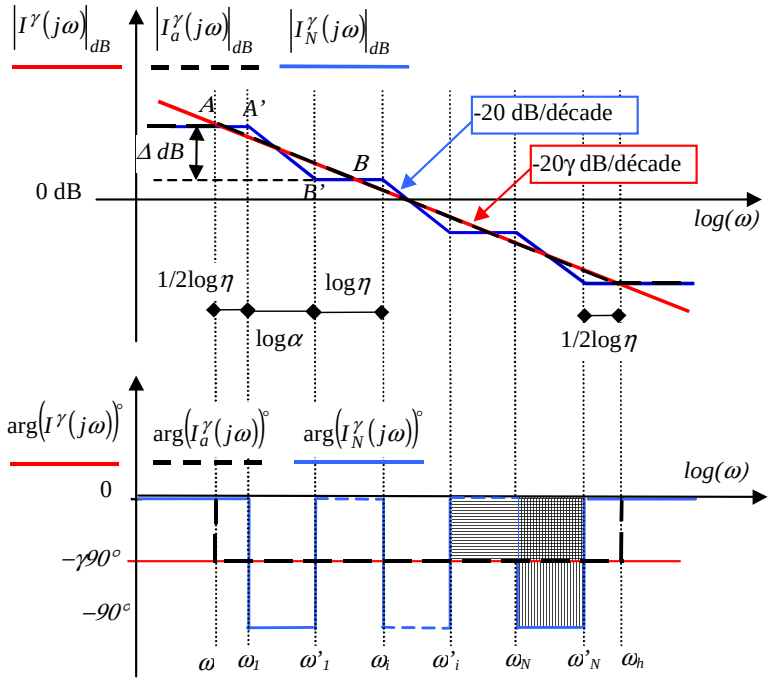


Figure A 2.5 : *Comparaison des diagrammes asymptotiques de Bode de* $I^\gamma(p), I_a^\gamma(p)$ *et* $I_N^\gamma(p)$

La récursivité permet donc de transformer une fonction transfert d'ordre non entièr, qui ne peut pas être implantée avec un outil de simulation comme Matlab/Simulink, en une fonction de transfert entière équivalente sur une plage de fréquence donnée.

2.7 Système à paramètres localisés

Que le caractère localisé des paramètres d'un système résulte d'une discrétisation spatiale (méthode des éléments finis ou des volumes finis), ou d'une réelle localisation des éléments d'un circuit ou d'un réseau (électrique :**Figure A 2.6**; mécanique :**Figure A 2.7**; hydraulique :**Figure A 2.8**;…), le lien avec les système à dérivées non entière a fait l'objet de nombreux travaux [Oustaloup, 1995].

Les éléments capacitifs (condensateur en technologique électrique, ressorts en mécanique et accumulateurs en hydraulique) sont désignés par la lettre *C* et dans ce qui suit. Les éléments résistifs (résistance électrique, amortisseur et résistance hydraulique) sont désignés par la lettre *R*.

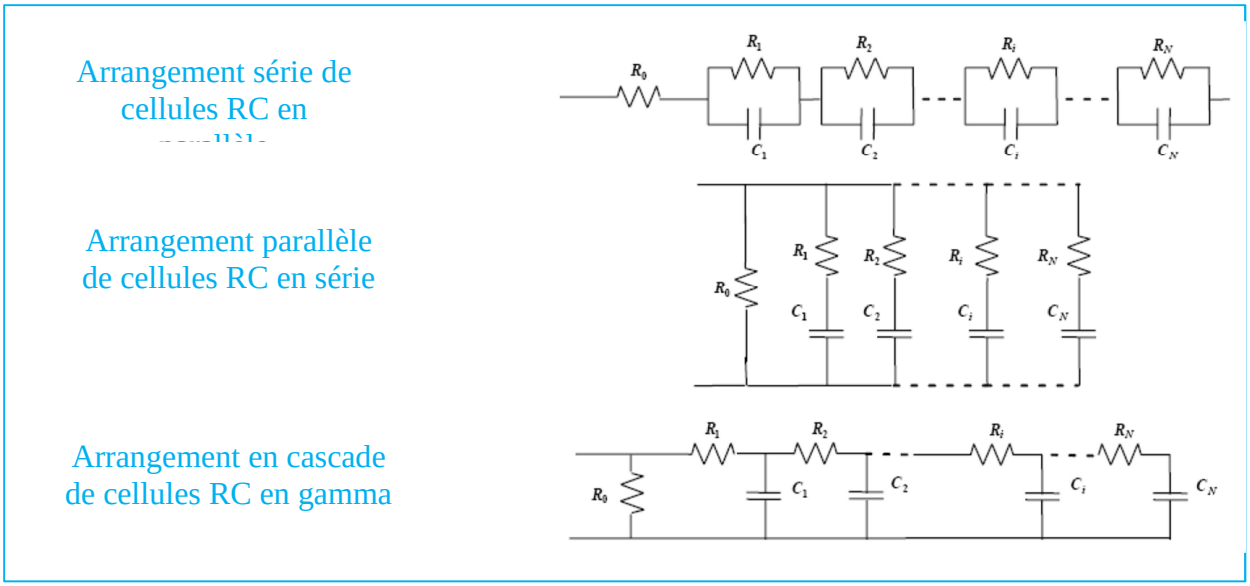


Figure A 2.6: *Exemple d'arrangements de réseaux RC électriques*

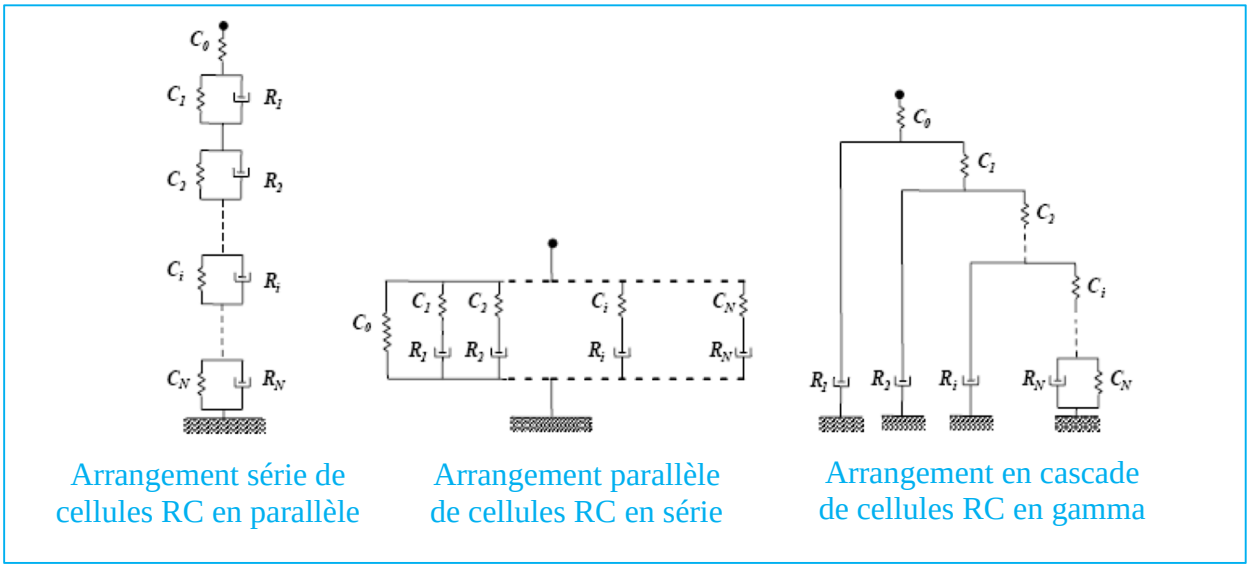


Figure A 2.7*: Exemples d'arrangements de réseaux RC mécanique*

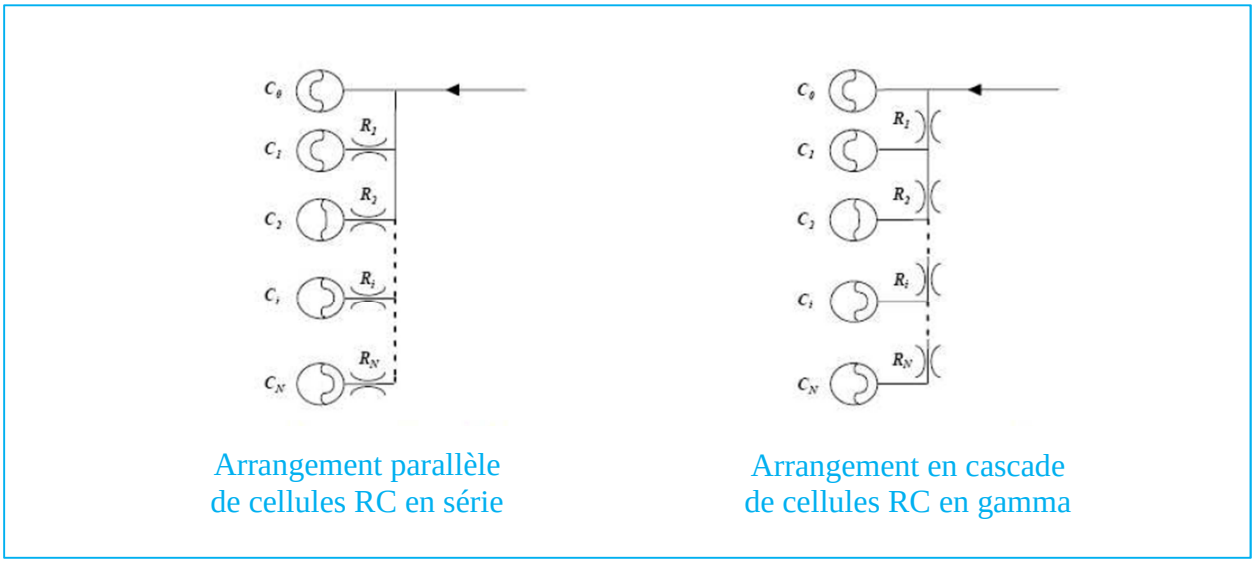


Figure A 2.8: *Exemples d'arrangements de réseaux RC hydropneumatiques*

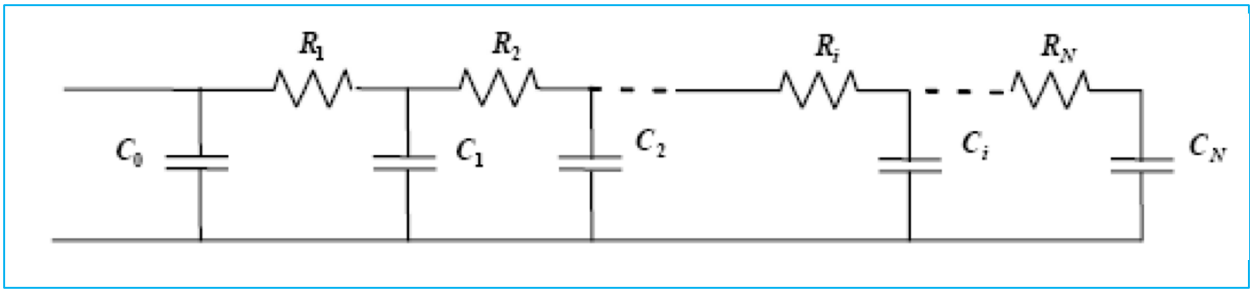


***Figure A 2.9** : Réseau constitué d'un arrangement cascade de N cellules RC en gamma et associé à la discrétisation du milieu d'un fil électrique*

Le réseau électrique de la figure A 2.9 est à présent étudié. La mise en équation de ce réseau conduit à une impédance d'entrée $Z_e(s)$ de la forme :

$$Z_e(s) = \cfrac{1}{C_0 .s + \cfrac{1}{R_1 + \cfrac{1}{C_1 .s + \cfrac{1}{R_2 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cdots\cdots\cdots

$$D(s) = \frac{D_0}{s}\left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_b}}{1+\dfrac{s}{\omega_h}}\right)^m , \qquad (A\ 2.43)$$

où ω_b et ω_h sont des fréquences transitionnelles basse et haute, D_0 une constante et où m = 0.5.

Ainsi, l'expression *(A2.45)* permet avec 4 paramètres (m, D_0, ω_b et ω_h), de caractériser le comportement du réseau de la figure A 2.9 composé de N+1 capacités C et N résistances R, soit un total de 2N+1 paramètres. Ce résultat met bien en avant la propriété de compacité ou de parcimonie paramétrique que présente l'opérateur de dérivation non entière. Il est vrai que l'impédance résultant d'une discrétisation spatiale se présente sous la forme d'un modèle entier de très grande dimension

La réalisation d'un intégrateur fractionnaire borné en fréquence utilise ici le lien avec les systèmes à paramètres localisés. Ainsi, la **Figure A 2.11** présente un système à paramètres localisés constitué de *N+1* cellules. Chaque cellule comporte une impédance Z_i et une admittance Y_i, ces dernières pouvant être des combinaisons ou arrangements d'éléments capacitifs C, résistifs R et inertiels L. Quant aux notations *F(s)* et *E(s)*, elles désignent les transformées de Laplace des flux *f(t)* et des efforts *e(t)* généralisés, les indices *e* et *s* précisant l'entrée et la sortie du système.

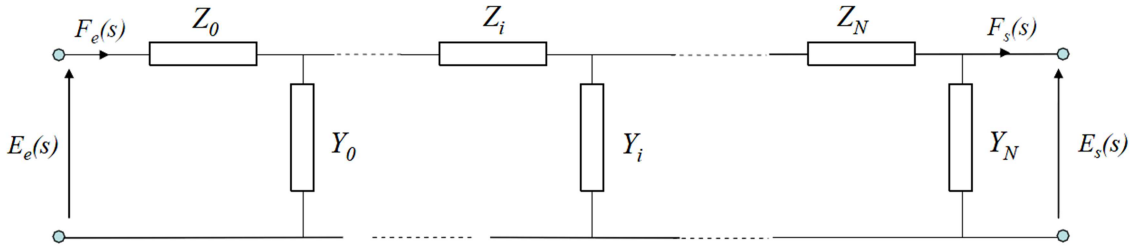


***Figure A 2.11** : Système à paramètres localisés représenté sous la forme d'un arrangement de cellules ZY : les Zi représentent des impédances et les Yi des admittances*

Afin de faciliter la mise en équation de ces arrangements (notamment pour établir les expressions analytiques de leurs impédances d'entrée $Z_e(s)$), une approche matricielle est retenue (cf. thèse de Pascal Serrier [Serrier 2008]). Ainsi, pour une cellule de rang i considérée séparément, les relations entrée/sortie entre les variables de puissance sont de la forme

$$\begin{pmatrix} E_{ei}(s) \\ F_{ei}(s) \end{pmatrix} = [T_i]\begin{pmatrix} E_s(s) \\ F_{si}(s) \end{pmatrix}, \qquad (A\ 2.44)$$

où $[T_i]$ désigne la matrice de transfert de la cellule i dont l'expression est donnée par :

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1+Y_i(s)\,Z_i(s) & Z_i(s) \\ Y_i(s) & 1 \end{bmatrix} . \qquad (A\ 2.45)$$

L'impédance d'entrée $Z_{ei}(s)$ de la cellule i (extraite de son environnement et connectée à une charge infinie, d'où un flux généralisé nul en sortie) est donnée par le rapport entre le premier terme diagonal ($1+Y_i(s)\ Z_i(s)$) et le terme non diagonal $Y_i(s)$ de la 2ème ligne-1ère colonne, soit :

$$Z_{ei}(s)=\left.\frac{E_{ei}(s)}{F_{ei}(s)}\right|_{F_{si}=0}=\frac{1+Y_i(s)\,Z_i(s)}{Y_i(s)}\quad . \tag{A 2.46}$$

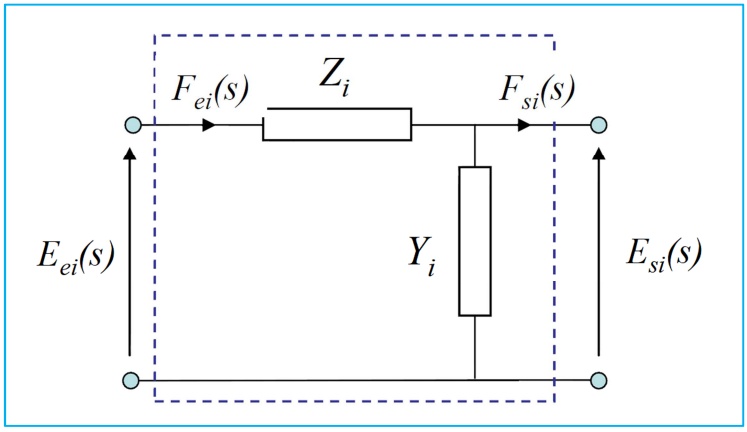


***Figure A 2.12** : Représentation schématique d'une cellule de rang i avec ses variables de puissance*

La matrice globale de transfert *[T]* du système est obtenue en faisant le produit des *N*+1 matrices locales *[Ti]*, soit :

$$[T]=\prod_{i=0}^{N}[T_i]=\begin{bmatrix}a_{11}(s) & a_{12}(s)\\ a_{21}(s) & a_{22}(s)\end{bmatrix}\quad , \tag{A 2.47}$$

d'où il est facile d'extraire l'impédance d'entrée $Z_e(s)$, soit :

$$Z_e=\frac{E_e(s)}{F_e(s)}=\frac{a_{11}(s)}{a_{21}(s)}\quad . \tag{A 2.48}$$

Ansi, dans le cadre d'un fil électrique et dans le but de calculer la résistance thermique totale vue à l'entrée du fil électrique maillé, la maille élémentaire (cellule) est définie comme indiqué par le schéma de la figure A 2.13:

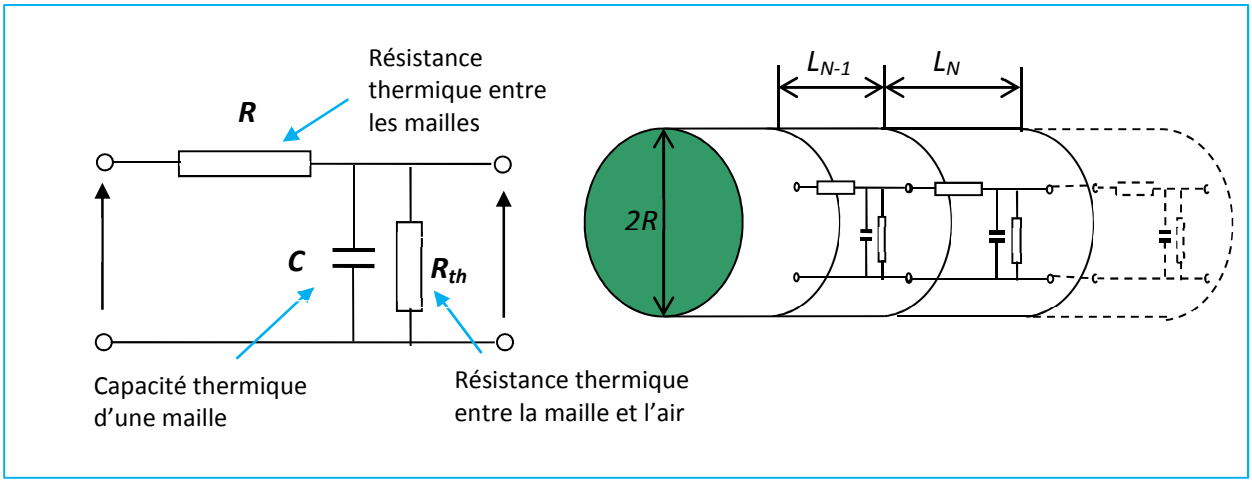


***Figure A 2.13:** Cellule de base d'un fil électrique*

Les grandeurs caractéristique d'une maille *i* sont définies par :

$$R_i = \frac{l_i}{\lambda_{cab}\, S_{cab}} = l_i . R_0$$
$$C_i = l_i . S_{cab} . \rho . c_p = l_i . C_0 \quad , \qquad \textit{(A 2.49)}$$
$$R_{th_i} = \frac{1}{h . l_i . 2\pi . \sqrt{S_{cab}/\pi}} = \frac{1}{l_i} . R_{th0}$$

avec

l_i : la longueur de la i ème maille en [m].

En remplaçant *(A2.51)* dans l'expression *(A2.47),* la matrice de transfert devient :

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 + R_i . \dfrac{R_{th_i} . C_i . s + 1}{R_{th}} & R_i \\ \dfrac{R_{th_i} . C_i . s + 1}{R_{th_i}} & 1 \end{bmatrix} \quad . \qquad \textit{(A 2.50)}$$

Posons :

$$Y_0 = C_0 . s + \frac{1}{R_{th_0}} . \qquad \textit{(A 2.51)}$$

En combinant *(A2.51), (A2.53)* et *(A2.52)*, nous avons :

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 + l_i^2 R_0 . Y_0 & l_i . R_0 \\ l_i . Y_0 & 1 \end{bmatrix} . \qquad \textit{(A 2.52)}$$

Si le système possède *N* cellules, $Z^N{}_e(s)$ est de la forme :

$$Z_e(s) = l_1 . R_0 + \cfrac{1}{l_1 . Y_0 + \cfrac{1}{l_2 . R_0 + \cfrac{1}{l_2 . Y_0 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots + \cfrac{1}{l_{N-1} . Y_0 + \cfrac{1}{l_N . R_0 + \cfrac{1}{l_N . Y_0}}}}}}}}} \quad . \qquad \text{(A 2.53)}$$

Les expressions *(A2.36)* et *(A2.55)* sont deux façons d'exprimer l'impédance d'entrée d'un système de diffusion thermique.

ANNEXE 3. Connecteur 16 voies Hybride

Pour bien comprendre les modélisations proposées aux chapitres 3 et 4, cette annexe décrit les différents constituants d'un connecteur couramment utilisé dans un boitier de commande.

3.1 Embase et porte clip

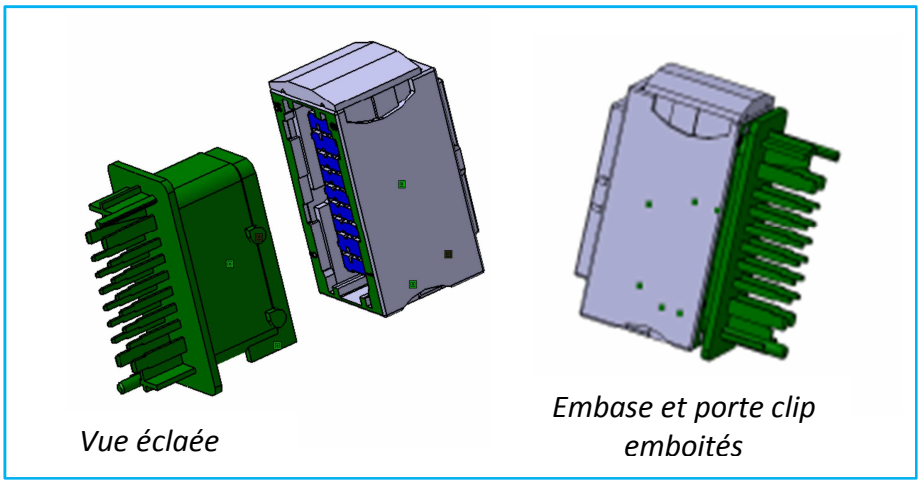


Figure A 3.1 *Assemblage d'un porte-clip et d'une'embase (source interne PSA)*

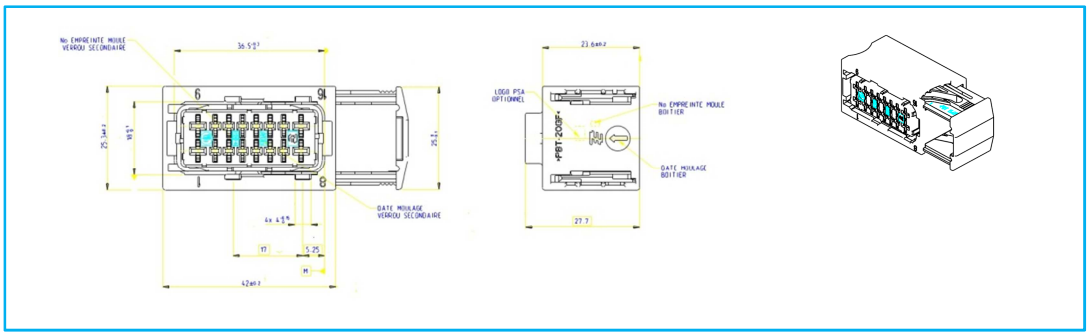


Figure A 3.2 : *Vues détaillées d'un porte clip (source interne PSA)*

3.2 *Languette et clip*

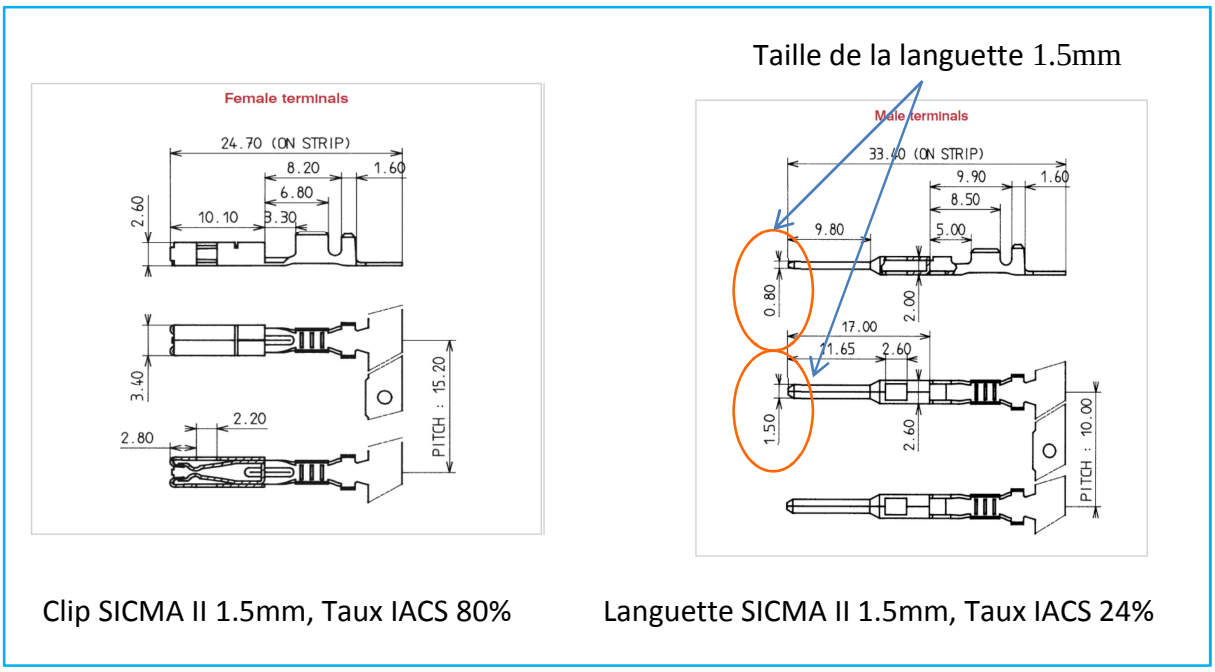


Figure A 3.3 : *Clip et languette SICMA II 1.5mm de la société FCI (source interne PSA)*

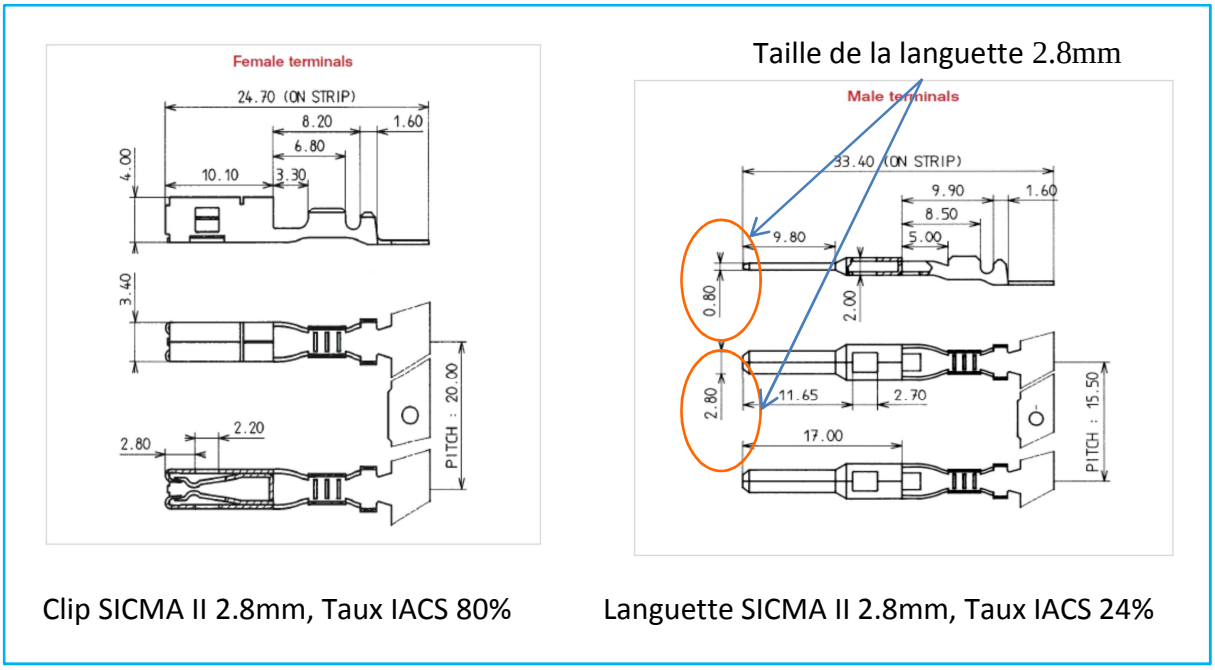


Figure A 3.4 : *Clip et languette SICMA II 2.8mm de la société FCI (source interne PSA)*