

UNIVERSITE AIX-MARSEILLE

Ecole doctorale, 353 Sciences pour l'ingénieur : Mécanique,
Physique, Micro et Nanoélectronique

THESE

pour obtenir le grade de

docteur Sc Science

de l'université d'Aix-Marseille

Spécialité : MÉCANIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

JEAN-MARC NDOMBO

**Modélisation numérique d'un écoulement
anisotherme dans un té de mélange par
simulation des grandes échelles**

M2P2, Laboratoire de Mécanique, Modélisation & Procédés Propres

Jury :

Directeur : E. Serre, DR CNRS M2P2

Co-directeur : R. Howard, Ing. EDF R&D

Rapporteurs : Prof. E. Lamballais, CNRS - Université de Poitiers – ENSMA

Rapporteurs : Prof. J. Frohlich, TU Dresden

Examineurs : Prof. K. Hanjalic, TU Delft

Invité : F. Archambeau, Ing. EDF

A ma mère Monique Christe qui a toujours été là quelques soient les circonstances et à toi grand père car aujourd'hui tu es docteur, paix à ton âme.

Fais de l'Eternel tes délices et il te donnera ce que ton coeur désire. *Ps.*
37v4

Remerciements

Cette thèse a été co-financée par EDF et l'ANRT (Association Nationale de la Recherche Technique). Elle s'est déroulée à Chatou centre de Recherche d'EDF R&D dans le groupe I83 (Écoulement monophasiques et échanges thermiques).

L'encadrement a été faite conjointement par Richard Howard (Ingénieur chercheur EDF R&D) et Éric Serre directeur de recherche au CNRS au laboratoire M2P2.

En premier lieu, j'exprime ma profonde reconnaissance à Richard Howard avec qui j'ai énormément appris. En effet, ces trois années de thèse avec lui m'ont permis aussi bien d'approfondir mes connaissances en thermohydraulique mais surtout ces qualités humaines m'ont beaucoup appris. Je remercie Éric Serre pour les discussions que nous avons eu et pour son encadrement. Je remercie Frédérique Archambeau pour son soutien technique et moral qui m'ont été d'une précieuse aide dans le déroulement de cette thèse. Un grand merci à Thomas Pasutto et Christophe Péniguel pour leur disponibilité et les nombreux échanges que nous avons eu.

Des remerciements particuliers sont destinés à mes anciens collègues de bureau Didier Colmont et Monique Eddie qui par leurs qualités humaines m'ont directement mis à l'aise dans le groupe. Je tiens particulièrement à les remercier pour tous les moments extra-professionnelles que nous avons eu ensemble et les souhaite de bonnes choses.

Je remercie enfin les membres du groupe I83 pour leur accueil et sympathie.

Résumé

Les fluctuations thermiques présentes dans les tés de mélange provoquent des contraintes thermiques qui peuvent mener à l'apparition de fissures qui se propagent plus ou moins rapidement dans la structure. Une possibilité pour réduire ces risques est d'installer des mélangeurs statiques (static mixers) pour accroître le mélange. Une telle technologie a été utilisée par Utveckling AB depuis 1980 dans des installations nucléaires. Toutefois, ces technologies sont très coûteuses. C'est pour cette raison que plusieurs investigations numériques ont été faites pour prédire les fluctuations de température causées par le mélange turbulent dans cette configuration d'écoulement.

On effectue la simulation numérique de l'écoulement sur deux types de té de mélange. L'un avec des bords droits et une paroi en Plexiglas, et l'autre avec des bords arrondis et une paroi en inox 304L. Dans le premier cas la condition de paroi est adiabatique et dans le second cas on effectue un couplage entre le code CFD (Computational Fluid Dynamic) *Code_Saturne* et le code *SYRTHES* pour l'analyse de la température dans le solide.

La résolution des équations de conservation est faite avec une approche volume finis d'ordre deux au moyen de la simulation des grandes échelles ou LES (Larges Eddy Simulation). Les modèles de sous-maille utilisés sont les modèles de Smagorinsky, WALE (Wall Adapted Local Eddy) et de Smagorinsky dynamique. Le modèle SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) est utilisé pour la modélisation des flux thermiques de sous-maille et le nombre de Prandtl turbulent est fixé à un. La génération de la turbulence en entrée du domaine est faite en utilisant la méthode SEM (Synthetic Eddy Method).

Dans le cas du té droit en Plexiglas, on a participé à la troisième conférence CFD4NRS (Computation Fluid Dynamic for Nuclear Reactor Safety). Il s'agissait d'un benchmark en aveugle (les données expérimentales n'étaient pas connues d'avance). Ce benchmark a montré le bon comportement de *Code_Saturne* comparé aux données expérimentales. Nous avons ensuite analysé l'écoulement en détail. Les résultats montrent que l'écoulement est constitué d'une couche de mélange due au mélange du courant chaud avec le courant froid, une zone de séparation en aval de la zone de mélange et deux tourbillons contre rotatifs en aval de la zone de mélange et sur des plans perpendiculaires à l'axe principale. Nous avons ensuite étudié l'influence des conditions en entrée (vitesse turbulente ou

pas) sur la physique du mélange. Les résultats ont principalement montré que près de la zone de mélange et de la paroi la structure de l'écoulement est affectée. En effet, la position de la valeur maximale des corrélations température/vitesse sur la paroi est déplacée de 10% et son intensité aussi. Les centres des tourbillons contra-rotatifs présents dans cette zone sont aussi déplacés de 10% dans chacune des directions dans le plan perpendiculaire à l'axe principale. Ce résultat est important car le flux thermique à la paroi a une influence sur l'évolution de la température à l'intérieur de la paroi. L'évolution de la température dans la paroi permet à son tour d'obtenir les contraintes mécaniques donc l'initialisation et la propagation d'éventuelles fissures (fatigue thermique).

Dans le cas du té avec des bords arrondis et une paroi en inox, on a dans un premier temps étudié les caractéristiques de l'écoulement. Les résultats obtenus montrent, en plus de ceux observés dans le cas de té avec bords droits, qu'on a deux tourbillons contra-rotatifs sur le premier coude (dû à l'arrondi), une zone d'accélération près du second coude, une zone de séparation plus courte que dans le cas avec des bords droits et deux tourbillons supplémentaire dans la zone inférieure à la zone de séparation. La condition limite sur la paroi (adiabatique ou pas) a une grande influence sur les profils de vitesse et température moyennes.

Notre étude se termine par la détermination des statistiques temporelles d'ordre élevé. Nous avons analysé chaque terme des équations de transport des contraintes de Reynolds, l'énergie cinétique turbulente, les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents. Les résultats ont montré qu'avant la couche de mélange et pour l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, le terme de convection est équilibré par la production et la diffusion turbulente. Dans la couche de mélange le terme de production est équilibré par la convection, la diffusion turbulente et la corrélation vitesse gradient de pression. On a le même résultat à l'extérieur de la couche de mélange. Pour les équations de transport des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents, tous les termes sont nuls à l'extérieur de la couche de mélange et la production est équilibrée par la diffusion turbulente dans la couche de mélange. On a aussi étudié l'influence des conditions adiabatique ou non sur les équations de transport près de la paroi. En effet, pour l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, la production est plus importante dans le cas adiabatique, et tous les autres termes sont plus importants, dans le cas non adiabatique. L'analyse de l'équation de transport des fluctuations de température montre que le terme de production est deux fois supérieur dans le cas adiabatique et le terme de production des flux

thermiques turbulents dans la direction principale sont cinq fois supérieur dans le cas adiabatique. Cependant, l'analyse des équations de transport des autres composantes des flux thermiques turbulents montre que le terme de production est environ deux fois supérieur dans le cas non adiabatique. Ces résultats montrent que le taux de génération des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents est affecté par la condition sur la paroi. La simulation thermohydraulique des écoulements de té de mélange doit ainsi prendre en compte la paroi (les tés des centrale sont en inox). Des données expérimentales près de la paroi (vitesse, température et coefficient d'échange) issues du projet MOTHER pourront être utilisés pour évaluer certains résultats obtenus dans cet étude.

Table des matières

Nomenclature	11
I Introduction	15
1 Contexte et motivation	17
1.1 Contenu de la thèse	17
1.2 La fatigue thermique	18
1.3 La fatigue thermique dans le monde industriel	19
1.3.1 L'industrie du transport	19
1.3.2 L'industrie métallurgique	19
1.4 La fatigue thermique dans les centrales nucléaires	20
1.4.1 L'incident de Civaux	20
1.5 Programmes de recherche sur les écoulements de té de mélange	20
1.5.1 Études expérimentales	21
1.5.2 Études numériques	26
1.6 Procédure d'analyse thermomécanique	29
1.7 Objectifs et méthodes de l'étude	30
2 Modélisation numérique de la turbulence	33
2.1 Les écoulements turbulents	33
2.1.1 Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie	33
2.2 Les modélisations	38
2.2.1 Direct Numerical Simulation (DNS)	38
2.2.2 Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)	45
2.2.3 Large Eddy Simulation (LES)	48
2.3 La simulation des grandes échelles	49
2.3.1 Notion de filtrage spatial	49
2.3.2 Modélisation de sous-mailles	52
2.3.3 Lois de parois	55
II Modélisation	59
3 Géométrie des configurations	61
3.1 Té de mélange en Plexiglas avec coude droit : Vattenfall R&D	62

3.1.1	Plans de mesures pour validation CFD et conditions aux limites	62
3.2	Té de mélange en inox 304L avec coude arrondi : configuration MOTHER	66
3.2.1	Maquettes de té existantes avant le projet MOTHER	66
3.2.2	L'essai MOTHER	67
4	Modélisation mathématique et maillages	69
4.1	Equations de conservation dans le fluide	69
4.2	Équation de conservation dans le solide	70
4.3	Turbulence synthétique en entrée du domaine	71
4.3.1	Génération de la turbulence	71
4.3.2	Synthetic Eddy Method (SEM)	72
4.4	Propriétés physiques	75
4.4.1	Fluide	75
4.4.2	Solide	75
4.5	Maillages	75
4.5.1	Maillages avec angle droit et conditions adiabatiques	76
4.5.2	Maillages avec angles arrondis et conditions adiabatiques	79
4.5.3	Maillages à bords arrondis et structure en inox 304L	80
5	Méthodes numériques	85
5.1	Présentation générale du code fluide <i>Code_Saturne</i>	85
5.2	Discretisations	86
5.2.1	Discretisation temporelle	86
5.2.2	Discretisation spatiale	87
5.3	Présentation générale du code thermique solide SYRTHES	91
5.3.1	Discretisation temporelle	91
5.3.2	Discretisation Spatiale	92
5.3.3	Éléments finis utilisés	92
5.3.4	Calcul des matrices élémentaires	97
5.3.5	Algorithme de résolution	99
5.4	Couplage des codes <i>Code_Saturne/SYRTHES</i>	100
5.5	Cas test : canal chauffé	101
5.5.1	Configuration	101
5.5.2	Maillage	102
5.5.3	Modèle numérique	104
5.5.4	Résultats	104

III	Résultats	111
6	Benchmark de <i>Code_Saturne</i> sur un té avec angle droit et condition adiabatique	115
6.1	Synthèse des résultats de la conférence CFD4NRS-3	116
6.2	Configuration du calcul <i>Code_Saturne</i> (CS)	119
6.2.1	Schémas et paramètres numériques	119
6.2.2	Maillage	120
6.2.3	Conditions aux limites	120
6.3	Résultats et analyses	120
6.3.1	Profils de vitesse	120
6.3.2	Profils de température	123
6.3.3	Analyse spectrale	126
6.4	Conclusion et perspectives	127
7	Influence du modèle de sous-maille, du maillage et des conditions en entrée sur un té avec angle droit	131
7.1	Introduction	132
7.2	Géométrie et maillages	132
7.3	Résultats et analyses	132
7.3.1	Comparaison des résultats avec les données expérimentales	132
7.3.2	Influence du raffinement orthogonal à la paroi	133
7.3.3	Influence des entrées turbulentes	135
7.4	Conclusion	147
8	Té de mélange avec bords arrondis : cas MOTHER	149
8.1	Configuration et maillage	149
8.2	Structure de l'écoulement	150
8.3	Influence des conditions de paroi	150
8.3.1	Distributions moyenne et RMS	152
8.4	Analyse spectrale	153
8.5	Conclusion	155
9	Statistiques d'ordre élevé : cas MOTHER	167
9.1	Introduction	167
9.2	Résultats	168
9.2.1	Bilans statistiques : maillage fluide à 72 millions de cellules	171
9.2.2	Evaluation des modèles SGDh et GGDh pour les flux thermiques : cas MOTHER	181

9.2.3	Influence du raffinement du maillage sur les bilans statistiques	182
9.2.4	Influence du couplage fluide / structure sur les moments d'ordre élevés : maillage fluide à 9 millions de cellules	188
9.3	Conclusion	195
IV	Conclusions et perspectives	199
10	Conclusions	201
11	Perspectives	205
12	Poster de la conférence CFD4NRS-3, Washington (USA)	207
13	Nuclear Engineering and Design paper	209
14	9th Engineering Turbulence Modelling and Measurement paper	223
15	Turbulent Heat and Mass transfer conference paper, Italy	231
	Bibliographie	245

Table des figures

1.1	Zone d'apparition de la fuite de Civaux [35]	21
1.2	Dispositif expérimentale en Plexiglas de Vattenfall Angele et al. [4]	24
1.3	Schématisation des quatre régions fluides, juste en aval de la zone de mélange. Walker et al. (2009)	25
1.4	Distribution de T_{rms} adimensionnée ($x/D = 1.4$) et de M pour différentes valeurs de V_r	26
1.5	Vues illustrant les différentes configurations d'écoulement et le maillage utilisé, Tanaka et al. (2009) [112].	27
2.1	Radiation sonore à Mach 1.9, contour de vorticité, Lele et Moin [59].	34
2.2	Diagramme de Lumley, [16]	37
2.3	Cascade d'énergie cinétique turbulente dans le cadre de la LES.	49
2.4	Distribution de vitesse proche de la paroi [96]	56
2.5	Distribution de la température proche de la paroi, montrant la structure en trois couches du profil de température [6].	57
3.1	Essai Vattenfall, maquette en plexiglas. Le colorant rouge indique l'évolution du scalaire passif [123].	62
3.2	Schématisation du Té avec surface en Plexiglas utilisé dans l'expérience de Vattenfall [123].	63
3.3	Plans de mesure pour validation CFD. InCo : entrée chaude, InHo : entrée froide, Ut2D : $X = 2.6D_2$ et Ut6D : $X = 6.6D_2$ [123].	64
3.4	Localisation des thermocouples dans la branche principale : la couleur verte indique les thermocouples [123].	64
3.5	Profils de vitesse et rms sur l'entrée froide ($X = -3D_2$) [123]	65
3.6	Profils de vitesse et rms sur l'entrée chaude ($Z = -3.1D_1$) [123]	66
3.7	Schéma de la maquette FATHER, [107]	67
3.8	Configuration de l'essai MOTHER avec fenêtre en Plexiglas	68
4.1	Maillage grossier du té à bords droits : entrée froide (gauche) et une vue de profil (droite)	78
4.2	Maillage $6M$ du té à bords droits : entrée froide (gauche) et une vue de profil (droite)	78
4.3	Maillage à 10 millions de cellules du té à bords droits	79

4.4	Maillage avec raffinement à la paroi du té à bords droits . . .	80
4.5	Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 420 000 de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 300]$	80
4.6	Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage $6M$ (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 100]$	81
4.7	Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 10 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 100]$	81
4.8	Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 3.2 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 30]$	81
4.9	Maillage du té à bords arrondis contenant 72 millions de cellules dans la zone fluide. Paroi non considérée. Illustration des zones <i>Cold</i> , <i>Hot</i> , <i>MZ</i> et <i>AMZ</i>	82
4.10	Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 72 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 5]$	82
4.11	Maillage du té à bords arrondis contenant 9 millions de cellules dans la zone fluide et 120 000 cellules dans la zone solide. . . .	83
4.12	Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi du té à bords arrondis, maillage à 9 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 9]$	84
5.1	Définition des différentes entités géométriques, à gauche cellules internes et à droite cellule de bord	89
5.2	Élément triangulaire	93
5.3	Élément tétraédrique	94
5.4	Sub-division du tétraèdre de référence	98
5.5	Boucle temporelle illustrant le couplage entre <i>Code_Saturne</i> et <i>SYRTHES</i>	101
5.6	Configuration de l'écoulement	102
5.7	Maillage contenant 8 millions de cellules	103
5.8	Echelles de la turbulence (spatiale et temporelle) avec un zoom sur les échelles de Kolmogorov, Batchelor et la taille des cellules. Rapport k_{sgs}/k et $\varepsilon_{sgs}/\varepsilon$ en fonction de la distance vertical y	105
5.9	Tensions de Reynolds et profil de température moyenne comparés aux données DNS de Kawamura et al., 1999.	106

5.10	Profils au centre du canal des termes des équations de transport de $\langle u'u' \rangle$ (équation 2.27, $i = j = 1$) et $\langle v'v' \rangle$ (équation 2.27, $i = j = 2$) en fonction de y^+ . Symboles (LES) et traits continus (DNS de Kawamura et al, 1999)	107
5.11	Profils au centre du canal des termes des équations de transport de $\langle w'w' \rangle$ (équation 2.27, $i = j = 3$) et k (équation 2.27, $i = j = 1, 2, 3$ sommation sur les indices) en fonction de y^+ . Symboles (LES) et traits continus (DNS de Kawamura et al, 1999)	107
5.12	Profils au centre du canal des termes des équations de transport de $\langle \theta'\theta' \rangle$ (équation 2.34) et de $\langle v'\theta' \rangle$ (équation 2.40, $i = 2$) en fonction de y^+ . Symboles (LES) et traits continus (DNS de Kawamura et al, 1999)	108
5.13	Test <i>a priori</i> des modèles de flux thermiques turbulents. . . .	109
6.1	Recirculation de l'écoulement et point de rattachement. Résultats obtenu avec <i>Code_Saturne</i> , et 20 secondes de cumul statistique.	117
6.2	Spectres de température pour le thermocouple situé à $X = 4D$ et 270 degrés obtenu avec les maillages les plus grossiers (gauche) et les maillages les plus fins (droite)	119
6.3	Profils des vitesses moyennes $\langle u \rangle$ sur <i>zcl</i> et <i>ycl</i> (voir la section 3.1.1) à $X = 1.6D$ obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70 millions de cellules et le code FLUENT)	121
6.4	Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ sur <i>zcl</i> (gauche) et <i>ycl</i> (droite) à $X = 4.6D$ obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	122
6.5	Profils de la vitesse moyenne $\langle w \rangle$ sur <i>zcl</i> à $X = 1.6D$ (droite) et à $X = 4.6D$ (gauche) obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	122
6.6	Profils de V_{rms} sur <i>ycl</i> à $X = 1.6D$ obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT) . .	123

6.7	Profils de la température moyenne $\langle T \rangle^*$ sur xcl en haut de la conduite à 0 degré (gauche) et en bas de la conduite à 180 degrés (droite) obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes et prise en compte de la gravité, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	124
6.8	Profils de la température moyenne $\langle T \rangle^*$ sur xcl à 90 et 270 degrés obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	125
6.9	Profils de T_{rms}^* sur xcl à 90 et 270 degrés (dessus) et zoom (dessous) obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	127
6.10	Profils de T_{rms}^* sur xcl à 0 degré obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	128
6.11	Profils de T_{rms}^* sur xcl à 0 et 180 degrés obtenus avec <i>Code_Saturne</i> pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)	128
6.12	Profil du spectre de la vitesse u à $X = 3.5D$ et $Y = -35mm$ comparé aux données expérimentales.	129
6.13	Profil du spectre de la température à $X = 4D$ et 270 degrés comparé aux données expérimentales.	129
7.1	$X = 2.6D$, $6.6D$: positions de comparaison avec l'expérience. $X = 0.75D$: position d'analyse de l'influence des entrées turbulentes	133
7.2	Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ (gauche) et de u_{rms} (droite) sur l'entrée froide avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.	133
7.3	Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ (gauche) et de u_{rms} (droite) à $X = 2.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.	134

7.4	Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ (gauche) et de u_{rms} (droite) à $X = 6.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.	134
7.5	Profils de la vitesse moyenne $\langle w \rangle$ (gauche) et de w_{rms} (droite) à $X = 6.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.	135
7.6	Vitesse moyenne sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) (a) et (b) maillage grossier, (c) et (d) maillage 6M	136
7.7	Energie cinétique turbulente : sans entrées turbulentes, maillage 6M	137
7.8	Energie cinétique turbulente : avec entrées turbulentes, maillage 6M	137
7.9	Profils de la température moyenne $\langle T^* \rangle$ (gauche) et de T_{rms} (droite) à $X = 6.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.	138
7.10	Profils de la corrélation température/vitesse résolue et de sous-maille à 1 mm de la paroi. $(y ; z) = (0 : 0,069)$ (gauche) et $(y ; z) = (0,069 ; 0)$ (droite)	139
7.11	Profils de la corrélation température/vitesse résolue et de sous-maille à 1 mm de la paroi. $(y ; z) = (0 : -0,069)$ (gauche) et $(y ; z) = (-0,069 ; 0)$ (droite)	139
7.12	RMS de température : (a) et (b) maillage grossier, (c) et (d) maillage 6M, sans entrées turbulentes (gauche) et avec (droit)	140
7.13	Isosurfaces de fluctuations de température coloré par la température moyenne, maillage 6M	141
7.14	Fluctuation de température à $X = 0$: sans entrées turbulentes, maillage 6M	141
7.15	Fluctuation de température à $X = 0$: avec entrées turbulentes, maillage 6M	142
7.16	Corrélation température vitesse : sans entrées turbulentes, maillage 6M	142

7.17	Corrélation température vitesse : avec entrées turbulentes, maillage 6M	142
7.18	Isosurfaces de la valeur maximale des corrélations température vitesse à la paroi, maillage 6M	143
7.19	Fluctuations de température proche ($X = 0.75D$) de la zone de mélange sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) : maillage 6M	144
7.20	Corrélations température vitesse proche ($X = 0.75D$) de la zone de mélange sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) : maillage 6M	145
7.21	Critère Q proche ($X = 0.75D$) de la zone de mélange sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) : maillage 6M	145
7.22	Vorticité moyenne à $X = 0.75D$: sans entrées turbulentes (au dessus) et avec entrées turbulentes (en dessous), maillage 6M	146
7.23	Profil du critère Q à $X = 0.75D$, $Y = 0$, $Z = [0 ; R_c]$, maillage 6M	147
7.24	Synthèse de l'influence des conditions d'entrées sur la physique du mélange, proche de la jonction.	148
8.1	Structure de l'écoulement dans le cas du té avec bords arrondis, maillage fluide à 9 millions de cellules.	151
8.2	Distribution de température avec une paroi en inox, maillage fluide à 9 millions de cellules.	156
8.3	Contraintes de Reynolds sur l'interface fluide / solide. Calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.	157
8.4	Composantes des flux thermiques turbulents sur l'interface fluide / solide. Calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.	157
8.5	Température moyenne et RMS sur l'interface fluide / solide. Calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.	158
8.6	Flux moyen (haut) et RMS (bas) pour un calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.	158
8.7	Vitesse moyenne axiale entrées froide (gauche, $x = -10D$) et chaude (droite $z = -10D$), maillage à 9 millions de cellules.	158
8.8	Vitesses moyennes $x = 1.9D$ (gauche) et $x = 4.9D$ (droit), maillage à 9 millions de cellules.	159
8.9	Vitesses moyennes $x = 9.5D$, maillage à 9 millions de cellules.	160
8.10	Température moyenne (gauche) et RMS (droite) respectivement aux positions $x = 1.9D$, $x = 4.9D$ et $x = 9.5D$, maillage à 9 millions de cellules.	161

8.11	Composantes des flux thermiques turbulents à la position $x = 1.9D$ (gauche) et $x = 4.9D$ (droit), maillage à 9 millions de cellules.	162
8.12	Composantes des flux thermiques turbulents à la position $x = 9.5D$, maillage à 9 millions de cellules.	163
8.13	Position d'un thermocouple dans le solide	164
8.14	Évolution de la température (gauche) et DSP (droite) à la paroi, maillage fluide à 9 millions de cellules et 120 000 cellules dans la paroi. La position des thermocouples est donnée dans le tableau 8.1.	165
9.1	Rapport Δ/η pour le maillage à 9 millions de cellules (a), 72 millions cellules (b), isosurfaces (coloré par la température à $t = 49$ s) de $\Delta/\eta = 3$ pour le maillage à 9 millions cellules (c) et le maillage à 72 millions de cellules (d).	168
9.2	Échelles dynamique et temporelle de la turbulence, maillage à 72 millions de cellules.	169
9.3	Energie cinétique de sous-maille, dissipation de l'énergie cinétique de sous-maille, rapport k_{sgs}/k et $\varepsilon_{sgs}/\varepsilon$, maillage à 72 millions de cellules.	170
9.4	Iso-surface de vitesse à 49 s (coloré par la température instantannée), maillage à 72 millions de cellules.	171
9.5	Iso-surface des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, maillage à 72 millions de cellules.	172
9.6	Iso-surface de $Balance_{\theta\theta} = 0$, maillage à 72 millions de cellules.	173
9.7	Iso-contours de $Balance_k = 0$ (bleu) et $Balance_{\theta\theta} = 0$ (noir), maillage à 72 millions de cellules.	173
9.8	Billans pour $\langle u'v' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	174
9.9	Billans pour $\langle u'w' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	175
9.10	Billans pour $\langle v'w' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	176
9.11	Billans pour $\langle u'u' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	177
9.12	Billans pour $\langle v'v' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	178
9.13	Billans pour $\langle w'w' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	179
9.14	Billans pour k , maillage à 72 millions de cellules.	180
9.15	Billans pour $\langle \theta'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	181
9.16	Billans pour $\langle u'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	182
9.17	Billans pour $\langle v'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	183
9.18	Billans pour $\langle w'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	184
9.19	Modélisation de $\langle u'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	184
9.20	Modélisation de $\langle v'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	185
9.21	Modélisation de $\langle w'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.	185

9.22	Structure de l'écoulement avec une condition adiabatique, maillage à 72 millions de cellules.	185
9.23	Comparaison des bilans de k sur les maillages à 9 millions et 72 millions de cellules ($x/R = 0$).	187
9.24	Comparaison des bilans de $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b), $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) et $\langle w' \theta' \rangle$ (e) sur les maillages à 9 millions et 72 millions de cellules ($x/R = 0$).	188
9.25	Positions d'analyse des termes des équations de transport. Coupe proche de la zone de séparation à $x/R = 4$, maillage fluide à 9 millions de cellules.	189
9.26	Bilan de k (a) et des fluctuations de température $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b) au centre de la zone de mélange ($x/R = 0$), maillage fluide à 9 millions de cellules.	190
9.27	Bilan des flux thermiques turbulents $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) et $\langle w' \theta' \rangle$ (e) à $x/R = 0$, maillage fluide à 9 millions de cellules. La légende est celle de la figure 9.26	191
9.28	Bilan de k (a) et des fluctuations de température $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b) près de la zone de séparation ($x/R = 4$), maillage fluide à 9 millions de cellules.	192
9.29	Bilan des flux thermiques turbulents $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) et $\langle w' \theta' \rangle$ (e) à $x/R = 4$, maillage fluide à 9 millions de cellules.	192
9.30	Bilan de k (a) et des fluctuations de température $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b) près de la paroi et de la zone de séparation ($x/R = 4$), maillage fluide à 9 millions de cellules. La légende est celle de la figure 9.26	193
9.31	Bilan des flux thermiques turbulents $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) et $\langle w' \theta' \rangle$ (e) à $x/R = 4$ près de la paroi, maillage fluide à 9 millions de cellules. La légende est celle de la figure 9.26	194

Liste des tableaux

1.1	Quelques études significatives sur les écoulements de té de mélange, extrait de Naik et al. [77]	22
2.1	MM, KMM, S, RMR et W dénotent respectivement Moser & Moin 1987, Kim & al 1987, Spalart 1988 ($R_\theta = 1410$), Rogers et al 1986 et Wray (avec les données expérimentales de Comte-Bellot & Corrsin).	40
2.2	Quelques filtres	50
3.1	Caractéristiques des configurations expérimentales étudiées.	61
4.1	Caractéristiques des maillages	76
5.1	Calculs réalisés	113
5.2	Calculateurs utilisés	113
6.1	Codes de calcul ayant participé au benchmark CFD4NRS-3	118
8.1	Positions des thermocouples dans la paroi.	154

Nomenclature

Δt	Incrément pour la discrétisation temporelle
Δx	Incrément pour la discrétisation spatiale
Δ	Taille des cellules
η	Échelle de Kolmogorov
η_θ	Échelle de Batchelor
λ	Conductivité thermique
μ	Viscosité dynamique
ν	Viscosité cinématique
ν_t^{sgs}	Viscosité turbulente
$\overline{S_{ij}}^{s1}$	Partie déviatrice des taux de déformation résolues
Π_k	Corrélation vitesse gradient de pression de l'énergie cinétique turbulente
$\Pi_{u\theta}$	Corrélation température gradient de pression de $\langle u'\theta' \rangle$
$\Pi_{v\theta}$	Corrélation température gradient de pression de $\langle v'\theta' \rangle$
$\Pi_{w\theta}$	Corrélation température gradient de pression de $\langle w'\theta' \rangle$
ρ	Masse volumique
τ	Contraintes visqueuse
τ_η	Échelle de temps de Kolmogorov
τ_λ	Micro-échelle de Taylor de temps
τ_l	Échelle de temps des grosses structures turbulentes
τ_p	Contraintes à la paroi
θ	Température
$\varepsilon_{\theta\theta}$	Dissipation des fluctuations de température
ε_k	Dissipation de l'énergie cinétique turbulente
ε_{sgs}	Dissipation de l'énergie cinétique de sous-maille
$\varepsilon_{u\theta}$	Dissipation de $\langle u'\theta' \rangle$

$\varepsilon_{v\theta}$	Dissipation de $\langle v'\theta' \rangle$
$\varepsilon_{w\theta}$	Dissipation de $\langle w'\theta' \rangle$
a_{ij}	Décomposition de Cholesky du tenseur des contraintes de Reynolds
$C_{\theta\theta}$	Convection des fluctuations de température
C_{ij}	Tenseur croisé
C_k	Convection de l'énergie cinétique turbulente
C_p	Chaleur spécifique
C_s	Constante de Smagorinsky
$C_{u\theta}$	Convection de $\langle u'\theta' \rangle$
$C_{v\theta}$	Convection de $\langle v'\theta' \rangle$
$C_{w\theta}$	Convection de $\langle w'\theta' \rangle$
$D_{\theta\theta}$	Diffusion visqueuse des fluctuations de température
D_k	Diffusion visqueuse de l'énergie cinétique turbulente
$D_{u\theta}$	Diffusion visqueuse de $\langle u'\theta' \rangle$
$D_{v\theta}$	Diffusion visqueuse de $\langle v'\theta' \rangle$
$D_{w\theta}$	Diffusion visqueuse de $\langle w'\theta' \rangle$
E	Énergie
E_P	Énergie potentielle
E_T	Énergie travail
f_{vd}	Fonction de Van Driest
H_{cz}	Enthalpie totale
J_{ch}	Flux par déplacement apparent
J_q	Flux d'énergie chaleur
J_{wh}^f	Flux par déplacement relatif
k	Nombre d'onde
k_c	Longueur d'onde de coupure
k_{sgs}	Énergie cinétique de sous-maille
l	Longueur de mélange

l_ν	Échelle visqueuse
L_{ij}	Tenseur de Leonard
p	Pression
$P_{\theta\theta}$	Production des fluctuations de température
P_k	Production de l'énergie cinétique turbulente
$P_{u\theta}$	Production de $\langle u'\theta' \rangle$
$P_{v\theta}$	Production de $\langle v'\theta' \rangle$
$P_{w\theta}$	Production de $\langle w'\theta' \rangle$
Pr	Nombre de Prandtl
Pr_t	Nombre de Prandtl turbulent
Q	Critère Q pour la détection des centres des tourbillons
R_c	Rayon de l'entrée froide
R_h	Rayon de l'entrée chaude
R_{ij}	composante du tenseur des contraintes de Reynolds
R_{uu}	Fonction d'auto corrélation
Re	Nombre de Reynolds
Re_τ	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement
Re_{sm}	Nombre de Reynolds de sous-maille
$T_{\theta\theta}$	Diffusion turbulente des fluctuations de température
T_k	Diffusion turbulente de l'énergie cinétique turbulente
$T_{u\theta}$	Diffusion turbulente de $\langle u'\theta' \rangle$
$T_{v\theta}$	Diffusion turbulente de $\langle v'\theta' \rangle$
$T_{w\theta}$	Diffusion turbulente de $\langle w'\theta' \rangle$
U	Énergie interne totale
u^+	Vitesse sans dimension
u_i	Composante de la vitesse dans la direction i
V_f	Vitesse absolue de la paroi en un point
W^f	Vitesse relative de la paroi
y^+	Distance à la paroi sans dimension

Première partie

Introduction

Partie I : Introduction

Résumé : Cette partie décrit le contexte de la thèse. Elle présente la problématique de la fatigue thermique et les différents secteurs industriels qui peuvent être sujets à ce type de problématique. Ensuite, est présentée une bibliographie de quelques investigations expérimentales et numériques qui ont été réalisées pour comprendre le phénomène de fatigue thermique. Cette partie présente aussi la turbulence ainsi que quelques modélisations couramment utilisées pour simuler les caractéristiques générale d'un écoulement turbulent.

CHAPITRE 1

Contexte et motivation

Contents

1.1	Contenu de la thèse	17
1.2	La fatigue thermique	18
1.3	La fatigue thermique dans le monde industriel	19
1.3.1	L'industrie du transport	19
1.3.2	L'industrie métallurgique	19
1.4	La fatigue thermique dans les centrales nucléaires . .	20
1.4.1	L'incident de Civaux	20
1.5	Programmes de recherche sur les écoulements de té de mélange	20
1.5.1	Études expérimentales	21
1.5.2	Études numériques	26
1.6	Procédure d'analyse thermomécanique	29
1.7	Objectifs et méthodes de l'étude	30

1.1 Contenu de la thèse

Le chapitre 1 introduit le contexte de l'étude et présente le phénomène de fatigue thermique ainsi que quelques domaines où ce phénomène est rencontré. Quelques études expérimentales et numériques sont succinctement présentées. Enfin, est précisée la méthodologie appliquée dans notre étude.

Le chapitre 2 présente des généralités sur la modélisation de la turbulence. Les méthodes LES (Large Eddy Simulation) et DNS (Direct Numerical Simulation) sont présentées.

Les modèles géométriques sont introduits dans le chapitre 3.

La modélisation mathématique ainsi que les maillages sont introduits dans le chapitre 4.

La modélisation numérique et les codes de calcul sont détaillés au chapitre 5.

Le chapitre 6 présente les résultats obtenus pour le benchmark CFD4NRS-3 qui a eu lieu à Washington en septembre 2010. Ce chapitre met en évidence les résultats obtenus avec *Code_Saturne* et compare ces résultats avec le calcul de référence du benchmark [71],[72].

Le chapitre 7 traite de la LES sur la configuration de té de Vattenfall R&D. Ce chapitre traite aussi de l'influence des conditions d'entrée sur la physique de l'écoulement et précisément des corrélations température vitesse proche des parois. Ce chapitre a fait l'objet d'une publication dans Nuclear Engineering and Design [70].

Le chapitre 8 traite de la simulation numérique de l'écoulement dans la configuration MOTHER (té de mélange avec des bords arrondis et une paroi en inox 304L). Un couplage est effectué entre *Code_Saturne* et *SYRTHES* pour obtenir l'évolution de la température dans le solide.

Le chapitre 9 traite du calcul des moyennes statistiques d'ordre élevé des équations de transport de l'énergie cinétique turbulent, des tensions de Reynolds, des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents sur la configuration MOTHER [60]. En effet, il s'agit d'une quasi-DNS (LES sur maillage fin). Ce chapitre traite aussi de l'influence de la condition de paroi (adiabatique ou non) sur les termes des équations de transports cités ci-dessus.

Enfin, les chapitres 10 et 11 donnent respectivement une synthèse des apports de la thèse (conclusions générales) et quelques perspectives.

1.2 La fatigue thermique

Une définition du phénomène de fatigue thermique est donnée par Auger [7] : la fatigue thermique consiste en une répétition simultanée de cycles de contraintes thermiques et de contraintes mécaniques qui conduit à des rup-

tures ou à des déformations provoquées par des phénomènes de fluage¹. Cette définition associe les contraintes d'origine thermique et les contraintes mécaniques, ce qui semble moins précis que la définition donnée par Spera [100] : la fatigue thermique correspond à une dégradation graduelle et à une fissuration du matériau par chauffage et refroidissement alterné, durant lesquels la dilatation libre est partiellement ou totalement entravée. Dans ce cas, les contraintes mécaniques résultent d'un chargement thermique et non plus d'un chargement mécanique. Spera classe également la fatigue thermique dans le domaine de la fatigue oligocyclique² et divise en deux sous domaines bien distincts la fatigue thermique : la fatigue thermomécanique et la fatigue sous contrainte d'origine thermique. Dans le dernier cas, le chargement thermique généralement appliqué en surface du matériau induit la formation d'un gradient de température dans la structure à cause de la conductivité thermique du matériau. La présence de ce gradient de température couplé à la dilatation thermique crée des contraintes mécaniques d'origine thermique dans la structure. Ce dernier cas est le sujet de notre étude.

1.3 La fatigue thermique dans le monde industriel

1.3.1 L'industrie du transport

Dans l'industrie automobile, les disques de freins et le bloc moteur sont les pièces les plus sollicitées thermiquement. Les disques de freins sont sollicités thermiquement pendant les phases de démarrage et d'arrêt. Afin d'éviter les fissurations de la culasse, il est important de connaître les causes et les conditions d'amorçage des fissures [114],[15].

Durant les phases de décollage et d'atterrissage des avions, les aubes des turbines sont aussi sollicitées thermiquement (chargements mécaniques et variations de température sévère). Le phénomène de fatigue thermomécanique se localise dans les parties critiques des aubes avec des températures très élevées (650 °C-1100 °C) ce qui favorise l'amorçage des fissures [13].

1. le fluage est la déformation d'un matériau sous l'effet d'une contrainte constante, inférieur à la limite élastique du matériau, pendant une durée suffisante.

2. La fatigue oligocyclique correspond par définition au domaine à très courte durée de vie. Elle englobe la fatigue *plastique*, cependant il existe par exemple des alliages à haute résistance pour lesquels la fatigue oligocyclique n'implique pas nécessairement de déformation plastique.

Dans l'industrie ferroviaire aussi, les disques de frein sont les principaux éléments où l'on trouve des phénomènes de fatigue thermique. Durant les phases d'arrêt et de ralentissement les frottements sur les disques de frein induisent des contraintes mécaniques et thermiques importantes [12]. Le phénomène de fatigue thermomécanique doit être pris en compte dans la conception des différents éléments constituant le train.

1.3.2 L'industrie métallurgique

Dans l'industrie métallurgique, les cylindres de laminoirs sont sujets à des problèmes de fatigue thermomécanique. En effet, lors du passage des branches chaudes, les cylindres sont réchauffés et sont refroidis par arrosage en attendant le passage des prochaines brames. On peut également citer les moules de fonderie qui subissent un choc thermique lors de chaque coulée, les outils de coupe qui sont chauffés lors de l'usinage se refroidissent par arrosage de lubrifiant et les aciers à outil pour les forges [8], [9]. Les outils de coulées sous pression subissent des chocs thermiques faisant passer rapidement leur température de 700 °C à 150 °C [101].

1.4 La fatigue thermique dans les centrales nucléaires

1.4.1 L'incident de Civaux

Le 12 mai 1998, le réacteur de Civaux 1 est en arrêt normal. Grâce au système de refroidissement du réacteur à l'arrêt (RRA), la puissance résiduelle du cœur du réacteur s'évacue. L'eau du circuit primaire, qui refroidit le cœur, est maintenue à une pression de 27 bars et une température de 170 °C. C'est alors qu'une fuite de 30 m^3/h apparaît sur l'une des voies du circuit RRA figure 1.1. Cette fuite importante a été provoquée par une fissuration transverse au droit de la soudure longitudinale à l'extrados d'un coude situé immédiatement en aval d'un té de mélange reliant deux lignes, véhiculant respectivement une eau froide et une eau chaude. Dans cette zone de mélange, le fluide chaud est injecté par la branche auxiliaire du té à une température de 180 °C et le fluide froid dans la branche principale à une température de 20 °C. La durée de fonctionnement cumulée à fort écart de température atteint 1500 h. Les expertises ont révélé des dégradations dues à une fatigue thermique se traduisant par l'apparition de fissures multiples

et limitées en profondeur de type faïençage³, ou des fissures isolées amorcées en racine de cordon de soudure. Le détail des caractéristiques de l'incident de Civaux peut être vu dans le rapport de l'IRSN (Institut de Radioprotection et Sécurité Nucléaire), 2005 [35].

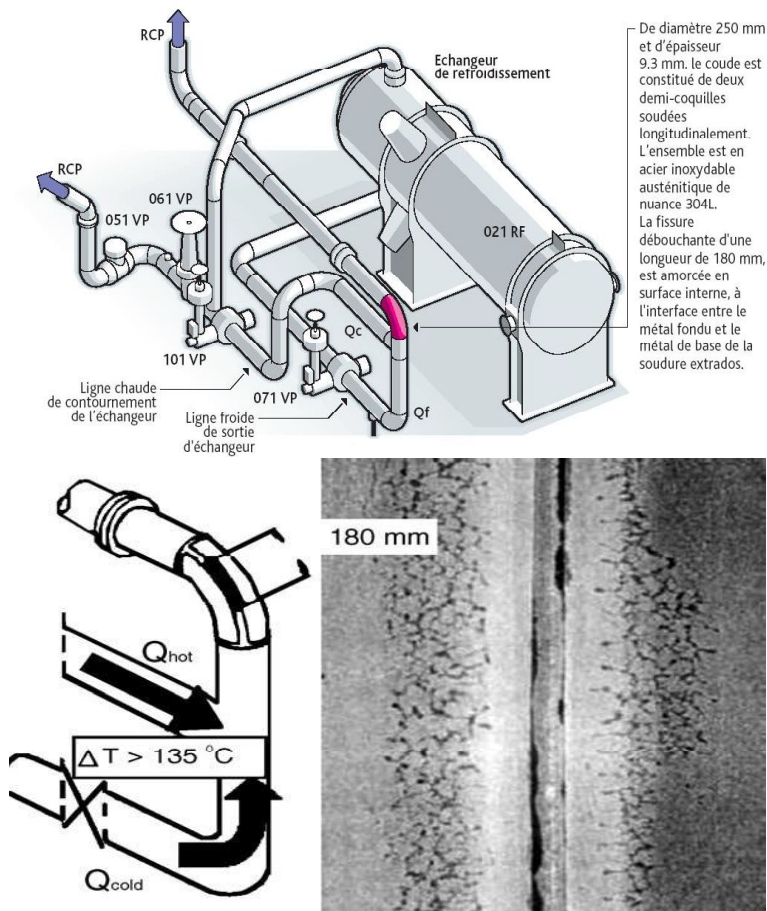


FIGURE 1.1 – Zone d'apparition de la fuite de Civaux [35]

3. Le faïençage est défini comme l'apparition de fissures sur terre cuite ou béton. Le faïençage par fatigue thermique constitue l'un des modes principaux d'endommagement des moules de fonderie sous pression des alliages d'aluminium.

1.5 Programmes de recherche sur les écoulements de té de mélange

On se propose dans cette section de répertorier quelques investigations expérimentales et numériques qui ont été réalisées. Le tableau 1.1 montre quelques études expérimentales et numériques qui ont été réalisées sur cette configuration d'écoulement.

Reference	Type of flows	Main pipe fluid	Branch pipe fluid	Main pipe diameter (m)	Branch pipe (jet) Diameter (m)	Velocity ratio (V_h/V_c)	Main study details					
							Expt.	CFD	V	V	T	T
McFarland and Landy (1980)	Cross	NaOH soln	Water (hot) with indicator	0.09	0.018	0.39–1.58	✓				✓	✓
Maruyama et al. (1981)	Cross	Air (35 °C)	Air (25 °C)	0.051	0.005–0.013	2–5	✓		✓		✓	
Maruyama et al. (1982)	Cross, tangential	Air, Water	Air, Water	0.1	0.0042–0.0113	3.5–12	✓		✓		✓	
Andreopoulos (1983)	Cross	Air	Air	Duct: 1.5 × 1.5	0.05	0.25–2	✓				✓	
Rzezonka and Kastl (1984)	Cross	Liquid Na (cold)	Liquid Na (hot)	0.30	0.15	0.5–2.65	✓				✓	
Sherif and Pletcher (1989)	Cross	Water	Water	Duct: 0.61 × 1.067	0.014	1–7	✓				✓	✓
Tang et al. (1993)	Cross	Air	Air	3.81	0.95	0.5–0.8	✓				✓	
Fukushima and Fukagata (2003)	Cross	Water (hot)	Water (cold)	0.1	0.05	2.0	✓	(DNS)	✓	✓	✓	✓
Zughbi and Khokhar (2003)	Cross, counter, multiple	Water (cold)	Water (hot)	0.0254	0.00635	2.5–25	✓	✓	✓		✓	
Igarashi and Tanaka (2003)	Cross	Water (hot)	Water (cold)	0.15	0.05	0.5–5	✓	✓			✓	✓
Noguchi and Tanimoto (2003)	Cross	Water (hot)	Water (cold)	0.102	0.0204	5–50	✓	✓			✓	✓
Ogawa et al. (2005)	Cross	Water (48 °C)	Water (33 °C)	0.15	0.05	0.7–4.35	✓	✓			✓	✓
Hu and Kazimi (2006)	Cross, impinging	Water (cold)	Water (hot)	0.102	0.102	4.7	✓	✓			✓	✓
Wang and Mujumdar (2007)	Cross	Water (22.7 °C)	Water (29.9 °C)	0.05	0.024	0.45, 0.61		✓	✓		✓	
Tilly and Sousa (2008)	Cross	Air (110 °C)	Air (30 °C)	Duct: 0.3 × 0.25 × 0.5	Jet slot: 0.25 × 0.015	0.01	✓					✓
Kamide et al., (2009)	Cross	Water (48 °C)	Water (33 °C)	0.15	0.05	0.5–4.5	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Walker et al. (2009)	Cross	Water	Water	0.051	0.051	0.4–1.67	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Frank et al. (2010) (For Experiments: cited Andersson et al. 2006)	Cross	Water (15 °C)	Water (30 °C)	0.14	0.1	1	✓		✓	✓	✓	✓
Simoneau et al. (2010)	Cross	Liquid Na (cold)	Liquid Na (hot)	0.494	0.068	0.5	✓	(LES)			✓	✓
Kuczaj et al. (2010) (for experiments: cited Andersson et al., 2006)	Cross	Water (15 °C)	Water (30 °C)	0.14	0.1	4	✓	(LES)	✓	✓	✓	✓

TABLE 1.1 – Quelques études significatives sur les écoulements de té de mélange, extrait de Naik et al. [77]

1.5.1 Études expérimentales

Maruyama et al. [64] ont analysé l'écoulement dans un té de mélange. Ils ont dérivé une corrélation empirique de la trajectoire du jet qui est applicable dans une large gamme de diamètre de tuyauterie et de rapport de vitesse. Ils ont aussi établie de manière analytique une procédure pour déterminer les conditions optimales de mélange. Maruyama et al. [68] ont aussi analysé les conditions de mélange en fonction de l'angle d'injection. Ils concluent que pour un mélange rapide la branche secondaire doit faire un angle de 45° avec la branche principale. Une étude similaire a été faite par Zughbi et Khokhar [129] ils ont montré que la longueur des entrées nécessaire pour avoir 95% du mélange est une fonction du rapport de vitesse (V_{hot}/V_{cold}), du rapport des diamètre (D_{hot}/D_{cold}) et de l'angle d'injection.

Pour un faible rapport de vitesse, Andreopolus et al. [2] remarquent que la distribution de température dans le mélange est non uniforme. Ils indiquent que le taux de déformation dû à la courbure des lignes de courant et le gradient de température dans les directions normales et longitudinales influence le taux de génération des fluctuations de température. Ils ont aussi montré que le taux de génération des flux thermiques turbulents dépend du rapport de vitesse et du gradient de température. Sherif et Pletcher [102] ont observé un double pic sur les profils de température. Ils ont remarqué un pic dans la zone à grande valeur de gradient de température. Ils concluent que la température proche de la paroi est influencée par la différence de température.

Ogawa et al. [78] ont étudié l'influence du premier coude de la jonction sur la distribution de vitesse et de température. Ils ont utilisé des thermocouples mobiles pour les mesures de température et la PIV (Particle Imagerie Velocimetry) pour les mesures de vitesse. Ils montrent que la densité spectrale de puissance est maximale pour des fréquences $f < 1Hz$.

EDF, le CEA et AREVA ont réalisé un essai d'endurance et des essais de caractérisation thermohydraulique et thermomécanique sur une maquette en acier dénommé FATHER. L'essai FATHER [104],[109] est un essai sous chargement à amplitude et fréquence variable à 8 MW. Il s'agit d'une maquette à l'échelle 1/2 d'un RRA (inox 304L). Cette expérience permet de considérer à la fois les sollicitations thermohydrauliques et thermomécaniques ainsi que la résistance du matériau à la fatigue [33],[97]. Tous les états de surface ainsi que des soudures sont présents. Plusieurs investigations numériques ont été réalisées sur la configuration FATHER

[82], [85]. L'influence des effets de gravité sur l'écoulement, les champs de température et de variance des fluctuations de température a été montré [82]. En effet, les calculs ont montré que les effets de gravité étaient non négligeables pour l'endommagement. Les effets de gravité apparaissaient comme un bon candidat pour expliquer la *rotation* du champ de température observée en aval du piquage dans la maquette en position horizontale.

En 2006, Vattenfall R&D [123] a mis en place un dispositif expérimentale permettant d'obtenir les profils de vitesse et de température dans l'écoulement [4]. La figure 1.2 montre une schématisation de l'installation ainsi qu'une photographie. La détermination des données expérimentales est expliquée dans le chapitre 3.

Walker et al. [120] ont effectué des investigations expérimentales (voir aussi [128]) sur la distribution d'un scalaire passif en fonction du rapport entre la vitesse de la branche secondaire et celle de la branche principale ($V_r = v_{branch}/v_{main}$). Ils ont montré que le mélange des deux fluides augmente avec V_r . Il ont montré qu'il existe quatre régions d'écoulement près de la zone de mélange (voir la figure 1.3). La première région est caractérisée par de faibles valeurs de RMS du scalaire. La seconde est une zone de fort mélange avec de fortes valeurs de RMS de température. La troisième région est aussi caractérisée par de faibles valeurs de RMS du scalaire comme la première. La dernière région est une zone de séparation constituée de deux tourbillons. Ils ont aussi obtenu plusieurs résultats qui peuvent être utilisés pour des validation de codes de calcul. La figure 1.4 (gauche) montre la distribution des fluctuations de scalaire sur le plan $x/D = 1.4$ pour différentes valeurs de V_r , cette figure montre que la zone de séparation augmente avec V_r .

La qualité du mélange est mesurée par le facteur M défini par :

$$M = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{\bar{\theta} - \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}} \right)^2 dA \quad (1.1)$$

où A est une section donnée, $\bar{\theta}$ représente le scalaire et $\bar{\Theta}$ est la moyenne du scalaire.

En 2012, le projet MOTHER a été initié par plusieurs entreprises du secteur nucléaire dont EDF (voir [60]). L'expérience MOTHER s'effectue sur la boucle existante FATHERINO [18] et utilise de nouvelles maquettes de té de mélange. L'objectif du projet MOTHER [18] est d'effectuer une simulation numérique d'un té de mélange avec prise en compte de la paroi et de déterminer le coefficient d'échange en régime turbulent dans la zone

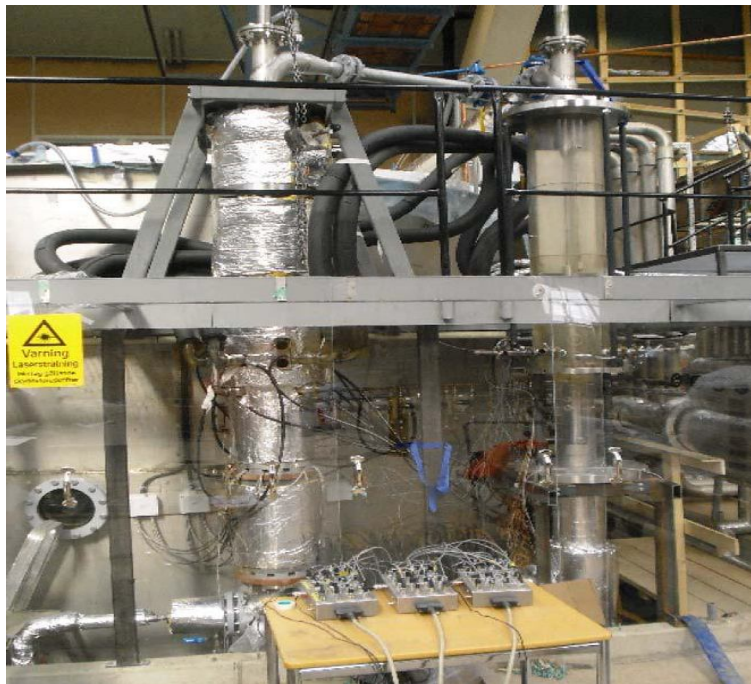
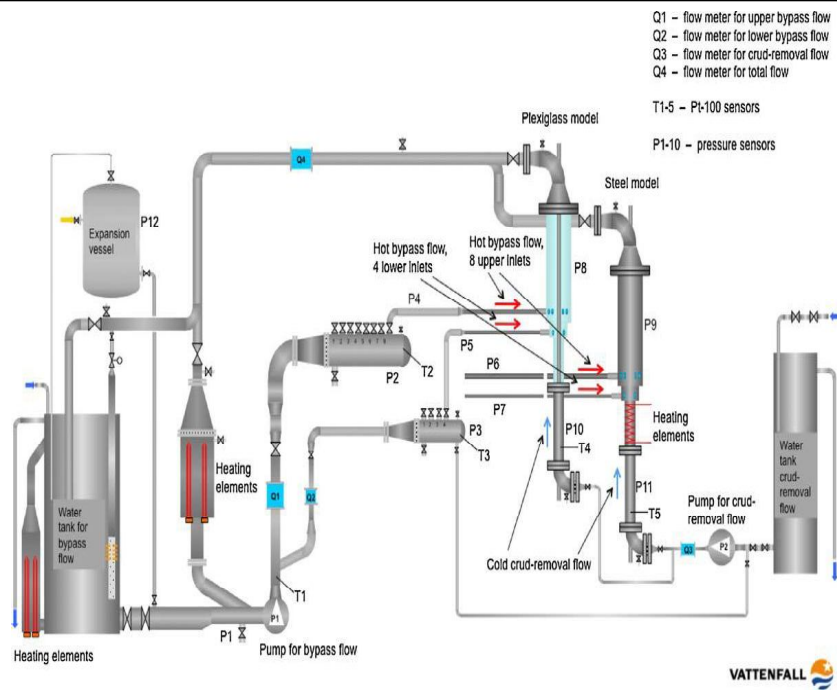


FIGURE 1.2 – Dispositif expérimentale en Plexiglas de Vattenfall Angele et al. [4]

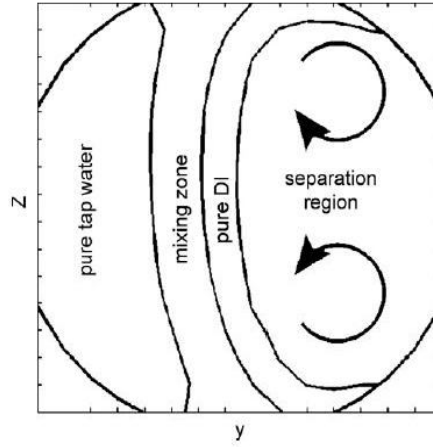


FIGURE 1.3 – Schématisation des quatre régions fluides, juste en aval de la zone de mélange. Walker et al. (2009)

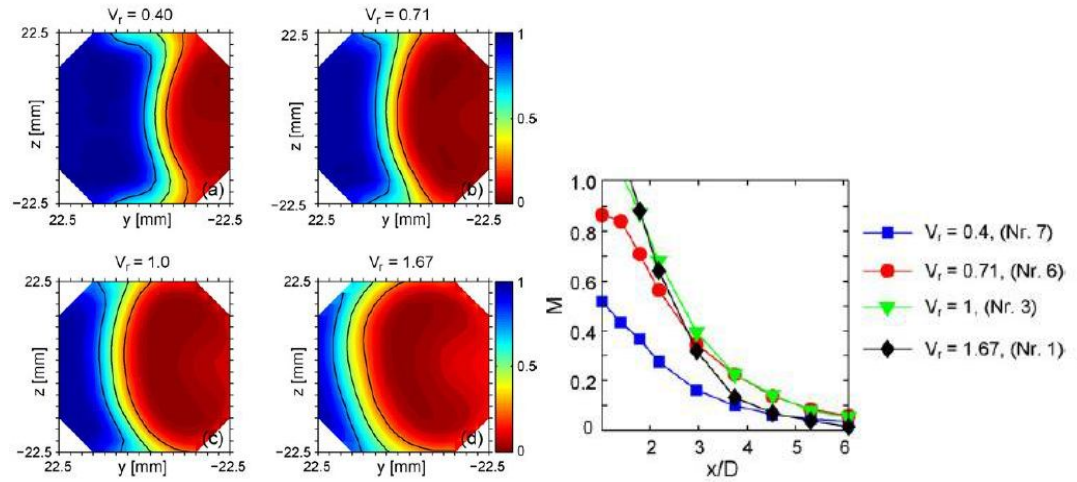


FIGURE 1.4 – Distribution de T_{rms} adimensionnée ($x/D = 1.4$) et de M pour différentes valeurs de V_r

de mélange. Pour obtenir des mesures de vélocimétrie LASER (LDV), des boîtes à eau (fenêtre de mesure) sont réalisées. Elles sont disposées sur les maquettes en inox. Enfin, les parties droites des entrées sont allongées afin de garantir une turbulence d'écoulement totalement développée et faciliter l'interprétation des mesures.

1.5.2 Études numériques

A partir de 1998, EDF R&D a commencé des simulations numériques sur la configuration du RRA de Civaux. La première approche fût réalisée avec des modèles RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), $k - \varepsilon$ et $R_{ij} - \varepsilon$ [86]. Les auteurs notaient :

- *le modèle de turbulence peut entraîner une trop grande viscosité, qui inhibe les instabilités. Les défauts connus de ce modèle ($\kappa - \varepsilon$), conduisent à surproduire de la viscosité, en particulier dans les régions de fortes courbures. L'utilisation d'un modèle $R_{ij} - \varepsilon$ répond partiellement à un tel phénomène.*
- *le maillage utilisé contenait seulement 464259 mailles, ce qui était déjà considérable pour les moyens de calcul de l'époque.*
- *Le schéma en temps du code ESTET 3.3.1 était d'ordre 1, ce qui pouvait également inhiber l'apparition de structure cohérente.*
- *Enfin, les profils moyens de vitesse étaient constants en temps et en espace. Ce qui n'est pas représentatif de la réalité.*

Kuczaj et al. [44] ont effectué une LES sur la configuration de té de mélange de Vattenfall [4] avec le modèle de Vreman [119]. Ces auteurs montrent que pour obtenir la physique de l'écoulement, la taille des cellules du maillage doit être de l'ordre de la micro-échelle de Taylor.

Hu et Kazimi [26] ont étudié les fluctuations de température causées par le mélange turbulent dans les tés de mélange en utilisant la simulation des grandes échelles ou Large Eddy Simulation (LES). La LES effectuée utilise comme condition initiale un calcul effectué avec le modèle des tensions de Reynolds (RSM), les résultats obtenus montrent que la distribution de température est surestimée.

Tanaka et al. [112] ont effectué une LES avec le code de calcul MUGTHES (Multi Geometry simulation code for THERmal-hydraulic and Structure heat conduction analysis in boundary fitted coordinate). Les résultats numériques obtenus ont été comparés aux données expérimentales existantes et ceci confirme une fois de plus la capacité de la LES à prédire ce type d'écoulement. La figure 1.5 montre une vue de l'écoulement dans l'expérience et le maillage utilisé pour les simulations numériques.

Lee et al. [52] ont mené des investigations numériques (LES) pour analyser la fatigue thermique. Pour simplifier la détermination des contraintes mécaniques menant à la rupture de la structure, ils font une simplification

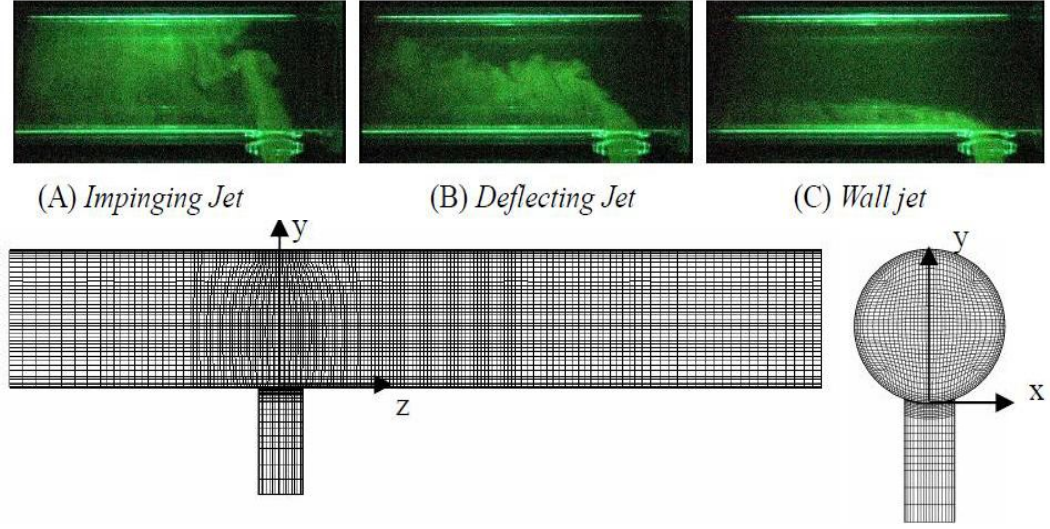


FIGURE 1.5 – Vues illustrant les différentes configurations d'écoulement et le maillage utilisé, Tanaka et al. (2009) [112].

géométrique $3D \Rightarrow 1D$. Les contraintes mécaniques sont déterminées à l'aide de la formulation 1.2 de Shimakawa et al. [108] (voir aussi [90], [91] pour l'analyse des contraintes mécaniques).

$$\sigma_T(x, t) = -\frac{E\alpha}{1-\nu} \left[T(x, t) - \frac{1}{h} \int_0^h T(x, t) \right] , \quad \sigma_p = \frac{P \cdot r}{h} \quad (1.2)$$

EDF R&D a aussi effectué des simulations (LES) sur le couplage fluide/structure dans la configuration du RRA de Civaux [11]. Cette approche permet d'obtenir l'évolution de la température dans la paroi. La température dans la paroi est utilisée avec le code *Aster* (code de mécanique développé par EDF R&D)[125] pour obtenir les contraintes mécaniques induites par le chargement thermique. Des investigations thermomécaniques ont été réalisées par EDF R&D pour analyser les contraintes mécaniques dues aux fluctuations de températures [107]. En effet, le calcul thermomécanique s'appuie sur un calcul couplé thermohydraulique simulation des grandes échelles-calcul thermique de la paroi, dont les évolutions temporelles de température en paroi sont projetées sur le maillage mécanique. Le calcul mécanique prend également en charge le chargement thermique moyen, les appuis et les encastresments des tuyauteries d'alimentation de la boucle. Les critères de fatigue [57] sont ensuite appliqués aux valeurs mécaniques calculées. Les courbes de fatigue issues de l'expérience sont ensuite utilisées.

Igarashi et al. [36] ont effectué une simulation numérique directe ou Direct Numerical Simulation (DNS) avec leur propre code de calcul (DINUS-3) pour comprendre la physique du mélange. Les résultats ont montré que trois types de tourbillons sont créés en aval de la zone de mélange. Un tourbillon de type Von Karman situé dans les plans perpendiculaire à la branche principale, le deuxième tourbillon se situe dans le plan parallèle à la branche principale et le troisième est perpendiculaire aux deux autres. Ces tourbillons influencent la distribution de température et inter-agissent entre eux. Fukushima et al. [23] a fait une DNS de l'écoulement dans un té de mélange carré (square ducts) avec un nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne de la branche principale et le diamètre hydraulique de 4485 environs. Un nombre de Prandtl de 0,71 est choisi dû au coût de calcul, cinq différents nombres de Richardson sont utilisés ($Ri = g\alpha\Delta T\delta/U_b^2 = 0, \pm 0,93, \pm 9,3$) pour analyser l'influence de la gravité sur l'écoulement et la distribution de température. Ils ont montré que les fluctuations de température proche de la paroi en aval de la zone de mélange sont plus importante lorsqu'on néglige la gravité (buoyancy effect).

Metzner et Wilke [67] ont publié un article dans lequel ils présentent le projet THERFAT (THERmal FATigue evaluation of piping system Tee-connections). C'est un projet européen qui a été initié pour une durée de trois ans dans l'objectif d'améliorer les connaissances dans le domaine de la fatigue thermique dans les zones de mélange en forme de té. Le projet s'est focalisé sur les points suivants :

1. Bibliographie des études menées dans ce sujet et des données expérimentales existantes dans de telles configurations d'écoulement.
2. Importance de la fatigue thermique et les effets de mélange dans les systèmes contenant des tés de mélange.
3. Déterminer la variation de débit dans les deux branches en utilisant un dispositif expérimental et la simulation numérique.
4. Identification des paramètres de fatigue et propositions pour améliorer la détection des grands cycles de températures et de débit dans le système d'instrumentalisation.
5. Quantification des marges de sécurité.
6. Évaluation des méthodes standards et application des méthodes de fatigue avancées et analyse de mécanique de la rupture basée sur l'identification des dégradations mécaniques.

7. Vérification de certains aspects de l'évaluation de la fatigue à l'aide de tests basés sur l'application d'un choc thermique.
8. Explication des différents paramètres de la fatigue.
9. Quantification des différentes marges de sécurité et détermination des limites de fatigue.
10. Évaluation des méthodes standards et explorations des méthodes avancées de l'analyse de mécanique de la rupture.
11. Proposer une méthodologie d'analyse de la fatigue thermique.

1.6 Procédure d'analyse thermomécanique

La simulation numérique de la fatigue thermique peut être divisée en quatre parties :

- **La simulation de l'écoulement dans la zone fluide.** Ici il s'agit de la résolution des équations de Navier Stokes et de l'énergie
- **La simulation du transfert de chaleur dans la paroi.** Ici il s'agit de déterminer l'évolution de la température dans la paroi.
- **La détermination des contraintes mécaniques dans la paroi.** Dans cette étape, il s'agit de déterminer les contraintes mécaniques dues aux fluctuations de température dans la paroi.
- **La détermination de la réponse de la structure.** Il s'agit de l'évaluation de l'initiation et la propagation des fissures.

Les deux premières parties sont du domaine de la **thermohydraulique**, la troisième du domaine de la **mécanique** et la dernière du domaine des **matériaux**.

Notre étude se consacrera sur la thermohydraulique.

1.7 Objectifs et méthodes de l'étude

Après l'incident de Civaux en 1998, plusieurs études ont été faites dans le cadre de la compréhension des phénomènes liés à la fatigue thermique dans les tés de mélange.

La caractérisation des sollicitations thermiques dans les zones de mélange a été faite à EDF R&D dans le cadre du projet DOMZOME⁴ (DOMmage par fatigue des ZOnes de MELange)[104]. Plusieurs études ont été réalisées en thermohydraulique [81], [82], [85] et en thermomécanique [107].

Notre étude a pour objectif principal de comprendre les mécanismes responsables de la fatigue thermique dans les tés de mélange. Notre approche est basée sur la LES et a pour principale originalité de simuler le transfert de chaleur dans le fluide et dans la paroi.

La simulation de l'écoulement dans la zone fluide est faite avec *Code_Saturne* [5] (ce code est présenté en détail dans le chapitre 5). C'est un code en volumes finis collocalisés. La vitesse, pression et température étant évaluées aux centres des cellules et le gradient de pression quant à lui étant évalué sur les faces des cellules. La méthode collocalisée induit des oscillations qui sont stabilisées en utilisant l'interpolation de Rhie et Chow [93]. Le système vitesse/pression est résolu en utilisant la méthode de prédiction correction du schéma SIMPLEC.

La simulation du transfert de chaleur dans la paroi est faite avec *SYRHTES* [84] (ce code est également présenté en détail dans le chapitre 5). C'est un code qui permet, dans notre cas de résoudre l'équation de conduction de la chaleur dans la paroi. Cette équation est résolue avec la méthode des éléments finis, les éléments sont tétraédriques iso-P2 : ils possèdent 10 noeuds et les fonctions de base associées à chacun d'eux sont des polynômes de degré inférieur ou égal à 1. Le tétraèdre est décomposé en huit sous-tétraèdres (4 comportant un noeud de coin, les autres étant situés au milieu). Les fonctions de base sont de type P1 (variation linéaire sur chaque sous-tétraèdre) ou bien nulles [95].

En ce qui concerne le déroulement de l'étude, tout d'abord, nous commençons par l'analyse de l'écoulement dans un té de mélange de type angle droit (configuration de Vattenfall R&D [123]) avec des conditions adiabatiques (la structure du té est en Plexiglas). Après avoir validé les capacités du code de calcul utilisé, nous analysons l'influence des entrées turbulentes dans le processus de mélange.

On simule ensuite l'écoulement dans la configuration MOTHER [18]. Le calcul est couplé au code *SYRTHES* pour la détermination de l'évolution de

4. On peut aussi citer le projet COFAT : vers une nouvelle COdification en FATigue

la température dans la paroi.

Pour approfondir notre analyse sur la compréhension des phénomènes physiques liés à la fatigue thermique, on réalise une quasi DNS sur la configuration MOTHER. On calcule les termes des équations de transport des contraintes de Reynolds, de l'énergie cinétique turbulente, des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents. L'absence de direction d'homogénéité ne permet que le calcul des moyennes temporelles, ce qui rend extrêmement coûteux les calculs. Ces moyennes temporelles sont tout d'abord comparées aux données DNS de Kawamura et al. [41] sur l'écoulement de canal chauffé [41] et ensuite évaluées sur la configuration de té de mélange MOTHER. Chacun des termes des équations de transport est analysé pour approfondir la compréhension de la physique de l'écoulement.

Cette procédure est appliquée avec des conditions adiabatiques et des parois en inox 304L (comme dans le cas réel) sur la configuration MOTHER. On analyse ainsi l'influence de la paroi sur les différents termes des équations de transport (énergie cinétique turbulent, tensions de Reynolds, variance de la température et flux thermiques turbulents).

Cette analyse permet de comprendre la physique de l'écoulement, le transfert de chaleur proche de la paroi et enfin elle permet d'obtenir une base de donnée inédite sur cette configuration d'écoulement. Cette base de donnée peut être utilisée pour évaluer les modélisations RANS (viscosité et flux thermiques turbulents).

CHAPITRE 2

Modélisation numérique de la turbulence

Contents

2.1	Les écoulements turbulents	33
2.1.1	Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie	33
2.2	Les modélisations	38
2.2.1	Direct Numerical Simulation (DNS)	38
2.2.2	Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)	45
2.2.3	Large Eddy Simulation (LES)	48
2.3	La simulation des grandes échelles	49
2.3.1	Notion de filtrage spatial	49
2.3.2	Modélisation de sous-mailles	52
2.3.3	Lois de parois	55

2.1 Les écoulements turbulents

La définition de la turbulence reste aujourd'hui une question ouverte. On peut cependant retenir cette définition de Chassaing [16] : *la turbulence est un mode naturel d'écoulement où des mécanismes internes d'échanges d'énergie assurent la création et le maintien de toute une hiérarchie de mouvements chaotiques répartis continûment sur une large gamme d'échelle macroscopique.*

La figure 2.1 montre la complexité du phénomène de turbulence. Il s'agit des contours de vorticit   pour des radiations sonore    Mach ¹ 1.9.

1. Le nombre de Mach est un nombre sans dimension qui exprime la vitesse d'un   coulement par rapport    la vitesse du son dans ce m  me   coulement $Ma = u/a$ avec $a = \sqrt{\gamma RT}$, $\gamma = c_p/c_v$, R la constante du gaz (287 J/kg/K pour l'air) et T la temp  rature locale du gaz en Kelvin.

La majeure partie des écoulements de fluides dans l'industrie présente un caractère turbulent. La turbulence peut favoriser le mélange d'une phase dispersée, réduire les inhomogénéités cinématiques et massiques dans l'écoulement, tout en augmentant les transferts pariétaux et diminuer sensiblement la traînée de forme en réduisant d'éventuels décollements. En revanche, elle peut augmenter la traînée visqueuse ou provoquer la coalescence de gouttelettes dans les écoulements diphasiques.

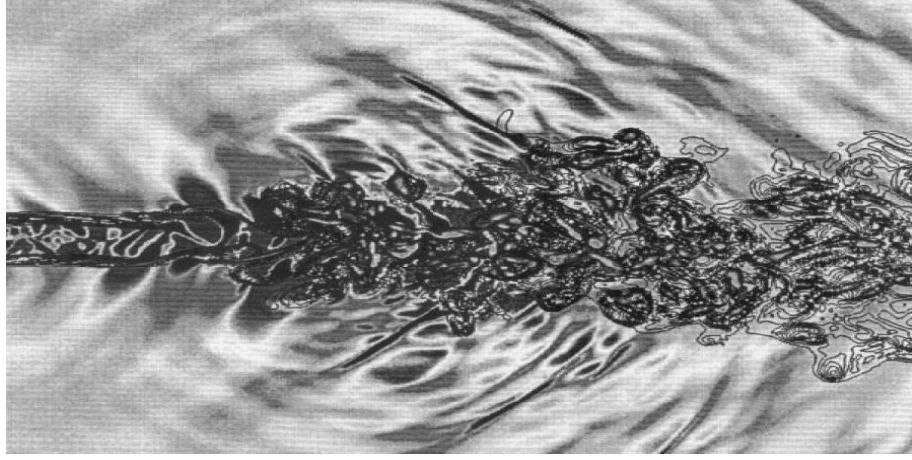


FIGURE 2.1 – Radiation sonore à Mach 1.9, contour de vorticité, Lele et Moin [59].

2.1.1 Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie

2.1.1.1 Equations de Navier Stokes

Les équations de la conservation de la masse et de Navier-Stokes ( crites sous forme conservative) sont respectivement données par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial (\rho \underline{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} \otimes \underline{u}) = -\nabla p + \nabla \underline{\tau} + \underline{F} \quad (2.2)$$

Dans ces équations, \underline{u} représente le vecteur vitesse, ρ la masse volumique du fluide, p la pression hydrostatique, $\underline{\tau}$ le tenseur des contraintes visqueuses qui, pour un fluide Newtonien, est une fonction linéaire du tenseur des taux de déformation $\underline{\underline{S}}$ (partie symétrique du tenseur de gradient de vitesse)

$$\underline{\underline{\tau}} = 2\mu\underline{\underline{S}} + \eta(\nabla \cdot \underline{u})\underline{\underline{I}} \quad (2.3)$$

$$\underline{\underline{S}} = (\nabla \underline{u})^s \quad (2.4)$$

Pour les fluides Newtoniens, on utilise l'hypothèse de Stokes.

$$3\eta + 2\mu = 0 \quad (2.5)$$

η est la viscosité de volume du fluide.

En utilisant la convention de sommation d'Einstein, les équations de conservation deviennent pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + F_i \quad (2.6)$$

F_i représente les forces volumiques dans la direction i .

2.1.1.2 Equation de l'énergie

Le premier principe de la thermodynamique, exprimé en puissance énonce que [10] : *le taux de variation dans le temps de l'énergie interne totale d'un système quelconque est égal à la somme des puissances-travail techniques et des puissances-chaleur reçues par le système, ainsi que les débits-enthalpie totale introduit dans le système.*

Le bilan d'énergie est exprimé par l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{dU_{cz}}{dt} = & \int \int_{F_s} (\underline{\varphi} \cdot \underline{V}_f) \underline{n} \cdot d\underline{F} - \int \int_F \underline{J}_q \cdot \underline{F} - \int \int_{F_r} \underline{J}_{wh}^f \cdot \underline{F} - \int \int_{F_r} P \underline{V}_f \cdot d\underline{F} + \\ & \int \int_{F_r} (\underline{T} \cdot \underline{V}) \cdot d\underline{F} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Cette équation peut être également mise sous la forme simple :

$$\frac{dU_{cz}}{dt} = \sum E + \sum Q + \sum H_{cz} + \sum E_P + \sum E_T \quad (2.8)$$

Dans les équations 2.7 et 2.8 : U_{cz} est défini comme la somme de l'énergie interne U , de l'énergie cinétique ($mV^2/2$) et de l'énergie potentielle (mgz) :

$$U_{cz} \equiv U + m \frac{V^2}{2} + mgz \quad (2.9)$$

φ la force surfacique en un point de la paroi solide F_s , \underline{n} vecteur unité normal à la frontière F et dirigé vers l'extérieur. \underline{V}_f la vitesse absolue de la

paroi en ce point, égal à celle de la frontière F_s par rapport au référentiel fixe. J_q est le flux d'énergie par conduction dû au transfert de chaleur par conduction thermique. \underline{J}_{wh}^f est le flux de chaleur par déplacement :

$$\underline{J}_{wh}^f = \rho \frac{dH_{cz}}{dt} \underline{W}^f \quad (2.10)$$

où \underline{W}^f est la vitesse relative de la paroi et H_{cz} l'enthalpie totale définit par :

$$H_{cz} \equiv H + m \frac{V^2}{2} + mgz \quad (2.11)$$

H est l'enthalpie et dérive de la combinaison des fonctions d'état U , V et P (pression) : $H = U + VP$. \underline{T} est le tenseur des forces visqueuses.

Considérons le transfert de chaleur par conduction. On a les simplifications suivantes : $U_{cz} = U$, $H_{cz} = H$, $\underline{W} = \underline{V}$, $\underline{J}_{wh}^f = \underline{J}_{ch}$, $E = E_P = E_T = 0$. L'équation 2.7 devient :

$$\frac{dU}{dt} = - \int \int_F \underline{J}_q \cdot \underline{F} - \int \int_{F_r} \underline{J}_{ch} \cdot \underline{F} \quad (2.12)$$

Localement le bilan d'énergie donne :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} = - \nabla \cdot (\underline{J}_q + \underline{J}_{ch}) \quad (2.13)$$

avec $e = U/m$ l'énergie interne massique. En négligeant l'effet de la pression, nous avons $de = dh = c_p dT$.

Le flux de chaleur est lié au champ scalaire de température par la loi de Fourier :

$$\underline{J}_q = -\lambda \nabla T \quad (2.14)$$

On a pour le flux de chaleur par déplacement relatif :

$$\nabla \cdot \underline{J}_{ch} = \rho h \nabla \cdot \underline{V} + \rho \underline{V} \cdot \nabla h \quad (2.15)$$

avec $h = H/m$ l'enthalpie massique.

Pour un écoulement incompressible ($\nabla \cdot \underline{V} = 0$) on a :

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho c_p \underline{V} \cdot \nabla T \quad (2.16)$$

Dans un système fermé dans lequel la matière est immobile :

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (2.17)$$

L'équation 2.17 décrit l'évolution de la température par conduction dans une paroi par exemple.

2.1.1.3 Anisotropie

Le tenseur des contraintes de Reynolds possède deux éléments très importants du point de vue de leurs interprétations physiques. Ils s'agit premièrement de la demi-trace de ce tenseur (énergie cinétique turbulente) qui caractérise l'énergie de l'agitation turbulente et ensuite sa partie déviatorique appelée tenseur d'anisotropie. Ce tenseur comme son nom l'indique, caractérise l'anisotropie des contraintes de Reynolds

$$\bar{k} = \frac{1}{2} (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}) \quad (2.18)$$

$$\bar{a}_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2\bar{k}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (2.19)$$

Par définition, le tenseur d'anisotropie est à trace nulle ($I_a = 0$). Les invariants d'ordre deux et trois de ce tenseur sont respectivement donnés par :

$$II_a = -a_{ij}a_{ji}/2 \text{ et } III_a = a_{ik}a_{kj}a_{ji}/3 \quad (2.20)$$

En effet, en vertu du théorème de Cayley-Hamilton qui stipule qu'une matrice est solution de sa propre équation caractéristique, on peut écrire :

$$8a_{ij}^3 - 4II_a a_{ij} - \frac{8}{3}III_a \delta_{ij} = 0 \quad (2.21)$$

L'indépendance linéaire des tenseurs a_{ij}^3 , a_{ij} et δ_{ij} limite à deux le nombre des invariants indépendants non nuls. Le domaine de variation des invariants est borné [49] à l'intérieur du triangle curviligne schématisé à la figure 2.2.

L'origine du graphe représente l'état de turbulence isotrope. Il y a deux zones axisymétriques, l'une avec $III_a > 0$ qui correspond à une expansion (anisotropie en 'cigare') et l'autre avec $III_a < 0$ correspond à une contraction (anisotropie en 'disque'). Dans le premier cas la fluctuation de vitesse sur l'axe du canal est prédominante et dans le second les composantes radiales sont prédominantes. Les branches de turbulence axysymétrique ont pour équations :

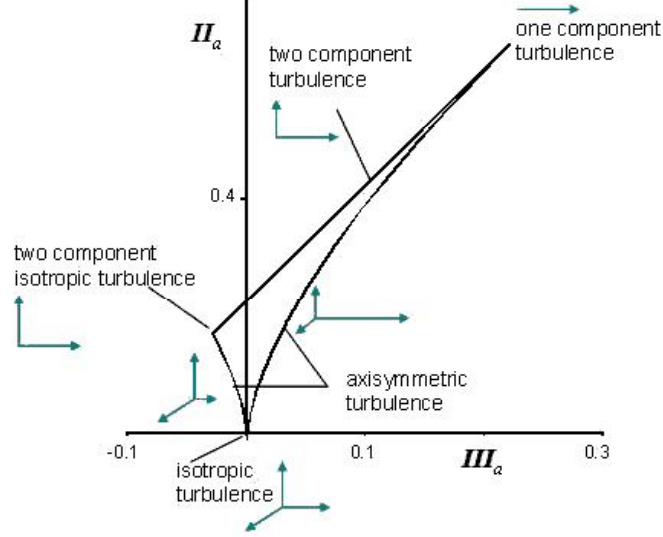


FIGURE 2.2 – Diagramme de Lumley, [16]

$$III_a = 2 \left(-\frac{II_a}{3} \right)^{\frac{3}{2}} \quad III_a > 0 \quad (2.22)$$

$$III_a = -2 \left(-\frac{II_a}{3} \right)^{\frac{3}{2}} \quad III_a < 0 \quad (2.23)$$

Et pour la turbulence 2D

$$\frac{1}{9} + II_a + 3III_a = 0 \quad -\frac{1}{108} < III_a < \frac{2}{27} \quad (2.24)$$

2.2 Les modélisations

2.2.1 Direct Numerical Simulation (DNS)

En admettant que les équations de Navier-Stokes (NS) peuvent représenter tous les modes d'écoulements, il est naturel de procéder directement à leur intégration numérique sans aucune hypothèse. Cette méthode est appelée DNS (Direct Numerical Simulation). Cette méthode de résolution prend en compte toutes les échelles spatiales et temporelles de la turbulence. Cependant, l'analyse du rapport entre la longueur caractéristique des plus

grandes structures porteuses de l'énergie turbulente et des plus petites structures où cette énergie est dissipée est de l'ordre de $Re^{\frac{3}{4}}$ pour un écoulement monodimensionnel et de l'ordre de $Re^{\frac{9}{4}}$ pour un écoulement tridimensionnel², Tennekes et Lumley (1972) [110]. Re^3 représente le nombre de Reynolds basé sur une échelle de vitesse et une échelle de longueur des plus grosses structures de l'écoulement.

Les nombres de Reynolds des écoulements industriels se trouvant typiquement entre 10^6 et 10^8 , la DNS est impossible sur ce type d'écoulement. Cependant elle est utilisée sur des configurations académiques simples. La DNS permet une description fine de l'écoulement, ce qui améliore la compréhension des phénomènes physiques qui gouvernent l'écoulement. Elle permet aussi d'obtenir des bases de données qui sont utiles à l'élaboration des modèles.

La DNS est souvent considérée comme une expérience numérique. Elle demande en revanche, d'énormes ressources informatiques.

La DNS a trois principaux objectifs :

1. A travers la résolution des équations de transport, elle permet d'évaluer la résolution⁴ du maillage étudiée et la convergence des différents termes des équations de transport.
2. Elle permet une compréhension approfondie des mécanismes spatial et temporel des écoulements.
3. Elle permet de fournir des solutions de référence pour l'évaluation des modèles.

Bien qu'encore très faiblement accessible, la DNS est devenue un outil indispensable pour la compréhension des phénomènes physiques difficilement accessible expérimentalement. Comme études de référence, Kim et al. (1987) [10] ont réalisé une DNS de l'écoulement dans un canal plan. Kim et Moin (1989) ont réalisé une DNS de l'écoulement dans un canal plan avec un scalaire passif et un nombre de Reynolds turbulent de $Re_\tau = 180$ pour des nombres de Prandtl de 0.1, 0.71 et 2. Plusieurs travaux ont suivis, avec l'augmentation des moyens de calcul, pour des nombres de Reynolds et des

2. Cette estimation est faite en turbulence homogène isotrope (THI).

3. Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuse. Ce nombre permet aussi de caractériser le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent).

4. En effet, on analyse la conservation des équations de transport pour évaluer la résolution du maillage

Écoulement	Résolution (η)
Curve Channel (MM)	$\Delta z = 3.75, \Delta r = 0.13, r_c \Delta \theta = 11.25$
Plane Channel (KMM)	$\Delta x = 7.5, \Delta y = 0.03, \Delta z = 4.4$
Boundary layer (S)	$\Delta x = 14.3, \Delta y = 0.33, \Delta z = 4.8$
Homogeneous shear (RMR)	$\Delta x = 7.8, \Delta y = 3.9, \Delta z = 3.9$
Isotropic turbulence (W)	$\Delta x = 4.5, \Delta y = 4.5, \Delta z = 4.5$

TABLE 2.1 – MM, KMM, S, RMR et W dénotent respectivement Moser & Moin 1987, Kim & al 1987, Spalart 1988 ($R_\theta = 1410$), Rogers et al 1986 et Wray (avec les données expérimentales de Comte-Bellot & Corrsin).

nombres de Prandtl plus grands Lyons et al. (1991), Kasagi et al. (1999). Kawamura et al. (1999) ont effectué une DNS avec un nombre de Reynolds turbulent supérieur à 1020 avec des nombres de Prandtl de 0.025 et 0.71.

2.2.1.1 Résolution spatiale et temporelle

En théorie, la DNS nécessite que toutes les échelles de la turbulence soient prise en compte. Aussi bien l'échelle intégrale $l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon_k}$ (échelle caractéristique des grandes structures) que l'échelle de Kolmogorov $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ (échelle caractéristique des petites structures). En revanche, il n'est pas nécessaire que la taille de la maille soit égal à η , elle doit juste être de l'ordre de η (Moin and Mahesh, 1998 [59]). Plusieurs résultats satisfaisant en DNS ont été obtenus avec les méthodes spectrales (tableau 2.1) avec des tailles de maille différentes de η . Le tableau 2.1 montre les différentes résolutions qui ont été utilisées. Moser and Moin, (1987) [62] ont montrés que la majeure partie de l'énergie est dissipée à 15η . Cette approche se trouve souvent insuffisante lorsqu'il s'agit de considérer les effets thermiques de l'écoulement. Le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$, représente le rapport entre la diffusivité dynamique (viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. Ce nombre permet de comparer les effets dynamiques et thermiques. En effet, des nombres de Prandtl élevés nécessitent des maillages qui doivent prendre en compte la plus faible échelle thermique caractéristique. Cette échelle est l'échelle de Batchelor ($\eta_\theta = \alpha^2 \nu / \varepsilon^{1/4}$). Une relation entre cette échelle et celle de Kolmogorov [110] :

$$\eta_\theta = \eta \cdot Pr^{-\frac{1}{2}} \quad (2.25)$$

La définition du maillage pour une DNS, doit répondre à ces différentes contraintes spatiales pour capter aussi bien les effets dynamiques que ther-

miques. Plusieurs études ont analysé par DNS le transfert thermique des métaux liquides ($Pr = 0.025$, réacteur à sodium) et des gaz ($Pr \approx 1$). Quant à l'eau à pression atmosphérique ($Pr = 5 - 7$), l'évolution des moyens de calcul (massivement parallèles) permet aujourd'hui de s'attaquer à des nombres de Prandtl de cet ordre.

2.2.1.2 Discrétisation spatiale et temporelle

Bien qu'en DNS la résolution des équations NS se fait sans modélisation de la turbulence, les schémas numériques utilisés pour la discrétisation des équations NS ont une grande importance sur la qualité des résultats attendus.

Discrétisation spatiale La DNS nécessite l'utilisation d'un schéma numérique le plus précis possible. De nombreux calculs DNS ont été faits avec la méthode spectrale, qui peut fournir une très bonne précision sur l'évaluation des dérivées spatiales.

Bien que les méthodes spectrales soient très précises, elles sont limitées par des problèmes de discontinuité géométriques et régularité des fonctions [54].

Un des problèmes rencontré en DNS est le contrôle des erreurs d'*aliasing*⁵. L'utilisation de schéma numérique qui ne permet pas le contrôle de ce phénomène mène à une décadence de la turbulence ou des solutions infiniment croissantes [54]. Une approche pour résoudre ce problème est l'utilisation de schémas numériques avec lesquels l'énergie cinétique totale est conservée. Même si l'énergie est conservée, sa redistribution interne doit être analysée. Le lecteur intéressé pourra se référer à [14] pour plus de détails sur les méthodes utilisées pour supprimer les erreurs d'*aliasing* pour des calculs de simulation numérique en mécanique des fluides.

Les méthodes aux différences finies d'ordre élevé sont souvent utilisées pour des calculs DNS. La validité des différences finies appliquée pour le calcul DNS est analysée dans [17]. Man et Moin [54] ont montré que les schémas upwind d'ordre élevé sont bien adaptés pour des calculs DNS. Cette méthode se trouve plus simple à réaliser sur des géométries complexes, que la méthode spectrale. Ils montrent entre autre que, l'utilisation des différences finies d'ordre deux et méthode spectrale sur un même maillage donne des résultats comparables pour les fluctuations de vitesse. Toutefois, il est nécessaire de raffiner d'un facteur deux le maillage, avec la méthode des

5. Les erreurs d'*aliasing* sont dues à la présence de modes parasites issus du terme convectif par exemple

différences finies d'ordre deux pour avoir des résultats comparables sur les fluctuations de vorticité. Plusieurs méthodes aux différences finies d'ordre supérieur ont été mises en place pour les calculs DNS [94]. Les schémas aux différences finies compactes sont des exemples intéressants [48]. En effet, elles permettent une plus grande précision que les différences finies classiques.

Kim et Moin, 1985 [42] ont effectué une DNS sur l'écoulement d'un canal plan⁶, avec un schéma upwind d'ordre 5 pour le terme de convection et un schéma centré pour le terme visqueux. Ils montrent que les résultats obtenus sont comparables à ceux obtenus avec une méthode spectrale. Ils ont ensuite utilisé un schéma centré d'ordre 2 sur le même maillage. Ils montrent que les résultats sont insatisfaisants⁷ comparé à la méthode spectrale, néanmoins ils indiquent que l'utilisation d'un maillage fin, pourrait améliorer ce résultat.

Discrétisation temporelle La discrétisation temporelle en DNS, se fait le plus souvent avec des schémas explicites en respectant la condition CFL⁸ (Courant-Friedrich-Lax) ou semi-implicites avec des pas de temps plus grands. L'incrément temporel⁹ doit être inférieur à l'échelle de temps de Kolmogorov $t_k = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$. De même que pour l'échelle spatiale de Kolmogorov, cette échelle de temps ne peut pas être évaluée a priori, on peut donc utiliser l'échelle de temps visqueuse $t_\nu = \nu/u_\tau^2$. Les simulations avec des schémas explicites doivent donc avoir des pas de temps inférieurs à l'échelle de temps visqueuse. L'utilisation des schémas implicites permet d'utiliser des incréments temporels supérieurs à t_ν . Choi et Moin [17] ont analysé les résultats d'une DNS avec $\Delta t = 2t_\nu$. La principale conclusion est que l'incrément temporel doit être proche de $0.2t_\nu$ pour capter correctement la turbulence. Pour les schémas explicites, les schémas Runge-Kutta d'ordre deux, trois ou quatre ont un meilleur domaine de stabilité et ainsi permettent l'utilisation de pas de temps plus grand que les schémas classiques du type Adams-Bashford et Leapfrog.

2.2.1.3  quations de transport

Les champs turbulents étant des champs aléatoires, le niveau d'étude est statistique. Pour une variable ϕ donnée on a (décomposition en une partie moyenne et une partie fluctuante) :

6. Les dimensions du maillage utilisé étaient 64x65x64

7. Problème de l'erreur de troncature

8. $CFL < 1$ pour des schémas explicites

9. $\Delta t < t_k$

$$\phi_i(x, t) = \langle \phi_i(x, t) \rangle + \phi'_i(x, t) \quad (2.26)$$

On peut en déduire les équations de transport des contraintes de Reynolds, de l'énergie cinétique turbulente, des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents.

Équation de transport des tensions de Reynolds Les équations de transport des tensions de Reynolds sont :

$$\frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial t} + C_{ij} = P_{ij} + T_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2.27)$$

convection :

$$C_{ij} = \langle u_k \rangle \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} \quad (2.28)$$

production :

$$P_{ij} = - \left(\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \right) \quad (2.29)$$

Ce terme traduit le transfert d'énergie entre le mouvement moyen et le mouvement fluctuant. Son signe n'est pas nécessairement positif (les structures turbulentes peuvent localement et temporairement fournir de l'énergie au mouvement moyen).

diffusion turbulente :

$$T_{ij} = - \frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_k \rangle}{\partial x_k} \quad (2.30)$$

Ce terme traduit le transport (la redistribution spatiale) de la partie fluctuante de l'énergie.

diffusion visqueuse :

$$D_{ij} = \nu_f \frac{\partial^2 \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k^2} \quad (2.31)$$

corrélation vitesse gradient de pression :

$$\Pi_{ij} = - (1/\rho_f) \left(\left\langle \frac{u'_i \partial p'}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle \frac{u'_j \partial p'}{\partial x_i} \right\rangle \right) \quad (2.32)$$

dissipation¹⁰ :

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu_f \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle \quad (2.33)$$

Ce terme traduit la destruction de l'énergie cinétique liée au mouvement fluctuant par la viscosité moléculaire.

Équation de transport de la variance de température L'équation de transport de la variance de température est :

$$\frac{\partial \langle \theta'^2 \rangle}{\partial t} + C_{\theta\theta} = P_{\theta\theta} + T_{\theta\theta} + D_{\theta\theta} - \varepsilon_{\theta\theta} \quad (2.34)$$

convection :

$$C_{\theta\theta} = \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle \theta'^2 \rangle}{\partial x_j} \quad (2.35)$$

production :

$$P_{\theta\theta} = -2 \langle u'_i \theta' \rangle \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_i} \quad (2.36)$$

diffusion turbulente :

$$T_{\theta\theta} = - \frac{\partial \langle u'_j \theta'^2 \rangle}{\partial x_j} \quad (2.37)$$

diffusion visqueuse :

$$D_{\theta\theta} = \kappa_f \frac{\partial^2 \langle \theta'^2 \rangle}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.38)$$

dissipation :

$$\varepsilon_{\theta\theta} = 2\kappa_f \left\langle \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \right\rangle \quad (2.39)$$

10. pseudo-dissipation

Équation de transport des flux thermiques turbulents Les équations de transport des flux turbulents sont :

$$\frac{\partial \langle u'_i \theta' \rangle}{\partial t} + C_{i\theta} = P_{i\theta} + T_{i\theta} + \Pi_{i\theta} + D_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} \quad (2.40)$$

convection :

$$C_{i\theta} = \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u'_i \theta' \rangle}{\partial x_j} \quad (2.41)$$

production :

$$P_{i\theta} = - \left(\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_k} + \langle u'_k \theta' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \right) \quad (2.42)$$

diffusion turbulente :

$$T_{i\theta} = - \frac{\partial \langle u'_i u'_j \theta' \rangle}{\partial x_j} \quad (2.43)$$

corrélation température gradient de pression :

$$\Pi_{i\theta} = (1/\rho_f) \frac{\langle \theta' \partial p' \rangle}{\partial x_i} \quad (2.44)$$

diffusion turbulente :

$$D_{i\theta} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_f \left\langle \frac{\theta' \partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle + \kappa_f \left\langle \frac{u'_i \partial \theta'}{\partial x_j} \right\rangle \right) \quad (2.45)$$

dissipation :

$$\varepsilon_{i\theta} = (\nu_f + \kappa_f) \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \right\rangle \quad (2.46)$$

2.2.2 Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)

Face à la limite des ordinateurs (temps CPU et stockage), une des approches de simulation numérique introduite fut la décomposition des champs de l'écoulement en une partie moyenne et en une partie fluctuante. Cette décomposition fait apparaître des moments d'ordre supérieur et nécessite des hypothèses (modélisation). Ces méthodes sont appelées méthodes RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes, en anglais). Il existe une grande variété de modèles : κ - ε Launder et Spalding, (1974) [47], R_{ij} - ε Launder et al., (1975) [50], etc. Plusieurs codes de calculs industriels utilisent ces méthodes. Ils ont

l'avantage d'être accessibles par les outils informatiques industriels et fonctionnent bien dans beaucoup de situations. Ces méthodes modélisent toutes les échelles de la turbulence, elles permettent ainsi d'utiliser des maillages assez grossiers. En revanche, toutes les échelles de la turbulence étant modélisées, la représentation du caractère turbulent de l'écoulement repose entièrement sur la capacité du modèle à reproduire correctement ce phénomène. Il existe aussi les méthodes URANS (RANS instationnaire). Les méthodes RANS utilisent une décomposition de tous les champs en champs moyens et fluctuants (voir équation 2.26).

En utilisant cette décomposition et l'incompressibilité du fluide, on a les expressions suivantes :

$$\langle u'_i \rangle = 0 \quad (2.47)$$

$$S_{ii} = \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (2.48)$$

Pour les équations de conservation de la quantité de mouvement et de transfert de chaleur, cette substitution conduit aux équations de Navier-Stokes moyennées :

$$\frac{\partial \rho \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle)}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle \sum_{ij} \rangle}{\partial x_j} + \langle F_i \rangle \quad (2.49)$$

$$\left\langle \sum_{ij} \right\rangle = \langle \sigma_{ij} \rangle - \rho \langle u'_i u'_j \rangle \quad (2.50)$$

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = -\langle P \rangle \delta_{ij} + 2\mu \langle S_{ij} \rangle \quad (2.51)$$

$$\langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (2.52)$$

$$\rho \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \rho \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \langle T' u'_j \rangle}{\partial x_j} \quad (2.53)$$

La décomposition de Reynolds introduit des moments d'ordre supérieur. Il s'agit des contraintes de Reynolds qui caractérisent l'effet de la turbulence sur l'écoulement, et des corrélations température vitesse au niveau de la thermique de l'écoulement.

Bien qu'ils ne puissent fournir autant d'informations que la simulation numérique directe, les modèles RANS permettent de traiter des problèmes complexes.

2.2.2.1 L'hypothèse d'une viscosité turbulente

L'hypothèse la plus utilisée pour la fermeture des équations moyennées, est basée sur le concept de viscosité turbulente (Boussinesq, 1877) . Cette hypothèse consiste à exprimer le tenseur des contraintes de Reynolds par analogie avec le tenseur des contraintes visqueuses τ . On écrit ainsi :

$$-\langle u'_i u'_j \rangle = 2\nu_t \langle S_{ij} \rangle - \frac{2}{3} \langle \kappa \rangle \delta_{ij} \quad (2.54)$$

Il suffit alors d'introduire une modélisation pour la viscosité turbulente ν_t . Les modèles les plus répandus sont les modèles à deux équations dont le plus connu est le modèle $k-\varepsilon$ et toutes ses variantes en écoulement compressible, bas-Reynolds, renormalisé, combustion.

2.2.2.2 Le modèle $k-\varepsilon$ standard

C'est sans aucun doute le plus répandu et le plus utilisé des modèles [47]. Il est classé [16] dans la catégorie des modèles linéaires. Ce modèle utilise aussi l'hypothèse de viscosité turbulente. Une des premières formulations de ce modèle est due à Launder et Spalding [47]. En observant que la viscosité turbulente peut (une fois de plus par analogie au mouvement moléculaire) être écrite comme $\nu_t \sim u \times l$. L'échelle de vitesse u est approximée à partir de l'énergie cinétique turbulente $u \sim \sqrt{\langle k \rangle}$ et l'échelle de longueur à partir du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. En considérant que pour une turbulence homogène isotrope, la dissipation s'exprime directement à partir de l'échelle intégrale L par :

$$\varepsilon = \frac{u'^3}{L} \quad (2.55)$$

La viscosité turbulente s'exprime finalement comme :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.56)$$

Il est alors nécessaire de résoudre les équations de transport pour κ et ε pour déterminer la viscosité turbulente en chaque point du maillage.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \rho k}{\partial x_j} \right] + P_k + G_k - \rho \varepsilon \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (P_k + G_k) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.58)$$

Le terme de production d'énergie cinétique turbulente

$$P_k = -\rho \langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.59)$$

La production due à la gravité

$$G_k = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.60)$$

Le coefficient d'expansion thermique

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.61)$$

Le modèle possède cinq constantes qui ont été déterminées dans des configurations de références.

$C_\mu = 0.09$ à partir d'une loi logarithmique

$C_{\varepsilon 1} = 1.44$ à partir du cisaillement uniforme

$C_{\varepsilon 2} = 1.92$ à partir d'une décroissance de turbulence isotrope

$\sigma_k = 1.0$ comparaison avec l'expérience de jet-sillage

$\sigma_\varepsilon = 1.3$ comparaison avec l'expérience de jet-sillage

Le modèle $k - \varepsilon$ permet une prédiction de plusieurs écoulements. Ses principales faiblesses proviennent de l'hypothèse de viscosité turbulente, par exemple dans les écoulements qui subissent une rotation rapide ou dans toute zone de point d'arrêt en amont d'un obstacle. En effet, l'hypothèse de viscosité turbulente devient fausse car les directions principales du tenseur de Reynolds n'ont pas le temps de s'aligner avec les directions principales du tenseur des taux de déformation $\underline{\underline{S}}$.

2.2.3 Large Eddy Simulation (LES)

Addad et al., 2009 [1] ont montré que les méthodes RANS et URANS ne sont pas adaptées aux problèmes de fatigue dans un té de mélange¹¹. Une alternative entre la DNS qui demande des moyens de calcul importants et les méthodes RANS, est la simulation des grandes échelles ou LES (Large Eddy Simulation). Cette méthode se situe en effet entre les deux premières. Considérant que la turbulence des petites structures est isotrope et universelle, elle peut être modélisée plus facilement que les grandes

¹¹. Les résultats obtenus pour la vitesse et la température moyenne sont de mauvaises qualité

structures plus aléatoires et fortement anisotropes. Il s'agit de filtrer les équations de conservation (voir Sagaut [105]) pour calculer les grandes structures porteuses d'énergie et modéliser les petites structures. Cette méthode (moyennant des maillages suffisamment fins) permet de simuler des écoulements instationnaires à haut nombre de Reynolds, chose non envisageable avec une DNS.

Comme nous venons de le noter, dans l'hypothèse que la turbulence à petite échelle est isotrope et donc plus simple à modéliser, seul les grandes structures sont simulées et les petites modélisées. Cette séparation d'échelle nécessite donc un filtre spatial. Ce filtre peut être appliqué explicitement ou implicitement à travers la discrétisation des équations de conservation. Dans la suite de ce chapitre on nommera les grandes structures par *échelles résolues* et les petites structures *échelles de sous-maille*.

2.3 La simulation des grandes échelles

2.3.1 Notion de filtrage spatial

De manière très simplifier, on peut dire que pour résoudre les équations de conservation, on considère un filtre spatial de longueur de coupure Δ . Cela correspond dans l'espace de Fourier à une fréquence de coupure $k_c = \pi/\Delta$ figure 2.3. Cette fréquence de coupure doit se trouver dans la zone inertielle dans laquelle s'effectue le transfert d'énergie et elle est unique pour un maillage uniforme. Le choix de cette fréquence doit aussi être fait en adéquation avec ce que suggère le spectre d'énergie en turbulence homogène isotrope, à savoir qu'à partir d'un certain nombre de Reynolds, il y a une séparation entre grandes et petites structures.

Le filtrage LES peut se faire de deux manières illustrées par Pope [89] :

- **Implicitement**¹² par les schémas numériques utilisés, on parle souvent de *LES numérique*
- **Explicitement** par un opérateur de filtrage passe-bas, on parle de *LES physique*.

En LES, la principale problématique est la définition de la taille du filtre, car celle-ci influence directement la modélisation de sous-maille. Elle définit

12. C'est cette approche que nous utiliserons pour notre étude. La taille du filtre Δ est définie par le maillage et les échelles de taille inférieur à Δ sont modélisées.

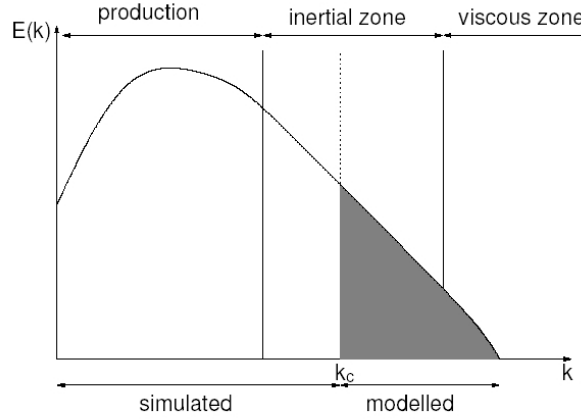


FIGURE 2.3 – Cascade d'énergie cinétique turbulente dans le cadre de la LES.

physiquement la fréquence de coupure entre échelles résolues et échelles de sous-mailles. L'hypothèse habituellement faite est que cette taille de filtre doit être proportionnelle à la longueur de mélange qui représente la longueur caractéristique des échelles résolues ($\Delta = 2h$ avec h la longueur caractéristique des grandes structures).

Soit une variable f , la valeur filtrée de la variable f est définie comme suit :

$$\bar{f} = \int_{\Omega} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) f(\mathbf{x}', t) d^3\mathbf{x}' \quad (2.62)$$

Ω est le domaine sur lequel la variable est filtrée, Δ la taille du filtre et $G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x}))$ la fonction filtre. \mathbf{x} et \mathbf{x}' sont deux points voisins du domaine Ω .

2.3.1.1 Quelques filtres

Nous présentons ici quelques filtres habituellement utilisés. Le filtre doit vérifier quelques propriétés fondamentales :

- l'invariance des champs uniformes par filtrage, soit si f est une constante $\bar{f} = f$, d'où $\int_{\Omega} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' d\Omega = 1$
- la linéarité
- la symétrie : $G(-x') = G(x')$

On distingue trois types de filtres résumés dans le tableau 2.2.

Filtre	Espace physique : $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$	Espace spectral : $G(\mathbf{k})$
Filtre Gaussien	$\left(\frac{6}{\pi\Delta^2}\right) \exp\left(-\frac{6\ \mathbf{x}-\mathbf{x}'\ ^2}{\Delta^2}\right)$	$\exp\left(-\frac{\Delta^2 \mathbf{k} ^2}{24}\right)$
Filtre porte	$1/\Delta$ si $ x_i - x'_i < \frac{1}{2}\Delta$ 0 sinon	$\prod_{i=1}^3 \frac{\sin(\frac{1}{2}\Delta k_i)}{\frac{1}{2}\Delta k_i}$
Filtre-porte spectral	$\prod_{i=1}^3 \frac{\sin(k_\Delta(x_i - x'_i))}{\Pi(x_i - x'_i)}$ avec $k_\Delta = \frac{\pi}{\Delta}$	$\frac{1}{k_\Delta}$ si $ k_i < k_\Delta$ 0 sinon

TABLE 2.2 – Quelques filtres

Comme dans le cas de la méthode RANS, où la décomposition de Reynolds introduit le tenseur des contraintes turbulentes qu'il faut modéliser, la décomposition en LES de tous les champs en une partie résolue et une partie de fluctuations de sous-maillages introduit plusieurs tenseurs dans les équations de Navier-Stokes.

- $L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ le tenseur de Leonard qui peut directement être calculé à partir du champ filtré.
- $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ le tenseur de Reynolds de sous-maille
- $C_{ij} = \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_j \bar{u}_i}$ le tenseur croisé

Les tenseurs C_{ij} et R_{ij} représentent tous le transfert d'énergie des grandes vers les petites structures (transfert direct), ainsi que le transfert inverse appelé *backscatter*.

Bien que la LES "physique" soit la méthode théoriquement la plus précise, son application sur des maillages anisotropes et irréguliers nécessite des opérateurs de filtrage complexes dont certains sont présentés par Sagaut [105]. Un filtre variant en espace et qui prend en compte les irrégularités du maillage mais qui engendre des erreurs de commutation d'ordre deux est proposé par Ghosal [25]. Ces erreurs de commutation sont semblables à celles engendrées par les schémas numériques, qui interviennent en LES "numérique". C'est pour cette raison et par souci d'économie que nous utiliserons un filtrage implicite.

En pratique, la taille du filtre est proportionnelle à la taille des cellules du maillage. Cette approche bien que légitime, puisqu'on raffine généralement les zones d'intérêt, (comme la zone de mélange dans un écoulement de *T-Junction*) présente deux problèmes : une variation rapide de la taille des cellules due à un raffinement peut produire des résultats non physiques (commutation ou erreur d'échantillonnage : *aliasing error*) Vanella et al., (2008).

Le théorème de Shannon [39] montre qu'un maillage de taille h ne peut pas capter un signal de fréquence supérieure à π/h . Une structure résolue est ainsi décrite par au minimum deux mailles, d'où le choix classique de la largeur du filtre $\Delta = 2h$.

2.3.1.2 Notion de viscosité de sous-maille

La notion de viscosité turbulente en LES est assez différente de celle utilisée pour les méthodes RANS. En effet, contrairement aux méthodes RANS où tout le spectre fréquentiel est modélisé par une viscosité turbulente, en LES cette viscosité turbulente n'est utilisée que pour les échelles de sous-mailles. Cette notion, dans ce cas détermine la dissipation et les transferts d'énergie entre petites et grandes échelles.

On utilise généralement l'hypothèse de Boussinesq (1877)

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3}k = -2\nu_t^{sgs}\bar{S}_{ij} \quad (2.63)$$

Il s'agit alors de modéliser la viscosité turbulente de sous-maille ν_t^{sgs} .

2.3.2 Modélisation de sous-mailles

2.3.2.1 Modèle de Smagorinsky

Les modèles de sous-maille les plus populaires sont basés sur l'hypothèse de viscosité turbulente. L'un des modèles les plus utilisés pour sa simplicité est celui de Smagorinsky [103]. Il a été introduit par le météorologiste qui porte ce nom dans le but d'effectuer des simulations numériques de la circulation générale atmosphérique. La viscosité de sous maille est donnée par :

$$\nu_t^{sgs} = (2C_s\Delta)^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (2.64)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.65)$$

Pour ce modèle, la viscosité de sous-maille est strictement positive. Ce qui interdit tout transfert d'énergie local des petites vers les grandes structures. De plus, bien qu'il soit parfois suffisant dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope, et qu'il fait encore office de base pour la création

d'autres modèles, il est connu pour son caractère très dissipatif et particulièrement près des parois [32] puisqu'il prédit de la viscosité turbulente tant qu'il existe du taux de déformation. Il est aussi connu pour son incapacité à simuler les zones de transition comme dans une couche limite en générant de la viscosité même dans les écoulements laminaires et l'hypothèse de turbulence isotrope n'est pas toujours vérifiée pour les plus grandes structures non résolues. C_s désigne la "constante" de Smagorinsky qui n'est pas en réalité une constante, mais dépend du filtrage et du type d'écoulement étudié. On trouve une approximation de cette constante dans [61].

$$C_s = 0.128 \left(1 + \frac{24.5}{Re_{sm}} \right)^{-1} \quad (2.66)$$

où Re_{sm} est le nombre de Reynolds de sous-maille basé sur la taille du filtre Δ . En monphasique la constante C_s varie entre 0.065 [65] et 0.25 [38]. Dans *Code_Saturne* (voir chapitre 5) on utilise $C_s = 0.065$. Au voisinage d'une paroi solide, la contrainte de cisaillement varie comme y^3 alors que le modèle de Smagorinsky prédit une variation $\tau_{xy} \sim y^2$. Ainsi pour prendre en compte les parois on introduit la fonction d'amortissement de Van Driest [118].

$$\nu_t^{sgs} \implies \nu_t^{sgs} f_{vd} \quad (2.67)$$

$$f_{vd} = \left(1 - e^{y^+/26} \right)^2 \quad (2.68)$$

où y^+ est la distance à la paroi non dimensionnelle.

2.3.2.2 Modèle dynamique

Un modèle qui donne des meilleurs résultats que le modèle de Smagorinsky est celui de Smagorinsky dynamique [32]. Dans ce modèle, la constante de Smagorinsky est calculée pour chaque cellule pendant la simulation. Cela permet l'amélioration des résultats près des parois en particulier. Ce modèle consiste à appliquer deux filtres de tailles différentes, l'un implicite et l'autre explicite (filtre test) avec une longueur de filtre plus grande. On note dans la suite, $(\bar{\cdot})$ le filtre implicite et par $(\hat{\cdot})$ le filtre explicite. La constante de Smagorinsky est déterminée comme :

$$C_s = -\frac{1}{2} \frac{G_{ij} M_{ij}}{M_{kl} M_{kl}} \quad (2.69)$$

$$G_{ij} = \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j} \quad (2.70)$$

$$M_{ij} = 4\Delta^2 \left(\alpha^2 |\widehat{S_{ij}}| \widehat{S_{ij}} - |\widehat{S_{ij}}| \widehat{S_{ij}} \right) \quad (2.71)$$

$\alpha = \frac{\widehat{\Delta}}{\Delta}$ représente le rapport entre la longueur du filtre explicite et le filtre implicite, se rapport est souvent égal à 2 (Mahesh et al. 2004).

Pour démontrer l'expression définissant le calcul de la constante de Smagorinsky dans le modèle dynamique, en gardant les notations $(\overline{})$ et $(\widehat{})$ respectivement pour le filtre implicite et le filtre explicite, on considère le tenseur de sous-maille T_{ij} pour le filtre implicite défini par :

$$T_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (2.72)$$

Le tenseur T_{ij}^* pour le second filtre :

$$T_{ij}^* = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u_i}} \widehat{\overline{u_j}} \quad (2.73)$$

On pose l'identité de Germano :

$$G_{ij} \equiv T_{ij}^* - \widehat{T_{ij}} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u_i}} \widehat{\overline{u_j}} \quad (2.74)$$

Ce tenseur peut être évalué à l'aide des valeurs \overline{u} du filtre implicite. On modélise les tenseurs T_{ij} et T_{ij}^* à l'aide de l'hypothèse de Boussinesq (modèle de Smagorinsky).

$$T_{ij} = \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} - 2C \Delta^2 |\overline{S_{ij}}| \overline{S_{ij}} \quad (2.75)$$

$$T_{ij}^* = \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk}^* - 2C \widehat{\Delta}^2 |\widehat{\overline{S_{ij}}}| \widehat{\overline{S_{ij}}} \quad (2.76)$$

on introduit ces modélisations dans l'expression de Germano :

$$G_{ij} = \frac{1}{3} \delta_{ij} (T_{kk}^* - T_{kk}) - 2C \left[\widehat{\Delta}^2 |\widehat{\overline{S_{ij}}}| \widehat{\overline{S_{ij}}} - \Delta^2 |\overline{S_{ij}}| \overline{S_{ij}} \right] \quad (2.77)$$

en contractant cette expression par $\overline{S_{ij}}$ on obtient :

$$G_{ij} \overline{S_{ij}} = \frac{1}{3} (T_{kk}^* - T_{kk}) \underbrace{\delta_{ij} \overline{S_{ij}}}_{\overline{S_{ii}}} - 2C \left[\widehat{\Delta}^2 |\widehat{\overline{S_{ij}}}| \widehat{\overline{S_{ij}}} - \Delta^2 |\overline{S_{ij}}| \overline{S_{ij}} \right] \overline{S_{ij}} \quad (2.78)$$

et en utilisant l'incompressibilité du fluide $\delta_{ij} \overline{S_{ij}} = \overline{S_{ii}} = 0$ on a :

$$C = -\frac{1}{2} \frac{G_{ij} \overline{S_{ij}}}{\left[\widehat{\Delta}^2 |\widehat{\overline{S_{ij}}}| \widehat{\overline{S_{ij}}} - \Delta^2 |\overline{S_{ij}}| \overline{S_{ij}} \right] \overline{S_{ij}}} \quad (2.79)$$

2.3.2.3 Modèle WALE

Le modèle WALE (Wall Adapting Local Eddy viscosity) a été développé par Nicoud et Ducros [76] afin de résoudre deux défauts du modèle de Smagorinsky, que sont le comportement de la viscosité turbulente à la paroi, et la transition laminaire/turbulent. La viscosité turbulente est définie par :

$$\nu_t^{sgs} = (2\Delta C_w)^2 \frac{(\overline{S_{ij}^{s1}} \overline{S_{ij}^{s1}})^{\frac{3}{2}}}{(\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{\frac{5}{2}} + (\overline{S_{ij}^{s1}} \overline{S_{ij}^{s1}})^{\frac{5}{4}}} \quad (2.80)$$

$$\overline{S_{ij}^{s1}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k} \quad (2.81)$$

D'après ses auteurs, la constante C_w varie moins que C_s . Le tenseur $\overline{S_{ij}^{s1}}$ est la partie déviatrice des taux de déformation résolus.

Ce modèle, de part sa construction, impose une viscosité turbulente nulle dans un écoulement laminaire ce qui permet d'améliorer la transition laminaire/turbulent. Moyennant un maillage suffisant, il permet aussi de retrouver au voisinage de la paroi, une évolution de la viscosité turbulente en y^3 . En effet, en utilisant un développement limité des composantes de vitesse au voisinage de la paroi, le terme $\frac{(\overline{S_{ij}^{s1}} \overline{S_{ij}^{s1}})^{\frac{3}{2}}}{(\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{\frac{5}{2}} + (\overline{S_{ij}^{s1}} \overline{S_{ij}^{s1}})^{\frac{5}{4}}} \sim y^3$.

2.3.3 Lois de parois

Loi de paroi pour la vitesse Les différents modèles de sous-mailles dans la section 2.3 doivent correctement définir l'évolution de la vitesse proche de la paroi. Cela n'est pas souvent le cas, et principalement avec le modèle de Smagorinsky qui ne parvient pas à capter les zones de transition dans la couche limite.

Pour palier à ce problème, on utilise des lois de paroi. Ce sont des lois universelles qui définissent l'évolution de la vitesse très proche de la paroi. On commence pour cela à définir des grandeurs caractéristiques de la couche limite.

- $\tau_p = \mu \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0}$ contrainte pariétale
- $u^* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$ vitesse de frottement

- $y^+ = \frac{yu^*}{\nu}$ distance à la paroi adimensionnelle
- $u^+ = \frac{\bar{u}}{u^*}$ vitesse adimensionnelle

Les expériences montrent que la couche limite sur une surface parfaitement lisse peut être subdivisée en trois parties comme le montre la figure 2.4.

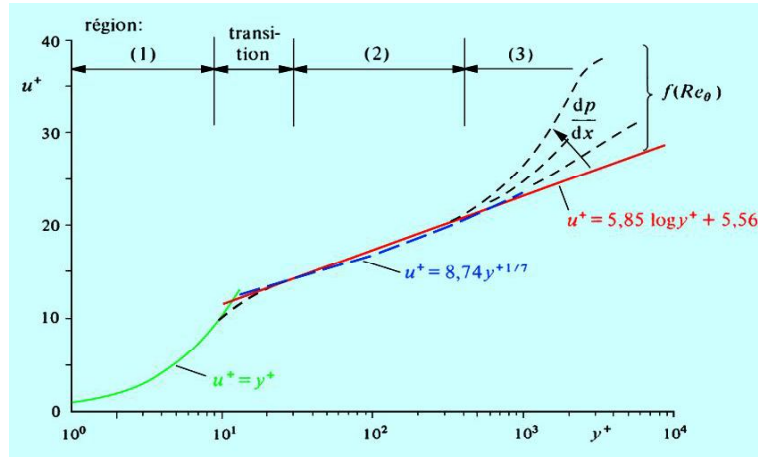


FIGURE 2.4 – Distribution de vitesse proche de la paroi [96]

La zone (1) représente la sous-couche visqueuse. Cette zone est caractérisée par l'effet des contraintes de cisaillement laminaires. Le profil de vitesse est ainsi linéaire.

$$u^+ = y^+ \quad (2.82)$$

Valable seulement pour :

$$y^+ < 10$$

La zone (2) correspond à une distribution logarithmique

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C_1 \quad (2.83)$$

L'expérience montre que cette expression est valable pour une distance à la paroi définie par :

$$30 < y^+ < 500$$

$\kappa = 0.41$ est la constante de Karman et $C_1 = 5.2$.

La zone (3) correspond à environ 85 à 95 pourcent de l'épaisseur de la couche limite. La distribution de vitesse est aussi conditionnée par le gradient de pression. On définit ici la vitesse déficitaire

$$U_d = g \left(\frac{y}{\delta_\infty}; \frac{dp}{dx} \right) \quad (2.84)$$

La loi de Reichardt (1951) est une loi continue et valable pour toute la plage de y^+ .

$$u^+ = 2.44 \cdot \ln(1 + 0.4y^+) + 7.8 \left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \left(\frac{y^+}{11}\right) \exp\left(-\frac{y^+}{3}\right) \right) \quad (2.85)$$

La plage de y^+ située dans la zone de transition et la zone (2) est souvent approximée par un profil en puissance de Werner et Wengle [124].

$$u^+ = 8.74 (y^+)^{\frac{1}{7}} \quad (2.86)$$

Loi de paroi pour la température En 1981 Kader [40] propose une corrélation pour la détermination du profil de température à la paroi. Cette corrélation a été améliorée par Vieser en 2002 [116], l'équation 2.87 montre cette corrélation.

$$T^+ = Pr y^+ e^{-L} + (2.12 \ln(1 + y^+) + \beta) e^{-1/L} \quad (2.87)$$

$$\text{Avec } L = \frac{0.01(Pr y^+)^4}{1 + 5Pr^3 y^+} \text{ et } \beta = (3.85Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(Pr).$$

Dans notre étude, la loi de paroi utilisée pour la température est une loi à trois couches [6]. La température au centre de la cellule de paroi est donnée par :

$$\begin{cases} T^+ = Pr y^+ & y^+ < y_1^+ \\ T^+ = a_2 - \frac{Pr_t}{2a_1 y_1^{+2}} & y_1^+ \leq y^+ < y_2^+ \\ T^+ = \frac{Pr_t}{\kappa} \ln(y^+) + a_3 & y_2^+ \leq y^+ \end{cases} \quad (2.88)$$

avec $y_1^+ = (1000/Pr)^{1/3}$, $y_2^+ = \sqrt{(1000\kappa/Pr_t)}$, $a_1 = \frac{Pr_t}{1000}$, $a_2 = 15Pr^{\frac{2}{3}}$ et $a_3 = 15Pr^{\frac{2}{3}} - \frac{Pr_t}{2\kappa} \left(1 + \ln\left(\frac{1000\kappa}{Pr_t}\right) \right)$. Pr et $Pr_t = 1$ sont respectivement le nombre de Prandtl moléculaire et le nombre de Prandtl turbulent. $\kappa = 0.42$ est la constante de Von Karman.

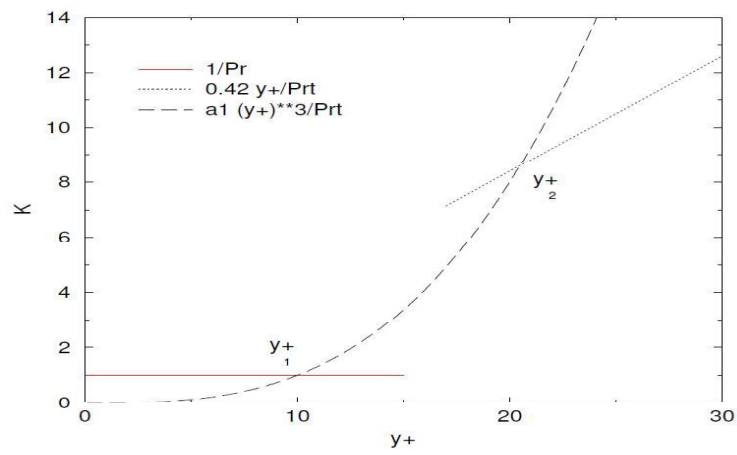


FIGURE 2.5 – Distribution de la température proche de la paroi, montrant la structure en trois couches du profil de température [6].

Deuxième partie

Modélisation

Partie II : Modélisation

Résumé : Dans cette partie on introduit les différents modèles géométriques (chapitre 3) et mathématiques (chapitre 4) que nous allons étudier. Les différents maillages (chapitre 4) sont détaillés. Finalement, une présentation succincte des codes de calcul utilisés pour les différentes simulations numériques est donnée.

CHAPITRE 3

Géométrie des configurations

Contents

3.1	Té de mélange en Plexiglas avec coude droit : Vattenfall R&D	62
3.1.1	Plans de mesures pour validation CFD et conditions aux limites	62
3.2	Té de mélange en inox 304L avec coude arrondi : configuration MOTHER	66
3.2.1	Maquettes de té existantes avant le projet MOTHER .	66
3.2.2	L’essai MOTHER	67

Le tableau 3.1 donne les principales caractéristiques des différentes configurations expérimentales utilisées.

	Diamètres (cm)		Reynolds	T (°C)		Paroi	Mesures
Vattenfall R&D	D_{froid}	D_{chaud}	96 000	Benchmark CFD4NRS-3	Version 2006	Plexiglas (bords droits)	Vitesse Température dans le fluide
	14	10		$T_{froid} = 19$ $T_{chaud} = 36$	$T_{froid} = 15$ $T_{chaud} = 30$		
MOTHER	$D_c = D_h = 5,4$		38 000	T_{froid}	T_{chaud}	Inox 304L (bords arrondis)	Vitesse Température (fluide et solide) coefficient d’échange
				15	30		

TABLE 3.1 – Caractéristiques des configurations expérimentales étudiées.

3.1 Té de mélange en Plexiglas avec coude droit : Vattenfall R&D

Vattenfall a réalisé une maquette de té de mélange à angle droit. La figure 3.1 montre un essai avec un colorant injecté dans la branche chaude [123].

Les profils de vitesse sont mesurés par les méthodes LDV (Laser Doppler Velocimetry) et PIV (Particle Induced Velocimetry) et le processus de mélange par LIV (Laser Induced Velocimetry).

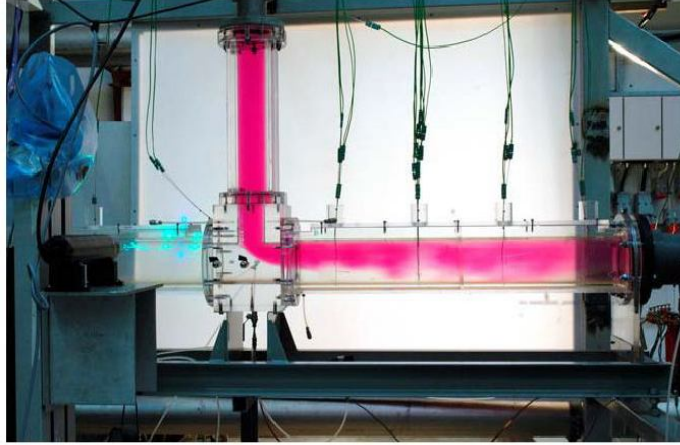


FIGURE 3.1 – Essai Vattenfall, maquette en plexiglas. Le colorant rouge indique l'évolution du scalaire passif [123].

Le dispositif expérimental est constitué d'une branche principale dans laquelle s'écoule le fluide froid et d'une branche secondaire dans laquelle s'écoule le fluide chaud. Les diamètres des entrées du fluide chaud et froid sont respectivement D_1 et D_2 avec pour débit respectif Q_1 et Q_2 avec un rapport de $Q_2/Q_1 = 3/2$. Les parois du tube sont en Plexiglas (les conditions aux limites sont adiabatiques). L'origine du repère est située au centre de la zone de mélange comme illustré à la figure 3.2. Les mesures de vitesse sont effectuées sur chacune des entrées et aux positions suivantes, sur l'axe principal (axe x) : $1.6D_2$, $2.6D_2$, $3.6D_2$, $4.6D_2$ et $6.6D_2$.

3.1.1 Plans de mesures pour validation CFD et conditions aux limites

Les différentes courbes et plans de mesure (figure 3.3) où seront analysés les résultats numériques sont :

- xcl : mesure effectuée parallèlement à l'axe principal froid
- zcl : mesure effectuée parallèlement à l'axe secondaire chaud
- ycl : mesure effectuée sur la perpendiculaire au plan de symétrie du Té

Les plans de mesure pour les conditions aux limites sont quant à eux nommés comme suit :

1. InCo : Entrée froide $x = -3D_2$

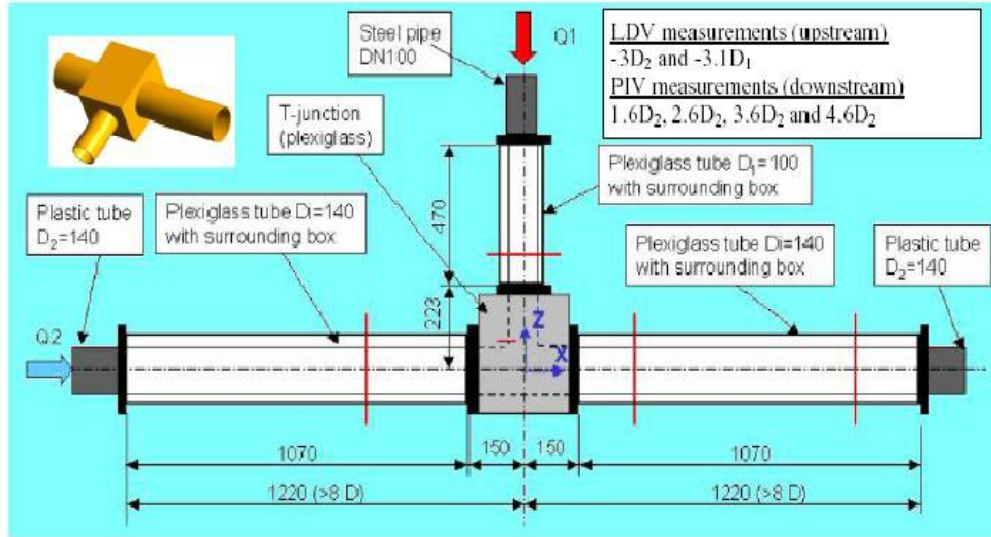


FIGURE 3.2 – Schématisation du Té avec surface en Plexiglas utilisé dans l'expérience de Vattenfall [123].

2. InHo : Entrée chaude $z = 3.1D_1$

Les débits volumiques pour les entrées froide ($19\text{ }^{\circ}\text{C}$) et chaude ($36\text{ }^{\circ}\text{C}$) sont respectivement 9 l/s et 6 l/s . Les vitesses moyennes sont de l'ordre de 0.585 m/s et 0.78 m/s respectivement pour l'entrée froide et chaude. L'évolution de la température est mesurée par des thermocouples Fig 3.4.

3.1.1.1 Entrée froide

Les résultats obtenus avec les mesures PIV pour l'entrée froide sont donnés sur la figure 3.5. La vitesse moyenne sur l'axe x est adimensionnée par la vitesse moyenne à l'entrée U_b et les fluctuations de vitesse par la vitesse moyenne au centre U_{cl} . Les mesures expérimentales [98] donnent $U_b = 0.77\text{ m/s}$ et $U_{cl} \approx 1.17U_b$. Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne est de 98000 . Ces mesures montrent une bonne corrélation entre les profils de vitesse sur les courbes z_{cl} et y_{cl} comme attendue par la symétrie de l'écoulement.

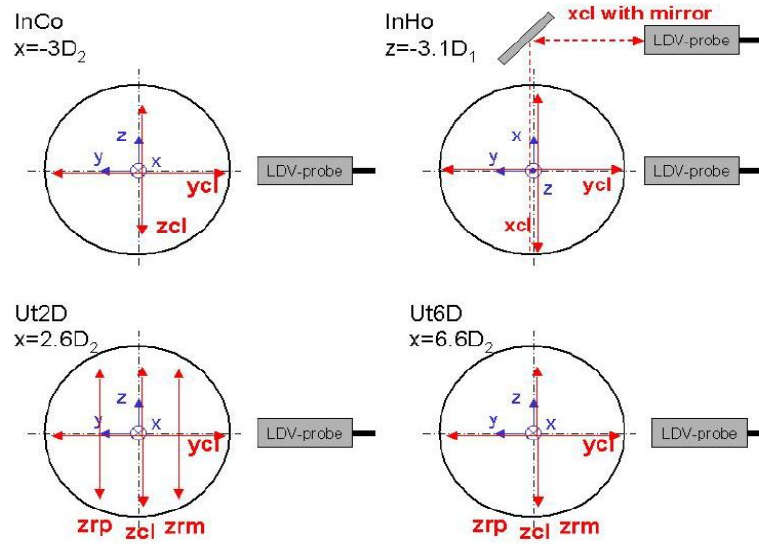


FIGURE 3.3 – Plans de mesure pour validation CFD. InCo : entrée chaude, InHo : entrée froide, Ut2D : $X = 2.6D_2$ et Ut6D : $X = 6.6D_2$ [123].

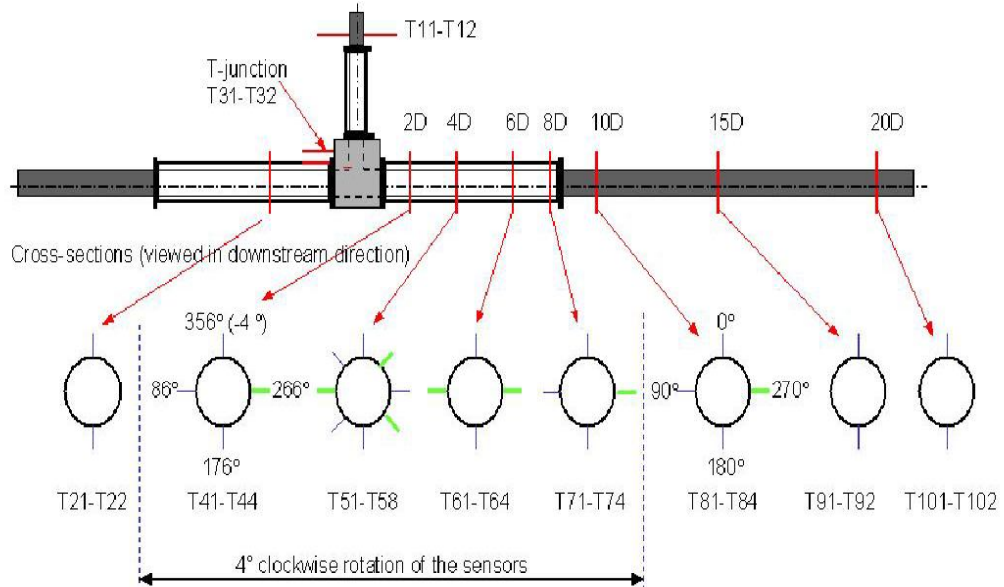


FIGURE 3.4 – Localisation des thermocouples dans la branche principale : la couleur verte indique les thermocouples [123].

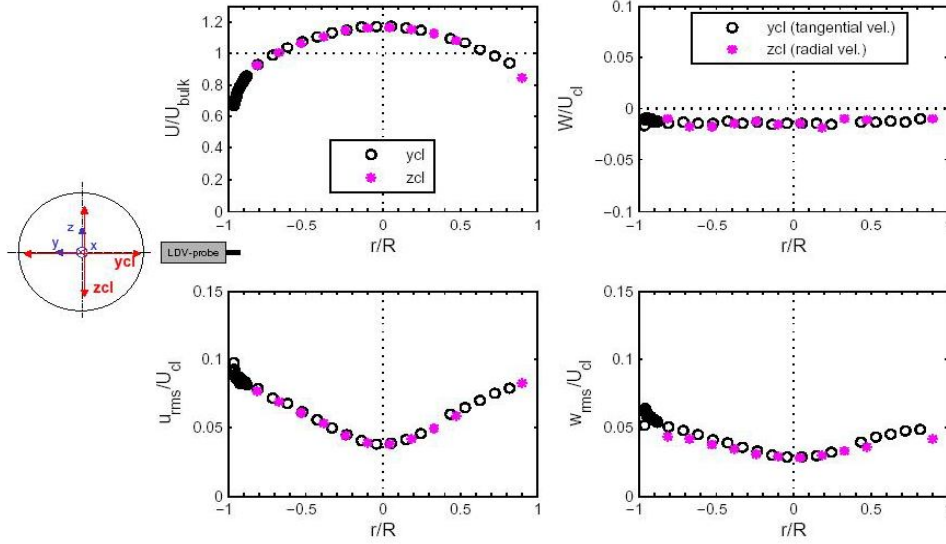


FIGURE 3.5 – Profils de vitesse et rms sur l'entrée froide ($X = -3D_2$) [123]

3.1.1.2 Entrée chaude

En ce qui concerne l'entrée chaude, les mesures [98] ont conduit à $U_{cl} \approx 1.1U_b \approx 0.86m/s$. La figure 3.6 montre les profils de vitesse moyennes et rms (root mean square) correspondants. On a une bonne similitude avec l'entrée froide.

$r = R_c - \sqrt{y^2 + z^2}$ ou $r = R_h - \sqrt{y^2 + x^2}$ respectivement pour l'entrée froide et l'entrée chaude. $R_c = 0.07m$ et $R_h = 0.05m$ sont respectivement les rayons de l'entrée froide et l'entrée chaude.

Une limitation de ce dispositif expérimental est l'utilisation d'une paroi en Plexiglas. En effet, le Plexiglas est un isolant et donc ce comporte comme une condition adiabatique pour la température sur la paroi. Les conditions adiabatiques ne sont pas représentatives de la réalité. Cette limitation a mené à la réalisation du projet MOTHER.

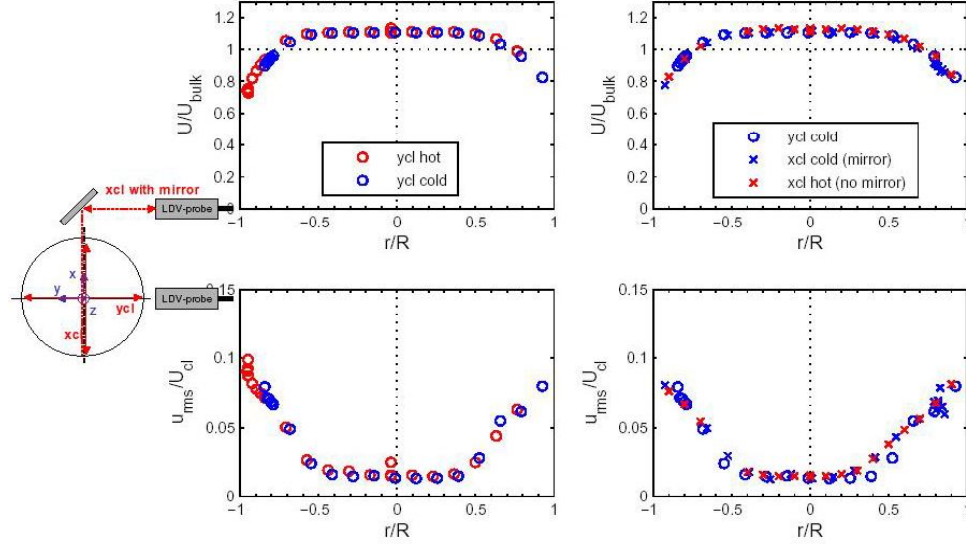


FIGURE 3.6 – Profils de vitesse et rms sur l'entrée chaude ($Z = -3.1D_1$)[123]

3.2 Té de mélange en inox 304L avec coude arrondi : configuration MOTHER

3.2.1 Maquettes de té existantes avant le projet MOTHER

Avant le commencement du projet MOTHER, il y a eu la réalisation des essais FATHER et FATHERINO. L'essai FATHER [104],[109] est un essai sous chargement à amplitude et fréquence variable à 8 MW. Il s'agit d'une maquette à l'échelle 1/2 d'un RRA (inox 304L). Cette expérience permet de considérer à la fois les sollicitations thermohydrauliques et thermomécaniques ainsi que la résistance du matériau à la fatigue [33],[97]. Tous les états de surface ainsi que des soudures sont présents. Deux essais sur maquette ont été faits :

- Les essais dits thermohydrauliques visant à mesurer le chargement thermique subi par la structure.
- Les essais dits d'endurance¹ visant à consolider les bénéfices attendus sur des améliorations des états de surface à reproduire une fissuration

1. Pour un matériau on parle de limite d'endurance : c'est la valeur en deçà de laquelle il n'y a pas d'endommagement par fatigue.

dans des conditions représentatives, et ainsi qualifier la résistance du matériau sous la sollicitation thermique des zones de mélange figure 3.7.

La mesure des fluctuations de température dans le fluide est faite avec des thermocouples et dans la paroi avec des fluxmètres. On y trouve aussi des capteurs de pression, capteur coeff et des débitmètres. Des tranquilisateurs permettent d'homogénéiser les fluides en amont de la maquette. L'écart de température est de 160 °C. La vitesse de mélange est 3.9 m/s et le rapport des vitesses en entrée chaude et froide est de 0.2.

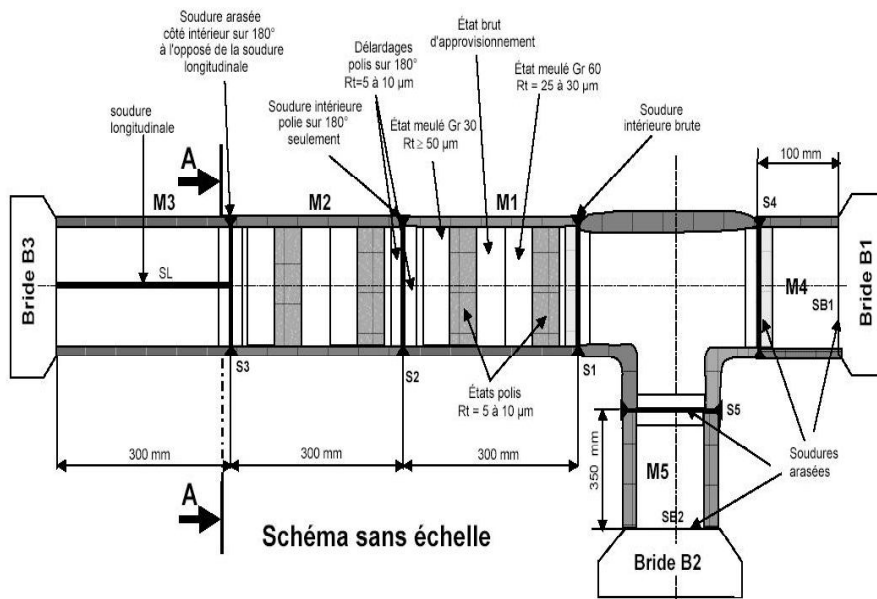


FIGURE 3.7 – Schéma de la maquette FATHER, [107]

L'essai FATHERINO est une expérience sur une maquette identique à celle de l'essai FATHER mais avec des conditions de fonctionnement différentes. Les températures des branches froides et chaudes sont respectivement 5 °C et 75 °C, la vitesse de mélange est 4 m/s, la puissance de 1.08 MW et la durée de l'essai de 30 mn. L'eau de la maquette est maintenue à la pression atmosphérique.

3.2.2 L'essai MOTHER

L'objectif du projet MOTHER est de fournir des mesures (vitesse, température et coefficient d'échange en régime turbulent dans la zone de

mélange). Ces mesures sont utilisées pour faire des comparaisons avec des simulations numériques. Il existe trois maquettes avec des matériaux différents (inox, laiton et inox+fenêtre en plexiglas). Les configurations comportent des bords droits et bords arrondis.

La configuration du té est similaire à celle de FATHERINO à la différence près que, dans ce cas on a des fenêtres en Plexiglas (voir la figure 3.8), ce qui permet non seulement de voir l'écoulement mais aussi d'obtenir les mesures de champs de vitesse. Les branches froides et chaudes avant la zone de mélange sont aussi rallongées pour permettre d'améliorer le développement de l'écoulement. Les branches ont le même diamètre ($2R = 0.054$ m) et la longueur des branches est de 1.35 m pour la branche froide et 0.53 m pour la branche chaude. La température de la branche froide est de 15 degrés C et celle de la branche chaude de 30 degrés C. La vitesse sur chaque entrée est de 0.35 m/s, ce qui correspond à un nombre de Reynolds environ de 38000.

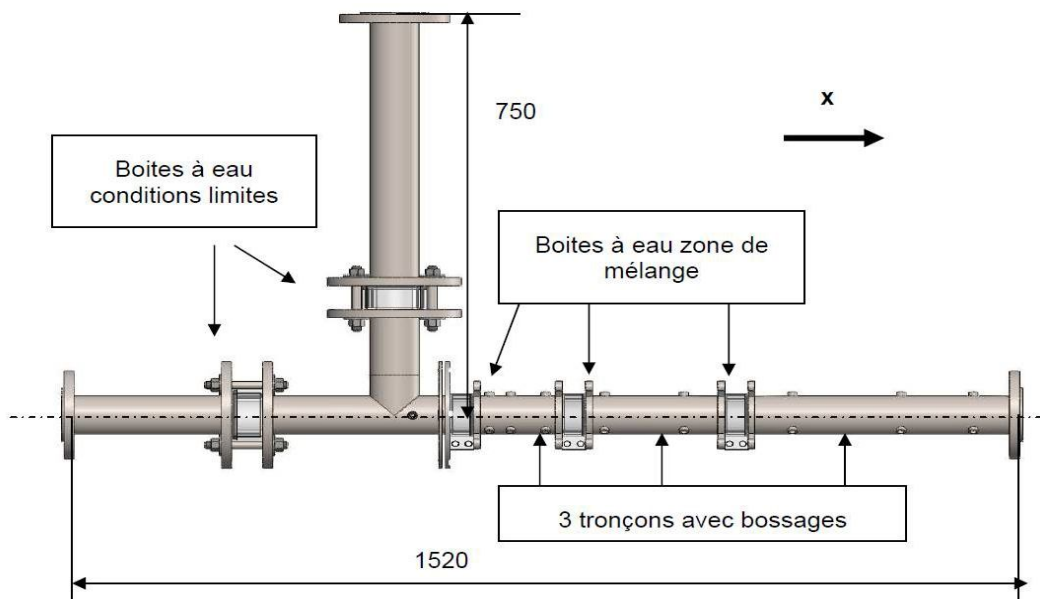


FIGURE 3.8 – Configuration de l'essai MOTHER avec fenêtre en Plexiglas

Modélisation mathématique et maillages

Contents

4.1	Equations de conservation dans le fluide	69
4.2	Équation de conservation dans le solide	70
4.3	Turbulence synthétique en entrée du domaine	71
4.3.1	Génération de la turbulence	71
4.3.2	Synthetic Eddy Method (SEM)	72
4.4	Propriétés physiques	75
4.4.1	Fluide	75
4.4.2	Solide	75
4.5	Maillages	75
4.5.1	Maillages avec angle droit et conditions adiabatiques .	76
4.5.2	Maillages avec angles arrondis et conditions adiabatiques	79
4.5.3	Maillages à bords arrondis et structure en inox 304L .	80

4.1 Equations de conservation dans le fluide

Dans le domaine fluide les équations de conservation sont celles de Navier-Stokes (équations filtrées par LES). Avec une différence de température de 15 degrés, la variation relative de densité ($\Delta\rho/\rho$) est faible. L'équation de conservation de la masse devient :

$$\frac{\partial \rho_f \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

L'équation de la quantité de mouvement est :

$$\frac{\partial (\rho_f \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_f \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_f + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.2)$$

La viscosité turbulente μ_t sera modélisée en utilisant les modèles de Smagorinsky [103], WALE [76] et Smagorinsky dynamique [32].

L'équation 4.3 représente l'équation de l'énergie dans la zone fluide. Le terme $\overline{T'u'_j}$ des flux thermiques de sous maille est modélisé en utilisant le modèle SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis).

$$\rho_f \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \rho_f \overline{u_j} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\lambda_f}{C_{pf}} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - \rho_f \overline{T'u'_j} \right) \quad (4.3)$$

Le terme $\rho \overline{T'u'_j}$ dans l'équation de l'énergie représente le flux de sous-maille modélisé ici par une hypothèse de diffusivité turbulente.

$$\rho \overline{T'u'_j} = - \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \quad (4.4)$$

La température est considérée comme un scalaire passif. La variation relative de température est faible, le fluide peut donc être considéré comme incompressible. L'effet de la gravité est étudié en déterminant le nombre de Froude.

$$Fr = \frac{1}{2} \frac{(\rho_c + \rho_h) u_m}{\sqrt{gD(\rho_h - \rho_c)(\rho_h + \rho_c)}} \quad (4.5)$$

Avec $u_m = (u_c + u_h)/2$ la vitesse moyenne entre les vitesses en entrée froide et chaude. La principale difficulté dans la définition du nombre de Froude avec cette géométrie est la définition de la longueur caractéristique D . On a choisi de définir le nombre de Froude en utilisant les diamètres des entrées ($D = (D_h + D_c)/2$).

4.2 Équation de conservation dans le solide

Dans le domaine solide l'évolution de la température est régie par une simple équation de diffusion :

$$\rho_s C_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (4.6)$$

C_{ps} , ρ_s et λ_s sont respectivement la capacité calorifique, la masse volumique et la diffusivité thermique du solide.

4.3 Turbulence synthétique en entrée du domaine

4.3.1 Génération de la turbulence

Contrairement à la méthode RANS où des conditions aux limites sont imposées avec des grandeurs moyennes, l'utilisation de la LES sur des configurations d'écoulements industriels nécessite la génération de conditions aux limites instationnaires. L'une des approches et la plus naturelle d'ailleurs, est d'effectuer une pré-simulation dans une géométrie amont à celle que l'on veut étudier et utiliser les solutions de sortie comme condition d'entrée de notre configuration d'écoulement. Cette technique a deux principaux inconvénients. Premièrement, elle est restreinte au simple cas où l'écoulement en entrée du domaine peut être vu comme une turbulence pleinement développée (Kaltenbavh et al., 1999) où la turbulence est spatialement développée au niveau de la couche limite (Lund et al., 1998). Cette restriction nuit donc à la généralité de la méthode. Finalement, elle nécessite d'importantes ressources de stockage de données.

Des recherches ont ainsi été effectuées dans le but de développer des méthodes de génération synthétique de la turbulence. Ces méthodes permettent de générer des écoulements turbulents en entrée en effectuant des superpositions statistiques. Les grandeurs statistiques disponibles sont typiquement des vitesses moyennes, énergie cinétique turbulent, le taux de dissipation de cette énergie et parfois les profils de contraintes de Reynolds.

Une méthode simple de génération de la turbulence est la superposition de fluctuations aléatoires à un profil de vitesse moyen. Le problème se trouve au niveau des données produites. Elles ne présentent aucune corrélation spatiale ou temporelle. L'énergie générée est uniformément répartie sur toutes les longueurs d'ondes (Jarrin et al. 2003).

Une méthode standard pour donner quelques corrélations spatiales et temporelles aux données produites, est de créer une série chronologique de fluctuations de vitesse en exécutant une transformée de Fourier inverse pour les densités spectrales (Lee et al. 1992 ou Kondo et al. 1997). Les amplitudes des modes sont calculées à partir du modèle spectral et leurs phases sont obtenues aléatoirement. L'information absente, au niveau des phases fait que ces méthodes sont moins précises que celles qui utilisent une simulation précurseur et une section transitoire en aval de l'entrée est nécessaire pour

rendre l'écoulement en entrée réaliste.

L'objectif principal des méthodes de génération de turbulence est ainsi de réduire cette section de transition pour pouvoir employer des domaines plus courts et par conséquent réduire le coût de la simulation. Même si ces méthodes ont été utilisées avec succès pour la simulation de la turbulence homogène et isotrope (Lee et al. 1992 ou Kondo et al. 1997), elles ont plusieurs inconvénients qui les rendent peu convenables pour les buts industriels. En effet, elles sont dérivées pour produire des signaux périodiques sur des maillages uniformes. La transformée de Fourier rapide (FFT) ne peut pas être appliquée sur un maillage non structuré car elle devient très coûteuse (et donc non appropriée). Une adaptation de ces méthodes spectrales capable d'aborder des configurations industrielles a été proposée par Smirnov et al. (2001) suivi de Batten et al., (2004). Ces auteurs utilisent différentes échelles de spectre sur quelques variables turbulentes à travers l'écoulement pour réduire le nombre de modes simulés donc le coût de calcul.

4.3.2 Synthetic Eddy Method (SEM)

Nous utilisons pour notre étude la méthode SEM (Synthetic Eddy Method) [37] pour générer des conditions d'écoulements turbulents en entrée. L'idée de cette méthode est de se concentrer directement sur les structures cohérentes au lieu de se mettre dans l'espace spectral. C'est une généralisation des travaux de Jarrin et al., (2003) qui utilise la création de vortex pour déclencher la turbulence en entrée du domaine de calcul. C'est une méthode facile à mettre en œuvre et qui se comporte bien avec n'importe quelle géométrie et configuration d'écoulement. Les données obtenues présentent de bonnes propriétés physiques comme les statistiques du premier et second ordre en un point, les échelles de temps et la forme de la fonction d'auto corrélation.

Cette méthode est basée sur la superposition de structures cohérentes. Les structures cohérentes sont définies par une fonction de forme. On se place dans un premier temps dans une configuration 1D. Le signal de vitesse est généré dans l'intervalle $[a, b]$. La fonction de forme turbulente est $f_\sigma(x)$ et est à support compact sur l'intervalle $[-\sigma, \sigma]$. Elle satisfait aussi la condition de normalisation.

$$\frac{1}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} f_\sigma^2(x) = 1 \quad (4.7)$$

Dans laquelle $\Delta = 2\sigma + b - a$. Chaque contribution turbulente a une position x_i dans l'espace physique et une longueur d'onde σ_i dans l'espace spectral. On considère que cette longueur d'onde est constante et égale à σ . Chaque contribution turbulente a un signe ε_i , la contribution de vitesse s'exprime ainsi comme :

$$u^{(i)}(x) = \varepsilon_i f_\sigma(x - x_i) \quad (4.8)$$

ε_i vaut aléatoirement -1 ou +1 et x_i dans l'intervalle $[a - \sigma, b + \sigma]$. Quant à la contribution de turbulence, elle est générée dans le domaine $[a, b]$. La vitesse au point x est la somme des contributions sur le domaine. Pour une génération contenant N points, la vitesse est donnée par :

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N u^{(i)}(x) \quad (4.9)$$

Ce signal ainsi défini, a une moyenne nulle, une variance unité et la fonction d'auto corrélation est :

$$R_{uu}(r) = \frac{1}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} f_\sigma(x) f_\sigma(x + r) dx \quad (4.10)$$

Le signal peut donc complètement être généré en imposant une fonction f_σ .

La généralisation de la méthode en 2D est assez simple. Le signal au point \mathbf{x} (vecteur à trois composantes) à l'instant t en entrée du domaine est :

$$u'_j(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ij} f_j(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (4.11)$$

Dans ce cas aussi, ε_{ij} prend aléatoirement les valeurs -1 ou +1. Si le tenseur des contraintes de Reynolds et la vitesse moyenne \bar{u}_i sont connus, à partir des données expérimentales ou d'un calcul DNS ou RANS, le signal est obtenu par superposition et on a finalement :

$$u_i = \langle u_i \rangle + a_{ij} u'_j \quad (4.12)$$

où a_{ij} est obtenu par la décomposition de Cholesky du tenseur de contrainte de Reynolds.

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ R_{21}/a_{11} & \sqrt{R_{22} - a_{11}^2} & 0 \\ R_{31}/a_{11} & \sqrt{R_{32} - a_{21}a_{31}/a_{22}} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

les dimensions du plan d'entrée sont $[0, L_z] \times [0, L_y]$, les positions de génération de la turbulence sont obtenues aléatoirement dans le domaine $[-\sigma_x, \sigma_x] \times [-\sigma_y, L_y + \sigma_y] \times [-\sigma_z, L_z + \sigma_z]$.

La vitesse est obtenue par superposition d'une partie moyenne et d'une partie fluctuante.

$$u_i = \langle u_i \rangle + a_{ij} u'_j \quad (4.14)$$

avec

$$u'_j(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ij} f_j(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (4.15)$$

ε_{ij} prend aléatoirement les valeurs -1 ou +1, f_j est une fonction de forme et N le nombre de structures. a_{ij} est obtenu par la décomposition de Cholesky du tenseur de contrainte de Reynolds.

Pour l'entrée froide :

$$R_{ij} = [\delta_{1i}\gamma + (\delta_{2i} + \delta_{3i})\sigma] F_{froid} \quad (4.16)$$

et pour l'entrée chaude :

$$R_{ij} = [(\delta_{1i} + \delta_{2i})\sigma + \delta_{3i}\sigma] F_{chaud} \quad (4.17)$$

où $F_{froid} = \beta u_{inlet} (1.1 - (r/R_c)^2)$ et $F_{chaud} = \beta u_{inlet} (1.1 - (r/R_h)^2)$.

Dans notre cas, le profil de vitesse moyen est obtenu à partir de la loi de Reichardt et le tenseur de Reynolds à l'aide d'une corrélation.

$$\langle u \rangle = u_* \left[2.44 \ln(1 + 0.4r^+) + 7.8 \left(1 - \exp\left(-\frac{r^+}{11}\right) - \left(\frac{r^+}{11}\right) \exp\left(-\frac{r^+}{3}\right) \right) \right] \quad (4.18)$$

Où $r^+ = \frac{ru_*}{\nu}$ est la distance adimensionnée à la paroi. La vitesse de frottement u_* est approximée par la loi en puissance ,

$$u_* = \left[\left(\frac{\beta u_{inlet}}{8.3} \right)^7 \frac{\nu}{R_c} \right]^{\frac{1}{8}} \quad (4.19)$$

Le coefficient β est obtenu par itération pour ajuster les débits et γ et σ sont calés pour ajuster le niveau des fluctuations. La vitesse u_{inlet} représente la vitesse entrée du domaine.

4.4 Propriétés physiques

On considère que la masse volumique, la chaleur spécifique, la diffusivité thermique et la viscosité dynamique dépendent de la température locale du fluide. On utilise ainsi les relations empiriques suivantes ¹ :

4.4.1 Fluide

$$C_p(T) = -1.0224 \cdot 10^{-4} T^3 + 2.9201 \cdot 10^{-2} T^2 - 1.822 T + 4209.9 \quad (4.20)$$

$$\mu(T) = -1.9296 \cdot 10^{-9} T^3 + 4.7256 \cdot 10^{-7} T^2 - 4.2088 \cdot 10^{-5} T + 1.6947 \cdot 10^{-3} \quad (4.21)$$

$$\frac{\lambda}{C_p}(T) = -3.0374 \cdot 10^{-13} T^3 - 2.1701 \cdot 10^{-9} T^2 + 4.7970 \cdot 10^{-7} T + 1.3538 \cdot 10^{-4} \quad (4.22)$$

$$\rho(T) = 1.4078 \cdot 10^{-5} T^3 - 5.5855 \cdot 10^{-3} T^2 - 2.8886 \cdot 10^{-3} T + 1000.4 \quad (4.23)$$

4.4.2 Solide

Les propriétés physiques de l'acier inox 304L : $\rho_s = 7821 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, $C_{ps} = 460 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\lambda_s = 16 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

4.5 Maillages

Dans cette section on montre les caractéristiques des différents maillages utilisés. On a deux configurations de té. L'une avec des bords droits et une paroi en plexiglas (conditions adiabatiques à la paroi), l'autre configuration est un té avec bords arrondis et une paroi en inox 304L (le transfert de chaleur est pris en compte entre le fluide et le solide). Pour la première configuration on a quatre types de maillages avec différents niveau de raffinement et pour la deuxième configuration, en plus du maillage du domaine fluide on a le maillage de la partie solide.

Les propriétés des maillages sont données dans le tableau 4.1. La résolution du maillage est analysée avec le nombre sans dimension Δ^+ défini par :

1. Ces relations ont été obtenues à partir de corrélation dans [19]

$$\Delta^+ = \frac{\Delta u_*}{\nu} \quad \text{avec} \quad \Delta = V^{1/3} \quad (4.24)$$

où V est le volume de la cellule.

	Zone	Cold	Hot	MZ	AMZ	
	Résolution	Δ^+	Δ^+	Δ^+	Δ^+	y^+
Vattenfall R&D	420 000	2300	2300	2000	2100	1 - 300
	3.2M ^a	100	100	90	95	1 - 30
	6M	164	164	142	150	1 - 100
	10M	100	100	90	92	1 - 100
Canal chauffé	8M	-	-	-	-	0.3
MOTHER	9M	72	72	32	54.7	1 - 9
	72M	38	38	16.4	32	1 - 5

TABLE 4.1 – Caractéristiques des maillages

La figure 4.9 montre les différentes zones. *Cold* : avant la zone de mélange dans la branche froide, *Hot* : avant la zone de mélange dans la branche chaude, *MZ* : dans la zone de mélange et *AMZ* : juste après la zone de mélange.

4.5.1 Maillages avec angle droit et conditions adiabatiques

Dans ce cas, on ne considère pas la partie solide et la condition à la limite est adiabatique. Pour notre étude de l'écoulement dans un té de mélange avec bord droit, pour la configuration de Vattenfall nous avons utilisé quatre types de maillage. Le premier est plus grossier que les autres et contient 420 000 cellules. Les deux suivants contiennent plus de cellules que le premier et ont une distribution de cellules plus régulière (6 et 10 millions de cellules). Le dernier est constitué d'une géométrie plus courte avec un niveau de raffinement relativement important. Une caractéristique importante de ce dernier maillage est aussi le raffinement de la région proche paroi (orthogonalement à la paroi) contrairement aux autres où le maillage

dans cette zone est homogène. Cet aspect est très important pour évaluer l'intérêt de ce type de raffinement proche de la paroi en LES.

Pour les trois premiers maillages, la discrétisation du domaine a été faite par un maillage de type non structuré comportant des cellules hexaédriques non orthogonales. Le « blocking » consiste en 9 blocs : 3 en amont de la zone de mélange, 3 en aval de cette zone de mélange, un bloc dans la zone de mélange et 2 blocs sur la branche secondaire où s'écoule le fluide chaud. Nous avons effectué un raffinement de toute la zone proche du mélange turbulent pour mieux y capter la physique. Pour éviter toute distorsion des cellules dans la zone de mélange, la génération du maillage a été faite en utilisant la totalité des blocs et les trois faces limitant le domaine. On utilise une topologie de type O, ce choix se justifie par le fait que les non orthogonalités sont repoussées loin des parois et la couche limite est bien maillée. Pour améliorer la qualité du maillage et particulièrement dans la zone de mélange, un lissage (smoothing) a été fait. Le maillage utilisé contient un raffinement qui décroît progressivement lorsqu'on s'éloigne de la zone de mélange.

Kuczaj & Komen, (2010) ont montré que pour cette configuration d'écoulement, un maillage avec des cellules ayant une taille de l'ordre de la microéchelle de Taylor donne des résultats convenables en LES. Ils ont ainsi montré en utilisant un développement limité du tenseur d'autocorrélation pour différentes valeurs de la distance r [122] que :

$$R_{uu}(r) = 1 - \frac{r^2}{\lambda^2} + \dots \quad (4.25)$$

4.5.1.1 Maillage grossier

Le maillage grossier contient 421396 cellules (voir la figure 4.1). On peut voir le raffinement de la zone de mélange et aussi le grossissement progressif de ces cellules en aval de cette zone.

4.5.1.2 Maillage 6M

Ce maillage contient 6 millions de cellules et leur taille varie entre 1 mm et 2.8 mm. On peut voir le raffinement de la zone de mélange et aussi le grossissement progressif des cellules en aval de cette zone (voir la figure 4.2).

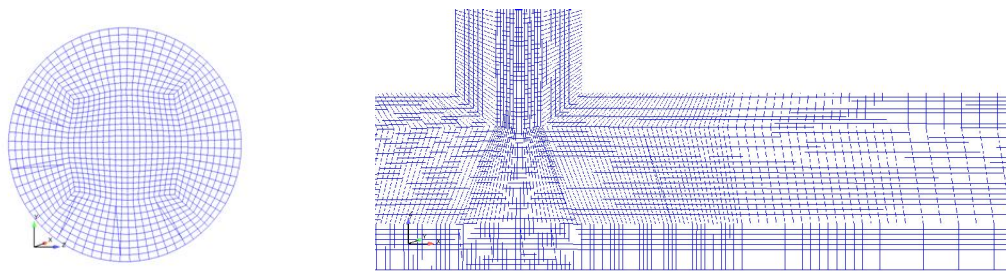


FIGURE 4.1 – Maillage grossier du té à bords droits : entrée froide (gauche) et une vue de profil (droite)

Kuczaj & Komen, (2010) obtiennent que la taille de la grille de calcul doit être de l'ordre de $\Delta \sim \lambda/3$, pour la micro-échelle de Taylor $\lambda = 8 - 10$ mm, ce qui correspond à $\Delta = 2.5 - 3.3$ mm.

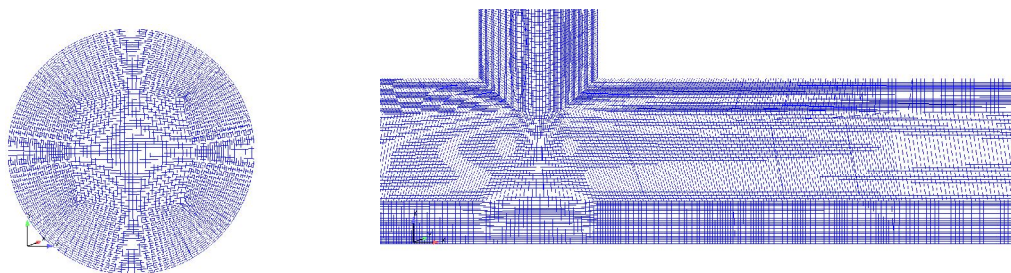


FIGURE 4.2 – Maillage $6M$ du té à bords droits : entrée froide (gauche) et une vue de profil (droite)

4.5.1.3 Maillage $10M$

Le maillage $10M$ (voir la figure 4.3) contient comme son nom l'indique, 10 millions de cellules.

4.5.1.4 Maillage avec raffinement en paroi

Ce maillage² contient 3,2 millions de cellules et un raffinement en paroi (voir la figure 4.4). La géométrie en aval est plus courte que les autres maillages, la distribution des cellules est aussi plus régulière que dans le cas du maillage grossier (421396 cellules). On utilise ce maillage pour analyser l'influence du raffinement orthogonal proche de la paroi.

2. Ce maillage a été récupéré à Y. Addad de l'université de Manchester (UK)

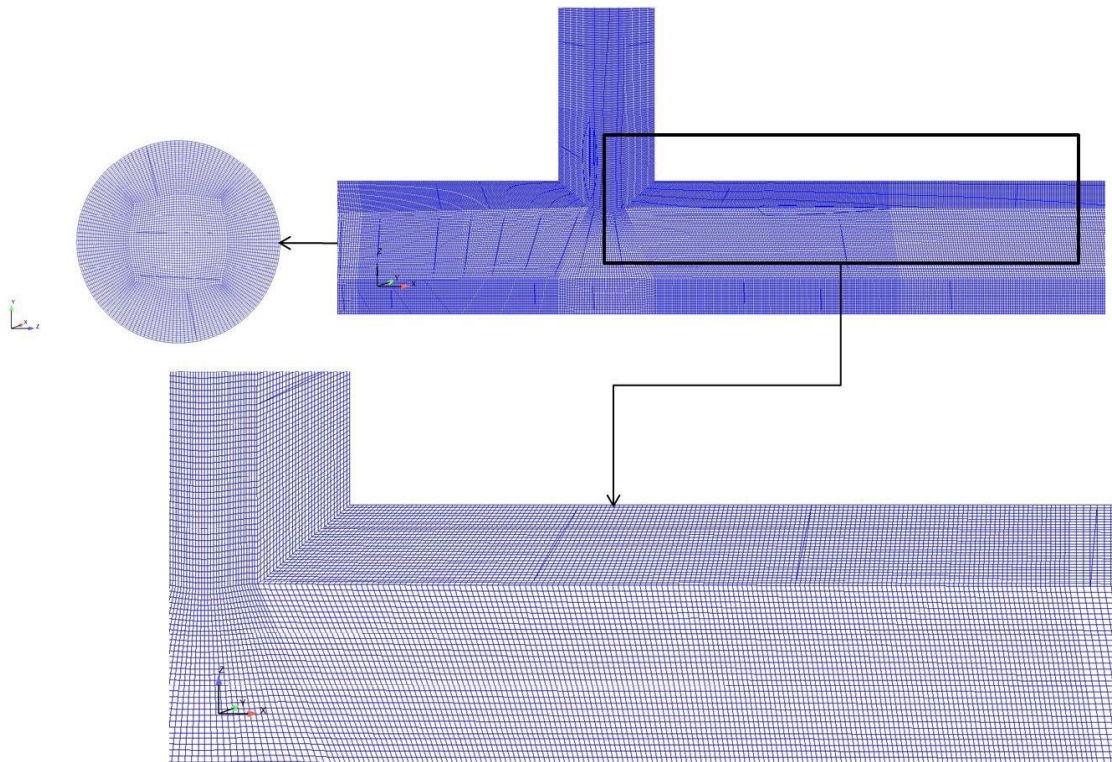


FIGURE 4.3 – Maillage à 10 millions de cellules du té à bords droits

4.5.1.5 Distribution de y^+

Les figures 4.5 à 4.8 montrent la distribution de y^+ pour les différents maillages.

4.5.2 Maillages avec angles arrondis et conditions adiabatiques

Dans cette configuration de té on utilise deux types de maillages. Le premier contient 72 millions de cellules et le second 9 millions de cellules. Le maillages contenant 9 millions de cellules contient aussi 120 000 cellules pour la partie solide.

La figure 4.9 montre quelques coupes du maillage contenant 72 millions de cellules. La figure 4.10 montre la distribution de y^+ pour le maillage contenant 72 millions de cellules.

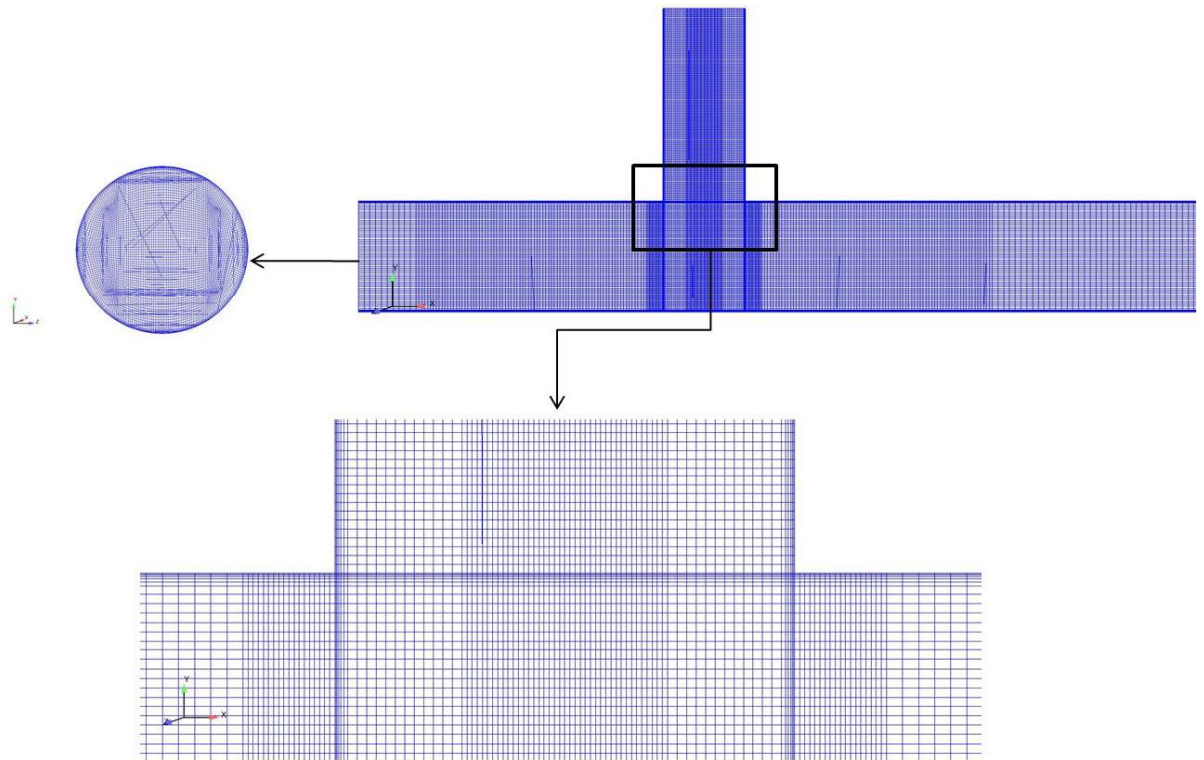


FIGURE 4.4 – Maillage avec raffinement à la paroi du té à bords droits

FIGURE 4.5 – Distribution instantanée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 420 000 de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 300]$.

4.5.3 Maillages à bords arrondis et structure en inox 304L

Le maillage solide contient 120 000 cellules tétraédriques. La figure 4.11 montre quelques coupes du maillage contenant 9 millions de cellules. La figure

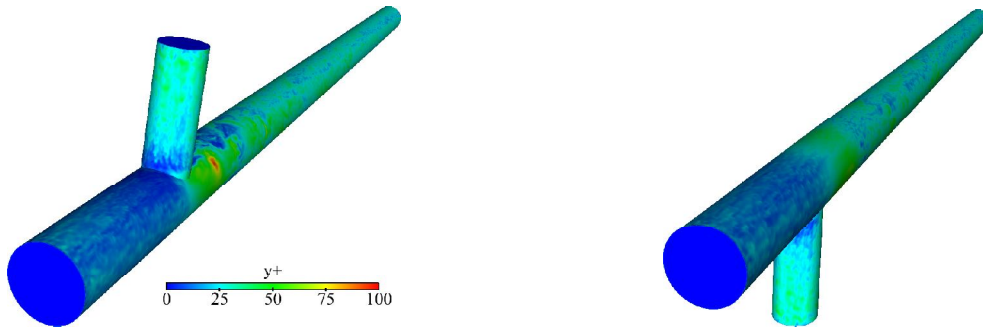


FIGURE 4.6 – Distribution instantannée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage $6M$ (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 100]$

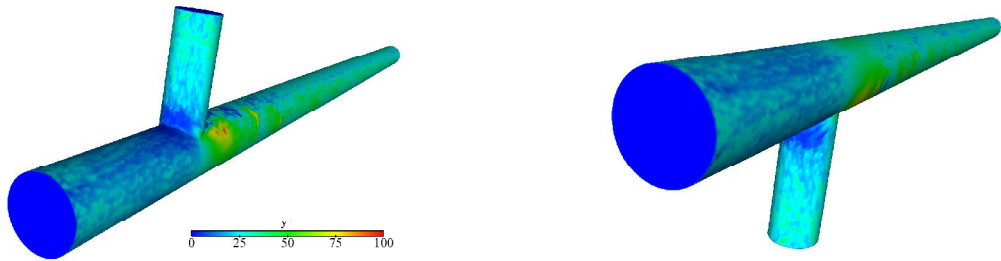


FIGURE 4.7 – Distribution instantannée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 10 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 100]$

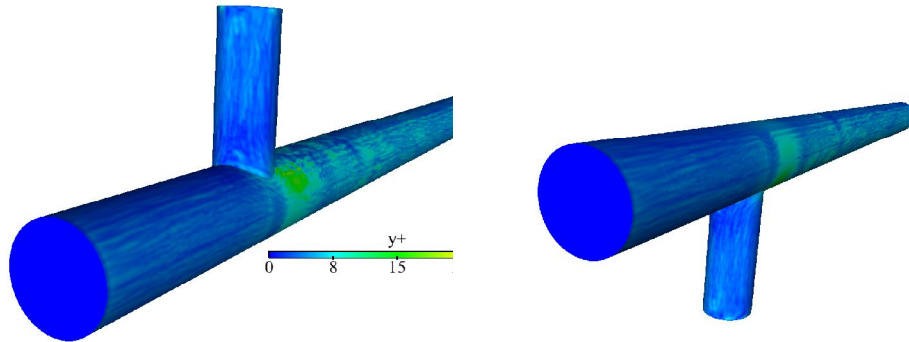


FIGURE 4.8 – Distribution instantannée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 3.2 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 30]$

4.12 montre la distribution de y^+ pour le maillage contenant 9 millions de cellules.

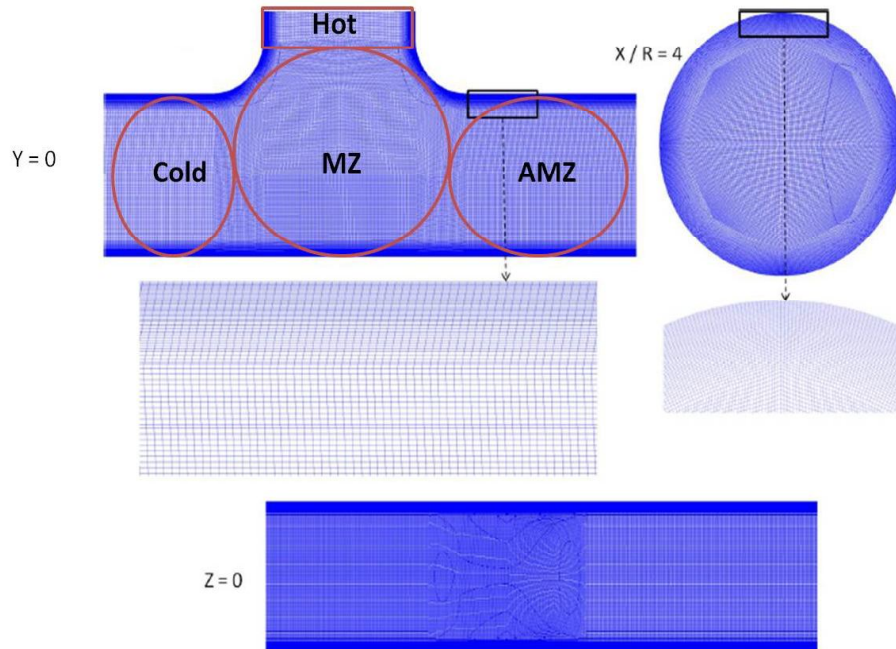


FIGURE 4.9 – Maillage du té à bords arrondis contenant 72 millions de cellules dans la zone fluide. Paroi non considérée. Illustration des zones *Cold*, *Hot*, *MZ* et *AMZ*



FIGURE 4.10 – Distribution instantannée de la distance adimensionnée à la paroi, maillage à 72 millions de cellules (vues de dessus et dessous), $y^+ \in [0 ; 5]$

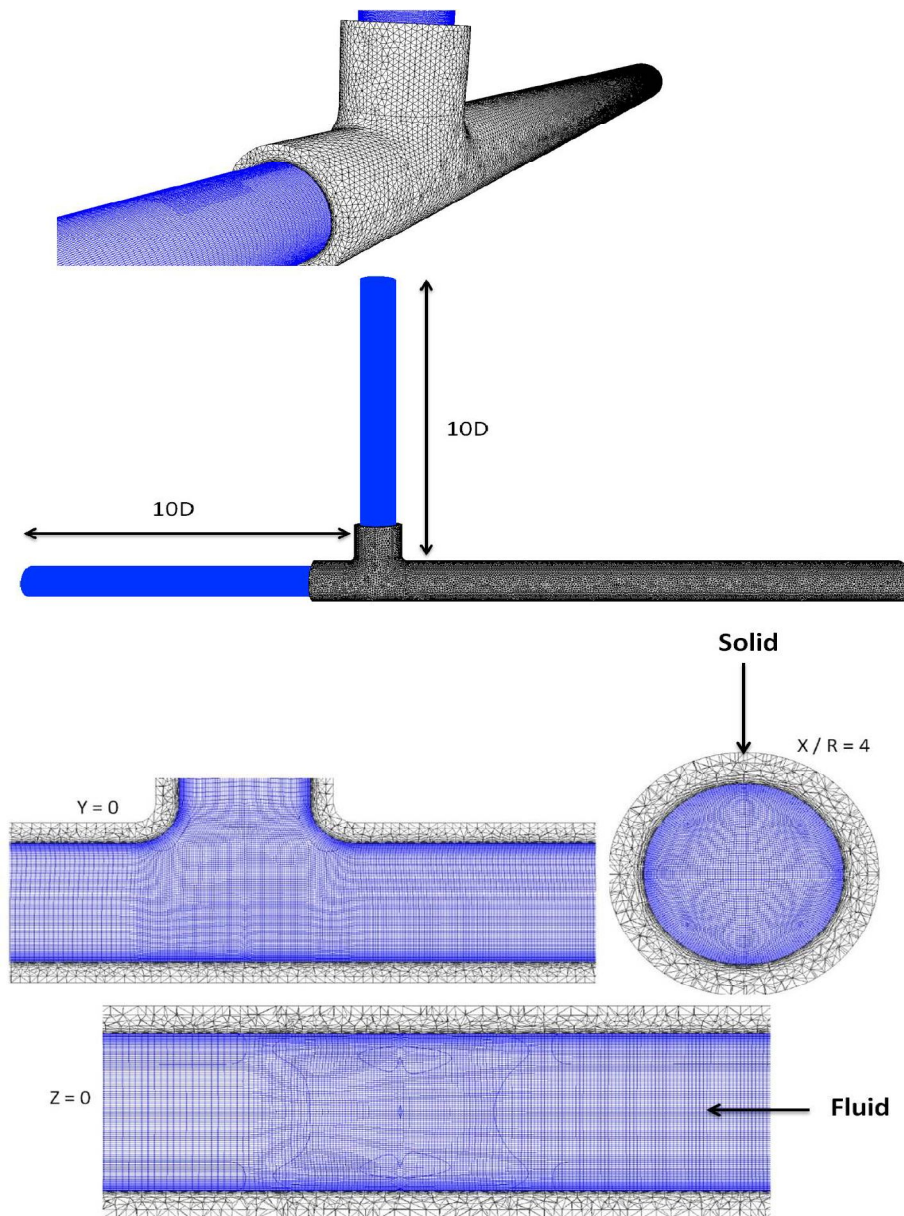
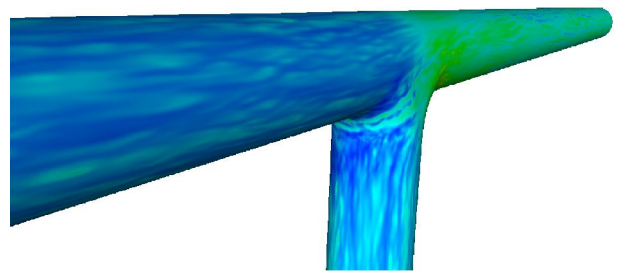
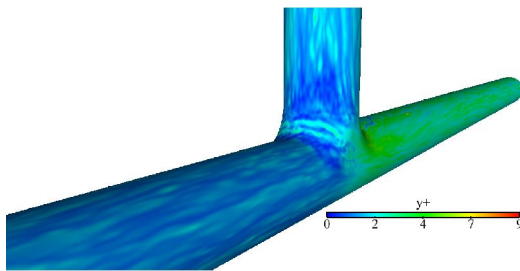


FIGURE 4.11 – Maillage du té à bords arrondis contenant 9 millions de cellules dans la zone fluide et 120 000 cellules dans la zone solide.



$$y^+ \in [0 ; 9]$$

CHAPITRE 5

Méthodes numériques

Contents

5.1	Présentation générale du code fluide <i>Code_Saturne</i>	85
5.2	Discrétisations	86
5.2.1	Discrétisation temporelle	86
5.2.2	Discrétisation spatiale	87
5.3	Présentation générale du code thermique solide SYRTHES	91
5.3.1	Discrétisation temporelle	91
5.3.2	Discrétisation Spatiale	92
5.3.3	Éléments finis utilisés	92
5.3.4	Calcul des matrices élémentaires	97
5.3.5	Algorithme de résolution	99
5.4	Couplage des codes <i>Code_Saturne</i>/<i>SYRTHES</i>	100
5.5	Cas test : canal chauffé	101
5.5.1	Configuration	101
5.5.2	Maillage	102
5.5.3	Modèle numérique	104
5.5.4	Résultats	104

5.1 Présentation générale du code fluide *Code_Saturne*

Les simulations et les différents développements (relatifs aux équations de transport de l'énergie cinétique, des contraintes de Reynolds, la variance de la température et les flux thermiques turbulents) présentées dans ce mémoire ont été réalisées avec *Code_Saturne* [5]. *Code_Saturne* est un code parallélisé et vectorisé qui résout les équations de Navier-Stokes pour des fluides incompressibles ou faiblement dilatables, isothermes ou non, avec prise en compte de scalaires passifs. Plusieurs modèles de turbulence

y sont implémentés dans les versions utilisées (1.4 et 2.0) parmi lesquels le $k - \varepsilon$ standard de Launder et al. [47] et à production linéaire de Guimet & Laurence. C'est un logiciel développé au sein d'EDF R&D et distribué sous licence GPL depuis 2007.

Il s'agit d'un code basé sur une approche Volumes Finis sur maillage structuré quelconque (tétraédriques, polyèdres, hexaédrique, mixte, ...). Nous donnons dans la suite de ce chapitre une présentation succincte de la méthode des volumes finis employée. Le lecteur intéressé peut se reporter, par exemple, à Ferziger & Peric [20]

5.2 Discrétisations

5.2.1 Discrétisation temporelle

Dans *Code_Saturne* l'algorithme de discrétisation temporelle se rapproche de celle du SIMPLEC (Van Doormal and Taithby [115]). La première étape consiste en une prédiction de la vitesse, suivie de la résolution d'une équation de poisson sur la pression. La donnée de celle-ci permet enfin de corriger le flux de masse, afin d'obtenir un champ de vitesse à divergence nulle (critère d'incompressibilité de l'écoulement).

On présente ici les équations de conservation de la masse, de conservation de quantité de mouvement et de transport d'un scalaire f . Pour simplifier l'écriture, on ne prendra pas en compte ici les termes turbulents. Les équations de conservation pour un écoulement incompressible sont :

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \\ \frac{\partial \rho \underline{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} \otimes \underline{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \underline{u}) + \underline{S}_u \\ \frac{\partial \rho f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho f \underline{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla f) + \underline{S}_f \end{cases} \quad (5.1)$$

où \underline{u} et f sont respectivement le vecteur vitesse et un scalaire. \underline{S}_u et \underline{S}_f sont les termes sources liés aux variables \underline{u} et f respectivement. La discrétisation en temps du système précédent est faite à l'aide de la méthode du SIMPLEC. Le passage de l'instant $t^{(n)}$ à l'instant $t^{(n+1)}$ se fait en trois étapes :

1. On commence par prédire le champ de vitesse en résolvant le système 5.1 avec un gradient de pression explicite. La valeur d'une variable f quelconque obtenue à la fin de cette première étape est notée f^* . Le terme source de l'équation de quantité de mouvement est décomposé

selon $\underline{S}_u = \underline{A} + \underline{B}\underline{u}$ et le terme $\underline{B}\underline{u}$ est implicite. Le système d'équations 5.1 s'écrit alors :

$$\begin{cases} P^* = P^{(n)} \\ \rho \frac{\underline{u}^* - \underline{u}^{(n)}}{\Delta t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}^* \otimes \underline{u}^{(n)} - \mu \nabla \underline{u}^*) = -\nabla p^{(n)} + \underline{A}^{(n)} + \underline{B}^{(n)} \underline{u}^* \\ f^* = f^{(n)} \end{cases} \quad (5.2)$$

La résolution de ce système permet d'obtenir le champ \underline{u}^* . Il ne vérifie pas la condition d'incompressibilité $\nabla \cdot \underline{u}^* = 0$

2. La seconde étape consiste à corriger la vitesse en apportant une correction au gradient de pression, tout en négligeant les variations du terme source, des termes convectifs et diffusifs. Le nouveau système s'écrit alors :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \underline{u}^{**} = 0 \\ \rho (\underline{u}^{**} - \underline{u}^*) = -\Delta t \nabla (P^{**} - P^{(n)}) \\ f^* = f^{(n)} \end{cases} \quad (5.3)$$

On prend la divergence de la seconde équation afin d'obtenir une équation de Poisson de l'incrément de pression $\delta P = P^{**} - P^{(n)}$:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \underline{u}^* = -\Delta t \nabla^2 (P^{**} - P^{(n)}) \\ \rho (\underline{u}^{**} - \underline{u}^*) = -\Delta t \nabla (P^{**} - P^{(n)}) \\ f^* = f^{(n)} \end{cases} \quad (5.4)$$

La résolution de ce jeu d'équations permet d'obtenir P^{**} et \underline{u}^{**} . En suite, le champ de vitesse corrigé \underline{u}^{**} satisfait la condition $\nabla \cdot \underline{u}^{**} = 0$

3. La troisième étape consiste à résoudre l'équation de transport d'un scalaire f . Le terme source est décomposé de la manière suivante $S_f = A_f + B_f f$. Le système à résoudre est :

$$\begin{cases} \rho \underline{u}^{(n+1)} = \rho \underline{u}^{**} \\ P^{(n+1)} = P^{**} \\ \rho \frac{f^{(n+1)} - f^{**}}{\Delta t} + \nabla \cdot (f^{(n+1)} \rho \underline{u}^{**} - \mu_f \nabla f^{(n+1)}) = \underline{A}_f^{(n)} + \underline{B}_f^{(n)} f^{(n+1)} \end{cases} \quad (5.5)$$

Lorsqu'un modèle de turbulence est utilisé, la résolution du champ turbulent se fait à l'étape 3. Chaque variable du modèle (k, ω, \dots etc) est traitée comme un scalaire.

5.2.2 Discrétisation spatiale

On présente ici la discrétisation spatiale des différents opérateurs pour l'équation de transport d'un scalaire passif :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}}_{VT} (\rho f) + \underbrace{\nabla \cdot (\rho f \underline{u})}_C = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla f)}_D + S_f \quad (5.6)$$

Les termes VT , C et D sont respectivement les termes de variation temporelle, de convection et de diffusion. Par la méthode des volumes finis, on réalise une intégration sur chaque cellule (volume de contrôle Ω_I) où I est le centre de gravité du volume de contrôle. L'intégration de l'équation 5.7 conduit à :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_I} \rho f dV + \int_{\Omega_I} \nabla \cdot (\rho f \underline{u}) dV = \int_{\Omega_I} \nabla \cdot (\Gamma \nabla f) dV + \int_{\Omega_I} S_f dV \quad (5.7)$$

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky, on a l'équation suivante :

$$\frac{\partial (\rho_I f_I V_I)}{\partial t} + \int_{\partial \Omega_I} f (\rho \underline{u} \cdot \underline{n}) dS = \int_{\partial \Omega_I} \Gamma (\nabla f) \cdot \underline{n} dS + S V_I \quad (5.8)$$

5.2.2.1 Terme de convection

Le terme de convection peut être discrétisé en utilisant des schémas upwind amont d'ordre 1 et 2 et centré d'ordre 2. La figure 5.1 présente une configuration quelconque de deux cellules adjacentes internes de volume Ω_I et Ω_J et de centre I et J respectivement. Le point F est le centre de gravité de la face d'intersection S_{IJ} entre mes deux cellules. Le point O est l'intersection entre le segment $[IJ]$ et la surface S_{IJ} . Le point I' et J' sont respectivement les projections des points I et J sur la droite passant par O et normale à la surface S_{IJ} . On écrit l'intégration spatiale de la partie convective sous la forme d'une somme de flux calculés au voisinage de la cellule I noté $Vois(I)$, qui se décompose en la somme des flux aux faces internes et aux bord du domaine.

$$\int_{\partial \Omega_I} ((\rho \underline{u}))^n f \underline{n} dS \simeq \sum_{j \in Vois(I)} f_{IJ} m_{IJ} \quad (5.9)$$

où f_{IJ} est la valeur de f sur la surface S_{IJ} et est donnée par :

$$f_{IJ} = \frac{1}{S_{IJ}} \int_{S_{IJ}} f dS \quad (5.10)$$

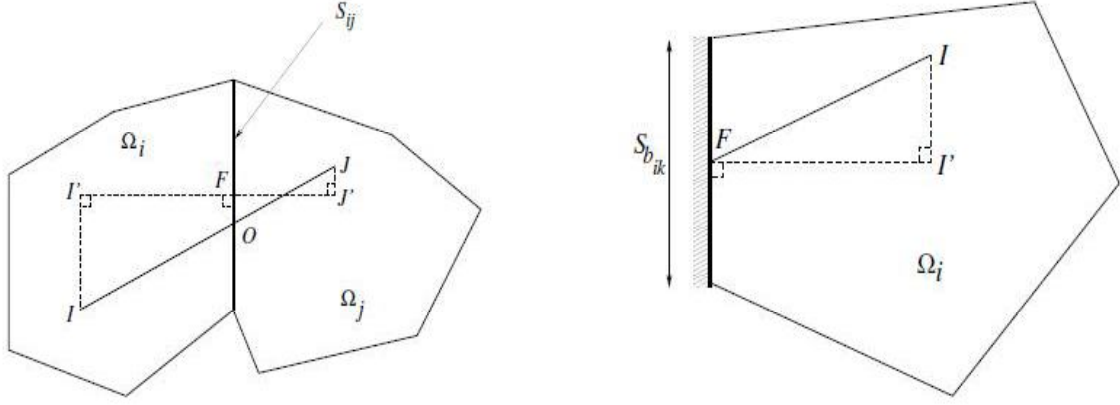


FIGURE 5.1 – Définition des différentes entités géométriques, à gauche cellules internes et à droite cellule de bord

Une approximation du second ordre en espace $f_{IJ} \simeq f_F$ est utilisée. m_{IJ} est le flux de masse à travers la surface S_{IJ} et s'écrit :

$$m_{IJ} = (\rho_{IJ} \underline{u}_{IJ} \underline{n}) S_{IJ} \quad (5.11)$$

où \underline{n} est le vecteur unitaire normal à la surface S_{IJ} allant de I vers J et $\rho_{IJ} \underline{u}_{IJ}$ la valeur au point F de la quantité de mouvement. En fonction du schéma numérique utilisé, f_{IJ} se calcule de la manière suivante :

1. schéma décentré amont :

C'est une méthode stable et bornée d'ordre 1 et elle introduit une forte diffusion numérique.

2. schéma centré :

$$f_{IJ} = \alpha_{IJ} f_{I'} + (1 - \alpha_{IJ}) f_{J'} \quad (5.12)$$

Où $\alpha_{IJ} = \overline{FJ'}/\overline{I'J'}$ est un facteur de pondération. Si le maillage est uniforme, on obtient $\alpha_{IJ} = 1/2$ le schéma obtenu est d'ordre 2.

3. schéma SOLU (Second Order Linear Upwind)

5.2.2.2 Terme de diffusion

L'intégration des termes de diffusion suit le même principe que les termes de convection. La diffusivité des faces internes est calculée à l'aide des valeurs aux cellules voisines. La viscosité aux faces de bord est quant à elle égale à la

viscosité au centre de la cellule de bord correspondante. Le terme de diffusion est totalement implicite. Le terme de diffusion pour une cellule interne est :

$$\int_{\partial\Omega_I} \Gamma \nabla f \underline{n} dS = \sum_{j \in \text{Vois}(I)} D_{IJ} \quad (5.13)$$

avec :

$$D_{IJ} = \Gamma \frac{f_{J'} - f_{I'}}{\overline{I'J'}} S_{IJ} \quad (5.14)$$

La même méthode que pour le terme de convection est utilisée pour estimer la variable f en I' et J' .

5.2.2.3 Calcul des gradients de reconstruction

On présente ici le calcul du gradient d'une variable f au centre de la cellule I du volume de contrôle. Pour le calcul du gradient, *Code_Saturne* propose deux méthodes au choix de l'utilisateur : une méthode itérative et une méthode basée sur les moindres carrés. Cette dernière méthode est plus rapide que la première mais moins robuste en particulier lorsque le maillage est non-orthogonal. Par définition :

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \int_{\Omega_I} \nabla f dV \quad (5.15)$$

ce qui peut se transformer (théorème de Green)

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{j \in \text{Vois}(I)} f_F \underline{n} S_{IJ} \quad (5.16)$$

On constate que le calcul du gradient de f au point I nécessite l'interpolation de la valeur de f au point F à partir de sa valeur au centre de la cellule. Pour se faire, on utilise un développement de Taylor du premier ordre de f_F :

$$f_F \simeq f_O + \underline{OF} (\nabla f)_O \quad (5.17)$$

$$f_O = \alpha_{IJ} f_I + (1 - \alpha_{IJ}) f_J \quad (5.18)$$

$$(\nabla f)_O = \frac{1}{2} ((\nabla f)_I + (\nabla f)_J) \quad (5.19)$$

avec $\alpha_{IJ} = \overline{FJ'}/\overline{I'J'}$. On obtient finalement :

5.3. Présentation générale du code thermique solide SYRTHES91

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{j \in Vois(I)} S_{IJ} \left(\alpha_{IJ} f_I + (1 - \alpha_{IJ}) f_J + \frac{1}{2} ((\nabla f)_I + (\nabla f)_J) \right) \quad (5.20)$$

L'inversion de ce système implicite permet d'obtenir le gradient de la variable au centre de la cellule.

5.3 Présentation générale du code thermique solide SYRTHES

Le code de calcul *SYRTHES* (SYstème de Résolution THERmique Solide) développé par Péniguel et Rupp [87] permet dans notre cas d'obtenir l'évolution de la température dans le solide. Ce transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction. Dans le cas d'un matériau isotrope, l'application de la conservation de l'énergie conduit à l'équation régissant l'évolution de la température :

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T) \\ T = T_d \text{ sur } \Gamma_d \\ k_s \frac{\partial T}{\partial n} = q \text{ sur } \Gamma_q \\ + \text{conditions initiales} \end{cases} \quad (5.21)$$

ρ , C_p et k_s sont respectivement la masse volumique, la chaleur spécifique et la conductivité du matériau. T_d et q correspondent à la température imposée et le flux respectivement.

5.3.1 Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle se fait par différences finies. Ce qui conduit au système suivant :

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{T^{n+1} - T^n}{\delta t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T^{n+1}) \\ T^{n+1} = T_d \text{ sur } \Gamma_d \\ k_s \frac{\partial T^{n+1}}{\partial n} = q^n \text{ sur } \Gamma_q \end{cases} \quad (5.22)$$

Ce système peut être écrit sous forme variationnelle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{\int_{\Omega} (\rho C_p T^{n+1} v + k_s \nabla T^{n+1} \nabla v) d\Omega}_{a(T^{n+1}, v)} = \underbrace{\int_{\Omega} (\rho C_p T^n v + \Phi^n v) d\Omega}_{L(v)} + \int_{\Gamma_d} q^n v d\Gamma_q \quad \forall v \in V \\ T = T_d \end{array} \right. \quad (5.23)$$

v est une fonction test (V est l'ensemble des fonctions test telles que $v|_{\Gamma_d} = 0$).

5.3.2 Discrétisation Spatiale

Soit $V_h \subset V$ un sous-espace de dimension finie n et soit (ϕ, \dots, ϕ_n) une base de V_h . Il s'agit de déterminer $u_h \in V_h$ telle que $\forall v_h \in V_h$ on ait $a(u_h, v_h) = L(v_h)$. Le problème s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} u_h = \sum_{j=1}^n u_j \phi_j \\ \sum_{j=1}^n u_j a(\phi_j, \phi_i) u_j = L(\phi_i) \quad \forall i \in [1, n] \end{cases}$$

Il s'agit en fait de la résolution d'un système linéaire $AU = F$ où :

$$\begin{cases} A_{ij} = a(\phi_j, \phi_i) \\ U_j = u_j \\ F_i = L(\phi_i) \end{cases}$$

5.3.3 Eléments finis utilisés

L'utilisation de plusieurs types d'éléments sont envisageables. Pour des raisons liées à la simplicité, l'optimisation en temps de calcul et en stockage, la stabilité numérique, le manque de temps de développement et la volonté de réduire au minimum la maintenance du code, un seul type d'éléments a été retenu. Il s'agit des éléments triangulaires iso-P2 pour les cas bidimensionnels et axisymétriques, et tétraédriques iso-P2 pour le cas tridimensionnel.

5.3.3.1 Eléments triangulaire iso-P2

On utilise des éléments dits *iso-P2* qui mettent en jeu une interpolation linéaire sur une triangularisation fine $Q_{h/2}$. Le triangle est divisé en 4 sous-triangles. Dans ce triangle il est possible de distinguer deux types de fonctions de base : les fonctions ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 attachées aux nœuds sommets et les fonctions ϕ_4, ϕ_5, ϕ_6 attachées aux trois nœuds milieux.

5.3. Présentation générale du code thermique solide SYRTHES93

Les propriétés de ces fonctions sont par construction de se restreindre à varier linéairement sur les triangles auquel le nœud considéré appartient et d'être nulles sur les autres éléments.

La figure ci-dessous présente le triangle de référence re-découpé en 4 sous-éléments. Entre crochets on a la numérotation locale des 6 nœuds.

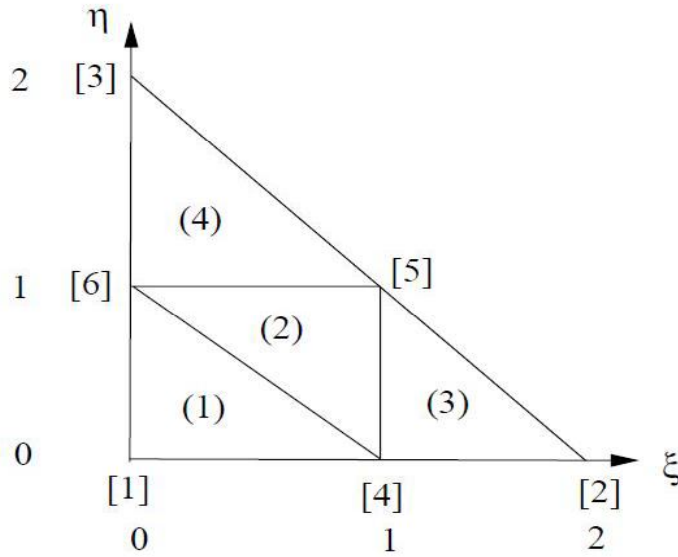


FIGURE 5.2 – Élément triangulaire

Les polynômes de base associés à cet éléments sont :

Triangle (1) : $\xi \in [0, 1]$, $\eta \in [0, 1 - \xi]$

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 1 - \xi - \eta \\ \phi_2 &= 0 \\ \phi_3 &= 0 \\ \phi_4 &= \xi \\ \phi_5 &= 0 \\ \phi_6 &= \eta\end{aligned}$$

Triangle (2) : $\xi \in [0, 1]$, $\eta \in [1 - \xi, 1]$

$$\phi_1 = 0$$

$$\begin{aligned}
\phi_2 &= 0 \\
\phi_3 &= 0 \\
\phi_4 &= -1 + \xi + \eta \\
\phi_5 &= 1 - \eta \\
\phi_6 &= 1 - \xi
\end{aligned}$$

Triangle (3) : $\xi \in [1, 2]$, $\eta \in [0, 2 - \xi]$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= 0 \\
\phi_2 &= \xi - 1 \\
\phi_3 &= 0 \\
\phi_4 &= 2 - \xi - \eta \\
\phi_5 &= \eta \\
\phi_6 &= 0
\end{aligned}$$

Triangle (4) : $\xi \in [0, 1]$, $\eta \in [1, 2 - \xi]$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= 0 \\
\phi_2 &= 0 \\
\phi_3 &= \eta - 1 \\
\phi_4 &= 0 \\
\phi_5 &= \xi \\
\phi_6 &= 2 - \xi - \eta
\end{aligned}$$

5.3.3.2 Eléments tétraédrique iso-P2

Dans le cas tridimensionnel, on utilise des tétraèdres comme éléments finis. Ici les éléments *iso-P2* possèdent 10 nœuds et les fonctions de base associées à chacun d'eux sont des polynômes de degré inférieur ou égal à 1. Le tétraèdre est décomposé en huit sous-tétraèdres. Les fonctions de bases sont de type P1 (variation linéaire sur chaque sous-tétraèdre) ou bien nulles.

Les polynômes de base sont définis de la manière suivante :

Tétraèdre (1) : $\xi \in [0, 1]$, $\eta \in [0, 1 - \xi]$, $\zeta \in [0, 1 - \xi - \eta]$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= 1 - \xi - \eta - \zeta \\
\phi_2 &= 0 \\
\phi_3 &= 0
\end{aligned}$$

5.3. Présentation générale du code thermique solide SYRTHES95

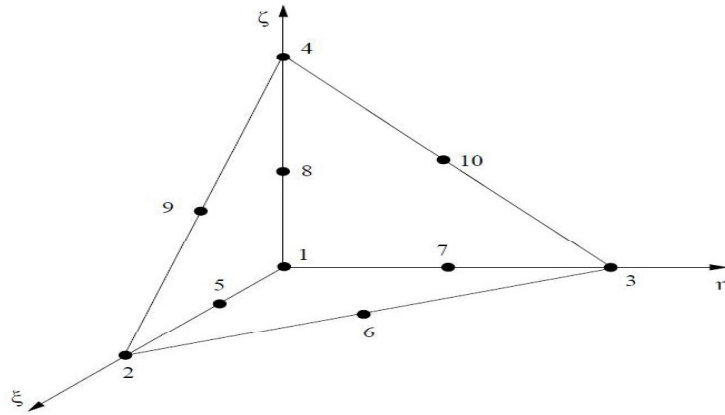


FIGURE 5.3 – Élément tétraédrique

$$\phi_4 = 0$$

$$\phi_5 = \xi$$

$$\phi_6 = 0$$

$$\phi_7 = \eta$$

$$\phi_8 = \zeta$$

$$\phi_9 = 0$$

$$\phi_{10} = 0$$

Tétraèdre (2) : $\xi \in [1, 2]$, $\eta \in [0, 2 - \xi]$, $\zeta \in [0, 2 - \xi - \eta]$

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 = 1 - \xi$$

$$\phi_3 = 0$$

$$\phi_4 = 0$$

$$\phi_5 = 2 - \xi - \eta - \zeta$$

$$\phi_6 = \eta$$

$$\phi_7 = 0$$

$$\phi_8 = 0$$

$$\phi_9 = \zeta$$

$$\phi_{10} = 0$$

Tétraèdre (3) : $\eta \in [1, 2]$, $\xi \in [0, 2 - \eta]$, $\zeta \in [0, 2 - \xi - \eta]$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= 0 \\
\phi_2 &= 0 \\
\phi_3 &= \eta - 1 \\
\phi_4 &= 0 \\
\phi_5 &= 0 \\
\phi_6 &= \xi \\
\phi_7 &= 2 - \xi - \eta - \zeta \\
\phi_8 &= 0 \\
\phi_9 &= 0 \\
\phi_{10} &= \zeta
\end{aligned}$$

Tétraèdre (4) : $\zeta \in [1, 2]$, $\eta \in [0, 2 - \zeta]$, $\xi \in [0, 2 - \zeta - \eta]$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= 0 \\
\phi_2 &= 0 \\
\phi_3 &= 0 \\
\phi_4 &= \zeta - 1 \\
\phi_5 &= 0 \\
\phi_6 &= 0 \\
\phi_7 &= 0 \\
\phi_8 &= 2 - \xi - \eta - \zeta \\
\phi_9 &= \xi \\
\phi_{10} &= \eta
\end{aligned}$$

Tétraèdre (5) : $\zeta \in [0, 1]$, $\xi \in [\zeta, 1]$, $\eta \in [1 - \xi, 1 - \zeta]$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= 0 \\
\phi_2 &= 0 \\
\phi_3 &= 0 \\
\phi_4 &= 0 \\
\phi_5 &= 1 - \eta - \zeta \\
\phi_6 &= -1 + \xi + \eta + \zeta \\
\phi_7 &= 1 - \xi - \zeta \\
\phi_8 &= \zeta \\
\phi_9 &= 0 \\
\phi_{10} &= 0
\end{aligned}$$

5.3. Présentation générale du code thermique solide SYRTHES97

Tétraèdre (6) : $\xi \in [0, 1]$, $\zeta \in [1 - \xi, 1]$, $\eta \in [0, 1 - \zeta]$

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &= 0 \\ \phi_3 &= 0 \\ \phi_4 &= 0 \\ \phi_5 &= 1 - \eta - \zeta \\ \phi_6 &= \eta \\ \phi_7 &= 0 \\ \phi_8 &= 1 - \xi \\ \phi_9 &= -1 + \xi + \zeta \\ \phi_{10} &= 0\end{aligned}$$

Tétraèdre (7) : $\eta \in [0, 1]$, $\zeta \in [1 - \eta, 1]$, $\xi \in [0, 1 - \zeta]$

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &= 0 \\ \phi_3 &= 0 \\ \phi_4 &= 0 \\ \phi_5 &= 0 \\ \phi_6 &= \xi \\ \phi_7 &= 1 - \xi - \zeta \\ \phi_8 &= 1 - \zeta \\ \phi_9 &= 0 \\ \phi_{10} &= -1 + \eta + \zeta\end{aligned}$$

Tétraèdre (8) : $\eta \in [0, 1]$, $\xi \in [0, \zeta]$, $\zeta \in [1 - \zeta, 1 - \xi]$

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &= 0 \\ \phi_3 &= 0 \\ \phi_4 &= 0 \\ \phi_5 &= 0 \\ \phi_6 &= 1 - \zeta \\ \phi_7 &= 0 \\ \phi_8 &= 2 - \xi - \eta - \zeta \\ \phi_9 &= \xi + \zeta - 1 \\ \phi_{10} &= \eta + \zeta - 1\end{aligned}$$

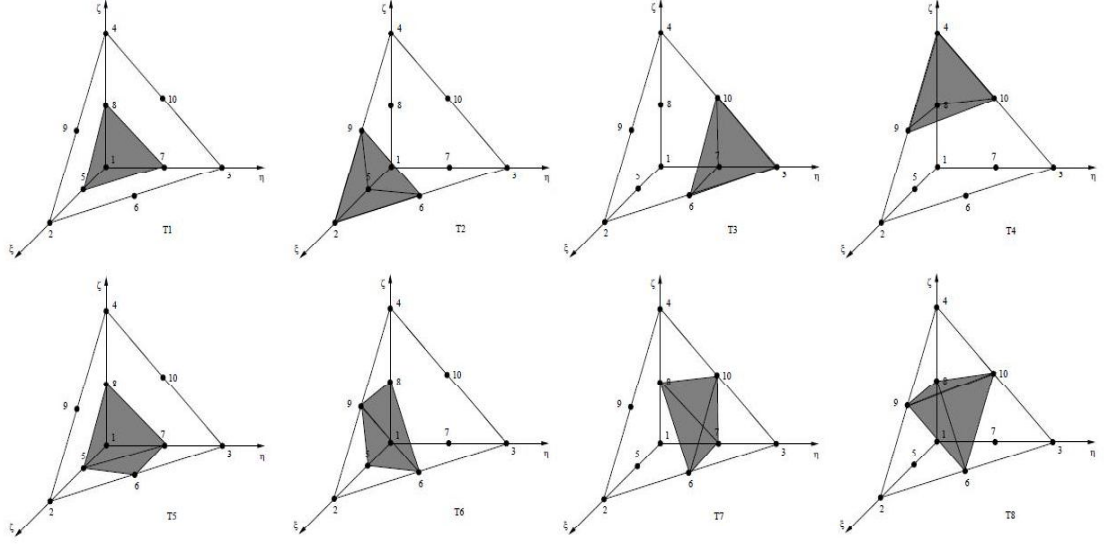


FIGURE 5.4 – Sub-division du tétraèdre de référence

5.3.4 Calcul des matrices élémentaires

Nous avons vu que l'équation différentielle régissant l'évolution de la température dans le solide peut se ramener à la résolution d'un système linéaire où les inconnues sont en fait les coefficients des fonctions de base. Un terme de diffusion s'écrit :

$$\int_{\Omega} \nabla \phi_i \nabla \phi_j d\Omega = \sum_{Q \text{ tel que } N_i \text{ et } N_j \in Q} \int_{\Omega} \nabla \phi_i \nabla \phi_j dQ \quad (5.24)$$

On voit ici apparaître la notion de matrice élémentaire.

5.3.4.1 Matrices de masses

Les matrices de masses prennent en compte les termes du types :

$$\int_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\delta t} T^{n+1} v d\Omega$$

où le terme $\frac{\rho C_p}{\delta t}$ est discrétisé en éléments iso-P2 afin de permettre une variation spatiale ou temporelle. Q étant discrétisée en iso-P2, et la fonction test v de même, on est amené à calculer les matrices élémentaires du type :

5.3. Présentation générale du code thermique solide SYRTHES99

$$a_{ij} = \sum_k \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_k \int_{\Omega} (\phi_k \phi_i \phi_j) d\Omega \quad k = 1, 6 \text{ en 2D ou } k = 1, 10 \text{ en 3D} \quad (5.25)$$

La matrice obtenue admet des coefficients extradiagonaux non tous nuls. Une technique de mass-lumping est utilisée. Cette méthode favorise la stabilité mais introduit une diffusion numérique, mais affecte peu les résultats numériques.

5.3.4.2 Matrices de diffusion

Les matrices de diffusion peuvent être exprimées soit par un calcul formel soit par des considérations géométriques. L'avantage de la méthode géométrique est qu'elle présente une factorisation (donc un coût) optimale. Le coefficient de diffusion k_s peut évoluer en espace et en temps. Il est donc discrétisé en espace en P1-isoP2. Sur l'élément Q , on a alors à calculer une matrice du type :

$$a_{ij} = \sum_{p=1}^{(6 \text{ ou } 10)} \int_Q k_{S_p} \nabla \phi_i \nabla \phi_j dQ \quad (5.26)$$

6 en 2D et 10 en 3D.

5.3.5 Algorithme de résolution

Si N_n désigne le nombre de nœuds par élément (6 en 2D et 10 en 3D), l'équation à résoudre sur un élément Q se présente sous la forme :

$$\begin{aligned} \sum_l^{N_n} \left[\int_Q \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \phi_l \phi_i \phi_j d\Omega + \int_Q (k_s)_l \phi_l \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\Omega \right] T_i^{n+1} \\ = \int_Q \left(\sum_l^{N_s} \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \phi_l T_i^n + \Phi_i^n \right) \phi_i d\Omega + \int_{\Gamma} q_i \phi_i d\Gamma \end{aligned} \quad (5.27)$$

On se place à un instant t^n où l'on connaît :

1. la valeur de la température T^n

2. les conditions aux limites T_d sur Γ_d et q sur Γ_q

On cherche à déterminer T^{n+1} à l'instant t^{n+1}

La résolution de l'équation de diffusion se déroule de la manière suivante :

1. Calcul des matrices élémentaires de type masse

$$- \int_Q \sum_l^{N_n} \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \phi_l \phi_i \phi_j d\Omega \quad (5.28)$$

2. Calcul des matrices de type gradient

$$- \int_Q \sum_l^{N_n} (k_s)_l \phi_l \nabla \phi_i \nabla \phi_j d\Omega \quad (5.29)$$

3. Calcul des éléments du second membre

$$- \int_T \left(\sum_l^{N_n} \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \phi_l \phi_i T_i^n + \Phi_i^n \right) \phi_i d\Omega \quad (5.30)$$

$$- \int_{\Gamma} q_i \phi_i d\Gamma \quad (5.31)$$

4. Assemblage partiel des matrices élémentaires
5. Prise en compte des conditions aux limites de type Dirichlet
6. Résolution du système $AT^{n+1} = b$
7. Détermination du nouveau champ T^{n+1}

5.4 Couplage des codes *Code_Saturne*/*SYRTHES*

Pour déterminer l'évolution de la température dans le solide, un couplage entre le code fluide et le code thermique doit être réalisé. On explique dans ce paragraphe le principe du couplage. A l'itération $(n - 1)$, on suppose les températures fluides $T_f^{(n-1)}$ et de paroi $T_s^{(n-1)}$ connues au centre de la cellule du maillage fluide et au nœud du maillage solide. On détermine le coefficient d'échange $h^{(n-1)}$ dans *Code_Saturne*. *Code_Saturne* envoie $T_f^{(n-1)}$ et $h^{(n-1)}$ à *SYRTHES* qui s'en sert pour calculer $T_s^{(n)}$. Parallèlement, à partir

du flux, *Code_Saturne* calcule $T_f^{(n)}$. Le coefficient d'échange $h^{(n-1)}$ est calculé comme :

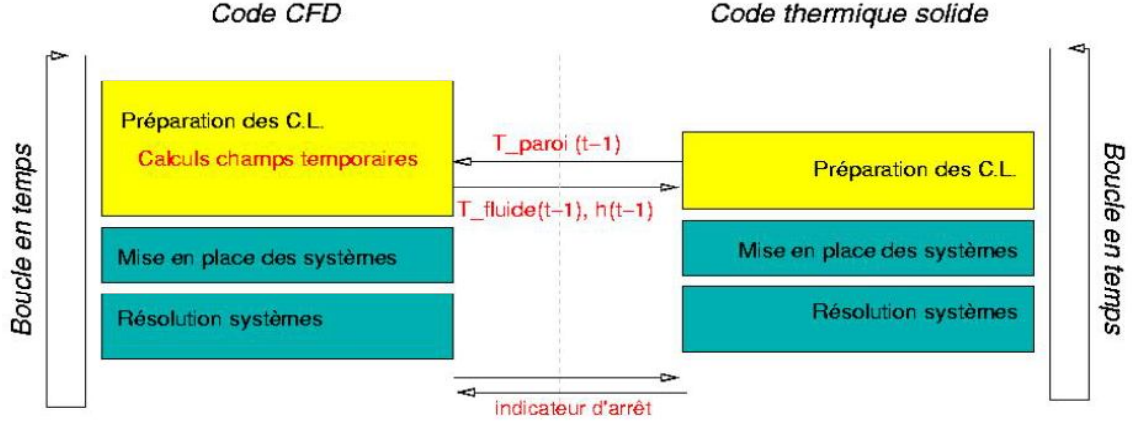


FIGURE 5.5 – Boucle temporelle illustrant le couplage entre *Code_Saturne* et *SYRTHES*

$$h^{(n-1)} = \frac{\rho^{(n-1)} C_p^{(n-1)} u_\tau^{(n-1)}}{T_+^{(n-1)}} \quad (5.32)$$

La continuité des températures à l'interface est ré-écrite sous la forme de flux :

$$\phi_S^{(n-1)} = h^{(n-1)} \left(T_f^{(n-1)} - T_S^{(n)} \right) \quad (5.33)$$

$$\phi_f^{(n-1)} = h^{(n-1)} \left(T_S^{(n-1)} - T_f^{(n)} \right) \quad (5.34)$$

Au pas de temps (n) , les deux codes résolvent leurs équations de manière indépendante en utilisant les informations obtenues au pas de temps précédent. Les systèmes étant résolus, on peut passer à l'itération suivante.

5.5 Cas test : canal chauffé

5.5.1 Configuration

Dans cette partie on effectue une LES avec un maillage relativement fin (8 millions de cellules) pour analyser le comportement de *Code_Saturne* dans la configuration de l'écoulement dans un canal chauffé (voir la figure

5.6). La géométrie a pour dimensions $6.4\delta \times 2\delta \times 3.2\delta$. Les résultats sont comparés aux données DNS de Kawamura et al, (1999)¹. Les données DNS de Kawamura et al, (1999)² sont obtenues avec un maillage décalé (staggered grid)³. Le maillage utilisé contient $1020 \times 480 \times 520$ (environ 250 millions) de cellules. La résolution du maillage est $\Delta x^+ = \Delta z^+ = 1.1$, et $\Delta y^+ = 0.05 - 1.1$. Pour la discrétisation spatiale, un schéma différences finies centré d'ordre 2 pour la direction normale et un schéma différences finies centré du 4^e ordre pour les autres directions. Pour les dérivés temporelles, un schéma de Cranck-Nicolson pour le terme visqueux dans la direction normale et un schéma du second ordre de Adams-Bashforth pour les autres termes. La période de moyenne d'ensemble est de $856 \nu/u_\tau^2$ (12 passages sur le domaine de calcul) après le développement de l'écoulement.

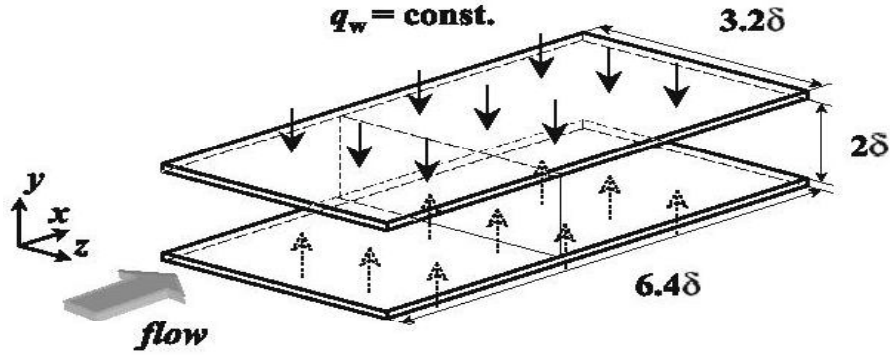


FIGURE 5.6 – Configuration de l'écoulement

5.5.2 Maillage

A l'intérieur du domaine de calcul, la validation de la résolution du maillage (voir la figure 5.7) utilisé peut se faire en déterminant les échelles caractéristiques de la turbulence et la contribution de sous-maille à l'énergie cinétique turbulente.

L'énergie cinétique turbulente est :

$$k = \frac{1}{2} (\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle) \quad (5.35)$$

1. murasun.me.noda.tus.ac.jp

2. $Re_\tau = 180$, $Pr = 0.71$ et le nombre de Nusselt $Nu = 18.52$

3. non colocalisés comme dans le cas de *Code_Saturne*.

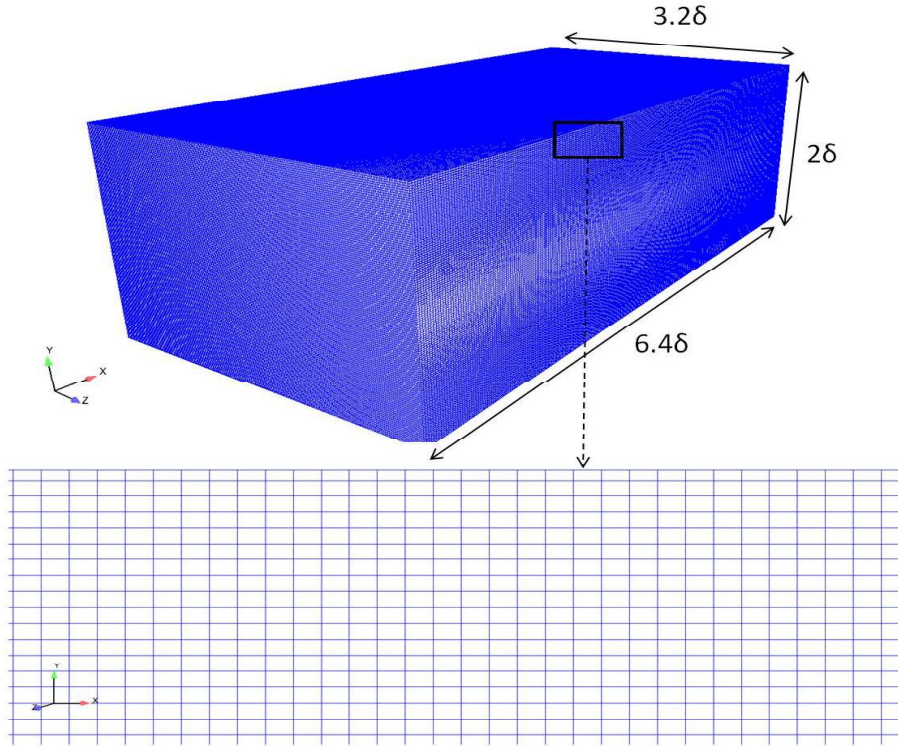


FIGURE 5.7 – Maillage contenant 8 millions de cellules

La dissipation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\varepsilon_k = \left\langle \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \quad (5.36)$$

La longueur de mélange (longueur caractéristique des grandes structures) :

$$l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon_k} \quad (5.37)$$

La micro-échelle de Taylor :

$$\lambda = \left(\frac{10\nu k}{\varepsilon_k} \right)^{1/2} \quad (5.38)$$

La longueur de Kolmogorov (longueur caractéristique des petites structures) :

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_k} \right)^{1/4} \quad (5.39)$$

La longueur de Batchelor (équivalent de η pour la thermique)

$$\eta_\theta = \frac{1}{\sqrt{Pr}}\eta \quad (5.40)$$

Les échelles temporelles correspondant sont :
échelle de mélange :

$$\tau_l = \frac{k}{\varepsilon_k} \quad (5.41)$$

échelle de Taylor :

$$\tau_\lambda = \left(\frac{15\nu}{\varepsilon_k} \right)^{1/2} \quad (5.42)$$

échelle de Kolmogorov :

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\varepsilon_k} \right)^{1/2} \quad (5.43)$$

L'évaluation de la résolution d'une LES peut être effectuée en déterminant le rapport entre l'énergie cinétique de sous-maille k_{sgs} et l'énergie cinétique résolue k , et le rapport entre la dissipation de l'énergie cinétique de sous-maille ε_{sgs} et la dissipation de l'énergie cinétique résolue ε_k . Pope [89] propose ces définitions :

$$\varepsilon_{sgs} = \left\langle \nu_t \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \quad (5.44)$$

$$k_{sgs} \simeq \frac{3}{2} C_l \left(\frac{\varepsilon_{sgs} \Delta}{\pi} \right) \quad (5.45)$$

$C_l \simeq 1.62$ (Yeung and Zhou [126]) est la constante de Kolmogorov.

5.5.3 Modèle numérique

Les équations de conservation sont celles décrites en section 2.1.1, sans prise en compte du terme de gravité. Le modèle de turbulence utilisé est celui de Smagorinsky dynamique. Le pas de temps est de 10^{-3} seconde (qui est inférieur à τ_η), le temps physique effectué est de 1040 secondes (soit $325 \cdot 10^6 t_\tau$), la durée physique d'accumulation des statistiques est de 300 secondes (soit $93.75 \cdot 10^6 t_\tau$ ie 703 passages) où $t_\tau = \nu/u_\tau^2$ est l'échelle de temps visqueux et u_τ la vitesse de frottement. On utilise un schéma centré d'ordre deux pour les dérivées spatiales et un schéma de Cranck-Nicolson pour les dérivées temporelles.

5.5.4 Résultats

La figure 5.8 montre quelques échelles de la turbulence ainsi que la taille des cellules en fonction de la distance verticale y . Cette figure montre que la distribution des cellules est constante sauf pour la première cellule proche de la paroi. La taille des cellules est inférieure à η et η_θ au centre du canal, à la paroi on a $\Delta = \frac{3}{2}\eta = \frac{3\sqrt{Pr}}{2}\eta_\theta$. La taille des grosses structures au centre du canal est environ égal à un quart de la largeur du canal ($l = 0,6$ m). Les échelles de Taylor (λ) et Taylor thermique (λ_θ) sont dans $[0,1$ m ; $0,25$ m]. L'échelle de temps des grosses structures (τ_l) est de l'ordre de $0,7$ seconde au centre du canal et de $0,2$ seconde proche de la paroi, l'échelle de temps de Taylor est de l'ordre de $0,3$ seconde au centre et $0,05$ seconde proche de la paroi. Quant à l'échelle de temps des petites structures (τ_η), elle est de l'ordre de $0,1$ seconde au centre et de $0,015$ seconde à la paroi.

La figure 5.8 montre aussi le rapport de l'énergie cinétique de sous-maille et l'énergie cinétique résolue (ce rapport est de l'ordre de 2%) ainsi que le rapport entre la dissipation de l'énergie cinétique de sous-maille et la dissipation de l'énergie cinétique résolue, ce rapport est de l'ordre de 5% en proche paroi et 3% au centre du canal. En effet, pour une parfaite DNS ces grandeurs de sous-maille devraient être nulles.

La figure 5.9 montre les tensions de Reynolds et le profil de température moyenne. Les résultats obtenus sont proches de ceux obtenus par la DNS de Kawamura et al, 1999.

Comme nous l'avons mentionné, la configuration de té de mélange ne possédant aucune direction d'homogénéité, seules les moyennes temporelles peuvent être obtenues pour obtenir les statistiques d'ordre élevé. Ainsi, on effectue des moyennes temporelles seules pour obtenir les statistiques d'ordre élevé dans le cas du canal chauffé. Ces statistiques sont ensuite comparés aux données DNS de Kawamura et al., 1999.

La figure 5.10 montre les bilans de $\langle u'u' \rangle$ et $\langle v'v' \rangle$, les résultats obtenus sont assez proches de ceux obtenus par Kawamura et al, (1999). On note cependant une surestimation d'environ 5% pour la valeur maximale du terme de production de $\langle v'v' \rangle$ et on a une sous-estimation du terme de diffusion turbulente dans la région $y^+ = [50 ; 78]$. Les bilans de $\langle w'u' \rangle$ et k (figure 5.11) sont aussi assez proches de la DNS de Kawamura et al, (1999).

La figure 5.12 montre le bilan des fluctuations de température $\langle \theta'\theta' \rangle$ où on

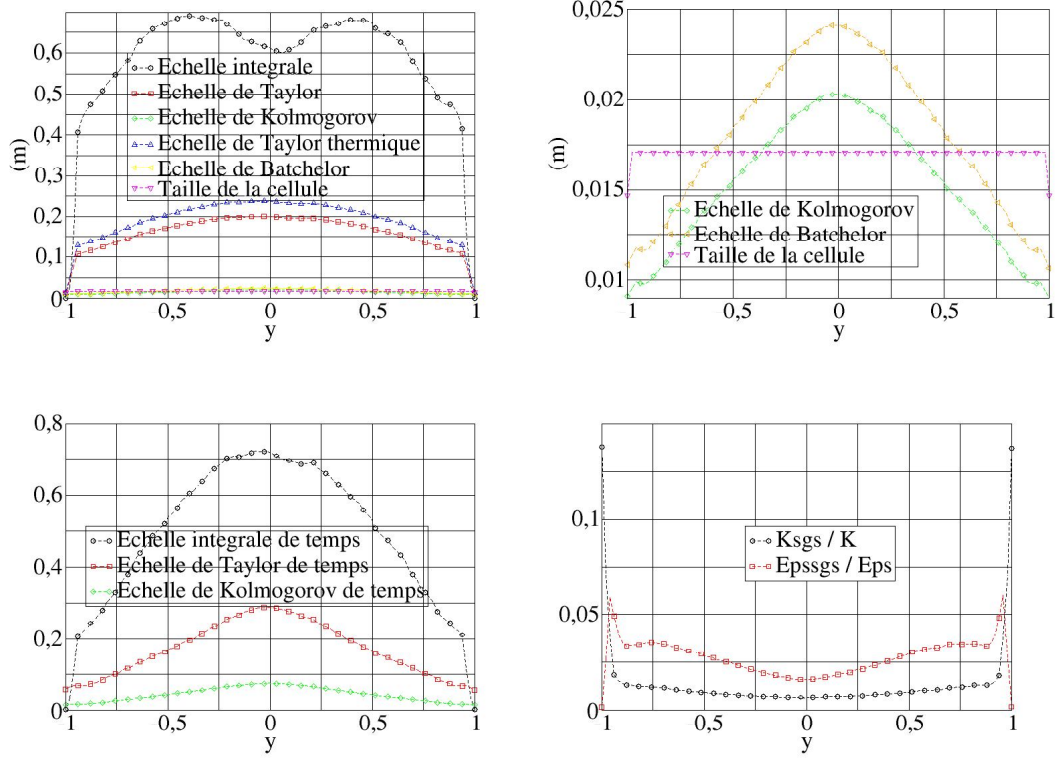


FIGURE 5.8 – Echelles de la turbulence (spatiale et temporelle) avec un zoom sur les échelles de Kolmogorov, Batchelor et la taille des cellules. Rapport k_{sgs}/k et ϵ_{sgs}/ϵ en fonction de la distance verticale y .

note une surestimation d'environ 35% pour la valeur maximale du terme de production. Cette figure montre aussi le bilan des flux thermiques turbulents $\langle v'\theta' \rangle$, dans ce cas on a une surestimation de 30% sur le terme de production. Ils est plus difficile d'obtenir dans ces cas, des résultats proches de ceux de la DNS de Kawamura et al, (1999). En effet, les moyennes temporelles des statistiques d'ordre élevé pour le scalaire demandent plus de temps de cumul. Cette remarque est d'autant plus vraie pour le terme de diffusion turbulente car ce terme est obtenu sur la moyenne de grosses structures turbulentes. Le temps de cumul doit donc être assez grand pour que le nombre de structures turbulentes qui traversent le domaine soit suffisant.

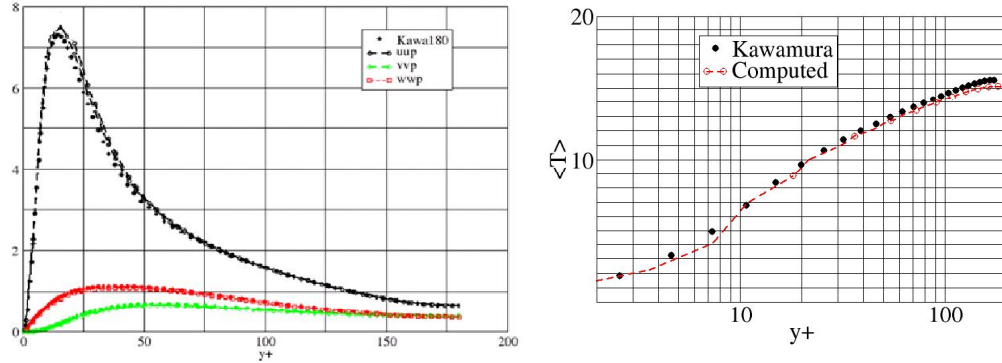


FIGURE 5.9 – Tensions de Reynolds et profil de température moyenne comparés aux données DNS de Kawamura et al., 1999.

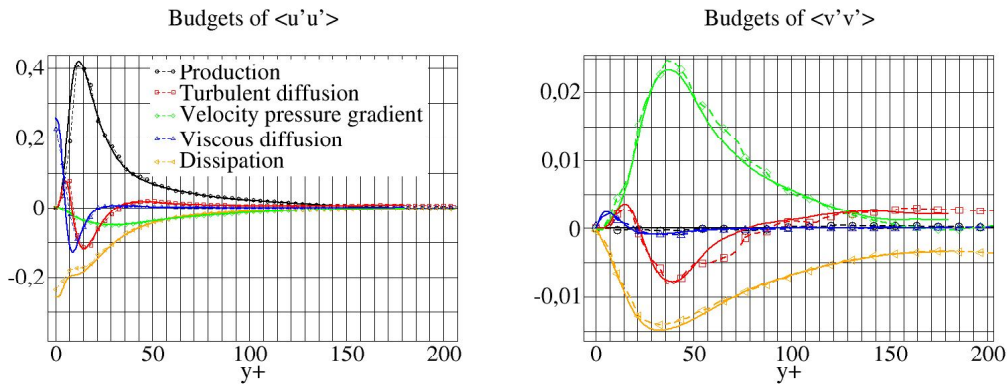


FIGURE 5.10 – Profils au centre du canal des termes des équations de transport de $\langle u'u' \rangle$ (équation 2.27, $i = j = 1$) et $\langle v'v' \rangle$ (équation 2.27, $i = j = 2$) en fonction de y^+ . Symboles (LES) et traits continus (DNS de Kawamura et al, 1999)

5.5.4.1 Évaluation de quelques modèles pour les flux thermiques turbulents

La modélisation du flux thermique est souvent faite en utilisant l'hypothèse de l'alignement de ce dernier avec le gradient de température (Boussinesq). Le modèle SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) Launder, 1988 est un modèle simple et isotrope.

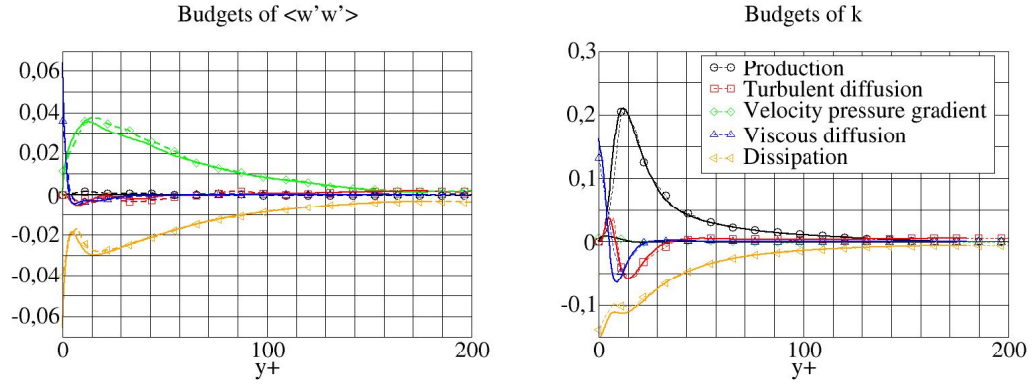


FIGURE 5.11 – Profils au centre du canal des termes des équations de transport de $\langle w'w' \rangle$ (équation 2.27, $i = j = 3$) et k (équation 2.27, $i = j = 1, 2, 3$ sommation sur les indices) en fonction de y^+ . Symboles (LES) et traits continus (DNS de Kawamura et al, 1999)

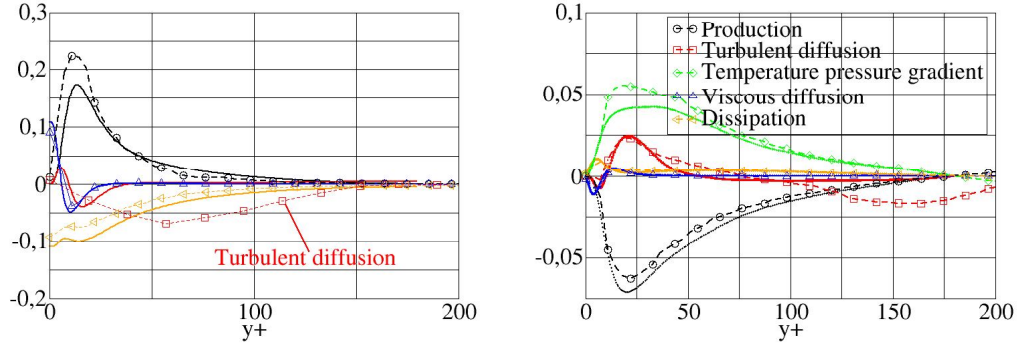


FIGURE 5.12 – Profils au centre du canal des termes des équations de transport de $\langle \theta'\theta' \rangle$ (équation 2.34) et de $\langle v'\theta' \rangle$ (équation 2.40, $i = 2$) en fonction de y^+ . Symboles (LES) et traits continus (DNS de Kawamura et al, 1999)

$$\langle \theta' u'_j \rangle = -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_j} \quad (5.46)$$

avec

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5.47)$$

où $C_\mu = 0,09$ et $Pr_t = 1$.

Le modèle GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) Ince et Launder, 1989 [34] est une amélioration du modèle SGDH. Dans ce cas, on a une formulation anisotrope du flux thermique.

$$\langle \theta' u'_j \rangle = -C_\theta \frac{\kappa}{\varepsilon} \langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_j} \quad (5.48)$$

Avec $C_\theta = 0.705/3$ (cette constante peut être évaluée dynamiquement [32]). Contrairement au modèle SGDH, ce modèle utilise un tenseur de diffusivité et prend ainsi en compte toutes les directions du gradient de température pour chacune des composantes du flux thermique turbulent. Ce modèle est capable de maintenir un flux thermique axial ($\theta' u'$) dans des régions à fort cisaillement, même si le gradient de température est nul.

Le modèle AFM (Algebraic Flux Model) est dû à Launder, 1975 [53]

$$\langle \theta' u'_i \rangle = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_j} + \xi \langle u'_j \theta' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \langle \theta'^2 \rangle \right] \quad (5.49)$$

avec $C_\theta = 0.705/3$, $\xi = 0.45$ et $\eta = 0.45$. Le dernier terme est utilisé en convection naturelle : $\rho = -\beta(\theta - \theta_0)\rho_0 + \rho_0$.

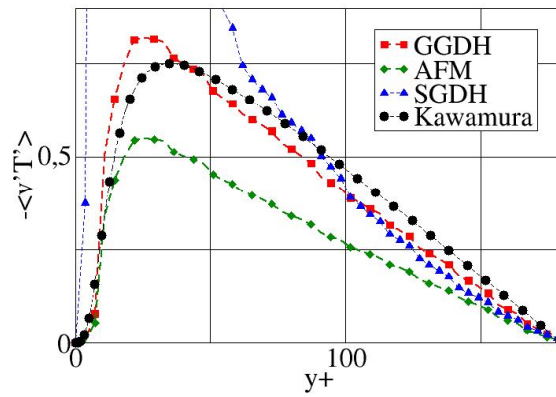


FIGURE 5.13 – Test *a priori* des modèles de flux thermiques turbulents.

La figure 5.13 montre la composante $\langle v'\theta' \rangle$ des flux thermiques turbulents obtenue avec des modélisations de type SGDH, GGDH, AFM et les données de Kawamura et al, (1999). En effet, pour le flux normale à la paroi, il y a une surestimation avec le modèle SGDH, une sous-estimation avec le modèle AFM et le modèle GGDH donne des valeurs assez proches des données expérimentales.

Ce cas test du canal chauffé montre des résultats comparables aux données de la DNS de Kawamura et al, (1999), pour la détermination des termes des équations de transport (tensions de Reynolds, énergie cinétique turbulent, fluctuation de température et flux thermiques turbulents).

Troisième partie

Résultats

Partie III : Résultats

Résumé : Cette partie constitue le coeur de la thèse. Elle contient quatre chapitres qui ont fait l'objet de publications en conférence et/ou publications dans un journal international. L'ensemble des calculs et des moyens informatiques utilisés sont résumés respectivement dans les tableaux 5.1 et 5.2. Le chapitre 6 présente une étude comparative de *Code_Saturne* à simuler l'écoulement dans un té de mélange à bords droits. Les résultats obtenus avec *Code_Saturne* ont été comparés à plusieurs codes utilisés dans l'industrie ou encore des codes à commerciaux (Ndombo et al., 2010). Le chapitre 7 présente l'étude de l'influence des conditions aux limites en entrée (fluctuations de vitesse ou profil laminaire) dans un té à bords droit, sur la physique de l'écoulement dans la zone de mélange (Ndombo & Howard, 2011). Le chapitre 8 présente l'étude de l'écoulement dans un té de mélange à bord arrondis dans la configuration de té du projet MOTHER. Contrairement au cas du té à bord droits, la condition sur l'interface fluide-solide n'est pas adiabatique. On fait un couplage entre les codes *Code_Saturne* et SYRTHES (code qui permet d'obtenir l'évolution de la température dans le solide). Enfin le chapitre 9 représente l'apport significatif de cette thèse. Il s'agit en effet de l'étude des bilans statistiques des moments d'ordre élevés sur la configuration de té de mélange du projet MOTHER (té avec bords arrondis et parois en inox 304L). Ce type d'analyse n'a jamais été réalisée sur une configuration géométrique aussi complexe (Ndombo et al., 2012).

Cas	Paroi	Maillage M : million de cellules	Modèle de turbulence	Analyses
Benchmark (CFD4NRS-3)	Adiabatique	6M	Smag-Dyn	Vitesse et température
Vattenfall R&D	Adiabatique	420 000 (Coarse grid)	WALE	Vitesse et température
		3.2M (wall fine)	Smag-Dyn	Influence des conditions en entrée
		6M		
		10M		
MOTHER	Adiabatique Inox 304L	9M	WALE	Vitesse et température
Canal chauffé	Flux imposé	8M	Smag-Dyn	Bilans statistiques (moyennes temporelles)
MOTHER	Adiabatique	9M	WALE	Bilans statistiques (moyennes temporelles)
		72M		
	Inox 304L	9M		

TABLE 5.1 – Calculs réalisés

Nom de la machine	Caractéristiques	Nb de processeurs	Maillage M : million de cellules	Temps de calcul
Platine	48 Téraflopp	64	< 6M	<1 jours
Blue-Gene	2000 PowerPC 440	2400	< 10M	5 jours
Ivanoé	Intel Xeon X7560 InfiniBand 40Gb	4200	72M	2 semaines

TABLE 5.2 – Calculateurs utilisés

Benchmark de *Code_Saturne* sur un té avec angle droit et condition adiabatique

Contents

6.1	Synthèse des résultats de la conférence CFD4NRS-3	116
6.2	Configuration du calcul <i>Code_Saturne</i> (CS)	119
6.2.1	Schémas et paramètres numériques	119
6.2.2	Maillage	120
6.2.3	Conditions aux limites	120
6.3	Résultats et analyses	120
6.3.1	Profils de vitesse	120
6.3.2	Profils de température	123
6.3.3	Analyse spectrale	126
6.4	Conclusion et perspectives	127

L'organisation de coopération et de développement économique (OCDE) et l'agence d'énergie nucléaire (AEN) ont proposé un benchmark pour l'évaluation des codes de calculs sur la fatigue thermique. La configuration expérimentale de Vattenfall a ainsi été proposée car elle a été utilisée dans deux précédentes publications (ICONE-16 et ICONE-17). Le benchmark présenté ici est en "aveugle" (les résultats expérimentaux ne sont pas connus d'avance). Les températures des branches chaudes et froides sont respectivement 36 °C et 19 °C et le nombre de Reynolds est de 96000. Les données expérimentales nécessaires à la mise en place des calculs ont été transmises par Vattenfall et les résultats obtenus par les calculs CFD ont été soumis en début avril 2010.

La synthèse des résultats obtenus par les différents participants a été proposée par John Mahaffy du Penn State University (USA). Une analyse plus détaillée est faite et des comparaisons sont faites avec les données expérimentales et un des meilleurs calcul du benchmark (jugé par le critère d'évaluation

des résultats [58]). Quelques perspectives sont aussi proposées pour la compréhension des phénomènes mal simulés. Ce benchmark a aussi permis de comparer les approches RANS et LES.

6.1 Synthèse des résultats de la conférence CFD4NRS-3

Un total de 29 calculs a été soumis pour le benchmark. Le tableau 6.1 présente quelques caractéristiques (modèles de turbulence et nombre de cellules) des différents calculs. Les données expérimentales contiennent les vitesses et températures moyennes, ainsi que les RMS correspondant et plusieurs évolutions temporelles de vitesse et de température. Ces évolutions temporelles permettent de comparer les spectres de températures et de vitesses. Pour classer les différents calculs, un critère d'évaluation a été défini de la manière suivante :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1,N} |C_i - D_i| \quad (6.1)$$

Ce critère est défini comme la somme de la valeur absolue de la différence entre la valeur calculée et la valeur expérimentale. Dans cette métrique, N représente le nombre total de points calculés. C_i et D_i sont respectivement les valeurs calculées et mesurées pour le i^e numéro. Deux différentes valeurs de M sont données pour chaque simulation. Une associée à la vitesse moyenne et RMS de vitesse et l'autre associée à la température moyenne et RMS de température.

Cette définition du critère de comparaison a quelques inconvénients :

1. Il favorise les grandes valeurs
 - les différences associées aux grandes valeurs de vitesse moyenne (par exemple au centre du Té de mélange) ont plus d'importance que celles associées aux petites valeurs de vitesse moyenne.
 - le comportement des résultats près des parois et dans la zone de séparation n'a pas beaucoup d'importance dans l'évaluation des calculs.
2. L'évaluation des valeurs moyennes et RMS sont combinées
 - la contribution du modèle de turbulence peut avoir une influence sur les RMS de température ou de vitesse (particulièrement pour les modèles hybrides ou les calculs URANS). Cette différence devrait être prise en compte pour les comparaisons.

Malgré ces limitations, cette erreur représente toutefois, une bonne première évaluation des calculs.

Le rapport de synthèse note qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser 70 millions de cellules pour capter la physique de l'écoulement. Cependant, les positions des mesures se trouvent en dehors des zones où l'écoulement est fortement perturbé (figure 6.1). Il faut noter que, en aval de la zone de mélange (où l'écoulement est fortement perturbé), l'écoulement converge assez vite (le point de rattachement se trouve à environ $1.6D$) et les points expérimentaux ne commencent qu'à $X = 1.6D$ ce qui est à la limite de la zone perturbée. Tous les calculs peuvent alors relativement bien capter les données expérimentales sur ces points, mais cela n'assure pas que ces calculs se comportent bien plus près de la zone de mélange.

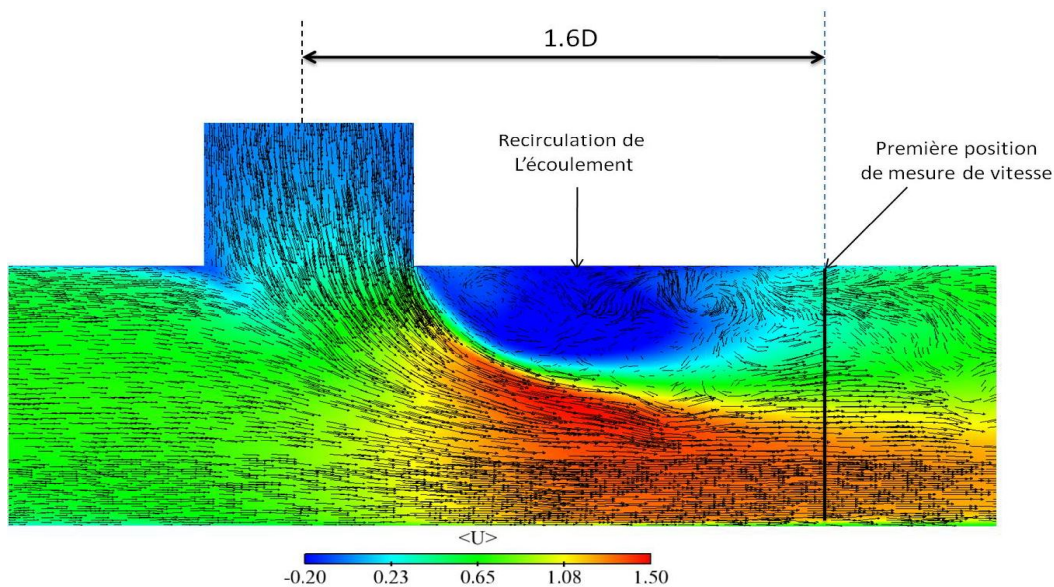


FIGURE 6.1 – Recirculation de l'écoulement et point de rattachement. Résultats obtenu avec *Code_Saturne*, et 20 secondes de cumul statistique.

Les calculs *SAS – SST* montrent des résultats assez médiocres¹ [58]

1. Cela peut être vu en détail dans le rapport de synthèse de la conférence CFD4NRS-3 [58]

Calculs	Codes	Modèle de turbulence	Nbr d'éléments (en million)
CS	<i>Code_Saturne</i>	LES, Smag-Dyn	6.2M
S6	STAR-CCM+/3.06.006	LES-WALE	9.3M
S10	Fluent 12	LES-Smag-lilly	0.92M
S16	Fluent 12	LES-WALE	7.7M
S19	Fluent 12.1	SST- $k\omega$	11M
S20	Fluent	LES-Dyn. Smag	70.5M
S21	Nek5000	LES, spectral damping	21M
S2	Fluent 12	LES,Dyn.Smag	34M
S8	STAR-CCM+/3.06.006	LES,Wale SGS	13.2M
S4	Fluent 6.326	LES,Dyn.Smag	5.8M
S24	OpenFOAM 1.6	LES,Dyn.Smag	8M
S3	CFX5 v12	LES, Wale	0.97M
S11	CFX	LES, Wale	3.4M
S18	CFX	DES-SST	2.4M
S14	CABARET	ILES	1.8M
S17	OpenFOAM 1.6	LES, 1eq.Dyn.eddy	0.28M
S9	Advance/FrontFlow/red v4	LES, Smag	4.1M
S22	STAR-CCM+	LES	4.4M
S26	Fluent v12.1	LES- Dyn KE SGS	9.3M
S27	STAR-CCM+	V2F	0.62M
S23	CFX	LES-WALE	1.9M
S10	Fluent 12.1	LES-Smag-Lilly	0.92M
S7	CFX	SAS-SST	5M
S25	TransAT	LES-WALE	2.5M
S1	Fluent	LES	4.5M
S15	CFX	SAS-SST	2.3M
S13	CFX 12.0	SAS-SST	1.1M
S12	MODTURC-CLAS	K-epsilon/RNG	0.89M
S29	CFX	SAS-SST	1.0M
S28	STAR-CCM+	Dynamic Vreman	3.7M

TABLE 6.1 – Codes de calcul ayant participé au benchmark CFD4NRS-3

comparés aux calculs utilisant les modèles dynamiques ou WALE. Les calculs *SST* ayant une relative bonne qualité, il a été mentionné que le problème pourrait provenir du modèle *SAS*.

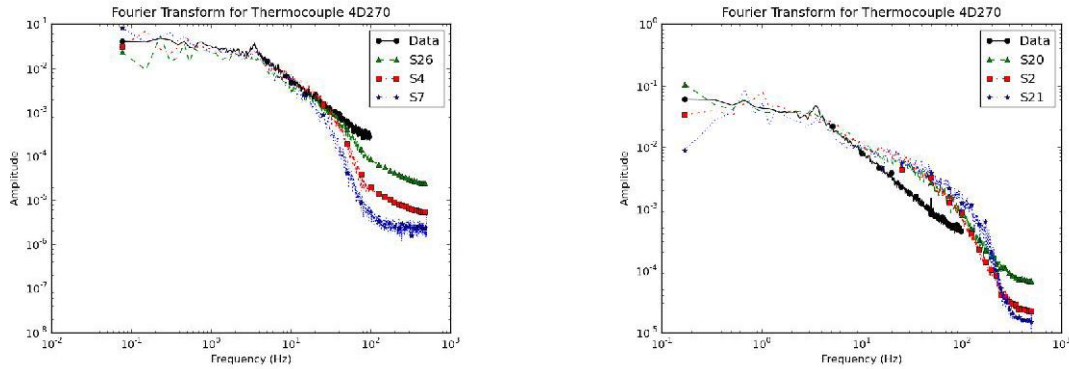


FIGURE 6.2 – Spectres de température pour le thermocouple situé à $X = 4D$ et 270 degrés obtenu avec les maillages les plus grossiers (gauche) et les maillages les plus fins (droite)

La figure 6.2 montre que ni les calculs utilisant des maillages grossiers, ni les calculs utilisant des maillages fins ne captent bien le pic observé expérimentalement à 3.5Hz. Il faut cependant noter que ces résultats sont obtenus après filtrage. Le filtre utilisé n'est pas défini [58].

6.2 Configuration du calcul *Code_Saturne* (CS)

Les équations de conservation sont décrites au chapitre 4. La viscosité turbulente de sous-maille μ_t est déterminée avec le modèle dynamique (Germano et al.,1991) [32]. On trouve $Fr = 4.48$, on néglige ainsi la gravité. La validité de ce choix sera évaluée dans la suite. La loi de parois utilisée est celle de Reichardt (voir l'équation 2.85).

6.2.1 Schémas et paramètres numériques

Le calcul soumis pour le « blind » benchmark a été effectué avec un pas de temps de 0.00015 secondes (correspondant à $CFL =]0 : 0.7]$). Après 3 secondes pour le développement de l'écoulement, 8 secondes supplémentaires

ont été effectuées pour le calcul des statistiques. Nous avons ensuite effectué des suites de calcul, correspondant à 12, 17 et 23 secondes de développement statistiques. En d’autres termes, ces suites de calcul correspondent respectivement à 3, 4 et 5 passages du fluide dans le domaine du calcul.

6.2.2 Maillage

Le maillage utilisé est celui contenant 6 millions de cellules (voir le chapitre 4).

6.2.3 Conditions aux limites

Les températures des branches froides et chaudes sont respectivement 16 et 19 degrés Celsius. La vitesse en entrée est respectivement 0,585 m/s et 0,78 m/s pour la branche froide et chaude. Le profil de vitesse est défini en utilisant la méthode SEM (Synthetic Eddy Method, Jarrin et al., 2006) [37].

6.3 Résultats et analyses

L’objectif de cette section est d’analyser plus précisément les résultats obtenus avec *Code_Saturne* sur ce benchmark et d’évaluer les points forts et faibles de *Code_Saturne* par rapport aux autres codes de calculs présents au benchmark. Pour ce faire, on choisit de se comparer au meilleur résultat pour les vitesses et fluctuations de vitesses. Il s’agit des résultats obtenus avec le calcul utilisant 70.5 millions de cellules, une simulation des grandes échelles et le modèle dynamique (S20). Le code utilisé ici est Fluent. Le cumul des grandeurs statistiques est fait pendant 23 secondes.

6.3.1 Profils de vitesse

Les profils de vitesse présentés dans la suite, sont ceux qui ont été présentés dans le rapport de synthèse du benchmark. Dans toutes les figures suivantes, R représente le rayon de l’entrée froide et U_{bulk} la vitesse moyenne de l’entrée froide. Les résultats nommés $CS_{8s(USA)}$, CS_{12s} et CS_{17s} représentent respectivement le résultat de *Code_Saturne* soumis pour le benchmark, et les suites de ce calcul jusqu’à 12 secondes et 17 secondes de cumul statistiques, sans oublier que 3 secondes ont été préalablement effectuées pour le développement de l’écoulement. On effectue ces suites de calcul pour analyser l’influence de la durée de cumul sur les résultats obtenus.

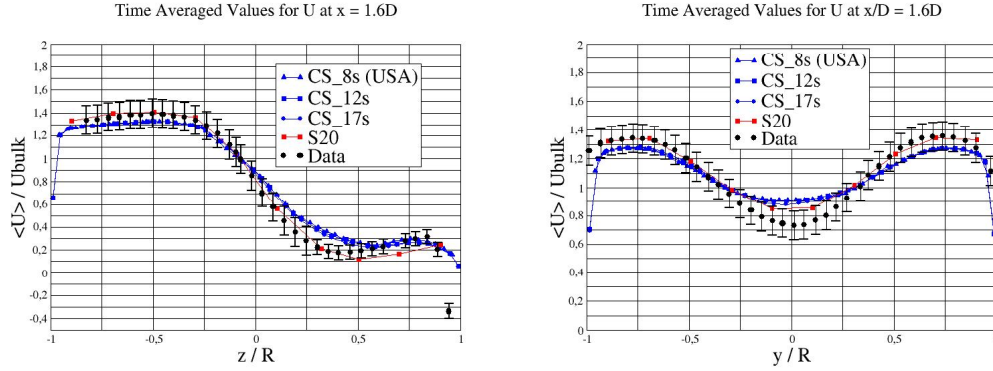


FIGURE 6.3 – Profils des vitesses moyennes $\langle u \rangle$ sur zcl et ycl (voir la section 3.1.1) à $X = 1.6D$ obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70 millions de cellules et le code FLUENT)

La figure 6.3 montre les profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ à $X = 1.6D$ sur les axes z et y . Les résultats obtenus avec CS et S20 sont de bonne qualité pour cette grandeur à cette position (les résultats obtenus avec CS sont quasiment toujours dans la barre d'erreur). En revanche, on peut néanmoins noter le fait que CS et S20 ont du mal à capter correctement les données expérimentales au centre du canal pour la grandeur $\langle u \rangle$ à $X = 1.6D$ sur l'axe y , on peut le voir sur la figure 6.3 (droite).

La figure 6.4 montre elle aussi, les profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$, mais à la position $X = 4.6D$. On peut voir premièrement que, les résultats soumis au benchmark sont comparables au résultat S20 à cette position et pour cette grandeur, et une durée de cumul plus importante n'a pas une grande influence sur les résultats.

La figure 6.5 montre les profils de la vitesse moyenne $\langle w \rangle$ à $X = 1.6D$ et $X = 4.6D$ sur l'axe z . Sur la position $X = 4.6D$ l'incertitude sur la mesure est d'environ 4%, il est alors assez difficile de comparer les deux simulations. On note cependant que CS se comporte relativement bien comparé à S20 sur la position $X = 1.6D$ au niveau de la zone de mélange.

La figure 6.6 montre les profils de RMS de vitesse V_{rms} à $X = 1.6D$ sur l'axe y . Les résultats de CS sont, pour cette grandeur et à cette position, comparables au résultat du calcul S20. On remarque aussi que la durée de

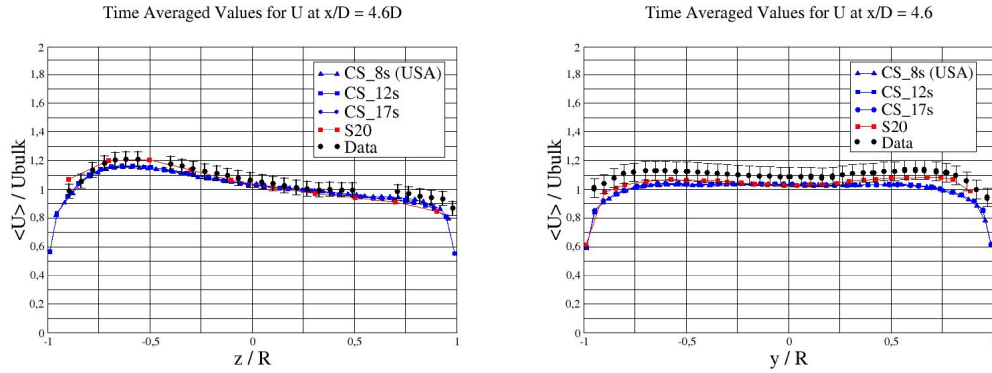


FIGURE 6.4 – Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ sur zcl (gauche) et ycl (droite) à $X = 4.6D$ obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

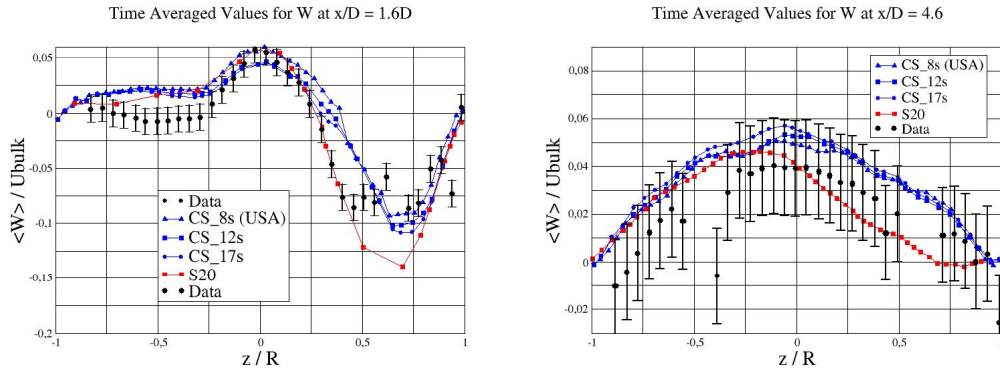


FIGURE 6.5 – Profils de la vitesse moyenne $\langle w \rangle$ sur zcl à $X = 1.6D$ (droite) et à $X = 4.6D$ (gauche) obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

cumul n'a pas une grande influence pour cette grandeur et à cette position.

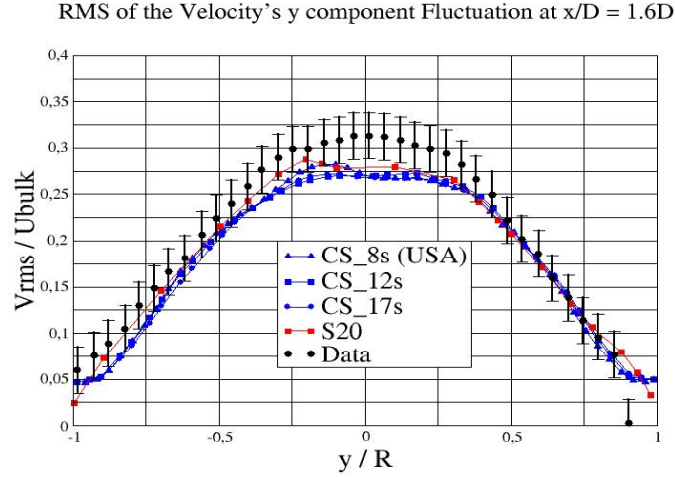


FIGURE 6.6 – Profils de V_{rms} sur y_{cl} à $X = 1.6D$ obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

6.3.2 Profils de température

Tout comme pour les profils de vitesse, on compare les résultats de CS avec les résultats disponibles du calcul S20. Les données de température sont fournies par des thermocouples situés à 1 mm des parois aux positions montrées à la figure 3.4. On définit la température moyenne adimensionnée :

$$\langle T \rangle^* = \frac{\langle T \rangle - T_2}{T_1 - T_2} \quad (6.2)$$

Ainsi que la valeur RMS de température adimensionnée :

$$T_{rms}^* = \frac{\sqrt{\langle T'^2 \rangle}}{T_1 - T_2} \quad (6.3)$$

La figure 6.7 montre les profils de température moyenne sur l'axe x à 0 et 180 degrés. Pour le profil de température à 0 degré figure 6.7 (gauche), on constate premièrement que le calcul soumis au benchmark ($CS_{8s(USA)}$) est assez éloigné du calcul S20. Les résultats des calculs effectués avec de plus longues durées de cumul sont en revanche plus près du calcul S20. On note aussi que tous les calculs ne parviennent pas à capter la remontée de

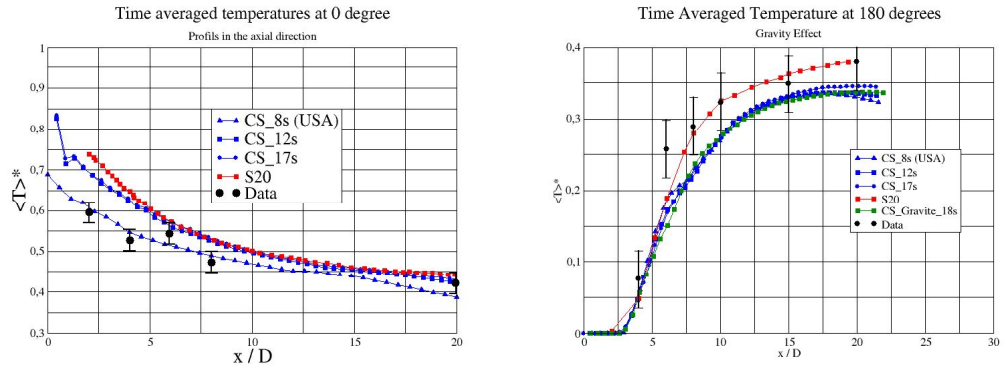


FIGURE 6.7 – Profils de la température moyenne $\langle T \rangle^*$ sur xcl en haut de la conduite à 0 degré (gauche) et en bas de la conduite à 180 degrés (droite) obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes et prise en compte de la gravité, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

température à $\frac{x}{D} = 6$. Pour le profil de température moyenne à 180 degrés, on voit un résultat assez important. En effet, CS ne remonte pas assez, ce qui donne l'impression que le fluide chaud ne traverse pas correctement le courant froid. Ce comportement peut altérer le chargement thermique sur cette position. A ce niveau de l'étude quatre configurations sont possibles pour comprendre à quoi est dû ce problème :

1. les distances amont des courants chaud (2.4D) et froid (2.65D) ne sont pas suffisantes pour le développement de l'écoulement, ce qui a une influence sur le mélange turbulent.
2. la gravité a peut-être un effet non négligeable sur l'écoulement malgré le grand nombre de Froude.
3. une autre possibilité est le raffinement du maillage. En effet, les maillages qui ont un nombre de cellules comparable au calcul CS, présentent aussi ce comportement pour la distribution de température à 180 degrés [58].
4. la modélisation du flux thermique est imprécise.

La première possibilité est simple à vérifier. Il suffit de rallonger les distances amont à la zone de mélange, pour les branches froide et chaude. La deuxième possibilité est analysée en effectuant une simulation avec prise en compte de la gravité. La figure 6.7 (droite, couleur verte) montre le résultat

obtenu en considérant l'effet de la gravité. Elle montre que la gravité n'a pas une grande influence sur les résultats obtenus. La troisième possibilité, est analysée quant à elle, en raffinant le maillage pour atténuer la modélisation et voir si ce comportement est amélioré.

La figure 6.8 montre les profils de température moyenne sur l'axe x à 90 et 270 degrés. Le calcul soumis pour le benchmark chauffe trop vite sur le côté à 90 degrés. Ce résultat est amélioré en effectuant simplement un temps de cumul statistique plus important comme on peut le voir. Le calcul soumis au benchmark n'est donc pas assez convergé. Les profils de température moyenne à 90 et 270 degrés sont superposés pour analyser la symétrie des résultats et des données expérimentales. Les données expérimentales ne sont pas symétriques et particulièrement à $X/D = 4$. Les résultats CS_{12s} et CS_{17s} sont symétriques pour cette grandeur et à cette position.

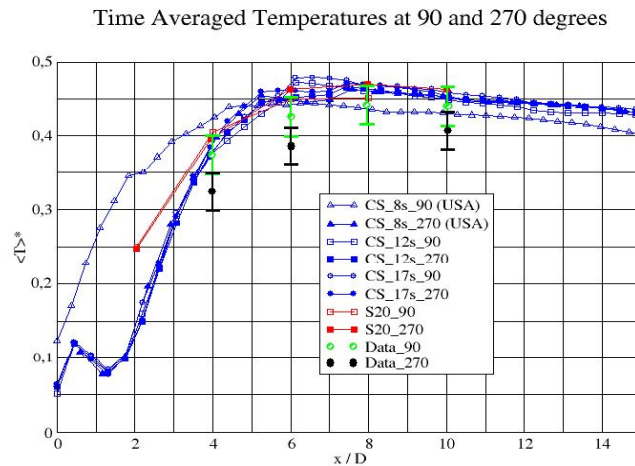


FIGURE 6.8 – Profils de la température moyenne $\langle T \rangle^*$ sur xcl à 90 et 270 degrés obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

Les figures 6.10 et 6.11 montrent les profils de RMS de température sur l'axe x à 0 et 180 degrés. Les calculs CS sont comparables aux résultats obtenus avec S20. La durée de cumul n'influence pas grandement les résultats pour cette grandeur et à cette position.

La figure 6.9 montre les profils de RMS de température sur l'axe x à 90 et 270 degrés. On constate premièrement que les fluctuations de température sont plus importantes dans CS sur $X/D=[2; 4]$. Comparé aux résultats du calcul S20, les résultats de CS sont meilleurs et précisément à $X/D = 2$. La symétrie des résultats de CS est assez bonne pour cette grandeur et les données expérimentales présentent aussi une assez bonne symétrie sur les points disponibles. Les figures 6.10 et 6.11 montrent respectivement les profils de RMS de température sur l'axe x à 0 et 180 degrés. On remarque que les résultats de CS sont dans la barre d'erreur à 0 degré et à la limite supérieure à 180 degrés.

6.3.3 Analyse spectrale

L'objectif principal de l'analyse spectrale est de voir si les simulations captent les fréquences caractéristiques de l'écoulement. Pour ce faire, on compare ainsi les spectres obtenus par simulation avec les spectres expérimentaux, les spectres du calcul S20 ne sont pas disponibles.

La figure 6.12 montre le spectre de la vitesse u à $X = 3.6D$ et $Y = -35mm$. Comme on peut le voir, CS capte assez bien le pic à environ 3.5Hz. Il faut cependant noter que les spectres présentés ici, sont obtenus sans filtrage².

La figure 6.13 montre le spectre de la température obtenu par CS comparé aux données expérimentales, à $X = 4D$ et 270 degrés. Les résultats montrent que CS capte assez bien le pic situé à environ 3.5Hz.

2. Aucun lissage des données n'est effectué.

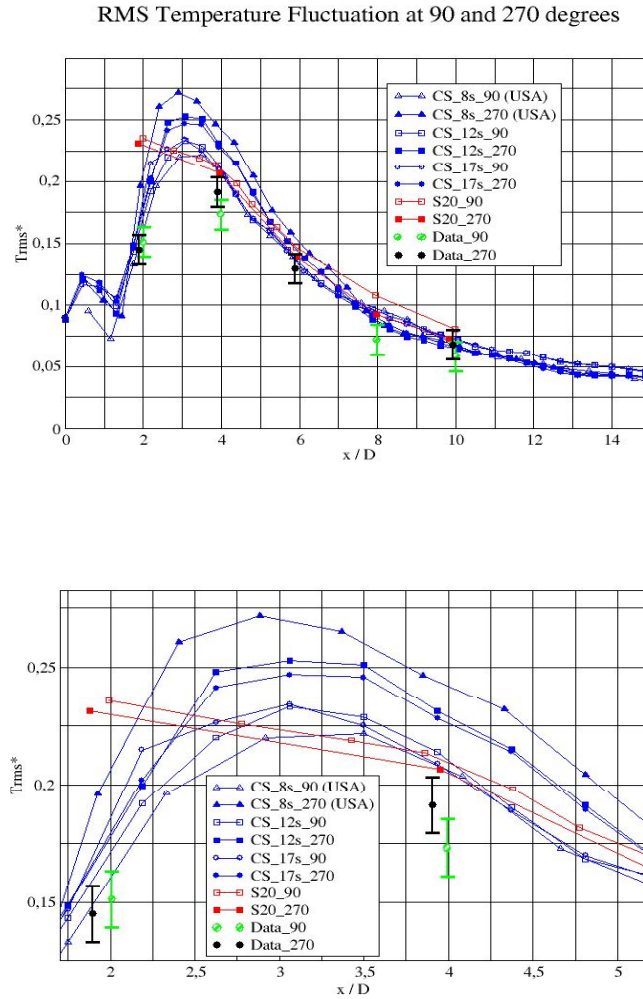


FIGURE 6.9 – Profils de T_{rms}^* sur xcl à 90 et 270 degrés (dessus) et zoom (dessous) obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

6.4 Conclusion et perspectives

Ce chapitre traite de l'analyse des résultats obtenus avec *Code_Saturne* (CS) sur le benchmark OCDE/EAN, utilisant des données expérimentales fournies par l'entreprise suédoise Vattenfall. Les résultats de CS avec 6 millions de cellules sont comparés au meilleur calcul du benchmark (code Fluent en LES : S20), calcul comportant 70.5 millions de cellules et aux données ex-

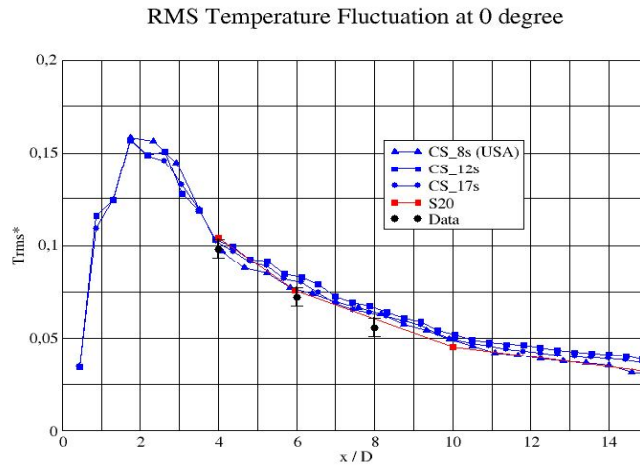


FIGURE 6.10 – Profils de T_{rms}^* sur xcl à 0 degré obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

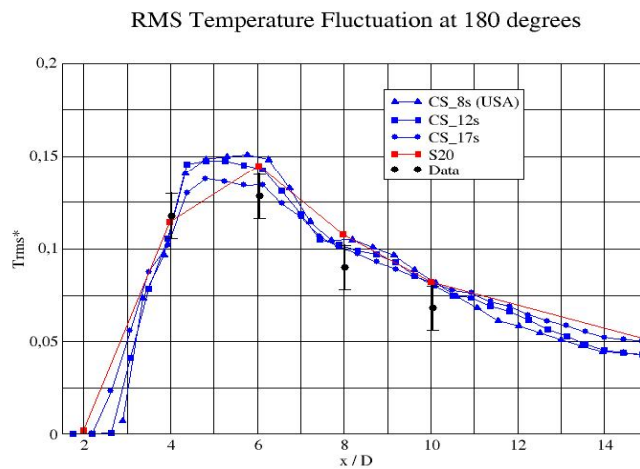


FIGURE 6.11 – Profils de T_{rms}^* sur xcl à 0 et 180 degrés obtenus avec *Code_Saturne* pour des temps de cumul de 8, 12 et 17 secondes, comparés au résultat S20 (70.5 millions de cellules et le code FLUENT)

périmentales.

Cette analyse montre que les résultats de CS sont comparables à ceux

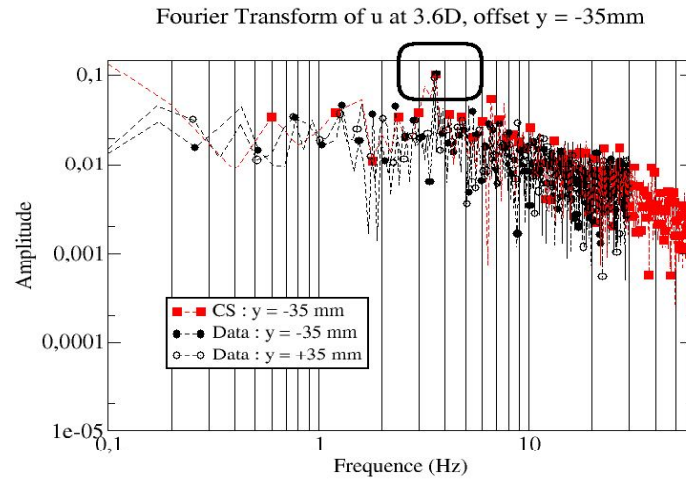


FIGURE 6.12 – Profil du spectre de la vitesse u à $X = 3.5D$ et $Y = -35\text{mm}$ comparé aux données expérimentales.

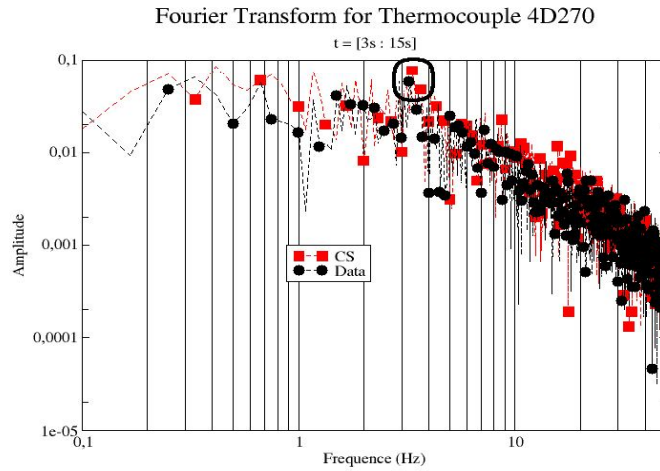


FIGURE 6.13 – Profil du spectre de la température à $X = 4D$ et 270 degrés comparé aux données expérimentales.

obtenus avec S20 dans la barre d'erreur des données expérimentales pour les profils de vitesse sur toutes les positions analysées. En ce qui concerne la distribution de température, un problème sur le profil de température moyenne à 180 degrés (partie basse de la conduite principale) a été observé. En effet, la température observée avec CS ne remonte pas suffisamment, ce

qui laisse penser que le fluide chaud ne traverse pas correctement le fluide froid. Trois pistes sont à étudier : la première est l'effet de la longueur des deux branches sur le mélange turbulent. Les distances $2.64D$ et $2.4D$ ne sont peut-être pas suffisantes pour le développement turbulent de l'écoulement amont de la jonction. Deuxièmement, le maillage utilisé n'est peut-être pas assez fin pour capter toute la physique et précisément, la distribution de température sur la génératrice inférieure. Enfin, si ces hypothèses ne répondent pas à nos attentes, il serait peut-être nécessaire de prendre en compte les effets de compressibilité, malgré la faible valeur de la variation relative de densité.

Une analyse précise a aussi été effectuée sur les spectres de vitesse et de température. Comme nous l'avons montré, le spectre de vitesse à $X = 3.6D$ et $Y = -35mm$, présente bien un pic à environ $3.5Hz$. Les spectres de la température sur le thermocouple situé à $X = 4D$ et 270 degrés, pour les codes de calcul du benchmark (ceux qui ont été présentés dans le rapport de synthèse) ne captent pas bien le pic situé à $3.5Hz$. En revanche, le calcul CS capte bien ce pic.

Le critère de comparaison des différents codes est adapté pour évaluer l'erreur des grandeurs moyennes dans l'écoulement loin des parois. Bien que ce benchmark soit insuffisant du point de vue de la fatigue thermique, à cause du manque de données expérimentales proche de la paroi, il permet néanmoins d'avoir une estimation qualitative du comportement de CS par rapport aux autres codes. Il est assez difficile d'effectuer une comparaison globale des codes de calcul. Un code peut bien estimer une variable sur une position donnée, et assez mal l'estimer sur une autre position. En ce qui concerne cette évaluation de codes, il est nécessaire de le faire pour chacune des variables séparément. De plus pour faire une comparaison des valeurs RMS, il est nécessaire de prendre en compte la contribution du modèle aux fluctuations de température et de vitesse. Une autre amélioration possible du point de vue des données expérimentales, serait de prendre des mesures dans la zone de séparation pour $X = [0.7D, 1.3D]$ pour augmenter l'exigence du benchmark (car l'écoulement est plus perturbé et donc difficile à modéliser). Les données expérimentales ne commencent qu'à $X = 1.6D$. Il est aussi important de prendre plus de points proches de la paroi.

La participation d'EDF à ce benchmark nous a montré que les résultats obtenus avec CS sont de qualité comparable, aux "meilleurs" résultats du benchmark. Des analyses restent cependant nécessaires à la compréhension des phénomènes liés à la distribution de température.

Influence du modèle de sous-maille, du maillage et des conditions en entrée sur un té avec angle droit

Contents

7.1	Introduction	132
7.2	Géométrie et maillages	132
7.3	Résultats et analyses	132
7.3.1	Comparaison des résultats avec les données expérimentales	132
7.3.2	Influence du raffinement orthogonal à la paroi	133
7.3.3	Influence des entrées turbulentes	135
7.4	Conclusion	147

La configuration de l'écoulement est celle de Vattenfall. Les températures des branches chaudes et froides sont respectivement 30 °C et 15 °C et le nombre de Reynolds 96000. Ce chapitre a fait l'objet d'une publication ¹.

7.1 Introduction

Notre étude a pour objectifs de comparer les résultats obtenus par *Code_Saturne* avec les résultats expérimentaux de Vattenfall (version 2006) en utilisant plusieurs modèles de sous-maillages, plusieurs maillages et de mener des analyses détaillées, de l'influence des entrées turbulentes sur la distribution de vitesse et de température en aval de la zone de mélange. En effet,

1. Ndombo J.-M. and Howard R.J.A., Large Eddy Simulation and the effect of the turbulent inlet conditions in the mixing Tee. Nucl. Eng. Des, Volume 241, Issue 6, June 2011, Pages 2172-2183.

plusieurs travaux (Westin, Andersson., 2008, Kuczaj and Komen., 2010) affirment que des entrées turbulentes ne sont pas nécessaires car toute la turbulence serait générée par la zone de mélange. Ils imposent ainsi en entrée des profils moyens de vitesse et la turbulence est générée par la zone de mélange.

7.2 Géométrie et maillages

La géométrie utilisée est celle de Vattenfall et les maillages utilisés sont le maillage grossier à 420000, 6 millions ($6M$) et 10 millions ($10M$) de cellules (voir chapitre 4).

7.3 Résultats et analyses

Dans ce cas aussi la gravité est négligée car le nombre de Froude est grand. Les comparaisons entre les solutions numériques et les données expérimentales sont faites aux positions $X = 2.6D$ et $X = 6.6D$ en aval de la zone de mélange (figure 7.1) sur les directions y et z . Les profils de vitesses moyennes $\langle u \rangle$ et RMS sont comparés à $X = 2.6D$ ainsi qu'à $X = 6.6D$, où l'on compare aussi les profils de vitesse moyenne $\langle w \rangle$ et RMS, ainsi que la température moyenne et les fluctuations associées. La position $X = 0.75D$ (figure 7.1) correspond à une position où sera analysée l'influence des entrées turbulentes sur la physique de l'écoulement juste en aval de la zone de mélange.

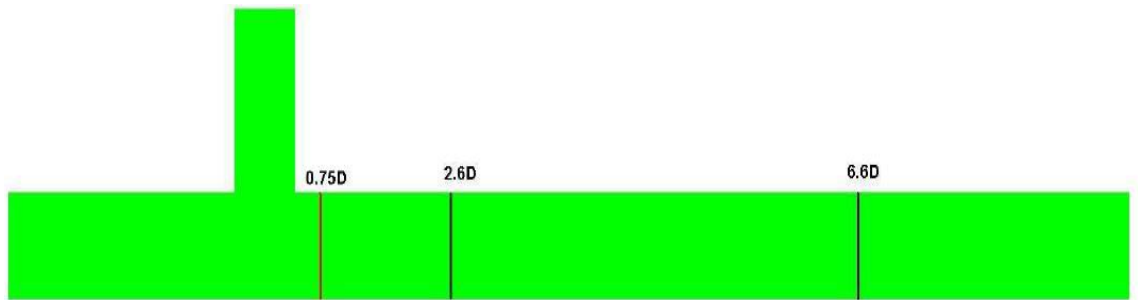


FIGURE 7.1 – $X = 2.6D$, $6.6D$: positions de comparaison avec l'expérience.
 $X = 0.75D$: position d'analyse de l'influence des entrées turbulentes

La figure 7.2 montre respectivement les profils de vitesse moyenne axiale ainsi que sont RMS sur l'entrée froide. On note qu'il n'y a pas d'effet du

maillage ni du modèle utilisé sur le profil moyen. En revanche, le RMS de vitesse moyenne montre une amélioration avec le modèle WALE.

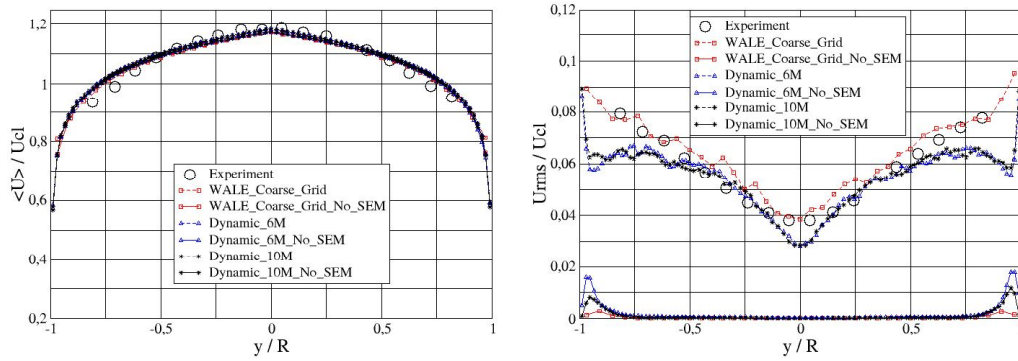


FIGURE 7.2 – Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ (gauche) et de u_{rms} (droite) sur l'entrée froide avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.

7.3.1 Comparaison des résultats avec les données expérimentales

Les figures 7.3 et 7.4 montrent que pour la vitesse moyenne axiale, les simulations avec et sans entrées turbulentes sont pour tous les maillages, en bon accord avec les données expérimentales.

Comme pour la vitesse axiale, les valeurs de w_{rms} , pour les simulations avec et sans entrées turbulentes sont en accord avec les données expérimentales sur les trois maillages sans raffinement à la paroi.

7.3.2 Influence du raffinement orthogonal à la paroi

Pour le maillage avec raffinement à la paroi, les résultats sont moins bons et particulièrement pour les valeurs de W_{rms} figure 7.5. Le raffinement orthogonal des cellules en région proche paroi peut conduire à des solutions insatisfaisantes. En effet, comme il a déjà été vu [88], un fort allongement des cellules peut être préjudiciable en LES. Un raffinement dans la direction normale à la paroi doit s'accompagner d'un raffinement circonférentiel, ce qui exploserait rapidement le nombre de cellules dans le domaine. On peut avec

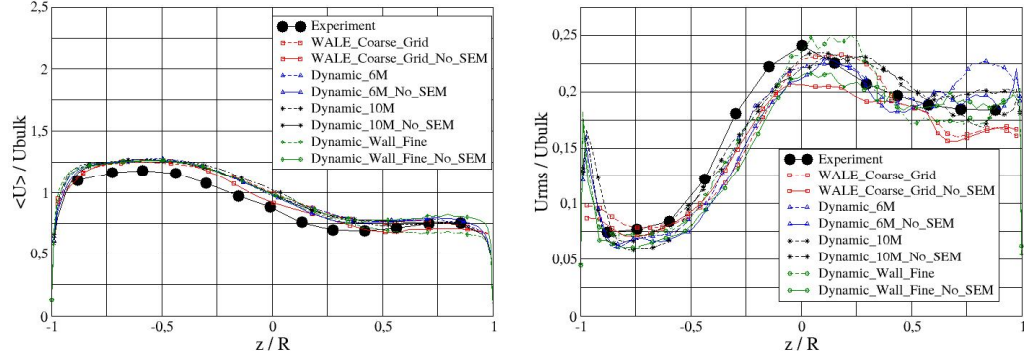


FIGURE 7.3 – Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ (gauche) et de u_{rms} (droite) à $X = 2.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.

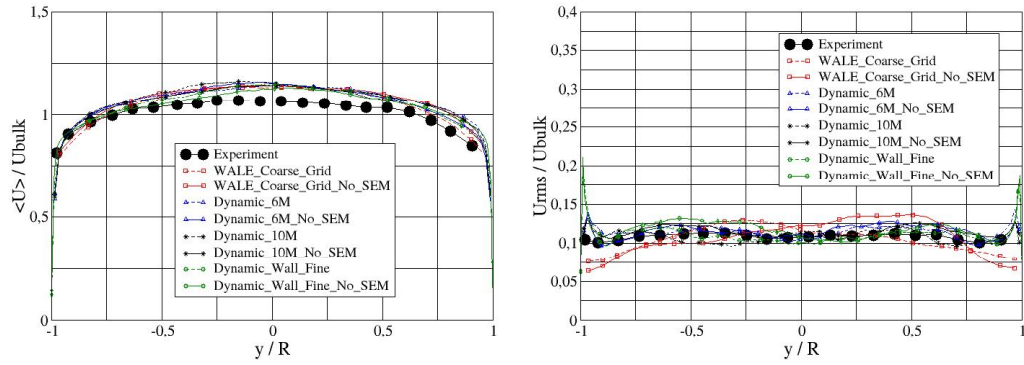


FIGURE 7.4 – Profils de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ (gauche) et de u_{rms} (droite) à $X = 6.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.

ce maillage tester d'autres modèles de sous-maille comme le modèle WALE qui permet de mieux gérer les écoulements en transition.

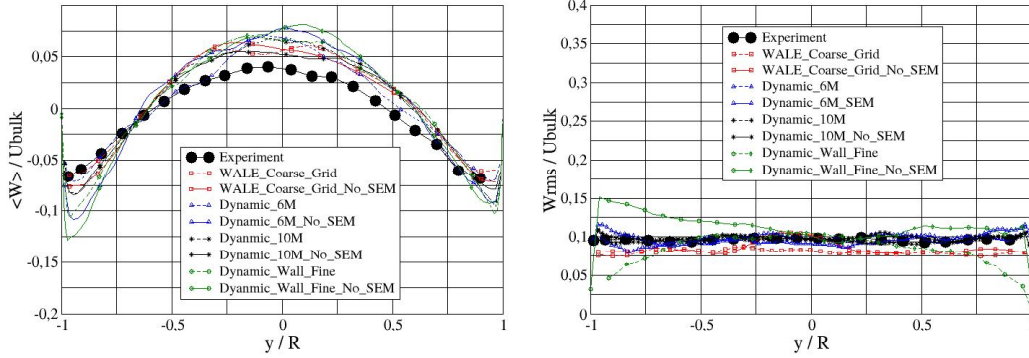


FIGURE 7.5 – Profils de la vitesse moyenne $\langle w \rangle$ (gauche) et de w_{rms} (droite) à $X = 6.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.

7.3.3 Influence des entrées turbulentes

7.3.3.1 Vitesses moyennes

La figure 7.6(a et b) montre la distribution de la vitesse moyenne totale $\langle \mathbf{V} \rangle = \sqrt{\langle u \rangle^2 + \langle v \rangle^2 + \langle w \rangle^2}$ sur le maillage grossier, comme on peut le voir la zone de séparation est plus large pour le calcul sans entrées turbulentes. Ce résultat peut être dû à la résolution du maillage. Pour le maillage $6M$, les distributions de vitesse moyenne totale sont assez similaires figure 7.6(c et d) pour les deux configurations de calcul.

7.3.3.2 Énergie cinétique turbulente

La turbulence en aval de la zone de mélange peut être analysée à partir de l'énergie cinétique turbulente. Comme nous l'avons vu, en LES nous traitons des variables filtrées. Ces variables correspondent à des longueurs d'ondes plus petites que la longueur d'onde de coupure $\kappa_c = 2\pi/\Delta$. La théorie de Kolmogorov [43] montre que l'essentiel de l'énergie cinétique turbulente est contenue dans les structures ayant une taille de l'ordre de la longueur de mélange. L'énergie cinétique obtenue ici, représente bien celle du système en première approximation. Une chose importante à garder à l'esprit est le fait que les entrées fluctuantes sont imposées sur les faces des cellules, la méthode collocalisée de *Code_Saturne* induit ainsi des pertes d'information. En

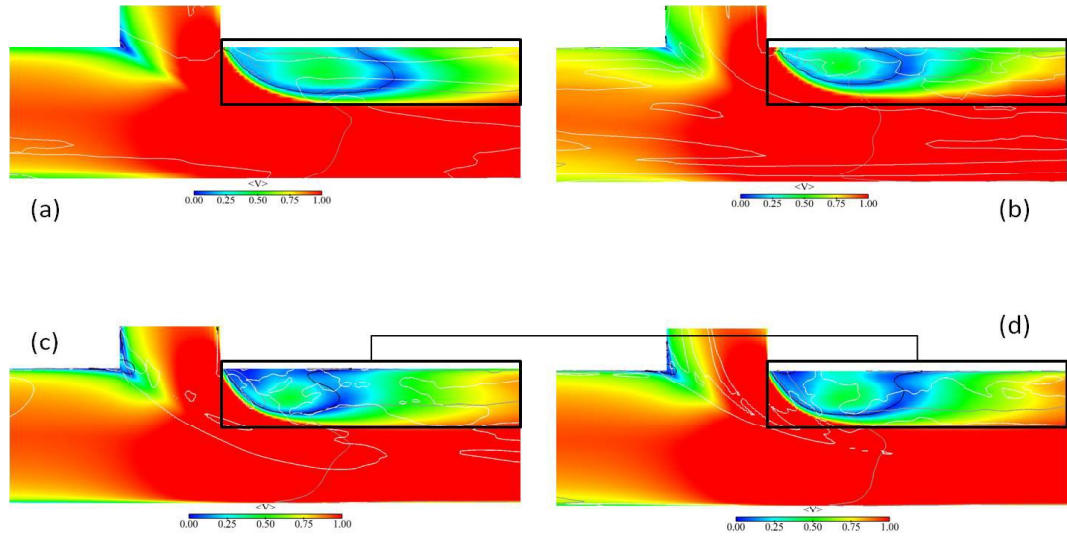


FIGURE 7.6 – Vitesse moyenne sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) (a) et (b) maillage grossier, (c) et (d) maillage 6M

revanche, même si les fluctuations de vitesse ne sont pas en parfait accord avec les données expérimentales figure 7.2, c'est une bonne approximation pour analyser l'influence des entrées turbulentes sur la physique de l'écoulement. Les figures 7.7 et 7.8 montrent des vues de profil de l'énergie cinétique turbulente ($\langle K \rangle = 0.5 (\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle)$) où ψ' est la valeur fluctuante de la variable ψ) sur le maillage 6M avec et sans entrées turbulentes. Comme on peut le voir (près du point noir) proche de la zone de mélange et proche de la paroi, l'énergie cinétique turbulente est plus grande pour la simulation sans entrées turbulentes. Ce résultat a des conséquences sur les distributions des corrélations température-vitesse comme nous le verrons dans la suite.

7.3.3.3 Fluctuations de température et corrélation température-vitesse

La figure 7.9 montre ($X = 6.6D$ sur la direction z) respectivement la température moyenne adimensionnée

$$\langle T \rangle^* = \frac{\langle T \rangle - T_{cold}}{T_{hot} - T_{cold}} \quad (7.1)$$

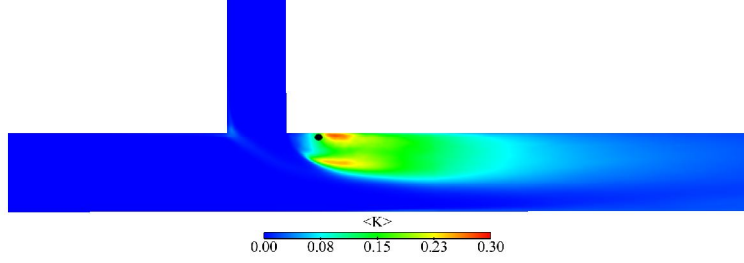


FIGURE 7.7 – Energie cinétique turbulente : sans entrées turbulentes, mailage 6M

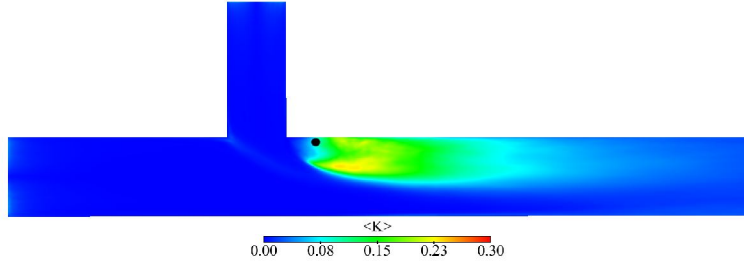


FIGURE 7.8 – Energie cinétique turbulente : avec entrées turbulentes, mailage 6M

et les fluctuations de température adimensionnée

$$T_{rms}^* = \frac{\sqrt{\langle T'^2 \rangle}}{T_{hot} - T_{cold}}. \quad (7.2)$$

Même si les conditions sont adiabatiques, on définit le facteur A qui mesure les corrélations température-vitesse.

$$A = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \langle T' u'_j \rangle^2} \quad (7.3)$$

Cette définition correspond aux corrélations température-vitesse résolues. Pour évaluer l'importance des corrélations température vitesse de sous-maille on définit pour les échelles de sous-mailles A^{SGS} :

$$A^{SGS} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (\langle T' u'_j \rangle^2)^{SGS}} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\langle \nu_t \rangle}{Pr_t} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_j} \right)^2} \quad (7.4)$$

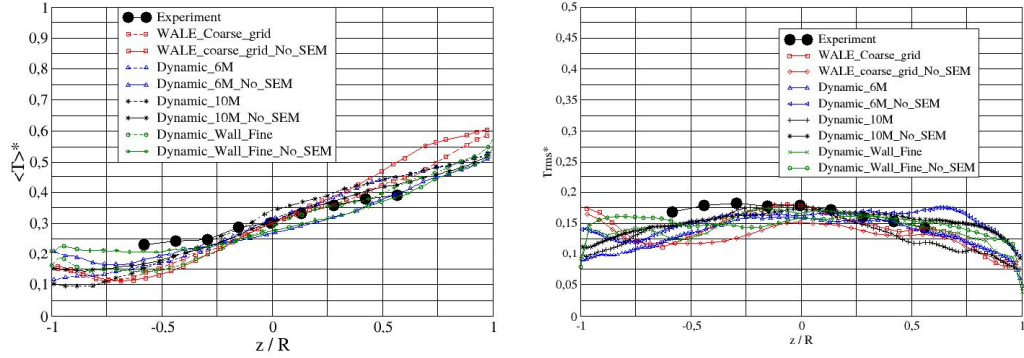


FIGURE 7.9 – Profils de la température moyenne $\langle T^* \rangle$ (gauche) et de T_{rms} (droite) à $X = 6.6D$ avec et sans entrées turbulentes (SEM et No_SEM), les maillages contiennent 420000, 3.2 millions (avec raffinement à la paroi), 6 millions, 10 millions de cellules et les modèles de sous-maille sont le modèle WALE et Smagorinsky dynamique.

Les figures 7.10 et 7.11 montrent les profils des corrélations température vitesse résolues et de sous mailles à 1 mm de la paroi et aux angles 0, 90 180 et 270 degrés (figure 3.4). Ces figures montrent que les contributions de sous mailles sur les corrélations température vitesse sont négligeables. En effet, les corrélations température-vitesse représentent le flux thermique vu par le solide. Premièrement, les figures 7.12(d) et 7.17 montrent que le comportement des fluctuations de température est différent de celui des corrélations température-vitesse. On peut aussi voir que dans l'écoulement, les corrélations température-vitesse ont une distribution assez similaire pour les simulations avec et sans fluctuations en entrées (figure 7.16 et figure 7.17).

Les figures 7.12 (a) et 7.12 (b) montrent un curieux résultat pour la distribution des fluctuations de température sur le maillage grossier. Les distributions de ces fluctuations sont très faibles pour le cas sans entrées turbulentes. Ce résultat est certainement dû au maillage et ne peut être pris en considération à ce niveau.

Dans la suite, toutes les comparaisons seront faites sur le maillage 6M étant donné que les résultats sont assez similaires avec le maillage 10M. Sur le maillage 6M, les distributions de fluctuations de température sont assez similaires dans l'écoulement (figure 7.12 (c) et figure 7.12(d)) pour les simulations avec et sans entrées turbulentes.

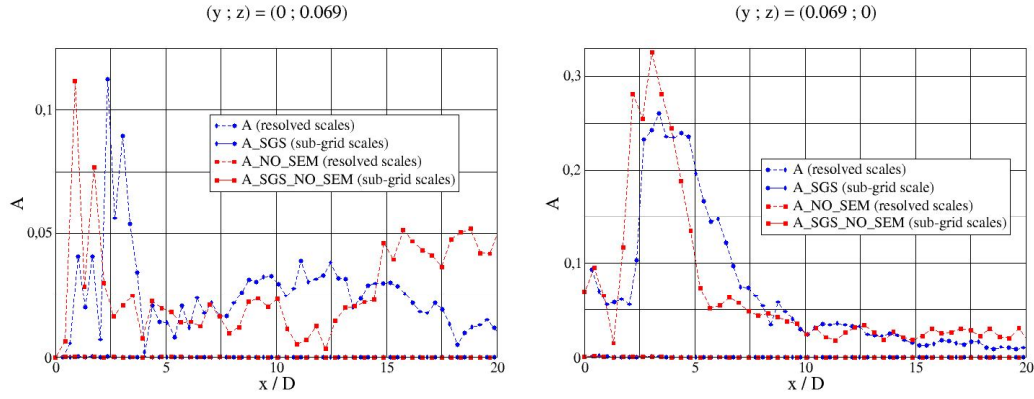


FIGURE 7.10 – Profils de la corrélation température/vitesse résolue et de sous-maille à 1 mm de la paroi. $(y; z) = (0 : 0,069)$ (gauche) et $(y; z) = (0,069; 0)$ (droite)

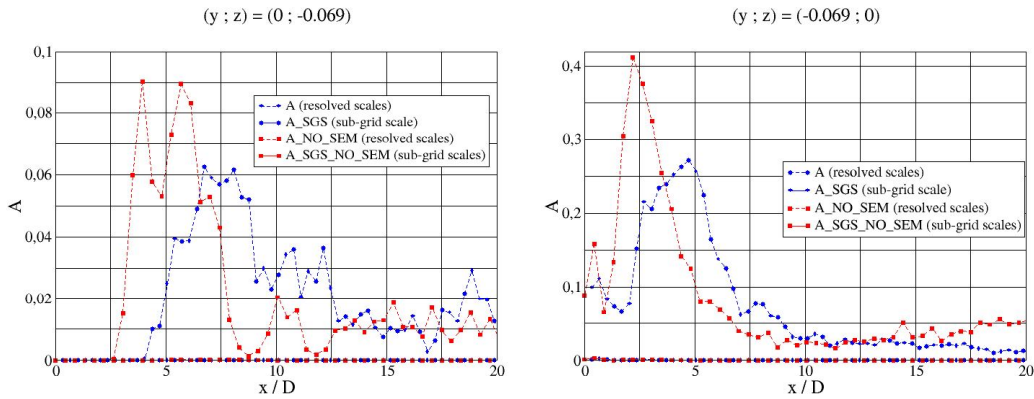


FIGURE 7.11 – Profils de la corrélation température/vitesse résolue et de sous-maille à 1 mm de la paroi. $(y; z) = (0 : -0,069)$ (gauche) et $(y; z) = (-0,069; 0)$ (droite)

Les figures 7.13 (a) et (b) (zone près du point noir) montrent les distributions des fluctuations de température dans la zone de mélange et à la paroi. Une grande différence sur les deux types de simulation peut être remarquée. Les valeurs obtenues avec la simulation sans entrées turbulentes sont plus grandes. Ce résultat est aussi visible sur les figures 7.14 et 7.15. Ce résultat est très important car la distribution de température est utilisé

pour le couplage avec la structure (*Code_Saturne* / *SYRTHES*).

Sur les figures 7.13 (c et d) une analyse qualitative est faite, il s'agit de l'isosurface de fluctuation de température ($T_{rms}^* = 0.25$). Il existe principalement trois zones. Les zones *A* et *B* montrent des distributions différentes près des parois entre les deux types de simulations. La zone *C* montre que la surface est plus longue dans le calcul sans entrées turbulentes, ce qui montre que le mélange est plus important dans un calcul avec entrées turbulentes.

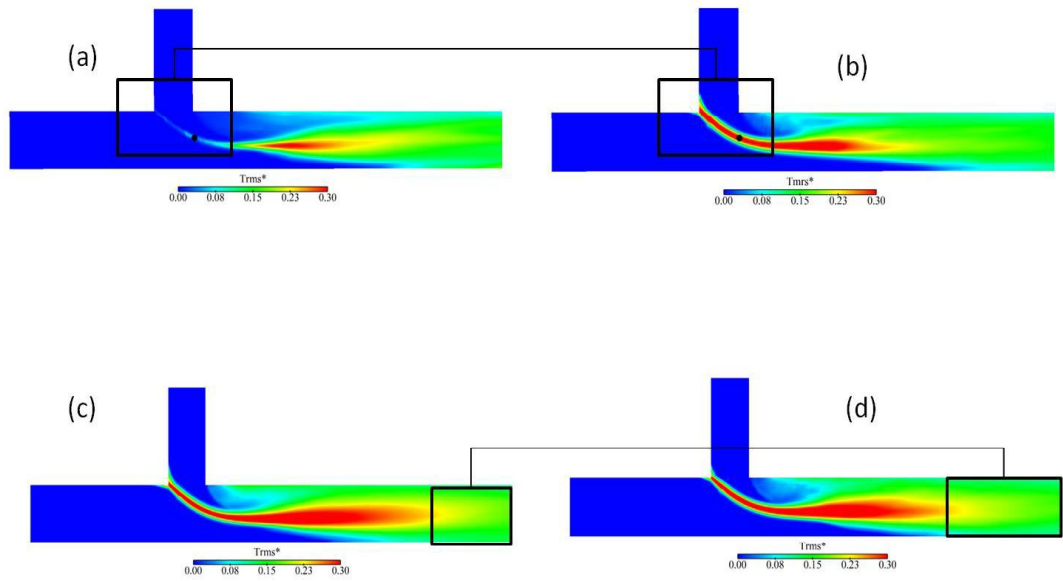


FIGURE 7.12 – RMS de temperature : (a) et (b) maillage grossier, (c) et (d) maillage 6M, sans entrées turbulentes (gauche) et avec (droit)

La figure 7.18 montrent la distribution des corrélations température vitesse à la paroi pour les calculs avec et sans entrées turbulentes. Elle montre aussi les isosurfaces de la valeur maximale des corrélations température vitesse à la paroi. On a le résultat suivant :

$$\begin{cases} \frac{A_{max}^{SEM}}{A_{max}^{NOSEM}} = 0.9 \\ a = 1 \text{ cm} \end{cases} \quad (7.5)$$

7.3.3.4 Analyse près de la zone de mélange

Cette analyse est faite à $X = 0.75D$ comme montré à la figure 7.1. La figure 1.3 montre les quatre zones d'écoulement présentes près de la zone de

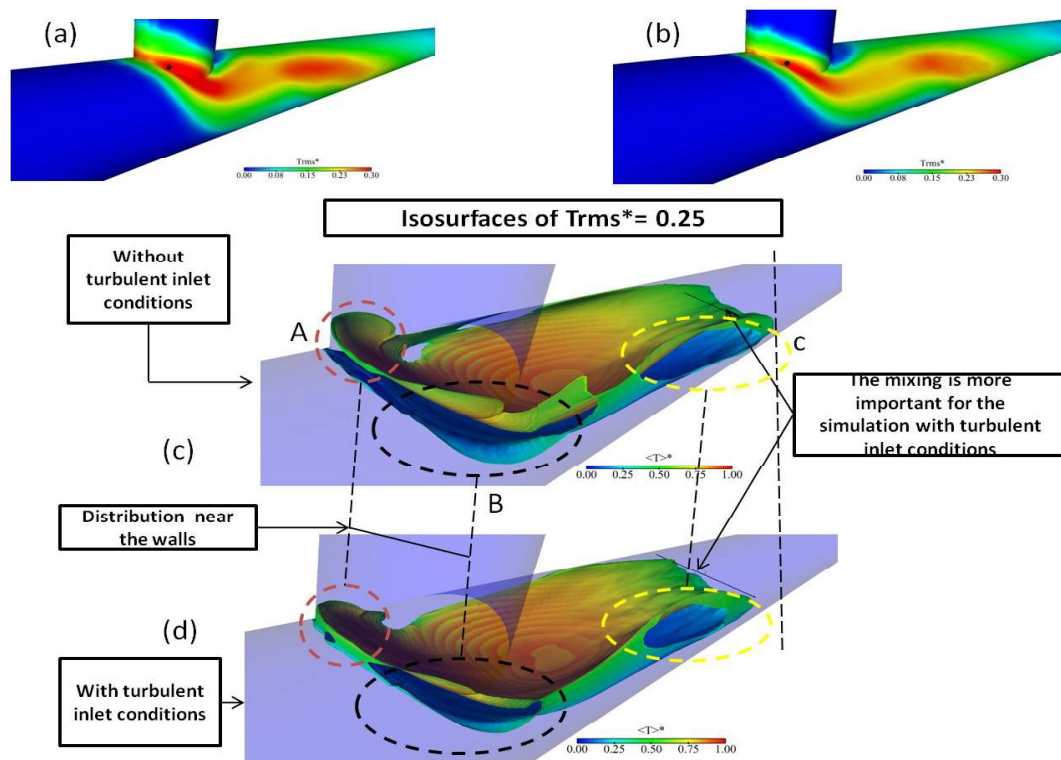


FIGURE 7.13 – Isosurfaces de fluctuations de température coloré par la température moyenne, maillage 6M

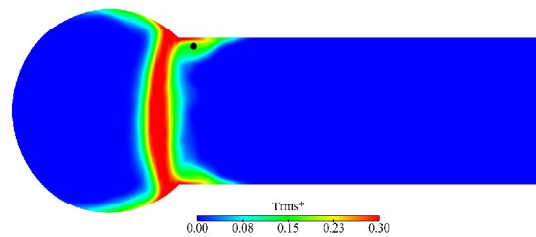


FIGURE 7.14 – Fluctuation de température à $X = 0$: sans entrées turbulentes, maillage 6M

mélange. Le but ici est d'analyser l'influence des entrées turbulentes sur la structure de chacune de ces zones.

Zone 1 : *pure tap water* Dans cette zone, comme montrés par Walker et al., (2009) il y a de fortes valeurs de vitesse axiale figure 7.6 et de faibles

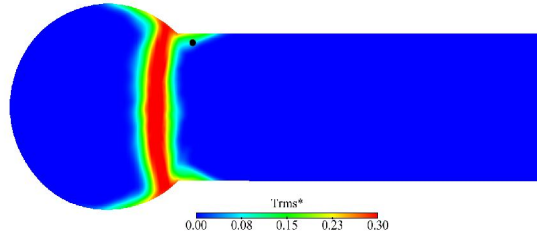


FIGURE 7.15 – Fluctuation de température à $X = 0$: avec entrées turbulentes, maillage 6M

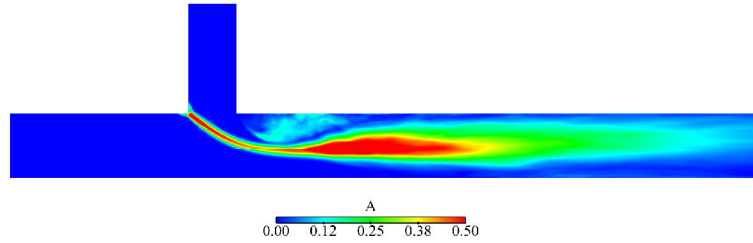


FIGURE 7.16 – Corrélation température vitesse : sans entrées turbulentes, maillage 6M

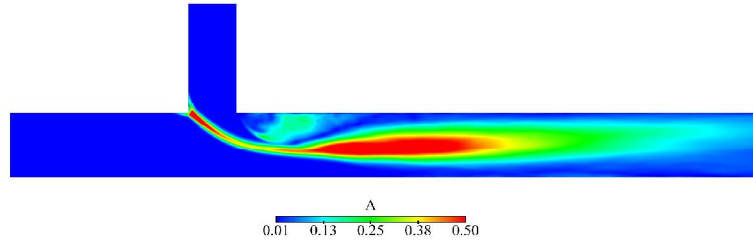


FIGURE 7.17 – Corrélation température vitesse : avec entrées turbulentes, maillage 6M

valeurs de RMS de la température figure 7.19. Dans cette région, les simulations avec et sans entrées turbulentes sont sensiblement similaires.

Zone 2 : *mixing zone* Cette zone est principalement caractérisée par de fortes valeurs de RMS de température figure 7.19. La bande rouge caractérisant les valeurs maximales de RMS de température est plus grande avec

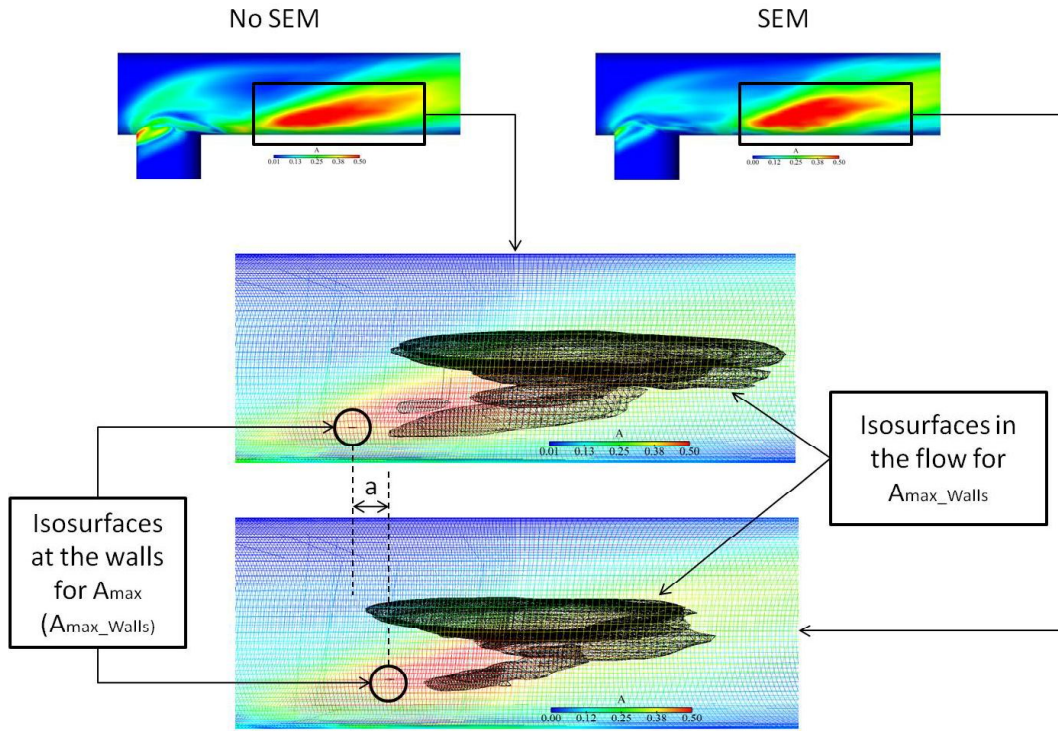


FIGURE 7.18 – Isosurfaces de la valeur maximale des corrélations température vitesse à la paroi, maillage 6M

le calcul avec entrées turbulentes. Un même comportement peut être vu pour les corrélations température-vitesse figure 7.20.

Zone 3 : *pure ID* Cette région est caractérisée par de faibles valeurs de RMS de température comme pour la région 1. On peut voir que cette région est plus large pour la simulation avec entrées turbulentes figure 7.20 (cette zone est indiquée avec un carré noir).

Zone 4 : *separation zone* Pour l'analyse de cette zone, on définit le critère-Q pour la détection des centres des tourbillons dans l'écoulement :

$$Q = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)^2 - \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)^2 \right] \quad (7.6)$$

Cette région est très influencée par les conditions en entrée. Il y a deux tourbillons comme présentés par les figures 7.22. Les centres des tourbillons

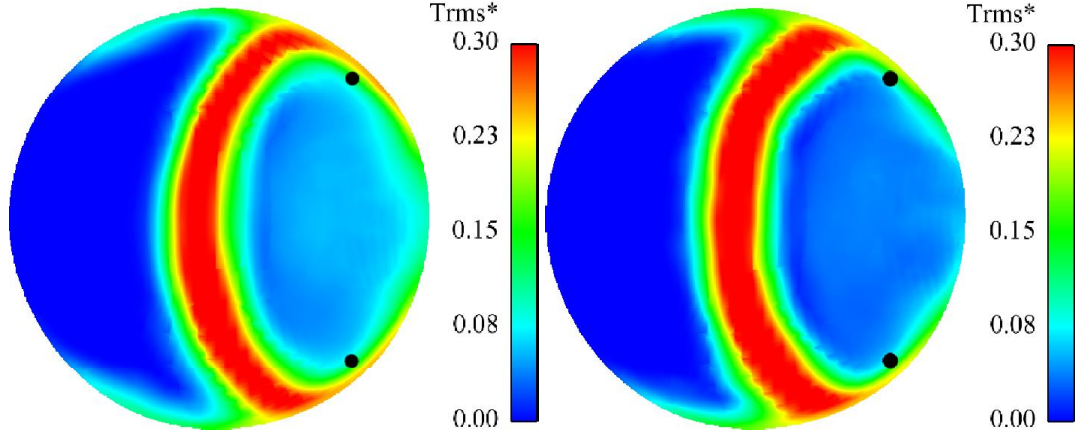


FIGURE 7.19 – Fluctuations de température proche ($X = 0.75D$) de la zone de mélange sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) : maillage 6M

sont indiqués sur ces figures ainsi que les distributions de la vorticité axiale.

$$\langle \omega_x \rangle = \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} - \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial y}. \quad (7.7)$$

Avec notre niveau de turbulence sur les entrées figure 7.2 et sans oublier les pertes d'informations dues à la méthode collocalisée de *Code_Saturne*, on a les valeurs $B_1/B_2 = 0.9$ et $C_1/C_2 = 0.9$. Les centres des tourbillons sont donc déplacés de 10 % dans les directions y et z . L'analyse du critère-Q montre que les valeurs obtenues avec la simulation sans entrées turbulentes sont plus grandes et précisément près des parois figure 7.21. La figure 7.23 montre la distribution du critère-Q sur le plan $y = 0$ et $z = [0; R_c]$, la valeur maximale est plus grande pour le calcul sans entrées turbulentes. La figure 7.20 montre que les corrélations température-vitesse sont plus grandes près des parois (près des cercles noirs) pour la simulation sans entrées turbulentes. On a un résultat similaire pour les fluctuations de température 7.19.

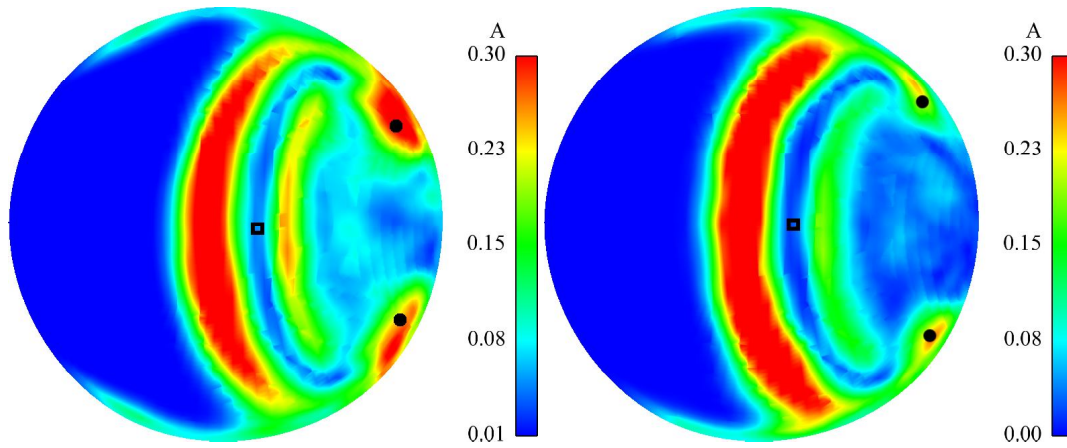


FIGURE 7.20 – Corrélations température vitesse proche ($X = 0.75D$) de la zone de mélange sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) : maillage 6M

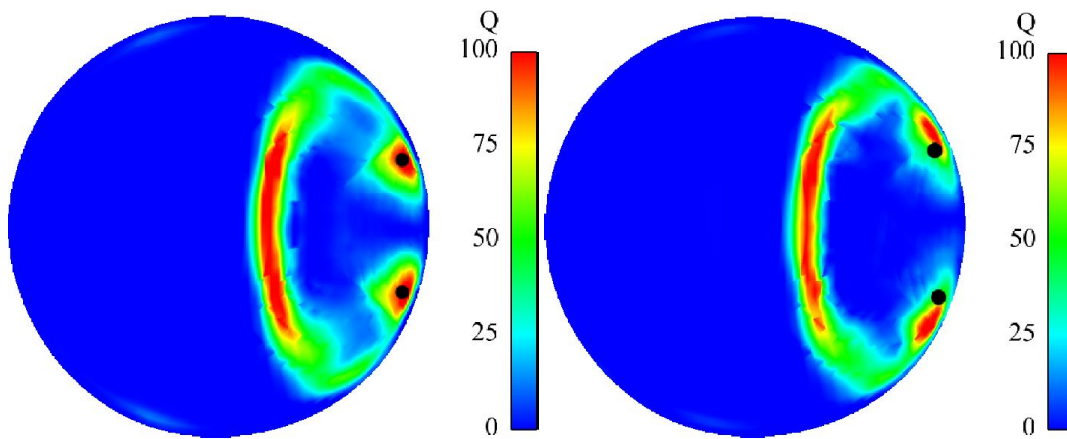


FIGURE 7.21 – Critère Q proche ($X = 0.75D$) de la zone de mélange sans entrées turbulentes (gauche) et avec entrées turbulentes (droite) : maillage 6M

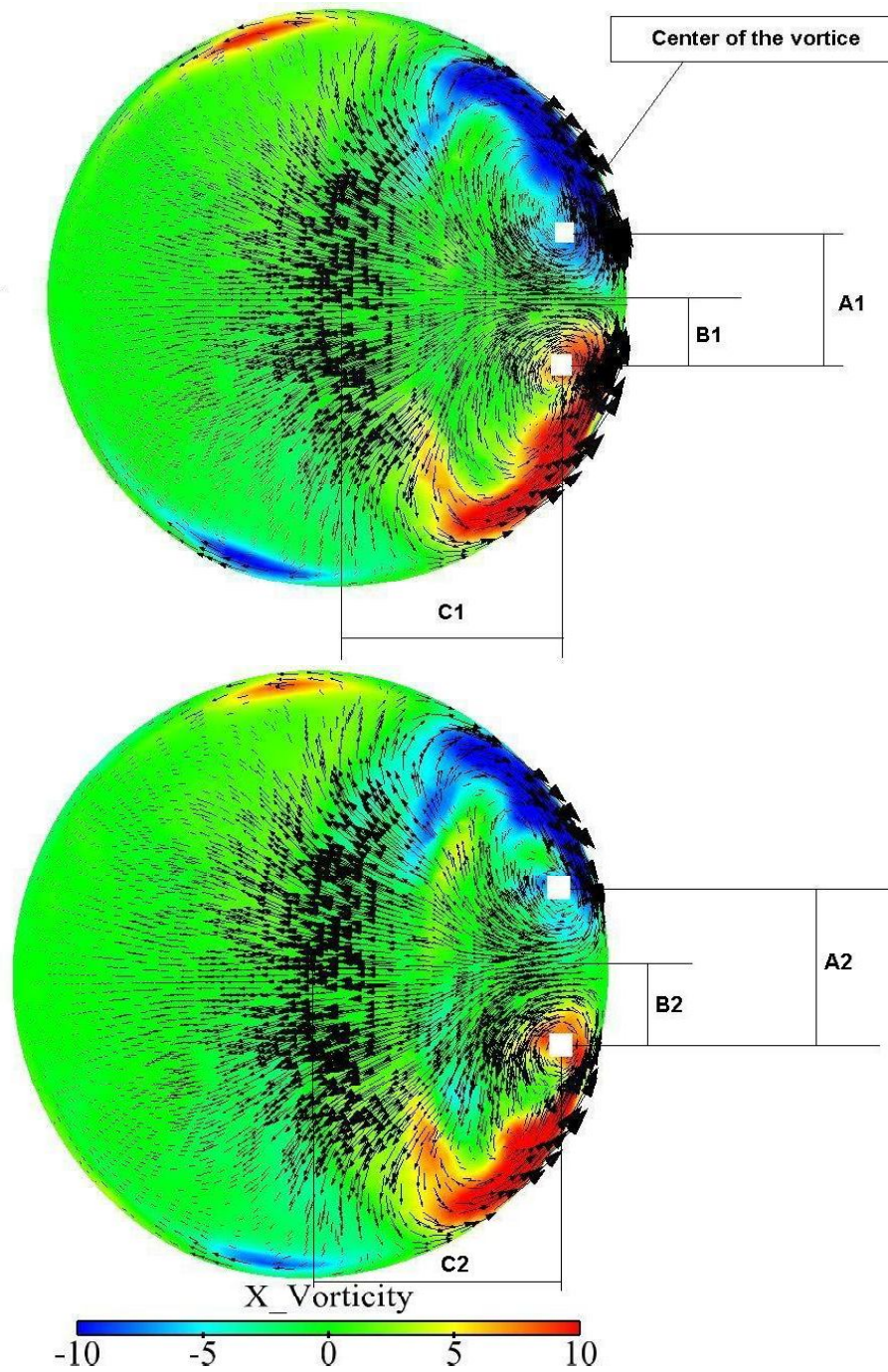


FIGURE 7.22 – Vorticité moyenne à $X = 0.75D$: sans entrées turbulentes (au dessus) et avec entrées turbulentes (en dessous), maillage 6M

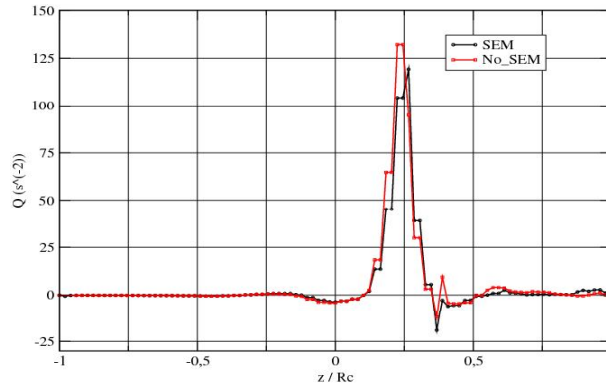


FIGURE 7.23 – Profil du critère Q à $X = 0.75D$, $Y = 0$, $Z = [0 ; R_c]$, maillage 6M

7.4 Conclusion

Les résultats obtenus sur les trois maillages avec des cellules assez homogènes à la paroi sont en bon accord avec les données expérimentales. Le raffinement orthogonal à la paroi conduit à des cellules très allongées dans cette zone et mène à des résultats pas très satisfaisants comparés aux résultats obtenus avec les autres maillages. Des cellules fortement allongées sont à proscrire en LES.

Un second objectif de ce chapitre était d'analyser l'influence des entrées turbulentes sur la physique de l'écoulement. Nous avons fait des simulations sur tous les maillages avec et sans fluctuations en entrée.

Les simulations sans entrées turbulentes montrent des valeurs de RMS de température plus grande que dans le cas avec entrées turbulentes. L'analyse des isosurfaces de RMS de température montre que le mélange est plus important sur les simulations avec entrées turbulentes. Une analyse plus détaillée proche de la zone de mélange a été faite pour venir en complément aux travaux de Walker et al., (2009). L'influence des conditions d'entrée sur les quatre zones d'écoulement dans cette région a été montrée. Le principal résultat est la modification de la largeur de ces zones lorsqu'on utilise des entrées turbulentes ou pas et le déplacement des centres des tourbillons dans la zone de séparation. On a aussi montré que les intensités des corrélations température-vitesse à la paroi, diffèrent de 10 %, lorsqu'on utilise des entrées turbulentes ou pas. Ce résultat est d'une grande importance car il s'agit du flux de chaleur à la paroi. En effet, contrairement aux fluctuations de température uniquement, les corrélations température-vitesse prennent aussi en

Chapitre 7. Influence du modèle de sous-maille, du maillage et 148 des conditions en entrée sur un té avec angle droit

compte le caractère turbulent de l'écoulement. C'est donc un élément essentiel pour l'analyse du transfert de chaleur à la paroi. La figure 7.24 fait une synthèse de l'influence des entrées turbulentes sur la physique de l'écoulement juste en aval de la zone de mélange.

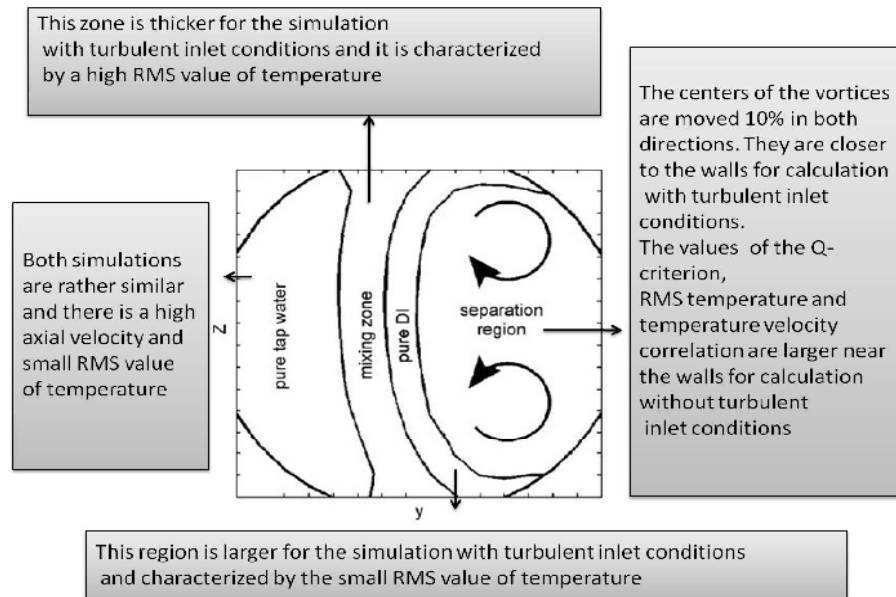


FIGURE 7.24 – Synthèse de l'influence des conditions d'entrées sur la physique du mélange, proche de la jonction.

Té de mélange avec bords arrondis : cas MOTHER

Contents

8.1	Configuration et maillage	149
8.2	Structure de l'écoulement	150
8.3	Influence des conditions de paroi	150
8.3.1	Distributions moyenne et RMS	152
8.4	Analyse spectrale	153
8.5	Conclusion	155

Dans les chapitres 6 et 7 on a étudié l'écoulement dans un té de mélange avec bord droit et une condition adiabatique pour la paroi. Dans ce chapitre, on étudie l'écoulement dans un té de mélange avec des bords arrondis et une paroi en inox 304L. Il s'agit de la configuration de té du projet MOTHER [60], la gravité est considéré. Tout d'abord, on analyse la structure de l'écoulement, ensuite on détermine l'évolution de la température dans le solide et on analyse l'influence du couplage fluide structure sur quelques moments statistiques.

8.1 Configuration et maillage

La configuration du té est celle du projet MOTHER (voir 3.2.2). Le maillage utilisé est présenté dans le chapitre 4, il s'agit du maillage contenant 9 millions de cellules dans la zone fluide et 120 000 cellules dans la zone solide (voir figure 4.11). Dans cette configuration on utilise un pas de temps de $16 \cdot 10^{-4}$ seconde correspondant à $CFL = [0.01 ; 4]$. L'écoulement est pleinement développé pendant 95 secondes et le cumul statistique pendant 140 secondes.

8.2 Structure de l'écoulement

Les caractéristiques de l'écoulement sont montrés sur la figure 8.1. L'écoulement présente une symétrie dans la direction y . Il est composé d'une couche de mélange (mixing layer) due au mélange des courants chauds et froids, une zone d'accélération sur le deuxième coude de la zone de mélange, une zone de séparation juste en aval de la zone de mélange et plusieurs tourbillons. Premièrement, on a la présence de deux tourbillons juste avant la zone de mélange. Ces tourbillons ne sont pas présents dans le cas d'un té avec angle droit (comme celui de Vattenfall R&D). On a aussi la présence de quatre tourbillons (voir la figure 8.1, *Vortices*) dans le plan perpendiculaire à la branche principale. Dans ce plan, on a deux tourbillons près de la zone de séparation dont les centres se rapprochent lorsqu'on s'éloigne de la zone de séparation et deux tourbillons dans la zone inférieure à cette branche, dans ce cas, les centres de ces tourbillons s'éloignent l'un de l'autre lorsqu'on s'éloigne de la zone de séparation. En effet, la longueur de la zone de séparation est moins longue dans ce cas comparé à celle présente dans un té à bord droit.

La distribution de la température moyenne dans l'écoulement et dans la paroi est montré sur la figure 8.2. Cette figure montre la température moyenne sur le plan de symétrie et sur les plans perpendiculaires à l'axe principale situé respectivement à $x = 1.9D$, $x = 4.9D$ et $x = 9.5D$. A proximité de la zone de séparation ($x = 1.9D$), on retrouve la structure de Walker et al., 2009 (voir figure 1.3). Plus loin de la zone de séparation l'écoulement est plus homogène. Les figures 8.3 et 8.4 montrent respectivement les distributions des contraintes de Reynolds et des flux thermiques turbulents sur l'interface fluide / solide. La figure 8.5 montre la distribution de température moyenne et de RMS de température sur l'interface fluide / solide. De façon générale, on remarque que malgré le fait que la température moyenne soit maximale dans la zone de séparation, les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents sont faibles à cette position. Les fluctuations de température sont maximales sur les côtés du té. La figure 8.6 montre le flux moyen et le RMS correspondant. Les flux thermiques turbulents ont une distribution plus complexe.

8.3 Influence des conditions de paroi

Les tés de mélange situés dans les zones de refroidissement (évacuation de la puissance résiduelle) sont faits en acier inox. Cependant, plusieurs cam-

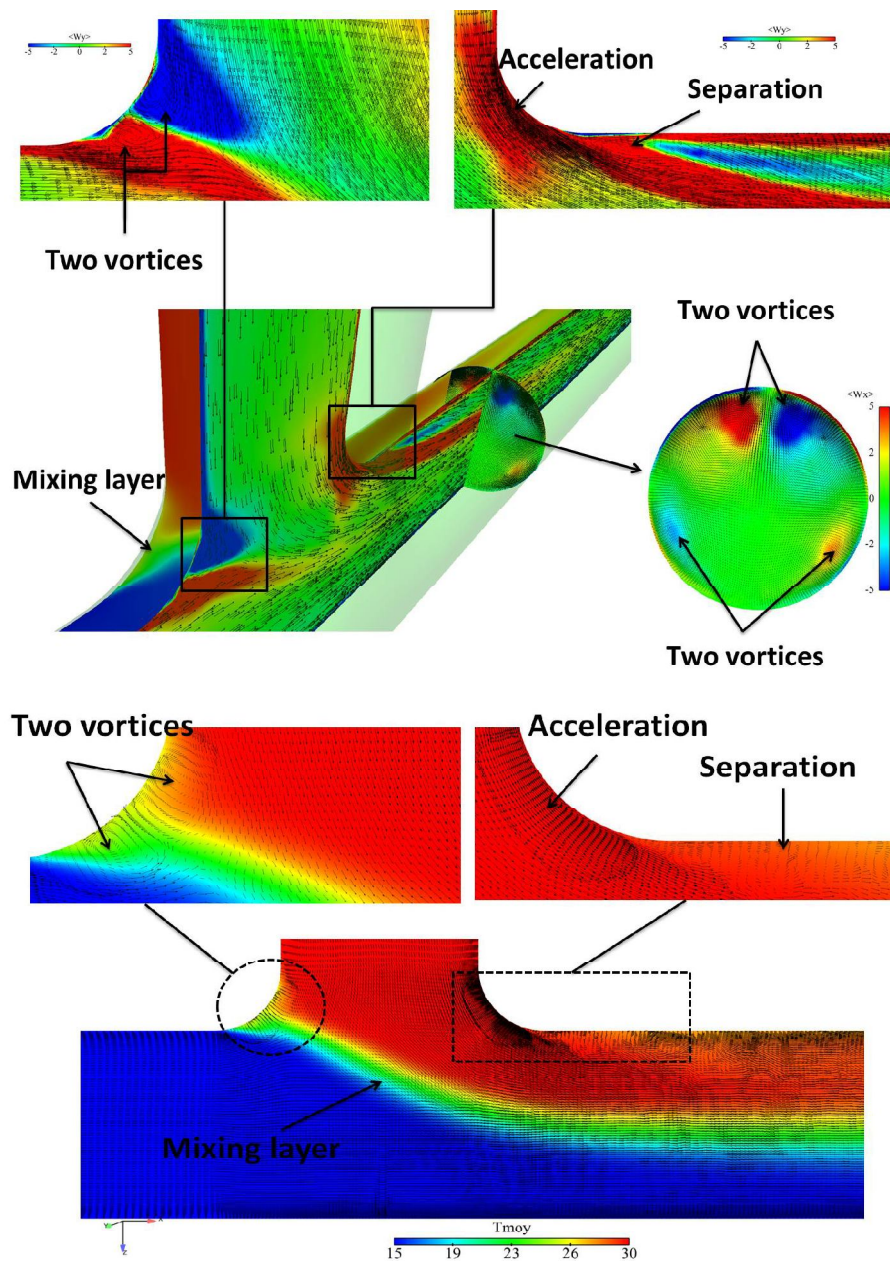


FIGURE 8.1 – Structure de l'écoulement dans le cas du té avec bords arrondis, maillage fluide à 9 millions de cellules.

pagnes expérimentales ont été faites avec des maquettes en Plexiglas ¹. On se propose dans cette partie d'évaluer l'influence des conditions en paroi sur

1. Celle de Vattenfall par exemple (Westin et al., 2006)

les moments d'ordre 1 et 2.

8.3.1 Distributions moyenne et RMS

Il y a cinq différentes positions d'analyse dans cette section, deux se trouvent en amont du té à $x = -10D$ et $z = -10D$ (entrée froide et entrée chaude respectivement), un se trouve dans le voisinage de la séparation à $x = 1.9D$, et deux autres se trouvent plus en aval de la zone de mélange à $x = 4.9D$ et $x = 9.5D$. On utilise deux conditions aux limites, une condition adiabatique à la paroi (la conductivité de la paroi n'est pas prise en compte, *Adia*) et une condition avec transfert de chaleur à la paroi (paroi en inox et la conductivité de la paroi est prise en compte, *Steel*)

Les profils aux entrées froides et chaudes montrent que le champ de vitesse (adiabatique et avec parois en acier) est symétrique (voir figure 8.7) et il est même possible de voir que le profil sur l'axe y est superposé au profil sur l'axe z . Donc on peut dire que les deux entrées sont très similaires.

Dans le voisinage de la séparation ($x = 1.9D$), montré par la figure 8.8 (gauche), nous pouvons voir que Les distributions de $\langle u \rangle$ dans la direction y sont proches pour les cas adiabatique (sans considération de la paroi) et non adiabatique (avec considération de la paroi). Dans la direction z , on note que la vitesse $\langle u \rangle$ est légèrement supérieur dans la zone de séparation pour le cas non adiabatique. Les distributions de $\langle v \rangle$ sont proches pour les deux cas (adiabatique et non adiabatique). Les distributions de $\langle w \rangle$ sont proches pour les deux cas dans la direction y . Cependant, dans la direction z , on note que la vitesse $\langle w \rangle$ est plus grande dans le cas non adiabatique et précisément dans la zone de séparation.

Plus en aval de la zone de séparation ($x = 4.9D$), montré par la figure 8.8 (droit), les distributions de $\langle u \rangle$ sont proches pour les deux cas. Les distributions de $\langle v \rangle$ montrent que dans la direction y les valeurs obtenues dans le cas non adiabatique sont supérieurs à celles obtenues dans le cas adiabatique. Sur la direction z , on a un résultat opposé : les valeurs obtenues dans le cas adiabatique sont supérieurs près des parois. Pour la distribution de $\langle w \rangle$, les valeurs obtenues avec prise en compte des parois sont plus grandes et la vitesse normale à la paroi en aval de la zone de la séparation est environ 50% plus importante quand la conductivité de la paroi est prise en compte.

Plus loin de la zone de séparation ($x = 9.5D$), la figure 8.9 montrent

que les champs de vitesse sont maintenant proches. Les grandeurs des composants $\langle v \rangle$ et $\langle w \rangle$ sont tellement faible (de l'ordre de 1% de la vitesse $\langle u \rangle$) qu'il n'est pas possible d'en tirer des conclusions significatives. Très loin du té l'écoulement adiabatique sera le même que l'écoulement avec la conductivité de la paroi est prise en compte. A $x = 9.5D$ nous pouvons voir que nous approchons cette distance.

En ce qui concerne la température, la figure 8.10 montre les profils de température moyenne et des fluctuations de température pour les cas adiabatiques et non adiabatiques respectivement aux positions $x = 1.9D$, $x = 4.9D$ et $x = 9.5D$. La distribution de température moyenne $\langle T \rangle$ à $x = 1.9D$ est similaire pour les deux cas, en revanche les profils de RMS de température montrent qu'on a des valeurs plus élevées (10%) dans le cas non adiabatique. Ce résultat est valable pour toutes les trois positions. Cela montre donc que les fluctuations de température sont plus importantes quand on prend en considération la conductivité de la paroi.

Pour les flux thermiques turbulents à proximité de la zone de séparation à $x = 1.9D$ et plus en aval à $x = 4.9D$, la figure 8.11 montre que les valeurs des composantes $\langle u'\theta' \rangle$ et $\langle v'\theta' \rangle$ sont très faibles (environ 2%), aucune conclusion ne peut être prise. En revanche, pour la composante $\langle w'\theta' \rangle$, on peut voir qu'au centre les valeurs sont plus importantes dans le cas non adiabatique dans les directions y et z . Ce qui suggère que la prise en compte de la conductivité de la paroi favorise le flux thermique turbulent $\langle w'\theta' \rangle$ au centre.

Les valeurs des flux thermiques turbulents à la position $x = 9.5D$ (voir la figure 8.12) sont très faibles (2%), on ne peut tirer aucune conclusion.

Ces résultats montrent que la prise en compte de la conductivité à la paroi augmente l'intensité de la séparation et les flux thermiques turbulents.

8.4 Analyse spectrale

Dans cette section on se propose d'analyser l'évolution de la température sur quelques thermocouples situés dans la paroi. La figure 8.13 montre la position d'un thermocouple dans le solide. La profondeur p est simplement calculée comme $p = \sqrt{y^2 + z^2} - R$ où y et z sont des coordonnées du thermocouple (C_s).

On dispose de 17 thermocouples dans le solide, ils sont placés aux

Cs_i	$x ; y ; z$	p
Cs_1	0,14 ; 0,027 ; 0	0 (interface fluide/solide)
Cs_2	0,14 ; -0,027 ; 0	0
Cs_3	0,14 ; -0,035 ; 0,01	9
Cs_4	0,22 ; 0,027 ; 0	0
Cs_5	0,22 ; -0,025 ; -0,01	0,7
Cs_6	0,22 ; -0,035 ; -0,01	9
Cs_7	0,22 ; -0,035 ; 0,01	9
Cs_8	0,31 ; 0,027 ; 0	0
Cs_9	0,31 ; -0,035 ; 0	8
Cs_{10}	0,31 ; -0,035 ; 0	8
Cs_{11}	0,31 ; -0,025 ; 0,01	0,7
Cs_{12}	0,43 ; 0,027 ; 0	0
Cs_{13}	0,62 ; 0 ; 0,03	3
Cs_{14}	0,54 ; 0,035 ; 0	8
Cs_{15}	0,54 ; -0,025 ; -0,01	0,7
Cs_{16}	0,54 ; -0,035 ; -0,01	9
Cs_{17}	0,54 ; -0,025 ; 0,01	0,7

TABLE 8.1 – Positions des thermocouples dans la paroi.

positions : $x = 2,6D$, $x = 4D$, $x = 5,7D$, $x = 8D$, $x = 10D$ et $x = 11,5D$, et des profondeurs p qui valent en millimètre 0 (interface fluide / solide), 0,7 , 8 et 9. Les positions des différents thermocouples sont récapitulées dans le tableau 8.1.

Les thermocouples dont la profondeur p vaut 8 ou 9 millimètres (Cs_3 , Cs_6 , Cs_7 , Cs_9 , Cs_{10} , Cs_{14} et Cs_{16}) indiquent une évolution régulière de la température ne présentant pas de forte oscillations (voir la figure 8.14). Les spectres de température ne montrent aucun pic² comme dans le cas du té avec bords droit (voir la figure 6.13). On peut conclure que la présence de bords droits génère une fréquence caractéristique tandis que dans le cas des bords arrondis aucune fréquence caractéristique n'est observée.

2. Sur les positions des différents thermocouples

8.5 Conclusion

Ce chapitre traite de l'écoulement dans un té de mélange avec bords arrondis. La configuration du té est celle du projet MOTHER. Les parois sont en inox 304L, il y a donc un transfert de chaleur entre le fluide et la paroi. La résolution des équations de conservation dans le fluide est faite avec *Code_Saturne* qui est couplé avec SYRTHES pour la résolution de l'équation de diffusion dans le solide. On obtient ainsi l'évolution de la température dans le solide.

Dans ce chapitre nous avons premièrement étudié la structure de l'écoulement dans cette configuration de té de mélange. En effet, cette structure diffère de celle obtenu dans un té avec bord droit. Comme dans le cas d'un té avec bord droit, on a une couche de mélange due au mélange des courants chaud et froid, une zone de séparation (dont la longueur est plus grande dans le cas d'un té droit) et des tourbillons dans le plans perpendiculaire à la branche principale. Dans le cas d'un té avec bords arrondis on a la présence de deux tourbillons sur le premier coude de la jonction et une zone d'accélération sur le deuxième coude de la jonction.

L'analyse des grandeurs moyennes montre que les conditions sur la paroi (adiabatique ou non) ont une influence sur la distribution de vitesse et température moyenne. En effet, pour la variable $\langle v \rangle$ on note des valeurs supérieurs dans le cas adiabatique sur la position $x = 9.5D$ dans la direction y par exemple. On a aussi analysé l'évolution de la température dans la paroi à l'aide de quelques thermocouples. Sur ces positions, aucun pic n'a été détecté sur les différents spectres alors qu'un pic de fréquence a été détecté dans le cas d'un té à bords droits.

Cette étude a permis d'avoir une première idée de la configuration de l'écoulement et les spectres de température dans la paroi. Elle a aussi permis d'analyser l'influence des conditions sur l'interface fluide-solide sur les moments d'ordre 1 et 2. Nous pouvons maintenant pousser notre l'analyse (voir le chapitre 9).

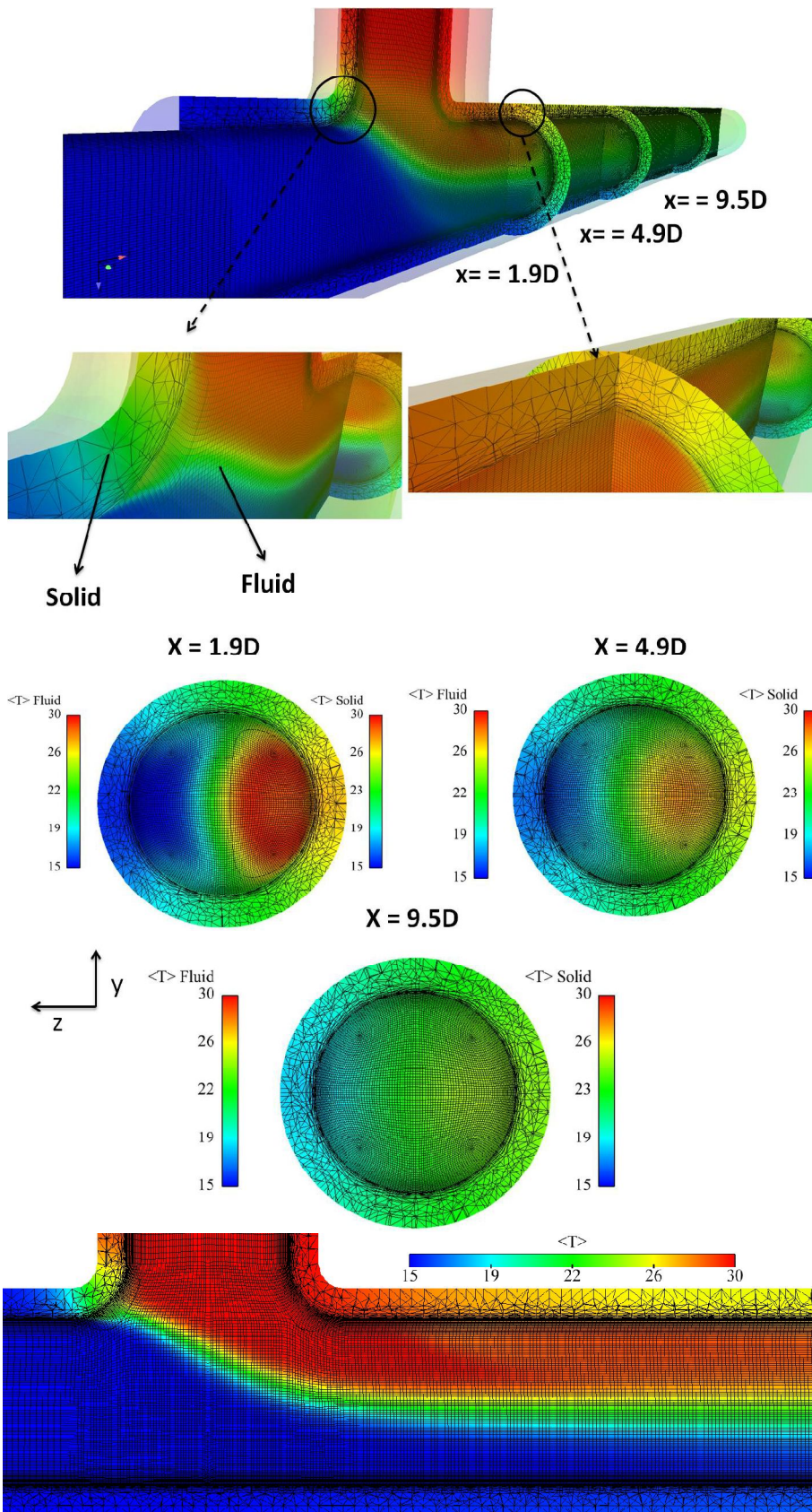


FIGURE 8.2 – Distribution de température avec une paroi en inox, maillage fluide à 9 millions de cellules.

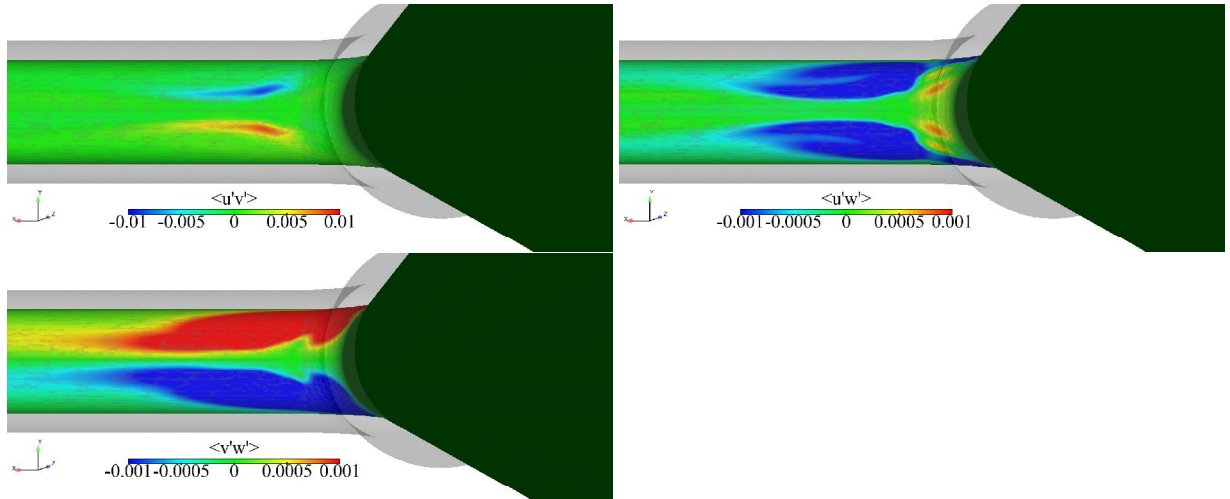


FIGURE 8.3 – Contraintes de Reynolds sur l'interface fluide / solide. Calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.

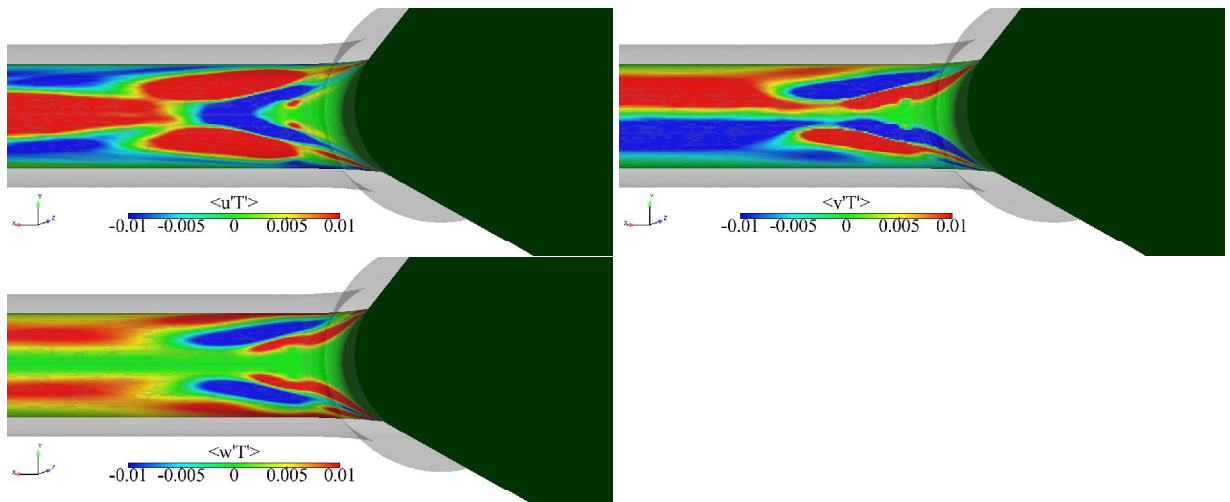


FIGURE 8.4 – Composantes des flux thermiques turbulents sur l'interface fluide / solide. Calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.

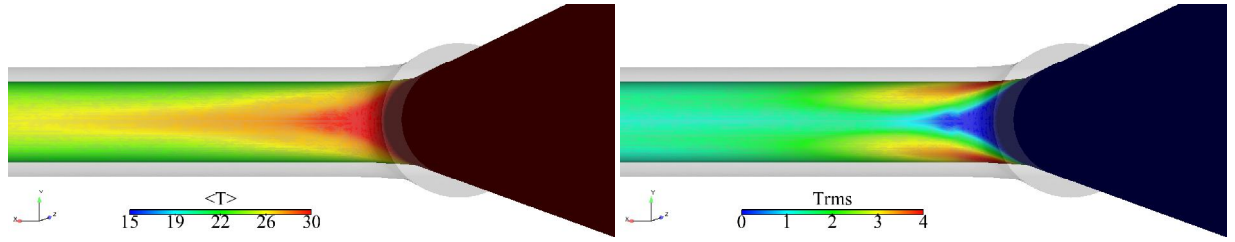


FIGURE 8.5 – Température moyenne et RMS sur l'interface fluide / solide. Calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.

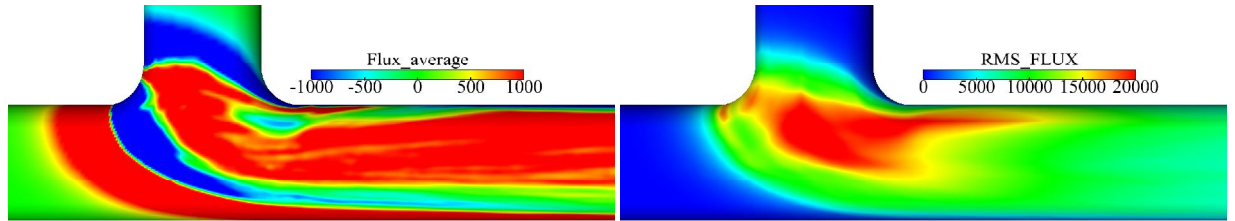


FIGURE 8.6 – Flux moyen (haut) et RMS (bas) pour un calcul couplé, maillage à 9 millions de cellules.

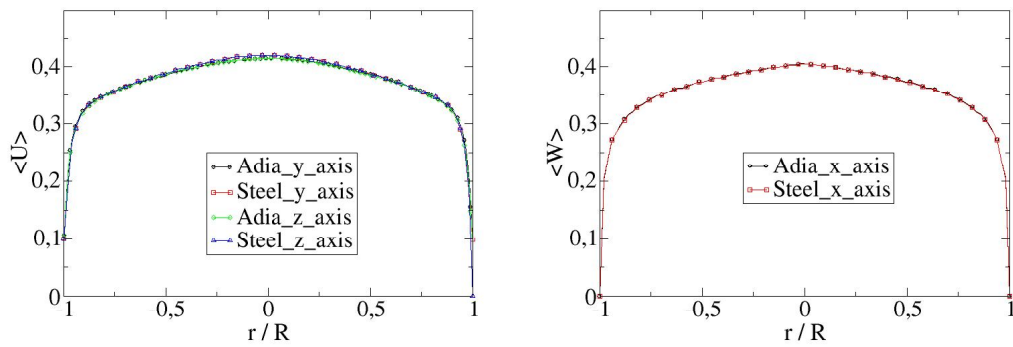


FIGURE 8.7 – Vitesse moyenne axiale entrées froide (gauche, $x = -10D$) et chaude (droite $z = -10D$), maillage à 9 millions de cellules.

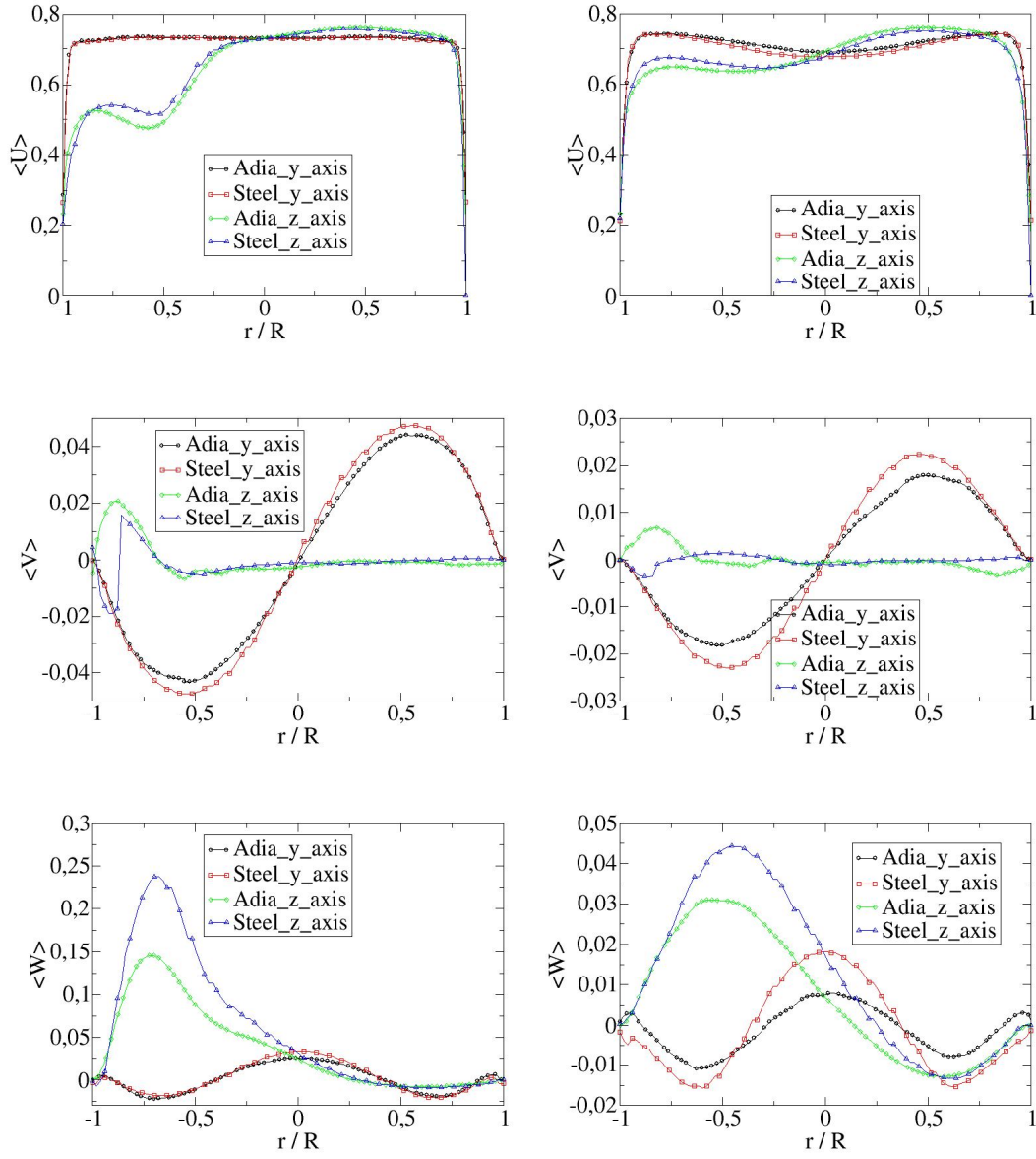


FIGURE 8.8 – Vitesses moyennes $x = 1.9D$ (gauche) et $x = 4.9D$ (droit), maillage à 9 millions de cellules.

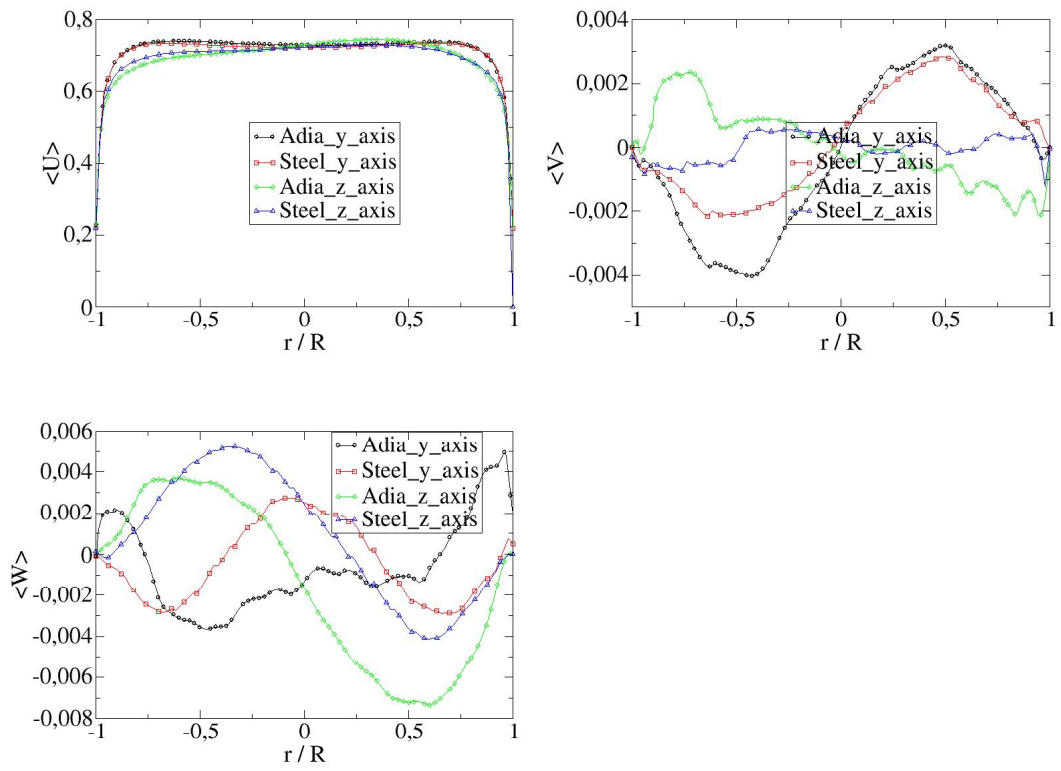


FIGURE 8.9 – Vitesses moyennes $x = 9.5D$, maillage à 9 millions de cellules.

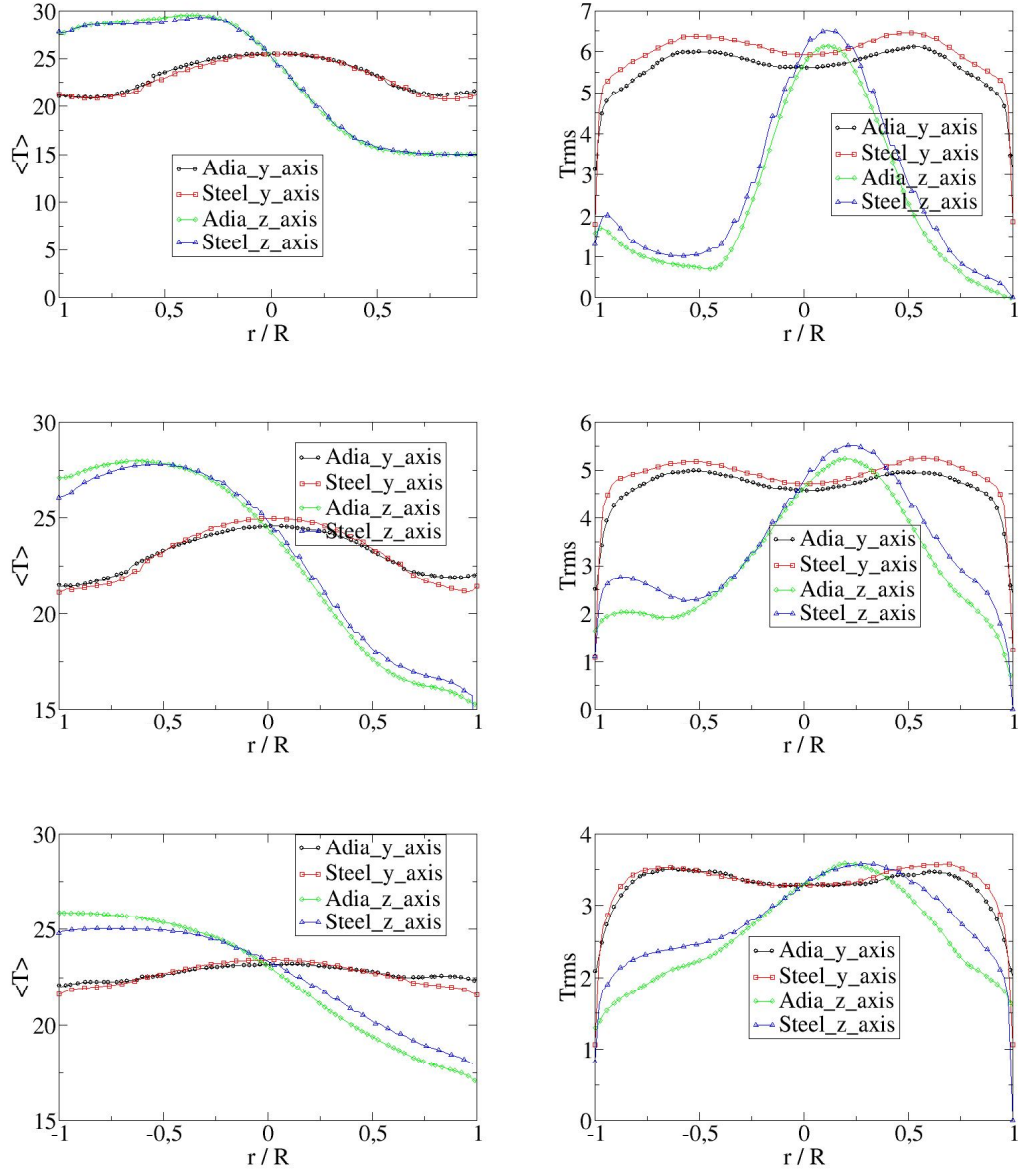


FIGURE 8.10 – Température moyenne (gauche) et RMS (droite) respectivement aux positions $x = 1.9D$, $x = 4.9D$ et $x = 9.5D$, maillage à 9 millions de cellules.

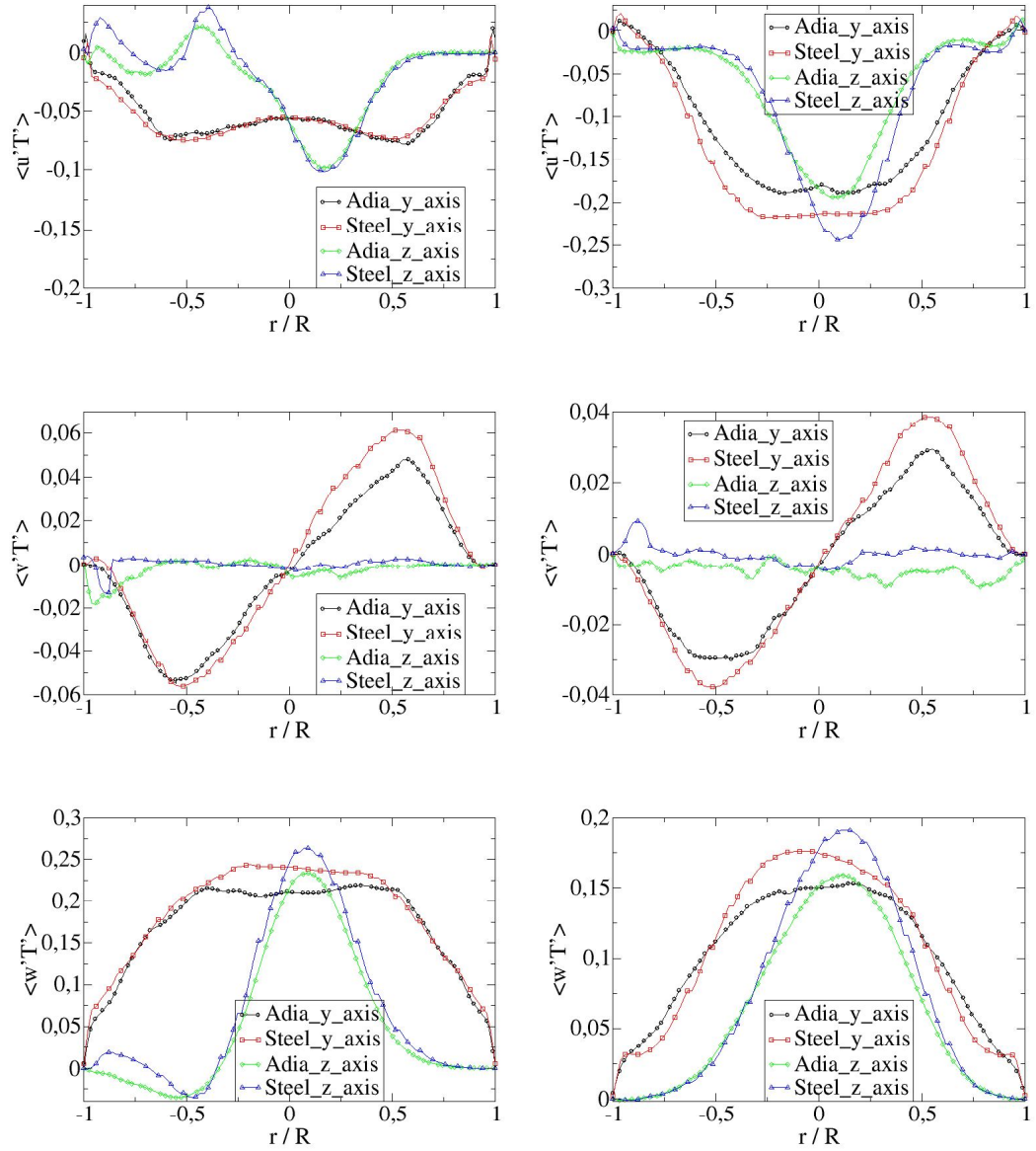


FIGURE 8.11 – Composantes des flux thermiques turbulents à la position $x = 1.9D$ (gauche) et $x = 4.9D$ (droit), maillage à 9 millions de cellules.

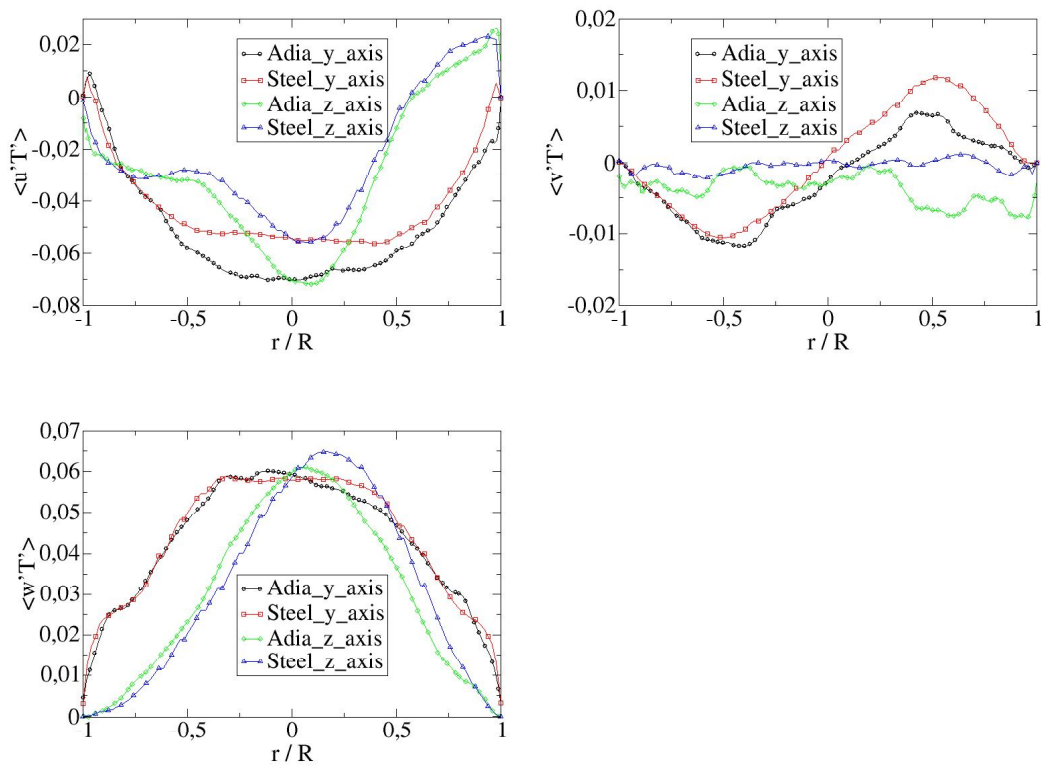


FIGURE 8.12 – Composantes des flux thermiques turbulents à la position $x = 9.5D$, maillage à 9 millions de cellules.

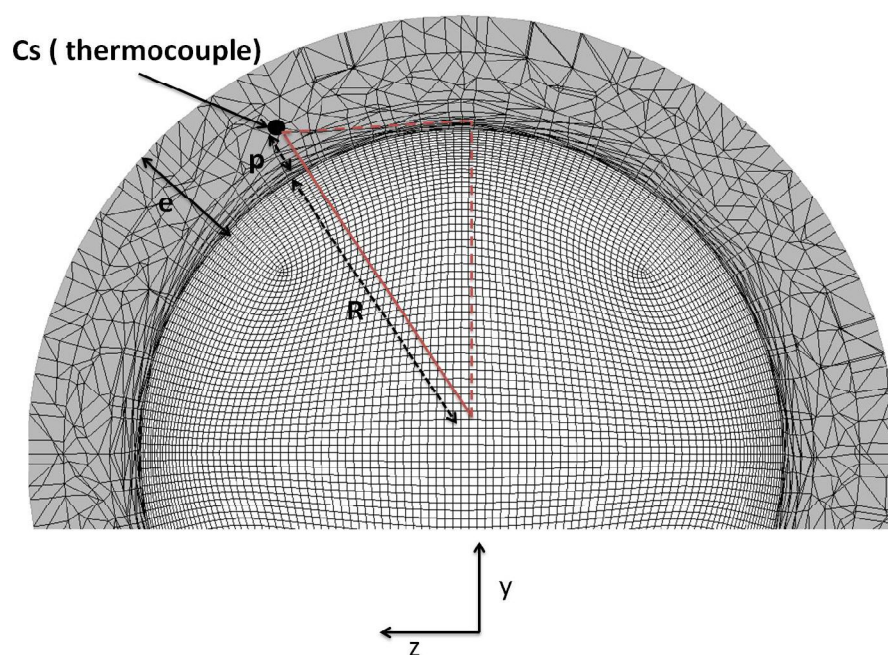


FIGURE 8.13 – Position d'un thermocouple dans le solide

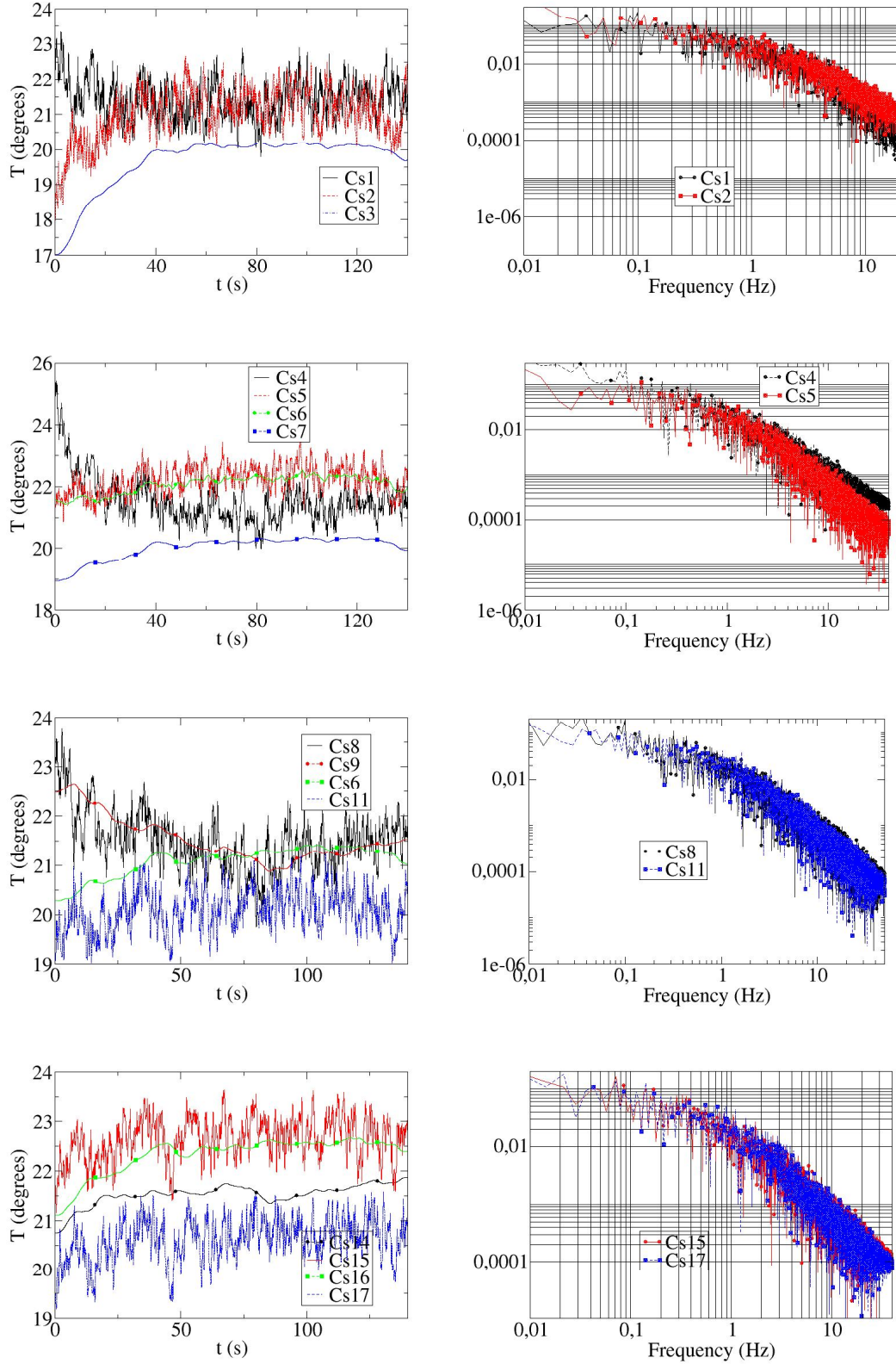


FIGURE 8.14 – Évolution de la température (gauche) et DSP (droite) à la paroi, maillage fluide à 9 millions de cellules et 120 000 cellules dans la paroi. La position des thermocouples est donnée dans le tableau 8.1.

Statistiques d'ordre élevé : cas MOTHER

Contents

9.1	Introduction	167
9.2	Résultats	168
9.2.1	Bilans statistiques : maillage fluide à 72 millions de cellules	171
9.2.2	Evaluation des modèles SGDh et GGDh pour les flux thermiques : cas MOTHER	181
9.2.3	Influence du raffinement du maillage sur les bilans statistiques	182
9.2.4	Influence du couplage fluide / structure sur les mo- ments d'ordre élevés : maillage fluide à 9 millions de cellules	188
9.3	Conclusion	195

Dans ce chapitre, on réalise une LES fine de l'écoulement dans un té à bord arrondis (configuration de MOTHER). Le but ici est d'améliorer la compréhension de l'écoulement. On effectue des statistiques d'ordre élevé pour les contraintes de Reynolds, l'énergie cinétique, les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents. Chaque terme des équations de transport est analysé. On analyse aussi l'influence des conditions sur la paroi fluide sur la physique de l'écoulement. En effet, les tés de mélange étudiés aux chapitres 6 et 7 sont en Plexiglas, les parois sont supposées adiabatiques. En réalité, les tés de mélange présents dans les centrales nucléaires sont en inox, les simulations doivent donc tenir compte du couplage entre le fluide et la paroi.

9.1 Introduction

La configuration particulière de l'écoulement et le fait qu'il n'y ait pas de direction homogénéité, mène à des cumules statistiques très long

(temps de calcul très long) pour avoir une bonne convergence. Cela est particulièrement vrai dans la zone de mélange, pour le terme de diffusion turbulente (corrélation triple) et le maillage à 72 millions de cellules.

Ce chapitre est la principale partie d'un article en soumission ¹. La section 9.2.4 a fait l'objet d'une publication ² à la conférence ETMM9 (9th Engineering Turbulent Modelling and Measurement) qui a eu lieu en Grèce.

9.2 Résultats

Après avoir validé la détermination des termes des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente, la variation de température et les flux thermiques turbulents sur le cas d'un canal chauffé (voir chapitre 2), on applique la même méthodologie sur la configuration de té de mélange MOTHER. La physique de l'écoulement dans cette configuration a été présenté au chapitre 8.

La distribution du rapport Δ/η ainsi que l'isosurface $\Delta/\eta = 3$ pour les maillages à 9 et 72 millions de cellules (voir chapitre 4) est montré dans la figure 9.1. Il apparait que le maillage à 9 millions de cellules contient des cellules dont la taille est inférieure à 14η . Le maillage à 72 millions de cellules quant à lui a des cellules qui ont une taille inférieure à 7η . Il faut aussi noter que la taille des cellule est proche de l'échelle de Kolmogorov η près des parois (pour le maillage à 72 millions de cellules).

Les échelles spatiales et temporelles de la turbulence sont montrés sur la figure 9.2. La longueur maximale des structures turbulentes est de $l_{max} = 0,1$ m et est localisée au centre de la zone de mélange avec une échelle de temps maximale de 2 secondes. Pour la micro-échelle de Taylor, on a $\lambda_{min} = 12,5 \cdot 10^{-4}$ m et $\tau_{\lambda}^{min} = 0,03$ s. Quant à l'échelle de Kolmogorov la valeur minimal se trouve dans la zone de séparation et le coude amont à la zone de mélange, on a $\eta_{min} = 10^{-4}$ m. L'échelle de temps de Kolmogorov est minimale dans la couche de mélange et la zone de séparation, on a $\tau_{\eta}^{min} = 9 \cdot 10^{-4}$ s.

1. Ndombo J-M, Howard R.J.A and Serre E. High-order Turbulent Statistics in a Mixing T-Junction using Large Eddy Simulation. International journal of Heat and Mass Transfer

2. Ndombo J-M, Howard R.J.A and Serre E. Turbulent Statistics in a Mixing Tee Junction. Proceeding ETMM9, 2012, Thessaloniki, Greece

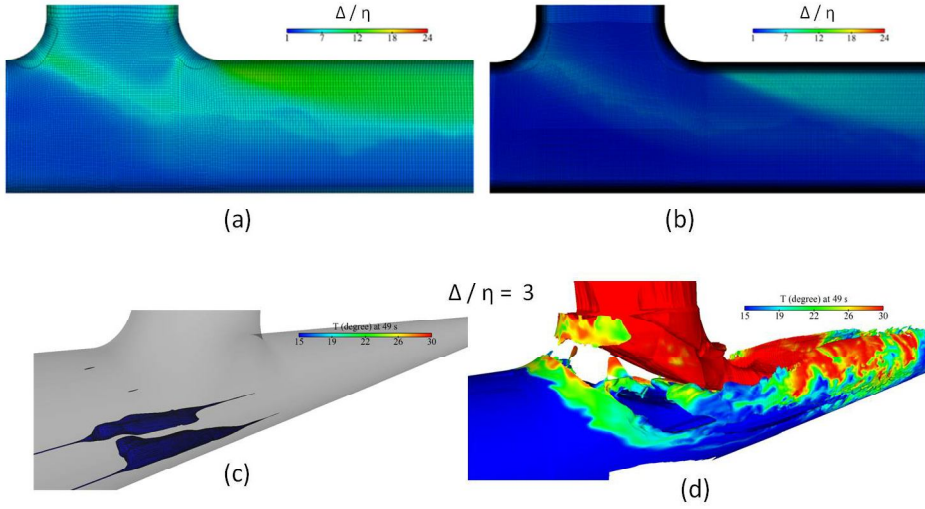


FIGURE 9.1 – Rapport Δ/η pour le maillage à 9 millions de cellules (a), 72 millions cellules (b), isosurfaces (coloré par la température à $t = 49$ s) de $\Delta/\eta = 3$ pour le maillage à 9 millions cellules (c) et le maillage à 72 millions de cellules (d).

Le pas de temps utilisé pour le maillage à 72 millions de cellules est $16 \cdot 10^{-4}$ ce qui correspond à $(16/9)\tau_\eta$ (échelle de temps de Kolmogorov) et à $CFL = [0.01 ; 130]$. L'initialisation de l'écoulement est faite pendant 20 secondes et le cumul statistique pendant 19 secondes.

L'énergie cinétique turbulente ainsi que sa dissipation sont montrés sur la figure 9.3. Ces grandeurs sont maximales dans la zone de séparation. L'énergie cinétique de sous-maille (voir équation 5.45) et sa dissipation sont maximales dans la zone d'accélération. La figure 9.3 montre aussi le rapport k_{sgs}/k . Ce rapport est quasi nul excepté dans la zone d'accélération. Le rapport $\varepsilon_{sgs}/\varepsilon$ est assez élevé (> 10) dans la zone d'accélération et entre 2 et 5 dans la couche de mélange et la zone de séparation (cela montre les zones où le modèle agit).

9.2.1 Bilans statistiques : maillage fluide à 72 millions de cellules

Dans ce paragraphe on présente les bilans statistiques (dynamiques et thermiques) obtenus avec le maillage à 72 millions de cellules. Dans un premier temps, on utilise une paroi adiabatique (le couplage fluide-solide n'est pas pris en compte). Les différentes coupes sont effectuées à $y = (1/5)R^*$

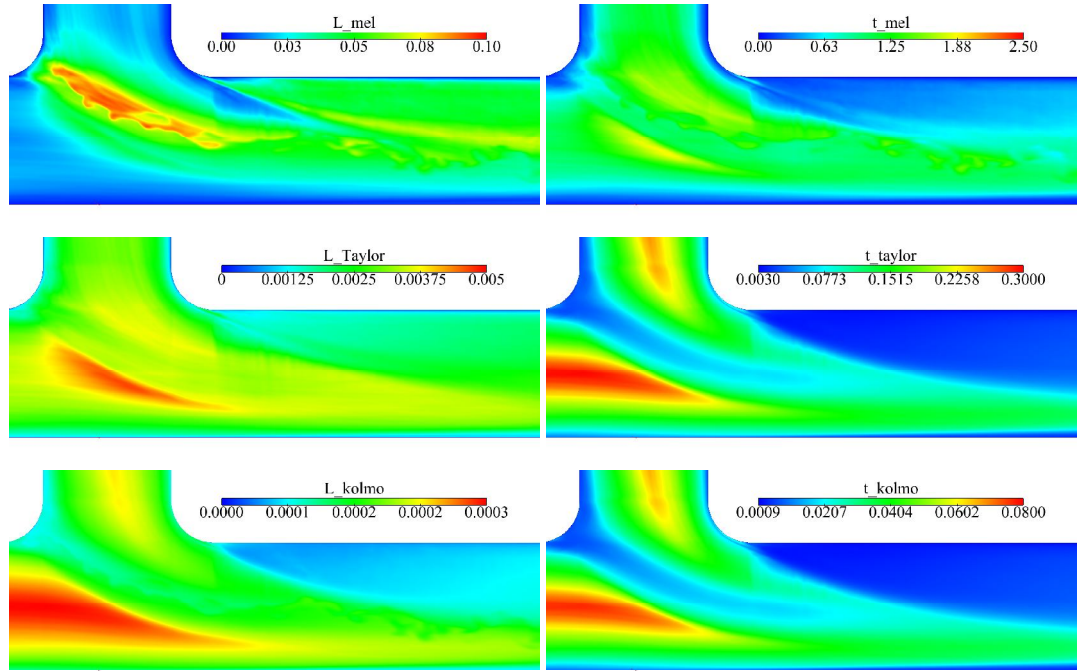


FIGURE 9.2 – Échelles dynamique et temporelle de la turbulence, maillage à 72 millions de cellules.

(voir paragraphe 9.2.3)

9.2.1.1 Écoulement interne

La figure 9.4 montre l'iso-surface de vitesse instantanée à 49 secondes. L'écoulement peut être vu comme deux jets confinés avec une différence de température de 15 degrés qui se croisent au centre du té de mélange.

Les isosurfaces des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulent ainsi que l'isosurface de la somme de ces termes (balance) sont montrés sur la figure 9.5. Lorsque le calcul des statistiques est convergé, on devrait avoir $Balance_k \approx 0$. La figure 9.5 montre que les statistiques ne sont pas exploitables très loin de la zone de séparation. D'autre part, on voit que la somme des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique n'est pas totalement égal à 0, ce qui peut être expliqué par le fait que le terme $\frac{\partial \langle k \rangle}{\partial t} \neq 0$ ou que les autres termes n'ont pas bien convergés (en particulier le terme de diffusion turbulente comme on l'a vu dans le cas d'un écoulement de canal chauffé). Dans tous les cas, une explication pourrait être le temps de cumul

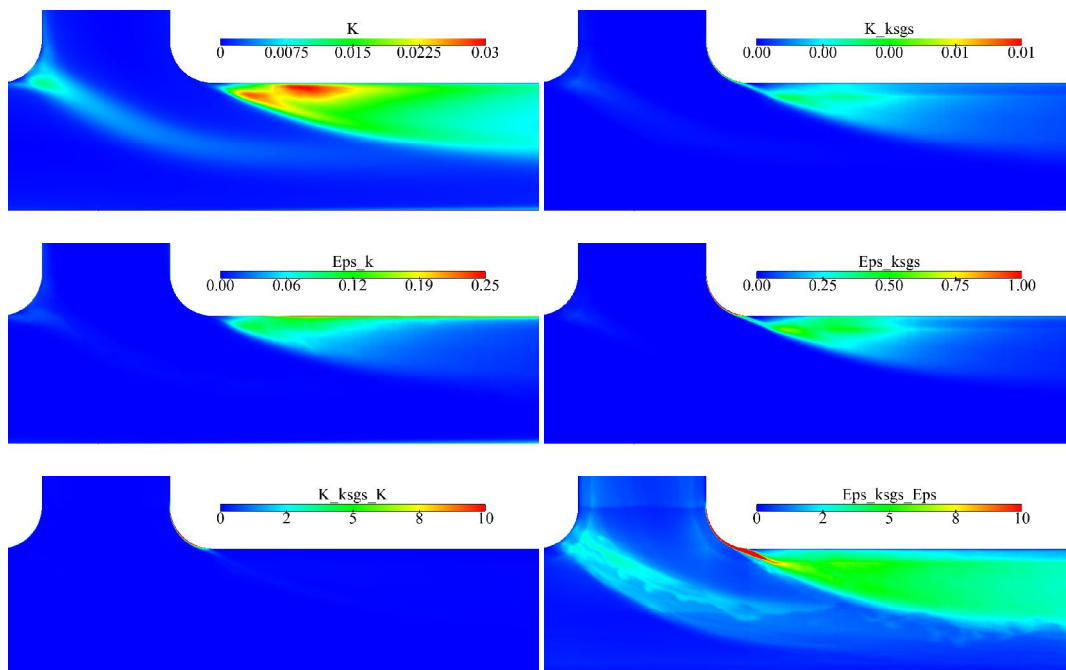


FIGURE 9.3 – Energie cinétique de sous-maille, dissipation de l'énergie cinétique de sous-maille, rapport k_{sgs}/k et ϵ_{sgs}/ϵ , maillage à 72 millions de cellules.

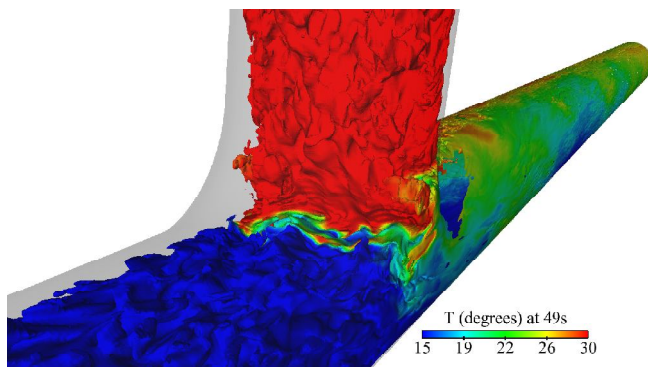


FIGURE 9.4 – Iso-surface de vitesse à 49 s (coloré par la température instantannée), maillage à 72 millions de cellules.

des statistiques³. Un temps de cumul statistique encore plus long pourrait

3. Il ne faut cependant pas oublier que le schéma numérique n'est que d'ordre deux et

améliorer ce résultat. Cependant, ce résultat permet déjà une compréhension de la dynamique de l'écoulement.

$$Balance_k = P_k + T_k + \Pi_k + D_k - \varepsilon_k - C_k - \frac{\partial \langle k \rangle}{\partial t} \quad (9.1)$$

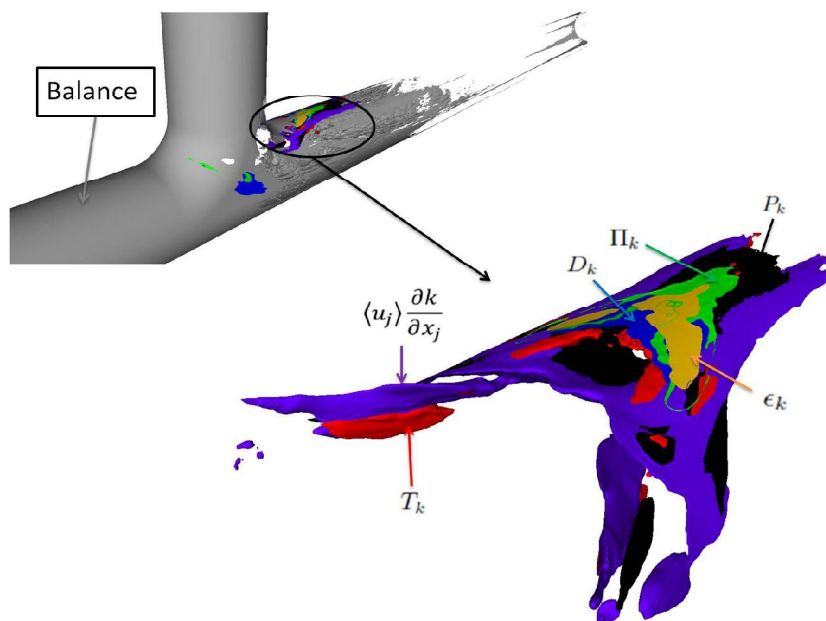


FIGURE 9.5 – Iso-surface des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, maillage à 72 millions de cellules.

L'iso-surface de $Balance_{\theta\theta} = 0$ pour l'équation de transport des fluctuations de température est montré sur la figure 9.6. On voit que le bilan semble assez bon dans la zone de mélange. La figure 9.7 montre les iso-contour de $Balance_k = 0$ (bleu) et $Balance_{\theta\theta} = 0$ (noir) à l'intérieur du domaine.

Concernant les termes des équations de transport de $\langle u'_i u'_j \rangle$ présentés dans la suite (figures 2D), pour des raisons de développement, chaque terme est multiplié par la viscosité moléculaire. Par exemple pour la figure 9.8, le terme de production $P_{\langle u'v' \rangle}$ est en réalité $\nu P_{\langle u'v' \rangle}$. Il faut aussi noter que les coupes ne sont pas réalisées sur le plan de symétrie, on a un décalage $y = (1/5)R^*$ (voir le paragraphe 9.2.3).

le caractère collocalisé de *Code_Saturne*.

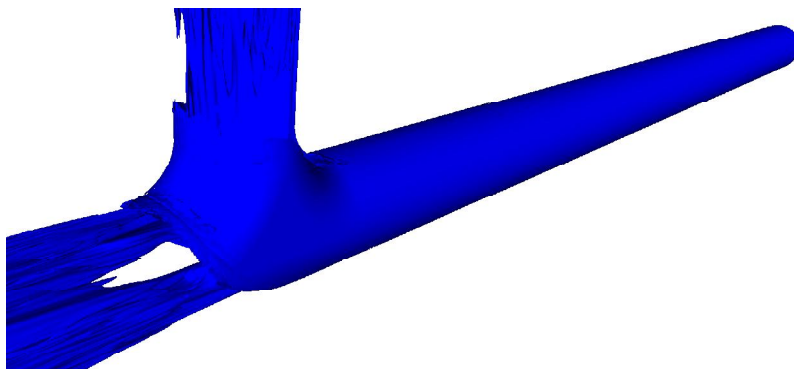


FIGURE 9.6 – Iso-surface de $Balance_{\theta\theta} = 0$, maillage à 72 millions de cellules.

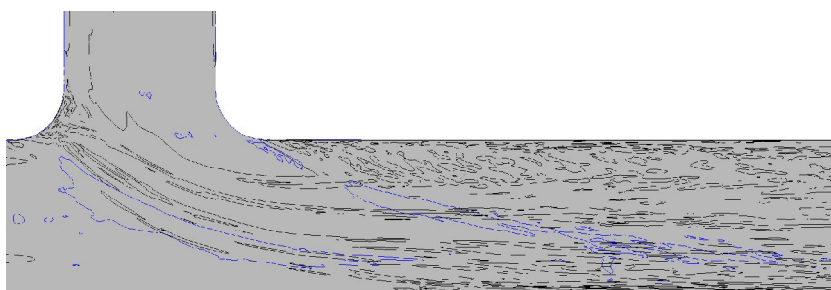
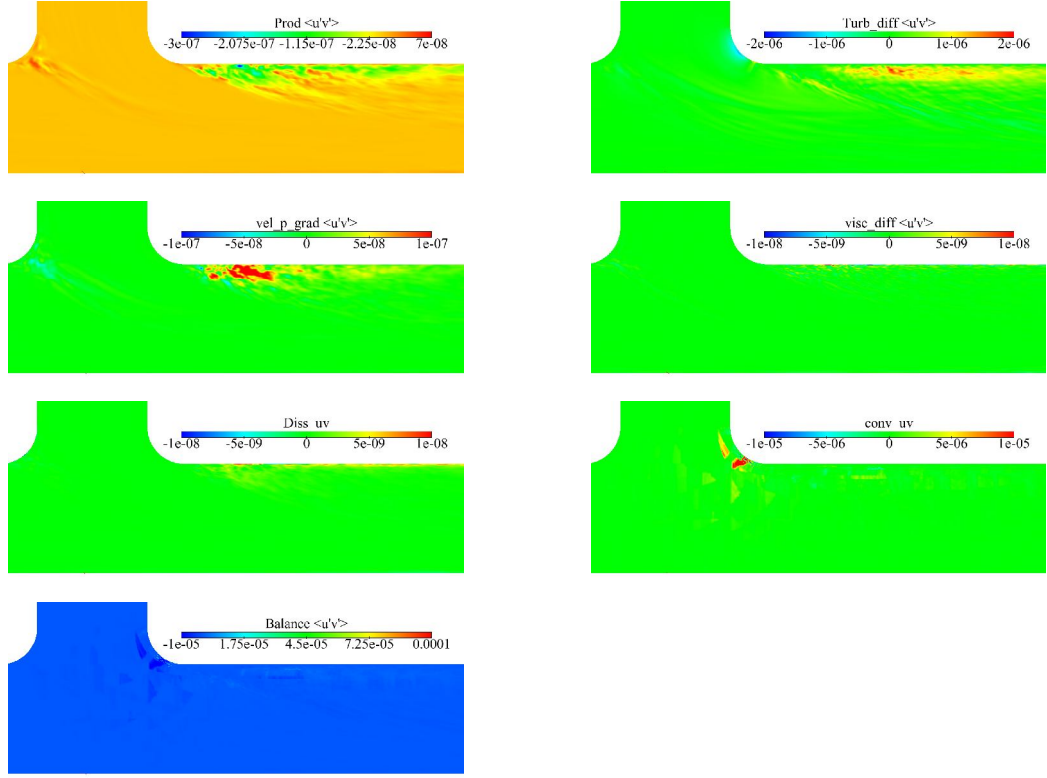


FIGURE 9.7 – Iso-contours de $Balance_k = 0$ (bleu) et $Balance_{\theta\theta} = 0$ (noir), maillage à 72 millions de cellules.

Bilans pour $\langle u'v' \rangle$ comme nous venons de le voir, la figure 9.8 montre les termes de l'équation de transport de $\langle u'v' \rangle$. On a majoritairement une production négative dans l'écoulement. Dans la zone d'accélération on a une diffusion turbulente négative et dans la zone de séparation elle est positive. La corrélation vitesse gradient de pression est environ nulle dans tout l'écoulement sauf dans la zone de séparation où on a une corrélation vitesse gradient de pression positive. La diffusion visqueuse et la dissipation sont sensiblement nulles dans tout l'écoulement. La convection est positive près de la zone d'accélération et sensiblement nulle ailleurs.

Bilans pour $\langle u'w' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle u'w' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.9. La production est négative au début de la couche de mélange et près de la zone de séparation. La diffusion turbulente est al-

FIGURE 9.8 – Billans pour $\langle u'v' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

ternativement positive et négative dans la zone d'accélération. La corrélation vitesse gradient de pression est positive au début de la couche de mélange et dans la zone de séparation. La dissipation est positive dans la zone de séparation. La diffusion visqueuse est sensiblement nulle tout comme le terme de convection.

Bilans pour $\langle v'w' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle v'w' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.10. La production est positive dans la zone de séparation. La diffusion turbulente est alternativement négative et positive dans la zone d'accélération. La corrélation vitesse gradient de pression est positive et négative dans la zone de séparation et sensiblement nulle ailleurs. La diffusion visqueuse, la dissipation et le terme de convection sont sensiblement nulles dans l'écoulement.

Bilans pour $\langle u'u' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle u'u' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.11. La production est positive au début de la couche

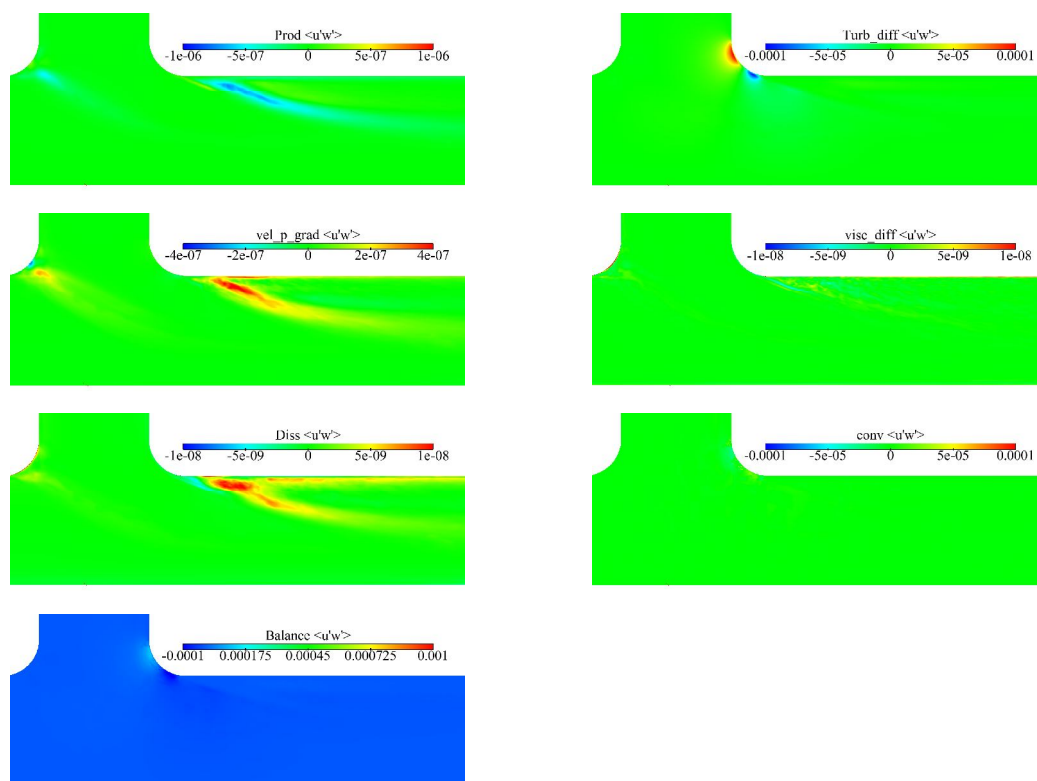
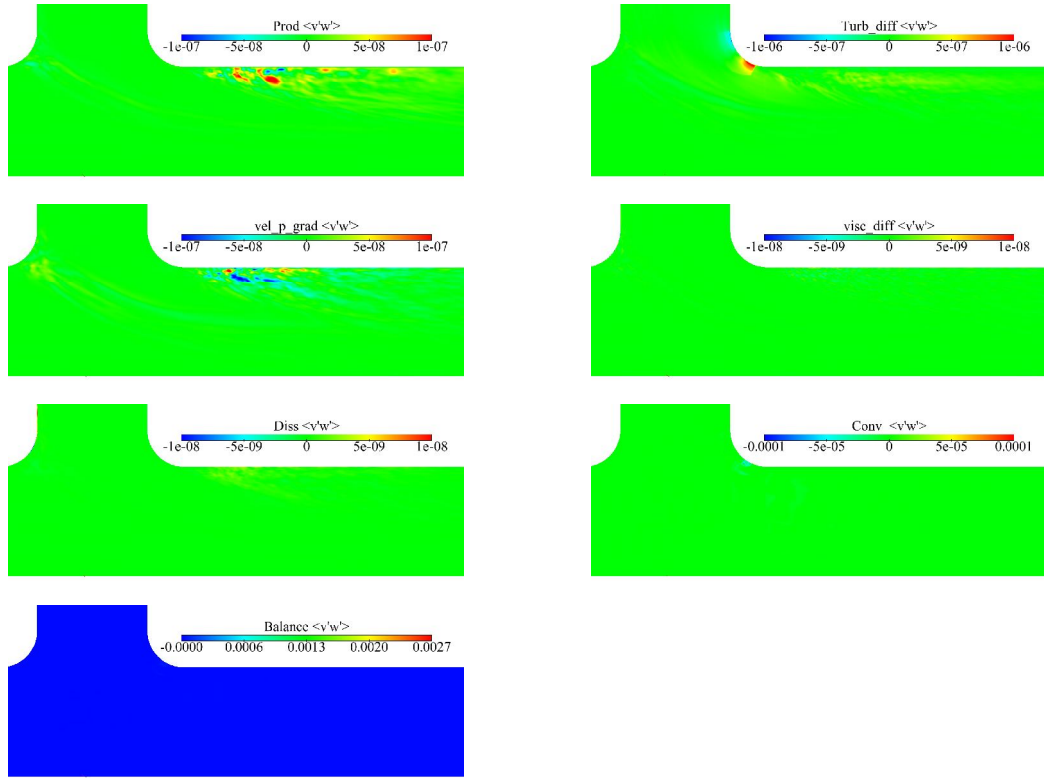


FIGURE 9.9 – Billans pour $\langle u'w' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

de mélange, on a la création d'une couche de production positive au début de la zone de séparation. Dans le cas de la diffusion turbulente, elle est négative dans la couche de mélange et on a la création d'une couche à diffusion turbulente négative au début de la zone de séparation. La corrélation vitesse gradient de pression présente le même résultat que pour la diffusion turbulente, la couche à corrélation vitesse gradient de pression négative au début de la zone de séparation est suivie d'une zone à forte valeurs positives de corrélation vitesse gradient de pression. La diffusion visqueuse et la dissipation sont sensiblement nulles. Le terme de convection présente un résultat similaire au terme de production.

Bilans pour $\langle v'v' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle v'v' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.12. La production est sensiblement nulle dans l'écoulement excepté dans une petite zone en aval de la zone de séparation. On a une forte zone à diffusion turbulente négative en aval de la zone de séparation. On a aussi une forte zone à corrélation vitesse gradient de pression

FIGURE 9.10 – Billans pour $\langle v'w' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

négative en aval de la zone de séparation. La dissipation est négative dans la couche de mélange et la zone de séparation. La diffusion visqueuse est sensiblement nulle dans l'écoulement et le terme de convection présente un résultat assez proche de celle de la diffusion turbulente.

Bilans pour $\langle w'w' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle w'w' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.13. La production est négative et positive respectivement sur le tourbillon inférieur et supérieur (voir figure 8.1) sur le premier coude de la zone de mélange. La production est positive dans la couche de mélange. Dans la zone de séparation, on a la création d'une couche dans laquelle la production est positive, cette couche est séparée par deux zones dans laquelle la production est négative. Pour la diffusion turbulente, elle est négative dans la couche de mélange, la couche de mélange est séparée par deux couches à diffusion turbulente positive, on a le même résultat dans la zone de séparation. La corrélation vitesse gradient de pression est négative dans la couche de mélange et dans la zone de séparation, on a une couche à

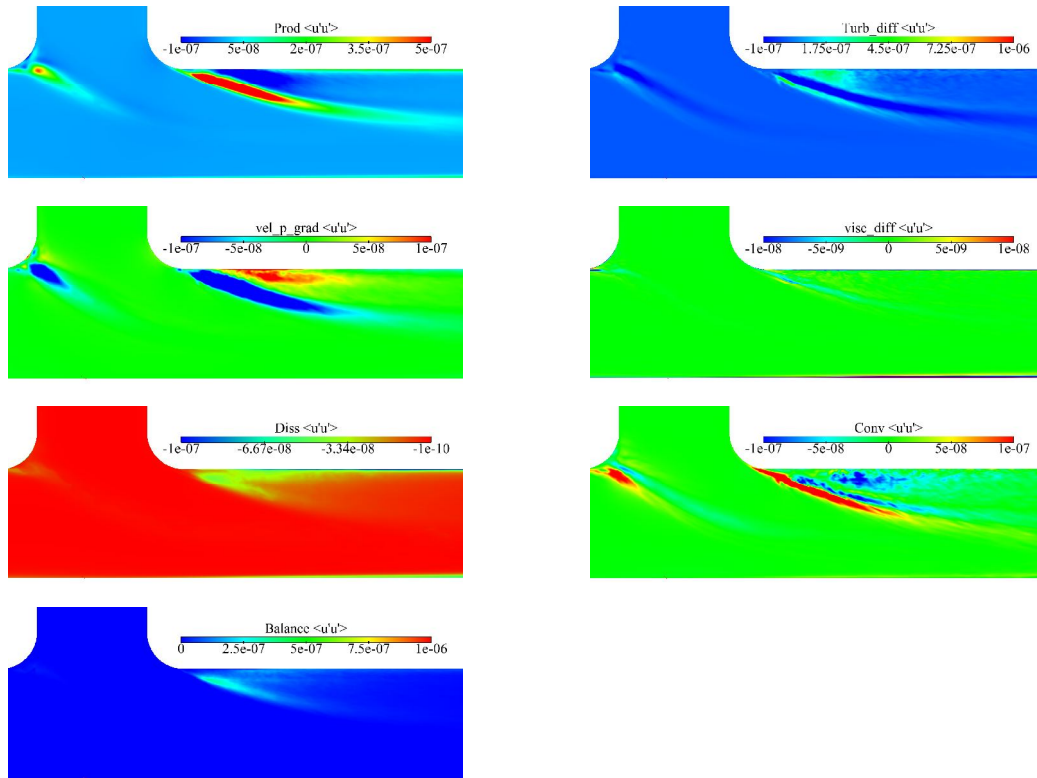


FIGURE 9.11 – Bilans pour $\langle u'u' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

corrélacion vitesse gradient de pression négative séparée par deux couches à corrélacion vitesse gradient de pression positive. La dissipation est négative dans la couche de mélange et la zone de séparation. La diffusion visqueuse est sensiblement nulle et le terme de convection est positive au début de la couche de mélange et dans la zone de séparation.

Bilans pour k Les termes de l'équation de transport de k sont montrés dans la figure 9.14. La production est positive au début de la couche de mélange. Dans la zone de séparation, on a une couche à production négative séparée par deux couches à production positives. La diffusion turbulente est négative en aval de la zone de séparation. La corrélacion vitesse gradient de pression est positive sur le premier coude de la zone de mélange, elle est ensuite négative au début de la couche de mélange. Dans la zone de séparation, on a une zone à corrélacion vitesse gradient de pression positif séparée par deux zones à corrélacion vitesse gradient de pression négatif. La dissipation est négative dans la zone de séparation. La diffusion visqueuse est sensible-

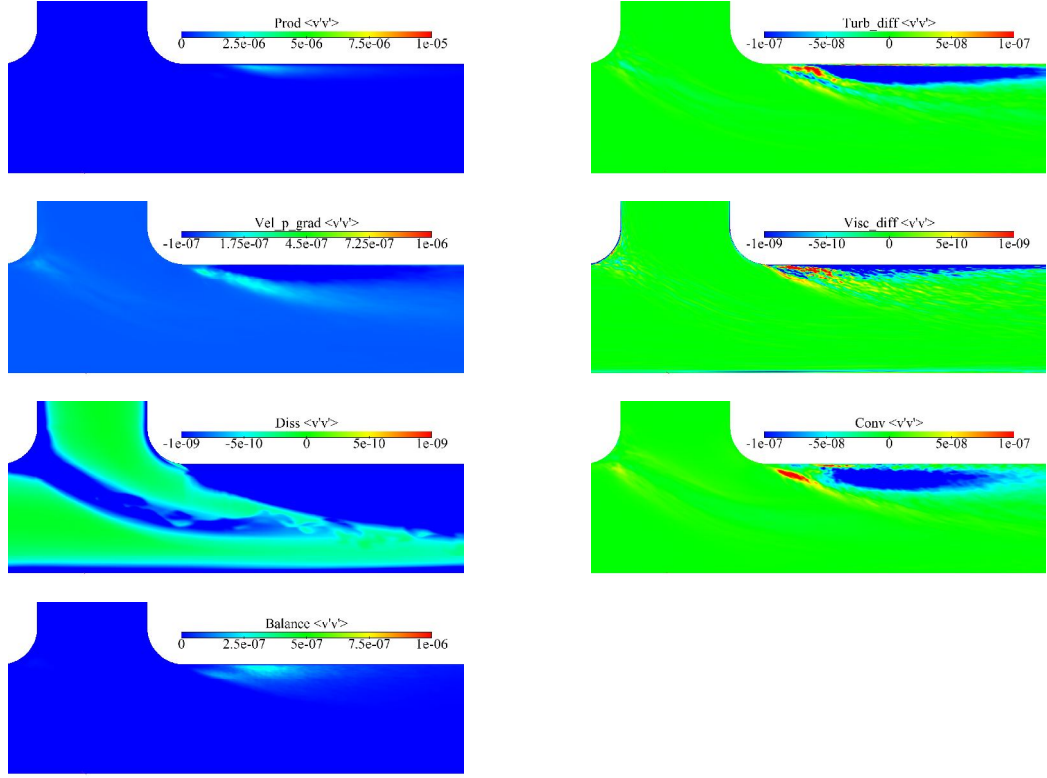
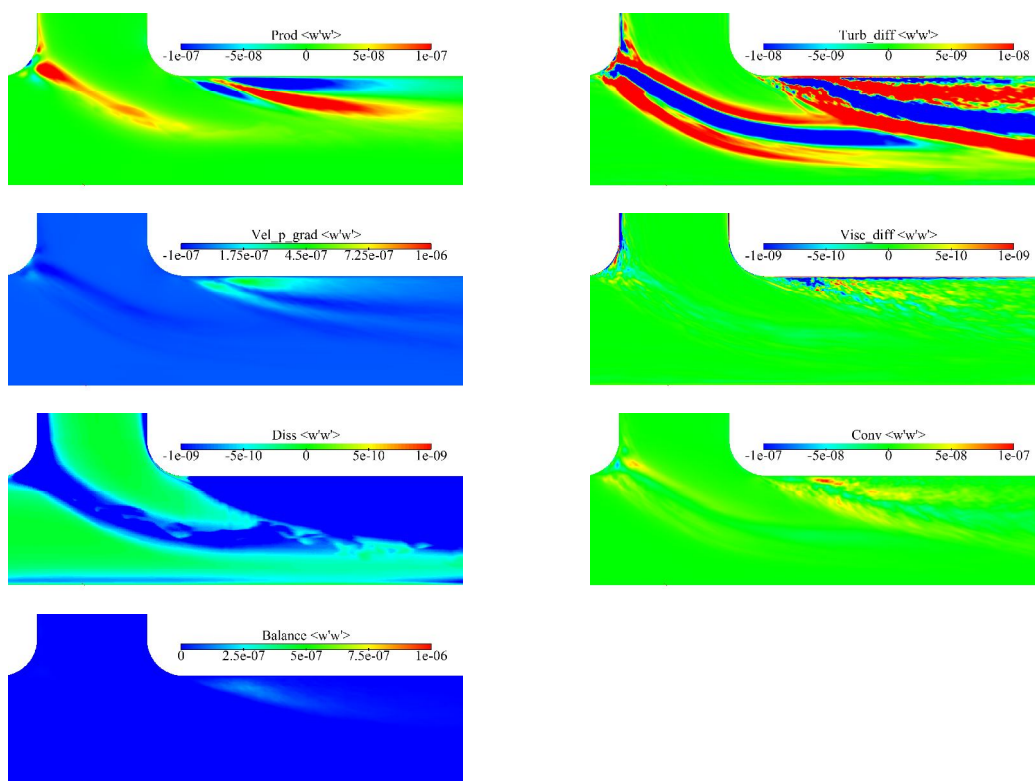


FIGURE 9.12 – Billans pour $\langle v'v' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

ment nulle. Pour le terme de convection, la couche de mélange est entourée par deux zones à convection positive. Dans la zone de séparation, il y a une couche à convection positive suivie d'une grande zone à convection négative.

Dans le cas des équations de transport des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents, les figures présentées ici correspondent réellement aux grandeurs mentionnées.

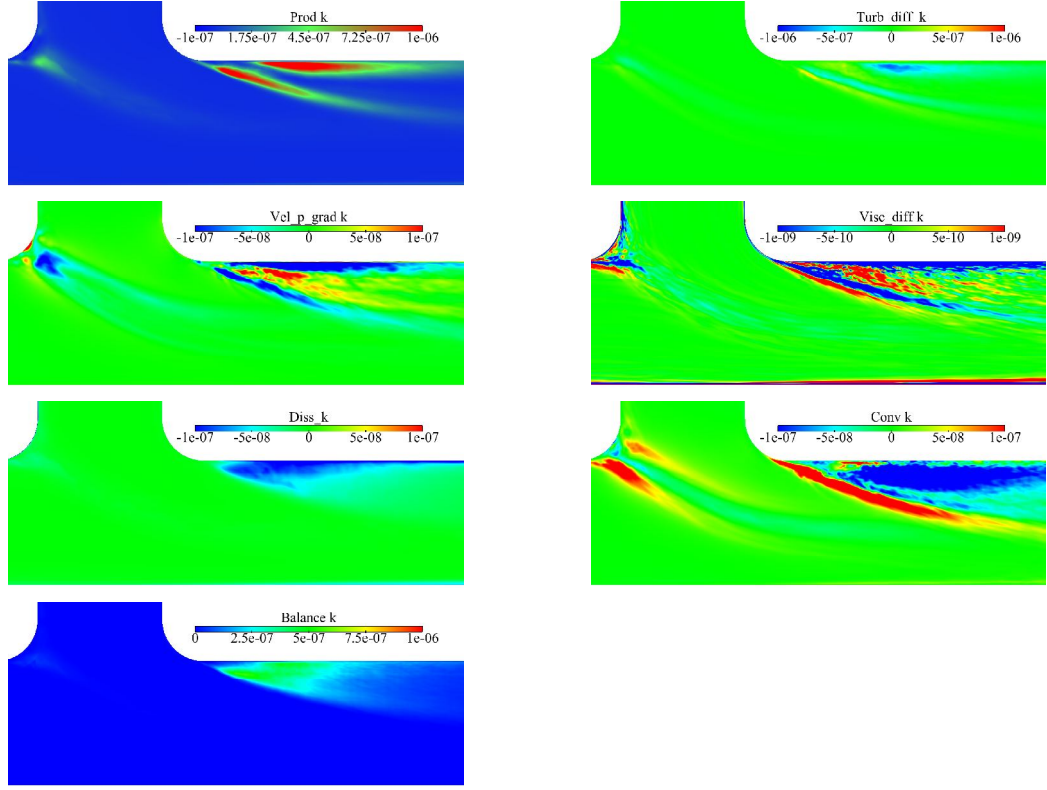
Bilans pour $\langle \theta'\theta' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle \theta'\theta' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.15. La production est négative sur le premier coude de la zone de mélange, elle est positive au début de la couche de mélange et dans la couche de mélange. Cette couche est séparée par deux zones à production négative. Cette production est quasi nulle dans les zones d'accélération et de séparation. On a $T_{\theta\theta} \approx -P_{\theta\theta}$. La dissipation est négative dans la couche de mélange. La diffusion visqueuse est sensiblement nulle et le terme de convection est négative dans la couche de mélange, cette zone est

FIGURE 9.13 – Billans pour $\langle w'w' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

entourée par deux zones à convection positive.

Bilans pour $\langle u'\theta' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle u'\theta' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.16. On a un gain (positif) et une perte (négative) de production dans la couche de mélange et la zone de séparation. On a $T_{u\theta} \approx -P_{u\theta}$. La corrélation température gradient de pression est positive sur les deux tourbillons sur le premier coude de la zone de mélange. On a une corrélation température gradient de pression négative dans la couche de mélange. Dans la zone de séparation on a la création d'une couche à corrélation température gradient de pression positive. La dissipation est négative dans la couche de mélange et positive dans la zone de séparation. La diffusion visqueuse est sensiblement nulle. La convection est négative dans la zone d'accélération et sensiblement nulle ailleurs.

Bilans pour $\langle v'\theta' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle v'\theta' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.17. La production est négative sur le premier coude

FIGURE 9.14 – Billans pour k , maillage à 72 millions de cellules.

de la zone de mélange, elle est ensuite positive au début de la couche de mélange et négative sur le reste de la couche. On a un gain et une perte de production dans la zone de séparation. On a $T_{v\theta} \approx -P_{v\theta}$. Le terme de corrélation température gradient de pression est négatif au début de la couche de mélange et positif dans la zone de séparation. La diffusion visqueuse et la dissipation sont sensiblement nulles. Le terme de convection est négatif dans la zone d'accélération et positif dans la zone de séparation.

Bilans pour $\langle w'\theta' \rangle$ Les termes de l'équation de transport de $\langle w'\theta' \rangle$ sont montrés dans la figure 9.18. Dans ce cas on a un gain et perte de production dans la couche de mélange et la zone de séparation. On a $T_{w\theta} \approx -P_{w\theta}$. Le terme de corrélation température gradient de pression est positif dans la couche de mélange. La diffusion visqueuse et la dissipation sont sensiblement nulles. Le terme de convection est négatif dans la couche de mélange, cette couche est entourée par deux couche à convection positives.

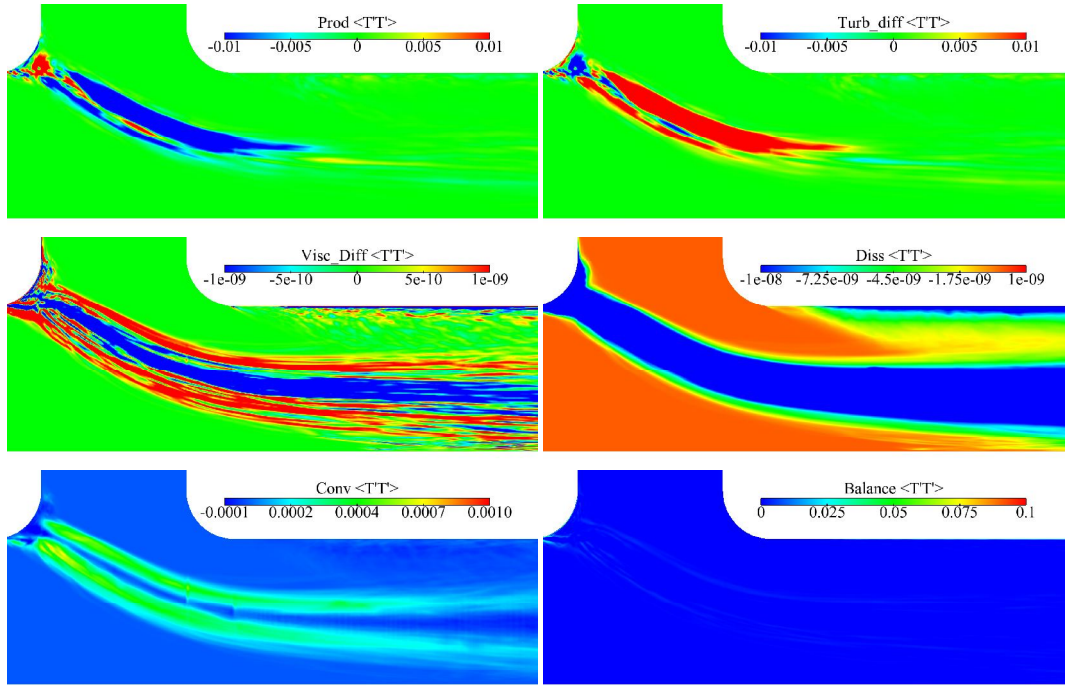


FIGURE 9.15 – Billans pour $\langle \theta' \theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

9.2.2 Evaluation des modèles SGDh et GGDh pour les flux thermiques : cas MOTHER

On présente ici sur le maillage à 72 millions de cellules, les résultats obtenus pour les flux thermiques turbulents avec les modèles SGDh et GGDh.

La figure 9.19 montre la composante $\langle u' \theta' \rangle$ obtenue par le calcul : $\langle u' \theta' \rangle = \langle u \theta \rangle - \langle u \rangle \langle \theta \rangle$ (computed). Cette valeur est comparée avec celle obtenue par le modèle SGDh et GGDh. Le modèle SGDh donne une mauvaise prédiction dans tout le domaine. Le modèle GGDh prédit assez bien le comportement de $\langle u' \theta' \rangle$, même si les valeurs sont sensiblement surestimées dans la zone de séparation.

La figure 9.20 montre la composante $\langle v' \theta' \rangle$ obtenue par le calcul : $\langle v' \theta' \rangle = \langle v \theta \rangle - \langle v \rangle \langle \theta \rangle$ (computed). Ici aussi le modèle SGDh donne une mauvaise prédiction dans tout le domaine et le modèle GGDh surestime les valeurs de $\langle v' \theta' \rangle$.

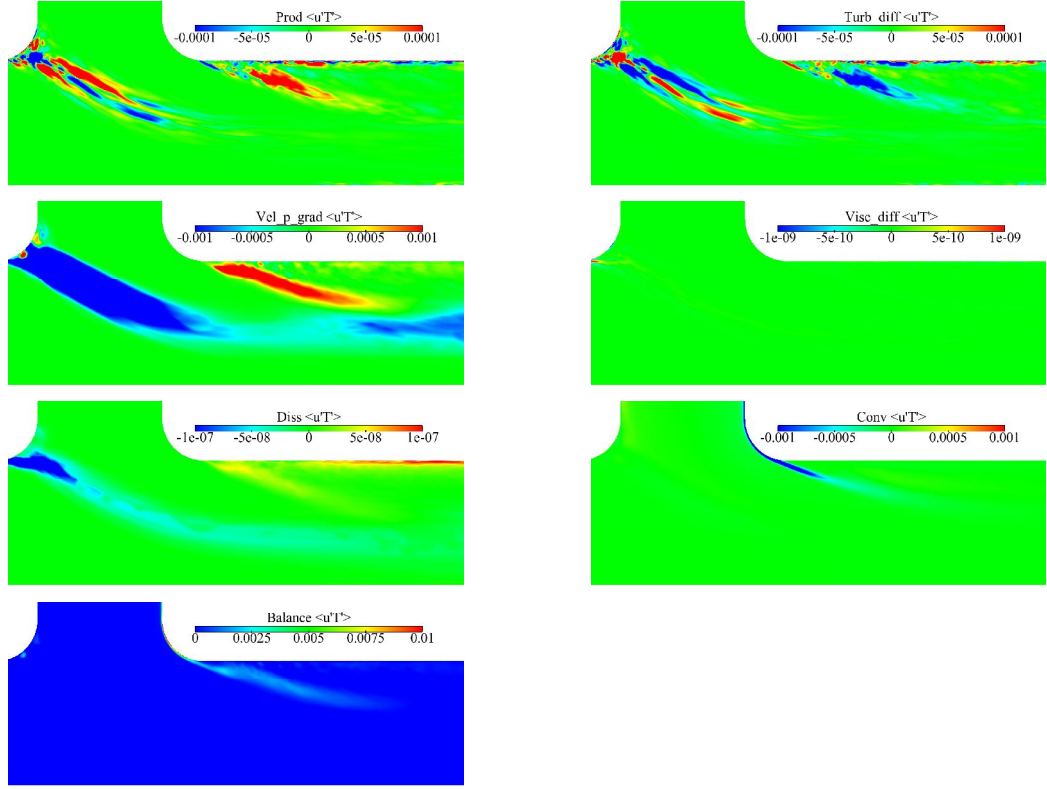


FIGURE 9.16 – Bilans pour $\langle u'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

La figure 9.20 montre la composante $\langle w'\theta' \rangle$ obtenue par le calcul : $\langle w'\theta' \rangle = \langle w\theta \rangle - \langle w \rangle \langle \theta \rangle$ (computed). Une fois encore le modèle SGDh donne une mauvaise prédiction dans tout le domaine et le modèle GGDh surestime les valeurs de $\langle w'\theta' \rangle$ et précisément dans la zone de séparation.

9.2.3 Influence du raffinement du maillage sur les bilans statistiques

Dans cette section, on compare quelques bilans statistiques obtenus avec les maillages à 9 millions et 72 millions de cellules dans le cas d'une paroi adiabatique. Cette analyse permettra dans la suite d'utiliser le maillage fluide à 9 millions pour les analyses faites dans la section 9.2.4. Nous comparons ici les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente, des fluctuations de température et les composantes de flux thermiques turbulents au centre de la zone de mélange ($x/R = 0$) et proche de la

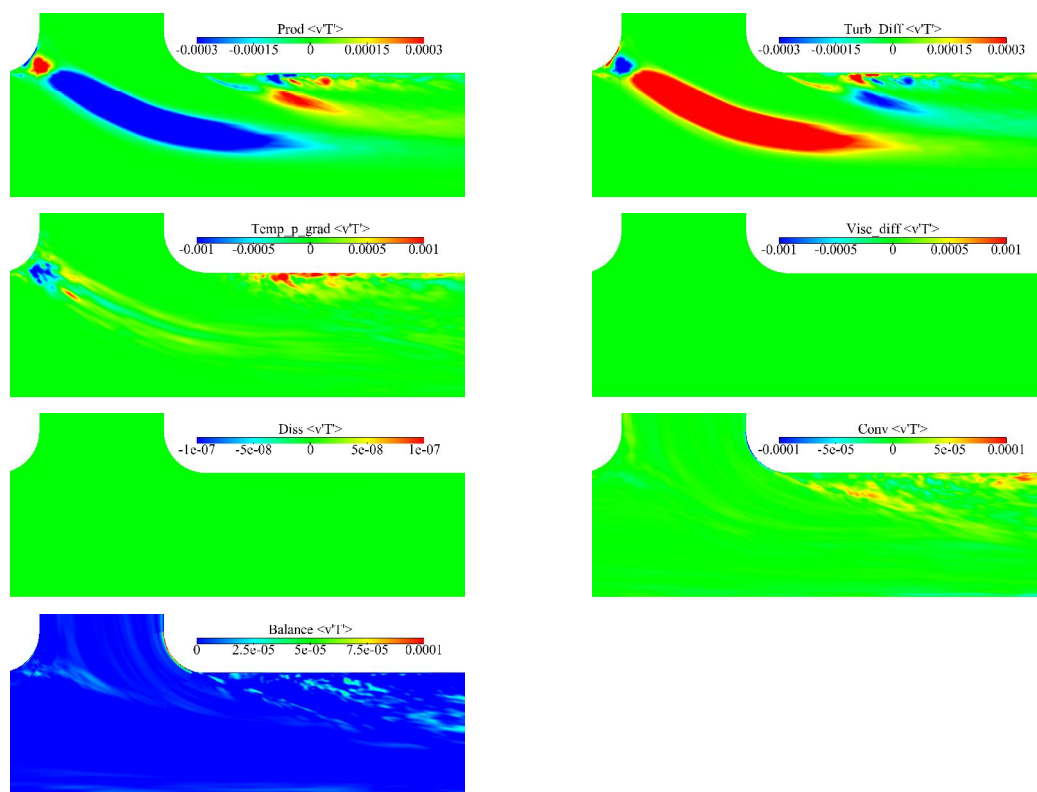
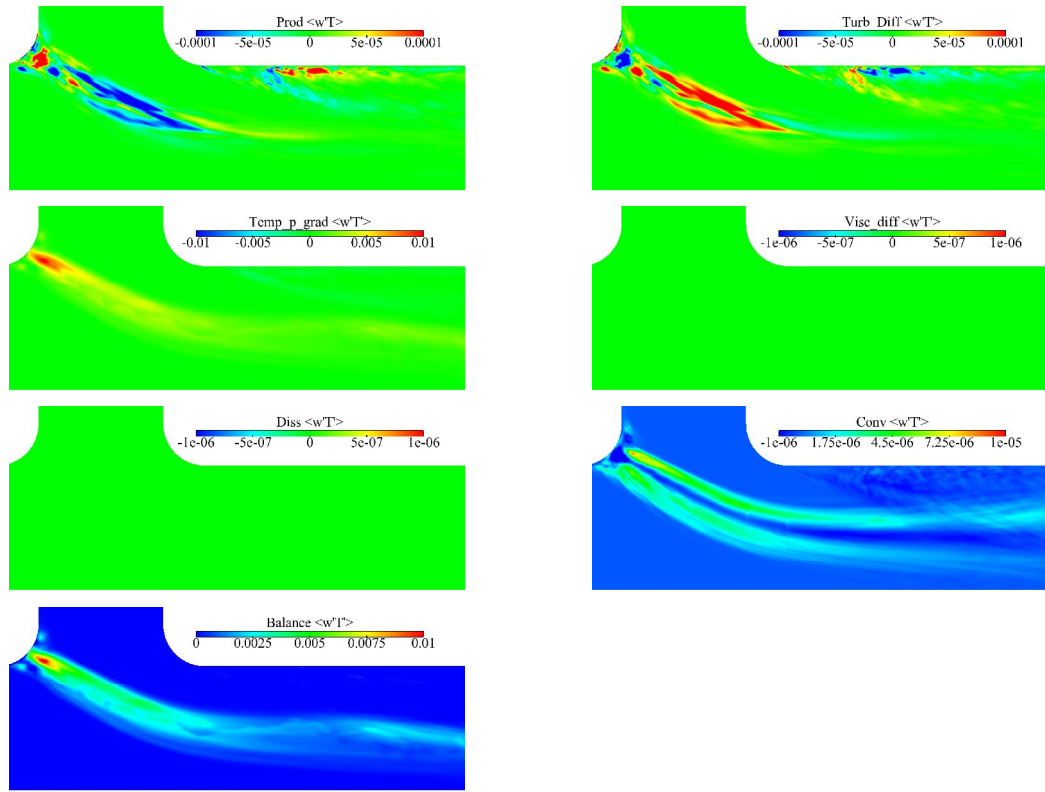
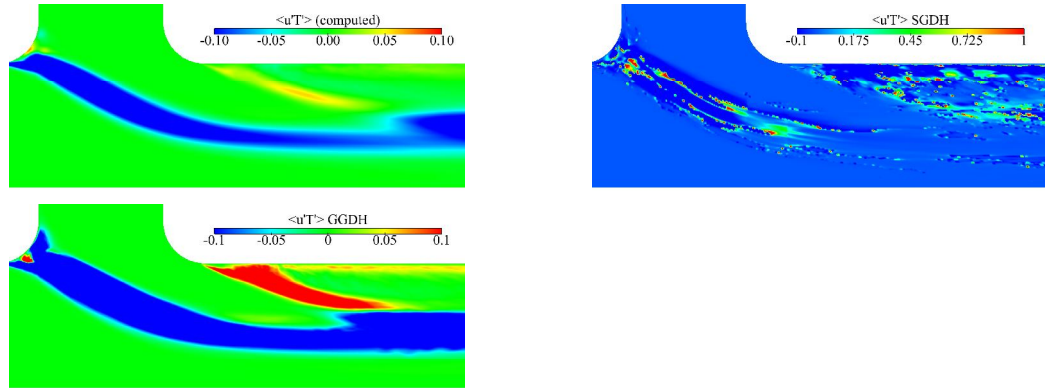


FIGURE 9.17 – Billans pour $\langle v'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

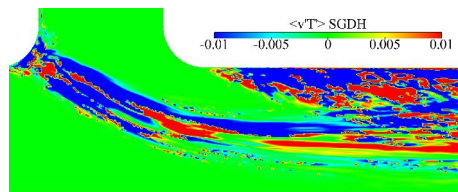
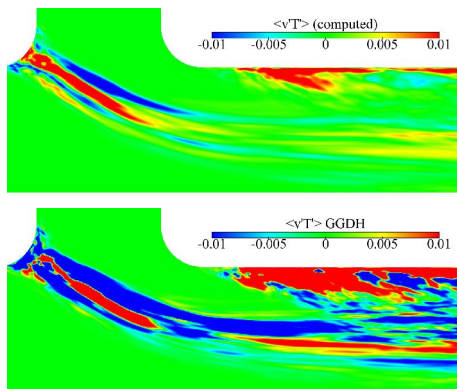
zone de séparation ($x/R = 4$). Certaines grandeurs comme la production de fluctuation de température peuvent présenter une symétrie qui contient des valeurs nulles sur le plan de symétrie $y = 0$ (voir la figure 9.25), pour se défaire de ce problème, on choisit d'analyser les termes des équations de transport sur un plan décalé à $y = (1/5)R^*$ (voir la figure 9.25), avec $R^* = 0,98R$, $x/R = 0$ (zone de mélange), $x/R = 4$ (zone de séparation) et $0 < Z/R^* < \delta/R^*$. δ est l'épaisseur de la couche de mélange à $x/R = 4$ (voir figure 9.22).

Les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique au centre de la zone de mélange pour les deux maillages sont montrés sur la figure 9.23. Premièrement, on voit que les résultats sont assez proches (on a néanmoins une différence de 10% sur le pic de production d'énergie cinétique turbulente). Le maillage à 9 millions de cellules parvient (aussi bien que le maillage à 72 millions de cellules) à reproduire toute la dynamique de l'écoulement.

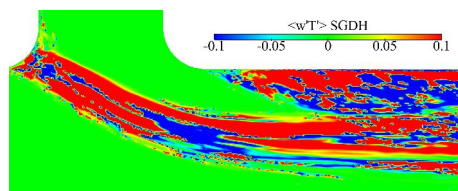
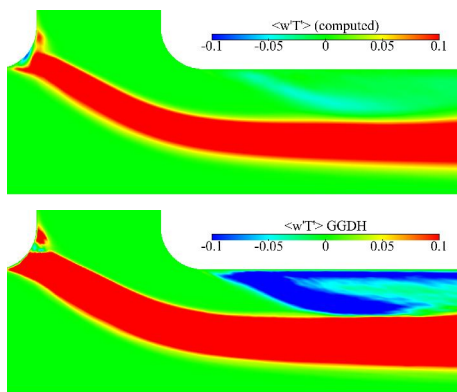
FIGURE 9.18 – Billans pour $\langle w'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.FIGURE 9.19 – Modélisation de $\langle u'\theta' \rangle$, maillage à 72 millions de cellules.

En ce qui concerne la dynamique de l'écoulement plusieurs constatations peuvent être faites (voir la figure 9.23) :

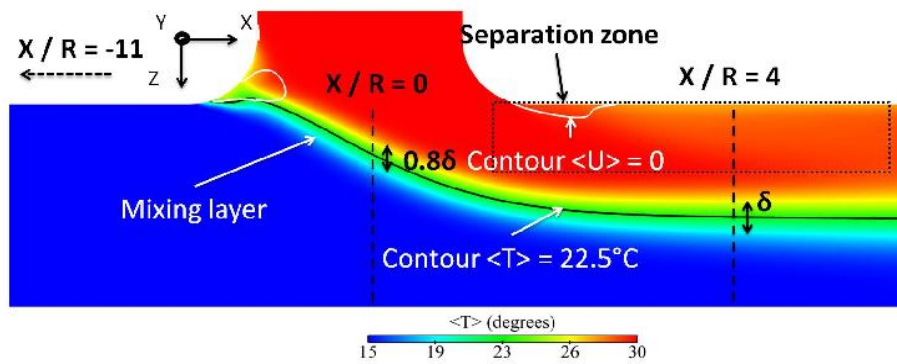
1. En dessous de la couche de mélange, la production et la diffusion tur-



$$\langle v'\theta' \rangle$$



$$\langle w'\theta' \rangle$$



bulente sont équilibrées par le terme de convection, les autres termes sont sensiblement nuls.

$$\begin{cases} C_k = P_k + T_k \\ \Pi_k \approx D_k \approx \varepsilon_k \approx 0 \end{cases} \quad (9.2)$$

2. Dans la couche de mélange, l'écoulement est dominé par la production et la diffusion turbulente. La production est équilibrée par la diffusion turbulente, les corrélations vitesse gradient de pression et la convection. La dissipation et la diffusion visqueuse sont sensiblement nulles.

$$\begin{cases} P_k = C_k - T_k - \Pi_k \\ D_k \approx \varepsilon_k \approx 0 \end{cases} \quad (9.3)$$

3. Après la couche de mélange, le terme de convection est équilibré par la production, la diffusion turbulente et la corrélation vitesse gradient de pression. La dissipation et la diffusion visqueuse sont sensiblement nulles.

$$\begin{cases} C_k = P_k + T_k + \Pi_k \\ D_k \approx \varepsilon_k \approx 0 \end{cases} \quad (9.4)$$

Pour ce qui est des équations de transport des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents. La figure 9.24 montre les bilans pour $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b), $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) et $\langle w' \theta' \rangle$ (e) sur les maillages à 9 millions et 72 millions de cellules au centre de la zone de mélange ($x/R = 0$). Le maillage à 9 millions de cellules parvient à reproduire la thermique de l'écoulement dans la zone de mélange. Les conclusions que nous pouvons tirer sont les suivantes :

1. à l'extérieur de la couche de mélange tous les termes des équations de transport pour les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents sont nulles (ce qui est normal).
2. dans la couche de mélange la production est équilibrée par la diffusion turbulente. On a :

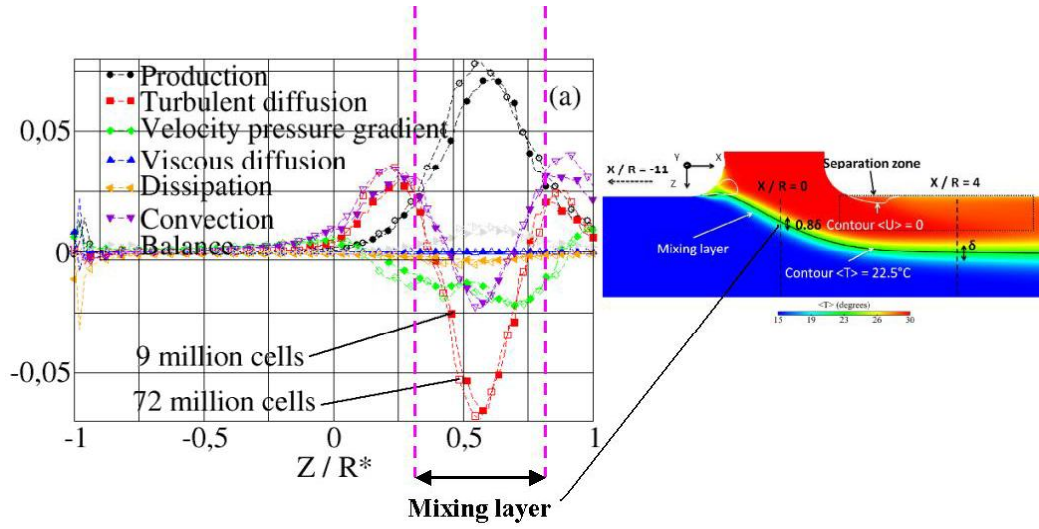


FIGURE 9.23 – Comparaison des bilans de k sur les maillages à 9 millions et 72 millions de cellules ($x/R = 0$).

$$\begin{cases}
 P_{\langle \theta' \theta' \rangle} + T_{\langle \theta' \theta' \rangle} = 0 \\
 C_{\langle \theta' \theta' \rangle} \approx D_{\langle \theta' \theta' \rangle} \approx \varepsilon_{\langle \theta' \theta' \rangle} \approx 0 \\
 P_{\langle u' \theta' \rangle} + T_{\langle u' \theta' \rangle} = 0 \\
 C_{\langle u' \theta' \rangle} \approx D_{\langle u' \theta' \rangle} \approx \varepsilon_{\langle u' \theta' \rangle} \approx \Pi_{\langle u' \theta' \rangle} \approx 0 \\
 P_{\langle v' \theta' \rangle} + T_{\langle v' \theta' \rangle} = 0 \\
 C_{\langle v' \theta' \rangle} \approx D_{\langle v' \theta' \rangle} \approx \varepsilon_{\langle v' \theta' \rangle} \approx \Pi_{\langle v' \theta' \rangle} \approx 0 \\
 P_{\langle w' \theta' \rangle} + T_{\langle w' \theta' \rangle} = 0 \\
 C_{\langle w' \theta' \rangle} \approx D_{\langle w' \theta' \rangle} \approx \varepsilon_{\langle w' \theta' \rangle} \approx \Pi_{\langle w' \theta' \rangle} \approx 0
 \end{cases} \quad (9.5)$$

Nous avons ainsi montré dans cette section que la physique de l'écoulement peut être analysée avec le maillage à 9 millions de cellules. Dans la section 9.2.4 on analysera l'influence des parois en inox sur les termes des bilans des équations de transport étudiés dans la section 9.2.3 avec un maillage fluide à 9 millions de cellules.

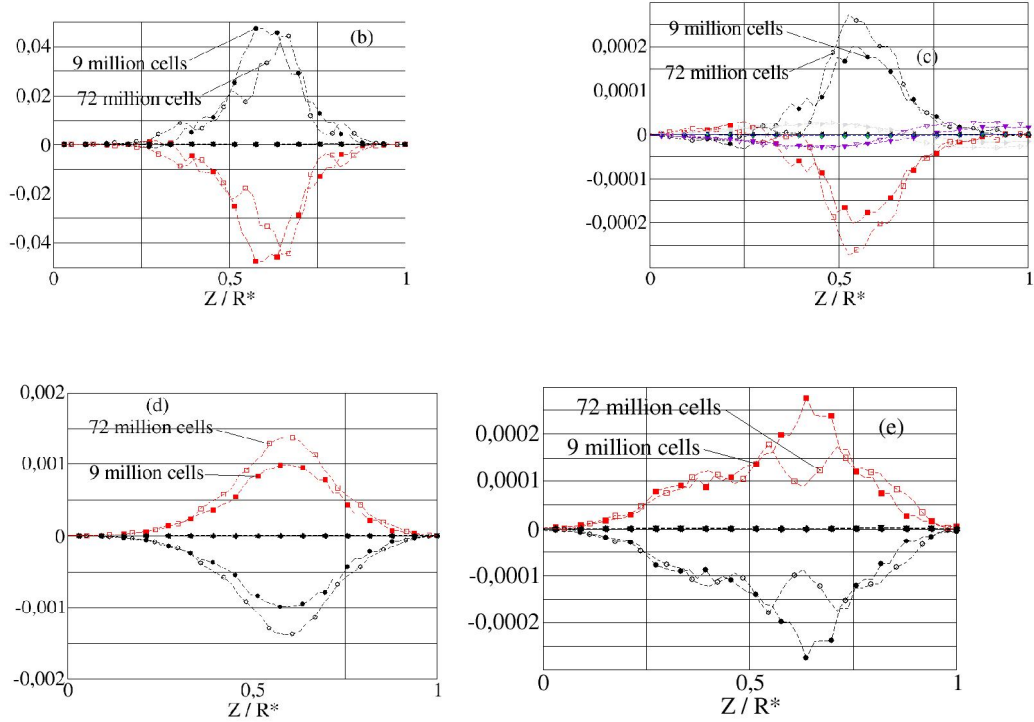


FIGURE 9.24 – Comparaison des bilans de $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b), $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) et $\langle w' \theta' \rangle$ (e) sur les maillages à 9 millions et 72 millions de cellules ($x/R = 0$).

9.2.4 Influence du couplage fluide / structure sur les moments d'ordre élevés : maillage fluide à 9 millions de cellules

Le calcul à couplé à 9 millions de cellules correspond au calcul du chapitre 8. Quant au calcul adiabatique à 9 millions de cellules on a aussi un pas de temps de $16 \cdot 10^{-4}$ seconde, 53 secondes pour l'initialisation de l'écoulement et 40 secondes pour le cumul statistique.

Les résultats sur les bilans statistiques des contraintes de Reynolds, l'énergie cinétique turbulent, les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents analysés dans la section 9.2.1 sont dans un cas de té de mélange avec conditions adiabatiques. Comme nous l'avons dit, les tés de mélange présents dans les centrales nucléaires ont des parois en inox. Il est donc nécessaire de modéliser le couplage entre le fluide et la paroi (transfert de chaleur par conduction dans la paroi).

Cette section contient l'analyse de l'influence du couplage fluide / structure sur les termes de quelques équations de transfert étudiés dans la section 9.2.1.

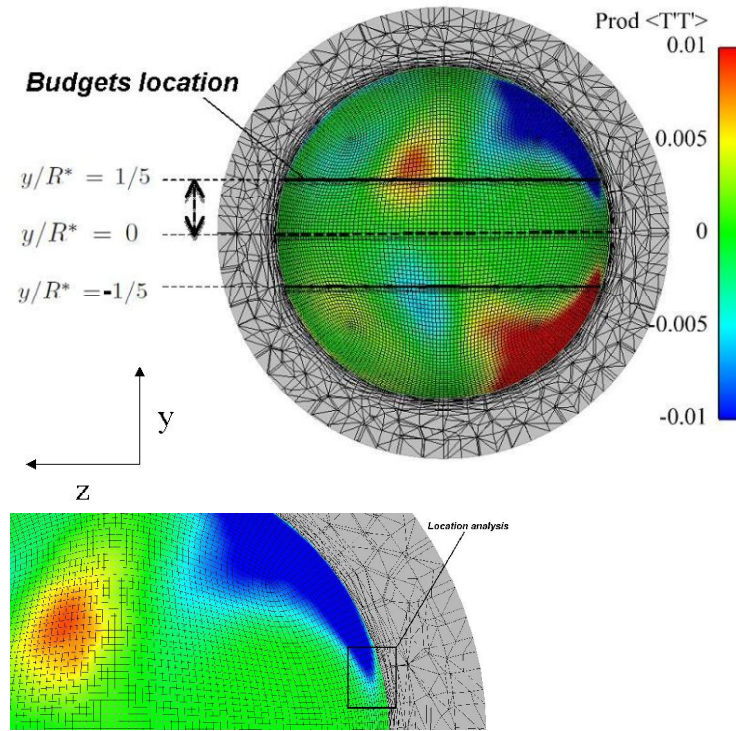


FIGURE 9.25 – Positions d'analyse des termes des équations de transport. Coupe proche de la zone de séparation à $x/R = 4$, maillage fluide à 9 millions de cellules.

9.2.4.1 Écoulement interne

Dans un premier temps, on analyse l'influence du couplage sur les termes des équations de transport à l'intérieur du domaine de calcul dans la zone fluide.

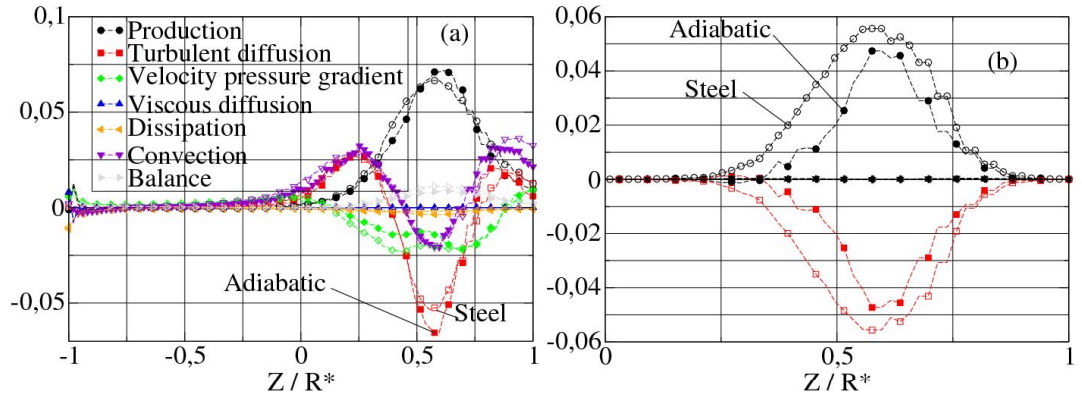
Position $x/R = 0$ (zone de mélange) Cette position est le centre de la zone de mélange où se croisent les fluides chauds et froids. La figure 9.26 montre le bilan de l'équation de transport de l'énergie cinétique (a) à travers la couche de mélange pour des conditions adiabatiques et non-adiabatiques avec la paroi en inox 304L (steel). Les termes des équations de transport

9.26

$$\langle \theta' \theta' \rangle$$

$$T_{\theta\theta}^{Steel} > T_{\theta\theta}^{Adia} \quad 4$$

$$P_{\theta\theta}^{Steel} > P_{\theta\theta}^{Adia}$$



$$k$$

$$\langle \theta' \theta' \rangle$$

$$x/R = 0$$

9.27

$$T_{u\theta}^{Steel} > T_{u\theta}^{Adia}$$

$$\langle u' \theta' \rangle$$

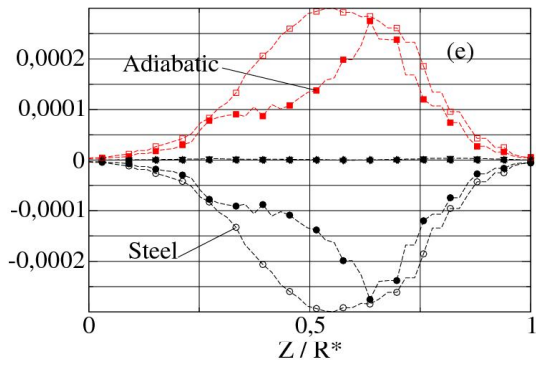
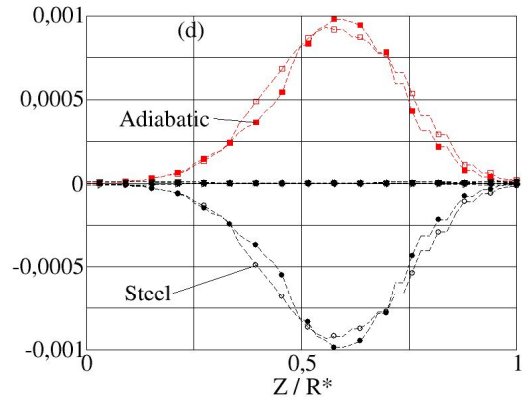
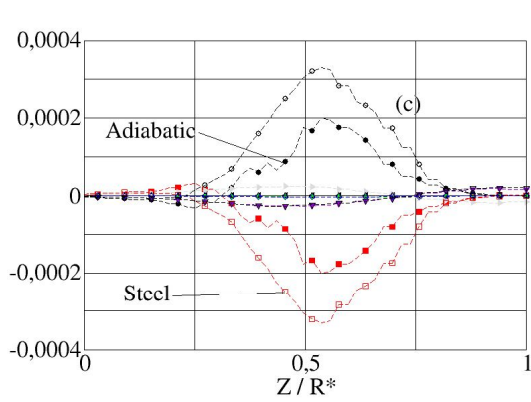
$$P_{u\theta}^{Steel} > P_{u\theta}^{Adia}$$

$$T_{u\theta}^{Steel} > T_{u\theta}^{Adia} \quad Z/R^* \geq 0,6 \quad \langle v' \theta' \rangle \quad \langle w' \theta' \rangle \quad Z/R^* < 0,6 \quad P_{u\theta}^{Steel} \approx P_{u\theta}^{Adia} \quad T_{u\theta}^{Steel} \approx T_{u\theta}^{Adia} \quad P_{u\theta}^{Steel} > P_{u\theta}^{Adia}$$

$$x/R = 4$$

9.28

$$P_k^{Steel} > P_k^{Adia} \quad T_k^{Steel} > T_k^{Adia} \quad C_k^{Steel} > C_k^{Adia}$$



$$\langle w'\theta' \rangle \quad x/R = 0 \quad 9.26$$

$$\langle u'\theta' \rangle \quad \langle v'\theta' \rangle$$

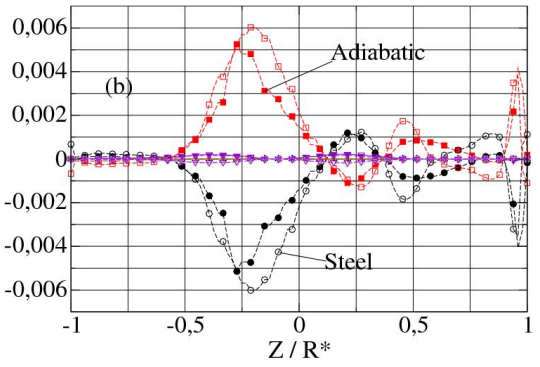
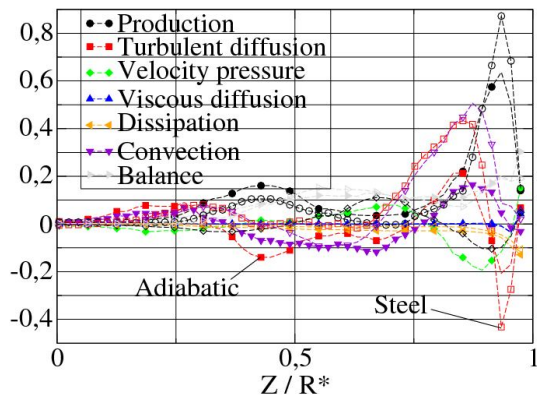
$$9.29$$

$$\langle u'\theta' \rangle$$

$$9.29 \quad 9.29$$

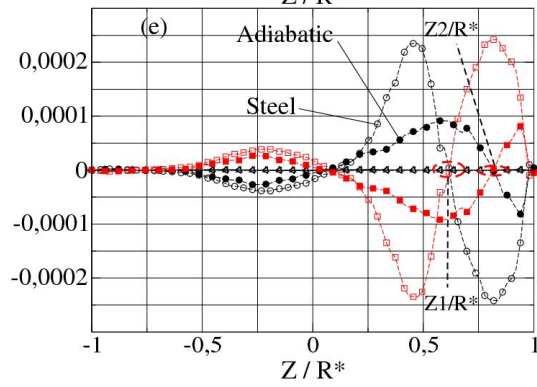
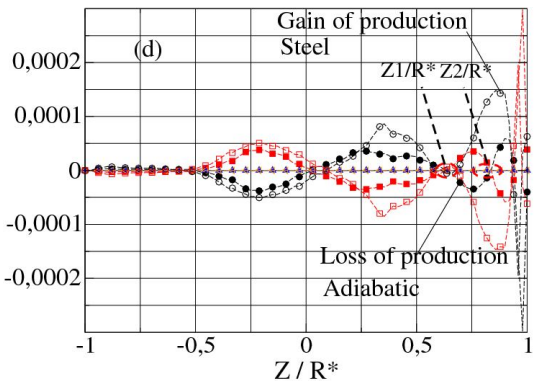
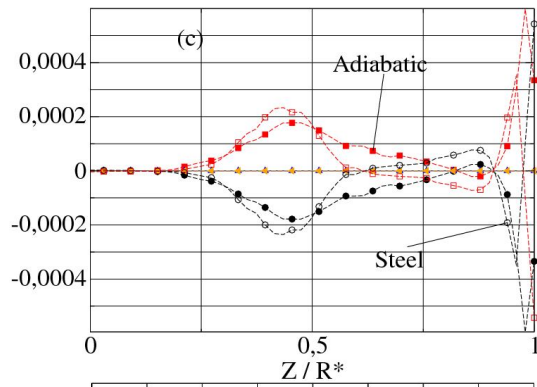
$$\langle v'\theta' \rangle \quad \langle w'\theta' \rangle$$

$$\langle w'\theta' \rangle \quad P_{w\theta}^{Steel} < 0 \quad P_{w\theta}^{Adia} > 0 \quad Z_1/R^* ; Z_2/R^* \quad P_{v\theta}^{Steel} > 0 \quad P_{v\theta}^{Adia} < 0 \quad Z_1/R^* = 0,625 \quad Z_2/R^* = 0,8125$$



k
 $x/R = 4$

$\langle \theta' \theta' \rangle$



$\langle u' \theta' \rangle$ $\langle v' \theta' \rangle$

$\langle w' \theta' \rangle$ $x/R = 4$

$$x/R = 4$$

9.25

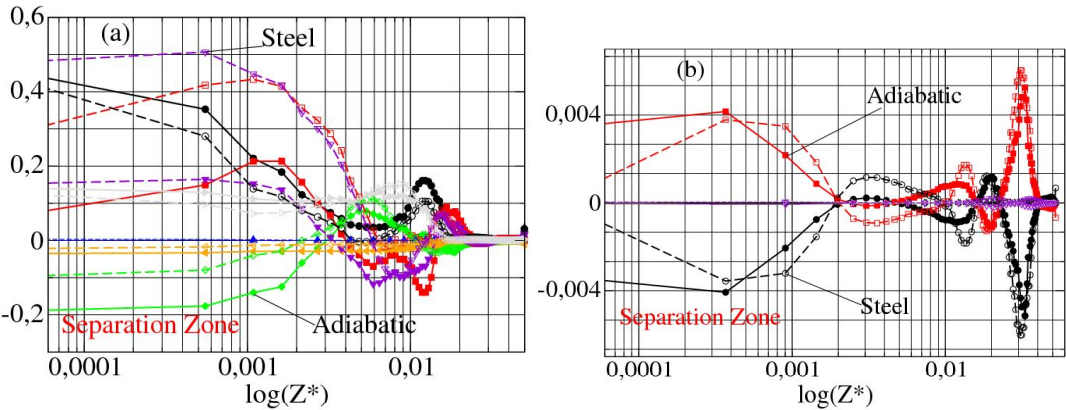
9.30

$$P_k^{Steel} < P_k^{Adia}$$

$$T_k^{Steel} > T_k^{Adia} \quad \Pi_k^{Steel} > \Pi_k^{Adia} \quad C_k^{Steel} > C_k^{Adia}$$

9.30

$$P_{\theta\theta}^{Steel} < P_{\theta\theta}^{Adia}$$



k

$\langle \theta' \theta' \rangle$

$$x/R = 4$$

9.26

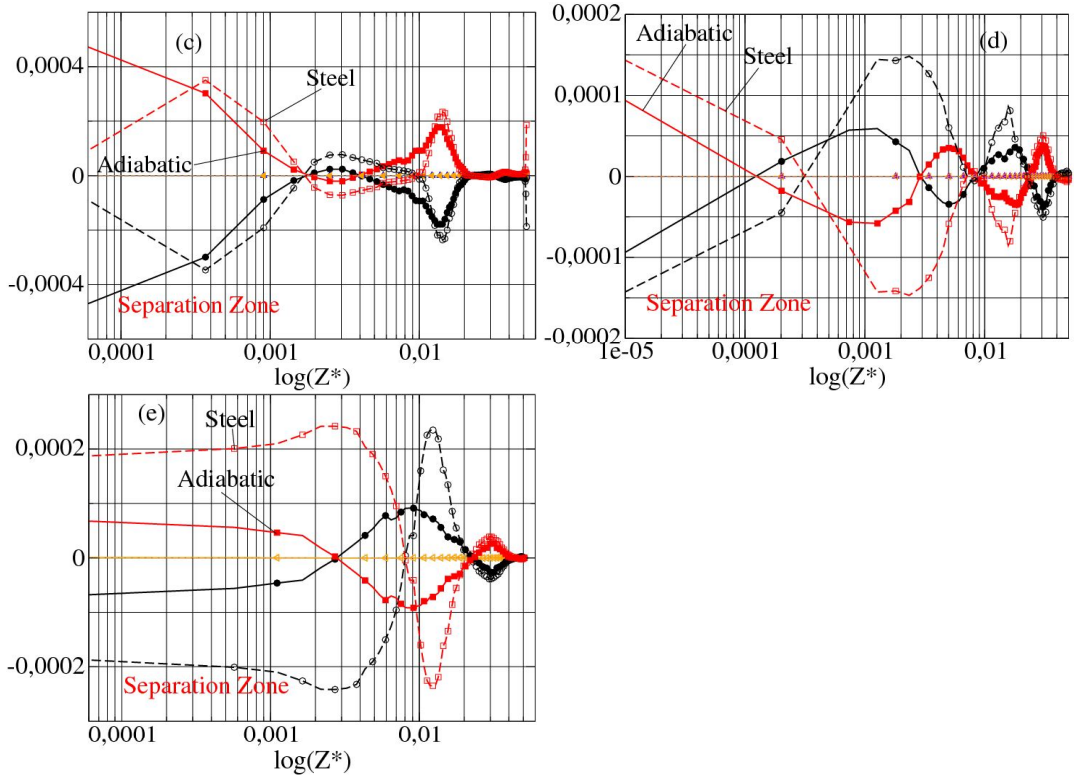
9.31

$\langle u' \theta' \rangle$

$$P_{u\theta}^{Steel} < P_{u\theta}^{Adia}$$

$$\langle v' \theta' \rangle \quad \langle w' \theta' \rangle$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_k^{Steel} < P_k^{Adia} \\ T_k^{Steel} > T_k^{Adia}, \quad \Pi_k^{Steel} > \Pi_k^{Adia}, \quad C_k^{Steel} > C_k^{Adia} \\ P_{\langle \theta' \theta' \rangle}^{Adia} \approx 3 P_{\langle \theta' \theta' \rangle}^{Steel} \\ P_{\langle u' \theta' \rangle}^{Adia} \approx 5 P_{\langle u' \theta' \rangle}^{Steel} \\ P_{\langle v' \theta' \rangle}^{Steel} \approx 1.5 P_{\langle v' \theta' \rangle}^{Adia} \\ P_{\langle w' \theta' \rangle}^{Steel} \approx 2 P_{\langle w' \theta' \rangle}^{Adia} \end{array} \right.$$



$$\langle w' \theta' \rangle \quad x/R = 4 \quad \langle u' \theta' \rangle \quad \langle v' \theta' \rangle$$

9.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous traitons de l'analyse des moments d'ordre élevés dans le cas du té de mélange MOTHER en effectuant une LES fine.

Dans un premier temps, les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente, les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents sont analysés dans le cas du canal chauffé. Toutes les moyennes statistiques sont temporelles. En effet, étant donné qu'il n'y a aucune direction d'homogénéité dans un té de mélange, il n'est pas possible d'effectuer des moyennes spatiales. On détermine donc des moyennes temporelles dans le cas du canal chauffé. Les résultats obtenus sont comparés avec les données DNS de Kawamura et al, (1999). Quelques tests a priori sont faits sur les modèles SGDH, GGDH et AFM pour la modélisation des flux thermiques turbulents ainsi que le nombre de Prandtl turbulent.

Après avoir validés la méthode de détermination des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente, les fluctuations de température et les flux thermiques turbulents dans le cas du canal chauffé, on applique la même procédure dans le cas du té de mélange MOTHER. Le maillage utilisé contient 72 millions de cellules. Les statistiques sont assez convergées dans la zone de mélange et la physique de l'écoulement est analysée. On analyse toutes les équations de transport dans les régions caractéristiques de l'écoulement (couche de mélange, zone d'accélération et zone de séparation). On a précisément montré que dans la zone de mélange (centre du té) en dessous de la couche de mélange, pour l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, le terme de convection est équilibré par la diffusion turbulente et la production, les autres termes sont négligeables. Dans la couche de mélange, l'écoulement est dominé par la production et la diffusion turbulente. La production est équilibrée par la diffusion turbulente, les corrélations vitesse gradient de pression et la convection. Les autres termes sont sensiblement nuls. A l'extérieur de la couche de mélange tous les termes des équations de transport des fluctuations de température et des flux thermiques turbulents sont nuls. Dans la couche de mélange, pour les équations de transport des fluctuations de température et les flux thermiques turbulents, la diffusion turbulente est équilibrée par la production. Tous les autres termes sont sensiblement nuls.

L'étude se poursuit avec l'analyse de la sensibilité des équations de transport au raffinement du maillage. On utilise pour se faire les maillages fluides à 72 et 9 millions de cellules. Les résultats sont assez proches, ce qui

montre que le maillage à 9 millions de cellules est suffisant pour capter la physique de l'écoulement (y compris les moments d'ordre élevés).

S'étant assuré de la capacité du maillage fluide à 9 millions de cellules à capter la physique de l'écoulement, on se propose ensuite d'analyser l'influence du couplage fluide / solide sur les termes des équations de transport précédemment étudiés. Au centre du té, les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente sont assez proches pour le calcul adiabatique et le calcul couplé. La production des fluctuations de température est plus importante dans le cas du calcul couplé, on a le même résultat pour les équations de transport de $\langle u'\theta' \rangle$ et $\langle w'\theta' \rangle$, l'équation de transport de $\langle v'\theta' \rangle$ montre que les termes sont assez proches pour les deux configurations d'écoulement (adiabatique et non adiabatique). Près de la zone de séparation, l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente montre que la production, la diffusion turbulente et la convection sont plus importantes dans le cas non-adiabatique. Ce qui suggère que l'échange entre l'écoulement moyen et l'écoulement fluctuant est plus important dans le cas non-adiabatique. L'analyse des équations de transport des flux thermiques turbulents montre qu'en fonction des conditions sur la paroi (adiabatique ou non), on a un gain ou une perte de production. Ce résultat est observé par exemple sur la zone $[Z_1/R^* ; Z_2/R^*]$ avec $Z_1/R^* = 0,625$ et $Z_2/R^* = 0,8125$.

Pour finir, on a effectué une analyse similaire à la précédente mais proche de la paroi et de la zone de séparation. L'analyse des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente montre que la production est plus importante dans le cas adiabatique. La corrélation vitesse gradient de pression, la diffusion turbulente et la convection sont plus importantes dans le cas non-adiabatique. Pour l'équation de transport des fluctuations de température, on a vu que le terme de production est 3 fois plus grand dans le cas adiabatique. Cela montre que la génération des fluctuations de température est plus forte près des parois dans le cas adiabatique. La prise en compte de la conductivité de la paroi atténue les fluctuations de température. Pour la composante $\langle u'\theta' \rangle$ des flux thermiques turbulents, la production est 5 fois plus grande dans le cas adiabatique. Dans le cas de $\langle v'\theta' \rangle$ et $\langle w'\theta' \rangle$ la production est respectivement 1.5 et 2 fois plus grande dans le cas non-adiabatique. Ces résultats montrent que près de la paroi, la génération des flux thermiques turbulents $\langle u'\theta' \rangle$ est plus importante dans le cas adiabatique mais on a un résultat opposé dans les autres directions. En d'autres termes le cas adiabatique favorise la production du flux thermique dans la direction de l'écoulement. Ces résultats montrent que la condition sur la paroi (adiabatique ou non) a une grande influence sur le transfert

de chaleur proche de la paroi donc sur la distribution de température dans le solide. Les contraintes mécaniques engendrées et l'évolution des fissures dans la paroi sont donc affectées à leur tour.

Quatrième partie

Conclusions et perspectives

CHAPITRE 10

Conclusions

L'évacuation de la puissance résiduelle du réacteur à l'arrêt nécessite parfois la présence de zones dans lesquelles les fluides chaud et froid se mélangent. Les zones de mélange en forme de té sont souvent sujettes à des contraintes mécaniques dues aux fluctuations de température. Ces fluctuations de température sont dues au mélange turbulent de deux écoulements à des températures différentes. Les contraintes mécaniques induisent à leur tour des fissures qui peuvent plus ou moins se propager et mener à l'arrêt du réacteur. Plusieurs incidents ont été observés en France (Civaux, 1998), Allemagne (Biblis) et au Etats Unis (Crystal Rivers). Le projet MOTHER a été initié pour mieux comprendre la physique du problème. EDF fait parti du projet MOTHER, qui a réuni plusieurs entreprises du secteur nucléaire (CEA, PSI, AREVA, Vattenfall, NRG, ONSALA) dans le but de comprendre la thermohydraulique de ce type d'écoulement. Cette thèse présente quelques avancées sur la caractérisation et la compréhension de ces écoulements de té de mélange (thermohydraulique).

Les objectifs de la thèse étaient de participer au benchmark T-junction de la conférence CFD4NRS-3, comprendre la physique de l'écoulement et le transfert de chaleur dans la paroi et fournir une base de donnée sur un maillage suffisamment fin (LES fine). Cette base de donnée peut être utilisée pour l'évaluation des modèles de turbulence en RANS. Ces objectifs ont été atteints.

Dans cette thèse, la résolution des équations de conservation est faite avec une approche volume finies d'ordre deux et la simulation des grandes échelles ou LES (Larges Eddy Simulation). Les modèles de sous-maille utilisés sont le modèle de Smagorinsky, WALE (Wall Adapted Local Eddy) et le modèle dynamique. Le modèle SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) est utilisé pour la modélisation des flux thermiques de sous-maille et le nombre de Prandtl turbulent est fixé à un. La génération de la turbulence en entrée du domaine est faite en utilisant la méthode SEM (Synthetic Eddy Method). Le couplage avec la gravité est négligeable (nombre de Froude grand).

Notre étude commence par le benchmark OCDE/NEA qui a eu lieu dans le cadre de la conférence CFD4NRS-3 à Washington en septembre 2010. La configuration du té de mélange utilisé est celle de Vattenfall (té avec bords droit). Dans ce benchmark, les résultats de *Code_Saturne* ont été comparés à plusieurs codes. Il ressort de cette étude que *Code_Saturne* se situe bien par rapport à ces codes de calcul. En particulier, la solution exhibe le pic de fréquence à 3,5 Hz observé expérimentalement. Il faut cependant noter que les conditions aux limites sont adiabatiques et qu'il n'y a donc aucun transfert de chaleur entre le fluide et la paroi. Ce qui n'est absolument pas réaliste car les tés de mélange présents dans les centrales nucléaires ont des parois en inox. Ainsi, bien que le benchmark permette d'évaluer les codes de calcul, les conditions d'écoulement ne sont pas vraiment réalistes.

Après le benchmark OCDE/NEA de la conférence CFD4NRS-3 nous avons approfondie l'analyse de l'écoulement dans la configuration du té de mélange de Vattenfall. Nous avons en particulier étudié l'influence des conditions d'entrée sur la physique de l'écoulement. En effet, plusieurs auteurs affirmaient que des conditions de vitesse laminares étaient suffisantes car toute la turbulence est générée dans la zone de mélange. Nous avons montré dans cette étude que la physique du mélange peut être influencée par des conditions turbulentes ou pas en entrée des branches froides et chaudes. A proximité de la zone de mélange, nous avons montré comment sont influencées les quatre zones identifiées par Walker et al., (2009) précisément la largeur de ces zones et le déplacement des centres des tourbillons dans la zone de séparation. Enfin on a montré que les intensités des corrélations température-vitesse diffèrent de 10 % lorsqu'on utilise des entrées turbulentes ou pas. Ce résultat est d'une grande importance car il s'agit du flux de chaleur à la paroi. Cette étude a fait l'objet d'une publication dans Nuclear Engineering and Design en 2011.

Par la suite on s'est intéressé à la configuration de MOTHER. En effet, dans ce cas maintenant on considère la paroi, le té de mélange a une paroi en inox et le transfert de chaleur entre le fluide et la paroi est considéré. Le té contient aussi des arrondis sur les bords de la zone de mélange. Pour se faire, on effectue le couplage entre *Code_Saturne* et *SYRTHES* afin de calculer l'évolution de la température dans le solide. La structure de l'écoulement diffère de celle obtenue avec un té à bord droit. Comme dans le cas d'un té à bord droit, on a une couche de mélange due au mélange des courants froids et chauds, une zone de séparation avec une longueur moins importante que dans le cas d'un té à bords droit et des tourbillons dans les plans perpendiculaires à la branche principale. Dans le cas d'un té avec

bords arrondis, on a la présence de deux tourbillons sur le premier coude de la jonction et une zone d'accélération sur le deuxième coude de la jonction. Les moments d'ordre un et deux montrent déjà que les conditions adiabatique ou non-adiabatique ont une influence non négligeable. Les spectres de température dans le solide ne montrent aucun pic sur les positions analysées.

La dernière analyse faite porte sur l'étude des moments d'ordre élevés sur la configuration d'écoulement MOTHER. En effet, aucune analyse similaire n'a été faite à ce jour sur une géométrie aussi complexe. Il s'agit ici d'effectuer une analyse des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente, la variance de température et les flux thermiques turbulents. Tout d'abord on valide la méthodologie dans le cas de l'écoulement d'un canal chauffé. Les moyennes des bilans statistiques sont obtenues uniquement en temps car il n'y a aucune direction d'homogénéité dans le cas d'un té de mélange. Après avoir validé la méthodologie (comparaison avec les données DNS de Kawamura et al., 1999) on applique la même méthode dans le cas du té de mélange.

Tout d'abord on a analysé les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente, de la variance de température et des flux thermiques turbulents avec un maillage contenant 72 millions de cellules, les cellules ont une taille inférieure à 7η où η est le nombre de Kolomogorov. Pour l'énergie cinétique on a observé qu'à l'extérieur de la couche de mélange, le terme de convection est équilibré par la diffusion turbulente et la production, dans la couche de mélange l'écoulement est dominé par la production et la diffusion turbulente. Dans cette zone, la production est équilibrée par la diffusion turbulente, les corrélations vitesse gradient de pression et la convection, les autres termes sont sensiblement nuls. A l'extérieur de la couche de mélange tous les termes des équations de transport de la variance de température et des flux thermiques turbulents sont nuls. Dans la couche de mélange, la production est équilibrée par la diffusion turbulente et les autres termes sont nuls. En d'autres termes les fluctuations de température et flux thermiques turbulents produits sont perdus par diffusion turbulente.

On a ensuite montré que le maillage contenant 9 millions de cellules reproduisait aussi bien les équations de transport que le maillage contenant 72 millions de cellules. Ayant montré cela, nous avons procédé à l'analyse de l'influence des conditions sur l'interface fluide-solide (adiabatique ou non) sur les équations de transport. On a montré que, au centre de la zone de mélange, les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente sont assez proches pour la configuration couplée et adiabatique. La production des fluctuations de température est plus importante pour le cas couplé, on

a le même résultat pour les équations de transport de $\langle u'\theta' \rangle$ et $\langle w'\theta' \rangle$, pour l'équation de transport de $\langle v'\theta' \rangle$ les termes sont assez proches pour les deux configurations. Près de la zone de séparation, l'échange entre l'écoulement moyen et l'écoulement fluctuant est plus important dans le cas non adiabatique car la production d'énergie cinétique turbulente y est plus importante. L'analyse des équations de transport des flux thermique turbulents montre que les conditions de paroi ont une influence sur le signe de la production. En effet, on a un gain ou une perte de production des flux thermiques turbulents sur la zone $[Z_1/R^* ; Z_2/R^*]$ avec $Z_1/R^* = 0,625$ et $Z_2/R^* = 0,8125$.

L'analyse se termine par une étude similaire à la précédente proche de la paroi et de la zone de séparation. L'analyse de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulent montre que la production est plus importante dans le cas adiabatique et les autres termes sont plus importants dans le cas non adiabatique. La production des fluctuations de température est 1 fois plus importante dans le cas adiabatique, ce qui suggère que la génération des fluctuations de température est plus importante pour un calcul adiabatique.

CHAPITRE 11

Perspectives

Bien que cette thèse constitue une avancée non négligeable sur la compréhension de la thermohydraulique dans les tés de mélange plusieurs facteurs n'ont pas été étudiés et doivent être analysés dans le future.

Dans le benchmark OCDE/NEA qui a eu lieu à Washington (CFD4NRS-3), la première position de mesure pour les données expérimentales est à la position $x = 1.6D$, cette position se trouve en aval de la zone de séparation. En effet, la zone de séparation est une zone critique pour les codes de calcul, la détermination des champs de l'écoulement est très difficile dans cette zone. Des données expérimentales dans cette zone constitueraient un bon moyen d'augmenter l'exigence du benchmark. On a aussi vu que *Code_Saturne* ne captait pas assez bien la distribution de température sur la génératrice inférieur, ce qui peut être dû à une mauvaise modélisation du mélange.

L'influence des conditions d'entrée a été analysée dans le cas d'un té de mélange avec bords droit et conditions adiabatique. Cette analyse peut aussi être faite dans le cas MOTHER (té de mélange avec bords arrondis et paroi en inox 304L).

En ce qui concerne l'écoulement de té MOTHER, les résultats obtenus doivent être comparés aux données expérimentales obtenues par les CEA. Une analyse du coefficient de transfert devrait être faite pour comparer avec celui obtenu expérimentalement.

Une comparaison de la vitesse de frottement serait utile pour éclairer les différences entre un calcul couplé et un calcul adiabatique.

Les résultats obtenues avec le maillage à 72 millions de cellules ont montré que les statistiques n'étaient pas convergées loin de la zone de séparation. Il faudrait faire des moyennes encore plus long (temps de cumul statistique) pour obtenir des statistiques convergées loin de la zone de mélange. Le calcul des bilans statistiques avec le maillage à 72 millions de cellules est en effet un calcul adiabatique, il serait intéressant de faire un calcul couplé de ce

maillage. Il faut aussi noté que pour le maillage à 72 millions de cellules, on a utilisé une relaxation de 0,7 sur la discrétisation du terme de pression, sans cette modification il était difficile d'effectuer les calculs avec ce maillage (problèmes numérique). Il serait toute fois important d'analyser l'effet de cette modification sur des moments du premier, second et même plus élevé dans le cas d'un canal plan par exemple.

CHAPITRE 12

Poster de la conférence
CFD4NRS-3, Washington (USA)

Large Eddy Simulation And The Effect Of Turbulent Inlet Condition in The Mixing Tee

Jean-Marc Ndombo and Richard J.A Howard

Fluid Dynamics Power Generation and Environment Department, EDF R&D

6 Quai Watier 78401 Chatou, France

Jean-marc.ndombo@edf.fr



Introduction

In PWR plants, thermal fatigue can occur in energy cooling systems which are subjected to cyclic stresses. These zones are generally found in T-junctions where cold and hot flows mix. Turbulent fluctuations create thermal fluctuations at the walls.

Objectives

This study has two goals. The first is to demonstrate some results obtained using the EDF R&D *Code_Saturne* applied to the Vattenfall Tee junction benchmark (with a temperature difference of about 17 degrees). The second is to look at the effect of including synthetic turbulence at the Tee junction pipe inlet (Vattenfall benchmark 2006).

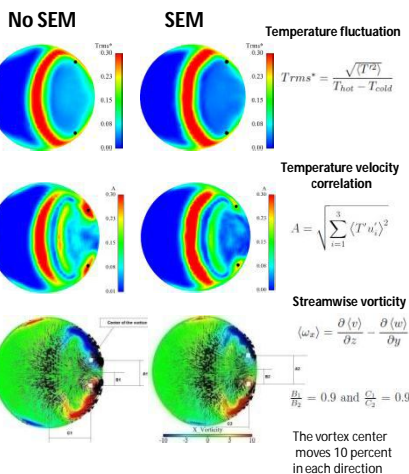
Boundary condition (Jarrin et al. 2006)

Total velocity as a superposition of a mean velocity and a fluctuation term. $u_i = \bar{u}_i + a_{ij} u'_j$ (Synthetic Eddy Method : SEM)
The mean velocity is obtained using the Reichardt velocity profile. The a_{ij} tensor is obtained from the Cholesky algorithm using the Reynolds stress tensor.

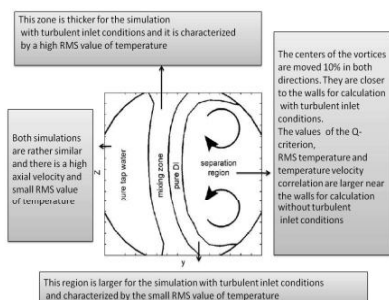
Experimental setup and mesh

- Configuration used is that of OCDE/NEA Vattenfall Benchmark made of Plexiglas (versions 2006 and 2009)
- Reynolds number is about 95000
- The mesh contains 6 millions of elements

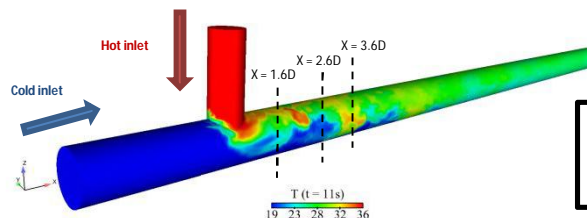
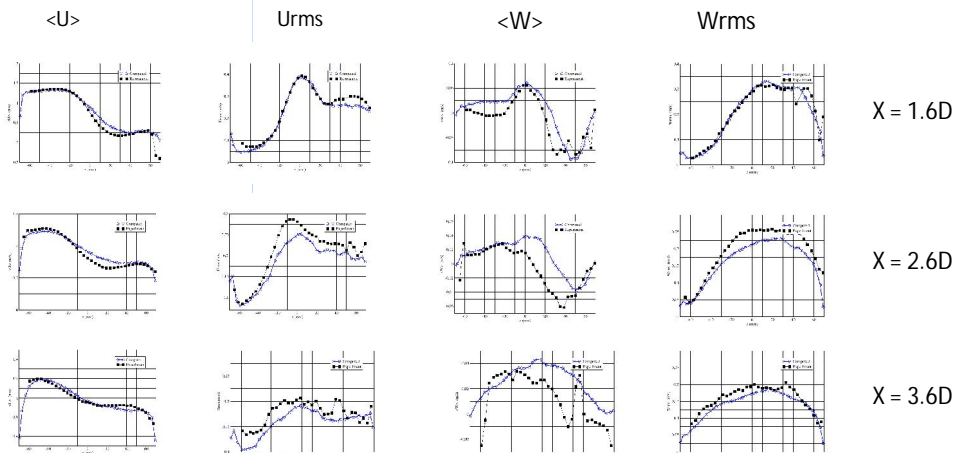
Effect of the inlet condition (X = 0.75D)



Synthesis of the influence of the turbulent inlet condition on the structure of the flow given by Walker et al. 2009

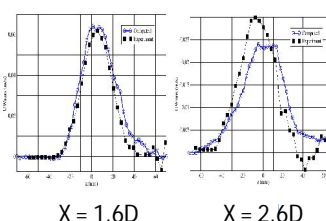


Results of the 2009 Vattenfall Benchmark Using the Dynamic Smagorinsky model



Simulation with the SEM turbulent inlet condition

Reynolds stresses (UWrms)



Conclusion

Large Eddy Simulation is used to study thermal fatigue in a T-junction, paying special attention to the inlet condition. Simulations are carried out using *Code_Saturne* on the Vattenfall benchmark configuration. The results indicate that inclusion of a turbulent inlet condition modifies the T-junction flow and has a non negligible effect on the wall heat transfer. Additional experimental data is needed close to the walls in order to assess the accuracy of the values calculated in our study.

References

- Code_Saturne* : <http://www.code-saturne.org>
- N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurence, R. Prosser. A synthetic eddy method for generating inflow conditions for large eddy simulation *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27, 585-593, 2006
- C. Walker, M. Simiano, R. Zboray, H.-M. Prasser. Investigations on mixing phenomena in single-phase flow in a T-junction geometry. *Nuclear Engineering and design*, Volume 239, Issue 1, pages 116-126, January 2009
- U. Andersson, J. Westin, and J. Eriksson. Thermal mixing in a T-junction. Technical Report U-06-66, Vattenfall Research and Development AB, 2006.

Acknowledgements

The first author is supported by the Industrial Conventions for Education through Research (CIFRE - Conventions Industrielles de Formation par la Recherche) which is funded by the French Minister for Higher Education and Research (Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche). The work is carried out within the context of the EU's Network of Excellence NULIFE (Nuclear Plant Life Prediction) programme.

CHAPITRE 13

Nuclear Engineering and Design paper



Large Eddy Simulation and the effect of the turbulent inlet conditions in the mixing Tee

Jean-Marc Ndombo, Richard J.A. Howard*

EDF R&D, Department of Fluid Mechanics, Power Generation and Environment, 6 Quai Watier, Chatou 78041, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 30 July 2010

Received in revised form 7 March 2011

Accepted 14 March 2011

ABSTRACT

Thermal fatigue in Pressurized Water Reactor plants has been found to be very acute in some hot/cold Tee junction mixing zones. Large Eddy Simulation (LES) can be used to capture the unsteadiness which is responsible for the large mechanical stresses associated with thermal fatigue. Here one LES subgrid model is studied, namely the Dynamic Smagorinsky model. This paper has two goals. The first is to demonstrate some results obtained using the EDF R&D *Code Saturne* applied to the Vattenfall Tee junction benchmark (version 2006) and the second is to look at the effect of including synthetic turbulence at the Tee junction pipe inlets. The last goal is the main topic of this paper. The Synthetic Eddy Method is used to create the turbulent inlet conditions and is applied to two kinds of grids. One contains six million cells and the other ten million. The addition of turbulence at the inlet does not seem to have much effect on the bulk flow and all computations are in good agreement with the experimental data. However, the inlet turbulence does have an effect on the near wall flow. All cases show that the wall temperature fluctuation and the wall temperature/velocity correlation are not the same when a turbulent inlet condition is used. Inclusion of the turbulent inlet condition moves the downstream location of the maximum temperature/velocity correlation by 1 cm and reduces its magnitude by 10%. This result is very important because the temperature/velocity correlation is closely related to the turbulent heat transfer in the flow, which is in turn responsible for the mechanical stresses on the structure. Finally we have studied in detail the influence of the turbulent inlet condition just downstream of the mixing zone. We show the influence of including turbulent inlet condition on the structure of the flow [Walker et al. \(2009\)](#).

© 2011 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

In PWR plants, thermal fatigue can occur in energy cooling systems which are subjected to cyclic stresses. These zones are generally found in T-junctions where cold and hot flows mix. The turbulent mixing creates thermal fluctuations at the walls. The main consequence is appearance of striping, which damages the tee structure. One way of reducing the risk for such problems is to install static mixers to enhance the mixing process. Static mixers have been developed at Vattenfall Utveckling AB since early 1980. However, such devices are expensive to install, there are significant costs to be avoided if the risk for thermal fatigue can be accurately predicted with calculations. One investigation on mixing phenomena in a T-Junction was done by [Walker et al. \(2009\)](#). He studied the distribution of the scalar mixing between pure tap water and coloured tap water for four different velocity ratios

($V_r = v_{branch}/v_{main}$). He showed that downstream of the T junction, the mixing between the two fluids is increased for higher velocity ratios V_r . He has shown that four characteristic regions can be identified in the vicinity of the T-junction ([Fig. 1](#)). The first region is characterized by a small RMS value of temperature. The second zone consists of mixture with very high RMS values of temperature. Adjacent to this region with strong mixing activity, there is an area featuring small RMS values similar to the first region. The last region is located on the edge of the side branch pipe. It contains two contra-rotating vortices which dominate the recirculation region. [Walker et al. \(2009\)](#) also provided useful data that can be used to check the accuracy of transient CFD simulations. Although many CFD codes use RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) models or URANS (Unsteady RANS) models to calculate the mean temperature and the temperature variance on the wall, the results obtained from these methods cannot be directly used to identify the local fluctuations associated with the thermal mixing ([Addad et al., 2009](#); [Westin et al., 2007](#)). Some studies on the subject have been already done at Electricity of France (EDF) using an unsteady conjugate heat transfer approach ([Howard and Pasutto, 2009](#); [Pasutto et al., 2007](#)). In these studies the fluid flow is solved using Large Eddy Simulation

* Corresponding author.

E-mail addresses: jean-marc.ndombo@edf.fr (J.-M. Ndombo), richard.howard@edf.fr (R.J.A. Howard).

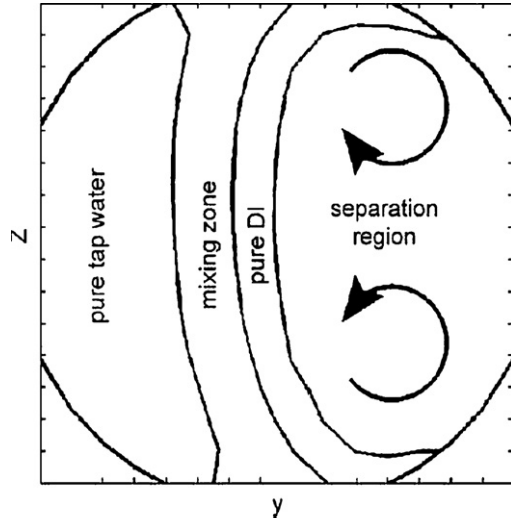


Fig. 1. Sketch of the four fluid regions closely downstream of the junction (Walker et al., 2009).

(LES) in order to capture the unsteadiness, which is responsible of the large mechanical stresses.

The reason why the effect of the inlet turbulence is examined in detail here is because it has been suggested “that the inlet boundary conditions play a minor role for the simulated temperature fluctuation near the wall” (Westin et al., 2008). Hence it has been proposed that simulations without any perturbation at the inlet boundary can predict the mixing process fairly well. In the present paper analysis of the flow characteristics near the wall is used to verify that result. For the turbulent inlet condition, we use the Synthetic Eddy Method (SEM) of Jarrin et al. (2006). The synthetic inlet conditions with coherent structures only imitate the actual turbulent flow at the inlet. Various other possibilities to apply appropriate inlet boundary conditions can be considered (e.g. Batten et al. (2004) and the vortex method Mathey et al. (2006)). The SEM makes use of a superposition of coherent structures. The difficulty is to have a priori information on mean velocity and Reynolds stress tensor profiles for the generated fluctuations. The LES subgrid model used is the Dynamic Smagorinsky model Germano et al. (1991). The standard logarithmic boundary condition is used for the walls and the Reichardt law is used for the bulk velocity profile at the pipe inlets.

In this paper we give a brief description of the experimental approach followed by a more detailed explanation of the computation approach including the governing equations, the LES model, the material properties, boundary conditions, inlet conditions and the mesh. The results and the discussion section looks in particular at the mean velocity, mean temperature, kinetic energy, temperature fluctuation and temperature/velocity correlation. The paper ends with an indication of the main conclusions.

2. Experimental setup and computational model

The configuration used is that of OCDE/NEA Vattenfall Benchmark where the T-Junction is made of Plexiglas (Westin, 2006). The experimental setup consists of a horizontal pipe with an inner diameter of 140 mm at speed of 0.78 m/s for the cold water flow and a vertically oriented pipe with an inner diameter of 100 mm at a speed of 0.76 m/s for the hot water flow. Cold and hot temperatures are respectively 288 K and 303 K. In the simulation, we consider incompressible flow conditions with adiabatic walls which is a good representation of the flow condition in the experimental setup (a Plexiglas model). We perform our simulations with two grids consisting of fully hexahedral meshes. The grids contain respectively

around 6 million and 10 million cells. For each grid we perform two kinds of computation. One without any turbulent inlet conditions and the other with fluctuations at the pipe inlets.

The coordinate system has its origin in the centre of the T-junction as outlined in Fig. 2. Experimental data used for the validation of the mixing process is described in detail in Westin (2006). It consists of two perpendicularly connected pipes with diameter $2R_h$ of 0.1 m (hot flow in the z-axis) and diameter $2R_c$ of 0.14 m (cold flow in the x-axis). The approximate cold and hot flow rates are respectively 12 and 6 l/s. They give average inlet velocity values 0.76–0.78 m/s. The velocity fluctuations at the cold inlet are scaled with a centreline velocity $U_{cl} = 1.17U_{bulk} = 0.91$ m/s. The temperature difference between hot and cold fluid was set to 15 K with $T_{cold} = 288$ K and $T_{hot} = 303$ K. The temperature fluctuations near the walls have been measured with the thermocouples, and the velocity profiles in the inlet pipes and downstream of the T-junction were measured with the Laser Doppler Velocimetry. The mixing process was also studied with the Laser Induced Fluorescence, in which the mixing of a passive scalar was measured by means of concentration.

2.1. Governing equation and numerical procedure

The physical properties depend only on the temperature and the flow can be considered as incompressible because the relative variation of density is low.

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 4.7 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

where $\Delta\rho/\rho = (2(\rho_{hot} - \rho_{cold})) / (\rho_{hot} + \rho_{cold})$. For incompressible flow, the filtered Navier Stokes and energy equations can be written as

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left([\mu + \mu_t] \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right) + f_i \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \rho \bar{T}' u_j' \right) \quad (4)$$

The term $\rho \bar{T}' u_j'$ in the energy equation is the subgrid-scale heat flux which is modelled using a simple gradient approximation.

$$\rho \bar{T}' u_j' = -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (5)$$

The notation $\bar{\psi}$ represents the implicit filtering operation on the flow variable ψ to the grid and ψ'' is the subgrid part of the flow variable ψ . The term μ represents the molecular viscosity, λ the conductivity, C_p the specific heat capacity and $Pr_t = 1$ the turbulent Prandtl number. There is no buoyancy ($f_i = 0$) effect because the Froude number is above 5. The effect of the unresolved scale on the resolved scale in the above equations is represented by the subgrid scale (SGS) stress, which is modelled by eddy viscosity hypothesis. Dynamic Smagorinsky model is used for the turbulent viscosity μ_t .

2.1.1. Dynamic Smagorinsky model

The Dynamic Smagorinsky model uses the Smagorinsky model for the turbulent viscosity with the Smagorinsky constant evaluated using a dynamic procedure

$$\nu_t = (2C\Delta)^2 \sqrt{2\bar{d}_{ij}\bar{d}_{ij}} \quad \text{where} \quad C = -\frac{1}{2} \frac{G_{ij}M_{ij}}{M_{ij}M_{ij}} \quad (6)$$

$$\bar{d}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

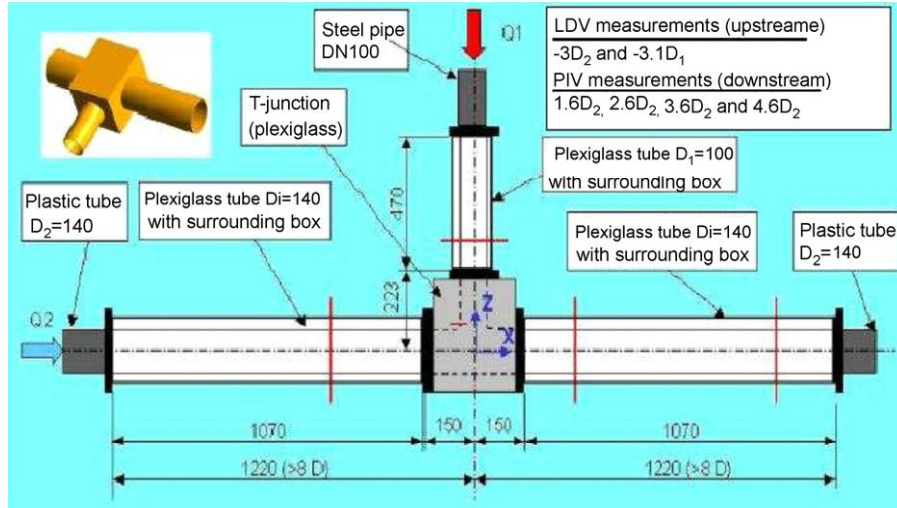


Fig. 2. Model of T-junction with Plexiglass section.

$$G_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j} \quad M_{ij} = 4\Delta^2 \left(\alpha^2 |\widehat{d_{ij}}| \widehat{d_{ij}} - |\widehat{d_{ij}}| \widehat{d_{ij}} \right) \quad (8)$$

α is the ratio between implicit and explicit filter grid. In *Code Saturne* the grid filter is defined as twice the cubic root of the cell center volume $\Delta = 2V^{1/3}$ (where V is the volume of the cell). The notation $\widehat{\psi}$ represents the filtering operation on the flow variable ψ to a coarse grid (test filter). Contrary to the Smagorinsky model, the dynamic model does not use a damping function for the turbulent viscosity near the wall.

2.2. Material properties

The fluid considered is water at atmospheric pressure where the density, viscosity and specific heat capacity are considered as function of the local temperature using the following relations (Dewitt and Incopora, 2000)

$$C_p(T) = -1.0224 \cdot 10^{-4} T^3 + 2.9201 \cdot 10^{-2} T^2 - 1.822 T + 4209.9 \quad (9)$$

$$\mu(T) = -1.9296 \cdot 10^{-9} T^3 + 4.7256 \cdot 10^{-7} T^2 - 4.2088 \cdot 10^{-5} T + 1.6947 \cdot 10^{-3} \quad (10)$$

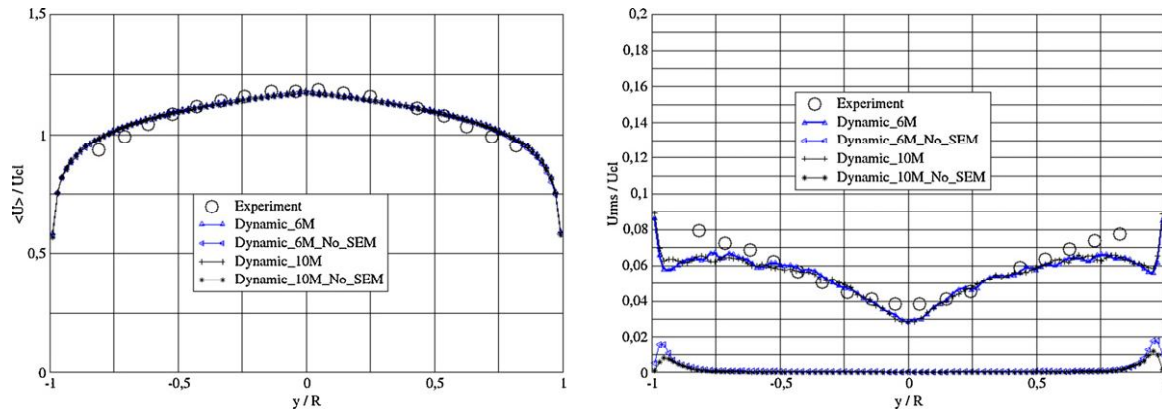


Fig. 3. Dimensionless mean velocity (left) and RMS (right) of u at the cold inlet.

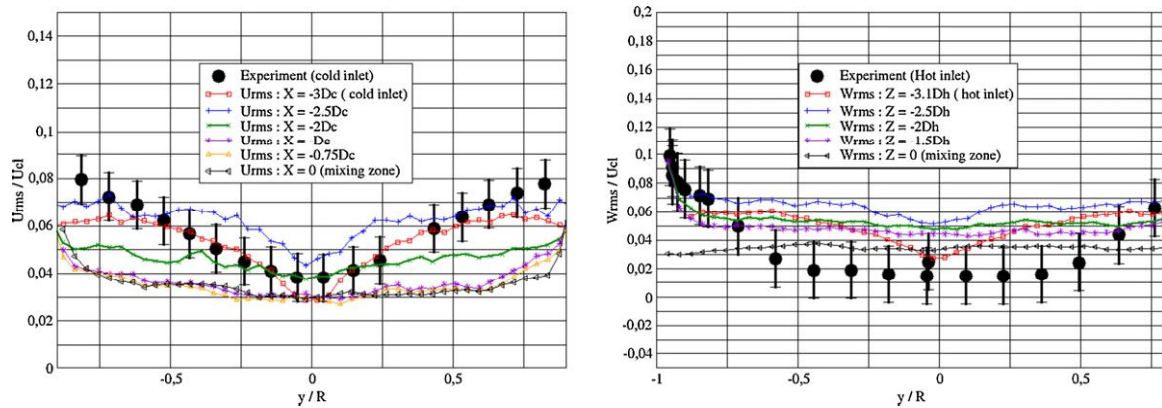


Fig. 4. Evolution of perturbed inlet condition of the cold inlet to the mixing zone (left) and the hot inlet (right): 6M cells.

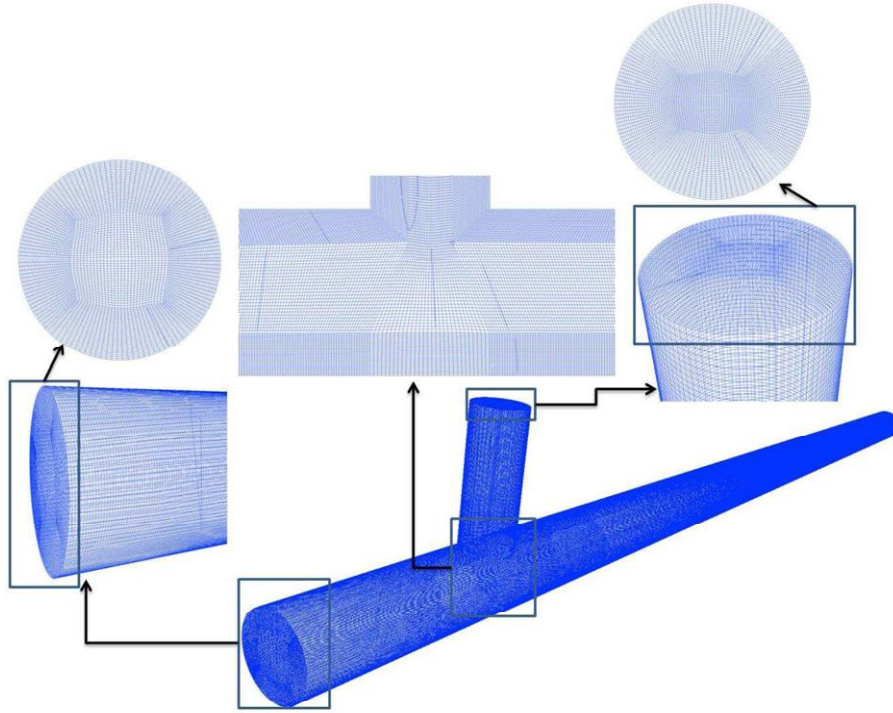


Fig. 5. Description of the mesh: 6M cells.

$$\frac{\lambda}{C_p}(T) = -3.0374 \cdot 10^{-13}T^3 - 2.1701 \cdot 10^{-9}T^2 + 4.7970 \cdot 10^{-7}T + 1.3538 \cdot 10^{-4} \quad (11)$$

$$\rho(T) = 1.4078 \cdot 10^{-5}T^3 - 5.5855 \cdot 10^{-3}T^2 - 2.8886 \cdot 10^{-3}T + 1000.4 \quad (12)$$

2.3. Boundary conditions

It is widely accepted that the specification of realistic inlet boundary conditions play a major role in the accuracy of a numerical simulation. For RANS calculations, only mean profiles for the velocity and the statistical turbulent variables need to be prescribed. For LES, the generation of inflow data is much more of an issue.

2.3.1. Inlet conditions

The definition of the inlet velocity profile in this paper is made using a method known as the Synthetic Eddy Method (Jarrin et al., 2006) to generate artificial turbulent fluctuations. This method is based on a superposition of coherent structures. Coherent structures are generated over inlet plane and are defined by a shape function that encompasses the structure's spatial and temporal characteristics. The velocity field u_i is reconstructed from a field u'_i according to

$$u_i = \langle u_i \rangle + a_{ij}u'_j \quad (13)$$

The notation $\langle \psi \rangle$ represents the mean of the flow variable ψ . The signal u'_j at a point \mathbf{x} and time t in the inlet flow plane is given by

$$u'_j(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ij} f_j(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (14)$$

where ε_{ij} is the sign of vortex i on the component j and is made up of independent random steps of either +1 or −1. N is the number of turbulent spots on the inlet plane, f_j a shape function and \mathbf{x}_i the turbulent contribution to the position i . The tensor a_{ij} is obtained from the Reynolds stress tensor R_{ij} which can be provided by a reference DNS or RANS calculation. The mean velocity profile can also be obtained from a reference DNS or RANS calculation.

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ R_{21}/a_{11} & \sqrt{R_{22} - a_{11}^2} & 0 \\ R_{31}/a_{11} & \sqrt{R_{32} - a_{21}a_{31}/a_{22}} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2/a_{22}^2} \end{pmatrix} \quad (15)$$

In our calculation, we do not use any previous data to define a_{ij} and the mean velocity. Inlet mean velocity profile is instead made by applying the Reichardt's law.

$$\langle u \rangle = u_* \left[2.44 \ln(1 + 0.4r^+) + 7.8 \left(1 - \exp\left(-\frac{r^+}{11}\right) - \left(\frac{r^+}{11}\right) \exp\left(-\frac{r^+}{3}\right) \right) \right] \quad (16)$$

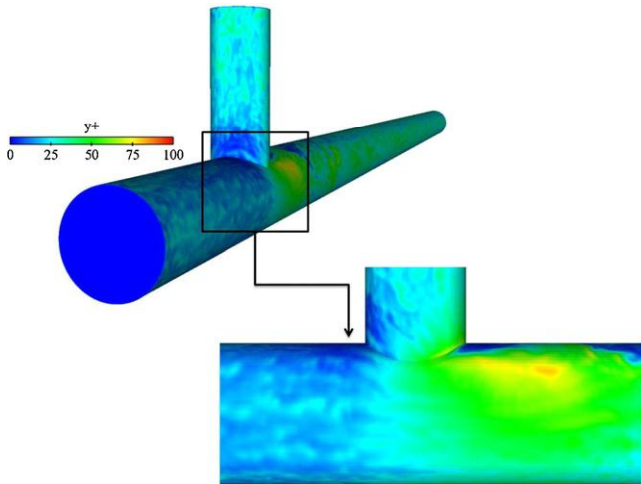
Fig. 6. Distribution of y^+ at the walls: 6M cells.



Fig. 7. X positions for the comparisons.

where $r^+ = ru_*/\nu$ is the non-dimension wall distance. The friction velocity u_* is approximated using the Werner and Wengle power law applied to the inlet bulk velocity.

$$u_* = \left[\left(\frac{\beta u_{inlet}}{8.3} \right)^7 \frac{\nu}{R_c} \right]^{1/8} \quad (17)$$

The Reynolds stress tensor R_{ij} is obtained for the cold inlet as

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} \gamma F_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma F_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma F_c \end{pmatrix} \quad (18)$$

and for the hot inlet as

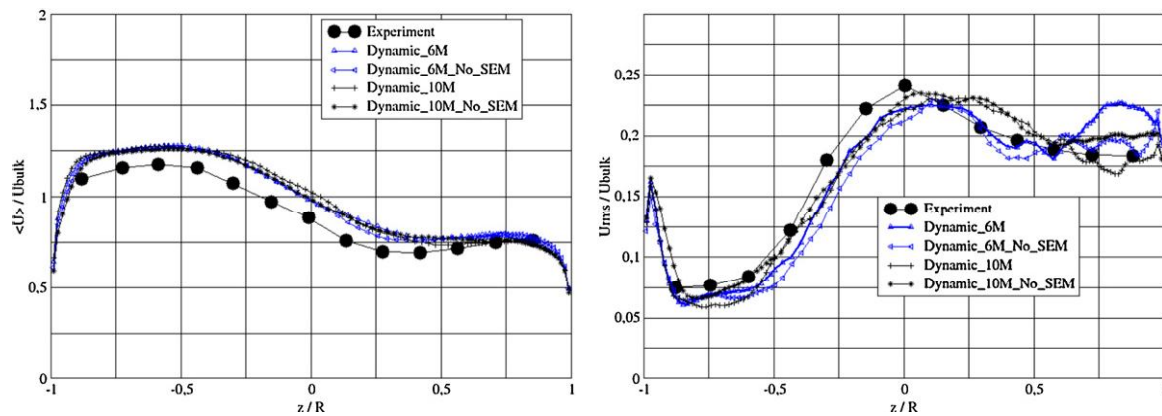
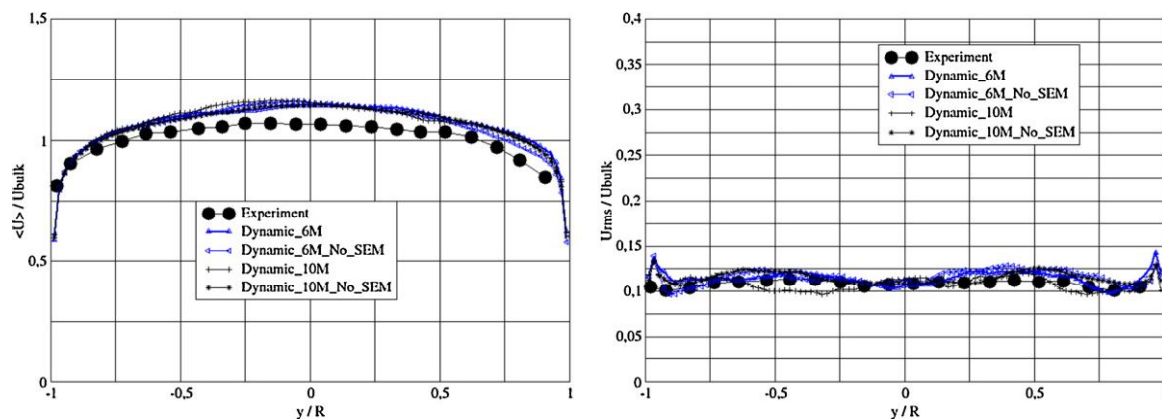
$$R_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma F_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma F_h & 0 \\ 0 & 0 & \gamma F_h \end{pmatrix} \quad (19)$$

where F_c and F_h are ad hoc profiles given by; $F_c = (\beta u_{inlet})(1.1 - (r/R_c)^2)$ and $F_h = (\beta u_{inlet})(1.1 - (r/R_h)^2)$. $r = R_c - \sqrt{y^2 + z^2}$ or $r = R_h - \sqrt{x^2 + y^2}$ respectively for the

cold and hot inlet. The coefficient $\beta = 1.2$ is obtained by iteration for adjusting the flow rate, $\gamma = 6$ and $\sigma = 2$ are calibrated to adjust the level of fluctuations. The velocity u_{inlet} is respectively 0.78 m/s and 0.76 m/s for the cold and hot inlet. The influence of the turbulent inlet condition is studied by performing simulations where the Reynolds stress tensor is specified as above and also set to zero $R_{ij} = 0$. Fig. 3 shows the cold inlet boundary conditions for all our simulations. Fig. 4 shows the evolution of perturbed inlet condition (RMS normal stress), from the inlets until the mixing zone. The inlet turbulent is quite well sustained up to the mixing zone.

3. Mesh and numerical method

Kuczaj and Komen (2000) have shown that mesh-size estimation based on the Taylor micro-scale *a posteriori* computed from LES gives sufficiently accurate results. They showed that for this flow condition the cell size have to respect the following criterion $\Delta \sim \lambda/3$, where λ is the Taylor micro-scale. One approach would be to have such estimation based on the *a priori* analysis

Fig. 8. Dimensionless mean velocity (left) and RMS (right) of u at $X = 2.6D$.Fig. 9. Dimensionless mean velocity (left) and RMS (right) of u at $X = 6.6D$.

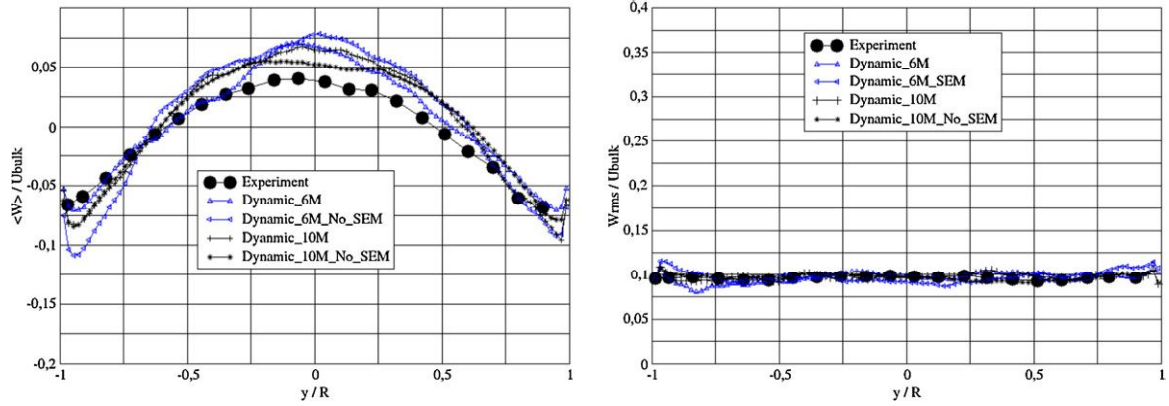


Fig. 10. Dimensionless mean velocity (left) and RMS (right) of w at $X=6.6D$.

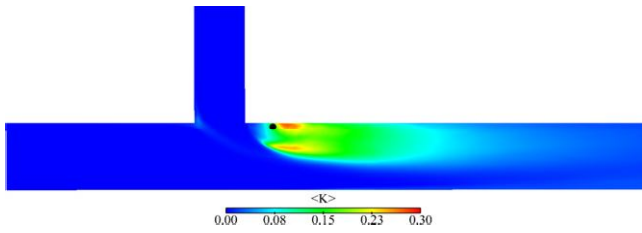


Fig. 11. Kinetic energy: without turbulent inflow: 6M cells.

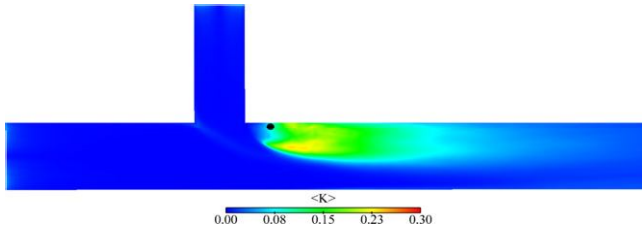


Fig. 12. Kinetic energy: with turbulent inflow: 6M cells.

as suggested by Addad et al. (2009). He recommended to use a grid with $\Delta = \text{Max}(\lambda_R, L_R/10)$, where $\lambda_R = \sqrt{10\kappa\nu/\epsilon}$ and $L_R = \kappa^{3/2}/\epsilon$ are respectively the Taylor micro-scale and the turbulent energy length scale, κ and ϵ are respectively turbulent kinetic energy and the dissipation rate of turbulent kinetic energy. Kuczaj and Komen (2000) found estimation of $\lambda = 8-10$ mm, independently in the experiment Westin (2006) and their numerical LES results. That estimation gives the mesh size $\Delta = 2.5-3.3$ mm.

3.1. Mesh

The length of the T-junction is 25 diameters (3.5 m) in x -direction, with the center of the mixing zone three diameters (0.42 m) from the cold inflow. The hot leg has a length of 3.1 diameters (0.31 m) measured from the hot inflow to the center of the mixing zone. We perform our simulations with a sequence of fully hexahedral meshes. As indicated above, two kinds of grid are used. The first contains 6 million elements with a cell-size range of [1 mm 2.8 mm]. The second grid contains 10 million elements with a cell-size range of [0.98 mm 2.3 mm]. Fig. 5 shows the grid with 6 million cells and Fig. 6 shows dimensionless distance to the wall.

3.2. Numerical method

The EDF open source code called *Code Saturne* (Archambeau et al., 2004) is used to solve the conservation equations. The main feature of this code is that the velocity, pressure and temperature values are collocated at the cell centers. The resulting velocity/pressure system is combined using SIMPLEC prediction/correction method. The divergence condition is solved using an iterative conjugate gradient method in order to solve the Poisson equation. Rhie and Chow (1983) interpolation is used to stabilize oscillations associated with the collocated method. An iterative gradient reconstruction scheme is used to allow for the regions where the hexahedra are non orthogonal. A second order central difference scheme is used for the velocity and temperature and a second order Crank–Nicolson scheme is used for the time advancement. The version of the code used in this work is known as version 1.4.0.

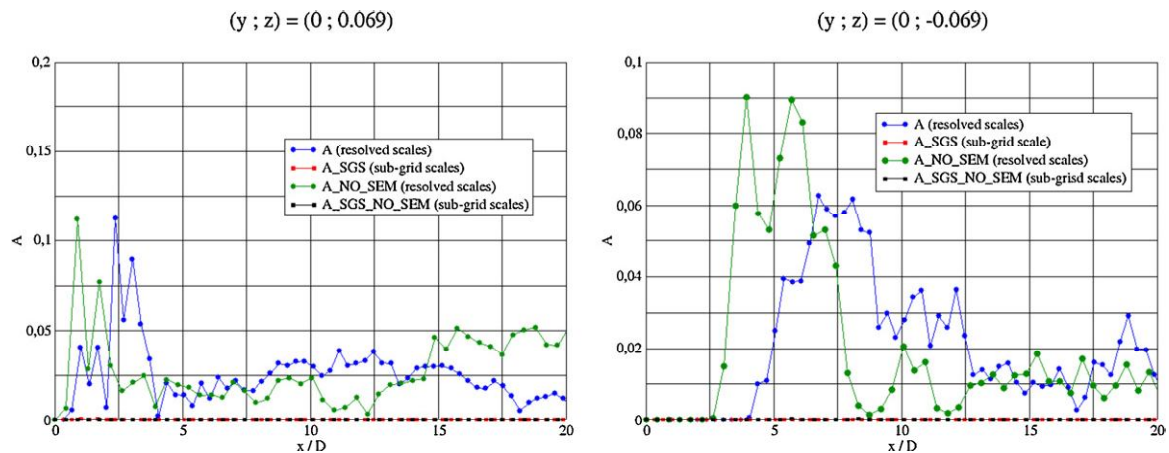


Fig. 13. A and A^{SGS} , 1 mm from the top (left) and bottom (right) wall.

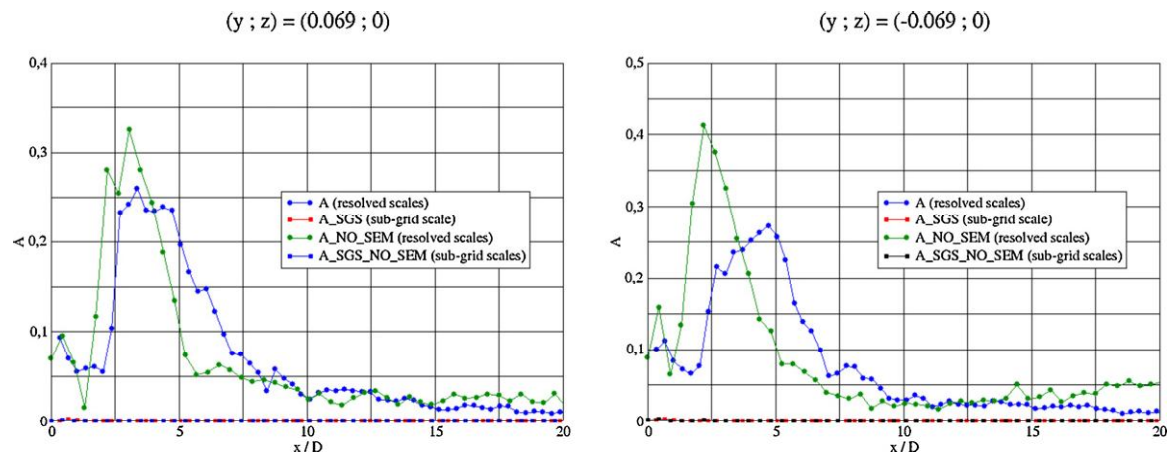


Fig. 14. A and A^{SGS} , 1 mm from the left and right sides of the pipe.

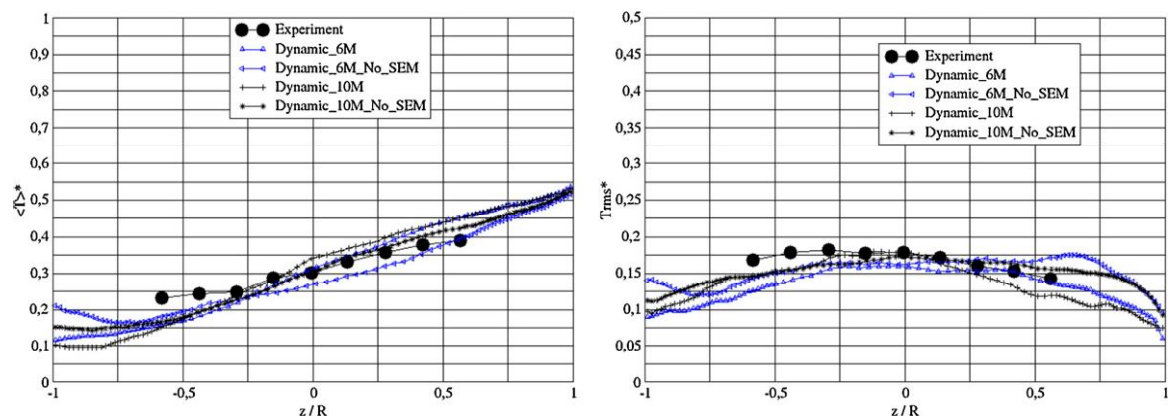


Fig. 15. Dimensionless mean temperature (left) and T_{rms} (right) at $X=6.6D$.

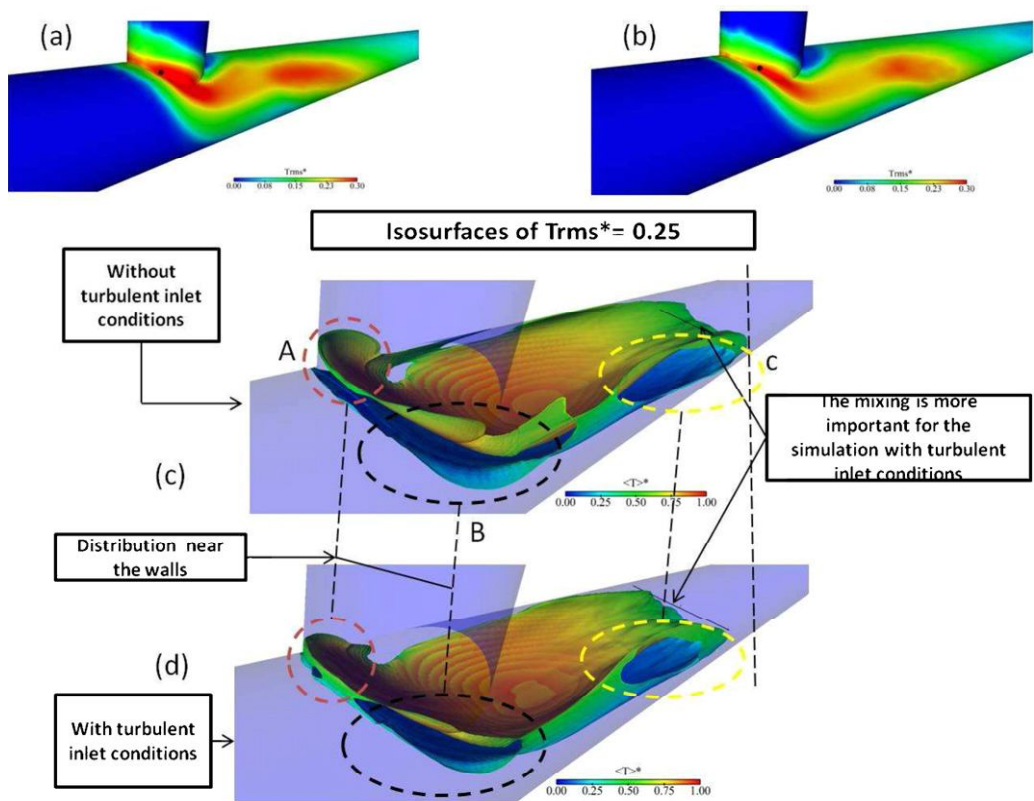


Fig. 16. Isosurfaces of $T_{rms}^* = 0.25$ colored by the mean temperature: 6M cells.

Numerical simulations are performed for the physical time of 6, 12 and 27 s with a time step of $\Delta t = 0.00015$ s. Hence we perform all simulations with a Courant number in the range of [0.5 1]. Time averaged results are computed after 3 s of the physical time and continued for 12 s. In general it is found that 12 s is sufficient for converged statistics.

4. Results and discussion

Two locations downstream of the mixing zone (Fig. 7) are used for the comparison between our numerical simulations and the experimental data of Vattenfall. The comparisons are made at $X = 2.6D$ and at $X = 6.6D$, where D is the diameter of the cold inlet. For the first location we compare the mean streamwise velocity and corresponding fluctuations in the z direction and for the last location we compare the velocity fluctuation and the mean velocity $\langle W \rangle$ in the y direction. We also compare the mean temperature and temperature fluctuation at $X = 6.6D$ on the z direction. In Fig. 7 the region just downstream of the junction ($X = 0.75D$) is used to study the effect of the inlet condition on the mixing.

4.1. Velocity field

Figs. 8 and 9 show the time-averaged dimensionless velocity of u and the corresponding fluctuation at the two locations.

The mean velocity $\langle w \rangle$ and the fluctuations are shown in Fig. 10. Note that there is no experimental data for the velocity near the walls, so we can not evaluate the validity of our solution near the walls. On the other hand there is not a great difference between the simulation with SEM (Synthetic Eddy Method) and no SEM. The inclusion of turbulent fluctuations at the inlet does not seem to have any significant effect on these results.

Fig. 1 shows two vortices that are formed in the recirculation region just downstream of the junction. The influence of the turbulent inflow on the position of the centers of the vortices is studied

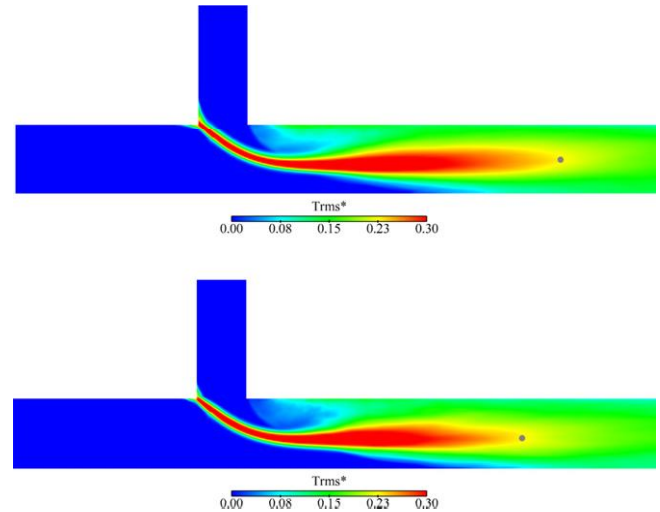


Fig. 17. T_{rms} : (above) without turbulent inflow, (below) with turbulent inflow: 6M cells. The circles show the start of the recovery region.

by using the mean streamwise of vorticity $\langle \omega_x \rangle$ defined by

$$\langle \omega_x \rangle = \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} - \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial y} \quad (20)$$

where v and w are respectively the y -component and z -component of the velocity.

We also analyse the distribution of the vortices using the Q -criterion.

$$Q = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)^2 - \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)^2 \right] \quad (21)$$

where u_i ($i = 1, 2, 3$) represents respectively the x -component, y -component and z -component of the velocity. x_i ($i = 1, 2, 3$) is respectively x, y and z .

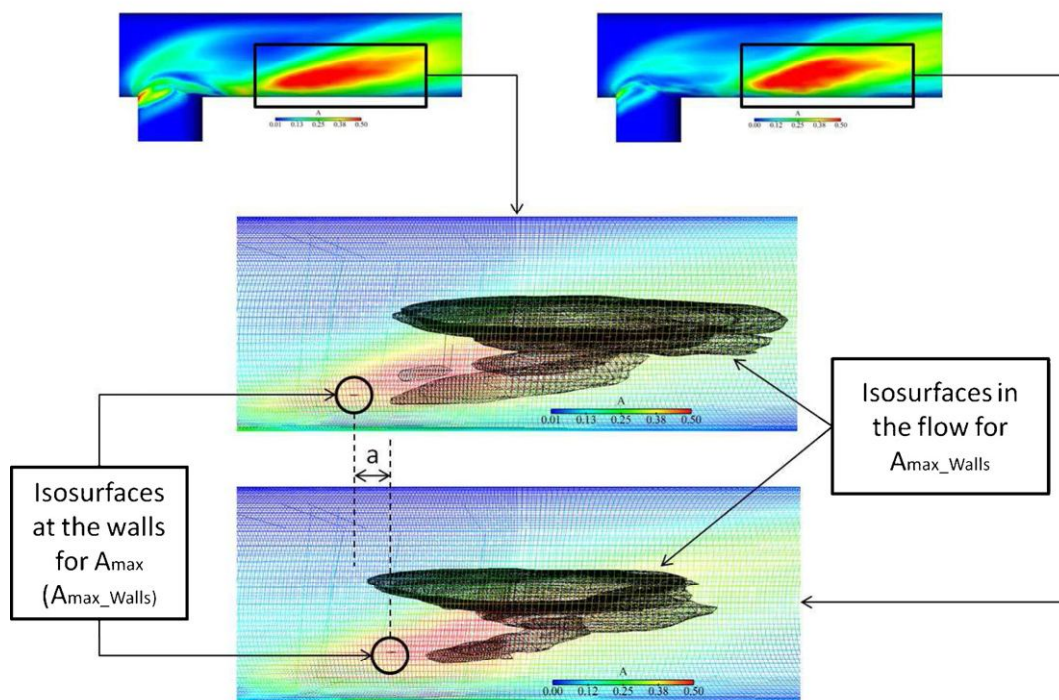


Fig. 18. Isosurfaces of A_{max} at the walls: 6M cells.

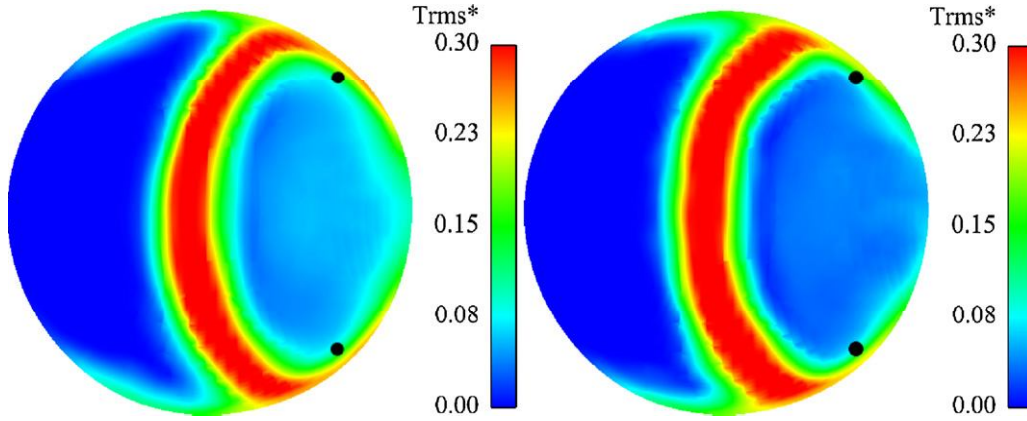


Fig. 19. Temperature fluctuation at $X=0.75D$ without turbulent inlet condition (left) and with turbulent inlet condition (right): 6M cells.

4.2. Analysis of the kinetic energy, temperature fluctuation and temperature velocity correlation

In the following analysis, we use the grid which contains 6 million cells to analyze the effect of turbulent inlet perturbation on the physic of the flow. Very similar results are found using the grid which contains 10 million cells, which indicates that the 6 million cells grid is sufficiently well resolved.

4.2.1. Kinetic energy

One manner to analyse the turbulence downstream of the mixing zone is to look at the distribution of kinetic energy at this location. In the case of Large Eddy Simulation this can be obtained from the filtered fields (but it is noted that this does not include the unresolved model component). These fields correspond to the lower resolved frequencies with a wave number below the cut-off frequency $\kappa_c = 2\pi/\Delta$. According to the Kolmogorov's theory, most of the kinetic energy is contained in these frequencies and so we have a good approximation of the kinetic energy of the system (as long as the unresolved model component is small). An important thing to note is that in *Code Saturne*, the turbulent inlet condition is imposed at the cell faces. There is a loss of turbulent fluctuation intensity linked to the transfer of information from the faces to the cell center in the collocated method. Even if the distribution of the fluctuations at the faces of the cells is not in perfect agreement with the experimental data (Fig. 3) there is nevertheless enough turbulence remaining (Fig. 4) to evaluate the effect of the turbulent inlet condition on the physics of the mixing zone. Figs. 11 and 12 show a frontal plane of kinetic energy ($\langle K \rangle = 0.5(\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle)$) where ψ' is the fluctuation of the variable ψ with turbulent inflow and no

turbulent inflow. A black marker has been placed at the same position on each plot. The marker shows that, just downstream of the junction and near the walls, the kinetic energy is larger for the calculation without turbulent inlet conditions. This result has consequences on the distribution of the temperature velocity correlation as we shall see later.

4.2.2. Temperature fluctuation and temperature velocity correlation

The non-dimensional temperature is given by

$$\langle T \rangle^* = \frac{\langle T \rangle - T_{cold}}{T_{hot} - T_{cold}} \quad (22)$$

and the non-dimensional temperature fluctuation

$$T_{rms}^* = \frac{\sqrt{\langle T'^2 \rangle}}{T_{hot} - T_{cold}} \quad (23)$$

For the velocity temperature correlation we define:

$$A = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \langle \overline{T' u_j'} \rangle} \quad (24)$$

To analyse influence of the subgrid scale flux we also define (using Eq.(5)):

$$A^{SGS} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\langle v_t \rangle}{Pr_t} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_j} \right)^2} \quad (25)$$

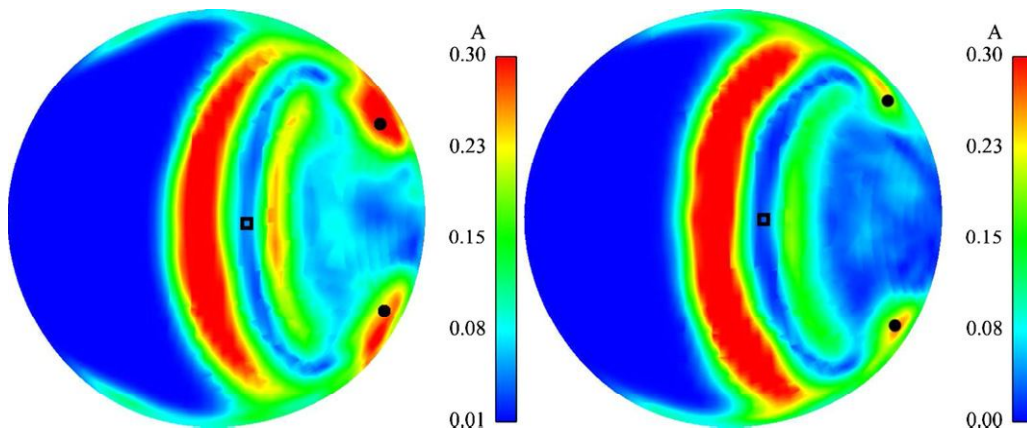


Fig. 20. Temperature velocity correlation at $X=0.75D$ without turbulent inlet condition (left) and with turbulent inlet condition (right): 6M cells.

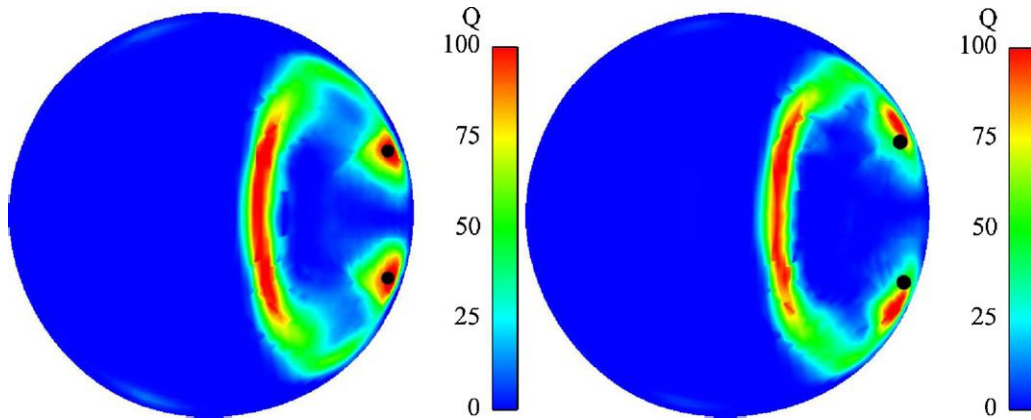


Fig. 21. Q-criterion at $X=0.75D$ without turbulent inlet condition (left) and with turbulent inlet condition (right): 6M cells.

The Figs. 13 and 14 show the distribution of A and A^{SGS} at 1 mm from the walls at four different locations. These results show that the temperature velocity correlation of the subgrid scale is significantly smaller than the resolved scale part. The case without turbulence at the inlet shows larger values of the resolved temperature/velocity correlation at the beginning of the mixing region. However, once the mixing has started the corresponding fluctuation level becomes lower. The subsequent recovery downstream is different between the two cases. Thus, the analysis of the tem-

perature velocity correlation will be made by considering only the resolved parts.

Fig. 15 shows a non-dimensional mean temperature profile at $X=6.6D$ across the z -axis compared to the experimental values. Fig. 16(a and b) shows the distribution of temperature fluctuations at the walls. Inclusion of the turbulent inlet condition has a more significant influence on the distribution of the temperature fluctuation at the walls. The RMS value of temperature is larger for the simulation without the turbulent inlet (see the region near the wall and close to the black circle). This result is very important because the distribution of the temperature at the walls is what causes the mechanical stress in the tee structure. Fig. 16(c and d) shows a qualitative analysis in which isosurfaces ($T_{rms}^* = 0.25$) of RMS of temperature are compared. Three distinct zones can be seen. The zone A and zone B show the difference of the RMS of temperature near the walls between the simulation without turbulent inlet condition and with turbulent inlet condition. The zone C shows that the RMS of temperature isosurface extends further downstream for the simulation without turbulent inlet conditions. This indicates that in this case the mixing is somewhat delayed. The inclusion of the turbulent inlet therefore makes the mixing occur more rapidly with a greater intensity. Fig. 17 shows that the RMS temperature fluctuation downstream of the junction has a different recovery length due to the inlet turbulence even far from the wall.

Fig. 18 shows the distribution of the temperature velocity correlation and the isosurfaces for the maximum value on the wall. Here the most marked difference between the two cases occurs close to the junction. However, there are also some important differences further downstream. The isosurfaces show a large displacement between each case and the maximum value on the wall moves about 1 cm due to the inclusion of a turbulent inlet. The ratio between the maximum values in both flow configuration is:

$$\frac{A_{max}^{SEM}}{A_{max}^{NoSEM}} = 0.9 \quad (26)$$

Since the velocity temperature correlation is closely related to the turbulent heat exchange term, these results indicate that the wall heat exchange is reduced by 10% when the turbulent inlet is used. These features were also analysed on the grid with 10 million cells and the same results were obtained.

5. Analysis just downstream of the junction at $X=0.75D$

In this section, the flow is analysed at $X=0.75D$ downstream of the junction (Fig. 7). In a previous study Walker et al. (2009) the flow just downstream of the junction has been divided into 4 zones as shown in Fig. 1. The goal here is to compare our flow with

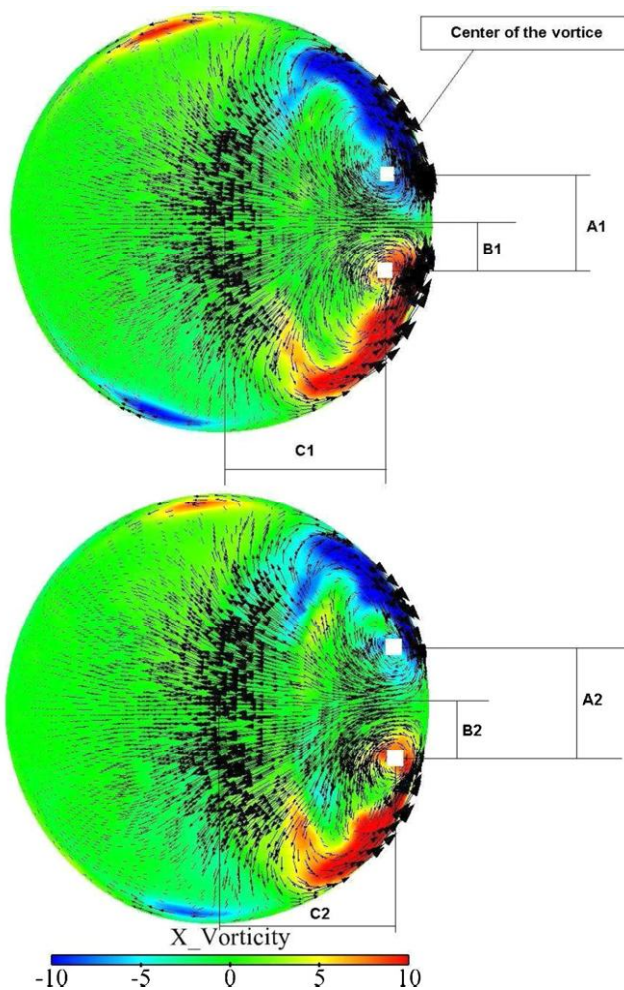


Fig. 22. Mean vorticity at $X=0.75D$: (above) without turbulent inflow, (below) with turbulent inflow: 6M cells.

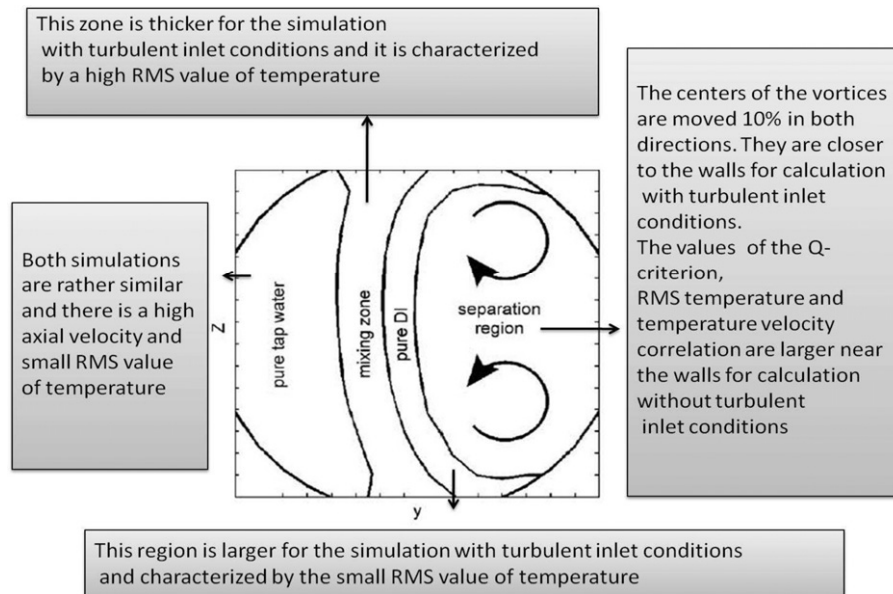


Fig. 23. Synthesis of the influence of inlet turbulent conditions close the junction.

that of Walker et al. (2009) and analyse the effect of turbulent inlet condition on each zone.

5.1. Zone 1: pure tap water

In this zone there are a small RMS value of temperature (Fig. 19). Here simulations both with and without the turbulent inlet condition are quite similar.

5.2. Zone 2: mixing zone

This zone is mainly characterized by a high RMS value of temperature Fig. 19. The red band characterizing the maximum RMS value of temperature and it is little thicker for the simulation with turbulent inlet conditions. There is the same behaviour for the temperature velocity correlation (Fig. 20).

5.3. Zone 3: pure DI

This region is characterized by a small RMS value of temperature like region 1. With the turbulent inlet condition this region is larger, see Fig. 20 (this region is indicated by a black square).

5.4. Zone 4: separation region

This region is highly influenced by the inlet conditions. There are two vortices as shown in Fig. 22. In these figures the centers of vortices are indicated and the distribution of $\langle \omega_x \rangle$ is provided. As shown in these figures, the centers of vortices are closer to the walls when the turbulent inlet condition is used. We find that $B_1/B_2 = 0.9$ and $C_1/C_2 = 0.9$. So the vortex center moves 10% in each direction (y and z). Analysis of the Q -criterion shows that the values obtained without the turbulent inlet condition are larger and closer to the wall as shown in Fig. 21. As shown in Fig. 20, temperature velocity correlation is much larger (black circle is included to help identify the relative changes) near the wall. We have the same result for the RMS value of temperature, Fig. 19 (a black circle is again included). A summary of the effects on the 4 different zones is shown in Fig. 23.

6. Conclusion

In this paper, we study applicability of Large Eddy Simulation for the purpose of thermal fatigue prediction. Simulations are carried out using *Code Saturne* on the Vattenfall benchmark version 2006. We use two different levels of grid refinement. Bulk flow comparisons for mean temperature, temperature fluctuation and mean velocity are in good agreement with the experimental data. We also analyse the effect of inclusion of turbulent inlet conditions. Two kinds of simulation are used. One with a turbulent inflow and a second without any turbulent inflow. For the bulk flow mean velocity there is no a great difference between the case with or without a turbulent inflow. The results show a noticeably smaller turbulent kinetic energy close to the walls downstream of the junction when the turbulent inflow is included. Examination of the temperature fluctuations at the walls shows that there is a non negligible effect when the turbulent inflow is included. The velocity temperature correlation is also studied because it is closely related to the turbulent heat transfer term in the energy equation. Analysis shows that the maximal wall value of the temperature velocity correlation is reduced by 10% and displaced by 1 cm when the turbulent inlet is included. This suggests that the mechanical stresses occur at a different location and with a different intensity when turbulence is included at the inlet. A qualitative result given by the isosurface of the temperature fluctuation shows that the mixing process is more intense in the simulation with turbulent inlet conditions. Examination of the flow just downstream of the junction shows that the turbulent inlet conditions modify the structure of the four regions in this zone. The differences are most apparent in the RMS values of temperature, temperature velocity correlation and the Q -criterion (normally used for the detection of the vortices). In each case the values are larger for the calculation without turbulent inlet conditions. Although the bulk flow behaviour is largely insensitive to the inlet turbulence, the results presented here show that inclusion of inlet turbulence has an effect on the wall turbulence, wall temperature fluctuations and the wall velocity temperature correlation. These flow parameters suggest therefore that the wall heat transfer is also influenced by the inclusion of inlet turbulence. Additional experimental data are needed close to the walls in order to assess the accuracy of the values calculated here.

Acknowledgements

The first author is supported by Industrial Convention for Education through Research (CIFRE-Convention Industrielles de Formation par la Recherche) which is funded by the French Ministry for Higher Education and Research. The authors would like to thank Frédéric Archambeau, Dominique Laurence and Eric Serre for providing useful comments.

References

- Addad, Y., Kesmiri, A., Rolfo, S., Cotton, M., Laurence, D., 2009. LES and URANS predictions using Star-CD V&V for T-Junction test case. In: France–Japan Joint Seminar on Thermal Fatigue, Tokyo, Japan, 5th–6th October 2009.
- Archambeau, F., Mechtoua, N., Sakiz, M., 2004. A finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows. *International Journal on Finite Volumes* 1, 1–62.
- Batten, P., Goldberg, U., Chakravarthy, S., 2004. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation. *AIAA Journal* 42 (3), 485.
- Dewitt, Incopora, 2000. *Heat and Mass Transfer*, fourth edition.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H.A., 1991. dynamic sub filter scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids* 3, 1760–1764.
- Howard, R.J.A., Pasutto, T., 2009. The effect of adiabatic and conducting wall boundary conditions on LES of a thermal mixing Tee. In: The 13th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-13), Kanazawa City, Ishikawa Prefecture, Japan, September 27–October 2, 2009.
- Jarrin, N., Benhamadouche, S., Laurence, D., Prosser, R., 2006. A synthetic Eddy method for generating inflow conditions for large eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27, 585–593.
- Kuczaj, A.K., Komen, E.M.J., 2010. Large-Eddy Simulation Study of turbulent mixing in a T-junction. *Nuclear Engineering and Design* 240 (9), 2116–2122.
- Mathey, F., Cokjat, D., Bertoglio, J.-P., Sergent, E., 2006. Assment of the vortex method for LES inlet conditions. *Journal of Progress in CFD* 6 (1–3), 58–67.
- Pasutto, T., Peniguel, C., Stephan, J.M., 2007. Effect of the upstream elbows for thermal fatigue studies of PWR T-junction using Large Eddy Simulation. In: Proceedings of ICONE: 15th International Conference on Nuclear Engineering, April 22–26, Nagoya, Japan, 2007.
- Rhie, C.M., Chow, W.L., 1983. A numerical study of a turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal* 21, 1525–1532.
- Walker, C., Simiano, M., Zboray, R., Prasser, H.-M., 2009. Investigations on mixing phenomena in single-phase flow in a T-junction geometry. *Nuclear Engineering and Design* 239 (1), 116–126.
- Westin, J., 2006. MEMO U 07-26. Thermal Mixing in a T-Junction. Model Tests at Vattenfall Research and Development AB. Boundary Conditions and List of Available Data for CFD-Validation.
- Westin, J., Andersson, P.L., Eriksson, J., Henriksson, M., Alavyoon, F., Andersson, C., 2007. Experimental and unsteady CFD-calculation of thermal mixing in a T-Junction.
- Westin, J., Andersson, P.L., Mannetje, Andersson, U., Eriksson, J., Henriksson, M., Alavyoon, F., Andersson, C., 2008. High-cycle thermal fatigue in mixing tees. Large Eddy Simulation compared to a new validation experiment. In: Proceedings of the 16th international Conference on Nuclear Engineering, ICONE16, Orlando, Florida, USA, 2008.

CHAPITRE 14

9th Engineering Turbulence
Modelling and Measurement
paper

TURBULENT STATISTICS IN A MIXING T-JUNCTION

J.-M. Ndombo¹, R.J.A. Howard¹ and E. Serre²

¹ *EDF R&D, Fluid Mechanics, Energy and Environment, France*

² *M2P2, CNRS-Aix-Marseille University, France*

richard.howard@edf.fr

Abstract

The purpose of the present paper is to analyze high-order turbulent statistics of thermal mixing in the T-junction using large eddy simulation (LES), to gain a better understanding of the heat exchange near the junction walls. The configuration of the T-junction used is called MOTHER. The bulk Reynolds number is 30,000. The study shows the structure of the mean flow. The budgets of the kinetic energy, temperature variance and the thermal heat flux are made in the internal flow and near the walls. Two kinds of computations are made. One with an adiabatic condition and the other with a non adiabatic condition (steel walls). The analysis shows that the budgets of the turbulent kinetic energy are closely similar in the center of the junction for the two boundaries conditions. Production is balanced by the turbulent diffusion in the budgets of the temperature variance and the turbulent heat flux. The budgets of the temperature variance and $\langle u'\theta' \rangle$ show that the production is larger for the adiabatic case near the walls. However, the budgets of $\langle v'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$ show that the production is larger for the non adiabatic case near the walls. These analyses show that the wall boundaries conditions have a great effect in the physics of the internal flow and the heat exchange near the wall.

1 Introduction

Nuclear reactors contain steel T-junction components designed to allow hot and cold water to mix together. The thermal fluctuations induced by turbulent mixing when the hot and cold flows join induce mechanical stresses in the steel structure.

Several experimental investigations have been made to understand the physics of the flow. Vattenfall R&D (Westin et al., 2008) made a experimental setup. The experiment was carried out using a Plexiglas model (which acts as an insulating, adiabatic, boundary) while reactor T-junctions are made of steel.

The study here is made in the framework of the project NULIFE (Nuclear Plant Life Prediction). The configuration of T-junction used is called: MOTHER [6] (which is a tee with steel walls). So there is some heat transfer between the boundary and the flow. We analyze high-order turbulent statistics of thermal mix-

ing tee to gain a better understanding of the heat transfer. Kinetic energy, temperature variance and the thermal heat flux budgets are performed downstream to junction (to check that the budgets of the kinetic energy look like those of the pipe flow), at the center of the junction and just upstream to the junction. Some comparisons are made between adiabatic and non adiabatic conditions. Since there is no homogeneous direction, only temporal statistics can be made.

The resolution of the mesh is analyzed. It is shown that the grid is sufficiently fine to capture the physics of the flow.

Two codes are used. One code, which solves the heat transfer in the solid walls, is coupled with a second code which solves the heat transfer in the water. Thus the heat transfer between the fluid and the steel walls is taken into account.

2 Computation domain

The domain consists of a horizontal and a vertical pipe. The branches have the same diameter ($2R = 0.054\text{ m}$) and their lengths are respectively 1.35 m and 0.53 m . The structure is made of steel 0.01 m thick. The physical properties are : $\rho_s = 7821\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $C_{ps} = 460\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ and $\lambda_s = 16\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. The fluid considered is water at atmospheric pressure where the density, viscosity and specific heat capacity are considered as function of the local temperature. The cold branch contains water at 15°C and the hot branch contains water at 30°C . The inlet bulk flow velocities are set to 0.35 m/s for each inlet (corresponding to a downstream bulk Reynolds number of 30,000)

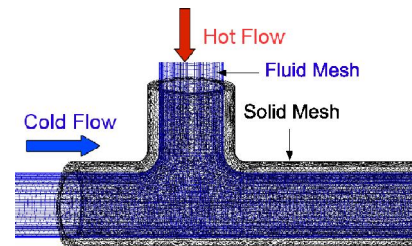


Figure 1: Grid of the configuration (MOTHER)

3 Numerical Model

Governing equations in the fluid domain

For incompressible flow, the filtered Navier Stokes and energy equations can be written as :

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{s}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \rho \bar{T}' u_j' \right) \quad (3)$$

The notation $\bar{\psi}$ represents the implicit filtering operation on the flow variable ψ to the grid. The term $\rho \bar{T}' u_j'$ in the energy equation is the subgrid-scale heat flux which is modeled using a simple gradient approximation. There is no gravity effect because the Froude number is above 3.

The term $\bar{s}_{ij} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$. The term μ represents the molecular viscosity, λ the conductivity, C_p the specific heat and $Pr_t = 1$ the turbulent Prandtl number. A WALE model [5] is used to model the turbulent viscosity μ_t .

EDF open source code called *Code_Saturne* [1] is used to solve the conservation equations in the fluid zone.

Transport equation for the Reynolds stress.

The transport equations for the Reynolds stress are given by:

$$\frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial t} + C_{ij} = P_{ij} + T_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (4)$$

convection : $C_{ij} = \langle u_k \rangle \partial \langle u_i' u_j' \rangle / \partial x_k$

production :

$$P_{ij} = - \left(\langle u_i' u_k' \rangle \partial \langle u_j' \rangle / \partial x_k + \langle u_j' u_k' \rangle \partial \langle u_i' \rangle / \partial x_k \right)$$

turbulent diffusion : $T_{ij} = - \partial \langle u_i' u_j' u_k' \rangle / \partial x_k$

viscous diffusion : $D_{ij} = \nu \partial^2 \langle u_i' u_j' \rangle / \partial x_k^2$

velocity pressure gradient correlation :

$$\Pi_{ij} = - (1/\rho) \left(\langle u_i' \partial p' / \partial x_j \rangle + \langle u_j' \partial p' / \partial x_i \rangle \right)$$

dissipation : $\epsilon_{ij} = 2\nu \langle \partial u_i' / \partial x_k \cdot \partial u_j' / \partial x_k \rangle$

Transport equation for the temperature variance.

The transport equation for the temperature variance is given by:

$$\frac{\partial \langle \theta'^2 \rangle}{\partial t} + C_\theta = P_\theta + T_\theta + D_\theta - \epsilon_\theta \quad (5)$$

with

convection : $C_\theta = \langle u_j \rangle \partial \langle \theta'^2 \rangle / \partial x_j$

production : $P_\theta = -2 \langle u_i' \theta' \rangle \partial \langle \theta' \rangle / \partial x_i$

turbulent diffusion : $T_\theta = - \partial \langle u_i' \theta'^2 \rangle / \partial x_j$

viscous diffusion : $D_\theta = \kappa \partial^2 \langle \theta'^2 \rangle / \partial x_i \partial x_j$

dissipation : $\epsilon_\theta = 2\kappa \langle \partial \theta' / \partial x_j \cdot \partial \theta' / \partial x_j \rangle$

Transport equation for the turbulent heat flux.

The transport equations for the turbulent heat flux are given by:

$$\frac{\partial \langle u_i' \theta' \rangle}{\partial t} + C_{i\theta} = P_{i\theta} + T_{i\theta} + \Pi_{i\theta} + D_{i\theta} - \epsilon_{i\theta} \quad (6)$$

with

convection : $C_{i\theta} = \langle u_j \rangle \partial \langle u_i' \theta' \rangle / \partial x_j$

production :

$$P_{i\theta} = - \left(\langle u_i' u_k' \rangle \partial \langle \theta' \rangle / \partial x_k + \langle u_k' \theta' \rangle \partial \langle u_i' \rangle / \partial x_k \right)$$

turbulent diffusion : $T_{i\theta} = - \partial \langle u_i' \theta' u_k' \rangle / \partial x_j$

temperature pressure gradient correlation :

$$\Pi_{i\theta} = (1/\rho) \langle \theta' \partial p' / \partial x_i \rangle$$

viscous diffusion :

$$D_{i\theta} = (\partial / \partial x_j) \left(\nu \langle \theta' \partial u_i' / \partial x_k \rangle + \kappa \langle u_i' \partial \theta' / \partial x_k \rangle \right)$$

dissipation : $\epsilon_{i\theta} = (\nu + \kappa) \langle \partial u_i' / \partial x_j \cdot \partial \theta' / \partial x_j \rangle$

Inlet conditions

The definition of the inlet velocity profile in this study is made using a method known as the Synthetic Eddy Method [2] to generate artificial turbulent fluctuations at the inlets.

Governing equation in the solid domain

The code to solve the heat transfer in the solid is called SYRTHES [4] which relies on a finite element technique to solve the general heat equation 7.

$$\rho_s C_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + S_v \quad (7)$$

S_v is a volumic source or sink.

Boundaries conditions at the walls. Two simulations are made. Adiabatic and the steel walls.

4 Mesh and spatial resolution

The grid contains 9 million of cells with $y^+ = [0.1 ; 9]$. The figure 1 shows the solid and fluid mesh. The Kolmogorov length scale, $\eta = (\nu^3 / \epsilon)^{1/4}$, is commonly used as the smallest scale that needs to be resolved for direct numerical simulation (DNS). However, this requirement is probably too stringent [7]. The smallest resolved length-scale is required to be of $O(\eta)$ not equal to η [7].

Considering isotropic turbulence, [9] shows that the maximum dissipation takes place to a length scale of about 24η . In analogy with the dynamic of the turbulence, the smallest scale that needs to be resolved for the temperature is the Batchelor's scale [10] ($\eta_\theta = \eta / \sqrt{Pr}$).

In the interior of the flow, the resolution can be assessed by comparing the grid spacing Δ to an estimate of the Kolmogorov length η and the Batchelor length η_θ [8]. Figure 2 shows the ratio $\frac{\Delta}{\eta}$ and $\frac{\Delta}{\eta_\theta}$ (before the mixing zone) at $x/R = -11$ and $x/R = 4$ (see figure 4). These ratios are smaller than 8 which means that the grid is sufficiently resolved.

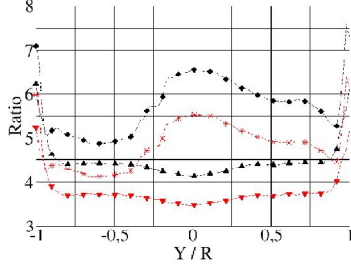


Figure 2: Ratio $\frac{\Delta}{\eta}$ at $x/R = -11$ (▲), $\frac{\Delta}{\eta}$ at $x/R = 4$ (◆), $\frac{\Delta}{\eta_\theta}$ at $x/R = -11$ (▼) and $\frac{\Delta}{\eta_\theta}$ at $x/R = 4$ (*).

Figure 3 shows the subgrid scale (SGS) dissipation ($\epsilon_{sgs} = \nu_t \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$) [9] as a percentage of the viscous dissipation ($\epsilon = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$) at $x/R = -11$ and $x/R = 4$. It is shown that this ratio is always smaller than one. Figure 3 also shows estimation of the SGS kinetic energy ($k_{sgs} \simeq \frac{3}{2} C_l \left(\frac{\epsilon_{sgs} \Delta}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}}$) [9] where $C_l \simeq 1.62$ [11] is the Kolmogorov constant. It can be seen that the ratio $\frac{k_{sgs}}{k}$ is about 6 percent which confirms the suitability of the current numerical mesh resolution.

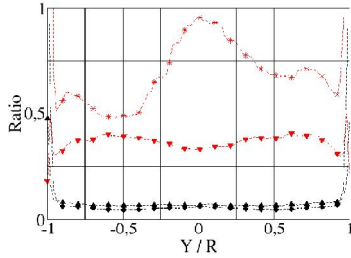


Figure 3: Ratio $\frac{k_{sgs}}{k}$ at $x/R = -11$ (▲), $\frac{k_{sgs}}{k}$ at $x/R = 4$ (◆), $\frac{\epsilon_{sgs}}{\epsilon}$ at $x/R = -11$ (▼) and $\frac{\epsilon_{sgs}}{\epsilon}$ at $x/R = 4$ (*).

5 Results and discussion

Figure 4 shows the analysis locations. There is one location downstream of the junction ($x/R = -11$), one location at the center of the junction ($x/R = 0$) and one location near the separation zone ($x/R = 4$). Analysis are made at ($x/R = 0$; $y/R^* = 1/5$; $-1 < Z/R^* < 1$) and ($x/R = 4$; $y/R^* = 1/5$; $-1 < Z/R^* < 1$), where $R^*/R = 0.98$. We choose this position ($y/R^* = 1/5$) to not be in the symmetrical plan ($y/R^* = 0$) where all the statistics are zero.

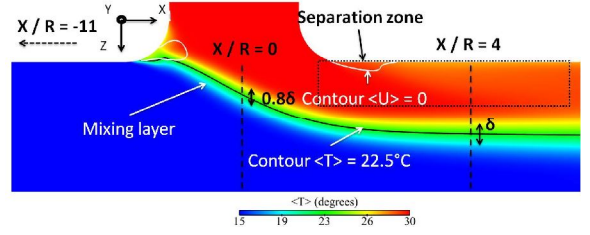


Figure 4: Analysis locations.

Figure 5 shows the structure of the mean flow. There are two vortices near the junction and a mixing layer due to the mixture of the cold and hot flows. The thickness of the mixing layer at $x/R = 0$ is 0.8δ and δ at $x/R = 4$ with $\delta/R = 2/5$. At $x/R = 4$, the mixing zone is localized at $0 < Z/R^* < \delta/R^*$. There is an acceleration of the flow in the junction and a separation zone. We also see four vortices in the perpendicular plan to the cold branch. The distance between the centers of these vortices decrease with increasing distance from the separation zone.

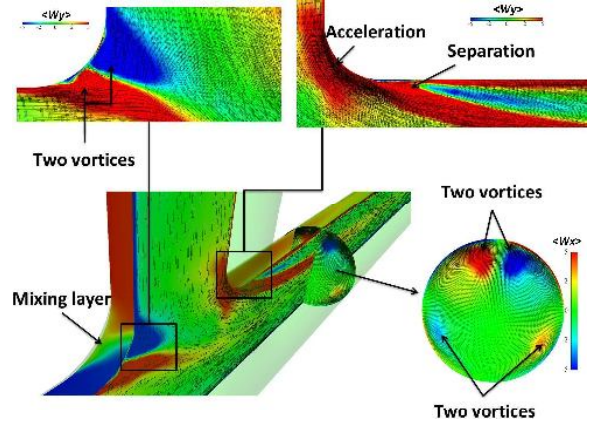


Figure 5: Structure of the flow. The vorticity is defined as $\langle W_x \rangle = \frac{\partial \langle u_3 \rangle}{\partial y} - \frac{\partial \langle u_2 \rangle}{\partial z}$ and $\langle W_y \rangle = -\frac{\partial \langle u_3 \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial z}$.

Figure 6 shows the mean streamwise velocity, the mean temperature and their RMS values at the position $x/R = 4$ (see figure 4). The adiabatic and non adiabatic (steel) conditions have not a great influence on these variables.

Internal Flow

Position $x/R = -11$.

Figure 7 shows the budgets of the kinetic energy downstream of the junction ($x/R = -11$) for two grids. One grid contains 9 and the other 72 million of cells. The budgets of the kinetic energy at this location look like those of the pipe flow. The budgets (for the two grids) are closely similar, these indicate that the grid which contains 9 million of cells is able to capture the physics of the flow. In the following sec-

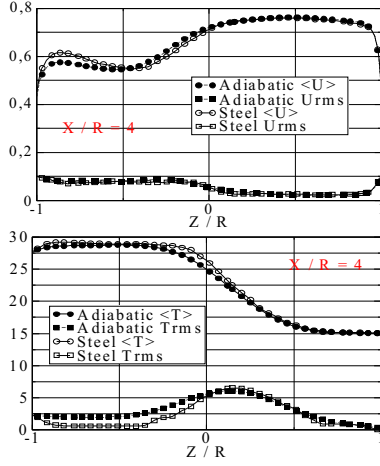


Figure 6: Mean streamwise velocity, mean temperature and RMS at $x/R = 4$.

tions, the analysis is made with the grid which contains 9 million of elements.

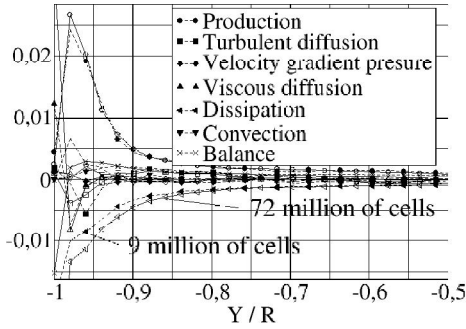


Figure 7: Budgets of k downstream of the junction at $\frac{x}{R} = -11$. For 9 and 72 million of cells.

Position $x/R = 0$.

This location is the center of the junction where cold and hot flow mix (see figure 4).

Figure 8 (a) shows the budgets of kinetic energy in a z axis across the mixing layer. The production is balanced by the other terms. The budgets of kinetic energy are similar in the case of adiabatic and non adiabatic conditions. Figure 8 (b) shows the budgets of the temperature variance across the mixing layer. Production is balanced by the turbulent diffusion and the others terms are small. The production of the temperature variance in the non adiabatic case (steel) is larger than the one in the adiabatic case.

Figure 9 (c, d and e) shows the budgets of the turbulent heat flux components ($i = 1, 2, 3$) in the z axis across the mixing layer. Production is also balanced by the turbulent diffusion and the others terms are small. The budgets of $\langle v'\theta' \rangle$ are closely similar for the adiabatic and non adiabatic case. However, the productions of $\langle u'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$ are larger for the non adiabatic case (see figure 9 c and e).

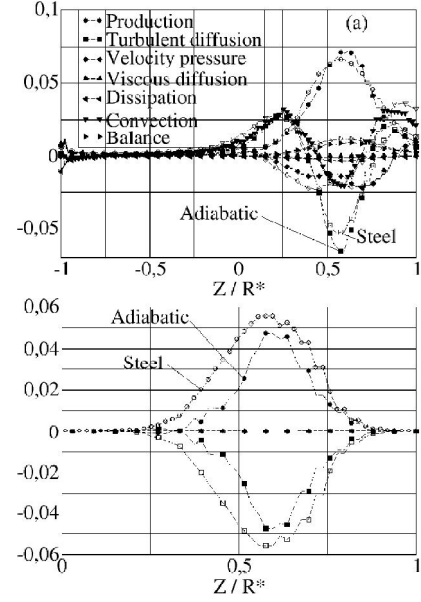


Figure 8: Budgets of k (a) and the temperature variance $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b) at $\frac{x}{R} = 0$.

Position $x/R = 4$. This position is localized near the separation region (see figure 4). Figure 10 (a) shows the budgets of the turbulent kinetic energy. Near the separation zone, production is balanced by the other terms. For $Z/R^* < 0.875$, the turbulent diffusion of the turbulent kinetic energy is larger for the non adiabatic case and for $0.875 < Z/R^* < 1$ the turbulent diffusion of the turbulent kinetic energy is larger for the adiabatic case. The production of the turbulent kinetic energy is larger for the non adiabatic case. Figure 10 (b) shows the budgets of the temperature variance. Production is also balanced by the turbulent diffusion. Figure 11 shows the budgets of $\langle u'\theta' \rangle$, $\langle v'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$. The production is balanced by the turbulent diffusion. The production of $\langle v'\theta' \rangle$ in the case of non adiabatic condition is more larger than the one in the case of adiabatic condition and precisely in the separation zone. For the budgets of $\langle v'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$, productions have different signs for the adiabatic or non adiabatic cases in $[Z_1/R^*; Z_2/R^*]$ with $Z_1/R^* = 0.625$ and $Z_2/R^* = 0.8125$ (see figure 11 d and e).

Near the walls

In this section we analyze the budgets of the turbulent kinetic energy, temperature variance and the turbulent heat flux near the wall in the separation zone. Figure 12 (a) shows the budgets of the turbulent kinetic energy near the wall. As we can see, convection and turbulent diffusion are larger for the non adiabatic case. The velocity gradient pressure correlation is larger for the adiabatic case. Figure 12 (b) shows the budgets of the temperature variance. The magnitude of the production is larger for the adiabatic case.

Figure 13 (c) shows the budgets of $\langle u'\theta' \rangle$. The

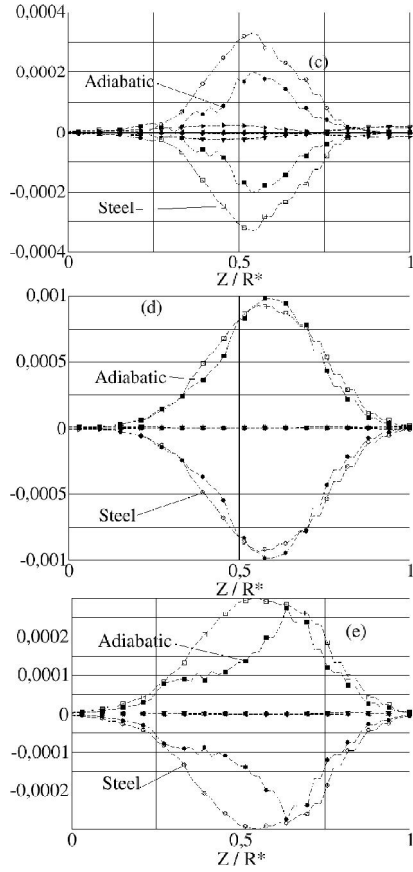


Figure 9: Budgets of $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) and $\langle w' \theta' \rangle$ (e) at $\frac{x}{R} = 0$.

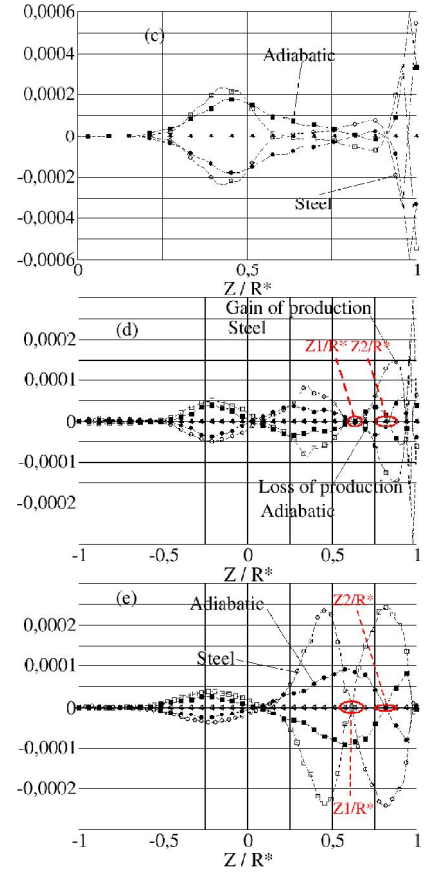


Figure 11: Budgets of $\langle u' \theta' \rangle$ (c), $\langle v' \theta' \rangle$ (d) and $\langle w' \theta' \rangle$ (e) in the separation zone ($\frac{x}{R} = 4$).

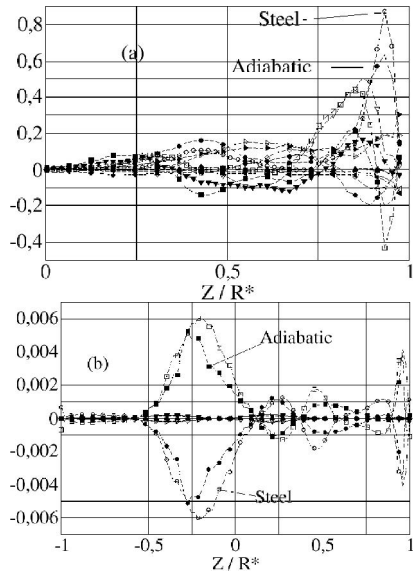


Figure 10: Budgets of k (a) and the temperature variance $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b) in the separation zone ($\frac{x}{R} = 4$).

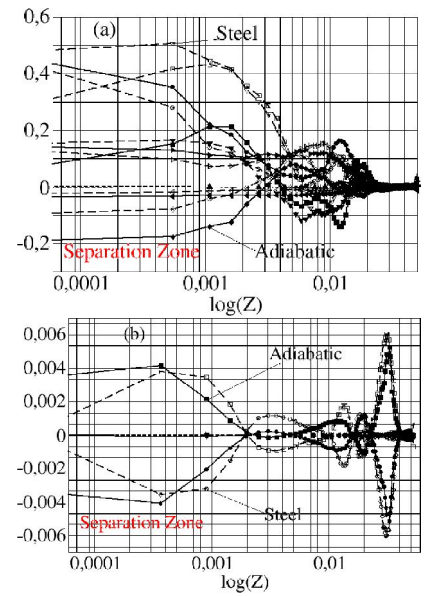


Figure 12: Budgets of k (a) and the temperature variance $\langle \theta' \theta' \rangle$ (b) in the separation zone ($\frac{x}{R} = 4$).

magnitude of the production is larger for the adiabatic case. However, Figure 13 (d and e) shows the budgets of $\langle v' \theta' \rangle$ and $\langle w' \theta' \rangle$, the production is larger for the

non adiabatic case.

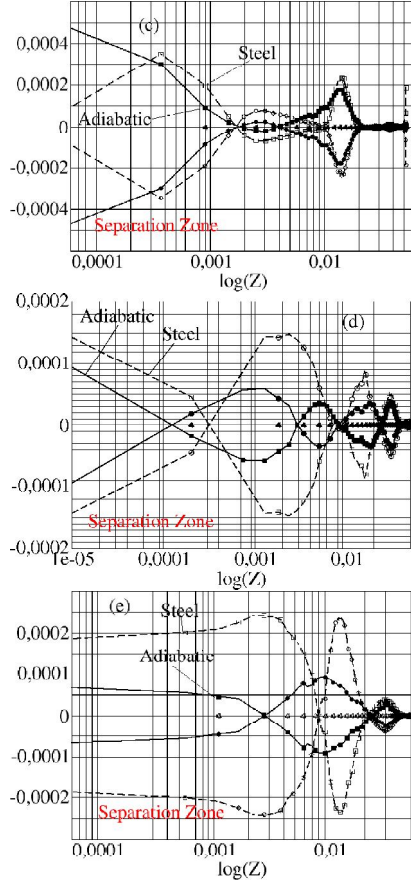


Figure 13: Budgets of $\langle u'\theta' \rangle$ (c), $\langle v'\theta' \rangle$ (d) and $\langle w'\theta' \rangle$ (e) in the separation zone ($\frac{x}{R} = 4$).

6 Conclusions

Analyses of the high-order turbulent statistic in the mixing T-junction allow to gain a better understanding of the physics of the flow. The suitability of the grid resolution is demonstrated. Flow in the T-junction can be very complex. There is a mixing layer due to the mixture of the cold and hot flow. There are two vortices near the junction. However, there is not these vortices in the case of the T-junction with angle of 90° [3]. We also see four vortices in the perpendicular plan to the cold branch. There is a separation zone just upstream of the junction. At $x/R = 0$ in the z axis, the budgets of the turbulent kinetic energy are similar in the case of adiabatic or non adiabatic conditions. The production is balanced by the turbulent diffusion in the budgets of the temperature variance and their magnitude is larger in the non adiabatic case. The budgets of $\langle v'\theta' \rangle$ are similar in the case of adiabatic and non adiabatic conditions. The budgets of $\langle u'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$ show that the production is balanced by turbulent diffusion. The production is larger in the non adiabatic case. At $x/R = 4$ in the z axis (near the separation zone), the budgets of the turbulent kinetic energy show that the production is balanced by the others terms and the magnitude of the production is larger in

the case of non adiabatic condition. For the budgets of the temperature variance, we have the same result like at the location $x/R = 0$ in the z axis. The budgets of $\langle v'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$ show that in $[Z_1/R^*; Z_2/R^*]$ with $Z_1/R^* = 0.625$ and $Z_2/R^* = 0.8125$, the productions have a different sign depending of the boundaries conditions (adiabatic or not). The same budgets are analyzed near the wall and the separation zone ($x/R = 4$). The velocity gradient pressure correlation of the turbulent kinetic energy is larger for the adiabatic case and the convection and turbulent diffusion in the budgets of the turbulent kinetic energy are larger for the non adiabatic case. The budgets of the temperature variance and $\langle u'\theta' \rangle$ show that the production is larger for the adiabatic case near the walls. However, the budgets of $\langle v'\theta' \rangle$ and $\langle w'\theta' \rangle$ show that the production is larger for the non adiabatic case near the walls. These analyses show that the wall boundaries conditions have a great effect in the physics of the internal flow and the heat exchange near the wall.

Acknowledgments

The investigations presented in this paper have been obtained within the context of the Eu's Network of Excellence NULIFE (Nuclear Plant Life Prediction) program. The investigations have been made in the framework of the MOTHER project.

References

- [1] Archambeau F., Mechtoua N. and Sakiz M., A Finite Volume method for the Computation of Turbulent Incompressible Flows. Industrial applications. *Int. Jour. on Finite Volumes*, Vol. 1, pp 1-62 (2004)
- [2] Jarrin N., Benhamadouche S., Laurence D. and Prosser R., A synthetic eddy method for generating inflow conditions for large eddy simulations. *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Volume 27, Issue 4, 585-593, (2006)
- [3] Ndombo, J.-M. and Howard, R.J.A., Large Eddy Simulation and the effect of the turbulent inlet conditions in the mixing Tee. *Nucl. Eng. Des.* (2011)
- [4] Peniguel C., Rupp I., A numerical method for thermally coupled fluid and solid problems, *Numerical Methods in Thermal Problems*, U.K. Swansea, pp 1027-1039, (1993)
- [5] Nicoud F. and Ducros F., Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, April 1999.
- [6] VRD, EDF, PSI, NRG, TU-D, Onsala, SPG, CEA, E-ON and AREVA. The MOTHER Consortium Agreement, 2011.
- [7] Parviz Moin and Krishnan Mahesh. *Direct Numerical Simulation : A Tool in Turbulence Research*. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1998. 30:539-78.
- [8] J. Frohlich, C.p Mellen, W. Rodi, L. Temmerman and M.A Leschziner. Highly resolved large-eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. *J. Fluid Mech.* (2005), vol. 256, pp. 19-66.
- [9] S.B Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press.
- [10] H. Tennekes and J.L Lumley. *A First Course in Turbulence*. The MIT Press, 1972.
- [11] P. K. Yeung and Ye. Zhou. On the Universality of the Kolmogorov Constant in Numerical Simulations of Turbulence, NASA Report. CR-97-206251 (1997).

CHAPITRE 15

Turbulent Heat and Mass transfer conference paper, Italy

THERMAL HEAT FLUX ANALYSIS AT THE WALL OF A MIXING TEE

Jean-Marc Ndombo¹, Richard J A Howard¹ and Eric Serre²

¹*EDF R&D, Fluid Mechanics, Energy and Environment, 6 Quai Watier, Chatou 78401, France*

²*M2P2, UMR 6181 CNRS-Universités d'Aix-Marseille, IMT La Jetée, Technopôle Château-Gombert,
 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille Cédex 20, France*

email: `jean-marc.ndombo@edf.fr`

Nomenclature

ϕ	thermal heat flux [W/m^2]
a	distance between the fluid thermocouple and the wall [m]
C_p	specific heat at constant pressure [$J/Kg.K$]
f	frequency [Hz]
G	frequency response [–]
h	unsteady heat transfer coefficient [W/m^2K]
T	resolved instantaneous temperature [$^{\circ}C$]
u_*	friction velocity [m/s]
y^+	non-dimensional distance to the wall [–]
λ	thermal conductivity [W/mK]

Subscripts : bc center of the boundary cell, w wall

Subscripts : fp fluid thermocouple, sp solid thermocouple

Superscripts : f fluid property, s solid property

1 Research rationale

The thermal flux between a solid and a fluid can be obtained experimentally using the power density method of Ogura [6]. However in CFD (Computational Fluid Dynamics) the thermal flux is modelled (using an empirical function for the heat transfer coefficient). In this paper temperature values are extracted from a CFD to evaluate both the thermal flux obtained using the power spectrum density method and that directly modelled by the CFD. Two codes are used. One code, which solves the heat transfer in the solid walls, is coupled with a second code which solves the heat transfer in the water using Large Eddy Simulation. Thus the heat transfer between the fluid and the steel walls is taken into account.

Choe and Kwong [3] proposed a trial-and-error method to evaluate the heat transfer coefficient using experimentally measured temperature fluctuation data for the fluid and metal. Ogura [6] reported a power spectrum density method to evaluate unsteady heat transfer coefficients, the method was improved by Choe and Kwong [3]. Such a method makes it possible to determine the unsteady heat transfer coefficient using the power spectrum density functions of fluid and solid temperature fluctuations. The validity of the method was demonstrated by

Moriya and Ogura [4] using the temperature data obtained in parallel impinging jet tests. The derivation of the spectral method, the estimation errors of the metal surface temperature fluctuations and the improvement to reduce the errors are shown in [5].

2 Methodology

The code used to carry out the fluid simulations is *Code Saturne* [1]. This code is a 2nd order central difference, collocated, finite volume, Navier-Stokes solver. The code used to solve the heat transfer in the steel walls is *Syrthes*. It is a general purpose non-structured finite element code for unsteady conduction and radiation problems [7].

The cold branch contains water at 15 °C and the hot branch contains water at 30 °C. The branches have the same diameter (0.054 m) and their lengths are respectively 1.35 m and 0.53 m. The structure is made of steel 0.01 m thick. The inlet bulk flow velocities are set to 0.7 m/s for each inlet (corresponding to a bulk Reynolds number of 30,000 downstream of the T junction). The physical properties of the water are considered as functions of the local temperature. The fluid mesh contains 1 million hexahedral cells and the solid mesh contains 120,000 tetrahedral cells (figure 2). The non-dimensional size of the first near wall grid cell is in the range $[1 < y^+ < 38]$ in wall units. A two layer wall law is used for the velocity which switches between a linear and standard logarithmic law at $y^+ = 10.8$. For the wall heat transfer a three layer law is used [2]. The Smagorinsky model [8] is used for the turbulent viscosity with near wall damping (Van Driest, 1956).

The thermal flux given by the *Code Saturne/Syrthes* coupling fig 1 can be written as :

$$\phi_c = h_c (T_{bc} - T_w) \quad \text{with} \quad h_c = \frac{\rho C_p^f u_*}{T_{bc}^+} \quad (1)$$

where ρ is the volumetric mass. The non-dimensional temperature at the center of the boundary cell is given by a three layer law [2]:

$$T_{bc}^+ = \begin{cases} Pr y^+ & y^+ < y_1^+ \\ a_2 - \frac{Pr_t}{2a_1 y^{+2}} & y_1^+ \leq y^+ < y_2^+ \\ \frac{Pr_t}{\kappa} \ln(y^+) + a_3 & y_2^+ \leq y^+ \end{cases} \quad (2)$$

with $y_1^+ = (1000/Pr)^{1/3}$, $y_2^+ = \sqrt{(1000\kappa/Pr_t)}$, $a_1 = \frac{Pr_t}{1000}$, $a_2 = 15Pr^{\frac{2}{3}}$ and $a_3 = 15Pr^{\frac{2}{3}} - \frac{Pr_t}{2\kappa} \left(1 + \ln\left(\frac{1000\kappa}{Pr_t}\right)\right)$. Pr and $Pr_t = 1$ are respectively the molecular Prandtl number and the turbulent Prandtl number. $\kappa = 0.42$ is the Von Karman's constant.

The thermal flux given by the power spectrum density method fig 1 can be written as :

$$\phi_p = h_p (T_{fp} - T_{sp}) \quad (3)$$

The heat exchange coefficient is given by $h_p = \sqrt{\pi \rho^s C_p^s \lambda^s f} / \left(\sqrt{\frac{e^{-ca}}{|G|^2} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right)$

with $c = \sqrt{4\pi \rho^s C_p^s f / \lambda^s}$, $|G|^2 = \varphi_{sp} / \varphi_{fp}$ and the constant $a = 0.003$ m.

φ_{sp} and φ_{fp} are respectively the power spectral density of temperature in the solid and the fluid.

$$\varphi_{sp}(f) = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} T_{sp}(n\Delta t) e^{-j2\pi \frac{nf}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} T_{sp}(n\Delta t) e^{j2\pi \frac{nf}{N}} \quad (4)$$

$$\varphi_{fp}(f) = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} T_{fp}(n\Delta t) e^{-j2\pi \frac{nf}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} T_{fp}(n\Delta t) e^{j2\pi \frac{nf}{N}} \quad (5)$$

where $\Delta t = 8 \cdot 10^{-3} s$, n and N are respectively the time step, the current iteration and the total number of iteration. The total time is 320 seconds.

The *Code Saturne* fluid boundary cell and the corresponding *Syrthes* wall face are used to obtain the thermal flux ϕ_c as shown in Figure 1 on the left. The power spectrum density method uses one measuring point in the fluid and one measuring point in the solid to obtain the thermal flux ϕ_p as shown in Figure 1 on the right. The temperatures T_{fp} and T_{sp} used in the power spectrum density method (eq.4 and eq.5) are obtained with *Code Saturne/Syrthes* coupling. Figure 2 (right) shows fluid and solid thermocouples. Figure 2 (left) shows the fluid and solid meshes and the analysis location.



Figure 1: *Code Saturne/Syrthes* coupling (left) and power spectrum density method (right)

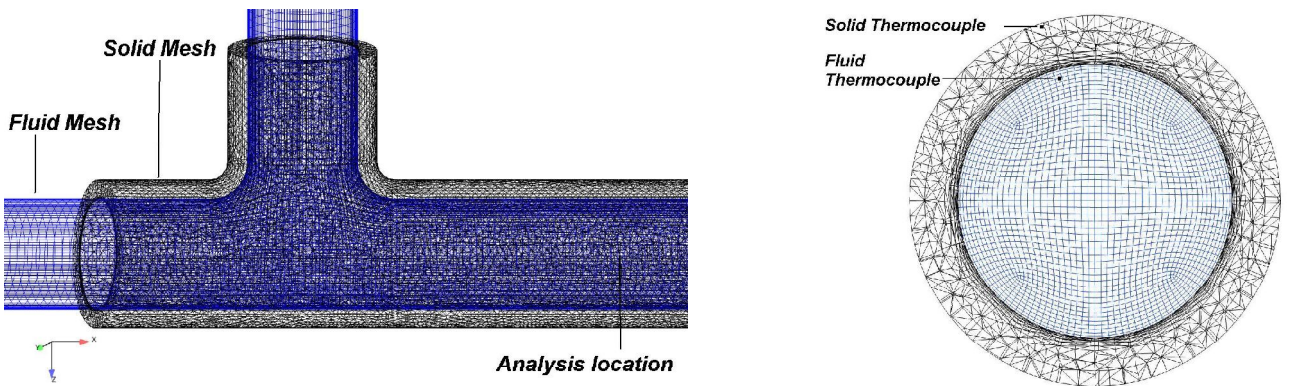


Figure 2: Solid, fluid meshes and analysis location (left). Solid and fluid thermocouples locations (right)

3 Results and conclusion

Figure 3 (left) shows the power spectrum density in the fluid (φ_{fp}) and in the solid (φ_{sp}). The highest frequency of power spectral density in the solid is limited to 1Hz due to damping by thermal diffusion (the solid thermocouple is placed at a depth of 6 mm inside wall). Figure 3

(right) shows the thermal fluxes modelled in the CFD and the power spectral density method. The two thermal fluxes are close for frequencies below 1Hz and do not vary much within this frequency range. This shows that the power spectrum density method is appropriate to measure thermal fluxes within this frequency range. Frequencies greater than 1Hz cannot be analysed because the solid thermocouple is unable to capture frequencies beyond 1Hz. A solid thermocouple located nearer the solid/fluid boundary would be able to record higher frequencies and hence extend the range of validity of the thermal flux obtained from the power spectral density method.

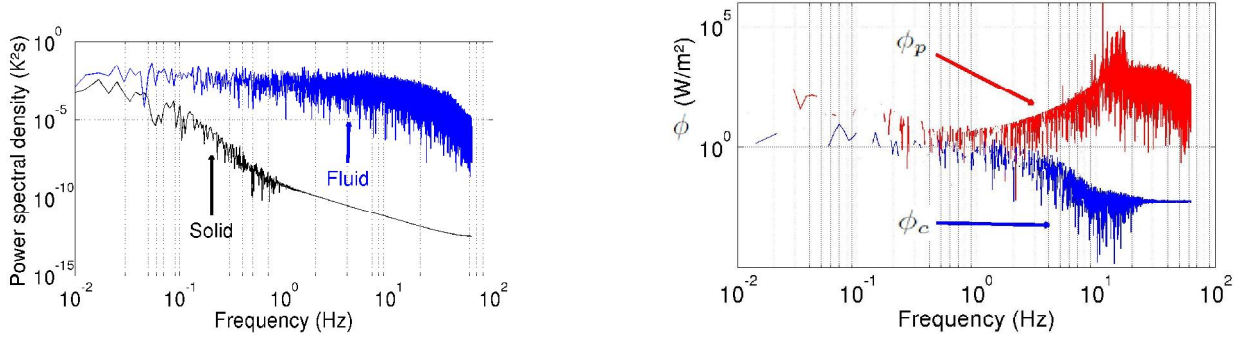


Figure 3: Power spectral density φ_{sp} and φ_{fp} (left), thermal heat flux given by the power spectrum density method ϕ_p and that given by *Code Saturne/Syrthes* coupling ϕ_c (right)

References

- [1] Archambeau F., Mechitoua N. and Sakiz M., A Finite Volume method for the Computation of Turbulent Incompressible Flows. Industrial applications. *Int. Jour. on Finite Volumes*, Vol. 1, pp 1-62, 2004.
- [2] Arpaci S.V. and Larsen P.S., Convection heat transfer, Ed Prentice-Hall, University of Michigan, ISBN 0131723464, 1984.
- [3] Choe H and Kwong C.M, “Turbulent Temperature Fluctuation and Heat transfer to a Metal Surface Resulting from the mixing of Cold and Hot Water”, ASME, 1979.
- [4] Moriya S. and Ogura K. “Evaluation of Unsteady Heat Transfer Coefficient using a Power Spectrum Method- Application to Parallel Impinging Jets- Annual Meeting of the Atomic Energy Society of Japan, I41, 2001.
- [5] Moriya S, Ogura K, Shina K, Tanimoto K, Fukuda T and Minami Y. Prediction method of surface temperature fluctuation for thermal striping evaluation. 11th international conference on nuclear engineering, ICONE11-36207, Tokyo, Japan, april 20-23, 2003.
- [6] Ogura K, Shiina. K, Kawamura. S, Minami. Y, Moriya. S and Madrame. H, “ Evaluation of unsteady heat transfer coefficient using a Power Spectrum Method- Prediction Method of heat Transfer Coefficient” Annual Meeting of the Atomic Agency Society of Japan, I40, 2001.
- [7] Peniguel C., Rupp I., A numerical method for thermally coupled fluid and solid problems, Numerical Methods in Thermal Problems, U.K. Swansea, pp 1027-1039, 1993.
- [8] Smagorinsky J., General circulation experiments with the primitive equations, Monthly weather review, Vol. 91, No. 3, pp 99-164, 1963.

Thermal Heat Flux Analysis at the wall of a mixing tee

Richard J A Howard¹, Jean-Marc Ndombo¹, Stephane Gervais² and Eric Serre³

¹EDF R&D, Fluid Mechanics, Energy and Environment, 6 Quai Watier, Chatou 78401, France, richard.howard@edf.fr

²EDF SEPTEN, Service for Thermal and Nuclear Studies and Projects, 12-14, avenue Dutrievoz, 69628 Villeurbanne cedex, France

³M2P2, UMR 6181 CNRS-Universités d'Aix-Marseille, IMT La Jetée, Technopôle Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille Cédex 20, France

1. Abstract

Ogura *et al.* [8] proposed a method to obtain the heat transfer coefficient between a solid and a fluid from a single time trace of the temperature in the solid combined with a single time trace of the temperature in the fluid. The method combines the power spectral density (PSD) of the two signals to calculate the heat transfer coefficient for different frequencies. This can then be used to evaluate the thermal flux. In this paper, large eddy simulation (LES) of the thermal mixing in the fluid coupled with numerical simulation of the heat transfer in the solid is used to provide the solid and fluid time traces. Since the thermal flux between the solid and the fluid is already explicitly calculated in the computation fluid dynamics (CFD) simulations, it can be used to check the validity of the power density spectral method of Ogura *et al.* [8]. The results show close agreement although the frequency range of the method is somewhat limited. Differences at low frequencies below 0.4 Hz are primarily due to the lack a sufficiently large statistical sample. At higher frequencies the solid signal is attenuated by the depth of the thermocouple in the solid. For example at a depth of 0.35 mm the highest frequency that is captured to within 15%, is about 6 Hz, at 1.28 mm it is about 1.5 Hz and at 2.13 mm it is about 1 Hz.

2. Introduction

Nuclear reactors contain steel T-junction components designed to allow hot and cold water to mix together. The thermal fluctuations caused by turbulent mixing when the hot and cold flows join causes mechanical stresses in the steel structure. This is the origin of thermal striping or high-cycle thermal fatigue damage. The key feature that must be understood is therefore the heat flux exchanged between the solid and the fluid.

It is difficult to measure the heat flux in experiments and, for this purpose, Choe and Kwong [3] proposed a trial-and-error method to evaluate the heat transfer coefficient from a single time trace of the temperature in the solid combined with a single time trace of the temperature in the fluid. This type of method makes use of information that can quite easily be measured either experimentally or operationally provided that the thermocouples can be placed where desired. Ogura *et al.* [8] observed that power spectral densities of the fluid and solid temperature signals can be used to evaluate unsteady heat transfer coefficients. The validity of the method was demonstrated by Moriya and Ogura [5] using the temperature data obtained in parallel impinging jet tests. The derivation of the spectral method, the estimation errors of the metal surface temperature fluctuations and an improvement to reduce the errors are shown in Moriya *et al.* [6].

In this paper numerical simulations are used to provide the source data for the fluid and solid time traces instead of experiments. The advantage of the numerical simulations is that the thermal

flux is already explicitly calculated at the wall. This means that the simulations provide a reference value that can be used to check the validity of the power spectral density method of Ogura *et al.* [8]. The use of large eddy simulation (LES) for the fluid simulations is necessary to capture the unsteadiness for the power spectral density method.

3. T-junction flow

The code used to carry out the fluid simulation is *Code_Saturne* (Archambeau *et al.* [1]). This code is a 2nd order central difference, co-located, cell centred, finite volume, Navier-Stokes solver. The code used to solve the heat transfer in the steel walls is *SYRTHES*. It is a general purpose non-structured finite element code for unsteady conduction and radiation problems (Peniguel and Rupp [9]).

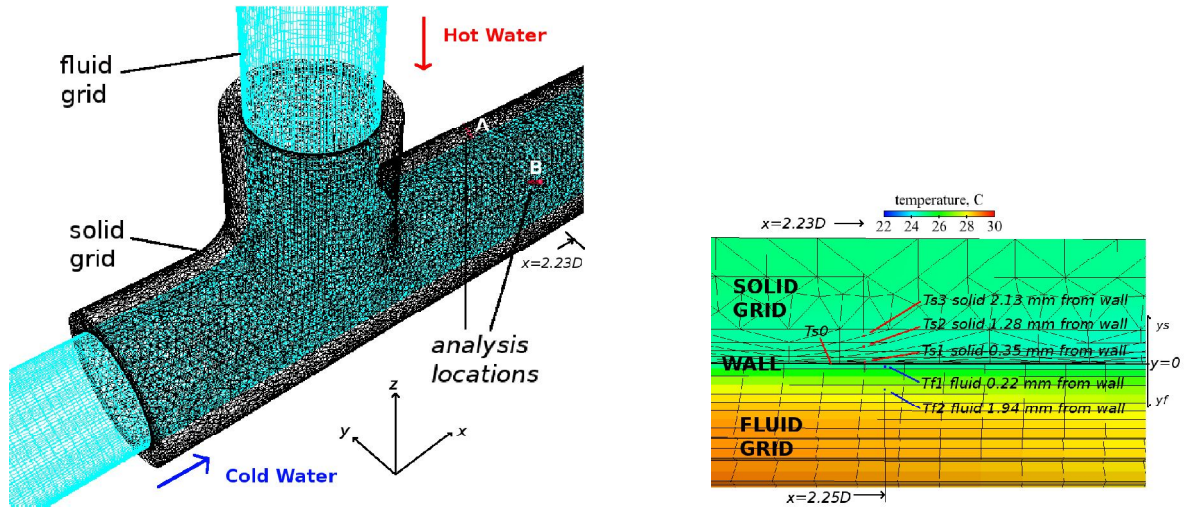


Figure 1: Solid, fluid meshes and analysis locations (left) and the grid in detail in the vicinity of the thermocouple analysis location A (right)

The mixing T-junction flow used in this paper is chosen to correspond to an experimental test case due to be carried out within the European NULIFE MOTHER project (Network of Excellence for Nuclear Plant Life Prediction). Figure 1 (left) shows the T junction arrangement. The cold branch contains water at 15 °C and the hot branch contains water at 30 °C. The branches have the same diameter ($D = 0.054\text{ m}$) and their lengths are respectively 1.35 m and 0.53 m. The structure is made of steel 0.01 m thick. The inlet bulk flow velocities are set to 0.35 m/s for each inlet (corresponding to a bulk Reynolds number of about 38,000 downstream of the T junction). The physical properties of the water (density, viscosity, conductivity and specific heat capacity) are considered as functions of the local temperature (the functions are obtained from tables of experimental values). The fluid mesh contains 1 million hexahedral cells and the solid mesh contains 120,000 tetrahedral cells (figure 1). The non-dimensional size of the first near wall grid cell is in the range $[1 < y^+ < 38]$ in wall units. A two layer wall law is used for the velocity which switches between a linear and standard logarithmic law at $y^+ = 10.8$. For the wall heat transfer a three layer law is used (Arpaci and Larsen [2]). The WALE model (Nicoud and Ducros [7]) is used for the turbulent viscosity. The Synthetic Eddy Method (Jarrin *et al.* [4]) is used to provide turbulent fluctuations at the inlets.

In addition to the flow regime and mesh outline, figure 1 (left) also shows the two locations, A and B, where the thermal flux is examined in detail. Figure 1 (right) shows the 6 different temperature records that are stored in order to carry out the thermal flux analysis for a given

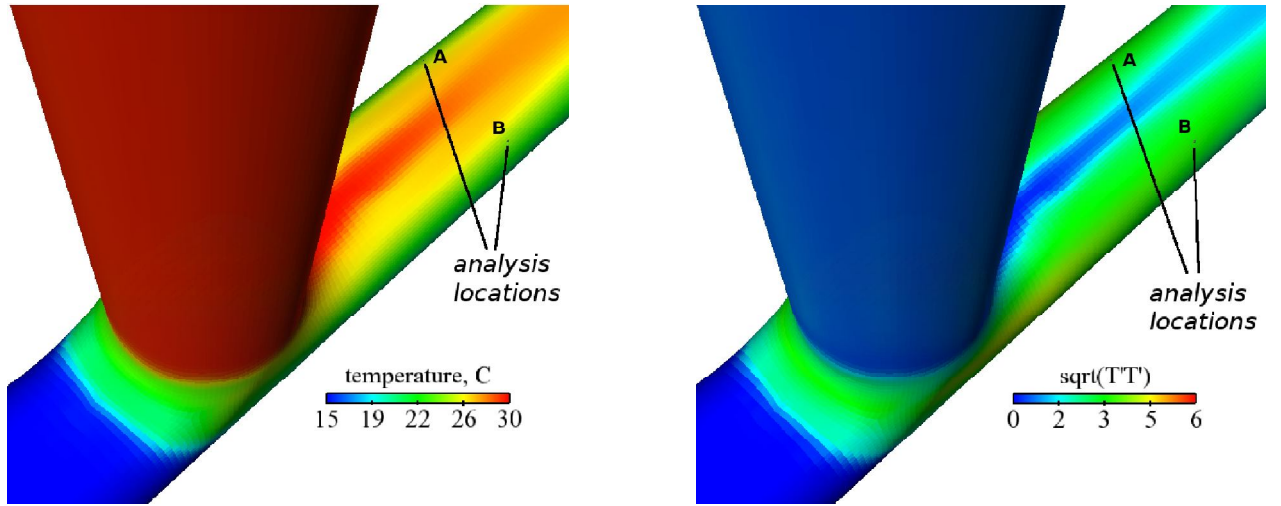


Figure 2: The mean temperature field (left) and the rms mean temperature fluctuation (right) at the first fluid grid cell at the wall.

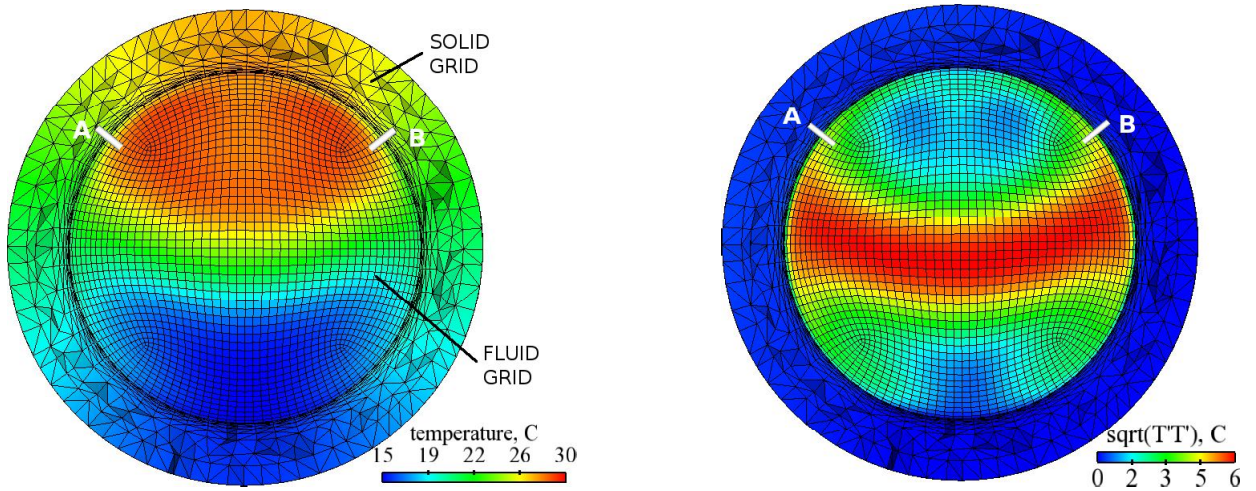


Figure 3: The solid and fluid mean temperature field (left) and the rms mean temperature fluctuation (right) at $x = 2.23D$ with the analysis locations A and B also marked.

analysis location. There are four temperature measurements in the solid at different distances, y_f and y_s , from the fluid/solid boundary; s_0 with $y_s = 0$ (the temperature at the solid/fluid boundary), s_1 with $y_s = 0.35 \text{ mm}$, s_2 with $y_s = 1.28 \text{ mm}$, s_3 with $y_s = 2.13 \text{ mm}$. There are also two temperature measurements in the fluid at different distances, y_f , from the fluid/solid boundary; f_1 with $y_f = 0.22 \text{ mm}$ (the first wall grid) and f_2 with $y_f = 1.94 \text{ mm}$. The locations s_1 , s_2 , s_3 and f_2 are close to the positions that thermocouples can be placed in the MOTHER project experimental setup. The locations f_1 and s_0 correspond to the locations that the CFD uses to calculate the thermal flux. Figure 1 (right) also shows that the fluid and solid measurement points are not quite aligned in the streamwise direction. This is not significant for the spectral analysis carried out here as the frequency domain is quite insensitive to small displacements in the physical domain.

The two measurement locations correspond to the position $\pm 40^\circ$ either side of the vertical axis, $2.23D$ downstream of the centre of the T-junction. Figure 2 shows the mean temperature and rms temperature fluctuations at the first fluid grid cell at the wall with the locations A and B also marked

while figure 3 shows a cut of the solid and fluid mean and rms temperatures at $x = 2.23D$. These images shows rms temperature fluctuation distributions in the vicinity of the analysis locations selected. At $f2$ the rms temperature fluctuation is about $3.85\text{ }^\circ\text{C}$, at $f1$: $3.24\text{ }^\circ\text{C}$, at $s0$: $0.91\text{ }^\circ\text{C}$, at $s1$: $0.8\text{ }^\circ\text{C}$, at $s2$: $0.65\text{ }^\circ\text{C}$ and at $s3$: $0.59\text{ }^\circ\text{C}$.

The purpose of the CFD simulations is to provide source data to evaluate the power spectral density method Ogura *et al.* [8] rather than to resolve accurately the complex thermal mixing in the T-junction. Although 1 million cells is rather coarse for an LES of this problem, this does not influence the evaluation process. The lack of resolution means that the heat flux value is probably incorrect however the power spectral density method Ogura *et al.* [8] should nevertheless reproduce the thermal flux imposed by the CFD. For reference, at the analysis locations A and B the first fluid cell (measurement location $f1$) is at $y^+ \approx 9$ while measurement location $f2$ is at $y^+ \approx 80$.

3.1. Thermal flux of the CFD wall grid

The thermal flux between the solid and the fluid is calculated directly at the first fluid wall cell in the CFD *Code_Saturne/SYRTHES* coupling. The flux can therefore be written as :

$$\phi_c(t) = h_c(t) (T_{f1}(t) - T_{s0}(t)) \quad \text{with} \quad h_c = \frac{\rho^f C_p^f u_*}{T_{f1}^+(t)} \quad (1)$$

where ρ^f is the fluid volumetric mass and C_p^f is the fluid specific heat capacity. The non-dimensional fluid temperature at the center of the boundary cell, T_{f1}^+ , is given by a three layer law Arpaci and Larsen [2]:

$$T_{f1}^+ = \begin{cases} Pr y^+ & y^+ < y_1^+ \\ a_2 - \frac{Pr_t}{2a_1 y^{+2}} & y_1^+ \leq y^+ < y_2^+ \\ \frac{Pr_t}{\kappa} \ln(y^+) + a_3 & y_2^+ \leq y^+ \end{cases} \quad (2)$$

with $y_1^+ = (1000/Pr)^{1/3}$, $y_2^+ = \sqrt{(1000\kappa/Pr_t)}$, $a_1 = \frac{Pr_t}{1000}$, $a_2 = 15Pr^{\frac{2}{3}}$ and $a_3 = 15Pr^{\frac{2}{3}} - \frac{Pr_t}{2\kappa} \left(1 + \ln\left(\frac{1000\kappa}{Pr_t}\right)\right)$. Pr and $Pr_t = 1$ are respectively the molecular Prandtl number and the turbulent Prandtl number. $\kappa = 0.42$ is the Von Karman's constant. The solid temperature $T_{s0}(t)$ corresponds to the temperature on the solid boundary face.

3.2. Thermal flux spectra using the PSD method

The power spectral density method can be used to give the Fourier transform of the thermal flux which can be written as :

$$\widehat{\phi_p}(f) = \widetilde{h_p}(f) (\widehat{T_{fi}} - \widehat{T_{s0}})(f) \quad (3)$$

The overhat symbol $\widehat{x}(f)$ represents the Fourier transform of $x(t)$ while the tilde symbol $\widetilde{x}(f)$ represents the distribution of $x(t)$ over a frequency scale instead of a time scale. Using Moriya *et al.* [6], the heat exchange coefficient for a given frequency can be written as

$$\widetilde{h_p}(f) = \frac{\sqrt{\pi \rho^s C_p^s \lambda^s f}}{\sqrt{\frac{e^{-ca}}{|G|^2} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2}} \quad (4)$$

with ρ^s the solid volumetric mass, C_p^s is the solid specific heat capacity, λ^s the solid thermal conductivity, $c = \sqrt{4\pi \rho^s C_p^s f / \lambda^s}$, $|G|^2(f) = \psi_{sj}(f) / \psi_{fi}(f)$, the constant a represents the distance

of the solid thermocouples ($s0, s1, s2, s3$) from the fluid/solid boundary and $(T_{fi} - T_{sj})(f)$ is the Fourier transform of the temperature difference between the fluid temperature, $T_{fi}(t)$, and the solid temperature, $T_{s0}(t)$, at the fluid/solid boundary.

$\psi_{sj}(f)$ and $\psi_{fi}(f)$ represent the power spectral densities of the temperature in the solid and the fluid respectively. The indices i for the fluid and j for the solid correspond to different distances from the fluid/solid boundary ($f1$ and $f2$ for the fluid and $s0, s1, s2, s3$ for the solid) as indicated in figure 1 (right). There are thus 8 possible values for the heat flux spectrum, $\widehat{\phi}_p(f)$.

The power spectral densities are given by

$$\psi_{sj}(f) = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} T_{sj}(n\Delta t) e^{-k2\pi \frac{nf}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} T_{sj}(n\Delta t) e^{k2\pi \frac{nf}{N}} \quad (5)$$

$$\psi_{fi}(f) = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} T_{fi}(n\Delta t) e^{-k2\pi \frac{nf}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} T_{fi}(n\Delta t) e^{k2\pi \frac{nf}{N}} \quad (6)$$

where $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} s$, n and N are respectively the time step, the current iteration and the total number of iterations. The total time of the simulation is 224.5 seconds however Fourier transforms of the whole signal are quite noisy so the signal is broken up into ten 22.45 second traces. Fourier transforms and power spectra are calculated for each of the ten traces and then averaged. This significantly reduces the noise in the signal although it also filters out frequencies below 0.0445 Hz.

4. Results and conclusion

The temperature of the fluid boundary cell, $T_{f1}(t)$, and the corresponding solid wall face temperature, $T_{s0}(t)$, are used to obtain the CFD thermal flux $\phi_c(t)$ of equation 1. The Fourier transform of this quantity $\widehat{\phi}_c(f)$ can be used to compare with the Fourier transform flux $\widehat{\phi}_p(f)$ generated by the power spectral density method of equation 3. It should be noted that experimental data is not used in this study and the temperatures, $T_{fi}(t)$ and $T_{sj}(t)$, used in the power spectrum density method (eq.5 and eq.6) are extracted from the CFD *Code_Saturne/SYRTHES* coupling. The locations $s1, s2, s3$ and $f2$ have been chosen so that they are close to the positions that thermocouples can be placed in the MOTHER project experimental setup.

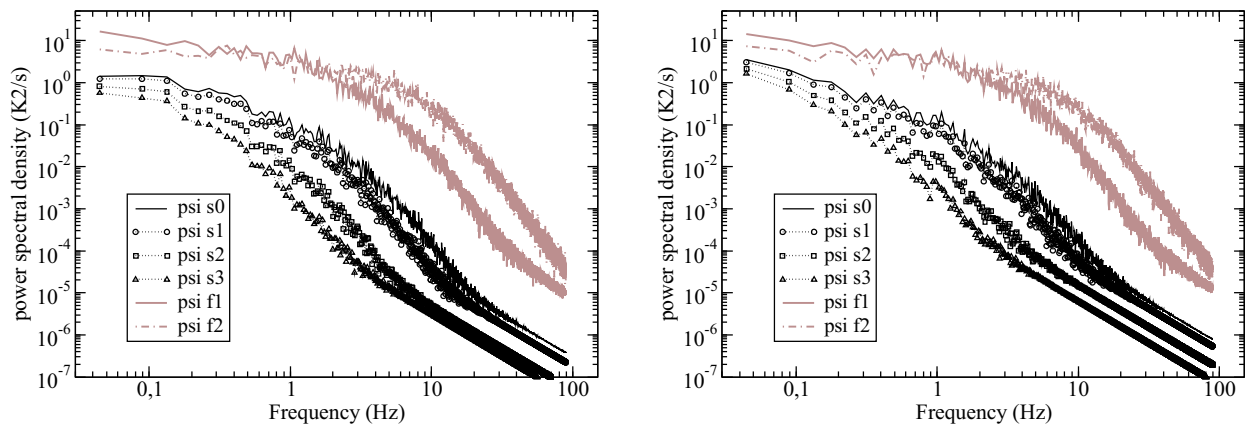


Figure 4: Power spectral density for the solid values ψ_{sj} and fluid values ψ_{fi} are shown for location A (left) and location B (right).

Figure 4 shows the different power spectral densities in the fluid ($\psi_{fi}(f)$) and in the solid ($\psi_{sj}(f)$) at the two analysis locations. The highest frequency of power spectral density in the

solid is lower than that of the fluid because the fluctuations are damped out by thermal diffusion. For the solid temperatures at the solid/fluid interface, s_0 , the highest frequency that can be captured is about 15 Hz while at s_1 the highest frequency is about 10 Hz , s_2 : 4 Hz and s_3 : 2 Hz . The attenuation means that $|G|^2(f) = \psi_{s_j}(f)/\psi_{f_i}(f)$ becomes large near the cutoff frequency.

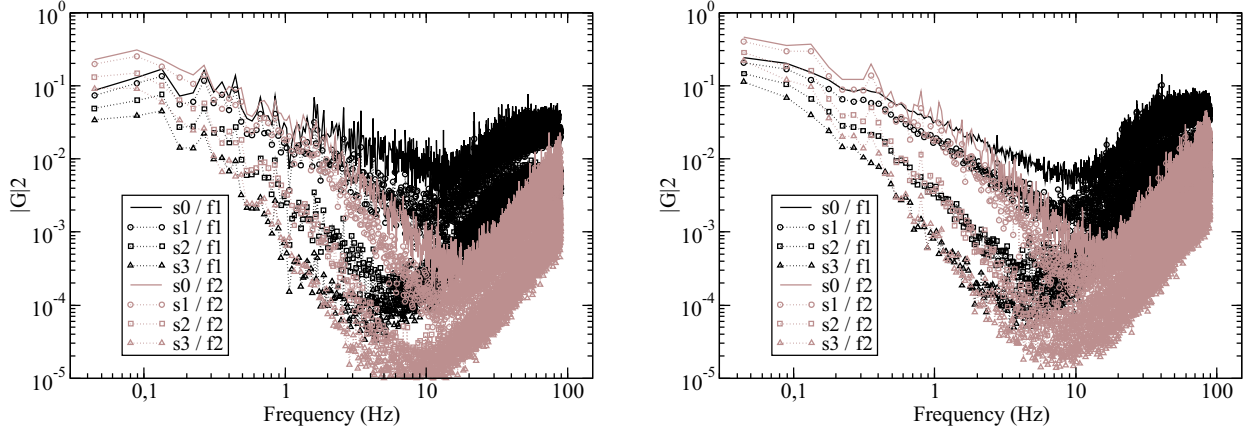


Figure 5: Ratio of power spectral density functions, $|G|^2(f)$, for location A (left) and location B. (right).

Figure 5 shows how the ratio of the power spectral density functions, $|G|^2(f)$, rises near the cutoff frequency when the solid signal is attenuated. The profiles for the solid at s_1 and the fluid at f_2 , $|G|^2(f) = \psi_{s_1}(f)/\psi_{f_2}(f)$, are at similar positions to those studied in Moriya *et al.* [6]. In that paper the thermal exchange examined was also between water and steel however the flow was an impacting jet flow rather than the T-junction flow studied here. Even though the flows are quite different, the results presented here have a similar amplitude and frequency to that shown in figure 9 of Moriya *et al.* [6].

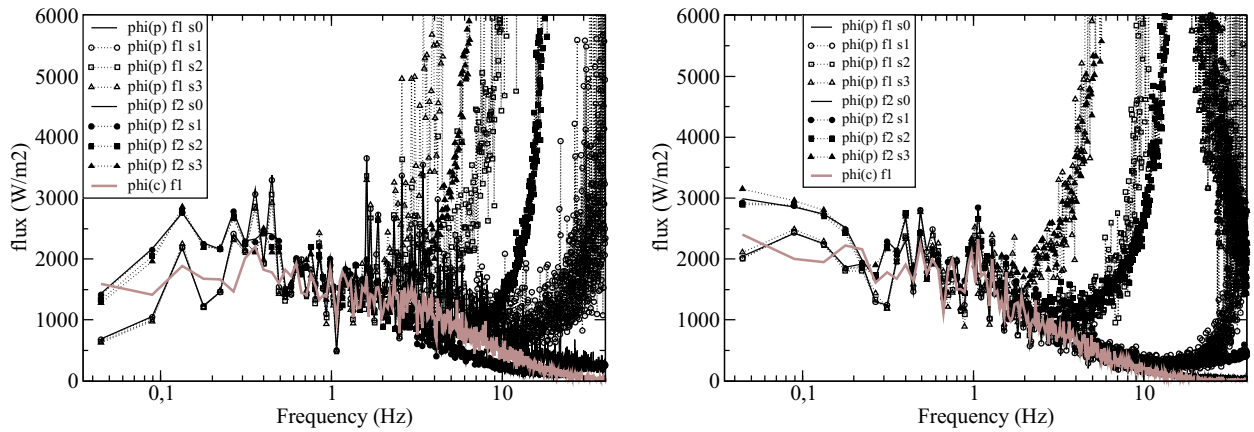


Figure 6: Thermal heat flux spectra given by the power spectrum density method $\widehat{\phi}_p(f)$ and that given by *Code_Saturne/SYRTHES* coupling $\widehat{\phi}_c(f)$ (right) at analysis location A (left) and location B (right).

Figure 6 shows the thermal flux spectra, $\widehat{\phi}_p(f)$, generated by the power spectral density method are close to the CFD thermal flux spectra, $\widehat{\phi}_c(f)$, for frequencies between about $0.4 < f < 2$ Hz . The values do not vary much within this frequency range. The statistical sample of the signal is smaller at lower frequencies which can explain the differences at the low frequencies. At higher frequencies the limiting factor is attenuation in the solid.

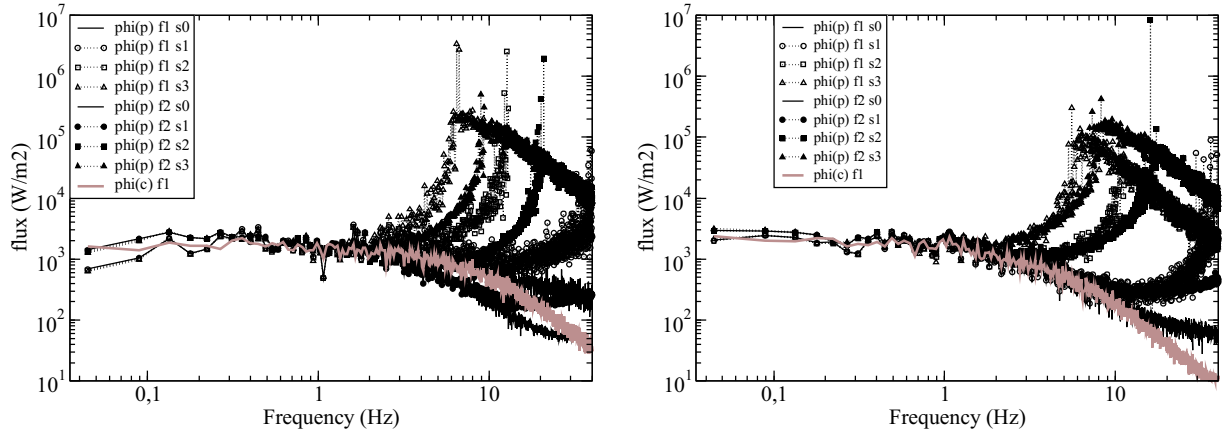


Figure 7: Log-log plots of the thermal heat flux at location A (left) and location B (right).

Figure 7 gives a complete picture of the thermal flux spectra since it is on a log-log scale. This figure highlights the problems with the high frequency values of the thermal flux spectra, $\widehat{\phi}_p(f)$, as they deviate from CFD thermal flux spectra $\widehat{\phi}_c(f)$ due to the thermal diffusion damping of the solid signal.

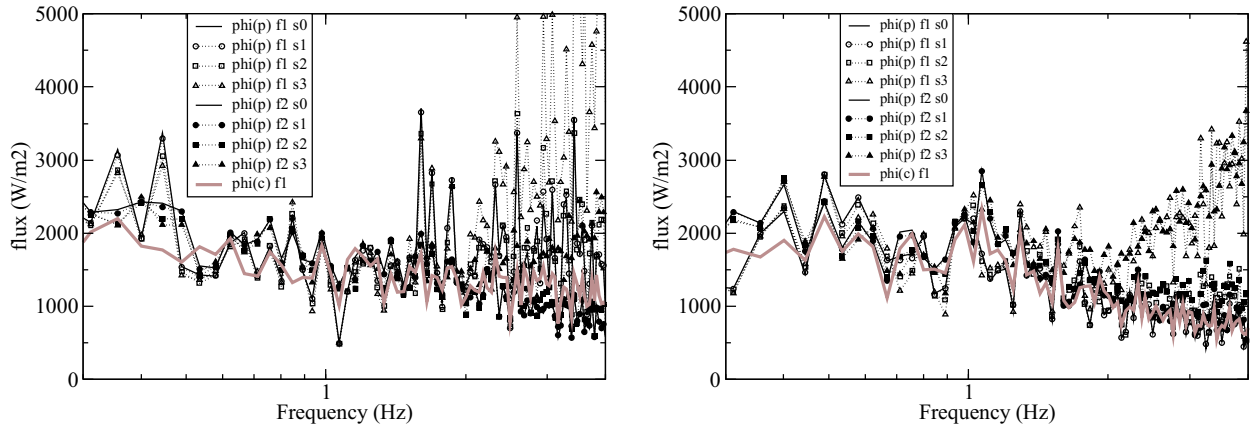


Figure 8: A zoom in the vicinity of 1 Hz for the thermal heat flux at location A (left) and location B (right).

Figure 8 is a repeat of figures 6 and figure 7 but this time there is a focus on the frequency range $0.4 < f < 4$ Hz. This figure indicates that the thermal flux spectra, $\widehat{\phi}_p(f)$, obtained using the $f2$ fluid temperature and the solid thermocouple positions $s1$, $s2$ and $s3$ are able to capture the CFD thermal flux spectra $\widehat{\phi}_c(f)$. This confirms the results of Moriya *et al.* [6], that the power spectral density method is a viable approach for obtaining the thermal flux spectra in T-junctions.

Table 1 shows the average flux values for different frequency ranges. The table shows the approximate limiting values of the thermal flux spectra $\widehat{\phi}_p(f)$ for the different locations $s1$, $s2$ and $s3$ using the fluid position $f2$. The CFD thermal flux spectra $\widehat{\phi}_c(f)$ values are also shown. In general the power spectral density method is within 15% of the CFD values apart from at the high frequency (5 – 7 Hz) value for location A. At this location the CFD values are much larger. It is not clear the cause of this difference however the values at location B suggest that this is some kind of isolated local high frequency effect.

In this study differences at low frequencies below 0.4 Hz are primarily due to the lack a suffi-

frequency range	Location A		Location B	
for averaging	$\widehat{\phi}_c$	$\widehat{\phi}_p$ using f^2	$\widehat{\phi}_c$	$\widehat{\phi}_p$ using f^2
0.5 – 1.5 Hz	1511	1607 ($s3$)	1639	1852 ($s3$)
1 – 2 Hz	1349	1424 ($s2$)	1403	1615 ($s2$)
5 – 7 Hz	821	442 ($s1$)	398	472 ($s1$)

Table 1: The average flux values in W/m^2 over different frequency ranges.

ciently large statistical sample. While at higher frequencies, the solid signal is attenuated by the depth of the thermocouple in the solid. Thus at a depth of 0.35 mm , the highest frequency that is captured to within 15% is about 6 Hz , at 1.28 mm it is about 1.5 Hz and at 2.13 mm it is about 1 Hz .

Further work will seek to exploit the experimental results of the MOTHER project and compare with well resolved LES.

5. Acknowledgments

The flow is based on that proposed in the European NULIFE (Network of Excellence for Nuclear Plant Life Prediction) MOTHER project.

References

1. Archambeau F., Mechtoua N. and Sakiz M., A Finite Volume method for the Computation of Turbulent Incompressible Flows. Industrial applications. *Int. Jour. on Finite Volumes*, Vol. 1, pp 1-62, 2004.
2. Arpaci S.V. and Larsen P.S., Convection heat transfer, Ed Prentice-Hall, Ed Prentice-Hall, University of Michigan, ISBN 0131723464, 1984.
3. Choe H, Kwong. C.M, Turbulent Temperature Fluctuation and Heat transfer to a Metal Surface Resulting from the mixing of Cold and Hot Water, ASME 79-WA/HT-23, 1979.
4. Jarrin N., Benhamadouche S., Laurence D. and Prosser R., A synthetic eddy method for generating inflow conditions for large eddy simulations, *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Volume 27, Issue 4, 585-593, 2006.
5. Moriya S. and Ogura K. Evaluation of Unsteady Heat Transfer Coefficient using a Power Spectrum Method- Application to Parallel Impinging Jets, Annual Meeting of the Atomic Energy Society of Japan, I41, 2001.
6. Moriya S, Ogura K, Shina K, Tanimoto K, Fukuda T and Minami Y. Prediction method of surface temperature fluctuation for thermal striping evaluation. 11th international conference on nuclear engineering, ICONE11-36207, Tokyo, Japan, april 20-23, 2003.
7. Nicoud, F. and Ducros, F. Subgrid-scale modelling based on the square of the velocity gradient tensor, *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol 62, pp 183-200, 1999.
8. Ogura K, Shiina. K, Kawamura. S, Minami. Y, Moriya. S and Madrame. H, Evaluation of unsteady heat transfer coefficient using a Power Spectrum Method- Prediction Method of heat Transfer Coefficient, Annual Meeting of the Atomic Agency Society of Japan, I40, 2001.
9. Peniguel C., Rupp I., A numerical method for thermally coupled fluid and solid problems, *Numerical Methods in Thermal Problems*, U.K. Swansea, pp 1027-1039, 1993.

Bibliographie

- [1] Addad Y, Keshmiri A, Rolfo S, Cotton and M, Laurence D. LES and URANS predictions using Star-CD V&V for T-Junction. Seminar on thermal fatigue, Tokyo, Japan, 2009.
- [2] Andreopolus J, 1983. Heat transfer measurements in a heated jet-pipe flow issuing in to a cold cross stream. *Physics of fluids* 26, 3201-3210.
- [3] Andersson U, Westin J and Eriksson J, 2006. Thermal mixing in a T-Junction . Technical Report U 06-66, Vattenfall Research and Development AB.
- [4] Angele K, Odemark Y, Cehlin M, Hemstrom B, Hogstrom C-M, Henriks-son M, Tinoco H and Lindqvist H. Flow mixing inside a control-rod guide tube - Experimental test and CFD simulations. *Nuclear Engineering and Design*, 241 (2011) 4803-4812.
- [5] Archambeau F, Mechitoua N and Sakiz M. A Finite Volume Code for the Computation of Turbulent Incompressible Flows. *Int. Jour. on Finite Volumes*, Vol. 1, pp 1-62, 2004.
- [6] Arpaci S.V and Larsen P.S. Convection heat transfer, Ed Prentice-Hall, 1984, University of Michigan, ISBN 0131723464.
- [7] Auger P. Encyclopédie Internationale des sciences et techniques. Presses de la Cité, Paris, 1975.
- [8] Barrau O, Boher C, Vergne C, Réza-Aria F. Investigations of friction and wear mechanisms of hot forging tool steels. In Proc. of the Sixth international Conference on tooling, 2002
- [9] Barrau O, Boher C, Gras R, Réza-Aria F. Analysis of the friction and wear behaviour of hot work tool steel for forging. *Wear*, 255(7-12) : 1444-1454, 2003.
- [10] Borel L et Favrat D. Thermodynamique et énergétique. Presse Polytechniques et universitaires romandes, 2004.
- [11] Benhamadouche S, Sakiz. M, Peniguel C and Stéphan J.-M. Presentation of a New Methodology of Chained Computations using Instationary 3D Approaches for the Determination of Thermal Fatigue in a T-Junction of a PWR Nuclear Plant. Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 17) Prague, Czech Republic, August 17-22, 2003

- [12] Bimbieler F, Dufrenoy. F, Degallaix G, Hamam R et Viet J.-J. Amorçage et propagation de fissures par fatigue thermique dans les disques de frein de TGV. Séminaire CEA-EDF *Fatigue Thermique*. Mars 2004.
- [13] Bonnand V et Gallerneau F : Fatigue multi-axiale pour une aube de turbine. Séminaire CEA-EDF *Fatigue Thermique*. Mars 2004
- [14] Canuto C, Hussaini MY, Quarteroni A and Zang TA. Spectral methods in fluid mechanics. New York : Springer ; 1988.
- [15] Charkaluk E, Constantinescu A and Thomas J-J. Numerical approach in thermomechanical fatigue. In Proc. of ICF 11th international Conference on Fracture 2005.
- [16] CHASSAING P. Turbulence en mécanique des fluides : *Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*
- [17] Choi H and Moin P. Effects of the Computational time step on numerical solutions of turbulent flow. J Computational Phys 1994;113 :1-4
- [18] Cruz K and Brallard O. CSCT : Réalisation et modifications des nouvelles maquettes FATHERINO et aménagements de la boucle dans le cadre du projet MOTHER. Direction de l'Energie Nucléaire Centre de Cadarache Département de technologie nucléaire Service de Technologies des Réacteurs Industriels, CEA.
- [19] Dewitt, Incopora. Heat and mass transfer, fourth edition, 2000
- [20] Ferziger J. H and Peric M. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, 2001.
- [21] Frank T, Lifante C, Prasser H.-M and Menter F. Simulation of turbulent and thermal mixing in T-junctions using URANS and scale-resolving turbulence models in ANSYS CFX. Nucl Eng and Design 240(2010)2313-2328.
- [22] Fontes J.-P. Fatigue thermique des zones de mélange : comparaison de différentes méthodes d'évaluation d'un coefficient d'échange instationnaire. Note EDF ENRETM0880174A.
- [23] Fukushima N and Fukagata K, 2003. Numerical and experimental study on turbulent thermal mixing in a T-junction flow. Proceedings of the sixth ASME-ISME Thermal Engineering joint Conference TED-AJ03-582.
- [24] Germano, M.Piomelli, U.Moin, P.Cabot, W.H.,1991.A dynamic sub filter scale eddy viscosity model.Physics of Fluids 3,1760-1764.
- [25] Ghosal S. On the large eddy simulation of flows in complex geometry. *Ann. Rev. Fluid Mech. CTR*, 1993.

- [26] Hu L and Kazimi M. LES benchmark study of high cycle temperature fluctuations caused by thermal striping in a mixing tee. *Heat and Fluid flow* 27 (2006) 54-64
- [27] Howard R.J.A and Pasutto T. The effect of Adiabatic and Conducting Wall Boundary Conditions on LES of a Thermal Mixing Tee. EDF R&D MFEE
- [28] Howard R.J.A, Ndombo J.-M, Gervais S and Serre E. Thermal Heat Flux Analis at the Wall of A Mixing Tee. *Turbulent Heat and Mass Transfer*, 2012,Italy.
- [29] Hannink M.H.C and Blom F.J. Numerical methods for the prediction of thermal fatigue due to turbulent mixing. *Nuclear Engineering and Design* 241 (2011) 681-687.
- [30] Hosseini S.M, Yuki K and Hashizume H. Classificatioin of turbulent jets in a T-Junction area with 90-deg bend upstream. *Heat and Mass Transfer* 51 (2008) 2444-2454.
- [31] Guimet V and Laurence D. A linearised turbulent production in the $k - \varepsilon$ model for engineering applications. In *Proc ETMM5*, Spain, 2002.
- [32] Germano, M. Piomelli, U.Moin, P.Cabot, W.H.,1991.A dynamic sub filter scale eddy viscosity model.*Physics of Fluids* 3,1760-1764.
- [33] <http://www-cadarache.cea.fr/fr/activites/fission/dtn/Plateformes/Poseidon/>.
- [34] Ince N.Z. and Launder B.E. On the computation of buoyancy-driven turbulent flows in rectangular enclosures. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 1989.
- [35] IRSN. *La fatigue thermique des zones de mélange*. Rapport Scientifique et technique 2005.
- [36] Igarashi M and Tanaka M, 2003. Study on fluid mixing phenomena for evaluation of thermal striping in a mixing tee. *Proceedings of the 10th International Topping Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-10)*.
- [37] Jarrin N, Benhamadouche S, Laurence D and Prosser R. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations
- [38] Jones, W., Wille, M., 1995. Large eddy simulation of a jet in a cross flow. In : *10th Symposium on Turbulent Shear Flows* (The Pennsylvania State University), pp. 41–46.
- [39] Jerri A. J., *The Shannon sampling theorem. Its various extensions and applications*. A tutorial review, *Proc. IEEE* 65 (11) (1977) 1565-1596. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 27, Issue 4, August 2006, Pages 585-593

- [40] B.A. Kader, Heat and mass transfer in pressure-gradient boundary layers, *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 34, Issue 11, November 1991, Pages 2837-2857
- [41] Kawamura H. Direct Numerical Simulation data base for turbulent channel flow with heat transfer, university of science Noda-shi, Chiba-ken 278-8510, Japan, 1998-2008. <http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/turbulence>
- [10] Kim J., P. Moin and R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.* (1987), vol 177, pp. 133-166.
- [42] Kim J and Moin P. *J. Comput. Phys.* 59 (1985).
- [43] Kolmogorov A.N. The local structure of turbulence in an incompressible fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 30, 299, 1941.
- [44] Kuczaj A.K, Komen E.M.J. Large Eddy Simulation Study of turbulent mixing in a T-Junction. *Nucl. Eng. Des* 240 (2010) 2116-2122
- [45] Kamide H, Igarashi M, Kawashima S, Kimura N and Hayashia K, 2009. Study on mixing behaviour in a tee piping and numerical analysis for evaluation of thermal striping. *Nuclear Engineering and Design* 239, 58-67.
- [46] Kozuka Makoto, Seki Yohji, Kawamura Horoshi. DNS of turbulent heat transfer in a channel flow with a high spatial resolution. Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science, Noda-shi, Chiba 278-8510, Japan
- [47] Launder, B.E., Spalding, D.B., 1974. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3, 269-289.
- [48] Lele SK. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics* 1992;103 :16-42.
- [49] LUMLEY J.L and NEWMAN G.. The return to isotropy of homogeneous turbulence. *J Fluid Mech.* Vol. 82 (Part 1) : pages 161-178, 1977.
- [50] Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. (1975), "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulent Closure.", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 68(3), pp. 537-566.
- [51] Lu T, Jiang P.X, Guo Z.L, Zhang Y.W and Li H. Large-eddy simulation (LES) of temperature fluctuations in a mixing tee with/without a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (2010) 4458-4466

-
- [52] Lee J.I, Hu L.-W, Saha P and Kazimi M.S. Numerical analysis of thermal striping induced high cycle thermal fatigue in a mixing tee. *Nuclear Engineering and Design* 239 (2009) 833-839.
- [53] Launder B.E.. On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum. *Journal of Fluid Mechanics*, 67(3) :569-581, 1975.
- [54] Man Mohan Rai⁺ and Parviz Moin *. Direct Simulation of Turbulent Flow Using Finite-Difference Schemes. (+) NASA Ames Research Center, Moffett Field, California, (*) Stanford University, Stanford, California . *Journal Of Computational Physics*, **96**, 15-53 (1991)
- [55] Ming T and Zhao J. Large Eddy Simulation of thermal fatigue in a mixing tee. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 37 (2012) 93-108.
- [56] Manera A, Prasser H.-M. Toward the prediction of temperature fluctuations by means of steady RANS for the estimation of thermal fatigue. The 13th International Topical Meeting on Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-13), Japan, 2009.
- [57] Mataka T. An explanation on Fatigue Limit under Combined Stress. *JSME*. Vol. 20, No. 141, March, 1977
- [58] Mahaffy John. Synthesis of results for tee-junction benchmark, Wheel-Smith Farm, sept 2010, Washington USA.
- [59] Moin P and Mahesh K. Direct Numerical Simulation : A Tool in Turbulence Research. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1998. 30 :539-78 Stanford University and NASA Ames Research Center, USA
- [60] Modelling T-junction Heat Transfer (MOTHER)- a project in the NULIFE framework portfolio. CONSORTIUM AGREEMENT - number 8610-AAP-5910083925. Vattenfall R&D, EDF, PSI, NRG, TU-D, Onsale, SPG, CEA, E-ON and AREVA.
- [61] MacMillan O.J., Ferziger J.H. Direct test of subgrid scale models, *AIAA J* vol. 17, 1979.
- [62] Moser RD and Moin P. 1987. The effects of curvature in wall-bounded turbulent flows. *J. Fluid Mech.* 175 :479-510.
- [63] McFarland B.J and Landy D.G, 1980. Turbulent mixing of two streams in a 90-deg tee. *AIChE Symposium* 76, 351-358.
- [64] Maruyama T, Suzuki S, Muzushima T, 1981. Pipeline mixing between two fluid streams meeting at a T-junction. *International Chemical Engineering* 21 (2), 205-212.

- [65] Moin P. and Kim J., Numerical investigation of turbulent channel flow, J. Fluid Mech. 118 (1982), pp. 341–377. Full Text via CrossRef | View Record in Scopus | Cited By in Scopus (273).
- [66] Moriya S, Ogura K, Shina K, Tanimoto K, Fukuda T and Minami Y. Prediction method of surface temperature fluctuation for thermal striping evaluation. 11th international conference on nuclear engineering, ICONE11-36207, Tokyo, Japan, april 20-23, 2003.
- [67] Metzner K.-J and U. Wilke. European THERFAT project- thermal fatigue evaluation of piping system "Tee"-connections. Nuclear Engineering and Design 235 (2005) 473-484
- [68] Maruyama T, Mizushima T and Hayashiguchi S, 1982. Turbulent mixing of two fluid streams at an oblique branch. International Chemical Engineering 22, 287-294.
- [69] Noguchi H and Tanimoto K, 2003. Study on high cycle fatigue evaluation for thermal striping in mixing tees with hot and cold water (3). Proceedings of the 11th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE-11).
- [70] Ndombo J.-M and Howard R.J.A. Large Eddy Simulation and the effect of the turbulent inlet conditions in the mixing Tee. Nucl. Eng. Des 241 (2011) 2172-2183
- [71] Ndombo J.-M, Howard R.J.A. Benchmark T-junction 2010, CFNRS-3, Washington (USA). Note EDF R&D H-I83-2011-01286-FR.
- [72] Ndombo J.-M. Poster du benchmark T-Junction à la conférence CFD4NRS-3 Wahington (USA). Note EDF R&D H-I83-2011-01116-EN.
- [73] Ndombo J.-M, Howard R.J.A and Serre E. Turbulent Statistics in a Mixing Tee Junction, Proceeding of ETMM9, 2012 Greece.
- [74] Ndombo J.-M, Howard R.J.A and Serre E. Thermal Heat Flux Analis at the Wall of A Mixing Tee (abstract). Turbulent Heat and Mass Transfer, 2012, Italy.
- [75] Ndombo J.-M, Howard R.J.A and Serre E. High-order Turbulent Statistics in a Mixing T-Junction using Large Eddy Simulation (soumis). International Journal of Heat and Mass Transfer.
- [76] Nicoud F. and Ducros F.. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient. *Flow Turb. and Combustion*, 62(3) :183-200, 1999.
- [77] Naik-Nimbalkar V.S, Patwardhan A.W, Banerjee I , Padmakumar G and Vaidyanathan G. Thermal mixing in T-junctions, Chemical Engineering Science 65 (2010) 5901-5911.

- [78] Ogawa H, Igarachi M, Kimura N and Kamide H, 2005. Experimental study on fluid mixing phenomena in T-pipe junction with upstream elbow. Proceedings of structures. Nuclear Engineering and Design 78, 69-78.
- [79] Ouyama T, Nakamura A and Takenaka N. Aproach to a Method of Integrated Evaluation of Thermal Fatigue and its Validation Using SPECTRA. Vol. 2, No. 4, 2008, Journal of Power and Energy Systems.
- [80] Pasutto. T, Peniguel. C, Sakiz. M. Chained computations using an unsteady 3D approach for the determination of thermal fatigue in a T-junction of a PWR nuclear plant. EDF R& D, 2006.
- [81] Pasutto T, Howard R.J.A. Evaluation d'un modèle de paroi pour la température et la vitesse, en écoulement instationnaire : Application à la fatigue thermique dans les zones de mélange. Note EDF R&D H-I83-2009-00868-FR.
- [82] Peniguel C, Sakiz M. Etude thermohydraulique de la maquette FATHER en configuration d'endommagement à l'aide de *Code Saturne*. Note EDF R&D, HI-83/02/007/A.
- [83] Pope S.B. Ten questions concerning the large-eddy simulation of turbulent flows. *New Journal of Physics*, 6 :35, 2004.
- [84] Peniguel. C, Rupp. I. A numerical method for thermally coupled fluid and solid problems, Numerical Methods in Thermal Problems, U.K. Swansea, pp 1027-1039, 1993.
- [85] Peniguel, M. Sakiz. Etude thermohydraulique L.E.S et thermique de la maquette FATHER à l'aide des logiciels *Code Saturne* et *Syrthes*. Note technique EDF R&D HI-83-04-024.
- [86] Peniguel C, Mattei J.D. Calcul sur le circuit RRA de CIVAUX (configuration N4) à l'aide des codes ESTET et SYRTHES. Note EDF R&D HE-41/98/027/B.
- [87] Peniguel C. and Rupp I., A numerical method for thermally coupled fluid and solid problems, Numerical Methods in Thermal Problems, U.K. Swansea, pp 1027-1039, (1993)
- [88] Pasutto Thomas , Bosse Sophie. Comparaisons fines de mesures de vitesse dans la maquette de té de mélange HYPI et des calculs LES obtenus avec Code Saturne.
- [89] Pope S.B., *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [90] Radu. V, Paffumi. E, Taylor. N. New analytical stress formulation for arbitrary time dependent thermal loads in pipe. Published as European Commission Report EUR 22802 EN, DC JRC. June Petten The Netherlands, 2007.

- [91] Radu. V, Paffumi. E, Taylor. N. A development a new analytical solution for elastic stress components in a hallow cylinder under sinusoïdal transient thermal loadind. International journal of pressure vessels an Piping 2008 ; 85 :885-93.
- [92] Rzezonka B, Kastl H, 1984. Stress and fatigue analysis of SNR-300 mixing devices, including optimisation and thermal shock tests on internal structures. Nuclear Engineering and Design 78, 69-78.
- [93] Rhie C.M, Chow W.L. A Numerical Study of a Turbulent Flow past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation. *AIAA J*, 21, 1525-1532, 1983.
- [94] Redjem-Saad L, Uuld-Rouiss M, Lauriat G. Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in pipe flows : Effect of Prandtl number. International Journal of Heat and Fluid Flow 28 847-861, 2007
- [95] Rupp I, Peniguel C. SYRTHES 3.4 - Manuel utilisateur, EDF R&D.
- [96] Ryhming Inge L. Dynamique des fluides. *Presse Polytechniques et universitaires romande*. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse.
- [97] Sbitti A. Propagation des fissures 2D et 3D planes sous chargement thermomécanique à amplitudes variables. Thèse, 2009.
- [98] Smith B.L, Angele K. OCDE-NEA Vattenfall T-Junction benchmark specifications (draft version, june 2009).
- [99] Szaleniec S, Pasutto T, Peniguel C, Sakiz M, Dupraz S. Comparaison de calculs LES et de mesures pour un essai de type endurance sur la maquette FATHER. Note EDF R&D HP-17/03/050/A.
- [100] Spera D.A. What is thermal fatigue ? ASTM, 612 :3-9, 1976.
- [101] Srivastava A. V. Joshi, R Shivpuri. Computer modeling and prediction of thermal fatigue cracking in die-casting tooling. *Wear*, 256 : 38-43, 2004.
- [102] Sherif S.A and Pletcher R.H, 1989. Measurements of thermal characteristics of heated turbulent jet in crossflow. *Journal of heat Transfer* 111, 897-903.
- [103] Smagorinsky, 1963 J. Smagorinsky, General circulation experiments with the primitive equations, *Mon. Weather Rev.* 91 (1963), pp. 99–165. Full Text via CrossRef.
- [104] Stephan J.-M. Zones de mélange. Synthèse des données FATHER en conditions d'endurance et données d'entrée pour les calculs thermohydraulique et thermomécanique. Note technique H-T26-2007-00109-FR.
- [105] P. Sagaut. Large Eddy Simulation for Incompressible flows. An introduction. Springer.

- [106] Simoneau J, Champigny J and Gelineau O, 2010. Application of Large Eddy Simulation in nuclear field. *Nuclear Engineering and Design* 240, 429-439.
- [107] Stephan J.-M, Nguyen D.T. Projet Fatigue Thermique-Validation des développements sur le cas de l'essai d'endurance de la maquette FATHER. Note technique H-T24-2009-02223-FR.
- [108] Shimakawa T Development of the evaluation method for crack propagation due to thermal striping. *Nuclear Engineering and Design* 138, 283-296.
- [109] Stephan J.-M, Sakiz M, Peniguel C. Données pour le calcul d'interprétation des essais d'endurance sur la maquette FATHER2 dans le cadre de la fiche bipartite EDF/CEA 141, note EDF R&D HT-26/03/006/B.
- [110] Tennekes H and Lumley J.L. A First course in Turbulent. The MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02142, 1972.
- [111] Tang D.Y, Ou J.J and Chen S.H, 1993. Dynamics of fluid mixing induced at a T-Junction. Experimental characterisation and fluid dynamic computation of temperature distribution in space. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 32, 1727-1733.
- [112] Tanaka M , Ohshima H and Monji H. Numerical Simulation of Thermal Striping Phenomena in a T-Junction Piping System Using Large Eddy Simulation. Vol. 3, No. 1, 2009.
- [113] Tilly A. and Sousa J.M.M. An experimental study of heat transfer in a two-dimensional T-junction operating at low momentum flux ratio. *Heat and Mass transfer* 51 (2008) 941-947.
- [114] Thomas J.J et Bigonnet A. Fatigue thermomécanique dans l'industrie automobile. Séminaire CEA-EDF *Fatigue Thermique*, Mars 2004.
- [115] Van Doormal J.P and Taithby G.D. Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7 :147-163, 1984.
- [116] Vieser W., Esch T. and Menter F. Heat transfer predictions using advanced two equation turbulence models, CFX validation report no 10/0602, pp16, 2002.
- [117] Vindeireirinho C. Etat de l'art sur les méthodes d'évaluation des coefficients d'échange dans les zones de mélange. Notes technique EDF R&D HP-17/01/005/A.
- [118] Van Driest E.R. On turbulent flow near a wall. *Journal of Aeronautical Sciences*, 23 : 1007-1011, 1956.

- [119] Vreman A, 2004. An eddy-viscosity subgrid-scale model for turbulent shear flow : algebraic theory and applications. *Physics of Fluids* 16, 3670-3681.
- [120] Walker C, Simiano M., Zboray R., Prasser H.-M. Investigations on mixing phenomena in single-phase flow in a T-junction geometry. *Nuclear Engineering and Design*, Volume 239, Issue 1, Pages 116-126, January 2009.
- [121] Wang S.J and Mujumdar A.S, 2007. Three-dimensional analysis of flow and mixing characteristics of a novel in-line opposing-jet mixer. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 46, 632-642.
- [122] Westin Johan, Andersson P.L, Eriksson J., Henriksson M., Alavyoon F. and Andersson C. Experimental and unsteady CFD-calculation of thermal mixing in a T-Junction.
- [123] Westin J. MEMO U 07-26 . Thermal Mixing in a T-Junction. Model tests at Vattenfall Research and Development AB 2006. Boundary conditions and list of available data for CFD-Validation.
- [124] Werner, H. et Wengle, H., Large eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a pate channel, 8th Sympothium on Turbulent Shear Flows, 1991.
- [125] www.code-aster.org
- [126] Yeung P. K. and Zhou Ye., "On the Universality of the Kolmogorov Constant in Numerical Simulations of Turbulence", NASA Report. CR-97-206251 (1997).
- [127] Yuki K, Hasegawa S, Sato T, Hashizume H , Aizawa K and Yamano H. Matched refractive-index PIV visualization of complex flow structure in a three-dimentionally connected dual elbow. *Nuclear Engineering and Design* 241 (2011)
- [128] Zboray R abd Prasser H-M . On the relevant of low side flows for thermal loads in T-junction. *Nuclear Engineering and Design*. 241(2011) 2881-2888.
- [129] Zughbi H.D and Khokhar Z.H, 2003. Mixing in pipelines with side and opposed tees. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 42, 5333-5344.

