



ÉCOLE DOCTORALE DE L'UNIVERSITÉ ANTILLES-GUYANE

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DES ANTILLES ET DE LA GUYANE

Spécialité : Mathématiques

par

Manuel GARÇON

Directeur de thèse : OMRANE Abdennebi

Co-directeur de thèse : CELIMENE Fred

Titre :

ANALYSE MATHÉMATIQUE DE QUELQUES MODÈLES DE FLUX
MIGRATOIRE AVEC PROBABILITÉ DE MIGRATION ENDOGÈNE

soutenue publiquement le, 9 Juillet 2013, devant le Jury :

M. Prénom NOM	Université d'origine	<i>Fonction</i>
OMRANE Abdennebi	Université des Antilles et de la Guyane	Directeur
CELMENE Fred	Université des Antilles et de la Guyane	Co-Directeur
LABBAS Rabah	Université du Havre	Rapporteur
HAUDEVILLE Bernard	Aix-Marseille Université	Rapporteur
MAHDI Smail	The University of West Indies	Examineur
DELCROIX Antoine	Université des Antilles et de la Guyane	Examineur

Analyse mathématique de quelques modèles
de flux migratoire avec probabilité de
migration endogène

GARCON Manuel

12 juillet 2013

Résumé

Dans cette thèse, nous étudions quelques modèles de flux migratoire. Nous sommes intéressés par le pays d'origine du migrant ainsi que par son pays d'accueil. Plus précisément, nous étudions les modèles où la probabilité de migration des agents dépend de leur capital humain (essentiellement l'éducation). Il y a deux cas importants qu'il convient de distinguer : le cas où les individus migrent avec le capital humain hérité de leurs parents et le cas le plus difficile, à solutions multivoques, lorsque les individus migrent avec le capital humain qu'ils auront dans le futur.

Dans le premier cas, nous retrouvons les résultats obtenus la littérature. De plus, nous étendons aux cas de populations non constantes et nous proposons d'autres modèles. Dans le second cas, où les individus peuvent migrer en fonction de leur capital humain futur, nous proposons différents mécanismes de sélection où les convergences vers une unique valeur de capital humain sont démontrées à chaque fois.

Abstract

In this thesis, we study some migration models from a mathematical point of view. We are interested by the country of origin of migrant as well as in his host country.

More precisely, we study the models where the probability of migration of individuals depends on their human capital (essentially education). There are two important cases to be distinguished : the case where individuals migrate with the human capital inherited from their parents and the more difficult case -since it is generally a multivalued case- where the individuals migrate with the human capital they will obtain in the future.

In the first case, we obtain some results similar to the ones found in literature. Moreover, we study the case of non constant populations and we propose other models. In the second case, where the individuals can migrate following the human capital they will have in the future, we obtain different selection mechanisms for which the human capital converges to a unique value at each time.

Remerciements

Je tiens à remercier mes encadrants Mr OMRANE et Mr CELIMENE, pour m'avoir proposé ce sujet fort intéressant, placé à la frontière de leur spécialité respectives : Les Mathématiques et l'Économie. Je remercie le laboratoire CEREGMIA pour m'avoir fourni les moyens de travailler dans des conditions idéales. Je remercie particulièrement Mme SERBIN pour son dévouement et sa bonne humeur communicative ! Mes pensées vont aussi vers ma famille : mon père, ma mère et ma sœur qui m'ont soutenu et accompagné du jour de ma naissance jusqu'à l'aboutissement de ce travail de thèse. Je remercie mon beau-frère pour ses précieux conseils concernant latex et beamer. Je n'y serais pas arrivé sans lui ! Et enfin, je remercie ma compagne, Leïla, pour m'avoir poussé dans la bonne direction quand tout paraissait compliqué.

Table des matières

I	Introduction à quelques modèles mathématiques de flux migratoire	9
1	Introduction	11
2	Modèles de Vidal et de Chen	25
2.1	Modèle de Vidal à générations imbriquées	25
2.1.1	Un modèle de récurrence pour le capital humain	26
2.1.2	Fonction d'utilité et probabilité de migration	27
2.2	Développements	29
2.2.1	Nouveau modèle	29
2.2.2	Dynamique de populations	30
II	Analyse mathématique d'un modèle avec probabilité de migration endogène	31
3	Cas traditionnel de migration	33
3.1	Position du problème	33
3.2	Modèle de Chen	34
3.2.1	Propriétés	34
3.2.2	Résultats : Cas traditionnel	36
3.2.3	Simulation numérique	38
3.3	Proposition d'un nouveau modèle	43

3.3.1	Probabilité de migration : Autre analyse	44
3.3.2	Formule du capital humain	44
3.4	Conclusion	44
4	Migration sur les suppositions futures	47
4.1	Modèle anticipatif	48
4.1.1	Premiers résultats	48
4.2	Nouveau seuil de capital humain	50
4.3	Cas multivoque : problèmes	52
4.4	Stratégies nouvelles : pessimiste et optimiste	52
4.4.1	Mécanisme de sélection pessimiste	54
4.4.2	Simulations numériques : stratégie pessimiste	55
4.4.3	Mécanisme de sélection optimiste	55
4.4.4	Simulations numériques : stratégie optimiste	57
4.5	Mécanisme de sélection conservatif	57
4.6	Effets des trois stratégies sur l'économie du pays source	59
III	Étude Mathématique et économique des cas de dynamique des populations et étude du point de vue du Pays d'accueil	63
5	Dynamique des populations	65
5.1	Préliminaires	65
5.2	Populations non constantes	66
6	Taxe de migration : Pays d'accueil	69
6.1	Analyse économique	69
6.1.1	Hypothèses de taxation de Mirrlees	70
6.2	Le Modèle de taxation migratoire	71
6.2.1	Construction du modèle de Bianchi	71
6.2.2	Point de vue du pays d'accueil	73

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	7
6.3 Mise en place d'une politique migratoire	74
6.3.1 La décision de migrer	74
6.3.2 Restrictions optimales d'immigration	75
6.4 Conclusion	76
7 Conclusion générale	77
IV Annexes	79
8 Education : Régime Public & Régime Privé	81
8.1 Préliminaires	81
8.2 Education : régimes public et privé	82
8.2.1 Régime éducatif public	83
8.2.2 Régime éducatif privé	84
9 Autres simulations numériques	87
9.1 Autres courbes sur le cas anticipatif	87
9.2 Autres courbes sur les cas pessimistes et optimistes	87
9.3 Autres courbes sur le cas conservatif	87
10 Définitions et autres détails mathématiques	95
10.1 Suite récurrente - Propriétés	95
10.2 Convergence	96
10.3 Autres définitions	97
10.3.1 Dérivées partielles du premier ordre	97
10.4 Suites récurrentes définies par $u_{n+1} = f(u_n)$	98
10.4.1 Point fixe	98
10.4.2 Convergence	99
10.5 Fonction multivoque	99

Première partie

Introduction à quelques modèles mathématiques de flux migratoire

Chapitre 1

Introduction

La mondialisation a transformé le visage du monde au XXIème siècle. Toutes les catégories de flux d'échanges entre les pays ont ainsi subi un accroissement notable (marchandises, capitaux, images (photos), informations (fichiers), virus, idées, etc..). Parmi ces flux, les mouvements de population humaines requièrent une attention toute particulière. Ils sont l'objet depuis ces 30 dernières années d'une multitude d'études dans les domaines de l'économie, de la géographie et des mathématiques appliquées (modélisation). Nous nous intéressons justement à l'aspect de modélisation dans la présente thèse.

Chacun sait que ce n'est pas le volume des migrants qui provoque cet engouement. En effet, en 2010, selon l'ONU, le "stock" total de migrants, sur la planète, est de 214 millions, soit 3,1% de la population mondiale. Bien que ce chiffre soit en hausse sur les quarante dernières années, les mouvements de population sont quantitativement faibles. Donc, l'objet de notre étude des phénomènes migratoires sera plutôt l'impact que ces migrations ont à la fois sur l'économie du pays d'origine des migrants (pays A) et sur le pays d'accueil des migrants (pays B).

Avant de consacrer une introduction mathématique à ces phénomènes migratoires, nous allons d'abord tenter de décrire dans sa globalité le phénomène migratoire mondial, et donner quelques éléments spécifiques expliquant l'augmentation du nombre de migrants à l'échelle planétaire. Nous pensons qu'il est aussi important de donner quelques exemples sur des pays pauvres comme Haïti, en développement ou émergents comme le Brésil et l'Inde. Nous avons aussi tenu à regarder des exemples sur les différents continents du globe.

A partir des publications de Delaunay et Tapinos [11], Simmons [29], Wihtol de Wenden [36], Laser [22], et de quelques Journaux et Médias [21], nous résumons dans la suite des situations de certains pays, que nous trouvons intéressantes.

Le phénomène migratoire et le règlement mondial

Pour commencer, les seuls pays à interdire la libre circulation de leurs concitoyens depuis 1989 sont : Cuba, la Corée du Nord, la Birmanie et l'Érythrée. Tous les autres pays respectent la liberté pour chaque personne de : quitter tout pays, y compris le sien, et de revenir dans son pays¹. Le droit d'émigrer est donc reconnu mais le droit d'entrée dans un pays étranger reste soumis à la souveraineté de chaque état.

1. Article 13 de la Déclaration universelle des droits de l'homme de 1948.

Moyens de transports plus faciles

De plus, les moyens de transport se sont améliorés en termes de qualité et de coût. Ainsi, plus de 800 millions de personnes, chaque année, franchissent au moins une frontière (dont la moitié au moins pour des vacances ou du tourisme). Le migrant cherche à améliorer son quotidien en ralliant un pays ou son avenir lui semble plus prometteur que dans son pays d'origine. La généralisation récente des médias et notamment des portables et d'internet favorise ce phénomène.

Les conflits armés provoquent la fuite des populations victimes ou menacées vers des pays où leur sécurité pourra être assurée et où elles pourront reprendre une vie normale. Il faut aussi remarquer que le migrant type n'existe pas. Si on pouvait l'imaginer il y a 50 ans comme un homme peu qualifié, proposant sa force de travail et ayant la volonté de rentrer dans son pays d'origine par la suite, aujourd'hui les migrants ont des visages variés (femmes, enfants, demandeurs d'asile, personnels qualifiés, élites du pays, etc..).

La répartition de ces migrants par flux peut aussi aller à l'encontre des idées reçues. En effet, ce volume de 214 millions se répartit ainsi :

- Près de 70 millions, nés dans un pays du Sud, vivent dans un pays du Nord,
- Près de 70 millions, nés dans un pays du Sud, vivent dans un autre pays du Sud,
- Près de 59 millions, nés dans un pays du Nord, vivent dans un autre pays du Nord,
- Près de 15 millions, nés dans un pays du Nord, vivent dans un pays du Sud.

Aux vues de ces données, nous ne pouvons plus limiter l'étude de ce phénomène à un simple mouvement des pays du "Sud" vers les pays du "Nord" puisqu'il ne représente qu'un tiers des mouvements de population. Ces quelques caractéristiques nous montrent bien que même si on peut appré-

cier l'étendue du phénomène par ses données globales, une étude d'un phénomène de migration internationale ne peut être effectuée qu'en la centrant sur un nombre réduit de paramètres. Plusieurs choix sont alors possibles et justifient le nombre impressionnant de théories et d'études scientifiques parus à ce jour sur ce thème. En voici quelques exemples :

- Objectif(s) poursuivis par le migrant (économiques, familiaux, politiques, universitaires, etc...),
- Caractère de la migration (légale ou illégale)
- Durée du séjour envisagée (migrations d'installation, allers et retours, migration de voisinage, migration définitive),
- Population concernée (hommes, femmes, enfants, classes d'âges, profil socio-économique, etc...),
- Pays considéré (situation économique, culture, matière première, régime politique, etc...).

Exemples : Pays & Migration

Nous faisons le choix d'aborder le problème en considérant les spécificités des pays. Ce choix est justifié car à ce jour aucune réglementation internationale n'existe sur ce sujet. Nous allons distinguer deux cas de figure. Soit on étudie la migration internationale du point de vue du pays d'origine du migrant ou on l'étudie du point de vue du pays d'accueil du migrant. Chaque pays doit ainsi mettre en place une politique migratoire adaptée à ses besoins spécifiques. Pour bien montrer les disparités des situations rencontrées, nous allons travailler sur des "pays-étalon" qui vont nous permettre de parcourir le spectre des possibilités offertes par mondialisation. Nous avons choisi ces pays :

1. La France,
2. L'Allemagne,
3. L'Inde,

4. Le Vietnam,
5. Le Brésil,
6. Haïti.

La France

Situation

C'est un pays qui présente une tradition d'immigration datant du milieu du XIXe siècle. C'est une situation unique en Europe puisque, la France, au contraire de ses voisins, a accueilli beaucoup immigré et en a envoyé fort peu jusqu'à très récemment. Ainsi, près d'un Français sur 4 a au moins un de ses 4 grands-parents qui est né étranger. La France ne connaît pas aujourd'hui de problème démographique. Le besoin de nouveaux migrants est moins fort que chez ses voisins. C'est d'ailleurs pourquoi la France est aujourd'hui, de tous les pays d'Europe, celui qui accueille le moins de migrants (en proportion de sa population).

Politique Migratoire

La France mise sur une politique d' "immigration choisie". L'augmentation du taux du a conduit le gouvernement à poursuivre l'objectif de réduire les migrations au titre du travail, à l'exception de celles de travailleurs temporaires et saisonniers, de personnes très qualifiées et de celles mutées au sein d'une entreprise. Depuis l'année 2011 le gouvernement a donné pour instruction aux préfetures d'étudier plus strictement les demandes de permis de travail, en particulier pour les changements de statut, pour celles relatives au travail moins qualifié et aux étudiants postulant pour leur premier emploi. En 2012, une nouvelle série de établit des modalités moins restrictives pour l'octroi de permis de travail aux étudiants étrangers ayant achevé avec succès un cycle de formation de niveau équivalant au moins au master. L'exécution

des mesures d'éloignement qui avaient été notifiées aux étudiants en application des mesures précédentes sont suspendues jusqu'au réexamen de leur demande. La France s'insère aussi dans les directives européennes (Directive sur le retour, Directive sur la Carte bleue européenne ainsi que celle fournissant des normes minimales quant aux mesures et sanctions à l'encontre des employeurs de ressortissants de pays tiers).

L'Allemagne

Situation

L'économie allemande dépend d'une main d'œuvre étrangère depuis le boom économique des années 1950. Le pays fait aussi face à plusieurs problèmes d'ordre démographique. En effet, l'Allemagne présente un faible taux de naissances qui est couplé à un vieillissement inquiétant de la population. Ainsi, ce pays subit une pénurie de main-d'œuvre qualifiée qui pourrait brider la croissance dans les années à venir.

Politique migratoire

L'Allemagne met en place une immigration de travail sélective. A la différence de la France l'ouverture des frontières de l'Allemagne se veut plus large et ce pour résoudre ses problèmes spécifiques (démographie et main d'œuvre qualifiée). En 2011, le gouvernement a adopté le " Concept de mise en réserve d'un vivier de main-d'œuvre qualifiée". La stratégie vise à soutenir l'offre de travailleurs qualifiés en Allemagne à moyen et long terme, pour faire face au déclin de la population en âge de travailler. La loi visant à améliorer l'évaluation et la reconnaissance des qualifications professionnelles étrangères, entrée en vigueur en 2012, améliore l'intégration sur le marché du travail des personnes possédant des qualifications professionnelles acquises à l'étranger. La loi confère aux titulaires d'un diplôme étranger exerçant l'un des 350 métiers spécifiés (dont la plupart exigent des qualifications professionnelles) le droit,

dans les trois mois suivant leur demande, de faire procéder à une évaluation de leurs titres et diplômes afin d'obtenir une équivalence avec les diplômes allemands. La nationalité du candidat n'entre plus en ligne de compte. La nouvelle loi sur la reconnaissance concerne les immigrés résidant en Allemagne et ceux qui souhaitent s'y installer. Parmi toutes les mesures mises en place, on note la création d'une *liste positive* de métiers en tension pour lesquels on ne peut pas opposer la situation du marché du travail.

L'Inde

Situation

L'Inde a une forte culture de l'émigration. Sa diaspora compte un peu moins de 30 millions de personnes à travers le monde. Ce sont en général des travailleurs peu qualifiés (ils travaillent notamment dans la construction, la pêche ou encore comme employés de maison), généralement moins bien payés que les travailleurs locaux. On peut observer aussi dans ce pays le phénomène de la fuite des cerveaux. Une partie des migrants est ainsi qualifiée voire très qualifiée et travaille principalement dans la médecine et l'ingénierie. Parallèlement au phénomène migratoire, l'Inde a reçu 52 milliards de dollars américain en transferts de fonds en 2008, dépassant la Chine qui pour sa part a reçu 49 milliards de dollars américains la même année, selon les estimations de la Banque mondiale.

Politique migratoire

La politique migratoire indienne est significativement orientée vers sa diaspora et ce dès les années 1970. Par des transferts de fonds ou des investissements, les Indiens non résidents contribuent au développement du pays. Le gouvernement met en place un programme leur permettant de déposer des fonds en Inde à des taux d'intérêt attractifs, tout en permettant librement leur reconversion en monnaie étrangère. Il crée aussi, en 1973, la catégorie

fiscale de Non Resident Indian (NRI), pour éviter aux membres de sa diaspora la double imposition. Le gouvernement indien poursuit ses efforts sans ce sens les années suivantes avec notamment en 1986, la création d'un service permettant de faciliter les investissements des NRI et la fondation dans la foulée de la Indo-NRI Chamber of Commerce and Culture. Avec la mise en place récente d'une politique d'immigration plus restrictives dans les pays de destination, de plus en plus d'Indiens installés à l'étranger optent pour un retour. Le pouvoir public favorise tout particulièrement les personnes hautement qualifiées avec en ligne de mire le transfert de compétences, la création d'emplois et de richesses.

Le Vietnam

Situation

Suite aux nombreux bouleversements politiques et socio-économiques qui ont touché l'Asie du Sud-Est à la fin de la guerre du Vietnam en 1975, plus d'un million de Vietnamiens ont fui leur terre natale pour trouver refuge et sécurité à l'étranger. Depuis 1986, le développement du Viêt-Nam est marqué par l'adoption d'une politique de *Renouveau* sur tous les plans. Le pays est passé d'une économie centralisée et planifiée à une économie de marché à orientation socialiste. Le pays connaît une croissance économique forte qui favorise les migrations internationales.

Politique migratoire

Cette politique a libéré les forces productives, encouragé la production et accordé plus de liberté aux travailleurs migrants. Le contrôle du permis de résidence pour les migrants devient de moins en moins strict. Les autorités laissent les migrants vivre illégalement dans les grandes villes. Le pays ouvre ses frontières.

Le Brésil

Situation

Le Brésil a connu une mutation spectaculaire cette dernière décennie puisqu'elle est devenue la sixième économie mondiale. Sa nouvelle place sur l'échiquier mondial fait que le pays est à la recherche de main d'œuvre qualifiée pour des activités nouvelles ou en développement telles que l'exploitation du pétrole et du gaz, l'ingénierie et les technologies de l'information. Parmi ces nouveaux travailleurs étrangers nombreux sont les européens et notamment les espagnols dont l'effectif a progressé de 45% en quatre ans. Ils seraient effectivement 87000 à s'être installés au Brésil pour trouver un emploi.

Politique migratoire

Le pays le plus grand et le plus peuplé d'Amérique latine veut faciliter le processus d'attribution de visas pour les immigrants qualifiés et séduire ainsi ceux qui cherchent à échapper à la crise européenne. Le Brésil tente ainsi de mettre en place une politique migratoire choisie. Actuellement, la concession de visas de travail est régie par la loi du Statut des étrangers qui date de 1980, époque où le pays était sous régime militaire. Des démarches longues et contraignantes que le gouvernement entend modifier afin de profiter des *cerveaux* étrangers. L'accès restera cependant limité pour les populations peu qualifiées, à l'instar des haïtiens qui affluent dans les états d'Amazonas et de l'Acre, au Nord du Pays.

Haïti

Situation

La migration a toujours ponctué l'histoire d'Haïti. Ce pays subit très fortement le phénomène de la "fuite des cerveaux". Mais Haïti présente une spécificité peu commune : Bien que fortement frappé par l'émigration, le

pays bénéficie de plus en plus de transferts de la part des migrants (études réalisées par Banque Interaméricaine de Développement) . Cette arrivée de fonds est alors considérée comme une manne financière capable d'engendrer le développement économique en Haïti.

Politique migratoire

A ce jour, aucun régime politique n'a mis en place une politique migratoire en Haïti.

Conclusion

Les migrations sont un des enjeux du XXI^e siècle et à ce titre il est primordial de (re)penser les politiques migratoires sur des bases, plus justes et plus solidaires, qui permettront non seulement à tous les états de bénéficier des flux migratoires pour leur propre développement économique, mais aussi aux migrants eux-mêmes afin qu'ils réalisent leur objectif : améliorer leur situation initiale.

Vocabulaire

Migrant - Selon l'ONU, c'est toute personne qui est née dans un autre pays que celui dans lequel elle vit.

Migration internationale - Un migrant international se définit comme une personne qui franchit une frontière, change de lieu de résidence et possède la nationalité étrangère à l'entrée dans le pays d'immigration.

Plan de thèse

Les phénomènes migratoires de populations humaines sont depuis plus d'une trentaine d'années un sujet d'étude particulièrement prisé par les chercheurs (Beine M. et al. [2], Bhagwati J. et Rodriguez C. [3], Card D. et Krueger A. [5], Docquier F. et al. [12], Lien D. et Wang Y. [23]). La modélisation mathématique peut apporter une réponse quant aux choix que doivent faire les agents d'un pays en développement : rester pour participer au développement de son pays de naissance, partir pour mieux gagner sa vie à l'étranger sans exclure un retour par la suite, ou bien aider son pays d'origine et ce même en restant à l'étranger (Chen H. J. [6][7], Vidal J.-P. [35], Mountford A. [27]).

Au centre de cette question, nous retrouvons le problème de la « fuite des cerveaux » (Miyagiwa K. [26], Stark O. et Wang Y. [30]). Le pays y gagnera-t-il sur le court terme ? sur le long terme ?

Nous distinguons justement deux points de vue : celui du pays d'origine du migrant A , et celui du pays d'accueil B . Le pays d'accueil, souvent un pays développé et qui présente des besoins spécifiques de travailleurs qualifiés, tente de mettre en place une politique migratoire (politique d'accueil) adaptée (Wilson John D. [37][38]). De l'autre côté, le pays A d'origine du migrant est souvent inquiet du départ d'une partie importante (intellectuelle) de sa population ; de nombreux articles ont mis en avant une classe particulière

de ces migrants et ont qualifié ce phénomène migratoire de fuite des cerveaux.

Dans le présent travail, il s'agit d'étudier le phénomène de migration du point de vue des deux pays concernés : le pays d'origine A du migrant et son pays d'accueil B , même si ici, l'accent sera mis sur le point de vue du pays source A . Plus précisément, ce travail de thèse répond à plusieurs problématiques et s'articule en 3 parties comme suit :

Après une introduction aux différentes notions sur les flux migratoires et aux modèles mathématiques dans la première partie **Partie I**, nous étudions dans la seconde partie **Partie II**, le problème de migration du point de vue du pays A d'origine du migrant (agent), où nous avons choisi un récent modèle mathématique dû à Chen H.-J. [6][7] (voir aussi Vidal J.-P [35]). Dans ce modèle, sur deux périodes t et $t + 1$, l'agent admet une plus forte probabilité de migrer vers un pays B si son capital humain h_t (essentiellement l'éducation), est supérieur à un seuil de capital humain $h^\#$ fixé au départ (Chen [7], De la Croix D. et Michel P. [10], Stark O. et al. [31]).

Avec ce modèle, il s'agit ici d'étudier l'impact de la migration sur la croissance économique (variations du capital humain) de la population du pays source A . Les hypothèses dans [6][7] ou [35], portent sur une population constante et sur le capital humain. Dans ce travail, nous étudions également d'autres cas (**Partie III**).

Comme dans [7], nous montrons qu'à horizon infini, le capital humain peut converger vers deux valeurs possibles (points fixes) mais nous vérifions dans cette thèse qu'il n'y a pas de troisième valeur. De plus, partant d'un capital humain initial, nous distinguons les intervalles ayant un ou deux points fixes.

Ensuite, nous menons une analyse mathématique détaillée dans le cas multi-

voque de deux points fixes. Ce cas correspond au rôle que joue la croyance : probabilité de migrer avec le capital humain que l'agent aura dans le futur, à la fin de la seconde période (Cipriani G. P. [8]). C'est le cas que nous appelons anticipatif et dans lequel nous améliorons les résultats de Chen en proposant plusieurs stratégies nouvelles. Nous montrons qu'il y a convergence vers un seul point fixe par le moyen de 3 mécanismes de sélection possibles qui seront détaillés dans la Partie II, Chapitre 4 :

- Mécanisme de sélection optimiste,
- Mécanisme de sélection pessimiste,
- Mécanisme de sélection conservatif.

En particulier, nous montrons qu'avec n'importe lequel de ces mécanismes de sélection, il existe une valeur critique H de capital humain à partir de laquelle, le résultat peut toujours être interprété comme suit :

Si le capital humain initial h_0 est plus petit que H , alors la suite de capital humain $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus petite valeur \underline{h} (des 2 points fixes), et si le capital humain initial est plus grand que H , la suite $(h_t)_{t>0}$ on converge alors vers la plus grande valeur \bar{h} de capital humain.

Les points fixes (plus petite valeur et plus grande valeur) ne dépendent pas du mécanisme de croyance, alors que la valeur critique en dépend.

Dans une dernière partie, **Partie III**, nous étudions les deux cas suivants :

- le cas d'une population non constante,
- le cas du point de vue du pays d'accueil B .

Sur ce dernier point important, et à partir du modèle de Bianchi M. [4], nous étudions les effets de migration sur le pays B d'accueil, pour une éventuelle adaptation à la Martinique, vu les spécificités de ce département d'Outre-mer. En perspective, nous proposons un modèle de *taxation* qui pourrait correspondre à la réalité en Martinique, pour résoudre le problème de l'im-

migration, le but étant de donner le moyen de réfléchir à une politique migratoire sur cette petite île.

En effet, la Martinique étant pour beaucoup de ses voisins caribéens une terre d'accueil, non seulement grâce à sa position géographique dans l'archipel mais aussi et surtout pour son statut de département français avec tous les avantages économiques que cela représente. Les idées de taxation soulevées, permettront de proposer des solutions et quelques nouvelles pistes de recherche en politique migratoire pour la Martinique.

L'idée d'une taxe de Migration allant dans ce sens n'est pas nouvelle puisque dans [37] (voir aussi [38]), Wilson John montre l'impact positif sur le bien-être général d'un pays, obtenu par la mise en place d'une politique de taxation fiscale organisée autour des départs et retours (possibles) des personnels qualifiés.

Chapitre 2

Modèles de Vidal et de Chen

Nous abordons dans ce chapitre, la présentation de quelques modèles mathématiques sur le flux migratoire de populations humaines. A partir d'un modèle mathématique dû à Hung-Ju Chen [6][7], nous étudions ici le problème de migration d'individus d'un pays A , vers un pays B , avec une probabilité de migration qui dépend du capital humain accumulé (essentiellement l'éducation).

A notre connaissance, l'idée de l'introduction de la probabilité dans un modèle de flux migratoire est due à Jean-Pierre Vidal [35] qui avait étudié auparavant l'effet de la migration sur la formation du capital humain dans un cadre général. Nous donnons quelques détails sur les modèles de Vidal et de Chen (modèle proche).

2.1 Modèle de Vidal à générations imbriquées

Dans [35], J.-P. Vidal considère une petite économie où l'accumulation du capital humain est donnée par des modèles dits à *générations imbriquées*, évoluant dans un monde concurrentiel. Cela signifie que l'activité économique est étendue en temps discret sur deux périodes t et $t + 1$ de 30 ans chacune en moyenne, vers un horizon infini ($t \rightarrow +\infty$). La première période t correspond

à l'apprentissage (enfance, études), et la seconde période $t + 1$ correspond à la vie active. Les adultes peuvent migrer vers un pays B à la fin de la seconde période $t + 1$, ou rester dans leur pays d'origine (pays A).

Plus précisément, nous supposons que les agents ne peuvent pas migrer durant leur première période de vie t . Lors de la seconde période, une partie de la population peut migrer avec la probabilité p . L'autre partie de la population reste avec une probabilité $(1 - p)$.

Dans un contexte microéconomique (car il s'agit des décisions des individus), à chaque période correspond une nouvelle génération, mais nous supposons qu'un seul bien est produit utilisant du capital et du travail selon une production technologique *néoclassique*. Le bien peut être consommé, sauvegardé ou utilisé dans la formation de capital humain.

La nouvelle génération se compose d'un continuum d'individus de taille N . Dans les modèles de Vidal et de Chen, la population ne croît pas et admet donc une densité constante

$$N_t = N_{t+1}.$$

Dans cette thèse, le cas d'une population non constante sera étudié plus loin au Chapitre 5.

2.1.1 Un modèle de récurrence pour le capital humain

L'incitant à la migration considéré ici est le différentiel de *revenu* possible vis-à-vis du capital humain de l'agent. Considérons donc, un agent né au début de la période t . A la fin de cette période, il aura fourni h_t unités de travail et il gagnera alors $h_t w$ (w étant le symbole en anglais pour le salaire (wage)).

Le capital formé $h_t w$ est soit conservé en une variable notée s_t , soit investi dans la formation de capital humain e_t (par l'éducation). Nous supposons que

les agents ne consomment rien durant la première période t , nous obtenons la relation :

$$h_t w = s_t + e_t. \quad (2.1)$$

Si nous représentons d'une manière homogène les agents par un seul agent, celui-ci admet alors un capital humain donné par la formule de *récurrence* :

$$h_{t+1} = \mu + g(h_t)e_t^\alpha, \quad \mu > 0, \alpha \in]0, 1], \quad (2.2)$$

où ici $g(h_t)$ est une fonction croissante ($g'(h_t) > 0$), qui dépend de la moyenne du niveau de capital humain dans l'économie du pays A .

Remarque 2.1 *En commençant avec une condition initiale h_0 , nous étudierons dans cette thèse l'évolution de la formation de capital humain, et en particulier la convergence de la suite récurrente $(h_t)_t$:*

$$h_{t+1} = \text{Fonction de } (h_t)$$

quand $t \rightarrow +\infty$. Nous montrerons que cette suite converge vers un ou deux point(s) fixe(s) !

2.1.2 Fonction d'utilité et probabilité de migration

Dans la deuxième période de sa vie, chaque individu a la possibilité de migrer vers un pays B , un pays possédant une moyenne de salaire par unité de capital humain plus élevée que celle de son pays d'origine A , nous avons :

$$w^* > w.$$

Nous considérons la fonction d'utilité des agents utilisée par Vidal [35]. C'est une fonction

$$u_t := u(e_t)$$

où la variable principale est l'éducation e_t . Plus précisément, nous avons la formule :

$$\begin{aligned} u_t = & (1 - p)[R(h_t w - e_t) + (\mu + g(h_t)e_t^\alpha)w] \\ & + p[R(h_t w^* - e_t) + (\mu + g(h_t)e_t^\alpha)w^*] \end{aligned} \quad (2.3)$$

où $R > 0$ est une constante.

La probabilité p est une autre variable *endogène* importante du modèle, comme nous le verrons plus loin.

L'accumulation de capital humain est dans ce modèle centrée sur l'éducation, et nous pouvons donc calculer, pour chaque agent, l'extremum en dérivant la fonction d'utilité selon la variable principale e_t :

$$\frac{du_t}{de_t} = (1-p)(-R + \alpha e_t^{\alpha-1} g(h_t)w) - p(R + \alpha e_t^{\alpha-1} g(h_t)w^*) = 0.$$

Nous obtenons une valeur de e_t optimale :

$$e_t^* = \left[\frac{\alpha g(h_t)((1-p)w + pw^*)}{R} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (2.4)$$

Nous observons ainsi que :

Lemme 2.2 *Si l'investissement dans la formation de capital humain chez chaque agent est plus élevé, alors la probabilité de migrer de l'agent est plus forte.*

Preuve : En effet, calculons la variation par rapport à la variable p :

$$\frac{\partial e_t}{\partial p} = \frac{\alpha g(h_t)[w^* - w]e_t^\alpha}{(1-\alpha)R} > 0. \quad (2.5)$$

Donc $e_t(p)$ est une fonction de p croissante. Nous en déduisons de même pour le capital humain puisque :

$$h_{t+1} = \mu + \left[\frac{\alpha((1-p)w + pw^*)}{R} \right]^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} [g(h_t)]^{\frac{1}{(1-\alpha)}} > h_t. \quad (2.6)$$

■

Probabilité endogène de migration

Dans [35], la probabilité de migrer pour un agent dépend positivement de la moyenne de capital humain du pays considéré. Ainsi, le modèle utilisé

par Vidal propose d'endogénéiser la probabilité de migrer en l'exprimant en fonction du capital humain, sous la forme d'une fonction escalier comme par O. Galor et D. Tsiddon dans [15] :

$$p(h_t) = \begin{cases} \underline{p} & \text{si } h_t < h^\#, \\ \bar{p} & \text{si } h_t \geq h^\#, \end{cases} \quad (2.7)$$

avec

$$\bar{p} > \underline{p}.$$

Cette probabilité est fonction du capital humain moyen et elle varie à partir d'un seuil $h^\#$.

Travailler avec des probabilités permet de mieux décrire la situation d'un individu d'un pays face à la migration.

La migration reste une décision personnelle et la probabilité de départ représente simplement le niveau de choix de migrer de l'agent. Elle traduit ainsi la volonté du migrant, vis-à-vis de son niveau de capital humain, de faire le choix ou pas de quitter son pays.

2.2 Développements

Dans cette thèse, nous proposons un nouveau modèle à la Section 3 du Chapitre suivant.

2.2.1 Nouveau modèle

Nous définissons la constante w_A (respectivement w_B) comme étant le revenu réel par unité de capital humain dans le pays d'origine, pays source A (respectivement dans le pays d'accueil B).

Nous obtenons ainsi le revenu de chaque agent comme étant le produit du salaire par unité de capital humain du pays où il travaille, par le niveau de

capital humain à la seconde période de sa vie (h_{t+1}).

Pour traduire l'attractivité du pays B on choisit $w_A < w_B$. Le revenu d'un agent adulte est donc donné par :

$$w_A h_t < w_B h_t.$$

2.2.2 Dynamique de populations

Lorsque l'on tient compte de la fertilité dans les décisions, les adultes peuvent choisir de migrer vers un autre pays que le leur pour cette raison également.

La plupart des modèles se focalisent sur une population statique pour des raisons de simplification. Nous proposons dans ce travail, au 5, un modèle de dynamique des populations qui serait le suivant :

$$N_{t+1}^A = N_t^A (1 - p_{t+1}) (K - 1), \quad K > 1 \quad (2.8)$$

où K est le coefficient de mortalité.

Deuxième partie

Analyse mathématique d'un modèle avec probabilité de migration endogène

Chapitre 3

Cas traditionnel de migration

Le but de ce chapitre est d'étudier l'impact de la migration sur le niveau de capital humain, et par conséquent sur l'économie du pays source A .

3.1 Position du problème

La plupart des modèles décrivant les phénomènes migratoires (du point de vue du pays source bien sûr) considère l'impact de la *probabilité de migration* sur la croissance économique du pays comme étant une cause extérieure, c'est à dire que cet impact est considéré comme une « variable exogène » qui ne dépend pas des autres variables du modèle.

Ces modèles ne tiennent pas compte du fait que les agents présentant un niveau élevé de capital humain sont, à priori, plus disposés à émigrer que ceux présentant un taux de capital humain plus faible : *probabilité de migration plus grande quand le capital humain est plus grand* (voir Vidal [35]).

C'est ce que corrige le modèle de Chen [7], dans lequel la probabilité de migrer est une variable endogène au modèle, puisqu'elle dépend du capital humain :

$$\mathcal{P}(\text{migration}) = \mathcal{F}(\text{capital humain}).$$

Le fait que la probabilité de migration pour l'agent soit endogène au modèle, permet d'examiner plus facilement son effet sur la croissance économique du pays de départ (pays source A), comme nous le verrons dans la suite.

3.2 Modèle de Chen

3.2.1 Propriétés

Nous considérons ici une économie ouverte caractérisée par un horizon infini, sans croissance de population. Les agents vivent deux périodes successives t et $t + 1$. A chaque période nous avons la naissance d'une nouvelle génération d'agents.

Durant la période t , chaque agent hérite de ses parents d'un capital humain h_t et partage son temps entre ses études e_t et ses loisirs $1 - e_t$. A la période $t + 1$, l'agent fait le choix de migrer dans un pays étranger B avec une probabilité $p_{t+1} \in (0, 1)$ ou de rester dans son pays d'origine avec la probabilité $1 - p_{t+1}$. On considère que dans cette période, les agents passent leur temps à travailler afin de consommer.

Nous utilisons les notations du Chapitre 2, Partie I. Si nous représentons les salaires dans le pays A (respectivement pays B), par w_A (respectivement w_B), la fonction d'utilité, identique pour chaque agent est définie dans [7] par :

$$u_t = \ln(1 - e_t) + \beta [(1 - p_{t+1}) \ln(w_A h_{t+1}) + p_{t+1} \theta \ln(w_B h_{t+1})] \quad (3.1)$$

où $\theta > 1$, afin de tenir compte du fait qu'une augmentation de p_{t+1} provoque chez les agents une augmentation de leur investissement dans leur éducation.

Remarque 3.1 *La fonction d'utilité donnée par (3.1) est linéarisée par l'introduction du logarithme pour des raisons de simplicité dans les calculs.*

Le capital humain évolue de la période t à la période $t + 1$ suivant l'équation de récurrence :

$$h_{t+1} = Ae_t^\gamma h_t^\delta, \quad \gamma, \delta \in (0, 1). \quad (3.2)$$

Remarque 3.2 Dans les simulations numériques plus loin, nous donnons des valeurs fixées dans $]0, 1[$ pour les paramètres γ et δ .

Lemme 3.3 La variable optimale pour l'éducation, pour les agents restant dans le pays d'origine est donnée par :

$$e_t^* = \frac{\gamma\beta [1 + (\theta - 1)p_{t+1}]}{1 + \gamma\beta [1 + (\theta - 1)p_{t+1}]} \quad (3.3)$$

Preuve : En effet, en dérivant la fonction d'utilité u_t par rapport à la variable e_t et en utilisant l'expression de h_{t+1} dans (3.2), nous obtenons :

$$\frac{du_t}{de_t} = \frac{-1}{1 - e_t} + \beta \left[(1 - p_{t+1}) \frac{\gamma w_A A h_t^\delta e_t^{\gamma-1}}{w_A A h_t^\delta e_t^\gamma} + p_{t+1} \gamma \theta \frac{\gamma w_B A h_t^\delta e_t^{\gamma-1}}{w_B A h_t^\delta e_t^\gamma} \right].$$

Donc,

$$\frac{du_t}{de_t} = \frac{-1}{1 - e_t} + \gamma\beta \frac{1 + p_{t+1}(\theta - 1)}{e_t}.$$

La condition d'optimalité est obtenue pour : $\frac{du_t}{de_t} = 0$. Nous avons alors :

$$\frac{1}{1 - e_t^*} = \gamma\beta \frac{1 + p_{t+1}(\theta - 1)}{e_t^*}.$$

D'où :

$$e_t^*(1 + \gamma\beta(1 + (\theta - 1)p_{t+1})) = \gamma\beta(1 + (\theta - 1)p_{t+1}).$$

C'est à dire,

$$e_t^* = \frac{\gamma\beta(1 + (\theta - 1)p_{t+1})}{1 + \gamma\beta(1 + (\theta - 1)p_{t+1})},$$

d'où le résultat. ■

Remarque 3.4 *Nous remarquons que la décision optimale est basée uniquement sur la variable représentant l'éducation e_t . De plus, cette condition est fonction de la probabilité de migrer et nous avons bien :*

$$e_t^* = e_t^*(p_{t+1}).$$

avec e_t une fonction croissante ($e_t'(p_{t+1}) > 0$).

3.2.2 Résultats : Cas traditionnel

Nous développons ici les premiers résultats dûs à Chen [7]. Nous considérons deux scénarios (2 cas) :

Cas que nous qualifions de *traditionnel* : la probabilité de migrer dépend ici du capital humain hérité des parents de l'agent. Si la moyenne en capital humain des agents est faible (respectivement haute), l'économie va converger vers un haut niveau (respectivement faible niveau) par rapport au niveau initial de capital humain.

L'effet de seuil $h^\#$, capital humain fixe à partir duquel la probabilité de migrer augmente de façon significative, affecte l'économie sur le long terme.

Cas que nous qualifions d'*anticipatif* : la probabilité de migrer dépendra ici des décisions des agents durant leur vie active, et non de l'héritage des parents.

Ce cas qui est non résolu par Chen, et qui présente des résultats qui nous semblent nouveaux (Garçon M. et Omrane A. [16], et Garçon M. et al. [17]), sera discuté dans le chapitre suivant.

Dans le modèle de Chen, la probabilité de migration dépend de la moyenne du capital humain du pays H_t . Mais ici les agents sont considérés comme étant homogènes, donc le capital humain de chaque agent h_t se substitue parfaitement à la moyenne du capital humain dans le pays source pour chaque

période. Nous avons ainsi :

$$H_t = h_t.$$

Ce modèle traditionnel de migration est caractérisé par :

$$p_{t+1} = \mathcal{P}(h_t). \quad (3.4)$$

La probabilité de migrer de tout agent dépend alors uniquement du niveau de capital humain hérité de ses parents, et nous utilisons ici la définition de Vidal [35] :

$$p_{t+1}(h_t) = \begin{cases} p_1 & \text{si } h_t < h^\#, \\ p_2 & \text{si } h_t \geq h^\#, \end{cases} \quad (3.5)$$

avec les probabilités constantes caractérisées par :

$$0 \leq p_1 < p_2 \leq 1, \quad (3.6)$$

$h^\#$ étant ici une valeur fixée du capital humain qui délimite le seuil pour lequel la probabilité de migrer passe d'une probabilité p_1 faible à une probabilité p_2 forte comme dans [6].

Pour $j = 1, 2$ nous obtenons finalement :

$$e_{t,j} = \frac{\gamma\beta [1 + (\theta - 1)p_{t+1,j}]}{1 + \gamma\beta [1 + (\theta - 1)p_{t+1,j}]}, \quad (3.7)$$

où nous avons ici $e_{t,1} < e_{t,2}$.

Nous regroupons les résultats de Chen concernant l'évolution du niveau de capital humain du pays A dans la proposition suivante :

Proposition 3.5 *La suite constituée par le capital humain des agents $(h_t)_t$ converge vers un point fixe pour $t \rightarrow \infty$. De plus, les deux points fixes possibles sont \bar{h}_1 et \bar{h}_2 (avec $\bar{h}_1 < \bar{h}_2$), et sont définis par :*

$$\bar{h}_j = (A e_j^\gamma)^{\frac{1}{1-\delta}}, \quad j = 1, 2. \quad (3.8)$$

Nous avons alors les cas suivants :

- *Cas traditionnel 1 : Si $\bar{h}_1 > h^\#$, alors la suite $(h_t)_t$ converge vers \bar{h}_2 pour*

tout h_0 .

- Cas traditionnel 2 : Si $\bar{h}_2 < h^\#$, alors $(h_t)_t$ converge vers \bar{h}_1 pour tout h_0 .

- Cas traditionnel 3 : Si $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$, alors

(a) si $h_0 < h^\#$, la suite $(h_t)_t$ converge vers \bar{h}_1 ,

(b) si $h_0 > h^\#$, la suite $(h_t)_t$ converge vers \bar{h}_2 .

Preuve : Cette proposition est due à Chen [7]. Ces résultats sont obtenus en appliquant des techniques classiques de convergence des suites récurrentes. Ici nous avons une relation :

$$h_{t+1} = \mathcal{F}(h_t),$$

avec l'aide des formules (3.2) et (3.5) qui donnent :

$$h_{t+1} = \begin{cases} Ae_1^\gamma h_t^\delta & \text{si } h_t < h^\#, \\ Ae_2^\gamma h_t^\delta & \text{si } h_t \geq h^\#. \end{cases} \quad (3.9)$$

Les détails sont dans Chen [6] et [7].

■

Remarque 3.6 *D'autres détails sur la convergence des suites récurrentes plus haut et sur les points fixes \bar{h}_j $j = 1, 2$, sont mentionnés en Annexe, Chapitre 10.*

Remarque 3.7 *Nous constatons tout comme Chen [6] que dans ce modèle traditionnel, le capital humain seuil $h^\#$ est un facteur déterminant de la croissance économique du pays. La convergence est toujours possible vers l'un des deux points fixes \bar{h}_1 et \bar{h}_2 définis dans (3.8).*

3.2.3 Simulation numérique

Nous utilisons ici le programme *Scilab 5.4* pour produire des courbes dans le cas du schéma traditionnel de Chen. Ces courbes expliquent les résultats de la Proposition 3.5.

Les courbes sont obtenues avec la formule récursive (3.9).

D'autres cas sont présentés par des courbes en Annexe 2 (Chapitre 9).

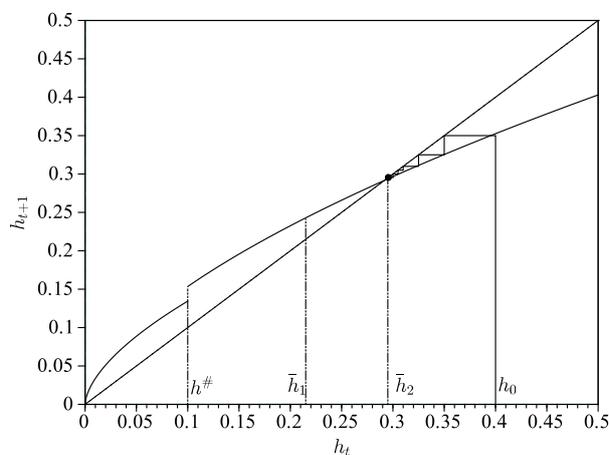


FIGURE 3.1 – Cas traditionnel 1 : Les courbes sont obtenues avec la formule récurrente (3.9). Ici le cas $\bar{h}_1 > h^\#$ est présenté en Scilab 5.4. Si $h_0 > \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

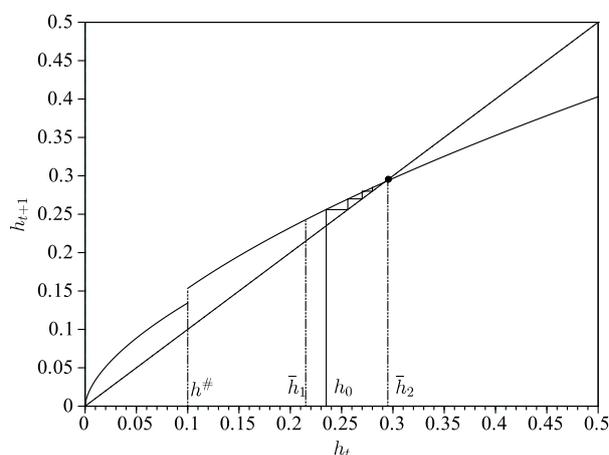


FIGURE 3.2 – Cas traditionnel 1 ($\bar{h}_1 > h^\#$) : Si $\bar{h}_1 < h_0 < \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

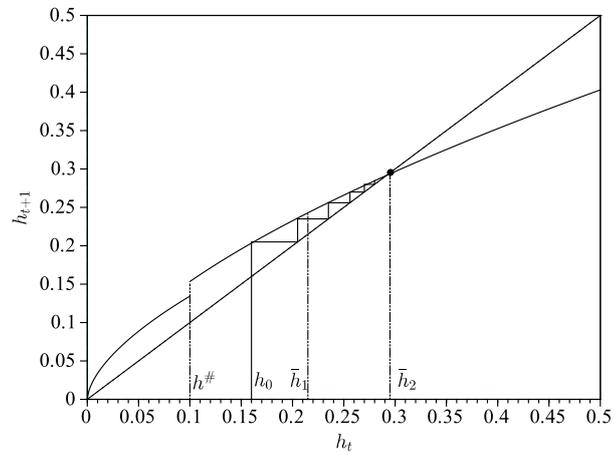


FIGURE 3.3 – Cas traditionnel 1 ($\bar{h}_1 > h^\#$) : Si $h_0 < \bar{h}_1$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

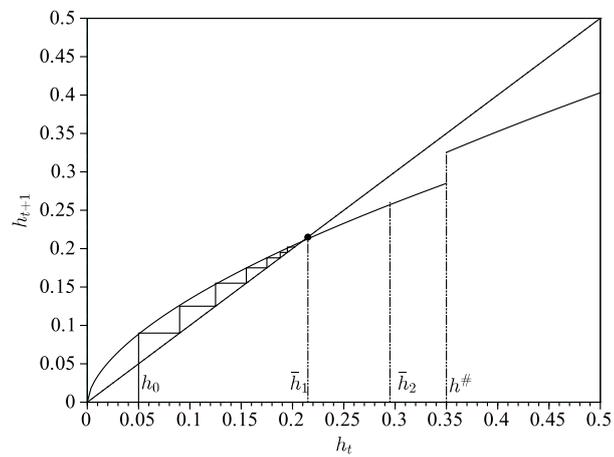


FIGURE 3.4 – Cas traditionnel 2 ($\bar{h}_2 < h^\#$) : Si $h_0 < \bar{h}_1$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus bas \bar{h}_1 .

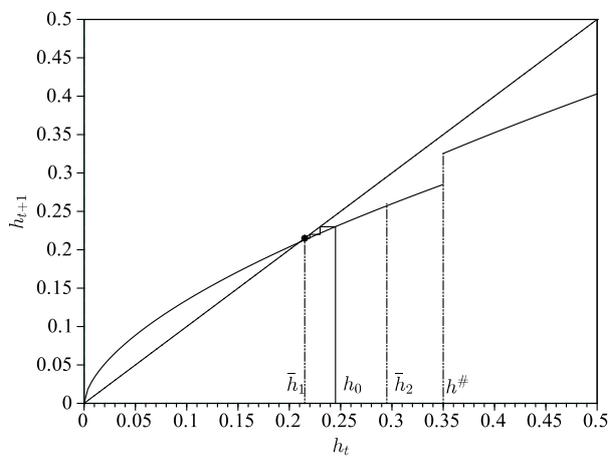


FIGURE 3.5 – Cas traditionnel 2 ($\bar{h}_2 < h^\#$) : Si $\bar{h}_1 < h_0 < \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge encore vers le point fixe le plus bas \bar{h}_1 .

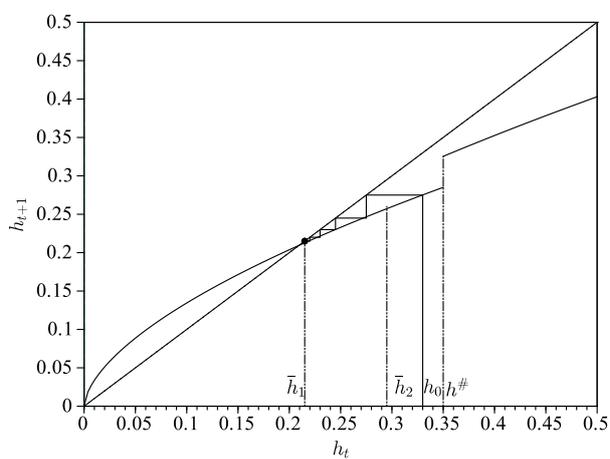


FIGURE 3.6 – Cas traditionnel 2 ($\bar{h}_2 < h^\#$) : Si $h_0 > \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge encore vers le point fixe le plus bas \bar{h}_1 .

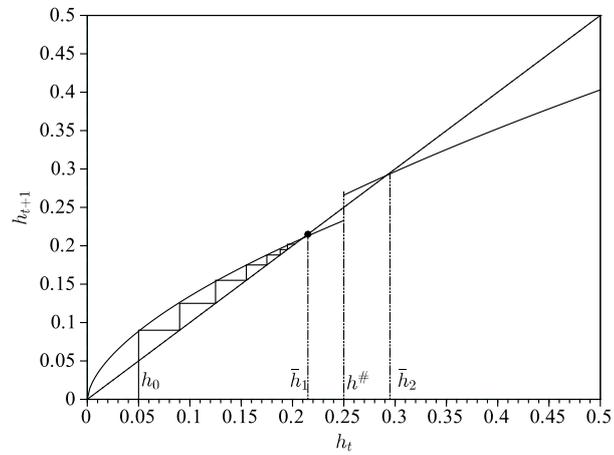


FIGURE 3.7 – Cas traditionnel 3 (a) : Il s’agit du cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. Si $h_0 < h^\#$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus bas \bar{h}_1 .

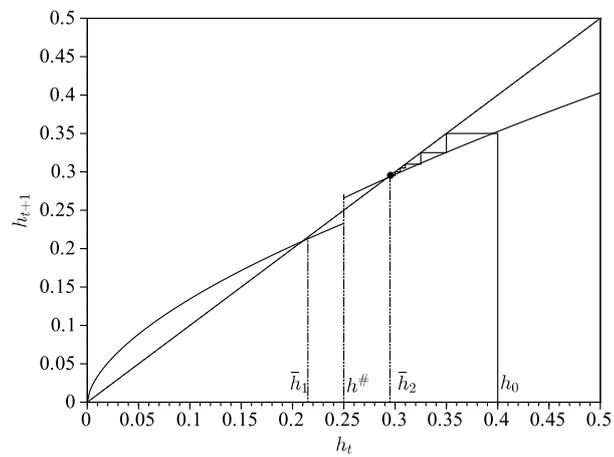


FIGURE 3.8 – Cas traditionnel 3 (b) ($\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$) : Si $h_0 > h^\#$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

3.3 Proposition d'un nouveau modèle

Dans le but de mieux comprendre le modèle de Chen, nous proposons dans cette section un nouveau modèle de fonction d'utilité pour les agents du pays source A .

Les revenus des agents dépendent ici de leur niveau de capital humain h_{t+1} et de leur localisation (pays A ou pays B) selon la formule :

$$w_A h_{t+1}^{\theta_A}$$

(respectivement $w_B h_{t+1}^{\theta_B}$), avec θ_A et θ_B des paramètres fixés par les pays A et B respectivement.

En remplaçant dans l'équation (3.1), nous obtenons ainsi la fonction d'utilité suivante, identique pour tous les agents et définie pour $\beta > 0$ par :

$$u_t = \ln(1 - e_t) + \beta \left[(1 - p_{t+1}) \ln(w_A h_{t+1}^{\theta_A}) + p_{t+1} \ln(w_B h_{t+1}^{\theta_B}) \right]. \quad (3.10)$$

Remarque 3.8 *Le modèle (3.10) est plus précis que le modèle (3.1) de Chen dans lequel il y avait la présence de $\theta > 1$ qui ne donne pas de précision. Remplacer cet unique paramètre par les 2 paramètres θ_A et θ_B , permet de mieux définir dans le modèle les politiques des deux pays A et B .*

De la période t à la période $t + 1$, le capital humain de chaque adulte augmente en suivant l'équation (3.2). La nouvelle condition d'optimalité est obtenue en dérivant la fonction d'utilité u_t par rapport à e_t . Nous avons alors :

$$\frac{du_t}{de_t} = \frac{-1}{1 - e_t} + \frac{\gamma\beta}{e_t} [\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}] = 0. \quad (3.11)$$

d'où :

$$e_t^* = \frac{\gamma\beta [\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]}{1 + \gamma\beta [\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]} \quad (3.12)$$

qui est une équation plus claire et plus représentative que (3.12) puisque θ_A et θ_B sont ici identifiés.

3.3.1 Probabilité de migration : Autre analyse

La variable optimale e_t^* dépend uniquement de la probabilité de migrer p_{t+1} , soit :

$$e_t^* := e_t^*(p_{t+1}).$$

On obtient ainsi en dérivant e_t^* par p_{t+1} l'égalité suivante :

$$\frac{de_t^*}{dp_{t+1}} = \frac{\gamma\beta(\theta_B - \theta_A)}{\left(1 + \gamma\beta[\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]\right)^2}. \quad (3.13)$$

Remarque 3.9 *Ces premiers résultats suscitent nos premières remarques. En effet, $e_t^{*\prime} > 0$ si et seulement si $\theta_B w_B > \theta_A w_A$. Une augmentation de la probabilité de l'agent de migrer p_{t+1} incite chacun à investir son temps dans son éducation. Si au contraire $\theta_B w_B \leq \theta_A w_A$, les agents sont plutôt incités à rester dans leur propre pays source A.*

3.3.2 Formule du capital humain

Nous pouvons ici expliciter dans le cas optimal l'équation donnant l'évolution du capital humain (3.2) :

$$h_{t+1} = A\{e_t^*\}^\gamma h_t^\delta = A \left\{ \frac{\gamma\beta[\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]}{1 + \gamma\beta[\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]} \right\}^\gamma h_t^\delta. \quad (3.14)$$

En utilisant cette nouvelle fonction d'utilité, nous allons traiter successivement les deux cas possibles, suivant que la probabilité de migrer p_{t+1} dépend de h_t ou h_{t+1} , c'est à dire :

- Cas traditionnel ($p_{t+1} = p(h_t)$),
- Cas anticipatif ($p_{t+1} = p(h_{t+1})$).

3.4 Conclusion

L'essentiel de notre travail va porter sur le deuxième cas à savoir le cas anticipatif :

$$p_{t+1} = \mathcal{F}(h_{t+1}).$$

Ce cas donne lieu à des situations multivoques, où Chen ne propose pas de solutions. Dans le chapitre suivant, nous montrons qu'il est possible de distinguer des stratégies pour lesquelles nous montrons qu'il y a convergence vers un point fixe unique.

Chapitre 4

Migration sur les suppositions futures

Comme nous l'avons précisé dans le chapitre précédent, la décision de migrer pour un agent peut être prise en se basant sur deux niveaux de capital humain :

- celui hérité de ses parents, pendant les études h_t , ou bien
- celui acquis pendant la vie active, après les études h_{t+1} .

Nous étudions ici le cas où la probabilité de migration des agents dépend de leurs suppositions futures. L'évolution de l'économie sera alors basée sur les perceptions de l'avenir.

Ce cas est intéressant d'un point de vue mathématique car le capital humain peut converger ici vers plusieurs points fixes !

Si dans le futur, la probabilité de départ est forte, ce qui incitera les agents à investir plus dans leur éducation.

La moyenne en capital humain sera alors forte et rendra à son tour la probabilité de migrer forte. Les agents provoquent ainsi la réalisation de leur attente en se donnant les moyens d'y arriver.

Remarque 4.1 *Quand nous faisons le choix d'endogénéiser la probabilité de migrer à la seconde période de la vie de l'agent, ce choix va conditionner celui fait par l'agent d'investir son temps dans son éducation afin de se constituer un niveau élevé de capital humain.*

4.1 Modèle anticipatif

La probabilité de migration p_{t+1} (à la période $t + 1$) pour un agent est une fonction de la moyenne du capital humain de tous les agents à la période $t + 1$, nous avons dans cette section :

$$p_{t+1} = \mathcal{P}(h_{t+1}), \quad (4.1)$$

avec \mathcal{P} définie par (3.5)-(3.6). Dans ce cas :

$$h_{t+1} = \begin{cases} A e_1^\gamma h_t^\delta, & \text{si } h_{t+1} < h^\#, \\ A e_2^\gamma h_t^\delta, & \text{si } h_{t+1} \geq h^\#. \end{cases} \quad (4.2)$$

Remarque 4.2 *L'équation (4.2) définit une relation implicite. En effet, h_{t+1} est à la fois à gauche et à droite de l'égalité de cette équation.*

Pour une même valeur de h_t on peut avoir plusieurs valeurs possibles pour h_{t+1} . Nous devons mettre en place un dispositif nous permettant de faire un choix pour associer à une valeur h_t une unique valeur h_{t+1} .

4.1.1 Premiers résultats

De la Remarque 4.2, nous comprenons que la dynamique du capital humain est étroitement liée aux projections futures que feront les agents concernant leur choix face à la migration.

Dans un premier temps, nous devons dégager les cas qui ne posent pas de problème dans le sens où l'on converge vers un unique point fixe.

Dans ce but, nous définissons d'abord deux constantes très importantes pour les résultats qui vont suivre :

$$h_o^\# = \left(\frac{h^\#}{Ae_2^\gamma} \right)^{\frac{1}{\delta}} \quad \text{et} \quad h_p^\# = \left(\frac{h^\#}{Ae_1^\gamma} \right)^{\frac{1}{\delta}}. \quad (4.3)$$

Remarque 4.3 Les deux constantes (seuils), notées : optimiste pour $h_o^\#$ et pessimiste pour $h_p^\#$ en prévision des résultats dans les prochaines sections sont situées de part et d'autre du seuil $h^\#$ donné par le modèle de Chen dans le cas traditionnel. Nous avons en effet ici :

$$h_o^\# < h^\# < h_p^\#. \quad (4.4)$$

Nous avons le Lemme :

Lemme 4.4 Soit h_t le capital humain d'un agent à la période t , tel que le capital humain h_{t+1} à la période $t+1$ soit donné par la formule (4.2). Alors, nous avons :

1. Si $h_t < h_o^\#$ alors il existe une unique valeur possible $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta$,
2. Si $h_t > h_p^\#$ alors il existe une unique valeur possible $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$,

où $h_o^\#$ et $h_p^\#$ sont définis par (4.3).

Preuve :

Considérons tout d'abord h_t tel que $h_t < h_o^\#$. Nous avons alors $(h_t)^\delta < (h_o^\#)^\delta$. Il s'en suit par (4.3) que $Ae_2(h_t)^\delta < h^\#$. Donc $h_{t+1} < h^\#$. D'après (4.2), on en déduit que $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta$.

De même si nous considérons cette fois h_t tel que $h_t > h_p^\#$, nous avons toujours par (4.3) l'inégalité $(h_t)^\delta > (h_p^\#)^\delta$. Il s'en suit que $Ae_1(h_t)^\delta > h^\#$. Donc $h_{t+1} > h^\#$. Nous avons donc $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$, en utilisant encore une fois (4.2).

■

4.2 Nouveau seuil de capital humain

Dans le Lemme précédent, nous avons présenté les seules situations où il n'y a pas de choix à faire. Dans ces situations, on converge vers une seule limite.

Dans la suite nous avons besoin d'une hypothèse supplémentaire sur $h^\#$:

$$e_1^{\gamma(\delta-1)} e_2^{-\gamma\delta} < A(h^\#)^{\delta-1} < e_1^{-\gamma\delta} e_2^{\gamma(\delta-1)}. \quad (4.5)$$

Pour pouvoir conclure sur la convergence des suites de capital humain nous avons donné à l'hypothèse (4.5) des formulations qui lui sont équivalentes. Elles sont regroupées dans la proposition suivante :

Proposition 4.5 *L'hypothèse (4.5) est vérifiée si et seulement si*

$$[0, h_o^\#[\text{ et }]h_p^\#, +\infty[\text{ sont stables pour la relation (4.2)} \quad (4.6)$$

si et seulement si les deux points fixes possibles définis dans (3.8) vérifient :

$$\bar{h}_1 \in [0, h_o^\#[\text{ et } \bar{h}_2 \in]h_p^\#, +\infty[. \quad (4.7)$$

De plus si (4.5) est satisfaite et si $h_0 > 0$ est le capital humain de départ, alors nous avons les assertions suivantes :

1. *Si $h_0 < h_o^\#$ alors la suite de capital humain qui en résulte $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_1 .*
2. *Si $h_0 > h_p^\#$ alors la suite de capital humain qui en résulte $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_2 .*

Preuve : Nous avons montré la stabilité de l'intervalle $[0, h_o^\#)$ dans (4.6). Soit h_t tel que $h_t < h_o^\#$. Ce qui est équivalent à : $Ae_2^\gamma h_t^\delta < h^\#$. En utilisant le Lemme 4.4 nous avons $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta$. En utilisant l'inégalité de droite de l'hypothèse (4.5), nous obtenons $A(h^\#)^{\delta-1} < (e_1^\gamma)^{-\delta} (e_2^\gamma)^{\delta-1}$. Ce qui est

équivalent à : $A^\delta \left(\frac{h^\#}{Ae_2^\gamma} \right)^{\delta-1} < (e_1^\gamma)^{-\delta}$ ou bien à $Ae_1^\gamma \left(\frac{h^\#}{Ae_2^\gamma} \right)^{\frac{\delta-1}{\delta}} < 1$ et donc à $Ae_1^\gamma < \left(\frac{h^\#}{Ae_2^\gamma} \right)^{\frac{1-\delta}{\delta}}$. Ceci implique que :

$$h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta < \left(\frac{h^\#}{Ae_2^\gamma} \right)^{\frac{1-\delta}{\delta}} h_t^\delta = \left(\frac{Ae_2^\gamma h_t^\delta}{h^\#} \right) h_o^\# < h_o^\#.$$

Cela montre bien la stabilité dans l'intervalle $[0, h_o^\#)$.

Concernant le cas de l'intervalle $(h_p^\#, +\infty)$, nous utilisons les mêmes arguments : si $h_t > h_p^\#$, alors l'inégalité de gauche de l'hypothèse (4.5) donne $e_1^{\gamma(\delta-1)} e_2^{-\gamma\delta} < A(h^\#)^{\delta-1}$, ce qui permet de démontrer facilement que $h_{t+1} > h_p^\#$.

Maintenant nous allons démontrer (4.7). Nous avons d'abord l'équivalence avec (4.5) suivante :

$$A(h^\#)^{\delta-1} < (e_1^\gamma)^{-\delta} (e_2^\gamma)^{\delta-1} \quad \text{si et seulement si} \quad (Ae_1^\gamma)^\delta < \left(\frac{h^\#}{Ae_2^\gamma} \right)^{1-\delta}$$

$$\text{si et seulement si} \quad \bar{h}_1 < h_o^\#,$$

et

$$A(h^\#)^{1-\delta} > e_1^{\gamma(\delta-1)} e_2^{-\gamma\delta} \quad \text{si et seulement si} \quad (Ae_2^\gamma)^\delta > \left(\frac{h^\#}{Ae_1^\gamma} \right)^{1-\delta}$$

$$\text{si et seulement si} \quad \bar{h}_2 > h_p^\#.$$

Nous terminons cette démonstration en prouvant le résultat de convergence :

Si la donnée initiale h_0 est telle que $h_0 < h_o^\#$, alors le résultat de (stabilité) ci-dessus montre que : $h_t < h_o^\#$, ce qui définit $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t$ par le Lemme 4.4. De plus, la suite $(h_t)_t$ converge vers un point fixe \bar{h}_1 , qui est l'unique point fixe de la relation récursive $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t$ dans $(0, h_o^\#)$.

Pour le second cas, les mêmes arguments que nous venons d'utiliser permettent de montrer le résultat. ■

Remarque 4.6 *Le cas complémentaire de (4.5) est facile à traiter. L'hypothèse assure en effet la stabilité des intervalles $[0, h_o^\#)$ et $(h_p^\#, +\infty)$ pour le modèle anticipatif.*

Nous pouvons ainsi montrer que les deux points fixes appartiennent aux deux différents intervalles stables cités. De plus, la Proposition 4.5 prouve que l'existence des deux points fixes dans les intervalles stables, assure la convergence de la suite définie par (4.2).

4.3 Cas multivoque : problèmes

Nous allons maintenant nous intéresser au cas dans lequel le capital humain de départ h_0 est tel que : $h_o^\# < h_0 < h_p^\#$.

Ici, nous avons une indétermination à lever comme le résume la remarque suivante :

Remarque 4.7 *Soit h_t le capital humain à la période N_t . Si pour $t > 0$,*

$$h_o^\# < h_t < h_p^\#,$$

alors il existe deux différentes valeurs possibles pour la solution h_{t+1} de (4.2) :

$$h_{t+1,j} = A e_j^\gamma h_t^\delta \quad \text{si } j = 1, 2. \quad (4.8)$$

Nous voyons ici qu'il est nécessaire d'associer à une valeur de h_t une unique valeur h_{t+1} . Pour cela, nous allons proposer plusieurs mécanismes de sélection dans le cas où $h_o^\# < h_t < h_p^\#$. Nous les qualifions de mécanismes de prédiction puisque c'est la perception de l'agent sur son avenir qui va guider ses choix vis-à-vis de la migration.

4.4 Stratégies nouvelles : pessimiste et optimiste

Lorsque $p_{t+1} = \mathcal{P}(h_{t+1})$, la suite $(h_t)_t$ donnée par (4.8) peut avoir comme limite plusieurs points fixes. Nous sommes dans un cas multivoque. Les travaux de Vidal et Chen ne permettent pas de se prononcer sur ce cas difficile.

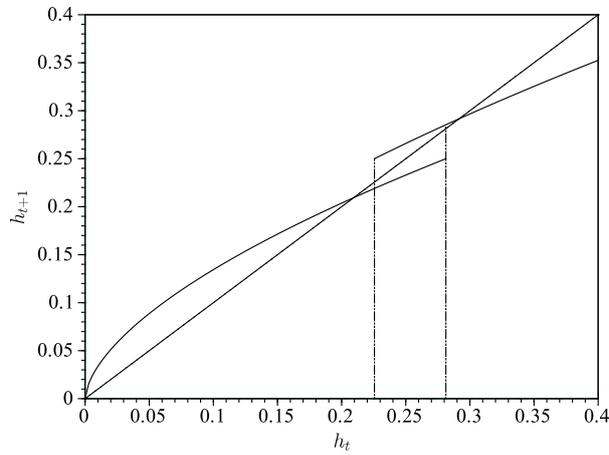


FIGURE 4.1 – Cas anticipatif : La courbe en trait plein est obtenue pour ce cas avec la formule (4.2).

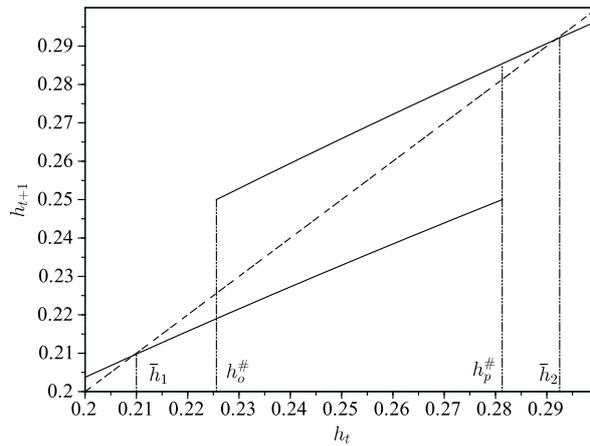


FIGURE 4.2 – Cas anticipatif (zoom) : Des possibilités multiples associant à une valeur de h_t deux valeurs de h_{t+1} , apparaissent quand $h_t \in [h_o^\#, h_p^\#]$.

Nous allons proposer trois mécanismes de prédiction :

- le mécanisme de prédiction pessimiste,
- le mécanisme de prédiction optimiste,
- le mécanisme de prédiction conservatif.

Nous regroupons dans cette section les résultats concernant les deux premiers mécanismes, qui sont complémentaires l'un de l'autre.

4.4.1 Mécanisme de sélection pessimiste

Nous donnons ici les hypothèses qui permettent de sélectionner les deux mécanismes de prédiction, qui ont un principe similaire :

- Le mécanisme pessimiste consiste à choisir la plus petite des valeurs pour le capital humain lorsqu'il y a deux choix possibles.
- A l'opposé, le mécanisme optimiste consiste à choisir la plus grande valeur du capital humain quand il y a deux choix possibles.

La proposition suivante synthétise les résultats concernant le mécanisme de prédiction pessimiste.

Proposition 4.8 *Soit h_0 le capital humain initial pris dans l'intervalle multivoque i.e $h_o^\# < h_0 < h_p^\#$. Alors, avec le mécanisme de prédiction pessimiste, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_1 si $h_0 < h_p^\#$, et converge vers le point fixe \bar{h}_2 si $h_0 > h_p^\#$.*

Preuve : Si $h_0 < h_p^\#$, alors nous pouvons montrer que pour tout t , nous avons $h_t < h_p^\#$ et $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta$. En effet, si $h_t < h_p^\#$, alors le mécanisme pessimiste sélectionne $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta$ et par conséquent $h_{t+1} < Ae_1^\gamma (h_p^\#)^\delta = h^\# < h_p^\#$. Notons que cet argument permet aussi de montrer que ce résultat est vérifié pour $h_t < h^\#$ dès que $t \geq 1$. Ainsi \bar{h}_1 est l'unique point fixe de la relation récursive $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta \in (0, h^\#)$, la suite $(h_t)_t$ va converger vers le point fixe \bar{h}_1 .

De l'autre côté, si $h_0 > h_p^\#$ en appliquant la Proposition 4.5 nous trouvons que la suite $(h_t)_t$ converge vers la plus grande valeur de point fixe \bar{h}_2 .

■

4.4.2 Simulations numériques : stratégie pessimiste

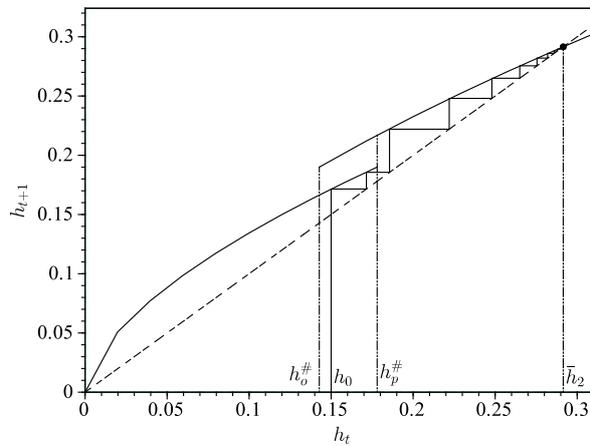


FIGURE 4.3 – Mécanisme de sélection pessimiste : Dans le cas $\bar{h}_2 > h_p^\#$, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe ayant la plus grande valeur \bar{h}_2 pour tout $h_0 \in [h_o^\#, h_p^\#]$.

4.4.3 Mécanisme de sélection optimiste

Les mécanismes pessimiste et optimiste sont des mécanismes de choix complémentaires.

Proposition 4.9 Soit h_0 le capital humain initial pris dans l'intervalle $h_o^\# < h_0 < h_p^\#$. Alors, avec le mécanisme de prédiction optimiste, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_1 si $h_0 < h_o^\#$, et converge vers le point fixe \bar{h}_2 si $h_0 > h_o^\#$.

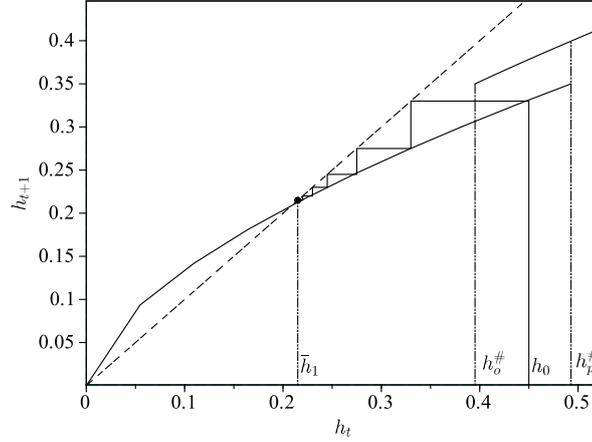


FIGURE 4.4 – Mécanisme de sélection pessimiste : Dans le cas $\bar{h}_1 < h_o^\#$, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe ayant la plus petite valeur \bar{h}_1 pour tout $h_0 \in [h_o^\#, h_p^\#]$.

Preuve :

Si $h_0 > h_o^\#$ alors nous pouvons montrer que pour tout t nous avons $h_t > h_o^\#$ et $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$. En effet, si $h_t > h_o^\#$, alors le mécanisme optimiste sélectionne $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$ et par conséquent $h_{t+1} > Ae_2^\gamma (h_o^\#)^\delta = h_o^\#$. Notons que cet argument permet aussi de montrer que ce résultat est vérifié pour $h_t > h_o^\#$ dès que $t \geq 1$. Ainsi \bar{h}_2 est l'unique point fixe de la relation récursive $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$ in $(h_o^\# + \infty)$, la suite $(h_t)_t$ va converger vers le point fixe \bar{h}_2 .

De l'autre côté, si $h_0 < h_o^\#$ en appliquant la Proposition 4.5 nous trouvons que la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_1 .

■

Remarque 4.10 Cette proposition montre bien que le seuil pour la condition initiale h_0 , en dessous duquel la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe le

plus bas, est plus petit avec le mécanisme de sélection optimiste qu'avec le mécanisme de sélection pessimiste.

4.4.4 Simulations numériques : stratégie optimiste

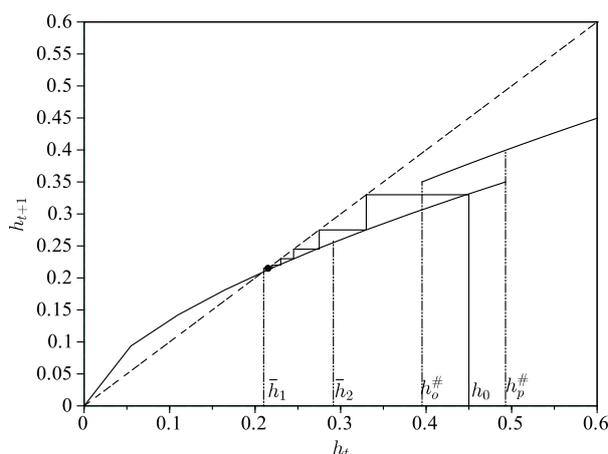


FIGURE 4.5 – Mécanisme de sélection optimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h_o^\#$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus petite valeur \bar{h}_1 .

Nous allons vous présenter maintenant un mécanisme plus tempéré.

4.5 Mécanisme de sélection conservatif

Les mécanismes pessimiste et optimiste sont des mécanismes de choix extrêmes. Le mécanisme conservatif introduit dans cette section sera lui plus tempéré. Nous allons ici utiliser l'hypothèse (4.5).

Définition 4.11 *Le mécanisme de prédiction conservatif consiste à choisir comme capital humain pour la période $t + 1$ la valeur de h_{t+1} la plus proche de h_t lorsqu'il y a deux choix possibles.*

Nous définissons ainsi un nouveau seuil de capital humain, la constante médiane :

$$h_c^\# = \left(A \frac{e_1^\gamma + e_2^\gamma}{2} \right)^{\frac{1}{1-\delta}}. \quad (4.9)$$

Remarque 4.12 *Nous pouvons voir facilement que :*

$$h_o^\# < h_c^\# < h_p^\#.$$

Les résultats concernant le mécanisme conservatif sont l'objet de la proposition suivante :

Proposition 4.13 *Soit h_0 le capital humain initial pris dans l'intervalle multivoque i.e $h_o^\# < h_0 < h_p^\#$. Nous avons les deux assertions suivantes :*

(a) *Si $h_0 > h_c^\#$, alors nous avons $h_t > h_c^\#$ pour tout $t > 0$, $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$ sera la solution sélectionnée par le mécanisme conservatif, et la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_2 .*

(b) *Si $h_0 < h_c^\#$, alors nous avons $h_t < h_c^\#$ pour tout $t > 0$, $h_{t+1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta$ sera la solution sélectionnée par le mécanisme conservatif, et la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_1 .*

Preuve : Considérons la condition initiale h_0 telle que $h_o^\# < h_0 < h_p^\#$. Dans le cas (a) nous avons $h_0 > h_c^\#$. Nous pouvons alors montrer que $h_t > h_c^\#$ et $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$ pour tout t .

En effet, si $h_t > h_c^\#$, alors nous avons deux solutions possibles données par la Remarque 4.7 :

$$h_{t+1,1} = Ae_1^\gamma h_t^\delta,$$

et

$$h_{t+1,2} = Ae_2^\gamma h_t^\delta.$$

Cependant $h_t > h_c^\#$ est équivalent à $2h_t > A(e_1^\gamma + e_2^\gamma) h_t^\delta$, et donc nous avons

$$h_t - h_{t+1,1} > h_{t+1,2} - h_t > 0.$$

Par conséquent, le mécanisme conservatif sélectionne $h_{t+1,2}$.

Ce point a une valeur plus grande que h_t , qui est elle-même plus grande que $h_c^\#$, ce qui complète la preuve par induction.

En conclusion, l'unique point fixe de la relation récursive $h_{t+1} = Ae_2^\gamma h_t^\delta$ dans $(h_c^\#, \infty)$ est \bar{h}_2 d'après (4.7). Donc la suite $(h_t)_t$ converge vers \bar{h}_2 .

Nous utilisons les mêmes arguments pour prouver le cas (b). ■

Afin de compléter ce chapitre, nous pouvons mentionner quand les situations où les cas (a) et (b) de la Proposition 4.13, peuvent aussi se présenter. Plus précisément, nous avons le corollaire :

Corollaire 4.14 *Le cas (a) se réalise aussi lorsque $h_c^\# < h_p^\#$ et le cas (b) se réalise lorsque $h_c^\# > h_o^\#$.*

- *Le fait que $h_c^\# < h_p^\#$ soit équivalent à $A(h^\#)^{\delta-1} < e_1^{\gamma(\delta-1)} \left(\frac{e_1^\gamma + e_2^\gamma}{2}\right)^{-\delta}$, est compatible avec les hypothèses (4.5).*
 - *Le fait que $h_c^\# > h_o^\#$ soit équivalent à $A(h^\#)^{\delta-1} > e_2^{\gamma(\delta-1)} \left(\frac{e_1^\gamma + e_2^\gamma}{2}\right)^{-\delta}$, est aussi compatible avec les hypothèses (4.5).*
-

4.6 Effets des trois stratégies sur l'économie du pays source

Quelques remarques importantes sont à noter ici. Tout d'abord nous rappelons que la valeur seuil de capital humain pour le cas dit traditionnel est $h^\#$. Dans le cas dit anticipatif, suivant le mécanisme pessimiste (respectivement optimiste), la valeur seuil de capital humain sera $h_p^\#$ (respectivement $h_o^\#$).

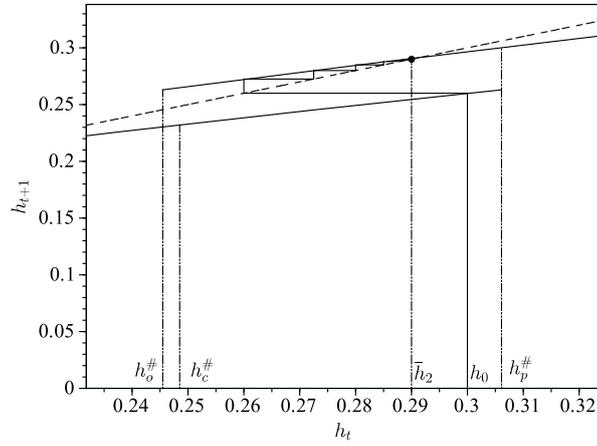


FIGURE 4.6 – Cas conservatif 1 : Ici le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

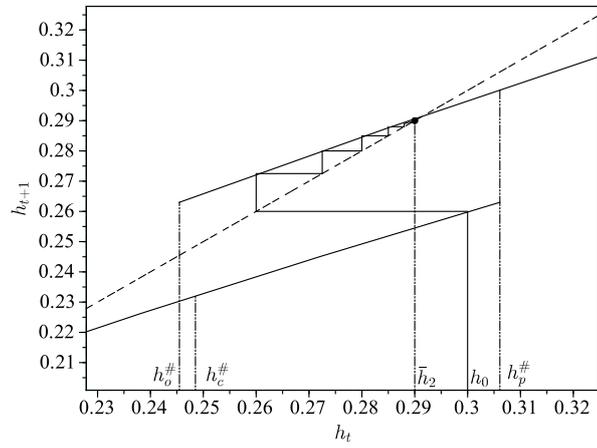


FIGURE 4.7 – Cas conservatif 1 (zoom) : Le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

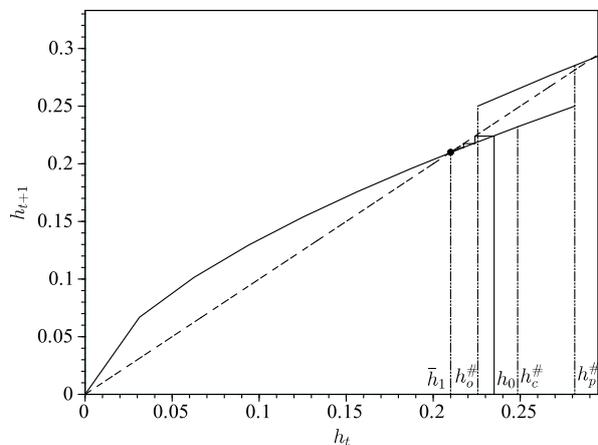


FIGURE 4.8 – Cas conservatif 2 : Ici le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1 .

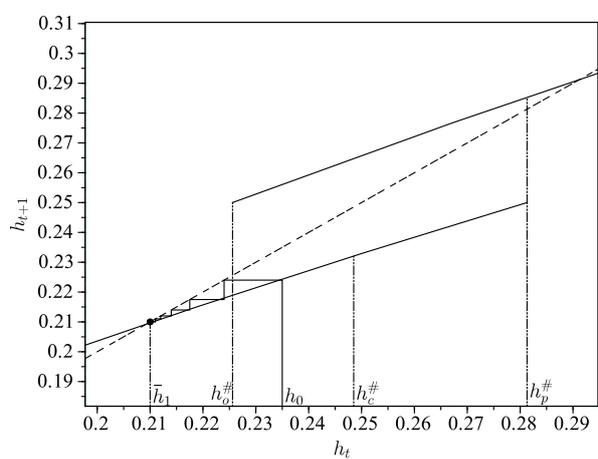


FIGURE 4.9 – Cas conservatif 2 (zoom) : Le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1 .

Le théorème important suivant, résume les résultats concernant le mécanisme de prédiction conservatif.

Théorème 4.15 *Avec le mécanisme de prédiction conservatif, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe \bar{h}_1 (resp. \bar{h}_2) si $h_0 < H$ (resp. $h_0 > H$) avec :*

- (a) $H = h_p^\#$ si $h_c^\# > h_p^\#$,
- (b) $H = h_o^\#$ si $h_c^\# < h_o^\#$,
- (c) $H = h_c^\#$ si $h_o^\# < h_c^\# < h_p^\#$.

Preuve : Nous déduisons la preuve de ce théorème de l'analyse précédente : Pour atteindre le plus haut niveau économique possible, caractérisé par la convergence vers le point fixe \bar{h}_2 , nous remarquons que le mécanisme optimiste est celui pour qui la valeur critique H est la plus petite.

A l'opposé de ce résultat, nous remarquons aussi que dans cette même visée le mécanisme pessimiste est celui qui admet la valeur critique la plus élevée. ■

Troisième partie

Étude Mathématique et
économique des cas de dynamique
des populations et étude du point
de vue du Pays d'accueil

Chapitre 5

Dynamique des populations

L'Analyse mathématique des flux migratoires entreprise dans cette partie tente de décrire la probabilité de migrer des agents en fonction du capital humain hérité par les parents ou du capital humain qui sera accumulé dans le futur dans les deux cas suivants :

- Population non constante (présent Chapitre, chapitre 5),
- Point de vue du pays d'accueil (Chapitre 6).

5.1 Préliminaires

Nous tenons compte dans cette section de la fertilité des agents comme dans De la Croix [9].

Tandis que la plupart des études antérieures sur la migration ont eu tendance à se concentrer seulement sur des modèles statiques afin de simplifier leurs analyses, nous développons un modèle dynamique de migration dans lequel on tient compte de la croissance des populations. Ce modèle dynamique nous permet d'étudier le comportement de l'économie du pays source A .

En effet, nous pensons que si la population augmente, alors les salaires ont tendance à diminuer dans le pays source A , et ceci encourage davantage

les agents à la migration dans le futur. Par conséquent, la probabilité de migration augmente aussi.

Nous définissons alors le salaire dans A en fonction de la densité de population N comme suit :

$$w_A := w_A(N_{t+1}) = 1 + \frac{w_0 N_t}{N_{t+1}} \quad (5.1)$$

avec w_0 un salaire de base nominatif (équivalent du Smic).

5.2 Populations non constantes

Nous définissons la densité de population vivant dans le pays source du migrant par :

$$N_{t+1} = N_t (1 - p_{t+1}) (K - 1), \quad K > 1 \quad (5.2)$$

K étant un coefficient de mortalité.

Nous avons alors le Lemme :

Lemme 5.1 *La valeur explicite du salaire du migrant dans le pays source A est :*

$$w_A = \frac{(1 - p_{t+1})(K - 1) + w_0}{(1 - p_{t+1})(K - 1)}. \quad (5.3)$$

De plus, nous avons :

$$e_t^* = \frac{(1 - p_{t+1})(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1}}{(1 - p_{t+1})(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1}}. \quad (5.4)$$

Preuve : Il suffit de remplacer dans la formule de w_A donnée plus haut par (5.1), le modèle de dynamique des populations (5.2) par :

$$\frac{N_t}{N_{t+1}} = \frac{1}{(1 - p_{t+1})(K - 1)}$$

et nous obtenons (5.3).

Pour (5.4), nous utilisons la fonction d'utilité que nous avons proposé au Chapitre 3, soit (3.10), et la formule de e_t^* correspondante. Plus précisément, nous remplaçons w_A par sa valeur donnée par (5.3) dans

$$e_t^* = \frac{\gamma\beta [\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]}{1 + \gamma\beta [\theta_A + (\theta_B - \theta_A)p_{t+1}]}$$

et nous obtenons la valeur optimale de la fonction éducation :

$$e_t^* = \frac{(1 - p_{t+1})(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1}}{(1 - p_{t+1})(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1}}.$$

■

Nous avons aussi le Lemme :

Lemme 5.2 *La suite de capital humain $(h_t)_t$ converge vers le point fixe donné par la formule :*

$$h_t = \begin{cases} \frac{1}{A} \left\{ \frac{(1 - p_1)(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_1] - w_0 p_1}{(1 - p_1)(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_1] - w_0 p_1} \right\}^{\frac{\gamma}{\delta-1}} & \text{si } h_t < h^\#, \\ \frac{1}{A} \left\{ \frac{(1 - p_2)(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_2] - w_0 p_2}{(1 - p_2)(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_2] - w_0 p_2} \right\}^{\frac{\gamma}{\delta-1}} & \text{si } h_t \geq h^\#. \end{cases} \quad (5.5)$$

Preuve : En effet, le capital humain correspondant (3.2) dans la période $t + 1$ est donné par :

$$h_{t+1} = A \left\{ \frac{(1 - p_{t+1})(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1}}{(1 - p_{t+1})(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1}} \right\}^\gamma h_t^\delta.$$

D'où en prenant la racine δ ème, nous obtenons le point qui sera donné par :

$$h_t = \frac{1}{A} \left\{ \frac{(1 - p_1)(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_1] - w_0 p_1}{(1 - p_1)(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_1] - w_0 p_1} \right\}^{\frac{\gamma}{\delta-1}}$$

dans le cas $h_t < h^\#$, et par

$$h_t = \frac{1}{A} \left\{ \frac{(1 - p_2)(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_2] - w_0 p_2}{(1 - p_2)(K - 1) [\gamma\beta + (w_B - 1)p_2] - w_0 p_2} \right\}^{\frac{\gamma}{\delta-1}}$$

dans le cas où $h_t \geq h^\#$.

■

Voici maintenant une remarque sur la variation de l'éducation par rapport à la fonction probabilité.

Remarque 5.3 *Les calculs à partir de (5.4) donnent l'équation suivante des dérivées :*

$$\frac{\partial e_T^*}{\partial p_{t+1}} = \frac{(1 - p_{t+1})^2 (K - 1)^2 (w_B - 1) - w_0 (K - 1)}{\left((1 - p_{t+1})(K - 1) [1 + \gamma\beta + (w_B - 1)p_{t+1}] - w_0 p_{t+1} \right)^2}. \quad (5.6)$$

Donc, l'éducation croît quand p_{t+1} appartient à l'intervalle

$$\left] 0, 1 - \sqrt{\frac{w_0}{(K - 1)(w_B - 1)}} \left[$$

et décroît dans l'intervalle

$$\left] 1 - \sqrt{\frac{w_0}{(K - 1)(w_B - 1)}}, 1 \left[.$$

Nous déduisons également que $w_B > 1$.

Chapitre 6

Taxe de migration : Pays d'accueil

A partir du modèle récent de Bianchi [4], nous tenterons de proposer un modèle calqué sur celui de Bianchi, pour étudier l'impact de la composition de l'effectif des migrants sur la Martinique dans une perspective future. La compréhension du processus de décision de migrer pour les étrangers est ici centrale. Cela nous permet de poser les premiers jalons d'une politique migratoire optimale pour le bien-être général dans les petites îles.

6.1 Analyse économique

La Martinique est pour beaucoup de ses voisins caribéens une terre d'accueil, non seulement pour sa position centrale dans l'archipel mais aussi et surtout pour son statut de département français avec tous les avantages que cela représente. Notre ambition est d'utiliser un modèle de flux migratoire inspiré de la politique de taxation optimale.

En effet, en décrivant la migration par une ou plusieurs taxes, on peut ainsi mettre en place un modèle décrivant le problème migratoire. Les résultats obtenus nous permettront certainement de donner les premières pistes d'une politique migratoire réfléchie pour la Martinique.

Encore faut-il arrêter une définition de la nature de cette *taxe de migration*, choisir les variables pertinentes à inclure dans le modèle de taxation optimale et enfin traduire les résultats obtenus par des pistes à mettre en œuvre dans le cadre d'une politique migratoire.

6.1.1 Hypothèses de taxation de Mirrlees

Nous faisons d'abord un tour d'horizon sur la littérature en économie afin de nous constituer une idée et un objectif.

La proposition d'une *taxe de Migration* n'est pas un fait nouveau puisque dans [37], D. Wilson recherche une taxation optimale des émigrants (à l'entrée dans le pays d'accueil B) avec pour but de maximiser le bien-être social mondial. Il s'intéresse également au cas particulier de la fuite des cerveaux dans [38]. Il y montre l'impact positif sur le bien être général d'un pays obtenu par la mise en place d'une politique fiscale organisée autour des départs et retours (possibles) des personnels qualifiés.

Dans [25], J. Mirrlees tente de préciser la nature et l'importance de cette taxe par une étude sur la recherche de l'équilibre à trouver entre la taxation des *locaux* et celle des *émigrants*.

Il appartient au gouvernement de redistribuer les revenus obtenus pour le bien-être du pays. L. Simula et A. Trannoy apportent leur contribution à l'étude de la migration des personnels qualifié en appliquant la théorie Mirrleesienne au cas de la France dans [34]. Certains articles permettent de mettre en avant l'impact de la migration sur différents domaines.

Remarque 6.1 *Dans la littérature on retrouve souvent l'argument que les différences résultant des possibilités économiques offertes par chaque pays crée une incitation forte à la migration.*

6.2 Le Modèle de taxation migratoire

En dépit de l'abondante littérature sur la migration (voir [20] et [24], entre autres), nous savons peu sur l'influence jouée par la différence des revenus sur les choix de migration. Mais de façon classique, le différentiel de salaire entre le pays d'origine du migrant et son pays d'accueil est considéré comme une variable de base pour expliquer les migrations.

Dans les modèles simples et statiques, le phénomène migratoire augmente avec le différentiel de salaire entre le pays hôte B et le pays d'origine A (voir, par exemple [28] et [33]).

Le modèle proposé par Bianchi dans [4] s'applique à un agent représentatif et à une taxe de migration. Il répond donc aux critères que nous avons fixés pour cette recherche. Nous allons d'abord définir ce modèle, puis l'utiliser afin de proposer des orientations possibles à une politique migratoire adaptée à la Martinique.

6.2.1 Construction du modèle de Bianchi

Dans le modèle de Bianchi nous considérons un monde composé de deux pays : le pays A d'origine du migrant et celui d'accueil B . Nous portons notre attention sur les interactions entre les travailleurs du pays d'origine A qui peuvent prendre la décision d'émigrer, et la politique migratoire mise en place par le gouvernement du pays d'accueil B .

Le pays d'origine du migrant contient une population de travailleurs d'effectif n^* que nous appellerons : les étrangers. Ces étrangers sont hétérogènes à trois égards :

- leur qualification,
- leur coût de migration, et

– leur niveau initial de richesse.

Soit n_θ^* le nombre d'étrangers possédant le niveau de qualification θ tel que :

$$H \leq \theta \leq L$$

où H et L sont des valeurs extrêmes (High, Low). Un étranger i de qualification θ peut décider de migrer vers le pays d'accueil B . Il y recevra un salaire endogène ω_θ , ou bien, s'il reste dans son pays d'origine A , il recevra un salaire exogène ω_θ^* .

S'il prend la décision de migrer, cet étranger doit supporter le coût de migration :

$$\gamma + \epsilon_i$$

où γ désigne un coût monétaire fixe commun à tout migrant et ϵ_i désigne un coût psychologique, individuel et spécifique à chaque étranger.

Ici, ϵ_i désigne une variable aléatoire suivant une distribution log-concave cumulative Π avec une densité continue π . Sous cette hypothèse, le ratio : $\frac{\pi}{\Pi}$ est décroissant.

Enfin, les étrangers sont dotés d'une certaine richesse, suivant une distribution Ω_θ avec une densité continue ω_θ . Pour l'instant, nous interprétons θ comme une compétence observable (comme l'éducation), et nous supposons dès lors que les travailleurs hautement qualifiés sont en moyenne plus riches que les personnes peu qualifiées, que pour chaque $\gamma \in R_+$, nous avons :

$$\frac{\omega_L(\gamma)}{1 - \Omega_L} \geq \frac{\omega_H(\gamma)}{1 - \Omega_H}. \quad (6.1)$$

Autrement dit, la répartition de la richesse des étrangers hautement qualifiés est plus favorable que celle des étrangers à faible qualification.

Nous supposons également que les migrants ont à supporter le côté γ à l'avance, et il n'y a pas de crédit possible pour eux. Ainsi, la migration peut être limitée par des contraintes relatives à la richesse.

6.2.2 Point de vue du pays d'accueil

Le pays d'accueil du migrant compte une population de travailleurs d'effectif n ici appelé les natifs. Ces derniers sont hétérogènes à l'égard de leur niveau de qualification $\theta \in (H, L)$.

Les natifs présentent une fonction d'utilité linéaire qui ne dépend que de l'équilibre des salaires ω_θ . Ces salaires sont déterminés dans un marché du travail compétitif selon l'égalité suivante :

$$\omega_\theta = \frac{\partial F(N_H, N_L)}{\partial N_\theta}, \quad (6.2)$$

avec $F(N_H, N_L)$, une fonction de production du pays d'accueil B , et N_θ , la somme des natifs et des migrants avec la qualification θ , à savoir :

$$N_\theta = n_\theta + n_\theta^*. \quad (6.3)$$

Nous considérons également les effets purement redistributifs de l'immigration, où les migrants sont en compétition avec les natifs de même qualification. En particulier, pour la suite de cette analyse nous considérons la technologie de production à rendements d'échelle constants dite de Cobb-Douglas :

$$F(N_H, N_L) = N_H^\alpha N_L(1 - \alpha), \quad (6.4)$$

avec $\alpha \in (0, 1)$.

Le gouvernement du pays d'accueil B est souvent intéressé par la régulation du flux d'immigrants influençant l'utilité des natifs. Son objectif est de maximiser la fonction de bien-être suivante :

$$W(\gamma) = \mu_H \omega_H(\gamma) + \mu_L \omega_L(\gamma), \quad (6.5)$$

avec μ_θ qui désigne le poids du groupe de travailleurs d'utilité θ , et nous prenons :

$$\mu_\theta = n_\theta.$$

Dans ce cas, la politique migratoire agit sur γ , qui est le coût dont chaque étranger doit s'acquitter pour entrer et travailler dans le pays d'accueil B . L'objectif du gouvernement peut donc s'écrire (modèle de Bianchi) :

$$\bar{W} = \max_{\gamma \in \mathbb{R}_+} \left(\mu_H \omega_H(\gamma) + \mu_L \omega_L(\gamma) \right). \quad (6.6)$$

6.3 Mise en place d'une politique migratoire

Pour permettre au gouvernement de mettre en place une politique migratoire optimale, il faut d'abord comprendre les effets d'une telle politique sur la composition et la taille du pannel d'étrangers arrivant dans le pays hôte B . Pour ce faire, il faut comprendre ce qui pousse l'étranger à migrer, c'est-à-dire l'auto-sélection des migrants.

6.3.1 La décision de migrer

Un étranger i de qualification θ peut décider de migrer d'un pays d'origine A vers le pays d'accueil B si son salaire est nettement meilleur dans B :

$$\omega_\theta - (\gamma + \epsilon_i) \geq \omega_\theta^*.$$

Pour chaque niveau de qualification θ il existe une valeur seuil

$$\epsilon^\theta \equiv \omega_\theta - \omega_\theta^* - \gamma$$

telle que tout individu avec la qualification θ et un coût ϵ_i plus petit que ϵ^θ souhaite migrer. Il faudra de plus que cet individu soit suffisamment riche pour s'acquitter du coût monétaire de migration γ .

Ainsi le nombre de migrants avec la qualification θ est définie par :

$$x_\theta = q_\theta n_\theta^*, \quad (6.7)$$

où q_θ représente la fraction d'étrangers avec le niveau de qualification θ qui peuvent se permettre de migrer. Nous aboutissons à la définition suivante :

Définition 6.2 *Nous définissons la composition en qualification des migrants par le ratio des hauts niveaux de qualifications sur les plus faibles :*

$$Q = \frac{q_H}{q_L}. \quad (6.8)$$

Et nous dirons que les immigrants sont positivement auto-sélectionnés si et seulement si $Q \geq 1$.

6.3.2 Restrictions optimales d'immigration

En utilisant les équations (6.2) et (6.4), les salaires d'équilibre, dans le pays hôte B , peuvent être écrits comme suit :

$$\omega_H = \alpha R(\alpha - 1), \quad (6.9)$$

et

$$\omega_L = (1 - \alpha)R^\alpha, \quad (6.10)$$

avec R , le ratio du nombre de travailleur à haute qualification sur le nombre de travailleurs à faible qualification :

$$R = \frac{N_H}{N_L} = \frac{n_H + x_H}{n_L + x_L}. \quad (6.11)$$

Par conséquent, la distribution en qualification du pays d'accueil B et les salaires d'équilibre dépendent du flux migratoire et donc de la politique migratoire γ . L'objectif du gouvernement défini par la valeur maximale donnée par (6.6), peut donc s'écrire :

$$\overline{W} = \max_{\gamma \in R_+} \left(\mu_H \alpha R(\alpha - 1) + \mu_L (1 - \alpha) R^\alpha \right). \quad (6.12)$$

6.4 Conclusion

Le modèle de migration mis en place par Bianchi permet de prendre en compte à la fois l'auto-sélection du migrant et son impact sur le pays hôte B afin de proposer une politique migratoire. Son application au cas martiniquais permettrait de fournir quelques pistes pour la mise en place d'une politique migratoire optimale pour ce pays.

Les résultats obtenus dans la littérature récente par Bianchi comme dans les formules (6.6) et (6.12) peuvent être améliorés pour proposer de nouvelles pistes de recherche vers une réflexion en politique migratoire pour la Martinique.

En particulier, pouvons-nous arrêter une définition d'une nouvelle taxe de migration, et ainsi choisir les variables pertinentes à inclure dans le modèle de taxation optimale de Bianchi, et enfin traduire les résultats obtenus par des pistes à mettre en oeuvre dans le cadre d'une politique migratoire.

Rappelons que l'idée d'une taxe ne semble pas mauvaise, puisque dans [37] (voir aussi [38]), D. John montre l'impact positif sur le bien-être général d'un pays, obtenu par la mise en place d'une politique fiscale organisée autour des départs et retours (possibles) des personnels qualifiés.

Chapitre 7

Conclusion générale

Pour les problèmes de flux migratoire, et dans un monde composé de deux pays : le pays d'origine A du migrant et celui d'accueil B , nous avons dans cette thèse observé deux points de vue par rapport au migrant.

Dans une première partie, nous avons d'abord étudié l'impact de la probabilité de migration sur l'économie du pays d'origine du migrant A , dont voici les conclusions selon les deux cas possibles :

- le cas où la probabilité de migration dépend directement du capital humain hérité de celui des parents du migrant : un cas résolu dans la littérature, que nous avons revisité en proposant d'autres modèles. Dans ce premier cas, les convergences observées se rapprochent des résultats empiriques.
 - le second cas, dans lequel la migration est sujette à l'incertitude provoquée par les prévisions des agents et à leur comportement face à ces prévisions. Ce cas qui donne lieu à un problème mathématique difficile (solutions multivoques), n'a pas été étudié dans la littérature.
- les trois mécanismes que nous avons développés dans cette thèse apportent un élément important sur l'explication de la croissance écono-

mique d'un pays. Les trois stratégies (pessimiste, optimiste et conservatrice) permettent de comprendre que l'économie converge vers une plus haute (respectement plus faible) valeur selon le mécanisme (stratégie) utilisé.

Dans une seconde partie, la dynamique de populations a été introduite dans le modèle de flux migratoire.

Et enfin, l'impact économique provoqué par la migration du point de vue du pays hôte B du migrant a été étudié.

Nous avons revu une partie de la littérature où des politiques migratoires ont été mises en place par le pays d'accueil, afin de réguler la migration et attirer les migrants possédant le profil recherché. Notre ambition -dans des perspectives futures- est d'utiliser un modèle de flux migratoire inspiré de la politique de taxation optimale. Les résultats obtenus nous permettrons certainement de donner les premières pistes d'une politique migratoire réfléchie pour la Martinique.

Quatrième partie

Annexes

Chapitre 8

Education : Régime Public & Régime Privé

8.1 Préliminaires

Dans le modèle proposé par Chen [6], le choix est fait de lier l'impact de la migration sur la croissance économique au niveau du capital humain de la population du pays source. Le choix d'un modèle intégrant des probabilités est lui aussi inédit dans la littérature. Un modèle stochastique est ainsi proposé.

D'autres modèles sont ici discutés. Ils permettent de traduire le caractère aléatoire de la migration et d'intégrer les décisions de fertilité. Les parents adaptent ainsi leurs choix en fonction de la probabilité aléatoire de migrer et la volonté de ne pas hypothéquer les possibilités futures de migration de leurs enfants. Enfin, ces modèles étudient l'impact de la migration internationale sur le pays source A , vis-à-vis du choix du régime de l'éducation.

Les agents y sont vus d'abord comme étant tous homogènes vis-à-vis de la migration, puis dans un deuxième temps, les agents sont considérés comme

étant hétérogènes. Les impacts de l'augmentation de la probabilité de migrer sur la fertilité et sur les choix éducatifs dépendent du salaire à gagner dans le pays d'accueil B , des décisions des parents et de la probabilité de la migration.

Très récemment (en 2005), Chen [7] a travaillé sur l'impact des migrations internationales sur la croissance économique du pays source. Le modèle qu'il propose alors utilise deux variables :

- La décision des parents quant au nombre d'enfants de leur ménage (fertilité),
- L'éducation par le choix d'un régime publique ou d'un régime privé.

8.2 Education : régimes public et privé

L'éducation dans le pays A peut suivre un régime privé (noté r) ou un régime public (noté u).

Notons par i , ce type de régime scolaire choisi. Les agents nés à la période $t-1$ doivent décider de leur consommation adulte c_{it} , et de leur nombre optimal d'enfants n_{it} . Parmi ces enfants, pn_{it} vont migrer vers le pays B et gagner le revenu $w_B h_{it+1}$, où h_{it+1} désigne le capital humain des enfants ayant suivi le régime éducatif i . Les autres, $(1-p)n_{it}$, vont rester dans le pays A et gagner le revenu $w_A h_{it+1}$.

Nous définissons aussi $N_{it} = pn_{it}$ pour représenter le nombre de migrants. La fonction d'utilité est donc donnée par :

$$u_{it} = \log(c_{it}) + \beta \log(N_{it}w_B h_{it+1} + a(n_{it} - N_{it})w_A h_{it+1}), \quad i = r, u \quad (8.1)$$

avec $\beta > 0$, représentant le degré d'altruisme des parents.

Les agents sont très concernés par leur consommation d'adulte, ainsi que par les gains futurs de leurs enfants s'ils décident de rester ou s'ils décident de migrer. Un paramètre, mesure la quantité de revenu gagnée par un enfant migrant permettant d'obtenir la même utilité qu'une unité de revenu gagné par un enfant resté dans le pays source. Nous pouvons ainsi écrire l'équation précédente sous la forme :

$$u_{it} = \log(c_{it}) + \beta(\log w + \log n_{it} + \log h_{it+1}) \quad (8.2)$$

avec :

$$w = pw_B + a(1 - p)w_A. \quad (8.3)$$

La variable e_{it} représente l'éducation. L'égalité donnant l'accumulation du capital humain est fonction de e_{it} et du capital humain hérité des parents h_{it} . Elle est donnée par la relation

$$h_{it+1} = \lambda e_{it}^\gamma h_{it}^{1-\gamma}, \quad i = r, u \quad (8.4)$$

avec λ une constante positive et $\gamma \in (0, 1)$. Les paramètres γ et $1 - \gamma$ représentent l'élasticité du capital humain des enfants face à leur éducation et au capital humain hérité des parents.

Selon le régime éducatif considéré, les conditions d'optimalité obtenues ainsi que les conclusions vis-à-vis de la probabilité de migrer sont différentes.

8.2.1 Régime éducatif public

Dans le régime public l'éducation est gratuite. Les adultes doivent s'acquitter d'une taxe sur le revenu définie par τ_t . Cette taxe est utilisée par le gouvernement pour financer les écoles publiques.

Si n_{ut} désigne la fertilité sous un régime public et e_{ut} l'éducation sous ce même régime, nous avons :

$$e_{ut} = \tau_t(1 - \phi n_{ut})w_A H_{ut}$$

où H_{ut} représente la moyenne du capital humain sous ce régime éducatif public. La contrainte de budget des parents est alors :

$$c_{ut} = (1 - \tau_t)(1 - \phi n_{ut})w_A h_{ut}.$$

Remarque 8.1 *L'éducation ici est régie par une politique gouvernementale. Les parents n'ont donc aucun choix ni aucune décision à prendre concernant l'éducation de leurs enfants.*

Les conditions d'optimalité dans ce régime sont les suivantes :

$$n_{ut} = \frac{\beta}{\phi(1 + \beta)}, \quad (8.5)$$

et,

$$e_{ut} = \frac{1}{1 + \gamma} \tau_t w_A H_{ut}, \quad (8.6)$$

puis,

$$\tau_t = \frac{\beta\gamma}{1 + \beta\gamma} = \tau \in (0, 1). \quad (8.7)$$

8.2.2 Régime éducatif privé

Dans un régime d'éducation privé, chaque adulte possède une unité de temps qu'il partage entre le travail et les enfants (voir Glomm G. [18], et Glomm G. et Ravikumar B. [19] pour plus de détail).

Chaque enfant consomme $\phi \in (0, 1)$ unité de temps de ses parents. Nous obtenons alors la contrainte de budget parental suivante :

$$c_{rt} + n_{rt}e_{rt} = (1 - \phi n_{rt})w_A h_{rt}.$$

Chaque adulte doit prendre une décision concernant le nombre d'enfants qu'il va mettre au monde ainsi que l'éducation qui leur sera prodiguée. Il peut aussi choisir de migrer vers le pays B . S'il choisit de rester dans le pays A , il va maximiser sa fonction d'utilité.

Les choix optimaux par rapport aux variables n_{rt} et e_{rt} sont donnés en régime privé par :

$$n_{rt} = \frac{\beta(1 - \gamma)}{\phi(1 + \beta)}, \quad (8.8)$$

et,

$$e_{rt} = \frac{\gamma\phi}{1 - \gamma} w_A h_{rt}. \quad (8.9)$$

Il est à noter que le nombre n_{rt} est une constante alors que l'optimum pour l'éducation e_{rt} est une fonction linéaire et dépend essentiellement du capital humain hérité des parents h_{rt} .

Nous terminons ce chapitre par la remarque suivante :

Remarque 8.2 *La probabilité de migrer n'intervient dans aucune des conditions d'optimalité dans les deux régimes. Nous remarquons aussi que la fertilité est plus élevée dans le régime public que dans le régime privé.*

Chapitre 9

Autres simulations numériques

Dans ce chapitre, nous donnons encore quelques courbes en complément de celles des chapitres 3 et 4.

9.1 Autres courbes sur le cas anticipatif

9.2 Autres courbes sur les cas pessimistes et optimistes

9.3 Autres courbes sur le cas conservatif

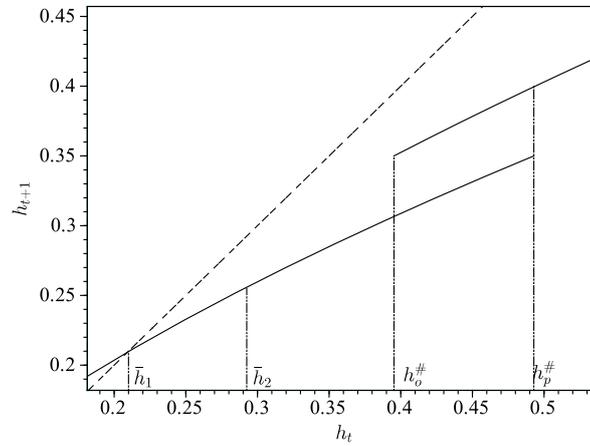


FIGURE 9.1 – Cas anticipatif. Ici la partie multivoque est en dessous de l’axe $y = x$. Le point fixe visible est celui le plus bas \bar{h}_1 .

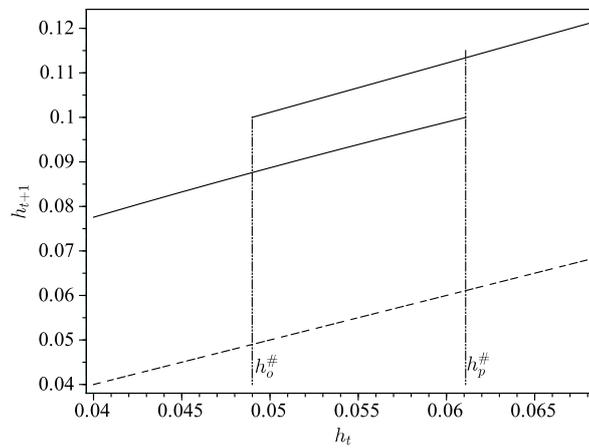


FIGURE 9.2 – Cas anticipatif. Ici la partie multivoque est au dessus de l’axe $y = x$.

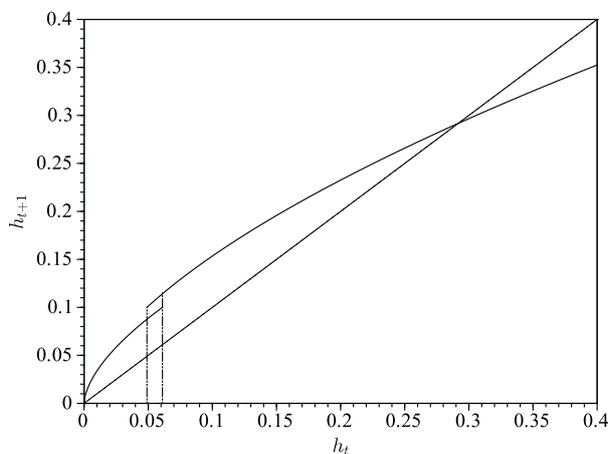


FIGURE 9.3 – Cas anticipatif. Ici le cas de la partie multivoque au dessus de $y = x$. Le point fixe visible est celui le plus haut (c'est à dire \bar{h}_2).

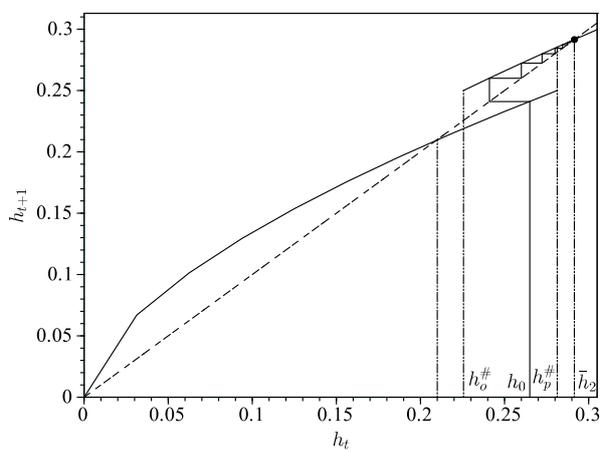


FIGURE 9.4 – Mécanisme de sélection optimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 .

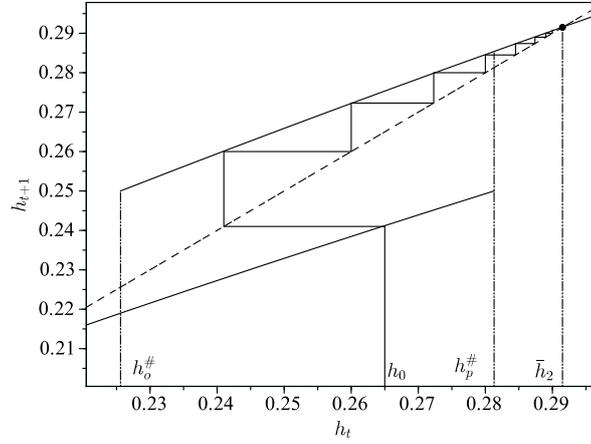


FIGURE 9.5 – Mécanisme de sélection optimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 . Nous présentons ici un zoom sur la zone de convergence

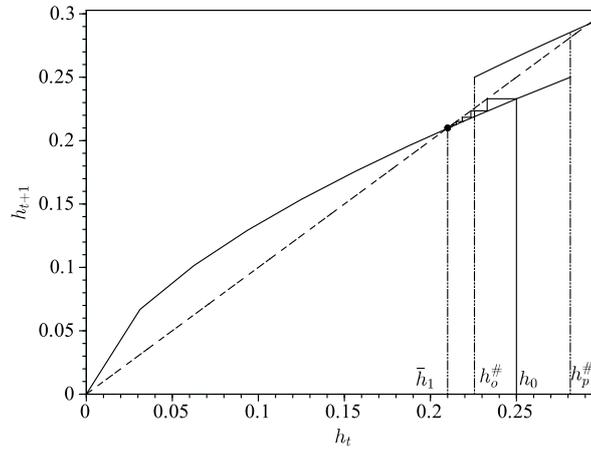


FIGURE 9.6 – Mécanisme de sélection pessimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 .

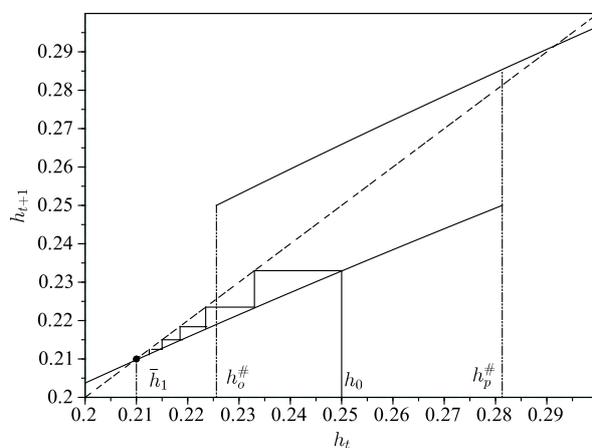


FIGURE 9.7 – Mécanisme de sélection pessimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 . Nous présentons ici un zoom sur la zone de convergence

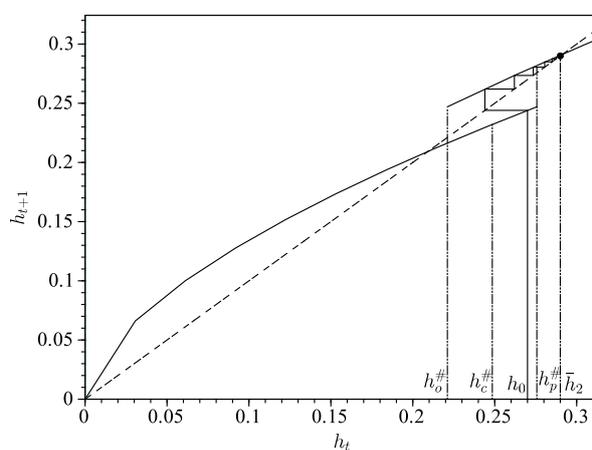


FIGURE 9.8 – Cas conservatif 1 : Ici le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

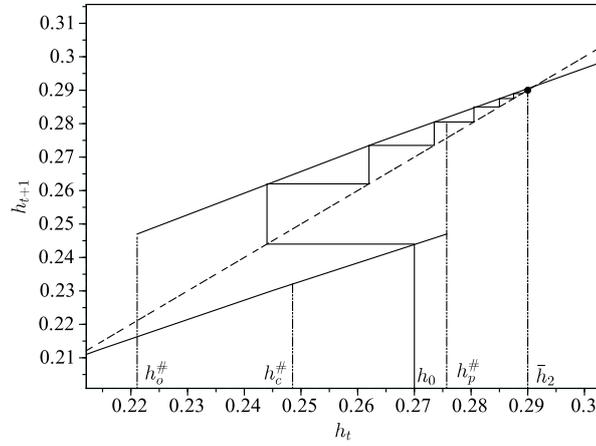


FIGURE 9.9 – Cas conservatif 1 (zoom) : Le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 .

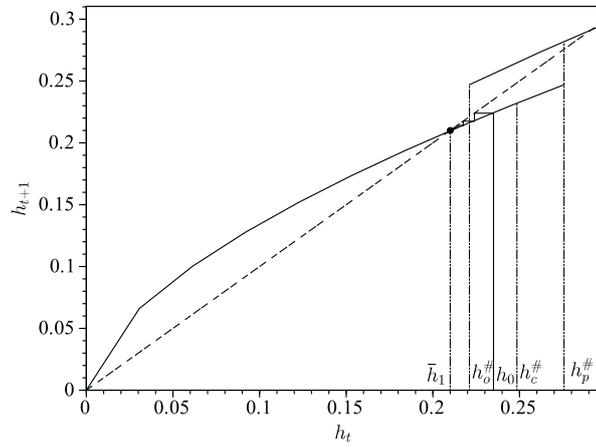


FIGURE 9.10 – Cas conservatif 2 : Ici le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1 .

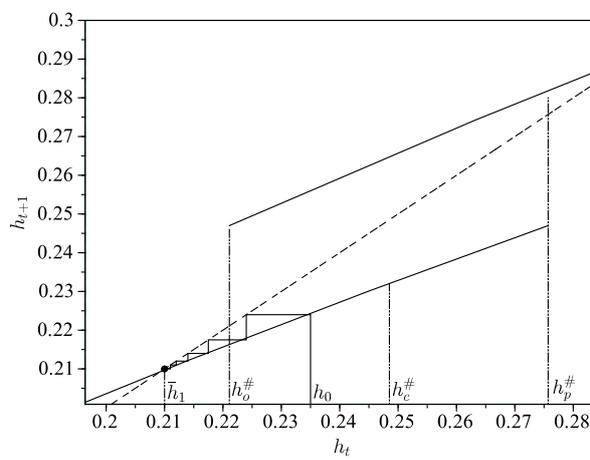


FIGURE 9.11 – Cas conservatif 2 (zoom) : Le cas $h_0 < h_c^{\#}$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1 .

Chapitre 10

Définitions et autres détails mathématiques

Dans la thèse nous avons étudié les convergences de suites dites récurrentes¹ du type :

$$h_{t+1} = f(h_t)$$

où f est une fonction puissance. Nous donnons ici quelques définitions et preuves de convergence, qui peuvent aider un non mathématicien ou un économiste n'utilisant pas les outils mathématiques, à comprendre les résultats non démontrés des précédents chapitres. Ces résultats sont connus ou sont classiques pour les lecteurs mathématiciens.

10.1 Suite récurrente - Propriétés

Dans le cas univoque, il s'agit dans cette thèse d'étudier la suite définie par l'équation de récurrence (3.2) :

$$h_{t+1} = f(h_t) = Ae_t^\gamma h_t^\delta, \quad \gamma, \delta \in (0, 1),$$

1. Nous renvoyons à la Section 10.4 plus loin pour les définitions et propriétés générales des suites récurrentes

avec

$$e_t = e_1 \quad \text{ou bien} \quad e_t = e_2,$$

selon que l'on soit plus petit ou plus grand que le seuil de capital humain $h^\#$. Donc, f est une fonction puissance définie par :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}_+ &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ x &\longmapsto f(x) = Ae_i^\gamma x^\delta = Mx^\delta \end{aligned}$$

où $i = 1, 2$ et où donc M est une constante. Pour comprendre leur variations, ces fonctions puissances s'écrivent :

$$f(x) = x^\delta = e^{\delta \ln(x)}$$

où ici

$$0 < \delta < 1.$$

Avec cette valeur δ , la fonction f est ici croissante et concave (en effet, le signe de la dérivée seconde est ici $\delta(\delta - 1) < 0$).

10.2 Convergence

La fonction f est lipschitzienne d'ordre δ , c'est à dire :

$$|f(x) - f(y)| < M|x - y|^\delta < M|x - y|.$$

Remarque 10.1 *Les fonctions puissance d'exposant $0 < \delta < 1$, constituent l'exemple le plus simple de fonctions lipschitziennes d'ordre δ .*

Par conséquent, la suite récurrente $(h_t)_t$ définie par la fonction f est convergente vers l'un des deux points fixes ($f(x) = x$) définis dans la Proposition 3.5, par la formule (3.8). En faisant :

$$h_{t+1} = Ae_j^\gamma h_t^\delta = h_t$$

on obtient en effet le point fixe \bar{h}_j :

$$\bar{h}_j = (Ae_j^\gamma)^{\frac{1}{1-\delta}}, \quad j = 1, 2.$$

10.3 Autres définitions

On appelle fonction numérique de d variables réelles toute fonction de \mathbb{R}^d dans \mathbb{R} telle que :

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R}^d &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x_1, x_2, \dots, x_d) &\mapsto f(x_1, x_2, \dots, x_d) \end{aligned}$$

Ici, d est le nombre de variables réelles x_d , c'est aussi la dimension de l'espace \mathbb{R}^d .

10.3.1 Dérivées partielles du premier ordre

Soit une fonction $f(x_1, x_2, \dots, x_d)$ définie dans un domaine $D \subset \mathbb{R}^d$. Nous associerons à f ses fonctions partielles au point $M_0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_d^0)$:

$$\begin{aligned} \varphi_1(x_1) &= f(x_1, x_2^0, \dots, x_d^0), \\ \varphi_2(x_2) &= f(x_1^0, x_2, x_3^0, \dots, x_d^0), \\ &\vdots \\ \varphi_d(x_d) &= f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_{d-1}^0, x_d). \end{aligned}$$

Ces fonctions partielles sont des applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , qui se déduisent donc de f en fixant toutes les variables sauf une.

Définition 10.2 (Dérivée partielle) Si φ_i est dérivable en x_i , on dit que f possède une dérivée partielle première par rapport à x_i en M_0 si nous avons :

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(M_0) = f'_{x_i}(M_0) = \varphi'_i(x_i^0),$$

qui doit être un nombre fini.

Remarque 10.3 Il se peut que f possède certaines dérivées premières, mais pas nécessairement toutes.

De plus, si les dérivées partielles existent en tout point du domaine D , nous définissons les fonctions dérivées partielles premières en tout point de ce domaine.

C'est le cas de toutes les fonctions définies dans cette thèse (utilité, capital humain ... etc.) :

$$u_t, \quad h_t, \quad p_t, \dots$$

10.4 Suites récurrentes définies par $u_{n+1} = f(u_n)$

Soit I un intervalle non vide et non réduit à un point, f une fonction de I dans \mathbb{R} . Nous nous intéressons aux propriétés de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 \in I \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad (10.1)$$

appelées "suites récurrentes".

Remarque 10.4 *Il se peut qu'une telle suite ne soit définie qu'à partir d'un certain rang, mais cela n'a pas d'incidence sur le comportement asymptotique (c'est à dire quand $n \rightarrow \infty$) de la suite.*

10.4.1 Point fixe

La fonction f doit vérifier quelques propriétés pour assurer la convergence de la suite récurrente :

Si

$$\begin{cases} f(I) \subset I \\ f \text{ est continue sur } I, \\ u_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \ell \in I \end{cases}$$

alors

$$f(\ell) = \ell.$$

Ici, on dit que ℓ est un point fixe.

10.4.2 Convergence

Si f est continue et si (u_n) converge, c'est nécessairement vers l'un des points fixes de f . En effet,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$$

et comme f est continue :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = f\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n\right) = f(\ell)$$

d'où $f(\ell) = \ell$.

Remarque 10.5 *Dans le cadre de notre thèse, notre fonction puissance avec $0 < \delta < 1$ vérifie naturellement les conditions des sous-sections 10.4.1 et 10.4.2.*

10.5 Fonction multivoque

Nous avons eu à traiter le cas de fonctions multivoques dans le cas anticipatif. Voici à toutes fins utiles la :

Définition 10.6 *Une fonction multivoque est une relation qui à un élément d'un ensemble, associe un ou plusieurs éléments d'un second ensemble.*

Table des figures

3.1	Cas traditionnel 1 : Les courbes sont obtenues avec la formule réursive (3.9). Ici le cas $\bar{h}_1 > h^\#$ est présenté en Scilab 5.4. Si $h_0 > \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2	39
3.2	Cas traditionnel 1 ($\bar{h}_1 > h^\#$) : Si $\bar{h}_1 < h_0 < \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2	39
3.3	Cas traditionnel 1 ($\bar{h}_1 > h^\#$) : Si $h_0 < \bar{h}_1$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2	40
3.4	Cas traditionnel 2 ($\bar{h}_2 < h^\#$) : Si $h_0 < \bar{h}_1$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus bas \bar{h}_1	40
3.5	Cas traditionnel 2 ($\bar{h}_2 < h^\#$) : Si $\bar{h}_1 < h_0 < \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge encore vers le point fixe le plus bas \bar{h}_1	41
3.6	Cas traditionnel 2 ($\bar{h}_2 < h^\#$) : Si $h_0 > \bar{h}_2$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge encore vers le point fixe le plus bas \bar{h}_1	41
3.7	Cas traditionnel 3 (a) : Il s'agit du cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. Si $h_0 < h^\#$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus bas \bar{h}_1	42
3.8	Cas traditionnel 3 (b) ($\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$) : Si $h_0 > h^\#$, alors la suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2	42
4.1	Cas anticipatif : La courbe en trait plein est obtenue pour ce cas avec la formule (4.2).	53

4.2	Cas anticipatif (zoom) : Des possibilités multiples associant à une valeur de h_t deux valeurs de h_{t+1} , apparaissent quand $h_t \in [h_o^\#, h_p^\#]$	53
4.3	Mécanisme de sélection pessimiste : Dans le cas $\bar{h}_2 > h_p^\#$, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe ayant la plus grande valeur \bar{h}_2 pour tout $h_0 \in [h_o^\#, h_p^\#]$	55
4.4	Mécanisme de sélection pessimiste : Dans le cas $\bar{h}_1 < h_o^\#$, la suite $(h_t)_t$ converge vers le point fixe ayant la plus petite valeur \bar{h}_1 pour tout $h_0 \in [h_o^\#, h_p^\#]$	56
4.5	Mécanisme de sélection optimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h_o^\#$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus petite valeur \bar{h}_1	57
4.6	Cas conservatif 1 : Ici le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2	60
4.7	Cas conservatif 1 (zoom) : Le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2	60
4.8	Cas conservatif 2 : Ici le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1	61
4.9	Cas conservatif 2 (zoom) : Le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1	61
9.1	Cas anticipatif. Ici la partie multivoque est en dessous de l'axe $y = x$. Le point fixe visible est celui le plus bas \bar{h}_1	88
9.2	Cas anticipatif. Ici la partie multivoque est au dessus de l'axe $y = x$	88
9.3	Cas anticipatif. Ici le cas de la partie multivoque au dessus de $y = x$. Le point fixe visible est celui le plus haut (c'est à dire \bar{h}_2).	89
9.4	Mécanisme de sélection optimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$. La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2	89

9.5 Mécanisme de sélection optimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$.
 La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 . Nous
 présentons ici un zoom sur la zone de convergence 90

9.6 Mécanisme de sélection pessimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$.
 La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 90

9.7 Mécanisme de sélection pessimiste : Ici le cas $\bar{h}_1 < h^\# < \bar{h}_2$.
 La suite $(h_t)_{t>0}$ converge vers la plus grande valeur \bar{h}_2 . Nous
 présentons ici un zoom sur la zone de convergence 91

9.8 Cas conservatif 1 : Ici le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La suite
 $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 91

9.9 Cas conservatif 1 (zoom) : Le cas $h_0 > h_c^\#$ est présenté. La
 suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus haut \bar{h}_2 92

9.10 Cas conservatif 2 : Ici le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La suite
 $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1 92

9.11 Cas conservatif 2 (zoom) : Le cas $h_0 < h_c^\#$ est présenté. La
 suite $(h_t)_{t>0}$ converge le point fixe le plus petit \bar{h}_1 93

Bibliographie

- [1] AZARIADIS C., DRAZEN A., *Threshold externalities in economic development*. Quarterly Journal of Economics , 105, pp 501-526 (1990).
- [2] BEINE M., DOCQUIER F., RAPOPORT H., *Brain Drain and Economic Growth : Theory and Evidence*. Journal of Development Economics, 64, pp 275-289 (2001).
- [3] BHAGWATI J., RODRIGUEZ C., *Welfare-Theoretical Analysis of the Brain Drain*. Journal of Development Economics, 2, pp 195-221 (1975).
- [4] BIANCHI M., *Immigration Policy and Self-Selecting Migrants*. Working paper 2007-41 (2008).
- [5] CARD D., KRUEGER A., *Does School Quality Matter ? Returns to Education and the Characteristics of Public Schools in the United States*. Journal of Political Economy, 100, pp 1-40 (1992).
- [6] CHEN H.-J., *The endogenous probability of migration and economic growth*. Economic Modelling, 25, pp 1111-1115 (2008).
- [7] CHEN H.-J., *International migration and economic growth : a source country perspective*. Journal of Population Economics, 19, pp 725-748 (2006).
- [8] CIPRIANI G. P., MAKRIS M., *A model with self-fulfilling prophecies of longevity*. Economics Letters 91, pp 122-126 (2006).
- [9] DE LA CROIX D., DOEPKE M., *Inequality and Growth : Why Differential Fertility Matters*. American Economic Review, 93, No 10, pp 91-113 (2003).

- [10] DE LA CROIX D., MICHEL P., *A Theory of Economic Growth : Dynamics and Policy in Overlapping Generations*. Cambridge : Cambridge University Press (2002).
- [11] DELAUNAY A., TAPINOS G., *Mondialisation et migrations Internationales*. Conférence internationale sur les migrations, le libre-échange et l'intégration régionale, OCDE, Lisbonne (1998).
- [12] DOCQUIER F., LOHEST O., MARFOUK A., *Drain in Developing Countries*. World Bank Economic Review, 21, pp 193-218 (2007).
- [13] FERNANDEZ R., ROGERSON R., *Finance Reform : A Dynamic Perspective*. Journal of Policy Analysis and Management, 16, pp 67-84 (1997).
- [14] GALOR O., STARK O., *The Impact of Differences in the Levels of Technology on International Labor Migration*. Journal of Population Economics, 4, pp 1-12 (1991).
- [15] GALOR O., TSIDDON D., *Income distribution and growth :the Kuznets hypothesis revisited*. Economica Journal, 63, S103-S117 (1996).
- [16] GARÇON M., OMRANE A., *Effets d'anticipation de problèmes de flux migratoires avec probabilité de migration endogène*, 48ème Colloque ASRDLF Migration et Territoires, pp 1-10 (2011).
- [17] GARÇON M., GARNIER J., OMRANE A., *Anticipation effects in endogenous probability migration models*, Journal of Regional and Urban Economics (accepté 2012).
- [18] GLOMM G., *Parental choice of human capital investment*. Journal of Development Economics 53, pp 99-114 (1997).
- [19] GLOMM G., RAVIKUMAR B., *Public versus private investment in human capital : endogenous growth and income inequality*. Journal of Political Economy 100, pp 818-834 (1992).
- [20] GREENWOOD M. J., *Internal migration in developed countries*. Handbook of Population and Family Economics, Chapter 12, pp 647-720 (1997).

- [21] JOURNAUX, MÉDIAS, *Globo, BBC, The Wall Street Journal, Americas*
- [22] LASER P., *Migration and Poverty in Haïti : Economic and Social Consequences of Remittances on Inequality and Poverty in Haïti Benedique*, University of Montpellier, Haïti State University (2008).
- [23] LIEN D., WANG Y., *Brain Drain or Brain Gain : A Revisit*. Journal of Population Economics, 18, pp 153-163 (2005).
- [24] LUCAS R. E. B., *Internal migration in developing countries*. Handbook of Population and Family Economics, Chapter 13, pp 721-798 (1997).
- [25] MIRRLEES J. A., *Migration and optimal income taxes*. Journal of Public Economics, 18, pp 319-341 (1982).
- [26] MIYAGIWA K., *Scale economies in education and the brain drain problem*. International Economic Review, 32, pp 743-759 (1991).
- [27] MOUNTFORD A., *Can a brain drain be good for growth in the source economy?* Journal of Development Economics, 53, pp 287-303 (1997).
- [28] SJAASTAD, L. A., *The costs and returns of human migration*. Journal of Political Economy, 70, pp 80-93 (1962).
- [29] SIMMONS A. B., *Mondialisation et migration internationale : tendances, interrogations et modèles théoriques*, Cahiers québécois de démographie, vol. 31, No 1, pp 7-33 (2002).
- [30] STARK O., WANG Y., *Inducing human capital formation : migration as a substitute for subsidies*. Journal of Public Economics, 86, pp 29-46 (2002).
- [31] STARK O., HELMENSTEIN C., PRSKAWETZ A., *Human capital depletion, human capital formation and migration : a blessing or a curse?*. Economic Letters, 60, pp 363-367 (1998).
- [32] STARK O., HELMENSTEIN C., PRSKAWETZ A., *A brain drain with a brain gain*. Economic Letters, 55, pp 227-234 (1997).

- [33] TODARO M. P., HARRIS J. R., *Migration, Unemployment and Development : A Two-Sector Analysis* . American Economic Review, 60, pp 126-142 (1970).
- [34] TRANNOY A., SIMULA L., *Optimal Income Tax under the Threat of Migration by Top-Income Earner*. Journal of Public Economics, 94, pp 163-173 (2010).
- [35] VIDAL J.-P., *The effect of emigration on human capital formation*. Journal of Population Economics, 11, pp 589-600 (1998).
- [36] WIHTOL DE WENDEN C., *La mondialisation des flux migratoires*, CNRS, CERI, Conférence, IUFM Aix-Marseille (2003).
- [37] WILSON J. D., *Optimal income taxation and migration : A world welfare point of view*. Journal of Public Economics, 18, pp 381-397 (1982)
- [38] WILSON J. D., *A voluntary brain-drain tax*. Journal of Public Economics, 92, pp 2385-2391 (2008)