



THÈSE en cotutelle

Présentée à

L'UNIVERSITÉ DE PAU ET DES PAYS DE L'ADOUR-FRANCE

Et à

L'UNIVERSITÉ IBN ZOHR AGADIR-MAROC

Par

ES-SAKHY MOULAY RACHID

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

Convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni en
récipient cylindrique à fond conducteur soumis à un
flux de chaleur localisé

Soutenue le **13 décembre 2012**

Après avis de :

M.	BENHAMOU Brahim	Professeur - Université Cadi Ayyad Marrakech-Maroc	Rapporteur
M.	MEDALE Marc	Professeur - Université d'Aix-Marseille-France	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

M.	EL ALAMI Mustapha	Professeur - Université Hassan II, Ain Chock Casablanca - Maroc	Président
M.	HAMDY Hassan	Professeur - Université Cadi Ayyad Marrakech - Maroc	Examineur
M.	NICOLAS Xavier	Maître de conférences - Université Paris-Est - France	Examineur
M.	EL OMARI Kamal	Maître de conférences HDR - Université de Pau et des Pays de l'Adour-France	Examineur
M.	LE GUER Yves	Maître de conférences HDR - Université de Pau et des Pays de l'Adour - France	Directeur de thèse
Mme.	MEDIOUNI Touria	Professeur - Université Ibn Zohr Agadir - Maroc	Directrice de thèse

À mes Parents, Frères et Soeurs, et Grand-Mère...

À mon Épouse Karine

Remerciements

Je souhaite remercier en premier lieu mes directeurs de thèse, M. Yves LE GUER, Maître de conférences HDR au laboratoire des Sciences de l'Ingénieur Appliquées à la Mécanique et au génie Électrique (SIAME) à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour (France) et Mme Touria MEDIOUNI, Professeur des Universités au laboratoire de Mécanique, Procédés de l'Énergie et de l'Environnement (LMP2E) à l'Université Ibn Zohr d'Agadir (Maroc) pour m'avoir accueilli au sein de leurs équipes. Je suis également reconnaissant pour le temps conséquent qu'ils m'ont accordé, leurs qualités pédagogiques et scientifiques, leurs franchise et sympathie. J'ai beaucoup appris à leurs côtés et je leur adresse ma gratitude pour tout cela.

J'adresse de chaleureux remerciements à mes co-encadrants de thèse, M. Serge BLANCHER, Maître de conférences et M. Kamal EL OMARI, Maître de conférences HDR, tous deux au laboratoire SIAME pour leur attention de tout instant sur mes travaux, leurs conseils avisés et écoute qui ont été prépondérants pour la bonne réussite de cette thèse. Leurs énergie et confiance ont été des éléments moteurs pour moi. J'ai pris un grand plaisir à travailler avec eux.

Je tiens à remercier M. Marc MÉDALE, Professeur à l'Université d'Aix-Marseille et M. Brahim BENHAMOU, Professeur à l'Université Cadi Ayyad de Marrakech d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail de thèse.

Je remercie également M. Mustapha EL ALAMI, Professeur à l'Université Hassan II à Casablanca, M. Hassan HAMDI, Professeur à l'Université Cadi Ayyad et M. Xavier NICOLAS, Maître de conférences à l'Université Paris-Est d'avoir accepté de participer à ce jury.

J'aimerais adresser un remerciement particulier à tout le personnel du département GTE de l'IUT des Pays de l'Adour, pour son aide, sa gentillesse et son soutien tout au long de ces années.

Je tiens aussi à remercier mes amis doctorants qui m'ont aidé au cours des trois ans de cette thèse et plus particulièrement Mustapha, Lahcen, Rabah, Maxime et Kossivi.

Enfin je tiens à exprimer mes remerciements ainsi que mon affection à tous mes proches, qu'ils soient amis ou de la famille, pour leur patience et leur soutien parce qu'ils ont toujours cru en moi et m'ont toujours fait confiance.

Résumé

Le présent travail de recherche concerne l'étude de la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni dans un récipient cylindrique doté d'un fond en substrat solide. Le substrat solide est chauffé sur sa face inférieure par un flux de chaleur localisé. L'étude comporte deux parties :

La première partie du travail consiste en une modélisation physique du problème associée à des simulations numériques. Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sont résolues en 3D par une méthode de volumes finis. Un transfert de chaleur conjugué solide-liquide est considéré. Des morphologies originales de cellules (type et nombre) sont observées, elles dépendent des conditions géométriques, des nombres adimensionnels qui régissent la physique de l'écoulement (nombre de Prandtl, de Rayleigh et de Marangoni ainsi que du rapport des conductivités thermiques du substrat solide et du fluide). Les transferts de chaleur sont aussi évalués pour chaque cas d'étude.

Dans la deuxième partie, nous allons détaillons une étude expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni dans la même configuration que celle étudiée numériquement. Les structures convectives et leurs évolutions sont étudiées à partir d'images relevées par thermographie infra-rouge. Différents modes d'organisation des cellules convectives ont pu être mis en évidence pour ce type de chauffage à flux thermique imposé non uniforme.

Mots clés : convection Rayleigh-Bénard-Marangoni, effet Marangoni, surface libre, simulation numérique, étude expérimentale, transfert conjugué, récipient cylindrique.

Abstract

The present research work concerns the study of Rayleigh-Bénard-Marangoni convection in a cylindrical container with a solid substrate base. This solid substrate is heated by a localized heat flux on its underside. The study is divided into two parts :

The first part of the work consists of a physical modelling of the problem associated with numerical simulations. The Navier-Stokes and energy equations are solved by using a 3D finite volume method. A conjugate solid-liquid heat transfer is considered. Original morphology of cells (type and number) are observed, they are linked to the geometrical conditions, the dimensionless numbers which govern the physical problem (Prandtl, Rayleigh and Marangoni numbers and the ratio of solid substrate to liquid thermal conductivities). The heat transfers are also evaluated in each case.

In the second part of the work, we present an experimental study of Rayleigh-Bénard-Marangoni convection in the same configuration as that studied numerically. Convective structures and their evolutions are studied from images recorded by infrared thermography. Different modes of organization of convective cells have been highlighted for this type of heating with imposed non-uniform heat flux.

Keywords : Rayleigh-Bénard-Marangoni convection, Marangoni effect, free surface, numerical simulation, experimental study, conjugate heat transfer, cylindrical container.

Table des matières

Remerciements	5
Remerciements	5
Résumé	7
Abstract	9
Table des figures	22
Nomenclature	23
1 Introduction générale	25
1.1 Phénomènes physiques	25
1.2 Convection de Rayleigh-Bénard	29
1.3 Convection de Bénard-Marangoni	31
1.4 Convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni	37
1.5 Objectif et plan de la thèse	41
I ÉTUDE NUMÉRIQUE	43
2 Modèle physique	45
2.1 Configuration étudiée	45
2.2 Hypothèses simplificatrices et modèle mathématique	47

2.2.1	Hypothèses	47
2.2.2	Modèle mathématique	48
2.2.3	Équations adimensionnées	50
3	Méthodes numériques	55
3.1	Schémas numériques	55
3.1.1	Discrétisation temporelle	56
3.1.2	Discrétisation spatiale du flux diffusif	56
3.1.3	Calcul du gradient	57
3.1.4	Discrétisation du flux convectif	58
3.1.5	Couplage vitesse-pressure	58
3.1.6	Implémentation parallèle	59
3.2	Cas tests de validation	60
3.2.1	Cas de Rayleigh-Bénard	60
3.2.2	Cas de Marangoni pur	64
3.3	Etude de la sensibilité des résultats au maillage	68
4	Résultats numériques	75
4.1	Introduction	75
4.2	Effet du rapport des conductivités K	76
4.3	Effet du nombre de Biot	88
4.4	Effet du nombre de Rayleigh	94
4.4.1	Absence de la thermocapillarité	94
4.4.2	Couplage des deux effets, thermocapillaire et gravitationnel	97
4.5	Effet du nombre de Marangoni	101
4.6	Effet du nombre de Prandtl	105
4.7	Conclusions	106

II	ÉTUDE EXPÉRIMENTALE	109
5	Configuration et techniques expérimentales	111
5.1	Configuration expérimentale	112
5.2	Propriétés physiques des fluides utilisés	113
5.3	Plaques métalliques utilisées	117
5.4	Résistance électrique	117
5.5	Techniques de mesures	117
5.5.1	Mesure par thermographie infra-rouge	118
5.5.2	Mesure par thermocouples	119
5.6	Évaluation des pertes d'énergie dans le récipient	119
5.6.1	Calcul du flux thermique total	120
5.6.2	Calcul des pertes par le dessous	120
5.6.3	Calcul des pertes thermiques par la paroi latérale cylindrique	121
5.6.4	Calcul des nombres adimensionnels	122
5.7	Détermination expérimentale des différents flux thermiques et des nombres adimensionnels	124
6	Résultats expérimentaux	135
6.1	Introduction	135
6.2	Caractérisation de la transition rouleaux toroïdaux - cellules de Bénard- Marangoni	136
6.3	Cellules convectives observées avec la plaque d'aluminium ($K = 1060$) . . .	143
6.4	Résultats obtenus avec la plaque d'acier-inox ($K = 233$)	145
6.5	Conclusion	155
	Conclusion générale et perspectives	161
	Annexe A	163
	Bibliographie	179

Table des figures

1.1	Représentation schématique d'une paire de rouleaux de Rayleigh-Bénard (RB) de longueur d'onde λ pour une épaisseur de couche fluide e	32
1.2	Motifs visualisés par thermographie infrarouge pour diverses conditions expérimentales. Sur la partie supérieure de la figure, la température locale, au niveau de la surface libre, est représentée en fonction du temps. Figures tirées de [Rahal et al., 2007].	33
1.3	Écoulements de BM en récipients circulaires et hexagonaux : comparaison entre expériences et simulations numériques. Vues de dessus de la structure de l'écoulement cellulaire (expérience), du champ de vitesse et du champ de température à l'interface (simulations), (a) 7 cellules, $Ma=77$, $Ra=17$ et $\Gamma=8,27$; (b) 7 cellules, $Ma=105$, $Ra=48$ et $\Gamma=8,4$; (c) 19 cellules, $Ma=101$, $Ra=27$ et $\Gamma=16,23$; (d) 48 cellules, $Ma=105$, $Ra=48$ et $\Gamma=22,4$. Figures tirées de [Médale and Cerisier, 2002].	36
1.4	Motifs visualisés par thermographie infrarouge pour diverses conditions expérimentales dans un récipient cylindrique uniformément chauffé par le bas. $\Gamma = 6$, $Bi = 2.52$, $Pr = 206$, $\Delta T_p =$ (a) 10°C , (b) entre 10°C et 15°C , (c) 15°C , (d) 20°C , (e) 25°C , (f) 30°C , (g) 35°C , (h) 45°C . Figures tirées de [Cerisier et al., 2007].	38

1.5	Evolution du nombre de Marangoni critique Ma en fonction du nombre de crispation pour $Bd = 0,1$, $Bi = 0$, $\Gamma = 0.8$ et différents valeurs du R_ν , (1) $R_\nu = -0,5$; (2) $R_\nu = -0,3$; (3) $R_\nu = 0$; (4) $R_\nu = 0,3$; (5) $R_\nu = 0,5$. [Kozhoukharova and Roze, 1999]. R_ν est défini en note de bas de page. . .	40
2.1	Schéma du dispositif modélisé physiquement.	46
2.2	Exemple d'un profil de la température sur un axe de l'interface solide/liquide (d'après une simulation numérique du système).	46
3.1	Une cellule de calcul C et une de ses cellules voisines N_b	56
3.2	Cavité utilisée pour le cas test de validation en convection de Rayleigh-Bénard pour le cas de Bergé [Bergé, 1976], $d = 1$ cm, $l = 3$ cm, $L = 10$ cm et le fluide est une huile de silicone.	60
3.3	Illustration des rouleaux de convection obtenus numériquement dans le cas $\epsilon = \frac{Ra - Ra_c}{Ra_c} = 0,47$; (a) champ de température et (b) module de la vitesse adimensionnelle dans une coupe verticale à $y = 0,015$ qui correspond à un cas expérimental étudié par Bergé [Bergé, 1976]	61
3.4	Variation de Vx en fonction de X pour $Z = 0,22d$; $Y = 0,5l$ et $\epsilon = 1,27$	62
3.5	Variation de Vx en fonction de Y pour $Z = 0,22d$; $X = 0,5d$ et $\epsilon = 3$	63
3.6	Schéma de la cavité utilisée pour le cas test 3D : cas de Marangoni pur.	64
3.7	Profil de la température à la surface libre ($y = d$) en fonction de x à $z = \Gamma_z/2$	65
3.8	Schéma du cas test 2D.	65
3.9	Coupe verticale du maillage de la cavité ($1,6 \cdot 10^6$ cellules). La partie basse du maillage, en dessous du raffinement horizontal correspond au substrat solide, la partie haute correspond à la couche fluide.	69
3.10	Agrandissement de la partie gauche du maillage représenté sur la figure. 3.9	69
3.11	Coupe horizontale du maillage de la cavité ($1,6 \cdot 10^6$ cellules).	70
3.12	Agrandissement d'un quart de la figure. 3.11.	70

3.13	Étude du maillage : comparaison de différents critères en fonction de la taille du maillage, figure de droite zoom pour les maillages de grande taille.	72
3.14	Vitesse adimensionnelle au niveau de la surface libre pour les différentes tailles de maillage étudiés [Ma=2000, Ra=100, Bi=100, Pr=100 et K=100].	72
4.1	Schéma de la distributions radiale de température obtenue au niveau de l'interface solide/liquide par l'application d'un flux thermique central localisé sur une section circulaire de rayon r de la face inférieure du substrat solide (adapté de [Navarro et al., 2007]).	78
4.2	Variation de δ , rapport adimensionnel des gradients horizontaux et verticaux de température en fonction de K , le rapport des conductivités solide et liquide (simulation numérique pour Ma = 2000, Ra = 1000, Pr = 100 et Bi = 100).	79
4.3	Température de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et Ra=1000].	79
4.4	Champ de vitesse au niveau de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et Ra=1000].	80
4.5	Température de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et Ra=100].	81
4.6	Champ de vitesse au niveau de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et Ra=100].	81
4.7	Isothermes selon des coupes verticales pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100 et Pr=100].	83
4.8	Champ de vitesse selon des coupes verticales pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100 et Pr=100].	84
4.9	Distributions du nombre de Nusselt local à l'interface solide/liquide pour différents rapports des conductivités K [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et Ra=1000].	85

4.10	Distributions du nombre de Nusselt local à l'interface solide/liquide pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=100$].	85
4.11	(a) Températures moyennes et (b) profils de température pour $Ra=1000$ à l'interface S/L selon un diamètre pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$ et $Pr=100$].	86
4.12	(a) Energie cinétique et (b) nombre de Nusselt moyen au niveau de l'interface S/L pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$ et $Pr=100$].	86
4.13	Vecteurs vitesses (flèches) et isothermes (lignes) au niveau de la surface libre pour deux nombres de Biot, $Bi=20$ et $Bi=50$ [$Ma = 2000$, $Ra = 1000$, $Pr = 100$ et $K = 100$]	89
4.14	Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].	89
4.15	Distribution de la vitesse à la surface libre pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].	90
4.16	Distributions du nombre de Nusselt local à l'interface solide/liquide pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].	92
4.17	(a) Energie cinétique et (b) températures moyennes au niveau de l'interface S/L pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].	93
4.18	Nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Biot.	93
4.19	Température de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].	95
4.20	Vitesse au niveau de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].	96
4.21	(a) Vitesse maximale et (b) température maximale au niveau de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].	96

4.22	Distributions du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Rayleigh Ra [Ma=0, Bi=100, Pr=100 et K=100].	97
4.23	Vitesse au niveau de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	98
4.24	Température de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [Ma=2000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	99
4.25	(a) Énergie cinétique et (b) températures moyennes pour différents nombres de Rayleigh Ra [Bi=100, Pr=100 et K=100].	99
4.26	Valeur moyenne du nombre de Nusselt Nu_{moy} pour différents nombres de Rayleigh Ra [Bi=100, Pr=100 et K=100].	100
4.27	Vitesse au niveau de la surface libre pour différents nombres de Marangoni Ma [Ra=1000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	102
4.28	Température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni Ma [Ra=1000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	102
4.29	(a) Energie cinétique et (b) nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Marangoni Ma [Ra=1000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	103
4.30	(a) Températures moyennes et (b) profil de température à l'interface S/L selon un diamètre pour différents nombres de Marangoni Ma [Ra=1000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	104
4.31	Profils de température à l'interface S/L rapportés à T_{moy} selon un diamètre pour différents nombres de Marangoni Ma [Ra=1000, Bi=100, Pr=100 et K=100].	104
4.32	Distributions du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Marangoni Ma [Ra=1000, Bi=100, Pr=100 et K=100]	105
4.33	Vitesse à la surface libre pour différents nombres de Prandtl Pr [Ma=2000, Ra=1000, Bi=100 et K=100].	106
4.34	Température de la surface libre pour différents nombres de Prandtl Pr [Ma=2000, Ra=1000, Bi=100 et K=100].	106

4.35	(a) Energie cinétique et (b) températures moyennes pour différents nombres de Prandtl [Ma=2000, Ra=1000, Bi=100 et K=100].	107
4.36	Nusselt moyen pour différent nombre de Prandtl [Ma=2000, Ra=1000, Bi=100 et K=100].	107
4.37	Distributions du Nombre de Nusselt local pour différents nombres de Prandtl Pr [Ma=2000, Ra=1000, Bi=100 et K=100].	108
5.1	Photographie du dispositif expérimental.	112
5.2	Schéma simplifié du dispositif expérimental, (avec vue en coupe, plan (x,z) et vue de dessus, plan (x,y)) : (a) récipient cylindrique en PVC, (b) positions des thermocouples, (c) résistance électrique, (d) substrat solide, (e) couche fluide, (f) camera infra-rouge.	114
5.3	Réchauffeur "polyimide" de type film utilisé (fabricant : MINCO).	118
5.4	Module d'acquisition "SL700 DATA LOGGER" (fabricant : Daly Fluid Technologies).	119
5.5	Schéma simplifié du récipient en PVC.	121
5.6	Schéma du récipient cylindrique équipé des différents thermocouples. . . .	125
5.7	Relevés en fonction du temps des température T_1 , T_2 et T_3 des thermocouples positionnés sur la face supérieure et de la température ambiante. .	126
5.8	Relevés en fonction du temps des température T'_1 , T'_2 et T'_3 des thermocouples positionnés sur la face inférieure et de la température ambiante. .	126
5.9	Au temps $t = 20$ h, températures des faces supérieure et inférieure pour les trois positions sur le rayon auxquelles ont été placés les thermocouples.	127
5.10	Températures mesurée expérimentalement et calculée sur la face supérieure au temps $t = 20$ h	128
5.11	Relevés des températures de la paroi latérale cylindrique et de la température ambiante en fonction du temps	130
6.1	Rouleaux convectifs toroïdaux observés par Koschmieder, $\Delta T = 380.10^{-2}$ °C, (image tirée de [Koschmieder, 1967]).	137

6.2	Pr = 221 : $\Gamma = 16,66$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour U = 20 V (Ma = 112 et Ra = 378) (a) 1h20 ; (b) 1h50 et (c) 2h.	138
6.3	Pr = 437 ; $\Gamma = 16,66$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour (a) 4h20 et (b) 4h28 pour U = 20 V (Ma = 33 et Ra = 110), (c) U = 25 V (Ma = 52 et Ra = 175) au temps 5h20, (d) U = 30 V (Ma = 96 et Ra = 317) au temps 49h15.	139
6.4	Longueurs d'onde des différents rouleaux observés pour la figure 6.3(b) : $\lambda_1 \simeq 9 \text{ mm}$; $\lambda_2 \simeq 7,1 \text{ mm}$; $\lambda_3 \simeq 6,6 \text{ mm}$; $\lambda_4 \simeq 6,1 \text{ mm}$; $\lambda_5 \simeq 7 \text{ mm}$; $\lambda_6 \simeq 11,2 \text{ mm}$ et $R \simeq 50 \text{ mm}$	140
6.5	Pr = 885 : $\Gamma = 16,66$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour U = 30 V (Ma = 49 et Ra = 145) (a) 19h32 ; (b) 19h42 et (c) 19h52.	141
6.6	Pr = 885 : $\Gamma = 10$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour (a) 4h20 et (b) 4h28 pour U = 20 V (Ma = 46 et Ra = 384) ; (c) U = 25 V (Ma = 71 et Ra = 595,9) au temps 5h20, (d) U = 30 V (Ma = 135 et Ra = 1124) au temps 49h15 ; (e) et (f) U = 10V (Ma = 11,5 et Ra = 95,9) aux temps 50h05 et 51h05.	142
6.7	Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 7,14$ (Bo=16,2).149	
6.8	Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 10$ (Bo=8,3).150	
6.9	Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 16,66$ (Bo=3). 151	
6.10	Evolution du nombre total de cellules (Nc, indiqués à l'intérieur des formes en carré, triangle et rond) en fonction des nombres de Marangoni Ma et de Rayleigh Ra, pour les trois rapports de forme $\Gamma = 16,66$; 10 et 7,14.	152

6.11	Evolution du nombre d'onde moyenne externe adimensionné (cellules en contact avec la paroi latérale) en fonction des nombres de Marangoni Ma et de Rayleigh Ra , pour les trois rapports de forme $\Gamma = 16,66$; 10 et 7,14.	153
6.12	Plaque d'acier - motifs convectifs visualisés par thermographie infrarouge pour différentes conditions expérimentales. (a) $\Gamma = 10$ $Ma = 135$ $Ra = 1124$ $Pr = 885$; (b) $\Gamma = 16,66$ $Ma = 196$ $Ra = 588$ $Pr = 885$; (c) $\Gamma = 16,66$ $Ma = 613$ $Ra = 2062$ $Pr = 221$ et (d) $\Gamma = 10$ $Ma = 1473$ $Ra = 4973$ $Pr = 221$.	156
6.13	Plaque d'acier - Différentes solutions obtenues lorsque l'on augmente le paramètre de contrôle (ici la tension U). Le cas à $Ma=583$, $Ra=9473$, $\Gamma = 7,14$ et $Pr = 885$ est instationnaire et présente des ondes périodiques.	157
6.14	Positions des points sur la surface libre pour lesquels un suivi dans le temps est réalisé $Ma=583$ $Ra=9473$ (point SP01 à SP04 de la périphérie au centre).	158
6.15	Variation de la température des points SP01-SP04 en fonction du temps.	158
6.16	Positions des points sur la surface libre pour lesquels une analyse en fréquence est réalisé $Ma=583$ $Ra=9473$ (point SP01 et SP02).	159
6.17	Amplitude et fréquence du point SP01 de la figure 6.16.	159
6.18	Amplitude et fréquence du point SP02 de la figure 6.16.	160

Nomenclature

Scalars

c_p	chaleur spécifique	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
d	épaisseur du substrat solide	m
e	épaisseur de la couche fluide	m
g	accélération de la pesanteur	$m\ s^{-2}$
h	coefficient d'échange thermique	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$
k	conductivité thermique	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
p	pression	Pa
R	rayon du récipient	m
r_i	rayon interne du substrat solide	m
T	température	K
T_0	température ambiante	K
t	temps	s
v	volume de la couche fluide	m^3
s	surface de la paroi inférieure de la couche fluide	m^2
u	composante horizontale de la vitesse selon e_x	$m\ s^{-1}$
v	composante horizontale de la vitesse selon e_y	$m\ s^{-1}$
w	composante verticale de la vitesse selon e_z	$m\ s^{-1}$
ϕ	flux thermique	W
φ	densité du flux thermique	$W\ m^{-2}$
ρ	masse volumique	$kg\ m^{-3}$
σ	tension de surface	$N\ m^{-1}$

Scalars (suite)

γ	coefficient thermique de tension superficielle	$N\ m^{-1}\ K^{-1}$
α	diffusivité thermique	$m^2\ s^{-1}$
μ	viscosité dynamique	$kg\ m^{-1}\ s^{-1}$
ν	viscosité cinématique	$m^2\ s^{-1}$
β	coefficient de dilatation thermique	K^{-1}
ΔT_{ref}	écart de température	K

Paramètres adimensionnels

$\Gamma = R/e$	facteur de forme
$Bi = \frac{he}{k_f}$	nombre de Biot
$Ma = \frac{\gamma e \Delta T}{\mu \alpha}$	nombre de Marangoni
$Pr = \nu/\alpha$	nombre de Prandtl
$Ra = g\beta\Delta T e^3/\nu\alpha$	nombre de Rayleigh
$Cr = \mu\alpha/\sigma_0$	nombre de Crispation
$Ga = \rho_0 g e^3/\mu\alpha$	nombre de Galilée
$Bd = Ra/Ma$	nombre de Bond
$\Theta = (T - T_0)/\Delta T$	température réduite
$K = \frac{k_s}{k_l}$	rapport des conductivités thermiques
ε	émissivité

Indices/Exposants

s	solide
l	liquide
0	valeurs de référence
i	interface solide/liquide
ref	référence

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Phénomènes physiques

La convection thermique naturelle est un phénomène physique très répandu que l'on rencontre aussi bien dans la nature que pour différentes applications industrielles. Ce phénomène de convection thermique met en mouvement un fluide sous l'action d'un gradient de température qui existe au sein du fluide visqueux. Dans le domaine des sciences de la terre et de l'atmosphère la convection naturelle interviendra dans la circulation atmosphérique ou la création de courants marins, on la trouvera aussi au sein des couches magmatiques de la terre. Pour des applications terrestres à des échelles plus à taille humaine la convection thermique se développera par exemple dans une couche fluide d'une certaine épaisseur chauffée par le bas ou refroidie par le haut. Pour ces applications communes, cette couche fluide, soumise au champ de pesanteur terrestre, repose souvent sur une paroi rigide et est surmontée par une autre paroi rigide ou un gaz (par exemple de l'air). Selon la nature de cette condition supérieure, différents types de convection thermique naturelle pourront apparaître : convection thermogravitaire ou convection thermocapillaire, les deux font appel à des gradients de température source des mouvements du fluide, mais les phénomènes physiques responsables de ces mouvements diffèrent. Des variations de masse volumique du fluide en fonction de la température dans tout le volume fluide sont

responsables de la convection thermogravitaire (poussée d'Archimède toujours verticale), alors que des variations de tension de surface en fonction de la température au niveau de la surface libre provoqueront le déplacement de couches fluides voisines de l'interface sous l'effet de forces tangentes à la surface dans le cas de la convection thermocapillaire.

Dans ces conditions la convection thermogravitaire est communément appelée convection de Rayleigh-Bénard (RB) et la convection thermocapillaire, convection de Bénard-Marangoni (BM).

Le mouvement « naturel » du fluide provient d'une compétition ou d'un couplage entre différentes forces motrices :

- forces de flottabilité (poussée d'Archimède) et forces visqueuses pour la convection thermogravitaire,
- forces de tension de surface et forces visqueuses pour la convection thermocapillaire,

Si les forces de frottement visqueux ne sont pas assez fortes pour s'opposer aux autres forces, le fluide sera déstabilisé et des mouvements de convection apparaîtront.

Pour que cette situation puisse se produire dans le cas de la convection thermogravitaire, il faut nécessairement qu'un champ gravitationnel existe. En l'absence de gravité, aucun mouvement de convection thermogravitaire ne pourra exister. Par ailleurs, si une couche de fluide horizontale maintenue entre deux plaques (celles dont il était question ci-dessus) est uniformément chauffée par le haut dans le champ de pesanteur, alors le fluide chaud restera au voisinage de la plaque du haut et une stratification stable de la température apparaîtra sur la hauteur de la couche fluide. Le gradient de température s'établira à travers la couche de fluide uniquement par conduction thermique (aucun mouvement macroscopique des éléments de fluide ne sera présent). Seules les parois latérales peuvent éventuellement être à l'origine d'un mouvement du fluide.

La convection thermocapillaire, elle, peut exister en l'absence de gravité dans les deux cas de gradient de température, parallèle et/ou perpendiculaire à la surface libre. Dans le cas d'une couche fluide reposant sur un substrat solide et surmontée par un gaz, les deux types de convection thermogravitaire et thermocapillaire pourront se développer (on parlera de convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni (RBM), et les mouvements de

fluide seront pilotés par le type de convection qui imposera sa dynamique (RB ou BM). Cette dynamique est gouvernée comme nous venons de le dire par un rapport de forces (stabilisantes et déstabilisantes) qui peut se traduire par un rapport de temps caractéristiques représentatifs des phénomènes physiques mis en jeu. Ces temps caractéristiques sont représentés par des nombres sans dimensions : le nombre de Rayleigh Ra pour la convection thermogravitaire et le nombre de Marangoni Ma pour la convection thermocapillaire (ceux-ci seront explicités dans les sections suivantes). Dans le cas d'une couche de fluide horizontale chauffée par le bas (gradient de température perpendiculaire à l'interface liquide-gaz), la déstabilisation du fluide n'apparaît qu'au-delà d'une certaine valeur du rapport des forces stabilisante et déstabilisante, ce qui induit l'existence d'un seuil critique pour le développement de l'instabilité de la couche fluide horizontale. On parlera de nombre de Rayleigh critique Ra_c ou de nombre de Marangoni critique Ma_c pour définir ces seuils d'instabilité. Si le gradient de température imposé est parallèle à l'interface liquide-gaz (cas d'un pont liquide entre deux disques horizontaux par exemple), alors le mouvement de convection induit par les forces capillaires et les forces thermogravitaires se développera pour n'importe quel écart de température sans nécessiter l'existence d'un seuil critique d'instabilité.

Selon la nature du fluide (ses propriétés thermophysiques et celle de l'interface), le gradient de température qui est imposé à la couche fluide et son confinement (latéral et épaisseur, rapport de forme), toute une morphologie de motifs de convection peut apparaître. On peut définir des longueurs d'onde caractéristiques pour ces motifs.

Le confinement va imposer une forme et une organisation particulière, sous forme de rouleaux (longitudinaux, transversaux) ou de cellules (de formes, hexagonales, pentagonales, carrées, ...), associés à une dynamique stationnaire près du seuil. Au fur et à mesure que l'on augmentera la valeur du paramètre de contrôle (Ra ou Ma), des réorganisations des structures convectives pourront se produire, puis une instabilité temporelle avec modes oscillants peut apparaître et finalement un scénario de transition vers la turbulence se mettra en place et imposera des fluctuations spatio-temporelles complexes aux champs de vitesses et de température dans tout le volume fluide.

La richesse des phénomènes rencontrés dans le cas d'une « simple » couche de fluide chauffée par le bas est telle que ce sujet a fait l'objet de centaines d'études depuis un peu plus d'un siècle et constitue encore aujourd'hui un axe actif en terme de recherche. Les domaines d'applications pratiques des écoulements induits par la tension superficielle sont nombreux et variés. Pour le domaine lié au génie chimique [Dijkstra, 1992] mentionne deux applications [Zuiderweg and Harmens, 1958, Patberg et al., 1983] pour lesquelles les transfert de masse à travers une interface est fortement influencé par les effets de tension superficielle. D'autres applications où la tension de surface est importante sont la technique de croissance des cristaux par zone flottante [Shen et al., 1990], les procédés qui concernent le revêtement par film mince [Calvert, 2001], ainsi que le refroidissement des composants électroniques [Bar-Cohen et al., 1995] et aussi les procédés d'évaporation [Chun and Seban, 1971] et d'adsorption [Killion and Garimella, 2004].

Pour s'affranchir de l'instabilité thermoconvective, de nombreuses expériences ont été réalisées en microgravité. Nous savons aussi que les effets thermocapillaires seront aussi dominants dans le cas de couches fluides relativement minces.

Lorsque le gradient de température imposé n'est plus perpendiculaire à l'interface liquide-gaz comme dans le cas de la couche de fluide horizontale chauffée non uniformément par le bas, l'état de base n'est plus conductif mais conducto-convectif et sa perturbation donnera naissance à des structures particulières dans l'écoulement pour des gradients de températures imposés suffisamment grands.

C'est dans ce cadre que nous allons placer notre étude. Nous allons considérer une couche fluide horizontale confinée dans un récipient cylindrique et chauffée par le dessous dans sa zone centrale par un flux de chaleur. Ce flux de chaleur uniforme n'est pas appliqué directement au fluide mais au travers d'une épaisseur de plaque métallique plus ou moins conductrice de la chaleur. Ce mode de chauffage induira dans la couche fluide des gradients de température non uniformes et orientés selon des composantes horizontales et verticales. L'interface liquide-gaz est soumise à la convection naturelle de l'air environnant.

Nous allons conduire l'étude de deux manières différentes qui seront développées dans les deux parties que comprend cette thèse.

Dans un premier temps, nous présenterons une étude numérique de la résolution directe du problème conjugué conductif-convectif pour obtenir les évolutions des champs de vitesses et de température dans la couche fluide. Nous mettrons en évidence différents types de structures convectives en fonction des paramètres physiques qui gouvernent le problème.

Dans un second temps, nous allons détailler une étude expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni (RBM) dans la même configuration que celle étudiée numériquement. Les structures convectives et leurs évolutions seront étudiées à partir d'images relevées par thermographie infra-rouge.

Néanmoins, dans ce qui suit de cette introduction nous allons présenter les trois modes de convection : RB, BM et RBM.

1.2 Convection de Rayleigh-Bénard

La convection de Rayleigh-Bénard est le cas le plus classique de convection naturelle : une couche horizontale de fluide est maintenue entre deux parois rigides et isothermes présentant un écart de température $\Delta T = T_{bas} - T_{haut}$ avec $T_{bas} > T_{haut}$. Elle a fait l'objet d'un nombre considérable de travaux depuis le début du 20ème siècle. L'un des principaux paramètres qui entre en jeu dans la détermination des seuils (valeurs critiques de la différence de température ΔT_c) est le rapport de forme (aspect) de la géométrie d'étude. Deux types de géométries sont étudiées : rectangulaire et cylindrique.

Nous pouvons distinguer trois types de gradient de température selon la façon avec laquelle on chauffe la cavité : ΔT vertical si elle est chauffée par le bas et refroidie par le haut, ΔT horizontal si la cavité est chauffée latéralement et ΔT couplé, contient à la fois une composante verticale et une autre horizontale.

Depuis les travaux de [Charlson and Sani, 1970], réalisés avec une cavité cylindrique, nous comprenons mieux l'influence du rapport de forme sur l'instabilité de RB due à un gradient de température vertical. L'étude axisymétrique montre que la présence d'un confinement latéral impose une valeur critique ΔT_c supérieure à celle obtenue dans le cas

d'une couche infinie. Ceci est dû au fait que le confinement du système impose l'ordre de grandeur du nombre d'onde critique de l'instabilité, c'est à dire, la longueur d'onde des rouleaux convectifs. D'autres travaux plus généraux sur ce problème ont été menés, en considérant des perturbations tridimensionnelles sous forme de mode azimutaux [Charlson and Sani, 1971] et ils ont montré que la structure de l'écoulement dépend du confinement. La longueur d'onde λ est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la couche fluide e , $\lambda \simeq 2 e$ (cf. figure 1.1), la structure spatiale des modes est contrainte (le nombre de rouleaux formé est limité), et les seuils d'instabilité de ces modes sont suffisamment séparés les uns des autres. Cependant pour les cavités de grand rapport de forme, le champ convectif n'est ordonné qu'à l'échelle locale et les cellules subissent une dégénérescence de position dans le cas d'une géométrie cylindrique. L'émergence d'un mode critique axisymétrique dépend du rapport de forme [Touihri et al., 1999]. [Hardin et al., 1990] confirment ce postulat à travers des méthodes d'analyse linéaire de stabilité théorique et numérique.

Dans le cas des géométries rectangulaires, des études expérimentales ont fait l'objet des travaux de l'équipe de Bergé [Bergé, 1976, Bergé et al., 1980, Dubois and Bergé, 1981]. Ils ont étudié l'évolution de l'état convectif de l'instabilité de Rayleigh-Bénard, en fonction du nombre de Rayleigh, dans une cellule de petit rapport d'aspect. Ainsi, ils ont montré qu'il y a une transition vers la turbulence par intermittence dans une expérience de convection à nombre de Prandtl élevé et en géométrie confinée. Plus récemment [Paul et al., 2003] ont simulé numériquement la formation des structures convectives de la convection de Rayleigh-Bénard qui peuvent être obtenues expérimentalement. [Ouertatani et al., 2008] ont proposé des solutions numériques de référence (benchmark) de la convection de Rayleigh-Bénard dans des cavités carrées avec une formulation de type volume finis et une accélération multigrille, pour des nombres de Rayleigh égaux à 10^3 , 10^4 , 10^5 et 10^6 .

Le cas du gradient de température horizontal est rencontré par exemple pour la cavité différentiellement chauffée. Dans ce cas il n'y a pas de seuil pour l'instabilité convective (dès que $\Delta T \neq 0$ nous avons un écoulement convectif le long des parois de type couche limite). Dans le cas d'une cavité carrée 2D, [Batchelor, 1954] a été le premier à donner une formulation mathématique du problème et à proposer des solutions approchées. Cependant

[Poots, 1958] a effectué des calculs à la main et a tracé pour la première fois les courbes isothermes. En 1983, [de Vahl Davis, 1983] a proposé une solution numérique (benchmark) dans le même cadre d'étude, pour des nombres de Rayleigh qui varient entre 10^3 et 10^6 et un nombre de Prandtl égal à 0,71. Plus tard, Le Queré et Behnia [Le Queré, 1991, Le Queré and Behnia, 1998] ont proposé des solutions numériques plus précises, obtenues avec une méthode pseudo-spectrale utilisant des polynômes de Chebyshev, pour des valeurs de nombres de Rayleigh allant jusqu'à 10^8 . Le passage du régime laminaire au régime turbulent est étudié par [Barakos et al., 1994]. Récemment [Al Amiri et al., 2009] ont étudié l'influence de la hauteur de la géométrie et du nombre de Rayleigh sur les lignes de courant, les isothermes et le nombre du Nusselt.

Pour obtenir un gradient de température qui se compose d'une partie verticale et d'une partie horizontale, [De and Dalal, 2006] ont incliné la cavité. Ils ont montré l'influence de ces angles d'inclinaison sur l'écoulement convectif. Pour créer ce gradient de température incliné dans la couche fluide, [Navarro et al., 2007] ont chauffé un fluide contenu dans récipient cylindrique d'une manière non homogène au niveau de la paroi inférieure (chauffage au centre), cette étude a permis d'observer plusieurs modes convectifs qui dépendent de la compétition des deux gradients de température (vertical et horizontal).

1.3 Convection de Bénard-Marangoni

L'existence d'une surface libre supérieure conduit à la modification des conditions d'équilibre par rapport au cas de paroi supérieure rigide, tant sur la thermique que sur la dynamique de l'écoulement. Le gradient de température va générer un gradient de tension de surface qui entraînera un mouvement de fluide. La structure spatio-temporelle de l'écoulement dépend essentiellement du gradient de température appliqué à la cavité mais aussi de la nature de la géométrie. S'il s'agit d'un gradient vertical (perpendiculaire à la surface libre) les motifs convectifs sont organisés selon des cellules stationnaires dépendant des paramètres géométriques. Si le gradient de température est horizontal (parallèle à la surface libre), l'écoulement est souvent tangent à la surface libre et des ondes dites ondes

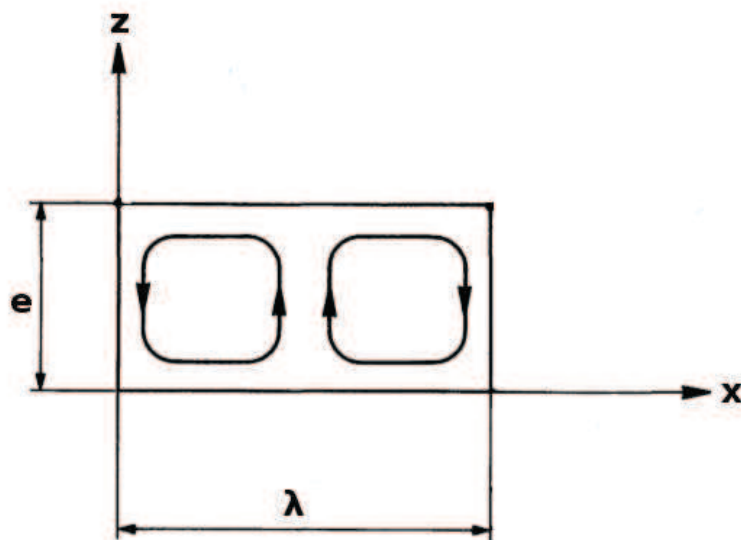


FIGURE 1.1: Représentation schématique d'une paire de rouleaux de Rayleigh-Bénard (RB) de longueur d'onde λ pour une épaisseur de couche fluide e .

"hydrothermales" peuvent également se former [Garnier and Chiffaudel, 2001].

Dans le cas d'un gradient de température vertical, plusieurs auteurs ont développé des études expérimentales en tenant compte seulement des effets thermocapillaires. [Koshmeider and Prahl, 1990] ont montré l'influence du confinement et des conditions aux limites sur la convection de Bénard-Marangoni (BM) dans des petits récipients (cylindriques ou rectangulaires), sur le nombre des cellules convectives, sur leurs formes et sur les seuils d'apparition de l'instabilité. [Schatz and Neitzel, 2001] ont donné un résumé des travaux expérimentaux conduits pour étudier l'instabilité des écoulements à surface libre dans des expériences utilisant à la fois différents rapports de forme (grands et petits) et différentes symétries. [Pasquetti et al., 2002] ont étudié les écoulements de (BM) pour des fluides ayant un nombre de Prandtl élevé. [Rahal et al., 2007] ont étudié expérimentalement l'influence des nombres de Biot et de Prandtl sur la convection de BM dans des petits récipients cylindriques, quelques résultats sont illustrés sur la figure 1.2.

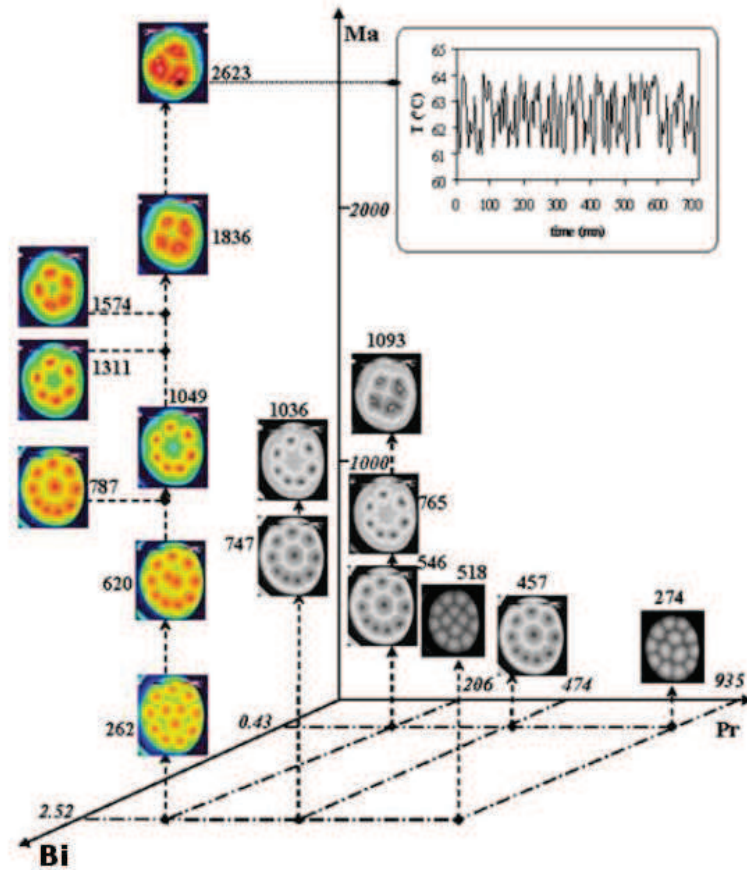


FIGURE 1.2: Motifs visualisés par thermographie infrarouge pour diverses conditions expérimentales. Sur la partie supérieure de la figure, la température locale, au niveau de la surface libre, est représentée en fonction du temps. Figures tirées de [Rahal et al., 2007].

Pour mieux comprendre ce phénomène d'autres auteurs ont effectué des simulations numériques ; nous citons à titre d'exemples les travaux de [Kuhlmann, 1994] et [Sab et al., 1996] dans lesquels ils ont simulé numériquement la convection due seulement à la thermocapillarité dans des systèmes 2D et 3D de taille finie, tandis que [Médale and Cerisier, 2002] ont retrouvé numériquement les résultats des expériences de [Cerisier et al., 1998]. Ceux-ci ont montré que quelle que soit la forme du récipient contenant le fluide, il naît toujours des cellules de convection de formes hexagonales (cf. figure 1.3), par contre le nombre et l'arrangement de ces cellules dépendent fortement de la forme du récipient.

Une série de simulations numériques instationnaires tridimensionnelles dans des cavités annulaires a fait l'objet des articles de [VanHook et al., 1997], [Li et al., 2003] et [Hoyas et al., 2005] ont montré à partir d'une étude expérimentale et d'instabilité linéaire qu'il existe deux modes d'instabilité causés par la tension de surface au sein d'une couche de fluide soumise à un gradient vertical : le premier mode correspond à des courtes longueurs d'ondes sous forme de cellules hexagonales et le deuxième à des grandes longueurs d'ondes de type « hydrothermales ». La valeur transitoire entre ces deux modes d'instabilité a fait l'objet d'un autre travail de la même équipe [Schatz et al., 1995]. D'après toutes ces études, nous pouvons conclure que la forme de la géométrie et la nature des conditions aux limites influencent beaucoup la structure de l'écoulement convectif obtenu.

Pour chauffer la cavité il est possible d'ajouter un substrat solide et d'appliquer un flux de chaleur ou une condition de température imposée à ce substrat. Grâce à la conduction dans le substrat le film liquide sera chauffé d'une manière non homogène. [Gambaryan-Roisman, 2010] a utilisé un fond solide de conductivité non uniforme, ce qui lui permet de chauffer d'une manière irrégulière la couche fluide. Il a étudié l'effet d'une conductivité non-uniforme sur l'écoulement convectif.

Dans le cas d'un gradient horizontal de température, [Smith and Davis, 1983] sont les premiers à avoir développé une analyse de stabilité linéaire dans le cas d'une couche fluide infinie avec une surface libre soumise à un gradient de température horizontal. La convection de BM dans ce cas est également très dépendante des conditions aux limites et de la géométrie de la cavité. Plusieurs études ont été faites dans ce contexte, [Kuhlmann

and Albensoeder, 2008], [Hoyas et al., 2005] et [Leypoldt et al., 2000] se sont intéressés à l'étude numérique de ce phénomène dans deux géométries, une cavité rectangulaire et un récipient cylindrique. Pour des rapports de forme inférieurs à trois, des cellules convectives stationnaires s'installent dans la cavité. Et, pour des rapport de forme plus grands, l'effet Marangoni joue un rôle très significatif, des ondes hydrothermales peuvent apparaître si le rapport de forme est assez grand.

A ce jour les instabilités de BM avec un gradient de température vertical ou horizontal ont été beaucoup étudiées, mais dans de nombreuses applications, le gradient de température est constitué par deux composantes, par exemple en présence d'un point chaud sur la face inférieure, ce qui complique l'étude. La stabilité des écoulements thermocapillaires dans des systèmes d'eau ou d'eau-air avec un gradient de température avec deux composantes verticale et horizontale a fait l'objet des travaux de [Nepomnyashchy et al., 2001, Shklyaev and Nepomnyashchy, 2004], dans lesquels ils ont trouvé trois modes d'instabilité : ondes hydrothermales obliques, rouleaux longitudinaux et ondes bidimensionnelles. Tandis que [Li et al., 2012] ont eux appliqué un flux vertical au bas d'une cavité chauffée latéralement, ils ont conclu que le nombre de Marangoni critique augmente dans un premier temps puis diminue quand le flux augmente et aussi que le nombre de Marangoni critique dépend du rapport de forme de la cavité rectangulaire. Une analyse linéaire de stabilité de BM en l'absence de gravité, en l'absence d'échanges thermiques avec l'atmosphère, mais en présence de chacun des gradients de température vertical et horizontal est proposé par [Davis, 1987]. Il a trouvé deux types d'instabilités stationnaires : rouleaux longitudinaux et ondes hydrothermales obliques qui dépendent du nombre de Prandtl et de l'écoulement de base considéré.

La convection de BM joue aussi un rôle important dans le processus de séchage par évaporation, beaucoup de travaux ont été réalisés pour essayer de bien comprendre le couplage entre ces deux phénomènes convection et évaporation. Parmi ces travaux nous pouvons citer ceux de [Chen and Lin, 2000] , [Buffone et al., 2005], [Toussaint et al., 2008], [Touazi et al., 2010] et [Machrafi et al., 2010].

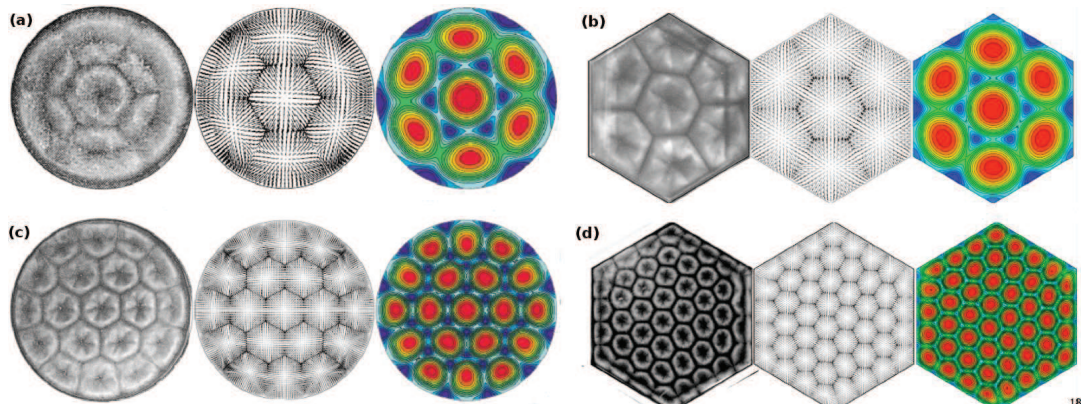


FIGURE 1.3: Écoulements de BM en récipients circulaires et hexagonaux : comparaison entre expériences et simulations numériques. Vues de dessus de la structure de l'écoulement cellulaire (expérience), du champ de vitesse et du champ de température à l'interface (simulations), (a) 7 cellules, $Ma=77$, $Ra=17$ et $\Gamma=8,27$; (b) 7 cellules, $Ma=105$, $Ra=48$ et $\Gamma=8,4$; (c) 19 cellules, $Ma=101$, $Ra=27$ et $\Gamma=16,23$; (d) 48 cellules, $Ma=105$, $Ra=48$ et $\Gamma=22,4$. Figures tirées de [Médale and Cerisier, 2002].

1.4 Convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni

Comme nous l'avons vu, la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni (RBM) est due au couplage des deux phénomènes de convection précédents (convection de RB et convection de BM).

Suite aux travaux de Nield [Nield, 1964] parus en 1964, la valeur théorique critique du gradient de température vertical pour obtenir des motifs convectifs en couche infinie est connue pour les effets couplés de la thermogravitation et de l'effet Marangoni. D'une façon générale, les effets liés à la surface libre prédominent sur les effets liés à la gravité pour les cavités de faible épaisseur de la couche liquide [Dauby et al., 1997]. Plusieurs auteurs ont développé des études expérimentales en tenant compte de ce couplage des forces (flottabilité et thermocapillaires). Nous pouvons citer à titre d'exemple les travaux de [Bückle, U. and Perić, M., 1992] dans lesquels ils ont comparé leurs simulations en 2D, dans des cavités carrées avec les résultats expérimentaux de [Schwabe and Metzger, 1989]. Les travaux de [Cerisier et al., 2007] ont été consacrés à l'évolution des motifs convectifs dans des récipients cylindriques ayant un rapport de forme moyen $6 < \Gamma = \frac{R}{e} < 15$. La figure 1.4 montre les cellules obtenues dans le cadre de cette étude. La modélisation de ce type de convection dans des récipients de petit rapport de forme a été faite par [Kuhlmann and Schoisswohl, 2010].

Depuis les travaux de [Smith and Davis, 1983] parus en 1983, concernant l'analyse de stabilité linéaire de la convection de BM, l'étude de l'influence de la gravité sur l'écoulement a fait l'objet de nombreuses études. [Laure and Roux, 1989] ont étudié ce phénomène dans des fluides ayant un faible nombre de Prandtl, tandis que [Parmentier et al., 1993] se sont intéressés à des fluides ayant un grand nombre de Prandtl (supérieur à 10). Dans la même période, des expériences ont été développées pour des cavités rectangulaires fermées [Villers and Platten, 1992], [Benz et al., 1998], des récipients cylindres fermés [Azami et al., 2001], [Garnier and Chiffaudel, 2001] et des récipients cylindriques ouverts [Kamotani, 1999, Kamotani et al., 2000]. Les résultats de ces expériences ont permis de mettre en évidence les différents types d'instabilité que nous pouvons rencontrer. Dans les cavités

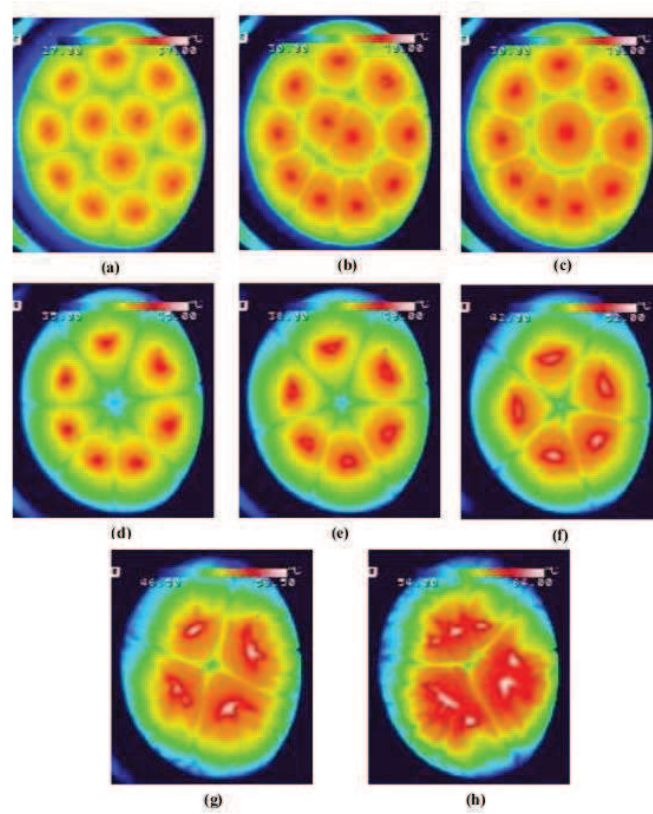


FIGURE 1.4: Motifs visualisés par thermographie infrarouge pour diverses conditions expérimentales dans un récipient cylindrique uniformément chauffé par le bas. $\Gamma = 6$, $Bi = 2.52$, $Pr = 206$, $\Delta T_p =$ (a) $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, (b) entre $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, (c) $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, (d) $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, (e) $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, (f) $30\text{ }^{\circ}\text{C}$, (g) $35\text{ }^{\circ}\text{C}$, (h) $45\text{ }^{\circ}\text{C}$. Figures tirées de [Cerisier et al., 2007].

rectangulaires finis, trois états existent : état stationnaire monocellulaire, état stationnaire multicellulaire et des structures avec variations spatio-temporelles, Des ondes hydrothermales sont observées pour les cavités cylindriques.

Dans le cas des cavités rectangulaires chauffées latéralement, qui subissent un gradient de température horizontal, deux modes convectifs peuvent être observés au sein de la couche fluide (ondes hydrothermales et/ou rouleaux stationnaires) selon les conditions aux limites et les propriétés physiques du fluide. [Burguete et al., 2001] ont conclu qu'il existe une épaisseur critique à partir de laquelle l'écoulement passe d'un régime d'ondes hydrothermales à des rouleaux stationnaires. Une modélisation dans le même cadre d'étude a été menée par [Mercier et al., 1996] pour retrouver les résultats expérimentaux donnés par [Daviaud and Vince, 1993], dans lesquels ils ont observé qu'il y a une transition des ondes hydrothermales vers des rouleaux stationnaires lorsque l'épaisseur de la couche fluide varie. [Garnier and Chiffaudel, 2001] ont eux observé des ondes hydrothermales sous forme de spirales dans des récipients cylindriques fermés, contenant de l'huile de silicone de faible viscosité. Ils ont constaté également des pulsations qui se déplacent du centre du récipient vers l'extérieur. [Peng et al., 2007] ont simulé numériquement en trois dimensions un récipient fermé, ils ont conclu que les motifs convectifs s'organisent selon trois modes : dans le premier, il s'agit d'ondes hydrothermales pour de faibles épaisseurs de la couche de fluide, dans le deuxième, il s'agit des rouleaux stationnaires pour de plus grandes épaisseurs du fluide. Le troisième mode est une combinaison entre les deux pour des épaisseurs intermédiaires.

Peu de publications traitent du couplage entre les phénomènes thermogravitaires et les effets thermocapillaires d'une part et du couplage deux gradients de température, horizontal et vertical, d'autre part. Parmi eux, nous retrouvons les travaux de [Ezersky et al., 1993], dans lesquels ils ont montré l'existence d'ondes hydrothermales.

Déformation de la surface libre

La déformation de la surface libre dans le cas de la convection de BM ou de RBM a fait l'objet de plusieurs travaux. La surface libre peut être considérée plane si :

- le nombre de crispation $Cr = \frac{\mu\alpha}{\sigma_0 e}$ (dit aussi nombre capillaire) tend vers zéro

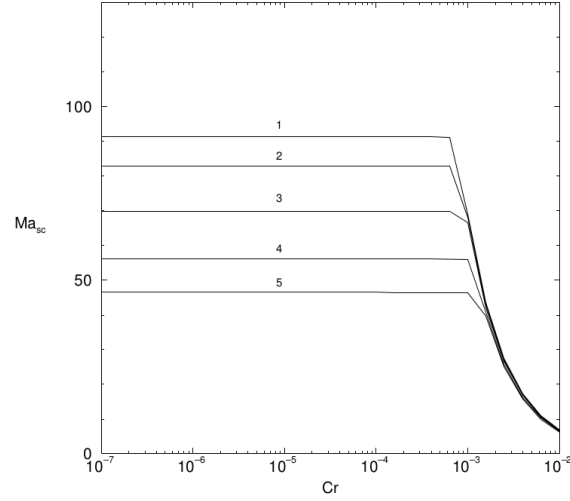


FIGURE 1.5: *Evolution du nombre de Marangoni critique Ma en fonction du nombre de crispation pour $Bd = 0, 1$, $Bi = 0, \Gamma = 0.8$ et différentes valeurs du R_ν , (1) $R_\nu = -0,5$; (2) $R_\nu = -0,3$; (3) $R_\nu = 0$; (4) $R_\nu = 0,3$; (5) $R_\nu = 0,5$. [Kozhoukharova and Roze, 1999]. R_ν est défini en note de bas de page.*

$Cr \ll 1$ [Davis, 1987]. Ce nombre de crispation représente le rapport entre les forces visqueuses et les forces de tension superficielle. L'influence de ce paramètre sur le nombre de Marangoni critique correspondant au régime stationnaire Ma_{sc} a été étudiée numériquement par Kozhoukharova [Kozhoukharova and Roze, 1999] pour différentes valeurs de la quantité R_ν^* (cf. figure 1.5) pour un écoulement de type RBM. On y observe l'effet déstabilisant de l'augmentation du nombre de crispation Cr ,

- le nombre de Galilée $Ga = \frac{ge^3}{\nu\alpha}$ est suffisamment grand $Ga \gg 1$ [VanHook et al., 1997]. Ce nombre de Galilée quantifie le rapport des effets de flottabilité sur les effets visqueux.

Parmi les études expérimentales traitent de la déformation de la surface libre, nous pouvons citer ceux de [Rahal et al., 2007] et [Cerisier et al., 2007]. L'écoulement induit

*. $R_\nu = \frac{\beta d h (T - T_{amb})}{\nu_0 (k + h d)}$

dans leur approche déforme la surface libre à travers un gradient de pression induit par l'écoulement. D'après les résultats de leurs études, la dynamique à faible nombre de Biot transite rapidement vers un écoulement oscillatoire tandis qu'à plus fort nombre de Biot, elle se réduit. D'après [VanHook et al., 1997], le mécanisme dominant de l'instabilité est celui provoqué par le couplage de la gravité et de la déformation de la surface libre.

1.5 Objectif et plan de la thèse

Notre étude se place dans la continuité de ces travaux qui traitent du couplage entre les deux effets, thermocapillaires et gravitationnels, et qui prend en considération les deux gradients de température, vertical et horizontal. Nous considérons un fluide dans un récipient cylindrique ouvert avec un fond composé d'un substrat solide métallique. Un flux sera appliqué seulement sur une partie centrale du solide, grâce à la conduction dans la partie solide, l'interface solide/liquide sera chauffée d'une manière non homogène (température maximale au centre du récipient). La conductivité thermique du solide est le facteur déterminant qui influence la forme du profil de la température de cette interface solide/liquide (en régime permanent). Ce profil de température joue à son tour sur les modules des deux composantes du gradient de température. En effet, pour des grandes valeurs de la conductivité thermique, le profil sera aplati, la composante verticale du gradient de température sera très importante par rapport à la composante horizontale de ce même gradient (cas des cavités chauffées uniformément sur toute la surface de la paroi inférieure). Alors que pour de faibles valeurs de la conductivité le profil sera plus pointu au centre, le gradient horizontal sera plus important que le gradient vertical (cas des cavités chauffées latéralement).

Le présent travail concerne l'étude de la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni. Notre étude comporte deux parties : l'une numérique et l'autre expérimentale.

Pour la partie numérique :

Dans le chapitre 2, nous décrivons le modèle physique du problème étudié, il s'agit d'une couche de fluide contenue dans un récipient cylindrique horizontal doté d'un fond

en substrat solide et d'une surface libre. Le substrat solide est chauffé uniquement par le dessous dans sa zone centrale par un flux de chaleur. Nous décrivons dans le chapitre 3 la méthode numérique utilisée pour résoudre le système en décrivant la méthode de discrétisation (volumes finis), les schémas numériques et la méthode de résolution. Une étude de l'effet de maillage sur les résultats est faite, puis nous finissons ce chapitre par des validations du code.

Le chapitre 4 présente les résultats numériques obtenus. Une étude paramétrique est développée pour déterminer l'effet de chaque nombre adimensionnel, ainsi que celui du rapport des conductivités entre le solide et le fluide.

Pour la partie expérimentale :

Le chapitre 5 sera consacré à la présentation du dispositif expérimental, des techniques utilisées et les propriétés physiques des huiles utilisées pour réaliser les expériences. Le chapitre 6 présente les résultats expérimentaux obtenus. Nous avons étudié plus particulièrement l'influence de la viscosité (nombre de Prandtl) et du rapport des conductivités entre le fluide et le substrat solide sur les motifs convectifs, leurs nombre et forme, pour différentes valeurs des paramètres de contrôle de l'écoulement.

Pour finir des conclusions générales sont établies et quelques perspectives sont données.

Première partie

ÉTUDE NUMÉRIQUE

Chapitre 2

Modèle physique

2.1 Configuration étudiée

Nous considérons un fluide newtonien incompressible contenu dans un récipient cylindrique ouvert, de rapport de forme $\Gamma = R/e = 5$. Les parois latérales sont supposées isolées thermiquement, la surface supérieure est libre et un flux thermique uniforme est imposé sur la partie centrale de la face inférieure du substrat solide comme le montre la figure 2.1. Les dimensions des différentes parties sont données dans le tableau 2.1.

La conduction thermique dans le substrat solide crée un profil plus ou moins en forme de cloche à l'interface solide/liquide. Un exemple de ce type de profil est représenté sur la figure 2.2. Pour de grandes valeurs de la conductivité thermique du solide le profil de température est quasiment plat, tandis qu'il est plus pointu au centre pour des faibles conductivités. A partir d'un certain niveau de flux les forces thermocapillaires donnent naissance à des cellules convectives. La forme et le nombre de ces cellules dépendent des conditions géométriques (rapport de forme) et thermiques ainsi que des nombres adimensionnels de Prandtl, Rayleigh, Biot et Marangoni.

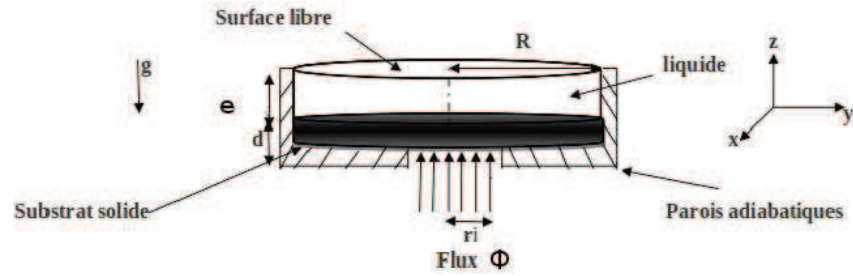


FIGURE 2.1: Schéma du dispositif modélisé physiquement.

Dimension	d	e	R	r_i
Longueur (m)	0,005	0,02	0,1	0,03

TABLE 2.1: Dimensions du récipient.

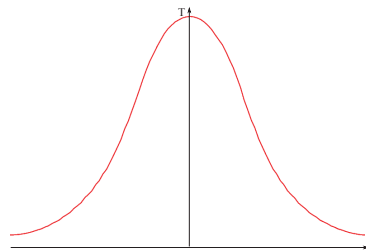


FIGURE 2.2: Exemple d'un profil de la température sur un axe de l'interface solide/liquide (d'après une simulation numérique du système).

2.2 Hypothèses simplificatrices et modèle mathématique

2.2.1 Hypothèses

Le fluide est placé dans un récipient cylindrique de rayon R et les parois latérales sont adiabatiques (figure 2.1). L'épaisseur de la couche fluide est égale à e . Il est en contact au niveau de sa surface libre avec de l'air à température ambiante (T_0).

Pour une formulation plus simple du problème, nous allons considérer les approximations suivantes :

- L'épaisseur de la couche fluide reste constante pendant toute l'expérience, (la quantité de liquide évaporée est très faible par rapport au volume initial).
- L'interface liquide/air est supposée plane et indéformable. La déformation de la surface libre peut être négligée si les effets dus à la gravité et à la tension de surface s'opposent à la déformation de la surface libre. Pour tenir compte de ces effets, il est possible d'introduire deux nombres adimensionnels, le nombre de Crispation (Cr), et le nombre de Galilée (Ga). D'après [Davis, 1987] on peut considérer qu'il n'y a pas de déformation de la surface libre si $Cr \equiv \mu\alpha/\sigma_0e \ll 1$ et $Ga \equiv \rho_0ge^3/\mu\alpha \gg 1$ [VanHook et al., 1997]. Ces conditions sont vérifiées dans tous les cas que nous avons étudiés, par exemple : $Cr = 3,15.10^{-7}$ * et $Ga = 1,78.10^7$ †, les propriétés thermophysiques du fluide ont été considérés à la température ambiante.
- Les écarts de température entre le début du calcul et l'état final stationnaire étant relativement faibles (moins de 5 degrés), nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation de Boussinesq [Boussinesq, 1903] : les grandeurs physiques sont constantes à l'exception de la masse volumique et de la tension de surface qui dépendent linéairement de la température dans les termes moteurs de l'écoulement (relations 2.1 et 2.2 respectivement).
- La phase gazeuse n'est pas modélisée et les échanges avec le milieu extérieur sont

*. $\mu = 1,124.10^{-5}$ (Pa.s), $\alpha = 1,124.10^{-5}$ ($m^2.s^{-1}$), $e = 0,02$ (m) et $\sigma_0 = 20.10^{-3}$ (N.m⁻¹)

†. $\mu = 1,124.10^{-5}$ (Pa.s), $\alpha = 1,124.10^{-5}$ ($m^2.s^{-1}$), $e = 0,02$ (m), $\rho_0 = 1$ (Kg.m⁻³) et $g=9,81$ (m.s⁻²).

décrits par un coefficient d'échange thermique (h) supposé constant et uniforme, en particulier nous supposons que les mouvements convectifs à l'interface libre ne modifient pas ce coefficient.

- Le fluide est supposé newtonien et incompressible.
- Le fluide est parfaitement transparent au rayonnement.
- La vitesse dans la couche fluide est faible, nous sommes en présence d'un écoulement laminaire.

2.2.2 Modèle mathématique

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces équations sont résolues dans l'ensemble du système comprenant le substrat solide et la couche fluide. Les paramètres dépendant de la température compris dans les forces motrices (poussée d'Archimède et effet Marangoni) sont développés au premier ordre. L'état de référence choisi est l'état initial supposé à la température uniforme T_0 , ce qui se traduit par les relations suivantes :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\beta > 0) \quad (2.1)$$

$$\sigma = \sigma_0[1 - \gamma(T - T_0)] \quad (\gamma > 0) \quad (2.2)$$

Équation du modèle simplifié

Si l'on tient compte des effets thermogravitaires dans un repère cartésien, le système d'équations décrivant l'évolution de la vitesse $\mathbf{U}(x, y, z, t) = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y + w\mathbf{e}_z$, de la température $T(x, y, z, t)$ et de la pression $p(x, y, z, t)$ du fluide est constitué par les équations de Navier-Stokes, de conservation de masse et de l'énergie prises en faisant l'approximation de Boussinesq :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\right) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu_0 \Delta \mathbf{U} - g(1 - \beta(T - T_0))\mathbf{e}_z \quad (2.4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\right) T = \alpha_0 \Delta T \quad (2.5)$$

Les quantités en gras sont des quantités vectorielles.

Les propriétés physiques du fluide sont respectivement, la masse volumique ρ_0 , la viscosité cinématique $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$ et la diffusivité thermique $\alpha_0 = k_0/\rho_0 c_p$ avec μ_0 la viscosité dynamique, k_0 la conductivité thermique et c_p la chaleur spécifique. Elles sont supposées indépendantes de la température et prises à une température de référence T_0 .

Conditions aux limites

Le fluide est initialement au repos à la température ambiante T_0 . Les vitesses sont nulles le long des parois solides latérales (parois non glissantes), et l'origine du repère est prise au niveau de l'interface solide/liquide.

Les conditions aux limites sont :

– à $z = -d$ (la paroi inférieure du substrat solide) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u = v = w = 0; & \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{si } ri < r < R \\ u = v = w = 0; & \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\varphi}{k} \quad \text{si } r < ri \end{array} \right. \quad (2.6)$$

avec φ la densité du flux thermique appliquée sur la surface du substrat solide.

et $\varphi_i = \frac{S}{S_i} \varphi = \frac{R^2}{ri^2} \varphi$ (φ_i est la densité du flux thermique appliquée sur la partie centrale du substrat solide (figure 2.1)).

– à $z = 0$ (l'interface solide/liquide) :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v = w = 0 \\ \frac{k_s}{k_l} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^+} \end{array} \right. \quad (2.7)$$

– à $z = e$ (la surface libre) :

La condition cinématique doit satisfaire l'équilibre mécanique et en tenant compte de l'imperméabilité :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma \frac{\partial T}{\partial x} \\ \mu \frac{\partial v}{\partial z} = -\gamma \frac{\partial T}{\partial y} \\ w = 0 \end{array} \right. \quad (2.8)$$

La condition thermique s'écrit sous la forme :

$$-k_f \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = h(T(x, y, e, t) - T_0) \quad (2.9)$$

où $h(T(x, y, e, t) - T_0)$ désigne l'échange convectif entre la surface libre et l'air ambiant supposé à la température T_0 .

2.2.3 Équations adimensionnées

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont l'épaisseur de la couche fluide e , la vitesse de diffusion thermique α/e , le temps de diffusion e^2/α et $\rho\alpha^2/e^2$ pour l'échelle de pression.

L'écart de température de référence ΔT_{ref} choisit ici est celui qui prend en compte la densité du flux appliqué sur la partie centrale du fond du solide, soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = k_l \frac{\partial T}{\partial z} \\ \Rightarrow \Delta T_{ref} = \frac{\varphi e}{k_l} \end{array} \right. \quad (2.10)$$

On note $\Theta = (T - T_0)/\Delta T_{ref}$ la température réduite.

Le modèle mathématique s'écrit après adimensionnement :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\right) \mathbf{U} = \nabla P + Pr \Delta \mathbf{U} + Ra Pr \Theta \mathbf{e}_z \quad (2.12)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\right) \Theta = \Delta \Theta \quad (2.13)$$

avec, $\mathbf{U}$ la vitesse adimensionnée et Pr et Ra les nombres de Prandtl et de Rayleigh, qui s'écrivent respectivement :

$$Pr = \nu / \alpha \quad \text{et} \quad Ra = \frac{\beta g \Delta T_{ref} e^3}{\alpha \nu},$$

Le nombre de Rayleigh peut s'écrire $\tau_\nu \tau_\alpha / \tau_a^2$, [Colinet et al., 2001], où τ_a est le temps caractéristique nécessaire à une particule fluide pour s'élever sous l'effet de la poussée d'Archimède, τ_ν et τ_α sont les temps caractéristiques de freinage par viscosité et par diffusion de la chaleur. Une particule de fluide qui s'élève sous l'effet de l'échauffement sera freinée par viscosité et par son refroidissement du fait que sa chaleur diffuse. Dans le cas de la convection de RB, si le nombre de Rayleigh est trop faible, la particule reste à sa position initiale : il n'y a pas de convection. Celle-ci ne se développera qu'au-delà d'une valeur critique de Ra . En dessous, le transport de chaleur sera purement conductif. L'analyse de stabilité marginale réalisée par [Chandrasekhar, 1961] donne pour un liquide inclus entre deux plaques rigides infinies et sans glissement un nombre de Rayleigh critique $Ra_c = 1707,762$, et pour le cas des conditions aux limites libres un nombre de Rayleigh critique $Ra_c = 657,51$. Dans le cas de conditions aux limites mixtes (sans glissement au fond et libre en surface) le nombre de Rayleigh critique vaut $Ra_c = 1101$ [Manneville, 2006]. Le seuil de convection ne dépend donc pas du nombre de Prandtl.

Le nombre de Prandtl est égal au rapport entre le temps caractéristique de diffusion thermique e^2/α et le temps caractéristique de diffusion mécanique e^2/ν : lorsque $Pr \ll 1$, la chaleur diffuse plus que la quantité de mouvement, et le mouvement peut se poursuivre par inertie après disparition de la poussée d'Archimède. Par contre lorsque, $Pr \gg 1$, l'équation 2.12 montre que les effets inertiels sont négligeables : le mouvement résulte d'un équilibre entre forces visqueuses et poussée d'Archimède.

Conditions aux limites sous forme adimensionnée :

– à $z = -d/e$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} u = v = w = 0; & \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \quad \text{si } \frac{ri}{e} < r < \Gamma \\ u = v = w = 0; & K \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 1 \quad \text{si } r < ri/e \end{array} \right. \quad (2.14)$$

avec K le rapport des conductivités thermiques solide et liquide.

– à $z = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v = w = 0 \\ K \frac{\partial \Theta}{\partial z} \Big|_{z=0^-} = \frac{\partial \Theta}{\partial z} \Big|_{z=0^+} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

– à $z = 1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial z} + Ma \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial z} + Ma \frac{\partial \Theta}{\partial y} = 0 \\ w = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial z} + Bi \Theta = 0 \end{array} \right. \quad (2.16)$$

avec Ma et Bi les nombres de Marangoni et de Biot, s'écrivant respectivement :

$$Ma = \frac{\gamma e \Delta T}{\mu \alpha} \quad \text{et} \quad Bi = \frac{h e}{k_f},$$

la contrainte capillaire au niveau de la surface libre intervient dans l'expression du nombre de Marangoni.

Au final, le problème physique à résoudre pour déterminer les champs de vitesse et de température dépend, pour une densité de flux imposée φ , du rapport de forme du récipient Γ et de quatre paramètres adimensionnels (Pr , Bi , Ra et Ma).

Nous définissons l'énergie cinétique calculée de la façon suivante :

$$E_C = \frac{1}{2v} \int_v |\mathbf{U}|^2 dv \quad (2.17)$$

Pour définir le nombre de Nusselt moyen Nu_m nous avons considéré un nombre de Nusselt local s'écrivant :

$$Nu_{loc} = \frac{h e}{k_l} = \frac{\varphi_p e}{(T_{S/L} - T_{ref})k_l} = \frac{k_l(\Delta T)_{z=0} e}{(T_{S/L} - T_{ref})k_l}$$

$$Nu_{loc} = \frac{\Delta\Theta_{S/L}}{\Theta_{S/L}} \quad (2.18)$$

d'où :

$$Nu_m = \frac{1}{s} \int_s \frac{\vec{\nabla}\Theta_{S/L} \cdot \vec{z}}{\Theta_{S/L}} ds \quad (2.19)$$

où v est le volume du domaine fluide, s est la surface inférieure de la couche fluide et $\Theta_{S/L}$ est la température de cette surface.

Chapitre 3

Méthodes numériques

Sommaire

1.1	Phénomènes physiques	25
1.2	Convection de Rayleigh-Bénard	29
1.3	Convection de Bénard-Marangoni	31
1.4	Convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni	37
1.5	Objectif et plan de la thèse	41

3.1 Schémas numériques

Pour modéliser la convection de Bénard-Marangoni nous avons utilisé le code Tamaris développé au laboratoire SIAME par Kamal El Omari [El Omari and Le Guer, 2009, El Omari and Le Guer, 2010]. La discrétisation numérique utilise la méthode des volumes finis tridimensionnels (3D) à maillage hybride non structuré. Les cellules de calcul peuvent être de différentes formes (tétraèdres, hexaèdres, prismes et pyramides).

Les valeurs de toutes les variables (vitesses, pression et température) sont prises aux centre des cellules. Pour décrire la méthode numérique utilisée, nous pouvons écrire les Eqs. (2.3 à 2.5) sous leur forme générique de convection-diffusion d'une variable ϕ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho \phi dV + \int_s \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} dS = \int_s \Gamma \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{n} dS + \int_v S_\phi dV \quad (3.1)$$

avec S_ϕ un terme source.

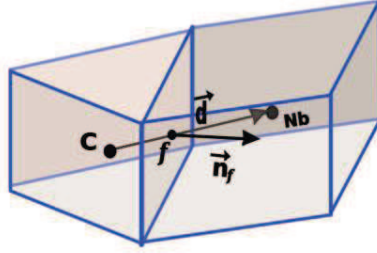


FIGURE 3.1: Une cellule de calcul C et une de ses cellules voisines N_b .

3.1.1 Discrétisation temporelle

L'évolution temporelle des variables est décrite par un schéma implicite de Gear [Gear, 1971] à trois pas de temps et du second ordre de précision :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = \frac{3(\rho \phi)_c^n - 4(\rho \phi)_c^{n-1} + (\rho \phi)_c^{n-2}}{2\Delta T} V \quad (3.2)$$

l'indice n désigne l'instant actuel et $\Delta t = t^n - t^{n-1}$ le pas de temps. Tous les autres termes de l'Eq. (3.1) sont pris à l'instant t^n .

3.1.2 Discrétisation spatiale du flux diffusif

Les schémas spatiaux utilisés pour approcher les flux convectifs et diffusifs sont tous les deux du second ordre de précision. Le terme diffusif est approximé en effectuant une somme sur toutes les faces f d'une cellule de calcul (Fig. 3.1) :

$$\int_s \Gamma \vec{\nabla} \cdot \vec{n} dS = \sum_f \Gamma_f A_f (\vec{\nabla} \phi)_f \cdot \vec{n}_f \quad (3.3)$$

où A_f est l'aire de la face f . Pour traiter la non orthogonalité souvent inhérente aux maillages non structurés, le gradient normal $(\overrightarrow{\nabla\phi})_f \cdot \vec{n}_f$ est décomposé en une contribution implicite qui utilise les valeurs de ϕ aux centres des cellules (la première partie du terme de droite de l'Eq. 3.4) et une contribution explicite traitée par une approche de correction différée afin de préserver la précision du second ordre du schéma centré. Une décomposition par sur-relaxation de coefficient $\frac{d}{\vec{d} \cdot \vec{n}_f}$ est utilisée, comme proposée dans [Jasak, 1996], pour améliorer les propriétés de convergence de la discrétisation de ce terme diffusif. Ainsi :

$$(\overrightarrow{\nabla\phi})_f \cdot \vec{n}_f = \frac{\phi_{Nb} - \phi_c}{\|\vec{d}\|} \cdot \frac{d}{\vec{d} \cdot \vec{n}_f} + \overrightarrow{\nabla\phi} \cdot (\vec{n}_f - \frac{\vec{d}}{\vec{d} \cdot \vec{n}_f}) \quad (3.4)$$

où $\vec{d}$ est le vecteur qui joint les centres de deux cellules voisines (voir Fig.3.1). Le gradient moyen $\overrightarrow{\nabla\phi}$ est calculé par interpolation entre deux cellules voisines.

3.1.3 Calcul du gradient

Le gradient peut être calculé par deux méthodes :

- Méthode de Gauss, le gradient est calculé au centre des cellules :

$$\overrightarrow{\nabla\phi} = \frac{1}{V} \int_s \phi \vec{n} ds = \frac{1}{V} \sum_f \phi_f A_f \vec{n} \quad (3.5)$$

avec ϕ_f la valeur moyenne de la variable interpolée à la face f par :

$$\phi_f = \xi \phi_c + (1 - \xi) \phi_{Nb} \text{ avec } \xi = \frac{\|f \vec{Nb}\|}{\|\vec{d}\|} \quad (3.6)$$

- Méthode des moindres carrés, le gradient des variables au centre de chaque cellule est évolué à partir de la résolution du système linéaire 3×3 suivant :

$$\mathbf{M} \cdot \overrightarrow{\nabla\phi} = \vec{H} \quad (3.7)$$

où les composantes de la matrice $\mathbf{M}$ et du vecteur $\vec{H}$ s'écrivent :

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^{N_v} \frac{1}{\|\vec{d}_k\|^2} d_{k,j} d_{k,i} \text{ et } H_i = \sum_{k=1}^{N_v} \frac{1}{\|\vec{d}_k\|^2} d_{k,i} (\phi_k - \phi_c) \quad (3.8)$$

et où N_v est le nombre des cellules voisines. Nous avons choisi d'inclure toutes les cellules qui partagent au moins un nœud avec la cellule C . Ainsi, pour un maillage structuré composé de cellules hexaédrales N_v atteint 26. La contribution de chaque cellule est pondérée par un facteur égal à l'inverse de la distance au carré entre les centres des deux cellules $\frac{1}{\|d_k\|^2}$.

3.1.4 Discrétisation du flux convectif

Le terme convectif de l'Eq. 3.1 est approché par une somme sur les faces f qui constituent la surface S :

$$\int_s \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} ds = \sum_f (\rho \phi A)_f \vec{U}_f \cdot \vec{n}_f \quad (3.9)$$

Le calcul de la valeur à la face ϕ_f requiert une interpolation adéquate qui garantit à la fois un schéma précis et borné. Pour ce faire, nous avons implémenté le schéma non linéaire, haute résolution (HR) CUBISTA proposé par Alves et al. [Alves et al., 2003] sous sa formulation γ_N donnée par Ng et al. [Ng et al., 2007]. ϕ_f est exprimée en fonction de la valeur amont (UP) de ϕ et de sa valeur par différentiation centrée (CD) :

$$\phi_f^{HR} = \phi^{UP} + \gamma(\phi_f^{CD} - \phi^{UP}). \quad (3.10)$$

le coefficient γ est déterminé pour chaque face en tenant compte localement du profil de la solution, en utilisant l'approche NVD (Normalized Variable Diagram) et en respectant le critère CBC (Convection Boundedness Criterion) [Gaskell and Lau, 1988]. Le premier terme du membre de droite de l'Eq. 3.10 est pris en compte implicitement, tandis que le second terme est pris en compte explicitement avec l'approche de correction différée. Cette pratique renforce le conditionnement de la matrice du système linéaire obtenu.

3.1.5 Couplage vitesse-pressure

Le couplage vitesse-pressure est assuré par l'algorithme SIMPLE [Patankar, 1980] "Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations". Cette méthode utilise le concept

d'une correction de pression qui force la satisfaction de l'équation de continuité et des équations de quantité de mouvement. La pression corrigée permet de recalculer les autres variables. La boucle est itérée jusqu'à ce que les équations convergent. Le flux massique aux faces des cellules est calculé par l'interpolation de Rhie-Chow [Rhie and Chow, 1983], afin d'éviter l'effet de damier dans le champ de pression. Lorsque le stockage des variables n'est pas décalé, comme c'est le cas pour le code Tamaris. Pour des calculs instationnaires, l'algorithme SIMPLE est utilisé à chaque pas de temps, mais dans ce cas il ne nécessite que quelques itérations.

3.1.6 Implémentation parallèle

L'implémentation du code est faite en langage C++ avec une approche orientée objets. La parallélisation du code est réalisée par décomposition de maillage sans chevauchement. La génération de maillage est réalisée généralement par le mailleur libre Gmsh et les décompositions sont effectuées par les outils Metis ou Chaco. Le code Tamaris utilise la librairie parallèle Petsc qui offre une multitude de solveurs optimisés pour le calcul parallèle utilisant l'interface d'échange de données MPI. Chaque partition du maillage est confiée à un seul processeur qui remplit une partie de la matrice distribuée du système linéaire avant qu'il ne soit résolu par des méthodes itératives de type Krylov comme la méthode GMRES. La librairie Petsc fournit aussi une interface vers d'autres librairies comme Hypre et son solveur multigrilles algébrique BoomerAMG et elle fait l'objet d'optimisations et de développements continus. Afin de bénéficier des performances de Petsc, toutes les procédures parallélisées du code ont été implémentées par les outils fournis par cette librairie (les vecteurs distribués de stockage des variables et les appels de mise à jour des valeurs "ghost" par exemple). Toutes les tâches du code s'exécutent donc en parallèle. De plus, pour ne pas ralentir les calculs, la sauvegarde périodique des résultats intermédiaires est réalisée de façon fractionnée : chaque processeur écrit dans un fichier propre la partie des résultats dont il a la charge. Les résultats ne sont combinés que pendant la phase de post-traitement.

Les calculs ont été réalisés en partie sur le cluster de l'UPPA, mais majoritairement

sur les supercalculateurs du CINES à Montpellier et du MCIA Aquitain.

3.2 Cas tests de validation

Pour notre étude, le code de calcul utilisé a été validé une première fois dans une configuration de Rayleigh-Bénard en cavité rectangulaire. Une autre configuration physique qui prend en compte l'effet thermocapillaire a fait l'objet d'une deuxième étude pour valider le code.

3.2.1 Cas de Rayleigh-Bénard

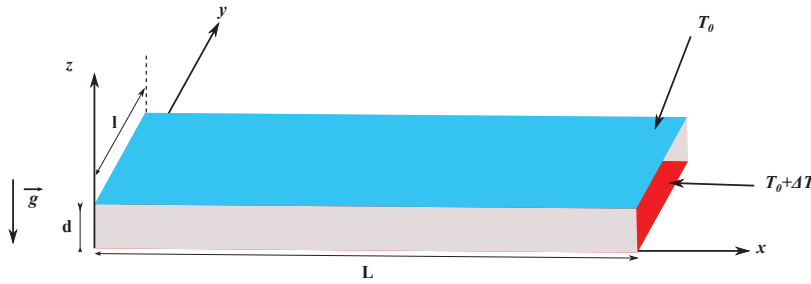


FIGURE 3.2: *Cavité utilisée pour le cas test de validation en convection de Rayleigh-Bénard pour le cas de Bergé [Bergé, 1976], $d = 1\text{ cm}$, $l = 3\text{ cm}$, $L = 10\text{ cm}$ et le fluide est une huile de silicone.*

Le premier cas test correspond à un écoulement de Rayleigh-Bénard dans une cavité rectangulaire. Ce cas a été étudié expérimentalement par [Bergé, 1976], pour différents nombres de Rayleigh. Le fluide utilisé pour cette expérience est de l'huile de silicone dont les propriétés physiques sont données dans le tableau 3.1, [Bergé, 1976].

La cavité rectangulaire est fermée et un gradient de température vertical est imposé, en fixant la température des parois horizontales (la paroi inférieure est à une température $T_0 + \Delta T$, avec $\Delta T > 0$ et la paroi supérieure est à une température de T_0). Les parois

$\nu \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} (21^\circ\text{C})$	$\rho \text{ kg m}^{-3} (25^\circ\text{C})$	$\beta \text{ K}^{-1}$	$\alpha \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$	Pr
$1,14.10^{-4}$	960	$0,96.10^{-3}$	$1,14.10^{-7}$	1000

TABLE 3.1: *Propriétés physiques de l'huile de silicone [Bergé, 1976].*

verticales sont supposées adiabatiques. Au chapitre 2 précédent nous avons vu que les équations qui régissent le problème font apparaître notamment deux nombres adimensionnels : le nombre de Prandtl Pr (ici fixé à $Pr = 10^3$) et le nombre de Rayleigh. Nous avons utilisé un maillage dont les caractéristiques sont les suivantes : $N_c = N_L \times N_l \times N_d = 140 \times 80 \times 40 = 448.10^3$.

Les dimensions de la couche fluide sont $L \times l = 10 \times 3 \text{ cm}^2$ et $d = 1 \text{ cm}$. Le schéma représentant la cavité est présenté sur la figure 3.2.

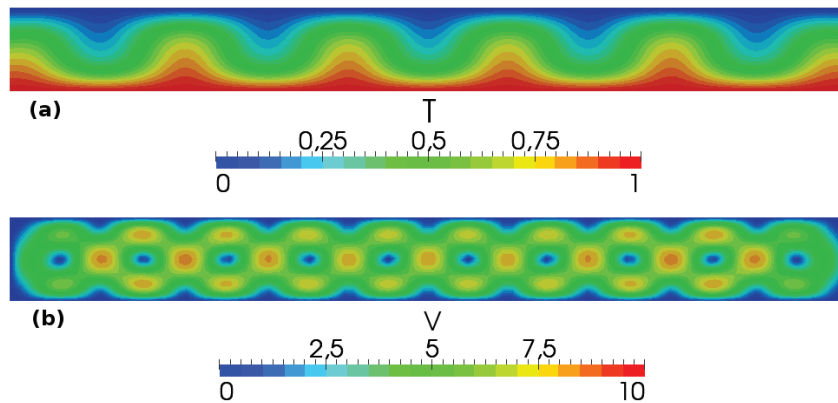


FIGURE 3.3: *Illustration des rouleaux de convection obtenus numériquement dans le cas $\epsilon = \frac{Ra - Ra_c}{Ra_c} = 0,47$; (a) champ de température et (b) module de la vitesse adimensionnelle dans une coupe verticale à $y = 0,015$ qui correspond à un cas expérimental étudié par Bergé [Bergé, 1976]*

Sur la figure 3.3, nous donnons une illustration des résultats obtenus avec Tamaris qui

correspondent à une coupe transversale (dans le plan x, y) des rouleaux transversaux.

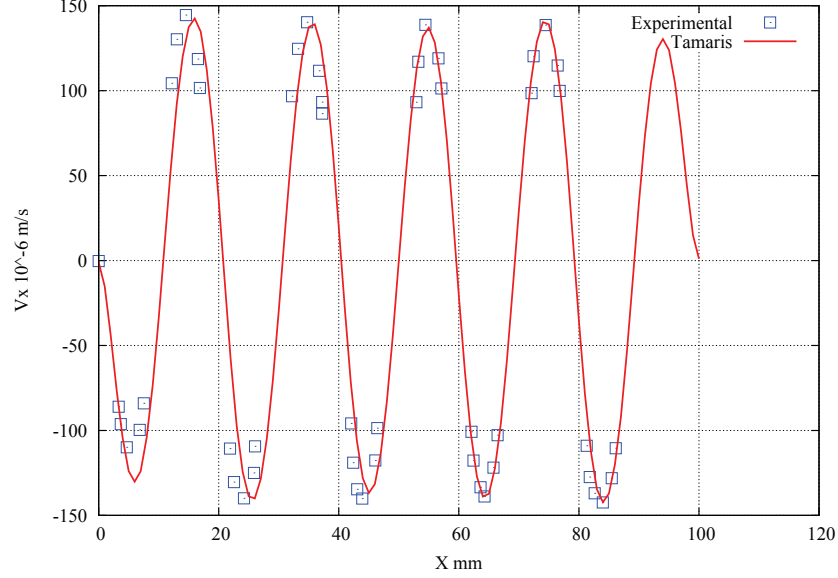


FIGURE 3.4: Variation de Vx en fonction de X pour $Z = 0,22d$; $Y = 0,5l$ et $\epsilon = 1,27$.

La figure 3.4 compare la variation de la vitesse Vx en fonction des abscisses X , en comparant les résultats pour le cas de l'étude expérimentale menée par [Bergé, 1976] à celle obtenue par la simulation (Tamaris) dans les conditions suivantes : $Pr = 10^3$ et un écart au seuil critique d'instabilité $\epsilon = \frac{Ra - Ra_c}{Ra_c} = 1,27$. Dans cette étude le nombre de Rayleigh critique Ra_c utilisé est celui déterminé expérimentalement, sa valeur est $Ra_c = 1600 \pm 100$. Nous avons pris 1600 pour déterminer l'écart au seuil ϵ .

D'après les résultats obtenus, nous avons une remarquable périodicité du signal de vitesse avec des maxima positifs et négatifs de la vitesse Vx . La différence entre l'expérience et la simulation est visible au niveau des deux rouleaux qui existent aux extrémités proches des parois latérales. Les valeurs des maxima de la vitesse Vx obtenus par simulation numériques sont légèrement plus petites que celles mesurées expérimentalement. Cet écart peut provenir du fait que pour les simulations réalisées avec Tamaris les parois laté-

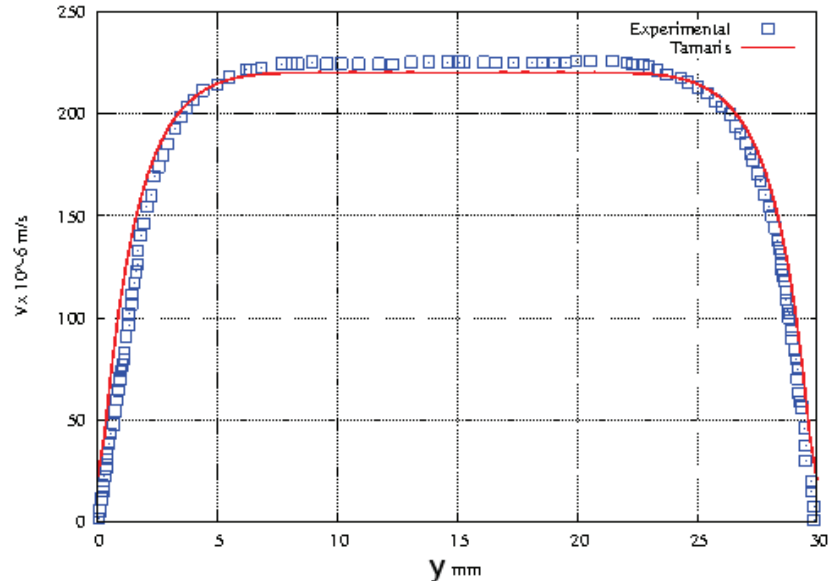


FIGURE 3.5: Variation de Vx en fonction de Y pour $Z = 0,22d$; $X = 0,5d$ et $\epsilon = 3$.

rales sont parfaitement adiabatiques alors qu'expérimentalement ces dernières conduisent forcément un peu la chaleur.

Une autre comparaison est faite, cette fois-ci, pour la vitesse Vx donnée suivant l'axe Y . Celle-ci est illustrée sur la figure 3.5, pour $\epsilon = \frac{Ra - Ra_c}{Ra_c} = 3$. Nous remarquons qu'à l'exclusion des zones proches des parois latérales, Vx est indépendant de Y .

Les valeurs trouvées numériquement sont légèrement plus grandes dans les zones proches des parois latérales mais par contre légèrement plus petites dans la zone centrale.

La comparaison des résultats obtenus avec le code Tamaris à ceux obtenus expérimentalement par Bergé [Bergé, 1976] dans le cas de la convection de RB montre une erreur relative sur Vx , de l'ordre de 0,3 % dans la zone centrale de la cavité et de l'ordre de 10,5 % dans les régions voisines des parois latérales.

3.2.2 Cas de Marangoni pur

Le second cas test est une configuration avec surface libre. Le premier cas 3D étudié correspond au cas traité par Zebib [Zebib et al., 1985]. Nous considérons une cavité rectangulaire 3D ouverte de hauteur $Ly = d$, de longueur Lx , et de largeur Lz soumise à un champ de gravité vertical (voir figure. 3.6). La cavité est chauffée par les côtés de telle sorte qu'entre les parois latérales est maintenue une différence de température constante ΔT . Les rapports de forme sont $\Gamma_x = Lx/d$ et $\Gamma_z = Lz/d$.

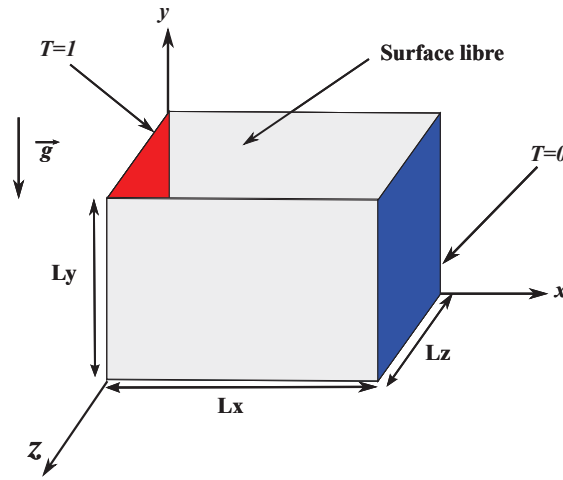


FIGURE 3.6: Schéma de la cavité utilisée pour le cas test 3D : cas de Marangoni pur.

La figure 3.7, obtenue pour le cas avec $Ma/Pr = 10^3, 10^4$, $Bd = Ra/Ma = 0$, $Ra = 0$ (cas de Marangoni pur), $\Gamma_x = 1$ et $\Gamma_z = 1$, montre un bon accord entre les résultats donnés par le code Tamaris et les résultats numériques obtenus par [Zebib et al., 1985]. Cette figure présente la température au niveau de la surface libre ($y = d$) selon la direction x et à $z = \Gamma_z/2$.

D'autres résultats en cavité 2D du code Tamaris ont été comparés à ceux des travaux

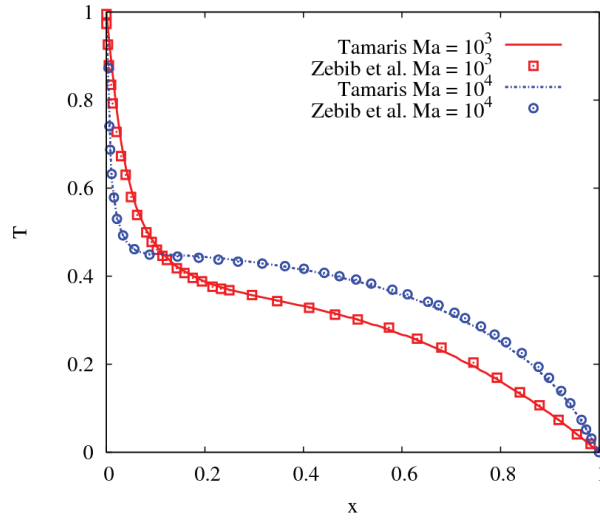


FIGURE 3.7: Profil de la température à la surface libre ($y = d$) en fonction de x à $z = \Gamma_z/2$.

numériques de différents auteurs [Carpenter and Homsy, 1990], [Xu and Zebib, 1998], [Pel-tier and Biringen, 1993] et [Kuhlmann and Albensoeder, 2008]. Sur la figure 3.8 nous montrons la géométrie étudiée et sur le tableau 3.2 nous récapitulons les différents cas étudiés ainsi que les valeurs numériques obtenues pour différents paramètres.

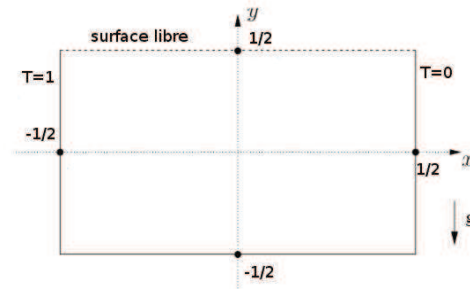


FIGURE 3.8: Schéma du cas test 2D.

Les paramètres comparés sont les suivants :

Auteur/maillage	$u(0, 5; 1)$	$Nu_{x=0}$	$Nu_{x=1}$
$Ma/Pr = 10000, Pr = 1, \Gamma = 1, Bd = 0$			
[Carpenter and Homsy, 1990]	-296	4,33	4,36
[Xu and Zebib, 1998]	-305	4,36	4,36
[Peltier and Biringen, 1993]	-306	4,44	4,30
[Kuhlmann, 2008] 71x71	-304,55	4,365	4,365 0
[Kuhlmann, 2008] 115x115	-304,36	4,364	4,364
[Kuhlmann, 2008] 141x141	-304,32	4,364	4,364
[Kuhlmann, 2008] 211x211	-304,27	4,363	4,363
Tamaris 121x121	-301,99	4,358	4,361
$Ma/Pr = 5000, Pr = 1, \Gamma = 1, Bd = 10$			
[Carpenter and Homsy, 1990]	-179	4,17	4,14
[Kuhlmann, 2008] 71x71	-175,73	4,548	4,545
[Kuhlmann, 2008] 115x115	-175,90	4,546	4,545
[Kuhlmann, 2008] 141x141	-175,93	4,546	4,545
[Kuhlmann, 2008] 211x211	-175,97	4,545	4,545
Tamaris 121x121	-174,38	4,543	4,543
$Ma/Pr = 2000, Pr = 30, \Gamma = 1, Bd = 0$			
[Carpenter and Homsy, 1990]	-37,2	6,60	6,42
[Xu and Zebib, 1998]	-29,8	6,61	6,61
[Peltier and Biringen, 1993]	-32,2	6,69	7,14
[Kuhlmann, 2008] 71x71	-24,681	6,3	6,30
[Kuhlmann, 2008] 115x115	-24,223	6,26	6,262
[Kuhlmann, 2008] 141x141	-24,116	6,25	6,25
[Kuhlmann, 2008] 211x211	-23,982	6,234	6,234
Tamaris 121x121	-24,641	6,135	6,235

TABLE 3.2: Comparaison des valeurs numériques de différents paramètres obtenues avec le code Tamaris avec celles obtenues par plusieurs auteurs pour différents maillages.

3.2 Cas tests de validation

Auteur/maillage	err($u(0, 5; 1)$) %	err($Nu_{x=0}$) %	err($Nu_{x=1}$) %	err($x_m - 0, 5$) %
$Re = 10000, Pr = 1, \Gamma = 1, Bd = 0$				
[Carpenter and Homsy, 1990]	2,02	0,64	0,023	-
[Xu and Zebib, 1998]	0,98	0,45	0,023	-
[Peltier and Biringen, 1993]	1,31	1,84	1,41	-
[Kuhlmann, 2008] 71x71	0,84	0,16	0,091	1,25
[Kuhlmann, 2008] 115x115	0,77	0,13	0,0684	1,05
[Kuhlmann, 2008] 141x141	0,76	0,13	0,0684	1,25
[Kuhlmann, 2008] 211x211	0,75	0,11	0,045	1,25

TABLE 3.3: *Erreurs relatives calculées pour différents paramètres, comparaison entre les valeurs obtenues avec le code Tamaris et celles obtenues par plusieurs auteurs.*

- le nombre de Nusselt, calculé de la manière suivante : $Nu = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} dy$,
- la valeur du nombre de Nusselt $Nu_{x=0}$ calculé au niveau de la paroi gauche (froide),
- la valeur du nombre de Nusselt $Nu_{x=1}$ calculé au niveau de la paroi droite (chaude),
- l'abscisse x_m pour laquelle la vitesse à la surface libre est maximale.

Les valeurs numériques obtenues avec le code Tamaris (données dans le tableau 3.2) des différents paramètres décrits ci-dessus donnent des erreurs relatives faibles (voir tableau 3.3) pour le cas $Re = 10000, Pr = 1, \Gamma = 1$ et $Bd = 0$). Ces erreurs proviennent d'une part de la méthode numérique utilisée par chaque auteur, et d'autre part de la taille du maillage.

3.3 Etude de la sensibilité des résultats au maillage

Les écoulements de Rayleigh-Bénard-Marangoni (RBM) sont liés à des phénomènes de couplage non linéaires. Les motifs convectifs dans le fluide sont déterminés à partir des interactions complexes entre le transport de chaleur par convection, le gradient de température, les forces de flottabilité et les forces existant au niveau de la surface libre. Ainsi, la simulation numérique de ce type de phénomène nécessite un maillage suffisamment fin pour avoir une bonne résolution du gradient de température qui est l'élément moteur des forces au niveau de la surface libre (effet Marangoni). Pour définir la taille du maillage qui donne un bon rapport entre la précision et le coût de calcul (coût CPU), une étude de la dépendance de la solution finale par rapport au maillage a été effectuée. La configuration utilisée pour mener cette étude correspond au cas étudié au chapitre 4 (cavité cylindrique) avec les paramètres suivants : $Ma = 2000$, $Ra = 1000$, $Bi = 100$ et $K = 100$.

Tous les maillages étudiés sont raffinés près des parois et près de la surface libre afin d'assurer une bonne résolution du gradient de température. Les figures 3.9 et 3.11 correspondent à des coupes verticales et horizontales d'un maillage, alors que les figures 3.10 et 3.12 représentent un agrandissement de ces deux coupes. Comme le montre la figure 3.10 la partie solide est maillée régulièrement dans la direction z , alors que la couche fluide est maillée dans la direction z en utilisant une double progression du centre de la couche fluide vers ses extrémités avec une raison géométrique dans chaque cas égale à 1.1 (40 points pour la couche fluide et 8 points pour le substrat solide). De même, la figure 3.12 montre que la partie centrale ($r = 0,3$) est maillée différemment de la partie latérale, cette partie centrale contient 10818 triangles. Sur la partie latérale nous avons 100 secteurs dans la direction azimutale avec aussi une double progression et une raison géométrique égale à 0,5 des extrémités vers le centre et 240 points sur chaque rayon.

Cinq maillages dont le nombre de cellules varie de $0,5 \times 10^6$ à 2×10^6 ont été étudiés. Les grandeurs utilisées pour réaliser les comparaisons sont :

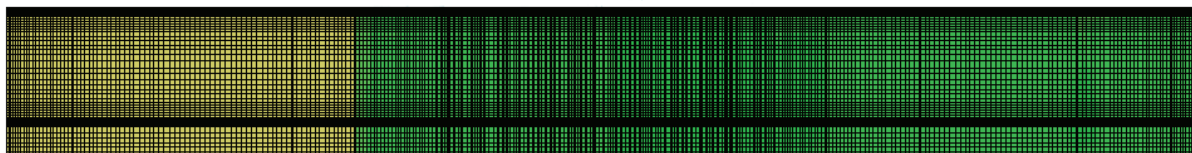


FIGURE 3.9: Coupe verticale du maillage de la cavité ($1,6 \cdot 10^6$ cellules).

La partie basse du maillage, en dessous du raffinement horizontal correspond au substrat solide, la partie haute correspond à la couche fluide.

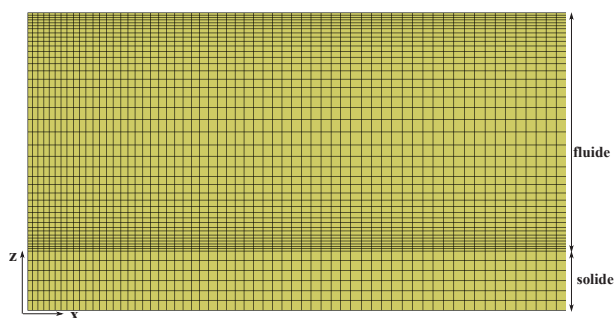


FIGURE 3.10: Agrandissement de la partie gauche du maillage représenté sur la figure. 3.9

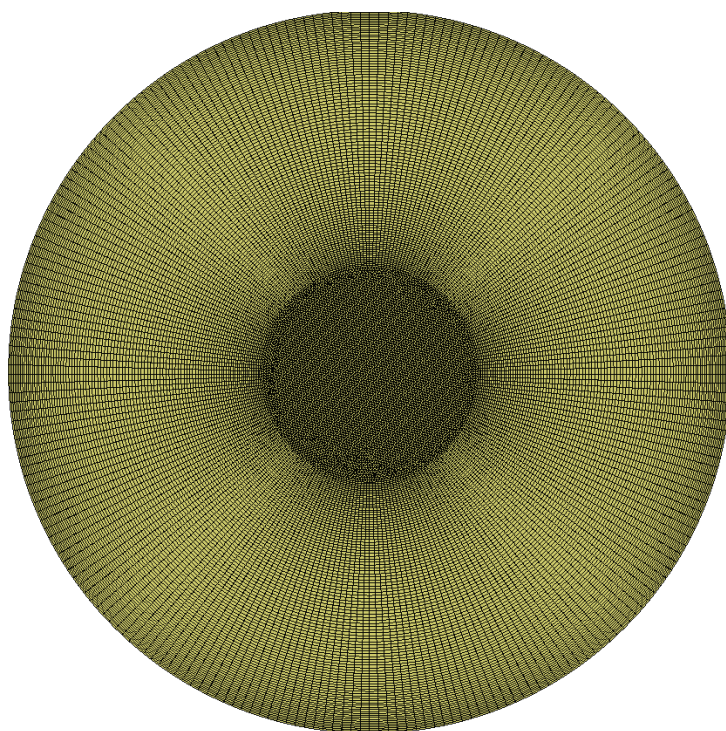


FIGURE 3.11: Coupe horizontale du maillage de la cavité ($1,6 \cdot 10^6$ cellules).

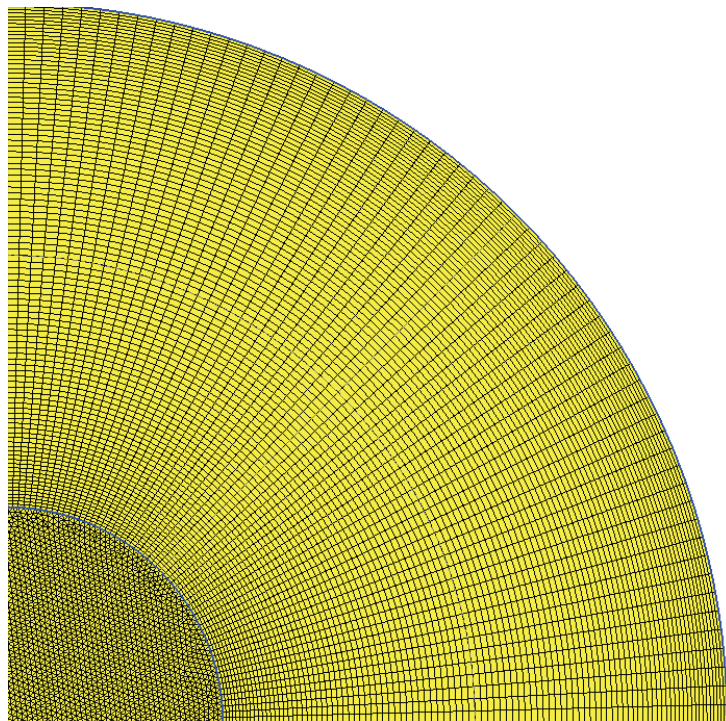


FIGURE 3.12: Agrandissement d'un quart de la figure. 3.11.

3.3 Etude de la sensibilité des résultats au maillage

- la vitesse maximale au niveau de la surface libre,

$$V_{max} = \max(V(x, y, z = e)) \quad (3.11)$$

- la température maximale à la surface libre,

$$T_{max} = \max(T(x, y, z = e)) \quad (3.12)$$

- le nombre de Nusselt moyen au niveau de l'interface solide/liquide défini par :

$$Nu_{loc} = \frac{\vec{\nabla}\theta_{S/L} \cdot \vec{e}_z}{\theta_{S/L}} \quad \text{et} \quad Nu_m = \frac{1}{s} \int_s Nu_{loc} ds \quad (3.13)$$

- l'énergie cinétique totale du fluide est calculée par :

$$E_C = \frac{1}{2v} \int_v U^2 dv \quad (3.14)$$

D'après la figure 3.13, nous remarquons que l'erreur relative pour toutes les grandeurs varie d'un maillage à l'autre. Pour les deux premiers maillages de 5×10^5 et $7,5 \times 10^5$ cellules l'erreur est assez grande, avec des valeurs qui dépassent 100% pour l'erreur calculée pour l'énergie cinétique ($7,5 \times 10^5$ cellules). Dès que la taille du maillage dépasse un million de cellules, l'erreur diminue fortement, elle atteint des valeurs inférieures à 3,5% pour le maillage avec $1,6 \times 10^6$ cellules.

En complément des résultats donnant les erreurs quantitatives en fonction de la taille du maillage utilisé, les solutions finales obtenues en considérant les différents maillages évoluent, comme la figure 3.14 le montre. Le nombre et la taille des cellules convectives changent d'un maillage à l'autre ; 8 motifs convectifs ont été capturés par les maillages comportant 5.10^5 et $7,5.10^5$ cellules alors qu'avec un maillage de 10^6 cellules nous avons une cellule convective de plus. A nouveau 8 cellules convectives ont été obtenues pour les deux maillages plus fins de $1,6 \times 10^6$ et 2×10^6 cellules. Nous pouvons remarquer que les deux maillages les plus fins donnent des résultats très semblables.

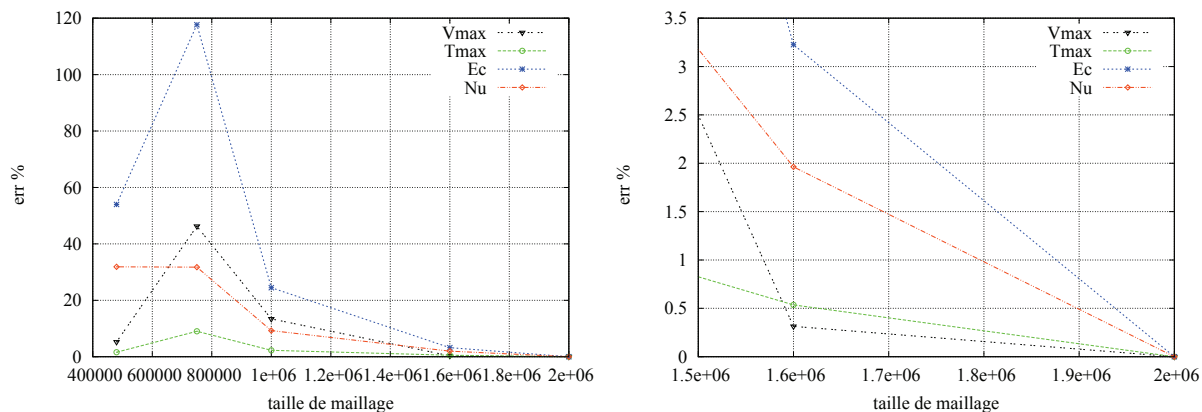


FIGURE 3.13: Étude du maillage : comparaison de différents critères en fonction de la taille du maillage, figure de droite zoom pour les maillages de grande taille.

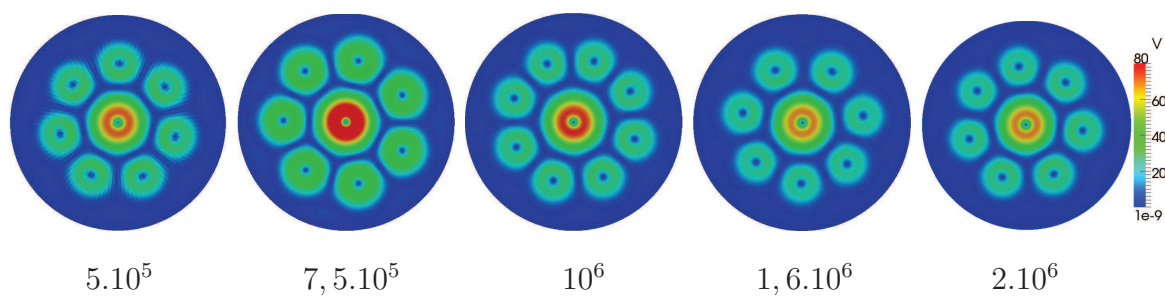


FIGURE 3.14: Vitesse adimensionnelle au niveau de la surface libre pour les différentes tailles de maillage étudiées [$Ma=2000$, $Ra=100$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

3.3 Etude de la sensibilité des résultats au maillage

Comme le montrent les résultats précédents, le choix d'un maillage suffisamment fin devient une nécessité non seulement pour une bonne approximation des valeurs globales des erreurs mais aussi pour une meilleure détection des cellules convectives. A partir des résultats tirés de cette étude nous avons choisi le maillage qui comprend $1,6 \times 10^6$ cellules pour toutes les simulations effectuées (maillage des figures 3.9 à 3.12).

Chapitre 4

Résultats numériques

Sommaire

2.1	Configuration étudiée	45
2.2	Hypothèses simplificatrices et modèle mathématique	47
2.2.1	Hypothèses	47
2.2.2	Modèle mathématique	48
2.2.3	Équations adimensionnées	50

4.1 Introduction

Nous avons vu lors de la présentation du modèle physique au chapitre 2 que les paramètres importants pour caractériser l'écoulement sont les nombres de Ma , Ra , Bi et Pr . Le rapport des conductivités entre le substrat solide et le fluide $K = k_s/k_f$ sera également un autre paramètre important qui influencera l'écoulement, c'est en effet lui qui donnera l'importance relative des gradients thermiques horizontaux et verticaux qui seront "imposés" à la couche fluide. L'effet de chacun de ces paramètres sera étudié en détail dans ce chapitre. Le rapport de forme sera lui pris constant et égal à $\Gamma = 5$, ce qui correspond à une couche fluide relativement épaisse.

Les solutions présentées correspondent à des simulations stationnaires utilisant un

maillage de $1,6 \times 10^6$ cellules. La convergence est déclarée atteinte lorsque le module du résidu est inférieur à 10^{-6} . Ce critère est respecté pour toutes les grandeurs : de température, vitesse et pression. Des tests instationnaires ont été réalisés pour vérifier que la solution stationnaire est bien obtenue. Pour quelques cas, des calculs instationnaires sont faits pour les comparer à ceux stationnaires. Dans la majorité des cas, les solutions finales issues des deux méthodes sont identiques. Seulement pour quelques cas particuliers la solution finale prise en compte est celle du calcul instationnaire (ils seront indiqués).

4.2 Effet du rapport des conductivités K

L'utilisation de parois thermiquement conductrices, affecte la distribution de la température dans les limites du système étudié. Souvent, il a été observé que certaines des divergences qui surgissent entre les résultats expérimentaux et les résultats des simulations numériques sont dues au transfert de chaleur par conduction le long des parois [Gambaryan-Roisman, 2010, Ezersky et al., 1993]. En outre, en prenant en compte le transfert de chaleur conjugué lors de la simulation numérique, les résultats numériques obtenus permettront de mieux rendre compte des conditions expérimentales et devraient donc donner des solutions plus proches de celles observées expérimentalement.

La prise en compte du transfert de chaleur conjugué entre la couche fluide et le substrat solide permet d'une part de se rapprocher des conditions réelles de l'expérience, mais l'utilisation d'un fond solide plus ou moins conducteur thermiquement joue aussi un rôle important pour la répartition des deux composantes du gradient de température, verticale et horizontale.

L'application d'un flux thermique localisé sur la partie centrale de la face inférieure du substrat solide donne un profil de température de type gaussien à l'interface solide/liquide. La valeur maximale de la température (T_{max}) est obtenue au centre du récipient ($r = 0$), tandis que, la valeur minimale (T_{min}) est retrouvée sur la partie extérieure ($r = R$). D'après les travaux de [Navarro et al., 2007], nous pouvons définir δ comme étant le rapport entre le gradient horizontal de température et le gradient vertical de température, $\delta = \frac{\Delta T_h}{\Delta T_v}$,

4.2 Effet du rapport des conductivités K

avec $\Delta T_h = T_{max} - T_{min}$ et $\Delta T_v = T_{max} - T_0$, (T_0 est la température ambiante). Sur la figure 4.1, nous présentons un schéma représentant les deux gradients de température, vertical et horizontal (figure tirée de [Navarro et al., 2007]).

La variation du rapport des deux gradients de température δ est illustrée sur la figure 4.2 pour différents rapports de conductivités K . Ces valeurs de K sont calculées à partir du résultat final de différentes simulations numériques effectuées en présence de la couche fluide dans le cas suivant : $Ma = 2000$, $Bi = 100$, $Pr = 100$ et $Ra = 1000$ (les résultats de ces simulations seront traités en détail dans ce chapitre). Pour de faibles valeurs de K , δ est voisin de l'unité, i.e. le gradient horizontal de température a le même ordre de grandeur que le gradient vertical de température, cela peut correspondre au cas des cavités différentiellement chauffées par les parois latérales. Tandis que, δ tend vers zéro quand le rapport K augmente, on se rapproche alors du cas des cavités chauffées uniformément par le bas.

À l'exception de cette étude sur l'influence du rapport des conductivités K , le rapport K sera choisi d'une façon qui assure un couplage significatif entre les deux gradients de température, vertical et horizontal. Pour le reste de cette étude le rapport K sera fixé à une valeur de 100, ($\delta \simeq 0,5$, ΔT_v est deux fois plus important que ΔT_h).

L'influence de l'utilisation de différents substrats solides plus ou moins conducteurs thermiques sur les solutions obtenues au sein de la couche de fluide sera l'objectif du présent paragraphe. Comme nous l'avons déjà dit, la différence entre la conductivité thermique de la couche fluide et celle du substrat solide détermine la forme de la distribution de la température au niveau de l'interface solide/liquide et va par conséquent déterminer la nature des motifs convectifs obtenus. Plusieurs valeurs de ce rapport K ont été étudiées, allant de 10 à 10^4 . Une valeur de $K = 10^4$ ne correspond sans doute pas à une situation physique réelle, mais cette valeur a été choisie pour étudier la modification des solutions obtenues lorsque l'on se déplace vers les grandes valeurs de K .

Le nombre de Marangoni est fixé pour cette étude à $Ma = 2000$ (l'influence de Ma sera étudiée en détail au §4.5) pour tenir compte de l'effet thermocapillaire. Le nombre de Rayleigh (qui représente l'effet thermogravitationnel) prendra lui deux valeurs, une

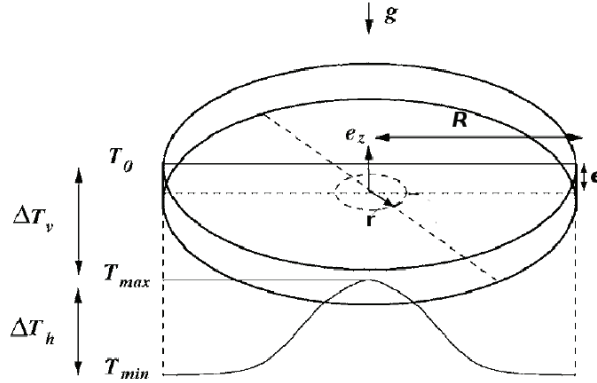


FIGURE 4.1: Schéma de la distributions radiale de température obtenue au niveau de l'interface solide/liquide par l'application d'un flux thermique central localisé sur une section circulaire de rayon r de la face inférieure du substrat solide (adapté de [Navarro et al., 2007]).

première valeur faible, $Ra = 100$ (cas de la convection de BM) et une deuxième valeur, $Ra = 1000$ (cas de la convection de RBM).

Sur les figures 4.3 et 4.4 nous présentons les distributions de la température et de la vitesse au niveau de la surface libre respectivement, pour différents rapports K . Des changements importants dans les motifs convectifs sont observés pour $10 < K < 500$ et au-delà de la valeur $K = 5000$ aucune différence n'est observée. En effet, sur la figure 4.2 nous remarquons bien qu'à partir de la valeur 500, δ tend rapidement vers 0, le rapport K n'affecte alors que très peu la température de l'interface solide/liquide (le profil sera très plat). Une seule cellule convective est observée au centre du récipient pour un rapport $K = 10$, en se basant sur la figure 4.11 (b) $K = 10$ (présentée plus loin), la température adimensionnelle de l'interface S/L atteint des valeurs importantes dans la partie centrale, contrairement aux zones périphériques qui sont à des températures faibles avec des gradients moins prononcés (la chaleur se propage alors verticalement dans le solide). À une valeur de $K = 50$; 8 cellules convectives sont observées en périphérie et

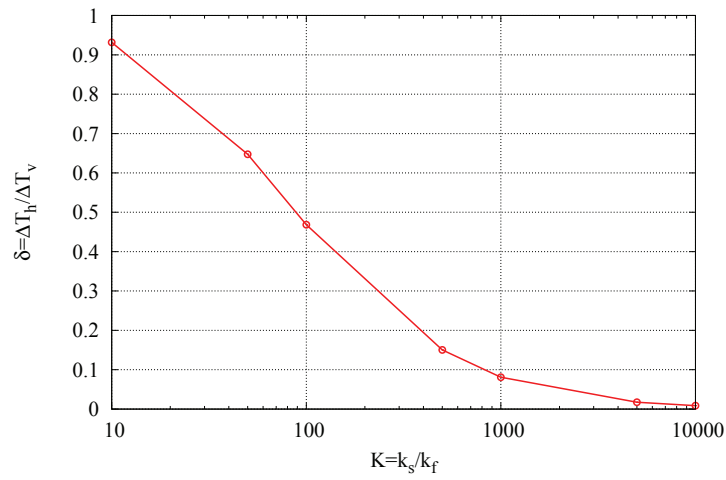


FIGURE 4.2: Variation de δ , rapport adimensionnel des gradients horizontaux et verticaux de température en fonction de K , le rapport des conductivités solide et liquide (simulation numérique pour $Ma = 2000$, $Ra = 1000$, $Pr = 100$ et $Bi = 100$).

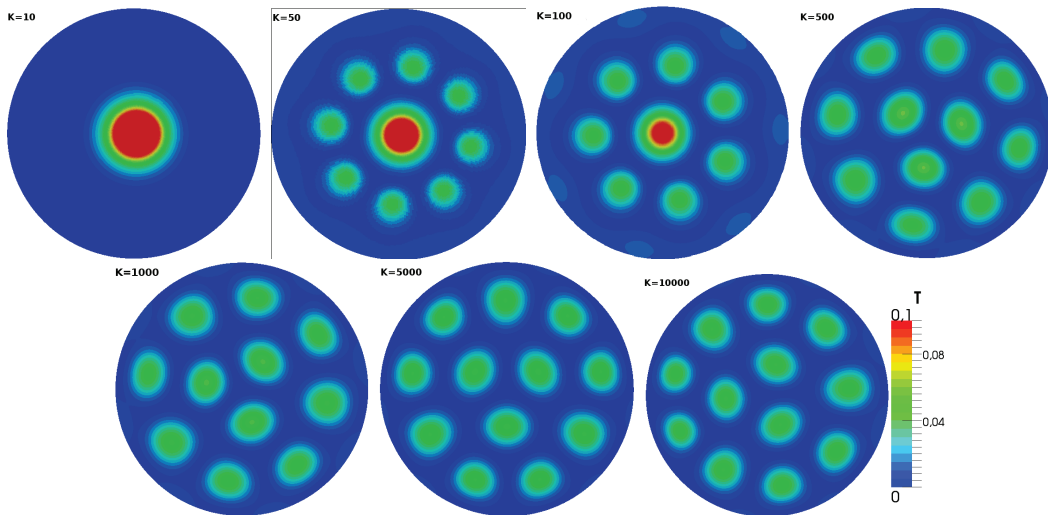


FIGURE 4.3: Température de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=1000$].

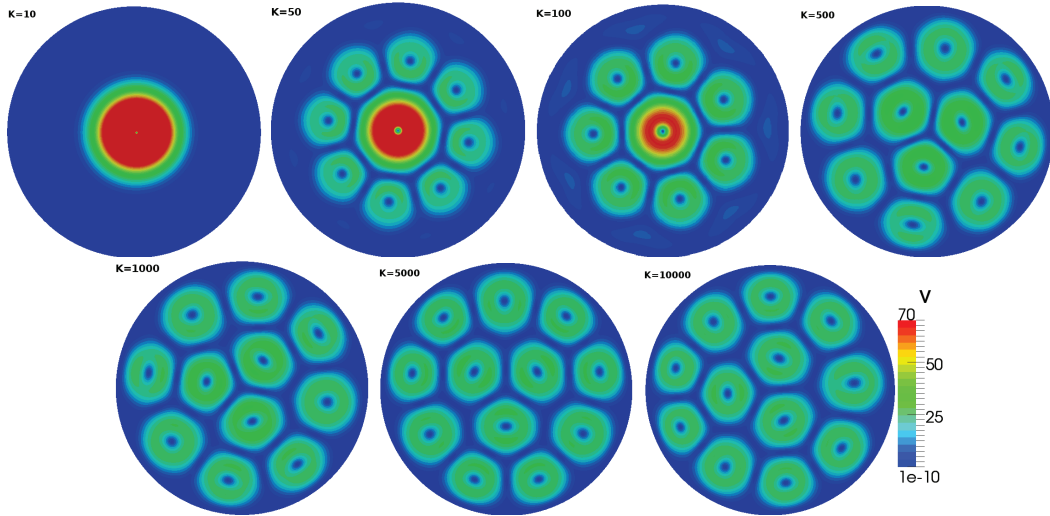


FIGURE 4.4: *Champ de vitesse au niveau de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=1000$].*

une seule centrale. Sur la même figure 4.11 (b) nous remarquons que la température au centre pour l'interface S/L a diminué, tandis que la température des zones périphériques augmente. Nous pouvons dire que la chaleur se propage verticalement et horizontalement dans le solide.

Pour $K = 100$, 7 cellules plus larges entourent cette fois une cellule centrale. Pour les cas $K = 50$ et $K = 100$, les cellules périphériques ne s'étendent pas jusqu'à la paroi du récipient. De nouvelles petites cellules semblent vouloir apparaître contre la paroi latérale. Un nouveau mode d'organisation prend place pour des valeurs de $K > 100$, la cellule centrale est remplacée par trois cellules. Cette nouvelle configuration change très peu quand on augmente la valeur du rapport K . En effet, pour des valeurs de K comprises entre 500 et 10^4 , nous avons $0 < \delta < 0,12$; le gradient horizontal de température est alors négligeable devant le gradient vertical de température. Cela revient à imposer un flux presque uniforme sur toute l'interface S/L. Il semble alors logique que les solutions obtenues se ressemblent. Nous pouvons toutefois remarquer que les motifs ont aussi effectué une légère rotation (comparaison des solutions pour $K = 5000$ et $K = 10000$).

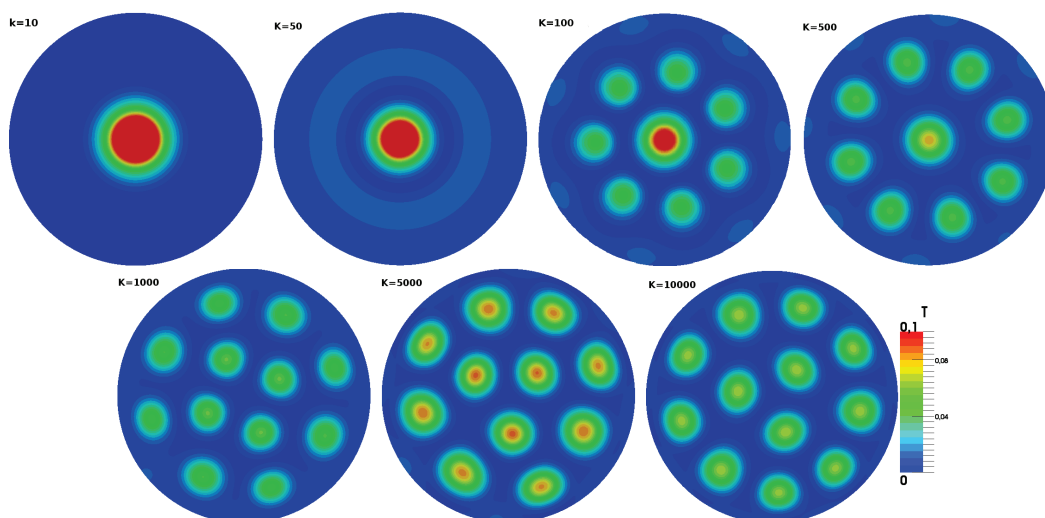


FIGURE 4.5: Température de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=100$].

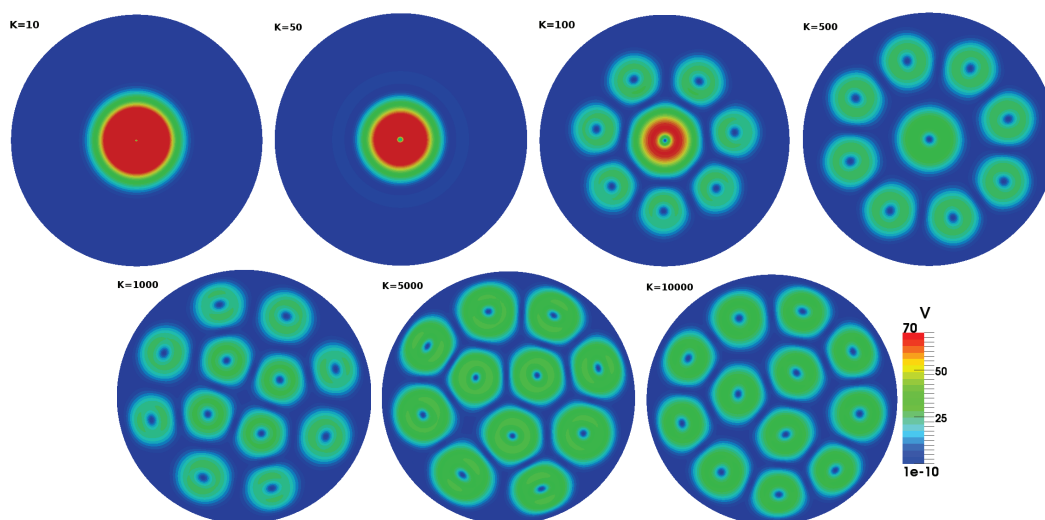


FIGURE 4.6: Champ de vitesse au niveau de la surface libre pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=100$].

Sur les figures 4.5 et 4.6 nous présentons les distributions de la température et de la vitesse au niveau de la surface libre mais cette fois-ci pour un nombre de Rayleigh plus faible, $Ra = 100$ (convection de BM prédominante). Les forces thermocapillaires seules sont responsables du déclenchement des cellules convectives. Une seule cellule convective est observée au centre pour les rapports de K égaux à 10 et 50. Toute l'énergie injectée au fluide est transférée à l'air ambiant dans la zone centrale lorsque les rapports de conductivité sont faibles ($K = 10$ et $K = 50$). Ce n'est pas le cas pour des rapports de conductivité plus grands pour lesquels l'énergie est injectée au sein du fluide de manière beaucoup plus uniforme au niveau de l'interface S/L. Pour $K = 100$, 7 cellules convectives périphériques et une au centre sont observées. Une cellule de plus apparaît en périphérie et la taille des cellules périphériques devient plus grande pour $K = 500$. Pour $K = 1000$, la cellule centrale se divise en quatre cellules plus petites et au-delà de $K = 5000$, elle se divise en trois cellules.

Sur les figures 4.7 et 4.8 nous montrons les champs de température et de vitesses selon des coupes verticales passant par le centre de la cavité. Ces plans sont tracés de manière à assurer la capture d'un maximum de cellules. Pour des valeurs de $K = 10$ nous observons de fortes températures et de fortes vitesses au centre et des valeurs quasiment nulles ailleurs. En augmentant la valeur de K , la chaleur diffuse dans tout le solide. Les isothermes deviennent horizontales au voisinage de l'interface solide/liquide. Sur les cartographies des températures (cf. Figure 4.7) les panaches correspondent à la position des cellules de convection. La vitesse et la température atteignent des valeurs maximales dans ces zones correspondant à la position des cellules convectives.

L'évolution du transfert de chaleur à l'interface solide/liquide est illustrée sur les figures 4.9 et 4.10 au travers de la distribution locale du nombre de Nusselt, calculé à l'aide de la relation 2.19, pour les cas étudiés précédemment. Sur cette figure, nous voyons clairement que cette distribution de nombre du Nusselt local suit la morphologie de la structure de l'écoulement dans chaque cas. Le nombre de Nu_{loc} atteint des valeurs maximales dans les zones qui correspondent aux courants de fluide descendants (de la surface libre vers le bas du récipient), tandis que des valeurs minimales sont obtenues dans les zones qui

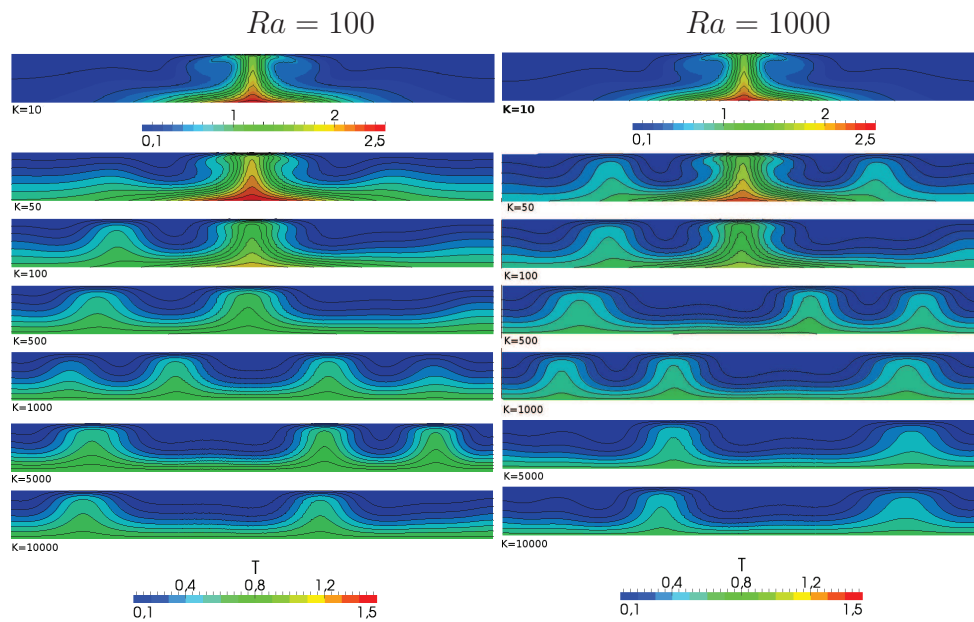


FIGURE 4.7: Isothermes selon des coupes verticales pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$ et $Pr=100$].

correspondent aux courants de fluide ascendants (du bas du récipient vers la surface libre), sauf pour le cas avec $K = 10$.

Pour les cas $K = 10$; $Ra = 1000$, $K = 10$; $Ra = 100$ et $K = 10$; $Ra = 1000$ (absence de cellules convectives en périphérie) les échanges thermiques sont limités au niveau de la zone centrale, là où nous trouvons un seul rouleau axisymétrique. Pour le reste des cas, des échanges importants se produisent dans les zones proches des frontières de la cellule centrale et des autres cellules périphériques. Les échanges les plus faibles sont ceux obtenus aux centres des cellules convectives.

L'analyse quantitative de l'effet du rapport des conductivités thermiques K sur les températures moyennes du fluide et de l'interface S/L, est illustrée sur les figures 4.11 (a) et 4.11 (b). Pour le cas $Ra = 100$, $Ma = 2000$, $Bi = 100$ et $Pr = 100$, nous remarquons que les températures moyennes du fluide et de l'interface S/L augmentent sur l'intervalle $10 < K < 50$, et diminuent sur l'intervalle $50 < K < 100$ et au-delà d'une valeur de $K = 100$, ces températures varient très peu. Nous pouvons conclure que les évolutions de

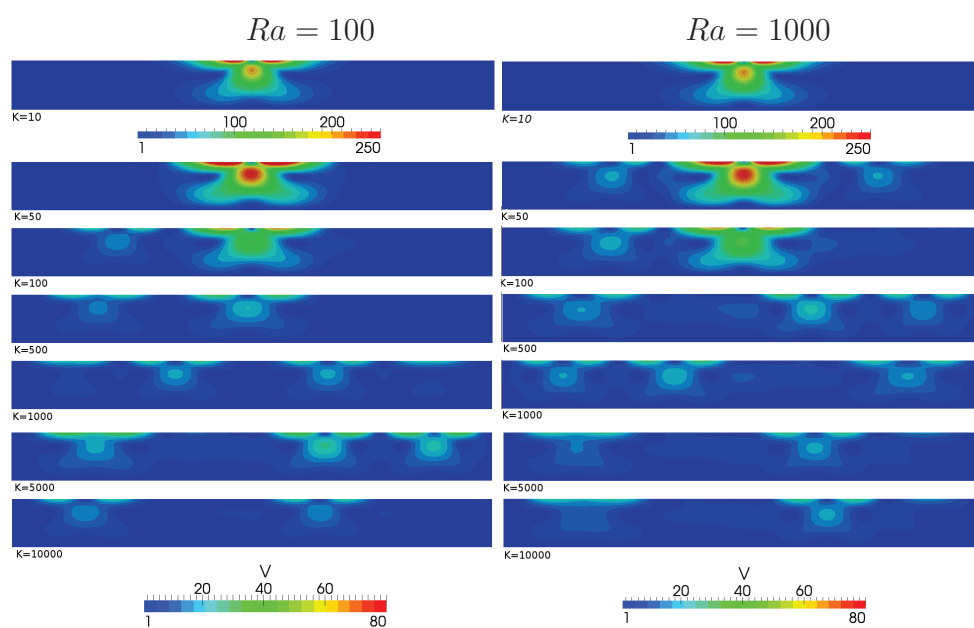


FIGURE 4.8: *Champ de vitesse selon des coupes verticales pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$ et $Pr=100$].*

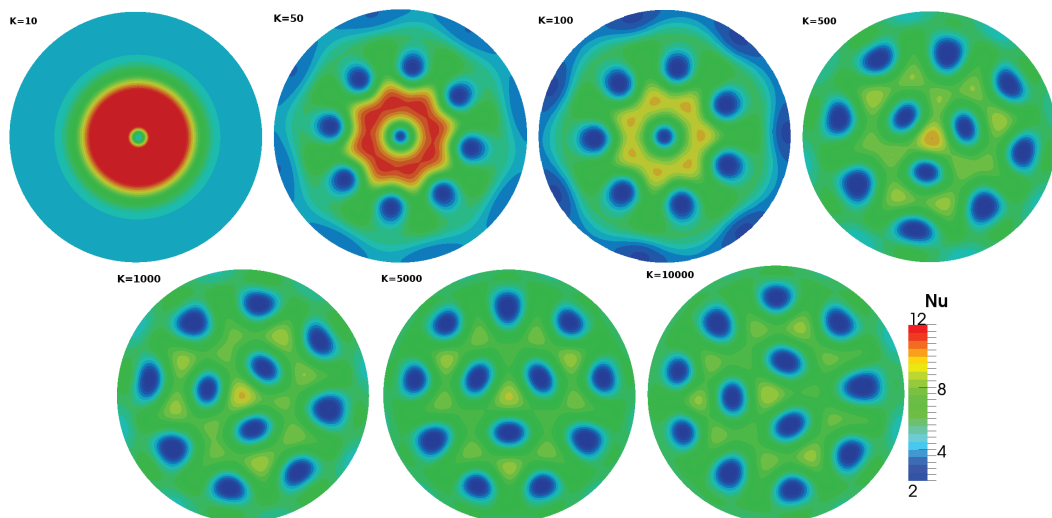


FIGURE 4.9: Distributions du nombre de Nusselt local à l'interface solide/liquide pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=1000$].

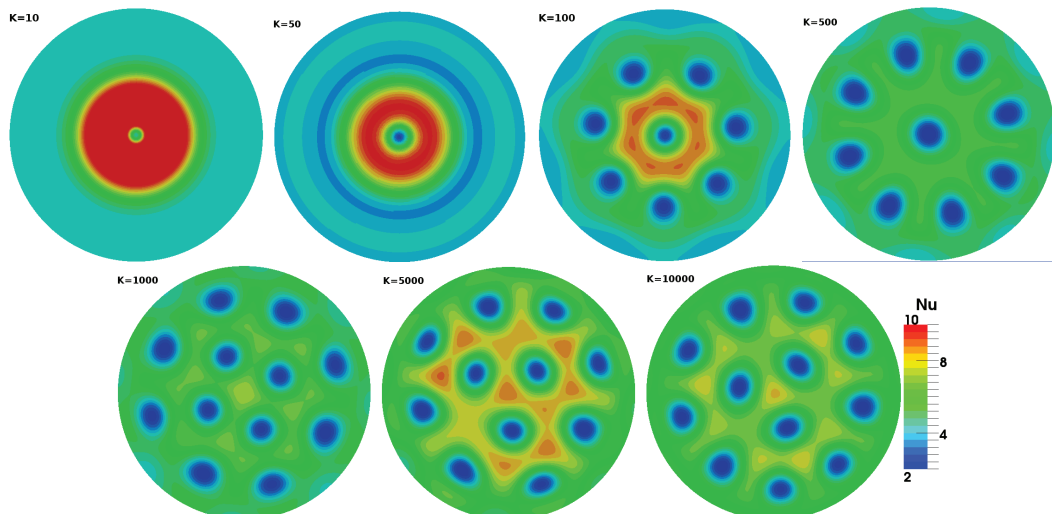


FIGURE 4.10: Distributions du nombre de Nusselt local à l'interface solide/liquide pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $Ra=100$].

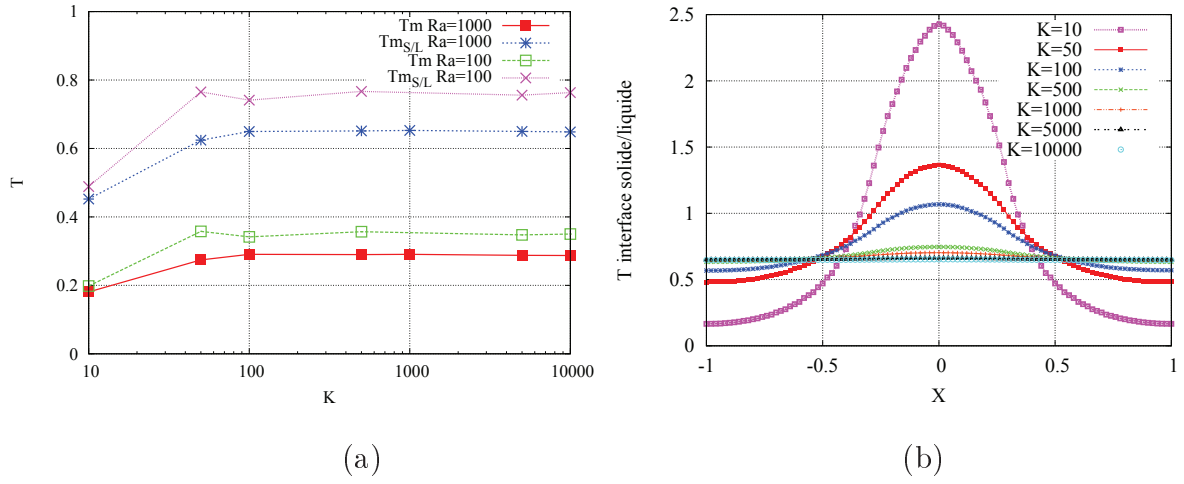


FIGURE 4.11: (a) Températures moyennes et (b) profils de température pour $Ra=1000$ à l'interface S/L selon un diamètre pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$ et $Pr=100$].

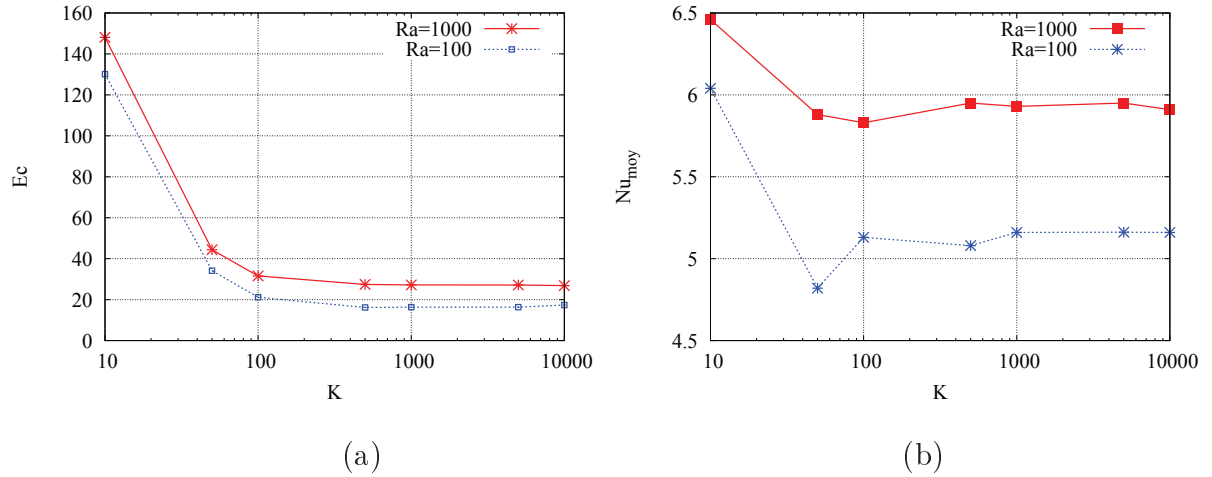


FIGURE 4.12: (a) Energie cinétique et (b) nombre de Nusselt moyen au niveau de l'interface S/L pour différents rapports des conductivités K [$Ma=2000$, $Bi=100$ et $Pr=100$].

4.2 Effet du rapport des conductivités K

ces températures moyennes au sein du fluide et au niveau de l'interface S/L sont beaucoup dépendantes des valeurs des vitesses atteintes dans la couche fluide. En effet, Pour $K = 10$ nous trouvons des vitesses très élevés au centre du récipient (cf. figures 4.6 et 4.8) qui assurent un bon échange thermique entre la surface libre et l'air ambiant, ce qui permet d'avoir de forts nombres de Nusselt au niveau de l'interface S/L (cf. figure 4.9). Tandis que la diminution observée pour $50 < K < 100$ correspond à la chute de la vitesse dans la zone centrale à cause de l'élargissement du rouleau axisymétrique (cf. figure 4.6). Quant aux autres valeurs de K , supérieures à 100, nous remarquons la naissance de cellules convectives en périphérie ayant des vitesses qui sont toutes du même ordre de grandeur. Pour le cas $Ra = 1000$, $Ma = 2000$, $Bi = 100$ et $Pr = 100$, nous pouvons analyser l'évolution des températures moyennes de la même façon que dans le cas précédent. La seule différence est trouvée pour l'intervalle $50 < K < 100$ pour lequel les températures moyennes continuent d'augmenter en raison de la présence des cellules convectives en périphérie qui existent dès la valeur de $K = 50$.

La figure 4.11 (b) présente le profil de température à l'interface S/L selon un diamètre pour les différents rapports des conductivités K étudiés. Comme attendu, les faibles valeurs de K permettent d'avoir des profils pointus au centre, contrairement aux grandes valeurs de K qui donnent des profils plats. La différence maximale de température entre le centre et la paroi latérale est obtenue pour le rapport des conductivités $K = 10$, elle est égale à 2,26 ; alors que la différence minimale est donnée pour le rapport des conductivités $K = 10^4$, elle est de l'ordre de 0,006 (nous rappelons que ce sont des températures adimensionnées).

L'évolution de l'énergie cinétique et du nombre de Nusselt moyen sont illustrées sur les figures 4.12 (a) et 4.12 (b) respectivement. D'une façon générale, au-delà d'une valeur de $K=100$, toutes les grandeurs varient très peu pour les deux nombres de Rayleigh étudiés ($Ra = 100$ et $Ra = 1000$).

En comparant les résultats de ces deux cas nous pouvons conclure que les instabilités de BM et de RBM sont très dépendantes des conditions imposées, et que le couplage entre les deux effets, thermocapillaire et thermogravitationnel accélère le déclenchement

de l'état convectif et enfin, que les effets thermogravitationnels stabilisent l'écoulement, dans le sens où ils lui imposent un motif, il y a peu d'effet de K sur la solution (pour $Ra = 1000$) contrairement au cas ($Ra = 100$) où la solution change pour chaque valeur de K .

4.3 Effet du nombre de Biot

Dans cette partie nous étudions l'effet du nombre de Biot sur l'écoulement et sur la température de l'interface solide/liquide. Le fait de faire varier le nombre de Biot revient à modifier l'échange thermique au niveau de la surface libre (cf. équations 2.16). Les autres paramètres sont fixés : $Ma = 2000$, $Ra = 1000$, $Pr = 100$ et $K = 100$. Le choix des valeurs de Ma et de Ra est fait de telle façon qu'on assure un état stationnaire lorsque les cellules convectives sont présentes au sein de la couche fluide.

La figure 4.13 montre les vecteurs vitesses et les isothermes au niveau de la surface libre, obtenus pour deux nombres de Biot différents, $Bi = 20$ et $Bi = 50$. Le fluide chaud monte au centre de chaque cellule convective et descend aux bords de ces cellules, ce qui est le cas pour les instabilités de RBM [Colinet et al., 2001].

Sur les figures 4.14 et 4.15 nous présentons les distributions de la température et de la vitesse adimensionnelles au niveau de la surface libre, pour des valeurs des nombres de Biot allant de 10 à 200. Dans le cas de faibles nombres de Biot $Bi = 10$ (faible refroidissement de la surface libre), une grosse cellule convective existe au centre du récipient, elle est entourée par 10 cellules périphériques qui s'étendent jusqu'à la paroi latérale. Quand l'échange thermique au niveau de la surface libre augmente, la taille des cellules convectives et leur nombre diminuent progressivement, seulement 7 cellules convectives de taille réduite sont visibles pour $Bi = 200$. Dans ce cas, l'intensité globale de la vitesse au niveau de la surface libre est très faible. De même, les gradients de température associés sont très petits. On note aussi que la cellule convective centrale est divisée en trois cellules convectives pour le cas de $Bi = 50$. La forte diminution de la vitesse observée sur la figure 4.15 est due au fort échange thermique avec le milieu extérieur à travers la surface libre. En effet, plus

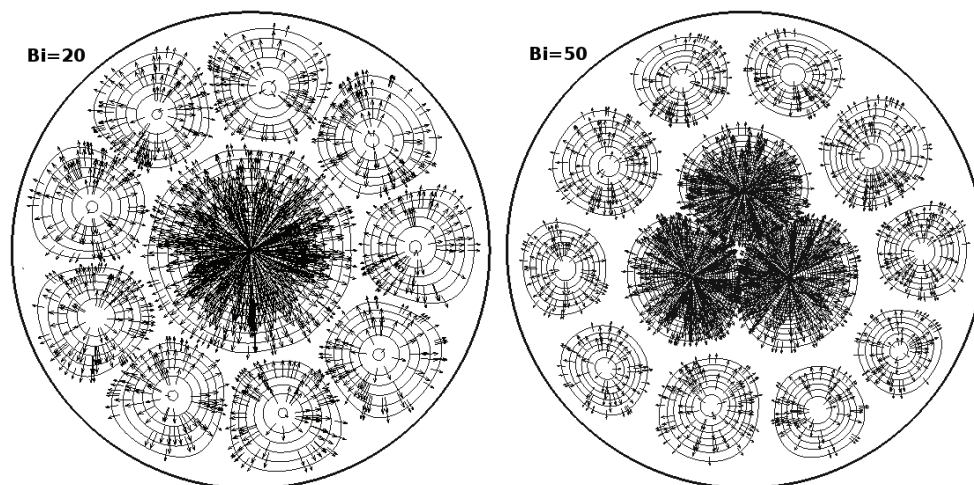


FIGURE 4.13: Vecteurs vitesses (flèches) et isothermes (lignes) au niveau de la surface libre pour deux nombres de Biot, $Bi=20$ et $Bi=50$ [$Ma = 2000$, $Ra = 1000$, $Pr = 100$ et $K = 100$].

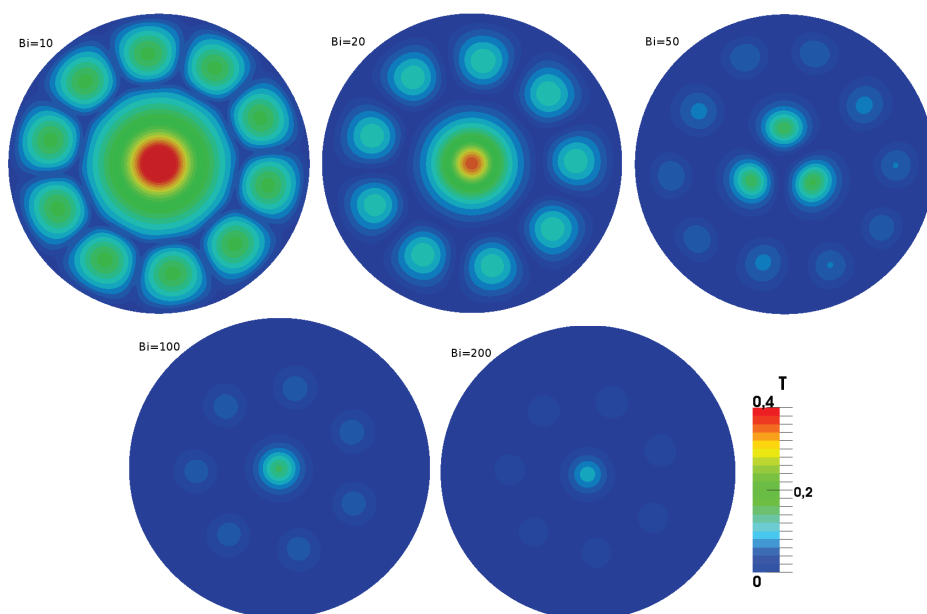


FIGURE 4.14: Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].

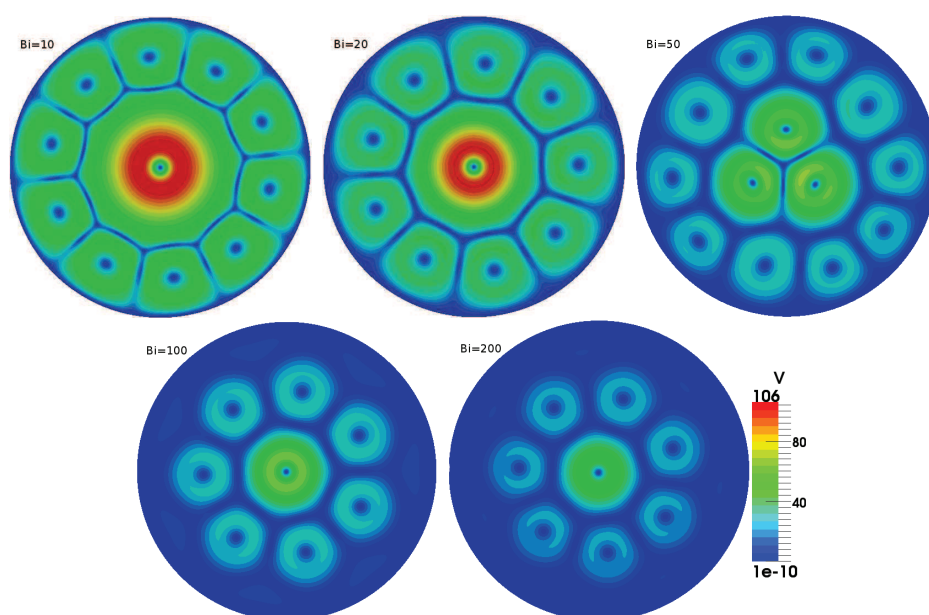


FIGURE 4.15: *Distribution de la vitesse à la surface libre pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].*

on refroidit la surface libre, plus l'écart entre la température de cette surface et celui de l'air ambiant sera petit (figure 4.14). Ce comportement conduit à réduire d'autant plus les gradients tangentiels de la température au niveau de la surface libre et donc à diminuer les forces motrices de la convection thermocapillaire lorsque le nombre de Biot est grand (cf. relation 2.16). Ce phénomène d'homogénéisation de la température de surface a aussi été observé récemment par Li [Li et al., 2012].

Ces observations concernant la vitesse et la température sont en accord avec l'analyse de stabilité linéaire élaborée par Nield [Nield, 1964] (dans une couche de fluide horizontale infinie avec une surface libre soumise à un gradient de température vertical). Une augmentation du transfert thermique surfacique entraîne une stabilisation de l'écoulement, des forces thermocapillaires plus grandes sont alors nécessaires pour déclencher la convection de Marangoni (i.e. un nombre de Marangoni critique plus élevé existe alors).

Cette diminution globale de l'agitation du fluide est clairement montrée sur la figure 4.17 (a), qui donne la variation de l'énergie cinétique moyenne dans la couche fluide. Nous remarquons une forte baisse de l'énergie cinétique moyenne pour des valeurs élevées de Bi . Le niveau d'échange thermique surfacique est également lié à l'évolution de la température moyenne du fluide T_m et celle de la température moyenne de l'interface solide/liquide $T_{mS/L}$ illustrées sur la figure 4.17 (b). Les deux températures moyennes augmentent avec le nombre de Biot contrairement à la température de la surface libre qui elle diminue. Cette augmentation est causée par le faible échange thermique entre le cœur du fluide et le milieu extérieur. Cela correspond à un transport de chaleur par convection moins efficace au sein de la couche fluide en raison de l'affaiblissement des forces thermocapillaires qui conduit à la vitesse du fluide.

Les cartographies du nombre de Nusselt local au niveau de l'interface solide/liquide sont illustrées sur la figure 4.16, pour les cas étudiés précédemment. Pour le cas $Bi = 10$, les échanges les plus importants se produisent dans les zones proches des frontières de la cellule centrale et des dix autres cellules périphériques. Les échanges les plus faibles sont eux obtenus aux centres des cellules convectives. En augmentant le nombre de Biot, l'échange thermique diminue pour toute l'interface solide/liquide avec une diminution

marquée dans les zones qui constituent les frontières entre les cellules convectives adjacentes. Le cas $Bi = 50$ donne la valeur la plus grande de nombre de Nusselt local $Nu_{loc} = 13$, cela correspond à l'existence des trois cellules au centre de la cavité. La valeur la plus basse du nombre de Nusselt local $Nu_{loc} = 2$ est relevée aux centres de toutes les cellules dans tous les cas et aussi pour les zones périphériques des deux derniers cas, $Bi = 100$ et $Bi = 200$.

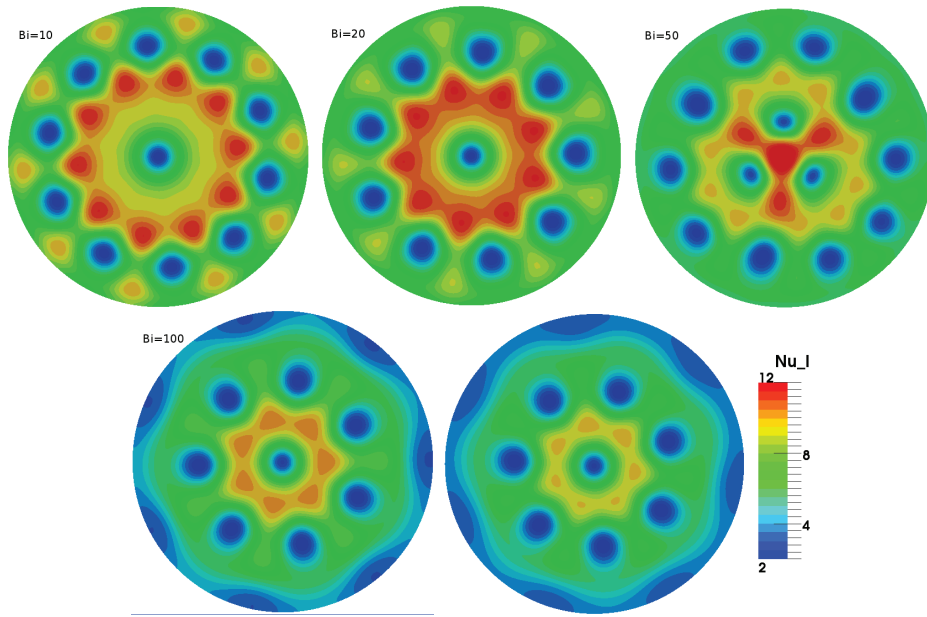


FIGURE 4.16: Distributions du nombre de Nusselt local à l'interface solide/liquide pour différents nombres de Biot [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].

L'analyse quantitative de l'effet du nombre de Biot sur l'énergie cinétique dans la couche fluide et sur les températures moyennes est illustré sur les figures 4.17 (a) et 4.17 (b). Nous observons que la courbe donnant la variation de l'énergie cinétique suit une loi de type exponentielle en fonction du nombre de Biot. Cela est en accord avec l'évolution de la vitesse en fonction du nombre de Biot. En effet, pour de faibles valeurs du nombre de Biot les vitesses au niveau de la surface libre sont plus importantes. Les températures moyennes, elles augmentent avec le nombre de Biot, comme décrit précédemment.

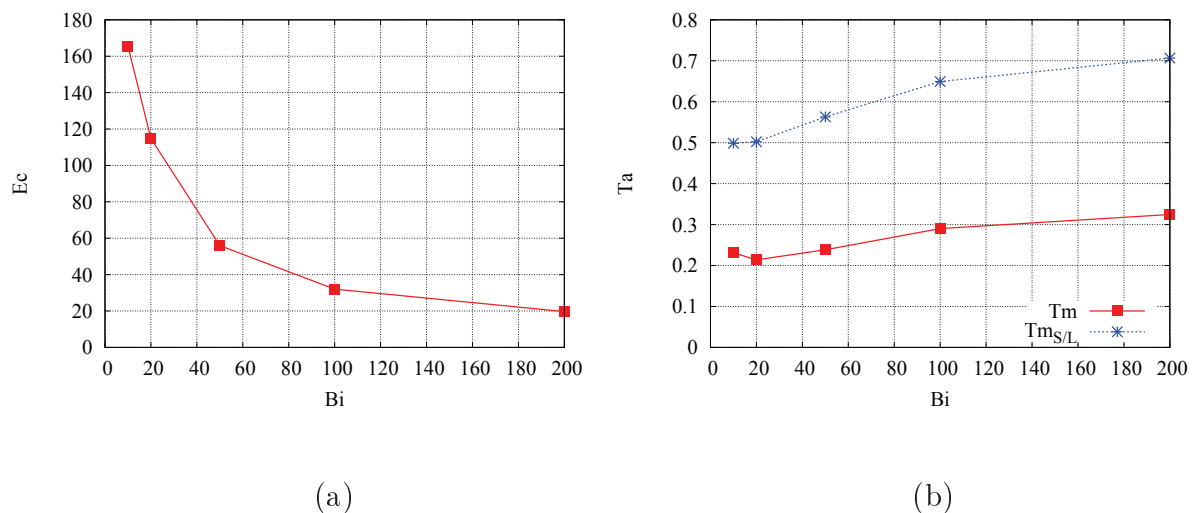


FIGURE 4.17: (a) *Energie cinétique* et (b) *températures moyennes au niveau de l'interface S/L pour différents nombres de Biot* [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Pr=100$ et $K=100$].

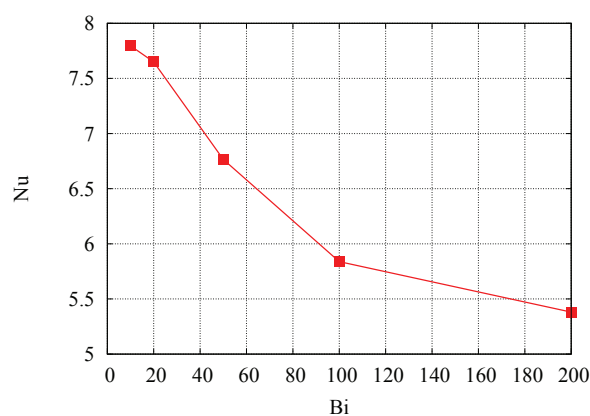


FIGURE 4.18: *Nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Biot.*

Le nombre de Nusselt moyen au niveau de l'interface solide/liquide est illustré sur la figure 4.18, (le nombre de Nusselt moyen est calculé selon la relation 2.19). Nous observons une diminution très significative de cette grandeur lorsque le nombre de Biot augmente, cette diminution est directement liée à la diminution de la vitesse dans la couche fluide.

4.4 Effet du nombre de Rayleigh

Avant d'étudier l'effet du nombre de Rayleigh sur l'écoulement en présence de l'effet thermocapillaire, nous commençons dans un premier temps par analyser l'effet du nombre de Rayleigh en absence d'effet thermocapillaire (c'est à dire pour $Ma = 0$). Cette étude a pour objectif de bien faire ressortir l'influence des forces de flottabilité sur l'écoulement. Ce cas d'étude rentre dans le cas de l'instabilité de RB. Dans ce cas nous considérons qu'il y a un échange entre le fluide contenu dans le récipient et l'air ambiant, cet échange est donné par le coefficient h (ici via le nombre de Biot). Ensuite, nous étudions l'écoulement, cette fois, avec le couplage entre les effets thermocapillaire et gravitationnel.

4.4.1 Absence de la thermocapillarité

Selon Chandrasekhar [Chandrasekhar, 1961] la valeur critique du nombre de Rayleigh dans le cas de la convection de RB dans une couche de fluide confinée entre deux parois horizontales rigides infinies et sans glissement, soumise à un gradient de température vertical est de l'ordre de 1707,76. Ainsi, l'analyse de stabilité marginale développée par le même auteur estime la valeur du nombre de Rayleigh critique pour des conditions aux limites libres à 657,51 et à 1100,65 dans le cas des conditions aux limites rigide-libre.

L'étude menée par Navarro [Navarro et al., 2007] pour un récipient cylindrique chauffé par le bas par un profil de température imposé de type gaussien, pour de faibles nombres de Prandtl ($Pr = 0,4$) montre que l'écoulement de base est un régime convectif, et que ce régime convectif bifurque pour conduire à plusieurs régimes selon les conditions physiques. Ils ont montré qu'à partir d'un certain nombre de Rayleigh l'écoulement passe d'un régime stationnaire à un régime instationnaire.

Pour mener cette étude, nous avons fixé le nombre de Marangoni à une valeur nulle $Ma = 0$, et nous avons fait varier le nombre de Rayleigh Ra de 500 à $5 \cdot 10^3$ en ajustant le coefficient de dilatation thermique β , ceci dans le but de ne pas modifier le nombre de Prandtl. Cette étude en l'absence de thermocapillarité rentre dans le cadre du cas de la convection de RB avec des conditions aux limites rigide-libre. Sur les figures 4.19 et 4.20 nous présentons les évolutions de la température et de la vitesse au niveau de la surface libre. Pour la valeur faible $Ra = 500$, le fluide est quasiment au repos, l'échelle est différente de celle des trois autres représentations, la température et la vitesse dans la zone centrale sont légèrement au-dessus de zéro (voir aussi les figures 4.21 (a) et (b)).

Pour $Ra = 1000$, nous avons la formation d'un rouleau toroïdal au centre du récipient mais toujours pas de motifs convectifs au-delà du centre. Des rouleaux parallèles sont obtenus pour la valeur $Ra = 2000$, nous pouvons conclure que sur cet intervalle $1000 < Ra < 2000$ il existe un seuil de bifurcation de solution. En fixant le Ra à 5000 cette structure de l'écoulement en rouleaux se déstabilise (un autre seuil de bifurcation existe entre $Ra = 2000$ et $Ra = 5000$). Pour ce cas particulier de $Ra = 5000$, la solution présentée ici est celle issue du calcul instationnaire ayant abouti à une solution stationnaire. Le recours au calcul instationnaire était dû à une convergence très lente du calcul stationnaire.

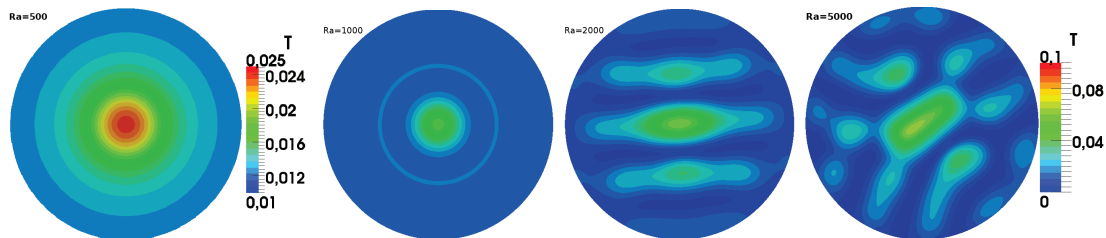


FIGURE 4.19: Température de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

La distribution du nombre de Nusselt local au niveau de l'interface solide/liquide est illustrée sur la figure 4.22. De même que pour l'étude menée pour différents nombres de Biot au paragraphe 4.3, le transfert thermique à cette interface est directement lié à la nature de l'écoulement. Les échanges thermiques importants sont observés dans les zones

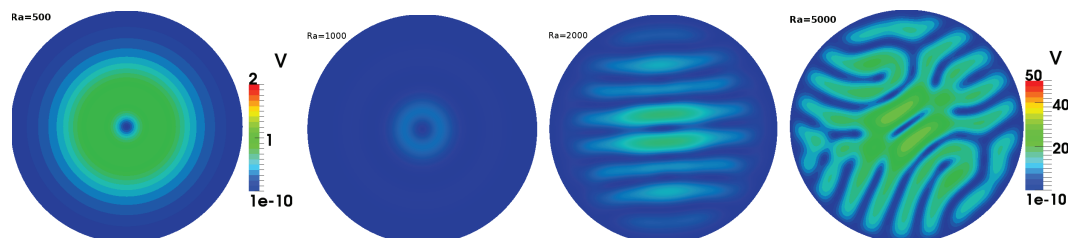


FIGURE 4.20: *Vitesse au niveau de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].*

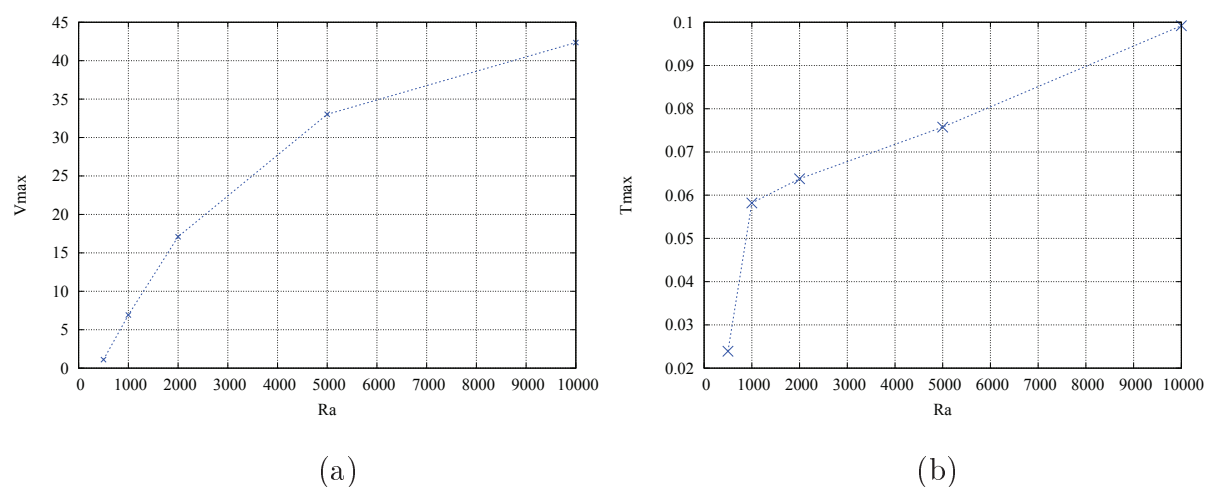


FIGURE 4.21: (a) *Vitesse maximale et (b) température maximale au niveau de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].*

correspondant au fluide descendant de la surface libre vers l'interface solide/liquide.

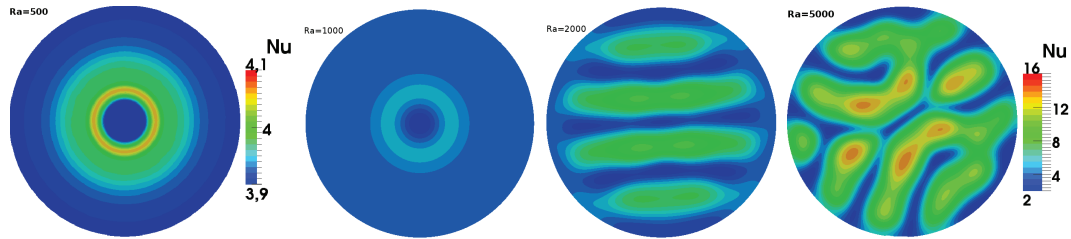


FIGURE 4.22: Distributions du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=0$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

4.4.2 Couplage des deux effets, thermocapillaire et gravitationnel

Nous allons chercher à montrer l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement en présence de l'effet thermocapillaire. Pour cela, nous choisissons un nombre de Marangoni assez grand pour assurer un état convectif bien développé au sein de la couche fluide ($Ma = 2000$). Le cas de Marangoni pur (absence d'effet gravitationnel $Ra = 0$) est aussi considéré. Sur les figures 4.23 et 4.24, nous présentons la vitesse et la température au niveau de la surface libre. Le cas particulier de Marangoni pur montre bien que le régime convectif peut être obtenu grâce à la thermocapillarité seulement, une cellule convective centrale entourée de 5 cellules convectives périphériques sont observées. D'après la figure 4.23 ($Ra=0$) donnant la vitesse au niveau de la surface libre, nous remarquons que la cellule centrale possède cinq cotés (forme pentagonale) et que l'écoulement possède 5 plans de symétrie. Pour un nombre de Rayleigh $Ra = 100$, nous observons deux cellules périphériques supplémentaires. Dans le cas d'un écoulement principal induit par la thermocapillarité, une petite action des forces de flottabilité peut jouer un rôle important pour modifier la structure de l'écoulement (passage de $Ra = 0$ à $Ra = 100$).

Le nombre de cellules convectives ne change pas pour un nombre de Rayleigh compris entre 100 et 1000, mais la taille des cellules augmente. Nous devinons aussi la naissance de 7 cellules au voisinage de la paroi extérieure et le motif observé, très régulier possède 7

plans de symétrie. A partir de $Ra = 2000$, au centre nous observons 3 cellules et la vitesse au niveau de la surface libre est plus faible que celle observée précédemment (pour des Ra plus petits). Pour $Ra = 2000$, 12 cellules convectives au total sont observées et l'écoulement possède seulement un plan de symétrie ($\simeq$ incliné à 45°). En continuant d'augmenter le nombre de Rayleigh, pour une valeur $Ra = 3000$, nous notons l'apparition de nouvelles cellules dont deux sont incomplètes, la solution n'est pas tout à fait symétrique. Pour $Ra = 5000$, les deux cellules incomplètes disparaissent et les cellules périphériques occupent toute la cavité jusqu'à la paroi latérale. Elle n'ont pas toutes la même taille. Un seul plan de symétrie semble être présent.

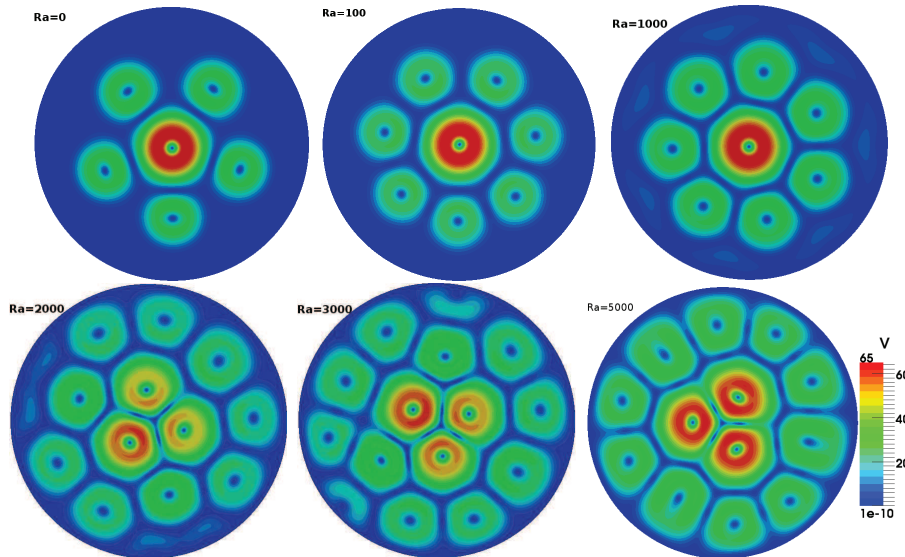


FIGURE 4.23: Vitesse au niveau de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

La naissance de nouvelles cellules convectives et le changement dans leur façon de s'organiser provoque une augmentation de l'énergie cinétique du fluide lorsque le nombre de Rayleigh augmente. Cette évolution est donnée sur la figure 4.25 (a) pour les deux nombres de Marangoni étudiés $Ma = 0$ et $Ma = 2000$. L'énergie cinétique évolue d'une manière quasiment linéaire avec une pente légèrement plus importante pour $Ma = 2000$.

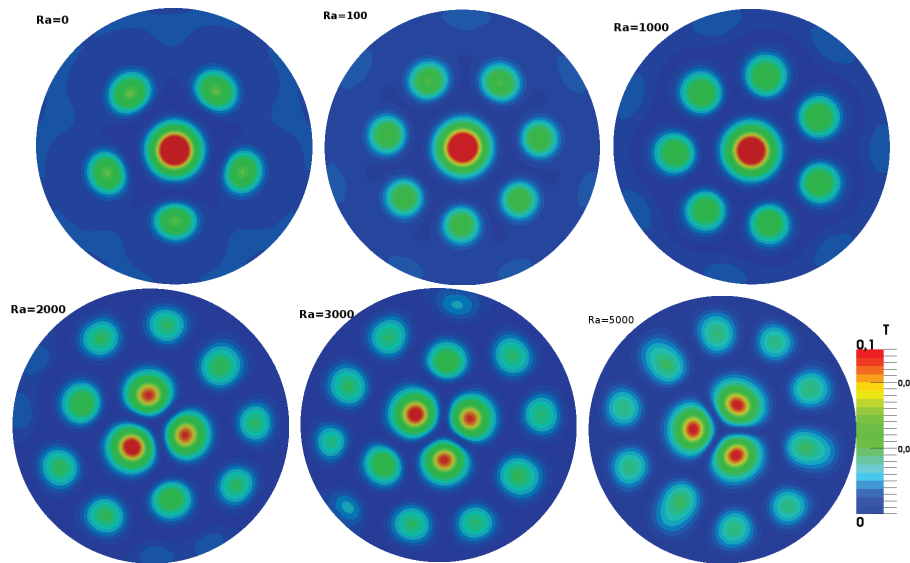


FIGURE 4.24: Température de la surface libre pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Ma=2000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

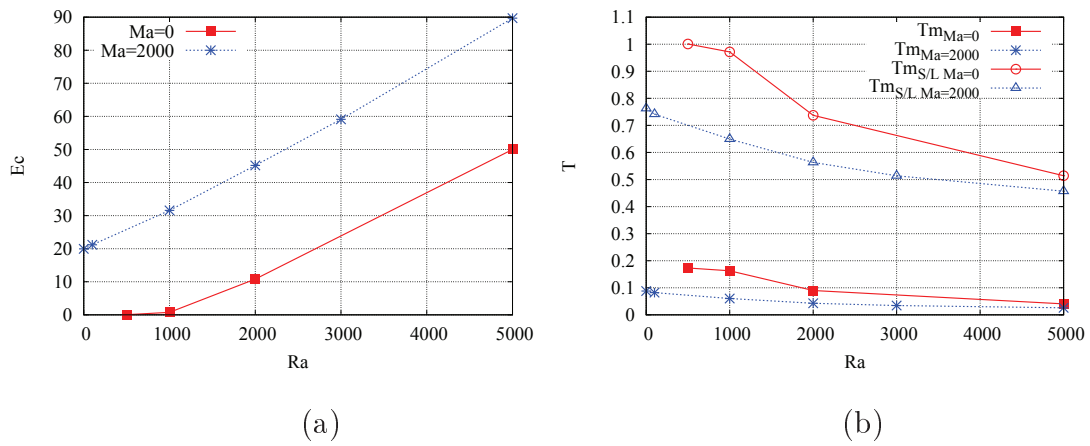


FIGURE 4.25: (a) Énergie cinétique et (b) températures moyennes pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

Aussi, les valeurs de l'énergie cinétique sont plus élevées dans le cas de $Ma = 2000$ par rapport au cas $Ma = 0$.

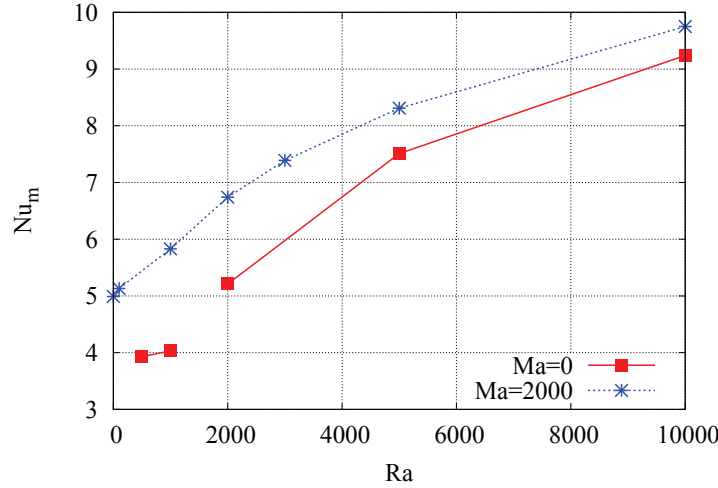


FIGURE 4.26: Valeur moyenne du nombre de Nusselt Nu_{moy} pour différents nombres de Rayleigh Ra [$Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

Les variations des valeurs moyennes de la température du fluide et de la température de l'interface solide-liquide sont illustrées sur la figure 4.25 (b). D'une manière générale, les températures moyennes pour les deux situations traitées $Ma = 2000$ et $Ma = 0$ diminuent quand le nombre de Rayleigh augmente, les températures moyennes obtenues pour $Ma = 0$ sont légèrement plus élevées pour les faibles nombres de Rayleigh ($Ra < 2000$) et une brusque variation des températures moyennes est observée entre $Ra = 1000$ et $Ra = 2000$. Cela correspond au passage d'une solution à 8 cellules bien développées à une solution à 12 cellules qui facilitent l'échange de chaleur au niveau de l'interface S/L. En effet, l'augmentation de l'énergie cinétique dans la couche fluide en fonction des nombres de Rayleigh et de Marangoni augmente l'agitation dans tout le fluide, ce qui influence d'une part la température du fluide dans son ensemble mais aussi celle de l'interface S/L et d'autre part les transferts thermiques au niveau de l'interface S/L . La figure 4.26 présente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour $Ma = 0$

et $Ma = 2000$. Nous pouvons remarquer que le nombre de Nusselt Nu augmente avec Ra pour les deux nombres de Marangoni, aussi, l'écart entre les valeurs obtenues pour $Ma = 0$ et $Ma = 2000$ se réduit pour les valeurs importantes du nombre de Rayleigh.

4.5 Effet du nombre de Marangoni

Dans cette section nous analysons l'effet du nombre de Marangoni sur l'écoulement et sur les transferts thermiques au niveau de l'interface solide/liquide. Pour faire varier le nombre de Marangoni, nous modifions la valeur du coefficient de variation de la tension superficielle γ , ($\gamma = -\frac{\partial\sigma}{\partial T}$), les autres paramètres sont maintenus constants, leurs valeurs sont les suivantes : $Ra = 1000$, $Bi = 100$, $Pr = 100$ et $K = 100$.

Sur la figure 4.27, nous présentons les évolutions de la vitesse au niveau de la surface libre pour des nombres de Marangoni compris entre 500 et 2500. L'écoulement correspondant à un effet de Marangoni nul a déjà été donné dans une partie précédente (§4.4.1), figure 4.20 ($Ra = 1000$). Nous devinons l'existence d'une seule cellule centrale de très faible énergie cinétique pour ($Ma = 0$). Ainsi, pour $Ma = 500$, nous constatons qu'il y a formation de 6 cellules convectives périphériques qui entourent une cellule centrale. Si nous comparons ce cas à celui du cas de Rayleigh pur (§4.4.1, figure 4.20) ($Ra = 1000$), nous trouvons que l'effet de la thermocapillarité donne naissance assez tôt (dès $Ma = 500$) à des cellules périphériques hexagonales, pour lesquelles les vitesses sont relativement faibles. Pour un nombre de Marangoni situé dans entre $1000 < Ma < 2000$, 7 cellules convectives hexagonales périphériques existent et une cellule convective centrale. Une augmentation significative de la vitesse au niveau de la surface libre est enregistrée lorsque le nombre de Marangoni augmente. La taille des cellules augmente aussi. Pour une valeur $Ma = 2500$, la cellule centrale se divise en trois, trois nouvelles cellules périphériques apparaissent également. Pour cette valeur du nombre de Marangoni, seul un plan de symétrie est clairement identifié contrairement aux cas précédents : 7 plans de symétrie pour $1000 < Ma < 2000$ et 6 plans de symétrie pour $Ma = 500$. Pour tous ces écoulements, la vitesse et la température de la cellule centrale (figures 4.27 et 4.28) sont plus importantes que celles

des cellules périphériques, $\simeq \times 3$ pour la température et $\simeq \times 2$ pour la vitesse.

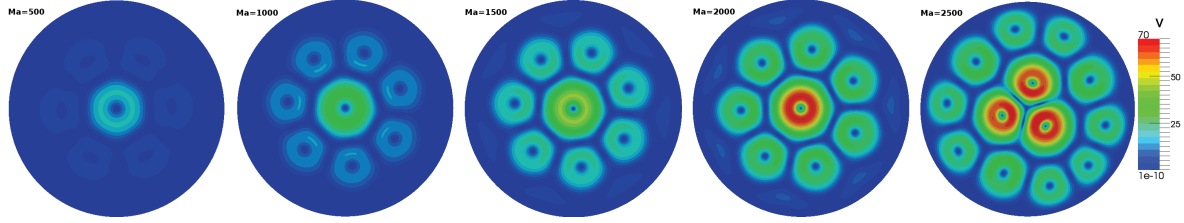


FIGURE 4.27: Vitesse au niveau de la surface libre pour différents nombres de Marangoni Ma [$Ra=1000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

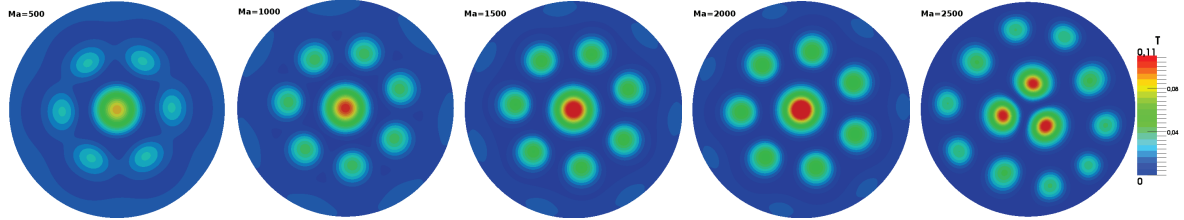


FIGURE 4.28: Température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni Ma [$Ra=1000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

Comme dans le cas de l'étude avec variation du nombre de Rayleigh, l'augmentation du nombre de Marangoni se traduit par une forte augmentation de l'énergie cinétique dans le fluide (cf. figure 4.29 (a)). Cette augmentation de l'agitation dans la couche fluide entraîne une diminution de la température moyenne du fluide et de la température moyenne de l'interface solide/liquide comme la figure 4.30 (a) le montre. La distribution de la température à cette interface solide/liquide du récipient est bien axisymétrique et à une forme de type gaussien (cf. figure 4.30 (b)) pour ce rapport de conductivités utilisé ($K = 100$). La figure 4.30 (b) donne cette distribution selon un diamètre de cette interface. Nous remarquons que la température de cette interface se déplace d'une manière presque parallèle vers les températures basses quand le nombre de Marangoni augmente tout en gardant le même type gaussien sauf pour le cas de Marangoni $Ma = 2500$, son profil de

température est plus plat au centre. Ce résultat est confirmé par l'allure de ces profils de températures rapportés à la température moyenne atteinte à l'interface S/L (cf. figure 4.31). Donc au niveau de cette interface solide/liquide les conditions physiques (sauf le rapport des conductivités K) agissent seulement sur l'échelle de la température mais pas sur la forme de sa distribution. Tous les motifs convectifs observés dans la couche fluide et notamment au niveau de la surface libre ne changent pas la forme de distribution de la température. Cependant, l'impact de cette distribution sur l'évolution du nombre de Nusselt est évidente, comme cela est illustré sur la figure 4.32 : les motifs correspondant aux nombres de Nusselt locaux sont imposés par la nature de l'écoulement. En effet, les zones pour lesquelles le nombre de Nusselt local est grand correspondent à la zone de séparation entre les cellules convectives (les zones au sein desquelles le fluide redescend de la surface vers le fond du récipient). Le transfert thermique global sur cette interface est tracé sur la figure 4.29 (b), où nous remarquons une forte augmentation qui suit presque linéairement celle du nombre de Marangoni pour les nombres de Ma compris entre 500 et 2000.

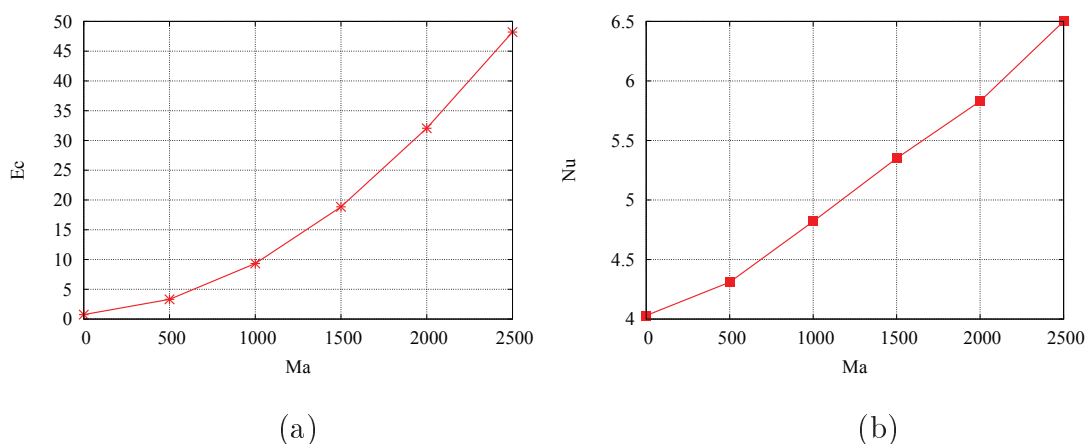


FIGURE 4.29: (a) *Énergie cinétique* et (b) *nombre de Nusselt moyen* pour différents nombres de Marangoni Ma [$Ra=1000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

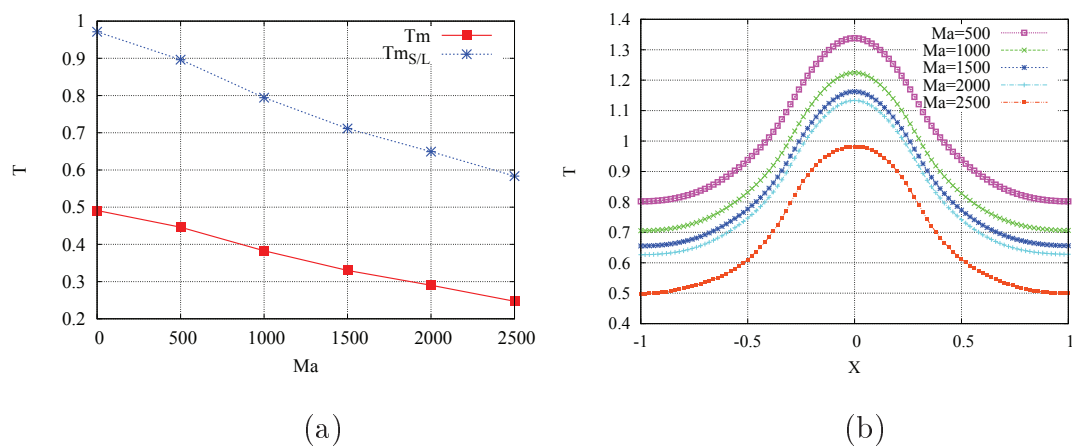


FIGURE 4.30: (a) Températures moyennes et (b) profil de température à l'interface S/L selon un diamètre pour différents nombres de Marangoni Ma [$Ra=1000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

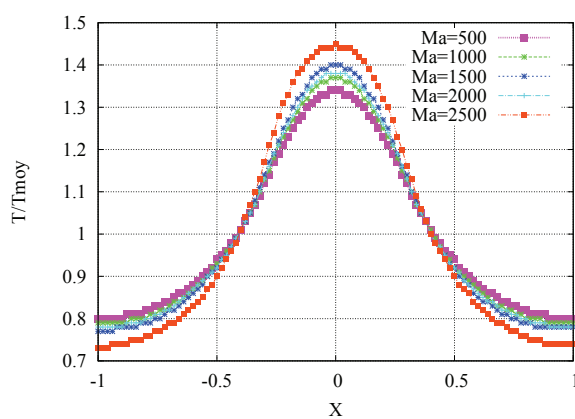


FIGURE 4.31: Profils de température à l'interface S/L rapportés à T_{moy} selon un diamètre pour différents nombres de Marangoni Ma [$Ra=1000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

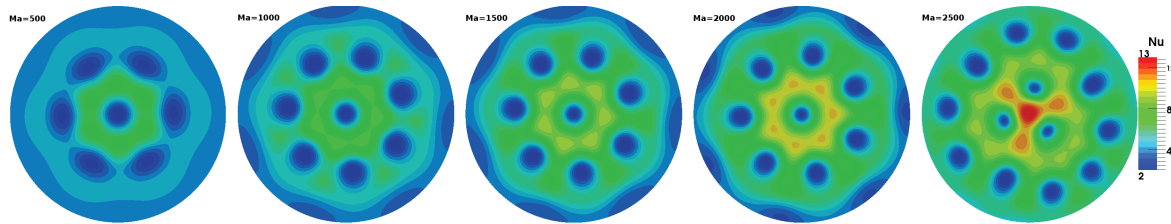


FIGURE 4.32: Distributions du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Marangoni Ma [$Ra=1000$, $Bi=100$, $Pr=100$ et $K=100$].

4.6 Effet du nombre de Prandtl

Le dernier paramètre étudié qui peut aussi influencer la nature de l'écoulement est le nombre de Prandtl, qui représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement ν (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique α . Pour cette étude, nous faisons varier le nombre de Prandtl de 1 jusqu'à 10^4 . Expérimentalement, faire varier le nombre de Prandtl, revient à changer la nature du fluide. Les trois huiles silicone que nous allons étudier expérimentalement ont des nombres de Prandtl qui varient entre 220 et 900 environ. Lorsque le nombre de Prandtl est égal à 1, les effets thermique et visqueux ont la même importance.

Les distributions de la vitesse et de la température au niveau de la surface libre sont données sur les figures 4.33 et 4.34. L'écoulement change avec le nombre de Prandtl pour des valeurs de Prandtl inférieures à 100, au-delà de cette valeur l'écoulement garde la même structure, avec une cellule centrale entourée de 7 cellules convectives périphériques. Les résultats quantitatifs tels que l'énergie cinétique Ec , la température moyenne de fluide Tm et la température moyenne de l'interface solide/liquide $Tm_{S/L}$ confirment cette invariabilité de l'écoulement pour des valeurs de Prandtl supérieures à 100 (cf. figure 4.35).

Pour des nombres de Prandtl $Pr < 100$, les écoulements sont différents. Pour le cas $Pr = 10$, les cellules s'organisent sur un réseau carré. Aussi, pour ces petites valeurs de Prandtl, les vitesses dans la couche fluide sont plus faibles. En effet, pour des valeurs importantes de la diffusivité thermique, la température de fluide s'homogénéise très vite

dans tout le volume fluide, ce qui a pour conséquence de diminuer le gradient de température au niveau de la surface libre, et donc de réduire la vitesse du fluide et les échanges thermiques à l'interface solide/liquide (figures 4.29 à 4.37).

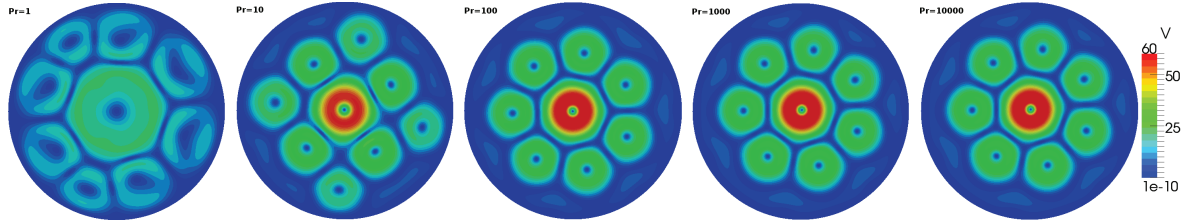


FIGURE 4.33: Vitesse à la surface libre pour différents nombres de Prandtl Pr [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Bi=100$ et $K=100$].

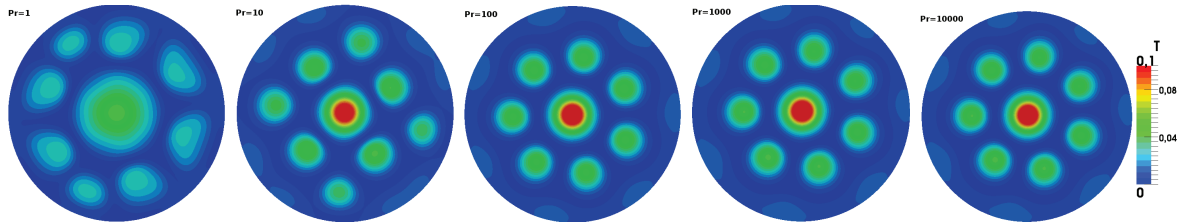


FIGURE 4.34: Température de la surface libre pour différents nombres de Prandtl Pr [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Bi=100$ et $K=100$].

4.7 Conclusions

Dans ce chapitre dédié à l'étude numérique de la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni dans des récipients cylindriques chauffés par un flux non uniforme nous avons pu conclure que :

- l'état convectif s'établit dans tous les cas, de faibles vitesses au centre de la cavité sont observées pour les cas où il n'y a pas de cellule en périphérie, aussi, les solutions bifurquent d'un régime stationnaire à un autre régime stationnaire avec une organisation cellulaire différente en fonction des paramètres de contrôle K , Ma , Ra , Bi et Pr ,

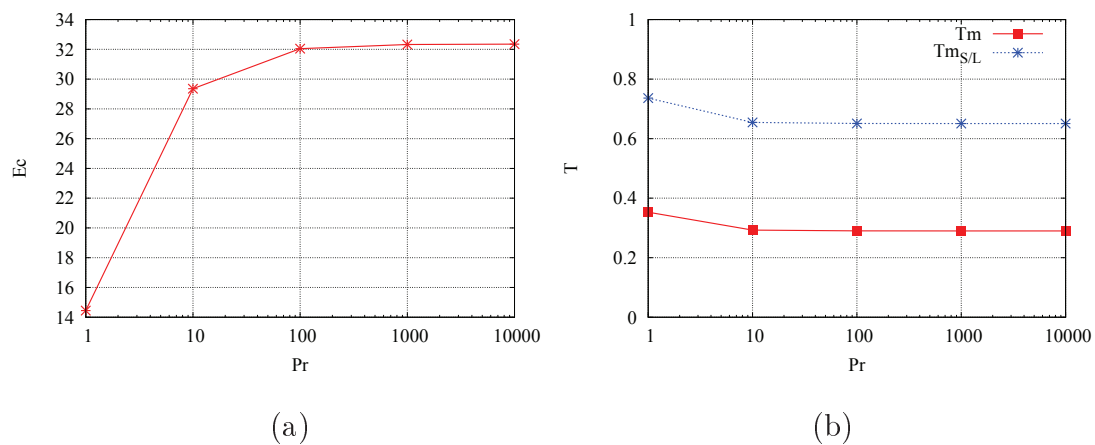


FIGURE 4.35: (a) *Energie cinétique* et (b) *températures moyennes* pour différents nombres de Prandtl [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Bi=100$ et $K=100$].

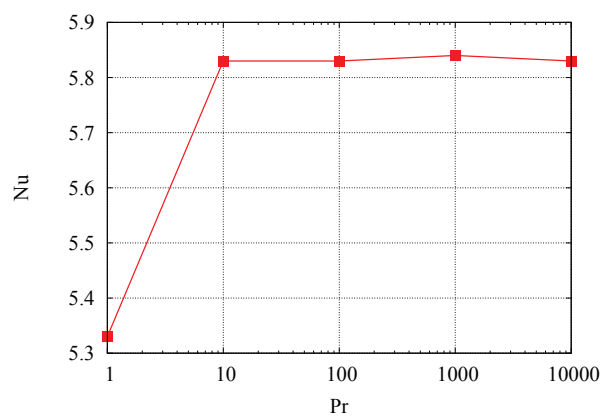


FIGURE 4.36: *Nusselt moyen* pour différent nombre de Prandtl [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Bi=100$ et $K=100$].

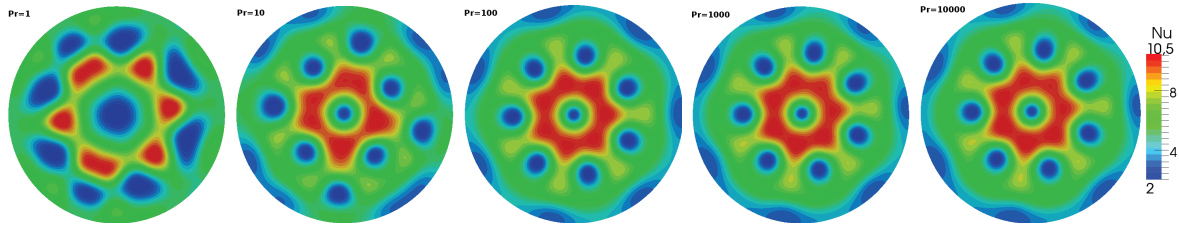


FIGURE 4.37: Distributions du Nombre de Nusselt local pour différents nombres de Prandtl Pr [$Ma=2000$, $Ra=1000$, $Bi=100$ et $K=100$].

- la modification du rapport des conductivités K influence beaucoup l'organisation des cellules convectives au sein de la couche fluide. Seulement une cellule centrale est observée pour de faibles rapports des conductivités K ($K < 100$ pour le cas de la convection de BM et $K < 50$ pour le cas de la convection de RBM), alors que des cellules convectives occupent tout le domaine pour de forts rapports des conductivités K . Aussi, le couplage des effets thermocapillaires et thermogravitaires accélère l'apparition des cellules convectives en périphérie,
- pour de faibles valeurs du nombre de Biot, les cellules occupent toute la cavité, une augmentation de nombre de Biot entraîne une diminution de l'agitation du fluide (homogénéisation de la température de la surface libre) qui se traduit par la disparition des cellules périphériques et par la réduction de leur taille,
- l'augmentation des effets thermogravitaires (représentés par le nombre de Rayleigh) améliore les échanges thermiques au niveau de l'interface solide/liquide, dans les deux cas de convection, convection de RB et convection de RBM,
- les effets thermocapillaires sont les seuls responsables de la formation des cellules convectives hexagonales, et lorsque ces effets augmentent nous observons un accroissement assez significatif de l'énergie cinétique au sein de la couche fluide.
- l'écoulement reste inchangé pour des valeurs du nombre du Prandtl supérieures à 100. En dessous de cette valeur, l'écoulement change de structure avec le nombre de Prandtl.

Deuxième partie

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Chapitre 5

Configuration et techniques expérimentales

Sommaire

3.1	Schémas numériques	55
3.1.1	Discrétisation temporelle	56
3.1.2	Discrétisation spatiale du flux diffusif	56
3.1.3	Calcul du gradient	57
3.1.4	Discrétisation du flux convectif	58
3.1.5	Couplage vitesse-pression	58
3.1.6	Implémentation parallèle	59
3.2	Cas tests de validation	60
3.2.1	Cas de Rayleigh-Bénard	60
3.2.2	Cas de Marangoni pur	64
3.3	Etude de la sensibilité des résultats au maillage	68

Les éléments relatifs aux expériences effectuées sont décrits en détail dans ce chapitre. Tout d'abord nous commençons par la description du dispositif expérimental et nous rappelons les propriétés physiques des fluides utilisées (huiles de silicone). Ensuite nous

décrivons les techniques de mesures adoptées pour l'analyse des résultats et nous évaluons les pertes d'énergie qui existent par les différentes faces du récipient cylindrique. Le principe de mesure consiste à obtenir des images de températures d'interface grâce à une caméra infrarouge de précision permettant de visualiser les structures thermoconvectives obtenues et de mesurer les écarts de températures existant, sur cette interface.

5.1 Configuration expérimentale

La figure 5.1 présente une photographie de l'ensemble du montage expérimental, et sur la figure 5.2, nous donnons un schéma simplifié du dispositif expérimental avec une vue en coupe selon un diamètre et une vue de dessus. Le montage expérimental est composé d'un récipient cylindrique en PVC (polychlorure de vinyle) de diamètre interne $D = 100$ mm. Au fond de ce récipient se trouve une plaque métallique (substrat) d'épaisseur $e = 5$ mm. Cette plaque métallique est chauffée uniquement sur sa partie centrale au niveau de sa face inférieure (la surface de chauffe correspond à un disque de diamètre 30 mm).

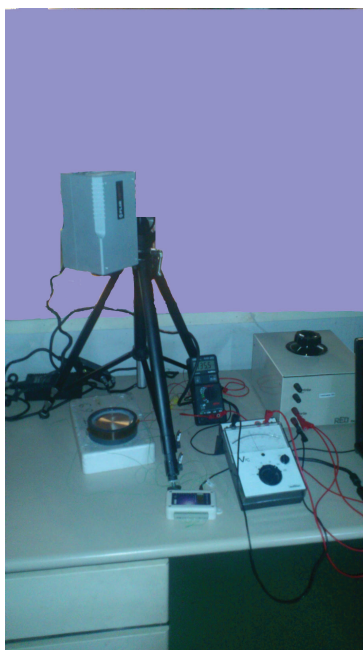


FIGURE 5.1: Photographie du dispositif expérimental.

Pour chauffer le substrat solide, nous imposons un flux de chaleur constant au centre de sa face inférieure à l'aide d'une résistance cylindrique de faible épaisseur ($\simeq 0.2 \text{ mm}$, $R = 288 \Omega$) alimentée par une tension alternative variable. La résistance est maintenue entre le substrat solide et le PVC. Dans nos expériences, le paramètre de contrôle sera la tension alternative appliquée à la résistance. Cette tension permettra de calculer le flux de chaleur dissipé par la résistance électrique.

Cette manière de chauffer (chauffage localisé au centre) va conduire à une distribution de température non uniforme à l'interface substrat/liquide. Le profil de température obtenu à l'interface solide/liquide a une forme de type gaussien (cf. figure 2.2 §2.1), le maximum de température est obtenu au centre du récipient (pour $r = 0$) et le minimum sur la partie latérale (pour $r = 50 \text{ mm}$). Les valeurs de ces maximas et ces minimas de température changent avec le rapport des conductivités thermiques K qui existe entre le fluide et le solide. Dans ces conditions, le gradient de température dans la couche fluide possédera deux composantes, l'une verticale et l'autre horizontale, ce profil de température particulier est obtenu grâce au transfert de chaleur conjugué (conduction/convection) qui existe entre la plaque métallique et la couche fluide. En vue d'évaluer les pertes de chaleur dans le PVC nous avons mesuré la température du PVC et celle de la surface inférieure du substrat solide, pour cela nous avons utilisé des thermocouples de type K dont les diamètres de fils font $100 \mu\text{m}$. L'épaisseur de la couche fluide e est variable de 1 mm à 10 mm , correspondant à des rapports de forme Γ de 5 à 50.

5.2 Propriétés physiques des fluides utilisés

Trois fluides ont été utilisés dans les différentes expériences réalisées dans le cadre des études menées dans ce travail. Ces fluides sont des huiles de silicone transparentes de viscosités différentes fournies par la société Bluestar Silicones France SAS (référence : 47V20, 47V50 et 47V100). Les propriétés physiques de chacune de ces huiles, à une température de 25°C , données par le fournisseur sont présentées dans le tableau 5.1.

Le choix de ces huiles a été fait d'une part, pour obtenir trois nombres de Prandtl

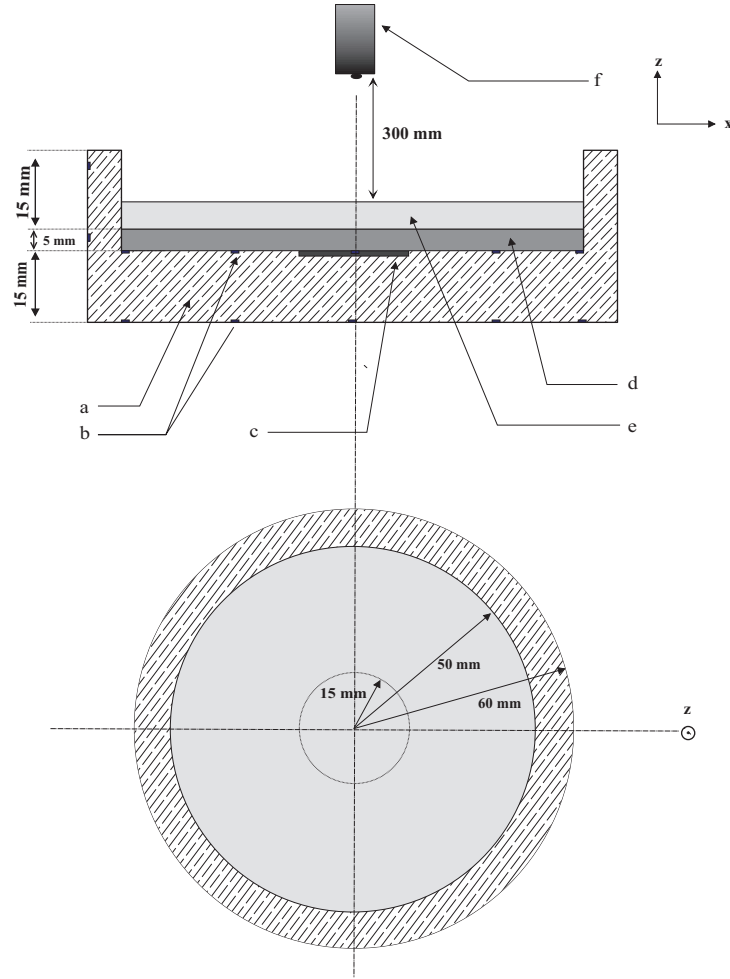


FIGURE 5.2: Schéma simplifié du dispositif expérimental, (avec vue en coupe, plan (x,z) et vue de dessus, plan (x,y)) : (a) récipient cylindrique en PVC, (b) positions des thermocouples, (c) résistance électrique, (d) substrat solide, (e) couche fluide, (f) camera infra-rouge.

différents, soit $Pr = 221, 437$ et 885 . Pour une épaisseur e de la couche fluide nous pouvons écrire le nombre de Prandtl de la façon suivante :

$$Pr = \frac{e^2/\alpha}{e^2/\nu} = \frac{\text{temps caractéristique de diffusion thermique}}{\text{temps caractéristique de diffusion de la quantité de mouvement}}$$

Lorsque $Pr \gg 1$ (cas étudiés ici), la chaleur diffuse beaucoup plus lentement que la

Caractéristique physique	47V20	47V50	47V100
Masse volumique ρ ($kg.m^{-3}$)	950	959	959
Viscosité cinématique ν ($m^2.s^{-1}$)	$20 \cdot 10^{-6}$	$50 \cdot 10^{-6}$	$100 \cdot 10^{-6}$
Viscosité dynamique μ ($Pa.s$)	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$4,795 \cdot 10^{-2}$	$9,59 \cdot 10^{-6}$
Conductivité thermique k ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	0,14	0,16	0,16
Diffusivité thermique α ($m^2.s^{-1}$)	$0,904 \cdot 10^{-7}$	$1,14 \cdot 10^{-7}$	$1,13 \cdot 10^{-7}$
Chaleur spécifique C_p ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)	1630	1460	1460
Coefficient de dilatation thermique β (K^{-1})	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$9,45 \cdot 10^{-4}$
Tension de surface σ ($N.m^{-1}$)	$20,6 \cdot 10^{-3}$	$20,7 \cdot 10^{-3}$	$20,9 \cdot 10^{-3}$
Coefficient thermique de tension de surface γ ($N.m^{-1}.K^{-1}$) [Rahal et al., 2007]	$-2,7 \cdot 10^{-5}$	$-2,7 \cdot 10^{-5}$	$-2,7 \cdot 10^{-5}$
Prandtl ($Pr = \nu/\alpha$)	221	438	884

TABLE 5.1: *Propriétés physiques des huiles utilisées dans l'étude expérimentale (données du fabricant sauf pour le coefficient thermique de variation de la tension de surface γ), à 25 °C.*

quantité de mouvement, le "temps thermique" est beaucoup plus grand que le "temps visqueux", les effets thermiques joueront alors un rôle important et influenceront l'hydrodynamique.

Pour illustrer ce fait, nous avons reporté dans le tableau 5.2 les temps de diffusion caractéristiques, thermique et visqueux, pour ces trois huiles et pour deux longueurs caractéristiques (une épaisseur de la couche fluide $e=5 \text{ mm}$ et le rayon du récipient $R = 50 \text{ mm}$). Nous remarquons que les temps de diffusion thermique sont de l'ordre de 3 à 5 minutes pour $e= 5 \text{ mm}$ alors que le temps de diffusion de la quantité de mouvement est voisin ou inférieure à 1 s. Ces éléments nous indiquent que les régimes transitoires thermiques peuvent être longs lorsque l'on change un paramètre de contrôle de l'écoulement. Il existe aussi des zones (entre les rouleaux, au voisinage des parois) au sein desquelles la chaleur ne se propagera que par conduction thermique perpendiculairement aux lignes de

courant fermées).

huile	$Pr = 221$ (47V20)	$Pr = 438$ (47V50)	$Pr = 885$ (47V100)
$\tau_{diff} (e) (s)$	276	219	221
$\tau_{vis} (e) (s)$	1,25	0,5	0,25
$\tau_{diff} (R) (s)$	27655	21914	22104
$\tau_{vis} (R) (s)$	125	50	25

TABLE 5.2: *Temps caractéristiques de diffusion thermique (τ_{diff}) et de quantité de mouvement (τ_{vis}) pour les trois huiles utilisées et deux dimensions caractéristiques (une épaisseur de fluide $e=5$ mm et le rayon du récipient $R=50$ mm).*

Ces huiles sont d'autre part peu volatiles et ont une masse volumique un peu plus faible que celle de l'eau. Elles ont aussi une tension de surface huile/air qui évolue très peu entre les trois grades d'huile. Une autre propriété qu'il est intéressant de connaître pour notre étude est l'émissivité des huiles silicones utilisées. En effet, les cartographies en température que nous présenterons dépendent en fait de l'émissivité de la surface vue par la camera et de l'intensité du rayonnement infra-rouge issu de cette surface. D'après Pasquetti [Pasquetti et al., 2002], l'émissivité des huiles silicones peut être estimée à une valeur de $\varepsilon = 0,9$. La couche d'huile est toujours placée au dessous de la plaque métallique (acier, aluminium) et aura une épaisseur non négligeable (de l'ordre de quelques millimètres).

La variation des propriétés thermophysiques des trois huiles en fonction de la température est donnée en annexe A.

5.3 Plaques métalliques utilisées

Dans notre étude, nous avons utilisé deux plaques métalliques de 5 mm d'épaisseur, l'une en aluminium (alliage type AU 4G) et l'autre en acier-inoxydable. Les masses volumiques de ces plaques ainsi que leurs conductivité et diffusivité thermiques sont reportées dans le tableau 5.3 (tiré de [Laroze and Barrau, 1988]).

Caractéristiques	Aluminium	Acier-inox
Masse volumique ρ ($kg.m^{-3}$)	2800	7850
Conductivité thermique k ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	159	35
Diffusivité thermique α ($m^{-2}.s^{-1}$)	$6,33 \cdot 10^{-6}$	$9,6 \cdot 10^{-6}$

TABLE 5.3: *Propriétés physiques des plaques métalliques.*

5.4 Résistance électrique

La plaque métallique cylindrique est chauffée au centre de sa face inférieure par effet Joule au moyen d'une résistance électrique chauffante de type "réchauffeur polyimide Thermofoil" de référence *HK5561R288_L12A* fournie par la société MINCO. La résistance est cylindrique ($\phi = 30$ mm) de faible épaisseur ($\simeq 0,2$ mm) (cf. figure 5.3). La partie résistive métallique est maintenue entre des couches de polyimide (matériau polymère qui résiste bien à la chaleur). Ce type de résistance permet d'obtenir un flux uniforme sur toute la surface. La résistance donnée par le constructeur est 288 Ω .

5.5 Techniques de mesures

Les différentes techniques de mesures expérimentales utilisées dans cette étude sont exposées dans ce qui suit.

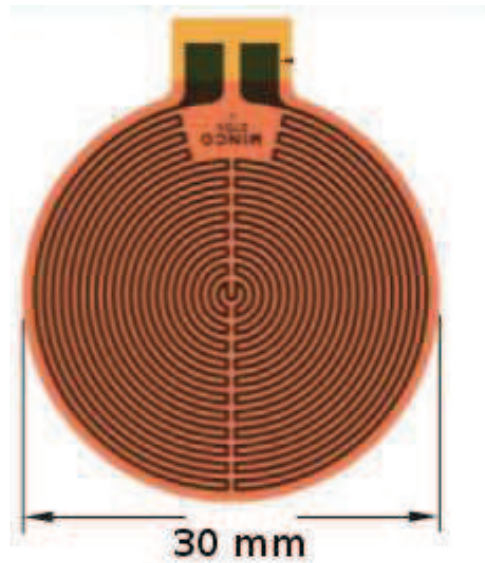


FIGURE 5.3: Réchauffeur "polyimide" de type film utilisé (fabricant : MINCO).

5.5.1 Mesure par thermographie infra-rouge

La visualisation des motifs convectifs au niveau de la surface libre de la couche fluide (en contact avec l'air) se fait à l'aide d'une camera infra-rouge (IR) (FLIR SC500) qui évalue la distribution de la température au niveau de la surface libre à partir du rayonnement infra-rouge de cette surface.

Les images infra-rouge sont obtenues à l'aide d'une camera de type FLIR SC500 pilotée par le logiciel ThermaCAM Researcher. Cette caméra a une résolution thermique de $0,07\text{ }^{\circ}\text{C}$ à $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ avec une lentille de 24×18 , une distance focale minimale de $0,3\text{ m}$ et un champ de vision instantané (IFOV) de $1,3\text{ mrad}$ correspondant à une résolution spatiale de $0,4\text{ mm}$. Les images enregistrées ont une taille de 27183×44455 pixels (160926 octets). Par ailleurs cette camera est capable d'enregistrer une suite d'images séparées par un intervalle de temps minimal d'une seconde. L'émissivité sera prise égale à $0,9$ dans tous nos essais [Pasquetti et al., 2002].

5.5.2 Mesure par thermocouples

Afin de relever les différentes températures, plusieurs thermocouples ont été placés sur le récipient en PVC à différentes positions (figure 5.2). Ce sont des thermocouples de type K (chromel-alumel, sensibilité $41 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$), d'un diamètre de fil $0,1 \text{ mm}$, entourés de gaines thermo-rétractables. Ces gaines servent à isoler les fils des thermocouples. Ces températures mesurées sont enregistrées à l'aide d'un module d'acquisition de type "SL700 DATA LOGGER" (figure 5.4) piloté par le logiciel TempIT4.



FIGURE 5.4: Module d'acquisition "SL700 DATA LOGGER" (fabricant : *Daly Fluid Technologies*).

5.6 Évaluation des pertes d'énergie dans le récipient

Pour connaître la part du flux thermique communiquée à la couche fluide, il est nécessaire d'évaluer les pertes thermiques qui existent pour chacune des faces. Même si un récipient fabriqué en PVC d'une très faible conductivité $k_{PVC} = 0,2 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$ est utilisé, il subsiste toujours des pertes thermiques. Pour évaluer ces pertes d'énergie pour le récipient nous allons évaluer :

- dans un premier temps, le flux thermique total fourni par la résistance électrique,

- dans un second temps, les pertes thermiques par le dessous de la cavité et par la paroi latérale cylindrique,
- finalement le flux de chaleur corrigé c'est à dire celui qui est injecté dans la couche de fluide.

5.6.1 Calcul du flux thermique total

La puissance électrique fournie par une résistance R est proportionnelle au carré de la tension U aux bornes de la résistance, et à l'inverse de la valeur de la résistance R . Ce qui peut se résumer par la formule :

$$P = \frac{U^2}{R_{ele}} \quad (5.1)$$

Dans notre cas cette puissance électrique n'est rien d'autre que le flux thermique total dissipé par la résistance.

$$q_{tot} = P = \frac{U^2}{R_{ele}} \quad (5.2)$$

Ce flux thermique total n'est pas communiqué au fluide, nous avons des pertes de chaleur vers le fond et vers la paroi latérale. Une fois évaluées, ces pertes de chaleur seront retranchées au flux thermique total pour connaître le flux réel communiqué à la couche fluide.

5.6.2 Calcul des pertes par le dessous

Soit q_{base} le flux thermique perdu par le récipient à travers sa base lorsque le dispositif a atteint une température stationnaire avec son système de chauffage, la plaque métallique et la couche d'huile. La résistance thermique de conduction s'exprime en fonction du flux de chaleur (q_{base}) entre les deux faces du fond en PVC et les températures moyennes de ces deux surfaces notées Tb_1 et Tb_2 (figure 5.5).

$$R_{th} = \frac{Tb_1 - Tb_2}{q_{base}} \quad (5.3)$$

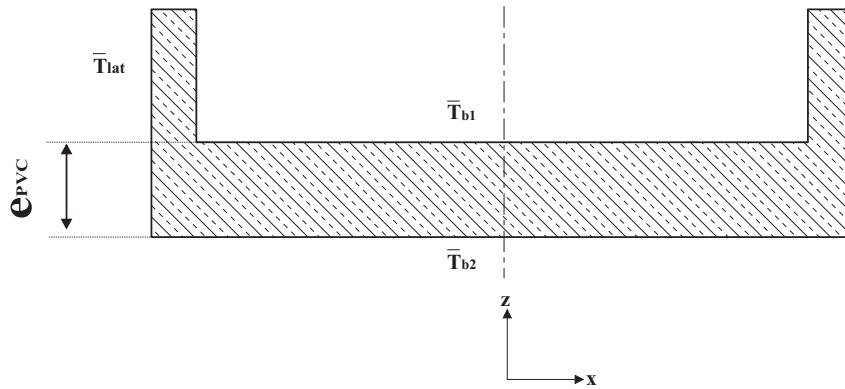


FIGURE 5.5: Schéma simplifié du récipient en PVC.

Aussi la résistance thermique s'écrit sous la forme :

$$R_{th} = \frac{e_{PVC}}{S_{base} k_{PVC}} \quad (5.4)$$

Avec e_{PVC} l'épaisseur de la base du récipient ($e_{PVC} = 15 \text{ mm}$), S_{base} sa surface et k_{PVC} la conductivité thermique du PVC ($k_{PVC} = 0,2 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$). A partir des relations 5.3 et 5.4 nous pouvons déduire :

$$q_{base} = \frac{S_{base} k_{PVC} (T_{b1} - T_{b2})}{e_{PVC}} \quad (5.5)$$

La détermination des deux températures moyennes des faces supérieure T_{b1} et inférieure T_{b2} est faite de manière expérimentale en utilisant les températures données par trois thermocouples pour chacune des faces. Les thermocouples sont en regard de part et d'autre des faces (positionnés sur le même rayon).

5.6.3 Calcul des pertes thermiques par la paroi latérale cylindrique

Pour calculer les pertes thermiques par la paroi latérale q_{lat} nous utilisons la loi de Newton :

$$q_{lat} = hS_{lat}(T_{lat} - T_{amb}) \quad (5.6)$$

Avec h le coefficient de transfert thermique par convection, S_{lat} la surface de la paroi latérale cylindrique externe et T_{lat} et T_{amb} les températures de la paroi cylindrique externe et ambiante, respectivement. La température de la paroi latérale cylindrique T_{lat} est la moyenne des températures mesurées à l'aide des thermocouples placés sur cette paroi.

Pour calculer le coefficient de transfert thermique h , nous avons utilisé la corrélation donnée par [McAdams et al., 1964] établie pour une surface verticale plane (approximation).

$$Nu_L = \frac{h.L}{k_{air}} = 0,59 Ra_L^{1/4} \text{ pour } 10^4 < Ra_L < 10^9$$

Les propriétés physiques sont prises à la température de film $T_{film} = \frac{T_{lat} + T_{amb}}{2}$.

L est la hauteur caractéristique de la plaque verticale (dans notre cas ce sera la hauteur latérale du récipient).

5.6.4 Calcul des nombres adimensionnels

Comme nous l'avons déjà établi pour la partie numérique, les grandeurs qui contrôlent l'écoulement sont les nombres adimensionnels de Marangoni, de Rayleigh, de Prandtl et de Biot), le rapport des conductivités thermiques solide/liquide K ainsi que le rapport de forme $\Gamma = R/e$.

L'écart de température de référence ΔT_{ref} utilisé ici pour calculer les nombres de Marangoni Ma et de Rayleigh Ra est celui déterminé de façon similaire dans la partie numérique. Il tient compte de la densité de flux corrigé $\varphi_{cor} = \varphi_{cor}/s$, avec $q_{cor} = q_{tot} - [q_{base} + q_{lat}]$ est le flux corrigé et s est la surface de la plaque métallique.

$$\Delta T_{ref} = \frac{\varphi_{cor}e}{k_f} \quad (5.7)$$

Nous rappelons les expressions de ces nombres adimensionnels :

5.6 Évaluation des pertes d'énergie dans le récipient

– nombre de Marangoni :

$$Ma = \frac{\gamma e \Delta T_{ref}}{\mu \alpha}$$

– nombre de Rayleigh :

$$Ra = \frac{\beta g \Delta T_{ref} e^3}{\alpha \nu}$$

– nombre de Biot :

$$Bi = \frac{he}{k_f}$$

Pour calculer le nombre de Biot, il faut calculer le coefficient de transfert de chaleur par convection h entre la surface du liquide et l'air ambiant. Nous supposons que $h = h_c + h_r$, avec : h_c le coefficient de transfert de chaleur par convection et h_r le coefficient de transfert de chaleur par rayonnement.

Pour le calcul de h_c , nous assimilons la surface liquide à une surface plane, horizontale, chauffée, soumise à la convection naturelle. La corrélation suivante peut être considérée pour le calcul du nombre de Nusselt, dans cette configuration expérimentale :

$$Nu_L = 0,27 Ra_L^{0,25} \quad [\text{McAdams et al., 1964}] \quad \text{si} \quad 3.10^5 \leq Ra_L \leq 3.10^{10}$$

Avec la définition suivante du nombre de Nusselt :

$$Nu_L = h_c \cdot L / k_{air}$$

(Le nombre de Rayleigh Ra_L est calculé à partir des propriétés physiques de l'air évaluées à une température $T_{film} = (T_{sur} + T_{amb})/2$), la longueur caractéristique L est le diamètre de la cavité).

Le coefficient de transfert de chaleur par rayonnement h_r , peut être évalué par la relation :

$$h_r = 4 T_{surface}^3 \sigma_{rad} \varepsilon \quad [\text{McAdams et al., 1964}]$$

avec la condition d'application particulière $T_{surface} - T_{\infty} \ll T_{surface}$ qui est vérifiée dans toutes nos expériences, ε est l'émissivité du fluide ($\varepsilon \simeq 0,9$ pour l'huile silicone [Pasquetti et al., 2002]) et σ_{ray} la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma_{ray} = 5,6697 \cdot 10^{-8} \text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$).

5.7 Détermination expérimentale des différents flux thermiques et des nombres adimensionnels

Nous détaillons dans ce paragraphe comment sont obtenus les flux perdus par la base du récipient, ainsi que par sa paroi latérale à partir d'un cas expérimental. Ensuite, nous calculons les nombres adimensionnels importants pour la caractérisation de l'écoulement.

Les caractéristiques du cas expérimental choisi pour cette étude sont :

- une couche d'huile silicone 47V100 ($Pr = 885$), d'épaisseur égale à 7 mm ,
- un substrat en aluminium d'épaisseur égale à 5 mm ,
- une différence de tension de 50 V aux bornes de la résistance.

N.B. L'épaisseur de la couche fluide est déterminée à partir de la masse qui correspond au volume désiré connaissant la masse volumique ρ donnée par le fabricant à une température de $25\text{ }^\circ\text{C}$. Cette masse de la couche fluide est pesée avec une balance de 10^{-2} g de précision ($\pm 10^{-2}\text{ g}$).

Calcul de flux thermique total

Comme nous l'avons défini, le flux total dissipé dans la cavité correspond au flux dissipé par effet Joule par la résistance électrique.

$$q_{tot} = P = \frac{U^2}{R_{ele}} = 8,68\text{ W}$$

avec une résistance électrique R égale à : $R = 288\text{ }\Omega$.

Calcul du flux thermique perdu par la base de la cavité

Pour déterminer ce flux perdu, nous avons besoin de connaître la température du PVC sur les faces supérieure et inférieure de la base comme le montre la figure 5.6. Au contact des deux surfaces en PVC plusieurs thermocouples ont été placés pour mesurer les températures souhaitées. Sur les figures 5.7 et 5.8 nous présentons les relevés températures en fonction du temps à différentes positions (T_1, T_2, T_3 sur la face supérieure et $T'_1, T'_2,$

T'_3 sur la face inférieure). Les mesures de température ont été faites lorsque le dispositif était complètement équipé avec la plaque métallique et la couche fluide (d'une épaisseur égale à 7 mm pour cet essai). Les trois positions 1, 2 et 3 correspondent respectivement au centre de la cavité ($r = 0$), au milieu du rayon ($r = R/2$) et sur le bord ($r = R$).

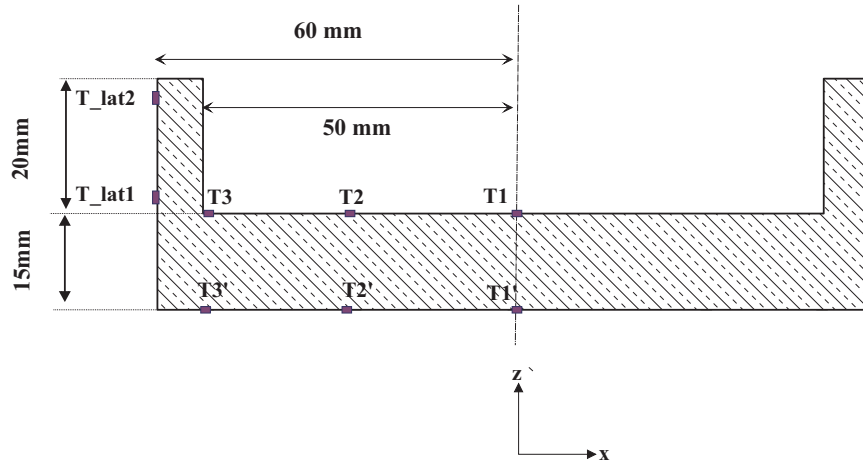


FIGURE 5.6: Schéma du récipient cylindrique équipé des différents thermocouples.

Nous avons reporté sur la figure 5.9 les températures des faces supérieure et inférieure (respectivement Temp_haut et Temp_bas) pour les trois positions sur le rayon au temps $t = 20 h$, temps pour lequel le régime permanent est atteint. nous pouvons remarquer sur les figures 5.7 et 5.8 qu'une surchauffe existe dès les premières heures au niveau de la partie centrale (thermocouples T_1 et T'_1) et que l'équilibre thermique n'est atteint qu'au bout de 15 heures environ.

Pour pouvoir calculer les pertes thermiques par le fond, nous allons évaluer la température moyenne de chacune des faces. Au préalable nous allons déterminer la forme des profils de température pour ces faces. Nous allons supposer (d'après la figure 5.9) que les profils de température ont la forme suivante selon un rayon de la cavité :

$$T(r) - T_\infty = De^{-Cr^2} \quad (5.8)$$

avec, T_∞ est la température à l'infini, C et D étant des constantes à déterminer.

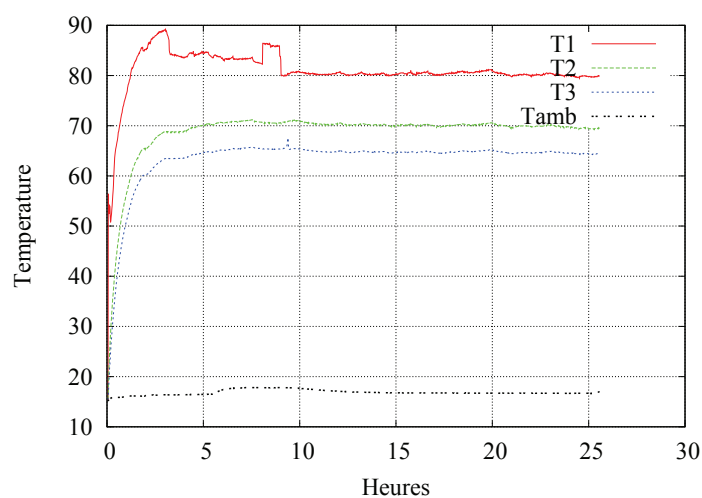


FIGURE 5.7: Relevés en fonction du temps des température T_1 , T_2 et T_3 des thermocouples positionnés sur la face supérieure et de la température ambiante.

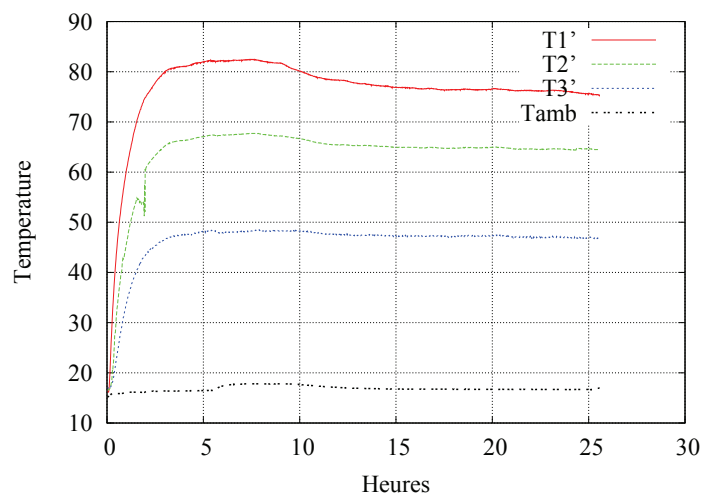


FIGURE 5.8: Relevés en fonction du temps des température T'_1 , T'_2 et T'_3 des thermocouples positionnés sur la face inférieure et de la température ambiante.

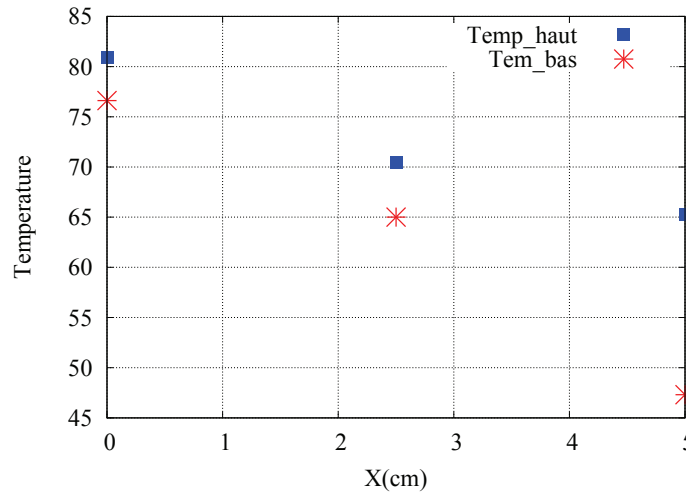


FIGURE 5.9: *Au temps $t = 20$ h, températures des faces supérieure et inférieure pour les trois positions sur le rayon auxquelles ont été placés les thermocouples.*

A partir de $T(0)$, nous pouvons déduire que $D = T_0 - T_\infty$, l'équation 5.8 devient alors :

$$\frac{T(r) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-Cr^2} \quad (5.9)$$

Il nous reste à déterminer les deux inconnues C et T_∞ . Pour résoudre cette équation nous remplaçons $T(r)$ dans 5.9 par sa valeur aux deux points $r = R/2 = 2,5$ cm et $r = R = 5$ cm, nous trouvons :

$$\left(\frac{T(R/2) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \right)^4 = \frac{T(R) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \quad (5.10)$$

nous posons $x = T_0 - T_\infty$, après développement nous nous ramenons à une équation de 3^{ème} degré avec une seule inconnue, cette équation a l'expression suivante :

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (5.11)$$

avec

$$a = \frac{6(T_{R/2} - T_0)^2}{4(T_{R/2} - T_0) - (T_R - T_0)} \quad (5.12)$$

$$b = \frac{4(T_{R/2} - T_0)^3}{4(T_{R/2} - T_0) - (T_R - T_0)} \quad (5.13)$$

et

$$c = \frac{(T_{R/2} - T_0)^4}{4(T_{R/2} - T_0) - (T_R - T_0)} \quad (5.14)$$

La résolution de l'équation 5.11 nous permet de déterminer T_∞ , et pour déterminer C nous remplaçons T_∞ par sa valeur, La constante C s'écrit alors sous la forme :

$$C = \frac{-\ln\left(\frac{T(R) - T_\infty}{T_0 - T_\infty}\right)}{R^2} \quad (5.15)$$

Sur la figure 5.10, nous avons tracé le profil calculé qui passe par les valeurs mesurées expérimentalement pour la température de la face supérieure du fond en PVC.

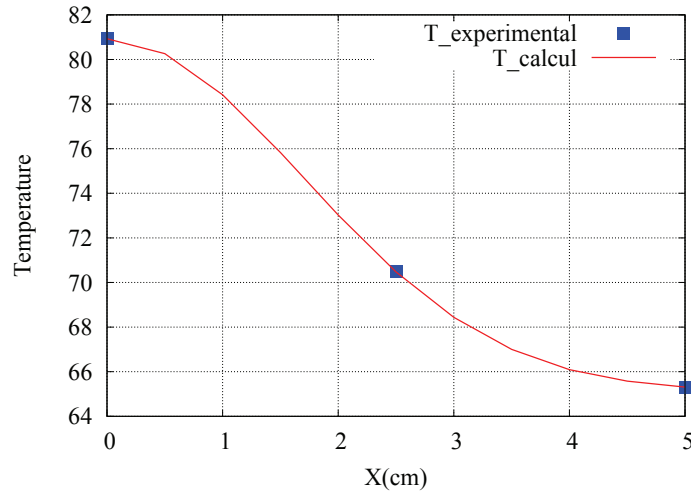


FIGURE 5.10: Températures mesurée expérimentalement et calculée sur la face supérieure au temps $t = 20h$

Après avoir trouvé une loi d'évolution de la température selon le rayon r , nous pouvons déterminer la valeur moyenne de la température en intégrant cette équation sur toute la surface (disque de rayon R).

L'équation donnant l'évolution de la température selon un rayon r est de la forme :

$$T(r) = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty})e^{-Cr^2} \quad (5.16)$$

La moyenne peut alors être calculée de la manière suivante :

$$T_{moy} = \int (T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty})e^{-Cr^2}) r dr d\theta \quad (5.17)$$

En intégrant par partie nous trouvons que la valeur moyenne s'écrit sous la forme :

$$T_{moy} = T_{\infty} - \frac{(T_0 - T_{\infty})}{C}(1 - e^{-C}) \quad (5.18)$$

avec C la constante donnée par la relation 5.15. La relation 5.18 est utilisée pour calculer les température moyennes des faces supérieure et inférieure du fond en PVC.

Application numérique

D'après la relation 5.5, Le flux perdu à travers la base en PVC de la cavité est :

$$q_{base} = \frac{S_{base} k_{PVC} (Tb_1 - Tb_2)}{e_{PVC}}$$

Tb_1 et Tb_2 sont les températures moyennes des faces supérieure et inférieure du fond en PVC, calculées à partir de la relations 5.18.

Nous trouvons :

$$Tb_1 = 68 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ et } Tb_2 = 58 \text{ }^{\circ}\text{C};$$

Par ailleurs nous avons :

$$k_{PVC} = 0,2 \text{ (W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{)}; S_{base} = \Pi \times 0,05^2 \text{ m}^2 \text{ et } e_{PVC} = 1,5 \text{ cm} .$$

Avec ces valeurs le flux perdu par la base vaut : $q_{base} = 1,04 \text{ W}$.

Calcul de flux thermique perdu par la paroi latérale

Le calcul du flux thermique perdu par la paroi latérale du récipient cylindrique est celui défini par la relation 5.6.

Les relevés des deux températures de la paroi latérale cylindrique (positions représentées sur la figure 5.6) ainsi que celle de la température ambiante sont donnés sur la figure 5.11. La température T_{lat1} mesurée au droit de la plaque métallique conductrice de la chaleur est plus élevée que la température T_{lat2} mesurée au droit de la couche fluide dans la partie supérieure du récipient.

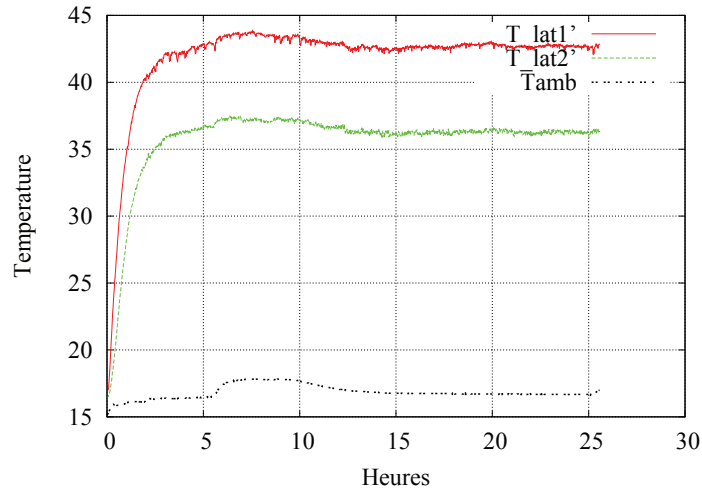


FIGURE 5.11: Relevés des températures de la paroi latérale cylindrique et de la température ambiante en fonction du temps

Détermination du coefficient de transfert thermique par convection h

Dans le cas d'une plaque plane verticale maintenue à une température T_p , [McAdams et al., 1964] a défini la corrélation suivante :

$$Nu_L = \frac{h.L}{k_{air}} = 0,59 Ra_L^{1/4} \text{ pour } 10^4 < Ra_L < 10^9$$

Les propriétés physiques sont prises à la température de film $T_{film} = \frac{T_p + T_\infty}{2}$.

L est la hauteur caractéristique de la plaque verticale, ici la paroi latérale cylindrique de hauteur $L = 35 \text{ mm}$.

Application numérique

A l'instant $t = 20 \text{ h}$, la température moyenne de la paroi latérale cylindrique est :

$$T_{moylat} = \frac{T_{lat1} + T_{lat2}}{2} = \frac{43,5 + 36,5}{2} = 40 \text{ °C}.$$

Les propriétés physiques de l'air sont prises à la température de film, à savoir :

$$T_{film} = \frac{T_{moylat} + T_{amb}}{2} = \frac{40 + 17}{2} = 28,5 \text{ °C}.$$

Dans le tableau 5.4, nous donnons les propriétés physiques de l'air à deux températures différentes d'après [Taine et al., 1995].

$T \text{ (K)}$	$\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$\nu \text{ (m}^2\text{.s}^{-1}\text{)}$	$\alpha \text{ (m}^2\text{.s}^{-1}\text{)}$	$k \text{ (W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{)}$	$\beta \text{ (K}^{-1}\text{)}$
300	1,177	$1,57.10^{-5}$	$2,22.10^{-5}$	0,0262	0,00333
350	0,998	$2,08.10^{-5}$	$2,98.10^{-5}$	0,0300	0,00285

TABLE 5.4: Propriétés physiques de l'air pour deux températures différentes, [Taine et al., 1995].

Le calcul du nombre de Rayleigh Ra_L est le suivant :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} = \frac{9,81 \times 0,00333 \times 28,5 \times (3,5.10^{-2})^3}{1,57.10^{-5} \times 2,22.10^{-5}} = 11,46 .10^4 .$$

Nous trouvons alors une valeur du nombre de Nusselt : $Nu_L = 10,85$ et une valeur du coefficient d'échange par convection $h = 8,12 \text{ (W.m}^{-2}\text{.K}^{-1}\text{)}$. Ce qui donne au final :

$$q_{lat} = hS_{lat}(T_{moylat} - T_{amb}) = 2,46 \text{ W}.$$

avec $S_{lat} = 2 . \Pi . 3,5 .10^{-2} . 6 .10^{-2} \text{ m}^2 = 1,32 .10^{-2} \text{ m}^2$.

Donc au total les pertes thermiques par le fond et la paroi latérale s'établissent à :

$$q_{perdu} = q_{base} + q_{lat} = 1,04 + 2,46 = 3,5 \text{ W}.$$

et le flux réellement dissipé dans la couche fluide vaut :

$$q_{cor} = q_{tot} - q_{perdu} = 8,6 - 3,5 = 5,18 \text{ W}.$$

la densité de flux est alors :

$$\varphi_{cor} = \frac{q_{cor}}{s} = \frac{5,18}{\pi \times 0,05^2} = 659,87 \text{ W/m}^2.$$

Avec ce calcul, nous considérons une densité de flux également répartie sur toute la surface, ce qui n'est pas qu'un cas idéalisé compte tenu du chauffage localisé.

Détermination des nombres adimensionnels

Pour le calcul des nombres adimensionnels de Marangoni et de Rayleigh nous calculons l'écart de température déjà défini par la relation 5.7 à partir du flux corrigé :

$$\Delta T_{ref} = \frac{\varphi_{cor} e}{k_f} = 28,9 \text{ °C}$$

Pour le calcul du nombre de Biot, nous devons d'abord évaluer le coefficient de transfert de chaleur par convection h_c à partir de la corrélation suivante :

$$Nu_L = 0.27 Ra_L^{0.25} \quad [\text{McAdams et al., 1964}] \quad \text{si } 3.10^5 \leq Ra_L \leq 3.10^{10}.$$

Le calcul du nombre de Rayleigh Ra_L est le suivant :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} = \frac{9,81 \times 0,00285 \times 53,1 \times (10^{-1})^3}{1,57.10^{-5} \times 2,22.10^{-5}} = 42,6.10^5,$$

$$\text{avec } L = 2R = 10 \text{ cm et } T_{film} = \frac{T_{moy_{sur}} + T_{amb}}{2} = \frac{70,1 + 17}{2} = 43,55 \text{ °C}.$$

la valeur de la température $T_{moy_{sur}}$ est calculée à partir des résultats issus des thermogrammes obtenus par thermographie infra-rouge.

Le nombre de Nusselt trouvé est : $Nu = h_c.L/k_{air} = 12,26$ ce qui donne un coefficient de transferts thermiques par convection égal à $h_c = 3,68 \text{ W.m}^{-2}.K^{-1}$

Détermination du coefficient de transfert par radiation h_r

D'après la corrélation du [McAdams et al., 1964], le coefficient de transfert thermique par radiation est :

$$h_r = 4 T_{surface}^3 \varepsilon \sigma_{rad} = 4 \times (343,1)^3 \times 0,9 \times 5.6697 \cdot 10^{-8} \quad h_r = 8,24 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

avec

$T_{surface} - T_{\infty} \ll T_{surface}$ (ce qui est bien le cas : $T_{surface} - T_{\infty} = 343,1 - 290 = 53,1 \ll 343,1$ °K).

Donc au total le coefficient de transfert thermique au niveau de la surface libre vaut : $h = h_c + h_r = 11,92 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

Dans le tableau 5.5, nous regroupons les différentes grandeurs déterminées expérimentalement (pour $Pr = 885$).

U (V)	q_{tot} W	q_{base} W	q_{lat} W	ΔT_{ref} K	$T_{surface}$ K
50	8,68	1,04	2,46	28,9	70,1
h_c $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$	h_r $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$	h $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$	Ma	Ra	Bi
3,68	8,24	11,92	1130	18071	0,521

TABLE 5.5: Différentes grandeurs déterminées expérimentalement pour un nombre de Prandtl $Pr=885$ et une épaisseur de couche fluide égale à $e=7$ mm.

Remarque

Les propriétés physiques utilisées pour calculer les nombres de Marangoni, de Rayleigh et de Biot sont celles données par le fabricant à une température égale à 25 °C (elles varient très peu en fonction de la température dans l'intervalle [0 °C ; 100 °C]), à l'exception de la viscosité qui varie beaucoup en fonction de température (cf. Annexe A).

Chapitre 6

Résultats expérimentaux

Sommaire

4.1	Introduction	75
4.2	Effet du rapport des conductivités K	76
4.3	Effet du nombre de Biot	88
4.4	Effet du nombre de Rayleigh	94
4.4.1	Absence de la thermocapillarité	94
4.4.2	Couplage des deux effets, thermocapillaire et gravitationnel . .	97
4.5	Effet du nombre de Marangoni	101
4.6	Effet du nombre de Prandtl	105
4.7	Conclusions	106

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une étude expérimentale dans la même configuration que celle étudiée numériquement (déstabilisation d'une couche de fluide avec surface libre soumise à un flux thermique localisé). Pour mener à bien cette étude, nous nous intéresserons notamment aux rôles respectifs des effets de la viscosité [pour cela, nous avons utilisé trois huiles de silicone différentes (trois nombre de Prandtl différents)], et du

rapport de conductivités thermiques K [nous avons utilisé deux plaques métalliques de deux conductivités différentes (aluminium et acier inox), de cette façon nous avons fait varier les deux composantes du gradient de température, verticale et horizontale].

6.2 Caractérisation de la transition rouleaux toroïdaux - cellules de Bénard-Marangoni

Comme nous l'avons déjà énoncé, dans la situation que nous étudions, nous avons dans la couche fluide dès les premiers instants l'existence de gradients de température verticaux mais aussi horizontaux en raison du mode de chauffage localisé utilisé. La présence de ces gradients de température horizontaux empêche le développement d'une solution de conduction (cf. [Johnson and Narayanan, 1999]). Par conséquent, il ne doit pas exister de seuil pour l'apparition des premiers rouleaux convectifs, des mouvements de convection horizontaux vont provoquer l'existence de cellules tourbillonnaires mais celles-ci auront des vitesses de rotation très faibles qui ne seront pas facilement décelables. Dans notre cas d'étude, nous ne mesurons pas la vitesse des particules de fluide, mais nous enregistrons indirectement la température de l'interface liquide/air. Si les mouvements convectifs au sein du fluide sont trop faibles pour générer en surface des gradients de température suffisamment importants pour être détectés par la caméra thermique qui a une certaine résolution en température (0,07 °C à 30 °C), nous aurons l'impression que la surface est isotherme et nous pourrions en déduire, par erreur, qu'il existe une solution de conduction pour la couche fluide. Nous allons donc nous intéresser plutôt à la caractérisation de la bifurcation que nous avons pu observer expérimentalement entre deux types de structures convectives dissipatives, cette transition se produit lorsque le paramètre de contrôle augmente (ou diminue - ici la puissance thermique dissipée au sein de la couche fluide, traduite ensuite en termes de nombre de Marangoni et de Rayleigh). Elle n'a été que très peu observée expérimentalement, on peut citer les travaux de Koschmieder ([Koschmieder, 1967] et [Koschmieder and Biggerstaff, 1986], cf. figure 6.1) pour lesquels ils ont mis en évidence ces rouleaux toroïdaux pour une couche d'huile silicone (de viscosité cinéma-

tique 100 cs) de 1,37 mm d'épaisseur et une très faible différence de température entre les deux surfaces ($\Delta T = 3,8$ °C). Leurs conditions aux limites étaient cependant différentes : flux imposé uniforme pour la plaque inférieure et condition de conduction imposée au niveau de la frontière libre (celle-ci peut être obtenue en plaçant une plaque de verre à moins d'un demi-millimètre au dessus de la surface libre de sorte que les mouvements de convection libre soient réduits au maximum).

Pour simplifier l'écriture, dans ce qui suit nous noterons RT les rouleaux toroïdaux et CBM les cellules de Bénard-Marangoni. Cette transition est plus facilement observable dans le cas de la couche fluide la moins épaisse (c'est-à-dire pour $e = 3$ mm), c'est-à-dire pour une épaisseur qui favorise le développement de l'instabilité de Marangoni.

Sur la Figure 6.2 sont représentées les distributions de température enregistrées pour une tension égale à 20 V pour l'huile de silicone la moins visqueuse ($Pr=221$) et une épaisseur de la couche fluide égale à 3 mm ($\Gamma = 16,66$). Nous observons en 30 mn le passage d'une solution RT vers une solution CBM. Nous devinons au moins 6 rouleaux convectifs toroïdaux sur la figure 6.2 (a).

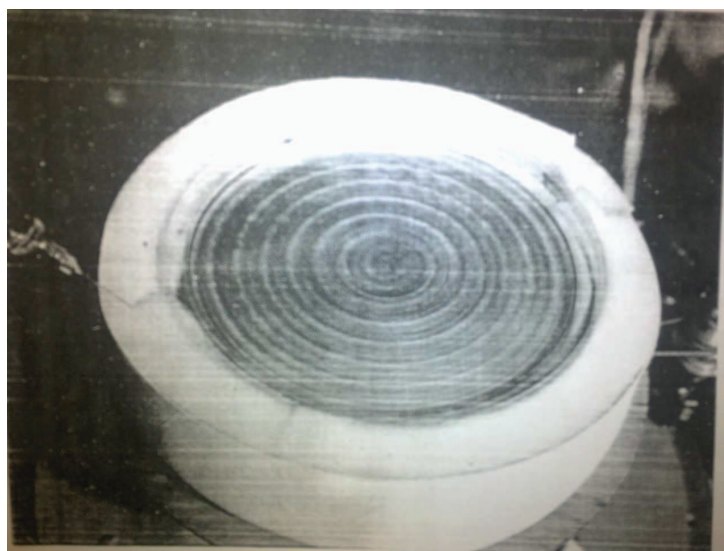


FIGURE 6.1: *Rouleaux convectifs toroïdaux observés par Koschmieder,*

$\Delta T = 380.10^{-2}$ °C, (image tirée de [Koschmieder, 1967]).

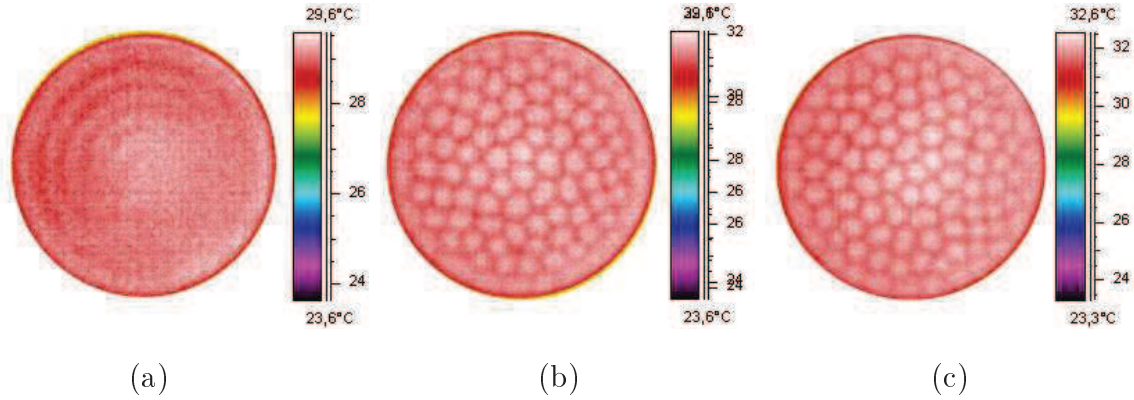


FIGURE 6.2: $Pr = 221$: $\Gamma = 16,66$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour $U = 20$ V ($Ma = 112$ et $Ra = 378$) (a) 1h20; (b) 1h50 et (c) 2h.

Sur la figure 6.3, pour un nombre de Prandtl $Pr = 447$, toujours pour l'épaisseur de la couche fluide égale à 3 mm, nous observons plus en détail, pour une durée de quelques minutes, le mécanisme de passage de la solution RT vers la solution CBM. Les rouleaux convectifs concentriques visibles sur la figure 6.3(a) sont rompus selon des rayons, la division d'un rouleau convectif toroïdal donne naissance à une multitude de petites cellules de Bénard-Marangoni (BM). Cette rupture semble se produire de la partie centrale vers l'extérieur du récipient. Le rouleau convectif toroïdal qui touche le bord du récipient est en effet le dernier à être affecté par ce processus de division (cf. figures 6.3(c) et 6.3(d)). Sur la figure 6.3(b) nous distinguons 6 rouleaux toroïdaux, la longueur d'onde du rouleau extérieur semble être légèrement plus grande que celle des autres rouleaux (sachant que le diamètre fait 100 mm, la longueur d'onde moyenne des rouleaux intérieurs est $\lambda_{moyint} \simeq 8,28$ mm et la longueur d'onde du rouleau extérieur est $\lambda_{ext} \simeq 9$ mm (cf. 6.4). Le processus de division des rouleaux toroïdaux se fait de telle sorte que la dimension de la cellule créée dans la direction azimutale est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde selon le rayon de ces rouleaux toroïdaux. Ce qui fait qu'au final, toute la partie centrale de la surface du fluide est pavée de cellules de convection de type BM relativement régulières

qui ont des dimensions caractéristiques très voisines (cf. Figure 6.3 (d)). Les cellules du rouleau extérieur qui sont fractionnées en dernier sont d'une taille caractéristique légèrement supérieure. Le comportement particulier rencontré au voisinage de la paroi extérieure est sans doute lié au frottement pariétal. En effet, le rouleau toroïdal extérieur, tout comme les cellules de RB extérieures, qui résultent de son fractionnement ne subissent pas comme les structures convectives de l'intérieur un frottement fluide/fluide mais un frottement fluide/solide qui est plus important.

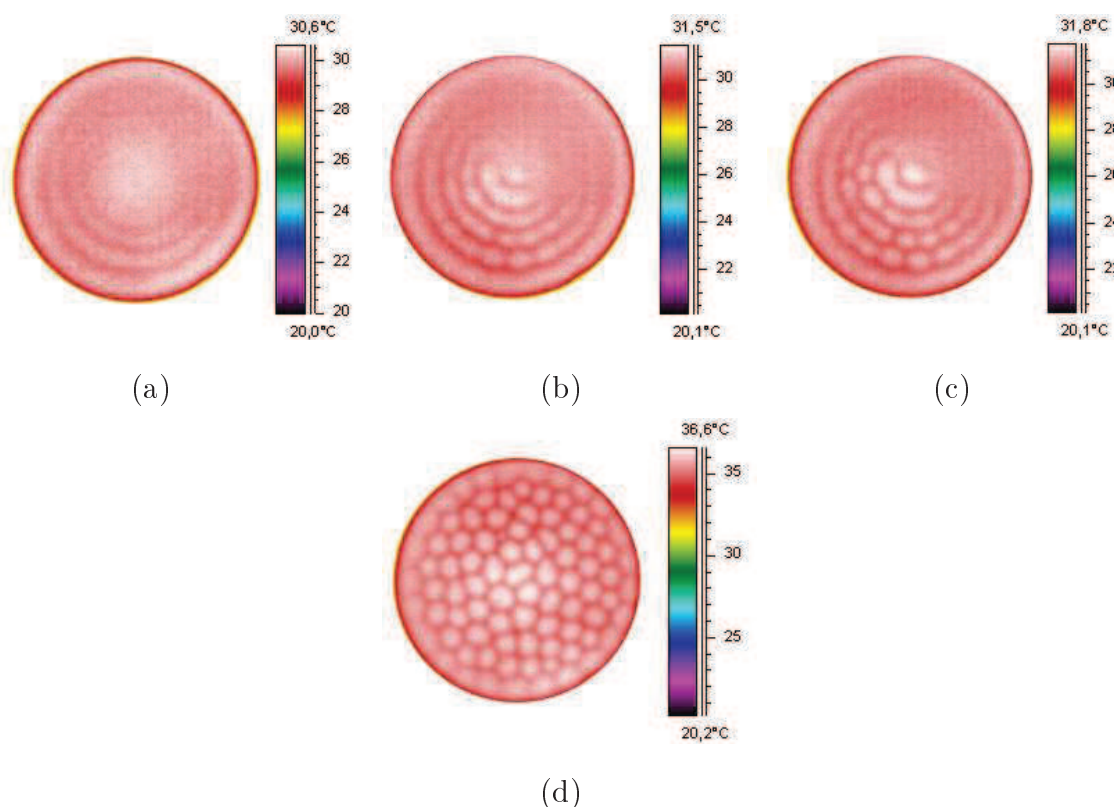


FIGURE 6.3: $Pr = 437$; $\Gamma = 16,66$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour (a) 4h20 et (b) 4h28 pour $U = 20$ V ($Ma = 33$ et $Ra = 110$), (c) $U = 25$ V ($Ma = 52$ et $Ra = 175$) au temps 5h20, (d) $U = 30$ V ($Ma = 96$ et $Ra = 317$) au temps 49h15.

Sur la figure 6.5, pour un nombre de Prandtl $Pr = 885$ ($e = 3$ mm), la transition

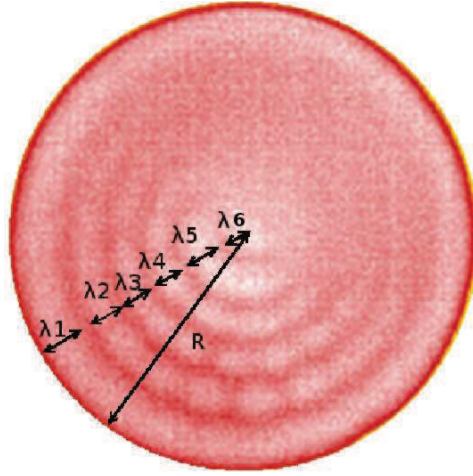


FIGURE 6.4: Longueurs d'onde des différents rouleaux observés pour la figure 6.3(b) : $\lambda_1 \simeq 9 \text{ mm}$; $\lambda_2 \simeq 7,1 \text{ mm}$; $\lambda_3 \simeq 6,6 \text{ mm}$; $\lambda_4 \simeq 6,1 \text{ mm}$; $\lambda_5 \simeq 7 \text{ mm}$; $\lambda_6 \simeq 11,2 \text{ mm}$ et $R \simeq 50 \text{ mm}$.

de la solution RT vers la solution CBM se produit pour la même gamme de nombre de Marangoni et de Rayleigh que dans le cas pour lequel $Pr=437$.

Pour le même nombre de Prandtl ($Pr = 885$) mais pour une épaisseur de la couche fluide plus importante ($e = 5 \text{ mm}$, $\Gamma = 10$), ce même processus est observé sur la figure 6.6. Pour les figures 6.6(a) et 6.6(b) la tension était égale à 20 V ($Ma = 46$ et $Ra = 384$), au temps $t=4\text{h}30$, la tension est élevée à une valeur égale à 25 V ($Ma = 71$ et $Ra = 595,9$). Quelques 50 minutes après, sur la figure 6.6(c) les cellules de BM sont apparues dans la partie centrale du récipient mais pas encore nettement sur la périphérie. Sur la figure 6.6(d) nous observons, au temps $t=49\text{h}15$, pour $U = 30 \text{ V}$ ($Ma = 107$ et $Ra = 888$) bien distinctement des cellules de BM bien formées sur toute la surface. Au temps $t=49\text{h}20$, la tension est abaissée à une valeur égale à 10 V ($Ma = 11,5$ et $Ra = 95,9$). Après 45 minutes (cf. figure 6.6(e) les cellules périphériques ont fusionnées pour reformer le rouleau toroïdal extérieur. Le processus de fusion des cellules de BM semble donc agir spatialement de façon inverse lorsque le paramètre de contrôle est abaissé. En effet, c'est le rouleau toroïdal périphérique qui est reconstitué en premier alors que c'est lui qui s'était fractionné en dernier lorsque le paramètre de contrôle avait augmenté.

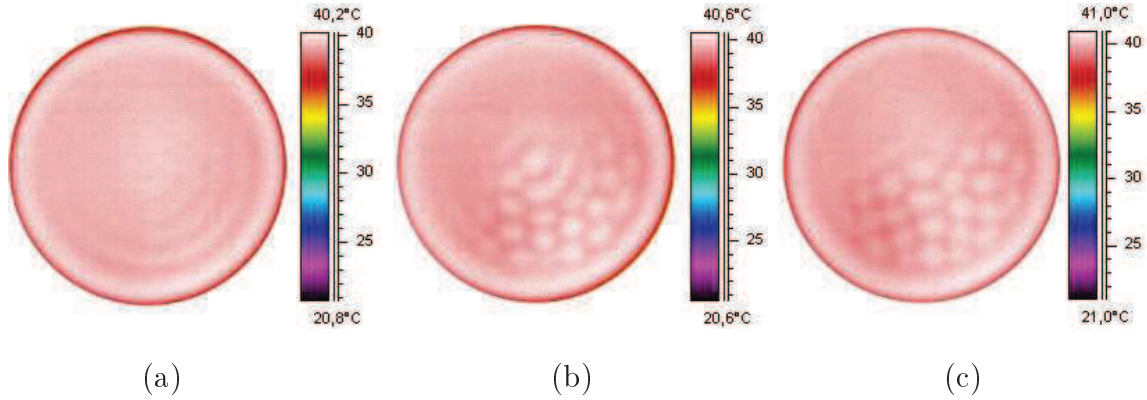


FIGURE 6.5: $Pr = 885$: $\Gamma = 16,66$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour $U = 30$ V ($Ma = 49$ et $Ra = 145$) (a) 19h32; (b) 19h42 et (c) 19h52.

Pour différents cas d'études (différents Pr et différents rapports de forme Γ), les cellules de BM sont encore visibles lorsque la tension est abaissée à des valeurs de la tension pour lesquelles elles n'apparaissaient pas encore lors de la montée en tension. Il semble donc qu'un phénomène d'hystérésis soit présent et que les solutions obtenues dépendent de la condition initiale (de la façon dont en suit la branche de solutions : ascendante ou descendante). [Schatz et al., 1995] ont montré expérimentalement l'existence d'une bifurcation de type sous-critique conduisant à la formation de cellules hexagonales, ils ont évalué le nombre de Marangoni critique à $Mc = 84$ en accord avec la valeur donnée par la théorie linéaire de Nield [Nield, 1964], avec un phénomène d'hystérésis évalué à 3 %. Ils ont également montré l'apparition de rouleaux concentriques pour un nombre de Marangoni $Ma < Ma_c$ comme dans le cas de [Koschmieder and Biggerstaff, 1986]. Cela semble être aussi notre cas, nous observons des rouleaux toroïdaux pour un nombre de Marangoni voisin de 30, cependant ce nombre n'est pas construit à partir d'une différence de température mais d'un flux thermique.

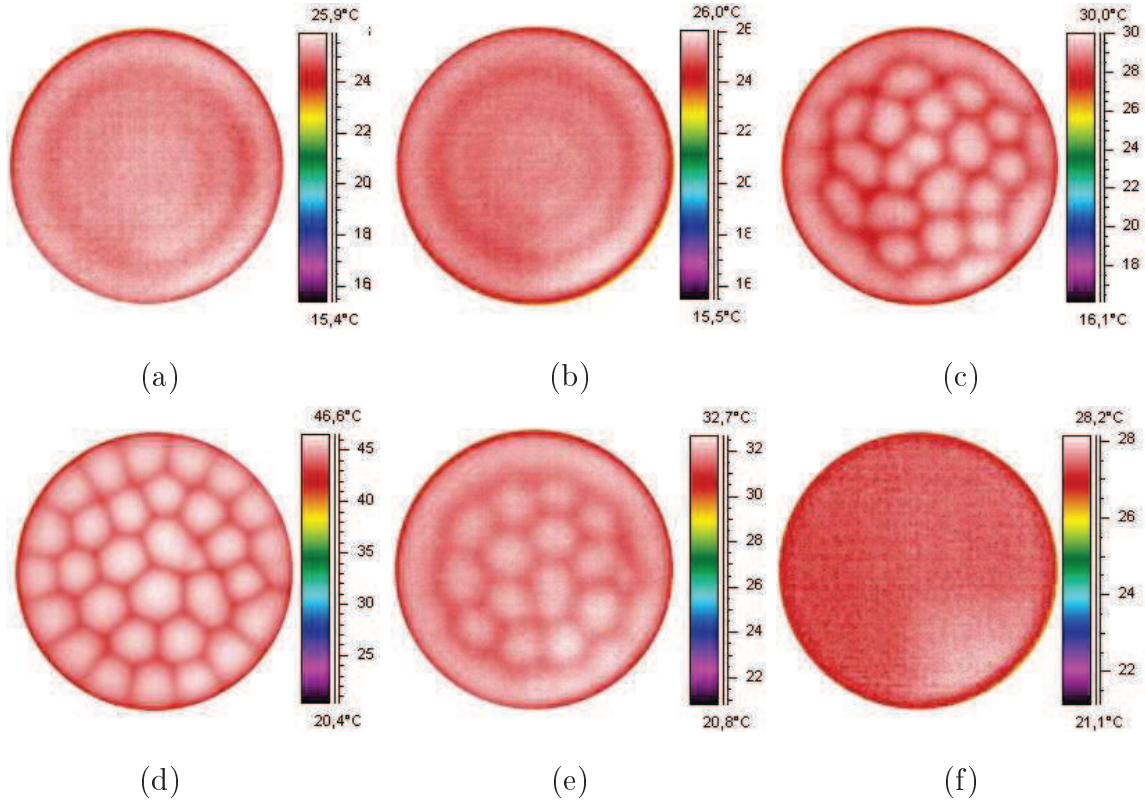


FIGURE 6.6: $Pr = 885 : \Gamma = 10$ - plaque d'aluminium - Distributions de température observées au niveau de la surface libre pour (a) 4h20 et (b) 4h28 pour $U = 20$ V ($Ma = 46$ et $Ra = 384$); (c) $U = 25$ V ($Ma = 71$ et $Ra = 595,9$) au temps 5h20, (d) $U = 30$ V ($Ma = 135$ et $Ra = 1124$) au temps 49h15; (e) et (f) $U = 10$ V ($Ma = 11,5$ et $Ra = 95,9$) aux temps 50h05 et 51h05.

6.3 Cellules convectives observées avec la plaque d'aluminium ($K = 1060$)

Les différents paramètres de contrôle de l'écoulement sont les nombres adimensionnels de Marangoni, de Rayleigh, de Prandtl, et de Biot, et, le rapport des conductivités entre le substrat solide et la couche fluide. La détermination de ces grandeurs est faite d'une façon expérimentale, sur les tableaux 6.1-6.3, nous avons regroupés ces grandeurs pour les différents cas étudiés (les propriétés physiques des huiles utilisées sont prises à la température de 25 °C sauf pour la viscosité qui varie en fonction de la température).

Nous présentons sur les figures 6.7-6.9 les distributions de la température au niveau de la surface libre pour les trois rapports de formes utilisés ($\Gamma = 16, 66$; $\Gamma = 10$ et $\Gamma = 7, 14$) en fonction des nombres de Marangoni et de Rayleigh. Chacune des planches correspondant à ces figures a été construite par un rapport de forme Γ constant, en rangeant les images thermographiques par ordre croissant du nombre de Marangoni (ou respectivement du nombre de Rayleigh). Dans la série que constitue chacune de ces planches, les essais ont donc été réalisés pour des huiles différentes et à des jours différents. Les nombres de Marangoni étudiés sont compris entre $18,5 < Ma < 3834$ alors que la gamme de nombre de Rayleigh couverte est $55 < Ra < 51345$. Sur ces planches, nous avons également reporté le nombre de cellules comptées pour les cercles concentriques correspondant aux rouleaux-concentriques instables issus de la première instabilité. Les nombres donnés entre parenthèses correspondent aux nombres de cellules comptées à partir du cercle extérieur (paroi latérale) vers le centre. D'une façon générale, nous remarquons que la taille des cellules convectives augmente quand l'épaisseur de la couche fluide augmente, la longueur d'onde est proportionnelle à l'épaisseur de la couche fluide. En même temps, le nombre de cellules diminue. Les mêmes caractéristiques ont été observées expérimentalement par Maroto [Maroto et al., 2007] et ont été prédites par la théorie de la stabilité linéaire [Rayleigh, 1916] dans le cas d'un chauffage uniforme de la paroi inférieure d'une couche fluide contenue dans des récipients cylindriques.

Nous remarquons aussi, pour le rapport de forme $\Gamma = 16, 66$, que le nombre et la taille

des cellules convectives changent peu quand le nombre de Marangoni (ou le nombre de Rayleigh) augmente (cf. figure 6.9). Comme nous l'avons déjà remarqué, les cellules de type Marangoni s'organisent sur 5 cercles concentriques et une partie centrale où nous trouvons, soit une seule cellule, soit 3 cellules. Tandis que pour $\Gamma = 7, 14$ et $\Gamma = 10$ (cf. figures 6.7 et 6.8), nous pouvons remarquer une grande différence entre la taille des cellules obtenue pour de petits nombres de Marangoni et celle obtenue pour de grands nombres de Marangoni. Les cellules convectives sont organisées selon deux cercles concentriques et une zone centrale en dessous de certaines valeurs du nombre de Marangoni, $Ma = 181$ et $Ma = 3834$ pour $\Gamma = 7, 14$ et $\Gamma = 10$ respectivement.

Le rapport des forces thermogravitaires et des forces thermocapillaires est donné par le nombre de Bond $Bo = \frac{Ra}{Ma}$. Pour notre étude, nous avons $Bo = 3; 8,3$ et $16,2$ pour $\Gamma = 16,66; 10$ et $7,14$ respectivement. Ceci indique, qu'à priori les écoulements seront plutôt contrôlés par les effets thermogravitaires et cela d'autant plus que le nombre de Bond est grand. Pour déterminer l'effet de ce nombre sur les formes des cellules convectives nous comparons toujours les deux figures 6.7 et 6.8. Les gammes de nombres de Marangoni sont à peu près identiques mais les nombres de Rayleigh vont plus loin dans le cas du petit rapport de forme $\Gamma = 7, 14$ jusqu'à 51345 contre 35971). Pour le cas de $Bo = 3$, nous remarquons que les cellules sont bien régulières sur toute la zone centrale du récipient que dans le cas de $Bo = 8,3$ et que l'organisation des cellules change peu pour le cas $Bo = 16,2$, contrairement aux deux autres cas ($Bo = 3$ et $Bo = 8,3$). Nous pouvons conclure que l'écoulement se déstabilise plus facilement pour des nombres de Bond faibles. Le même type de comportement de l'écoulement vis-à-vis du nombre de Rayleigh (forces thermogravitaires) a été observé dans la partie §4.2 de l'étude numérique (cf. figures 4.3 et 4.5). Pour la valeur de $Ma = 3336$ (cf. figure 6.7), nous observons un écoulement instationnaire et une disparition des cellules convectives sous leur forme régulière. Nous n'avons pas pu atteindre ce régime d'écoulement avec les deux autres nombres de Prandtl ($Pr = 437$ et $Pr = 885$) en raison de la température maximale à ne pas dépasser pour le PVC.

L'évolution du nombre total de cellules convectives en fonction du couple (nombre de Marangoni Ma ; nombre de Rayleigh Ra) est illustrée sur la figure 6.10, ainsi que quelques exemples des modes d'organisation des cellules convectives pour les trois rapports de forme étudiés $\Gamma = 16,66$; 10 et 7,14. Nous remarquons que pour $\Gamma = 7,14$, le nombre de cellules diminue avec l'augmentation des valeurs du couple (Ma ; Ra) jusqu'à ce que, pour les grandes valeurs du couple (Ma ; Ra) l'écoulement devienne instationnaire. Pour les rapports de forme $\Gamma = 16,66$ et 10, le nombre de cellules diminue également d'une manière générale en même temps que les valeurs du couple (Ma ; Ra). Finalement nous pouvons compter entre 11 et 18 cellules pour $\Gamma = 7,14$ entre 15 et 33 cellules pour $\Gamma = 10$ et entre 62 et 87 cellules pour $\Gamma = 16,66$ (les nombres de cellules correspondent au comptage effectué à partir des images des planches 6.7-6.9). Sur la figure 6.4 nous présentons l'évolution du nombre d'onde moyen adimensionné des cellules près de la paroi pour les différents rapports de forme, Nous trouvons une longueur moyenne de $3,3 e$ pour les trois les rapports de forme $\Gamma = 7,14$; 10 et 16,66. Le même ordre de grandeur du nombre d'onde a été trouvé par Maroto (égal à $3,2 e$) pour une couche de fluide de 5 mm [Maroto et al., 2007].

6.4 Résultats obtenus avec la plaque d'acier-inox ($K = 233$)

Avec la plaque métallique en acier-inox, nous obtenons un rapport des conductivités thermiques égal à $K = 233$, et comme nous l'avons déjà vu dans la partie numérique (§4.2), le profil de température à l'interface solide/liquide est de type gaussien avec un écart de température important entre la température maximale au centre et minimale sur le bord. La composante horizontale du gradient de température est donc assez importante, la diffusion de la chaleur se fait préférentiellement dans la partie centrale chauffée.

Ce genre d'étude se rapproche de la situation des cavités chauffées différemment. Dans ce même cadre d'étude d'une cavité cylindrique chauffée seulement par le centre, Ezersky [Ezersky et al., 1993] ont observé une bifurcation d'un régime stationnaire vers

Pr	U (V)	q_{cor} W	ΔT_{ref} °C	$T_{m_{sur}}$ °C	ν mm^2/s	Ma	Ra	Bi
221	20	0,83	2,28	29,4	18	112	378	0,14
	30	1,87	5,15	39,5	16	323	1090	0,158
	40	3,33	9,15	45,4	15	613	2069	0,189
	50	5	14,3	-	-	-	-	-
437	20	0,83	2,28	27,4	50	33	110	0,137
	30	1,87	5,15	35,5	40	96	317,5	0,15
	40	3,33	9,15	49,1	30	266	753	0,19
	50	5	14,3	63,9	27,61	385	1278	0,25
885	20	0,83	2,28	29,1	90	18,9	55	0,139
	30	1,87	5,15	38,4	79	49	145	0,154
	40	3,33	9,15	41,4	70	98	292	0,155
	50	5	14,30	61,3	54,4	196	588	0,243

TABLE 6.1: Différentes grandeurs déterminées expérimentalement pour $\Gamma = 16,66$ ($e=3$ mm).

Pr	U (V)	q_{cor} W	ΔT_{ref} °C	$T_{m_{sur}}$ °C	ν mm^2/s	Ma	Ra	Bi
P221	20	0,90	3,81	27,4	18	345	3237	0,23
	30	2,03	8,58	35,1	16	897	8421	0,26
	40	3,61	15,26	48,9	15	1702	1569	0,315
	50	5,02	23,84	63	10,4	3834	35971	0,365
437	20	0,90	3,815	24,8	50	92	848	0,22
	30	2,03	8,58	40,4	40	266	2451	0,25
	40	3,61	15,26	56	30	631	5811	0,31
	50	5,02	23,84	75	27,61	1072	9862	0,32
885	20	0,90	3,81	25,2	100	46	384	0,23
	30	2,03	8,58	37,2	79	135	1124	0,256
	40	3,61	15,26	51,2	70	272	2255	0,258
	50	5,02	23,84	71	54,4	547	4533	0,405

TABLE 6.2: Différentes grandeurs déterminées expérimentalement pour $\Gamma = 10$ ($e=5$ mm).

Pr	U (V)	q_{cor} W	ΔT_{ref} °C	Tm_{sur} °C	ν mm^2/s	Ma	Ra	Bi
221	20	0,95	4,64	30,2	18	676	12438	0,32
	30	2,15	10,45	41,5	16	1760	32350	0,368
	40	3,83	18,57	50,7	15	3336	61345	0,441
	50	5,18	29	-	-	-	-	-
437	20	0,95	4,64	30,4	50	181	3259	0,319
	30	2,15	10,45	41,4	40	522	9418	0,35
	40	3,83	18,57	53,6	30	1238	22325	0,443
	50	5,18	29	-	-	-	-	-
885	20	0,95	4,64	35,2	90	101	1640	0,32
	30	2,156	10,45	43,8	79	265	4318	0,360
	40	3,83	18,57	53,9	70	534	8665	0,361
	50	5,18	29	70,1	54,4	1079	17542	0,243

TABLE 6.3: Différentes grandeurs déterminées expérimentalement pour $\Gamma = 7,14$ ($e=7$ mm).

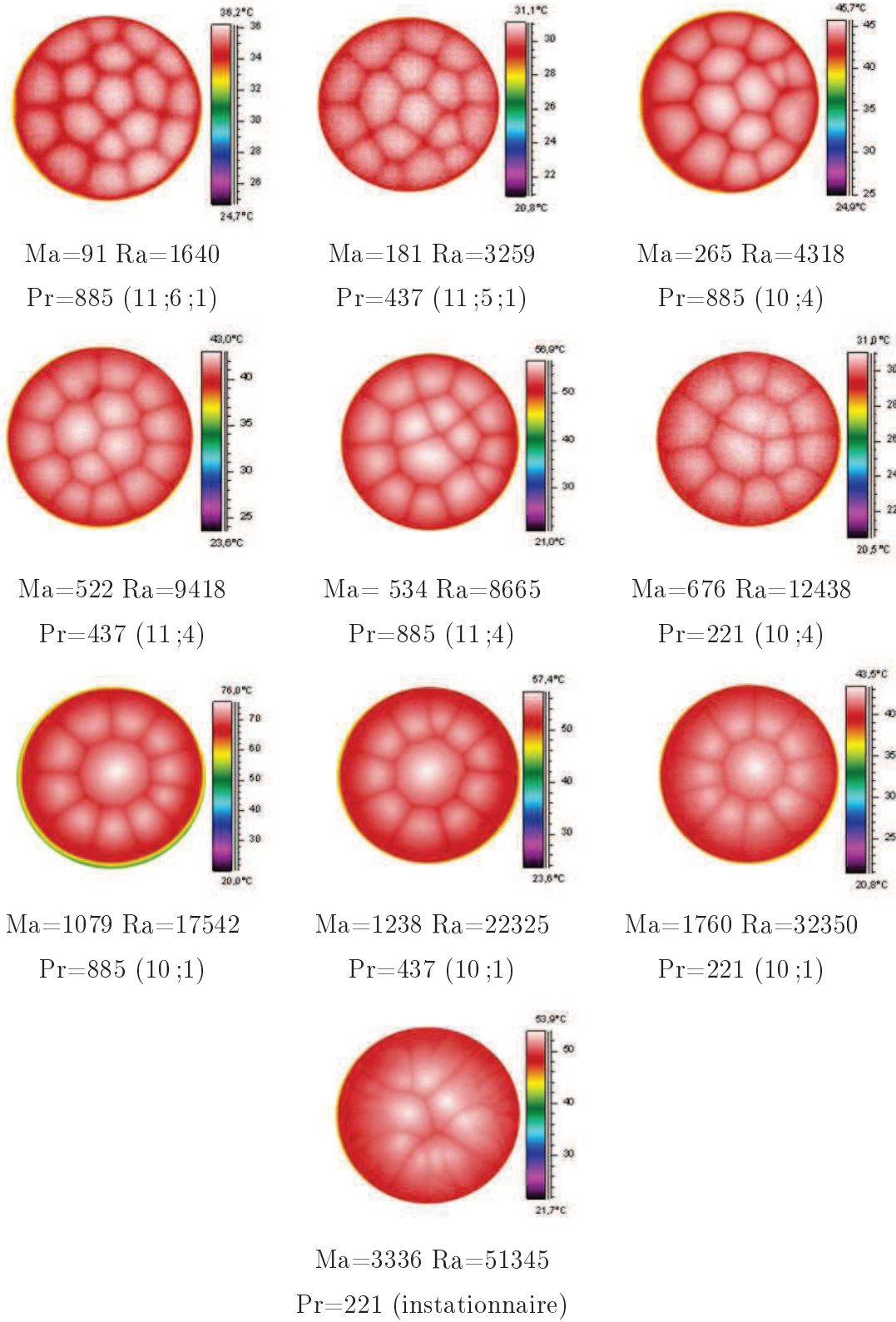


FIGURE 6.7: *Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 7,14$ ($Bo=16,2$).*

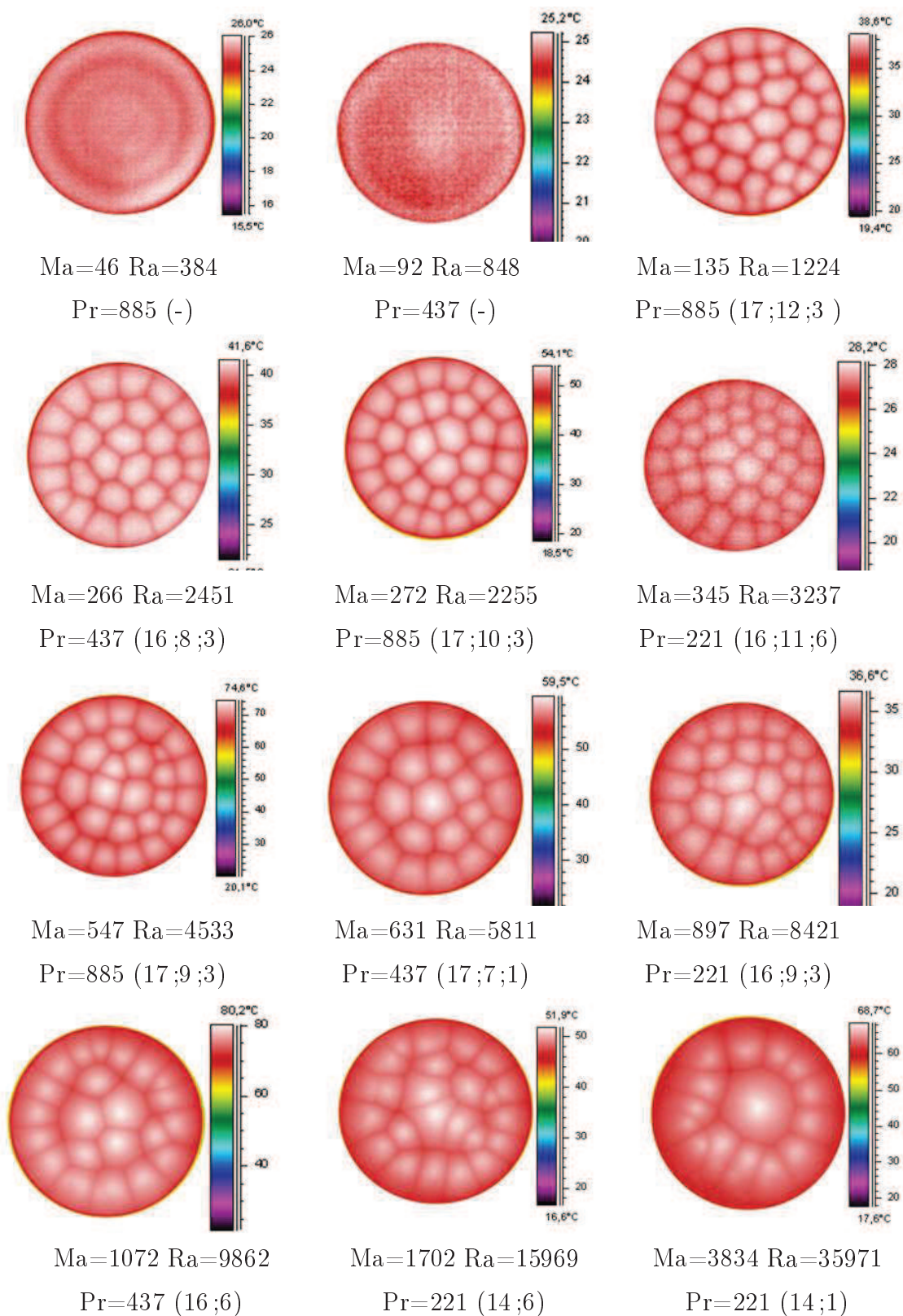


FIGURE 6.8: *Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 10$ ($Bo=8,3$).*

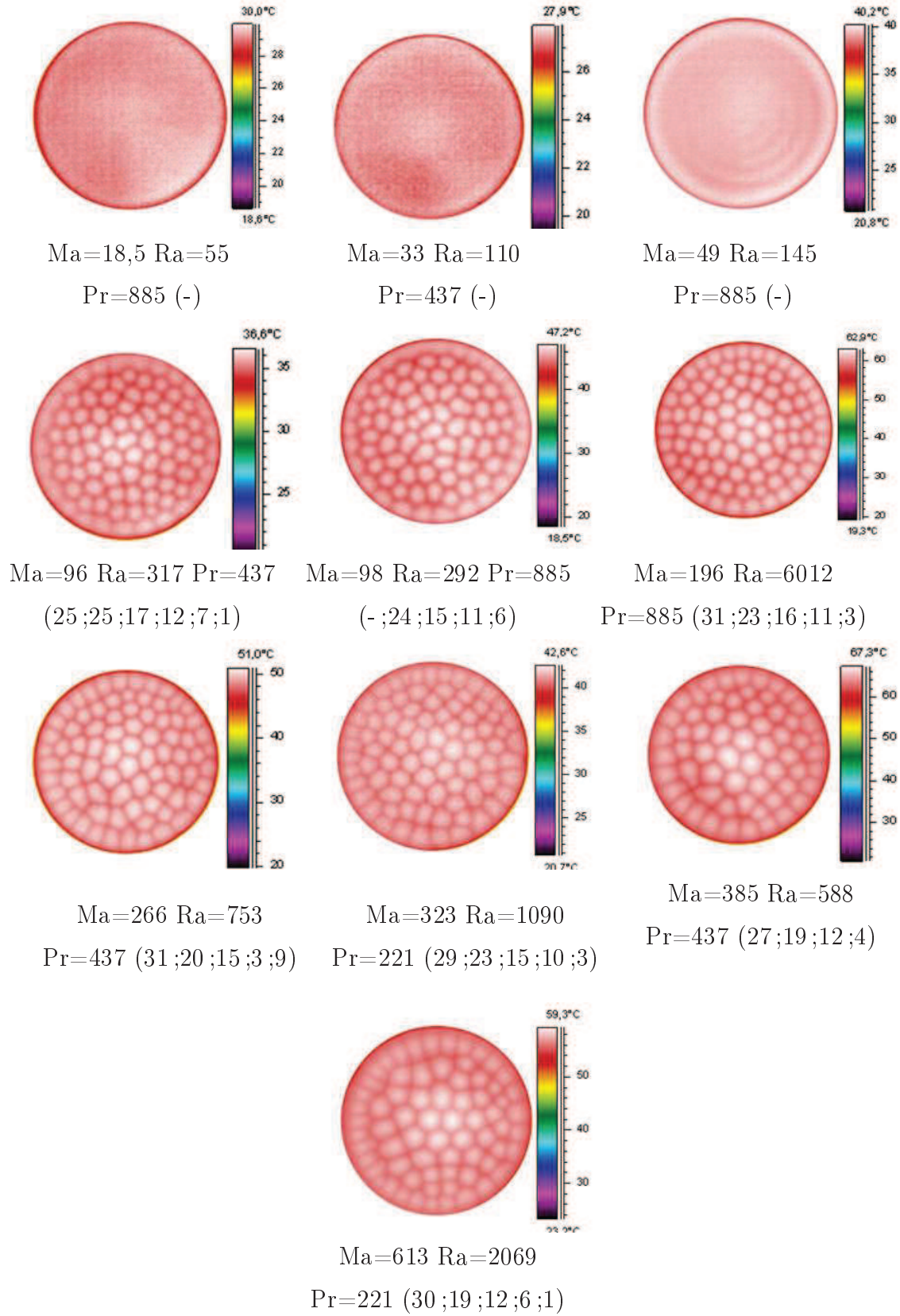


FIGURE 6.9: Distribution de la température à la surface libre pour différents nombres de Marangoni et de Rayleigh, et pour un rapport de forme $\Gamma = 16,66$ ($Bo=3$).

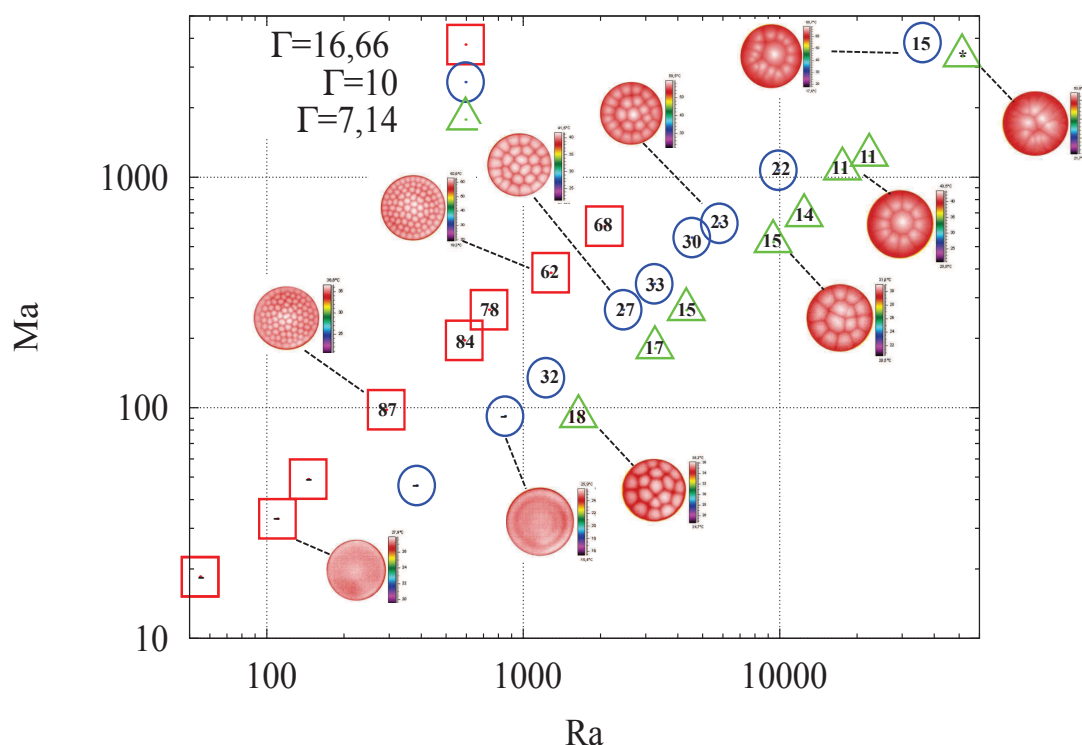


FIGURE 6.10: Evolution du nombre total de cellules (N_c , indiqués à l'intérieur des formes en carré, triangle et rond) en fonction des nombres de Marangoni Ma et de Rayleigh Ra , pour les trois rapports de forme $\Gamma = 16,66$; 10 et $7,14$.

un régime d'onde hydrothermales* pour des épaisseurs de la couche fluide de quelques millimètres.

Sur la figure 6.12 nous présentons les résultats obtenus pour deux rapports de forme $\Gamma = 16,66$ et $\Gamma = 10$ et différentes valeurs des paramètres de contrôle.

Sur la figure 6.12(a), ($\Gamma = 10$, $Bd = 8,3$, $Ma = 135$, $Ra = 1124$ et $Pr = 885$),

*. Selon les travaux de Smith et Davis [Davis, 1987], lorsque la surface libre d'une couche de fluide de faible épaisseur est soumise à un gradient de température horizontal il apparaîtra un écoulement dû à l'effet thermocapillaire qui résulte de la variation de la tension superficielle avec la température. Cet écoulement est stationnaire pour de faibles valeurs du gradient thermique, et au-delà d'un seuil l'écoulement se déstabilise pour donner naissance à des ondes propagatives dites ondes hydrothermales.

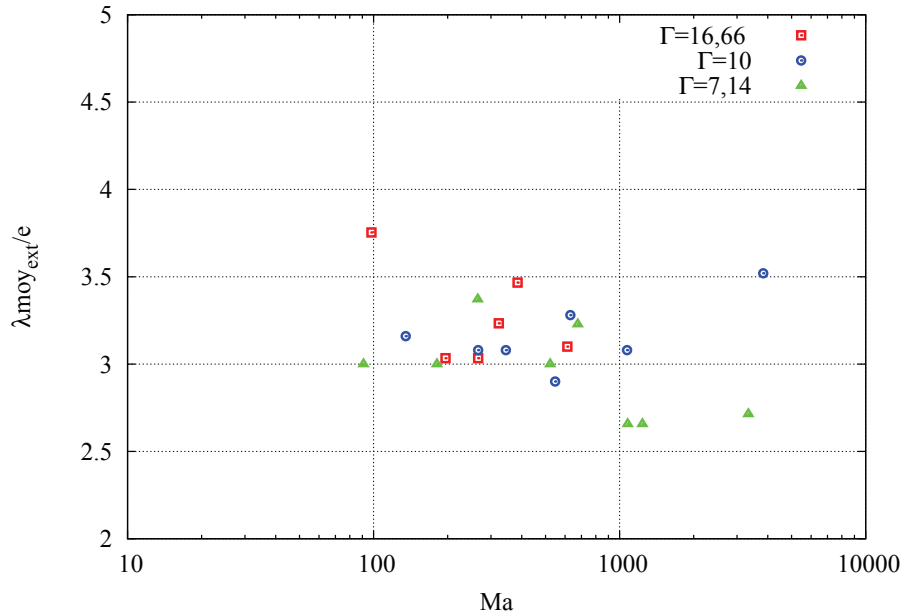


FIGURE 6.11: *Evolution du nombre d'onde moyenne externe adimensionné (cellules en contact avec la paroi latérale) en fonction des nombres de Marangoni Ma et de Rayleigh Ra , pour les trois rapports de forme $\Gamma = 16,66 ; 10$ et $7,14$.*

nous obtenons une solution assez régulière avec une cellule centrale, très large, de forme circulaire, entourée d'un anneau de 15 cellules périphériques. Toujours pour le même fluide (cf. figure 6.12 (b)), lorsque le rapport de forme change ($\Gamma = 16,66$, $Bd = 8,3$, $Ma = 135$, $Ra = 1124$ et $Pr = 885$), la cellule centrale est plus petite et divisée en deux et nous avons la présence de deux anneaux périphériques concentriques avec 26 cellules contre le bord latéral et 18 cellules sur l'anneau intérieur. Ensuite, pour des valeurs de Ma et Ra plus importantes (cf. figure 6.12 (c)) avec ($\Gamma = 16,66$, $Bd = 3$, $Ma = 613$, $Ra = 2062$ et $Pr = 221$) nous observons une solution du même type mais avec trois cellules dans la partie centrale avec un découpage à 120° . Enfin, sur la figure figure 6.12 (d), pour des valeurs de Ma et de Ra encore plus grandes ($\Gamma = 16,66$, $Bd = 3$, $Ma = 1473$, $Ra = 4973$ et $Pr = 221$), la non axisymétrie des motifs par rapport à l'axe central du récipient, déjà observée sur la figure 6.12 (c), est accentuée. La partie centrale, relativement chaude est

divisée cette fois en quatre cellules non régulières.

Quand le rapport de forme est le plus petit ($\Gamma = 7, 14$, $e = 3 \text{ mm}$ et $Bd = 16.2$), sur la figure 6.13, nous n'observons plus de petites cellules convectives. Nous retrouvons la partie centrale chaude entourée d'un seul grand rouleau axisymétrique pour un nombre de Marangoni compris entre 101 et 534.

À une valeur de $Ma = 1079$, nous observons l'apparition d'ondes périodiques qui se propagent du centre vers la paroi latérale.

Ce type d'ondes périodiques pourrait correspondre au lâché, depuis la surface du fond, d'un panache de fluide chaud, ce panache en s'élevant finirait par venir en contact avec la surface libre et provoquerait l'apparition d'ondes radiales matérialisées par les isothermes concentriques que nous pouvons observer sur les images infrarouges. L'hypothèse de l'existence d'ondes hydrothermale est à étudier aussi ([Davis, 1987], [Smith and Davis, 1983], [Smith, 1988], et [Ezersky et al., 1993]), mais celles-ci se développent en général pour des épaisseurs de couches de fluide plus petites. D'après l'étude de Garnier [Garnier, 2000] la limite haute d'apparition pour les ondes hydrothermales serait voisine de $e_{crit} \simeq 3 \text{ mm}$, or dans notre cas nous les observons pour une épaisseur $e = 7 \text{ mm}$ ($\Gamma = 7$ et $Bd = 16.2$).

Sur la figure 6.15, nous avons tracé l'évolution de la température en fonction du temps pour différents points sur un rayon. Les positions de ces points sont indiquées sur la figure 6.14. Nous remarquons que la température au centre (SP04) est plus chaude d'environ, 8°C qu'au point SP02, de 10°C qu'au point SP03 et de 12°C qu'au point SP04. Nous remarquons aussi que la température au centre fluctue beaucoup (d'une amplitude de 4°C environ), tandis que pour les autres positions la température varie peu (moins d'un degré d'amplitude de variation). L'analyse en fréquence, par FTT du signal périodique de la température observée pour un cas similaire en deux points différents de la figure 6.16 est illustrée sur les figures 6.17 et 6.18, Nous avons obtenu pour le premier point la fréquence de l'ordre de 0.034 (période de 29 s), alors que pour le deuxième point la fréquence de l'ordre de 0.073 (période de 13 s). Dans l'étude de Ezersky [Ezersky et al., 1993] dans la quelle la couche fluide est chauffée uniquement par une partie centrale, ils

ont obtenu des ondes hydrothermales de fréquence de l'ordre de 0,2 (soit une période de 5 s) pour un rapport de forme égale à $\Gamma = 26.3$.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié expérimentalement l'influence d'un chauffage non uniforme sur la convection de RBM dans une couche fluide horizontale avec une surface libre contenue dans un récipient cylindrique ayant un rapport de forme 7, $14 < \Gamma < 16,66$, doté d'un fond solide. Les matériaux solides choisis pour réaliser cette étude sont l'aluminium et l'acier-inox. Les résultats ont été obtenus en visualisant la température de la surface libre par thermographie infra-rouge. D'une part, en utilisant la plaque d'aluminium, nous avons pu observer des cellules convectives de Marangoni, nous avons trouvé que la taille de ces cellules convectives augmente quand l'épaisseur de la couche fluide augmente contrairement au nombre total des cellules convectives qui diminue. Nos résultats sont en accord avec les travaux expérimentaux réalisés par Maroto [Maroto et al., 2007] et par la théorie de stabilité linéaire [Rayleigh, 1916] dans le cas d'un chauffage uniforme de la paroi inférieure d'une couche fluide contenue dans des récipients cylindriques. Pour le petit rapport de forme $\Gamma = 7,14$ il existe une cellule centrale entourée de cellules périodiques pour $1079 < Ma < 1760$ et $17542 < Ra < 32350$, au-delà, nous observons une nouvelle bifurcation vers un état instationnaire sans cellule centrale. Nous avons trouvé aussi que le nombre de cellules convectives diminue quand le nombre de Marangoni augmente. D'autre part, avec la plaque en acier-inox, nous avons observé des ondes périodiques pour un rapport de forme de $\Gamma = 7,14$ et $Pr = 885$ à des nombres de Marangoni et de Rayleigh de l'ordre de $Ma = 583$ et $Ra = 9473$ respectivement. Enfin, nous avons pu déterminer l'amplitude et la fréquences de ces ondes périodiques en traitant le signal de température périodique.

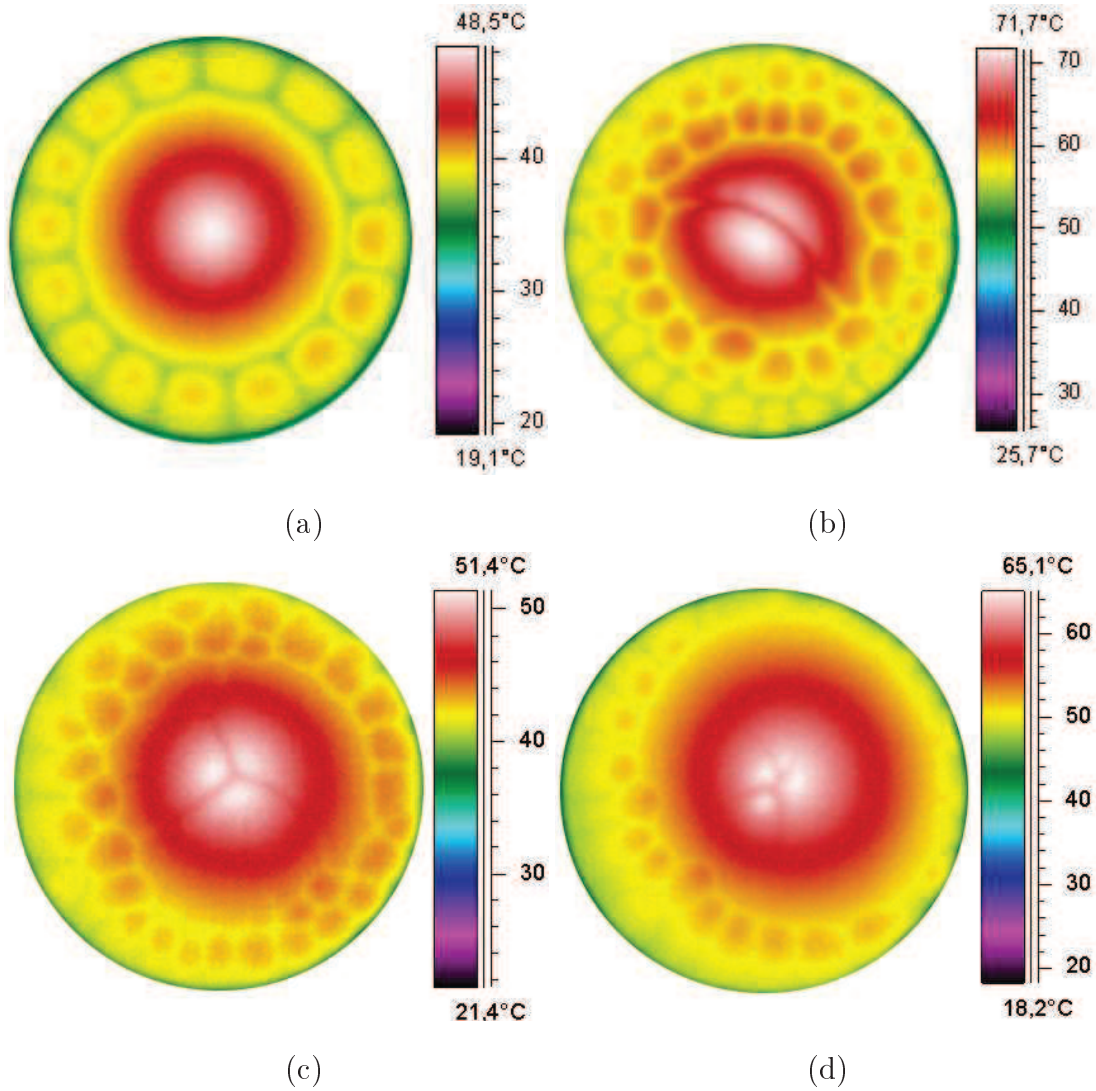


FIGURE 6.12: Plaque d'acier - motifs convectifs visualisés par thermographie infrarouge pour différentes conditions expérimentales. (a) $\Gamma = 10$ $Ma = 135$ $Ra = 1124$ $Pr = 885$; (b) $\Gamma = 16,66$ $Ma = 196$ $Ra = 588$ $Pr = 885$; (c) $\Gamma = 16,66$ $Ma = 613$ $Ra = 2062$ $Pr = 221$ et (d) $\Gamma = 10$ $Ma = 1473$ $Ra = 4973$ $Pr = 221$.

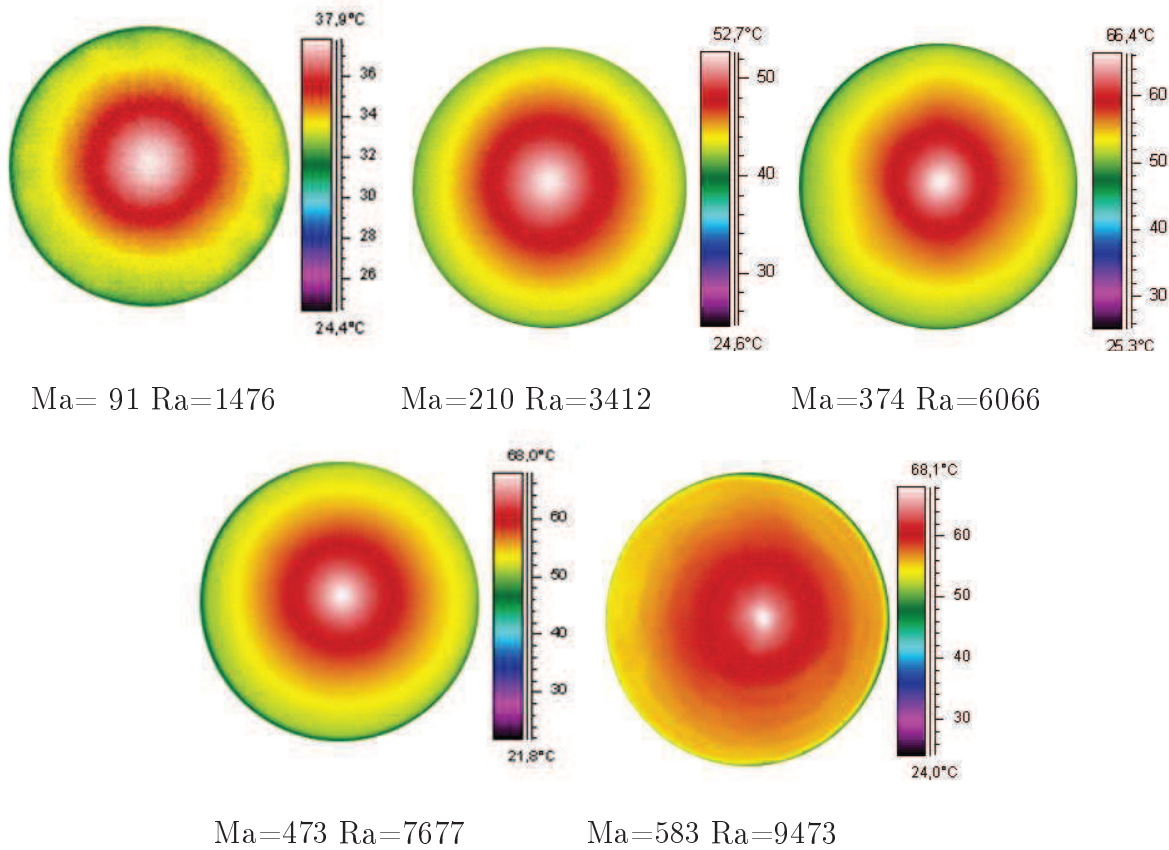


FIGURE 6.13: *Plaque d'acier - Différentes solutions obtenues lorsque l'on augmente le paramètre de contrôle (ici la tension U). Le cas à $Ma=583$, $Ra=9473$, $\Gamma = 7,14$ et $Pr = 885$ est instationnaire et présente des ondes périodiques.*

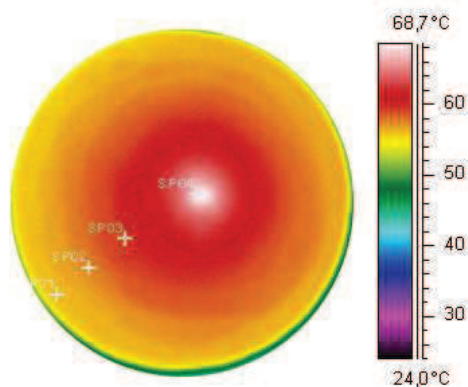


FIGURE 6.14: Positions des points sur la surface libre pour lesquels un suivi dans le temps est réalisé $Ma=583$ $Ra=9473$ (point SP01 à SP04 de la périphérie au centre).

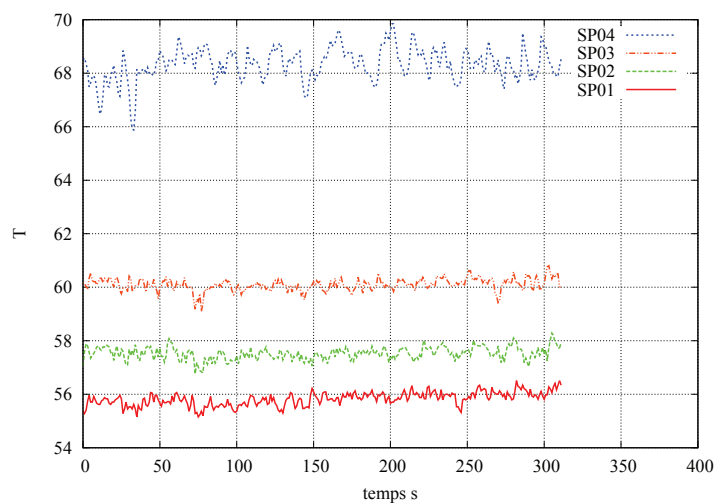


FIGURE 6.15: Variation de la température des points SP01-SP04 en fonction du temps.

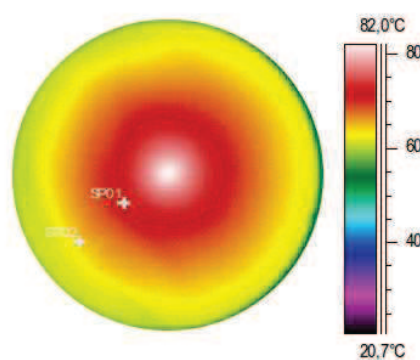


FIGURE 6.16: Positions des points sur la surface libre pour lesquels une analyse en fréquence est réalisé $Ma=583$ $Ra=9473$ (point $SP01$ et $SP02$).

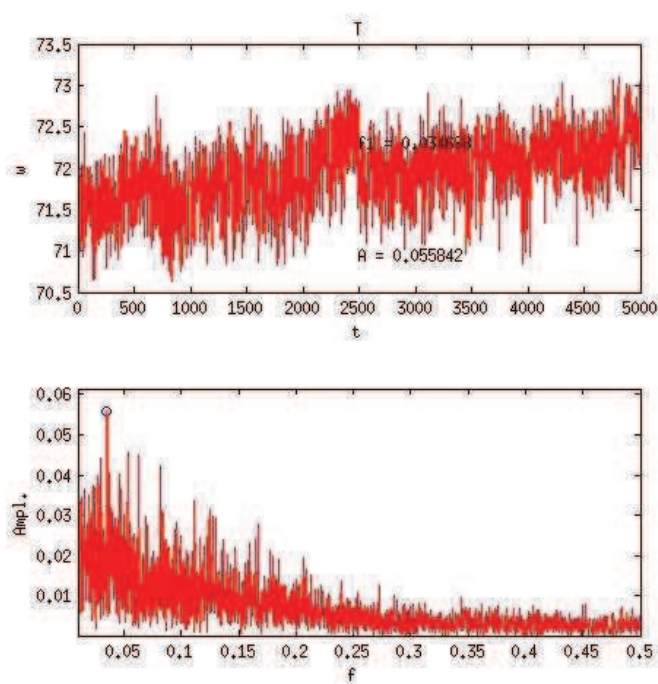


FIGURE 6.17: Amplitude et fréquence du point $SP01$ de la figure 6.16.

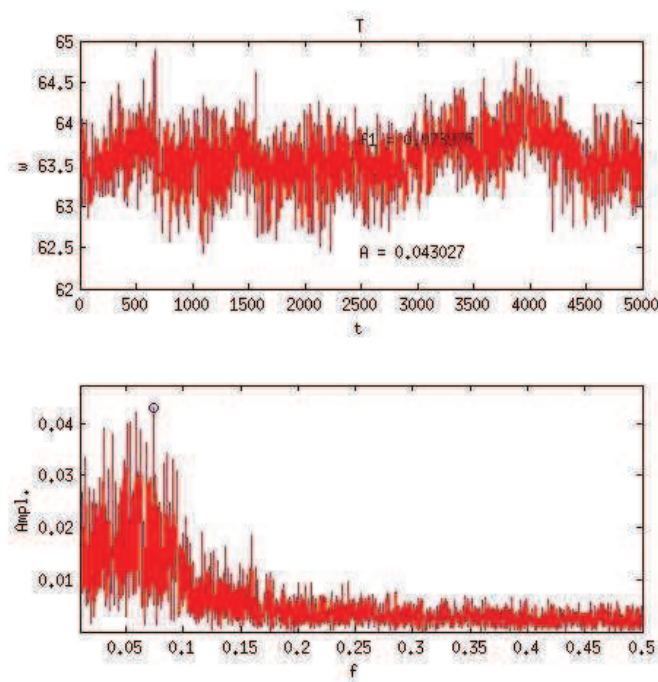


FIGURE 6.18: Amplitude et fréquence du point SP02 de la figure 6.16.

Conclusion générale et perspectives

Les recherches effectuées pendant ce travail, s'inscrivent dans le cadre de l'étude de la convection de Rayleigh-Bénard-Marangoni. Notre système convectif présente un paramètre de contrôle supplémentaire (le rapport des conductivités thermiques entre couche fluide et substrat) qui s'ajoute aux paramètres classiques connus que sont les nombres de Rayleigh, de Marangoni, de Prandtl, de Biot et le rapport de forme de le récipient. Des morphologies originales de cellules convectives (type et nombre) sont observées, elles dépendent de ces nombres de contrôle.

Numériquement, Nous avons étudié l'influence de chacun de ces paramètres excepté celle du rapport de forme. A l'issue de cette étude numérique, nous avons pu conclure que :

- dans toutes les simulations, un état convectif prend place, cela se traduit par des vitesses observées au centre du récipient en cas d'absence des cellules convectives périphériques. Nous avons remarqué que l'organisation des cellules change avec la variation des paramètres de contrôle, et que dans les cas de plusieurs cellules au centre, ces dernières sont entourées de 6 ou 5 cellules au total (cellules hexagonales ou pentagonales),
- l'organisation des cellules convectives au sein de la couche fluide est influencée par la valeur du rapport des conductivités de la couche fluide et du substrat solide. Pour de faibles rapport de conductivités, nous n'observons pas de cellules convectives en périphérie. Aussi, le couplage des effets thermocapillaires et thermogravitaires accélère l'apparition des cellules convectives en périphérie,
- les échanges thermiques au niveau de l'interface solide/liquide s'améliorent quand

- les effets thermogravitaires (représentés par le nombre de Rayleigh) et les effets thermocapillaires (représentés par le nombre de Marangoni) augmentent, contrairement à l'effet du nombre de Biot, qui en augmentant les réduit,
- la formation des cellules convectives hexagonales périphériques est due aux effets thermocapillaires,
 - le nombre de Prandtl influence l'écoulement pour des valeurs qui varient de 10 à 100, et au-delà de cette valeur l'écoulement garde la même structure.

Cette étude numérique permet d'envisager des perspectives, en particulier l'utilisation d'un modèle qui permette de détecter les bifurcations entre les modes de stabilité observés. Par ailleurs, l'étude de l'influence du rapport de forme sera un point à développer, ainsi que celui de savoir si ce mode de chauffage permet d'obtenir des ondes hydrothermales. Cette étude repose sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices que nous avons précisées lors de la présentation du modèle physique, et qui peut influencer l'écoulement, à titre d'exemple nous pouvons citer la déformation de la surface libre. La prise en compte de cette déformation apportera une amélioration au modèle.

Expérimentalement, nous avons repris la même configuration que celle étudiée numériquement. Aussi, des morphologies originales de cellules convectives (type et nombre) sont observées en fonction des paramètres de contrôle choisis (nombre de Prandtl, rapport de forme, rapport des conductivités et puissance de chauffage appliquée). Avec la plaque d'aluminium nous avons pu observer des cellules convectives de Marangoni sur tout le récipient. Alors que avec la plaque d'acier de faible conductivité, si les cellules convectives sont formées, elles se trouvent seulement sur la partie latérale, alors que le centre reste relativement chaud. Des ondes périodiques sont également observées avec cette plaque d'acier et un rapport de forme de $\Gamma = 7, 14$. Il serait intéressant d'aller plus loin dans la détermination de ce phénomène d'ondes propagatives périodiques, et aussi comme pour la partie numérique d'étudier les cas de faibles épaisseurs pour déterminer si nous obtenons des ondes hydrothermales.

Annexe A

VARIATION DES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES HUILES SILICONE AVEC LA TEMPÉRATURE ET LA VISCOSITÉ

Nous allons donner ici le variation des différentes propriétés physiques des huiles silicone en fonction de la température.

Variation de la viscosité avec la température

Contrairement aux huiles organiques la variation de la viscosité des huiles de silicone est beaucoup moins importante. La loi de variation de viscosité entre -50 °C et 250 °C pour les huiles de $20 < \nu < 1000$ (mm^2/s) est la suivante :

$$\nu = \nu_0 \exp[B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})]$$

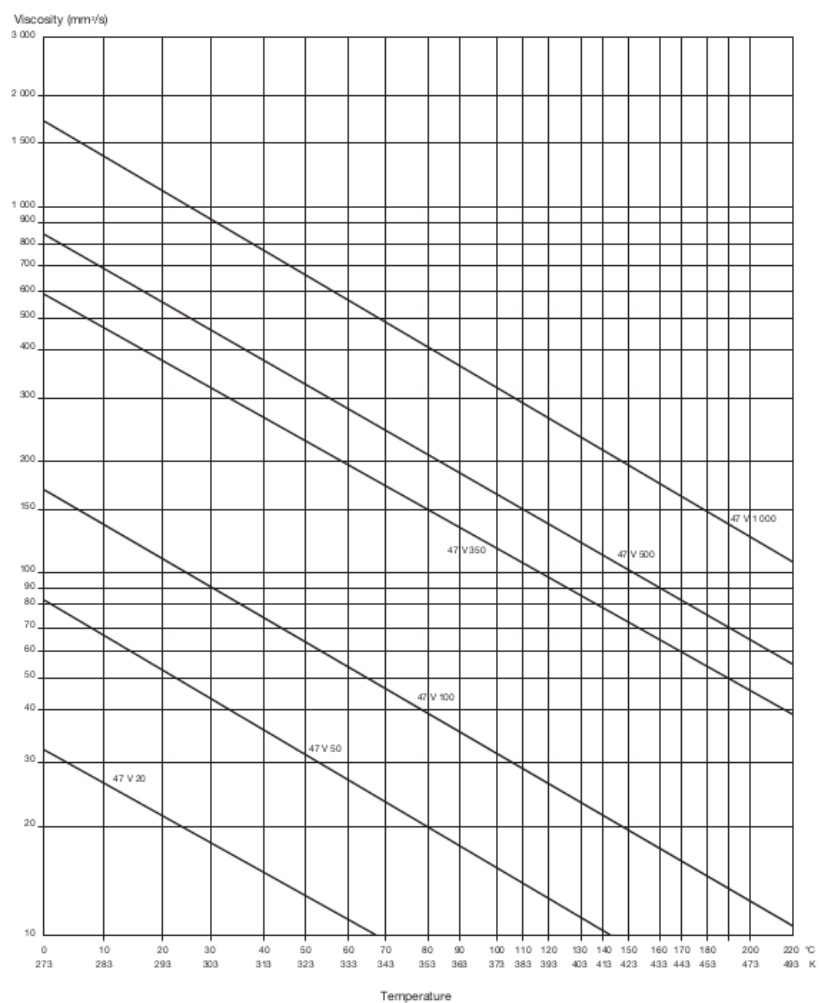
T_0 : 298 K, ν_0 : viscosité à 25 °C, B=1683 K.

Variation de la densité avec la température

La loi générale de la variation de la densité en fonction de la température est (loi valable entre 0 et 250 °C) :

$$\rho = aT^3 + bT^2 + cT + g$$

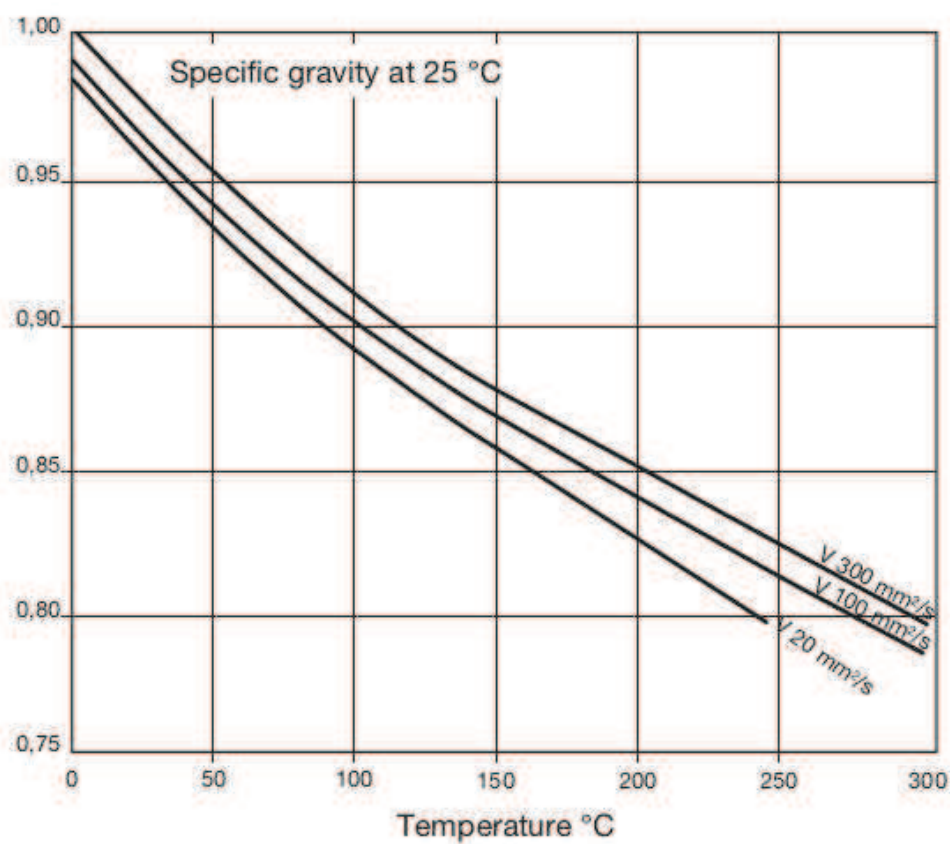
Les valeurs des constantes a, b, c et g sont données dans le tableau 6.4 pour trois huiles différentes.



Variation de la viscosité des huiles 47V en fonction de la température.

	a	b	c	g
47V20	$-7,34 \cdot 10^{-9}$	$3,76 \cdot 10^{-6}$	$-1,26 \cdot 10^{-3}$	0,984
47V100	$-4,57 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$-1,19 \cdot 10^{-3}$	0,991
47V300	$-6,18 \cdot 10^{-9}$	$3,57 \cdot 10^{-6}$	$-1,21 \cdot 10^{-3}$	0,998

TABLE 6.4: Valeurs des constantes a, b, c et g utilisées pour le calcul de la densité en fonction de la température.

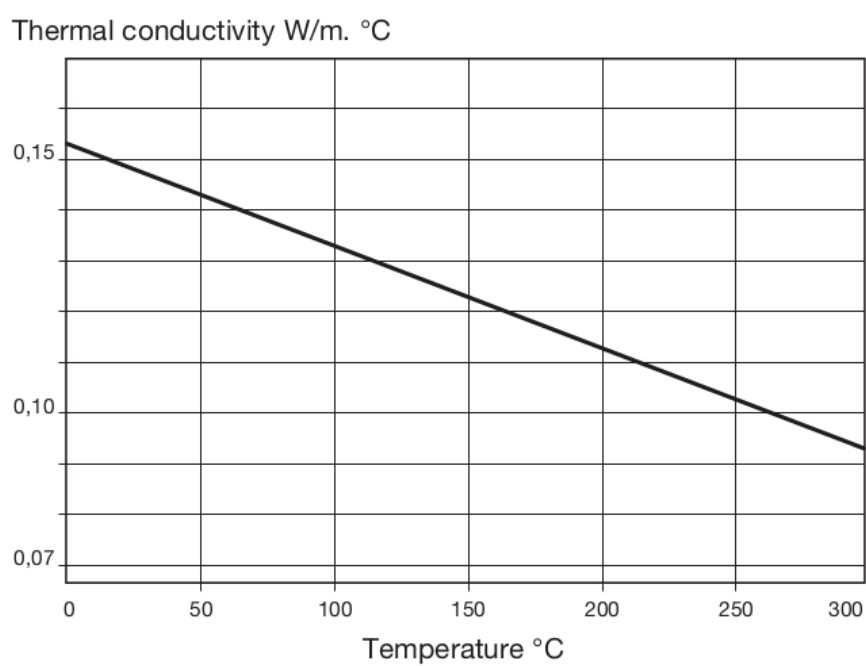


Variation de la densité des huiles 47V en fonction de la température.

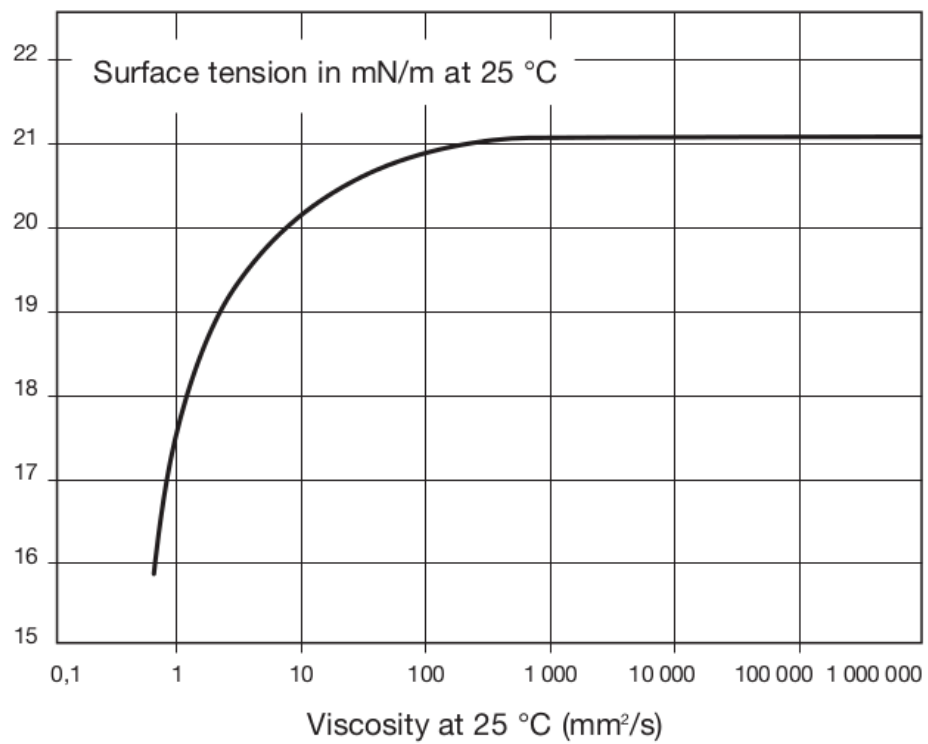
Variation de la conductivité thermique en fonction de la température

La conductivité thermique des Huiles 47V varie peu avec la température dans la plage de +20 à 250 °C.

Variation de la tension de surface en fonction de la viscosité



Variation de la viscosité des huiles 47V en fonction de la température.



Variation de la tension de surface en fonction de la viscosité.

Bibliographie

- [Al Amiri et al., 2009] Al Amiri, A., Khanafer, K., and Pop, I. (2009). Buoyancy-induced flow and heat transfer in a partially divided square enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(15) :3818–3828.
- [Alves et al., 2003] Alves, M., Oliveira, P., and Pinho, F. (2003). A convergent and universally bounded interpolation scheme for the treatment of advection. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41(1) :47–75.
- [Azami et al., 2001] Azami, T., Nakamura, S., Eguchi, M., and Hibiya, T. (2001). The role of surface-tension-driven flow in the formation of a surface pattern on a Czochralski silicon melt. *Journal of Crystal Growth*, 233(1) :99–107.
- [Bar-Cohen et al., 1995] Bar-Cohen, A., Sherwood, G., Hodes, M., and Solbreken, G. (1995). Gas-assisted evaporative cooling of high density electronic modules. *Components, Packaging, and Manufacturing Technology, Part A, IEEE Transactions on*, 18(3) :502–509.
- [Barakos et al., 1994] Barakos, G., Mitsoulis, E., and Assimacopoulos, D. (1994). Natural convection flow in a square cavity revisited : laminar and turbulent models with wall functions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 18(7) :695–719.
- [Batchelor, 1954] Batchelor, G. (1954). Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures. *Quarterly of Applied Mathematics*, 12(3) :209–233.

- [Benz et al., 1998] Benz, S., Hintz, P., Riley, R., and Neitzel, G. (1998). Instability of thermocapillary–buoyancy convection in shallow layers. part 2. suppression of hydro-thermal waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 359(1) :165–180.
- [Bergé, 1976] Bergé, P. (1976). Aspects expérimentaux de l’instabilité thermique de Rayleigh-Bénard. *Le Journal de Physique, Colloques*, 37(C1) :C1–23.
- [Bergé et al., 1980] Bergé, P., Dubois, M., Manneville, P., and Pomeau, Y. (1980). Intermittency in Rayleigh-Bénard convection. *Journal de Physique Lettres*, 41(15) :341–345.
- [Boussinesq, 1903] Boussinesq, J. (1903). *Théorie analytique de la chaleur : mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière*, volume 2. Gauthier-Villars, Paris.
- [Bückle, U. and Perić, M., 1992] Bückle, U. and Perić, M. (1992). Numerical simulation of buoyant and thermocapillary convection in a square cavity. *Numerical Heat Transfer*, 21(2) :121–141.
- [Buffone et al., 2005] Buffone, C., Sefiane, K., and Easson, W. (2005). Marangoni-driven instabilities of an evaporating liquid-vapor interface. *Physical Review E*, 71(5) :056302.
- [Burguete et al., 2001] Burguete, J., Mukolobwicz, N., Daviaud, F., Garnier, N., and Chiffaudel, A. (2001). Buoyant-thermocapillary instabilities in extended liquid layers subjected to a horizontal temperature gradient. *Physics of Fluids*, 13 :2773.
- [Calvert, 2001] Calvert, P. (2001). Inkjet printing for materials and devices. *Chemistry of Materials*, 13(10) :3299–3305.
- [Carpenter and Homsy, 1990] Carpenter, B. and Homsy, G. (1990). High marangoni number convection in a square cavity : Part ii. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 2 :137.
- [Cerisier et al., 1998] Cerisier, P., Jaeger, M., Médale, M., and Rahal, S. (1998). Mechanical coupling of convective rolls in a high prandtl number fluid. *Journal of Heat Transfer*, 120 :1008.
- [Cerisier et al., 2007] Cerisier, P., Rahal, S., and Azuma, H. (2007). Pattern dynamics of the Bénard-Marangoni instability in a medium aspect ratio container. *Journal of Physics : Conference Series*, 64(1) :012004.

- [Chandrasekhar, 1961] Chandrasekhar, S. (1961). Hydrodynamic and hydromagnetic stability. *International Series of Monographs on Physics, Oxford : Clarendon*, 1.
- [Charlson and Sani, 1970] Charlson, G. and Sani, R. (1970). Thermoconvective instability in a bounded cylindrical fluid layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13(9) :1479–1496.
- [Charlson and Sani, 1971] Charlson, G. and Sani, R. (1971). On thermoconvective instability in a bounded cylindrical fluid layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 14(9) :2157–2160.
- [Chen and Lin, 2000] Chen, J. and Lin, J. (2000). Thermocapillary effect on drying of a polymer solution under non-uniform radiant heating. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(12) :2155–2175.
- [Chun and Seban, 1971] Chun, K. and Seban, R. (1971). Heat transfer to evaporating liquid films. *Journal of Heat Transfer*, 93 :391.
- [Colinet et al., 2001] Colinet, P., Legros, J., Velarde, M., and Prigogine, I. (2001). *Non-linear dynamics of surface-tension-driven instabilities*. Wiley Online Library.
- [Dauby et al., 1997] Dauby, P., Lebon, G., and Bouhy, E. (1997). Linear Bénard-Marangoni instability in rigid circular containers. *Physical Review E*, 56(1) :520.
- [Daviaud and Vince, 1993] Daviaud, F. and Vince, J. (1993). Traveling waves in a fluid layer subjected to a horizontal temperature gradient. *Physical Review E*, 48(6) :4432.
- [Davis, 1987] Davis, S. (1987). Thermocapillary instabilities. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 19(1) :403–435.
- [De and Dalal, 2006] De, A. and Dalal, A. (2006). A numerical study of natural convection around a square, horizontal, heated cylinder placed in an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 :4608–4623.
- [de Vahl Davis, 1983] de Vahl Davis, G. (1983). Natural convection of air in a square cavity : a bench mark numerical solution. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3(3) :249–264.

- [Dijkstra, 1992] Dijkstra, H. (1992). Structure of cellular patterns in rayleigh–bénard–marangoni flow in two-dimensional containers with rigid side-walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 243 :73–102.
- [Dubois and Bergé, 1981] Dubois, M. and Bergé, P. (1981). Instabilités de couche limite dans un fluide en convection. Evolution vers la turbulence. *Journal de Physique*, 42(2) :167–174.
- [El Omari and Le Guer, 2009] El Omari, K. and Le Guer, Y. (2009). A numerical study of thermal chaotic mixing in a two rod rotating mixer. *Computational Thermal Science*, 1 :55–73.
- [El Omari and Le Guer, 2010] El Omari, K. and Le Guer, Y. (2010). Alternate rotating walls for thermal chaotic mixing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(1-3) :123–134.
- [Ezersky et al., 1993] Ezersky, A., Garcimartin, A., Burguete, J., Mancini, H., and Perez-Garcia, C. (1993). Hydrothermal waves in Marangoni convection in a cylindrical container. *Physical Review E*, 47(2) :1126–1131.
- [Gambaryan-Roisman, 2010] Gambaryan-Roisman, T. (2010). Marangoni convection, evaporation and interface deformation in liquid films on heated substrates with non-uniform thermal conductivity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(1-3) :390–402.
- [Garnier, 2000] Garnier, N. (2000). *Ondes non-linéaires à une et deux dimensions dans une mince couche de fluide*. PhD thesis, Université Paris-Diderot-Paris VII.
- [Garnier and Chiffaudel, 2001] Garnier, N. and Chiffaudel, A. (2001). Two dimensional hydrothermal waves in an extended cylindrical vessel. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 19(1) :87–95.
- [Gaskell and Lau, 1988] Gaskell, P. and Lau, A. (1988). Curvature-compensated convective transport : Smart, a new boundedness-preserving transport algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 8(6) :617–641.

- [Gear, 1971] Gear, C. (1971). Numerical initial value problems in ordinary differential equations. *Prentice-Hall Series in Automatic Computation, Engelwood Cliffs*, 1.
- [Hardin et al., 1990] Hardin, G., Sani, R., Henry, D., and Roux, B. (1990). Buoyancy-driven instability in a vertical cylinder : Binary fluids with Soret effect. part I : General theory and stationary stability results. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 10(1) :79–117.
- [Hoyas et al., 2005] Hoyas, S., Mancho, A., Herrero, H., Garnier, N., and Chiffaudel, A. (2005). Bénard-Marangoni convection in a differentially heated cylindrical cavity. *Physics of Fluids*, 17 :054104.
- [Jasak, 1996] Jasak, H. (1996). *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- [Johnson and Narayanan, 1999] Johnson, D. and Narayanan, R. (1999). A tutorial on the Rayleigh-Marangoni-Bénard problem with multiple layers and side wall effects. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 9(1) :124–140.
- [Kamotani, 1999] Kamotani, Y. (1999). Thermocapillary flow under microgravity-experimental results. *Advances in Space Research*, 24(10) :1357–1366.
- [Kamotani et al., 2000] Kamotani, Y., Ostrach, S., and Masud, J. (2000). Microgravity experiments and analysis of oscillatory thermocapillary flows in cylindrical containers. *Journal of Fluid Mechanics*, 410 :211–233.
- [Killion and Garimella, 2004] Killion, J. and Garimella, S. (2004). Simulation of pendant droplets and falling films in horizontal tube absorbers. *Journal of Heat Transfer*, 126 :1003.
- [Koschmieder, 1967] Koschmieder, E. (1967). On convection under an air surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 30(01) :9–15.
- [Koschmieder and Biggerstaff, 1986] Koschmieder, E. and Biggerstaff, M. (1986). Onset of surface-tension-driven benard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 167 :49–64.

- [Koshmeider and Prahl, 1990] Koshmeider, E. . L. and Prahl, S. A. (1990). Surface-tension-driven Bénard convection in small containers. *Journal of Fluid Mechanics*, 215 :571–583.
- [Kozhoukharova and Roze, 1999] Kozhoukharova, Z. and Roze, C. (1999). Influence of the surface deformability and variable viscosity on buoyant-thermocapillary instability in a liquid layer. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 8(1) :125–135.
- [Kuhlmann, 2008] Kuhlmann (2008). Three-dimensional flow instabilities in a thermocapillary-driven cavity. *Physical Review E*, 77(3) :36303.
- [Kuhlmann, 1994] Kuhlmann, H. (1994). Thermocapillary flows in finite size systems. *Mathematical and Computer Modelling*, 20(10-11) :145–173.
- [Kuhlmann and Albensoeder, 2008] Kuhlmann, H. and Albensoeder, S. (2008). Three-dimensional flow instabilities in a thermocapillary-driven cavity. *Physical Review E*, 77(3) :36303.
- [Kuhlmann and Schoisswohl, 2010] Kuhlmann, H. and Schoisswohl, U. (2010). Flow instabilities in thermocapillary-buoyant liquid pools. *Journal of Fluid Mechanics*, 644 :509–535.
- [Laroze and Barrau, 1988] Laroze, S. and Barrau, J. (1988). *Mécanique des structures Tome 1 : solides élastiques, plaques et coques*. Eyrolles/Masson, 2 édition. Paris.
- [Laure and Roux, 1989] Laure, P. and Roux, B. (1989). Linear and non-linear analysis of the hadley circulation. *Journal of Crystal Growth*, 97(1) :226–234.
- [Le Quéré, 1991] Le Quéré, P. (1991). Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high rayleigh number. *Computers & fluids*, 20(1) :29–41.
- [Le Quéré and Behnia, 1998] Le Quéré, P. and Behnia, M. (1998). From onset of unsteadiness to chaos in a differentially heated square cavity. *Journal of fluid mechanics*, 359(1) :81–107.

- [Leyboldt et al., 2000] Leyboldt, J., Kuhlmann, H., and Rath, H. (2000). Three-dimensional numerical simulation of thermocapillary flows in cylindrical liquid bridges. *Journal of Fluid Mechanics*, 414 :285–314.
- [Li et al., 2003] Li, Y., Peng, L., Akiyama, Y., and Imaishi, N. (2003). Three-dimensional numerical simulation of thermocapillary flow of moderate Prandtl number fluid in an annular pool. *Journal of Crystal Growth*, 259(4) :374–387.
- [Li et al., 2012] Li, Y., Zhang, H., Wu, C., and Xu, J. (2012). Effect of vertical heat transfer on thermocapillary convection in an open shallow rectangular cavity. *Heat and Mass Transfer*, 48 :241–251.
- [Machrafi et al., 2010] Machrafi, H., Rednikov, A., Colinet, P., and Dauby, P. (2010). Bénard instabilities in a binary-liquid layer evaporating into an inert gas. *Journal of Colloid and Interface Science*, 349(1) :331–353.
- [Manneville, 2006] Manneville, P. (2006). Rayleigh-Bénard convection : Thirty years of experimental, theoretical, and modeling work. In *Dynamics of Spatio-Temporal Cellular Structures*, pages 41–65. Springer.
- [Maroto et al., 2007] Maroto, J., Pérez-Munuzuri, V., and Romero-Cano, M. (2007). Introductory analysis of Bénard-Marangoni convection. *European journal of physics*, 28(2) :311.
- [McAdams et al., 1964] McAdams, W., Beaufils, A., and Véron, M. (1964). *Transmission de la chaleur*. Dunod, Paris.
- [Médale and Cerisier, 2002] Médale, M. and Cerisier, P. (2002). Numerical simulation of Benard-Marangoni convection in small aspect ratio containers. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 42(1) :55–72.
- [Mercier et al., 1996] Mercier, J., Normand, C., et al. (1996). Buoyant-thermocapillary instabilities of differentially heated liquid layers. *Physics of Fluids*, 8 :1433–1445.
- [Navarro et al., 2007] Navarro, M., Mancho, A., and Herrero, H. (2007). Instabilities in buoyant flows under localized heating. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 17(2) :023105–023105.

- [Nepomnyashchy et al., 2001] Nepomnyashchy, A., Simanovskii, I., and Braverman, L. (2001). Stability of thermocapillary flows with inclined temperature gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, 442(1) :141–155.
- [Ng et al., 2007] Ng, K., Yusoff, M., and Ng, E. (2007). Higher-order bounded differencing schemes for compressible and incompressible flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53(1) :57–80.
- [Nield, 1964] Nield, D. (1964). Surface tension and buoyancy effects in cellular convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 19(3) :341–352.
- [Ouertatani et al., 2008] Ouertatani, N., Ben Cheikh, N., Ben Beya, B., and Lili, T. (2008). Numerical simulation of two-dimensional rayleigh–bénard convection in an enclosure. *Comptes Rendus Mécanique*, 336(5) :464–470.
- [Parmentier et al., 1993] Parmentier, P., Regnier, V., and Lebon, G. (1993). Buoyant-thermocapillary instabilities in medium-Prandtl-number fluid layers subject to a horizontal temperature gradient. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(9) :2417–2427.
- [Pasquetti et al., 2002] Pasquetti, R., Cerisier, P., and Le Niliot, C. (2002). Laboratory and numerical investigations on Bénard-Marangoni convection in circular vessels. *Physics of Fluids*, 14 :277.
- [Patankar, 1980] Patankar, S. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. Taylor & Francis Group, USA.
- [Patberg et al., 1983] Patberg, W., Koers, A., Steenge, W., and Drinkenburg, A. (1983). Effectiveness of mass transfer in a packed distillation column in relation to surface tension gradients. *Chemical Engineering Science*, 38(6) :917–923.
- [Paul et al., 2003] Paul, M., Chiam, K., Cross, M., Fischer, P., and Greenside, H. (2003). Pattern formation and dynamics in rayleigh–bénard convection : numerical simulations of experimentally realistic geometries. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 184(1-4) :114–126.

- [Peltier and Biringen, 1993] Peltier, L. and Biringen, S. (1993). Time-dependent thermocapillary convection in a rectangular cavity : numerical results for a moderate Prandtl number fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 257(1) :339–357.
- [Peng et al., 2007] Peng, L., Li, Y., Shi, W., and Imaishi, N. (2007). Three-dimensional thermocapillary–buoyancy flow of silicone oil in a differentially heated annular pool. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(5) :872–880.
- [Poots, 1958] Poots, G. (1958). Heat transfer by laminar free convection in enclosed plane gas layers. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 11(3) :257–273.
- [Rahal et al., 2007] Rahal, S., Cerisier, P., and Azuma, H. (2007). Bénard–Marangoni convection in a small circular container : influence of the Biot and Prandtl numbers on pattern dynamics and free surface deformation. *Experiments in Fluids*, 43(4) :547–554.
- [Rayleigh, 1916] Rayleigh, L. (1916). On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 32(192) :529–546.
- [Rhie and Chow, 1983] Rhie, C. and Chow, W. (1983). Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA journal*, 21(11) :1525–1532.
- [Sab et al., 1996] Sab, V., Kuhlmann, H., and Rath, H. (1996). Investigation of three-dimensional thermocapillary convection in a cubic container by a multi-grid method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(3) :603–613.
- [Schatz and Neitzel, 2001] Schatz, M. and Neitzel, G. (2001). Experiments on thermocapillary instabilities. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33(1) :93–127.
- [Schatz et al., 1995] Schatz, M. F., VanHook, S. J., McCormick, W. D., Swift, J., and Swinney, H. L. (1995). Onset of surface-tension-driven Bénard convection. *Physical Review Letters*, 75(10) :1938–1941.
- [Schwabe and Metzger, 1989] Schwabe, D. and Metzger, J. (1989). Coupling and separation of buoyant and thermocapillary convection. *Journal of Crystal Growth*, 97(1) :23–33.

- [Shen et al., 1990] Shen, Y., Neitzel, G., Jankowski, D., and Mittelman, H. (1990). Energy stability of thermocapillary convection in a model of the float-zone crystal-growth process. *Journal of Fluid Mechanics*, 217(1) :639–660.
- [Shklyaev and Nepomnyashchy, 2004] Shklyaev, O. and Nepomnyashchy, A. (2004). Thermocapillary flows under an inclined temperature gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, 504 :99–132.
- [Smith, 1988] Smith, M. (1988). The nonlinear stability of dynamic thermocapillary liquid layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 194 :391.
- [Smith and Davis, 1983] Smith, M. and Davis, S. (1983). Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers. part I. convective instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 132 :119–144.
- [Taine et al., 1995] Taine, J., Petit, J., and Séméria, R. (1995). *Transferts thermiques : mécanique des fluides anisothermes : cours et données de base*. Dunod, Paris.
- [Touazi et al., 2010] Touazi, O., Chénier, E., Doumenc, F., and Guerrier, B. (2010). Simulation of transient rayleigh-bénard-marangoni convection induced by evaporation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(4) :656–664.
- [Touihri et al., 1999] Touihri, R., Ben Hadid, H., and Henry, D. (1999). On the onset of convective instabilities in cylindrical cavities heated from below. i. pure thermal case. *Physics of Fluids*, 11 :2078.
- [Toussaint et al., 2008] Toussaint, G., Bodiguel, H., Doumenc, F., Guerrier, B., and Allain, C. (2008). Experimental characterization of buoyancy-and surface tension-driven convection during the drying of a polymer solution. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51(17) :4228–4237.
- [VanHook et al., 1997] VanHook, S., Schatz, M., Swift, J., McCormick, W., and Swinney, H. (1997). Long-wavelength surface-tension-driven Bénard convection : experiment and theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 345 :45–78.

- [Villers and Platten, 1992] Villers, D. and Platten, J. (1992). Coupled buoyancy and Marangoni convection in acetone - Experiments and comparison with numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 234 :487–510.
- [Xu and Zebib, 1998] Xu, J. and Zebib, A. (1998). Oscillatory two-and three-dimensional thermocapillary convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 364(1) :187–209.
- [Zebib et al., 1985] Zebib, A., Homsy, G., and Meiburg, E. (1985). High Marangoni number convection in a square cavity. *Physics of Fluids*, 28 :3467.
- [Zuiderweg and Harmens, 1958] Zuiderweg, F. and Harmens, A. (1958). The influence of surface phenomena on the performance of distillation columns. *Chemical Engineering Science*, 9(2-3) :89–103.