

Université Lille 1 (France)
École Doctorale EDSPI
Université des Sciences et Technologie
de Lille

École Nationale d'Ingénieurs de Tunis
École Doctorale STI
Formation Doctorale en Génie Electrique
N° d'ordre : 40835

THÈSE de DOCTORAT

Présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis

Spécialité Génie Electrique

et

Docteur de l'Université Lille 1

Spécialité Automatique, Génie Informatique, Traitement du Signal et Images

Par

Abdelaziz ZAIDI

Intégration des Réseaux Bayésiens et Bond Graphs pour la Supervision des Systèmes Dynamiques

Soutenue le 13 Juin 2012, devant le jury composé de :

M. Mekki KSOURI	Professeur à l'ENIT (Tunisie)	Président
M. Dominique SAUTER	Professeur à l'UHP, Nancy (France)	Rapporteur
M. Lotfi NABLI	Maitre de Conf. HDR à l'ENIM (Tunisie)	Rapporteur
M. Belkacem OULD BOUAMAMA	Professeur à l'E. Polytech'Lille (France)	Directeur de thèse
M. Moncef TAGINA	Professeur à l'ENSI (Tunisie)	Directeur de thèse
M. Nouredine ZERHOUNI	Professeur à l'UFC, Besançon (France)	Examineur

Remerciements

Je voudrais, avec la modestie de mon pouvoir d'expression, présenter mes remerciements à mes directeurs de thèse : Monsieur Belkacem OULD BOUAMAMA, Professeur et Directeur de recherche à PolyTech'LILLE (Ecole polytechnique de Lille) et Monsieur Moncef TAGINA, Professeur à l'ENSI (Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique de Tunis). Je voudrais leur présenter ma reconnaissance profonde pour m'avoir dirigé, pour l'aide précieuse, l'encouragement et la patience. Sans tout ceci, et la grâce du Dieu il ne me serait pas possible de finir à terme ces travaux de thèse.

Ma gratitude est présentée aussi au Prof. Mekki KSOURI, responsable de l'unité de recherche ACS (Analyse et Commande des Systèmes), pour son encouragement, son soutien et sa sympathie. Mes sentiments vifs s'adressent à toute l'équipe de chercheurs de l'unité ACS, tout le personnel de l'ENIT (Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis) spécialement Monsieur Chiheb BOUDEN, tout le personnel de l'école Doctorale spécialement Prof. Henda EL FKHIH et Mademoiselle Dhouha Mekni.

J'ai le plaisir de remercier Monsieur Dominique SAUTER, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy, et Monsieur Lotfi NABLI, Maître de Conférences-HDR à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, pour avoir accepté d'évaluer mes travaux en qualité de rapporteurs.

Mes remerciements s'adressent à tout le personnel du laboratoire LAGIS (Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal), le personnel de l'école Polytech'Lille pour l'accueil chaleureux que j'ai eu pendant mon stage à Lille.

Je remercie également les doctorants du LAGIS: Aymen Gdouda, Zied Imam, Nizar Chatti, Rafika El-harrabi pour leur gentillesse.

Finalement, il me serait aimable de remercier toute la famille : mes parents Heidi et Hanifa, ma femme Afef et mon fils Mohamed Hayder, mon frère Kamel et ma sœur Samia pour leur soutien et encouragement.

A mon père...

Table des matières

Introduction générale	1
Partie I Approche Bayésienne pour la modélisation de la fiabilité	9
1 Modélisation des systèmes incertains par approche graphique	10
1.1 Introduction	10
1.2 Réseaux Bayésiens	11
1.2.1 Représentation graphique de la causalité	11
1.2.2 Inférence	15
1.2.2.1 <i>Inférence exacte</i>	15
1.2.2.2 <i>Inférence approximative</i>	22
1.2.3 Apprentissage	28
1.2.3.1 <i>Apprentissage des paramètres</i>	29
1.2.3.2 <i>Apprentissage de la structure</i>	33
1.3 Conclusion	35
2 Modélisation Bayésienne de la fiabilité des systèmes	37
2.1 Introduction	37
2.2 Etat de l'art	38
2.3 Estimation bayésienne des paramètres	42
2.3.1 Introduction sur les méthodes d'estimation de paramètres	42
2.3.2 Méthode bayésienne hiérarchique	44
2.3.3 Modèle Hiérarchique de Weibull	48
2.3.3.1 <i>Données et paramètres</i>	49
2.3.3.2 <i>Modèle multiparamètres</i>	50
2.3.3.3 <i>Modèle a priori des paramètres</i>	50
2.3.3.4 <i>Intervalle de crédibilité</i>	55

2.3.3.5	<i>Verification du modèle</i>	59
2.4	Estimation Bayesienne de La fiabilité	62
2.5	Fiabilité des systèmes à plusieurs composants	63
2.5.1	Système série	63
2.5.2	Système avec une structure inconnue	64
2.6	Conclusion	66
Partie II Supervision des systèmes dynamiques hybrides par association des données sur la fiabilité avec le modèle Bond Graph		67
3	Diagnostic par la méthode de Relations de Redondances Analytiques	68
3.1	Introduction	68
3.2	Diagnostic à base de modèle	70
3.2.1	Introduction	70
3.2.2	Méthodes de diagnostic à base de modèle quantitatif	71
3.2.2.1	<i>Approche par espace de parité</i>	72
3.2.2.2	<i>Approche par observateurs</i>	72
3.2.2.3	<i>Approche par estimation paramétrique</i>	73
3.2.2.4	<i>Approches à base de structure</i>	73
3.2.2.5	<i>Génération des RRAs</i>	78
3.3	Analyse des résidus	89
3.3.1	Procédure de décision	93
3.3.1.1	<i>Décision statistique et test</i>	93
3.3.1.2	<i>Mise en œuvre du test</i>	94
3.3.2	Isolation de défaut	96
3.3.2.1	<i>Matrice de signature de défauts</i>	96
3.3.2.2	<i>Résidus structurés</i>	98
3.4	Conclusion	99
4	Prise de décision en diagnostic par incorporation de données de fiabilité	101
4.1	Introduction	101
4.2	Amélioration de la décision en diagnostic à base des RRA	102
4.2.1	Objectif de ce travail	102
4.2.2	Travaux liés au sujet	103

4.2.2.1	<i>Bond graph et détection et isolation de défauts</i>	103
4.2.2.2	<i>Réseaux Bayésiens, Bond Graph et FDI</i>	104
4.2.3	Méthodologie développée	105
4.2.3.1	<i>Introduction de la fiabilité par le raisonnement Bayésien</i>	106
4.2.3.2	<i>La méthode de prise de décision</i>	108
4.3	Exemple d'application	115
4.3.1	Scénario (1)	118
4.3.2	Scénario (2)	119
4.3.3	Scénario (3)	119
4.4	Conclusion	120
5	Reconfiguration basée sur le risque	121
5.1	Introduction	121
5.2	Reconfiguration basée sur la fiabilité et le risque	122
5.2.1	Notion de risque	122
5.2.2	Outils d'analyse de risque	123
5.2.2.1	<i>Méthodes quantitatives</i>	123
5.2.2.2	<i>Méthodes qualitatives</i>	123
5.2.2.3	<i>Methodes hybrides ou combinées</i>	124
5.2.3	Etapes d'analyse de risque	125
5.3	Approches graphiques pour l'analyse de risque et la prise de décision . . .	126
5.3.1	Identification des scénarios critiques	126
5.3.2	Estimation des probabilités	129
5.3.3	Estimation des coûts	129
5.3.3.1	<i>Méthodes d'estimation des coûts</i>	129
5.3.3.2	<i>Utilités et théorie de décision</i>	131
5.3.3.3	<i>Diagrammes d'influence</i>	132
5.3.4	Application dans le contexte de la reconfiguration	133
5.4	Modèle dynamique pour la décision en supervision	134
5.4.1	Architecture générale du superviseur	134
5.4.2	Module dynamique du diagnostic	135
5.4.2.1	<i>Réseaux Bayésiens Dynamiques et le concept de 2-TBN</i>	136
5.4.2.2	<i>Modélisation par IOHMM du module de diagnostic . . .</i>	136
5.4.2.3	<i>Détermination des distributions conditionnelles</i>	138
5.4.2.4	<i>Modèle dynamique pour la décision en diagnostic</i>	140
5.4.3	Module de pronostic	141

5.4.4	Module prise de décision	144
5.5	Conclusion	144
Partie III Application		145
6	Application sur un processus thermo-fluide	146
6.1	Le système à surveiller	146
6.2	Modèle BG du processus	149
6.2.1	Introduction	149
6.2.2	Modèle BG du réservoir	149
6.2.3	Modèle BG de la pompe	151
6.2.4	Modèle BG de la conduite	151
6.2.5	Modèle BG de la chaudière	152
6.2.6	Modèle BG du réchauffeur	153
6.3	Génération des RRAs	153
6.4	Fiabilité des composants de l'application	156
6.4.1	Modèle de fiabilité de la pompe	156
6.4.2	Modèle de fiabilité de la conduite	158
6.4.3	Taux de défaillances des composants de l'application	158
6.5	Diagnostic et décision	160
6.5.1	Prise de décision par le modèle statique	160
6.5.1.1	Scénario (1)	161
6.5.1.2	Scénario (2)	161
6.5.1.3	Scénario (3)	161
6.5.2	Prise de décision par le modèle dynamique	163
6.6	Conclusion	167
Conclusion générale et perspectives		170
Bibliographie		172
Partie IV Annexes		185
Annexes		186

Introduction générale

Cadre de la thèse

Les travaux développés dans ce mémoire ont été effectués en collaboration entre le Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR CNRS 8219-France), au sein de l'équipe Méthodes et Outils pour la Conception Intégrée des Systèmes (MOCIS)¹ dirigée par le Professeur Belkacem OULD BOUAMAMA et l'Unité de recherche Analyse et Commande des Systèmes (UR-ACS-Tunisie) sous la direction du Professeur Mekki KSOURI dans le cadre d'une thèse en cotutelle entre l'Université des Sciences et Technologie de Lille et l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis.

Les directeurs de thèse sont Monsieur Belkacem OULD BOUAMAMA (Professeur à l'Ecole Polytechnique de Lille) et Monsieur Moncef TAGINA (Professeur de l'Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique de Tunis). Le thème développé s'inscrit dans le cadre de la thématique « Outils graphique et algébrique pour la supervision des systèmes » comme indiqué par l'organigramme de l'équipe MOCIS (Fig. 1) . La thématique surveillance par bond graph est d'ailleurs initialement initiée par le Professeur Moncef TAGINA en 1995 puis développée plus tard par le Professeur Belkacem OULD BOUAMAMA par la mise en place de l'opération transversale « Bond Graph et Surveillance » dès 1998.

Problématique et contexte des travaux de thèse

L'objectif général de l'équipe MOCIS consiste à aborder de façon simultanée et cohérente les différents aspects de la conception de systèmes qui sont la modélisation, l'analyse, la commande, et la surveillance. Le thème développé en vigueur est la recherche d'une méthode de supervision des systèmes incertains. L'aspect industriel de l'approche BG touche les applications concernant deux principaux domaines : Transport & Robotique et Energie & Procédés.

Nous continuons aussi sur le projet de master réalisé au LACS qui s'intitule "Systèmes Dynamiques Hybrides : Modélisation et Surveillance par Bond Graph et Réseaux de Petri", encadré par Monsieur Moncef Tagina et Mademoiselle Nadia Zanzouri (Maitre-assistant à l'Ecole préparatoire El Manar, Tunis) concernant le diagnostic par approches graphiques des systèmes dynamiques hybrides. Ces travaux ont abouti à la publication de deux communica-

1. <http://www.mocis-lagis.fr>

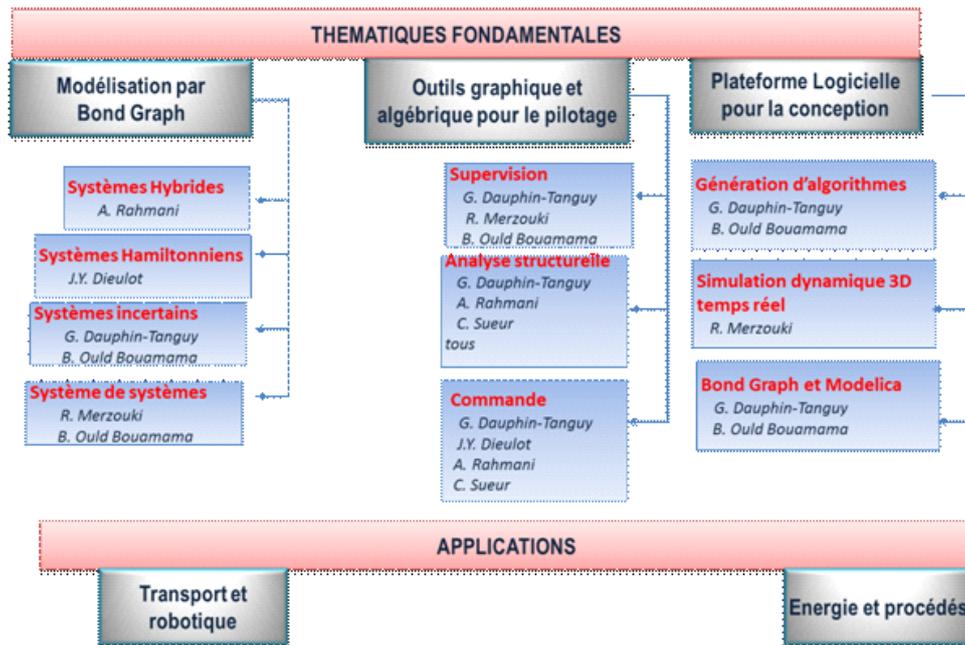


FIG. 1 – Organigramme de l'équipe MOCIS

tions [1, 160] et un article de revue [2].

L'objectif spécifique de ces travaux de recherche est d'intégrer les propriétés et performances utilisées hors ligne par la communauté Sûreté de Fonctionnement (Sdf) (en termes de fiabilité des composants) et celles de la détection et localisation de défauts (Fault Detection and Isolation) par l'outil Bond Graph (BG) développées en ligne dans un système de supervision. Nous continuons à exploiter la richesse d'approches graphiques causales pour pallier aux faiblesses de l'approche de diagnostic à base de redondance analytique en nous basant sur les indicateurs de fautes (Relations de Redondance Analytique (RRAs)) déduits de façon systématique grâce aux propriétés structurelles et causales du modèle BG. Nous optons dans ce cas pour les Réseaux bayésiens. Ce choix sera justifié par la suite. L'intérêt de l'utilisation des bond graphs (depuis une vingtaine d'années) pour la détection des défauts sur la base de modèles déterministes, incertains ou hybrides et par l'informatisation de ces procédures est certain et reconnu [92, 156]. Tous ces travaux concernent principalement la phase de détection et utilisent en phase de décision et d'isolation les résidus structurés et ne tiennent pas compte de l'aspect fiabilité des équipements physiques à surveiller. C'est justement grâce aux propriétés graphiques et fonctionnelles de l'outil BG (chaque élément BG représente un composant physique avec son taux de défaillance) qu'est née l'idée d'utiliser les réseaux bayésiens pour résoudre les problématiques suivantes :

- Dans la phase de conception du module de diagnostic basée sur les résidus structurés,

il est possible d'avoir des signatures identiques de pannes différentes et il serait alors difficile ou coûteux de placer des capteurs supplémentaires pour améliorer les performances d'isolabilité (aptitude à identifier le composant défectueux).

- D'un point de vue pratique, on rencontre aussi le problème de fausse alarme et de non détection dues à des résidus mal conditionnés ou renfermant des paramètres incertains ou bruités.

- Tenir compte dans l'approche de supervision de la dégradation des composants par incorporation de données statistiques sur la fiabilité des composants à surveiller.

Positionnement international et contributions

L'utilisation des bonds graphs pour les problèmes de diagnostic est une approche retenue par un nombre limité d'équipes de recherche. Aujourd'hui seules quelques équipes dans le monde travaillent dans cet esprit depuis quelques années; citons à titre d'exemple Prof. P. Gawthrop à l'Université de Glasgow, Prof. D. A. Linkens à l'Université de Sheffield, Prof. S. Scavarda à l'INSA de Lyon, Prof. C. Delgado à l'Université Simon Bolivar de Caracas (Venezuela). Dans ces travaux, le modèle bond graph est souvent utilisé pour déterminer d'autres formes de représentation des systèmes permettant ainsi l'utilisation des méthodes classiques (schéma bloc, étude de l'observabilité) pour décider ensuite le nombre, la position des capteurs et des actionneurs défaillants. On peut aussi citer les travaux récents sur le diagnostic des systèmes à l'aide des bonds graphs qualitatifs (J. Feenstra de l'Université de Twente Hollande, J. Mosterman de l'Institut de Robotique et de Mécatronique, RFA, ou C. Ghiaus de l'Université du Kansas USA, et T. Kohda de l'Université de Kyoto).

Cependant, le couplage de la méthode BG avec l'approche Réseaux bayésiens (RB) grâce à leur propriété commune graphique pour la surveillance des systèmes dynamiques est traité dans un nombre limité de travaux. Nous citons les travaux les plus marquants qui sont ceux de Roychoudhury et al. [114] qui ont proposé une approche bayésienne pour la surveillance des défaillances de type déviation des paramètres. L'architecture de détection et isolation de défaut (FDI) proposée est basée sur un observateur à base de Réseaux Bayésiens Dynamiques (RBD) qui permet de modéliser le fonctionnement nominal du système, dont la structure est déduite du graphe temporel causal (GTC) déduit à son tour du modèle BG. Dernièrement, Zhang et al. [122] adressent la détection et l'isolation des défauts des systèmes complexes en utilisant une stratégie hiérarchique introduisant différentes approches. Ils proposent l'outil BG comme une première couche physique. Les RBs sont exploités pour décrire la dépendance conditionnelle entre les domaines de défaillances et les signatures des défauts.

Sur la base de la littérature consultée, il n'apparaît pas de travaux qui évoquent une démarche pour la supervision associant un modèle bayésien de la fiabilité avec une approche de FDI basée sur le modèle BG.

Les travaux suivants représentent nos principaux éléments de départ:

- Analyse et conception des systèmes d'ingénierie par bond graph : H. Paynter [84].
- Les Réseaux bayésiens dans les systèmes intelligents : J. Pearl [3].
- Application de la modélisation bond graph à la surveillance des systèmes complexes : M. Tagina [97].
- Supervision des processus par l'approche BG et réalisation d'un outil logiciel pour la conception des systèmes de supervision des processus industriels : B. Ould-bouamama et al. [156], A. K. Samantaray et al. [86].
- Diagnostic robuste des systèmes complexes par une méthode hybride : G. Biswas et al. [115].
- Les réseaux bayésiens dynamiques pour la prise de décision dans les approches de diagnostic à base de modèle : P. Weber et al. [46].
- Modélisation et FDI robuste d'un générateur de vapeur utilisant un modèle BG incertain : M. A. Djeziri et al. [112].

Travaux réalisés et contribution

Dans ces travaux nous avons proposé une nouvelle méthodologie pour la supervision des systèmes dynamiques entre autres les systèmes hybrides. Notre contribution apparait dans la proposition d'une stratégie de supervision basée sur le risque en combinant deux approches graphiques. La première approche qui est les réseaux bayésiens (RB) est une approche probabiliste qui peut incorporer des données statistiques. Ces données concernent la fiabilité des composants du processus à superviser.

En effet, ces dernières années les RBs et graphes de décision ont attiré beaucoup l'attention comme approche pour l'intelligence artificielle et l'analyse de décision, non seulement dans le contexte académique mais également dans l'industrie. Récemment, en raison de sa puissance à traiter les données statistiques de fiabilité, cette méthode a stimulé l'intérêt de la communauté des chercheurs dans le domaine de la fiabilité. Avec leur nature probabiliste, ils peuvent être mathématiquement liés aux modèles de système techniques (par exemple, arbres d'événements et arbres de défaillances).

Nous avons montré l'efficacité de cette approche dans la représentation des différentes structures de fiabilité des systèmes industriels tout en donnant la possibilité de déduire un modèle même en présence de données censurées. Nous avons choisi de développer des modèles suivant la densité de probabilité de type Weibull comme une généralisation de la loi exponentielle mais nous avons montré aussi que l'approche reste valable pour tout modèle fiabiliste multiparamètre de type bayésien hiérarchique. Nous avons développé dans ce contexte toutes les étapes nécessaires pour estimer à partir de données statistiques la fiabilité du composant étudié en passant par les méthodes de vérification des modèles statistiques.

Comme deuxième approche, nous avons exploité la richesse de la représentation par bond graph des systèmes physiques dans le contexte de diagnostic à base de modèle.

Nous avons évoqué l'ensemble de méthodes qui permettent de déduire des RRAs et justifié le choix de l'approche BG pour la génération des résidus et la supervision. L'aspect fonctionnel et architectural de cette approche est exploité pour le couplage de ces résidus avec le modèle de fiabilité déjà évoqué. Le modèle résultant de diagnostic est de type RB hybride. Il est capable de prendre une décision face aux incertitudes du modèle bond graph et tient compte des probabilités de fausses alarmes et de non détection dont nous estimons par une approche hiérarchique bayésienne.

Le modèle réseaux bayésien hybride résultant des deux approches est développé par la suite pour instaurer un modèle dynamique pour la surveillance. Nous avons opté pour une stratégie de supervision basée sur le risque. Cette méthodologie est constituée de deux modules : un pour le diagnostic et l'autre pour le pronostic. Il est possible avec cette stratégie de tenir compte des coûts des interventions. La simulation de la surveillance dynamique d'un processus fluide a montré un intérêt majeur pour minimiser les fausses décisions mais nous notons dans ce cas pour les processus de grande taille l'encombrement du modèle envisagé pour le diagnostic.

Il faut aussi noter que l'approche proposée nécessite une connaissance a priori sur les probabilités de fausses alarmes et de non détection ainsi qu'une étude complète sur les coûts des interventions et c'est probablement la tâche la plus pénible dans cette approche.

Finalement, une application sur un générateur de vapeur qui représente à échelle réduite une centrale thermique est réalisée. Nous avons déduit le modèle BG non linéaire (en raison d'un couplage fort entre les phénomènes fluidiques et thermiques) du procédé thermo-fluide et simulé le modèle de diagnostic avec des scénarii réels. Pour des observations différentes sur le système, nous avons vérifié l'efficacité de la surveillance dynamique et l'analyse de la décision pour l'approche proposée.

Organisation du rapport

Le rapport est organisé en trois parties. La **première partie** fait l'objet de l'approche Bayésienne pour la modélisation de la fiabilité, elle est divisée en deux chapitres.

Le **chapitre 1** est consacré à l'introduction de la notion de modélisation bayésienne des systèmes incertains permettant d'incorporer des données statistiques. Nous optons dans ce cas pour une approche graphique réseaux bayésiens. Nous dévoilons dans ce chapitre les notions d'inférence et d'apprentissage des RBs. Les points forts et les faiblesses de cette approche seront discutés.

Au **chapitre 2**, nous introduisons un état de l'art sur l'application des RBs en fiabilité. Les différents modèles de fiabilité ont été appliqués à l'approche bayésienne. Nous retenons dans ce contexte la méthode bayésienne hiérarchique qui se prête bien dans le cas d'estimation pour des modèles graphiques multiparamètres.

Nous développons les aspects estimation bayésienne des paramètres de fiabilité et nous les appliquons au modèle de Weibull. Les méthodes de vérification statistiques des modèles

estimés sont introduites. En **Annexe A**, les notions de base sur la fiabilité seront rappelées et d'autres structures de modèle RB de fiabilité seront présentées. L'**Annexe B** sera consacré à un rappel sur les tests statistiques.

La **deuxième partie** est consacrée à la Supervision des systèmes dynamiques hybrides par association des données sur la fiabilité avec le modèle Bond Graph. Elle se subdivise en trois chapitres.

Le **chapitre 3** introduit la notion de diagnostic à base de modèle. Nous développons les méthodes à base de structure à savoir les digraphes, les graphes bipartis et les bond graphs. Par la suite nous justifions le choix de l'approche surveillance à base de modèle bond graph. Cependant, la méthode de relations de redondances analytiques (RRA) est introduite ainsi que les étapes permettant la prise de décision par la méthode classique. Nous développons les aspects prise de décision et isolation de défaut en évoquant les méthodes pour l'évaluation des résidus.

Au **chapitre 4**, un état de l'art est présenté dans le contexte de l'objectif visé par ces travaux. Par la suite, nous présentons notre approche pour le diagnostic par couplage des résidus déduits à partir du modèle BG aux données statistiques sur la fiabilité des composants à travers un modèle hiérarchique de celle-ci. Nous essayons dans ce chapitre de montrer l'apport de cette solution par comparaison à la méthode classique à travers un exemple de simulation. L'avantage est prouvé pour des scénarii d'observations supposés sur un système de deux réservoirs.

Le **chapitre 5** introduit la notion de supervision. Nous optons dans ce cas à une stratégie de supervision basée sur le risque. Pour cela, nous introduisons les outils d'analyse de risque ainsi que les étapes nécessaires pour la mise en place de cette analyse. Une application dans le contexte de supervision des systèmes dynamiques est proposée sous forme d'une architecture incorporant deux modules : un module de diagnostic et un autre pour le pronostic. Nous présentons dans ce chapitre les grandes lignes d'une telle architecture en tenant compte de l'aspect dynamique pour la prise de décision.

La **troisième partie** est consacrée à l'implémentation sur un système réel.

Au **chapitre 6**, une application de la méthodologie proposée est réalisée sur une installation pilote d'un générateur de vapeur. Tout d'abord le modèle BG couplé est déterminé montrant les interactions thermofluidiques au sein du processus. Ensuite la déduction des RRAs ainsi que la matrice de signature des défauts. Une application de l'approche proposée est réalisée après la détermination des paramètres de fiabilité des composants.

Finalement, la conclusion générale et les perspectives sont présentées.

Publications :

1. A. Zaidi, M. Tagina, B. Ould Bouamama, Reliability Data for improvement of Decision-Making in Analytical Redundancy Relations Bond Graph based Diagnosis. IEEE/ASME

International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Montréal, Canada, Juillet 6-9, 2010.**(publié)**

2. A. Zaidi, B. Ould Bouamama, M. Tagina, Bayesian reliability models of Weibull systems: State of the art. International Journal of Applied Mathematics and computer Science (AMCS), 2012.**(accepté)**

3. A. Zaidi, B. Ould-Bouamama, M. Tagina, Bond Graph and Bayesian Networks for Reliable Diagnosis, International Journal of SIMULATION: Systems, Science & Technology (IJSSST V12), 2012.**(accepté)**

Première partie

**Approche Bayésienne pour la
modélisation de la fiabilité**

Chapitre 1

Modélisation des systèmes incertains par approche graphique

1.1 Introduction

La modélisation et la surveillance des systèmes dynamiques est simplifiée en utilisant un modèle graphique exact tel que la représentation par bond graph (BG) pour les systèmes continus, les réseaux de Petri pour les systèmes à événements discrets et les réseaux de Petri Hybrides ou bien le modèle combiné Bond Graph-Réseaux de Petri (BG-RdP) [1, 2] pour les systèmes hybrides. Toutefois ces modèles ne permettent pas l'intégration de l'expertise humaine sur le système physique ainsi que la modélisation de plusieurs pannes agissant ensemble rendant le système totalement stochastique. Cette expertise permet de favoriser certaines pannes sur d'autres ainsi que de donner la possibilité de la panne en fonction de la statistique relevée depuis un certain temps ou même donnée par le producteur de la machine lui même. L'interaction entre les différentes défaillances peut parfois être très difficile à décrire avec les équations mathématiques, or l'expert peut avoir une idée de l'influence sur le fonctionnement global du système.

Nous voyons le besoin d'avoir un modèle graphique reliant ces connaissances d'une façon quantitative permettant ainsi d'intégrer toute forme d'expertise, de probabilité ou de statistique. Nous nous n'éloignons pas du modèle BG du système car c'est un modèle qui nous permet d'exploiter toutes les dépendances physiques au niveau du système et qui sont justifiées mathématiquement. Ils existe plusieurs méthodes pour représenter graphiquement un modèle physique incertain ainsi que la sûreté de son fonctionnement, nous citons: les réseaux de Petri stochastiques, les modèles de Markov cachés, les réseaux Bayésiens.

Nous avons opté pour les Réseaux Bayésiens (RB) pour les raisons suivantes:

- le modèle est graphique, il permet une description qualitative des dépendances entre ces variables (graphe causal).

- le traitement des données est sous forme quantitative (probabilités).
- le modèle permet d'intégrer d'une façon cohérente la théorie des graphes et la théorie des probabilités.
- exploitation de la notion de probabilité conditionnelle .
- il permet de représenter les incertitudes dans le raisonnement en intelligence artificielle.
- il y a une possibilité de l'apprentissage en présence de données complètes ou incomplètes.
- il est possible de représenter les états continus (linéaires et non-linéaires), discrets et hybrides.

Dans ce contexte nous dévoilons par la suite l'approche réseaux bayésiens à savoir ses points forts et ses limitations.

1.2 Réseaux Bayésiens

1.2.1 Représentation graphique de la causalité

La représentation la plus intuitive de l'influence d'un événement, d'un fait, ou d'une variable sur une autre, est probablement de relier la cause à l'effet par une flèche orientée. La Fig.1.1 montre un exemple de graphe acyclique dirigé.

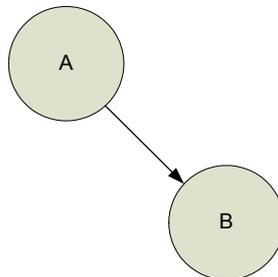


FIG. 1.1 – *Graphe Acyclique Dirigé*

Supposons que A et B soient des événements appelés nœuds, qui peuvent être observés ou non, vrais ou faux. Du point de vue du sens commun, le graphe acyclique dirigé (GAD) de la figure 1.1 peut se lire comme ceci: "*La connaissance que j'ai de A détermine la connaissance que j'ai de B*". Cette représentation généralement fonctionne dans les deux sens : toute information sur A peut modifier la connaissance que j'ai de B, et réciproquement, toute information sur B peut modifier la connaissance que j'ai de A.

Cette représentation est inspirée des systèmes experts sauf que chaque nœud (A ou B) est associé à une distribution de probabilité conditionnelle (DPC).

Les réseaux bayésiens, qui doivent leur nom aux travaux de Thomas Bayes au XVIIIe siècle sur la théorie des probabilités, sont les résultats de recherches effectuées dans les années 80,

dûes à J. Pearl et une équipe de recherche danoise à l'université de Aalborg [3]. Ces travaux avaient l'objectif d'introduire la notion d'incertitude dans les systèmes experts.

Définition 1 (*Réseau bayésien*)

Un réseau bayésien est défini par:

- un graphe acyclique dirigé (GAD) $\mathcal{G} = \mathcal{G}(N, \mathcal{A})$ où N est l'ensemble des nœuds de \mathcal{G} et \mathcal{A} l'ensemble des arcs.
- un ensemble de variables aléatoires $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ associées aux nœuds du graphe \mathcal{G} .
- un ensemble de distribution de probabilité conditionnelle (DPC) pour chaque nœud:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | Par(X_i)) \quad (1.1)$$

où $Par(X_i)$ est l'ensemble des causes (parents) de X_i dans le graphe \mathcal{G} .

Propriété 1 Un réseau bayésien est donc un graphe causal auquel on a associé une représentation probabiliste sous-jacente. Cette représentation permet de rendre quantitatifs les raisonnements sur les causalités que l'on peut faire à l'intérieur du graphe.

Exemple 1

Pour comprendre les notions associées aux réseaux bayésiens, nous allons introduire un exemple d'application dans le domaine de la surveillance des systèmes industriels.

Soit le montage électrique de la figure 1.2. Un moteur asynchrone est protégé contre les court-circuits et les surcharges. Normalement, le dépassement de certaine intensité de surcharge pendant un certain temps permet la dilatation d'un bilame au niveau du relais thermique de protection et permet ainsi le déclenchement des contacts auxiliaires de celui-ci provoquant une alarme visuelle (L). La liaison pointillée indique une liaison mécanique.

Nous associons à chaque nœud un événement qui peut être observable ou non-observable:

- S_1 : La cause de l'arrêt anormal du moteur est un court-circuit au niveau du bobinage du moteur.
- S_2 : La cause de l'arrêt anormal du moteur est une surcharge.
- S_3 : Le moteur est en état d'arrêt anormal.
- S_4 : Le contact du relais est activé.
- S_5 : l'alarme visuelle de défaut est déclenchée.

La figure 1.3 représente le réseau bayésien correspondant au système à étudier. S_1 et S_2 sont des racines auxquelles on associe des probabilités marginales $P(S_1)$ et $P(S_2)$. L'événement S_3 est associé à une probabilité conditionnelle ainsi que S_4 et la feuille S_5 . Les probabilités

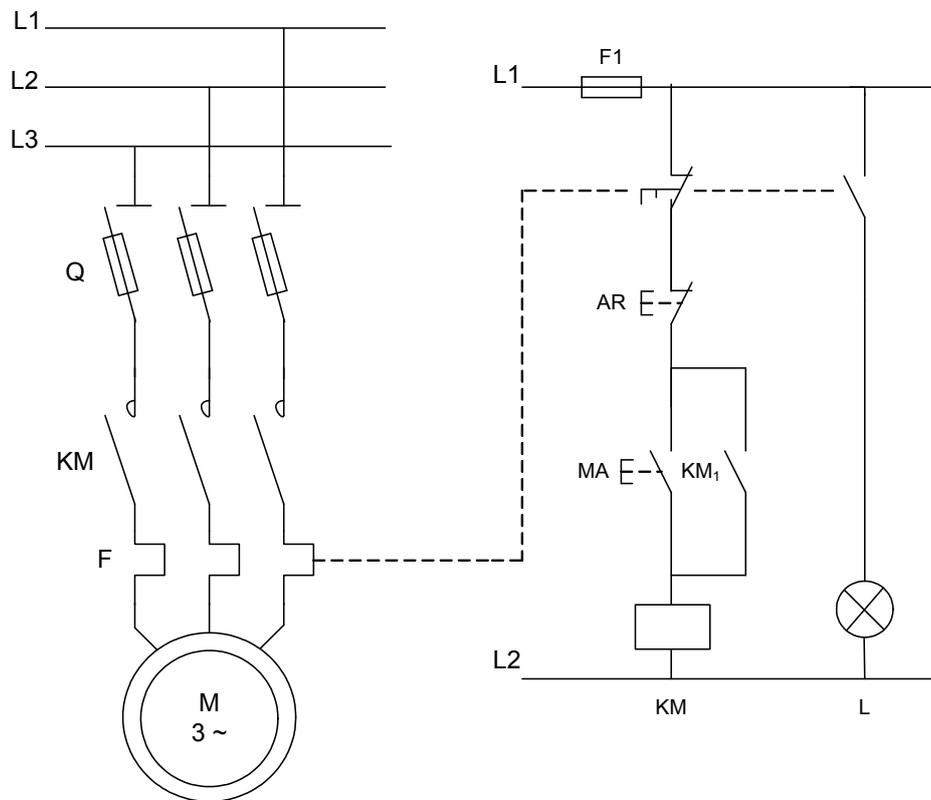


FIG. 1.2 – Montage électrique de l'exemple

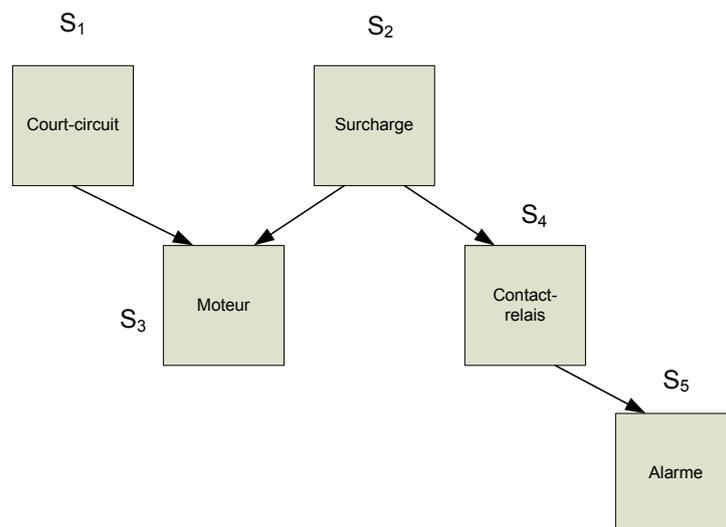


FIG. 1.3 – Réseau bayésien de l'exemple

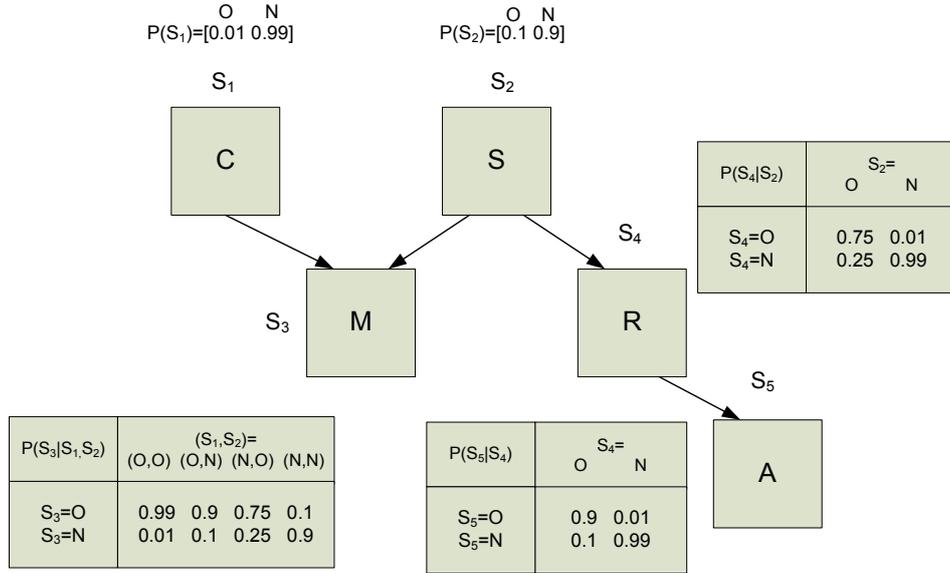


FIG. 1.4 – Probabilités associées aux nœuds du RB de l'exemple

associées à chaque nœud sont données à la figure 1.4. Ces valeurs peuvent provenir d'un retour d'expérience dans le domaine du génie électrique. Les paramètres donnés sont à titre d'exemple. Nous discutons au paragraphe (1.2.3.1) le choix de ces probabilités et leur mise à jour. La lettre 'O' indique que la variable est vraie, alors que 'N' indique qu'elle est fausse.

Nous pouvons remarquer que l'exemple fait apparaître deux types de connexion:

- Connexion série: telle que $\{S_2, S_4, S_5\}$, qui montre une dépendance entre S_2 et S_5 . Ces deux événements sont indépendants conditionnellement à S_4 . Si $P(S_4)$ est connue, $P(S_2)$ n'intervient pas dans le calcul de $P(S_5)$: $P(S_5|S_4, S_2) = P(S_5|S_4)$.
- Connexion divergente: comme la connexion $\{S_1, S_3, S_2\}$ qui est une V-structure. S_1 et S_2 sont indépendants.

Ce RB est par conséquent une représentation compacte de la loi jointe $P(S)$ qui est calculée selon le théorème de Bayes [4]:

$$P(S_1, S_2, S_3, S_4, S_5) = P(S_1)P(S_2)P(S_3|S_1, S_2)P(S_4|S_2)P(S_5|S_4) \quad (1.2)$$

Principe de la d-séparation C'est une propriété qui permet la simplification du calcul de la loi jointe. Il s'agit de déterminer si deux variables quelconques sont indépendantes à un ensemble de variables instanciées.

Deux variables A et B sont d-séparées si pour tous les chemins entre A et B , il existe une variable intermédiaire V différente de A et B telle que:

- la connexion est série ou divergente et V est instanciée.
- la connexion est convergente et ni V ni ses descendants ne sont instanciés.

Si A et B ne sont pas d-séparés, ils sont d-connectés.

Dans le cas de l'exemple du RB de la figure 1.3, on note $V = S_3$ sur le chemin entre S_1 et S_4 . La connexion est convergente en V qui n'est pas instanciée d'où une d-séparation entre S_1 et S_4 . Toutefois, il faut noter que si S_3 était mesurée, S_1 et S_4 seraient d-connectés.

1.2.2 Inférence

L'utilisation essentielle des réseaux bayésiens est de calculer des probabilités conditionnelles d'événements reliés les uns aux autres par des relations de cause à effet. Cette utilisation s'appelle inférence. Une des difficultés principales dans l'étude sur un RB est l'opération de transposition du graphe causal à une représentation probabiliste. Même si les seules tables de probabilités nécessaires pour définir entièrement la distribution de probabilité sont celles d'un nœud conditionné par rapport à ces parents, il reste que la définition de ces tables n'est pas toujours facile pour un expert. La structure du réseau est aussi une problématique à tenir en compte dans la phase de l'inférence. Généralement, on parle de deux méthodes d'inférence. La première est exacte, elle se subdivise en plusieurs méthodes, nous retenons les plus importantes : variable élimination et arbre à jonction. La deuxième est approximative, appelée aussi stochastique, se subdivise aussi en plusieurs méthodes nous retenons la méthode de pondération de la probabilité (Likelihood Weighting) et l'échantillonnage de Gibbs de la famille des méthodes Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

1.2.2.1 Inférence exacte

Soit une distribution P de probabilité. L'inférence consiste à calculer une probabilité a posteriori de type $P(X = x|E = e)$ d'un ensemble de variables aléatoires X après avoir des observations $E = e$. E ici est un ensemble de variables observables et e est la variable observée. En théorie, $P(X|E)$ est obtenue à partir de la probabilité marginale $P(X,E)$ qui est calculée en utilisant la règle de Bayes:

$$P(X|E) = \frac{P(X,E)}{P(E)} = \frac{\sum_{e_X \cup E} P(E = e, X, E)}{\sum_{e_X} P(E = e, E)} \quad (1.3)$$

Étant donné que tout réseau bayésien définit aussi une probabilité jointe sur un ensemble de variables aléatoires, il est clair que $P(X|E)$ peut être calculée à partir d'un GAD.

Le problème de l'inférence se réduit donc à un problème de marginalisation d'une distribution de probabilité jointe. Cependant, le problème ne réside pas tant au niveau du calcul, mais plutôt de son efficacité. En effet, si les variables du GAD sont binaires, le calcul prendra un temps $O(2^N)$ avec N le nombre des nœuds.

Variable élimination L'algorithme est basé sur l'inférence probabiliste symbolique (SPI) [5]. Cet algorithme est appelé variable élimination (VE) parce qu'il additionne les variables d'une liste de facteurs un par un, il doit avoir comme entrée l'ordre des éliminations des variables en dehors de $X \cup E$.

Pour le calcul des probabilités marginales, nous pouvons sommer tous les termes calculés à partir de l'équation (1.2). Si on veut, par exemple, calculer la probabilité marginale de l'arrêt anormal du moteur de l'exemple nous devons utiliser l'équation suivante:

$$P(S_3) = \sum_{S_1, S_2, S_4, S_5} P(S_1, S_2, S_3, S_4, S_5) \quad (1.4)$$

$$= \sum_{S_1, S_2, S_4, S_5} P(S_1)P(S_2)P(S_3|S_1, S_2)P(S_4|S_2)P(S_5|S_4). \quad (1.5)$$

Notons que l'expression contient deux types de termes: constantes et fonctions. Par exemple, le terme $P(S_5|S_4)$ est une constante alors que le terme $P(S_3|S_1, S_2)$ est une fonction de la variable S_3 . Les fonctions sont appelées aussi facteurs qui peuvent être représentés sous forme de tables, où chaque colonne correspond à une instantiation de la fonction. La fonction $P(S_3|S_1, S_2)$ est représentée par un facteur f_{S_3} dont les termes sont placés dans un tableau:

S_3	S_1	S_2	$f(S_3) = P(S_3 S_1, S_2)$
O	O	O	0.99
O	O	N	0.9
O	N	O	0.75
O	N	N	0.1
N	O	O	0.01
N	O	N	0.1
N	N	O	0.25
N	N	N	0.9

Pour le calcul final de la probabilité marginale $P(S_3)$, les variables doivent être éliminées un à un selon l'équation:

$$P(S_3) = \sum_{S_1} P(S_1) \sum_{S_2} P(S_2) P(S_3|S_1, S_2) \sum_{S_4} P(S_4|S_2) \sum_{S_5} P(S_5|S_4). \quad (1.6)$$

Le premier facteur est : $f_1(S_4) = \sum_{S_5} P(S_5|S_4) = 1$. On définit par la suite $f_2(S_4, S_2) = P(S_4|S_2)f_1(S_4) = P(S_4|S_2)$. Le facteur $f_3(S_2) = \sum_{S_4} P(S_4|S_2)$ est aussi égal à l'identité.

Soit :

$$f_4(S_3, S_2, S_1) = P(S_2)P(S_3|S_1, S_2)f_3(S_2) = P(S_2)P(S_3|S_1, S_2). \quad (1.7)$$

Le facteur $f_4(S_3, S_2, S_1)$ est déterminé selon la table suivante:

S_3	S_1	S_2	$P(S_3 S_1, S_2)$	$P(S_2)$	$f_4(S_3, S_2, S_1)$
O	O	O	0.99	0.1	0.099
O	O	N	0.9	0.9	0.81
O	N	O	0.75	0.1	0.075
O	N	N	0.1	0.9	0.09
N	O	O	0.01	0.1	0.001
N	O	N	0.1	0.9	0.09
N	N	O	0.25	0.1	0.025
N	N	N	0.9	0.9	0.81

Par la suite, le facteur $f_5(S_3, S_1)$ sera défini par :

$$f_5(S_3, S_1) = \sum_{S_2} f_4(S_3, S_2, S_1) = \sum_{S_2} P(S_2)P(S_3|S_1, S_2) \quad (1.8)$$

et il est calculée selon la table suivante:

S_3	S_1	$f_5(S_3, S_1)$
O	O	0.909
O	N	0.165
N	O	0.091
N	N	0.835

Soit $f_6(S_3, S_1) = P(S_1)f_5(S_3, S_1)$, ce facteur est calculé selon la table suivante:

S_3	S_1	$f_5(S_3, S_1)$	$P(S_1)$	$f_6(S_3, S_1)$
O	O	0.909	0.01	0.00909
O	N	0.165	0.99	0.16335
N	O	0.091	0.01	0.00091
N	N	0.835	0.99	0.82665

Finalement, la probabilité marginale $P(S_3)$ est calculée comme suit:

$$P(S_3) = f_7(S_3) = \sum_{S_1} f_6(S_3, S_1), \quad (1.9)$$

elle vaut:

S_3	$P(S_3)$
O	0.17244
N	0.82756

Introduction d'une évidence:

Supposons que nous avons l'observation suivante: Il n'y a pas une alarme visuelle, c'est à dire $S_5 = N$. Le calcul de la probabilité conditionnelle $P(S_3|S_5 = N)$ sera repris du début.

Le facteur $f_1(S_4) = \sum_{S_5} P(S_5 = N|S_4)$ est le suivant:

S_4	$f_1(S_4)$
O	0.1
N	0.99

Le facteur $f_2(S_4, S_2) = P(S_4|S_2)f_1(S_4)$ est déterminé selon la table suivante:

S_4	S_2	$P(S_4 S_2)$	$f_1(S_4)$	$f_2(S_4, S_2)$
O	O	0.75	0.1	0.075
O	N	0.01	0.1	0.001
N	O	0.25	0.99	0.2475
N	N	0.99	0.99	0.9801

Par la suite, le facteur $f_3(S_2) = \sum_{S_4} f_2(S_4, S_2)$ est défini par :

S_2	$f_3(S_2)$
O	0.3225
N	0.9811

d'où le facteur $f_4(S_3, S_2, S_1) = P(S_2)P(S_3|S_1, S_2)f_3(S_2)$ qui est déterminé comme suit:

S_3	S_1	S_2	$P(S_3 S_1, S_2)$	$P(S_2)$	$f_3(S_2)$	$f_4(S_3, S_2, S_1)$
O	O	O	0.99	0.1	0.3225	0.03192
O	O	N	0.9	0.9	0.9811	0.79469
O	N	O	0.75	0.1	0.3225	0.02418
O	N	N	0.1	0.9	0.9811	0.08830
N	O	O	0.01	0.1	0.3225	0.00032
N	O	N	0.1	0.9	0.9811	0.08830
N	N	O	0.25	0.1	0.3225	0.00806
N	N	N	0.9	0.9	0.9811	0.79469

Le facteur $f_5(S_3, S_1) = \sum_{S_2} f_4(S_3, S_2, S_1)$ est représenté par :

S_3	S_1	$f_5(S_3, S_1)$
O	O	0.82661
O	N	0.11248
N	O	0.08862
N	N	0.80275

Soit $f_6(S_3, S_1) = P(S_1)f_5(S_3, S_1)$, ce facteur est calculé selon la table suivante:

S_3	S_1	$f_5(S_3, S_1)$	$P(S_1)$	$f_6(S_3, S_1)$
O	O	0.82661	0.01	0.008266
O	N	0.11248	0.99	0.111355
N	O	0.08862	0.01	0.000886
N	N	0.80275	0.99	0.794722

Finalement, $P(S_3|S_5 = N)$ est calculée comme suit:

$$P(S_3|S_5 = N) = f_7(S_3) = \sum_{S_1} f_6(S_3, S_1), \quad (1.10)$$

elle vaut:

S_3	$P(S_3 S_5 = N)$
O	0.119401
N	0.795608

Après normalisation, nous trouvons:

S_3	$P(S_3 S_5 = N)$
O	0.1304916
N	0.8695083

Nous pouvons remarquer qu'il y a peu de corrélation entre la variable S_3 et S_5 car la valeur de $P(S_3|S_5 = N)$ est proche de la probabilité marginale $P(S_3)$.

Arbre à jonction On l'appelle aussi algorithme JLO, du nom de ses auteurs: F.V. Jensen, S.L. Lauritzen et K.G. Olesen [6]. Il s'applique à des réseaux ne comprenant que des variables à valeurs discrètes. Des extensions pour des distributions gaussiennes et des mélanges de gaussiennes ont été proposées dans [7]. Un algorithme similaire a été développé par Dawid [8] qui permet de résoudre le problème de l'identification du maximum a posteriori (MAP) avec une complexité en temps équivalente à celle de l'algorithme JLO. Tous les algorithmes d'inférence exacte (VE, message passing, etc...) sur les réseaux bayésiens sont équivalents ou peuvent être dérivés de l'algorithme JLO. L'algorithme se comporte de la façon suivante :

a- la phase de construction: elle nécessite un ensemble de sous-étapes permettant de transformer le graphe initial en un arbre à jonction, dont les nœuds sont des regroupements

de nœuds du graphe initial. Cette transformation est nécessaire, d'une part pour éliminer les boucles du graphe, et d'autre part, pour obtenir un graphe plus efficace quant au temps de calcul nécessaire à l'inférence, mais qui reste équivalent au niveau de la distribution de probabilité représentée. Cette transformation se fait en trois étapes :

- la moralisation du graphe,
 - la triangulation du graphe et l'extraction des cliques qui formeront les nœuds du futur arbre,
 - la création d'un arbre couvrant minimal, appelé arbre à jonction;
- b- la phase de propagation : il s'agit de la phase de calcul probabiliste, où les nouvelles informations concernant une ou plusieurs variables sont propagées à l'ensemble du réseau, de manière à mettre à jour l'ensemble des distributions de probabilités du réseau.

Définition 2 (*Arbre à jonction*)

Un arbre à jonction à travers un réseau bayésien RB avec des variables aléatoires X est un graphe acyclique non dirigé $\mathcal{T} = (V, E)$ avec V l'ensemble des nœuds et E l'ensemble des arcs. Chaque nœud $C_i \in V$ dans le graphe est appelé clique, il est associé à des variables $X_i \subseteq X$. On nomme $S_{ij} = C_i \cap C_j$ le séparateur des cliques C_i et C_j . Chaque clique C_i est associée à un facteur $\Phi(C_i)$ appelé potentiel de clique et chaque séparateur S_{ij} est associé à un facteur $\Phi(S_{ij})$ appelé potentiel de séparateur.

Définition 3 (*Moralisation*)

La moralisation d'un GAD $G = (V, E)$ est obtenu en désorientant les arcs de ce graphe et en mariant les parents d'un même nœud. Un graphe moral noté $G^m = (V, E^m)$ a la propriété de créer une clique pour chaque nœud et ses parents.

Définition 4 (*Triangulation*)

Un graphe non dirigé est triangulé si et seulement si tout cycle de longueur supérieure à 3 possède une corde (c'est à dire une arête reliant deux nœuds non adjacents dans le cycle). Le graphe de jonction minimal d'un graphe triangulé G^t est un arbre à jonction.

Propagation dans l'arbre à jonction La propagation dans l'arbre à jonction repose sur la notion de potentiels et sur la factorisation en potentiels de cliques et séparateurs:

$$P(V) = \frac{\prod_{C \in \mathcal{C}} \Phi_C(V)}{\prod_{S \in \mathcal{S}} \Phi_S(V)} \quad (1.11)$$

où \mathcal{C} est l'ensemble des cliques du graphe et \mathcal{S} l'ensemble des séparateurs de l'arbre à jonction. La propagation suit le principe décrit dans [9].

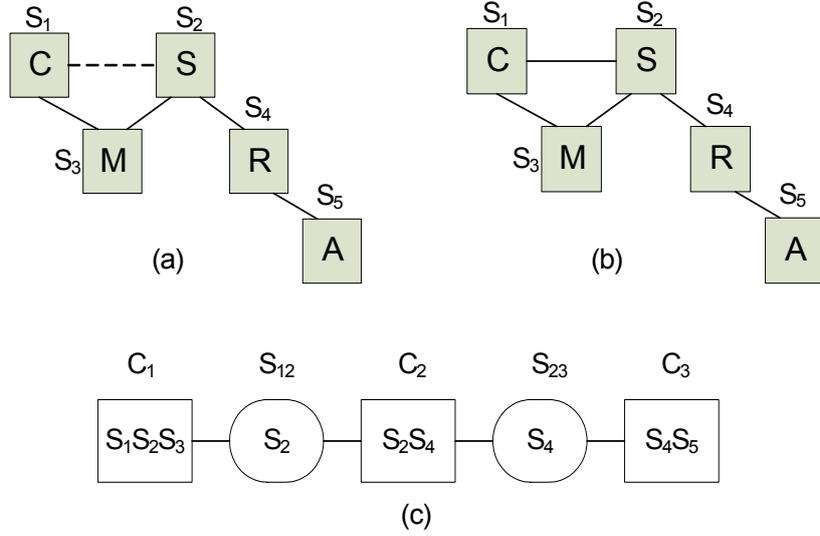


FIG. 1.5 – Graphe moralisé (a) graphe triangulé (b) arbre à jonction (c)

Application 1 La figure 1.5 représente les étapes moralisation, triangulation et création de l'arbre à jonction de l'exemple. L'application de la propagation montre que $P(S_3 = O) = 0.1859$, $P(S_3 = N) = 0.8141$. Notons que $P(S_3) = P(S_3|S_5 = N)$, ce qui vérifie la faible corrélation entre les variables S_3 et S_5 .

1.2.2.2 Inférence approximative

Généralement, le problème de l'inférence exacte dans les réseaux bayésiens est NP-difficile [10]. En effet, si les facteurs qui interviennent dans l'algorithme de variable élimination ou celui de l'arbre à jonction sont très larges à manipuler efficacement, nous devons chercher une méthode approximative qui permet d'avoir un résultat approximatif mais très proche de celui traité par une inférence exacte. Nous nous concentrons dans ce paragraphe sur les méthodes d'échantillonnage.

L'idée consiste à travailler sur des échantillons pris aléatoirement des variables aléatoires et estimer les propriétés de la distribution jointe à partir de ces échantillons.

Supposons que nous disposons d'une distribution jointe $P(X)$ et on veut évaluer l'espérance d'une fonction f sous cette distribution.

Le problème revient à estimer $E[f(X)]$ avec les conditions suivantes:

– On suppose la variable aléatoire $Y = f(X)$ telle que $E[Y] = E[f]$, avec

$$\text{Var}(Y) = \sigma_y^2 < \infty.$$

– On dispose d'une séquence d'échantillons i.i.d. (indépendants identiquement distribués): $x[1], x[2], \dots, x[N]$ pris de la distribution $P(X)$ et que $y[i] = f(x[i])$.

Nous pouvons déduire en appliquant le théorème de la limite centrale pour un large N que :

$$E[f(X)] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y[i] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x[i]). \quad (1.12)$$

Échantillonnage de l'importance (Importance sampling) Dans la pratique, nous disposons toujours d'au moins une observation de l'une des variables du système. Toutefois, nous pouvons avoir un événement rare et par conséquent il serait difficile d'échantillonner à partir de la distribution $P(X)$. Par contre, on peut construire à partir d'un ensemble d'observations une distribution $Q(X)$ à partir de laquelle on peut échantillonner plus facilement. Si on a $Q(X) > 0$, si $P(X) > 0$, on aura :

$$E_P[f(X)] = \sum_x f(x)P(x) = \sum_x f(x) \frac{P(x)}{Q(x)} Q(x) = E_Q \left[f(X) \frac{P(X)}{Q(X)} \right]. \quad (1.13)$$

En supposant que $x[1], x[2], \dots, x[N]$ sont N échantillons i.i.d. à partir de la distribution Q . On définit la pondération $w[i] = \frac{P(x[i])}{Q(x[i])}$ et on aura :

$$E_P[f(X)] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x[i]) \frac{P(x[i])}{Q(x[i])} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x[i]) w[i]. \quad (1.14)$$

Dans le cas où on ne peut calculer que $P'(X)$ telle que $P'(X) = \alpha P(X)$ avec α une constante inconnue, on ne peut pas utiliser l'équation (1.14). On définit alors la pondération $w'(x) = \frac{P'(x)}{Q(x)}$.

On aura une estimation non biaisée de $w'(x)$:

$$E_Q[w] = \sum_x w'(x) Q(x) = \sum_x \frac{P'(x)}{Q(x)} Q(x) = \sum_x P'(x) = \alpha. \quad (1.15)$$

En réécrivant l'équation (1.13), on obtient :

$$E_P[f(X)] = \sum_x f(x) \frac{P(x)}{Q(x)} Q(x) = \sum_x \frac{f(x) \frac{P'(x)}{Q(x)} Q(x)}{\alpha} = \frac{E_Q[w' f(x)]}{E_Q[w']}. \quad (1.16)$$

En supposant avoir $x[1], x[2], \dots, x[N]$ N échantillons i.i.d. à partir de la distribution Q , l'estimateur de $E_P[f(X)]$ sera :

$$E_P[f(X)] \approx \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x[i]) w'[i]}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w'[i]} = \frac{\sum_{i=1}^N f(x[i]) w'[i]}{\sum_{i=1}^N w'[i]}. \quad (1.17)$$

Pondération de la probabilité (Likelihood Weighting) La méthode de pondération de la probabilité LW est la méthode la plus populaire pour l'application de l'échantillonnage de l'importance. Supposons qu'on dispose d'un RB avec des variables $x \in X$ et des observations $e \in E$ telles que $E \subseteq X$. On veut générer des échantillons à partir de la distribution postérieure:

$$P(x|e) = \frac{P(x,e)}{P(e)}. \quad (1.18)$$

Généralement, il est difficile de calculer cette probabilité conditionnelle car on ne connaît pas le facteur de normalisation $P(e)$. Par contre on peut évaluer $P'(x) = P(x,e)$: elle est nulle si x et e sont contradictoires sinon elle est calculable directement en utilisant la règle de chaîne (1.1) sur le RB et par conséquent on a une fonction P' image de P avec une constante de proportionnalité. Nous pouvons appliquer dans ce cas l'estimateur de l'équation (1.17). Il reste à déterminer la distribution d'échantillonnage Q . Nous pouvons construire à partir de RB un RB' en déconnectant tous les nœuds d'observation de leurs parents, et mettre leurs DPC selon les observations [11]. Par exemple, si le nœud X est observé avec la valeur "Vrai" alors X n'aura pas de parents et sa DPC serait $P(X = V) = 1$. RB' représente la distribution d'échantillonnage Q . Si on échantillonne à partir de RB' les nœuds d'observation doivent influencer la distribution de leurs descendants dans le réseau d'origine par contre les distributions des ancêtres des variables d'observation ne sont pas influées. En effet, RB' ne représente pas la vraie distribution postérieure en présence d'une évidence e , mais intuitivement, c'est la meilleure approximation de la distribution postérieure par rapport à la distribution antérieure car elle tien compte des changements provoqués par l'évidence. Considérons un échantillon x qui n'est pas contradictoire avec e . Soit $P_{RB}(x|Par(x))$ la distribution de X sachant ses parents dans RB et $P_{RB'}(x|Par(x))$ la distribution de X sachant ses parents dans RB' . Pour chaque échantillon x non contradictoire avec e , on peut utiliser la règle de chaîne suivante:

$$\frac{P'(x)}{Q(x)} = \frac{\prod_{x \in x} P_{RB}(x|Par(x))}{\prod_{x \in x} P_{RB'}(x|Par(x))} = \frac{\prod_{x \in e} P_{RB}(x|Par(x)) \prod_{x \notin e} P_{RB}(x|Par(x))}{\prod_{x \in e} P_{RB'}(x|Par(x)) \prod_{x \notin e} P_{RB'}(x|Par(x))}. \quad (1.19)$$

Pour les nœuds d'observation $x \in E$, la DPC dans RB' est telle que $P_{RB'}(x|Par(x)) = 1$. Pour les nœuds cachés, on a :

$$P_{RB'}(x|Par(x)) = P_{RB}(x|Par(x)).$$

Par conséquent, on aura:

$$\frac{P'(x)}{Q(x)} = \prod_{x \in e} P_{RB}(x|Par(x)). \quad (1.20)$$

Dans la pratique, on n'a pas besoin de construire RB' et on peut échantillonner à partir de RB . On commence par l'ordre topologique des nœuds. Si le nœud n'est pas observé, on échantillonne une valeur de lui basée sur sa DPC et une valeur d'un échantillon déjà pris de ses parents. Si le nœud est observé, on utilise la valeur d'observation et on multiplie la pondération w par $P_{RB}(x|Par(x))$. Nous pouvons remarquer qu'à la fin, on obtient :

$$w = \prod_{x \in e} P_{RB}(x|Par(x)). \quad (1.21)$$

Algorithme d'échantillonnage LW

Soient X_1, X_2, \dots, X_n les variables dans l'ordre topologique de la direction des arcs du réseau bayésien RB . L'algorithme LW est le suivant:

$w = 1$

pour $i = 1, \dots, n$ faire

 Si $X_i = x_i$ est observé

$w \leftarrow w * P(X_i = x_i|Par(x_i))$

 Sinon

 Echantillonner $x_i \sim P(X_i|Par(X_i))$

Retourner (x_1, \dots, x_n) et w .

Pour la détermination d'une probabilité conditionnelle $P(y|e)$, il faut générer M échantillons (appelés aussi particules) pondérés: $\langle x[1], w[1] \rangle, \dots, \langle x[M], w[M] \rangle$ en utilisant l'algorithme LW. L'estimation de cette probabilité sera:

$$P(y|e) = \frac{\sum_{m=1}^M w[m] l\{y[m] = y\}}{\sum_{m=1}^M w[m]}, \quad (1.22)$$

avec $l\{y[m] = y\}$ la fonction logique qui prend la valeur de 1 si $y[m] = y$ sinon 0.

Application 2 En appliquant au RB de l'exemple on trouve $P(S_3 = O) = 0.1840$, $P(S_3 = N) = 0.8160$, $P(S_3 = 0|S_5 = N) = 0.15$ et $P(S_3 = N|S_5 = N) = 0.85$.

Markov chain Monte carlo et Echantillonnage de Gibbs MCMC est une méthode d'échantillonnage moins sensible à la probabilité de l'évidence et peut fonctionner même si l'évidence est improbable. Les méthodes MCMC sont basées sur la théorie des chaînes de Markov. Nous présentons par la suite une brève introduction sur ces chaînes.

Une chaîne de Markov est un processus stochastique qui évolue avec un pas discret du temps. Soient X^0, X^1, \dots les états discrets du processus. Nous nous limitons au cas des chaînes finies, c'est à dire un nombre fini d'états possibles du processus stochastique. La distribution de X^0 est la distribution initiale. La distribution de X^{n+1} dépend seulement de X^n . La distribution conditionnelle $P(X^{n+1}|X^n)$ est appelée la *probabilité de transition*. Si la probabilité

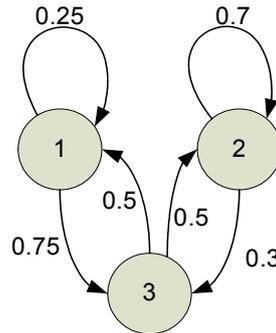


FIG. 1.6 – Une chaîne de Markov à 3 états

de transition ne dépend pas de n , le processus est dit *stationnaire*. Nous considérons par la suite que notre processus est stationnaire.

Définition 5 (*Distribution stationnaire*)

Une distribution invariante ou stationnaire d'une chaîne de Markov est une distribution, une fois elle est atteinte, elle persiste à jamais. C'est à dire si π est une distribution stationnaire, pour tout état x nous avons:

$$\pi(x) = \sum_{\tilde{x}} \pi(\tilde{x}) P(X^{t+1} = x | X^t = \tilde{x}) \quad (1.23)$$

Prenons comme exemple la chaîne de Markov de la figure 1.6. Cette chaîne possède une seule variable avec trois états $\{1,2,3\}$. Par exemple $P(X^{t+1} = 1 | X^t = 1) = 0.25$, $P(X^{t+1} = 1 | X^t = 2) = 0$, etc...

On peut vérifier que cette chaîne a une distribution stationnaire π avec : $\pi(X = 1) = 0.2$, $\pi(X = 2) = 0.5$ et $\pi(X = 3) = 0.2$.

En outre, on veut que le processus converge vers π indépendamment de sa distribution initiale. Pour caractériser ce type de chaîne, nous définissons les chaînes régulières.

Une chaîne de Markov finie est régulière si il existe k quelconque tel que pour chaque état x_1 et x_2 , la probabilité d'être dans l'état x_1 et d'aller à l'état x_2 dans k pas est supérieure à zéro. C'est à dire, il est possible d'aller de n'importe quel état à n'importe quel autre état dans exactement k pas. Pour les chaînes finies, la condition de régularité est équivalente à la propriété d'ergodicité que nous ne traitons pas dans cette présentation.

Le théorème fondamental des chaînes de Markov est le suivant:

Théorème 1

Une chaîne de Markov ergodique converge vers une distribution stationnaire unique π indépendante de la distribution initiale.

Pour la démonstration de ce théorème et pour plus de détail voir la référence [12].

Par exemple, la chaîne de Markov de la figure 1.6 est ergodique puisqu'il est possible d'aller de n'importe quel état à n'importe quel autre état en deux pas et par conséquent la distribution stationnaire π est unique.

Markov Chain Monte Carlo est un algorithme qui utilise les chaînes de Markov pour générer des échantillons dans le cadre d'une inférence approximative. L'idée consiste à construire une chaîne ergodique, à partir de sa distribution, nous effectuons l'opération d'échantillonnage. Ensuite, après le démarrage de la chaîne, nous utilisons les séquences des états comme échantillons. Nous sommes confronté à deux problématiques:

- Comment construire une chaîne ergodique qui possède la distribution stationnaire voulue?
- Comment utiliser les échantillons générés par cette chaîne?

Tout d'abord, nous répondons à la deuxième question. Nous commençons par choisir X^0 d'une façon aléatoire à partir de la distribution initiale. Ensuite, la chaîne est parcourue (simulée) pour N pas de telle sorte que la distribution de la chaîne devient proche de la distribution stationnaire. La phase initiale est appelée la phase de (burn-in). Nous prenons comme premier échantillon l'état de la chaîne. Nous pouvons laisser encore une nouvelle transition et choisir ceci comme étant notre deuxième échantillon, mais dans ce cas les deux échantillons seront fortement corrélés. Par conséquent, pour réduire cette corrélation, notre deuxième échantillon sera pris après M autres pas. L'augmentation du nombre de pas M permet de réduire encore la corrélation entre les échantillons, mais le temps de calcul augmenterait aussi. Dans la pratique, M est pris égal à 1 dans la mesure où le coût de la génération des échantillons est faible par rapport à celui de l'utilisation de ceux-ci. Maintenant, nous parlons un peu de la construction de la chaîne de Markov qui possède une distribution avec la stationnarité désirée. Les techniques qui permettent cette construction sont basées sur l'algorithme de Metropolis-Hastings [13].

L'algorithme MH (Metropolis Hastings) fonctionne comme suit [14]:

Soit $X^{(t)} = x$, l'état au pas suivant $X^{(t+1)}$ est x' avec la probabilité $\alpha(x, x')$ ou reste inchangé à x avec la probabilité $1 - \alpha(x, x')$. Ici, x' est un état candidat à partir de la distribution proposée $q(x'|x)$. La probabilité d'acceptation est:

$$\alpha(x, x') = \min \left\{ 1, \frac{p(x')q(x|x')}{p(x)q(x'|x)} \right\}. \quad (1.24)$$

L'algorithme d'échantillonnage de Gibbs [15], qui est un algorithme convenable pour les réseaux bayésiens, est l'algorithme le plus connu de la famille MH qui adopte les probabilités conditionnelles:

$$p(x_j|x_{-j}) = p(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n) \quad (1.25)$$

comme distribution proposée.

Algorithme d'échantillonnage de Gibbs

Supposons que nous avons un vecteur x de dimension n et les expressions des distributions conditionnelles $p(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n)$. Dans ce cas, il serait avantageux d'utiliser pour $j = 1, \dots, n$ la distribution proposée suivante:

$$q(x'|x^{(i)}) = \begin{cases} p(x'_j|x_{-j}^{(i)}) & \text{si } x'_{-j} = x_{-j}^{(i)} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (1.26)$$

$x^{(i)}$ désigne la valeur de l'échantillon à l'itération i .

La probabilité d'acceptation correspondante est:

$$\begin{aligned} \alpha(x^{(i)}, x') &= \min \left\{ 1, \frac{p(x')q(x^{(i)}|x')}{p(x^{(i)})q(x'|x^{(i)})} \right\} \\ &= \min \left\{ 1, \frac{p(x')p(x'_j|x_{-j}^{(i)})}{p(x^{(i)})p(x'_j|x_{-j}^{(i)})} \right\} \\ &= \min \left\{ 1, \frac{p(x'_{-j})}{p(x_{-j}^{(i)})} \right\} = 1. \end{aligned}$$

Echantillonneur de Gibbs :

Initialiser $x_{0,1:n}$

pour $i = 1, \dots, N - 1$ faire:

Echantillonner $x_1^{(i+1)} \sim p(x_1|x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$.

Echantillonner $x_2^{(i+1)} \sim p(x_2|x_1^{(i+1)}, x_3^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$.

⋮

Echantillonner $x_j^{(i+1)} \sim p(x_j|x_1^{(i+1)}, \dots, x_{j-1}^{(i+1)}, x_{j+1}^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$.

⋮

Echantillonner $x_n^{(i+1)} \sim p(x_n|x_1^{(i+1)}, x_2^{(i+1)}, \dots, x_{n-1}^{(i+1)})$.

Retourner x_1, \dots, x_n .

L'application la plus courante de l'échantillonneur de Gibbs est l'inférence approximative dans les GAD. En effet, pour un réseaux bayésien, nous pouvons adopter le fait que:

$$p(x_j|x_{-j}) = p(x_j|Par(x_j)) \prod_{k \in Des(j)} p(x_k|Par(x_k)) \quad (1.27)$$

où $Des(j)$ indique les descendants des nœuds x_j . Ce qui signifie que nous tenons compte seulement des variables correspondantes aux parents, descendants et descendants des parents. Cet ensemble de variables est connu sous le nom de couverture de Markov (*Markov blanket*) de x_j .

1.2.3 Apprentissage

Dans la première partie on a montré qu'un réseau bayésien est constitué à la fois d'un graphe et d'un ensemble de probabilités conditionnelles. L'apprentissage d'un réseau bayésien doit donc répondre aux deux questions suivantes:

- comment estimer les lois de probabilités conditionnelles?
- comment trouver la structure adéquate du réseau bayésien?

Nous traitons par la suite le problème d'apprentissage des paramètres, où nous supposons que la structure du réseau a été fixé, et où il faudra estimer les probabilités conditionnelles de chaque nœud du réseau.

1.2.3.1 Apprentissage des paramètres

L'estimation de distributions de probabilités, paramétriques ou non, est un sujet vaste et complexe. Nous décrivons ici les méthodes les plus utilisées dans le cadre des réseaux bayésiens, selon que les données à notre disposition sont complètes ou non.

A partir de données complètes Nous cherchons ici à estimer les distributions de probabilités (ou les paramètres des lois correspondantes) à partir de données disponibles. Dans le cas de la surveillance des systèmes dynamiques, ces données peuvent être issues d'observations périodiques de l'équipement ou de relevés d'états à partir d'un système de GMAO (Gestion de la Maintenance Assistée par Ordinateur). Nous retenons dans ce contexte l'apprentissage statistique, et l'apprentissage bayésien [16].

Apprentissage statistique:

Dans le cas où les variables sont observées, la méthode la plus simple et la plus utilisée est l'estimation statistique qui consiste à estimer la probabilité d'un événement par la fréquence d'apparition de l'événement dans la base de données. Cette approche, appelée maximum de vraisemblance (MV), nous donne alors:

$$\widehat{P}(X_i = x_k | Par(X_i) = x_j) = \widehat{\theta}_{ijk}^{MV} = \frac{N_{ijk}}{\sum_k N_{ijk}} \quad (1.28)$$

où N_{ijk} est le nombre d'événements dans la base de données pour lesquels la variable X_i est dans l'état x_k et ses parents sont dans l'état x_j .

Apprentissage bayésien:

L'estimation bayésienne consiste à trouver les paramètres θ les plus probables sachant que les données ont été observées, en utilisant des a priori sur les paramètres. La règle de Bayes nous énonce que:

$$P(\theta | \mathcal{D}) \propto P(\mathcal{D} | \theta) P(\theta) \quad (1.29)$$

où \mathcal{D} est l'ensemble des données observés.

En 1982 Sandy Zabell [17] a montré que, si nous faisons certaines suppositions sur les croyances d'un individu alors celui-ci doit utiliser la densité bêta, pour quantifier toutes ses croyances a priori à propos de la fréquence relative d'un événement quelconque. Par

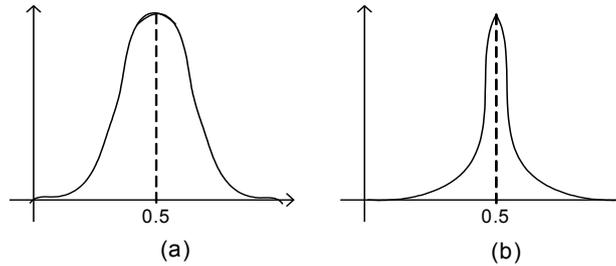


FIG. 1.7 – *Distribution Beta : Beta(3,3) (a) Beta (50,50) (b)*

conséquent, dans le contexte des réseaux bayésiens, un paramètre peut avoir un a priori représenté par la densité bêta de probabilité notée $Beta(a,b)$.

La fonction densité $Beta$ de paramètres a,b et $N = a + b$ avec a et b des réels > 0 est :

$$f(p) = \frac{\Gamma(N)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} p^{a-1} (1-p)^{b-1}, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (1.30)$$

avec $\Gamma(x)$ la fonction gamma qui est définie par :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt. \quad (1.31)$$

Supposons que la variable discrète X peut prendre deux valeurs possibles 1 et 2. Pour décrire notre croyance à propos de la fréquence de l'événement $X = 1$ nous utilisons une autre variable aléatoire p qui suit une distribution $Beta(a,b)$ telle que :

$$P(X = 1|p) = p = \frac{a}{N}.$$

La figure 1.7 montre la différence entre les densités $Beta(3,3)$ et $Beta(50,50)$.

Nous pouvons remarquer que plus N est grand plus l'allure de la densité est rétrécie (Fig.1.7). C'est à dire, c'est comme si nous effectuons un tirage virtuel à partir d'un nombre N qui, lorsqu'il augmente, il améliore notre croyance à propos de l'occurrence de l'événement.

La densité $Beta(1,1)$ est la loi uniforme qui indique que nous n'avons aucun a priori sur un paramètre.

Dans le cas où nous disposons de nouvelles données \mathcal{D} , nous pouvons mettre à jour la distribution des paramètres.

Supposons que nous disposons de M nouvelles valeurs de la variable X , telles que :

- s est le nombre d'occurrence de l'événement $X = 1$.
- t est le nombre d'occurrence de l'événement $X = 2$.

Corollaire 1 Si on suppose les conditions précédentes à propos de X et p et que:

$$f(p) = \text{Beta}(a,b) \quad (1.32)$$

alors

$$f(p|\mathcal{D}) = \text{Beta}(a + s, b + t). \quad (1.33)$$

Dans le cas où la variable discrète X peut prendre plus que deux valeurs possibles, la distribution Dirichlet devient une généralisation de la distribution bêta.

Application 3 La mise à jour des paramètres qui représentent les arrêts anormaux du moteur de la figure 1.2, peut être réalisée en présence de nouvelles observations. Le tableau 1.1 montre un historique fictif sur ces arrêts pendant une période de temps bien déterminée.

Les probabilités conditionnelles a priori qui sont proposées par l'expert (voir Fig.1.4), ont les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} P(S_3 = O|S_1 = O, S_2 = O) &= 0.99 \\ P(S_3 = O|S_1 = O, S_2 = N) &= 0.9 \\ P(S_3 = O|S_1 = N, S_2 = O) &= 0.75 \\ P(S_3 = O|S_1 = N, S_2 = N) &= 0.1 \end{aligned}$$

Puisque la variable S_3 peut prendre seulement deux valeurs possibles O ou N , nous pouvons représenter ces probabilités a priori sous forme de distributions bêta. Nous supposons que ces probabilités sont déterminées à partir d'un tirage a_i parmi \mathcal{N} , et par conséquent, le paramètre devient équivalent à la fréquence d'occurrence de l'événement. Si $\mathcal{N} = 100$, la probabilité 0.99 est déterminée par le rapport $\frac{99}{100}$ qui indique que 99 parmi 100 des cas où on a à la fois un court-circuit et une surcharge, le moteur est en état d'arrêt anormal (dans la pratique, cette probabilité d'occurrence simultanée est normalement rare). La base de données présentée dans le tableau précédent est composée de 12 observations. La mise à jour des probabilités sera comme suit :

$$\begin{aligned} P(S_3 = O|S_1 = O, S_2 = O) &= \frac{0+99}{12+100} = 0.990 \\ P(S_3 = O|S_1 = O, S_2 = N) &= \frac{3+90}{12+100} = 0.830 \\ P(S_3 = O|S_1 = N, S_2 = O) &= \frac{5+75}{12+100} = 0.714 \\ P(S_3 = O|S_1 = N, S_2 = N) &= \frac{2+10}{12+100} = 0.107 \end{aligned}$$

Le reste des paramètres sera :

$$\begin{aligned} P(S_3 = N|S_1 = O, S_2 = O) &= 1 - 0.990 = 0.010 \\ P(S_3 = N|S_1 = O, S_2 = N) &= 1 - 0.830 = 0.170 \\ P(S_3 = N|S_1 = N, S_2 = O) &= 1 - 0.714 = 0.286 \\ P(S_3 = N|S_1 = N, S_2 = N) &= 1 - 0.107 = 0.893 \end{aligned}$$

TAB. 1.1 – *Historique fictif sur les arrêts du moteur*

Causes d'arrêt	
Court-circuit (C)	Surcharge (S)
<i>N</i>	<i>O</i>
<i>N</i>	<i>N</i>
<i>N</i>	<i>O</i>
<i>O</i>	<i>N</i>
<i>N</i>	<i>N</i>
<i>O</i>	<i>N</i>
<i>N</i>	<i>O</i>
<i>O</i>	<i>N</i>
<i>N</i>	<i>O</i>
<i>N</i>	<i>O</i>
<i>N</i>	<i>O</i>
<i>N</i>	<i>N</i>

A partir de données incomplètes Dans les applications pratiques, les bases de données sont très souvent incomplètes. Certaines variables ne sont observées que partiellement ou même jamais. La méthode d'estimation de paramètres avec des données incomplètes la plus couramment utilisée est fondée sur l'algorithme itératif EM (Expectation-Maximisation) [19].

Soit:

$E = \{E^{(l)}\}_{l=1..N}$ l'ensemble des données observées.

$\theta^{(t)} = \{\theta_{ijk}^{(t)}\}$ les paramètres du réseau bayésien à l'itération t .

L'algorithme EM s'applique à la recherche des paramètres en répétant jusqu'à convergence les deux étapes Espérance et Maximisation décrites par la suite:

- Espérance: estimation des N_{ijk} manquants en calculant leur moyenne conditionnellement aux données et aux paramètres courants du réseau:

$$N_{ijk}^* = E[N_{ijk}] = \sum_{l=1}^N P(X_i = x_k | Par(X_i) = x_j, E^{(l)}, \theta^{(t)}). \quad (1.34)$$

Cette étape revient à réaliser une série d'inférences (exactes ou approchées) en utilisant les paramètres courants du réseau, puis remplacer les valeurs manquantes par les probabilités obtenues par inférence.

- Maximisation: en remplaçant les N_{ijk} manquants par leurs valeurs moyennes calculées précédemment, il devient possible de calculer les nouveaux paramètres $\theta^{(t+1)}$ par maximum de vraisemblance:

$$\theta^{(t+1)} = \frac{N_{ijk}^*}{\sum_k N_{ijk}^*}. \quad (1.35)$$

Algorithme EM:

Initialiser $\theta^{(0)}$, $t = 0$

Répéter

$$t \leftarrow t + 1$$

$$N_{ijk}^* \leftarrow \sum_{l=1}^N P(X_i = x_k | Par(X_i) = x_j, E^{(l)}, \theta^{(t-1)})$$

$$\theta^{(t)} \leftarrow \frac{N_{ijk}^*}{\sum_k N_{ijk}^*}$$

tant que $|\theta^{(t)} - \theta^{(t-1)}| \geq \varepsilon$ (critère d'arrêt).

1.2.3.2 Apprentissage de la structure

Nous avons examiné les principales méthodes d'apprentissage des paramètres d'un réseau bayésien à partir de données complètes ou incomplètes en supposant que la structure de ce réseau était déjà connue. Nous abordons maintenant le problème de l'apprentissage de cette structure: comment trouver la structure qui représentera le mieux notre problème? En effet, il existe deux grandes familles d'approches: recherche d'indépendances conditionnelles et méthodes basées sur un score. Une étude comparative d'algorithmes d'apprentissage de structures est proposée dans [20].

Recherche d'indépendance conditionnelles:

Cette approche est appelée recherche sous contraintes. Tous les algorithmes sont basés sur un principe identique:

- construire un graphe non dirigé contenant les relations entre les variables, à partir de tests d'indépendance conditionnelle,

- détecter les V-structures (en utilisant aussi des tests d'indépendance conditionnelle),

- "propager" les orientations de certains arcs.

Les tests d'indépendance conditionnelle sont des tests statistiques classique de type χ^2 ou rapport de vraisemblance G^2 [16].

Grâce à ces tests statistiques, il est possible de déterminer une série de contraintes sur la structure du réseau bayésien recherché: une indépendance entre deux variables se traduit

par l'absence d'arc entre deux nœuds, une dépendance conditionnelle correspond à une V-structure.

Méthodes basées sur un score:

L'idée essentielle de ces méthodes est de parcourir tous les graphes possibles, de leur associer un score, puis de choisir le graphe ayant le score le plus élevé. R. Robinson [21] a montré que $r(n)$, le nombre de structures différentes pour un réseau bayésien possédant n nœuds, est donné par la formule de récurrence:

$$r(n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom{n}{i} 2^{i(n-1)} r(n-i). \quad (1.36)$$

Ce qui donne $r(3) = 25$, $r(5) = 29281$ et $r(10) = 4.2 * 10^{18}$.

L'équation (1.36) est super-exponentielle, ce qui rend impossible le parcours exhaustif en un temps raisonnable dès que le nombre de nœuds dépasse 7 ou 8. La plupart des méthodes d'apprentissage de structure utilisent alors une heuristique de recherche dans l'espace des GAD.

Si le parcours de l'espace des GAD s'effectue avec des opérateurs du type *ajout* ou *suppression* d'arcs, il est nécessaire de réduire le nombre de calculs utilisés pour l'évaluation des scores en se servant d'un score calculable localement afin de n'estimer que la variation de ce score entre deux graphes voisins.

Un score S est dit décomposable s'il peut être écrit comme une somme ou un produit de mesures qui sont fonction seulement du nœud et de ses parents. C'est à dire, si n est le nombre de nœuds du graphe, le score doit avoir une des formes suivantes:

$$S(RB) = \sum_{i=1}^n s(X_i, Par(X_i)) \text{ ou } S(RB) = \prod_{i=1}^n s(X_i, Par(X_i)).$$

Deux réseaux bayésiens $RB1$ et $RB2$ sont dits équivalents au sens de Markov ($RB1 \equiv RB2$) s'ils représentent les mêmes relations d'indépendances conditionnelles.

Un score qui associe une même valeur à deux graphes équivalents est dit score équivalent.

Par exemple, le score BIC (Bayesian Information Criterion) est à la fois décomposable, et équivalent. Il est issu de principes énoncés dans Schwartz [22] et a la forme suivante:

$$BIC(RB, \mathcal{D}) = \log P(\mathcal{D}|RB, \theta^{MV}) - \frac{1}{2} Dim(RB) \log N, \quad (1.37)$$

où \mathcal{D} est notre base d'exemples, θ^{MV} est la distribution des paramètres obtenue par maximum de vraisemblance pour le réseau RB , et où $Dim(RB)$ est la dimension du réseau bayésien qui sera définie par la suite.

Soit X_i un nœud du réseau bayésien de taille (ou modalité) r_i . Le nombre de paramètres nécessaires pour décrire la distribution de probabilité $P(X_i|Par(X_i) = x_j)$ est égal à $r_i - 1$. Pour représenter $P(X_i|Par(X_i))$, il faudra $Dim(X_i, RB)$ paramètres avec:

$$Dim(X_i, RB) = (r_i - 1) \prod_{X_j \in Par(X_i)} r_j = (r_i - 1)q_i, \quad (1.38)$$

où q_i est le nombre de configurations possibles pour les parents de X_i . La dimension du réseau RB est alors définie par:

$$Dim(RB) = \sum_{i=1}^n Dim(X_i, RB). \quad (1.39)$$

Le score BIC est la somme d'un terme de vraisemblance du réseau par rapport au données, et d'un terme qui pénalise les réseaux complexes.

Généralement, la détermination de la structure d'un RB à partir d'une base de données est pratiquement difficile car les algorithmes d'apprentissage ne garantissent pas l'optimalité et l'unicité de la solution. En effet, plusieurs structures peuvent minimiser les distances statistiques utilisées [23].

1.3 Conclusion

Il existe des algorithmes variés pour l'inférence au niveau des RBs. Ces algorithmes sont très efficaces pour les réseaux à nœuds discrets. L'inférence pour les nœuds continus utilise surtout les algorithmes approximatifs tels que l'échantillonnage de Gibbs. L'inférence devient plus complexe au niveau des RB hybrides (ceux qui contiennent des nœuds discrets et des nœuds continus) et c'est un axe de recherche actif. Nous allons évoquer un état de l'art sur ce thème (voir paragraphes 2.2 et 4.2.3.2).

Après avoir étudié les contraintes pour la déduction d'un modèle RB à partir de données statistiques, nous pouvons conclure que le problème majeur rencontré est l'apprentissage de la structure de ce modèle. Si celle-ci existe et connue, il n'y aura pas vraiment de problèmes pour l'apprentissage des paramètres, sauf dans le cas de données incomplètes ou fortement censurées. Dans l'exemple que nous avons évoqué on a supposé connaître les DPC pour chaque nœud. La structure du réseau est connue aussi. Maintenant, la question qui est posée est qui est évidente, d'où viennent ces données et comment peut-on déduire cette structure? Est ce que c'est à partir de l'expertise d'un électricien? Ou bien, faut-il faire recours aussi à une théorie appelée sûreté de fonctionnement pour éliminer toutes les ambiguïtés à propos de la structure du réseau. A propos des paramètres, eux aussi d'où ils viennent? Est-ce que un expert, tout seul, peut fournir ces tables de probabilités?

Au chapitre suivant, nous essayons d'appliquer cette approche graphique incertaine à la modélisation de la fiabilité des systèmes industriels. Nous verrons est-ce que'il est possible de réaliser le modèle sans apprentissage de la structure? Est-il aussi réalisable dans le cas des données incertaines ou censurées et quel est l'apport de ce modèle par rapport aux approches diagramme de fiabilité et arbre de défaillance?

Chapitre 2

Modélisation Bayésienne de la fiabilité des systèmes

2.1 Introduction

Nous avons présenté au chapitre précédent une approche graphique pour la modélisation des systèmes présentant des incertitudes au niveau des paramètres et de la structure. En effet, un réseau bayésien peut représenter non seulement un système incertain mais aussi tout raisonnement qui permet de résoudre un problème quelconque ou prendre une décision bien déterminée. Le modèle construit peut être raffiné par des mesures pratiques, des observations et des avis d'experts. L'utilisation de cette approche touche plusieurs domaines. Par ailleurs, les réseaux bayésiens ont remplacé les systèmes experts dans la médecine et ceci par incorporation des statistiques prises sur des populations de malades. Le modèle RB permet de prendre des décisions importantes dans ce domaine et pallier ainsi aux restrictions des systèmes experts. Dans le domaine de la surveillance des systèmes industriels, les RBs trouvent une place qui se développe de plus en plus. L'utilisation des méthodes de diagnostic basé sur modèle a atteint un degré de développement très important par l'exploitation des approches graphiques exactes telles que les bond graph et les réseaux de Petri. Ce développement a touché dans plusieurs études les incertitudes paramétriques des systèmes. Comme approche graphique, les réseaux de Petri stochastiques ont resté une période importante l'outil le plus convivial pour la représentation des processus markoviens jusqu'à l'apparition des RBs qui offrent une représentation plus compacte de ces processus. Nous allons présenter par la suite l'approche de modélisation de la fiabilité des systèmes par réseaux bayésiens. Une approche issue du domaine de l'intelligence artificielle et l'analyse de décision qui se développe depuis les années 90. Son apport est reconnue non seulement dans le contexte académique mais également dans l'industrie. Les applications touchent le domaine de surveillance ainsi que la conception de systèmes et logiciels fiables. Par la suite, un état de l'art sur l'utilisation des

RBs dans le domaine de la fiabilité est présenté.

2.2 Etat de l'art

L'histoire des RBs dans la fiabilité date du début des années 90. Le premier vrai essai est le travail de Almond et al. [24], où ils proposent l'usage de l'outil de Croyance Graphique (graphical-belief) pour le calcul de la fiabilité à partir de mesures d'une pression d'un système d'injection caloporteur pour un réacteur nucléaire.

Nous présentons par la suite les résultats de recherche les plus récents dans ce domaine. Portinale et al. [25] ont étudié la comparaison entre l'approche d'Analyse par Arbre de Défaillance (AAD) (fault tree analysis (FTA)) et les RBs dans l'analyse de la fiabilité ainsi que la modélisation de la dépendance au niveau des systèmes industriels. Selon Bobbio et al. [26], il est possible de convertir les portes statiques d'un arbre de défaillance (AD) (fault Tree (FT)) en un RB, et selon Torres-Toledano et al. [27] entre les diagrammes de fiabilité (DF) et les RBs.

Les RBs peuvent mener non seulement tous les analyses de dépendance déterminées par l'approche AD et DF mais aussi la modélisation de plusieurs modes de fonctionnement non classiques. Portinale et al. [25] ont montré la possibilité de la modélisation d'un fonctionnement avec une connaissance imparfaite du comportement du système tel que le cas de cause commune de défaillance (CCD) (common cause of failure (CCF)) et la modélisation de l'imperfection du mécanisme de recouvrement dans les systèmes redondants. Les auteurs ont montré aussi la possibilité de modéliser des fonctionnements en mode dégradé et avec des défaillances qui sont séquentiellement dépendantes. Dans le même article, les auteurs ont modélisé l'incertitude des paramètres de la fiabilité par insertion de nœuds associant une variable aléatoire uniformément distribuée entre une valeur minimale et une valeur maximale du paramètre.

Boudali et al. [28] ont introduit une approche basée sur les RBs à temps continu pour la modélisation de la fiabilité des systèmes dynamiques. L'approche proposée cible les systèmes les plus complexes la où non seulement il faut tenir compte de la combinaison des événements de défaillance mais aussi l'ordre de succession de celles-ci. Ils ont montré que les CTBN (continuous time bayesian networks) permettent l'analyse de la sensibilité des paramètres et leurs incertitudes. Les auteurs ont montré aussi les limites des chaînes de Markov, qu'ils considèrent comme une approche de bas niveau qui doit être dérivée d'une approche de haut niveau telle que les arbres de défaillances dynamiques (ADD) (dynamic fault tree (DFT)). La limitation la plus importante des processus Markovien est qu'ils possèdent des états distribués exponentiellement, et l'augmentation de la taille du système provoque une explosion de l'espace des états, par conséquent, une augmentation en exponentielle des équations différentielles à

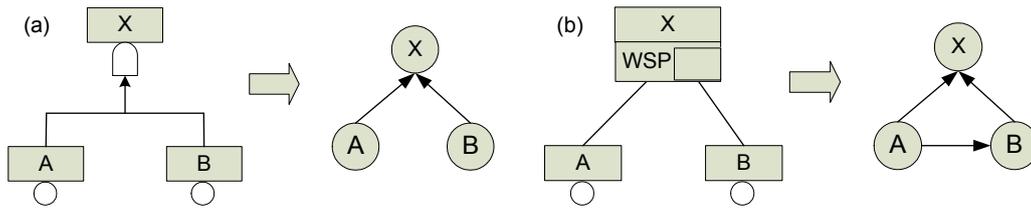


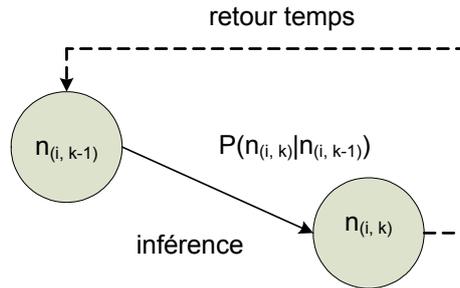
FIG. 2.1 – Conversion AD-RB, (a) modèle série, (b) redondance

résoudre. Les auteurs ont présenté une comparaison entre les ADD et les RB montrant que cette dernière approche est plus générale (Fig.2.1). C'est à dire, qu'il est possible de passer d'un ADD à un RB, l'inverse n'est pas toujours possible.

Le problème d'inférence au niveau des RBs pour l'analyse de la fiabilité est un sujet actif dans la littérature. En effet, les algorithmes proposés sont assez variés. Boudali et al. [29] ont proposé de traduire un DFT en un DTBN (discrete temporal BN). Les auteurs ont montré que l'analyse de dépendance ou l'étude PRA (probabilistic risk assesment) doit évoquer trois types d'analyses (i) le temps d'occurrence de l'événement (ii) l'ordre des événements (iii) la dépendance de l'occurrence de l'événement avec l'évolution temporelle des variables du système. L'algorithme de discrétisation proposé consiste à diviser le temps en $(n+1)$ intervalles de temps et par conséquent, une variable aléatoire possède un nombre fini de $(n+1)$ états possibles. Les n premiers états divisent l'intervalle de temps $]0, T]$ (T est le temps de mission) en n intervalles égaux. L'état $(n+1)$ représente l'intervalle de temps $]T, +\infty[$. A partir d'un ordre n bien déterminé, la précision du résultat devient non significative alors que le temps de calcul devient plus considérable. Il est possible de réaliser avec cette approche plusieurs autres analyses telles que le facteur d'importance de Birnbaum [30]. Ce type de discrétisation statique est implémenté dans plusieurs logiciels tels que Hugin [31] et Netica [32].

Nous trouvons dans la littérature une approche très répandue; ce sont les RBs temporels. Dans le contexte de fiabilité, ces réseaux introduisent la possibilité de l'étude de l'ordre des défaillances. En effet, il existe deux catégories; l'approche par tranche de temps (time-slice ou instant based) et l'approche basée sur l'événement (event-based ou interval-based).

Dans le cadre de la famille des RBs temporels avec l'approche basée sur l'événement, Marquez et al. [33] utilisent les réseaux bayésiens hybrides (RBH) pour la modélisation de la fiabilité des systèmes dynamiques complexes. Le modèle contient des nœuds continus aléatoires représentant le temps de défaillance (time-to-failure) des composants du système. Les variables aléatoires discrètes représentent l'état du système ou le sous-système à un instant bien déterminé (défaillant ou fonctionnel). L'approche possède l'avantage de pouvoir utiliser non seulement des distributions exponentielles mais aussi d'autres distributions ainsi que des informations à propos des données de défaillances ou des informations apriori provenant

FIG. 2.2 – *Modèle RB dynamique*

d'experts du domaine. L'inférence au niveau du réseaux est réalisée par une discrétisation dynamique des nœuds, une approche introduite par Kozolov, Koller et al. [34, 35]. Le critère de discrétisation utilise l'erreur d'entropie. Cette approche ne nécessite pas une intégration numérique ou une simulation stochastique et peut traiter des données censurées. Comme application, cet algorithme de discrétisation a été implémenté dans le logiciel AgenaRisk [36]. L'algorithme est décrit plus en détail dans [37]. Parmi les algorithmes utilisés pour les RB hybrides, on trouve l'algorithme MTE (Mixture of truncated exponential) qui est proposé par Moral et al. [38]. Cette approche consiste à définir pour chaque variable discrète du réseau, une fonction potentiel à travers les variables continues sous forme de somme pondérée d'exponentiels de ces variables.

Selon Marquez et al. [39], l'approche de discrétisation présentée dans [29] présente des inconvénients. L'utilisateur doit définir en avance des intervalles de discrétisation indépendamment de toute information qui peut arriver par la suite. En présence d'une évidence, l'inférence peut aboutir à des erreurs. Le raffinement de la discrétisation peut être coûteux de point de vue temps de calcul. Alors que pour la méthode proposée par les auteurs, cette précision peut être demandée seulement pour des régions bien déterminées de la distribution marginale a posteriori. En plus, la discrétisation est ajustée à chaque fois il existe de nouvelles observations pour arriver à une précision meilleure.

Cette approche est aussi dite basée sur intervalle (interval-based) car la ligne de temps est subdivisée en un nombre fini d'intervalles de temps disjoints. Une variable aléatoire peut prendre occurrence à un intervalle bien déterminé. Cette approche est généralement utilisée pour la modélisation des processus irréversibles comme dans le cas des systèmes qui se dégradent à la défaillance. D'autres approches existent telles que TNBN(Temporal Nodes Bayesian Networks)[43], NIEDT (Net of Irreversible Events in Discrete Time)[44] et NPEDT (Networks of Probabilistic Events in Discrete Time)[45] qui sont tous des approches basées sur intervalle. Nodelman et al. [72] proposent une autre approche pour la modélisation des processus Markovien (homogènes) par RB; ce sont les processus Markoviens conditionnels

(PMC), c'est en effet l'équivalent des CPD dans un RB. L'application et la contribution des RBs temporels dans le domaine de l'analyse des dépendances aux niveaux des processus est une tâche difficile; cette difficulté réside dans (i) définition de la structure qui reflète correctement les interactions au niveau du système (ii) spécification des distributions a priori des variables et les tables des probabilités conditionnelles.

Dans l'approche par tranche de temps (time-slice), un RB est associé à un instant spécifique, le même réseau est généralement utilisé pour décrire le modèle pour d'autres instants pour couvrir le temps d'intérêt. Ces réseaux sont reliés par des arcs pour construire ce qu'on appelle réseaux bayésiens dynamiques (RBD) (Fig.2.2). Le concept de 2-TBN (two time slice bayesian network) est très utilisé dans cette approche [70, 71]. Une nouvelle application des RBD est utilisée dans [46] pour l'augmentation de la performance de la prise de décision (decision making) dans le domaine de diagnostic basé sur modèle.

Portinale et al. [47] ont présenté dans cet article l'implémentation logicielle (RADYBAN) des réseaux bayésiens dynamiques comme solution pour l'analyse de la fiabilité des systèmes dynamiques. Le logiciel permet la modélisation de la fiabilité des systèmes complexes par deux approches RBD et ADD. Le modèle RBD est de type 2-TBN. L'outil permet à l'utilisateur soit de choisir la tâche de filtrage/prédiction soit la tâche de lissage des sorties à partir d'observations jusqu'à l'instant en cours. L'inférence utilisée est soit l'arbre à jonction (junction tree) [48], soit l'algorithme Boyen-Koller [50]. Le pas de discrétisation Δ doit être choisi convenablement par rapport au temps de mission T . Une comparaison a été faite entre le traitement d'un exemple par RADYBAN et Galileo dans la référence [51].

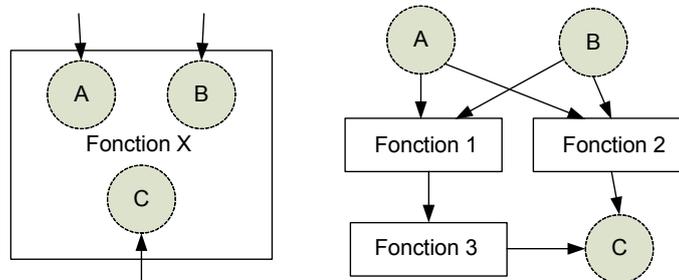


FIG. 2.3 – RB orienté objet (prise de la réf. [52])

Weber et al. [52] introduisent une approche basée sur trois notions: dynamique, réseaux bayésiens et un modèle orienté objet. Les notions reliées à la programmation orientée objet se sont réunies dans les OOBN (Object Oriented Bayesian Networks): héritage et encapsulation pour des structures qui se répètent plusieurs fois aux niveaux du processus (Fig. 2.3).

Une approche intéressante dans la modélisation bayésienne de la fiabilité des systèmes complexes en utilisant l'inférence par la méthode MCMC est proposée par Alyson et al. [40], Reese et al. [41]. Dans [42], les RBs sont utilisés pour la modélisation des systèmes dont la

structure de fiabilité est inconnue et qui ne peuvent pas être modélisés par les AD. Les auteurs ont étudié des différents cas de la nature des données disponibles pour l'étude de la fiabilité du système global ainsi que ses composants.

2.3 Estimation bayésienne des paramètres

2.3.1 Introduction sur les méthodes d'estimation de paramètres

Nous supposons que le paramètre à estimer est θ et nous assumons que c'est un vecteur de dimension k de composants $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$. Généralement les méthodes d'estimation de paramètres sont scindées en deux grandes familles; estimation de point et estimation d'intervalle ou par intervalle de confiance. Dans la méthode de point, une valeur numérique de θ est calculée. Dans la deuxième méthode, une région de dimension k est déterminée de telle sorte que la probabilité que cette région contient la vraie valeur de θ est spécifiée ou prédéterminée.

Le choix de la méthode d'estimation dépend généralement des propriétés exigées de l'estimateur. Parmi ces propriétés on trouve:

- **Nonbiaisé:** un estimateur $\hat{\theta}_i$ de θ_i est dit nonbiaisé si $E(\hat{\theta}_i) = \theta_i$ pour toutes les valeurs possibles de θ_i . L'estimateur $\hat{\theta}$ est un estimateur nonbiaisé de θ si $\hat{\theta}_i$ est non-biaisé pour $i = 1, \dots, k$. Un estimateur dont $E(\hat{\theta}_i) \neq \theta_i$ est dit biaisé. Le biais $B(\hat{\theta}_i)$ d'un estimateur $\hat{\theta}_i$ est déterminé par: $B(\hat{\theta}_i) = E(\hat{\theta}_i) - \theta_i$.

- **Nonbiaisé asymptotiquement:** un estimateur $\hat{\theta}_i$ de θ_i est dit asymptotiquement non-biaisé si $E(\hat{\theta}_i) \rightarrow \theta_i$ quand $n \rightarrow \infty$ pour toutes les valeurs possibles de θ_i . L'estimateur $\hat{\theta}$ est un estimateur asymptotiquement nonbiaisé de θ si $\hat{\theta}_i$ est asymptotiquement non-biaisé pour $i = 1, \dots, k$.

- **Consistence:** un estimateur $\hat{\theta}_i$ de θ_i est dit consistant si $\forall \epsilon > 0$ et pour toutes les valeurs possibles de θ_i , $p(|\hat{\theta}_i - \theta_i| > \epsilon) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$. L'estimateur $\hat{\theta}$ est un estimateur consistant de θ si $\hat{\theta}_i$ est consistant pour $i = 1, \dots, k$.

- **Efficacité:** un estimateur $\hat{\theta}$ de θ peut devier de la vraie valeur de θ pour deux raisons: biais et variation dûe à l'échantillonnage. La MSE (Mean Squared Error) fait apparaître les deux types de deviation

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\theta}) &= E[(\hat{\theta} - \theta)^2] \\ &= E\{[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2\} + \{E(\hat{\theta}) - \theta\}^2 \\ &= Var(\hat{\theta}) + B(\hat{\theta})^2. \end{aligned} \tag{2.1}$$

L'efficacité d'un estimateur $\hat{\theta}$ est jugée par la valeur du MSE comparée par rapport à celle d'un autre estimateur (efficacité relative) ou bien par rapport à une valeur absolue standard (efficacité absolue).

Il existe un nombre important de méthodes d'estimation dans la littérature. Nous citons les méthodes les plus importantes dans le domaine d'estimation des paramètres de la fiabilité.

- **Moindres Carrés** (Least Squares): appelée aussi regression linéaire. Le principe de LS est la minimisation de la distance entre les points de données et la droite de regression.

- **Méthodes des Moments** (Methods of Moments): c'est la méthode la plus ancienne, elle se base sur l'expression de k moments en fonction des paramètres inconnus. En utilisant les valeurs des moments déduits des observations, il est possible d'obtenir k équations permettant de déduire les paramètres. Malgré que ce type d'estimateur est consistant, il n'est pas efficace et il est non applicable pour des données censurées.

- **Maximum de vraisemblance** (Maximum Likelihood): elle consiste à écrire la fonction de vraisemblance en fonction des données d'observation. Le maximum de vraisemblance des paramètres est la valeur estimée des paramètres qui maximise la fonction de vraisemblance. C'est un estimateur consistant, asymptotiquement non-biaisé et efficace. C'est la méthode la plus utilisée dans la littérature.

- **Bayésien**: Cette approche se base sur la notion de distribution a priori du paramètre. L'inférence bayésienne permet d'obtenir la distribution a posteriori du paramètre en présence d'observations, celle-ci est proportionnelle à la fonction de vraisemblance multipliée par la distribution a priori du paramètre. Le calcul de la densité marginale nécessite une intégration sur toute la plage possible de variation du paramètre.

Nous avons opté dans notre étude pour un estimateur bayésien pour les raisons suivantes:

- un estimateur bayésien peut intégrer plusieurs types de connaissances a priori: expertise, tests, données de défaillances etc...

- développement des méthodes MCMC et des calculateurs qui permettent l'inférence rapide au niveau des modèles bayésiens.

- c'est un estimateur qui peut être représenté par un graphe hiérarchique.

- l'idée générale de l'estimateur coïncide avec l'idée d'incertitude dans le modèle de décision qui sera traitée au chapitre 4.

Les techniques bayésiennes de l'analyse de données sont généralement groupées en deux grandes familles: méthodes hiérarchiques et méthodes empiriques. Le fondement des méthodes empiriques date depuis les années 40. Il existe une littérature importante qui explique cette théorie et la logique de son utilisation ainsi que les relations avec les autres techniques statistiques [54]. Généralement les méthodes bayésiennes empiriques représentent une approximation de l'analyse bayésienne. Elles ne représentent pas une vraie analyse bayésienne des données car elles utilisent une approche statistique traditionnelle pour estimer les paramètres de la distribution a priori. Or, dans une approche bayésienne hiérarchique l'analyse des données ainsi que les distributions a priori et a posteriori sont estimées d'une façon intégrée. Cette méthode est considérée comme étant le nouveau née des méthodes bayésiennes.

Dans les dernières années, beaucoup de travaux de recherche ont montré l'efficacité de cette approche par rapport aux méthodes empiriques classiques [55].

2.3.2 Méthode bayésienne hiérarchique

Un modèle hiérarchique est un modèle riche en informations qui permet de modéliser mieux notre compréhension statistique du problème. Ce modèle comparé à un modèle non-hiérarchique (Fig. 2.4(a)) peut intégrer des hyperparamètres qui ne configurent pas dans la fonction de vraisemblance. En effet, le modèle de la figure 2.4(b) représente une amélioration du modèle de la figure 2.4(a) en faisant intégrer des connaissances à propos des paramètres u et y .

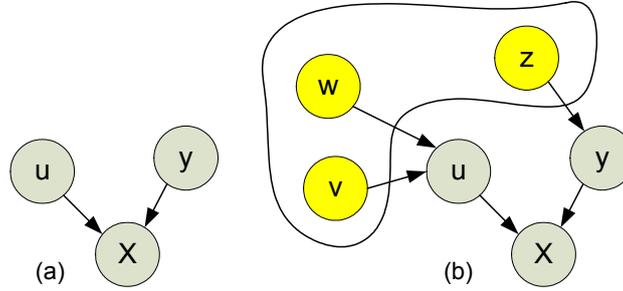


FIG. 2.4 – (a) *Modèle non-hiérarchique* (b) *Modèle hiérarchique*

La loi jointe a posteriori de tous les paramètres s'écrit

$$p(u, y, w, v, z | X) \propto p(X | u, y) \pi(u | w, v) \pi(w) \pi(v) \pi(y | z) \pi(z), \quad (2.2)$$

au lieu de

$$p(u, y | X) \propto p(X | u, y) \pi(u) \pi(y). \quad (2.3)$$

Selon cette représentation, un modèle hiérarchique bayésien est un GAD, et par conséquent il peut être représenté par un RB.

Supposons qu'on dispose de n échantillons i.i.d. $\mathcal{D} = (x_1, \dots, x_n)$ à partir d'une densité f_θ , avec un vecteur paramètres inconnu $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in \Theta$, la fonction de vraisemblance associée est

$$L(\theta | \mathcal{D}) = \prod_{i=1}^n f_\theta(x_i). \quad (2.4)$$

Cette fonction représente l'entité fondamentale pour l'analyse des données d'observation à propos de θ à travers \mathcal{D} et l'inférence bayésienne sera basée sur cette fonction. La distribution a posteriori du paramètre θ est donnée par la relation

$$p(\theta|\mathcal{D}) = \frac{L(\theta|\mathcal{D})\pi(\theta)}{\int L(\theta|\mathcal{D})\pi(\theta)d\theta} \propto L(\theta|\mathcal{D})\pi(\theta), \quad (2.5)$$

ce qui peut être résumé en

$$\begin{aligned} \text{Distribution a posteriori} &= \frac{\text{Distribution a priori} \times \text{vraisemblance}}{\text{Distribution marginale}}, \\ &\propto \text{Distribution a priori} \times \text{vraisemblance}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Le facteur $\pi(\theta)$ est appelé la distribution a priori du paramètre θ , qui doit être connue pour commencer l'analyse. Le choix de cette information a priori peut être informatif ou non-informatif. Il sera discuté par la suite. L'estimation bayésienne du paramètre θ est déterminée par une intégration selon la formule suivante

$$\hat{\theta} = \int_{\Theta} \theta p(\theta|\mathcal{D})d\theta = \frac{\int \theta L(\theta|\mathcal{D})\pi(\theta)d\theta}{\int L(\theta|\mathcal{D})\pi(\theta)d\theta}, \quad (2.7)$$

pour un ensemble d'observations \mathcal{D} .

L'estimateur Maximum A Postérieur (MAP) est défini par

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} p(\theta|\mathcal{D}) = \arg \max_{\theta} L(\theta|\mathcal{D})\pi(\theta), \quad (2.8)$$

qui est calculable si $p(\theta|\mathcal{D})$ possède une forme analytique. L'effet de la distribution a priori n'apparaît pas dans un estimateur à Maximum de Vraisemblance, dont l'expression est déterminée en résolvant pour un paramètre θ_i

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} L(\theta|\mathcal{D}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.9)$$

Un estimateur à MV peut être considéré asymptotiquement comme un MAP si le nombre d'observations augmente infiniment et l'effet de la distribution a priori devient négligeable [56]. L'approche empirique est aussi une approche bayésienne qui ne tient pas compte de l'information a priori des paramètres θ . Par conséquent, nous pouvons considérer que la méthode empirique est une approximation de la méthode bayésienne exacte. Nous présentons par la suite un exemple pour expliquer la différence entre les deux approches.

Exemple 2

Gaver et O'Muircheartaigh [57] ont estimé le taux de défaillance de 10 pompes dans une centrale nucléaire. Il ont étudié la robustesse d'une analyse empirique des données poissonniennes. Le nombre de défaillances est noté X_i observés dans la durée $[0, t_i]$ pour la $i^{\text{ème}}$ pompe. Il est supposé que $X_i|\lambda_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i t_i)$ où $\{\lambda_i|\alpha, \beta\}$ sont distribués indépendamment selon la loi Gamma

$$f(\lambda_i|\alpha,\beta) = \frac{e^{-\beta\lambda_i} \beta^\alpha \lambda_i^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \quad (2.10)$$

α et β sont des hyperparamètres qui sont eux même inconnus, mais dont la distribution a priori est connue

$$\alpha \sim \exp(a), \quad (2.11)$$

$$\beta \sim \text{Gamma}(b,c). \quad (2.12)$$

La fonction de vraisemblance s'écrit

$$L(\{\lambda_i\}) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda_i t_i} (\lambda_i t_i)^{x_i}}{x_i!} \propto \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t_i} \lambda_i^{x_i}. \quad (2.13)$$

Le tableau 2.1 représente les données de défaillances des pompes.

La densité a posteriori s'écrit

$$f(\lambda_1, \dots, \lambda_n, \alpha, \beta | x_1, \dots, x_n) \propto e^{-\alpha\alpha} \beta^{b-1} e^{-c\beta} \left(\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \right)^n \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t_i} \lambda_i^{x_i} \prod_{i=1}^n \lambda_i^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda_i}. \quad (2.14)$$

TAB. 2.1 – Données de défaillances des pompes

Pompe	x_i	$t_i(10^{-3} \text{heures})$
1	5	94.320
2	1	15.720
3	5	62.880
4	14	125.760
5	3	5.240
6	19	31.440
7	1	1.048
8	1	1.048
9	4	2.096
10	22	10.480

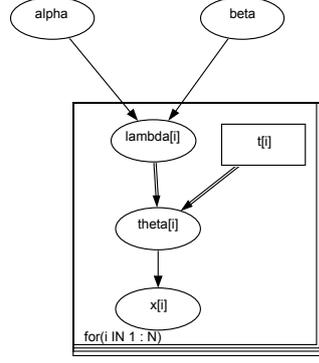


FIG. 2.5 – GAD associé au modèle

La densité a posteriori de λ_j est par conséquent

$$f(\lambda_j | \{\lambda_i, i \neq j\}, \beta) \propto \lambda_j^{x_j} e^{-\lambda_j t_j} \lambda_j^{\alpha-1} e^{-\beta \lambda_j} \propto \text{Gamma}(\alpha + x_j, \beta + t_j). \quad (2.15)$$

Pour la détermination de la densité conditionnelle a posteriori de β il faut supposer que tous les autres paramètres et hyperparamètres sont constants

$$f(\beta | \{\lambda_i\}) \propto \beta^{b-1} e^{-c\beta} \beta^{n\alpha} \prod_{i=1}^n e^{-\beta \lambda_i} \propto \text{Gamma}(n\alpha + b, c + \sum_{i=1}^n \lambda_i). \quad (2.16)$$

La densité conditionnelle a posteriori de α s'écrit

$$f(\alpha | \beta, \{\lambda_i\}) \propto e^{-a\alpha} \left(\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \right)^n \left(\prod_{i=1}^n \lambda_i \right)^{\alpha-1}. \quad (2.17)$$

L'inférence bayésienne du modèle global peut être réalisée aisément avec le langage bugs dont une interface graphique est Winbugs [58]. Cette interface permet la simulation par la méthode de l'échantillonnage de Gibbs. Le modèle graphique pour la simulation est présenté dans la figure 2.5. Les résultats de simulation sont présentés au tableau 2.2 (pour la méthode bayésienne hiérarchique nous avons pris: itérations: 10000, burn-in: 1000).

La méthode bayésienne empirique (MBE) consiste à ne pas donner des distributions a priori pour α et β , c'est à dire les considérer comme constantes. Pour $\alpha = \beta = 1$, nous pouvons déduire la moyenne et la variance de λ_i

$$E_{MBE}(\lambda_i) = \frac{\alpha + x_i}{\beta + t_i}, \quad (2.18)$$

$$Var_{MBE}(\lambda_i) = \frac{\alpha + x_i}{(\beta + t_i)^2}. \quad (2.19)$$

TAB. 2.2 – *Les résultats de simulation pour les pompes*

Noeud	Bayes Hiérarchique		Bayes Empirique	
	E(x)	Var(X)	E(X)	Var (X)
lambda[1]	0.05983	0.02522	0.06294	0.0006744
lambda[2]	0.1015	0.07957	0.1196	0.007154
lambda[3]	0.08909	0.03789	0.09392	0.001470
lambda[4]	0.1155	0.03019	0.1183	0.0009335
lambda[5]	0.6026	0.3149	0.6410	0.10272
lambda[6]	0.6102	0.1391	0.6165	0.019005
lambda[7]	0.9	0.7321	0.9765	0.47683
lambda[8]	0.8998	0.7457	0.9765	0.47683
lambda[9]	1.602	0.7719	1.6149	0.52163
lambda[10]	2.0	0.4302	2.00348	0.16693

2.3.3 Modèle Hiérarchique de Weibull

Plus de 50 ans Waloddi Weibull [59] a présenté sa distribution au communauté scientifique internationale. Dans le contexte de la fiabilité, c'est une des plus importantes distributions de durée de vie de divers composants de tous les domaines de l'ingénierie. Nous citons à titre d'exemple selon la référence [60] les applications dans le domaine électrique, mécanique et hydraulique:

- durée de vie des relais,
- durée de vie des transistors,
- tension de claquage de diélectrique,
- durée de vie des roulements à billes,
- durée de vie de composites de la fibre du carbone,
- données de fatigue pour plusieurs matériaux,
- corrosion dans les canalisations.

La modélisation de données statistiques par la distribution de Weibull a touché aussi plusieurs autres domaines: biologie, environnement, santé, physique, sciences sociales, etc....

Selon les données, il est possible de choisir soit une estimation paramétrique soit une

regression de Weibull.

2.3.3.1 Données et paramètres

Signification des paramètres Cette distribution notée $Weibull(a,b)$ (Expression (14) Annexe A) avec a le paramètre de forme et b celui d'échelle. Nous supposons dans notre étude que le paramètre de retard τ est nul. La fonction taux de panne instantannée (fonction hazard) correspondante s'écrit

$$h(t|b,a) = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{t}{b}\right)^{a-1}, \quad (2.20)$$

b est homogène à t et a n'a pas de dimension. Ce dernier paramètre reflète le comportement de la fonction hazard:

- $a > 1$: la fonction hazard est croissante, ce qui permet de modéliser le vieillissement du composant.

- $a < 1$: la fonction hazard est décroissante, ce qui permet de modéliser les pannes de jeunesse.

- $a = 1$: la fonction hazard est constante, c'est l'équivalent à la distribution en exponentielle permettant de modéliser les pannes accidentelles.

Face à ce vieillissement, les ingénieurs essayent de baisser ce paramètre à des valeurs typiques entre 1 et 2. La plupart des temps, les données concernant le paramètre a ne sont pas quantitatifs et apparaissent comme des opinions d'experts sur la vitesse de vieillissement qui est donnée par

$$\frac{\partial h(t|b,a)}{\partial t} = \frac{a(a-1)}{b^2} \left(\frac{t}{b}\right)^{a-2}, \quad (2.21)$$

et l'accélération de vieillissement dont l'expression est

$$\frac{\partial^2 h(t|b,a)}{\partial t^2} = \frac{a(a-1)(a-2)}{b^3} \left(\frac{t}{b}\right)^{a-3}. \quad (2.22)$$

Le paramètre b reflète la connaissance à propos de la durée de vie du composant. C'est l'inverse de celui de la distribution en exponentielle (λ).

Les données Les modèles statistiques comptent largement sur les données pour faire des prédictions. Dans notre cas, les modèles sont les distributions statistiques et les données sont des durées de vie ou les temps de défaillances du produit. L'exactitude des estimations ainsi que les prédictions sont directement proportionnelles à la qualité, l'exactitude et la complétude des données fournies. Généralement, les données sont classées en données (i) complètes ou (ii) censurés (ou incomplètes). Supposons qu'on dispose de n variables aléatoires indépendantes d'une distribution de Weibull

$$\mathbf{T}_n = T_1, \dots, T_n \sim Weibull(a, b), \quad (2.23)$$

et soient (t_1, \dots, t_n) un ensemble de n échantillons observés des variables T_i . Les données sont dites complètes si l'ensemble de données disponible pour l'estimation est $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$; c'est à dire que tous les échantillons d'observation sont connus dans les données d'estimation. Par contre, pour des données censurées, quelques échantillons sont inconnus. Ce manque de données est subdivisé en plusieurs catégories. Pour plus d'information sur les différents types de censures, voir la référence [61].

2.3.3.2 Modèle multiparamètres

Supposons que notre modèle hiérarchique possède deux paramètres $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$. Nous cherchons les distributions conditionnelles des paramètres d'intérêt $p(\theta_1|y)$ et $p(\theta_2|y)$ en présence de données d'observation. Celles-ci sont dérivées de la loi jointe a posteriori

$$p(\theta_1, \theta_2|y) \propto L(\theta_1, \theta_2|y) \cdot \pi(\theta_1, \theta_2). \quad (2.24)$$

En effectuant une intégration selon le paramètre θ_2

$$p(\theta_1|y) = \int p(\theta_1, \theta_2|y) d\theta_2 = \int p(\theta_1|\theta_2, y) p(\theta_2|y) d\theta_2, \quad (2.25)$$

de la même façon on peut déduire

$$p(\theta_2|y) = \int p(\theta_2|\theta_1, y) p(\theta_1|y) d\theta_1. \quad (2.26)$$

2.3.3.3 Modèle a priori des paramètres

Les distributions a priori Les distributions a priori sont groupées en deux familles : distribution informative ou une distribution non informative ou encore vague. Une distribution informative est généralement choisie de type conjuguée; c'est à dire ce qui donne une distribution a posteriori appartenant à la même famille de celle de la distribution a priori, ce qui facilite beaucoup l'inférence bayésienne. Une distribution informative peut être l'origine d'expériences pratiques d'ingénieurs ou des jugements personnels d'experts dans le cas où des tests sont difficiles ou coûteux.

Une distribution non informative est généralement choisie dans le cas où nous disposons d'aucune ou peu d'informations sur la distribution a priori du paramètre. Le choix est généralement réalisé selon que le paramètre est de type décalage ou échelle. Pour les paramètres de type décalage comme

$$x \sim f(x - \theta), \quad \text{la distribution a priori est } \pi(\theta) = 1. \quad (2.27)$$

Alors que pour les paramètres de type échelle comme

$$x \sim \frac{1}{\theta} f\left(\frac{x}{\theta}\right), \quad \text{la distribution a priori est } \pi(\theta) = \frac{1}{\theta}. \quad (2.28)$$

Il faut noter que ce genre de distributions sont dites impropres car leurs intégrales sont infinies

$$\int_{-\infty}^{+\infty} 1d\theta = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\theta} d\theta = \infty, \quad (2.29)$$

mais leurs distributions a posteriori sont propres.

Une règle générale pour trouver une distribution a priori non informative est donnée par Jeffrey [62], connue sous le nom de règle de Jeffrey

$$\pi(\theta) = \sqrt{I(\theta)}, \quad I(\theta) = -E \left[\frac{d^2 \log p(y|\theta)}{d\theta^2} | \theta \right], \quad (2.30)$$

avec $I(\theta)$ l'information de Fisher et pour une distribution mono-dimensionnelle. Pour une distribution multidimensionnelle avec $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, l'expression sera

$$\pi(\boldsymbol{\theta}) = \sqrt{|I(\boldsymbol{\theta})|}, \quad I_{ij}(\boldsymbol{\theta}) = -E \left[\frac{\partial \log p(y|\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right], \quad (i, j = 1, 2, \dots, k). \quad (2.31)$$

Une distribution a priori d'un paramètre θ peut avoir elle même des paramètres qui sont appelés hyperparamètres avec des hyper-distributions a priori, c'est ce qui caractérise un modèle hiérarchique à plusieurs niveaux. Un paramètre peut avoir la distribution a priori $\pi(\theta)$ qui est exprimée en fonction de la distribution a priori des hyperparamètres

$$\pi(\theta) = \int \pi_1(\theta|\varphi) \pi_2(\varphi) d\varphi, \quad (2.32)$$

$\pi_1(\theta|\varphi)$ est la distribution a priori de premier niveau, représentant la variabilité de la population dans θ pour une valeur donnée de φ (qui est typiquement un vecteur), et $\pi_2(\varphi)$ est l'hyper-distribution a priori représentant l'incertitude de φ dont les composantes sont appelés hyperparamètres. La distribution a posteriori de tous les paramètres inconnus sera

$$p(\varphi, \theta | y) \propto p(y|\varphi, \theta) \pi_1(\theta|\varphi) \pi_2(\varphi). \quad (2.33)$$

Il faut noter ici que le produit $[\pi_1(\theta|\varphi) \pi_2(\varphi)]$ permet d'avoir la distribution jointe de θ et φ $[\pi(\theta, \varphi)]$. Cette distribution marginale des deux paramètres sera par la suite multipliée par une densité d'échantillons de données $[p(y|\varphi, \theta)]$. La distribution a posteriori de θ sera déterminée par une intégration sur le domaine Θ

$$p(\theta|y) \propto \int_{\Theta} p(y|\varphi, \theta) \pi_1(\theta|\varphi) \pi_2(\varphi) d\varphi. \quad (2.34)$$

Généralement cette intégrale n'a pas une forme analytique intégrable, et par conséquent il faut faire recours aux simulations de Monte Carlo.

Il faut noter que l'utilisation d'un modèle hiérarchique à deux niveaux est le plus courant dans la littérature, mais ceci n'empêche pas de pouvoir construire un modèle avec un nombre de niveaux plus élevé.

Parmi les méthodes qui sont aussi utilisées pour la détermination des a priori des hyperparamètres, on trouve les méthodes empiriques qui font appel aux statistiques suffisantes de la distribution d'échantillons. Parmi ces méthodes on trouve la méthode MV et la méthode des moments.

A ce niveau nous pouvons déduire pour un modèle avec deux paramètres $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$ qui ont respectivement les hyperparamètres φ_1 et φ_2 , la distribution a posteriori de tous les paramètres

$$p(\theta_1, \theta_2, \varphi_1, \varphi_2 | y) \propto L(\theta_1, \theta_2 | y) \cdot \pi(\theta_1 | \varphi_1) \pi(\theta_2 | \varphi_2) \pi(\varphi_1) \pi(\varphi_2) \quad (2.35)$$

Estimation bayésienne des paramètres de Weibull Nous allons supposer dans ce contexte que nous n'avons aucune connaissance exacte sur les paramètres a et b .

Estimation avec des distributions a priori noninformatives Supposons que nous disposons des données non censurées $\mathbf{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ caractérisant les durées de défaillance de n composants identiques dont la distribution de défaillance suit une loi de Weibull à deux paramètres. Soit la reparamétrisation $\lambda = b^{-a}$, ce qui donne la nouvelle expression de la distribution

$$f(t | \lambda, a) = \lambda a t^{a-1} \exp[-\lambda t^a]. \quad (2.36)$$

La fonction de vraisemblance s'écrit

$$L(\lambda, a | \mathbf{t}) = \prod_{i=1}^n \lambda a t_i^{a-1} \exp[-\lambda t_i^a] = (\lambda a)^n \prod_{i=1}^n t_i^{a-1} \exp[-\lambda \sum_{i=1}^n t_i^a], \quad (2.37)$$

d'où la Log-vraisemblance

$$\mathcal{L}(\lambda, a | \mathbf{t}) = n \ln(\lambda a) + (a-1) \sum_{i=1}^n \ln(t_i) - \lambda \sum_{i=1}^n t_i^a. \quad (2.38)$$

Le choix d'une distribution a priori noninformativ pour λ et a sera selon la relation de Jeffery (2.30):

$$\pi(\lambda, a) \propto \sqrt{|I(\lambda, a)|}. \quad (2.39)$$

Pour la détermination de cette distribution, nous aurons besoin de calculer la matrice d'information de Fisher (2.31)

$$|I(\lambda, a)| = -E \begin{vmatrix} \partial^2 \ln f(t|\lambda, a)/\partial \lambda^2 & \partial^2 \ln f(t|\lambda, a)/\partial \lambda \partial a \\ \partial^2 \ln f(t|\lambda, a)/\partial \lambda \partial a & \partial^2 \ln f(t|\lambda, a)/\partial a^2 \end{vmatrix} \quad (2.40)$$

$$= \begin{vmatrix} 1/\lambda^2 & (\zeta(2) + \ln \lambda)/\lambda a \\ (\zeta(2) + \ln \lambda)/\lambda a & \{1 + \zeta^2(2) + k + (\ln \lambda)^2 \\ & + 2\zeta(2) \ln \lambda\}/a^2 \end{vmatrix} \quad (2.41)$$

$$= (1 + k)/\lambda^2 a^2, \quad (2.42)$$

avec

$$\zeta(2) = \int_0^{+\infty} u \exp(-u) (\ln u) du, \quad k = 0.6449,$$

et par conséquent

$$\pi(\lambda, a) \propto 1/\lambda a. \quad (2.43)$$

A partir de la formule (2.43), nous pouvons déduire la loi jointe a posteriori des paramètres λ et a

$$p(\lambda, a|\mathbf{t}) \propto (\lambda a)^{n-1} \prod_{i=1}^n t_i^{a-1} \exp[-\lambda \sum_{i=1}^n t_i^a]. \quad (2.44)$$

Les densités a posteriori des paramètres seront

$$p(\lambda|\mathbf{t}, a) \propto \lambda^{n-1} \exp[-\lambda \sum_{i=1}^n t_i^a] \propto \text{Gamma}(n, \sum_{i=1}^n t_i^a), \quad (2.45)$$

$$p(a|\mathbf{t}, \lambda) \propto a^{n-1} \prod_{i=1}^n t_i^{a-1} \exp[-\lambda \sum_{i=1}^n t_i^a]. \quad (2.46)$$

Il est clair que la deuxième densité (2.46) n'est pas facile à calculer. Nous verrons au paragraphe suivant comment résoudre ce problème. Devant ce calcul coûteux, il serait intéressant de prendre en compte la recommandation dans plusieurs références de l'équivalence d'un estimateur bayésien et celui de MV dans le cas d'une information a priori noninformative.

La résolution avec la méthode bayésienne nécessite une méthode d'échantillonnage efficace pour $p(a|\mathbf{t}, \lambda)$ qui est une fonction log-concave. Si une méthode inverse est indisponible pour la génération des échantillons aléatoires, il faut faire recours à la méthode d'échantillonnage par rejection (Rejection Sampling) [63].

Echantillonnage par rejection Généralement, ce genre de problème consiste à échantillonner à partir d'une distribution a posteriori $p(\theta|\mathbf{y})$ ou bien une densité non normalisée $q(\theta|\mathbf{y})$ de telle sorte que $p(\theta|\mathbf{y}) = q(\theta|\mathbf{y}) / \int q(\theta|\mathbf{y})d\theta$. En effet, c'est la densité $p(\theta|\mathbf{y})$ qui est la densité d'intérêt, mais nous pouvons travailler sur $q(\theta|\mathbf{y})$ à sa place sans connaître la constante d'intégration $\int q(\theta|\mathbf{y})d\theta$. Pour échantillonner à partir de cette densité, nous aurons besoin d'une fonction positive $g(\theta)$ définie pour tout l'intervalle de variation de θ pour lequel $p(\theta|\mathbf{y}) > 0$. La densité $g(\theta)$ doit avoir les propriétés suivantes:

- $g(\theta)$ doit avoir une intégrale finie et pas nécessairement égale à 1.
- Il est possible d'échantillonner à partir d'une densité proportionnelle à $g(\theta)$.
- Le rapport d'importance $p(\theta|\mathbf{y})/g(\theta)$ doit avoir une borne connue; c'est à dire, il existe une constante M telle que pour tout θ , $p(\theta|\mathbf{y})/g(\theta) \leq M$. La densité $Mg(\theta)$ est appelée la fonction enveloppe de $p(\theta|\mathbf{y})$.

Algorithme échantillonnage par rejection (ER):

1. Echantillonner $\theta \sim g(\theta)$.
2. Echantillonner $u \sim Uniform(0,1)$.
3. Si $u \leq p(\theta|\mathbf{y})/Mg(\theta)$ accepter θ sinon le rejeter et revenir à 1.

Cet algorithme donne un résultat médiocre de point de vue nombre important d'échantillons rejetés. Dans ce cas, l'algorithme échantillonnage adaptatif par rejection (Adaptive Rejection Sampling) [63] devient plus efficace.

Echantillonnage adaptatif par rejection (EAR) Les échantillons rejetés sont utilisés pour améliorer la probabilité d'acceptation de la distribution proposée. L'algorithme EAR assume que la densité $p(x)$ est log-concave, c'est à dire $f(x) = \log p(x)$ est concave. Puisque $f(x)$ est concave, elle est bornée par les droites de tangentes $t_{x_0}(x)$ aux abscisses x_0 , définies par

$$t_{x_0}(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \quad (2.47)$$

Par conséquent, pour tout x_0 , on a $f(x) \leq t_{x_0}(x)$.

L'algorithme EAR utilise des distributions proposées dont les log-densités sont construites par le minimum d'un ensemble fini de tangentes

$$f(x) \leq g_n(x) = \min_{i=1..n} t_{x_i}(x), \quad (2.48)$$

$$q_n(x) \propto \exp(g_n(x)), \quad (2.49)$$

où x_1, \dots, x_n sont les abscisses des droites de tangentes. Comme $g_n(x)$ est linéaire par morceaux, $q_n(x)$ est une distribution exponentielle par morceaux qui peut être échantillonnée efficacement. Supposons que x_{n+1} est un échantillon de cette distribution ($x_{n+1} \sim q_n(x)$). Si x_{n+1} est rejeté, c'est qu'il est localisé dans la partie où la distribution proposée $q_n(x)$ diffère considérablement de $p(x)$. Au lieu de rejeter x_{n+1} , il est ajouté à l'ensemble des abscisses qui auront une distribution $q_{n+1}(x)$ qui rapprochera $p(x)$ autour de x_{n+1} .

Pour que $q_n(x)$ soit normalisable, il faut que $g_n(x) \rightarrow -\infty$ quand $x \rightarrow \infty$. Cette condition est garantie si l'ensemble initial des abscisses contient un point x_1 pour lequel $f'(x) > 0$ pour tous les $x < x_1$ et un point x_2 pour lequel $f'(x) < 0$ pour tous les $x > x_2$.

Estimation avec des distributions a priori informatives Généralement, on utilise des distributions a priori conjuguées. La distribution la plus utilisée est la distribution Gamma. Supposons que les paramètres λ et a sont distribués a priori comme suit

$$\lambda \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta), \quad (2.50)$$

$$a \sim \text{Gamma}(\gamma, \eta). \quad (2.51)$$

Nous supposons que ces deux distributions sont indépendantes de telle sorte que la loi jointe a priori serait

$$\pi(\lambda, a) = \pi(\lambda) \cdot \pi(a). \quad (2.52)$$

Pour des valeurs connues de α, β, γ et η , la distribution a posteriori de λ suit aussi la loi Gamma

$$p(\lambda | \mathbf{t}, a) \propto \lambda^{\alpha+n-1} \exp[-\lambda(\beta + \sum_{i=1}^n t_i^a)] \propto \text{Gamma}(\alpha + n, \beta + \sum_{i=1}^n t_i^a). \quad (2.53)$$

La distribution a posteriori de a sera

$$p(a | \mathbf{t}, \lambda) \propto a^{\gamma+n-1} \prod_{i=1}^n t_i^{a-1} \exp[-\eta a - \lambda \sum_{i=1}^n t_i^a]. \quad (2.54)$$

L'échantillonnage à partir de ces distributions est réalisé comme au paragraphe précédent.

2.3.3.4 Intervalle de crédibilité

La distribution a posteriori possède généralement des points d'estimations tels que la moyenne, la variance et la médiane. L'approche bayésienne permet de construire en plus de ces informations un intervalle d'incertitude significatif pour cette estimation a posteriori. Pour

atteindre cette incertitude on a besoin de construire un intervalle de crédibilité $[\theta_l, \theta_u]$ (θ_l est la borne inférieure, θ_u est la borne supérieure) défini selon un paramètre α

$$P(\theta_l < \theta < \theta_u | y) = \int_{\theta_l}^{\theta_u} p(\theta | y) d\theta = 1 - \alpha, 0 < \alpha < 1. \quad (2.55)$$

Cet intervalle est appelé intervalle de crédibilité $IC_{1-\alpha}$ de θ et qui vaut $100(1-\alpha)\%$. Pour des raisons de commodité, les bornes de l'intervalle peuvent être déterminées de telle sorte qu'on a une probabilité égale à $\alpha/2$ de part et d'autre de la distribution a posteriori. Par exemple, θ_l peut être choisie comme le 5^{ème} quantile alors que θ_u est le 95^{ème} quantile pour avoir un IC de 90%.

L'intervalle de crédibilité est calculé analytiquement par les équations théoriques des quantiles de la distribution a posteriori quand elles existent ou par simulation de celles-ci.

Exemple 3 (*Données prises de [53]*)

Il s'agit des durées de défaillances des lampes de projecteurs LCD.

Données (heures de projection) : (387, 182, 244, 600, 627, 332, 418, 300, 798, 584, 660, 39, 274, 174, 50,34, 1895, 158, 974, 345, 1755, 1752, 473, 81, 954, 1407, 230, 464, 380, 131, 1205), N=31.

Pour calculer les densités a posteriori des paramètres, nous proposons deux possibilités : écrire le programme en langage R [64] et utiliser le paquet ARS [65] basé sur l'algorithme EAR de Gilks [63] et l'algorithme de Gibbs [14]. Ou bien utiliser le logiciel Winbugs [58], qui utilise automatiquement ces algorithmes, avec une approximation de la distribution a priori de Jeffery (n.b. alpha est le paramètre a et lambda est b^a) :

```
alpha ~dgamma (0.5, 0.0001),
lambda ~dgamma (0.5, 0.0001).
```

Pour le même exemple mais avec des densités a priori connues, il faut changer les distributions a priori de alpha et lambda par:

```
alpha ~dgamma (1, 1),
lambda ~dgamma (2.5, 2350).
```

Ces données sont déduites à partir du document constructeur sur la durée de vie des lampes (voir la réf. [53]). La simulation a été réalisée avec trois chaînes dont les valeurs initiales sont dispersées. Les résultats de simulation (itérations:18000, burn-in:1000) sont donnés aux figures 2.6 et 2.7.

Interprétations

Les résultats de simulation (Tab. 2.3) montrent une valeur moyenne de 0.001927 pour une distribution a priori non-informative du paramètre λ , qui est proche de la valeur calculée par la méthode de MV ($\hat{\lambda}_{MV} = 0.001731$). Nous pouvons remarquer une meilleure convergence

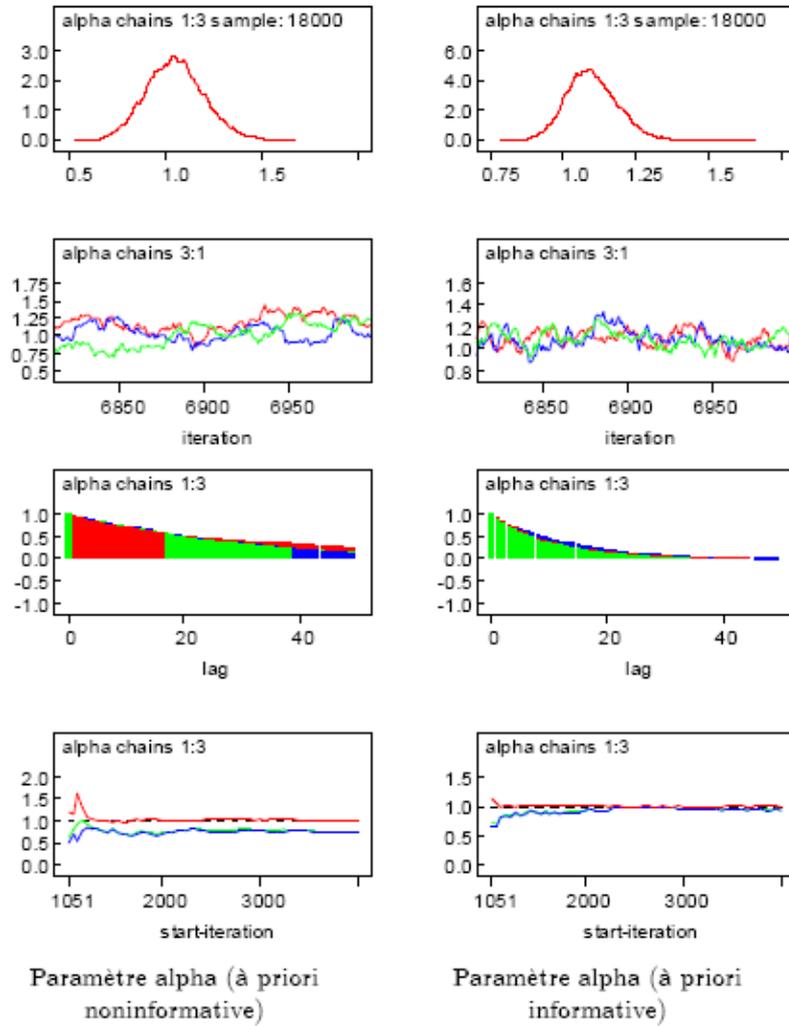
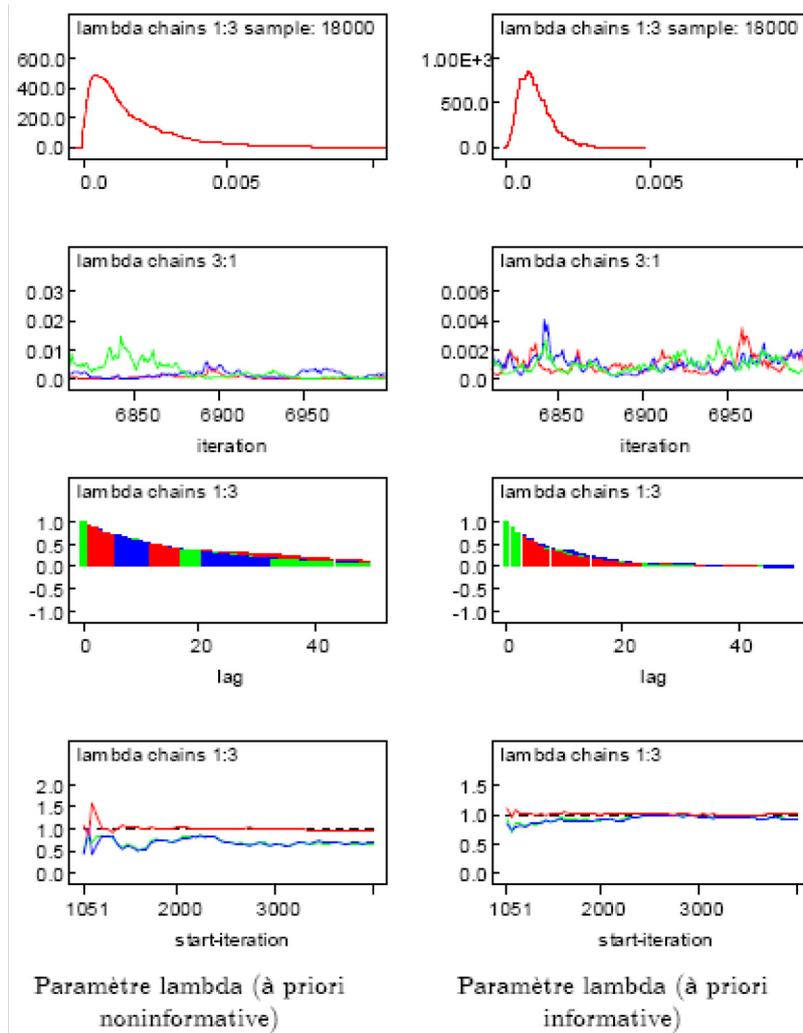


FIG. 2.6 – Estimation du paramètre alpha (a)

TAB. 2.3 – Résultats de simulation pour l'estimation des paramètres alpha (a) et lambda (\hat{b})

Distribution à priori	Noeud	$E(x)$	$\text{Var}(x)$	2.5%	Médian	97.5%
noninformative	alpha	1.055	0.1488	0.7757	1.051	1.361
	lambda	0.001927	0.002208	1.439E-4	0.001212	0.00791
informative	alpha	1.099	0.08922	0.9412	1.093	1.287
	lambda	0.001021	5.724E-4	2.437E-4	9.127E-4	0.002448

FIG. 2.7 – Estimation du paramètre lambda (b^a)

des chaînes dans le cas d'une distribution a priori informative. Pour le même nombre d'échantillons, la fonction autocorrélation des échantillons (la troisième courbe) devient plus faible et le paramètre de diagnostic de convergence de Gelman-Rubin²(la quatrième courbe) devient plus proche de 1.

2.3.3.5 *Verification du modèle*

Après avoir terminé les deux premières étapes de l'estimation bayésienne à savoir : la construction du modèle probabiliste à partir des statistiques et le calcul, éventuellement par simulation, des différentes densités a posteriori des paramètres, il ne faut pas ignorer l'étape de test du modèle (model-fit) et la vérification de la consistence des données avec le modèle. Généralement, dans une approche bayésienne, il y a beaucoup de discussion sur la distribution a priori et de la sensibilité du modèle par rapport à ce paramètre d'entrée, qui peut être subjective et sachant que cette distribution a un effet considérable sur le modèle surtout si la taille des échantillons est faible ce qui est le cas général pour l'industrie. Il faut noter aussi que la fonction de vraisemblance elle-même a besoin de vérification. Il est courant de trouver plusieurs modèles probabilistes représentant les données. Par exemple, les distributions exponentielle, Weibull et lognormal (voir Annexe A) peuvent nous ramener à des modèles proches l'un de l'autre [67].

Sachant que la distribution a posteriori peut devier vers un autre modèle, par conséquent cette analyse sera de type analyse priori vers posteriori (prior-to-posterior). Avant d'exploiter des données externes pour la vérification, il est possible d'utiliser le modèle lui-même, il s'agit de la distribution prédictive a posteriori (DPP). Si le modèle est correct, les données répliquées par le modèle doivent être similaires aux données d'observation. En d'autres termes; les données d'observation doivent apparaître plausibles avec la distribution prédictive a posteriori. Par conséquent, pour vérifier la consistance des données avec le modèle, il faut simuler des valeurs de la DPP à partir de données répliquées et comparer ses échantillons aux données d'observations.

Distribution prédictive a posteriori (DPP) et *p*-valeur Supposons que les données d'observation sont désignées par y , θ est le vecteur de paramètres (inclus tous les hyperparamètres si le modèle est hiérarchique). Pour éviter la confusion avec les données d'observation y , on définit y^{rep} comme les données répliquées qui auraient pu être observées ou, prédictivement parlant, les données que nous verrions demain si l'expérience qui a produit y aujourd'hui avait été reproduite avec le même modèle et la même valeur de θ qui a produit les données observées. Il faut distinguer entre y^{rep} et toute future valeur observable ou vecteur de quan-

2. voir les références [66, 53] pour les définitions de la fonction autocorrélation et le diagnostic de Gelman-Rubin)

tités observables. La distribution de y^{rep} conditionnellement à l'état courant de connaissance est décrite par la DPP

$$p(y^{rep} | y) = \int p(y^{rep} | \theta) p(\theta | y) d\theta. \quad (2.56)$$

La vérification consiste à générer des données à partir de $p(y^{rep} | y)$ appelées y_i^{rep} pour ($i = 1, \dots, N$) avec N le nombre total des replications. Ensuite, les comparer avec les données d'observations. Généralement, il faut utiliser par la suite une fonction de test $T(\cdot)$. $T(y)$ est le test statistique utilisant les données d'observation et $T(y^{rep})$ celui qui utilise les données répliquées. Ce test peut être l'un des tests statistiques comme ki-deux, Kolmogorov-Smirnov, Cramer Von Mises etc... (voir Annexe B), ou un test sur les valeurs statistiques spécifiques des données telles que, la moyenne, la variance, la valeur maximale et la valeur minimale. Pour la décision, on utilise la notion de *p-valeur* définie par

$$p\text{-valeur} = P(T(y^{rep}) > T(y) | \theta). \quad (2.57)$$

La *p-valeur* ne doit pas être proche des valeurs extrêmes 0 et 1. Une valeur extrême de cette variable de test implique que le modèle ne peut pas capturer cet aspect de données. En effet, la *p-valeur* permet de détecter si il existe une contradiction entre les données et le modèle. Elle mesure la signification statistique du modèle et non pas la signification pratique. Par conséquent, un intervalle de [0.05, 0.95] est raisonnable pour les valeurs de cette grandeur. Plus la valeur est proche de 0.5 plus la *p-valeur* est correcte et indique une bonne concordance entre les données et le modèle [67].

Le score DIC Supposons qu'on dispose de deux modèles probabilistes M_1 et M_2 avec les paramètres θ_1 et θ_2 et on veut sélectionner ces deux modèles. Soient les densités d'échantillonnage respectifs aux modèles $f_1(y|\theta_1, M_1)$ et $f_2(y|\theta_2, M_2)$ et les distributions a priori $p(\theta_1|M_1)$ et $p(\theta_2|M_2)$. Le ratio des distributions a posteriori est

$$\frac{P(M_1|y)}{P(M_2|y)} = \frac{P(M_1)p(y|M_1)}{P(M_2)p(y|M_2)} \quad (2.58)$$

$$= \frac{P(M_1) \int_{\Theta_1} f_1(y|\theta_1, M_1) p(\theta_1|M_1) d\theta_1}{P(M_2) \int_{\Theta_2} f_2(y|\theta_2, M_2) p(\theta_2|M_2) d\theta_2} \quad (2.59)$$

$$= \frac{P(M_1)}{P(M_2)} \times FB, \quad (2.60)$$

avec FB le Facteur de Bayes qui est défini par

$$FB = \frac{p(y|M_1)}{p(y|M_2)} = \frac{\int_{\Theta_1} f_1(y|\theta_1, M_1) p(\theta_1|M_1) d\theta_1}{\int_{\Theta_2} f_2(y|\theta_2, M_2) p(\theta_2|M_2) d\theta_2}. \quad (2.61)$$

Ce qui est traduit en termes

Ratio a posteriori=Ratio a priori x Facteur de Bayes.

La sélection du modèle diffère de la détermination de la *p-valeur* qui est un niveau de signification de la consistance du modèle avec les données et la distribution a priori, car il s'agit dans ce cas de déterminer la chance que le modèle soit vrai. Le FB est une méthode théorique puissante de sélection de modèle mais qui fait appel à des intégrales multidimensionnelles difficiles à approximer numériquement d'où leur limite d'utilisation en pratique. DiCiccio et al. [68] ont montré que le score BIC (Bayesian Information Criterion) qui est défini, dans le cas d'estimation paramétrique, par

$$BIC = -2 \log[p(y|\theta)] + \log(N)k, \quad (2.62)$$

est une approximation du Facteur de Bayes, avec $p(y|\theta)$ la fonction de vraisemblance, θ le vecteur paramètres de dimension k et N le nombre d'observations. Pour les modèles hiérarchiques, le score DIC (Deviance Information Criterion) [53] est une généralisation des scores AIC (Akaike Information Criterion) [69] et BIC. Ce score est utile lorsque les distributions a posteriori du modèle sont déterminées par une simulation MCMC. Avant de définir le score DIC, il faut définir la déviation du modèle

$$D(\theta) = -2 \log[p(y|\theta)]. \quad (2.63)$$

Une mesure de la qualité d'un test de modèle est la moyenne de la déviation

$$\bar{D} = E_{\theta}[D(\theta)]. \quad (2.64)$$

Cette moyenne peut être estimée par des simulations a posteriori des paramètres

$$\bar{D} = \hat{D} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L D(y, \theta^l). \quad (2.65)$$

Le nombre des paramètres estimés est

$$p_D = \bar{D} - D(\hat{\theta}), \quad (2.66)$$

où $\hat{\theta}$ est la moyenne marginale a posteriori. Par conséquent, le score DIC est défini par

$$DIC = \bar{D} + p_D = 2\bar{D} - D(\hat{\theta}). \quad (2.67)$$

Plus le DIC est faible, plus le modèle est préférable. Pour la comparaison entre deux modèles, une différence plus de 10 entre les DIC est significative, mais une différence de moins de 5 ne permet pas de décider.

Application 4

Les *p-valeurs* pour les modèles de Weibull avec les deux a priori informative et noninformative sont calculés en utilisant le test de Watson (voir Annexe B). Pour l'utilisation du score DIC, le modèle de Weibull est comparé avec une distribution a priori informative à un modèle exponentiel construit autour des mêmes données (Tab. 2.4).

Nous pouvons remarquer que le modèle Weibull avec une information a priori noninformative a donné la *p-valeur* la plus proche de 0.5. Même si les différences entre les valeurs calculées du DIC ne sont pas trop significatives, nous remarquons que ce même modèle a donné aussi la valeur du DIC la plus faible, ce qui permet de le choisir parmi les autres.

2.4 Estimation Bayésienne de La fiabilité

Les méthodes d'estimation de la fiabilité sont assez variées [60]. L'estimation bayésienne repose sur la densité a posteriori des paramètres. La valeur moyenne de la fiabilité pour une durée de fonctionnement T est déterminée par la formule

$$E[R(T|Données)] = \int R(T)p(\theta|Données)d\theta. \quad (2.68)$$

La distribution a posteriori des paramètres $p(\theta|Données) = p(\theta|y)$ a été défini au paragraphe précédent. Le calcul de la formule (2.68) est généralement réalisé par simulation si l'intégrale ne possède pas une forme analytique intégrable. Il est possible de déterminer aussi le médian, la moyenne et les quantiles. Pour un modèle de Weibull à deux paramètres (λ, a) , la fiabilité a l'expression suivante

$$R(T) = \exp[-\lambda T^a]. \quad (2.69)$$

En supposant que l'intervalle de crédibilité (IC) pour la fiabilité est à deux côtés $[R_l, R_u]$. IC est calculé par l'expression

TAB. 2.4 – *Comparaison des données appliquées à deux modèles: exponentiel et Weibull*

Modèle	Distribution a priori	p-valeur	DIC
Weibull	noninformative	0.607	452.416
	informative	0.700	457.623
Exponentiel	noninformative	0.667	458.243
	informative	0.686	458.185

$$IC = \int_{R_l(T)}^{R_u(T)} f(R|Données,T)dR. \quad (2.70)$$

Application 5

Pour le modèle de Weibull avec une distribution a priori non-informative (2.45) et (2.46)), la simulation est réalisée avec les paramètres: $IC = 90\%$, $L(\text{nombre d'échantillons}) = 9000$. Les courbes de simulation sont présentées à la figure 2.8. Pour $T = 1500 h$, on a $[R_l, R_u] = [0.02613, 0.15040]$ et le médian = 0.06999.

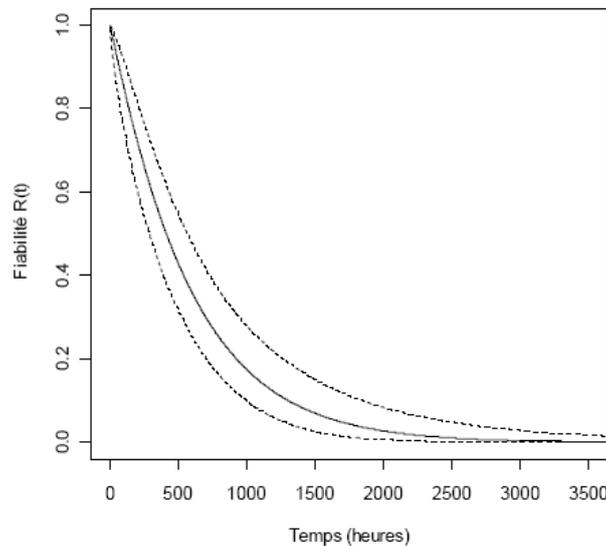


FIG. 2.8 – Courbe de fiabilité avec un IC de 90%

2.5 Fiabilité des systèmes à plusieurs composants

2.5.1 Système série

Prenons dans ce cas un système série dont les composants ont des distributions de défaillance de type Weibull à deux paramètres (a, λ) . Pour un système constitué de trois composants A , B et C dont un enregistrement des durées de fonctionnement non censurées sont:

Composant A : (35, 38, 42, 56, 58, 61, 63, 76, 81, 83, 86, 90, 99, 104, 113, 114, 117, 119, 141, 183), $N = 20$.

Composant B : (450, 460, 1150, 1150, 1560, 1600, 1660, 1850, 1850, 1850, 1850, 2030, 2030, 2030, 2070, 2070, 2080, 2200, 3000, 3000, 3000, 3000, 3100, 3200, 3450, 3750, 3750, 4150, 4150, 4150, 4150, 4300, 4300, 4300, 4300, 4600, 4850, 4850, 4850, 4850, 5000, 5000, 5000, 6100, 6100, 6100, 6100, 6300, 6450, 6450, 6700, 7450, 7800, 7800, 8100, 8100, 8200, 8500, 8500, 8500, 8750, 8750, 8750, 9400, 9900, 10100, 10100, 10100, 10100, 11500), $N=70$.

Composant C: (657, 384, 142, 54, 42, 102, 110, 37, 16, 87, 100, 17), N=12.

Le modèle RB de la fiabilité d'un système avec une structure série est donné en Annexe A (paragraphe A.4.1). La représentation du système par la méthode AD et RB est présentée à la figure 2.9. Les courbes des fiabilités de chaque composant ainsi que le système global sont présentées à la figure 2.10, avec un *IC* de 90%.

2.5.2 Système avec une structure inconnue

Supposons dans ce cas que le système à trois composants n'a pas une structure connue, mais nous disposons les probabilités

$$P(S = 1|A = 1, B = 1, C = 1) = \alpha_1 \quad (2.71)$$

$$P(S = 1|A = 0, B = 1, C = 1) = \alpha_2$$

$$P(S = 1|A = 1, B = 0, C = 1) = \alpha_3$$

$$P(S = 1|A = 1, B = 1, C = 0) = \alpha_4$$

$$P(S = 1|A = 0, B = 0, C = 1) = \alpha_5$$

$$P(S = 1|A = 1, B = 0, C = 0) = \alpha_6$$

$$P(S = 1|A = 0, B = 1, C = 0) = \alpha_7$$

$$P(S = 1|A = 0, B = 0, C = 0) = \alpha_8$$

Le modèle RB de la fiabilité d'un système avec une structure inconnue est donné en Annexe

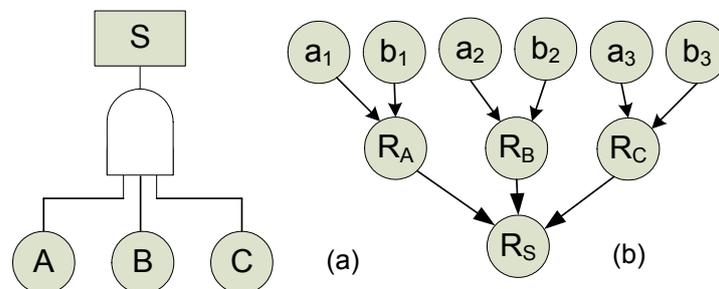
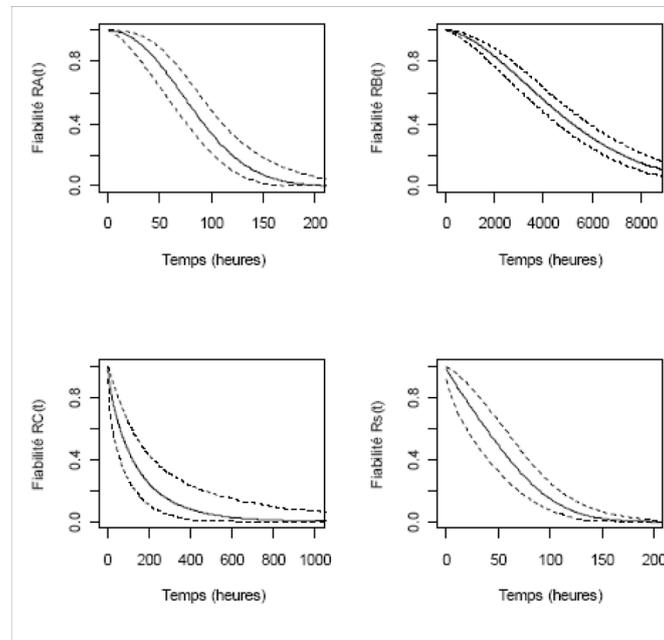
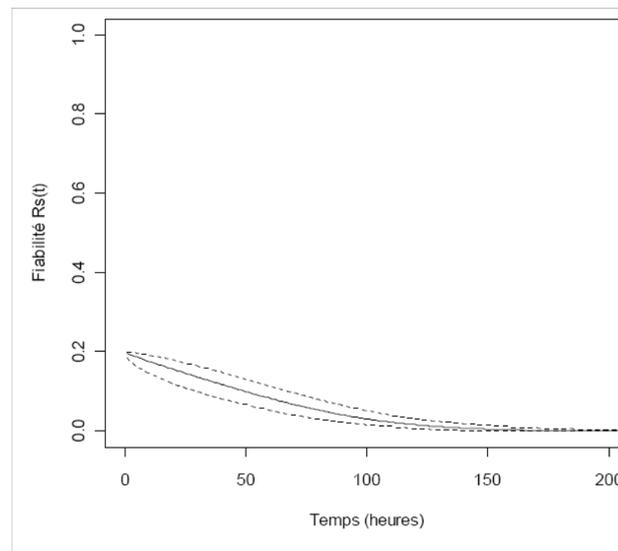


FIG. 2.9 – Modèle série (a) AD (b) RB

FIG. 2.10 – *Fiabilité des composants du système et fiabilité globale*FIG. 2.11 – *Fiabilité globale avec une structure inconnue*

A (paragraphe A.4.4). La fiabilité globale du système sera

$$\begin{aligned}
p(S = 1) &= \alpha_1 \pi_A(t) \pi_B(t) \pi_C(t) \\
&+ \alpha_2 (1 - \pi_A(t)) \pi_B(t) \pi_C(t) \\
&+ \alpha_3 \pi_A(t) (1 - \pi_B(t)) \pi_C(t) \\
&+ \alpha_4 \pi_A(t) \pi_B(t) (1 - \pi_C(t)) \\
&+ \alpha_5 (1 - \pi_A(t)) (1 - \pi_B(t)) \pi_C(t) \\
&+ \alpha_6 \pi_A(t) (1 - \pi_B(t)) (1 - \pi_C(t)) \\
&+ \alpha_7 (1 - \pi_A(t)) \pi_B(t) (1 - \pi_C(t)) \\
&+ \alpha_8 (1 - \pi_A(t)) (1 - \pi_B(t)) (1 - \pi_C(t)).
\end{aligned} \tag{2.72}$$

Application 6

Si on reprend les mêmes données que le paragraphe (2.6.1) et on suppose que les $\alpha_{i=1..8}$ sont respectivement $\{0.98, 0.8, 0.7, 0.75, 0.55, 0.5, 0.45, 0.03\}$. La courbe de fiabilité globale du système aura l'allure de la figure 2.11. Cette courbe montre une fiabilité de 0.2 au début du fonctionnement du système, ce qui montre que le système avec cette structure n'est pas fiable.

2.6 Conclusion

Les RBs permettent de modéliser graphiquement la fiabilité des systèmes avec la possibilité de représenter des structures différentes (voir Annexe A.4); série, parallèle, redondant, etc...

Les paramètres du modèle peuvent être incertains. Nous avons appliqué le modèle à une distribution de Weibull. Le choix de cette distribution est justifié par la généralisation de cette distribution à des modèles de type exponentiels, couramment utilisés. Cependant, l'approche de modélisation proposée peut être étendue pour d'autres distributions et même des modèles de régression de la fiabilité, car il s'agit d'un modèle paramétrique. Les RBs, avec leur nature probabiliste, peuvent être mathématiquement liés aux modèles de systèmes techniques (par exemple, arbres d'événements et arbres de défaillances). Par la suite, nous proposons d'associer ce modèle au modèle BG pour la supervision des processus industriels.

Deuxième partie

Supervision des systèmes dynamiques hybrides par association des données sur la fiabilité avec le modèle Bond Graph

Chapitre 3

Diagnostic par la méthode de Relations de Redondances Analytiques

3.1 Introduction

Les méthodes de diagnostic des systèmes dynamiques sont scindées en trois familles [73]; méthodes à base de modèle, méthodes sans modèle (ou à base de traitement de données) et les méthodes relationnelles. Les méthodes sans modèle sont classées en méthodes qualitatives telles que les systèmes experts et les QTA (Qualitative Trend Analysis) et méthodes quantitatives telles que la reconnaissance de forme ou l'apprentissage (Machine learning, réseaux de neurones,...). Les approches relationnelles sont des méthodes issues du contexte de la sûreté de fonctionnement qui associe des causes à des symptômes. Elles sont basées, en général, sur des systèmes à base de règles, de dictionnaires de défauts ou de graphes avec un raisonnement de parcours ou adductif, sur la méthode AMDEC (Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités), sur les graphes PCEG (Possible Cause and Effect Graph), HDG (Hazop-Digraph, Hazop: Hazard and operability study), Arbres de Défaillances (ou Arbres de Causes) ou sur les réseaux bayésiens. Les approches à base de modèle s'appuient sur des modèles comportementaux explicites du système soumis au diagnostic. Un grand avantage de ces approches par rapport aux approches relationnelles et de traitement de données, réside sur le fait que seule l'information du comportement normal du procédé est prise en compte par l'intermédiaire d'un modèle de référence. La précision du modèle, liée aux besoins de la surveillance et aux critères de performance du diagnostic, définit le choix de l'utilisation de modèles quantitatifs, qualitatifs ou semi-qualitatifs.

Nous trouvons peu de travaux reliant dans une seule approche le modèle du système et

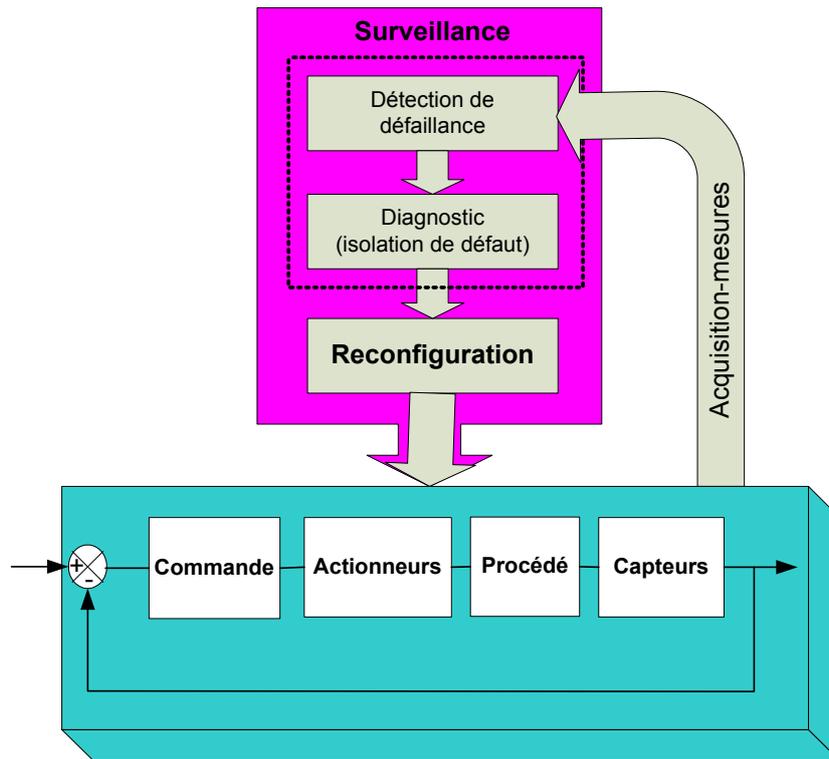


FIG. 3.1 – Schéma classique d'un superviseur

une méthode relationnelle renfermant des données sur la sûreté de fonctionnement de celui-ci. En effet, l'un des enjeux les plus importants de l'automatisation d'aujourd'hui concerne l'augmentation de la fiabilité, de la disponibilité et de la sûreté de fonctionnement des processus technologiques entre autres le module de supervision. Par ailleurs, l'un des causes importantes de l'échec des systèmes n'est pas seulement une mauvaise modélisation-identification du processus mais aussi une mauvaise supervision de celui-ci. Les fonctions élémentaires d'une installation (processus, capteurs, actionneurs, régulateurs,...) doivent être accompagnées d'un élément surveillant permettant de remplacer un opérateur humain pour traiter les différents modes de fonctionnement de l'installation et implanter en temps réel la reconfiguration adéquate pour remplir la fonction de base (Fig. 3.1); c'est ce qu'on appelle l'automatisation intégrée. Toutefois, l'intégration de l'intelligence artificielle au niveau de la supervision remplaçant ainsi l'intervenant humain (pas en totalité), nécessite une base de données complètes sur les différents composants du système et pourquoi pas aussi les différents scénarios possibles des défaillances entraînant un risque majeur. En considérant les imprécisions du modèle et la limitation technologique par exemple des capteurs ou de leur placement dans le processus, un module de diagnostic peut rencontrer des situations où, en présence de ces limitations, il ne peut pas décider. Dans une situation de blocage, on cherche l'information même si elle est

minuscule pour pouvoir éviter une situation catastrophique.

Une dégradation du processus peut parfois accidentellement mettre en cause des vies humaines. Par conséquent, un superviseur intelligent devrait prévoir les situations critiques et demander des actions préventives. De plus, en diagnostic, on voulait toujours intégrer une connaissance de type "cet appareil pose plus de problèmes que tel autre". La question qui se pose alors : comment combiner ce raisonnement ou cette constatation statistique avec un modèle plus ou moins exact du processus pour le bien du fonctionnement du processus supervisé ?

Nous aurons certainement besoin de l'intelligence artificielle qui devrait donc apporter des solutions intéressantes pour la décision dans ce genre de problème, même en présence d'un modèle mathématique plus ou moins exact. L'intégration de données originaires qualitatives, ne peut que être bénéfique pour l'ensemble produit-processus-opérateur dans une industrie de production par exemple. La prise en compte de données sur la sûreté de fonctionnement de celui-ci, fait appel à l'utilisation d'un modèle numérique de traitement pour les symptômes qui peuvent être interprétés comme déviation du fonctionnement nominal ainsi que la prédiction d'un fonctionnement non sûr de l'installation. Nous présentons par la suite l'approche de diagnostic à base de modèle et nous nous concentrons sur les approches graphiques permettant la mise en œuvre de notre approche.

3.2 Diagnostic à base de modèle

3.2.1 Introduction

Contrairement aux méthodes de diagnostic à base de la reconnaissance de forme ou de l'apprentissage de la machine, les méthodes à base de modèle font intégrer des équations mathématiques explicites ou implicites reliant les différents éléments du système à superviser. Le diagnostic à base de modèle est une branche développée de la recherche dans la communauté des automaticiens. En effet, un point commun à ces méthodes est l'utilisation de la redondance analytique existant entre différentes variables mesurées en termes de relations statiques ou dynamiques. La détection de défaut à base de modèle peut être réalisée par différentes méthodes parmi lesquelles on recense l'approche observateurs ou, plus largement, reconstituteurs d'état ou de sortie tel que observateur de Luenberger [74] et filtres de Kalman [75] pour les processus stochastiques, l'approche espace de parité [76], l'approche estimation paramétrique [77] et l'approche par analyse structurelle [110]. Certains travaux scindent les méthodes à base de modèle en deux familles : modèles quantitatifs où on retrouve les approches précédemment mentionnées et modèles qualitatifs ou semi-qualitatifs. Dans ce cas on retrouve les approches DX issues de la communauté de l'intelligence artificielle [78]. Ces méthodes sont à l'origine de la difficulté de disposer des connaissances complètes pour déduire un modèle analytique

du processus à cause de sa complexité structurelle ou de son comportement. L'approche DX exprime explicitement le lien entre un composant et les formules décrivant son comportement. Ces dernières années, l'utilisation de modèles qualitatifs pour la surveillance et le diagnostic a pris une ampleur intéressante [79]. Nous citons dans cette famille les approches QDEs (équations différentielles qualitatives) et les méthodes causales telles que le GTC (Graph Temporel Causal) et les réseaux bayésiens.

3.2.2 Méthodes de diagnostic à base de modèle quantitatif

Ces méthodes sont généralement basées sur la notion de relation de redondance analytique (RRA). Une RRA est une équation dans laquelle toutes les variables sont connues. La génération de telles relations permet d'engendrer des résidus. Pour la détection de défauts basée sur l'utilisation de modèles, un résidu est un signal temporel, fonction des entrées et des sorties du processus, indépendant (le plus possible) du point de fonctionnement de celui-ci. En l'absence de défauts, ce résidu est statistiquement nul. Lors de l'apparition d'un défaut, son amplitude évolue de manière significative.

Définition 6 (*Résidu*)

Un résidu est un signal qui reflète la cohérence (ou la consistance) des données mesurées vis-à-vis d'un modèle comportemental du système.

Définition 7 (*RRA*)

Une Relation de Redondance Analytique (RRA) est une relation, issue des équations du modèle nominal (sans perturbation ni défaillance), liant les variables d'entrée et de sortie et les dérivées successives de ces variables jusqu'à un ordre donné.

Définitions des termes liés à la supervision selon IFAC [80]

- Fault: Unpermitted deviation of at least one characteristic property or variable of the system from acceptable/usual/standard behavior.

(*Défaut: Déviation non permise d'au moins une propriété caractéristique ou d'une variable du système d'un comportement acceptable/usuel/standart.*)

- Failure: Permanent interruption of a system's ability to perform a required function under specified operating conditions.

(*Défaillance: Interruption permanente de la fonctionnalité requise d'un système sous des conditions spécifiques de fonctionnement.*)

- Fault Detection: Determination of faults present in a system and time of detection.

(*Détection de défaut: détermination des défauts présents dans un système et de leurs temps d'occurrence (ou de détection).*)

- Fault Isolation: Determination of kind, location, and time of detection of a fault. Follows fault detection.

(Isolation de défaut : détermination du genre, endroit et du temps de détection du défaut. Elle suit la phase de détection de défaut)

- Fault Identification: Determination of the size and time-variant behavior of a fault. Follows fault isolation.

(Identification du défaut: Détermination de la taille et du comportement du défaut qui varie dans le temps. Elle suit la phase de l'isolation de défaut.)

- Diagnosis: Determination of kind, size, location, and time of detection of a fault. Follows fault detection. Includes fault isolation and identification.

(Diagnostic: Détermination du genre, taille, endroit et le temps de détection. Elle suit l'étape de détection et inclue l'isolation et l'identification du défaut.)

3.2.2.1 Approche par espace de parité

C'est l'approche la plus classique. Les relations de parité utilisent la redondance directe au moyen de relations algébriques statiques liant les différents signaux ou la redondance temporelle issue de l'utilisation de relations dynamiques. Le terme « parité » a été emprunté au vocabulaire employé pour les systèmes logiques où la génération de bits de parité permet la détection d'erreur.

3.2.2.2 Approche par observateurs

Appelés aussi reconstructeurs d'états. La génération de résidus à l'aide d'une estimation d'état consiste à reconstruire l'état ou, plus généralement, la sortie du processus à l'aide d'observateurs et à utiliser l'erreur d'estimation comme résidu. Cette méthode s'est beaucoup développée car elle donne lieu à la conception de générateurs de résidus flexibles. Ils existent plusieurs méthodes appartenant à cette famille [81]:

- observateurs de rang plein ou réduit,
- observateurs généralisés,
- filtres détecteurs,
- filtres de Kalman,
- factorisations de matrices de transfert,
- estimateurs sur horizon glissant.

Une comparaison a été faite par Cocquemot [82] entre les deux approches espace de parité et observateurs montrant les avantages et les inconvénients des deux approches.

3.2.2.3 Approche par estimation paramétrique

L'approche d'estimation paramétrique considère que l'influence de défauts se reflète sur les paramètres et non pas uniquement sur les variables du système physique comme c'est le cas des observateurs. Le principe de cette méthode consiste à estimer en continu des paramètres du procédé en utilisant les mesures d'entrée/sortie et en évaluant la distance qui les sépare des valeurs de référence de l'état normal du procédé. L'estimation paramétrique possède l'avantage d'apporter de l'information sur l'importance des déviations.

3.2.2.4 Approches à base de structure

La naissance des approches à base de structure est l'origine de la difficulté de détermination des RRA à partir d'un modèle mathématique complexe. Ces approches sont ceux de digraphe [83], graphe biparti [83] et bond graph [84]. Elles sont toutes des approches graphiques. Par la suite, nous présentons succinctement ces différentes approches.

Approche par digraphe Supposons qu'un système est représenté par un modèle d'état de la forme

$$\dot{x}(t) = f(x(t), d(t), u(t), \theta), \quad (3.1)$$

$$y(t) = g(x(t), d(t), u(t), \theta) \quad (3.2)$$

où $x(t) \in R^n$ représentant les variables d'états internes inconnues, $d(t) \in R^l$ pour les perturbations et les entrées inconnues qui ne doivent pas influencer les résidus. $u(t) \in R^m$ et $y(t) \in R^p$ sont respectivement les entrées et les sorties du système, et $\theta \in R^q$ est le vecteur paramètres. Ici, f représente l'ensemble des contraintes différentielles.

$$\dot{x}_i(t) - f_i(x(t), d(t), u(t), \theta) = 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (3.3)$$

$$y_j(t) - g_j(x(t), d(t), u(t), \theta) = 0, \quad j = 1, \dots, q. \quad (3.4)$$

Définition 8 (Digraphe)

Un Digraphe est un graphe dirigé où

- l'ensemble des entrées, sorties et variables d'état sont respectivement représentés par des sommets $u_1, u_2, \dots, u_m, x_1, x_2, \dots, x_n$ et y_1, y_2, \dots, y_p .

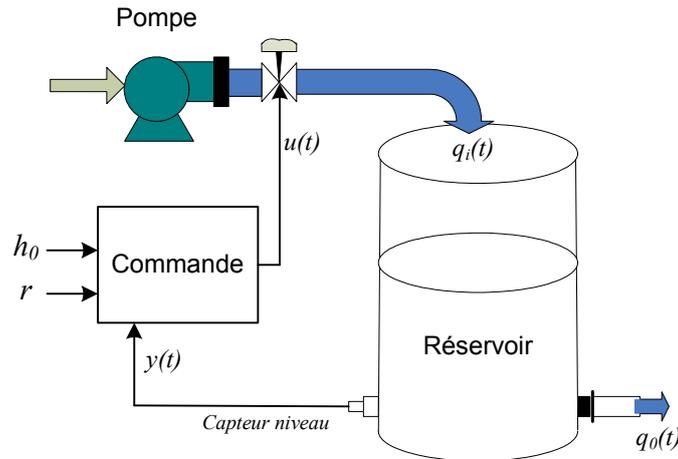


FIG. 3.2 – Exemple de système commandé

- Les liens dans le graphe sont définis par les règles suivantes:
 - un lien qui existe entre un sommet x_i (resp. d'un sommet u_i) vers un sommet x_k si et seulement si la variable d'état x_i (resp. la variable d'entrée u_j) existe dans la fonction f_k (i.e. $\frac{\partial f_k}{\partial x_i}$ resp. $\frac{\partial f_k}{\partial u_i}$ n'est pas identiquement nul),
 - un lien qui existe d'un sommet x_i vers un sommet y_i si et seulement si la variable d'état x_i existe réellement dans la fonction g_j .

Dans la représentation par digraphe, un lien de x_k (resp. de u_l) vers x_i implique que l'évolution temporelle de la dérivée $\dot{x}_i(t)$ dépend de l'évolution temporelle de $x_k(t)$ (resp. $u_l(t)$). Similairement, un lien de x_k vers y_i implique que l'évolution temporelle de la sortie $y_j(t)$ dépend de l'évolution temporelle de la variable d'état $x_k(t)$.

Exemple 4

Considérons le système de la figure 3.2 composé des éléments {réservoir, vanne d'entrée, conduite de sortie, capteur de niveau, un algorithme de commande}. Le flux d'entrée est commandé à travers un détecteur de niveau et une pompe. Le flux de sortie est évacué à travers une conduite.

Le modèle avec des variables continues en temps continu possède les relations suivantes:

- réservoir : $\dot{h}(t) = q_i(t) - q_o(t)$,
- vanne d'entrée : $q_i(t) = \alpha u(t)$,
- conduite de sortie : $q_o(t) = k\sqrt{h(t)}$,
- capteur de niveau : $y(t) = h(t)$,
- Algorithme de contrôle : $u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } y(t) \leq h_0 - r \\ 0 & \text{si } y(t) \geq h_0 + r, \end{cases}$

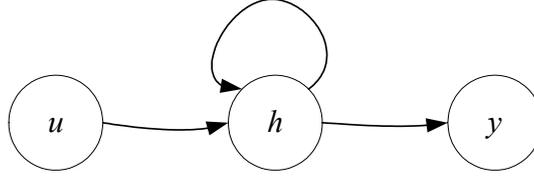


FIG. 3.3 – Digraphe de l'exemple de réservoir

où u est la variable de commande, y est la sortie capteur, h_0 est la consigne, et r & k sont des paramètres donnés. h est la variable niveau du liquide, q_i et q_0 sont respectivement le flux d'entrée et le flux de sortie du réservoir, α est la constante de la vanne.

Il est possible de déduire, à partir de ces équations, le modèle d'état mono-entrée mono-sortie suivant:

$$\begin{cases} \dot{h}(t) = \alpha u(t) - k\sqrt{h(t)}, \\ y(t) = h(t). \end{cases}$$

Le digraphe correspondant est représenté à la figure 3.3.

Approche par graphe biparti Cette représentation est basée sur la structure du système sous forme graphique.

Définition 9 (*Grappe Biparti*)

Un graphe biparti représentant la structure d'un système est le graphe $G = (V \cup C, \Gamma)$ avec

$$V = \{u_1, u_2, \dots, u_m, x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_p\}$$

est l'ensemble des nœuds correspondants aux variables se produisant dans les contraintes du système et

$$C = \{c_1, c_2, \dots, c_s\}$$

est l'ensemble des nœuds correspondants aux contraintes,

$$\Gamma = \{(c_i, v_j) | v_j \text{ apparait dans } c_i, v_j \in V, i \in \mathbf{m}, j \in \mathbf{n}\}$$

est l'ensemble des liens. Ici, $\mathbf{m} \equiv \{1, 2, \dots, s\}$ et $\mathbf{n} \equiv \{1, 2, \dots, n + p + m\}$.

La matrice M d'adjacence correspondante au graphe biparti G est une matrice booléenne où les lignes correspondent à C et les colonnes à V et

$$M = \{m_{i,j} | m_{i,j} = 1 \text{ si } (c_i, v_j) \in \Gamma, 0 \text{ sinon}\}.$$

Reprenons le même exemple de réservoir commandé, chacune des équations qui correspondent à un composant introduit une contrainte. On ajoute la contrainte séparée c_6 : $\dot{h}(t) = \frac{dh(t)}{dt}$. La matrice d'incidence correspondante est représentée dans le tableau 3.1. La figure 3.4 représente le graphe de structure correspondant à cette matrice.

TAB. 3.1 – Matrice d'incidence de l'exemple de réservoir commandé

	variables connues					variables inconnues			
	entrée/sortie		paramètres			variables internes			
	$u(t)$	$y(t)$	h_0	r	k	$h(t)$	$\dot{h}(t)$	$q_i(t)$	$q_0(t)$
c_1							1	1	1
c_2	1							1	
c_3					1	1			1
c_4		1				1			
c_5	1	1	1	1					
c_6						1	1		

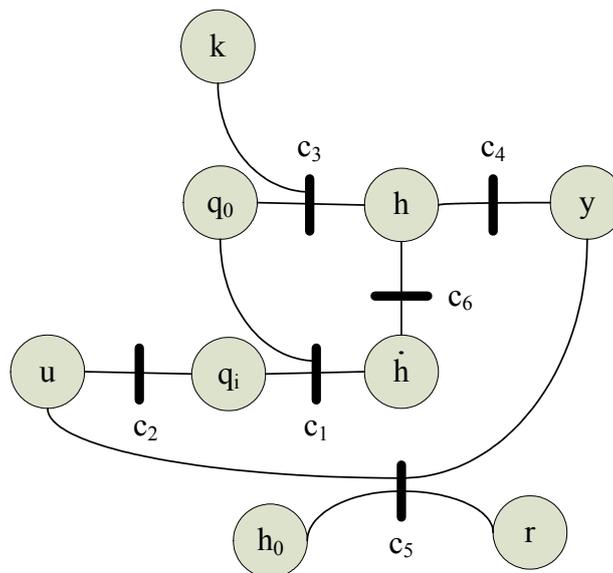


FIG. 3.4 – Graphe de structure correspondante

Approche par bond graph L'outil Bond Graph a fait son apparition en 1961 par Henry Paynter [84]. C'est un graphe de liens structurés qui facilite l'accès à la modélisation, à l'analyse et à la simulation des systèmes physiques. Il est connu comme étant un langage graphique qui permet la représentation des transferts de puissance au sein d'un système. La modélisation BG utilise une analogie de représentation de tous les domaines de la physique: systèmes électriques, hydrauliques, mécaniques etc,...

Une fois le modèle BG est construit, il peut très facilement évoluer, pour une modélisation plus fine, par ajout simple de nouveaux éléments BG, sans avoir à reprendre la démarche depuis le début. Aussi à partir d'une représentation BG, on peut déduire explicitement des relations de cause à effet, permettant ainsi d'étudier la causalité au niveau du système. De plus, grâce à son caractère graphique et à sa structure causale, on peut facilement obtenir le schéma bloc associé ainsi que la représentation d'état du système [85]. La modélisation du transfert d'énergie entre les sous-systèmes et la transformation de l'énergie d'une forme à une autre i.e. pour un moteur électrique, l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique, implique que les BGs sont, d'un point de vue conceptuel, particulièrement recommandé pour une modélisation multidisciplinaire des systèmes de l'ingénierie et du domaine mécatronique, où on a une interaction entre les différents domaines de l'énergie. C'est le point fort des bonds graph. L'idée de départ, selon Paynter, est de concevoir un outil graphique de modélisation compatible avec le principe de conservation de masse, moment et énergie. Ce modèle fonctionnel est aussi causal traduisant le concept "pas d'effet en absence de cause". Cette représentation a été étendue au modèles à énergies couplées tels que les processus thermo-fluides par une nouvelle représentation appelée pseudo-bond graph [86]. Sans entrer dans le détail d'un processus, la représentation par les word-bond graph [86] est un formalisme de description qualitatif très riche des processus industriels multidisciplinaires. Plusieurs travaux de recherche ont prouvé les apports considérables de cet outil dans le domaine de l'automatique : modélisation, identification, analyse, commande et surveillance. Grâce à la représentation BG multiports, les BGs se prêtent bien à l'étude des systèmes physiques multidimensionnels complexes tels que les robots et les machines électriques à courant alternatif.

Définition 10 (*Bond Graph*)

D'une façon générale, c'est un graphe à liens dirigé dont les nœuds sont des multiports et les branches sont appelées 'bonds'. Un modèle BG représente l'échange de puissance au sein du système sous forme de produit de l'effort généralisé (e) et le flux généralisé (f) obéissant ainsi à des lois de conservation d'énergie. Ces variables sont appelées variables de puissance. Le concept de causalité est le plus important dans cette théorie; en effet, la détermination des causes et des effets peut être déduite directement à partir de la représentation graphique et par conséquent une variable inconnue peut être considérée comme une conséquence par

contre celle qui est connue n'est qu'une cause.

Définition 11 (*Pseudo-BG*)

Les vrais bond graphs obéissent aux lois de conservation de l'énergie au niveau des nœuds. C'est pour cela que ce formalisme fonctionne correctement pour les processus électriques, mécaniques et hydrauliques. Cependant, pour les processus thermofluides, par exemple, ce n'est pas le cas car le produit des variables effort et flux n'a pas nécessairement la dimension d'une puissance. Un pseudo-bond graph est dédié à la modélisation des processus chimiques, thermiques et thermodynamiques. Toutefois l'utilisation de la paire (température-flux d'entropie) donne bien une puissance. Mais la manipulation de l'entropie est complexe et de plus cette variable n'est pas conservée. C'est pour cela que la manipulation de la paire (température-flux d'enthalpie) est plus commode en pseudo-bond graph. Pour plus de détail, le lecteur peut consulter la référence [88].

Définition 12 (*Word-BG*)

Contrairement à la notion de bloc diagramme, un word-BG représente la structure architecturale du système dans laquelle il apparaît des connexions entre les différents sous-systèmes. A la différence d'un bloc diagramme, les entrées-sortie sont les puissances échangées et non les informations. Un word-bond graph peut être causal ou acausal.

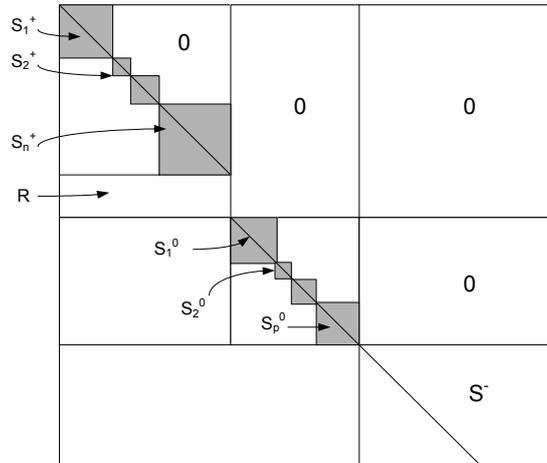
Pour un détail du formalisme BG voir les références [85,86,87,88].

3.2.2.5 Génération des RRAs

Nous étudions dans ce paragraphe la génération des relations de redondances analytiques par les approches structurelles graphiques précédemment présentées.

Méthodes basées sur les digraphes La représentation par digraphe a été utilisée aussi dans le domaine de détection et isolation de défaut (Fault Detection and Isolation (FDI)). Le problème est généralement détourné vers la construction d'une banque d'observateurs. Dernièrement, cette représentation est appliquée comme méthode pour le placement de capteurs [89].

Méthodes basées sur les graphes bipartis Il y a beaucoup de travaux qui utilisent la notion de graphe biparti dans l'analyse structurelle pour la détection et l'isolation de défaut. Cette approche est utilisée car il est possible d'analyser la surveillabilité du système [86,83]. La méthode est appliquée au problème de sélection de capteurs [111], et la commande tolérante au défauts (Fault Tolerant Control (FTC)), pour l'analyse de la reconfigurabilité des systèmes. Parmi les systèmes sur lesquels il y a eu application de cette approche en FDI on trouve:

FIG. 3.5 – *Décomposition-DM*

analyse de la centrale PWR 900 MW [90], l'analyse du satellite RØmer [91], l'analyse du générateur de vapeur du LAGIS [92].

En effet, le modèle d'un système M peut être décrit par un ensemble de contraintes C (qui représentent les équations algébriques reliant les éléments du modèle), un ensemble de variables Z et un ensemble de paramètres θ . Les variables peuvent être connues ou inconnues:

$$M = M(C, Z, \theta). \quad (3.5)$$

L'ensemble des contraintes C sont appliquées à l'ensemble des variables Z . Ces variables peuvent être connues (K) ou inconnues (X):

$$Z = X \cup K. \quad (3.6)$$

La génération des RRAs à partir du graphe biparti repose essentiellement sur l'élimination des variables inconnues X en utilisant les contraintes C . Un système S est généralement décomposé en trois sous-systèmes: un sous-système surdéterminé ($Z > C$), un sous-système juste-déterminé ($Z = C$) et un sous-système surdéterminé ($Z < C$).

En effet, il a été prouvé par Dulmage et Mendelshon [93] que tout graphe se décompose en trois composantes canoniques que l'on appellera respectivement S^+ , S^0 et S^- . Puisque le but de l'analyse structurelle est de trouver les sous-systèmes pour lesquels il est possible d'éliminer les variables inconnues, seules les variables inconnues et les contraintes associées sont considérées pour effectuer la décomposition-DM. Après permutation des lignes et colonnes, on obtient la structure de la figure 3.5.

Les trois composantes obtenues sont interprétées de la manière suivante :

- S^+ : C'est le sous-système $S_1^+ \cup S_2^+ \cup \dots \cup S_n^+ \cup R$. Le nombre d'équations étant supérieur au nombre de variables, ce sous-système est dit sur-déterminé (ou sur-contraint). Le surplus d'équations est redondant.

- S^0 : C'est le sous-système $S_1^0 \cup S_2^0 \cup \dots \cup S_p^0$. Le nombre d'équations étant égal au nombre de variables, ce sous-système d'équations est dit juste-déterminé (ou juste-contraint). Ce sous-système a un nombre fini de solutions. Il peut être résolu indépendamment des variables de S^- , une fois que S^+ est résolu.

- S^- : Le nombre d'équations étant inférieur au nombre de variables, ce sous-système est dit sous-déterminé (sous-contraint). Il ne peut être résolu, même si les variables de S^+ et S^0 sont calculées.

La partie sur-déterminée (S^+) définit la partie surveillable du système [94]. La détermination des RRAs à partir de la structure sur-déterminée est basée sur le concept de 'couplage' dans le graphe biparti. Rappelons que le couplage est une assignation causale qui associe les variables inconnues du système avec des contraintes à partir desquelles ils peuvent être calculées.

Définition 13 (*Couplage*)

Un couplage sur le graphe biparti est un ensemble d'arêtes indépendantes, c'est-à-dire n'ayant pas de sommet en commun. Le cardinal d'un couplage est le nombre d'arêtes sélectionnées dans le graphe [83].

Définition 14 (*Couplage complet*)

Un couplage est dit complet sur les variables lorsque toutes les variables sont couplées. Il est dit complet sur les contraintes lorsque toutes les contraintes sont couplées.

La première étape consiste à trouver tous les couplages complets des variables inconnues et ceci en utilisant un des algorithmes décrits dans [80,83].

La détermination des RRAs repose sur la surveillabilité du système qui elle aussi repose sur l'observabilité. Pour atteindre cet objectif, il serait plus aisé de réaliser une décomposition canonique de type Dulmage-Mendelsohn, par exemple, pour vérifier l'observabilité structurelle du système.

La figure 3.6 montre l'application du couplage complet des variables inconnues pour le graphe biparti de la figure 3.4. La matrice de connection est donnée au tableau 3.2.

Le (1) veut dire que la variable inconnue correspondante est couplée à cette contrainte. Le 'X' indique que ce n'est pas possible de déduire h à partir de \dot{h} sauf dans le cas où on dispose de l'état initial $h(t_0)$ pour pouvoir appliquer une intégration, mais généralement on ne dispose pas de l'état initial de l'intégration. Le graphe orienté est donné à la figure 3.7.

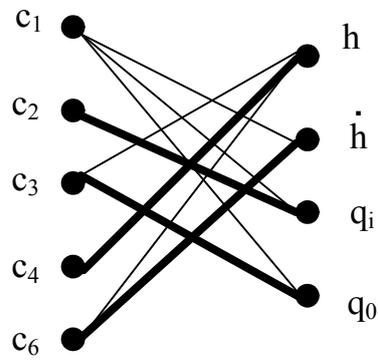


FIG. 3.6 – Couplage complet des variables inconnues de l'exemple

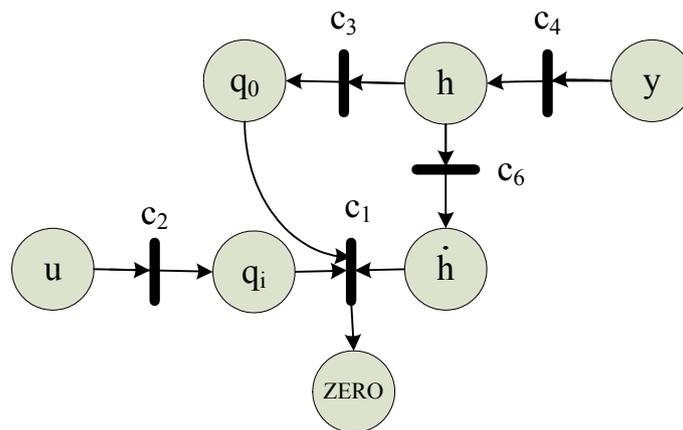


FIG. 3.7 – Graphe orienté des liens

TAB. 3.2 – Matrice de connection du graphe biparti

	$h(t)$	$\dot{h}(t)$	$q_i(t)$	$q_0(t)$
$c1$		1	1	1
$c2$			(1)	
$c3$	1			(1)
$c4$	(1)			
$c6$	X		(1)	

A partir de ce graphe, on peut déduire le résidu

$$r_1 : c_1(c_6(c_4(y)), c_2(u), c_3(c_4(y))) \rightarrow \text{zéro}, \quad (3.7)$$

d'où la relation de redondance r_1 sensible à toutes les contraintes sauf c_5

$$r_1 \leftarrow \begin{bmatrix} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_6 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Méthodes pour les bond graphs Comme outil de modélisation, les bond graphs sont utilisés pour la détection et la localisation de défaut par les méthodes quantitative et qualitative. La référence [86] adresse toutes ces méthodes pour la supervision des processus à base de modèle bond graph.

En utilisant la représentation BG, l'ensemble des variables Z (connues K et inconnues X) et l'ensemble des contraintes C peuvent être déduits directement du modèle bond graph du processus.

Les contraintes Les contraintes C est l'ensemble des relations qui relient les variables du système et les paramètres. Cet ensemble inclut les informations sur la structure ($C_{\mathcal{J}}$), le comportement ($C_{\mathcal{B}}$), les mesures ($C_{\mathcal{Y}}$), les commandes ($C_{\mathcal{C}}$) et les sources contrôlées ($C_{\mathcal{A}}$):

$$C = \{C_{\mathcal{J}}, C_{\mathcal{B}}, C_{\mathcal{Y}}, C_{\mathcal{C}}, C_{\mathcal{A}}\}. \quad (3.9)$$

- Equations de structure $C_{\mathcal{J}}$: ils représentent l'ensemble des lois de conservation (de masse, d'énergie etc...). Elles sont déduites à partir des équations des jonctions:

$$C_{\mathcal{J}} = \{C_{J0}\} \cup \{C_{J1}\} \cup \{C_{TF}\} \cup \{C_{GY}\}, \quad (3.10)$$

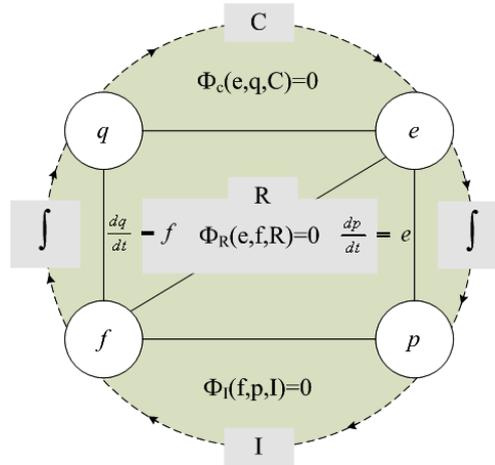


FIG. 3.8 – 'Carousel' de Thoma

$C_{\mathcal{J}} \in R^{n_j}$, avec n_j le nombre de jonction 0 et 1 plus deux fois le nombre d'éléments 2-ports (TF et GY).

- Equations de comportement $C_{\mathcal{B}}$: Les lois physiques exprimant la transformation d'énergie sont décrites mathématiquement par le modèle de comportement. Dans un modèle bond graph ce sont les relations physiques qui régissent les trois types d'éléments (I, C et R). Ces équations sont appelées les lois constitutives:

$$C_{\mathcal{B}} = \{C_C\} \cup \{C_I\} \cup \{C_R\}, \quad (3.11)$$

$C_{\mathcal{B}} \in R^{n_e}$, avec n_e le nombre total des liens de puissance du bond graph connectés au éléments C, I et R . Ces équations sont résumées par le schéma de la figure 3.8 [95], avec (q) le déplacement et (p) le moment.

- Mesures $C_{\mathcal{Y}}$: Elles décrivent les sorties des mesures du système. Dans un modèle bond graph ce sont les sorties capteurs de flux (Df) et capteurs d'effort (De):

$$C_{\mathcal{Y}} = \{C_{De}\} \cup \{C_{Df}\}, \quad (3.12)$$

$C_{\mathcal{Y}} \in R^{n_s}$, n_s est le nombre de capteurs.

- Algorithmes de commande $C_{\mathcal{C}}$: Ce sont les équations des lois de commande. Ils possèdent deux entrées; les consignes et les sorties capteurs. La sortie de l'algorithme de commande ou du régulateur agit sur l'actionneur qui est représenté par des sources modulées d'effort (MSe) et de flux (MSf):

$$C_{\mathcal{C}}(U_{ref}, Y_m, \theta_{reg}) = 0, \quad (3.13)$$

où θ_{reg} est le vecteur paramètre du régulateur (gain, temps d'intégration, etc.), U_{ref} , et Y_m représentent respectivement la consigne et les sorties capteurs. $C_C \in R^{n_r}$ avec n_r le nombre de régulateurs.

Contrairement aux équations de structure et de comportement, qui utilisent les variables de puissance (effort et flux) comme des variables d'entrée-sortie; les équations de mesure et de commande utilisent des variables de type signaux d'informations.

- Equations des sources contrôlées C_A : Ils décrivent les sources d'énergie contrôlées ou modulées par les signaux de commande (pompe régulée, source de tension commandée, etc...). Les signaux d'entrée u sont fournis par les régulateurs et les signaux de sortie sont les variables régulées MSe et MSf :

$$C_{A1}(MSf, u) = 0, C_{A2}(MSe, u) = 0, \quad (3.14)$$

$C_A \in R^{n_a}$, n_a est le nombre de sources modulées.

Par conséquent,

$$C \in R^{n_j + n_e + n_s + n_r + n_a}. \quad (3.15)$$

Les variables Les variables inconnues X sont les variables de puissance (flux et effort) supportées par les liens de puissance du modèle bond graph. Si n_c est le nombre de liens de puissance alors X est de dimension $2n_c$ ($X \in R^{2n_c}$). Les variables connues K correspondent aux valeurs des sources, les sorties des régulateurs (u), et les variables mesurées par les capteurs (Y_m). Finalement, on aura $Z \in R^{2n_c + n_s + n_a}$.

Les paramètres $\theta \in R^p$ est le vecteur des paramètres. Ces paramètres sont les caractéristiques correspondantes aux éléments R , C et I , les valeurs de modulation des éléments 2-ports, ainsi que les consignes U_{ref} .

Génération des RRAs La méthode de génération des RRAs à partir du modèle bond graph est classée comme méthode quantitative. La méthode qualitative est selon Linkens et Wang [96] est basée sur des états qualitatifs des variables associées aux éléments passifs (R, C et I) de type ([+]: plus haut que la normale, [0]: normale et [-]: inférieure à la normale) et par conséquent le diagnostic n'utilise pas les équations différentielles déduites à partir du modèle de comportement. La détermination des RRAs par la méthode quantitative est réalisée par deux méthodes: méthode directe et méthode indirecte [97]. La méthode directe consiste à relever les relations reliant les variables au niveau des jonctions (parcours des chemins causaux). La méthode indirecte se base sur le principe d'élimination par substitution ou par projection. Le principe d'élimination des variables inconnues doit être appliqué à un sous

système surdéterminé et observable. L'observabilité structurelle à partir du modèle BG est traité dans les références [87,85].

Méthode indirecte

Un modèle BG peut être représenté sous une forme matricielle montrant la structure de jonction et les différents vecteurs le composant: les vecteurs renfermant les variables de stockage, de dissipation, les sources et les capteurs. Les vecteurs clés associés à cette représentation sont:

- X : le vecteur état (composé de variables (p) sur les éléments (I) et (q) sur les éléments (C) scindé en x_i et x_d , les sous-vecteurs état respectivement associés aux composants en causalité intégrale et dérivée.
- \dot{X} : la dérivée par rapport au temps du vecteur d'état (variables (e) sur les (I) et (f) sur les (C)) scindé en x_i et x_d .
- Z : le complémentaire de \dot{X} (variables (f) sur les (I) et (e) sur (C)) scindé en Z_i et Z_d .
- U : vecteur d'entrée (sources).
- Y : vecteur de sortie (capteurs).
- D_{in} : vecteur entrée du champs résistif (R).
- D_{out} : vecteur sortie du champs résistif (R).

Cette représentation permet d'obtenir la matrice de structure S telle que

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ Z_d \\ D_{in} \\ y \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Z_i \\ \dot{x}_d \\ D_{out} \\ u \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

S possède ($n_c + n_s$) lignes (où n_c et n_s sont respectivement le nombre de composants (I , R ou C) et de capteurs dans le système). La matrice $M = [S \quad -I]$ (I étant la matrice identité) et le vecteur V défini par

$$V = \left[Z_i^t \quad \dot{x}_d^t \quad D_{out}^t \quad u^t \quad \dot{x}_i^t \quad Z_d^t \quad D_{in}^t \quad y^t \right]^t, \quad (3.17)$$

sont déterminés de telle sorte que le produit $M.V$ soit nul. Le vecteur V contient toutes les variables du système et la matrice M représente les relations structurelles du système. Dans le cas linéaire, quelques relations peuvent être énoncées

$$D_{out} = LD_{in} \quad (3.18)$$

$$Z_i = H(1/s)\dot{x}_i \quad (3.19)$$

$$Z_d = H'(s)\dot{x}_d \quad (3.20)$$

où L , $H'(s)$ et $H(1/s)$ sont des matrices carrées, s et $1/s$ sont les opérateurs de Laplace pour la dérivation et l'intégration par rapport au temps. La matrice M et les relations entrée-sortie de tous les composants mènent à la matrice \mathcal{M} définie par

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & -I_1 & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & 0 & -I_2 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & 0 & 0 & -I_3 & 0 \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & 0 & 0 & 0 & -I_4 \\ I_1 & 0 & 0 & 0 & -H(1/s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & -H'(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & -L & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Cette matrice nous permet de déterminer $(2n_c + n_s)$ équations et par conséquent déduire les $2n_c$ inconnues du modèle. Dans ce cas, deux méthodes qui existent pour la génération des RRAs:

- Méthode par substitution : Elle consiste à scinder la matrice \mathcal{M} en deux matrices \mathcal{M}_C et \mathcal{M}_W qui correspondent respectivement aux variables connues C et inconnues W .

$$\mathcal{M}_W = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & -I_1 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & -I_2 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & -I_3 \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & 0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & -H(1/s) & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & -H'(s) & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & -L \end{bmatrix}, \mathcal{M}_C = \begin{bmatrix} S_{14} & 0 \\ S_{24} & 0 \\ S_{34} & 0 \\ S_{44} & -I_4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

de façon qu'on a

$$\mathcal{M}_C.C + \mathcal{M}_W.W = 0. \quad (3.23)$$

L'approche par substitution consiste à extraire une sous-matrice \mathcal{M}_{wi} inversible (Le reste de la matrice est noté \mathcal{M}_{wr}) et de l'utiliser pour la détermination de l'ensemble des variables inconnues. Les RRAs sont obtenues à partir des lignes restantes

$$[-\mathcal{M}_{wr}(\mathcal{M}_{wi})^{-1}\mathcal{M}_{ci} + \mathcal{M}_{cr}].C = 0. \quad (3.24)$$

Le choix de la sous-matrice \mathcal{M}_{wi} n'est pas unique et conduit chaque fois à une forme particulière des RRAs.

- Méthode par projection : À partir de la matrice \mathcal{M} , on cherche une matrice polynomiale N telle que $N.\mathcal{M}_W = 0$. Il est donc possible de générer n_s relations de redondance indépendantes décrites par : $N.\mathcal{M}_C.C = 0$. Le système est sur-déterminé si $n_s \geq 1$ (la sur-détermination représente la dimension du sous-espace vectoriel orthogonal à \mathcal{M}_W). La matrice N n'est pas unique puisque toute matrice obtenue par combinaison linéaire de ses lignes répond à la question. Dans [98], une étude est faite pour montrer que l'approche par substitution est un cas particulier de l'approche par projection.

Méthode directe

C'est l'approche qui consiste à générer les RRAs par parcours des chemins causaux. Elle a été proposée par Tagina [99] pour les modèles BG linéaires. Cette méthode a été étendue pour les modèles couplés [100, 101]. L'avantage de cette méthode est la simplicité de l'algorithme de génération des RRAs, ainsi que son application sans avoir recours à déterminer la matrice structurelle ni le calcul de déterminants. Les seules contraintes sont toujours la surveillabilité et la surdétermination du système. La génération en causalité intégrale est recommandée pour la simulation pour éviter les problèmes numériques provenant de la différentiation. Par contre, la causalité dérivative est préférable dans l'expression de la RRA pour éviter l'influence des conditions initiales, sinon, le nombre des variables inconnues augmente et il serait parfois difficile d'obtenir ces RRAs [86]. Dans un bond graph de diagnostic (Diagnosis Bond Graph (DBG)) [95] tous les capteurs d'effort (ou de flux) sont dualisés vers des signaux sources $SSe = De$ (ou $SSf = Df$) et quand ce n'est pas possible selon la règle de causalité de réaliser cette dualisation, une redondance physique apparaît. De point de vue modélisation BG, une RRA s'écrit:

$$f(De, Df, Se, Sf, MSe, MSf, u, \theta_m, \frac{dDe}{dt}, \frac{dDf}{dt}, \frac{dSe}{dt}, \frac{dSf}{dt}, \frac{dMSe}{dt}, \frac{dMSf}{dt}, \frac{d\theta_m}{dt}) = 0, \quad (3.25)$$

avec θ_m l'ensemble des paramètres mesurés ou estimés du système. L'algorithme de génération est le suivant:

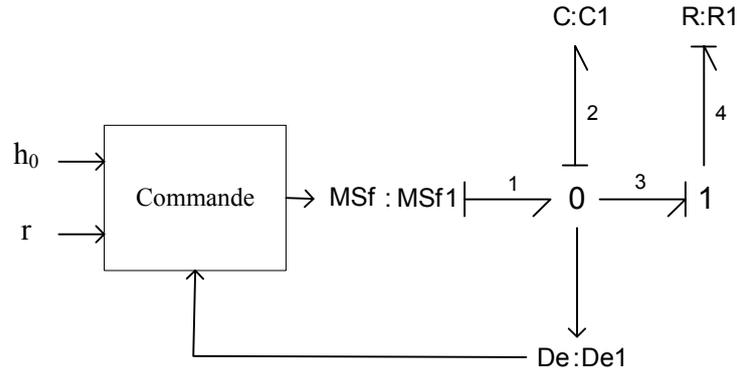


FIG. 3.9 – Modèle BG du système de réservoir commandé

1-Ecrire les contraintes du modèle obtenu: de structure ($C_{\mathcal{J}}$), de comportement ($C_{\mathcal{B}}$), les mesures ($C_{\mathcal{Y}}$), les commandes ($C_{\mathcal{C}}$) et les sources contrôlées ($C_{\mathcal{A}}$).

2-Choisir une jonction.

3-Eliminer les variables inconnues en parcourant les chemins causaux sur le BG et en utilisant les contraintes déduites de l'étape1, rappelons qu'un chemin causal est une séquence de liens ayant la même orientation causale et qu'on peut changer de la variable effort à la variable flux ou inversement si on passe à travers un élément GY ou on retourne d'un élément (C,I ou R).

4-Passer à la jonction suivante et déduire la RRA correspondante.

5-Si la RRA déduite est indépendante des autres RRAs, laisser la sinon aller à l'étape2.

6-Toutes les jonctions sont traitées et toutes les RRAs possibles avec des signatures différentes sont déduites.

7-Ajouter les RRAs déduites à partir de chaque régulateur en comparant sa sortie mesurée avec la sortie prédite par son algorithme de commande.

Exemple 5

Le modèle BG de l'exemple de réservoir commandé (Fig. 3.2) est montré à la figure 3.9.

Contraintes

- Structure ($C_{\mathcal{J}}$): $f_1 = f_2 + f_3$, $e_3 = e_4$, $f_3 = f_4$.
- Comportement ($C_{\mathcal{B}}$): $e_2 = (1/C_1s).f_2$, $f_4 = (1/R_1).e_4$.
- Mesures ($C_{\mathcal{Y}}$): $e_1 = e_2 = e_3 = De_1$.
- Commandes ($C_{\mathcal{C}}$): $u = f_{reg}(h_0, r, Y_m = De_1)$.
- Sources contrôlées ($C_{\mathcal{A}}$): $MSf_1 = u = f_1$.

Variables

$$\{(e_1, f_1), (e_2, f_2), (e_3, f_3), (e_4, f_4)\}$$

Paramètres

C_1, R_1, h_0, r , si on prend la première jonction '0', on a : $f_1 = f_2 + f_3 = MSf_1$. En remplaçant f_2 par $(C_1.s).De_1$ et f_3 par $(1/R_1).De_1$, on aura la relation RRA_1

$$RRA_1 : C_1 \cdot \frac{dDe_1}{dt} + \left(\frac{1}{R_1}\right) \cdot De_1 - MSf_1 = 0. \quad (3.26)$$

La deuxième RRA est déduite à partir de l'équation du régulateur

$$RRA_2 : u - f_{reg}(h_0, r, De_1) = 0. \quad (3.27)$$

Simulation de l'exemple

Le système de réservoir commandé est un système hybride. Un système hybride est le siège d'interaction de variables continues et d'événements discrets. Dans cet exemple, la commande de la pompe dépend de deux événements discrets. Cette commande discrète peut être modélisée graphiquement par les réseaux de Petri (Rdp). Il est possible de modéliser ce système dynamique par une approche graphique combinée BG-Rdp [2]. Pour la simulation de cet exemple, il est aisé d'utiliser l'outil Dymola [102] qui dispose des deux bibliothèques BG et RdP. L'interconnexion des deux domaines est possible via les ports de conversion (REAL to BOOLEAN) et (BOOLEAN to REAL). Le schéma du modèle combiné du système commandé est représenté à la figure 3.10.

Pendant le fonctionnement normal, la pression dans le réservoir et le débit à la sortie de la pompe après régulation sont présentés aux figures (3.12) et (3.11). La figure 3.13 représente le résidu dans l'absence de défauts.

La figure 3.14 montre l'application d'un défaut au niveau du capteur à partir de l'instant 50 s. Nous pouvons remarquer son effet sur le résidu RRA_1 (Fig. 3.15).

3.3 Analyse des résidus

La méthode basée sur les RRAs permet de détecter un fonctionnement non correct du système à surveiller. Néanmoins, à cause des bruits capteurs ainsi que les incertitudes de modélisation et l'apparition de dérivés dans ces relations, il s'avère difficile de distinguer ces déviations par la simple observation.

Ceci nécessite un posttraitement et des techniques de traitement de signal, comme le moyennage, pour extraire l'information appropriée de ces résidus. L'étape de génération des résidus est généralement suivie par une évaluation de ceux-ci qui est finalisée par une procédure de décision. La procédure de décision peut être basée sur une méthode géométrique comme un simple test de la valeur instantannée du résidu par rapport à un seuil fixé a priori ou bien du déplacement de la moyenne de celui-ci, d'un seuil adaptatif [103], modèle d'intervalle [104], ou

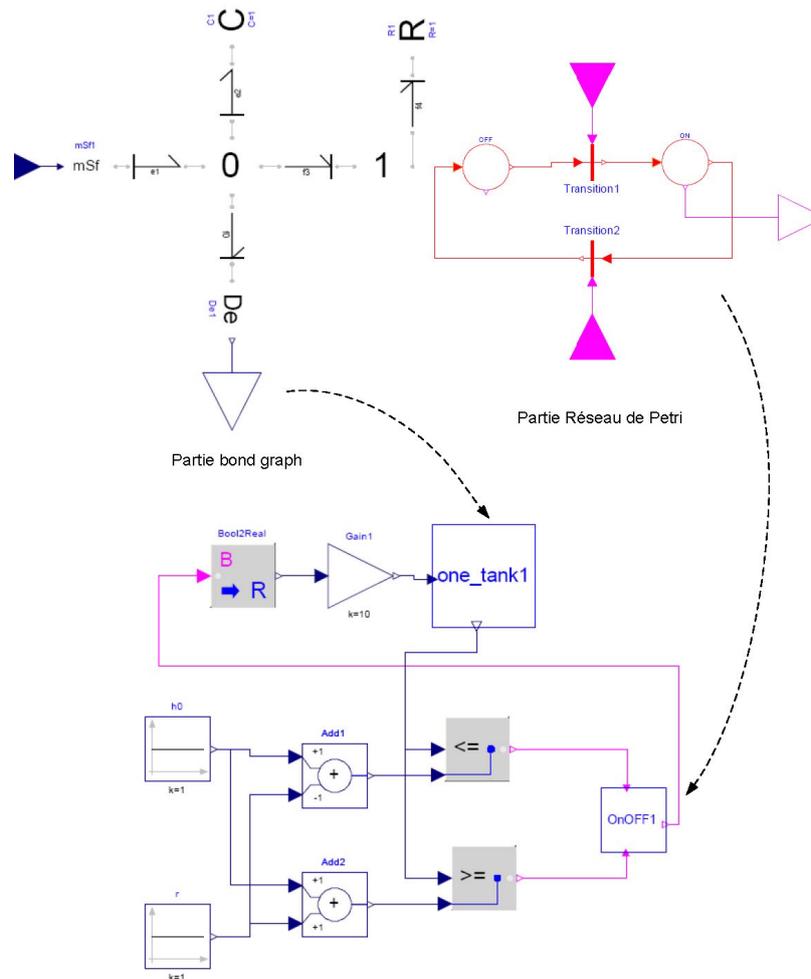


FIG. 3.10 – Modèle combiné BG-Rdp du système commandé

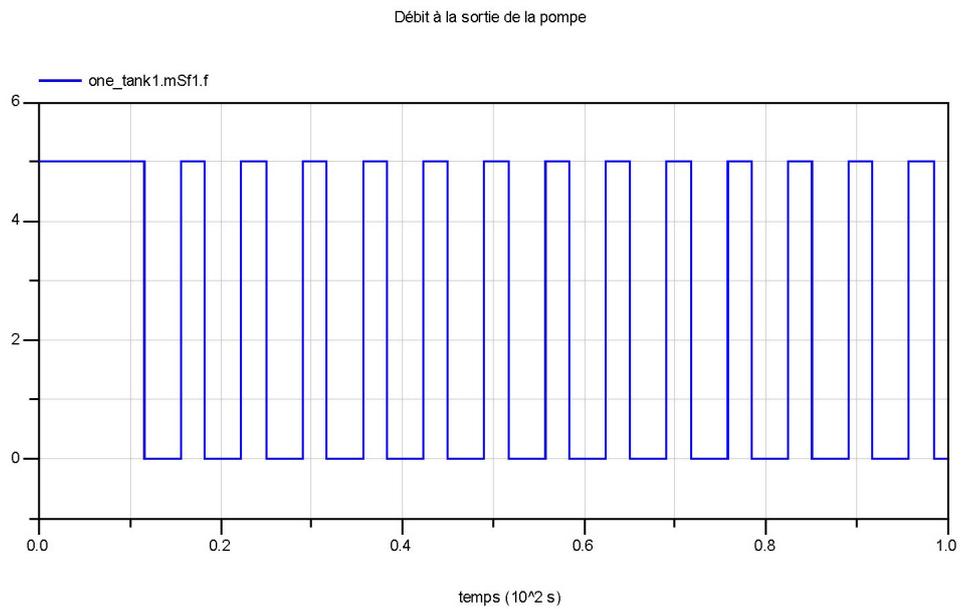


FIG. 3.11 – Débit à la sortie de la pompe

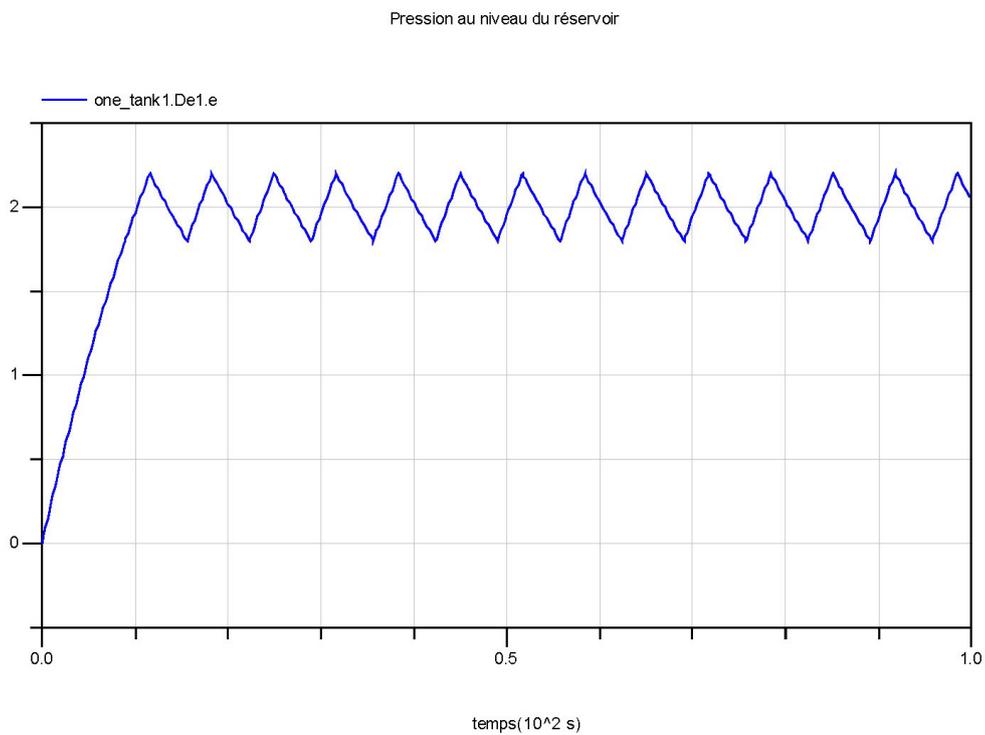


FIG. 3.12 – Pression au niveau du réservoir

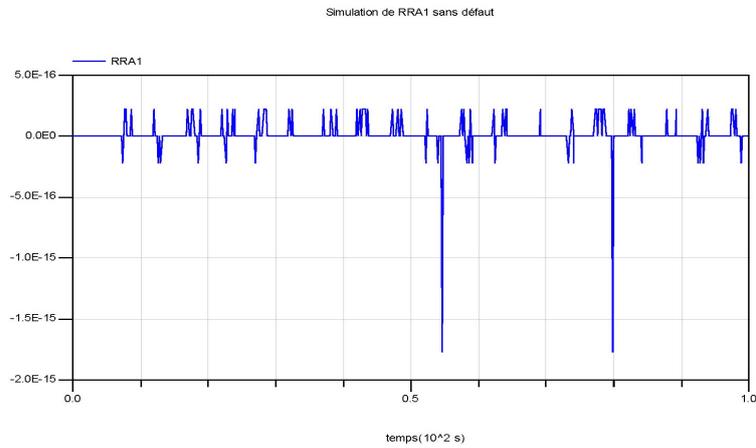
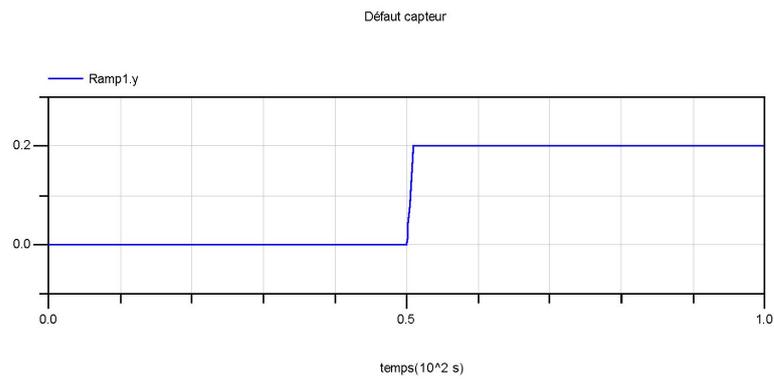


FIG. 3.13 – Allure du résidu sans défaut

FIG. 3.14 – Application du défaut capteur $De1$

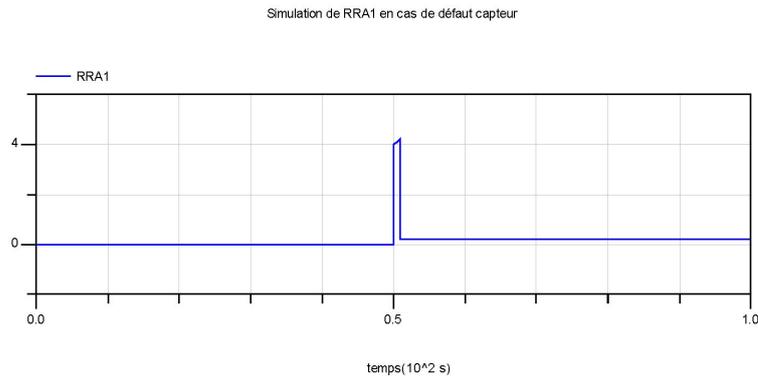


FIG. 3.15 – *Déviaton du résidu à la suite du défaut capteur*

d'un test de somme cumulative (Cusum) [105]. On trouve aussi des règles de décision qui sont basées sur des méthodes statistiques e.g. test du rapport de vraisemblance généralisé (Generalized Likelihood Ratio Test) ou test séquentiel du rapport de vraisemblance (Sequential Probability Ratio Test) [106].

3.3.1 Procédure de décision

La procédure de décision doit être réalisée généralement en ligne et par conséquent, pour un superviseur fonctionnant en temps réel, la détection doit être réalisée le plus vite possible sans avoir de fausses alarmes ni de non détection ou de détection tardive provoquant ainsi un fonctionnement catastrophique de l'installation. Ces méthodes sont utilisées dans des applications de type contrôle qualité, surveillance des systèmes de navigation, traitement des données sismologiques, segmentation de signaux pour par exemple le traitement des cas de vibrations de structures mécaniques (machines, immeubles, pont,...) et l'application qui nous intéresse : la détection et isolation de défauts (DID) dans les processus industriels. Les méthodes hors-ligne servent généralement à la mise au point de ces approches en temps réel. Les tests séquentiels traitent de façon séquentielle les données et ne requièrent pas un nombre d'échantillons fixé à l'avance contrairement aux tests globaux. Ces tests s'arrêtent dès que le nombre d'échantillons est suffisant pour prendre une décision sans ambiguïté. En DID, le test séquentiel est à hypothèse binaire, il est réalisé selon la figure 3.16. Il s'agit d'une décision statistique.

3.3.1.1 *Décision statistique et test*

Wald [107] a proposé de déterminer simplement ces seuils en les reliant aux probabilités de fausse alarme P_{fa} et de non détection P_{nd} . Après chaque mesure, une des trois décisions

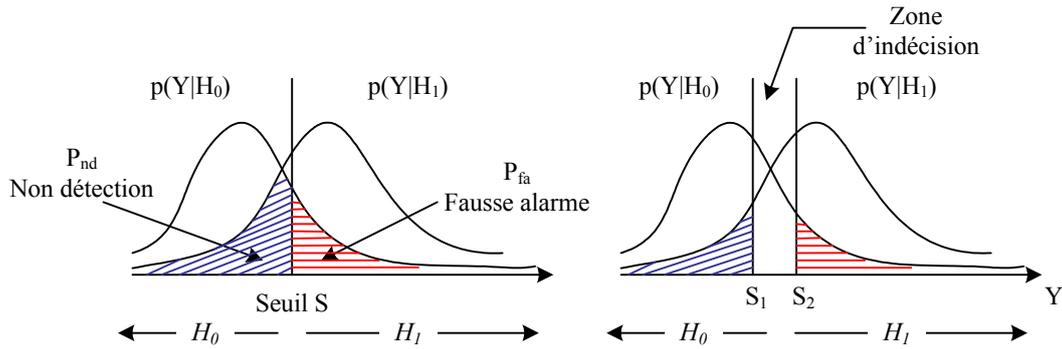


FIG. 3.16 – Test séquentiel à hypothèses binaires

suivantes est prise

- accepter H_1 : il y'a eu un changement de fonctionnement.
- accepter H_0 : il n'y a pas eu de changement.
- n'accepter ni H_1 ni H_0 : on ne peut pas décider.

Soit y_1, y_2, \dots, y_k la séquence des observations. Le rapport de vraisemblance est donné par

$$\Lambda_k = \frac{P(y_1, y_2, \dots, y_k | H_1)}{P(y_1, y_2, \dots, y_k | H_0)}. \quad (3.28)$$

Il faut fixer la valeur des risques d'erreurs P_{fa} et P_{nd} de première et de deuxième espèces (erreurs de type I et II). Supposons qu'à l'instant k : $\Lambda_k = S_2$, on retient l'hypothèse H_1 . En intégrant sur le sous espace E_1 correspondant à H_1 , on obtient

$$\int_{E_1} P(y_1, y_2, \dots, y_k | H_1) dy_1 dy_2 \dots dy_k = S_2 \int_{E_1} P(y_1, y_2, \dots, y_k | H_0) dy_1 dy_2 \dots dy_k, \quad (3.29)$$

c'est à dire

$$P_d = 1 - P_{nd} = S_2 P_{fa}. \quad (3.30)$$

De même, on peut déduire

$$P_{nd} = S_1 (1 - P_{fa}). \quad (3.31)$$

3.3.1.2 Mise en œuvre du test

Généralement le seuil de changement du résidu est inconnu. Parmi les méthodes qui permettent la détermination approximative de ce seuil on trouve la méthode de simulation. Mais elle reste une méthode non fiable vu l'intervention des erreurs de modélisation ainsi que les

bruits des mesures qui ne figurent pas en simulation. C'est pour cela que le seuil qui indique le changement d'état est inconnu. La détection des défauts brusques n'est pas triviale dans le cas où les paramètres correspondants au composant défaillant sont en forme dérivative par rapport au temps. Pratiquement les variables associées aux capteurs apparaissent en dérivée simple et multiple par rapport au temps. Dans ce cas, la comparaison par rapport à un seuil n'est pas une technique efficace d'où la nécessité de techniques évoluées telles que l'approche de somme cumulative ou d'autres méthodes statistiques telles que la reconnaissance de forme.

Soient les hypothèses binaires suivantes:

\mathcal{H}_0 : Il n'y a pas eu de modification de fonctionnement pendant N observations. Le système a toujours fonctionné suivant l'hypothèse H_0 ;

\mathcal{H}_1 : Il y a eu changement de fonctionnement: les r premières observations ont été faites avec l'hypothèse H_0 et les suivantes avec une hypothèse différente H_1 . r est l'instant du changement de fonctionnement, c'est une variable déterministe inconnue. Dans ce cas, on peut faire recours à l'algorithme GLR (Generalized Likelihood Ratio).

Algorithme GLR La détection d'un changement de fonctionnement peut être obtenue par le test GLR

$$\Lambda_{GLR} = \frac{\max_r P(y_1, y_2, \dots, y_k | \mathcal{H}_1, r)}{P(y_1, y_2, \dots, y_k | \mathcal{H}_0)}. \quad (3.32)$$

Si les observations dépendent d'un paramètre θ , le GLR comporte une maximisation par rapport à ce paramètre

$$\Lambda_{GLR} = \frac{\max_{\theta_1} P_{\theta_1}(y_1, y_2, \dots, y_k | \mathcal{H}_1)}{P_{\theta_0}(y_1, y_2, \dots, y_k | \mathcal{H}_0)}. \quad (3.33)$$

Ce test remplace le test du rapport de vraisemblance (likelihood ratio test) qui est utilisé si la distribution du paramètre de changement θ_1 est connue. L'algorithme GLR est généralement difficile à calculer. Des approximations de cet algorithme avec une complexité de calcul réduite est proposée dans [108] en utilisant un algorithme Cusum2.

Algorithme Cusum Proposé la première fois par Page [109], c'est une adaptation séquentielle de la détection d'un changement brusque d'un signal. Il est fondé sur la comparaison à chaque instant de la différence entre la valeur du rapport de vraisemblance et sa valeur minimale courante avec un seuil h donné

$$g_k = S_k - m_k \geq h, \quad (3.34)$$

avec

$$S_k = \sum_{i=1}^k \ln \frac{p_{\theta_1}(y_i)}{p_{\theta_0}(y_i)}, \quad (3.35)$$

$$m_k = \min_{1 \leq j \leq k} S_j. \quad (3.36)$$

Le temps d'arrêt (ou temps d'alarme) est

$$t_a = \min\{k : g_k \geq h\} = \min\{k : S_k \geq m_k + h\}. \quad (3.37)$$

Ce qui veut dire que cette procédure de détection n'est qu'une comparaison de la somme cumulative S_k par rapport à un seuil adaptatif $m_k + h$. Cet algorithme est normalement désigné pour un paramètre θ_1 connu après le changement. Dans [95], la technique Cusum2 a été utilisée pour la détection de fuites de faible vitesse d'un réservoir. Il a été montré dans cette thèse que la vitesse d'évolution du défaut a une influence directe sur l'efficacité de la procédure de détection. Considérons le cas où le changement affecte la valeur moyenne du résidu qui suit une loi de Gauss (μ_0, σ) et que son signe peut être positif ou négatif. Soit μ_1 la valeur moyenne après changement et β l'amplitude du changement. Les deux relations récurrentes parallèles du test sont:

$$g_k^+ = \max\{0, g_{k-1}^+ + y_k - \mu_0 - \frac{\beta}{2}\}, \quad (3.38)$$

$$g_k^- = \max\{0, g_{k-1}^- - y_k + \mu_0 - \frac{\beta}{2}\}. \quad (3.39)$$

Le temps d'alarme est donné par

$$t_a = \min\{k : (g_k^+ \geq \bar{h}) \cup (g_k^- \geq \bar{h})\}, \quad (3.40)$$

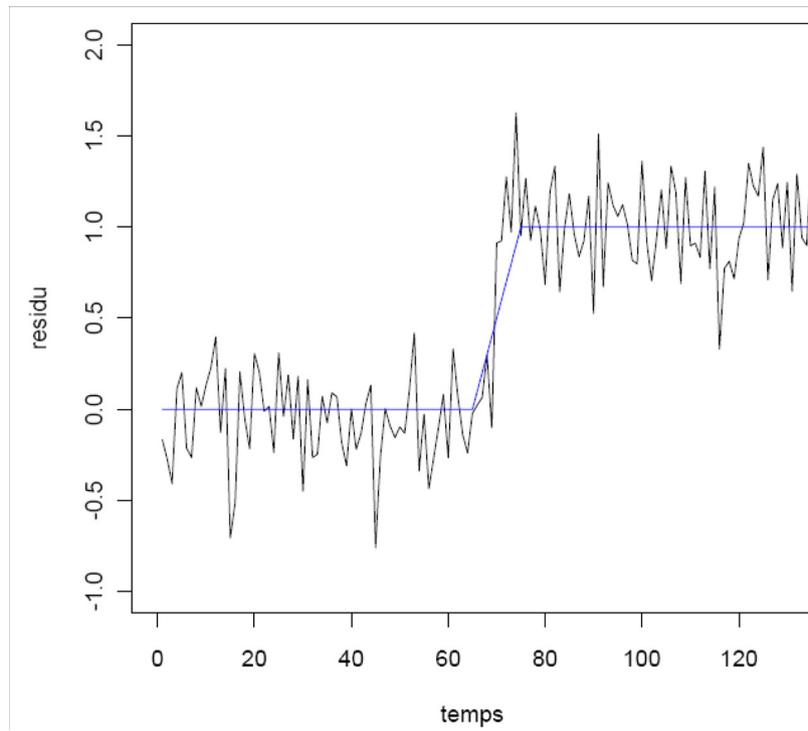
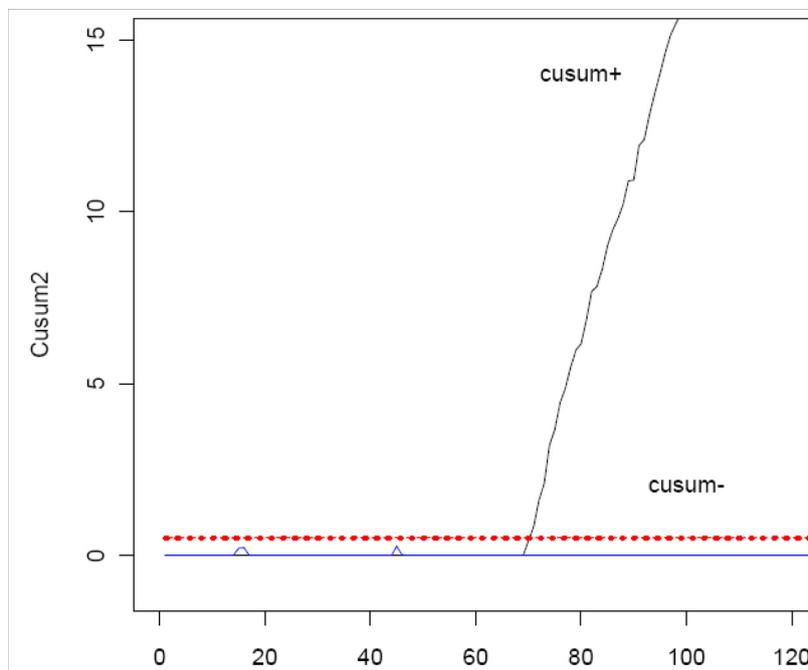
avec $\bar{h} = h\sigma^2/\beta$ le seuil d'alarme.

Prenons $\mu_0 = 0$, $\mu_1 = 1$, $\sigma = 0.25$. L'instant de changement est 70s. La figure 3.17 montre la déviation du résidu. L'application du test Cusum2 est donnée à la figure 3.18 avec $h = 2$. Nous avons un seuil de détection $\bar{h} = 0.5$ et un temps d'alarme $t_a = 72s$.

3.3.2 Isolation de défaut

3.3.2.1 Matrice de signature de défauts

Un résidu est une évaluation pratique d'une RRA. Il est utilisé pour détecter les défauts dans un processus. La dernière phase pour l'isolation de défaut consiste, après avoir appliqué une procédure de test qui est aussi une procédure de décision entre un comportement normal ou bien défaillant, à regrouper les différents décisions pour tous les résidus dans un vecteur

FIG. 3.17 – *Déviation d'un résidu (temps en secondes)*FIG. 3.18 – *Test Cusum2*

appelé vecteur binaire de cohérence noté $C = [c_1, c_2, \dots, c_n]$ avec $c_i (i = 1 \dots n)$, les décisions correspondantes pour chaque résidu utilisant une fonction de test φ_i . Ces fonctions de test n'utilisent pas nécessairement la même procédure pour la décision. Ces fonctions doivent être appropriées pour les différents composants du système. Une simple procédure de décision consiste à comparer le résidu r_i par rapport à un seuil δ_i fixé a priori. Ce qui donne le principe suivant

$$c_i = \varphi(r_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } \|r_i\| > \delta_i \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}, \quad (3.41)$$

avec $\|\cdot\|$ une norme appropriée. Le vecteur de cohérence est calculé à chaque période d'échantillonnage. Un défaut est détecté lorsque $C \neq [0, 0, \dots, 0]$. L'isolation du composant défaillant est réalisée par couplage du vecteur de cohérence avec une matrice binaire des signatures de défauts. La matrice de signatures de défauts (MSD), S_D , qui est une matrice théorique, décrit la sensibilité structurelle de chaque résidu aux différents défauts correspondant à chaque composant du système. Les éléments de la matrice S_D sont déterminés par l'analyse suivante

$$S_{D_{ij}} = \begin{cases} 1, & \text{si } r_i \text{ est sensible aux défauts du composant } j \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}. \quad (3.42)$$

Pour que tous les défauts puissent être localisés, toutes les signatures théoriques doivent être distinctes. Généralement, on associe à chaque colonne j de la matrice deux bits binaires M_b et I_b qui indiquent respectivement la surveillabilité et l'isolabilité du défaut du $j^{\text{ième}}$ composant. Il faut noter que cette matrice est construite dans l'hypothèse qu'il n'y a occurrence que d'un seul défaut à la fois. La matrice de signature est dite pratique lorsque celle-ci est déduite à partir de tests pratiques de défauts sur le système et leurs influences sur les résidus ou bien par simulation.

3.3.2.2 Résidus structurés

Les résidus structurés sont conçus de manière à être chacun affecté par un sous ensemble de défauts et robuste (non affecté) par rapport aux défauts restants (Fig. 3.19). Ainsi, lorsqu'une défaillance apparaît, seul un sous ensemble de résidus réagit [82].

Dans la pratique, il n'est pas toujours possible d'obtenir des résidus structurés, spécialement si le nombre de défauts est supérieur à celui des capteurs ou bien si ces derniers sont mal placés. Théoriquement, le nombre de résidus structurellement indépendants qui peuvent être obtenus à partir du modèle du système est égal au nombre de capteurs dans le modèle. Il

est possible que les composants qui sont considérés comme robuste par rapport au reste des composants soient exclus de la procédure de diagnostic.

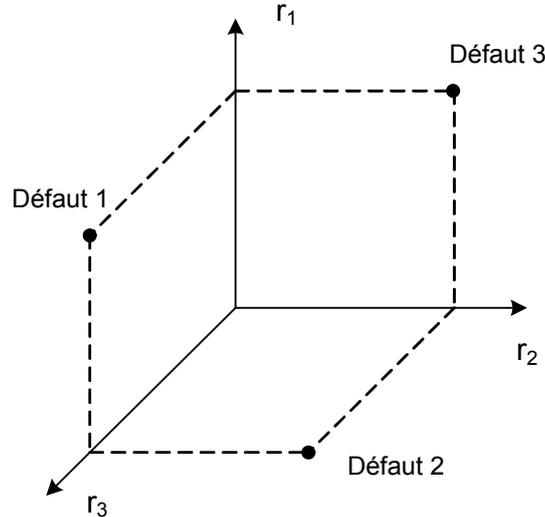


FIG. 3.19 – Résidus structurés

3.4 Conclusion

Le choix de la méthode de diagnostic à base de modèle dépend, dans notre contexte, de la possibilité d'associer avec cette méthode des données de fiabilité sur les composants du système. Il est aussi important que cette méthode soit applicable pour les processus industriels de grande taille sans avoir recours à un modèle d'état. Toutefois, pour la supervision des processus complexes, il est difficile de déduire une représentation mathématique globale de ces processus (modèle de comportement ou comportemental), cette méthode prend un temps important pour la convergence de la solution associée aux résidus. En plus, les méthodes à base d'une représentation d'état du système telle que celle des observateurs ou de l'espace de parité cache les effets de causalités entre les variables et les paramètres internes du processus. La méthode d'estimation des paramètres possède un inconvénient majeur qui réside dans la nécessité d'avoir un système physique excité en permanence. Ceci pose donc des problèmes d'ordre pratique dans le cas de procédés dangereux, coûteux ou fonctionnant en mode stationnaire. De plus, les relations entre paramètres mathématiques et physiques ne sont pas toujours inversibles de façon unitaire, ce qui complique la tâche du diagnostic basé sur les résidus. La méthode de digraphe est une méthode structurelle graphique mais elle nécessite aussi la détermination d'un modèle mathématique du processus, l'inconvénient de cette forme de représentation est qu'elle ne représente pas les contraintes algébriques du

modèle. Les autres approches structurelles de graphe biparti et de bond graph ne facilitent pas seulement la détermination de la surveillabilité du processus mais aussi le placement des capteurs pour résoudre le problème d'observabilité. Les RRAs générées par la méthode de BG sont explicitement associées aux défauts composants, ceci est dû à l'aspect architectural et fonctionnel de l'outil BG, ce qui permet de coupler aisément avec la fiabilité de chaque composant comme information supplémentaire pour le modèle de diagnostic. L'utilisation de la méthode de graphe biparti est séduisante jusqu'à la phase de diagnostic. Les limitations par rapport à notre objectif sont données dans les constatations suivantes :

- Pendant la phase de reconfiguration, si on exclue un capteur ou bien on met un autre en redondance matérielle, le modèle bond graph s'adapte facilement à la nouvelle structure et il serait aisé avec la méthode de parcours des chemins causaux de redéfinir les nouvelles RRA en mettant à jour les équations déduites de la jonction modifiée, par contre, pour la méthode de graphe biparti, l'algorithme de détermination des RRA doit reprendre du début.

- Les RRAs générées à partir du modèle BG sont associées directement aux composants, ce qui n'est pas le cas pour le graphe biparti qui les associe aux contraintes.

L'approche BG est une méthode structurelle graphique causale qui peut être exploitée pour un raisonnement qualitatif en diagnostic. Nous verrons que le raisonnement qualitatif peut être utile dans la phase de détermination des scénarios critiques du fonctionnement du processus.

Chapitre 4

Prise de décision en diagnostic par incorporation de données de fiabilité

4.1 Introduction

L'intérêt croissant aux méthodes de diagnostic à base de RRA générées à partir d'un modèle est essentiellement dû au fait que cette méthode ne nécessite pas un apprentissage par la machine contrairement aux méthodes sans modèle. Les méthodes causales et structurelles telles que les graphes bipartis et les bond graphs qui sont considérées comme des méthodes directes pour la génération de RRA sont utilisées pour la surveillance des capteurs, des actionneurs et des composants. Ces méthodes prennent une place importante ces dernières années à cause de leur causalité et la possibilité de représenter des modèles incorporant à la fois des contraintes algébriques et des mesures. Les RRAs générées par la méthode BG sont explicitement associées aux défauts composants, ceci est dû à l'aspect architectural et fonctionnel de l'outil BG, ce qui permet de coupler aisément avec la fiabilité de chaque composant comme information supplémentaire pour le modèle de diagnostic.

L'étape de génération des RRA est suivie par une évaluation des résidus (voir chapitre 3). Le résultat final de la prise de décision en diagnostic à partir de la MSD est toujours binaire (composant défaillant ou fonctionnel). Si la signature est inconnue à cause des bruits de mesures et de l'incertitude du modèle, la décision peut être infaisable. Récemment, Djeziri et al. [112] ont appliqué une méthode robuste pour le diagnostic par BG, mais dans un processus réel, les composants de celui-ci peuvent se dégrader et c'est une situation entre les deux états indiqués et qui peut être associée à une valeur continue entre 0 et 1. Cette valeur ne peut être que celle de la probabilité a posteriori de la défaillance du composant déduite à partir de

données supplémentaires sur la fiabilité du composant.

4.2 Amélioration de la décision en diagnostic à base des RRA

4.2.1 Objectif de ce travail

Avec le développement des algorithmes de FDI (Fault Detection and Isolation ou DID), la décision du module de diagnostic devrait être plus significative qu'une décision booléenne. Quand cette décision devient continue dans l'intervalle $[0, 1]$ (les valeurs extrêmes d'une décision binaire), le module de surveillance peut traiter certains problèmes tels que les signatures inconnues, ou des résidus correspondant à la signature de plus d'un défaut. Par conséquent, l'efficacité du module de FDI sera améliorée sans augmenter le nombre de capteurs.

Dans ce contexte, plusieurs papiers ont été publiés. L'utilisation de la fiabilité en diagnostic par la méthode des RRAs a été introduite par Weber et al. [46]. L'objectif était l'amélioration de la prise de décision en employant des données de fiabilité. Les auteurs ont proposé un réseau bayésien dynamique (RBD) [49] avec deux types de nœuds; certains sont associés aux résidus et les autres aux défauts des composants dont les fonctions de distribution de probabilité (FDP) sont de type exponentielles.

La méthode proposée suppose que les RRAs sont déjà générées, elle n'est pas indiquée pour une approche bien déterminée de génération des résidus. Dans le concept temps réel de supervision intelligente à base de modèle, il est intéressant d'établir une méthodologie de supervision qui garantit l'association de données statistiques et du modèle physique pour pouvoir reconfigurer le système après avoir réalisé la tâche de diagnostic. Nous allons montrer que la combinaison d'approches graphiques exactes et incertaines telles que les BG et les RBs pourrait faciliter l'atteinte de cet objectif. L'approche RBD a été utilisée aussi pour la surveillance dans [113, 114]. La structure du RBD est déduite à partir du graphe temporel causal (GTC) [128], qui est une représentation déduite à son tour du modèle BG. Par la même représentation en GTC, il est possible de réaliser un raisonnement qualitatif sur les RRAs [115]. Ces approches qualitatives ne sont pas précises à cause de l'incertitude du modèle et ne permettent pas de donner une vue réelle sur la dégradation des composants du système supervisé. En plus, ils ne permettent pas aussi l'incorporation de données statistiques et historiques de défauts du système.

Nous avons traité au chapitre 2 la notion de modélisation de la fiabilité des composants d'un système industriel par l'approche RB. Nous avons montré que cette approche permet d'exploiter des données statistiques sur la défaillance des composants ainsi que les avis des experts pour formuler un modèle quantitatif de la fiabilité. Au troisième chapitre nous avons évoqué le diagnostic à base des relations de redondances analytiques générées par le modèle BG. Nous avons vu que cette approche reste valable pour les systèmes à commutation dont

les éléments à commutation sont représentés par des (MTF-R) et pour simuler cette classe de systèmes dynamiques hybrides, il est possible d'utiliser une approche combinée pour le modèle. Nous avons opté dans ce contexte pour l'approche graphique discrète RdP. Pour exploiter tous ces résultats en diagnostic, nous proposons une méthode hybride intégrant le modèle bayésien de la fiabilité et les résidus générés par le modèle BG hybride. Par la suite, nous mettons en œuvre ce modèle pour la partie diagnostic du module supervision. Le modèle proposé permet d'améliorer la méthode binaire classique pour le diagnostic basé sur les RRAs.

4.2.2 Travaux liés au sujet

4.2.2.1 *Bond graph et détection et isolation de défauts*

Même si la méthode de RRA générées à partir d'un modèle est parmi les méthodes les plus importantes dans les approches de FDI à base de modèle, celle-ci peut inciter quelques problèmes, surtout dans la phase de conception. Cependant, il serait possible d'avoir des signatures identiques pour différents défauts et il serait difficile ou coûteux de placer un capteur supplémentaire pour l'isolation, ceci pourrait réduire la fiabilité globale du système. Dans la pratique, la détection de résidus inconnus est très commune. Pour la résolution du problème de la surveillabilité (aptitude à détecter et localiser un défaut) des capteurs et des sources de commande dans une approche de RRA à base du modèle BG, quelques méthodes sont proposées dans la littérature. La première méthode est matérielle; elle est basée sur l'évaluation des paramètres et par conséquent elle nécessite deux capteurs (un pour le flux et l'autre pour l'effort) pour chaque composant à superviser. La seconde est plutôt logicielle; elle est basée sur la notion de BG bicausal pour exprimer les variables généralisées du composant en fonction des variables connues du système. Le bond graph bicausal permet de se servir du reste du modèle pour déterminer les valeurs d'effort et de flux, sans avoir à passer par la caractéristique du composant [116]. Les travaux de Busson [100] permettent de distinguer les défaillances physiques de type fuite de matière ou d'énergie en se basant sur les RRAs déduites des équations de balance des jonctions-0. En effet, dans les domaines hydrauliques et thermiques, les résidus déduits de la relation de structure de la jonction-0 seront sensibles à toute défaillance de type fuite de matière et pour ceux qui sont déduites de la jonction-1, il seront sensibles aux défaillances de type bouchage de matière. Récemment, Bregon et al. [118] ont présenté un algorithme pour dériver automatiquement des informations temporelles pour la MSD concernant l'ensemble des conflits possibles en vue d'améliorer la phase de décision pour cette approche. L'algorithme utilise le graphe temporel causal (GTC) comme structure intermédiaire pour la génération de cet ensemble de conflits.

4.2.2.2 Réseaux Bayésiens, Bond Graph et FDI

Dans la dernière décennie, nous avons noté l'augmentation des applications communes entre les RBs et la FDI. Mehranbod et al. [119] proposent une méthode pour la détection et l'isolation des défauts capteurs. Elle consiste à l'utilisation d'un RB multi-étages pour détecter les défauts capteurs de type (biais, dérive et bruit). Ce papier présente une méthode qui réduit la taille des données de probabilités conditionnelles. Le sujet d'amélioration de la prise de décision pour les approches basées sur les RRAs en utilisant les RBs est récemment traité dans [46]. Les auteurs ont proposé un Réseau Bayésien Dynamique RBD avec deux tranches de temps $(t-1)$ et (t) . Le modèle contient des nœuds correspondants au défauts des composants qui possèdent des distributions de type exponentielle pour faciliter le passage de la tranche $(t-1)$ à la tranche (t) . L'approche est proposée pour n'importe quelle méthode générant des RRAs et elle est applicable pour les systèmes dont la PDF est de type exponentielle. Pour les systèmes large, le modèle devient plus complexe à cause de la présence de deux nœuds pour les deux tranches de temps pour chaque composant.

Koller et al. [113] proposent aussi les RBD comme une approche qui permet la surveillance des systèmes dynamiques, ils ont montré que les processus HMM (Hidden Markov Model) et les filtres de Kalman sont des cas particuliers des RBD. L'inférence utilisée est basée essentiellement sur le filtrage de particules qui est une approche MCMC (Markov Chain Monte Carlo). La structure du RB est issue essentiellement de relations déduites du modèle Bond Graph ou encore du GTC, qui est une représentation déduite du modèle BG lui-même. Lerner et al. [120] ont présenté un nouveau algorithme d'inférence pour le filtrage des RBH en vue de surveiller et diagnostiquer les systèmes dynamiques hybrides. Anderson et al. [121] ont étudié la comparaison entre différents algorithmes de filtrage pour les RBD et ils ont montré l'intérêt d'utiliser l'approche de filtrage de particules avec une distribution proposée générée par un filtre UKF (Unscented Kalman Filter) pour les réseaux de grande taille. Roychoudhury et al. [114] ont proposé une approche bayésienne pour la surveillance des défaillances de type déviation des paramètres. L'architecture de FDI proposée est basé sur un observateur de type RBD qui permet de modéliser le fonctionnement nominal du système, dont la structure est déduite du GTC. L'inférence utilisée est le EKF (Extended Kalman Filter) pour traiter les non-linéarités du système. Les auteurs ont utilisé un raisonnement qualitatif à partir du GTC pour générer les hypothèses possibles de la défaillance. Pour réaliser l'isolation, ils proposent un RBD diagnostiqueur qui intègre des nœuds discrets comme indicateurs des défaillances possibles des paramètres continus.

Zhang et al. [122] adressent la détection et l'isolation des défauts des systèmes complexes en utilisant une stratégie hiérarchique introduisant différentes approches. Ils proposent l'outil BG comme une première couche physique. Par la suite, ils utilisent la méthode d'analyse de la composante principale (PCA) pour réduire la dimension des données et ils appliquent

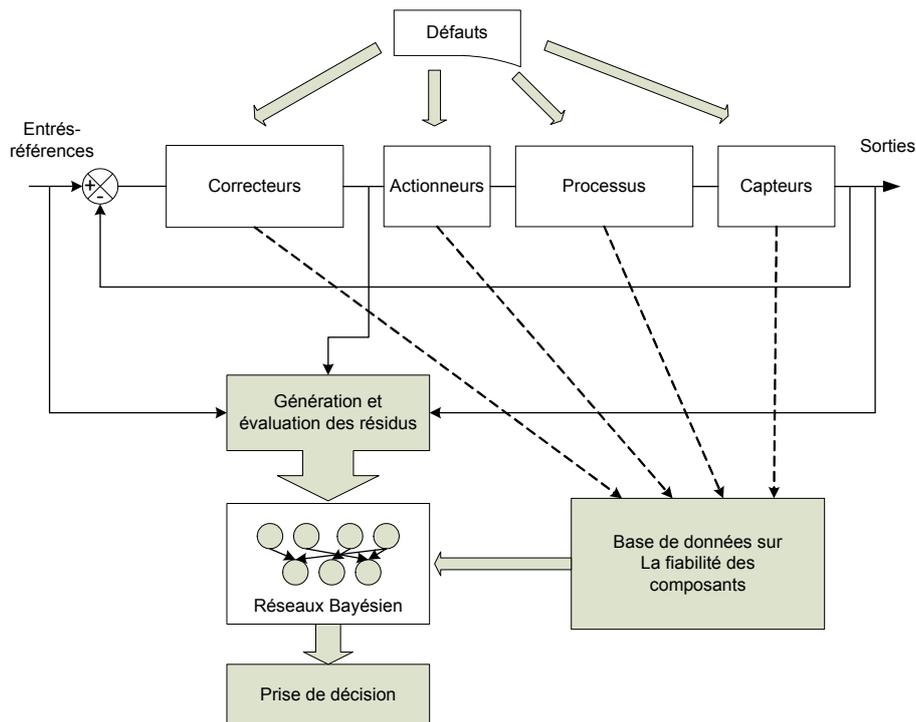


FIG. 4.1 – Approche de prise de décision en diagnostic

la transformée d'ondelette discrète (DWT) pour abstraire la dynamique du processus aux différents échelles. Finalement, à la dernière couche, les RBs sont exploités pour décrire la dépendance conditionnelle entre les domaines de défaillances et les signatures des défauts.

4.2.3 Méthodologie développée

Nous proposons d'associer l'approche BG pour la génération des résidus à un modèle Bayésien qui incorpore des données sur la fiabilité des composants. L'amélioration de l'étape de prise de décision est réalisée par un modèle réseau bayésien hybride (RBH) qui permet de déterminer, par un procédé hybride d'inférence, les probabilités a posteriori des défauts des composants. La figure 4.1 montre l'approche globale que nous proposons pour le diagnostic à base des RRAs.

L'association d'un modèle bayésien de la fiabilité des composants au modèle de diagnostic du processus permet non seulement d'améliorer la prise de décision mais aussi d'autres tâches reliées à la stratégie intelligente de supervision:

- programmation d'actions de maintenance préventive,
- analyse des coûts des défaillances par utilisation de la théorie des utilités,
- reconfiguration basée sur le risque du système défaillant par la surveillance de la fiabilité

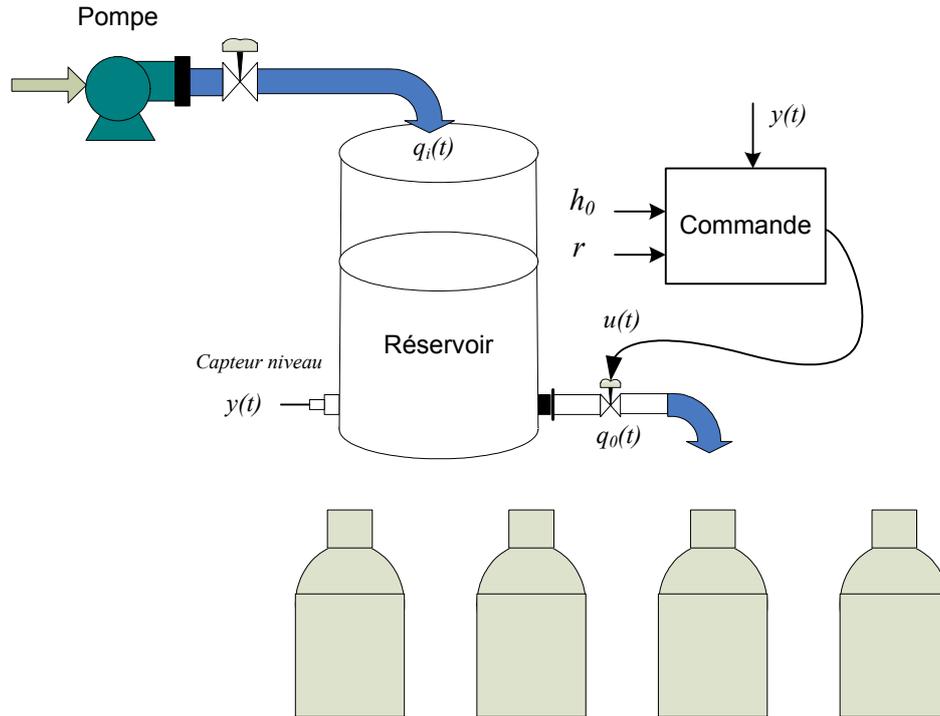


FIG. 4.2 – Réservoir en fonctionnement hybride

globale ou partielle du processus (tâches de pronostic).

4.2.3.1 Introduction de la fiabilité par le raisonnement Bayésien

Pour pouvoir introduire la notion de fiabilité par un raisonnement Bayésien essayons d'évoquer un exemple industriel. Reprenons le même système du réservoir en fonctionnement hybride en modifiant sa structure (Fig. 4.2). La dynamique de fonctionnement du réservoir est hybride. Le système est régi par deux modes de fonctionnement qui sont séparés par deux événements discrets.

Le modèle BG-RdP de l'exemple est représenté à la figure 4.3. Comme le montre cette figure chaque élément du graphe est associé à un composant physique.

Les équations aux niveaux des deux jonctions sont:

$$\text{Jonction-0} : Sf_1 - f_3 - f_2 = 0 \tag{4.1}$$

$$\text{Jonction-1} : e_4 - e_3 = 0 \tag{4.2}$$

En appliquant la méthode de parcours des chemins causaux, nous pouvons déduire les deux RRAs:

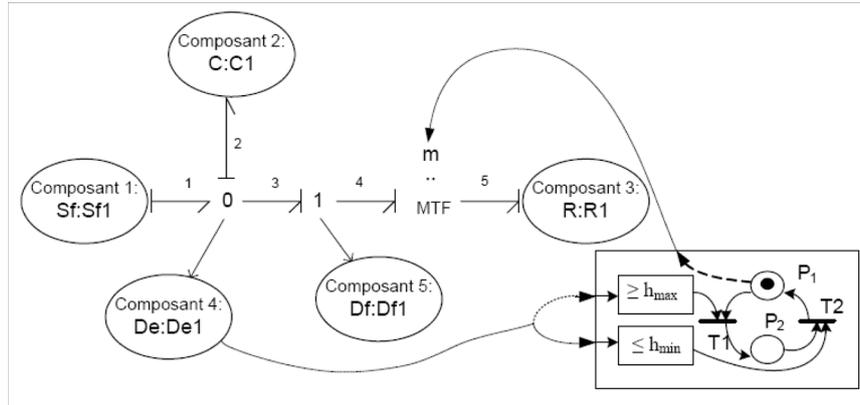


FIG. 4.3 – Modèle BG-Rdp du réservoir en fonctionnement hybride

$$r_1 : Sf_1 - \left(\frac{m^2}{R_1} + C_1 \cdot s \right) \cdot De_1 = 0 \quad (4.3)$$

$$r_2 : Df_1 - \frac{m^2}{R_1} \cdot De_1 = 0 \quad (4.4)$$

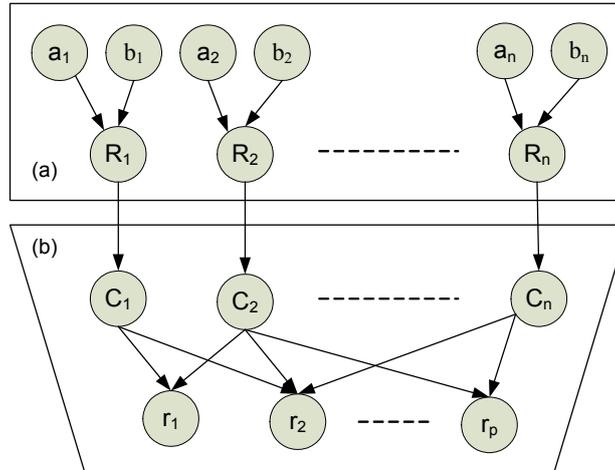
Ce qui donne la MSD présentée au tableau 4.1.

Les équations aux niveaux des jonctions qui sont déduites à partir du modèle BG sont basées sur des lois physiques conservatives. Supposons avoir une fuite au niveau du réservoir de l'exemple de la figure 4.2, ce défaut peut être modélisé par une source de flux de valeur négative connectée à la jonction-0 de la figure 4.3. La première RRA, qui est générée par la conservation de la masse au niveau de cette jonction, ne serait plus conservée.

En faisant un raisonnement bayésien, la fuite est une cause de la non satisfaction de la loi de conservation et ceci engendrerait la modification du résidu correspondant. L'événement de fuite lui même est relié à la fiabilité du réservoir dans un fonctionnement normal. Dans le même exemple, le capteur De_1 et la vanne R_1 , tous les deux composants possèdent la même

TAB. 4.1 – Matrice de signature de défauts de l'exemple de réservoir

	Sf_1	De_1	C_1	R_1	Df_1	m
r_1	1	1	1	1	0	1
r_2	0	1	0	1	1	1
M	1	1	1	1	1	1
I	0	0	0	0	1	0

FIG. 4.4 – *Module de décision*

signature de panne. Si quelqu'un connaît que la vanne R_1 est moins fiable que le capteur de pression De_1 ainsi que l'algorithme de commande m (ou bien que les statistiques montrent plus de défaillances pour ce composant), il serait plus raisonnable de penser que la cause la plus probable de la signature $[1,1]$ est la défaillance de la vanne R_1 .

En conclusion, l'introduction d'un modèle bayésien associant la fiabilité des composants et les mesures des résidus en temps réel dans le module de supervision peut améliorer la phase de prise de décision en diagnostic.

4.2.3.2 La méthode de prise de décision

Le module de décision Supposons que le système à surveiller est constitué de n composants ; $C = \{C_i; 1 \leq i \leq n\}$ avec une PDF de type Weibull. Le modèle bayésien de décision est constitué de variables aléatoires associées aux résidus $r = \{r_i; 1 \leq i \leq p\}$, aux composants, ainsi que leurs modèles bayésiens de la fiabilité. Nous associons à chaque composant C_i sa fiabilité R_i . On note R_s la fiabilité du système global. Un arc qui relie un nœud associé à un composant C_i et un nœud associé à un résidu r_j indique que ce dernier est sensible à la défaillance de ce composant. Les connexions des arcs dépendent de la sensibilité du résidu à la défaillance du composant. Ces connexions peuvent être déduites de la MSD. Une variable aléatoire associée à un résidu r_j possède deux états $\{D(\text{Défecté}), ND(\text{Non défecté})\}$ et pour les nœuds associés aux composants C_i nous avons aussi deux états $\{DF(\text{Défaillant}), F(\text{Fonctionnel})\}$. Le modèle bayésien proposé pour la prise de décision en diagnostic est celui de la figure 4.4. La structure est de type réseau bayésien hybride; nous notons la présence de nœuds discrets et de nœuds continus. Le RB proposé peut être traité comme étant une association d'un RB discret et un RB continu (RBC).

Un RBH décrit les systèmes ayant des variables aléatoires de deux types ; discrètes et continues. Dans la littérature, la classe la plus utilisée des RBH est le modèle Gaussien Conditionnellement Linéaires (Conditional Linear Gaussian (CLG)) [123]. Ce modèle possède des nœuds parents de type discrets et des nœuds descendants de type continus. Plusieurs algorithmes d'inférence sont traités dans la littérature, nous citons à titre non exhaustif; inférence exacte [124], inférence approximative [35], discrétisation dynamique [34], mélange d'exponentielles tronqués (MTE) [38].

Le RBC prépare l'information a priori du défaut du composant pour le second réseau. Quand un résidu est détecté à l'instant t , le composant C_i possède les probabilités a priori : $P(C_i = DF(Défaillant)) = F_i(t)$ et $P(C_i = F(Fonctionnel)) = 1 - F_i(t) = R_i(t)$ ($F_i(t)$ est la FDC, et $R_i(t)$ est la fiabilité). La partie discrète possède une structure qui dépend de la MSD; si un résidu r_j n'est pas sensible à la défaillance d'un composant C_i alors aucun arc n'est tiré de la variable aléatoire C_i vers r_j . L'inférence au niveau du modèle global peut être réalisée séparément. A l'instant de détection du résidu une inférence est réalisée au niveau de la partie continue pour déduire les probabilités a priori de défaut du composant C_i . Par la suite, une autre inférence est réalisée au niveau de la partie discrète, après l'observation des résidus, pour en déduire la probabilité a posteriori du défaut $p(C_i|r_1, \dots, r_p)$.

L'inférence au niveau de la partie continue La partie continue consiste à un modèle continu de la fiabilité qui, dans ce cas, dépend de deux paramètres a et b . Nous avons considéré le cas d'un système dont la distribution de la défaillance est de type Weibull. Il est clair que cette partie peut supporter n'importe quelle distribution de probabilité par ce qu'elle renferme des nœuds parents par rapport à la partie discrète. Elle peut être aussi le siège d'estimation de la fiabilité à partir de données statistiques ou bien des avis d'experts et ceci a été montré au chapitre 2.

Nous avons considéré la (FDP) de type Weibull avec ses deux paramètres (forme et échelle, le paramètre retard est considéré nul) car celle-ci permet la modélisation des différentes régions de la courbe de baignoire de la durée de vie d'un grand nombre de composants. La FDP Weibull avec un paramètre de retard nul est définie par

$$f(t|a,b) = \frac{a}{b} \left(\frac{t}{b}\right)^{a-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{b}\right)^a\right], t \geq 0, \quad (4.5)$$

a est le paramètre de forme, b est le paramètre d'échelle et t est le temps. Si ces paramètres sont incertains et nous disposons des données sur les durées de défaillance ou des tests du composant, le modèle hiérarchique de la figure 4.5 permet la détermination de la fiabilité de ce composant. Soit (t_1, \dots, t_l) les durées de défaillance de l composants identiques de telle sorte que

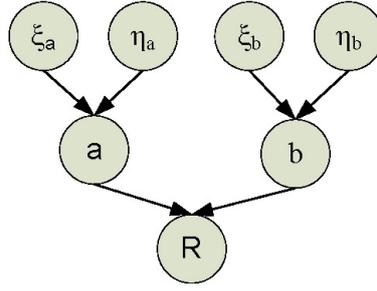


FIG. 4.5 – Modèle hiérarchique de la fiabilité

$$t_i \sim Weibull(a,b), i = 0, \dots, l. \quad (4.6)$$

La fonction de vraisemblance est le produit des distributions de Weibull pour chaque durée de temps t_i

$$L(a,b|t) = \prod_{i=1}^l \frac{a}{b} \left(\frac{t_i}{b}\right)^{a-1} \exp\left[-\left(\frac{t_i}{b}\right)^a\right]. \quad (4.7)$$

Pour l'inférence de ce modèle hiérarchique, il est nécessaire d'échantillonner à partir des distributions a priori de (a,b) (voir chapitre 2) ensuite à partir de $Weibull(a,b)$. Comme (a,b) sont positifs, la distribution a priori de type *Gamma* qui est une distribution conjuguée de celle de Weibull, peut être utilisée [53].

Les deux paramètres sont échantillonnés séparément

$$a \sim Gamma(\xi_a, \eta_a), \quad (4.8)$$

$$b \sim Gamma(\xi_b, \eta_b), \quad (4.9)$$

où (ξ_a, η_a) sont les hyperparamètres de forme et (ξ_b, η_b) les hyperparamètres d'échelle. L'inférence du modèle hiérarchique global peut être réalisée en utilisant l'échantillonnage de Gibbs [125] et la technique ARS (Adaptive Rejection Sampling, voir paragraphe 2.3.3.3) [63].

L'estimation bayésienne de la fiabilité est déterminée à partir de la densité a posteriori des paramètres. La valeur estimée pour une durée de fonctionnement T est donnée par l'équation

$$E[R(T|Données)] = \int R(T)p(\theta|Données)d\theta. \quad (4.10)$$

Avec une simulation MCMC, il est possible de déterminer des caractéristiques comme la moyenne, la médiane et les quantiles. L'intervalle de crédibilité (IC) de la fiabilité (voir paragraphe 2.3.3.4) est de deux côtés $[R_l, R_u]$, où R_l et R_u sont respectivement la borne

inférieure et la borne supérieure de la fiabilité. Généralement, il existe deux choix pour la valeur de IC. Par exemple, pour l'industrie de roulement à billes, l'IC possède la valeur de 0.9 [60]. Un autre choix est possible est celui de la médiane ($IC = 0.5$). Cette valeur est plus stable que la moyenne. Cependant les probabilités a priori de défaut seront

$$p(C_i = DF(\text{Défaillant})) = 1 - R_{i(0.5)}(T), \quad (4.11)$$

$$p(C_i = F(\text{Fonctionnel})) = R_{i(0.5)}(T), \quad (4.12)$$

où $R_{i(0.5)}(T)$ est la valeur de la fiabilité du composant C_i pour une durée de fonctionnement et qui est estimée par la médiane.

Les probabilités a priori de fausse alarme et de non-détection Avant de commencer l'inférence au niveau de la partie discrète, il est clair que nous aurons besoin des probabilités a priori de fausse alarme et de non détection. Dans le cas d'un résidu r_j sensible au défaut de C_i et en définissant respectivement ces probabilités de fausse alarme et de non détection par P_{fa} et P_{nd} , la Table de Probabilités Conditionnelles (TPC) sera définie selon la table 4.2.

Dans l'absence d'une connaissance a priori sur les valeurs de P_{fa} et P_{nd} , la méthode utilisant des statistiques et des tests peut être appliquée [46].

Plus généralement, ici nous avons besoin d'une approche qui permet d'estimer la probabilité de succès en présence de données binaires [126]. Soit y le nombre de succès du module de détection du test envisagé sur le défaut d'un composant. Ce paramètre peut suivre une distribution binomiale

$$y \sim \text{Binomial}(N,p), \quad (4.13)$$

où N est le nombre global connu des tests effectués et p est le paramètre d'intérêt inconnu. Le théorème de Bayes [4] permet l'estimation de ce paramètre en présence des données de tests:

TAB. 4.2 – Probabilités de fausse alarme et non détection

	r_j	
C_i	D(Défecté)	ND(Non Défecté)
DF(Défaillant)	$1 - Pnd_{ij}$	Pnd_{ij}
F(Fonctionnel)	Pfa_{ij}	$1 - Pfa_{ij}$

$$f(p|y) = \frac{f(y|p)f(p)}{f(y)}, \quad (4.14)$$

ici $f(p|y)$ désigne la distribution a posteriori, $f(y|p)$ est la fonction de vraisemblance des données, $f(p)$ est la distribution a priori du paramètre p et $f(y)$ est une constante de normalisation. La fonction de vraisemblance pour la distribution binomiale est:

$$f(y|p) = \binom{N}{y} p^y (1-p)^{N-y}, \quad 0 \leq p \leq 1. \quad (4.15)$$

Le terme $f(p)$ reflète les croyances a priori de l'expérimentateur à propos de la vraie valeur de p . Le terme $f(y)$ est constant car il est indépendant de p et il sera apparent par la suite dans l'analyse. Dans une analyse de données distribuées binomialement, la distribution *Beta* peut être considérée comme une distribution a priori convenable pour le paramètre p

$$p \sim \text{Beta}(a,b). \quad (4.16)$$

Rappelons que la densité d'une distribution Beta est:

$$f(p) = \frac{p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{\text{Be}(a,b)} = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} p^{a-1}(1-p)^{b-1}, \quad (4.17)$$

avec $\text{Be}(a,b)$ la fonction Beta et $\Gamma(\cdot)$ est la *fonction Gamma* (1.31).

Il faut faire un choix correct de a et b . Le choix de $a = b = 1$ permet d'avoir une distribution a priori plate (flat prior) non-informative. Dans notre cas p (qu'il soit une probabilité de fausse alarme ou d'une non détection) doit être inférieure à 0.5, et par conséquent un choix avec $a \leq b$ sera considéré comme un choix approprié. En introduisant les expressions (4.17) et (4.15) dans (4.14), on aura

$$f(p|y) = \binom{N}{y} \frac{p^y (1-p)^{N-y} p^{a-1} (1-p)^{b-1}}{\text{Be}(a,b) \cdot f(y)} \quad (4.18)$$

$$= k \cdot p^{(y+a-1)} (1-p)^{(N-y+b-1)}, \quad (4.19)$$

où

$$k = [\text{Be}(a,b) \cdot f(y)]^{-1} \binom{N}{y}. \quad (4.20)$$

Le terme k est aussi une constante de normalisation. Posons $at = y + a$ et $bt = N - y + b$, on aura

$$f(p|y) = k \cdot p^{a'-1} (1-p)^{b'-1}. \quad (4.21)$$

Cette équation est proportionnelle à une densité *Beta*(at, bt). En posant $k = 1/\text{Be}(at, bt)$, on aura

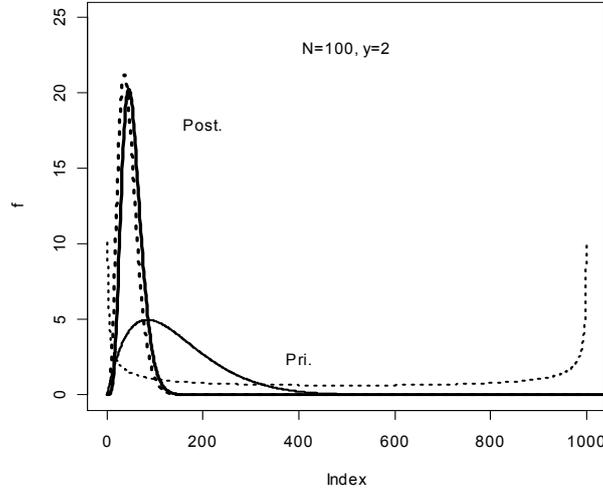


FIG. 4.6 – Densités a posteriori pour la non détection et fausse alarme avec deux prioris (—: $Beta(2,12)$, - - -: $Beta(0.5,0.5)$)

$$f(p|y) = \frac{p^{a'-1}(1-p)^{b'-1}}{Be(a',b')}, \quad (4.22)$$

ce qui montre bien que la densité a posteriori est aussi de type Beta.

Pour adapter le résultat à une variable associée à un nœud discret et dans le cas où ce test concerne par exemple la détermination de la probabilité de fausse alarme P_{fa} , il serait convenable de prendre

$$P_{fa} = \bar{p} = \frac{a'}{a' + b'} = \frac{y + a}{N + a + b}. \quad (4.23)$$

P_{nd} sera déterminée par le même principe. Il est clair que si $N \rightarrow \infty$, l'effet de l'information a priori devient négligeable.

Pour illustrer ceci, la figure 4.6 montre l'utilisation d'une densité a priori informative $Beta(2,12)$ et une autre non-informative $Beta(0.5,0.5)$ (qui est connue sous le nom de '*Jeffery's prior*'; ce choix réduit le biais en comparaison avec $Beta(1,1)$). Comme nous pouvons le remarquer, les densités a posteriori sont proches l'une de l'autre.

Les probabilités conditionnelles $p(r_j|C_1, \dots, C_n)$ sont déterminées selon la règle de Bayes [4]

$$p(r_j|C_1, \dots, C_n) = \frac{p(C_1, \dots, C_n|r_j)p(|r_j)}{p(C_1, C_2, \dots, C_n)}. \quad (4.24)$$

Nous supposons que les événements reliés aux différentes défaillances sont indépendants, ce qui permet de déduire que:

$$p(C_1, C_2, \dots, C_n) = p(C_1)p(C_2)\dots p(C_n).$$

et

$$p(C_1, C_2, \dots, C_n | r_j) = p(C_1 | r_j)p(C_2 | r_j)\dots p(C_n | r_j) \quad (4.25)$$

$$= \frac{p(r_j | C_1)p(r_j | C_2)\dots p(r_j | C_n)}{p(r_j)^n} \cdot p(C_1)p(C_2)\dots p(C_n). \quad (4.26)$$

Nous déduisons d'après (4.24) et (4.25) que

$$p(r_j | C_1, \dots, C_n) = \frac{p(C_1 | r_j)p(C_2 | r_j)\dots p(C_n | r_j)}{p(r_j)^{n-1}}. \quad (4.27)$$

Dans la plupart des cas les distributions marginales $p(r_j)$ des résidus sont inconnues. Les probabilités conditionnelles $p(r_j | C_1, \dots, C_n)$ seront calculées par le produit des probabilités conditionnelles a priori

$$p(r_j = ND | C_1, \dots, C_n) = p(C_1 | r_j = ND)p(C_2 | r_j = ND)\dots p(C_n | r_j = ND), \quad (4.28)$$

$$p(r_j = D | C_1, \dots, C_n) = 1 - p(r_j = ND | C_1, \dots, C_n). \quad (4.29)$$

Par exemple pour un résidu r_j sensible à la défaillance de deux composants C_1 et C_2 :

$$p(r_j = ND | C_1 = DF, C_2 = F) = P_{nd1j}(1 - P_{fa2j}) \text{ et } p(r_j = D | C_1 = DF, C_2 = F) = 1 - P_{nd1j}(1 - P_{fa2j}).$$

Inférence au niveau de la partie discrète avec observations Il existe deux méthodes d'inférence pour les réseaux bayésiens à variables discrètes: méthode exacte et méthode approximative ou stochastique (voir chapitre 1). En effet, le choix de la méthode dépend de la taille du réseau. Pour les réseaux de petite taille, il est possible d'utiliser la méthode exacte. Les méthodes les plus importantes sont: variable élimination et arbre à jonction. Si le réseau est de taille importante, l'inférence exacte serait difficile à appliquer (coûteuse de point de vue temps de calcul), il serait dans ce cas convenable d'utiliser les algorithmes MCMC. Dans le formalisme RB, la probabilité jointe du réseau est le produit des probabilités conditionnelles au niveau du réseau

$$p(C_1, \dots, C_n, r_1, \dots, r_p) = \prod_{j=1}^p P(r_j | Par(r_j)) \prod_{i=1}^n p(C_i).$$

Après l'observation des résidus r_j , une inférence est réalisée en tenant compte de ces observations qui seront considérées comme des évidences dans la théorie des réseaux bayésiens. l'algorithme d'inférence permet de calculer la probabilité de défaut d'un composant C_i en présence de ces observations $p(C_i | r_1, \dots, r_p)$.

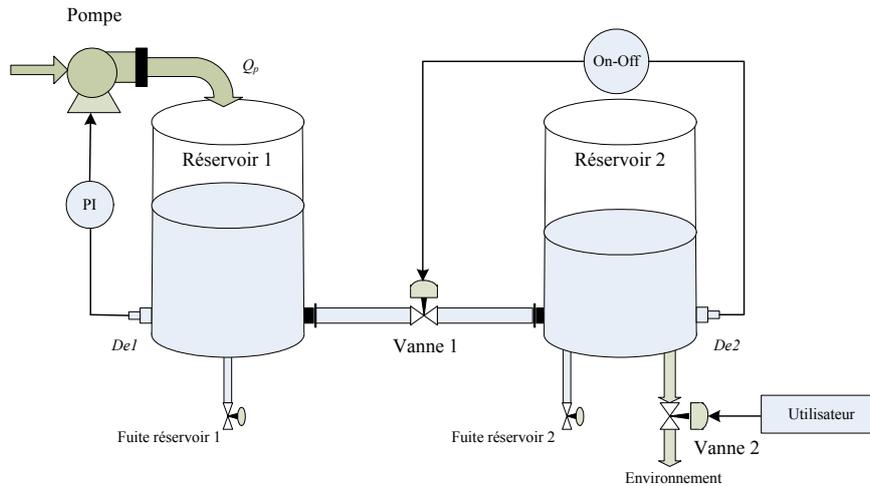


FIG. 4.7 – Système de deux réservoirs

4.3 Exemple d'application

L'exemple des deux réservoirs commandés de la figure 4.7 est utilisé comme plate-forme de test dans le projet Européen CHEM³. Ce système est constitué de deux réservoirs T_1 et T_2 , deux électrovannes V_1 et V_2 , deux capteurs de niveau $De_1 : L_1$ et $De_2 : L_2$, une pompe P , un régulateur PI et un autre tout ou rien (On-Off) K . Avec cette dernière commande, le système est dynamique hybride.

Le modèle pseudo-BG avec une causalité inversée et dualisation des sorties capteurs est présenté à la figure 4.8. Le modèle BG du processus est donné en causalité dérivé car les conditions initiales sont inconnues et le modèle est utilisé pour le diagnostic. Les parties en commutation sont décrites par les éléments $MTF-R$. L'inversion de la causalité est préférée pour une meilleure condition de calcul [95]. Le modèle de ce processus contient quatre jonctions. Nous voyons bien dans ce modèle bond graph que (contrairement à une représentation d'état analytique) chaque composant physique est explicitement représenté par un élément BG. Les éléments R représentent des composants soumis à des dissipations d'énergie (Vanne, frottement mécanique, résistance électrique...), les éléments C désignent des composants emmagasinant de l'énergie potentielle (réservoir, capacité, ressort...), les éléments I sont associés à des phénomènes stockant de l'énergie cinétique (bobine, moment d'inertie, ...). Ces propriétés fonctionnelles du BG peuvent être consultées dans la référence [101].

Chacune des jonctions-0 (0_1 et 0_2) donne quatre équations de structure, alors que chacune des jonctions-1 (1_1 et 1_2) contribue à trois équations structurelles. Donc, nous avons

³. Projet N° G1RD-CT-2001-00466. "Advanced Decision Support System for Chemical/Petrochemical Manufacturing Processes".

14 équations de structure ($n_j = 14$, sans compter les *MTF*), quatre éléments BG ($n_e = 4$), deux capteurs ($n_s = 2$), deux régulateurs (*PI* et *K*, $n_r = 2$) et une source commandée. En totalité, le modèle est régié par 23 contraintes, seulement 18 variables sont inconnues d'où un système sur-contraint et nous pouvons ainsi déduire 5 RRAs. En appliquant l'algorithme de génération des RRAs décrit au paragraphe 3.2.2.5 du chapitre 3, nous aurons les 5 RRAs suivantes (pour plus de détails se référer à [86], chapitre 5) :

$$\begin{aligned} RRA_2 &= mQ_p - C_1 s.me_1 - C_{d1}.sgn(me_1 - me_2)\sqrt{|me_1 - me_2|}.mu_b, \\ \implies ARR_2 &= f(mQ_p, L_1, L_2, V_1, T_1, mu_b). \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} RRA_1 &= mu_b - OnOff(me_2, L_{hyst}, L_{Min}, L_{Max}), \\ \implies ARR_1 &= f(mu_b, L_2, K). \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} RRA_2 &= mQ_p - C_1 s.me_1 - C_{d1}.sgn(me_1 - me_2)\sqrt{|me_1 - me_2|}.mu_b, \\ \implies ARR_2 &= f(mQ_p, L_1, L_2, V_1, T_1, mu_b). \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} RRA_3 &= mQ_p - MinMax(mu_p, Q_{Min}, Q_{Max}), \\ \implies ARR_3 &= f(mQ_p, P, mu_p). \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} RRA_4 &= mu_p - K_p(h_c - \frac{me_1}{\rho g}) + K_i \int (h_c - \frac{me_1}{\rho g}) dt, \\ \implies ARR_4 &= f(mu_p, PI). \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} RRA_5 &= C_{d1}.sgn(me_1 - me_2)\sqrt{|me_1 - me_2|}.mu_b - C_2 s.me_2 \\ &\quad - C_{d2}.sgn(me_2 - P_0)\sqrt{|me_2 - P_0|}.mu_0, \\ \implies ARR_5 &= f(L_1, L_2, V_1, V_2, T_2, mu_b), \end{aligned} \quad (4.35)$$

où me_2 , L_{hyst} , L_{Min} , L_{Max} sont respectivement l'indication du capteur de pression, l'état hystérésis, seuil minimum, et seuil maximum du régulateur On-Off (K). h_c , K_p et K_i sont respectivement la consigne, les gains proportionnel et intégral du régulateur *PI*. Il est supposé que le débit de la pompe (mQ_p) est proportionnel à la sortie mu_p du régulateur. Ce débit est limité entre Q_{Min} et Q_{Max} .

La table 4.3 montre les signatures de défauts du système. Dans notre analyse, nous ne considérons pas les défauts sur les paramètres mQ_p , mu_p et mu_b . Il est remarquable que tous

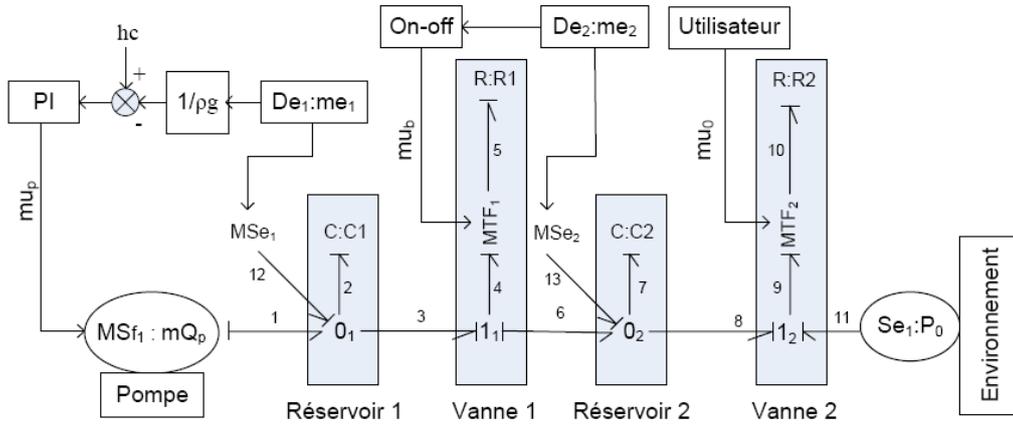


FIG. 4.8 – Modèle BG du système de deux réservoirs

TAB. 4.3 – Matrice de signature de défauts de l'exemple de deux réservoirs

	L_1	L_2	P	K	V_1	V_2	T_1	T_2	PI
r_1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
r_2	1	1	0	0	1	0	1	0	0
r_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0
r_4	1	0	0	0	0	0	0	0	1
r_5	1	1	0	0	1	1	0	1	0
M	1	1	1	1	1	1	1	1	1
I	1	1	1	1	1	0	1	0	1

les défauts sont surveillables et nous avons seulement le problème d'isolation des défauts de V_2 et T_2 .

Nous supposons que les composants du système possèdent une FDP de type Weibull. Les paramètres des distributions correspondants sont présentés dans le tableau 4.4. Nous assumons la certitude de ces paramètres qui sont donnés à titre d'application. Cependant, les probabilités a priori des défauts sont calculées, pour une durée de fonctionnement T , à partir de l'expression de la FDC

$$F(T) = 1 - R(T) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{T}{b} \right)^a \right]. \quad (4.36)$$

TAB. 4.4 – Les paramètres de Weibull du système de deux réservoirs

Composant	L_1	L_2	P	K	V_1	V_2	T_1	T_2	PI
$1/b$ ($10^{-5}h^{-1}$)	2	2	1.5	1	5	5	3	3	2.5
a	0.8	0.8	1.1	1	1.2	1.2	1.15	1.15	0.9

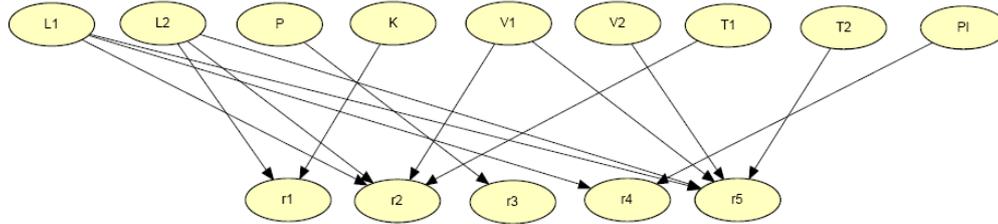


FIG. 4.9 – Partie discrète du modèle de décision pour le système de deux réservoirs

Pour l'intérence au niveau de la partie discrète du modèle de décision (Fig 4.9), nous avons utilisé le logiciel libre GeNIe 2.0 [127] après avoir introduit les probabilités a priori qui sont calculées à partir des équations (4.28) et (4.29). Nous supposons que les paramètres P_{faij} et P_{ndij} sont identiques pour tous les composants. Ces paramètres sont déduits à partir de tests statistiques sur la pompe (Tab. 4.5) ($P_{fa} = 0.05$, $P_{nd} = 0.02$). Notre approche pour la simulation du modèle de décision est basée sur trois scénarios.

4.3.1 Scénario (1)

Après 5000 heures de fonctionnement, il y a la présence d'un résidu de signature [1,0,1,0,0] qui est inconnue selon la table 4.3. La figure 4.11(a) montre pour chaque composant un histogramme représentant le résultat de diagnostic par la méthode classique de décision binaire (barres blanches qui sont absentes dans la figure 4.11(a)). Les barres grises représentent les probabilités a priori de défaut alors que les noirs correspondent aux probabilités a posteriori

TAB. 4.5 – Tests sur la pompe pour la détermination de P_{fa} et P_{nd}

r_3		
C_3	D (Défecté)	ND (Non Défecté)
DF (Défaillant)	98	2
F (Fonctionnel)	5	95

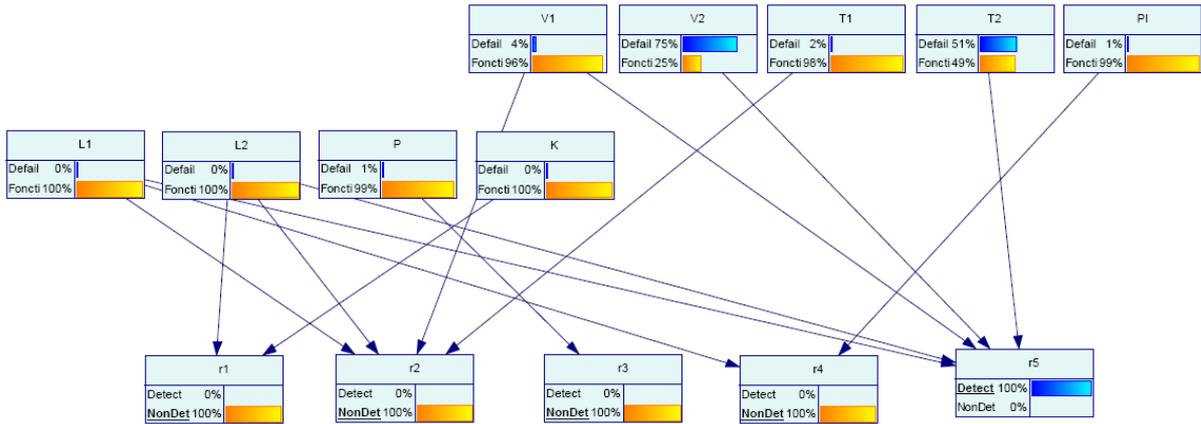


FIG. 4.10 – Résultats d'analyse pour le deuxième scénario

de défaut. Pour ce scénario et par la méthode classique, il n'est pas possible de décider sur l'origine de la défaillance. L'inférence montre que le régulateur tout ou rien K , dont la signature de défaut est $[1,0,0,0,0]$ possède une probabilité a posteriori de 0.95 alors qu'elle est égale à 0.58 pour la pompe P . Par conséquent, la défaillance de K est la plus probable. Il faut noter aussi que la fiabilité globale du système, supposé avec une structure série, vaut $R_s = 0.3062$.

4.3.2 Scénario (2)

Après 20000 heures, le résidu $[0,0,0,0,1]$ est constaté. C'est la signature qui correspond aux deux composants V_2 et T_2 . La figure 4.10 présente les résultats de l'analyse pour l'isolation de défaut. La méthode binaire classique montre la même probabilité de défaut pour ces deux composants (Fig. 4.11(b)). On peut constater les probabilités a posteriori de défaut de 0.75 pour la vanne V_2 et 0.51 pour le réservoir T_2 . La fiabilité globale du système est $R_s = 0.006255$. Pour cette analyse, la défaillance de V_2 est la plus probable.

4.3.3 Scénario (3)

Après 20000 heures de fonctionnement, aucun résidu n'a été détecté; c'est à dire que le vecteur de cohérence est $[0,0,0,0,0]$. Selon l'histogramme présenté à la figure 4.11(c), aucun des composants n'a une probabilité a posteriori significative. De plus, on peut remarquer que les probabilités a priori de défaut des électrovannes V_1 et V_2 sont les plus élevées (0.63212). Il faut noter que la valeur du $MTTF$ (formule (17), Annexe A avec $\tau = 0$) est de 18813 heures pour V_1 et V_2 . Sachant que cette valeur est inférieure au temps de fonctionnement du système (20000 heures), ce qui réduit la fiabilité globale à 0.006255. Par conséquent, même si aucun résidu n'a été détecté, le module de diagnostic devrait générer une alarme pour programmer

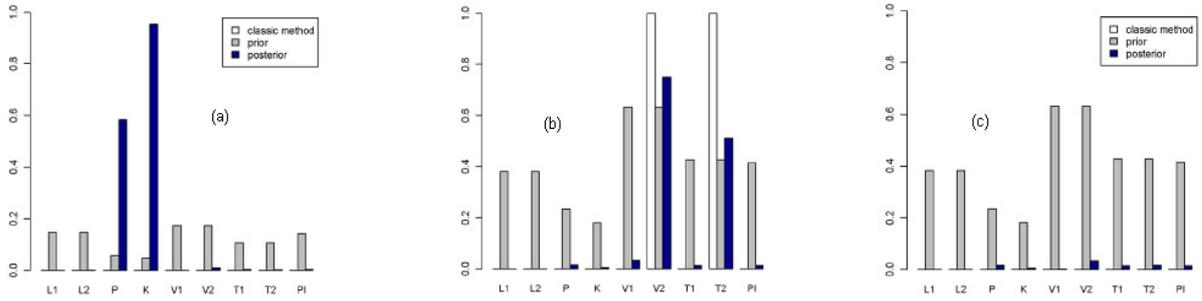


FIG. 4.11 – Probabilités de défaut (a) après 5000h, résidu $[1,0,1,0,0]$ (b) après 20000h, résidu $[0,0,0,0,1]$ (c) après 20000h, résidu $[0,0,0,0,0]$

une maintenance préventive pour ces deux composants.

4.4 Conclusion

L'outil BG est convenable pour l'application de cette méthode qui permet d'avoir des variables continues pour la décision sous forme de probabilités a posteriori de défaillance. Cette méthode permet aussi de résoudre quelques problèmes relevés par la méthode BG, à savoir la non isolabilité d'un défaut ou la détection de résidus inconnues qui est un problème commun à toutes les méthodes de diagnostic basées sur les RRAs. Le modèle BG, avec ses propriétés fonctionnelles, nous a permis de faire apparaître l'ensemble des composants physiques du système auquel nous avons pu, par la suite, associer des données sur la fiabilité. Ces variables continues qui ont non seulement amélioré la phase de décision mais aussi instauré la possibilité de réaliser d'autres tâches pour la supervision telles que: programmation d'une maintenance préventive, analyse des coûts des décisions et par conséquent mettre en oeuvre une reconfiguration basée sur le risque.

La méthode proposée peut être appliquée à des systèmes de grande taille avec des composants dont les distributions de défaillance sont de types variés. Le temps de réponse du module décisionnel dépend de l'efficacité des algorithmes d'inférence. La précision des résultats est influencée par celle des données sur la fiabilité. Dans le cas de composants réparables, il faut mettre à jour les probabilités a priori des défaillances chaque fois il y a une intervention sur ces composants ainsi que après toute intervention préventive.

Malgré l'utilisation pour cette application des paramètres 'certains' pour les taux de défaillance, nous avons indiqué au paragraphe 4.2.3.2 comment procéder dans le cas d'incertitudes et la présence de données historiques.

Chapitre 5

Reconfiguration basée sur le risque

5.1 Introduction

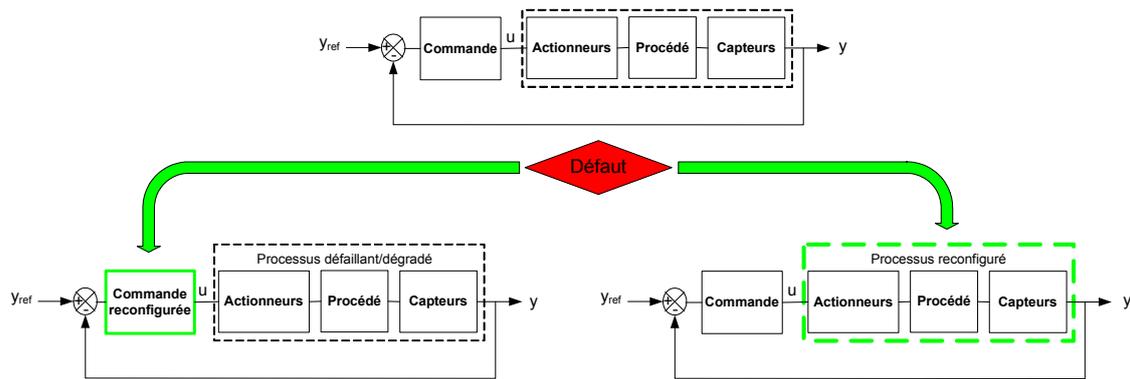
La reconfiguration possède deux objectifs principaux : instaurer une stratégie de FTC (Fault Tolerant Control : commande tolérante aux défauts) pour que le système puisse achever ses objectifs ou bien établir une décision sur la maintenance de celui-ci y compris l'intervention de la redondance matérielle. La stratégie de FTC est généralement subdivisée en deux techniques :

- Accomodation du défaut (Fault accomodation) : Cette technique consiste à adapter les paramètres de la commande aux propriétés dynamiques du processus défaillant. Les entrées et les sorties du processus utilisées dans la boucle de commande restent identiques à celle du processus en fonctionnement normal. Les nouveaux paramètres correspondants aux différents défauts doivent être calculés hors ligne.

- Reconfiguration de la commande (Control reconfiguration) : Si l'accomodation du défaut n'est pas possible, la boucle de commande doit être totalement reconfigurée. Cette technique est généralement utilisée lorsque le processus a subi des défauts importants provoquant un changement sérieux dans la structure du processus.

Cette stratégie doit être réalisée dans le contexte temps réel pour garder les performances minimales du processus. La contrainte temps réel tient compte des délais de détection et d'isolation de défaut, estimation du défaut et l'établissement de la nouvelle stratégie de reconfiguration que ce soit l'accomodation du défaut ou bien l'insertion de la nouvelle technique de commande [83].

La stratégie de reconfiguration doit tenir compte que ce soit des redondances matérielles ou bien des redondances analytiques telles que le cas de la création de capteurs et actionneurs virtuels via la méthode d'observation remplaçant ainsi les sorties physiques réelles. Cette redondance des capteurs et des actionneurs permet de garder la vue globale du système commandé ; au lieu d'adapter la commande au processus défaillant, on adapte le processus défaillant à la

FIG. 5.1 – *Approches de reconfiguration*

commande (Fig. 5.1).

5.2 Reconfiguration basée sur la fiabilité et le risque

Généralement cette méthode de reconfiguration se base surtout sur la maintenance (que ce soit corrective ou préventive) pour éviter ou minimiser un événement indésirable. C'est une reconfiguration qui permet aussi d'optimiser les coûts des interventions sur le système. Dans les travaux de Guenab [130], afin de contribuer aux systèmes tolérants aux défauts, l'auteur a proposé une méthode de reconfiguration / restructuration permettant de maintenir les performances proches de celles désirées, non seulement en l'absence de défauts mais également en présence de composants défectueux en tenant compte de la sûreté de fonctionnement du système au travers de la fiabilité.

Dans plusieurs applications, la reconfiguration basée sur le risque a été évoquée avec celle de la fiabilité [150, 131]. En effet, il y a un lien étroit entre ces deux notions, on parle de l'analyse de risque basée sur la fiabilité. Les analyses de fiabilité et de risque sont les ingrédients pour la prise de décision face à l'incertitude selon Singpurwalla [132].

5.2.1 Notion de risque

Définition 15 (*Le risque selon la norme*)

ISO 12100-1 : c'est la combinaison de la probabilité d'un dommage et de sa gravité.

OHSAS 18001 : c'est la combinaison de la probabilité et de la conséquence de la survenue d'un événement dangereux spécifié.

La discipline d'analyse de risque établit la base de prise de décision rationnelle qui tient compte des incertitudes associées à l'évaluation des conséquences ainsi que les probabilités des événements possibles associées à une activité ou bien un système [133]. De point de vue

historique, le concept d'évaluation quantitative du risque (quantitative risk assessment) ou ce qu'on appelle évaluation probabiliste du risque (PRA: Probabilistic Risk Assessment) a évolué durant les dernières années en passant par l'analyse de risque et de sécurité pour les stations nucléaires et l'industrie chimique. Ces analyses ont été instaurées par un souci public. Dernièrement, après plusieurs catastrophes, l'industrie aérospatiale a considéré cette démarche comme l'objectif le plus potentiel.

Plusieurs études d'analyse de risque sont menées à cause des dangers possibles en introduisant de nouvelles technologies telles qu'en ingénierie ou en médecine. Ces nouvelles technologies avancent nos moyens de vie mais à un prix. Dans quelques cas, ce prix devient inacceptable, d'où la nécessité d'intégrer dans ces analyses la notion de coût ou de ce qu'on appelle la fonction utilité qui sera traitée par la suite, qui est probablement l'étape la plus difficile dans l'analyse de risque.

Ainsi, l'analyse de risque est souvent un processus multidisciplinaire comportant la participation d'économistes, mathématiciens, sociologues, ingénieurs et d'autres spécialistes en thèmes. L'évaluation probabiliste des risques fournit l'entité des techniques pratiques qui peuvent aider des ingénieurs et des gestionnaires des risques à prévoir et contrôler des risques (c.-à-d., des fréquences et des sévérités des conséquences défavorables) dans une variété de systèmes avec des machines complexes.

5.2.2 Outils d'analyse de risque

Dans la littérature nous avons trouvé une variété d'outils qui permettent l'analyse de risque. Ces outils sont classés en méthodes quantitatives, qualitatives et combinées [134].

5.2.2.1 Méthodes quantitatives

Les analyses quantitatives sont supportées par des outils mathématiques ayant pour but d'évaluer la sûreté de fonctionnement et entre autres la sécurité. Cette évaluation peut se faire par des calculs de probabilités (par exemple, lors de l'estimation quantitative de la probabilité d'occurrence d'un événement redouté) ou bien par recours aux modèles différentiels probabilistes tels que les Chaînes de Markov, les réseaux de Pétri, les automates d'états finis, etc.

5.2.2.2 Méthodes qualitatives

L'Analyse Préliminaire de Risque (PRA), l'Analyse des Modes de Défaillances, de leurs Effets et de leur Criticité (AMDEC, ou en Anglais FMEAC), l'Arbre de Défaillances (AD) (FT: Fault Tree) ou l'Arbre d'Événements (ET: Event Tree) restent des méthodes qualitatives même si certaines mènent parfois aux estimations de fréquences d'occurrence avant

la classification des risques. L'application des méthodes d'analyse de risque qualitatives fait systématiquement appel aux raisonnements par induction et par déduction [135].

La plupart des méthodes revêtent un caractère inductif dans une optique de recherche allant des causes aux conséquences éventuelles. En contrepartie, il existe quelques méthodes déductives qui ont pour but de chercher les combinaisons de causes conduisant à des événements redoutés. Une comparaison des différentes méthodes d'analyse de risque a été réalisée dans [134].

Ainsi, les méthodes HAZOP (HAZard OPerability) et PHA (Preliminary Hazard Analysis) sont généralement appliquées dans l'industrie pour l'identification des risques possibles et leurs effets [131], particulièrement à l'étape de conception. Le PHA est habituellement suivi des analyses plus détaillées qui se concentrent sur les modes de défaillance du système et de ses composants. Afin d'identifier les modes de défaillance possibles, la méthode AMDEC peut être employé [136].

L'arbre de décision est à l'origine apparue dans la théorie de décision fréquentiste de Wald [107], mais depuis les années 50, elle a émergé comme la technique bayésienne pratique la mieux connue. En plus de son attraction comme méthode graphique, elle est facile à codifier pour des applications informatiques, rendant l'exécution de la méthodologie bayésienne d'analyse de risque faisable pour des applications réelles. Mais il faut signaler que cette méthode révèle un inconvénient majeur : le modèle croît en exponentielle si les variables et les utilités augmentent [48].

La méthode des diagrammes de séquence d'événements (ESD: Event Sequence Diagrams) [137] est employée pour définir le contexte dans lequel les divers facteurs causaux seront vus comme source de risque ou issue de sécurité. Les ESDs peuvent être considérés comme des arbres d'événements généralisés qui montrent les scénarios possibles provenant d'un événement initiateur. Ils fournissent une représentation plus littérale de l'état du système, indiquant le comportement des variables principales du processus, et même le changement d'état d'opérateur et de matériel. Pour plus de détail sur cette représentation voir la même référence [137].

5.2.2.3 *Methodes hybrides ou combinées*

Une des manières pour la modélisation des risques qui sont associés aux systèmes techniques est l'emploi des ESDs comme la première couche pour la description du comportement du système en cas d'anomalies, et par les FTs il est possible de fournir une image plus détaillée des causes des événements dans l'ESD. La combinaison des ESDs et des FTs peut être convertie en Diagramme de Décision Binaire (BDD) [149].

Les RBs, avec une nature probabiliste, peuvent être mathématiquement liés aux modèles techniques pour l'analyse des systèmes (par exemple, arbre de défaut et ESD, Fig. 5.2). Cette

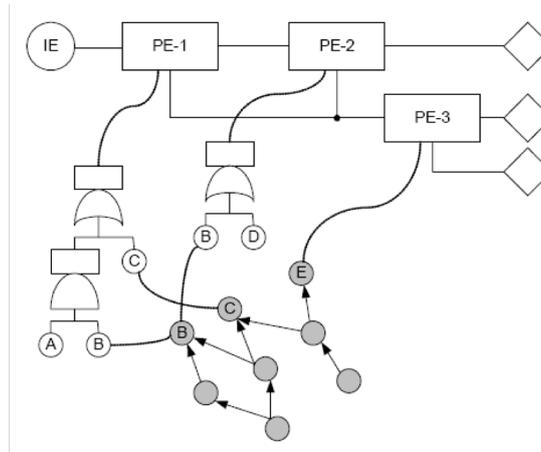


FIG. 5.2 – *Approche causale hybride (prise de la Réf. [138])*

technique est connue en tant que logique causale hybride (HCL) [138,149].

Nous avons présenté au chapitre 2 l'intérêt des RBD dans le cas de changement des données d'observations en fonction du temps et nous le verrons par la suite pour le modèle dynamique de la supervision. En effet, ceci n'est pas la seule extension des RBs, mais cette approche graphique peut être étendue pour supporter la théorie de prise de décision dans le contexte de l'estimation du risque.

Par ailleurs, les diagrammes d'influence (DI) [48] qui sont, selon Singpurwalla [132], une généralisation des arbres de défaillance et les arbres de décision sont issues essentiellement d'une combinaison entre la théorie des utilités et un modèle probabiliste de type RB.

En considérant que l'arbre de décision illustre graphiquement les étapes pour l'application de la théorie de décision statistique, le diagramme d'influence montre graphiquement les rapports et les dépendances entre les nœuds aléatoires et ceux de décision dans un problème de prise de décision. Ces deux outils peuvent être complémentaires pour ceux qui souhaitent modéliser des problèmes de décision et mettre en application la théorie bayésienne de décision pour l'analyse de risque.

Un réseau de décision n'est autre qu'un diagramme d'influence. Nous développons cette technique par la suite.

5.2.3 Etapes d'analyse de risque

Pour faire une étude d'analyse probabiliste de risque, il faut suivre plusieurs étapes [131,140,141], Nous retenons les étapes essentielles:

- 1- Identification des défauts possibles et des scénarios critiques.
- 2- Estimation des probabilités.
- 3- Estimation des conséquences (risques/coûts).

Identification du composant	Fonctions Etats	Modes de défaillance	Cause possibles	Effets	Criticité	Moyens de détection	Parades de l'opérateur humain	Observations

FIG. 5.3 – *Tableau d'AMDEC*

Nous proposons, dans ce contexte, l'application des approches graphiques BG/RB dans une étude d'analyse de risque pour la supervision.

5.3 Approches graphiques pour l'analyse de risque et la prise de décision

5.3.1 Identification des scénarios critiques

Les méthodes AMDEC et HAZOP sont obtenues par une analyse déductive à partir des causes (des défaillances) en déterminant les conséquences qu'elles peuvent avoir sur le système (et leurs effets). L'utilisation des tableaux de l'AMDEC (Fig. 5.3) à des fins d'identification des risques ou des scénarios critiques conduit à utiliser une procédure abductive. Supposant qu'un système est défaillant, une démarche abductive consiste à rechercher les causes pouvant expliquer les effets observés de cette défaillance. Ces tableaux sont utilisés comme un outil d'identification des risques à partir des effets observés. En dépit de son utilisation fréquente, les inconvénients d'une telle méthode sont : la nécessité d'une longue expérience et que toute modification entraîne une ré-écriture du tableau [141].

Par la suite, nous essayons d'identifier les scénarios critiques pour évaluer les risques en exploitant un raisonnement qualitatif sur le modèle bond graph à partir de la représentation en graphe temporel causal (GTC).

Définition 16 (*Grappe Temporel Causal*)

Un GTC est un graphe dirigé $\langle V, L, D \rangle$. $V = E \cup F$, où V est un ensemble de nœuds, E est un ensemble de variables effort et F est un ensemble de variables flux dans un modèle bond graph. L est un ensemble d'étiquette $\{=, 1, -1, p, p^{-1}, p dt, p^{-1} dt\}$ avec p le nom du paramètre du modèle physique du système. Le spécificateur dt indique une relation temporelle, qui implique que la variable du nœud affecte la dérivée de la variable associée au nœud successeur à travers le lien temporel. $D \subseteq V \times L \times V$ est un ensemble de liens [114].

Le GTC est dérivé en deux étapes [128]:

a- Génération d'un graphe qui incorpore des relations de cause-effet à partir des variables de puissance du modèle bond graph.

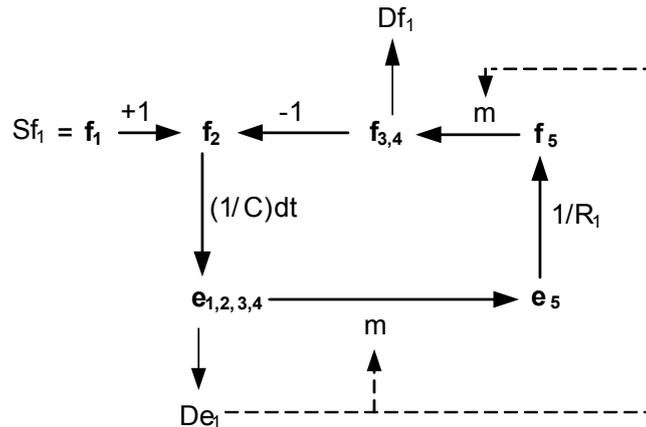


FIG. 5.4 – Graphe temporel causal du système de réservoir en fonctionnement hybride

b- Les paramètres des composants ainsi que l'information temporelle sont ajoutées aux liens causals.

Propriété 2

Un GTC peut être traversé dans un raisonnement par propagation directe ou par rétro-propagation à partir d'un défaut observé ou supposé. Le raisonnement par rétro-propagation est utilisé pour construire une liste de défauts candidats, alors que le raisonnement par propagation directe permet de déduire les prédictions (évolutions temporelles) pour le comportement a posteriori correspondant à chacun des défauts supposés [139].

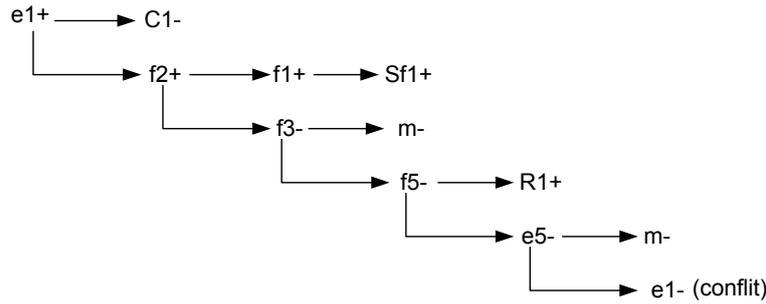
Dans une propagation directe, c'est à dire à partir du défaut composant, les descriptions qualitatives + et - indiquent le changement d'amplitude de la variable alors qu'en passant par un élément pdt ou $p^{-1}dt$ on parle de changement de premier ordre qui est représenté par \uparrow et \downarrow . Un deuxième passage à travers ces éléments introduit des changements de second ordre représentés par $\uparrow\uparrow$ et $\downarrow\downarrow$ et ainsi de suite.

La rétro-propagation ou la propagation inverse utilise les mêmes descriptions qualitatives + et -. Elle commence à partir d'une variable mesurée dont une description qualitative est valable (+ ou -) et se termine aux paramètres défaillants ou à des conflits. Il suffit par la suite de tracer l'arbre d'hypothèses générés en éliminant ces conflits.

Cette méthode permet, à partir de l'observation d'une variable dont le dépassement d'un seuil bien déterminé pourrait être la cause d'un risque ou d'un danger. Ceci peut être expliqué sur l'exemple de réservoir en fonctionnement hybride (Fig. 4.2).

Exemple 6

La représentation en GTC du système de réservoir de la figure 4.2 est donnée à la figure 5.4. Le modèle BG est représenté à la figure 4.3. Le paramètre m (binaire) est celui qui permet la commutation.

FIG. 5.5 – Analyse par rétro-propagation de l'observation $(e1+)$ FIG. 5.6 – Analyse par propagation directe du défaut $R1+$

Pour ce système, il existe deux événements indésirables :

- dépassement du liquide du niveau maximum du réservoir.
- dépassement d'un niveau bas du liquide.

Chacun de ces événements peut avoir un risque majeur pour la production. Essayons de déduire qualitativement, les scénarios possibles ayant pour conséquences ces deux événements en se basant sur la représentation GTC de la figure 5.4.

Le premier événement peut être traduit par la constatation $(e1+)$, c'est à dire une augmentation de la pression au dessus de la plage normale de fonctionnement. En faisant une rétro-propagation dans le GTC de $(e1+)$ nous aurons l'arbre de la figure 5.5.

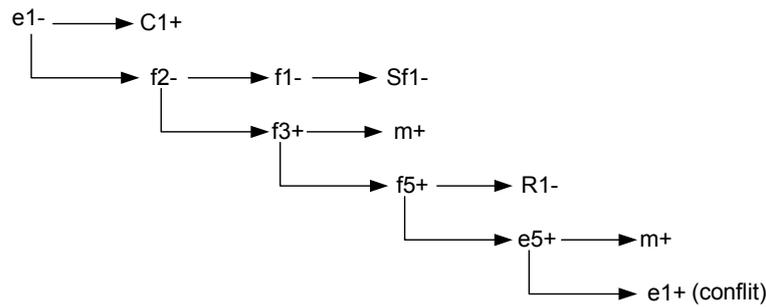
A partir de cette analyse nous retenons les causes possibles $R1+$ et $m-$ (nous supposons que $C1-$ et $Sf1+$ ne peuvent pas survenir dans cette étude).

L'analyse par propagation directe du défaut $R1+$ donne les changements de premier et de second ordre. Si $m = 1$ (commande d'ouverture de l'électrovanne), l'analyse est faite selon l'arbre de la figure 5.6.

Par contre si $m = 0$, ce défaut est caché.

Le deuxième événement peut être traduit par une diminution de la pression au dessous de la plage, c'est à dire $(e1-)$. Le schéma de l'analyse qualitative par rétropropagation est présenté à la figure 5.7.

Dans ce cas nous retenons les causes $Sf1-$, $C1+$ et $m+$. Ainsi, nous pouvons conclure à partir de cet exemple qu'il est possible de déduire les différents scénarios critiques à partir de la connaissance des événements indésirables et leur propagation sur un GTC.

FIG. 5.7 – Analyse par rétro-propagation de l'observation ($e1-$)

5.3.2 Estimation des probabilités

L'estimation des probabilités est réalisée selon l'étude faite au chapitre 4. Cette estimation est réalisée a priori par une connaissance de la fiabilité des différents composants du système. Cette connaissance est basée soit sur des données historiques des pannes ou une connaissance a priori de la loi de dégradation du composant. Ensuite, à partir d'une analyse en temps réel des résidus, il est possible de déduire une connaissance a posteriori du défaut à partir de l'incorporation de ces données dans un modèle RB pour la décision (voir Fig. 4.4).

5.3.3 Estimation des coûts

L'estimation des coûts est probablement la tâche la plus lourde dans cette approche. Nous essayons de donner un aperçu non exhaustif sur les méthodes les plus importantes dans ce contexte sans entrer dans les détails des différents types de coûts.

5.3.3.1 Méthodes d'estimation des coûts

Dans plusieurs références [140,131,141], le risque K d'un défaut est défini selon Henley et Kumamoto [142] par la relation

$$K = p_f \cdot C, \quad (5.1)$$

où p_f est la probabilité de défaut et C est le coût de ce défaut. Pour un opérateur d'un équipement de production par exemple, le coût C peut inclure plusieurs composants: coût d'arrêt de production, coût du nettoyage de l'environnement pollué, coûts médicaux, coûts d'assurance, coûts légaux, coûts de mobilisation des ressources de secours, coût de perte d'affaires dû à la perte de réputation et de la confiance du client, etc...

La plupart des pertes causées par des défauts d'ingénierie peuvent être classifiées dans plusieurs catégories principales:

- perte de la vie ou dommages à la santé,

- pertes associées aux dommages à l'environnement et à l'infrastructure de la communauté,
- pertes financières comprenant la perte de la production, perte de biens capitaux, perte de ventes, coût d'interposition et réparation, paiements de compensation, paiements de pénalité, coûts légaux, inflation, frais financiers, changements de taux de change, etc.,
- perte de réputation comprenant la perte de part de marché, perte de clients, perte de contrats, etc.

Souvent des pertes des défauts sont exprimées en unités monétaires (ou fatalités par an) et désignées sous le nom des coûts de défaillances.

En effet, pour M scénarios de défaut (ou modes de défaut) mutuellement exclusifs, le risque total est déterminé à partir de l'équation suivante [143]:

$$K = p_1 C_1 + \dots + p_M C_M, \quad (5.2)$$

où K est le risque total, p_i est la probabilité du $i^{\text{ème}}$ scénario de défaut et C_i est la perte prévue, liée à ce défaut. Bien que chacun des risques individuel $K_i = p_i C_i$ soit tolérable, le risque total K peut ne pas être acceptable.

La détermination de la valeur de C_i dépend du composant. Pour un composant non réparable, le coût financier moyen peut être calculé en fonction de la variable MTTF de celui-ci [130]

$$C_i = \frac{C_{in} + P}{MTTF}, \quad (5.3)$$

où

C_{in} : le coût initial d'acquisition du $i^{\text{ème}}$ sous système.

P : coût moyen d'indisponibilité pour cause de défaillance dû à la dégradation des performances du système.

$MTTF$: (Mean Time To Failure).

Pour un système réparable, le coût de maintenance est exprimé par la relation suivante [148]

$$C_i = \frac{C_d + C_p}{MTBF + MTTF}, \quad (5.4)$$

où

C_d : coût direct de maintenance (coûts de main d'œuvre, le coût des matières et fournitures utilisées, les dépenses d'énergie, etc..).

C_p : coût de perte de production.

$MTBF$: (Mean Time Between Failures).

La fonction coût réellement varie en fonction des années. Ceci est dû essentiellement à la dévalorisation des équipements. Le coût présent sera exprimé selon [131] comme suit

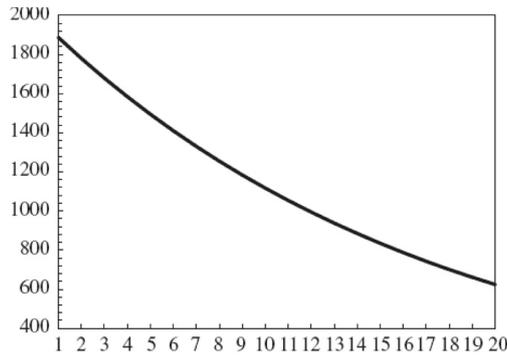


FIG. 5.8 – Evolution du coût en fonction des années

$$C_i^p = \frac{C_i}{(1+r)^i}, \quad (5.5)$$

où r est le taux de déclassement et i est l'année. Par exemple, si un équipement vaut à présent 2000 DT et pour un taux r de 6%, l'évolution du coût en fonction des années est donnée à la figure 5.8.

5.3.3.2 Utilités et théorie de décision

Dans le contexte de reconfiguration, le système de supervision est demandé de prendre des décisions. Etant donné que l'information fournie au superviseur est incertaine, il est possible d'évoquer la théorie d'utilité pour la prise de décision. L'utilité d'une action peut dépendre de l'état de quelques variables appelées variables déterminantes. Par exemple, dans le domaine de la médecine, l'utilité d'un traitement avec la penicilline est dépendant du type d'infection, du climat et de l'allergie du patient à la péniciline. Considérons $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un ensemble d'actions mutuellement exclusives, et H la variable déterminante. Pour spécifier le problème de décision entre les actions dans A , une table d'utilité $U(A, H)$ est nécessaire pour déterminer l'utilité pour chaque configuration d'une action et de la variable déterminante. Le problème est résolu par calcul de l'action qui maximise l'utilité attendue (Expected Utility)

$$EU(a) = \sum_H U(a, H) \cdot P(H|a), \quad (5.6)$$

où $U(a, H)$ sont les entrées de la table d'utilité correspondante au nœud d'utilité U . La probabilité conditionnelle $P(H|a)$ est calculée à partir de la CPT de la variable $h_i \in H$, sachant que l'action a a été réalisée. Dans le cas d'une décision influée par une observation e , l'expression de l'utilité attendue devient

$$EU(a|e) = \sum_H U(a,H).P(H|a,e). \quad (5.7)$$

5.3.3.3 Diagrammes d'influence

Les problèmes qui sont reliés à la prise de décision en cas d'information incertaine sont résumés dans les points suivants:

- une séquence de décisions à réaliser.
- un ensemble de variables incertaines décrites par un modèle probabiliste.
- les préférences du décideur pour les différents scénarios ou les coûts des séquences de décision (sortie voulue) sous forme d'un modèle d'utilité.
- quelques information contraintes qui doivent être observés avant la prise de décision.

Tous ces points peuvent être traités dans un diagramme d'influence (DI) [144] .

Définition 17 (Diagramme d'influence)

Un Diagramme d'Influence est un graphe acyclique avec trois types de nœuds : (1) nœuds de décision (rectangulaire) représentant les décisions à prendre; (2) nœuds de chance (ovale ou elliptique, comme celles d'un RB) représentant les incertitudes modélisées par des distributions de probabilités ; et (3) nœuds d'utilité (ou de valeur/coût) (losange) sans descendants, représentant les utilités attendues. Les parents de ces nœuds sont les variables décrivant l'état de sortie qui affecte la fonction utilité. Ils sont associés à une table d'utilité représentant l'attribution de la fonction utilité pour chaque sortie.

Algorithme d'évaluation dans un DI [145]

- 1- Choisir les variables d'observation (évidence) pour la sortie courante.
- 2- Pour chaque valeur possible du nœud décision, mettre le nœud de décision à cette valeur.
- 3- Calculer les probabilités a posteriori pour les nœuds parents du nœud utilité en utilisant un algorithme d'inférence standart (tel que variable élimination ; voir chapitre 1).
- 4- Calculer la fonction utilité résultante pour l'action et retourner l'action avec la fonction utilité maximale.

Pour plus de détail sur l'inférence dans les DI voir la référence [48].

Exemple 7

Considérons un exemple simple illustratif. La figure 5.9 montre un DI à propos du climat et la décision de prendre une parapluie [146]. L'objectif de ce diagramme est maximiser la satisfaction prévue par une sélection appropriée pour la prise de parapluie pour chaque prévision possible du climat.

Nous pouvons remarquer dans cet exemple que la décision (nœud rectangulaire) est influée par le nœud prévision. Calculons dans ce cas les utilités attendues $EU(a|e = faux)$:

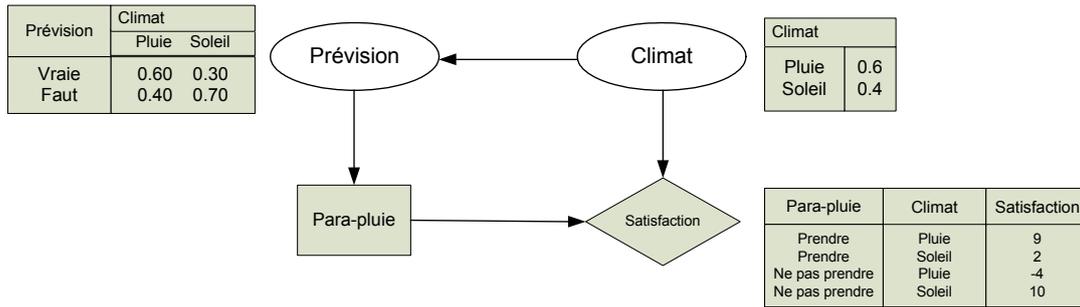


FIG. 5.9 – Exemple illustratif d'un diagramme d'influence

$$EU(a = prendre|e = faux) = P(H = pluie|a,e)U(a,H = pluie) + P(H = soleil|a,e)U(a,H = soleil) = 0.46 * 9 + 0.54 * 2 = 5.2, \quad (5.8)$$

et nous aurons

$$EU(a = ne_pas_prendre|e = faux) = P(H = pluie|a,e)U(a,H = pluie) + P(H = soleil|a,e)U(a,H = soleil) = 0.46 * (-4) + 0.54 * 10 = 3.5. \quad (5.9)$$

Par conséquent la décision recommandée serait "prendre la parapluie" ($EU = 5.2$). Il faut noter que l'élimination de l'arc d'information entre Prévision et Parapluie modifie ces utilités prévues et nous aurons respectivement 6 et 2, ce qui ne change pas cette recommandation de décision.

5.3.4 Application dans le contexte de la reconfiguration

Dans le contexte de reconfiguration, l'objectif est d'avoir un système intelligent qui aide à la prise de décision. Si on veut reconfigurer seulement la partie actionneurs-processus-capteurs, cette décision peut être l'une des actions suivantes:

- mettre en place un composant redondant que ce soit un capteur, un actionneur ou un composant du processus.
- recommandation de maintenance corrective pour les parties non redondantes.
- recommandation de maintenance préventive pour limiter le risque.

Dans ce cas, il faut regrouper ces décisions en deux familles; une famille qui concerne le diagnostic et une autre qui entre dans l'action de pronostic. Il faut associer à chaque situation une fonction utilité/coût U_i . La décision est notée D , elle consiste à réaliser l'action ou non. Le DI proposé pour la décision du superviseur est donné à la figure 5.10.

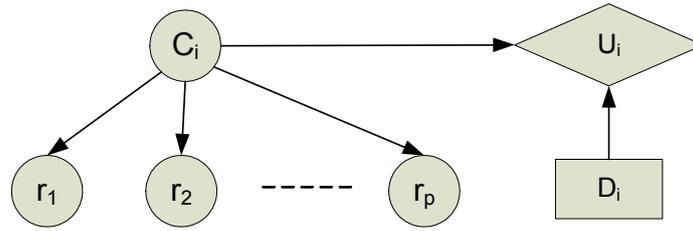


FIG. 5.10 – Diagramme d'influence pour la décision

Si nous écrivons la table d'utilité correspondante, elle sera selon la table 5.1.

Il est clair que la définition de cette table guiderait la prise de décision. La détermination des coûts associés à chaque situation devrait être réalisée avec des données réelles, et c'est probablement la tâche la plus pénible pour cette approche. Pour réduire ces difficultés, nous avons trouvé dans la littérature qu'il est possible de donner ces utilités sous une forme réduite, c'est à dire sous forme de coefficients compris entre 0 et 1 [146].

5.4 Modèle dynamique pour la décision en supervision

5.4.1 Architecture générale du superviseur

Dans le contexte de supervision des systèmes dynamiques hybrides par association d'approches graphiques et statistiques, nous proposons une architecture de superviseur basée sur le modèle BG, les données sur la fiabilité des composants du système ainsi que les coûts des différents scénarios qui peuvent parvenir au système. Les fonctions diagnostic et pronostic seront des modules de base pour cette approche (Fig. 5.11). Cette architecture a été proposé dans la littérature avec d'autres méthodes de traitement [141]. En effet, nous avons vu au paragraphe 4.3.3 (scénario 3) qu'il est possible que le système de surveillance ne détecte aucun résidu actif, ce qui est normalement interprété par un fonctionnement normal du processus,

TAB. 5.1 – Table d'utilité

Décision	Composant C_i	Utilité/Coût
Réparer	Défaillant	u_{11}
	Fonctionnel	u_{12}
Ne pas réparer	Défaillant	u_{21}
	Fonctionnel	u_{22}

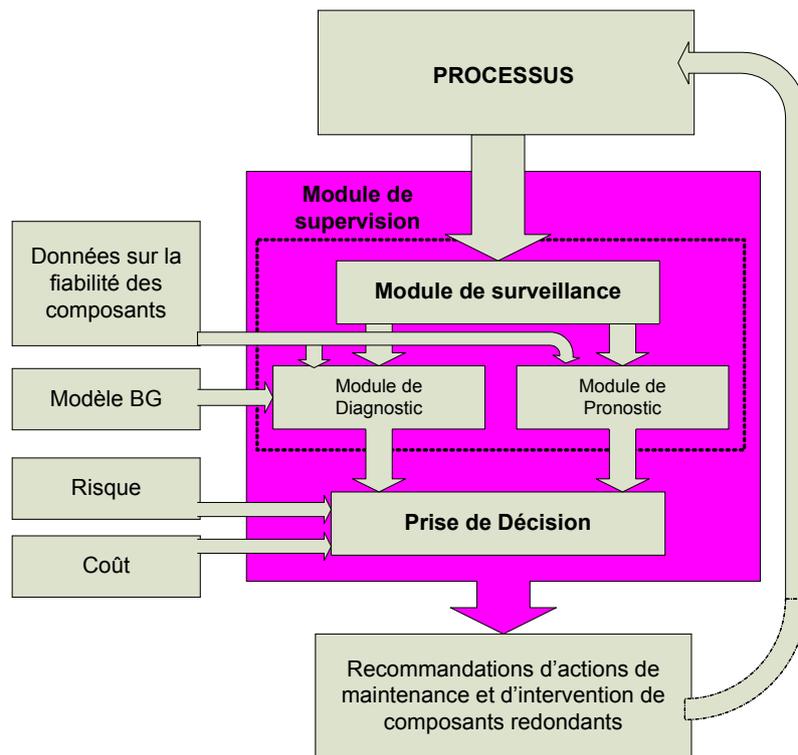


FIG. 5.11 – Architecture générale de supervision

mais réellement son état est critique de point de vue fiabilité globale ou pour quelques composants qui sont dégradés d'une façon significative. Dans ce cas, il existe un risque pour la suite du fonctionnement du système, d'où la nécessité d'une inspection en vue d'une maintenance préventive pour éviter un fonctionnement catastrophique. Par la suite, nous allons développer les modules diagnostic et pronostic de l'architecture retenue de supervision.

5.4.2 Module dynamique du diagnostic

Le modèle RBH statique proposé au paragraphe 4.2.3.2 permet d'améliorer la phase de prise de décision. En effet, les résultats d'analyse ne sont plus binaire, ce qui facilite l'incorporation de la notion de risque dans la prise de décision. Il faut rappeler que le fait d'avoir des probabilités a posteriori du défaut pourrait être utilisé non seulement pour la reconfiguration basée sur le risque mais aussi dans l'analyse des coûts des décisions. Toutefois, pour prendre une décision adéquate, le superviseur devrait avoir une vue sur plus qu'un point dans le temps; c'est la notion de traitement dynamique ou ce qu'on appelle analyse de séquence temporelle. Malgré que la représentation sous forme d'un modèle RBD pour la prise de décision en diagnostic est lourde à implanter et gérer pour les processus de taille large, les avantages sont incontournables pour la minimisation des fausses alarmes [46]. Un diagramme

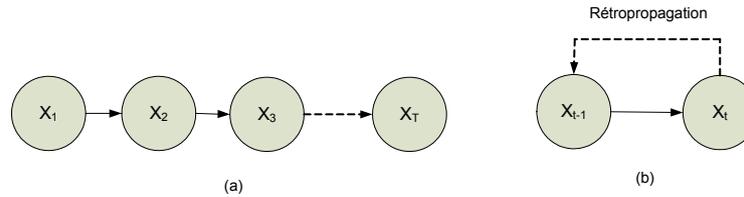


FIG. 5.12 – Représentation d’une variable aléatoire dynamique: (a) Représentation déroulée (b) Représentation compacte

d’influence dynamique n’est autre qu’un RBD avec la possibilité de prise de décision qui tient compte des données issues des différents tranches de temps (time slices).

5.4.2.1 Réseaux Bayésiens Dynamiques et le concept de 2-TBN

Comme nous l’avons évoqué dans l’état de l’art sur l’utilisation des RBD dans la modélisation de la fiabilité [26, 71], le concept de 2-TBN est le plus utilisé en littérature. Les RBD généralisent les systèmes dynamiques linéaires [49] qui peuvent être représentés par des modèles de filtres de Kalman (KFM) ainsi que les modèles de Markov cachés (HMM) en représentant les états cachés (et observés) en tant que variables d’états, possédant des interdépendances complexes. La structure graphique dans un RBD permet une description simple des indépendances conditionnelles, et fournit ainsi une paramétrisation réduite du modèle [147]. Lorsque le modèle graphique comporte des variables aléatoires représentées à deux instants successifs, le RBD est appelé 2-TBN pour *two Time slice Bayesian Network*. Ce concept a été utilisé dans plusieurs applications de modélisation de données séquentielles telles que : visual tracking, reconnaissance de parole, suivie de missile, diagnostic, etc. Dans ce cas, certaines variables aléatoires du réseau sont données à des instants différents : X_{t-1} désigne la variable aléatoire à l’instant $t-1$ et X_t représente la même variable mais à l’instant actuel. L’évolution de cette variable peut être réalisée selon deux approches. La première consiste à dérouler un RB statique sur une période de temps T (Fig. 5.12 (a)) alors que la deuxième approche est un modèle compact [50], pour lequel X_t est représentée sur deux tranches de temps $t-1$ et t . La mise à jour de la CPD du nœud X_t est effectuée par une itération successive [71]. Cette procédure est représentée par l’arc en pointillés sur la figure 5.12 (b).

Etant donné qu’un processus Markovien peut être représenté par un RBD, à titre d’exemple, la chaîne de Markov de la figure 1.6 est modélisée par le RBD de la figure 5.13.

5.4.2.2 Modélisation par IOHMM du module de diagnostic

De point de vue caractéristiques événementielles et temporelles du modèle RBD, celui-ci peut être classé selon deux familles (voir Chapitre 2, paragraphe 2.2.) : basée sur l’événement

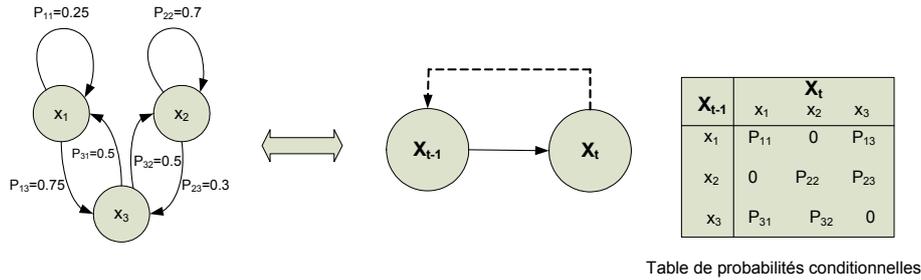


FIG. 5.13 – Modélisation d'une chaîne de Markov par un RBD

(ou par intervalle) ou par tranche de temps. Cette dernière approche est connue sous le nom de RB temporels (TBN) et c'est l'approche la plus répandue dans la littérature dans le domaine de détection de défauts. Nous allons appliquer ce concept au module dynamique de diagnostic et ceci sera considéré comme la tâche principale du superviseur.

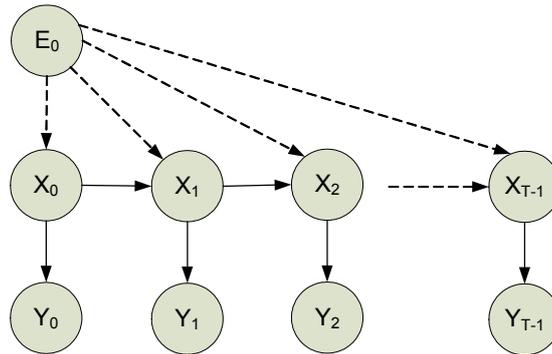
En effet, un RBD n'est autre qu'un modèle graphique probabiliste représentant les systèmes qui évoluent dans le temps et ceci est plus général qu'un RB statique. Ce modèle permet de surveiller et mettre à jour l'état du système tant que le temps évolue et même il peut prévoir, pour quelques applications, le comportement futur de celui-ci. Il peut être décrit par une fonction de distribution de probabilité (FDP) sur une séquence de T variables d'états cachés $X = \{X_0, \dots, X_{T-1}\}$ et une séquence de T variables observables $Y = \{Y_0, \dots, Y_{T-1}\}$, où T est l'intervalle temporel d'investigation du processus à superviser. Ceci peut être représenté par la loi jointe

$$P(X, Y) = \prod_{t=1}^{T-1} P(X_t | X_{t-1}) \prod_{t=0}^{T-1} P(Y_t | X_t) P(X_0). \quad (5.10)$$

Par conséquent, pour pouvoir déterminer le modèle RBD, nous aurons besoin de définir les paramètres suivants:

- La FDP conditionnelle $P(X_t | X_{t-1})$ qui spécifie la transition vers l'état X_t ,
- La FDP conditionnelle $P(Y_t | X_t)$ qui spécifie la dépendance des observations par rapport à l'état X_t ,
- La probabilité de distribution de l'état initial $P(X_0)$, qui caractérise le début de fonctionnement du processus.

Cependant, pour un modèle 2-TBN, les probabilités de transition de n'importe quelle variable sont déterminées par la valeur de la variable aléatoire à l'instant courant t et l'instant précédant $t - 1$. C'est ce qu'on appelle la propriété de Markov pour les processus markovien de premier ordre. Cette propriété est assurée pour les systèmes dont la FDP de défaillance est de type exponentielle. Pour les processus avec une FDP de type Weibull ceci n'est pas

FIG. 5.14 – *Modèle dynamique de diagnostic sous forme d'un IOHMM*

vrai pour tout le cycle de vie du composant. Pour remédier à ce problème, nous supposons avoir une stationnarité de la chaîne pour une certaine séquence de temps de fonctionnement. Cette hypothèse est possible dans la mesure que l'analyse des résidus en temps réel nécessite une période d'échantillonnage très petite.

Un modèle Markovien avec des entrées et des sorties d'observation représenté par un RBD est un modèle 2-TBN de type IOHMM (Input Output hidden Markov Model). Le type d'entrées appliquées n'est pas nécessairement discret. Pour un modèle avec des entrées continues réalisant ainsi un modèle hybride, celles-ci peuvent être discrétisées.

Nous avons opté pour le modèle IOHMM de la figure 5.14. Les caractéristiques de ce modèle sont:

- les entrées $E_{t-1}^{(T)}$ sont les résultats de l'inférence du modèle continu de la fiabilité des composants du système à surveiller pour la séquence d'observation T .

- les états $X_{t-1}^{(T)}$ sont les états des composants, ils possèdent une distribution conditionnelle par rapport aux entrées $E_{t-1}^{(T)}$ donnée par $p(X_{t-1}^{(T)}|E_{t-1}^{(T)})$.

- les états $Y_{t-1}^{(T)}$ sont les états d'observations des résidus r_j , ils sont déterminés selon le tableau de signatures de défauts avec la connaissance des probabilités de fausse alarme et de non détection. Les distributions associées sont $p(Y_{t-1}^{(T)}|X_{t-1}^{(T)})$.

- les états $X_t^{(T)}$ ont une distribution conditionnelle par rapport à $X_{t-1}^{(T)}$ décrite par $p(X_t^{(T)}|X_{t-1}^{(T)})$.

Ces états sont supposés avec la même entrée $E_{t-1}^{(T)}$ car nous supposons que la dynamique de l'entrée qui est la loi de dégradation du composant (fiabilité) est lente par rapport à l'apparition des résidus. Par conséquent, nous considérons que pour la séquence d'étude il n'y a pas eu de variation de l'entrée pour le modèle, seule la variation des résidus est retenue.

5.4.2.3 Détermination des distributions conditionnelles

La variable associée à l'entrée $E_{t-1}^{(T)}$ est une variable continue; c'est la valeur de la fiabilité du composant C_i à l'instant $t - 1$. L'indice T caractérise la durée de la séquence d'étude.

On a $E_{t-1}^{(T)} = R_{0.5}^{(T)}(t-1) = R_{0.5}(T)$ sachant que la fonction $R_{0.5}(T)$ est la fonction fiabilité estimée par la médiane pour la séquence T (voir paragraphe 4.2.3.2). La variable aléatoire discrète $X_t^{(T)}$ est associée à la défaillance du composant C_i à l'instant t , l'espace des états est $S_{X_t^{(T)}} = \{\text{Fonctionnel (F)}, \text{Défaillant (DF)}\}$. La distribution conditionnelle $p(X_t^{(T)}|E_{t-1}^{(T)})$ est définie de la manière suivante:

$$p(X_t^{(T)} = DF) = 1 - E_{t-1}^{(T)} = 1 - R_{0.5}(T), \quad (5.11)$$

$$p(X_t^{(T)} = F) = E_{t-1}^{(T)} = R_{0.5}(T). \quad (5.12)$$

Les variables aléatoires discrètes associées aux résidus sont les variables d'observation $Y_t^{(T)}$. Le résidu r_j est sensible à la défaillance du composant C_i . La sensibilité est déterminée selon la matrice des signatures des défauts. L'espace d'état associé à la variable discrète $Y_t^{(T)}$ est $S_{Y_t^{(T)}} = \{\text{Détekté (D)}, \text{Non détekté (ND)}\}$. Considérons les probabilités

- $P_{nd}^{(ij)}$: La probabilité de non-détection du $j^{\text{ème}}$ résidu au défaut du $i^{\text{ème}}$ composant.
- $P_{fa}^{(ij)}$: La probabilité de fausse alarme du $j^{\text{ème}}$ résidu au défaut du $i^{\text{ème}}$ composant.

Les distributions conditionnelles des sorties $Y_t^{(T)}$ seront déterminées selon les équations suivantes (voir équations 4.28 et 4.29):

$$p(Y_t^{(T)} = ND|X_t^{(T)}) = \prod_{l=1}^L P_{nd}^{(il)} \prod_{m=1}^M (1 - P_{fa}^{(im)}), \quad (5.13)$$

$$p(Y_t^{(T)} = D|X_t^{(T)}) = 1 - \prod_{l=1}^L P_{nd}^{(il)} \prod_{m=1}^M (1 - P_{fa}^{(im)}), \quad (5.14)$$

avec L l'ensemble des défauts non détektés et M l'ensemble des fausses alarmes signalées.

Pour la tranche de temps t , la distribution conditionnelle $p(X_t^{(T)}|X_{t-1}^{(T)})$ sera déterminée selon le fonctionnement d'un processus semi-markovien:

$$\begin{aligned} p(X_t^{(T)} = DF|X_{t-1}^{(T)} = DF) &= 1, \\ p(X_t^{(T)} = DF|X_{t-1}^{(T)} = F) &= 0, \\ p(X_t^{(T)} = F|X_{t-1}^{(T)} = DF) &= 1 - R_{0.5}^{C_i}(T), \\ p(X_t^{(T)} = F|X_{t-1}^{(T)} = F) &= R_{0.5}^{C_i}(T), \end{aligned} \quad (5.15)$$

avec $R_{0.5}^{C_i}(T)$ est la fiabilité du composant C_i estimée par la médiane pour la séquence d'observation T .

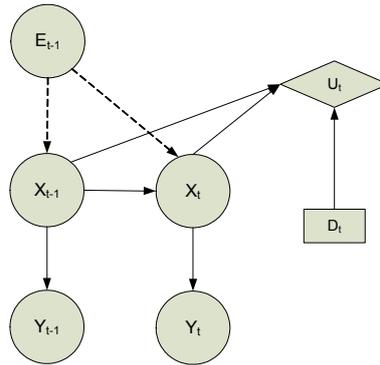


FIG. 5.15 – Diagramme d'influence pour la décision selon la défaillance d'un seul composant

TAB. 5.2 – Table d'utilité pour le fonctionnement dynamique

Décision	Composant C_i		Utilité/Coût
	instant t-1	instant t	
Réparer	Défaillant	Défaillant	1
	Fonctionnel	Défaillant	0.5
	Défaillant	Fonctionnel	0.5
	Fonctionnel	Fonctionnel	0
Ne pas réparer	Défaillant	Défaillant	0
	Fonctionnel	Défaillant	0.5
	Défaillant	Fonctionnel	0.5
	Fonctionnel	Fonctionnel	1

5.4.2.4 Modèle dynamique pour la décision en diagnostic

Dans ce cas le modèle de décision tient compte du résultat d'analyse pour les deux tranches de temps $t - 1$ et t . Ceci pourrait minimiser les fausses décisions dues aux fausses alarmes. Comme exemple pour l'analyse d'un seul défaut, le tableau de décision pourrait être celui de la table 5.2. La décision est réalisée selon l'analyse de la défaillance d'un seul composant (Fig. 5.15) ou de deux composants (Fig. 5.16) ou plus.

Dans le cas de l'analyse de la décision pour l'état de plusieurs composants, il est possible de ne prendre une décision que si l'analyse selon les deux tranches de temps est positive.

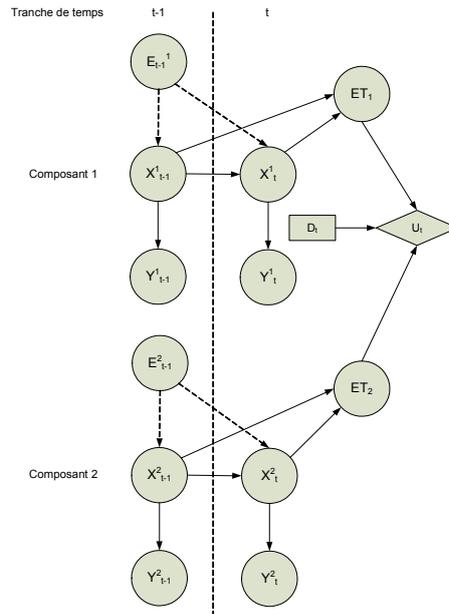


FIG. 5.16 – Diagramme d'influence pour la prise de décision dynamique

Cependant, il est possible d'introduire une porte 'ET' [52, 26] (Fig. 5.16). Selon le résultat d'analyse des scénarios de risques critiques, la décision peut être réalisée selon une fonction logique des états d'analyse de la défaillance de plusieurs composants par l'intermédiaire de nœuds RB réalisant les fonctions ET, OU ou OU exclusive. Ceci pourrait limiter la décision à des états bien définis des composants du système à surveiller.

5.4.3 Module de pronostic

La prévision de l'état de dégradation de la fiabilité du système est une fonction qui peut faire appel à plusieurs données qui sont appelés facteurs de stress. Parmi ces facteurs on trouvera les conditions opérationnelles du système (conditions environnementales telles que l'humidité, la pression, la surtension, la température, les vibrations mécaniques,...).

Définition 18 (Facteurs de stress)

Les facteurs de stress représentent toutes les sollicitations (normales et anormales) qui peuvent influencer l'état de santé du système.

Ces facteurs sont indispensables pour la détermination de ce qui est appelé RUL (Remaining Useful Life : durée de vie résiduelle) de composants ou systèmes en service. La durée de vie d'un système peut s'exprimer en heures de fonctionnement, en kilomètres parcourus (pour un système automobile), ou en nombre de cycles de manœuvres utilisations (nombre d'ouvertures pour un relais électrique). La prédiction du RUL des composants se fait dans le cadre

d'un module de pronostic qui aide l'opérateur de maintenance par des recommandations des actions de maintenance appropriées afin de prévenir une défaillance du système et l'occurrence d'événements indésirables.

Définition 19 (*Pronostic*)

Le pronostic est la capacité de prédire la durée de vie résiduelle (RUL) des composants ou systèmes en service.

La partie continue du modèle RBH statique proposé au paragraphe 4.2.3.2 qui peut être représentée par un modèle bayésien hiérarchique (voir paragraphe 2.4.2, chapitre 2) peut supporter l'intégration des facteurs de stress que nous ne développons pas dans le cadre de ces travaux de recherche.

Les méthodes de pronostic sont résumées à la figure 5.17; ils diffèrent par les niveaux de connaissance sur le système. En effet, Dans le cas d'absence de capteurs détectant les seuils d'alarmes des dégradations (utilisés dans la maintenance préventive), on se base essentiellement sur l'expérience pour construire un modèle fiabiliste-statistique du processus et c'est l'approche que nous proposons dans cette étude. Pour le pronostic, ce type de modèle même s'il est pauvre de point de vue capteurs, il serait très riche si une bonne mise à jour en ligne est réalisée en fonction des observations du système ainsi que tout type de maintenance réalisée sur celui-ci. Par conséquent, une interaction entre les deux modules diagnostic et pronostic serait indispensable.

Le modèle de pronostic proposé est la partie continue statique du modèle de diagnostic présenté dans le paragraphe 4.2.3.2 auquel on ajoute un nœud d'observation pour la fiabilité globale du processus. Le RB continu résultant est donnée à la figure 5.18. Il s'agit du cas où la fiabilité des composants dépend de deux paramètres (par exemple, le cas de la distribution de Weibull avec un retard nul).

Nous avons montré que ce modèle peut traiter les situations de redondance d'équipement ainsi que les causes communes de défaillances (Annexe A.4.5). La structure de fiabilité globale du processus peut être inconnue, dans ce cas il suffit de connaître les probabilités a priori de succès du système conditionnellement aux états des différents composants (Annexe A.4.4). Dans le cadre d'une stratégie intelligente de supervision, le module de pronostic doit aussi réaliser des décisions en fonction des coûts des défaillances et d'interventions.

Etant donné qu'on dispose des probabilités des différents scénarios de défaut ainsi que les coûts correspondants, il suffit de fixer un risque limite pour toute l'installation ou bien pour le composant le plus critique ensuite déduire la probabilité maximale retenue de défaut

$$p_{\max} = \frac{K_{\max}}{C}. \quad (5.16)$$

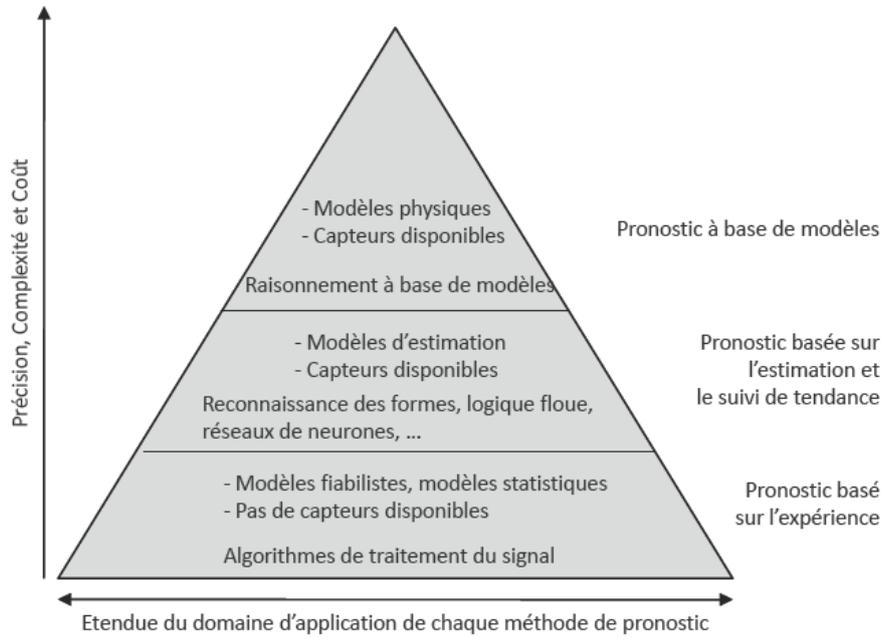


FIG. 5.17 – Classification des méthodes de pronostic (Prise de la Réf. [141])

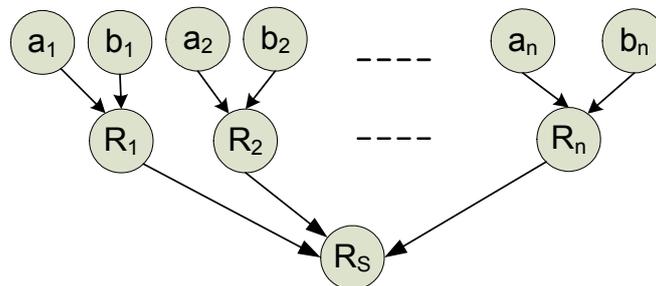


FIG. 5.18 – Modèle de pronostic

Par conséquent, la recommandation du module de pronostic serait de maintenir la probabilité de défaut au dessous de p_{max} ($p_f \leq p_{max}$). La fiabilité minimale (du composant ou du système global) dans ce cas serait

$$R_{min} = 1 - p_{max}.$$

5.4.4 Module prise de décision

La prise de décision du superviseur concerne les actions de maintenance corrective comme résultat d'analyse pour le module de diagnostic. Dans la présence de redondance matérielle, la décision concernerait aussi la prise en compte de cette redondance. Les actions de maintenance préventive seront proposées par le module de pronostic. La fiabilité du composant en redondance fait partie du modèle RB de la fiabilité dans le cas d'une redondance active mais elle n'intervient pas.

5.5 Conclusion

Nous avons introduit dans ce chapitre la contribution des approches graphiques réseaux bayésiens et BG dans une stratégie de supervision basée sur le risque. L'utilisation de l'approche graphique du graphe temporel causal est intéressante pour la détermination des scénarios critiques; l'approche nécessite plus de développement. L'insertion des coûts des décisions via les diagrammes d'influences a un intérêt majeur dans le cas d'une décision qui tient compte de l'aspect financier des interventions. Le traitement des coûts est probablement la tâche la plus pénible dans cette approche. Nous mettons le point aussi sur l'intérêt d'un traitement dynamique pour la décision ceci permettrait de minimiser les effets des fausses alarmes sur la décision. Mais nous avons remarqué une structure plus encombrante du module de supervision sans tenir compte des interactions possibles entre le module de diagnostic et de pronostic, ceci serait fastidieux pour des systèmes complexes. La structure proposée est prête pour le traitement de défauts multiples mais elle serait encore plus encombrante.

Troisième partie

Application

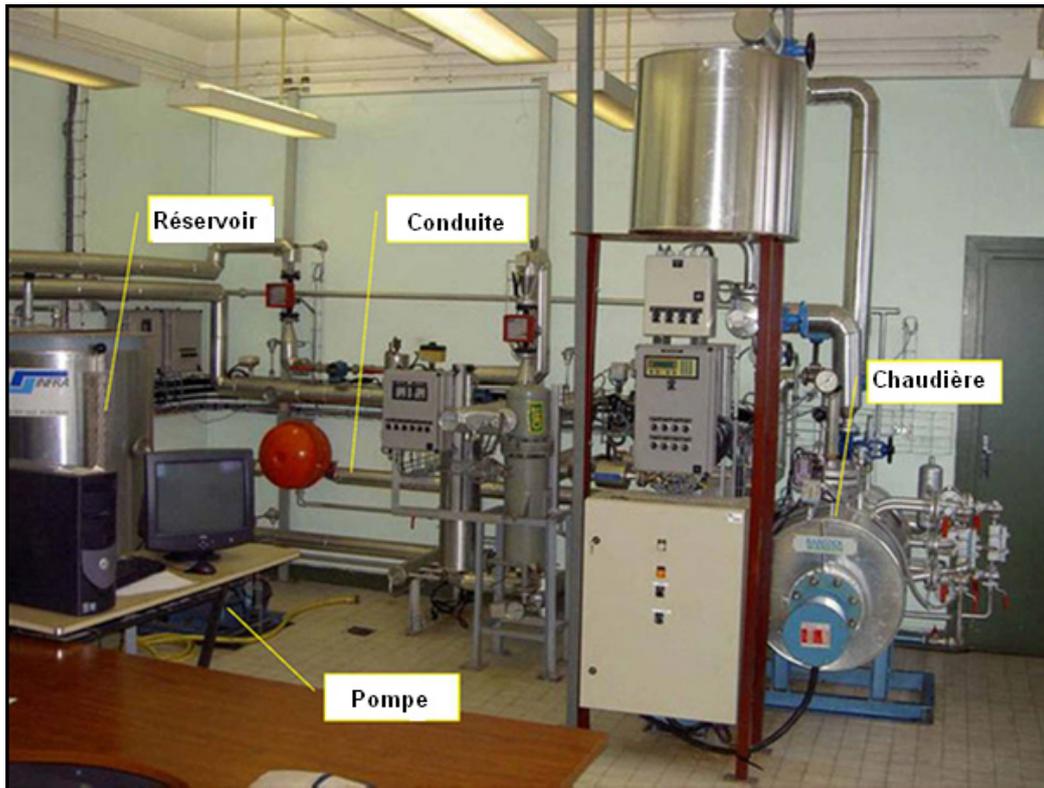
Chapitre 6

Application sur un processus thermo-fluide

6.1 Le système à surveiller

Le système d'application est une installation pilote d'un générateur de vapeur (Fig. 6.1). C'est une installation à échelle réduite d'une centrale thermique qui existe à l'université de Lille 1, Laboratoire LAGIS (Laboratoire d'Automatique et de Génie Informatique et Signal UMR8219). L'installation (comme indiqué par le plan détaillé des instruments (Fig 6.2)) est constituée principalement d'une chaudière d'une capacité de 175 litres qui réalise le chauffage et la vaporisation de l'eau au moyen d'un thermoplongeur et un élément chauffant d'une puissance électrique de 55 kilowatts. La vapeur d'eau produite subit une détente isenthalpique par un ensemble de vannes modulantes. Elle est ensuite condensée dans un échangeur condenseur à l'aide d'un circuit de refroidissement d'eau. Le condensat est stocké dans une bache pour boucler le circuit. L'eau d'alimentation est refoulée par une pompe à vitesse constante vers la chaudière. Un circuit composé d'une conduite de longueur de 20 m en spirale a été ajouté pour l'étude des systèmes à retard. Pour une raison de simplification du modèle graphique bayésien pour la décision, notre étude est focalisée sur la partie constituée de cinq composants (réservoir, pompe, conduite, chaudière, réchauffeur) auxquels sont ajoutés des capteurs pour la commande et la surveillance du processus. Les figures 6.3 et 6.4 représentent respectivement la partie de l'installation à surveiller et le bond graph à mot (Word-bond graph) correspondant.

Le bond graph à mots représente le niveau technologique de la modélisation. Dans cette étape, on décompose le système global en sous-systèmes simples. On construit l'architecture du système par l'assemblage des différents sous-systèmes. Les éléments de base sont des processus technologiques simples (réservoir, pompe, conduite, ...). A l'entrée de chaque sous-système, on représente les variables de puissance, et non les signaux comme dans les schémas bloc classiques. Notons que nous sommes en présence de pseudo-bond graph. On choisit dans notre

FIG. 6.1 – *Le générateur de vapeur*

cas, en qualité de variables de puissance, la température T pour l'effort et le flux thermique pour le flux en conduction et le flux d'enthalpie dH/dt pour la convection. Pour le fluide c'est la paire débit massique (dm/dt) et pression (P).

Le générateur de vapeur est un processus thermo-fluide comportant des transferts thermiques par convection et conduction. Pour des vitesses suffisamment basses, l'énergie cinétique est négligeable et l'énergie de convection est calculée à partir du débit massique dm/dt et l'enthalpie spécifique h :

$$dH/dt = (dm/dt).h = \dot{m}c_pT, \quad (6.1)$$

avec c_p la capacité calorifique spécifique et T la température. Les variables de puissance du pseudo-bond graph (e et f) pour le système étudié seront:

$$e = \begin{bmatrix} e_h & e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & T \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

$$f = \begin{bmatrix} f_h & f_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m} & \dot{H} \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

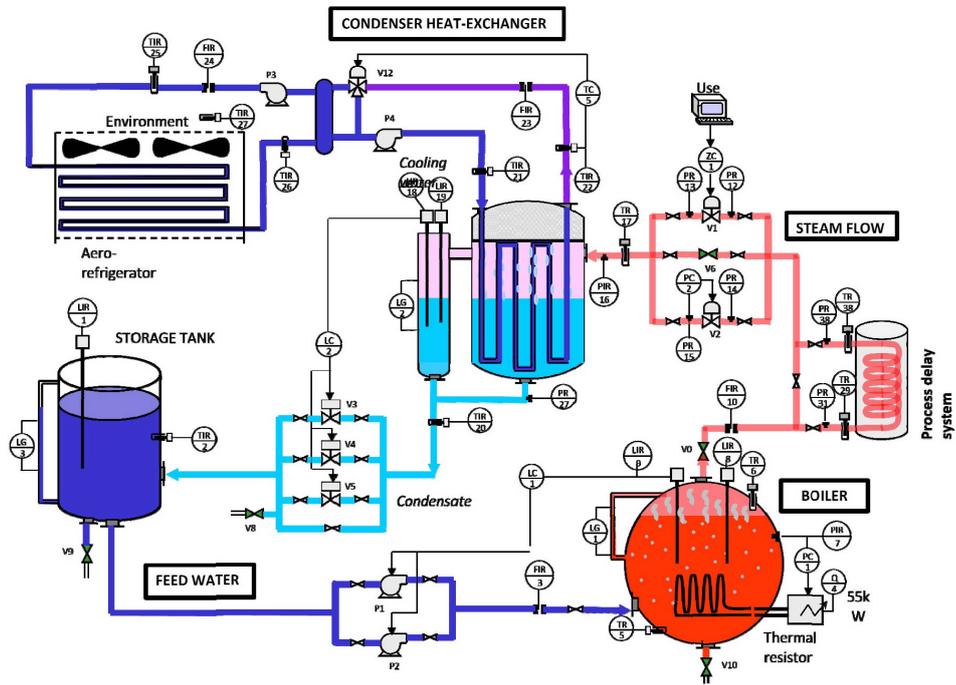


FIG. 6.2 – Plan détaillé des instruments de l'installation

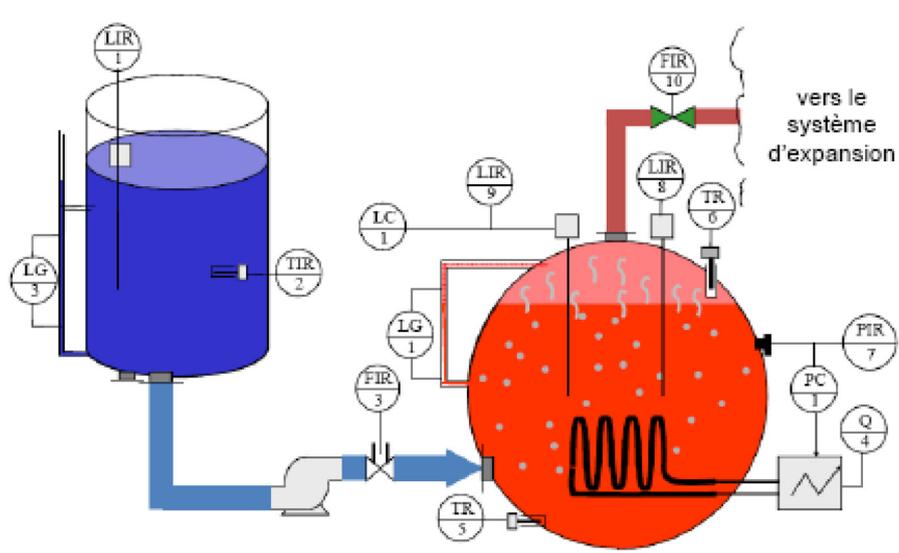


FIG. 6.3 – Système d'application

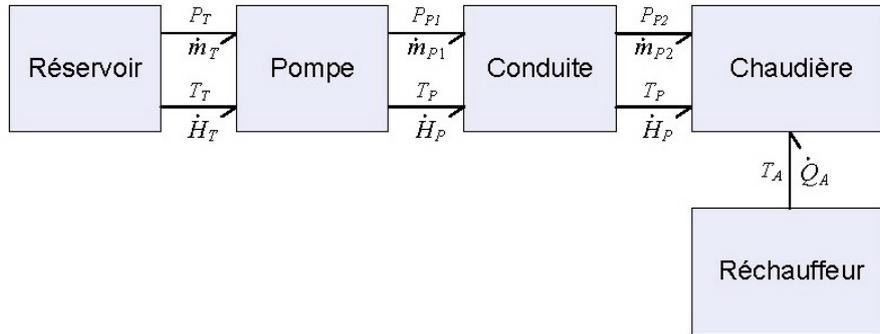


FIG. 6.4 – Word-BG de l'application

Le reste du chapitre est organisé comme suit: tout d'abord nous introduisons toutes les connaissances physiques nécessaires à propos du processus supervisé, ainsi que les hypothèses prises durant notre étude. Par la suite, nous présentons les données requises pour la fiabilité des composants. Finalement, nous appliquons l'approche développée aux chapitre 4 et 5 sur le processus à surveiller.

6.2 Modèle BG du processus

6.2.1 Introduction

Avant d'entamer l'explication de la fonctionnalité de chaque composant, essayons d'observer le modèle BG associé (Fig. 6.5). Parmi les propriétés les plus importantes de l'outil BG est que chaque élément de la représentation graphique est associé à un composant physique du process. Cette propriété est intéressante dans la mesure où on veut associer à ce modèle la fiabilité de chaque composant. Notre intérêt innovateur est la combinaison de l'approche de modélisation BG des systèmes physiques avec un modèle bayésien de la fiabilité pour améliorer la phase de décision en diagnostic. Le modèle BG du processus est donné en causalité dérivée car les conditions initiales sont inconnues et le modèle est utilisé pour le diagnostic. Il faut noter que tous les capteurs d'effort (ou de flux) sont dualisés vers des signaux sources $SSe = De$ (ou $SSf = Df$) et quand ce n'est pas possible selon la règle de causalité de réaliser cette dualisation, une redondance physique apparaît. Pour plus de détails sur cet algorithme, le lecteur peut consulter la référence [86].

6.2.2 Modèle BG du réservoir

Dans cette application, le réservoir est considéré comme un dispositif de stockage d'énergie thermo-fluide. Cette énergie couplée et stockée dans le réservoir est modélisée par un élément

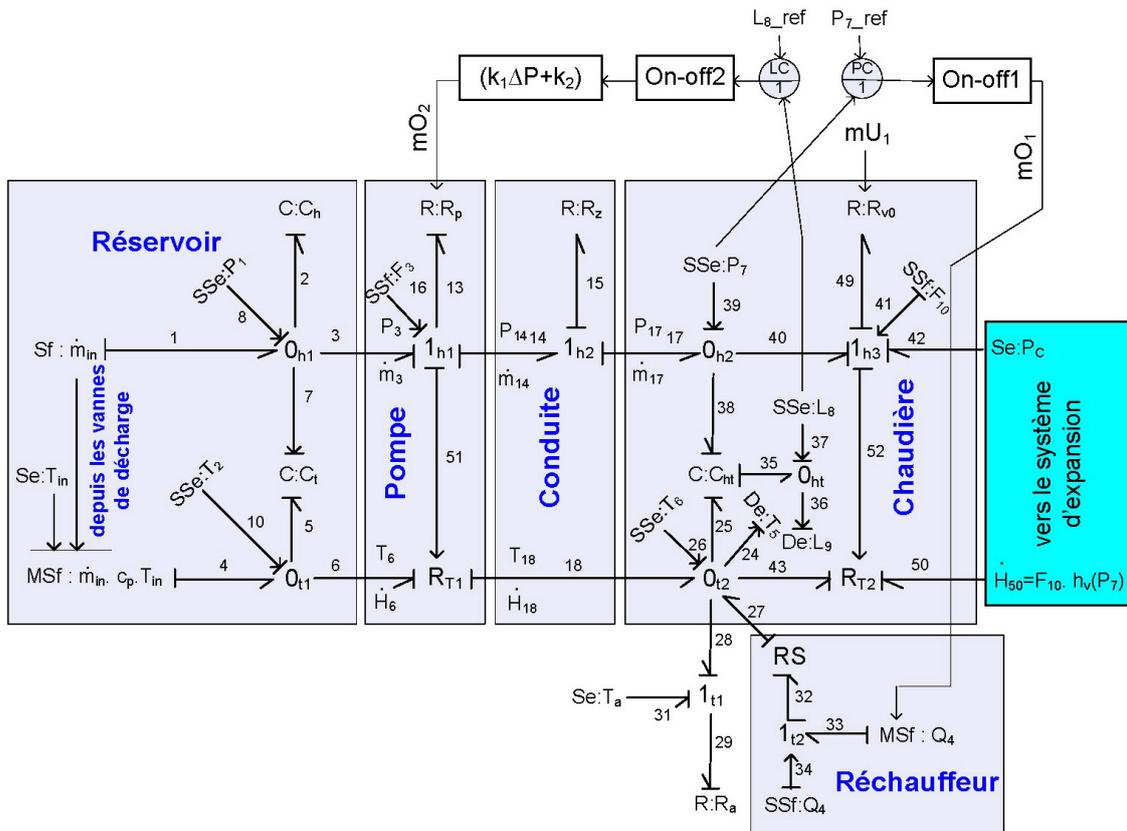


FIG. 6.5 – Le modèle pseudo-BG du système d'application

C à deux ports (C_h :hydraulique, C_t :thermique) et de deux variables d'états dérivées qui correspondent à la masse et à l'enthalpie. Etant donné que les deux variables d'état (enthalpie et masse) sont couplées, l'élément thermique $C:C_t$ est modulé par une variable effort, l'énergie interne dépend de la masse d'eau stocké. Le modèle BG (Fig. 6.5) est donné en causalité dérivée car les conditions initiales sont inconnues. L'équation du débit de sortie du réservoir est la suivante

$$\dot{m}_{out} = -C_h \cdot \frac{dP_1}{dt}, \quad (6.4)$$

$\dot{m}_{out} = \dot{m}_T = \dot{m}_3$ est exprimé en (m^3/s), $C : C_h$ représente la capacité hydraulique du réservoir et $De : P_1 = P_T$ est la pression mesurée au niveau du réservoir. En considérant que le réservoir étudié est cylindrique, la capacité hydraulique C_h peut être exprimée comme suit

$$C_h = A_T \cdot (\rho_T \cdot g)^{-1}, \quad (6.5)$$

où A_T est la section du réservoir, ρ_T est la densité du fluide et g la constante de gravité. Le flux d'enthalpie à la sortie de l'élément $C : C_t$ est donné par l'équation :

$$\dot{H}_5 = -T_2 c_p \dot{m}_{out}, \quad (6.6)$$

où c_p est la capacité calorifique spécifique à une pression constante et T_2 est la mesure de la température à l'intérieur du réservoir.

6.2.3 Modèle BG de la pompe

La pompe est un composant redondant dans l'installation. La variation du débit entre le réservoir et la chaudière est une fonction des caractéristiques de transfert de la pompe. D'un point de vue BG, la pompe est une résistance non-linéaire $R : R_p$ modulée par l'expression (6.7), qui décrit la relation entre la pression $\Delta P = P_{14} - P_3$ et le débit volumique \dot{m}_{14} généré par la pompe.

$$\dot{m}_{14} = (k_1 \cdot \Delta P + k_2) \cdot mO_2, \quad (6.7)$$

où k_1 et k_2 sont les caractéristiques de la pompe et mO_2 est un signal binaire provenant du module de commande du niveau de la chaudière.

6.2.4 Modèle BG de la conduite

Le paramètre $R : Rz$ dépend des caractéristiques de tuyauterie et de la vanne d'alimentation; elle est calculée par la relation

$$Rz = \frac{8 \cdot \rho_l \cdot L_p}{\pi \cdot r_p^4}, \quad (6.8)$$

avec L_p la longueur de la conduite et r_p son rayon. Le débit volumique \dot{m}_{17} est calculé selon la loi de Bernoulli:

$$\dot{m}_{17} = \frac{1}{Rz_1} \cdot \sqrt{|P_{14} - P_{17}|} \cdot \text{sign}(P_{14} - P_{17}) \cdot mO_2, \quad (6.9)$$

6.2.5 Modèle BG de la chaudière

Le stockage des énergies hydraulique et thermique est modélisé par un élément C à deux port $C : C_{ht}$. Pendant l'ébullition, il est supposé que l'eau et la vapeur sont saturés et en équilibre thermique. La chaudière étudiée est un système instrumenté avec deux capteurs redondants de température ($De : T_5$ et $De : T_6$), deux capteurs redondants de niveau ($De : L_8$ et $De : L_9$), un capteur de pression ($De : P_7$), et un capteur de débit à la sortie vapeur de la chaudière ($Df : F_{10}$).

Le débit volumique au niveau de la chaudière dépend de la variation de la masse vapeur-liquide et il est exprimé selon les équations suivantes

$$\begin{cases} \dot{m}_{C_{ht}} = \frac{d}{dt}(\rho_l \cdot V_l + \rho_v \cdot V_v), \\ \dot{H}_{C_{ht}} = \frac{d}{dt}(\rho_l \cdot V_l \cdot h_l + \rho_v \cdot V_v \cdot h_v - P_B \cdot V_B), \end{cases} \quad (6.10)$$

où ρ_l , h_l , V_l et ρ_v , h_v , V_v sont respectivement, la densité, l'enthalpie spécifique et le volume d'eau et vapeur à l'intérieur de la chaudière. P_B est la pression au niveau de la chaudière mesurée par le capteur $De : P_7$ et V_B est le volume de la chaudière. Toutes les variables ρ_l , h_l , ρ_v et h_v sont des fonctions thermodynamiques de la pression $De : P_7$ et qui peuvent être identifiés ou mesurés comme suit:

- Le volume d'eau V_l est donné par le capteur de niveau $De : L_8$.
- Le volume de vapeur $V_v = V_B - V_l$ est égal à la différence entre le volume total de la chaudière V_B et celui d'eau V_l .
- ρ_l , h_l , ρ_v et h_v sont des polynômes déterminés des tables thermodynamique et calculés en utilisant un algorithme d'interpolation polynômiale.

Le flux d'enthalpie de la chaudière vers le système d'expansion peut être calculé selon l'équation:

$$\dot{H}_{43} = T_{25} \cdot c_v \cdot \dot{m}_{40}, \quad (6.11)$$

où c_v est la capacité calorifique de la vapeur d'eau à un volume constant, T_{25} et \dot{m}_{40} sont déduites à partir des capteurs $De : T_6$ et $Df : F_{10}$. Par conséquent, le flux d'enthalpie $\dot{H}_{50} = \dot{H}_{43}$ dépend des mesures des capteurs F_{10} et P_7 et la fonction thermodynamique h_v :

$$\dot{H}_{50} = F_{10} \cdot h_v(P_7), \quad (6.12)$$

6.2.6 Modèle BG du réchauffeur

Le processus de chauffage est assuré par une résistance thermique $R : RS$. C'est une résistance active qui génère de l'entropie. L'énergie thermique résultante est mesurée par un capteur de flux $Df : Q_4$. Cette énergie est contrôlée par une commande Tout ou Rien selon la pression de référence P_{7_ref} . La dissipation du flux de chaleur \dot{Q} (équation (6.13)) à travers le mur de la chaudière, dont nous avons négliger la capacité thermique, peut être déterminée en utilisant la conductivité thermique λ , l'épaisseur e_B , la différence de température ($T_B - T_a$) (T_a est la température ambiante) entre les côtés du mur de la chaudière et la section A_B de ce mur:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \frac{A_B}{e_B} \cdot (T_B - T_a). \quad (6.13)$$

La résistance thermique de transfert de chaleur de la chaudière vers l'environnement extérieur est décrite par l'élément $R : Ra = \lambda \cdot \frac{A_B}{e_B}$.

6.3 Génération des RRAs

La première *RRA* candidate est générée à partir de la jonction 0_{h1} :

$$\Phi_{j0h1} = f_1 - f_2 - f_3 = 0, \quad (6.14)$$

f_1 , f_2 et f_3 sont des variables inconnues; ils seront éliminés en parcourant les chemins causaux à partir des variables inconnues aux connues.

$$f_1 = Sf : \dot{m}_{in} = 0;$$

f_2 sera éliminé à partir du chemin suivant :

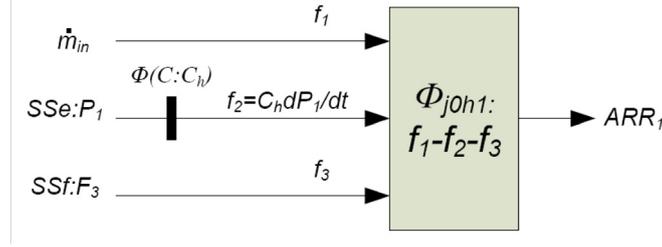
$$f_2 \longrightarrow \Phi(C : C_h) \longrightarrow e_2 \longrightarrow SSe : P_1,$$

où $\Phi(C : C_h)$ est l'équation de constitution de l'élément C ,

$$f_2 = C_h \cdot \frac{dP_1}{dt}.$$

f_3 est calculé à partir du chemin causal: $f_3 \longrightarrow f_{10} \longrightarrow SSf : F_3$, d'où, $f_3 = F_3$.

Finalement, la première *RRA* est déduite en substituant les variables inconnues dans l'équation (6.14), ce qui donne:

FIG. 6.6 – Graphe orienté pour la déduction de RRA_1

$$RRA_1 = -C_h \cdot \frac{dP_1}{dt} - F_3 + \dot{m}_{in} = 0. \quad (6.15)$$

Le parcours des chemins causaux peut être résumé par le graphe orienté de la figure 6.6. RRA_2 est déduite à partir de la jonction 1_{h2} connectée au capteur de flux F_3 :

$$\Phi_{j1h2} = e_{14} - e_{15} - e_{17} = 0. \quad (6.16)$$

Le débit volumique de sortie f_{14} a l'expression suivante:

$$f_{14} = f_3 = -\frac{A_T}{\rho_T \cdot g} \cdot \left(\frac{de_3}{dt} \right). \quad (6.17)$$

C'est aussi le débit à travers la pompe, d'où sa deuxième expression:

$$f_{14} = f_{13} = (k_1(e_{14} - e_3) + k_2) \cdot mO_2, \quad (6.18)$$

Par conséquent, e_{14} est déterminé en faisant l'égalité des équations (6.17) et (6.18) avec la condition $mO_2 = 1$ (la dynamique du système est hybride):

$$e_{14} = -\frac{A_T}{k_1 \cdot \rho_T \cdot g} \cdot \left(\frac{dP_1}{dt} \right) - \frac{k_2}{k_1} + P_1. \quad (6.19)$$

Utilisant la même méthodologie que RRA_1 et connaissant que:

$$e_3 = P_1; e_{15} = R_z \cdot F_3; e_{17} = P_7,$$

La RRA_2 peut être déduite comme:

$$RRA_2 = -R_z \cdot F_3 - \frac{A_T}{k_1 \cdot \rho_T \cdot g} \cdot \left(\frac{dP_1}{dt} \right) - \frac{k_2}{k_1} + P_1 - P_7 = 0. \quad (6.20)$$

En écrivant l'équation autour de la jonction 0_{h2} , nous aurons:

$$\Phi_{j0h2} = f_{17} - f_{38} - f_{40} = 0, \quad (6.21)$$

$f_{17} = F_3$; $f_{40} = F_{10}$; $f_{38} = \dot{m}_{C_{ht}} = \frac{d}{dt}(\rho_l \cdot V_l + \rho_v \cdot V_v)$ (voir équation (6.10)). D'où l'expression de RRA_3 :

$$RRA_3 = F_3 - \frac{d}{dt}(\rho_l \cdot V_l + \rho_v \cdot V_v) - F_{10} = 0. \quad (6.22)$$

La RRA_4 est exprimée à partir de l'équation de la jonction 0_{t1} :

$$\Phi_{j0t1} = f_4 - f_5 - f_6 = 0, \quad (6.23)$$

$f_4 = \dot{m}_{in} \cdot c_p \cdot T_{in} = 0$; $f_6 = T_2 \cdot c_p \cdot F_3$; $f_5 = \frac{d}{dt}(C_t e_5)$, avec $C_t = m \cdot c_p = C_h \cdot e_2 \cdot c_p$ (m est la masse du liquide); $e_2 = \rho_T \cdot g \cdot L_1$; $e_5 = T_2$, d'où $f_5 = A_T \rho_T \left[T_2 \frac{dL_1}{dt} + L_1 \cdot \frac{dT_2}{dt} \right]$.

En substituant les variables inconnues dans Φ_{j0t1} , nous aurons:

$$RRA_4 = -T_2 \cdot c_p \cdot F_3 - A_T \rho_T \left[T_2 \frac{dL_1}{dt} + L_1 \cdot \frac{dT_2}{dt} \right] = 0. \quad (6.24)$$

La relation RRA_5 est déduite à partir de l'équation autour de la jonction 0_{t2} :

$$\Phi_{j0t2} = f_{18} + f_{27} - f_{25} - f_{28} - f_{43} = 0. \quad (6.25)$$

Les expressions des flux sont les suivantes:

$$f_{18} = F_3 \cdot c_p \cdot T_2; f_{27} = RS \cdot Q_4; f_{28} = Ra(T_6 - Ta);$$

$$f_{25} = \dot{H}_{C_{ht}} = \frac{d}{dt}(\rho_l \cdot V_l \cdot h_l + \rho_v \cdot V_v \cdot h_v - P_7 \cdot V_B) \text{ (voir équation (6.10));}$$

$$f_{43} = \dot{H}_{43} = F_{10} \cdot c_v \cdot T_6, \text{ d'où l'expression de } RRA_5:$$

$$RRA_5 = F_3 \cdot c_p \cdot T_2 + RS \cdot Q_4 - \frac{d}{dt}(\rho_l \cdot V_l \cdot h_l + \rho_v \cdot V_v \cdot h_v - P_7 \cdot V_B) - Ra(T_6 - Ta) - F_{10} \cdot c_v \cdot T_6 = 0. \quad (6.26)$$

L'équation de commande du chauffage donne RRA_6 :

$$ARR_6 = Q_4 - W_p \cdot mO_1 = 0, \quad (6.27)$$

W_p est la puissance de chauffage.

Les relations RRA_6 et RRA_7 sont déduites à partir des équations des régulateurs Tout ou Rien (*OnOff*):

$$ARR_7 = mO_1 - OnOff1(P_{7_ref}, P_7) = 0. \quad (6.28)$$

$$ARR_8 = mO_2 - OnOff2(L_{8_ref}, L_8) = 0. \quad (6.29)$$

La relation RRA_9 est donnée à partir de la fonction thermodynamique $Ps2Ts(.)$ [184] qui est utilisée pour calculer la température de la vapeur saturée à partir de la pression.

$$ARR_9 = T_6 - Ps2Ts(P_7) = 0. \quad (6.30)$$

Ecrivant l'équation qui régit la jonction 1_{h3} permet de déduire RRA_{10} :

$$\Phi_{j1h3} = e_{40} - e_{49} + e_{42} = 0, \quad (6.31)$$

$$e_{40} = P_7; e_{42} = P_c; e_{49} = \sqrt{|P_7 - P_c|} \cdot \text{sign}(P_7 - P_c) \cdot mU_1,$$

P_c est la pression à la sortie de la vanne V_0 et mU_1 est un signal de commande manuelle.

La contrainte reliée au composant $R : R_{v0}$ (vanne V_0) permet de déduire RRA_{10} :

$$ARR_{10} = F_{10} - \Phi_{Rv0}^{-1}(P_c - P_7) = 0. \quad (6.32)$$

Finalement, RRA_{10} a l'expression suivante:

$$ARR_{10} = F_{10} - V_{0_cd} \cdot \sqrt{|P_7 - P_c|} \cdot \text{sign}(P_7 - P_c) \cdot mU_1 = 0. \quad (6.33)$$

avec V_{0_cd} le coefficient de décharge de la vanne V_0 .

La MSD théorique est présentée au tableau 6.1. Tous les symboles utilisés sont donnés au tableau 6.1. Comme l'application est bien instrumentée, toutes les pannes sont isolables, sauf celles qui correspondent à la pompe et au conduite. Un défaut sur chacun de ces composant a un effet direct sur le résidu r_2 correspondant à RRA_2 .

6.4 Fiabilité des composants de l'application

Après avoir établi la MSD et la détection du problème d'isolabilité des défauts de la pompe et de la conduite, nous cherchons à introduire des données sur la fiabilité des composants du processus en vue d'améliorer la tâche de décision du module de diagnostic. En général, il existe trois moyens pour obtenir les données de fiabilité:

- A partir des avis d'experts (ingénieurs, techniciens de maintenance, industriels...),
- A partir de données historiques,
- A partir de manuels de fiabilité (Handbook).

6.4.1 Modèle de fiabilité de la pompe

Les pompes sont les composants mécaniques les plus fréquents dans la société et l'industrie d'aujourd'hui, excédées seulement par les moteurs électriques. Il existe, et ceci n'est pas surprenant, un nombre énorme de type de pompe qui fonctionnent à des conditions et des caractéristiques différentes. Avec cette variété importante dans la famille des pompes, il serait impossible d'établir des données sur les taux de défaillance en se basant seulement sur les paramètres de conception, la matière première utilisée ainsi que le liquide pompé. Par conséquent, la manière par laquelle l'énergie est ajoutée au fluide peut nous mener à une

TAB. 6.1 – Matrice de signature de défauts du système d'application

	L_1	T_2	F_3	L_8	P_7	Q_4	T_6	F_{10}	$On1$	$On2$	Tnk	Pmp	Ppe	Blr	Htr	V_0
r_1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
r_2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
r_3	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
r_4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
r_5	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
r_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
r_7	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
r_8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
r_9	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
r_{10}	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
M	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
I	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1

valeur réaliste du taux de défaillance. En effet, il existe deux classes générales: centrifuge et de déplacement positif. Nous nous limitons à la première classe de pompes. Cette catégorie se subdivise en trois types:

- écoulement axial,
- écoulement radial ou mixte,
- périphérique.

Etant donné que la pompe de l'application est centrifuge à écoulement axial, le taux de défaillance peut être estimé par l'équation (6.34) [154]:

$$\lambda_p = \lambda_{SE} + \lambda_{SH} + \lambda_{BE} + \lambda_{CA} + (\lambda_{FD} \cdot C_{TLF} \cdot C_{PS} \cdot C_C) \quad (6.34)$$

avec

λ_{SE} :taux de défaillance total pour tous les joints de la pompe (Défaillance/ million d'heures de fonctionnement).

λ_{SH} :taux de défaillance pour l'axe de la pompe (Déf./ 10^6 h. de fonct.).

λ_{BE} :taux de défaillance total pour tous les roulements de la pompe (Déf./ 10^6 h. de fonct.).

λ_{CA} :taux de défaillance total pour tous les couvercles de la pompe (Déf./ 10^6 h. de fonct.).

λ_{FD} :taux de défaillance total pour tous les conducteurs de fluide de la pompe (Déf./ 10^6 h. de fonct.).

C_{TLF} :facteur multiplicatif de surcharge.

C_{PS} :facteur multiplicatif pour la vitesse de fonctionnement.

C_C :facteur multiplicatif contaminant.

En utilisant la plupart des cas la valeur de base du taux de défaillance à cause du manque d'information, nous estimons ces taux ainsi que les facteurs multiplicatifs à: $\lambda_{SE} = 2.4$; $\lambda_{SH} = 5$; $\lambda_{BE} = 10$; $\lambda_{CA} = 0.001$; $\lambda_{FD} = 0.2$; $C_{TLF} = 1$; $C_{PS} = 0.74$; $C_C = 1.1$.

Il en résulte un taux de défaillance global $\lambda_p = 17.56$ Déf./ 10^6 h.de fonct..

6.4.2 Modèle de fiabilité de la conduite

La conduite fait partie de l'ensemble des tuyauterie du processus. Cet ensemble représente toutes les connexions du système de conducteurs de fluide de l'installation. Par conséquent, il est important d'assurer la fiabilité de cette partie du système. Ces conducteurs de fluide sont généralement très fiables de point de vue conception mais leur fiabilité peut être très sensible aux conditions d'environnement. Il est aussi important de signaler que la plupart des défauts des conducteurs de fluide se localisent essentiellement aux points de connexions (garniture). Pour plus de détail sur les modes de défauts typiques pour les conduites voir la référence [154] (page 22-4, chapitre 22)).

Le taux de défaillance d'un assemblage de conduite dépend initialement des joints de connexion, la valeur de base de ce taux est estimée à 0.47 Déf./ 10^6 h.de fonct. par connexion et le taux de défaillance total d'une conduite peut être déterminé par la relation suivante:

$$\lambda_{Ppe} = \lambda_{P,B}.C_E \quad (6.35)$$

$\lambda_{P,B}$:étant la valeur de base du taux de défaillance d'une conduite qui est estimée à 0.47 Déf./ 10^6 h.de fonct.

C_E :est un facteur de correction selon l'environnement.

En appliquant un facteur de correction $C_E = 1.2$, la valeur estimée du taux de défaillance de la conduite sera $\lambda_{Ppe} = 0.56$ Déf./ 10^6 h.de fonct..

6.4.3 Taux de défaillances des composants de l'application

Les taux de défaillance des composants de l'installation sont présentés à la table 6.2 (l'estimation a été réalisée selon le même manuel de fiabilité). Nous supposons que toutes

les distributions de défaillance sont de type exponentielle. Il faut noter que ceci peut être considéré comme une information a priori à propos de la fiabilité, et ces données peuvent être raffinées pour s'étendre à des modèles de Weibull ou n'importe quelle autre distribution de défaillance par apprentissage (voir équation (2.5)) avec des données expérimentales ou des relevés historiques de pannes (ces données n'existent pas pour le générateur de vapeur). De ce fait, nous ne discutons pas l'incertitude de ces paramètres.

TAB. 6.2 – Taux de défaillance des composants de l'application

Composant	Symbole	Taux de défaut.	MTTF
Tank	Tnk	0.01	10^8
Pump	Pmp	17.56	56947
Pipe	Ppe	0.56	1785714
Boiler	Blr	0.05	$2 \cdot 10^7$
Heater	Htr	0.02	$5 \cdot 10^7$
Valve	V_0	1.25	$8 \cdot 10^5$
Sensors	Q_4	0.3	$3.33 \cdot 10^6$
	F_3	133	7518
	F_{10}	186	5376
	L_1	77	12987
	L_8	108	9260
	P_7	39	25641
	T_2	6.6	$1.5 \cdot 10^5$
	T_6	9.3	$1.07 \cdot 10^5$
Controllers	$On1, On2$	10	10^5

6.5 Diagnostic et décision

Pour construire le modèle bayésien pour la décision en diagnostic, nous avons supposé que les paramètres $P_{f_{aij}}$ (i est l'indice du composant défaillant et j l'indice du résidu) et $P_{nd_{ij}}$ sont identiques pour tous les composants. Ces paramètres sont déduits à partir de moyennes d'essais sur le processus ($P_{fa}=0.04$, $P_{nd}=0.02$). Pour effectuer l'inférence au niveau de la partie discrète du module de décision, nous avons utilisé le logiciel libre GeNie 2.0 [127] après avoir introduit les probabilités a priori des défauts déduites à partir de la partie continue du modèle. Ces probabilités sont calculées à partir de l'expression de la fonction de distribution cumulative (FDC):

$$F_i(T) = 1 - R_i(T) = 1 - \exp(-\lambda_i \cdot T), \quad (6.36)$$

où λ_i est le taux de défaillance du composant (en Déf./10⁶h.de fonct.) et on désigne par T le temps de fonctionnement (en Heures). Nous testons tout d'abord le modèle statique (Fig. 6.7) de la décision ensuite le modèle dynamique avec la prise en compte des fonctions utilités/coûts. Il faut noter que la partie continue du modèle de diagnostic (que ce soit statique ou dynamique) n'est pas représentée dans la figure 6.7 car nous supposons toujours que le traitement de cette partie peut être réalisé indépendamment de la partie discrète (hors ligne).

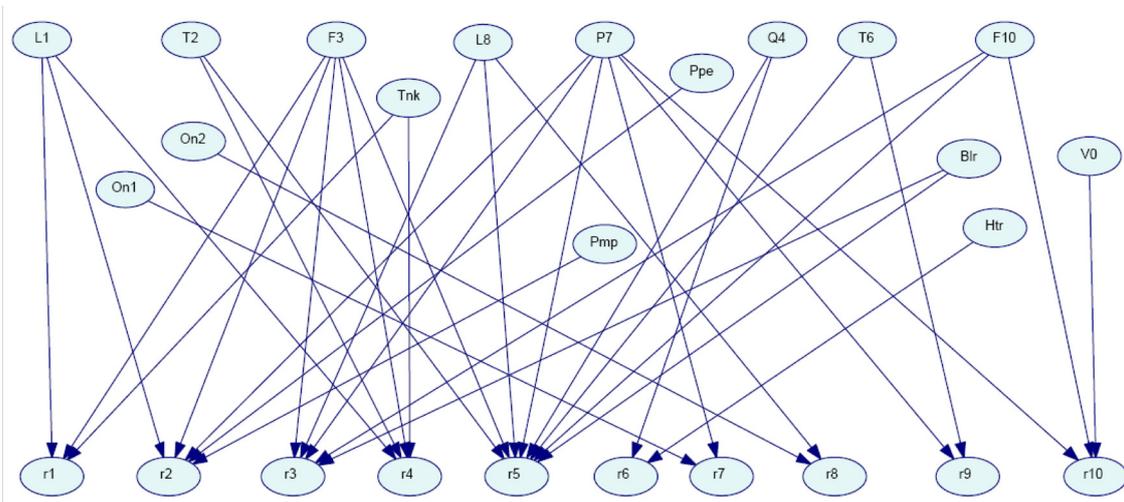


FIG. 6.7 – *Partie discrète du module de décision*

6.5.1 Prise de décision par le modèle statique

Cette étude montre l'efficacité du module statique de diagnostic et de pronostic. La décision n'est pas basée sur les coûts d'interventions.

6.5.1.1 Scénario (1)

Après un temps de fonctionnement de 20000 Hrs, les résidus $[r_1, r_2, \dots, r_{10}] = [0, 1, 0, \dots, 0]$ sont détectés ce qui correspond à la signature de défaut des deux composants pompe (*Pmp*) et conduite (*Ppe*). La figure 6.8 résume les résultats d'analyse; la cause de la défaillance est 68% la pompe, alors qu'elle est de 3% pour la conduite. Par la méthode classique de décision en diagnostic, nous avons la même chance de panne pour les deux composants, et par conséquent, il n'est pas possible de décider. Ayant ce résultat, le module de supervision pourrait déduire que *Pmp* est le composant défaillant le plus probable pour ce scénario.

6.5.1.2 Scénario (2)

Dans ce cas, il est supposé avoir un ensemble de résidus dont la signature est inconnue, ce qui est un cas très fréquent pour l'approche de diagnostic à base des *RRAs*. Ceci pourrait être la cause des bruits de mesure ainsi que l'incertitude des paramètres du modèle BG. Après un fonctionnement de 20000 Hrs, les résidus (r_3, r_4, r_5) sont détectés avec des niveaux actifs. Comme on peut le voir sur la table 6.1, la signature de défaut $[0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0]$ ne correspond à aucun des composants du système, par contre il existe plusieurs signatures proches associées aux composants: T_2 , L_8 , F_{10} et Blr .

La méthode binaire classique ne nous permet pas aussi de déduire l'origine de la défaillance. L'inférence montre (Fig. 6.9): F_{10} est défaillant à 77%, T_2 à 49%, L_8 à 23%, F_3 à 4% et 0% pour Blr .

Sachant que les valeurs du *MTTF* correspondantes à T_2 et F_{10} sont respectivement $1.5 \cdot 10^5$ et 5376 Hrs (Tab. 6.1), il serait raisonnable de dire que F_{10} est le composant avec la plus grande probabilité de défaillance.

6.5.1.3 Scénario (3)

Pour ce scénario, nous supposons qu'avant d'arriver à un temps de fonctionnement de 20000 Hrs, nous devons faire attention à propos des probabilités a priori des défauts même si aucun résidu actif n'a été détecté. Considérons, par exemple, le cas où cette analyse soit faite après un temps de fonctionnement de 10000 Hrs avec aucun résidu détecté. La figure 6.10 montre les probabilités a priori et a posteriori des défauts pour chaque composant.

Il est clair que d'après ce graphique, le système d'instrumentation du processus commence à être dans une situation critique. Même si le capteur L_8 est redondant, ceci ne nous empêche pas de dire que F_3 et F_{10} nécessitent certainement une action de maintenance préventive.

Comme nous l'avons déjà évoqué au chapitre 4, l'amélioration de la phase de décision pour le module de diagnostic dans les cas de non isolabilité de la panne ainsi que la présence de signatures inconnues de défauts peut aussi aboutir à des actions qui font partie du module de

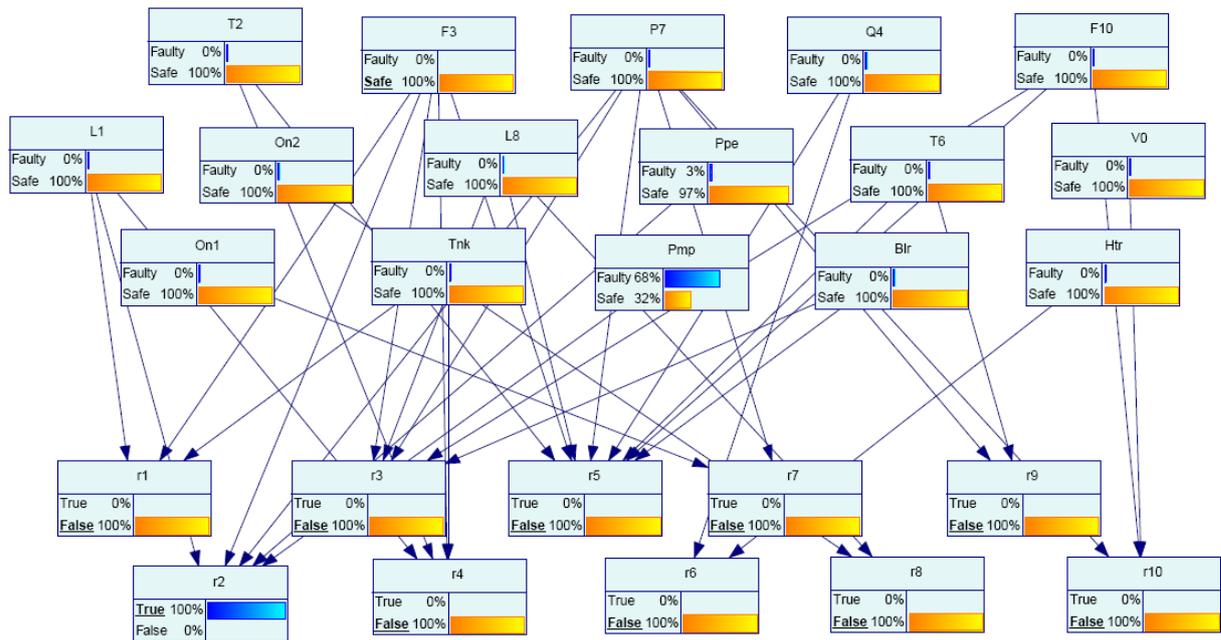


FIG. 6.8 – Résultats d'analyse pour le scénario 1

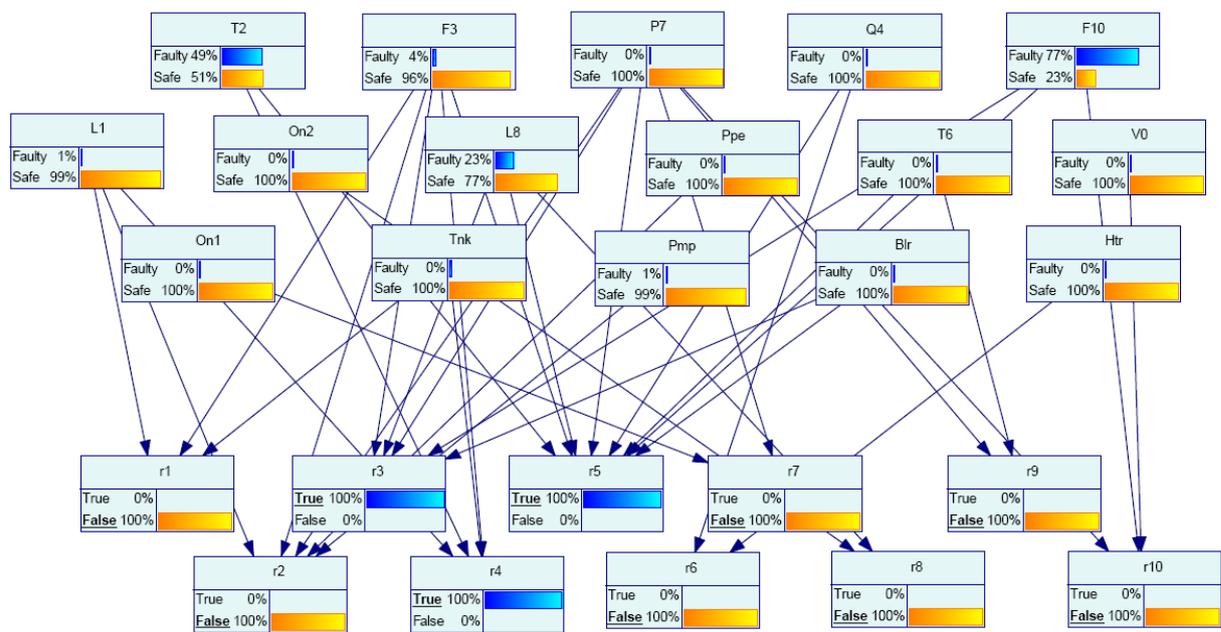


FIG. 6.9 – Résultats d'analyse pour le scénario 2

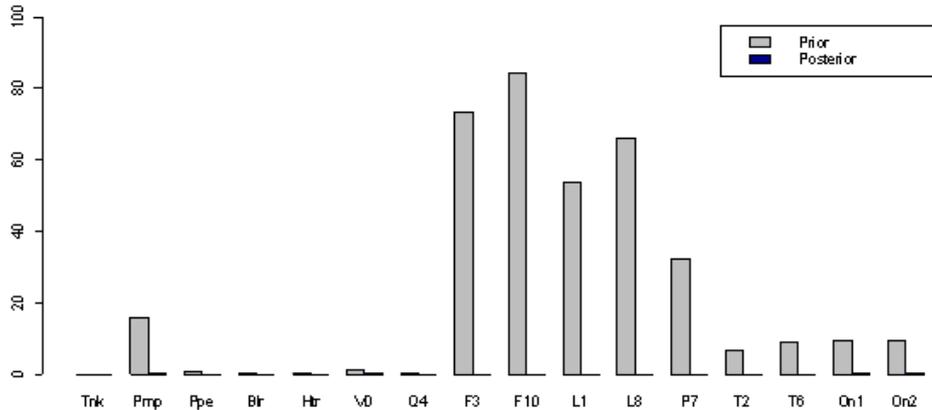


FIG. 6.10 – Probabilités à priori et à posteriori des défauts selon le scénario 3

pronostic pour empêcher (réduire) les événements indésirables. Ici, nous mettons le point sur l'intérêt du module étudié dans une stratégie de supervision, ceci peut être classifié comme une activité de supervision basée sur le risque.

6.5.2 Prise de décision par le modèle dynamique

Nous avons appliqué le deuxième scénario au modèle dynamique mais avec des activations plus ou moins aléatoires des résidus $[r_3, r_4, r_5]$. Les modèles RBD, sous forme compacte, pour deux séquences d'observation sont présentés aux figures 6.11 et 6.12. Les figures 6.13 et 6.14 montrent les résultats des simulations des deux séquences. La figure 6.14 montre que dès que la fin de la séquence d'observation des résidus présente une non détection du résidu r_4 , le résultat d'inférence bascule totalement vers la défaillance du composant F_{10} et ceci montre une bonne sensibilité du modèle par rapport à la variation de ce résidu.

En effet, pour introduire la fonction utilité (coûts des décisions) nous avons limité la prise de décision pour deux tranches de temps. La table d'utilité est définie selon le tableau 5.2. Dans ce cas nous proposons une continuation de l'analyse dynamique du deuxième scénario par les deux observations suivantes:

- Les résidus (r_3, r_4, r_5) sont détectés avec des niveaux actifs à l'instant $t - 1$, alors qu'à l'instant t seuls les résidus (r_3, r_5) sont actifs. La figure 6.15 montre le diagramme d'influence correspondant et l'analyse donne une utilité attendue de 0.9157 pour la décision "réparer le composant F_{10} " et 0.08421 pour la décision "ne pas réparer le composant F_{10} ".

- Les résidus (r_3, r_4, r_5) sont détectés avec des niveaux actifs à l'instant $t - 1$, alors qu'à l'instant t seuls les résidus (r_4, r_5) sont actifs (Figure 6.16). L'inférence donne une utilité attendue de 0.0974 pour la décision "réparer le composant F_{10} " et 0.9025 pour la décision

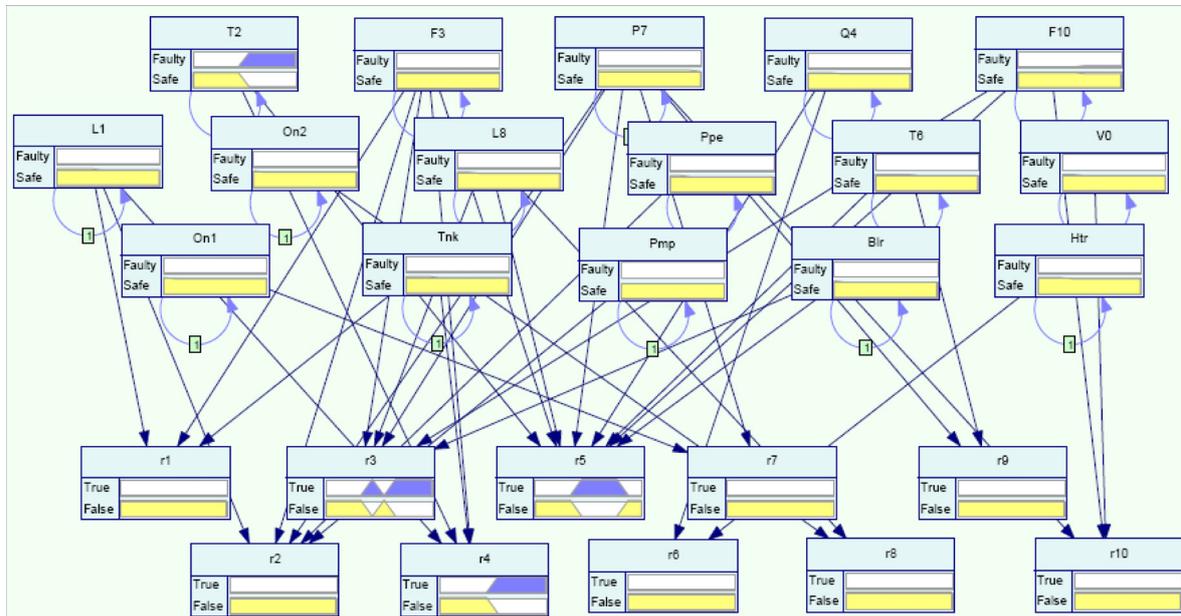


FIG. 6.11 – Modèle RBD sous forme compacte pour la première séquence d'observation

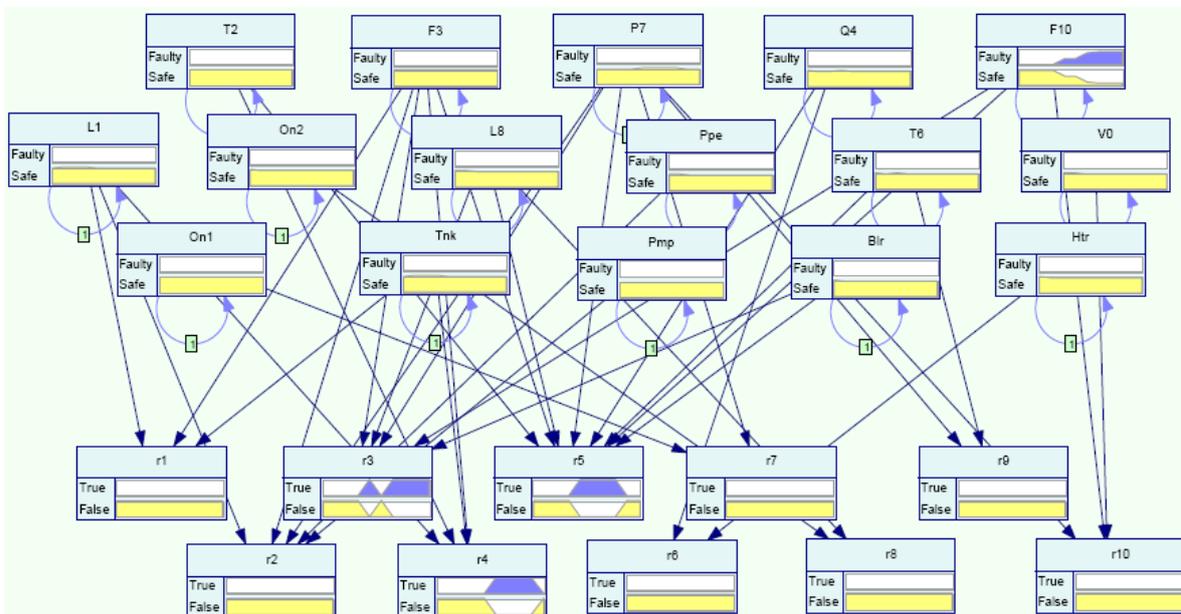


FIG. 6.12 – Modèle RBD sous forme compacte pour la deuxième séquence d'observation

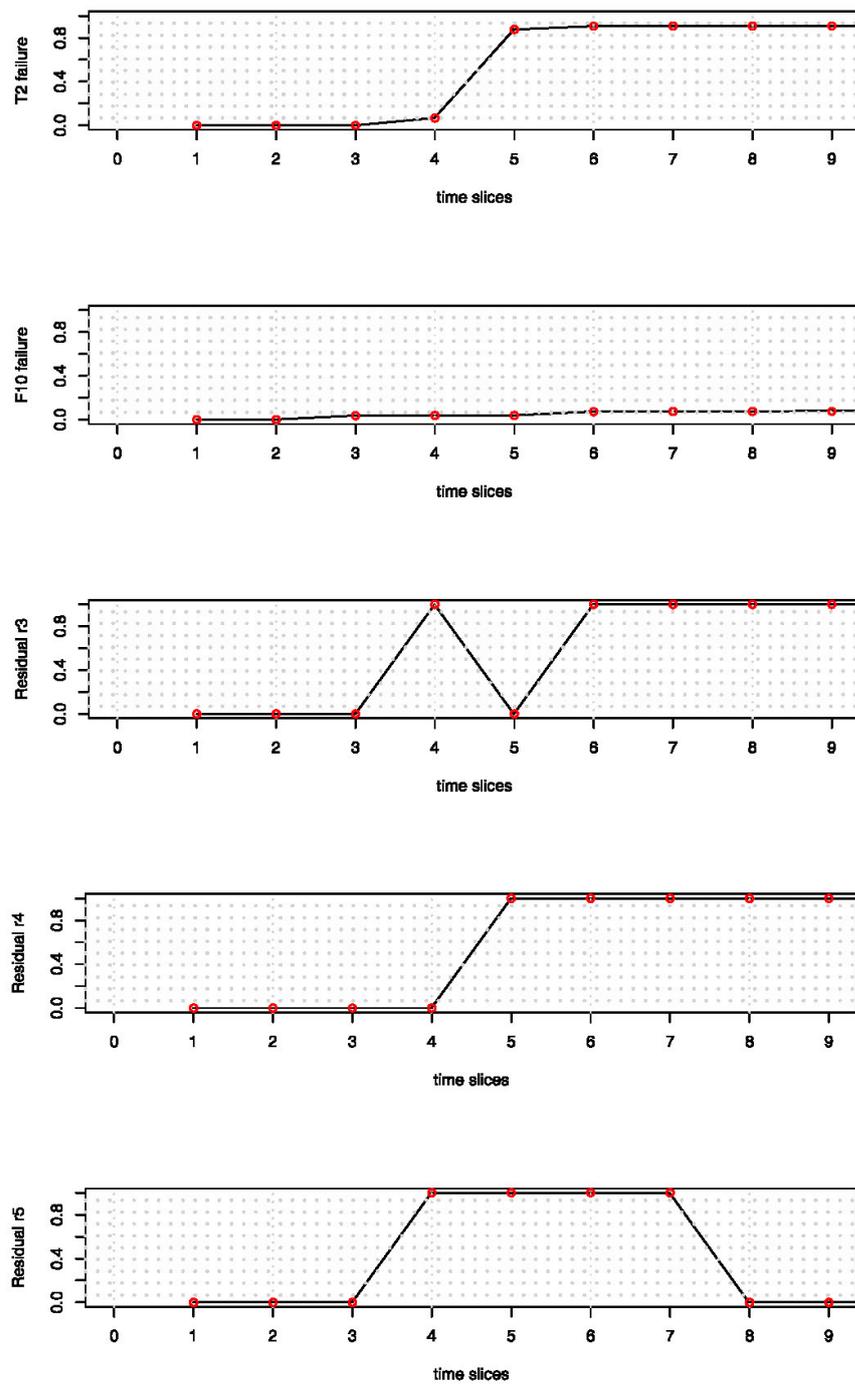


FIG. 6.13 – Résultats de simulation pour la première séquence d'observation

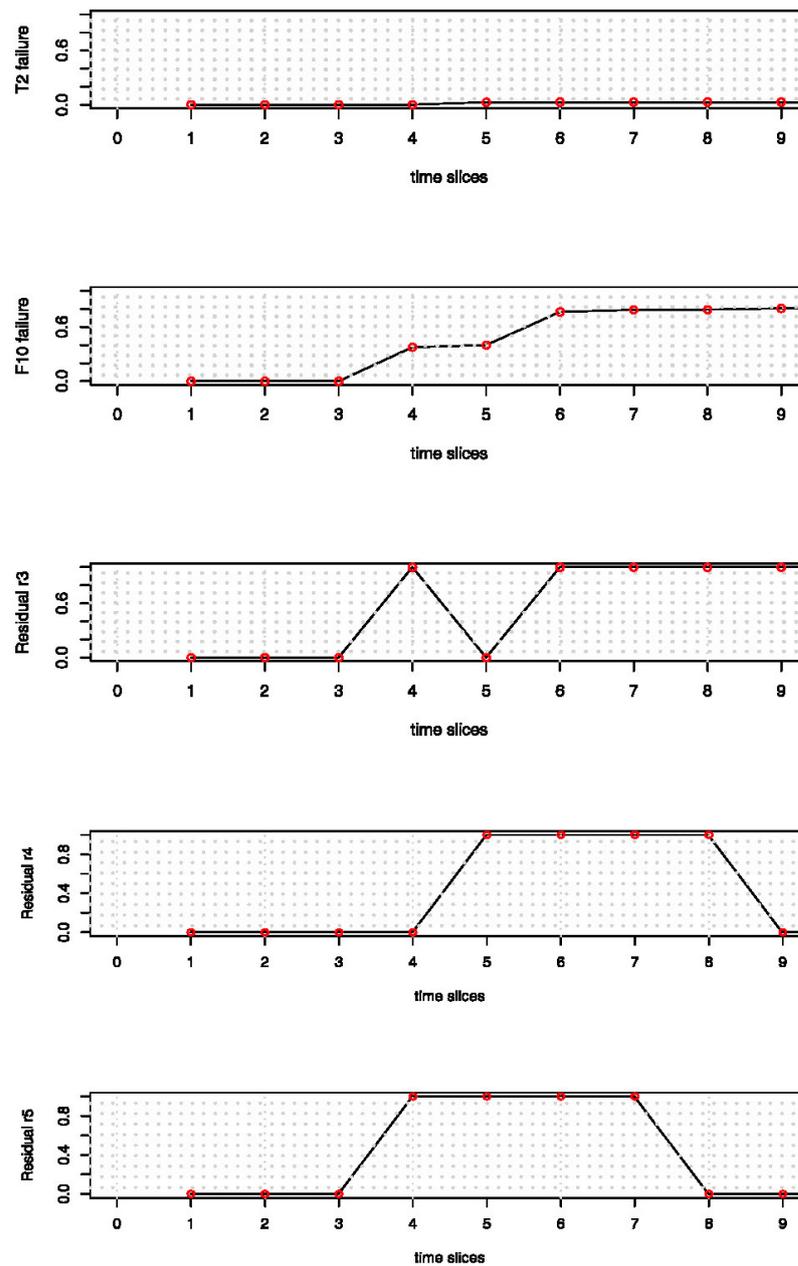


FIG. 6.14 – Résultats de simulation pour la deuxième séquence d'observation

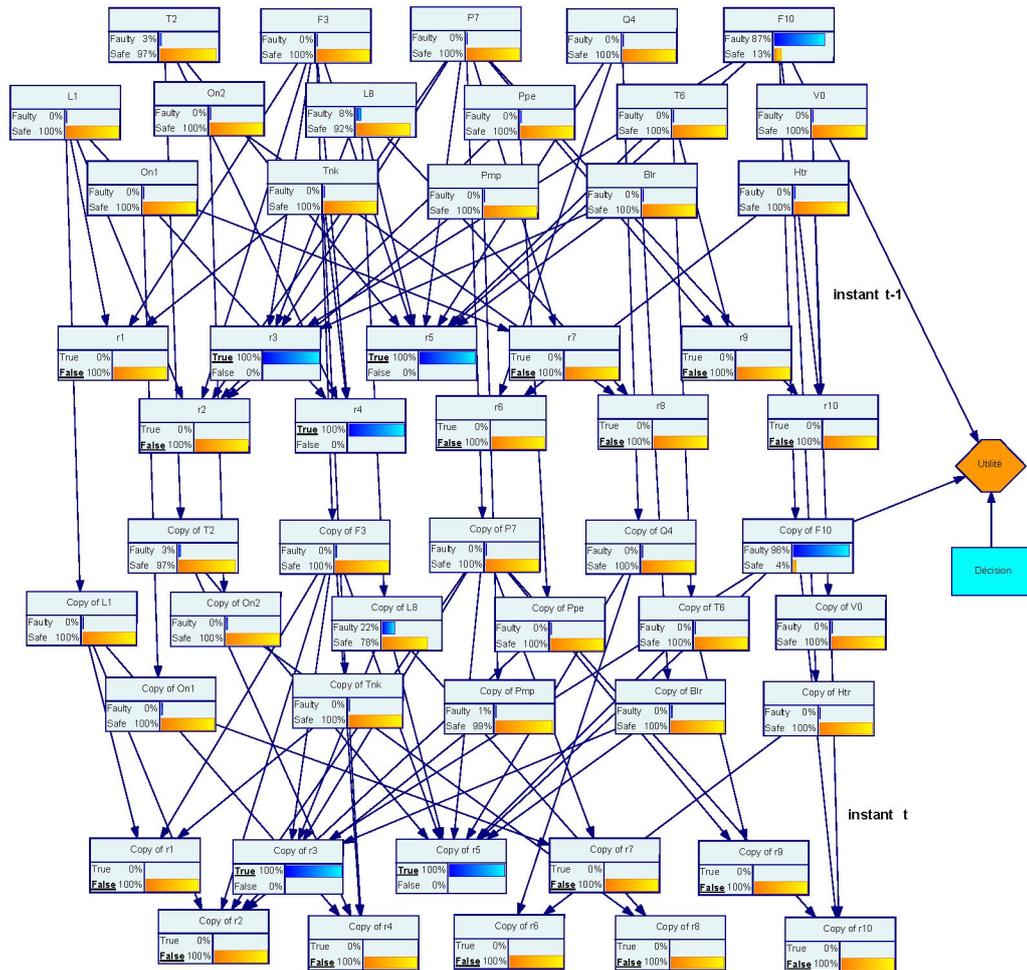


FIG. 6.15 – Diagramme d'influence pour la première observation

"ne pas réparer le composant F_{10} ". Nous notons que dans ce cas le composant T_2 est celui qui nécessite l'intervention.

6.6 Conclusion

L'application de l'approche proposée pour la décision sur une installation de générateur de vapeur donne des résultats satisfaisants. Il faut encore signaler que la précision de ces résultats dépend des données statistiques que ce soit des fausses alarmes et des non détections ou bien celles qui concernent les taux de défaillances des composants du système. En premier lieu, nous avons appliqué sur le modèle statique de la décision trois scénarios qui permettent de vérifier l'efficacité de la méthodologie. Par la suite, nous avons introduit un modèle dynamique pour la surveillance qui permet de prendre une décision en tenant compte des coûts des décisions

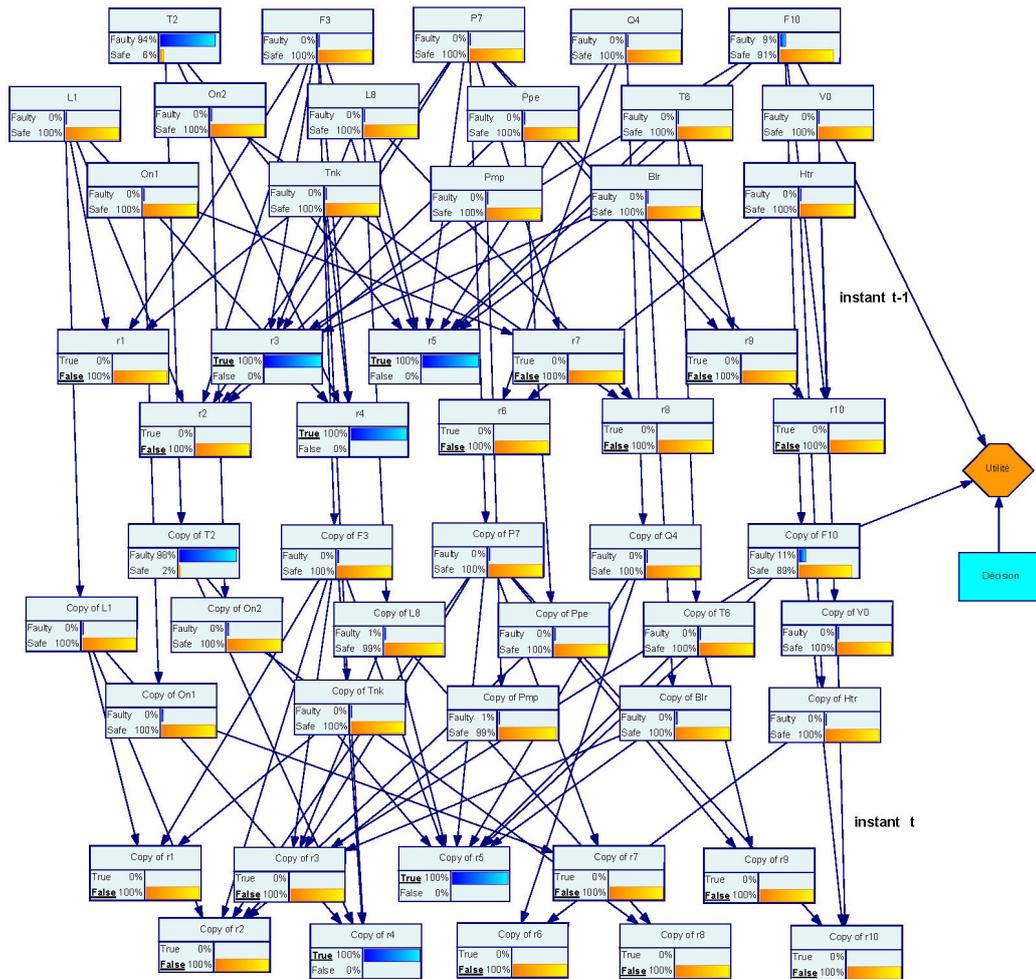


FIG. 6.16 – Diagramme d'influence pour la deuxième observation

ainsi que la variation des observations en fonction du temps. Dans ce cas, nous avons étendu l'étude du deuxième scénario. L'efficacité du module de pronostic a été prouvée au troisième scénario sauf que nous n'avons pas introduit la notion de fiabilité globale du système. Pour la détermination des scénarios critiques nous n'avons pas appliqué l'approche GTC car il s'agit d'un système thermo-fluide fortement couplé et l'application de telle approche nécessite plus de développement. Malgré la complexité du modèle dynamique l'étude a donné des résultats corrects pour deux simples scénarios montrant ainsi une intelligence artificielle du superviseur en temps réel.

Conclusion générale et perspectives

Dans ces travaux nous avons proposé une nouvelle méthodologie pour la supervision des systèmes dynamiques entre autres les systèmes hybrides. Notre contribution apparait dans la proposition d'une stratégie de supervision basée sur le risque en combinant deux approches graphiques. La première approche qui est les réseaux bayésiens est une approche probabiliste qui peut incorporer des données statistiques. Ces données concernent la fiabilité des composants du processus à superviser. Nous avons montré l'efficacité de cette approche dans la représentation des différentes structures de fiabilité des systèmes industriels tout en donnant la possibilité de déduire un modèle même en présence de données censurées (nous n'avons pas traité ce cas). Le modèle que nous avons associé à la supervision peut suivre non seulement des densités de type exponentielle ou Weibull mais aussi tout modèle fiabiliste de type bayésien hiérarchique.

Comme deuxième approche, nous avons exploité l'aspect fonctionnel et architectural de la représentation par bonds graph des systèmes physiques dans le contexte de diagnostic à base de modèle. Le point clé pour cette approche est que chaque nœud du graphe est associé à un composant physique. Nous avons montré l'intérêt de la méthode de relation de redondance analytique déduites à partir de ce modèle causal. En effet, nous avons associé aux résidus qui sont prévus pour le diagnostic à base du modèle bond graph exact le modèle de fiabilité déjà évoqué. Le modèle de diagnostic résultant est capable de prendre une décision face aux incertitudes de l'ensemble modèle bond graph et modèle de fiabilité en tenant compte des probabilités de fausses alarmes et de non détection.

La stratégie proposée nécessite beaucoup plus de travail pour qu'elle puisse offrir une décision adéquate qui tient compte des coûts des interventions. La méthodologie proposée permet une surveillance dynamique du processus et nous avons remarqué dans ce cas que le modèle peut devenir fastidieux pour un processus avec un grand nombre de composants. Il faut aussi noter que l'approche proposée nécessite une connaissance a priori sur les probabilités de fausses alarmes et de non détection ainsi qu'une étude complète sur les coûts des interventions et c'est probablement la tâche la plus pénible.

Nous proposons comme perspectives les travaux suivants:

- pour l'application sur le générateur de vapeur, utiliser l'approche GTC pour la déduction

des scénarios critiques.

- création d'un modèle dynamique avec une forme compacte avec des fonctions utilité/coûts pour tous les composants et les scénarios critiques.

- tenir compte des redondances matérielles passives dans le modèle réseau bayésien de la fiabilité.

- tenir compte des facteurs de stress évoqués dans le module de pronostic.

- création d'une plate forme logicielle permettant la lecture des résidus en temps réel, le calcul des fiabilités des composants en fonction des données dynamiques et l'inférence des réseaux de grande taille en utilisant une méthode approximative efficace.

Bibliographie

- [1] A. Zaidi, N. Zanzouri, M. Tagina, Modelling and Monitoring of Hybrid Systems by Hybrid Petri Nets and (Max, +) Algebra. 10th WSEAS International Conference on Systems Athens, Greece, Juillet 10-12, 2006.
- [2] A. Zaidi, N. Zanzouri, M. Tagina, Graphical Approaches for Modelling and Diagnosis of Hybrid Dynamic Systems. WSEAS Transactions on Systems Issue 10, Volume 5, pages 2322-2327, Octobre 2006.
- [3] J. Pearl. , Probabilistic reasoning in intelligent systems: Networks of plausible inference. Morgan Kaufman Publishers, Inc., San Mateo,CA, 2nd edition, 1988.
- [4] T. Bayes, A essay toward solving a problem in the doctrine of chance. Philosophical Transactions of the Royal Society, 53:370,418, 1763.
- [5] L. Zhaoyu, B. D'Ambrosio, Efficient Inference in Bayes Networks as a Combinatorial Optimization Problem. International Journal of Approximate Inference, Vol. 11, 1994.
- [6] F.V. Jensen, S.L. Lauritzen, K.G. Olesen, Bayesian updating in recursive graphical models by local computations. Computational Statistical Quaterly, 4:269-282, 1990.
- [7] R.G. Cowell, A.P. Dawid, S.L. Lauritzen, D.J. Spiegelhalter, Probabilistic Networks and Expert Systems. ISBN: 0-387-98767-3, 1999.
- [8] A.P. Dawid, Applications of a general propagation algorithm for probabilistic expert systems. Statistics and Computing, 2:25-36, 1992.
- [9] P. Naim, P-H Wuillemin, P. Leray, O. Pourret, A. Becker, Réseaux bayésiens. Eyrolles ISBN:2-212-11137-1, 2004.
- [10] G. Cooper, Probabilistic inference using belief networks is NP-hard. Artificial Intelligence, 42:393-405, 1990.
- [11] U. N. Lerner, Hybrid Bayesian Networks for reasoning about complex systems. Thesis Stanford University October 2002.
- [12] H. Taylor, S. Karlin, An Introduction to Stochastic Modeling. Academic Press, San Diego, third edition, 1998.
- [13] W.K. Hastings, Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. Biometrika, 57: 97-109, 1970.

-
- [14] C. Andrieu, N. de Freitas, A. Doucet, M. I. Jordan, An introduction to MCMC for Machine Learning. Kluwer Academic Publishers vol 50, pages 5-43, 2001.
- [15] S. Geman, D. Geman, Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. *IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6(6):721-741, 1984.
- [16] F. Leray, Réseaux bayésiens : apprentissage et modélisation de systèmes complexes. Habilitation à diriger les recherches Spécialité Informatique, Automatique et Traitement du Signal, Université de Rouen France, novembre 2006.
- [17] S.L. Zabell, W.E. Johnson's, 'Sufficientness' Postulate. *The Annals of Statistics*, Vol. 10, No. 4, 1982.
- [18] C. Robert, *The bayesian Choice : a decision-theoretic motivation*. Springer, New York, 1994.
- [19] A. Dempster, N. Laird, D. Rubin, Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society, B* 39 :1-38, 1977.
- [20] O. François, P. Leray, Etude comparative d'algorithmes d'apprentissage de structure dans les réseaux bayésiens. Dans *Journal électronique d'intelligence artificielle* 5 (39) pages1-19, Juillet 2004.
- [21] R. Robinson, Counting unlabeled acyclic digraphs. In C. Little, editor, *Combinatorial Mathematics V*, volume 622 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 28–43, Berlin, Springer, 1977.
- [22] G. Schwartz. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2) :461–464, 1978.
- [23] F. Jensen, *Introduction to bayesian networks*. UCL Press, Londres, 1996.
- [24] R. G. Almond, An extended example for testing graphical-belief. Technical Report 6, Statistical Sciences Inc., Seattle, WA, 1992.
- [25] L. Portinale, A. Bobbio, S. Montani, From artificial intelligence to dependability: Modeling and analysis with Bayesian networks. In *Modern Statistical and Mathematical Methods in Reliability* (A. G. Wilson, N. Limnios, S. A. Keller-McNulty and Y. M. Armijo, eds.) pages 365-381. World Scientific, Singapore, 2005.
- [26] A. Bobbio, L. Portinale, M. Minichino, E. Ciancamerla, Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into Bayesian networks. *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 71, No. 3, pages 249-260, 2001.
- [27] J. G. Torres-Toledano, L. E. Sucar. Bayesian networks for reliability analysis of complex systems. Dans *Proceedings of the 6th Ibero-American conference on AI (IBERAMIA 98)*, Lecture notes in artificial intelligence, Vol. 1484, pages 195-206. Berlin, Germany: Springer, 1998.

-
- [28] H. Boudali, J. B. Dugan, A continuous-time Bayesian network reliability modeling and analysis framework. *IEEE Trans. on Reliability*, Vol. 55, No. 1, pages 86-97, 2006.
- [29] H. Boudali, J. B. Dugan, A discrete-time Bayesian network reliability modeling and analysis framework. *Reliability Engineering and System Safety journal*, Vol. 87, No. 3, pages 337-349, Mars 2005.
- [30] J. D. Andrews, T. R. Moss, *Reliability and Risk Assessment*. Longman Scientific & Technical, Harlow, 1993.
- [31] Hugin, 2011. \www.hugin.com.
- [32] Netica, 2011. \www.norsys.com.
- [33] D. Marquez, M. Neil, N. E. Fenton, A new Bayesian Network approach to Reliability modeling. Dans 5th International Mathematical Methods in Reliability Conference (MMR 07) , 1-4 Juillet, 2007.
- [34] A.V. Kozlov, D. Koller, Nonuniform dynamic discretization in hybrid networks. Dans: Geiger D, Shenoy PP, editors, *Uncertainty in artificial intelligence*, vol. 13, pages 314–25, 1997.
- [35] D. Koller, U. Lerner, D. Angelov, A general algorithm for approximate inference and its applications to hybrid Bayes nets. Dans: Laskey KB, Prade H, editors, *Proceedings of the 15th conference on uncertainty in artificial intelligence*, pages 324–33, 1999.
- [36] Agena Ltd., 2011. <http://www.agenarisk.com>.
- [37] M. Neil, M. Tailor, D. Marquez, Inference in hybrid Bayesian networks using dynamic discretization. Dans *Statistics and Computing* , Vol. 17, No. 3, pages 219-233, 2007.
- [38] S. Moral, R. Rumi, A. Salmeron, Mixtures of truncated exponentials in hybrid Bayesian networks. Dans *Sixth European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty*, Vol. 2143 *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 145–167. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2001.
- [39] D. Marquez, M. Neil, N. Fenton, M. Tailor, P. Hearty, Modeling Dependable Systems using Hybrid Bayesian Networks. *Reliability Engineering and System Safety*, 93(7): pages 933-939, 2008.
- [40] G. W. Alyson, T. L. Graves, M. S. Hamada, C. Shane Reese, *Advances in Data Combination, Analysis and Collection for System Reliability Assessment*. *Statistical Science*, Vol. 21, No. 4, pages 514-531, 2006.
- [41] S. C. Reese, V.E. Johnson, M. Hamada, A. Wilson, A Hierarchical Model for the Reliability of an Anti-aircraft Missile System . UT MD Anderson Cancer Center Department of Biostatistics Working Paper Series. Working Paper 9, December 2005.
- [42] A. G. Wilson, A. V. Huzurbazar, Bayesian networks for multilevel system reliability. *Reliability engineering & systems safety*, Vol. 92, No.10, pages 1413-1420, 2007.

-
- [43] G. Arroyo-Figueroa, L. E. Sucar, A temporal Bayesian network for diagnosis and prediction. In *Uncertainty in Artificial Intelligence, Proceedings of the 15th UAI Conference*, pages 13–20, 1999.
- [44] S. F. Galán and F. J. Díez, Modeling dynamic causal interactions with Bayesian networks: temporal noisy gates. Dans *2nd International Workshop on Causal Networks (CaNew'2000) Held in Conjunction With ECAI 2000*, Berlin, Germany, pages 1–5, Août 2000.
- [45] S. F. Galán and F. J. Díez, Networks of probabilistic events in discrete time. *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 30, no. 3, pages 181–202, Septembre 2002.
- [46] P. Weber, D. Theilliol, C. Aubrun, A. Evsukoff, Increasing effectiveness of model-based fault diagnosis: A dynamic bayesian network design for decision making. 6th IFAC SAFEPROCESS, Beijing, RP China, Août, 2006.
- [47] L. Portinale, A. Bobbio, D. C. Raiteri, S. Montani, Compiling Dynamic Fault Trees into Dynamic Bayesian Nets for Reliability Analysis: The RADYBAN Tool. BMA, Volume 268 of CEUR Workshop Proceedings, CEUR-WS.org, 2007.
- [48] F. V. Jensen, T. D. Nielsen, *Bayesian Networks and Decision Graphs*. Second Edition in Information Science and Statistics Springer ISBN-10: 0-387-68281-3, 2007.
- [49] K. P. Murphy, *Dynamic Bayesian Networks: Representation, Inference and Learning*. PhD de l'Université de California Berkley, 2002.
- [50] X. Boyen, D. Koller, Tractable inference for complex stochastic processes. Dans *Proceedings of the 14th Annual Conference on Uncertainty in AI (UAI)*, pages 33–42, Madison, Wisconsin, Juillet 1998.
- [51] K. J. Sullivan, J. B. Dugan, D. Coppit, The Galileo fault tree analysis tool. Dans *Proceedings of the 29th Annual International Symposium on Fault-Tolerant Computing*, pages 232–235, Juin 1999.
- [52] P. Weber, L. Jouffe, Complex system reliability with dynamic object oriented bayesian networks. *Reliability engineering & systems safety*, vol. 91, no2, pages 149–162, 2006.
- [53] M.S. Hamada, A. G. Wilson, C. S. Reese, H. F. Martz, *Bayesian Reliability*. Springer series in statistics, ISBN 978-0-387-77948-5, 2008.
- [54] G. Casella, An Introduction to Empirical Bayes Data Analysis. *The American Statistician*, Vol. 39, No. 2, pages 83–87, Mai 1985.
- [55] D. G. Robinson, *A Hierarchical Bayes Approach to System Reliability Analysis*. SANDIA REPORT SAND 2001-3513, Sandia National Laboratories Albuquerque, New Mexico 87185 and Livermore, California 94550, 2001.
- [56] J-M. Marin, C. P. Robert, *Bayesian Core: A Practical Approach to Computational Baye-*

- sian Statistics. ISBN-13: 978-0-387-38979-0 Springer Science+Business Media, LLC, 2007.
- [57] D. P. Gaver, I. G. O’Muircheartaigh, Robust Empirical Bayes Analyses of Event Rates. *Technometrics*, Vol. 29, No. 1, pages 1-15, Février 1987.
- [58] D. J. Lunn, A. Thomas, N. Best, D. Spiegelhalter, WinBUGS- a Bayesian modelling framework :concepts, structure, and extensibility. *Statistics and Computing*, springer, Vol. 10, No. 4, pages 325-337, 2000.
- [59] W. Weibull, A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics* Vol. 18, pages 293–297, 1951.
- [60] H. Rinne, *The Weibull Distribution A Handbook*. Justus-Liebig-University Giessen, Germany. ISBN 978-1-4200-8743-7, CRC press, Taylor & Francis Group, 2009.
- [61] J.F. Lawless, *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. Wiley, New York, 1982.
- [62] H. Jeffreys, *Theory of Probability*. Oxford University Press, Oxford, 1961.
- [63] W. R. Gilks, P. Wild, Adaptive Rejection Sampling for Gibbs Sampling, *Applied Statistics*, Vol. 41, No. 2 , pages 337-348, 1992.
- [64] R Development CoreTeam, R: a language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, /www.r-project.org, 2008.
- [65] P. P. Rodriguez, The ars Package. February 8, 2009.
- [66] S. M. Lynch, *Introduction to Applied Bayesian Statistics and Estimation for Social Scientists*. Springer Science+Business Media, LLC, ISBN 978-0-387-71264-2, 2007.
- [67] D. L. Kelly, C. L. Smith, Bayesian inference in probabilistic risk assessment-The current state of the art. *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 94, No. 2, pages 628-643, 2009.
- [68] T. J. DiCiccio, R. E. Kass, A. E. Raftery, L. Wasserman, Computing Bayes’ factors by combining simulation and asymptotic approximations. *Journal of the American Statistical Association*, 92:903–915, 1997.
- [69] K. P. Burnham, D. R. Anderson, *Model Selection and Multimodel Inference*. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [70] A. Ben Salem, A. Muller, P. Weber, Bayesian networks in system reliability analysis. Dans *Proceedings of 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of technical processes the SAFEPROCESS*, Beijing, P.R. Chi, 2006.
- [71] P. Weber, L. Jouffe, Reliability modelling with dynamic bayesian networks. Dans *SafeProcess 2003, 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Washington DC, 2003.
- [72] U. Nodelman, C.R. Shelton, D. Koller, Continuous Time Bayesian Networks. Dans

-
- Proceedings of the 18th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI), pages 378-387, 2002.
- [73] A. Mokhtari, Diagnostic des systèmes hybrides: développement d'une méthode associant la détection par classification et la simulation dynamique. Thèse de doctorat de l'Université de Toulouse, 2007.
- [74] D.G. Luenberger, An introduction to observers. IEEE transactions on Automatic control, vol. AC-16, No. 16, pages 596-602, 1971.
- [75] S. Haykin, Kalman filtering and neural networks. John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-22154-6, 2001.
- [76] J. Gertler, Fault detection and Diagnosis in Engineering Systems. Marcel Dekker, New York, 1998.
- [77] R. Isermann, Supervision, Fault Detection and Fault Diagnosis Methods- An introduction. Control Eng. Practice, Vol. 5, No. 5, pages 639-652, 1997.
- [78] T. Kempowsky, Surveillance de procédés à base de méthodes de classification: Conception d'un outil d'aide pour la détection et le diagnostic des défaillances. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2004.
- [79] T. Escobet, L. Travé-Massuyès, S. Tornil, J. Quevedo, Fault detection of a gas turbine fuel actuator based on qualitative causal models. European Control Conference (ECC'01), Porto, Portugal, pages 2741-2746, septembre 2001.
- [80] D. Dustegor, Aspects Algorithmiques de l'Analyse Structurale pour la Surveillance. Thèse de doctorat de l'Université des sciences et technologies de Lille, 2005.
- [81] D. Maquin, J. Ragot, Diagnostic des systèmes linéaires. Edition Hermes Science Europe, ISBN 2-7462-0133-x, 2000.
- [82] V. Cocquemot, Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes. Rapport d'habilitation à diriger des recherches, Université des sciences et technologies de Lille, 2004.
- [83] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, M. Staroswiecki, Diagnosis and Fault-Tolerant Control, 2nd Edition, ISBN-10 3-540-35652-5 Springer, 2006.
- [84] H. Paynter, Analysis and Design of Engineering Systems, MIT press, 1961.
- [85] W. Borutzky, Bond Graph Methodology Development and Analysis of Multidisciplinary Dynamic System Models. ISBN 978-1-84882-881-0, springer 2010.
- [86] A. K. Samantaray, B. Ould Bouamama, Model-based Process Supervision A Bond Graph Approach, ISBN 978-1-84800-158-9, Springer 2008.
- [87] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J-P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis, Modélisation et Identification des Processus. tome2, Editions Technip ISBN 2-7108-0616-0, 1992.

-
- [88] J. U. Thoma, B. Ould Bouamama, *Modelling and Simulation in Thermal and Chemical Engineering, Bond graph Approach*. Springer Verlag, 2000.
- [89] D. Maquin, M. Luong, J. Ragot, Fault detection and isolation and sensor network design. *European journal of automation* Vol. 31, No. 2, pages 393–406, 1997.
- [90] P. Declerck, *Analyse structurale et fonctionnelle des grands systèmes: Application à une centrale PWR 900 MW*. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 1991.
- [91] R. Izadi-Zamanabadi, M. Blanke, Ship propulsion system as a benchmark for fault tolerant control. *Control Engineering Practice* Vol. 7, pages 227–239, 1999.
- [92] B. Ould Bouamama, Bond graph approach as analysis tool in thermofluid model library conception. *Journal of the Franklin Institute* Vol. 340, No. 1, pages 1 – 23, 2003.
- [93] A. L. Dulmage, N. S. Mendelsohn, Covering of bipartite graphs. *Canadian Journal of Mathematics* Vol. 10, pages 517–534, 1958.
- [94] M. Staroswiecki, J. Ph. Cassar, Ph. Declerck, A structural framework for the design of FDI in large scale industrial plants. *Issues of fault diagnosis for Dynamic Systems*, Springer Verlag, 2000.
- [95] K. Medjaher, *Contribution de l’outil Bond graph pour la conception de systèmes de Supervision des processus industriels*. Thèse de doctorat de l’Université des Sciences et Technologies de Lille 2005.
- [96] H. Wang, D. Linkens. *A qualitative Bond Graph Reasoning Approach*. World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems, Vol. 14, ISBN 981-02-2658-6, 1996.
- [97] M. Tagina, *Application de la Modélisation Bond Graph À la Surveillance Des Systèmes Complexes*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, France, 1995.
- [98] V. Cocquempot, *Surveillance des processus industriels complexes, génération et optimisation des relations de redondance analytiques*. Thèse de doctorat, Université de Lille I, France, 1991.
- [99] M. Tagina, D. Mosiek, G. Dauphin-Tanguy, Determination of a computational method for the generation of analytical redundancy relations using a bond graph approach. Dans ESS’95, Erlangen, October 1995.
- [100] F. Busson, *Les bond graphs multiénergies pour la modélisation et la surveillance en génie des procédés*. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 2002.
- [101] B. Ould Bouamama, M. Staroswiecki, G. Dauphin-Tanguy, A.K. Samantary, Model builder using functional and bond graph tools for FDI design. *Control Engineering Practice (CEP) journal*, 13 (7) pages 875-891, 2005.

-
- [102] Dymola, 2011. \www.dymola.com.
- [103] Z. Shi, F. Gu, B. Lennox, A.D. Ball, The development of an adaptive threshold for model-based fault detection of a nonlinear electro-hydraulic system. *Control Engineering Practice*, 13:1357-1367, 2005.
- [104] J. Armengol, J. Vehi, M. A. Sainz, P. Herrero, Fault detection in a pilot plant using interval models and multiple sliding windows. Dans N. Eva Wu, editor, *Safeprocess 2003*, pages 729-734, Washington DC, USA, IFAC, 2003.
- [105] M. Basseville, I. V. Nikiforov, *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. Prentice Hall, ISBN 0-13-126780-9, 1993.
- [106] R. Wang, *Statistical theory*. Xian Jiaotong University Press China, 2003.
- [107] A. Wald, *Sequential Analysis*. Wiley, New York, 1947.
- [108] G. Lorden, Open-ended tests for Koopman-Darmois families. *Annals Statistics*, vol.1, no 4, pages 633-643, 1973.
- [109] E.S. Pages, An improvement to Wald's approximation for some properties of sequential tests. *Jal Royal Statistical Society*, vol.B-16, no 1, pages136-139, 1954.
- [110] J. P. Cassar, M. Staroswiecki, A structural approach for the design of failure detection and identification systems. *Proceedings IFAC/IFIP/IMACS Conference on Control of Industrial Processes*, Belfort, France, pages 329-334, 1997.
- [111] M. Meyer, J.M. Le Lann, B. Koehret, M. Enjalbert, Optimal selection of sensor location on a complex plant using a graph oriented approach. *Computer Chemical Eng.* Vol. 18, pages 535-540, 1994.
- [112] M. A. Djeziri, B. Ould Bouamama, R. Merzouki, Modelling and robust FDI of steam generator using uncertain bond graph model. *Journal of Process Control*, Vol. 19, Issue 1, Janvier, pages 149-162, 2009.
- [113] D. Koller, U. Lerner, Sampling in Factored Dynamic Systems. Dans *Sequential Monte Carlo Methods in practice*: pages 445-464, Springer-Verlag, New York, 2000.
- [114] I. Roychoudhury, G. Biswas, X. Koutsoukos, A bayesian approach to efficient diagnosis of incipient faults. Dans *17th International Workshop on Principles of Diagnosis DX*, pages 243-264, 2006.
- [115] G. Biswas, G. Simon, N.Mahadevan, S. Narasimhan, J. Raminez, G. Karsai, A robust method for hybrid diagnosis of complex systems. Dans *5th IFAC symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS*, pages 1125-1131, 2003.
- [116] P.J. Gawthrop, Bicausal bond graphs. Dans *ICBGM'95*, pages 83-88, Las Vegas, USA, 1995.

-
- [117] R. J. Patton, J. Chen, Observer-based fault detection and isolation : Robustness and applications. *Control Engineering Practice*, 5(5):671-682, 1997.
- [118] A. Bregon, B. Belarmino, G. Biswas, X. Koutsoukos, Generating possible conflicts from bond graphs using temporal causal graphs. 23rd European Conference on Modelling and Simulation ECMS'09, Juin 9-12, Madrid, Spain pages 675-682, 2009.
- [119] N. Mehranbod, M. Soroush, C. Panjapornpon, A method of sensor fault detection and identification. *Journal of Process Control* Vol. 15, pages 321-339, 2005.
- [120] U. Lerner, R. Parr, D. Koller, G. Biswas, Bayesian fault detection and diagnosis in dynamic systems. Dans *Proc. Of the 17th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)* pages 531-537, 2000.
- [121] M. Anderson, R. Anderson, K. Wheeler, Filtering in hybrid dynamic Bayesian networks. *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 5 , pages 773 -776, 2003.
- [122] X. Zhang, K. A. Hoo, Effective fault detection and isolation using bond graph-based domain decomposition. *Computers and Chemical Engineering* vol. 35, pages 132-148, 2011.
- [123] S. Lauritzen, F. Jensen, Stable local computation with conditional Gaussian distributions. Technical Report R-99-2014, Dept. Math. Sciences, Aalborg Univ. , 1999.
- [124] U. Lerner, E. Segal, D. Koller, Exact inference in Networks with Discrete Children of Continuous Parents. *Uncertainty in Artificial Intelligence*, vol. 17, Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, pages 319-328, 2001.
- [125] G. Casella, E. I. George, Explaining the Gibbs Sampler. *American Statistician*, Vol. 46, No. 3 pages 167-174, Août, 1992.
- [126] J. N. Rouder, J. Lu, P. Speckman, D. Sun, Y. Jiang, A hierarchical model for estimating response time distributions. *Psychonomic Bulletin & Review*, 12 (2), pages 95-223, 2005.
- [127] Genie, 2011. \genie.sis.pitt.edu.
- [128] P.J. Mosterman, G. Biswas, Diagnosis of continuous valued systems in transient operating regions. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, vol. 29, pages 554-565, 1999.
- [129] G. Dauphin-Tanguy, A. Rahmani, C. Sueur, Formal determination of controllability/observability matrices for multivariable systems modelled by bond graph. Dans *International IMACS/SILE Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing Systems'92*, pages 573-578, Kobe, Japon, 1992.
- [130] F. Guenab, Contribution aux systèmes tolérants aux défauts: Synthèse d'une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la fiabilité des composants. Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1, Février 2007.

-
- [131] M. T. Todinev, *Risk-Based Reliability Analysis and Generic Principles for Risk Reduction*. Elsevier Science & Technology Books, ISBN: 0080447287, 2006.
- [132] N. D. Singpurwalla, *Reliability and Risk: A Bayesian Perspective*. John Wiley & Sons Ltd, ISBN-10: 0-470-85502-9, 2006.
- [133] A. Mkhida, *Contribution à l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des Systèmes Instrumentés de Sécurité intégrant de l'intelligence*. Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, Novembre 2008.
- [134] M-H. Mazouni, *Pour une Meilleure Approche du Management des Risques: De la Modélisation Ontologique du Processus Accidentel au Système Interactif d'Aide à la Décision*. Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, Novembre 2008.
- [135] M. Monteau, M. Favaro, *Bilan des méthodes d'analyse a priori des risques*. INRS, 1990.
- [136] D. Smith, *Fiabilité maintenance et risque*. Traduit de l'anglais par la promotion 2006 du Master MTC2M sous la direction de Daniel Gouadec, Dunod ISBN 2 10 049780 4, 2006.
- [137] S. Swaminathan, C. Smidts, *The Event Sequence Diagram framework for dynamic Probabilistic Risk Assessment*. *Reliability Engineering and Systems Safety* vol. 63, pages 73–90, 1999.
- [138] A. Mosleh, C. Wang, K. Groth, Z. Mohagegh, *Integrated Methodology for Identification, Classification and Assessment of Aviation system Risk*. Prepared for Federal Aviation Administration (FAA), Center for Risk and Reliability, 2005.
- [139] M. Ji, Z. Zhang, G. Biswas, N. Sarkar, *Hybrid fault adaptive control of a wheeled mobile robot*. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 8(2):226-233, 2003.
- [140] A. Friis-Hansen, *Bayesian Networks as a Decision Support Tool in Marine Applications*. Department of Naval Architecture and Offshore Engineering Technical University of Denmark, Décembre 2000.
- [141] P. Ribot, *Vers l'intégration diagnostic/pronostic pour la maintenance des systèmes complexes*. Thèse de Doctorat de l'Université de Toulouse, Décembre 2009.
- [142] E.J. Henley, H. Kumamoto, *Reliability Engineering and Risk Assessment*. Prentice-Hall Inc. ,1981.
- [143] M.T. Todinov, *Reliability analysis and setting reliability requirements based on the cost of failure*. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 11 (3), pages 1–27, 2004.
- [144] R. A. Howard, J. E. Matheson, *Influence diagrams*. Dans R. A. Howard and J. E. Matheson, editors, *readings on the Principles and Applications of Decision Analysis*, vol. 2, pages 719–762, Strategic Decision Group, 1984.
- [145] S. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence: A modern approach*. Prentice Hall, ISBN 0-13-103805-2, 1995.

-
- [146] W. Watthayu, Y.Peng, A Bayesian Network based framework for multi-criteria decision making. MCDM 2004, Whistler, B. C. Canada Août 6-11, 2004.
- [147] A. Ben Salem, Modèles Probabilistes de Séquences Temporelles et Fusion de Décisions. Application à la Classification de Défauts de Rails et à leur Maintenance. Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1, Mars 2008.
- [148] E. D. Efaga, Analyse des données du retour d'expérience pour l'organisation de la maintenance des équipements de production des PME/PMI dans le cadre de la MBF (Maintenance Basée sur la Fiabilité). Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur Strasbourg I, Décembre 2004.
- [149] Z. Mohaghegh-Ahmadabadi, On The Theoretical Foundations and Principles of Organizational Safety Risk Analysis. PhD, Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, 2007.
- [150] T. Kohda , W. Cui, Risk-based reconfiguration of safety monitoring system using dynamic Bayesian network. Reliability Engineering and System Safety vol. 92, pages 1716–1723, 2007.
- [151] J. Gertler, Fault detection and isolation using parity relations. Control Engineering Practice, 5 No. 5:653-661, 1997.
- [152] R. Isermann, Process fault detection based on modelling and estimation methods: A survey. Automatica, 20:387-404, 1994.
- [153] A. Mukerjee, A.K. Samantaray, System modeling through bond graph objects on symbols 2000. International Conference on bond graph Modeling and Simulation (ICBGM'01), Vol. 33, pages 164-170, Simulation series, 2001.
- [154] Naval SurfaceWarfare Center Carderock Division, Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical equipment. CARDEROCKDIV, NSWC-07, 28 Septembre, 2007.
- [155] B. Ould-bouamama, K. Medjaher , A.K. Samantary, M. Staroswiecki , Supervision of an industrial steam generator Part I and II. Control Engineering Practice vol. 14, pages 71-83, 2006.
- [156] B. Ould-bouamama, M. Staroswiecki, A.K. Samantaray, Software for Supervision System Design In Process Engineering Industry. 6th IFAC, SAFEPROCESS, pages 691-695, Beijing, China, 2006.
- [157] S.I. Suddle, P.H. Waarts, The Risk of Safety:An integration of psychological and mathematical approaches. A paper for special issue of the journal Risk Decision and Policy (26/08/03).
- [158] A. Aitouche, B. Ould-bouamama, Sensor location with respect to fault tolerance Properties. International Journal of Automation and Control Inderscience Publishers , Vol.4, Issue 3. pages 298 - 316, 2010.

-
- [159] G. Yang, Life Cycle Reliability Engineering, John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-471-71529-0, 2007.
- [160] A. Zaidi, N. Zanzouri, M. Tagina, Approches quantitatives et qualitatives pour le diagnostic des systèmes dynamiques hybrides. Séminaire SAI'2006, 10-11-12 Février, Gabès Matmata-Tunisie, 2006.
- [161] A. Zaidi, M. Tagina, B. Ould Bouamama, Reliability Data for improvement of Decision-Making in Analytical Redundancy Relations Bond Graph based Diagnosis. IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Montréal, Canada, Juillet 6-9, 2010.
- [162] A. Zaidi, B. Ould Bouamama, M. Tagina, Bayesian reliability models of Weibull systems: State of the art. International Journal of Applied Mathematics and computer Science, 2012.
- [163] A. Zaidi, B. Ould-Bouamama, M. Tagina, Bond Graph and Bayesian Networks for Reliable Diagnosis, International Journal of SIMULATION: Systems, Science & Technology, 2012.

Quatrième partie

Annexes

Annexes

A. Les concepts de la fiabilité

A.1 Généralités

La fiabilité est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données pendant un intervalle de temps donné. Elle peut être aussi définie comme étant la probabilité ou la "chance", selon quelques références, qu'une entité exécutera d'une manière satisfaisante ses fonctions projetées pour une période de temps et des conditions d'exploitation spécifiées. En se basant sur cette définition, la théorie de probabilité peut être utilisée pour analyser la fiabilité d'un système comportant plusieurs composants. Comme la performance d'un système dépend de la performance de ses composants, la fiabilité de celui-ci est fonction de la fiabilité de ses composants. La notion de fiabilité est devenue de plus en plus importante surtout dans la phase de conception d'appareils ou de logiciels. Dans les systèmes où une défaillance peut être catastrophique, tels que les avions, navettes spatiales et centrales nucléaires, une conception basée sur la fiabilité ne peut être que vitale. La durée de vie d'un composant est une fonction du temps mais aussi des conditions de fonctionnement (température, pression, humidité, etc...). Ces facteurs doivent être spécifiés pour estimer cette durée de vie qui peut être considérée, la plupart des temps, comme une variable aléatoire qui suit une distribution statistique paramétrée. De nos jours, on parle de systèmes qui tolèrent les défaillances pour accomplir une tâche dont l'arrêt peut être catastrophique. Pour réussir ces systèmes, il serait recommandable de passer par une étude de la fiabilité. L'élaboration d'un modèle de fiabilité d'un système quelconque peut être le fruit d'un travail de plusieurs personnes; un travail mathématique permettant de combiner des distributions usuelles pour en déduire une distribution proche de la réalité, un travail statistique qui peut être réalisé par un système GMAO relevant l'historique des pannes ou le cumul de tests de rupture du composant et l'avis des experts du domaine. Le modèle de fiabilité doit pouvoir intégrer toutes ces connaissances pour entamer une démarche de production ou prendre une décision en diagnostic.

A.2 Métriques de la fiabilité

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques définitions et métriques reliés à la notion de fiabilité.

Fonction densité de probabilité (FDP): Elle est notée $f(t)$, elle indique la distribution de la défaillance sur toute la plage de temps et représente la vitesse absolue de la défaillance. Plus cette fonction est grande plus le nombre de défaillances augmente sur un intervalle de temps petit autour de t . Bien que $f(t)$ est rarement utilisée pour la mesure de la fiabilité, elle est la grandeur essentielle pour dériver d'autres métriques et mener d'autres études analytiques profondes.

Fonction de distribution cumulative (FDC): Elle est notée $F(t)$, elle représente la probabilité qu'un produit "tombe" en panne à un temps spécifiée t . C'est la probabilité de défaillance, souvent interprétée comme la fraction de la population qui tombe en panne à t . Mathématiquement elle est définie comme suit:

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(u)du, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

L'équation (1) est équivalente à:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}. \quad (2)$$

Dans le cas où la distribution de la durée de vie d'un composant est exponentielle de paramètre λ qui est appelé taux de défaillance, la FDP est :

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t), \quad t \geq 0, \quad (3)$$

et la FDC est:

$$F(t) = \int_{-\infty}^t \lambda \exp(-\lambda u)du = 1 - \exp(-\lambda t), \quad t \geq 0. \quad (4)$$

Fiabilité: On appelle fiabilité ou fonction de survie la fonction $R(t)$ telle que:

$$\begin{aligned} R(t) &= 1 - F(t) = P(X > t) = \int_t^{\infty} f(u)du \\ &= P(\text{le composant ait fonctionné sur } [0, t]). \end{aligned} \quad (5)$$

Elle est appelée aussi la probabilité de succès.

A partir des équations (3) et (5), la fiabilité d'une distribution en exponentielle est :

$$R(t) = \exp(-\lambda t), \quad t \geq 0. \quad (6)$$

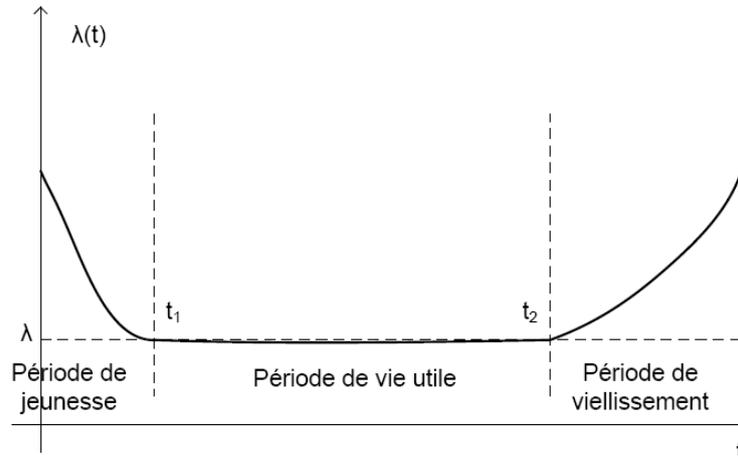


FIG. 1 – Courbe de baignoire

Taux de panne instantanée (Hazard function): Dans le cas où X suit une loi continue, on peut définir le taux de panne instantanée $\lambda(t)$ par :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta t} P(X \in]t, t + \Delta t] | X > t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}. \quad (7)$$

A partir des équations (3) , (6) et (7), le taux de panne instantanée de la distribution en exponentielle est constant:

$$h(t) = \lambda$$

Taux de panne cumulée : Il est noté $\Delta(t)$, déterminé par la relation:

$$\Delta(t) = \int_{-\infty}^t \lambda(t) dt. \quad (8)$$

Généralement, il existe trois types de taux de panne instantanée : un taux décroissant, un taux constant et un taux croissant. Ceci peut être montré par la courbe de baignoire (Fig.1).

La première période jusqu'à t_1 , correspond à la jeunesse du composant pendant laquelle le taux de panne instantanée décroît. Entre les instants t_1 et t_2 , ce taux devient constant, ce qui correspond à la période de vie utile du composant. Au de la de t_2 , une période de vieillissement commence où la probabilité de tomber en panne augmente avec le temps (dégradation). Parmi les lois usuelles en fiabilité, la loi de Weibull qui permet de caractériser une de ces trois périodes grâce à son paramètre de forme. La loi exponentielle est un cas particulier de la loi de Weibull et caractérise la période de vie utile. Nous présentons ces deux lois ci-après.

MTTF (Mean time to failure): est la durée de vie attendu $E(T)$ d'un composant non réparable. Il est défini comme suit:

$$MTTF = E(T) = \int_{-\infty}^{\infty} tf(t)dt. \quad (9)$$

Le *MTTF* est une mesure du centre de la distribution de vie.

Variance: notée $Var(T)$, est la mesure de l'étendue de la distribution de vie, elle est définie par :

$$Var(T) = \int_{-\infty}^{\infty} [t - E(T)]^2 f(t)dt. \quad (10)$$

Quantile: est déterminé par un calcul intégral. Par exemple, le médian d'une distribution continue $f(t)$ est obtenue en résolvant l'équation

$$.5 = \int_{-\infty}^Q f(t)dt. \quad (11)$$

A.3 Distributions usuelles

A.3.1 Exponentielle

La loi exponentielle est la loi la plus simple des lois des distributions de défaillance. Elle modélise la dégradation de plusieurs types de composants et appareillages. Son FDP dépend d'un seul paramètre λ

$$f(t|\lambda) = \lambda \exp(-\lambda t), t \geq 0, \lambda > 0. \quad (12)$$

Son $MTTF = E(T) = \frac{1}{\lambda}$, et $Var(T) = 1/\lambda^2$.

La fonction Hazard est constante, elle vaut $\lambda(t) = \lambda$. La distribution exponentielle est un cas particulier de la distribution gamma avec $\alpha = 1$. Si on introduit un paramètre pour le retard τ , la distribution devient:

$$f(t|\lambda, \tau) = \lambda \exp(-\lambda(t - \tau)), t \geq \tau > 0, \lambda > 0. \quad (13)$$

Ce qui entraîne un déplacement du *MTTF* vers $\frac{1}{\lambda} + \tau$ sans modifier la variance.

A.3.2 Weibull

En effet, dans plusieurs applications telles que la modélisation de la fiabilité des composants électroniques ainsi que les systèmes électromagnétiques l'utilisation de la loi exponentielle ne permet pas de modéliser correctement la fiabilité et la distribution Weibull a montré une souplesse pour la modélisation des différents régions de la courbe de baignoire (Fig. 1).

La FDP de la distribution de Weibull est:

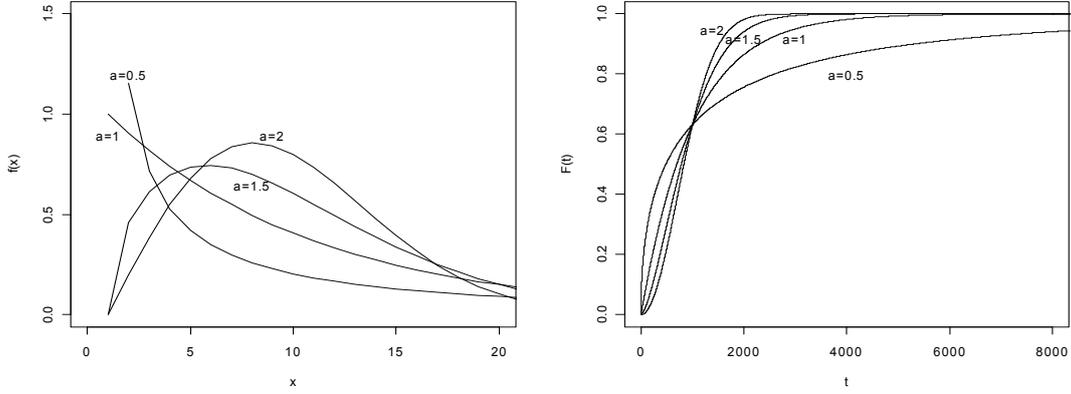


FIG. 2 – Courbes des FDP et FDC de la distribution de Weibull

$$f(t|a,b,\tau) = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{t-\tau}{b}\right)^{a-1} \exp\left[-\left(\frac{t-\tau}{b}\right)^a\right], \quad (14)$$

a est le paramètre de forme, b est le paramètre d'échelle, et τ le paramètre de retard. Nous pouvons remarquer que si $a = 1$ la distribution devient exponentielle.

La fiabilité est :

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau}{b}\right)^a\right]. \quad (15)$$

La figure 2 montre pour $b = 1$, les courbes correspondantes à $a = 0.5, 1, 1.5, 2$ des fonctions FDP et FDC. La fonction hazard est donnée par l'expression

$$h(t) = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{t-\tau}{b}\right)^{a-1}. \quad (16)$$

Le *MTTF* :

$$MTTF = E(T) = \tau + b\Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right), \quad (17)$$

et la variance :

$$Var(T) = b^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right)\right)^2\right]. \quad (18)$$

A.3.3 Gamma

La FDP de la distribution Gamma est

$$f(t|\alpha,\lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t), \quad t > 0, \alpha > 0, \lambda > 0. \quad (19)$$

Sa moyenne est $E(T) = \frac{\alpha}{\lambda}$, et sa variance est $Var(T) = \frac{\alpha}{\lambda^2}$.

A.3.4 Log-normale

La FDP de la distribution Log-normale est

$$f(t|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\log(t) - \mu)^2\right], \quad t > 0, -\infty < \mu < +\infty, \sigma > 0. \quad (20)$$

Sa moyenne est $E(T) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$, et sa variance est $Var(T) = \exp(2\mu + 2\sigma^2) - \exp(2\mu + \sigma^2)$.

A.4 Modèle réseaux bayésien de la fiabilité

A.4.1 Système série

Un système est dit série si la défaillance d'un ou plusieurs composants du système entraîne la défaillance totale de celui-ci. En d'autres termes, tous les composants doivent fonctionner pour que le système soit fonctionnel. Supposons que le système série est composé de n composants mutuellement indépendants. Cette mutuelle indépendance consiste au fait que la défaillance d'un composant n'affecte pas la durée de vie des autres composants. Nous utilisons les notations suivantes:

- E_i = l'événement composant i est opérationnel.
- E = l'événement système opérationnel.
- R_i = fiabilité du composant i .
- R = fiabilité du système.

Par définition, la probabilité de succès du fonctionnement du système est la probabilité de succès de tous ses composants:

$$R = P(E) = P(E_1.E_2...E_n). \quad (21)$$

A cause de la mutuelle indépendance des événements, ceci implique que:

$$R = P(E_1).P(E_2)...P(E_n) = \prod_{i=1}^n R_i. \quad (22)$$

La représentation de cette relation série entre deux composants A et B est réalisée par le réseau bayésien de la figure 3. Nous considérons que la valeur 1 indique le succès et la valeur 0 l'échec ou la défaillance. La probabilité du réseau est :

$$P(S,A,B) = P(A)P(B)P(S|A,B), \quad (23)$$

et la marginalisation de la probabilité de succès ou échec du composant global S est:

$$P(S) = \sum_{A,B} P(A)P(B)P(S|A,B). \quad (24)$$

Si nous voulons calculer, par exemple, la probabilité de succès $P(S = 1)$ sachant que, d'après les propriétés d'un système sèrie :

$$P(S = 1|A = 0, B = 0) = 0 \quad (25)$$

$$P(S = 1|A = 0, B = 1) = 0$$

$$P(S = 1|A = 1, B = 0) = 0$$

$$P(S = 1|A = 1, B = 1) = 1.$$

Nous aurons à la fin pour un système sèrie S avec deux composants A et B :

$$P(S = 1) = P(A = 1)P(B = 1). \quad (26)$$

Le calcul de la probabilité d'échec du système à remplir sa fonction ou la probabilité de défaillance de S sera

$$P(S = 0) = 1 - P(S = 1).$$

A.4.2 Système parallèle

Un système est dit parallèle si et seulement si la défaillance de tous les composants du systèmes provoque la défaillance du système total. En d'autres termes, un système parallèle fonctionne avec succès si au moins un de ses composants est opérationnel. Nous utilisons les notations suivantes: \bar{X} le complément de X où X peut être E_i ou $E; E_i, E, R_i$ et R sont définis comme au paragraphe précédent; F est la FDC. Pour un système parallèle avec n

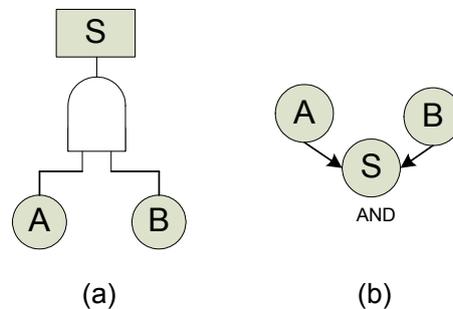


FIG. 3 – Système sèrie:(a) Arbre de Défaillance (b) RB équivalent

composants mutuellement indépendants, la probabilité de défaillance du système global est défini par:

$$F = P(\bar{E}) = P(\bar{E}_1.\bar{E}_2...\bar{E}_n). \quad (27)$$

Comme $\bar{E}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ sont mutuellement indépendants, cette équation peut s'écrire:

$$F = P(\bar{E}_1).P(\bar{E}_2)...P(\bar{E}_n) = \prod_{i=1}^n (1 - R_i). \quad (28)$$

La fiabilité du système global est le complément de F :

$$R = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i). \quad (29)$$

La représentation de cette relation parallèle entre deux composants A et B est réalisée par le réseau bayésien de la figure 4.

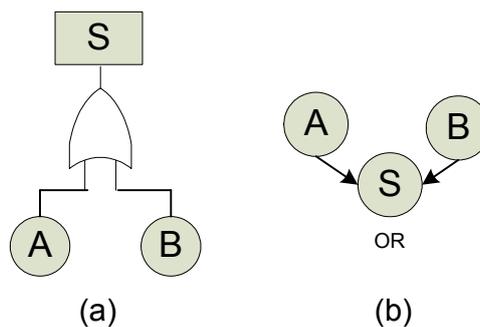


FIG. 4 – *Système parallèle : (a) AD (b) RB équivalent*

La représentation sous forme de RB est identique à celle du système série. Seulement l'expression de $P(S|A,B)$ qui varie. Calculons la probabilité de défaillance du système global:

$$P(S = 0) = \sum_A P(A) \sum_B P(B) P(S = 0|A,B). \quad (30)$$

Or, d'après la définition d'un système parallèle, nous avons seulement:

$$P(S = 0|A = 0, B = 0) = 1.$$

Les autres probabilités sont nulles. Nous aurons pour un système parallèle S avec deux composants A et B :

$$P(S = 0) = P(A = 0)P(B = 0). \quad (31)$$

Le calcul de la probabilité de succès du système à remplir sa fonction sera :

$$P(S = 1) = 1 - P(S = 0), \quad (32)$$

d'où

$$P(S = 1) = 1 - [1 - P(A = 1)][1 - P(B = 1)]. \quad (33)$$

A.4.3 Systèmes redondants

Un système redondant contient dans sa configuration un ou plusieurs composants ou sous-systèmes en standby. Ces unités, qui sont généralement de secours, permettent au système de continuer le fonctionnement si l'unité primaire tombe en panne. La défaillance du système est provoquée quand les unités de secours eux aussi tombent en panne. La redondance permet ainsi d'augmenter la fiabilité du système, elle est très utilisée dans les systèmes critiques. Un système redondant peut être soit actif, l'exemple de systèmes parallèles est typique dans ce contexte, soit passif, c'est le cas où le fonctionnement de l'unité de secours ne démarre qu'après la défaillance de l'unité primaire. La redondance passive est appelée aussi froide et cette configuration nécessite un capteur qui détecte la défaillance de l'unité primaire et un actionneur qui permet de basculer vers l'unité de secours. Il existe des applications où le système redondant est chargé partiellement dès le début du fonctionnement, on parle de redondance de type tiède (warm standby). Nous nous traitons dans ce paragraphe que le cas de redondance passive (froide) avec un système de basculement parfait ou imparfait.

Redondance froide avec système de basculement parfait:

Considérons le cas de deux composants A et B où A est le composant primaire. Le système global S survit jusqu'au temps t si l'un des événements suivants arrive:

- Le composant A (dont la durée de vie est T_A) ne tombe pas en panne à l'instant t ; c'est-à-dire $T_A \geq t$.
- Si A tombe en panne à l'instant τ ($\tau < t$), le composant de secours B (dont la durée de vie est T_B) continue à fonctionner pendant la durée $(t - \tau)$ et ne tombe pas en panne. Par conséquent l'expression de la fiabilité du système sera

$$\begin{aligned} R_S(t) &= P[(T_A \geq t) + (T_A < t).(T_B \geq t - \tau)] \\ &= P(T_A \geq t) + P[(T_A < t).(T_B \geq t - \tau)] \\ &= R_A(t) + \int_0^t f_A(\tau)R_B(t - \tau)d\tau. \end{aligned} \quad (34)$$

Le modèle RB de cette configuration est présenté à la figure 5.

Nous pouvons remarquer que le calcul de $P(S)$ nécessite la connaissance de la probabilité conditionnelle $P(B|A)$. Après une simplification des termes nuls, nous pouvons déduire que

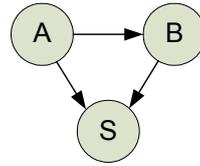


FIG. 5 – Redondance passive avec un système de basculement parfait

$$\begin{aligned}
 P(S = 1) &= P(A = 1)P(B = 1|A = 1)P(S = 1|A = 1, B = 1) \\
 &+ P(A = 0)P(B = 1|A = 0)P(S = 1|A = 0, B = 1) \\
 &= P(A = 1) + P(A = 0)P(B = 1|A = 0) \\
 &= R_S(t).
 \end{aligned} \tag{35}$$

Redondance froide avec système de basculement imparfait:

Généralement, le système de basculement est composé d'un capteur de défaillance de l'unité primaire, qui peut être par exemple un capteur de tension pour un système de redondance de sources de tension et un actionneur qui permet le basculement vers l'unité de secours et ceci peut être pour cet exemple un contacteur. En réalité, le système de basculement possède lui aussi une certaine durée de vie qui peut être modélisée par une des distributions de probabilité usuelle (Weibull ou exponentielle). Considérons que la fiabilité de celui-ci est R_S . Le modèle RB d'un système redondant avec deux composants A (primaire) et B est présenté à la figure 6.

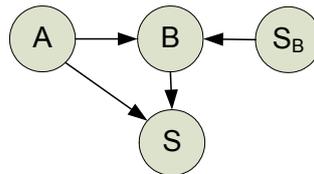


FIG. 6 – Redondance passive avec un système de basculement imparfait

On aura

$$\begin{aligned}
 P(S = 1) &= P(A = 1) + P(S = 1)P(A = 0)P(B = 1|A = 0) \\
 &= R_A(t) + \int_0^t R_{S_B}(\tau)f_A(\tau)R_B(t - \tau)d\tau.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Facteur de couverture:

Dans la modélisation des systèmes redondants, il est important de tenir compte du facteur de couverture [25]. Ce facteur est défini comme étant la probabilité qu'une seule défaillance dans le système redondant entraîne la défaillance du système global. La couverture explique le fait que le mécanisme de la récupération peut être imparfait et la redondance peut être dans ce cas non opérative en présence d'une seule défaillance. La représentation sous forme de modèle RB prendra la même forme que celle de la figure 3(b), alors que la table de probabilité sera définie comme suit

$$\begin{aligned}
 P(S = 1|A = 1, B = 1) &= 1 \\
 P(S = 1|A = 1, B = 0) &= 1 - c \\
 P(S = 1|A = 0, B = 1) &= 1 - c \\
 P(S = 1|A = 0, B = 0) &= 0,
 \end{aligned} \tag{37}$$

avec c le facteur de couverture.

A.4.4 Système avec une structure inconnue

Il y'a des applications avec des structures complexes qui ne peuvent pas être représentées ni par un diagramme de fiabilité ni par un arbre de défaillance. Dans ce cas les RBs sont une solution efficace pour l'étude de la fiabilité de ces systèmes. Cette approche récente est utilisée non seulement dans ce contexte mais aussi dans la phase de conception de systèmes fiables. Prenons l'exemple de l'étude de l'indépendance de fonctionnement de deux composants d'un système. L'approche RB nous permet de capturer l'interaction des deux composants pour produire un fonctionnement global correct ou dégradé du système. Reprenons l'exemple du RB de la figure 3(b). Dans le cas de distributions marginales et conditionnelles inconnues, la probabilité de succès de S s'écrit

$$P(S = 1) = \pi_S = \alpha_1 \pi_A \pi_B + \alpha_2 \pi_A (1 - \pi_B) + \alpha_3 (1 - \pi_A) \pi_B + \alpha_4 (1 - \pi_A) (1 - \pi_B), \tag{38}$$

où π_A, π_B et π_S sont les probabilités de succès de A , B et S , et α_i sont les probabilités conditionnelles définies selon le tableau 1.

Il est possible d'associer des distributions a priori de type uniforme pour les probabilités conditionnelles, surtout si les intervalles $[\alpha_k, \beta_k]$ des probabilités sont connues

$$P(S = 1|A = i, B = j) \sim Uniform(\alpha_k, \beta_k). \tag{39}$$

En présence de données d'observations, les distributions marginales peuvent être déterminées par inférence au niveau du réseau.

TAB. 1 – Probabilités conditionnelles pour un système à structure inconnue

A	B	$P(S = 1 A,B)$
1	1	α_1
1	0	α_2
0	1	α_3
0	0	α_4

A.4.5 Système avec une cause commune de défaillance

Les systèmes avec une cause commune de la défaillance sont généralement représentés par l'arbre de défaillance de la figure 7.

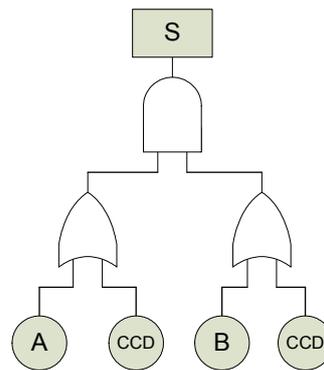


FIG. 7 – Arbre de défaillance correspondant à une cause commune de défaillance

La représentation équivalente sous forme de RB ne change pas selon Bobbio et al.[26] puisque les probabilités conditionnelles seront dépendants de la probabilité de défaillance du système dans le cas où une ou tous les composants sont défaillants à la suite d'une cause commune de défaillance. Cette probabilité sera notée α_{CCD} . Les probabilités conditionnelles seront définies comme suit

$$\begin{aligned}
 P(S = 1|A = 1, B = 1) &= 1 \\
 P(S = 1|A = 1, B = 0) &= \alpha_{CCD} \\
 P(S = 1|A = 0, B = 1) &= \alpha_{CCD} \\
 P(S = 1|A = 0, B = 0) &= \alpha_{CCD}.
 \end{aligned} \tag{40}$$

La probabilité de succès du système global S sera:

$$P(S = 1) = \alpha_{CCD}(1 - \pi_A\pi_B) + \pi_A\pi_B. \quad (41)$$

B. Test d'hypothèses

Le test d'hypothèse consiste à vérifier que la fonction de distribution empirique (FDE) $F_0(x|\theta)$ peut représenter correctement les données d'échantillons de la FDC $F(x|\theta)$. Cette hypothèse peut être formulée simplement comme suit

$$H_0 : F_n(x) = F_0(x|\theta = \theta_0), \quad (42)$$

avec θ_0 est le vecteur de paramètres déjà estimés à partir des données d'observations.

Malgré que le test de χ^2 est largement utilisé à cause de sa simplicité et de la possibilité de son application sur les distributions discrètes telles que binomiale ou poisson, ce test demande un nombre important d'échantillons, or ce nombre peut ne pas être disponible. Dans le cas d'une distribution continue telle que Weibull, les tests de Kolmogorov-Smirnov et Anderson-Darling deviennent plus efficaces.

En effet nous avons trouvé un nombre intéressant de tests dans la littérature dont les plus importants sont classés en deux classes : classe supremum et classe quadratique. Les formules suivantes donnent les définitions de ces statistiques supremum

- D^+ est la différence la plus large verticalement si $F_n(x)$ est supérieure à $F_0(x|\theta)$:

$$D^+ := \sup_x \{F_n(x) - F_0(x|\theta)\}. \quad (43)$$

- D^- est la différence la plus large verticalement si $F_n(x)$ est inférieure à $F_0(x|\theta)$:

$$D^- := \sup_x \{F_0(x|\theta) - F_n(x)\}. \quad (44)$$

- Statistique de Kolmogorov-Smirnov

$$D := \sup_x \{|F_n(x) - F_0(x|\theta)|\} = \max\{D^+, D^-\}. \quad (45)$$

- Statistique de Kuiper

$$V := D^+ + D^-, \quad (46)$$

D permet de détecter un écart (saut) de la moyenne dans les deux directions et par conséquent, c'est un test sur les deux côtés. Par contre V détecte un saut de la variance.

La classe quadratique est donnée par la famille de statistiques de Cramer-Von Mises

$$Q := n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F_0(x|\theta)]^2 \omega(x) dF_0(x|\theta), \quad (47)$$

où $\omega(x)$ est une fonction de pondération. Les statistiques les plus importantes dans cette classe sont:

- Statistique de Anderson-Darling pour $\omega(x) = \{F_0(x|\theta)[1 - F_0(x|\theta)]\}^{-1}$

$$A^2 := n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[F_n(x) - F_0(x|\theta)]^2}{F_0(x|\theta)[1 - F_0(x|\theta)]} dF_0(x|\theta). \quad (48)$$

- Statistique de Watson

$$U^2 := n \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ F_n(x) - F_0(x|\theta) - \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F_0(x|\theta)] dF_0(x|\theta) \right\}^2 dF_0(x|\theta). \quad (49)$$

Dans ce cas A^2 permet de détecter un écart (saut) de la moyenne dans les deux directions et par conséquent, c'est un test sur les deux côtés et U^2 pour la détection d'un saut de la variance.

Les analystes préfèrent la statistique de Anderson-Darling sur celle de Kolmogorov-Smirnov car A^2 donne la pondération aux observations dans les queues et donc a tendance à détecter des alternatives où plus d'observations surviendront [60]. Dans le cas d'une $F_n(x)$ continue, les statistiques déjà mentionnées se calculent facilement à partir de la FDE $F_0(x|\theta)$. Supposons

$$Z_i = F_0(X_{i:n}|\theta) \quad (50)$$

alors

$$D^+ := \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{i}{n} - Z_i \right\} \quad (51)$$

$$D^- := \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ Z_i - \frac{i}{n} \right\} \quad (52)$$

$$A^2 := -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln Z_i + \ln(1 - Z_{n+1-i})] \quad (53)$$

$$U^2 := \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[Z_i - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 - n(\bar{Z} - 0.5)^2, \quad \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i. \quad (54)$$

Dans le cas de données non censurées et d'une distribution FDC spécifiée, il faut suivre les étapes suivantes pour réaliser le test :

1. Mettre les données d'observations X_i dans un ordre croissant : $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$.

2. Calculer $Z_i = F_0(X_{i:n}|\theta_0)$, $i = 1, \dots, n$.
3. Calculer la statistique désirée à partir des formules précédentes.
4. Modifier le test statistique pour les queues supérieures et inférieures selon la table de la figure 8. Comparer les statistiques calculées après modification avec les queues supérieures à des niveaux de signification α . Si la statistique dépasse la valeur pour la queue supérieure à un niveau α alors H_0 est rejetée au niveau α .

Statistic		Significance level α							
T	Modified form T^*	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
		upper tail percentage points							
$D^+(D^-)$	$D^+(\sqrt{n} + 0.12 + 0.11/\sqrt{n})$	0.828	0.973	1.073	1.224	1.358	1.518	1.628	1.859
D	$D(\sqrt{n} + 0.12 + 0.11/\sqrt{n})$	1.019	1.138	1.224	1.358	1.480	1.628	1.731	1.950
V	$V(\sqrt{n} + 0.155 + 0.24/\sqrt{n})$	1.420	1.537	1.620	1.747	1.862	2.001	2.098	2.303
W^2	$(W^2 - 0.4/n + 0.6/n^2)(1.0 + 1.0/n)$	0.209	0.284	0.347	0.461	0.581	0.743	0.869	1.167
U^2	$(U^2 - 0.1/n + 0.1/n^2)(1.0 + 0.8/n)$	0.105	0.131	0.152	0.187	0.222	0.268	0.304	0.385
A^2	for all $n \geq 5$	1.248	1.610	1.933	2.492	3.070	3.880	4.500	6.000
		lower tail percentage points							
D	$D(\sqrt{n} + 0.275 - 0.04/\sqrt{n})$	–	0.610	0.571	0.520	0.481	0.441	–	–
V	$V(\sqrt{n} + 0.41 - 0.26/\sqrt{n})$	–	0.976	0.928	0.861	0.810	0.755	–	–
W^2	$(W^2 - 0.03/n)(1.0 + 0.05/n)$	–	0.054	0.046	0.037	0.030	0.025	–	–
U^2	$(U^2 - 0.02/n)(1.0 + 0.35/n)$	–	0.038	0.033	0.028	0.024	0.020	–	–
A^2	for all $n \geq 5$	–	0.399	0.346	0.283	0.240	0.201	–	–

FIG. 8 – Table de tests statistiques (prise de la référence [60])

Intégration des Réseaux Bayésiens et Bond Graphs pour la Supervision des Systèmes Dynamiques

Résumé

La supervision des processus industriels critiques est une tâche complexe qui nécessite des algorithmes robustes. La littérature montre un intérêt croissant des approches graphiques à cause de la simplicité de l'implémentation des algorithmes dérivés. Le diagnostic à base de modèle est une méthode qui devient de plus en plus utilisée à cause de la richesse des méthodes graphiques et structurelles permettant la modélisation des processus complexes et ne nécessitent pas une phase d'apprentissage en ligne. L'outil bond graph (BG) par ses propriétés graphique et multidisciplinaire est un outil puissant de modélisation reconnu. Dans ce contexte, les propriétés structurelles et causales de cet outil (utilisées pour la détection de défauts) sont exploitées ici pour intégrer les réseaux bayésiens graphiques permettant d'incorporer des statistiques de pannes des composants pour améliorer l'étape de décision. Cette méthodologie permet de pallier aux problèmes relatifs aux signatures de défauts inconnues ou identiques pour plusieurs composants et le suivi de la dégradation du système. Sur la base de la littérature consultée, il n'apparaît pas de travaux qui évoquent une démarche pour la supervision associant un modèle bayésien de la fiabilité avec une approche de détection et isolation de défaut (FDI) basée sur le modèle BG. Notre contribution concerne l'intégration de deux outils graphiques (BG et réseaux Bayésiens (RB)) pour la conception d'un système de supervision robuste. Les résidus générés par le modèle BG sont couplés avec le modèle de fiabilité des composants à surveiller pour en déduire finalement un modèle de diagnostic de type RB hybride. Ce modèle est utilisé dans l'étape de décision face aux incertitudes du modèle bond graph en tenant compte des probabilités de fausses alarmes et de non détection estimées par une approche hiérarchique bayésienne. Une application à une partie d'une centrale thermique a validé la théorie développée.

Mots clés : Bond graph, Réseaux Bayésiens, Fiabilité, Diagnostic, Supervision.

Abstract

The supervision industrial process with risk is a very complex and requires robust algorithms. The literature shows a growing interest of graphical approaches because of their simplicity and implementation of the derived algorithms. Model based diagnosis methods are widely used because of the associated of graphical and structural methods allowing modeling of most complex processes and don't need any online learning procedure. The bond graph (BG) because of its graphical and multidisciplinary properties is a powerful and recognized modeling tool. In this context, structural and causal properties of this tool (used for fault detection) are exploited to integrate graphical Bayesian networks in order to integrate component faults statistics to enhance decision procedure. This methodology enables to resolves the issues regarding decision procedure such as unknown failure signatures, identical signatures for several components and monitoring the system degradation. Based on consulted literature, it does not appear work which is devoted to a supervision strategy associating a Bayesian reliability model with a BG model based fault detection and isolation (FDI) approach. Our contribution concerns integration of two graphical approaches: BG and Bayesian networks (BN) to design robust supervision system. The resulting model for diagnosis is a hybrid BN. The designed FDI algorithm is able to make a decision under uncertainties of BG model and takes into account the probabilities of false alarm and non-detection. Our contribution concerns integration of two graphical approaches (BG and Bayesian networks (BN)) to design robust supervision system. Generated residuals from BG model are coupled with the component reliability model to of components leading to a hybrid NB diagnostic model. This model is then used to make a decision under uncertainties of BG model and takes into account the probabilities of false alarm and non-detection. The developed theory is applied to a part of thermal power station.

Key words : Bond graph, Bayesian Networks, Reliability, Diagnosis, Supervision.