

Numéro d'ordre : 4727

THÈSE
PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

**ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE
L'INGÉNIEUR**

PAR

GAËL PRADO

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : LASER, MATIÈRE ET NANOSCIENCES

**Propriétés de jets granulaires denses et mesure d'une
tension de surface granulaire**

Soutenue le 19 décembre 2012

Après avis de :

M. Philippe GONDRET	Professeur, FAST, Orsay
M. Yoël FORTERRE	Chargé de recherches, IUSTI, Marseille

devant le jury composé de :

M. Hamid KELLAY	Professeur, LOMA, Talence	Directeur de thèse
M. Yacine AMAROUCHENE	Chargé de recherches, LOMA, Talence	Co-Directeur de thèse
M. Philippe GONDRET	Professeur, FAST, Orsay	Rapporteur
M. Yoël FORTERRE	Chargé de recherches, IUSTI, Marseille	Rapporteur
Mme. Annie COLIN	Professeur, Université Bordeaux 1	Président du Jury
M. Emmanuel VILLERMAUX	Professeur, Université de Provence	Examineur

*Science! true daughter of Old Time thou art!
Who alterest all things with thy peering eyes.
Why preyest thou thus upon the poet's heart,
Vulture, whose wings are dull realities?
How should he love thee? or deem thee wise?
Who wouldst not leave him in his wandering
To seek for treasure in the jeweled skies,
Albeit he soared with an undaunted wing?
Hast thou not dragged Diana from her car?
And driven the Hamadryad from the wood
To seek a shelter in some happier star?
Has thou not torn the Naiad from her flood,
The Elfin from the green grass, and from me
The summer dream beneath the tamarind tree?*

"To Science"

Edgar Allan Poe

1829

Propriétés de jets granulaires denses et mesure d'une tension de surface granulaire

Résumé :

Les milieux granulaires présentent une grande diversité de comportements physiques que l'on peut relier aux différents états "conventionnels" de la matière : solide, liquide ou gaz. Les travaux décrits dans ce manuscrit se concentrent sur les écoulements granulaires denses présentant de nombreuses analogies avec les liquides moléculaires. Les expériences présentées dans ce manuscrit sont réalisées en utilisant des jets granulaires s'écoulant d'un réservoir, dans l'air et sous l'effet de la gravité. Quelques propriétés de tels jets sont étudiées, notamment l'évolution du diamètre au cours de la propagation. L'évolution de cette grandeur permet une description des jets granulaires comme des fluides incompressibles dans une certaine gamme de diamètres de sortie D et de diamètres des particules d , résumés en une grandeur réduite : le rapport d'aspect D/d . Lorsque ce dernier est inférieur à une grandeur critique proche de 15, les jets granulaires cessent de se comporter comme des liquides incompressibles et sont alors décrits comme des gaz en expansion. La transition entre les deux régimes d'écoulements est expliquée par un modèle faisant intervenir l'équilibre entre la température granulaire et sa dissipation par l'inélasticité des collisions entre les billes constituant le milieu granulaire. En utilisant les mesures de la température granulaire accessibles à la paroi dans le réservoir, ce modèle permet d'obtenir les profils de température et de fraction volumique du milieu en fonction du rapport d'aspect ainsi que leurs valeurs moyennes, présentant un bon accord avec les mesures de la fraction volumique en sortie du réservoir. Dans le régime "liquide" des jets granulaires mis en évidence ici, une tension de surface effective est mesurée par l'étude d'une instabilité similaire à celle de Rayleigh-Plateau. En soumettant le jet à une oscillation verticale apparaît une modulation du diamètre du jet dont il est possible d'étudier l'évolution au cours du temps. La mesure des taux de croissance des modes instables excités permet d'établir la relation de dispersion et d'obtenir une tension de surface effective dans les jets granulaires. Il est montré que cette tension de surface effective décroît lorsque la taille des particules augmente, décroît lorsque la pression de l'air ambiant diminue et augmente avec la distance de propagation. Le mécanisme proposé pour expliquer l'origine de cette tension de surface effective est l'interaction entre le jet granulaire et l'air ambiant. Les profils de vitesse de l'air entraîné par le jet sont mesurés pour différents diamètres de particules, différentes pressions ambiantes et différentes distances de propagation. L'entraînement de l'air et les profils de vitesses sont utilisés pour définir certaines forces s'exerçant sur les billes et construire une tension de surface effective : l'ordre de grandeur de cette tension de surface est incompatible avec les mesures réalisées précédemment. Une mesure de la pression de l'air à l'intérieur du jet granulaire permet d'obtenir une force exercée par la perméation de l'air à travers les pores du jet dont l'ordre de grandeur est correct.

Mots-clés : *milieu granulaire, interfaces, tension de surface, fraction volumique, écoulements*

Properties of dense granular jets and measurement of a granular surface tension

Abstract :

Granular media exhibit a broad range of behaviours that can be related to the common states of matter : solid, liquid and gaseous. The experiments described in this thesis focus on dense granular flows and their analogies with molecular liquid flows. The work presented focuses on granular material flowing from a reservoir, in ambient air under the effect of gravity. Some properties of such jets are presented, among them the evolution of the diameter of the jet along propagation. This evolution allows one to describe granular jets as incompressible liquid jets for a certain range of parameters D (exit diameter) and d (beads diameter). When using a reduced variable D/d (the aspect ratio), a transition appears close to a critical value (approx. 15) below which the granular jet exhibits a gas-like behaviour. This transition is explained using a model supposing balance between the heat flux (from the granular temperature imposed at the wall of the reservoir) and its dissipation through inelastic collisions between the beads in the granular medium. This model allows one to compute the temperature and volume fraction profiles as well as their mean values which are in good agreement with the experimental measurements (volume fraction at the exit). In the "liquid" regime defined previously, an effective surface tension is measured by studying the unstable modes of a Rayleigh-Plateau like instability. This instability is obtained by imposing a vertical oscillation on the jet which induces a diametrical modulation whose evolution is measured. Measurements of the growth rates of these unstable modes lead to the dispersion relation $\omega(kr_0)$ and to an effective granular surface tension. This surface tension shows a diminution when the beads' size increases, a diminution when the air pressure is reduced and a growth along propagation. The proposed mechanism explaining this effective surface tension is the interaction between the granular jet and the surrounding air. Air velocity profiles are measured for different beads diameters, different air pressures and different distances below the outlet. Using these velocity profiles, various forces exerted on the beads are calculated, leading to a surface tension whose order of magnitude is lower than the one measured through the Rayleigh-Plateau instability. The right order of magnitude can be obtained by considering the air permeation through the pores on the surface of the jet and the force exerted along the surface of said pores.

Keywords : *granular material, interfaces, surface tension, volume fraction, flow*

Table des matières

Avant-propos	1
Introduction : milieux granulaires, liquides et effets capillaires	3
1 Jets granulaires dans l'air	13
1.1 Prélude : observations de jets liquides et granulaires	13
1.2 Méthodes et expériences	15
1.3 Résultats expérimentaux	16
1.3.1 Régime fluide	18
1.3.2 Régime dilué	20
1.3.3 Transition liquide – gaz	22
1.4 Discussion	27
1.4.1 Données expérimentales	27
1.4.2 Modèle hydrodynamique granulaire	32
1.4.3 Résultats	33
1.5 Effet de la pression de l'air sur le profil du jet	35
1.6 Bilan	36
2 Instabilité de Rayleigh-Plateau dans un jet granulaire	39
2.1 Prélude : rappels de contexte	39
2.2 Méthodes et expériences	40
2.3 Résultats expérimentaux	44
2.3.1 Diamètre du jet et incompressibilité	44
2.3.2 Longueur d'onde du mode excité	46
2.3.3 Expression de la perturbation	47
2.3.4 Taux de croissance et relation de dispersion	48
2.4 Effets de la pression de l'air ambiant	53
2.4.1 Réponse du jet granulaire en fonction de la pression de l'air	53
2.4.2 Taux de croissance et pression de l'air	54
2.5 Effets de la taille des constituants du jet granulaire	56
2.5.1 Réponse du jet granulaire à l'excitation	56
2.6 Bilan	60
3 Discussions : tension de surface granulaire	63
3.1 Prélude : Origine de la tension de surface granulaire	63
3.2 Construction dimensionnelle d'une tension de surface	65
3.2.1 Cisaillement de l'air	65
3.2.2 Différence de pression intérieur – extérieur	70
3.3 Bilan	73

4 Perspectives	75
4.1 Cohésion dans un écoulement granulaire soumis à une oscillation verticale .	75
4.2 Réponse non linéaire à l'excitation : vagues dans un jet granulaire	78
4.3 Transition liquide – gaz granulaire	80
Conclusion	83
Bibliographie	85
A Mesures de la position des interfaces de jets granulaires	93
B Interaction entre un jet granulaire et l'air ambiant	97
B.1 Méthodes et expériences	97
B.2 Résultats expérimentaux	99
B.2.1 Profil de vitesse des billes hors du jet granulaire	99
B.2.2 Profil de vitesse de l'air autour du jet granulaire	101
B.3 Couche limite d'un jet granulaire	101
B.3.1 Rappels historiques	101
B.3.2 Résultats	103
B.4 Bilan	105

Avant-propos

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été réalisés dans le cadre d'une thèse soutenue par le projet ANR GranCap et réalisée au Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine (LOMA, UMR CNRS 5798).

L'objectif de ces travaux est d'étudier expérimentalement des écoulement granulaires denses (des jets granulaires) afin de caractériser certains des mécanismes inhérents aux milieux granulaires. L'axe principal développé est celui de la question de l'existence d'une tension de surface effective dans de tels systèmes, en se basant sur une analogie entre des jets granulaires et des jets liquides. Bien qu'une tension de surface effective ait été mise en évidence dans les milieux granulaires par le passé, il s'agit là de mesures réalisées sur des phénomènes à petite échelle (modes stables propagatifs de l'instabilité de Rayleigh-Plateau). Il est proposé dans ce manuscrit une mesure de la tension de surface effective dans des jets granulaires via un analogue de l'instabilité de Rayleigh-Plateau connue dans les liquides.

Le plan du manuscrit est le suivant : le premier chapitre (**Introduction : milieux granulaires, liquides et capillarité**) rappelle les concepts développés par la suite concernant les milieux granulaires et les fluides moléculaires.

Le chapitre suivant (**Jets granulaires dans l'air**) contient les observations générales préliminaires concernant le système étudié : un milieu granulaire en écoulement dans l'air. Sont décrites dans ce chapitre les expériences réalisées et les résultats obtenus concernant le régime dans lequel il est possible de décrire un jet granulaire comme un fluide. Ce chapitre contient les limites du domaine dans lequel il convient de se placer pour considérer les milieux granulaires comme des fluides incompressibles.

En se plaçant dans ce régime, la question de la tension de surface effective à grande échelle est abordée dans le chapitre **Instabilité de Rayleigh-Plateau dans un jet granulaire** dans lequel sont décrites les expériences consistant à induire des modes de déformation dans un jet granulaire dans le but d'en mesurer la relation de dispersion (toujours en poursuivant l'analogie avec les jets liquides et l'instabilité capillaire bien connue dans ces systèmes).

Le mécanisme supposé à l'origine de la tension de surface effective mesurée dans les jets granulaires – l'interaction entre le milieu granulaire et l'air – est utilisé dans le chapitre **Discussions : tension de surface granulaire**, principalement en exploitant des mesures

de profils de vitesse de l'air mis en mouvement autour de jets granulaires et des calculs des forces s'exerçant sur le jet granulaire. Les mesures en elles même sont abordées en annexe.

Le dernier chapitre **Perspectives** regroupe quelques observations réalisées au cours des différentes expériences réalisées, mais qui n'ont pu être étudiées plus en avant dans le cadre de cette thèse.

Introduction : milieux granulaires, liquides et effets capillaires

Milieux granulaires : différents état de la matière

Quelle est la nature d'un milieu granulaire ? Doit-on les décrire comme des solides, des liquides ou des gaz ? Existe t'il un formalisme commun pour décrire une avalanche ou la vidange d'un silo ? Ces questions, parmi d'autres, font partie de la problématique couramment posée en introduction d'ouvrages ou d'articles traitant des milieux granulaires [1–5]. Ce chapitre abordera rapidement cette question, en décrivant dans les grandes lignes les différents aspects des états d'un milieu granulaire ; le lecteur pourra se référer aux sources précédentes pour un traitement plus détaillé de la question.

L'expression "milieu granulaire" englobe les milieux composés d'un ensemble de particules de taille variable et de composition diverse. De manière non exhaustive, des exemples communs de milieux granulaires sont : les poudres utilisées dans l'industrie pharmaceutique, les poudres de toner d'imprimante, le sable ou les céréales.

On retrouve donc ces milieux dans de nombreux domaines industriels (pharmaceutique, alimentaire ou génie civil), dans de nombreux contextes (du domaine géophysique pour la physique des sols à l'astrophysique dans les disques proto-planétaires) et dans de nombreuses situations différentes (des particules de poussière agglomérées dans les astéroïdes aux grains s'entrechoquant dans une tempête de sable). Il est courant de faire une distinction de taille entre les matériaux composés de grains de taille inférieure à la centaine de micromètre (le domaine des poudres) des matériaux composés de tailles supérieures en raison de la nature des interactions dominantes dans ces milieux, tout comme il est fait une distinction entre les granulaires secs et les granulaires humides selon le milieu environnant, encore une fois en raison des interactions différentes selon le milieu.

Malgré les différences présentes, les milieux granulaires présentent des comportements communs : des céréales s'écoulent d'un silo tout comme les grains d'un sablier, et forment de manière similaire un tas après leur chute.

Les différents comportements manifestés par un milieu granulaire peuvent se résumer par une analogie qualitative avec les différents états de la matière. On distinguera ainsi l'état solide dans lequel un milieu granulaire est soumis à de faibles déformations et

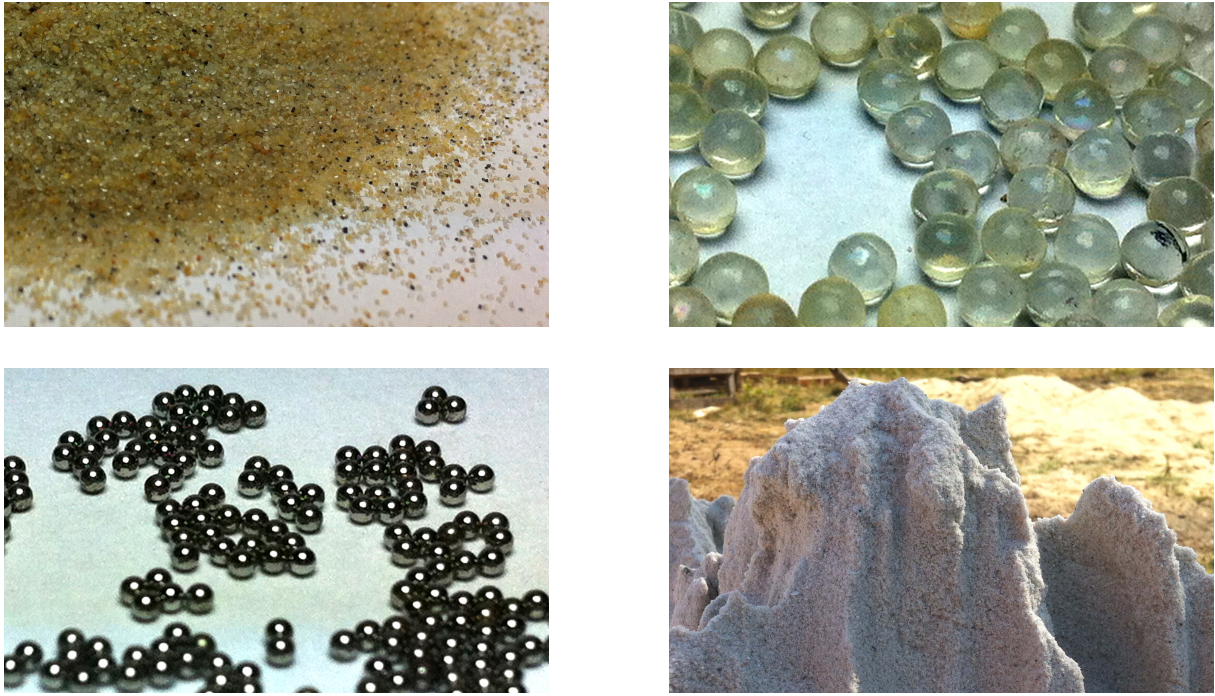


FIGURE 1 – Exemples de milieux granulaires communs : sable, billes de verre ($d \approx 2mm$), billes d’acier ($d = 1mm$) et structures observées sur un tas de sable après la pluie.

peut être décrit comme un milieu continu, l’état gazeux dans lequel la nature discrète du milieu prend de l’importance et que l’on peut caractériser en utilisant une théorie cinétique analogue aux milieux gazeux et enfin, l’état liquide d’un milieu granulaire en écoulement avec une description hydrodynamique. Cette classification reste néanmoins approximative et les transitions entre les différents domaines peuvent être floues.

État solide : empilements granulaires

L’exemple archétypal commun d’un milieu granulaire dans un état solide est la dune de sable, ou à une échelle plus réduite, un tas de sable. Ce dernier exemple est un cas de milieu granulaire à l’équilibre illustrant le concept d’angle de repos, dépendant de la nature des grains utilisés et des conditions environnementales (hygrométrie par exemple). Considérant un milieu granulaire comme un milieu continu, la description solide entraîne de nombreuses questions sur la réponse d’un milieu aux contraintes et déformations (d’un point de vue pratique, le sol dans le cadre de la construction de bâtiments, ou de la prévention des risques liés aux glissements de terrain).

Dans un cadre plus expérimental, des études ont été menées concernant la réponse d’un milieu granulaire aux contraintes et déformations, ou encore concernant les chaînes de force existant dans un tel milieu. L’exemple historique illustrant la répartition des forces dans un milieu granulaire concerne la pression exercée par un milieu granulaire sur la surface inférieure d’un silo ([6] ou sa traduction [7]). A la différence d’un milieu liquide, la pression mesurée au fond d’un cylindre rempli d’un milieu granulaire n’augmente pas

linéairement avec la hauteur du milieu granulaire. Cette pression augmente jusqu'à une hauteur caractéristique (proche du diamètre du fond du silo), puis sature. La pression exercée sur le fond d'un silo est plus faible que la pression exercée par la masse totale du matériau : cette saturation de la pression est due à la formation d'arches dans le milieu et à la répartition des contraintes sur les parois du silo. Ces arches ou chaînes de force sont couramment visualisées en utilisant des particules de matériau biréfringent, les déformations des billes étant visualisées via des polariseurs croisés.

Le concept de fraction volumique étant utilisé dans la suite de ce manuscrit, il paraît utile de l'introduire ici. Il est aisé de visualiser ce concept en considérant un empilement granulaire comme un empilement de sphères (de manière générale et historique). La question initiale de l'empilement de boulets de canon au *XVII^e* siècle (permettant à J. Kepler d'énoncer sa conjecture éponyme), abordée et étudiée au fil des siècles (une preuve admise comme théorème n'a été proposée qu'en 2005 [8], après les travaux de J. Kepler et C.F. Gauss parmi d'autres) se transpose de la même manière dans les milieux granulaires : dans un volume donné, un empilement de sphères (monodisperses) occupera au maximum 74% du volume disponible. Si le volume est rempli de manière aléatoire, le volume occupé sera de l'ordre de 64% du volume disponible (*random loose packing* obtenu en versant grossièrement un milieu granulaire dans un réservoir ou *random close packing* obtenu en compactifiant le milieu par vibration). Le rapport entre le volume occupé par les sphères et le volume total considéré est appelé fraction volumique, notée Φ . Dans le cadre de la description physique des milieux granulaires, la fraction volumique intervient dans la détermination de la densité du milieu : $\rho_{\text{milieu}} = \Phi \rho_p$, avec ρ_p la densité d'une bille constituant le milieu.

État gazeux : écoulements granulaires dilués

Un milieu granulaire dilué dans lequel les grains sont fortement agités se comporte de manière analogue à un gaz : les interactions entre les grains sont ponctuelles (collisions), et le mouvement de ces derniers rappelle celui des molécules d'un gaz agitées thermiquement. La rapprochement avec la description d'un gaz comme un ensemble de sphères dures est aisé. À la différence d'un milieu gazeux cependant, les collisions entre grains sont inélastiques : le caractère dissipatif d'un milieu granulaire prend son importance dans ce cas. Un milieu granulaire agité ne reste dans un état gazeux que tant que de l'énergie y est injectée ; laissé au repos, le gaz granulaire "refroidit" et se dépose avec l'apparition d'agglomérats [9]. La théorie cinétique granulaire [10–13] introduit le concept de température granulaire comme étant liée aux fluctuations de vitesse de ses particules, de manière similaire à la thermodynamique des gaz moléculaires. La théorie cinétique des milieux granulaires étant une thématique à part entière, sa description se limitera ici à ces quelques phrases ; un traitement exhaustif occupant une place trop importante dans

se manuscrit. Les références précédentes, accompagnées du chapitre 4 de [14] constituent une base de données riche sur ce sujet.

Dans le régime gazeux d'un milieu granulaire, des concepts tels que la vitesse du son et les ondes de chocs ont leurs équivalents et sont étudiés depuis peu [15–18]. Malgré la nature inélastique des collisions dans les milieux granulaires, les phénomènes observés sont décrits en utilisant des concepts similaires à la dynamique des gaz : la vitesse du son, notamment, est plus faible dans un milieu granulaire dilué que dans un gaz moléculaire ; aussi est-il possible d'observer dans le premier les phénomènes dynamiques internes à une onde de choc.

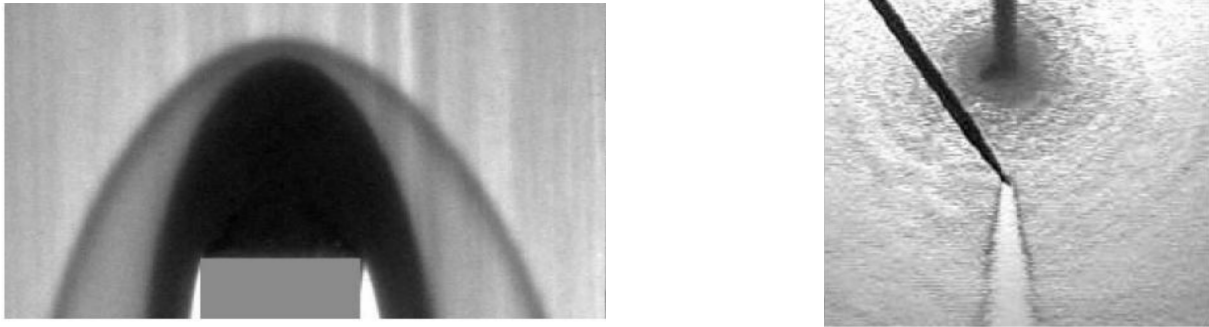


FIGURE 2 – Ondes de chocs obtenues dans des écoulements granulaires dilués. A gauche, lors de la chute d'un écoulement granulaire bidimensionnel sur un obstacle. A droite, dans l'écoulement d'un ressaut granulaire analogue au ressaut hydraulique. Tiré de [15].

État liquide : écoulements granulaires denses

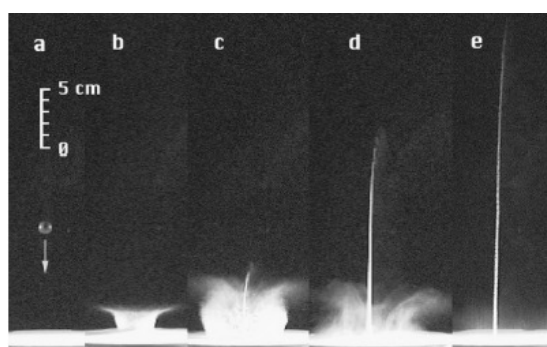
A la jonction entre les empilements denses solides et les écoulement rapides et dilués se situe le régime d'écoulement dense.

L'exemple pris ici pour illustrer un écoulement granulaire est le sablier ; à rapprocher de son ancêtre la clepsydre afin de marquer l'analogie entre un milieu granulaire en écoulement et un liquide. De manière plus complète, un écoulement granulaire dense est aussi bien représenté par la vidange d'un silo que par un glissement de terrain ou une avalanche sous-marine. Dans ce régime dense, les analogies avec les liquides sont nombreuses et les interactions entre le milieu granulaire et le fluide ambiant sont complexes. Dans le cas du sablier notamment, l'interaction entre les grains et l'air provoquent une intermittence de l'écoulement [19].

On se concentrera sur la description des écoulements granulaires denses *i.e.* dans leur état analogue aux liquides. Les travaux sur les milieux granulaires ont connu un fort développement dans la seconde moitié du XX^e siècle, tant du point de vue d'applications industrielles que fondamentales. Le phénomène simple de la vidange d'un réservoir a fait l'objet d'études depuis les années 1960 avec les premiers modèles empiriques du flux de masse à travers un orifice [20] ; que de nombreux modèles et expériences viennent complé-

ter depuis [21–23] - ce qui dénote la richesse (ou la complexité) des milieux granulaires.

Bien qu'historiquement, il soit possible de trouver référence à des jets granulaires au XIX^e siècle [24], il sera plus pertinent de prendre comme point de départ les travaux de S. Thoroddsen et A. Shen [25] dans lesquels est décrit l'apparition d'un jet vertical après l'impact d'une bille sur un lit granulaire, de manière similaire à l'apparition d'un jet de Worthington lors de l'impact d'un projectile dans un bain liquide. Diverses analyses [26] de ce phénomène ont mis en évidence une influence de la pression du fluide ambiant (l'air), de la taille des grains utilisés et de leur état de préparation (*i.e.* la fraction volumique).



(a) Jet granulaire produit après l'impact d'une bille de plomb sur un lit granulaire. Tirée de [25].

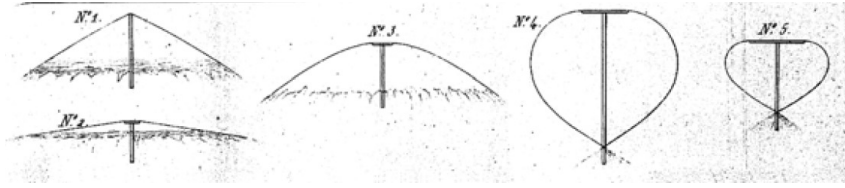


(b) Jets granulaires montrant l'apparition d'agrégats. Tiré de [24].

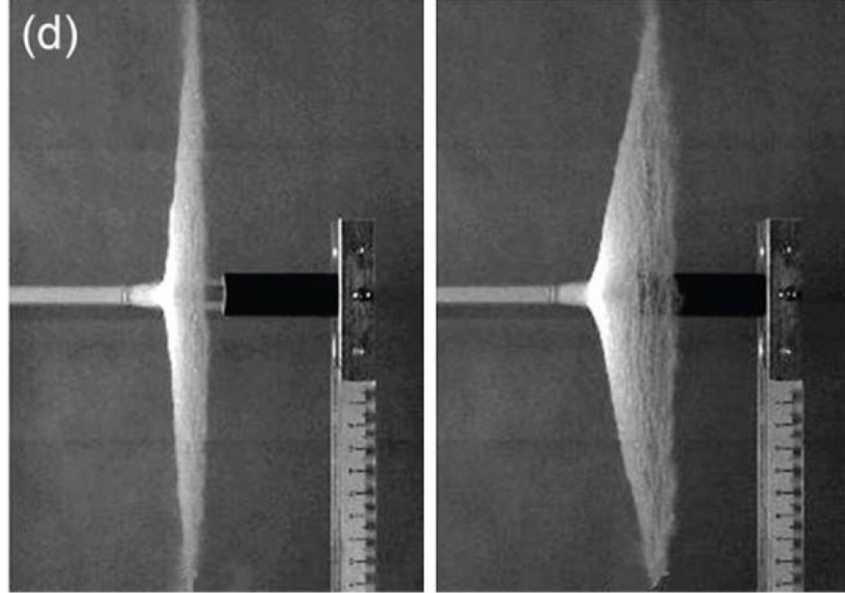
FIGURE 3 – Illustrations de jets granulaires.

Depuis ces premières observations du début du XXI^e siècle, d'autres expériences ont été menées en laissant s'écouler des jets granulaires dans l'air ou dans le vide [27, 28], ou dans un environnement liquide [29] mettant en évidence différents comportements (jet collimaté ou dilué, apparition d'agrégats ou fluctuations de l'interface).

L'analogie entre les jets granulaires et les jets liquides a été mise en évidence par une autre méthode en 2007 [30] : un jet granulaire impactant une cible s'ouvre en un cône ou une fine couche de grains, mais n'exhibe pas les structures observées dans les liquides depuis F. Savart [31] et encore étudiée au début du siècle [32, 33] (analogie illustrée en figure 4). La description de l'impact de jet granulaire conduit alors à un comportement analogue à un fluide de tension de surface nulle. La question de l'existence d'une telle tension de surface est légitime : peut-on introduire ce concept connu dans les fluides moléculaires dans un fluide granulaire - ou du moins, peut-on la décrire en utilisant certaines forces agissant de manière similaire ?



(a) Ouverture d'une nappe liquide en cloche, selon F. Savart [31].



(b) Impact d'un jet granulaire sur une cible circulaire. Tiré de [30].

FIGURE 4 – Ouverture de jets liquide et granulaire lors de l'impact sur un obstacle circulaire.

Dans le cadre de cette question interviennent les résultats de J.Duran [34] mettant en évidence l'existence d'un phénomène d'instabilité de Rayleigh-Taylor dans des tas granulaires soumis à des chocs répétés. La description de cette instabilité concorde avec l'introduction d'un équivalent d'une pression de Laplace dans ces tas (présentant des similitudes de comportement avec des gouttes de liquide) et d'une tension de surface faible (de l'ordre de $10^{-5} N.m^{-1}$).

L'existence d'une force agissant de manière similaire à une tension de surface dans les jets granulaires viendrait renforcer l'analogie avec les jets liquides et pourrait compléter la description hydrodynamique des jets granulaires. En effet, dans la caractérisation des milieux granulaires dans leurs différents états, s'il existe un cadre théorique pour décrire les milieux granulaires dilués, il est également apparu il y a peu une description rhéologique des écoulements granulaires denses [4, 35–37]. Dans le cadre de cette description, un milieu granulaire peut être considéré comme un fluide visco-plastique, et il peut être défini une viscosité effective.

Les milieux granulaires constituent donc un ensemble de milieux pouvant être décrits par différents modèles, dont la richesse rend une description globale complexe. Les analogies sont nombreuses entre les granulaires et les différents états de la matière, notamment avec les liquides. La question de l'existence d'un équivalent granulaire de la tension de

surface reste nébuleuse.

Liquides et effets capillaires

Il s'agit ici de rappeler quelques propriétés et grandeurs définissables de l'état liquide. Comme précédemment, le sujet ne sera que brièvement abordé ici ; le lecteur pourra se référer à [38, 39] pour un traitement plus complet de la tension de surface.

Tension de surface

Dans un liquide - un fluide moléculaire - la tension de surface trouve son origine dans les interactions attractives entre les constituants du liquide. Considérant un fluide moléculaire simple, on explique la tension de surface de la sorte : les molécules situées à l'intérieur du liquide sont soumises à des interactions isotropes avec leurs voisines, à la différence des molécules situées à l'interface qui subissent un déficit de forces du à l'absence de molécules au delà de l'interface. Ces molécules situées à l'interface subissent donc une force attractive les tirant vers l'intérieur du fluide (souvent issues des interactions de type van der Waals). Cette explication imagée est également valide en considérant un gaz au delà de l'interface en considérant que les interactions gaz-fluide sont plus faibles que les interactions entre les molécules du fluide.

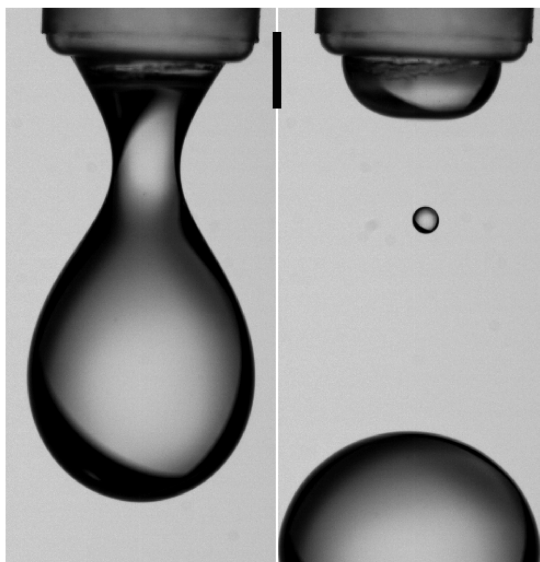


FIGURE 5 – Goutte d'eau en sortie d'une seringue de diamètre de sortie $D_0 = 2mm$, avant la rupture (gauche) et après la rupture (droite). Barre d'échelle 1mm.

Sur l'image de gauche, une goutte d'eau se détache d'une seringue. Il s'agit là d'une manière simple d'estimer la tension de surface d'un liquide : en laissant se former une goutte en sortie d'un tube capillaire, à l'équilibre, l'effet de la gravité est compensé par les effets de la tension de surface. En déterminant les dimensions de la goutte, il est possible

de connaître la tension de surface du fluide considéré. Sur l'image de droite, après le détachement de la goutte d'eau, la goutte satellite visible au centre de l'image a une forme sphérique : sous l'effet de la tension de surface, la forme prise par le volume d'eau est celle de moindre surface : une sphère.

Dans un autre cadre - une interface à l'équilibre entre deux fluides non miscibles par exemple - la tension de surface – tension interfaciale dans ce cas – peut être considérée de la sorte. L'équilibre entre les deux fluides implique une balance entre les fluctuations de l'interface – sa rugosité – et l'agitation thermique intrinsèque au système par le biais de la tension de surface. La tension de surface s'obtient donc :

$$\gamma \propto \frac{k_B T}{\langle \xi \rangle^2} \quad (1)$$

Avec γ la tension de surface, k_B la constante de Boltzmann, T la température du système et ξ l'échelle des fluctuations de l'interface entre les deux fluides.

Au delà du cas simple de l'interface entre deux fluides moléculaires, cette détermination de la tension de surface est valide pour les suspensions colloïdales ; dans ce cas, l'échelle des fluctuations devient la taille des particules colloïdales [40, 41].

Effets capillaires

Les effets de la tension de surface sont nombreux et se manifestent dans la vie courante : de la formation des gouttes caractéristiques de la rosée sur les toiles d'araignée aux larmes de vin, en passant par la flottaison des insectes de la famille des *Gerridae* [42] ou encore la forme sphérique des bulles de savon.

Parmi les effets communément observables, l'instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau est sans doute l'une des plus visuelles. Historiquement, d'après les travaux de J. Plateau [43] et J.W. Strutt (Lord Rayleigh) [44], la modulation radiale d'un jet liquide conduira à la déstabilisation et à la rupture de ce jet si la longueur d'onde de cette modulation est supérieure à la circonférence du jet. Le premier utilise des arguments de tension de surface et de surface minimale pour justifier de la limite en longueur d'onde, et le second pose la relation de dispersion de l'instabilité en décomposant les perturbations à l'interface d'un jet liquide en modes sinusoïdaux. Le critère de Plateau sépare les domaines de l'instabilité :

- $kr_0 > 1$ modes stables propagatifs
- $kr_0 < 1$ modes instables

La théorie pour le cas d'une fluide non visqueux [44] permet de relier la tension de surface du liquide au taux de croissance d'un mode instable donné, selon la relation historique :

$$\omega^2(kr_0) = \frac{\gamma}{\rho r_0^3} kr_0 (1 - (kr_0)^2) \frac{I_1(kr_0)}{I_0(kr_0)} \quad (2)$$

avec dans cette expression γ la tension de surface, k le nombre d'onde de la modulation, ρ la densité du fluide, r_0 le rayon du jet et I_n la fonction de Bessel modifiée d'ordre n .

Cette manifestation de la tension de surface peut être observée de manière simple en laissant s'écouler un liquide, comme illustré sur la figure 1.1.

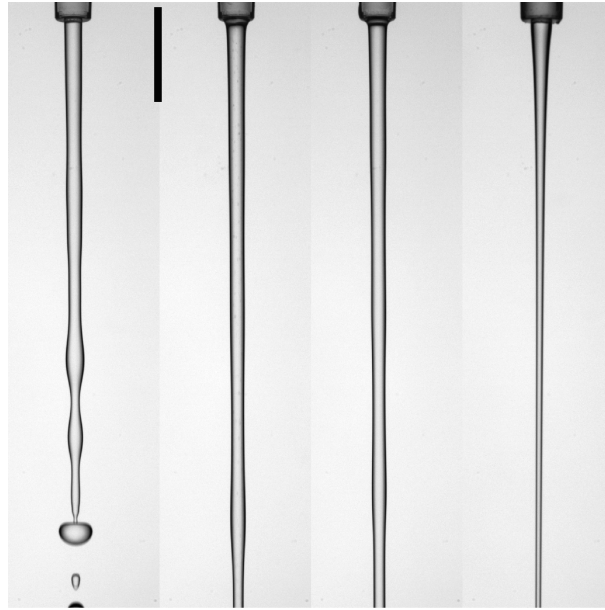
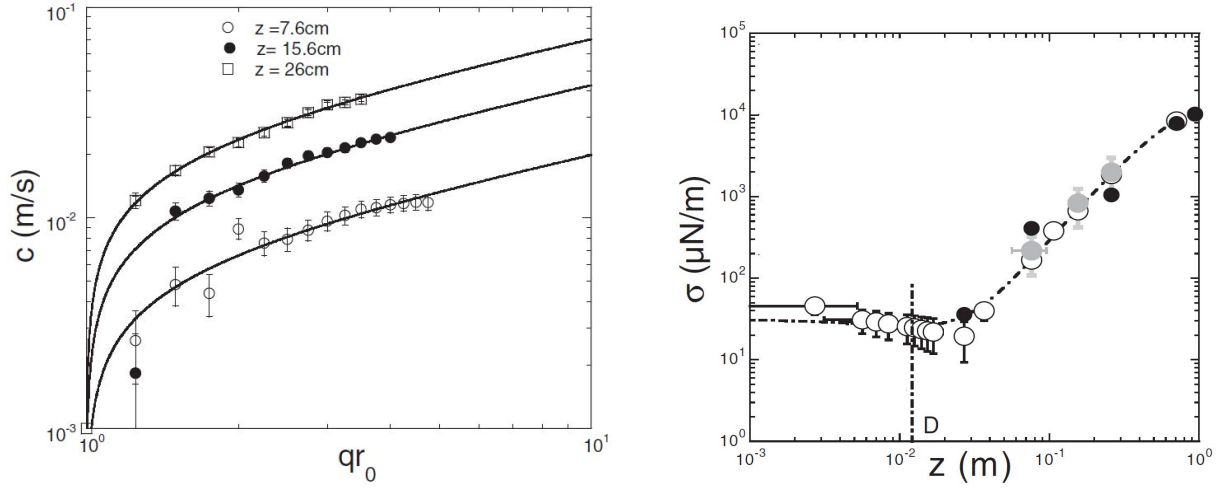


FIGURE 6 – Plusieurs jets liquides en sortie d'un orifice de diamètre initial $D_0 = 2mm$. De gauche à droite, eau (du robinet) montrant la déstabilisation et la rupture en gouttes, solution d'eau et de sucre (32% en masse), éthanol absolu et glycerol.

Capillarité granulaire

Il a été observé récemment [28] l'existence d'ondes à petite échelle sur l'interface d'un jet granulaire en chute libre dans l'air. Ces ondes sont décrites comme l'analogue granulaire d'ondes capillaires provenant de l'agitation thermique de l'interface (en reliant la vitesse de phase des modes stables à la vitesse d'une onde capillaire sur une interface). Dans l'analyse en question, une tension de surface effective dans un jet granulaire en chute libre dans l'air est mesurée par plusieurs méthodes :

- Par la mesure de la vitesse de phase des ondes capillaires observées à l'interface des jets granulaires.
- Par la mesure des fluctuations de position et de la température (fluctuations de la vitesse) de l'interface de jets granulaires.
- Par un modèle simple impliquant la différence de vitesse entre l'air piégé entre les grains du jet et l'air mis en mouvement par le jet dans sa chute.



(a) Vitesse de phase des ondes capillaires mesurée par analyse en ondelettes à l'interface d'un jet granulaire de particules de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 12.6 mm$. Tiré de [28].

(b) Tension de surface effective granulaire mesurée par les fluctuations de la température et de la position de l'interface (cercles blancs), par les vitesses de phase (points gris) et par le modèle d'entraînement de l'air (points noirs). Tiré de [28].

FIGURE 7

Les travaux expérimentaux présentés dans le présent manuscrit sont basés sur ces observations. L'interface de jets granulaires en chute libre dans l'air présente des propriétés analogues aux interfaces liquides ; cette analogie pouvant être poussée jusqu'à la mesure d'une tension de surface effective en s'inspirant des fluides moléculaires. Plus récemment, des fluctuations capillaires ont été observées dans un milieu granulaire quasi bidimensionnel sous vibration [45].

Cette tension de surface effective a cependant été étudiée à petite échelle (ondes capillaires). Il sera proposé dans ce manuscrit une mesure de la tension de surface effective à plus grande échelle (instabilité de Rayleigh-Plateau).

Il existe également un régime d'écoulement granulaire dense dans lesquels apparaissent des agrégats lors de la propagation d'un jet. Ce régime est généralement obtenu utilisant des particules de diamètre inférieur ou proche de $100 \mu m$ [46], bien que ces agrégats puissent être observés en considérant des interactions attractives plus fortes entre grains (ponts capillaires, par exemple). De nombreux articles traitent de ce régime de jets granulaires [24, 27, 47–49], bien qu'il n'ait pas été abordé dans le cadre de ces travaux de thèse ; les phénomènes cohésifs étant de nature différente des phénomènes de type capillaire recherchés ici. Il sera retenu que la taille caractéristique des agrégats observés est incompatible avec une instabilité de type Rayleigh-Plateau, les nombres d'onde des agrégats correspondant à la gamme stable de l'instabilité. Néanmoins, il est possible de déduire une tension de surface effective des forces de cohésion (donc à petite échelle), de l'ordre de $0.1 \mu m \cdot m^{-1}$.

Chapitre 1

Jets granulaires dans l'air

Dans ce chapitre sont présentés les résultats d'expériences réalisées visant à étudier les propriétés pertinentes de jets granulaires dans l'air. Le diamètre des jets et son évolution au cours de la propagation est mesuré, de même que la vitesse des jets. Plusieurs régimes d'écoulements sont identifiés, allant d'un régime dans lequel un jet granulaire se comporte comme un fluide incompressible à un régime dans lequel le jet se disperse en sortie de manière similaire à un gaz. Ces régimes sont réunis dans un diagramme de phase utilisant le rapport d'aspect entre les diamètres des billes et du jet, et un modèle est proposé pour expliquer la transition à l'aide d'un modèle hydrodynamique granulaire dérivé de la théorie cinétique granulaire. Ce chapitre définit le domaine de validité de la description des jets granulaires comme des fluides incompressibles.

1.1 Prélude : observations de jets liquides et granulaires

Sur la figure 1.1, on visualise les effets de tension de surface se manifestant par la déstabilisation des jets en gouttes [43,44,50], ainsi que la nature incompressible des liquides par l'amincissement des jets. L'interface de la phase liquide est bien définie.

Considérant maintenant des jets granulaires en figure 1.2, on observe une interface rugueuse délimitant un "cœur" s'amincissant au cours de la propagation et un "voile" dilué s'élargissant. Sur la distance considérée, le jet peut conserver un comportement collectif, se disperser ou manifester une modulation de petite échelle sur son diamètre.

Malgré les différences évidentes de nature, le point commun visuel entre les jets liquides et granulaires est ici leur amincissement. En mesurant les diamètres des jets au cours de la propagation (selon l'axe z), il est possible de superposer les profils obtenus via des grandeurs réduites, comme l'illustre la figure 1.3 comparant éthanol et billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$:

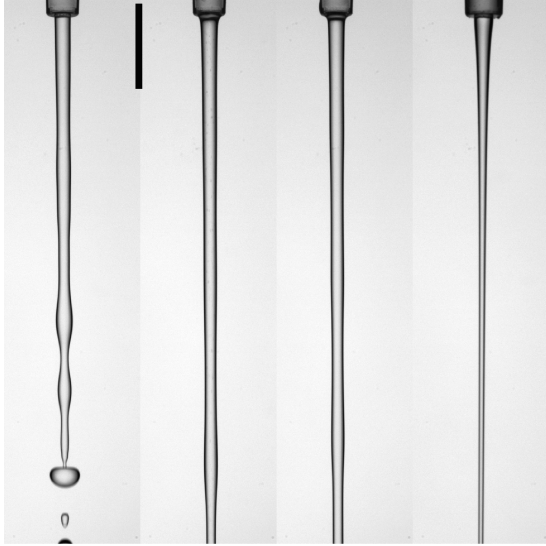


FIGURE 1.1 – Différents liquides s'écoulant d'une seringue de diamètre de sortie $D_0 = 2\text{mm}$. De gauche à droite, eau du robinet, solution eau-sucre à 32% en volume, éthanol (96%) et glycérol. Barre d'échelle 1cm.

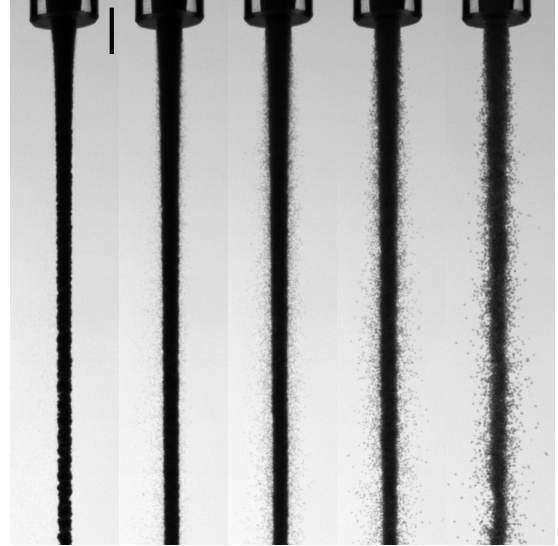


FIGURE 1.2 – Jets granulaires (de gauche à droite $d = 45 - 90\mu\text{m}$, $75 - 150\mu\text{m}$, $106 - 212\mu\text{m}$, $180 - 300\mu\text{m}$ et $250 - 425\mu\text{m}$) issus d'un entonnoir de diamètre de sortie $D_0 = 5.3\text{mm}$. Barre d'échelle 1cm.

L'amincissement d'un jet au cours de sa propagation est attribuée à la nature incompressible du fluide considéré et à son accélération sous l'effet de la gravité. L'expression notée dans la figure 1.3 s'obtient en supposant que le flux est conservé au cours de la propagation :

$$D(z) = D_0 \left(1 + \frac{2gz}{v_0^2}\right)^{-1/4} = D_0 \left(1 + \frac{2}{Fr_0} \frac{z}{D_0}\right)^{-1/4} = D_0 \left(1 + \frac{2}{Fr(z)}\right)^{-1/4} \quad (1.1)$$

avec $Fr_0 = \frac{v_0^2}{gD_0}$ le nombre de Froude défini en sortie, et $Fr(z) = \frac{v_0^2}{gz}$ une grandeur analogue dans sa construction à un nombre de Froude défini au cours de la propagation.

Rigoureusement, dans un jet liquide, l'expression obtenue en partant de la loi de Bernoulli et de la conservation du flux s'écrit [51] :

$$D(z) = D_0 \left(1 + \frac{2}{We} \left(1 - \frac{D_0}{D(z)}\right) + \frac{1}{Fr(z)}\right)^{-1/4} \quad (1.2)$$

avec We le nombre de Weber comparant les effets capillaires aux effets inertiels, défini par :

$$We = \frac{\rho D_0 v_0^2}{\gamma} \quad (1.3)$$

Cette relation décrit l'amincissement d'un fluide incompressible en tenant compte de sa tension de surface γ . Le passage de 1.2 à 1.1 implique $We \gg 1$ *i.e.* de se trouver dans un cas où les effets inertiels dominant sur les effets capillaires. Dans un premier

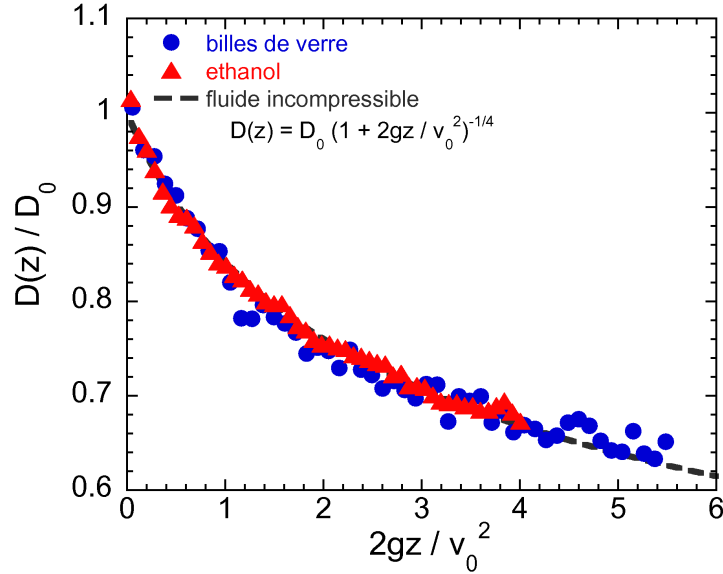


FIGURE 1.3 – Diamètres $D(z)$ mesurés pour un jet liquide (éthanol, $D_0 = 2mm$) et un jet granulaire ($D_0 = 5.3mm$, $d = 106 - 212\mu m$) présenté via des grandeurs sans dimensions.

temps, l'approximation faite sera de considérer la tension de surface granulaire effective négligeable. Les jets granulaires sont décrits en utilisant la relation 1.1.

1.2 Méthodes et expériences

Le milieu granulaire utilisé principalement dans les expériences mentionnées ici est composé de micro-billes de verre (de densité $\rho_b = 2500kg.m^{-3}$) de différents diamètres d . Le diamètre des billes est donné sous la forme $d_{min} - d_{max} \mu m$, ces deux valeurs bornant les limites telles que 80% des billes aient un diamètre supérieur à d_{min} et inférieur à d_{max} . Certaines expériences ont été réalisées en utilisant des billes d'acier ($\rho_b = 7800kg.m^{-3}$) de diamètre $d = 1mm$.

Pour réaliser les jets granulaires, différents contenants sont utilisés; il s'agit pour la plupart d'entonnoirs (en plastique ou en verre) de différents diamètres de sortie D_0 allant de $5.3mm$ à $35mm$. Pour réaliser des écoulement de diamètre initial différent, un système de diaphragmes de diamètre allant de $2mm$ à $10mm$ est utilisé.

Pour imager l'écoulement, une caméra rapide *Phantom v640* est utilisée et donne accès à une haute résolution spatiale (de l'ordre de $25\mu m/pixel$) et temporelle (4000 images par seconde en moyenne). L'éclairage se fait par l'arrière via une lampe *Dedolight 400D* ou un panneau de DELs *Phlox* fournissant une intensité lumineuse suffisante permettant de courts temps d'exposition, ou une ouverture réduite sur l'objectif de la caméra (afin d'augmenter la profondeur de champ).

Les images acquises sont traitées en utilisant principalement les logiciels *ImageJ* et *Matlab* pour effectuer les analyses pertinentes (position et épaisseur des interfaces, diamètre du jet, vitesse de l'écoulement par PTV – *Particle Tracking Velocimetry* – ou PIV – *Particle Image Velocimetry*). Le diamètre du jet peut être mesuré en définissant l'interface séparant le "cœur liquide" du jet de son "voile gazeux" par un analogue de la surface de Gibbs [28, 39]. La méthode est détaillée dans l'annexe A.

Plusieurs expériences ont été réalisées pour étudier l'influence de la pression de l'air sur le comportement des jets granulaires dans une enceinte hermétique à l'intérieur de laquelle la pression de l'air peut être réduite jusqu'à des valeurs inférieures au millibar.

Le système utilisé est composé des éléments suivants :

- Une enceinte hermétique constituée d'un cylindre de PMMA transparent de 100mm de diamètre extérieur et 5mm d'épaisseur fermé aux deux extrémités par des couvercles métalliques. L'étanchéité est assurée par deux joints toriques et de la graisse à vide.
- Un réservoir poreux (cylindre en PVC percé de trous couvert sur sa face interne d'un filtre de 35 μ m de maille) à l'intérieur duquel est fixé un entonnoir de diamètre de sortie $D_0 = 8.5mm$. Le réservoir est fixé au couvercle supérieur de l'enceinte, lui-même percé d'un orifice de remplissage.
- Une pompe à vide (*Alcatel series 2005* à palettes, deux étages de pompage) utilisée pour évacuer l'air du tube en la connectant à l'extrémité inférieure du dispositif par un tube flexible.

L'ouverture du réservoir est effectuée par un bras fixé sur sa face inférieure pivotant grâce à un aimant fixé à son extrémité.

Le réservoir est rempli par le milieu granulaire à étudier (billes de verre), le système verrouillé et l'étanchéité vérifiée, puis l'air est évacué du tube jusqu'à atteindre la pression souhaitée. Les trous dans le réservoir en PVC permettent d'évacuer l'air au dessus du milieu afin d'obtenir une pression uniforme autour du milieu granulaire. Une fois le milieu granulaire écoulé du réservoir, les grains ne sont plus utilisés, les traces de graisse induisant une agrégation dans le milieu.

1.3 Résultats expérimentaux

Dans cette partie sont présentés les résultats obtenus lors de la caractérisation de jets granulaires dans l'air. Dans un premier temps, on s'intéressera à la mesure directe principale effectuée dans ce cadre, à savoir la mesure du diamètre du jet au cours de sa propagation. Ces mesures permettront de définir les différents régimes existants, dont seront présentées les caractéristiques.

La figure 1.4 présente les principaux aspects que peuvent avoir des jets granulaires dans

l'air. On séparera les cas représentés par les trois premières images - que l'on qualifiera de *régime fluide* par analogie avec les liquides, celui illustré par les deux images de droite - *régime dilué (gazeux)* - et enfin la transition entre les deux que l'on qualifiera de transition *liquide - gaz*

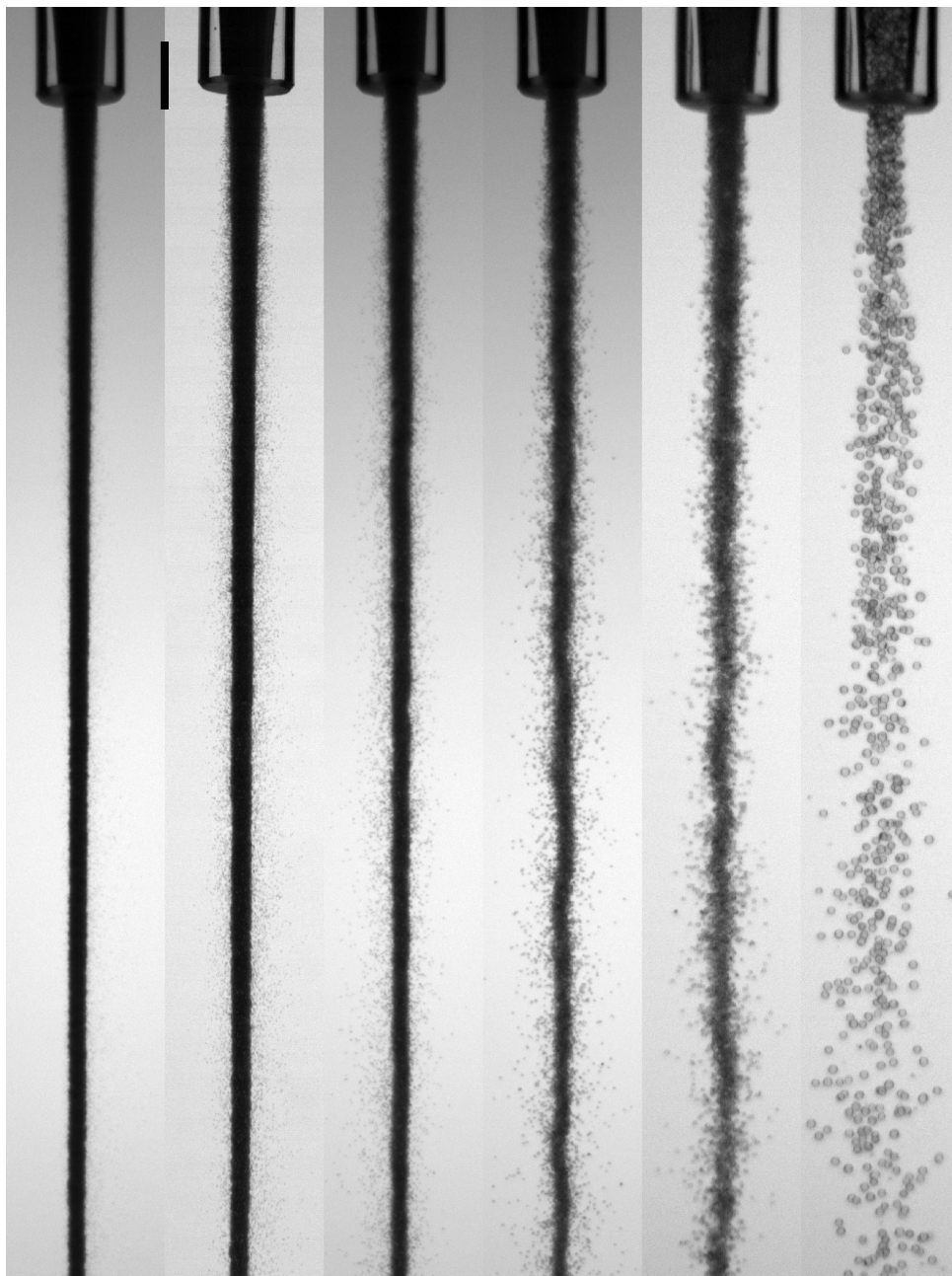


FIGURE 1.4 – Différentes billes de verre de diamètres $d = 75\text{--}150\mu\text{m}$, $106\text{--}212\mu\text{m}$, $180\text{--}300\mu\text{m}$, $250\text{--}425\mu\text{m}$, $425\text{--}600\mu\text{m}$ et 1mm s'écoulant d'un entonnoir de verre de diamètre de sortie $D = 5.3\text{mm}$. A partir de $d = 250\text{--}425\mu\text{m}$, on notera les inhomogénéités visibles dans l'intensité lumineuse transmise par le jet. Barre d'échelle 1cm.

1.3.1 Régime fluide

On définira ce régime qualitativement par l'apparence des jets granulaires et leur ressemblance avec les liquides. La figure 1.5 présente quelques illustrations de tels jets granulaires pour plusieurs paramètres D_0 et d .

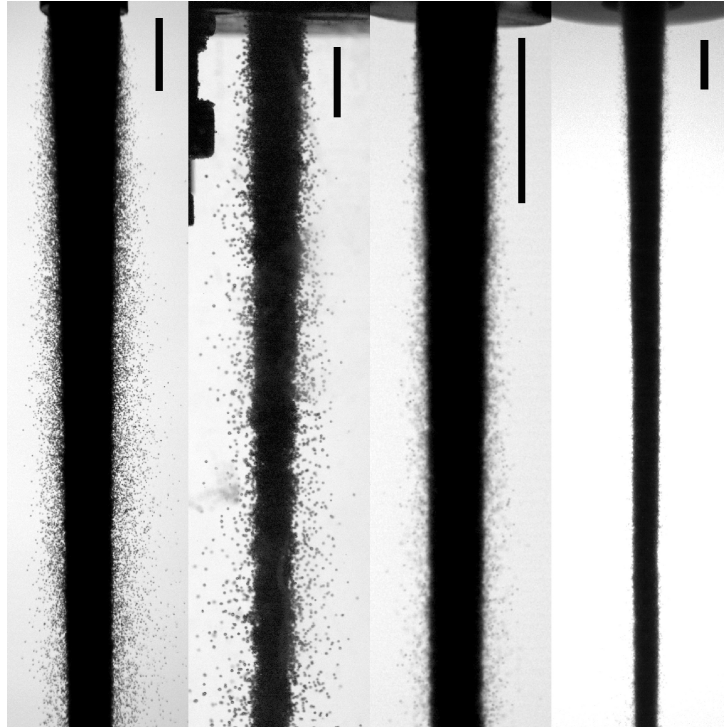
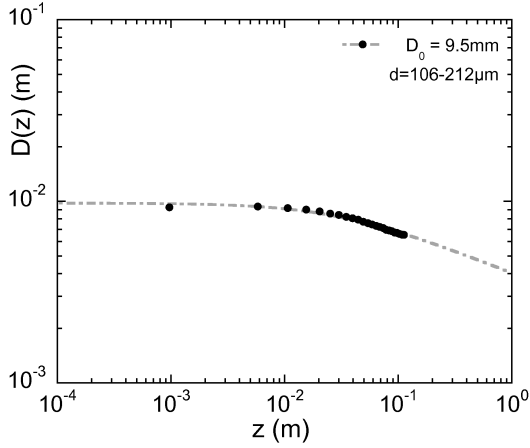


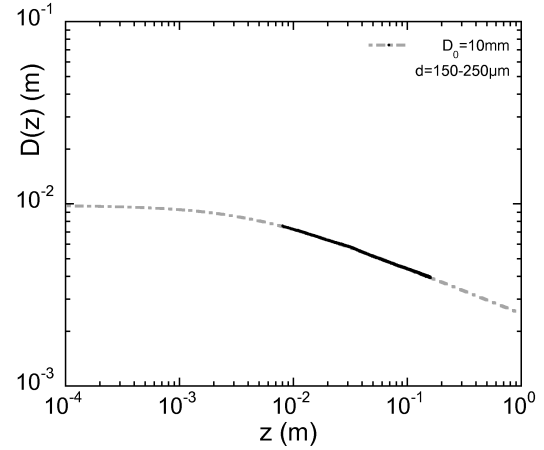
FIGURE 1.5 – Jets granulaires "fluides". De gauche à droite, $D_0 = 9.5\text{mm}$ / $d = 106 - 212\mu\text{m}$, $D_0 = 8.3\text{mm}$ / $d = 250 - 425\mu\text{m}$, $D_0 = 5.3\text{mm}$ / $d = 180 - 300\mu\text{m}$ et $D_0 = 10\text{mm}$ / $d = 150 - 250\mu\text{m}$. Barres d'échelle 1cm.

Sur de tels jets, il est aisé de mesurer le diamètre $D(z)$ ainsi que l'épaisseur des interfaces jet-air.

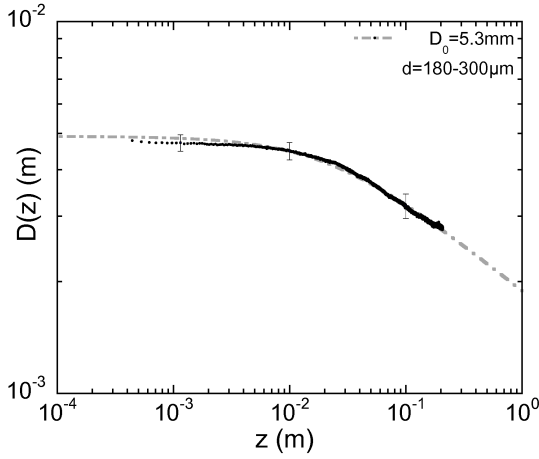
L'introduction du nombre de Froude $Fr(z)$ dans l'équation 1.1 permet de superposer plusieurs profils d'amincissement pour des jets réalisés avec des paramètres D_0, d différents, comme présenté en figure 1.7 qui superpose les profils de la figure 1.6. L'utilisation de ces variables réduites permet de s'affranchir notamment de la variation de la vitesse de sortie des billes, dépendant à la fois de D_0 et de d .



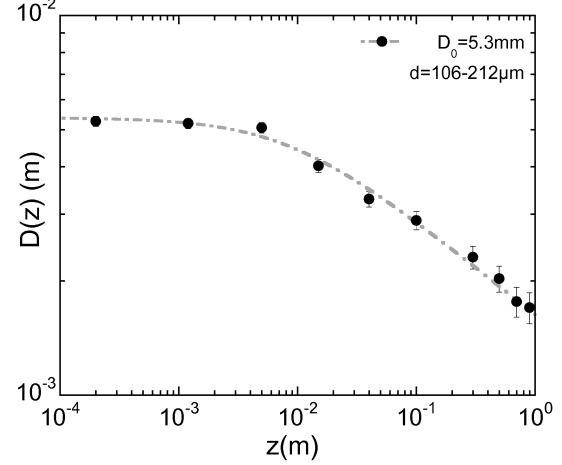
(a) Diamètre initial $D_0 = 9mm$, diamètre des billes $d = 106 - 212\mu m$.



(b) Diamètre initial $D_0 = 10mm$, diamètre des billes $d = 150 - 200\mu m$.



(c) Diamètre initial $D_0 = 5.3mm$, diamètre des billes $d = 180 - 300\mu m$.



(d) Diamètre initial $D_0 = 5.3mm$, diamètre des billes $d = 106 - 212\mu m$.

FIGURE 1.6 – Diamètres de jet $D(z)$ dans le régime de jets granulaires fluides. La courbe grise correspond à l'ajustement par l'expression 1.1.

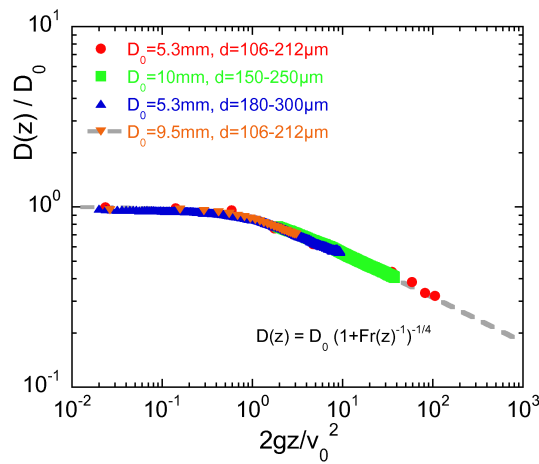


FIGURE 1.7 – Profil normalisés par le diamètre initial et la vitesse de sortie.

Le comportement incompressible de jets granulaires caractérisé par leur amincissement

est présent dans d'autres dispositifs expérimentaux [52] ou dans des simulations numériques [53]. Les figures 1.8a à 1.9 présentent les profils de jets tirés des deux références précédentes renforçant ainsi, si ce n'est l'universalité de la validité de la description fluide des jets granulaires, au moins sa répétabilité.

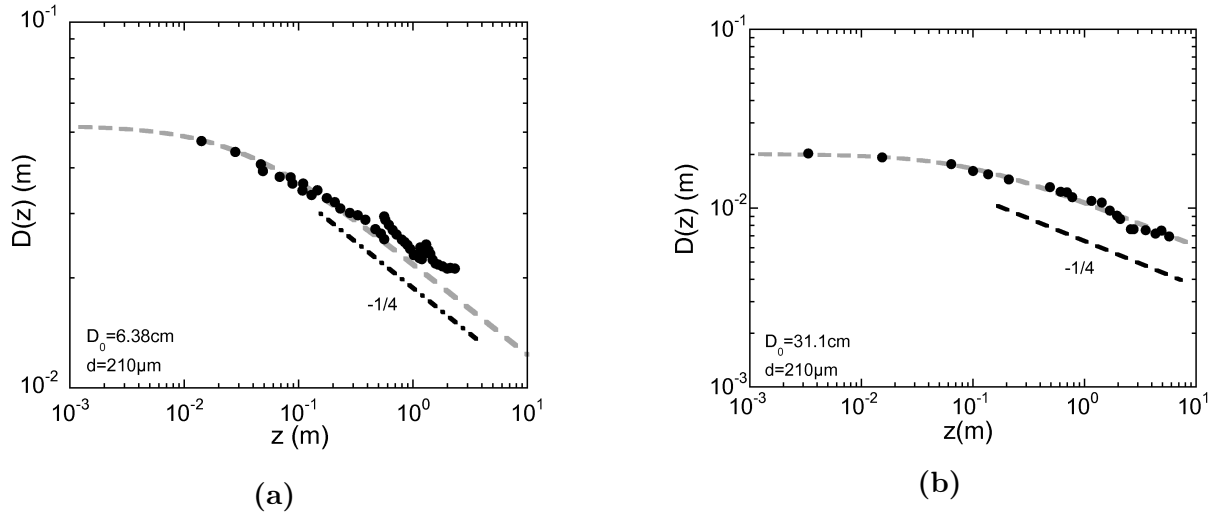


FIGURE 1.8 – Diamètres de jets granulaires tirés de [52]. **a)** billes de diamètre $d = 210 \mu\text{m}$ issues d'un orifice de diamètre de sortie $D_0 = 6.38 \text{ cm}$. **b)** billes de diamètre $d = 210 \mu\text{m}$ issues d'un orifice de diamètre de sortie $D_0 = 3.11 \text{ cm}$. Sur chacune des figures est tracé l'ajustement par la relation 1.1.

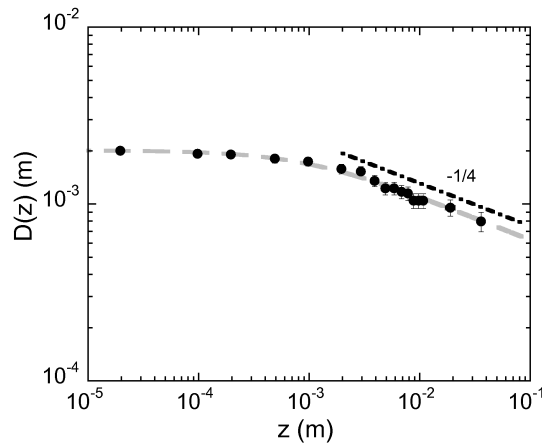


FIGURE 1.9 – Diamètre d'un jet granulaire de billes de diamètre $d = 100 \mu\text{m}$ issues d'un orifice de diamètre initial de diamètre $D_0 = 2 \text{ mm}$. Les points sont tirés de mesures sur une figure de [53], où le jet est obtenu par simulation numérique (dans le vide, avec un coefficient de restitution $e = 0.88$). La courbe en pointillés gris est un ajustement par la relation d'amincissement d'un jet incompressible 1.1.

1.3.2 Régime dilué

Le comportement décrit précédemment ne constitue pas une description exhaustive des comportements des jets granulaires dans l'air. En plus des jets granulaires présentés

dans la figure 1.2, en utilisant de plus grosses billes ou de plus petits diamètres de sortie, il est possible d'obtenir les jets illustrés en fig 1.10.

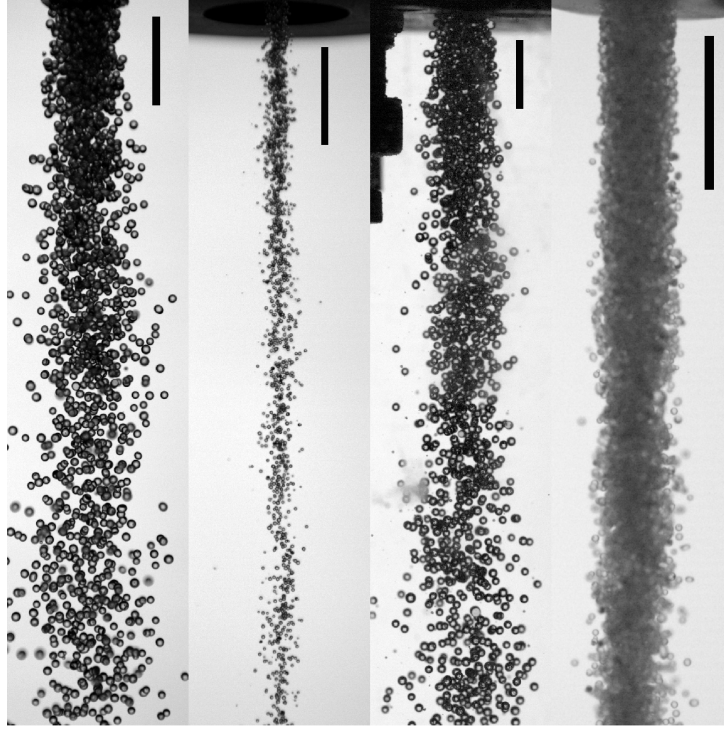


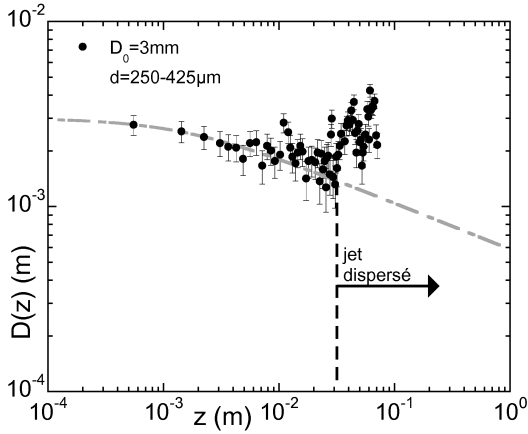
FIGURE 1.10 – Jets granulaires "dilués". De gauche à droite, $D_0 = 9.5\text{mm} / d = 1\text{mm}$, $D_0 = 3\text{mm} / d = 250 - 425\mu\text{m}$, $D_0 = 8.5\text{mm} / d = 1\text{mm}$ et $D_0 = 5.3\text{mm} / d = 425 - 600\mu\text{m}$. Barre d'échelle 1cm sur chaque image.

Ces images montrent des jets ne présentant pas d'amincissement, présentant un amincissement sur une distance réduite avant de se disperser ou encore se dispersant dès la sortie de l'entonnoir. Puisque l'on a fait l'équivalence entre l'amincissement et l'incompressibilité d'un jet dans la partie précédente de ce chapitre, on décrit donc le régime de ces jets comme étant dans la limite *compressible* ou *diluée*. Le jet se disperse au cours de la propagation, la fraction volumique diminue. Dans le cas où le jet se disperse, il est possible de relier la divergence du jet granulaire (avec un angle faible inférieur à 5°) à la dispersion des jets gazeux [54, 55] ou de bulles [56].

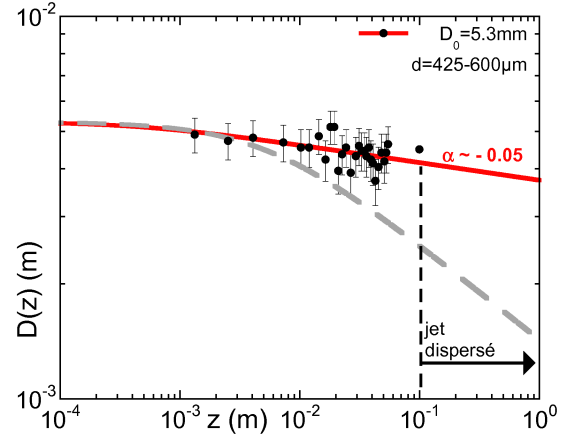
Malgré cette différence avec les jets granulaires "liquides", il est encore possible de mesurer un profil $D(z)$ tant que le jet est bien défini. Les courbes en figure 1.11 illustrent le comportement du profil des jets dilués pour différents paramètres D_0, d . Sur cette figure, la courbe en pointillés gris est le profil attendu pour un jet incompressible, la courbe rouge correspond au profil obtenu avec un exposant $\alpha \neq -0.25$ – un jet compressible – défini lorsque le jet existe, avant de se disperser. L'expression de la loi décrivant le profil des jets devient :

$$D(z) = D_0 \left(1 + \frac{2gz}{v_0^2} \right)^\alpha \quad (1.4)$$

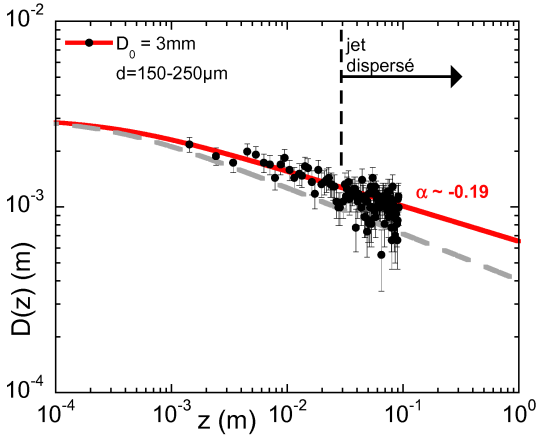
avec $\alpha \geq -0.25$ pour un jet dans le régime dilué, donc compressible.



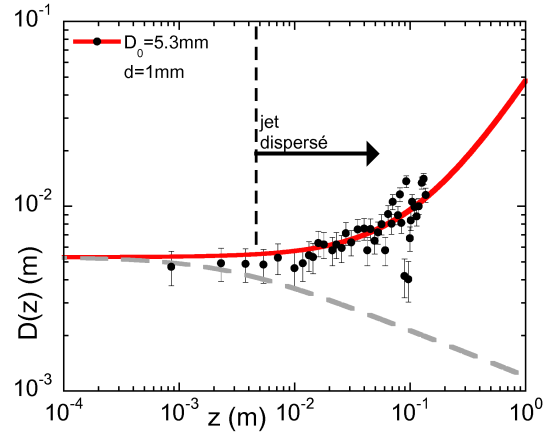
(a) Diamètre initial $D_0 = 3\text{mm}$, diamètre des billes $d = 250 - 425\mu\text{m}$.



(b) Diamètre initial $D_0 = 5.3\text{mm}$, diamètre des billes $d = 425 - 600\mu\text{m}$.



(c) Diamètre initial $D_0 = 3\text{mm}$, diamètre des billes $d = 150 - 250\mu\text{m}$.



(d) Diamètre initial $D_0 = 5.3\text{mm}$, diamètre des billes $d = 1000\mu\text{m}$.

FIGURE 1.11 – Profils instantanés de jets granulaire dilués. **a** : le jet granulaire est incompressible sur une certaine distance puis se disperse. **b et c** : le jet granulaire s'amincit avec un profil différent de la relation 1.1. **d** : le jet se disperse dès la sortie. Les points expérimentaux situés après la limite de dispersion du jet correspondent à la distance caractéristique maximale entre les billes les plus éloignées à cette distance.

1.3.3 Transition liquide – gaz

Pour réunir ces deux régimes distincts d'écoulements granulaires, il est possible de résumer les données précédentes en fonction du rapport d'aspect $\frac{D_0}{d}$. Une limite connue pour les écoulements granulaires est la limite inférieure $\frac{D}{d} \approx 5$ en dessous de laquelle le jet devient intermittent (cette limite peut dépendre de la géométrie de l'écoulement - bidimensionnel ou tridimensionnel, de la polydispersité des particules, de leur nature, etc.). Il apparaît sur la figure 1.12 une autre limite délimitant le domaine de validité de la description fluide d'un jet granulaire : $\frac{D}{d} > 15$. Entre ces deux limites – $5 < \frac{D}{d} < 15$ – un jet granulaire n'est pas incompressible.

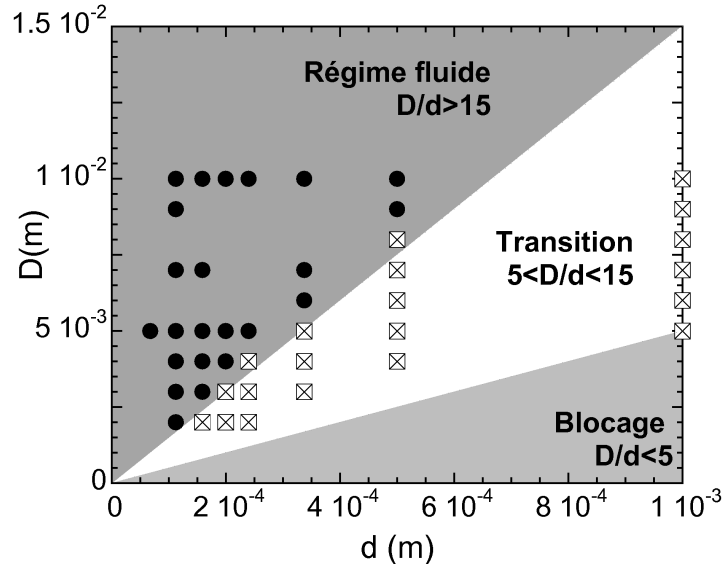


FIGURE 1.12 – Diagramme des jets granulaires étudiés : jets incompressibles (ronds) et compressibles (carrés). Pour la lisibilité de la figure, un jet fluide à $D = 35\text{mm}$, $d = 1\text{mm}$ n'apparaît pas.

Différents paramètres sont disponibles pour caractériser cette transition entre les jets granulaires fluides et dilués et sont passés en revue ci-dessous :

Indice de compressibilité

En considérant l'évolution du diamètre du jet au cours de la propagation, que l'on écrit sous la forme :

$$D(z) = D_0 \left(1 + \frac{2gz}{v_0^2} \right)^\alpha \quad \text{avec } \alpha \geq -0.25 \quad (1.5)$$

On peut utiliser l'exposant α comme indicateur du comportement incompressible ou non du jet, ou l'utiliser pour définir la compressibilité du jet sous la forme :

$$C = -\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{dz} \quad (1.6)$$

ce qui amène à définir un indice de compressibilité sous la forme :

$$c = -2\alpha + \frac{1}{2} \quad \text{toujours avec } \alpha \geq -0.25 \quad (1.7)$$

Avec cette expression, $c \neq 0$ indique un comportement compressible. L'utilisation de l'exposant α ou de l'indice de compressibilité ne change pas l'illustration de la transition.

La figure 1.13 présente le comportement de l'exposant $-\alpha$ pour un grand nombre de rapports d'aspect.

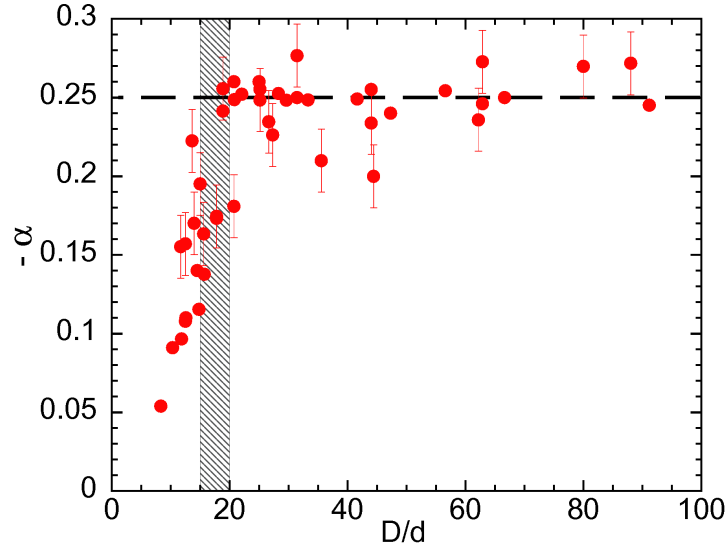


FIGURE 1.13 – Exposant $-\alpha$ en fonction du rapport d'aspect $\frac{D}{d}$. L'exposant est mesuré sur une faible distance z , dans la zone où il est encore justifié de parler d'un jet.

La transition entre le régime fluide ($\alpha = 0.25$) et dilué ($\alpha \neq 0.25$) apparaît, et est représentée par la zone hachurée en gris sur la figure 1.13. Elle sépare le plateau observée pour les grands rapports d'aspect de la chute en dessous de la valeur critique. Rigoureusement, la valeur de l'exposant α dans le plateau est $\alpha = -0.25$, mais la détermination des différents paramètres d'ajustement de l'amincissement du jet par l'expression 1.1 présente des variations incluses ici.

Vitesse moyenne initiale

En mesurant le diamètre du jet lors des premiers instants de la chute du jet, il est possible de déterminer une vitesse moyenne de sortie v_0 par un ajustement du diamètre par une expression de la forme 1.4.

En utilisant la forme 1.4 sur le diamètre d'un jet granulaire mesuré sur les premiers instants de la chute, il est possible d'obtenir une vitesse moyenne v_0 . Cette vitesse prend en compte un éventuel profil radial de vitesse dans le jet (même s'il est admis qu'un jet granulaire présente un profil de vitesse de type "*plug flow*" en son intérieur, la friction à la paroi implique nécessairement une vitesse inférieure à la paroi *i.e.* à l'*interface* : $v_{0,i} \leq v_0$ [57, 58]).

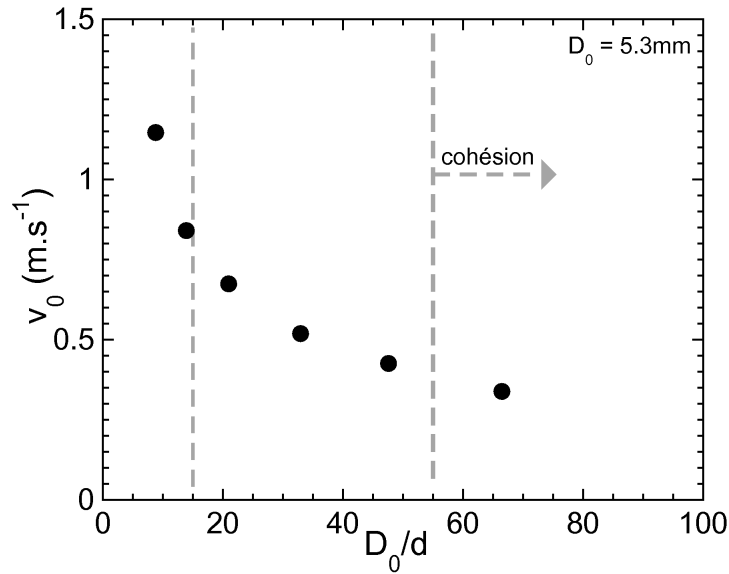


FIGURE 1.14 – Vitesse moyenne de sortie v_0 d'un jet granulaire obtenue pour un entonnoir de diamètre de sortie $D_0 = 5.3mm$ pour différents diamètres de particules. La transition vers le régime dilué est indiquée par la ligne hachurée à gauche, la ligne de droite délimitant la transition vers les tailles de particules dans laquelle se manifestent des effets de cohésion non négligeables.

La figure 1.14 illustre le changement dans la vitesse moyenne obtenue par ajustement du profil de différents jets granulaires pour un même diamètre de sortie.

Flux massique

Le flux massique peut être obtenu de manière directe en mesurant le temps nécessaire à une masse mesurée pour s'écouler ou en utilisant le vibreur utilisé principalement dans le chapitre suivant. Ce dernier utilise en effet un système électromagnétique analogue à un ressort de raideur connue (dans les caractéristiques de l'appareil) pour produire son mouvement oscillant. La masse contenue dans l'entonnoir diminuant au cours de la vidange, si ce dernier est fixé sous le vibreur, la force de rappel exercée sur l'entonnoir déplace celui ci vers le haut. En mesurant ce déplacement au cours de la vidange de l'entonnoir, il est donc possible de déterminer le flux massique.

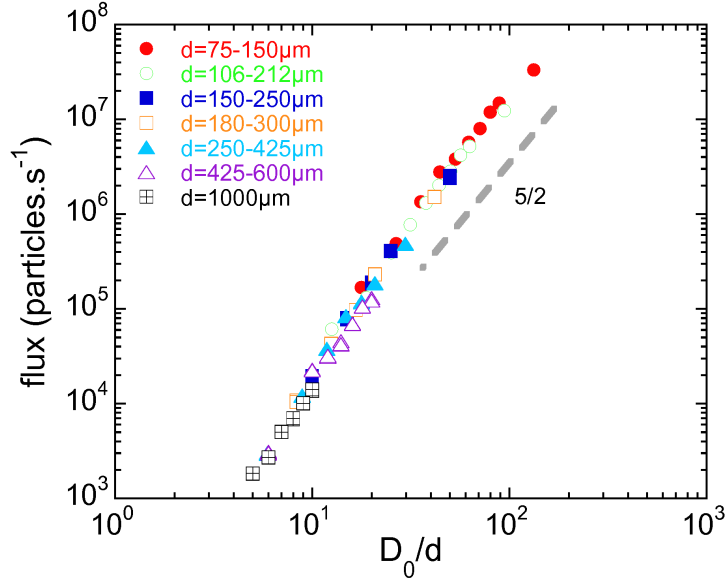


FIGURE 1.15 – Flux normalisé (en nombre de particules par seconde) en fonction du rapport d’aspect $\frac{D_0}{d}$.

L’exposant attendu ($Q_m \propto D^{\frac{5}{2}}$ selon [20]) est présent pour les rapports d’aspect élevés, et une faible déviation est observée pour les rapports d’aspect inférieurs à $\frac{D_0}{d} \lesssim 10 - 20$, de manière similaire à [59]. Il existe donc aussi une trace de la transition observée entre les jets fluides et les jets dilués sur le flux volumique en sortie de l’entonnoir. Puisque les différentes grandeurs sont mesurées indépendamment, il est possible d’en construire une dernière : la fraction volumique initiale du jet.

Fraction volumique

En mesurant le diamètre initial D_0 et le flux massique Q_m d’une part, et en déterminant la vitesse moyenne v_0 d’autre part, il est possible d’estimer la fraction volumique Φ_0 du jet par la conservation de la masse :

$$\Phi_0 = \frac{4Q_m}{\pi \rho_b v_0 D_0^2} \quad (1.8)$$

Au repos dans le réservoir, la fraction volumique du milieu granulaire est prise comme étant $\Phi_{repos} \approx 0.5 - 0.6$, une valeur caractéristique de la fraction volumique d’un empilement aléatoire de sphères. La fraction volumique obtenue en sortie d’un entonnoir est représentée en figure 1.16 pour un grand nombre de combinaisons (D_0, d) .

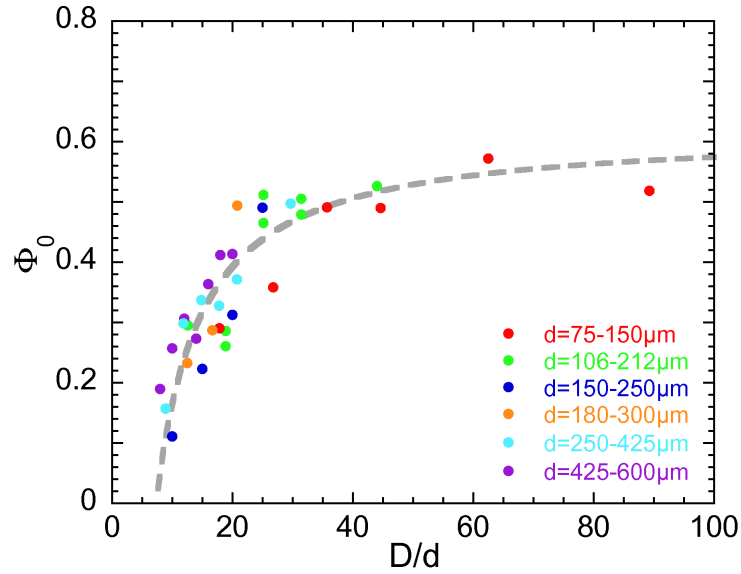


FIGURE 1.16 – Fraction volumique initiale dans différents jets granulaires de rapport d’aspect $\frac{D_0}{d}$. La courbe en pointillés est un ajustement linéaire de la forme $A - B \frac{d}{D_0}$ inspirée de [29].

La transition entre les jets granulaires dispersés et fluides a lieu vers un rapport d’aspect caractéristique $\frac{D_0}{d}_c \approx 15$ correspondant à une fraction volumique caractéristique $\Phi_{0c} \approx 0.3$ pour tous les jets considérés ici. En dessous de cette fraction volumique, un jet granulaire se disperse très vite après la sortie d’un entonnoir. Au dessus de cette limite, la fraction volumique des jets tends vers une valeur proche de $\Phi_c \approx 0.54$.

1.4 Discussion

La transition entre un jet granulaire fluide et un jet granulaire dispersé est basée sur une observation visuelle de l’aspect des jets et sur des mesures de la fraction volumique des jets en sortie de l’entonnoir. Afin d’expliquer cette transition, un modèle hydrodynamique est utilisé [60], basé sur l’équilibre entre la diffusion de la température granulaire depuis la paroi et sa dissipation.

1.4.1 Données expérimentales

La grandeur physique pertinente pour le modèle est la température du milieu granulaire au contact de la paroi dans son réservoir (l’entonnoir). La définition de la température granulaire est qu’elle est donnée par les fluctuations de la vitesse des particules composant le milieu granulaire [11, 12].

$$T = (\delta U)^2 + (\delta V)^2 \quad (1.9)$$

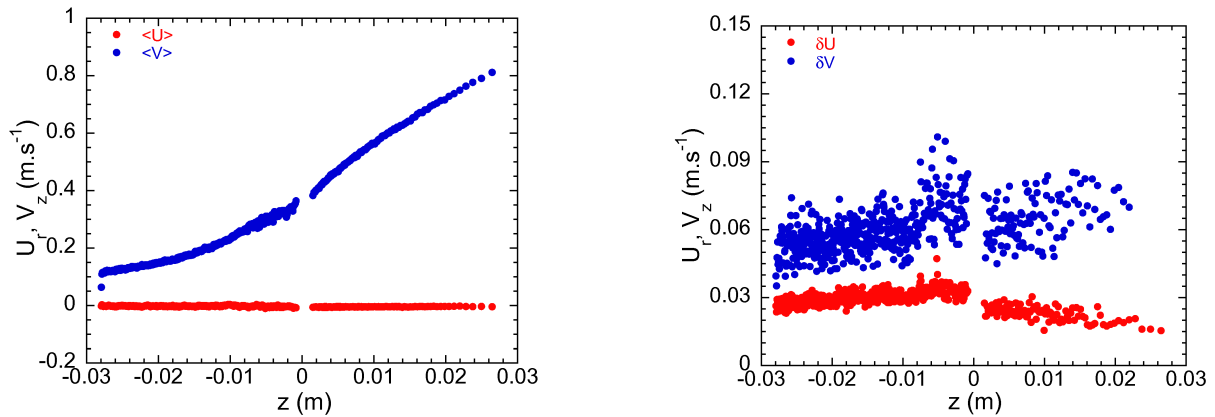
En visualisant l’écoulement de billes dans l’entonnoir, les billes en contact avec la paroi sont identifiables. Pour mesurer les trajectoires et les vitesses des particules, plusieurs



FIGURE 1.17 – Jets granulaires de billes de diamètre $75 - 150\mu m$, $106 - 212\mu$, $180 - 300\mu m$, $250 - 425\mu m$, $425 - 600\mu m$ et $1000\mu m$ (de gauche à droite) dans un entonnoir de diamètre de sortie $D_0 = 5.3mm$. Barre d'échelle 1cm.

méthodes sont disponibles : la mesure de vitesse par suivi des particules (*Particle Tracking Velocimetry, PTV*), vélocimétrie de particules (*Particle Image Velocimetry, PIV*) ou encore vélocimétrie laser Doppler (*Laser Doppler Velocimetry, LDV*).

Il convient de s'assurer dans un premier temps que le profil de température dans l'entonnoir est stationnaire. En mesurant les composantes de vitesse selon l'axe vertical V_z (direction de l'écoulement) et selon la direction transverse U_r (sur une zone d'extension radiale réduite afin de s'affranchir de la courbure de l'entonnoir) sont obtenues les vitesses et températures présentées en figure 1.18.



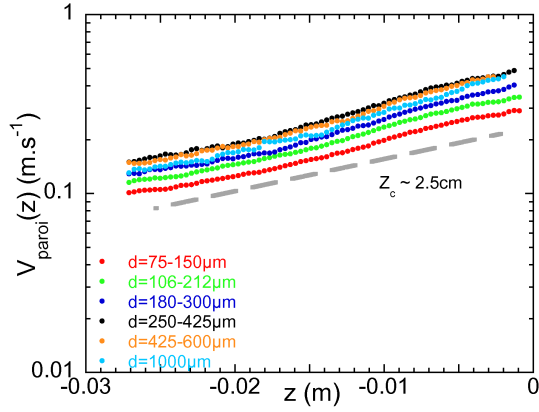
(a) Vitesses axiale V_z et radiale U_r obtenues par PTV sur 500 images. L'origine de l'axe z est la sortie de l'entonnoir.

(b) Fluctuations (déviations standard) des composantes axiales V_z et radiale U_r précédentes.

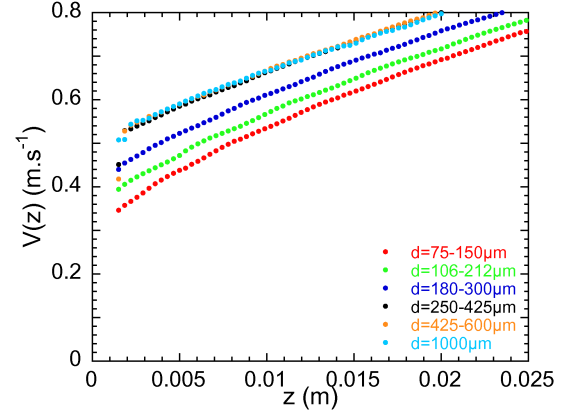
FIGURE 1.18 – Profils de vitesse et des fluctuations pour un entonnoir de diamètre initial $D_0 = 5.3\text{mm}$ et des billes de diamètre $d = 106 - 212\mu$.

L'augmentation de la vitesse axiale dans l'entonnoir est en accord avec la forme de l'entonnoir : par conservation du flux, la diminution du diamètre entraîne une augmentation de la vitesse. Les fluctuations des composantes de la vitesse présentent des variations faibles, compatibles au premier abord avec l'hypothèse d'un régime stationnaire dans l'entonnoir. En se plaçant à une distance $Z_c = -19\text{mm}$ dans l'entonnoir proche de la distance caractéristique d'évolution de la vitesse à l'intérieur de l'entonnoir ($V(z) = V_0 e^{\frac{z}{Z_c}}$), les fluctuations de la vitesse sont mesurées par les différentes méthodes accessibles, pour les différentes tailles de particules.

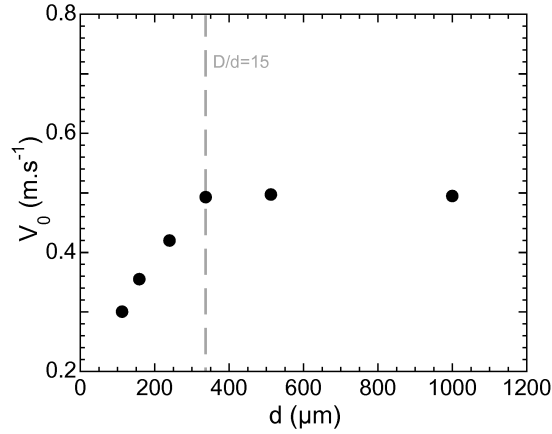
La figure 1.19 présente les mesures réalisées sur les billes en surface (en contact avec la paroi dans l'entonnoir ou à l'interface du jet après la sortie). Avant la sortie de l'entonnoir, la forme du profil de vitesse est supposée due à la forme de l'entonnoir, mettant en évidence la distance caractéristique Z_c . Après la sortie de l'entonnoir l'évolution de la vitesse concorde avec la chute libre sous gravité avec une croissance de la forme $V(z) = \sqrt{2gz + V_0^2}$. La vitesse initiale V_0 extraite de l'ajustement des profils en (b) est donnée en (c), montrant une trace de la transition entre les régimes fluides et dispersés par une saturation de la vitesse de sortie.



(a) Vitesse des billes à la paroi de l'entonnoir avant la sortie $z = 0\text{ cm}$. La ligne grise est un guide exponentiel illustrant l'évolution de la vitesse des billes.



(b) Vitesse des billes en surface de jets granulaires après la sortie $z = 0\text{ cm}$.



(c) Vitesse de sortie extraite de la figure précédente pour les différentes tailles de billes considérées.

FIGURE 1.19 – Mesures de vitesse des billes de surface dans un jet granulaire avant et après la sortie d'un entonnoir.

Les distributions présentées dans la figure 1.20 sont normalisées par leur valeur moyenne et leur déviation standard, servant à définir la température granulaire. Les déviations standard δU et δV obtenues sur les mesures réalisées sont présentées en figure 1.21. Il s'agit des fluctuations considérées sur la partie gaussienne des distributions. Sans filtrer les événements communs des événements rares (inférieurs de deux ordres de grandeur) la valeur des fluctuations est plus importante, mais le comportement ne change pas. Les courbes d'ajustement correspondent à un ajustement classique dans les systèmes granulaires ($T \propto \sqrt{gd}$) et à la forme la mieux adaptée aux données. Le second présente un meilleur accord avec les points expérimentaux. La vitesse des particules et ses fluctuations peuvent donc être mesurées à la paroi de l'entonnoir, et une température définie. L'expression reliant la température au diamètre des billes est utilisée dans les calculs qui suivent.

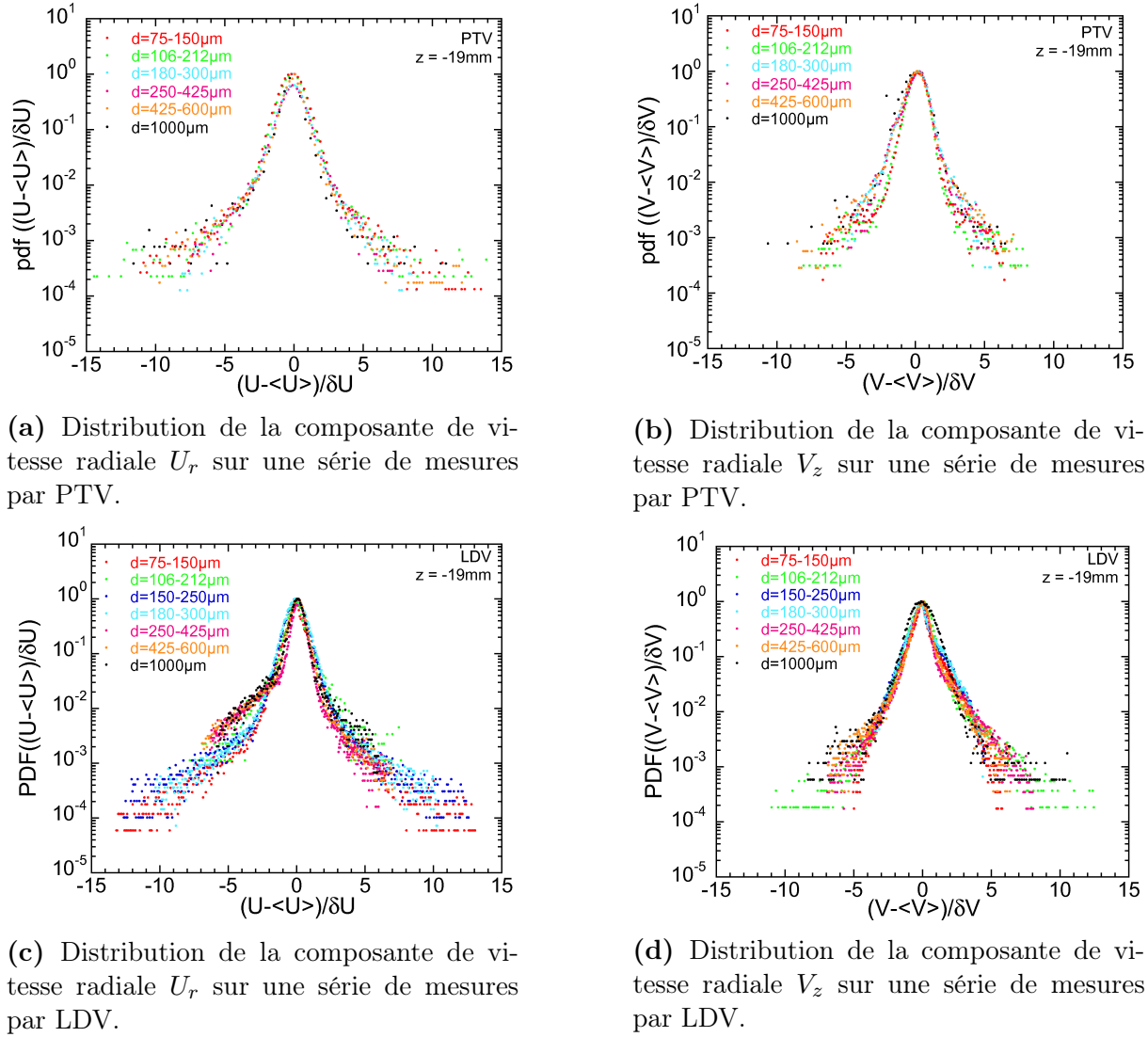


FIGURE 1.20 – Distributions normalisées mesurées à une distance $z = -19mm$ dans l'entonnoir par différentes méthodes, pour les deux composantes de la vitesse des billes, pour différents diamètres de billes en sortie d'un entonnoir de diamètre initial $D_0 = 5.3mm$.

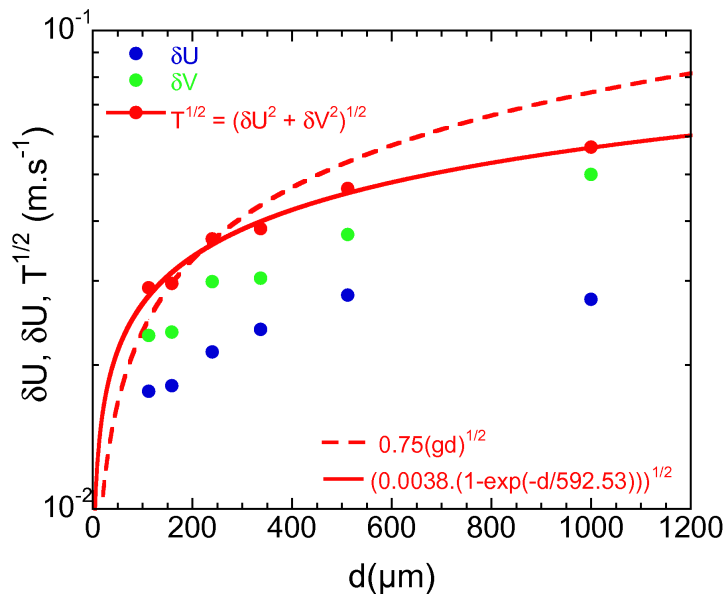


FIGURE 1.21 – Fluctuations des composantes axiale δV (●) et radiale δU (●) mesurées à une distance $z = -19mm$ dans l'entonnoir par PTV et racine de la température granulaire (●).

1.4.2 Modèle hydrodynamique granulaire

Dans ce modèle, l'injection d'énergie dans le système granulaire provient d'un mur fixé à une température arbitraire. Dans les expériences réalisées, il est donc supposé que la température du milieu granulaire est fixée par les interaction entre les micro billes et les parois de l'entonnoir par des collisions inélastiques. Comme il a été observé par ailleurs, il existe un profil de vitesse et de fraction volumique dans des écoulements granulaires denses confinés bidimensionnels [23,58] ou tridimensionnels [61]. En accord avec ces observations, le modèle suppose donc que la température du milieu granulaire à la paroi permet de déduire une longueur caractéristique du profil de fraction volumique dans le jet.

Le modèle est décrit en détail dans [60], il n'en est ici repris que les grandes lignes. Considérant un milieu granulaire décrit comme un ensemble de sphères inélastiques (coefficient de restitution e) dans une enceinte composée de trois murs élastiques et un mur de température fixée. Dans les expériences réalisées ici, le mur à température fixé correspond à la paroi de l'entonnoir, la symétrie du problème ne change pas. Par souci de consistance, l'axe x utilisé dans le modèle original devient l'axe r .

Ce modèle suppose un équilibre entre le flux de chaleur injecté dans un milieu granulaire et sa dissipation. La température du milieu granulaire obéit à la relation :

$$\frac{d}{dr} \left(\kappa \frac{dT}{dr} \right) = I \quad (1.10)$$

avec κ le conductivité thermique et I le terme de dissipation de la température dû à l'inélasticité des collisions. Le premier terme peut être obtenu par une estimation heuristique :

$$\kappa \propto \frac{\rho(\alpha l + d)^2 \sqrt{T}}{l} \quad (1.11)$$

Le terme de droite dans l'expression 1.10 s'exprime :

$$I \propto (1 - e^2) \frac{\rho T^{3/2}}{l} \quad (1.12)$$

Avec e le coefficient de restitution (coefficient d'inélasticité) caractérisant la perte d'énergie des billes lors des collisions. Dans le cas des expériences réalisées (billes de verre et entonnoir de verre), ce paramètre est choisi comme $e = 0.96$.

Dans les deux expressions ci dessus, l est le libre parcours moyen dans le milieu granulaire, qui s'exprime :

$$l \approx \frac{1}{\sqrt{8\rho d}} \frac{\rho_c - \rho}{\rho_c - a\rho} \quad (1.13)$$

avec $a = 1 - \sqrt{\frac{3}{8}}$, et ρ_c la densité d'un empilement compact à deux dimensions. Cette expression pour le libre parcours moyen est proposée dans le modèle original afin de décrire

les deux limites des cas denses et dilués.

Le modèle est complété par une équation d'état reliant la pression P dans le milieu granulaire, la température T et la densité ρ , et permettant la description des deux limites : dilué ($\frac{\rho_c}{\rho} \gg 1$) ou dense ($\frac{\rho_c}{\rho} - 1 \ll 1$). La pression est alors donnée par :

$$P = \rho T \frac{\rho_c + \rho}{\rho_c - \rho} \quad (1.14)$$

De même, cette expression de la pression permet de décrire les deux limites de densité du milieu granulaire. Dans la situation expérimentale considérée, il est choisi de fixer la pression dans le milieu granulaire par la pression de saturation du modèle de Janssen [6] :

$$P_J = \frac{\rho g R}{2k\mu_S} \quad (1.15)$$

où μ est le coefficient de friction ($\mu_S = 0.5$) et k le coefficient de Janssen (reliant les contraintes verticales et radiales) $k = 1$.

Les conditions aux limites permettant d'intégrer les équations sont, dans les conditions expérimentales :

- la température à la paroi est mesurée expérimentalement $T(r = R) = T_{exp}$
- le gradient de température au centre du jet dans l'entonnoir est supposé nul $\frac{dT}{dr} r=0 = 0$

1.4.3 Résultats

En vérifiant qu'il est possible de mesurer les fluctuations de la vitesse des billes dans l'entonnoir, il est donc permis de définir une température granulaire à la paroi, qui, combinée à la vérification d'un état stationnaire en première approximation dans l'entonnoir, justifie l'application du modèle hydrodynamique granulaire.

Les calculs sont réalisés en utilisant un diamètre $D_0 = 5mm$ proche du diamètre de sortie de l'entonnoir.

En utilisant ce modèle, il est obtenu pour la température une longueur caractéristique de décroissance ξ , comme représenté dans la figure 1.22 :

La température à la paroi injectée au milieu granulaire décroît de manière exponentielle vers le centre du système (le centre du jet), sur une distance caractéristique ξ . La température à la paroi diminue lorsque le rapport d'aspect augmente comme illustré en **(a)**, de même que la température au centre. La longueur de décroissance ξ de la température diminue également lorsque le rapport d'aspect augmente comme le montre **(c)** : lorsque le rapport d'aspect est important, la dissipation de la température l'emporte sur sa diffusion. De la même manière, la densité est plus importante au centre du jet qu'à la paroi, comme illustré en **(b)**. La fraction volumique est adimensionnée par la valeur maximale de la fraction volumique mesurée en sortie de l'entonnoir $\Phi_c = 0.54$. Lorsque

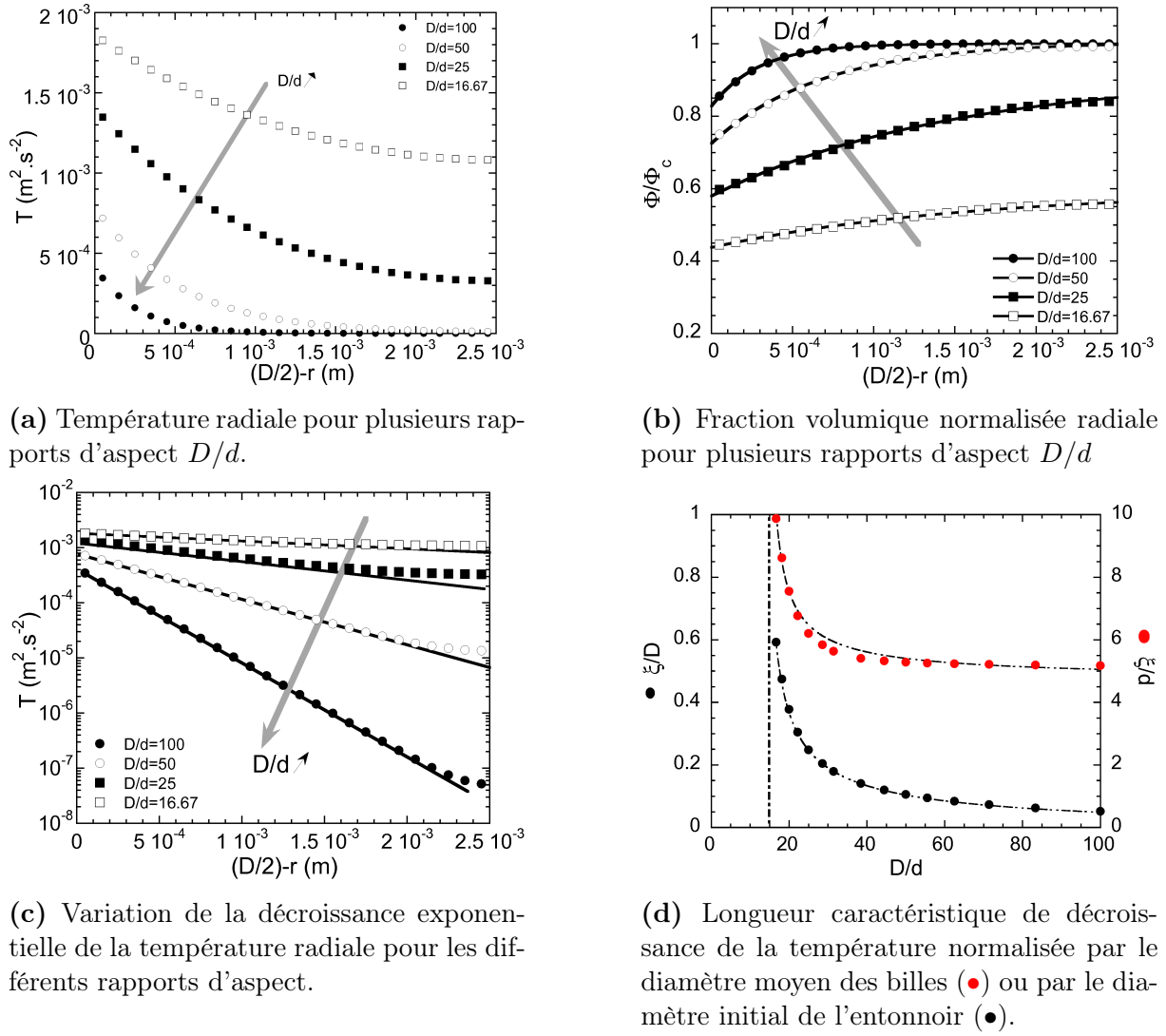


FIGURE 1.22 – Profils obtenus pour la température (a) et (c) et pour la fraction volumique (b) en utilisant le modèle décrit. Longueur caractéristique extraite du profil de température (d).

le rapport d'aspect diminue, le profil de densité dans le système change : la fraction volumique moyenne diminue, tout comme la fraction volumique à la paroi. Les contraintes géométriques du système apparaissent ; la longueur caractéristique ξ devient comparable à la dimension du système lorsque le rapport d'aspect s'approche de sa valeur critique proche de 15 (figure 1.22c).

En figure 1.23 sont comparés les résultats expérimentaux et les résultats obtenus par le modèle hydrodynamique granulaire.

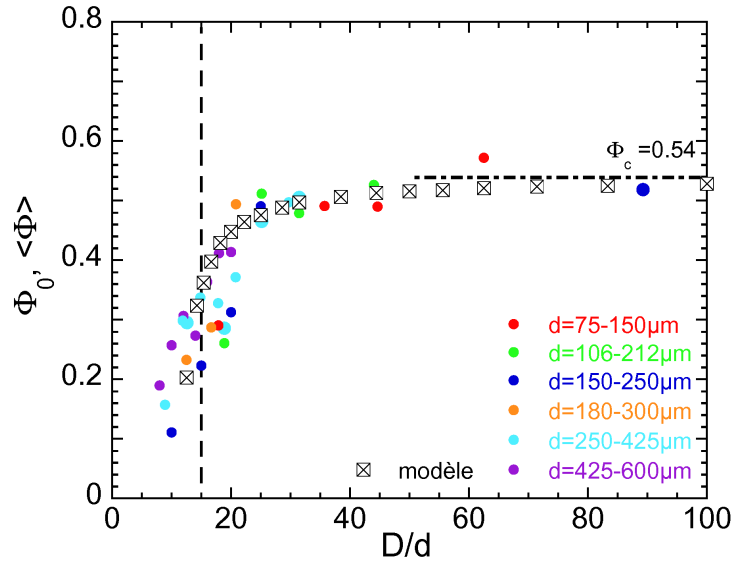


FIGURE 1.23 – Comparaison de la fraction volumique des jets granulaires Φ_0 mesurée en sortie et de la fraction volumique $\langle \Phi \rangle$ obtenue avant la sortie par le modèle hydrodynamique.

Bien que sur cette figure soient comparées la fraction volumique en sortie de l'entonnoir Φ_0 et la fraction volumique moyenne obtenue dans l'entonnoir $\langle \Phi \rangle$, le comportement décroissant lorsque le rapport d'aspect diminue est présent. La divergence de la longueur de décroissance de la température s'accompagne d'une diminution de la fraction volumique moyenne. Dans le cas de jets granulaires fluides, ceux-ci sont constitués d'une phase de grains "chauds" en périphérie et d'une phase "froide" au centre. Lorsque le rapport d'aspect diminue, les deux phases tendent à être mélangées (la température reste quasiment constante entre les deux phases) et le jet se disperse.

1.5 Effet de l'air sur le comportement incompressible d'un jet granulaire

En se basant sur les précédentes expériences réalisées concernant les écoulements granulaires denses en faisant varier la pression de l'air ambiant, il apparaît intéressant de vérifier l'influence de l'air sur le comportement incompressible des jets considérés. Le système décrit au début de ce chapitre est utilisé.

Le réservoir étant de diamètre fixe, le rapport d'aspect est fixé par les diamètres des particules utilisées. Sur la figure 1.24 sont représentés les profils mesurés sur quatre jets de microbilles de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$, $d = 250 - 425 \mu m$, $d = 425 - 600 \mu m$ et $d = 1000 \mu m$ (soit des rapports d'aspects proches de 50, 25, 15 et 8 respectivement) à pression atmosphérique (environ 1013 mbar) et à une pression d'environ 10 mbar.

Il n'apparaît pas de différence notable dans les comportements des jets lorsque la pression d'air est réduite de deux ordres de grandeur ; il est donc supposé que l'interaction

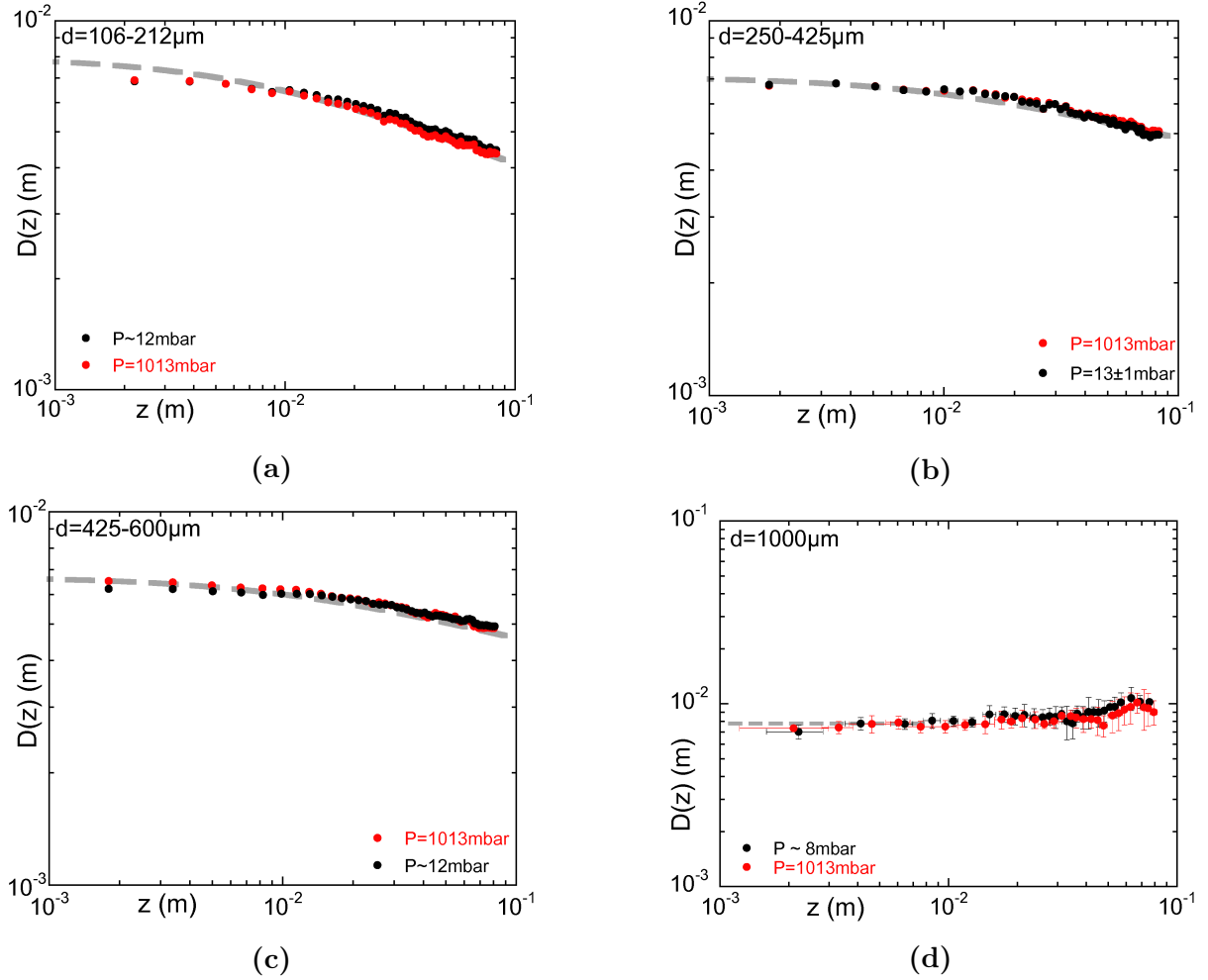


FIGURE 1.24 – Profils de jets granulaires mesurés dans une enceinte à vide, à pression atmosphérique et à une pression réduite ($\approx 10\text{mbar}$). la courbe en gris pointillés correspond à l'ajustement du profil par la relation 1.4, avec $\alpha = -0.25$ pour les jets **a)** et **b)**, $\alpha \approx -0.15$ pour le jet **c)**. Le jet **d)**, de rapport d'aspect proche de 8 ne présente pas d'amincissement et se disperse dès la sortie.

entre le jet granulaire et l'air n'est pas impliquée dans la transition entre les jets granulaires incompressibles et dispersés.

1.6 Bilan

Un milieu granulaire en écoulement peut présenter différents comportements : s'écouler de manière analogue à un fluide incompressible ou s'écouler comme un fluide compressible avec une transition vers un comportement gazeux. Cette transition se fait en changeant le rapport d'aspect comparant la taille des particules du milieu granulaire et le diamètre initial de sortie de son réservoir, et semble indépendante de la densité des particules ou de la présence d'air autour du jet.

- Dans le régime fluide défini pour un rapport d'aspect $\frac{D}{d} > 15$, le jet granulaire présente une fraction volumique constante au cours de sa chute. Son interface est

d'épaisseur constante $\epsilon \approx 2d$.

- Dans le régime transitoire, pour $5 < \frac{D}{d} < 15$, la fraction volumique du jet granulaire diminue lors de la propagation jusqu'à qu'il ne soit plus possible de décrire l'écoulement par un comportement collectif.
- A partir de $\frac{D}{d} < 5$, l'écoulement granulaire est intermittent.

L'application d'un modèle simple basé sur une température imposée à un milieu granulaire confiné et l'équilibre entre le flux de chaleur et la dissipation intrinsèque au milieu permet de définir une longueur caractéristique sur les profils de température et de densité (fraction volumique) du milieu granulaire dans l'entonnoir, avec des hypothèses simples. Cette longueur caractéristique de décroissance de la température semble justifier la transition existant entre les régimes fluides (pour lesquels la taille initiale du jet est importante devant l'épaisseur de la couche chaude périphérique du jet) et dilués (lorsque l'épaisseur de la couche chaude devient importante relativement à la taille initiale du jet). Malgré le bon accord entre le modèle et les résultats expérimentaux, il est nécessaire de rappeler que ce modèle suppose un état stationnaire dans l'entonnoir et que ce n'est qu'à cette condition qu'il est valide de l'utiliser : malgré l'état stationnaire observé en première approximation sur la température dans l'entonnoir, cette approximation peut paraître excessive. Il peut être nécessaire de modifier le modèle en incluant la vitesse de l'écoulement dans les équations constitutives. De même, la fraction volumique Φ_c utilisée dans le cas des grands rapports d'aspect est ici déterminée expérimentalement par la valeur asymptotique mesurée en sortie, et non dans l'entonnoir.

Dans la limite supérieure $\frac{D}{d} > 15$, un jet granulaire peut être décrit comme un fluide incompressible, et l'équivalent granulaire d'une tension de surface peut être définie en utilisant les fluctuations mesurées sur son interface – par un équilibre entre ces fluctuations intrinsèques et l'agitation thermique granulaire via une tension de surface ou par la propagation d'ondes capillaires de petite échelle [28].

Chapitre 2

Instabilité de Rayleigh-Plateau dans un jet granulaire

2.1 Prélude : rappels de contexte

Après avoir défini le domaine de validité de la description "liquide" d'un écoulement granulaire, sera abordée dans ce chapitre la question de la tension de surface granulaire. Malgré la description faite dans ce manuscrit d'un jet granulaire comme un liquide, il existe de nombreuses différences entre un jet liquide et un jet granulaire ; la plus évidente étant la différence de taille des constituants : là où il s'agit de molécules pour un liquide, les particules composant un milieu granulaire ont des tailles micro à millimétrique. Cette différence de taille implique que les forces entre les particules changent de nature ; les interactions attractives de type van der Waals responsables de la tension de surface dans un fluide moléculaire sont notamment négligeables dans un milieu granulaire. Malgré cela, des similarités ont été observées entre les jets granulaires et les jets liquides au cours de la dernière décennie, et la question de l'existence d'une tension de surface granulaire a été soulevée. Dans ce chapitre, l'existence d'une tension de surface effective dans un jet granulaire sera mise en évidence par l'étude d'une instabilité similaire à l'instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau (*i.e.* la mesure des taux de croissance de modes sinusoïdaux) dans la continuité de la mesure d'une tension de surface granulaire basée sur des ondes capillaires excitées thermiquement.

Dans la description d'un jet granulaire en régime fluide, il est possible de pousser l'analogie avec les liquides jusqu'à la mesure d'une tension de surface granulaire [28]. Il convient de rappeler qu'une tension de surface ne peut être présent *per se* dans un jet granulaire, les forces de cohésion entre les composants d'un milieu granulaire étant trop faibles pour provoquer une cohésion à grande échelle dans un écoulement granulaire. Malgré tout, tant l'existence d'une tension de surface granulaire *effective* [30] que sa valeur [34, 47] restent controversées.

Les fluctuations observées à l'interface de jets granulaires dans l'air semblent indiquer l'existence de phénomènes analogues aux ondes capillaires dans les jets granulaires, permettant de définir une tension de surface granulaire sous la forme :

$$\gamma \propto \frac{T}{\xi^2} \quad (2.1)$$

avec T la température granulaire et ξ l'échelle caractéristique des fluctuations de l'interface du jet granulaire. Dans le cadre de la physique des milieux granulaire, la température est prise comme étant donnée par les fluctuations de la vitesse de l'interface, et l'échelle des fluctuations par la déviation standard du diamètre au cours du temps. Cette relation donne des valeurs de la tension de surface effective à l'interface d'un jet granulaire comprises entre quelques centaines de $\mu N.m^{-1}$ et quelques $mN.m^{-1}$ selon la distance considérée, avec une croissance au cours de la propagation comme illustré en fig 2.1.

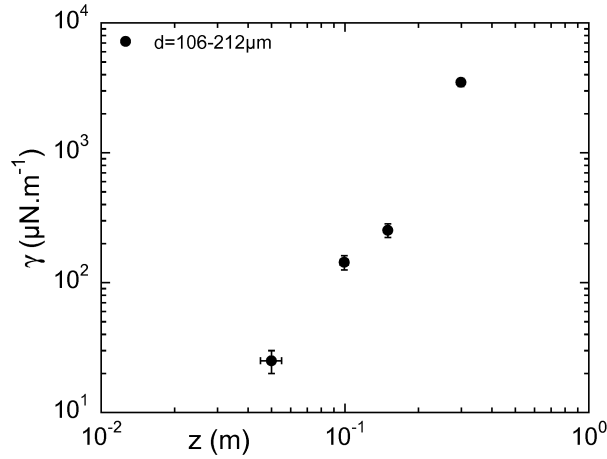


FIGURE 2.1 – Tension de surface estimée par la relation phénoménologique 2.1 pour un jet de diamètre initial $D_0 = 5.3mm$ de billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$ à une distance $z \approx 20cm$ sous la sortie.

A titre comparatif, les expériences présentées sont tout d'abord réalisées en utilisant les mêmes micro-billes et à des distances comparables à [28].

2.2 Méthodes et expériences

A la différence d'un jet liquide, un jet granulaire ne se déstabilise pas "naturellement" pour donner naissance à des gouttes. Les expériences réalisées ici impliquent donc de forcer l'apparition de modes de déformation dans le jet afin d'en étudier la stabilité. Pour se faire, un vibreur électromagnétique (LDS VM Series 400) est utilisé pour imposer une vibration sinusoïdale verticale dans le jet : un entonnoir contenant le milieu granulaire est fixé sous le vibreur, ce dernier vibrant verticalement avec une amplitude A (l'amplitude crête à crête $A_{pk} = 2A$ est utilisée dans les notations par la suite) et une fréquence f

fixées. Les paramètres imposés sont contrôlés par un accéléromètre fixé sur le support de l'entonnoir, et renvoyés à vibreur via une boucle de contrôle.



FIGURE 2.2 – Dispositif expérimental pour l'excitation du jet. L'accéléromètre est fixé sur la croix métallique de fixation de l'entonnoir.

Lorsque le milieu granulaire s'écoulant de l'entonnoir est soumis à l'excitation sinusoïdale du vibreur, une modulation de son diamètre apparaît. Ce sont les modes qui seront considérés ici.

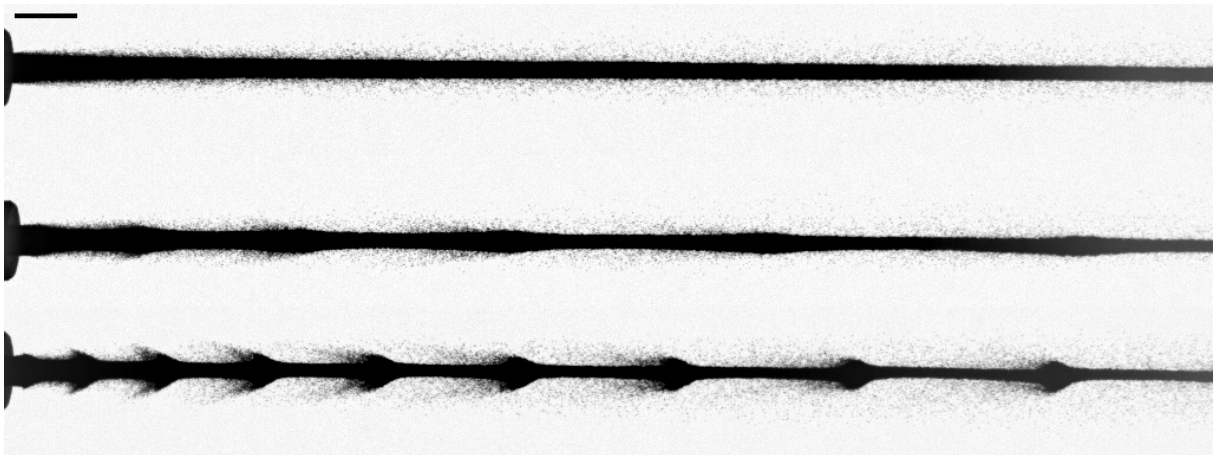
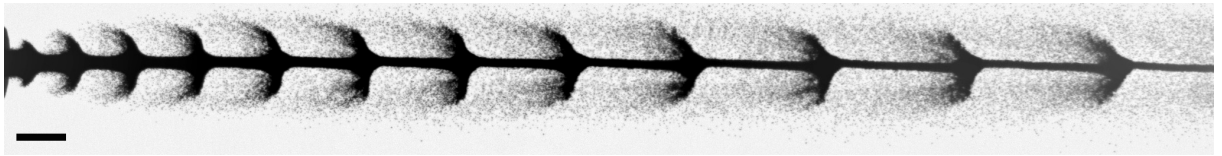


FIGURE 2.3 – Jets granulaires ($D_0 = 5.3\text{mm}$, $d = 106 - 212\mu\text{m}$). De haut en bas, non excité, excité à $f = 33\text{Hz}$, $A_{pk} = 200\mu\text{m}$ et excité à $f = 53\text{Hz}$, $A_{pk} = 200\mu\text{m}$. Barre d'échelle 1cm.

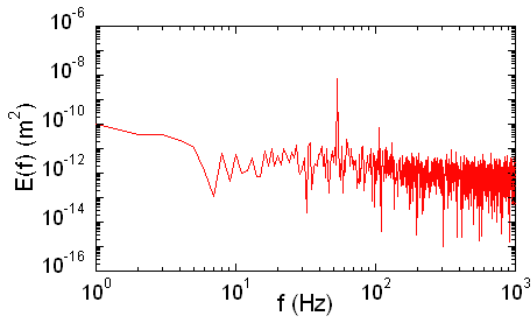
Bien que le vibreur électromagnétique utilisé puisse fournir des oscillations de grande amplitude et/ou de haute fréquence, des limites apparaissent :

- pour des amplitudes ou fréquences trop élevées, le jet granulaire répond de manière non-linéaire à l'excitation sinusoïdale imposée, comme illustré en figure 2.4a. Dans ce cas, les modes excités dans le jet n'ont plus une forme sinusoïdale, et on observera que le jet s'érode sur les crêtes des modes (il y a alors perte de matière, la description fluide du jet granulaire n'est plus valide).
- une analyse de la fréquence des modes excités dans le jet peut également indiquer l'apparition d'harmoniques d'ordre élevé en plus de la fréquence fondamentale excitée. Bien que l'énergie de ces harmoniques soit typiquement un ordre de grandeur en dessous de l'énergie de la fréquence fondamentale, leur contribution peut dans certains cas devenir non-négligeable. Les figures 2.4b et 2.4c présentent le spectre en fréquence du diamètre d'un jet $D(t)_{z_{fixe}}$ pour deux amplitudes différentes à la même fréquence.

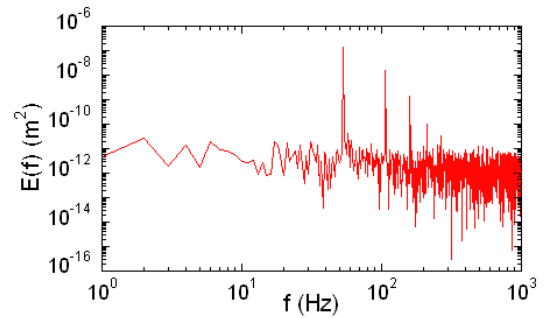
Ces limites expérimentales peuvent se traduire en définissant l'accélération réduite de l'excitation par $\Gamma = \frac{A\omega^2}{g}$, avec A l'amplitude de l'excitation, $\omega = 2\pi f$ sa pulsation. Pour rester dans le domaine de réponse linéaire du jet à l'excitation et ne pas exciter d'harmoniques, ce paramètre doit rester inférieur à ou de l'ordre de l'unité : $\Gamma \leq 1$.



(a) Exemple d'excitation non-linéaire d'un jet ($D_0 = 5.3mm$, $d = 106 - 212\mu m$, $f = 73Hz$, $A_{pk} = 200\mu m$). Barre d'échelle 1cm.



(b) Spectre en fréquence obtenu par transformée de Fourier du diamètre $D(t)$ à une distance z donnée ($f = 53Hz$, $A_{pk} = 30\mu m$ soit $\Gamma \approx 0.34$)



(c) Spectre en fréquence obtenu par transformée de Fourier du diamètre $D(t)$ à une distance z donnée ($f = 53Hz$, $A_{pk} = 150\mu m$ soit $\Gamma \approx 1.7$).

FIGURE 2.4 – Mise en évidence des limites de l'excitation d'un jet granulaire. En **a**) la déformation du jet est trop importante. En **c**), à comparer avec **b**) le spectre présente le pic correspondant à la fréquence d'excitation et trois harmoniques d'ordre supérieur.

Il a également été vérifié l'influence de la vibration verticale du réservoir sur le flux massique de l'écoulement. En effet, il est connu que l'écoulement d'un milieu granulaire dans un silo ou un réservoir peut être influencé par des vibrations imposées aux parois (de manière très simple, en frappant les parois d'un silo bloqué, par exemple). Le phénomène a été étudié au préalable dans différentes configurations ([62] et ses références, [63–65]), et il a mis en évidence que la vibration d'un lit de matériau granulaire avait une influence sur sa fraction volumique et sur la ségrégation des composants du matériau selon leur taille (l'effet "*brazil nut*" [66, 67]).

Dans le cadre des expériences présentées ici, le flux massique est mesuré en mesurant la masse versée dans l'entonnoir et en mesurant la durée de l'écoulement lorsque le système est mis en vibration (il s'agit donc d'une mesure moyennée dans le temps). La vibration et la vidange sont synchronisées de manière à éviter une compactification ou une fluidification de l'ensemble des micro-billes dans le corps de l'entonnoir.

De manière similaire à [62], les flux sont présentés normalisés par le flux sans excitation et en fonction de la grandeur réduite $V_{adim} = \frac{A\omega}{\sqrt{gD_0}}$, où A, ω sont les paramètres de l'excitation sinusoïdale imposée à l'entonnoir. La transition observée sur le flux peut être définie par une vitesse réduite ou une accélération réduite, comme illustré sur la figure 2.5.

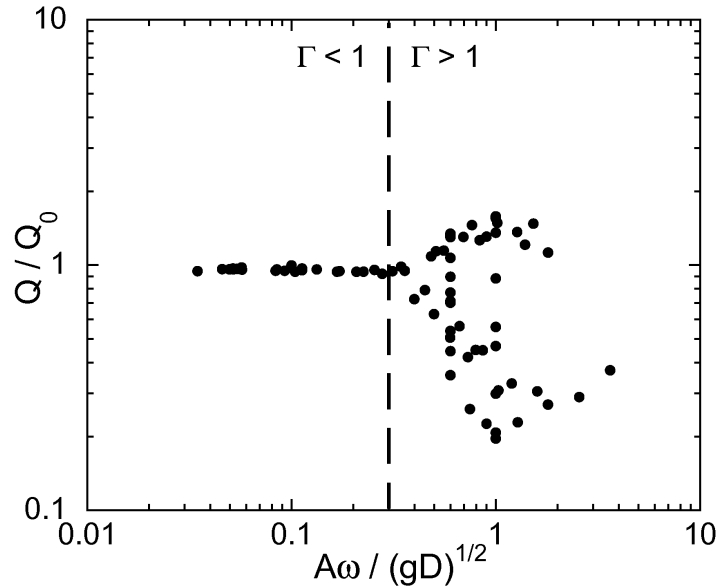


FIGURE 2.5 – Flux massique mesuré Q normalisé par le flux massique sans excitation Q_0 , en fonction de la vitesse réduite pour différentes valeurs des paramètres A_{pk} et ω . Mesures réalisées avec des billes de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 5.3 mm$.

Pour une grande gamme de paramètres A_{pk}, ω correspondant à la limite $\Gamma < 1$, le flux massique reste constant (aux variations de répétabilité près d'une expérience à l'autre). Au delà de la limite $\Gamma > 1$, des phénomènes de circulation se mettent en place dans le corps de l'entonnoir (visibles par l'apparition de modulations importantes à la surface libre des micro-billes) et de variations du flux.

Dans le cadre des expériences qui nous intéressent, on retiendra la limite $\Gamma < 1$ nécessaire pour rester dans une gamme où le flux massique n'est pas affecté par la vibration verticale de l'entonnoir *i.e.* qu'il n'y a pas de changement dans la fraction volumique du milieu granulaire dans l'entonnoir avant sa vidange, que le jet répond de manière linéaire à l'excitation imposée et que cette réponse reste mono-fréquentielle.

En mesurant le diamètre du jet au cours de la propagation et du temps $D(z, t)$ par la même méthode que précédemment, on obtient qualitativement le résultat présenté en figure 2.6. Le diamètre du jet est normalisé sur l'échelle d'intensité du diagramme spatiotemporel : les crêtes des modes excités apparaissent en blanc, les creux en noir. Le mode principal est donc clairement identifiable.

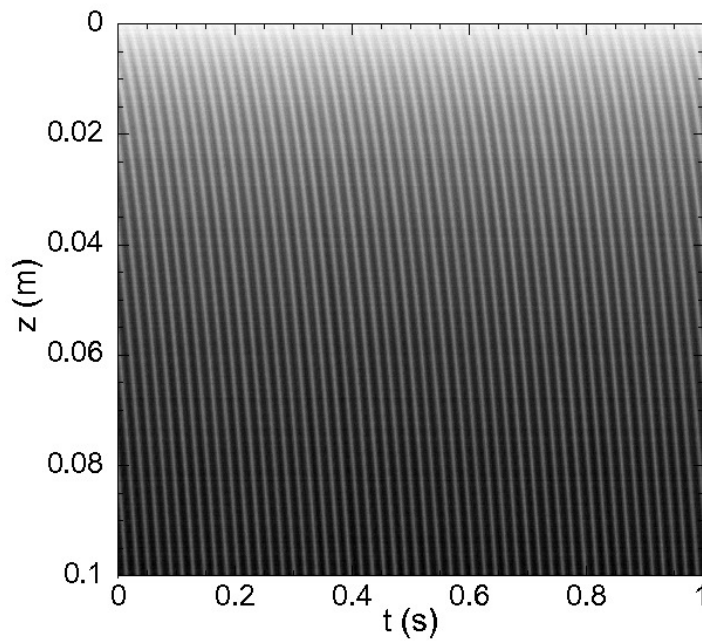


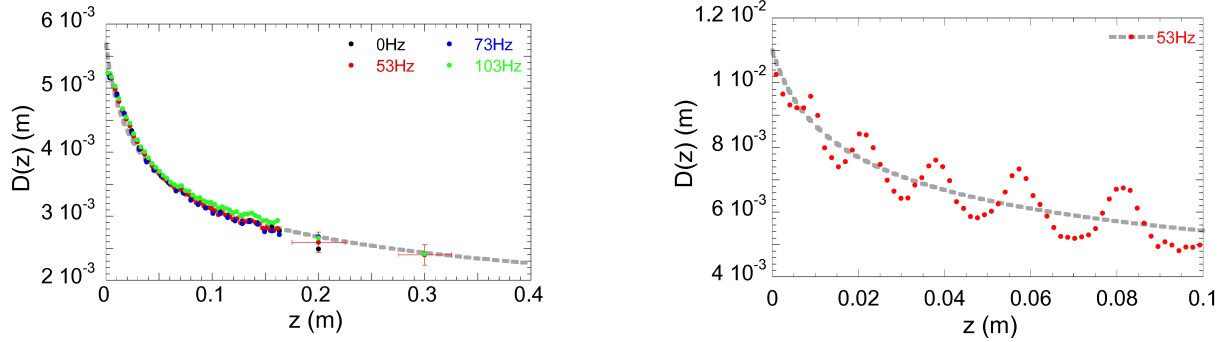
FIGURE 2.6 – Diagramme spatiotemporel $D(z, t) - \langle D(z) \rangle$ d'un jet de diamètre initial $D_0 = 11m$ de billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$, soumis à une excitation $f = 53Hz$.

2.3 Résultats expérimentaux

On se place dans les limites définies jusqu'à présent : grand rapport d'aspect $\frac{D}{d}$ et accélération réduite $\Gamma \leq 1$, en utilisant dans un premier temps des billes de verre de diamètre $d = 106 - 212\mu m$ et de densité $\rho_b = 2500kg.m^{-3}$.

2.3.1 Diamètre du jet et incompressibilité

Il convient de s'assurer qu'en excitant le jet granulaire, la description "fluide" est toujours valide *i.e.* que l'hypothèse d'incompressibilité est conservée. La figure 2.7 présente le diamètre moyen d'un jet excité à différentes fréquences, ainsi que le diamètre moyen du jet non excité, et la figure 2.7b le diamètre instantané d'un jet excité.

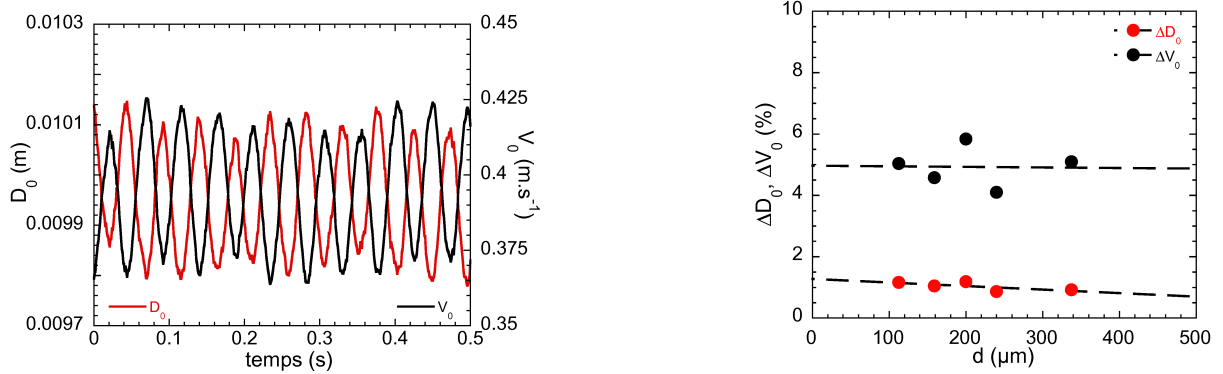


(a) Diamètre du jet moyenné $\langle D(z) \rangle_t$ pour un jet non excité et excité à trois fréquences différentes.

(b) Diamètre $D(z)$ d'un jet excité (53Hz).

FIGURE 2.7 – Diamètres de jets excités. Dans chaque figure, la courbe en pointillés gris correspond à l'ajustement par la relation d'amincissement d'un fluide incompressible (relation 1.1)

Considérant le bon accord entre l'ajustement par la loi obtenue au chapitre précédent pour un jet incompressible, on admettra qu'en restant dans la limite des faibles perturbations, le jet granulaire se comporte toujours comme un fluide incompressible *i.e.* l'excitation verticale ne semble pas induire de variation de fraction volumique dans le jet. Pour s'en convaincre, il est également possible de mesurer le diamètre initial du jet $D(z \approx 0)$ et sa vitesse moyenne de sortie au cours de l'excitation.



(a) Vitesse (●) et diamètre (●) d'un jet granulaire de billes de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 11m$, soumis à une excitation $f = 63Hz$ et $A_{pk} = 60 \mu m$.

(b) Variations relatives de la vitesse moyenne initiale (●) et du diamètre initial (●) d'un jet granulaire de billes de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 11m$, soumis à une excitation $f = 63Hz$ et $A_{pk} = 60 \mu m$.

FIGURE 2.8

L'opposition de phase entre le diamètre modulé et la vitesse modulée illustrée en figure 2.8 vient confirmer l'incompressibilité du jet excité par l'invariance du débit proportionnel à $v_0 D_0^2$. S'ajoute à celui les valeurs des variations relatives du diamètre et de la vitesse indiquant que la modulation du jet se fait principalement par l'intermédiaire

d'une modulation de la vitesse moyenne de sortie.

2.3.2 Longueur d'onde du mode excité

Il est possible de mesurer la longueur d'onde du mode excité au cours de la propagation ainsi que son évolution. La croissance observée provient de l'accélération du jet sous l'effet de la gravité, avec l'expression :

$$\lambda(z) = \frac{v(z)}{f} = \frac{v_0}{f} \left(1 + \frac{2gz}{v_0^2}\right)^{1/2} \quad (2.2)$$

La figure 2.9a présente les longueurs d'onde normalisées $\lambda.f(z)$ obtenues pour différentes fréquences en fonction de la distance à l'origine du jet. La mesure de la longueur d'onde permettant une détermination indirecte de la vitesse moyenne de l'écoulement, à comparer avec la vitesse obtenue par l'ajustement du diamètre du jet (l'accord entre les deux méthodes est illustré en figure 2.9b).

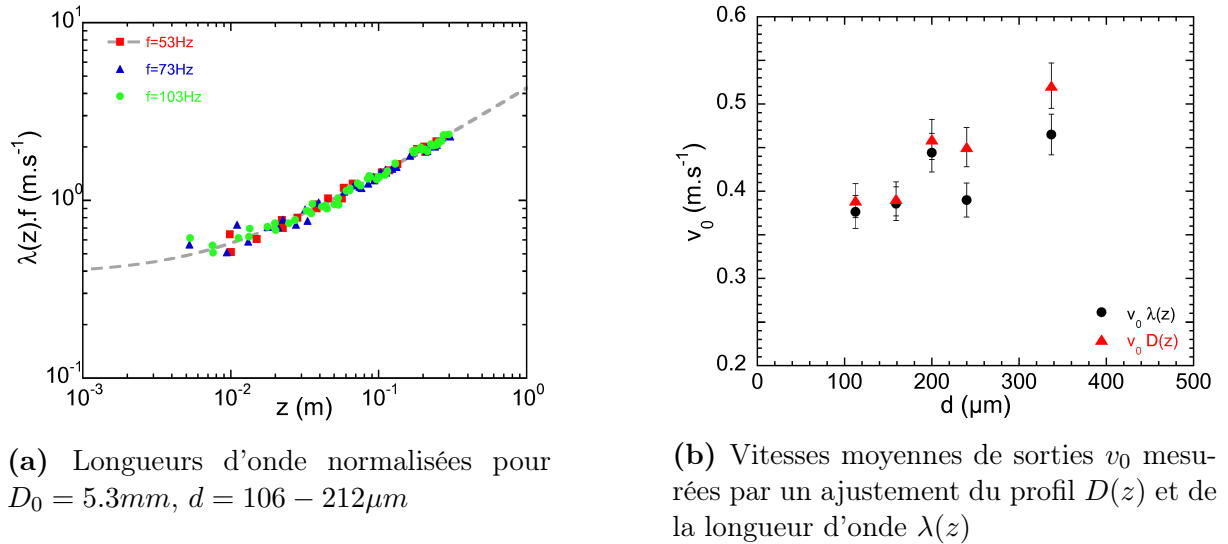


FIGURE 2.9

La croissance de la longueur d'onde au cours de la propagation implique une diminution du nombre d'onde associé $k(z) = \frac{2\pi}{\lambda(z)}$, variant de concert avec le rayon du jet $r(z) = r_0(1 + \frac{2gz}{v_0^2})^{-1/4}$. L'expression du nombre d'onde réduit $kr(z)$ est :

$$kr(z) = \frac{\pi f}{v_0} D_0 \left(1 + \frac{2gz}{v_0^2}\right)^{-3/4} \quad (2.3)$$

La figure 2.10 illustre la variation de $kr(z)$ pour les paramètres : $D_0 = 5.3\text{mm}$, $v_0 = 0.4\text{m.s}^{-1}$ et $f = 53\text{Hz}$. Dans la description de l'instabilité de Rayleigh-Plateau dans le cas inviscide, le critère de croissance des modes dans le jet est : $kr < 1$ (les modes de longueur d'onde inférieure au périmètre du jet sont stables [43, 50]). En utilisant ce critère

pour l'instabilité granulaire, pour chaque fréquence excitée dans le jet, on passera donc du régime stable au régime instable au cours de la propagation.

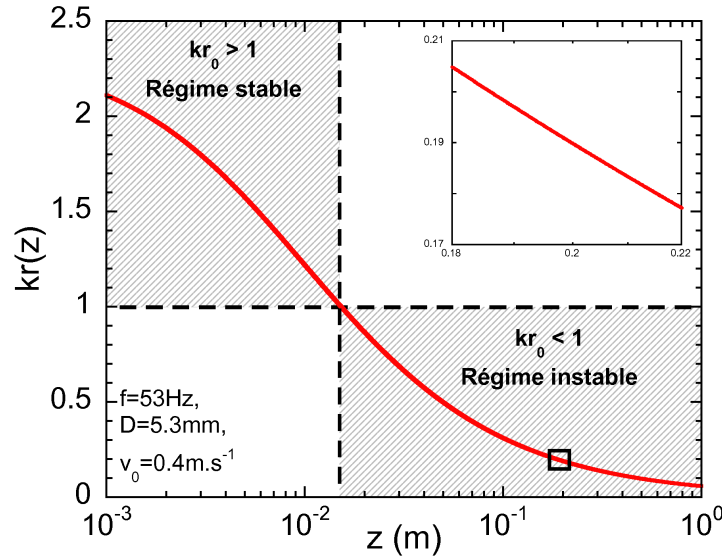


FIGURE 2.10 – Variation du nombre d'onde réduit avec la propagation résultant de l'amincissement du jet et de la croissance de la longueur d'onde.

Le paramètre kr_0 étant utilisé dans la caractérisation de l'instabilité de Rayleigh-Plateau, il convient donc de s'assurer de réaliser les mesures sur une fenêtre verticale réduite, afin de limiter la variation du nombre d'onde réduit, comme donné en exemple en encart de la figure 2.10 (avec une variation typique de 10% de kr_0 sur une fenêtre verticale de 4cm).

2.3.3 Expression de la perturbation

De manière similaire à l'étude de l'instabilité de Rayleigh-Plateau dans un liquide par J. W. Strutt en 1878 [44], il convient de s'intéresser à l'évolution de la perturbation imposée dans le jet granulaire. Cette instabilité ayant été traitée de manière plus complète dans [50] et [68], seuls les aspects concernant le passage au cas granulaire étudié ici sont rappelés.

On définit la perturbation sinusoïdale découplée de l'amincissement du jet comme :

$$\Delta D(z) = \frac{D(z) - \langle D(z) \rangle_t}{\langle D(z) \rangle_t} \quad (2.4)$$

avec $\langle D \rangle_t$ le diamètre du jet moyennée sur une durée t (typiquement $t = 1\text{s}$).

Avec cette expression, la limite de faible perturbation considérée ici se traduit par $\Delta D(z) < 10\%$.

L'analyse spectrale de $D(z)$ par transformée de Fourier rapide permet d'obtenir la valeur de ΔD en ne considérant que la composante fréquentielle correspondant au signal d'excitation :

$$\Delta D(z) = \frac{\sqrt{2 * E(f)}}{< D >_t} \quad (2.5)$$

avec $E(f)$ le carré de l'amplitude du spectre correspondant à la fréquence excitée.

Pour obtenir le taux de croissance (respectivement de déclin) de la perturbation, il faut convertir l'échelle spatiale des images analysées en échelle temporelle. L'axe vertical z est converti en axe temporel t connaissant la vitesse du jet $v(z)$:

$$t = \frac{v(z) - v_0}{g} \quad (2.6)$$

Enfin, le taux de croissance de la perturbation ω est obtenu par un ajustement exponentiel de $\Delta(t)$:

$$\Delta D(t) \propto e^{\omega t} \quad (2.7)$$

2.3.4 Taux de croissance et relation de dispersion

Les résultats présentés par la suite sont réalisés en se plaçant à une distance $z = 20cm$ de l'orifice de l'entonnoir : cette distance étant le meilleur compromis permettant d'exciter toute la gamme instable $0 < kr_0 < 1$ avec des amplitudes raisonnables, tout en ayant un bon rapport dans la conversion $z - t$. Un jet est excité à une fréquence f , correspondant à un kr_0 donné, la perturbation $\Delta D(t)$ est extraite de la mesure du diamètre du jet et son taux de croissance ω mesuré.

Les figures 2.11 à 2.13 représentent plusieurs exemples $\Delta D(t)$ obtenus pour différentes fréquences et trois entonnoirs différents.

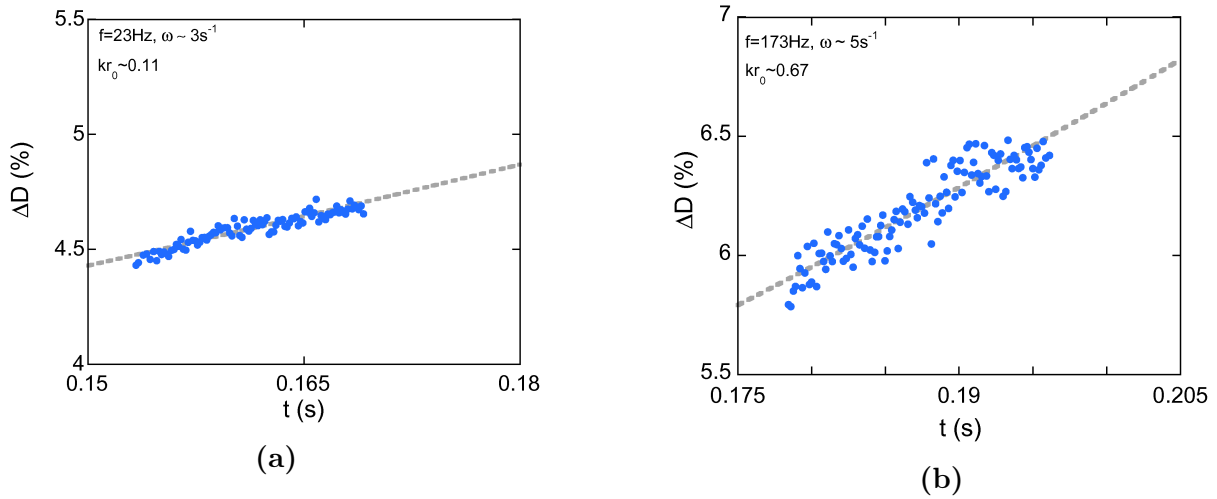


FIGURE 2.11 – Exemples de variation temporelle de la valeur de la perturbation relative $\Delta D(t)$ obtenus pour un entonnoir de verre de diamètre $D_0 = 5.3mm$ à une distance $21 < z < 25cm$. En gris, ajustement exponentiel.

Sur la figure 2.11, les perturbations sont lisses, un taux de croissance est clairement mesurable avec une faible incertitude. Malgré cette précision, il existe une variabilité dans la mesure des taux de croissance ω en répétant les expériences.

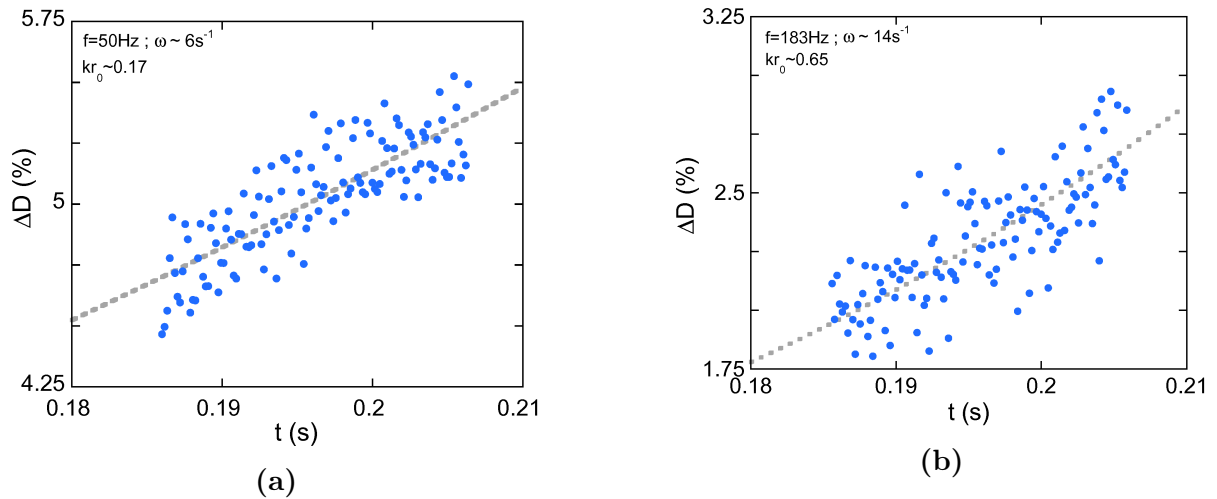


FIGURE 2.12 – Exemples de variation temporelle de la valeur de la perturbation relative $\Delta D(t)$ obtenus pour un entonnoir de plastique de diamètre $D_0 = 6.3mm$ à une distance $23 < z < 27cm$. En gris, ajustement exponentiel.

Dans un entonnoir de plastique, les taux de croissance sont plus élevés, mais avec une plus grande dispersion intrinsèque que l'on attribue à des déformations de l'entonnoir au cours de l'excitation plus importantes avec un matériau plastique.

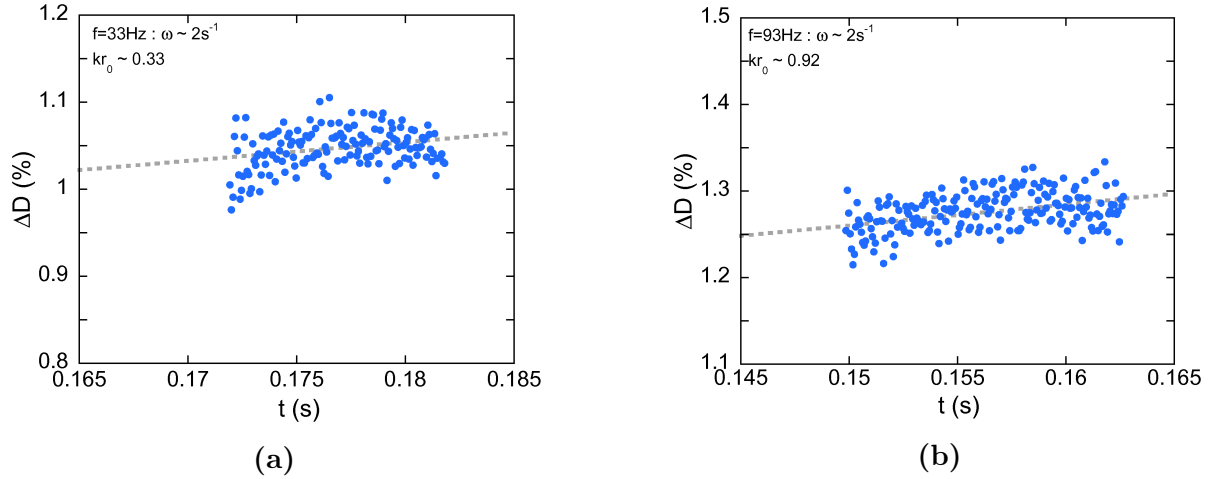


FIGURE 2.13 – Exemples de variation temporelle de la valeur de la perturbation relative $\Delta D(t)$ obtenus pour un entonnoir de plastique de diamètre $D_0 = 12.6mm$ à une distance $18 < z < 22cm$. En gris, ajustement exponentiel.

En utilisant un entonnoir de plastique de diamètre plus important ($D_0 = 12.6mm$), on mesure des taux plus faibles que dans les cas précédents, et toujours dispersés malgré un changement dans le système de fixation de l'entonnoir au vibreur pour minimiser ses déformations qui permet malgré tout d'exciter les hautes valeurs de kr_0 . Sans rigidifier la fixation de l'entonnoir sous le vibreur, il n'apparaît pas possible d'exciter les modes de nombre d'onde $kr_0 > 0.7$

La déformation relative $\Delta D(t)$, tout comme les taux de croissance ω mesurés sont plus faibles et plus dispersés. La croissance du mode instable se traduit par une augmentation de l'ordre d'une taille de bille sur la fenêtre considérée, justifiant ainsi le choix de la détection de l'interface par la méthode de la surface de Gibbs. Pour mesurer les taux de croissance considérés dans les jets granulaires, une grande précision et une fréquence d'acquisition élevée sont nécessaires. De même, la stabilité du jet est essentielle : une oscillation de grande amplitude du jet (induite par un mouvement du bâti supportant le dispositif expérimental, visible par exemple sur le jet de la figure 2.4a) peut perturber la mesure. Il peut également intervenir un phénomène de résonance entre les différents éléments du système (observée surtout à basses fréquences).

La figure 2.14 récapitule les taux de croissances ω relevés pour un jet de diamètre initial $D = 5.3mm$ présentés en fonction du nombre d'onde réduit kr_0 .

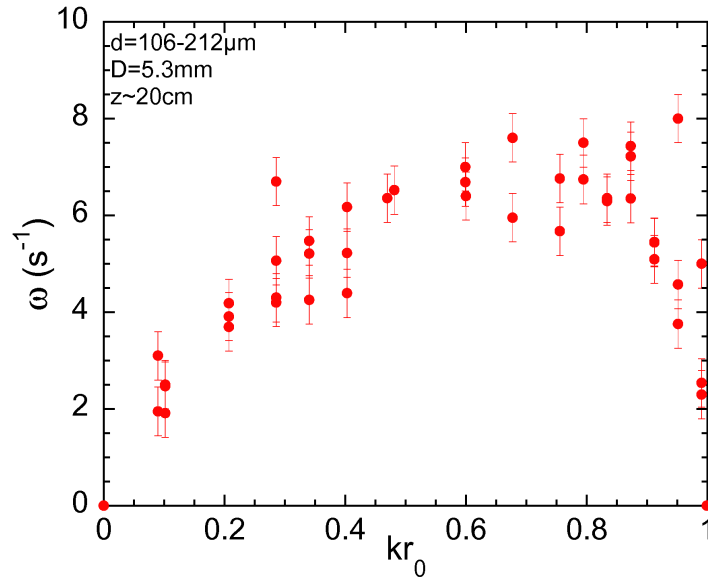


FIGURE 2.14 – Taux de croissance ω en fonction du nombre d'onde réduit kr_0 .

Malgré la dispersion des points expérimentaux, la courbe présente une forme en cloche avec un maximum proche de $kr_0 = 0.7$ rappelant la courbe historique connue pour un fluide incompressible de viscosité négligeable. Son équation, proposée par Lord Rayleigh, est :

$$\omega^2 = \frac{\gamma}{\rho r_0^3} kr_0 [1 - (kr_0)^2] \frac{I_1(kr_0)}{I_0(kr_0)} \quad (2.8)$$

avec γ la tension de surface et I_n les fonctions de Bessel modifiée d'ordre n [44].

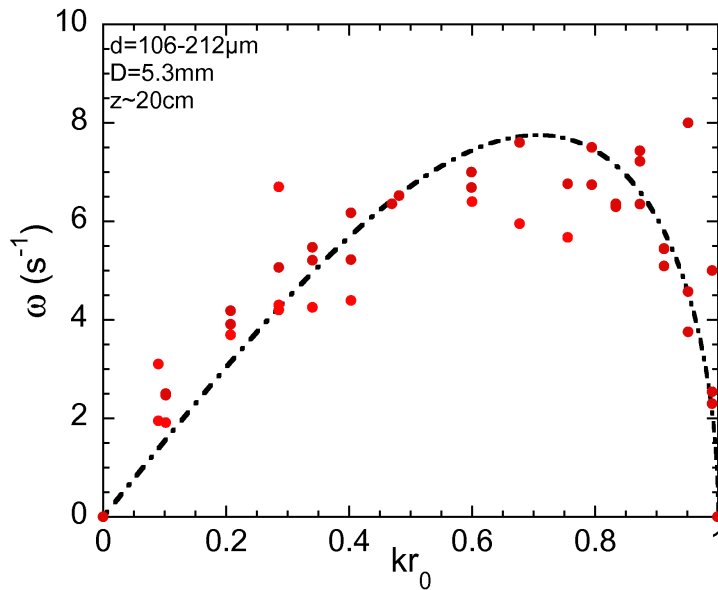


FIGURE 2.15 – Taux de croissance des modes instables pour un jet $D_0 = 5.3mm$, $d = 106 - 212\mu m$

Bien que les points expérimentaux proviennent de l'analyse de modes induits dans un

jet granulaire, et non un fluide inviscide, l'accord entre les données expérimentales et la relation théorique est correct. En supposant donc que le jet granulaire se comporte comme un fluide inviscide comme il a été fait jusqu'à présent, la relation de dispersion précédente permet d'obtenir une valeur de la tension de surface effective s'exerçant à l'interface du jet granulaire (puisque ω, r et k sont mesurées indépendamment, la tension de surface γ reste le seul paramètre libre). En répétant la série d'expériences pour plusieurs diamètres de jet, la valeur de la tension de surface obtenue reste constante : $\gamma = 2 \pm 1 \text{ mN.m}^{-1}$ pour des billes de diamètre $d = 106 - 212 \mu\text{m}$. Sur la figure 2.16 sont représentées les courbes de dispersion obtenues pour trois entonnoirs différents ($D_0 = 12.6 \text{ mm}$ en plastique, $D_0 = 5.3 \text{ mm}$ en verre et $D_0 = 6.3 \text{ mm}$ en plastique). La dépendance en r^{-3} est respectée : la différence de matériau entraîne une différence de vitesse de sortie, donc un rayon local (à $z = 20 \text{ cm}$) plus faible pour l'entonnoir de plastique de diamètre $D_0 = 6.3 \text{ mm}$ que pour l'entonnoir de verre de diamètre $D_0 = 5.3 \text{ mm}$.

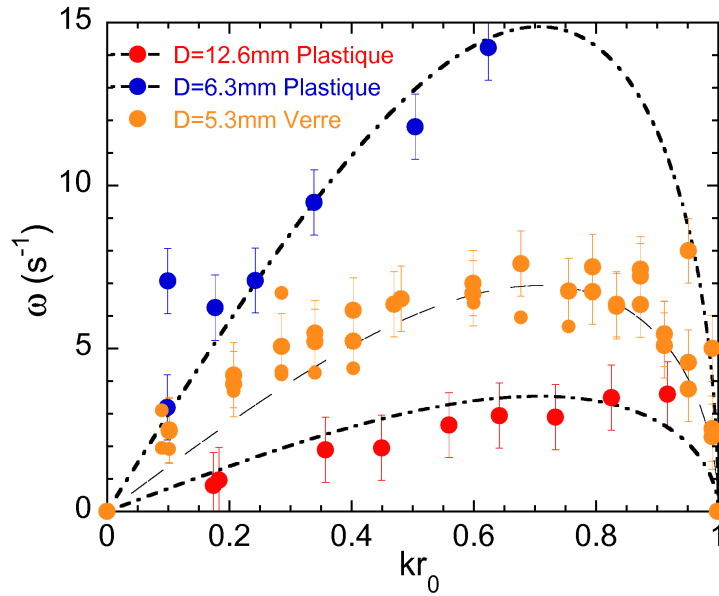


FIGURE 2.16 – Taux de croissance des modes instables mesurés pour trois cas différents.

La valeur de la tension de surface effective dans un jet granulaire ne présente pas de dépendance notable avec le diamètre du jet - à l'inverse du taux de croissance. En poursuivant l'analogie avec les liquides, il apparaît intéressant de mesurer la tension de surface effective dans un jet granulaire en utilisant d'autres particules, la tension de surface dans un liquide dépendant des interactions entre les molécules.

Pour valider la description de l'instabilité comme étant un analogue de l'instabilité de Rayleigh-Plateau, on pourra également considérer le comportement du jet à grande distance. A une distance $z_c = 1 \text{ m}$ sous l'origine du jet, un jet excité est suffisamment déstabilisé pour se briser en "flèches" - à défaut de gouttes - dont la longueur caractéristique est égale à la longueur d'onde du mode excité, après sa croissance sur une distance z_c .

On peut voir sur la figure 2.17 la variation de la longueur de ces flèches pour différentes fréquences.

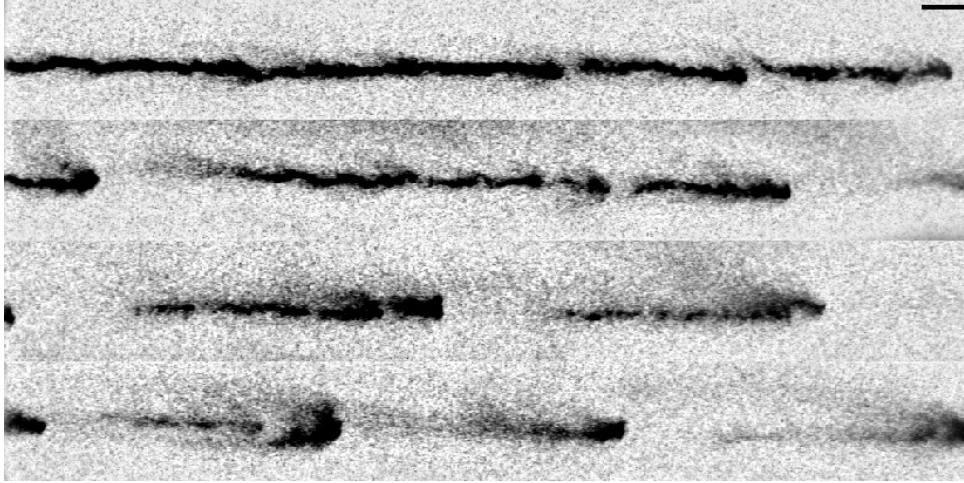


FIGURE 2.17 – Jets de billes $d = 106 - 212\mu m$ issues d'un entonnoir $D = 5.3mm$ à $z \approx 115cm$ après la sortie. De haut en bas, jet non excité, excité à $f = 33Hz$, $f = 53Hz$ et $f = 73Hz$. Barre d'échelle 1cm.

2.4 Effets de la pression de l'air ambiant

Puisque l'origine proposée des phénomènes capillaires apparaissant dans un jet granulaire est dans l'interaction entre le fluide ambiant (l'air) et le jet [28], cette hypothèse est ici testée en répétant l'excitation de modes instables dans un jet tout en faisant varier la pression de l'air. Le système utilisé est décrit au chapitre précédent, et est utilisé conjointement au vibreur électromagnétique pour exciter des modes instables à différentes pressions ambiantes.

2.4.1 Réponse du jet granulaire en fonction de la pression de l'air

Pour des conditions d'excitation similaire en fréquence et amplitude ($f = 123Hz$ et $A_{pk} = 40\mu m$) en faisant varier la pression de l'air contenu dans le tube, on observe une diminution de la modulation du diamètre du jet à $z = 20cm$.

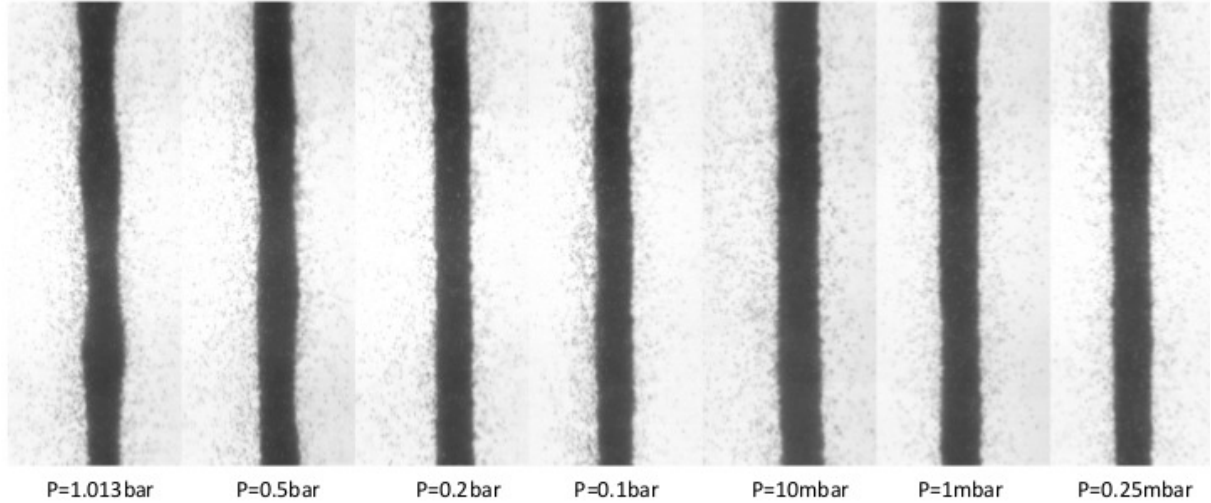


FIGURE 2.18 – Jet granulaire excité à différentes pressions d’air ($D_0 = 8.5mm$), $d = 106 - 212\mu m$

On constate qualitativement que la modulation semble disparaître dès que la pression d’air ambiant chute sous $200mbar$.

2.4.2 Taux de croissance et pression de l’air

On répète l’analyse effectuée sur le mode sinusoïdal présenté dans la figure 2.18 pour mesurer le taux de croissance. Avec le diamètre initial du réservoir $D_0 = 8.5mm$, le nombre d’onde réduit vaut $kr_0 \approx 0.55 \pm 0.05$.

Il apparaît qu’en effet, en dessous d’une pression d’air de $200mbar$, l’amplitude du mode excité diminue jusqu’au bruit de mesure (valeur du plateau dans la transformée de Fourier). Dans cette gamme de pression, la modulation ne croît pas ou s’amortit, comme illustré sur la figure 2.19.

En dessous d’une pression d’air de $P \approx 200mbar$, l’amplitude du mode excité diminue fortement, mais la trace de l’excitation reste présente sur le spectre en fréquence du profil, comme illustré sur la figure 2.20. L’amplitude reste un ordre de grandeur au dessus du bruit, son suivi sur la fenêtre permettant des taux de croissance nuls ou négatifs (il est alors supposé que la dissipation présente dans le jet provoque l’amortissement du mode injecté dans le jet).

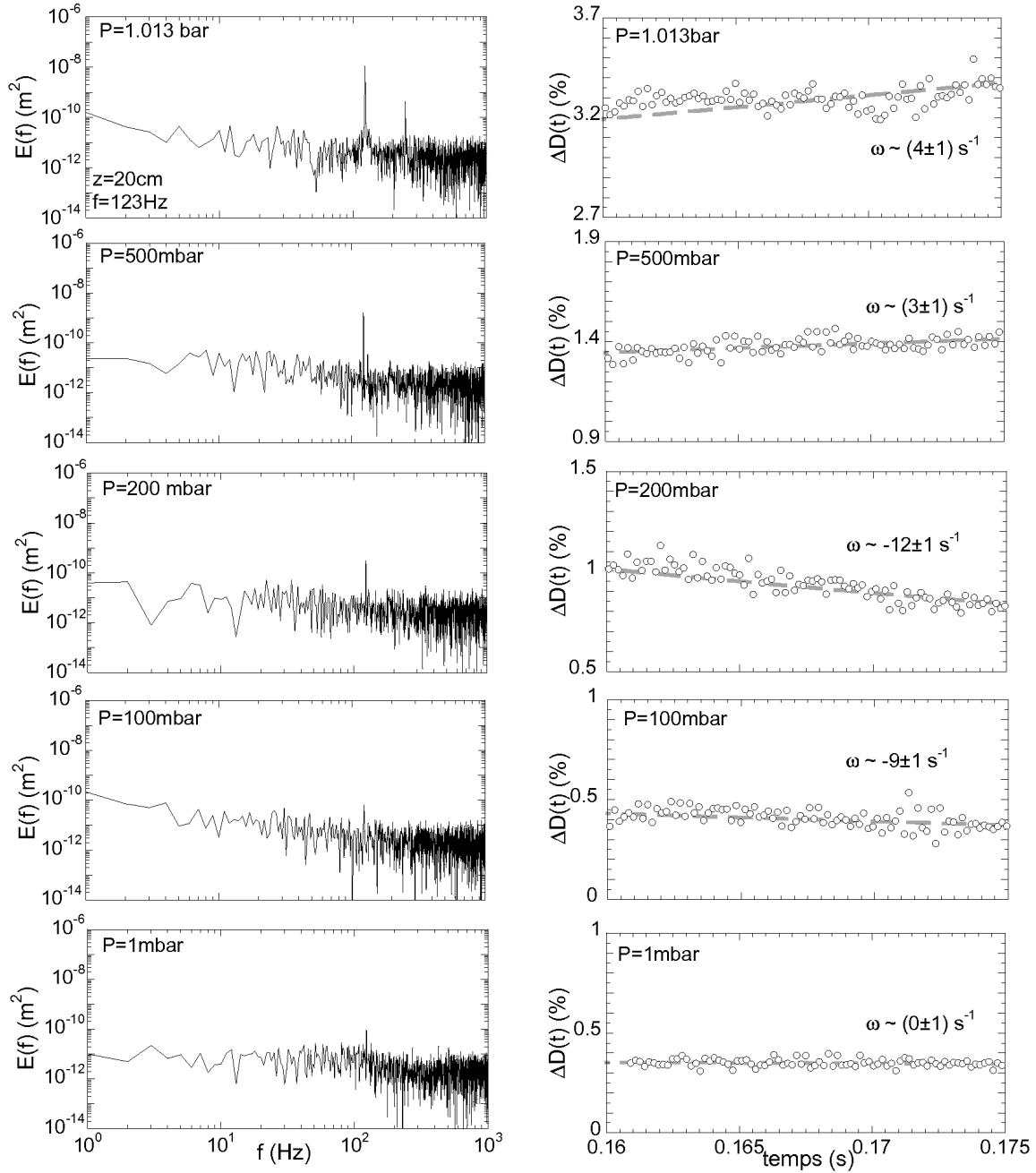


FIGURE 2.19 – Colonne de gauche : spectre en fréquence obtenue par transformée de Fourier rapide des profils $D(t)$. Le pic correspond à l'excitation à la modulation $f = 123 \text{ Hz}$. Colonne de droite : évolution temporelle de la perturbation $\delta D(t)$.

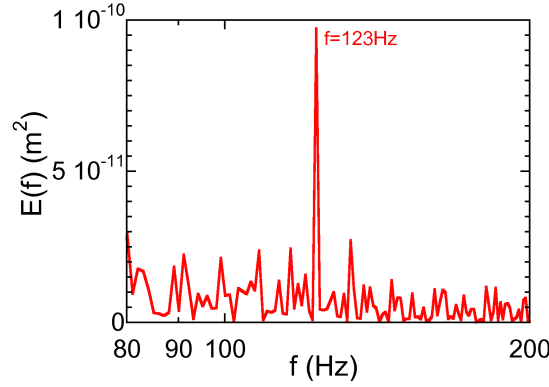


FIGURE 2.20 – Zoom sur le spectre en fréquence pour une pression d'air $P = 1\text{mbar}$.

2.5 Effets de la taille des constituants du jet granulaire

Dans cette partie, l'instabilité de Rayleigh-Plateau granulaire est utilisée pour mesurer les tensions de surface effectives dans des jets granulaires utilisant de billes de verre de diamètres : $75 - 150\mu\text{m}$, $150 - 250\mu\text{m}$, $180 - 300\mu\text{m}$ et $250 - 425\mu\text{m}$.

2.5.1 Réponse du jet granulaire à l'excitation

Une première observation notable est de constater que pour des paramètres d'excitations (A_{pk} , f) identiques, les jets granulaires ne manifestent pas la même modulation de leur diamètre, comme illustré sur la figure 2.21, c'est à dire que la réponse du jet à l'excitation dépend de la taille des particules le constituant.

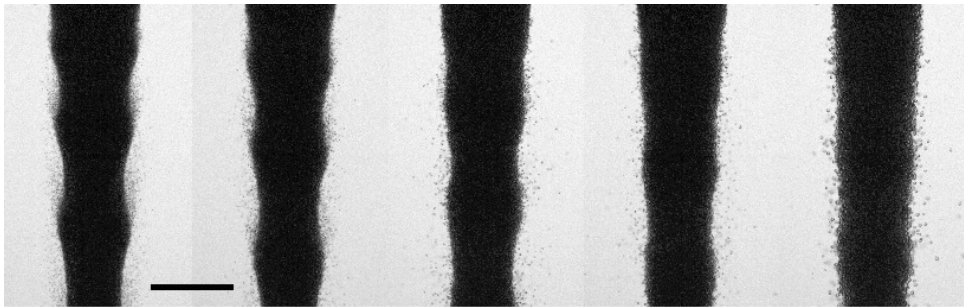


FIGURE 2.21 – Réponse du jet à une excitation $f = 63\text{Hz}$, $A_{pk} = 60\mu\text{m}$ pour un entonnoir de diamètre $D = 11\text{mm}$ et de billes de diamètre $75 - 150\mu\text{m}$, $106 - 212\mu\text{m}$, $150 - 250\mu\text{m}$, $180 - 300\mu\text{m}$ et $250 - 425\mu\text{m}$ (de gauche à droite), à partir d'une distance $z = 0\text{cm}$. Barre d'échelle 1cm.

Sur cette figure, on peut observer que pour une fréquence $f = 63\text{Hz}$, et une amplitude pic à pic $A_{pk} = 60\mu\text{m}$, un jet granulaire composé de billes de diamètre $d = 75 - 150\mu\text{m}$ issues d'un entonnoir de diamètre $= 11\text{mm}$ est en limite d'excitation non linéaire (perte de matière sur les crêtes de la modulation) et qu'avec l'augmentation de la taille des billes ce

phénomène disparaît, jusqu'au jet de billes de diamètre $d = 250 - 425\mu m$ qui ne présente presque pas de modulation.

En se plaçant comme précédemment à une distance $z \approx 20cm$ de l'origine du jet, on peut répéter cette même observation, illustrée en figure 2.22 :

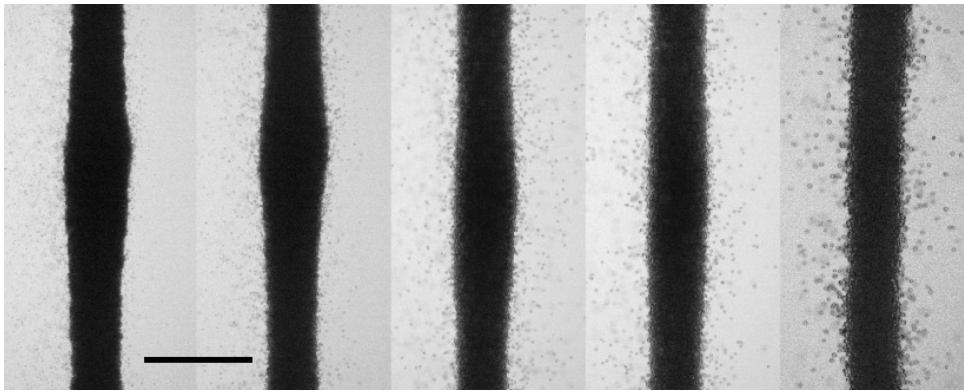
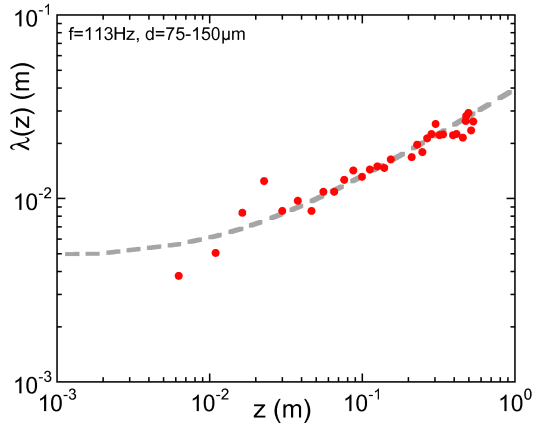


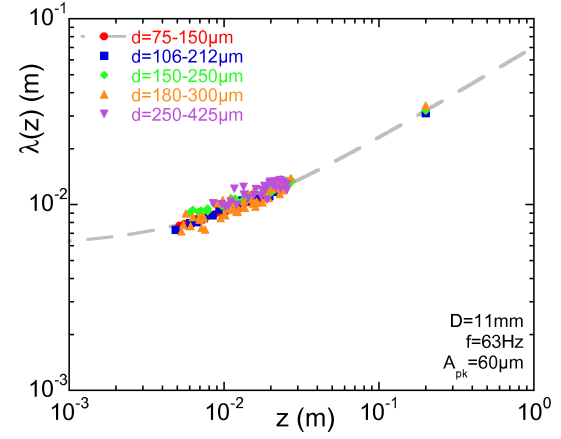
FIGURE 2.22 – Réponse du jet à une excitation $f = 63Hz$, $A_{pk} = 60\mu m$ pour un entonnoir de diamètre $D = 11mm$ et de billes de diamètre $75 - 150\mu m$, $106 - 212\mu m$, $150 - 250\mu m$, $180 - 300\mu m$ et $250 - 425\mu m$ (de gauche à droite). Le centre de la fenêtre est situé à $z = 20cm$. Barre d'échelle 1cm.

Bien que le mode sinusoïdal soit présent pour les cinq tailles de billes considérées à l'origine du jet, ce mode semble s'effacer au cours de la propagation pour les plus grandes tailles. La mesure des taux de croissances à une distance $z = 20cm$ indique en effet un déclin progressif lorsque le diamètre des particules augmente.

Malgré une réponse du jet à l'excitation dépendant de la taille de ses constituants, les modes sont quand même excités dans le jet, et une longueur d'onde peut être mesurée, avec une évolution cohérente avec la précédente description pour les billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$.



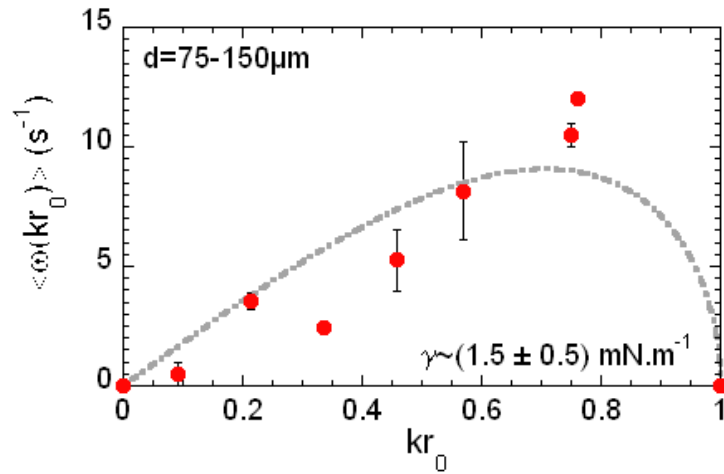
(a) Longueur d'onde mesurée pour $d = 75 - 150\mu m$, $D_0 = 5.3mm$ et $f = 113Hz$.



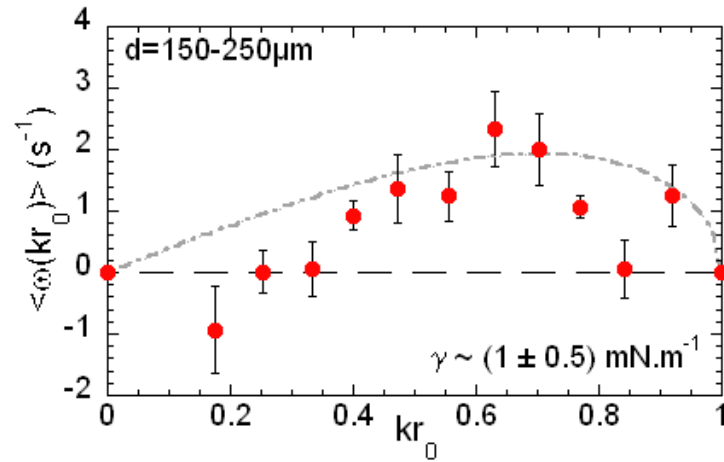
(b) $d = 150 - 250\mu m$, $d = 180 - 300\mu m$ et $d = 250 - 425\mu m$ avec $D_0 = 5.3mm$ et $f = 63Hz$

FIGURE 2.23 – Longueurs d'onde mesurées pour différents diamètres de billes et différentes fréquences

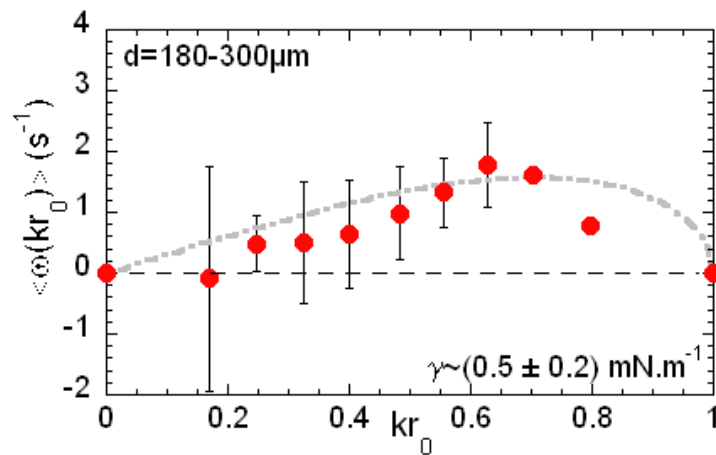
En mesurant de nouveau les taux de croissance sur toute la gamme instable $0 < kr_0 < 1$, on obtient les courbes de dispersion présentées sur la figure 2.24.



(a) Relation de dispersion $\omega(kr_0)$ pour un jet de billes de diamètre $d = 75-150\mu m$ ($D_0 = 5.3mm$, $z = 20cm$). Les barres d'erreur représentent la variation moyenne sur plusieurs expériences.



(b) Relation de dispersion $\omega(kr_0)$ pour un jet de billes de diamètre $d = 150 - 250\mu m$ ($D_0 = 11mm$, $z = 20cm$). Les barres d'erreur représentent la variation moyenne sur plusieurs expériences.



(c) Relation de dispersion $\omega(kr_0)$ pour un jet de billes de diamètre $d = 180 - 300\mu m$ ($D_0 = 11mm$, $z = 20cm$). Les barres d'erreur représentent la variation moyenne sur plusieurs expériences.

FIGURE 2.24 – Relations de dispersions pour différents diamètres de billes. La courbe en pointillés gris représente l'ajustement par la relation de dispersion de l'instabilité de Rayleigh Plateau pour un liquide inviscide avec la valeur de la tension de surface γ indiquée dans chaque graphe.

Certaines études ont montré que les phénomènes de cohésion prenant place dans un jet granulaire composé de billes de diamètre proche de $100\mu m$ donnaient naissance à des agrégats dont la taille caractéristique était incompatible avec une explication capillaire [47]. Le diamètre caractéristique des billes délimitant l'apparition de ces agrégats ($d \approx 100\mu m$) est en accord avec la classification établie par D. Geldart vis à vis des propriétés de fluidification [46]. Les billes de diamètre $d = 75 - 150\mu m$ obéissent en effet à ce critère ; malgré une taille moyenne supérieure à $100\mu m$, il est possible d'observer l'apparition d'une déformation de l'interface à petite échelle dans les jets de ces particules. L'apparition des agrégats a lieu à des distances $z > 20cm$, mais la déformation de l'interface est déjà présente aux distances considérées pour mesurer la tension de surface.

On notera également que la réponse du jet à l'excitation est plus importante (relativement aux billes $d = 106 - 212\mu m$). On se retrouve donc dans un cas où le critère d'excitation linéaire $\Gamma < 1$ n'est plus applicable pour définir la linéarité de la réponse du jet.

Afin rester dans le régime des jets granulaires fluides incompressibles, il a fallu utiliser un diamètre initial plus important en utilisant les billes de diamètres supérieurs à $150\mu m$. En reprenant l'expression du taux de croissance $\omega^2(kr_0)$, cette augmentation du diamètre (donc r_0) entraîne une diminution importante des taux de croissance mesurés ($\omega \propto r_0^{-3}$). Malgré différentes méthodes de mesures permettant de mesurer ces taux (suivi de la croissance de chaque lobe indépendamment, analyse par transformée de Fourier), les mesures restent dispersées d'une réalisation à l'autre.

Les billes de plus grand diamètre ($d = 250 - 425\mu m$) présentent une modulation mesurable (comme l'indique la mesure de la longueur d'onde) mais pas de croissance pour les modes excités. Si la tension de surface granulaire est présente en utilisant ces billes, sa valeur est inférieure à $0.1mN.m^{-1}$ (la valeur minimale mesurée par la croissance des modes instables [69]).

2.6 Bilan

Dans la limite définie au chapitre précédent, des jets granulaires fluides sont soumis à une excitation verticale afin d'induire une déformation sinusoïdale de leur diamètre. L'évolution de cette perturbation au cours de temps est compatible avec la relation de Rayleigh-Plateau obtenue pour un fluide incompressible de viscosité négligeable.

Les mesures de tension de surface effective pour différentes tailles de billes sont résumées dans la figure 2.25.

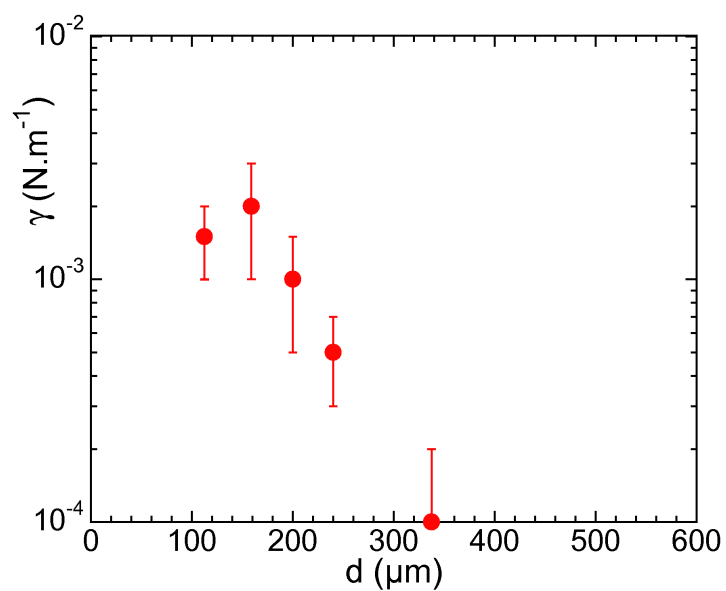


FIGURE 2.25 – Tension de surface granulaire effective mesurée par la croissance des modes instables de l’instabilité de Rayleigh-Plateau granulaire. Pour les billes de diamètre $d = 250 - 425 \mu m$, la valeur indiquée est la valeur maximale compatible avec les taux de croissance mesurés.

Chapitre 3

Discussions : tension de surface granulaire

3.1 Prélude : Origine de la tension de surface granulaire

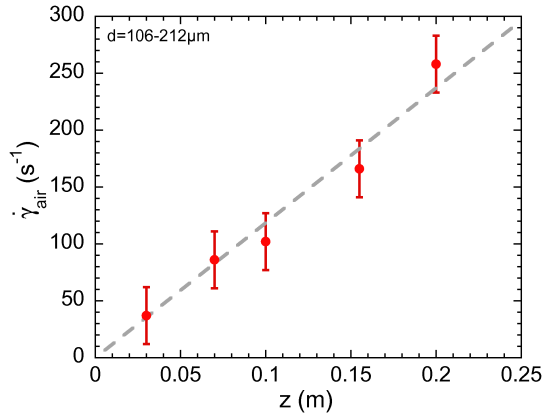
Le mécanisme invoqué jusqu'à présent donnant naissance à la tension de surface effective dans des jets granulaire est tiré d'une interaction entre le jet granulaire et l'air ambiant. Ce choix se justifie en considérant la chute de la tension de surface effective mesurée lorsque la pression de l'air est réduite ou en invoquant la dépendance en perméabilité du jet.

Dans cette optique, le profil de vitesse de l'air entraîné par le jet au cours de sa chute est mesuré. Ces mesures sont détaillées en annexe **B** de ce manuscrit.

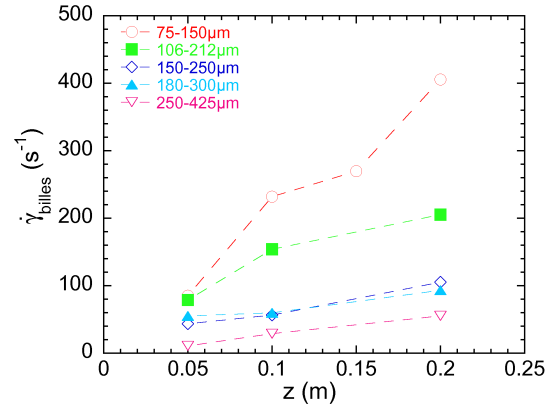
Les résultats ressortants de ces mesures sont les suivants : l'air est entraîné autour d'un jet granulaire sur une distance réduite autour de celui ci (sur une couche d'épaisseur caractéristique $\delta \approx 1cm$), en accord avec [70]. Dans cette couche d'air entraîné, il est possible de définir un cisaillement moyen pour la suspension de billes autour du jet et pour l'air mis en mouvement, en approximant les profils par des droites : $\dot{\gamma} = \frac{dV}{dr}$

Ces grandeurs vont nous aider à caractériser le comportement de la couche d'air mis en mouvement par le jet, et sont présentées ici les différentes dépendances relevées.

Les cisaillements mesurés augmentent avec la distance de propagation (figure 3.1), ce qui se comprend aisément en sachant que le jet continue d'accélérer alors que les billes dans le voile ont déjà atteint leur vitesse terminale.



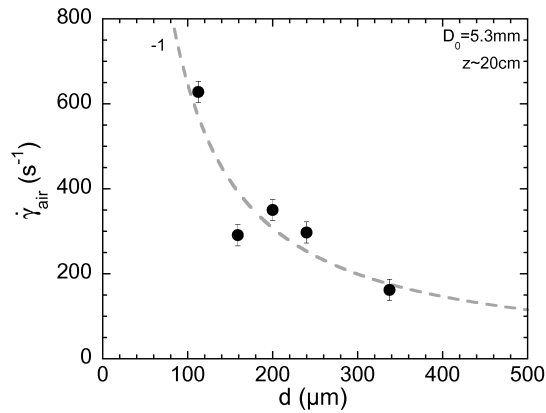
(a) Taux de cisaillement de l'air entrainé autour d'un jet granulaire en fonction de la distance de propagation.



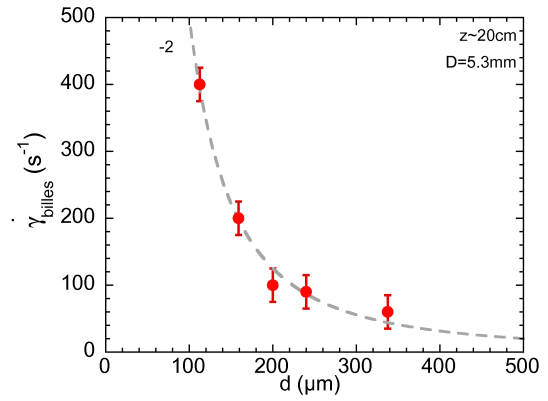
(b) Taux de cisaillement de la suspension de billes autour d'un jet granulaire en fonction de la distance de propagation.

FIGURE 3.1 – Dépendance en distance des taux de cisaillement de l'air et des billes autour d'un jet granulaire.

Les cisaillement de la suspension granulaire et de l'air entrainé décroissent lorsque la taille des billes augmente (figure 3.2)



(a) Taux de cisaillement de l'air entrainé autour d'un jet granulaire en fonction du diamètre des billes le constituant.

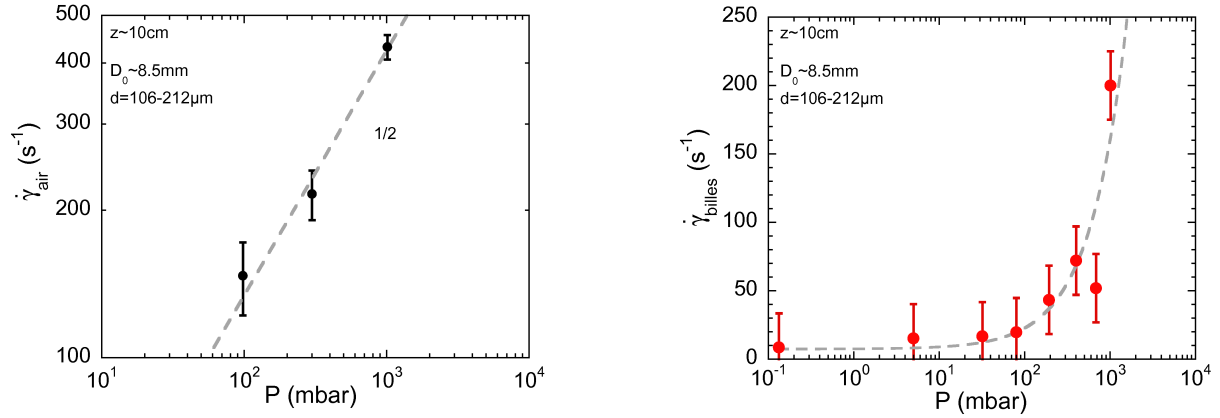


(b) Taux de cisaillement de la suspension de billes autour d'un jet granulaire en fonction du diamètre de ces billes.

FIGURE 3.2 – Dépendance en diamètre des billes des taux de cisaillement de l'air et des billes autour d'un jet granulaire.

L'exposant indiqué dans les deux graphes de la figure 2.13b correspondent à une expression de la forme $\dot{\gamma} \propto d^{exp}$, avec $exp = -1$ pour les billes dans la suspension hors du jet et $exp = -2$ pour l'air.

L'entraînement de l'air par le jet granulaire dépend également de la pression de l'air ambiant, comme l'illustre la figure 3.3.



(a) Taux de cisaillement de l'air entraîné autour d'un jet granulaire en fonction de la pression de l'air environnant.

(b) Taux de cisaillement de la suspension de billes autour d'un jet granulaire en fonction de la pression de l'air environnant.

FIGURE 3.3 – Dépendance en pression d'air des taux de cisaillement de l'air et des billes autour d'un jet granulaire.

3.2 Construction dimensionnelle d'une tension de surface

A partir des mesures effectuées, il est possible d'établir l'ordre de grandeur de certaines forces (F) s'exerçant sur les particules constituant un jet granulaire. Ces forces permettent d'exprimer une tension de surface en les comparant à des échelles de taille caractéristiques (L).

$$\gamma \propto \frac{F}{L} \quad (3.1)$$

Rigoureusement, il convient de considérer les forces s'exerçant sur les particules dans l'interface d'un jet granulaire. Les mesures n'étant pas accessibles dans le cas présenté dans ce manuscrit, les estimations porteront sur les forces exercées sur les billes situées hors de l'interface du jet.

3.2.1 Cisaillement de l'air

L'air mis en mouvement par le jet au cours de sa chute présente un profil radial de vitesse que l'on peut approximer dans un premier temps par un profil linéaire. Cette approximation revient à mesurer un cisaillement pour l'écoulement de l'air : celui ci chute à une vitesse $V(z)$ à l'interface du jet, et est immobile au delà de la couche limite.

Le mouvement des billes dans un écoulement d'air soumis à un cisaillement implique que les billes subissent différentes forces liées à ce cisaillement. Parmi elles, un effet de portance (*shear-induced lift*) et l'effet Magnus.

Forces de portance et effet Magnus

La figure 3.4 illustre le raisonnement appliqué. Les deux effets sont séparés par la suite : une bille dans un écoulement de cisaillement subit la portance induite par ce cisaillement et est mise en rotation par ce cisaillement. La rotation de la bille et le déplacement de l'air induisent à leur tour une force s'exerçant sur la bille.

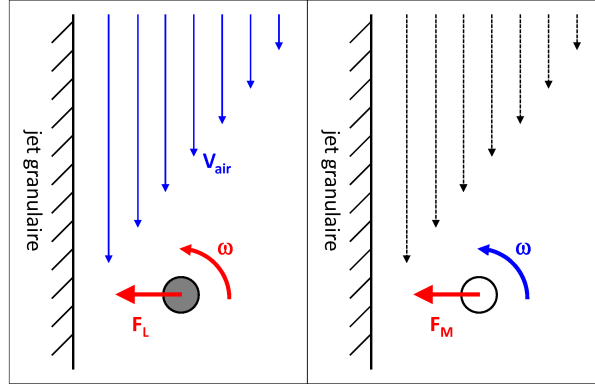


FIGURE 3.4 – A gauche, schéma illustrant le phénomène de portance induite par le cisaillement de l'air (vitesse de l'air représentée en bleu). La rotation de la bille induite par la portance et la force résultante sont en rouge. A droite, schéma illustrant l'effet Magnus. Dans ce cas, c'est la rotation de la bille (bleu) qui est responsable de la force (rouge) déplaçant la bille vers le jet.

La force subie par une particule dans un écoulement soumis à un cisaillement a été formalisée théoriquement par P. Saffman [71] dans la limite $Re \ll 1$, puis corrigée et étudiée dans les limites supérieures numériquement et expérimentalement [72, 73] dans différentes conditions (une particule sphérique près d'une paroi ou en contact avec une paroi [74], par exemple). Une particule libre dans un écoulement cisailé subit une force l'attirant dans la direction où la vitesse de l'écoulement est la plus importante – dans le cas présenté ici, les particules libres dans le voile tendent à se déplacer vers le jet – et la force résultante peut s'exprimer sous forme réduite [73] :

$$F^+ = \alpha(a^+)^{\beta} \quad (3.2)$$

avec $F^+ = \frac{F_L}{\rho \nu^2}$ et $a^+ = \frac{du^*}{2\nu}$, où $u^* = \sqrt{\frac{\eta \dot{\gamma}}{\rho}}$ et F_L est la portance subie par une particule de diamètre d dans un fluide de viscosité cinématique ν (dynamique η) et de densité ρ soumis à un cisaillement de taux $\dot{\gamma}$.

La figure 3.5 présente les valeurs de la force de portance obtenues selon les différents modèles considérés.

En plus de la force de portance due au cisaillement de l'air, une bille isolée placée dans un fluide en cisaillement devrait se mettre en rotation sous l'effet de ce cisaillement, avec un taux de rotation attendu proche du taux de cisaillement du fluide. Compte tenu de la forme des billes et des résolutions spatiales et temporelles employées, il est difficile d'observer un grand nombre de billes en rotation. Seules certaines billes présentant des

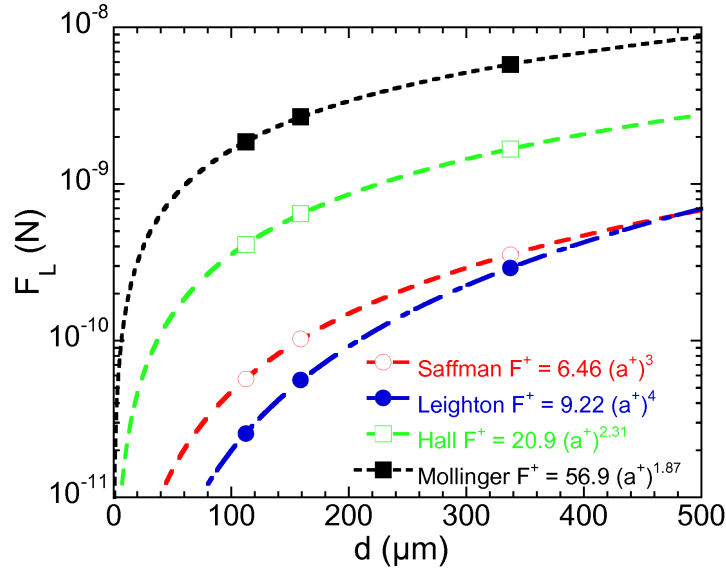


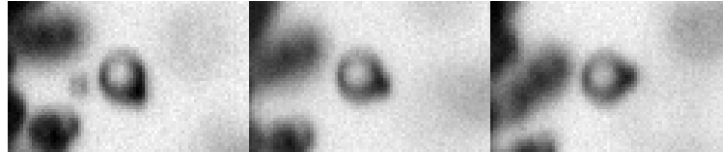
FIGURE 3.5 – Forces de portance exercées sur une bille dans un fluide soumis à un cisaillement selon différents modèles théoriques ou expérimentaux.

aspérités ou défauts de surface en rotation dans le plan d'observation peuvent permettre une mesure du taux de rotation. Les mesures de ces taux sont compilées en fig 3.6(b).

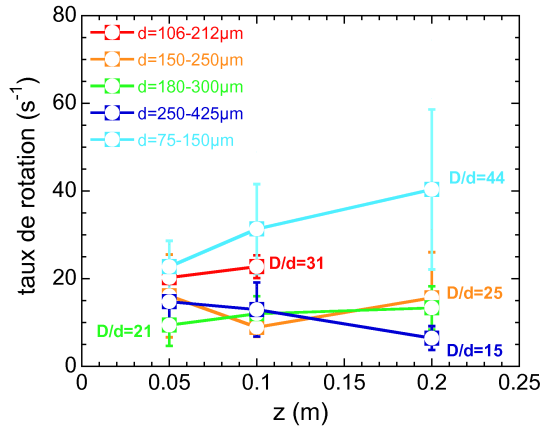
L'autre effet à considérer dans le cas d'une sphère placée dans un écoulement cisailé est le suivant : la rotation de la bille dans l'écoulement entraîne également une force de portance orthogonale à la direction de son déplacement relatif au fluide, et dont le sens dépend du sens de la rotation de la bille. Cette force - l'effet Magnus - dépend de la rotation de la bille. Avec les taux de rotation et les vitesses mesurés pour différentes particules, il est obtenu les valeurs présentées en figure 3.6(c).

Considérant l'interaction entre un jet granulaire et l'air ambiant par le biais de la couche limite du dit jet, il est possible de définir des forces agissant sur les billes constituant le jet et agissant dans la direction normale à l'interface et dirigées vers le centre du jet. Ces forces tendent à ramener les billes situées dans le voile diffus autour du jet vers son cœur liquide, et ont des valeurs faibles (de l'ordre de $10^{-9} N$).

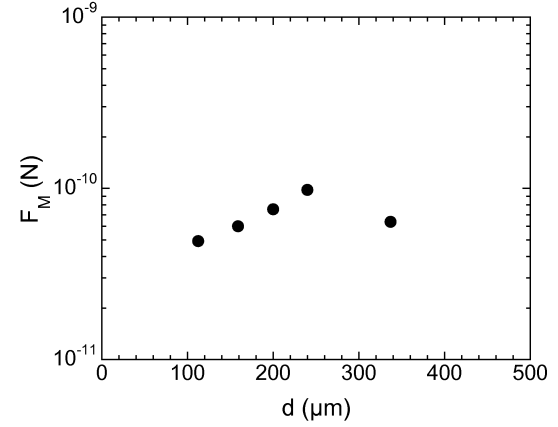
La dimension d'une tension de surface étant celle du rapport entre une force et une longueur, il peut être défini une tension de surface par les forces mesurées. Les valeurs obtenues en considérant le diamètre des particules comme dimension caractéristique pour le calcul de la tension de surface effective granulaire sont illustrées dans la figure 3.7.



(a) Images d'une bille en rotation à proximité de l'interface d'un jet granulaire (diamètre $d = 150 - 250\mu\text{m}$), distance $z \approx 10\text{cm}$. Les images sont séparées de 3.5ms . La rotation est mesurée grâce à l'aspérité visible sur la droite de la bille.



(b) Taux de rotation des billes dans le voile entourant les jets granulaires. Les barres d'erreur représentent la dispersion sur plusieurs mesures.



(c) Force subie par une bille de diamètre d en rotation dans le voile granulaire de jets issus d'un entonnoir de diamètre de sortie $D_0 = 5.3\text{mm}$.

FIGURE 3.6 – Rotation des particules dans le voile autour de jets granulaires.

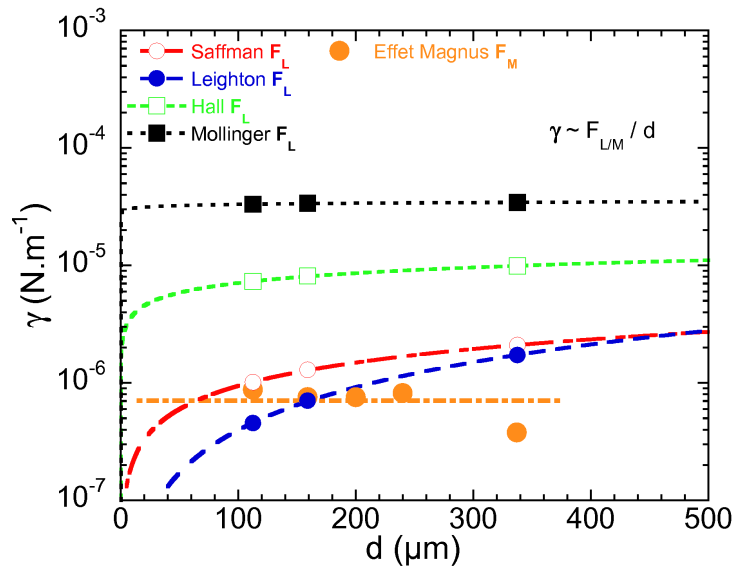


FIGURE 3.7 – Tension de surface estimée par les forces induites par le cisaillement de l'air dans la couche limite visqueuse autour de jets granulaires.

L'ordre de grandeur des tensions de surface effectives obtenues par ces estimations est plus faible que les valeurs obtenues par la mesure des taux de croissance des modes

instables de l'instabilité de Rayleigh-Plateau granulaire d'un ordre de grandeur, et ne présente pas la bonne dépendance en diamètre de particule. La tension de surface mesurée par l'étude des modes instables diminue en effet lorsque la taille des particules augmente, à l'inverse de celle obtenues par les effets dûs au cisaillement de l'air entraîné par le jet granulaire.

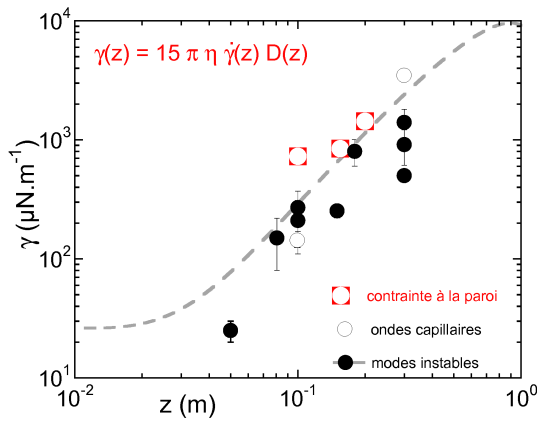
Trainée sur un cylindre

En utilisant le cisaillement de l'air, il est également possible de considérer la trainée exercée par un cylindre, en considérant que la trainée exercée par l'air sur le cylindre est équilibrée par la tension de surface agissant à l'interface du cylindre. Par cette représentation de la tension de surface, cette dernière s'écrit donc pour un cylindre de rayon $\frac{\langle D \rangle}{2}$:

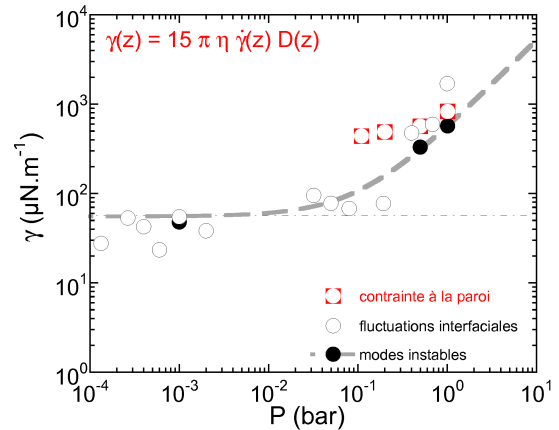
$$\gamma = \pi \eta_{air} \dot{\gamma}_{air} \langle D \rangle \quad (3.3)$$

avec γ la tension de surface effective, η_{air} la viscosité de l'air et $\dot{\gamma}_{air}$ le cisaillement de l'air autour du jet.

Cette image de la tension de surface comme provenant de la contrainte exercée à la paroi par l'air offre l'avantage d'avoir les bonnes dépendances en taille de bille ($\dot{\gamma}_{air} \propto d^{-2}$) et en pression ($\dot{\gamma}_{air} \propto P$), mais ne présente pas le bon ordre de grandeur par rapport aux mesures de la tension de surface effective précédentes, comme illustré en figures 3.8a et 3.8b dans lesquelles un facteur 15 est utilisé pour superposer les données.



(a) Comparaison entre la tension de surface mesurée par différentes méthodes pour des billes de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$ en fonction de la distance de propagation.



(b) Comparaison entre la tension de surface mesurée par différentes méthodes pour des billes de diamètre $d = 106 - 212 \mu m$ en fonction de la pression de l'air.

FIGURE 3.8 – Tension de surface mesurées par différentes méthodes. Un facteur ≈ 15 permet de superposer les différentes valeurs.

3.2.2 Différence de pression intérieur – extérieur

Le modèle proposé initialement pour justifier de l'origine de la tension de surface mesurée à l'interface d'un jet granulaire [28] repose sur un analogue de la pression de Laplace. En supposant que la différence de vitesse entre l'air piégé au cœur du jet et l'air entraîné près de l'interface induit une différence de pression intérieur-extérieur, la tension de surface s'écrit :

$$\gamma = \Delta P r(z) \text{ avec } \Delta P = \frac{\rho_{air}}{2} (V_{int}^2 - V_{ext}^2) \quad (3.4)$$

La pression de l'air à l'intérieur du jet peut être mesurée en utilisant une sonde de pression différentielle à haute résolution. Une entrée de la sonde reste à la pression atmosphérique de référence, l'autre extrémité est reliée à un tube métallique fin ($< 1mm$) plongeant au centre du jet. Les différentes mesures réalisées sont présentées en figure 3.9. La dépression mesurée à l'intérieur de l'entonnoir est plus élevée avant la sortie du jet, puis chute avec la distance de propagation.

La mesure de cette différence de pression entre l'intérieur du jet et la pression atmosphérique de référence invalide le modèle précédemment supposé. Bien qu'il soit possible d'obtenir un ordre de grandeur correct pour la tension de surface estimée dans certaines conditions, il ne permet pas de réunir toutes les conditions sur l'évolution de la tension de surface effective en fonction de la distance et en fonction du diamètre des particules.

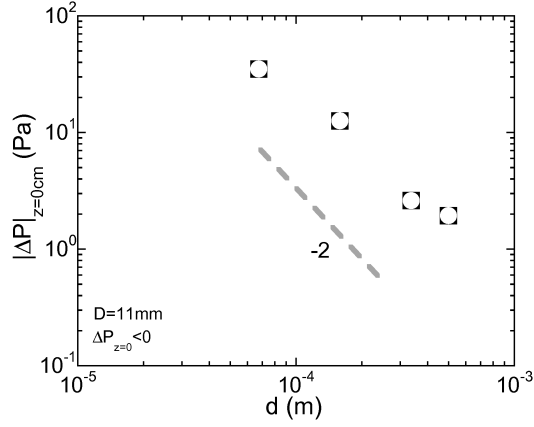
Il est néanmoins possible de construire une estimation de la tension de surface respectant les dépendances mises en évidence ici de la manière suivante : considérant une section du jet granulaire approximée comme un cylindre (l'amincissement et l'élongation du jet sont négligés) décrit comme un milieu poreux de perméabilité K (donnée par la relation d'Ergun, par exemple, obtenue via la relation de Carman-Kozeny [75]).

$$K = \frac{(1 - \Phi)^3 d^2}{180 \Phi^2} \quad (3.5)$$

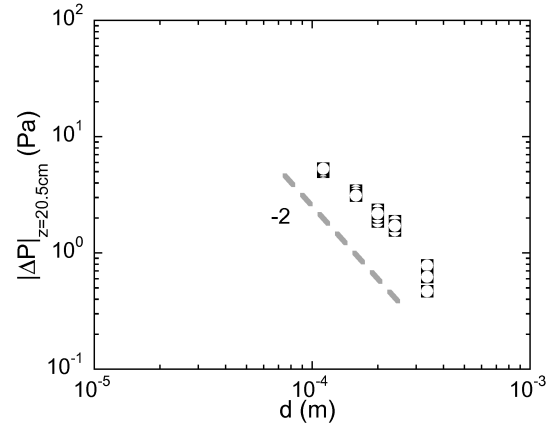
Il est supposé que l'air entraîné autour du jet se déplace à l'interface à la même vitesse que le jet - ou que la différence de vitesse entre l'interface du jet et l'air entraîné est négligeable. La dépression d'air à l'intérieur du jet entraîne un écoulement d'air entre les particules (à travers les pores) à partir duquel il est possible de construire une contrainte s'exerçant sur les surfaces des billes. Via cette contrainte, une force (dirigée vers l'intérieur du jet) et une échelle caractéristique sont définies pour construire une tension de surface effective.

La différence de pression mesurée à l'intérieur du jet permet de déduire une vitesse de l'écoulement d'air induit par la loi de Darcy :

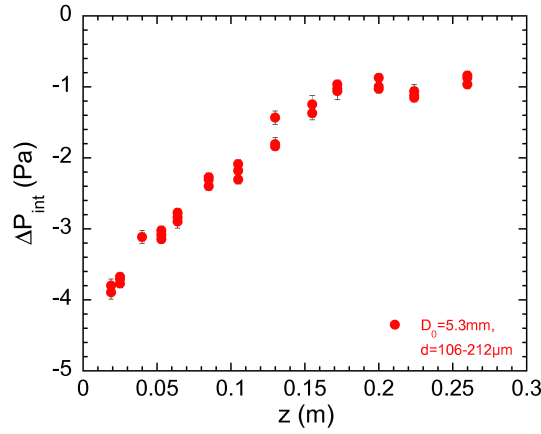
$$v = \frac{K}{\eta} \nabla P \quad (3.6)$$



(a) Comparaison des pressions mesurées dans des jets granulaires issus d'un entonnoir de diamètre initial $D = 11mm$ en sortie de l'entonnoir ($z = 0cm$).



(b) Comparaison des pressions mesurées dans des jets granulaires issus d'un entonnoir de diamètre initial $D = 11mm$ à une distance $z = 20cm$ sous l'orifice de sortie.



(c) Mesure de pression dans un jet granulaire en fonction de la distance de propagation.

FIGURE 3.9 – Pression mesurée au centre de jets granulaires pour différents diamètres de billes, à deux distances de l'origine. Diamètre de sortie $D_0 = 11mm$.

où K est la perméabilité du milieu poreux considéré, η est la viscosité de l'air, ∇P le gradient de pression entre le milieu extérieur et le jet. Deux approches sont possibles pour définir ce gradient de pression : la première est de supposer que ce gradient s'établit entre l'extérieur et le centre du jet auquel cas il sera écrit :

$$\nabla P = \frac{\Delta P}{r(z)} \quad (3.7)$$

L'autre est de supposer que le gradient de pression s'établit sur une épaisseur de quelques diamètres de particules en bordure du jet, auquel cas :

$$\nabla P = \frac{\Delta P}{n_c d} \quad (3.8)$$

Dans ces deux expressions, ΔP est la dépression mesurée au centre du jet.

Ceci traduit le fait que l'air situé à l'extérieur du jet cherche à pénétrer dans le jet granulaire décrit comme un milieu poreux. Cet écoulement d'air exerce une force sur la surface de pores du jet (sur les billes), force à partir de laquelle il est possible de construire - dimensionnellement - une tension de surface granulaire effective :

$$F = \eta \dot{\gamma} S_c \quad \text{soit} \quad \gamma = \frac{\eta \dot{\gamma} S_c}{l_c} \quad (3.9)$$

Avec, dans cette expression $\dot{\gamma}$ le cisaillement de l'écoulement d'air à travers les pores, S_c et l_c respectivement une surface caractéristique et une taille caractéristique.

Hypothèse d'échelle : $l_c = r(z)$

En prenant $\nabla P = \frac{\Delta P}{r(z)}$, la tension de surface effective due à la dépression au centre du jet s'exprime :

$$\gamma = \frac{2\sqrt{K}\Delta P S_c}{r^2} \quad (3.10)$$

En prenant comme référence la tension de surface effective mesurée par plusieurs méthodes pour un jet de billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$ issues d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 5.3mm$ à une distance $z = 20cm$, soit $\gamma \approx 2mN.m^{-1}$, la surface caractéristique obtenue vaut :

$$S_c \approx 10^{-4} m^2 \quad (3.11)$$

Soit, en nombre de billes :

$$N \approx 1300 \quad (3.12)$$

Considérant une fraction volumique $\Phi \approx 0.45$ à une distance $z = 20cm$, une tranche du jet de diamètre $r(z)$ et d'épaisseur d contient $N_t \approx 100$ billes.

La validité de l'hypothèse $l_c = r(z)$ implique de considérer un tronçon du jet de rayon $r(z)$ et de hauteur $13d$ soit dans le cas de référence considéré pour ces calculs, une hauteur proche du diamètre du jet ($13d \approx 2r(z)$ pour $z = 20cm$ et $d = 106 - 212\mu m$).

Hypothèse d'échelle : $l_c \approx 2d$

Si maintenant l'échelle choisie pour le gradient de pression et pour la longueur caractéristique est proche de l'échelle d'épaisseur de l'interface, l'expression de la tension de surface devient :

$$\gamma = \frac{\sqrt{K}\Delta P S_c}{d^2} \quad (3.13)$$

Soit une surface caractéristique :

$$S_c \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \quad (3.14)$$

équivalent donc à

$$n_c \approx 64 \text{ billes} \quad (3.15)$$

Toujours en considérant un tronçon de hauteur d , le nombre de bille à considérer pour obtenir par ce modèle une tension de surface effective est inférieur au nombre de billes total contenues dans le tronçon choisi ($N_t \approx 100$). Il est donc possible de définir une tension de surface effective issue de la contrainte exercée par l'air s'infiltrant dans le jet à petite échelle.

En approximant le jet granulaire par un milieu poreux stationnaire, il est possible de construire - dimensionnellement - une tension de surface granulaire effective dont l'ordre de grandeur correspond aux mesures réalisées, en supposant que la différence de pression entre l'air en dépression à l'intérieur du jet et l'air entraîné à l'extérieur induit une contrainte s'exerçant sur les pores de l'interface.

3.3 Bilan

La tension de surface effective mesurée dans les jets granulaire a fait l'objet de différentes approches afin de tenter de l'expliquer par l'interaction entre le jet granulaire et l'air ambiant. Différentes forces ont été déduites des mesures expérimentales réalisées quand à l'entraînement de l'air par un jet granulaire, en cherchant les effets conférant au jet granulaire un comportement liquide à grande échelle.

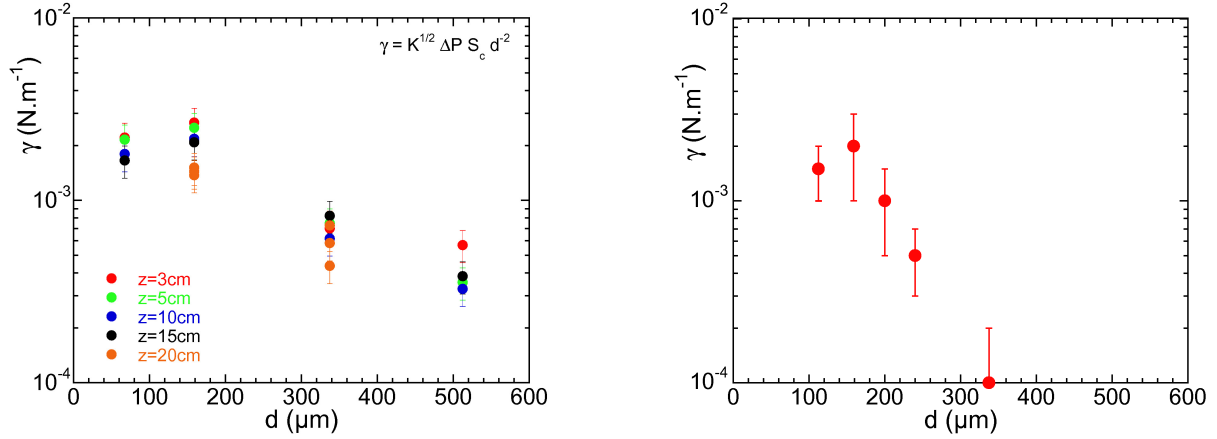
Les forces s'exerçant sur les billes situées hors de l'interface et dirigées vers le jet permettent d'obtenir une tension de surface inférieure aux mesures expérimentales de plusieurs ordres de grandeur et ne diminuant pas avec la taille des billes constituant le jet granulaire.

L'estimation de la tension de surface par la traînée de l'air sur le jet et la contrainte due au cisaillement de l'air est également inférieure aux mesures d'un ordre de grandeur, mais présente un accord qualitatif en terme de décroissance avec la tailles des billes et croissance avec la propagation.

Enfin, en construisant une tension de surface effective s'exerçant sur le jet par l'écoulement d'air vers son intérieur et la contrainte exercée sur les pores du jet, il est possible de construire une tension de surface du bon ordre de grandeur et décroissant avec la taille des particules, mais ne croissant pas avec la distance de propagation. Il est également que la présence de la tige reliée à la sonde dans l'axe du jet granulaire provoque l'apparition d'une zone de densité plus faible au niveau du point de mesure, auquel cas la mesure de

la pression effectuée vient être

Les différentes approches présentées dans ce chapitre montrent qu'il est possible de construire une tension de surface effective provoquée par différents mécanismes liés à l'interaction entre un jet granulaire et l'air ambiant. Cette tension de surface effective peut avoir un ordre de grandeur compatible avec les différentes mesures réalisées, notamment par la croissance des modes instables de l'instabilité de Rayleigh-Plateau granulaire, comme illustré en figure 3.10.



(a) Calculée par la dépression mesurée dans un jet granulaire, à plusieurs distance z .

(b) Mesurée par les modes instables de l'instabilité de Rayleigh-Plateau granulaire à une distance $z = 20\text{cm}$.

FIGURE 3.10 – Comparaison de la tension de surface granulaire effective mesurée et calculée.

Chapitre 4

Perspectives

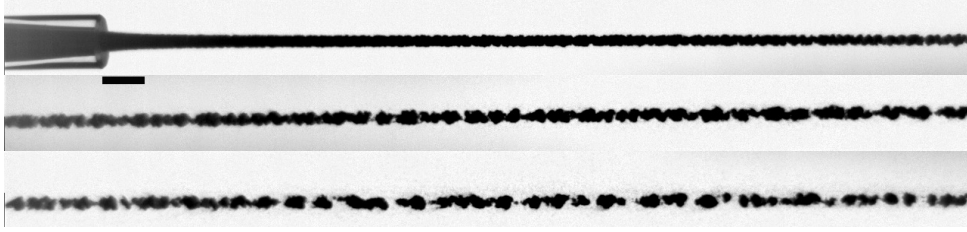
Certains phénomènes observés dans la cadre des travaux présentés dans ce manuscrit n'ont pu être abordés faute de temps. Ils sont brièvement présentés ici.

4.1 Cohésion dans un écoulement granulaire soumis à une oscillation verticale

L'apparition des ces agrégats a été observée en utilisant des billes de tailles proche ou inférieure à $100\mu m$ (ici, avec des diamètres $d = 45 - 90\mu m$, $d = 53 - 106\mu m$ et $d = 75 - 150\mu m$ (dans certaines conditions pour ces dernières)).

L'interrogation soulevée ici concerne l'existence de ces agrégats dans les jets granulaires soumis à une excitation, comme il a été vu au chapitre 2. Les travaux cités précédemment mettent en évidence une distribution de taille et une longueur d'onde pour ces agrégats incompatible avec la déstabilisation "naturelle" d'un jet granulaire sous l'effet d'une tension de surface. Selon [47], la longueur et la largeur des agrégats conduit à un nombre d'onde réduit $kr_0 \approx 1 - 3$ – donc aux modes stables de l'instabilité de Rayleigh-Plateau inviscide – pour une gamme de diamètres de particules entre $54 \pm 10\mu m$ et $130 \pm 30\mu m$.

Les observations réalisées sur des jets de billes de diamètre $d = 45 - 90\mu m$ semblent s'accorder sur la distribution de taille caractéristique des agrégats cohésifs (une longueur comprise entre un et trois diamètres de jet). Un exemple de jet granulaire donnant naissance à des agrégats cohésifs est donné en figure 4.1.

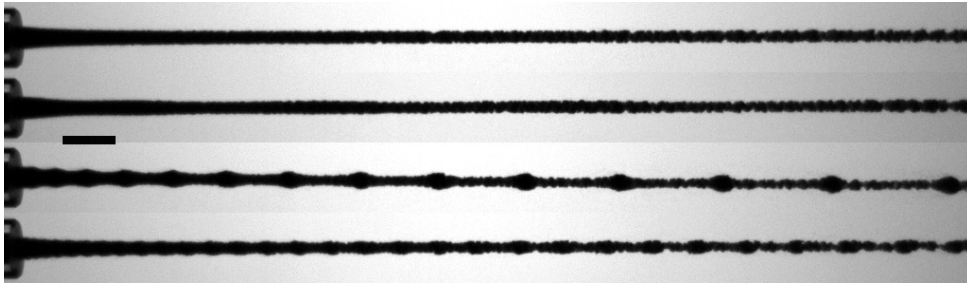


(a) Jet granulaire de billes de diamètre $d = 45-90\mu m$ en sortie d'un entonnoir de verre de diamètre de sortie $D_0 = 5.3mm$, de la sortie à une distance $z \approx 60cm$ par champs de $20cm$ de haut en bas.

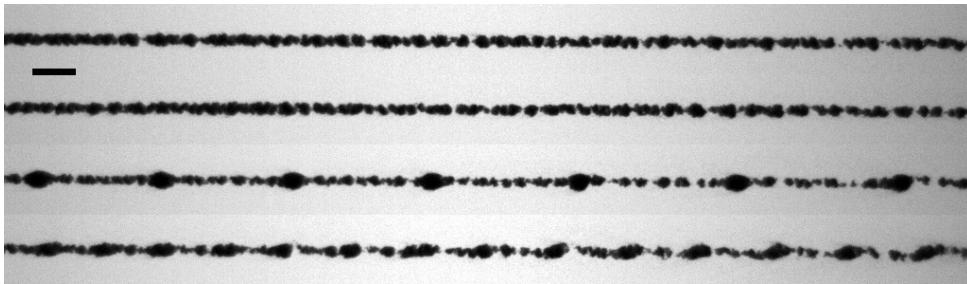


(b) Zoom sur les agrégats à une distance $z \approx 30cm$ après la sortie (milieu de l'image centrale de la figure précédente.)

FIGURE 4.1 – Apparition d'agrégats dans un jet granulaire.



(a) Jets granulaires de billes de diamètre $d = 45 - 90\mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 5.3mm$. De haut en bas : non excité, soumis à une excitation de fréquence $f = 23Hz$ et d'amplitude pic à pic $A_{pk} = 100\mu m$, $f = 73Hz$, $A_{pk} = 20\mu m$, et $f = 157Hz$, $A_{pk} = 20\mu m$. Barre d'échelle $1cm$.

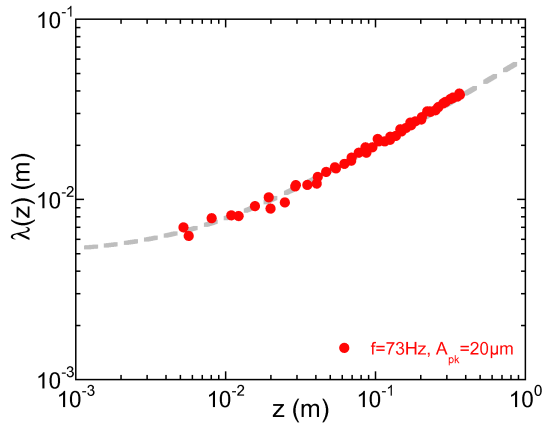


(b) Mêmes jets que sur la figure précédente, images centrées à une distance $z \approx 20cm$ sous la sortie de l'entonnoir. Barre d'échelle $1cm$.

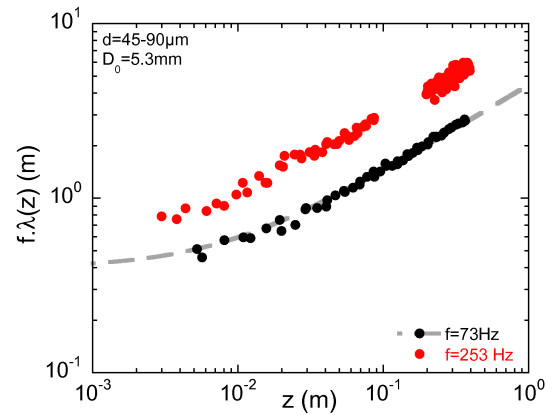
FIGURE 4.2 – Coexistence agrégats-mode excité dans un jet granulaire

Il est admis que l'apparition et la croissance des agrégats cohésifs est incompatible avec une instabilité de type Rayleigh-Plateau. La question se pose alors de savoir ce qu'il arrive à ces agrégats lorsque le jet granulaire est soumis à une oscillation verticale : les agrégats cohésifs naissent dans un jet granulaire sous les effets des forces cohésives entre les particules et ont une taille caractéristique bien définie. De plus, la déformation de ces agrégats, un fois formés, est faible. On s'interroge donc sur la coexistence des agrégats cohésifs et des modes induits dans le jet par la vibration verticale. La figure 4.2 donne en exemple la coexistence agrégats–excitation pour plusieurs fréquences.

Comme avec des jets de billes non-cohésives, il est possible de mesurer la longueur d'onde de la modulation excitée, qui ne présente pas de changement par rapport au cas non-cohésif pour des fréquences d'excitation faibles (telles que la longueur d'onde du mode excité est grande devant la taille caractéristique des agrégats cohésifs). Néanmoins, lorsque la fréquence d'excitation est telle que la longueur d'onde initiale du mode excité est proche de la taille des agrégats cohésifs, la croissance de la longueur d'onde du mode excité semble ne plus suivre la loi "classique".



(a) Longueur d'onde mesurée sur le jet excité à $f = 73Hz$ présenté en figure 4.2. En pointillés gris, ajustement par la relation de murissement de la longueur d'onde 2.2.



(b) Comparaison du produit $f \cdot \lambda(z)$ pour deux fréquences. A $f = 73Hz$ la courbe en pointillés gris correspond à l'évolution de la vitesse sous l'effet de la gravité.

FIGURE 4.3 – Comparaison de l'évolution de la longueur d'onde d'un mode excité dans un jet cohésif.

La différence observée dans le comportement de la vitesse peut s'expliquer par la grande valeur de l'accélération réduite employée pour obtenir une modulation observable dans le jet à la fréquence considérée ($\Gamma \approx 3$ pour $f = 253Hz$ ici) qui entraînerait une fluidification du milieu granulaire dans le réservoir et donc une augmentation de la vitesse, ou par un couplage entre les agrégats cohésifs et les modes sinusoïdaux.

Une autre approche pouvant être considérée est de s'intéresser aux agrégats en eux-mêmes. Une fois formés, les agrégats se comportent de manière quasi-solide, avec une érosion et des déformations très faibles.

4.2 Réponse non linéaire à l'excitation : vagues dans un jet granulaire

Comme mentionné dans le chapitre 2, un jet granulaire soumis à une excitation sinusoïdale peut répondre de manière linéaire en manifestant une modulation sinusoïdale de son diamètre ou de manière non-linéaire si l'accélération réduite imposée au jet est trop importante ; la forme du mode induit dans le jet change alors.

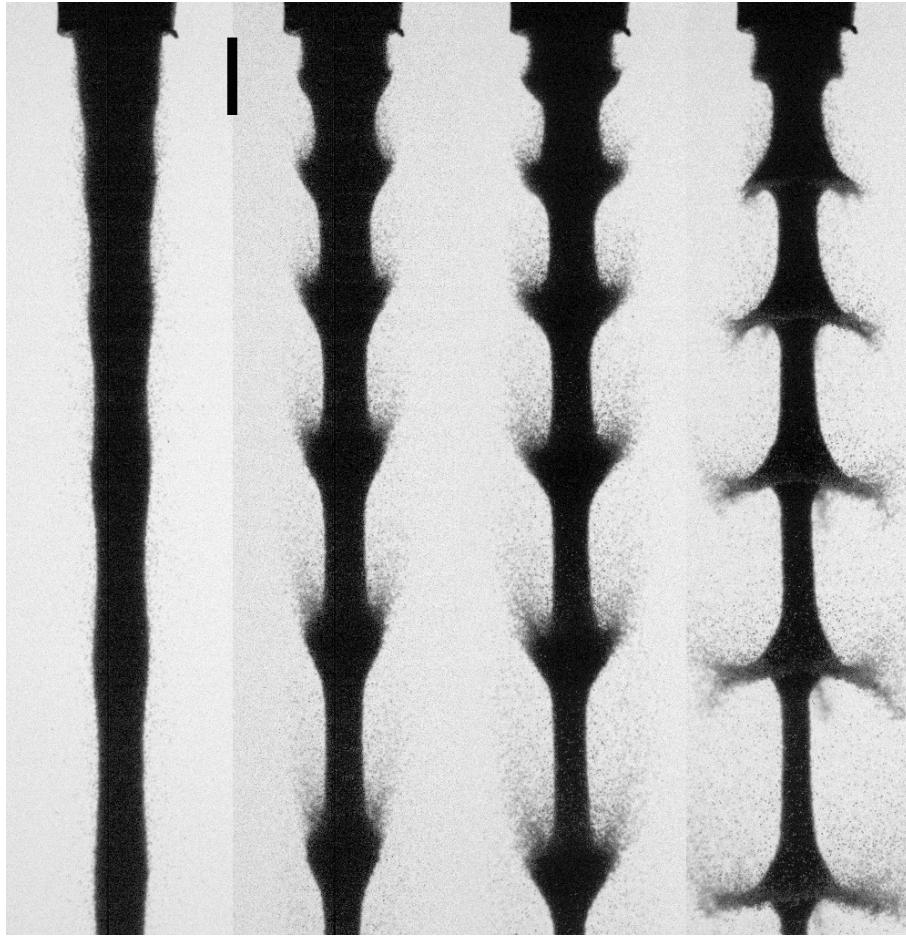


FIGURE 4.4 – Jets de billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 11mm$ soumis à une excitation verticale de fréquence $f = 53Hz$ et d'amplitude pic à pic $50\mu m$, $250\mu m$, $450\mu m$ et $650\mu m$ (de gauche à droite). Barre d'échelle 1cm.

A une fréquence identique et en augmentant l'amplitude de l'excitation, on observe un changement dans la courbure du mode : le mode sinusoïdal (réponse linéaire) est défini qualitativement par un rayon de courbure unique (à une distance z donnée), le passage à la réponse non linéaire se traduisant par la nécessité de définir deux rayons de courbure pour les fronts avant et arrière du mode déformé, et une inversion de courbure sur ces deux fronts.

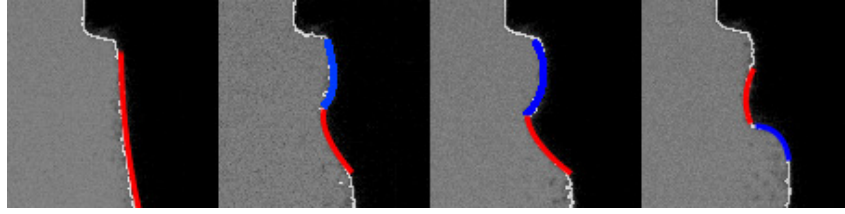


FIGURE 4.5 – Illustration qualitative de la transition dans la réponse du jet à l'excitation verticale. Les amplitudes sont les mêmes que sur la figure précédente. Les courbures sont indiquées en rouge et bleu pour différencier leur sens.

La forme de la déformation du jet granulaire répondant de manière non linéaire à l'excitation sinusoïdale d'un jet peut être rapprochée de la forme des vagues déferlant.

Il est également possible d'observer un phénomène similaire en utilisant des particules de tailles inférieure (donc avec des effets de cohésion importants), qui présentent un comportement différent, comme montré sur la figure 4.6.

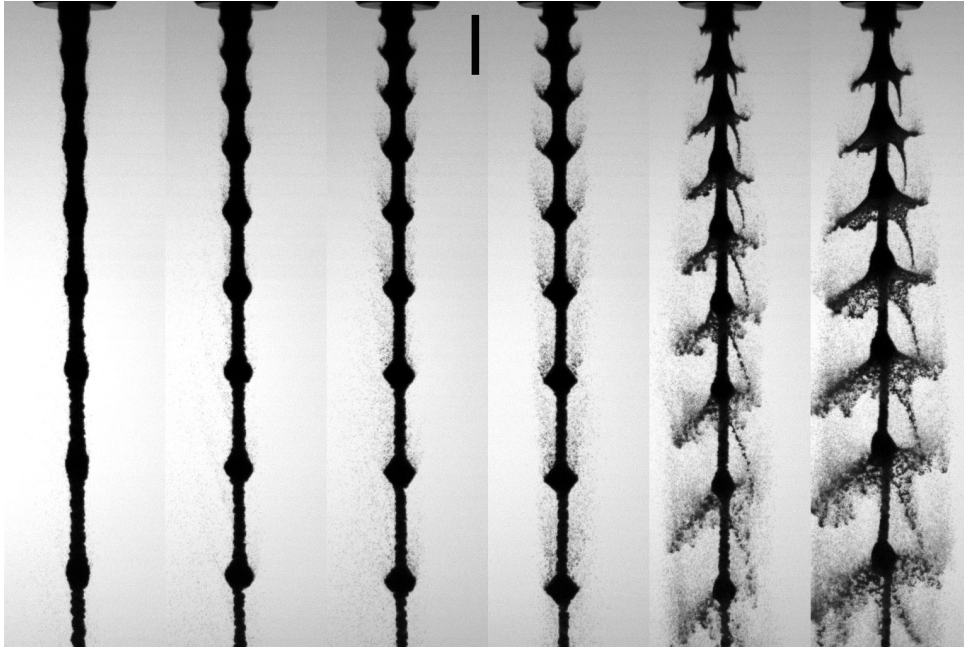


FIGURE 4.6 – Jets de billes de diamètre $d = 45 - 90\mu m$ en sortie d'un entonnoir de diamètre $D_0 = 5.3mm$ soumis à une excitation verticale de fréquence $F = 73Hz$ et d'amplitude pic à pic $20\mu m$, $50\mu m$, $90\mu m$, $120\mu m$, $160\mu m$ et $180\mu m$ (de gauche à droite). Barre d'échelle 1cm.

Dans cet exemple ci, le mode excité dans le jet passe d'une forme sinusoïdale ($20\mu m$ amplitude pic à pic) à une forme "triangulaire" ($120\mu m$ d'amplitude pic à pic) avant que la perte de matière due à l'érosion sur le sommet du mode ne soit remplacée par un phénomène ressemblant à une explosion.

Il paraît intéressant de considérer la force injectée en entrée dans le milieu granulaire, et de l'opposer aux diverses forces de cohésion intervenant dans le jet.

Répéter ces expériences en absence d'air pourrait également éclairer sur le rôle du fluide ambiant dans le phénomène.

4.3 Transition liquide – gaz granulaire

Coefficient de restitution – Inélasticité des collisions

Dans les équations du modèle hydrodynamique granulaire intervient un paramètre physique variable expérimentalement : le coefficient de restitution e du matériau constituant le milieu granulaire en écoulement. Les expériences et calculs ont été réalisés en utilisant des billes et un réservoir de verre, soit un coefficient de restitution $e = 0.96$. En changeant ce coefficient – par exemple, en utilisant des billes d’acier, il est possible de changer les profils de température et de fraction volumique calculés. La figure 4.7 illustre la différence de fraction volumique en sortie mesurée en utilisant des billes de même diamètre dans un même entonnoir de plastique. En changeant la valeur du coefficient de restitution du système billes–entonnoir, il apparaît éventuellement possible de changer la valeur du rapport d’aspect critique de la transition.

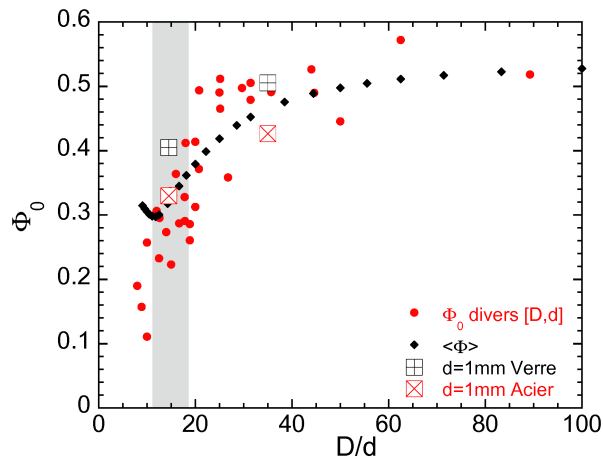


FIGURE 4.7 – Densité volumique initiale en sortie ($\bullet$), au dessus de la sortie estimée par le modèle hydrodynamique granulaire ($\bullet$), et comparaison des fractions volumique en sortie pour des billes de verre de diamètre 1mm ($\boxplus$) et d’acier de même diamètre ($\boxtimes$).

Il sera noté également que le coefficient de restitution utilisé ici ne tient pas compte des effets de friction présents dans le milieux granulaires, ou encore qu’il a déjà été observé que le coefficient de restitution [76] présentait une dépendance en nombre de Stokes lorsque la densité du fluide ambiant est variée. Répéter les mesures en changeant le fluide ambiant en un gaz plus dense ou plus visqueux, ou en changeant l’inélasticité des collisions permettrait de caractériser plus en détail les paramètres pilotant la transition entre les régimes de jets granulaires.

Variation expérimentale de la température par la rugosité des parois

L'explication de la transition entre les jets granulaires liquides et les jets granulaires dilués se basant sur la température et son évolution radiale dans le réservoir, il peut paraître intéressant d'imposer des fluctuations de vitesse plus importante dans l'entonnoir. Une méthode testée dans ce but a été d'imposer une rugosité plus importante aux parois de l'entonnoir en y collant une couche de micro-billes de verre.

Il semble apparaître que la transition semble en effet dépendre de la rugosité des parois, donc de l'agitation des billes à la paroi de l'entonnoir, donc de la température de l'interface du jet granulaire. Comme l'illustre la figure 4.8 le voile autour du jet granulaire (les billes "chaudes") est plus important lorsque la rugosité est importante.

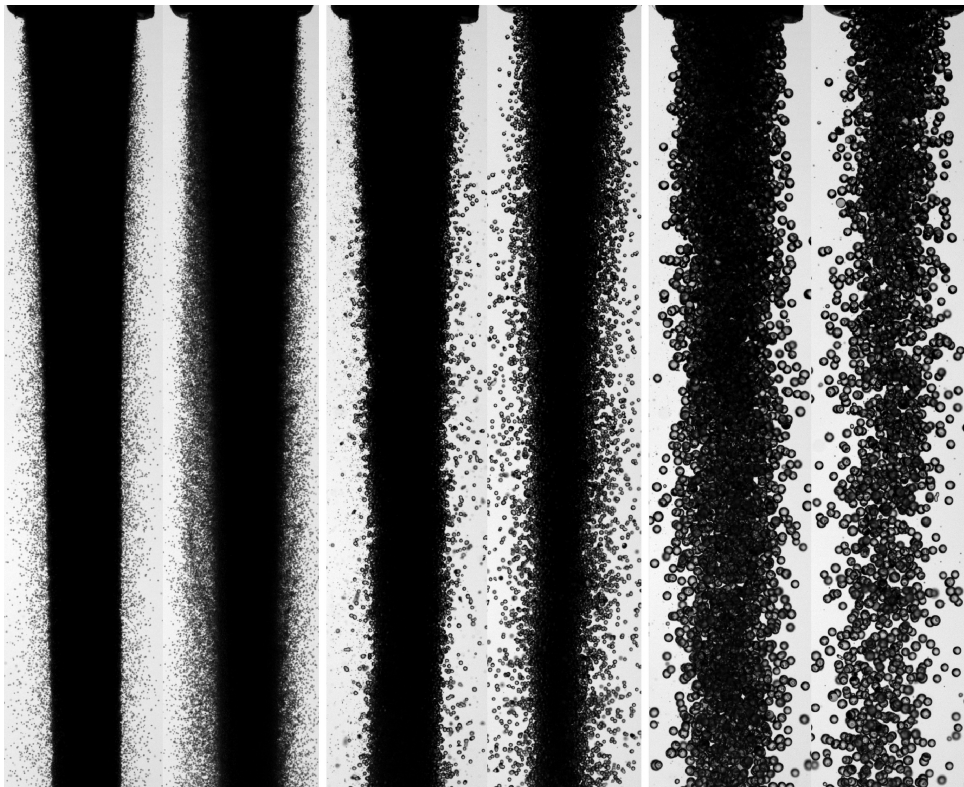


FIGURE 4.8 – Effet de la rugosité des parois sur le comportement en sortie d'un jet granulaire. De gauche à droite, chaque paire d'image correspond à un jet de diamètre initial $D_0 = 14mm$ de billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$, $d = 250 - 425\mu m$ et $d = 1mm$ dans un entonnoir lisse (image de gauche de chaque paire) et avec une rugosité de taille caractéristique $r \approx 300\mu m$.

Cette observation semble confirmer l'influence de la température des billes à la paroi sur le comportement fluide ou non d'un jet granulaire, bien qu'il reste à étudier l'influence des effets dus à la sortie de l'entonnoir. De même, il devient impossible de mesurer la température des billes à la paroi avec des techniques optiques en utilisant une paroi rugueuse.

Conclusion

Dans ce manuscrit ont été présentés les résultats issus d'expériences visant à caractériser les propriétés de jets granulaires denses et à chercher l'origine de la tension de surface granulaire effective déjà observée.

Le comportement global d'un jet granulaire s'écoulant d'un réservoir a été caractérisé, par différentes mesures : diamètre, vitesses, flux. Il a été mis en évidence la forte ressemblance entre ces jets granulaires et les jets liquides : un écoulement granulaire en sortie d'un entonnoir présente un profil d'amincissement similaire à celui d'un fluide incompressible, pourvu que le rapport d'aspect entre le diamètre de sortie du jet et le diamètre moyen des particules le constituant soit supérieur à une valeur critique. Dans ce régime d'écoulement – dit des jets granulaires *liquides* – la fraction volumique du jet évolue peu au cours de la propagation, et le profil d'amincissement du jet $D(z)$ correspond à celui d'un fluide de faible tension de surface ($We \ll 1$).

A mesure que le rapport d'aspect s'approche de cette valeur critique, le comportement incompressible des jets granulaires disparaît et plusieurs comportements se distinguent :

- le jet se comporte de manière incompressible sur une certaine distance avant de se disperser.
- le jet s'amincit, mais le profil n'obéit pas à la relation décrivant un fluide incompressible.
- le jet se disperse dès la sortie du réservoir.

Plusieurs paramètres physiques mesurables caractérisent la transition observée : la vitesse initiale moyenne du jet, l'exposant α de la loi d'amincissement, le nombre de Froude initial ou la fraction volumique initiale du jet. Le rapport d'aspect critique caractérisant la transition entre les jets granulaires *liquides* et les jets granulaires *dilués* est proche de 15. Il est montré expérimentalement que le comportement incompressible et la transition vers le régime dilué sont indépendants de l'interaction avec l'air, le comportement des jets ne changeant pas lorsque la pression de l'air est diminuée d'un facteur 10.

Cette transition est expliquée en utilisant un modèle hydrodynamique granulaire : en considérant que les fluctuations de vitesse des particules proviennent du confinement du milieu dans l'entonnoir, il est possible de décrire les différents paramètres du milieu granulaire – température et densité – avec des hypothèses simples. Il est vérifié que la température granulaire est bien définie au dessus de la sortie et qu'elle ne varie pas selon l'axe

de l'écoulement. Les deux hypothèses faites sont que la pression est donnée par le modèle de Janssen décrivant la saturation de la pression dans un réservoir et que les profils de température et/ou de fraction volumique tend à être plat au centre du jet. En appliquant ce modèle, il apparaît une échelle caractéristique de décroissance de la température et de la densité du milieu granulaire dans l'entonnoir avant la sortie. Ces grandeurs divergent lorsque le rapport d'aspect s'approche de la valeur critique : la longueur de décroissance de la température dans le jet devient comparable à la dimension du jet. Le jet granulaire est alors décrit comme une enveloppe de billes "chaudes" d'épaisseur importante comparativement à son cœur "froid". Ce déséquilibre conduit au régime dilué dans lequel les jets granulaires ne se comportent plus comme des fluides incompressibles. Lors de la dispersion du jet – survenant en sortie du réservoir ou après une certaine distance de propagation, le jet granulaire se comporte de manière analogue à un panache de poudre (dispersion avec un faible angle, aplatissement du profil de vitesse).

En se plaçant dans le régime des jets granulaires liquides, l'analogie avec les fluides moléculaires est poussée jusqu'à la mesure d'une tension de surface effective. Après des mesures précédentes axées sur la vitesse d'ondes interfaciales analogues aux ondes capillaires, la tension de surface effective existant dans un jet granulaire est mesurée par une instabilité similaire à l'instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau. Une excitation verticale imposée à un jet granulaire par un vibreur électromagnétique induit une modulation de diamètre du jet – un mode sinusoïdal, dans la limite de réponse linéaire à l'excitation – dont l'évolution temporelle est compatible avec l'introduction d'une tension de surface effective. Dans le cadre de ces mesures, le jet granulaire est décrit comme un fluide de viscosité négligeable.

Diverses dépendances de la tension de surface effective sont testées, mettant en évidence une influence apparente de l'interaction entre le jet granulaire et l'air entraîné, par des mesures faisant varier la pression de l'air et la taille des particules. Les différentes forces déduites de l'interaction entre l'air et le jet granulaire sont utilisées pour construire différentes estimations de la tension de surface effective granulaire dimensionnellement, bien qu'aucune estimation ne concorde avec les mesures réalisées sur les ondes capillaires, les fluctuations interfaciales ou les modes instables de l'instabilité granulaire. Malgré tout, certaines estimations (en considérant la contrainte à la paroi exercée sur le cylindre ou en considérant la dépression mesurée à l'intérieur du jet) permettent d'obtenir des comportements concordant en terme de dépendances en diamètre des particules, en pression d'air ou en distance de propagation. Il est possible que la tension de surface granulaire résulte d'autres interactions, les expériences réalisées ici se concentrant sur l'interaction air-jet comme moteur de la tension de surface granulaire.

L'interaction entre le jet granulaire et l'air est étudiée, par une mesure du profil de vitesse de l'air mis en mouvement via des traceurs de faible densité. La chute du jet dans l'air entraîne le développement d'une couche limite d'extension limitée dont la description

coïncide avec une la couche limite visqueuse d'un cylindre liquide.

Bibliographie

- [1] H.M. JAEGER, S.R. NAGEL et R.P. BEHRINGER : Granular solids , liquids , and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68(4):1259–1273, 1996.
- [2] B. ANDREOTTI, Y. FORTERRE et O. POULIQUEN : *Les milieux granulaires*. 2011.
- [3] J. DURAN : *Sables, poudres et grains - Introduction à la physique des milieux granulaires*. 1999.
- [4] GDR MIDI : On dense granular flows. *The European physical journal. E, Soft matter*, 14(4):341–65, août 2004.
- [5] P.G. de GENNES : Granular matter : a tentative view. *Reviews of Modern Physics*, 71(2):S374–S382, mars 1999.
- [6] H.A. JANSSEN : Versuche über Getreidedruck in Silozellen. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 39:1045, 1895.
- [7] M. SPERL : Experiments on corn pressure in silo cells – translation and comment of Janssen’s paper from 1895. *Granular Matter*, 8(2):59–65, décembre 2005.
- [8] T. HALES : A proof of the Kepler conjecture. *Annals of Mathematics*, 162(3):1065–1185, novembre 2005.
- [9] I. GOLDBIRSCH et G. ZANETTI : Clustering instability in dissipative gases. *Physical Review Letters*, 70(11):1619–1622, mars 1993.
- [10] J. T. JENKINS et S. B. SAVAGE : A theory for the rapid flow of identical, smooth, nearly elastic, spherical particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 130:187–202, 1983.
- [11] S. COWIN et M. SATAKE, éditeurs. *Multitemprature theory of granular materials*, 1978.
- [12] S. OGAWA, A. UMEMURA et N. OSHIMA : On the equations of fully fluidized granular materials. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, 31(4):483–493, juillet 1980.
- [13] P. K. HAFF : Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 134:401–430, 1983.
- [14] H.A. JAKOBSEN : *Chemical Reactor Modeling*. Numéro i. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.

- [15] Y. AMAROUCHENE et H. KELLAY : Speed of sound from shock fronts in granular flows. *Physics of Fluids*, 18(3):031707, 2006.
- [16] J.F. BOUDET, Y. AMAROUCHENE, B. BONNIER et H. KELLAY : The granular jump. *Journal of Fluid Mechanics*, 572:413, janvier 2007.
- [17] J.F. BOUDET, Y. AMAROUCHENE et H. KELLAY : Shock Front Width and Structure in Supersonic Granular Flows. *Physical Review Letters*, 101(25):14–17, décembre 2008.
- [18] J.F. BOUDET, J. CASSAGNE et H. KELLAY : Blast Shocks in Quasi-Two-Dimensional Supersonic Granular Flows. *Physical Review Letters*, 103(22):2–5, novembre 2009.
- [19] X.-L. WU, K. MALOY, A. HANSEN, M. AMMI et D. BIDEAU : Why hour glasses tick. *Physical Review Letters*, 71(9):1363–1366, août 1993.
- [20] W.A. BEVERLOO, H.A. LENIGER et J. van de VELDE : The flow of granular solids through orifices. *Chemical Engineering Science*, 15:260 – 269, 1961.
- [21] C. MANKOC, a. JANDA, R. ARÉVALO, J. M. PASTOR, I. ZURIGUEL, a. GARCIMARTÍN et D. MAZA : The flow rate of granular materials through an orifice. *Granular Matter*, 9(6):407–414, septembre 2007.
- [22] A. JANDA, R. HARICH, I. ZURIGUEL, D. MAZA, P. CIXOUS et A. GARCIMARTÍN : Flow-rate fluctuations in the outpouring of grains from a two-dimensional silo. *Physical Review E*, 79(3):1–5, mars 2009.
- [23] A. JANDA, I. ZURIGUEL et D. MAZA : Flow Rate of Particles through Apertures Obtained from Self-Similar Density and Velocity Profiles. *Physical Review Letters*, 108(24):1–5, juin 2012.
- [24] N. KHAMONTOVA : *J. Russ. Phys. Chem. Soc.*, 22(281), 1890.
- [25] S.T. THORODDSEN et A.Q. SHEN : Granular jets. *Physics of Fluids*, 13(1):4, 2001.
- [26] D. LOHSE, R. BERGMANN, R. MIKKELSEN, C. ZEILSTRA, D. van der MEER, M. VERSLUIS, K. van der WEELE, M. van der HOEF et H. KUIPERS : Impact on Soft Sand : Void Collapse and Jet Formation. *Physical Review Letters*, 93(19):1–4, novembre 2004.
- [27] M.E. MÖBIUS : Clustering instability in a freely falling granular jet. *Physical Review E*, 74(5):1–9, novembre 2006.
- [28] Y. AMAROUCHENE, J.F. BOUDET et H. KELLAY : Capillarylike Fluctuations at the Interface of Falling Granular Jets. *Physical Review Letters*, 100(21):1–4, mai 2008.
- [29] M. NICOLAS : Experimental study of gravity-driven dense suspension jets. *Physics of Fluids*, 14(10):3570, 2002.
- [30] X. CHENG, G. VARAS, D. CITRON, H.M. JAEGER et S.R. NAGEL : Collective Behavior in a Granular Jet : Emergence of a Liquid with Zero Surface Tension. *Physical Review Letters*, 99(18):1–4, novembre 2007.

- [31] F. SAVART : Mémoire sur le choc d'une veine liquide lancée contre un plan circulaire. *Ann. de Chim.*, 54, 1833.
- [32] C. CLANET : Stability of water bells generated by jet impacts on a disk. *Physical review letters*, 85(24):5106–9, décembre 2000.
- [33] C. CLANET : Dynamics and stability of water bells. *Journal of Fluid Mechanics*, 430:111–147, mars 2001.
- [34] J. DURAN : Rayleigh-Taylor Instabilities in Thin Films of Tapped Powder. *Physical Review Letters*, 87(25):1–4, novembre 2001.
- [35] F. da CRUZ, S. EMAM, M. PROCHNOW, J.-N. ROUX et F. CHEVOIR : Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2):1–17, août 2005.
- [36] P. JOP, Y. FORTERRE et O. POULIQUEN : A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094):727–30, juin 2006.
- [37] F. BOYER, E. GUAZZELLI et O. POULIQUEN : Unifying Suspension and Granular Rheology. *Physical Review Letters*, 107(18):1–5, octobre 2011.
- [38] P.G. de GENNES, F. BROCHARD-WYART et D. QUÉRÉ : *Gouttes, bulles, perles et ondes*. 2005.
- [39] J.S. ROWLINSON et B. WIDOM : *Molecular theory of capillarity*. 1982.
- [40] E. de HOOG et H. LEKKERKERKER : Measurement of the Interfacial Tension of a Phase-Separated Colloid Polymer Suspension. *The Journal of Physical Chemistry B*, 103(25):5274–5279, juin 1999.
- [41] D. AARTS, M. SCHMIDT et H. LEKKERKERKER : Direct visual observation of thermal capillary waves. *Science*, 304(5672):847–50, mai 2004.
- [42] D. L. HU, B. CHAN et J. W. M. BUSH : The hydrodynamics of water strider locomotion. *Nature*, 424(6949):663–6, août 2003.
- [43] J. PLATEAU : *Statique Expérimentale et Théorique des Liquides Soumis aux Seules Forces Moléculaires*. 1873.
- [44] L. RAYLEIGH : On The Instability Of Jets. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s1-10(1):4–13, novembre 1878.
- [45] R. SOTO : Capillary-like Fluctuations of a Solid-Liquid Interface in a Non-Cohesive Granular System. pages 1–5, 2012.
- [46] D. GELDART : Types of Gas Fluidization. *Powder Technology*, 7(5):285–292, mai 1973.
- [47] J. R. ROYER, D. J. EVANS, L. OYARTE, Q. GUO, E. KAPIT, M. E. MÖBIUS, S. R. WAITUKAITIS et H. M. JAEGER : High-speed tracking of rupture and clustering in freely falling granular streams. *Nature*, 459(7250):1110–3, juin 2009.

- [48] J.R. ROYER, B. CONYERS, E.I. CORWIN, P.J. ENG et H.M. JAEGER : The role of interstitial gas in determining the impact response of granular beds. *EPL (Europhysics Letters)*, 93(2):28008, janvier 2011.
- [49] Stephan ULRICH et Annette ZIPPELIUS : Stability of Freely Falling Granular Streams. *Physical Review Letters*, 109(16):1–5, octobre 2012.
- [50] S. CHANDRASEKHAR : *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. 1961.
- [51] M. J. HANCOCK et J. W. M. BUSH : Fluid pipes. *Journal of Fluid Mechanics*, 466:285–304, septembre 2002.
- [52] J. CAI, N. HALL, M. ELENANY, D. Z. ZHU et N. RAJARATNAM : Observations on Sand Jets in Air. *Journal of Engineering Mechanics*, 136(9):1181–1186, septembre 2010.
- [53] S.R. WAITUKAITIS, H. GRÜTJEN, J.R. ROYER et H.M. JAEGER : Droplet and cluster formation in freely falling granular streams. *Physical Review E*, 83(5):1–12, mai 2011.
- [54] R. ANSART : *Emission de poussières lors de la manipulation de poudre : interaction entre les particules en mouvement et l'air ambiant*. Thèse de doctorat, 2007.
- [55] R. ANSART, A. de RYCK, J. DODDS, M. ROUDET, D. FABRE et F. CHARRU : Dust emission by powder handling : Comparison between numerical analysis and experimental results. *Powder Technology*, 190(1-2):274–281, mars 2009.
- [56] R. LESPIAT, R. HOHLER, A.-L. BIANCE et S. COHEN-ADDAD : Experimental study of foam jets. *Physics of Fluids*, 22(3):033302, 2010.
- [57] M. PROCHNOW : *Ecoulements denses de grains secs*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [58] R.M. NEDDERMAN et C. LAOHAKUL : The thickness of the shear zone of flowing granular materials. *Powder Technology*, 25(1):91–100, janvier 1980.
- [59] I. ZURIGUEL : *Flujo y atascos de un medio granular en la descarga de silos*. Thèse de doctorat, Facultad de ciencias, Universidad de Navarra, 2005.
- [60] E. L. GROSSMAN, T. ZHOU et E. BEN-NAIM : Towards granular hydrodynamics in two dimensions. *Physical Review E*, 55(4):4200–4206, avril 1997.
- [61] D.J. VAN ZUILICHEM, N.D. VAN EGMOND et J.G. DE SWART : Density behaviour of flowing granular material. *Powder Technology*, 10(4-5):161–169, octobre 1974.
- [62] C.R. WASSGREN, M. L. HUNT, P. J. FREESE, J. PALAMARA et C. E. BRENNEN : Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material. *Physics of Fluids*, 14(10):3439, 2002.
- [63] K. CHEN, M. STONE, R. BARRY, M. LOHR, W. MCCONVILLE, K. KLEIN, B. SHEU, A. MORSS, T. SCHEIDEMANTEL et P. SCHIFFER : Flux through a hole from a shaken granular medium. *Physical Review E*, 74(1):1–4, juillet 2006.

- [64] C. MANKOC : *Estudio experimental de la descarga de medios granulares en silos sometidos a vibración*. Thèse de doctorat, 2009.
- [65] A. JANDA, D. MAZA, A. GARCIMARTÍN, E. KOLB, J. LANUZA et E. CLÉMENT : Unjamming a granular hopper by vibration. *EPL (Europhysics Letters)*, 87(2):24002, juillet 2009.
- [66] D. HUERTA et J. RUIZ-SUÁREZ : Vibration-Induced Granular Segregation : A Phenomenon Driven by Three Mechanisms. *Physical Review Letters*, 92(11):1–4, mars 2004.
- [67] M.J. METZGER, B. REMY et B.J. GLASSER : All the Brazil nuts are not on top : Vibration induced granular size segregation of binary, ternary and multi-sized mixtures. *Powder Technology*, 205(1-3):42–51, janvier 2011.
- [68] P.G. DRAZIN et W.H. REID : *Hydrodynamic Stability*. 1981.
- [69] G. PRADO, Y. AMAROUCHENE et H. KELLAY : Experimental Evidence of a Rayleigh-Plateau Instability in Free Falling Granular Jets. *Physical Review Letters*, 106(19):1–4, mai 2011.
- [70] K. OGATA : Experimental investigation of a free falling powder jet and the air entrainment. *Powder Technology*, 115(1):90–95, mars 2001.
- [71] P. G. SAFFMAN : The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 22(02):385, mars 1965.
- [72] D. HALL : Measurements of the mean force on a particle near a boundary in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 187:451–466, avril 2006.
- [73] A. M. MOLLINGER et F. T. M. NIEUWSTADT : Measurement of the lift force on a particle fixed to the wall in the viscous sublayer of a fully developed turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 316(-1):285, avril 2006.
- [74] D. LEIGHTON et A. ACRIVOS : The lift on a small sphere touching a plane in the presence of a simple shear flow. *ZAMP Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Physik*, 36(1):174–178, janvier 1985.
- [75] E. GUYON, J.-P. HULIN et L. PETIT : *Hydrodynamique physique*. 2001.
- [76] P. GONDRET, M. LANCE et L. PETIT : Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Physics of Fluids*, 14(2):643, 2002.
- [77] L. SCHILLER et A. NEUMANN : Uber die grundlegenden berechnungen bei der schwer kraftaufbereitung. *Verein Deutscher Ingenieure*, 77(318), 1933.
- [78] H. SCHLICHTING et K. GERSTEN : *Boundary Layer Theory*. Springer, 8th édition, 2000.
- [79] M. B. GLAUERT et M. J. LIGHTHILL : The Axisymmetric Boundary Layer on a Long Thin Cylinder. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 230(1181):188–203, juin 1955.

- [80] B. C. SAKIADIS : Boundary-layer behavior on continuous solid surfaces : II. The boundary layer on a continuous flat surface. *AIChE Journal*, 7(2):221–225, juin 1961.
- [81] H. C. LEE : Boundary Layer Around a Liquid Jet. *IBM Journal of Research and Development*, 21(1):48–51, janvier 1977.

Annexe A

Mesures de la position des interfaces de jets granulaires

L'application de la méthode de la surface de Gibbs pour déterminer la position des interfaces des jets granulaires étudiés suppose que l'intensité lumineuse reçue par le capteur de la caméra est indicatif de la présence de billes, en faisant abstraction de la transmission de lumière par les billes.

On définit alors l'interface $D(z)$ comme étant donnée par :

$$\int_0^L I(r, z) dr = D(z)I_{gaz}(z) + (L - D(z))I_{liq}(z) \quad (\text{A.1})$$

avec L une longueur arbitraire prise depuis le centre du jet, I_{gaz} et I_{liq} les intensités moyennées dans les phases gazeuses (le voile) et liquides (le jet granulaire) respectivement.

Cette méthode permet de déterminer la position des interfaces avec une bonne précision, comme l'illustre la figure A.1 présentant la position des interfaces sur une image.

Il est également possible de déterminer le diamètre du jet et l'épaisseur de son interface par un ajustement de l'intensité de l'image par un profil en tangente hyperbolique, une forme couramment employée dans la description des interfaces fluides. Un ajustement direct de l'intensité de l'image par une tangente hyperbolique de la forme :

$$I(r) = a + b \left(\tanh \left(\frac{|r| - D(z)}{\epsilon} \right) \right) \quad (\text{A.2})$$

avec r la position radiale repérée par rapport au centre du jet et ϵ l'épaisseur de l'interface, est donné en fig A.3 pour illustrer la validité de l'expression.

Les figures A.2 et A.3 présentent un profil d'intensité et les positions des interfaces obtenues par les deux méthodes. Le profil d'intensité est inversé par rapport aux images acquises par souci de lisibilité (en éclairant par l'arrière, le jet apparaît sombre et le fond clair). Sur la figure A.2 n'apparaît pas l'épaisseur des interfaces, puisque cette méthode

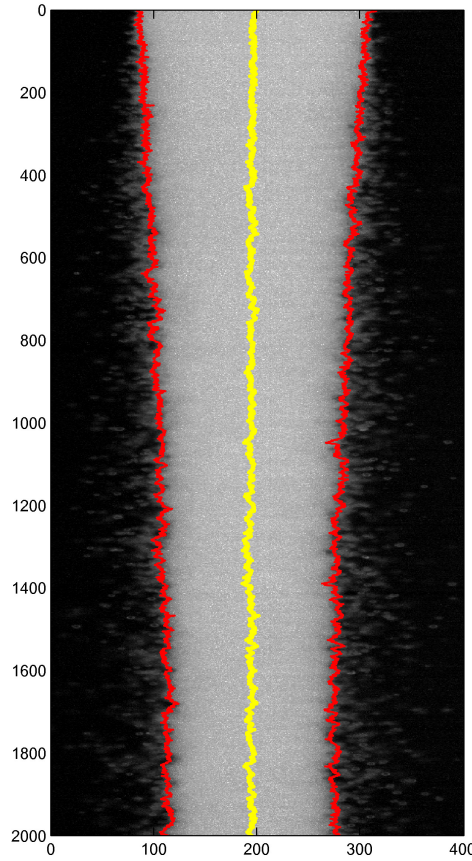


FIGURE A.1 – Exemple de détermination de la position des interfaces d’un jet granulaire de billes de diamètre $d = 106 - 212\mu m$ issues d’un entonnoir de diamètre $D_0 = 5.3mm$. Les axes de la figure sont donnés en pixels, l’origine du jet se situe environ à -120 pixels. Les positions des interfaces sont en rouge, la position du centre en jaune.

ne permet pas de l’obtenir directement.

Une dernière méthode testée pour la mesure du diamètre du jet est, toujours en se basant sur l’intensité lumineuse, de prendre pour position des interfaces les maxima dans le gradient selon r de l’intensité. Afin d’avoir une résolution inférieure au pixel dans la position de l’interface, cela suppose un ajustement de chaque pic (par une forme gaussienne, par exemple).

La méthode de la surface de Gibbs étant la plus rapide en termes de temps de calcul sous Matlab, c’est celle qui sera utilisée par la suite pour mesurer $D(z)$ sur un grand nombre d’images. Les images acquises pour une mesure précise du profil d’un jet sont réalisées à une résolution de l’ordre de 400 pixels par centimètre, soit une taille de pixel de l’ordre de $25\mu m$. La précision de la mesure du profil par la méthode employée ici donne donc une résolution inférieure à la taille des particules utilisée. Cependant, les fluctuations temporelles du diamètre du jet sont de l’ordre de la taille de la particule (en exemple, la figure A.4), ce sont donc ces fluctuations qui seront utilisées pour représenter les barres d’erreur sur les figures à venir, quand elles sont très supérieures à la taille du point sur la figure. Néanmoins, la résolution élevée de la mesure sera exploitée dans la mesure des

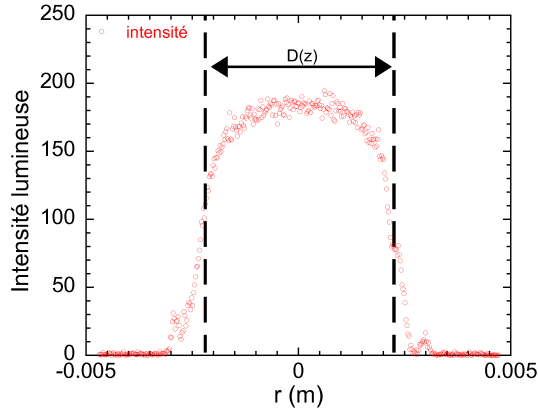


FIGURE A.2 – Profil d'intensité sur une ligne et position des interfaces déterminée par la règle de Gibbs.

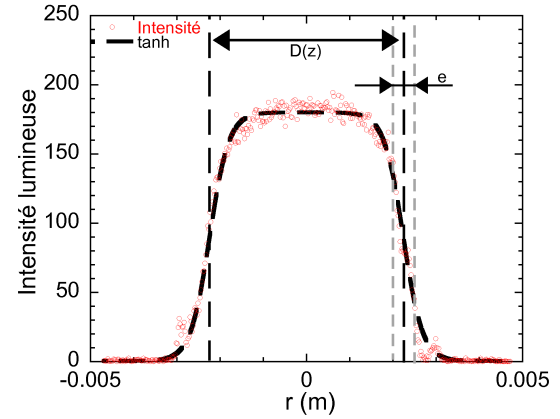


FIGURE A.3 – Profil d'intensité sur une ligne et position et épaisseur des interfaces obtenues par un ajustement par une forme tangente hyperbolique.

taux de croissance de l'instabilité présentée au chapitre suivant.

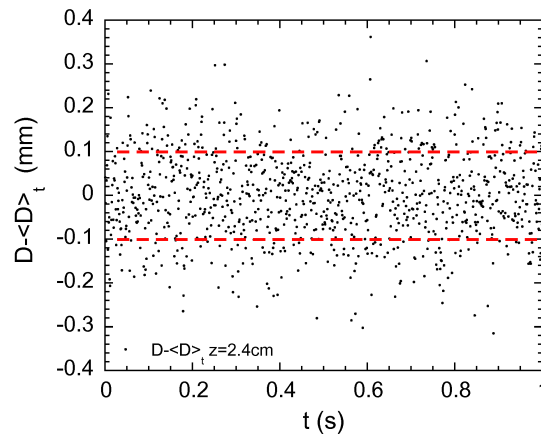


FIGURE A.4 – Fluctuations du diamètre d'un jet granulaire ($D_0 = 5.3\text{mm}$, $d = 106 - 212\mu\text{m}$) à une distance arbitraire $z = 2.4\text{cm}$ après la sortie, obtenues sur 1000 images acquises à 1000 images par seconde. Les lignes en pointillés rouges indiquent une déviation standard ajoutée ou soustraite à la valeur moyenne, légèrement inférieure à la taille moyenne des particules ($159\mu\text{m}$).

Annexe B

Interaction entre un jet granulaire et l'air ambiant

Des travaux précédents ont déjà indiqué qu'un jet granulaire dans l'air entraînait le fluide ambiant autour de lui au cours de sa chute [70] [54] [55]. Ici, des expériences sont réalisées en utilisant des traceurs passifs pour mesurer la vitesse de l'air autour de jets granulaires, et des expériences sont réalisées en faisant varier la pression de l'air environnant le jet.

B.1 Méthodes et expériences

Afin de mesurer la vitesse de l'air mis en mouvement par un jet granulaire, des microsphères creuses K1 (manufacturées par 3M) sont utilisées. Ces particules possèdent une densité effective $\rho = 125 kg.m^{-3}$ et une taille moyenne $d_{K1} \approx 20 - 30 \mu m$. Leur vitesse terminale dans l'air au repos est donnée par la loi de Stokes :

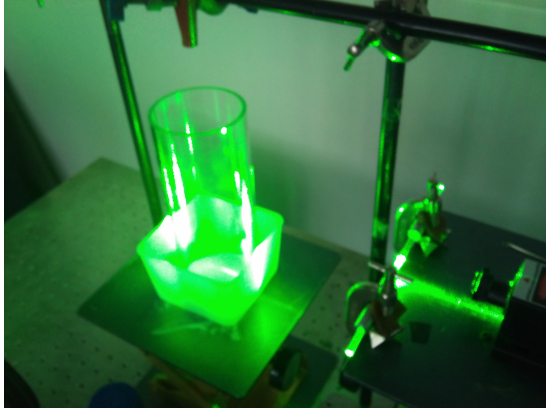
$$v_T = \frac{\rho g d_{K1}^2}{18\eta} \approx 1 mm.s^{-1} \quad (B.1)$$

où η est la viscosité de l'air ($\approx 1.810^{-5} Pa.s$ à température ambiante).

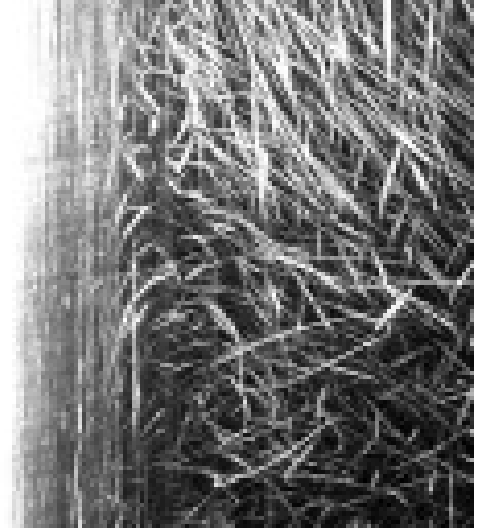
Dans l'air en mouvement, cette composante relative de vitesse peut donc être négligée, et apparaît négligeable de plus comparée aux autres vitesses caractéristiques de l'écoulement granulaire (vitesse initiale $v_0 > 20 cm.s^{-1}$ par exemple). Les microsphères K1 seront donc considérées comme des traceurs adéquats pour mesurer la vitesse de l'air mis en mouvement par le jet granulaire.

Afin de suivre le mouvement de ces traceurs dans l'air, le jet est éclairé par une nappe laser par le côté (à angle droit de l'axe d'observation de la caméra). En utilisant des temps de pose longs (de l'ordre de la seconde), le mouvement des particules dans la nappe laser apparaît comme un trait. La largeur du trait permet de discriminer les billes de l'écou-

lement granulaire (de diamètre supérieur à $100\mu m$) des traceurs K1 ($d_{K1} \approx 20 - 30\mu m$). La longueur du trait laissé par les billes est donc le produit de leur vitesse par le temps de pose.



(a) Montage K1, sera changée plus tard



(b) Somme d'images d'un jet granulaire (visible saturé à gauche de l'image), des billes dans le voile, et des traceurs avec un mouvement aléatoire sur la droite de l'image

FIGURE B.1

Le protocole expérimental est simple : un cylindre de verre de grand diamètre ($D_c \approx 10cm$) en contact avec le fond de la boîte recueillant le jet. Les microsphères K1 sont répandues dans l'enceinte délimitée par le cylindre (et restent en suspension dans l'air). Le jet granulaire est réalisé à partir d'un réservoir de diamètre initial D_0 et des billes de diamètre d à l'intérieur du cylindre. La chute du jet met en mouvement l'air et les K1 en suspension. Bien que la présence du cylindre extérieur induise des rouleaux de recirculation, ceci ne vient pas perturber la mesure de la vitesse de l'air au plus près du jet (l'air est mis en mouvement sur une distance bien inférieure au rayon du cylindre). Cette méthode reste la plus fiable pour observer le mouvement des traceurs dans l'air près du jet : il est également possible de disperser les traceurs une fois que le jet est réalisé ou de mélanger les traceurs aux microbilles du jet granulaire, mais ces deux méthodes présentent l'inconvénient de ne pas assurer une présence de traceurs suffisante pour suivre leur mouvement.

Des expériences ont également été réalisées pour mesurer le profil de vitesse de l'air entraîné par le jet granulaire en fonction de la pression de l'air ambiant. Pour ce faire, le tube à vide décrit précédemment est utilisé. Les microsphères K1 sont mélangées aux microbilles du jet granulaire dans le réservoir avant de faire le vide dans le tube. Une fois

l'air évacué et la pression réduite à la valeur souhaitée, le réservoir est ouvert brièvement une première fois afin de libérer quelques microbilles mélangées aux traceurs K1 : les traceurs K1 se retrouvent en suspension dans l'air restant dans le tube. Le jet est ensuite réalisé, et entraîne les traceurs autour de lui. En utilisant une nappe laser verticale comme expliqué précédemment, la vitesse des traceurs peut être mesurée.

B.2 Résultats expérimentaux

Une première observation qualitative est de considérer la vitesse terminale des billes de verre de diamètre $d = 106 - 212\mu m$ (estimée par la loi de Stokes dans un premier temps) :

$$v_{T,159} \approx 1.91 m.s^{-1} \quad (B.2)$$

pour une bille de verre isolée dans l'air immobile, estimée par la loi de Stokes.

En se référant aux résultats du chapitre 3, considérant la vitesse moyenne initiale d'un écoulement granulaire issu d'un entonnoir (de l'ordre de $30 cm.s^{-1}$ pour ces billes), cette vitesse est atteinte pour les billes situées dans l'interface du jet à une distance proche de $z = 20 cm$ après l'origine du jet. Hors, au delà de cette distance, les billes proches de l'interface continuent à accélérer, ce que l'on supposera dû à une composante de vitesse additionnelle : l'air mis en mouvement par le jet granulaire.

B.2.1 Profil de vitesse des billes hors du jet granulaire

Sur des images de jets granulaires acquises suivant le même protocole que dans les chapitres précédents, on mesure la vitesse (verticale) des billes situées hors du jet. La distance radiale est donnée par rapport à la position de l'interface du jet granulaire.

Dès une distance $z = 5 cm$ après la sortie de l'entonnoir, les billes situées près du jet chutent plus vite que les billes lointaines. Ces dernières tendent à atteindre la vitesse d'une bille isolée dans l'air soumis aux forces de gravité et de traînée. Considérant le nombre de Reynolds pris à l'échelle des particules (billes du jet granulaire), il apparaît qu'approximer la vitesse terminale des particules par la loi de Stokes n'est plus valide ; une correction dans le coefficient de traînée devient nécessaire. Compte tenu des valeurs du nombre de Reynolds des billes ($Re > 1$, avec des valeurs de l'ordre de $Re \approx 15$ pour des billes de diamètre $106 - 212\mu m$ à une distance $z = 20 cm$), la correction empirique selon Schiller & Neumann [77] est appropriée :

$$F_D = 6\pi\eta r v (1 + 0.15 Re^{0.687}) \quad (B.3)$$

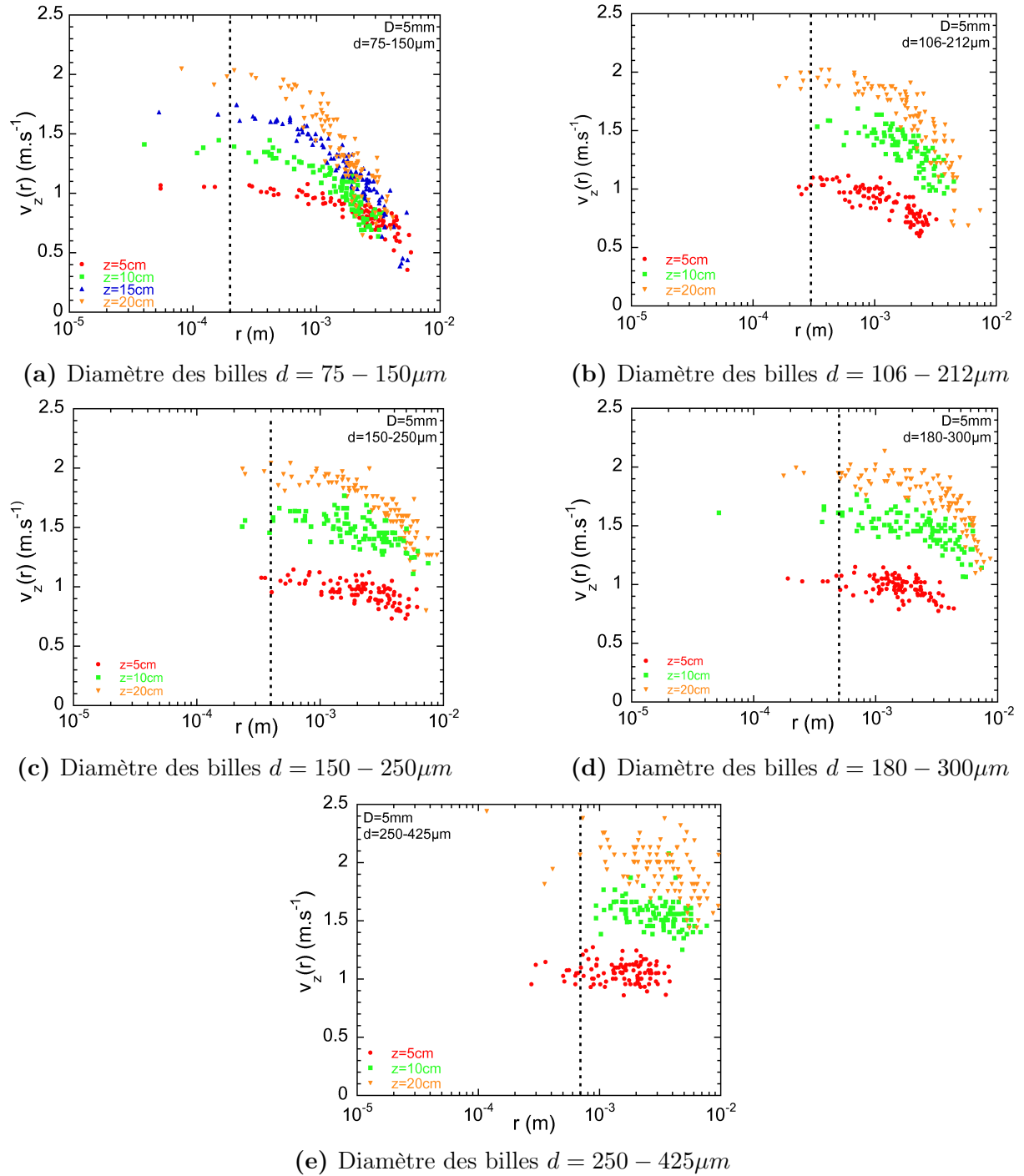


FIGURE B.2 – Vitesse verticale des billes situées dans le voile autour d'un jet granulaire ($r = 0m$ est la position de l'interface du jet). La ligne verticale en pointillés indique la position maximale approximative de l'interface $\delta \approx 2d$.

B.2.2 Profil de vitesse de l'air autour du jet granulaire

En utilisant les traceurs K1, on mesure les vitesses présentées en figure B.3 (une seule distance est présentée de B.3a à B.3e par souci de lisibilité).

L'air proche de l'interface semble être mis en mouvement par le jet à une vitesse proche de celle de l'interface et tend à être immobile à une distance typique $r \approx 1\text{cm}$ au delà de l'interface du jet. En tenant compte de la vitesse de l'air et de la vitesse des billes (comparées en fig) pour une taille de billes), on explique donc la vitesse des billes par :

- $v_{air} = 0$, $r \geq 1\text{cm}$: les billes chutent dans un fluide immobile, et atteignent une vitesse donnée par les effets de la gravité et des forces de traînée.
- $v_{air} \neq 0$, $r \leq 1\text{cm}$: les billes chutent dans un fluide se déplaçant à une certaine vitesse dans la même direction qu'elles, leur vitesse est donc supérieur à celle attendue en chute libre.

B.3 Couche limite d'un jet granulaire

On cherchera dans cette partie à décrire l'entraînement de l'air par un jet granulaire comme la couche limite développée par le-dit jet.

B.3.1 Rappels historiques

Le concept de couche limite doit être attribué à L. Prandtl pour son introduction du concept de couche limite (alors appelée "couche de transition") autour d'un solide présentant un mouvement relatif à un fluide environnant. Prandtl traite le cas bidimensionnel, mais introduit les concepts essentiels à la description du phénomène en proposant que les effets visqueux sont confinés dans une zone d'extension réduite autour de l'objet. Ses travaux seront poursuivis par ses étudiants ; parmi eux H. Blasius (pour ses travaux sur la couche limite développée autour d'une plaque alignée à un écoulement laminaire et autour d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement, T. von Karman ou encore H. Schlichting [78]. Le cas de la couche limite d'un cylindre dans un écoulement axial a été traité dès 1955 [79] d'un point de vue théorique, puis approfondi [80] et étudié pour de nombreuses applications pratiques depuis [81], notamment concernant l'extrusion de fils de faibles dimensions ou pour la production de micro-jets de gouttes.

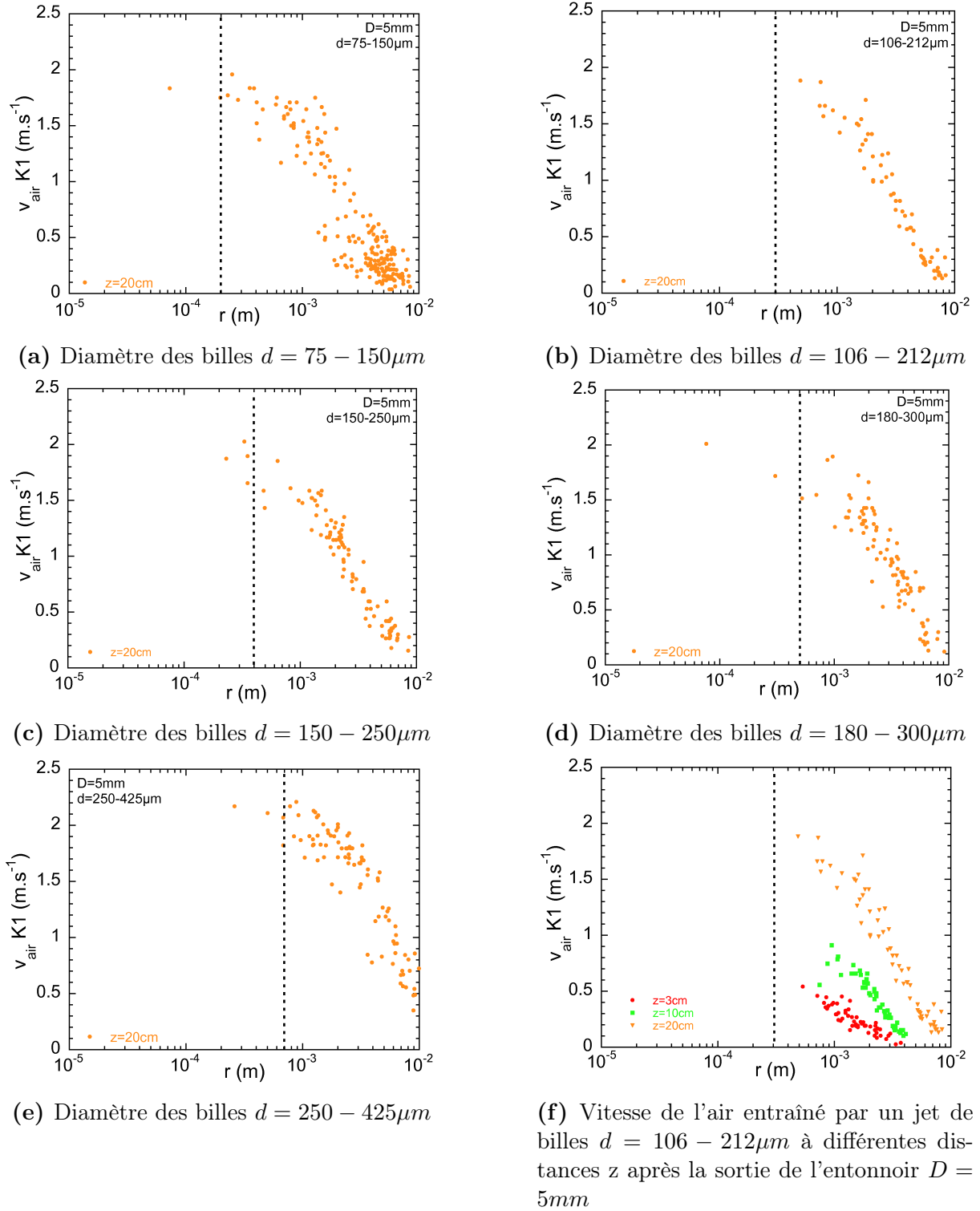


FIGURE B.3 – Vitesse de l'air entraîné à proximité d'un jet granulaire ($r = 0\text{m}$ est la position de l'interface du jet). La ligne verticale en pointillés indique la position maximale approximative de l'interface $\delta \approx 2d$.

B.3.2 Résultats

Dans cette partie, nous essaierons de décrire l'entraînement de l'air par un jet granulaire comme une couche limite ; en simplifiant quelques aspects du problème - rigoureusement, il s'agirait de décrire la couche limite d'un cylindre poreux, rugueux, de diamètre variable et en accélération dans un fluide.

Il est possible de décrire le couplage entre le jet granulaire et l'air environnant dans deux référentiels - celui de l'air ou celui du jet - le passage entre ces deux référentiels se faisant en échangeant simplement les conditions aux limites $V(r = 0)$ et $V(r = \infty)$.

L'approximation la plus simpliste est de négliger les considérations géométriques du problème, et de considérer qu'aux échelles considérées il est valide d'approximer le cylindre par une surface plane se déplaçant à vitesse constante ($V(r = 0) = V$, $V(r = \infty) = 0$). Dans ces conditions, l'épaisseur de la couche limite (dans laquelle les effets de viscosité dominant) est donnée par [75] :

$$\delta(z) \propto \sqrt{\frac{\eta z}{\rho V}} \quad (\text{B.4})$$

avec une étendue caractéristique donnée par $\delta(z) \approx 5\sqrt{\frac{\eta z}{\rho V}}$ telle que $V(r = \delta) = 0.99V$: la couche limite est définie jusqu'à la distance où la vitesse du fluide entraîné est égale à 99 % de la vitesse de la surface en déplacement (respectivement, si la surface est immobile, à 99% de la vitesse du fluide loin de la surface). Dans les expériences considérées ici, la limite choisie sera de 90%, une valeur mesurable dans les conditions expérimentales utilisées.

En respectant les conditions géométriques du problème, il est judicieux d'utiliser l'analogie avec les jets liquides. La couche limite développée autour d'un jet liquide (cylindre) est donnée par le profil de vitesse [80] :

$$V(r, z) = V_0(z) \left(1 - \frac{1}{\beta(z)} \ln\left(1 + \frac{r}{R(z)}\right)\right) \quad (\text{B.5})$$

avec

$$\beta(z) = \ln\left(1 + \frac{\delta_{jet}(z)}{R(z)}\right) \quad (\text{B.6})$$

où $\delta_{jet}(z)$ est l'épaisseur de la couche limite, $R(z)$ le rayon du jet liquide à la distance z , $V_0(z)$ la vitesse de l'interface du jet à la distance z . L'axe z est défini à partir de l'origine du jet, l'axe r à partir de l'interface du jet.

Un exemple de couche limite développée par un jet granulaire est donné en figure B.4 :

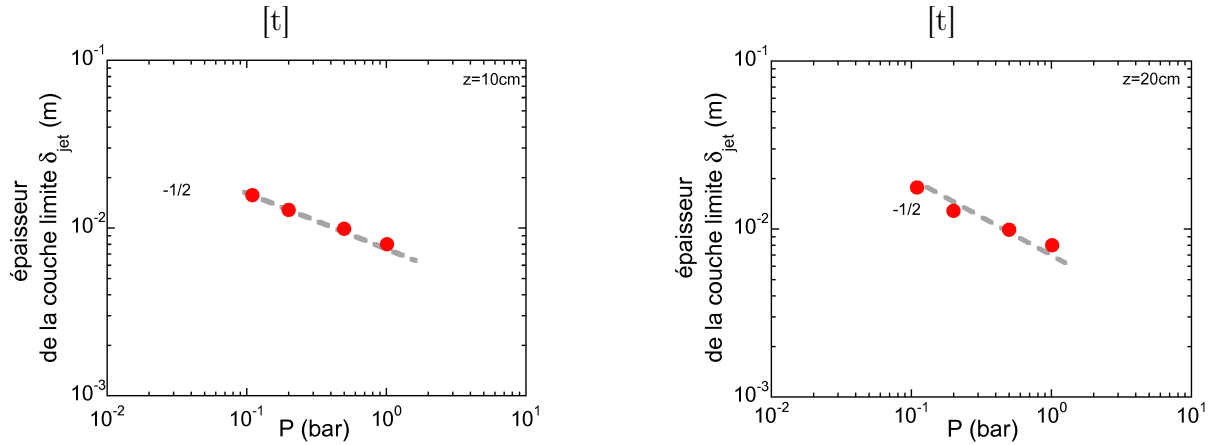


FIGURE B.5 – Épaisseur de la couche limite d’un jet granulaire de billes de diamètre $d = 106 - 21\mu\text{m}$ issues d’un entonnoir de diamètre $D_0 = 8.3\text{mm}$ à différentes pression d’air, mesurées à deux distances sous l’orifice.

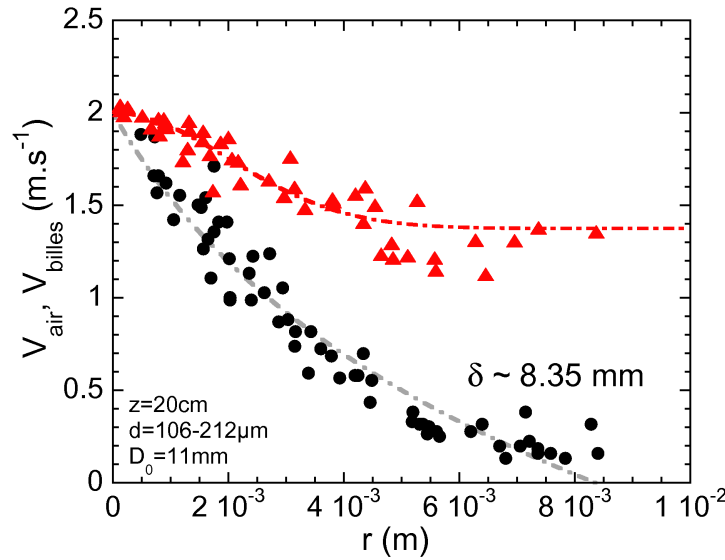


FIGURE B.4 – Vitesse des billes à proximité de l’interface d’un jet granulaire ($\blacktriangle$) et de l’air ($\bullet$) avec un ajustement par l’expression B.6 pour cette dernière. Pour les vitesses des billes, la courbe tracée sert de guide.

La mesure directe du profil de vitesse de l’air entraîné par un jet granulaire permet donc une détermination de l’épaisseur de la couche limite en respectant les aspects géométriques du problème, bien que l’approximation du jet par une surface plane puisse donner des résultats acceptables au premier abord. Par exemple, en reprenant les données précédentes, la dépendance en pression de la couche limite apparaît et est vérifiée : l’épaisseur de couche limite sous la forme $\delta = \sqrt{\frac{\eta z}{\rho V}}$ présente bien une dépendance $\delta \propto P^{-1/2}$. La figure B.5 présente la dépendance en pression d’air de la couche limite obtenue par l’expression de la couche limite d’un jet liquide (B.6).

En exploitant l’approximation linéaire du profil de vitesse de l’air obtenu précédemment, il est possible de définir des quantités réduites utilisées dans la caractérisation des

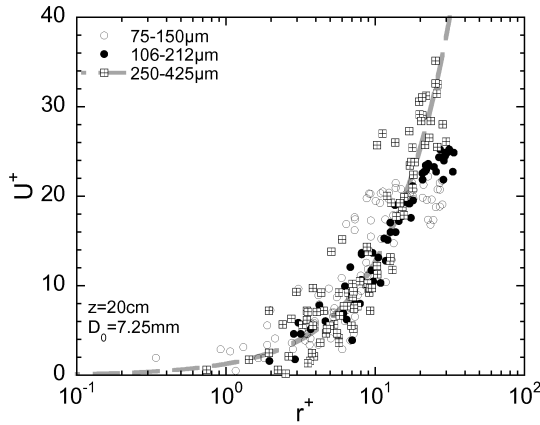
couches limites, une vitesse réduite U^+ et une distance réduite r^+ (une longueur visqueuse analogue à un nombre de Reynolds local) :

$$r^+ = \frac{\rho u^* r}{\eta} \quad (\text{B.7})$$

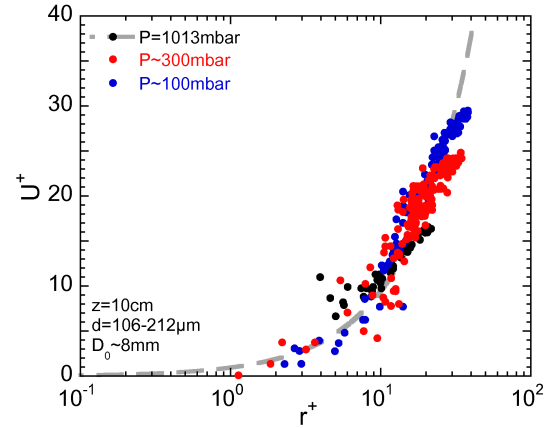
$$U^+ = \frac{U_{gravite} - u(r)}{u^*} \quad \text{avec} \quad u^* = \sqrt{\frac{\eta \dot{\gamma}_{air}}{\rho}} \quad \text{et} \quad U_{gravite} = \sqrt{2gz + V_0^2} \quad (\text{B.8})$$

Cette dernière équation suppose que l'on se place dans le référentiel du jet (d'où l'introduction de la vitesse $U_{gravite}$).

En utilisant ces variables réduites, il est possible de présenter les profils de vitesse de l'air précédents sous la forme $U^+ = f(r^+)$.



(a) Différentes tailles de billes d , à la même distance z pour le même diamètre initial D_0



(b) Différentes pressions d'air P , à la même distance z , pour le même diamètre initial D_0 et la même taille de billes d

FIGURE B.6 – Profils de vitesses réduites U^+ tracés en fonction de la longueur réduite r^+ . Sur les deux figures, la ligne en pointillés gris est un ajustement linéaire $U^+ = r^+$.

L'accord entre l'ajustement linéaire $U^+ = r^+$ et les points expérimentaux sur la figure B.6 indique que pour les cas illustrés, les effets visqueux dominent sur les effets de turbulence dans la couche limite d'air entraîné par le jet granulaire.

B.4 Bilan

L'interaction entre un jet granulaire et le fluide ambiant (l'air) a été caractérisée : le jet entraîne l'air autour de lui au cours de sa chute et développe une couche limite dans laquelle les effets visqueux dominent. La description de cette couche limite concorde avec la description de celle développée par un jet liquide. Dans cette couche d'air entourant le jet, un gradient de vitesse radial existe et dépend de la distance de propagation, de la taille des billes et de la pression de l'air ambiant.